



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

**POSGRADO EN CIENCIA E INGENIERÍA DE MATERIALES
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES EN MATERIALES**

**SISTEMA PARA EL ASEGURAMIENTO DE FLUJO EN INSTALACIONES SUBMARINAS DE
PRODUCCIÓN**

TESIS

**QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE
DOCTOR EN CIENCIA E INGENIERÍA DE MATERIALES**

**PRESENTA:
DAVID REYES GONZÁLEZ**

**DIRECTOR DE TESIS:
DR. CARLOS LIRA GALEANA
INSTITUTO MEXICANO DEL PETRÓLEO**

**MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR:
DR. OCTAVIO MANERO BRITO
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES EN MATERIALES
DR. ÁNGEL ENRIQUE CHPAVEZ CASTELLANOS
FACULTAD DE QUÍMICA**

CIUDAD UNIVERSITARIA CD. MX., DICIEMBRE 2016.



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

AGRADECIMIENTOS:

Es un placer y gran honor mencionar a personas e instituciones que han sido muy importantes en mi formación académica, profesional y personal, a todos ustedes les agradezco infinitamente la manera en la que me han apoyado y guiado, no tengo otra forma más que decirles gracias.

Al Dr. Carlos Lira Galeana gracias por su apoyo incondicional, su paciencia para trabajar conmigo, sus enseñanzas tanto profesionales como personales, por aceptar guiarme en este proceso de crecimiento y formación; gracias también por sembrar en mi la semilla del amor a la investigación en ciencia y la ingeniería; gracias por su amistad.

A los doctores Octavio Manero Brito y Ángel Enrique Chávez Castellanos, miembros de mi comité tutor, gracias por su guía, recomendaciones y apoyo brindado durante estos 4 años de crecimiento académico, sus consejos y observaciones me han ayudado demasiado.

Al Dr. José Manuel del Río, gracias por su apoyo, guía, amistad y por ese artículo que surgió entre tazas de café e ideas no convencionales.

Al Maestro Saúl Bautista gracias, porque con su apoyo al inicio de mi proyecto de investigación doctoral pude entender el concepto del flujo de deriva, pieza fundamental en mi trabajo.

Al Maestro Víctor Ortiz y Kongsberg gracias, ya que con su ayuda y ejemplos en LEDA Flow me ayudaron a entender con más detalle el flujo multifásico transitorio en tuberías y pozos.

A mi jurado: Dr. Isidoro García, Dr. René Vargas, Dr. Octavio Elizalde, Dr. Iván Guerrero; gracias por sus observaciones en mi trabajo, en virtud del enriquecimiento de su contenido a través de la experiencia y conocimientos de cada uno de ustedes y por su apoyo.

Al Posgrado en Ciencia e Ingeniería de Materiales de la UNAM, gracias por permitirme formar parte de un importante y serio programa de doctorado, y pertenecer a la familia universitaria en una escuela de prestigio internacional como lo es la UNAM.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT), gracias por la beca económica otorgada para la realización de mis estudios de doctorado.

A mis compañeros de trabajo, que durante estos 4 años de formación han emprendido un viaje similar al mío, algunos han terminado antes, algunos más han de quedarse otro tiempo más, pero el tiempo y las experiencias compartidas con ustedes no se olvidan, al contrario se agradecen y valoran; gracias: Marcos Turcio, Jorge Rojano, Denisse Segovia, Jonathan Elizalde, Diana Gastelum, Carmen Torres, Javier Pérez, Osvaldo González, Alejandro Sosa, Jesús Espinoza, Ariana López, Karla Barrón.

A mis amigos: Rodrigo Vivar, Jorge Cayente, Rubén Martínez, Amaranta Castro, Oscar Olicón, Juan de Dios Castro, Ana Ramírez, Marco Aguilar, José Luis Benítez, Abril Fonseca, Juan Silva; gracias por su amistad, por las experiencias vividas juntos y por el apoyo que en determinados momentos me han brindado.

A mi familia: mi madre, María del Carmen González, gracias por tu amor, confianza, apoyo, por creer en mí, por estar siempre para escucharme, por todo lo que me has dado, aunque un gracias no es suficiente; mis hermanos, Isaura Reyes y Carlos Reyes, gracias por el apoyo que me han brindado, por el tiempo compartido, y a pesar que los tres somos muy diferentes entre sí y en ocasiones tenemos nuestras discordias, siempre recuerdo que son mis hermanos; a mis sobrinos, Miranda e Isaac, mi par de enanos que quiero tanto y que representan una parte muy importante de mi vida, gracias por recordarme la parte bonita de la vida.

A mi esposa Betty, que aunque en algunas ocasiones no eres muy paciente, agradezco el apoyo que me das, la confianza que me has brindado y el regalo más grande que puedas ofrecerme, mi querida hija Danna, quien me hace recordar cuales son las verdaderas cosas importantes en esta vida; por todo esto muchas gracias.

Este trabajo lo dedico a mi esposa, mi hija y mi familia como tributo del esfuerzo que en conjunto hemos realizado para salir adelante en todos los aspectos de la vida, toda mi seriedad, toda mi dedicación y todo mi amor acompañan a este trabajo que dedico a ustedes.

“En la vida, las cosas realmente importantes no se miden ni se cuentan; se viven, se sienten, se recuerdan, y las compartes con las personas que quieres y te quieren”.

DRG.

CONTENIDO

ABSTRACT	5
RESUMEN	6
1.- INTRODUCCIÓN	7
2.- ANTECEDENTES	10
3.- EQUILIBRIO TERMODINÁMICO DE FLUIDOS ASFALTÉNICOS	14
3.1.- Importancia de la descripción composicional de los fluidos	14
3.2.- Ecuación cúbica de estado (Peng Robinson)	16
3.3.- Ecuación de estado CPA (Cubic Plus Association)	19
4.- ESTIMACIÓN DE COMPOSICIONES SARA DE ACEITES CRUDOS	28
4.1.- Planteamiento del modelo	28
4.2.- Generación de funciones de densidad de probabilidad	33
4.3.- Procedimiento de cálculo de la composición SARA	38
5.- MODELO DE FLUJO EN ESTADO TRANSITORIO	40
5.1.- Conservación de masa	41
5.2.- Conservación de momento	42
5.3.- Conservación de energía	47
5.4.- Modelo de flujo de deriva	52
5.5.- Patrones de Flujo	53
5.6.- Índice de productividad	59
5.7.- Discretización del modelo de flujo transitorio	62
6.- CÁLCULOS EN FLUJO MULTIFÁSICO TRANSITORIO DE CRUDOS ASFALTÉNICOS EN TUBERÍAS	67
6.1.- Velocidad de precipitación de sólidos asfálticos	69
6.2.- Modelo de depositación de sólidos asfálticos	70
7.- RESULTADOS Y DISCUSIÓN	75
7.1.- Validación del modelo	75
7.2.- Ejemplo de aplicación	77
8.- CONCLUSIONES	91
REFERENCIAS	94
APÉNDICES	100

ABSTRACT

One of Mexico's key challenges to develop its own oil/gas resources in deep-water environments involves the development of proprietary production technology from domestic institutions. This thesis aims to contribute towards the development of production optimization tools that allow the production engineer to perform extended flow-assurance studies in offshore production assets using calculation methods of multiphase flow, thermodynamics of hydrocarbon fluids and petroleum chemistry. Some of those methods are developed in this thesis. In Chapters 3 and 4, we first extend our ability to predict and represent the SARA composition (saturates, aromatic, resins and asphaltene) and phase diagrams (asphaltene precipitation envelope – APE) of asphaltenic reservoir fluids, by developing a correlation of SARA/bubblepoint/onset-of asphaltene precipitation pressures that permits a reasonable prediction of either property from a few (available) experimental data points. The predicted phase diagrams of asphaltene precipitation are then matched with a version of the CPA (cubic-plus-association) equation of state. In Chapter 5, we present a new multiphase-flow hydrodynamic model to study the transient behavior in model production systems using a drift-flux approach. Predictions of the new hydrodynamic model are validated by matching typical pressure-drop type curves from two-phase (gas/liquid) hydrocarbon systems. Results of predicted pressure drops, asphaltene deposition profiles and the extent of production assurance/damage in a typical production system are finally presented and discussed.

RESUMEN

En la actualidad, México enfrenta el gran reto de desarrollar y explotar sus recursos petroleros en aguas profundas, y debido a que el país carece de la tecnología propia para tal fin, esta tesis pretende contribuir al desarrollo de herramientas de producción, del comportamiento de fases e hidrodinámico de sistemas de flujo multifásico de hidrocarburos en un proceso de producción de pozos en aguas profundas, como los que se localizan en el área geográfica conocida como Cinturón Plegado Perdido, del Golfo de México norte.

El presente trabajo describe un modelo de flujo unificado con la precipitación y depositación de sólidos de asfalteno, utilizando un modelo basado en leyes fundamentales de la física para describir la hidrodinámica del sistema, incluyendo la descripción de la distribución de temperaturas con una ecuación de conservación de energía en estado transitorio, además de modelos termodinámicos fiables para la descripción del comportamiento de fases y propiedades volumétricas del fluido en estudio, así como modelos sencillos que describan satisfactoriamente la depositación de asfalteno en tuberías, permitiendo presentar de forma adecuada una predicción del comportamiento del flujo multifásico de fluidos de petróleo en pozos y tuberías verticales de producción. Para tal efecto, se plantea utilizar el modelo de flujo de deriva para describir los perfiles de presión, velocidades y fracciones de las fases en flujos multifásicos en pozos y tuberías verticales de producción. Igualmente, se introduce la descripción de un perfil de temperatura, a partir de una ecuación de conservación de energía que considera, dependiente del tiempo, los cambios en la transferencia de calor por la diferencia de temperatura entre la formación adyacente que rodea al pozo y el seno del fluido que viaja a lo largo de la tubería del pozo. Respecto a la precipitación de asfaltenos, se utiliza la ecuación de estado CPA presentada por Li, et al.^{12,13}, la cual ha mostrado predecir de forma satisfactoria el comportamiento de fases para crudos con contenido asfáltico, siendo la primera vez que se utiliza una ecuación de estado del tipo CPA para describir la precipitación de partículas asfálticas en un modelo de flujo en estado transitorio. Por último, para estimar la rapidez de depositación de partículas asfálticas en las paredes de las tuberías, se propone utilizar el modelo presentado por Jamialahmadi et al.⁸⁷, esto basado en la simplicidad para implementar un modelo del tipo sublaminar como lo es el de Jamialahmadi, considerando las condiciones de velocidad dominantes en el transporte de partículas hacia la pared, de acuerdo a su tamaño, incluyendo los términos por difusión y por inercia, además de presentar resultados satisfactorios al estimar perfiles de depositación de asfaltenos. Este modelo es precedido por el modelo de Vargas, et al.⁸⁵ capaz de describir la velocidad de precipitación de microagregados de asfalteno.

1.- INTRODUCCIÓN

En la industria petrolera, a lo largo de los años, se han realizado grandes descubrimientos de reservas de hidrocarburo en yacimientos submarinos^{1,3,4}, los cuales representan enormes retos tecnológicos para su exploración y explotación, debido a las condiciones extremas de presión, temperatura y profundidad a las que se encuentran, entre otras. Sin embargo, el constante incremento en la demanda mundial de hidrocarburos ha llevado a las industrias petroleras a desarrollar e implementar nuevas tecnologías que han permitido su explotación sustancial, así como el descubrimiento de nuevos yacimientos mar adentro, con tirantes de agua cada vez más profundos.

La exploración y explotación costa afuera se clasifica en tres tipos, dependiendo de la profundidad que existe desde la superficie hasta el lecho marino. Las aguas someras abarcan hasta los 500 metros de profundidad, mientras que las aguas profundas van desde los 500 y hasta los 1500 metros de profundidad, y las aguas ultra profundas que abarcan desde los 1500 hasta los 3000 metros de tirante de agua. Además, la producción de hidrocarburos en aguas profundas enfrenta grandes desafíos en un amplio campo de aplicación de la ciencia y la ingeniería, tanto en seguridad como en tecnología, debido a los ambientes que se encuentran en el desarrollo de estos trabajos. Sin embargo, y debido a estos retos y la importancia que representa la explotación de campos en aguas profundas, la tecnología costa afuera ha avanzado significativamente, permitiendo que la instalación de equipos de procesamiento, producción, control y transporte sea sobre el lecho submarino.

La implementación de sistemas de producción en aguas profundas ha propiciado, como parte del desarrollo tecnológico para asegurar la producción en aguas profundas, que se le preste mayor atención a las propiedades de los fluidos y su relación con los problemas de aseguramiento de flujo.³⁸ Estos sistemas submarinos deben ser estudiados y desarrollados, con una arquitectura adecuada, para lograr los beneficios esperados de los yacimientos en aguas profundas; con lo cual se permite tener una reducción en los costos de operación además de un incremento de la producción en el desarrollo de un campo costa afuera, obteniendo resultados económicos favorables.

El aseguramiento de flujo es un proceso multidisciplinario diseñado para prevenir el bloqueo en tuberías, y ayudar a tener una productividad óptima ininterrumpida de aceite y gas. Los estudios de aseguramiento de flujo involucran la toma de muestras, pruebas especializadas de laboratorio, y diseño de ingeniería de producción e instalaciones.¹⁰ Los problemas más comunes de aseguramiento de flujo en pozos profundos son, entre otros: el taponamiento de líneas por depósitos orgánicos e inorgánicos, el efecto mecánico del bacheo severo cambios súbitos de presión, el estancamiento de líquido, el transporte viscoso por turbulencias y temperatura, la corrosión. Los problemas de aseguramiento de flujo en pozos e instalaciones submarinas pueden dividirse en dos grandes categorías principalmente que son el obturamiento de líneas por fases sólidas indeseables y contingencias mecánicas; ambas categorías alteran o, en el extremo, eliminan la condición de flujo continuo en un sistema de proceso dado.

La primera categoría tiene que ver con problemas ocasionados por el comportamiento fisicoquímico intrínseco de los sistemas roca/fluidos, y el efecto que una variación en las condiciones de producción (presión, temperatura, gasto, materiales de procesamiento, etc.) causa en el comportamiento de estos sistemas. Los retos tecnológicos identificados en esta categoría se orientan a resolver la incidencia de depósitos orgánicos (i.e. parafinas, asfaltenos) e inorgánicos (i.e. incrustaciones minerales, hidratos) en un sistema yacimiento-pozo-sistemas submarinos-riser.

Por su parte, la segunda categoría tiene que ver con el impedimento al flujo causado por alteraciones mecánicas en el sistema de producción. La identificación de los retos tecnológicos en esta categoría se orienta a evitar la ruptura de líneas por corrosión y otros ataques, además de evitar el desgaste mecánico por movimiento de las líneas debido a fenómenos de bacheo, cambios de presión, vibraciones por condiciones externas, entre otras.

Por lo anterior, es necesario realizar un estudio adecuado de las condiciones ambientales de operación, de la caracterización del hidrocarburo, así como las posibles variaciones y problemáticas que se presentan durante el proceso de explotación de los yacimientos.

Para el proceso de diagnosticar, predecir y controlar los problemas de aseguramiento de flujo en pozos en aguas profundas, se requiere de muestras representativas de fluidos producidos (y a menudo de núcleos de la formación), sus análisis de laboratorio en distintos tiempos (reológicos, presión-volumen-temperatura (PVT), y de otras propiedades), así como herramientas de adquisición continua de diversos datos del sistema a tiempo real (como lo son la temperatura y presión de proceso, los flujos producidos y otros parámetros hidrodinámicos del sistema). Desafortunadamente, la existencia de grandes tirantes de agua de mar en pozos en aguas profundas impide que la obtención de muestras de fluido y roca e incluso mediciones de propiedades como presión y temperatura se realice de forma óptima, esto es, en el momento requerido, y con integración de la información de forma rápida y eficaz.

Respecto a la primera categoría, sobre el obturamiento de líneas por fases sólidas, los asfaltenos son un caso particular de sólidos orgánicos que se manifiestan en prácticamente todas las etapas asociadas a la producción, transporte y procesamiento de petróleo, capaces de generar problemas serios, ya que pueden ocasionar daños y taponamiento a la formación productora, daños a equipos y accesorios submarinos, así como bloqueo y/o taponamiento de las líneas de transporte. Al convertirse, la depositación de sólidos asfálticos, en una gran problemática una vez que se tiene, es necesario implementar métodos de remediación para la remoción de estos sólidos, que pueden ser mediante la inyección de solventes aromáticos, emulsificantes y agentes estabilizadores. Por otra parte, contar con herramientas que permitan anticipar los problemas derivados de la precipitación y depositación, de estos sólidos orgánicos, resultan en medidas preventivas mucho más eficientes y económicas.

En la actualidad, existen herramientas capaces de modelar las características y propiedades hidrodinámicas de mezclas de hidrocarburos que fluyen a través de una línea de producción, utilizando modelos fenomenológicos, teorías mecanicistas o empíricas de flujo en estado estacionario o en estado transitorio; de igual manera existen modelos que describen el equilibrio

termodinámico, formación y depositación de aglomerados de compuestos orgánicos tales como los hidratos y las parafinas. Sin embargo, en el caso particular de los asfaltenos, las herramientas disponibles que describen el comportamiento hidrodinámico de fluidos de petróleo en tuberías no cuentan con los módulos necesarios para describir su precipitación y depositación en estado transitorio. Por este motivo, el desarrollo del presente trabajo pretende contribuir al desarrollo de herramientas que sean capaces de modelar de manera satisfactoria los efectos originados por la presencia de asfalteno en el flujo de aceite en tuberías de producción.

De acuerdo a lo anterior, el desarrollo de este trabajo se describe de la siguiente forma:

En el capítulo II se presenta una revisión bibliográfica exhaustiva sobre los trabajos relacionados al flujo transitorio de hidrocarburos, el comportamiento de los fluidos en tuberías así como los estudios y trabajos de investigación realizados en materia de comportamiento termodinámico de fases y depósitos de sólidos asfálticos en tuberías.

El capítulo III describe la importancia de tener una caracterización composicional detallada de los fluidos, así como de las propiedades volumétricas y equilibrio termodinámico de las fases presentes en aceites crudos. Además, se presenta un modelo de ecuación de estado para describir el equilibrio termodinámico y el comportamiento de fases, para aceites crudos que precipitan sólidos asfálticos, realizando un análisis composicional del modelo termodinámico.

En el capítulo IV se muestra el desarrollo de una metodología rápida y sencilla para estimar las composiciones SARA de aceites crudos, a partir de conocer la información experimental de la envolvente de presiones de saturación y composición de las fracciones ligeras del aceite a tratar, presentando un método inverso basado del modelo de del Río et al.⁷ y resolviendo un sistema mal condicionado optimizando una función objetivo mediante un procedimiento estadístico.

En el capítulo V se muestra la descripción del modelo de deriva para el flujo de fluidos de petróleo en estado transitorio, se desarrollan las ecuaciones constitutivas para este modelo y el comportamiento de los patrones de flujo posibles a lo largo de la tubería de producción.

El capítulo VI describe un modelo para obtener la rapidez de precipitación de sólidos asfálticos como función de la concentración de asfalteno en el aceite crudo y la velocidad con la que éste se desplaza a lo largo de la tubería. Además se presenta un modelo de depositación de sólidos asfálticos en tuberías a partir de un balance de fuerzas de arrastre y de adhesión. Las fuerzas de adhesión se describen a partir de una ecuación tipo Arrhenius, considerando que la adhesión se realiza por efectos fisicoquímicos.

Finalmente, en el capítulo VII se presentan resultados del comportamiento volumétrico y equilibrio termodinámico de fases para fluidos de yacimiento a partir de una ecuación de estado. Además, se presentan resultados de la simulación del perfil de depositación de sólidos asfálticos en una tubería de producción en estado transitorio.

2.- ANTECEDENTES.

El flujo multifásico en la industria petrolera proporciona la relevancia sobre la necesidad de analizar y modelar sistemas multifásicos con el propósito de optimizar la producción de petróleo en pozos productores. Como ya se ha mencionado, parámetros tales como presión, temperatura, velocidades y fracciones de cada fase deben ser consideradas en el modelado de estas operaciones de producción.

En una tubería, cuando se tiene flujo multifásico, la interface entre las fases involucradas pueden presentar una variedad de configuraciones conocidas como patrones de flujo, y cada patrón de flujo depende de las condiciones de presión, flujo y geometría del conducto y es una característica importante del flujo en dos fases⁵⁵. La hidrodinámica del flujo y sus mecanismos cambian significativamente de un patrón de flujo a otro, por lo que para estimar la caída de presión y las fracciones de cada fase de forma adecuada es necesario conocer el patrón de flujo.⁴⁶

Debido a la complejidad presente en un flujo multifásico, existen diferentes formas de abordar este problema y encontrar una solución adecuada; entre las que se encuentran las correlaciones empíricas, modelos homogéneos y modelos mecanicistas.

Las correlaciones empíricas se basan en resultados obtenidos experimentalmente de casos especiales, por lo que no pueden ser utilizadas en una extensa variedad de problemas, pueden ser específicas para cada régimen de flujo o bien pueden ser independientes del tipo de régimen. Existen correlaciones como la de Hagedorn y Brown⁴⁷ ampliamente utilizadas para pozos de aceite. Orkiszewski⁴⁸, Duns⁴⁹, Beggs et al.⁵⁰ y Mukherjee et al.⁵¹ desarrollaron correlaciones experimentales para flujo multifásico en tuberías verticales e inclinadas.

Por otra parte, en los modelos homogéneos los componentes son tratados como un pseudofluido con propiedades promedio, sin preocuparse por la descripción detallada del patrón de flujo.¹⁴

Los modelos mecanicistas se basan en leyes fundamentales de la física para cada patrón de flujo, mejorando la capacidad predictiva de los perfiles de presión y fracciones de las fases en tuberías. El procedimiento de estos modelos consiste en determinar el régimen de flujo y después utilizar modelos separados para cada régimen de flujo y así predecir las características del flujo como son caídas de presión y colgamiento. Taitel et al.^{52, 53} presenta los primeros trabajos en modelado mecanicista, describiendo los mecanismos físicos que controlan la transición entre los diferentes patrones de flujo. Siguiendo el tipo de trabajo de Taitel, Ozon et al.⁵⁴, Hasan y Kabir⁵⁵ así como Ansari et al.⁵⁶ publicaron estudios sobre modelos mecanicistas para flujo de dos fases en tuberías verticales. También Xiao et al.^{15,57} y Kaya et al.⁵⁸ presentan modelos mecanicistas, aunque estos están limitados en aplicabilidad a tuberías horizontales y ligeramente inclinadas. Más recientemente, Petalas et al.⁶⁰ y Gomez et al.⁵⁹ presentan resultados de flujo multifásico en pozos, utilizando modelos mecanicistas; por otra parte, se han desarrollado modelos de fases separadas y contribución de campos para la mezcla de fases continuas y una fase dispersa (que puede ser burbujas embebidas en una fase líquida o gotas suspendidas en una fase gas), que conforman la base estructural de simuladores dinámicos composicionales.^{23, 30,31,32,33,39}

En los modelos de flujo separado, las fases se suponen que fluyen una junto a la otra, se escriben las ecuaciones de conservación para cada una de las fases y se considera la interacción entre las fases.^{16,18} Este modelo toma en cuenta el efecto que las dos fases pueden tener diferentes propiedades y velocidades. El modelo de flujo de deriva es una simplificación del modelo de flujo de fases separadas (bifásico), que centra su atención en la velocidad relativa de las fases y en la velocidad de la mezcla. El concepto básico del flujo de deriva se basa en considerar a la mezcla como un todo, en lugar de considerar dos fases separadas. Bajo este concepto, el aspecto más importante del modelo de flujo de deriva es la reducción del número de ecuaciones necesarias para su formulación, en comparación con el modelo de fases separadas. El conjunto de ecuaciones de conservación que integran al modelo de flujo de deriva está conformado por dos ecuaciones de continuidad (una para la mezcla y una para cualquiera de las fases) y la ecuación de conservación de momento para la mezcla. Los primeros autores en presentar el modelo de flujo de deriva fueron Zuber y Findlay⁶² con un modelo general que no depende de la orientación de la tubería, así como Wallis⁶³ que presenta un tratamiento de la teoría básica sobre el flujo de deriva; Liles y Reed⁶⁴ presentan una técnica por diferencias finitas semi-implícitas y una variación del método iterativo de Gauss Seidel para el modelo de flujo de deriva, aunque puede ser aplicado para cualquier conjunto de ecuaciones que representen un flujo de dos fases; Kim y Doster⁶⁵ presentan el modelo de flujo de deriva aplicado a flujos impulsados por flotación y flujo contracorriente de líquidos y vapor en canales verticales; Xiao⁶⁶ acopla el modelo de flujo de deriva con un modelo de aceite negro para capturar la transferencia de masa entre las fases; Shi et al.⁷⁰ presenta un estudio para dos y tres fases en pozos utilizando el flujo de deriva en estado estacionario; a su vez Shi et al.⁶⁹ utiliza el modelo de flujo de deriva para representar el flujo de dos fases en pozos; Hibiki et al.⁷¹ aplica el modelo de flujo de deriva en una dimensión para dos fases en tuberías con diámetros grandes, en donde el perfil de velocidades del líquido se ve afectado por la recirculación del líquido, formando tapones o burbujas intermitentes; Livescu et al.⁶⁷ presenta un modelo multifásico de tres fases (aceite, agua y gas) para simulación de yacimientos, describiendo el deslizamiento entre fases a partir del modelo de deriva; Goda et al.⁶⁸ utiliza el flujo de deriva para modelar flujo descendente.

Durante la extracción de aceite desde el fondo de pozo hasta la superficie, éste experimenta caídas de presión y variaciones en su perfil de temperatura ocasionando que existan cambios de fase durante el trayecto del flujo.³⁵ Los asfaltenos son los componentes más pesados contenidos en el petróleo, y originalmente se encuentran estables en él^{27, 28,29}; sin embargo, esta estabilidad es sensible a los cambios de temperatura y en mayor medida a los cambios de presión a los que se someta un aceite crudo con contenido asfáltico.^{2,5,,44} En el momento que se alcanzan las condiciones para la precipitación de asfaltenos, estos se separan del aceite y, al igual que las ceras^{6,20} e hidratos, tienden a formar depósitos que modifican los perfiles de presión, temperatura y velocidad del fluido e incluso provocar un bloqueo total en el pozo y tuberías de producción, afectando la rapidez de producción de aceite y por consecuencia pérdidas económicas por la disminución de producción que pueden cuantificarse en cientos de miles de dólares para pozos en tierra y en millones de dólares en pozos submarinos, por día en cada caso. Por lo anterior, es

necesario predecir no solamente la precipitación de asfaltenos, sino también su tendencia a depositarse.

Existe gran variedad de publicaciones que describen, mediante modelos termodinámicos, el comportamiento de fases de asfaltenos. Los modelos de solubilidad descritos por ecuaciones de estado han sido utilizados extensamente para este propósito, en los que trabajos como los de: Burke et al.⁷², Nghiem et al.⁷³, Akbarzadeh et al.⁷⁴, Sabbagh et al.⁸³, Nikookar et al.^{75, 76} y Pazuki et al.⁷⁷ que han presentado la aplicación de ecuaciones cúbicas de estado para modelar la estabilidad del asfalteno en el aceite. Ting et al.^{24,78}, González et al.^{79, 80} y Vargas et al.²⁶ entre otros han desarrollado y aplicado ecuaciones de estado basadas en la teoría de fluidos por asociación estadística (SAFT por su siglas en inglés) para describir el comportamiento de fases y precipitación de asfaltenos. Recientemente, Li et al.^{12, 13} modelaron el comportamiento de fases asfálticas en aceites vivos, así como en aceites pesados y bitúmenes utilizando la ecuación de estado CPA (Cubic Plus Association). En estudios comparativos sobre la capacidad de ambas ecuaciones, SAFT y CPA, se muestra una mejor capacidad predictiva del comportamiento de fases de asfaltenos para el caso del modelo CPA: Zhang et al.⁸², Pedrosa et al.⁸¹.

En la literatura actual existen diversos estudios que abordan modelos de depositación de asfaltenos en tuberías. Escobedo y Mansoori⁸⁴ presentaron un análisis de los efectos de difusión en la rapidez de depositación de asfaltenos en un flujo turbulento e introdujeron el concepto de distancia de frenado para simular la depositación de partículas a lo largo de la pared del pozo. Ramírez-Jaramillo et al.²⁵ son los primeros en proponer un modelo multifásico-multicomponente para estimar la rapidez de depositación de asfalteno, asumiendo que el gradiente en la concentración de partículas de asfalteno es causado por el gradiente de temperatura en la pared, sin embargo este modelo es una aproximación debido a que al describir el fenómeno lo hace en estado estacionario mientras que en campo este fenómeno es transitorio, además de utilizar un modelo simplificado de transferencia de calor como lo es el modelo de Ramey.⁹⁰ Vargas et al.⁸⁵ acopla la ecuación PC-SAFT con ecuaciones de transporte y modelos cinéticos para simular el proceso de depositación en pozos; considera que la agregación y depositación de partículas de asfalteno son reacciones de primer orden, se considera solamente la depositación de microagregados y no se incluye el término de remoción, la desventaja de este modelo es la obtención de sus parámetros de forma experimental, lo cual no puede ser posible en todos los casos. Eskin et al.^{36,86} presenta un estudio experimental y teórico de la rapidez de depositación de asfaltenos utilizando un dispositivo de flujo de Couette, introduce el concepto de tamaño crítico de partículas, asume que las partículas se desplazan hacia la pared por movimiento browniano y turbulencias; los parámetros necesarios en su modelo son obtenidos a partir del dispositivo de flujo de Couette. Jamialahmadi et al.⁸⁷ presenta un modelo térmico para investigar los mecanismos que afectan la depositación de partículas de asfalteno, proponiendo un modelo mecanicista basado en datos experimentales; su modelo resulta similar al propuesto por Cleaver y Yates⁸⁹ para obtener la rapidez de depositación de partículas suspendidas en un flujo turbulento utilizando un modelo sublamina; Jamialahmadi muestra que los modelos sublaminares estiman de forma adecuada la depositación de asfaltenos.

Recientemente se han publicado trabajos que modelan el flujo multifásico de fluidos de petróleo en pozos utilizando diferentes aproximaciones. Dowlati et al.⁴⁰ presenta un modelo unificado para predecir perfiles de depositación de asfalteno en pozos; la descripción hidrodinámica del flujo se realiza a partir del modelo de flujo en tuberías verticales presentado por Ansari⁵⁶, el modelo térmico del sistema se estima a partir del modelo de Ramey⁹⁰ el cual en su desarrollo asume que la transferencia de calor es en estado estacionario; se basa en la metodología propuesta por Nghiem et al.⁸⁸ para describir la precipitación de asfaltenos, que consiste en separar la fracción plus en dos pseudocomponentes, ambos con las mismas propiedades críticas pero cada uno con diferente coeficiente de interacción, siendo el pseudocomponente con el coeficiente más alto susceptible a precipitar; el perfil de depositación de asfaltenos se describe a partir del modelo del tipo sublaminar propuesto por Jamialahmadi⁸⁷. Por otra parte, Zamani et al.⁹² de igual forma presenta un modelo transitorio para predecir la depositación de asfaltenos a lo largo de las tuberías verticales en un sistema de producción; utiliza el modelo empírico de Hagedorn y Brown⁴⁷ para describir el perfil de caídas de presión en el pozo; de igual forma que en el trabajo de Dowlati, la precipitación de los asfaltenos se describe a partir del modelo de Nghiem⁸⁸; para estimar la rapidez de depositación de asfaltenos, Zamani utiliza el modelo del tipo sublaminar propuesto por Fan y Ahmadi⁹¹, este modelo asume que fuerzas difusionales y de inercia actúan sobre el movimiento de las partículas en la proximidad de la pared de la tubería.

A pesar del arduo trabajo realizado por los diferentes autores durante los últimos años, y los diversos estudios que se han presentado para modelar el comportamiento de flujo de aceites con contenido asfáltico, aún se carece de una metodología general y confiable con la cual se pueda predecir o diagnosticar la precipitación y posterior depositación de asfaltenos en el yacimiento, pozo o instalaciones superficiales, bajo un esquema completamente transitorio en todas las contribuciones fenomenológicas relacionadas con el comportamiento del flujo multifásico; caracterizando como varían en función del tiempo los perfiles de presión y temperatura en el sistema, además de los perfiles de velocidad de las fases aceite y gas presentes durante el proceso de producción, así como la rapidez de depositación de sólidos asfálticos en las paredes de la tubería de producción, de igual forma la variación de la capacidad de producción por el efecto de la caída de presión en el fondo del pozo. Todo esto con el propósito de modelar en forma completa el flujo de mezclas de hidrocarburos en pozos de producción, especialmente en pozos mexicanos en aguas profundas.

3.- EQUILIBRIO TERMODINÁMICO DE FLUIDOS ASFALTÉNICOS.

3.1.- Importancia de la descripción composicional de los fluidos.

El petróleo en su estado natural es una mezcla de compuestos orgánicos de estructura variada y de diferentes pesos moleculares, conformada principalmente por hidrocarburos, compuestos de azufre, nitrógeno y oxígeno, así como de compuestos que contienen elementos metálicos que incluyen vanadio, níquel y hierro. El contenido de hidrocarburo puede variar desde un 97% en aceites parafínicos ligeros y hasta en un 50% en aceites pesados. De la información disponible en la literatura, se sabe que las proporciones en que se presentan los elementos principales que conforman al petróleo varían ligeramente, a pesar de la alta diferenciación en la naturaleza de sus fuentes de procedencia y sus características generales, esta consistencia se observa en la tabla 3.1.⁸ Sin embargo, dichas variaciones de contenido de hidrocarburo tienen un efecto importante en el estado de agregación de las mezclas, además de una significativa variación en el comportamiento termodinámico de los aceites crudos, propiciando que muchas de sus propiedades no sean iguales de un aceite a otro. Es por ello que para tener una correcta caracterización de un aceite crudo en específico, es necesario contar con una descripción composicional adecuada y certera que nos permita describir bien dichas propiedades.

Tabla 3.1. Composición elemental de Aceites crudos.⁸

Carbono	83.0 - 87.0%
Hidrógeno	10.0 - 14.0%
Nitrógeno	0.1 - 2.0%
Oxígeno	0.05 - 1.0%
Azufre	0.05 - 6.0%

Para la descripción composicional de los fluidos de petróleo, éstos se pueden clasificar en dos grandes grupos, denominados fracción volátil bien definida y una fracción pobremente definida y relativamente no volátil. La fracción volátil bien definida está constituida por todos los componentes ligeros (hidrocarburos y no hidrocarburos) con números de carbono hasta C5, incluyendo a los isómeros dentro de este intervalo, tendiendo bien definidas las propiedades físicas para cada una de estas especies, mientras que la fracción C6+ es mucho más compleja, debido a la múltiple combinación disponible de isómeros de hidrocarburo como consecuencia del mayor número de carbonos que los componen. Este último grupo está clasificado en parafinas, naftenos, aromáticos, resinas y asfaltenos; a su vez la combinación de las parafinas y naftenos se clasifica como fracción saturada.

La fracción saturada está conformada por compuestos no polares que consisten en n-alcanos, alcanos ramificados y ciclo-alcanos. Constituyen la mayor fuente de ceras de petróleo, que generalmente se clasifican como ceras de parafinas, ceras microcristalinas y petrolatos; de esta clasificación, las ceras de parafinas resultan ser el mayor constituyente de los depósitos sólidos provenientes de un aceite crudo.

La fracción de aromáticos se forma a partir de hidrocarburos muy diferentes a las parafinas y los naftenos, química y físicamente. Contienen una o más estructuras de anillo similares al benceno. Sus átomos están conectados por dobles enlaces y enlaces resonantes aromáticos.

Las resinas son estructuras conformadas por una cabeza polar en un extremo y una estructura alifática en su otro extremo. Éstas pueden actuar como estabilizadores en la dispersión de partículas de asfalteno y pueden llegar a convertirse en asfaltenos por oxidación. Las resinas puras son líquidos pesados o sólidos pegajosos tan volátiles como los hidrocarburos de su mismo tamaño, además son consideradas como fracciones solubles en petróleo.

Los asfaltenos están definidos, operacionalmente, como un grupo de componentes de un crudo insolubles en alcanos pero solubles en compuestos aromáticos; y representan la porción más pesada y polar de un fluido de petróleo. Su estructura elemental es muy variada y depende del crudo del cual provienen, sus constituyentes principales son anillos aromáticos que contienen cadenas de compuestos de alquilo con más de 30 átomos de carbono, azufre en estructuras de anillos de benzotiofeno, níquel, vanadio en complejos como pirrol con átomos de nitrógeno en anillos porfirínicos.

Existen una serie de relaciones que determinan el grado de aromaticidad en la estructura composicional de los asfaltenos, así como de la proporción de heteroátomos presentes. Además, hay una diferencia significativa de los asfaltenos precipitados con n-heptano respecto a los precipitados con n-pentano, la relación H/C de los primeros es más baja, lo que indica su alto grado de aromaticidad. Las relaciones N/C, O/C y S/C usualmente son más altas en los asfaltenos precipitados con n-heptano, lo que se debe a la alta proporción de heteroátomos en esta fracción. En la tabla 3.2 se muestra la composición elemental de varios asfaltenos, de acuerdo al agente precipitante utilizado, así como sus relaciones atómicas.

El peso molecular de los asfaltenos ha estado inmerso en un gran dilema, las principales diferencias son debido a la técnica experimental empleada para su medición y, en algunos casos, las condiciones para el análisis tales como el solvente o la temperatura. Existen revisiones reportadas de las diferentes técnicas para determinar el peso molecular de macromoléculas dividiéndolas en métodos coligativos termodinámicos, métodos de separación y métodos espectroscópicos. Estas técnicas han inferido en valores de peso molecular para asfaltenos con diferencias hasta en un orden de magnitud. Es difícil determinar el peso molecular promedio de un asfalteno debido a la asociación que existe entre las moléculas individuales, debido al precipitante introducido en el sistema en el cual se mantiene disperso y estable al asfalteno. Las micelas de asfaltenos se aglomeran en forma de partículas ramificadas, e incluso en soluciones diluidas los asfaltenos tienden a asociarse.

El fenómeno de formación, y posterior depositación, de asfaltenos como una fase pesada líquido-sólido se debe a los cambios de presión, temperatura o composición. La precipitación de asfaltenos en los yacimientos, pozos y/o tuberías de flujo, produce depósitos indeseables que llegan a obstruir el flujo de hidrocarburos parcial o completamente, afectando el aseguramiento del flujo. Dado que los costos de remediación y pérdida de producción aumentan

exponencialmente, resultado de la depositación de asfaltenos en las operaciones de producción de aceite crudo en aguas profundas y la recuperación de aceite por desplazamiento miscible, estas operaciones son altamente sensibles al complejo comportamiento de fases del aceite crudo. Por ello, cualquier esfuerzo realizado para un mejor entendimiento del fenómeno de precipitación y predicción de posibles problemas resulta de gran utilidad^{7, 19}.

Tabla 3.2. Composición elemental de algunos asfaltenos de acuerdo al precipitante utilizado.⁸

ORIGEN	AGENTE PRECIPITANTE	COMPOSICION (% PESO)					RELACIONES ATOMICAS			
		C	H	N	O	S	H/C	N/C	O/C	S/C
CANADA	n-pentano	79.5	8	1.2	3.8	7.5	1.21	0.013	0.036	0.035
	n-heptano	78.4	7.6	1.4	4.6	8	1.16	0.015	0.044	0.038
IRAN	n-pentano	83.4	7.5	1.4	2.3	5	1.07	0.014	0.021	0.022
	n-heptano	84.2	7	1.6	1.4	5.8	1	0.016	0.012	0.026
IRAK	n-pentano	81.7	7.9	0.8	1.1	8.5	1.16	0.008	0.01	0.039
	n-heptano	80.7	7.1	0.9	1.5	9.8	1.06	0.01	0.014	0.046
KUWAIT	n-pentano	82.4	7.9	0.9	1.4	7.4	1.14	0.009	0.014	0.034
	n-heptano	82	7.3	1	1.9	7.8	1.07	0.01	0.017	0.036

El uso de modelos convencionales como son modelos de aceite negro y correlaciones empíricas para la estimación de propiedades volumétricas resultan herramientas útiles para describir el comportamiento volumétrico de dos fases (aceite-gas), pero no suficientes para modelar el comportamiento de más de dos fases y la presencia de sólidos orgánicos susceptibles a precipitar y depositarse. El uso de una ecuación de estado utilizando una descripción composicional del fluido de yacimiento permite, además de modelar el comportamiento volumétrico de los fluidos, representar de forma adecuada el comportamiento de fases y equilibrio termodinámico de fluidos que se ven afectados por la composición que incluye la presencia de componentes complejos promotores de la aparición de más de dos fases, tales como el agua, asfalteno o parafinas. La predicción de la depositación de asfaltenos a lo largo de un pozo puede identificar la región más probable para tal efecto e inferir los efectos de diferentes parámetros en el perfil de depositación.

3.2.- Ecuación cúbica de estado (Peng-Robinson).

Una ecuación de estado es un modelo matemático que, para un sistema en equilibrio termodinámico, relaciona las variables de estado que lo describen, como la presión, el volumen, la temperatura y la cantidad de sustancia presente en el sistema que se estudia. Las ecuaciones cúbicas de estado, son las más comúnmente utilizadas, ya que describen de forma adecuada el comportamiento volumétrico y de fases de compuestos puros y de mezclas, incluyendo predicciones para la fase líquida, requiriendo únicamente las propiedades críticas y el factor acéntrico de cada componente.

El modelo de ecuación cúbica de estado expresa a la presión como la suma de dos términos, un término repulsivo y un término atractivo:

$$P = P^{rep} + P^{atr}, \quad (3.1)$$

donde el término repulsivo, P^{rep} , está expresado por el modelo de esfera dura. Este término dicta el comportamiento líquido y físicamente representa la componente repulsiva de presión sobre una escala molecular. Mientras que el término atractivo, P^{atr} , reduce la presión del sistema, dictando la interacción molecular de la sustancia.

Peng y Robinson⁹ proponen un modelo de ecuación de estado cúbica con una corrección hacia la estimación de la densidad de la fase líquida y otras propiedades del fluido particularmente en la vecindad del punto crítico, el modelo propuesto por ellos toma la siguiente forma:

$$P = \frac{RT}{v-b} - \frac{a\alpha}{v(v+b)+b(v-b)}, \quad (3.2)$$

donde a y b pueden estar expresados para una sustancia pura o para una mezcla, para el caso de una sustancia pura i , las expresiones son:

$$a_i = 0.45724 \frac{R^2 T_{c_i}^2}{P_{c_i}}, \quad (3.3)$$

y

$$b_i = 0.07780 \frac{RT_{c_i}}{P_{c_i}}. \quad (3.4)$$

Para la situación en la que se necesiten los valores de a y b para una mezcla, se tienen las siguientes expresiones:

$$(a\alpha)_m = \sum_i \sum_j [x_i x_j \sqrt{a_i a_j \alpha_i \alpha_j} (1 - k_{ij})], \quad (3.5)$$

y

$$b_m = \sum_i [x_i b_i], \quad (3.6)$$

donde el subíndice m refiere a la mezcla. El parámetro de interacción binaria k_{ij} es un factor de corrección determinado empíricamente, y caracteriza la interacción de sistemas formados por pares de componentes en mezclas de hidrocarburos.

El parámetro α_i se expresa:

$$\sqrt{\alpha_i} = 1 + (0.3796 + 1.5422\omega_i - 0.2699\omega_i)(1 - \sqrt{T_{ri}}), \quad (3.7)$$

donde:

$$T_{ri} = \frac{T}{T_{ci}}. \quad (3.8)$$

Recordando que el factor de compresibilidad se puede expresar

$$Z = \frac{Pv}{RT}, \quad (3.9)$$

La ecuación (3.2) puede reescribirse en términos del factor de compresibilidad Z, y se tiene:

$$Z^3 + (B - 1)Z^2 + (A - 3B - 2B)Z - (AB - B^2 - B^3) = 0, \quad (3.10)$$

donde las expresiones para A y B, están dadas de la forma:

$$A = \frac{(a\alpha)_m P}{R^2 T^2}, \quad (3.11)$$

y

$$B = \frac{b_m P}{RT}. \quad (3.12)$$

Una comparación entre el volumen molar del líquido calculado a partir de una ecuación de estado cúbica con datos experimentales generalmente muestra una desviación, la cual tiende a ser constante sobre un amplio intervalo de presión hasta el punto crítico. Por lo tanto, sustrayendo, del valor de volumen molar predicho, un término de corrección constante se puede estimar el valor de la densidad del líquido predicho. Peneloux et al.⁹⁵ introducen el concepto de traslación de volumen, modificando el eje del volumen, y aplicado a la ecuación de estado cúbica como un tercer parámetro tal que:

$$v^{cor} = v^{EdE} - c, \quad (3.13)$$

donde v^{cor} es el volumen molar corregido, v^{EdE} es el volumen de la mezcla calculado con la ecuación de estado cúbica, y c es el término de corrección determinado por el modelo propuesto por Peneloux et al.⁹⁵

La siguiente regla de mezclado es utilizada para determinar el parámetro c para mezclas:

$$c = \sum_{i=1}^N x_i c_i, \quad (3.14)$$

donde x_i es la fracción mol del componente i en la mezcla, mientras que c_i se expresa como:

$$c_i = \alpha(\beta - Z_c) \frac{RT_c}{P_c}. \quad (3.15)$$

El modelo propuesto en la ecuación (3.15) es una modificación al que Peneloux et al.⁹⁵ proponen, donde los parámetros α y β son parámetros ajustables a datos experimentales de densidad del líquido, y es posible resolverlo utilizando un modelo de optimización por regresión no lineal,

donde los valores iniciales aceptables para el proceso de ajuste son los obtenidos por Peneloux ($\alpha=0.40768$ y $\beta=0.29441$).¹¹

Las ecuaciones de estado cúbicas tienen una notoria aceptación para cálculos de equilibrio termodinámico, especialmente para sistemas que contienen sustancias no polares, tales como hidrocarburos y compuestos ligeros de no hidrocarburos. La razón por la cual en la industria del petróleo se ha confiado en el uso de las ecuaciones cúbicas de estado es porque tienen un amplio intervalo de aplicabilidad, son relativamente simples y describen de forma adecuada el comportamiento volumétrico en las fases líquido y vapor. En ingeniería petrolera, las ecuaciones de estado cúbica han sido utilizadas satisfactoriamente para predecir el comportamiento volumétrico y de fases a altas presiones en el modelado de yacimientos.

3.3.- Ecuación de estado CPA (Cubic Plus Association).

A pesar de la capacidad predictiva de una ecuación cúbica de estado, en muchos sistemas prácticos las interacciones entre las moléculas son demasiado fuertes, debido a la transferencia de carga y a los enlaces de hidrógeno, ocasionando un comportamiento termodinámico inusual. Si se considera que las interacciones son tan fuertes que afectan las propiedades termodinámicas de los fluidos e incluso pueden formar nuevas especies, el tratamiento termodinámico asume que las propiedades se desvían del comportamiento ideal, principalmente por la asociación y algunos efectos físicos adicionales.

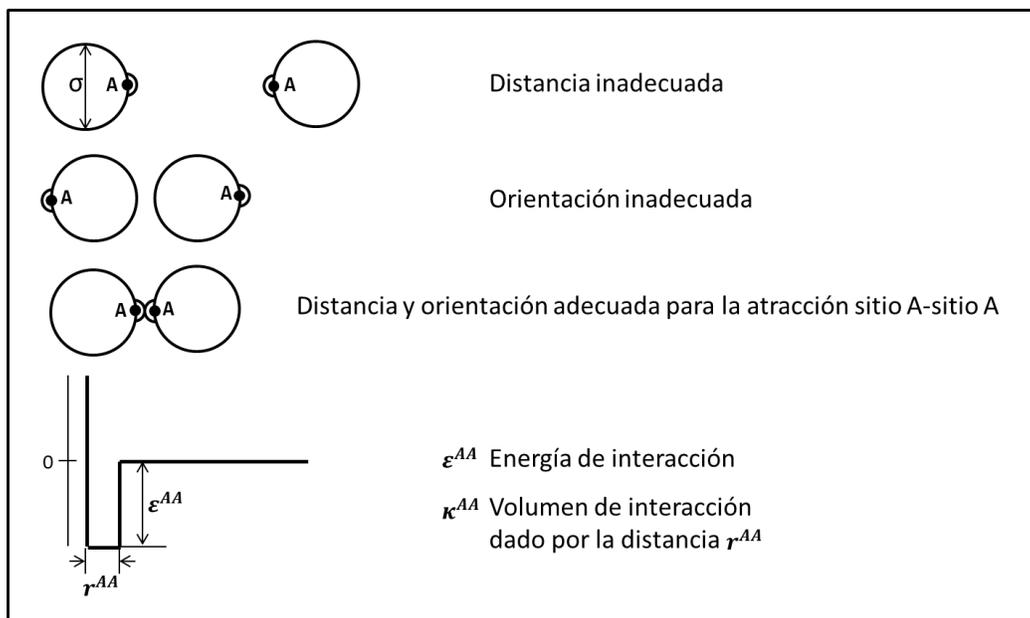


Figura 3.1.- Modelo de esfera dura con un sitio de asociación A que ilustra la atracción sitio-sitio por la distancia entre moléculas y la orientación adecuada.¹⁰⁷

Las principales características de este tipo de enlaces de asociación son su fuerza de enlace, su corto alcance y su alto grado de localización, en la figura 3.1 se muestra un ejemplo sencillo de esferas con un sitio de asociación A, que forman enlaces A-A cuando la distancia y la orientación entre las esferas son adecuadas.

La fuerza de enlace de asociación se puede cuantificar utilizando un pozo cuadrado de potencial, el cual a su vez se caracteriza por dos parámetros, el parámetro ε^{AA} representa la energía de asociación (profundidad del pozo), y el parámetro κ^{AA} que es el volumen de asociación (y corresponde a la amplitud del pozo r^{AA}). En general, el número de sitios de asociación en una molécula no están restringidos y normalmente se etiquetan por letras A, B, C, etc. Además, se puede considerar que cada sitio de asociación tiene una interacción diferente con los distintos sitios de asociación de otras moléculas.

Para cada componente se necesitan tres parámetros moleculares: σ , ε/k y m , que son el diámetro de la molécula (independiente de la temperatura), la energía de interacción de Lennard-Jones y el número de segmentos por cadena de molécula. Adicionalmente se requieren de dos parámetros de asociación: ε^{AiBj}/k , energía de asociación y κ^{AiBj} , volumen de asociación (adimensional) para cada interacción sitio-sitio. El método más utilizado para obtener los valores de σ , ε y m es ajustando la presión de vapor y la densidad de los componentes puros. Los parámetros de asociación se pueden ajustar a los datos de equilibrio de la fase en bulto.

La asociación de especies representa un problema especial para las ecuaciones de estado, debido a la ocurrencia de enlaces débiles y modificación en el equilibrio de fases. Las moléculas de asfalto pueden asociarse entre ellas para formar agregados más grandes, a este mecanismo se le denomina autoasociación; la formación de estos agregados en un medio fluido más ligero ocasiona la precipitación de asfaltos. Por otra parte, si las moléculas de asfalto se asocian con moléculas de diferente especie se denomina asociación cruzada. Cuando se consideran estas asociaciones moleculares, se logra obtener un mejor modelado del comportamiento de fases y sus propiedades físicas.

Si se considera significativa la contribución de la asociación entre las moléculas de un fluido, una ecuación de estado cúbica no es suficiente para describir de forma adecuada el comportamiento de fases, ya que sólo toma en cuenta las interacciones físicas (repulsión y atracción) entre las moléculas. Sin embargo, existen más interacciones que deben ser consideradas. Partiendo del hecho que una ecuación cúbica de estado, como son los modelos Soave-Redlich-Kwong (SRK) y Peng-Robinson (PR), ofrece resultados satisfactorios para modelar el equilibrio líquido-vapor de fluidos de yacimientos, una buena aproximación es considerarla como una contribución de interacciones físicas, además de la asociación de las moléculas. Como resultado del acoplamiento apropiado de los parámetros que describen las contribuciones de los efectos físicos y asociativos, surge la formulación de una nueva ecuación de estado, CPA (Cubic Plus Association), para modelar el equilibrio de fases que combina velocidad de cómputo y exactitud.⁹⁶

Kontogeorgis et al⁹⁷ presentó por primera vez el modelo CPA, el cual se puede utilizar en un amplio intervalo de aplicaciones de comportamiento de fases. Recordando que el factor de compresibilidad se puede describir en función de T y P o de T y V, tal que:

$$Z = f_p(T, P) \text{ ó } Z = f_v(T, V), \quad (3.16)$$

la ecuación CPA se puede describir en términos del factor de compresibilidad de la siguiente forma:

$$Z = Z^{fis} + Z^{asoc.}, \quad (3.17)$$

en donde la contribución física (Z^{fis}) del factor de compresibilidad, se puede expresar en términos del modelo SRK⁹⁷ o del modelo PR^{12,13}, para el caso del modelo PR esta contribución se expresa de la forma por:

$$Z^{EdE-PR} = \frac{V_m}{V_m - b} - \frac{a\alpha}{\frac{RT}{V_m}[V_m(V_m + b) + b(V_m - b)]}; \quad (3.18)$$

mientras que la contribución del término de asociación ($Z^{asoc.}$) se basa en la teoría de perturbación de Wertheim derivada de la mecánica estadística,^{98,99,100,101,102} en esta aproximación las moléculas pueden formar cadenas o anillos gracias al enlazamiento de los sitios de asociación, donde la fuerza de asociación es un aspecto importante, de acuerdo a la teoría de perturbación de Wertheim, esta segunda contribución se describe de la forma:

$$Z^{asoc.} = \sum_i x_i \sum_i \rho_i \sum_{A_i} \left[\left(\frac{1}{\chi_{A_i}} - \frac{1}{2} \right) \frac{\partial \chi_{A_i}}{\partial \rho_i} \right], \quad (3.19)$$

donde V_m es el volumen molar, χ_{A_i} es la fracción mol de la molécula i no enlazada al sitio A , y x_i es la fracción mol superficial del componente i . Los subfijos i y j son utilizadas para identificar las moléculas, y las letras A y B son utilizadas para identificar los sitios activos en una molécula dada. Mientras el modelo PR considera la contribución por la interacción física entre las especies, el término de asociación en CPA toma en cuenta la interacción específica sitio-sitio debido al enlace de hidrógeno. El término de asociación empleado en el modelo CPA es idéntico con el término utilizado en el modelo SAFT.

En términos de la energía libre de Helmholtz en exceso, A^{ex} , el modelo CPA consiste de una parte física, la cual describe las interacciones moleculares de no-asociación, tales como repulsiones de corto alcance y atracciones de dispersión; además, se tiene una parte de asociación, la cual describe las interacciones polar-polar, autoasociación y asociación cruzada de las moléculas.

La contribución física, representada por el modelo PR es:

$$\frac{A_{fis}^{ex}}{nRT} = -\ln(1 - b\rho) - \frac{a}{2\sqrt{2}bRT} \ln \left(\frac{1 + (1 + \sqrt{2})b\rho}{1 + (1 - \sqrt{2})b\rho} \right); \quad (3.20)$$

la contribución a la energía de Helmholtz en exceso, debido a la parte de asociación, se deriva de la teoría de perturbación termodinámica de tal forma que tenemos:

$$\frac{A_{asoc.}^{ex}}{nRT} = \sum_{i=1}^{n_a} x_i \left\{ \sum_{\alpha_i} \left[\ln \chi^{\alpha_i} - \frac{\chi^{\alpha_i}}{2} \right] + \frac{1}{2} M_i \right\}, \quad (3.21)$$

donde x_i es la fracción mol de la molécula i que forma una asociación, χ^{α_i} es la fracción mol de la molécula i no enlazada en el sitio α con otras especies, y M_i es el número de sitios de asociación. α_i es el tipo de sitio en la molécula i , y n_a es el número de moléculas capaces de generar asociación. Adicionalmente, la expresión para χ^{α_i} está dada por:

$$\chi^{\alpha_i} = \left[1 + \sum_{i=1}^{n_a} \sum_{\alpha_j} \rho x_i \chi^{\alpha_i} \Delta^{\alpha_i \alpha_j} \right]^{-1}, \quad (3.22)$$

en esta expresión, la suma \sum_{α_j} se realiza sobre todos los sitios de asociación de la molécula j , mientras que la suma $\sum_{i=1}^{n_a}$ es sobre todas las especies que se asocian. Además, $\Delta^{\alpha_i \alpha_j}$ es la fuerza de asociación del enlace entre los sitios α_i y α_j .

Si consideramos un sistema de un solo componente, la energía libre de Helmholtz para la contribución por asociación se expresa de la forma:

$$\frac{A_{asoc.}^{ex}}{nRT} = \sum_{\alpha_i} \left[\ln \chi^{\alpha_i} - \frac{\chi^{\alpha_i}}{2} \right] + \frac{1}{2} M; \quad (3.23)$$

si ahora se fija un número de sitios de asociación, 4 sitios para el caso de una molécula de agua como se puede considerar en la figura 3.2, la ecuación (3.23) se puede expresar como:

$$\frac{A_{asoc.}^{ex}}{nRT} = \left(\ln \chi^{\alpha_1} - \frac{\chi^{\alpha_1}}{2} \right) + \ln \chi^{\alpha_2} - \frac{\chi^{\alpha_2}}{2} + \ln \chi^{\alpha_3} - \frac{\chi^{\alpha_3}}{2} + \ln \chi^{\alpha_4} - \frac{\chi^{\alpha_4}}{2} + 2, \quad (3.24)$$

mientras que para la fracción mol de moléculas no enlazadas en el sitio α_i se tiene que:

$$\chi^{\alpha_i} = \left[1 + \sum_{\alpha_j} \rho \chi^{\alpha_i} \Delta^{\alpha_i \alpha_j} \right]^{-1}. \quad (3.25)$$

Observando la forma de las ecuaciones (3.23) a (3.25) para un sistema de un solo componente, la extensión a un sistema multicomponente resulta de un promedio geométrico simple de estas expresiones. La fuerza de asociación entre el sitio α de la molécula i y el sitio β de la molécula j está dada por la ecuación:

$$\Delta^{\alpha_i \beta_j} = g \kappa_{\alpha_i \beta_j} b_{\alpha_i \beta_j} \left[\exp \left(\varepsilon_{\alpha_i \beta_j} / k_B T \right) - 1 \right], \quad (3.26)$$

con:

$$b_{\alpha_i \beta_j} = (b_{\alpha_i} + b_{\beta_j}) / 2; \quad (3.27)$$

además, k_B es la constante de Boltzman, mientras que g representa el valor de contacto de la función de distribución radial de la mezcla de esfera dura y puede expresarse analíticamente utilizando el criterio de esfera dura de Carnahan-Sterling:⁹⁶

$$g \approx (1 - 0.5\eta)/(1 - \eta)^3 \quad (3.28)$$

donde η representa la densidad reducida del fluido la cual que para la ecuación CPA, la cual se basa en contribuciones molares y no en contribuciones por segmentos como sucede en SAFT,⁹⁷ se puede calcular con la expresión:

$$\eta = \frac{b_{\alpha_i\beta_j} \rho}{4}, \quad (3.29)$$

por último, κ_{ij} y ε_{ij} son los parámetros de volumen de asociación y energía de asociación, respectivamente.

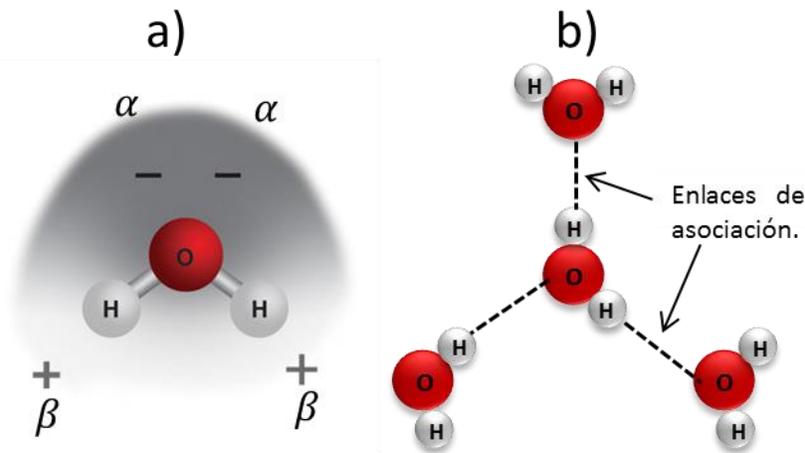


Figura 3.2.- a) Esquema de un modelo de 4 sitios para una molécula de agua. b) Esquema de la formación de enlaces de asociación en moléculas de agua.

El modelo CPA, aplicado a mezclas de hidrocarburos para describir la precipitación de asfaltenos, divide la fracción pesada en dos subgrupos con contribución de asociación, asfaltenos y moléculas pesadas, en estas últimas se engloban a los alcanos pesados, aromáticos y a las resinas. En este modelo la precipitación de asfaltenos en aceites, bajo ciertas condiciones de presión, temperatura y composición, se representa como una separación tradicional líquido-líquido o gas-líquido-líquido, en donde una fase líquida es carente de asfaltenos y la otra fase líquida es rica en asfaltenos.

Además de los asfaltenos, en un aceite crudo existen otros dos grupos de especies de interés que son las resinas y los aromáticos pesados, los cuales tienen una fuerte influencia en la precipitación de asfaltenos.

Una ventaja importante de la ecuación de estado CPA, para modelar el comportamiento de fases de mezclas de hidrocarburos, reside en que cuando no existe precipitación de asfaltenos la contribución física (dada por la ecuación de PR u otra ecuación cúbica de estado) calcula el comportamiento de fases y equilibrio termodinámico de forma adecuada y más rápido, en comparación a modelos más complicados teóricamente como son las ecuaciones SAFT y PC-SAFT, además de estar basado en la caracterización del fluido, por lo que puede ser implementado en simuladores de yacimientos composicionales.

De acuerdo a los trabajos de Li y Firoozabadi^{12, 13}, para modelar la precipitación de asfaltenos y aceites de petróleo se realizan las siguientes suposiciones:

1. Las moléculas de asfalto se asocian entre ellas mismas.
2. Las moléculas de resina y aromáticos pesados se pueden considerar como moléculas similares y se asocian de forma cruzada con moléculas de asfalto.
3. Al aplicar los conceptos de auto asociación y asociación cruzada, es necesario establecer el número de sitios de asociación para cada molécula de cada especie.
4. Las moléculas de asfalto tienen un número N_A de sitios de asociación idénticos.
5. De igual forma las moléculas de resina tienen un número N_R de sitios idénticos.

Como resultado de las suposiciones anteriores, la energía libre de Helmholtz de asociación se expresa como:

$$\frac{A_{asoc}^{ex}}{nRT} = N_A x_A \left(\ln \chi_A + \frac{1-\chi_A}{2} \right) + N_R x_R \left(\ln \chi_R + \frac{1-\chi_R}{2} \right), \quad (3.30)$$

donde A y R representan a los asfaltenos y componentes pesados, respectivamente. x_A y x_R representan la fracción mol de asfalto y de resinas-aromáticos, respectivamente. χ_A y χ_R son las fracciones mol de asfalto y moléculas pesadas no enlazadas a un sitio de asociación, respectivamente. Los enlaces de asociación ocurren entre dos sitios, uno es de una molécula de asfalto y el segundo es en alguna molécula de asfalto o una molécula pesada. Además se puede suponer que las moléculas pesadas no se asocian entre ellas mismas. Como resultado, se obtienen las siguientes expresiones para χ_A y χ_R :

$$\chi_A = \frac{1}{1 + \rho N_A x_A X_A \Delta^{AA} + \rho N_R x_R X_R \Delta^{AR}}, \quad (3.31)$$

$$\chi_R = \frac{1}{1 + \rho N_A x_A X_A \Delta^{AR}}. \quad (3.32)$$

Como ya se mencionó anteriormente, es necesario conocer el número de sitios de asociación para moléculas de asfalto y los sitios de asociación cruzada de resinas. Una aproximación adecuada es suponer que cada una de estas especies tienen 4 sitios activos, similar al número de sitios activos que tiene el agua, sin embargo cada especie de moléculas puede tener una cantidad de sitios de asociación diferente. Los cuatro parámetros de asociación principales para modelar la precipitación de asfalto son: ε_{AA} , ε_{AR} , κ_{AA} y κ_{AR} . El parámetro de energía de asociación entre

moléculas de asfalto, ε_{AA} , se calcula de acuerdo al dato de máxima precipitación de asfalto en una disolución el fluido de petróleo en heptano a presión atmosférica; para el caso de algunos fluidos de petróleo se ha obtenido un valor de $\varepsilon_{AA}/k_B = 2800$ K. Mientras que para el parámetro de energía de asociación cruzada, ε_{AR}/k_B se ha observado que varía en un intervalo de 1000 a 1500 K, mientras que κ_{AA} y κ_{AR} se pueden considerar iguales entre sí y cuyo valor es fijo e igual a 0.01.¹²

A continuación, en las figuras 3.3 y 3.4 se presentan resultados de dos envoltentes de precipitación de asfaltos y presiones de saturación, tomadas de dos muestras de aceite de Li et al.^{12,13}, las cuales muestran que el uso de una ecuación cúbica más un término de asociación, CPA, ofrece resultados satisfactorios al calcular las envoltentes de presión de precipitación de asfaltos y presiones de saturación de los fluidos “Fluid A” y “Fluid C1” reportados en los trabajos de Zhindong Li. Complementariamente, en las tablas 3.3 y 3.4, se presentan los valores experimentales y calculados de los 4 puntos de temperatura para los cuales se midieron y calcularon las respectivas presiones de umbral de precipitación de asfaltos y presiones de saturación, para cada muestra.

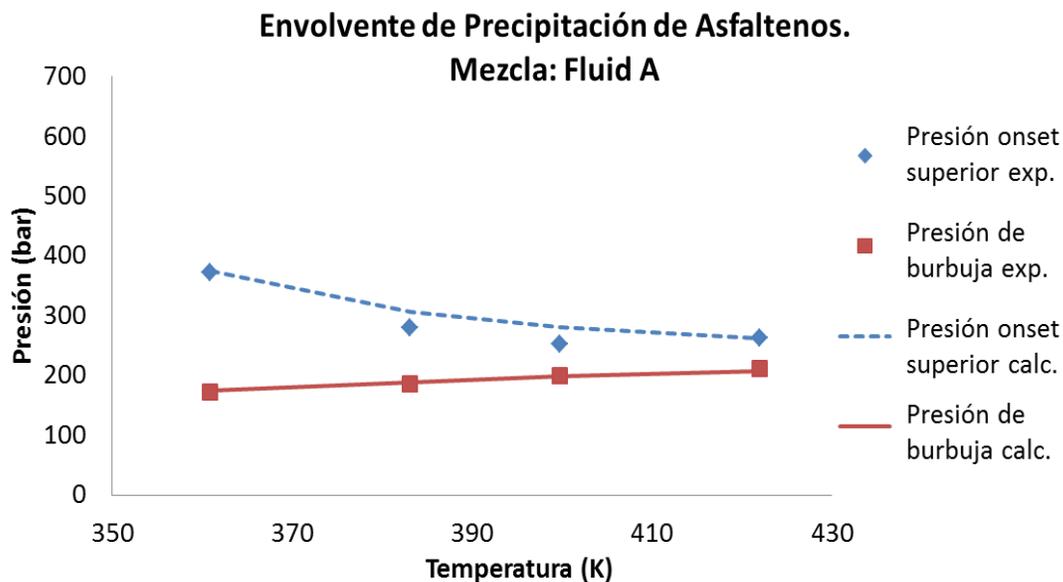


Figura 3.3.- Gráficas de envoltentes de saturación y onset de precipitación de asfaltos, experimentales y calculadas, para el caso de la mezcla “Fluid A”.

Tabla 3.3. Información experimental y calculada de valores de presiones de saturación y onset de precipitación de asfaltenos para la mezcla "Fluid A".

Experimental		
Temperatura [K]	Presión Onset [bar]	Presión de burbuja [bar]
360.9278	372.33	172.375
383.15	279.2475	186.165
399.8167	251.6675	199.955
422.0389	262.01	210.987
Calculado		
Temperatura [K]	Presión Onset [bar]	Presión de burbuja [bar]
360.9278	375	174.7
383.15	307	188.8
99.8167	280	197.7
422.0389	262	207.3

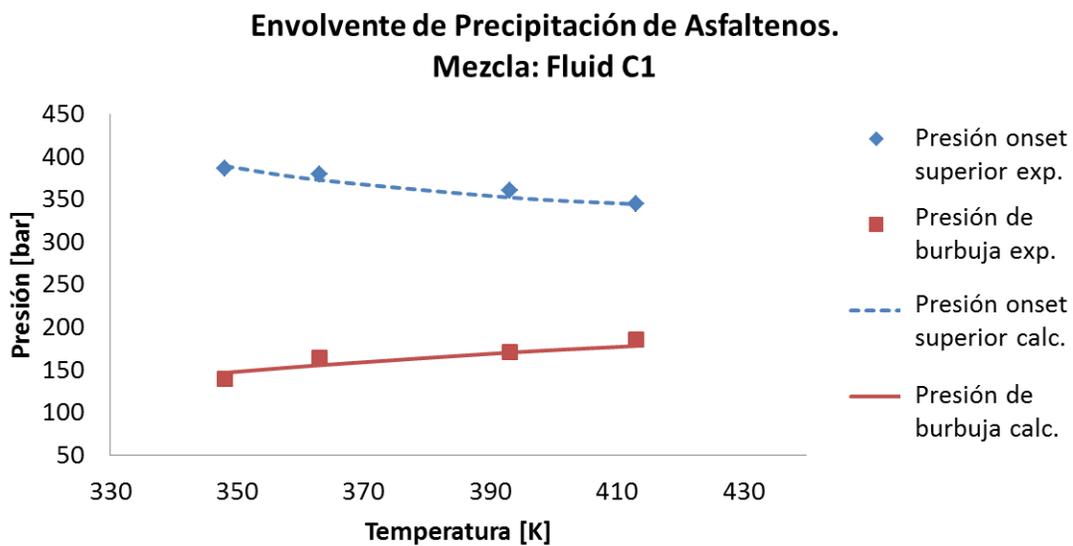


Figura 3.4.- Gráficas de envolventes de saturación y onset de precipitación de asfaltenos, experimentales y calculadas, para el caso de la mezcla Fluid C1.

Tabla 3.4. Información experimental y calculada de valores de presiones de saturación y onset de precipitación de asfaltenos para la mezcla "Fluid C1".

Experimental		
Temperatura [K]	Presión Onset [bar]	Presión de burbuja [bar]
348.15	386.02	139.79
363.15	379.85	163.92
393.15	360.45	170.99
413.15	345.1	185.6
Calculado		
Temperatura [K]	Presión Onset [bar]	Presión de burbuja [bar]
348.15	389.08	146.7573
363.15	372.8018	155.5086
393.15	352.2977	170.3676
413.15	344.3947	178.1673

4.- ESTIMACIÓN DE COMPOSICIONES SARA DE ACEITES CRUDOS.

En la industria petrolera, es muy importante conocer la composición de un aceite crudo, dado que a partir de ésta es posible caracterizar su comportamiento termodinámico e hidrodinámico detallado en pozos de producción, permitiendo prevenir posibles problemas de aseguramiento de flujo.

En un reporte PVT convencional generalmente se presenta información composicional medida por cromatografía, así como de las propiedades volumétricas y envolvente de saturación medidas en una celda PVT; sin embargo es típico que se carezca de información adicional que posee un gran valor, como es la descripción de la composición SARA y la información sobre la envolvente de presiones onset de precipitación de asfaltenos. El énfasis en la descripción del contenido asfáltico en un crudo, y de su envolvente de presiones onset es debido a que, dentro de los problemas de aseguramiento de flujo, la precipitación y eventual depositación de estos sólidos orgánicos a lo largo de una línea de producción resultan ser uno de los más comunes que atentan contra la producción ininterrumpida de aceite desde el yacimiento.

Cuando se carece de información experimental de la envolvente de precipitación de asfaltenos, es posible calcularla a partir de ecuaciones de estado^{12,13,26,78} o correlaciones^{7,42,43}, partiendo del hecho de conocer *a priori* el contenido asfáltico en el caso de utilizar ecuaciones de estado, o contar con una descripción de la composición SARA completa y de las fracciones mol de los componentes más ligeros del aceite crudo sujeto a estudio, cuando se trata de correlaciones. Sin embargo, y como ya se ha puesto de manifiesto, no siempre se dispone de esta información de forma convencional, y para conocerla es necesario realizar mediciones adicionales que, además de requerir un mayor tiempo para su obtención, incrementan significativamente el costo económico de los experimentos.

Partiendo del modelo desarrollado por del Río et al.⁷, que presenta una metodología sencilla con la cual a partir de conocer la composición SARA y las fracciones mol de los componentes más ligeros que constituyen al aceite crudo, pueden estimarse las envolventes de saturación y onset de precipitación de asfaltenos; en este trabajo, tomando como referencia dicho modelo, se desarrolla un modelo descrito de forma inversa el cual, a partir de la información de composición de las fracciones ligeras de un aceite crudo y de envolventes de saturación, puede obtener una composición SARA estimada para un aceite crudo.

4.1.- Planteamiento del modelo.

El modelo de cálculo desarrollado en este trabajo tiene como propósito optimizar una función objetivo para estimar la composición SARA más probable para un crudo a partir de conocer la información experimental de su envolvente de presiones de saturación. Para tal propósito, la función objetivo a optimizar resulta en una función de densidad de probabilidad en términos de la composición SARA de la forma:

$$\text{máx } \{P(\text{Saturados}, \text{Aromaticos}, \text{Resinas}, \text{Asfaltenos})\}, \quad (4.1)$$

que debe cumplir con la restricción:

$$\text{min } \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |Pb^{exp} - Pb^{calc}| \right\}; \quad (4.2)$$

de forma adicional, se deben cumplir las siguientes restricciones:

$$SA + AR + RES + ASF = 100, \quad (4.3)$$

$$SA f_{SA}^{bp} + AR f_{AR}^{bp} + RES f_{RES}^{bp} + ASF f_{ASF}^{bp} = B, \quad (4.4)$$

$$SA, AR, RES, ASF \geq 0, \quad (4.5)$$

con:

$$B = b - (x_{H_2S} f_{H_2S}^{bp} + x_{N_2} f_{N_2}^{bp} + x_{CO_2} f_{CO_2}^{bp}), \quad (4.6)$$

donde SA, AR, RES y ASF representan el porcentaje en peso de saturados, aromáticos, resinas y asfaltenos, respectivamente; además, x_{H_2S}, x_{N_2} y x_{CO_2} representan la fracción mol de H_2S, N_2 y CO_2 respectivamente, mientras que $f_{SA}^{bp}, f_{AR}^{bp}, f_{RES}^{bp}, f_{ASF}^{bp}, f_{H_2S}^{bp}, f_{N_2}^{bp}$ y $f_{CO_2}^{bp}$ son parámetros de regresión establecidos previamente por del Rio et al.⁷, cuyos valores se muestran en la tabla 4.1

La variable b de la expresión (4.6) se estima sustituyendo los valores de presión y temperatura de, al menos, un punto de burbuja medido en la expresión siguiente:

$$P^{bp} = b + \beta^{bp} T, \quad (4.7)$$

con un valor constante para β^{bp} , igualmente establecido en el trabajo de del Rio et al.⁷, mostrado en la tabla 4.1.

Con las expresiones (4.3) y (4.4) se genera un sistema de ecuaciones lineales que permite obtener el conjunto de valores de composición SARA que sean solución al problema especificado. Debe observarse que dicho sistema de ecuaciones se convierte en un sistema subestimado al tener cuatro variables y sólo dos ecuaciones por lo que este problema resulta en múltiples soluciones posibles, definiendo a su vez a la expresión (4.5) como restricción que asegura que las soluciones obtenidas cumplan con la condición de estar dentro del intervalo de valores que puedan representar el comportamiento fenomenológico real y posible.

La función de densidad de probabilidad, utilizada en este trabajo, se desarrolla a partir de información disponible de una amplia base de datos con información experimental de composiciones SARA reportadas en literatura, de 341 muestras de crudo de yacimiento de alrededor del mundo y que comprenden los cuatro tipos de aceite: ligero, mediano, pesado y bitumen; las cuales se grafican con el propósito de desarrollar histogramas que sean herramientas para conocer la frecuencia de ocurrencia de una composición SARA en específico, las figuras 4.1 a

4.4 muestran el comportamiento de dispersión de las 341 composiciones SARA experimentales disponibles, a partir de las cuales se generan los histogramas.

Tabla 4.1. Valor de los parámetros f utilizados en las expresiones (4.4), (4.6) y (4.7).

Valor de los Parámetros f	
B^{bp} (K ⁻¹ MPa)	0.057778821
$f_{H_2S}^{bp}$ (K MPa ⁻¹)	-1.0265795
$f_{N_2}^{bp}$ (K MPa ⁻¹)	-2.708388597
$f_{CO_2}^{bp}$ (K MPa ⁻¹)	8.593888235
f_{sat}^{bp} (K MPa ⁻¹)	0.308387207
f_{arom}^{bp} (K MPa ⁻¹)	-0.143981998
f_{res}^{bp} (K MPa ⁻¹)	-0.998941672
f_{asp}^{bp} (K MPa ⁻¹)	-2.98440823

Adicionalmente, se puede comentar que en todas las figuras se observan las regiones prohibidas debido a la restricción de que la suma de los cuatro valores porcentuales en peso debe ser igual al 100%; de igual forma se observan regiones no pobladas dentro de la distribución muestral de la información experimental disponible, situación que debe ser sujeto de estudio para determinar objetivamente los motivos y las condiciones para establecer que, en efecto, son regiones prohibidas.

Cuando se observa la relación de valores porcentuales de las composiciones SARA experimentales por tipo de crudo, es posible observar las regiones límite en las que cada tipo de crudo tiene la mayor probabilidad de estar presente, como se muestra en las figuras 4.5 a 4.8.

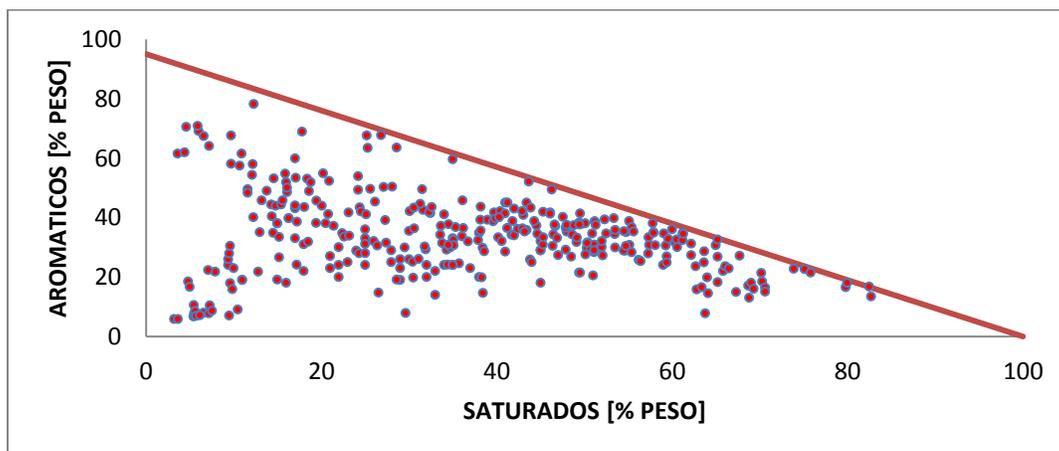


Figura 4.1.- Relación Saturados-Aromáticos de información experimental disponible.

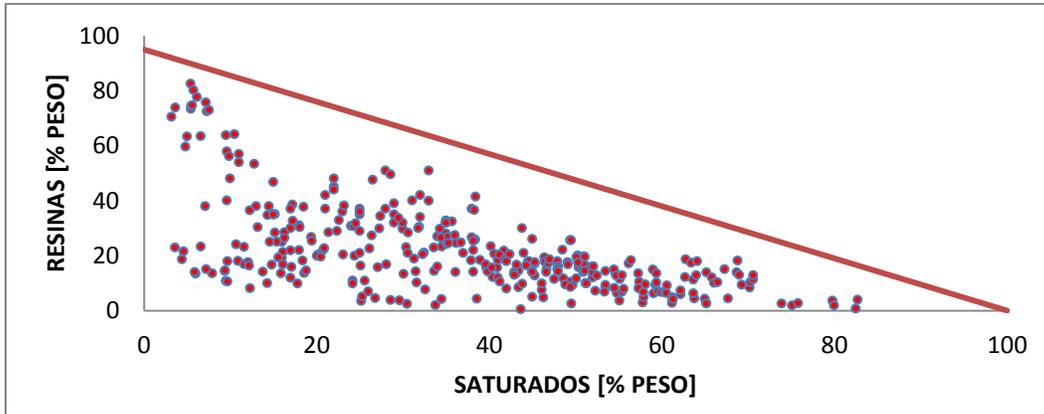


Figura 4.2.- Relación Saturados-Resinas de información experimental disponible.

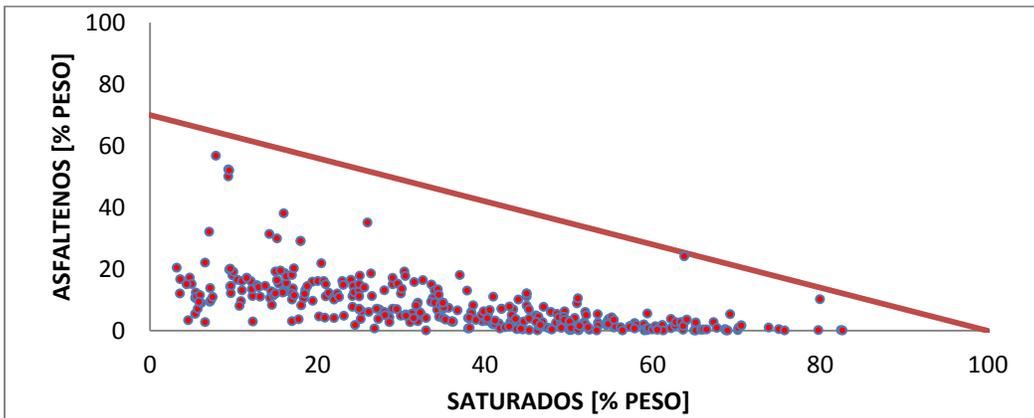


Figura 4.3.- Relación Saturados-Asfaltenos de información experimental disponible.

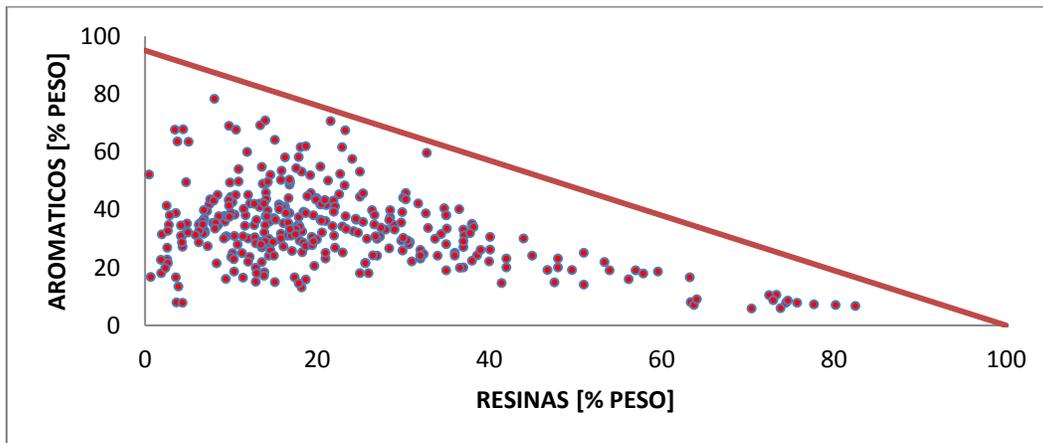


Figura 4.4.- Relación Resinas-Aromáticos de información experimental disponible.

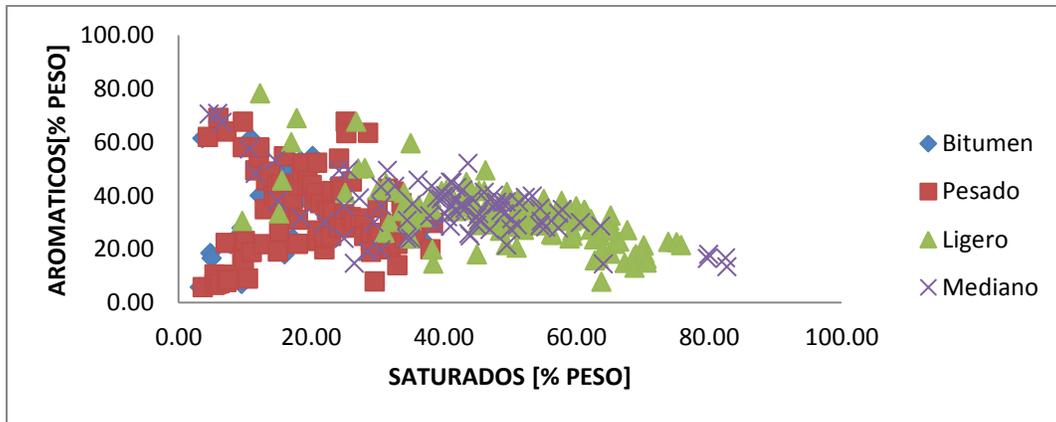


Figura 4.5.- Relación Saturados-Aromáticos por tipo de crudo de información experimental disponible.

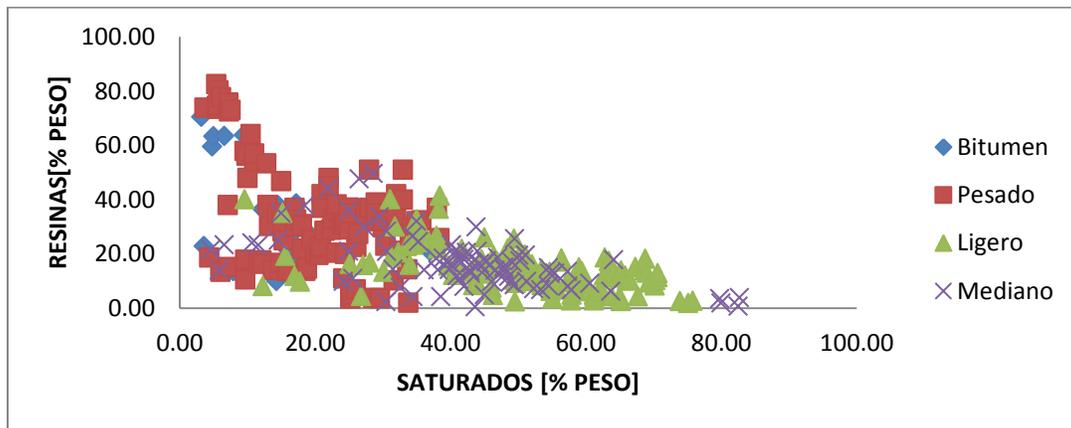


Figura 4.6.- Relación Saturados-Resinas por tipo de crudo de información experimental disponible.

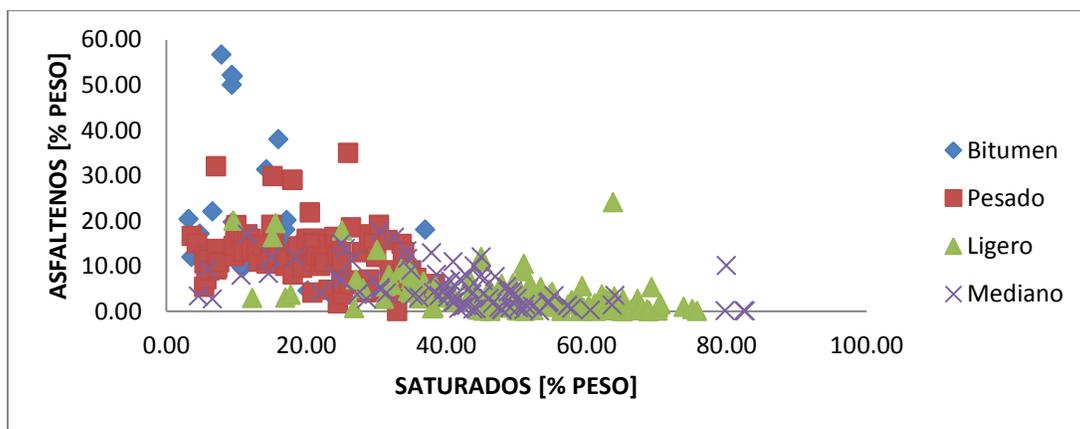


Figura 4.7.- Relación Saturados-Asfaltenos por tipo de crudo de información experimental disponible.

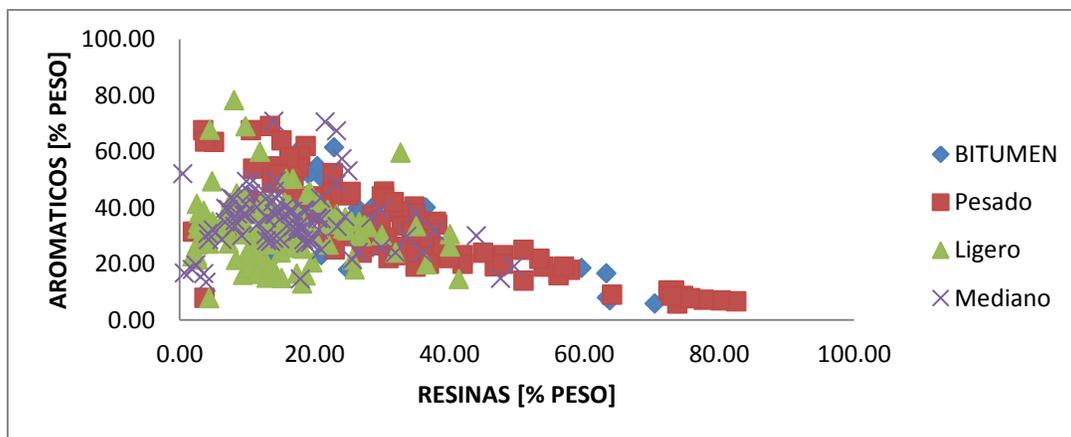


Figura 4.8.- Relación Resinas-Aromáticos por tipo de crudo de información experimental disponible.

4.2.- Generación de funciones de densidad de probabilidad.

Como anteriormente se mencionó, la función objetivo a optimizar es una función de densidad de probabilidad. Sin embargo, para obtener mejores resultados en la estimación SARA de un aceite, dicha ésta se desglosa en cuatro funciones particulares, en términos del tipo de aceite crudo del que se trate. En todos los datos experimentales de contenido asfáltico dentro del conjunto de composiciones SARA se considera únicamente al asfalteno obtenido utilizando heptano como agente precipitante en la metodología experimental.

Dichas funciones de densidad de probabilidad se pueden tratar como histogramas, uno por cada tipo de aceite, los cuales van a estar en términos de dos clases independientes y una frecuencia que representa la ocurrencia simultánea de estas dos clases independientes. Las clases para estos histogramas se forman estableciendo un dominio con intervalos de 10% para cada componente (saturado, aromático, resina y asfalteno), la frecuencia de cada clase va a estar definida por el número de composiciones SARA experimentales, cuyos valores porcentuales de cada uno de sus componentes estén dentro de cada intervalo especificado. En las tablas 4.2 a 4.5 se describen los datos para generar los histogramas para cada tipo de aceite; en estas tablas, únicamente se incluyen los intervalos de cada componente SARA en los cuales hay al menos una composición SARA experimental disponible, esto es, se han descartado los conjuntos de intervalos donde la frecuencia de ocurrencia es cero. De forma adicional, la manera de leer estas tablas se realiza por número de clase (fila de la tabla), donde cada componente SARA se ha clasificado en intervalos de 10% en peso, y la frecuencia indica el número de composiciones SARA experimentales cuyos porcentajes peso de cada componente individual (saturados, aromáticos, resinas, asfaltenos) se encuentra dentro de cada intervalo correspondiente. Adicionalmente, las figuras 4.9 a 4.12 muestran los histogramas generados por tipo de aceite.

Tabla 4.2. Distribución muestral de composiciones SARA experimentales disponibles de Bitumen.

CLASE	FRECUENCIA	Intervalos [% peso]			
		SATURADOS	AROMATICOS	RESINAS	ASFALTENOS
1	1	$0 \leq x \leq 10$	$0 \leq x \leq 10$	$60 < x \leq 70$	$10 < x \leq 20$
2	1	$0 \leq x \leq 10$	$0 \leq x \leq 10$	$60 < x \leq 70$	$20 < x \leq 30$
3	1	$0 \leq x \leq 10$	$10 < x \leq 20$	$60 < x \leq 70$	$10 < x \leq 20$
4	1	$0 \leq x \leq 10$	$10 < x \leq 20$	$60 < x \leq 70$	$10 < x \leq 20$
5	4	$0 \leq x \leq 10$	$20 < x \leq 30$	$10 < x \leq 20$	$50 < x \leq 60$
6	1	$10 < x \leq 20$	$10 < x \leq 20$	$20 < x \leq 30$	$30 < x \leq 40$
7	1	$10 < x \leq 20$	$20 < x \leq 30$	$30 < x \leq 40$	$20 < x \leq 30$
8	3	$10 < x \leq 20$	$30 < x \leq 40$	$20 < x \leq 30$	$10 < x \leq 20$
9	1	$10 < x \leq 20$	$30 < x \leq 40$	$30 < x \leq 40$	$10 < x \leq 20$
10	2	$10 < x \leq 20$	$40 < x \leq 50$	$10 < x \leq 20$	$20 < x \leq 30$
11	1	$10 < x \leq 20$	$40 < x \leq 50$	$20 < x \leq 30$	$10 < x \leq 20$
12	1	$10 < x \leq 20$	$40 < x \leq 50$	$30 < x \leq 40$	$10 < x \leq 20$
13	3	$10 < x \leq 20$	$50 < x \leq 60$	$10 < x \leq 20$	$10 < x \leq 20$
14	1	$10 < x \leq 20$	$50 < x \leq 60$	$20 < x \leq 30$	$10 < x \leq 20$
15	1	$10 < x \leq 20$	$60 \leq x \leq 70$	$10 < x \leq 20$	$0 \leq x \leq 10$
16	1	$20 < x \leq 30$	$50 < x \leq 60$	$20 < x \leq 30$	$0 \leq x \leq 10$
17	1	$30 < x \leq 40$	$20 < x \leq 30$	$20 < x \leq 30$	$10 < x \leq 20$

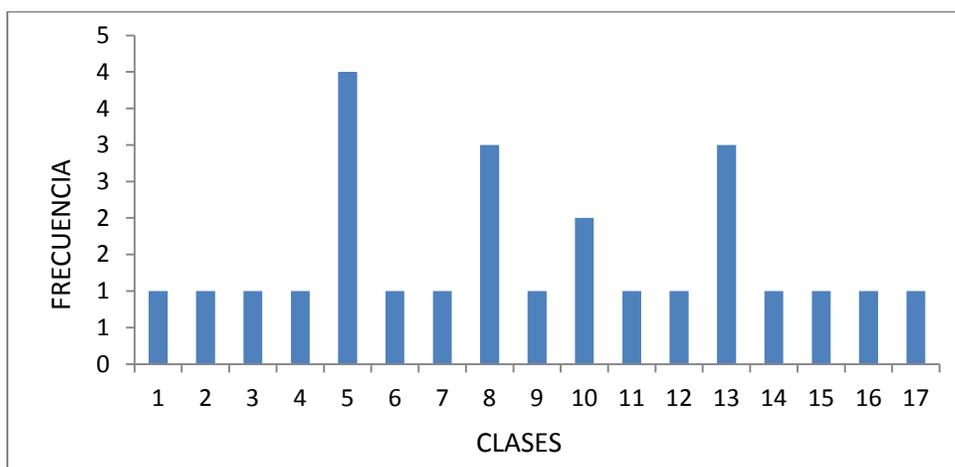


Figura 4.9.- Histograma para información experimental disponible de Bitumen.

Tabla 4.3. Distribución muestral de composiciones SARA experimentales disponibles de aceite pesado.

CLASE	FREC.	Intervalos [% peso]				CLASE	FREC.	Intervalos [% peso]			
		SATURADOS	AROMATICOS	RESINAS	ASFALTENOS			SATURADOS	AROMATICOS	RESINAS	ASFALTENOS
1	2	$0 \leq x \leq 10$	$0 \leq x \leq 10$	$70 \leq x \leq 80$	$0 \leq x \leq 10$	29	6	$20 < x \leq 30$	$20 < x \leq 30$	$30 < x \leq 40$	$10 < x \leq 20$
2	4	$0 \leq x \leq 10$	$0 \leq x \leq 10$	$70 \leq x \leq 80$	$10 < x \leq 20$	30	3	$20 < x \leq 30$	$20 < x \leq 30$	$40 < x \leq 50$	$10 < x \leq 20$
3	1	$0 \leq x \leq 10$	$0 \leq x \leq 10$	$70 \leq x \leq 80$	$20 < x \leq 30$	31	1	$20 < x \leq 30$	$20 < x \leq 30$	$40 < x \leq 50$	$10 < x \leq 20$
4	2	$0 \leq x \leq 10$	$0 \leq x \leq 10$	$80 \leq x \leq 90$	$0 \leq x \leq 10$	32	1	$20 < x \leq 30$	$30 < x \leq 40$	$0 \leq x \leq 10$	$30 < x \leq 40$
5	2	$0 \leq x \leq 10$	$10 < x \leq 20$	$50 < x \leq 60$	$10 < x \leq 20$	33	1	$20 < x \leq 30$	$30 < x \leq 40$	$10 < x \leq 20$	$20 < x \leq 30$
6	1	$0 \leq x \leq 10$	$10 < x \leq 20$	$70 \leq x \leq 80$	$0 \leq x \leq 10$	34	4	$20 < x \leq 30$	$30 < x \leq 40$	$20 < x \leq 30$	$10 < x \leq 20$
7	1	$0 \leq x \leq 10$	$10 < x \leq 20$	$70 \leq x \leq 80$	$10 < x \leq 20$	35	3	$20 < x \leq 30$	$30 < x \leq 40$	$30 < x \leq 40$	$0 \leq x \leq 10$
8	1	$0 \leq x \leq 10$	$20 < x \leq 30$	$30 < x \leq 40$	$30 < x \leq 40$	36	1	$20 < x \leq 30$	$30 < x \leq 40$	$30 < x \leq 40$	$10 < x \leq 20$
9	1	$0 \leq x \leq 10$	$50 < x \leq 60$	$10 < x \leq 20$	$10 < x \leq 20$	37	2	$20 < x \leq 30$	$40 < x \leq 50$	$10 < x \leq 20$	$10 < x \leq 20$
10	4	$0 \leq x \leq 10$	$60 \leq x \leq 70$	$10 < x \leq 20$	$10 < x \leq 20$	38	1	$20 < x \leq 30$	$40 < x \leq 50$	$20 < x \leq 30$	$0 \leq x \leq 10$
11	1	$0 \leq x \leq 10$	$60 \leq x \leq 70$	$20 < x \leq 30$	$10 < x \leq 20$	39	2	$20 < x \leq 30$	$40 < x \leq 50$	$20 < x \leq 30$	$10 < x \leq 20$
12	1	$10 < x \leq 20$	$0 \leq x \leq 10$	$60 \leq x \leq 70$	$10 < x \leq 20$	40	1	$20 < x \leq 30$	$40 < x \leq 50$	$30 < x \leq 40$	$0 \leq x \leq 10$
13	1	$10 < x \leq 20$	$10 < x \leq 20$	$40 < x \leq 50$	$10 < x \leq 20$	41	1	$20 < x \leq 30$	$50 < x \leq 60$	$10 < x \leq 20$	$10 < x \leq 20$
14	1	$10 < x \leq 20$	$10 < x \leq 20$	$50 < x \leq 60$	$10 < x \leq 20$	42	1	$20 < x \leq 30$	$50 < x \leq 60$	$20 < x \leq 30$	$0 \leq x \leq 10$
15	1	$10 < x \leq 20$	$20 < x \leq 30$	$20 < x \leq 30$	$20 < x \leq 30$	43	3	$20 < x \leq 30$	$60 \leq x \leq 70$	$0 \leq x \leq 10$	$0 \leq x \leq 10$
16	1	$10 < x \leq 20$	$20 < x \leq 30$	$30 < x \leq 40$	$20 < x \leq 30$	44	1	$30 < x \leq 40$	$10 < x \leq 20$	$50 < x \leq 60$	$0 \leq x \leq 10$
17	1	$10 < x \leq 20$	$20 < x \leq 30$	$40 < x \leq 50$	$10 < x \leq 20$	45	2	$30 < x \leq 40$	$20 < x \leq 30$	$20 < x \leq 30$	$0 \leq x \leq 10$
18	1	$10 < x \leq 20$	$20 < x \leq 30$	$50 < x \leq 60$	$10 < x \leq 20$	46	2	$30 < x \leq 40$	$20 < x \leq 30$	$20 < x \leq 30$	$10 < x \leq 20$
19	1	$10 < x \leq 20$	$30 < x \leq 40$	$20 < x \leq 30$	$20 < x \leq 30$	47	5	$30 < x \leq 40$	$20 < x \leq 30$	$30 < x \leq 40$	$0 \leq x \leq 10$
20	4	$10 < x \leq 20$	$30 < x \leq 40$	$30 < x \leq 40$	$10 < x \leq 20$	48	1	$30 < x \leq 40$	$20 < x \leq 30$	$30 < x \leq 40$	$10 < x \leq 20$
21	4	$10 < x \leq 20$	$40 < x \leq 50$	$10 < x \leq 20$	$10 < x \leq 20$	49	2	$30 < x \leq 40$	$20 < x \leq 30$	$30 < x \leq 40$	$0 \leq x \leq 10$
22	1	$10 < x \leq 20$	$40 < x \leq 50$	$20 < x \leq 30$	$0 \leq x \leq 10$	50	1	$30 < x \leq 40$	$30 < x \leq 40$	$10 < x \leq 20$	$10 < x \leq 20$
23	1	$10 < x \leq 20$	$40 < x \leq 50$	$20 < x \leq 30$	$10 < x \leq 20$	51	1	$30 < x \leq 40$	$30 < x \leq 40$	$20 < x \leq 30$	$0 \leq x \leq 10$
24	1	$10 < x \leq 20$	$40 < x \leq 50$	$30 < x \leq 40$	$0 \leq x \leq 10$	52	1	$30 < x \leq 40$	$40 < x \leq 50$	$10 < x \leq 20$	$0 \leq x \leq 10$
25	3	$10 < x \leq 20$	$40 < x \leq 50$	$30 < x \leq 40$	$10 < x \leq 20$	53	1	$30 < x \leq 40$	$40 < x \leq 50$	$10 < x \leq 20$	$10 < x \leq 20$
26	4	$10 < x \leq 20$	$50 < x \leq 60$	$10 < x \leq 20$	$10 < x \leq 20$	54	1	$30 < x \leq 40$	$40 < x \leq 50$	$20 < x \leq 30$	$0 \leq x \leq 10$
27	1	$20 < x \leq 30$	$10 < x \leq 20$	$30 < x \leq 40$	$10 < x \leq 20$	55	1	$40 < x \leq 50$	$10 < x \leq 20$	$20 < x \leq 30$	$10 < x \leq 20$
28	2	$20 < x \leq 30$	$20 < x \leq 30$	$30 < x \leq 40$	$0 \leq x \leq 10$						

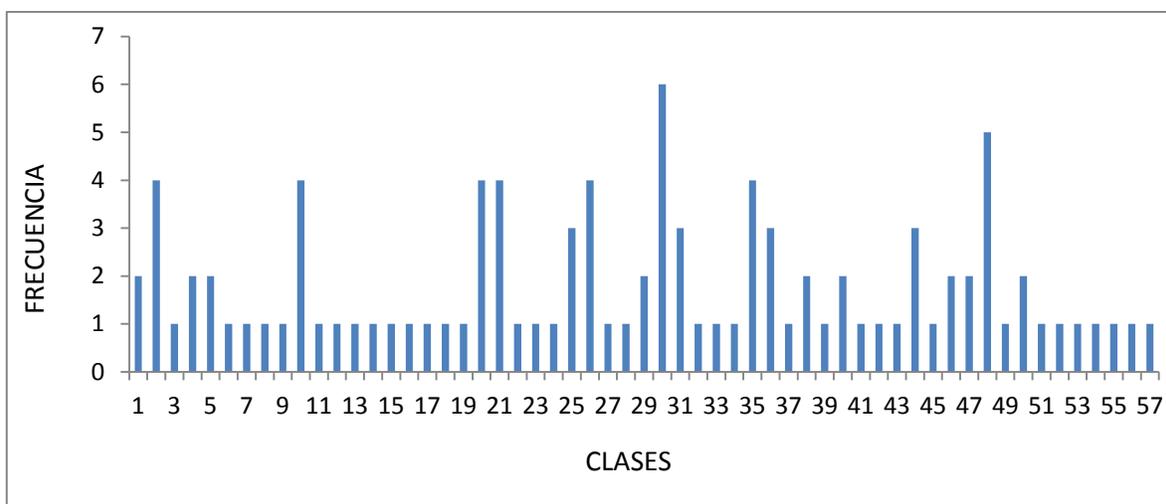


Figura 4.10.- Histograma para información experimental disponible de aceite pesado.

Tabla 4.4. Distribución muestral de composiciones SARA experimentales disponibles de aceite ligero.

CLASE	FREC.	Intervalos [% peso]				CLASE	FREC.	Intervalos [% peso]			
		SATURADOS	AROMATICOS	RESINAS	ASFALTENOS			SATURADOS	AROMATICOS	RESINAS	ASFALTENOS
1	1	$0 \leq x \leq 10$	$30 < x \leq 40$	$40 < x \leq 50$	$10 < x \leq 20$	21	1	$40 < x \leq 50$	$20 < x \leq 30$	$10 < x \leq 20$	$10 < x \leq 20$
2	1	$10 < x \leq 20$	$30 < x \leq 40$	$30 < x \leq 40$	$10 < x \leq 20$	22	2	$40 < x \leq 50$	$20 < x \leq 30$	$20 < x \leq 30$	$0 \leq x \leq 10$
3	1	$10 < x \leq 20$	$40 < x \leq 50$	$10 < x \leq 20$	$10 < x \leq 20$	23	1	$40 < x \leq 50$	$30 < x \leq 40$	$0 \leq x \leq 10$	$0 \leq x \leq 10$
4	1	$10 < x \leq 20$	$60 \leq x \leq 70$	$10 < x \leq 20$	$0 \leq x \leq 10$	24	10	$40 < x \leq 50$	$30 < x \leq 40$	$10 < x \leq 20$	$0 \leq x \leq 10$
5	1	$10 < x \leq 20$	$60 \leq x \leq 70$	$0 \leq x \leq 10$	$0 \leq x \leq 10$	25	1	$40 < x \leq 50$	$30 < x \leq 40$	$20 < x \leq 30$	$0 \leq x \leq 10$
6	1	$10 < x \leq 20$	$70 \leq x \leq 80$	$0 \leq x \leq 10$	$0 \leq x \leq 10$	26	5	$40 < x \leq 50$	$40 < x \leq 50$	$0 \leq x \leq 10$	$0 \leq x \leq 10$
7	1	$20 < x \leq 30$	$40 < x \leq 50$	$10 < x \leq 20$	$10 < x \leq 20$	27	4	$40 < x \leq 50$	$40 < x \leq 50$	$10 < x \leq 20$	$0 \leq x \leq 10$
8	2	$20 < x \leq 30$	$50 < x \leq 60$	$10 < x \leq 20$	$0 \leq x \leq 10$	28	12	$50 < x \leq 60$	$20 < x \leq 30$	$10 < x \leq 20$	$0 \leq x \leq 10$
9	1	$20 < x \leq 30$	$60 \leq x \leq 70$	$0 \leq x \leq 10$	$0 \leq x \leq 10$	29	1	$50 < x \leq 60$	$20 < x \leq 30$	$10 < x \leq 20$	$0 \leq x \leq 10$
10	1	$30 < x \leq 40$	$20 < x \leq 30$	$30 < x \leq 40$	$0 \leq x \leq 10$	30	12	$50 < x \leq 60$	$30 < x \leq 40$	$0 \leq x \leq 10$	$10 < x \leq 20$
11	1	$30 < x \leq 40$	$10 < x \leq 20$	$40 < x \leq 50$	$0 \leq x \leq 10$	31	10	$50 < x \leq 60$	$30 < x \leq 40$	$10 < x \leq 20$	$0 \leq x \leq 10$
12	1	$30 < x \leq 40$	$20 < x \leq 30$	$20 < x \leq 30$	$0 \leq x \leq 10$	32	1	$60 \leq x \leq 70$	$0 \leq x \leq 10$	$0 \leq x \leq 10$	$20 < x \leq 30$
13	1	$30 < x \leq 40$	$20 < x \leq 30$	$30 < x \leq 40$	$0 \leq x \leq 10$	33	9	$60 \leq x \leq 70$	$10 < x \leq 20$	$10 < x \leq 20$	$0 \leq x \leq 10$
14	1	$30 < x \leq 40$	$20 < x \leq 30$	$40 < x \leq 50$	$0 \leq x \leq 10$	34	3	$60 \leq x \leq 70$	$20 < x \leq 30$	$0 \leq x \leq 10$	$0 \leq x \leq 10$
15	11	$30 < x \leq 40$	$30 < x \leq 40$	$20 < x \leq 30$	$0 \leq x \leq 10$	35	5	$60 \leq x \leq 70$	$20 < x \leq 30$	$10 < x \leq 20$	$0 \leq x \leq 10$
16	1	$30 < x \leq 40$	$30 < x \leq 40$	$30 < x \leq 40$	$0 \leq x \leq 10$	36	9	$60 \leq x \leq 70$	$30 < x \leq 40$	$0 \leq x \leq 10$	$0 \leq x \leq 10$
17	2	$30 < x \leq 40$	$40 < x \leq 50$	$10 < x \leq 20$	$0 \leq x \leq 10$	37	1	$70 \leq x \leq 80$	$10 < x \leq 20$	$0 \leq x \leq 10$	$0 \leq x \leq 10$
18	1	$30 < x \leq 40$	$40 < x \leq 50$	$10 < x \leq 20$	$10 < x \leq 20$	38	3	$70 \leq x \leq 80$	$10 < x \leq 20$	$10 < x \leq 20$	$0 \leq x \leq 10$
19	1	$30 < x \leq 40$	$40 < x \leq 50$	$20 < x \leq 30$	$0 \leq x \leq 10$	39	4	$70 \leq x \leq 80$	$20 < x \leq 30$	$0 \leq x \leq 10$	$0 \leq x \leq 10$
20	1	$40 < x \leq 50$	$20 < x \leq 30$	$10 < x \leq 20$	$0 \leq x \leq 10$	40	3	$80 \leq x \leq 90$	$10 < x \leq 20$	$0 \leq x \leq 10$	$0 \leq x \leq 10$

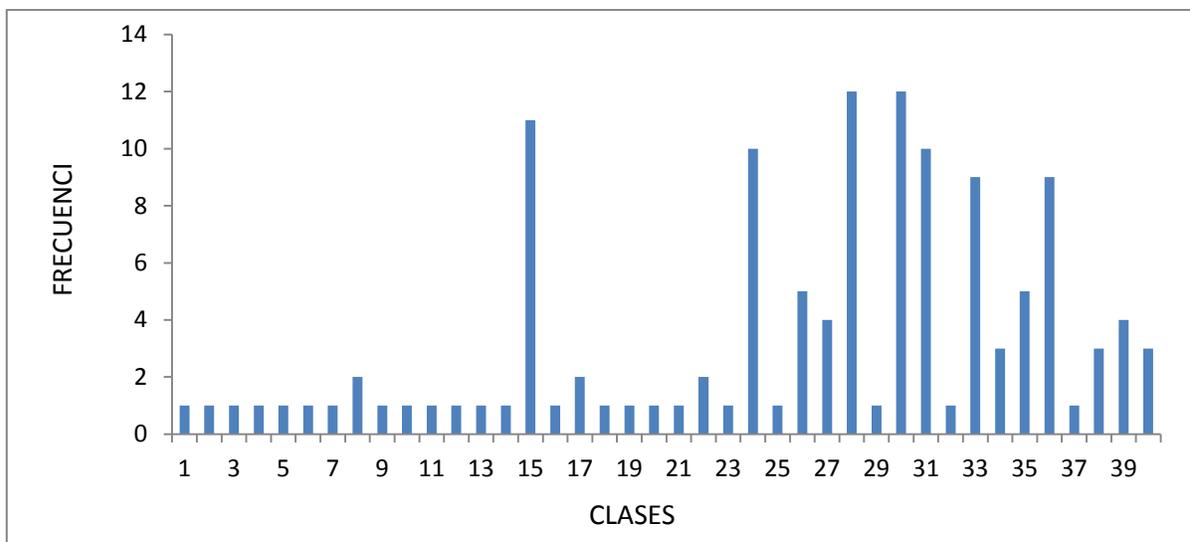


Figura 4.11.- Histograma para información experimental disponible de aceite ligero.

Tabla 4.5. Distribución muestral de composiciones SARA experimentales disponibles de aceite mediano.

CLASE	FREC.	Intervalos [% peso]				CLASE	FREC.	Intervalos [% peso]			
		SATURADOS	AROMATICOS	RESINAS	ASFALTENOS			SATURADOS	AROMATICOS	RESINAS	ASFALTENOS
1	1	$0 \leq x \leq 10$	$60 \leq x \leq 70$	$20 < x \leq 30$	$0 \leq x \leq 10$	20	1	$30 < x \leq 40$	$40 < x \leq 50$	$0 \leq x \leq 10$	$10 < x \leq 20$
2	1	$0 \leq x \leq 10$	$70 \leq x \leq 80$	$10 < x \leq 20$	$0 \leq x \leq 10$	21	4	$30 < x \leq 40$	$40 < x \leq 50$	$10 < x \leq 20$	$0 \leq x \leq 10$
3	1	$0 \leq x \leq 10$	$70 \leq x \leq 80$	$20 < x \leq 30$	$0 \leq x \leq 10$	22	1	$40 < x \leq 50$	$20 < x \leq 30$	$10 < x \leq 20$	$0 \leq x \leq 10$
4	2	$10 < x \leq 20$	$30 < x \leq 40$	$30 < x \leq 40$	$10 < x \leq 20$	23	2	$40 < x \leq 50$	$20 < x \leq 30$	$10 < x \leq 20$	$10 < x \leq 20$
5	1	$10 < x \leq 20$	$40 < x \leq 50$	$20 < x \leq 30$	$10 < x \leq 20$	24	2	$40 < x \leq 50$	$20 < x \leq 30$	$20 < x \leq 30$	$0 \leq x \leq 10$
6	2	$10 < x \leq 20$	$50 < x \leq 60$	$20 < x \leq 30$	$0 \leq x \leq 10$	25	1	$40 < x \leq 50$	$20 < x \leq 30$	$20 < x \leq 30$	$10 < x \leq 20$
7	1	$20 < x \leq 30$	$10 < x \leq 20$	$40 < x \leq 50$	$0 \leq x \leq 10$	26	3	$40 < x \leq 50$	$30 < x \leq 40$	$0 \leq x \leq 10$	$0 \leq x \leq 10$
8	1	$20 < x \leq 30$	$10 < x \leq 20$	$40 < x \leq 50$	$10 < x \leq 20$	27	12	$40 < x \leq 50$	$30 < x \leq 40$	$10 < x \leq 20$	$0 \leq x \leq 10$
9	1	$20 < x \leq 30$	$20 < x \leq 30$	$30 < x \leq 40$	$0 \leq x \leq 10$	28	4	$40 < x \leq 50$	$30 < x \leq 40$	$20 < x \leq 30$	$0 \leq x \leq 10$
10	1	$20 < x \leq 30$	$20 < x \leq 30$	$30 < x \leq 40$	$10 < x \leq 20$	29	2	$40 < x \leq 50$	$40 < x \leq 50$	$0 \leq x \leq 10$	$0 \leq x \leq 10$
11	2	$20 < x \leq 30$	$30 < x \leq 40$	$20 < x \leq 30$	$0 \leq x \leq 10$	30	5	$40 < x \leq 50$	$40 < x \leq 50$	$10 < x \leq 20$	$0 \leq x \leq 10$
12	1	$20 < x \leq 30$	$30 < x \leq 40$	$40 < x \leq 50$	$0 \leq x \leq 10$	31	1	$40 < x \leq 50$	$50 < x \leq 60$	$0 \leq x \leq 10$	$0 \leq x \leq 10$
13	1	$20 < x \leq 30$	$50 < x \leq 60$	$10 < x \leq 20$	$0 \leq x \leq 10$	32	5	$50 < x \leq 60$	$20 < x \leq 30$	$10 < x \leq 20$	$0 \leq x \leq 10$
14	1	$20 < x \leq 30$	$40 < x \leq 50$	$10 < x \leq 20$	$10 < x \leq 20$	33	6	$50 < x \leq 60$	$30 < x \leq 40$	$0 \leq x \leq 10$	$0 \leq x \leq 10$
15	1	$30 < x \leq 40$	$20 < x \leq 30$	$20 < x \leq 30$	$10 < x \leq 20$	34	2	$50 < x \leq 60$	$30 < x \leq 40$	$10 < x \leq 20$	$0 \leq x \leq 10$
16	1	$30 < x \leq 40$	$20 < x \leq 30$	$30 < x \leq 40$	$0 \leq x \leq 10$	35	1	$60 \leq x \leq 70$	$10 < x \leq 20$	$10 < x \leq 20$	$0 \leq x \leq 10$
17	3	$30 < x \leq 40$	$30 < x \leq 40$	$10 < x \leq 20$	$0 \leq x \leq 10$	36	1	$60 \leq x \leq 70$	$20 < x \leq 30$	$0 \leq x \leq 10$	$0 \leq x \leq 10$
18	1	$30 < x \leq 40$	$30 < x \leq 40$	$10 < x \leq 20$	$10 < x \leq 20$	37	1	$60 \leq x \leq 70$	$30 < x \leq 40$	$0 \leq x \leq 10$	$0 \leq x \leq 10$
19	2	$30 < x \leq 40$	$30 < x \leq 40$	$20 < x \leq 30$	$0 \leq x \leq 10$						

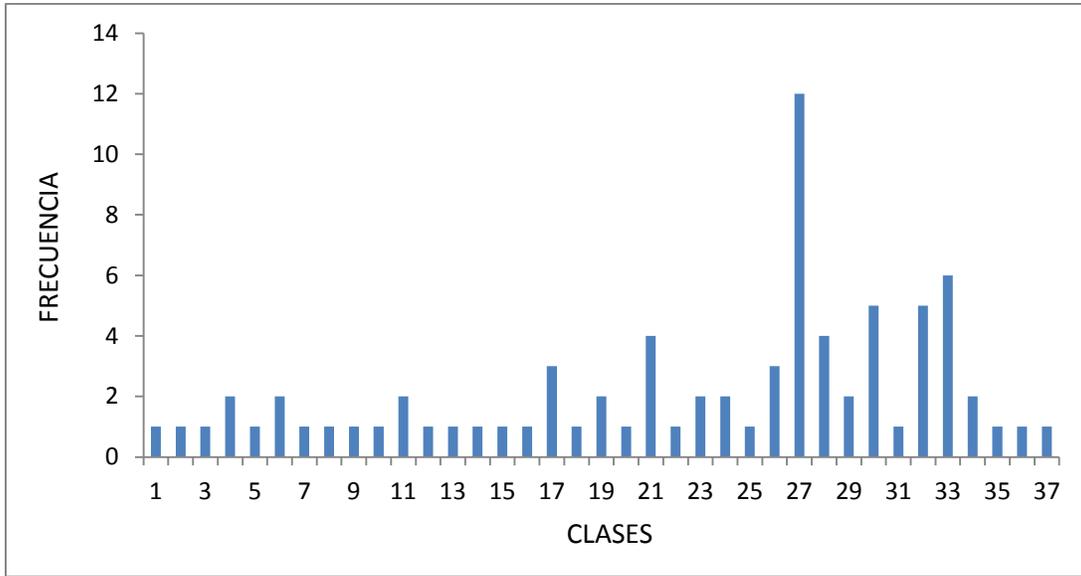


Figura 4.12.- Histograma para información experimental disponible de aceite mediano.

4.3.-Procedimiento de cálculo de la composición SARA.

La forma de resolver el sistema de ecuaciones señalado es la siguiente:

- Teniendo conocimiento de que los valores para los componentes SARA deben estar en el intervalo de 0 a 100, se asignan valores dentro de este intervalo a los componentes SA y AR , y se sustituyen en el sistema de ecuaciones formado por las expresiones:

$$SA_{asig} + AR_{asig} + RES + ASF = 100, \quad (4.8)$$

$$SA_{asig} f_{SA}^{bp} + AR_{asig} f_{AR}^{bp} + RES f_{RES}^{bp} + ASF f_{ASF}^{bp} = B. \quad (4.9)$$

- Conociendo los valores de todos los parámetros y variables independientes en el sistema de ecuaciones, se puede reordenar de la forma:

$$RES + ASF = 100 - (SA_{asig} + AR_{asig}), \quad (4.10)$$

$$RES f_{RES}^{bp} + ASF f_{ASF}^{bp} = B - (SA_{asig} f_{SA}^{bp} + AR_{asig} f_{AR}^{bp}). \quad (4.11)$$

- El sistema dado por las expresiones (4.10) y (4.11) se resuelve utilizando una metodología del tipo Gauss, obteniendo las siguientes expresiones para RES y ASF :

$$RES = \frac{\{[100 - (SA_{asig} + AR_{asig})] f_{ASF}^{bp} - [B - (SA_{asig} f_{SA}^{bp} + AR_{asig} f_{AR}^{bp})]\}}{\{[1 - f_{ASF}^{bp}] - [1 - f_{RES}^{bp}]\}}, \quad (4.12)$$

$$ASF = \frac{\{[B - (SA_{asig} f_{SA}^{bp} + AR_{asig} f_{AR}^{bp})] - [100 - (SA_{asig} + AR_{asig})] f_{RES}^{bp}\}}{\{[1 - f_{ASF}^{bp}] - [1 - f_{RES}^{bp}]\}} \quad (4.13)$$

- Con la resolución anterior se tiene un conjunto de composiciones SARA resultantes, del cual se descartan las composiciones que no cumplan con la restricción de la expresión (4.5).
- Las composiciones SARA que se conservan dentro del conjunto de resultados posibles se comparan con los histogramas generados por tipo de aceite, para identificar la probabilidad de ocurrencia para cada una de estas composiciones y se selecciona la o las composiciones cuya probabilidad sea mayor.
- Con las composiciones SARA de mayor probabilidad, se estiman envolventes de presión de saturación calculadas a partir de la ecuación (4.7), despejando el valor de b de las expresiones (4.4) y (4.6); y se comparan con la envolvente experimental disponible, y se buscan la composición SARA que cumpla la condición establecida por la ecuación (4.2).

De acuerdo al procedimiento ya mencionado, la tabla 4.8 presenta los resultados de la estimación de la composición SARA de 5 muestras de aceite tomadas de del Rio at al.⁷, para las cuales se conoce la información de la composición de las fracciones ligeras y la envolvente de presión de burbuja, mostrando una correspondencia adecuada entre los valores SARA experimentales disponibles para estos pozos y los valores SARA calculados.

Tabla 4.8. Comparación de valores SARA experimentales disponibles y valores SARA estimados en este trabajo para 5 pozos.

	WELL_1		WELL_3		WELL_4		WELL_7		WELL_10	
	CALC.	EXP.	CALC.	EXP.	CALC.	EXP.	CALC.	EXP.	CALC.	EXP.
SATURADOS	41	31.5	54	54.67	49	33.63	49	46.89	54	55.14
AROMATICOS	39	49.49	31	28.89	22	37.21	36	33.07	30	30.73
RESINAS	14.16	14.3	11.20	13.36	10.47	14.33	10.30	17.3	11.17	11.42
ASFALTENOS	5.84	4.06	3.80	3.08	18.53	14.83	4.70	2.72	4.83	4.21

Utilizando el modelo de cálculo establecido en este capítulo, se construye un algoritmo computacional en código FORTRAN para estimar la composición SARA más probable, a partir de conocer los porcentajes molares de los componentes H₂S, N₂ y CO₂, así como los datos experimentales de la envolvente de presiones de saturación del crudo en estudio. para mayor detalle ver apéndice A

5.- MODELO DE FLUJO EN ESTADO TRANSITORIO

Durante el proceso de producción de aceite en pozos es de esperarse que, a partir de una sección de la tubería, se tenga el flujo de más de una fase con propiedades físicas y químicas como presión, temperatura, composición, velocidad del fluido y colgamiento interrelacionándose. El modelado de estos parámetros de flujo es fundamental para el diseño de instalaciones y estrategias de producción; sin embargo, se debe considerar que los cálculos de despresurización para estos sistemas son complejos ya que el flujo varía con el tiempo. Además la interfase entre las fases involucradas puede presentar una variedad de configuraciones conocidas como patrones de flujo, que van a depender de las condiciones de presión, flujo y geometría del conducto y es una característica importante del flujo en dos fases⁵⁵; por lo que es necesario conocer el patrón de flujo para cada condición, debido a que la hidrodinámica del flujo y sus mecanismos cambian de un patrón a otro, los cuales contribuyen en un aumento significativo en la complejidad de la estimación de la caída de presión y las fracciones de cada fase de forma adecuada.⁴⁶ Para la obtención de los perfiles de presión, temperatura, velocidad del fluido y colgamiento de un sistema de flujo multifásico se deben resolver una o más ecuaciones diferenciales, las cuales son complejas debido al cambio de fase, el balance de masa, el balance de energía, flujo del fluido, además de una contribución temporal al ser tratado como un sistema dinámico.

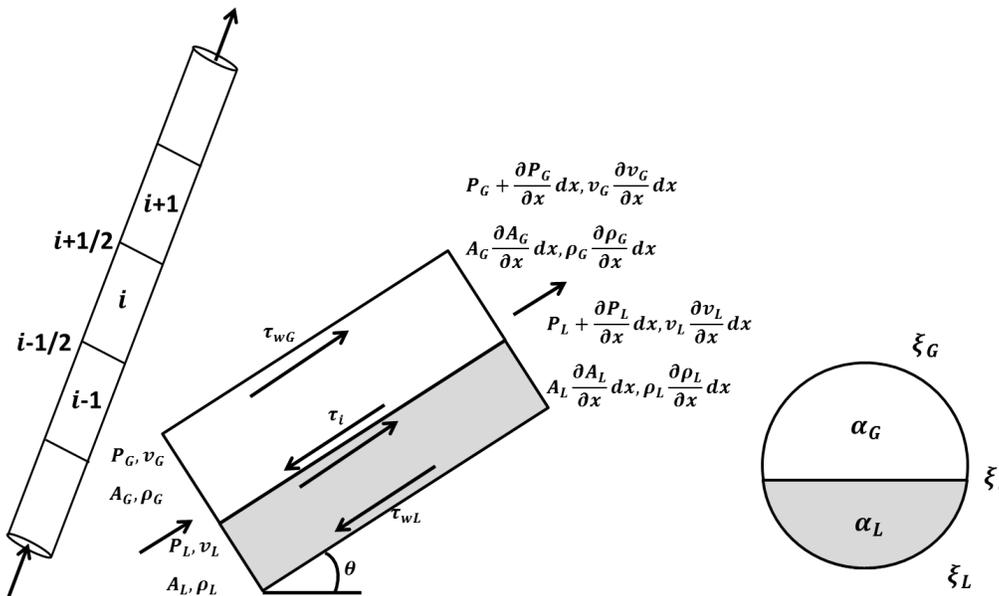


Figura 5.1.- Representación de un volumen de control para establecer las ecuaciones de conservación.

Modelar un flujo multifásico en un pozo requiere de un gran esfuerzo, pues se debe considerar no sólo el flujo del fluido a lo largo de la tubería, también se debe considerar las complicaciones atribuidas a la transferencia de calor entre el fluido y la formación adyacente que rodea a la tubería de producción. La solución de estos sistemas de ecuaciones diferenciales parciales regularmente es por aproximaciones numéricas donde la tubería de flujo se describe utilizando volúmenes de control como se muestra en la figura 5.1.

5.1.- Conservación de masa

En un sistema de flujo multifásico la ecuación de conservación de masa para cada fase k se cumple lo siguiente:

$$\begin{aligned} & \text{Masa acumulada} + \text{Flujo másico neto en el volumen de control} + \text{Masa de otras fases} = 0 \\ & Adx \frac{\partial(\alpha_k \rho_k)}{\partial t} + Adx \frac{\partial(\alpha_k \rho_k v_k)}{\partial x} + \sum_{i=1, i \neq k}^N m_{ki} = 0 . \end{aligned} \quad (5.1)$$

El término m_{ki} representa el flujo másico en la interfase proveniente de cada una de las otras fases hacia la fase k . Si por simplicidad se considera a m_{ki} como la suma de todos los flujos másicos hacia la fase k en lugar de que represente a la contribución de cada fase por separado, la ecuación se modifica tal que:

$$\frac{\partial(\alpha_k \rho_k)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_k \rho_k v_k)}{\partial x} = \frac{m_{ki}}{Adx} . \quad (5.2)$$

Las ecuaciones de continuidad para cada fase son muy similares a la ecuación de continuidad para un sistema monofásico de flujo, pero con un término extra en el lado derecho de la expresión, que es un flujo másico específico por unidad de volumen y se denota como $\Gamma_k \left(\frac{kg}{m^3s} \right)$, de tal manera que la ecuación anterior se puede expresar como:

$$\frac{\partial(\alpha_k \rho_k)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_k \rho_k v_k)}{\partial x} = \Gamma_k . \quad (5.3)$$

Este desarrollo es válido si se considera que el volumen de control se encuentra restringido a que la única fuente de masa está en la entrada de éste y no existen fuentes adicionales de suministro de masa hacia alguna de las fases y por lo tanto al sistema en general.

Una relación importante a considerar es que un cambio de fase no puede ocasionar una alteración en la masa total, por lo que la ganancia de una fase es la respectiva pérdida de otra fase y puede ser expresada como:

$$\sum_{k=1}^N \Gamma_k = 0 . \quad (5.4)$$

Otra relación sumamente útil proviene de la definición de lo que es la fracción de volumen, la cual implica que la suma de todas las fracciones de volumen debe ser 1 para llenar la sección transversal de la tubería, esto comúnmente es referido como una restricción de saturación y se expresa como:

$$\sum_{k=1}^N \alpha_k = 1 . \quad (5.5)$$

En el caso de una mezcla, la ecuación de continuidad es resultado de la suma de las ecuaciones de continuidad para cada una de las fases, que en conjunto con las relaciones descritas por las ecuaciones (5.4) y (5.5) puede formularse de la forma:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_m) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho_m v_m) = 0 . \quad (5.6)$$

Las ecuaciones mostradas anteriormente conforman las bases para la conservación de masa en el flujo multifásico en tuberías.

5.2.- Conservación de momento.

Al aplicar la segunda ley de Newton a una fase, se puede describir como:

*Masa * Aceleración = Suma de todas las fuerzas*

$$Adx\alpha_k\rho_k * \frac{dv_k}{dt} = \sum F_k ; \quad (5.7)$$

la diferencial de la velocidad puede expresarse en derivadas parciales de la siguiente forma:

$$dv_k = \frac{\partial v_k}{\partial t} dt + \frac{\partial v_k}{\partial x} dx , \quad (5.8)$$

al dividir todos los términos de la expresión anterior entre dt y definiendo la velocidad como $\frac{dx}{dt} = v$, se obtiene:

$$\frac{dv_k}{dt} = \frac{\partial v_k}{\partial t} + v \frac{\partial v_k}{\partial x} , \quad (5.9)$$

y al insertar esta expresión en la ecuación que describe la segunda ley de Newton a una fase, queda como:

$$Adx\alpha_k\rho_k \left(\frac{\partial v_k}{\partial t} + v \frac{\partial v_k}{\partial x} \right) = \sum F_k ; \quad (5.10)$$

al expresar la derivada de un producto, se puede formular lo siguiente:

$$\frac{\partial[(\alpha_k\rho_k)v_k]}{\partial t} = \alpha_k\rho_k \frac{\partial v_k}{\partial t} + v_k \frac{\partial(\alpha_k\rho_k)}{\partial t} , \quad (5.11)$$

y despejando queda:

$$\alpha_k\rho_k \frac{\partial v_k}{\partial t} = \frac{\partial[(\alpha_k\rho_k)v_k]}{\partial t} - v_k \frac{\partial(\alpha_k\rho_k)}{\partial t} , \quad (5.12)$$

similarmemente:

$$\alpha_k \rho_k v_k \frac{\partial v_k}{\partial x} = \frac{\partial(\alpha_k \rho_k v_k^2)}{\partial x} - v_k \frac{\partial(\alpha_k \rho_k v_k)}{\partial x} ; \quad (5.13)$$

insertando las dos expresiones anteriores en la ecuación (5.10), queda como:

$$Adx \left(\frac{\partial[(\alpha_k \rho_k) v_k]}{\partial t} - v_k \frac{\partial(\alpha_k \rho_k)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_k \rho_k v_k^2)}{\partial x} - v_k \frac{\partial(\alpha_k \rho_k v_k)}{\partial x} \right) = \sum F_k , \quad (5.14)$$

La cual, reorganizando términos resulta como:

$$\frac{\partial[(\alpha_k \rho_k) v_k]}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_k \rho_k v_k^2)}{\partial x} - v_k \left[\frac{\partial(\alpha_k \rho_k)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_k \rho_k v_k)}{\partial x} \right] = \frac{\sum F_k}{Adx} ; \quad (5.15)$$

los términos dentro de los corchetes en la expresión anterior resultan ser la parte izquierda de la expresión de conservación de masa, por lo que sustituyendo se tiene:

$$\frac{\partial[(\alpha_k \rho_k) v_k]}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_k \rho_k v_k^2)}{\partial x} = v_k \Gamma_k + \frac{\sum F_k}{Adx} , \quad (5.16)$$

así, se puede observar el término de transferencia de masa entre fases en la expresión de conservación de momento, puesto que el fluido va de una fase a otra dentro del volumen de control y a lo largo de toda la tubería.

Adicionalmente, las diferentes fuerzas que actúan sobre una fase deben determinarse para cuantificar $\sum F_k$, en estas contribuciones van a existir fuerzas por presión, gravedad y fricción, además de contribuciones adicionales. Las distintas fuerzas que actúan en la fase k pueden expresarse como:

$$\frac{\sum F_k}{Adx} = F_{kp} + F_{kg} + \mathbf{R}_{ki} + \mathbf{R}_{kw} + \mathbf{R}_{ka} , \quad (5.17)$$

donde:

F_{kp} = Fuerza por gradiente de presión a lo largo de la tubería.

F_{kg} = Fuerza por gravedad a lo largo de la tubería debido a la elevación.

\mathbf{R}_{ki} = Fuerza por fricción entre fases (es la suma de las contribuciones de cada fase).

\mathbf{R}_{kw} = Fuerza por fricción de la fase k con la pared de la tubería.

\mathbf{R}_{ka} = Fuerzas de contribuciones adicionales.

Es de notarse que debido a que $\sum F_k$ está multiplicado por el término $\frac{1}{Adx}$, todos los términos de fuerza en el lado derecho de la expresión anterior están en una forma de volumen específico o sea, son fuerzas por unidad de volumen de la tubería $\left[\frac{N}{m^3} \right]$.

La expresión de la fuerza por gradiente de presión, F_{kp} , puede encontrarse expresando la fuerza a la salida del volumen de control estudiado. La fuerza neta en volumen específico en la dirección axial debido a la presión en la superficie en la fase k se calcula como:

$$F_{kp} = \frac{A\alpha_k P_k + F_{kint} - A\left(\alpha_k + \frac{\partial\alpha_k}{\partial x} dx\right)\left(P_k + \frac{\partial P_k}{\partial x} dx\right)}{A dx} \quad (5.18)$$

F_{kint} es la fuerza axial interna en la fase k debido a la presión en la superficie dentro del volumen de control. Esta fuerza depende tanto de como varían la presión y la forma de la fase desde la entrada hasta la salida del volumen de control.

Al considerar un volumen de control lo suficientemente adecuado para considerar que la presión y la fracción volumétrica varían linealmente desde la entrada hasta la salida del volumen de control, para la fase k , se tiene que la presión promedio se expresa como $P_k + \frac{1}{2} \frac{\partial P_k}{\partial x} dx$ y el área efectiva a la cual la fuerza axial trabaja es $A \frac{\partial\alpha_k}{\partial x} dx$. Haciendo la sustitución:

$$F_{kint} = A \frac{\partial\alpha_k}{\partial x} dx \left(P_k + \frac{1}{2} \frac{\partial P_k}{\partial x} dx \right), \quad (5.19)$$

en la ecuación (5.18) se tiene:

$$F_{kp} = \frac{A\alpha_k P_k + A \frac{\partial\alpha_k}{\partial x} dx \left(P_k + \frac{1}{2} \frac{\partial P_k}{\partial x} dx \right) - A\left(\alpha_k + \frac{\partial\alpha_k}{\partial x} dx\right)\left(P_k + \frac{\partial P_k}{\partial x} dx\right)}{A dx}, \quad (5.20)$$

y simplificando:

$$F_{kp} = \frac{-A\alpha_k \frac{\partial P_k}{\partial x} dx - \frac{1}{2} A \frac{\partial\alpha_k}{\partial x} dx \frac{\partial P_k}{\partial x} dx}{A dx}, \quad (5.21)$$

ignorando los términos de orden superior, cualquier distribución de presión dentro del elemento de control se representa de la forma siguiente:

$$F_{kp} = -\alpha_k \frac{\partial P_k}{\partial x}. \quad (5.22)$$

Por otra parte, la fuerza por gravedad en volumen específico puede expresarse de la forma:

$$F_{kg} = -\alpha_k \rho_k g \sin \theta. \quad (5.23)$$

Adicionalmente, las fuerzas R_{kw} se pueden escribir en términos del esfuerzo de cada una de las fases con la pared (τ_{wk}) de tal forma que se puede expresar en función de la fricción que el fluido ejerce con la pared de la tubería, con la fase adyacente (τ_i) y del perímetro mojado en la pared del tubo (ξ_k) y en la interfase (ξ_i):

$$R_{ki} = \frac{\tau_i \xi_i}{A}, \quad (5.24)$$

$$\mathbf{R}_{kw} = \frac{\tau_{wk}\xi_k}{A}, \quad (5.25)$$

$$\frac{\partial[(\alpha_k\rho_k)v_k]}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_k\rho_kv_k^2)}{\partial x} = v_k\Gamma_k - \alpha_k\frac{\partial P_k}{\partial x} - \alpha_k\rho_k g \sin \theta + (\mathbf{R}_{ki} + \mathbf{R}_{kw} + \mathbf{R}_{ka}). \quad (5.26)$$

A partir de la expresión de conservación de momento por fases separadas y de considerar que el medio conductor, a través del cual se transporta el fluido, es cilíndrico como se observa en la figura 5.1, para la fase líquida se tiene:

$$\frac{\partial[(\alpha_L\rho_L)v_L]}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_L\rho_Lv_L^2)}{\partial x} = -v_i\Gamma_i - \alpha_L\frac{\partial P}{\partial x} - \alpha_L\rho_L g \sin \theta - \frac{\tau_{wL}\xi_L}{A} + \frac{\tau_i\xi_i}{A}, \quad (5.27)$$

mientras que para la fase gas se tiene:

$$\frac{\partial[(\alpha_G\rho_G)v_G]}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_G\rho_Gv_G^2)}{\partial x} = v_i\Gamma_i - \alpha_G\frac{\partial P}{\partial x} - \alpha_G\rho_G g \sin \theta - \frac{\tau_{wG}\xi_G}{A} - \frac{\tau_i\xi_i}{A}. \quad (5.28)$$

Para describir la conservación de momento de la mezcla, se suman las dos ecuaciones anteriores y utilizando las expresiones para la densidad y la velocidad de la mezcla en su centro de masa, se tiene entonces:

$$\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial t}(\rho_m v_m) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho_m v_m^2) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\rho_G\rho_L\alpha_L(1-\alpha_L)v_r^2}{\rho_m}\right) + \frac{\tau_{wL}\xi_L + \tau_{wG}\xi_G}{A} + \rho_m g \sin \theta + \frac{\partial}{\partial z}(\tau + \tau^{turb}) = 0. \quad (5.29)$$

Considerando que en el caso de una tubería cilíndrica

$$\left(\frac{\tau_{wL}\xi_L + \tau_{wG}\xi_G}{A}\right) = \frac{f\rho_m v_m^2}{2d}, \quad (5.30)$$

entonces la expresión para la ecuación de conservación de momento para la mezcla es

$$\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial t}(\rho_m v_m) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho_m v_m^2) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\rho_G\rho_L\alpha_L(1-\alpha_L)v_r^2}{\rho_m}\right) + \frac{f\rho_m v_m^2}{2d} + \rho_m g \sin \theta + \frac{\partial}{\partial z}(\tau + \tau^{turb}) = 0. \quad (5.31)$$

Generalmente, la ecuación de conservación de momento considera tres contribuciones principales para describir el gradiente de presión, que son: por aceleración, por fricción y por elevación. La mayor parte de las ocasiones estas tres contribuciones son suficientes para describir un perfil de caídas de presión en una tubería en la que el fluido es estable y ligeramente compresible. Sin embargo, en los casos donde debido a los cambios de presión y velocidad del fluido se tienen turbulencias, una contribución adicional debe ser tomada en cuenta, y es la contribución al gradiente de presión por efectos de esfuerzo viscoso.

Una forma sencilla para describir este efecto es, de acuerdo a como lo presente Ishii¹⁰³, utilizando al esfuerzo viscoso promedio de la fase para obtener el esfuerzo viscoso promedio de la mezcla, así que para una fase se tiene:

$$\bar{\boldsymbol{\tau}}_k = 2\mu_k \mathbb{D}_k, \quad (5.32)$$

donde:

$$\mathbb{D}_k = \frac{1}{2} [\nabla \hat{\boldsymbol{v}}_k + (\nabla \hat{\boldsymbol{v}}_k)^T], \quad (5.33)$$

mientras que para la mezcla el estrés viscoso promedio se presenta de la forma:

$$\bar{\boldsymbol{\tau}} = \sum_{k=1}^2 \alpha_k \mu_k [\nabla \boldsymbol{v}_k + (\nabla \boldsymbol{v}_k)^+]. \quad (5.34)$$

Si se define la velocidad de deslizamiento como:

$$\boldsymbol{V}_{gj} = \boldsymbol{j} - \hat{\boldsymbol{v}}_g, \quad (5.35)$$

en donde \boldsymbol{j} es la velocidad superficial de la mezcla, y \boldsymbol{V}_{gj} es la velocidad de deslizamiento del gas, la cual se puede derivar del modelo de dos fases para diferentes patrones de flujo¹⁰³.

Sustituyendo la definición de velocidad de deslizamiento y considerando un flujo de dos fases en la cual una es dispersa, sin tomar en cuenta los efectos de la interfase se tiene:

$$\bar{\boldsymbol{\tau}} = \sum_{k=1}^2 \alpha_k \mu_k [\nabla \boldsymbol{j} + (\nabla \boldsymbol{j})^T] + \alpha_d (\mu_d - \mu_c) [\nabla \boldsymbol{V}_{gj} + (\nabla \boldsymbol{V}_{gj})^T]. \quad (5.36)$$

Por otra parte, considerando el esfuerzo turbulento de la mezcla, se puede notar que es el resultado de la suma de los esfuerzos de cada fase $\alpha_k \bar{\boldsymbol{\tau}}_k^{turb}$.

Si las dos fases están fuertemente acopladas o los tamaños de las turbulencias son grandes en comparación con la dimensión característica de la fase dispersa, tenemos entonces:

$$\bar{\boldsymbol{\tau}}^{Turb} = 2\mu_m^{T*} \rho_m l^2 \sqrt{2\mathbb{D}_m : \mathbb{D}_m} \mathbb{D}_m, \quad (5.37)$$

donde:

$$\mathbb{D}_m = \frac{1}{2} [\nabla \hat{\boldsymbol{v}}_m + (\nabla \hat{\boldsymbol{v}}_m)^T], \quad (5.38)$$

Si la dimensión de la fase dispersa es despreciable respecto al tamaño de las turbulencias, la parte dominante del esfuerzo de la mezcla se define por la fase continua, por lo tanto se tiene:

$$\bar{\bar{\tau}}^{Turb} = 2\alpha_c \mu_c^{T*} \rho_c l^2 \sqrt{2\mathbb{D}_c : \mathbb{D}_c} \mathbb{D}_c, \quad (5.39)$$

o bien:

$$\bar{\bar{\tau}}^{Turb} = 2\mu_c^{turb} \mathbb{D}_c, \quad (5.40)$$

con:

$$\mathbb{D}_c = \frac{1}{2} [\nabla \mathbf{j} + (\nabla \mathbf{j})^T] - \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha_d}{1-\alpha_d} \right) \left[\nabla \mathbf{V}_{dj} + (\nabla \mathbf{V}_{dj})^T \right]. \quad (5.41)$$

Las expresiones (5.32) a (5.41) están desarrolladas en tres dimensiones, sin embargo cuando se tiene un modelo de flujo en una dimensión, tal como se muestra en la ecuación (5.31), los tensores de esfuerzo $\bar{\tau}$ y $\bar{\bar{\tau}}^{Turb}$ se sustituyen por los respectivos componentes normales en la dirección axial del flujo, τ_{xx} y τ_{xx}^{turb} .

Finalmente, la ecuación (5.31) se modifica por la adición de la contribución del efecto viscoso al gradiente de presión y considerando la velocidad de la mezcla en su centro de masa en términos de la velocidad relativa de las fases

$$\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t} (\rho_m v_m) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_m v_m^2) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho_G \rho_L \alpha_L (1-\alpha_L) v_r^2}{\rho_m} \right) + \frac{f \rho_m v_m^2}{2d} + \rho_m g \sin \theta + \frac{\partial}{\partial x} (\tau_{xx} + \tau_{xx}^{turb}) = 0. \quad (5.42)$$

5.3.- Ecuación de energía.

La energía acumulada en cada fase debe ser igual a la suma total de lo que se le brinda menos la que se libera, más cualquier calor y trabajo añadido desde otras fases o el exterior. Adicionalmente, es posible que la fase reciba calor y trabajo, así como materia (que contenga energía) desde otras fases.

La conservación de energía neta en la fase k se describe de la siguiente forma:

$$\begin{array}{l} \text{Rapidez de cambio de} \\ \text{energía dentro de la fase} \end{array} = \begin{array}{l} \text{Calor neto} \\ \text{en la fase} \end{array} + \begin{array}{l} \text{Rapidez de trabajo} \\ \text{hecho sobre la fase} \end{array} \dots$$

El lado izquierdo de la expresión anterior puede definirse como:

$$LI = \frac{d}{dt} (\alpha_k \rho_k A dx E_k), \quad (5.43)$$

$\alpha_k \rho_k A dx$ = masa de la fase k .

E_k = energía total por unidad de masa en la fase k .

Haciendo el siguiente arreglo:

$$LI = Adx \frac{d}{dt} (\alpha_k \rho_k E_k) , \quad (5.44)$$

la expresión anterior puede reformularse como:

$$LI = Adx \left[\alpha_k \rho_k \frac{d}{dt} (E_k) + E_k \frac{d}{dt} (\alpha_k \rho_k) \right] . \quad (5.45)$$

Realizando una serie de sustituciones algebraicas adecuadas, y considerando que la ecuación de continuidad implica:

$$E_k \frac{\partial(\alpha_k \rho_k)}{\partial t} + E_k \frac{\partial(\alpha_k \rho_k v_k)}{\partial x} = 0 , \quad (5.46)$$

se obtiene:

$$LI = Adx \left(\frac{\partial(\alpha_k \rho_k E_k)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_k \rho_k v_k E_k)}{\partial x} \right) . \quad (5.47)$$

Adicionalmente, se considera que la energía específica E_k tiene tres partes:

$$E_k = U_k + \frac{v_k^2}{2} + gz_k , \quad (5.48)$$

con:

U_k = energía interna específica de la fase k

$\frac{v_k^2}{2}$ = energía cinética de la fase k

gz_k = energía potencial de la fase k debido a una elevación z desde un nivel de referencia

En la parte derecha de la ecuación, el calor por unidad de volumen de la fase k , en un volumen de control se define como $\rho_k q_k \alpha_x Adx$. Mientras que el último término, velocidad de trabajo hecho en el elemento es la tasa neta de trabajo hecha por la presión en la dirección axial del flujo. Debido a que las fuerzas en la dirección positiva del flujo realiza un trabajo positivo, un crecimiento de $p v$ significa que se realiza un trabajo negativo, por lo que:

$$LD2 = - \frac{\partial(p v_k)}{\partial x} dx A \alpha_k , \quad (5.49)$$

combinando las expresiones anteriores y aplicando la definición de entalpía:

$$h = U + \frac{p}{\rho} , \quad (5.50)$$

se obtiene la ecuación:

$$\frac{\partial \alpha_k \rho_k \left(U_k + \frac{v_k^2}{2} + g z_k \right)}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial x} \left[\alpha_k \rho_k v_k \left(h_k + \frac{v_k^2}{2} + g z_k \right) \right] + q_k . \quad (5.51)$$

En el caso de una mezcla de fases, de forma análoga a la conservación de energía en una fase, existe un intercambio de calor entre la formación que rodea al pozo y el pozo mismo, por lo que debe considerarse un balance de energía que incluya un intercambio de calor por conducción con la formación, así como un transporte convectivo desde el seno del fluido hacia el exterior y viceversa. La suma de los términos conductivos y convectivos refieren la acumulación de energía en el sistema, causando un cambio en la temperatura del fluido del pozo y del sistema de tubería que transporta al fluido (tubería, tubería de revestimiento, cemento). La ecuación que describe este intercambio de calor se expresa de la forma:

$$Q = \frac{d(m_m E_m + m_{tcc} E_{tcc})}{dt} + \frac{d}{dz} w \left(h_m + \frac{v_m^2}{2} + g z \sin \theta \right), \quad (5.52)$$

donde el intercambio de calor, Q , es igual a la suma del cambio de energía interna en el fluido, $\frac{d(m_m E_m)}{dt}$, más el cambio de energía interna en el sistema del pozo, $\frac{d(m_{tcc} E_{tcc})}{dt}$, y el término de convección.

El gradiente de energía interna del fluido puede expresarse como función de la entalpía, presión y temperatura:

$$\begin{aligned} \frac{d(m_m E_m)}{dt} &= A \frac{d(\rho_m E_m)}{dt} = A \frac{d\{\rho_m (h_m - P/\rho_m)\}}{dt} \\ &= A \rho_m \frac{dh_m}{dt} - A \rho_m \frac{d(P/\rho_m)}{dt} + A (h_m - P/\rho_m) \frac{d\rho_m}{dt} \\ &= A \rho_m \frac{dh_m}{dP} \left(\frac{dP}{dt} \right)_T + A \rho_m \frac{dh_m}{dT} \left(\frac{dT}{dt} \right)_P - A \rho_m \frac{d(P/\rho_m)}{dt} + A (h_m - P/\rho_m) \frac{d\rho_m}{dt} \\ &= A \rho_m c_{pm} \eta_m \frac{dP}{dt} + A \rho_m c_{pm} \frac{dT}{dt} - A \rho_m \frac{d(P/\rho_m)}{dt} + A (h_m - P/\rho_m) \frac{d\rho_m}{dt}, \quad (5.53) \end{aligned}$$

por lo que la ecuación (5.52) puede reescribirse de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} q &= -A \rho_m c_{pm} \eta_m \frac{dP}{dt} + A \rho_m c_{pm} \frac{dT}{dt} - A \rho_m \frac{d(P/\rho_m)}{dt} + A (h_m - P/\rho_m) \frac{d\rho_m}{dt} + \\ &A \rho_{tcc} c_{ptcc} \frac{dT}{dt} + \frac{d}{Adz} w \left(h_m + \frac{v_m^2}{2} + g z \sin \theta \right). \quad (5.54) \end{aligned}$$

Reformulando:

$$q = (h_m - P/\rho_m) \frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \rho_m c_{pm} \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_{tcc} c_{ptcc} \frac{dT}{dt} - \rho_m c_{pm} \eta_m \frac{\partial P}{\partial t}$$

$$-\rho_m \frac{\partial(P/\rho_m)}{\partial t} + \frac{d}{Adz} w \left(h_m + \frac{v_m^2}{2} + gz \sin \theta \right), \quad (5.55)$$

Donde:

h_m = Entalpía de la mezcla

P = Presión

ρ_m = densidad de la mezcla

ρ_{tcc} = densidad promedio de tubo, tubería de revestimiento, cemento

c_{pm} = Capacidad calorífica de la mezcla

c_{ptcc} = Capacidad calorífica promedio del sistema del pozo

η_m = Coeficiente de Joule-Thompson

v_m = velocidad de la mezcla

La figura 5.2 muestra las diferentes resistencias al calor entre el fluido del pozo y la formación que lo rodea.

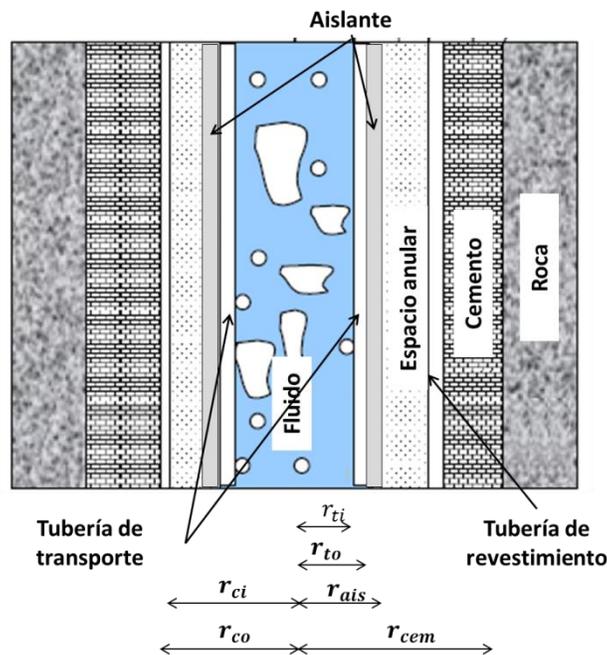


Figura 5.2. Resistencia entre el fluido y la formación que rodea al pozo.

La capacidad calorífica de la mezcla puede ser calculada a partir de la siguiente ecuación:

$$c_{pm} = c_{pg} (1 - \alpha_L) \frac{\rho_g}{\rho_m} + c_{pL} \alpha_L \frac{\rho_L}{\rho_m}, \quad (5.56)$$

en donde c_{pg} y c_{pL} son las capacidades caloríficas del gas y del líquido, respectivamente. Para el cálculo de la capacidad calorífica del líquido se utiliza la siguiente correlación, en términos de la temperatura y la gravedad específica del líquido¹⁰⁵:

$$c_{pL} = \frac{1684 + 3.389 T}{\sqrt{\gamma_L}}; \quad (5.57)$$

para el caso del gas, la capacidad calorífica puede expresarse utilizando un polinomio de cuarto orden:¹⁰⁴

$$c_{pg} = AT^4 + BT^3 + CT^2 + DT + E, \quad (5.58)$$

en donde los parámetros A, B, C, D y E son descritos en términos de la presión como polinomios de tercer orden:

$$A(P) = -2.52 \times 10^{-22}P^3 + 1.34 \times 10^{-18}P^2 - 9.15 \times 10^{-16}P + 1.62 \times 10^{-13}, \quad (5.59)$$

$$B(P) = 5.37 \times 10^{-19}P^3 - 2.85 \times 10^{-15}P^2 + 1.37 \times 10^{-12}P - 4.67 \times 10^{-10}, \quad (5.60)$$

$$C(P) = -3.47 \times 10^{-16}P^3 + 1.86 \times 10^{-12}P^2 - 2.01 \times 10^{-11}P + 3.95 \times 10^{-17}, \quad (5.61)$$

$$D(P) = 7.70 \times 10^{-14}P^3 - 4.21 \times 10^{-10}P^2 - 5.96 \times 10^{-7}P + 3.70 \times 10^{-4}, \quad (5.62)$$

$$E(P) = -1.03 \times 10^{-11}P^3 + 5.24 \times 10^{-8}P^2 + 1.55 \times 10^{-4}P + 4.88 \times 10^{-1}. \quad (5.63)$$

La capacidad calorífica del sistema tubo-tubería de revestimiento-cemento, puede ser calculada como el promedio en peso de las capacidades caloríficas de cada componente del sistema:

$$c_{pttc} = \frac{m_{tubo}}{m_{total}} c_{p\ tubo} + \frac{m_{treb}}{m_{total}} c_{p\ trev} + \frac{m_{cemento}}{m_{total}} c_{p\ cemento}, \quad (5.64)$$

donde $m_{total} = m_{tubo} + m_{treb} + m_{cemento}$, y m es el peso del tubo, casing y cemento en un volumen de control.

El intercambio de calor entre el fluido y la formación, q , puede calcularse con la siguiente ecuación:

$$q = 2\pi r_{to} U_{to} (T_f - T_{wb}) , \quad (5.65)$$

donde T_f es la temperatura del fluido fluyente U_{to} , es el coeficiente global de transferencia de calor y expresa:

$$\begin{aligned} \frac{1}{U_{to}} = & \frac{r_{to}}{r_{ti} h_{to}} + \frac{r_{to} \ln(r_{to}/r_{ti})}{k_t} + \frac{r_{to} \ln(r_{ais}/r_o)}{k_{ais}} + \frac{r_{to}}{r_{ins}(h_c+h_r)} + \frac{r_{to} \ln(r_{co}/r_{ci})}{k_{trev}} \\ & + \frac{r_{to} \ln(r_{wb}/r_{co})}{k_{cem}} ; \end{aligned} \quad (5.66)$$

esta ecuación presenta diferentes resistencias que existen en la transmisión de calor entre el fluido y la interfase. $\frac{r_{to}}{r_{ti} h_{to}}$, muestra la convección dentro del tubo. $\frac{r_{to} \ln(r_{to}/r_{ti})}{k_t}$, $\frac{r_{to} \ln(r_{ais}/r_o)}{k_{ais}}$ son la transferencia de calor por conducción en el espesor del tubo y el aislante alrededor del tubo. $\frac{r_{to}}{r_{ins}(h_c+h_r)}$, $\frac{r_{to} \ln(r_{co}/r_{ci})}{k_{trev}}$, $\frac{r_{to} \ln(r_{wb}/r_{co})}{k_{cem}}$ son los términos de transferencia de calor por convección dentro del tubo, conducción a través de la tubería de revestimiento y conducción a través del espesor del cemento, respectivamente.

En un sistema multifásico, es posible calcular el coeficiente de Joule Thompson a partir de la aproximación teórica desarrollada por Alves et al.¹⁰⁶, que ha mostrado buenos resultados al calcular perfiles de temperatura. La ecuación para estimar el coeficiente de Joule Thompson se puede expresar:

$$\eta_m = \frac{1}{c_p \rho_m} \left\{ (1 - \alpha_L) \left(\frac{-T}{Z} \right) \left(\frac{dZ}{dT} \right)_P + \alpha_L \right\} . \quad (5.67)$$

5.4.- Modelo de flujo de deriva.

El modelo de flujo de deriva es una simplificación del modelo de flujo de fases separadas (bifásico), que centra su atención en la velocidad relativa de las fases y en la velocidad de la mezcla. El concepto básico del flujo de deriva se basa en considerar a la mezcla como un todo, en lugar de considerar dos fases separadas. Bajo este concepto, el aspecto más importante del modelo de flujo de deriva es la reducción del número de ecuaciones necesarias para su formulación, en comparación con el modelo de fases separadas.¹⁴

El modelo de deriva se vuelve más simple en su descripción, generando la pérdida de algunas características del flujo de más de una fase por la ausencia de algunas ecuaciones fundamentales del flujo; sin embargo estas carencias se compensan utilizando ecuaciones constitutivas de acuerdo al tipo de fluido que se tenga, al colgamiento de las fases y al patrón de flujo que se desarrolle localmente. Otros aspectos interesantes del modelo de flujo de deriva se relacionan con el escalamiento de sistemas que tienen aplicación directa en la planeación y diseño de sistemas de ingeniería y experimentales de flujo multifásico. Además, es importante señalar que el modelo

debe formularse basado en la mezcla en su centro de masa, para preservar las características aditivas de las variables extensivas.

Estrictamente hablando, el modelo de flujo de deriva se expresa en términos de tres ecuaciones de conservación que son continuidad de una fase, continuidad y momento de la mezcla, adicionando una cuarta ecuación que describe la conservación de energía para la mezcla, de tal forma que se tiene:

Ecuación de continuidad para la fase aceite:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_L \rho_L) + \frac{\partial}{\partial z} (v_L \alpha_L \rho_L) - \Gamma = 0. \quad (5.68)$$

Ecuación de continuidad para la mezcla:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho_m] + \frac{\partial}{\partial z} [\rho_m v_m] = 0. \quad (5.69)$$

Ecuación de conservación de momento para la mezcla:

$$\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial t} (\rho_m v_m) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_m v_m^2) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho_G \rho_L \alpha_L (1 - \alpha_L) v_r^2}{\rho_m} \right) + \frac{f \rho_m v_m^2}{2 d} + \rho_m g \sin \theta + \frac{\partial}{\partial z} (\tau + \tau^{turb}) = 0. \quad (5.70)$$

Ecuación de conservación de energía para la mezcla:

$$q = (h_m - P/\rho_m) \frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \rho_m c_{pm} \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_{tcc} c_{ptcc} \frac{dT}{dt} - \rho_m c_{pm} \eta_m \frac{\partial P}{\partial t} - \rho_m \frac{\partial (P/\rho_m)}{\partial t} + \frac{d}{Adz} w \left(h_m + \frac{v_m^2}{2} + gz \sin \theta \right). \quad (5.71)$$

5.5.- Patrones de flujo.

Durante el desarrollo de un flujo multifásico a través de tuberías, las fases presentes en el flujo pueden adquirir diferentes configuraciones o arreglos geométricos denominados patrones de flujo que dependen fuertemente de la presión, el flujo y la forma de la tubería. En los modelos, ya sean empíricos, mecanicistas o por fases separadas, el comportamiento del flujo varía en función del patrón de flujo presente, por ello es de suma importancia tener una estimación adecuada de estos patrones de flujo a lo largo de la tubería de producción. Esencialmente, todas las predicciones de patrones de flujo están referidas a datos de sistemas de baja presión, despreciando la transferencia de masa entre las fases y con una sola fase líquida.¹⁰⁸ Como consecuencia, se puede tener resultados erróneos en pozos de alta presión y alta temperatura, así como en pozos productores de aceite y agua o pozos con tendencia a la formación de espumas.

En el caso particular de pozos productores de aceite, la mayoría de los trabajos de investigación reconocen la existencia de cuatro patrones de flujo principales: burbuja, bache, agitado y anular, como se muestran esquemáticamente en la figura 5.3.

El flujo tipo burbuja se caracteriza por la presencia de la fase gas distribuida de uniformemente en forma de burbujas embebidas en una fase líquida continua, algunas de estas burbujas pueden ser más grandes y moverse a una mayor velocidad que la del líquido, ocasionando un deslizamiento entre las fases. Por otra parte, si las burbujas son pequeñas y se trasladan a la misma velocidad del líquido, sin ocasionar un deslizamiento entre las fases, se dice que el tipo de flujo es disperso.

En el flujo tipo bache, el gas se localiza en un espacio considerable dentro de la tubería con una forma axialmente simétrica en forma de bala y ocupa casi toda el área transversal de la tubería, a esta forma se le denomina burbuja de Taylor.¹⁰⁸ Por otro lado, la fase líquida dentro de la tubería forma un bache con una serie de burbujas pequeñas uniformemente distribuidas y a su vez este bache de líquido separa dos burbujas de Taylor. Además, el líquido forma una película alrededor de las burbujas de Taylor y normalmente su dirección de flujo es descendente, mientras que las burbujas de Taylor y los baches de líquido tienen una dirección ascendente.

Por otro lado, el flujo agitado es desordenado y los baches de líquido, así como las burbujas de Taylor se encuentran distorsionados y ninguna de las fases, líquido y gas, son continuas en la tubería. En este tipo de flujo es común una oscilación, o alternancia, en la dirección del movimiento de la fase líquida.

Por último, el flujo anular se caracteriza por la presencia de un flujo continuo de gas en el seno de la tubería, mientras que la fase líquida fluye ascendentemente en forma de una película existente entre la pared de la tubería y el bulto de gas, así como en forma de pequeñas gotas de líquido distribuidas en el gas. A medida que la velocidad del flujo de gas aumenta, una mayor cantidad de líquido se dispersa, haciendo que la película de líquido en la pared sea cada vez más delgada. En este tipo de flujo, dos parámetros de importancia son: el esfuerzo de corte en la interfase del bulto de gas y la película de líquido, además de la cantidad de líquido que se incorpora al bulto del flujo.

La secuencia típica de aparición de los diferentes patrones de flujo es la siguiente: desde el fondo del pozo, un flujo de aceite a condiciones de presión por arriba de la presión de saturación fluye únicamente en fase líquida, conforme el fluido sube por la tubería de producción existe una disminución en la presión y da lugar a la liberación de gas que estaba disuelto en el aceite. Este gas que se libera, lo hace en forma de pequeñas burbujas dispersas en una fase líquida continua (flujo burbuja); conforme el flujo continúa ascendiendo la presión y la temperatura son menores, el gas liberado se expande y una nueva cantidad de gas disuelto es liberado, que en conjunto con el gas ya existente forman burbujas de mayor tamaño capaces de chocar entre ellas propiciando la formación de burbujas de Taylor separadas una de otra por regiones de fase líquida continua (flujo tipo bache); a medida que la cantidad de gas se libera y expande, las burbujas de Taylor se desestabilizan y rompen ocasionando la aparición de burbujas de formas y tamaños diferentes, que fluyen de manera desordenada en la tubería (flujo agitado); esta condición de flujo

prevalecerá hasta que la cantidad de gas presente sea lo suficientemente grande para empujar al líquido hacia la pared de la tubería y crear un bulto de gas continua fluyendo en el centro de la tubería ocupando casi la totalidad del área transversal de flujo (flujo anular).

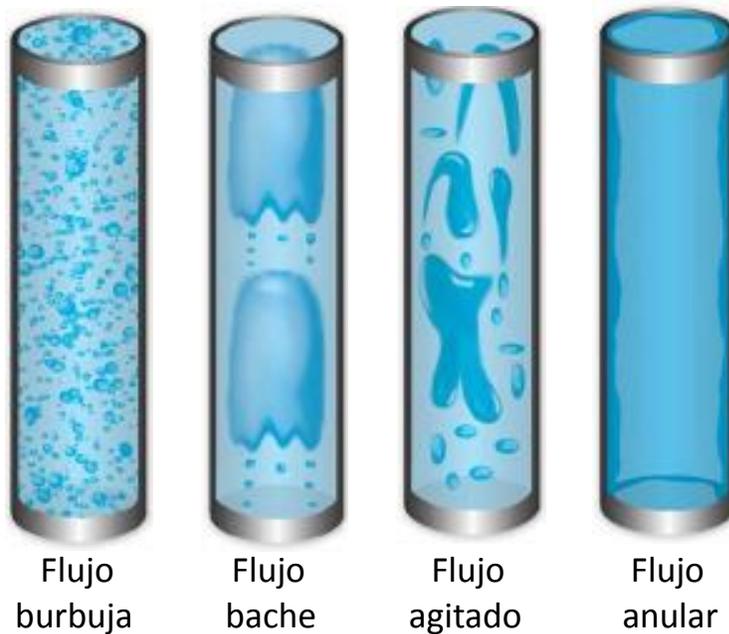


Figura 5.3.- Tipos de patrón de flujo en una tubería vertical con flujo ascendente.

Para calcular el gradiente de presión en un flujo de dos fases, uno de los pasos más importantes es determinar el tipo de flujo y el régimen en el que se desarrolla. Existen dos métodos generales para definir las condiciones que pueden ocurrir debido al tipo y régimen de flujo: mapas de patrones de flujo y criterios de transición entre patrones de flujo.

En el método de mapas de patrones de flujo se necesita de un gráfico, donde las velocidades superficiales son sus coordenadas, los cuales generalmente son creados a partir de información obtenida de experimentos a condiciones especiales; sin embargo, la extrapolación de esta información a otros casos de estudio podrían no ser lo suficientemente adecuados. Por otra parte, la segunda opción consiste en modelar el mecanismo de transición a partir de ecuaciones que representan los criterios entre los diferentes patrones de flujo, este criterio es menos dependiente del caso de estudio y brinda una mejor estimación comparado con los mapas experimentales.

A continuación se describen los criterios de transición entre los diferentes regímenes de flujo.

Criterio de transición flujo burbuja/flujo bache.- Cuando la velocidad del gas es baja, la fase continua está dada por el líquido, y el gas se desplaza en forma de burbujas a través de esta fase continua. A medida que la velocidad del gas aumenta, ocurre la transición del flujo tipo burbuja hacia el flujo tipo bache, esto debido a una aglomeración de pequeñas burbujas para formar burbujas de mayor tamaño denominadas burbujas de Taylor que pueden ocupar la mayor parte o en ocasiones la totalidad del área transversal de la tubería. Taitel et al⁵³ determinaron

experimentalmente que esta transición ocurre a una fracción de gas aproximadamente igual a 0.25, por lo que el valor del colgamiento deberá ser menor a 0.75.

La velocidad de deslizamiento definida como la diferencia entre la velocidad del gas y la velocidad del aceite se expresaría en el límite de transición como:

$$v_s < \frac{v_{sg}}{0.25} - \frac{v_{sl}}{0.75}, \quad (5.72)$$

y re arreglando, queda como:

$$v_{sg} > 0.25v_s + 0.333v_{sl}. \quad (5.73)$$

La velocidad de deslizamiento se puede calcular a partir de la correlación de Harmathy:¹⁰⁸

$$v_s = 1.53 \left\{ \frac{g\sigma_s(\rho_l - \rho_g)}{\rho_l^2} \right\}^{1/4}, \quad (5.74)$$

donde σ_s es la tensión superficial. Además se sabe que el diámetro de la tubería influye en el criterio de transición, por lo que Taitel también presenta una ecuación para determinar el diámetro mínimo para que el flujo burbuja exista:

$$d_{min} = 19.01 \left[\frac{\sigma_s(\rho_l - \rho_g)}{\rho_l^2 g} \right]^{1/2}. \quad (5.75)$$

A velocidades de líquido altas, las fuerzas por turbulencias rompen las burbujas de gas de mayor tamaño para formar burbujas de menor tamaño, por lo que incluso a fracciones de gas mayores de 0.25 el flujo tipo burbuja puede existir. A este tipo de flujo se le conoce como flujo disperso. Para describir la transición entre el flujo tipo burbuja y el flujo disperso se tiene la expresión

$$2 \left(\frac{0.4 \sigma_s}{(\rho_l - \rho_g)g} \right)^{0.5} \left(\frac{\rho_l}{\sigma_s} \right)^{0.6} \left(\frac{f}{2d} \right)^{0.4} (v_{sl} + v_{sg})^{1.2} > 0.725 + 4.15 \left(\frac{v_{sg}}{v_{sl} + v_{sg}} \right)^{0.5}. \quad (5.76)$$

Cuando la velocidad de la mezcla hace que la parte izquierda de la expresión (5.76) sea mayor a la parte derecha de la misma, el flujo burbuja persiste a valores de fracción de gas mayores a 0.25.

Criterio de transición flujo bache/flujo agitado.- como ya se ha mencionado, el flujo tipo bache consiste de dos partes: burbujas de Taylor y baches de líquido, mientras que pequeñas burbujas de gas se encuentran dispersas en la fase líquida la cual está separada por las burbujas de Taylor. Conforme el flujo de gas aumenta, la interacción entre la película de líquido, que desciende por la pared de la tubería, y las burbujas de Taylor que ascienden igualmente aumenta. Esta interacción ocasiona que las burbujas se desestabilicen y rompan para formar burbujas distorsionadas de menor tamaño. Para la transición a flujo agitado se ha mostrado que la velocidad de la mezcla debe ser mayor que la calculada por la ecuación (5.76), y la velocidad del gas debe ser lo suficientemente alta para romper las burbujas de Taylor.¹⁰⁸ Por su parte Ansari et al¹⁰⁹, basado en

el trabajo de Scott y Kouba¹⁰⁸, describen este fenómeno de transición a valores de fracción de gas mayores a 0.76, y recomiendan la siguiente ecuación para estimar el criterio de transición del flujo bache al flujo agitado

$$\frac{v_{sg}}{v_{sl}+v_{sg}} > 0.76 \rightarrow v_{sg} = 3.17v_{sl} . \quad (5.77)$$

Por otro lado, muchos investigadores han considerado que el flujo agitado es una variante del flujo tipo bache, lo han mostrado al tratarlo de esta manera en aplicaciones de flujo en campos de aceite.¹⁰⁸

Criterio de transición flujo agitado/flujo anular.- La transición entre estos dos tipos de flujo ocurre cuando la velocidad del gas es lo suficientemente alta y evita que gotas de líquido entren desde la película de líquido en la proximidad de la pared de la tubería hacia la corriente de gas que fluye en el centro de la tubería. El criterio para esta transición se establece a partir del trabajo de Taitel et al.⁵³ y se escribe de la forma:

$$v_{sg} > 3.1 \left\{ \frac{g\sigma_s(\rho_l-\rho_g)}{\rho_g^2} \right\}^{1/4} . \quad (5.78)$$

De acuerdo a los criterios mostrados anteriormente, se puede definir el patrón de flujo utilizando el procedimiento que se muestra en la figura 5.4

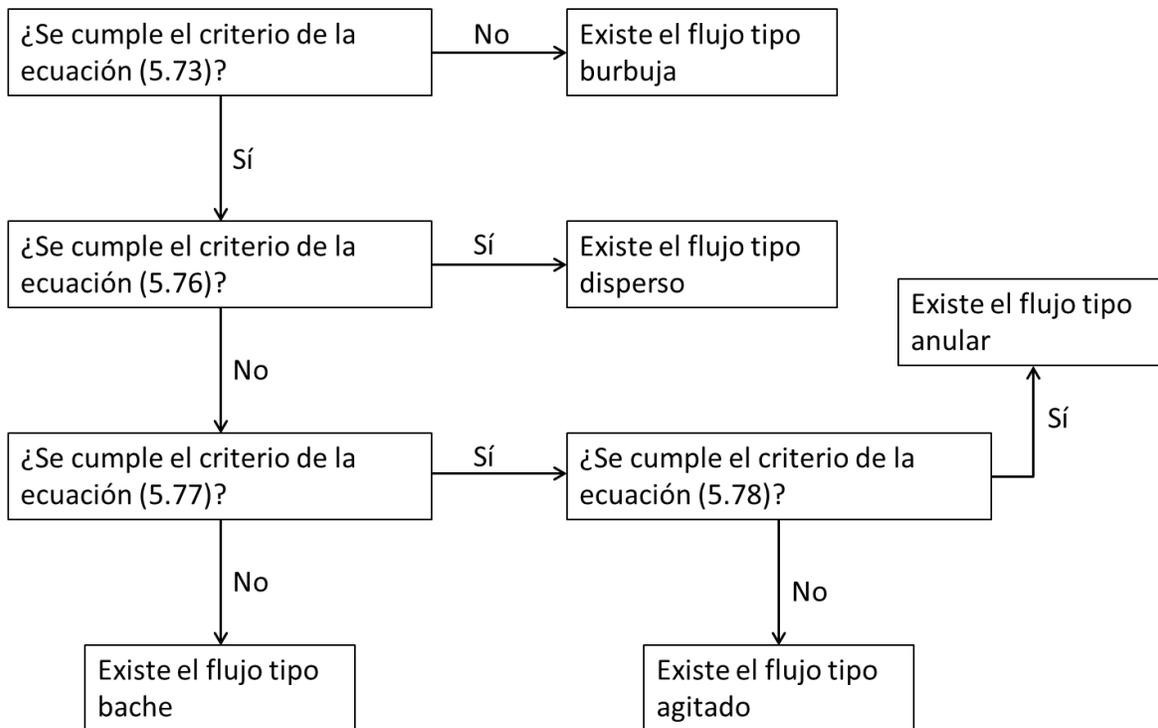


Figura 5.4.- Diagrama de cálculo para estimar el patrón de flujo.

Una vez que se ha determinado el patrón de flujo dominante en una región de tubería, a las condiciones de velocidad de las fases, el siguiente paso es identificar el comportamiento de parámetros hidrodinámicos y de transporte en el sistema de acuerdo al patrón de flujo presente, tales como el colgamiento de líquido, velocidad de deslizamiento entre fases, densidades y viscosidades de la mezcla de fases, entre otras.

En este trabajo se presenta el modelo para describir el comportamiento de estos parámetros de acuerdo a los trabajos de Hasan y Kabir.^{55, 110}

En los patrones de flujo tipo burbuja y tipo disperso, la expresión para el colgamiento se presenta de la forma:

$$\alpha_l = 1 - \frac{v_{sg}}{C_o v_m + v_s}, \quad (5.79)$$

donde C_o se define como:

$$C_o = \begin{cases} 1.2 & \text{si } d < 0.12m \text{ o si } v_{sl} > 0.02 \text{ m/s} \\ 2.0 & \text{si } d > 0.12m \text{ y si } v_{sl} < 0.02 \text{ m/s} \end{cases}, \quad (5.80)$$

y v_s se describe por la expresión (5.74).

La densidad y viscosidad de la mezcla en estos dos patrones de flujo se pueden obtener a partir de las siguientes expresiones:

$$\rho_m = \rho_l \alpha_l + \rho_g (1 - \alpha_l), \quad (5.81)$$

$$\mu_m = \mu_l \alpha_l + \mu_g (1 - \alpha_l), \quad (5.82)$$

donde ρ_l y ρ_g son la densidad del aceite y del gas respectivamente, y son obtenidas fácilmente a partir de la ecuación de estado seleccionada, mientras que μ_l y μ_g representan la viscosidad para dichas fases, esta propiedad por fase puede ser obtenida a partir de correlaciones¹⁰⁸ o por modelos basados en estados correspondientes, para el caso del aceite, como se puede observar en el apéndice B.

Para el caso de los patrones de flujo tipo bache y agitado, la ecuación de flujo de deriva (5.79) es igualmente aplicable para determinar el valor de α_l . Sin embargo, debido a la naturaleza desordenada de flujo, es recomendable usar un valor de 1.15 para C_o . Mientras que para v_s se tiene la expresión:

$$v_s = 0.35 \left(g d \frac{\rho_l - \rho_g}{\rho_l} \right)^{0.5} \sqrt{\text{sen } \theta (1 + \cos \theta)^{1.2}}, \quad (5.83)$$

a la vez que para ρ_m y μ_m se utilizan las ecuaciones (5.81) y (5.82) respectivamente.

En el flujo anular, el colgamiento de líquido se estima en el centro del flujo en lugar de toda la sección transversal de la tubería, y se expresa de la forma:

$$\alpha_{LC} = \frac{F_E v_{sl}}{F_E v_{sl} + v_{sg}}, \quad (5.84)$$

donde F_E es la fracción del líquido total que entra al núcleo. Cuando la película de líquido es totalmente turbulenta, la entrada de líquido se puede obtener como una función únicamente de la velocidad crítica del vapor de la forma:

$$\left\{ \begin{array}{l} F_E = 0.0055 v_{crit}^{2.86} \text{ si } v_{crit} < 4 \\ F_E = 0.857 \log_{10} v_{crit} - 0.20 > 4 \end{array} \right\}, \quad (5.85)$$

con:

$$v_{crit} = 10,000 \frac{v_{sg} \mu_g}{\sigma_s} \left(\frac{\rho_g}{\rho_l} \right)^{1/2}. \quad (5.86)$$

5.6.- Índice de Productividad

Para poder determinar lo que un pozo en particular puede producir de forma apropiada, es necesario conocer su potencial, y comparar lo que el pozo es capaz de producir en las condiciones en las que se encuentra. El potencial es el gasto máximo que aportaría un pozo si se le impusiera el mejor conjunto de condiciones posibles; de acuerdo al conocimiento del yacimiento, las propiedades del fluido, estado actual de presión, saturaciones de fluidos, permeabilidades relativas, daño al pozo y las características de la tubería de producción (TP) y la línea de descarga (LD). La relación del gasto de producción de un pozo y el abatimiento de la presión en este gasto particular se denomina índice de productividad (IP).

Para el caso de yacimientos donde la presión de fondo es mayor a la presión de saturación, existe flujo monofásico y el comportamiento de su índice de productividad es casi constante, independientemente de la producción a condiciones superficiales.

Para una sola fase, ya sea petróleo o líquidos en general, el IP está determinado por la Ley de Darcy para flujo radial:

$$q_o = \frac{1.487 \times 10^{-4} k_o h (P_{ws} - P_{wf})}{\mu_o B_o \left[\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - 0.75 - S - D_q \right]}, \quad (5.87)$$

donde q_o es el gasto volumétrico que ingresa al pozo, k_o es la permeabilidad del aceite en la formación en milidarcy, h es el espesor de la formación en metros, P_{ws} es la presión estática del yacimiento en bar, P_{wf} es la presión del fondo del pozo en bar, μ_o es la viscosidad del aceite en centiPoise, B_o es el factor de formación de volumen de aceite, r_e es el radio de drene en metros,

r_w es el radio del pozo en metros, S es el factor de daño total a la formación, D_q es el término por flujo turbulento.¹⁰⁸

Una simplificación para describir la cantidad de fluido que entra al pozo, desde la formación, se hace considerando flujo radial de una sola fase alrededor del pozo, con una distribución de la permeabilidad homogénea y con la formación saturada completamente con el fluido en cuestión, y considerando que en pozos de petróleo, el término D_q es despreciable, especialmente en yacimientos de baja permeabilidad o en condiciones de gastos de producción bajos, la expresión (5.87) se resume como:

$$q_o = \frac{1.487 \times 10^{-4} k_o h (P_{ws} - P_{wf})}{\mu_o B_o \left[\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - 0.75 \right]} \quad (5.88)$$

La expresión (5.88), puede ser reescrita de la siguiente forma:

$$q_o = IP (P_{ws} - p_{wf}), \quad (5.89)$$

donde:

$$IP = \frac{1.487 \times 10^{-4} k_o h}{\mu_o B_o \left[\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - 0.75 \right]} \quad (5.90)$$

Cuando se tiene el caso particular, en el que la presión de fondo de pozo es menor a la presión de saturación, la ecuación de Darcy deja de ser aplicable ya que se considera un comportamiento no lineal entre la relación del gasto de producción y el abatimiento de presión particular para este gasto; a este comportamiento no lineal se le conoce como IPR, y se justifica al entender que cuando la presión en el fondo del pozo es menor a la presión de saturación existe liberación continua de gas, disminuyendo el valor de k_o y disminuyendo entonces el IP. El efecto resultante de esta serie de fenómenos es un comportamiento de afluencia (IPR) no lineal.

Para yacimientos productores con gas disuelto liberado, suponiendo flujo radial, medio poroso uniforme e isotrópico, y que los efectos gravitacionales y de compresibilidad de la formación son despreciables, Vogel¹⁰⁸ propuso la siguiente expresión empírica para determinar la curva del comportamiento de flujo del yacimiento al pozo:

$$\frac{q}{q_{max}} = 1 - 0.2 \left(\frac{P_{wf}}{P_{ws}} \right) - 0.8 \left(\frac{P_{wf}}{P_{ws}} \right)^2 \quad (5.91)$$

Para obtener P_{wf} en forma directa, conociendo P_{ws} , q y q_{max} se emplea la siguiente ecuación:

$$P_{wf} = 0.125 P_{ws} \left(-1 + \sqrt{81 - 80 \left(\frac{q}{q_{max}} \right)} \right) \quad (5.92)$$

Por otra parte, el IPR compuesto considera una combinación de índices de productividad. Se basa en la Ley de Darcy cuando las presiones de yacimiento están por arriba de la presión de saturación, y cuando la presión está por debajo de ésta se utiliza el IPR de Vogel. Este IPR compuesto es particularmente utilizado cuando la presión del yacimiento está por arriba de la presión de saturación y la presión de fondo está por debajo.

Por lo tanto, cuando $P_{wf} \geq P_b$ se utiliza la expresión (5.88) y mientras que para la condición donde $P_{wf} < P_b$ se tiene:

$$q = q_b + \left(\frac{IP \times P_{ws}}{1.8} \right) \left[1 - 0.2 \left(\frac{P_{wf}}{P_{ws}} \right) - 0.8 \left(\frac{P_{wf}}{P_{ws}} \right)^2 \right], \quad (5.93)$$

donde:

$$q_b = IP(P_{ws} - P_b), \quad (5.94)$$

siendo q_b el gasto volumétrico con la condición $P_{wf} = P_b$; y P_b es la presión de saturación.

Por otra parte, las curvas IPR transitorias se utilizan para generar un análisis de la declinación en la producción en un pozo. Sin embargo, estas curvas únicamente son válidas en el periodo de producción correspondiente al flujo radial transitorio en el fondo del pozo, antes de alcanzar el umbral del estado pseudoestacionario de flujo. Este periodo transitorio se define para tiempos de flujo menores a t_{pss} en horas, donde:

$$t_{pss} = 1277.5 \frac{\phi \mu_o C_t r_e^2}{k}, \quad (5.95)$$

siendo ϕ la porosidad, μ_o la viscosidad del aceite en cP, C_t la compresibilidad en 1/bar, r_e el radio de drene en metros, y k la permeabilidad en mD. De acuerdo a esta expresión se puede observar que a valores de permeabilidad bajos, el periodo transitorio de producción es mayor. Consecuentemente, muchos yacimientos de gas con baja permeabilidad producen una mayor parte de la reserva recuperable en este periodo transitorio, lo cual hace que el uso de las curvas IPR transitorias sean de gran utilidad en la predicción de la declinación de producción.

Para un yacimiento homogéneo que produce en una sola fase, se utiliza una aproximación semi logarítmica para un pozo con daño a la formación, s , produciendo a flujo constante, q_o , la cual se expresa de la forma:

$$q_o = \frac{1.487 \times 10^{-4} k_o h (p_{ws} - p_{wf})}{\mu_o B_o \left\{ \left[\log \left(\frac{k}{\phi \mu_o C_t r_w^2} \right) - 3.23 \right] + \log(t) \right\}}. \quad (5.96)$$

5.7.- Discretización del modelo de flujo transitorio.

En un problema de caída de presión en una tubería, para un flujo transitorio, a partir del modelo de flujo de deriva se tienen las siguientes condiciones iniciales y de frontera:

Condiciones iniciales: al tiempo inicial, $t=0$, la densidad, velocidad y energía interna del fluido son funciones conocidas, que dependen de la distancia.

Para $t = 0$:

$$\rho, u, V = \rho(x), u(x), V(x) \quad \text{conocidas .}$$

Condiciones de frontera: se determinan para tiempos mayores que cero ($t > 0$). Se tiene que los valores de gasto másico y energía interna del fluido a la entrada son conocidas y constantes y la presión a la salida es también conocida y constante.

Para $t > 0$:

A la entrada ($x = 0$).

$$Gasto|_{x=0} = Gasto_{in} = cte.$$

$$v|_{x=0} = v_{in} = cte.$$

A la salida ($x = L$).

$$P|_{x=L} = P_{out} = cte.$$

Adicional a las condiciones de iniciales y de frontera, es necesario contar con una serie de ecuaciones que permitan cerrar el modelo de cálculo satisfactoriamente, denominadas ecuaciones constitutivas las cuales brindan información de propiedades complementarias del sistema para resolver el problema de flujo multifásico en tuberías, tales como son la capacidad calorífica de las fases, perfiles de velocidad de la mezcla en su centro de masa y su centro de volumen, velocidad relativa, estimación de valores de viscosidad por fase, comportamiento de la interfase, ecuación de estado, entre otras.

La forma de resolver el problema de flujo multifásico en estado transitorio es por un procedimiento numérico,⁴¹ en el cual es necesario discretizar la tubería en celdas, como se mostró en la figura 5.1, en donde cada celda o volumen de control se analiza de la forma como se presenta en la figura 5.5. Se pueden desarrollar dos metodologías de solución numérica separadas; la primera es por un método de solución sucesiva, en donde las propiedades del sistema se obtienen celda a celda, mientras que el otro método se basa en un modelo de solución global, donde el perfil de propiedades para cada una de las celdas de la discretización se obtiene simultáneamente.

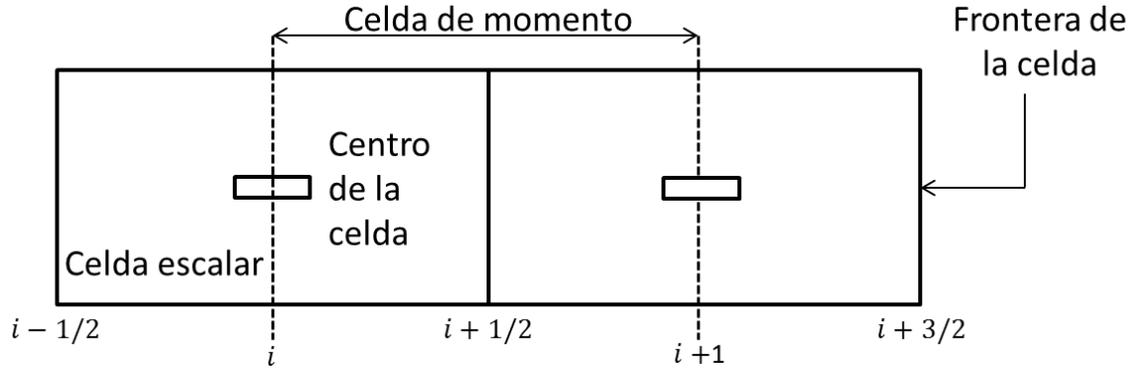


Figura 5.5.- Esquema de diferencias escalonadas para el modelo hidrodinámico.

El esquema global de solución numérica se basa en sustituir el sistema original de ecuaciones diferenciales por un sistema de diferencias finitas, parcialmente implícitas en el tiempo y regresivas en espacio^{64,66}, mediante el cual es posible discretizar y linealizar el sistema de ecuaciones en función de las cantidades vectoriales (velocidad de la mezcla, velocidad relativa de las fases) descritas en las fronteras de cada celda, tal que para la ecuación de conservación de masa para la mezcla, discretizada en diferencias finitas y linealizada, se tiene:

$$\left(\frac{\partial \rho_m}{\partial \alpha_L}\right)_i^n \frac{(\alpha_L^{n+1} - \alpha_L^n)}{\Delta t} + \left(\frac{\partial \rho_m}{\partial P}\right)_i^n \frac{(P^{n+1} - P^n)}{\Delta t} + \frac{(\rho_m^n v_m^{n+1})_{i+1/2} - (\rho_m^n v_m^{n+1})_{i-1/2}}{\Delta z} = 0. \quad (5.97)$$

De forma similar, para el caso de la ecuación de conservación de masa de la fase aceite se tiene la expresión en diferencias finitas y linealizada como se observa a continuación:

$$\begin{aligned} & \frac{(\alpha_L^{n+1} - \alpha_L^n)}{\Delta t} + \left(-\frac{\alpha_L}{\rho_L} \frac{\partial \rho_L}{\partial P}\right)_i^n \frac{(P^{n+1} - P^n)}{\Delta t} + \left(\frac{1}{\rho_L}\right)_i^n \frac{(\alpha_L \rho_L^n)_{i+1/2} (v_m^{n+1})_{i+1/2} - (\alpha_L \rho_L^n)_{i-1/2} (v_m^{n+1})_{i-1/2}}{\Delta z} \\ & - \left(\frac{1}{\rho_L \Delta z}\right)_i^n \left(\frac{\rho_G \rho_L \alpha_L (1 - \alpha_L) v_r}{\rho_m}\right)_{i+1/2}^n + \left(\frac{1}{\Delta z}\right)_i^n \left(\frac{\rho_G \rho_L \alpha_L (1 - \alpha_L) v_r}{\rho_m}\right)_{i-1/2}^n = 0. \quad (5.98) \end{aligned}$$

En el caso de la ecuación de conservación de momento para la mezcla, esta se discretiza en diferencias finitas en dos partes, una para cada frontera de la celda, de tal manera que se tiene:

Para $i + 1/2$:

$$\begin{aligned} & \frac{(\rho_m^n v_m^{n+1} - \rho_m^n v_m^n)_{i+1/2}}{\Delta t} + \frac{(P_{i+1}^{n+1} - P_i^{n+1})}{\Delta z} + \left(\frac{f \rho_m v_m^2}{2d} + \rho_m g \sin \theta\right)_{i+1/2}^n + \\ & \frac{(\rho_m v_m^2)_{i+1}^n - (\rho_m v_m^2)_i^n}{\Delta z} + \frac{1}{\Delta z} \left[\left(\frac{\rho_G \rho_L \alpha_L (1 - \alpha_L) v_r^2}{\rho_m}\right)_{i+1}^n - \left(\frac{\rho_G \rho_L \alpha_L (1 - \alpha_L) v_r^2}{\rho_m}\right)_i^n \right] + \\ & \left(2\mu_{m,i+1/2}^n\right) \left[v_{m,i+1}^n - 2v_{m,i+1/2}^n + v_{m,i}^n\right] = 0. \quad (5.99) \end{aligned}$$

Para $i - 1/2$

$$\begin{aligned} & \frac{(\rho_m^n v_m^{n+1} - \rho_m^n v_m^n)_{i-1/2}}{\Delta t} + \frac{(P_i^{n+1} - P_{i-1}^{n+1})}{\Delta z} + \left(\frac{f \rho_m v_m^2}{2d} + \rho_m g \sin \theta \right)_{i-1/2}^n + \\ & \frac{(\rho_m v_m^2)_i^n - (\rho_m v_m^2)_{i-1}^n}{\Delta z} + \frac{1}{\Delta z} \left[\left(\frac{\rho_G \rho_L \alpha_L (1 - \alpha_L) v_r^2}{\rho_m} \right)_i^n - \left(\frac{\rho_G \rho_L \alpha_L (1 - \alpha_L) v_r^2}{\rho_m} \right)_{i-1}^n \right] + \\ & \left(2\mu_{m_{i-1/2}}^n \right) \left[v_{m_i}^n - 2v_{m_{i-1/2}}^n + v_{m_{i-1}}^n \right] = 0 . \end{aligned} \quad (5.100)$$

El sistema de ecuaciones lineales obtenidas en (5.97) a (5.100), después de un extenso tratamiento algebraico, se puede reducir a una sola ecuación en términos de la presión⁶⁵ para cada una de las celdas, como se muestra a continuación:

$$a_i P_{i-1}^{n+1} + b_i P_i^{n+1} + c_i P_{i+1}^{n+1} = d_i, \text{ donde } i = 1, 2, 3, \dots, ntc, \quad (5.101)$$

con:

$$a_i = \frac{\Delta t^{2n}}{\Delta z^2_i} \left[\left(\frac{1}{\rho_L} \frac{\partial \rho_m}{\partial \alpha_L} \right)_i^n \left(\frac{\alpha_L \rho_L}{\rho_m} \right)_{i-1/2}^n - 1 \right], \quad (5.102)$$

$$b_i = \left(\frac{\partial \rho_m}{\partial P} \right)_i^n - \left(\frac{1}{\rho_L} \frac{\partial \rho_m}{\partial \alpha_L} \right)_i^n \left\{ \left(\alpha_L \frac{\partial \rho_L}{\partial P} \right)_i^n + \frac{\Delta t^{2n}}{\Delta z^2_i} \left[\left(\frac{\alpha_L \rho_L}{\rho_m} \right)_{i+1/2}^n + \left(\frac{\alpha_L \rho_L}{\rho_m} \right)_{i-1/2}^n \right] \right\}, \quad (5.103)$$

$$c_i = \frac{\Delta t^{2n}}{\Delta z^2_i} \left[\left(\frac{1}{\rho_L} \frac{\partial \rho_m}{\partial \alpha_L} \right)_i^n \left(\frac{\alpha_L \rho_L}{\rho_m} \right)_{i+1/2}^n - 1 \right], \quad (5.104)$$

$$d_i = e_i + f_i + g_i + h_i + i_i + j_i - k_i, \quad (5.105)$$

que, a su vez tiene:

$$e_i = \left(\frac{\partial \rho_m}{\partial P} \right)_i^n - \left(\frac{1}{\rho_L} \frac{\partial \rho_m}{\partial \alpha_L} \right)_i^n \left(\alpha_L \frac{\partial \rho_L}{\partial P} \right)_i^n, \quad (5.106)$$

$$\begin{aligned} f_i &= \left\{ \frac{\Delta t^{2n}}{\Delta z^2_i} \left[1 - \left(\frac{1}{\rho_L} \frac{\partial \rho_m}{\partial \alpha_L} \right)_i^n \left(\frac{\alpha_L \rho_L}{\rho_m} \right)_{i+1/2}^n \right] [(\rho_m v_m^2)_{i+1}^n - (\rho_m v_m^2)_i^n] \right\} \\ &- \left\{ \frac{\Delta t^{2n}}{\Delta z^2_i} \left[1 - \left(\frac{1}{\rho_L} \frac{\partial \rho_m}{\partial \alpha_L} \right)_i^n \left(\frac{\alpha_L \rho_L}{\rho_m} \right)_{i-1/2}^n \right] [(\rho_m v_m^2)_i^n - (\rho_m v_m^2)_{i-1}^n] \right\}, \end{aligned} \quad (5.107)$$

$$g_i = \left\{ \frac{\Delta t^{2n}}{\Delta z_i} \left[1 - \left(\frac{1}{\rho_L} \frac{\partial \rho_m}{\partial \alpha_L} \right)_i \left(\frac{\alpha_L \rho_L}{\rho_m} \right)_{i+1/2}^n \right] \left(\frac{f \rho_m v_m^2}{2d} + \rho_m g \sin \theta \right)_{i+1/2}^n \right\} \\ - \left\{ \frac{\Delta t^{2n}}{\Delta z_i} \left[1 - \left(\frac{1}{\rho_L} \frac{\partial \rho_m}{\partial \alpha_L} \right)_i \left(\frac{\alpha_L \rho_L}{\rho_m} \right)_{i-1/2}^n \right] \left(\frac{f \rho_m v_m^2}{2d} + \rho_m g \sin \theta \right)_{i-1/2}^n \right\}, \quad (5.108)$$

$$h_i = \left\{ \frac{\Delta t^{2n}}{\Delta z_i^2} \left[1 - \left(\frac{1}{\rho_L} \frac{\partial \rho_m}{\partial \alpha_L} \right)_i \left(\frac{\alpha_L \rho_L}{\rho_m} \right)_{i+1/2}^n \right] \left[\left(\frac{\rho_G \rho_L \alpha_L (1-\alpha_L) v_r^2}{\rho_m} \right)_{i+1}^n - \left(\frac{\rho_G \rho_L \alpha_L (1-\alpha_L) v_r^2}{\rho_m} \right)_i^n \right] \right\} \\ - \left\{ \frac{\Delta t^{2n}}{\Delta z_i^2} \left[1 - \left(\frac{1}{\rho_L} \frac{\partial \rho_m}{\partial \alpha_L} \right)_i \left(\frac{\alpha_L \rho_L}{\rho_m} \right)_{i-1/2}^n \right] \left[\left(\frac{\rho_G \rho_L \alpha_L (1-\alpha_L) v_r^2}{\rho_m} \right)_i^n + \left(\frac{\rho_G \rho_L \alpha_L (1-\alpha_L) v_r^2}{\rho_m} \right)_{i-1}^n \right] \right\}, \quad (5.109)$$

$$i_i = \frac{\Delta t^{2n}}{\Delta z_i^2} \left[\left(\frac{1}{\rho_L} \frac{\partial \rho_m}{\partial \alpha_L} \right)_i \left(\frac{\alpha_L \rho_L}{\rho_m} \right)_{i+1/2}^n - 1 \right] (\rho_m^n v_m^n)_{i+1/2} \\ - \frac{\Delta t^{2n}}{\Delta z_i^2} \left[\left(\frac{1}{\rho_L} \frac{\partial \rho_m}{\partial \alpha_L} \right)_i \left(\frac{\alpha_L \rho_L}{\rho_m} \right)_{i-1/2}^n - 1 \right] (\rho_m^n v_m^n)_{i-1/2}, \quad (5.110)$$

$$j_i = \left\{ \left(2\mu_{m_{i+1/2}}^n \right) \frac{\Delta t^{2n}}{\Delta z_i^3} \left[1 - \left(\frac{1}{\rho_L} \frac{\partial \rho_m}{\partial \alpha_L} \right)_i \left(\frac{\alpha_L \rho_L}{\rho_m} \right)_{i+1/2}^n \right] \left[v_{m_{i+1}}^n - 2v_{m_{i+1/2}}^n + v_{m_i}^n \right] \right\} \\ - \left\{ \left(2\mu_{m_{i-1/2}}^n \right) \frac{\Delta t^{2n}}{\Delta z_i^3} \left[1 - \left(\frac{1}{\rho_L} \frac{\partial \rho_m}{\partial \alpha_L} \right)_i \left(\frac{\alpha_L \rho_L}{\rho_m} \right)_{i-1/2}^n \right] \left[v_{m_i}^n - 2v_{m_{i-1/2}}^n + v_{m_{i-1}}^n \right] \right\}, \quad (5.111)$$

$$k_i = \left(\frac{1}{\rho_L} \frac{\partial \rho_m}{\partial \alpha_L} \right)_i \Gamma_i^n. \quad (5.112)$$

La ecuación (5.101) se establece para cada una de las celdas de la malla del sistema. Esto implica un sistema de ecuaciones de $ntc \times ntc$ ($ntc = \text{número total de celdas}$), con una matriz formada por los coeficientes a_i , b_i y c_i que es del tipo tridiagonal, de lado izquierdo, y otra formada por los valores d_i del lado derecho, como se muestra a continuación

$$\begin{bmatrix} b_1 & c_1 & 0 & 0 & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & a_{ntc-1} & b_{ntc-1} & c_{ntc-1} \\ 0 & \cdots & 0 & a_{ntc} & b_{ntc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1^{n+1} \\ P_2^{n+1} \\ \vdots \\ P_{ntc-1}^{n+1} \\ P_{ntc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_{ntc-1} \\ d_{ntc} \end{bmatrix}. \quad (5.113)$$

Este sistema se puede resolver mediante un método numérico tipo gaussiano, similar como al incorporado en la subrutina numérica llamada Tridag (Numerical Recipes, 1992), para la solución de sistemas de ecuaciones por matrices tridiagonales.

Adicional al modelo numérico descrito anteriormente, la forma de presentar la ecuación de conservación de energía es como sigue:

$$\begin{aligned} q_i^{n+1} = & \left(h_{mi} - \frac{P_i}{\rho_{mi}} \right)^{n+1} \frac{\rho_{mi}^{n+1} - \rho_{mi}^n}{\Delta t} + (\rho_{mi} C_{Pmi})^{n+1} \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} + \\ & (\rho_{tcc} C_{Ptcc})^{n+1} \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} - (\rho_{mi} \eta_{mi} C_{Pmi})^{n+1} \frac{P_i^{n+1} - P_i^n}{\Delta t} - \rho_{mi}^{n+1} \\ & \frac{(P/\rho_m)_i^{n+1} - (P/\rho_m)_i^n}{\Delta t} + \rho_{mi}^{n+1} v_{mi}^{n+1} \left\{ \frac{h_{mi+1/2}^{n+1} + \frac{(v_{mi+1/2}^{n+1})^2}{2}}{\Delta z} - \frac{h_{mi-1/2}^{n+1} + \frac{(v_{mi-1/2}^{n+1})^2}{2}}{\Delta z} \right\} + \\ & \rho_{mi}^{n+1} v_{mi}^{n+1} g \sin \theta, \end{aligned} \quad (5.114)$$

la cual es una ecuación que se resuelve de forma desacoplada al sistema de ecuaciones de momento y masa de la mezcla y de la fase.

6.- CÁLCULOS DE FLUJO MULTIFÁSICO TRANSITORIO DE CRUDOS ASFALTÉNICOS EN TUBERÍAS

Se ha pensado que los asfaltenos, considerados como la fracción más pesada de un aceite crudo, se encuentran en suspensión coloidal en el petróleo, debido a que la superficie de las partículas asfálticas disueltas en una fase continua, como es el aceite, se encuentra rodeada en su totalidad por resinas en forma micelar. Sin embargo, si existe alguna perturbación físico-química se provoca que la concentración de moléculas de resina cambie, alterando la estabilidad de las partículas asfálticas suspendidas en el aceite, provocando una interacción mutua entre asfaltenos; a este fenómeno se le conoce como agregación. Cuando la temperatura del crudo disminuye, el poder de solubilización de los componentes del petróleo, sin considerar a los asfaltenos, también disminuye provocando que algunas micelas resina-asfalteno se desestabilicen y se agreguen entre ellas formando grandes cúmulos. Bajo condiciones isotérmicas, la disminución de la presión del crudo se asocia con la disminución de la densidad del fluido y, correspondientemente con la disminución de la solubilidad. Los agregados asfálticos pueden tomar diferentes formas, dependiendo de: el tamaño de las partículas, su polaridad y la del solvente o precipitante. Pequeñas partículas de asfalteno pueden disolverse en fluidos petroleros, mientras que partículas relativamente grandes pueden flocular debido a la presencia de parafinas, formando agregados al azar.

Debido a la naturaleza aromática, los asfaltenos son insolubles en parafinas de cadena lineal. De igual forma se ha mostrado el efecto del número de carbonos del agente precipitante sobre la cantidad de componentes insolubles del crudo, observándose como la cantidad de precipitado incrementa cuando disminuye el número de carbonos del agente precipitante, y también que a partir del n-heptano la cantidad de asfalteno precipitada presenta muy poca diferencia con respecto a aquella producida por los alcanos más pesados, lo cual indica que los componentes más polares y, por lo tanto, los más insolubles precipitan con n-heptano.⁸

Los modelos de precipitación de asfaltenos constituyen una herramienta matemática que relaciona los parámetros físico-químicos del sistema asfaltenos-solvente con los mecanismos intermoleculares que dan origen a la aglomeración y precipitación. Los modelos predictivos se dividen en cuatro grupos: 1) modelos de solubilidad; 2) modelos de sólido; 3) modelo termodinámico coloidal y 4) modelos termodinámicos de micelización.⁹⁶

Los modelos de solubilidad se basan en la teoría de Flory-Huggins y describen la estabilidad de los asfaltenos en términos del equilibrio reversible en solución. En primer lugar, el equilibrio líquido-vapor (ELV) modela las propiedades de la fase líquida; entonces el equilibrio líquido-pseudolíquido es descrito suponiendo que la precipitación de los asfaltenos no afecta el ELV.

Los modelos de sólidos tratan los asfaltenos precipitados como un componente simple en fase sólida, mientras que las fases crudo y gas son modeladas con una ecuación de estado cúbica. Estos modelos requieren de una gran cantidad de parámetros experimentales.

Un modelo termodinámico coloidal está basado en la termodinámica estadística y en la ciencia de los coloides. Supone que los asfaltenos son partículas dispersas en suspensión coloidal,

estabilizados por resinas absorbidas en su superficie. En este modelo, se determina el equilibrio líquido-vapor utilizando una ecuación de estado cúbica para establecer la composición de la fase líquida. En base a medidas experimentales del punto de floculación de los asfaltenos se estima el potencial químico crítico de las resinas usando la teoría de polímeros en solución de Flory-Huggins. Este potencial químico es usado para predecir el punto de floculación para otras condiciones.

En los modelos termodinámicos de micelización se supone que las moléculas de asfalto forman micelas rodeadas por resinas. Se utiliza el principio de minimización de la energía libre de Gibbs para determinar la estructura y concentración de las micelas. Estos métodos permiten calcular el tamaño de las micelas de asfalto obteniendo como resultado una buena aproximación respecto a los datos experimentales.

El tipo y cantidad de depósitos de compuestos orgánicos pesados del petróleo varían dependiendo de los hidrocarburos presentes y de la cantidad relativa de cada familia orgánica involucrada. En general, la depositación de asfaltenos se puede explicar con base en cuatro efectos o mecanismos: 1) efecto de polidispersidad; 2) efecto estérico coloidal; 3) efecto de agregación y 4) efecto electrocinético. Uno o más de estos mecanismos puede describir la depositación de asfaltenos durante los procesos de producción, transporte o procesamiento de crudo.

En el efecto de polidispersidad, el grado de dispersión de las fracciones pesadas en el crudo depende de la composición química del petróleo. La relación moléculas polares/moléculas no polares y partículas presentes son los factores responsables de la estabilidad de la polidispersión presente en el seno del crudo; cualquier perturbación que altere el balance de los factores mencionados dará origen a la depositación de fracciones pesadas. Un cambio en la presión, temperatura, composición, así como la adición de un solvente miscible en el crudo puede desestabilizar el sistema.

Por otra parte, el efecto estérico coloidal, se basa en que algunos constituyentes del petróleo, especialmente los asfaltenos, tienen una fuerte tendencia a la autoasociación. Un incremento en el contenido de parafinas permite que una parte de los asfaltenos presentes en el crudo formen coloides, que se separan del aceite en forma de agregados, quedando otra parte que permanece suspendida y estabilizada por agentes peptizantes como son las resinas. La estabilidad de los coloides estéricos se debe a la concentración del agente peptizante en solución, la fracción superficial de los agregados ocupada por el agente peptizante y las condiciones de equilibrio en solución entre éste y los agregados asfálticos.

A su vez, el efecto de agregación considera una variación de la concentración del agente peptizante, que origina un cambio en la cantidad que se absorbe de éste en la superficie de los asfaltenos. La concentración de las resinas puede caer a tal punto que la cantidad presente no sea suficiente para cubrir toda la superficie de los asfaltenos, esto permite la agregación irreversible de partículas asfálticas y su posterior floculación.

Por último, el efecto electrocinético, considera la generación de un diferencial de potencial eléctrico, debido al movimiento de partículas coloidales cargadas a través de un determinado

conducto (medio poroso, tuberías), constituyendo un factor determinante en la depositación de asfaltenos. Los factores que influyen en este efecto son: el eléctrico, térmico, las características de mojabilidad del conducto, régimen de flujo, presión, propiedades de transporte del crudo y características de las partículas coloidales.

6.1.- Velocidad de precipitación de sólidos asfálticos.

En un aceite crudo, que a condiciones de yacimiento se encuentra en una sola fase, los asfaltenos se encuentran disueltos y estabilizados en el aceite. Sin embargo, durante un proceso de caídas de presión, el aceite se expande reduciendo su capacidad como solvente frente a los asfaltenos. A valores de presión lo suficientemente bajos se logra alcanzar el umbral de precipitación de los asfaltenos contenidos en el aceite crudo, y éstos comienzan a precipitar a una rapidez específica, estos asfaltenos precipitados pueden llegar a unirse entre ellos por asociaciones de enlaces de hidrógeno, en un proceso de agregación, formando partículas de mayor tamaño; ya sea que los asfaltenos como partículas agregadas o en su estado natural sin agregación, pueden seguir un mecanismo de difusión hacia la superficie de la tubería por la que el aceite fluye, una vez en la superficie, el asfalteno se adhiere a la superficie y forma un depósito. De igual manera, tanto partículas pequeñas como grandes se transportan en la dirección del flujo de aceite por el efecto de arrastre que se ocasiona por la velocidad a la que viaja el fluido en la tubería.

De acuerdo al trabajo de Vargas *et al.*⁸⁵, la velocidad de precipitación de asfaltenos se puede modelar como una reacción de primer orden en un sistema tubular, donde dicha velocidad de precipitación es proporcional a la diferencia de concentraciones del asfalteno contenido en el aceite y el asfalteno en el equilibrio, de la forma siguiente:

$$\frac{dF_A}{dV} = -k_p(C_A^* - C_A^{eq}), \quad (6.1)$$

donde F_A es la rapidez a la cual los asfaltenos disueltos precipitan del aceite para formar microagregados en unidades de masa por unidad de tiempo, V es el volumen del sistema, k_p es la constante de velocidad de precipitación específica, C_A^* es la concentración de asfalteno presente en el aceite y C_A^{eq} es la concentración de asfalteno en el aceite en equilibrio, esto a condiciones de operación.

En otras palabras, la rapidez de precipitación de asfalteno se puede determinar en función del grado de sobresaturación; de tal forma que entre mayor sea la sobresaturación, la velocidad de precipitación es mayor.

La ecuación (6.1) puede ser reescrita de la forma:

$$\frac{v_z dC_A^*}{dz} = -k_p(C_A^* - C_A^{eq}), \quad (6.2)$$

de tal manera que al resolverla, se puede conocer la concentración de asfalteno disuelto, C_A^* , en cualquier posición, a partir de las condiciones iniciales:

$$C_A^* = C_0^* \text{ cuando } z = 0, \quad (6.3)$$

obteniendo como resultado:

$$(C_A^* - C_A^{eq}) = (C_0^* - C_A^{eq}) \exp\left(-\frac{k_p}{v_z} z\right). \quad (6.4)$$

Multiplicando ambas partes de la expresión (6.4) por k_p , y haciendo que $\tau = z/v_z$, se tiene entonces:

$$r_p = k_p (C_0^* - C_A^{eq}) \exp(-k_p \tau), \quad (6.5)$$

donde r_p es la rapidez de precipitación de asfalteno, C_0^* es la concentración de asfalteno en el aceite a las condiciones de entrada, C_A^{eq} es la concentración de asfalteno disuelto en el equilibrio, y τ representa el tiempo en el cual el aceite viaja una distancia z a una velocidad v_z .

6.2.- Modelo de deposición de sólidos asfálticos⁸⁷

Si se considera al aceite crudo como una mezcla coloidal, compuesta por cuatro grupos mayoritarios de componentes denominados saturados, aromáticos, resinas y asfaltenos, estos últimos representan la fracción más pesada y compleja dentro de un aceite crudo que, definida en términos de su solubilidad, es soluble en solventes aromáticos e insoluble en alcanos. Los asfaltenos se mantienen estabilizados dentro de una mezcla de hidrocarburos gracias al efecto de interacción que tienen las resinas sobre ellos, actuando como agentes peptizantes de los asfaltenos; a las condiciones estáticas de yacimiento, las resinas y los asfaltenos se encuentran en equilibrio termodinámico.

Sin embargo, debido a cambios en las condiciones termodinámicas tales como presión, temperatura o composición durante la producción de aceite crudo, las moléculas de asfalteno entran a una condición inestable de equilibrio y tienden a precipitar y eventualmente depositarse en alguna o varias partes a lo largo del aparejo de producción desde el yacimiento hasta la superficie (tuberías de producción, tuberías de transporte y tanques de almacenamiento), provocando problemas por reducción del área efectiva de flujo y llegar hasta el obturamiento total de la línea de producción.

Antes de que una partícula de asfalteno, que originalmente se mantiene suspendida en un aceite fluyendo, llegue a formar parte de la capa depositada deben ocurrir dos procesos.⁸⁷ Primero la partícula tiene que ser transportada hacia las paredes, por un mecanismo o una combinación de mecanismos que incluyen al movimiento browniano, difusión turbulenta o por el movimiento propio de las partículas; para este efecto de transporte, el tamaño de partículas tiene gran

influencia para determinar el mecanismo dominante, por ejemplo, las partículas muy pequeñas están sujetas predominantemente al efecto de movimiento browniano y difusión turbulenta, mientras que las partículas de mayor tamaño, debido a su masa, serán transportadas hacia la pared bajo el efecto de fuerzas de momento. Una vez que las partículas de asfaltos se encuentran en la vecindad de las paredes de la línea de producción, el segundo proceso a efectuarse es la adhesión para formar parte de la capa asfáltica que reside en la pared.

En la primera etapa de la depositación, las partículas de asfaltos se transportan por difusión hasta la capa límite que se ha formado entre la superficie de la pared y el aceite

$$\dot{m}_d = k_t (C_{Ab} - C_{As}) \quad (6.6)$$

donde k_t es un coeficiente de transporte. En el caso de iones, moléculas y partículas de asfaltos muy pequeñas (por debajo de una micra), el transporte es difusional por naturaleza y k_t se puede obtener utilizando correlaciones para transferencia de masa por convección forzada, sabiendo que la difusividad de las partículas de asfaltos puede ser determinada.

Por otra parte, para el caso de partículas por debajo de una micra, el coeficiente de difusión Browniana puede ser determinado utilizando la ecuación de Stokes-Einstein

$$D_{Dif} = \frac{k_B T}{3\pi\mu d_p} \quad (6.7)$$

Para el caso de partículas de asfaltos suspendidas en aceite, con un tamaño promedio de 0.5 μm de diámetro, la ecuación (6.7) predice coeficientes de difusión en el orden de 10^{-12} m^2/s y números de Schmidt en el orden de 10^6 . Para el caso de partículas con números de Schmidt en el orden de 10^6 , el coeficiente de transferencia de masa para un flujo turbulento se expresa a partir de la siguiente expresión:⁸⁷

$$\beta = \frac{0.079 \sqrt{\frac{f}{8}} v}{Sc^{2/3}}, \quad (6.8)$$

donde v es la velocidad a la que se mueve el fluido que transporta a las partículas de asfaltos, f es el factor de fricción del fluido con la pared de la tubería y Sc el número de Schmidt.

A partir de la definición del número de Schmidt, dada por:

$$Sc = \frac{\mu_l}{\rho_l D_{Dif}}, \quad (6.9)$$

donde μ_l y ρ_l son la viscosidad y densidad del medio fluido respectivamente, y sustituyendo en la ecuación (6.8) se puede llegar a la relación:

$$\beta \propto d_p^{-2/3} * v, \quad (6.10)$$

Para un valor promedio de tamaño de partícula constante, la ecuación (6.10) se simplifica de la siguiente forma:

$$\beta = k_1 v ; \quad (6.11)$$

sustituyendo la ecuación (6.11) en la ecuación (6.6) se tiene que:

$$\dot{m}_d = k_1 v (C_{Ab} - C_{As}) \quad (6.12)$$

La ecuación (6.12) muestra que la velocidad de transferencia de masa de partículas de asfalto, desde el flujo en bulto del aceite hacia la superficie en la pared es proporcional a la velocidad del aceite.

La adhesión de las partículas de asfalto a la superficie se lleva a cabo una vez realizada la transferencia de masa de partículas de asfalto hacia las paredes del sistema. Mientras que en teoría, la mecánica de fluidos y la teoría de difusión pueden explicar cómo las partículas de asfalto llegan a la vecindad de las paredes, no es posible predecir si subsecuentemente una partícula se adherirá a la superficie o no.

Generalmente, pueden observarse tres situaciones básicas en relación a la depositación de asfaltos en una superficie a partir de un fluido en movimiento:

- 1.- El transporte difusional de las partículas a través de la capa límite adyacente a la superficie.
- 2.- La adhesión del depósito asfáltico a la superficie metálica o a una capa asfáltica.
- 3.- La remoción de grumos o aglomerados de partículas de asfalto depositado en la superficie y su transporte lejos de la superficie por efecto del flujo de aceite.

La suma de estos mecanismos básicos representa la velocidad de crecimiento de la capa de asfalto depositado sobre una superficie.

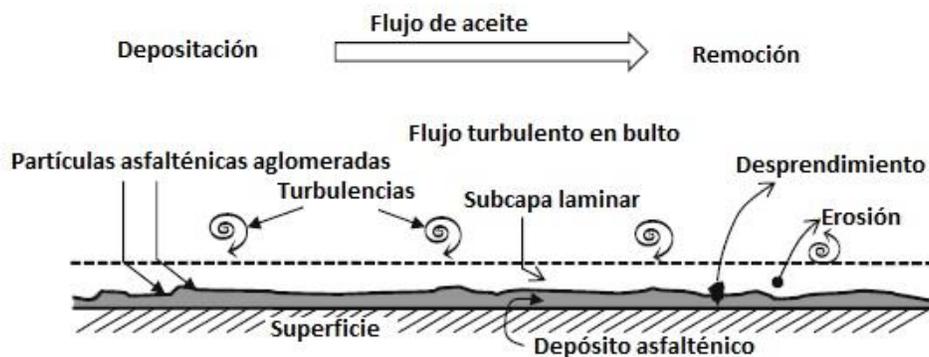


Figura 6.1. Representación esquemática de depositación y remoción de asfaltos

El problema de adhesión puede formularse de forma estadística en términos de la probabilidad de que una partícula que se aproxima a una superficie se pega a ella, o alternativamente se adhiere a una capa de partículas de asfalto que se ha formado en la superficie. La correlación general aproximada reemplaza la diferencia de concentraciones en la ecuación (6.6) por el producto de la concentración de bulto y la probabilidad de adhesión (S_p), de la siguiente forma:

$$\dot{m}_d = S_p \beta C_{Ab} \quad (6.13)$$

Cuando $S_p = 1$, la transferencia de masa predomina y de acuerdo a la ecuación (6.12), \dot{m}_d es directamente proporcional a la velocidad del aceite. Para el caso donde $S_p \neq 1$, la adhesión en la superficie es significativa y \dot{m}_d podría disminuir o aumentar conforme la velocidad del aceite varía. Las partículas de asfalto se adhieren a la superficie si las fuerzas fisicoquímicas de adhesión (F_{adh}), entre estas partículas y la superficie sobrepasan en magnitud a las fuerzas de arrastre F_{drag} , presentes cerca de la superficie:

$$S_p = \frac{F_{adh}}{F_{drag}} . \quad (6.14)$$

Las fuerzas de adhesión generalmente siguen una forma de expresión de Arrhenius que puede ser expresada como:

$$F_{adh} = F_a e^{-\frac{E_a}{RT_s}} , \quad (6.15)$$

donde F_a es constante, E_a es la energía de activación de la adhesión y T_s es la temperatura de la superficie.

Por otro lado, la fuerza de arrastre depende del coeficiente de arrastre, C_D , el área transversal de flujo de las partículas de asfalto, A_p , la densidad del aceite, ρ_l , y la velocidad del aceite, v :

$$F_{drag} = C_D A_p \rho_l v^2 . \quad (6.16)$$

Al sustituir las ecuaciones (6.15) y (6.16) en la ecuación (6.14), la probabilidad de adhesión puede reescribirse como:

$$S_p = k_2 \frac{e^{-\frac{E_a}{RT}}}{v^2} \quad (6.17)$$

donde:

$$k_2 = \frac{F_a}{C_D A_p \rho_l} . \quad (6.18)$$

Al sustituir la expresión (6.17) en la ecuación (6.13) tenemos:

$$\dot{m}_d = \frac{k_2 \beta}{v^2} e^{-\frac{E_a}{RT_s}} C_{Ab} \quad (6.19)$$

donde k_2 y E_a son parámetros ajustables a datos experimentales. El coeficiente de transferencia de masa β puede ser calculado a partir de la ecuación (6.8). De igual forma, la ecuación (6.19) puede ser expresada de forma simplificada al sustituir la ecuación (6.11) en ella:

$$\dot{m}_d = \frac{k_d}{v} e^{-\frac{E_a}{RT_s}} C_{Ab} \quad (6.20)$$

con:

$$k_d = k_1 k_2 . \quad (6.21)$$

La ecuación (6.19) muestra que la velocidad de adhesión de las partículas de asfalteno floculado es directamente proporcional a la concentración e inversamente proporcional a la velocidad de flujo del aceite. Es importante recordar que para predecir los perfiles de depositación de asfalteno a lo largo de un sistema de producción se necesita contar con cálculos de precipitación de asfalteno, el modelado hidrodinámico del fluido y el modelado térmico del sistema. Esta ecuación ha resultado ser un modelo sencillo y eficaz para estimar la rapidez de depositación de sólidos de asfalteno a lo largo de la tubería de producción, considerando un balance entre la fuerza de adhesión del asfalteno en la pared de la tubería y la fuerza de arrastre por el movimiento del fluido a través de la tubería.

7.- RESULTADOS Y DISCUSIONES

7.1.- Validación del modelo.

En la aplicación de un modelo de flujo no es suficiente que presente resultados, sino que es necesario tener la certeza de que la información que se está presentando es adecuada, acorde a la fenomenología que se pretende modelar. Por tal motivo, es necesario que el modelo de flujo utilizado sea validado, esto permite tener la confianza de que los resultados obtenidos de su aplicación, en un caso de estudio, son congruentes.

Una forma apropiada para validar los resultados de utilizar un modelo de flujo es comparándolo con información experimental o de campo disponible. Sin embargo, no siempre es posible tener acceso a este tipo de información, por lo que dentro de la ingeniería, la forma más utilizada y práctica para validar el funcionamiento de un modelo de flujo es por una modalidad de método comparativo, en el cual se ponen en perspectiva los resultados obtenidos por el método considerado y los resultados obtenidos, para un caso similar, utilizando algún otro modelo ya establecido y previamente validado.^{17,21,22}

En el presente trabajo se muestra una forma de validación del modelo desarrollado, al comparar los resultados de los perfiles de presión obtenidos por éste y los resultados obtenidos por dos modelos límite de flujo, los cuales son el modelo Fancher-Brown y el modelo Beggs-Brill; ambos modelos son correlaciones empíricas aunque con diferentes consideraciones, siendo utilizadas comúnmente como una regla de dedo para establecer los límites dentro de los cuales un modelo de flujo distinto presenta estimaciones adecuadas o no.

El modelo Fancher-Brown es un modelo de correlación empírico básico, el cual considera que el flujo en la tubería es homogéneo, sin deslizamiento ni presencia de patrones de flujo, donde para el caso de más de una fase, la densidad de la mezcla es producto de la relación gas-líquido como resultado de suponer que ambas fases viajan a la misma velocidad, siendo una correlación para estimar el factor de fricción en la pared de la tubería la única correlación aplicada, esto resulta en deficientes estimaciones de los perfiles de presión.¹⁰⁸ Por otra parte, el modelo Beggs-Brill es un modelo de correlación empírica más sofisticado, en el cual se toma en cuenta el deslizamiento entre las fases, reconociendo que el gas viaja a una velocidad mayor que la del líquido, además de identificar la presencia de patrones de flujo, esto conlleva a necesitar correlaciones para definir no solamente al factor de fricción en la pared de la tubería, sino además se necesitan correlaciones para obtener el colgamiento de líquido y el patrón de flujo; en la aplicación de esta correlación se ha observado que presenta buenos resultados al modelar los perfiles de presión en tuberías verticales sin embargo, sobre predice la caída de presión en pozos de producción.¹¹¹

Para el caso de validación de la versión estacionaria del modelo desarrollado en este trabajo, se simula el perfil de presiones de una tubería vertical de flujo ascendente, en la cual fluye aceite con una gravedad de 45 API y gas con una gravedad específica de 0.75, con un gasto de 10000 bbl/día a condiciones de estándar, la tubería es de 0.1524 m de diámetro interno y 3000 m de longitud, se establece una presión fija de 100 bar a la salida de la tubería y se establece un nodo de presión en

el fondo, para el cual se va a obtener el valor de la presión en ese punto que satisfaga las condiciones de frontera a la salida de la tubería.

En la figura 7.1 se presentan los resultados del caso de validación de la versión estacionaria del modelo desarrollado, en la cual se puede observar que el perfil de presión de la tubería cae dentro del rango establecido por los modelos límite (Fancher-Brown y Beggs-Brill), lo cual nos permite suponer que el modelo es capaz de presentar resultados adecuados de los perfiles de presión en una tubería de producción e incluso de los perfiles de las propiedades hidrodinámicas.

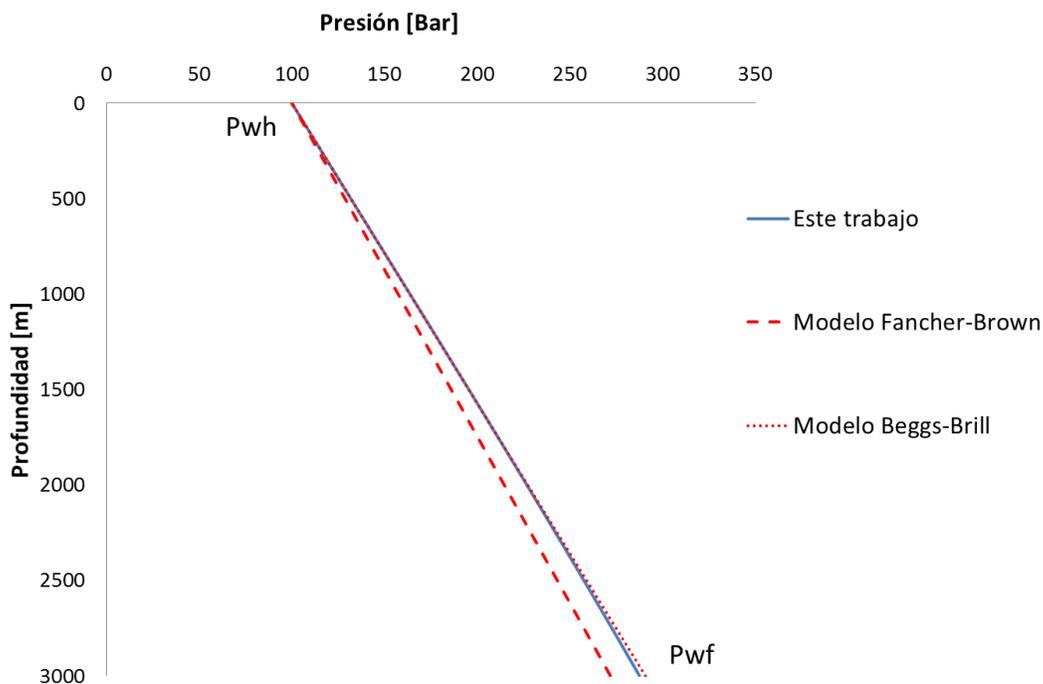
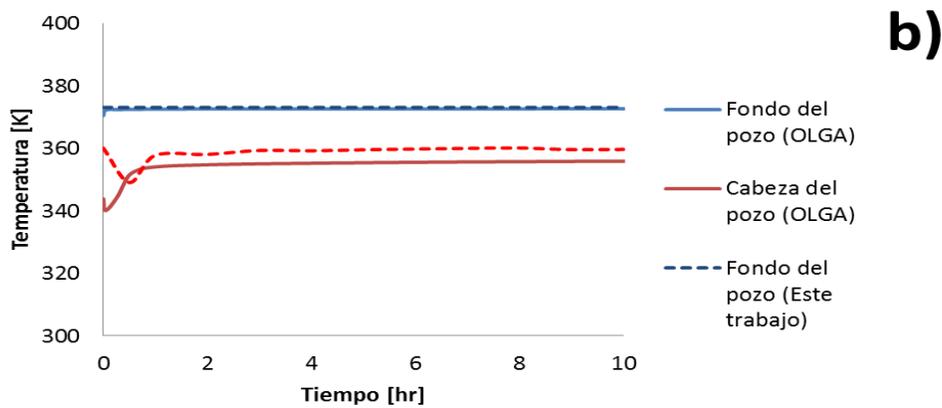
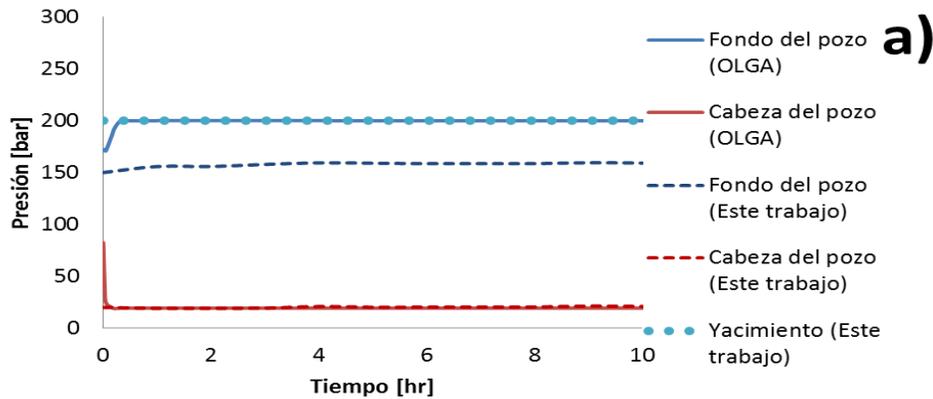


Figura 7.1.- Validación de la versión estacionaria del modelo presentado en este trabajo.

De manera adicional, se utiliza un simulador comercial de flujo en estado transitorio con fines comparativos para observar el comportamiento de las tendencias de propiedades tales como son la presión y la temperatura en un sistema de flujo en una tubería vertical de 0.1016 m de diámetro y 2000 m de profundidad con una presión fijada en la cabeza de la tubería a 20 bar y una presión simulada en el yacimiento de 200 bar, en el cual se hace fluir una mezcla de aceite y gas de 45 API y 0.75 de gravedad específica, respectivamente; con un tiempo de simulación de 10 horas. En la figura 7.2a se muestra el comportamiento de la tendencia de la presión, donde se puede observar que, en el simulador comercial, al establecer un nodo de presión en el fondo, mantiene su valor fijo alrededor de los 200 bar similar a la presión del yacimiento simulado, y se obtuvo un gasto fijo de 5000 bbl/día; mientras que el modelo presentado en este trabajo representa la presión del fondo del pozo como resultado de un análisis nodal entre la presión de la formación y la presión de la cabeza del pozo como condiciones de frontera, obteniendo un gasto promedio de 5900 bbl/día; se puede observar además, que la presión del fondo siempre es menor a la presión del

yacimiento simulado sin embargo, se puede establecer que el comportamiento en la tendencia de caída de presión a lo largo de la tubería es congruente con la tendencia del perfil obtenido en el simulador comercial. Similarmente, para el caso de la temperatura la figura 7.2b muestra el comportamiento de la tendencia de la temperatura a lo largo de la tubería, comparado con la tendencia obtenida por el simulador comercial, se puede observar una congruencia adecuada en dichos comportamientos, con una variación en la temperatura a la salida de la tubería, la cual se debe a la forma de estimar el coeficiente de transferencia de calor del sistema de acuerdo al arreglo del sistema de la tubería.



7.2.- Comparación de tendencias de presión y temperatura con un simulador comercial

7.2.- Ejemplo de aplicación.

En el presente trabajo, se presentan resultados de la simulación del comportamiento volumétrico, así como del equilibrio de fases para describir la envolvente de presión de saturación y envolvente de precipitación de asfaltenos, además se obtienen perfiles del comportamiento hidrodinámico y depositación de sólidos de asfalteno en una tubería vertical de producción. Para tal fin, se selecciona al aceite Maximino-1 del cinturón plegado Perdido, en el Golfo de México, norte; cuya composición se presenta en el apéndice D.

Respecto al comportamiento volumétrico del aceite crudo, se utiliza una ecuación de estado del tipo cúbica, para tal efecto se hace uso de un simulador composicional propio, denominado SIMPVT2.¹¹ Este módulo computacional, basado en la ecuación de estado PR⁹, está programado en código FORTRAN, ajusta los parámetros de interacción binaria y de traslación de volumen a partir de datos de puntos de saturación y de densidad del aceite respectivamente, utilizando el modelo de ajuste no lineal Levenberg-Marquardt, ver apéndice C.

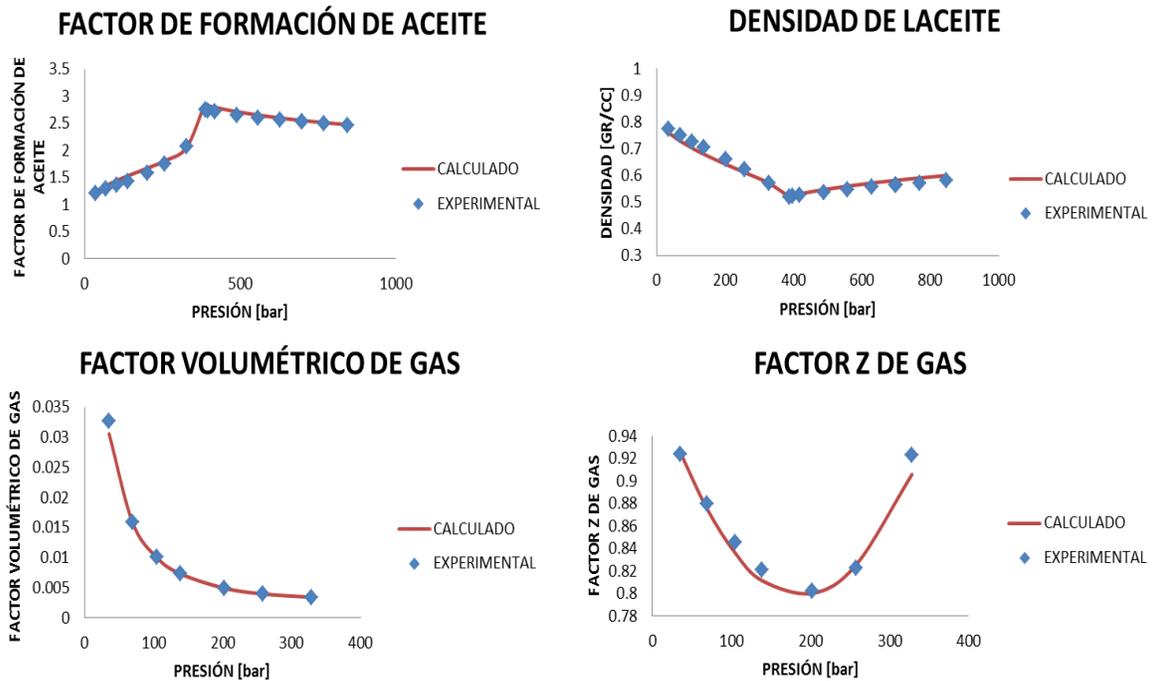


Figura 7.3.- Ajuste de las propiedades volumétricas del pozo Maximino-1 a la ecuación cúbica de estado Peng-Robinson, con el simulador SIMPVT2.

De acuerdo a los resultados presentados en las gráficas de la figura 7.3, se puede observar que el comportamiento volumétrico de pozos en aguas profundas, se modela de forma adecuada utilizando una ecuación cúbica de estado. La información experimental con la que se comparan los valores calculados se obtuvieron a partir de los reportes PVT experimentales para cada uno de los pozos exploratorios.

Seguidamente, para describir la precipitación de asfaltenos, el modelo CPA aplicado a mezclas de hidrocarburos divide la fracción pesada en dos subgrupos con contribución de asociación, asfaltenos y moléculas pesadas, en estas últimas se engloban a los alcanos pesados, aromáticos pesados y a las resinas. En este modelo, la precipitación de asfaltenos en aceites se modela como una separación tradicional líquido-líquido o gas-líquido-líquido, en donde una fase líquida es carente de asfaltenos y la otra fase líquida es rica en asfaltenos. Una ventaja de este modelo es

que está basado en la caracterización del fluido, por lo que puede ser implementado en simuladores de yacimientos composicionales.

Se desarrolla una rutina de cómputo para la estimación de envolventes de precipitación de asfaltenos a partir del modelo CPA. El modelo consiste en un modulo de cálculo de separación de fases gas-líquido-líquido a partir de un método flash multifásico, para la obtención de las envolventes de presión onset superior de asfaltenos y de presión de burbuja, a partir de alimentar la composición de un aceite que sea sujeto de estudio. En el módulo computacional se incorpora un modelo de regresión no lineal del tipo Levenberg-Mardquart. Este modelo de regresión no lineal se aplica sobre el único parámetro ajustable de la ecuación CPA, la energía de asociación cruzada entre moléculas de asfalto y moléculas de resinas o componentes aromáticos, ϵ_{AR} ; y de acuerdo a los trabajos de Li et al^{12,13}, se ha encontrado que este parámetro de energía tiene un comportamiento lineal en función de la temperatura, de la siguiente forma:

$$\epsilon_{AR} = aT + b, \quad (7.1)$$

siendo la siguiente función objetivo a minimizar en el modelo de optimización:

$$\min \left\{ \sum \left(\frac{P_{ons}^{exp} - P_{ons}^{calc}}{P_{ons}^{exp}} \right)^2 \right\}; \quad (7.2)$$

mientras que los parámetros restantes relacionados con la asociación de moléculas de asfalto y resinas/aromáticos (número de sitios activos NA , NR ; volúmenes de asociación κ_{AA} y κ_{AR} ; y la energía de autoasociación ϵ_{AA}) se consideran constantes, como se ha descrito en la sección 3.3.

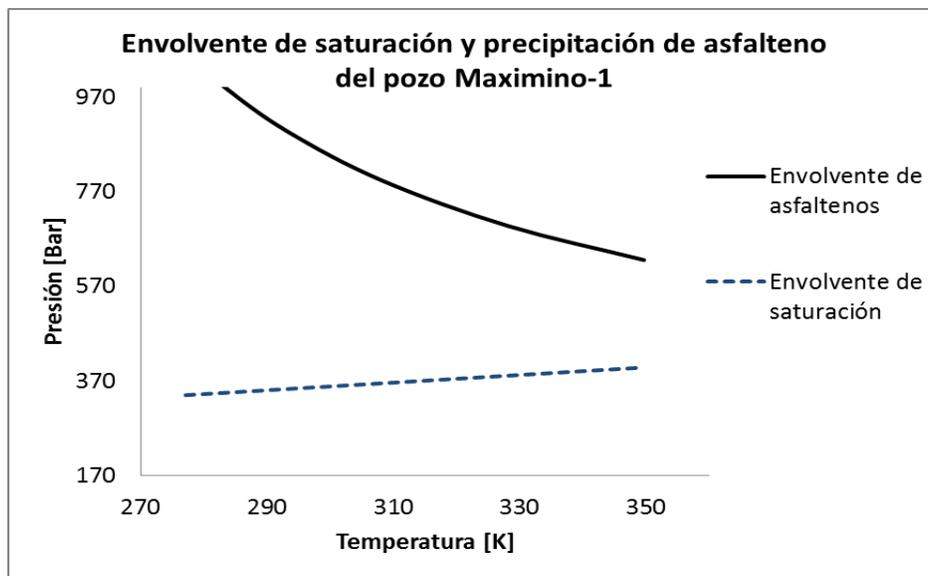


Figura 7.4.- Gráficas de envolventes de saturación y onset de precipitación de asfaltenos, experimentales y calculadas, para el caso del aceite Maximino-1.

La figura 7.4 muestra la estimación de las envolventes de saturación y precipitación de asfalto para el aceite Maximino-1, utilizando el modelo de ecuación de estado CPA. En el caso de este aceite en particular, se utilizó la información PVT disponible para realizar la estimación de la precipitación de asfaltos.

En una simulación de flujo multifásico transitorio, la determinación de la cantidad de fluido que se produce y transporta a través de las instalaciones va a depender de la presión en el fondo del pozo, la cual a su vez está directamente relacionada con la presión en la cabeza del pozo o superficie y la presión estática del yacimiento. La forma de conocer los valores del gasto volumétrico de un pozo y su presión de fondo es a partir de un análisis nodal, el cual relaciona el perfil de producción en la tubería desde el fondo del pozo hasta la superficie y el perfil de capacidad de afluencia del yacimiento al fondo del pozo.

En la tabla 7.1 se muestra la información necesaria para la construcción de la curva de capacidad de afluencia (curva IPR), para el caso específico del pozo Maximino, a partir del modelo de IPR compuesto dado por las ecuaciones (5.88) y (5.92).

Tabla 7.1. Información del medio en el yacimiento para la construcción.

Presión estática de yacimiento	685 bar
Temperatura de yacimiento	349.15 K
Presión de burbuja @ Tyac	381.96 bar
Permeabilidad de la formación	40 md
Espesor de la formación	30 m
Radio de drene	1000 m
Radio del fondo del pozo	0.2032 m
Viscosidad @ Pyac., Tyac.	0.37 cP
Bo @ Pyac., Tyac.	2.53
Porosidad	1
Compresibilidad	1.45E-04 1/bar

De acuerdo a esta información; de la ecuación (5.89) se obtiene un valor IP de 5.545. Con esta información se determinan valores de Qmax de 20820 bbl/día y Qb igual a 15810 bbl/día. La figura 7.5 muestra la curva IPR estimada para el caso particular del pozo Maximino-1. Adicionalmente, es importante señalar que para la construcción de esta curva de capacidad de afluencia, se plantean la siguiente suposición: el comportamiento del flujo de hidrocarburos en el yacimiento se ha estabilizado, por lo que el flujo es en un régimen pseudoestacionario, esto a su vez implica que los efectos transitorios ocurridos por los cambios que pudieran suceder en el gasto de producción o en la presión del fondo del pozo son muy rápidos y no tienen efecto en el comportamiento del yacimiento.

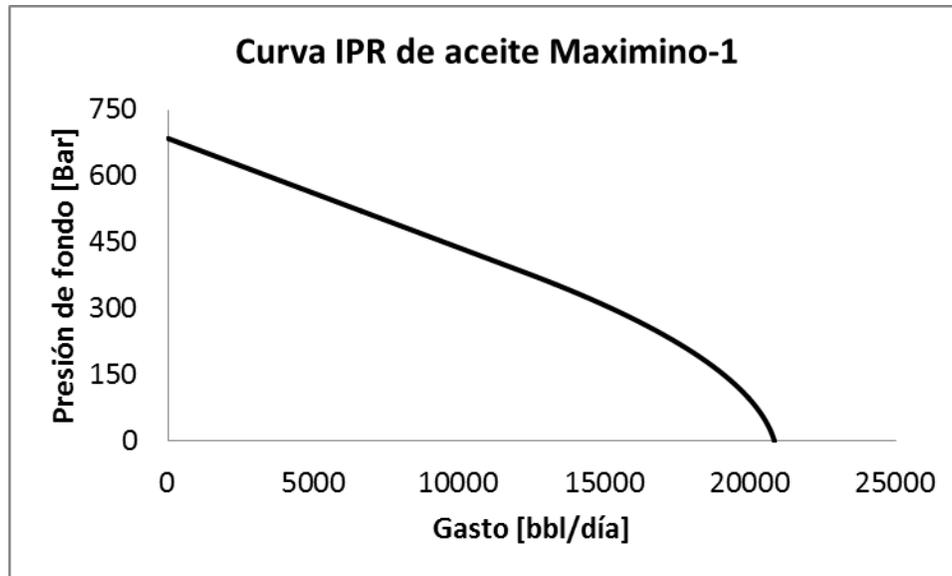


Figura 7.5.- Curva de Capacidad de Afluencia para el pozo Maximino-1.

La otra parte del análisis nodal corresponde al perfil de gastos en función de la presión de fondo de pozo estimada a partir de una simulación de flujo multifásico en el pozo utilizando el modelo de flujo de deriva. Dicha simulación se realiza suponiendo que la tubería de producción es completamente vertical y el flujo es ascendente, que el aceite alimentado se encuentra en una fase y las demás fases se liberan en la trayectoria del fluido desde el fondo del pozo hasta la superficie. La longitud de la tubería corresponde a la profundidad a la que se encuentra el pozo, desde la superficie marina hasta el fondo del mismo, el diámetro y espesor de la tubería es asignado de acuerdo a los valores típicos para diámetros de tuberías de producción. La tabla 7.2 presenta la información necesaria para realizar la simulación de flujo multifásico en tuberías para el caso del pozo Maximino-1.

Tabla 7.2. Información de la tubería de producción del pozo Maximino-1.

NOMBRE DE LA MUESTRA	MAXIMINO-1
PRESION DE YACIMEINTO	685.33 bar
TEMPERATURA DE YACIMIENTO	349.15 K
PRESION DE SALIDA DE SEPARADOR	220.0 bar
PROFUNDIDAD	3000 m
DIAMETRO INTERNO DE LA TUBERIA	0.1237 m
GRAVEDAD API DEL ACEITE A CONDICIONES ESTANDAR	40
GRAVEDAD ESPECIFICA DEL GAS A CONDICIONES ESTANDAR	0.785
TIEMPO DE SIMULACION	360 días
TOLERANCIA DE CONVERGENCIA	1.00E-04

Con la información anterior, se tiene que para el caso de la curva IPR presentada en la figura 7.5, el análisis nodal muestra que el gasto óptimo de producción y la presión de fondo del pozo son 11900 bbl/día y 390.77 bar respectivamente, como lo muestra la figura 7.6. Estos valores se utilizan para inicializar la simulación en estado estacionario; y a partir de esta información, es posible conocer las condiciones a las que un pozo de producción producirá aceite y gas en un flujo multifásico en estado transitorio desde el yacimiento hasta la superficie.

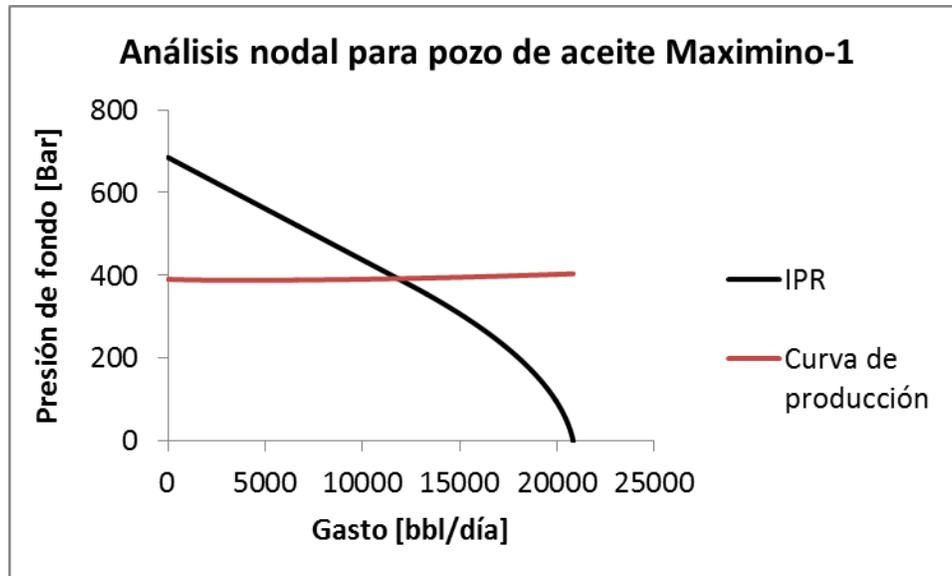


Figura 7.6.- Análisis nodal para el pozo Maximino-1.

Adicionalmente al estudio del flujo multifásico en tuberías de producción en estado transitorio, en este trabajo de investigación se desarrolla un modelo unificado para predecir el efecto de la precipitación y depositación de sólidos de asfalteno en tuberías de producción. Para lo cual se genera un programa de cómputo en FORTRAN denominado PDST-Flow, que incorpora un estudio composicional del comportamiento de fases y volumétrico de crudos asfálticos utilizando una ecuación de estado CPA, un modelo de flujo de deriva en estado transitorio acoplado con un modelo compuesto para estimar la capacidad de afluencia en el fondo del pozo, y un modelo tipo cinético para estimar la velocidad de precipitación de sólidos asfálticos así como su rapidez de depositación a lo largo de la tubería de producción.

La figura 7.7 muestra de manera general el procedimiento de cálculo para el perfil de precipitación y depositación de asfalteno en pozos de producción de mezclas multifásicas de hidrocarburos.

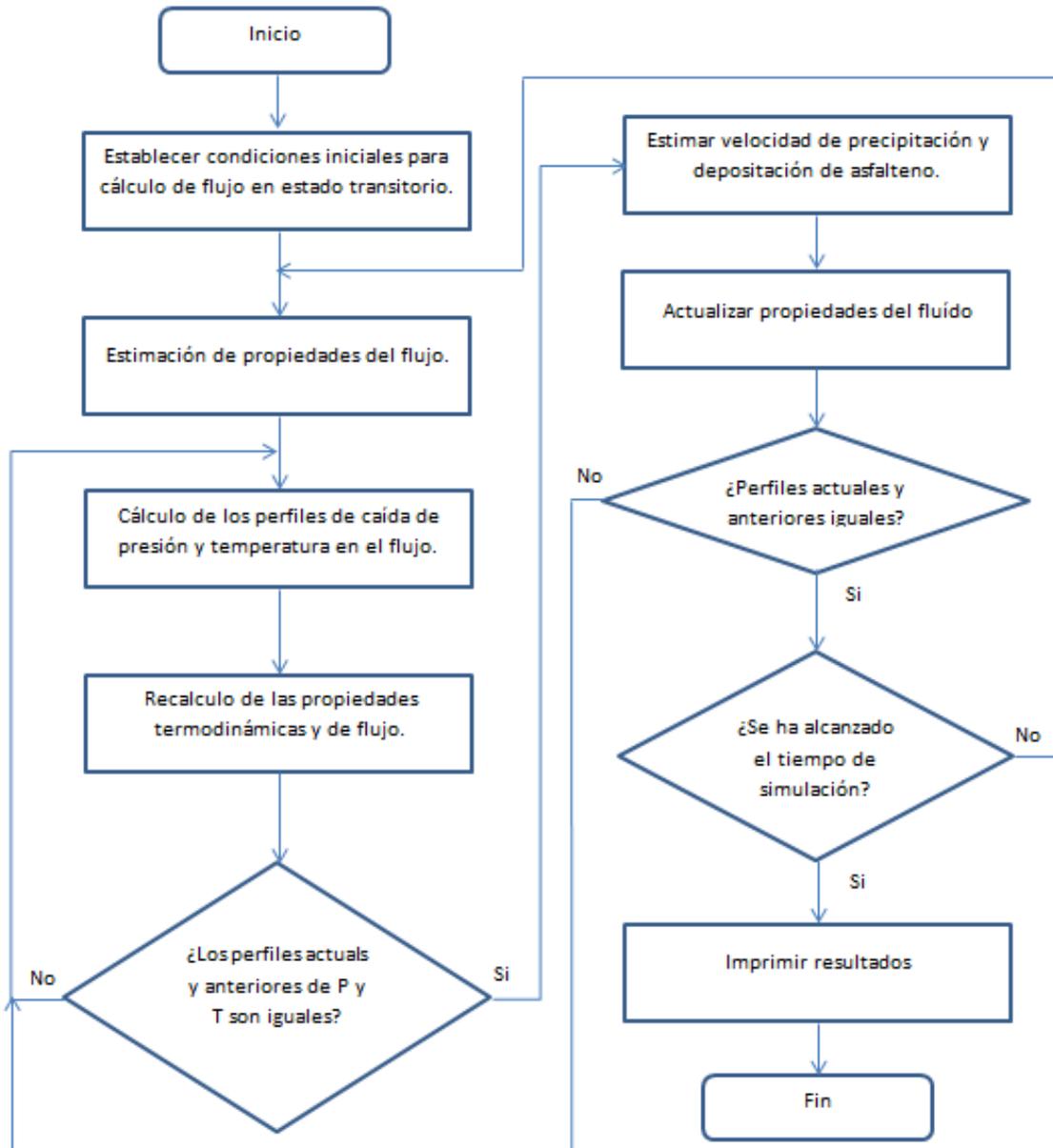


Figura 7.7.- Diagrama de flujo general para estimar la deposición de asfaltenos en una tubería de producción.

Las tablas 7.1 y 7.2 contienen la información necesaria para iniciar una simulación de flujo en estado transitorio con depósitos de asfaltenos de forma composicional, donde las propiedades volumétricas y de transporte, al igual que las condiciones de cambio de fase se obtienen a partir de una ecuación de estado. La composición del aceite Maximino-1, así como de los aceites Trión-1 y Supremus-1, igualmente localizados en la zona del cinturón Plegado Perdido, Golfo de México, norte, y que al igual son aceites de interés de estudio, se enlistan en el apéndice D.

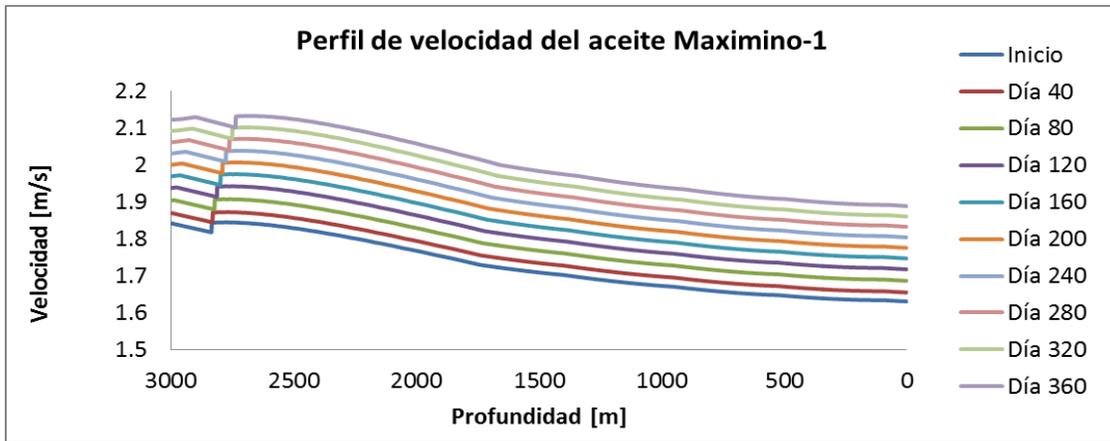


Figura 7.8.- Perfil de la velocidad de aceite para el pozo Maximino-1 en una simulación transitoria de 360 días.

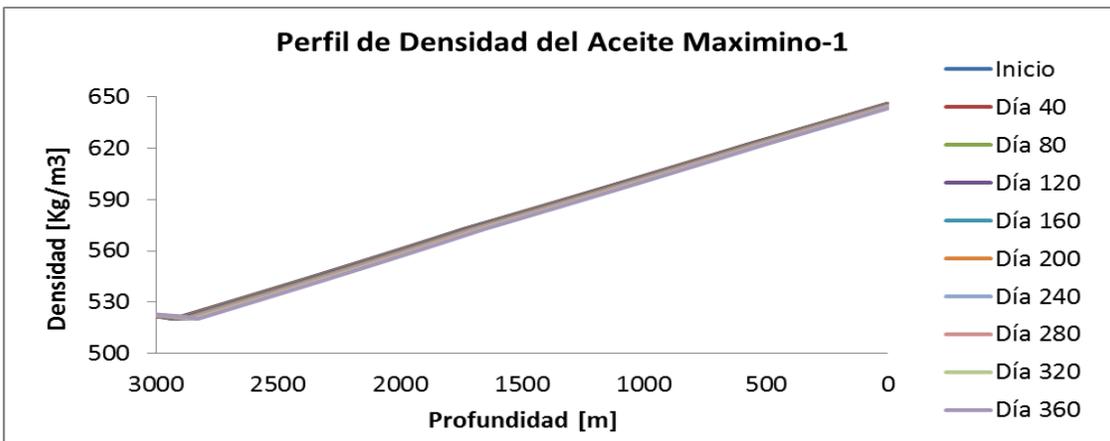


Figura 7.9.- Perfil de densidad para el aceite del pozo Maximino-1 en una simulación de 360 días.

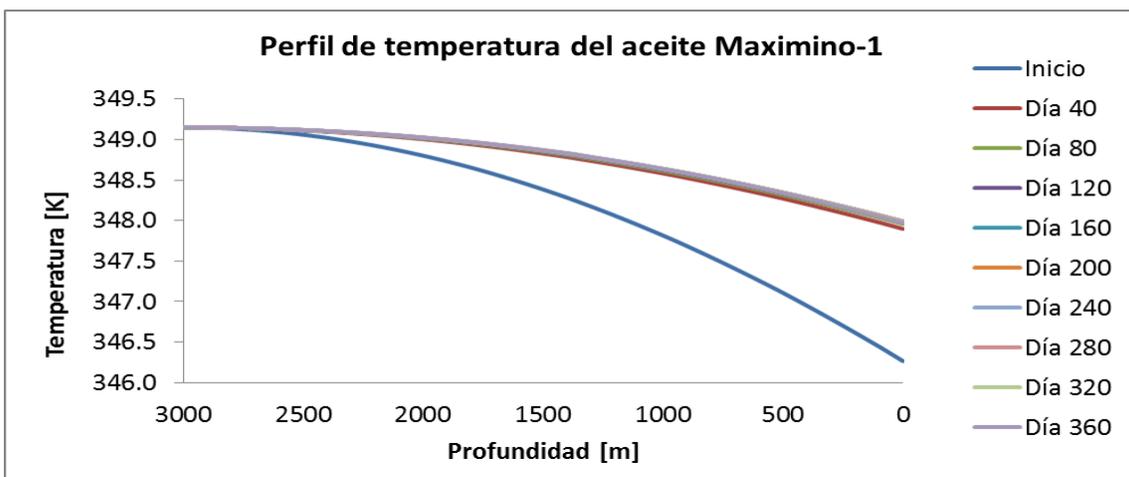
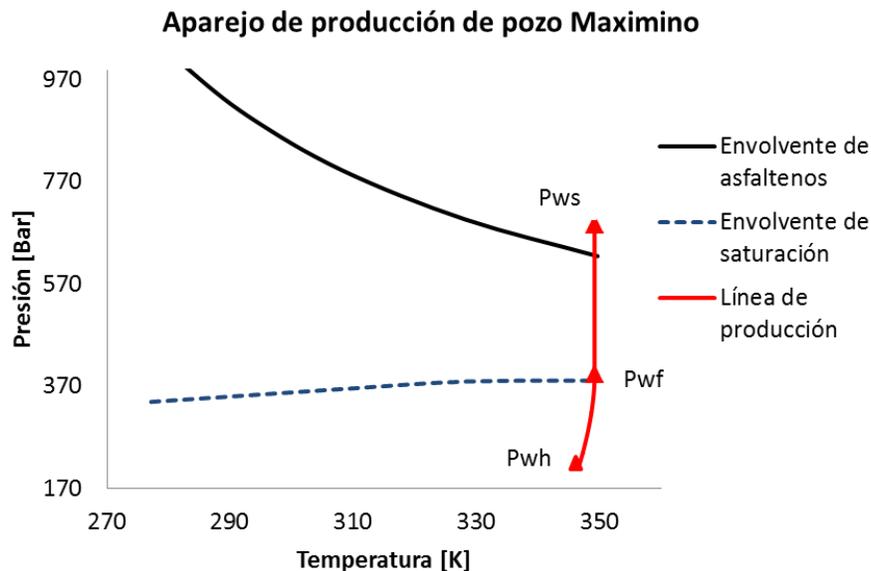


Figura 7.10.- Perfil de Temperatura para el pozo Maximino-1 en una simulación de 360 días.

En las figuras 7.8 a 7.10 se muestra el perfil de velocidades, densidad, y temperatura del pozo Maximino-1 simulado composicionalmente utilizando el modelo de flujo multifásico transitorio de deriva para las condiciones establecidas, donde se observa una variación en el comportamiento de dichas propiedades en términos del tiempo de simulación por el efecto de la depositación de sólidos de asfalteno; para el caso de la velocidad de la mezcla, se observa como a medida que el diámetro transversal de flujo se reduce, la velocidad en el fondo del pozo es mayor; para el caso de la temperatura, se tiene que el perfil es variable en términos del tiempo, en el que se puede observar que a medida que avanza el tiempo de simulación el gradiente de temperatura es menor, esto debido a que el depósito de asfalteno ejerce una resistencia adicional al proceso de transferencia de calor, propiciando que exista una pérdida menor de calor desde el seno del fluido hacia el exterior; de acuerdo al trabajo presentado previamente por Jamialahmadi et al⁸⁷, se ha utilizado una conductividad térmica de 0.75 W/mK para el depósito formado. En el caso del perfil de la densidad, se puede observar que en el fondo del pozo las condiciones del aceite se encuentran cercanas al punto de presión de burbuja, la presencia de la fase gas toma lugar en una zona cercana a la profundidad del fondo del pozo, originando que a medida que el gas se desprende de la fase aceite, este último se haga más denso y por consecuencia la velocidad del aceite sea menor en la trayectoria lo largo de la tubería de producción.

La figura 7.11 muestra el aparejo de producción esperado, indicando las zonas de precipitación de asfaltenos y de cambio de fase en la tubería de producción para el pozo Maximino-1, donde se puede observar que a las condiciones de simulación establecidas, se espera que la precipitación de asfaltenos tenga lugar en la zona de la cara de la formación, mientras que la separación de la fase gas va a ser en la tubería de producción.



7.11.- Aparejo de producción esperado para el pozo Maximino-1 a las condiciones de producción.

La predicción del depósito de asfalteno acumulado en una tubería de producción se muestra en la figura 7.12 para una simulación de 360 días para el caso del pozo Maximino-1. En esta figura se puede observar el comportamiento del perfil de depósito de asfalteno en la tubería de producción en función del tiempo, donde el asfalteno precipitado se deposita en las paredes de la tubería reduciendo gradualmente el diámetro de la misma, lo cual eventualmente ocasionará problemas de aseguramiento de flujo. De manera adicional, el análisis de esta gráfica permite conocer la siguiente información complementaria:

- En la figura 7.12 Se puede observar la reducción del área transversal efectiva de flujo a lo largo de una tubería de producción, debido a la depositación de sólidos asfálticos. A pesar que la rapidez de depósito es baja en relación al tiempo transcurrido, reduciendo el diámetro de la tubería de 0.1237 a 0.1130 m, siendo aproximadamente 0.0107 m (1.07 cm) la reducción del diámetro en la zona de mayor restricción, el gasto de producción del pozo varía entre los 11900 y 11670 bbl/día. Dicha reducción causa una variación en el comportamiento hidrodinámico en el flujo de aceite a través de dicha tubería, tal como se muestra en las figuras 7.8 a 7.10. Debe notarse que a un tiempo mayor se acumulará mayor cantidad de asfalteno depositado, incrementando dicho espesor y propiciará problemas de obturamiento de la tubería, reduciendo la producción de aceite.
- Igualmente, en la figura 7.12 se puede observar que la zona de mayor depósito de asfalteno es en la zona de menor velocidad de aceite, que por la pérdida de fracciones ligeras de hidrocarburos que emigran a la fase gas, es más denso y por lo tanto se desplaza a una menor velocidad, ocasionando que las fuerzas de adhesión sean mayormente dominantes, haciendo que una mayor cantidad de asfalteno precipitado se deposite.
- En la figura 7.13a, se puede apreciar el efecto que tiene la reducción del área transversal de flujo con la presión en el fondo del pozo debido a la presencia de sólidos asfálticos depositados en la tubería de producción, de tal forma que a medida que avanza el tiempo de producción hay mayor cantidad de asfalteno depositado, generando que exista un incremento en la presión de fondo del pozo. Adicionalmente, como consecuencia de dicha variación a la entrada del pozo, va a existir una reducción en el diferencial de presión entre la formación y el fondo del pozo, lo cual consecuentemente reduce la cantidad de aceite que puede ser aportado desde el yacimiento, tal como se puede observar en la figura 7.13b.
- De acuerdo a la figuras 7.11 y 7.12, también se puede observar que desde el fondo de la tubería existe la presencia de depósitos de asfalteno y como ya se mencionó, esto es consecuencia del asfalteno que ha comenzado a precipitar en el fluido antes de entrar al pozo de producción debido a que, a lo largo de la formación, se ha alcanzado la presión de umbral de precipitación de asfalteno, esto como resultado por el efecto de la presión fijada en la cabeza del pozo. Los asfaltenos precipitados dentro de la formación ocasionan un fenómeno adicional denominado daño a la formación, el cual no se trata en el presente trabajo sin embargo es de interés considerarlo, pues afecta directamente en la reducción del gasto aportado del yacimiento al pozo, lo cual resulta en una menor producción de

barriles de aceite en la superficie. El efecto del daño a la formación es un punto de valor adicional a incluir como mejora al presente trabajo.

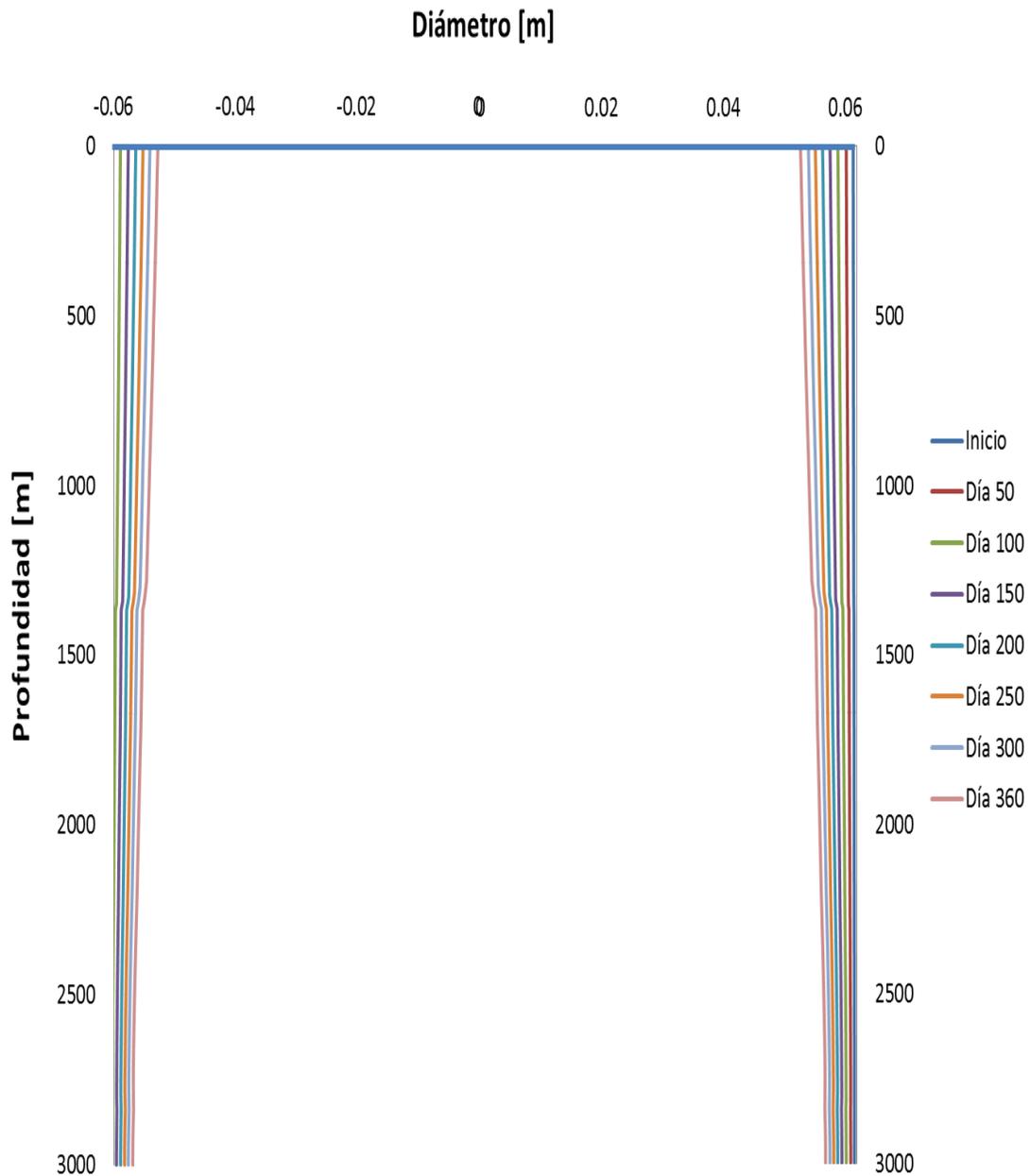


Figura 7.12.- Perfil de depósito de asfalto en pozo de producción para el fluido Maximino-1, en una simulación de 360 días.

A partir de la descripción del mecanismo de depositación de sólidos asfálticos precipitados, se conoce que la cantidad de aceite que fluye a través de la tubería está relacionada directamente con la rapidez de depositación, de tal forma que a mayor velocidad de fluido la fuerza de arrastre

comienza a predominar sobre la fuerza de adhesión reduciendo la cantidad de asfalto depositado, siendo el caso contrario cuando la cantidad de fluido que fluye a través de la tubería se desplaza a una velocidad menor, haciendo que la fuerza de adhesión sea predominante y haya mayor cantidad de asfalto depositado a lo largo de la tubería. En la figura 7.14 se observa el comportamiento del espesor de asfalto depositado en función del gasto producido, en el que se presenta la simulación de un fluido en una tubería vertical de 6000 m de largo con gastos de 500 bbl/día y 1000 bbl/día, con una presión de fondo mayor a la presión de burbuja y a la presión de precipitación de asfalto. En esta figura se puede observar el comportamiento del perfil de depósito asfáltico, siendo mayor en el caso donde el gasto de de 500 bbl/día comparado con el perfil de depósitos cuando el gasto es de 1000 bbl/día.

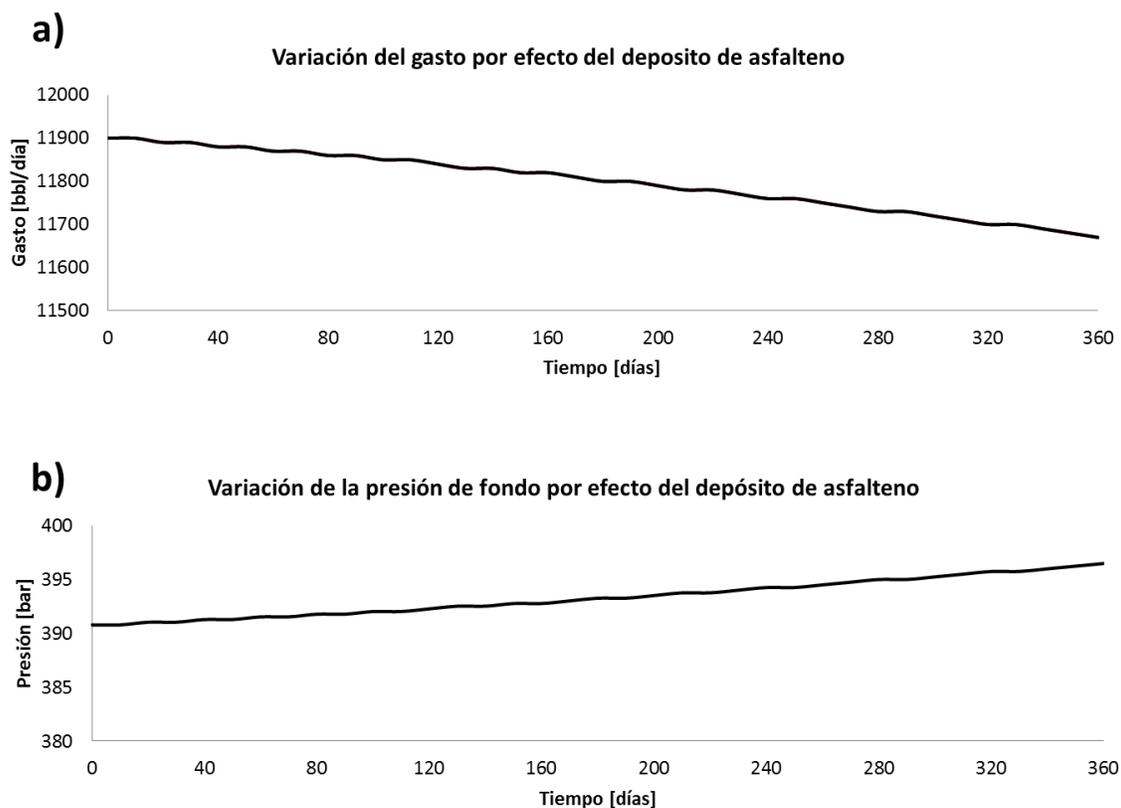


Figura 7.13. Efecto que tiene el depósito de asfalto en: a) Presión de fondo, b) Gasto de producción.

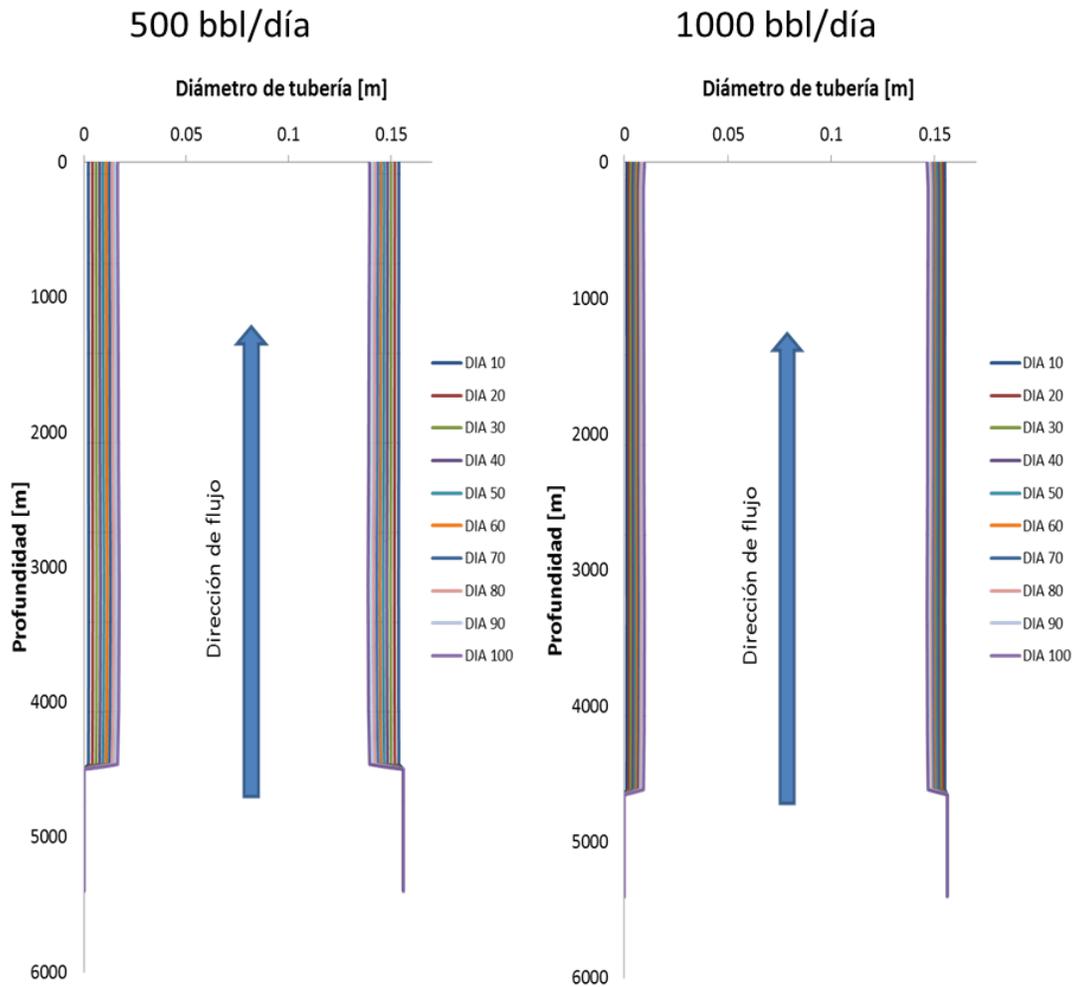


Figura 7.14. Reducción del diámetro interno de la tubería de producción por efecto del asfalteno depositado para el pozo Maximino-1 a un gasto de 500 y 1000 bbl/día respectivamente.

Igualmente, las figura 7.15 muestra mayor detalle del perfil de asfalteno depositado para el caso de la simulación con el gasto de 500 bbl/día, donde se puede observar la zona de mayor acumulación de depósito de asfalteno en la tubería.

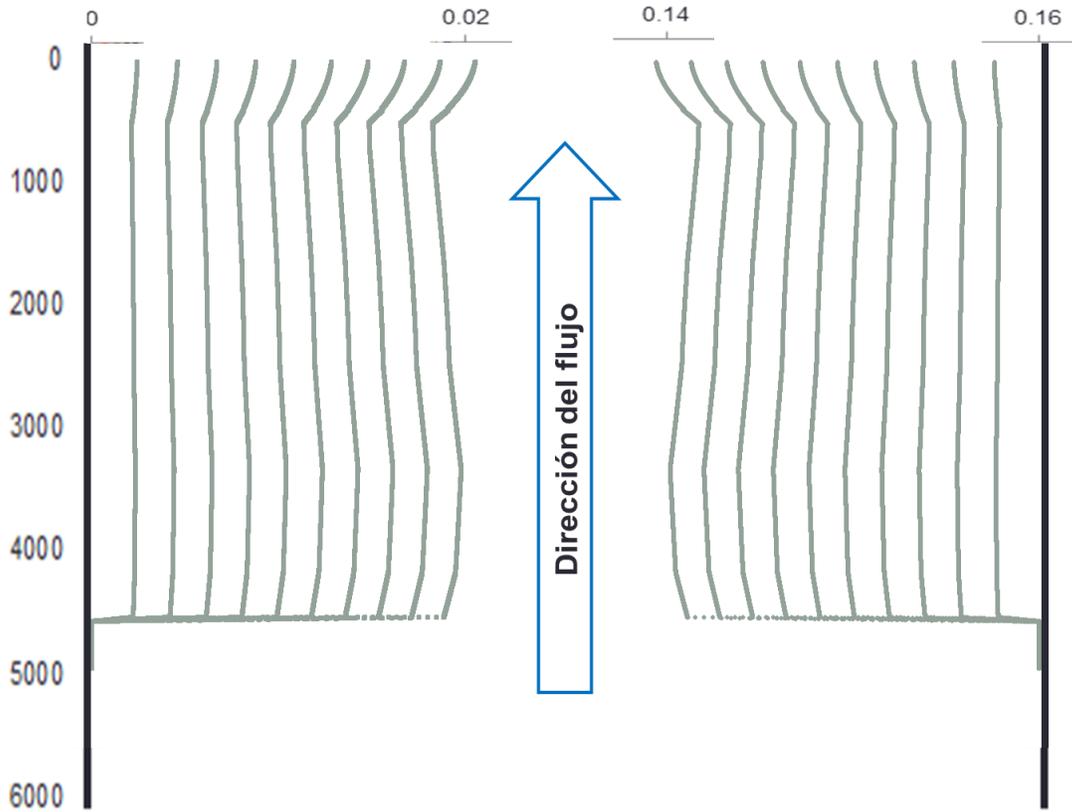


Figura 7.15.- Perfil detallado de la formación de la capa de asfalteno depositado a lo largo de los 100 días de simulación en la tubería a un gasto de 500 bbl/día.

8.- CONCLUSIONES.

Como se puede mostrar en el presente trabajo, el proceso para estimar el perfil de depositación de sólidos asfálticos, a lo largo de una tubería de producción, es un proceso integral que involucra un análisis detallado de diferentes etapas de modelación altamente relacionadas entre sí, como son el equilibrio termodinámico de fases del aceite con el propósito de conocer las condiciones a las cuales éste tendrá un determinado comportamiento, o a qué condiciones la fenomenología del flujo se modifica por la presencia de más de una fase en la tubería, además de determinar las condiciones de presión y flujo óptimas, de acuerdo a las condiciones de frontera establecidas por el yacimiento y la superficie, las características del medio que rodea a la tubería de producción, el tipo de patrón de flujo presente a lo largo de la tubería, la velocidad a la que los sólidos asfálticos precipitan y depositan una vez rebasado el umbral de aparición de asfaltenos en el equilibrio, el efecto que la velocidad del flujo tiene sobre los sólidos asfálticos, entre otras.

De forma particular, en este trabajo se puede destacar el desarrollo de un modelo sencillo y eficaz para estimar la composición SARA de un crudo a partir de conocer información básica experimental, como lo es la envolvente de presiones de saturación y la composición de las fracciones ligeras; de esta manera, es posible contar con la información necesaria para describir la precipitación de asfaltenos, y su tendencia a depositarse en las tuberías de producción. Igualmente, de acuerdo a las figuras 4.5 a 4.8, se puede observar que las composiciones SARA se distribuyen por regiones de acuerdo al tipo de aceite (ligero, mediano, pesado, bitumen); sin embargo, es notable mencionar que estas regiones se pueden sobreponer en ciertas zonas, esto significa que una misma composición SARA puede, en principio, satisfacer a diferentes tipos de aceite, lo cual nos llevó a proponer un procedimiento de solución coherente físicamente, generando funciones de densidad de probabilidad por tipo de aceite. Adicionalmente, de acuerdo a la forma de dispersión de las 341 composiciones SARA disponibles, se puede observar que existen regiones poco probables para la ocurrencia de cierta composición SARA; por ejemplo, de acuerdo a la figura 4.5 se tiene que una composición SARA con un porcentaje peso de saturados menor al 8% y con un porcentaje de aromáticos entre 35% y 55%, físicamente es imposible que ocurra para un aceite.

Adicionalmente, se utilizó una ecuación cúbica de estado más un término de asociación, ecuación CPA, para describir el comportamiento de fases de un aceite asfáltico, en el cual se considera que la separación de fases es por un equilibrio líquido-líquido-vapor, donde una fase líquida es rica en asfalteno, mientras que la otra fase líquida es pobre en contenido asfáltico. En esta ecuación de estado, se toma en consideración a la asociación cruzada (resina-asfalteno) y la autoasociación (asfalteno-asfalteno) como contribuciones importantes para describir el equilibrio de fases con presencia de asfalteno. En el modelo CPA, los parámetros de asociación se han supuesto de tal forma que tenemos que en relación a la energía de autoasociación, $\varepsilon_{AA}/k_B = 2800 K$; mientras que para la energía de asociación cruzada, ε_{AR}/k_B varía en un intervalo de 1000 a 1500 K; adicionalmente, el volumen de autoasociación, κ_{AA} , y de asociación cruzada, κ_{AR} , se pueden considerar iguales entre sí y con un valor fijo e igual a 0.01. Así mismo, recordando que el número de sitios activos en una molécula de asfalteno no se encuentra restringido, es necesario conocer el

número de sitios de asociación para moléculas de asfalteno y los sitios de asociación cruzada de resinas, por lo que una aproximación adecuada es suponer que cada una de estas especies tienen 4 sitios activos, similar al número de sitios activos que tiene el agua, sin embargo cada especie de moléculas puede tener una cantidad de sitios de asociación diferente.

Por otra parte, se mostró que el uso de un modelo sublaminar, para la depositación de los sólidos de asfalteno precipitados, es adecuado para describir este fenómeno de forma rápida y sencilla, considerando el efecto que la velocidad del fluido y la concentración de asfalteno tienen sobre el fenómeno de adhesión. Debido a que la precipitación de asfalteno está regido completamente por el equilibrio termodinámico, y la descripción de la depositación de asfalteno durante el flujo de aceite en una tubería de producción es un proceso dinámico, en este trabajo se incorporó un modelo de velocidad de precipitación con el cual, a partir de conocer la concentración de asfalteno susceptible a precipitar para alcanzar las condiciones de equilibrio termodinámico, dictado por la ecuación de estado, y de considerar que dicha velocidad de precipitación se da por un mecanismo de reacción de primer orden, es posible determinar la cantidad de asfalteno que va a depositarse en la pared de la tubería. El modelo supone que las moléculas de asfalteno, en la cercanía de la pared, se depositan y forman una capa cuyo espesor incrementa en función del tiempo, la cual no es removida por las turbulencias del fluido que se transporta. Además, se ha identificado dos parámetros que influyen principalmente en la rapidez de depositación de masa de asfalteno, estos parámetros son: la ya mencionada concentración de asfalteno y la velocidad del aceite que transporta a las partículas precipitadas.

De igual manera, se demostró que la producción de aceite en un pozo petrolero, desde su apertura, es un proceso dinámico. Por tal motivo, es necesario utilizar modelos de flujo en estado transitorio para describir las variaciones de las propiedades hidrodinámicas y de transporte, que tienen lugar desde el yacimiento hasta la cabeza del pozo. Como se puede ver en este trabajo, el uso de un modelo de flujo de deriva, ofrece resultados adecuados para describir dichas propiedades, evitando abordar las complejidades de cálculo que presenta un modelo de fases separadas. En el modelo de flujo de deriva, se ha incorporado una extensión de contribución de fuerzas por el efecto viscoso del fluido, adicional a las típicamente consideradas (elevación, fricción, aceleración), en la ecuación de conservación de momento. La contribución por el esfuerzo viscoso permite incorporar el efecto que, sobre el gradiente presión, tiene la presencia de turbulencias en el fluido que se transporta a través de una tubería. Adicionalmente, en el modelo de flujo de deriva se incorpora una ecuación de conservación de energía, la cual es resuelta de forma desacoplada; esto es, primeramente se resuelve de forma numérica un sistema linealizado de ecuaciones dadas por la conservación de momento y masa, con el propósito de obtener el perfil hidrodinámico del fluido en una tubería, posteriormente y con las propiedades hidrodinámicas disponibles, se resuelve la ecuación de conservación de energía discretizada para conocer el cambio de temperatura en el sistema por efecto de las condiciones del flujo y del medio que lo rodea.

Entre las limitaciones que presenta el trabajo desarrollado, está el hecho de haber considerado, por simplificación, que el sistema multifásico de flujo es de dos fases continuas, a pesar de saber

que la fase gas va a ser muy probablemente una fase dispersa a lo largo de la tubería de producción, además de considerar despreciable el efecto de una tercera fase sólida presente; esto se desarrolló a partir de suponer que dicha fase asfáltica se transporta embebida en la fase líquida (aceite), y que la cantidad de sólido precipitado es muy pequeña en comparación a la cantidad de líquido que lo transporta, y que su consideración como fase independiente no afecta en la hidrodinámica del sistema de producción establecido, y solamente toma relevancia al momento de depositarse en la tubería, reduciendo el área transversal de flujo, siendo este fenómeno físico el único por el cual la fase asfáltica podría alterar la hidrodinámica del flujo. Si se desea considerar a la presencia de sólidos como una fase adicional en el flujo de fluidos asfálticos, formalmente estos deben ser tratados como una fase dispersa, donde es importante determinar el mecanismo que rige su transporte desde el seno del flujo hacia la pared de la tubería (movimiento browniano, difusión molecular, dispersión de corte); la forma de resolución de un sistema que involucra la descripción de los mecanismos de transporte de fases dispersas en flujo multifásico es por medio de métodos numéricos de elemento finito.

De igual manera, está el hecho de que el pozo de producción es tratado como una tubería de producción vertical, la cual axialmente se considera que está constituida por: la tubería de producción, aislante, espacio anular, tubería de revestimiento, cementación y roca; sin embargo, en el caso de la tubería de revestimiento se considera una tubería única e uniforme, sin considerar las diferentes etapas de revestimiento que un estado mecánico de pozo de producción requiere, impactando principalmente en la estimación de la transferencia de calor que va a existir desde el seno del fluido hacia la roca. Además, se ha considerado que la aportación de flujo desde la formación es en la base de la tubería, sin considerar la posible existencia de más zonas de aportación de flujo originadas por las respectivas zonas de disparos que pueda tener un pozo.

En resumen, el presente trabajo ha tenido la tarea de contribuir con una herramienta de producción, del comportamiento de fases e hidrodinámico de sistemas de flujo multifásico en aguas profundas abordando un importante tema de aseguramiento de flujo, el depósito de sólidos asfálticos.

REFERENCIAS.

1. PEMEX-Memoria de Labores 2012, Cap. 4 "Descubrimientos", pp. 35-58, México, D.F.
2. Mullins, OC, Sheu, EY, Hammami, A. and A. Marshall, 2007: *Asphaltenes, Heavy Oils and Petroleomics*, Springer, 669p.
3. Vargas Salinas, C., Bermudez Pineda, E., and C. Sierra Cárdenas, 2012, Análisis PVT Pozo Trión-1, Formación Eoceno Inferior Wilcox, PEMEX-E-P, Activo Integral Poza Rica Altamira, Lab. Yacimientos, Ago 2012.
4. Vargas Salinas, C., Bermudez Pineda, E., and C. Sierra Cárdenas, 2012, Análisis PVT Pozo Supremus-1, PEMEX-E-P, Activo Integral Poza Rica Altamira, Lab. Yacimientos, Ago 2012.
5. Leontaritis, 2006: The asphaltene and Wax Deposition Envelopes, *Fuel Sci. Tech.*, 14:13-39.
6. Lira-Galeana, C. and A. Hammami 2000: Wax Precipitation from Petroleum Fluids. A Review. In: *Asphaltenes and Asphalts II*: Yen, TF, Chiligarian, G. Eds., (Chap. 21), Elsevier Science Publishers, The Netherlands.
7. Del Río, J.M., Ramírez-Jaramillo, E., and C. Lira-Galeana 2009: Equations to Predict Precipitation Onset and Bubblepoint Pressures of Asphaltenic Reservoir Fluids, *AIChE J.*, Vol. 55, No. 7, pp. 1814-1822.
8. Ancheyta, J., Trejo, F., Rana, M. S., "Asphaltenes. Chemical Transformation During Hydroprocessing of Heavy Oils", Taylor & Francis Group, 2009.
9. Peng, D.Y. and D.B. Robinson 1976: A New Two-Constant EOS, *Ind. Eng. Chem. Fund.*, 5, 59.
10. http://www.slb.com/services/characterization/reservoir/core_pvt_lab/fluid_lab_services/flow_assurance_studies.aspx (Diciembre, 2016).
11. Reyes González D., "Termodinámica del comportamiento de fases PVT de fluidos de yacimientos petroleros", Tesis Maestría UNAM, Asesor: Dr. Carlos Lira Galena. 2012.
12. Zhidong Li, Abbas Firoozabadi, "Cubic-plus-Association Equation of State for Asphaltene Precipitation in Live Oils ", *Energy & Fuels*, 2010, 24, 2956-2963.
13. Zhidong Li, Abbas Firoozabadi, "Modeling Asphaltene Precipitation by n-Alkanes from Heavy Oils and Bitumens Using Cubic-Plus-Association Equation of State", *Energy & Fuels*, 2010, 24, 1106-1113.
14. Bautista Frago S., "Estudio de Transferencia de Calor Conjugada Durante Despresurización en Líneas que Transportan un Líquido Volátil", Tesis, UNAM, 2002.
15. Xiao, Jingjiang., "Wellbore Effects on Pressure Transient Analysis", Doctor Degree Thesis, UMI, 1993.
16. G. L. Chierici, G. M. Ciucci, G. Sclochi, "Two-Phase Vertical Flow in Oil Wells-Prediction of Pressure Drop", *SPE*, 1974, 4316.
17. Hirendra Kumar Paliwal, Keshav Kant, "A Comparison of Homogeneous and Drift Flux Model for Capillary Tube", *JERS*, 2011, Vol. II, 287-292.
18. Jinho Choi, Eduardo Pereyra, Cem Sarica, Hoyoung Lee, Il Sik Jang, JooMyoung Kang, "Development of a transient Simulator for Gas-Liquid Two-Phase Flow in Pipes", *J. Pet. Sci. and Eng.*, Elsevier, 2013, 102:27-35
19. Buenrostro-Gonzalez, Eduardo, Lira-Galeana, Carlos, "Asphaltene Precipitation in Crude oils: Theory and Experiments", *AIChE Journal*, 2004, Vol. 50, No. 10, 2552-2570.

20. C. Lira-Galeana, A. Firoozabadi, John M. Prausnitz, "Thermodynamics of Wax Precipitation in Petroleum Mixtures", *AIChE Journal*, 1996, Vol. 42, No. 1, 239-248.
21. Thomas J. Danielson, Kris M. Bansal, Biljana Djoric, Emmanuel Duret, Stein Tore Johansen, Øyvind Hellan, "Testing and Qualification of a New Multiphase Flow Simulator", *OTC*, 2011, 21417.
22. R. Belt, B. Djoric, S. Kalali, E. Duret, D. Larry, "Comparison of Commercial Multiphase Flow Simulators with Experimental and Field Databases" BHR Group, 2011, Presented at Multiphase Production Technology Conference in Cannes 2011.
23. Thomas J. Danielson, Kris M. Bansal, Ronny Hansen, Emile Leporcher, "LEDA: The Next Multiphase Flow Performance Simulator".
24. P. David Ting, Doris L. Gonzalez, George J. Hirasaki, Walter G. Chapman, "Application of the PC-SAFT Equation of State to Asphaltene Phase Behavior".
25. E. Ramirez-Jaramillo, C. Lira-Galeana, O. Manero, "Modeling Asphaltene Deposition in Production Pipelines", *Energy & Fuels*, 2006, 20, 1184-1196.
26. Francisco M. Vargas, Doris L. Gonzalez, George J. Hirasaki, Walter G. Chapman, "Modeling Asphaltene Phase Behavior in Crude Oil Systems Using the Perturbed Chain Form of the Statistical Association Fluid Theory (PC-SAFT) Equation of State", *Energy & Fuels*, 2009, 23, 1140-1146.
27. Jianzhong Wu, John M. Prausnitz, "Molecular-Thermodynamic Framework for Asphaltene-Oil Equilibria", *AIChE*, 1998, Vol. 44, No. 5, 1188-1199.
28. Eduardo Buenrostro-Gonzalez, Henning Groenzin, C. Lira-Galeana, Oliver C. Mullins, "The Overriding Chemical Principles that Define Asphaltenes", *Energy & Fuels* 2001, 15, 972-978.
29. Huanquan Pan, Abbas firoozabadi, "Thermodynamic Micellization Model for Asphaltene Precipitation Inhibition", *AIChE*, 2000, Vol. 46, No. 2, 416-426.
30. Kjell H. Bendiksen, Dag Malnes, Randl Moe, Sven Nuland, "The Dynamic Two-Fluid Model OLGA: Theory and Application", *SPE*, 1991, 19451.
31. O. B. Rygg, I. R. Ellul. "The Dynamic Two-Phase Modelling of Offshore Live Crude Lines Under Rupture Conditions", *OTC*, 1991, 6747.
32. Ivor R. Ellul, "Dynamic Multiphase Simulation- The state of Play", *PSIG*, 2010, 1005.
33. Ivor R. Ellul, Suresh Reddy Asi, "Can Dynamic Complex Multiphase Phenomena Be Modeled?", *PSIG*, 2011, 1117.
34. J. P. Brill, "Multiphase Flow in Wells", *Journal of Petroleum Technology*, *SPE*, 1987, 15-21.
35. G. E. Petrosky Jr., F. F. Farshad, "Pressure-Volume-Temperature Correlation for Gulf of Mexico Crude Oils", *SPE*, 1993, 26644.
36. D. Eskin, J. Ratulowski, K. Akbarzadeh, S. Andersen, "Modeling of Asphaltene Deposition in a Production Tubing", *AIChE*, 2012, Vol. 58, No. 9, 2936-2948.
37. Gbolahan Afonja, "A PC- Based Fluid and Heat Transfer Analyzer for Two-Phase Flow in Pipes", Master of Science's Thesis Degree, West Virginia University, 2006.
38. Muhammad Ali Buriro, Muhannad Talib Shuker, "Asphaltene Prediction and Prevention: A Strategy to Control Asphaltene Precipitation", *SPE*, 2012, 163129.

39. Thomas J. Danielson, Kris M. Bansal, Biljana Djoric, Dominique Larrey, Stein Tore Johansen, Angela De Leebeck, Jørn Kjølås, "Simulation of Slug Flow in Oil and Gas Pipelines Using a New Transient Simulator", OTC, 2012, 23353.
40. Saeid Dowlati, Mohammad Jamialahmadi. "Development of a Unified Model for Prediction of Asphaltene Deposition Profile along Wellbore". J Am Sci. 2013;9(2):22-31.
41. K. Mazaheri, S. R. Sabbagh-Yazdi, A. Shamsai, M. Abbasi Fard, "Advanced Stable Explicit Solution of Transient Flow Equations", Indian J. of Sci. and Technol., 2012, Vol. 5, Issue 12.
42. Fahim, M. (2007) Pet. Sci. Technol., 25: 949–965.
43. Fahim, M. (2005) "Tuning EOS Using Molecular Thermodynamics to Construct Asphaltene Deposition Envelope (ADE)". In SPE Middle East Oil and Gas Show and Conference, Bahrain.
44. Arash Kamari, Amir Safiri & Amir H. Mohammadi (2015) "Compositional Model for Estimating Asphaltene", J. Disper. Sci. Technol., 36:3, 301-309.
45. Hasan, A. R., Kabir, C. S., Wang, X. "Wellbore Two-Phase Flow and Heat Transfer During Transient Testing", Society of Petroleum Engineering Journal, June 1998, 3,2, 174-180.
46. Peyman Pourafshary, "A Coupled Wellbore/Reservoir Simulator to Model Multiphase Flow and Temperature Distribution", PhD. dissertation, University of Texas, 2007.
47. Hagedorn, A. R., Brown, K. E.; "Experimental Study of Pressure Gradients Occuring during Continuous Two-Phase Flow in Small Diameter Vertical Conduits", J. Pet. Technol., April 1965, 475-484.
48. Orkiszewski, J.; "Predicting Two-Phase Pressure Drops in Vertical Pipe", J. Pet. Technol., June 1967, 829-838.
49. Duns, H. Jr., Ros, C. C. J.; "Vertical Flow of Gas and Liquid Mixtures in Wells", Proceeding of the Sixth World Petroleum Congress, Frankfurt, June 1963, Section II, Paper 22-PD6.
50. Beggs, H. D., Brill, J. P.; "A study of Two-Phase Flow in Inclined Pipes", J. Pet. Technol., May 1973, 607-617.
51. Mukherjee, H., Brill, J. P.; "Liquid Holdup Correlations for Inclined Two-Phase Flow", J. Pet. Technol., May 1983, 1003-1008.
52. Taitel, Y., Dukler, A. E.; "A Model for Predicting Flow Regime Transitions in Horizontal and Near Horizontal Gas-Liquid Flow", AIChE Journal, 1976, 22, 47-57.
53. Taitel, Y., Barnea, D., Dukler, A. E.; "Modeling Multi Pattern Transitions for Steady Upward Gas-Liquid Flow in Vertical Tubes", AIChE Journal, 1980, 26, 345-354.
54. Ozon, P. M., Ferschneider, G., Chwetzoff, A.; "A New Multiphase Flow Model Predicts Pressure and Temperature Profile", Paper SPE 16535 Presented at the SPE Offshore Europe Conference, Aberdeen, 8-11 September 1987.
55. Hasan, A. R., Kabir, C. S.; "A Study of Multiphase Flow Behavior in Vertical Wells", SPE Production Engineering Journal, May 1988, 263-272.
56. Ansari, A. M., Sylvester, N. D., Sarica, C., Shoham, O., Brill, J. P.; "A Comprehensive Mechanistic Model for Upward Two-Phase Flow in Wellbores", SPE Production & Facilities Journal, 1994, 143-151.
57. Xiao, J. J., Shoham, O., Brill, J. P.; "A Comprehensive Mechanistic Model for Two-Phase Flow in Pipelines", Paper SPE 26032 presented at 65th ATC&E of SPE, New Orleans, 23-26 September 1990.

58. Kaya, A. S., Sarica, C., Brill, J. P.; "Mechanistic Modeling of Two-Phase Flow in Deviated Wells", SPE-PF, August 2001, 156-165.
59. Gomez, L. F., Shoham, O., Schmidt, Z., Chkshi, R. N., Brown, A., Northug, T.; "Unified Mechanistic Model of Steady-State Two-Phase Flow: Horizontal to Vertical Upward Flow", SPE, September 2000, 5, 3, 339-350.
60. Petalas, N., Aziz, K.; "A Mechanistic Model for Multiphase Flow in Pipes", J. Can. Pet. Technol., June 2000, 39, 43-55.
61. Bendiksen, K. H., Malnes, D., Moe R., Nuland S., "The Dynamic Two-Fluid Model OLGA: Theory and Application", SPE Paper 19451, May 1991, 171-180.
62. Zuber, N., Findlay, J. A. "Average Volumetric Concentration in Two-Phase Flow Systems", J. Heat Transfer 87, 1965, 453-468.
63. Wallis, G. B.; "One-Dimensional Two-Phase Flow", McGraw-Hill, New York City (1969).
64. Liles, D. R., Reed, W. H.; "A Semi-Implicit Method for Two-Phase Fluid Dynamics", Journal of Computational Physics, 26, 1978, 390-407.
65. Kim, K., Doster, M.; "Application of Mixture Drift Flux Equations to Vertical Separating Flows", Nuclear Technology, 95, 1991, 103-115.
66. Xiao, J., Alhanati, F. J., Reynolds, A. C. Fuentes-Nucamendi, F.; "Modeling and Analyzing Pressure Buildup Data Affected by Phase Redistribution in the Wellbore", SPE 26965, presented at the III Latin American/Caribbean Petroleum Engineering Conference.
67. Livescu, S., Durlofsky, L. J., Aziz, K., Ginestra, J. C.; "A Fully-Coupled Thermal Multiphase Wellbore Flow Model for Use in Reservoir Simulation", J. Pet. Sci. and Eng., 2009, 138-146.
68. Goda, H. Hibiki, T., Kim, S., Ishii, M., Uhle, J.; "Drift-Flux Model for Downward Two-Phase Flow", International Journal of Heat and Mass Transfer, 46, 2003, 4835-4844.
69. Shi, H. Holmes, J. A., Durlofsky, L. J. Aziz, K., Diaz, L. R., Alkaya, B., Oddie, G.; "Drift-Flux Modeling of Two-Phase Flow in Wellbores", SPE Journal, March 2005, 24-33.
70. Shi, H. Holmes, J. A., Diaz, L. R., Durlofsky, L. J. Aziz, K.; "Drift-Flux Parameters for Three-Phase Steady-State Flow in Wellbores", SPE 89836, September 2004.
71. Hibiki, T., Ishii, M., "One-Dimensional Drift-Flux Model for Two-Phase Flow in a Large Diameter Pipe", International Journal of Heat and Mass Transfer, 46, 2003, 1773-1790.
72. Burke, N. E., Hobbs, R. E., Kashou, S. F.; Measurement and Modeling of Asphaltene Precipitation", J. Pet. Technol, 1990, 42, 1440-1446.
73. Nghiem, L. X.; Coombe, D. A.; "Modeling Asphaltene Precipitation During Primary Depletion", Soc. Pet. Eng. J. SPE 36106 1997, 2, 170-176.
74. Akbarzadeh, K., Ayatollahi, S., Moshfeghian, M., Alboudwarej, H., Yarranton, H. W.; "Asphaltene Precipitation from Bitumen Diluted with n-Alkanes" J. Can. Petrol. Technol, 2004, 43, 31.
75. Nikookar, M., Omidkhan, M. R., Pazuki, G. R.; "Prediction of Density and Solubility Parameter of Heavy Oils and SARA Fractions using Cubic Equations of State" Pet. Sci. Technol. 2008, 26, 1904-1912.
76. Nikookar, M., Pazuki, G. R., Omidkhan, M. R., Sahranavard, L.; "Modification of a Thermodynamic Model and an Equation of State for Accurate Calculation of Asphaltene Precipitation Phase Behavior", Fuel, 2008, 87, 85.

77. Pazuki, G. R., Nikookar, M., Omidkhah, M. R.; "Application of a New Cubic Equation of State to Computation of Phase Behavior of Fluids and Asphaltene Precipitation in Crude Oil" *Fluid Phase Equilibria*, 2007, 254, 42.
78. Ting. P. D.; Hirasaki, G. J., Chapman, W. G.; "Modeling of Asphaltene Phase Behavior with the SAFT Equation of State", *Pet. Sci. Technol.* 2003, 21 (3&4), 647-661.
79. Gonzalez, D. L., Vargas, F. M., Hirasaki, G. J., Chapman, W. G.; "Modeling Study of CO₂-Induced Asphaltene Precipitation", *Energy & Fuels*, 2008, 22, 757-762.
80. Gonzalez, D. L., Hirasaki, G. J., Creek, J., Chapman, W. G., "Modeling of Asphaltene Precipitation Due to Changes in Composition Using the Perturbed Chain Statistical Associating Fluid Theory Equation of State", *Energy & Fuel* 2007, 21, 1231-1242.
81. Pedrosa, N., Szczepanski, R., Zhang, X.; "Integrated Equation of State Modelling for Flow Assurance", *Fluid Phase Equilibria*, 359, 2013, 24-37.
82. Zhang X., Pedrosa N., Moorwood T., "Modeling Asphaltene Phase Behavior: Comparison of Methods for Flow Assurance Studies", *Energy & Fuels* 2012, 26, 2611-2620.
83. Sabbagh, O., Akbarzadeh, K., Badamchi-Zadeh, A., Svrcek, W. Y., Yarranton, H. W., "Applying the PR-EoS to Asphaltene Precipitation Form n-Alkane Diluted Heavy Oils and Bitumens", *Energy & Fuels*, 2006, 20, 625-634.
84. Escobedo, J., Mansoori, G. A. "Asphaltene and Other Heavy-Organic Particle Deposition during Transfer and Production Operations", *SPE, Annual Technology Conference Exhibition, SPE*, 1995.
85. Vargas, F. M., Creek, J. L., Chapman, W. G.; "On the Development of an Asphaltene Deposition Simulator", *Energy & Fuels*, 2010, 24, :2294-9.
86. Eskin, D., Ratulowski, j., Aknarzadeh, K., Pan, S.; "Modelling Asphaltene Deposition in Turbulent Pipeline Flows", *Can. J. Chem. Eng.* 2011, 89: 421-41.
87. Jamialahmadi, M., Soltani, B., Muller-Steinhagen, H., Rashtchian, D.; "Measurement and Prediction of the Rate of Flocculated Asphaltene Particles from Oil", *International Journal of Mass and Heat Transfer*, 2009; 52: 4624-4624.
88. Nghiem, L. x., Hassam, M. S., Nutakki, R., George, AED., "Efficient Modelling of Asphaltene Precipitation", *Society of Petroleum Engineers*, 1993.
89. Cleaver, J. W., Yates, B., "A Sublayer Model for the Deposition of Particles from a Turbulent flow", *Chemical Engineering Science*, 1975, 30, 983-992.
90. Ramey, H. J.; "Wellbore Heat Transmission", *SPE* 96, 1962, 427-435.
91. Fan, F-G., Ahmadi, G.; "A Sublayer Model for Turbulent Deposition, of Particles in Vertical Ducts with Smooth and Rough Surfaces", *J. Aerosol, Sci.* 1993, 24, 421-441.
92. Zamani, M., Peyman Pourafshary, Riahi, S.; "Development of a Transient Model to Predict Asphaltene Deposition along Tubing String during Production", *Journal of Dispersion Science and Technology*, October, 2014.
93. Mukund H., Bade and Santanu Bandyopadhyay, "Thermal integration of Heat Transfer Fluid Systems", *Asia-Pacific Journal of Chemical Engineering*, 2014; 9: 1-15.
94. O. B. Rygg, I. R. Ellul. "The Dynamic Two-Phase Modelling of Offshore Live Crude Lines Under Rupture Conditions", *OTC*, 1991, 6747.

95. Peneloux, André and Rauzy Eveline, "A Consistent Correction For Redlich-Kwong-Soave Volumes", Elsevier Scientific Publishing, 1982.
96. Firoozabadi, A., "Thermodynamics and Applications in Hydrocarbon Reservoirs and Production", Notes for the course held in Stanford, Ca. 2013.
97. Kontogeorgis, G. M. et al., "An Equation of State for Associating Fluids", *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 1996. 35(11): p. 4310-4318.
98. Wertheim, M. S., "Fluids with Highly Directional Attractive Forces. I. Statistical Thermodynamics", *Journal of Statistical Physics*, 1984, 35(1-2): p. 19-34.
99. Wertheim, M. S., "Fluids with Highly Directional Attractive Forces. II. Thermodynamic Perturbation Theory and Integral Equations", *Journal of Statistical Physics*, 1984, 35(1-2): p. 35-47.
100. Wertheim, M. S., "Fluids with Highly Directional Attractive Forces. III. Multiple Attraction Sites", *Journal of Statistical Physics*, 1986, 42(3-4): p. 459-476.
101. Wertheim, M. S., "Fluids with Highly Directional Attractive Forces. IV. Equilibrium Polymerization", *Journal of Statistical Physics*, 1986, 42(3-4): p. 477-492.
102. Wertheim, M. S., "Thermodynamic Perturbation Theory of Polymerization". *The Journal of Chemical Physics*, 1987, 87(12), p. 7323-7331.
103. Ishii, M., 1977, One-dimensional Drift-Flux Model and Constitutive Equations for Relative Motion between Phases in Various Two-Phase Flow Regimes, Argonne National Lab. Report. ANL-77-47.
104. Walpes, D. W. and Walpes, J. S.: "A Review and Evaluation of Specific Heat Capacities of Rocks, Minerals, and Subsurface Fluids. Part 2: Fluids and Porous Rocks", *Natural Resources Research*, June 2004, 131, 12, 123-130.
105. Gambill, W. R., "You Can Predict Heat Capacities", *Chem. Eng. J.I*, June 1957, 243-248.
106. Alves, I. N. Alhanti, F. J. S., and Shoham, O., "A Unified Model for Predicting Flowing Temperature Distribution in Wellbores and Pipelines", *SPE Production Engineering Journal*, Nov. 1992, 4, 363-367.
107. Chapman W. G., Gubbins K. E., Jackson G., Radoz M., "New Reference Equation of State for Associating Liquids", *Ind. Eng. Chem. Res.*, 1990, 29, 1709-1721.
108. James P. Brill, Hemanta Mukherjee, "Multiphase Flow in Wells", *Society of Petroleum Engineers Inc.*, First printing, 1999.
109. Ansari, A. M., et al., "A Comprehensive Mechanistic Model for Two Phase Flow in Wellbores", *SPEPF*, 1994, 143. *Trans.. AIME* 297.
110. Kabir, C. S., Hasan, A. R., "Performance of a Two-Phase Gas/Liquid Model in Vertical Wells", *J. Pet. Sci. & Eng.*, 4, 273, 1990.
111. Bellarby, Jonathan; "Well Completion Design", Ed. Elsevier, 2009.

APÉNDICE A. Descripción del programa para estimación de composiciones SARA para aceites.

El programa en FORTRAN denominado "SARA ESTIMATION" tiene por objetivo estimar la composición SARA de un aceite crudo a partir de información básica de un Reporte PVT composicional convencional, esta información es la identificación del tipo de crudo que se está tratando (Bitumen, aceite pesado, aceite mediano, aceite ligero), el porcentaje mol de los componentes ligeros del aceite (H_2S , N_2 , CO_2), el número de puntos experimentales de presión de saturación y sus respectivos valores a los diferentes puntos de temperatura.

El código en FORTRAN lee la información a partir de un archivo de entrada con nombre de longitud no mayor a 14 caracteres incluyendo la extensión, sin espacios y preferentemente extensión ".txt". El archivo contiene una leyenda que lo identifica como datos del aceite (oil data), se incluye el nombre del crudo en estudio (crude name), se solicita identificar el tipo de aceite que es (bitumen, pesado, mediano o ligero), se enuncia el porcentaje mol de los componentes ligeros del aceite, el número de puntos experimentales que conforman a la envolvente experimental de presión de saturación y en seguida se enlistan los pares de valores Pb-T, según el número de puntos que se hayan indicado.

El formato del archivo de entrada se muestra a continuación:

```
OIL DATA
CRUDE NAME
WELL_3
CRUDE TYPE (1= BITUMEN, 2= HEAVY OIL, 3= MEDIUM OIL, 4= LIGHT OIL)
4
X_H2S  H_N2  X_CO2
5.39   0.91   1.57
DATA FOR SATURATION ENVELOPE
4
T(K)   PB(MPC)
348.15 14.48
363.15 16.55
393.15 17.93
413.15 19.31
.....
```

A continuación se presenta una impresión de pantalla de entrada del código ya compilado, donde se solicita introducir el nombre del archivo de .txt de donde se lee la información de entrada para el programa:

```

*****
* MOST PROBABLY SARA COMPOSITION 2015. *
*
* DEVELOPED BY:
* DAVID REYES-GONZALEZ, MSc.
* JOSE MANUEL DEL RIO, PhD.
* CARLOS LIRA-GALEANA, PhD.
*****
ENTER THE NAME OF THE FILE TO OBTAIN CRUDE OIL DATA:
<NO MORE THAN 10 CHARACTERS>

```

A continuación se presenta la pantalla con los resultados para el caso del aceite denominado "WELL_3.TXT" (ref del rio et al):

```

*****
* MOST PROBABLY SARA COMPOSITION 2015. *
*
* DEVELOPED BY:
* DAVID REYES-GONZALEZ, MSc.
* JOSE MANUEL DEL RIO, PhD.
* CARLOS LIRA-GALEANA, PhD.
*****
ENTER THE NAME OF THE FILE TO OBTAIN CRUDE OIL DATA:
<NO MORE THAN 10 CHARACTERS>
well_3.txt
LIGHT
THE MOST PROBABLY SARA COMPOSITION FOR THE CRUDE NAMED "WELL_3" IS:
          SATURATES..... 54.00000
          AROMATICS..... 31.00000
           RESINS..... 11.19554
          ASPHALTENES..... 3.804463
WITH AN AVERAGE ABSOLUTE DESVIATION CALCULATED FOR THE BUBBLE
PRESSURE ENVELOPE OF..... 0.3909533
Presione una tecla para continuar . . .

```

La información experimental de la composición SARA para el caso del aceite "WELL_3" es:

SATURADOS= 54.67

AROMATICOS= 28.89

RESINAS= 13.36

ASFALTENOS= 3.08

Con lo cual se observa que el resultado estimado por el modelo propuesto es satisfactorio en comparación con la composición SARA experimental disponible.

APÉNDICE B. Modelo de viscosidad para mezclas de hidrocarburos.

Nuestro conocimiento actual en lo relacionado a la viscosidad de líquidos es en una gran medida empírico debido a que la teoría cinética de líquidos, ha sido hasta hoy, sólo parcialmente desarrollada. En este contexto, Eyring y colaboradores (Glasstone, Laidler, & Eyring, 1941) desarrollaron una metodología semi-empírica basada en su denominada teoría de tasa de reacción absoluta. En dicha metodología, se considera a un líquido en reposo de tal manera que sus moléculas individuales están en constante movimiento saltando de una posición activa a un sitio vacante con cierta frecuencia determinada. La tasa de dicho proceso llevó a Eyring y colaboradores a proponer la siguiente expresión general para la viscosidad, η , de un líquido:

$$\eta = \left(\frac{\delta}{a}\right)^2 \frac{Nh}{V} \exp\left(\frac{\Delta G^*}{RT}\right), \quad (1 B)$$

donde N corresponde al número de Avogadro, h a la constante de Planck y R a la constante universal de los gases. El cociente (δ/a) corresponde a una relación de longitudes moleculares, que para la mayoría de aplicaciones prácticas toma el valor de la unidad. La energía de activación está representada en la ecuación mediante el parámetro ΔG^* , esto es, la energía necesaria para que el líquido comience a fluir. Usualmente la energía de activación es determinada de manera empírica ajustando la ecuación (1 B) para reproducir datos medidos de viscosidad. Para el caso de mezclas líquidas una expresión del tipo de Eyring para la viscosidad se puede establecer a partir de variables en exceso como sigue:

$$\eta_m = \frac{(\eta V)_{ID}}{V_m} \exp\left[\frac{(\Delta G^*)^{ex}}{RT}\right], \quad (2 B)$$

donde $(\Delta G^*)^{ex}$ es la energía libre en exceso de activación del flujo, el subíndice m indica que se trata de una propiedad de la mezcla y $(\eta V)_{ID}$ corresponde a la viscosidad cinemática de la solución ideal dada mediante la expresión descrita por la ecuación (3 B):

$$(\eta V)_{ID} = \exp\left[\sum_{i=1}^c x_i \ln(\eta_i^0 V_i^0)\right]; \quad (3 B)$$

en esta última las propiedades molares de los componentes puros vienen dados para el i -ésimo componente como η_i^0 para la viscosidad y V_i^0 para el volumen molar. Las expresiones dadas para las ecuaciones (2 B) y (3 B) son extendidas para su uso en sistemas de aceite crudo basados en las consideraciones que se describen en las secciones siguientes.

La energía libre de activación en exceso $(\Delta G^*)^{ex}$ que aparece en la ecuación (2 B) depende tanto de la temperatura, como de la presión y composición. Los autores Wei y Rowley (Wei & Rowley, 1985) relacionaron ésta cantidad con la energía libre en exceso mediante:

$$\frac{(\Delta G^*)^{ex}}{RT} = -\alpha \frac{G^{ex}}{RT}, \quad (4 B)$$

donde α corresponde a un factor de proporcionalidad. Una práctica común es tratar a dicho parámetro como un parámetro ajustable. Sin embargo, Macías-Salinas y colaboradores (Macías-Salinas, Durán-Valencia, López-Ramírez, & Bouchot, 2009) demostraron que una mejor aproximación del valor del factor de proporcionalidad se encontraba mediante la relación:

$$\alpha = \frac{PM_m}{PM_{C8}}, \quad (5 B)$$

donde PM_m corresponde al peso molecular promedio de la mezcla de hidrocarburo, el cual es un valor conocido, y PM_{C8} corresponde al peso molecular del n-octano, con lo que se obtienen mejoras razonables en la correlación de valores de viscosidad por arriba de la presión de saturación para varias fracciones de aceites crudos.

También fue señalado por los mismos autores (Macías-Salinas, Durán-Valencia, López-Ramírez & Bouchot, 2009) que el valor de $(G^*)^{ex}$ se puede expresar con mayor ventaja en términos de la energía de Helmholtz en exceso A^{ex} , como sigue:

$$\frac{(G^*)^{ex}}{RT} = -\alpha \frac{A^{ex}}{RT}, \quad (6 B)$$

o bien:

$$\frac{(G^*)^{ex}}{RT} = \alpha \left(\frac{P V^{ex}}{RT} - \frac{G^{ex}}{RT} \right), \quad (7 B)$$

donde P corresponde a la presión absoluta y V^{ex} es el volumen molar en exceso. La ventaja radica en que las propiedades en exceso que aparecen en la ecuación (7 B) pueden ser expresadas en términos de cantidades termodinámicas conocidas, tales como, el coeficiente de fugacidad ϕ :

$$\frac{G^{ex}}{RT} = \sum_{i=1}^c x_i (\ln \phi_i - \ln \phi_i^0), \quad (8 B)$$

así como de los volúmenes molares de la mezcla y sus constituyentes:

$$V^{ex} = V_m - \sum_{i=1}^c x_i V_i^0. \quad (9 B)$$

En su estudio Macías y colaboradores (Macías-Salinas, Durán-Valencia, López-Ramírez, & Bouchot, 2009) utilizaron las ecuaciones de estado de Peng-Robinson (Peng & Robinson, 1976) y Soave-Redlich-Kwong (Soave, 1972) para el cálculo de las fugacidades y volúmenes molares de varios sistemas de aceites crudos y con ello estimar el valor de la viscosidad de los mismo en un intervalo amplio de presión y temperatura utilizando la teoría de Eyring.

Una caracterización composicional típica para un crudo indica que los constituyentes de la mezcla de aceite se reparten usualmente en, ya sea, componentes bien definidos (N_2 , CO_2 , H_2S , componentes parafínicos C_1 - C_6), pseudocomponentes (C_7 , C_8 , C_9 , etc; ya sea, como

pseudocomponentes independientes o agrupados dentro de las fracciones C_{n+}) y por último las fracciones pesadas. El cálculo de la viscosidad cinemática de la solución ideal $(\eta V)_{ID}$ mediante la ecuación (3 B) requiere el conocimiento *a priori* de los valores de la viscosidad para cada constituyente de la mezcla como componente puro η_i^0 a la temperatura y presión de interés. Debido a la naturaleza diversa de los constituyentes presentes en el crudo, se hace necesario el contar con un modelo de naturaleza puramente predictiva capaz de estimar las viscosidades para especies para las cuales poca o ninguna información experimental está disponible.

Para dicha tarea el modelo basado en principios de estados correspondientes (PEC), que utiliza dos compuestos de referencia, propuesto por Aasberg-Petersen (Aasberg-Petersen, Knudsen, & Fredenslund, 1991) y colaboradores, se estimó apropiado debido a su flexibilidad para representar viscosidades de componentes asimétricos. Este método utiliza como factor de correlación el peso molecular de la especie, en contraste con otros métodos basados en PEC que utilizan el valor del factor acéntrico para ello. El modelo de Aasberg-Petersen aplicado a fracciones de petróleo utiliza como fluidos de referencia (1) metano y (2) n-decano para mediante su uso obtener la viscosidad de la i-ésima especie η_i^0 presente en la mezcla a la temperatura y presión dadas. La ecuación dada por Aasberg-Petersen y colaboradores se escribe como sigue:

$$\eta(T, P) = \frac{\eta_{c,i} \eta_1(T_1, P_1)}{\eta_{c,i}} \left[\frac{\eta_2(T_2, P_2) \cdot \eta_{c,1}}{\eta_1(T_1, P_1) \cdot \eta_{c,2}} \right]^{K_{PEC}}, \quad (10 B)$$

donde K_{PEC} corresponde a un parámetro de interpolación relacionado con el peso molar:

$$K_{PEC} = \frac{PM_i - PM_1}{PM_2 - PM_1}; \quad (11 B)$$

las viscosidades críticas para el i-ésimo componente $\eta_{c,i}$ de la ecuación (10 B) se obtienen a partir de la ecuación de Uyehara-Watson (Uyehara & Watson, 1944):

$$\eta_{c,i} = c_{UW} \cdot \frac{PM_i^{1/2} P_{c,i}^{2/3}}{T_{c,i}^{1/6}}, \quad (12 B)$$

donde la constante de Uyehara-Watson c_{UW} toma el valor de 7.7 para el caso en que la viscosidad crítica esté dada en [μ P], la presión crítica en [atm] y la temperatura crítica en [K]. Sin embargo, resulta claro a partir de la inspección de la ecuación (10 B) que la constante c_{UW} se cancela al insertar la ecuación (12 B) dentro de la misma ecuación (10 B), para evaluar las densidades críticas tanto del fluido en estudio como la de los dos fluidos de referencia a partir de sus pesos moleculares, así como, de su presión y temperatura críticas.

Como ya fue mencionado en el presente esquema de modelado de viscosidad se prefiere el uso del peso molecular como parámetro de caracterización para la fracción de crudo, lo

cual se vuelve conveniente ya que de usar el valor del factor acéntrico ω , usado en la mayoría de los métodos basados en PEC, éste disminuye en función del aumento del peso molecular para las fracciones de crudo pesadas. También es importante hacer énfasis en la conveniencia de tener como sustancias de referencia por una parte al metano, cuyo porcentaje molar presente en la mayoría de los sistemas de aceite crudo es importante, y por otro lado al n-decano, que constituye el hidrocarburo de cadena más larga para el cual se tienen suficientes datos de viscosidad experimental reportados.

Continuando con la metodología, las viscosidades de los fluidos de referencia: η_1 y η_2 , se evalúan a las temperaturas correspondientes a las temperatura reducida del fluido de interés i a la temperatura de ensayo T , de forma tal que:

$$T_j = T_{c,j} \frac{T}{T_{c,i}} \dots j = 1,2, \quad (13 B)$$

de manera análoga para la presión de interés P , se tiene:

$$P_j = P_{c,j} \frac{P}{P_{c,i}} \dots j = 1,2 . \quad (14 B)$$

La expresión correspondiente para el cálculo de las viscosidades de referencia η_j se escribe en términos de la densidad y función de la temperatura y presión como sigue:

$$\eta_j(P_j, T_j) = \eta_{L,j}(T_j) + \rho_j \eta_{M,j}(T_j) + \eta_{H,j}(\rho_j, T_j) \dots j = 1,2, \quad (15 B)$$

donde los subíndices L , M y H corresponden a las contribuciones a baja (L), media (M) y alta (H) presión. Los autores de la metodología (Aasberg-Petersen, Knudsen, & Fredenslund, 1991) indican las siguientes funciones para η_L , η_M y η_H en términos de la temperatura y densidad del fluido, así para, la contribución a presiones bajas:

$$\eta_L(T) = \sum_{i=1}^9 GV_i T^{\left(\frac{i-4}{3}\right)}, \quad (16 B)$$

donde los valores para GV_1 hasta GV_9 se tabulan en la Tabla 1. Para el caso de la contribución a presiones medias se tiene:

$$\eta_M(T) = A + B \left[C - \ln \left(\frac{T}{F} \right) \right]^2, \quad (17 B)$$

de igual forma los valores para los parámetros A, B, C y F se encuentran en la Tabla 1; y finalmente la contribución a presiones altas:

$$\eta_H(\rho, T) = H_2 \exp \left(j_1 + \frac{j_4}{T} \right), \quad (18 B)$$

donde:

$$H_2 = -1 + \exp \left[\rho^{0.1} \left(j_2 + \frac{j_3}{T^{3/2}} \right) + \theta \rho^{0.5} \left(j_5 + \frac{j_6}{T} + \frac{j_7}{T^2} \right) \right], \quad (19 B)$$

y

$$\theta = \frac{\rho - \rho_c}{\rho_c}. \quad (20 B)$$

Tabla 1. Coeficientes para fluidos de referencia modelo basado en el principio de estados correspondientes (PEC) Aasberg-Petersen (Aasberg-Petersen, Knudsen & Fredenslund, 1991).

Metano	
$GV_1 = -209097$	$B = 343.79$
$GV_2 = 264727$	$C = 0.4487$
$GV_3 = -147282$	$F = 168.0$
$GV_4 = 47167$	$j_1 = -22.768$
$GV_5 = -9491.9$	$j_2 = 30.574$
$GV_6 = 1220.0$	$j_3 = -14929$
$GV_7 = -96.28$	$j_4 = 1061.5$
$GV_8 = 4.274$	$j_5 = -1.4748$
$GV_9 = -0.0814$	$j_6 = 290.62$
$A \times 100 = 23946$	$j_7 = 30396$
n-Decano	
$GV_1 = 0.2640$	$B = 81.35$
$GV_2 = 0.9487$	$C = 5.9583$
$GV_3 = 71.0$	$F = 490$
$GV_4 = 0.0$	$j_1 = -11.739$
$GV_5 = 0.0$	$j_2 = 16.092$
$GV_6 = 0.0$	$j_3 = -18464$
$GV_7 = 0.0$	$j_4 = -811.3$
$GV_8 = 0.0$	$j_5 = 1.9745$
$GV_9 = 0.0$	$j_6 = 898.45$
$A \times 100 = 0.00248$	$j_7 = 119620$

Los coeficientes que aparecen de la ecuación (16 B) a la ecuación (20 B) se reportan en la Tabla 1 para cada fluido de referencia. Los coeficientes para el n-decano se determinaron utilizando datos de viscosidad dentro del intervalo de temperaturas de 240 K a 478 K y hasta los 1000 bar de presión. Para el metano los coeficientes se determinaron utilizando datos de viscosidad desde los 91 K a 523 K de temperatura y hasta los 690 bar de presión, con excepción de los

coeficientes GV_j , mismos que fueron determinados por Hanley y colaboradores (Hanley, McCarty, & Haynes, 1975).

Utilizando los coeficientes reportados en la Tabla 1 con la densidad en $[g/cm^3]$ y la temperatura en [K] la viscosidades de referencia estarán calculadas en unidades de $[\mu P]$. La densidad de cada fluido de referencia se calcula mediante la ecuación de estado en turno, corregida para densidad de líquido mediante la traslación de volumen de Peneloux (Peneloux, Rauzy, & Freze, 1982). Aquí cabe señalar que los autores de método indican que su utilización no es recomendable para sistemas de crudos con alto contenido de naftenos (Aasberg-Petersen, Knudsen, & Fredenslund, 1991).

Corrección de la viscosidad cinemática en la solución ideal.

La metodología para el modelado de la viscosidad aquí propuesta no contempla, hasta este momento, parámetro alguno de ajuste. Más aún, para conseguir resultados exactos para el modelado de la viscosidad de un sistema particular de aceite crudo, es necesario introducir uno o más parámetros de caracterización o factores de escalamiento. Un cálculo confiable de la viscosidad de cada componente constituyente de la fracción de aceite crudo depende en gran medida de una estimación confiable del comportamiento volumétrico que resulta de la ecuación de estado utilizada. El uso de una ecuación de estado cúbica simple, aun cuando se ha incluido una metodología para su ajuste en cuanto a datos de densidad de líquido, implica que puede introducirse cierto error en el cálculo de viscosidad, ya que, la densidad calculada mediante el modelo contempla un error relativo inherente al mismo, particularmente para aquellas densidades calculadas para pseudocomponentes de las fracciones pesadas.

Como consecuencia, resulta conveniente introducir un parámetro simple de ajuste en la corrección de la viscosidad cinemática para la solución ideal (*ecuación (3 B)*) mediante el uso de un factor de escalamiento σ como se propone a continuación:

$$(\eta V)_{ID}^* = \sigma x_{C_1}^{1/3} (\eta V)_{ID} , \quad (21 B)$$

donde x_{C_1} indica la fracción molar de metano presente en la mezcla de aceite. Este término se incorpora en la ecuación (21 B) con el fin de mejorar la predicción de la viscosidad modelada a partir de la presión de saturación hacia abajo hasta llegar a la presión atmosférica, donde a lo largo de este intervalo el valor de x_{C_1} varía. Por otro lado, por encima de la presión de saturación el valor de x_{C_1} se mantiene constante y el único parámetro que se utiliza para afinar el modelo es el factor de escalamiento σ .

De esta manera combinando las ecuaciones (2 B), (5 B), (7 B) y (21 B) el modelo final para la estimación de viscosidad propuesto en el presente trabajo toma la forma:

$$\eta_m = \sigma x_{C_1}^{1/3} \frac{(\eta V)_{ID}}{V_m} \exp \left[- \frac{PM_m}{PM_{C_8}} \left(\frac{P V^{ex}}{RT} - \frac{G^{ex}}{RT} \right) \right] . \quad (22 B)$$

APÉNDICE C. Modelo de ajuste de regresión no lineal.

Un problema de minimización por mínimos cuadrados puede ser formulado como sigue:

Una función objetivo es definida como:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (1 \text{ C})$$

donde \mathbf{x} es un vector que representa a todas las N variables independientes, o mejor dicho los parámetros de la regresión. Los elementos de $\boldsymbol{\varepsilon}$ son las variables dependientes, o residuales. Cada valor ε_i expresa la diferencia relativa entre un dato experimental y_i y el dato estimado Y_i :

$$\varepsilon_i = w_i \left\{ [Y_i - y_i] / y_i \right\}, \quad (2 \text{ C})$$

donde w_i es un factor de peso. La función objetivo $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ puede ser descrita de igual forma como una suma de cuadrados de los residuales ε_i :

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^M \varepsilon_i^2. \quad (3 \text{ C})$$

Usualmente, Y_i , y por lo tanto $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ es no-lineal en \mathbf{x} , y se requiere entonces un proceso iterativo; a la iteración "k", la localización del punto base en el espacio de parámetros está definido como \mathbf{x}_k . El procedimiento iterativo continúa hasta que la convergencia es alcanzada, puede ser cuando se alcanza un valor menor a una tolerancia especificada, o cuando los elementos de la siguiente expresión son muy pequeños:

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k, \quad (4 \text{ C})$$

si se supone que $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ es continua, y que su primer y segunda derivada existen, un mínimo de $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ puede sólo ser encontrado en un punto estacionario, este es un punto donde:

$$\frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{x}_k)}{\partial x_i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (5 \text{ C})$$

y $\mathbf{F}(\mathbf{x}_k)$ es expandida en una serie de Taylor alrededor de la k 'ésima iteración \mathbf{x}_k ignorando los términos de tercer orden en adelante:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}_k + \Delta \mathbf{x}) = \mathbf{F}(\mathbf{x}_k) + \nabla \mathbf{F}(\mathbf{x}_k) \Delta \mathbf{x}_k + \frac{1}{2} \nabla^2 \mathbf{F}(\mathbf{x}_k) (\Delta \mathbf{x}_k)^2 + (\mathbf{0})^3; \quad (6 \text{ C})$$

la primera y segunda derivada de \mathbf{F} son descritas como sigue:

$$\nabla \mathbf{F}(\mathbf{x}_k) = 2\mathbf{J}(\mathbf{x}_k)^T \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}_k), \quad (7 \text{ C})$$

y

$$\nabla^2 F(\mathbf{x}_k) = 2[J(\mathbf{x}_k)^T J(\mathbf{x}_k) + \mathbf{Q}(\mathbf{x}_k)], \quad (8 \text{ C})$$

donde los elementos de la matriz Jacobiana, J , son:

$$J(\mathbf{x}_k)_{ij} = \frac{\partial \varepsilon(\mathbf{x}_k)_i}{\partial x_j}, \quad (9 \text{ C})$$

y $\nabla^2 F$ es la matriz Hessiana, H , de segundas derivadas de F con respecto a los parámetros \mathbf{x} . La matriz \mathbf{Q} está definida de la forma:

$$\mathbf{Q}(\mathbf{x}_k) = \sum_{i=1}^M \varepsilon_i(\mathbf{x}_k) \nabla^2 \varepsilon_i(\mathbf{x}_k), \quad (10 \text{ C})$$

donde los elementos de la matriz \mathbf{Q} regularmente se asumen muy pequeños, por lo que \mathbf{Q} se considera despreciable. A primera vista, esta parece ser una buena aproximación sólo cerca de la solución; sin embargo, como los residuos están igualmente distribuidos entre valores positivos y negativos, esta es en general una buena aproximación, a menos que los grupos de datos incluyan errores sistemáticos.

Modelo de Gauss-Newton.

El modelo de Gauss-Newton siempre asume que \mathbf{Q} puede ser despreciable. El problema de mínimos cuadrados puede entonces ser expresado de la forma:

$$(\mathbf{J}^T \mathbf{J}) \Delta \mathbf{x}_k = \mathbf{J}^T \boldsymbol{\varepsilon}. \quad (11 \text{ C})$$

Debido a que la matriz Hessiana es aproximada por la primera derivada de los residuales $\boldsymbol{\varepsilon}$ y se simplifica a la forma $\mathbf{H} \approx \mathbf{J}^T \mathbf{J}$, la solución de la ecuación anterior se puede reescribir como:

$$\Delta \mathbf{x}_k = -\mathbf{H}^{-1} \mathbf{J}^T \boldsymbol{\varepsilon}. \quad (12 \text{ C})$$

Una condición necesaria para la existencia de un mínimo es que \mathbf{H} se defina positiva, por lo que todos los eigenvalores de \mathbf{H} son positivos. Cuando alguno o todos los eigenvalores de \mathbf{H} son menores a cero, el espacio de parámetros representa un punto silla o un máximo. Cuando \mathbf{H} es singular o cercano a cero, la inversa no existe, y la ecuación (12 C) no tiene solución. En este caso, \mathbf{H} podría tener uno o más eigenvalores igual a cero. Incluso cuando los eigenvalores son cercanos a cero, la matriz \mathbf{H} se aproxima a la singularidad. Esto conlleva a redondear errores en la inversión de \mathbf{H} y resulta en valores poco reales para $\Delta \mathbf{x}_k$. Típicamente, esto ocurre cuando una regresión de parámetros con un efecto despreciable en la suma de cuadrados está definida.

Cuando \mathbf{H} es positiva, el modelo de Gauss-Newton resulta un vector solución $\Delta \mathbf{x}_k$ con una dirección la cual siempre lleva al valor más bajo de la suma de cuadrados en la vecindad de \mathbf{x}_k . Esto es conocido como la propiedad de convergencia truncada.

Método de Levenberg-Marquardt.

Marquardt realizó un método, basado en la propuesta de Levenberg en 1944, para pequeñas variaciones entre los extremos del método de Gauss-Newton y Descenso acelerado. Este último método es utilizado lejos del mínimo, cambiando continuamente el valor del primero conforme se aproxima al mínimo.

La modificación al método de Gauss-Newton propuesta por Levenberg se presenta como:

$$\Delta \mathbf{x}_k = (\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{J}^T \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (13 \text{ C})$$

o con la modificación propuesta por Marquardt

$$\Delta \mathbf{x}_k = (\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \lambda \mathbf{D})^{-1} \mathbf{J}^T \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (14 \text{ C})$$

donde λ es un factor de ajuste adimensional y \mathbf{D} es una matriz diagonal con elementos iguales a los elementos diagonales de $\mathbf{J}^T \mathbf{J}$. Este modelo es conocido como el arreglo de Levenberg-Marquardt, en el que la dirección de $\Delta \mathbf{x}_k$ es intermedia entre la dirección del incremento del método de Gauss-Newton ($\Delta \mathbf{x}_k \rightarrow 0$) y la dirección del método descenso acelerado $\mathbf{J}^T \boldsymbol{\varepsilon} / |\mathbf{J}^T \boldsymbol{\varepsilon}|$ ($\Delta \mathbf{x}_k \rightarrow \infty$).

Levenberg recomienda aumentar la diagonal de $\mathbf{J}^T \mathbf{J}$ utilizando un factor aditivo, mientras que Marquardt recomienda el incremento de la diagonal utilizando un factor multiplicativo $(1+\lambda)$. El procedimiento del método de Marquardt genera un incremento el cual es invariante en una transformación de escalamiento de los parámetros, esto es, si la escala para un componente del vector de parámetros es doblada, y el componente correspondiente del incremento reducido a la mitad, el resultado será el mismo, como en el incremento en la escala original.

El algoritmo de Levenberg-Marquardt es más difícil de implementar que el algoritmo de Gauss-Newton; no obstante, ha sido utilizado para resolver muchos problemas de mínimos cuadrados no lineales.

En el método de Levenberg-Marquardt el incremento $\Delta \mathbf{x}_k$ es la solución de mínimos cuadrados del sistema con la matriz de derivadas:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J} \\ \sqrt{\lambda} \mathbf{D}^{1/2} \end{bmatrix}, \quad (15 \text{ C})$$

y el vector de resultados:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (16 \text{ C})$$

Para la solución, utilizando este método, es necesario asignar valores iniciales del conjunto de parámetros \mathbf{x} . Al parámetro λ le es asignado un valor inicial, normalmente $\lambda=10^{-3}$; si el valor de $\Delta \mathbf{x}_k$ obtenido resolviendo las ecuaciones aumentadas conduce a una reducción del error $\boldsymbol{\varepsilon}$, entonces el

incremento es aceptado y λ es dividido por 10 para la siguiente iteración; por otro lado, si el valor de $\Delta \mathbf{x}_k$ conduce a un aumento del error, entonces λ es multiplicado por 10 y se resuelven de nuevo las ecuaciones normales aumentadas, este proceso continua hasta que el valor $\Delta \mathbf{x}_k$ encontrado da lugar a un decremento del error. Este proceso de resolver repetidamente las ecuaciones normales aumentadas para diferentes valores λ hasta encontrar un valor aceptable de $\Delta \mathbf{x}_k$ es lo que constituye una iteración del algoritmo de Levenberg-Marquardt.

APÉNDICE D. Composición de aceites en aguas profundas.

Composición del aceite Maximino-1:

Componentes	% mol
N2 - CO2	0.49
C1 - nC4	81.46
iC5 - Ciclo C6	3.68
C7 - O-Xil	4.42
C9 - C15	6.15
C16 – C20	1.8
C21 – C25	0.92
C26 - C29	0.46
C30+	0.62

Composición del aceite Trión-1:

Componentes	% mol
N2 - CO2	1.309
C1 - nC4	68.334
iC5 - Ciclo C6	3.8
C7 - O-Xil	3.558
C9 - C15	7.857
C16 – C20	4.431
C21 – C25	3.591
C26 - C29	2.448
C30+	4.672

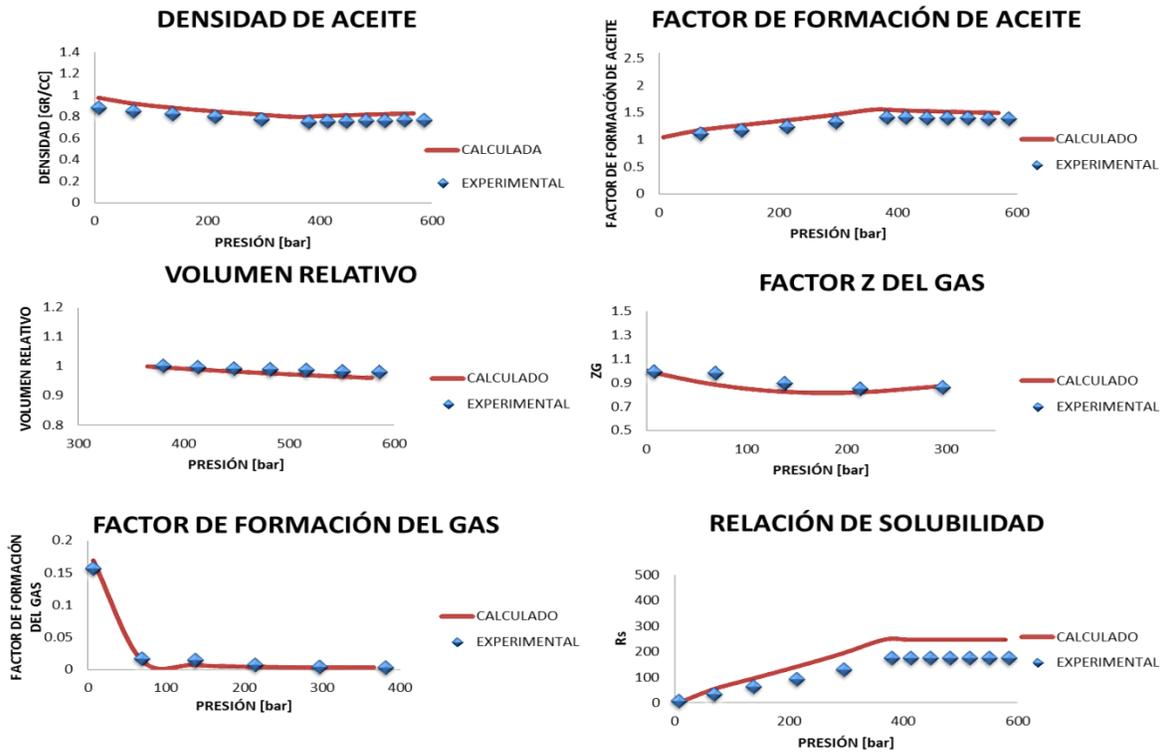


Figura D.1.- Ajuste de las propiedades volumétricas del pozo Trión-1 a la ecuación cúbica de estado Peng-Robinson, con el simulador SIMPVT2.

Composición del aceite Supremus:

Componentes	% mol
N2 - CO2	2.286
C1 - nC4	66.669
iC5 - Ciclo C6	2.041
C7 - O-Xil	3.163
C9 - C15	9.558
C16 – C20	5.508
C21 – C25	4.307
C26 - C29	2.514
C30+	3.954

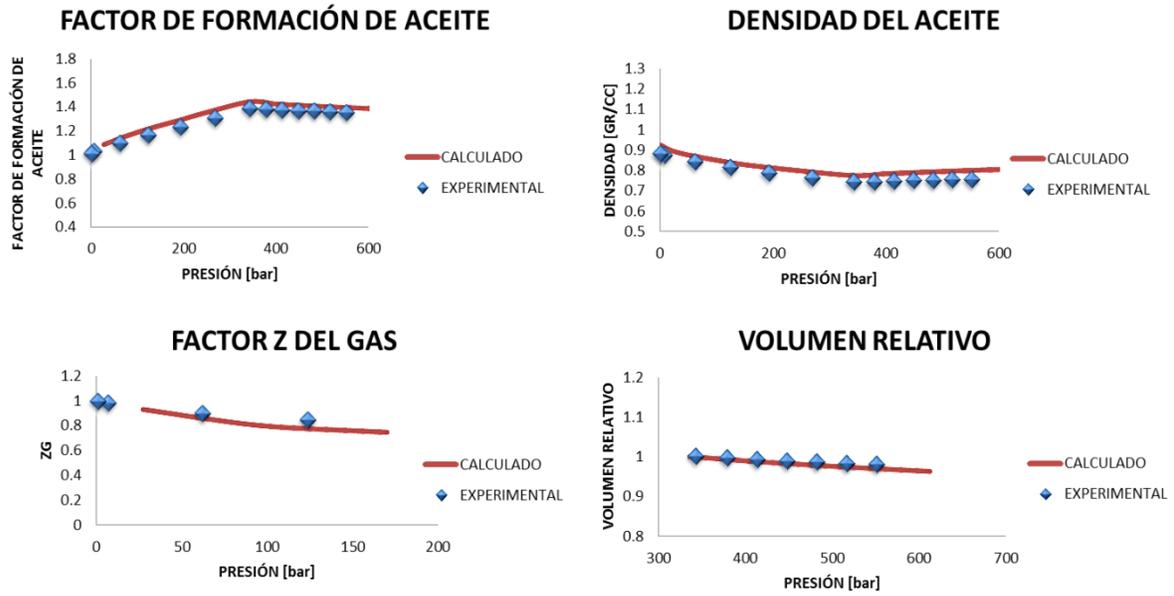


Figura D.2.- Ajuste de las propiedades volumétricas del pozo Supremus-1 a la ecuación cubica de estado Peng-Robinson, con el simulador SIMPVT2.

APÉNDICE E. Modelo de presurización para describir un proceso de cierre súbito “Shut-in”.

Cuando en un sistema de producción, debido a contingencias no deseadas, la línea de producción debe ser sometida a un cierre súbito, este proceso puede causar problemas de aseguramiento de flujo que afectarán la producción y que necesariamente deben ser tomados en cuenta.

Para el caso en el que se desea modelar un cierre súbito (shut-in), el fenómeno inicial que debe ser tomado en consideración es un fenómeno de presurización, que ocurre en la tubería de producción en una posición antes de la válvula cerrada, seguido de un fenómeno de disipación de onda, ambos fenómenos acoplados se denominan como un golpe de ariete. De igual forma, en la otra parte de la válvula, el fenómeno que ocurre y debe describirse es un fenómeno de cavitación por el efecto de pérdida de potencia de empuje en el fluido que se transporta en la tubería.

En el modelado de un cierre súbito, la primer etapa es la descripción del proceso de presurización en la línea de flujo, para la cual se parte de una suposición inicial necesaria al establecer las condiciones del flujo en un instante antes de que el cierre ocurra, una forma de esta suposición es suponer que antes del cierre súbito el flujo es continuo y estable, por lo que las condiciones iniciales para el modelado de un efecto shut-in puede ser a partir de obtener los valores de las propiedades de flujo a partir de considerar un flujo estacionario en el pozo de producción al momento de efectuarse el shut-in.

Una forma de modelar este proceso de presurización se puede realizar utilizando un enfoque de aceite negro, donde las ecuaciones de conservación se pueden describir como sigue:

Un balance de volumen estándar para el componente aceite puede escribirse de la siguiente forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{E_l}{B_o} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{v_{sl}}{B_o} \right] = 0, \quad (1 E)$$

y el balance de volumen estándar para el componente gas está dado por:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{E_g}{B_g} + \frac{E_l R_s}{B_o} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{v_{sg}}{B_g} + \frac{v_{sl} R_s}{B_o} \right] = 0; \quad (2 E)$$

de igual forma se pueden escribir las ecuaciones de balance de masa por componente, para el componente aceite:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{E_l}{B_o} \rho_{os} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{v_{sl}}{B_o} \rho_{os} \right] = 0; \quad (3 E)$$

y para el componente gas:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{E_g}{B_g} \rho_{gs} + \frac{E_l R_s}{B_o} \rho_{gs} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{v_{sg}}{B_g} \rho_{gs} + \frac{v_{sl} R_s}{B_o} \rho_{gs} \right] = 0. \quad (4 E)$$

Utilizando la relación $\rho_{ol} = \rho_{os}/B_o$ la ecuación (3 E) queda:

$$\frac{\partial}{\partial t} [E_l \rho_{ol}] + \frac{\partial}{\partial z} [v_{sl} \rho_{ol}] = 0, \quad (5 E)$$

teniendo $\rho_g = \rho_{gs}/5.615B_g$ y $\rho_{gl} = R_s \rho_{gs}/5.615B_o'$ la ecuación (4) queda de la siguiente forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} [E_g \rho_g + E_l \rho_{gl}] + \frac{\partial}{\partial z} [v_{sg} \rho_g + v_{sl} \rho_{gl}] = 0. \quad (6 E)$$

Para el modelo de flujo de deriva, se escriben las ecuaciones de balance de masa por componente en términos de la velocidad relativa (v_r), velocidad de la mezcla (v_m) y densidad de la mezcla (ρ_m), de esta forma, para el componente aceite:

$$\frac{\partial}{\partial t} [E_l \rho_{ol}] + \frac{\partial}{\partial z} [v_m \rho_{ol} E_l] = \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{E_l \rho_{ol} E_g \rho_g v_r}{\rho_m} \right], \quad (7 E)$$

y para el componente gas:

$$\frac{\partial}{\partial t} [E_g \rho_g + E_l \rho_{gl}] + \frac{\partial}{\partial z} [(E_g \rho_g + E_l \rho_{gl}) v_m] = - \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{E_l \rho_{ol} E_g \rho_g v_r}{\rho_m} \right]. \quad (8 E)$$

La suma de las dos ecuaciones anteriores da la siguiente ecuación de balance de masa total para el sistema de flujo:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho_m] + \frac{\partial}{\partial z} [\rho_m v_m] = 0. \quad (9 E)$$

Algoritmo en estado estacionario:

Para un punto en el cual se conoce la presión, se tiene el procedimiento siguiente:

Se obtienen los valores de R_s , B_o y B_g a partir del valor $P_{1/2}$ conocido.

Se calculan:

$$\rho_l = \left(\frac{R_s \rho_{gs}}{5.615 B_o} \right) + \left(\frac{\rho_{os}}{B_o} \right) \quad \text{y} \quad \rho_g = \left(\frac{\rho_{gs} b}{5.615 B_g} \right).$$

A partir del balance de masa se calculan las velocidades de flujo volumétrico in-situ de las fases gas y aceite:

$$q_g = \frac{5.615 [q_{gs} - q_{os} R_s] B_g}{86400} \quad \text{y} \quad q_l = \frac{5.615 q_{os} B_o}{86400},$$

donde: $q_{os} = q/B_o$ y $q_{gs} = q_{os}/R_s$.

Se calculan las velocidades superficiales de las fases gas y aceite:

$$v_{sg} = q_g/A \quad \text{y} \quad v_{sl} = q_l/A.$$

Se calcula la velocidad relativa utilizando la ecuación que corresponda de acuerdo al patrón de flujo presente, de acuerdo al patrón de flujo existente.

Se calcula E_g de la ecuación $\frac{v_{sg}}{E_g} - \frac{v_{sl}}{(1-E_g)} = v_r$.

Calcular la velocidad y la densidad de la mezcla con las ecuaciones:

$$\rho_m = E_g \rho_g + E_l \rho_l \quad \text{y} \quad v_m = \frac{v_{sg} \rho_g + v_{sl} \rho_l}{\rho_m}.$$

Al momento del cierre súbito (shut-in), la distribución de las variables a lo largo del pozo se determinan de acuerdo al siguiente procedimiento:

1.- Iniciando en el fondo del pozo, $P_{1/2} = P_{in}$ y se calcula v_m usando los pasos descritos anteriormente:

2.- Suponemos un valor de $P_{1+1/2}^*$.

3.- Calculamos $P_1 = 0.5 [P_{1/2} + P_{1+1/2}^*]$.

4.- Con P_1 , $(\rho_m)_1$ y todos los demás parámetros se estima v_m .

5.- Calculamos $P_{1+1/2} = P_{1/2} - (\rho_m)_1 \frac{g}{144g_c} \Delta Z$.

6.- Si $|P_{1+1/2} - P_{1+1/2}^*| > \epsilon$, $P_{1+1/2}^* = P_{1+1/2}$ y regresamos al paso 3.

7.- Una vez que $|P_{1+1/2} - P_{1+1/2}^*| < \epsilon$, actualizamos $(v_m)_{1+1/2}$ utilizando $P_{1+1/2}$ y repetimos los pasos para estimar v_m .

8.- Se repiten los pasos del 2 al 7 para todos los volúmenes de control hasta llegar a la superficie de la tubería.

Durante un proceso de presurización, por efecto de un cierre súbito, a un nuevo paso de tiempo la presión, velocidad y densidad de la mezcla, así como el colgamiento en el pozo se determina con el siguiente procedimiento:

1.- Se calcula una velocidad de fluido en la cara de la formación, $(v_m)_{1/2}^{n+1}$ que satisfaga las condiciones de frontera en el fondo del pozo, dada por una ecuación de capacidad de afluencia desde el yacimiento hasta la cara de la formación como puede ser un modelo IPR basado en la ecuación de Darcy, y la condición de conservación de masa en el pozo, utilizando el siguiente procedimiento:

1.1.- Se supone una velocidad en la cara de la formación

1.2.- A partir de la condición de frontera en el pozo, dada por la ecuación de capacidad de afluencia se calcula la presión en la cara de la formación, $P_{1/2}^{n+1}$.

1.3.- Se supone un valor de presión a la salida de la primera celda de la discretización, $P_{1+1/2}^*$.

1.4.- Se calcula presión promedio de la celda $P_1 = 0.5[P_{\frac{1}{2}} + P_{1+\frac{1}{2}}^*]$.

1.5.- Se obtienen los valores de R , B_o , B_g , ρ_l y ρ_g para el valor de presión promedio de la celda.

1.6.- Calcular colgamiento y ρ_m .

1.7.- Recalcular presión a la salida de la celda con la ecuación de momento discretizada.

1.8.- Si $\left| P_{1+1/2} - P_{1+1/2}^* \right| > \epsilon$, $P_{1+1/2}^* = P_{1+1/2}$ y regresamos al paso 1.4.

1.9.- Repetir los pasos 1.3 a 1.8 en todas las celdas de control para el pozo discretizado.

1.10.- Calcular una nueva velocidad del fluido en la cara de la formación a partir de la ecuación $(v_m)_{1/2}^{n+1} = \left(\frac{\Delta z}{\Delta t} \right) \frac{\sum_{i=1}^N [(\rho_m)_i^{n+1} - (\rho_m)_i^n]}{(\rho_m)_{1/2}^{n+1}}$, esta ecuación resulta de considerar la condición de frontera $v_m = 0$ a la salida de la tubería.

1.11.- Se puede utilizar un modelo numérico para acelerar la convergencia de la solución, como puede ser el método de la secante.

1.12.- El método de la secante se puede aplicar en las iteraciones necesarias hasta lograr la convergencia del método.

2.- Actualizar el valor de la distribución de velocidades de la mezcla de la ecuación $\left[\frac{(\rho_m)_{i+1/2}^{n+1}}{\Delta z} \right] (v_m)_{i+1/2}^{n+1} = \left[\frac{(\rho_m)_{i-1/2}^{n+1}}{\Delta z} \right] (v_m)_{i-1/2}^{n+1} - \frac{(\rho_m)_i^{n+1} - (\rho_m)_i^n}{\Delta t}$, desde el fondo del pozo hasta la superficie, aplicando el valor calculado en el paso 1.

3.- Repetir el procedimiento para todos los pasos de tiempo.