



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE POSGRADO EN CIENCIAS DE LA TIERRA
INSTITUTO DE GEOFÍSICA

INVERSIÓN ESPECTRAL Y ANÁLISIS DE ONDÍCULA
APLICADOS EN DATOS SÍSMICOS DE REFLEXIÓN

TESIS

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN CIENCIAS DE LA TIERRA

(Exploración, Aguas Subterráneas, Modelación y Percepción Remota)

PRESENTA:

EMMANUEL ÁNGEL CABRERA NAVARRETE

TUTOR PRINCIPAL

Dr. GERARDO FELIPE RONQUILLO JARILLO (Instituto Mexicano del Petróleo)

MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR

Dr. OSCAR CAMPOS ENRÍQUEZ (Instituto de Geofísica, UNAM)

Dr. ALLEN LEROY HUSKER (Instituto de Geofísica, UNAM)

Dr. ARTURO IGLESIAS MENDOZA (Instituto de Geofísica, UNAM)

Dr. WILLIAM LEE BANDY (Instituto de Geofísica, UNAM)

Ciudad Universitaria, Cd. Mx., Diciembre 2016



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

"Declaro conocer el Código de Ética de la Universidad Nacional Autónoma de México, plasmado en la Legislación Universitaria. Con base en las definiciones de integridad y honestidad ahí especificadas, aseguro mediante mi firma al calce que el presente trabajo es original y enteramente de mi autoría. Todas las citas de, o referencias a, la obra de otros autores aparecen debida y adecuadamente señaladas, así como acreditadas mediante los recursos editoriales convencionales".

Agradecimientos

Agradezco:

A Dios. A mi Madre por su apoyo y confianza.

Al Dr. Gerardo Felipe Ronquillo Jarillo por su orientación y tutoría en el desarrollo de este proyecto de investigación.

A los Doctores: Oscar Campos Enríquez, Allen Husker, Arturo Iglesias Mendoza y William Lee Bandy, por sus correcciones, comentarios y sugerencias para mejorar y finalizar este trabajo.

Al Maestro Mario Manuel Lozada por su orientación y sugerencias en la estructuración y desarrollo del proyecto de investigación.

Al Posgrado de Ciencias de la Tierra de la UNAM, por ayudarme a continuar con mi crecimiento académico y profesional, al permitirme ser parte del programa de posgrado, también por el apoyo y facilidades que se me otorgaron para el desarrollo del proyecto de investigación.

Al grupo de investigadores que forman parte del Instituto de Geofísica, por su apoyo y enseñanza, ya que su trabajo constituyó una contribución importante a este proyecto.

Al CONACyT, por cuyo apoyo económico fue posible este proyecto.

Índice

Índice	1
Resumen	3
Abstract	4
Lista de Figuras	5
Lista de Tablas	7
Abreviaciones, nomenclatura y símbolos.	8
Introducción	9
Planteamiento del problema	11
Justificación	11
Objetivos	11
1. Inversión de datos sísmicos de reflexión	12
1.1. Señales sísmicas de reflexión	12
1.1.1. Modelo sísmico	14
1.1.2. Resolución sísmica	16
1.2. Problema inverso	17
1.3. Formulación lineal del problema inverso	17
2. Análisis espectral	19
2.1. Análisis de Fourier	19
2.1.1. La Transformada de Fourier	19
2.1.2. Propiedades de la Transformada de Fourier	20
2.1.3. Representación tiempo frecuencia	25
2.2. Análisis de ondícula	26
2.2.1. Transformada de Ondícula	26
2.2.2. Propiedades de las Ondículas	27
2.2.3. Representación tiempo escala	28
2.2.4. Detección de bordes utilizando transformada de ondícula	29
3. Inversión espectral	32
3.1. Problema directo	33
3.1.1. Formulación del problema directo	33
3.1.2. Acondicionamiento del problema directo	33
3.2. Metodología para aplicar el método de inversión espectral	34

3.2.1.	Deconvolución para remover del efecto de la ondícula en la traza sísmica	35
3.2.2.	Ventaneo y selección de la banda de frecuencia de inversión.	37
3.2.3.	Acondicionamiento de los datos y cálculo del problema directo	38
3.2.4.	Estimación de los parámetros de inversión.	39
3.2.5.	Algoritmos de optimización y minimización de la función objetivo	39
4.	Aplicación y Resultados	46
4.1.	Datos sísmicos sintéticos	46
4.1.1.	Algoritmos de optimización	46
4.1.2.	Modelos sintéticos	56
4.2.	Datos sísmicos reales	67
	Discusión de resultados	75
	Conclusiones	77
	Recomendaciones y Trabajos Futuros	78
	Apéndices	79
A.	Problema inverso planteado en el dominio de las frecuencias	79
B.	Problema inverso con restricciones	80
C.	Algoritmo genético	81
D.	Optimización por enjambre de partículas	82
E.	Procesamiento del modelo sintético.	84
	Referencias	91

Resumen

En el proyecto de investigación se presentan los resultados de la aplicación de una metodología para la inversión de datos sísmicos, en la cual se incorpora el método de inversión espectral en conjunto con el análisis de ondícula, para estimar coeficientes de reflexión y su separación a distintas bandas de frecuencia, utilizando tres distintos métodos de optimización para aproximar la solución del problema inverso.

Se hace un análisis de la teoría detrás del método de inversión espectral, a partir del cual, se propuso integrar la aplicación del análisis ondícula, como una herramienta para la representación tiempo escala, que permite identificar y sintetizar los contrastes de impedancia acústica en una señal sísmica, de esta manera acondicionar los datos sísmicos para la aplicación del método de inversión espectral por ventanas de tiempo.

La expresión matemática que describe a los datos sísmicos en función de la frecuencia es no lineal, por lo tanto, exige técnicas de optimización para problemas cuya función objetivo esté sujeta a restricciones o sea no lineal, por este motivo, además de la minimización utilizando la solución iterativa de la matriz inversa generalizada, se propusieron dos algoritmos de optimización global en el esquema de solución (Algoritmo genético y Optimización por enjambre de partículas), y a partir de la experimentación, establecemos que la optimización por enjambre de partículas, es un método más eficiente para obtener la respuesta optimizada del modelo.

Con la finalidad de validar la metodología, el flujo de procesos fue probado en datos sísmicos de reflexión sintéticos y reales. Finalmente, con el análisis de resultados, se valida la metodología como un proceso complementario en la interpretación y caracterización sísmica de yacimientos, estableciendo un método conjunto que integra la descomposición espectral y la inversión de datos sísmicos, que permite estimar parámetros en distintas bandas de frecuencia.

Abstract

This research presents the results of the application of a proposed methodology for the inversion of seismic data, it incorporates the spectral inversion method joined with wavelet analysis to estimate reflection coefficients and layer thickness at different frequency bands, using three optimization algorithms to calculate an approximation of the inverse problem solution.

This research includes a detailed analysis of the background theory of spectral inversion; based on that, apply the wavelet analysis, as a time-scale visualization tool, helps to identify and synthesize the acoustic impedance contrast contained in the seismic signal. In this way, the seismic data has been conditioned in order to apply the time-spectral inversion method by time windows.

The mathematical expression that describes the seismic signal as a function of frequency, is highly non linear; Therefore, we used global optimization algorithms designed for non-linearity and/or constrained problems, to calculate the solution of the inverse problem. We minimize the cost function using the iterative solution of the generalized inverse, and two global optimization algorithms (Genetic algorithm and particle swarm optimization). From the results of the numerical experimentation with both algorithms, we establish that the optimization by the particle swarm, is the most efficient algorithm to obtain the optimized response model.

The process flux was tested on real and synthetic seismic data with the aim of validating the methodology. Finally, the analysis of the results validate, the proposed methodology as a complementary process in the seismic interpretation and characterization of reservoirs, This established it, as a joint method that integrates spectral decomposition and the seismic data inversion, which allows us to estimate parameters at different frequency bands; We also get a representation of the seismic reflectivity image as a function of time. Modifying the inversion parameters can highlight general tendencies or seismic image details.

Lista de Figuras

Figura 1. 1 Adquisición de datos sísmicos. El símbolo rojo representa la fuente de energía sísmica y los triángulos azules representan los sensores en superficie, conocidos como geófonos.	12
Figura 1. 2 Diagrama que ilustra un flujo de procesos que se aplican a los datos sísmicos de reflexión posterior a su adquisición.	13
Figura 1. 3 Coeficientes de reflexión definidos por la diferenciación de la impedancia acústica y sismograma sintético conformado por la interacción de una fuente sísmica con los coeficientes de reflexión (modificado de Anstey, 1982).	14
Figura 1. 4 Secuencias de eventos sísmicos, a) muestra dos eventos que se distinguen y de los cuales pueden obtenerse los valores de los coeficientes de reflexión, b) Muestra dos eventos demasiado cercanos para que pueda distinguirse la respuesta sísmica correspondiente a cada uno; y por lo tanto, no puede calcularse el valor de los coeficientes de reflexión.	16
Figura 2. 1 a) Construcción del espectrograma para una función sj . b) Representación tiempo frecuencia (espectrograma) de dos señales s_1 y s_2 con una ventana Gaussiana de longitud $n = 128$, con un intervalo de muestreo de $\Delta t = 0.004$ s y con número de muestras $N = 1024$.	25
Figura 2. 2 Estructura y construcción del escalograma a partir de los coeficientes de Ws para una función $s(t)$.	28
Figura 2. 3 Escalograma de la función para representar la distribución de coeficientes de $Ws(\alpha, \tau)$. La función $s(t)$ se evaluó con un $\Delta t = 0.004$ s para $t = i\Delta t$ y $N = 1024$.	29
Figura 2. 4 Análisis de bordes de una señal periódica $s(t)$ y un evento intermitente utilizando la W , con la ondícula de Haar, a) Señal $s(t)$ b) Escalograma Ws c) Líneas de los máximos locales (Modulus maxima) Ms .	31
Figura 3. 1 Pares de impulsos en series de tiempo $r_1 \bullet$, $r_2 \bullet$ y $r_3 \bullet$ y sus espectros de magnitud r_1, r_2 y r_3 .	32
Figura 3. 2 Representación de las componentes par e impar de un par de coeficientes de reflexión, (Modificado de Puyear y Castagna, 2008).	33
Figura 3. 3 Ejemplo de la deconvolución determinista, espectros de magnitud de una señal s , de una fuente w y de los coeficientes r . Observe que el espectro r está delimitado por la banda de frecuencia de w .	35
Figura 3. 4 Análisis de bordes multiescala de una señal sísmica sintética $sobs$. a) Escalograma Ws y líneas Ms de $sobs$, utilizando la ondícula de Morlet. b) Síntesis de $sobs$ a partir de Ms : coeficientes de reflexión estimados $rest$, a partir de Ms y traza sísmica sintetizada $sest$.	36
Figura 3. 5 Análisis espectral de una ventana con dos coeficientes de reflexión. a) Ventana de tiempo que contiene dos coeficientes de reflexión, b) Escalograma de la ventana de tiempo, c) Espectro de amplitud de la ventana de tiempo, d) Banda de frecuencia (24 – 50 Hz) del espectro de amplitud r de la ventana de tiempo r .	37
Figura 3. 6 Serie de tiempo con un par de coeficientes de reflexión $r(t)$.	38
Figura 3. 7 Flujo de procesos del método iterativo de solución de la matriz inversa generalizada, para calcular una aproximación de la solución del problema inverso $ISGI$.	42
Figura 3. 8 Flujo de procesos del algoritmo genético GA .	43
Figura 3. 9 Flujo de procesos de la optimización por enjambre de partículas PSO .	44
Figura 3. 10 Flujo de procesos para implementar la inversión espectral aplicada a datos sísmicos.	45
Figura 4. 1 Señal sísmica sintética $s(t)$ para invertir con $ISGI$ a) Traza sintética $s(t)$ b) coeficientes de reflexión $r(t)$, c) espectro de magnitud $r(\xi)$ d) espectro de amplitud acondicionado a la forma $rdrd\xi$.	47
Figura 4. 2 Inversión del modelo sintético $s(t)$ de la Figura 4.1, utilizando al algoritmo $ISGI$ en una banda de frecuencia 5 – 10 Hz.	48

Figura 4. 3 Inversión del modelo sintético $s(t)$ de la Figura 4.1, utilizando al algoritmo <i>ISGI</i> en una banda de frecuencia 20 – 30 Hz.	49
Figura 4. 4 Señal sísmica sintética $s(t)$ para invertir con <i>GA</i> a) traza sintética $s(t)$ b) coeficientes de reflexión $r(t)$, c) espectro de magnitud $r(\xi)$ d) espectro de amplitud acondicionado a la forma $rdrd\xi$.	50
Figura 4. 5 Inversión del modelo sintético $s(t)$ de la Figura 4.4, con parámetros en la Tabla 4.2, utilizando al algoritmo <i>GA</i> en una banda de frecuencia 5 – 10 Hz.	51
Figura 4. 6 Inversión del modelo sintético $s(t)$ de la Figura 4.4, con parámetros en la Tabla 4.2, utilizando al algoritmo <i>GA</i> en una banda de frecuencia 20 – 30 Hz.	52
Figura 4. 7 Señal sísmica sintética $s(t)$ para invertir con <i>PSO</i> a) traza sintética $s(t)$ b) coeficientes de reflexión $r(t)$, c) espectro de magnitud $r(\xi)$ d) espectro de amplitud acondicionado a la forma $rdrd\xi$.	53
Figura 4. 8 Inversión del modelo sintético $s(t)$ de la Figura 4.7, con parámetros en la Tabla 4.3, utilizando al algoritmo <i>PSO</i> en una banda de frecuencia 5 – 10 Hz.	54
Figura 4. 9 Inversión del modelo sintético $s(t)$ de la Figura 4.7, con parámetros en la Tabla 4.3, utilizando al algoritmo <i>PSO</i> en una banda de frecuencia 20 – 30 Hz.	55
Figura 4. 10 Modelo sintético 1 a) Traza sísmica sintética $s(t)$ b) Escalograma Ws .	56
Figura 4. 11 Espectros de magnitud del Modelo sintético 1 a) Utilizando deconvolución determinista (s, w y r), Utilizando deconvolución con ondícula.	56
Figura 4. 12 Error relativo de los parámetros estimados por inversión del modelo 1. Utilizando deconvolución determinista (arriba) Utilizando deconvolución con ondícula (abajo).	57
Figura 4. 13 Graficas de la función de minimización o costo de los algoritmos de optimización (<i>ISIG, GA</i> y <i>PSO</i>) (izquierda) Grafica de la función O habiendo utilizado deconvolución determinista (derecha) Grafica de la función O habiendo utilizado deconvolución con ondícula.	58
Figura 4. 14 Modelos con los parámetros optimizados (izquierda), utilizando deconvolución determinista (derecha) Deconvolución con ondícula.	59
Figura 4. 15 Modelo sintético 1 a) Traza sísmica sintética $s(t)$ b) Escalograma Ws .	59
Figura 4. 16 Resultados de la inversión del modelo 2. Deconvolución con ondícula.	61
Figura 4. 17 Modelo sintético 2D, utilizando el pulso de Ricker de $\xi p = 8$ Hz. Espectro de magnitud promedio del segundo modelo sintético.	62
Figura 4. 18 Modelo sintético 3 a) Modelo después de la deconvolución con ondícula b) Trazas 5 y 25, originales (azules) y deconvolucionadas (rojas).	62
Figura 4. 19 Inversión del Modelo 3 (derecha) invertido y su residual (izquierda).	63
Figura 4. 20 Modelo sintético de velocidades en profundidad.	64
Figura 4. 21 Modelo 4 – Sección sísmica migrada y espectro de amplitud promedio de la sección.	64
Figura 4. 22 Modelo 4 deconvolucionado utilizando un pulso de Ricker, a) modelo sísmico sintético 4 (izquierda), modelo sísmico sintético 4 deconvolucionado (derecha) b) Traza 150 original $sobs$, deconvolucionada $sdecon$ del modelo 4, escalaograma, líneas de máximos locales.	65
Figura 4. 23 Modelo 4 Sección migrada invertida, utilizando pulso de Ricker (izquierda) y residual (derecha).	66
Figura 4. 24 Sección sísmica, y espectro de magnitud de la sección.	67
Figura 4. 25 Sección sísmica filtrada 0 – 15 Hz, espectro de magnitud.	67
Figura 4. 26 Sección sísmica crossline (izquierda) sección sísmica crossline posterior a la deconvolucion con ondícula (derecha).	69
Figura 4. 27 Sección sísmica crossline invertida (derecha) inversión con menor $RSS\mu$, residual correspondiente a cada inversión (izquierda).	70
Figura 4. 28 Sección sísmica inline y el espectro de magnitud promedio.	71
Figura 4. 29 Sección sísmica filtrada 0 – 15 Hz, espectro de magnitud.	71
Figura 4. 30 Sección sísmica inline (izquierda) sección sísmica inline posterior a la deconvolucion con ondícula (derecha).	72
Figura 4. 31 Sección sísmica inline invertida (derecha) inversión con menor $RSS\mu$, residual correspondiente a cada inversión (izquierda).	74

Figura A. 1 Esquema de adquisición. Nota: la figura no ilustra el número real de receptores (Geophones) y fuentes (Sources), solamente ilustra su distribución en $x = 0$, y conforme a sus posiciones cada 20 disparos (shot).	84
Figura A. 2 Trazas agrupadas a) en función de los disparos y b) por los CMP.	86
Figura A. 3 Análisis de velocidades en el CMP 400 a) grafica de semblanza y CMP [400] b) picado de velocidades y CMP [400] posterior a la corrección NMO con las velocidades picadas.	87
Figura A. 4 Sección sísmica compensada por divergencia esférica, posterior a la corrección NMO y apilada.	88
Figura A. 5 Sección sísmica migrada.	89
Figura A. 6 Flujo de procesos para el modelo para la elaboración del modelo sintético.	90

Lista de Tablas

Tabla 2. 1 . Magnitud, amplitud, fase y potencia en función de los coeficientes de la función trasformada f .	24
Tabla 4. 1 Parámetros de la traza sintética de la Figura 4.1 reales y optimizados utilizando <i>ISGI</i> .	47
Tabla 4. 2 Parámetros de la traza sintética de la Figura 4.4 reales y optimizados utilizando <i>GA</i> .	50
Tabla 4. 3 Parámetros de la traza sintética de la Figura 4.17 reales y optimizados utilizando <i>PSO</i> .	53
Tabla 4. 4 Parámetros reales y optimizados del modelo sintético 1, 50 iteraciones para los tres algoritmos.	57
Tabla 4. 5 Tiempos de cálculo de los tres algoritmos de optimización (<i>ISIG</i> , <i>GA</i> y <i>PSO</i>) en la solución del problema inverso del modelo 1, cada uno con 50 iteraciones.	58
Tabla 4. 6 Parámetros reales y optimizados del modelo sintético 2, 50 iteraciones para todos los algoritmos.	60
Tabla 4. 7 Tiempos de cálculo de los tres algoritmos de optimización (<i>ISIG</i> , <i>GA</i> y <i>PSO</i>) en la solución del problema inverso del modelo 2.	61
Tabla 4. 8 Tabla Parámetros del modelo sintético 3.	62
Tabla 4. 9 Parámetros de deconvolución e inversión para el modelo 4 utilizando <i>PSO</i> .	63
Tabla 4. 10 Parámetros de inversión del Modelo 4.	66
Tabla 4. 11 Parámetros de deconvolución e inversión, Crossline.	68
Tabla 4. 12 Parámetros de deconvolución e inversión, Inline.	73

Abreviaciones, nomenclatura y símbolos.

AI	Impedancia Acústica	λ	Longitud de onda
$ISGI$	Solución iterativa de la matriz inversa generalizada	\hat{f}	Espectro complejo de una función f
GA	Algoritmo genético	$ \hat{f} $	Espectro de magnitud de una función f
PSO	Optimización con enjambre de partículas	M	Matriz de máximos locales
Hz	Hertz - unidad de frecuencia	M_f	Matriz de máximos locales de la función f
s	Segundos – unidad de tiempo	μ	Media
RSS	Suma de cuadrados del residual	m	Vector de los parámetros
v	Velocidad	m_0	Vector de los parámetros del modelo inicial
ρ	Densidad	$O(m, x)$	Función de costo o de minimización
α	Escala	Ω	Dominio del espacio de solución de los parámetros m_j
t	Tiempo	$\psi(t)$	Función ondícula
t_R	Límite de resolución vertical del pulso de Ricker	$\vartheta(t)$	Función Gaussiana
Δt	Intervalo de muestreo	σ	Desviación estándar
$\Delta t_n(x)$	Tiempo para la corrección NMO	$s(t)$	Señal sísmica
T_0	Tiempo de incidencia normal	s_k	Arreglo de coeficientes de la señal sísmica
τ	Corrimiento con el tiempo	S	
D	Operador de detección de máximos locales	$w(t)$	Ondícula sísmica
δ	Delta de Dirac	w_i	Arreglo de coeficientes de la ondícula sísmica
d	Vector de la respuesta del problema directo	W	
d_{obs}	Vector de datos reales	$r(t)$	Coefficientes de reflexión
d_{opt}	Vector de la respuesta optimizada	r_j	Arreglo de coeficientes de reflexión
Δd	Vector de discrepancias	R	
$\Delta \mathbf{d}$		r_e	Componente par (Suma de coeficientes)
Δm	Vector de perturbaciones	r_o	Componente impar (Diferencia entre coeficientes)
$\Delta \mathbf{m}$		k	Diferencia de la componente r_e^2 y r_o^2
e_i	Vector de error	k_x, k_y, k_z	Componentes del número de onda x, y, z
e		θ	Fase
ε	Factor de amortiguamiento	T	Separación entre coeficientes de reflexión
ω	Frecuencia angular	W	Operador de la transformada de ondícula continua
ξ	Frecuencia	W^{-1}	Operador inverso de la transformada de ondícula continua
ξ_N	Frecuencia de Nyquist	W_f	Transformada de ondícula de una función f
ξ_p	Frecuencia central	\mathcal{F}	Operador de la transformada de Fourier
$\Delta \xi$	Intervalo en frecuencia	\mathcal{F}^{-1}	Operador inverso de la transformada de Fourier
$g(t)$	Función ventana	DFT	Operador de la transformada de Fourier discreta
$G(m)$	Problema directo	\otimes	Operador de convolución
G			
\mathbf{G}_L	Matriz inversa generalizada	x, y, z	Coordenadas espaciales
J_{ij}	Matriz Jacobiano		
J			

Introducción

En la caracterización sísmica de yacimientos, la interpretación de los datos y la elaboración de un modelo del subsuelo, suele apoyarse en la estimación de parámetros sísmicos utilizando métodos de inversión, correlacionando un modelo matemático que describa la naturaleza física de los datos sísmicos. Esto se realiza para obtener una imagen sísmica en función de la distribución de las propiedades físicas del subsuelo; como resultado, los procesos de inversión, pueden ayudar a resaltar anomalías de interés, delimitar yacimientos e identificar conectividades de cuerpos sedimentarios.

En el proceso de inversión para estimar los coeficientes de reflexión de la traza sísmica, es necesario eliminar el efecto de la ondícula de la fuente, obteniendo a partir de las señales sísmicas, las series en tiempo de los coeficientes de reflexión. De acuerdo con Widess, (1973), los parámetros sísmicos debajo del límite de resolución vertical ($1/8$ de la longitud de onda de la fuente λ), no pueden ser estimados adecuadamente, y sin embargo, unidades litológicas debajo de límite de la resolución vertical podrían representar yacimientos importantes.

Por otro lado la aplicación de los métodos de descomposición espectral en datos sísmicos, ha permitido hacer un análisis de los parámetros sísmicos en función de la frecuencia, fase y escala, lo que ha sido útil en la interpretación de la información contenida en la señal sísmica.

La investigación relacionada con los métodos de descomposición espectral se ha enfocado en dos áreas en particular, la primera, en el desarrollo de métodos de análisis con diferentes funciones de base y/o metodologías de descomposición; la segunda, en la aplicación de los métodos existentes en el análisis e interpretación de la información contenida en una señal (Khonde y Rastogi, 2013).

En la primera categoría se engloba el desarrollo de métodos de descomposición espectral, así como las representaciones tiempo frecuencia, tales como la transformada de tiempo corto de Fourier STFT (Gabor, 1946), la transformada S (Odebeatu, et al., 2006), la transformada de ondícula WT (Grossman y Morlet, 1984), la descomposición modal empírica EMD (Huang, et al., 1998), la distribución Wigner-Ville WVD (Li y Zheng, 2008), la descomposición de búsqueda y ajuste MPD (Mallat y Zang, 1993), entre otros métodos de descomposición.

Dentro de la segunda categoría, están las aplicaciones de la descomposición espectral, como una herramienta de análisis y procesamiento de datos geofísicos, tales como la parametrización multiescala de problemas geofísicos inversos (Chiao y Liang, 2003), como indicador de hidrocarburos al analizar secciones sísmica a diferentes bandas de frecuencia (Castagna y Siegfried, 2003), como herramientas de filtrado de datos sísmicos (Sretenovic et al., 2009); además de la aplicación de métodos espectrales no convencionales para realizar los procesos de deconvolución, utilizando transformada ondícula (Matos y Marfurt, 2011) y la descomposición modal empírica (Matos y Marfurt, 2013). También, en la inversión de parámetros sísmicos se ha aplicado la descomposición espectral (Puryear y Castanga, 2008, Huang y Zhang, 2013), esto al plantear los parámetros en el problema de inversión, como funciones de la frecuencia, haciendo posible la estimación coeficientes de reflexión a distintas bandas de frecuencias o escalas, por lo que se presenta como una opción para establecer lineamientos en función del contenido de frecuencias en la inversión y poder estimar parámetros aproximándose al límite de resolución vertical.

Con base en lo anterior, el proyecto de investigación está enfocado en la aplicación de la inversión espectral, para calcular los coeficientes de reflexión con base en la descomposición espectral, propuesta por Puryear y Castanga, (2008). Así mismo se integra en la metodología el análisis de ondícula (Mallat, 1999), para obtener una descomposición de la señal sísmica en función de la escala, y sintetizar las singularidades que se consideren de interés para realizar el proceso de inversión; utilizando la metodología de deconvolución descrita por Matos, (2008), como un proceso complementario.

Además, para la minimización de la función de costo asociada a la solución del problema inverso, se integran en el flujo de procesos, tres algoritmos de optimización, donde se analizan de forma sistemática la calidad y desempeño en el cálculo de los parámetros optimizados.

La metodología propuesta incluye el proceso de inversión espectral y el análisis de ondícula y tiene como objetivo general ser una herramienta complementaria para el análisis e inversión de datos sísmicos similar a la deconvolución Sparce Spike.

A continuación se describe el contenido de este trabajo, dividido en cuatro capítulos, que engloban la teoría fundamental del proyecto de investigación, la descripción de la metodología propuesta y los apartados de resultados y conclusiones.

En el capítulo 1 se presenta un marco introductorio de la naturaleza física de datos sísmicos y aspectos generales de las fases de procesamiento, una introducción al análisis convencional de la teoría inversa, así como las definiciones de problema directo e inverso.

En el capítulo 2 se abordan los conceptos fundamentales del análisis de Fourier y del análisis de ondícula, también se abordan algunas herramientas matemáticas derivadas de los métodos de descomposición espectral, relevantes en el contexto del proyecto de investigación.

En el capítulo 3 se detalla la metodología propuesta para la solución de los objetivos, donde se integran el método de inversión espectral y análisis de ondícula, se describen los fundamentos del método de inversión espectral. Así mismo se plantea el problema directo y su acondicionamiento en el dominio de las frecuencias, y se abordan de manera general los algoritmos de optimización para el cálculo de la solución del problema inverso.

El capítulo 4 se constituye de la aplicación de la metodología propuesta, en datos sísmicos sintéticos y en reales migrados y apilados; posteriormente se presentan y analizan los resultados.

Finalmente se presentan las conclusiones derivadas de los resultados de la aplicación del esquema de solución en los datos sísmicos sintéticos y reales, y se proponen algunas recomendaciones en la aplicación de la metodología propuesta además de algunas sugerencias para trabajos a futuro.

Planteamiento del problema

Al delimitar zonas de interés en una sección sísmica, puede encontrarse que la interferencia de la fuente sísmica con los contrastes de propiedades en el subsuelo dificulten la identificación de horizontes de capas delgadas, consecuentemente las propiedades de esa unidad estratigráfica, no pueden estimarse apropiadamente sin extraer la contribución de la firma de la fuente sísmica sobre los contrastes de propiedades físicas.

En el proyecto de investigación se propone estimar parámetros sísmicos, con base en los principios del método de inversión espectral (Puryear y Castagna, 2008), obteniendo coeficientes de reflexión y espesores de estratos, estimados a partir de los datos sísmicos de reflexión. Así mismo, se propone utilizar el análisis de ondícula como una herramienta que se integre en la metodología de inversión espectral de datos sísmicos, para analizar los datos a distintas escalas y sintetizar eventos intermitentes, que permitan pre acondicionar la aproximación a la solución del problema inverso.

Además se propone, experimentar con métodos de optimización global para calcular la aproximación de la solución del problema inverso, debido a la naturaleza no línea del problema directo.

Justificación

La inversión espectral combina la descomposición espectral y la inversión de parámetros sísmicos en un método conjunto que permite realizar el proceso de inversión a distintas bandas de frecuencia, con base en que se ha demostrado que a distintas frecuencias, algunos parámetros y atributos sísmicos tienden resaltar distintas singularidades, además que las variaciones de frecuencia pueden ser asociadas a cambios en los espesores, se pueden determinar ciertos lineamientos al elegir un rango de frecuencias para aplicar la inversión.

El análisis de ondícula es un método de descomposición espectral, que utiliza funciones finitas, de soporte compacto en tiempo y frecuencia, para resaltar eventos locales y transitorios contenidos en una señal, por lo que se presenta como un método apropiado para el análisis de señales sísmicas, y obtener distintas escalas de los datos y elegir las componentes en el dominio de la escala óptimas, para extraer información útil en el proceso de inversión.

Objetivos

Aplicar el método Inversión espectral con análisis de ondícula en datos sísmicos de reflexión, para estimar coeficientes de reflexión y espesores; para facilitar la caracterización e interpretación de estructuras en la imagen sísmica; Además, establecer la metodología propuesta como herramienta complementaria en el análisis de datos sísmicos.

Validar la metodología de Inversión espectral integrando el análisis de ondícula, y resolver el problema de minimización de la función objetivo con el método de la solución iterativa de la matriz inversa generalizada y con métodos de optimización global.

Integrar el método de inversión espectral, con el de análisis de ondícula y los algoritmos de optimización en un flujo de procesos que conforme la metodología, y validar el esquema de solución aplicándolo en datos sísmicos sintéticos y reales.

1. Inversión de datos sísmicos de reflexión

En la exploración y caracterización sísmica de yacimientos, el principal objetivo es obtener la distribución de propiedades físicas del subsuelo, con base en la amplitud sísmica o con los tiempos de viaje de reflexión de las ondas de propagación longitudinales (ondas P) o de corte (ondas S); partiendo de los registros sísmicos, su interpretación y correlación con las estructuras geológicas del subsuelo y detectar zonas de interés petrolero.

Conforme a lo anterior, mediante procesos de inversión de datos sísmicos, es posible hacer inferencias de la naturaleza física de los datos que se adquieren en campo y formular un modelo matemático bajo las leyes físicas que rigen el comportamiento de las observaciones, a partir de esto, estimar información de los parámetros que componen el modelo propuesto.

En el presente trabajo de investigación, se muestra la aplicación de un tipo de inversión de datos sísmicos, para obtener una estimación de los coeficientes de reflexión a partir de una traza sísmica, con base en el análisis espectral. En este capítulo se aborda una breve descripción del método de exploración sísmica y de los datos sísmicos, además de un marco conceptual de la formulación del problema inverso. Aunque los conceptos que aquí se tratan, se describen en el contexto del trabajo de investigación, estos pueden extenderse a otras áreas del conocimiento.

1.1. Señales sísmicas de reflexión

Los datos sísmicos son adquiridos utilizando sensores situados en la superficie terrestre, que registran durante un intervalo de tiempo, las perturbaciones mecánicas producidas por la propagación de la energía generada por una fuente sísmica, Figura 1.1.

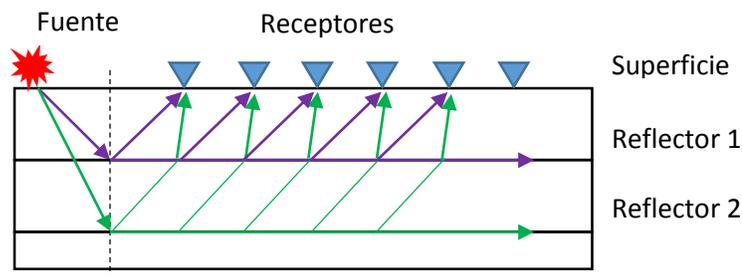


Figura 1. 1 Adquisición de datos sísmicos. El símbolo rojo representa la fuente de energía sísmica y los triángulos azules representan los sensores en superficie, conocidos como geófonos.

El método sísmico de reflexión está conformado principalmente por tres etapas, que son la adquisición, procesamiento e interpretación, cada etapa consta de una secuencia de procesos, que conforma una metodología amplia y compleja, que parte desde el diseño del trabajo de adquisición de los datos en campo, hasta el trabajo de gabinete de procesamiento e interpretación de los datos. Conforme a lo anterior, nos limitaremos a enunciar solamente los aspectos más relevantes para la obtención de la imagen sísmica.

Durante la etapa de procesamiento de datos sísmicos, los datos adquiridos en campo, son mejorados al aplicar distintos procesos, que permiten obtener sólo los eventos pertenecientes a la energía reflejada por algún contraste de impedancia acústica AI (producto de la densidad ρ por la velocidad del medio v_p) que es la relación del esfuerzo de dilatación y la velocidad de la partícula. A continuación se describen brevemente el flujo de procesos a los que se someten los datos sísmicos para obtener una imagen sísmica en profundidad, Figura 1.2.

En la etapa de reducción de datos o pre procesamiento, se realiza la supresión de trazas ruidosas, correcciones estáticas para mitigar efectos de la superficie cercana y compensación por el efecto de divergencia geométrica. Así mismo se requiere cuidadosamente aplicar diferentes filtros para atenuación de ruidos sísmicos provocados por la fuente sísmica (ground roll, ondas de aire, múltiples de periodo largo, reverberaciones etc.). Así como el ruido ambiente (tráfico, viento, instrumento, cable de alta tensión, terremotos, etc.).

Entre las correcciones geométricas está la atenuación de eventos múltiples y ruido, mediante el proceso de deconvolución predictiva, así como las correcciones de amplitud y apilamiento. Por lo general para remover los ruidos provocados por la fuente sísmica, se aplica un flujo de procesado básico de las ondas P. También un proceso importante es el análisis de velocidades y la corrección NMO (Normal Move Out) a los datos de las familias de punto medio común (CMP); el NMO remueve la curvatura de los eventos reflejados, utilizando la función obtenida del análisis de velocidades, situando los eventos reflejados en el punto medio común, CMP, entre la fuente y el receptor (Bonar, 2012).

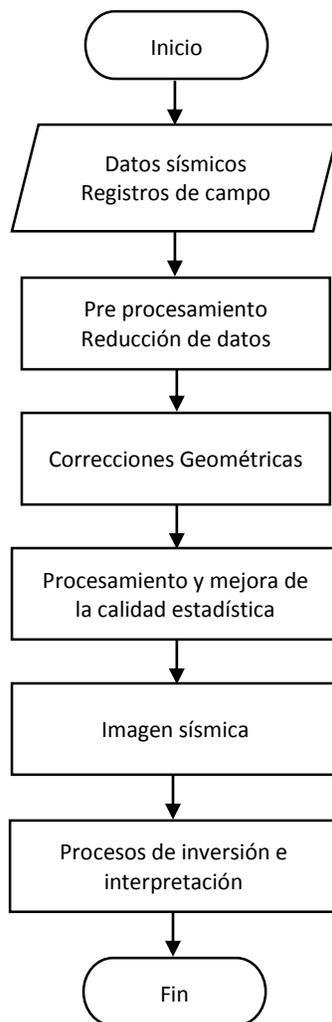


Figura 1. 2 Diagrama que ilustra un flujo de procesos que se aplican a los datos sísmicos de reflexión posterior a su adquisición.

En la etapa de imagen sísmica entran los procesos de pos apilamiento, para incrementar la resolución vertical, y la aplicación de la migración. La migración es utilizada para mejorar la resolución horizontal, corregir la posición de los eventos profundos en la sección sísmica y suprimir eventos difractados.

Acorde con un buen procesamiento, el conjunto de datos sísmicos debe cumplir con ciertas características como la continuidad de las reflexiones que atraviesan la sección sísmica, atenuación de múltiples, difracciones y ruido, amplitud corregida y compensación por atenuación, así como un contenido consistente de frecuencias entre trazas.

Finalmente en los procesos de inversión e interpretación entra la metodología de inversión de datos, para la estimación de parámetros sísmicos, conversión de la imagen sísmica en profundidad e interpretación de la amplitud y atributos sísmicos.

1.1.1. Modelo sísmico

El modelo que representan a los datos sísmicos adquiridos y debidamente procesados, es la interacción de la energía de la de fuente sísmica u ondícula w , con los contrastes de impedancia acústica AI , en el interior de la tierra.

Los contrastes de AI se les conoce como coeficientes de reflexión r . La relación que describe los contrastes AI está dada por la ecuación (1.1), donde AI_i es la impedancia acústica de la energía incidente y AI_{i+1} es la impedancia acústica de la energía transmitida. Dichos coeficientes de reflexión pueden ser positivos o negativos, Figura 1.3.

$$r_i = \frac{v_{p_{i+1}}\rho_{i+1} - v_{p_i}\rho_i}{v_{p_{i+1}}\rho_{i+1} + v_{p_i}\rho_i} = \frac{AI_{i+1} - AI_i}{AI_{i+1} + AI_i} \quad (1.1)$$

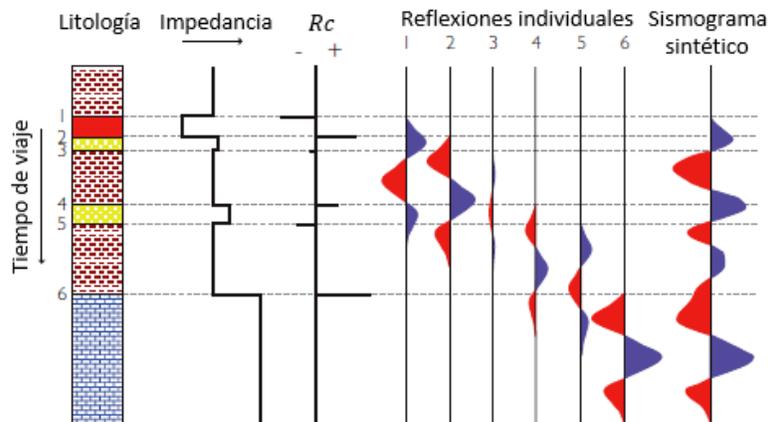


Figura 1. 3 Coeficientes de reflexión definidos por la diferenciación de la impedancia acústica y sismograma sintético conformado por la interacción de una fuente sísmica con los coeficientes de reflexión (modificado de Anstey, 1982).

Una aproximación que se deriva de la ecuación (1.1) y que describe la relación entre coeficientes de reflexión e impedancia es

$$r_j = 0.5 \Delta \ln(AI_j) \quad (1.2)$$

Conforme al modelo de incidencia normal, la cantidad de energía reflejada determina cuanta energía puede ser transmitida a través de la sección. Los efectos de transmisión son importantes en el entendimiento de la naturaleza general de la energía registrada.

- Convolución

Un modelo sísmico simple considera reflectores simples, cada uno con su propio tiempo de desplazamiento respecto al tiempo y con un coeficiente de reflexión r_j .

$$s(t) = w(t) * r(t) = \int_{-\infty}^{\infty} w(\tau)r(t - \tau)d\tau \quad (1.3)$$

Las ondas sísmicas son representadas como rayos que viajan desde la fuente a cada reflector tomando el desplazamiento τ como el tiempo de viaje. La distribución de coeficientes de reflexión en un sismograma puede ser representado en su forma más simple como una serie de impulsos δ de magnitud respectiva r_j , con valores negativos o positivos, arribando a los tiempos τ_j , que representan los tiempos de viaje de la fuente sísmica al reflector y del reflector al receptor considerando una incidencia normal, ecuación (1.4).

$$r(t) = \sum_{k=1}^N r_j \delta(t - \tau_j) \quad (1.4)$$

Así como la integral de la ecuación (1.3) representa la convolución de la función $w(t)$ con $r(t)$, la forma discreta de esta operación se representa como

$$s_k = \sum_{j=-N}^N w_{k-m} r_j \quad (1.5)$$

- Deconvolución

La deconvolución es el proceso inverso a la ecuación (1.3), consiste en remover el efecto de la función $w(t)$ sobre $r(t)$, es decir, es el proceso de remover el efecto de la fuente sísmica $w(t)$ sobre el registro sísmico $s(t)$ y obtener la respuesta deseada $r(t)$ que represente la distribución de contrastes de impedancias. La deconvolución mejora la resolución temporal y conlleva a la representación de las coeficientes de reflexión al colapsar la ondícula de la fuente sísmica sobre la traza sísmica (Yilmaz, 2001).

$$r(t) = w^{-1}(t) * s(t) \quad (1.6)$$

Varios de los algoritmos de deconvolución existentes primero involucran la extracción de la ondícula sísmica y después, el diseño de un filtro inverso para remover el efecto de la convolución de $w(t)$ con $s(t)$; además que en la formulación de estos algoritmos, se asume que las trazas sísmicas pueden ser representadas por la convolución de la fuente sísmica con los contrastes de AI del subsuelo.

- Filtro de Wiener

Para obtener una aproximación de la distribución de coeficientes de reflexión r_i , así como también para generar un sismograma sintético, se requiere conocimiento acerca de la forma del pulso sísmico $w(t)$. Existen diferentes técnicas para obtener una estimación de los coeficientes que componen $w(t)$ en su forma discreta w_i , ya sea utilizando información a priori proveniente de registros de pozo o de forma estadística utilizando las amplitudes del registro sísmico.

La mayoría de los algoritmos de deconvolución involucran la estimación de w_i y posteriormente el diseño de un filtro inverso para remover $w(t)$ de $s(t)$. Existe un tipo de deconvolución conocida como filtro de Wiener o también llamada filtro predictivo, porque asume que los datos tienen tendencias en las partes de análisis tempranas, y que permiten estimar tendencias posteriores a partir de información contenida en los datos, (Stockwell, 2015).

La ecuación (1.3) puede representarse en su forma matricial, donde \mathbf{W} es una matriz con los coeficientes de w_i desplazados sucesivamente una muestra por cada renglón, \mathbf{R} es el arreglo que contiene los coeficientes de reflexión r_j y \mathbf{S} es el vector de la señal s_k

$$\mathbf{S} = \mathbf{R}\mathbf{W} \quad (1.7)$$

Si la ecuación (1.7) se resuelve para \mathbf{R} , considerando que \mathbf{W} no es una matriz cuadrada, la solución se expresa incluyendo la matriz inversa generalizada, primero multiplicando ambos lados de la ecuación (1.7) por \mathbf{W}'

$$\mathbf{W}'\mathbf{W}\mathbf{R} = \mathbf{W}'\mathbf{S} \quad (1.8)$$

El lado izquierdo de la ecuación (1.8) contiene $\mathbf{W}'\mathbf{W}$, la cuál es la matriz de auto correlación de los coeficientes w_i , el lado derecho contiene $\mathbf{W}'\mathbf{S}$ que es la matriz de correlación cruzada entre los coeficientes w_i y las muestras de la señal s_k .

Para obtener estabilidad en el cálculo de la solución, se introduce un factor de amortiguamiento ε , que es añadido en la ecuación (1.8), y finalmente resolviendo para \mathbf{R} se puede estimar la serie de coeficientes r_j .

$$\mathbf{R} = (\mathbf{W}'\mathbf{W} + \varepsilon\mathbf{I})^{-1}\mathbf{W}'\mathbf{S} \quad (1.9)$$

1.1.2. Resolución sísmica

La interpretación y estimación de parámetros sísmicos están sujetas a la banda de frecuencia propia de los datos sísmicos, cuyo límite de resolución está impuesto por el muestreo de los datos y por la longitud de onda λ de la función w .

La respuesta impulsiva de la tierra es la secuencia de impulsos r_j que al convolucionarlos con la firma de la fuente sísmica w_i , proporcionan la señal sísmica s_k , ecuación (1.5). Cuando dos eventos tienen una separación entre ellos que permite hacerlos distinguibles, se dice que pueden estimarse los valores de los coeficientes de reflexión.

La resolución vertical describe el espesor mínimo de una capa, cuyos eventos de reflexión de la cima y base, puedan ser identificados en una traza sísmica. El límite de resolución, conocido como límite de Rayleigh, es un 1/8 de la longitud de onda dominante de la ondícula λ (Donde $\lambda = V/\xi_p$, V es la velocidad de una capa y ξ_p la frecuencia dominante de la fuente sísmica). Debajo del límite de Rayleigh, dos eventos reflejados son indistinguibles en el dominio del tiempo, y por interferencia constructiva estos se presentan como un solo evento de mayor amplitud que los eventos individuales, Figura (1.4).

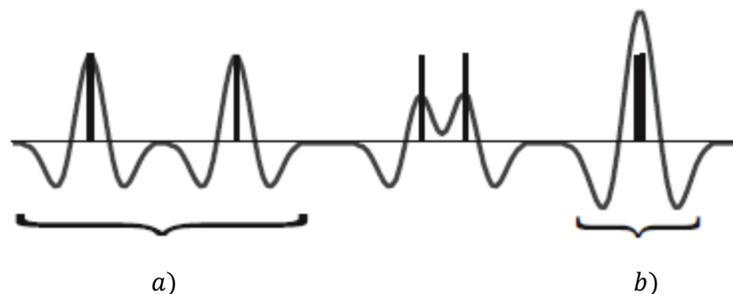


Figura 1. 4 Secuencias de eventos sísmicos, a) muestra dos eventos que se distinguen y de los cuales pueden obtenerse los valores de los coeficientes de reflexión, b) Muestra dos eventos demasiado cercanos para que pueda distinguirse la respuesta sísmica correspondiente a cada uno; y por lo tanto, no puede calcularse el valor de los coeficientes de reflexión.

1.2. Problema inverso

La teoría inversa es un conjunto de técnicas matemáticas para obtener información del mundo físico con base en inferencias en función de un conjunto de datos. En muchas aplicaciones, se registran datos, y el objetivo es encontrar el modelo correspondiente, a esta tarea se le conoce como problema inverso (Scales y Roel, 2000).

$$d = G(m) \quad (1.10)$$

La física del problema, determina si los datos d corresponden al conjunto de parámetros m evaluados en G , y a la formulación de G para obtener la respuesta del modelo, donde G se define como el problema directo, ecuación (1.10). Cuando se evalúa el modelo estimado (optimizado) d_{opt} , es esencial cuantificar el error entre el modelo estimado y el modelo verdadero, esto es llamado evaluación del modelo, expresión (1.11).

El modelo estimado también depende de los detalles del algoritmo que se utiliza para aproximar la solución del problema inverso, así como en la regularización y la parametrización de modelo que está siendo utilizado, la ecuación (1.9) es una forma de aproximar la solución del problema inverso resolviendo para m .

$$e = d_{obs} - d_{opt} \quad (1.11)$$

1.3. Formulación lineal del problema inverso

Cuando la expresión del problema directo $G(m)$, es no lineal, puede estimarse una solución utilizando una aproximación lineal del problema inverso. Al representar el problema inverso en términos de una serie de Taylor, y utilizando las primeras dos componentes de la serie, la ecuación (1.10) queda descrita como

$$d = G(m_0) + \frac{\partial G(m_0)}{\partial m} (m - m_0) \quad (1.12)$$

Donde m_0 es un modelo inicial y $\frac{\partial G}{\partial m}$ es la derivada del problema directo respecto a m . A partir de la ecuación (1.12), puede obtenerse la forma lineal del problema inverso, resolviéndose para encontrar la perturbación de los parámetros Δm cuya contribución a m_0 permita estimar la solución del problema inverso de una manera iterativa.

$$d_i = G_i(m_j) \quad (1.13)$$

$$d_i - G_i(m_j^0) = \left. \frac{\partial G_i}{\partial m_j} \right|_{m_j^0} \Delta m_j \quad (1.14)$$

Donde $\frac{\partial G_i}{\partial m_j}$ se expresa como

$$\frac{\partial G_i}{\partial m_j} = J_{ij} = \begin{vmatrix} \frac{\partial G_{i1}}{\partial m_1} & \dots & \frac{\partial G_{ij}}{\partial m_j} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial G_{i1}}{\partial m_1} & \dots & \frac{\partial G_{ij}}{\partial m_j} \end{vmatrix} \quad (1.15)$$

La matriz J_{ij} se define como la matriz de sensibilidades o Jacobiano, ecuación (1.17), que es una matriz formada por las derivadas parciales de primer orden de G_{ij} con respecto a m_j cuyo tamaño dependerá del número parámetros j y del número de observaciones i .

Igualando la ecuación (1.14) al vector de error e_i

$$e_i = d_i - G_i(m_j^k) = \frac{\partial G_i}{\partial m_j} (m_j - m_j^0) \quad (1.16)$$

Considerando que Δd_i es el vector de discrepancias entre el modelo inicial y los datos observados, la ecuación (1.16) se representa como

$$\Delta d_i = J_{ij} \Delta m_j^k \quad (1.17)$$

Resolviendo la ecuación (1.17) para Δm

$$\Delta \mathbf{m}^k = (\mathbf{J}'\mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}' \Delta \mathbf{d} \quad (1.18)$$

Donde k es número de iteración en el que se calcula el vector Δm . Para encontrar la perturbación de parámetros Δm^k , debe calcularse en cada iteración el producto de $(\mathbf{J}'\mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}'$ con el vector de discrepancias Δd_i

$$m_j^{k+1} = m_j^k + \Delta m_j^k \quad (1.19)$$

Al evaluar m_j^{k+1} en G se obtiene la respuesta optimizada. El valor del error acumulativo en cada iteración e^k se estima a partir de la formulación de la obtención del vector Δd en función de Δm (Lines y Treitel, 1984), y se calcula conforma la ecuación (1.20).

$$\mathbf{e}^k = \Delta \mathbf{d}' (\mathbf{I} - \mathbf{J}(\mathbf{G}_L)^{-1}) \Delta \mathbf{d} \quad (1.20)$$

Donde $\mathbf{G}_L = (\mathbf{G}'\mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}'$ es la matriz inversa generalizada o de Lanczos. En el contexto de este trabajo, nos referiremos a este proceso como la solución del problema inverso utilizando la solución iterativa de la matriz inversa generalizada *ISGI*.

Al final de cada iteración k , se evalúa G en los parámetros optimizados $m^{k+1} = m_{opt}$; en la metodología propuesta, el parámetro representativo de la magnitud del error entre los datos observados d_{obs} y el modelo optimizado d_{opt} , es la suma de cuadrados del residual *RSS*, ecuación (1.21), que se calcula con una norma L_2 y suponiendo que e tiene una distribución de probabilidad normal.

$$RSS = \|d_{obs} - G(m_{opt})\|_2^2 = \sum |d_i - G_i(m_j^{k+1})|^2 \quad (1.21)$$

Con base en los conceptos anteriores podemos definir una metodología para obtener una aproximación a la solución del problema inverso utilizando la *ISGI*. Habiendo establecido un marco introductorio a los datos sísmicos, al planteamiento del problema inverso y a su solución utilizando la *ISGI*, podemos concluir este capítulo enfocado en la primera parte de los fundamentos teóricos del proyecto investigación.

2. Análisis espectral

Uno de los objetivos del análisis de señales, es cuantificar los eventos periódicos presentes en una señal; por lo que los métodos de descomposición espectral han permitido representar una señal como la superposición de componentes armónicas, en función de las frecuencias contenidas en una señal.

En sismica el análisis espectral se aplica dentro de los flujos de procesamiento y análisis de datos sísmicos, siendo útil para clasificar interferencias, identificar periodicidad y fluctuaciones, establecer las características estadísticas de la señal y el ruido, e inferir información presente en la señal.

En este capítulo se abordan los conceptos básicos del análisis de espectral cuya teoría es la base de los métodos descomposición de señales en el dominio de la frecuencia y de la escala, tales como la transformada de Fourier y la transformada de Ondícula.

A continuación se presenta la teoría básica del análisis de Fourier y del de Ondícula, relevante en el marco del proyecto de investigación.

2.1. Análisis de Fourier

El análisis de Fourier es llamado así, por el matemático francés Jean Baptiste Joseph Fourier (1768-1830), cuyos aportes sobre la descomposición de funciones periódicas en series trigonométricas convergentes, son la base del análisis espectral.

El principio básico del análisis de Fourier es que una función o señal puede ser analizada mediante funciones oscilatorias, tales como las funciones trigonométricas seno $\sin(2\pi\xi t)$ y coseno $\cos(2\pi\xi t)$, cuya frecuencia ξ es múltiplo de la componente armónica fundamental de la señal.

2.1.1. La Transformada de Fourier

La transformada de Fourier permite representar una señal mediante una serie de coeficientes que representan factores de peso, que multiplican a las componentes armónicas contenidas en la señal. Un armónico es una onda sinusoidal que oscila a una cierta frecuencia ξ múltiplo de una frecuencia fundamental o mínima. Los factores de peso son los coeficientes que se grafican en función de la frecuencia del componente armónico al cual multiplican.

Si la función $f(t)$ es absolutamente integrable, tiene un número finito de máximos y mínimos, y un número finito de discontinuidades en cualquier intervalo finito, entonces la representación en integral de Fourier de $f(t)$, converge a $f(t)$ en todos los puntos donde $f(t)$ es continua y al promedio de los límites derecho e izquierdo. Por lo tanto, la transformada de Fourier $\hat{f}(\omega)$ de una función $f(t)$ queda representada por la ecuación (2.1).

$$\hat{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt = \mathcal{F}\{f(t)\} \quad (2.1)$$

Donde $\omega = 2\pi\xi$ es la frecuencia angular y \mathcal{F} es el operador de la transformada. La transformada inversa de Fourier \mathcal{F}^{-1} queda representada como

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(\omega)e^{i\omega t} d\omega = \mathcal{F}^{-1}\{F(\omega)\} \quad (2.2)$$

En muchas disciplinas, las señales son demasiado complejas para ser representadas por una expresión matemática analítica, consecuentemente deben ser digitalizadas, es decir, deben tomarse valores de la señal original a un cierto intervalo de muestreo, de esta manera una señal continua $s(t)$ se convierte en una señal discreta s_j .

Para análisis de señales discretas se utiliza la forma discreta de la transformada de Fourier, ecuación (2.3), la serie de coeficientes de la transformada de Fourier X_k de una señal discreta x_j se representa por

$$X_k = \sum_{j=0}^{N-1} x_j e^{-i \frac{2\pi k j}{N}} = DFT(x_j) \quad \begin{array}{l} j = 0, 1, 2, \dots, N-1 \\ k = -\frac{N}{2}, \dots, -1, 0, 1, \dots, \frac{N}{2}-1 \end{array} \quad (2.3)$$

Donde N es el número de elementos de x_j . La transformada inversa de Fourier se expresa como:

$$x_j = \frac{1}{N} \sum_{k=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} X_k e^{i \frac{2\pi k j}{N}} = DFT^{-1}(X_k) \quad j = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (2.4)$$

Como consideraciones previas a la evaluación de la DFT , teniendo que Δt corresponde al intervalo de muestreo en el dominio del tiempo y $\Delta \xi$ el intervalo de muestreo en el dominio de las frecuencias, se establecen las siguientes relaciones:

$$\Delta \xi = \frac{1}{N \Delta t}, \quad \xi_k = k \Delta \xi \quad k = 0, 1, 2, \dots, \frac{N}{2}$$

$$\xi_N = \frac{1}{2\Delta t}$$

Donde ξ_N es la frecuencia de Nyquist, que es la frecuencia máxima que se puede cuantificar, dado un Δt .

2.1.2. Propiedades de la Transformada de Fourier

A continuación se describen brevemente algunas de las propiedades de la \mathcal{F} que son de relevancia en el contexto de este trabajo.

- Desplazamiento respecto del tiempo

Si una función $f(t)$ tiene transformada de Fourier $\hat{f}(\omega)$, y la variación recorrida de $f(t)$ es $g(t)$, $g(t) = f(t - \tau)$ se puede obtener la transformada de Fourier de la siguiente manera

$$\mathcal{F}(g(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{-i\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t - \tau) e^{-i\omega t} dt$$

Por lo que el desplazamiento en el tiempo sólo cambia la fase lineal. La forma continua y discreta de la propiedad de corrimiento respecto al tiempo se representa como:

$$f(t - \tau) \xrightarrow{\mathcal{F}} e^{-i\omega\tau} \hat{f}(\omega) \quad (2.5)$$

$$x_{j-m} \xleftrightarrow{DFT} e^{i(2\pi k/N)m} X_k$$

- Desplazamiento de la frecuencia

Si una función se traslada en la frecuencia en relación a $f(t)$, y está dada por $g(t) = e^{i\omega_0 t} f(t)$, su transformada de Fourier es $e^{i\omega_0 t} f(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} \hat{f}(\omega - \omega_0)$, su forma discreta se representa como

$$X_{k-m} \xleftrightarrow{DFT^{-1}} e^{-i(2\pi k/N)m} x_j \quad (2.6)$$

- Propiedad de escala

Si la variable en tiempo o espacio de una señal, es escalada, tiene cierto efecto en su representación en el dominio de las frecuencias. Si una señal es dilata en el dominio del tiempo o espacio, por un factor α , su representación en el dominio de las frecuencias se estrechara por el mismo factor α .

$$\mathcal{F}(\alpha f(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\alpha t) e^{-i\omega t} dt = \frac{1}{\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} f(u) e^{-i\omega \frac{u}{\alpha}} du$$

Donde $u = \alpha t$ $du = \alpha dt$ $\frac{du}{\alpha} = dt$

Finalmente la versión continua y discreta se expresan como:

$$\begin{aligned} f(\alpha t) &\xleftrightarrow{\mathcal{F}} \frac{1}{\alpha} \hat{f}\left(\frac{\omega}{\alpha}\right) \\ x(\alpha n) &\xleftrightarrow{DFT} \frac{1}{|\alpha|} X\left(\frac{\omega}{\alpha}\right) \end{aligned} \quad (2.7)$$

de la misma manera, inversamente

$$\mathcal{F}\left(f\left(\frac{t}{\alpha}\right)\right) = \int_{-\infty}^{\infty} f\left(\frac{t}{\alpha}\right) e^{-i\omega t} dt = \alpha \int_{-\infty}^{\infty} f(u) e^{-i\omega \alpha u} du$$

Donde $u = \frac{t}{\alpha}$ $du = \frac{dt}{\alpha}$ $\frac{dt}{\alpha} = du$

Por lo que puede expresarse como

$$\begin{aligned} f\left(\frac{t}{\alpha}\right) &\xleftrightarrow{\mathcal{F}} \alpha \hat{f}(\alpha\omega) \\ x\left(\frac{n}{\alpha}\right) &= \alpha X(\alpha\omega) \end{aligned} \quad (2.8)$$

La función $f(\alpha t)$ representa la función $f(t)$ contraída en el dominio del tiempo por el factor α , de la misma forma, la función $\hat{f}\left(\frac{\omega}{\alpha}\right)$, representa la función $\hat{f}(\omega)$ expandida en el dominio de la frecuencia, por el mismo factor. La propiedad de escalamiento establece que al contraer una señal en el dominio del tiempo, se expande en el dominio de la frecuencia, por tanto, si se expande una señal en el dominio del tiempo, se contraerá en la frecuencia.

- Definición de un impulso y su transformada de Fourier.

Los eventos de tipo intermitente, que son finitos en el tiempo, matemáticamente son idealizados por la función impulso $\delta(t)$, llamada función delta de Dirac, y que es una función cuyo valor total está concentrado en un punto. Para poder desarrollar la formulación de la función, consideramos la función pulso $\varphi(t)$ definido por

$$\varphi(t) = \begin{cases} 0 & (0 < t < a - \frac{1}{2}T) \\ \frac{A}{T} & (a - \frac{1}{2}T \leq t < a + \frac{1}{2}T) \\ 0 & (t \geq a + \frac{1}{2}T) \end{cases}$$

La magnitud del pulso es A/T y su duración es T , el área bajo el impulso es A

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t) dt = \int_{a-\frac{T}{2}}^{a+\frac{T}{2}} \frac{A}{T} dt = A$$

Si se considera el límite en el que la duración del impulso se aproxime a cero de tal manera que el área debajo siga siendo A , se obtiene una función impulso de magnitud A y que ocurre en el tiempo $t = a$.

El impulso unitario que ocurre en el tiempo $t = a$ es el caso límite de el pulso $\delta(t)$ con el valor igual a la unidad, se denota por $\delta(t - a)$ y tiene las propiedades

$$\begin{aligned} \delta(t - a) &= 0 \quad (t \neq a) \\ \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - a) dt &= 1 \end{aligned}$$

Si se considera la \mathcal{F} de la función generalizada $\delta(t)$ satisface la propiedad del corrimiento; esto es para una función continua $g(t)$

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(t) \delta(t - c) dt = \begin{cases} g(c) & (a < c < b) \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

La \mathcal{F} queda representada como

$$\begin{aligned} \hat{f}(\omega) = \mathcal{F}(\delta(t)) &= \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) e^{-i\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) e^0 = 1 \\ \delta_n &\stackrel{DFT}{\iff} 1 \end{aligned} \tag{2.9}$$

- Transformada de Fourier de una función sinodal

Para obtener $\mathcal{F}(\sin(2\pi tL))$ se utiliza la identidad de Euler para la función $\sin(x)$, posteriormente se obtiene la transformada de Fourier de dos funciones exponenciales complejas. La transformada de la función sinodal, servirá para establecer una definición en el capítulo 3

$$\mathcal{F}(\sin(2\pi tL)) = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{e^{i2\pi tL} - e^{-i2\pi tL}}{2i} \right) e^{-i2\pi \xi t} dt = \frac{1}{2i} \int_{-\infty}^{\infty} (e^{i2\pi tL} e^{-i2\pi \xi t} - e^{-i2\pi tL} e^{-i2\pi \xi t}) dt$$

$$\mathcal{F}(\sin(2\pi tL)) = \frac{1}{2i} [\delta(\xi - L) + \delta(\xi + L)]$$

$$\sin(2\pi nL) \stackrel{DFT}{\iff} \frac{1}{2i} [\delta(n - L) + \delta(n + L)]$$
(2.10)

Donde L es una constante, modificado de Lathi (2001).

- Convolución en el dominio de las frecuencias

Dadas dos funciones $f(t)$ y $g(t)$, se puede definir la convolución $*$ de la siguiente forma

$$f(t) * g(t) = f(t) \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)g(t - \tau)dt$$

La fórmula anterior es llamada la integral de convolución, la operación de la convolución en el dominio de definición de $f(t)$ se convierte en un producto en el dominio de Fourier.

$$f(t) \stackrel{\mathcal{F}}{\iff} \hat{f}(\omega)$$

$$g(t) \stackrel{\mathcal{F}}{\iff} \hat{g}(\omega)$$

$$f(\tau)g(t - \tau) \stackrel{\mathcal{F}}{\iff} \hat{f}(\omega)\hat{g}(\omega)$$
(2.11)

Por la propiedad de desplazamiento en el tiempo, la integral entre el paréntesis del segundo miembro es igual a $\hat{g}(\omega)e^{-i\omega t}$, por lo que

$$\hat{f}(\omega)\hat{g}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)e^{-i\omega t}G(\omega)dt$$

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} f_j g_{j-m} \stackrel{DFT}{\iff} F_k G_k$$
(2.12)

- Deconvolución en el dominio de las frecuencias

Bajo ciertas condiciones, es posible expresar la operación de la deconvolución en el dominio de la frecuencia, considerando que la ecuación (2.11) puede expresarse $\hat{h} = \hat{f}\hat{g}$.

Si $\hat{f} \neq 0$ entonces:

$$\hat{g} = \hat{h}/\hat{f}$$

En el caso de $\hat{f}(\xi) = 0$ para cualquier ξ , la convolución $\hat{f}\hat{g}$ tendrá un espacio de soluciones nulas diferentes a la solución trivial, por lo tanto para $\hat{g} \neq 0$ el resultado será una función cero después de haber aplicado la convolución, para este caso, la deconvolución está mal planteada y el sistema no tendrá una solución determinista.

- Deconvolución determinista

Ya que \hat{f} es una función compleja, que puede ser escrita como la suma de la parte real e imaginaria como

$$\hat{f}(\omega) = \Re\{\hat{f}\} + i\Im\{\hat{f}\}$$

Y se define el complejo conjugado de \hat{f} como

$$\overline{\hat{f}(\omega)} = \Re\{\hat{f}\} - i\Im\{\hat{f}\}$$

Si multiplicamos $\hat{f}(\omega)$ por su complejo conjugado, tenemos el cuadrado del módulo de $\hat{f}(\omega)$

$$|\hat{f}(\omega)|^2 = \hat{f}(\omega)\overline{\hat{f}(\omega)}$$

El factor ε es el factor de ruido blanco. Este parámetro debe ser elegido lo suficientemente bajo para estabilizar el espectro inverso \hat{f}^{-1} .

$$\hat{f}(\omega)^{-1} = \frac{\overline{\hat{f}(\omega)}}{(|\hat{f}(\omega)|^2 + \varepsilon)}$$

Regresando al problema de deconvolución, aplicando la \mathcal{F}^{-1} a la ecuación, y multiplicando ambas partes del cociente por $\overline{\hat{f}}$

$$g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\overline{\hat{f}(\omega)} \hat{h}(\omega)}{(|\hat{f}(\omega)|^2 + \varepsilon)} e^{i\omega t} d\omega \quad (2.13)$$

Todos los esquemas de deconvolución deben tener un equivalente al factor de ruido blanco ε para estabilizar el proceso de división, para prevenir la división entre un número pequeño o cero, (Stockwell, 2015).

- Magnitudes del espectro de frecuencias

Los coeficientes asociados a la correlación de la señal con las componentes armónicas al aplicar la \mathcal{F} , pueden expresarse como una magnitud, amplitud o potencia en función de la parte real \Re e imaginaria \Im de la función \hat{f} . Además a partir de los coeficientes de \hat{f} también pueden obtenerse las componentes de la fase θ .

	Tipo de espectro
Fase $\theta(\omega)$	$\arctan\left(\frac{\Im\{\hat{f}\}}{\Re\{\hat{f}\}}\right)$
Magnitud $ \hat{f}(\omega) $	$\sqrt{\Re\{\hat{f}\}^2 + \Im\{\hat{f}\}^2}$
Amplitud	$\frac{\sqrt{\Re\{\hat{f}\}^2 + \Im\{\hat{f}\}^2}}{n}$
Potencia	$\frac{\Re\{\hat{f}\}^2 + \Im\{\hat{f}\}^2}{n^2}$

Tabla 2. 1 . Magnitud, amplitud, fase y potencia en función de los coeficientes de la función transformada \hat{f} .

2.1.3. Representación tiempo frecuencia

La transformada ventaneada de Fourier o de tiempo corto G_s (Gabor, 1946), permite tener la representación tiempo frecuencia de una señal s , aplicando el operador \mathcal{F} en distintos intervalos a lo largo de la señal.

$$G_s(\omega, t) = \int s(u)g(u-t)e^{-i\omega u}du = e^{-i\omega t} \frac{1}{2\pi} \int e^{-i\xi t} \hat{s}(\xi)g(\omega-\xi)d\xi \quad (2.14)$$

Donde g es una función ventana cuya longitud está condicionada al tamaño del intervalo de análisis.

La representación de G_s permite tener una aproximación de la frecuencia local en cada intervalo de la ventana g que recorre s . La representación tiempo frecuencia de G_s se define como espectrograma, y es una matriz con los coeficientes de magnitud espectral en cada ventana g sobre la función s , Figura 2.1.

La función ventana g permite reducir la distorsión (fenómeno descubierto por Gibbs, 1899) que se produce cuando la DFT se aplica en señales de longitudes pequeñas o cuando existen discontinuidades. Las funciones ventana generalmente son funciones simétricas con un valor máximo próximo a 1 y se aproximan a 0 en los bordes.

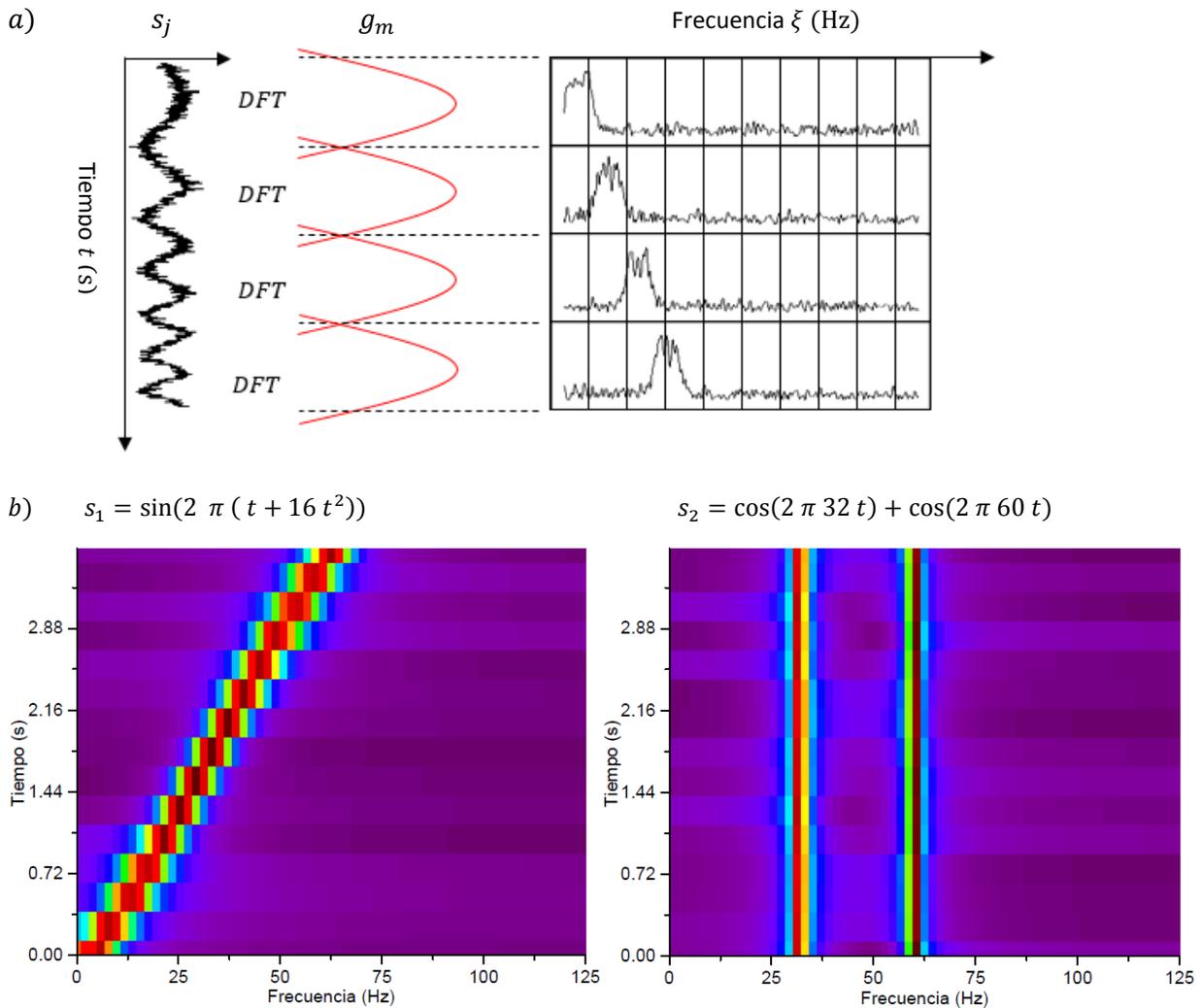


Figura 2. 1 a) Construcción del espectrograma para una función s_j . b) Representación tiempo frecuencia (espectrograma) de dos señales s_1 y s_2 con una ventana Gaussiana de longitud $n = 128$, con un intervalo de muestreo de $\Delta t = 0.004$ s y con número de muestras $N = 1024$.

2.2. Análisis de ondícula

El análisis de ondícula es una herramienta que permite realizar la descomposición de una señal en múltiples escalas, donde se resaltan los eventos transitorios de duración finita, discontinuidades y eventos intermitentes; tanto en señales no estacionarias o transitorias. Además de poder ubicar los eventos en el dominio de la frecuencia y en el dominio de definición de la señal.

En geofísica la incursión del análisis de ondícula ha tenido múltiples aplicaciones, una de ellas es en el procesamiento y análisis de datos, en registros de pozo para identificar interfaces, en métodos potenciales en la optimización de datos, y en sísmica como una alternativa de procesamiento (Cabrera, 2012).

2.2.1. Transformada de Ondícula

La transformada de ondícula fue formalizada por Grossman y Morlet (1984) y es definida como la cross-correlación de una señal con ondículas a diferentes escalas, que son versiones estrechas o dilatadas de una función ondícula básica o madre de media cero. La función ψ describe una ondícula (Fugal, 2009), en función de las variables α (escala) y τ (desplazamiento); el factor α permite a ψ contraerse o dilatarse en el tiempo.

$$\psi_{\alpha,\tau} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \psi\left(\frac{t-\tau}{\alpha}\right); \alpha, \tau \in \mathbb{R}, \alpha \neq 0 \quad (2.15)$$

La correlación de una función s con un conjunto de ondículas se realiza, estrechando ($\alpha < 1$) o dilatando ($\alpha > 1$) una función ψ y desplazándola a través del dominio que cubre la señal de entrada; el desplazamiento de τ le permite a la ondícula cubrir el dominio del tiempo donde está representada la señal.

La transformada de ondícula en su forma continua queda representada como:

$$W_{f(\alpha,\tau)} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) * \psi_{\alpha,\tau} dt \quad (2.16)$$

Donde $\frac{1}{\sqrt{\alpha}}$ es el factor de compensación en función del tamaño de la escala.

Para realizar de manera eficiente el análisis de una señal s utilizando W , la escala α tomara valores de forma diádica, tomando múltiplos de 2 en caso de dilatación de la ondícula, así mismo también el desplazamiento τ , tendrá que realizarse en base a múltiplos del tamaño de la ventana.

$$\alpha = 2^j \quad \tau = k2^j = k\alpha \quad j, k \in Z \quad (2.17)$$

Bajo las consideraciones anteriores, ecuación (2.17), la función ψ , ecuación (2.16), queda representada como

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{\frac{j}{2}} \psi(2^j t - k) \quad (2.18)$$

La ecuación (2.18) presenta una forma más eficiente para realizar la W , ya que para señales discretas s_j , el cálculo para diferentes α es computacionalmente exhaustivo y presenta información redundante de escalas adyacentes.

La forma inversa de la transformada queda definida de la siguiente forma

$$f(t) = C_{\psi}^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} W_{f(\alpha,\tau)} \psi_{\alpha,\tau}(t) d\alpha d\tau \quad (2.19)$$

Donde C_ψ es el factor de reconstrucción o constante de admisibilidad, que está en función de ψ y se define como

$$C_\psi = \int_0^\infty \frac{|\hat{\psi}(\omega)|}{\omega} d\omega \quad (2.20)$$

Debido a que la función ψ cubre una banda de frecuencias en función de cada escala α , la relación para obtener la frecuencia aproximada o pseudo frecuencia ξ_α de α se define como

$$\xi_\alpha = \frac{\xi_0}{\alpha \Delta \xi^{-1}} \quad (2.21)$$

Donde ξ_0 es la frecuencia central de la ondícula, es decir el valor máximo en el espectro de magnitud, y $\Delta \xi^{-1}$ es el periodo de muestreo de la función.

2.2.2. Propiedades de las Ondículas

Para que una función se caracterice como una ondícula, debe tener ciertas propiedades que generalizan a este conjunto de funciones:

Condición de admisibilidad y regularidad: Establece que una ondícula ψ que cumpla con la ecuación (2.20), puede ser utilizada para analizar y sinterizar una función. Esto implica que $\mathcal{F}(\psi)$ se desvanece cuando $\xi \rightarrow 0$ (Sheng 1996), y por lo tanto $\hat{\xi}$ tiene un espectro en el dominio de las frecuencias acotado, ecuación (2.22).

$$|\hat{\psi}(\omega)|_{\omega=0}^2 = 0 \quad (2.22)$$

Lo anterior también implica que ψ es una función de energía finita, oscilatoria y que en el dominio de definición t tiene un promedio de cero, ecuación (2.23).

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0 \quad (2.23)$$

La regularidad de una ondícula queda definida por los momentos de desvanecimiento, los cuales establecen que la función ψ este acotada en el en el dominio de definición ψ y en el de la frecuencia ξ . Si se expande la función ψ utilizando la serie de Taylor, los momentos de desvanecimiento μ_k serán aquellos con los que la función ψ pueda aproximarse, además que los coeficientes μ_k tenderán a cero conforme $k \rightarrow n - 1$, ecuación (2.24). Entre más momentos μ_k tenga la función ψ mejor puede representar funciones de mayor complejidad.

$$\mu_k = \int_{-\infty}^{\infty} t^k \psi(t) dt = 0 \text{ para } 0 \leq k < n \quad (2.24)$$

Los momentos de desvanecimiento hacen posible analizar la regularidad local de una señal. El orden de aproximación de ψ quedara definido por el número de momentos de desvanecimiento n , (Daubechies 1992).

Corrimiento: Esta propiedad permite a la ondícula desplazarse en un intervalo, sobre el dominio de definición de ψ , tiempo o espacio, y cambiar la ubicación de la distribución de energía de ψ , se denota por τ , ecuación (2.5).

Escalamiento: Es una propiedad implícita de las funciones ondícula, esto permite a ψ dilatarse y comprimirse, conforme al valor de α , y al mismo tiempo modificar su distribución de frecuencias conforme a la propiedad de escalamiento, ecuaciones (2.7) y (2.8).

Soporte compacto: Es la propiedad que posee la ondícula de tener una duración finita, ser totalmente integrable en el dominio de definición de ψ y de tener una banda de frecuencias acotada en el dominio de las frecuencias.

Suavidad: Esta propiedad se refiere a las características propias de una familia de ondículas, sean reales o complejas, continuas o discretas, dependiendo de la forma de la función o coeficientes que describan a ψ , podrá resaltar detalles o tendencias generales al compararse con una señal.

Existen algunas propiedades particulares de las ondículas, que permiten clasificarlas en familias, tales como si son reales o complejas, ortogonales, direccionales o también pueden clasificarse conforme al tipo de función que las describe.

2.2.3. Representación tiempo escala

El escalograma es una matriz que contiene la distribución de los coeficientes de la $W_{f(\alpha,\tau)}$. Cada renglón del escalograma contiene los coeficientes de W_f a una cierta escala 2^j . Los coeficientes se distribuyen conforme a la frecuencia central ξ_0 de la escala 2^j , empezando por los coeficientes de escalas más bajas en los primeros renglones y finalizando con los coeficientes de escalas más altas en los últimos renglones, Figura 2.2.

En la distribución de coeficientes de la $W_{s(\alpha,\tau)}$, los números negativos también indican una fuerte correlación de la señal con la ondícula (magnitud espectral); para una correcta representación de la magnitud espectral en el escalograma, se utiliza el valor absoluto de los coeficientes. También se requiere hacer otro ajuste antes de graficar, especialmente en los coeficientes de las escalas altas, ya que escalas altas significa que la magnitud de los coeficientes es mayor. Para compensar la magnitud de los coeficientes, se divide cada renglón de la matriz entre la raíz cuadrada de la escala correspondiente.

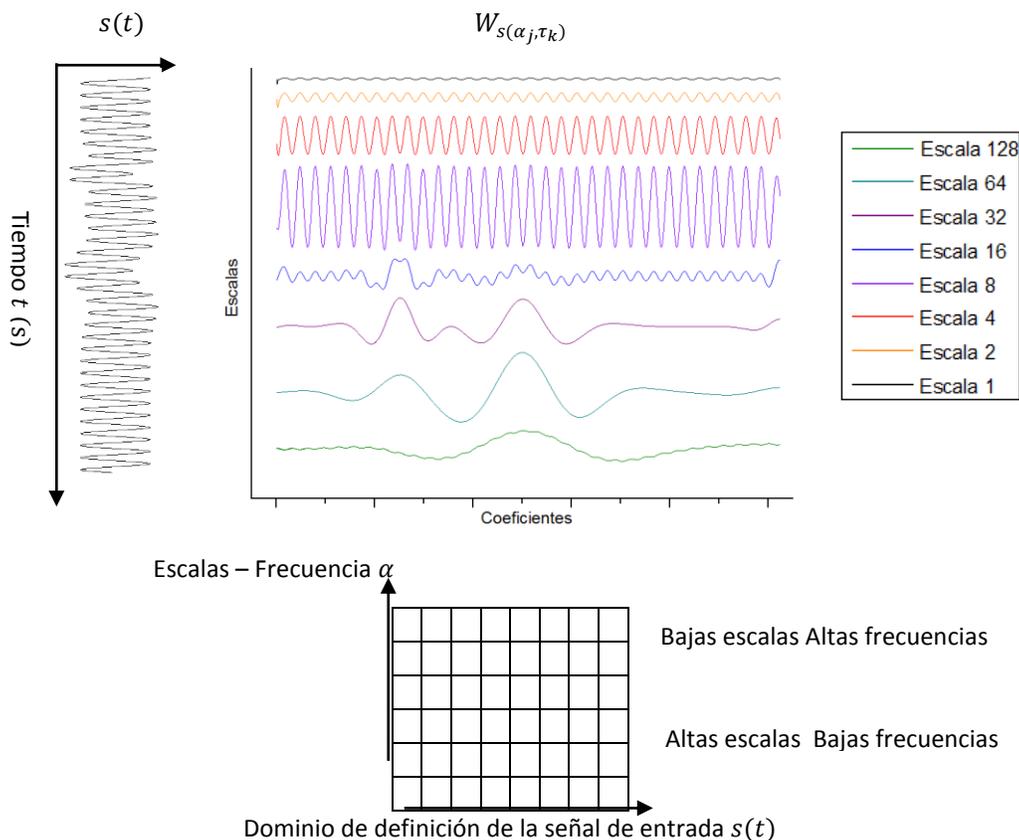


Figura 2. 2 Estructura y construcción del escalograma a partir de los coeficientes de W_s para una función $s(t)$.

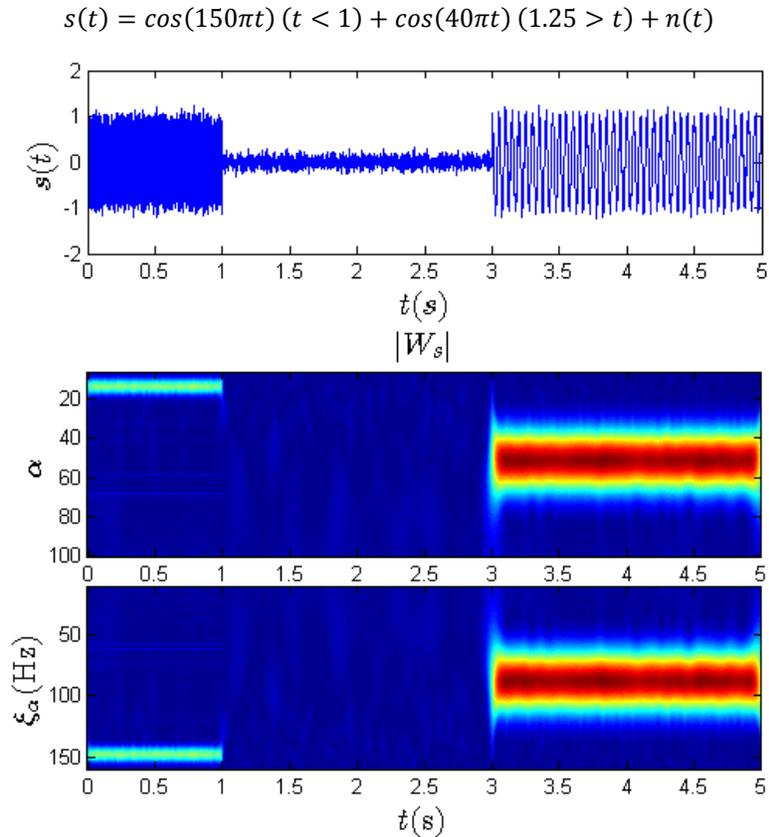


Figura 2. 3 Escalograma de la función para representar la distribución de coeficientes de $W_{s(\alpha,\tau)}$. La función $s(t)$ se evaluó con un $\Delta t = 0.004$ s para $t = i\Delta t$ y $N = 1024$.

2.2.4. Detección de bordes utilizando transformada de ondícula

La transformada de ondícula W permite analizar de manera individual las componentes que representan la similitud entre la señal y las distintas versiones de la ondícula madre en función de la escala; por lo tanto, también permite sintetizar estas componentes en el dominio de definición de la señal original f , utilizando la transformada de ondícula inversa W^{-1} . Esta propiedad permite realizar procesos de filtrado en el dominio de la escala.

Tomando en cuenta que W permite resaltar características propias de la señal a diferentes escalas, Mallat y Zhong (1992) desarrollaron un método que es usado para la detección de bordes, discontinuidades y eventos intermitentes de una señal, utilizando los valores de los máximos locales en el módulo del escalograma $|W_{s(\alpha,\tau)}|$.

Varios de los detectores de bordes multiescala, suavizan la señal a distintas escalas y detectan las variaciones de valores en la primera y segunda derivada. A continuación se presenta como se relacionan los algoritmos de detección de bordes multiescala con la transformada de ondícula.

Considerando cualquier función de suavizado $\vartheta(x)$, cuya integral es 1 y converge a 0 al infinito (Ejemplo, una función gaussiana). Suponemos que $\vartheta(x)$ es dos veces diferenciable y definida respecto de $\psi^A(x)$ y $\psi^B(x)$ como la primera y segunda derivada de $\vartheta(x)$

$$\begin{aligned}\psi^A(t) &= \frac{d\vartheta(t)}{dt} \\ \psi^B(t) &= \frac{d^2\vartheta(t)}{dt^2}\end{aligned}\tag{2.25}$$

Si se considera que $\gamma_\alpha(t) = \frac{1}{\alpha}\gamma\left(\frac{t}{\alpha}\right)$; donde γ es cualquier función escalada por el factor α . La transformada de ondícula de una función f con ψ^A y ψ^B se expresa como

$$\begin{aligned}W_{f(\alpha,t)}^A &= f * \psi_\alpha^A(t) \\ W_{f(\alpha,t)}^B &= f * \psi_\alpha^B(t)\end{aligned}\tag{2.26}$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.24) en (2.25) se deriva que

$$\begin{aligned}W_{f(\alpha,t)}^A &= f * \left(\alpha \frac{d\vartheta_A}{dt}\right)(t) = \alpha \frac{d}{dt}(f * \vartheta_\alpha)(t) \\ W_{f(\alpha,t)}^B &= f * \left(\alpha \frac{d^2\vartheta_A}{dt^2}\right)(t) = \alpha^2 \frac{d^2}{dt^2}(f * \vartheta_\alpha)(t)\end{aligned}\tag{2.27}$$

Las ecuaciones (2.26) son respectivamente, la primera y segunda derivada de la señal f suavizada a la escala α . El extremo local de w_α^A corresponde a al punto donde de W_α^B cambia de signo y a los puntos de inflexión de $f * \vartheta_\alpha(t)$.

Cuando la escala α es grande, la convolución con $\vartheta_\alpha(t)$ remueve las fluctuaciones pequeñas de f , por otra parte, solo se detectan las variaciones de la tendencia general. Cualquier punto de inflexión de $f * \vartheta_\alpha(t)$ puede ser un máximo o un mínimo del valor absoluto de la primera derivada. El máximo del valor absoluto de la primera derivada, son puntos de variación brusca en $f * \vartheta_\alpha(t)$ y los valores de los mínimos corresponden a variaciones suavizadas.

Con el operador de la segunda derivada, es complicado distinguir el cambio de signo, sin embargo, con el operador de la primera derivada, es fácil seleccionar las variaciones bruscas detectando solo los máximos locales de $|W_{f(\alpha,t)}^A|$. Con el cambio de signo, se obtiene información acerca de la posición, pero no se diferencian pequeñas fluctuaciones de amplitud de discontinuidades importantes.

Cuando se detecta un máximo local, también podemos identificar los valores de $W_{f(\alpha,t)}^A$ en las posiciones máximas, que miden la magnitud de la derivada en los puntos de inflexión. Por lo tanto, los puntos de los bordes pueden localizarse en múltiples escalas α_i , a partir de las componentes de las ecuaciones (2.27), (Mallat y Zhong, 1992).

El proceso de detección de bordes con la W queda definido por la siguiente metodología:

1. Calcular la transformada de ondícula W de una señal s y obtener la matriz del escalograma $W_{f(\alpha,\tau)}$.

$$f(t) \stackrel{W}{\Leftrightarrow} W_{f(\alpha,\tau)}$$

2. Del arreglo de coeficientes $|W_{\alpha,\tau}|$ (módulo de los coeficientes del escalograma), estimar la posición de las líneas de los máximos locales, cuya magnitud este dentro del umbral establecido por el intérprete.

$$D[W_{f(\alpha,\tau)}] = M_{f(\alpha,\tau)}$$

Donde D es el operador de detección de los máximos locales, y $M_{f(\alpha,\tau)}$ es la matriz escalograma que contiene el valor de los máximos locales.

3. Calcular la transformada de ondícula inversa de $M_{f(\alpha,\tau)}$ sobre los coeficientes de la matriz que contiene los valores de los máximos locales, ecuación (2.27). La señal resultante $f_M(t)$ consistirá en la contribución de la magnitud de los bordes de la señal en las distintas escalas de análisis.

$$M_{f(\alpha,\tau)} \xleftrightarrow{W^{-1}} f_M(t) \quad (2.28)$$

En la Figura 2.4 se analiza una señal sinoidal $s(t) = \sin(2\pi t) + \delta(t - 2.048)$; en la gráfica de la matriz M_s se observa los coeficientes del escalograma W_s que representan los valores máximos de los lóbulos de la señal $s(t)$ y los coeficientes que describen la distribución de coeficientes del evento intermitente $\delta(t - 2.048)$.

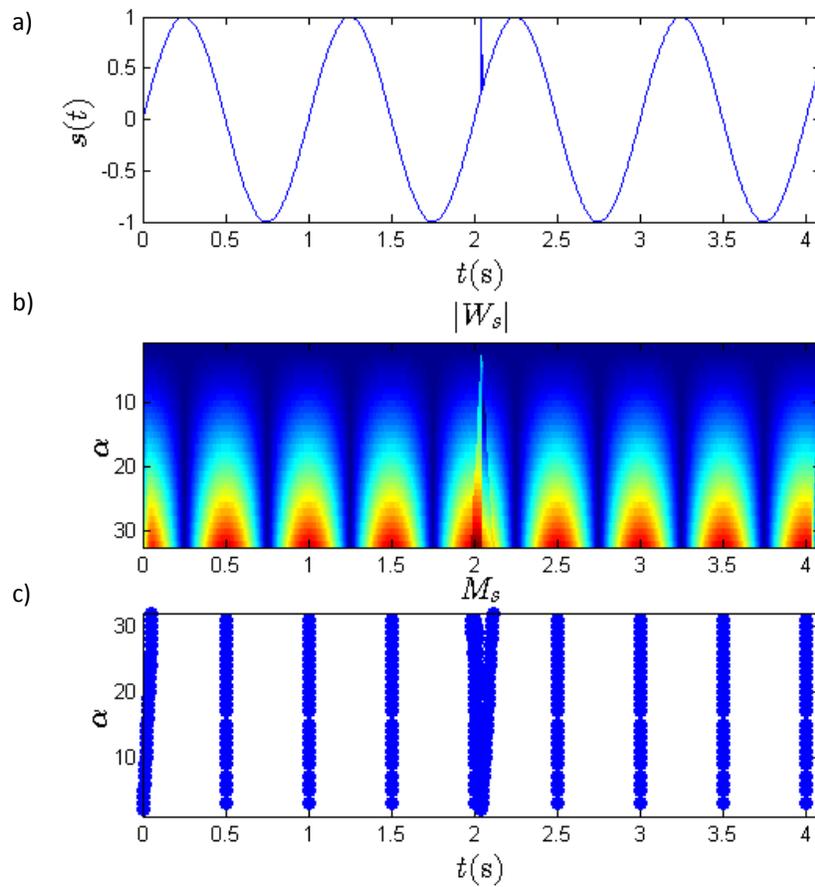


Figura 2. 4 Análisis de bordes de una señal periódica $s(t)$ y un evento intermitente utilizando la W , con la ondícula de Haar, a) Señal $s(t)$ b) Escalograma $|W_s|$ c) Líneas de los máximos locales (Modulus maxima) M_s .

Los conceptos presentados en este capítulo constituyen una breve síntesis del análisis de Fourier y el análisis de Ondícula, los cuales son herramientas fundamentales en la metodología para la aplicación del método de inversión espectral.

3. Inversión espectral

En la estimación de los coeficientes de reflexión se requiere de dos procesos para acondicionar los datos sísmicos, el primero, la deconvolución, que mejora la resolución de los datos sísmicos, y el segundo, la integración de la función o serie de los coeficientes de reflexión obtenida de registros de pozo; esto que permite delimitar la banda de frecuencias propia de los parámetros sísmicos de interés y discriminar la banda de frecuencias perteneciente al ruido en la señal sísmica.

Por otra parte, el límite de resolución vertical de los datos sísmicos establecido por Widess (1971), impone un grado de incertidumbre en la estimación de los parámetros sísmicos debajo de la interferencia con la fuente sísmica en los datos.

Planteando el problema directo en el dominio de las frecuencias, Puryear and Castagna (2008) emplearon el espectro de amplitud producido por un par de coeficientes de reflexión, para determinar la separación entre ellos. Utilizando la periodicidad entre las secuencias representativas en el espectro de amplitud puede estimarse el espesor entre un par de coeficientes de reflexión, Figura 3.1. Conforme a lo anterior, a la estimación de parámetros sísmicos en el dominio de las frecuencias se define como inversión espectral.

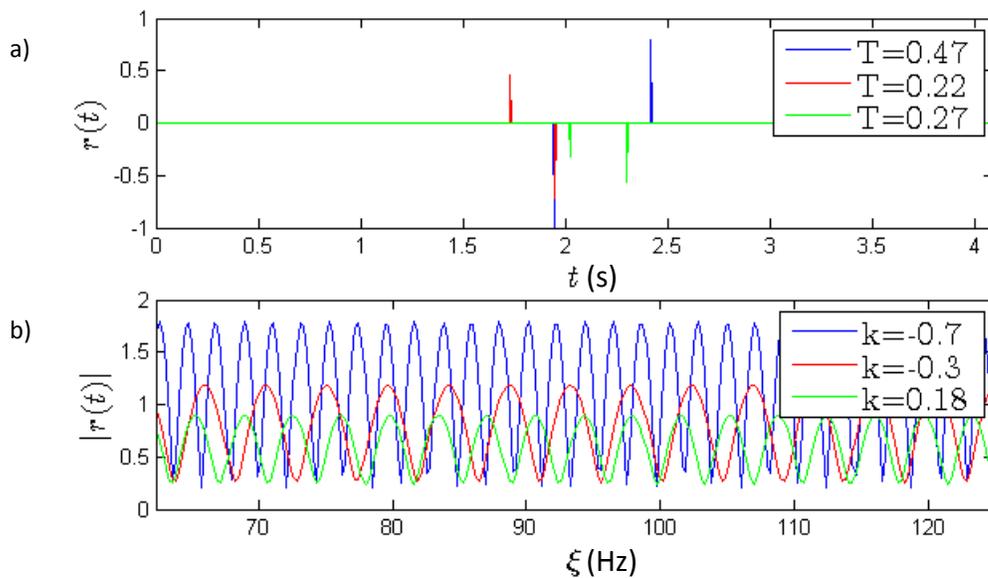


Figura 3. 1 Pares de impulsos en series de tiempo r_1 , r_2 y r_3 y sus espectros de magnitud $|\hat{r}_1|$, $|\hat{r}_2|$ y $|\hat{r}_3|$.

a) Grafica de las funciones $r(t)$ respecto del tiempo, donde T es la separación entre coeficientes

b) Grafica de los espectros de magnitud $|\hat{r}|$, donde k es una relación que representa el cuadrado del promedio y diferencia entre coeficientes.

Uno de los principios del método de inversión espectral, se basa en el análisis de las componentes par (promedio) e impar (diferencia) de los coeficientes de reflexión. Tirado (2004) demostró que los pares de coeficientes de reflexión se pueden descomponer en componentes pares e impares; la componente par, representa la suma de la magnitud absoluta de los coeficientes, mientras que la componente impar, es la diferencia de las magnitudes de los coeficientes de reflexión con diferente signo, Figura 3.2.

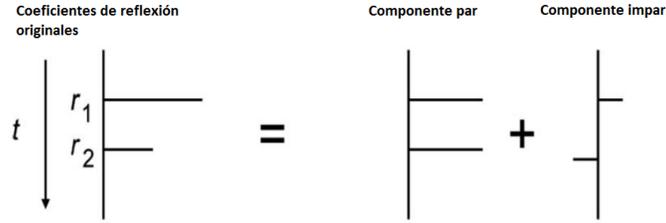


Figura 3. 2 Representación de las componentes par e impar de un par de coeficientes de reflexión, (Modificado de Puyear y Castagna, 2008).

La necesidad de limitar el análisis espectral a sólo pares de coeficientes, surge que al estimar más de dos coeficientes consecutivamente, utilizando el espectro de amplitud, la correlación entre ellos crece, por lo que introduce mayor incertidumbre en el cálculo de magnitud de los coeficientes. También entre mayor sea el número de coeficientes que se analizan en el espectro de amplitud, se tiende a tener una distribución de frecuencias similar al espectro correspondiente al ruido de la señal sísmica, lo que incrementa la dificultad de encontrar periodicidad entre eventos que permitan estimar el espesor entre coeficientes.

3.1. Problema directo

La metodología del proceso de inversión espectral para la estimación de los coeficientes de reflexión, parte de la formulación del problema directo como función de la frecuencia, Apéndice A. El objetivo es obtener una expresión operacionalmente efectiva con la que puedan estimarse los coeficientes de reflexión en una forma óptima.

3.1.1. Formulación del problema directo

A partir de un modelo de tres capas, se considera que la serie de coeficientes de reflexión en tiempo está dada por la ecuación (3.1)

$$r(t) = r_1\delta(t - t_0) + r_2\delta(t - t_0 - T) \tag{3.1}$$

Donde r_1 y r_2 representan la magnitud de los coeficientes de reflexión, δ la delta de Dirac que representa un impulso en el tiempo, t_0 es la posición en el tiempo del primer reflector y T es el corrimiento del segundo reflector respecto a t_0 ; sabiendo que el corrimiento de la fase θ no tiene efecto sobre el contenido de frecuencias de $r(t)$, entonces la ecuación (3.1), podemos expresarla tomando como referencia el centro de la segunda capa, ecuación (3.2).

$$r(t) = r_1\delta\left(t + \frac{T}{2}\right) + r_2\delta\left(t - \frac{T}{2}\right) \tag{3.2}$$

3.1.2. Acondicionamiento del problema directo

Para obtener la ecuación (3.2) en función de la frecuencia, se aplica el operador \mathcal{F} a la ecuación (3.2) $r(t) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} \hat{r}(\xi)$

$$\mathcal{F}(r(t)) = r_1 \int_{-\infty}^{\infty} \delta\left(t + \frac{T}{2}\right) e^{-i\omega t} dt + r_2 \int_{-\infty}^{\infty} \delta\left(t - \frac{T}{2}\right) e^{-i\omega t} dt$$

$$\hat{r}(\xi) = r_1 e^{-i\omega \frac{T}{2}} + r_2 e^{i\omega \frac{T}{2}}$$

$$\hat{r}(\xi) = (r_1 + r_2) \cos(\pi \xi T) - i(r_1 - r_2) \sin(\pi \xi T) \quad (3.3)$$

La expresión del espectro complejo de la serie de coeficientes de reflexión $\hat{r}(\xi)$ está dada por la ecuación (3.3), en la que sustituimos las componentes par e impar de los coeficientes de reflexión, ecuaciones (3.4) y (3.5), donde r_e es la componente par y r_o la componente impar.

$$r_e = \frac{r_1 + r_2}{2} \quad (3.4)$$

$$r_o = \frac{r_1 - r_2}{2} \quad (3.5)$$

Para obtener una forma de la función objetivo que sea operacionalmente más sencilla, se utiliza el producto del espectro de magnitud, ecuación (3.6), con su derivada respecto a la frecuencia, ecuación (3.7). Calculando el espectro de magnitud a partir de $\hat{r}(\xi)$ y simplificando obtenemos

$$|\hat{r}(\xi)| = 2\sqrt{(r_e^2 - r_o^2) \cos^2(\pi \xi T) + r_o^2} \quad (3.6)$$

Posteriormente derivamos $|\hat{r}(\xi)|$ con respecto de ξ

$$\frac{d|\hat{r}(\xi)|}{d\xi} = -2\pi T \frac{(r_e^2 - r_o^2) \cos(\pi \xi T) \sin(\pi \xi T)}{\sqrt{r_e^2 \cos^2(\pi \xi T) + r_o^2}} \quad (3.7)$$

Finalmente con el producto de las dos expresiones anteriores y simplificando

$$|\hat{r}(\xi)| \frac{d|\hat{r}(\xi)|}{d\xi} = -2\pi T k \sin(2\pi \xi T) \quad (3.8)$$

Donde $k = r_e^2 - r_o^2$

La solución del problema inverso ocurre cuando se minimiza la ecuación (3.8) con respecto a los parámetros k y T en una cierta banda de frecuencia (Rodríguez, 2009), ecuación (3.9). Posteriormente para calcular r_e y r_o , r_o se calcula del espectro de amplitud $|\hat{r}(\xi)|$, ecuación (3.6), y r_e se despeja de las ecuaciones (3.4) y (3.5) y t_o se toma directamente del registro sísmico.

$$O(k, T) = |\hat{r}(\xi)| \frac{d|\hat{r}(\xi)|}{d\xi} + 2\pi T k \sin(2\pi \xi T) \quad (3.9)$$

3.2. Metodología para aplicar el método de inversión espectral

A continuación se presenta el flujo de procesos que interviene en la estimación de coeficientes de reflexión aplicando el método de inversión espectral. Para explicar la teoría se emplean modelos sintéticos obtenidos a partir del problema directo, ecuación (3.1) y convolucionando con un pulso de Ricker u ondícula de Ricker (Modificado de Ryan, 1994), ecuación (3.10).

$$w(t) = \left(\frac{1}{2} - a(t)\right) e^{-a(t)^2} \quad (3.10)$$

Donde $a(t) = \frac{\pi(t-t_s)}{t_p}$, t_s es el factor de traslación del pulso y t_p es el periodo central.

3.2.1. Deconvolución para remover del efecto de la ondícula en la traza sísmica

En el contexto del trabajo, la deconvolución es un operador numérico, por el cual se obtiene una primera aproximación de la serie de coeficientes r a partir de s . El proceso de deconvolución está integrado en la metodología de inversión, y se aplica con base en dos algoritmos diferentes; el primero es la deconvolución determinista (en el dominio de las frecuencias), utilizada en el trabajo de Castagna y Puyear (2008), y el segundo es la deconvolución con ondícula, propuesta como una alternativa más adecuada para el análisis y síntesis de señales sísmicas.

- Deconvolución determinista: Utilizando la ecuación (2.13) sobre el espectro complejo de la traza sísmica $\hat{s}(\xi)$, se puede remover la contribución espectral de la ondícula $\hat{w}(\xi)$ sobre la serie de coeficientes de reflexión $\hat{r}(\xi)$.

$$\hat{r}(\xi) = \frac{\overline{\hat{w}(\xi)} \hat{s}(\xi)}{(|\hat{w}(\xi)|^2 + \varepsilon)} \quad (3.11)$$

Con la deconvolución determinista, se calcula una primera aproximación de $\hat{r}(\xi)$, en el dominio de ξ , y se presenta como un método más eficiente que la deconvolución convencional en el dominio t .

Al aplicar la deconvolución determinista, deben considerarse diversos factores que pueden producir inestabilidad y la presencia de ruido, también pueden dar como resultado, una solución que no sea única. Además, si no se estima apropiadamente la ondícula $w(t)$ puede producirse un error aditivo en el proceso de inversión. El espectro de frecuencias de la ondícula estimada $\hat{w}(\xi)$ debe corresponder con el contenido de frecuencias de la traza sísmica $\hat{s}(\xi)$, Figura 3.3.

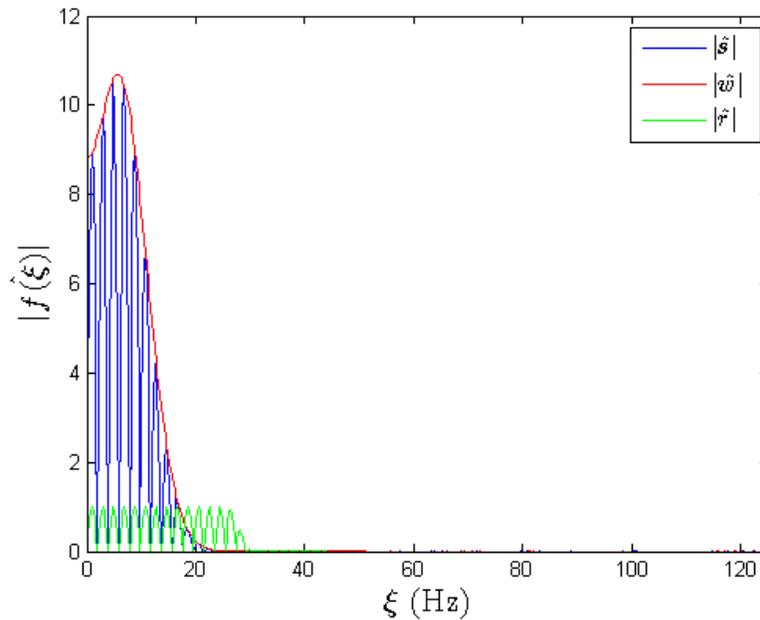


Figura 3. 3 Ejemplo de la deconvolución determinista, espectros de magnitud de una señal s , de una fuente w y de los coeficientes r . Observe que el espectro $|\hat{r}|$ está delimitado por la banda de frecuencia de $|\hat{w}|$.

- Deconvolución con análisis de Ondícula: Utilizando la W y el procedimiento de detección de bordes sobre la matriz del escalograma, Matos (2007) mostro como caracterizar las singularidades en la traza sísmica y como ellas están asociadas con los contrastes de AI . La W puede ser interpretada como la convolución entre la traza sísmica y una familia de la función $\psi(t)$ a distintas escalas. Para realizar el proceso de deconvolución, cada traza sísmica $s(t)$ es analizada en el dominio de escala (Matos, 2011).

$$s(t) \stackrel{W}{\Leftrightarrow} W_{s(\alpha,\tau)}$$

La elección del dominio del vector α_i debe corresponder al contenido de frecuencias de ξ_j , es decir, utilizando la ecuación (2.21), podemos estimar un valor $\min(\alpha_i)$ que sea aproximado a f_N .

$$W_{s(\alpha,\tau)} \stackrel{D}{\Leftrightarrow} M_{s(\alpha,\tau)}$$

Después de la aplicación de la W , se aplica el operador M para encontrar los coeficientes (máximos locales) que representen los contrastes de AI , por lo que la función de descomposición ψ debe ser elegida cuidadosamente. Aunque sintetizar una señal que sólo contenga los contrastes de AI , no requiere una reconstrucción perfecta de la $s(t)$, permite por lo tanto, que cualquier función ψ puede ser utilizada.

$$M_{s(\alpha,\tau)} \stackrel{W^{-1}}{\Leftrightarrow} s_M(t) \quad (3.12)$$

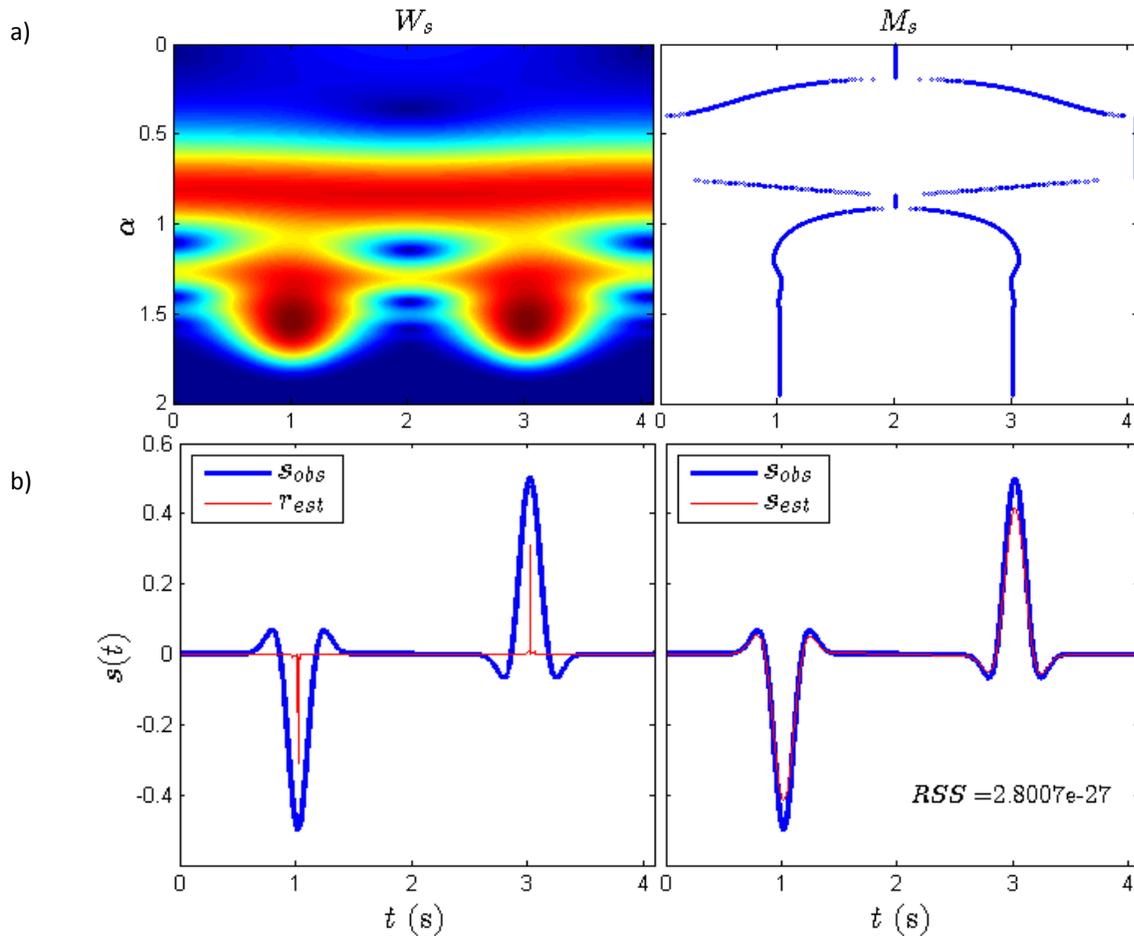


Figura 3. 4 Análisis de bordes multiescala de una señal sísmica sintética s_{obs} . a) Escalograma W_s y líneas M_s de s_{obs} , utilizando la ondícula de Morlet. b) Síntesis de s_{obs} a partir de M_s : coeficientes de reflexión estimados r_{est} , a partir de M_s y traza sísmica sintetizada s_{est} .

Una de las ventajas de aplicar el método de deconvolución con ondícula es obtener una aproximación de los pares de coeficientes de reflexión, y obtener el espectro de magnitud $|\hat{r}|$, definido en todo el dominio ξ hasta la frecuencia máxima cuantificable ξ_N , Figura 3.5. También permite calcular la deconvolución aunque no se conozca la función de la fuente w .

El método de deconvolución con ondícula requiere conocer la distribución de frecuencias representativas de la señal s , para estimar las escalas equivalentes; además, en el caso de datos sísmicos, tienen que ser de fase cero, donde la amplitud máxima del evento reflector, tiene un desfase de 0° con el contraste de AI ; adicionalmente ante la pérdida de amplitud en la síntesis de los eventos, Figura 3.4, debe calibrarse la señal sintetizada, compensando la magnitud de los eventos intermitentes en s_M .

3.2.2. Ventaneo y selección de la banda de frecuencia de inversión.

El método de inversión espectral está diseñado para estimar valores de un par de coeficientes de reflexión, lo que lo convierte en un método de inversión para estimar parámetros a detalle, donde el intérprete debe elegir una ventana de tiempo y extraerla de la traza sísmica.

Para elegir la banda de frecuencias y estimar el par coeficientes de reflexión, se considera un rango en el cual la presencia de ruido sea mínima y que conserve las características del problema directo acondicionado en la ecuación (3.8), tales como la separación T (que representa la separación entre coeficientes, y la periodicidad entre lóbulos en ξ) y la magnitud k (la diferencia del cuadrado de las componentes par e impar, amplitud en ξ).

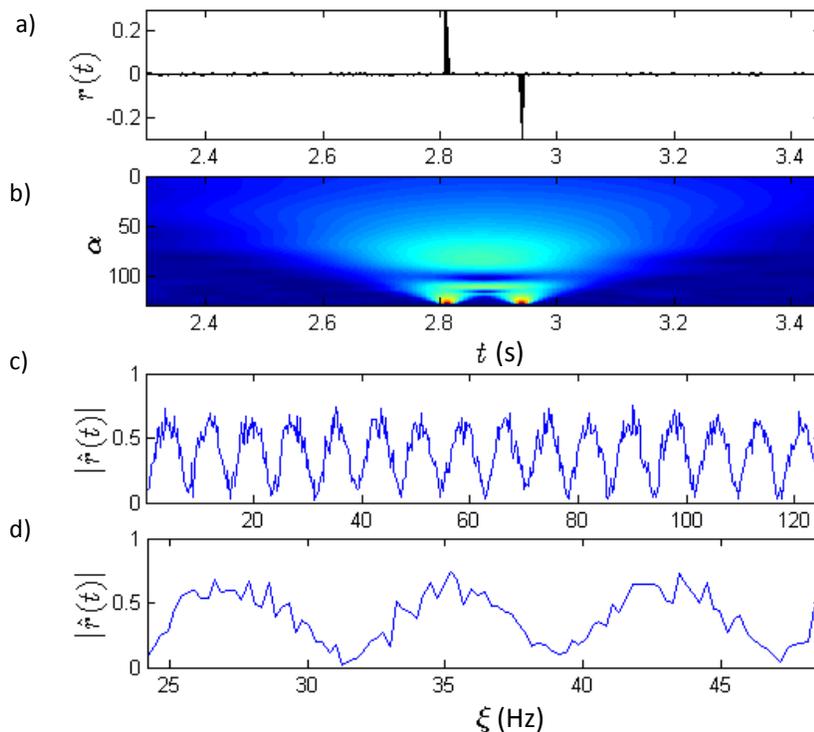


Figura 3. 5 Análisis espectral de una ventana con dos coeficientes de reflexión. a) Ventana de tiempo que contiene dos coeficientes de reflexión, b) Escalograma de la ventana de tiempo, c) Espectro de amplitud de la ventana de tiempo, d) Banda de frecuencia (24 – 50 Hz) del espectro de amplitud $|\hat{r}|$ de la ventana de tiempo r .

La banda de frecuencias de la ventana de inversión, generalmente se elige tomando en cuenta los lóbulos del espectro de amplitud que estén libres de ruido, generalmente este comportamiento en el espectro de amplitud se encuentra un rango de bajas frecuencias, Figura 3.6.

Al considerar el acondicionamiento de los datos, debe tomarse en cuenta si han sido compensados por el factor de atenuación o si están migrados. En caso de no estar compensados por atenuación, los intervalos de inversión en el tiempo deben considerar la corrección por atenuación.

3.2.3. Acondicionamiento de los datos y cálculo del problema directo

En el tratamiento numérico de los datos, para acondicionarlos a la expresión del problema directo, ecuación 3.8, se aplican dos procesos; El primero es el cálculo del espectro de magnitud de la ventana de tiempo, una vez que se haya removido el efecto de la ondícula de la fuente sísmica, ecuación (3.13).

$$|\hat{r}(\xi)| = \frac{|\hat{s}(\xi)|}{|\hat{w}(\xi)|} \quad (3.13)$$

Una vez obtenido el espectro de magnitud de los coeficientes de reflexión, ecuación (3.6), el segundo proceso es obtener la derivada de $|\hat{r}(\xi)|$ con respecto de ξ , ecuación (3.7), tomando en cuenta que se maneja un arreglo de valores discretos $|\hat{r}_j|$, se requiere un tratamiento numérico para estimar la derivada $\frac{d|\hat{r}|}{d\xi}$. Para obtener la aproximación de la derivada, se utilizó un esquema de diferencias finitas centrales de segundo orden, $O(\Delta\xi^2)$ (error de aproximación del esquema numérico)

$$\frac{d\hat{r}_j}{d\xi} = \frac{\hat{r}_{j+1} - \hat{r}_{j-1}}{2\Delta\xi} \quad (3.14)$$

Donde $\Delta\xi$ es el intervalo en frecuencia entre cada elemento del arreglo \hat{r}_j

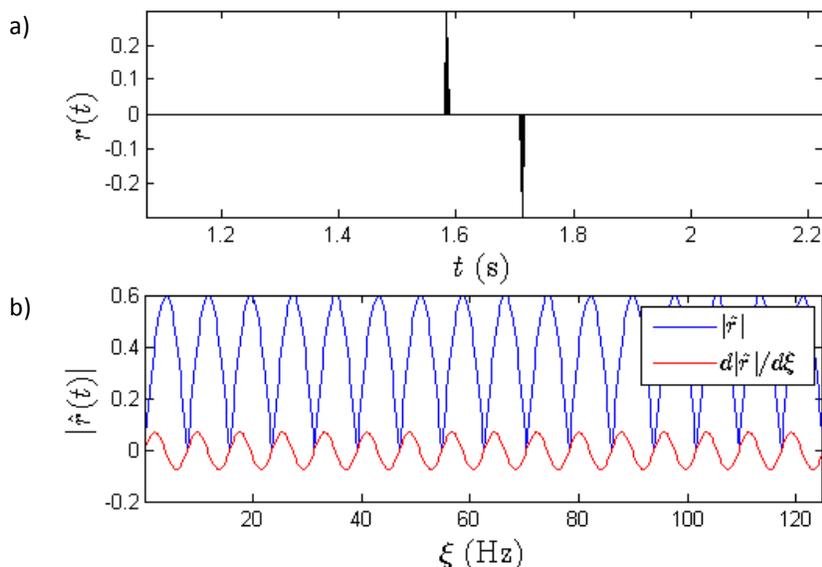


Figura 3. 6 Serie de tiempo con un par de coeficientes de reflexión $r(t)$.

a) Ventana que contiene dos coeficientes de reflexión, r_1 y r_2 . b) Espectro de amplitud $|\hat{r}(\xi)|$ y derivada del espectro de amplitud con respecto a ξ , $\frac{d|\hat{r}|}{d\xi}$.

3.2.4. Estimación de los parámetros de inversión.

Los intervalos en el tiempo para la estimación T y k deben ser seleccionados de tal manera que contengan dos eventos intermitentes (coeficientes de reflexión) representativos. En la estimación del parámetro k debe considerarse que está condicionado a que la magnitud de T sea lo bastante grande para ser determinada por el proceso de inversión (límite de Rayleigh), también puede estimarse cualitativamente directamente de la traza sísmica o de las representaciones tiempo frecuencia, (Taheri, 2012). Una vez estimado k , se estima r_e y r_o , y a partir de estas componentes se reconstruyen los coeficientes de reflexión originales r_1 y r_2 .

En intervalos entre coeficientes de reflexión T mayores al límite de Rayleigh, la inversión espectral puede presentar problemas de inestabilidad, ya suelen distorsionarse los eventos periódicos en el espectro de amplitud $|\hat{r}(\xi)|$, por lo que incrementa la incertidumbre al estimar el parámetro T .

Para obtener una estimación de los parámetros optimizados, en el trabajo de Huang y Zhang, (2013), se utilizó el algoritmo de optimización de búsqueda local, ascenso de colinas estocástico (Stochastic Hill-Climbing) para minimizar la función objetivo. En el trabajo de Castagna y Puyear (2008) se utiliza un algoritmo genético para encontrar un mínimo de la función de costo, ecuación (3.9).

En este trabajo se utiliza el algoritmo de la solución iterativa de la inversa generalizada *ISGI*, en el que se calcula implícitamente el método de mínimos cuadrados en cada iteración para aproximar la solución del problema inverso; aunque, por otra parte, debido a la naturaleza no lineal de la función de minimización, ecuación (3.9), se utiliza un algoritmo genético *GA* en su forma convencional y el algoritmo de optimización por enjambre de partículas *PSO* como una alternativa más eficiente al algoritmo genético.

Cabe destacar que utilizamos la norma L^2 para analizar el error en los algoritmos de optimización, considerando que se ha eliminado todo el ruido coherente, en la etapa de procesamiento de los datos sísmicos, por lo tanto, toda la información de la señal sísmica que no es de interés, se considera como ruido aleatorio, con una distribución normal (Distribución Gaussiana con factor de forma 2).

3.2.5. Algoritmos de optimización y minimización de la función objetivo

El siguiente paso en la metodología de inversión, es seleccionar un algoritmo de optimización y establecer sus parámetros correspondientes para la minimización de la función objetivo.

- Solución iterativa de la matriz inversa generalizada *ISGI*: Este método de inversión se basa en aproximar la solución del problema inverso, al calcular los parámetros m que minimicen la función $O(m, \xi)$, a partir del sistema matricial construido del planteamiento lineal del problema inverso, Capítulo 1.

El método de optimización *ISGI* tiene como parámetros iniciales aquellos que definen un modelo inicial $m_0 = [T_0, k_0]'$ y un número de iteraciones l ; conforme a la Figura 1.5, una vez evaluado el modelo inicial, se calcula el vector de discrepancias $\Delta \mathbf{d}$, y se calcula el Jacobiano $\frac{\partial G_i}{\partial m_j}$, esta matriz de derivadas parciales se calcula numéricamente utilizando el esquema de diferencias centrales, ecuación (3.14).

Conforme a los dos parámetros a minimizar, T y k , la matriz Jacobiano queda definida como:

$$\frac{\partial G_i}{\partial m_j} = \begin{array}{c} \left| \frac{\partial \left(\hat{r} \frac{d\hat{r}}{d\xi}(\xi_1) \right)}{\partial T} \right|_k \quad \left| \frac{\partial \left(\hat{r} \frac{d\hat{r}}{d\xi}(\xi_1) \right)}{\partial k} \right|_T \\ \vdots \\ \left| \frac{\partial \left(\hat{r} \frac{d\hat{r}}{d\xi}(\xi_N) \right)}{\partial T} \right|_k \quad \left| \frac{\partial \left(\hat{r} \frac{d\hat{r}}{d\xi}(\xi_N) \right)}{\partial k} \right|_T \end{array} \quad (3.15)$$

Donde $m = [T, k]'$

La aproximación de la ecuación (3.15) con el esquema numérico de diferencias centrales, queda representado como:

$$J_{ij} = \begin{array}{c} \left| \frac{\hat{r} \frac{d\hat{r}}{d\xi}(T + \Delta T, k, \xi_1) - \hat{r} \frac{d\hat{r}}{d\xi}(T, k, \xi_1)}{\Delta T} \quad \frac{\hat{r} \frac{d\hat{r}}{d\xi}(T, k + \Delta k, \xi_1) - \hat{r} \frac{d\hat{r}}{d\xi}(T, k, \xi_1)}{\Delta k} \right| \\ \vdots \\ \left| \frac{\hat{r} \frac{d\hat{r}}{d\xi}(T + \Delta T, k, \xi_N) - \hat{r} \frac{d\hat{r}}{d\xi}(T, k, \xi_N)}{\Delta T} \quad \frac{\hat{r} \frac{d\hat{r}}{d\xi}(T + \Delta T, k, \xi_N) - \hat{r} \frac{d\hat{r}}{d\xi}(T, k, \xi_N)}{\Delta T} \right| \end{array} \quad (3.16)$$

A partir de la solución de G_L^l en cada iteraciones se obtiene un vector de perturbaciones Δm^l que se va sumando a m^l en cada iteración, evaluado G en los parámetros perturbados $G(m^{l+1})$.

Conforme lo anterior, la función de costo o minimización, ecuación (3.9), se escribe como

$$O(k, T) = |d_{obs} - d_{est}|_2^2 \quad (3.17)$$

Los parámetros del modelo inicial m_0 deben establecerse con base a información complementaria, como valores de los coeficientes de reflexión obtenidos a partir de registros de pozo, o en función de las amplitudes representativas de la señal sísmica, también estimando T cualitativamente de W_f ; que pueden imponerse como restricciones en la optimización, Apéndice B.

Algunos de los inconvenientes son, que al ser el problema directo no lineal, ecuación (3.8), el método está sujeto a desestabilizarse y a caer en mínimos locales.

Una vez que los datos están en la forma $\frac{d|\hat{r}|}{d\xi} |\hat{r}|$, se procede a elegir una banda de frecuencia para realizar el proceso de inversión y estimar los parámetros $m = [T, k]'$, Figura 3.7.

- Algoritmo Genético GA : Es un algoritmo heurístico poblacional de búsqueda global, que hace un uso exhaustivo del problema directo evaluándolo en un espacio de soluciones pre establecido, para encontrar un modelo que minimice la ecuación (3.9). El algoritmo genético se basa en la analogía de supervivencia y

adaptación natural de los organismos vivos, una explicación más amplia de los principios que rigen al algoritmo genético pueden encontrarse en el Apéndice C.

El primer paso para implementación del algoritmo genético es establecer los límites del espacio de solución $\Omega(T, k)$, a partir de los límites se realiza la discretización de los parámetros, que comprende todos los posibles valores de T y k que se utilizan para evaluar $G(m)$, Posteriormente deben establecerse el número de generaciones (iteraciones) N , la población (número de modelos) n y un criterio de truncamiento (error mínimo) RSS .

El GA empieza a evaluar modelos (individuos de la población) y los compara con los datos observados d_{obs} , una vez que encuentra el modelo con menor RSS o si se ha alcanzado el límite de generaciones, la respuesta optimizada d_{opt} va a tomar los parámetros T y k del modelo de menor error, Figura 3.8.

- Optimización por enjambre de partículas PSO (Kennedy y Eberhart, 1995): Es un algoritmo de optimización heurístico poblacional, que al igual que el GA utiliza un conjunto de individuos distribuidos en el espacio de solución para encontrar un mínimo global. El PSO está basado en el comportamiento social de los organismos tales como las parvadas de aves o los bancos de peces, donde cada individuo o partícula (modelo) está influenciado por la mejor posición en su historial de movimientos y por la mejor posición registrada por alguna partícula en el espacio de solución. Los procesos que conforman el flujo de optimización por enjambre de partículas se explican con detalle en el Apéndice D.

Para implementación PSO es necesario establecer los límites del espacio de solución $\Omega(T, k)$, los parámetros del algoritmo como son el factor de inercia w y las constantes de aceleración C_1 y C_2 , el número de iteraciones N , el número de partículas n y un criterio de truncamiento (error mínimo) RSS , Figura 3.9.

Finalmente en la Figura 3.10 se ilustra el flujo de procesos para aplicar el método de inversión espectral y hacer la estimación de los parámetros k y T optimizados.

- Criterios de truncamiento

a) Se alcance el número de iteraciones

b) Obtener un modelo con un RSS menor (parámetros de mínimo error) mayor (inestabilidad) a un error pre establecido.

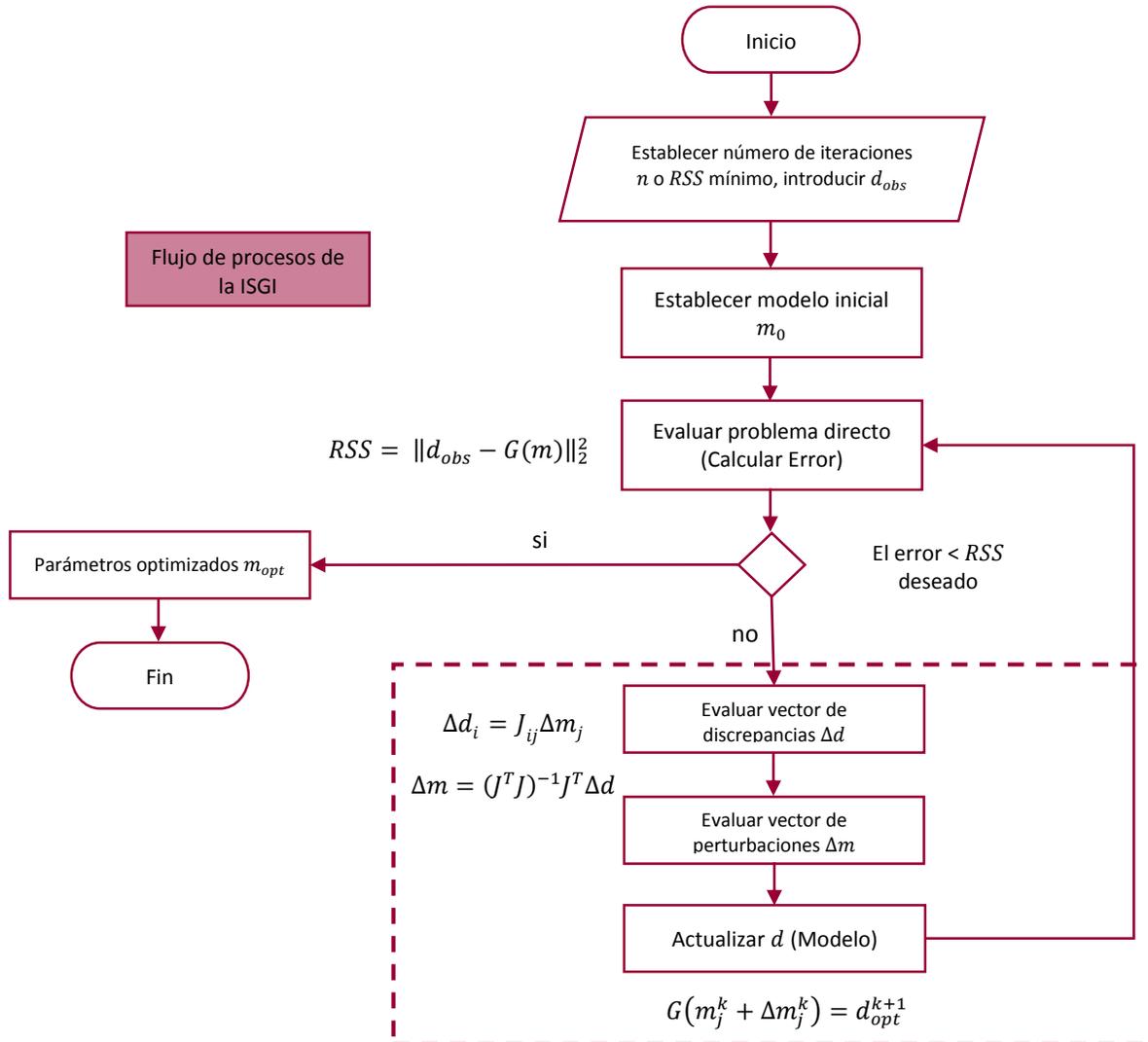


Figura 3. 7 Flujo de procesos del método iterativo de solución de la matriz inversa generalizada, para calcular una aproximación de la solución del problema inverso ISGI.

- Criterios de truncamiento

a) Se alcance el número de generaciones N

b) Obtener una generación con un RSS menor a un valor pre establecido.

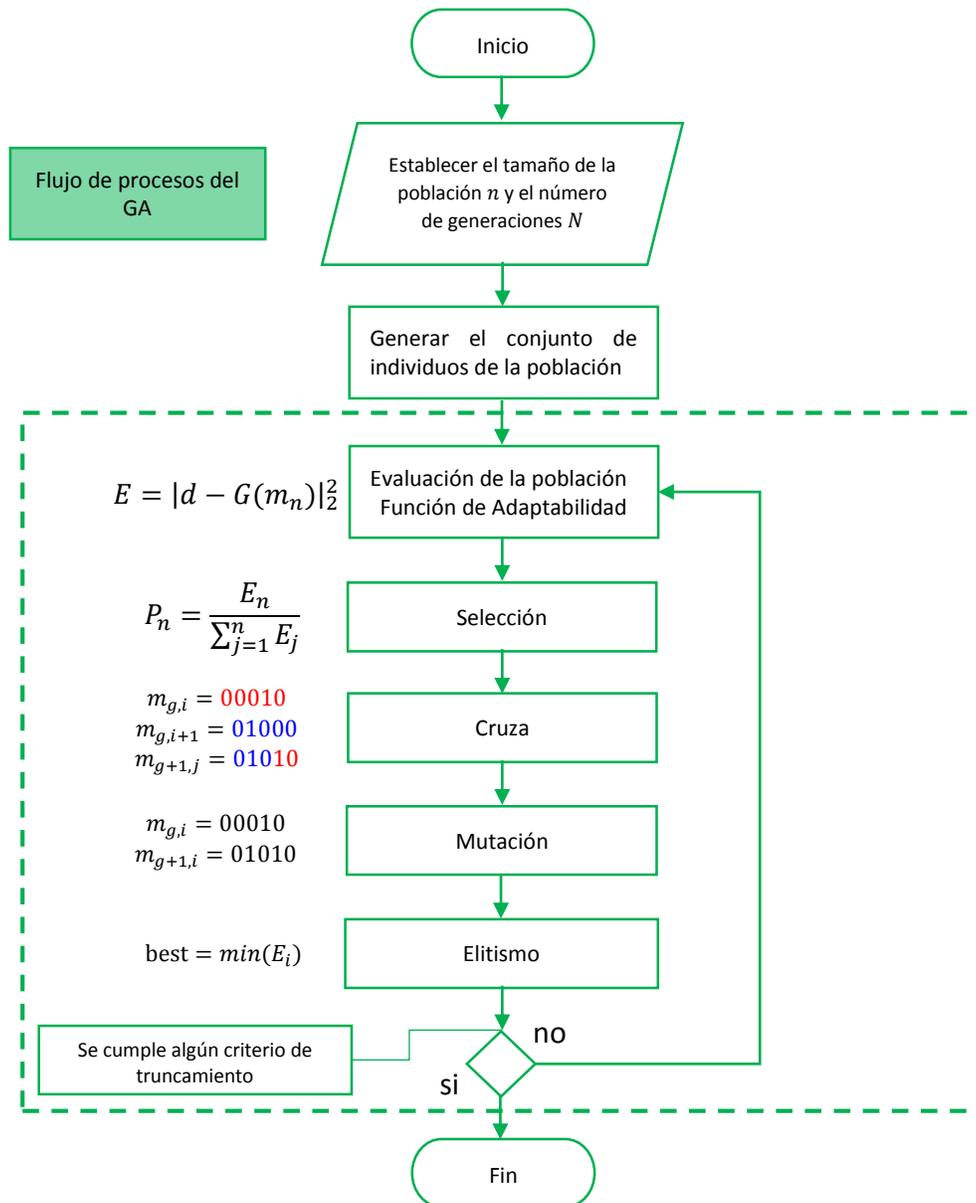


Figura 3. 8 Flujo de procesos del algoritmo genético GA .

- Criterios de truncamiento

a) Se alcance el número de iteraciones l

b) Obtener una generación con un RSS menor a un valor pre establecido.

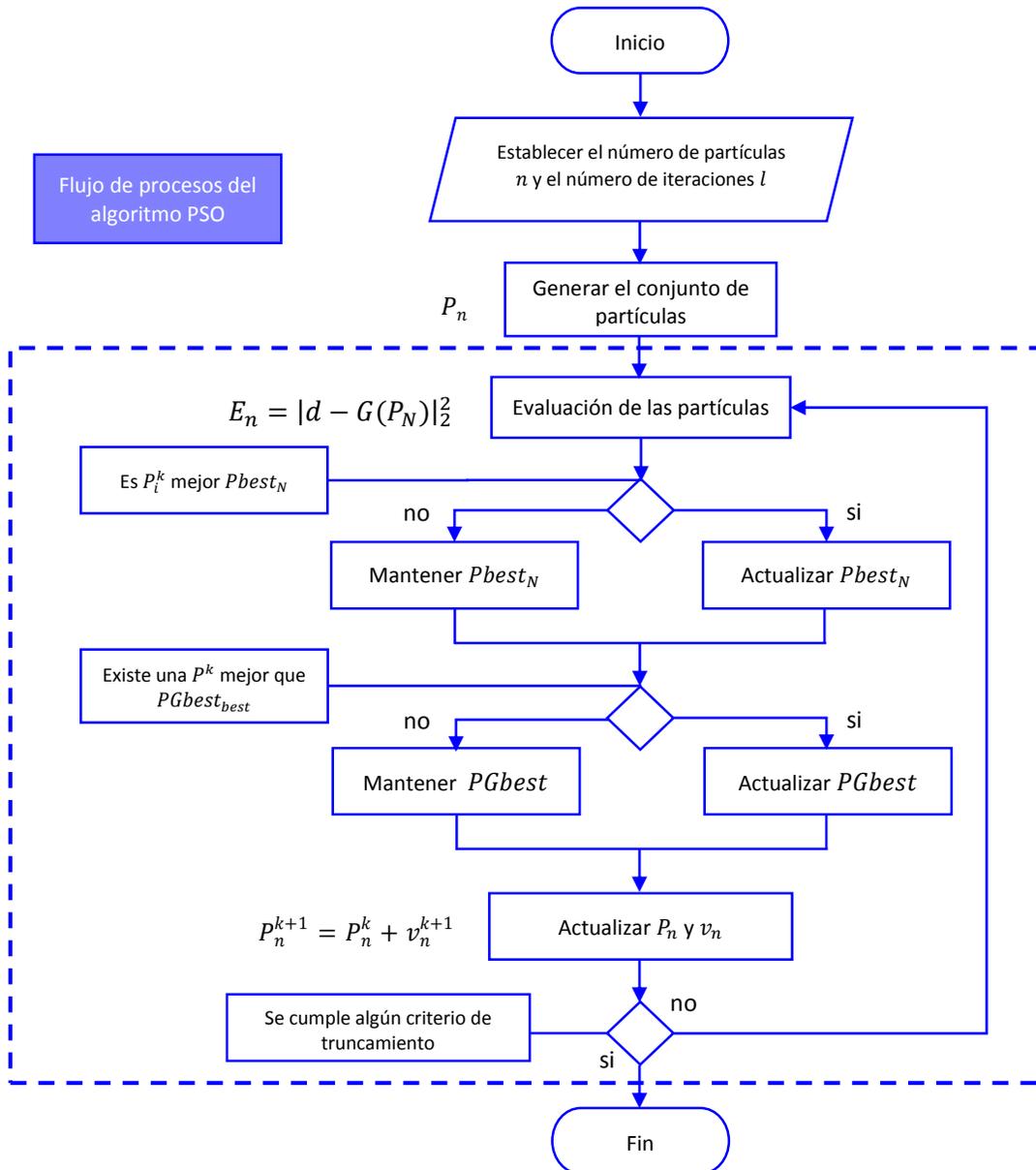


Figura 3. 9 Flujo de procesos de la optimización por enjambre de partículas PSO .

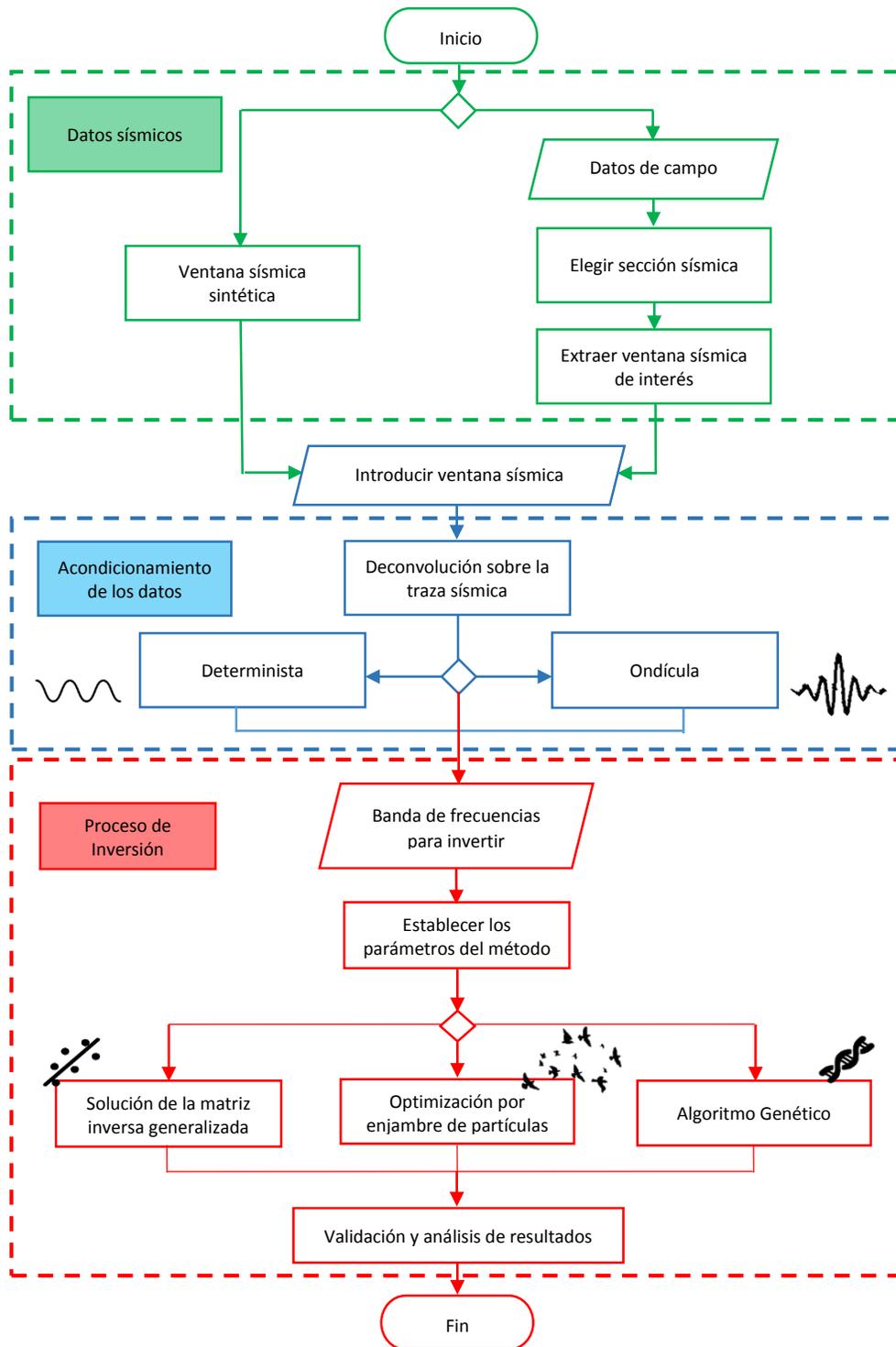


Figura 3. 10 Flujo de procesos para implementar la inversión espectral aplicada a datos sísmicos.

4. Aplicación y Resultados

En este capítulo se presenta la implementación del esquema de solución en datos sísmicos sintéticos y reales, en el que se incluyen la inversión espectral con los dos métodos de deconvolución, y los tres algoritmos de optimización para la solución del problema inverso. Se hace un análisis de los parámetros y de las pruebas de efectividad y desempeño de los algoritmos de optimización, además se muestran los resultados de la inversión.

4.1. Datos sísmicos sintéticos

La metodología que incluye la inversión espectral se aplicó en modelos sintéticos 1D y 2D, los modelos 1, 2 y 3 se calcularon a partir de un modelo de velocidades V_i con densidad $\rho = cte$, la serie de coeficientes de reflexión, fue calculada utilizando la ecuación 1.1 y convolucionada con un pulso de Ricker de fase cero, utilizando diferentes frecuencias centrales ξ_p , ecuación (3.10), esto para obtener una aproximación de datos sísmicos procesados, que representen la interacción de $w(t)$ con los contrastes de AI del modelo de velocidades.

El límite de resolución para el pulso de Ricker en función de la frecuencia central ξ_p está dado por la ecuación (4.1), (Chung y Lawton, 1995).

$$t_R = \frac{\sqrt{6}}{2\pi\xi_p} \quad (4.1)$$

Donde $\xi_p = \frac{1}{t_p}$ es la frecuencia dominante o frecuencia central.

El modelo sintético 4 fue elaborado utilizando el software Seismic Unix, aproximando la propagación de la onda del modelo de velocidades utilizando trazado de rayos (haces Gaussianos); el procesamiento de los datos sintéticos así como los parámetros de la simulación se explican con más detalle en el Apéndice E.

4.1.1. Algoritmos de optimización

Para estimar una solución de un problema de optimización que está sujeto a restricciones o que es altamente no lineal, generalmente se utilizan técnicas para hacer lineal la solución (Capítulo 1, Formulación lineal del problema inverso) o se implementan algoritmos heurísticos, que permitan aproximar una solución al problema. Un algoritmo heurístico de búsqueda global, hace un uso exhaustivo del problema directo para encontrar un conjunto de parámetros que mejor aproximen la respuesta del modelo a los datos observados.

A parte de la aplicación de *ISGI* se proponen dos algoritmos heurísticos poblacionales de búsqueda global (*GA* y *PSO*) como alternativas para estimar los parámetros optimizados, que no estén sujetos a inestabilidad y a un modelo inicial.

Los siguientes resultados se presentan a partir de la implementación de los tres algoritmos de optimización propuestos, para la solución del problema inverso, en modelos sintéticos 1D con dos reflectores, de esta manera validar su aplicación para obtener una aproximación del vector de parámetros optimizado m_{opt} . También para cada modelo, se utilizan dos diferentes bandas de frecuencia para la inversión, con la finalidad de mostrar como la presencia de ruido afecta en la estimación de los parámetros optimizados.

- Ejemplo ISGI

A continuación se presenta un ejemplo de la aplicación del método *ISGI* en una traza sintética $s(t)$ con dos reflectores y ruido aleatorio (Distribución normal con $\mu = 0$ y $\sigma = 0.005$), Figura 4.1. Los parámetros y resultados de este ejemplo se muestran en la Tabla 4.1. En las Figuras 4.2 y 4.3 se presentan la inversión en dos diferentes bandas de frecuencia, 5 – 10 Hz y 20 – 30 Hz, para observar el efecto que tiene la presencia de ruido, en el cálculo de la respuesta optimizada. La frecuencia del pulso de Ricker es $\xi_p = 4$ Hz.

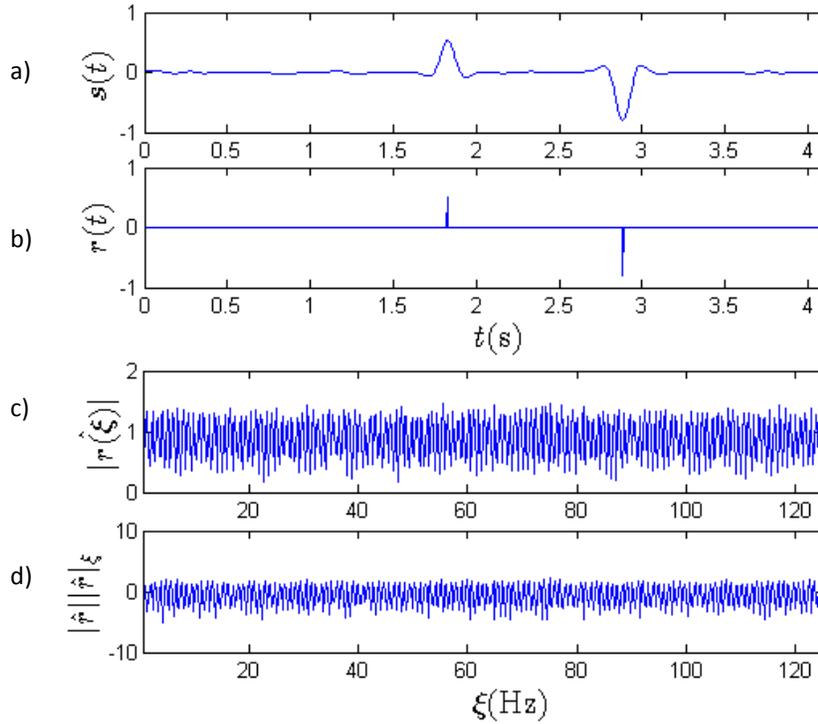
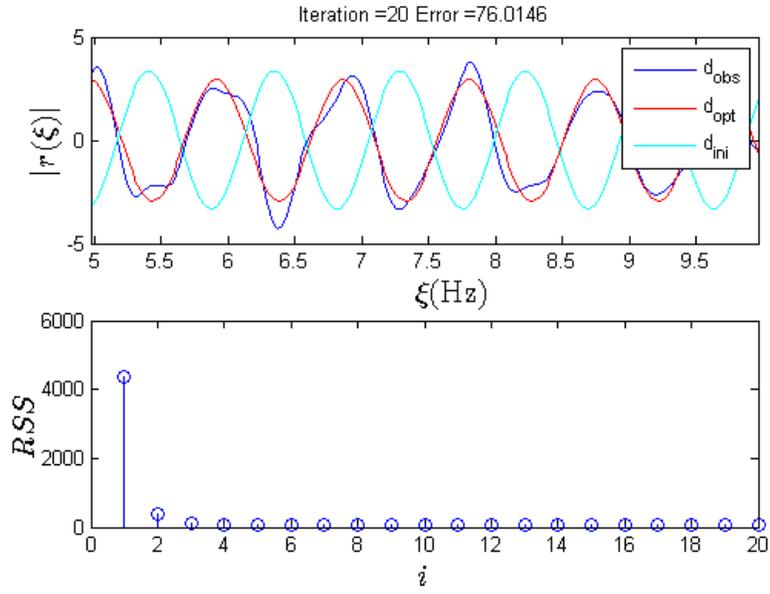


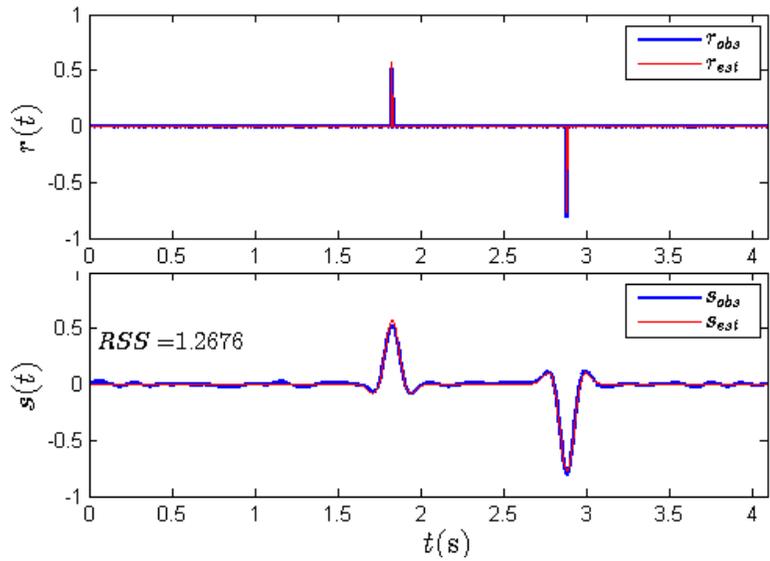
Figura 4. 1 Señal sísmica sintética $s(t)$ para invertir con *ISGI* a) Traza sintética $s(t)$ b) coeficientes de reflexión $r(t)$, c) espectro de magnitud $|\hat{r}(\xi)|$ d) espectro de amplitud acondicionado a la forma $|\hat{r}(\xi)| \frac{d|\hat{r}(\xi)|}{d\xi}$.

Optimización	<i>ISGI</i>				
	Reales	Optimizados		Error	
r_1	0.5212	0.5711	0.3569	0.0957	0.31523
r_2	-0.8066	-0.7758	-0.9849	0.0381	0.22105
k	-0.4204	-0.4431	-0.3194	0.0539	0.24024
T	1.0560	1.0575	1.0161	0.0014	0.03778
Banda ξ		5 – 10 Hz	20 – 30 Hz	5 – 10 Hz	20 – 30 Hz

Tabla 4. 1 Parámetros de la traza sintética de la Figura 4.1 reales y optimizados utilizando *ISGI*.

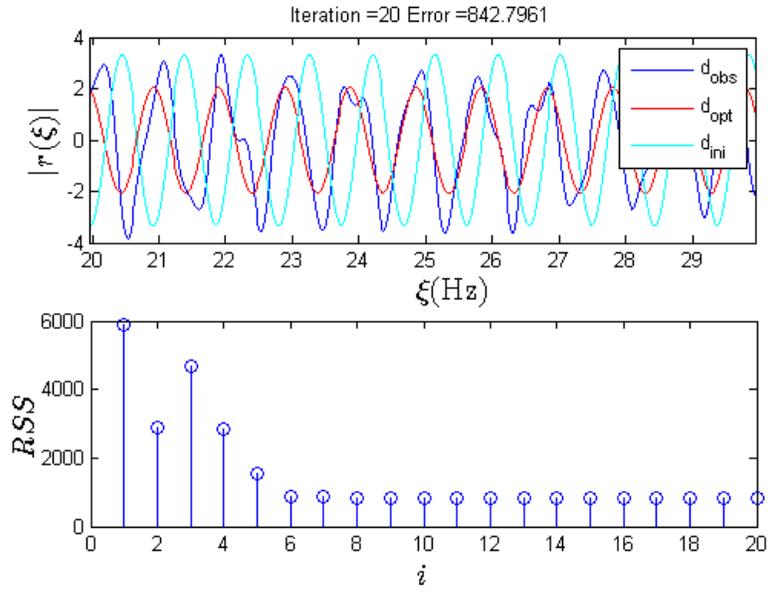


a) Modelo inicial d_{ini} , datos observados d_{obs} y respuesta optimizada d_{opt} estimada en la banda de frecuencia 5 – 10 Hz, y grafica de convergencia de la función de costo (RSS vs iteraciones i).

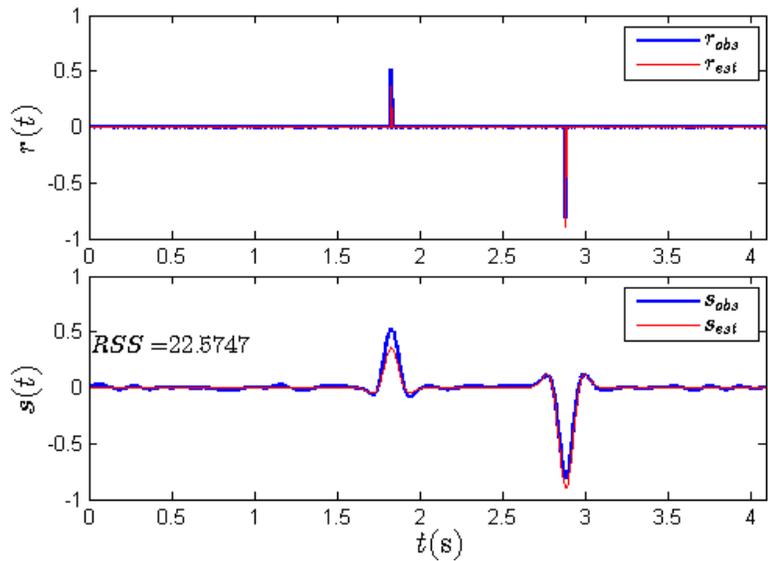


b) Modelo sintético real r_{obs} y s_{obs} y respuesta optimizada r_{est} y s_{est} en el dominio del tiempo, optimizados en la banda de frecuencia 5 – 10 Hz.

Figura 4. 2 Inversión del modelo sintético $s(t)$ de la Figura 4.1, utilizando al algoritmo ISGI en una banda de frecuencia 5 – 10 Hz.



- a) Modelo inicial d_{ini} , datos observados d_{obs} y respuesta optimizada d_{opt} estimada en la banda de frecuencia 20 – 30 Hz y grafica de convergencia de la función de costo (RSS vs iteraciones i)



- b) Modelo sintético real r_{obs} y s_{obs} y respuesta optimizada r_{est} y s_{est} en el dominio del tiempo, optimizados en la banda de frecuencia 20 – 30 Hz.

Figura 4. 3 Inversión del modelo sintético $s(t)$ de la Figura 4.1, utilizando al algoritmo ISGI en una banda de frecuencia 20 – 30 Hz.

- Ejemplo GA

En el siguiente ejemplo se aplica el *GA* a una señal sintética $s(t)$ con dos coeficientes de reflexión $r(t)$ y con ruido aleatorio (Distribución normal con $\mu = 0$ y $\sigma = 0.005$), Figura 4.4. Los parámetros y resultados de este ejemplo se muestran en la Tabla 4.2. En las Figuras 4.5 y 4.6 se presenta la inversión en dos diferentes bandas de frecuencia, 5 – 10 Hz y 20 – 30 Hz. La frecuencia del pulso de Ricker es $\xi_p = 4$ Hz.

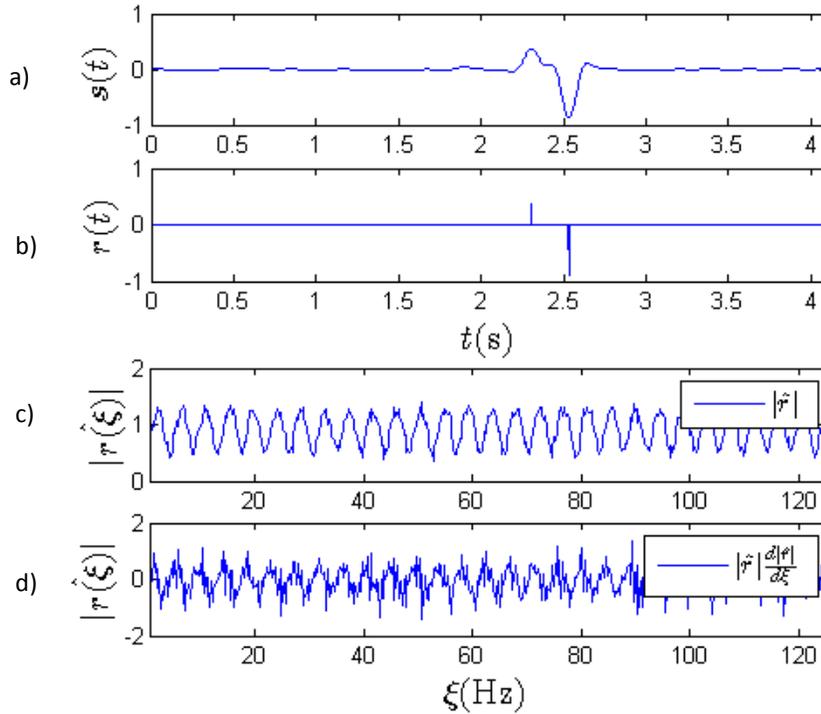
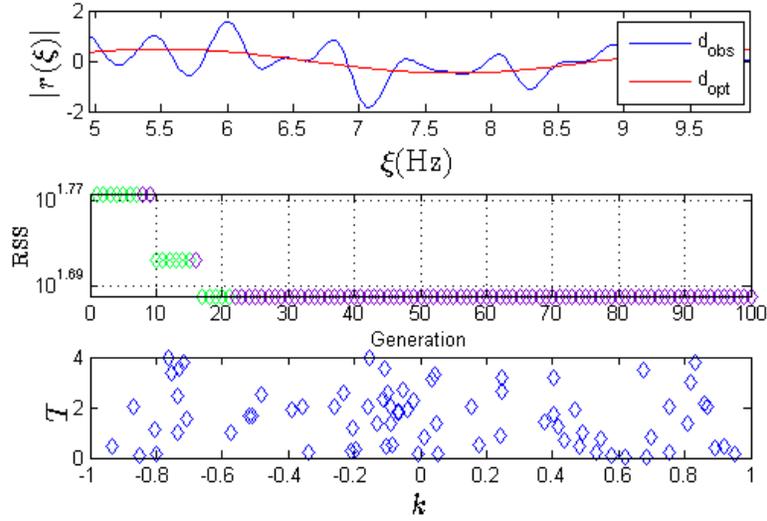


Figura 4. 4 Señal sísmica sintética $s(t)$ para invertir con *GA* a) traza sintética $s(t)$ b) coeficientes de reflexión $r(t)$, c) espectro de magnitud $|\hat{r}(\xi)|$ d) espectro de amplitud acondicionado a la forma $|\hat{r}(\xi)| \frac{d|\hat{r}(\xi)|}{d\xi}$.

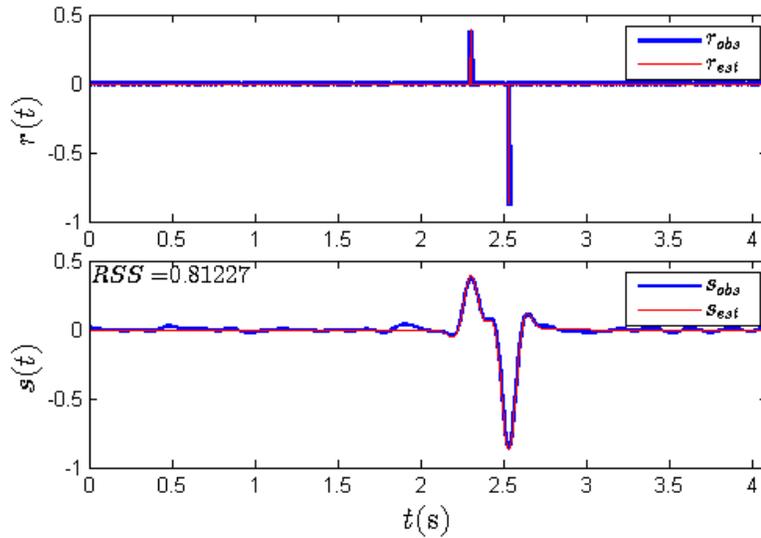
En la gráfica de convergencia del algoritmo genético que se muestra en las figuras Figura 4.5 y 4.6 a), el símbolo \diamond significa que hay una mayor diversidad en la población, es decir que al menos un 87.5 % de la población son individuos con parámetros diferentes; \blacklozenge significa que el modelo con una mejor adaptación (*RSS* mínimo) se repite en más de un 12.5 % de la población (menos diversidad en la población).

Optimización	<i>GA</i>				
	Reales	Optimizados		Error	
r_1	0.3808	0.3580	0.4338	0.0599	0.1392
r_2	-0.8803	-0.8855	-0.8526	0.0059	0.0315
k	-0.3352	-0.3170	-0.3386	0.0543	0.0101
T	0.2280	0.2309	0.2270	0.0127	0.0044
Banda ξ		5 – 10 Hz	20 – 30 Hz	5 – 10 Hz	20 – 30 Hz

Tabla 4. 2 Parámetros de la traza sintética de la Figura 4.4 reales y optimizados utilizando *GA*.

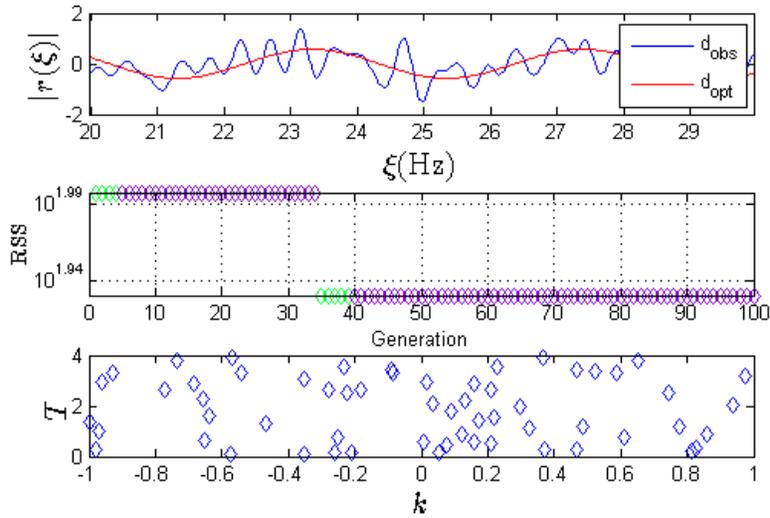


- a) Datos observados d_{obs} y respuesta optimizada d_{opt} estimada en la banda de frecuencia 5 – 10 Hz, grafica de convergencia de la función de costo (RSS vs generaciones i) y distribución de la población en el espacio de solución (k y T), en la generación n .

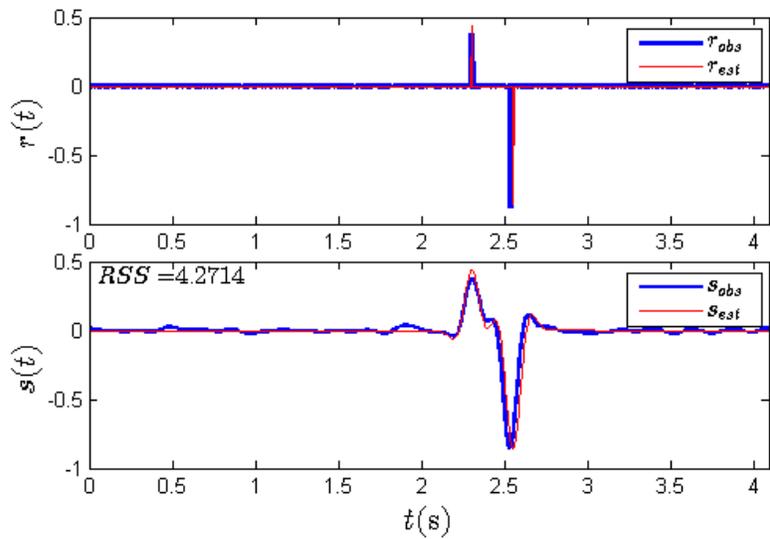


- a) Modelo sintético real r_{obs} y s_{obs} y respuesta optimizada r_{est} y s_{est} en el dominio del tiempo, optimizados en la banda de frecuencia 5 – 10 Hz.

Figura 4. 5 Inversión del modelo sintético $s(t)$ de la Figura 4.4, con parámetros en la Tabla 4.2, utilizando al algoritmo GA en una banda de frecuencia 5 – 10 Hz.



- a) Datos observados d_{obs} y respuesta optimizada d_{opt} estimada en la banda de frecuencia 20 – 30 Hz, grafica de convergencia de la función de costo (RSS vs generaciones i) y distribución de la población en el espacio de solución (k y T), en la generación n .



- a) Modelo sintético real r_{obs} y s_{obs} y respuesta optimizada r_{est} y s_{est} en el dominio del tiempo, optimizados en la banda de frecuencia 20 – 30 Hz.

Figura 4. 6 Inversión del modelo sintético $s(t)$ de la Figura 4.4, con parámetros en la Tabla 4.2, utilizando al algoritmo GA en una banda de frecuencia 20 – 30 Hz.

- Ejemplo PSO

A continuación se muestra la aplicación del *PSO* para invertir una traza sísmica sintética $s(t)$, Figura 4.7. La traza sintética $s(t)$, Figura 4.7, tiene ruido aleatorio (Distribución normal con $\mu = 0$ y $\sigma = 0.005$). Los parámetros y resultados de este ejemplo se muestran en la Tabla 4.3. Al igual que en los dos modelos anteriores, en las Figuras 4.8 y 4.9 se presenta la inversión en dos diferentes bandas de frecuencia, 5 – 10 Hz y 20 – 30 Hz. La frecuencia del pulso de Ricker es $\xi_p = 4$ Hz.

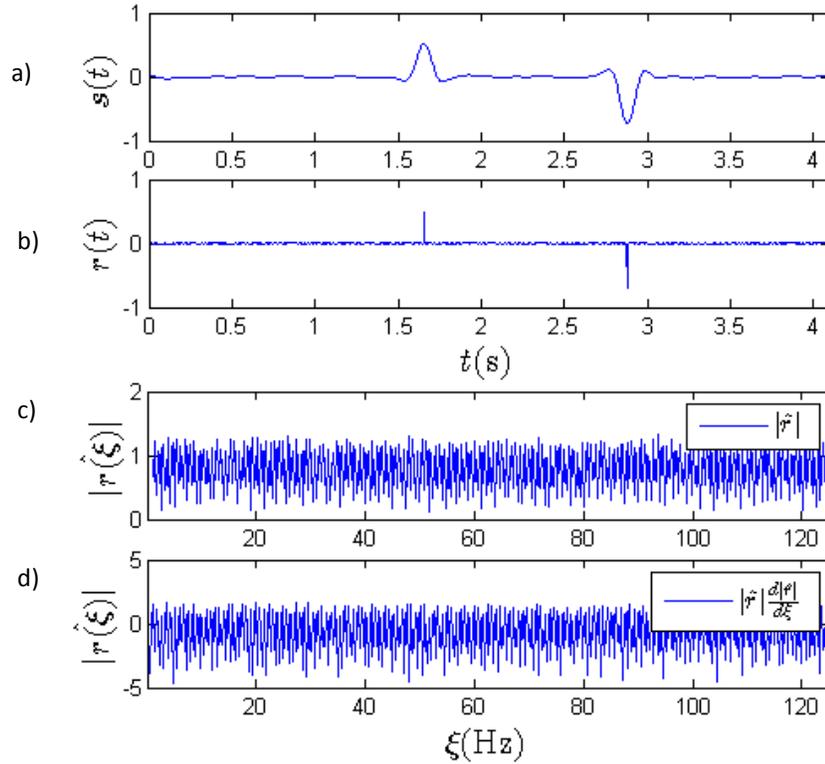
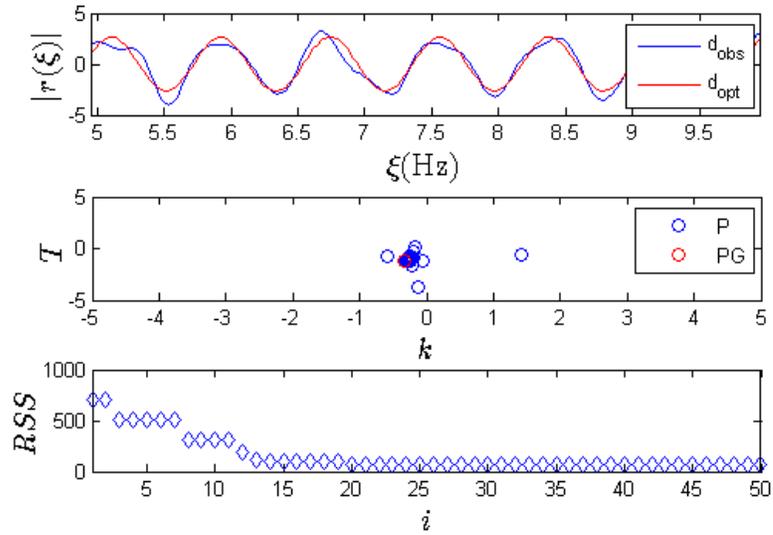


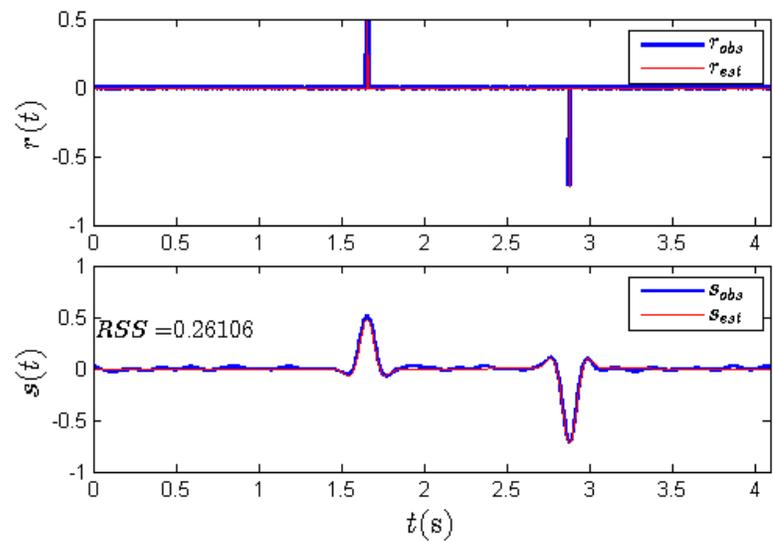
Figura 4. 7 Señal sísmica sintética $s(t)$ para invertir con *PSO* a) traza sintética $s(t)$ b) coeficientes de reflexión $r(t)$, c) espectro de magnitud $|\hat{r}(\xi)|$ d) espectro de amplitud acondicionado a la forma $|\hat{r}(\xi)| \frac{d|\hat{r}(\xi)|}{d\xi}$.

Optimización	<i>PSO</i>				
	Reales	Optimizados		Error	
r_1	0.4871	0.4788	0.4298	0.0169	0.1177
r_2	-0.7064	-0.7173	-0.7478	0.0154	0.0587
k	-0.3440	-0.3435	-0.3214	0.0017	0.0004
T	1.2240	1.2237	1.2244	0.0002	0.0658
Banda ξ		5 – 10 Hz	20 – 30 Hz	5 – 10 Hz	20 – 30 Hz

Tabla 4. 3 Parámetros de la traza sintética de la Figura 4.17 reales y optimizados utilizando *PSO*.

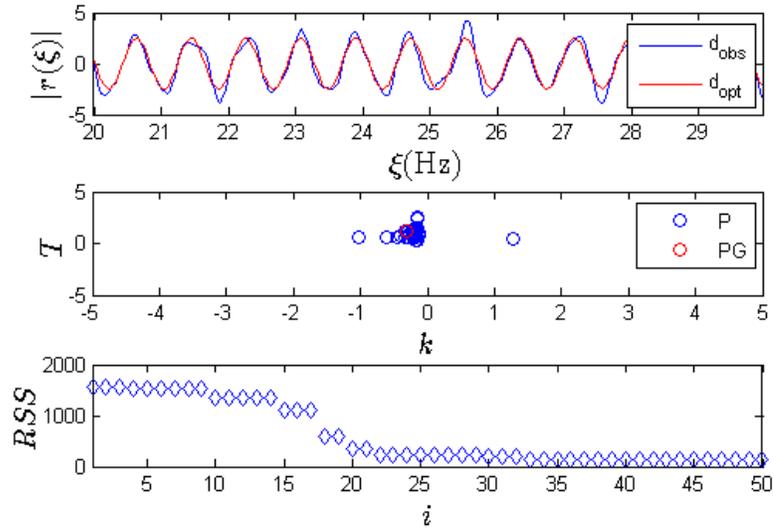


- a) Datos observados d_{obs} y respuesta optimizada d_{opt} estimada en la banda de frecuencia 5 – 10 Hz, distribución de las partículas en el espacio de solución (k y T), en la iteración n y grafica de convergencia de la función de costo (RSS vs iteraciones i).

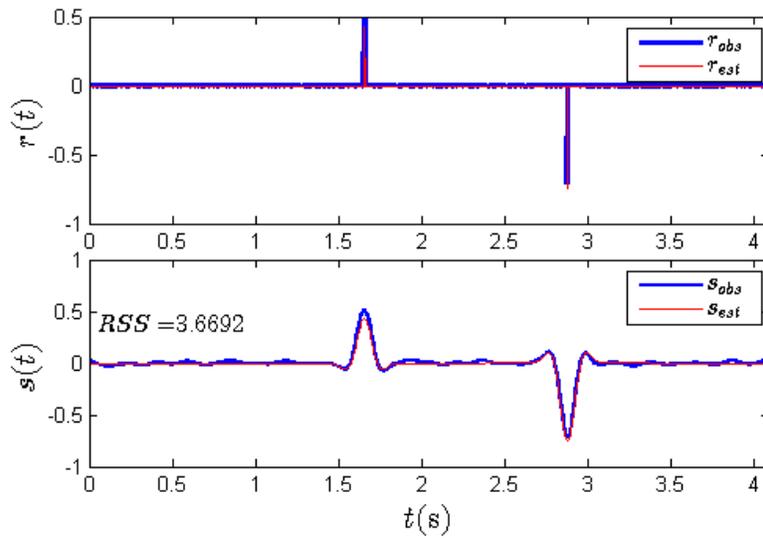


- b) Modelo sintético real r_{obs} y s_{obs} y respuesta optimizada r_{est} y s_{est} en el dominio del tiempo, optimizados en la banda de frecuencia 5 – 10 Hz.

Figura 4. 8 Inversión del modelo sintético $s(t)$ de la Figura 4.7, con parámetros en la Tabla 4.3, utilizando al algoritmo PSO en una banda de frecuencia 5 – 10 Hz.



- a) Datos observados d_{obs} y respuesta optimizada d_{opt} estimada en la banda de frecuencia 20 – 30 Hz, distribución de las partículas en el espacio de solución (k y T), en la iteración n y grafica de convergencia de la función de costo (RSS vs iteraciones i).



- b) Modelo sintético real r_{obs} y s_{obs} y respuesta optimizada r_{est} y s_{est} en el dominio del tiempo, optimizados en la banda de frecuencia 20 – 30 Hz.

Figura 4. 9 Inversión del modelo sintético $s(t)$ de la Figura 4.7, con parámetros en la Tabla 4.3, utilizando al algoritmo *PSO* en una banda de frecuencia 20 – 30 Hz.

4.1.2. Modelos sintéticos

A continuación se muestran algunos de los resultados de la aplicación de los métodos de deconvolución y algoritmos de optimización para la solución del problema inverso en señales sísmicas sintéticas; en estos casos, se analiza la mejora de la calidad de la señal y el efecto del límite de resolución, la eficiencia de los algoritmos de optimización, con base en el análisis de los tiempos de cómputo y graficas de convergencia, además de una recopilación de las estimaciones de los parámetros optimizados.

- Modelo sintético 1

En este primer modelo se muestran dos coeficientes de reflexión, que interaccionan con un pulso de Ricker de 2 Hz, Figura 4.10, que representa una señal sísmica sintética sin ruido, los parámetros a invertir del modelo así como las respuestas optimizadas se muestran en la Tabla 4.4.

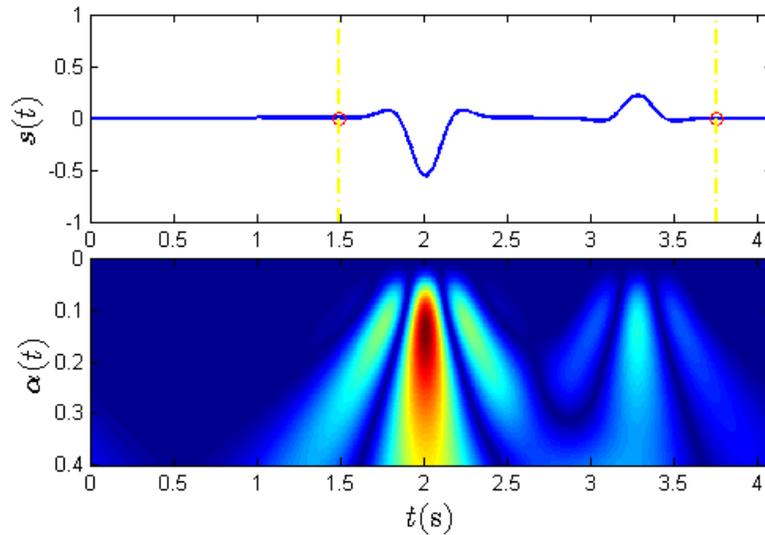


Figura 4. 10 Modelo sintético 1 a) Traza sísmica sintética $s(t)$ b) Escalograma W_s .

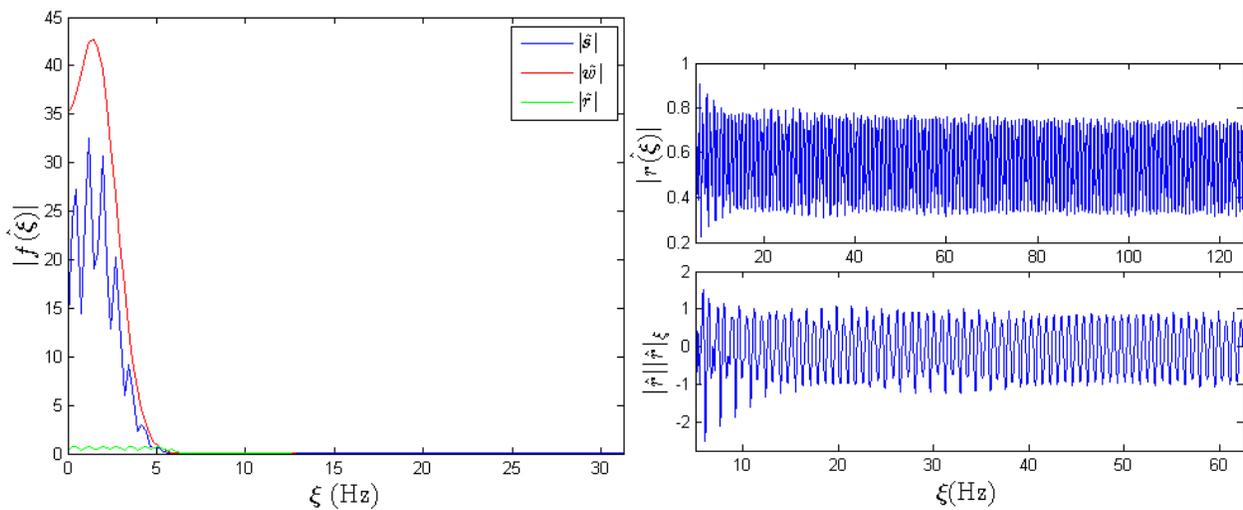


Figura 4. 11 Espectros de magnitud del Modelo sintético 1 a) Utilizando deconvolución determinista ($|\hat{s}|$, $|\hat{w}|$ y $|\hat{r}|$), Utilizando deconvolución con ondícula.

En el modelo 1, se extrajo solo una ventana tiempo que contiene los dos eventos reflectores, se aplicaron ambos métodos de deconvolución, determinista y por ondícula, Figura 4.11, en ambos se distinguen los lóbulos representativos de la forma gráfica del problema directo, estos que permiten tener una primera aproximación al espectro $|\hat{f}|$ y a la estimación de los parámetros reales, cada lóbulo tiene un tamaño equivalente a T_{real} .

El parámetro t_0 es estimado a partir del primer máximo del escalograma, tomando en cuenta que los eventos son de fase cero, la posición del coeficiente r_1 estará en el primer valor máximo de $|s_k|$.

Parámetros	Reales	Deconvolución					
		Determinista			Ondícula		
		Optimización					
		<i>ISGI</i>	<i>GA</i>	<i>PSO</i>	<i>ISGI</i>	<i>GA</i>	<i>PSO</i>
r_1	-0.5578	-0.5808	-0.5832	-0.5767	-0.5631	-0.5499	-0.5625
r_2	0.2192	0.1473	0.1376	0.1632	0.2047	0.2385	0.2069
k	-0.1223	0.0855	0.0802	-0.0941	-0.1153	-0.1311	-0.1164
T	1.272	1.1934	1.2055	1.3076	1.2449	1.3033	1.2733
RSS		2.0449	2.4914	1.0665	3.2497	7.2107	1.2248
Banda ξ (Hz)		3-6			15-20		

Tabla 4. 4 Parámetros reales y optimizados del modelo sintético 1, 50 iteraciones para los tres algoritmos.

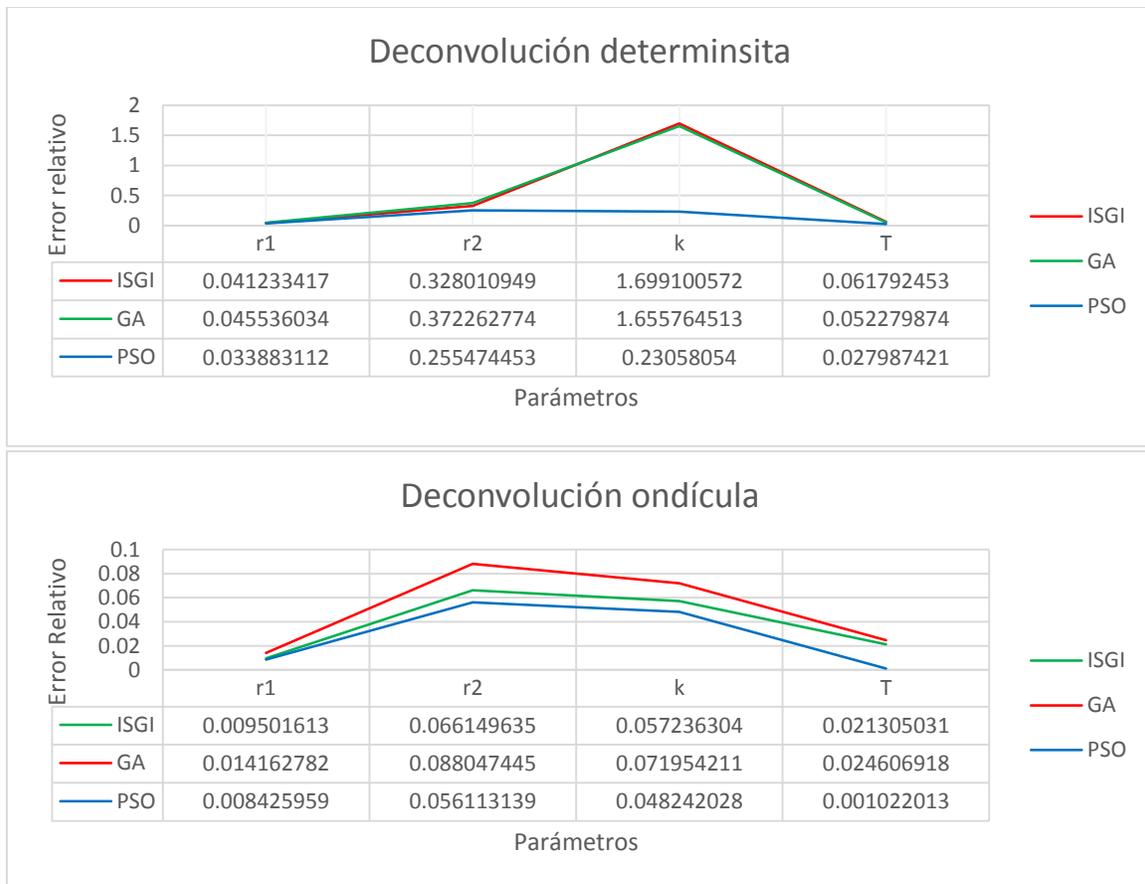


Figura 4. 12 Error relativo de los parámetros estimados por inversión del modelo 1. Utilizando deconvolución determinista (arriba) Utilizando deconvolución con ondícula (abajo).

La distorsión que se produce al inicio del espectro de frecuencias (Figura 4.11), es debido a que la *DFT* de una señal discreta, se considera un periodo de una señal continua, por lo que el espectro $|\hat{r}|$ discreto discrepa con respecto a su expresión analítica; una forma para reducir este fenómeno es extendiendo la ventana de tiempo que contenga el par de eventos reflectores.

En la Tabla 4.4 se muestran los parámetros reales y optimizados estimados del primer modelo, la banda de frecuencia para la deconvolución determinista se tomó dentro de la banda de frecuencia a del espectro de $|\hat{w}|$, aproximadamente de 0 – 7 Hz, Figura 4.11, en la deconvolución con ondícula la banda de frecuencia que se considero fue de 15 – 20 Hz, tomando solamente una fracción de esta, porque en las bajas frecuencias la distorsión, hace imposible obtener una estimación cercana a los parámetros reales.

En la Figura 4.12 las gráficas de convergencia de la función $O(m, \xi)$, muestran la estabilidad y convergencia de cada algoritmo, cabe destacar que la estimación de los parámetros optimizados también dependerá de los parámetros individuales de cada algoritmo.

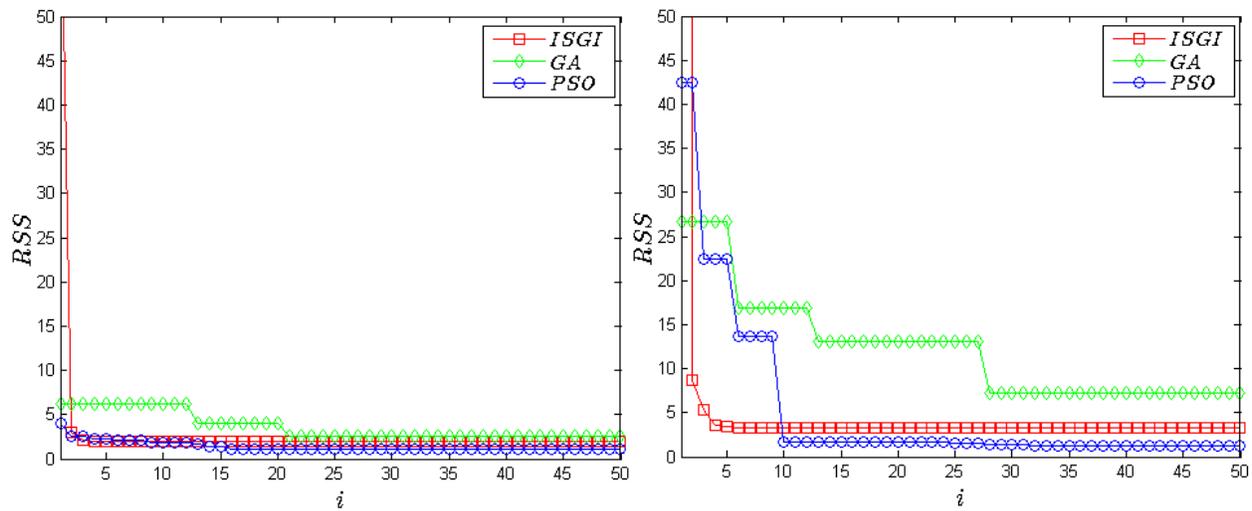


Figura 4. 13 Graficas de la función de minimización o costo de los algoritmos de optimización (*ISIG*, *GA* y *PSO*) (izquierda) Grafica de la función O habiendo utilizado deconvolución determinista (derecha) Grafica de la función O habiendo utilizado deconvolución con ondícula.

Las respuestas optimizadas en este ejemplo tienen un *RSS* considerablemente bajo, es decir que hay una buena aproximación al modelo original, Figura 4.14. Por otra parte la convergencia de la estimación de los parámetros optimizados es similar en los tres algoritmos de optimización, siendo no más grande a las 10 primeras iteraciones. Los tiempos de computo Tabla 4.5, muestran que el *GA* es mas costoso que los algoritmos *ISGI* y que *PSO*.

Tiempos de calculo (s)		
Algoritmos de optimización	Deconvolución	
	Determinista	Ondícula
<i>ISIG</i>	0.013645	0.013018
<i>GA</i>	0.384886	0.421639
<i>PSO</i>	0.051553	0.081867

Tabla 4. 5 Tiempos de cálculo de los tres algoritmos de optimización (*ISIG*, *GA* y *PSO*) en la solución del problema inverso del modelo 1, cada uno con 50 iteraciones.

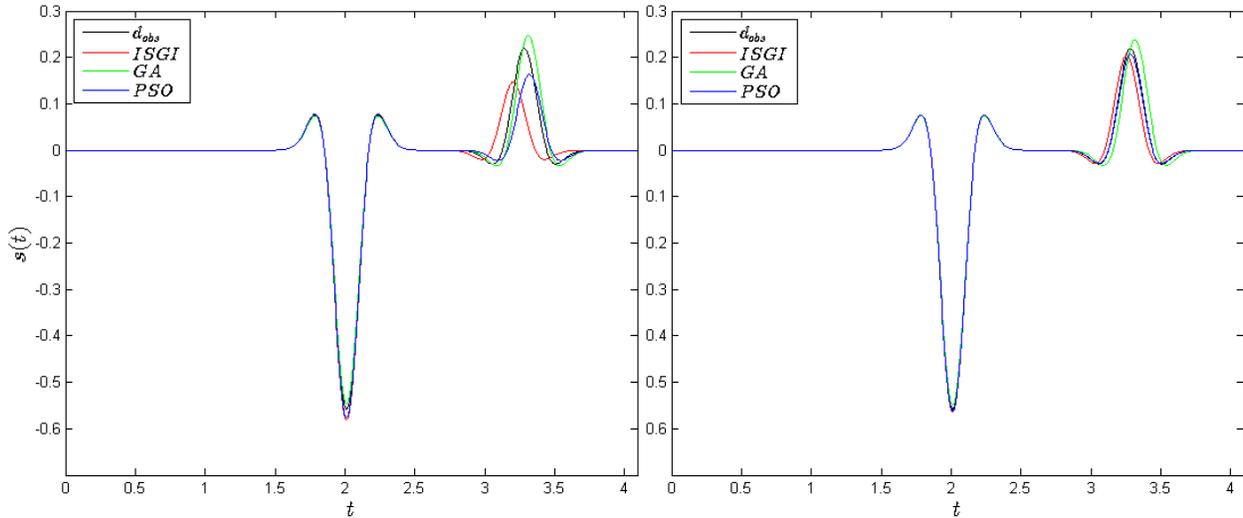


Figura 4. 14 Modelos con los parámetros optimizados (izquierda), utilizando deconvolución determinista (derecha) Deconvolución con ondícula.

Como una primera conclusión, con base en los resultados de la inversión espectral en el primer modelo, se obtiene una mejor aproximación a la solución del problema inverso, utilizando la deconvolución con ondícula, además que se tiene una banda de frecuencia para realizar la inversión mayor que con la deconvolución determinista, los tres algoritmos de inversión tienen una tasa de convergencia similar, el *GA* y el *PSO* tienen mayor estabilidad que el *ISGI*.

- Modelo sintético 2

El segundo modelo consiste en una traza sísmica sintética con seis reflectores, con diferentes polaridades, el modelo con ruido aleatorio en $r(t)$ (distribución de probabilidad normal con $\mu = 0$ y $\sigma = 0.005$). Se utilizó como función w un pulso de Ricker con $\xi_p = 4$ Hz. Los parámetros reales del modelo así como los optimizados se muestran en la Tabla 4.6.

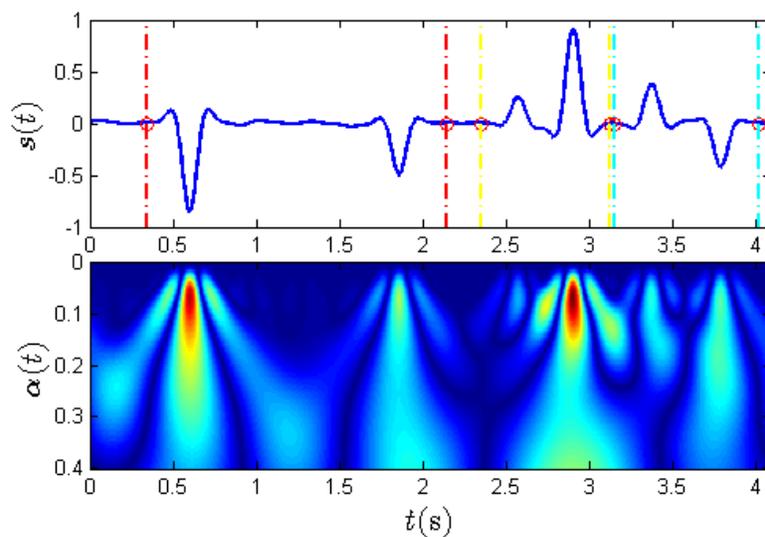


Figura 4. 15 Modelo sintético 1 a) Traza sísmica sintética $s(t)$ b) Escalograma W_s .

Para el algoritmo *ISGI* los parámetros del modelo inicial, se obtuvieron mediante estimaciones a partir de las características cualitativas de la señal, k_0 se calculó utilizando las amplitudes máximas de los reflectores representativos en la ventana, T_0 se estimó calculando la distancia entre los dos eventos representativos; utilizando el escalograma es más fácil obtener un valor aproximado al T real.

Parámetros	Reales	Deconvolución					
		Determinista			Ondícula		
		Optimización					
		<i>ISGI</i>	<i>GA</i>	<i>PSO</i>	<i>ISGI</i>	<i>GA</i>	<i>PSO</i>
Ventana 1							
r_1	-0.8519	-0.9070	-0.9561	-0.9269	-0.9156	-0.9541	-0.9320
r_2	-0.4869	-0.3864	-0.2405	-0.3373	-0.3662	-0.2492	-0.3218
k	0.4148	0.3505	0.2299	0.3126	0.3353	0.2378	0.2999
T	1.256	1.2754	1.2798	1.2086	1.2587	1.2544	1.2266
Banda ξ (Hz)		5-10	5-10	5-10	10-20	10-20	10-20
Ventana 2							
r_1	0.2808	0.2902	0.2341	0.2902	0.2139	0.0979	0.0819
r_2	0.9127	0.8987	0.9154	0.8987	0.9204	0.9395	0.9409
k	0.2563	0.2608	0.2143	0.2608	0.1969	0.920	0.0770
T	0.332	0.3359	0.3386	0.3359	0.2906	0.3339	0.3320
Banda ξ (Hz)		3-10	5-10	3-10	20-30	15-40	30-40
Ventana 3							
r_1	0.3732	0.2415	0.2045	0.3049	0.2929	0.3357	0.2786
r_2	-0.4101	-0.5107	-0.5264	-0.4753	-0.4836	-0.4547	-0.4920
k	-0.1530	0.1233	0.1076	-0.1449	-0.1417	0.1526	-0.1371
T	0.42	0.3597	0.4775	0.4228	0.4204	0.3865	0.4171
Banda ξ (Hz)		5-10	5-10	3-10	5-10	15-20	20-30

Tabla 4. 6 Parámetros reales y optimizados del modelo sintético 2, 50 iteraciones para todos los algoritmos.

La inversión se aplicó en tres ventanas de tiempo, separando los eventos de dos en dos, se aplicaron ambos procesos de deconvolución y se probaron los tres algoritmos de optimización, los parámetros optimizados calculados de la inversión se muestran en la Tabla 4.6, los tiempos de cómputo se compendian en la Tabla 4.7.

En la segunda ventana que contiene los reflectores 3 y 4, la inversión con los tres algoritmos muestra mayor incertidumbre. Al estar más cerca los eventos estos tienden a alcanzar el límite de la resolución vertical, además se presenta la distorsión en bajas frecuencias.

Conforme a los resultados de los tiempos de cómputo y las gráficas de convergencia, el *PSO* es una alternativa viable para realizar la inversión, la convergencia del algoritmo es más estable que el *ISGI* y el tiempo de cómputo es menor que *GA*, por lo tanto basado en estos primeros resultados, la inversión de modelos más complejos será utilizando *PSO*. Las aproximaciones con cada algoritmo de optimización se muestran en la Figura 4. 16.

Tiempos de calculo (s)		
Algoritmos de optimización	Deconvolución	
	Determinista	Ondícula
Ventana 1		
<i>ISIG</i>	0.005219	0.015280
<i>GA</i>	0.398701	0.389856
<i>PSO</i>	0.054677	0.054656
Ventana 2		
<i>ISIG</i>	0.013390	0.015452
<i>GA</i>	0.471075	0.384715
<i>PSO</i>	0.054683	0.064963
Ventana 3		
<i>ISIG</i>	0.015344	0.014518
<i>GA</i>	0.363015	0.371394
<i>PSO</i>	0.052904	0.057476

Tabla 4. 7 Tiempos de cálculo de los tres algoritmos de optimización (*ISIG*, *GA* y *PSO*) en la solución del problema inverso del modelo 2.

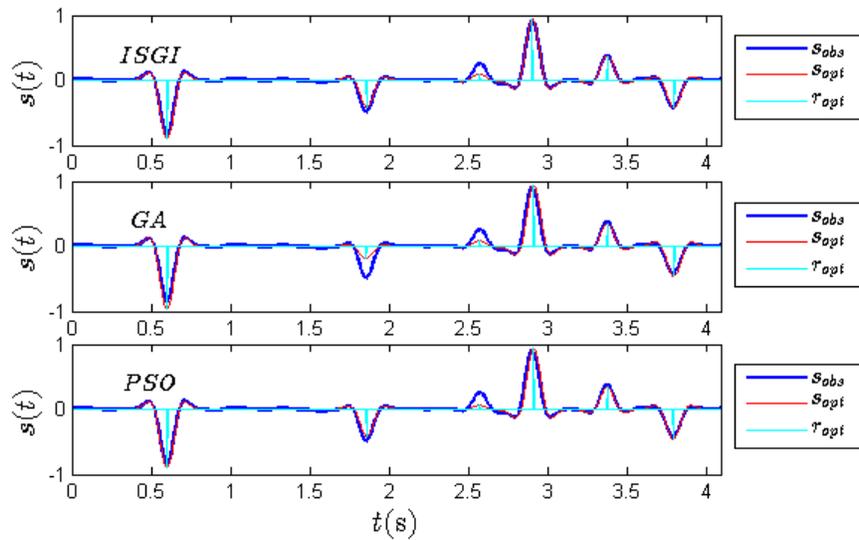


Figura 4. 16 Resultados de la inversión del modelo 2. Deconvolución con ondícula.

- Modelo sintético 3

El modelo sintético 3, es un modelo de tres capas homogéneas, con un horizonte inclinado, Figura 4.17, los parámetros del modelo se describen en la Tabla 4.8, el espesor de la segunda capa incrementa conforme a la distancia, en las primeras trazas, donde el espesor es menor, la interferencia entre reflectores incrementa hacia un valor mayor al límite de resolución vertical, ecuación (4.1). Este ejemplo sintético servirá para determinar la efectividad del método de inversión espectral, conforme el espesor entre capas alcanza el límite de resolución vertical, ecuación 4.1.

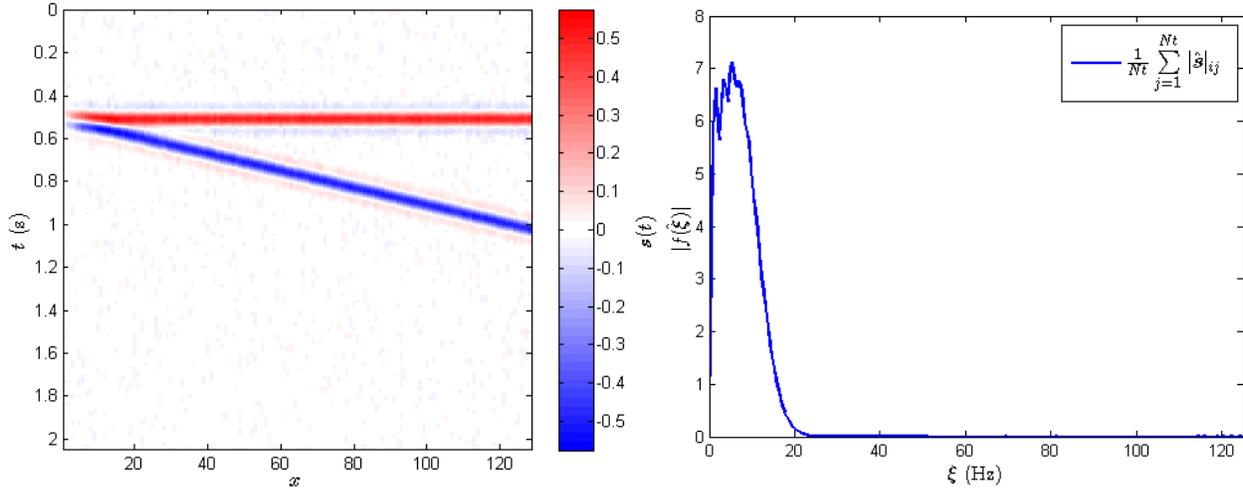


Figura 4. 17 Modelo sintético 2D, utilizando el pulso de Ricker de $\xi_p = 8 \text{ Hz}$. Espectro de magnitud promedio del segundo modelo sintético.

Parámetros	N	Nt	Δt	r_1	r_2	t_0	T_o	T_f
	1024	128	0.004 s	0.5	-0.5	0.512	0.004	0.512

Tabla 4. 8 Tabla Parámetros del modelo sintético 3.

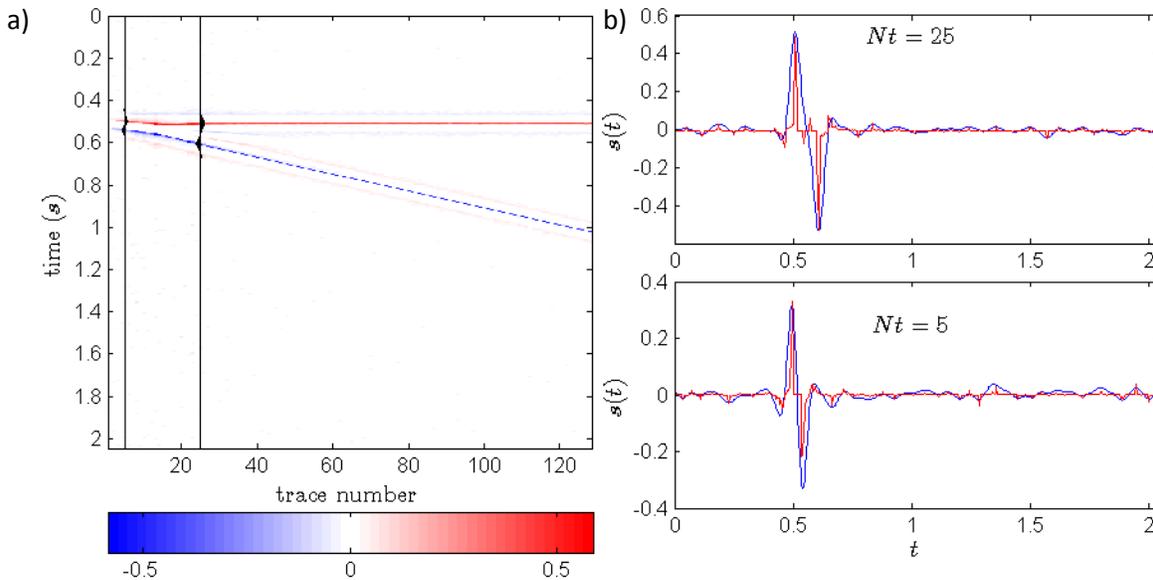


Figura 4. 18 Modelo sintético 3 a) Modelo después de la deconvolución con ondícula b) Trazas 5 y 25, originales (azules) y deconvolucionadas (rojas).

La deconvolución con ondícula utiliza un rango de escalas que abarcan la banda de frecuencias aparentes ξ_α de 0.9680 - 96.8 Hz, para el análisis de ondícula se utilizó el pulso de Ricker, y para la síntesis de bordes, se utilizó la ondícula de Morlet, para probar la efectividad de una ondícula más sensible a los detalles que el pulso de Ricker. Las frecuencias representativas del Modelo 3, Figura 4.17 b), se distribuyen en la banda de frecuencia de 0 – 50 Hz, por lo tanto se contienen las frecuencias representativas en el rango de escalas α seleccionadas para el análisis de ondícula, Tabla 4.9.

Parámetros de deconvolución		Parámetros de inversión	
ψ	Morlet	ξ (Hz)	Nt
α	ξ_α	5 – 10	128 – 70
0.01	96.8	5 – 15	69 – 40
0.1	9.6801	5 – 20	39 – 26
1.0	0.9680	10 – 25	25 – 16
		10 – 40	15 – 3
		Parámetros del <i>PSO</i>	
		i_{max}	10
		n	50
		N	100

Tabla 4. 9 Parámetros de deconvolución e inversión para el modelo 4 utilizando *PSO*.

El límite de resolución vertical para el modelo, es $t_R = 0.0487$ s, el cual se alcanza en la traza 12; en la Figura 4.18 a), podemos observar que la deconvolución comienza a dar resultados erróneos a partir de la traza 10, donde los eventos se presentan mal determinados y con una posición que difiere con la posición real de los coeficientes en el modelo.

En la Figura 4.19, se muestra la sección después de la inversión, Tabla de parámetros 4.9, la inversión empieza a calcular parámetros optimizados con mayor error, difiriendo la posición de los eventos a partir de t_R y no obteniendo resultados estables o con un *RSS* mínimo a partir del límite de resolución vertical. También se muestra el residual que es la diferencia entre los parámetros invertidos y el modelo sintético original.

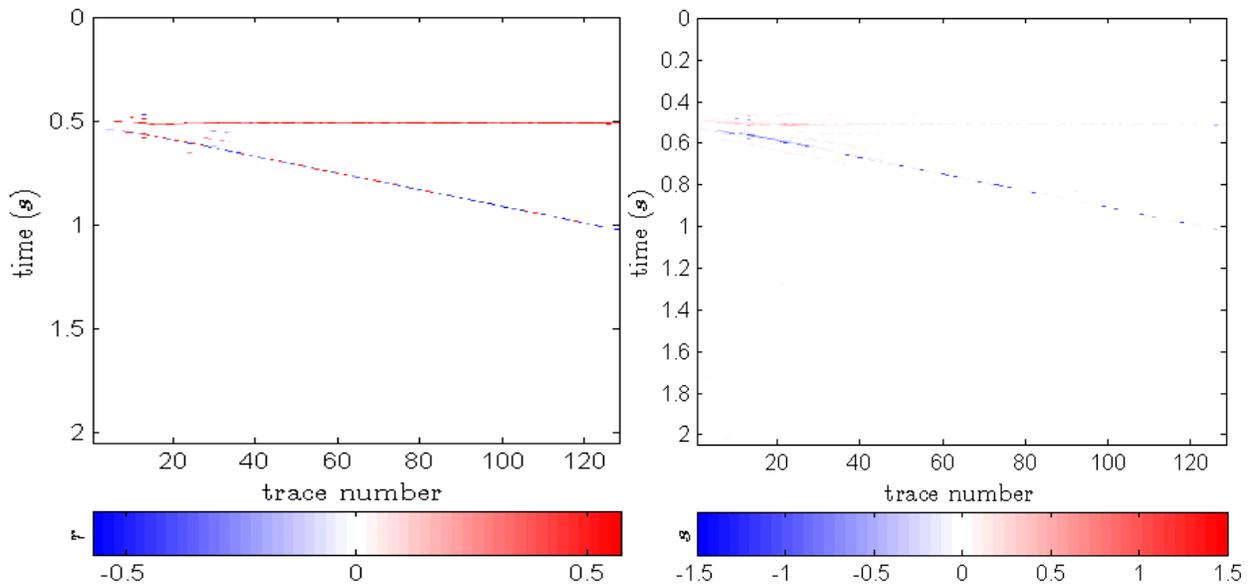


Figura 4. 19 Inversión del Modelo 3 (derecha) invertido y su residual (izquierda).

- Modelo sintético 4

Partiendo de un modelo geológico de un yacimiento formado de carbonatos naturalmente fracturados, del sureste de México, específicamente en la brecha del cretácico, se plantea un modelo simplificado de velocidades homogéneas, con una densidad ρ constante, Figura 4.20. Se tomaron las velocidades de intervalo, de un pozo que atraviesa el modelo real, y el diseño en profundidad es un aproximado de las profundidades reales con base en el modelo geométrico de los datos sísmicos. Los parámetros de la adquisición y procesamiento del modelo se explican con mayor detalle en el Apéndice E.

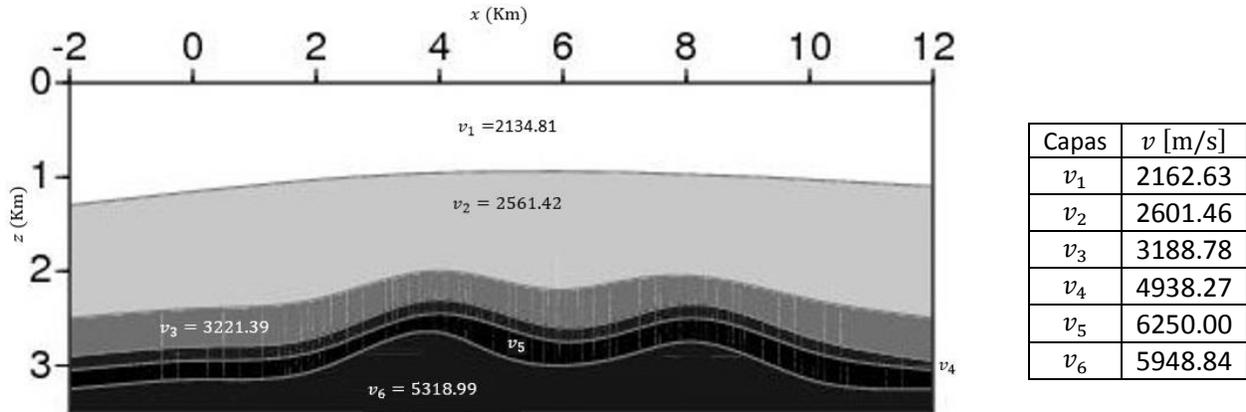


Figura 4. 20 Modelo sintético de velocidades en profundidad.

En este ejemplo se invierte el modelo sintético, elaborado a partir del modelo geológico anterior. La función $w(t)$ para este modelo sintético es un pulso de Ricker con $f_p = 16$ Hz, el límite de resolución es $t_R \approx 0.0123$ s, Figura 4.21.

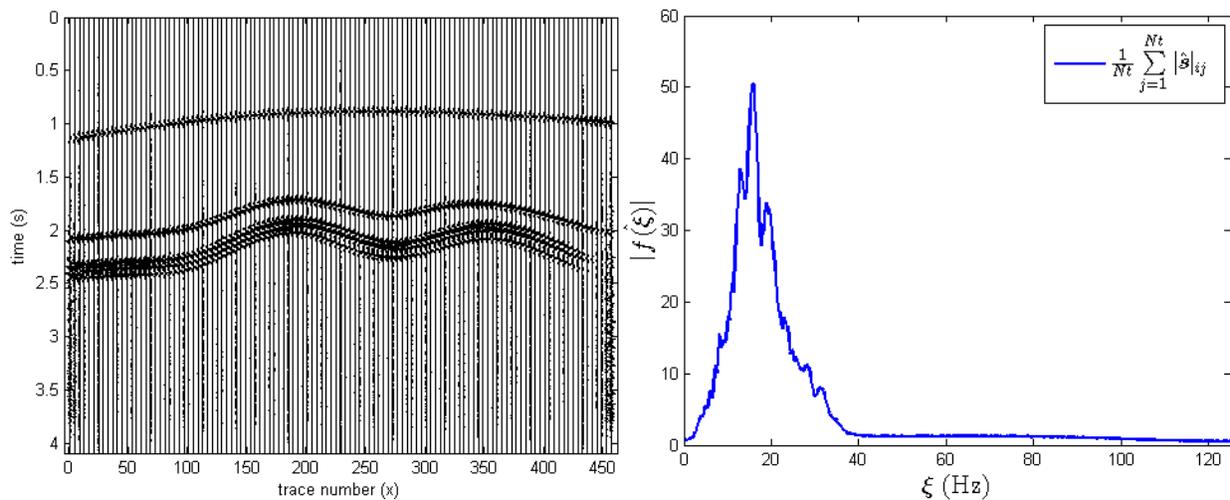


Figura 4. 21 Modelo 4 – Sección sísmica migrada y espectro de amplitud promedio de la sección.

Con un tiempo de muestreo de $\Delta t = 0.004$ s, el límite resolución del modelo, está aproximadamente en un intervalo de tres muestras $t_R \approx 3\Delta t$. El primer proceso aplicado para este modelo es la deconvolución, utilizando el pulso de Ricker y de Morlet para obtener los valores de la matriz M y posteriormente sintetizarla, Figura 4.22. En el ventaneo para la inversión se utilizó la selección automática de ventanas con un factor de sensibilidad entre amplitudes de reflectores de 0.5, que es una amplitud promedio de los eventos significativos, Tabla 4.10.

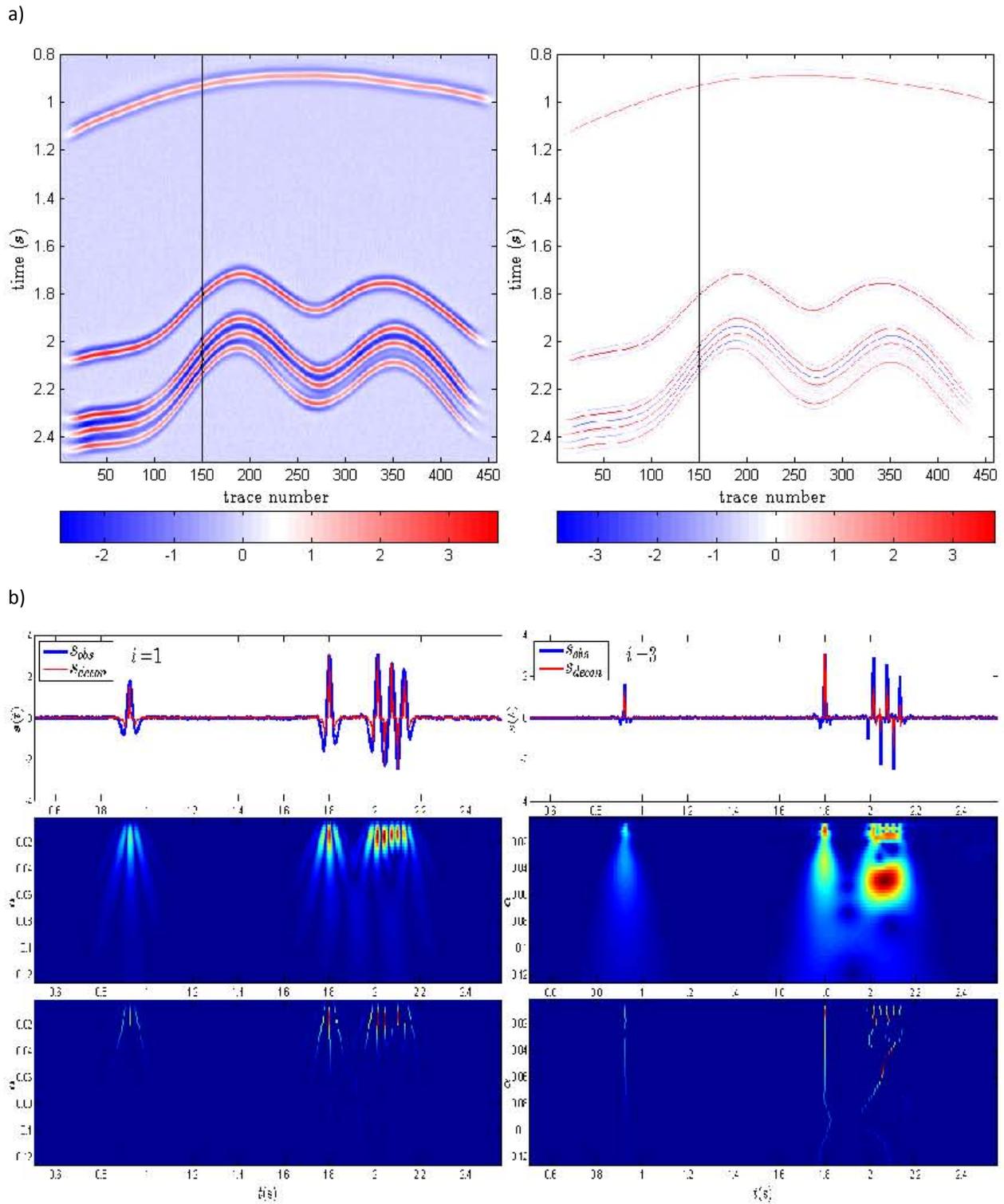


Figura 4. 22 Modelo 4 deconvolucionado utilizando un pulso de Ricker, a) modelo sísmico sintético 4 (izquierda), modelo sísmico sintético 4 deconvolucionado (derecha) b) Traza 150 original S_{obs} , deconvolucionada S_{decon} del modelo 4, escalaograma, líneas de máximos locales.

Parámetros de deconvolución	
ψ	Ricker-Morlet
α	ξ_α (Hz)
0.0025	409.6
0.5	2.048

Algoritmo de Optimización	PSO		
	Rango de frecuencia ξ (Hz)	Sensibilidad	RSS_μ
Inversión	20 - 40	0.1	0.00384

Tabla 4. 10 Parámetros de inversión del Modelo 4.

Nota: Las ventanas se delimitan automáticamente tomando los valores absolutos máximos en un umbral establecido a partir del rango de amplitud que se consideren reflectores y no ruido.

En la Tabla 4.10 se indican los parámetros de deconvolución e inversión, utilizando dos funciones ψ , Ricker y Morlet, se puede observar que el pulso de Ricker conserva una amplitud consistente con los eventos en la sección sísmica, pero mantiene los lóbulos que acompañan a la firma de la fuente w , que pueden introducir incertidumbre en la inversión, la función ψ Morlet conserva los eventos y suprime los lóbulos, pero disminuye la amplitud de los eventos que interfieren entre sí en el escalograma.

Los resultados de la inversión del modelo 4, se muestran en la Figura 4.23, los eventos en el recuadro rojo, están debajo del límite de resolución, por lo que los parámetros T y k no se estiman correctamente, esto produce que al calcular los coeficientes de reflexión se estimen magnitudes y posiciones erróneas. En general se tiene una estimación aceptable en los horizontes, la posición y la magnitud de los reflectores corresponde al modelo 4 en tiempo. Por otra parte, el ultimo reflector no pudo estimarse correctamente, especialmente en las zonas donde se está debajo del límite de resolución vertical t_R .

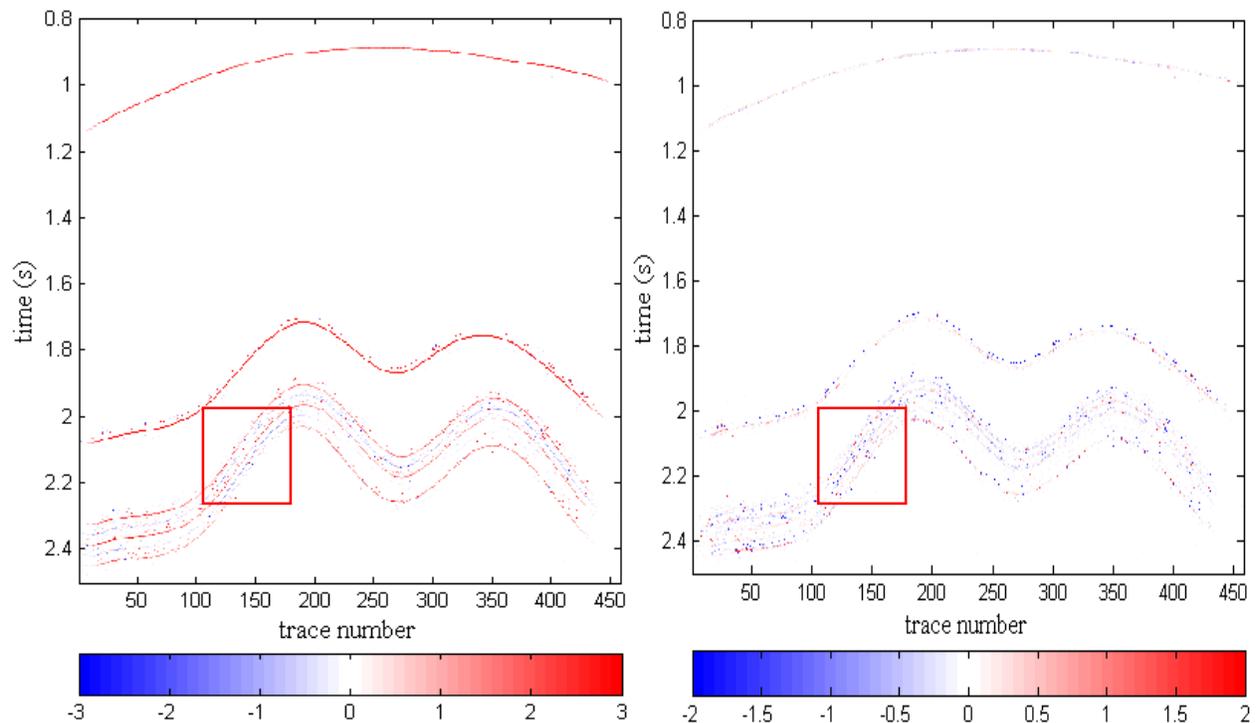


Figura 4. 23 Modelo 4 Sección migrada invertida, utilizando pulso de Ricker (izquierda) y residual (derecha).

Los lóbulos aladaños a la fuente w , introducen un factor de incertidumbre si no son removidos apropiadamente; por lo que conviene utilizar un esquema mixto de ondículas para obtener una primera aproximación de r y conservar la amplitud de los eventos sin interferencia., ya que esto produciría en la inversión falsos reflectores.

4.2. Datos sísmicos reales

Los datos reales en los que se aplicó la metodología de inversión, son dos secciones sísmicas (crossline e inline), que al igual que el modelo sintético, pertenecen a una brecha del cretácico tardío, en el sureste de México. Se experimentó con el pulso de Ricker para la deconvolución de los datos, y se realizó la inversión en diferentes bandas de frecuencia, presentando solamente las inversiones con los resultados más representativos. Cabe destacar que en las figuras, el eje x representa el número de trazas y no la distancia que cubre la línea sísmica. También el análisis de los resultados presentados es cualitativo conforme a la inversión, y orientado a la obtención de la imagen sísmica en función de la reflectividad.

La primera sección sísmica es una crossline Figura 4.24, con 723 trazas, 245 muestras y $\Delta t = 0.004$ s, que muestra dos plegamientos donde se señalan dos horizontes de amplitud significativa que se utilizan como referencia en las diferentes fases del proceso. El espectro de amplitud que se presenta también sirve como referencia para la construcción del escalograma ya que se observa que el rango de frecuencias de la sección es de 0 – 60 Hz por lo que podemos estimar las frecuencias aparentes y su respectiva escala.

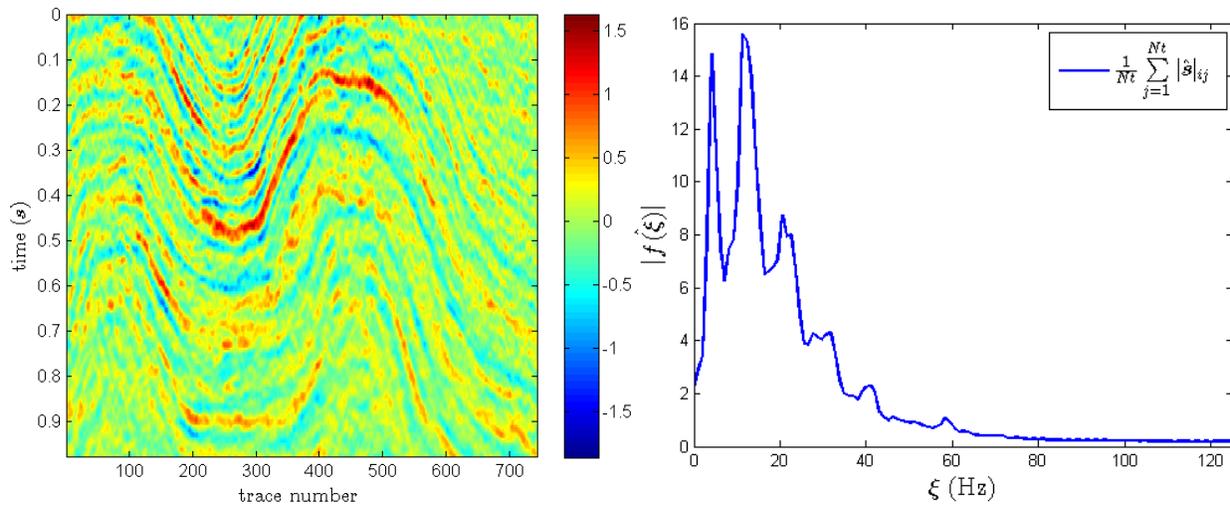


Figura 4. 24 Sección sísmica, y espectro de magnitud de la sección.

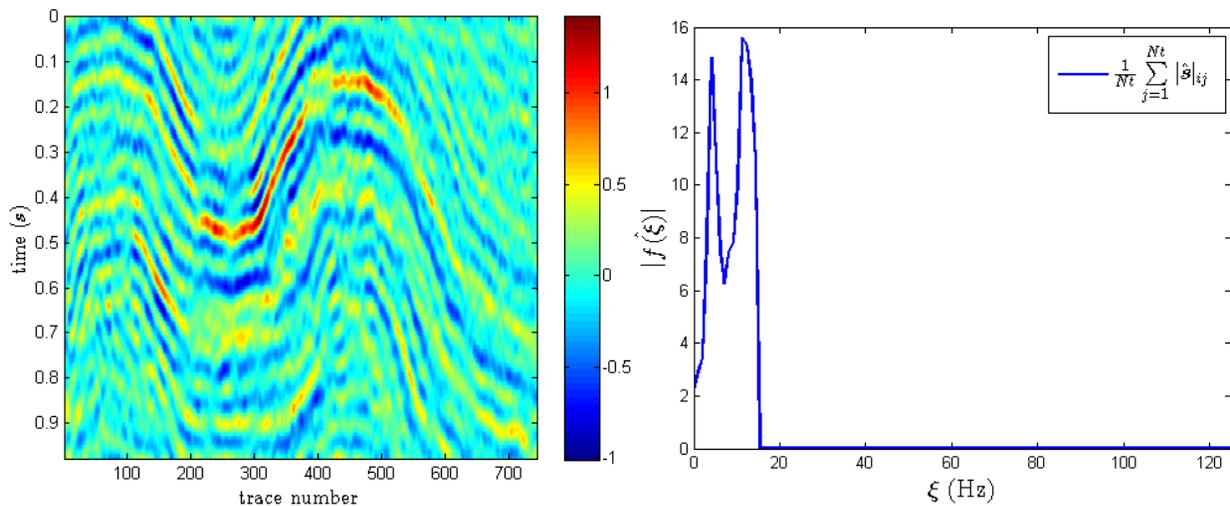


Figura 4. 25 Sección sísmica filtrada 0 – 15 Hz, espectro de magnitud.

Como definiciones adicionales en relación a los términos Inline y Crossline, ambos se refieren a la dirección de una sección sísmica conforme a las líneas de adquisición en 3 dimensiones, la nomenclatura adoptada indica que la Inline es aquella, cuyo conjunto de datos está en dirección a una línea de receptores, la crossline es perpendicular a la inline.

Parámetros de deconvolución		Algoritmo de Optimización	<i>PSO</i>		
ψ	Ricker	Parámetros	Rango de frecuencia ξ (Hz)	Sensibilidad	RSS_{μ}
α	ξ_{α}	Inversión 1	15 – 35	0.1	0.00384
0.0025	98.0	Inversión 2	0 – 30	0.5	0.71288
1.8590	1.859				

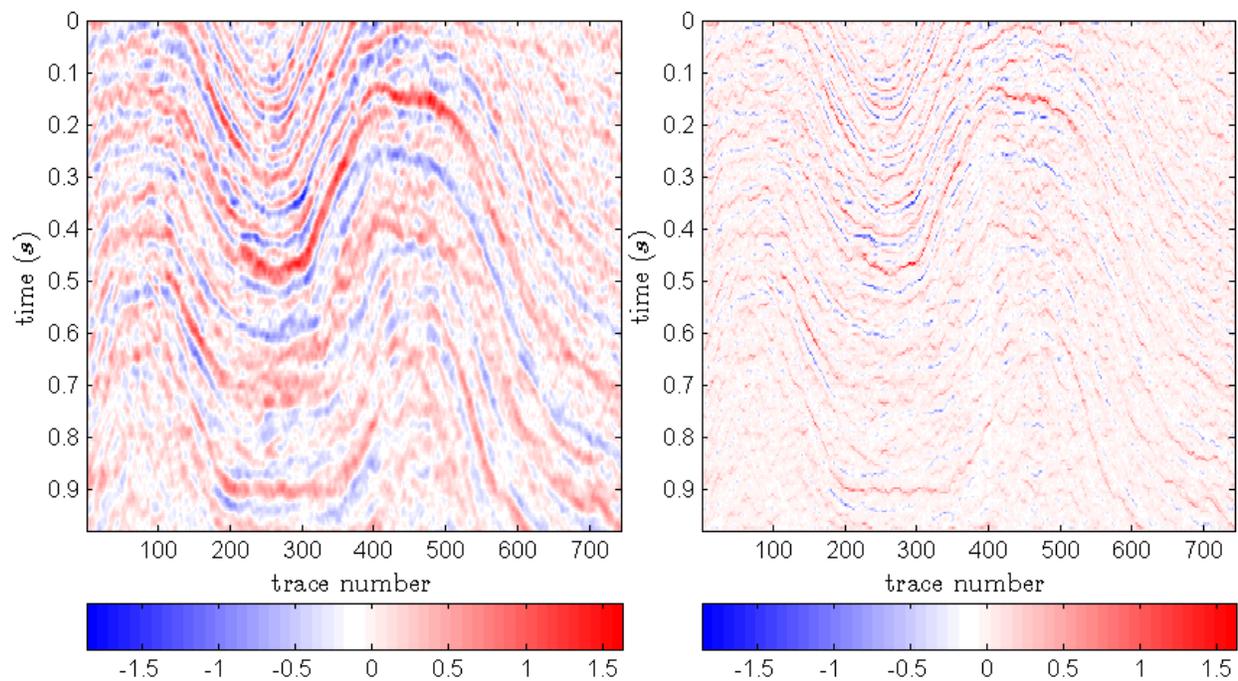
Tabla 4. 11 Parámetros de deconvolución e inversión, Crossline.

Conforme al rango de frecuencia analizada podemos inferir que las frecuencias representativas de la sección se posicionan entre 5 – 60 Hz, un filtrado en esta banda de frecuencia, que conserve los horizontes de interés, con fines de interpretación podría ser útil, Figura 4.25, pero, en el contexto del trabajo debemos tomar la sección con toda la banda de frecuencias, tomando en cuenta que pudiera haber ruido que se invierta, pero también conservaría los horizontes de menor amplitud.

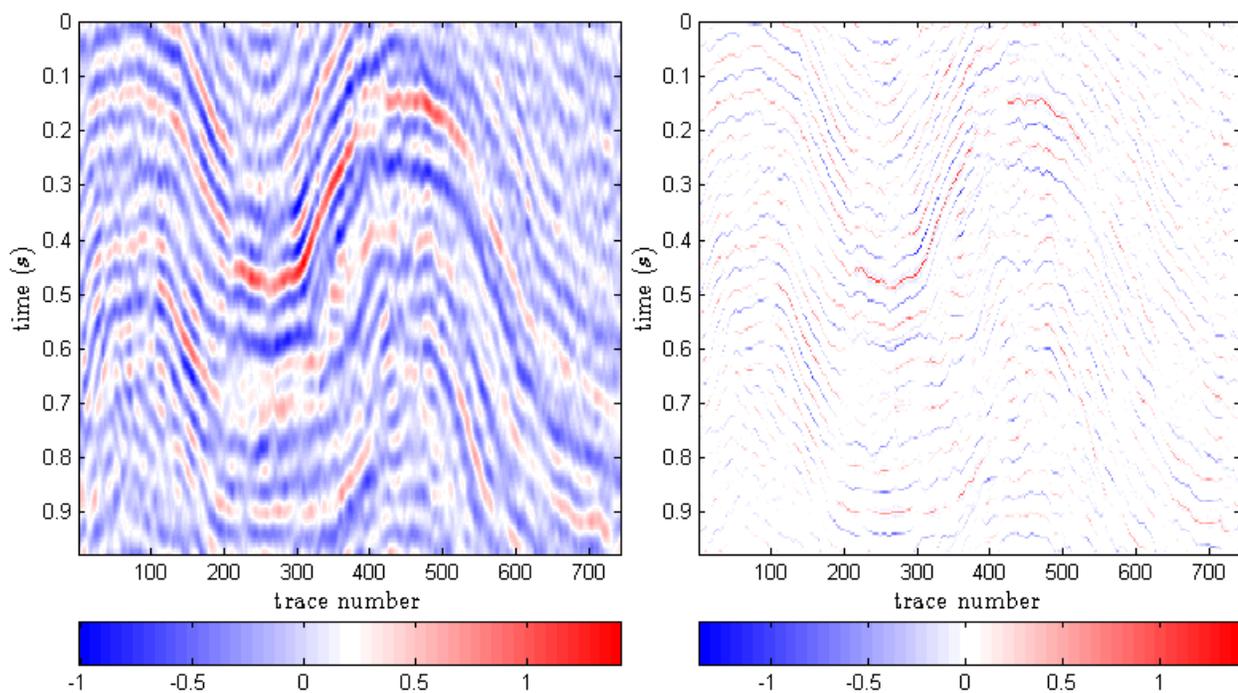
Aplicando el proceso de deconvolución, utilizando el pulso de Ricker, para conservar amplitud, obtenemos la primera aproximación de la reflectividad, Figura 4.26, podemos observar que se han sintetizado en su mayoría los horizontes representativos de la sección original. Las escalas se eligieron equivalentes a un rango de frecuencia de 1.8 – 98 Hz.

Posteriormente consideramos dos rangos de frecuencia para aplicar la inversión, el criterio, antes mencionado, es que las bandas con el contenido de frecuencia más representativo de la señal, son las que se invierten, además establecemos un factor de sensibilidad para la selección automática de ventanas, utilizando el espectro de magnitud de la sección, consideramos que el umbral de eventos significativos es mayor a $|0.5|$ pero, para conservar mayor detalle, el umbral considerado es mayor a $|0.1|$.

En la Figura 4.27, se presentan las secciones invertidas utilizando los parámetros de la Tabla 4.11, ambos resultados presentan una buena conservación de las tendencias generales, así como de los horizontes representativos, uno de los inconvenientes es que algunos de los detalles se atenúan o se pierden, los factores que afectan a la retención de detalles, son un coeficiente de sensibilidad alto y una banda de frecuencia que contenga presente una considerable presencia de ruido.

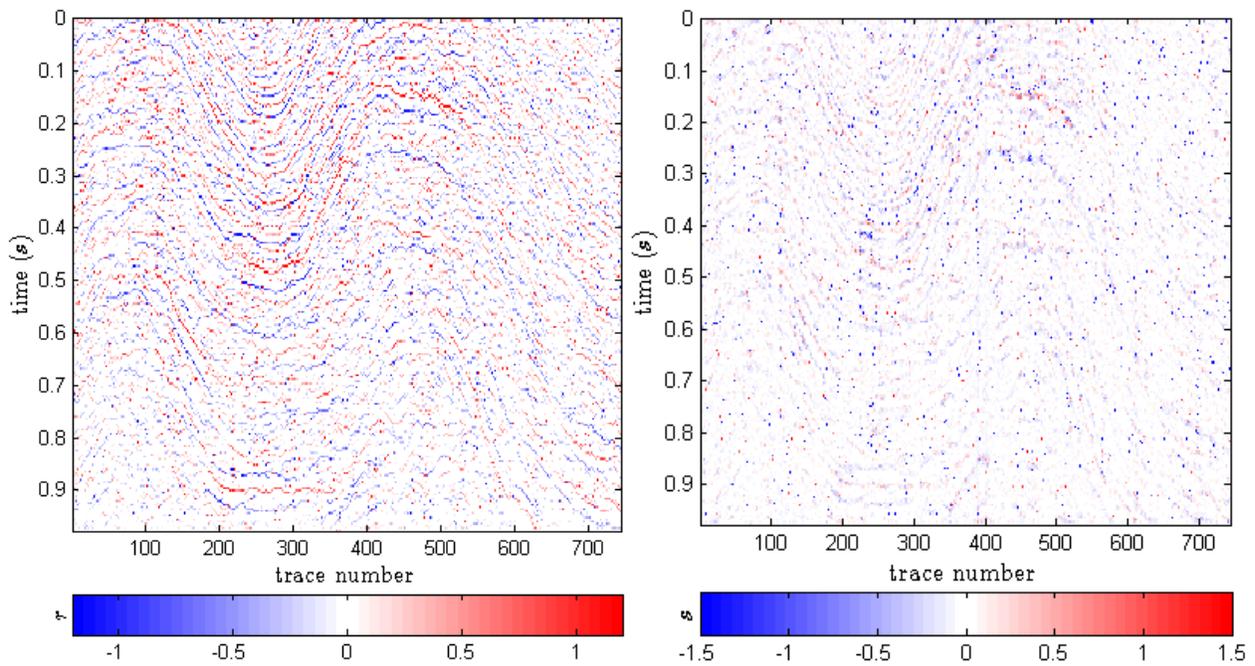


Deconvolución de la crossline utilizando la banda de frecuencias representativa

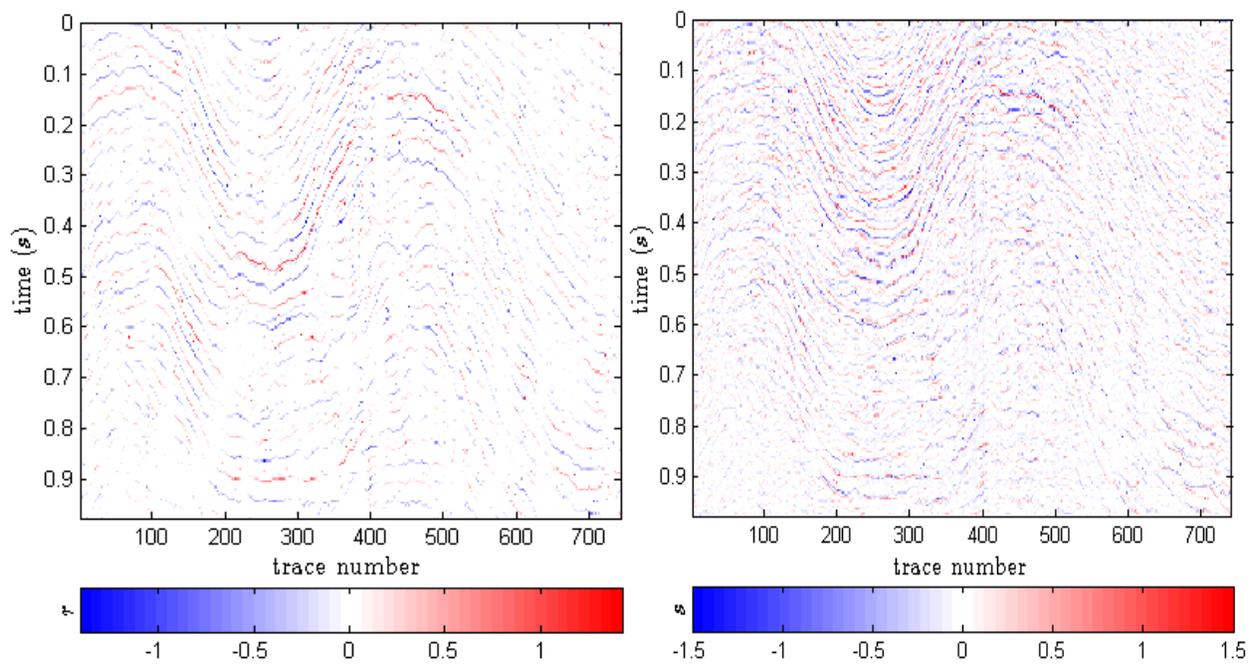


Deconvolución de la crossline utilizando la banda de frecuencia hasta 15 Hz.

Figura 4. 26 Sección sísmica crossline (izquierda) sección sísmica crossline posterior a la deconvolucion con ondícula (derecha).



Sección sísmica filtrada e invertida (10 – 60) Hz con un factor de sensibilidad de 0.1.



Sección sísmica filtrada e invertida (0 – 15) Hz con un factor de sensibilidad de 0.1.

Figura 4. 27 Sección sísmica crossline invertida (derecha) inversión con menor RSS_{μ} , residual correspondiente a cada inversión (izquierda).

La segunda sección invertida tiene como entrada en el flujo de procesos, la sección sísmica filtrada, Figura 4.25, se utilizó el algoritmo de detección de bordes para obtener solamente los eventos representativos que fueron la entrada en el proceso de inversión espectral, el residual se obtuvo con respecto a la deconvolución de la sección original.

La siguiente sección sísmica es una inline, con 551 trazas, 245 muestras y $\Delta t = 0.004$, la cual tiene presentes dos plegamientos cuyos horizontes usaremos de referencia, Figura 4.28, el espectro de magnitud muestra que las frecuencias representativas de la sección pueden considerarse de 0 – 60 Hz; al experimentar con varias escalas en el intervalo de frecuencia 0 – 125 Hz, se encontró, como indica el espectro de magnitud, que un rango favorable de escalas es $\alpha = 0.0025$ a $\alpha = 1.859$, al igual que en el ejemplo anterior. Conforme a lo anterior, utilizaremos un pulso de Ricker para la deconvolución para mantener un grado de amplitud considerable en los datos.

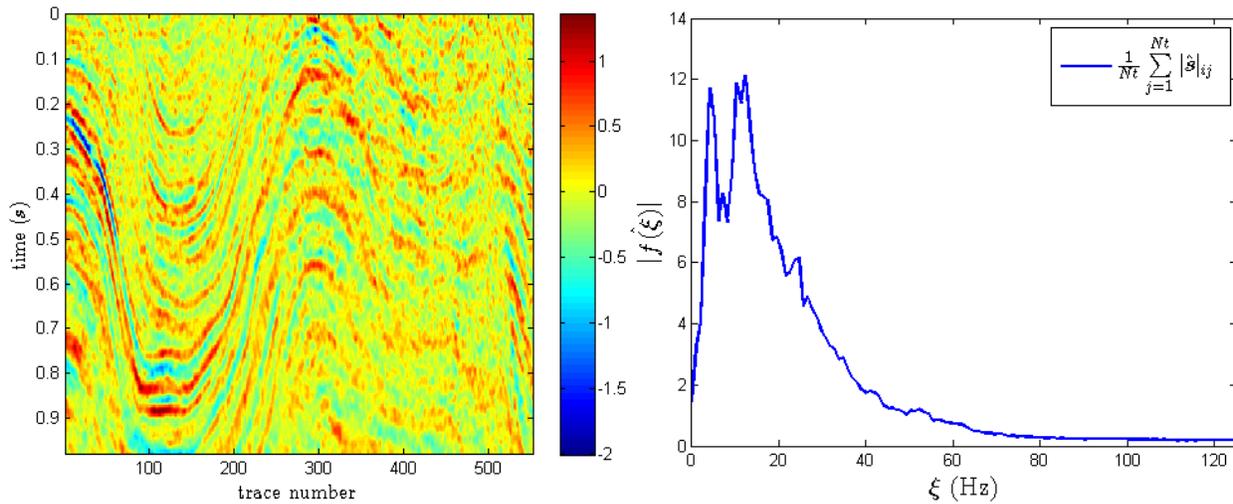


Figura 4. 28 Sección sísmica inline y el espectro de magnitud promedio.

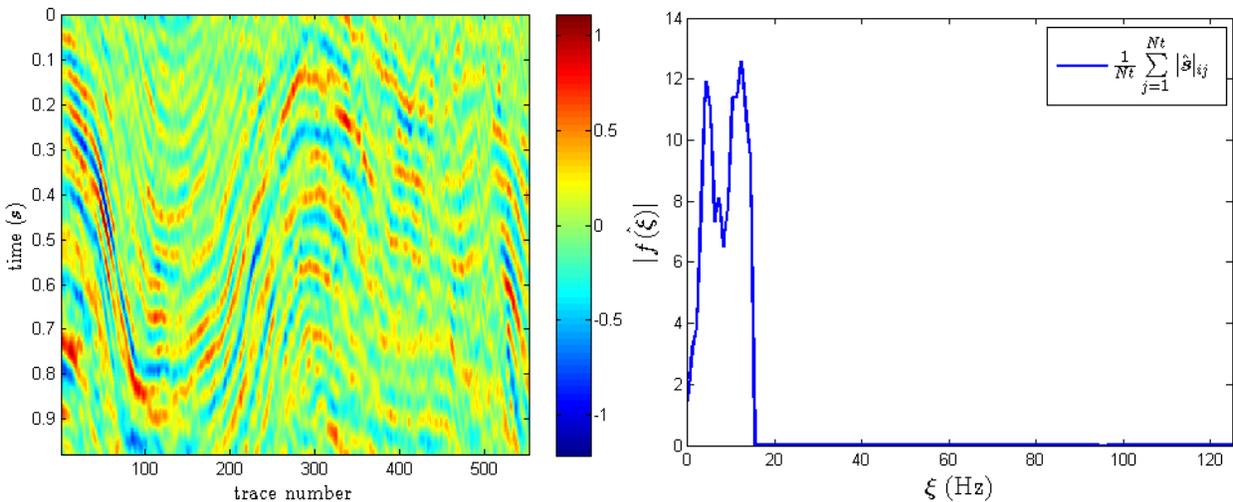
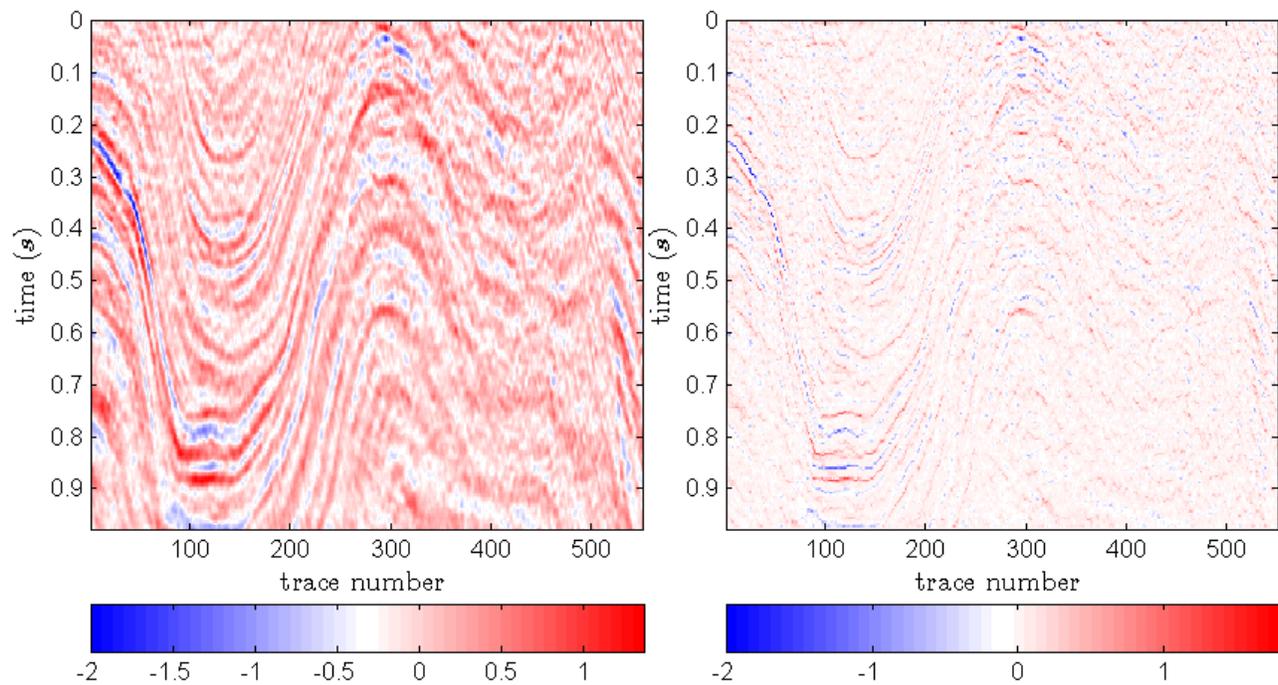
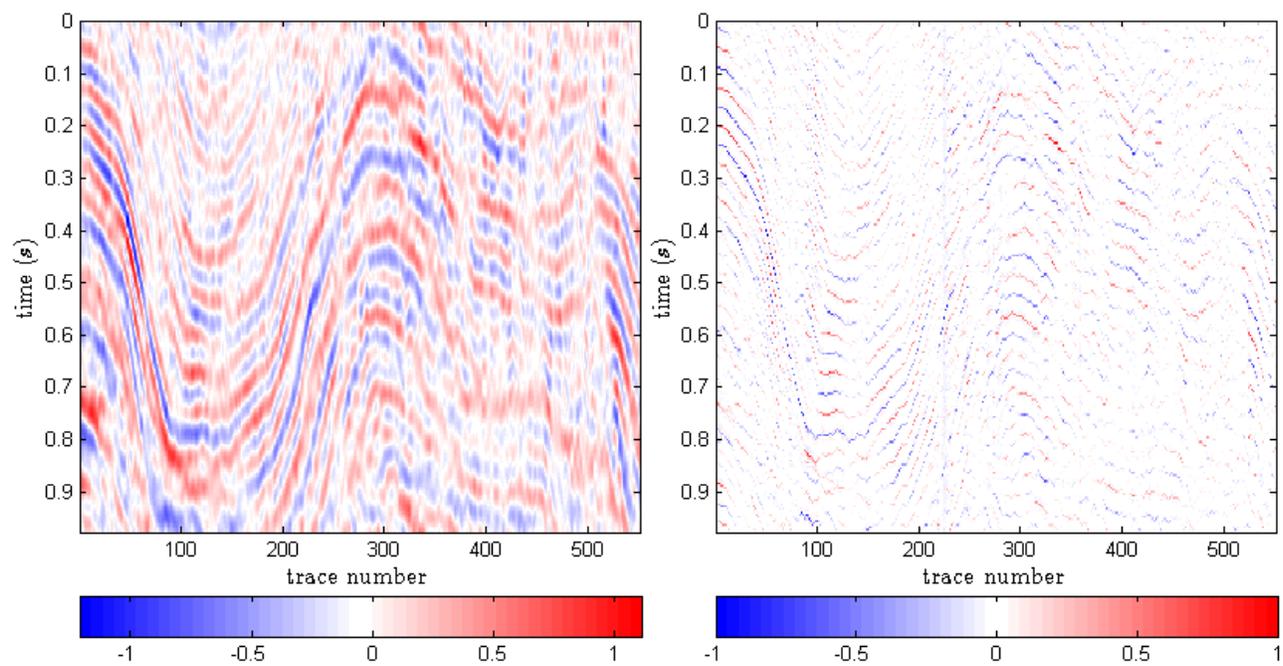


Figura 4. 29 Sección sísmica filtrada 0 – 15 Hz, espectro de magnitud.



Deconvolución de la inline utilizando la banda de frecuencias representativa.



Deconvolución de la inline utilizando la banda de frecuencia hasta 15 Hz.

Figura 4. 30 Sección sísmica inline (izquierda) sección sísmica inline posterior a la deconvolucion con ondícula (derecha).

Parámetros de deconvolución		Algoritmo de Optimización	<i>PSO</i>		
ψ	Ricker	Parámetros	Rango de frecuencia ξ (Hz)	Sensibilidad	RSS_{μ}
α	ξ_{α}	Inversión 1	15 – 35	0.1	0.00341
0.0025	98.0	Inversión 2	0 – 15	0.5	1.26335
1.8590	1.859				

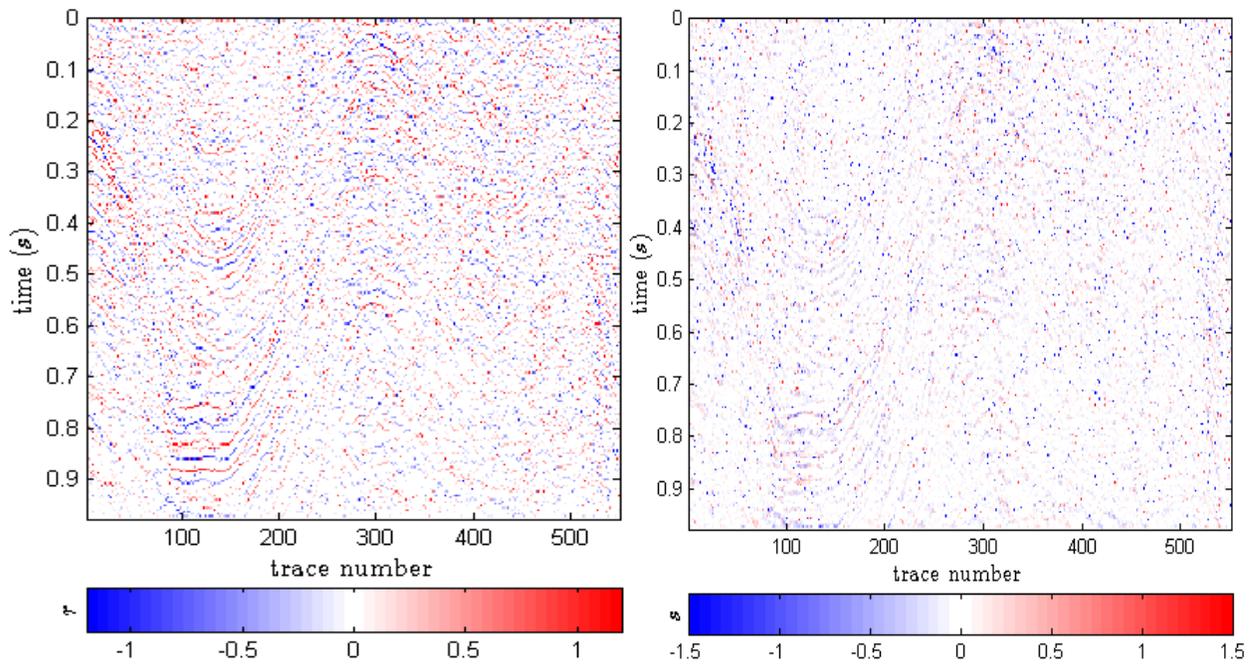
Tabla 4. 12 Parámetros de deconvolución e inversión, Inline.

En la sección sísmica deconvolucionada y original, Figura 4.30, podemos observar una pérdida de detalle significativa entre las trazas 350 – 551, podemos establecer que es una zona de dispersión y no están dentro de la región de interés, concluyendo que la amplitud y naturaleza difusa de los eventos contribuye a que no tengan mucha presencia posterior a la deconvolución.

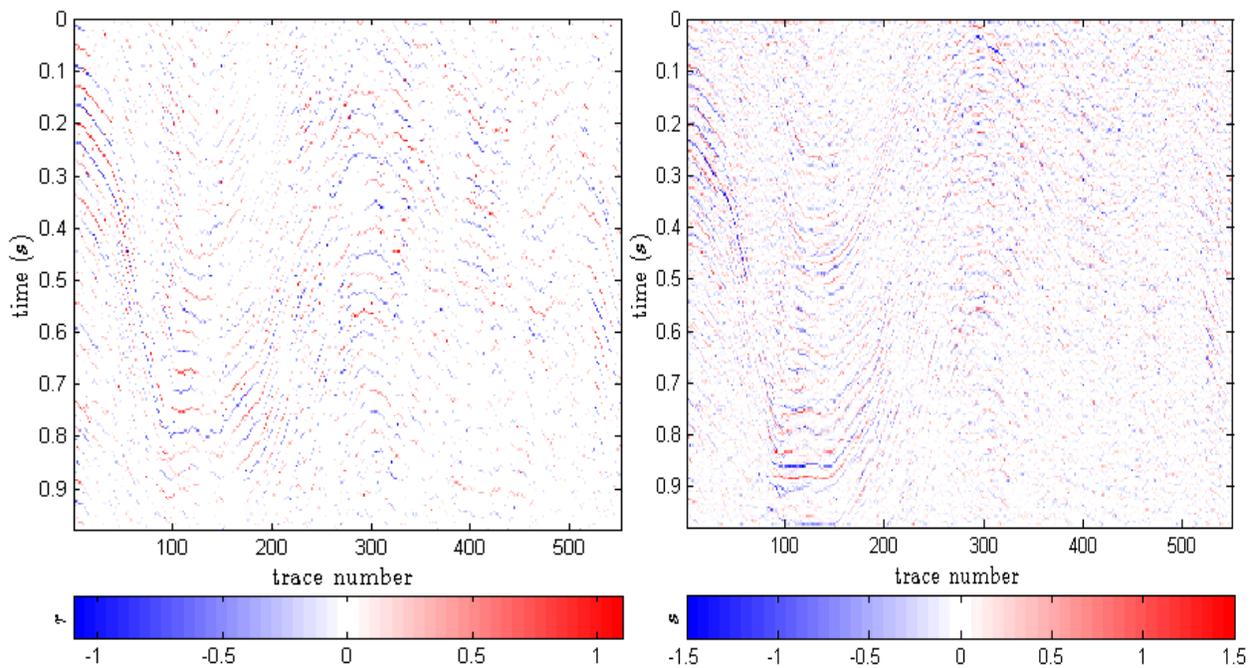
Finalmente conforme a la magnitud de las amplitudes de los horizontes representativos, el rango de sensibilidad lo estableceremos de 0.1 – 0.5, y conforme a la experimentación presentamos dos secciones en función de los coeficientes invertidos, que son considerables para motivo de análisis.

La primera inversión, Figura 4.31, muestra una buena retención de la tendencia general de los horizontes de mayor amplitud además podemos identificar los plegamientos de la sección original en función de la reflectividad, uno de los inconvenientes que se presenta es en la parte más difusa de la sección como se mencionó anteriormente hay pérdida de coherencia de eventos y continuidad.

Al igual que en el ejemplo anterior, la segunda sección invertida es la sección sísmica filtrada de la, Figura 4.29, se utilizó el algoritmo de detección de bordes para obtener solamente los eventos representativos que fueron la entrada en el proceso de inversión espectral, el residual se obtuvo con respecto a la deconvolución de la sección original.



Sección sísmica filtrada e invertida (10 – 60) Hz con un factor de sensibilidad de 0.1.



Sección sísmica filtrada e invertida (0 – 15) Hz con un factor de sensibilidad de 0.1.

Figura 4. 31 Sección sísmica inline invertida (derecha) inversión con menor RSS_{μ} , residual correspondiente a cada inversión (izquierda).

Discusión de resultados

En este apartado se discuten los resultados obtenidos a partir de la aplicación del esquema de procesos para implementar la inversión espectral, donde se hace hincapié en el análisis de las diferencias en el desempeño, eficacia y resultados de los procesos numéricos que integran la metodología.

La experimentación con los algoritmos de optimización en modelos sintéticos, tuvo como finalidad probar su efectividad en el cálculo de la respuesta optimizada. En los primeros experimentos aquí mostrados, se procuró que la separación entre reflectores no alcanzara el límite de resolución t_R ; los eventos transitorios están definidos en tiempo y la interferencia entre reflectores es casi nula, el único factor de interferencia que se presenta es el ruido, Figuras 4.1 – 4.9. En los tres pares de señales sintéticas, se obtiene una distribución de lóbulos en toda la banda de frecuencias de la señal, característicos del problema directo, por lo que la inversión puede aplicarse en toda la banda de frecuencias, y no está limitada por la banda de frecuencia propia de la fuente ($\xi_p = 4 \text{ Hz}$), aunque la distorsión en el espectro de magnitud provocada por el ruido, se presenta hasta la máxima frecuencia observable ξ_N .

Los resultados de la inversión en señales sintéticas, con los tres algoritmos de optimización, tienden a la convergencia de la función de minimización, teniendo mayor estabilidad con los algoritmos de búsqueda global (*GA* y *PSO*), evitando los mínimos locales, pero con un mayor costo computacional, Figura 4.13.

Cabe destacar, que la estabilidad y los resultados del algoritmo *ISGI* están condicionados por el modelo inicial y el contenido de ruido en los datos observados; En la banda de frecuencia con mayor presencia de ruido, el algoritmo *ISGI* es más inestable para alcanzar la convergencia (Banda de frecuencia 20 – 30 Hz Figura 4.3). El *GA* tiene resultados aceptables; la estimación de la solución converge de manera estable, no necesita modelo inicial y tiene buenos resultados en las bandas de frecuencia donde el ruido es significativo (Banda de frecuencia 20 – 30 Hz Figura 4.6); las desventajas son el tiempo de cómputo, la tasa de convergencia, y la discretización del dominio de solución. El *PSO* tiende a tener mayor estabilidad que el *ISGI* y menor tiempo de cómputo que él *GA*, no requiere modelo inicial, el dominio de solución no se discretiza y sólo se establecen los límites del dominio, además se obtuvo una buena estimación de parámetros en una banda de frecuencia con mayor presencia de ruido, Figura 4.9.

La segunda parte de la implementación de la metodología de inversión espectral en modelos sintéticos, está enfocada en comparar los procesos numéricos conforme a sus resultados, así como el análisis de modelos más complejos, con más de dos reflectores o con eventos intermitentes debajo del límite de resolución t_R ; conforme lo anterior, también introducimos la implementación de ventanas de tiempo, delimitadas por un algoritmo de análisis de bordes que depende de un factor de sensibilidad (en función de la amplitud de la señal s); en teoría se utiliza el mismo operador que actúa sobre la matriz W , y que sistemáticamente permite delimitar las ventanas de inversión con pares de reflectores, Figura 4.15; A diferencia del trabajo de Castagna y Puyear (2008), donde se utiliza una ventana móvil de tiempo constante, que optimiza un modelo en cada ventana en función de las componentes par e impar.

El primer modelo sintético, consta de una ventana de tiempo con dos reflectores, cuya la finalidad fue probar los tres algoritmos de optimización y los dos métodos de deconvolución, y conforme a los resultados pudimos observar, que la eficiencia computacional del algoritmo *PSO* fue superior; aunque en términos de error, los tres algoritmos (*ISGI*, *GA* y *PSO*) obtuvieron resultados similares; además, la deconvolución con ondícula permitió calcular la inversión fuera del rango de frecuencia de la función $w(\xi)$ (0 – 7 Hz), obteniendo los parámetros optimizados de menor error, en (15 – 20 Hz), por lo que podemos concluir que el estimar resultados fuera de la frecuencia representativa de $w(\xi)$, mejora la calidad de los parámetros calculados.

En el segundo modelo sintético, se estiman los parámetros optimizados de una señal con múltiples eventos; el análisis de error muestra que, en los eventos que tengan interferencia destructiva o constructiva con otros, la inversión tendrá resultados con mayor incertidumbre; por ejemplo, en la ventana 2, el tercer reflector es aquel que tiene mayor error asociado, podemos observar en el escalograma de la Figura 4.15, que el evento en cuestión no

está bien definido, y al sintetizarlo, no se aproxima su magnitud real correctamente Tabla 4.6. En la inversión del segundo modelo, se utilizaron los tres algoritmos de optimización, aunque con resultados similares en los modelos optimizados, los tiempos de cómputo muestran nuevamente la efectividad del algoritmo *PSO*, por lo tanto, podemos establecer, que es la opción más óptima para aplicar la inversión de manera exhaustiva, cuando la cantidad de datos sea considerable.

Para tener una estimación de la resolución de la deconvolución y la inversión en conjunto, el modelo sintético 3, Figura 4.17, fue elaborado de manera que la separación entre reflectores se incrementa conforme al número de traza, al igual que las señales sintéticas anteriores, este modelo tiene ruido añadido. Primero se muestra el modelo con la firma de la fuente removida, Figura 4.18, utilizando análisis de ondícula con un pulso de Ricker como ψ , el cual ya tiene un límite de resolución asociado, ecuación (4.1); posteriormente se aplicó la inversión tomando diferentes bandas de frecuencia, utilizando el *PSO* por su eficiencia computacional y por la simplicidad de las señales de este modelo. En los resultados, la deconvolución permite sintetizar los eventos reflejados, conservando un porcentaje considerable de la amplitud original; aunque debajo del límite de resolución t_R los eventos no se calcularon correctamente, suprimiendo algunos de los eventos o estimando una separación T errónea. En la inversión, se utilizaron diferentes bandas de frecuencia para obtener las respuestas optimizadas de menor error; el modelo optimizado muestra resultados estables conforme se va alejando del límite de resolución, Figura 4.19.

El modelo sintético 4, contiene estructuras con plegamientos de diferentes espesores, también fue procesado para tener una aproximación más realista a los datos sísmicos reales. El objetivo fue presentar el efecto que tiene la función ψ en la síntesis de eventos y nuevamente en la incertidumbre de la metodología al alcanzar el límite de resolución t_R . La sección optimizada presenta eventos no estimados apropiadamente, debido al efecto que tiene el límite de resolución, en el cálculo de la inversión, Figura 4.23, los reflectores en los plegamientos de menor espesor son los que tienen menor amplitud debido a la deconvolución, además la elección de la función ψ tiene un efecto directamente en la síntesis de la señal sísmica. Algunos resultados en el modelo sintético 4, muestran valores negativos o valores muy pequeños, referentes al par de lóbulos asociados a la fuente sísmica w , Figura 4.23 (recuadro rojo), que no pudieron ser suprimidos correctamente, por lo que fueron estimados como reflectores, añadiendo incertidumbre al cálculo de inversión, lo que representa falsos reflectores; el ruido añadido fue discriminado por el umbral de amplitud que delimita las ventanas.

Finalmente la metodología de inversión espectral se probó en datos reales, que constan de dos secciones sísmicas; los resultados se analizaron en función de las características propias de las señales sísmicas, como son su amplitud, coherencia con la continuidad lateral, y análisis de las componentes regionales y de detalle, que resaltan las características estructurales de la imagen sísmica.

La inversión en datos reales se realizó con diferentes bandas de frecuencia, pudiendo conservar los horizontes representativos de las formaciones contenidas en cada sección, donde se conserva una amplitud considerable después de la deconvolución, lo que permite poder discriminar ruido invirtiendo en diferentes bandas de frecuencia o utilizando el factor de sensibilidad, Figura 4.26. La crossline invertida muestra coherencia en la mayoría de los horizontes, Figura 4.27, aunque utilizando la sección filtrada podemos analizar e invertir los eventos más representativos. En la zona de dispersión de la inline, es donde más se pierde amplitud y coherencia de eventos, Figura 4.30, probablemente por lo caótico de la distribución de reflectores, sin embargo, para conservar los eventos de mayor amplitud, en este caso, se propone utilizar el método de detección de bordes, utilizado para detectar las líneas de máximos locales y conservar amplitud, en lugar de una deconvolución del tipo sparse spike, Figura 4.30.

Finalmente podemos establecer la metodología como herramienta de interpretación cualitativa, en términos que permiten obtener la imagen sísmica en función de los contrastes de impedancia sísmica, pero que necesariamente deben integrarse con información complementaria, (por ejemplo: registros de pozos), para obtener un modelo de impedancias y darle un significado geológico a los datos, y para una caracterización sísmica de yacimientos más robusta.

Conclusiones

La calidad estadística de los datos sísmicos, es un factor determinante en los resultados de la inversión, esto dependerá tanto de la adquisición, procesado y de la fase de evaluación e interpretación de los datos.

La deconvolución determinista limita la banda de frecuencia de los coeficientes de reflexión, a la banda de frecuencia de la fuente, por lo que la inversión espectral también queda limitada. Por otra parte, el factor de amortiguamiento tiende a distorsionar el espectro complejo de los coeficientes de reflexión, ya que modifica la magnitud del espectro representativo del par de impulsos en el dominio de las frecuencias.

La deconvolución con ondícula permite obtener una primera aproximación a la magnitud real de los coeficientes de reflexión y obtener el espectro de amplitud del par de coeficientes de reflexión hasta la frecuencia de Nyquist ξ_N . Una de las desventajas es el límite de resolución propio de cada función de base ψ , que introduce incertidumbre al sintetizar los eventos que no se diferencian apropiadamente en el escalograma. Adicionalmente podemos incluir que las características propias de cada familia de ondículas, tienen un efecto en la detección de máximos locales, y en la reconstrucción de los eventos transitorios.

La función ψ utilizada para síntesis de las líneas de máximos locales, tiene un efecto sobre los eventos que se reconstruyen, por lo tanto conviene analizar adecuadamente y experimentar, el tipo de función base ψ que se aplica para la W_f . Las propiedades individuales de cada familia de ondícula ayudan a tener mayor o menor correlación con ciertos eventos transitorios.

El error asociado al proceso de deconvolución (como la pérdida de amplitud), añade incertidumbre al cálculo del proceso de inversión, por lo que debe aplicarse estableciendo parámetros óptimos para evitar una propagación del error y calcular estimaciones erróneas de los parámetros sísmicos.

Adicionalmente el parámetro T estimado del escalograma W_f ayuda a pre acondicionar la inversión espectral, además de que se puede utilizar para el modelo inicial para el algoritmo *ISGI*, y como referencia para establecer los límites del dominio de los algoritmos *GA* y *PSO*.

La calidad del cálculo de los parámetros optimizados, dependerá de la banda de frecuencia en la que se aplique el proceso de inversión, es necesario considerar que la banda de frecuencia elegida para la invertir, debe conservar las características propias del espectro complejo de los coeficientes de reflexión, tales como su posición y amplitud.

De los algoritmos de optimización presentados, los heurísticos son los que proporcionan los resultados más estables, siendo el *PSO* más eficiente que el *GA* ya que no crea nuevos modelos en cada iteración, sino que perturba la población inicial conforme a la calidad de las soluciones individuales y la mejor solución global.

La metodología en conjunto, constituye un método intuitivo para realizar la inversión, cabe destacar, que debido a la naturaleza numérica de los procesos, es conveniente aplicar el método de inversión en ventanas de tiempo con eventos de interés. Es posible obtener volúmenes considerables de datos en términos de la reflectividad, pero debido al factor de discriminación de amplitud y a la cantidad de ventanas para invertir, el tiempo de cálculo se incrementa y se discriminarían amplitudes que en otras secciones de los datos podrían considerarse como información de interés.

Finalmente la metodología aquí propuesta, permite realizar la inversión en diferentes bandas de frecuencia, sin necesidad de conocer la firma de la fuente sísmica, ya que esta es removida utilizando solo la banda de frecuencias propias de la señal. Además el algoritmo *PSO* se presenta como un método eficiente para obtener los parámetros optimizados, sin necesidad de un modelo inicial. Por lo tanto, podemos situar el flujo de procesos del esquema de solución, como una herramienta complementaria, robusta en el análisis de señales para la interpretación sísmica.

Recomendaciones y Trabajos Futuros

La introducción de información a priori y establecer parámetros de restricción en el proceso de inversión, pueden ayudar a obtener mejores estimaciones al aplicar el método de inversión espectral, esta información puede tomarse de las mediciones estimadas en los registros de pozo.

La metodología propuesta está diseñada para una interpretación y estimación de parámetros a detalle, siendo computacionalmente más costosa que los métodos convencionales de inversión de datos sísmicos, se recomienda aplicarla sólo en ventanas sísmicas que contengan información que el intérprete considere de interés.

El método de inversión espectral, al ser dependiente de las frecuencias y por aplicarse en intervalos de tiempo consecutivo en todo el dominio de la traza sísmica, puede incorporarse en un esquema de compensación por el factor de atenuación Q , esto podría mejorar la calidad de los resultados de la inversión.

Conforme a la aplicación de W como una herramienta de análisis de tiempo escala, se propone que en trabajos futuros pueda aplicarse la $W_{f(\alpha, \tau, \gamma)}$, donde γ es ángulo de rotación (Antonie y Murezi, 1996), para realizar operaciones de filtrado espacial (ejemplo filtrado F-K), y para la supresión de ruido coherente en el flujo de procesamiento. Además también que modificar el planteamiento del problema inverso para poder aplicar el método de inversión a datos sísmicos con anisotropía donde se considere incidencia oblicua, en lugar de incidencia normal.

Se propone incluir en la metodología la transformación de la firma de la fuente de fase mínima a fase cero dentro del flujo de procesos, además de experimentar con otros análisis tiempo frecuencia como la transformada S, de ondícula discreta y discreta compleja, así como la transformada Curvelet, entre otras; también queda decir, que probar otros métodos de optimización heurísticos probabilísticos y de población pueden ayudar a obtener mejores resultados o diferenciar que métodos de optimización global son mejores para este problema de inversión.

Finalmente para un trabajo futuro que aborde la teoría y resultados aquí presentados, se sugiere plantear todo el esquema de inversión en el dominio de la escala, evitando la síntesis de las líneas de máximos locales y pasar directamente a la solución del problema inverso, esto permitiría ahorrar tiempo de cómputo y conservaría la posibilidad de realizar la inversión en diferentes bandas de frecuencia.

Apéndices

A. Problema inverso planteado en el dominio de las frecuencias

El plantear la solución del problema inverso en el dominio ξ , en principio es una útil para poder estimar los parámetros m_j a distintas bandas de frecuencia, pero conlleva a realizar un análisis del problema para estimar la fiabilidad y complejidad del cálculo de la solución. Dependiendo del problema, se debe analizar si cambiar el dominio de definición podría ayudar a simplificarlo, hacerlo operacionalmente más sencillo, o reducir la no linealidad.

En el contexto del proyecto de investigación, el problema directo está planteado en dominio ξ por las ventajas que se tienen al estimar ciertos parámetros, también por motivos operaciones al reducir el número de parámetros a optimizar además de poder calcular la solución del problema en distintas bandas de frecuencia.

Para aplicar el proceso de inversión en el dominio de las frecuencias, se debe formular una expresión del problema directo en el dominio ξ , ecuación (A.1).

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(d) &= \mathcal{F}(G(m)) \\ \mathcal{F}_t(G(m_j, t)) &= \hat{G}(m, \xi) \end{aligned} \tag{A.1}$$

También puede plantearse la estimación del vector $\Delta \mathbf{m}$, de tal manera que la matriz \mathbf{G}_L está definida en el dominio de la frecuencia, ecuación (A.2).

$$\Delta m_j = \mathcal{F}^{-1}[(\hat{f}_{jL} \hat{f}_{Lj}) \hat{f}_{jL}] \Delta d \tag{A.2}$$

En el caso de que se linealice el problema directo y a partir de este plantear el problema inverso, ecuaciones (1.16) y (1.18), es necesario calcular las derivadas parciales con respecto a cada parámetro, que constituyen la matriz \mathbf{J} este procedimiento puede obtenerse analíticamente, ecuación (A.3), o se puede calcular una aproximación numéricamente

$$\mathcal{F} \left(\frac{\partial G_i}{\partial m_j} \right) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{G}(m_j, \xi_1)}{\partial m_1} & \dots & \frac{\partial \hat{G}(m_j, \xi_1)}{\partial m_M} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial \hat{G}(m_j, \xi_N)}{\partial m_1} & \dots & \frac{\partial \hat{G}(m_j, \xi_N)}{\partial m_M} \end{bmatrix} \tag{A.3}$$

$$\frac{G(m_1 + \Delta m_1, m_2, \dots, m_M, \xi) - G(m_1, m_2, \dots, m_M, \xi)}{\Delta m_1} \tag{A.4}$$

Ciertamente el proceso de manejar la matriz compleja $\hat{\mathbf{J}}$ tiene mayor complejidad que manejarla en el dominio de definición (t en la ecuación (A.1)); una opción es estimarla en términos del espectro de magnitud $|\hat{\mathbf{J}}|$ así todas las operaciones se manejan en términos de números reales.

B. Problema inverso con restricciones

En la estimación de la solución del problema inverso, la solución puede estar sujeta a información a priori o a condiciones impuestas por el problema analizado. Siendo F un operador que representa el problema directo y h la restricción, la relación se describe como

$$\begin{aligned} Fm &= h \\ F_p' m' &= h_p \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Donde p es número de restricciones. Los operadores de Lagrange consisten en una serie de multiplicadores λ_p asociados a cada restricción a la que esté sometida la minimización de la función objetivo $E(m)$

$$L(m, \lambda) = E(m) + \lambda_1(F_1^T m - h_1) + \dots + \lambda_p(F_p^T m - h_p) \quad (\text{A.6})$$

Al substituir las restricciones, ecuación (A.6), en el planteamiento de la solución del problema inverso, y derivar la función L con respecto m , el problema de inverso queda descrito como

$$\frac{\partial L(m, \lambda)}{\partial m^T} = \frac{\partial}{\partial m^T} (d - Gm)^T (d - Gm) + \lambda_p (F_p^T m^T - h_p) = G^T Gm - G^T d + \lambda F^T \quad (\text{A.7})$$

En su forma matricial, la ecuación (A.7), puede resolverse para m y λ estimando la solución de la matriz inversa generalizada.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G}'\mathbf{G} & \mathbf{F}' \\ \mathbf{F} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{m} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}'\mathbf{d} \\ \mathbf{h} \end{bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

C. Algoritmo genético

El algoritmo genético está basado en el proceso de evolución y selección natural al que están sometidos los organismos vivos, mediante de los mecanismos de adaptación, cruce y mutación; se selecciona a los mejores individuos de una población dado su fenotipo; en términos del problema inverso, el fenotipo es asignado como una cadena binaria que define los atributos de cada individuo, llamándolo cromosoma.

El algoritmo genético *GA* hace un uso exhaustivo del problema directo, evaluando varios modelos o estados en el todo el dominio solución, lo que se conformara la población, de esta manera, el algoritmo busca un mínimo de la función objetivo (solución óptima), sin caer en mínimos locales (Mrinal y Stoffa, 2013).

- Función de adaptabilidad

Al utilizar algoritmos genéticos en la solución de problemas de optimización, se crea una población que consta de un número de modelos con parámetros definidos en el espacio de soluciones, posteriormente se evalúa el problema directo para cada uno de ellos; utilizando la función objetivo $E(m) = |d - Gm|$, se obtienen los valores de adaptabilidad y se utiliza la función ruleta para obtener un vector de ponderaciones donde se toman los mejores modelos y se les da un mayor peso a los que mejor evaluación tienen.

- Selección

La función de selección se encarga de elegir a los mejores individuos de la población en base a la magnitud de adaptabilidad, posteriormente de manera aleatoria se seleccionan un conjunto de individuos aleatoriamente que conformaran la lista de selección, la probabilidad de escoger a un individuo está dado por la siguiente ecuación

$$P_n = \frac{f_n}{\sum_j^n f_j} \quad (\text{A.9})$$

Donde f es la magnitud de adaptabilidad, la relación muestra que, entre más adaptado esta un individuo, tiene más probabilidad de ser elegido.

- Cruza

La cruce combina se encarga de combinar las cadenas de dos individuos del conjunto de mejor adaptación y crea un tercero que esté presente en la siguiente generación, tomando una parte del código binario de cada individuo, se crea el código binario de la descendencia.

- Mutación

La mutación consta de modificar aleatoriamente uno o más genes de la cadena binaria de un porcentaje de la población de una generación, es decir, que se tomara de manera aleatoria uno o más individuos, dependiendo del coeficiente de mutación y se modificaran un cierto número de bits para introducir en la siguiente generación un rango de incertidumbre.

D. Optimización por enjambre de partículas

El algoritmo de optimización por enjambre de partículas *PSO* (Kennedy y Eberhart, 1995), está basado en el comportamiento social de los organismos vivos en un grupo, tales como las bandadas de aves, analizando el comportamiento de cada individuo su relación con el grupo.

Cada individuo o partícula representa una posible solución al problema de optimización, el movimiento de las partículas está definido en todo el dominio de solución, según los principios que rigen la posición y el comportamiento del enjambre. El movimiento de cada partícula está en función de su posición actual, y por las mejores posiciones globales tanto de cada partícula individual, como por la partícula con mejor posición en el enjambre. El algoritmo *PSO* está regido bajo los siguientes principios, que aseguran la calidad de la convergencia de la solución y el funcionamiento del mismo.

- Principio de proximidad

Relaciona la ubicación espacial de las soluciones y la distancia entre ellas, esto garantiza que haya diversidad en el enjambre, siendo inicialmente posiciones aleatorias.

- Principio de calidad

Un individuo debe reaccionar correctamente según su posición, tendiendo localmente hacia los mínimos y manteniendo la tendencia a la exploración en el dominio de la solución influenciada por los factores de movimiento.

- Principio de diversidad de respuesta

Es decir que cada partícula está influenciada por el conocimiento y habilidades propias y por las de la partícula de mejor posición (partícula líder), lo que hace que cada partícula responda de manera particular en su movimiento.

- Principio de estabilidad

Este principio establece que el enjambre no debe presentar reacciones bruscas o inestabilidad durante cualquiera de los estados que se presenten, lo rigen los factores de aceleración e inercia en la ecuación de velocidad de las partículas.

- Principio de adaptabilidad

El enjambre debe cambiar la tendencia del movimiento si esto ayuda a converger la solución, la tendencia sobre la dirección donde el enjambre tienda hacia un máximo global lo definirá la inercia con respecto a la partícula líder.

La partícula posee una posición P , el cual es un vector que contiene los parámetros en los que está definido el espacio de la solución, también cada partícula tiene una velocidad v , la función de velocidad está dada por la siguiente ecuación

$$v_j^{k+1} = wv_j^k + C_1 \text{rand} (Pbest_j - P_j^k) + C_2 \text{rand}(PGbest - P_j^k) \quad (\text{A.10})$$

Donde $Pbest$ es la mejor posición de la partícula en pasado, $PGbest$ son los parámetros de la partícula de mejor posición o partícula líder, w es la constante de inercia, C_1 y C_2 son las constantes de aceleración y $rand$ un número aleatorio.

El factor de inercia w es la magnitud de la velocidad calculada para la siguiente iteración, funciona como un factor de balance entre diversificación e intensificación, por lo que permite que el algoritmo PSO , tenga dos fases, la de exploración, donde las partículas están moviéndose por todo el dominio, y la de colonización, donde las partículas tienden hacia el mínimo global o la posición de la partículas $PGbest$.

$$w = \left[\frac{w_{min} - w_{max}}{(n - 1)} (k - 1) \right] + w_{max} \quad (A.11)$$

Donde w_{max} y w_{min} son los límites de w , n es el número de iteraciones.

Las constantes de aceleración C_1 y C_2 representan factores de peso que representan la magnitud de influencia que tiene la partícula con respecto a su mejor $Pbest$ y la posición de la partícula líder $PGbest$, ambos factores están dados por la ecuación

$$C_1 = \frac{(C_{1min} - C_{1max})}{n} k + C_{1max} \quad (A.12)$$

$$C_2 = \frac{C_{2max} - C_{2min}}{n} k + C_{2min}$$

Finalmente la posición actualizada de cada partícula es la suma de la posición actual y de la velocidad calculada

$$P_j^{k+1} = P_j^k + v_j^{k+1} \quad (A.13)$$

E. Procesamiento del modelo sintético.

En este apartado se describe de forma sintetizada, la metodología para el cálculo del modelo sísmico sintético basado en un modelo geológico real (Modelo sintético 4), éste se elaboró utilizando el software Seismic Unix, para tener un conjunto de datos que representen una aproximación a la naturaleza real de las señales sísmicas. Además se describen brevemente algunos conceptos básicos pertenecientes a la terminología utilizada en el método sísmico de reflexión. Para la elaboración del modelo sintético, se implementó un flujo de procesos, que abarca desde el modelado, adquisición y procesamiento, el cual está basado en la metodología que se utiliza en Benz T., Forel D. y Pennington W.D., 2005.

- Seismic Unix SU

Es un sistema de código abierto, que integra un conjunto de módulos para el modelado, procesamiento e interpretación de datos sísmicos que opera sobre sistemas operativos Linux. El sistema SU fue desarrollado y es respaldado por el CWP (Center for Wave Phenomena) en la Escuela de Minas del Colorado.

- Adquisición y trazado de rayos

La adquisición de datos sísmicos en la sección sintética, parte de la simulación de la propagación de la energía de una fuente sísmica sintética a través del modelo de velocidades. Para la aproximación numérica que simula las trayectorias de propagación y los frentes la onda, se utiliza el trazado de rayos o haces Gaussianos (Gaussian beams), una función presente en el sistema Seismic Unix.

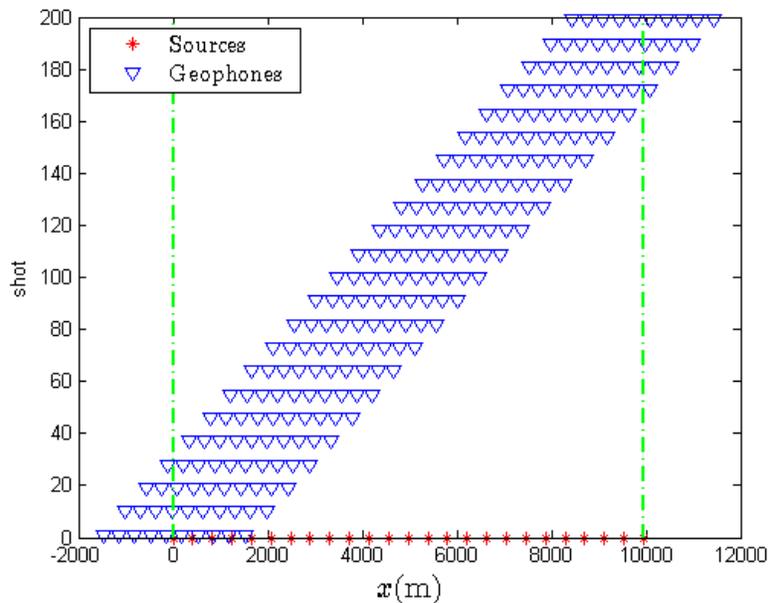


Figura A. 1 Esquema de adquisición. Nota: la figura no ilustra el número real de receptores (Geophones) y fuentes (Sources), solamente ilustra su distribución en $x = 0$, y conforme a sus posiciones cada 20 disparos (shot).

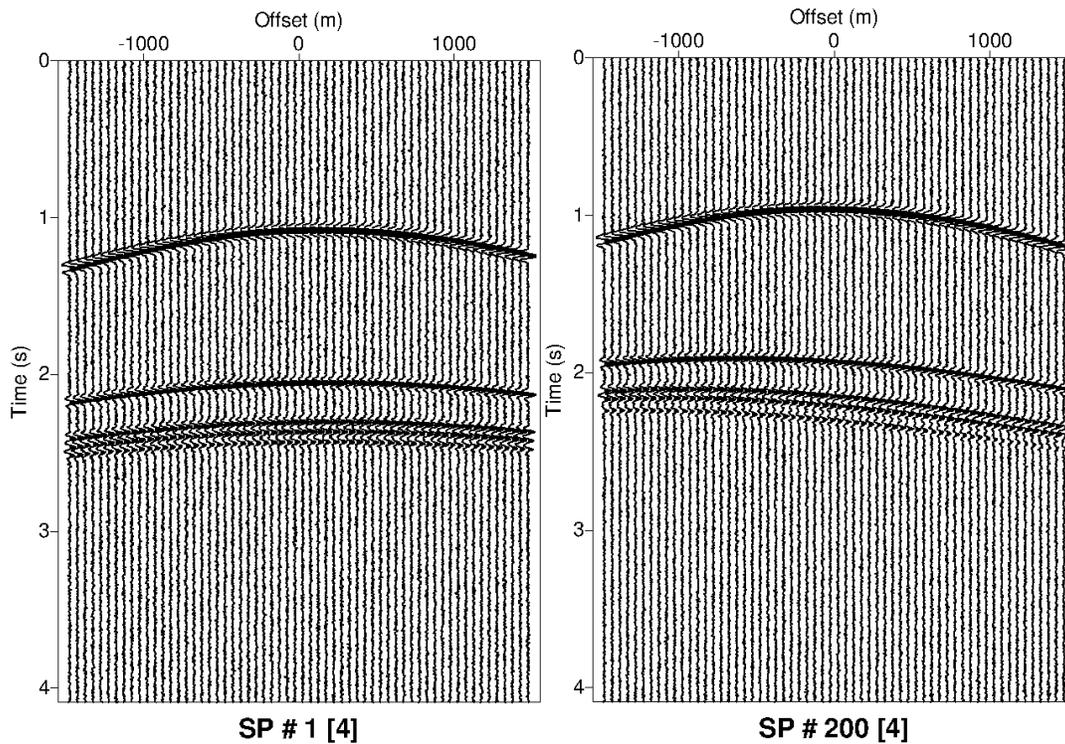
La adquisición está diseñada de forma que obtenemos 12,000 trazas, Figura A.1, a partir de fuentes situadas en la superficie del modelo, al igual que un conjunto de receptores en $z = 0$. Los parámetros de adquisición se describen a detalle en la Tabla A.1. Algunos de los parámetros que entran en la simulación del trazado de rayos, es el número

de rayos que se propagan en el modelo, por default se utilizaron 201, siendo que en modelos más complicados se deben incluir más para obtener una imagen sísmica de mayor detalle. El conjunto de datos sísmicos que se obtienen tienen ruido añadido.

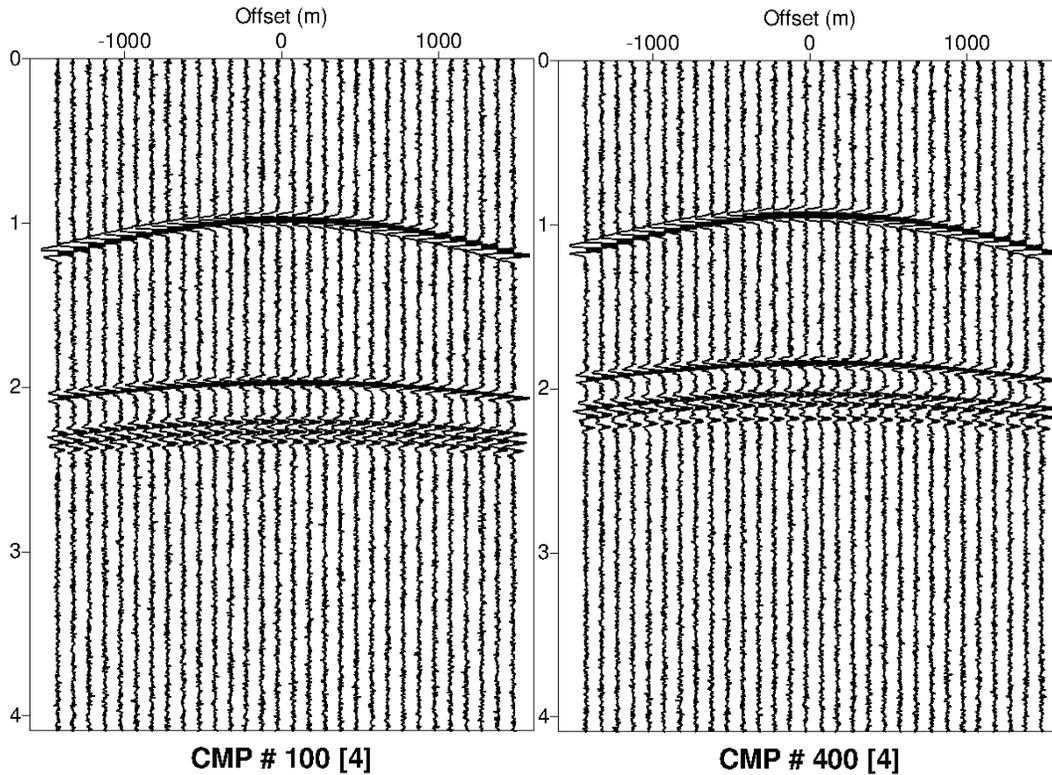
Parámetros de adquisición	
Numero de disparos	200
Offset entre disparos	50 (m)
Numero de receptores	60
Offset entre receptores	50 (m)
Rango de los disparos	0-9950 (m)
Rango de los receptores	-1475-11425 (m)
Numero de muestras N	1024
Δt	0.004 (s)

Parámetros de adquisición del modelo sintético 4.

Las trazas sísmicas tienen un tiempo de registro de 4.096 s. Lo siguiente es examinar los grupos de trazas en función del disparo que registran (Shot Gather), en nuestra adquisición tenemos 200 grupos de trazas de este tipo (SP), Figura. Posteriormente, las trazas que comparten el punto medio en superficie se agrupan (CMP Gather) a partir de los Shot Gathers, como resultado se obtienen un total de 458 grupos de trazas CMP, Figura A.2.



Conjunto de trazas (Shot Gathers) de los disparos 100 y 200.



Conjunto de trazas (CMP Gathers) en los CMP 100 y 400.

Figura A. 2 Trazas agrupadas a) en función de los disparos y b) por los CMP.

- Análisis de velocidades, NMO y Stack

El análisis de velocidades se aplica sobre los CMP Gathers, para obtener los valores de las velocidades v_{nmo} para aplicar la corrección *NMO* (Normal Move Out), con las velocidades obtenidas v_{nmo} , la corrección *NMO* corrige el tiempo de las trazas a un tiempo de zero-offset, lo que es equivalente a que el receptor y la fuente estuviesen en la misma posición, gráficamente aplanan los eventos en los CMP Gathers, Figura A.3.

De forma general, la ecuación (A.14), describe como obtener $\Delta t_n(x)$, que es el corrimiento necesario para convertir el tiempo de la señal sísmica en cualquier offset x a un tiempo de zero-offset, donde T_0 es el tiempo de incidencia normal, y $t(x)$ el tiempo de una traza en función de x .

$$\Delta t_n(x) = t(x) - T_0 = \sqrt{T_0^2 + \frac{x^2}{v^2}} - T_0 \quad (\text{A.14})$$

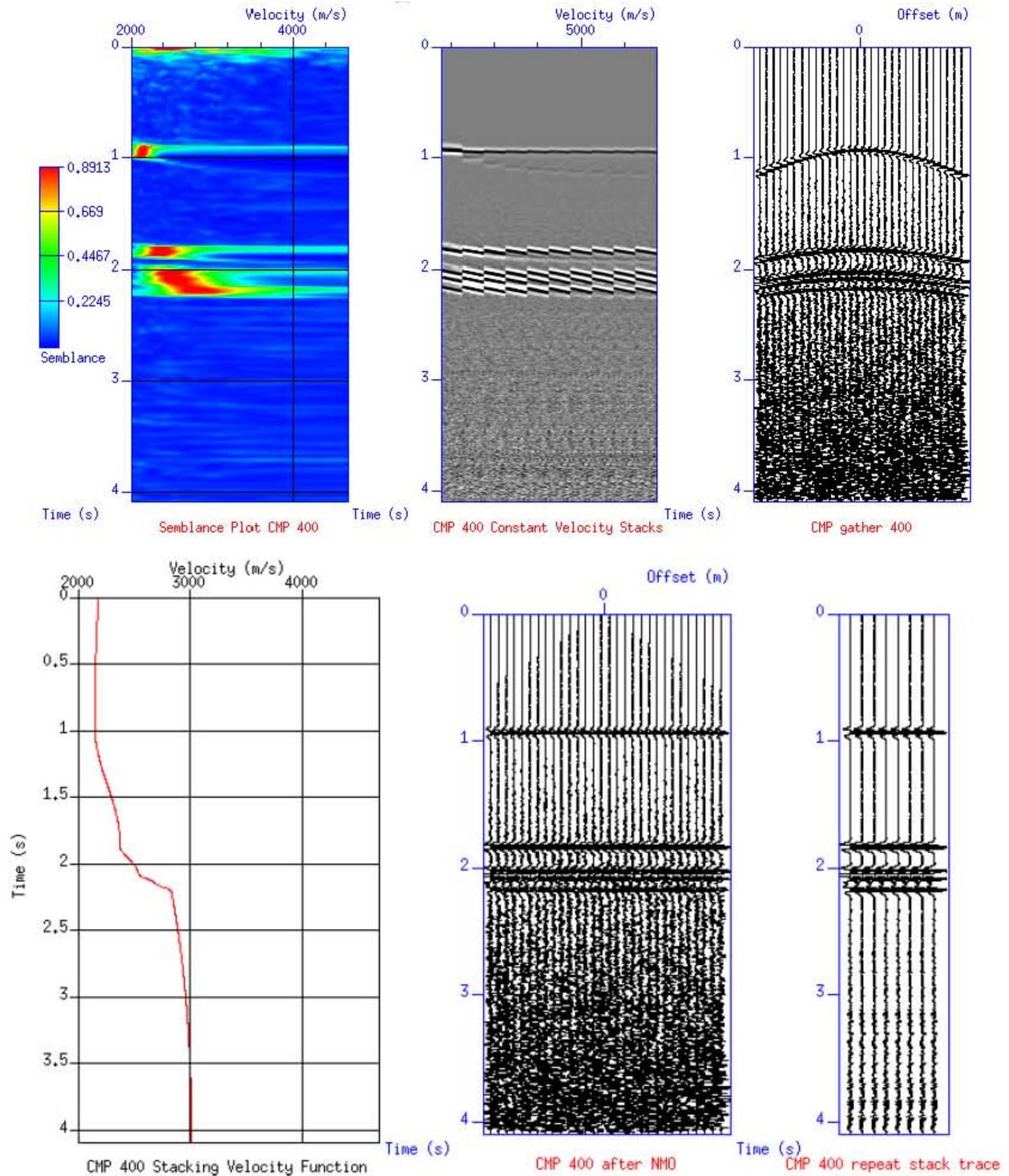


Figura A. 3 Análisis de velocidades en el CMP 400 a) grafica de semblanza y CMP [400] b) picado de velocidades y CMP [400] posterior a la corrección NMO con las velocidades picadas.

- Apilamiento

El apilamiento agrupa las trazas que tienen un punto de reflexión común, como el CMP, y las unifica en una sola señal sísmica, Figura A.4, también atenúa el ruido aleatorio y los múltiples, además mejora la calidad estadística de la imagen sísmica para los procesos siguientes, el apilamiento, el número de trazas apiladas está en función de un factor llamado Fold, cuya magnitud mide la redundancia en que es registrado un CMP dada una geometría de adquisición.

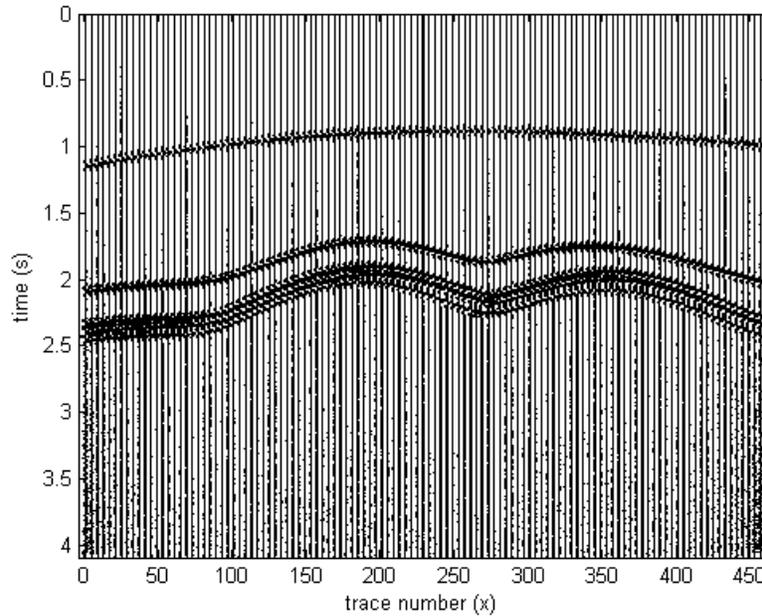


Figura A. 4 Sección sísmica compensada por divergencia esférica, posterior a la corrección NMO y apilada.

- Migración de Stolt

Por ultimo aplicamos la migración, este proceso corrige la posición de los reflectores en capas inclinadas, suprime difracciones e incrementa la resolución espacial de los datos sísmicos.

Existen diferentes algoritmos para realizar la migración; la migración utilizada para el modelo sintético es la migración Stolt (Stolt, 1978), al igual que la migración de Kirchhoff, se basa en el cálculo retrogrado de la ecuación de onda escalar (Scheers, 2001), donde se considera que la velocidad en las direcciones horizontales es constante y la corrección de posiciones de los reflectores se hace en el dominio del número de onda y en el de la frecuencia ξ . Los parámetros que se incluyen son: las velocidades de migración, que se establecen por intervalos de tiempo.

En un reflector plano el tiempo registrado, considerando incidencia normal, es el doble del tiempo de viaje de la fuente al receptor, pero considerando un reflector inclinado, el tiempo de viaje queda determinado en función del ángulo de buzamiento de una capa β .

$$t = \frac{2z}{v}$$

$$t = 2 \frac{z \cos(\beta)}{v}$$
(A.15)

Todos los métodos de migración se derivan de la solución de la ecuación de onda, tales como el método de Kirchhoff

$$\nabla^2 u = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (\text{A.16})$$

Como se mencionó anteriormente, la migración de Stolt trabaja con la solución de la ecuación de onda, posteriormente de haber aplicado el operador \mathcal{F} con respecto a x, y y z .

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \hat{u}(k_x, k_y, z, \omega) = \left(-\frac{\omega^2}{v^2} + k_x^2 + k_y^2 \right) \hat{u}(k_x, k_y, z, \omega) \quad (\text{A.17})$$

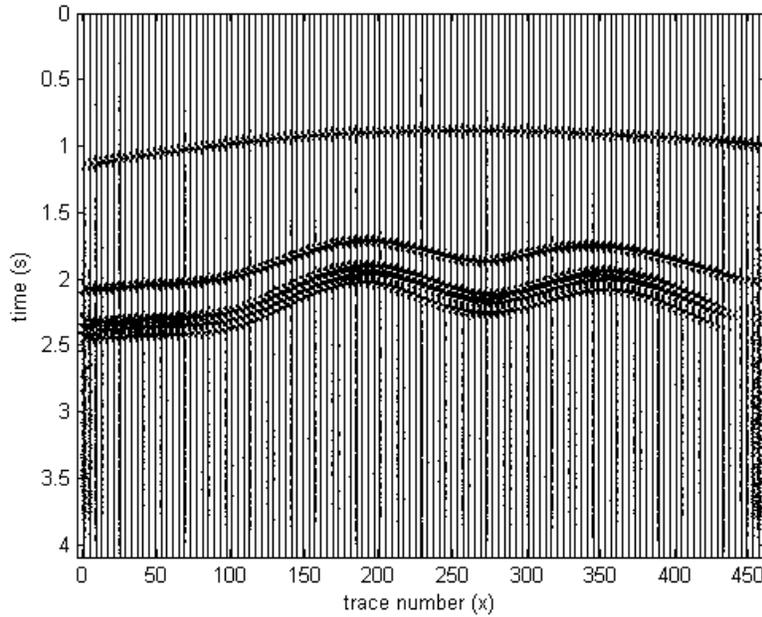


Figura A. 5 Sección sísmica migrada.

Finalmente, después de la migración, los datos son interpretados para darles un significado geológico, (Benz, Forel y Pennington, 2005).

En términos del proyecto de investigación, completado el flujo de procesamiento del modelo sintético, Figura A.5, aplicaremos la metodología de inversión espectral, cuyos resultados se presentan en el Capítulo 4.

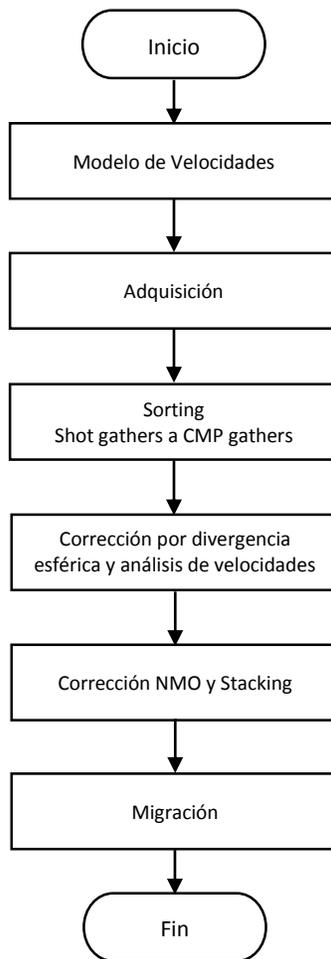


Figura A. 6 Flujo de procesos para el modelo para la elaboración del modelo sintético.

Referencias

- Anstey, N. A., 1982, *Simple Seismics*, Houston: Baird Petrophysical, 168.
- Antonie J. P. and Murenzi R., 1996, Two-dimensional directional wavelets and the scale-angle representation. *Signal Processing* No. 52, pp. 259–281.
- Benz T., Forel D., Pennington W.D., 2005, *Seismic Data Processing with Seismic Unix*, 3rd Chapter, Tulsa: Society of Exploration Geophysicists.
- Bonar David, 2012, *Sparsity and Group Sparsity Constrained Inversion for Spectral Decomposition of Seismic Data*, University of Alberta, Department of Physics, Master Degree Thesis, 1-5.
- Cabrera E., 2012, *Trasformada ondicular discreta y deconvolución de Euler aplicadas al análisis y procesamiento de datos magnéticos*, Instituto Politécnico Nacional, Tesis, pp. 60 -73.
- Castagna, J., Sun, S., and Siegfried, R., 2003, Instantaneous spectral analysis: Detection of low-frequency shadows associated with hydrocarbons, *The Leading Edge*, 22, 2, pp. 120–127.
- Chiao Ling-Yun and Liang Wen-Tzong, 2003, Multiresolution parameterization for geophysical inverse problems, *Geophysics*, Vol. 68, No. 1, pp. 199–209.
- Chung, H., and D. C. Lawton, 1995, Frequency characteristics of seismic reflections from thin beds, *Canadian Journal of Exploration Geophysicists*, 31, pp. 32–37.
- Daubechies, I., 1992, *Ten Lectures on Wavelets*. 2nd ed. Philadelphia, SIAM, CBMS-NSF regional conference series in applied mathematics, 61.
- Fugal D. Lee, 2009, *Conceptual Wavelets in Digital Signal Processing, An In-Depth Approach for the non-Mathematacian*, Space & Signals Technologies LLC.
- Gabor D., 1946, Theory of communication, *J. IEEE*, 93, pp. 429-457.
- Gibbs J.W., 1890, Fourier's series, *Nature* 59, 606.
- Grossmann, A., and J. Morlet, 1984, Decomposition of Hardy functions into square integrable wavelets of constant shape: *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, 15, pp. 723–736.
- Huang, N.E. et al, 1998, The Empirical Mode Decomposition and the Hilbert Spectrum for Nonlinear and Non-stationary Time Series Analysis, *Royal Society Proceedings on Math, Physical, and Engineering Sciences*, Vol. 454, No. 1971, pp. 903-995.
- Kennedy J. and Eberhart R., 1995, Particle swarm optimization, *Proc. IEEE International Conf. on Neural Networks* (Perth, Australia), IEEE Service Center, Piscataway, NJ, pp. 1942-1948.
- Kiran Khonde, Richa Rastogi, 2013, *Recent Developments in Spectral Decomposition of Seismic Data (Techniques and Applications): A Review*, 10th Biennial International Conference & Exposition, Kochis 2013.
- Li, Y. and Zheng. X., 2008, Spectral decomposition using Wigner-Ville distribution with applications to carbonate reservoir characterization, *The Leading Edge*, 27, 8, pp. 1050-1057.
- Lathi B.P, 2001, *Introducción a la teoría y sistemas de comunicación*, Ed. Limusa, México, pp. 51-71.
- Lines, L. R. and S. Treitel, 1984. A review of least-squares inversion and its applications to geophysical problem, *Geophysical Prospecting* 32, pp. 159-186.

Mallat, S., 1999, "A wavelet tour of signal processing" 2nd Edition, Academic Press Inc.

Mallat, S., and Zhang Z., 1993, Matching pursuit with time frequency dictionaries, IEEE Trans. Signal proc., 41, pp. 3397-3415.

Mallat, S., and Zhong S., 1992, Characterization of signals from multiscale edges: IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence, 14, pp. 710–732.

Matos, M.C., and K.J. Marfurt, 2011, Inverse continuous wavelet transform “deconvolution”: 81st Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, pp. 1861–1864.

Matos, M.C., and K.J. Marfurt, 2013, Improving wavelet transform deconvolution with empirical mode decomposition, SEG Houston 2013 Annual Meeting, Expanded Abstracts, pp. 1509-1513.

Mrinal K. Sen, Paul L. Stoffa, 2013, Global optimization methods in geophysical inversion, The University of Texas at Austin, Institute for Geophysics, J.J. Pickle Research Campus, Cambridge University Press, Second edition.

Odebeatu, E., Zhang, J., Champan, M., Liu, E., and Li, X., 2006, Application of spectral decomposition to detection of dispersion anomalies associated with gas saturation, The Leading Edge, 25, 2, pp. 206-210.

Puryear, C. I., and J. P. Castagna, 2008, Layer-thickness determination and stratigraphic interpretation using spectral inversion: Theory and application: Geophysics, 73, no. 2, R37–R48.

Ryan, 1994, A choice of wavelets, CSEG Recorder September 1994.

Scales John A. and Roel Snieder, 2000. The Anatomy of Inverse Problems, Geophysics, Vol. 65, No. 6, pp. 1708-1710.

Scheers Bart, 2001, Ultra-Wideband Ground Penetrating Radar, with Application to the Detection of Anti Personnel Landmines, Royal Military Academy Department of Electrical Engineering and Telecommunications, Brussels, Appendix B, Kirchhoff and Stolt migration, B-1 B-9.

Sheng, Y., 1996, Wavelet Transform. In: The transforms and applications handbook, The Electrical Engineering Handbook Series, Ed. by A. D. Poularikas, Boca Raton, FL (USA), CRC Press, pp. 747-827.

Simm R. and Mike Bacon, 2014, Seismic Amplitude. An Interpreter’s Handbook, Chapter 9 Seismic Trace Inversion, Cambridge University Press.

Sretenovic T. et al, 2009, Some Application of Wavelet Transform In Seismic Data Processing, 5th Congress of Balkan Geophysical Society, BGS.

Stockwell J., 2015, Lab Notes, Chapter 11 Spectral methods and advanced gaining methods for seismic data, Colorado School of Mines, pp. 193 – 195.

Stolt R.H., 1978, Migration by Fourier Transform, Geophysics, Vol. 43, No. 1, pp. 23-48.

Taheri S. M., Javaherian A. and Salahshoor K., 2012. A Discussion on Factors Affecting the Results of Thin Bed Thickness Determination Using Spectral Inversion, Petroleum Science and Technology, 30:8, pp. 841-853.

Tirado, S., 2004, Sand thickness estimation using spectral decomposition: M.S. thesis, University of Oklahoma.

Widess, M. B., 1973, How thin is a thin bed?, Geophysics, 38, pp. 1176-1180.

Yilmaz, Ö., 2001, Seismic data analysis: SEG Investigations in Geophysics No. 10.

Huang Zhong-lai and Zhang Jianzhong, 2013, SEG, A step-by-step algorithm for spectral inversion, SEG Annual Meeting, pp. 4699-4703.