



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Levantamiento de datos
gravimétricos: diseño de
adquisición, procesamiento e
interpretación guiados por
modelado**

TESIS

Que para obtener el título de
Ingeniera Geofísica

P R E S E N T A

Zaida Martínez Casas

DIRECTOR DE TESIS

M.C. Mauricio Nava Flores



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2017



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A mi mamá

Bella mujer de gran sonrisa y gran corazón.

A Miguel

El hombrecito que más quiero en el mundo.

A la Sra. Martita

Mi otra mamá y la mujer más fuerte que conozco.

A mi osito bebé

Mi sol y mi amor.

Agradezco

A Dios por permitirme llegar hasta aquí y nunca abandonarme.

A la Universidad Nacional Autónoma de México por brindarme una educación de calidad y a la Facultad de Ingeniería por el apoyo para mi formación profesional.

A mi mamá por su esfuerzo, su entrega, paciencia, amor y ayudarme a ser la mujer que soy. Te amo.

A Miguelin por siempre hacerme olvidar los malos momentos y llenarme de energía y ganas de vivir. Te amo.

A la Sra. Martita por todos sus consejos, por siempre estar presente cuando la he necesitado y no dejarme sola.

A Osi por su amor, comprensión, paciencia y por compartir conmigo la dicha de tener una Cudita. Gracias por todos esos momentos de alegría y por estar conmigo cuando más te necesité, eres mi sol. Te amo.

Al Dr. Osvaldo Sánchez Zamora por siempre tener una sonrisa en el rostro y compartir sus conocimientos con tanta pasión.

Al Mtro. David Escobedo Zenil por sus enseñanzas, consejos y por ser un buen amigo.

Al Mtro. Esteban Hernández Quintero por su buen humor y su gusto por enseñar.

Al Ing. Alejandro García Serrano por contribuir a mi formación profesional.

Al Mtro. Mauricio Nava Flores por ser mi tutor, por todo el apoyo brindado para la realización de este trabajo y por su amistad incondicional.

A Jessica y Nadia por todos esos buenos momentos a lo largo de la carrera y estar siempre juntas.

A todos amigos de la facultad: Karen, Roger, Peter, Carlitos, Fer hermoso, Vic, Mauricio, Poncho, Andrés, por compartir lindos momentos, risas y preocupaciones.

A mi familia por ser tan hermosa y siempre tener palabras de apoyo y poner una sonrisa en mi rostro.

A Dulcesita por ser como una hermana.

A mis BFFE: Fanny, Iván, Ivette y Anita por su gran amistad a lo largo de todos estos años.

Al proyecto FOMIX CONACyT-GDF No.188908 con título: "Estudios Geofísicos y Geológicos para Detectar y Caracterizar Inestabilidades en el Subsuelo de la 1ª Sección del Bosque de Chapultepec".

Tabla de contenido

Resumen.....	1
Abstract	2
Introducción	3
Capítulo 1 Modelado directo	6
1.1 Modelado directo de un prisma rectangular	8
1.2 Ensamble de prismas.....	9
1.2.1 Aceleración del cálculo de <i>gz</i> para un ensamble mediante paralelización con hilos utilizando OpenMP.....	10
1.3 Modelado directo de una esfera.....	11
Capítulo 2 Modelos sintéticos de un prisma, una esfera y un socavón	12
2.1 Prisma.....	12
2.2 Esfera.....	13
2.3 Socavón	13
Capítulo 3 Diseño de mallas de adquisición de datos.....	16
3.1 Mallas diseñadas	16
3.2 Mallado regular	21
Capítulo 4 Procesamiento	25
4.1 Separación regional - residual.....	25
4.2 Gradiente Horizontal.....	26
4.3 Amplitud de la señal analítica	27
4.4 Continuación ascendente.....	28
Capítulo 5 Resultados y análisis de resultados	30
5.1 Caso sintético	30
5.2 Caso real	36
Capítulo 6. Conclusiones y recomendaciones.....	47
Bibliografía	49
Anexo 1.....	51
Anexo 2.....	81
Anexo 3.....	111
Anexo 4.....	141

Resumen

La prospección gravimétrica es un método geofísico que permite detectar variaciones laterales de densidad en el subsuelo, a través de la medición de la componente vertical del campo gravitacional. Para medir esta componente se realizan levantamientos gravimétricos que pueden tener un carácter regional o local, dependiendo del tamaño de las fuentes que se buscan. En la adquisición de datos es necesaria una fase previa de planeación del levantamiento para posteriormente realizar un procesamiento y finalmente una interpretación.

En esta tesis el modelado fue utilizado para realizar el diseño de mallas de adquisición, útiles en la fase de planeación, así como apoyo para la validación de la información adquirida en un caso real. Se realizó el modelo de un prisma rectangular, una esfera (modelos simples) y una cavidad (modelo complejo); generando este último a través de un ensamble de prismas rectangulares con densidad uniforme. Para el cálculo de las anomalías gravimétricas se utilizó una técnica de aceleración de cómputo a través de paralelización por hilos en memoria compartida.

En cuanto al diseño de las mallas de adquisición se propusieron 36, con distribuciones y cantidad de puntos de observación diferentes, seleccionando 19 para analizar en los modelos simples y 12 para el modelo complejo. A estas mallas se les aplicó un procesamiento enfocado a realzar bordes, ubicación de fuentes y separación regional - residual.

Como resultado del análisis de las mallas propuestas se encontró una relación empírica para cuerpos que puedan ser representado mediante un prisma, esta relación indica que una distribución suficiente de puntos de observación para detectar y definir la anomalía debida a una fuente de interés, se obtiene al generar cuadrantes que midan lo mismo que la mínima longitud del cuerpo, con un punto de observación por cuadrante y donde el área total de observación se extienda 1.5 veces la longitud máxima del cuerpo a partir de su centro de masa.

Finalmente, se presenta un estudio microgravimétrico realizado en el Bosque de Chapultepec, Cd. Mx., con el objeto de inferir la extensión de la cavidad en zonas aledañas al socavón. Los resultados ubican la proyección de la cavidad en una posición ligeramente diferente a la reportada en un inicio, basándose en la información inferida por mapas generados aplicando procesos de realce e interpretación semiautomática de datos microgravimétricos.

Abstract

Gravity survey is a geophysical method that allows detecting lateral underground contrast of density by measuring the vertical component of the gravitational field. The gravity method can be executed on both, regional and local scale, depending on the size of the source. In gravity surveys y necessary a previous planning phase in order to make a processing of the data and finally make an interpretation.

In this work the forward modeling was used to design acquisition grids that were useful in the planning phase and helped on the validation of the information on a real case. It was made a model of a rectangular prism and a sphere (simple models) and a cavity (complex model); the last one was made of an ensemble of rectangular prisms with uniform density. For the calculation of the gravity anomaly, a computer acceleration technique was used based on multiple threads that execute parallel tasks in a shared memory model.

They were proposed 36 grids, with different amount and distribution of the observation points, selecting 19 to analyze for the simple models and 12 for the complex model. This grids were processed with the purpose of enhance edges, localize sources and make a regional- residual separation.

As a result of the proposed grids it was found an empirical relation for bodies which can be represented by a prism, this relation shows that a suitable distribution of observation points, for the detection and definition of the anomaly caused by a body of interest, is achieved by generating quadrants of the same size as the smallest length of the body, with one point per quadrant. The size of the grid will be 1.5 times the maximum length of the body from its center of mass.

Finally is presented a microgravity survey that was realized at the *Bosque de Chapultepec*, in Mexico City, in order deduce the extension of the cavity in zones near the hole. The results locate the projection of the cavity in a position slightly different from the one reported at the beginning, based on the inferred information of maps that were generated by applying enhance processes and semiautomatic interpretation of microgravity data.

Introducción

La gravimetría es un método geofísico que consiste en medir el campo gravitacional de la Tierra, el cual presenta variaciones tanto temporales como espaciales. Estas últimas reflejan contrastes laterales de densidad tanto en la corteza como en el manto, que son el objetivo de interés de estudios con fines, tanto científicos como exploratorios. Debido a lo anterior en prospección gravimétrica se realizan mediciones en la superficie de la Tierra (gravimetría terrestre), en barco o bajo la superficie del agua (gravimetría marina), en el aire (gravimetría aérea) o desde satélites (gravimetría espacial). Los datos son adquiridos con instrumentos especializados llamados gravímetros, los cuales miden la aceleración de la gravedad, teniendo como principal objetivo, detectar valores anómalos del campo gravitacional. (Telford, 1990; Blackely, 1996; Hinze et al, 2013)

En gravimetría como en cualquier prospección están involucradas seis fases: planeación, adquisición, procesamiento, interpretación, reporte y almacenamiento de información (Hinze et al, 2013).

Un paso importante en la fase de planeación es el diseño del levantamiento, por lo cual es necesario tener claro el objetivo: la superficie a cubrir y la profundidad que se desea alcanzar. Estos 2 factores son decisivos para determinar el tiempo y el costo del levantamiento. Es importante recalcar que el diseño de adquisición, espaciamiento entre estaciones o líneas y longitud total, dependen de las características de los cuerpos o estructuras que se desean encontrar (Hinze et al, 2013).

Un levantamiento gravimétrico consiste en circuitos, los cuales inician y terminan con lecturas en el mismo punto, llamado "base de deriva". Esto se realiza dada la necesidad de corregir el incremento en las lecturas de gravedad debido a la fatiga del resorte del gravímetro; las mediciones arrojadas por este son relativas, de tal modo que si se desean tener medidas absolutas es necesario utilizar una base gravimétrica de primer orden a modo de base de deriva (Milsom, 2003).

En un levantamiento de reconocimiento se detectan las fuentes de interés mientras que en un trabajo detallado se ubica la posición, extensión y forma de la fuente. En gravimetría a escala regional la separación entre estaciones puede ir de 5 a 20 Km según el tamaño y la profundidad de la fuente, para determinar esto se debió haber realizado un levantamiento de reconocimiento. En exploración petrolera sería deseable realizar una estación cada 2 o 4 [Km²] ya que las estructuras asociadas a acumulación de hidrocarburos son mayores que esto y este espaciamiento permitiría observar la anomalía; en minería el espaciamiento comúnmente utilizado entre estaciones es de 15 – 30 [m]. (Telford et. al., 1990).

Para microgravimetría (levantamientos con aplicación ingenieril o arqueológica) se utiliza una separación lo más cercana posible a 1 [m] (Arzi, 1975). Según el Cuerpo de Ingenieros de la Armada de Estados Unidos es común realizar estaciones en intervalos de 1 – 3 [m] con el fin de detectar masas anómalas cuyas dimensiones máximas sean 10 [m] y debido a que en una malla cuenta con una gran cantidad de estaciones, se utilizan los perfiles en los casos en los que se puede establecer la longitud mayor del cuerpo observado antes de que inicie el levantamiento. Si se están realizando estaciones de reconocimiento los operadores en campo tienen libertad de decisión en cuanto a la localización de las estaciones (Milsom, 2003).

La toma de datos en estaciones gravimétricas es un proceso que implica la nivelación y el tiempo de lectura del equipo, dicho proceso puede tener una duración de 3 a 10 minutos por estación dependiendo de la destreza del operador, así el tiempo para realizar un levantamiento local está relacionado con el número de estaciones. En esta tesis el modelado de fuentes gravimétricas se realiza con el fin de encontrar la mínima cantidad de puntos de observación con lo que se detectan las fuentes.

El realizar un modelo previo a la toma de datos puede servir para ahorrar tiempo, al conocer la respuesta aproximada que se espera de un sitio se puede estimar el número de estaciones a realizar que generen una respuesta adecuada; también sirve como guía en la interpretación anomalías ya que modificando las características del modelo se puede obtener una o más respuestas que reconstruyan la anomalía a partir de las cuales se elige un modelo coherente. Finalmente se pueden utilizar los modelos para descartar o validar un estudio si el modelo en

cuestión no presenta una respuesta acorde a la resolución del instrumento de medición, debido a la distribución y la cantidad de puntos de observación.

En la presente tesis se realizó la planeación, adquisición y procesamiento basados en el modelado directo de cuerpos simples y estructuras complejas para calcular su respuesta con diferentes geometrías de adquisición.

Objetivo general

Validar el diseño de adquisición y selección de métodos de procesamiento de datos gravimétricos con base en el modelado directo, considerando diferentes fuentes de campo en el subsuelo.

Objetivos particulares

- Proposición y validación de diferentes geometrías para la toma de datos gravimétricos, a través del modelado.
- Utilización de software especializado y propio como herramienta para el procesamiento y modelado de datos.
- Aplicación de los resultados obtenidos en la validación de un caso real.

Capítulo 1 Modelado directo

De acuerdo a Sheriff, R. E. (2002) un modelo es un concepto del cual se pueden deducir efectos comparables con observaciones reales, lo que ayuda a establecer una comprensión de las observaciones. En la exploración geofísica con el método gravimétrico, esto se traduce como el cálculo de anomalías gravimétricas a partir de configuraciones de forma y densidad del subsuelo.

De manera convencional, sin considerar la inversión de los datos, el modelado directo se emplea como herramienta para la interpretación de las anomalías gravimétricas en un proceso iterativo de prueba y error. Las masas pueden ser modeladas, pero debido a la no unicidad, existen diferentes modelos que dan como resultado la misma respuesta, por esto se deben realizar diferentes suposiciones o emplear información en el sitio de interés como: estudios previos, información geológica, resultados de otras disciplinas de la geofísica, muestreo directo (pozos), etc., para elegir el modelo más adecuado que satisfaga dicha información y que sea geológicamente coherente. Si el modelo no ajusta se cambian los parámetros hasta que la anomalía producida por el modelo y la generada a partir de los datos de campo, sean lo suficientemente parecidas (Blakely, 1996). A diferencia del uso convencional, en este trabajo de tesis el modelado directo se empleó como una herramienta para la planeación y diseño del levantamiento, así como para la elección del procesamiento utilizado en los datos obtenidos.

Siguiendo la idea del primer párrafo de este capítulo, la anomalía gravimétrica calculada a través del modelado directo se obtiene a partir del potencial gravitacional U , que se define como la energía potencial por unidad de masa, observada en un punto P , debida a una distribución volumétrica de densidad ρ (Figura 1).

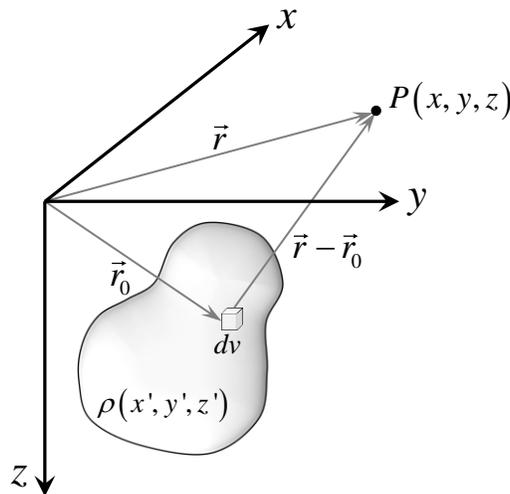


Figura 1. Cuerpo que posee una distribución de densidad $\rho(x', y', z')$ cuyo potencial gravimétrico puede ser calculado en el punto $P(x, y, z)$. Tomada de PAPIME PE109215.

Matemáticamente, U se expresa como:

$$U(P) = \gamma \int_v \frac{\rho}{|\vec{r} - \vec{r}_0|} dV$$

Una vez definido U y de acuerdo a la teoría del potencial la aceleración gravitacional será el gradiente de U .

$$g(\vec{r}) = \nabla U$$

$$\Rightarrow g(\vec{r}) = -\gamma \int_v \rho \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{|\vec{r} - \vec{r}_0|^2} dV \quad (1.1)$$

Donde \vec{r}_0 y \vec{r} son los vectores de posición del elemento diferencial dV y del punto de observación P , respectivamente, y $\gamma = 6.67 \times 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$ es la constante de gravitación universal.

$g(\vec{r})$ es un vector que en el sistema de referencia cartesiano consta de 3 componentes: g_x , g_y , y g_z , de las cuales, en la prospección gravimétrica convencional y por las características del equipo de adquisición empleado, únicamente se utiliza g_z :

$$\begin{aligned} g_z(\vec{r}) &= \frac{\partial U}{\partial z} = \gamma \int_v \rho(x', y', z') \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_0|} \right) dV \\ &= \gamma \int_{x'} \int_{y'} \int_{z'} \rho(x', y', z') \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}} \right) dx' dy' dz' \\ \therefore g_z &= -\gamma \int_{x'} \int_{y'} \int_{z'} \rho(x', y', z') \frac{(z-z')}{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^{3/2}} dx' dy' dz' \end{aligned}$$

Para resolver la ecuación anterior es necesario conocer la forma del cuerpo, su distribución de densidad y la posición del punto de observación P . En los siguientes apartados se especificarán formas simples y complejas para resolverla.

1.1 Modelado directo de un prisma rectangular

Si se trata como un prisma al cuerpo del Figura 1 (Figura 2), la ecuación 1.1 no tiene solución analítica, por lo cual se debe resolver numéricamente. En 1976 D. Plouff, propuso una solución que está dada por:

$$\Delta g_z = \gamma \rho \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 s \left[z_k \arctan \left(\frac{x_i y_i}{z_k R_{ijk}} \right) - x_i \ln(R_{ijk} + y_i) - y_i \ln(R_{ijk} + x_i) \right] \quad (1.2)$$

Donde:

- Δg_z : Anomalía gravimétrica del prisma
- γ : Constante de gravitación universal
- ρ : Contraste de densidad del prisma con respecto al medio que lo rodea

$$R_{ijk} = \sqrt{x_i^2 + y_j^2 + z_k^2}$$

$$s = s_i s_j s_k$$

$$s_1 = -1$$

$$s_2 = 1$$

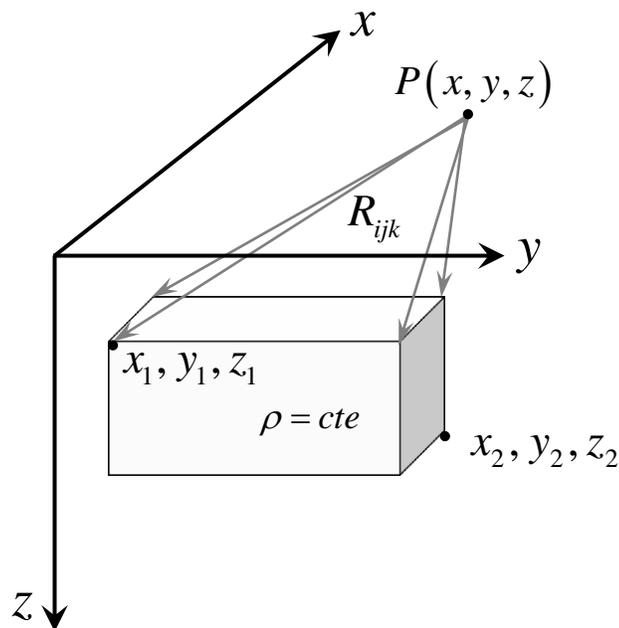


Figura 2. Prisma rectangular con $\rho = cte$ cuyo potencial gravimétrico puede ser calculado en el punto $P(x, y, z)$.

La subrutina *gbox* (Blackely, 1996), es la implementación en lenguaje *Fortran* de la solución anterior y es la base del cálculo del modelo del prisma que se utilizó en este trabajo.

1.2 Ensamble de prismas

Las estructuras presentes en el subsuelo tienen densidad variable y formas para las cuales podría no existir la solución de la ecuación 1.2. Para conocer la atracción gravitacional de estas estructuras se puede considerar que están formadas por un conjunto de bloques con densidad uniforme, lo suficientemente pequeños como para que dicho conjunto aproxime la geometría y variación espacial de densidad de las estructuras de una forma adecuada (Figura 3).

Ahora bien, la atracción gravitacional debida a este ensamble será la suma de la respuesta de cada prisma en todos y cada uno de los puntos de observación, aplicándose así el principio de superposición del campo gravitacional.

Finalmente si el ensamble está formado por M bloques la respuesta gravimétrica estaría dada por (Nava, 2010; Nava-Flores, et al., 2016):

$$f_i = \sum_{j=1}^M f_i^j$$

Donde:

- f_i : respuesta gravimétrica observada en el punto i
- f_i^j : respuesta gravimétrica observada en el punto i , debida al prisma j

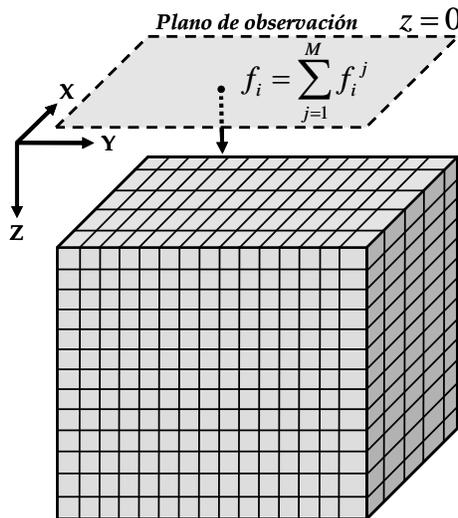


Figura 3. Figura que representa el medio discretizado en M prismas rectangulares y la componente vertical de la respuesta gravimétrica calculada sobre un punto de observación en el plano $z=0$. (Figura tomada de Nava, 2010)

1.2.1 Aceleración del cálculo de g_z para un ensamble mediante paralelización con hilos utilizando OpenMP

OpenMP (Open Multi Processing) es un conjunto de librerías, directivas de compilación y variables de entorno que permite paralelizar procesos mediante hilos, bajo el tipo de paralelismo SIMD (Single Instructions, Multiple Data). OpenMP es un modelo portable y escalable que permite a los programadores llevar a cabo cálculos en paralelo, soporta programación paralela multi-plataforma de memoria compartida en *C/C++* y *Fortran* en todas las arquitecturas, incluyendo Unix y Windows.

El cómputo paralelo utiliza múltiples recursos simultáneamente para resolver un problema determinado. Los ordenadores más comunes que existen son los de memoria compartida, cuya principal característica es que las CPU's acceden a la misma memoria y los cambios en la memoria son visibles para todas ellas.

Ya que es posible calcular g_z para cada elemento del ensamble de forma independiente, el problema es paralelizable. Se eligió la programación en paralelo mediante hilos, por su fácil adaptación al algoritmo de cómputo utilizado. Las principales características del modelo de hilos son (Figura 4):

- Un programa secuencial define un conjunto de hilos.
- Cada hilo dispone de su memoria local.
- Cada hilo tiene acceso a una memoria compartida.
- Los hilos se ejecutan simultáneamente.

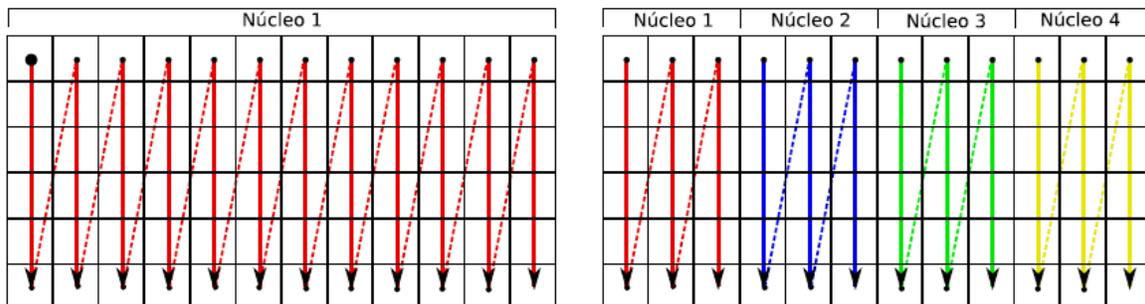


Figura 4. Esquema del modelo de paralelización por hilos.

La Tabla 1 muestra las características del procesador con el cual se realizó el cálculo de la anomalía.

Intel® Xeon® Processor E5-2687W v2 (25M Cache, 3.40 GHz)	
Cantidad de núcleos	8
Cantidad de subprocesos	16
Frecuencia básica del procesador	3.4 GHz
Frecuencia turbo máxima	4.00 GHz
Caché	25 MB Smart Cache
Velocidad del bus	8 GT/s QPI
Cantidad de enlaces QPI	2
TDP	150 W
Rango de voltaje VID	0.65-1.30 V

Tabla 1. Tabla que muestra las características del procesador de la computadora con la que se realizó el cálculo

1.3 Modelado directo de una esfera

Una esfera es particularmente útil como una primera aproximación en la interpretación de anomalías que son aproximadamente simétricas en tres dimensiones.

Para el cálculo de la componente g_z de una esfera uniforme se utilizó un programa en Fortran para la resolución de la siguiente ecuación (Telford, 1979):

$$\Delta g_z = \frac{4\pi\gamma\rho(z_0 - z_c)R^3}{3[(x_0 - x_c)^2 + (y_0 - y_c)^2 + (z_0 - z_c)^2]^{3/2}} \quad (1.3)$$

Donde:

- Δg_z : Anomalía gravimétrica de la esfera
- γ : Constante de gravitación universal
- ρ : Contraste de densidad de la esfera con respecto al medio que la rodea
- R : Radio de la esfera
- (x_c, y_c, z_c) : Coordenadas del centro de la esfera
- (x_0, y_0, z_0) : Coordenadas del punto de observación en la malla de adquisición

De la misma forma que en el caso del prisma se implementó la ecuación 1.3 en un programa en Fortran y es la base del cálculo del modelo de esfera utilizado en este trabajo.

Capítulo 2 Modelos sintéticos de un prisma, una esfera y un socavón

En este apartado y acorde con los objetivos de esta tesis se realizó el modelado de 3 cuerpos para obtener mallas regulares que fueron utilizadas como control comparativo de las mallas propuestas en el capítulo 3. El espaciamiento entre estaciones para las mallas de observación del prisma y la esfera, es cada 20 m; para el socavón, un metro. Los puntos de observación están situados sobre un plano.

2.1 Prisma

Las características del modelo del prisma rectangular son:

- $\rho: 300 \frac{Kg}{m^3}$
- Longitud en $x: 1000 [m]$
- Longitud en $y: 250 [m]$
- Longitud en $z: 300 [m]$
- Profundidad a la superficie del prisma: $100 [m]$

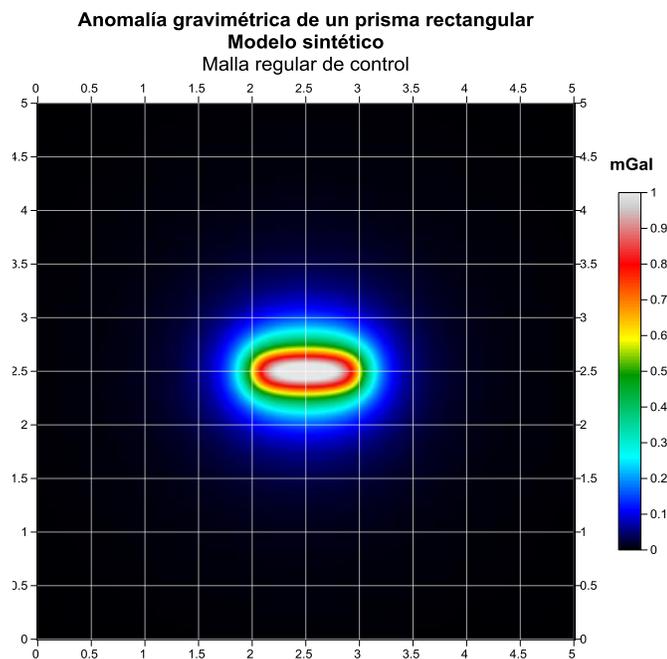


Figura 5. Anomalia gravimétrica generada por un prisma rectangular

2.2 Esfera

Las características del modelo de la esfera son:

- $\rho: 300 \frac{Kg}{m^3}$
- Radio $R: 250 [m]$
- Profundidad al centro de la esfera $z_c: 300[m]$
- Profundidad a la superficie del prisma: $100[m]$

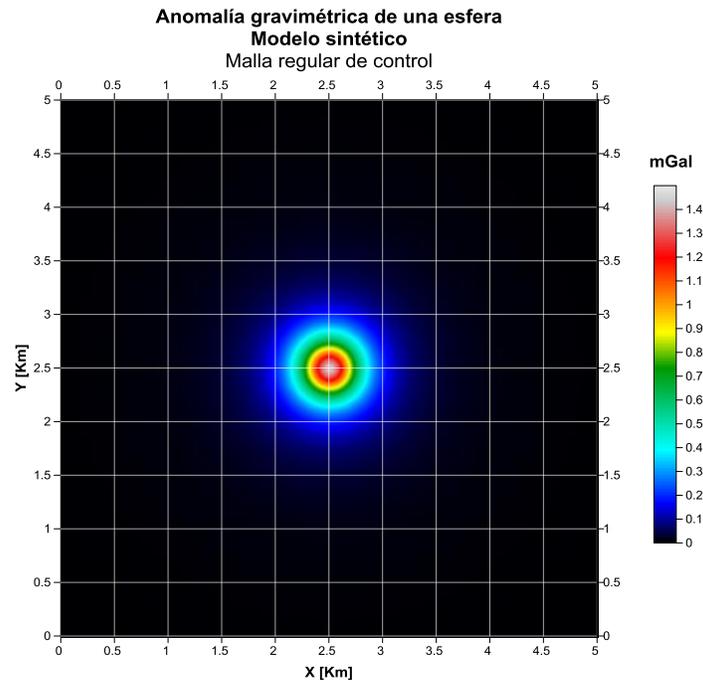


Figura 6. Anomalía gravimétrica generada por una esfera

2.3 Socavón

Para el cálculo de la respuesta producida por una cavidad se realizó un modelo complejo a partir de un ensamble de prismas que simulan esta última y los estratos que la rodean.

Se tomó como referencia una cavidad (descubierta al formarse un socavón) a partir de la cual se creó una secuencia de perfiles paralelos con cambios estructurales coherentes con las dimensiones de la cavidad. Las imágenes creadas pertenecientes a esta secuencia, sirvieron como perfiles de control para generar un volumen a partir de una interpolación lineal (Figura 7).

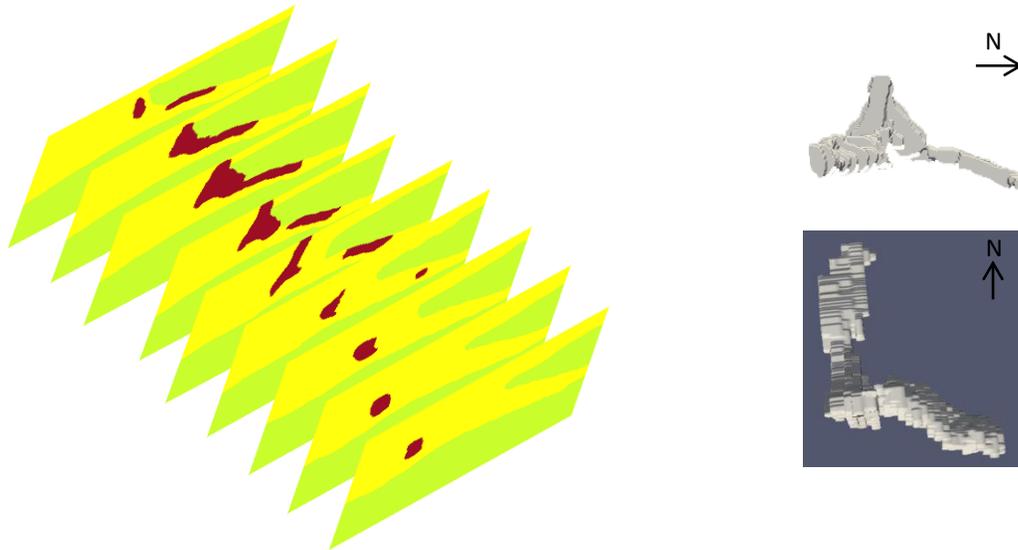


Figura 7. Representación esquemática de cortes geológicos de control en secuencia (izquierda) y generación de un volumen a partir de la interpolación lineal de las imágenes en secuencia (derecha).

Una vez obtenido el volumen, se asignaron valores de densidad al material de relleno y la unidad de toba que rodean a la cavidad. El primero está formado por limo, cascajo, vidrio, botellas de plástico, carbón y metales. Su densidad fue de 2000 [Kg/m³], la cual se calculó a partir de un promedio de las densidades medias de cada material, publicadas por Reynolds (1997) y Telford (1990). La densidad asignada a la unidad de toba fue de 1500 [Kg/m³].

Se consideraron en todo momento capas homogéneas e isotropas (Figura 8).

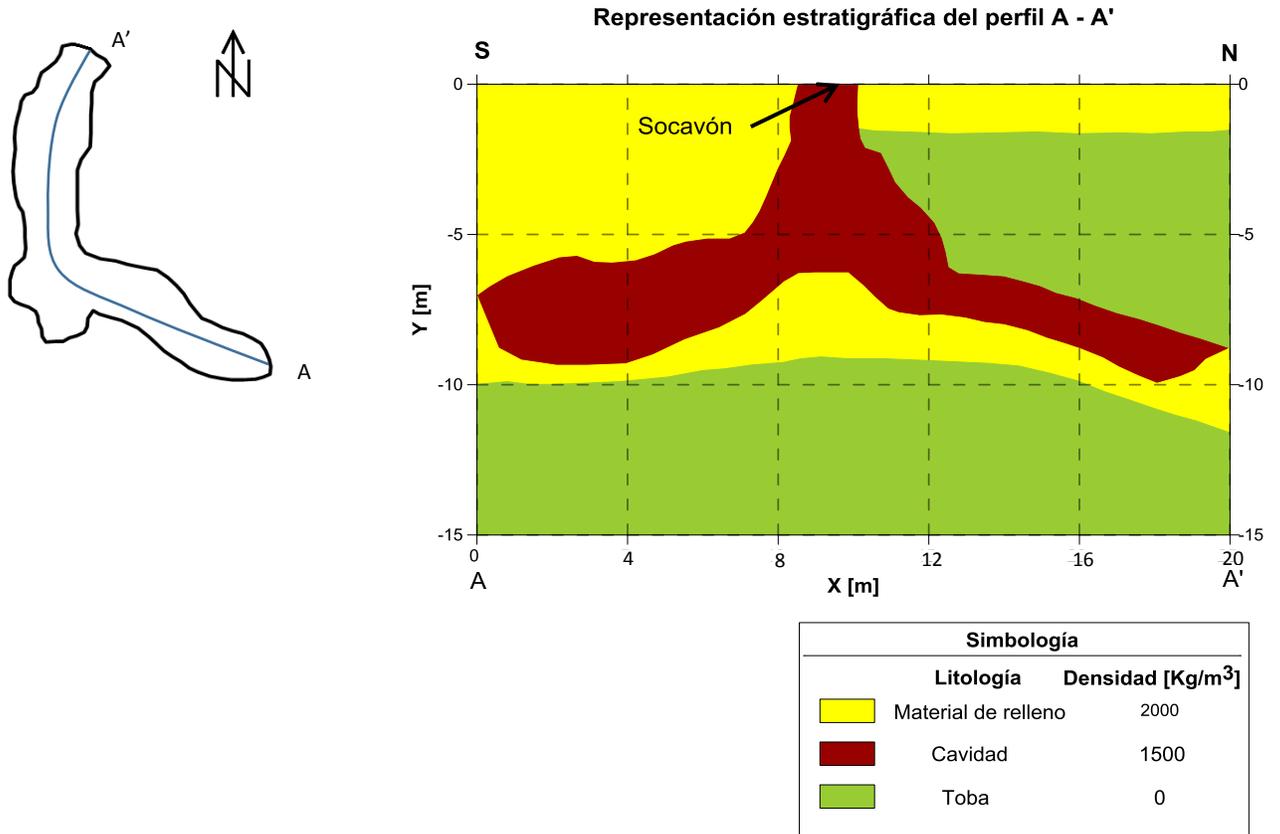


Figura 8. Vista en planta de la cavidad mapeada, donde el perfil A – A' es el eje de la cavidad (izquierda) Representación estratigráfica del perfil A – A' y densidades asignadas al material que la rodea (derecha).

Finalmente, para realizar el cálculo de la anomalía gravimétrica se utilizó un programa en *Fortran* que hace uso de directivas OpenMP. En este se calcula la atracción producida por cada prisma, por lo que la anomalía final es la suma del efecto de cada uno de los 13, 923, 000 prismas.

Capítulo 3 Diseño de mallas de adquisición de datos

3.1 Mallas diseñadas

Se propusieron inicialmente 36 mallas de adquisición de 5 x 5 [Km] (caso regional), esta región se dividió para crear cuadrantes de diferentes tamaños que van desde 250 x 250 [m] hasta 2500 x 2500 [m] con un incremento de 250 x 250 [m]. En cada cuadrante se colocaron 1, 3, 5 y 7 puntos de manera aleatoria quedando de 4 a 1201 puntos de observación en la región completa (Figuras 9 a la 12). En el Anexo 1 se muestran algunas de las mallas propuestas restantes.

Estas 36 mallas se escalaron para adaptarse a un levantamiento de 25 x 25 [m] (caso local). Cada una de estas mallas cuenta con un código de identificación (Tabla 2).

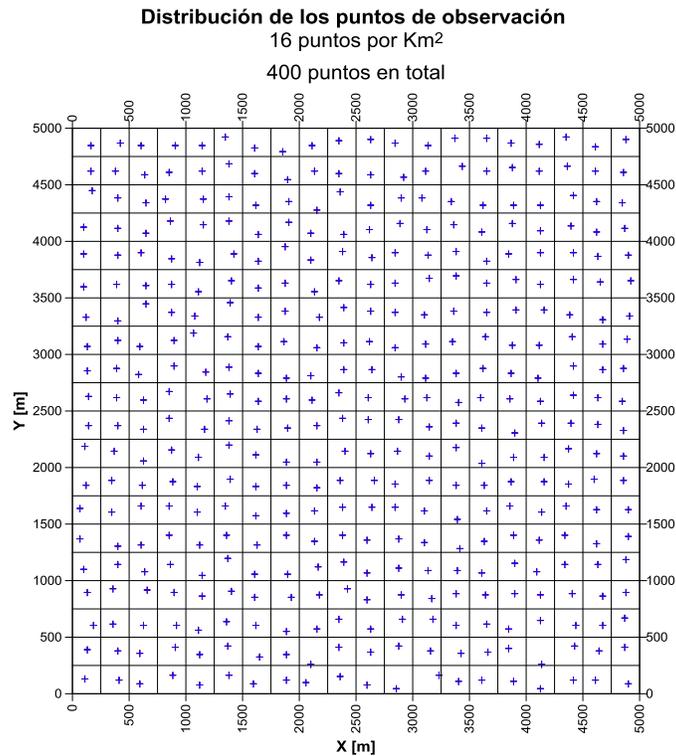


Figura 9. Malla con 1 punto cada 250 x 250 [m]

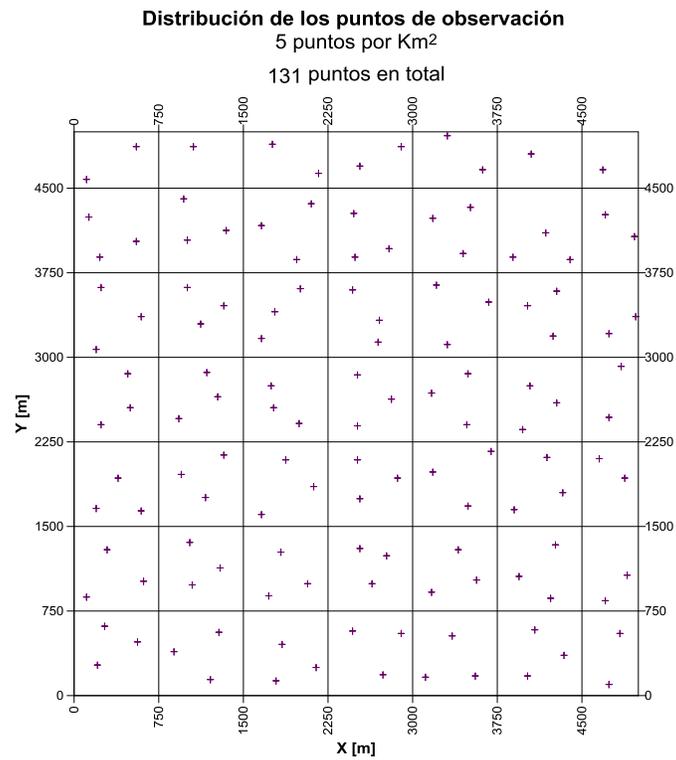


Figura 10. Malla con 3 puntos cada 750 x 750 [m]

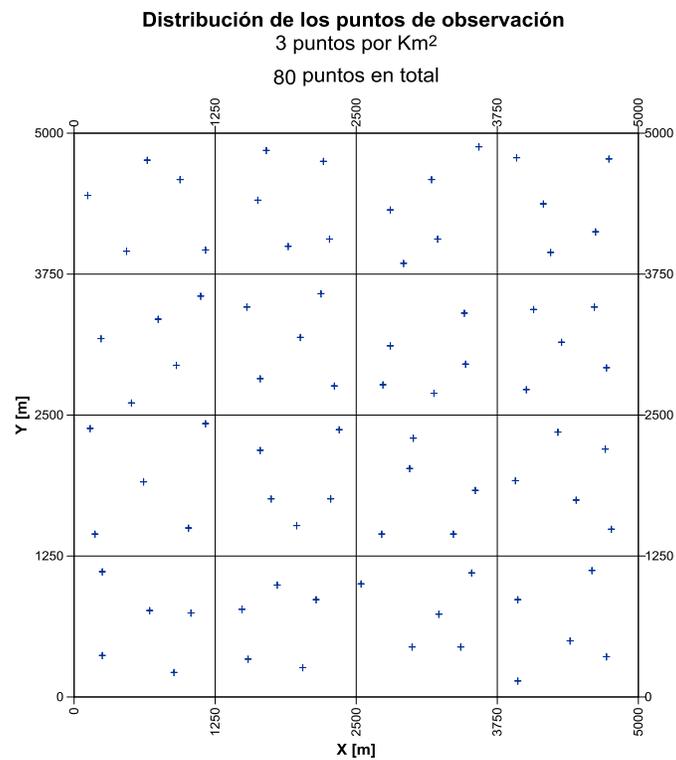


Figura 11. Malla con 5 puntos cada 1250 x 1250 [m]

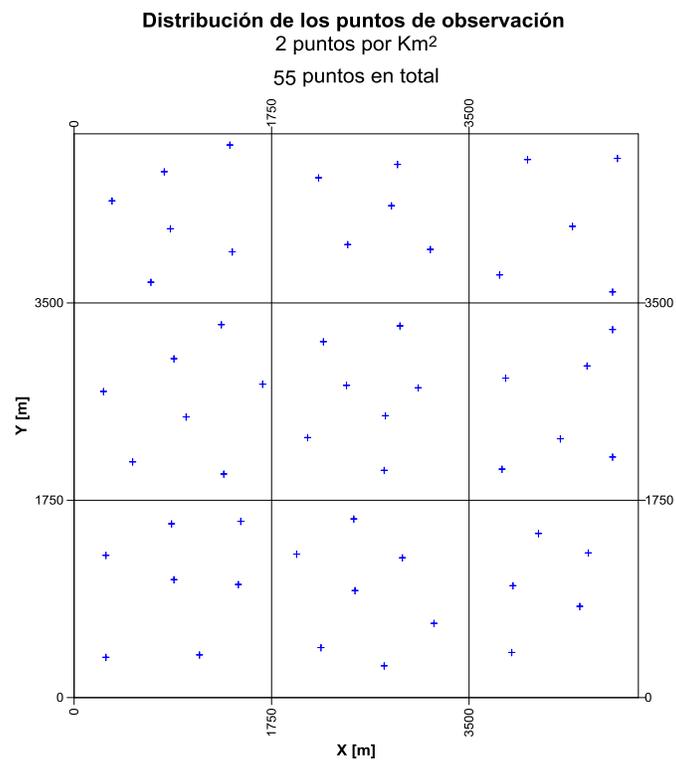


Figura 12. Malla con 7 puntos cada 1750 x 1750 [m]

La toma de datos en campo con fines exploratorios, sin conocer la localización de las fuentes, puede dar como resultado la mejor observación de una anomalía en un levantamiento con pocos datos. Esto ocurre cuando alguna de las estaciones gravimétricas está localizada muy cerca de la fuente por lo que la respuesta de los cuerpos depende de la distribución de las estaciones gravimétricas y no estrictamente del número de las mismas (figura 13). Lo anterior puede ser válido cuando después de una primera etapa de exploración en una zona determinada, se decide enfocar el levantamiento en un sector más pequeño de la zona. En este trabajo se plantea una distribución de tal modo que en la fase exploratoria inicial se ahorre tiempo, dinero y al mismo tiempo se resalten las anomalías.

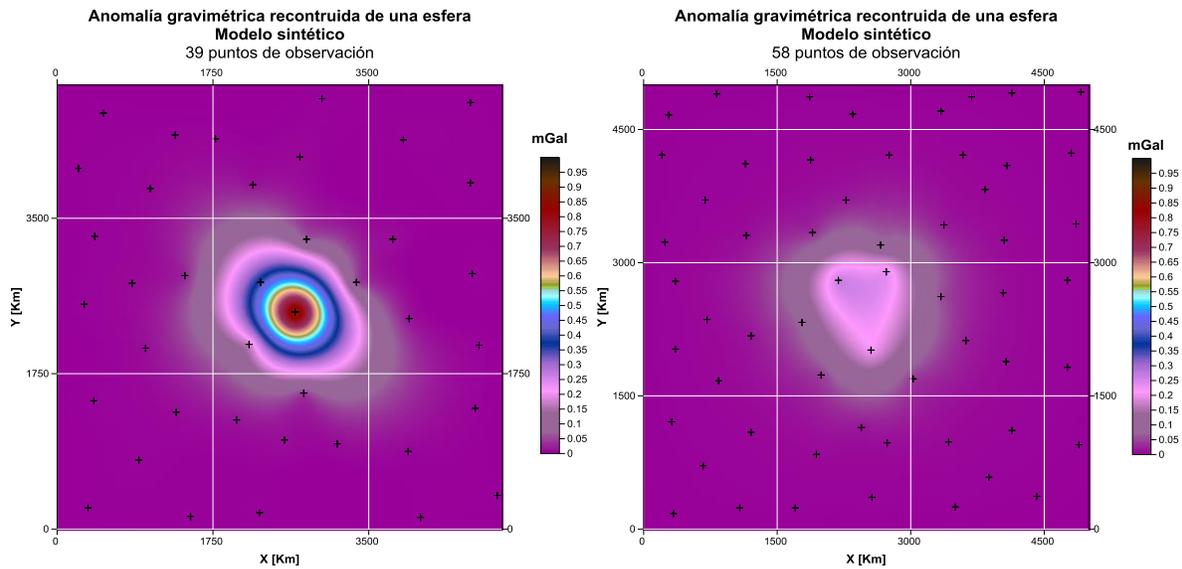


Figura 13. Anomalía gravimétrica generada por una esfera con diferentes mallas de observación. Malla Gz_M_5p_1500m (izquierda) y Gz_M_5p_1750m (derecha).

En la siguiente tabla se indica la información de las mallas propuestas. Para el caso de 5 x 5 [Km] se descartaron las mallas que tenían un número total de observaciones próximo, quedando 19 mallas para hacer un análisis de las anomalías generadas por una esfera y un prisma. Para el caso de 25 x 25 [m] se aplicó el mismo criterio quedando 12 mallas para hacer el análisis de la anomalía producida por un el socavón.

Después de quitar el regional y aplicar un gradiente horizontal se descartaron las siguientes 7 mallas debido a que el procesamiento no daba información suficiente: *Gz_M_1p_5m*, *Gz_M_5p_8.75m*, *Gz_M_5p_10m*, *Gz_M_7p_10m*, *Gz_M_5p_11.25m*, *Gz_M_3p_12.5m*, *Gz_M_5p_12.5m*.

Tamaño de los cuadrantes en la región de 5 x 5 [Km]	Tamaño de los cuadrantes en la región de 25 x 25 [m]	Número de puntos por cuadrante	Número de puntos totales en la malla	Código de identificación para mallas de 5 x 5 [Km]	Código de identificación para mallas de 25 x 25 [m]
250 x 250 [m]	1.25 x 1.25 [m]	1	400	Gz_M_1p_250m	Gz_M_1p_1.25m
		3	1201	Gz_M_3p_250m	Gz_M_3p_1.25m
500 x 500 [m]	2.5 x 2.5 [m]	1	100	Gz_M_1p_500m	Gz_M_1p_2.5m
		3	300	Gz_M_3p_500m	Gz_M_3p_2.5m
		5	500	Gz_M_5p_500m	Gz_M_5p_2.5m
750 x 750 [m]	3.75 x 3.75 [m]	1	45	Gz_M_1p_750m	Gz_M_1p_3.75m
		3	131	Gz_M_3p_750m	Gz_M_3p_3.75m
		5	215	Gz_M_5p_750m	Gz_M_5p_3.75m
1000 x 1000 [m]	5 x 5 [m]	1	25	Gz_M_1p_1000m	Gz_M_1p_5m
		3	75	Gz_M_3p_1000m	Gz_M_3p_5m
		5	125	Gz_M_5p_1000m	Gz_M_5p_5m
		7	175	Gz_M_7p_1000m	Gz_M_7p_5m
1250 x 1250 [m]	6.25 x 6.25 [m]	1	16	Gz_M_1p_1250m	Gz_M_1p_6.25m
		3	48	Gz_M_3p_1250m	Gz_M_3p_6.25m
		5	80	Gz_M_5p_1250m	Gz_M_5p_6.25m
		7	112	Gz_M_7p_1250m	Gz_M_7p_6.25m
1500 x 1500 [m]	7.5 x 7.5 [m]	1	11	Gz_M_1p_1500m	Gz_M_1p_7.5m
		3	37	Gz_M_3p_1500m	Gz_M_3p_7.5m
		5	58	Gz_M_5p_1500m	Gz_M_5p_7.5m
		7	81	Gz_M_7p_1500m	Gz_M_7p_7.5m
1750 x 1750 [m]	8.75 x 8.75 [m]	1	9	Gz_M_1p_1750m	Gz_M_1p_8.75m
		3	24	Gz_M_3p_1750m	Gz_M_3p_8.75m
		5	39	Gz_M_5p_1750m	Gz_M_5p_8.75m
		7	55	Gz_M_7p_1750m	Gz_M_7p_8.75m
2000 x 2000 [m]	10 x 10 [m]	1	6	Gz_M_1p_2000m	Gz_M_1p_10m
		3	19	Gz_M_3p_2000m	Gz_M_3p_10m
		5	32	Gz_M_5p_2000m	Gz_M_5p_10m
		7	49	Gz_M_7p_2000m	Gz_M_7p_10m
2250 x 2250 [m]	11.25 x 11.25 [m]	1	4	Gz_M_1p_2250m	Gz_M_1p_11.25m
		3	18	Gz_M_3p_2250m	Gz_M_3p_11.25m
		5	29	Gz_M_5p_2250m	Gz_M_5p_11.25m
		7	39	Gz_M_7p_2250m	Gz_M_7p_11.25m
2500 x 2500 [m]	12.5 x 12.5 [m]	1	4	Gz_M_1p_2500m	Gz_M_1p_12.5m
		3	12	Gz_M_3p_2500m	Gz_M_3p_12.5m
		5	20	Gz_M_5p_2500m	Gz_M_5p_12.5m
		7	28	Gz_M_7p_2500m	Gz_M_7p_12.5m

Tabla 2. Muestra las 36 mallas iniciales propuestas, así como las dimensiones de los cuadrantes en los que se dividió la región, el número de puntos en la malla y un código de identificación para cada caso.



Mallas descartadas por proximidad de puntos

Mallas descartadas por falta de información después del procesamiento

3.2 Mallado regular

Para la visualización de la anomalía gravimétrica producida por los modelos, con las mallas de observación propuestas, se genera una malla con un espaciamiento regular en “X” y “Y” para obtener un mapa, al cual se le aplica uno o varios procesos para facilitar la interpretación (Nabighian et al., 2005).

El primer paso para generar una malla regular es la creación de un variograma que es una función que mide el grado de similitud o dependencia entre dos pares de muestras separadas por una distancia h o “lag” en cierta dirección (Figura 14).

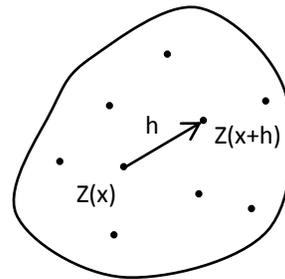


Figura 14. Muestra una pareja de datos (x) y $(x+h)$ separados por una distancia h , donde $Z(x)$ y $Z(x+h)$ con funciones aleatorias.

Para realizar el variograma se calcula la diferencia al cuadrado de los valores para cada “lag” en determinada dirección. El variograma se define como (Viera 2002):

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \text{Var}[Z(x) - Z(x+h)] = \frac{1}{2} E[\{Z(x) - Z(x+h)\}^2]$$

La solución numérica está dada por:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(x) - Z(x+h)]^2$$

Donde $N(h)$ es el número de pares $Z(x)$ y $Z(x+h)$ separados una distancia h . Al resultado de la ecuación anterior se le llama variograma experimental (VE), que agrupa vectores cuyas longitudes estén entre un intervalo específico y cuya orientación es la misma con cierto grado de tolerancia.

Para esta tesis se eligió Kriging como método de interpolación ya que es insesgado y minimiza la varianza de la estimación. El algoritmo de Kriging utiliza un variograma teórico (VT) para obtener valores de “lag” diferentes a los del VE de tal modo que es necesario reemplazar este último.

Formalmente, Kriging es una técnica de estimación local que ofrece el mejor estimador lineal insesgado de una característica desconocida que se estudia (Journel & Huijbregts, 1978).

A partir del criterio de insesgadez y mínima varianza se derivan las ecuaciones de Kriging (Viera, 2002):

- Condición de insesgadez

Para obtener un valor esperado del error igual a cero resulta suficiente imponer la condición:

$$E[Z_k^*] = E\left[\sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i)\right] = m;$$

Donde m es el valor esperado de la función aleatoria $Z(x)$.

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n \lambda_i E[Z(x_i)] = E[Z_k^*]$$

Entonces

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \lambda_i m &= m \\ \therefore \sum_{i=1}^n \lambda_i &= 1 \end{aligned}$$

- Condición de mínima varianza

Para satisfacer esta condición hay que minimizarla siguiente función:

$$F = \sigma_e^2 - 2\mu \left(\sum_{i=1}^n \lambda_i - 1 \right)$$

Donde

σ_e^2 : es la varianza de la estimación

μ : un multiplicador de Lagrange

La función F a minimizar consta de la varianza de la estimación σ_e^2 e incluye la condición que garantiza el no sesgo de la estimación.

La varianza de la estimación se expresa de la siguiente manera:

$$\sigma_e^2 = Var[Z_k - Z_k^*] = E[(Z_k - Z_k^*)^2]$$

$$\sigma_e^2 = \text{Var}[Z_k] - 2\text{Cov}[Z_k, Z_k^*] + \text{Var}[Z_k^*]$$

Sustituyendo Z_k^* tenemos:

$$\sigma_e^2 = \text{Var}[Z_k] - 2\text{Cov}\left[Z_k, \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i)\right] + \text{Var}\left[\sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i)\right]$$

Desarrollando:

$$\sigma_e^2 = \sigma_{Z_k}^2 - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \sigma_{Z_k Z_i} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \sigma_{Z_i Z_j}$$

Las derivadas parciales de F respecto a los coeficientes λ_i y μ son:

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial \lambda_i} = -2\sigma_{Z_k Z_i} + 2 \sum_{j=1}^n \lambda_j \sigma_{Z_i Z_j} - 2\mu = 0, & i = 1, \dots, n \\ \frac{\partial F}{\partial \mu} = \sum_{i=1}^n \lambda_i - 1 = 0 \end{cases}$$

Simplificando:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n \lambda_j \sigma_{Z_i Z_j} - \mu = \sigma_{Z_k Z_i} \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \end{cases}$$

Este sistema de ecuaciones es útil para el cálculo de Kriging Puntual. La varianza del error de estimación se puede calcular de manera más simple al sustituir el valor de μ :

$$\sigma_e^2 = \sigma_{Z_k}^2 - \sum_{i=1}^n \lambda_i \sigma_{Z_k Z_i} + \mu$$

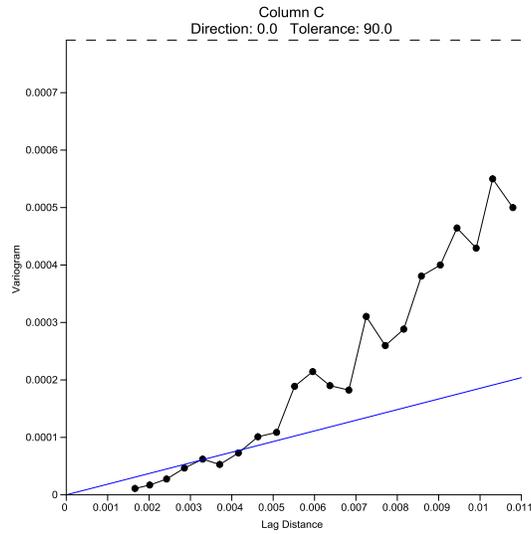


Figura 15. Variograma de los datos interpolados. La tasa de crecimiento del variograma con la distancia muestra cuán rápido la influencia de la muestra decae con la distancia

En este trabajo se utilizaron diferentes modelos lineales, los cuales fueron calculados para cada una de las mallas interpoladas. En la Figura 15 se muestra uno de los variogramas utilizados para la interpolación de las mallas del socavón.

Las mallas regulares que se crearon tienen 100 puntos en la dirección X y 100 en la dirección Y, por lo que se puede calcular el error de las mallas propuestas respecto a la malla de control. El error matricial se define como una matriz $E^{M \times N}$, tal que sus entradas están dadas por (Rojo, 2013):

$$E_{ij} = |Z_{ij} - \tilde{Z}_{ij}|$$

Donde Z_{ij} es el valor de la malla de control y \tilde{Z}_{ij} es el valor interpolado de la malla propuesta.

Capítulo 4 Procesamiento

El procesamiento es un tratamiento matemático que se aplica a la anomalía gravimétrica y sus objetivos son: remover o enfatizar determinadas longitudes de onda del campo potencial, facilitar la comparación entre conjuntos de datos, resaltar anomalías gravimétricas de interés, obtener información preliminar de la localización de fuentes o contraste de densidades (Hinze et al., 2013; Nabighian et al., 2005).

A continuación se explican los procesos realizados en la esfera, el prisma y el socavón. Para esta parte se utilizó un script en Octave/Matlab, el cual realiza los cálculos necesarios para llevar a cabo el procesamiento.

4.1 Separación regional - residual

Las anomalías de interés comúnmente están superpuestas con un campo regional causado por fuentes de mayor tamaño que el área de estudio o fuentes demasiado profundas que escapan del interés del levantamiento. Debido a esto la separación de regional y residual es un paso inicial importante en la interpretación de datos (Nabighian, et al., 2005).

Ya que la anomalía regional representa el efecto de los cuerpos profundos y generalmente en prospección gravimétrica las fuentes de interés son someras, su efecto principal se puede observar en la anomalía residual y puede representarse de la siguiente manera:

$$\Delta g_{\text{res}} = \Delta g - \Delta g_{\text{Reg}}$$

Donde:

Δg_{res} : Anomalía residual
 Δg : Anomalía gravimétrica
 Δg_{Reg} : Anomalía regional

Cabe mencionar que este proceso es muy subjetivo ya que no hay un método único para aplicarlo y la gran cantidad de métodos que existen se basan en principios diferentes (análisis gráfico de anomalías, ajuste polinomial, continuación ascendente, filtrado, etc.).

En este trabajo para el caso del socavón se ajustó el regional con un plano y se restó de la malla de datos (Figura 16).

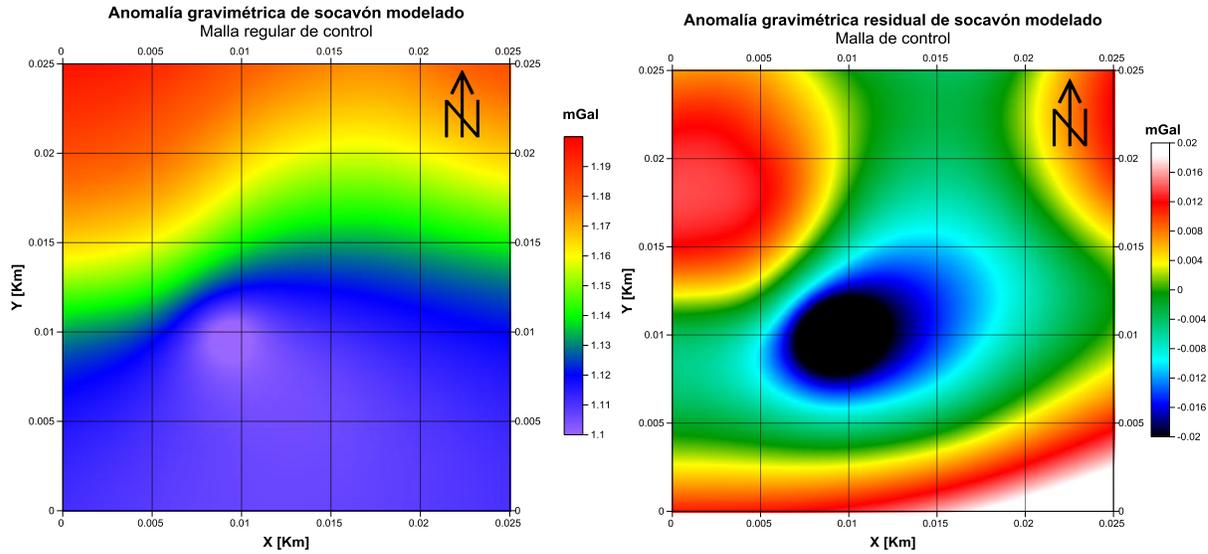


Figura 16. Anomalía gravimétrica producida por una cavidad (lado izquierdo)
Anomalía gravimétrica después de restar un plano (lado derecho)

4.2 Gradiente Horizontal

Al aplicar este método a una anomalía gravimétrica el máximo tiende a localizarse sobre los bordes de la fuente cuando ésta tiene un límite vertical similar a una falla; sin embargo, el máximo no se localiza directamente sobre el límite de las estructuras cuando los bordes no son verticales, hay muchos bordes próximos o la superficie de observación es ondulada. Para diques verticales delgados donde la longitud es mayor que la profundidad, el máximo del gradiente estará desplazado con respecto a los bordes reales. La distancia de este desplazamiento estará dada por la profundidad del borde superior del contacto y su buzamiento (Grauch y Cordell, 1987).

El gradiente horizontal (THDR) es un filtro de detección de bordes, y está definido por (Cordell y Grauch, 1985) como:

$$h(x,y) = \sqrt{\left[\frac{\partial}{\partial x} f(x,y)\right]^2 + \left[\frac{\partial}{\partial y} f(x,y)\right]^2}$$

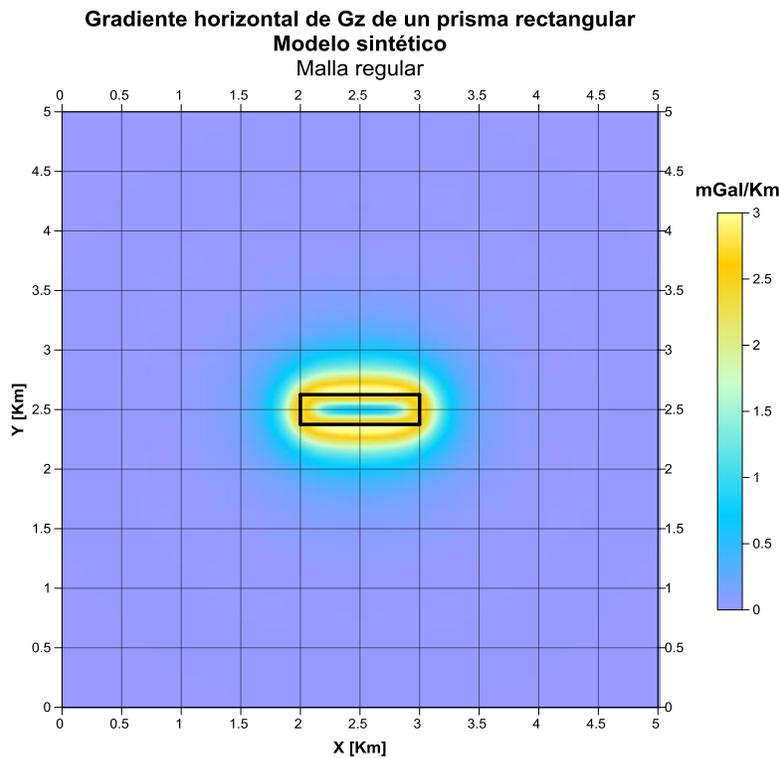


Figura 17. Gradiente horizontal de datos sintéticos

4.3 Amplitud de la señal analítica

También llamada gradiente total es un filtro que produce una anomalía con forma de campana. De acuerdo a es una combinación lineal de la derivada vertical y horizontal cuya amplitud para estructuras 3D está dada por:

$$|AS| = \sqrt{\left[\frac{\partial G}{\partial x}\right]^2 + \left[\frac{\partial G}{\partial y}\right]^2 + \left[\frac{\partial G}{\partial z}\right]^2}$$

La forma y magnitud de la amplitud de la señal analítica depende de la superficie de observación, la profundidad, extensión y ángulo de inclinación de las fuentes (Li, 2006). Es útil para delinear bordes, donde el máximo se ubica sobre los bordes de los cuerpos anómalos y es proporcional a la profundidad de sepultamiento (Nabighian, 1972). Este proceso fue aplicado a la esfera y ya que ésta carece de bordes el máximo se localiza sobre el centro del cuerpo.

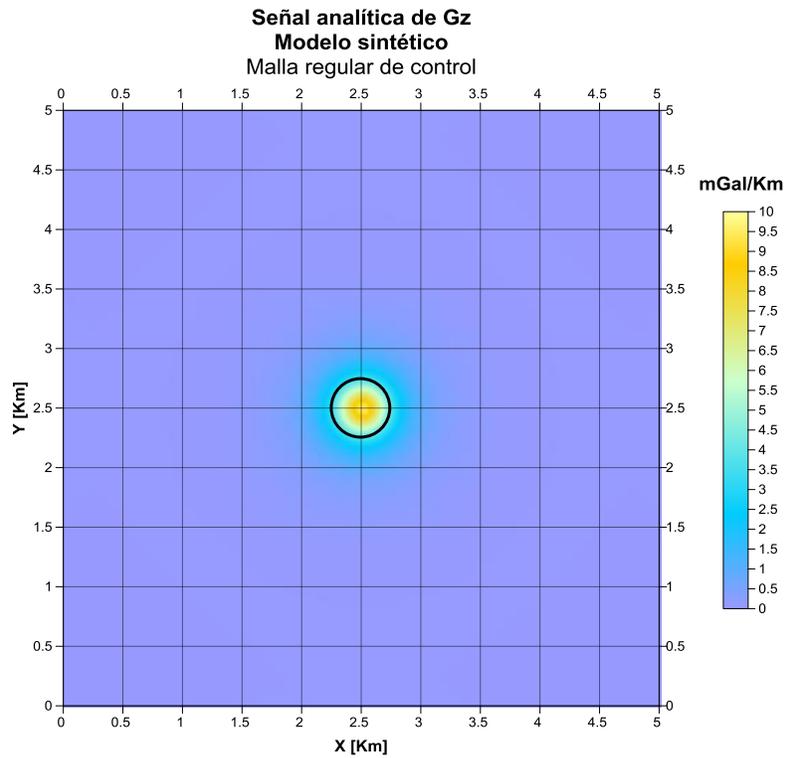


Figura 18. Señal analítica de datos sintéticos

4.4 Continuación ascendente

La continuación ascendente transforma el campo potencial medido en una superficie al campo que sería medido en una superficie más alejada de las fuentes. Esta transformación atenúa las anomalías con respecto a su longitud de onda, mientras más corta es la longitud de onda la atenuación es mayor. En este sentido la continuación ascendente degrada los datos medidos. La continuación ascendente está dada por la siguiente expresión:

$$\mathcal{F}[\psi_u] = e^{-\Delta z|k|}, \quad \Delta z > 0$$

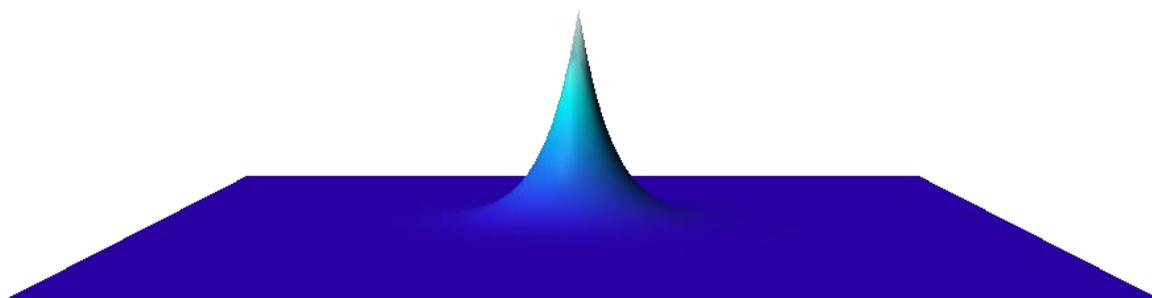


Figura 19. Espectro de amplitudes de la función de transferencia en 2D para la continuación ascendente

Ya que la continuación ascendente tiende a acentuar anomalías causadas por fuentes profundas a expensas de las anomalías causadas por fuentes someras, se utilizó como filtro en la malla del socavón (Figura 37, subcapítulo 5.2) con el fin de disminuir el efecto provocado por la evidente ausencia de masa en la superficie (socavón). La utilización de este método como un filtro es posible debido a la forma que tiene la función de transferencia que atenúa todas las longitudes de onda corta.

Capítulo 5 Resultados y análisis de resultados

A continuación se muestran los mapas de anomalía gravimétrica para el caso sintético y el caso real, estas mallas fueron seleccionadas debido a que que reconstruyeron mejor la anomalía con la menor cantidad de puntos. También se muestra el error calculado entre la anomalía gravimétrica reconstruida y la anomalía de control.

En el caso sintético el área cubierta es de 5 x 5 [Km] y muestran los mapas de comparación resultantes de aplicar un gradiente horizontal al prisma y la señal analítica a la esfera. Para el caso real se tienen los mapas resultantes del modelado directo de la cavidad en un área de 25 x 25 [m]. Se muestra la anomalía residual y gradiente horizontal aplicado al residual. Así mismo se presenta los resultados del levantamiento realizado en el Bosque de Chapultepec en mayo del 2015.

5.1 Caso sintético

Se visualizaron las 19 mallas elegidas (Tabla 2) para seleccionar la más óptima con base en el error respecto a la malla de control y al resultado del procesamiento. Para el prisma la malla que mostró mejores resultados fue la $Gz_M_1p_250m$, en esta la región se divide en cuadrantes de 250 x 250 [m] y en cada uno de ellos se coloca un punto de observación. La distancia aproximada entre cada estación es de 250 [m], a primera vista puede dar la impresión de que se es lo mismo que realizar una malla equiespaciada; sin embargo el dividir el terreno en cuadrantes permite colocar el punto de observación en cualquier parte del cuadrante dando más libertad en campo considerando que las condiciones del terreno no siempre son adecuadas. En la Figura 20 muestran las anomalías gravimétricas de la malla de control (izquierda) y la malla $Gz_M_1p_250m$ (derecha). En el Anexo 2, se muestran las mallas restantes.

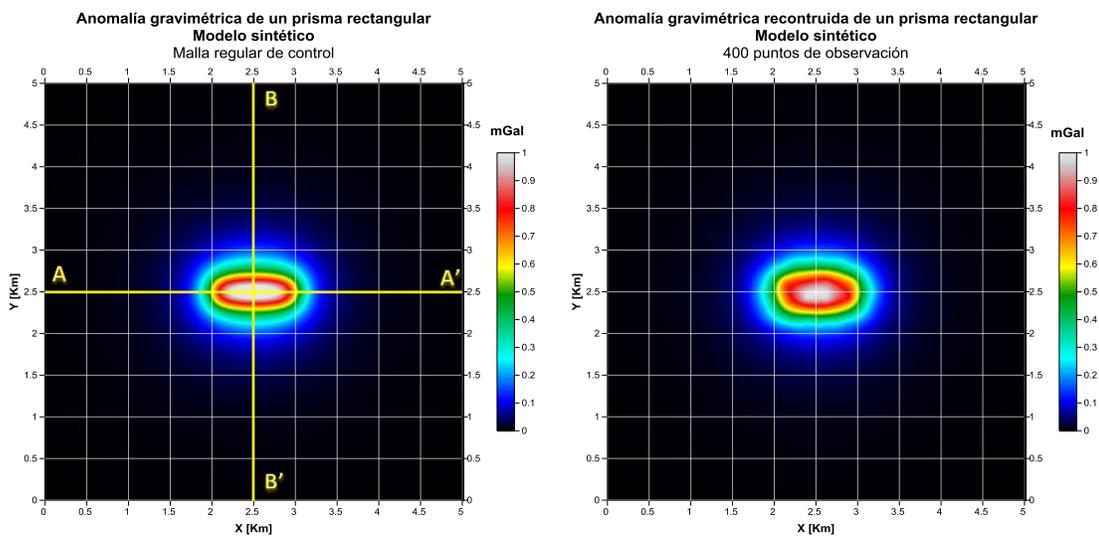


Figura 20. Anomalía gravimétrica de control con perfiles (A –A') y (B –B') (Izquierda).
Anomalía gravimétrica reconstruida con 400 puntos de observación (Derecha)

El prisma modelado se localiza en el centro del mapa, tiene una longitud de 1 [Km] en X, 0.25 [Km] en Y y 0.3 [Km] en Z, con una profundidad a la superficie de 100 [m]. Con el fin de determinar su radio de influencia se trazaron dos perfiles que pasan por el centro: (A – A') y (B – B'). Haciendo un análisis de estos (Figura 21) se observa que la influencia del prisma se extiende en un radio aproximado de 1.5 veces la medida de la mayor longitud del cuerpo. Tomando en cuenta la forma y extensión de la anomalía se puede inferir que sólo 144 puntos de observación son los que caen en el área de influencia con la malla $Gz_M_1p_250m$.

En la Figura 22 se observa que la mayor diferencia entre la anomalía reconstruida y la de control es de 0.15 mGal en el centro, debido a la distribución de los puntos de observación; sin embargo a pesar de este error la anomalía gravimétrica se reconstruye de manera tal que es posible identificar el prisma y su localización.

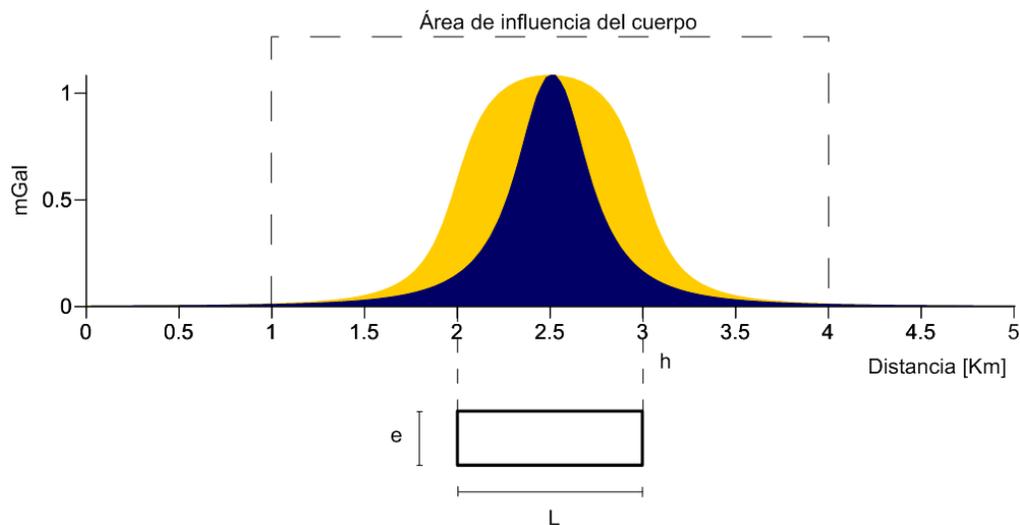


Figura 21. Perfil (A –A') en color amarillo. Perfil (B –B') en color azul.

Se representa con un rectángulo, una vista del perfil del prisma, donde:

L: longitud máxima del prisma

e: espesor del prisma

h: distancia de la superficie a la parte superior del prisma

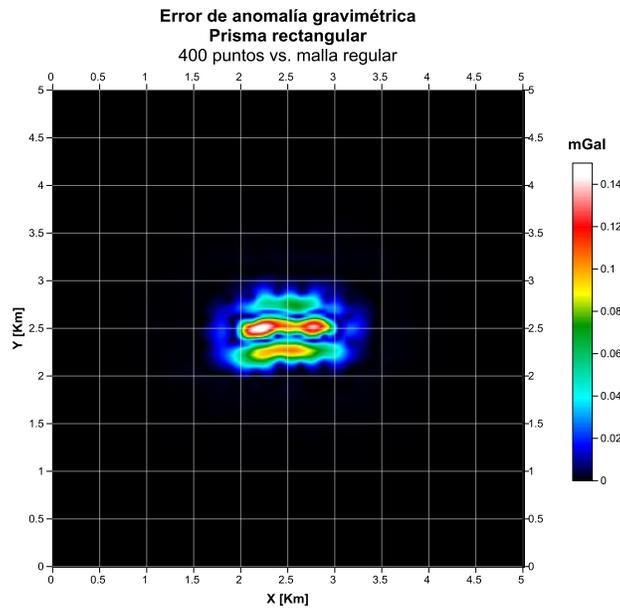


Figura 22. Error matricial de la anomalía reconstruida del prisma respecto a la malla de control

El gradiente horizontal fue el método empleado para detectar los bordes del prisma, en la Figura 23 se representan las aristas del mismo con un rectángulo negro. Como se puede observar los máximos del gradiente horizontal circundan al rectángulo, lo cual indica que en ese lugar se encuentran los bordes del prisma. Los máximos del gradiente de la anomalía reconstruida (Figura 21, lado derecho), a pesar de no estar exactamente en los bordes, se puede inferir que se trata de una estructura alargada que podría corresponder a un prisma.

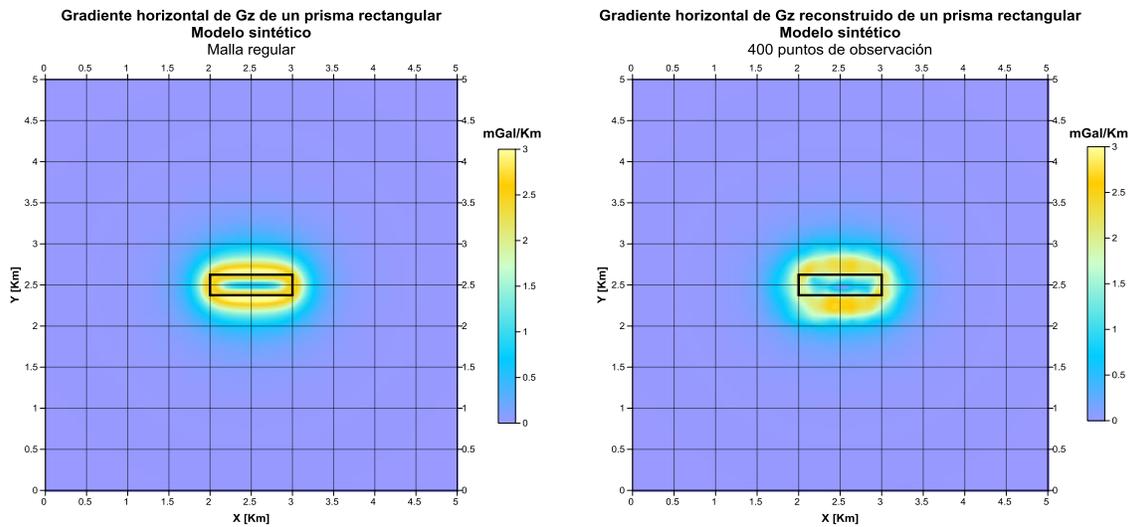


Figura 23. Gradiente horizontal de la anomalía gravimétrica del prisma (izquierda). Gradiente horizontal de la anomalía gravimétrica reconstruida (derecha). El rectángulo negro representa la vista de planta del prisma.

En el caso de la esfera la malla que mostró mejores resultados fue la $Gz_M_5p_1000m$, en esta la región se divide en cuadrantes de 1000×1000 [m] y en cada uno de ellos se colocan 5 puntos de observación. La distancia aproximada entre cada estación es de 600 [m]. En la Figura 24 muestran las anomalías gravimétricas de la malla de control (izquierda) y la malla $Gz_M_5p_1000m$ (derecha). En el Anexo 3, se muestran las mallas restantes.

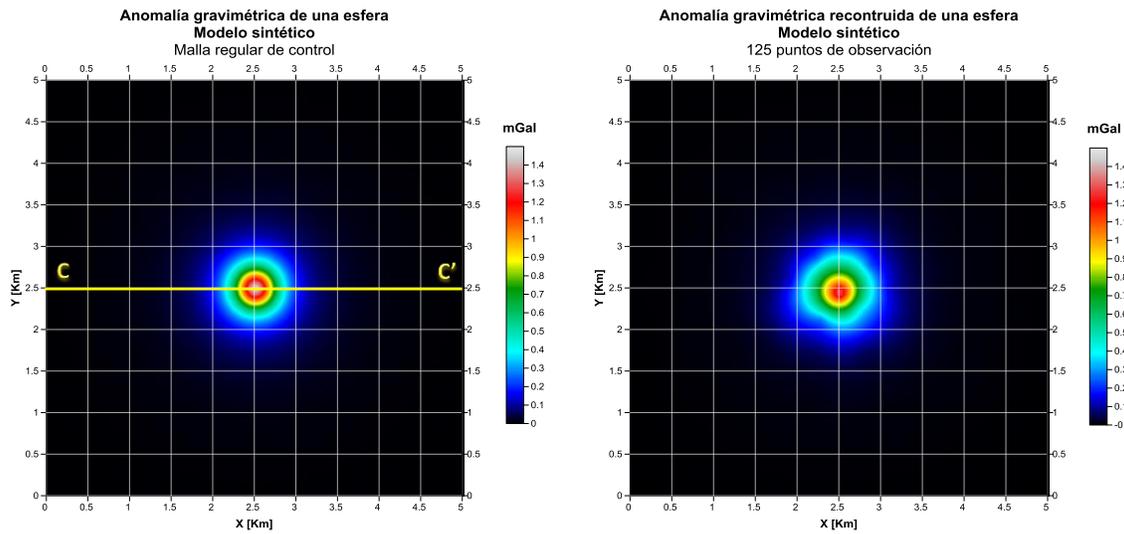


Figura 24. Anomalía gravimétrica de control con perfil (C–C') (Izquierda).
Anomalía gravimétrica reconstruida con 125 puntos de observación (Derecha)

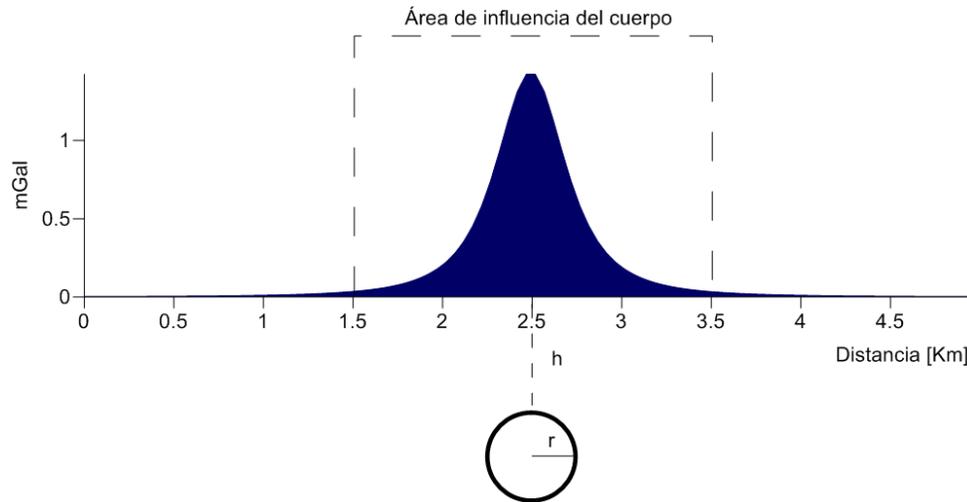


Figura 25. Perfil (C – C') de la anomalía gravimétrica de la esfera.

La esfera se representa con un círculo negro, donde:

r: es el radio de la esfera

h: distancia de la superficie a la parte superior del prisma

El modelo de la esfera se localiza en el centro del mapa, tiene un radio de .25 [Km] y .3 [Km] de profundidad al centro de la esfera. Con el fin de determinar el radio de influencia de la esfera se trazó el perfil (C – C'). Haciendo un análisis de este (Figura 25) se observa que la anomalía se extiende a 875 [m] a partir del centro de la esfera, tanto en dirección X como en dirección Y. Tomando en cuenta la forma y extensión de la anomalía se puede inferir que sólo 22 puntos de observación son los que caen en el área de influencia con la malla *Gz_M_5p_1000m* de observación. En la Figura 26 se observa que la mayor diferencia entre la anomalía reconstruida y la de control es de 0.3 mGal en el centro, debido a la distribución de los puntos de observación.

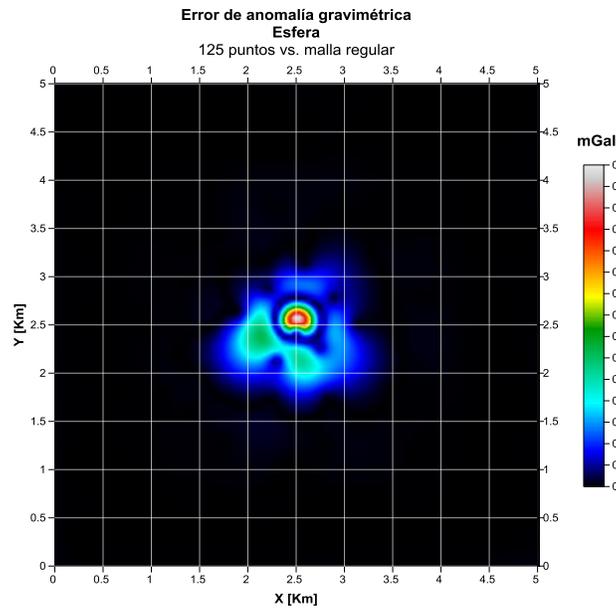


Figura 26. Error matricial de la anomalía reconstruida de la esfera respecto a la malla de control

La anomalía reconstruida a partir de la malla con 125 puntos tiene una forma que podría corresponder a la de una esfera; sin embargo es necesario realizar un procesamiento para tener una idea más clara. En la Figura 27 se muestran las imágenes resultantes de aplicar la señal analítica a la esfera, con un círculo negro se representa la vista de planta de este cuerpo. Al realizar un análisis se aprecia que la máxima amplitud de la señal se localiza en medio del círculo para la malla de control. En la malla de anomalía reconstruida el máximo se encuentra desfasado 65[m] hacia abajo con respecto a la señal de control, esto indica que para esta distribución de puntos de observación ninguno estuvo exactamente en el centro de la fuente lo cual es común que ocurra en levantamientos reales.

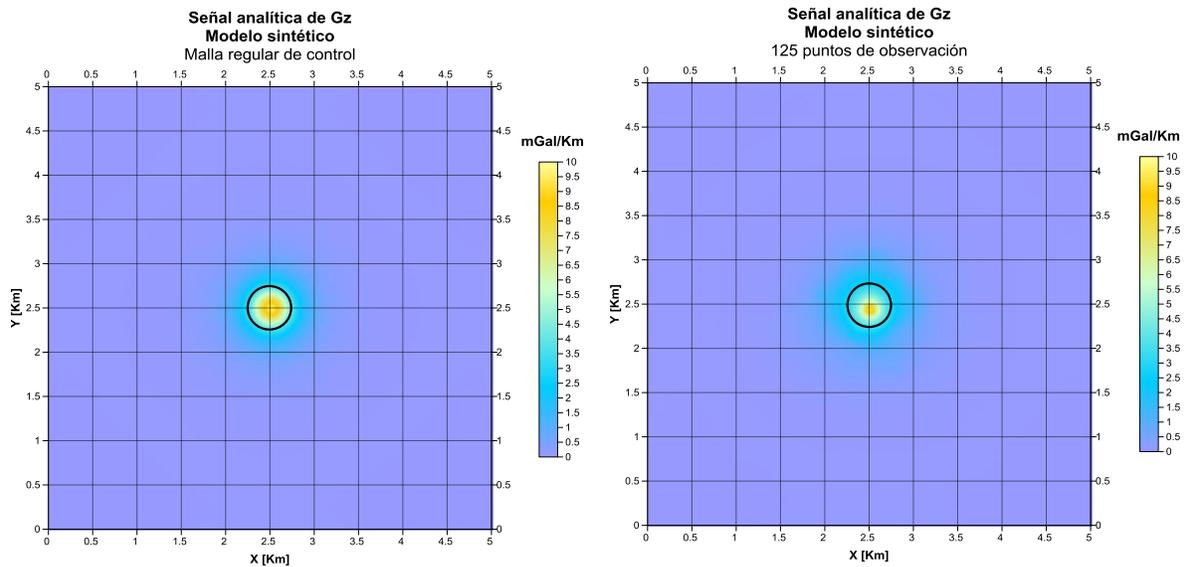


Figura 27. Señal analítica de la anomalía gravimétrica de la esfera (izquierda). Señal analítica de la anomalía gravimétrica reconstruida (derecha). El círculo negro representa la vista de planta de la esfera.

5.2 Caso real

En mayo de 2015 se llevó a cabo un levantamiento microgravimétrico en el socavón formado en la segunda sección del Bosque de Chapultepec, cercano al parque La Tapatía con el objeto de inferir la extensión de la cavidad en zonas aledañas al socavón y calibrar métodos de procesamiento e inversión de datos adquiridos sobre el colapso y determinar el alcance de la técnica propuesta. Se generaron mapas de ubicación de las estaciones, anomalía gravimétrica, mallas de anomalía con procesos de realce de bordes, lineamientos posiblemente asociados a microfallas y microfracturas presentes en la zona de estudio, así como estimación de profundidades de las estructuras detectadas. Los resultados del procesamiento e inversión de datos microgravimétricos permitieron definir la zona del colapso cartografiada directamente, así como delimitar una posible zona a través de la cual se extiende la cavidad.

El levantamiento consistió en cinco circuitos, los cuales iniciaron y terminaron con lecturas en la “base de deriva” ubicada, aproximadamente, a 240 [m] de la zona del derrumbe, en las coordenadas UTM 479318.705, 2147025.043, con una altitud de 2273.967 [msnm] (Figura 28).

Debido al tamaño de la zona de estudio y el interés por caracterizar la respuesta gravimétrica de la cavidad detectada y mapeada en la zona de estudio, el grupo de Métodos Potenciales de la Facultad de Ingeniería de la UNAM (FI-UNAM) realizó un levantamiento de 5 perfiles formando una malla de tamaño aproximado de 15 x 25 m (Figura 29).

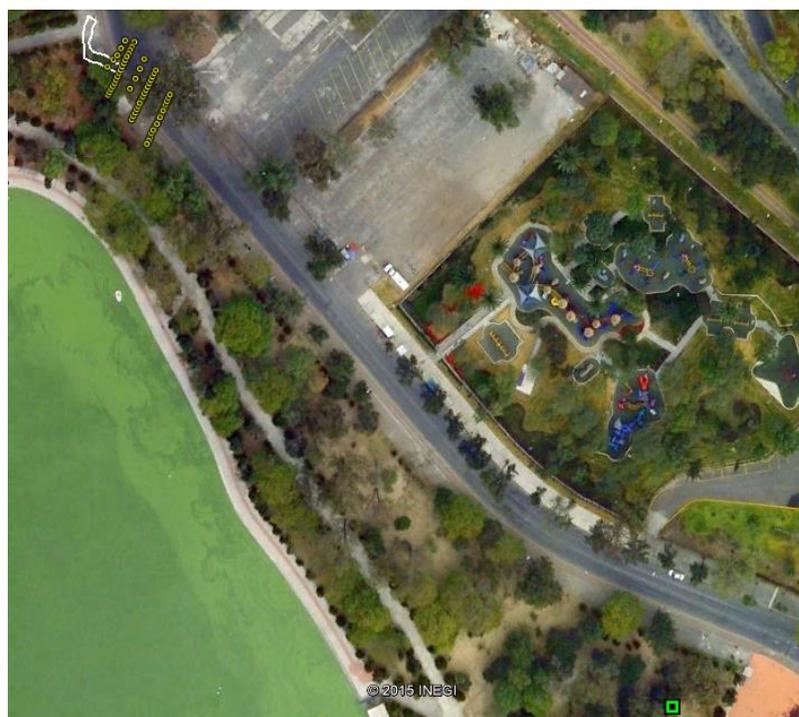


Figura 28. Vista aérea general del socavón La Tapatía, Tomada de Google Earth.

Línea blanca: Cavidad subterránea cartografiada

Puntos Amarillos: Estaciones microgravimétricas del levantamiento realizado por la FI-UNAM.

Punto Verde: Base de deriva gravimétrica.

Se levantaron un total de 58 estaciones microgravimétricas, cuyas ubicaciones fueron definidas con base en el mapeo de la cavidad subterránea y consisten en cinco perfiles perpendiculares a la traza de la cavidad reportada, proyectada en superficie. En la Figura 29 se muestra la ubicación de todas y cada una de las estaciones microgravimétricas realizadas, así como algunos rasgos antropogénicos de interés en la zona de estudio.

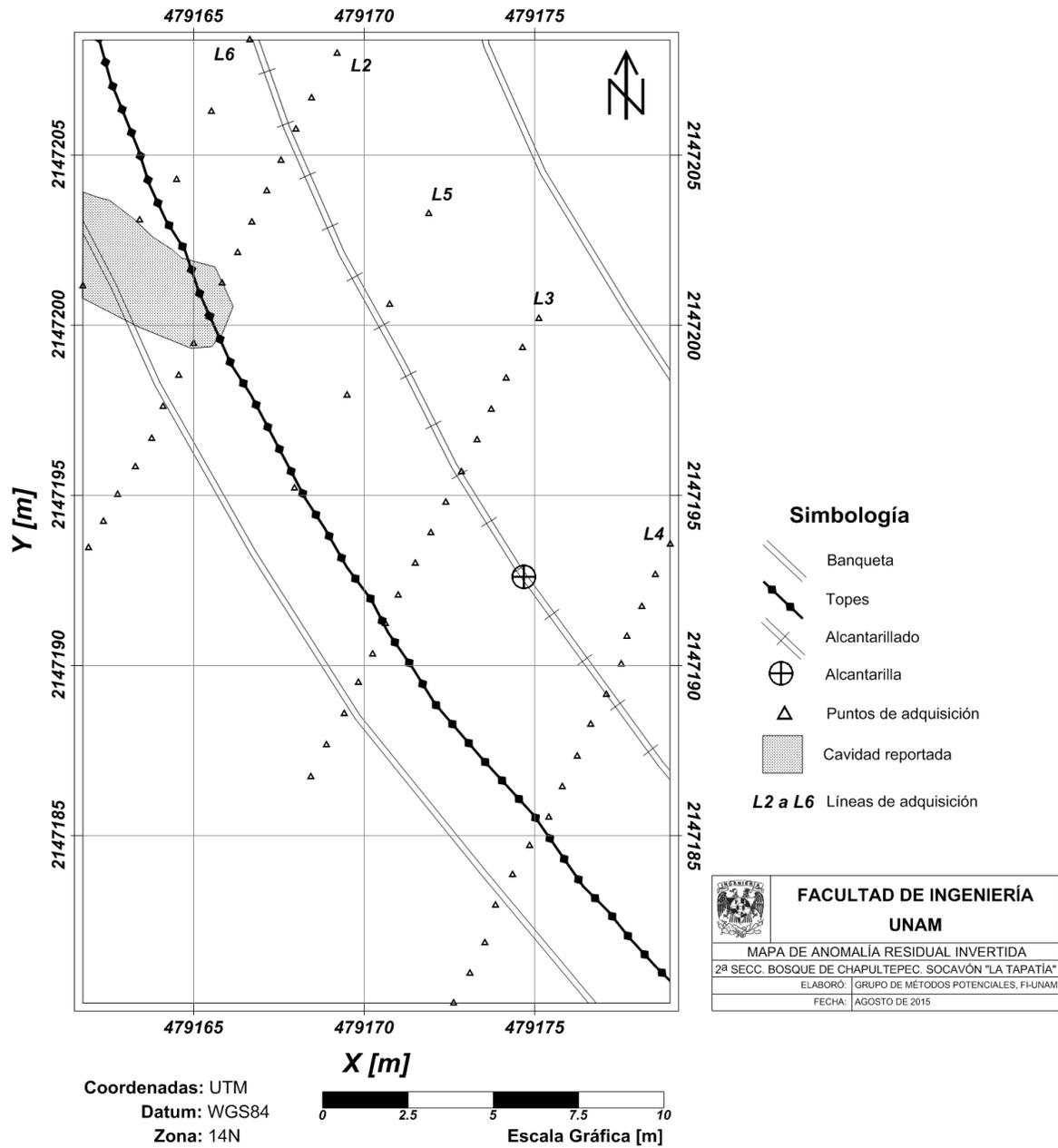


Figura 29. Mapa de adquisición microgravimétrica sobre la estructura cartografiada del socavón La Tapatía.

La metodología para la toma de datos se muestra a continuación:

- I. Se marcaron con cinta, estacas y pintura, las posiciones en que posteriormente se realizarían las mediciones con el gravímetro, orientando cada línea con ayuda de la brújula.
- II. Se levantó la topografía de la zona con el nivel y estatal.
- III. Se realizaron las mediciones con el gravímetro sobre su trípode, abriendo y cerrando base por cada línea levantada.

Cabe mencionar que con el objeto de reducir la incertidumbre asociada al ruido por tránsito de autos, aviones, peatones y viento en la zona del estudio, se tomaron tres lecturas en cada punto con una duración de 2 minutos por lectura.

Al realizar el mapa de anomalía gravimétrica generada con las 58 estaciones se exhibe una tendencia regional que enmascara anomalías de interés (Figura 30).

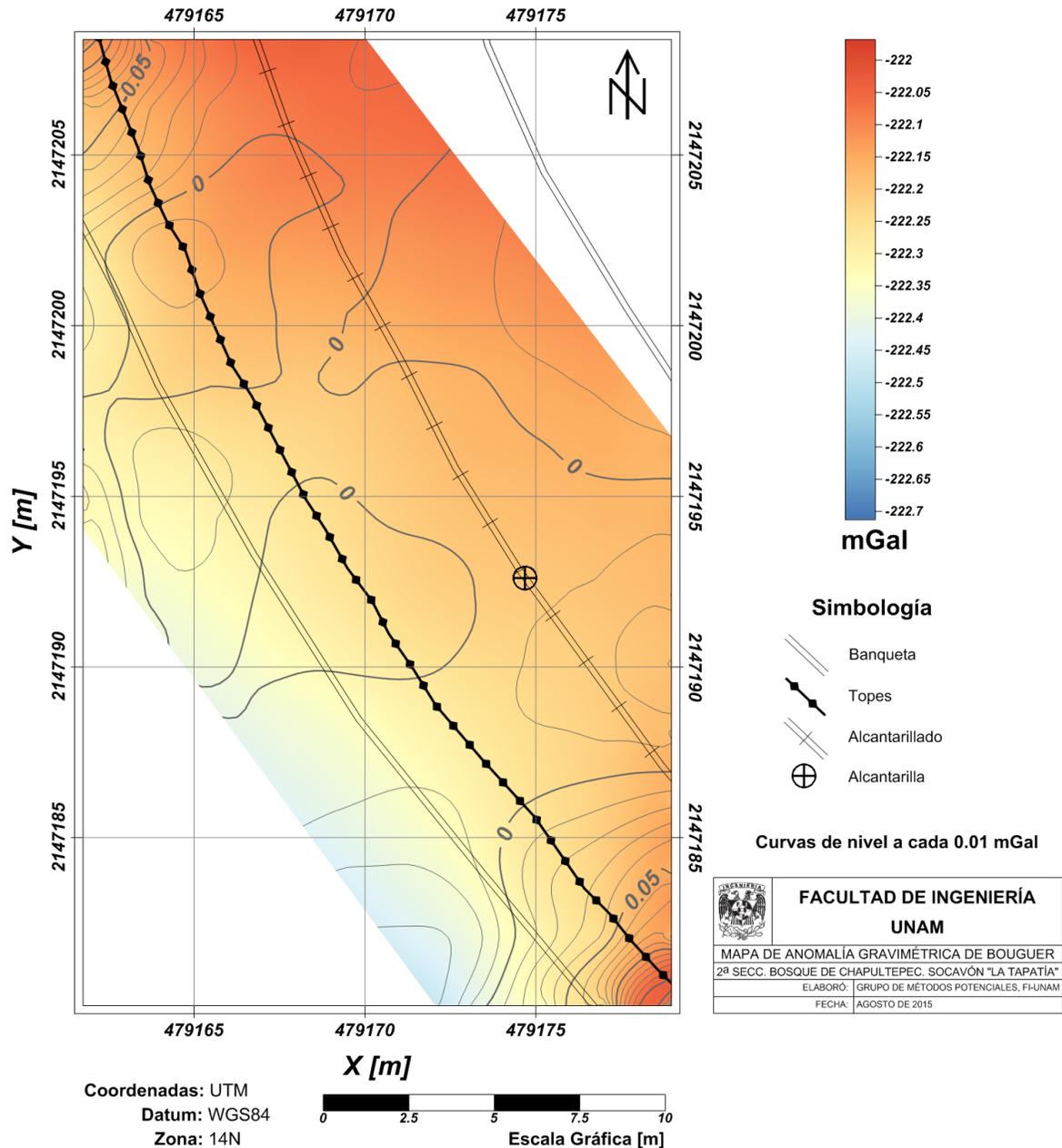


Figura 30. Mapa de anomalía gravimétrica del sitio de estudio.

En la Figura 31, se muestra la anomalía residual tiene un comportamiento suave, lo cual impide la interpretación y correlación directa de la misma a través de inspección visual. Por lo tanto fue necesario aplicar los procesos de realce de anomalía y bordes.

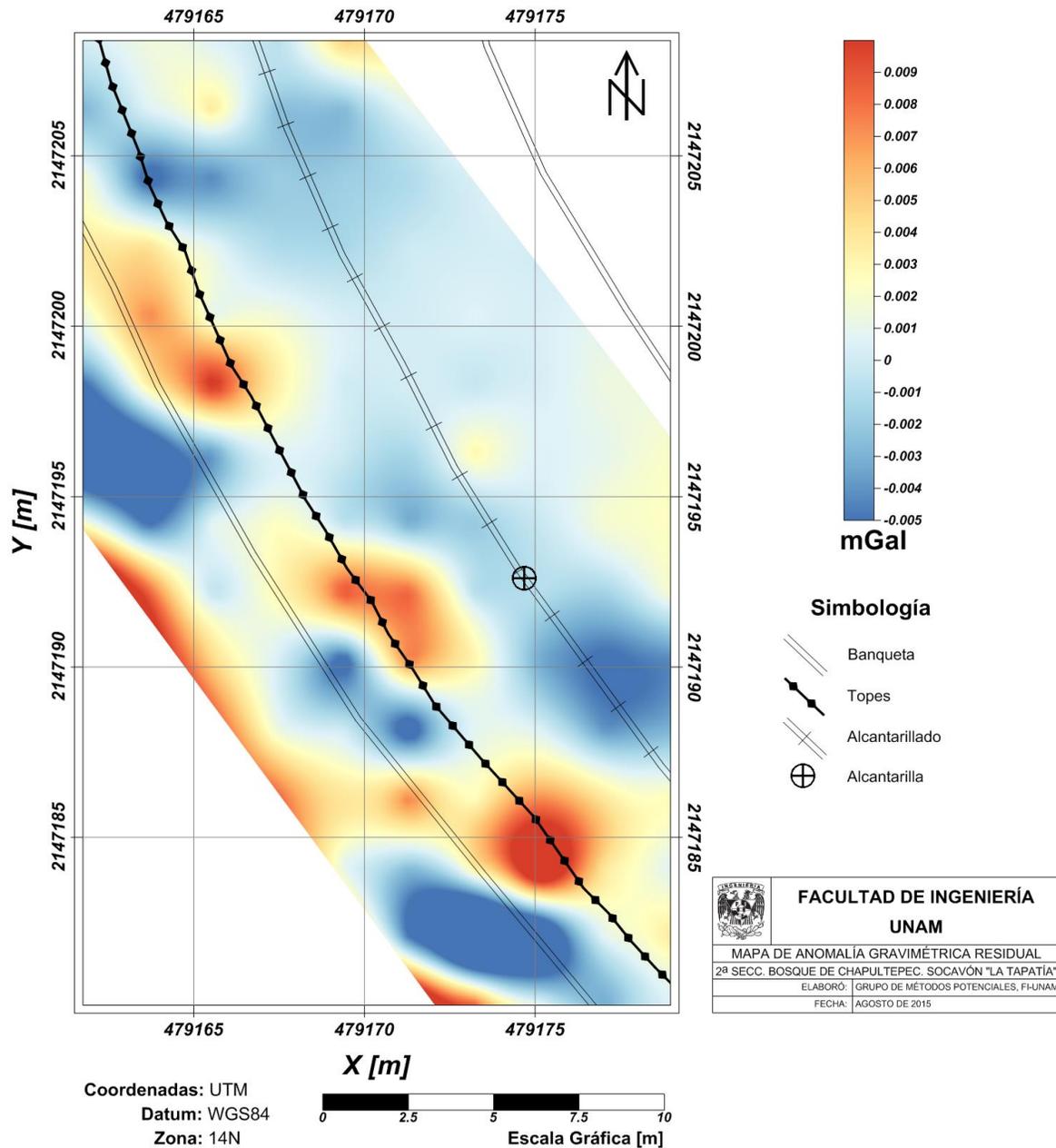


Figura 31. Mapa de anomalía gravimétrica residual del sitio de estudio.

En la Figura 32 se despliega el mapa correspondiente al gradiente horizontal del residual gravimétrico.

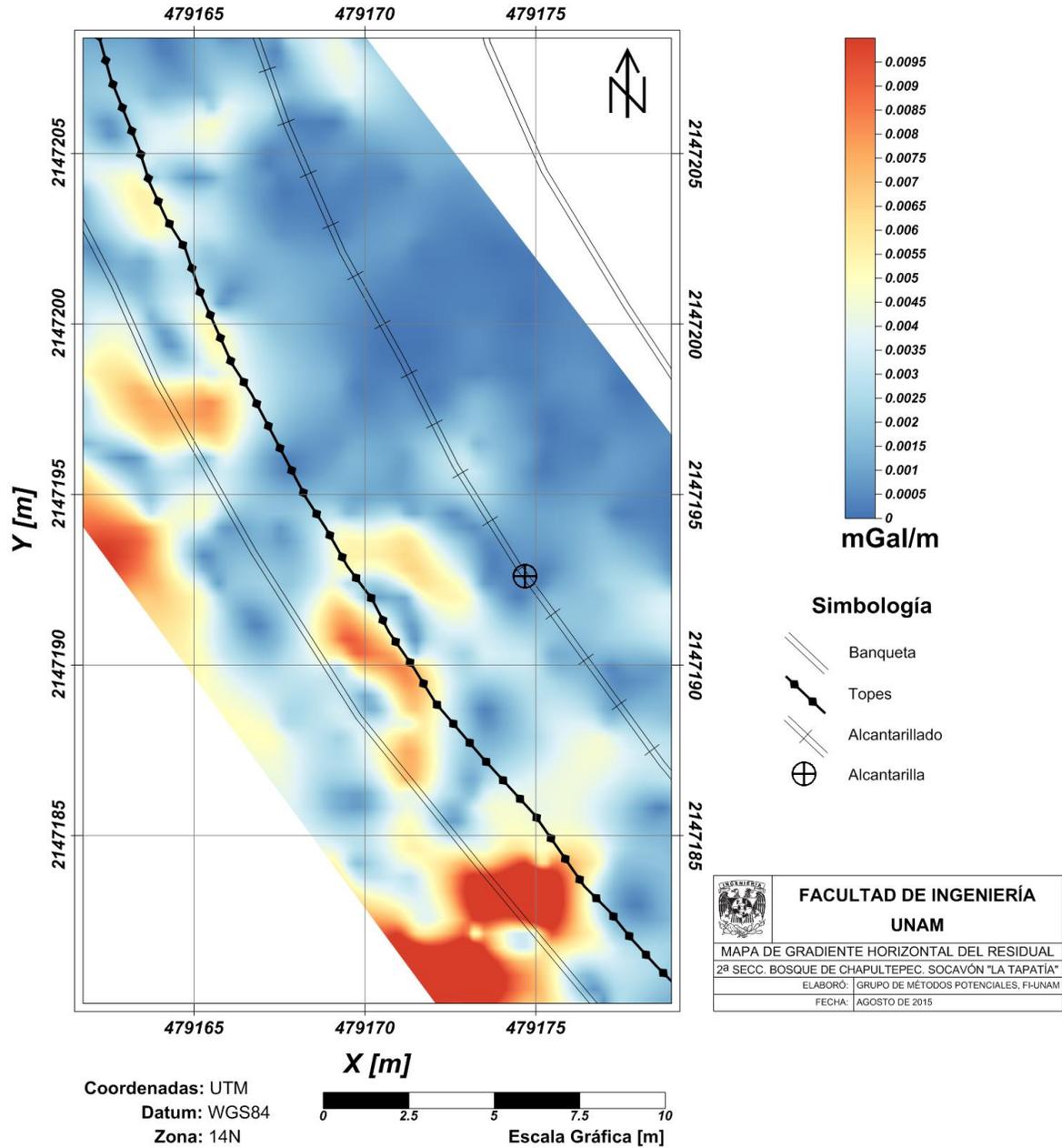


Figura 32. Mapa de gradiente horizontal de la anomalía residual del sitio de estudio.

Partiendo de los mapas de adquisición de datos y de anomalía gravimétrica residual de la zona de estudio (Figuras 29 y 31), se observa un máximo directamente sobre la proyección de la cavidad

reportada, lo cual no concuerda con el comportamiento esperado del campo anómalo que es la formación de un mínimo gravimétrico asociado al déficit de masa del subsuelo dado por la roquedad.

En la Figura 33 se despliega el mapa de anomalía gravimétrica residual con la superposición de la proyección de la cavidad, para ilustrar esta inconsistencia.

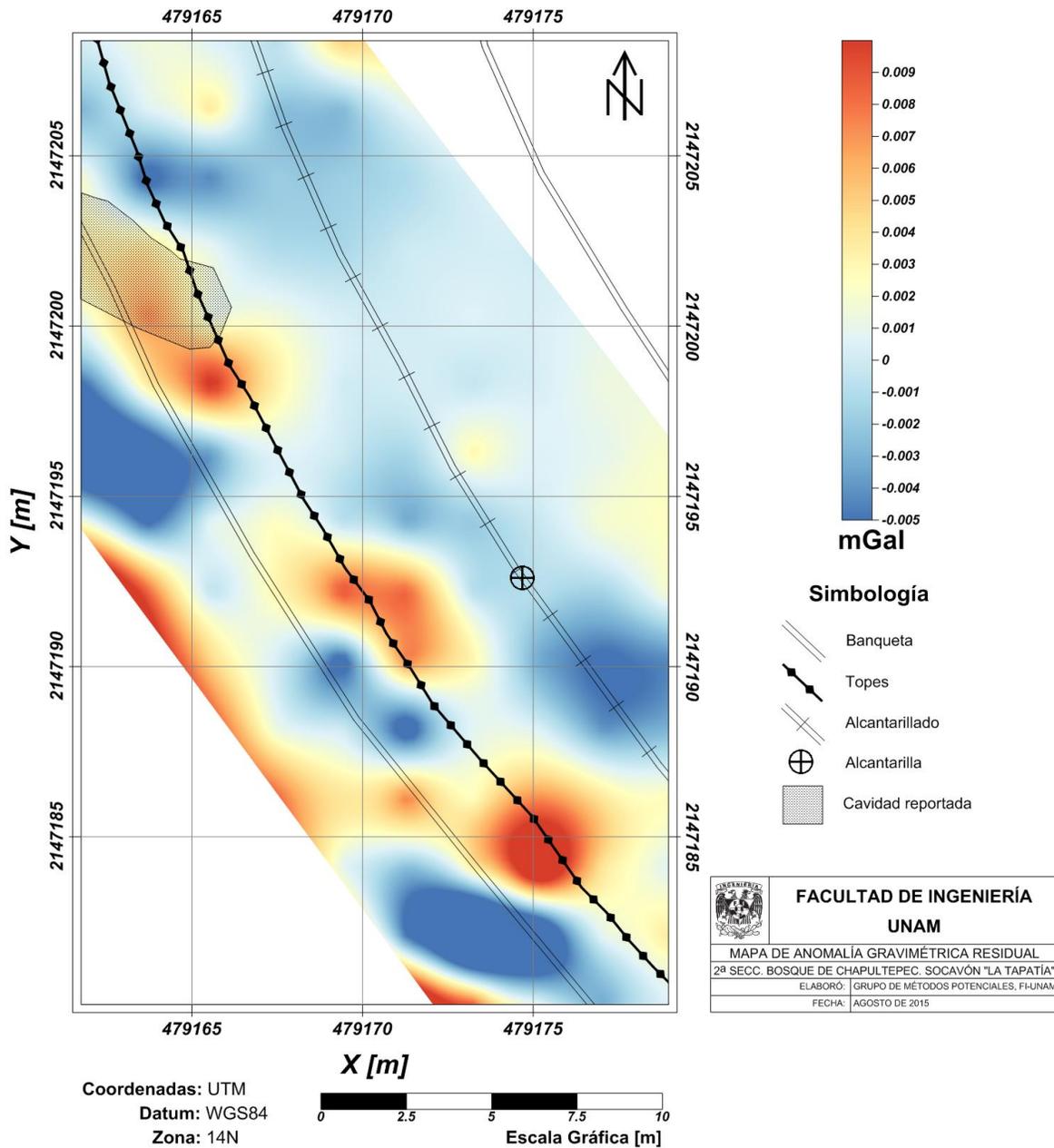


Figura 33. Mapa de anomalía gravimétrica residual del sitio de estudio con la superposición de la proyección de la cavidad reportada.

Considerando que la cavidad se encuentra obstruida, el tamaño de la cavidad en la zona del levantamiento microgravimétrico y que el efecto de la masa del material que forma la obstrucción

es detectable, se propone una nueva localización del socavón, así como de su posible extensión más allá de la obstrucción observada (Figura 34).

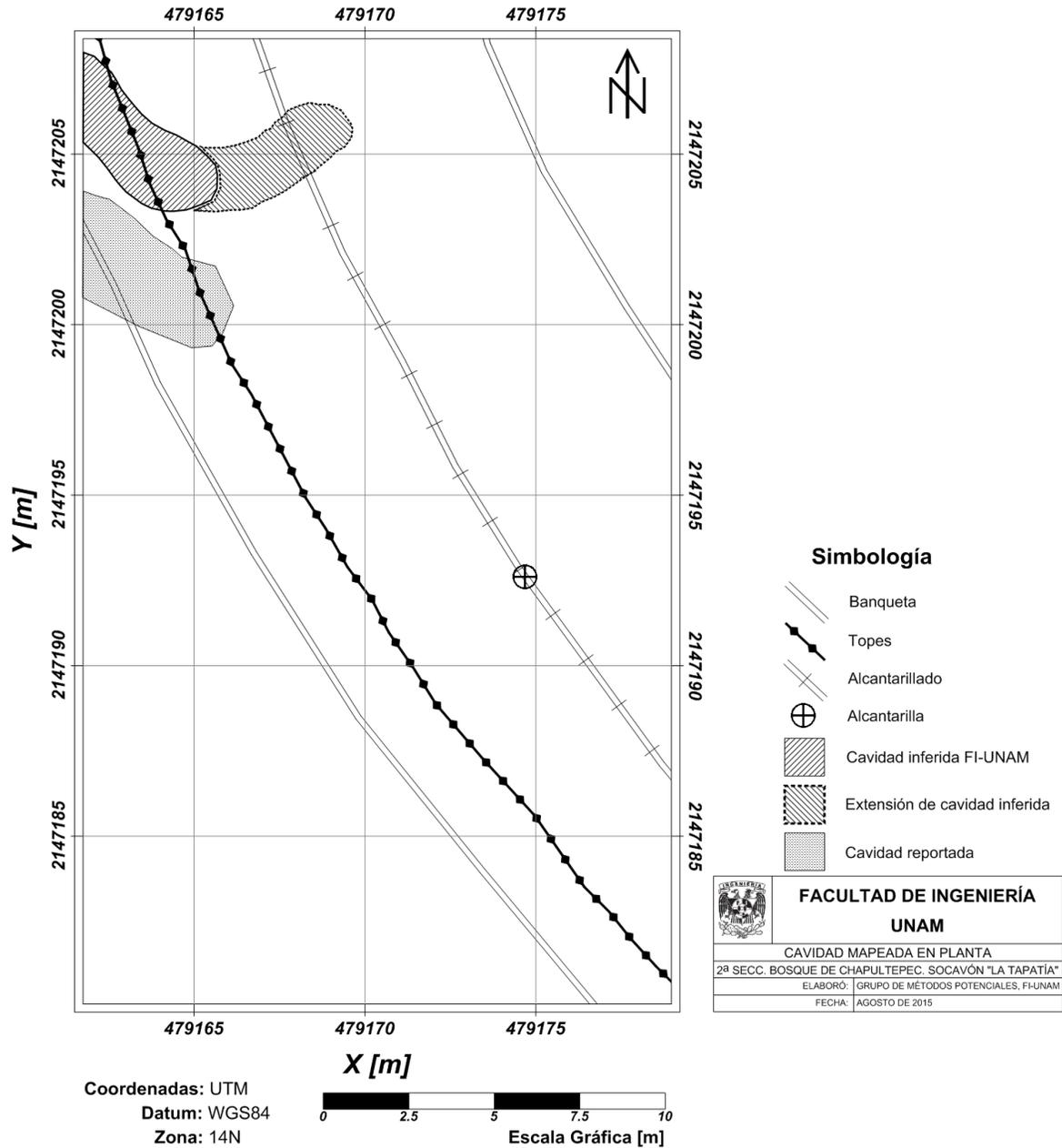


Figura 34. Mapa de cavidad reportada por la empresa Colinas del Buen e inferida por el grupo de métodos potenciales de la FI-UNAM. Se muestra la posible extensión de la cavidad.

Después del trabajo de campo y con base en la información inferida por mapas generados aplicando procesos de realce e interpretación semiautomática, en la Figura 34 puede observarse

que un brazo de la cavidad tiene un desplazamiento hacia el NE y se extiende aproximadamente 3 metros mas allá de lo reportado en un inicio.

Durante la el análisis y procesamiento de los datos tomado en el Bosque se realizó un modelo sintético de la cavidad reportada con el fin de observar la posible respuesta de esta en campo y corroborar la anomalía generada por el levantamiento.

En el modelado de la cavidad la malla que mostró mejores resultados fue la $Gz_M_5p_6.25m$, que se divide en cuadrantes de 6.25×6.25 [m], en cada uno de ellos se colocaron 5 puntos de observación. La distancia aproximada entre cada estación es de 3 [m]. En la Figura 33 muestran las anomalías gravimétricas de la malla de control (izquierda) y la malla $Gz_M_5p_6.25m$ (derecha). Se aprecia una gran tendencia asociada a un regional. El menor valor de gravedad detectado es de 1.1 mGal y corresponde con la zona donde se encuentra el socavón (en ambos mapas) pero en ninguno de se puede deducir algo acerca de la cavidad. Por lo que es necesario obtener un mapa residual. En el Anexo 4, se muestran las mallas restantes.

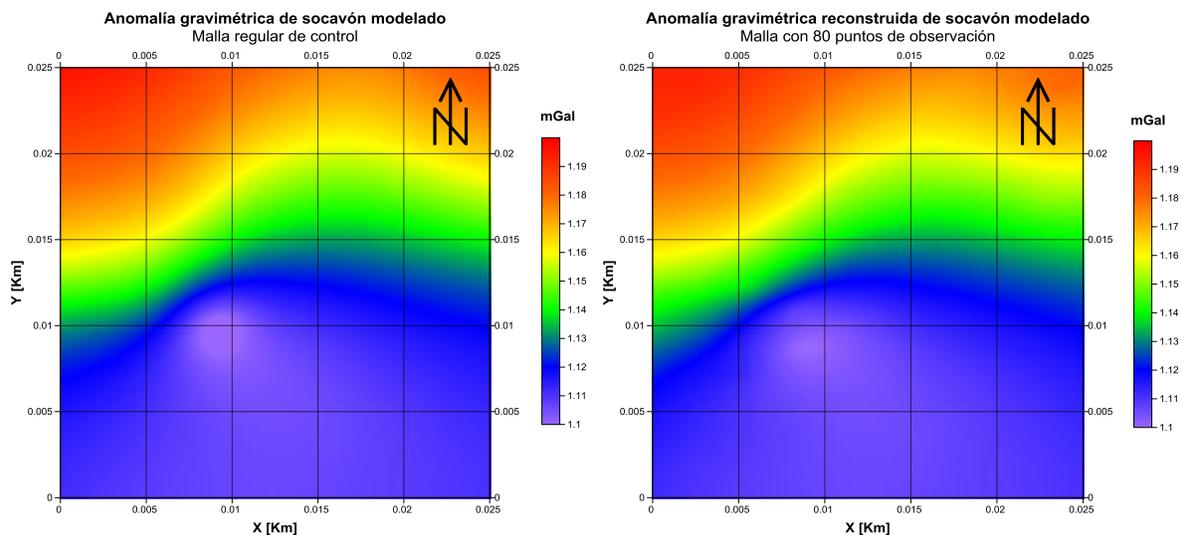


Figura 35. Anomalía gravimétrica de control producida por el socavón modelado (izquierda). Anomalía gravimétrica reconstruida a partir de 80 puntos de observación (derecha).

En la Figura 36 se observa que la mayor diferencia entre las anomalías de la Figura 33 corresponde al socavón, esto es de esperar ya que muy pocos puntos caen en esta zona.

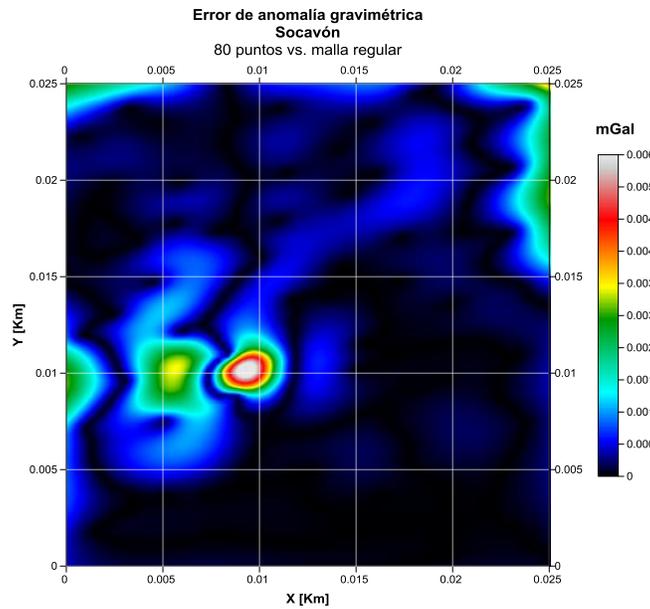


Figura 36. Error matricial de la anomalía reconstruida del socavón respecto a la malla de control

Para la obtención de la anomalía residual se calculó y ajustó un plano a las mallas de la Figura 35, obteniendo así los mapas de la Figura 37. Además se realizó una continuación ascendente. Como se puede observar aún no es evidente alguna forma en la anomalía que indique la extensión de la cavidad, la razón de esto es que en este levantamiento virtual hay puntos de observación que se encuentran encima de la cavidad generando la mayor amplitud en esta zona y esto provoca que se contrarreste el efecto de los brazos, que se encuentran bajo la superficie.

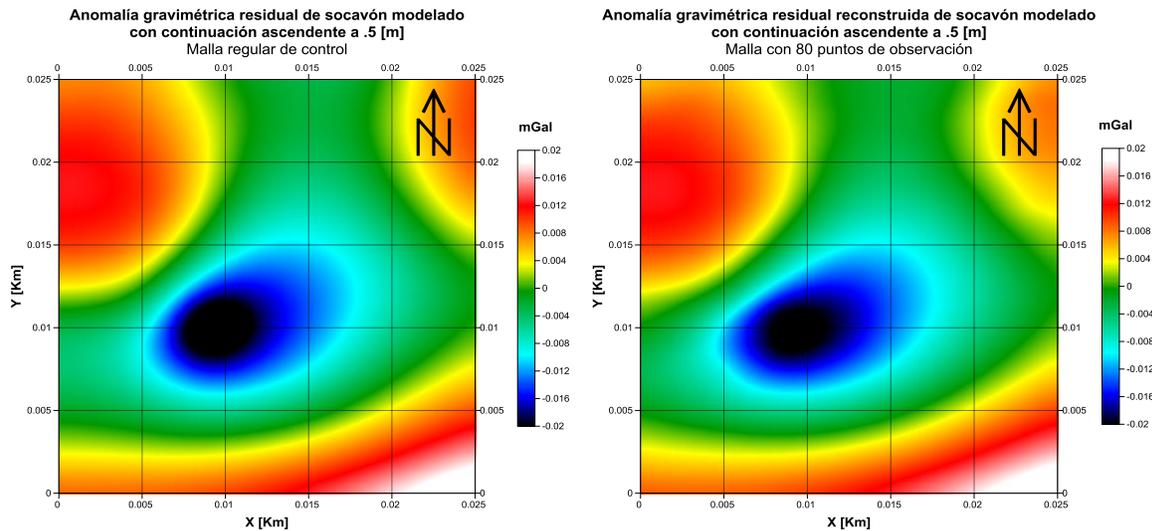


Figura 37. Anomalía gravimétrica de control producida por el socavón modelado (izquierda). Anomalía gravimétrica reconstruida a partir de 80 puntos de observación (derecha).

Con el fin de detectar los brazos de la cavidad se aplicó el Gradiente Horizontal y la Señal analítica,

ambos métodos de detección de bordes; sin embargo, al aplicar la Señal Analítica al residual de la anomalía el máximo se localizaba únicamente alrededor del socavón, por lo que se dedujo que para este caso no es conveniente este método. En la Figura 38 se muestran los mapas resultantes de aplicar el Gradiente Horizontal, con una línea negra se representa la vista en planta de la cavidad. En el mapa de lado izquierdo el máximo del gradiente se encuentra alrededor del socavón, a pesar de esto hay una tendencia hacia el SE, misma que tiene uno de los brazos de la cavidad modelada. Se puede intuir la presencia del brazo con dirección Norte ya que hay valores altos del gradiente horizontal en la misma dirección, a pesar de esto no se define adecuadamente.

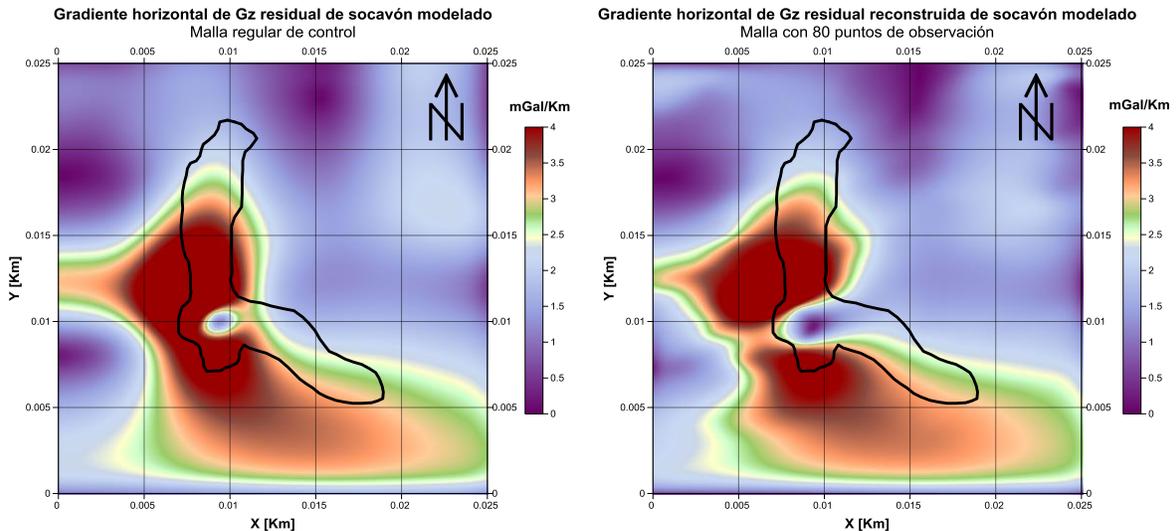


Figura 38. Gradiente horizontal de la anomalía gravimétrica residual de control producida por el socavón modelado (izquierda). Gradiente horizontal de anomalía gravimétrica reconstruida a partir de 80 puntos de observación (derecha).

Finalmente a partir de los procesos realizados a la malla $Gz_M_5p_6.25m$ (inferidos del análisis de los modelos simples), se observa que la cavidad presenta una respuesta, lo cual indica que la respuesta observada en campo se debe a la ausencia de masa, propia de la cavidad.

Después de este análisis es necesario calcular el tiempo aproximado en el que se realizaría el levantamiento de estas 80 estaciones gravimétricas. Si se considera un tiempo de lectura de 90 [s] en cada estación y realizan 3 mediciones por estación tenemos 4.5 [min] empleados únicamente en la lectura de g_z . Con un operador que tiene destreza en la operación y nivelación del gravímetro, el tiempo en cada estación puede incrementar hasta 7 [min] lo cual nos da un tiempo de 9 horas únicamente para la lectura de los datos.

En el caso de un levantamiento regional es difícil calcular el tiempo ya que los tiempos de traslado entre estación y estación pueden variar.

Debido a cuestiones de logística el levantamiento realizado en el bosque de Chapultepec fue diferente a lo que se propone en esta tesis.

Capítulo 6. Conclusiones y recomendaciones

- Las mallas de observación propuestas son extremadamente útiles en una fase de exploración inicial tanto para definir la zona de mayor interés, como para ubicar la posición y tamaño de las fuentes, dependiendo la escala en la que se utilicen.
- La extensión de las mallas de observación debe ser coherente con el tamaño de las estructuras o cuerpos que se desean detectar. Las mallas propuestas pueden ser escaladas de manera proporcional.
- Dada la forma de la esfera y ya que en la malla de observación propuesta, uno de los puntos cae encima de la esfera, 5 puntos por Km^2 fueron suficientes para reconstruir la anomalía gravimétrica. En el prisma, 16 puntos por Km^2 mostró ser la mejor distribución para reconstruir de manera satisfactoria la anomalía generada por un cuerpo con bordes. Ya que en un levantamiento en campo se pueden encontrar diversas formas es recomendable utilizar mínimo 16 puntos de observación por Km^2 en un levantamiento de 5×5 [Km] para asegurar que más de un punto caiga encima de la zona de interés.
- La cavidad modelada, valida el estudio realizado en el Bosque de Chapultepec, ya que demuestra que tras un procesamiento es posible observar valores bajos de la aceleración gravitacional que están relacionados con la presencia de la cavidad.
- La utilización de la continuación ascendente como un filtro y la aplicación del gradiente horizontal fueron fundamentales para la detección y mejor definición de la cavidad respecto a la anomalía gravimétrica residual.
- Después del análisis de los datos medidos en el bosque el Chapultepec se ubicó la proyección de la cavidad en una posición ligeramente diferente a la reportada en un inicio, basándose en la información inferida por mapas generados aplicando procesos de realce e interpretación semiautomática de datos microgravimétricos.
- Los mapas de anomalía generados para el Bosque de Chapultepec podrán servir como apoyo complementario en estudios relacionados con la detección de posibles cavidades y/o zonas de baja densidad que pudieran generar inestabilidad en la zona.
- Después del trabajo de campo y basándose en la información inferida por mapas generados aplicando procesos de realce e interpretación semiautomática se piensa que un brazo de la cavidad tiene un desplazamiento hacia el NE y se extiende aproximadamente 3 metros más allá de lo reportado en un inicio.

- A partir del diseño de las mallas se deduce empíricamente que una distribución suficiente de puntos de observación para detectar y definir la anomalía debida a una fuente de interés, se obtiene al generar cuadrantes que midan lo mismo que la mínima longitud del cuerpo con un punto de observación por cuadrante y donde el área total de observación se extienda 1.5 veces la longitud máxima del cuerpo a partir de su centro de masa.

Recomendaciones

- Hacer un análisis Geoestadística más profundo para ver si es posible mejorar la interpolación con Kriging.
- Realizar un análisis más detallado de la relación empírica, encontrada en este trabajo, entre la densidad de puntos por cuadrante y las dimensiones del cuerpo para la detección de anomalías. Así como realizar un análisis espectral como apoyo para este análisis.
- Teniendo en cuenta que el procesamiento realizado a datos magnético es el mismo que a datos gravimétricos, a excepción de la reducción al polo, se recomienda realizar un análisis similar al presentado con el objetivo de optimizar los levantamientos magnéticos.

Bibliografía

Blakely, R. J. (1996). *Potential theory in gravity and magnetic applications*. Cambridge University Press, U. K.

Cordell, L., & Grauch, V. J. S. (1985). Mapping basement magnetization zones from aeromagnetic data in the. *The utility of regional gravity and magnetic anomaly maps*, 181.

Eshaghzadeh, A. Image Edge Detection of the Total Horizontal Gradient of Gravity Data Using the Normalized Tilt Angle.

Geoestadística lineal. (2016). Es.slideshare.net. Retrieved 30 November 2016, from <http://es.slideshare.net/romain45/geoestadistica-lineal>

Grauch, V. J. S., & Cordell, L. (1987). Limitations of determining density or magnetic boundaries from the horizontal gradient of gravity or pseudogravity data. *Geophysics*, 52(1), 118-121.

Griffin, R. H. (1995). *Geophysical exploration for engineering and environmental investigations*. US Army Corps of Engineers.

Hermanns, M. (2002). *Parallel programming in Fortran 95 using OpenMP*. Universidad Politécnica de Madrid, Spain.

Hinze, W. J., Von Frese, R. R., & Saad, A. H. (2013). *Gravity and magnetic exploration: Principles, practices, and applications*. Cambridge University Press.

Intel® Xeon® Processor E5-2687W v2 (25M Cache, 3.40 GHz) Especificaciones. (2016). Intel® ARK (Product Specs). Retrieved 29 November 2016, from http://ark.intel.com/es/products/76161/Intel-Xeon-Processor-E5-2687W-v2-25M-Cache-3_40-GHz

Journel, A. G., & Huijbregts, C. J. (1978). *Mining geostatistics*. Academic press.

LaFehr, T. R., & Nabighian, M. N. (2012). *Fundamentals of gravity exploration*. W. Liu, E. K. Biegert, & M. Ruder (Eds.). Tulsa, OK: Society of Exploration Geophysicists.

Li, X. (2006). Understanding 3D analytic signal amplitude. *Geophysics*, 71(2), L13-L16.

Lowrie, W. (2007). *Fundamentals of geophysics*. Cambridge university press.

Milsom, J. (2007). *Field geophysics* (Vol. 25). John Wiley and Sons.

Nabighian, M. N. (1972). The analytic signal of two-dimensional magnetic bodies with polygonal cross-section: Its properties and use for automated anomaly interpretation. *Geophysics*, 37(3), 507-517.

Nabighian, M. N., Grauch, V. J. S., Hansen, R. O., LaFehr, T. R., Li, Y., Peirce, J. W., ... & Ruder, M. E. (2005). The historical development of the magnetic method in exploration. *Geophysics*, 70(6), 33ND-61ND.

Nabighian, M. N., Grauch, V. J. S., Hansen, R. O., LaFehr, T. R., Li, Y., Peirce, J. W., ... & Ruder, M. E. (2005). The historical development of the magnetic method in exploration. *Geophysics*, 70(6), 33ND-61ND.

Nava Flores, Mauricio sustentante Modelado por métodos potenciales de estructuras salinas inferidas por sismología de reflexión / 2010

Nava-Flores, M., Ortiz-Aleman, C., Orozco-del-Castillo, M. G., Urrutia-Fucugauchi, J., Rodriguez-Castellanos, A., Couder-Castañeda, C., & Trujillo-Alcantara, A. (2016). 3D Gravity Modeling of Complex Salt Features in the Southern Gulf of Mexico. *International Journal of Geophysics*, 2016.

Plouff, D. (1976). Gravity and magnetic fields of polygonal prisms and application to magnetic terrain corrections. *Geophysics*, 41(4), 727-741.

Proyecto PE109215: "Campo de pruebas virtual para prospección gravimétrica y magnetométrica y prototipo computacional para la simulación de propagación de ondas acústicas y elásticas en 2D con fines didácticos"

Reynolds, J. M. (2011). *An introduction to applied and environmental geophysics*. John Wiley & Sons

Rojo García, José Rodrigo, sustentante Análisis de interpolación con funciones de base radial en el cráter del Chicxulub / 2013

Rojo García, José Rodrigo, sustentante Análisis de interpolación con funciones de base radial en el cráter del Chicxulub / 2013

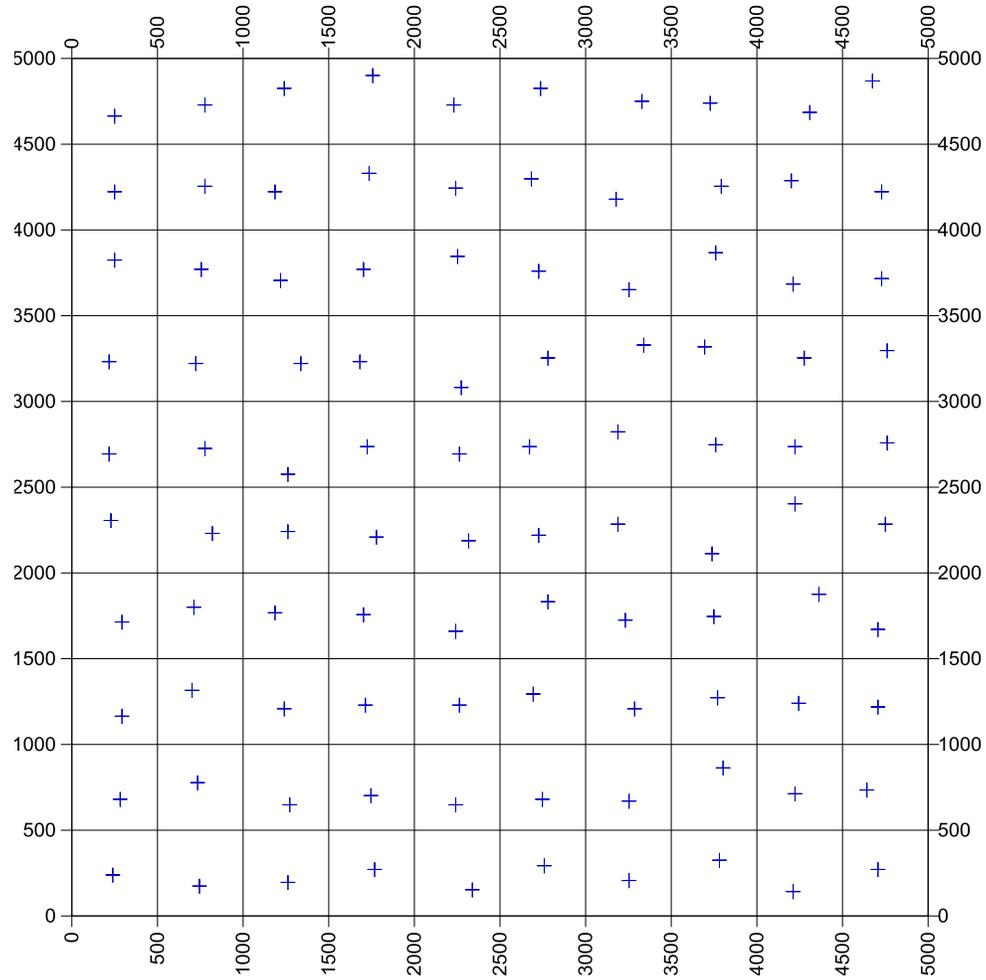
Sheriff, R. E. (2002). *Encyclopedic Dictionary of Applied Geophysics Geophysical References Series*.

Telford, W. M., Geldart, L. P., Sheriff, R. E (1990). *Applied Geophysics*. 2nd Ed. Cambridge University Press, U. S. A.

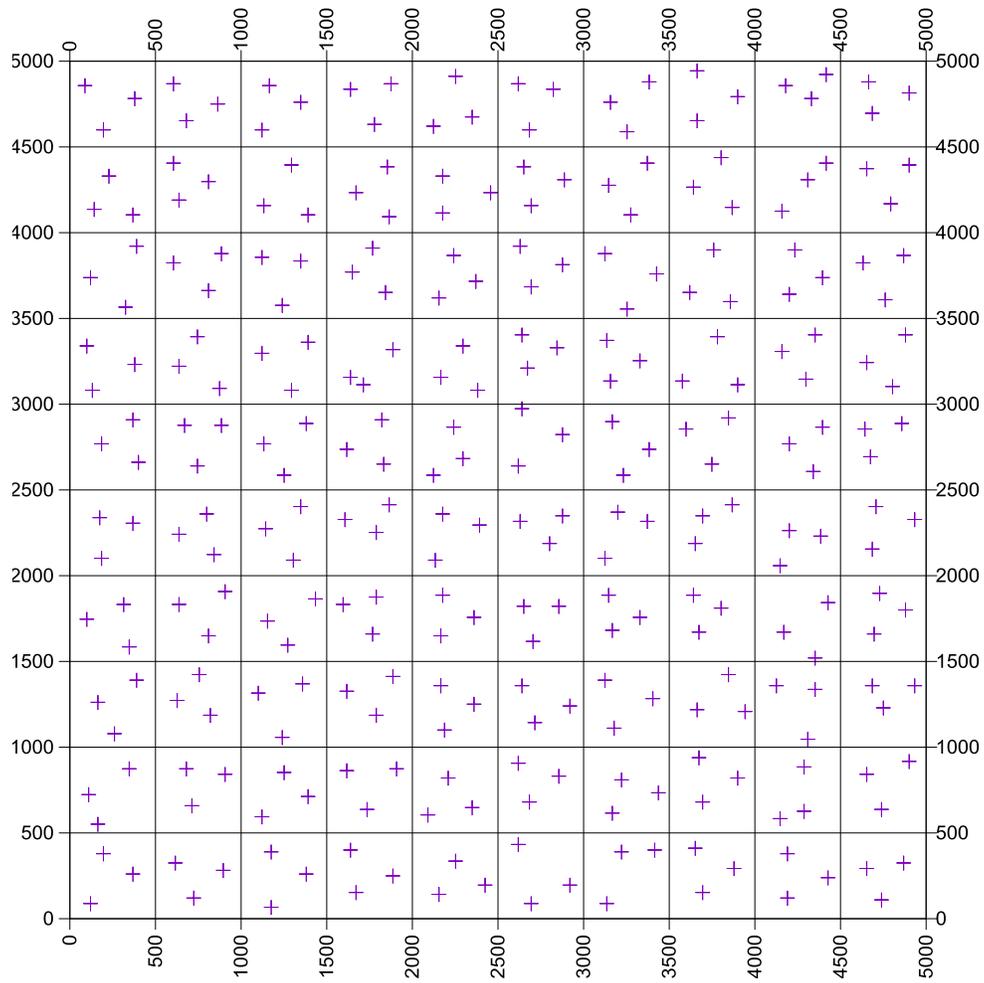
Viera, M. A. D., & González, R. C. (2002). *Geoestadística aplicada. Notas de curso*. Instituto de Geofísica, Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM). Instituto de Geofísica y Astronomía, CITMA. Cuba.

Anexo 1

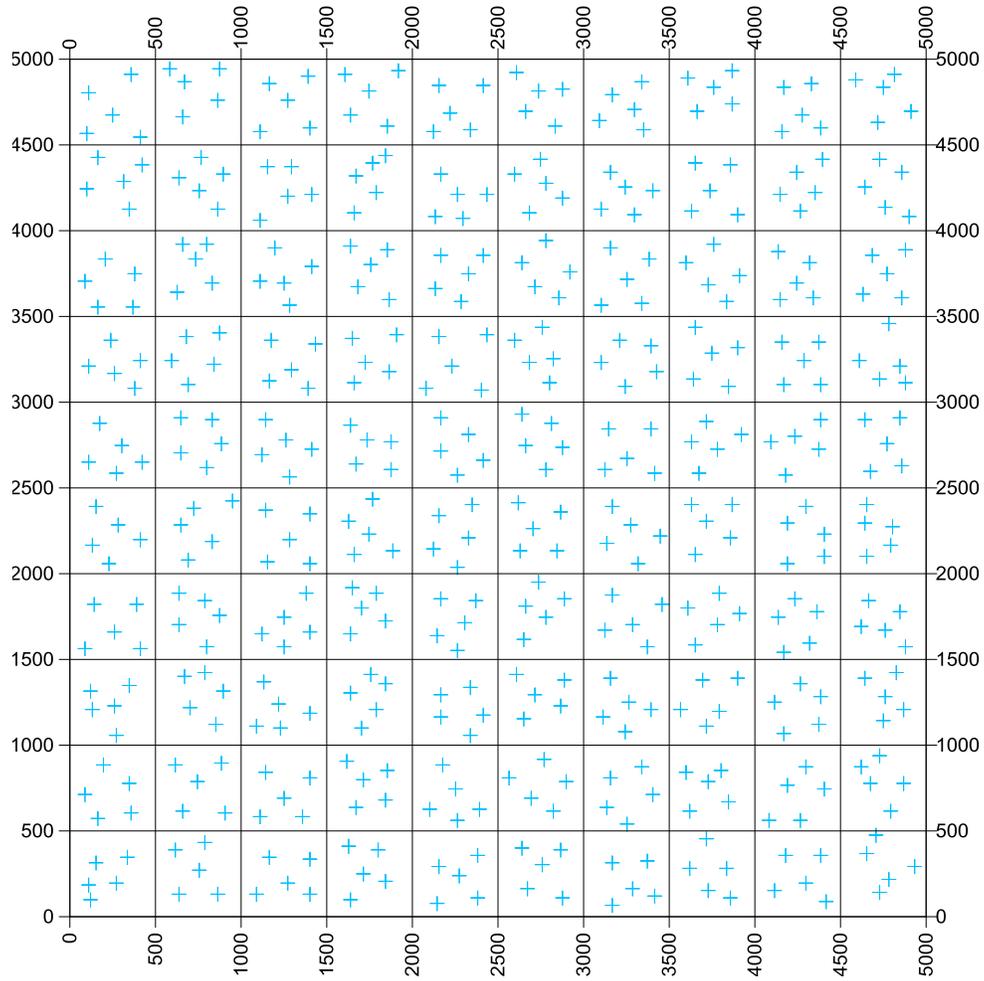
Distribución de los puntos de observación 100 puntos



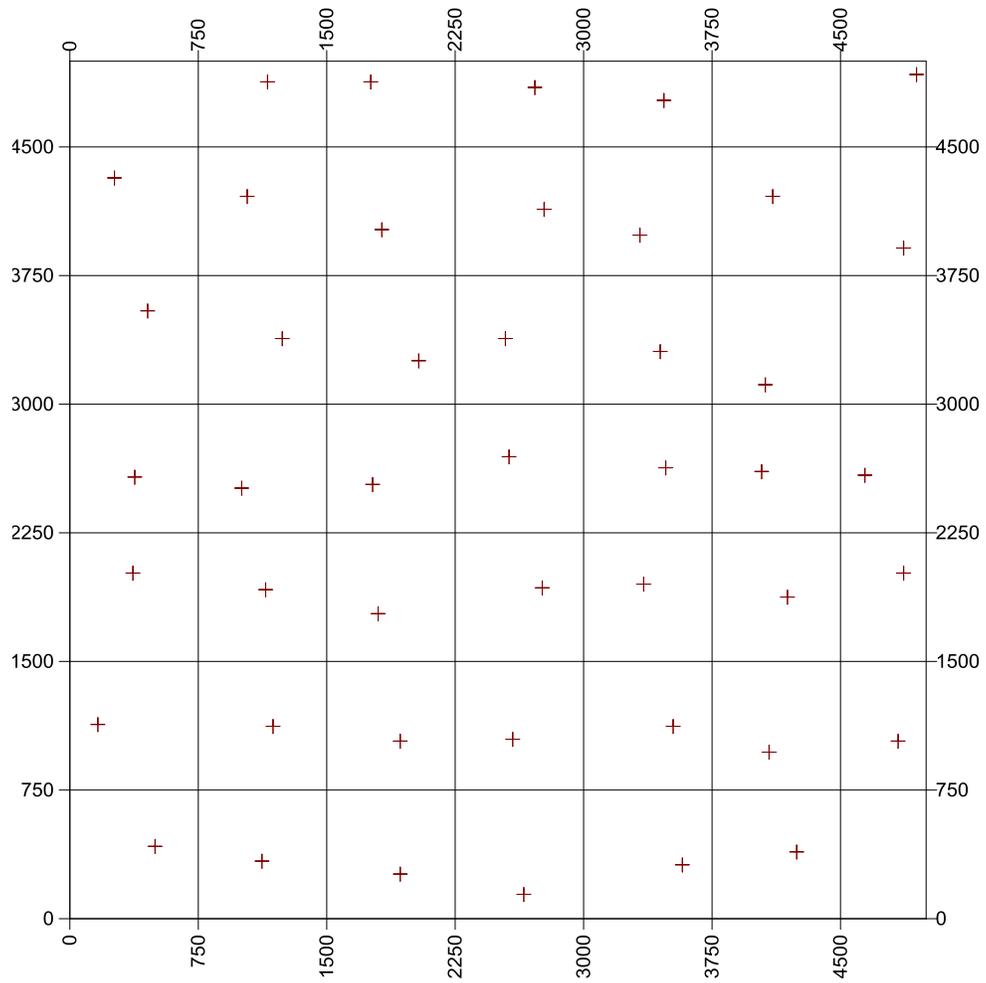
Distribución de los puntos de observación 300 puntos



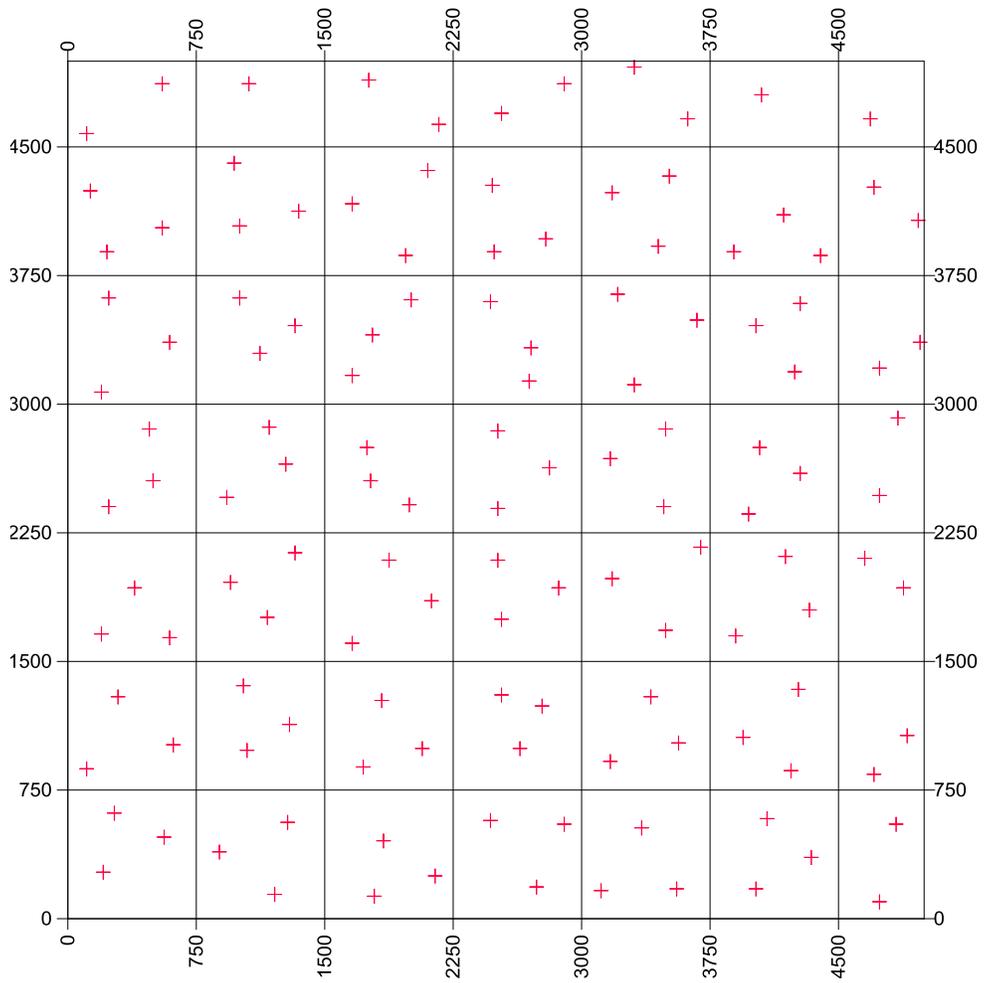
Distribución de los puntos de observación 500 puntos



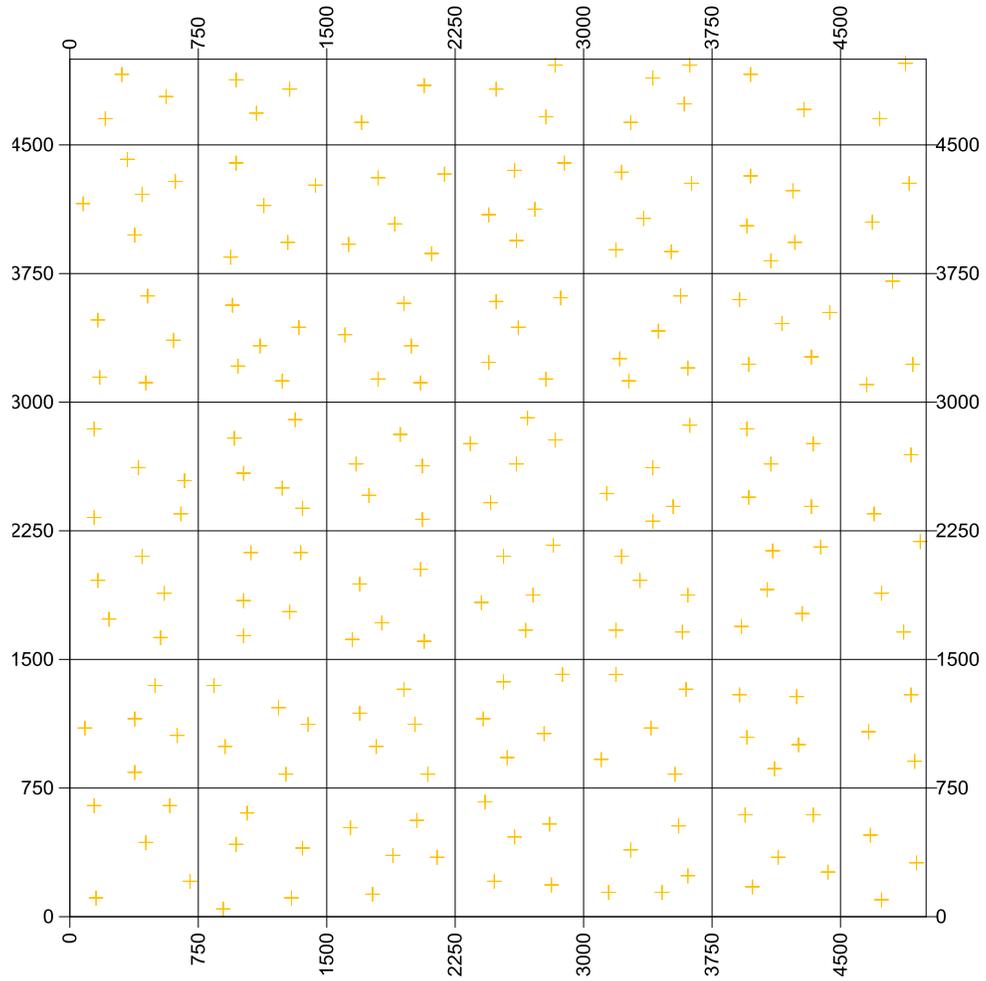
Distribución de los puntos de observación 45 puntos



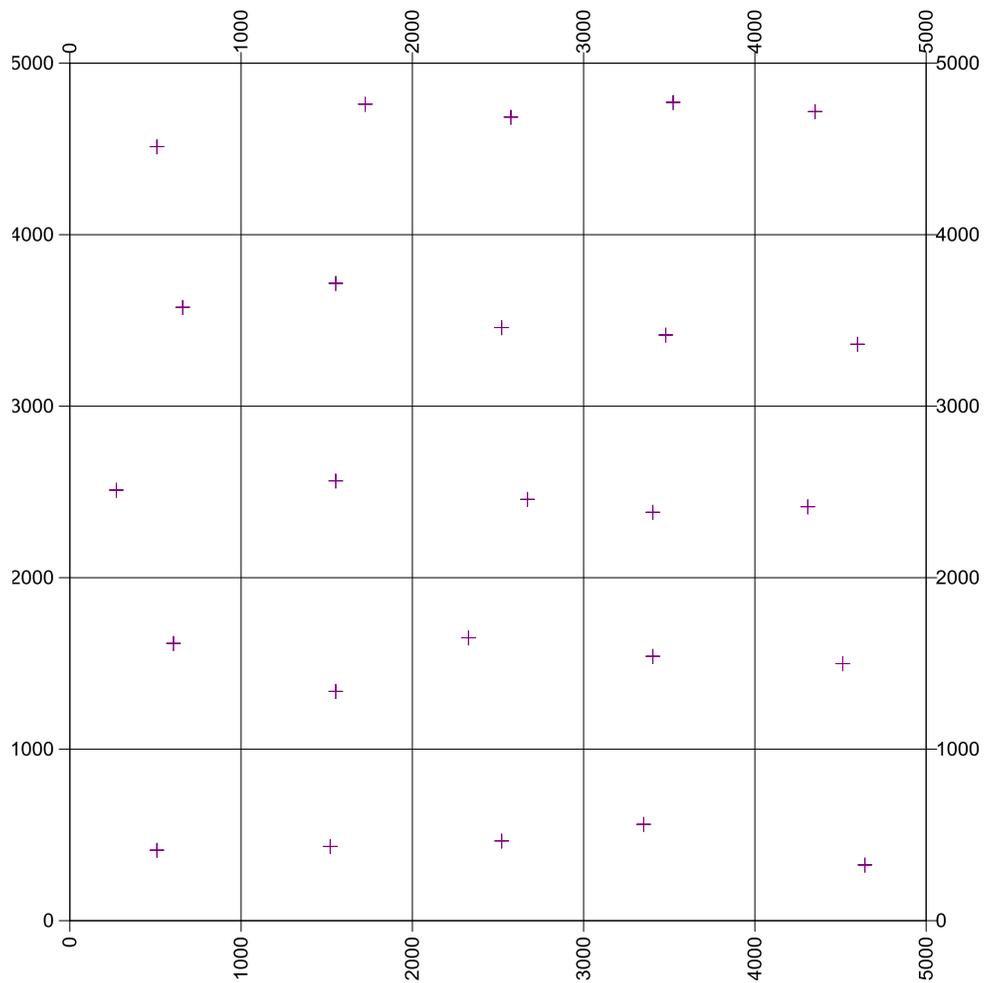
Distribución de los puntos de observación 131 puntos



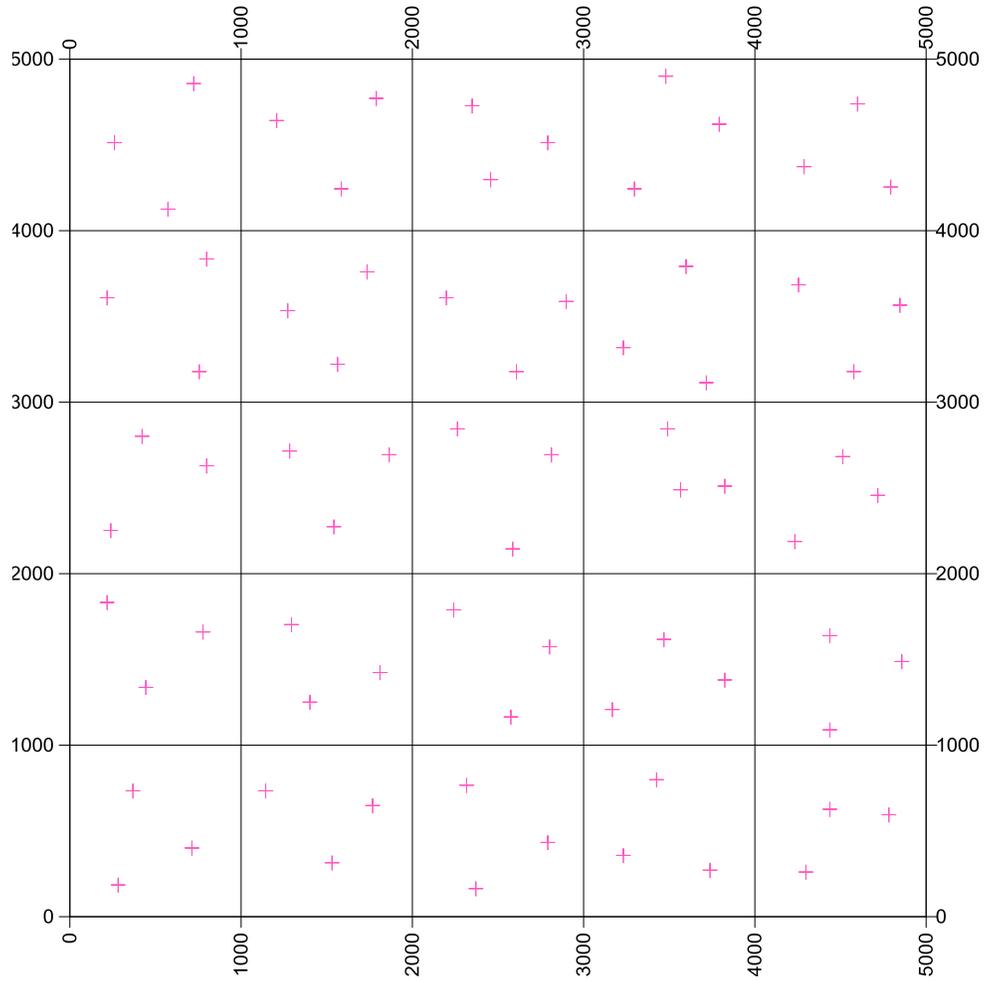
Distribución de los puntos de observación 215 puntos



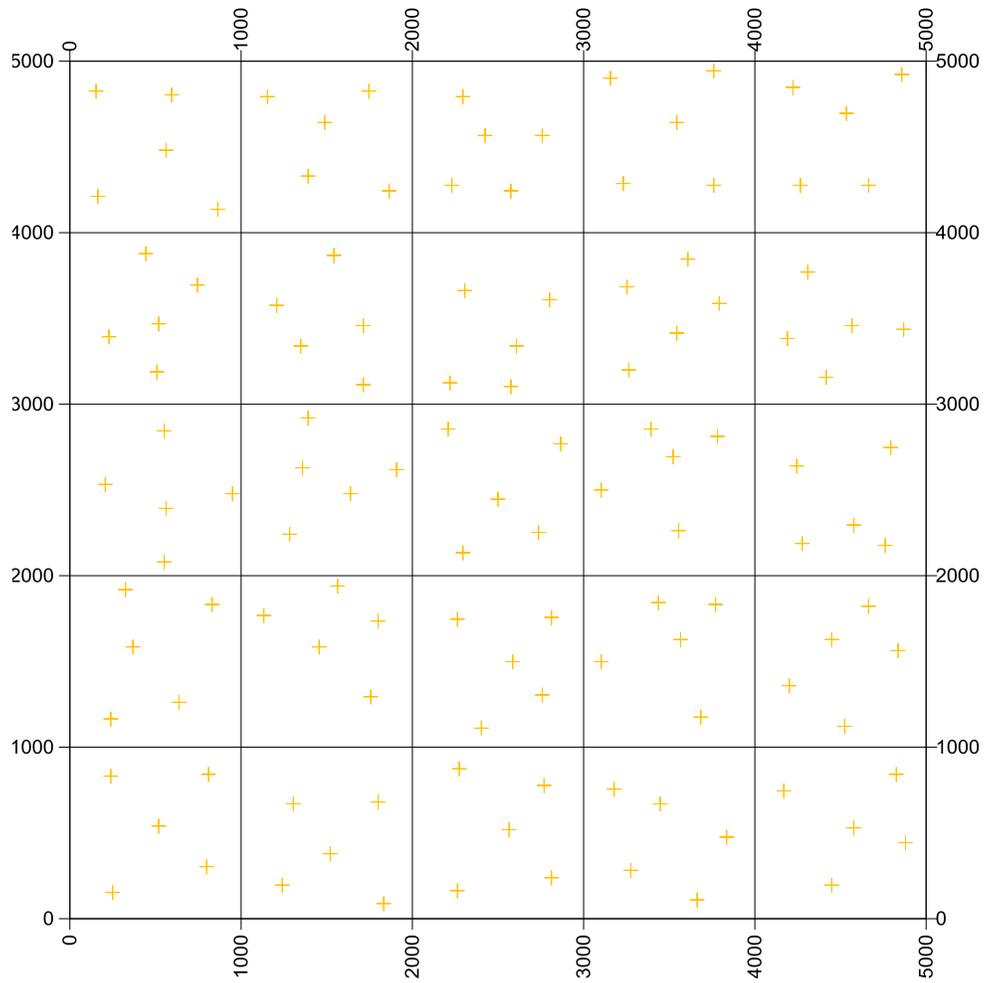
Distribución de los puntos de observación 25 puntos



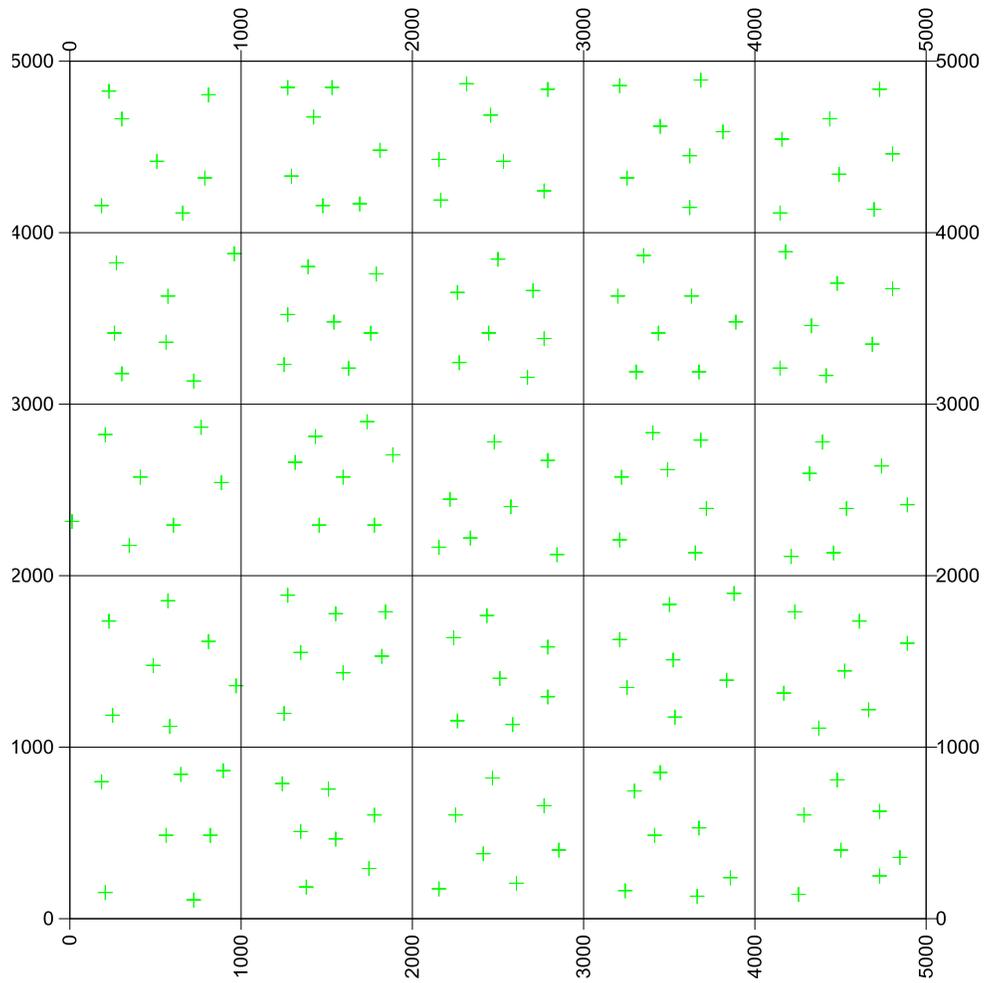
Distribución de los puntos de observación 75 puntos



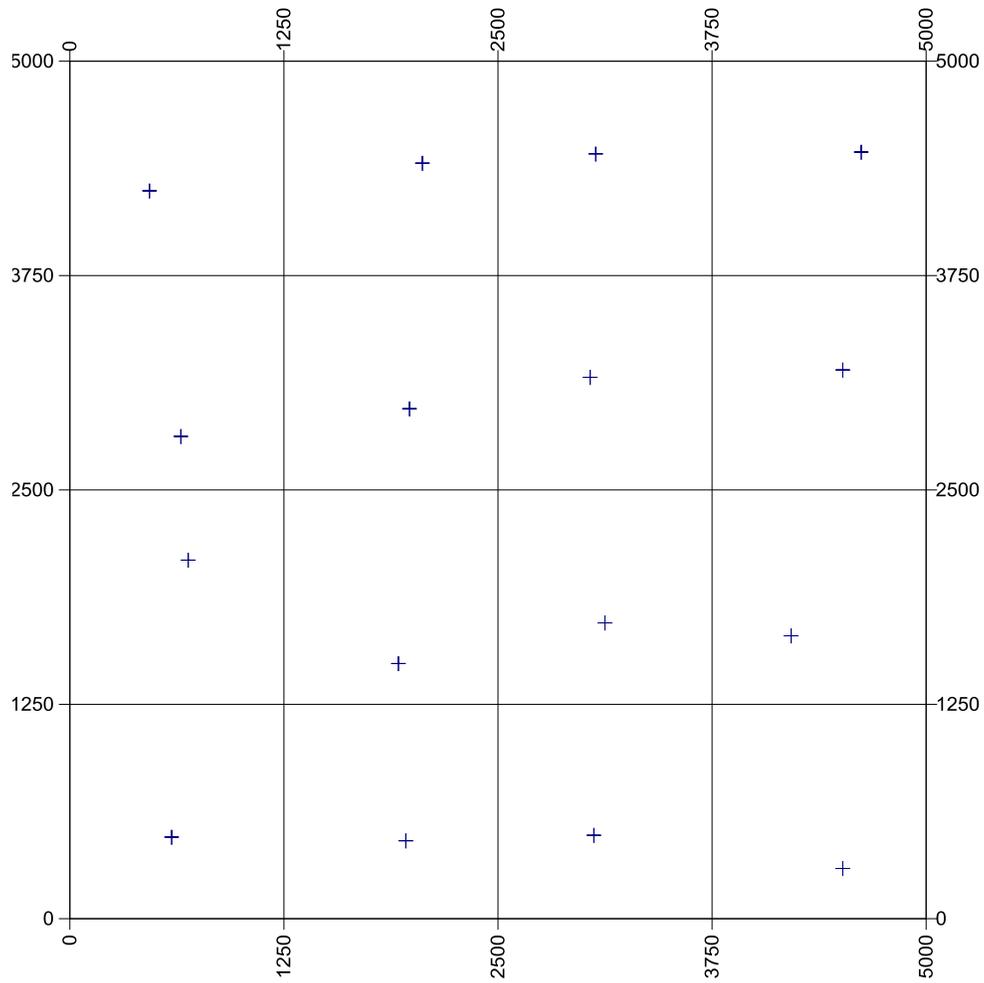
Distribución de los puntos de observación 125 puntos



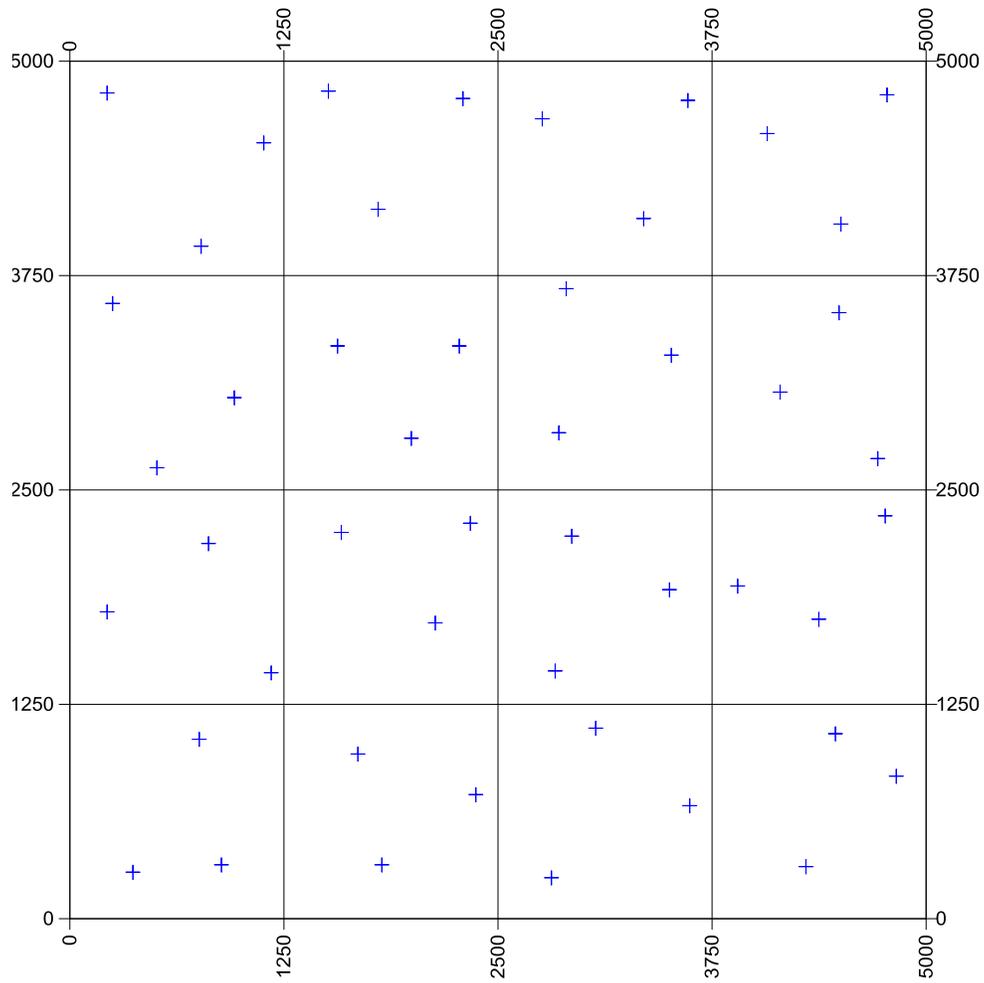
Distribución de los puntos de observación 175 puntos



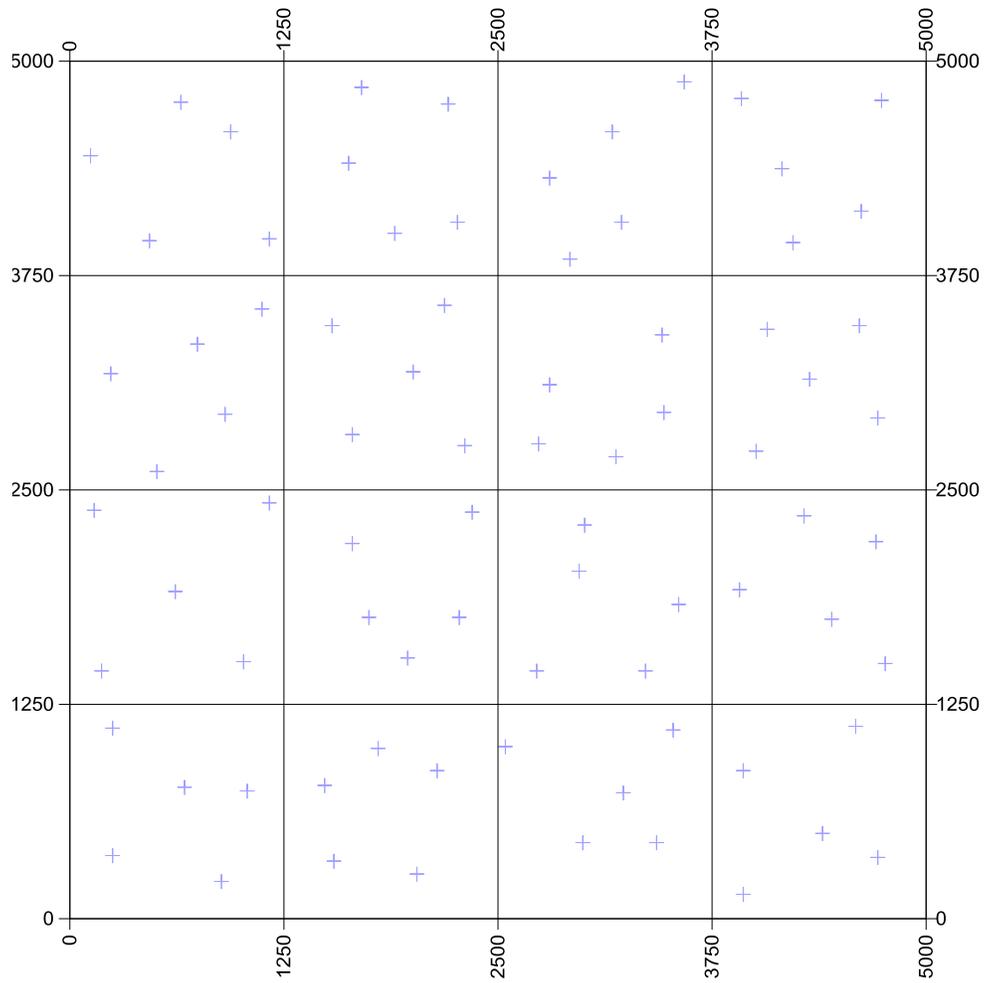
Distribución de los puntos de observación 16 puntos



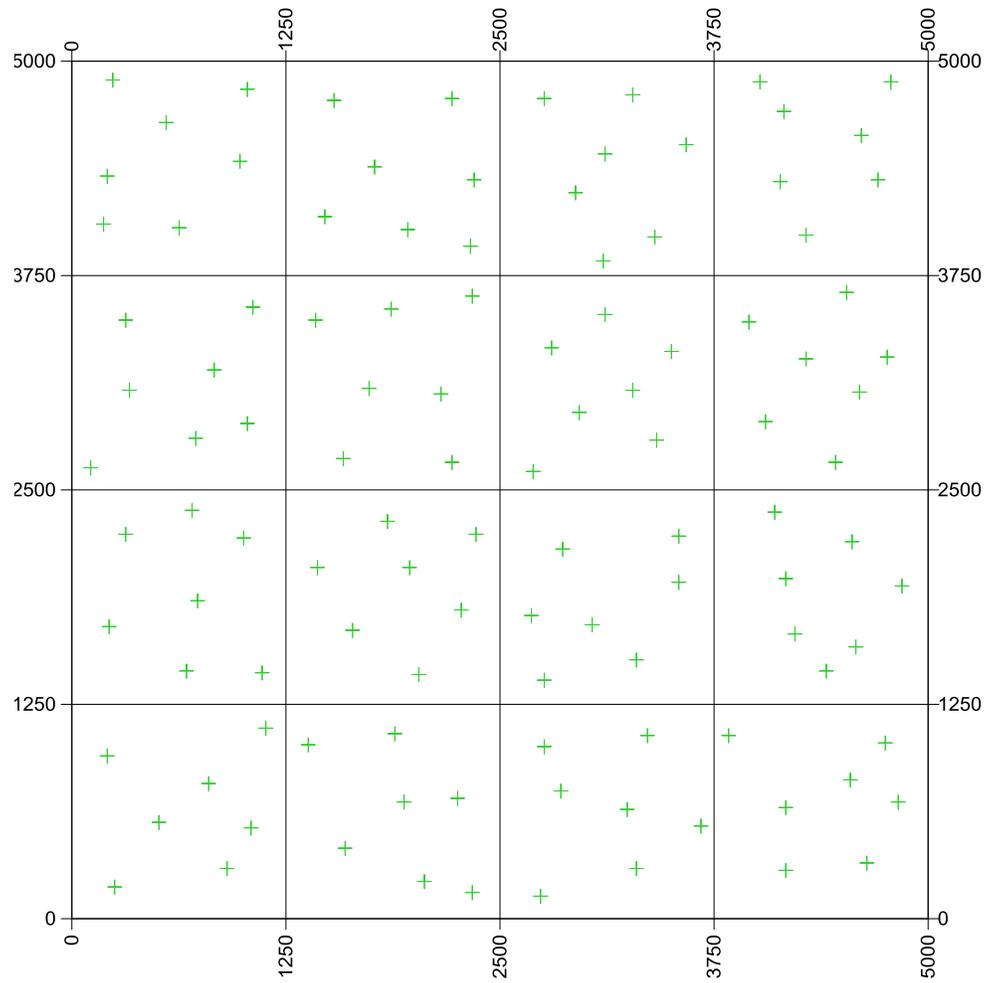
Distribución de los puntos de observación 48 puntos



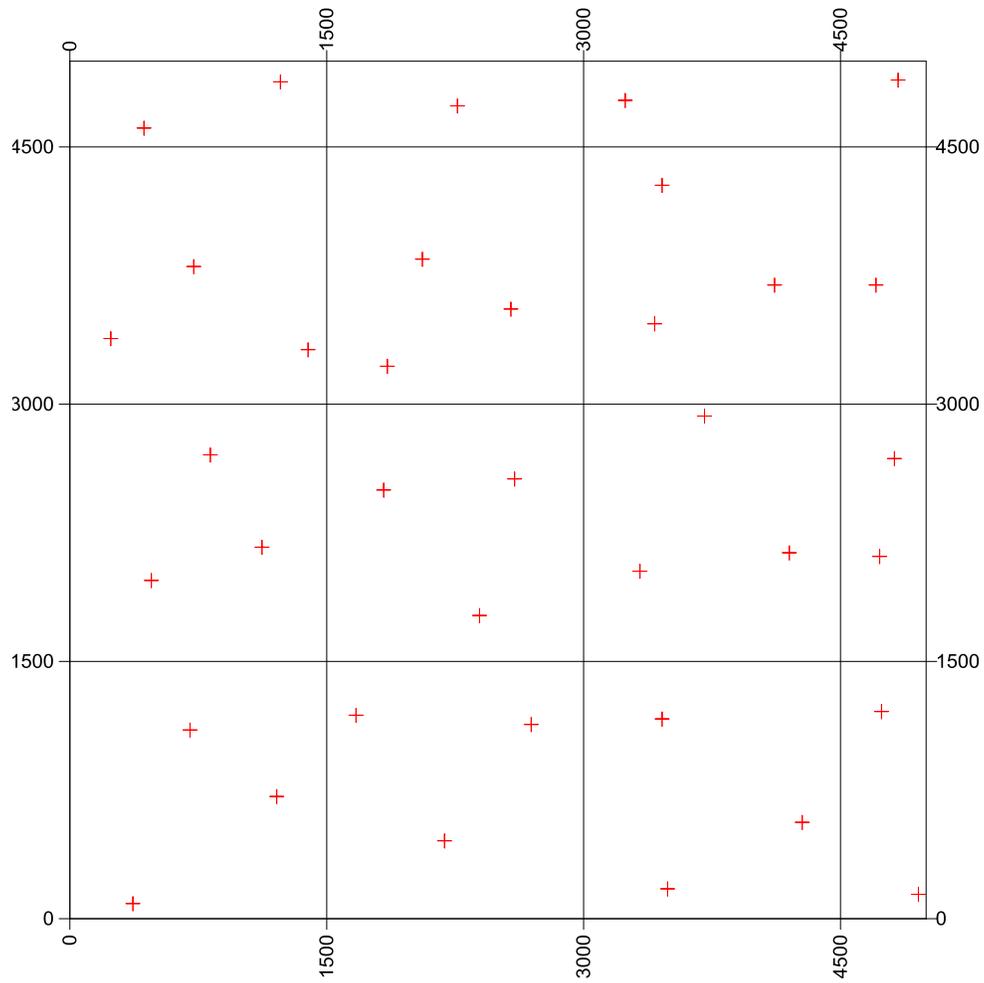
Distribución de los puntos de observación 80 puntos



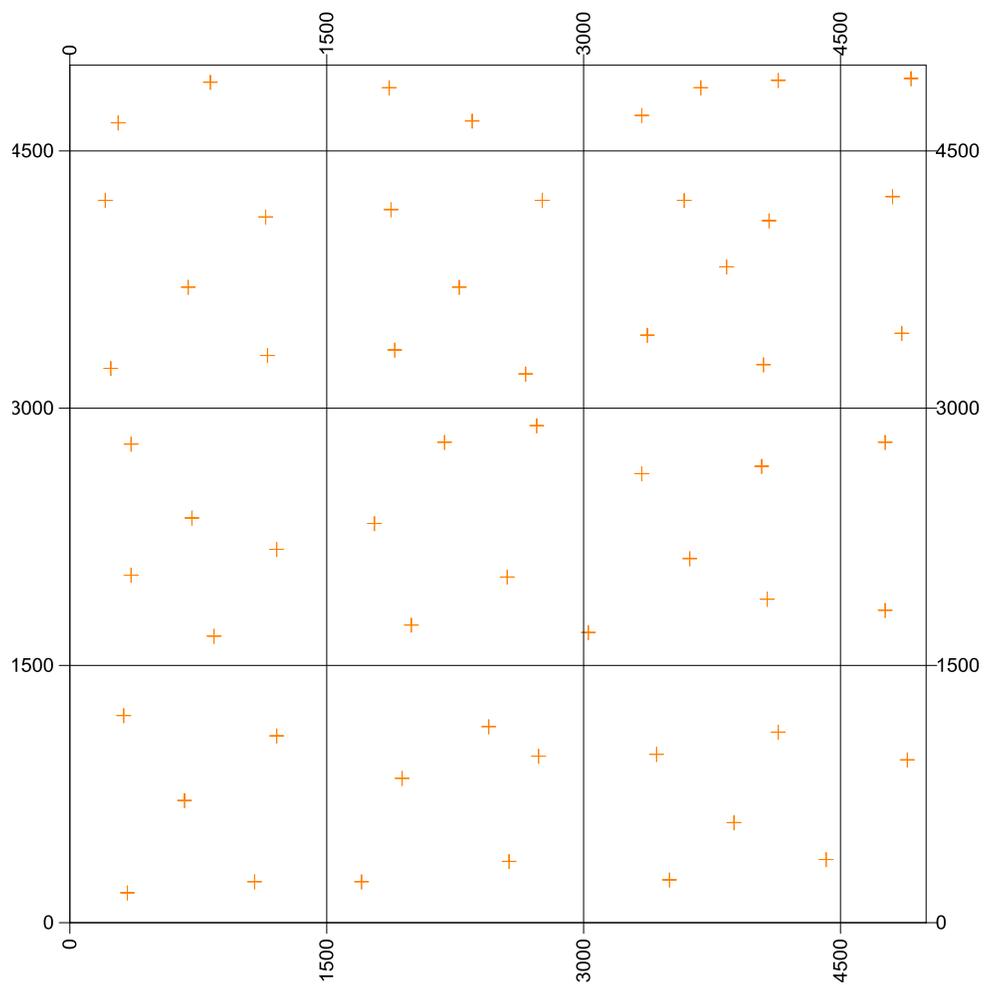
Distribución de los puntos de observación 112 puntos



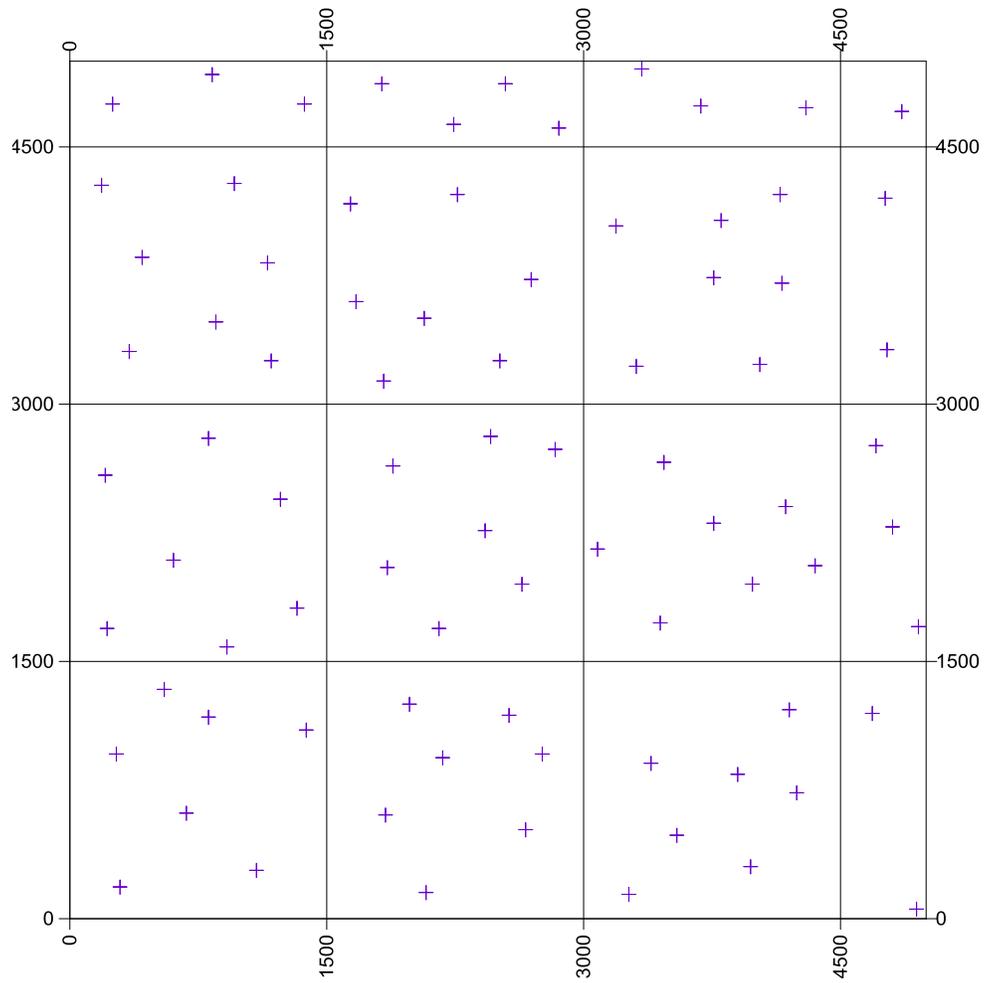
Distribución de los puntos de observación 37 puntos



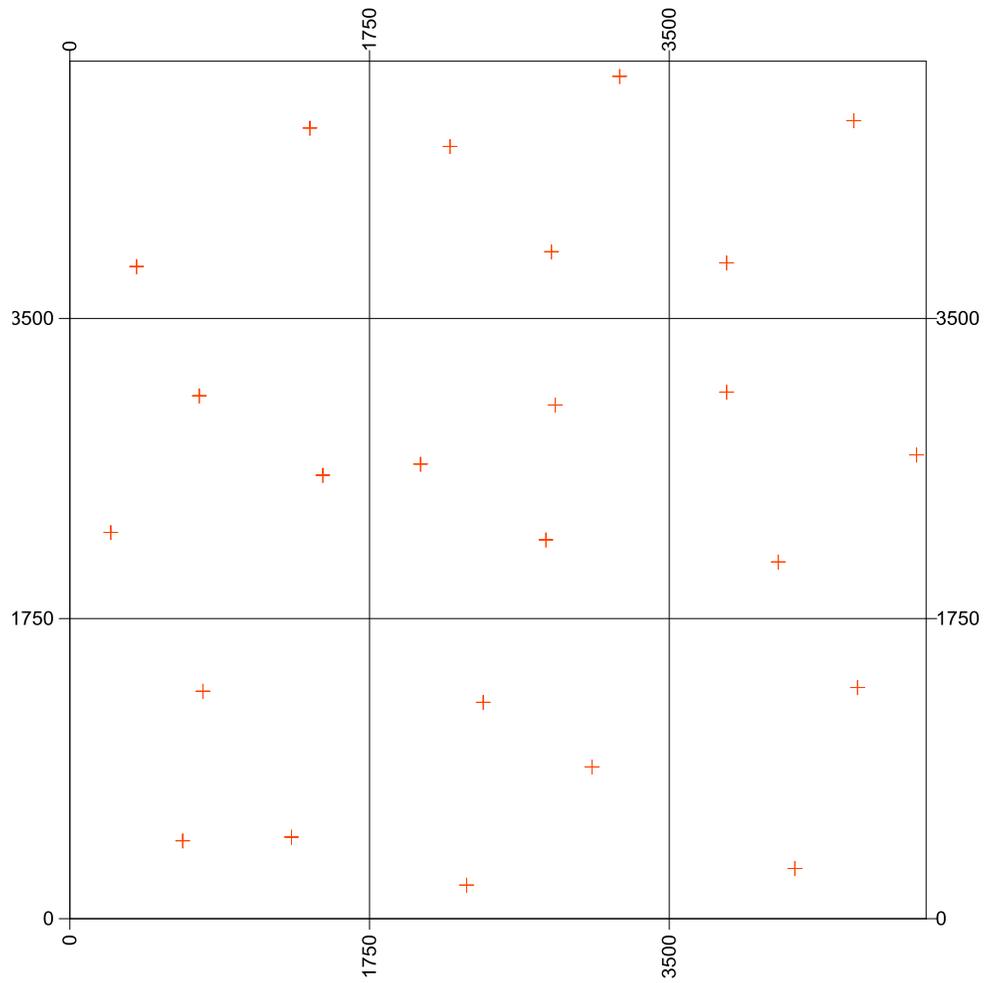
Distribución de los puntos de observación 58 puntos



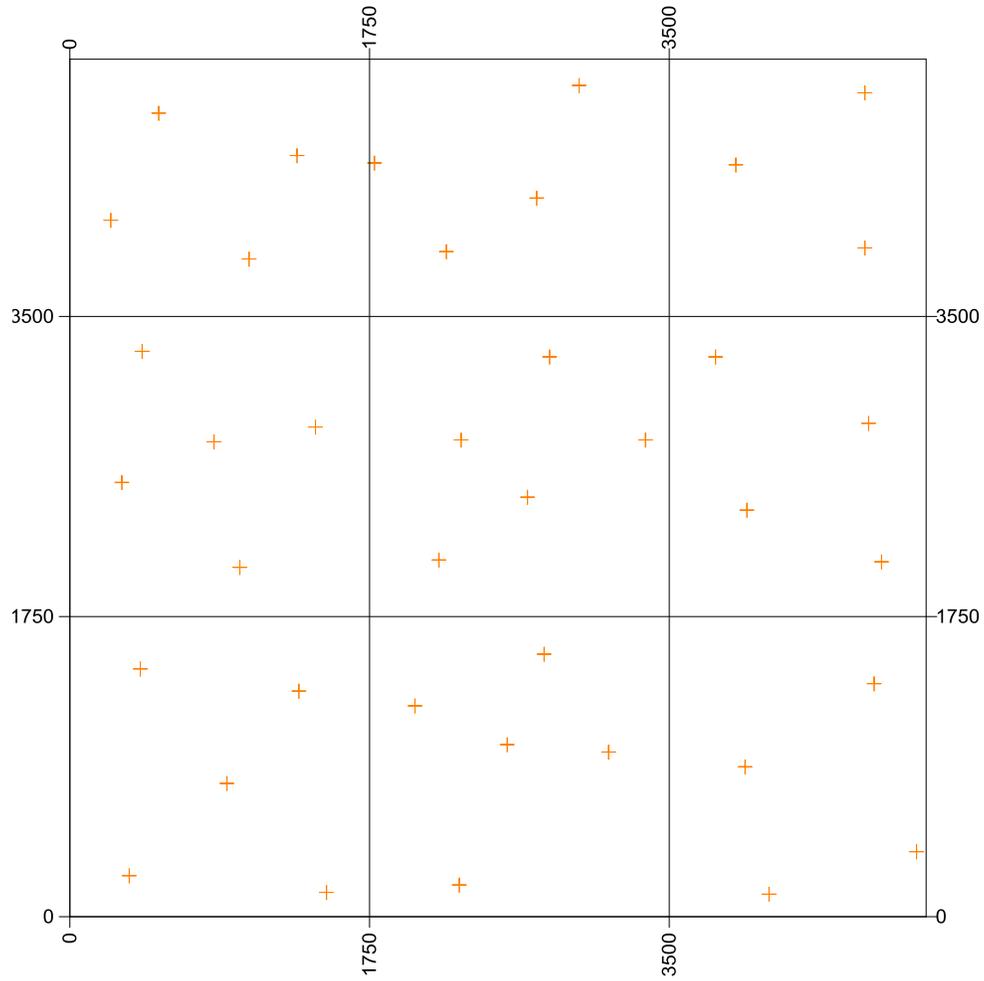
Distribución de los puntos de observación 81 puntos



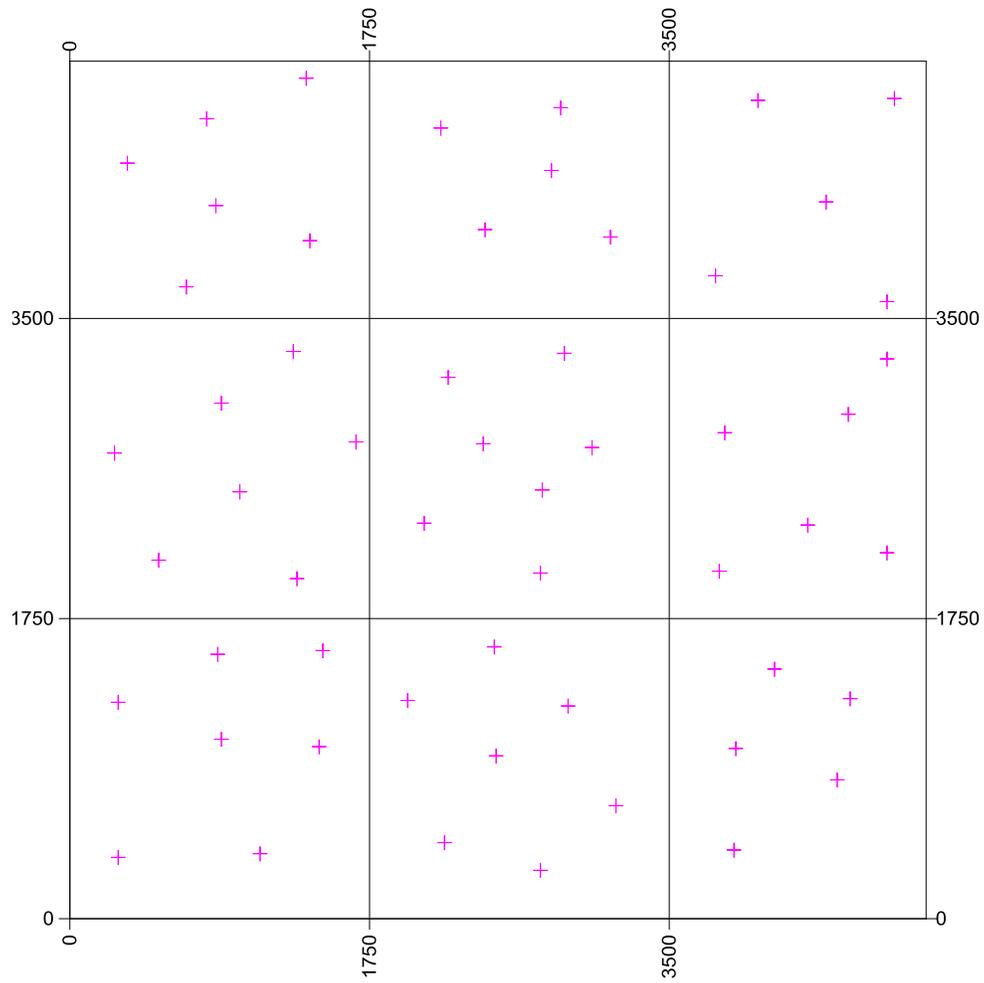
Distribución de los puntos de observación 24 puntos



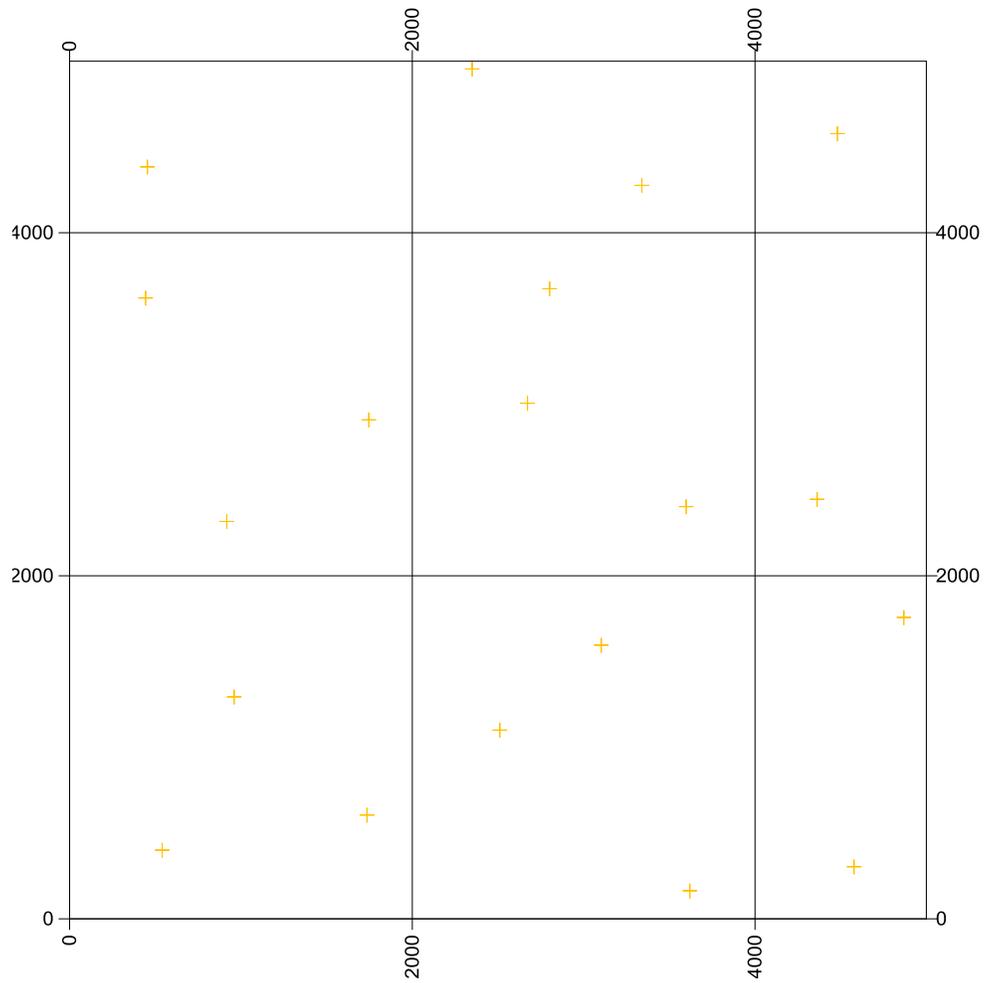
Distribución de los puntos de observación 39 puntos



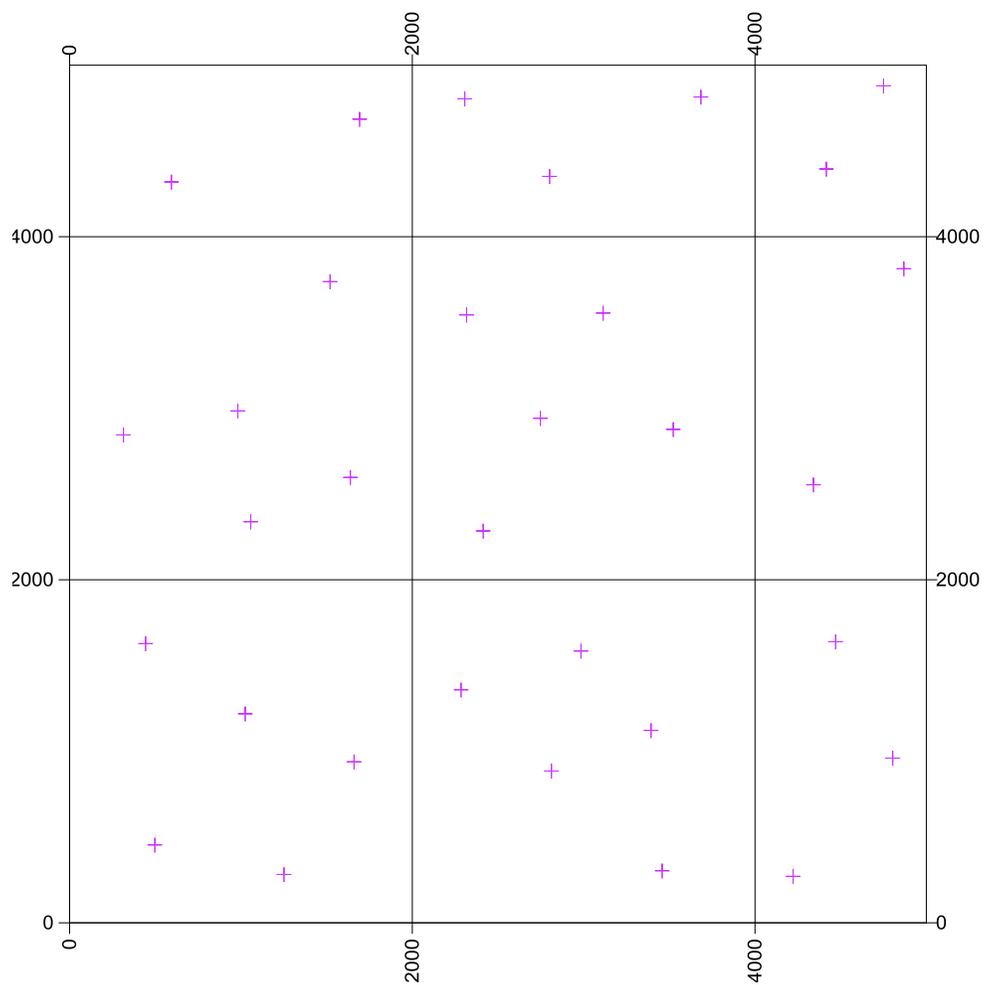
Distribución de los puntos de observación 55 puntos



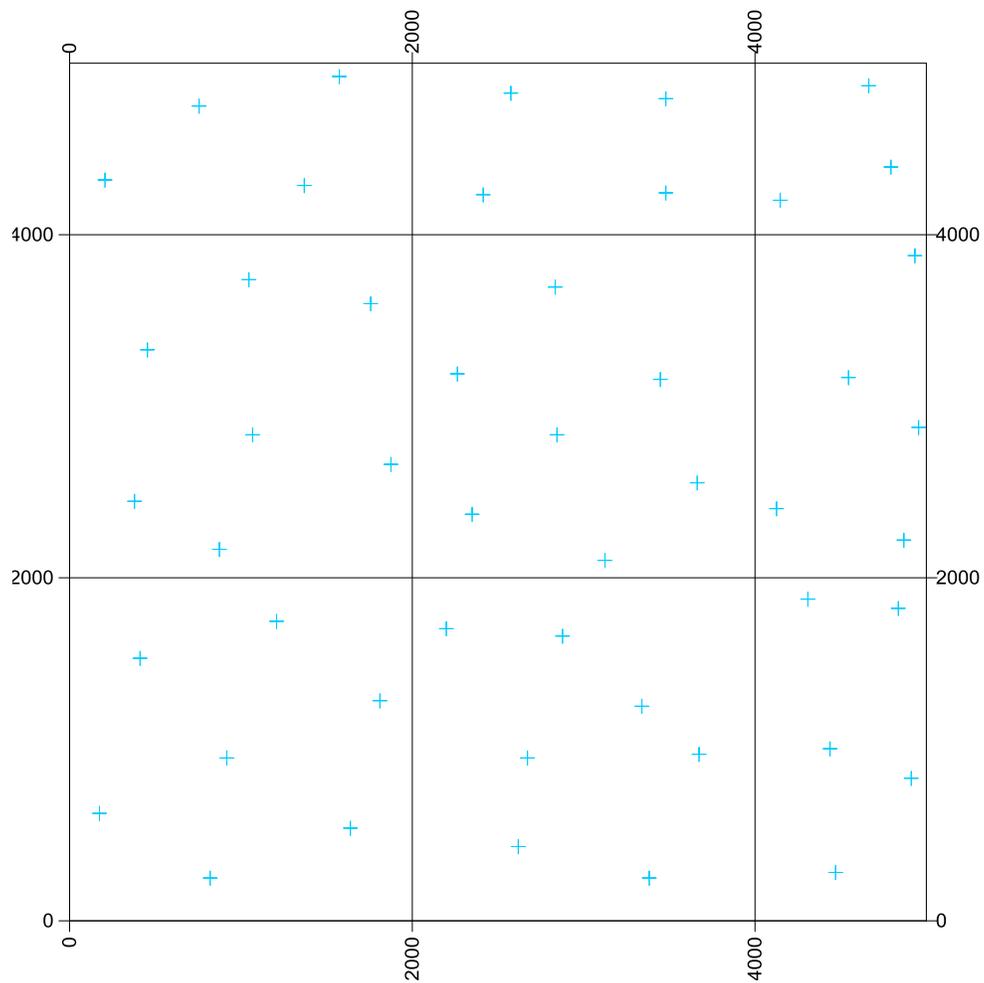
Distribución de los puntos de observación 19 puntos



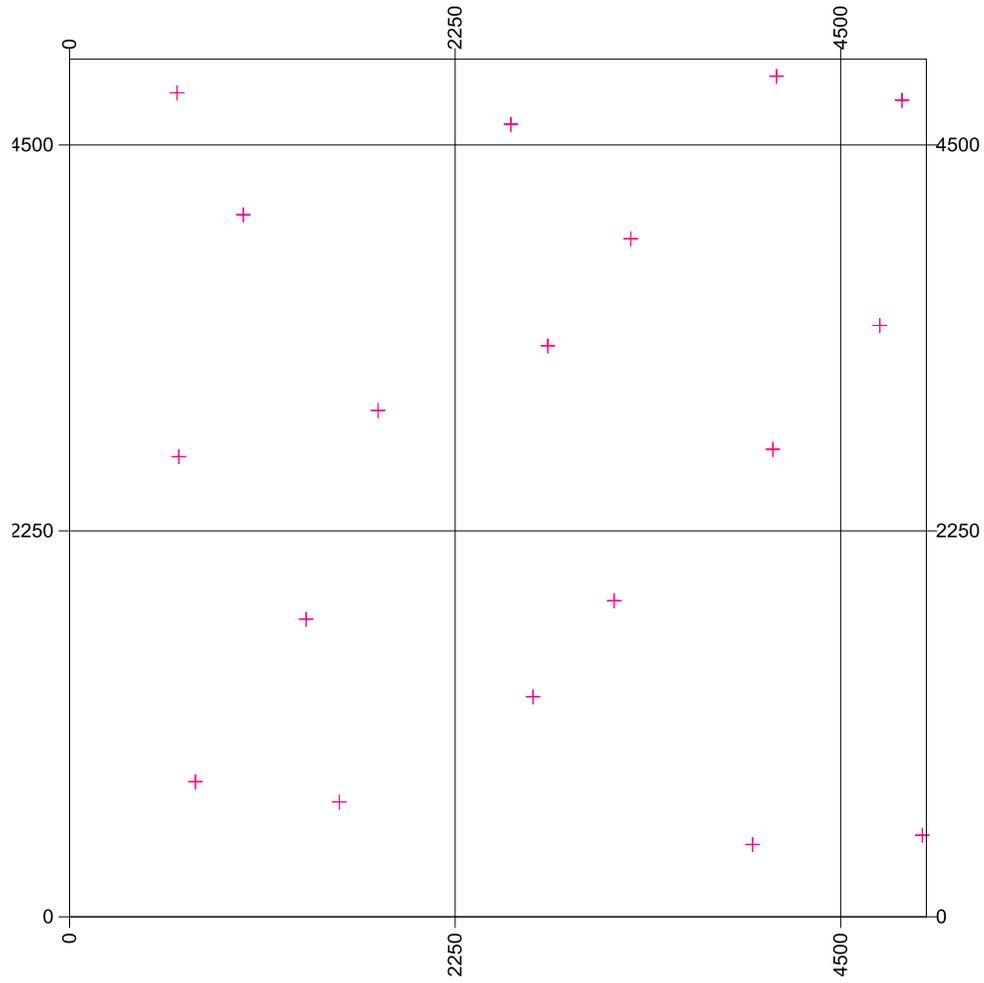
Distribución de los puntos de observación 32 puntos



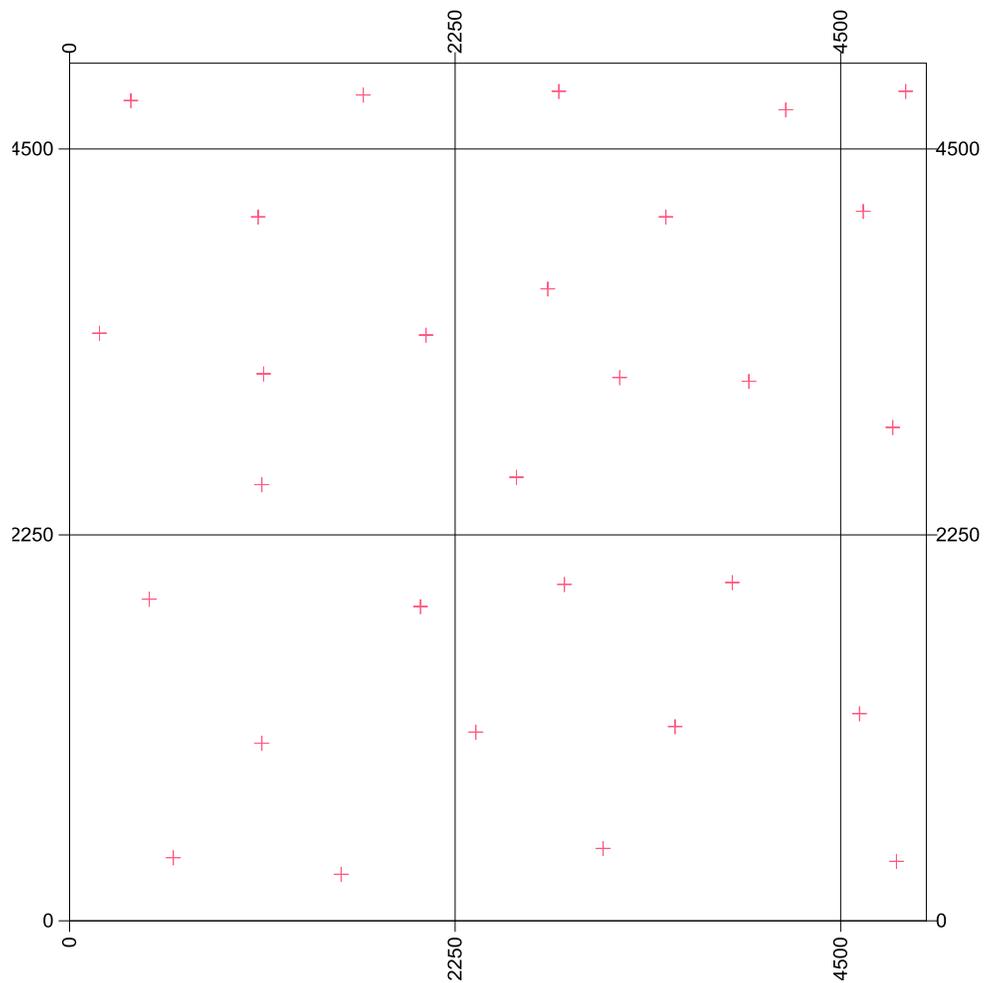
Distribución de los puntos de observación 49 puntos



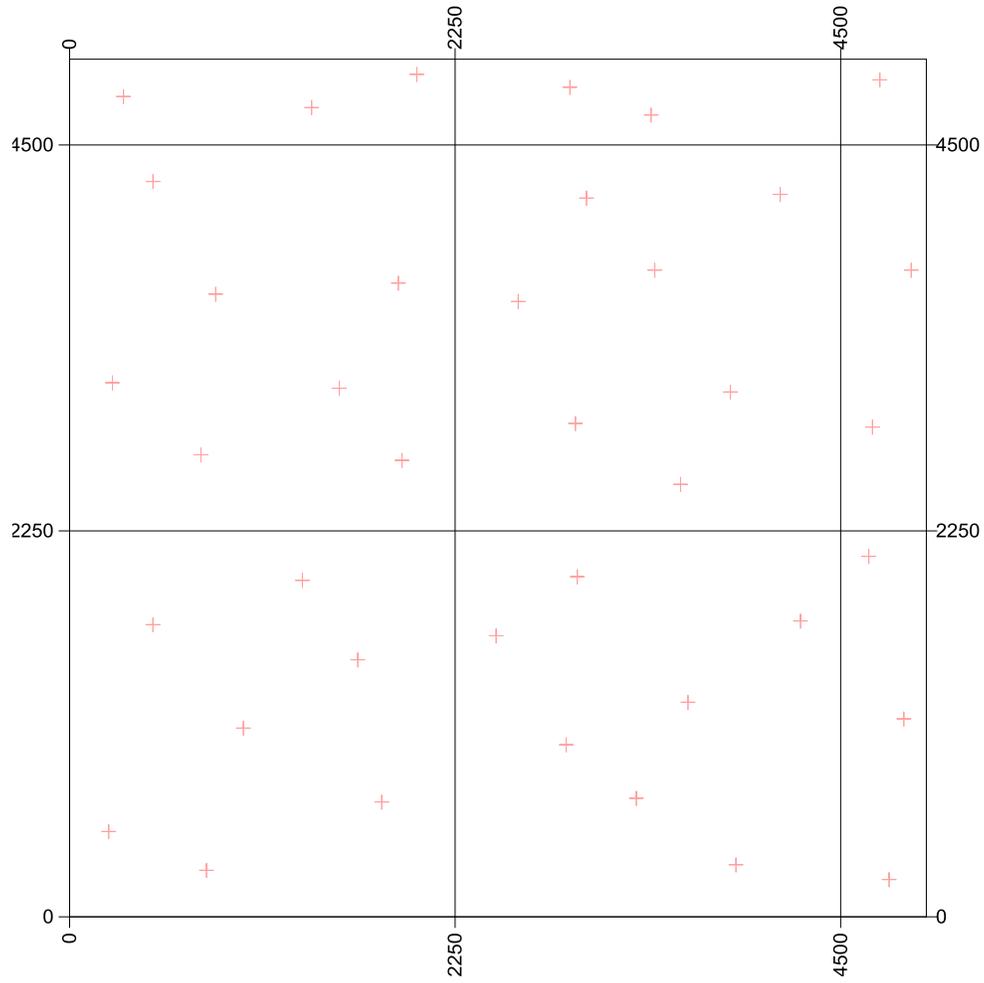
Distribución de los puntos de observación 18 puntos



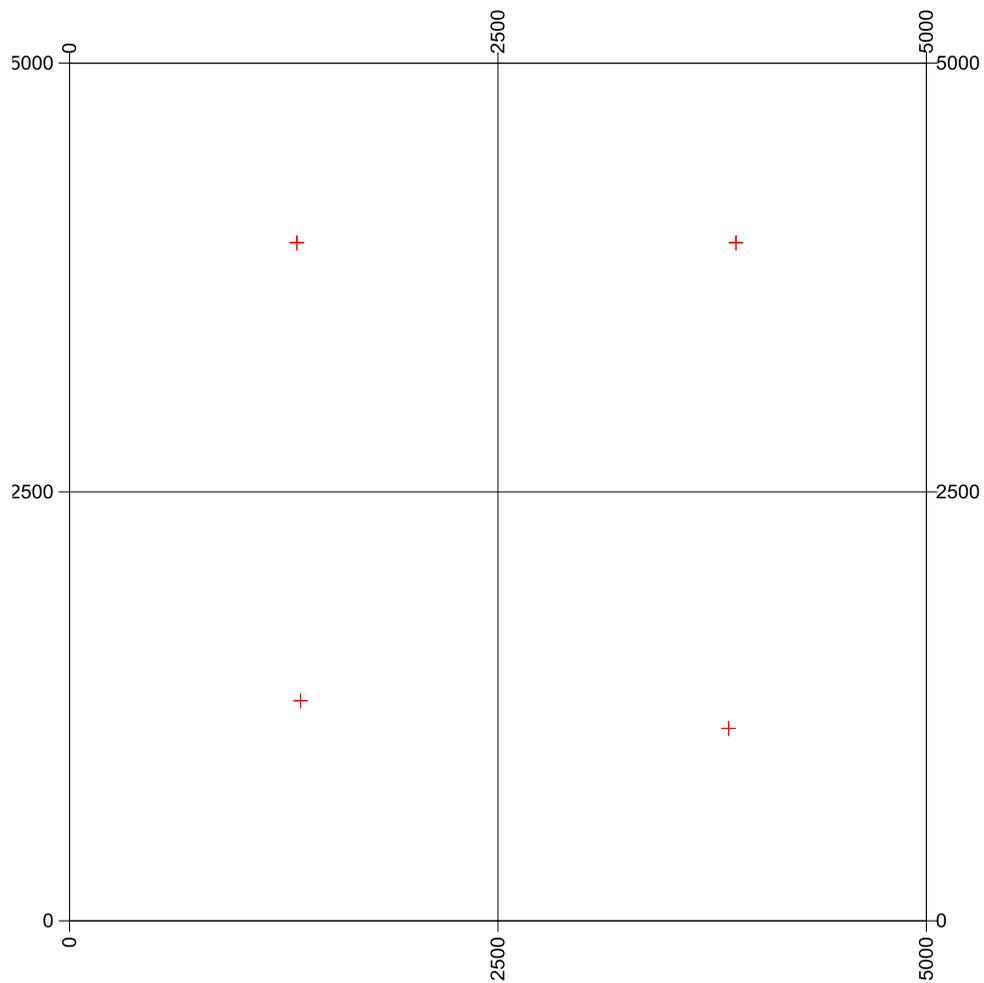
Distribución de los puntos de observación 29 puntos



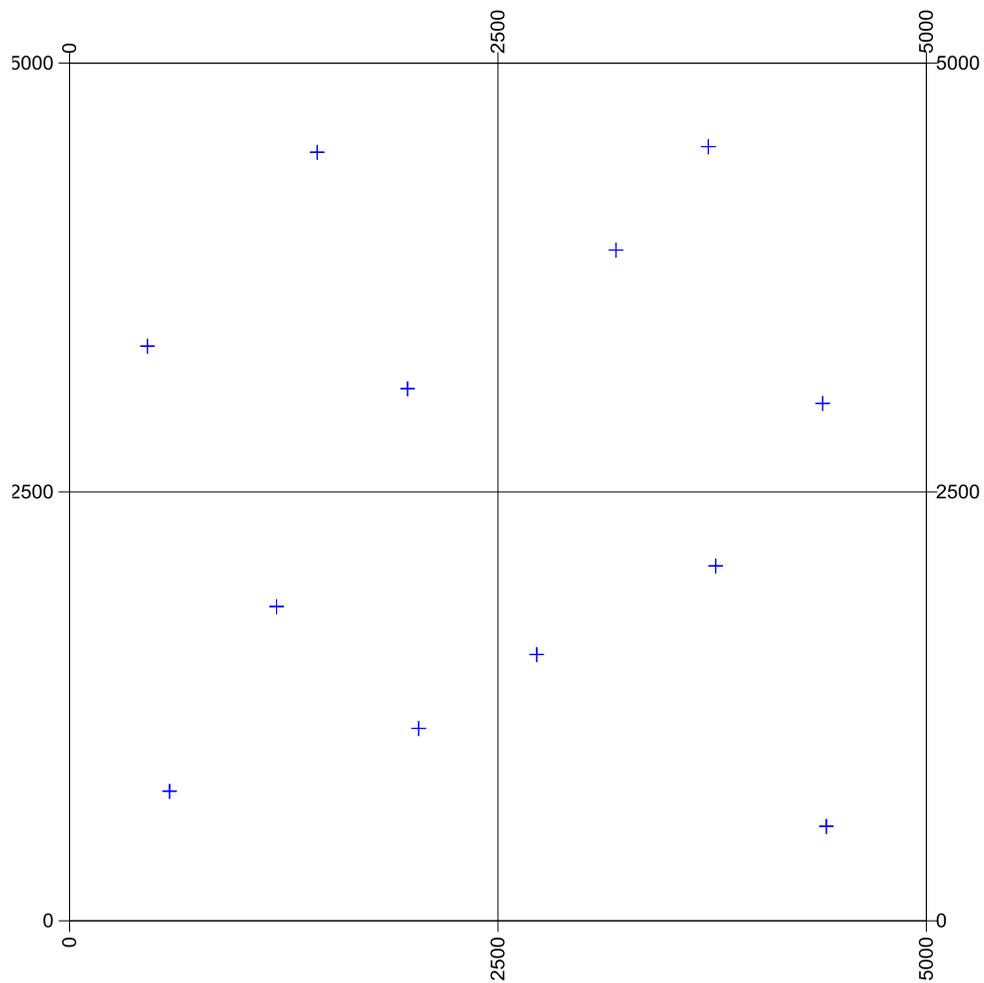
Distribución de los puntos de observación 39 puntos



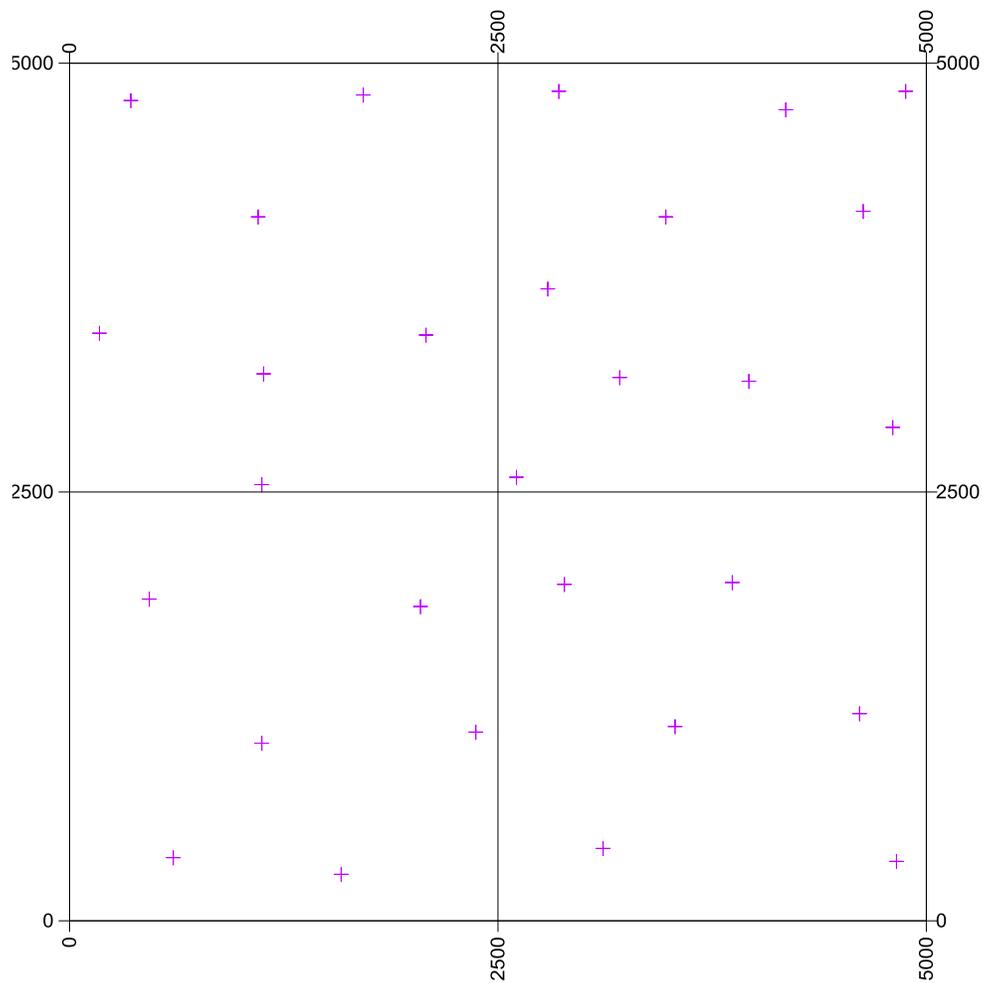
Distribución de los puntos de observación 4 puntos



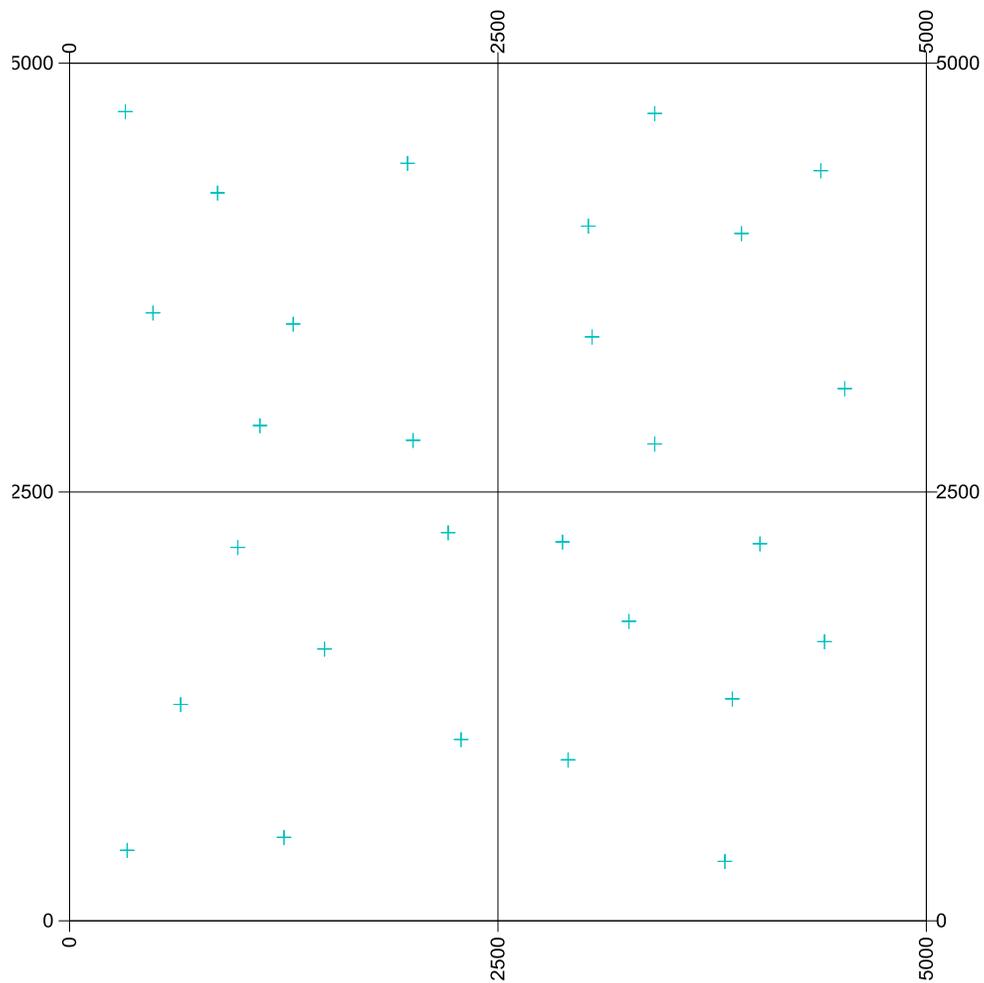
Distribución de los puntos de observación 12 puntos



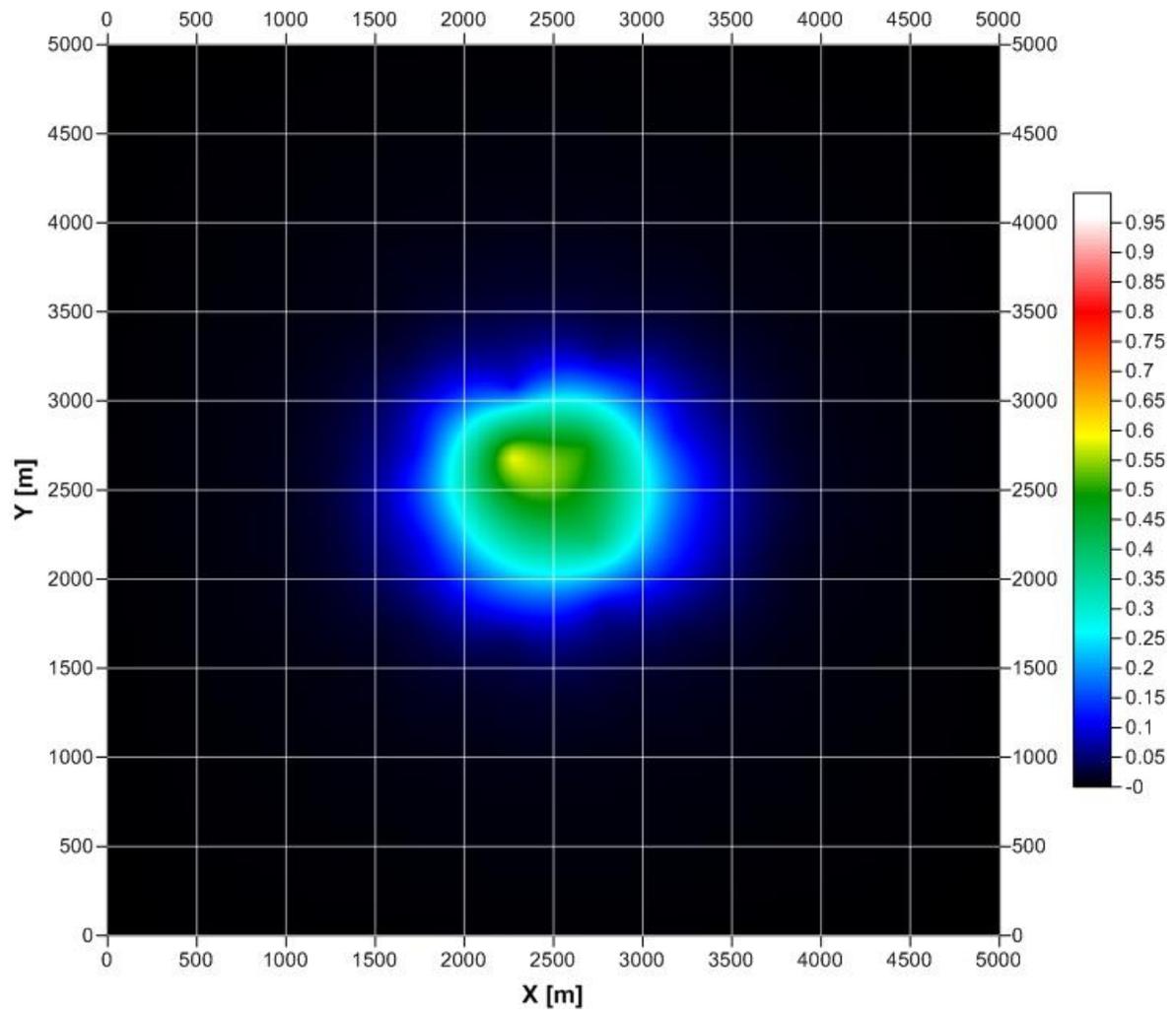
Distribución de los puntos de observación 20 puntos

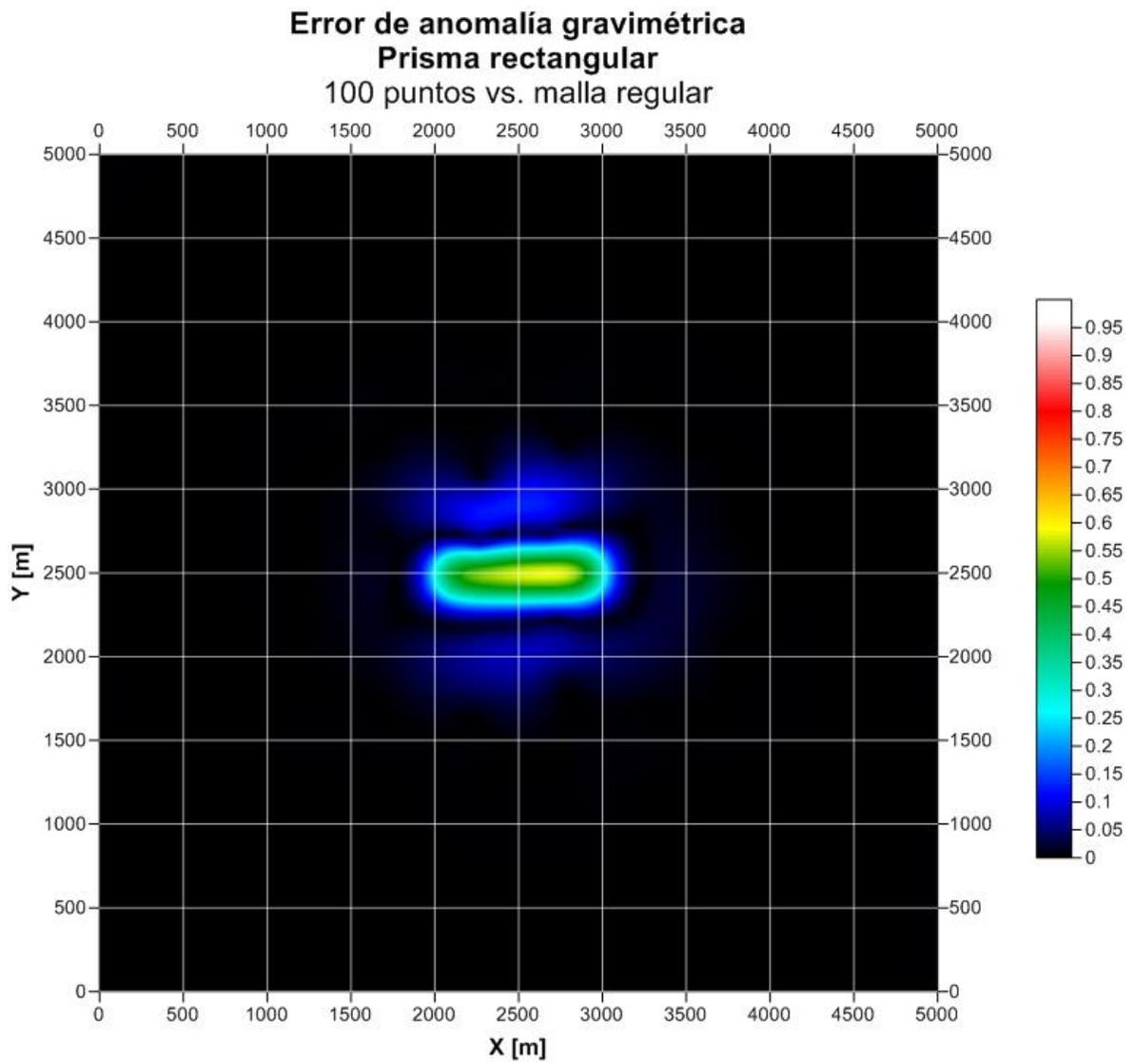


Distribución de los puntos de observación 28 puntos

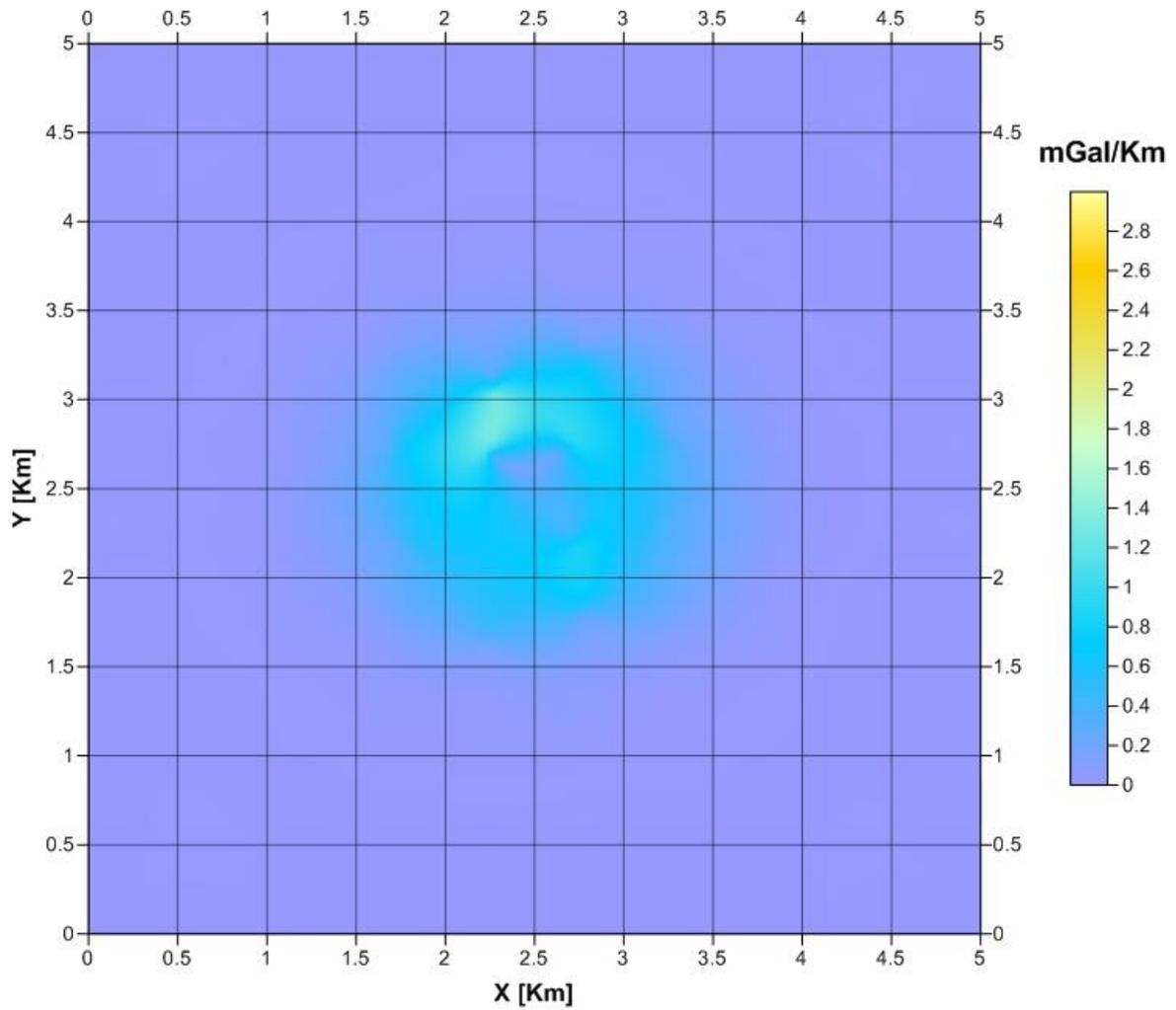


Anexo 2
Anomalia gravimétrica reconstruida de un prisma rectangular
Modelo sintético
100 puntos de observación



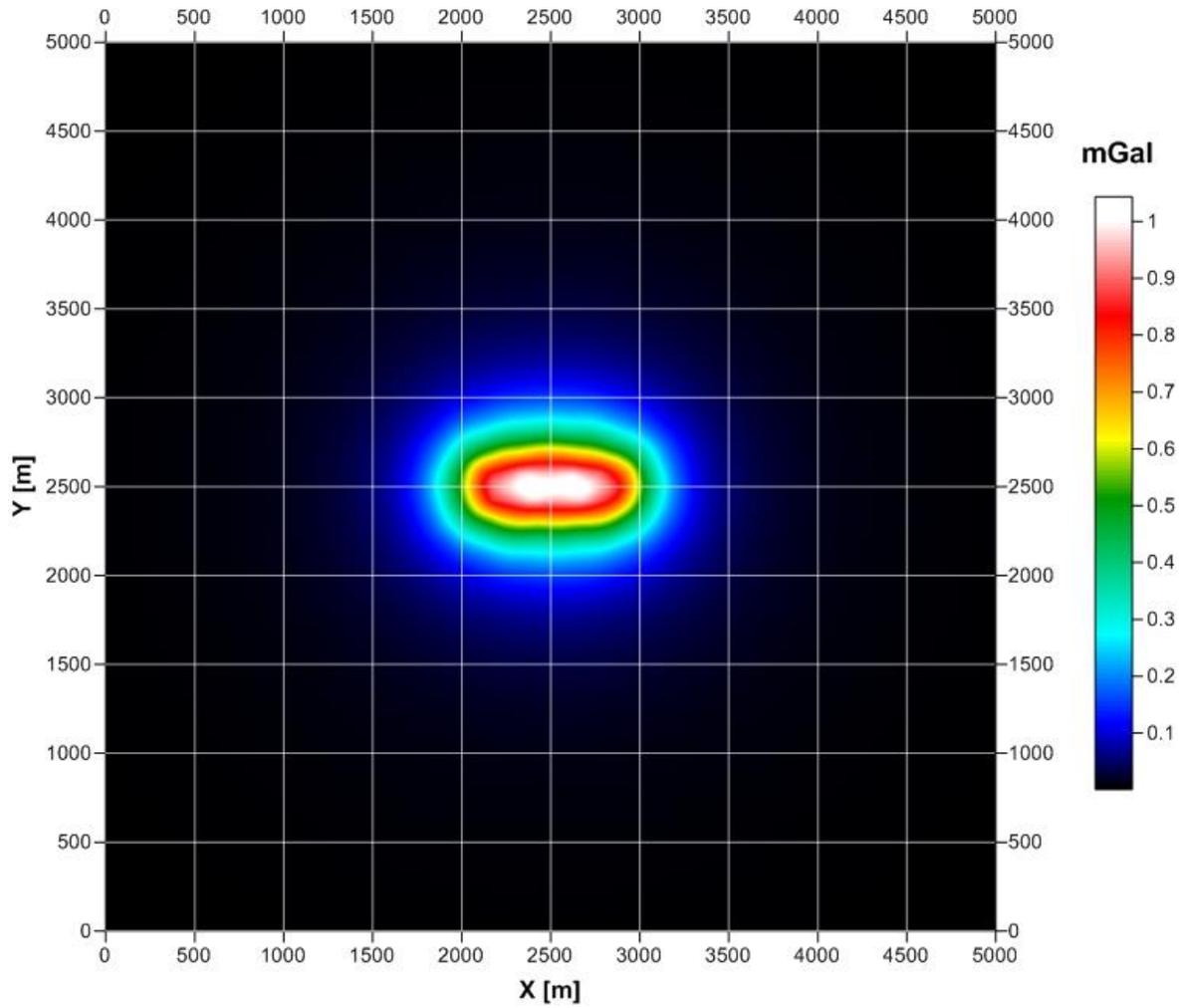


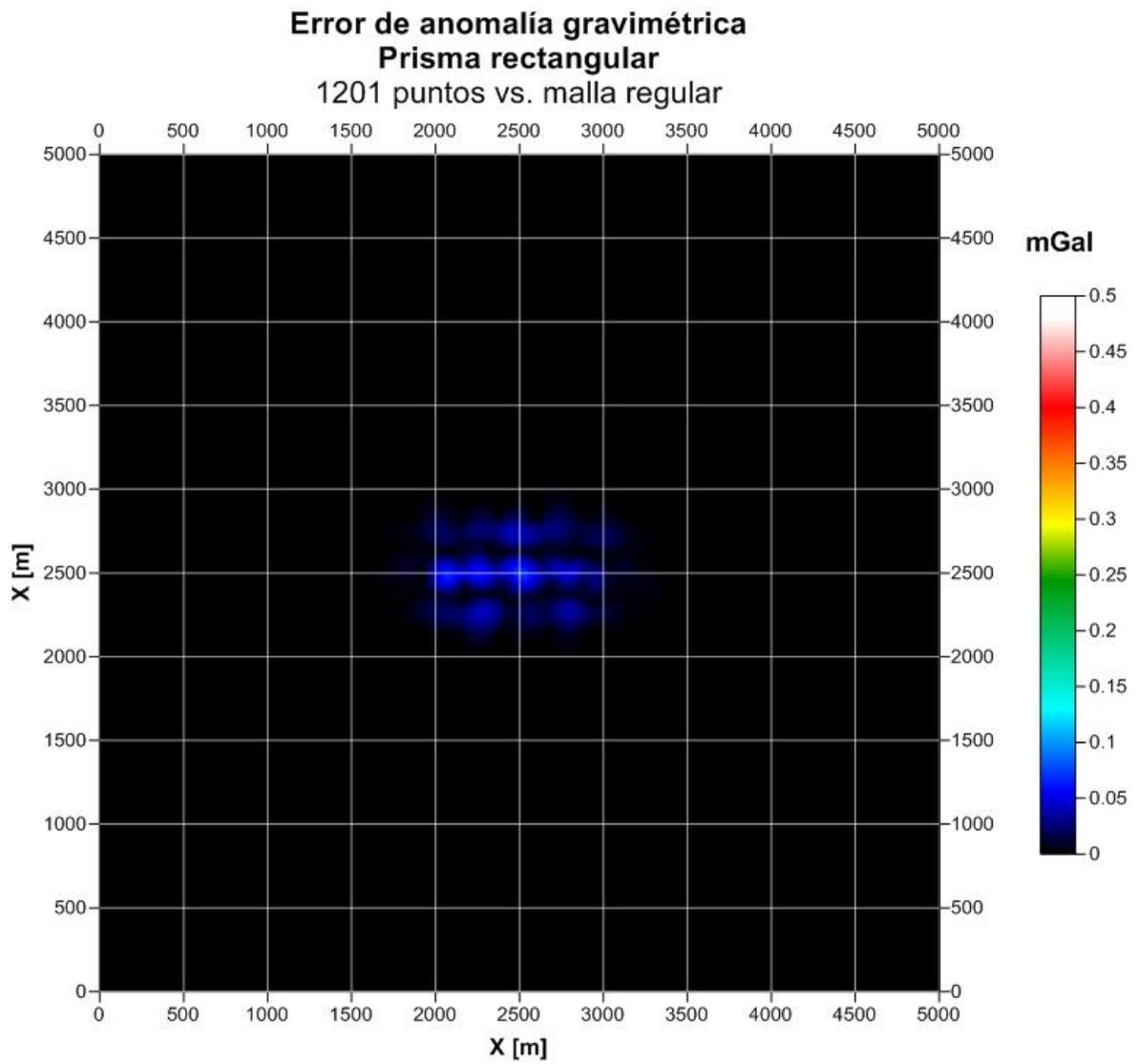
Gradiente horizontal de G_z reconstruido de un prisma rectangular Modelo sintético 100 puntos de observación



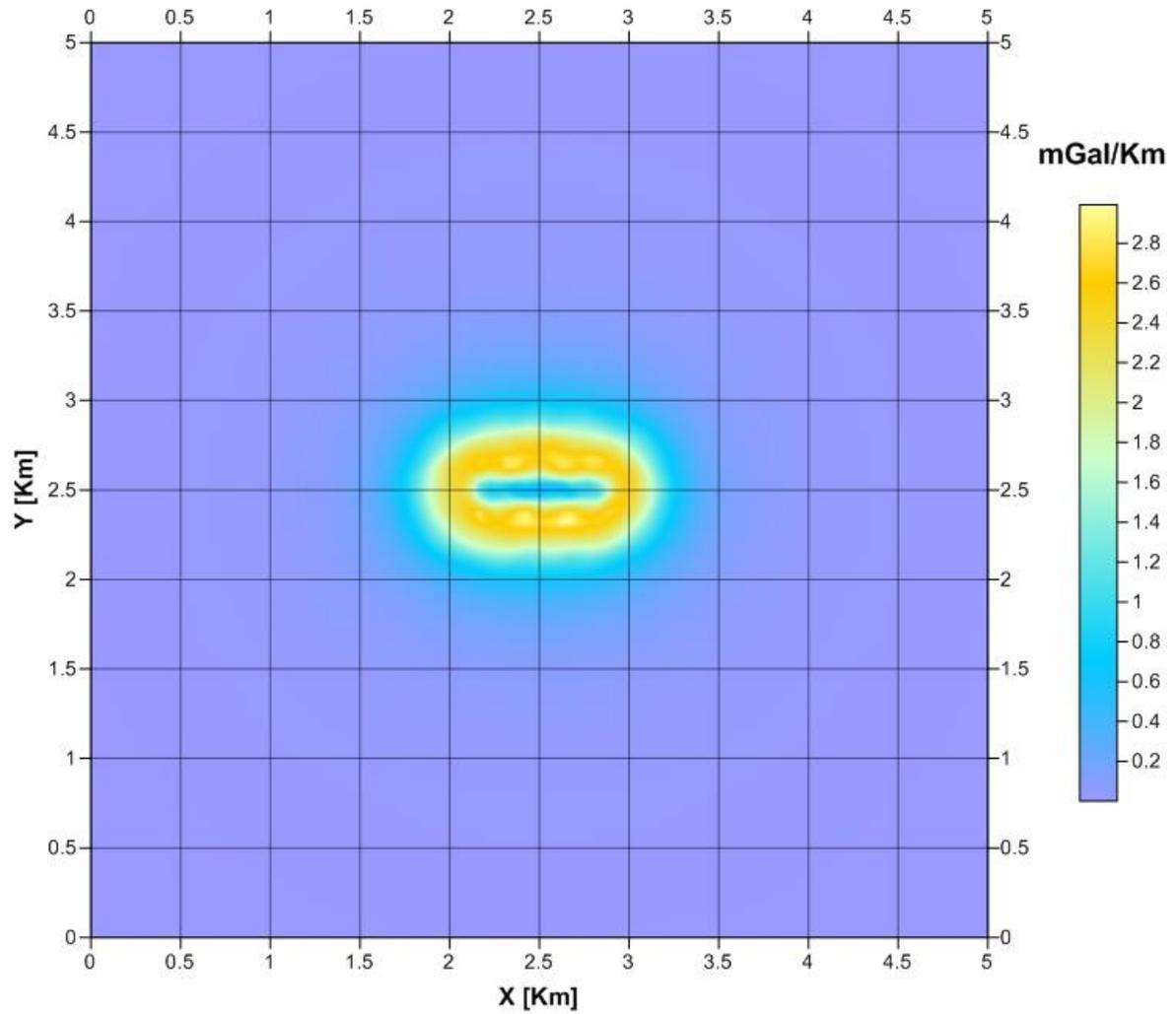
Anomalía gravimétrica reconstruida de un prisma rectangular Modelo sintético

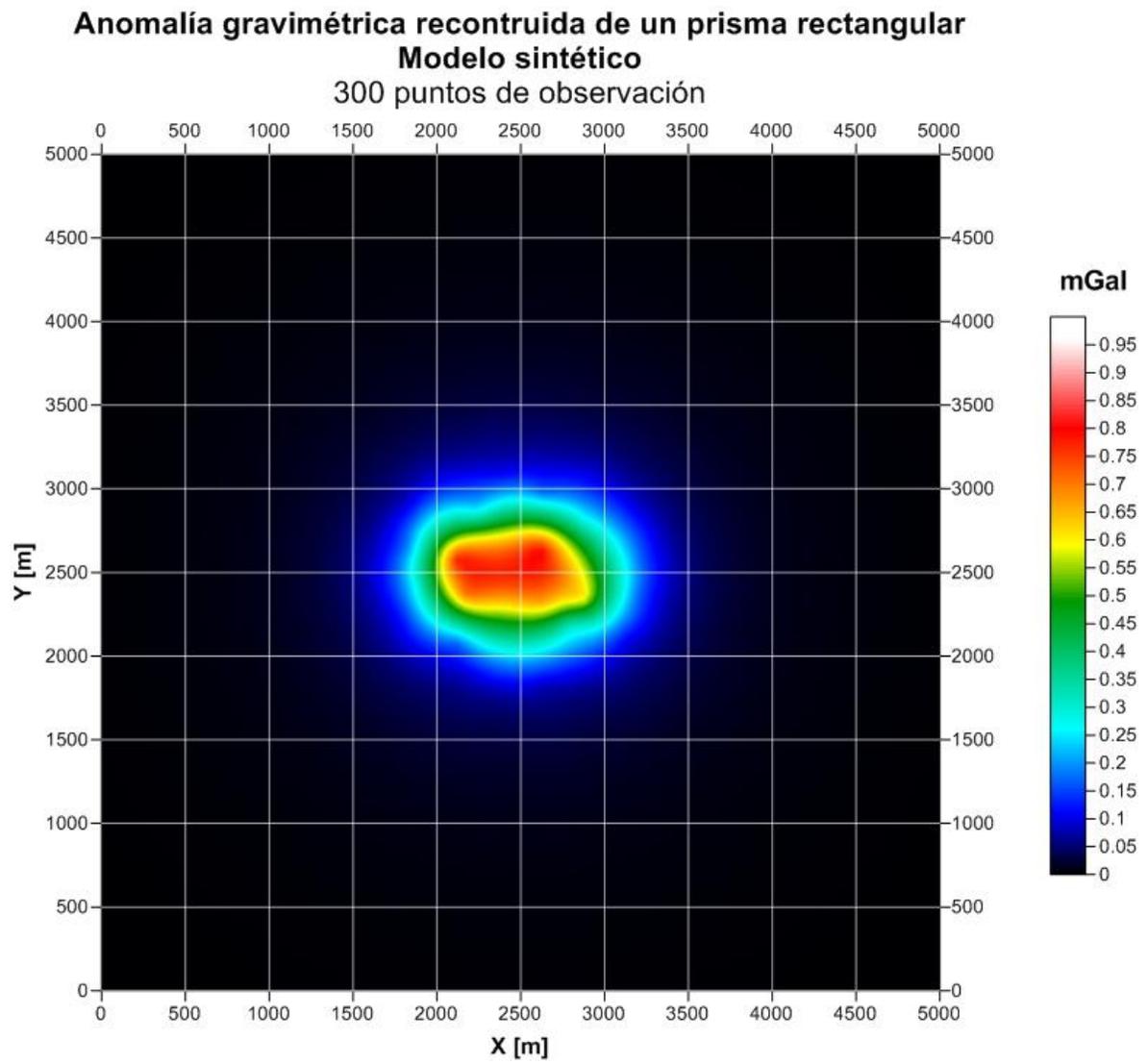
1201 puntos de observación

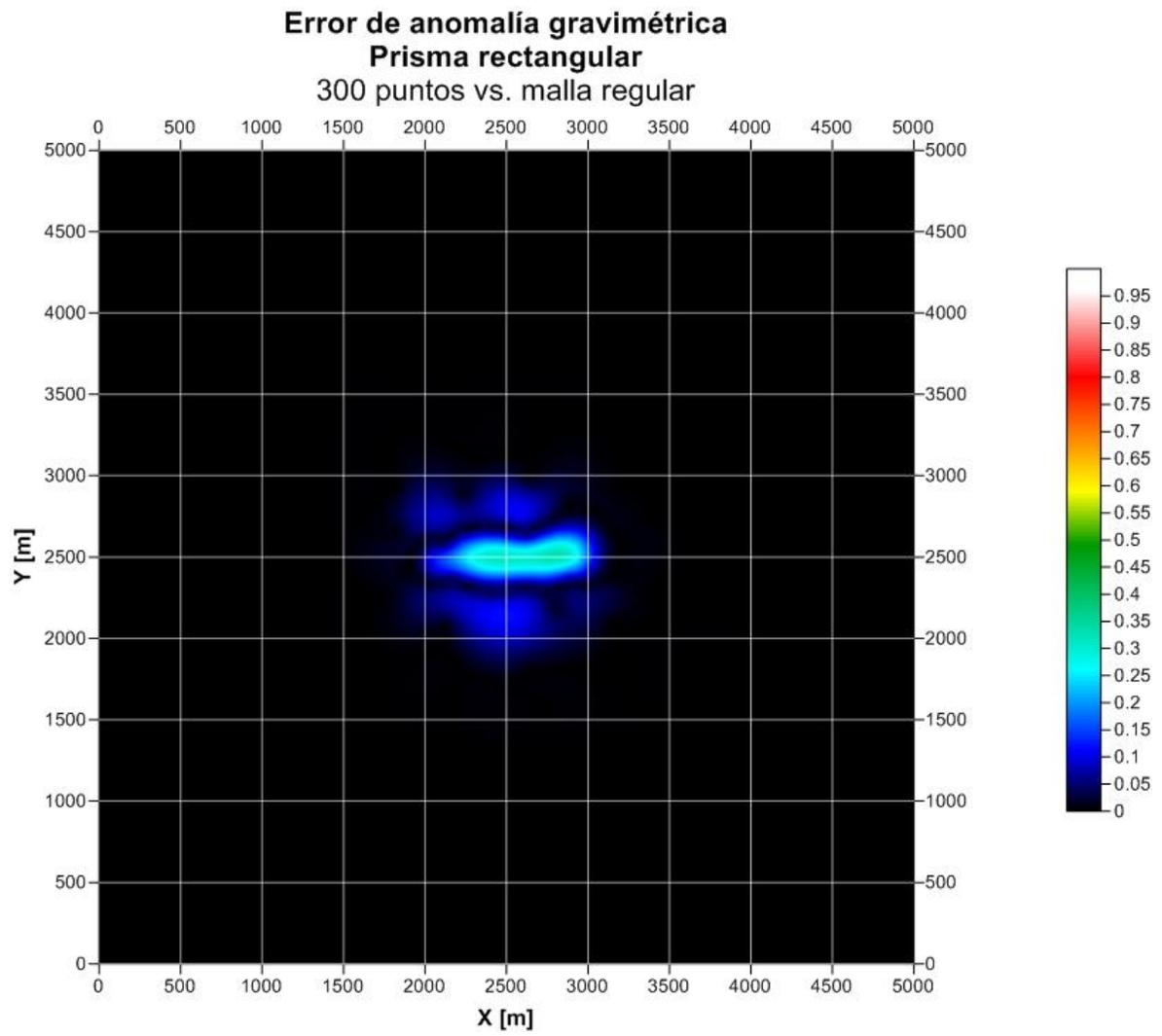




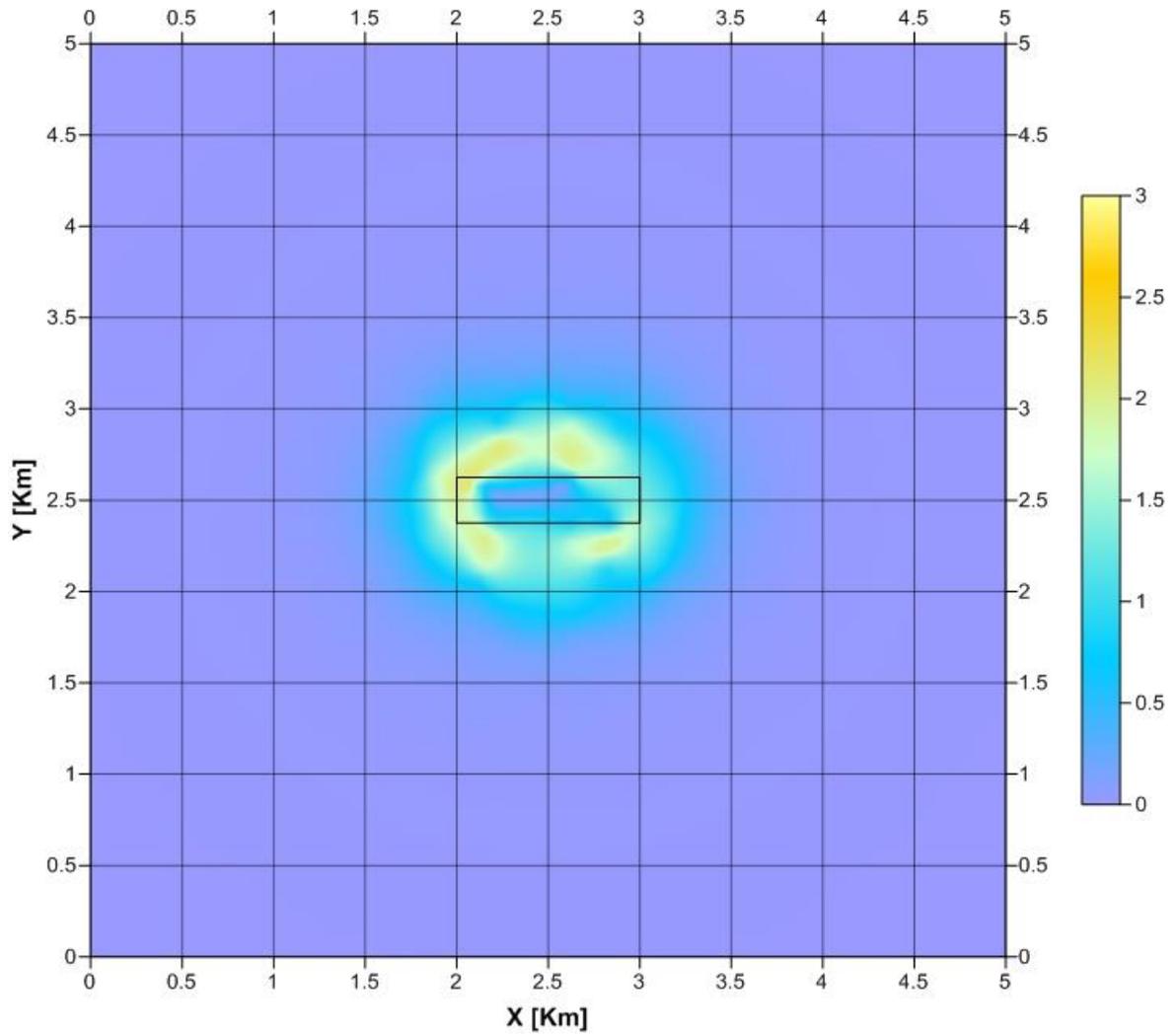
Gradiente horizontal de G_z reconstruido de un prisma rectangular Modelo sintético 1201 puntos de observación





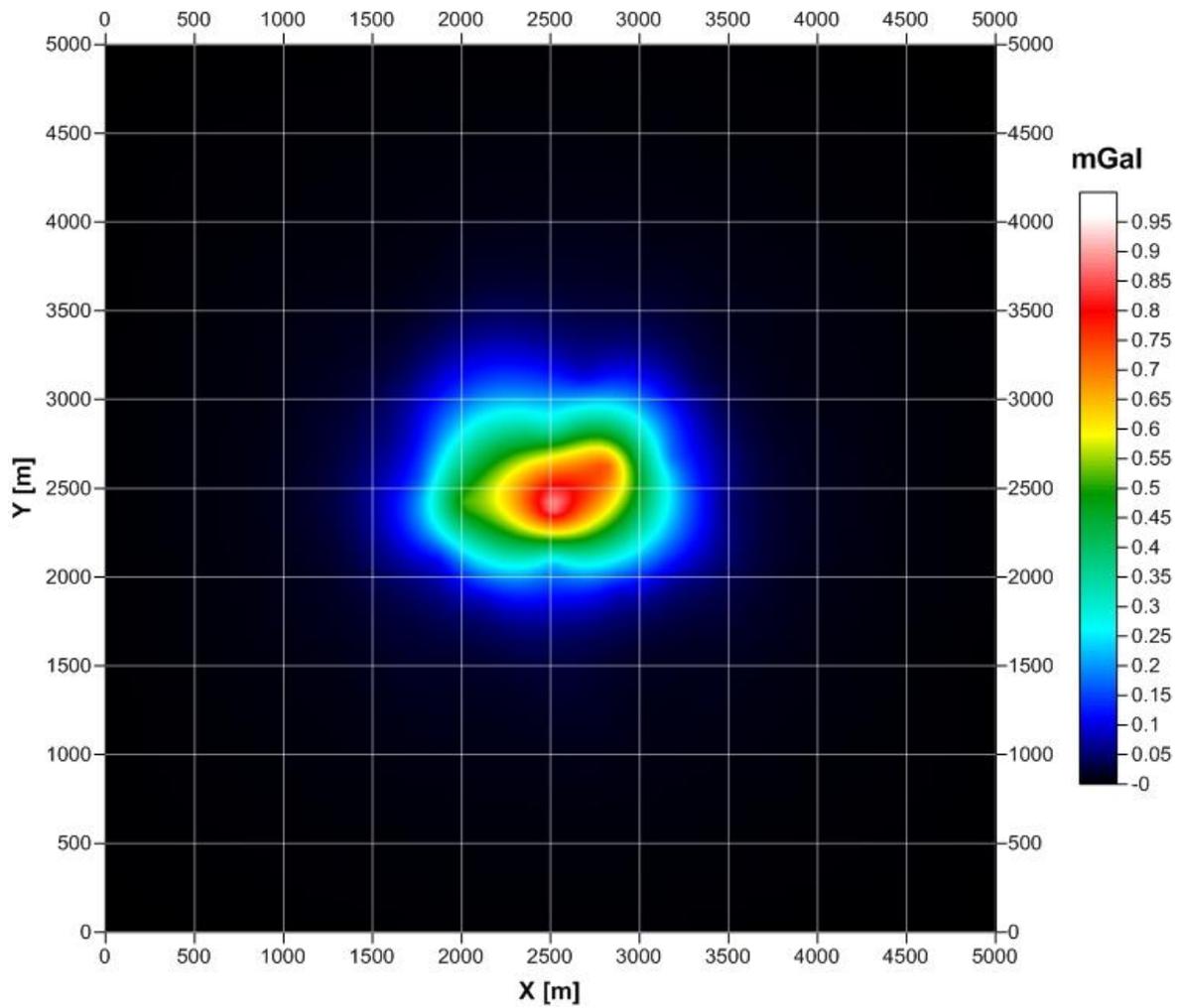


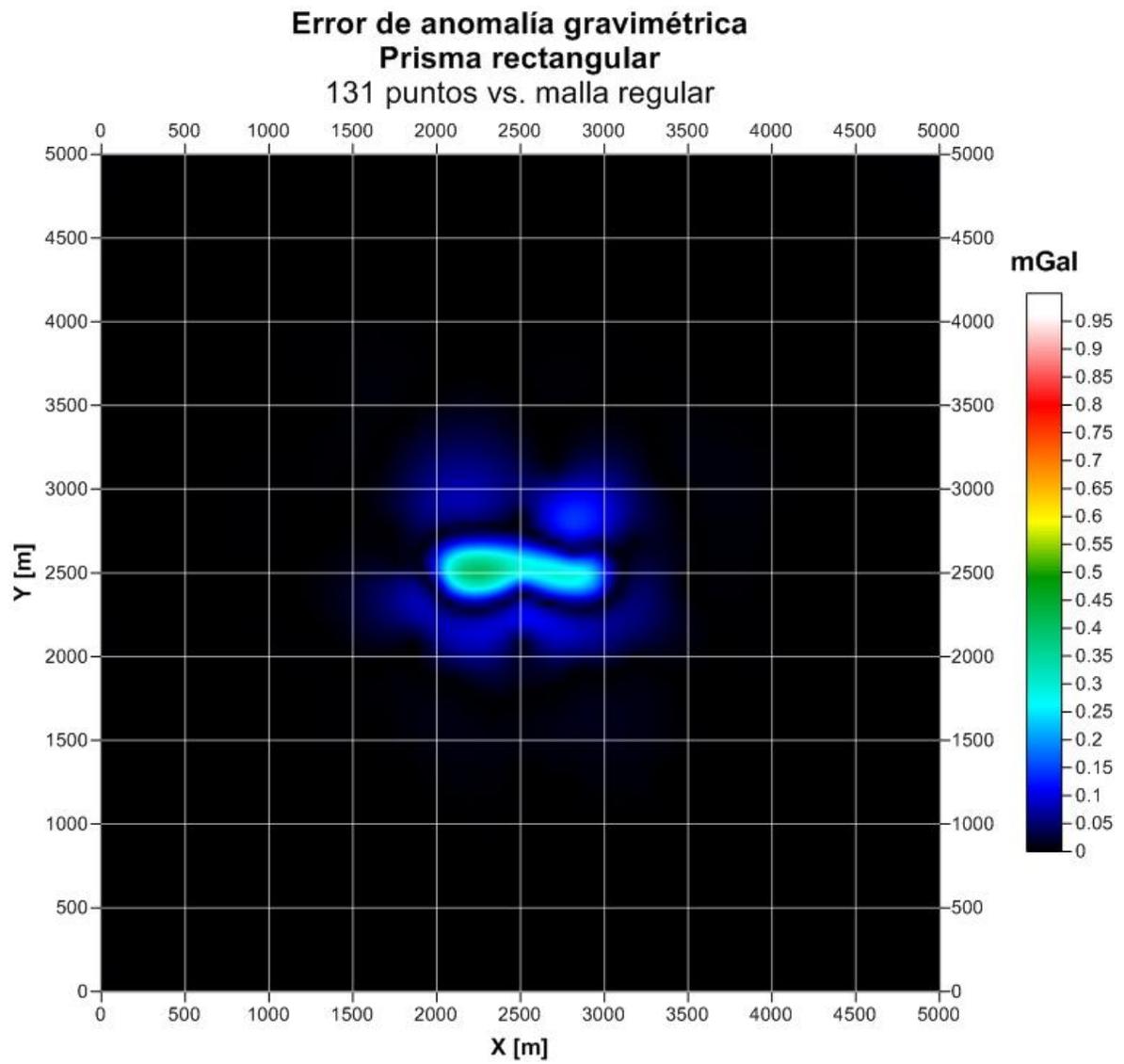
Gradiente horizontal de G_z reconstruido de un prisma rectangular Modelo sintético 300 puntos de observación



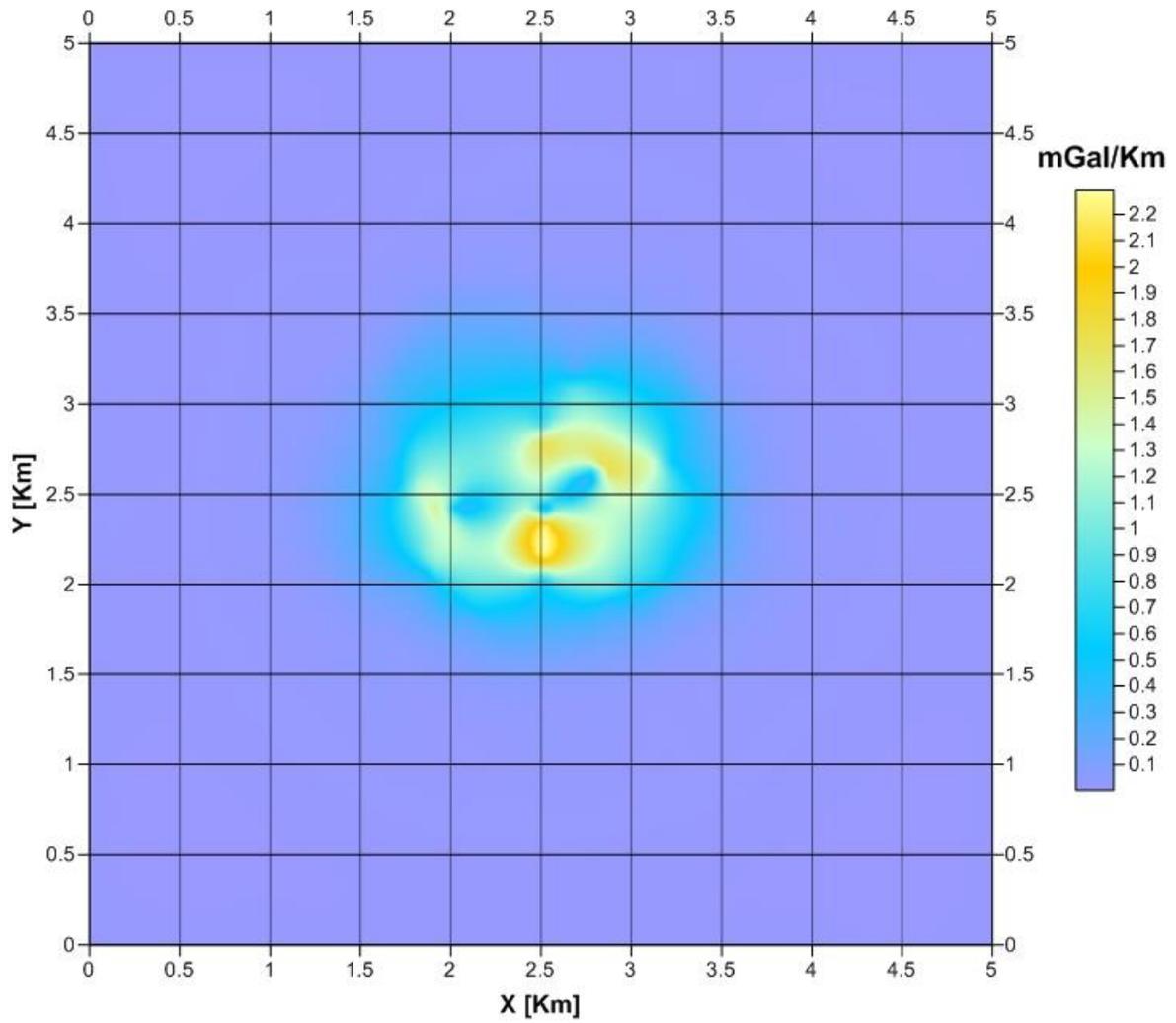
Anomalía gravimétrica reconstruida de un prisma rectangular Modelo sintético

131 puntos de observación

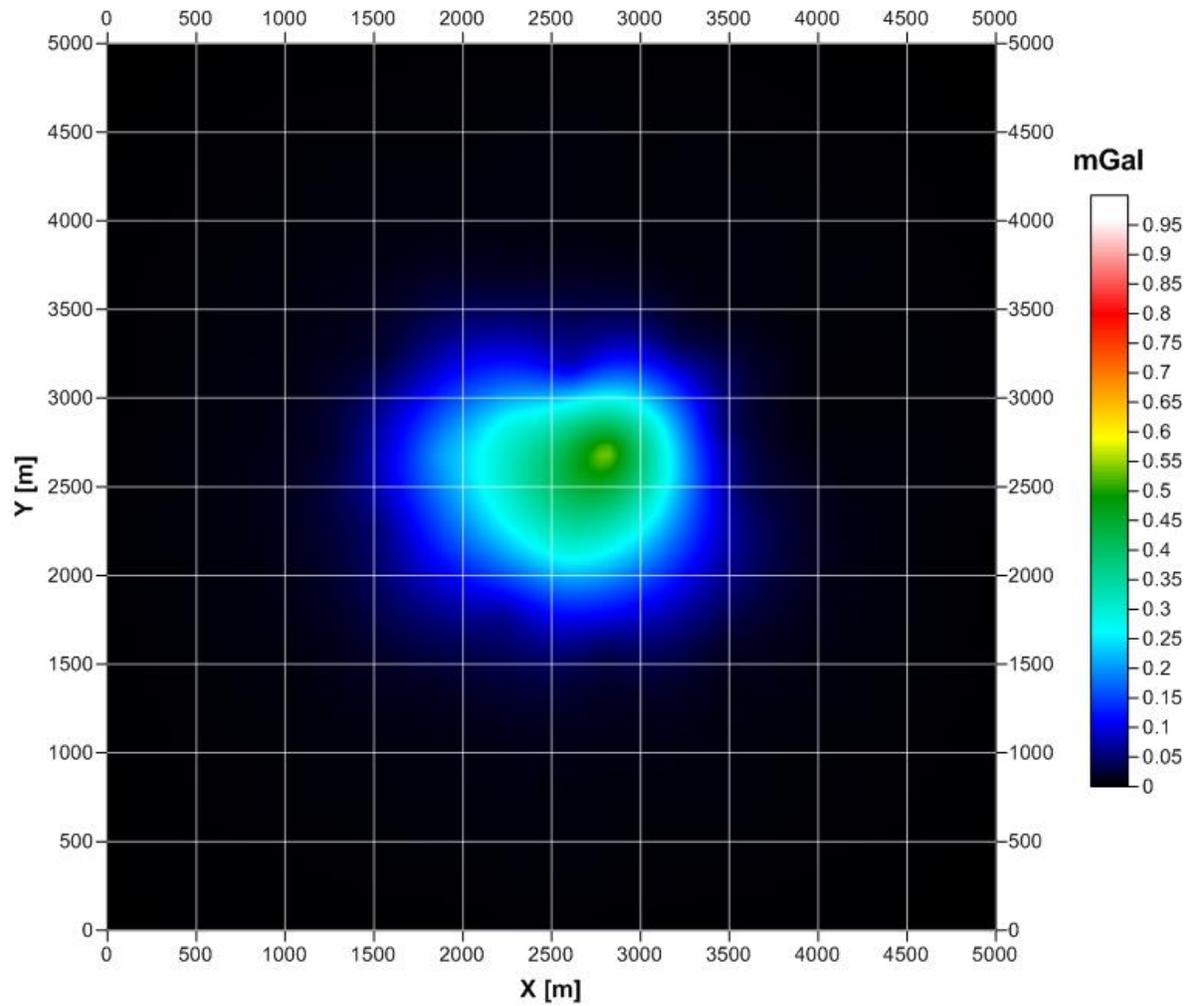


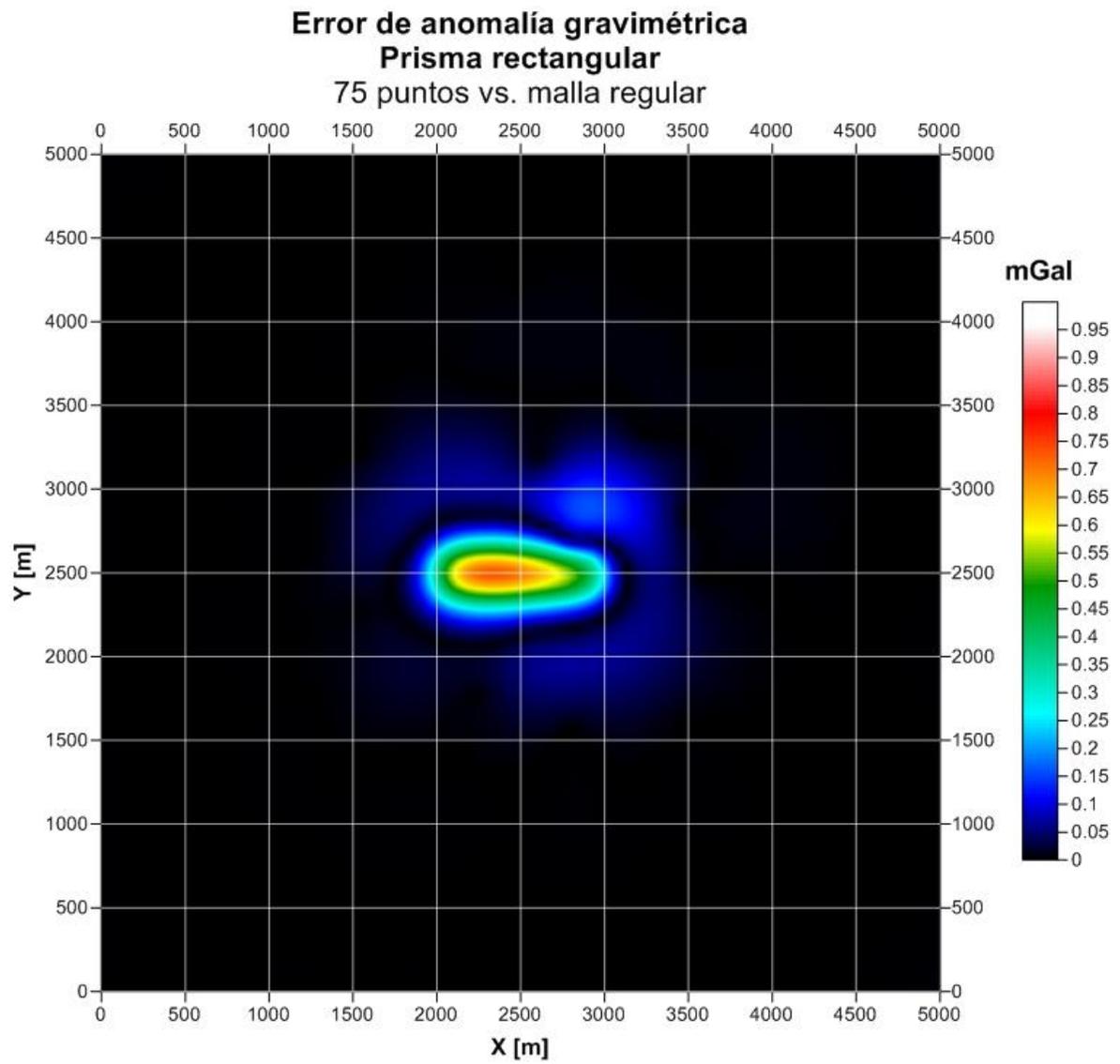


Gradiente horizontal de G_z reconstruido de un prisma rectangular Modelo sintético 131 puntos de observación

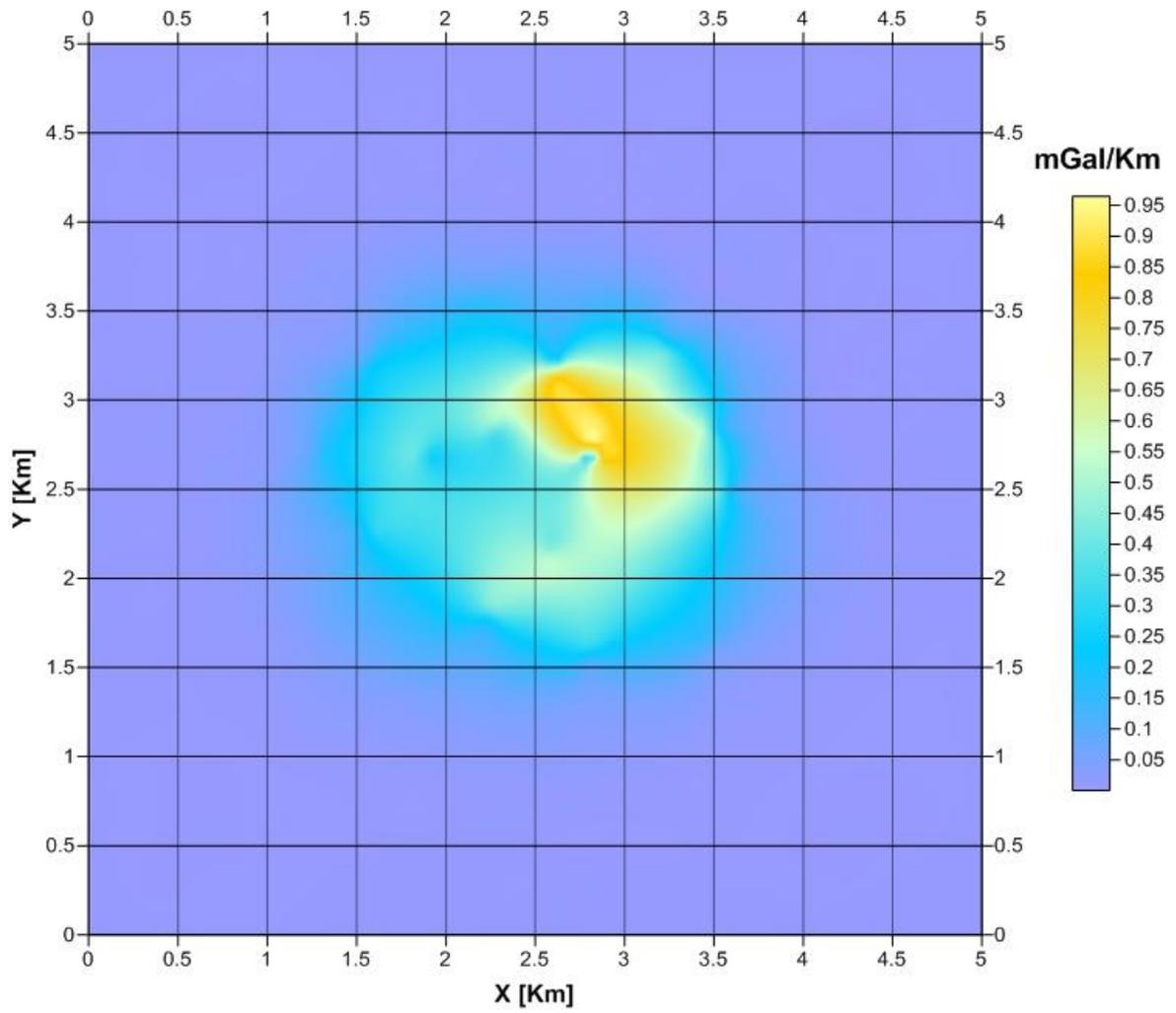


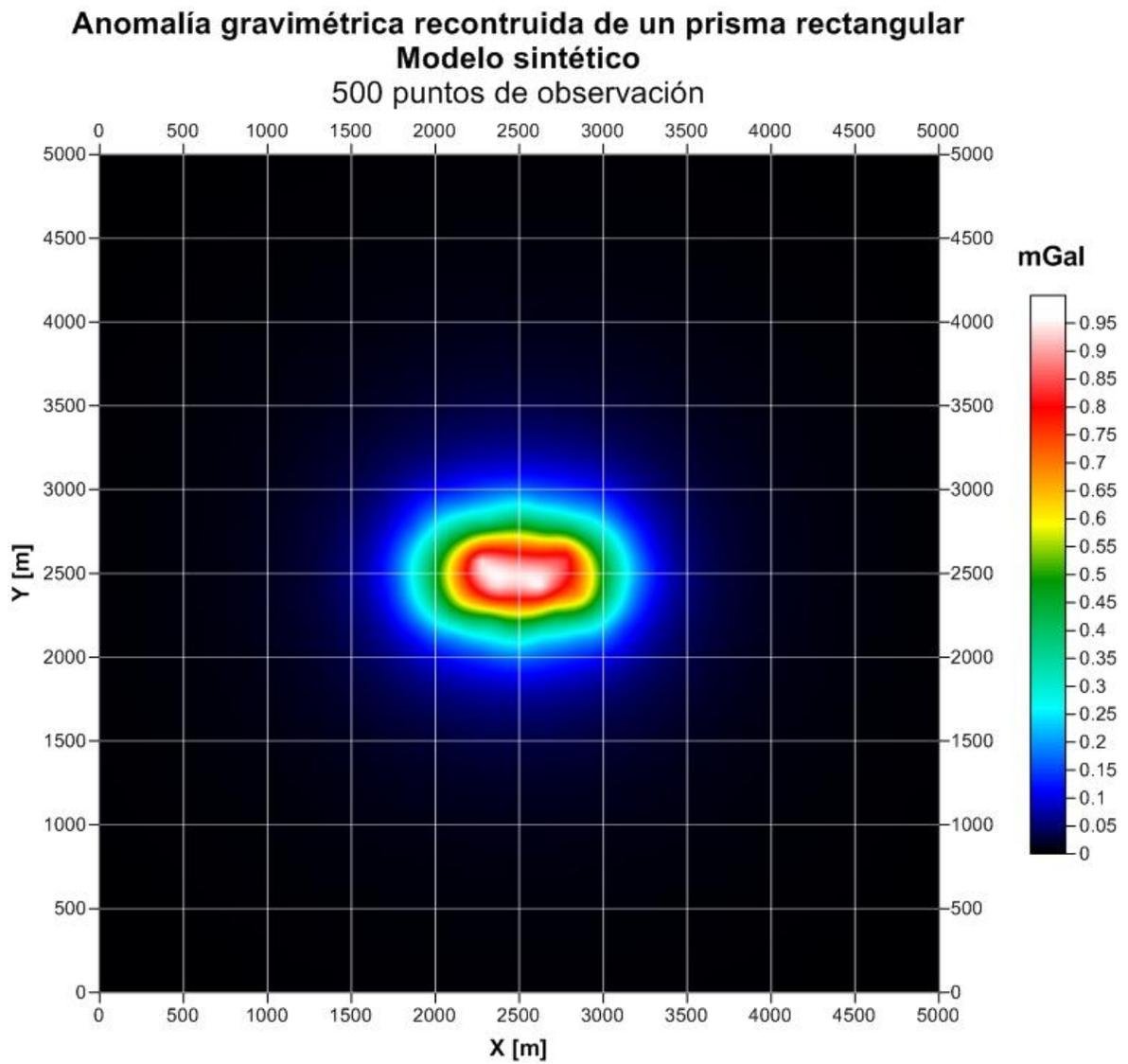
Anomalía gravimétrica reconstruida de un prisma rectangular Modelo sintético 75 puntos de observación

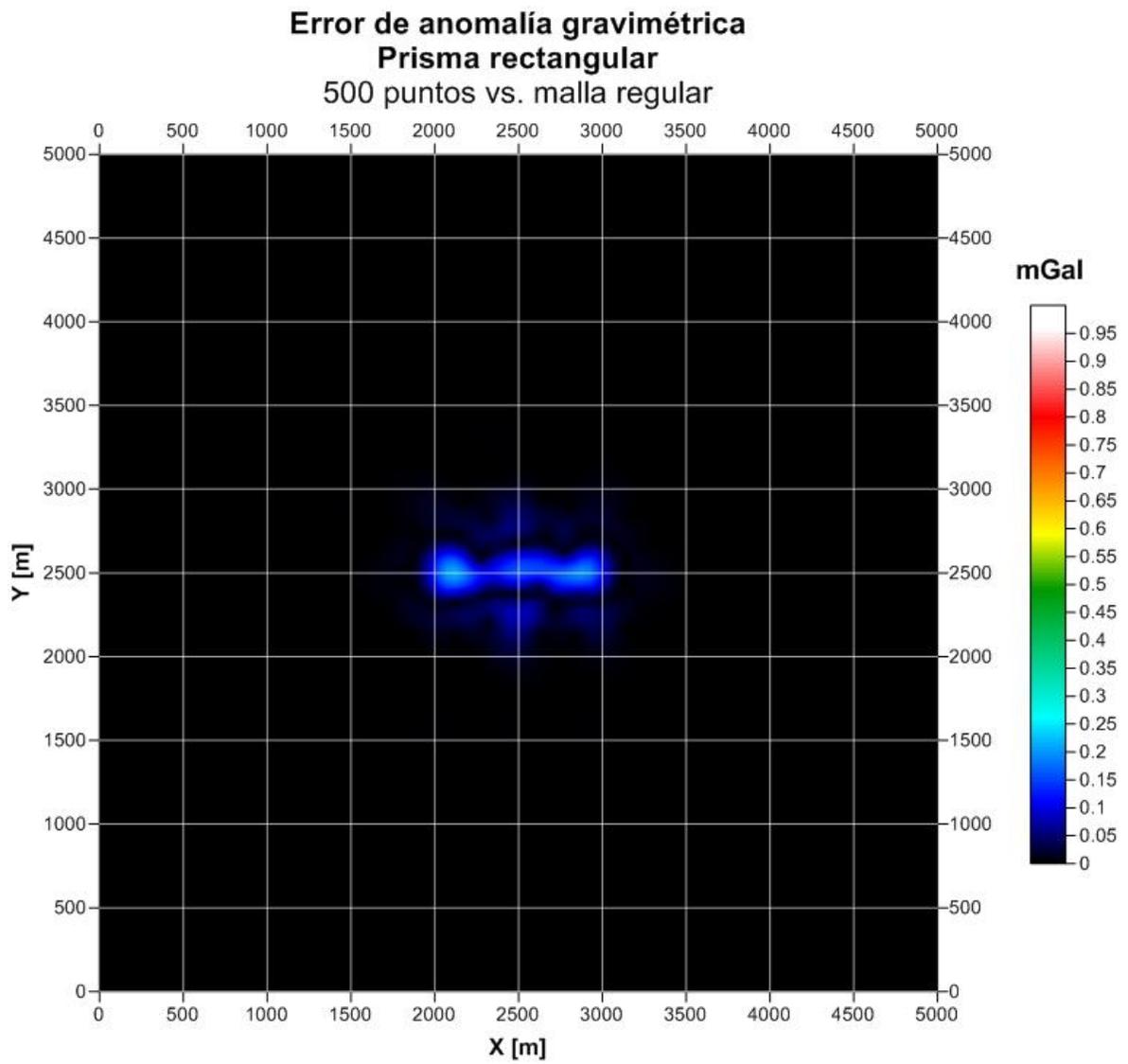




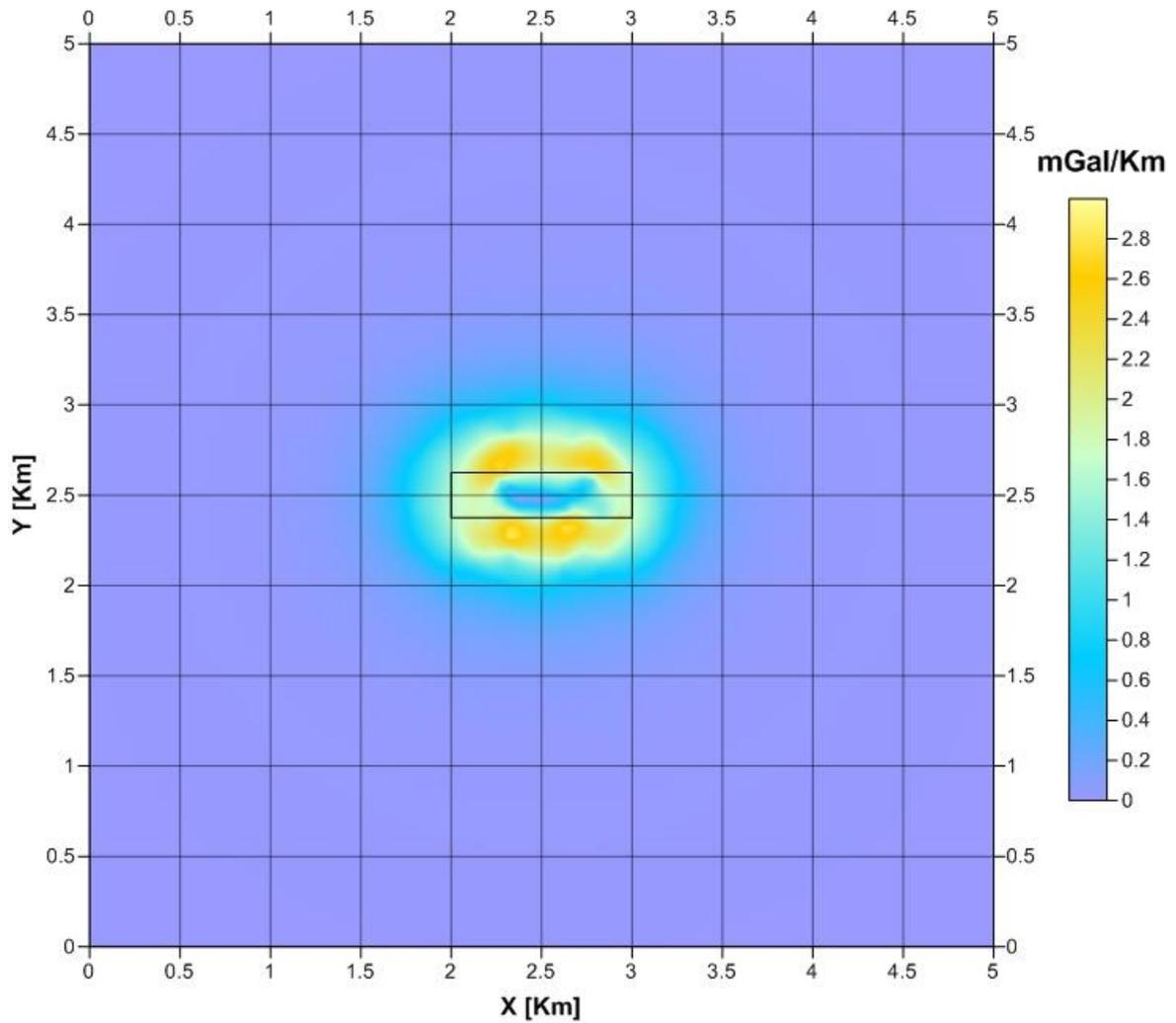
Gradiente horizontal de G_z reconstruido de un prisma rectangular Modelo sintético 75 puntos de observación

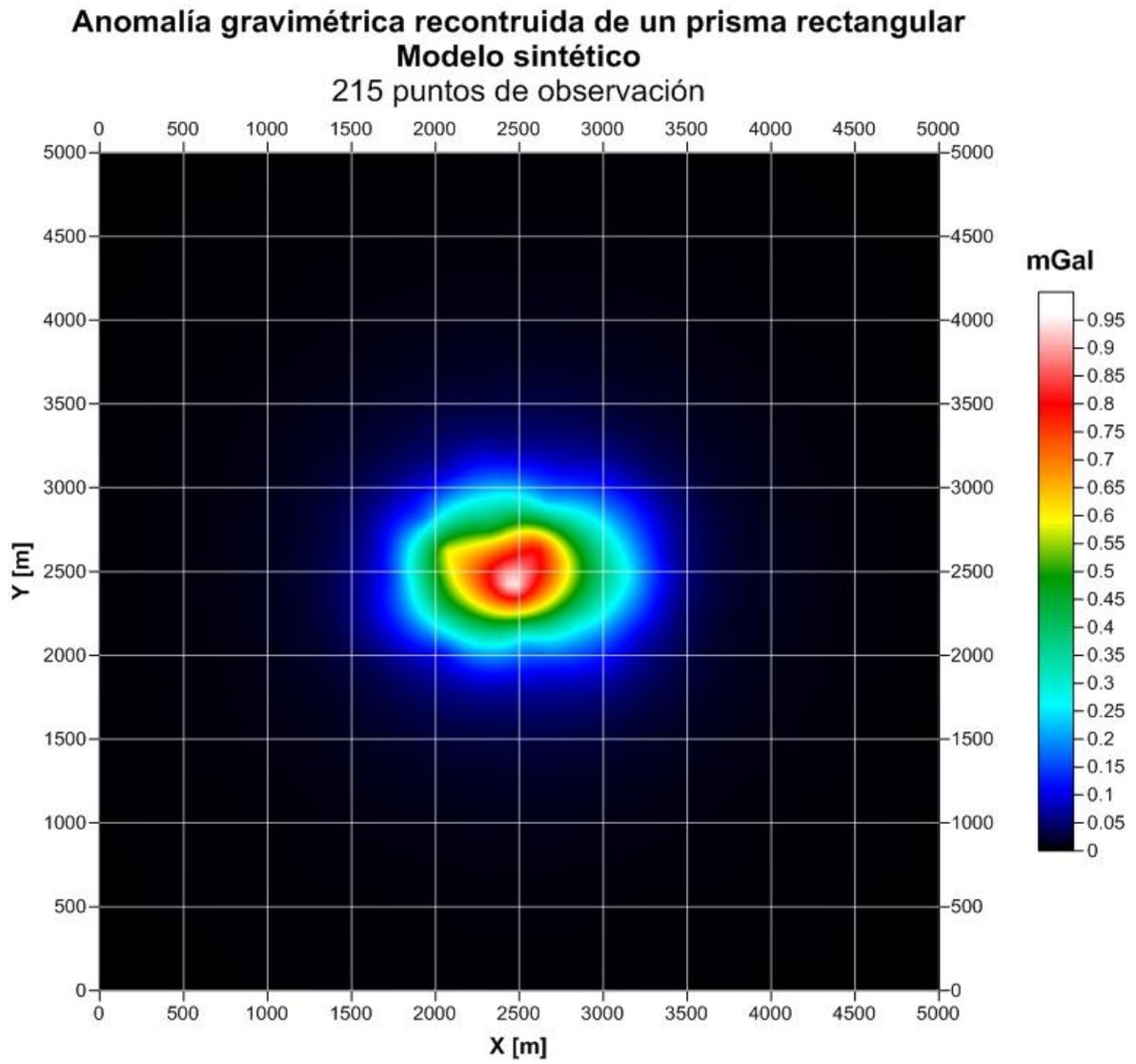


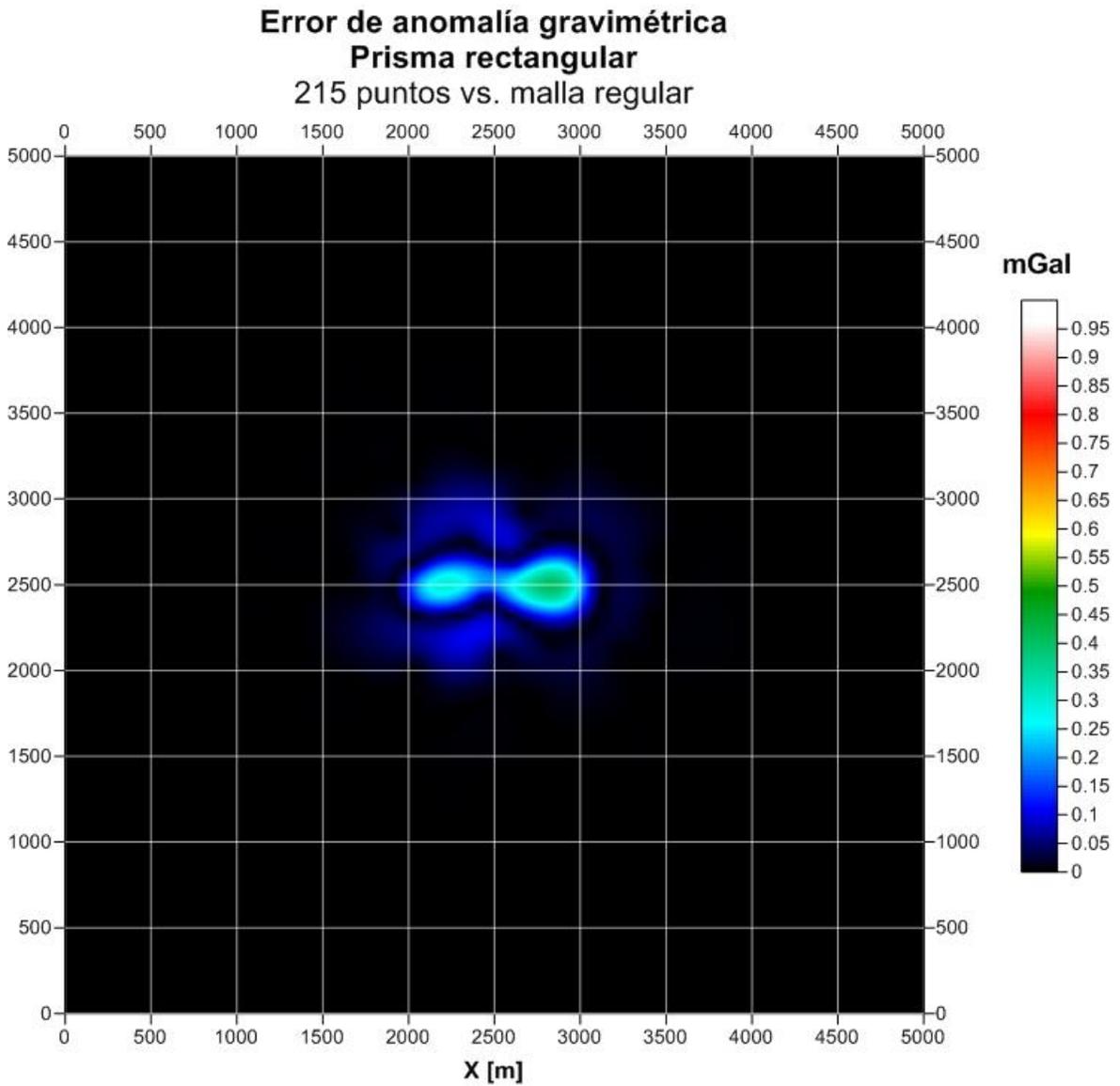




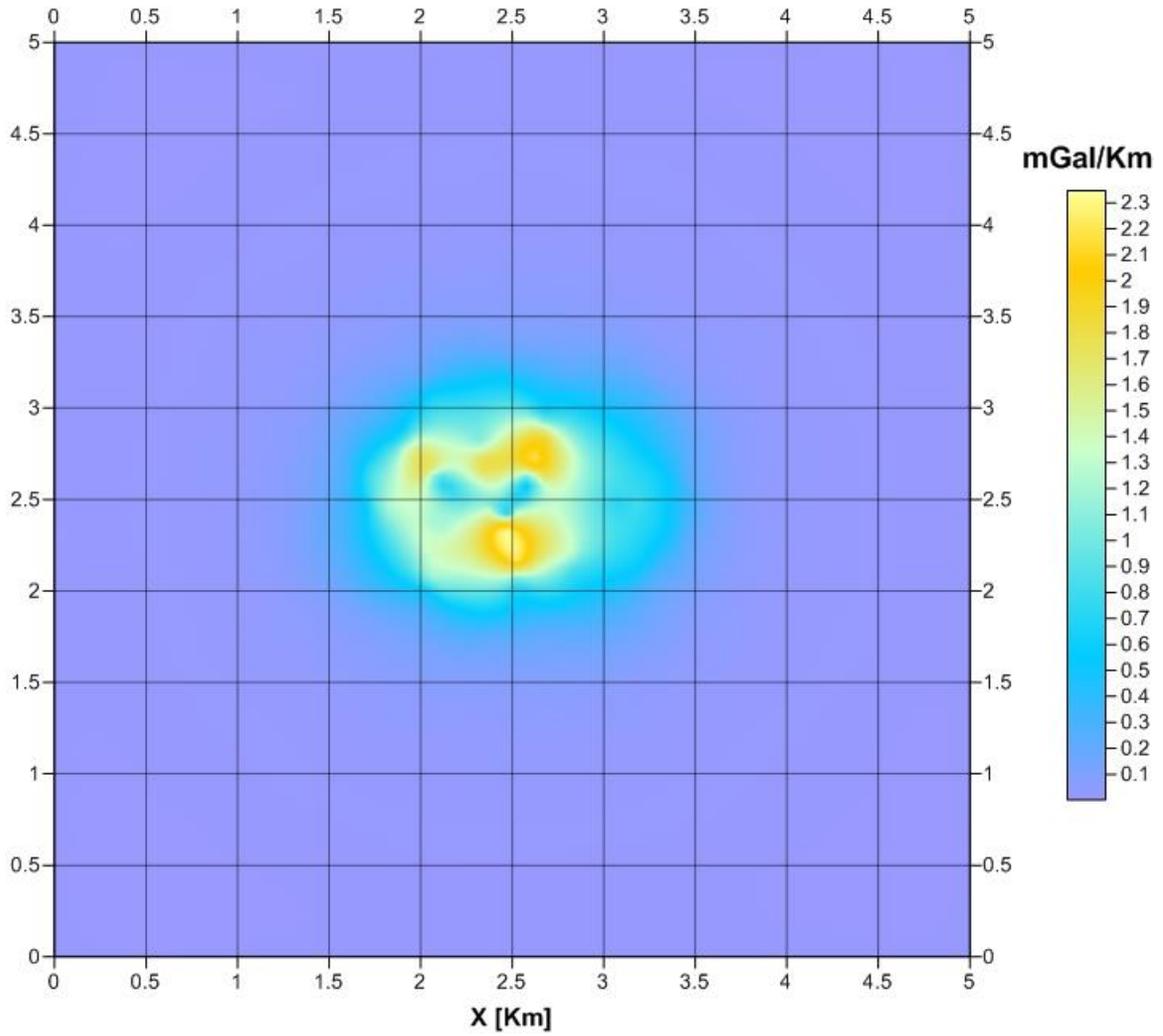
Gradiente horizontal de G_z reconstruido de un prisma rectangular Modelo sintético 500 puntos de observación

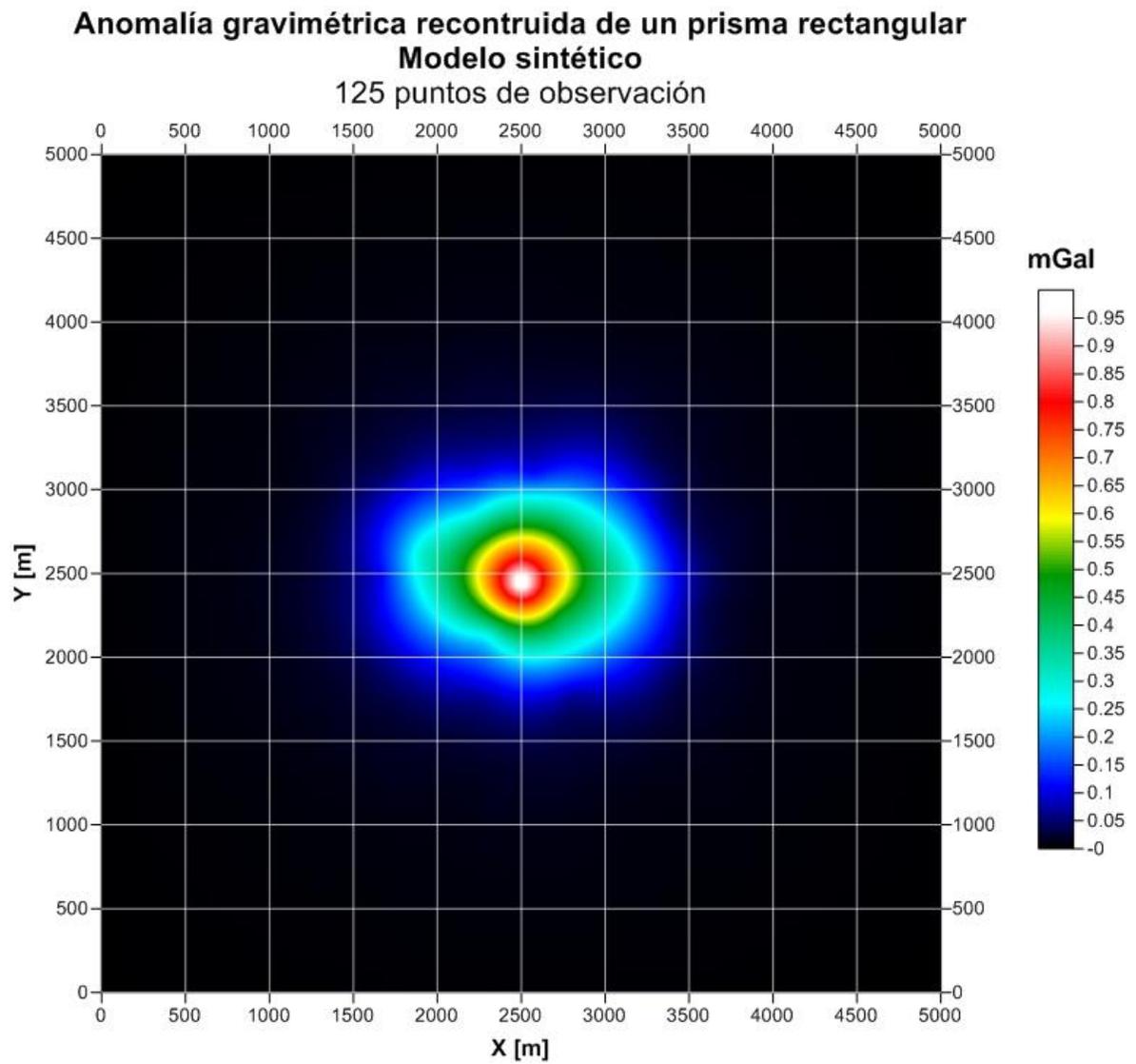


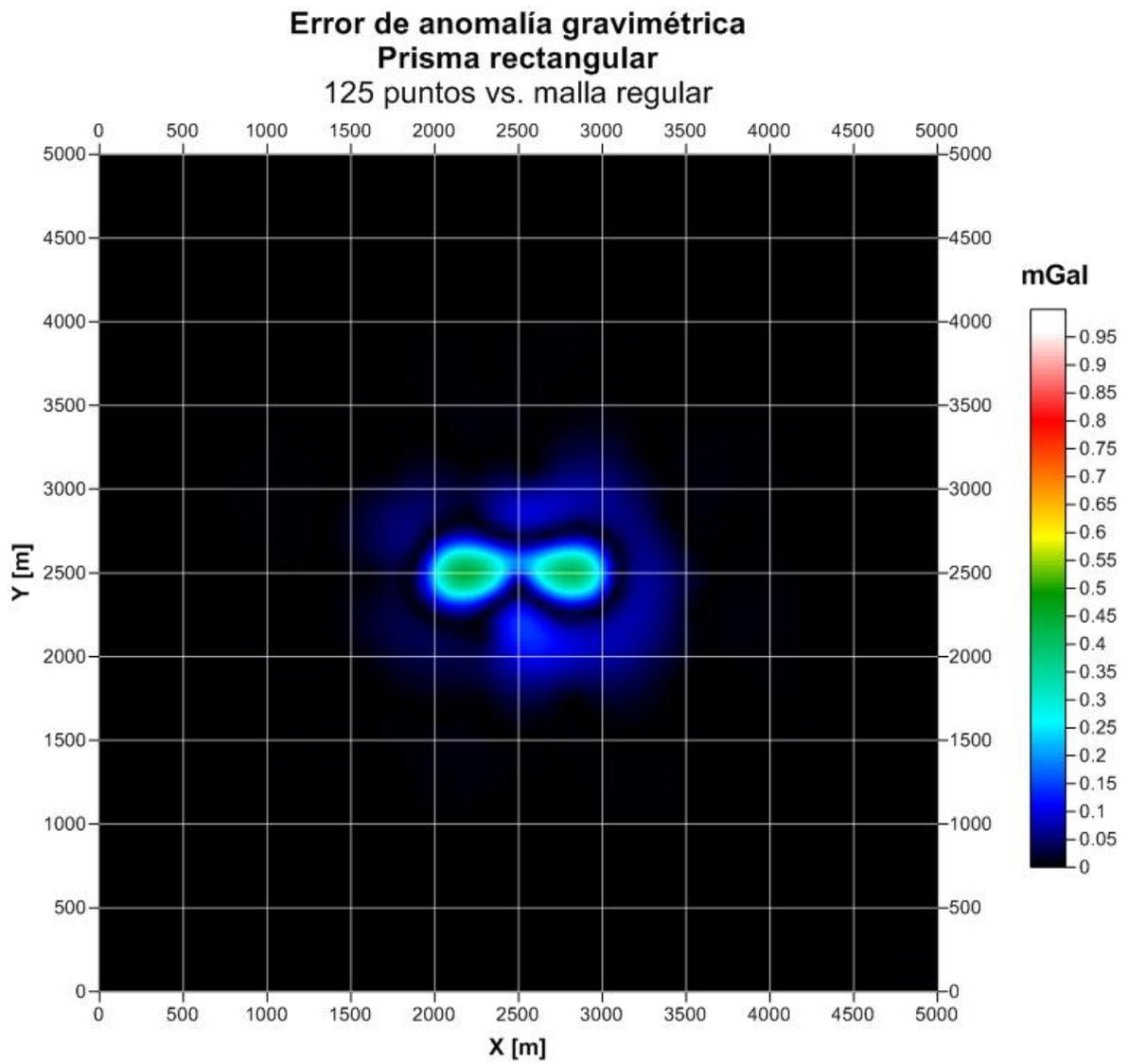




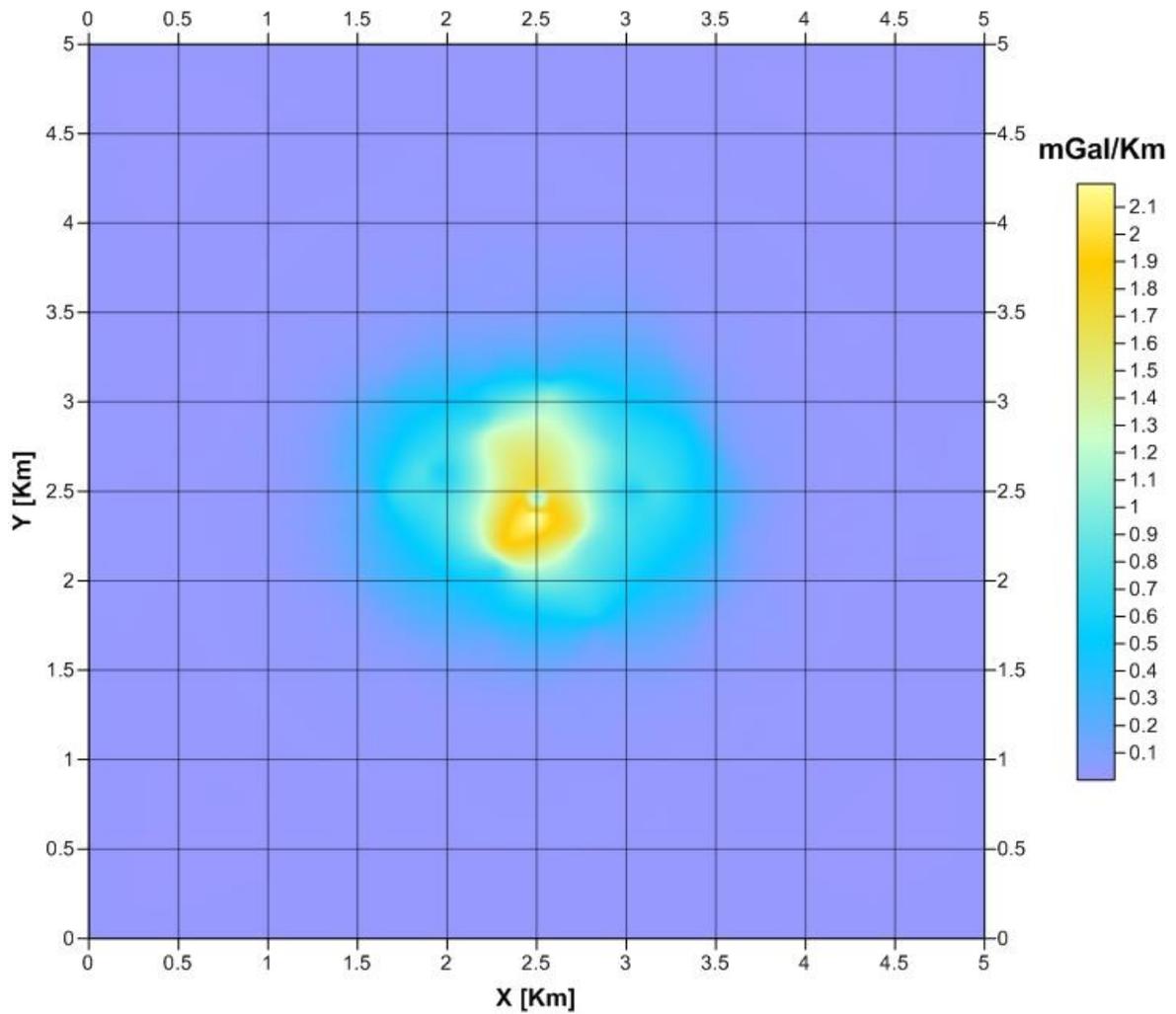
Gradiente horizontal de G_z reconstruido de un prisma rectangular Modelo sintético 215 puntos de observación

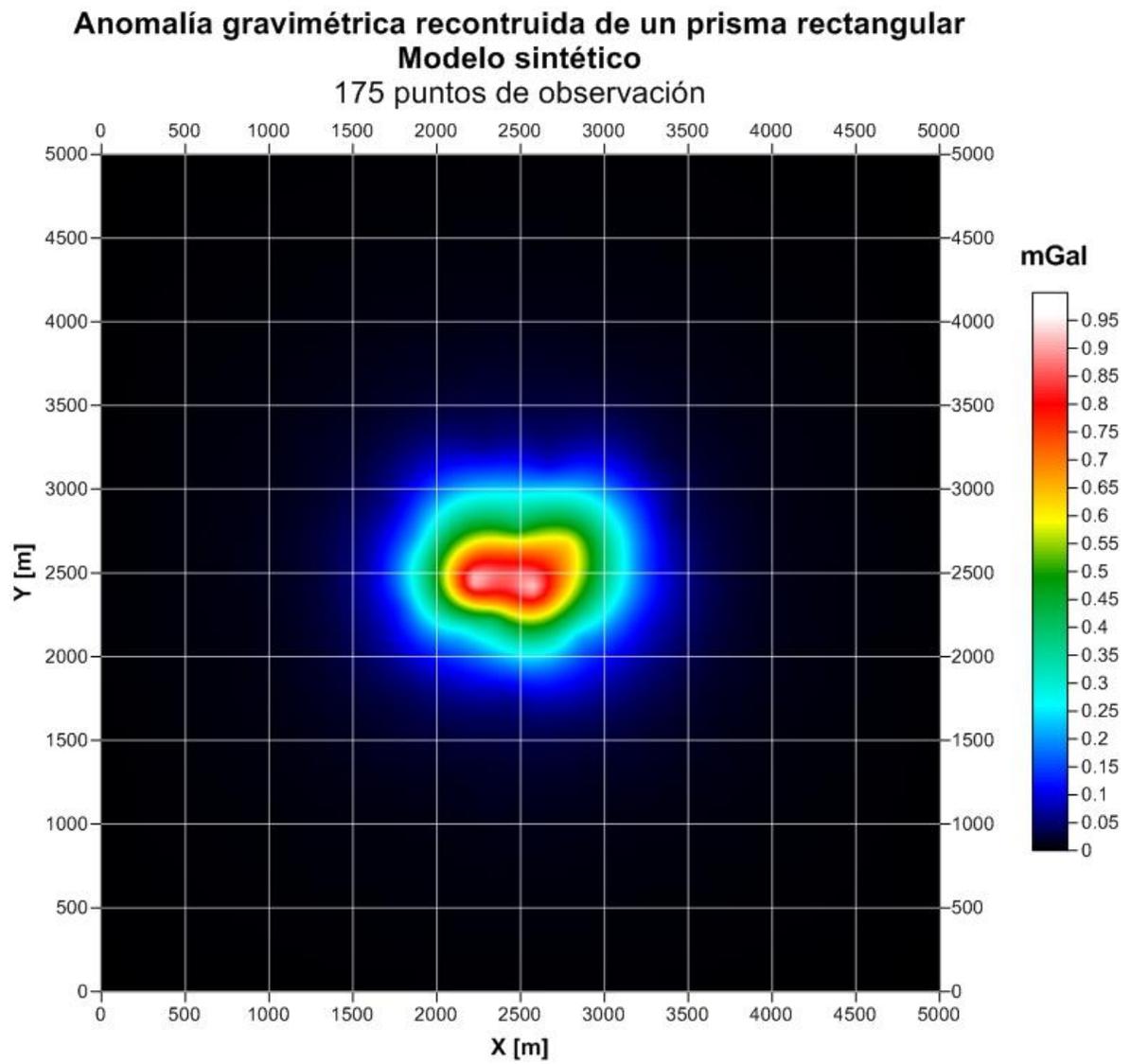


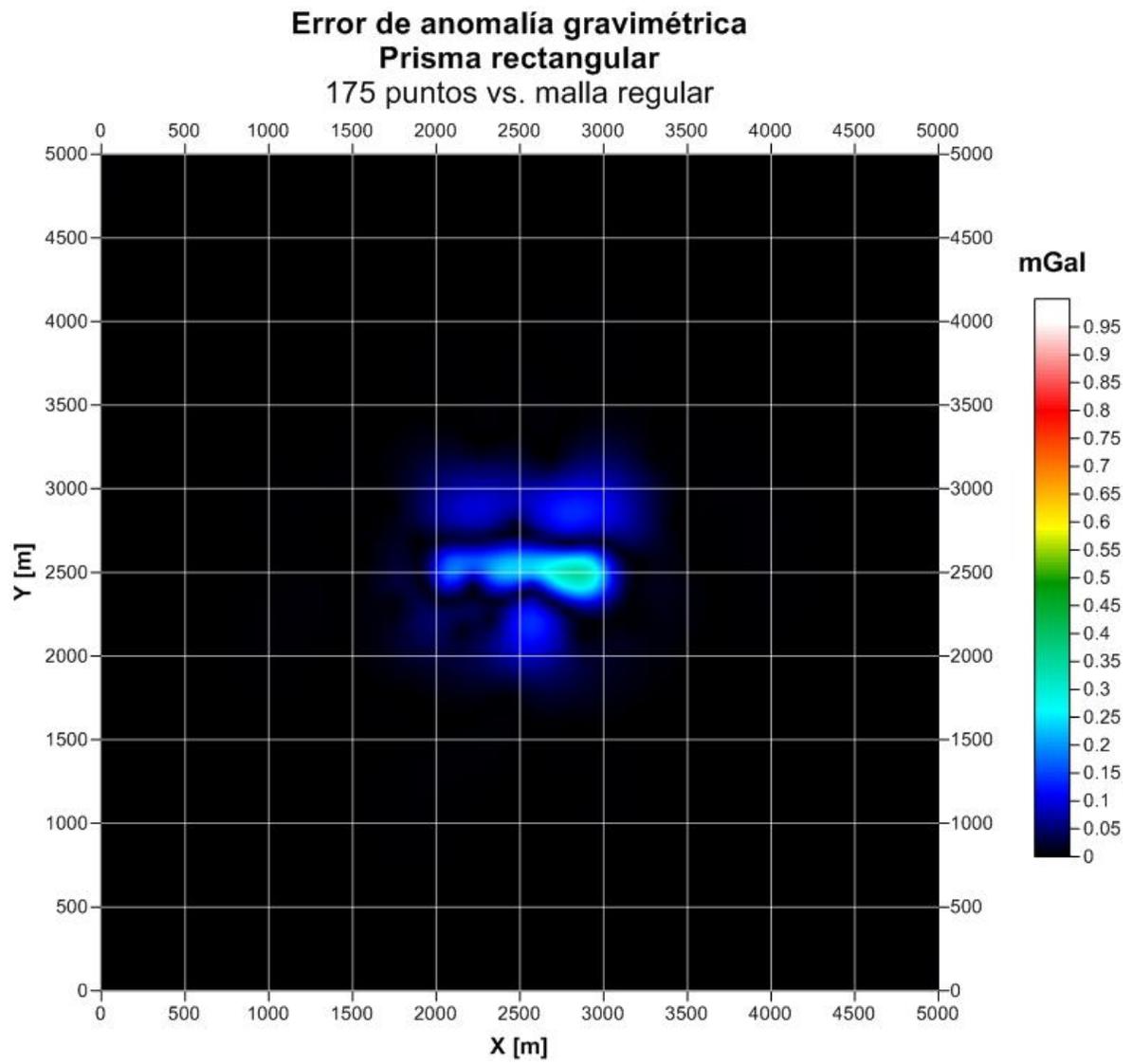




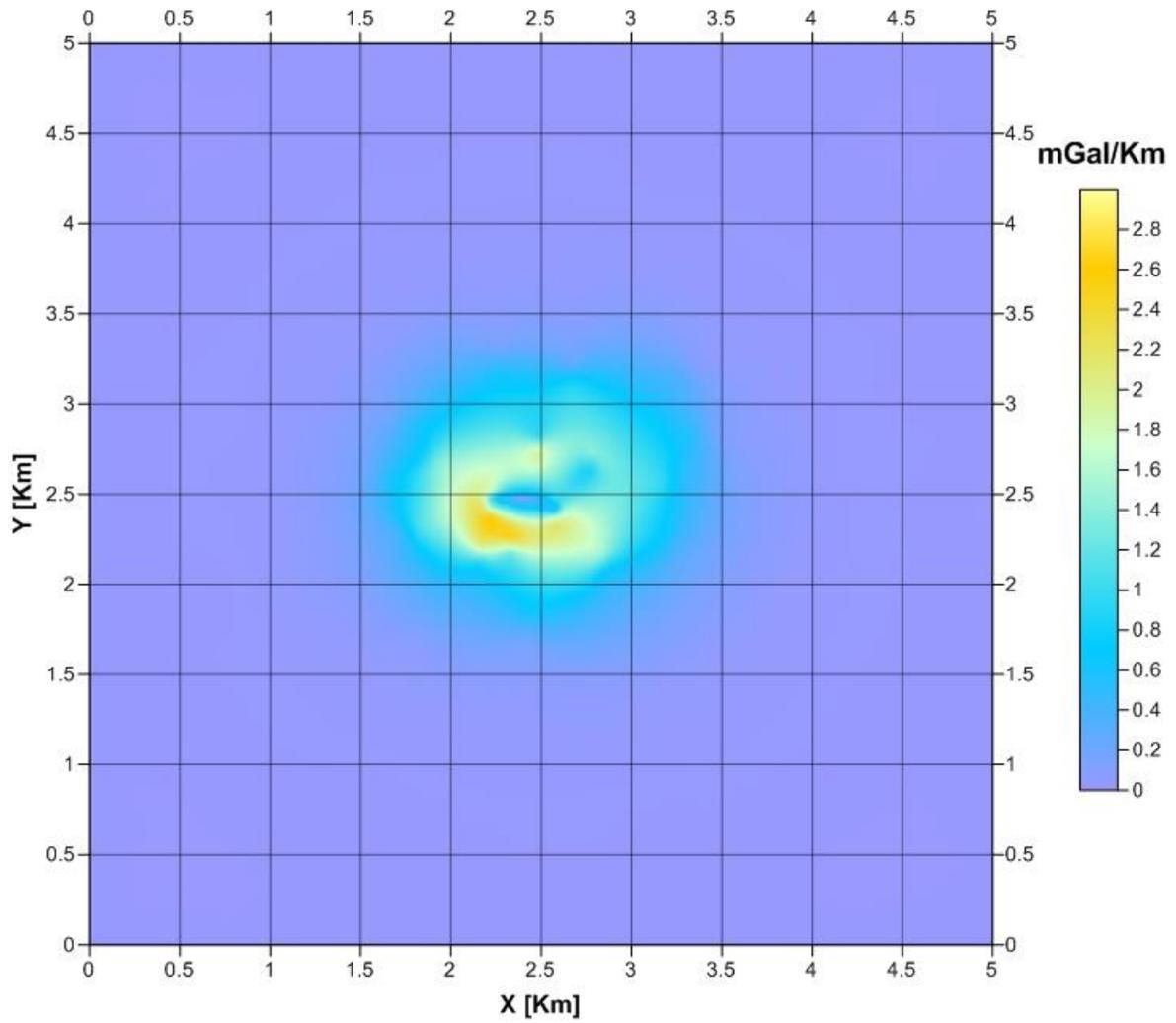
Gradiente horizontal de G_z reconstruido de un prisma rectangular Modelo sintético 125 puntos de observación

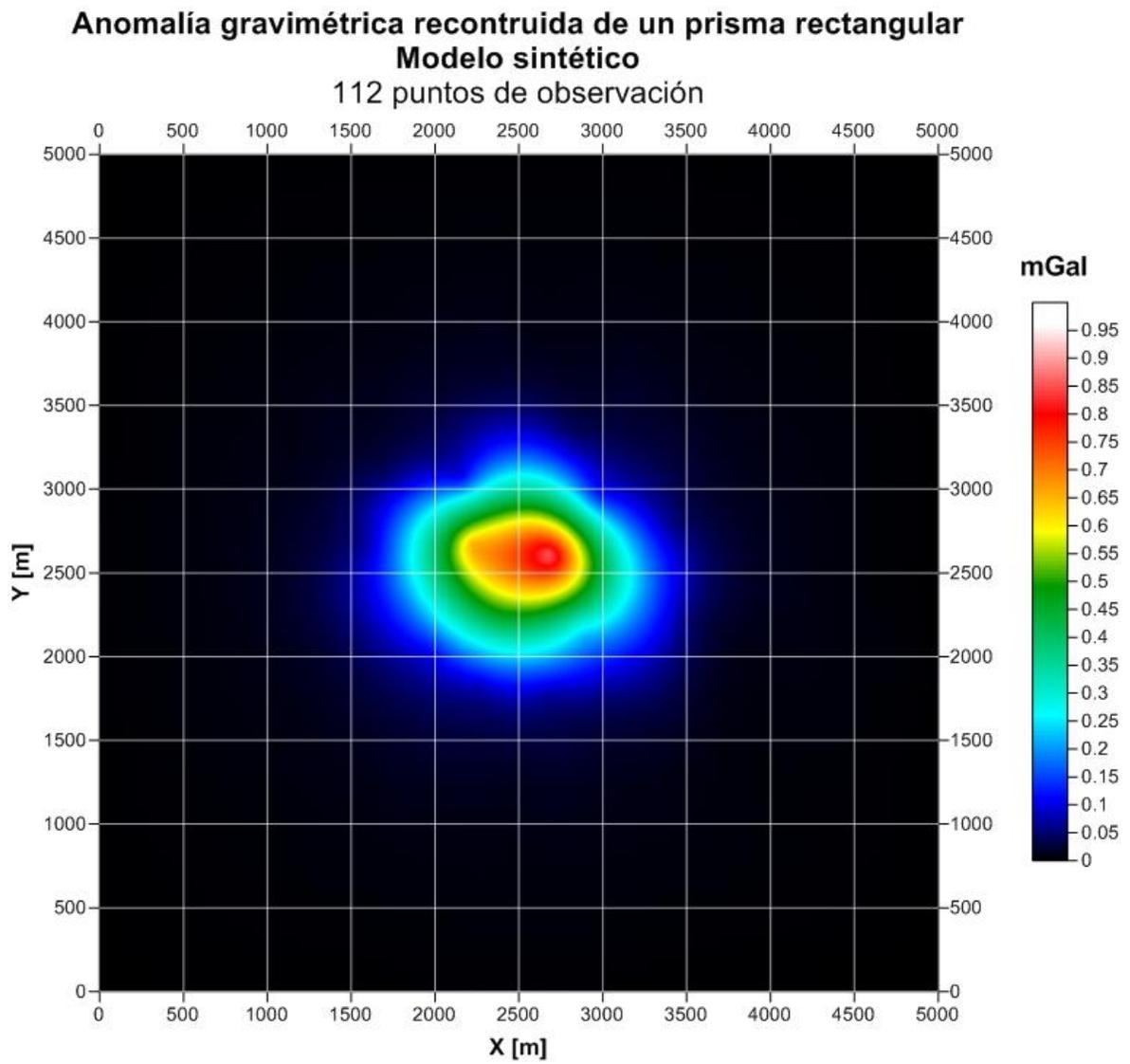


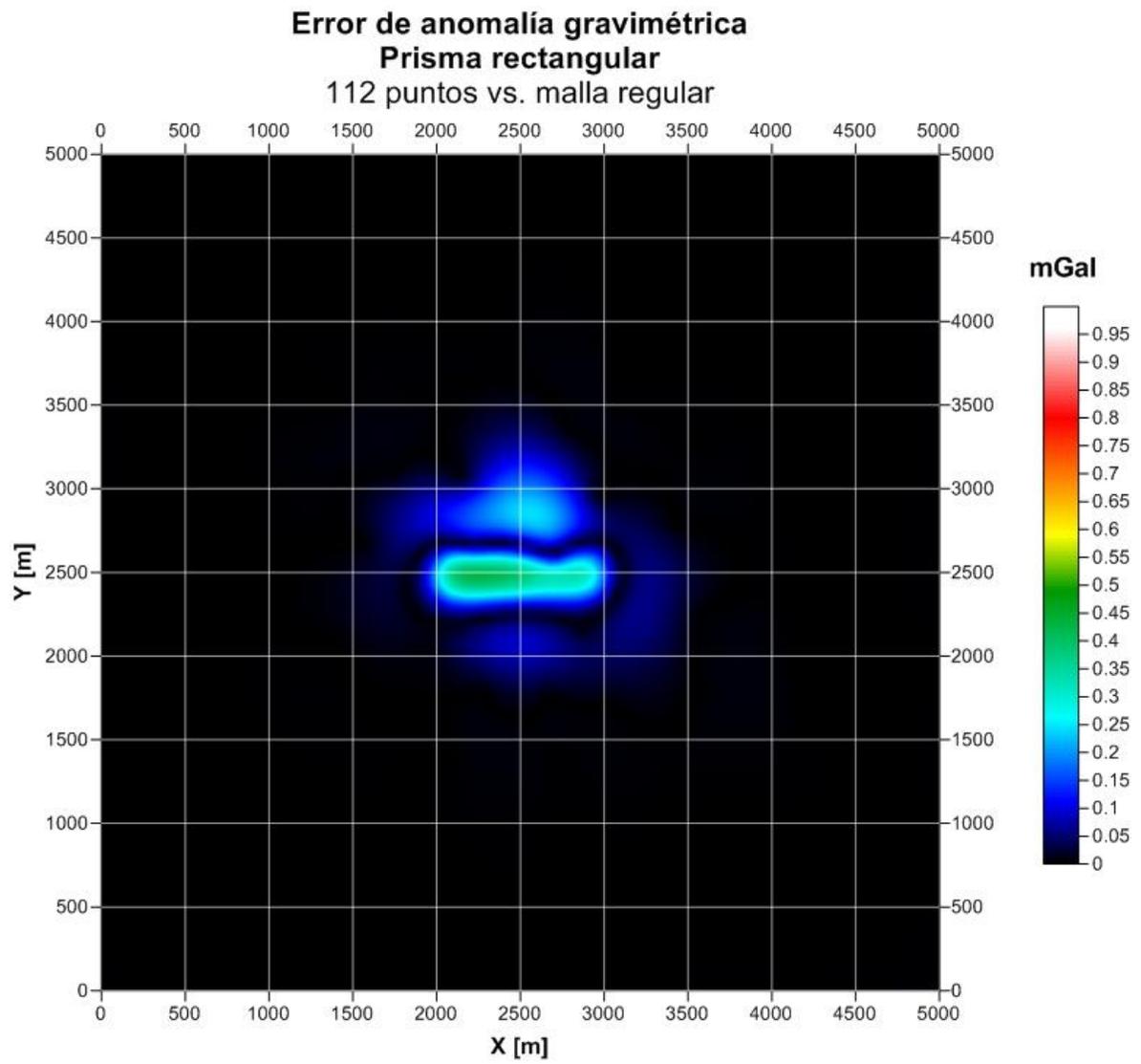




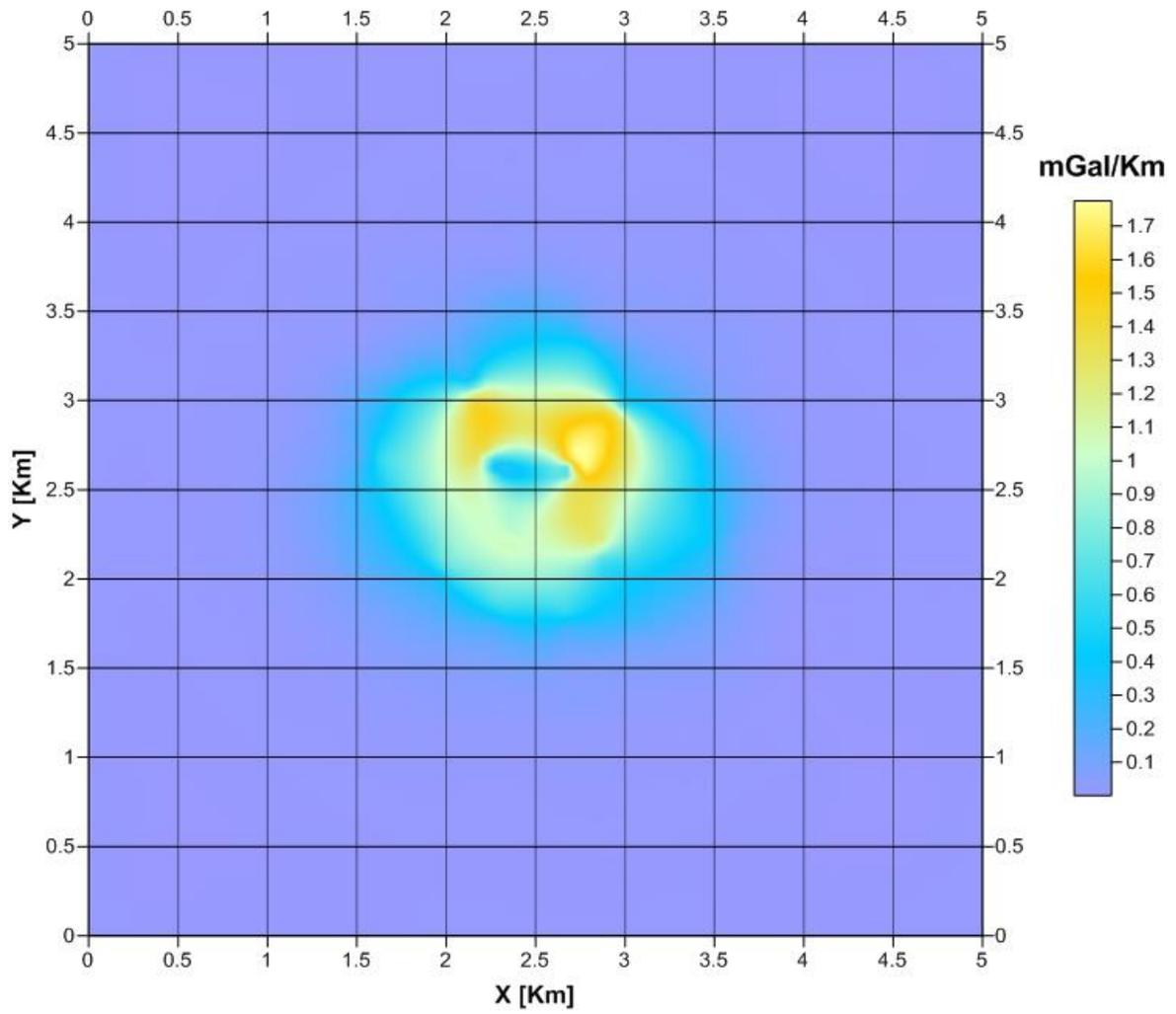
Gradiente horizontal de G_z reconstruido de un prisma rectangular Modelo sintético 175 puntos de observación



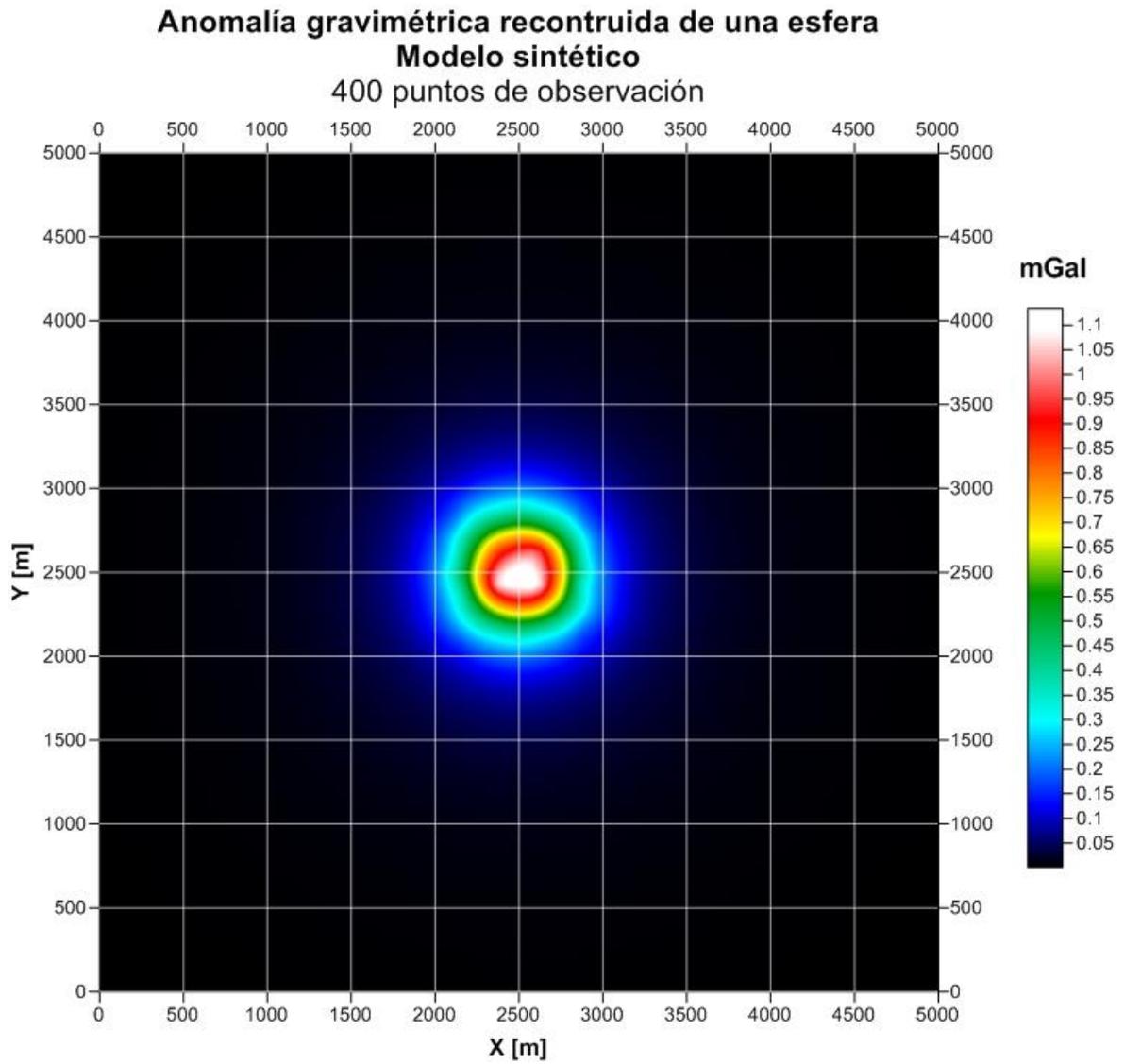


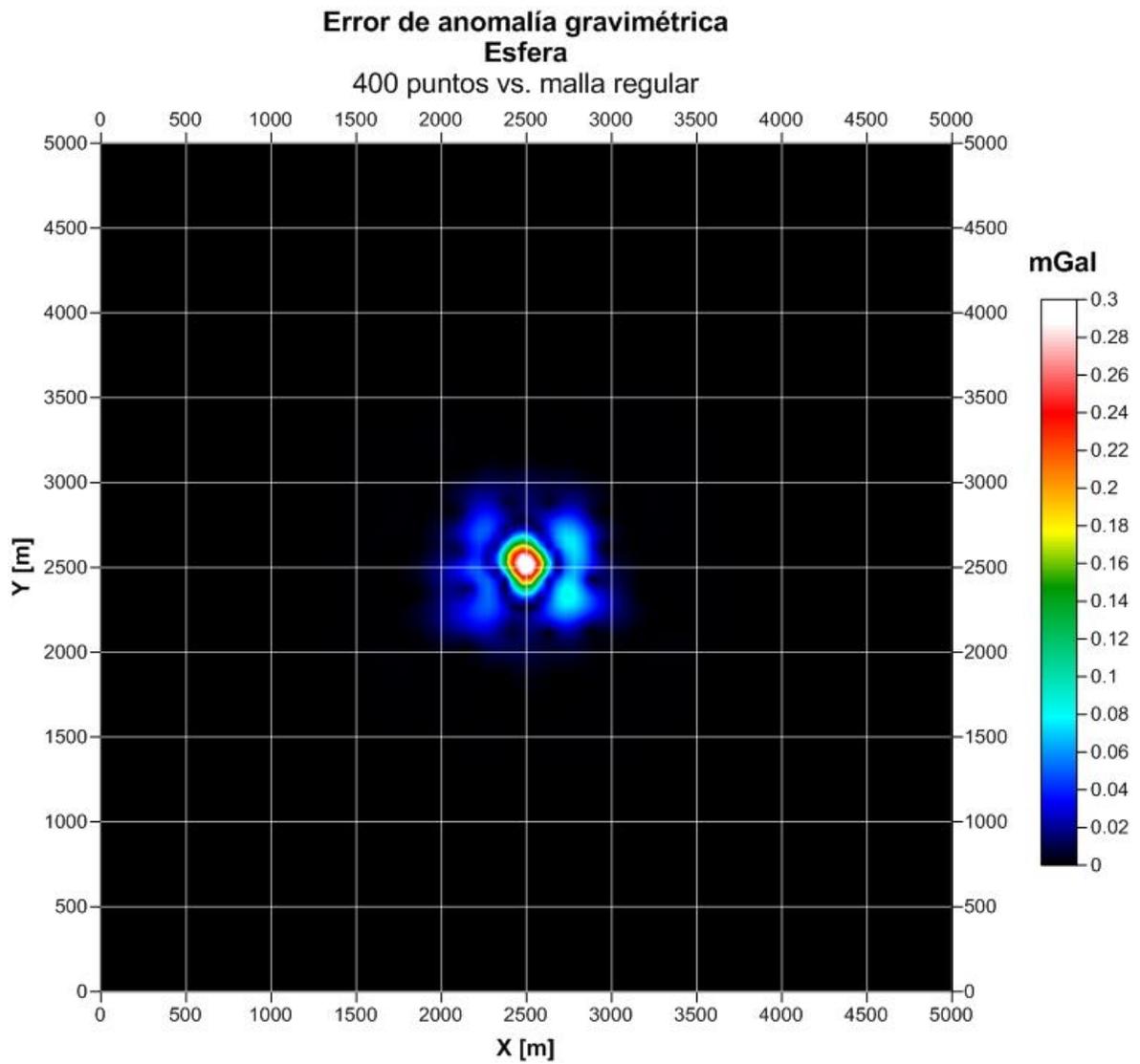


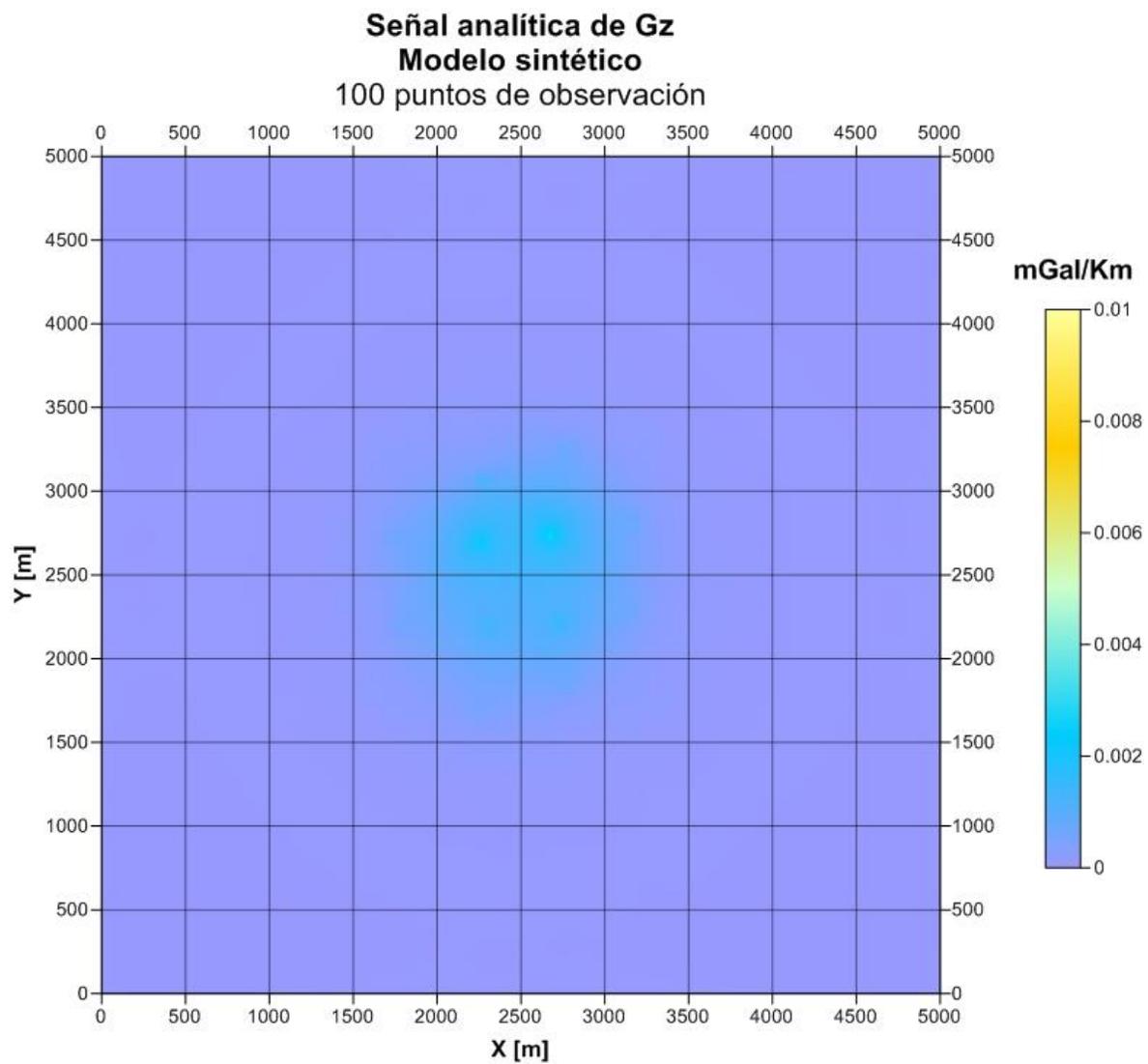
Gradiente horizontal de G_z reconstruido de un prisma rectangular Modelo sintético 112 puntos de observación

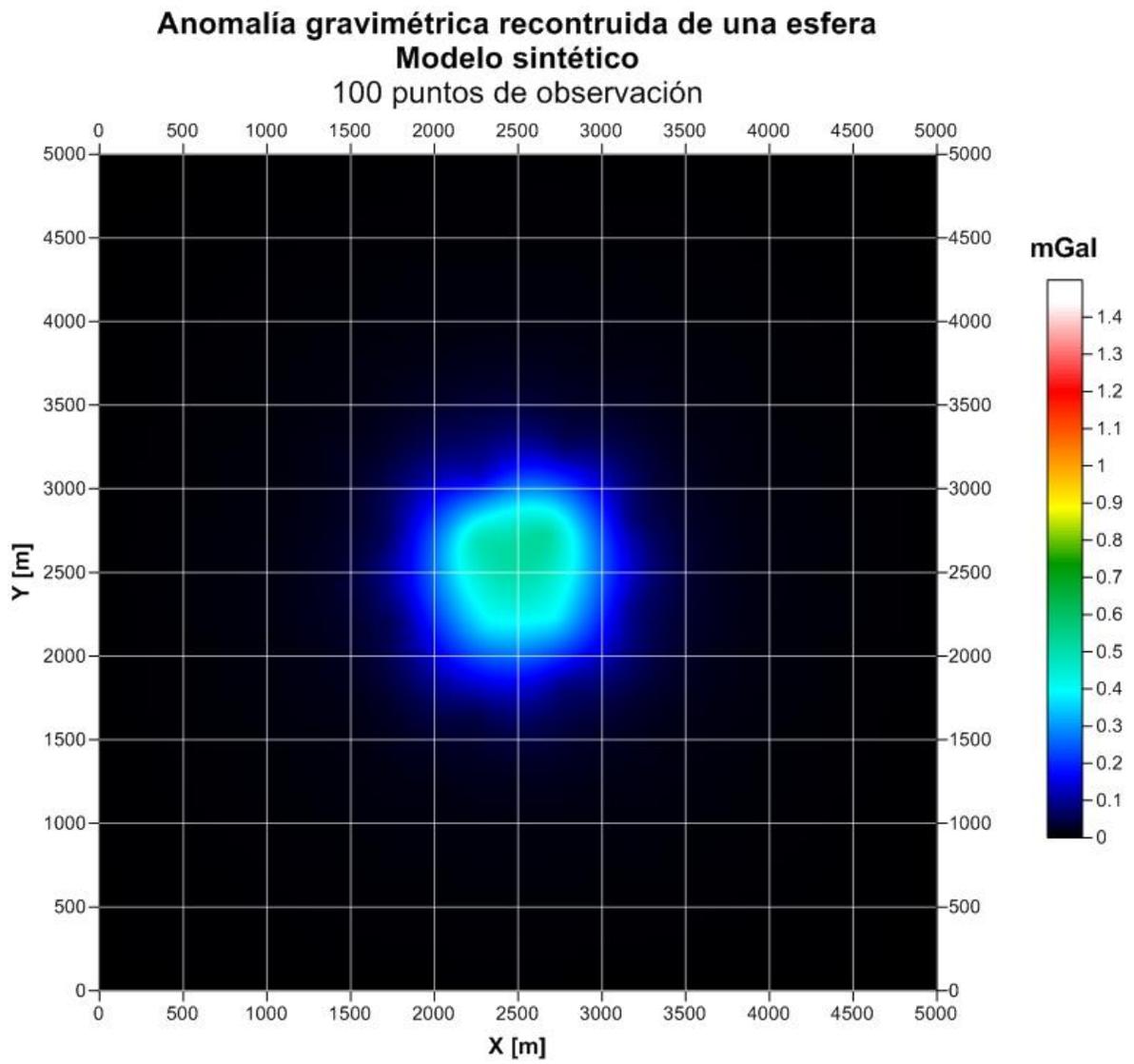


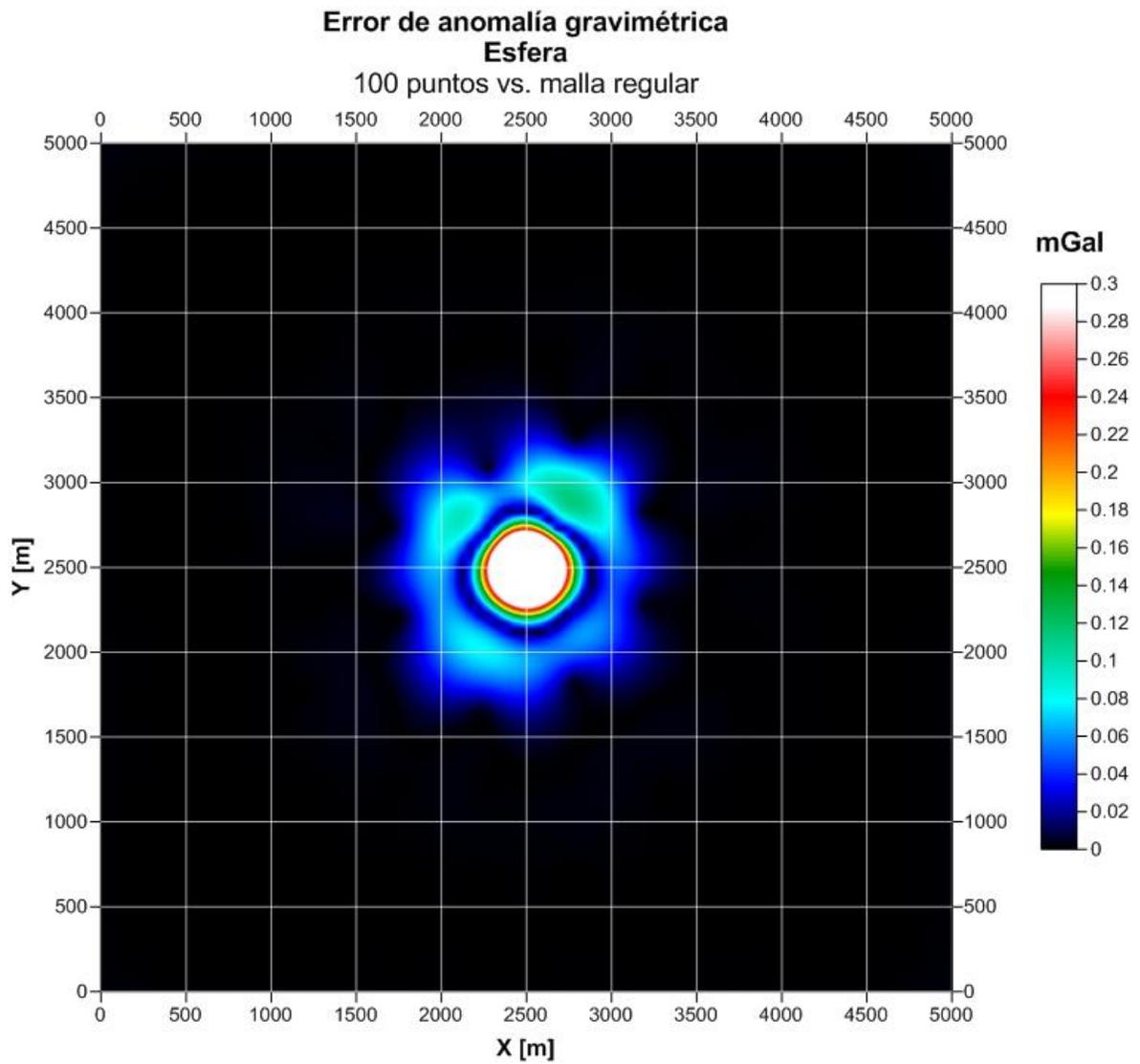
Anexo 3

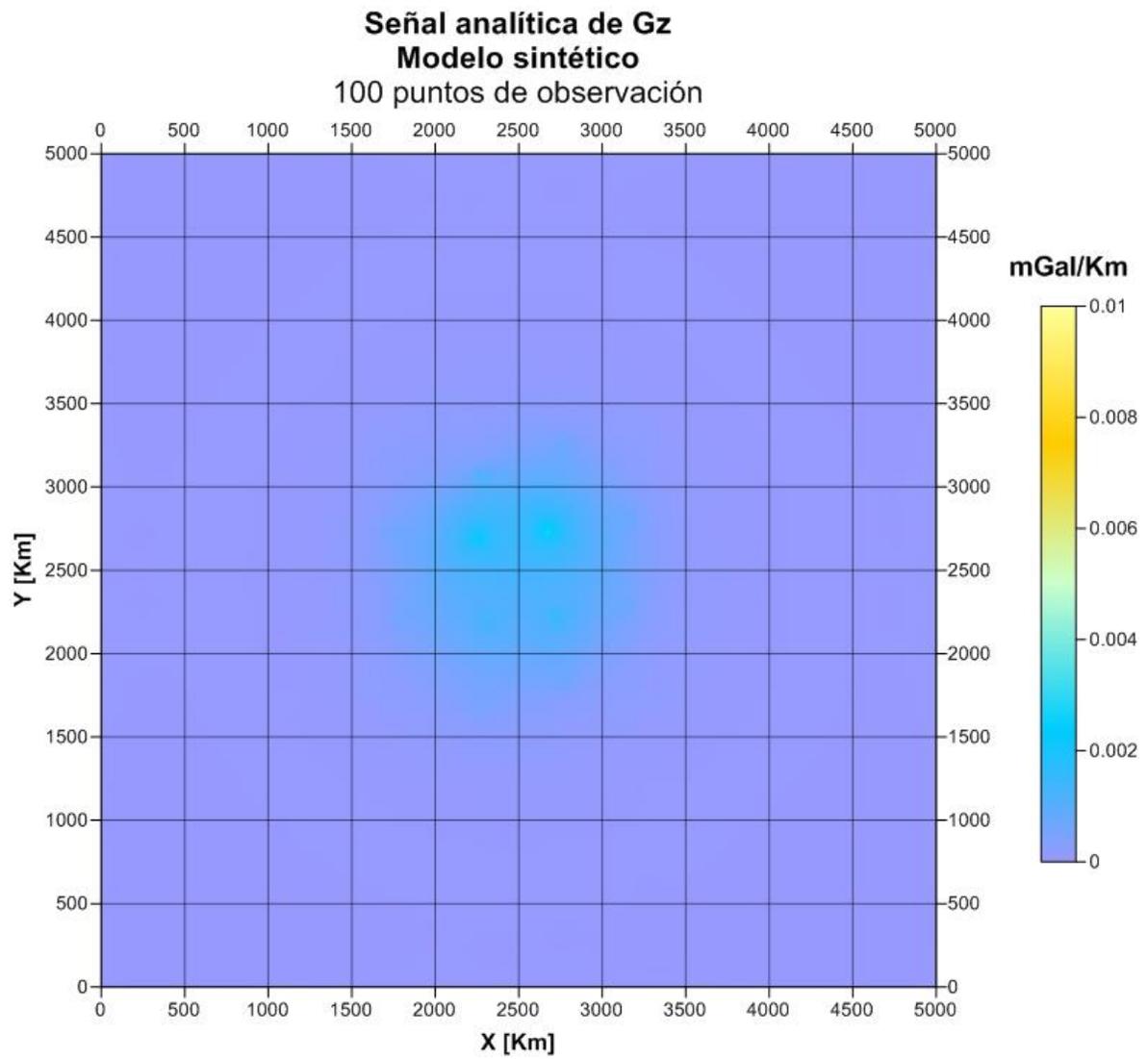




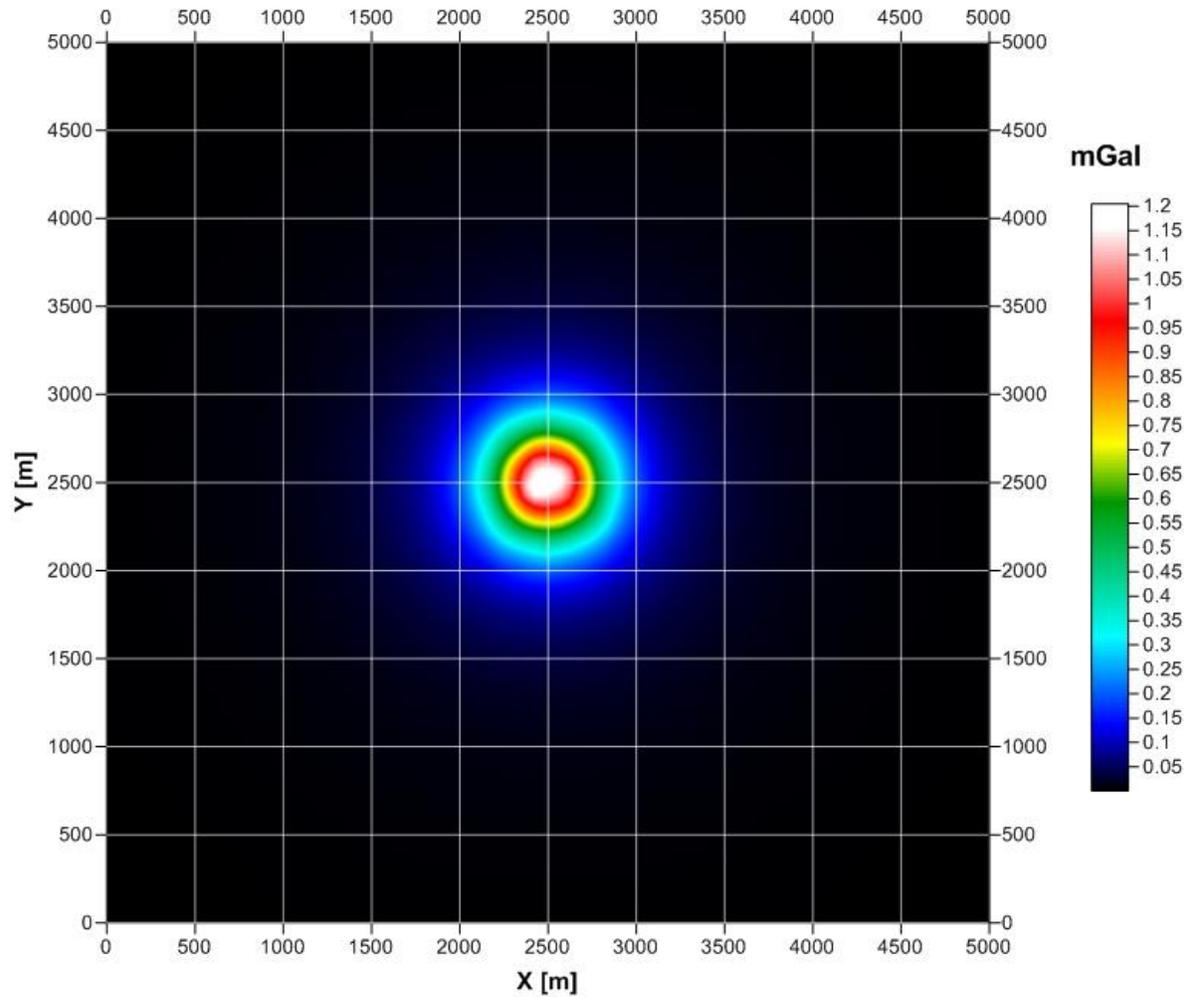


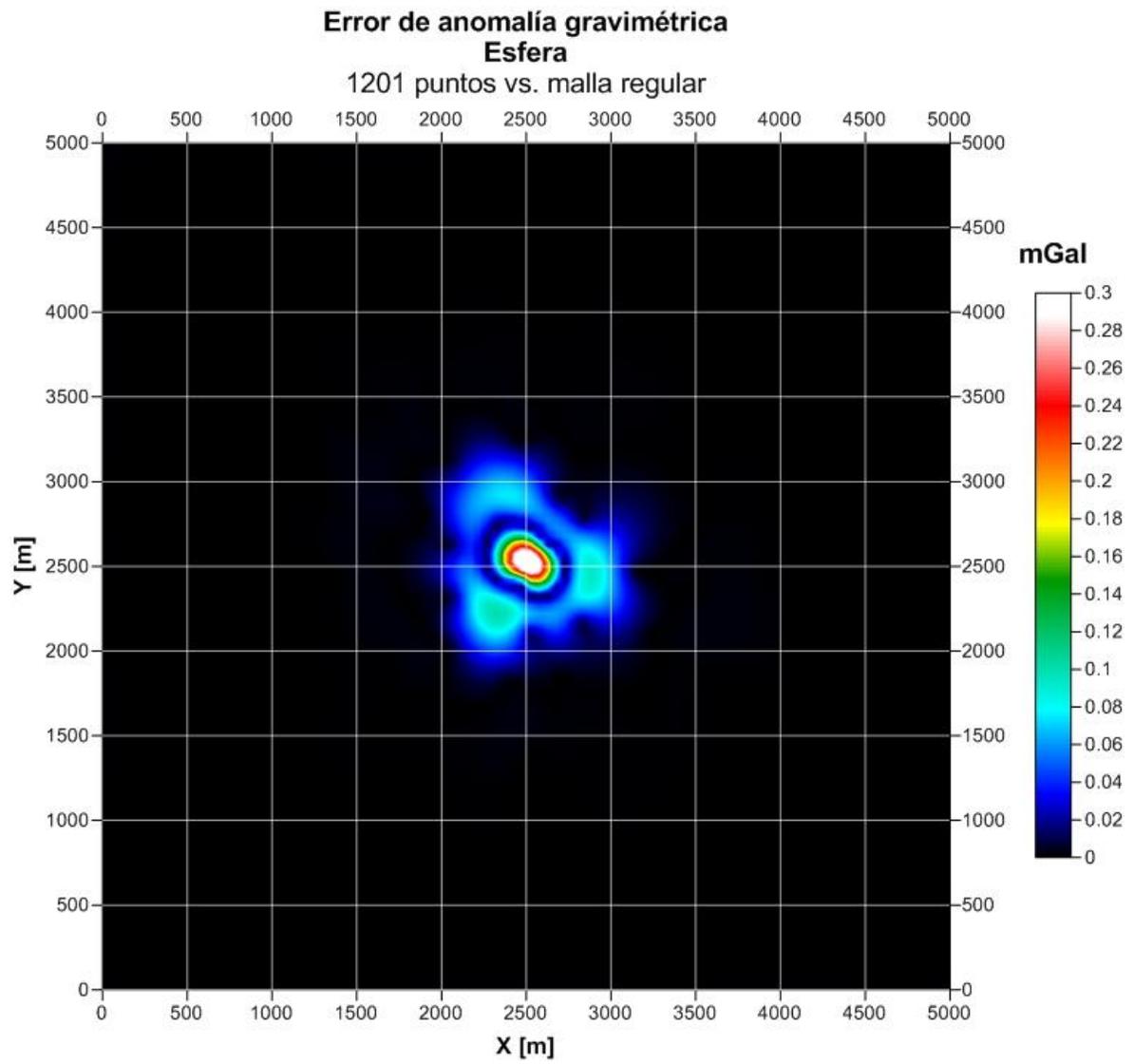


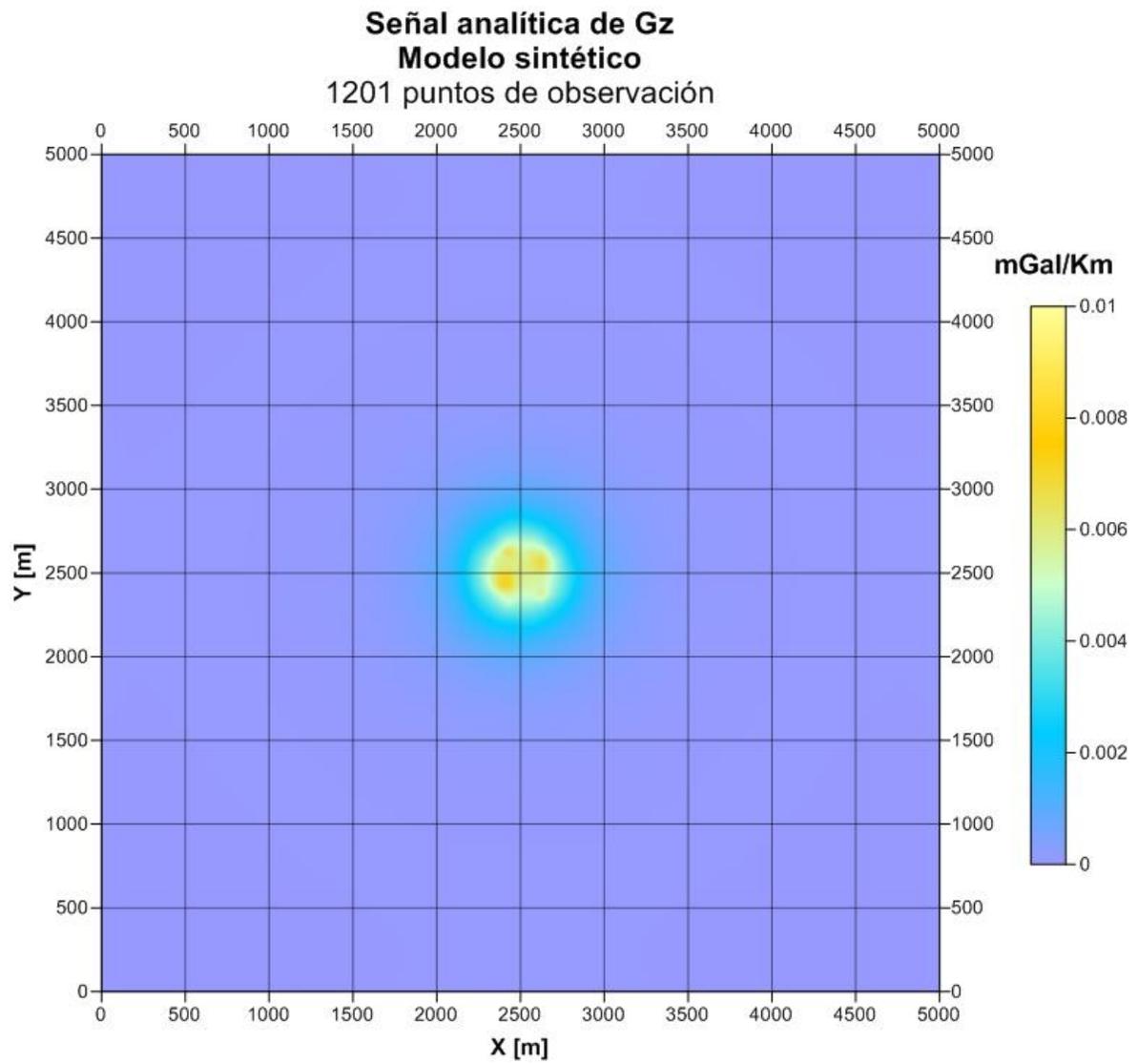


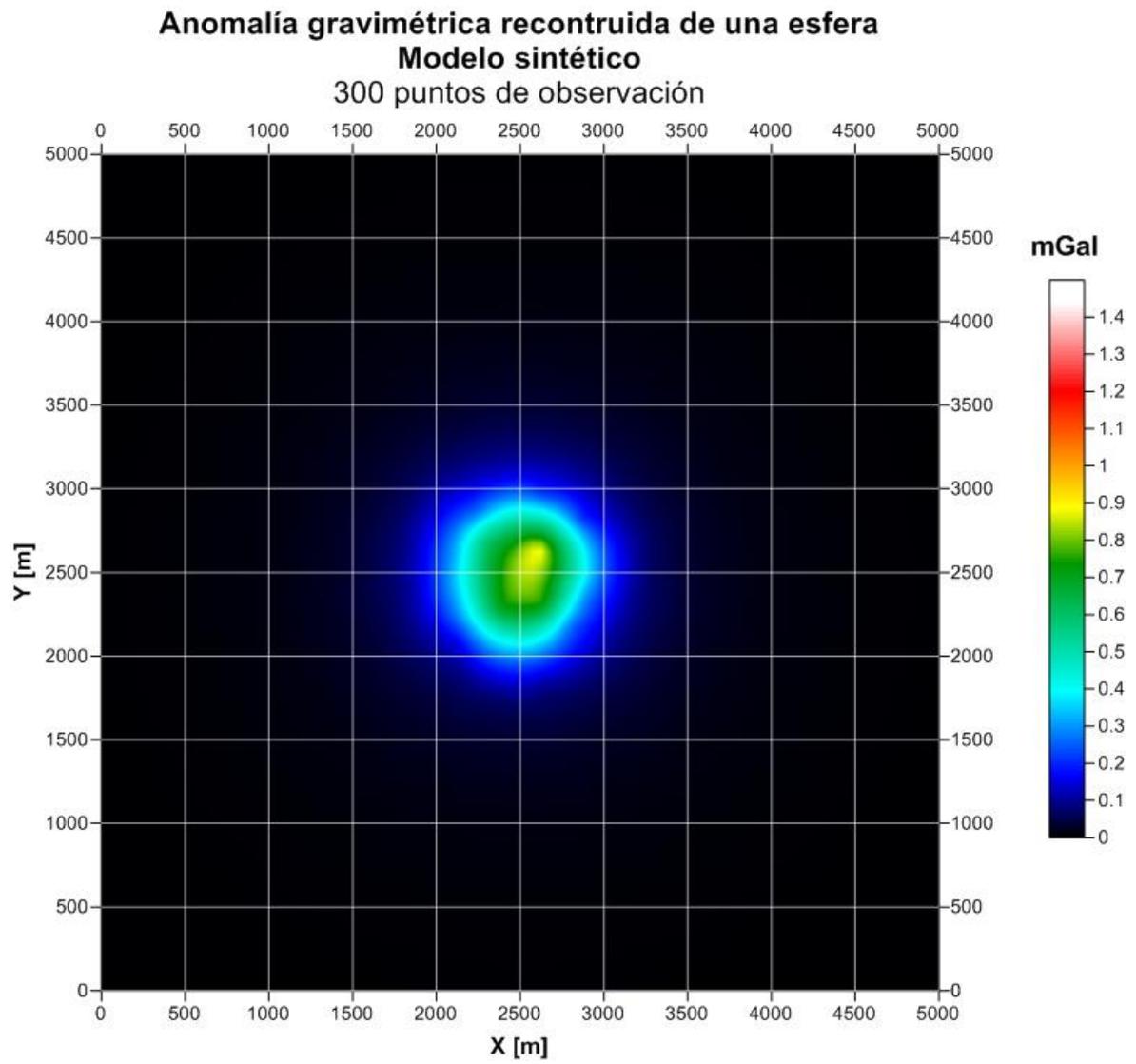


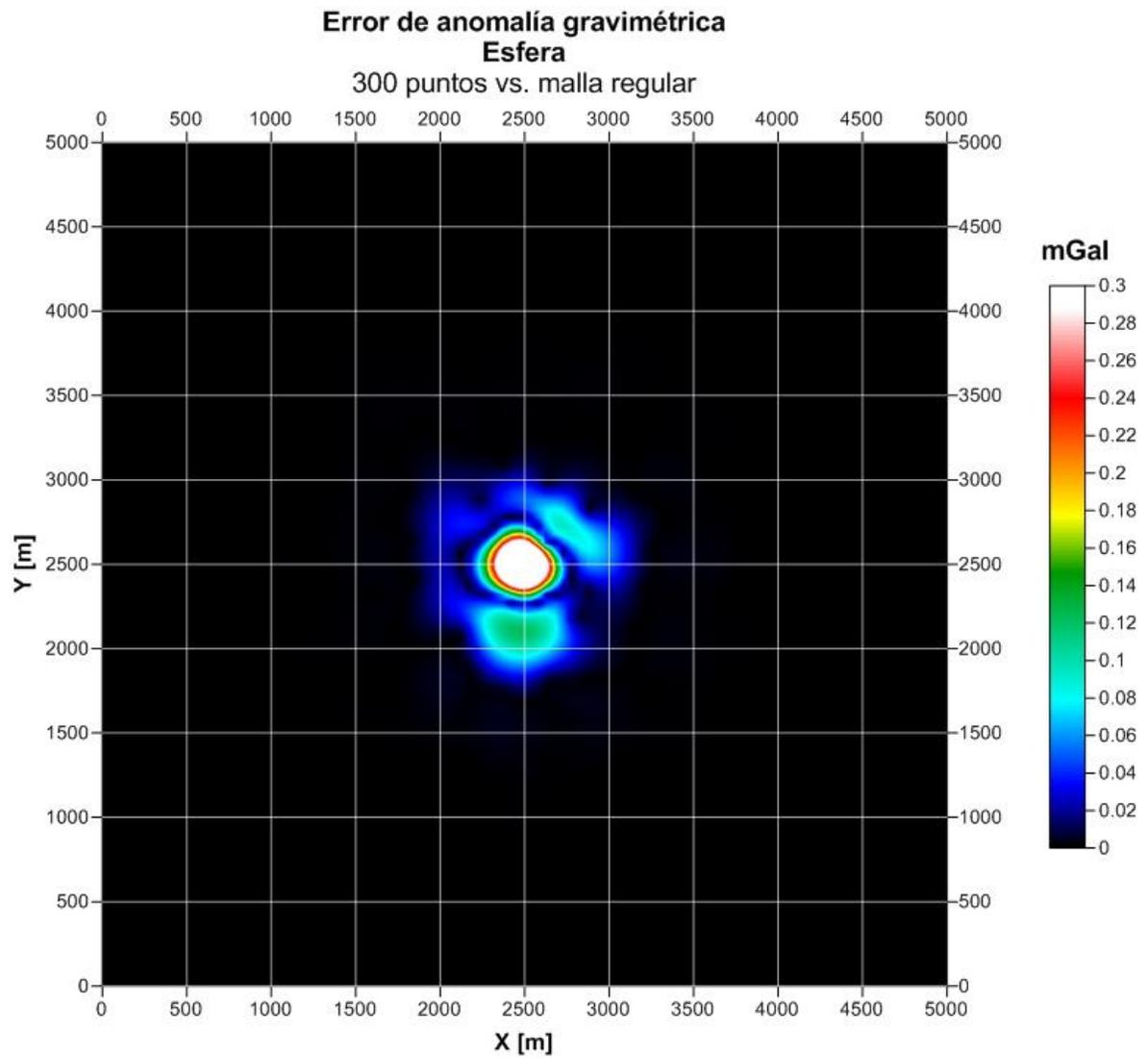
Anomalía gravimétrica reconstruida de una esfera Modelo sintético 1201 puntos de observación

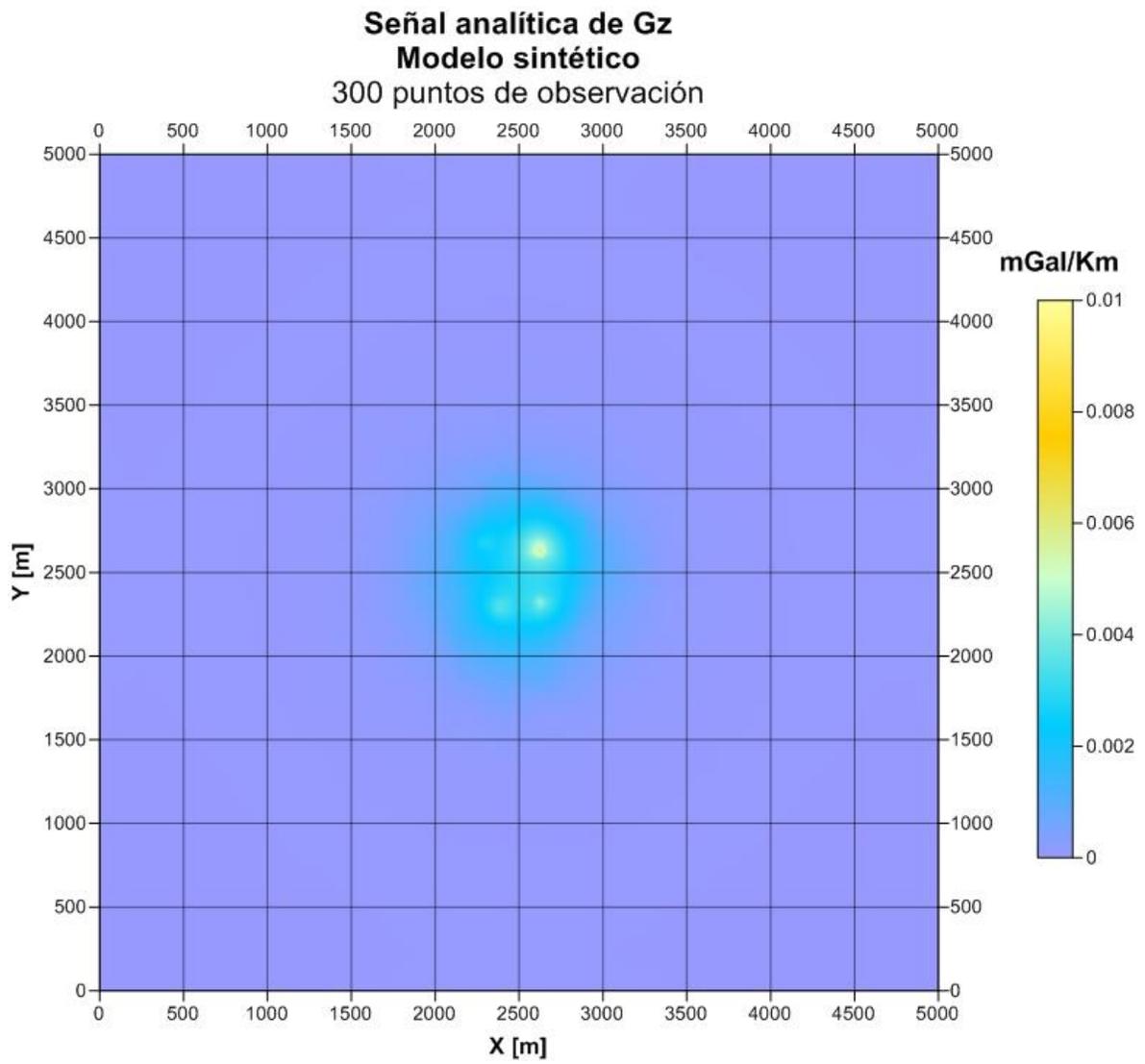




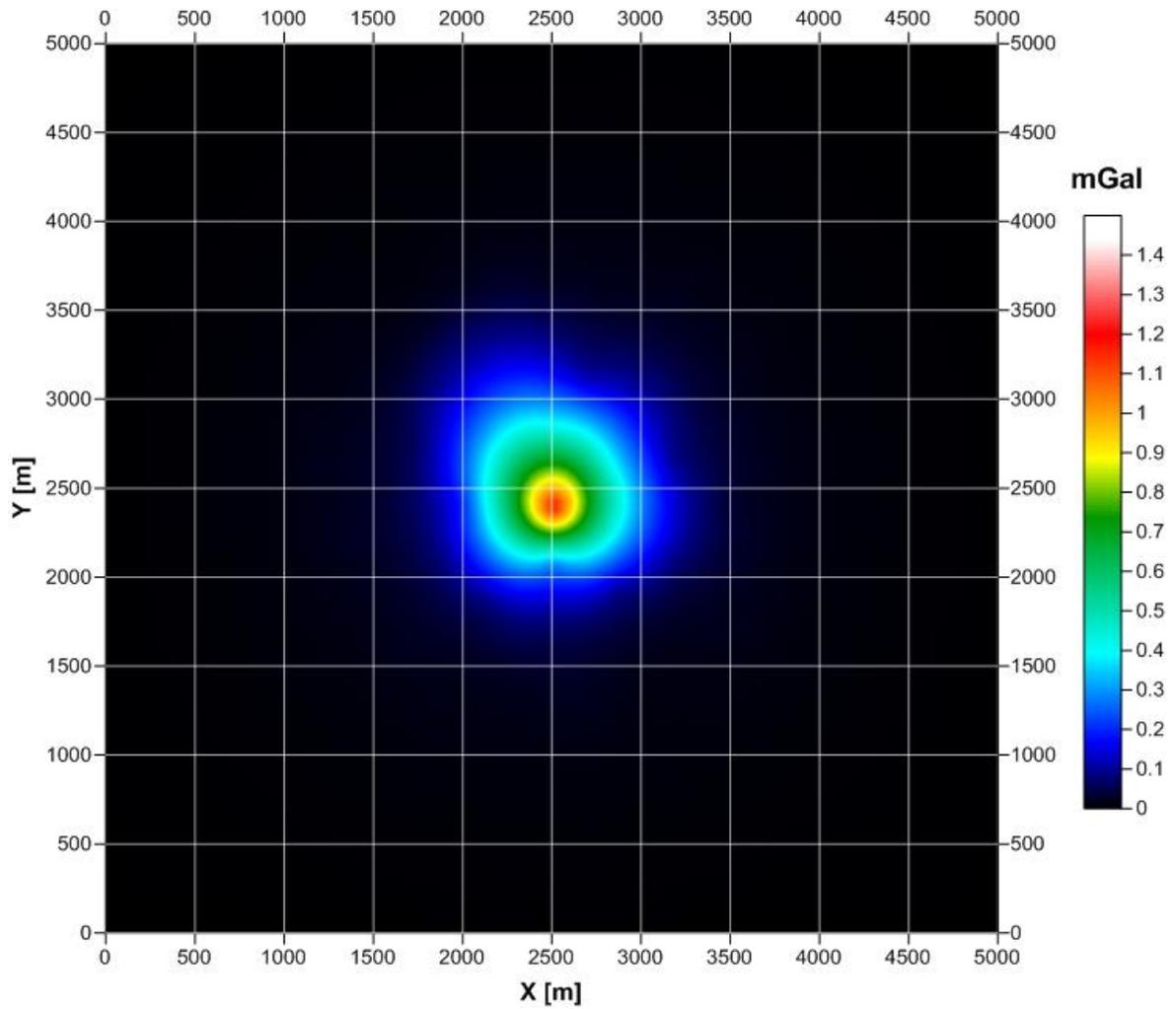


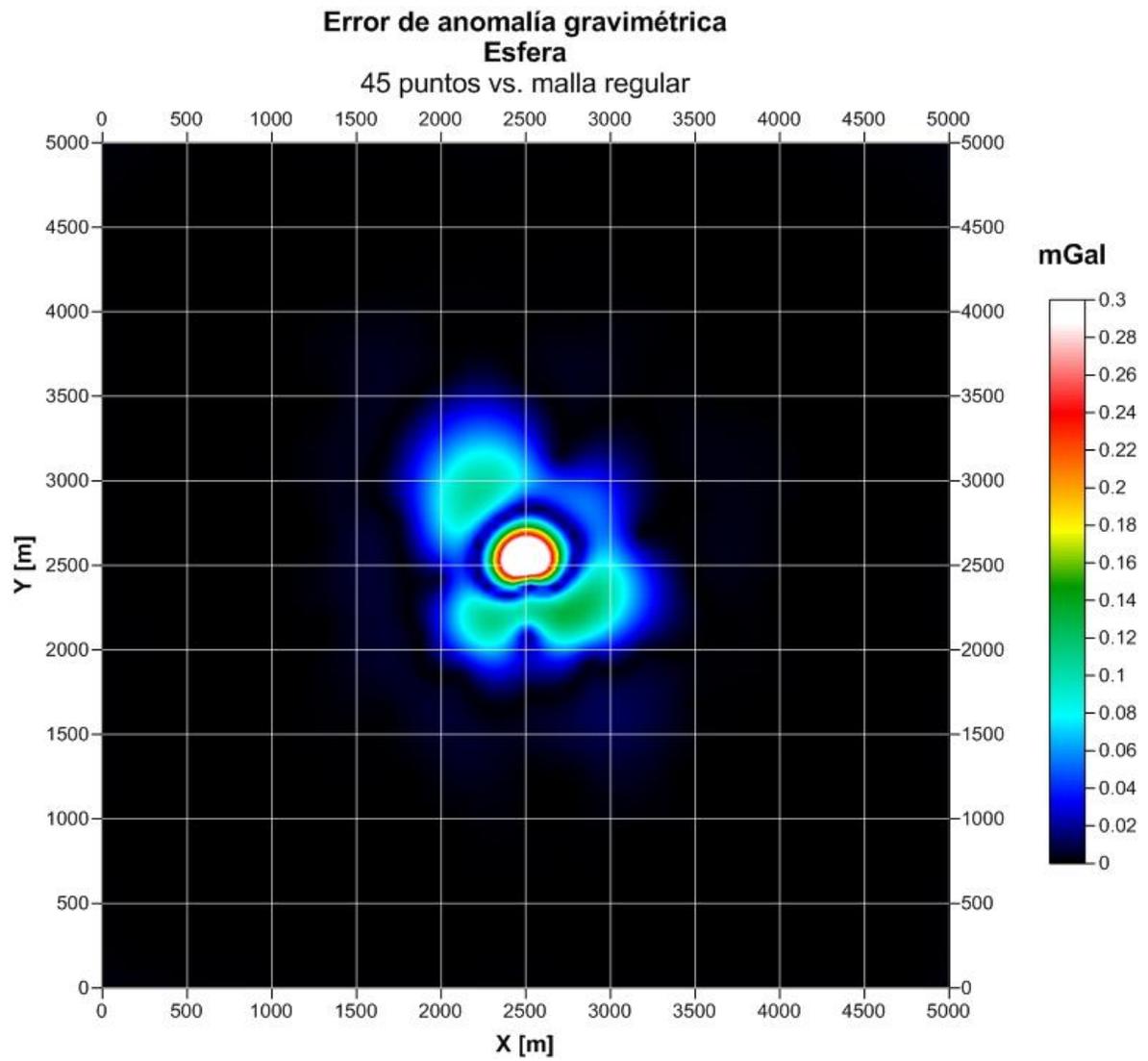


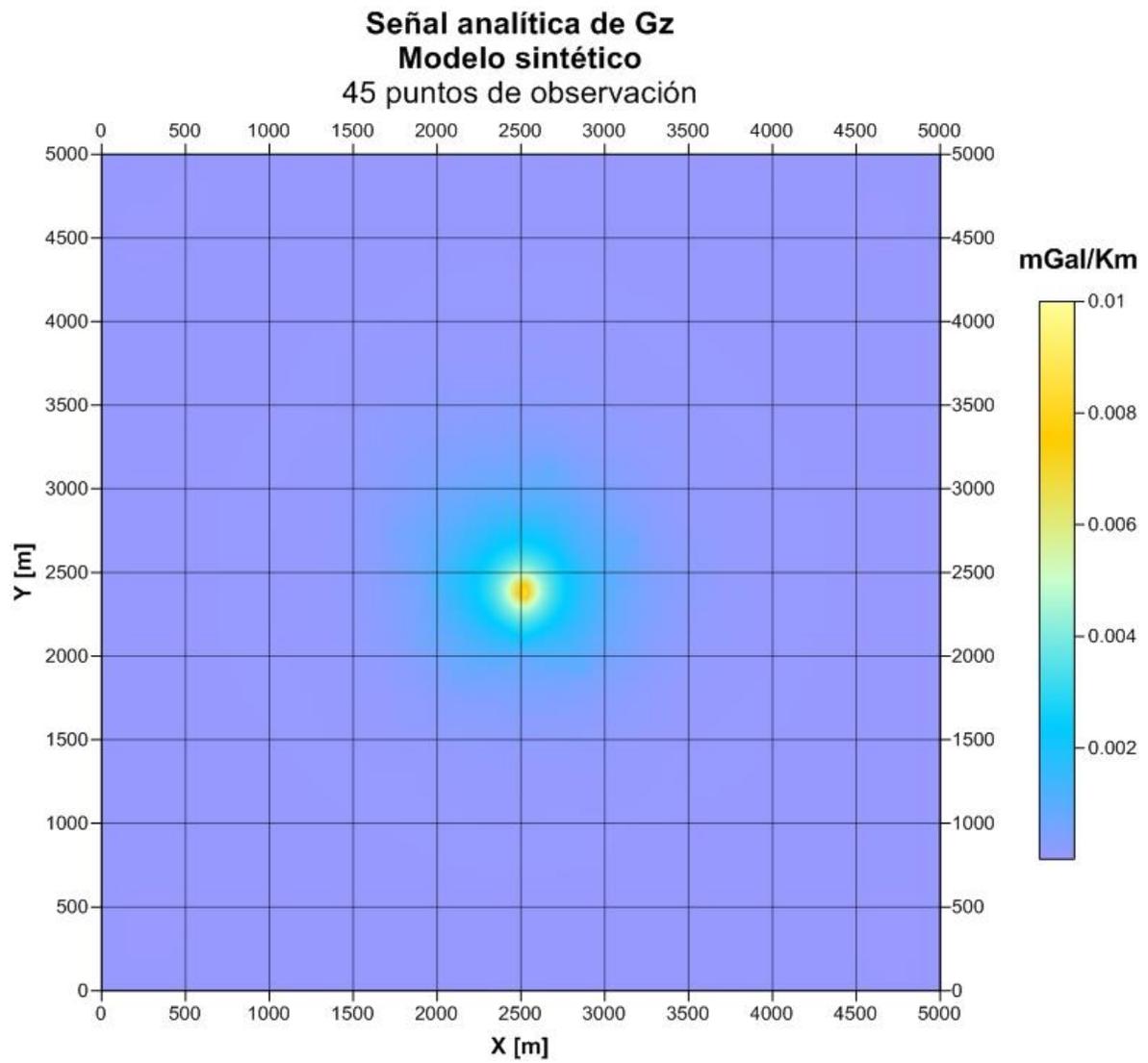


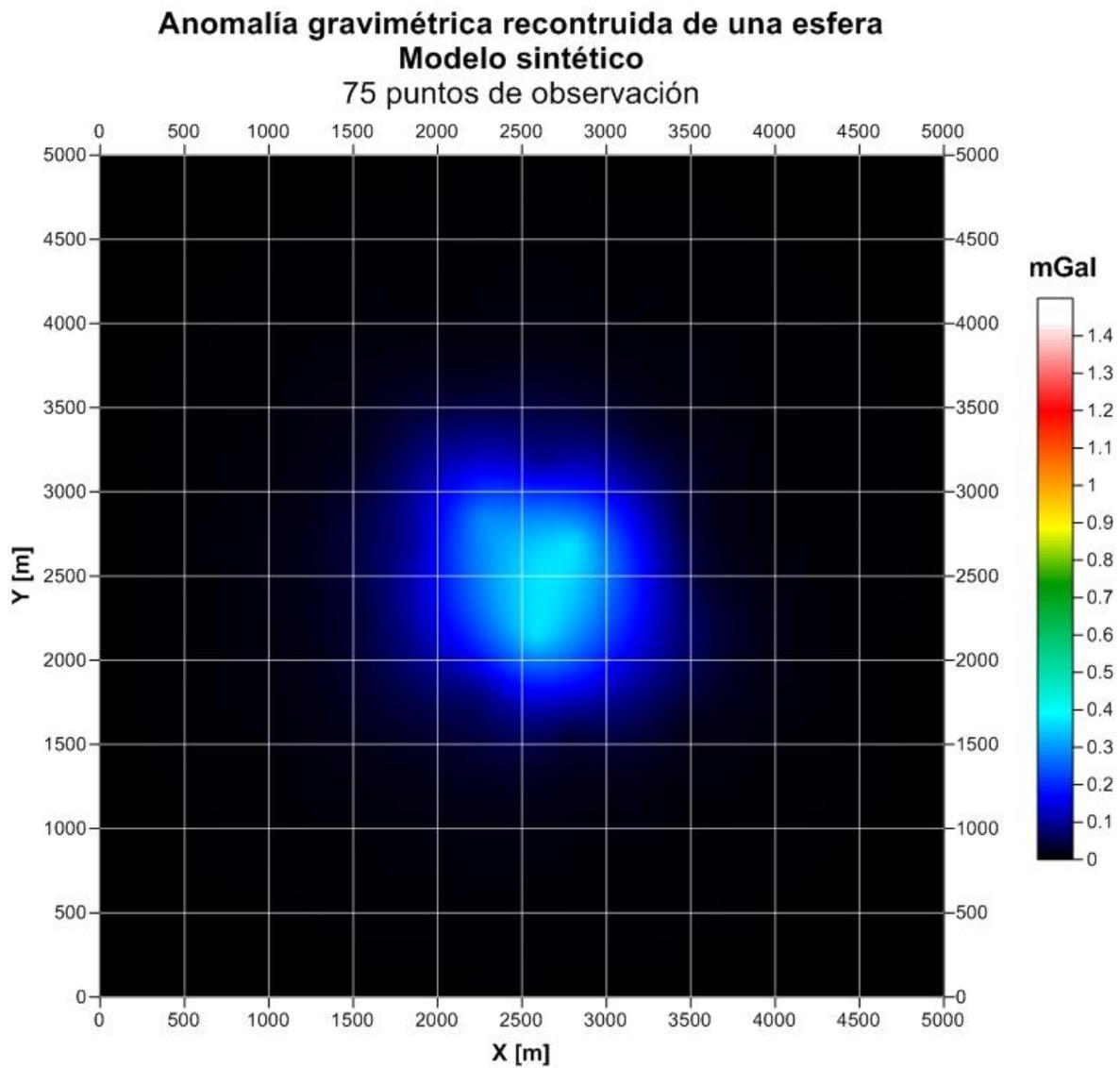


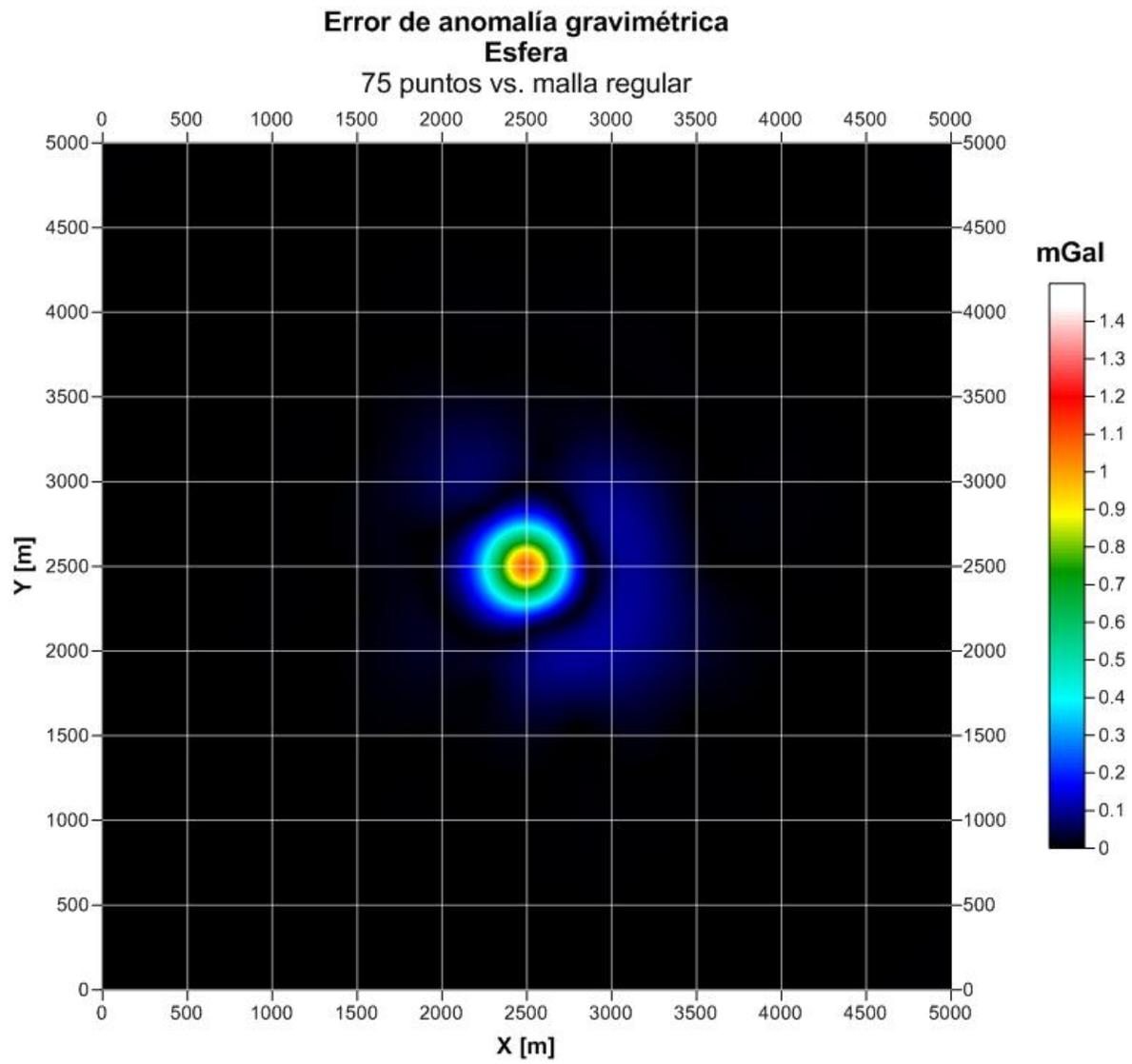
Anomalía gravimétrica reconstruida de una esfera Modelo sintético 45 puntos de observación

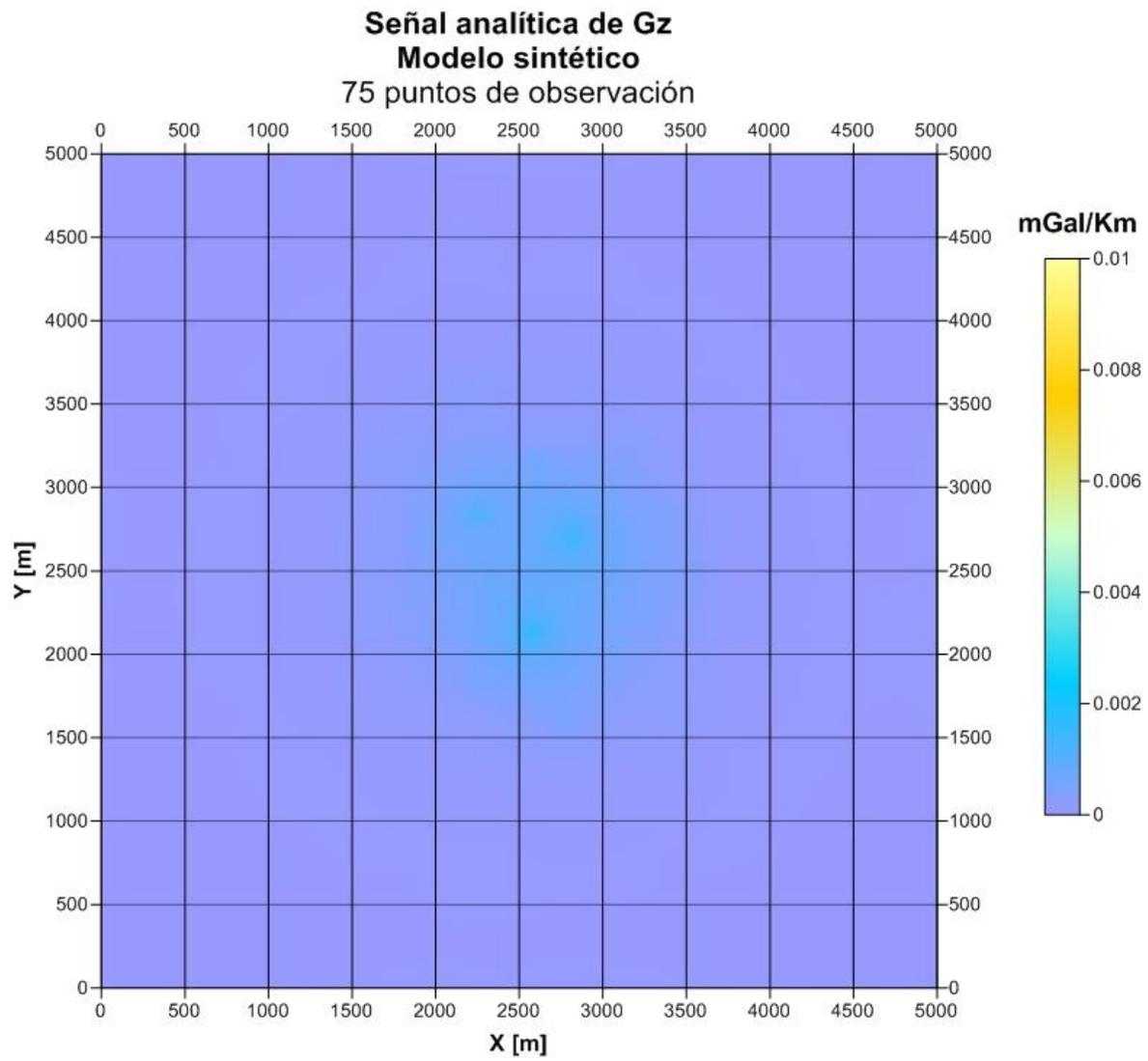




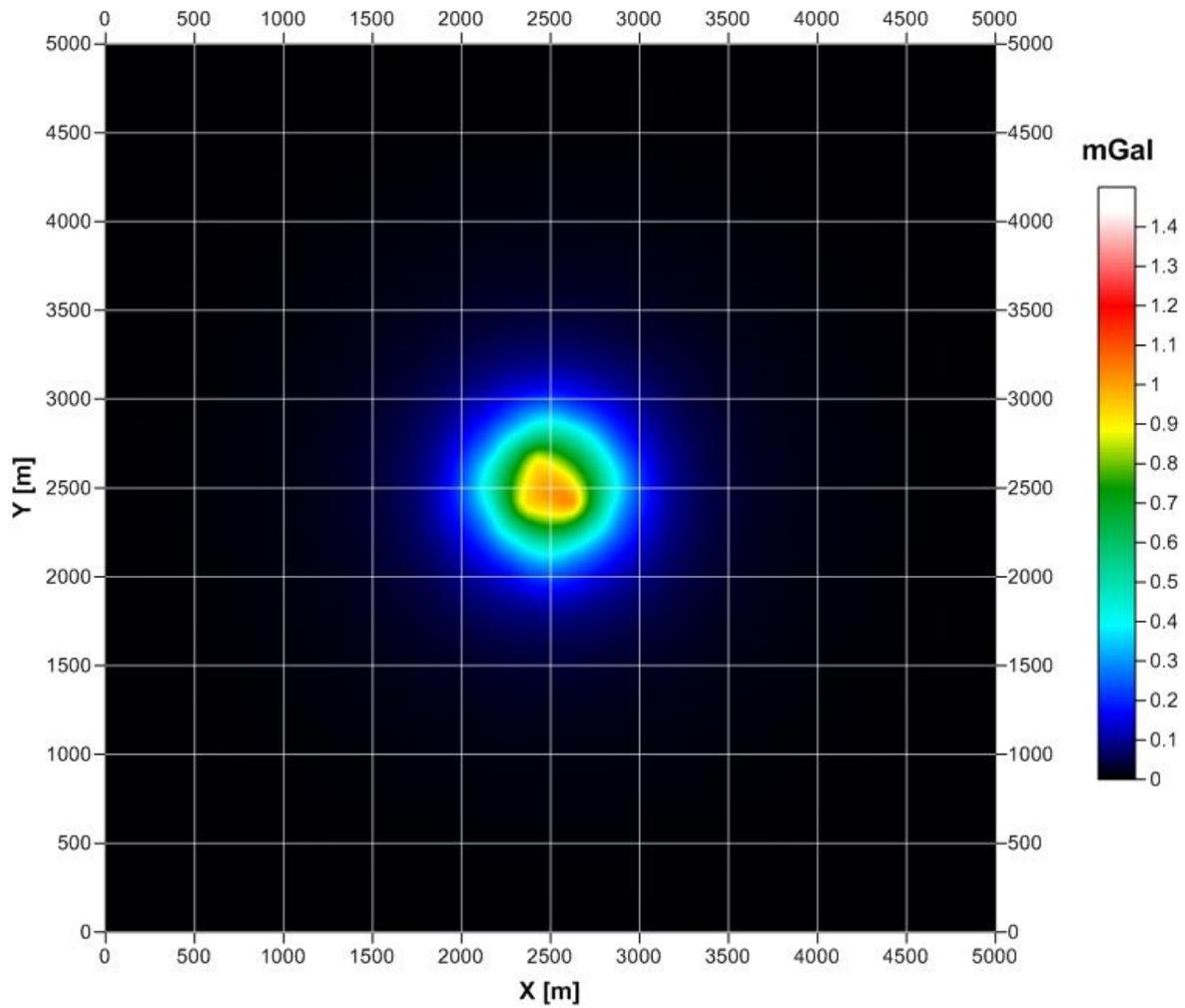


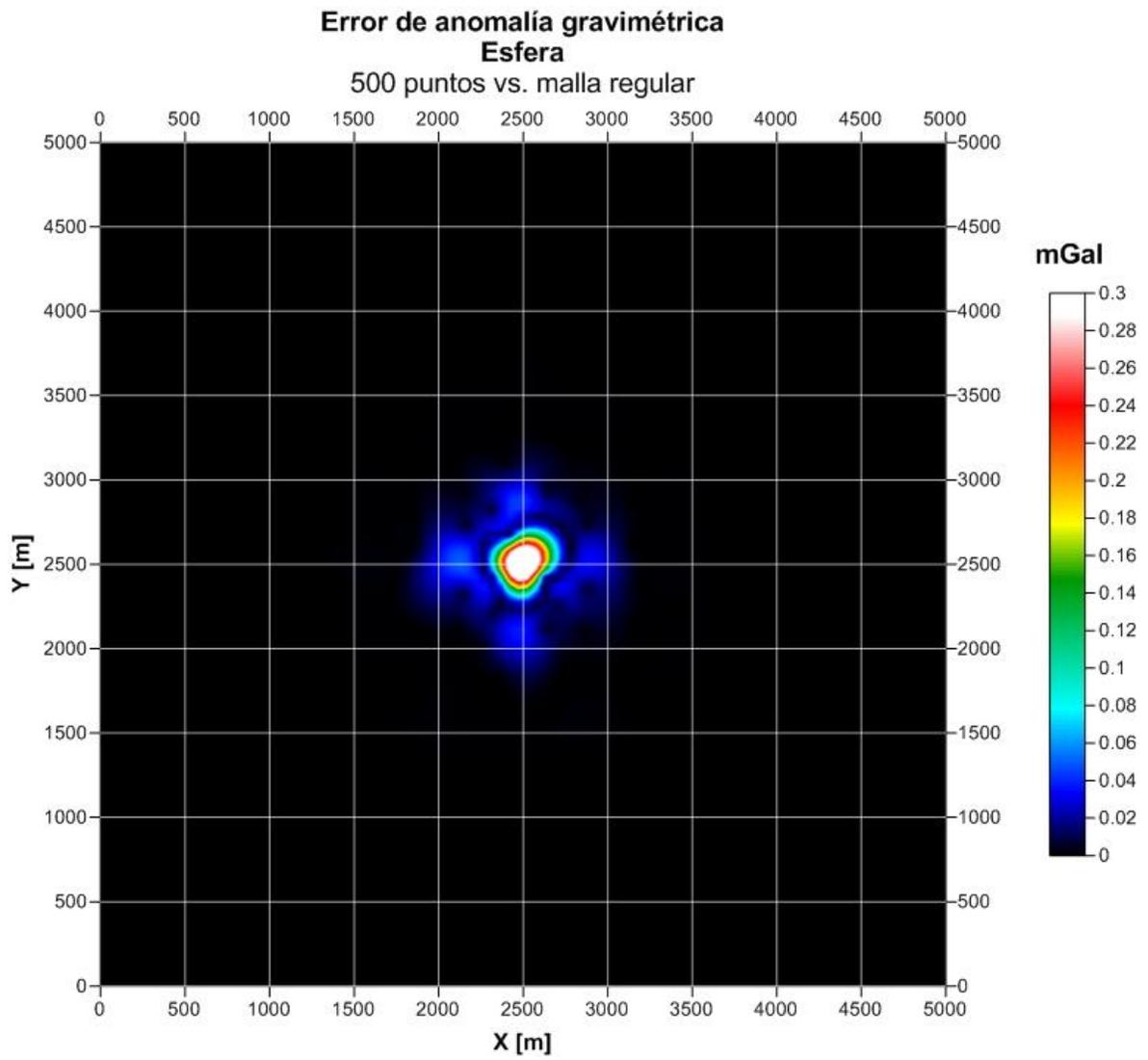


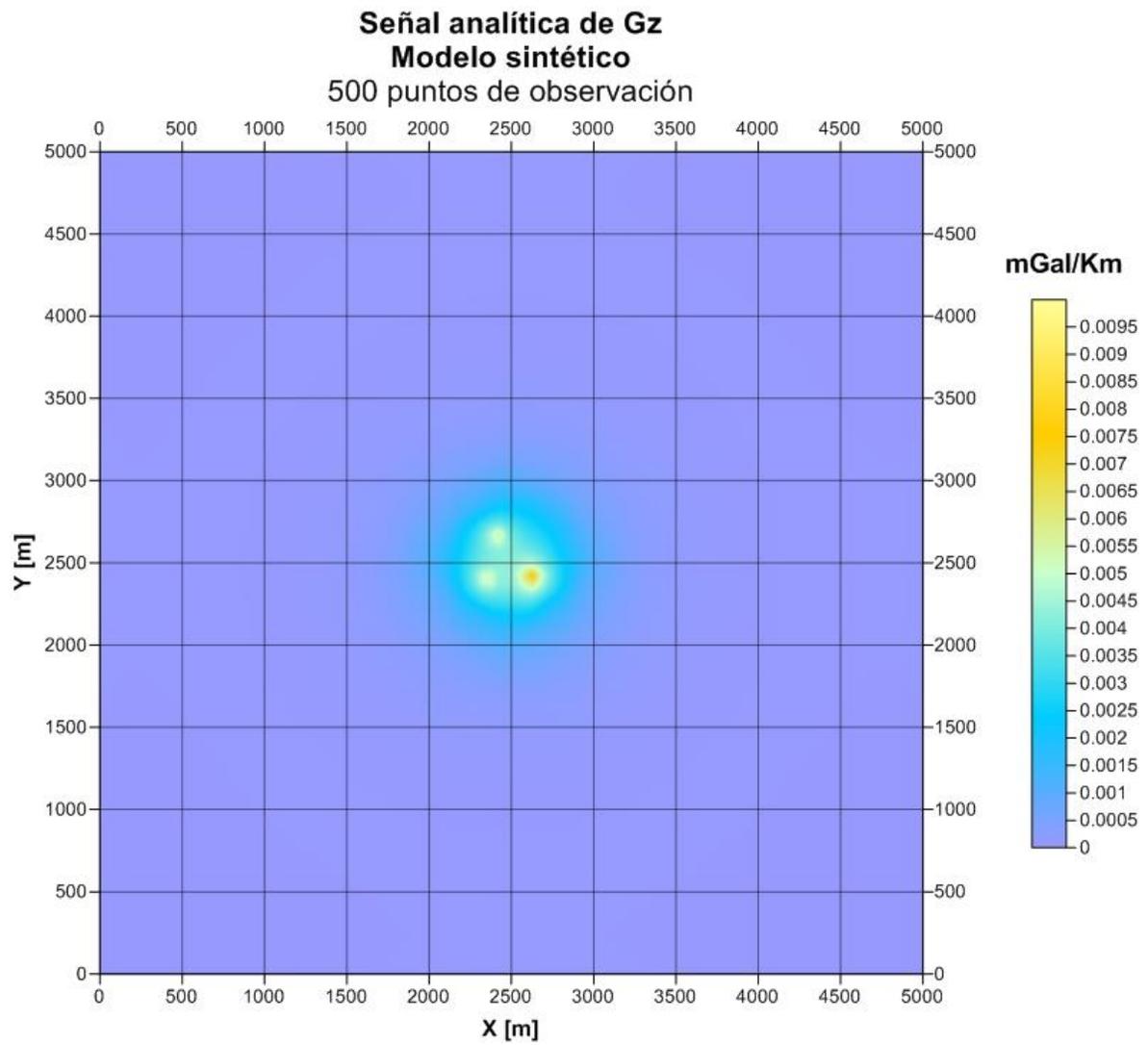




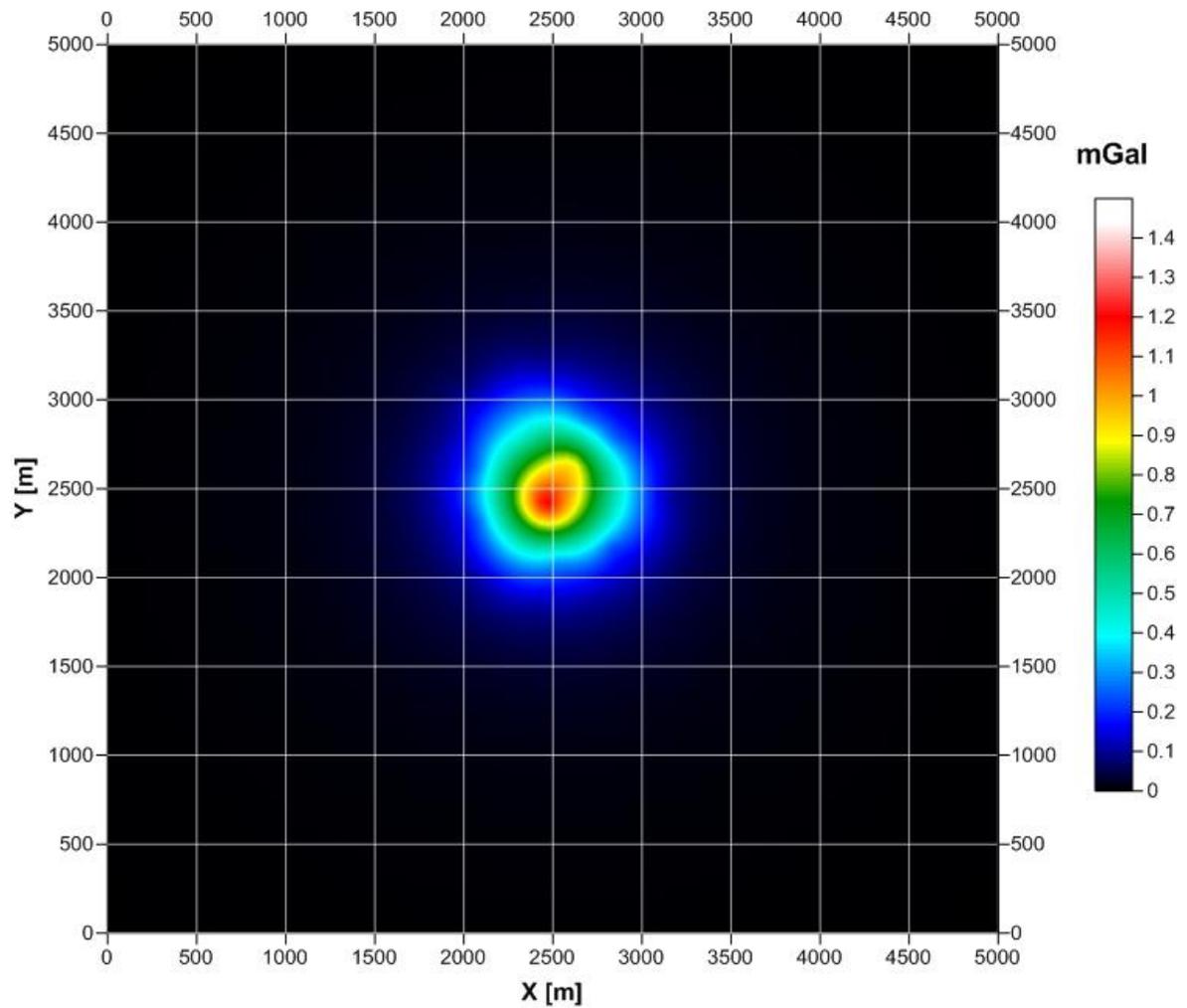
Anomalia gravimétrica reconstruida de una esfera Modelo sintético 500 puntos de observación

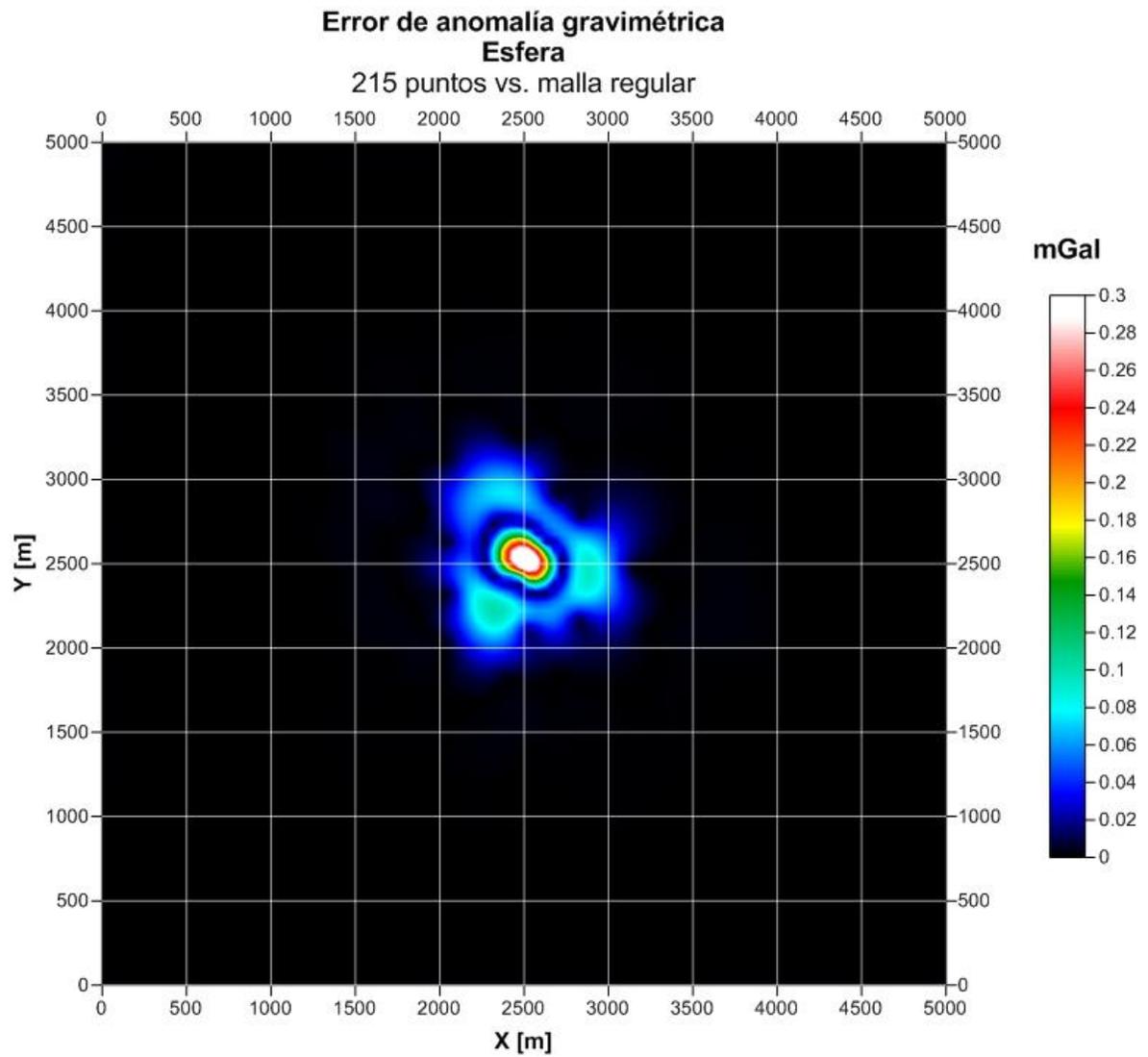


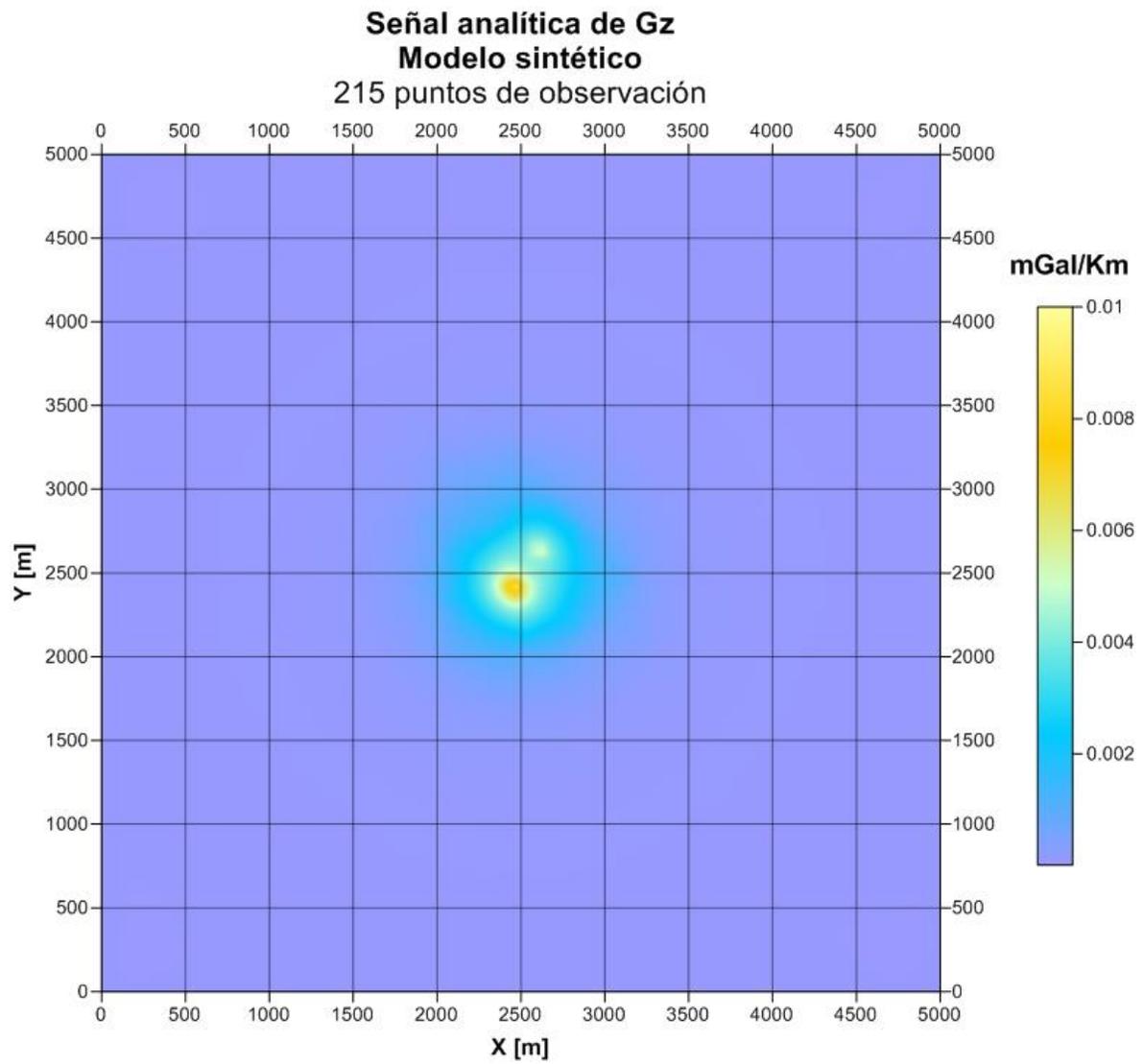




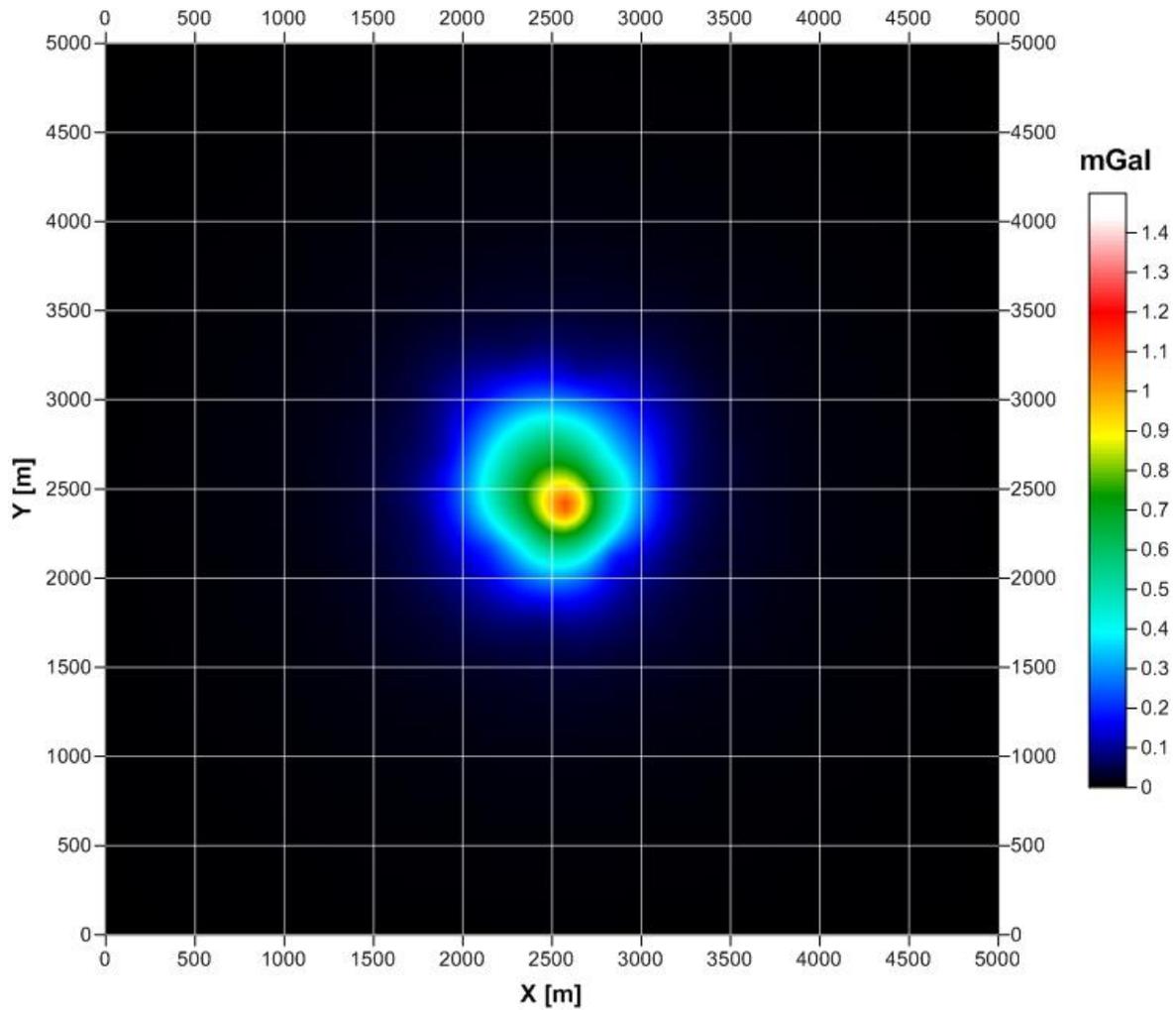
Anomalía gravimétrica reconstruida de una esfera Modelo sintético 215 puntos de observación

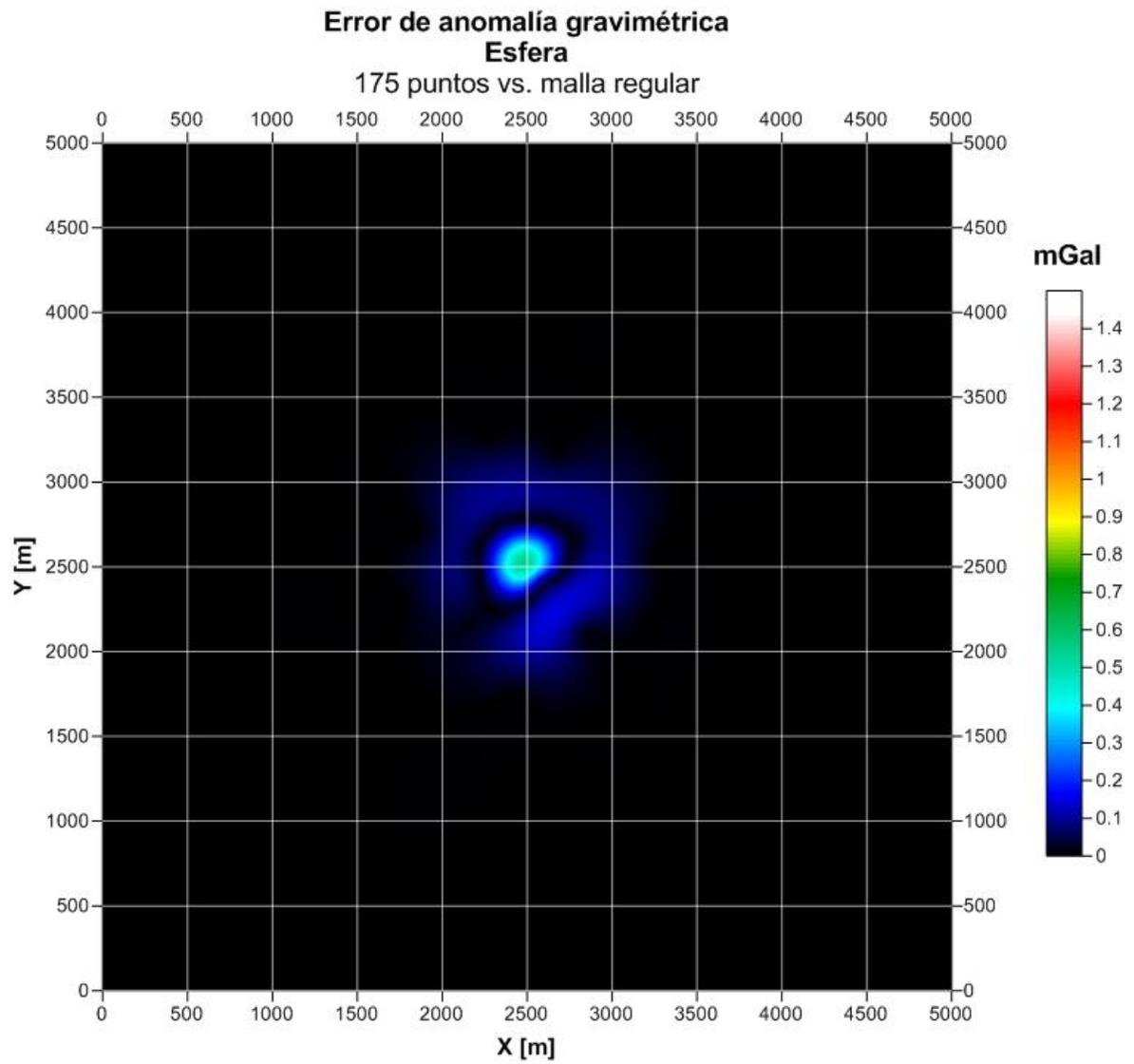


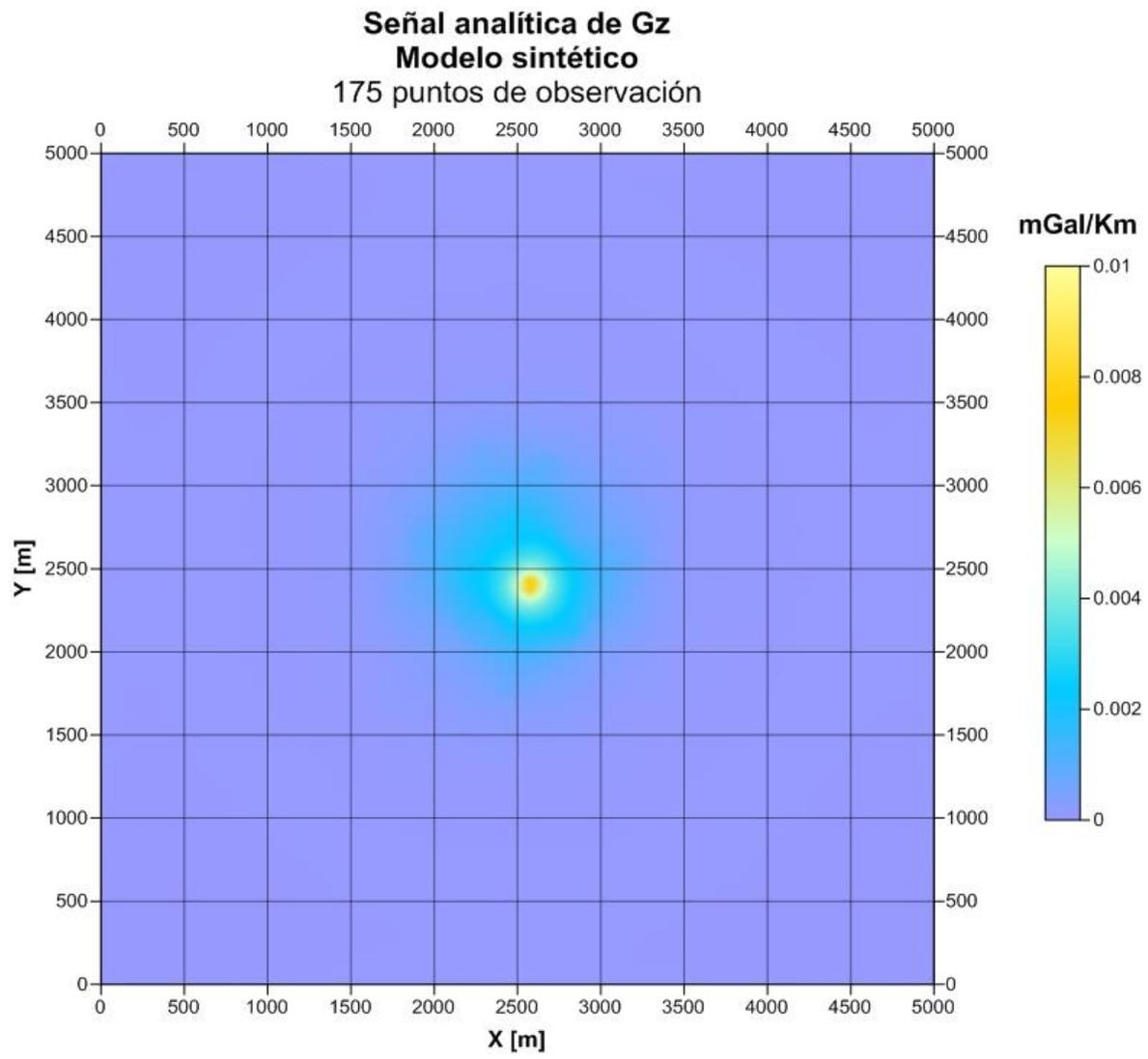




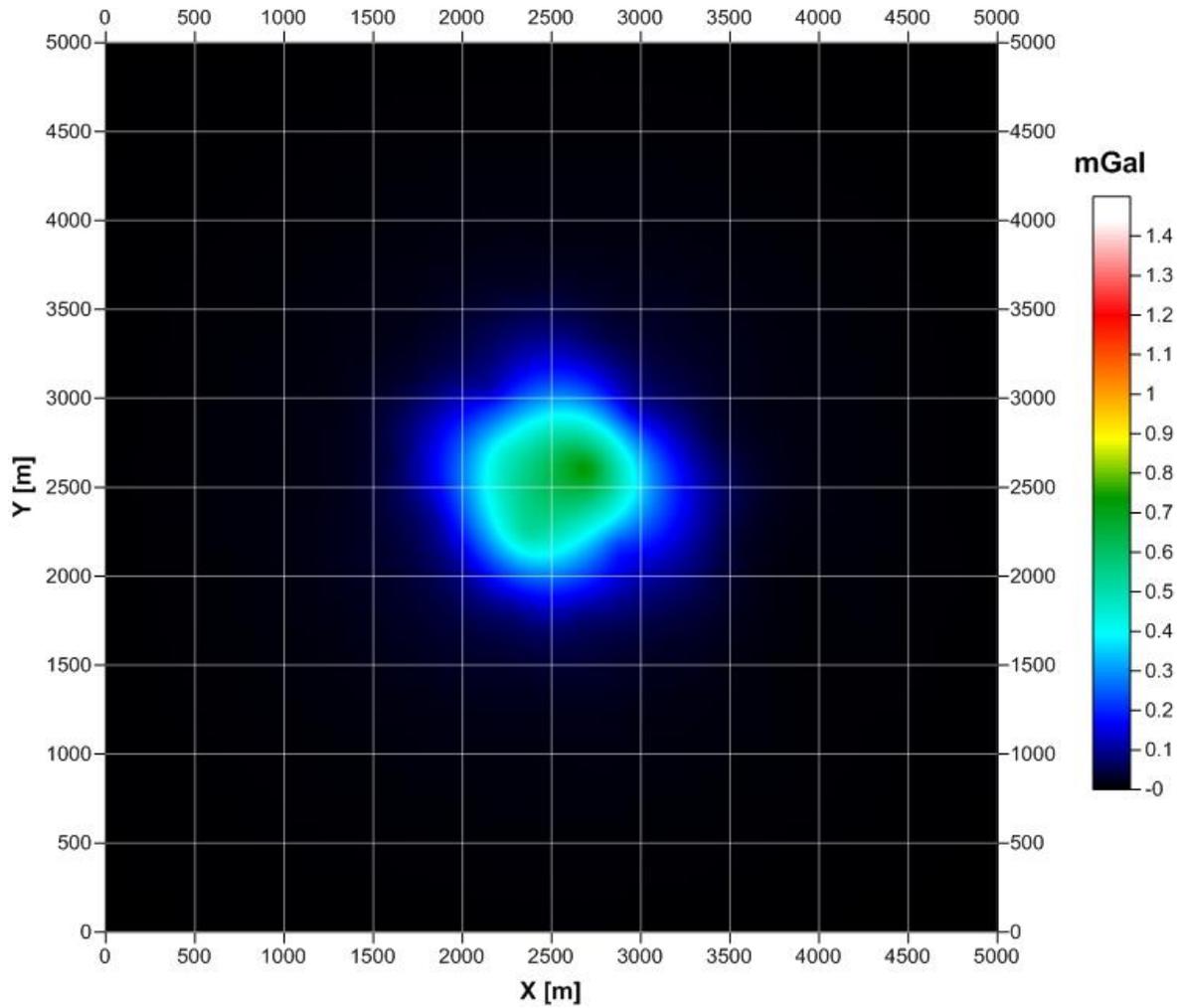
Anomalia gravimétrica reconstruida de una esfera Modelo sintético 175 puntos de observación

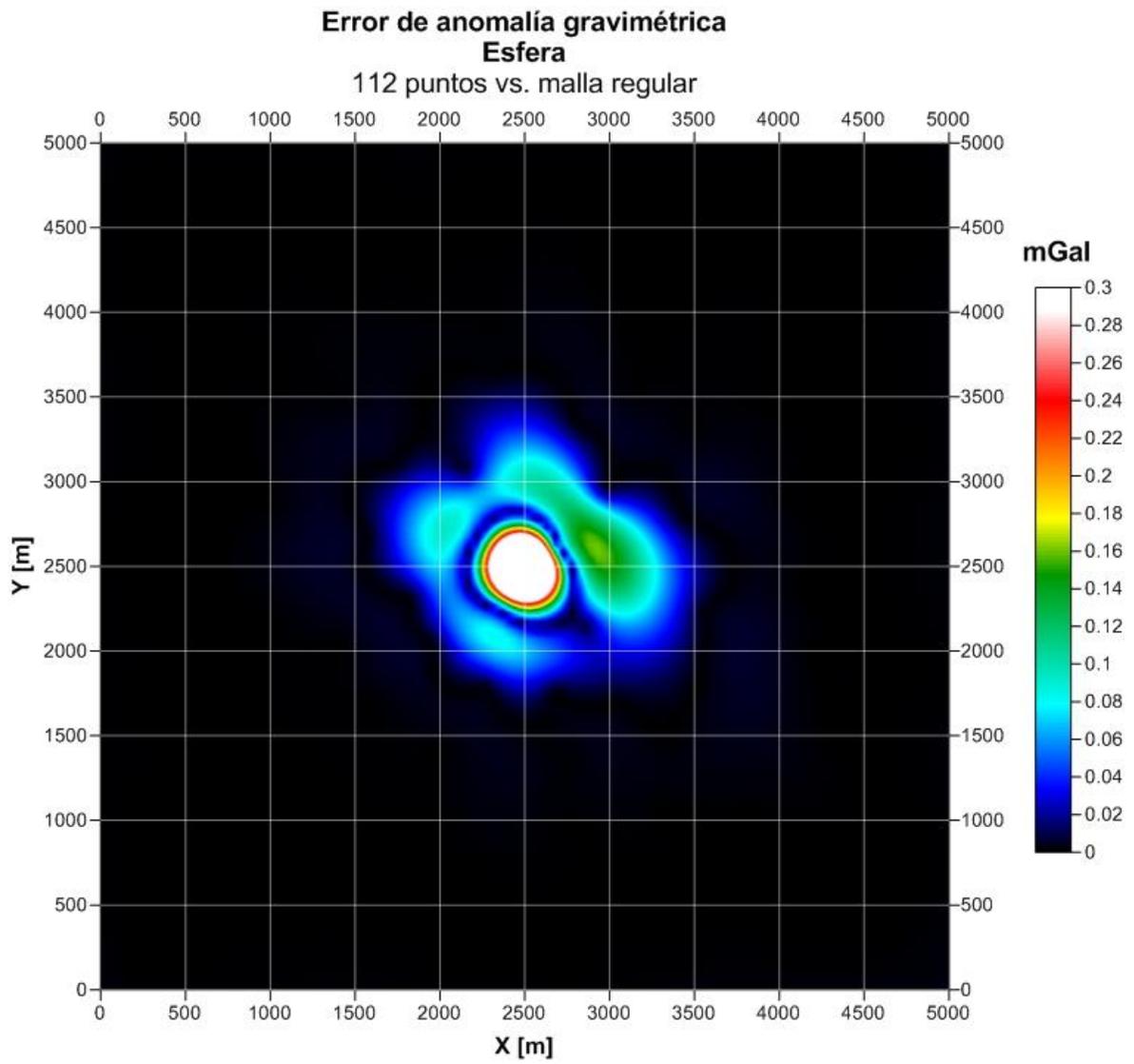


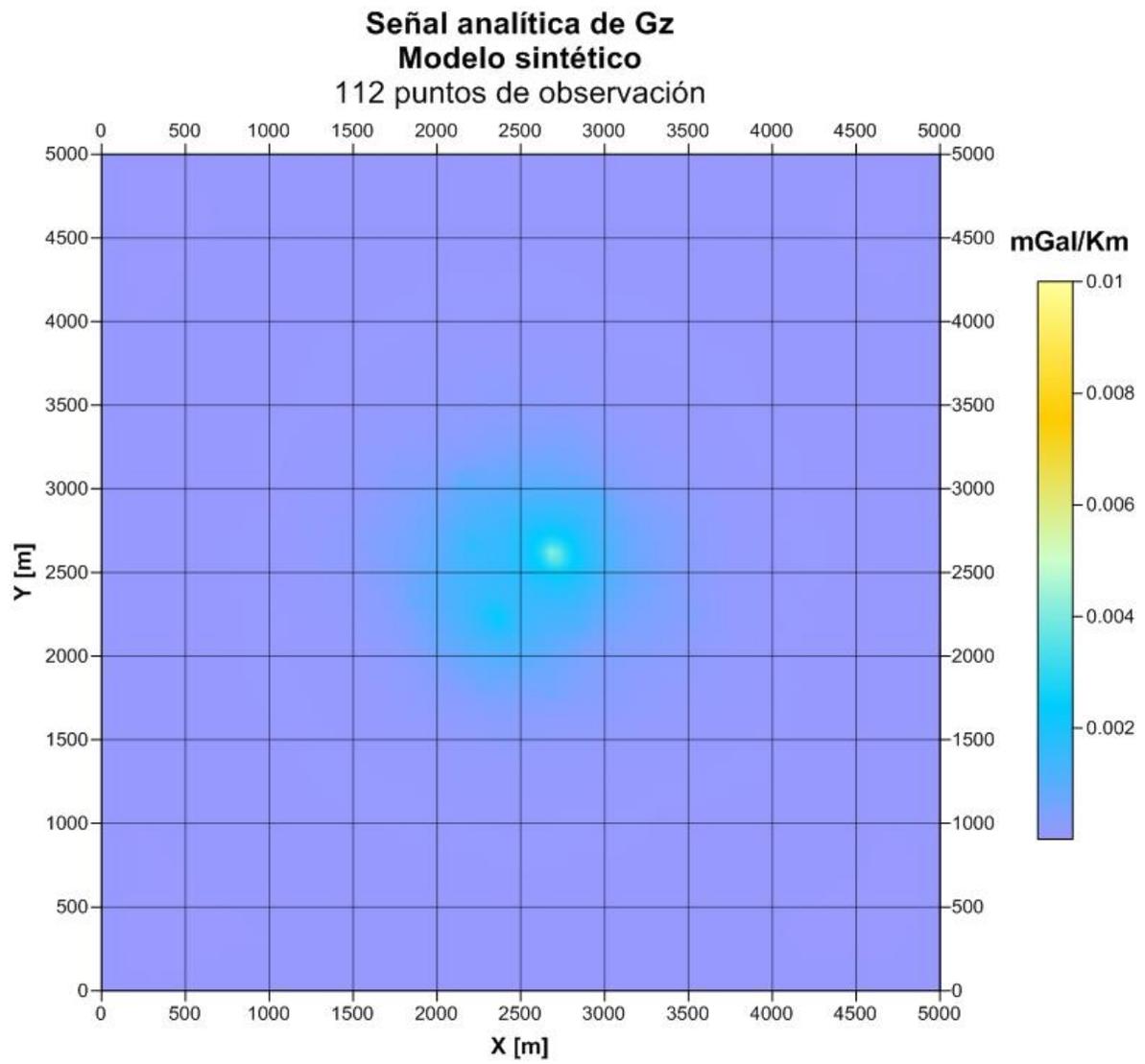




Anomalia gravimétrica reconstruida de una esfera Modelo sintético 112 puntos de observación

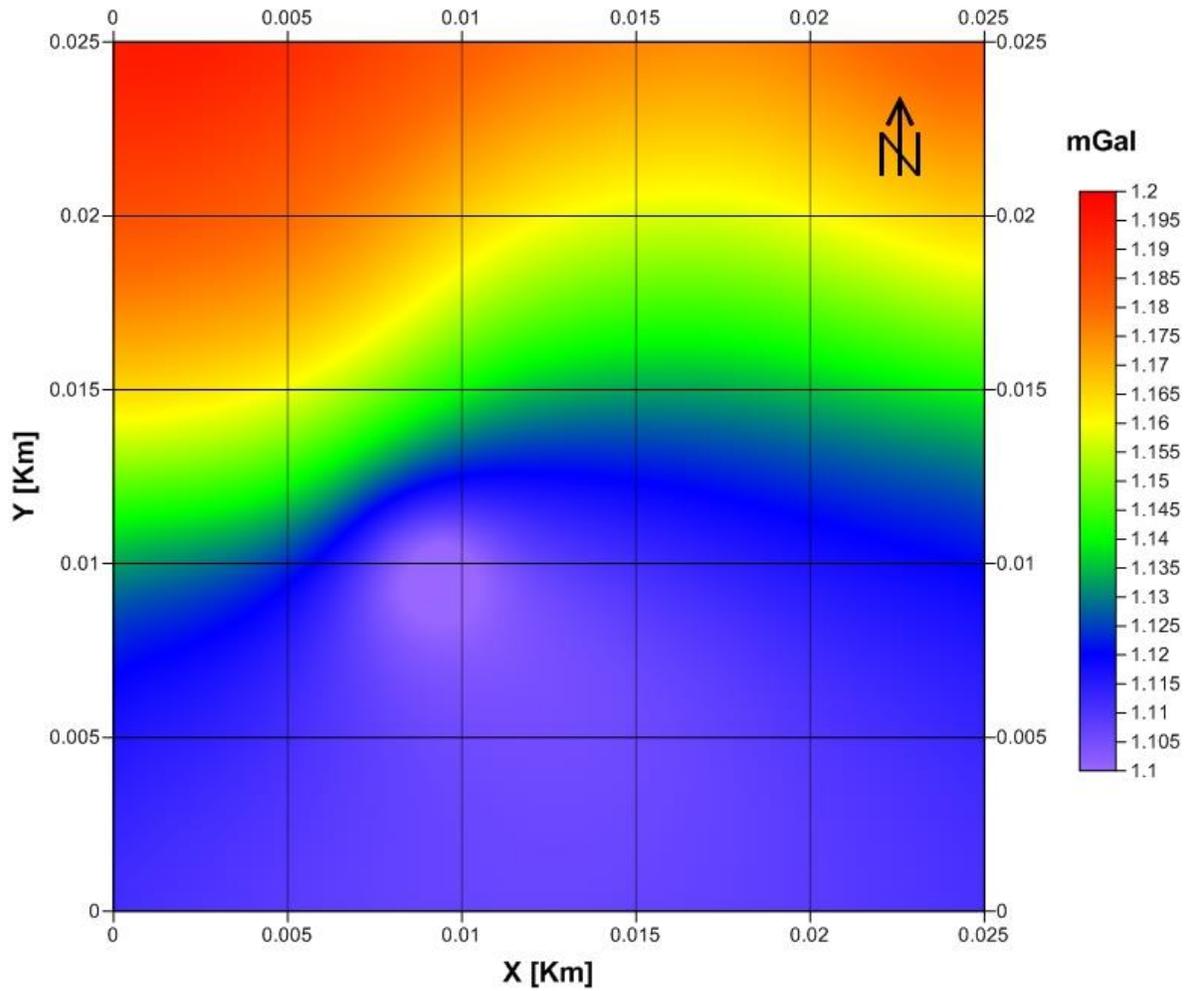




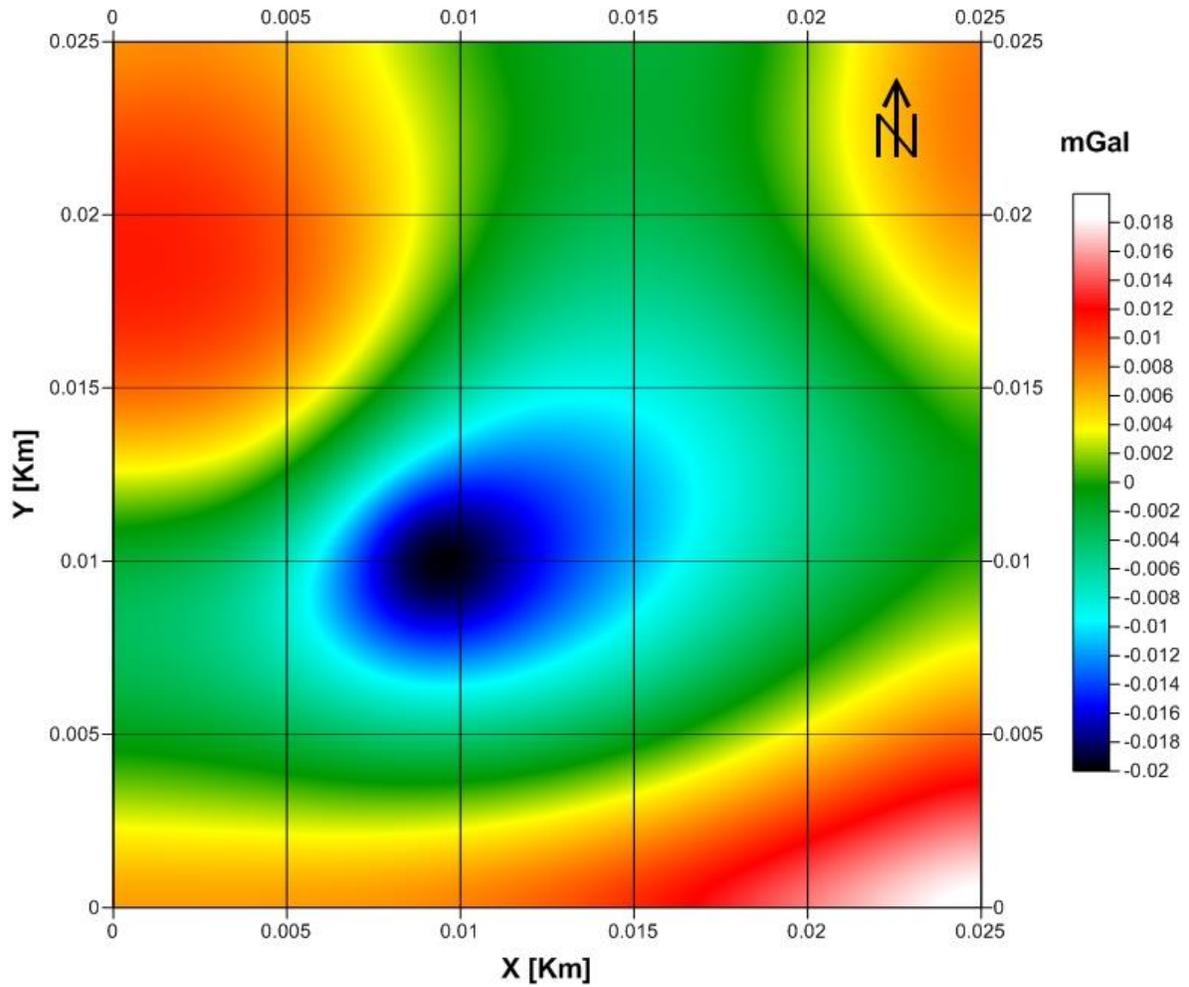


Anexo 4

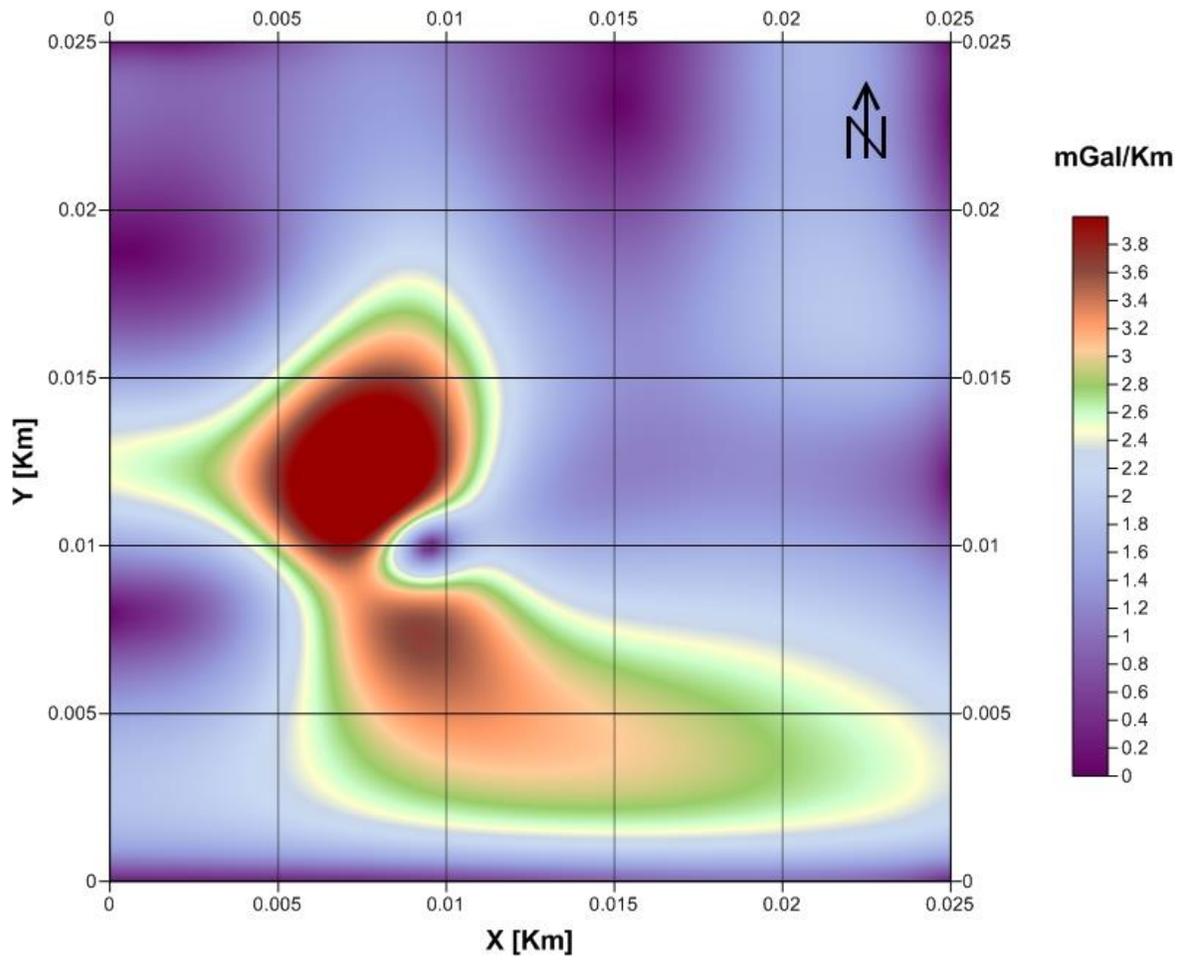
Anomalia gravimétrica reconstruida de socavón modelado Malla con 400 puntos de observación

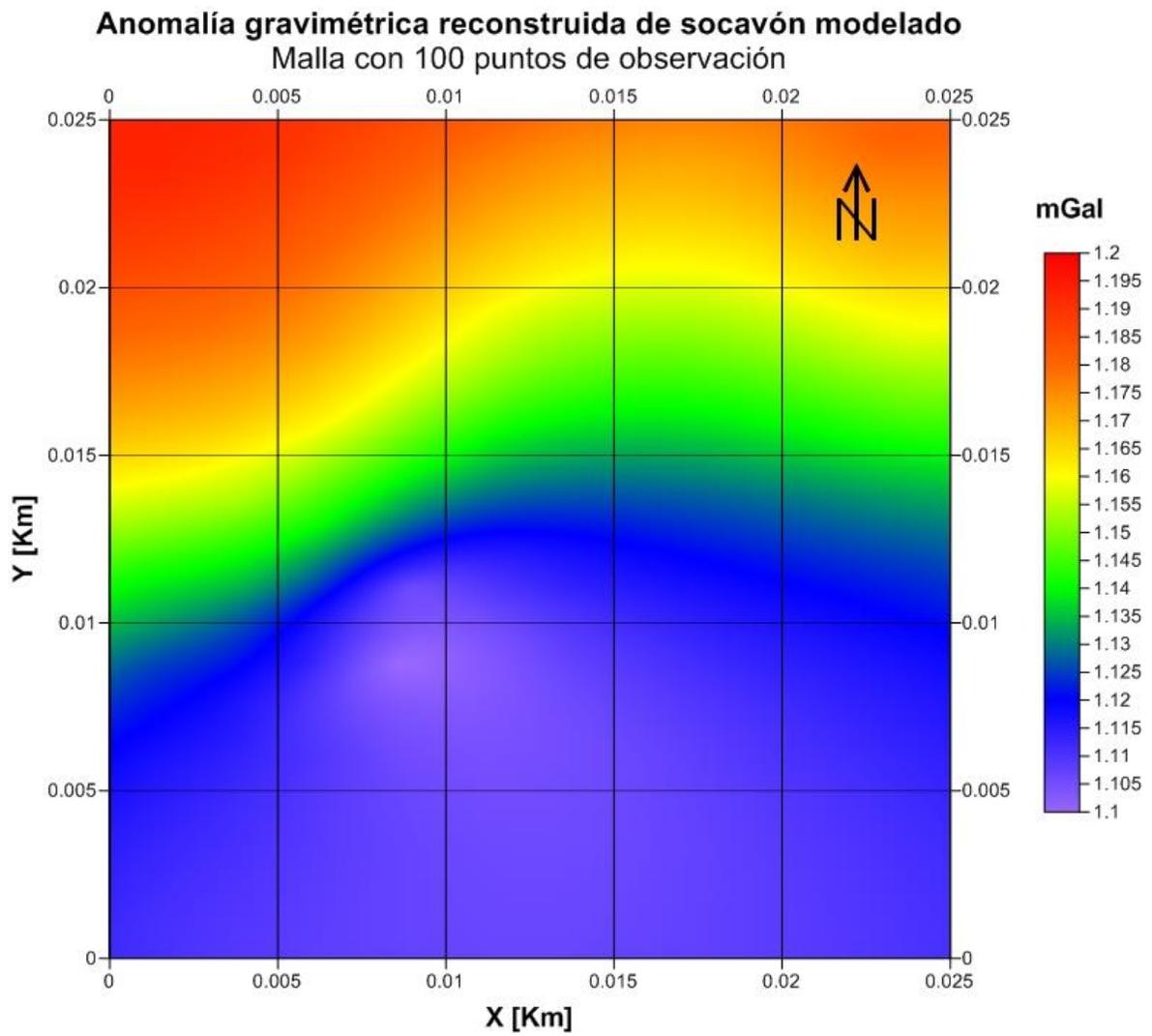


**Anomalia gravimétrica residual reconstruida de socavón modelado
con continuación ascendente a .5 [m]
Malla con 400 puntos de observación**

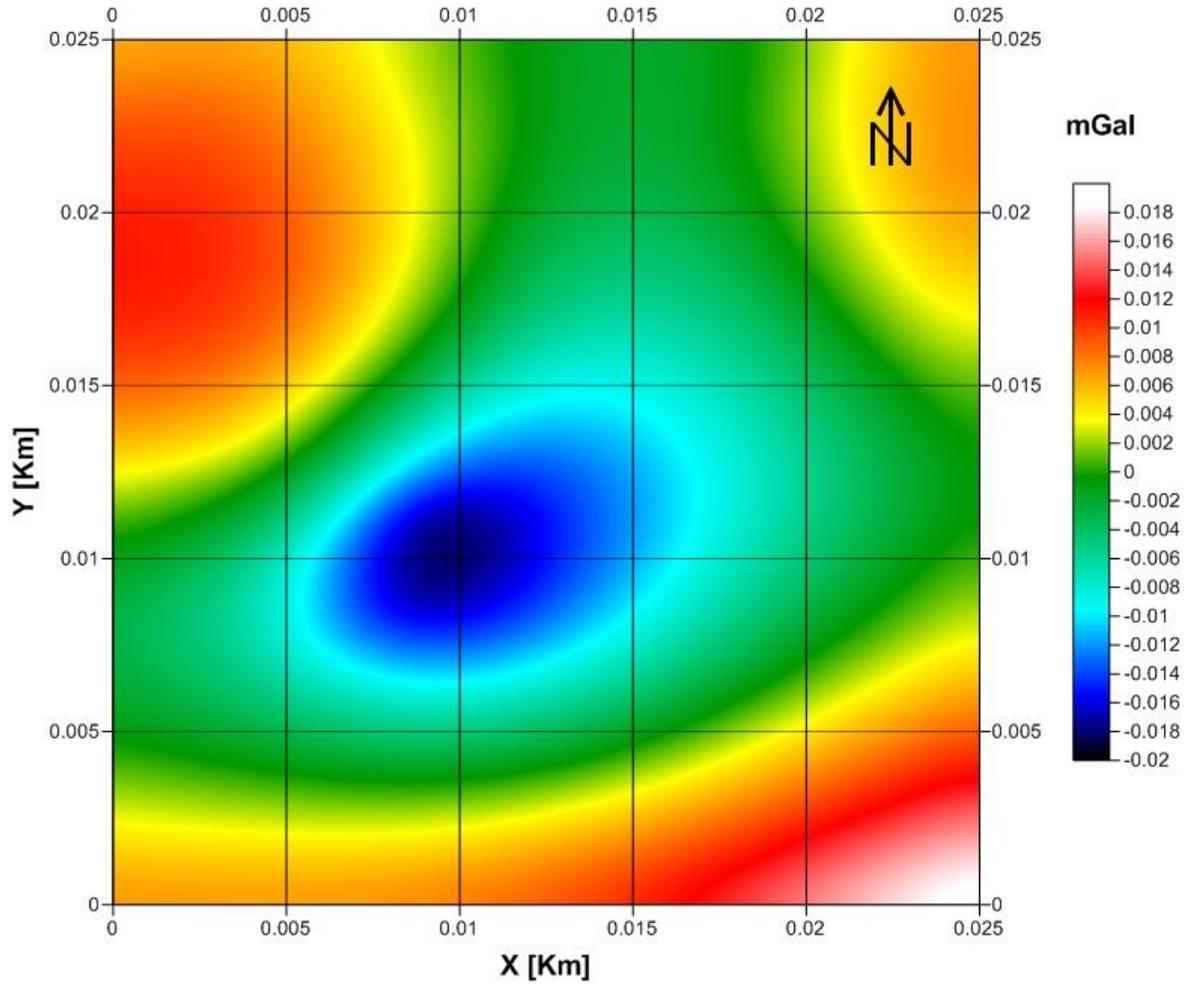


Gradiente horizontal de G_z residual reconstruida de socavón modelado Malla con 400 puntos de observación

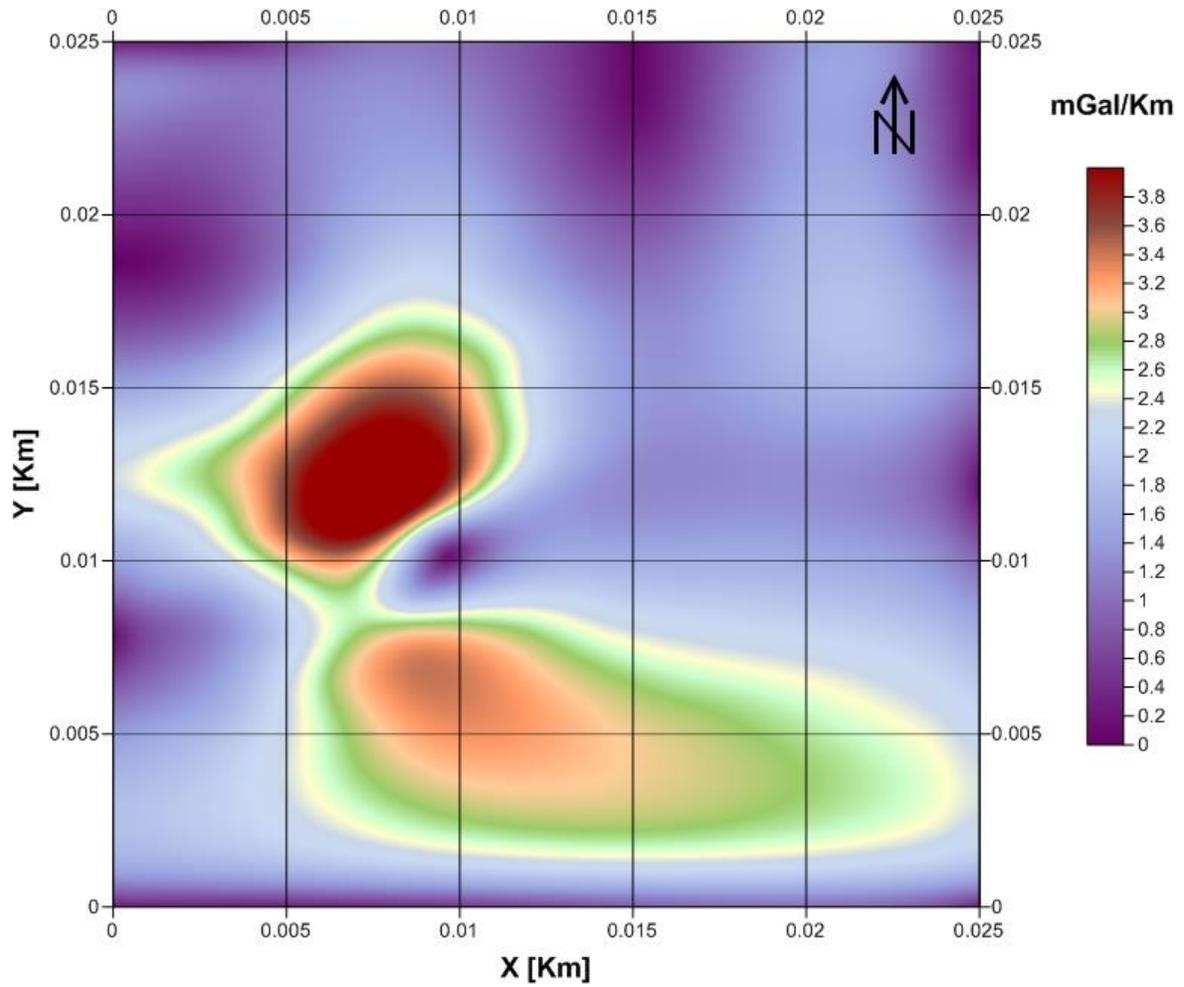


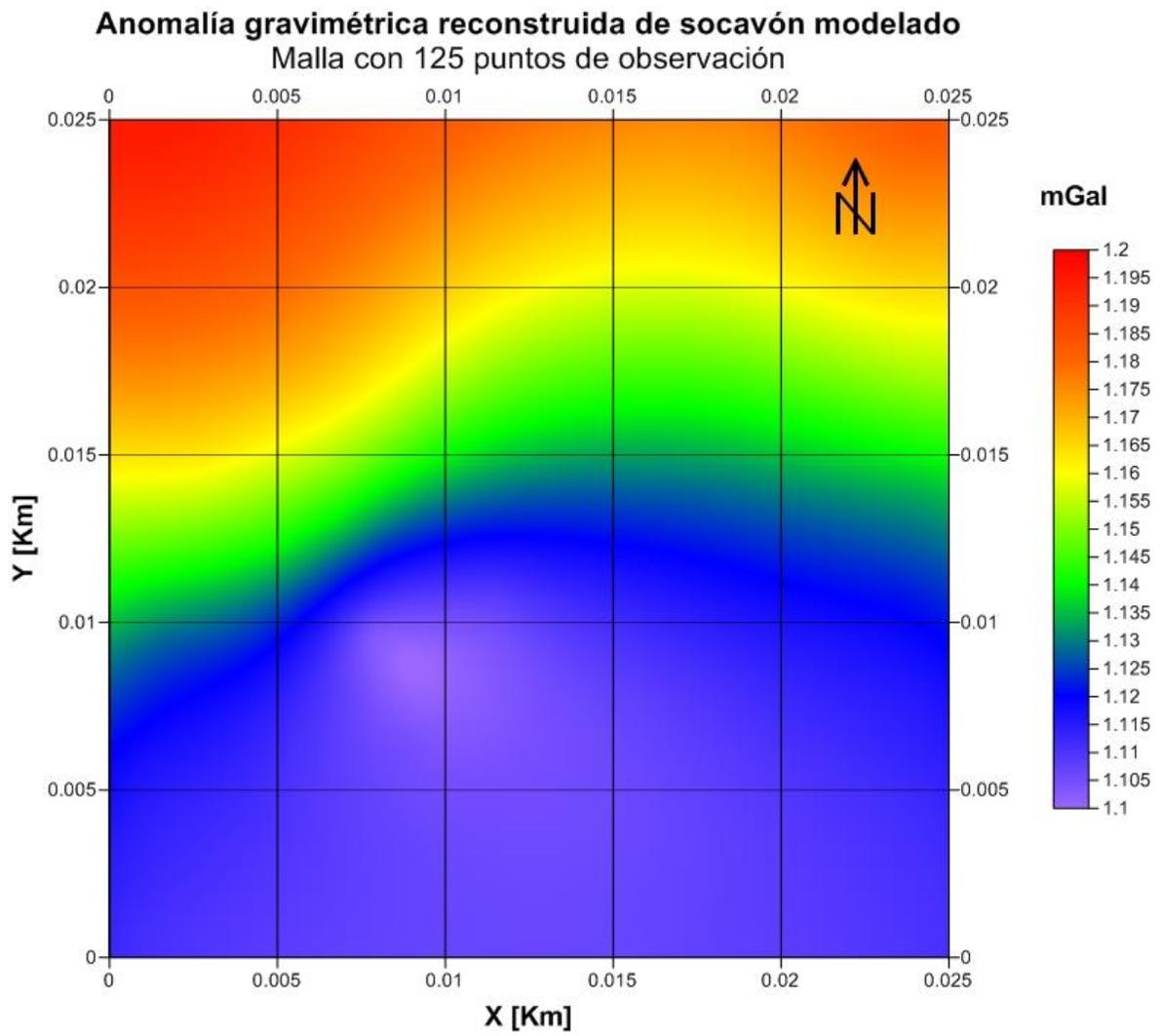


**Anomalia gravimétrica residual reconstruida de socavón modelado
con continuación ascendente a .5 [m]
Malla con 100 puntos de observación**

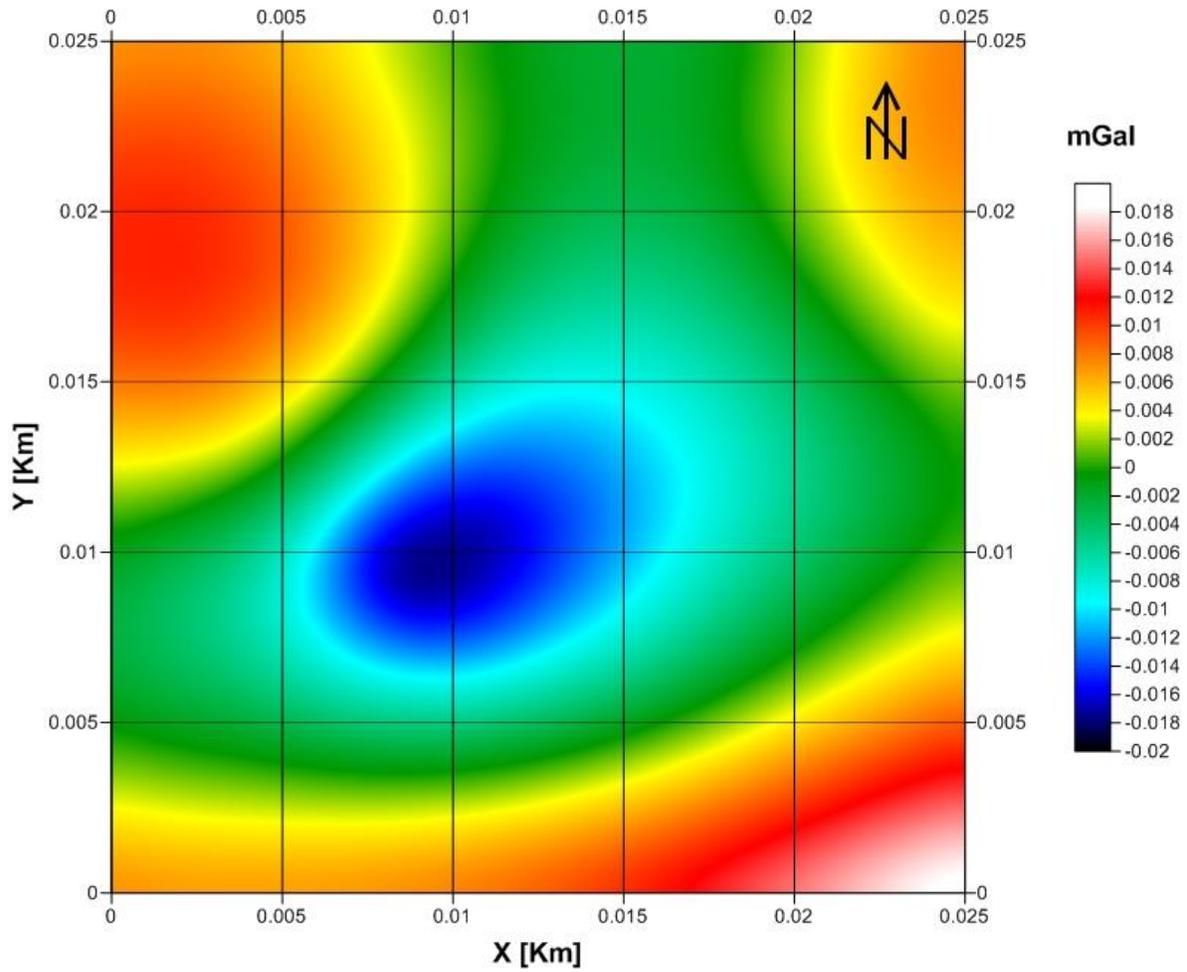


Gradiente horizontal de G_z residual reconstruida de socavón modelado Malla con 100 puntos de observación

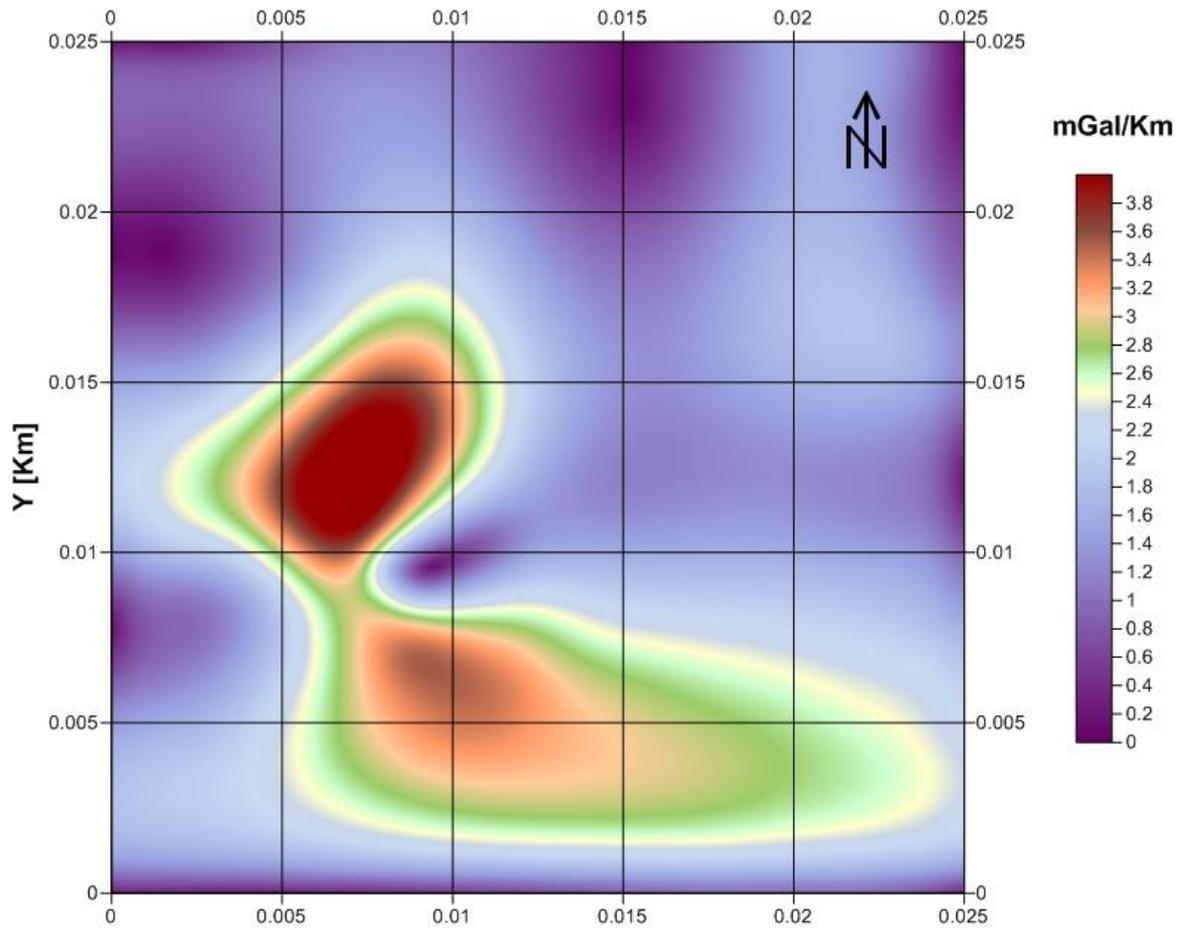


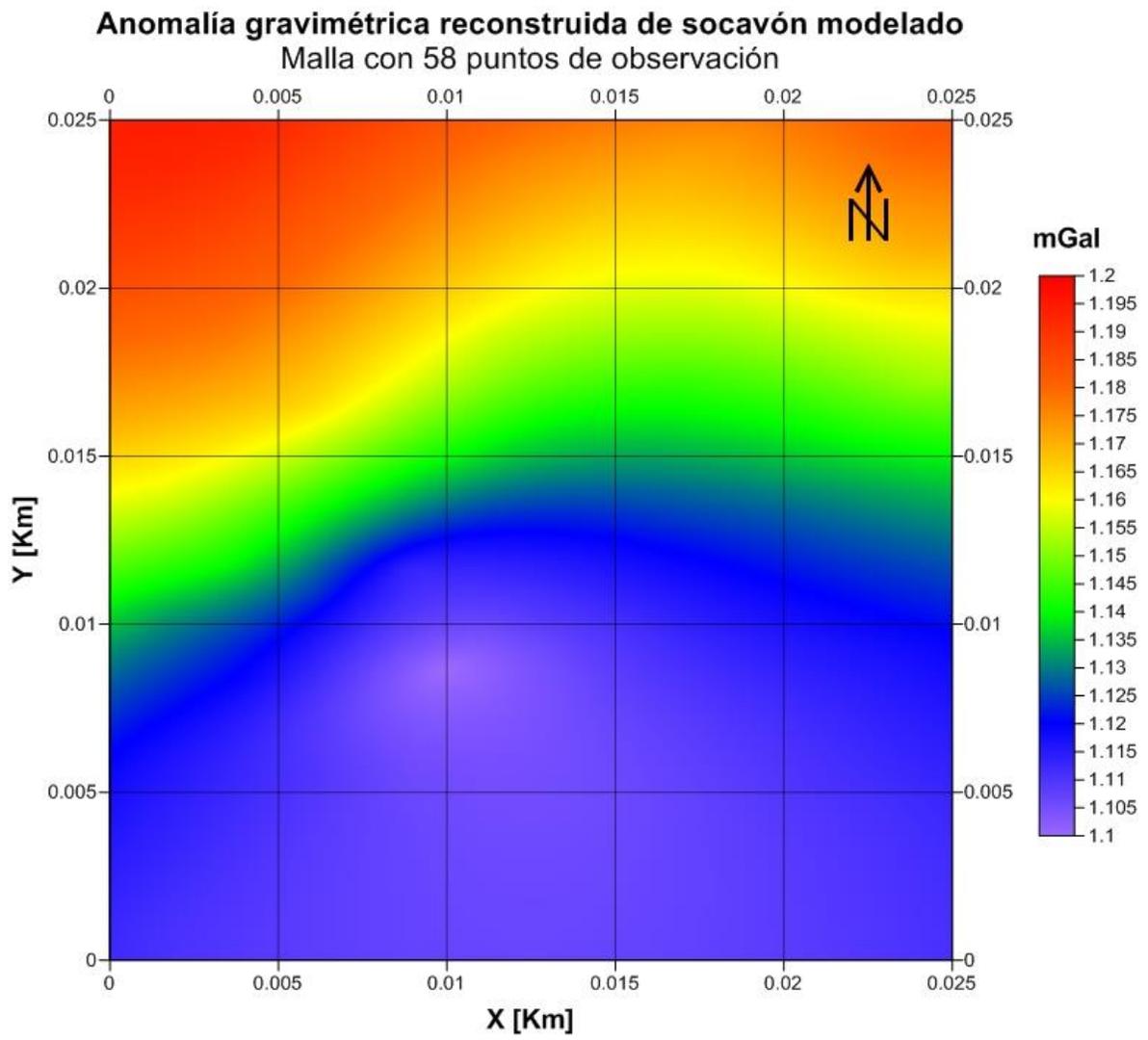


**Anomalia gravimétrica residual reconstruida de socavón modelado
con continuación ascendente a .5 [m]
Malla con 125 puntos de observación**

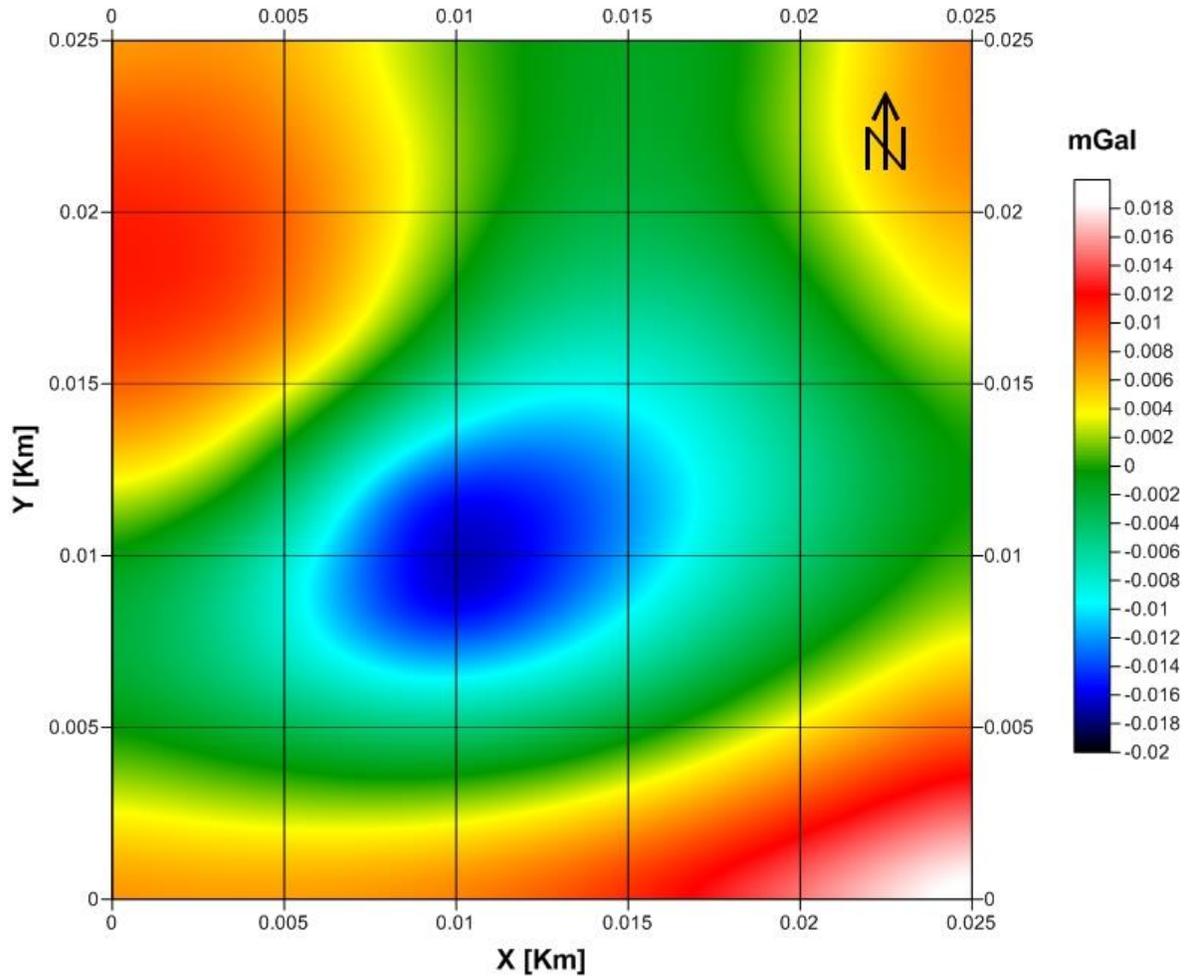


Gradiente horizontal de G_z residual reconstruida de socavón modelado Malla con 125 puntos de observación

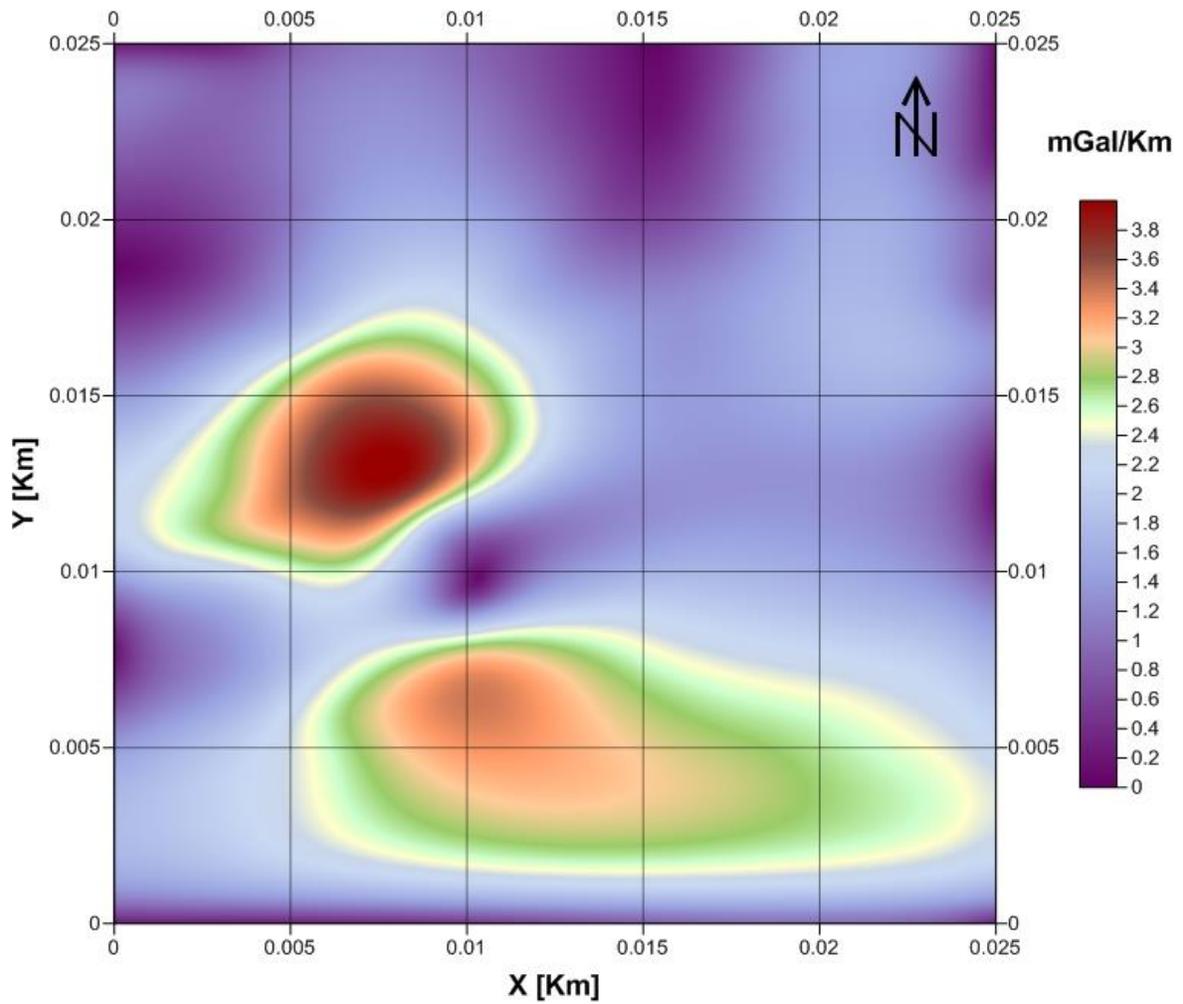


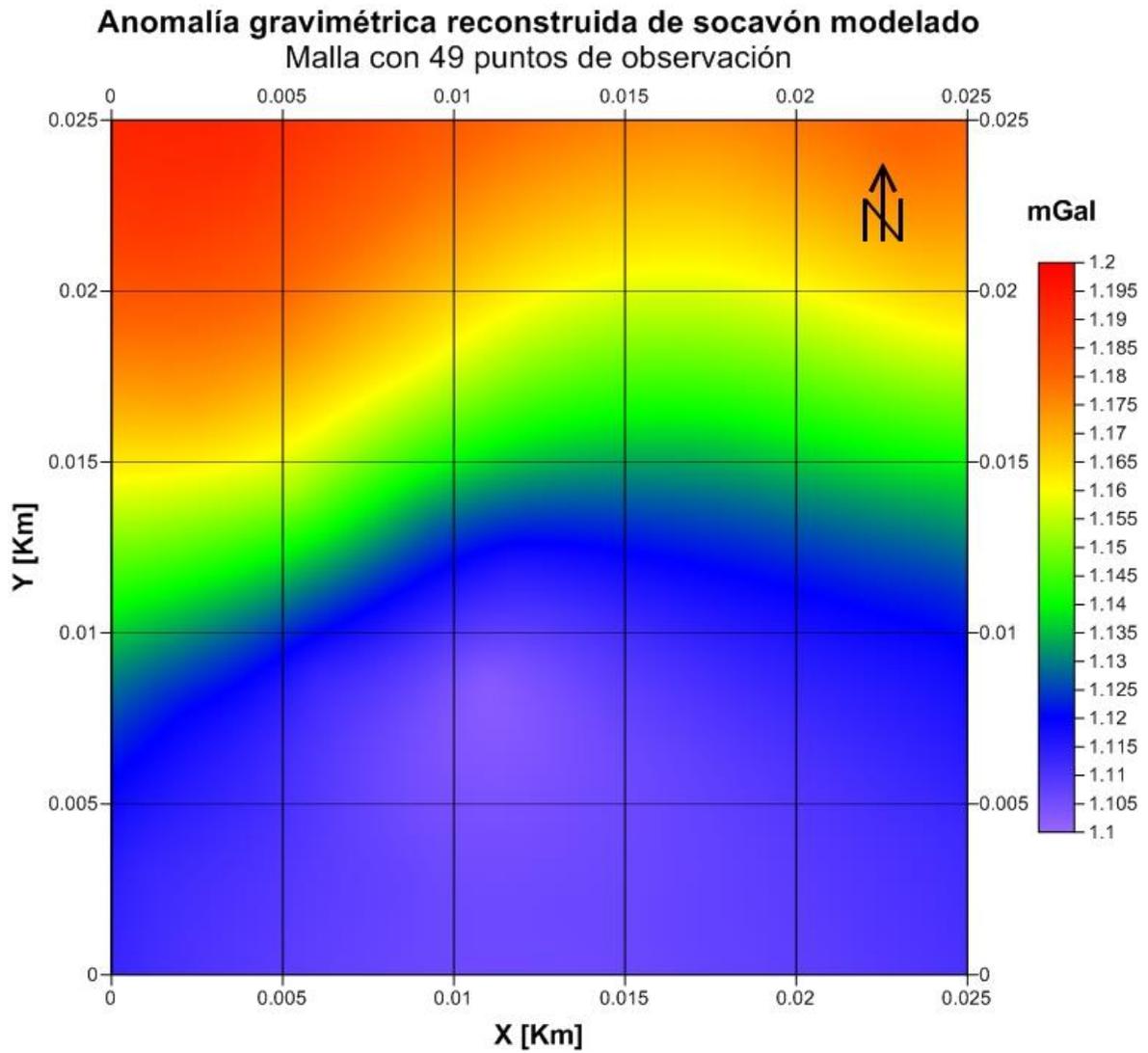


**Anomalia gravimétrica residual reconstruida de socavón modelado
con continuación ascendente a .5 [m]
Malla con 58 puntos de observación**

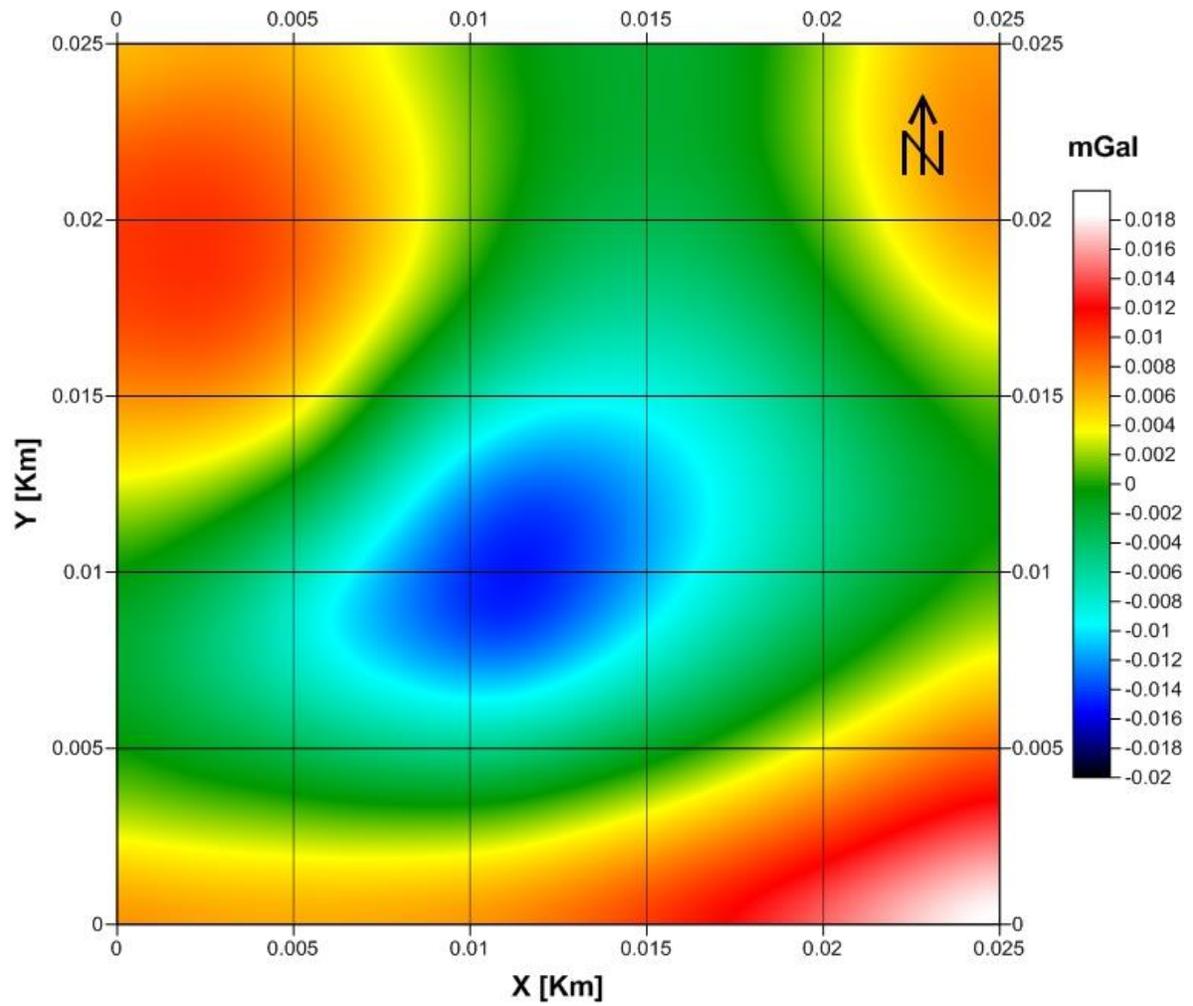


Gradiente horizontal de G_z residual reconstruida de socavón modelado Malla con 58 puntos de observación





Anomalia gravimétrica residual reconstruida de socavón modelado Malla con 49 puntos de observación



Gradiente horizontal de G_z residual reconstruida de socavón modelado Malla con 49 puntos de observación

