



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
MAESTRÍA EN DOCENCIA PARA LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR  
FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ACATLÁN

**PROPUESTA DE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA LA REPRESENTACIÓN  
E INTERPRETACIÓN DE GRÁFICAS ESTADÍSTICAS ELEMENTALES**

**T E S I S**

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

MAESTRO EN DOCENCIA PARA LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR (MATEMÁTICAS)

PRESENTA:

**LUIS ROMÁN GONZÁLEZ NAVA**

DIRECTOR DE TESIS:

DR. MIGUEL MERCADO MARTÍNEZ. FES ACATLÁN

COMITÉ TUTOR:

DRA. MARÍA DEL CARMEN GONZÁLEZ VIDEGARAY. FES ACATLÁN

DRA. MYRNA MIRIAM VALERA MOTA. FES IZTACALA

SANTA CRUZ ACATLÁN, EDO DE MÉXICO NOVIEMBRE DE 2016.



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## **AGRADECIMIENTOS:**

A la UNAM por ser mi Alma Mater y abrirme las puertas al conocimiento; por formarme como maestrante y darme la oportunidad de un mejor presente.

A mi tutor principal el Dr. Miguel Mercado Martínez, por su dedicación, orientación y motivación que han sido fundamentales para mi formación docente y culminar este proyecto.

Especialmente a la Dra. MariCarmen González Videgaray y la Dra. Myrna Miriam Valera Mota, por la paciencia para guiarme, el tiempo dedicado y las observaciones que hicieron mi trabajo se enriqueciera.

A mi jurado de tesis, la Mtra. Elena De Oteyza De Oteyza por su apoyo y recomendaciones a distancia y al Mtro. Víctor José Palencia Gómez por guiarme como profesor de la Maestría y ser lector de este trabajo.

Al Mtro. Juan Bautista Recio Zubieta por aceptarme como nuevo maestrante y darme la oportunidad de acercarme al conocimiento y emprender un proyecto de vida: la Docencia.

A los maestros que me guiaron durante mi formación docente en MADEMS, gracias por creer en mí, por sus aportaciones y por su apoyo incondicional a lo largo de este breve recorrido: Dra. Asela Carlón Monroy, Mtra. Beatriz Trueba Ríos, Mtra. Evelia Almanza Montañez, Mtra. María Guadalupe García Abán, Mtra. Irma Villalpando Hernández, Mtra. Laura Edith Bonilla de León, Dr. Sergio Cruz Contreras y Dra. Teresa Contreras Troya.

A mis compañeros de MADEMS: Paty, Ximena, Carlos, Liber y Otoniel, por enseñarme y compartir el conocimiento durante mi estancia con ustedes. A Leticia Bueno por leerme y atender mis dudas en todo momento.

A Dora Tovar, amiga y compañera de la FES Acatlán y del Tecnológico Universitario Naucalpan, por el apoyo incondicional y motivación constante.

Finalmente, a todos aquellos que estuvieron conmigo de forma directa o indirecta para culminar este proyecto. A todos mi más sincero agradecimiento.

**DEDICADO A:**

Alejandra, Alejandro, Tere y Alberto.

## **Resumen**

El presente trabajo trata de la propuesta e implementación de estrategias didácticas para el proceso enseñanza - aprendizaje de la representación e interpretación de datos en gráficas estadísticas elementales, dentro de la unidad de Estadística Descriptiva, para que los estudiantes de nivel medio superior desarrollen un lenguaje gráfico adecuado.

Se han considerado los lineamientos teóricos de Estadística con Proyectos de Batanero y Díaz (2011), motivando a los jóvenes para la elección de un tema de su interés, desarrollando un reporte estadístico y presentando resultados significativos en una exposición; y el aprendizaje dentro del aula de Ausubel (2012), considerando los conocimientos previos de los alumnos para que después estos analicen e interpreten información estadística, reflejando positivamente los conocimientos adquiridos en las tareas y actividades de su vida diaria.

El fundamento para elaborar dicha propuesta son investigaciones hechas sobre el uso de representaciones gráficas, así como el sustento didáctico y pedagógico adquirido en la Maestría en Docencia para la Educación Media Superior (MADEMS) de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM).

## **Abstract**

This paper deals with the proposal and implementation of didactic strategies for the process education - learning of the representation and interpretation of information in statistical elementary graphs, inside the unit of Descriptive Statistics, in order that the students of average top level develop a graphical suitable language.

They have been considered to be the theoretical limits of Statistics Projects by Batanero and Díaz (2011), motivating the young persons for the choice of a topic of his interest, developing a statistical report and presenting significant results in an exhibition; and the learning inside the classroom of Ausubel (2012), considering the previous knowledge of the pupils in order that later these should analyze and interpret statistical information, reflecting positively the knowledge acquired in the tasks and activities of his daily life.

The foundation for developing the above mentioned offer are investigations done on the use of graphical representations, as well as the didactic and pedagogic sustenance acquired in the Maestría en Docencia para la Educación Media Superior (MADEMS) by the Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM).

## LISTA DE FIGURAS:

### Capítulo 1:

Figura 1.1	Índices de reprobación. Estadística y Probabilidad I - 2006-2009	06
Figura 1.2	Mapa Conceptual del Contenido temático por Unidad	16
Figura 1.3	Mapa Conceptual de la unión del Contenido para la Propuesta	21

### Capítulo 2:

Figura 2.1	Elementos de una gráfica	37
Figura 2.2	Elementos complementarios de una gráfica	38
Figura 2.3	Elementos estructurales de una gráfica	39
Figura 2.4	Histograma	42
Figura 2.5	Gráfica de Barras	43
Figura 2.6	Tipos de gráfica de barras	45
Figura 2.7	Gráfica de pastel	47
Figura 2.8	Polígono de frecuencias	48
Figura 2.9	Gráfica de líneas	49
Figura 2.10	Gráfica de líneas simple	50
Figura 2.11	Gráficas de líneas con marcas	50
Figura 2.12	Gráficas tridimensionales	50

### Capítulo 3:

Figura 3.1	Esquema del desarrollo de un Proyecto	67
Figura 3.2	Población estudiantil Tecnológico Universitario Naucalpan (2016)	73

### Capítulo 4:

Figura 4.1	Ejemplo de gráfica de pastel en pizarrón	95
Figura 4.2	Evolución de la Pirámide de edades de la población, 1970-2000	97
Figura 4.3	Pirámides de edades de la población, 2025-2050	97
Figura 4.4.	Video: <i>200 Countries, 200 Years, 4 Minutes – Hans Rosling</i>	103
Figura 4.5.	Ejemplo y solución del cálculo del tamaño de una muestra	104
Figura 4.6	Cálculo del tamaño de muestras	105
Figura 4.7	Cuestionario diagnóstico. Análisis y solución de problemas sobre Estadística	107
Figura 4.8	Tipos de Gráficas estadísticas – Recopilación de Datos BTM_301	114
Figura 4.9	Clasificación de variables	116
Figura 4.10	Identificación de variables	117

Figura 4.11	Clasificación y elaboración de tablas de distribución de frecuencias	119
Figura 4.12	Representaciones gráficas de las tablas de distribución de frecuencias	120
Figura 4.13	Gráfica de barras. Preferencia de color del Grupo BTM_301	123
Figura 4.14	Elaboración de una gráfica de pastel	125
Figura 4.15	Elaboración de una gráfica de barras	126
Figura 4.16	Elaboración de un histograma	127
Figura 4.17	Elaboración de un histograma y polígono de frecuencias	128
Figura 4.18	Presentación de información estadística por computadora (Excel)	129

### **Capítulo 5:**

Figura 5.1	Gráfica de género del grupo BTM_301	133
Figura 5.2	Gráfica de rango de edades del grupo BTM_301	133
Figura 5.3	Gráfica de reactivos correctos del Pre Test	135
Figura 5.4	Gráfica de reactivos correctos del Post Test	135
Figura 5.5	Gráfica de respuestas correctas del Pre Test y Post Test	137
Figura 5.6	Descripción gráfica y numérica del Reactivo 1	138
Figura 5.7	Descripción gráfica y numérica del Reactivo 2	140
Figura 5.8	Descripción gráfica y numérica del Reactivo 3	141
Figura 5.9	Descripción gráfica y numérica del Reactivo 4 – Número de colores	142
Figura 5.10	Descripción gráfica y numérica del Reactivo 4 – Peso en kilogramos	143
Figura 5.11	Respuestas incorrectas del reactivo 1. Ivon, 16 años	144
Figura 5.12	Respuestas correctas del reactivo 1. Andrea, 16 años	145
Figura 5.13	Representaciones gráficas incorrectas por alumnos del BTM 301	145
Figura 5.14	Respuestas correctas del reactivo 2. Carlos, 17 años	146
Figura 5.15	Respuestas incorrectas del reactivo 3. Nadia, 29 años	147
Figura 5.16	Respuestas incorrectas del reactivo 3. Carlos, 17 años	147
Figura 5.17	Respuestas correctas del reactivo 3. José, 18 años	147
Figura 5.18	Representaciones gráficas incorrectas del reactivo 4. Carla, 18 años	148
Figura 5.19	Representaciones gráficas incorrectas del reactivo 4. José, 18 años	148
Figura 5.20	Evidencias gráficas previas de la recopilación de datos estadísticos. Equipo 1	151
Figura 5.21	Evidencias gráficas previas de la recopilación de datos estadísticos. Equipo 2	152
Figura 5.22	Evidencias gráficas previas de la recopilación de datos estadísticos. Equipo 3	153
Figura 5.23	Introducción del Reporte Estadístico. Equipo 1	154
Figura 5.24	Tablas y gráficas de las variables de la Propuesta. Equipo 1	155
Figura 5.25	Conclusión del Reporte Estadístico. Equipo 1	156
Figura 5.26	Exposición del Reporte Estadístico. Equipo 1	156

## LISTA DE TABLAS:

### Capítulo 1:

Tabla 1.1	Programa de Estudios Estadística Descriptiva – CCH, UNAM (2004)	15
Tabla 1.2	Contenido temático por Unidad, CCH (2004)	16
Tabla 1.3	Aprendizajes y Estrategias propuestas por Unidad	17

### Capítulo 2:

Tabla 2.1	Embarazadas según aumento de peso durante la gestación, 1991	42
Tabla 2.2	Número de alumnos que llegaron tarde a la clase	44
Tabla 2.3	Asistencia al Taller	46
Tabla 2.4	Teorías de aprendizaje	56
Tabla 2.5	Aprendizajes declarativo, procedimental y actitudinal	60

### Capítulo 3:

Tabla 3.1	Preguntas, actividades y Plan de Clase (Aprendizaje Mediante Proyectos)	71
Tabla 3.2	Ejemplo de la recopilación de datos estadísticos	72
Tabla 3.3	Plan de Clase – Estadística Descriptiva	76
Tabla 3.4	Principios para conformar un grupo de aprendizaje cooperativo	89

### Capítulo 4:

Tabla 4.1	Rúbrica de evaluación del reporte estadístico	94
Tabla 4.2.	Dificultades presentadas en la aplicación del Pre Test	109
Tabla 4.3	Formato de Tabla general de datos recabados por los alumnos BTM_301	110
Tabla 4.4	Tabla general de datos recabados por los alumnos BTM_301	112
Tabla 4.5	Características generales de Gráficas estadísticas elementales	121

### Capítulo 5:

Tabla 5.1	Resultados Pre Test y Post Test del instrumento de medición	134
Tabla 5.2	Aumento de respuestas correctas por alumno	136
Tabla 5.3	Comparativa de respuestas gráficas Pre y Post Test. Reactivo 1	149
Tabla 5.4	Comparativa de respuestas gráficas Pre y Post Test. Reactivo 4	150



## ÍNDICE

Introducción	01
<b>CAPÍTULO 1. EL TRABAJO</b>	
1.1. Planteamiento del Problema	04
1.2. Objetivos	08
1.2. Hipótesis	09
1.3. Justificación	09
1.4. Importancia de las gráficas en Estadística Descriptiva	10
1.5. Delimitación del tema	13
1.6. Dificultades de los estudiantes en el aprendizaje de las gráficas en Estadística Descriptiva	22
1.7. Propósito del Trabajo	26
<b>CAPÍTULO 2. CONSIDERACIONES TEÓRICAS</b>	
2.1. La estadística y su clasificación	28
2.2. Antecedentes históricos de las Gráficas estadísticas	30
2.3. Gráficas estadísticas elementales	33
2.3.1. Elementos estructurales de las gráficas estadísticas	35
2.3.2. Reglas para la construcción de una gráfica estadística	39
2.3.3. Clasificación de gráficas estadísticas	41
Histograma	41
Gráfica de barras	43
Gráfica de sectores, circular o de pastel	45
Polígono de frecuencias	47
Gráfica de líneas	48
Gráficas estadísticas en Educación estadística	50
2.4. Gráficas estadísticas y Psicopedagogía	53
2.4.1. Aprendizaje significativo de Ausubel	58
2.4.2. Estrategias de enseñanza – aprendizaje	63
<b>CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA DE TRABAJO</b>	
3.1. Investigación cuantitativa descriptiva	65

3.2.	Estadística Basada en Proyectos	66
3.2.1.	Desarrollo de competencias básicas a través de proyectos	68
3.3.	Propuesta de Estrategia didáctica. <i>¿Cómo son los alumnos de la clase?</i>	69
3.4.	Determinación de la población bajo estudio	
3.4.1.	Tecnológico Universitario Naucalpan	73
3.4.2.	Participantes	74
3.4.3.	Instrumentos de medición	
3.4.3.1.	Cuestionarios	74
3.4.3.2.	Sesiones de enseñanza	75
3.4.3.3.	Entrega del informe (Reporte estadístico)	89
3.4.3.4.	Evaluación de actividades	90

#### **CAPÍTULO 4. IMPLEMENTACIÓN DE LA PROPUESTA DE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS**

Sesión 1.	Generalidades de la Estadística	93
Sesión 2.	Usos y abusos de la Estadística	99
Sesión 3.	Nociones básicas de la utilidad de la Estadística	102
Sesión 4.	Cuestionario diagnóstico (Pre Test) y recopilación de datos	105
Sesión 5.	Recopilación de datos (Continuación)	111
Sesión 6.	Variables y recopilación de datos	115
Sesión 7.	Tablas de Distribución de frecuencias	118
Sesión 8.	Representaciones gráficas y su clasificación	121
Sesión 9.	Representaciones gráficas (Gráfica de pastel y de barras)	124
Sesión 10.	Representaciones gráficas (Histograma y polígono de frecuencias)	127
Sesión 11.	Cuestionario diagnóstico (Post Test)	130
Sesión 12.	Entrega de reporte y exposición de resultados estadísticos	131

#### **CAPÍTULO 5. RESULTADOS**

5.1.	Análisis cuantitativo de los resultados	134
5.2.	Análisis cualitativo de los resultados	144
	Discusión	157
	Conclusiones	162
	Referencias	165
	Apéndices	169

## INTRODUCCIÓN

El propósito de esta investigación es diseñar e implementar una propuesta de estrategias didácticas para el proceso enseñanza-aprendizaje de la representación de datos en gráficas estadísticas elementales, dentro de la unidad de Estadística Descriptiva, para que los alumnos de nivel medio superior desarrollen un lenguaje gráfico adecuado.

La propuesta está basada en los lineamientos teóricos de la enseñanza de la estadística mediante proyectos de Batanero y Díaz (2011) y el aprendizaje dentro del aula de Ausubel (2012), considerando al aprendizaje significativo como un eje que promueva la mejora continua del proceso enseñanza – aprendizaje de gráficas estadísticas elementales.

De acuerdo a Batanero y Díaz (2011) la Estadística con Proyectos, motiva a los jóvenes para la elección de un tema de su interés, desarrollando el mismo a su ritmo y trabajando con amigos y compañeros, para presentar resultados significativos y tomar decisiones, es decir, al trabajar con proyectos se coloca a los estudiantes en la posición de solucionar problemas contextualizados de la estadística.

Con respecto al aprendizaje significativo, es importante considerar los conocimientos previos de los alumnos (conceptos estadísticos: población, cálculo de tamaño de una muestra y clasificación de variables) permiten que después estos analicen e interpreten información estadística, reflejando positivamente los conocimientos adquiridos en las múltiples tareas y actividades de su vida diaria.

El enfoque que se pretende dar al presente trabajo es como la NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) lo refiere: que los aprendices sean capaces de asimilar y extraer información a partir de tablas y gráficas que recojan datos de situaciones del mundo real, y para que además los futuros universitarios sean capaces de transformar datos como ayuda para la interpretación y la predicción; por lo que hay que motivar al alumnado para que apliquen herramientas estadísticas en otras materias académicas por medio de la representación e interpretación de gráficas estadísticas elementales.

Por lo tanto, la importancia de aprender y enseñar gráficas, radica en abrir un nuevo horizonte educativo, donde debe renovarse la educación matemática y por consiguiente, asumir un nuevo modelo de enseñanza aprendizaje consistente en interesar activamente a los aprendices en los contenidos del currículum (Pérez y Ontoria, 1992); es decir, las funciones del alumno deben ser “aprender a aprender” y las del profesor “enseñar a pensar”.

Sin embargo, como se indica en el capítulo uno, las dificultades que presentan los estudiantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje de gráficas estadísticas elementales son diversas, implicando que la importancia y el propósito del presente trabajo es proponer una estrategia didáctica titulada: *¿Cómo son los alumnos en clase?* (Batanero y Díaz, 2011), para que se promueva un aprendizaje significativo para superar dichas dificultades.

En el capítulo dos se exponen las consideraciones teóricas que sustentan la propuesta y que comprenden enfoques histórico-sociales, disciplinares (matemáticos, en este caso de gráficas estadísticas elementales), de didáctica y psicopedagogía, respectivamente; líneas que se estudiaron en la Maestría en Docencia para la Educación Media Superior (MADEMS). Se presentan, los enfoques de Arteaga (2004) y Batanero y Díaz (2011), específicamente en el uso de gráficas estadísticas y su didáctica; así como en el contexto psicopedagógico las aportaciones de Ausubel (2012) y Díaz Barriga (2010), centrados en el aprendizaje significativo y la selección e implementación de estrategias didácticas, para un mejor proceso de enseñanza – aprendizaje.

En el capítulo tres se diseñó la metodología de investigación para cumplir el objetivo general del estudio, especificando que corresponde a una investigación cuantitativa descriptiva que se realizó bajo el modelo de Estadística Basada en Proyectos y mediante la propuesta didáctica se describen las actividades correspondientes. También se determina la población de alumnos adolescentes bajo estudio, describiendo las características principales de los participantes, los instrumentos de medición utilizados (cuestionarios Pre y Post Test, reporte

estadístico), así como la evaluación de actividades diseñadas durante y después de la aplicación de la propuesta.

En el capítulo cuatro se presenta la implementación de estrategias didácticas para promover un aprendizaje significativo en alumnos de Matemáticas III, específicamente en la Unidad II de Estadística Descriptiva, dentro de las aulas del Tecnológico Universitario Naucalpan, institución del sector privado; donde se describen las actividades y dificultades a las que se enfrentaron alumnos y docente con respecto a la materia.

En el capítulo cinco se analizan y describen los resultados obtenidos antes y después de aplicar la propuesta didáctica, realizando una descripción cualitativa y cuantitativa de los resultados obtenidos; así como la comparativa de la aplicación del cuestionario Pre Test y Post Test, enfocado al uso de gráficas estadísticas elementales en Estadística Descriptiva.

En la parte final del documento, se presenta la discusión de la investigación y las conclusiones acerca de los resultados de los cuestionarios (Pre y Post Test), así como las evidencias del reporte estadístico presentado por los equipos como producto final de la propuesta. Se presentan las dificultades de los alumnos antes y durante la propuesta, así como logros y avances de los estudiantes en cuanto a representaciones y lenguaje gráfico se refiere.

Se presentan las referencias bibliográficas de consulta que sustentan la presente investigación y se consideran los apéndices con información teórico – conceptual de la propuesta; así como la presentación fotográfica de la implementación de la propuesta didáctica.

## CAPÍTULO 1. EL TRABAJO

Para el desarrollo del presente trabajo se ha considerado lo siguiente: el planteamiento del problema, los objetivos de investigación, la hipótesis, la justificación del tema, la importancia de las gráficas en Estadística Descriptiva, la delimitación del tema; así como las dificultades que presentan los estudiantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje de gráficas estadísticas elementales y el propósito de esta investigación, que radica en la selección e implementación de la estrategia titulada *¿Cómo son los alumnos en clase?* para promover un aprendizaje significativo, como alternativa para superar dichas dificultades.

### 1.1. Planteamiento del Problema

Una de las dificultades que el alumno de bachillerato presenta en Estadística Descriptiva, es la comprensión, elaboración e interpretación de gráficas estadísticas elementales, la cual se puede atribuir a múltiples procesos cognitivos y educativos que repercuten en la vida académica del estudiante.

Es por ello que se plantean y describen algunos problemas que repercuten en el proceso de enseñanza - aprendizaje de gráficas estadísticas elementales, presentando evidencias de la puesta en práctica de estrategias didácticas selectas para tratar la solución de dichas dificultades.

Uno de los problemas al enseñar gráficas en la escuela, es la sobrecarga temática de los programas de estudio en la materia; donde profesores y alumnos muestran la incapacidad por detectar errores en la construcción y elaboración de gráficas, así como contradicciones en las gráficas de actividades escolares, revistas y periódicos, debido al poco tiempo que se dedica en su enseñanza.

En otro sentido, la Estadística Descriptiva y las gráficas son de los temas que no se enseñan, muchas veces por considerar que los alumnos desde la secundaria ya saben ordenar, tabular y graficar datos, generando la falsa idea de creer que no existen problemas educativos y dificultades de enseñanza - aprendizaje en tal tema.

Y en caso de enseñarse los contenidos gráficos, se presentan como un tema más del curso en donde todo se remite a una presentación teórica, más o menos

ilustrada con ejemplos, seguida de una pequeña lista de ejercicios y fórmulas de aplicación rutinaria con datos descontextualizados para el estudiante, lo que les lleva a no comprender el tema en clase.

En el análisis de las guías de examen extraordinario para la materia de Estadística y Probabilidad I, del Colegio de Ciencias y Humanidades (Plantel Naucalpan) se observa que en la guía del turno matutino, se plantea cómo “elaborar” gráficas y representar datos en histograma de frecuencias relativas, diagramas circulares y diagramas de caja y extensión; sin embargo, la presentación de los temas es de manera teórica y no gráfica.

En los diagramas circulares se refiere lo siguiente: “*La construcción de un diagrama circular se facilita si se recuerda que un círculo completo tiene 360 grados y que este ángulo debe corresponder a un 100% del total representado*” (CCH, 2009, p.1). Sin más detalles, la guía da importancia a la fórmula matemática y aunque refiere un ejemplo de aplicación, se hace algorítmicamente y no de manera visual para que el alumno sintetice resultados.

En otro sentido, la guía de estudios de Estadística y Probabilidad I, del turno vespertino no contempla ninguna representación gráfica, considerando la formulación de planteamientos estadísticos, para la aplicación del desarrollo matemático y representando los resultados en tablas de distribución de frecuencias (CCH, 2009).

Además, en dichas guías y frente a grupo los profesores omiten el concepto, clasificación, características principales, elaboración e interpretación de gráficas estadísticas elementales y parten de la idea de enseñar otros temas del programa de estudio, no ocupándose de la importancia que una gráfica puede determinar en las conclusiones de cierta información estadística.

Con base en lo anterior, según datos de la Tesis “*Propuesta de Secuencia Didáctica para Estadística Descriptiva, utilizando la computadora como herramienta*” de Terres (2010, p.1), una de las asignaturas que tienen mayor índice de reprobación en el Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH) de la UNAM es Estadística y Probabilidad I, que corresponde al área de matemáticas y cuyo análisis muestra que

de 2006 a 2009, la cantidad de reprobados en la materia incrementa año tras año (Ver Figura 1.1).

*ÍNDICES DE REPROBACIÓN. ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD I. 2006-2009*

Año	Inscritos	Acreditados	N/A	NP	Total de no acreditados	IR
2006	2488	1658	366	464	839	0.50
2007	2814	1667	384	848	848	0.51
2008	3014	1674	487	1230	1230	0.73
2009	2779	1644	449	1135	1135	0.69
$\Sigma =$	11095	6643	1686	4043	4043	

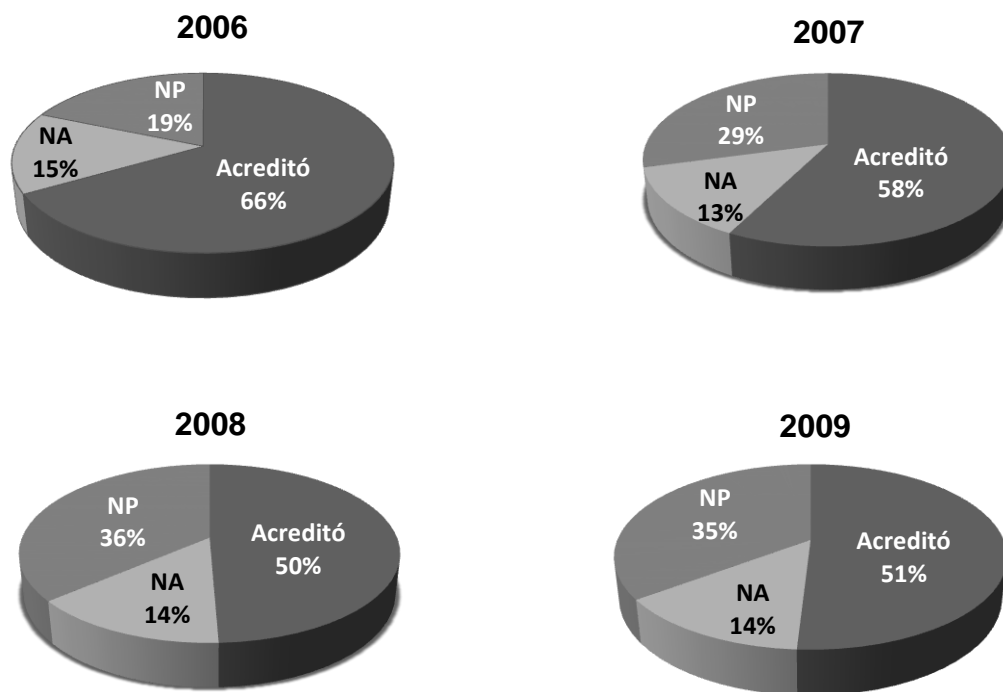


Figura 1.1. Índices de reprobación. Estadística y Probabilidad I (2006-2009).

Fuente: Terres, 2010 (p.11).

Al respecto, Graham (1987) argumenta que: “La estadística Descriptiva es complicada para los alumnos, donde muchos de ellos tienen la falsa creencia de que la asignatura consiste en hacer cuadros, gráficas y calcular algunas fórmulas; indicando que la estadística es un tema misterioso, donde se opera con números por medio de fórmulas que no tienen sentido” (p.12).

En consecuencia, los aprendices consideran a la estadística como una técnica de recolección y presentación de datos, y no como una herramienta de trabajo



multidisciplinar indispensable en su vida académica y profesional; presentando desinterés por las actividades presentadas en la materia y una baja disposición por recolectar, analizar y presentar datos estadísticos.

Lo anterior implica que pasar datos numéricos (ordenados y/o desordenados) a tablas, de tablas a gráficas y de gráficas a tablas, es difícil para los alumnos, lo que se traduce en obstáculos para elaborar e interpretar gráficas estadísticas elementales y aunque estas últimas son herramientas que facilitan la comprensión de la información tabular, los estudiantes frecuentemente suelen verlas como meras ilustraciones.

Otro problema en el aprendizaje de las gráficas estadísticas radica en reconocer la estructura de cada situación que debe resolverse, es decir, los alumnos siguen los pasos para elaborar una gráfica, pero no saben qué gráfica elegir para representar los datos estadísticos; más allá de hacer cálculos y gráficas, el objetivo es comprender cada planteamiento particular y seleccionar la gráfica correcta.

Frecuentemente la comunidad estudiantil se enfrenta al tema de gráficas estadísticas y representan datos estadísticos en gráficas de pastel y gráficas de barras como primera alternativa para solucionar un problema, realizan bocetos e ideas aisladas, pensando que están resolviendo el planteamiento y desconocen la gama de posibilidades gráficas que existen.

Además, presentan dificultades en representación tales como: presentación de gráficas fuera de escala y gráficas sin datos numéricos que indiquen la información que se está representando. En el caso de gráficas de pastel, las partes fraccionarias y porcentajes generan una gran dificultad para presentar datos y en la gráfica de barras, la proporción de las mismas no es adecuada, careciendo en ambos casos del conocimiento de un lenguaje gráfico adecuado.

Así, de los problemas presentados por los alumnos de bachillerato y que predominan en la asignatura de Estadística Descriptiva, se identifican: la dificultad del “cambio de registro” de datos en tablas a gráficas básicas y con mayor dificultad “el paso de datos gráficos a tabulares”; así como el desconocimiento de un lenguaje

gráfico básico y la interpretación de las representaciones gráficas, siendo estos problemas los de interés en el presente trabajo.

Por lo que para enfrentar estas dificultades, los docentes debemos reflexionar sobre la naturaleza y el desarrollo de conceptos y pensamientos estadísticos, no omitiendo que el pensamiento lógico-matemático del estudiante se desarrolla en etapas sin que se pueda saltar ninguna, es decir, que el desarrollo cognitivo del individuo se identifica por la adquisición sucesiva de estructuras lógicas cada vez más complejas, que surgen de las distintas áreas y situaciones que es capaz de resolver a medida que crece.

En otras palabras, conforme una persona va creciendo y madurando mentalmente, es viable que logre asimilar el significado de los conceptos, para después poner en práctica el orden de datos en tablas y gráficas estadísticas elementales, implicando seleccionar, elaborar e interpretar una gráfica correctamente, para que posteriormente pueda aplicar los conocimientos adquiridos, representando e interpretando los datos gráficamente; generando en él una cultura estadística básica.

En resumen, las preguntas de investigación generadas a partir de dichos planteamientos son: *¿Con la propuesta didáctica se genera el “cambio de registro” de tablas a gráficas y de gráficas a tablas?* y *¿Después de la puesta en práctica de la propuesta, se desarrolla un lenguaje gráfico adecuado?*. En los siguientes capítulos se pretende dar respuesta a dichos planteamientos.

## **1.2. Objetivos**

### **1.2.1. Objetivo General**

El trabajo de investigación tiene como objetivo diseñar una propuesta de estrategias didácticas para el proceso enseñanza-aprendizaje de la representación de datos en gráficas estadísticas elementales, dentro de la unidad de Estadística Descriptiva, para que los alumnos de nivel medio superior desarrollen un lenguaje gráfico adecuado.

### **1.2.2. Objetivos Específicos**

- Describir qué son las gráficas estadísticas, sus antecedentes y la importancia que tienen en el contexto de la educación estadística.
- Comprender el uso de las gráficas en Estadística Descriptiva, identificando las dificultades que los estudiantes presentan en el aprendizaje de las mismas.
- Analizar si con la propuesta de estrategia didáctica titulada *¿Cómo son los alumnos de la clase?* (Batanero y Díaz, 2011), se promueve el desarrollo de un lenguaje gráfico adecuado.

### **1.3. Hipótesis**

Si se fortalece la enseñanza sobre gráficas estadísticas elementales y su interpretación mediante la implementación de la estrategia didáctica *¿Cómo son los alumnos en clase?*, entonces, se desarrolla la habilidad de representar datos estadísticos e interpretar gráficas estadísticas elementales.

### **1.4. Justificación**

La razón por la cual se desarrolla esta investigación es por el gusto en la materia y por el interés de investigar un tema de Estadística Descriptiva, asignatura que está presente en nuestra vida académica desde preescolar, educación básica, media superior y hasta la universidad; refiriendo que los Estándares Curriculares de la NCTM, describen la formación académica que todo estudiante debe adquirir, según el grado académico que se estudie (NCTM, 2000).

Todo esto se debe a la inquietud que surgió en la clase de Didáctica de las Matemáticas I de la Maestría en Docencia para la Educación Media Superior (MADEMS), refiriendo que del planteamiento *“los alumnos no saben graficar”*, surgió la necesidad y principal razón para investigar el tema.

Otra razón, se atribuye al impulso que inyectaron la Dra. María del Carmen González Videgaray, la Dra. Myrna Miriam Valera Mota y el asesor de tesis, Dr. Miguel Mercado Martínez; quienes de forma directa han demandado una preparación

constante en el ámbito personal y profesional, en cuanto a investigar y pensar estadísticamente se refiere.

Además, tal como se indica en la unidad de Estadística Descriptiva: *“el propósito es brindar a los estudiantes conceptos y procedimientos básicos que le permitan continuar su formación matemática, además de adquirir conocimientos de carácter introductorio del estudio de métodos estadísticos, así como de sus aplicaciones en diversos campos del conocimiento”* (UNAM, 2004).

Por lo tanto y en congruencia con lo anterior, debe pensarse que los alumnos logren los aprendizajes establecidos en los programas de estudio correspondientes, realizando diversas actividades presentadas por el profesor; particularizando que el estudiante deba desarrollar habilidades y alcanzar conocimientos que le permitan manipular y presentar datos estadísticos adecuadamente.

### **1.5. Importancia de las gráficas en Estadística Descriptiva**

Las razones por las cuales es importante aprender a construir y representar datos en gráficas estadísticas son múltiples, entre ellas se encuentran las siguientes: primera, *“son un tema privilegiado, pues se utilizan con frecuencia en la prensa y medios de comunicación, sirviendo para comunicar información y retener en nuestra memoria, una gran cantidad de información en forma eficiente”* (Arteaga, 2004, p.5).

Los medios de comunicación impresos como artículos, periódicos y revistas presentan cantidad de información gráfica y es necesario saber lo que transmiten; el radio y la televisión presentan datos diariamente que reportan incrementos o decrementos en la economía, producción diversa, importaciones y exportaciones.

En cuanto a política se refiere, se presentan las preferencias de los ciudadanos por candidatos a cargos políticos (presidentes, diputados, gobernadores, senadores, etcétera), así como la popularidad de muchos de ellos; por lo que actualmente la tecnología se basa en datos y gráficas estadísticas para indicar sus resultados.

Al respecto, Estrada (2008) indica que: “*en la sociedad actual cualquier ciudadano se encuentra con gráficas estadísticas a diario en la prensa y la televisión, que se aplican a diversos hechos para describirlo; cuando la gente lee el periódico encuentra el número de muertos por accidentes, las cifras del desempleo en los últimos meses, la subida de la bolsa, generalmente con una gráfica que lo acompaña*” (pp.22-23).

Por ejemplo, las aplicaciones en las computadoras se rigen por datos y gráficas estadísticas que representan el número de archivos, la frecuencia de uso de programas, la capacidad de la memoria interna e inclusive la música que con más frecuencia se escucha. Los celulares cuentan con una cantidad de datos y de manera gráfica, el usuario puede contar con la información completa de los estados que considere necesarios.

Las redes sociales presentan datos diarios y actualizados del contexto de cada usuario y con la ayuda de sitios como *Wolfram Alpha*, que es un buscador de conocimiento computacional que permite resolver preguntas específicas, se encuentra información específica y detallada de una base de datos, en donde el usuario puede observar tablas y gráficas estadísticas elementales de los datos que le sean necesarios.

La liga entre *Facebook* y *Wolfram Alpha* permite a cualquier usuario observar de manera gráfica e interesante, los datos generales de frecuencia de uso de la red, de palabras comunes e inclusive estados de ánimo; presentando un reporte estadístico virtual de los países a los que pertenecen nuestros contactos, así como las múltiples variables cualitativas y cuantitativas de los mismos.

En segundo término, “*el campo científico hace la utilidad de representaciones gráficas, como instrumento entre el análisis de datos y la modelación para visualizar conceptos y relaciones abstractas difíciles de comprender*” (Arteaga, 2004, p.5), es decir, que al presentar un informe se requiere un instrumento que de manera rápida muestre los resultados, en donde una gráfica puede ser de mucha más utilidad, que una tabla.

En los artículos científicos y de divulgación, revistas especializadas, reportes financieros y resultados diagnósticos médicos se presenta información que no está al alcance de todo individuo, es por ello que las gráficas juegan un papel importante para mostrar resultados visuales que generen mejor expectativa en cualquier individuo.

El lenguaje gráfico tiene un papel esencial en la organización, descripción y análisis de datos, al ser un instrumento de transnumeración. Esta es una de las formas básicas de razonamiento estadístico, que consiste en obtener una nueva información, al cambiar un sistema de representación a otro (Wild y Pfannkuch, 1999, citados en Arteaga 2004, p.5).

En la enseñanza de las ciencias, las gráficas suelen ser utilizadas como representaciones puente entre los datos experimentales y las formalizaciones científicas, es decir, representaciones semióticas externas (que usan sistemas de signos), que ayudan a determinar las relaciones entre las variables que intervienen en los fenómenos y así poder modelizarlos (Postigo y Pozo, 2000).

Por lo tanto, la importancia de “*transnumerar*” en la enseñanza de las ciencias es transmitir conocimiento de una representación a otra, donde lo que se idea o piensa, se puede verbalizar, escribir, esbozar, trazar o graficar; ofreciendo que los números, tablas e información dura se pueda observar visualmente en una gráfica completa.

En tercer lugar, “*las gráficas deben servir para establecer retos en la cultura y enseñanza estadística, manifestando la conexión de la realidad con la sociedad del momento y, en el campo educativo, entre la escuela y la vida diaria; entonces es importante repensar la enseñanza que de las gráficas se realiza en la escuela*” (Arteaga, 2004, p.6), oportunidad que actualmente tenemos como docentes.

La conexión de la realidad con la sociedad es un factor que debe ser considerado en la enseñanza-aprendizaje de las gráficas, debido a que continuamente los medios y la escuela nos presentan información

descontextualizada, misma que genera desinterés por aprender y bienestar por el ocio.

Por lo tanto, la importancia de estudiar el tema es realizar la conexión entre los datos estadísticos y sus representaciones gráficas, conectando la realidad con la sociedad, así como la escuela con el contexto diario de los alumnos; optimizando el tiempo en la escuela y detectando las dificultades que se presenten en la elaboración, construcción y/o interpretación de gráficas estadísticas, para determinar la congruencia y el orden en una presentación final de los datos.

### **1.6. Delimitación del tema**

El tema de investigación tuvo lugar en las aulas del Tecnológico Universitario Naucalpan, institución privada de Educación Media Superior y Superior, la cual es de nueva creación (2014) y que actualmente en su Bachillerato Tecnológico se rige por planes y programas de estudio de la Dirección General de Educación Tecnológica Industrial (DGETI); de los cuáles se consideraron el orden cronológico y los objetivos de la unidad dos que implica Estadística Descriptiva.

Además, para la planeación, el diseño y la puesta en práctica de la propuesta de estrategias didácticas, se implementaron actividades y recomendaciones de los planes y programas de estudio de Estadística y Probabilidad I, del Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH, 2004) de la UNAM. El plan de estudios se consideró por la estructura de los contenidos temáticos y la importancia dada al tema de gráficas estadísticas elementales (gráfica de barras, gráfica de pastel, histograma y polígono de frecuencias).

La decisión de implementar actividades del Plan de estudios del CCH (2004), fue tomada por el profesor del presente trabajo debido a que Tecnológico Universitario Naucalpan es una institución nueva y cuenta con planes y programas generales de la asignatura de Matemáticas, por lo que fueron evaluadas y comparadas las múltiples actividades respecto a gráficas estadísticas elementales presentadas en los planes y programas de la UNAM, adecuándose a la propuesta.

Se presenta la información básica de ambos programas, pretendiendo deducir en un diagrama gráfico (Figura 1.2) la planeación de actividades que repercuten en la mejora de un proceso de enseñanza-aprendizaje de gráficas estadísticas elementales. Las actividades que se presentan en dichos planes de estudios, serán consideradas y unificadas en la puesta en práctica de la propuesta didáctica.

La propuesta de estrategias didácticas se llevó a cabo dentro del semestre lectivo 2016-1, período en el cual se imparte la materia obligatoria de Matemáticas tres (segundo semestre) y que contempla cinco unidades: 1) Teoría de conjuntos, 2) Estadística Descriptiva, 3) Métodos de conteo, 4) Probabilidad elemental y 5) Funciones de distribución de probabilidad; siendo la segunda unidad de interés principal para el presente trabajo.

A continuación, se describen generalidades de los planes y programas de estudio de CCH (2004) y DGETI, destacando que *“los planes y programas de estudio responden a múltiples intereses y sentidos; mientras que para unas instituciones los planes y programas de estudio son la norma a cumplir, para otras sólo constituyen una orientación”* (Díaz Barriga, 2005, p.33), que contemplan lo mínimo que se debe cumplir en el curso, el planteamiento de objetivos y el tratamiento de contenidos.

### **1.6.1. Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH)**

#### **Plan de Estudios del CCH (2004)- Estadística y Probabilidad I**

La finalidad del Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH) como bachillerato universitario de la UNAM es, proporcionar a sus egresados una formación que les permita contar con los conocimientos suficientes tanto para continuar una formación profesional, como para incorporarse responsablemente a la sociedad.

Los estudiantes del CCH tienen la posibilidad de elegir asignaturas en los últimos dos semestres del bachillerato y cursar las materias que según el área de conocimientos prefieran para estudiar posteriormente una licenciatura. Dentro de las esta elección se encuentran Cálculo Diferencial e Integral, Cibernética y Estadística y Probabilidad I y II.



En Estadística y Probabilidad I, la importancia de formar alumnos con elementos básicos de la materia, está indicada en el documento “Orientación y sentido del Plan de estudios del Colegio de Ciencias y Humanidades” (2004) correspondiente al área de Matemáticas, documento del cual se indican los siguientes datos:

### **Ubicación del Curso:**

Es una asignatura de carácter optativo y está ubicada en el quinto semestre, teniendo como objetivo proporcionar a los educandos los elementos básicos, que le permitan comprender y aplicar los procesos descriptivos para organizar, analizar e interpretar el comportamiento de datos pertenecientes a diversos campos de estudio.

### **Propósitos del Curso:**

- Al finalizar el curso, el alumno se apropiará de una visión de la Estadística y de su aplicación para describir el comportamiento de un conjunto de datos en una y dos variables y
- Adquirirá los elementos, métodos y técnicas para estudiar los fenómenos de naturaleza aleatoria con el fin de comprender sus características, obtener información sobre su comportamiento y evaluar sus resultados.

### **Contenidos Temáticos:**

El contenido de los temas en el Programa de Estudios de Estadística y Probabilidad I del CCH (2004), se contempla para implementarse la propuesta didáctica de enseñanza-aprendizaje en el Bachillerato Tecnológico, abarcando únicamente la Introducción y la mitad de la Unidad I de Estadística Descriptiva, como se presenta en la siguiente tabla:

*Tabla 1.1.* Programa de Estudios Estadística Descriptiva - CCH

<b>Unidad</b>	<b>Nombre</b>	<b>Horas</b>
-	Introducción	4
I	Estadística Descriptiva	24

Fuente: Elaboración personal con datos de la UNAM (2004).

El motivo de especificar las 24 horas que contempla el Programa de Estudios del CCH (2004), es indicar que se tomarán 12 horas propuestas, las cuales abarcan temas relacionados a gráficas estadísticas (variables, recopilación de datos y tablas de distribución de frecuencias), considerándose lo siguiente (Ver Tabla 1.2):

Tabla 1.2. Contenido temático por Unidad, CCH.

Unidad - Nombre	Propósito	Temas
<b>Introducción</b>	Visión inicial de la Estadística, a partir del planteamiento y discusión de ejemplos y problemas del entorno del alumno, que permiten apreciar los alcances de la materia.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Nociones y utilidad de la Estadística</li> <li>• Nociones básicas de conceptos en Estadística</li> <li>• Usos indebidos de la Estadística</li> </ul>
<b>Unidad I. Estadística Descriptiva</b>	Comprensión y aplicación de algunas técnicas de recopilación, organización y representación de un conjunto de datos, a partir del planteamiento, discusión y resolución de problemas, para interpretar y analizar el comportamiento de una variable.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Variable y recopilación de datos</li> <li>• Tablas de distribución de frecuencias</li> <li>• Representaciones gráficas</li> </ul>

El contenido temático de la Introducción y Unidad I, se indican en la siguiente figura (Figura 1.2):

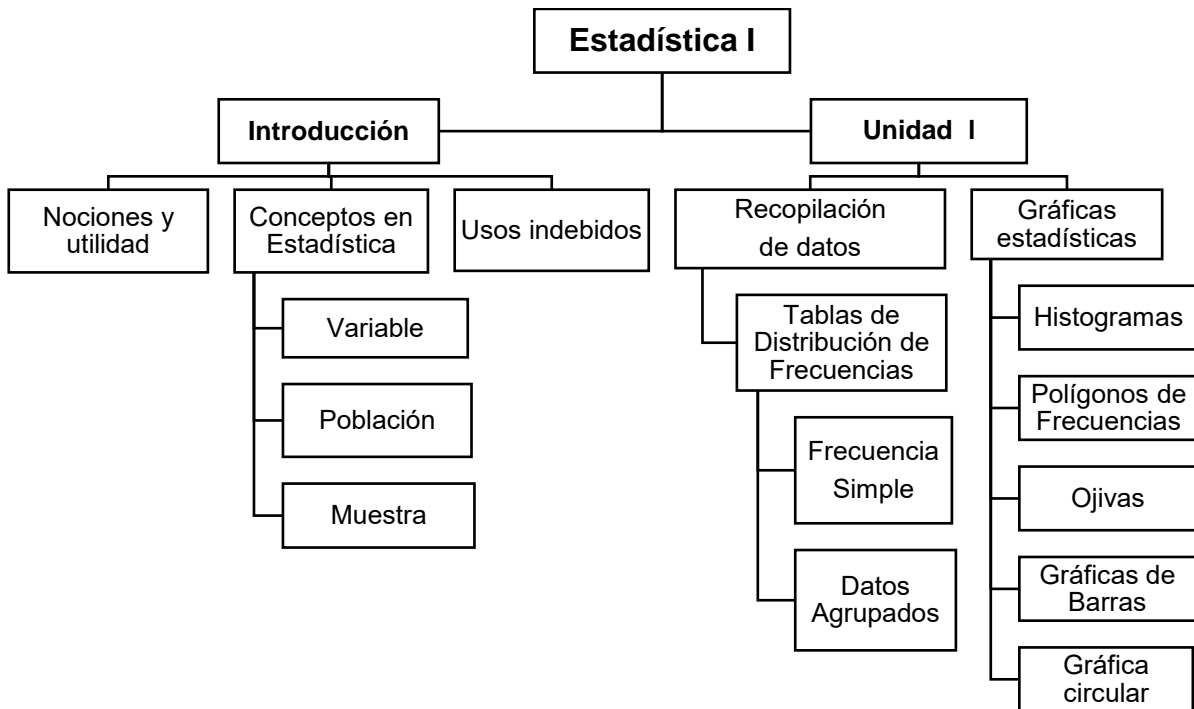


Figura 1.2. Mapa Conceptual del Contenido temático por Unidad

En el mapa conceptual anterior (Figura 1.2) se puede observar que es necesario aportar a los estudiantes conceptos y datos básicos previos a la recopilación y su representación gráfica, donde intervienen los conceptos de variable, población y cálculo del tamaño de una muestra. Además, es importante considerar el uso indebido de datos y gráficas estadísticas elementales, para sensibilizar al alumnado en una cultura estadística básica.

Los temas contemplados en el mismo Plan de Estudios del CCH (2004), consideran algunos aprendizajes que deben adquirir los alumnos que cursan la materia y estrategias recomendadas para los docentes que imparten la misma (Ver Tabla 1.3).

Tabla 1.3. Aprendizajes y Estrategias propuestas por Unidad

Horas	Tema	Aprendizaje	Estrategia
4 hrs.	Introducción	<p>El alumno:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Adquiere una primera noción de la Estadística y su utilidad.</li> <li>• Explica el significado que tienen los términos variable, población y muestra.</li> <li>• Conoce la importancia de trabajar con muestras seleccionadas de alguna población.</li> <li>• Explica la noción de variabilidad en Estadística.</li> <li>• Conoce la noción de azar y la necesidad de medirlo.</li> <li>• Conoce que es posible hacer mal uso de la información estadística.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Iniciar una discusión con las ideas previas que tienen los estudiantes, con ejemplos tomados de la vida diaria como gráficas en periódicos, resultados deportivos, etc. y con lecturas seleccionadas por el profesor.</li> <li>• A partir de la discusión de ejemplos, hacer hincapié en la importancia de la Estadística y su aplicación en otras áreas del conocimiento.</li> <li>• Por medio de lluvia de ideas, construir los conceptos de variable, población y muestra, dentro del contexto estadístico.</li> <li>• Solicitar a los estudiantes ejemplos de poblaciones y muestras, y discutirlos con el grupo.</li> <li>• Discutir con el grupo el hecho de que la Estadística tiene como principal aplicación inferir características de poblaciones, señalando en términos generales la secuencia del proceso</li> </ul>

			<p>estadístico.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantear problemas y ejemplos en donde se observe la homogeneidad o heterogeneidad de los valores de la variable.</li> </ul>
12 hrs.	Estadística Descriptiva Unidad I	<p>El alumno:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica las variables como atributos de interés de una población o muestra.</li> <li>• Comprende que los datos constituyen los valores que toma una variable</li> <li>• Identifica variables cualitativas y cuantitativas.</li> <li>• Valora la importancia de la recopilación de datos en el proceso de una investigación.</li> <li>• Construye tablas de distribución de frecuencias para representar el comportamiento de variables cualitativas y variables cuantitativas.</li> <li>• Interpreta tablas para describir el comportamiento de un conjunto de datos.</li> <li>• Construye histogramas, polígonos de frecuencias, ojivas, gráficas de barras, circulares y de caja.</li> <li>• Interpreta gráficas para describir el comportamiento de un conjunto de datos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Trabajar con datos recopilados por los alumnos, como deporte preferido, número de hermanos, peso, estatura, con la finalidad de que el comportamiento de dichos datos les resulte significativo.</li> <li>• Trabajar con material lúdico, por ejemplo un dominó, donde los valores numéricos de cada pieza puedan relacionarse con el comportamiento de una variable.</li> <li>• Discutir con problemas y ejemplos la forma en que se recopilan los datos, para que el alumnado argumente sobre la pertinencia de dicho proceso.</li> <li>• Trabajar con datos cualitativos y cuantitativos para apreciar las diferencias que existen en la construcción de las tablas, precisando el significado de los elementos que las conforman.</li> <li>• Plantear problemas en los que el estudiante construya e interprete una tabla.</li> <li>• Trabajar con datos cualitativos y cuantitativos para apreciar las diferencias que existen en la construcción de las gráficas.</li> <li>• Plantear problemas en los que el alumno construya e interprete una gráfica.</li> <li>• Utilizar la computadora o la calculadora para construir tablas y gráficas.</li> </ul>

Fuente: UNAM – CCH (2004).

### **1.6.2. Tecnológico Universitario Naucalpan**

El Tecnológico Universitario Naucalpan surge en 2014, ante la creciente demanda de jóvenes naucalpenses y con el objetivo primordial de elevar la condición humana y social de los jóvenes de este municipio, mediante una formación integral. Dicha institución, ofrece Bachillerato Tecnológico con especialidades en informática y administración de empresas.

El modelo académico de la institución define una competencia como el conjunto de conocimientos, procedimientos, habilidades y actitudes combinados, coordinados e integrados en la acción, adquiridos a través de la formación profesional que permite al estudiante la actuación personal en situaciones específicas, resolviendo problemas de forma autónoma y flexible en contextos singulares.

El objetivo del Tecnológico Universitario Naucalpan es, proporcionar las herramientas necesarias para que el alumnado adquiera conocimientos y desarrolle habilidades y destrezas, así como una actitud responsable que le permitan enfrentarse al mercado laboral mediante herramientas adecuadas.

Por lo tanto, el egresado de ésta institución desarrollará sus capacidades, competencias y habilidades para abrirse paso con éxito en su área de estudios, adquiriendo los conocimientos necesarios para ser un profesionista, emprendedor de éxito a nivel nacional e internacional, ejerciendo un liderazgo de manera positiva, orientado al auténtico desarrollo del ser humano y la sociedad.

El compromiso de la institución, para con los egresados es lograr metas mediante tres principios: *Valores, Cultura y Vanguardia educativa*.

#### **Programa de estudio DGETI, Matemáticas III**

La asignatura de Matemáticas III (Estadística y Probabilidad) es de carácter obligatorio y está orientado para que el alumnado tenga las herramientas necesarias que le permitan analizar fenómenos con enfoques matemáticos. El egresado al integrarse al ámbito laboral deberá contar con los conocimientos para manejar la información estadística y valorar diferentes fenómenos dentro de su contexto diario.

### **Objetivo General de la materia:**

El presente programa de estudios, establece como objetivo principal que al término del curso *“el alumno esté capacitado para operar con conjuntos, hacer ejercicios en el manejo sistemático de datos estadísticos, desde su obtención hasta la determinación de resultados, su interpretación a través de sus medidas de centralización y dispersión, mediante el uso de tablas y su representación en diferentes tipos de gráficas; así mismo resolver problemas de probabilidad básica”*.

### **Unidad II. Estadística Descriptiva:**

El objetivo de la Unidad II es que al término de la misma, el alumno sea capaz de organizar, tipificar y analizar desviaciones de un conjunto de datos, por métodos analíticos y sus representaciones gráficas.

Los temas considerados dentro de dicho Plan de estudios, son los siguientes:

1. Definición de medidas de tendencia central.
2. Media aritmética, mediana y moda, cálculo para datos específicos no agrupados e interpretación geométrica.
3. Definición de medidas de dispersión.
4. Desviación media, estándar y varianza, cálculo para datos específicos no agrupados.
5. Definición de frecuencia de un conjunto de datos y tablas de frecuencia.
6. Definición de clase, límites y marcas de clase.
7. Cálculo de medidas de tendencia central y de dispersión
8. Definición y construcción gráfica para datos específicos agrupados.
9. Pictograma, histograma y polígono de frecuencias.

#### **1.6.3. Planes y programas de estudio: CCH (2004) - DGETI**

De los planes y programas de estudio citados anteriormente, se realiza un diagrama gráfico que permite visualizar la unión de contenidos temáticos, aprendizajes y selección de estrategias de enseñanza – aprendizaje, para diseñar el plan de clase de Matemáticas III y que se detallarán en la metodología de trabajo correspondiente (Capítulo 3). La síntesis de ambos programas se presenta en la siguiente figura.

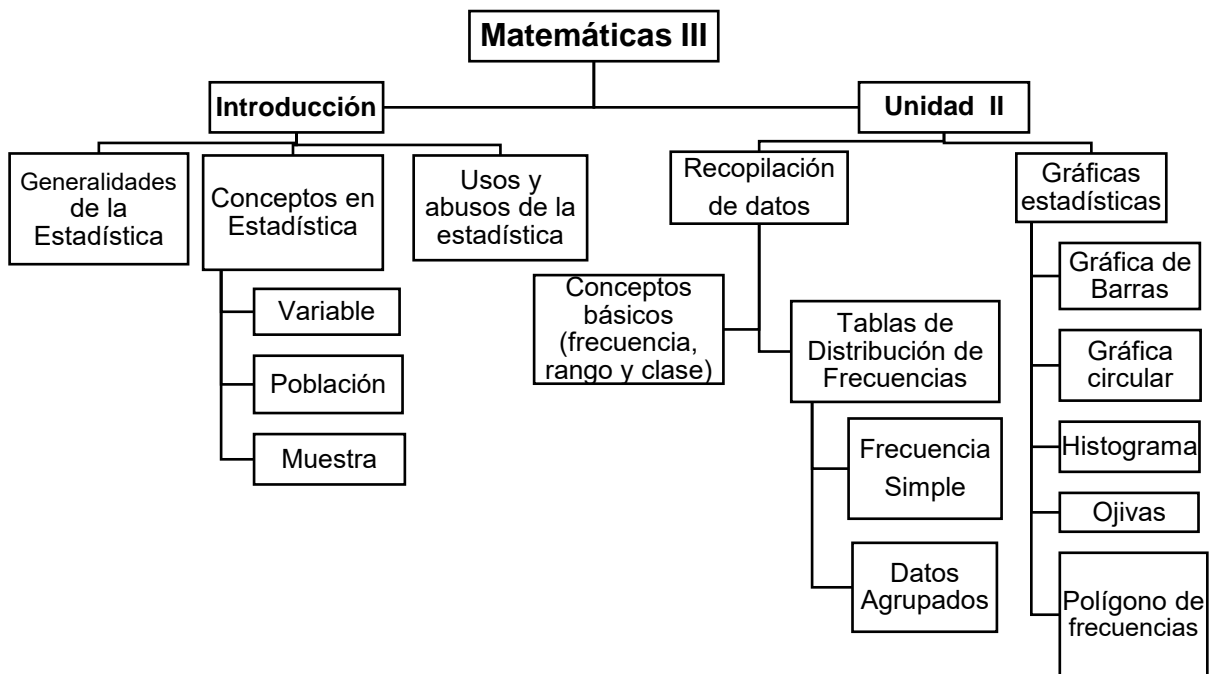


Figura 1.3. Mapa Conceptual de la unión del Contenido para la Propuesta.

Fuente: Elaboración personal con datos UNAM (2004).

Para la planeación de clase de Matemáticas III en el Tecnológico Universitario Naucalpan, se observa que predomina la estructura del Plan de estudios del CCH (2004), donde se aportan generalidades, usos y abusos de la estadística, así como los conceptos básicos en la materia: variable (clasificación cualitativa y cuantitativa), población y cálculo del tamaño de una muestra ; siendo más completo el contenido para abordar el contenido gráfico; implementando actividades que promuevan el aprendizaje de contenidos conceptuales.

La unidad dos es de interés particular, por que contempla la recopilación de datos y gráficas estadísticas elementales, considerándose los conceptos básicos: frecuencia, rango, clase y marca de clase (del Plan de estudios DGETI), permitiendo enseñar y aprender tablas de distribución de frecuencias (simple y de datos agrupados), así como la clasificación y elección de gráficas: gráfica de barras, gráfica circular, histograma, ojiva y polígono de frecuencias, promoviendo en los alumnos un aprendizaje de contenidos procedimentales.

## **1.7. Dificultades de los estudiantes en el aprendizaje de las gráficas en Estadística Descriptiva**

En la literatura de educación estadística se reportan estudios acerca de las dificultades presentadas en la enseñanza, el aprendizaje, la comprensión, elaboración e interpretación de gráficas estadísticas elementales. En este bloque se presentan algunas aportaciones que se consideran importantes para este trabajo. En el orden en que se mencionan renglones más adelante, los autores de dichos estudios son: Gal (2002); Batanero (2001); Garfield y Ben-Zvi (2008); Reading y Pegg (1996), Curcio (1982), Gerber (1995), Lee y Meletiou (2003), Li y Shen (1992).

Gal (2002) indica que la familiaridad con los gráficos y su interpretación es parte de la cultura estadística del ciudadano adulto, quien debe ser capaz de leer y construir gráficas; también debe darse cuenta de que la diversidad de gráficas que pueden dar una imagen distinta de los mismos datos, y que intencionalmente se puede distorsionar una tendencia en los datos con una gráfica.

Batanero (2001) menciona que los profesores suponen, a veces, que la elaboración de tablas y gráficos es muy sencilla y dedican poco tiempo a su enseñanza. Sin embargo, elaborar una tabla de frecuencias o un gráfico supone, ya, una primera reducción estadística, pues se pierden los valores originales de cada uno de los datos pasándose a la distribución de frecuencias.

Garfield y Ben-Zvi (2008) indican que una de las dificultades al graficar es la confusión de histograma con diagramas de barras. En la escuela primaria, los alumnos pueden usar barras para representar el valor de un caso individual, por ejemplo, el número de animales domésticos (gatos, perros, aves, etcétera) dentro de la familia, o una barra puede representar el valor de un caso individual, por ejemplo el número de familias con un animal doméstico (p.170).

Reading y Pegg (1996), hacen un análisis de las respuestas de un grupo de estudiantes a dos tareas de respuesta abierta; en una de las tareas, los datos se presentan sin agrupar, mientras que en la otra se dan mediante un gráfico. Los autores encuentran que la comprensión de los datos es mejor cuando éstos se



presentan sin agrupar, en lugar de hacerlo gráficamente. Es por ello razonable suponer que los estudiantes tienen dificultad, con la interpretación de distribuciones de datos representados gráficamente (citado en Estrada, 2008, p.115-116).

Curcio (1987), encontró en sus estudios con alumnos de cuarto a séptimo grado de educación primaria, que variables como la edad y el curso escolar estaban relacionadas con la comprensión de los gráficos y que las principales dificultades en la comprensión aparecen en los dos niveles superiores (“leer dentro de los datos” y “leer más allá de los datos”).

Sobre el efecto que tienen los conocimientos previos (del tema al que se refiere el gráfico; del contenido matemático de gráfico y del tipo de gráfico empleado) en la comprensión de las relaciones matemáticas expresadas en el gráfico; describe tres niveles distintos de comprensión:

1. “Leer los datos”: este nivel requiere una lectura literal del gráfico; no se realiza interpretación de la información contenida en el mismo.
2. “Leer dentro de los datos”: incluye la interpretación e interrogación de los datos en el gráfico, requiere la habilidad para comparar cantidades y el uso de otros conceptos y destrezas matemáticas.
3. “Leer más allá de los datos”: es necesario que el lector realice predicciones e inferencias a partir de los datos sobre informaciones que no se reflejan directamente en el gráfico.

Gerber (1995), distingue siete categorías sobre la comprensión de gráficos, que se refieren a diferentes niveles de comprensión de los estudiantes para interpretarlas;

- Categoría 1: los aprendices no se centran en los datos, sino más bien en características idiosincrásicas de los mismos, que relacionan con su comprensión ilimitada de los datos representados en el gráfico. Tienen dificultades para interpretar el contenido de los gráficos y son incapaces de entender la información contenida en ellos de forma coherente.

- Categorías 2 y 3: se centran sólo en una parte de los datos representados. Los alumnos describen porciones discretas de los datos, más que patrones y regularidades. No hacen una interpretación global. En la categoría 2 no aprecian el propósito del gráfico. En la categoría 3 aprecian el propósito del gráfico pero no comprenden aspectos específicos que son clave para entender la representación.
- Categorías 4, 5 y 6: representan vistas estáticas de los gráficos, aunque aumenta la precisión de la información extraída de ellos. En la categoría 4 se reflejan patrones que generan los gráficos. Si un gráfico representa varias variables, los estudiantes son capaces de analizarlas una a una, pero no en su conjunto. Si tienen varios gráficos, los analizarán de uno en uno, pero no son capaces de utilizarlos todos simultáneamente para obtener más información. En la categoría 5 los gráficos representan relaciones entre diversas variables y los aprendices pueden hacer comparaciones centrándose en todas ellas y no en una sola. En la categoría 6 los estudiantes usan los gráficos para apoyar o refutar ideas y pueden usar distintos tipos de representaciones para apoyar las informaciones.
- Categoría 7: por último, aquí los alumnos son capaces de hacer extrapolaciones. Son capaces de ver tendencias a partir de los gráficos y hacer predicciones usando los datos presentados en ellos (citado en Estrada, 2008, p.116-117).

Lee y Meletiou (2003) citados en Arteaga y Batanero (2014), alertan con cuatro categorías de razonamientos erróneos a la hora de construir, interpretar y aplicar los histogramas:

- i) Percepción de los histogramas como representación de datos aislados, suponiendo que cada rectángulo se refiere a una observación particular.
- ii) Observar el eje vertical y comparar las diferencias en las alturas de las barras al comparar los histogramas.
- iii) Interpretar los histogramas como gráficos de dos variables (p.12).

Además de la comprensión, otra de las dificultades importantes vinculadas a la representación gráfica, es la elección incorrecta del tipo de gráfico. En este ámbito, los estudios de Li y Shen (1992) con estudiantes de secundaria, muestran ejemplos de dificultades y errores en los proyectos estadísticos realizados por sus alumnos. Éstos son algunos de los ejemplos más representativos:

- a) La elección poco adecuada de las escalas de representación para el objetivo pretendido.
- b) Utilizar un polígono de frecuencias con variables cualitativas.
- c) Utilizar un diagrama de barras horizontal para representar la evolución del índice de producción industrial a lo largo de una serie de años.

Respecto a las escalas de los gráficos construidos Li y Shen (1992) encontraron los siguientes errores:

- i) Omitir las escalas en alguno de los ejes horizontal o vertical, o en ambos.
- ii) No especificar el origen de las coordenadas
- iii) No proporcionar suficientes divisiones en las escalas de los ejes.

Li y Shen también indican que frecuentemente, las concepciones incorrectas de algunos alumnos conducen al empleo inadecuado del software gráfico y, en muchas ocasiones, a comparar cantidades heterogéneas en un mismo gráfico.

De los estudios anteriores, es necesario indicar algunas de las dificultades generales que se presentan en el tema de gráficas estadísticas elementales:

- 1) De enseñanza – aprendizaje. Los profesores suponen que la elaboración de tablas y gráficas es muy sencilla, omitiendo la enseñanza de dichos temas.
- 2) De elaboración. Los participantes eligen incorrectamente el tipo de gráfica que represente los datos y presentan dificultad en la elección, omisión y división de las escalas gráficas. Además, confunden gráfica de barras con histograma y viceversa.
- 3) De comprensión. El alumnado es incapaz de entender la información contenida de forma coherente y no comprenden aspectos específicos en las

gráficas; no analizan las variables en su conjunto y omiten la utilidad de obtener más información de manera simultánea.

- 4) De interpretación. Los alumnos presentan dificultades al interpretar el contenido particular y global de la distribución de datos representados gráficamente.

Así, de las múltiples investigaciones sobre errores y dificultades, se consideran las siguientes referencias:

Borassi (1987) indica que “el análisis de errores en educación matemática como un recurso motivacional y como un punto de partida para la exploración matemática creativa, implicando valiosas actividades de planeamiento y resolución de problemas”

Radatz (1980) considera que “el análisis de errores como una estrategia de investigación prometedora para clarificar cuestiones fundamentales del aprendizaje matemático”.

Donde el “análisis de errores”, según Borassi (1987) y Radatz (1980) es un recurso motivacional, que sirve de punto de partida para la exploración matemática creativa, implicando valiosas actividades de planteamiento y resolución de problemas; en este caso, para seleccionar actividades didácticas que permitan promover el aprendizaje significativo de estadísticas gráficas elementales.

### **1.8. Propósito del Trabajo**

Como ya se mencionó, el propósito de este documento es diseñar una propuesta de estrategias didácticas para el proceso enseñanza-aprendizaje de la representación de datos en gráficas estadísticas elementales, para que los alumnos de nivel medio superior logren un lenguaje gráfico adecuado, de acuerdo a los lineamientos teóricos de Batanero y Díaz (2011) y Ausubel (2012).

El NCTM (2000) en los *Principios y Estándares para la Educación Matemática. Estándar 10*, señala que en los niveles 9-12 (Bachillerato de 15 a 17 años Grados 1, 2 y 3), el currículo de matemáticas debe incluir un estudio continuado de análisis de datos y de estadística para que los estudiantes sean capaces de asimilar y extraer

inferencias a partir de diagramas, tablas y gráficas que recojan datos de situaciones del mundo real.

Y para que, además los futuros universitarios sean capaces de transformar datos como ayuda para la interpretación de datos y la predicción; por lo que hay que animar a los aprendices a que apliquen herramientas estadísticas en otras materias académicas por medio de la exploración de datos. Por lo tanto, resulta esencial que todos los alumnos de bachillerato adquieran, las aptitudes que se tratan en este estándar.

Para conseguir lo anterior, es necesario que se dé a las gráficas estadísticas elementales un lugar más prominente en el proceso de enseñanza – aprendizaje y seleccionar estrategias didácticas que permitan un mejor aprendizaje de las mismas; es decir, para valorar en qué medida los estudiantes de bachillerato logran un aprendizaje significativo de gráficas estadísticas es necesario llevar a cabo un estudio.

La metodología en este estudio, consiste en: a) determinar el tipo de investigación que se hará; b) especificar el fundamento teórico de la propuesta didáctica principal (Estadística basada en proyectos); c) particularizar la selección de la propuesta didáctica (*¿Cómo son los alumnos en clase?*, Batanero y Díaz, 2011) estableciendo objetivos, datos, preguntas, actividades y plan de clase; d) determinando la población bajo estudio.

Además de, e) establecer los instrumentos de medición para evaluar conocimientos (observación y cuestionarios); f) distribuir la planeación de clase en sesiones dosificadas con actividades de enseñanza – aprendizaje; g) precisar las características de la entrega de un producto final (reporte estadístico); h) evaluar las actividades correspondientes al tiempo que dure la propuesta didáctica.

Estos aspectos, se desarrollan en los capítulos tres y cuatro; así como la presentación de resultados cualitativos y cuantitativos, respectivamente, en el capítulo cinco.

## CAPÍTULO 2

### CONSIDERACIONES TEÓRICAS

En este capítulo se exponen las consideraciones teóricas que sustentan la propuesta y que comprenden enfoques histórico-sociales, disciplinares (matemáticos, en este caso de gráficas estadísticas elementales), de didáctica y psicopedagogía, respectivamente; líneas que se estudiaron en la Maestría en Docencia para la Educación Media Superior (MADEMS).

Se presentan los enfoques de Arteaga (2004) y Batanero y Díaz (2011), específicamente en el uso de gráficas estadísticas y su didáctica; así como en el contexto psicopedagógico las aportaciones de Ausubel (2012) y Díaz Barriga (2010), centrados en el aprendizaje significativo y la selección e implementación de estrategias didácticas para un mejor proceso de enseñanza-aprendizaje.

Para definir qué es una gráfica, es necesario hacer un espacio y definir qué es la Estadística, abordando la clasificación de la misma y ubicando la posición que ocupan las gráficas dentro de esta ciencia, es por ello que en los siguientes párrafos se concentra la información teórica que fundamenta esta investigación.

#### **2.1. La estadística y su clasificación**

En nuestro día a día nos inundan de datos estadísticos que debemos ser capaces de entender, asimilar y analizar. La estadística está presente en la vida cotidiana cada día con más intensidad y, resulta útil, ya sea en el trabajo o en actividades relacionadas con el ocio (Estrada, 2008, p.23).

Para comenzar, se va a definir en qué consiste la Estadística como ciencia y las aportaciones que ésta puede hacer a profesores, alumnos e individuos en general.

Como afirma Granados (2011), *“Estadística es la ciencia que se encarga de reunir, organizar, presentar, analizar e interpretar datos, que sirven para*

*caracterizar y describir un conjunto y, a partir de dicha descripción, realizar una eficiente toma de decisiones en ámbitos de incertidumbre” (p.16).*

“Es un motor del desarrollo de los países (Batanero, 2001)”...“y tanto la estadística en sí misma como las maneras de aprenderla son algo vivo y cambiante (Garfield y Ben Zvi, 2007)” (citados en González, 2015, p.9-14).

A partir de lo anterior, puede establecerse que la estadística es la ciencia de los datos que sirve para organizar y presentar la información de manera numérica y a través de gráficas, permitiendo obtener conclusiones sobre una población o a través del estudio de una muestra; de aquí que esta ciencia tenga una doble clasificación.

La división clásica de la Estadística distingue dos clasificaciones: estadística descriptiva y estadística inferencial. La primera, tiene como fin presentar resúmenes de un conjunto de datos y poner de manifiesto sus características, mediante representaciones gráficas, los datos se usan para fines comparativos; el interés se centra en describir el conjunto de datos y no se plantea el extender las conclusiones a otros datos diferentes o a una población.

La segunda por el contrario, estudia los resúmenes de datos con referencia a un modelo de tipo probabilístico. Se supone que el conjunto de datos analizados es una muestra de una población y el interés principal es predecir el comportamiento de la población, a partir de los resultados de la muestra (Godino y Batanero, 2002, p.702).

De esta manera, se hace énfasis en la “Estadística Descriptiva dónde la representación de datos se lleva a cabo vaciando la información obtenida en cuadros, tablas y en gráficas” (Cepeda, 2015, p.69), que es el tema de interés del presente trabajo.

Y haciendo referencia de un viejo proverbio chino -“*un dibujo vale más que diez mil palabras*”-, se contempla que en un dibujo sencillo, puede resumir toda la información importante de una cantidad de datos; por lo que uno de los métodos más ampliamente utilizados para presentar datos es mediante gráficas (Willoughby, 1982, p.69).

De aquí la importancia de considerar que mediante gráficas sea más fácil presentar información, que a veces resulta complicada de leer y entender en tablas y datos estadísticos sumamente complejos.

Al respecto Espinel (2000), menciona que *“dichas representaciones, se suelen hacer si se quiere presentar algún resultado de manera que se capte fácilmente, leyendo el texto acompañado de un gráfico”* (p.450), es decir, es más legible un contenido que representa datos gráficos, que si sólo incluyera tablas o fórmulas matemáticas difíciles de entender.

Sin embargo, para muchas personas la primera palabra que le viene a la mente cuando piensan en una gráfica estadística, es encerrar alguna mentira, de aquí que las gráficas puedan ser usadas de manera tendenciosa; por lo tanto, es necesario que todo individuo preparado deba conocer ampliamente las prácticas que pueden falsear la información, para estar en condiciones de interpretar el material gráfico que se le presente (Willoughby, 1982, p.72)

Entonces, es necesario indicar que en la escuela debe enseñarse a recolectar datos precisos y de manera honesta, así como presentar los mismos en tablas y gráficas sin alteraciones; esto con el fin de no mentir con estadísticas e inclusive falsear datos que promuevan ventajas o beneficios a favor de algún resultado negativo.

De esta manera, una vez que se ha descrito el uso de la estadística en nuestra vida, su clasificación correspondiente y el lugar que una gráfica ocupa en dicha ciencia, es de vital importancia saber qué antecedentes históricos tiene el uso de las gráficas estadísticas y el impacto que han tenido a lo largo del tiempo.

## **2.2. Antecedentes históricos de las Gráficas estadísticas**

La historia de las gráficas en estadística es relativamente reciente, debido a la variedad de habilidades que se requieren para su construcción y su lectura e interpretación.



Los primeros indicios de visualización surgieron en los diagramas geométricos, las tablas de posición de las estrellas y otros cuerpos celestes, los mapas que sirvieron de ayuda a la navegación y exploración de nuevos territorios. La idea de coordenada se usó en el antiguo Egipto por los constructores que las usaban para planificar sus ciudades; las ideas de longitud y latitud se conocen en astronomía, al menos desde el año 200 d.C. (Friendly, 2007, p.20).

Según Cazorla (2002), el sistema de coordenadas cartesianas, tal como lo conocemos aparece en 1637, en el libro de Descartes "*La Géométrie*". Los científicos de la época utilizaron gráficos cartesianos para explorar la relación entre variables con una filosofía de análisis exploratorio de datos. Las curvas se emplearon en estadística para comprender la estructura de los datos empíricos relativos a los fenómenos estudiados (citado en Arteaga, 2010, p.44).

En 1644 Michael Langren produjo la que probablemente es la primera representación de datos estadísticos, al mostrar las variaciones en la determinación de la longitud entre la ciudad de Toledo (España) y Roma (Italia). Durante los siglos XVII y XVIII, se suceden los avances en la estadística y las invenciones de nuevos gráficos.

En 1765 Joseph Priestley, es el primero de que se tiene noticia en utilizar la "línea de tiempo" para representar la localización de acontecimientos en forma cronológica. Después de un lento nacimiento, ligado a las necesidades políticas y comerciales, a partir del siglo XIX y sobre todo del XX se produce un crecimiento de la visión del papel de los gráficos en estadística (citado en Abad y Huapaya, 2009, p.9).

El inventor de gráficos estadísticos muy populares, como histogramas, gráficos de sectores y diagramas lineales, fue el político y economista William Playfair, quien le da el impulso a lo que hoy se conoce como gráficos estadísticos, introduciéndose en el mundo de los negocios, utilizando varios métodos gráficos para mostrar datos económicos (Espinel, 2000, p.449).

Playfair, expone su idea de que los gráficos permiten una comunicación más eficiente que las tablas de frecuencia, publicando el libro titulado *The Commercial and Political Atlas* (1786), el cual contiene cuarenta y tres gráficos de series de

tiempo y por primera vez, es usado un gráfico de barras. En 1801, utiliza el primer gráfico de sectores en su obra Playfair's Statistical Breviary.

Así, William Playfair inventó un lenguaje visual universal aplicable a las ciencias y al comercio por igual, a pesar de que no fue entendido por sus contemporáneos, iba a determinar un paradigma completamente nuevo en el análisis de datos. Con su trabajo, él cambió las suposiciones y puntos de vista acerca de cómo los datos podían ser exhibidos y hacerlos comprensibles para los demás.

Playfair actuó basado en los siguientes principios que él mismo estableció:

- El método gráfico es una forma de simplificar lo tedioso y lo complejo
- Los hombres ocupados necesitan alguna clase de ayuda visual.
- El gráfico es más accesible que un cuadro
- El método gráfico es concordante con los ojos.
- El método gráfico ayuda al cerebro, ya que permite entender y memorizar mejor.

A partir de este punto y durante el siglo XIX, se elaboran todo tipo de gráficos aplicados a las ciencias naturales y sociales. Con el uso de las microcomputadoras (1990) sucedieron importantes transformaciones en los campos de la visualización y la organización de información; se crearon programas informáticos especiales para la elaboración de gráficos, que luego fueron reemplazados por hojas de cálculo, que añadieron a sus opciones, la función gráfica (Abad y Huapaya, 2009, p.10-12).

“En este sentido y basado en investigaciones recientes, es importante mencionar que la mayoría de las gráficas estadísticas son de naturaleza cartesiana y que las primeras gráficas estadísticas fueron construidas por no matemáticos” (Espinel, 2000, p.449) y con las aportaciones de Playfair se comprueba que las gráficas no se realizaron directamente en las ciencias exactas, sino en sociales y humanidades.

En la actualidad, el desarrollo de las nuevas tecnologías, posibilita la realización de gráficas estadísticas de modo rápido y eficaz, siendo la hoja de cálculo una de las herramientas más extendida para la elaboración de gráficos, sin omitir que

ésta requiere de manipulación por parte del usuario para editar la información presentada.

Las capacidades de cálculo y representación gráfica de los ordenadores actuales permiten la obtención de una amplia variedad de gráficos y cálculos estadísticos de una forma sencilla, dando un papel importante a la visualización por medio de diferentes gráficos, permitiendo en educación, enseñar y aprender mejor. Sin embargo, es importante mencionar que la facilidad del uso de tecnologías para graficar datos sencillos y extensos, ha hecho que los programas y aplicaciones informáticas se usen mal, imposibilitando la reflexión y el abuso de las mismas (Godino y Batanero, 2002, p.702).

Por lo tanto, en la actualidad una manera eficiente de presentar datos estadísticos de manera gráfica es calcular, tabular y trazar figuras geométricas elementales de manera manual, con el propósito de presentar información completa que permita el análisis, la interpretación, la reflexión y la toma de decisiones de quien lee los resultados.

Entonces la inquietud que surge ahora, es determinar qué es una gráfica estadística, para después seleccionar de manera correcta el gráfico correspondiente que presente datos estadísticos de manera visual.

### **2.3. Gráficas estadísticas elementales**

Un propósito principal de este trabajo es, caracterizar qué es una gráfica estadística. Tratando de responder la pregunta, se refiere lo siguiente:

“Hoy los gráficos son una parte vital del análisis estadístico de datos y una parte vital de la comunicación en ciencia y tecnología, negocios, educación, y un medio de masas. Con todo, diseñar gráficos para analizar y representar datos es en gran parte no científico. La excelencia de los gráficos estadísticos, consiste en comunicar ideas complejas con claridad, precisión y eficacia” (Espinell, 2000, p.450).

De tales reflexiones, se define que *una gráfica estadística es una herramienta visual que sirve para representar datos estadísticos y comunicar ideas complejas, con claridad, precisión y eficacia.*

A partir del concepto anterior, se describe cuál es la principal función de las gráficas, los elementos estructurales que las conforman, sus reglas de construcción y la clasificación general de gráficas estadísticas elementales (histograma, gráfica de barras, gráfica circular, polígono de frecuencias y gráfica de líneas).

Según Parsonson y Baer (1978), las gráficas tienen tres funciones principales:

1. Proveer una evidencia visual de la existencia de la relación temporal entre las variables dependiente e independiente.
2. Proporcionar una descripción detallada, rango y estabilidad de los datos, la secuencia de los eventos en el tiempo y grado de control alcanzado, información que, por lo general, no proporcionan las tablas.
3. Permitir un primer análisis o procesamiento de los datos, ya que es la forma preliminar de analizarlos, así como tomar decisiones en la investigación, emitir juicios y elaborar conclusiones.

Es decir, que las funciones principales de las gráficas son comunicar, resumir y describir información (pp.105).

Los datos anteriores se ligan a las aportaciones que en la tesis doctoral (Arteaga, 2010) titulada *Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores*, se dice que:

Hay una gran variedad de gráficos estadísticos, que sirven para representar diferentes tipos de datos, atendiendo al tipo de variables (nominales, ordinales, cuantitativas discretas o continuas) y el número de variables representadas (univariantes, bivariantes, multivariantes) (p.7).

Y el mismo autor refiere la clasificación de los gráficos en los siguientes rubros:

Gráficas Estadísticas Univariantes: Diagrama de barras, Gráfica de sectores, Histogramas, Polígono de frecuencias y gráficas de líneas, Gráfica de puntos.

Gráficas Estadísticas Bivariantes y Multivariantes: Gráficas de barras adosados o apilados, Polígono de frecuencias o gráficas de líneas múltiples, Gráficas de puntos múltiples, Histogramas adosados (pp.8-16).

Por lo tanto, en este trabajo serán de interés las gráficas univariantes: histograma, gráfica de barras, gráfica de sectores (circular o de pastel), ojiva o polígono de frecuencias y gráfica de líneas; debido a que en los planes de estudio de educación media superior (CCH, 2004 y DGETI), son éstas las que se contemplan en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los alumnos.

### **2.3.1. Elementos estructurales de las gráficas estadísticas**

“Para construir una gráfica es necesario identificar cada una de las partes que la conforman” (Cepeda, 2015, p.21); de aquí la importancia de indicar los elementos estructurales de las distintas gráficas estadísticas, que varían de una gráfica a otra y cuya identificación permite una posterior interpretación y lectura de la gráfica (Arteaga, 2004, p.109).

A continuación, se muestran diversas aportaciones en las que se definen los elementos constituyentes de las gráficas. Una gráfica tiene los siguientes elementos:

- *Segundo plano o plano de fondo*, que sirve de soporte al gráfico y que en la mayoría de los gráficos es blanco, pero que podría variar dependiendo de la gráfica utilizada.
- *Estructura* de la gráfica, que nos da información sobre las entidades que están siendo representadas y que se relacionan entre sí. En muchas de las gráficas dicha estructura está constituida por los ejes cartesianos.
- *Contenido pictórico*, que consiste en la forma por la que los datos son representados y transmitidos a través de la gráfica.
- *Rótulos*, que proporcionan información de ayuda a la hora de interpretar las distintas gráficas. Dichos rótulos formados por letras, palabras, frases y números, dentro del título de la gráfica y de los ejes, marcas, etcétera (Kosslyn, 1985, p.501).

Según Curcio (1987), una gráfica queda determinada por los siguientes elementos:

- Las *palabras* que aparecen en la gráfica, como el título de la gráfica, las etiquetas de los ejes y de las escalas, y que proporcionan las claves necesarias para comprender el contexto, las variables y las relaciones expresadas en la gráfica.
- El *contenido matemático* subyacente. Por ejemplo, los conjuntos numéricos empleados y otros conceptos matemáticos implícitos en la gráfica que el estudiante ha de dominar para interpretarlo, como los del área de una gráfica de sectores, longitud en una gráfica de líneas o sistema de coordenadas cartesianas en un diagrama de dispersión.
- Los *convenios específicos* que se usan en cada tipo de gráfica y que se deben conocer para poder realizar una lectura o construcción correcta. Por ejemplo, el alumno ha de conocer que en un diagrama de sectores, la amplitud del sector es proporcional a la frecuencia (p.387).

Partiendo del análisis anterior, Friel, Curcio y Bright (2001) identifican los siguientes elementos estructurales de una gráfica estadística:

- El *título* y las *etiquetas* indican el contenido contextual de la gráfica y cuáles son las variables en él representadas. Será importante incluir un título y etiquetas no ambiguos.
- El *marco* de la gráfica, que incluye los ejes, escalas, y marcas de referencia en cada eje. Dicho marco proporciona información sobre las unidades de medida de las magnitudes representadas. Puede haber diferentes tipos de marcos y sistemas de coordenadas (lineales, cartesianas bidimensionales o multidimensionales, polares).
- Los *especificadores* de la gráfica son los elementos usados para representar los datos, como los rectángulos (en el histograma) o los puntos (en el diagrama de dispersión).
- El *fondo* que incluye los colores, la cuadrícula e imágenes sobre el que puede ser representada la gráfica (p.132).

Por lo tanto, priorizando las aportaciones de los autores anteriores, es importante mencionar que cuando se pide a un estudiante interpretar una gráfica, el alumno debe realizar la traducción entre lo representado en la gráfica y la realidad, por lo que ésta traducción requiere conocimientos sobre las componentes de la construcción de una gráfica.

En su libro *Análisis y representación de datos*, Cepeda (2015) especifica elementos importantes para construir una gráfica:

- *Ordenada*: es el eje vertical o eje  $y$  (valores de la variable dependiente).
- *Abscisa*: es el eje horizontal o eje  $x$  (valores de la variable independiente).
- *Origen*: es el punto donde se encuentran (intersección) los ejes  $x$  e  $y$ ; marcan el punto cero para ambos ejes.
- *Escala de eje*: son valores numéricos que representan a las variables.
- *Corte de gráfica*: son dos pequeñas líneas que indican un cambio en alguno de los ejes de la escala, es decir, cuando no se empieza desde cero se inicia con valores pequeños y los posteriores son grandes. Se recomienda hacer sólo un corte por eje.
- *Marcas de graduación*: son segmentos de líneas de medida que se presentan a lo largo de los ejes, indicando los valores de la escala. Éstas pueden cortar, presentarse fuera o dentro del eje.
- *Pie de figura*: formado por un número arábigo, para que el lector la pueda identificar de manera sencilla, seguido de una descripción breve de la gráfica (pp.21-22).

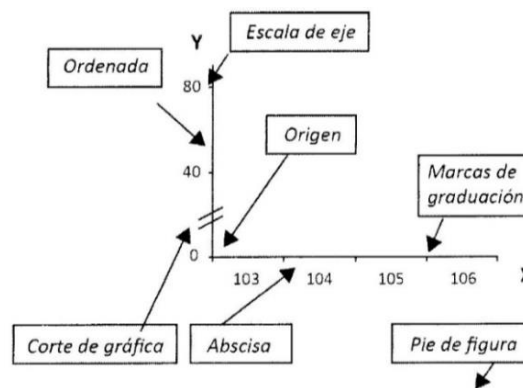


Figura 2.1. Elementos de una gráfica. Fuente: Cepeda, 2015.

Otros elementos a considerar, y que dependen del tipo de gráfica y de los datos a representar, son:

- *Línea de separación*: línea paralela a la ordenada que indica la separación entre fases; no debe quedar sobre ningún dato. El número de líneas depende del número de fases.
- *Encabezado de fases*: títulos que indican la condición experimental en las distintas fases.
- *Línea de división*: línea que se puede agregar a una gráfica para facilitar la visión y evaluación de los datos; inicia desde las marcas de graduación de un eje y se extiende a través del área de trazado.
- *Leyenda*: cuadro que identifica los diseños o colores asignados a las series de datos o categorías de una gráfica (pp.22-23).

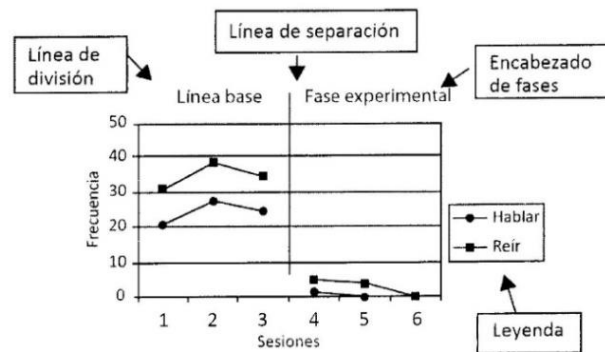


Figura 2.2. Elementos complementarios de una gráfica. Fuente: Cepeda, 2015.

Por lo tanto, en la elaboración de gráficas estadísticas es fundamental la precisión, la claridad en los títulos, la elección del tipo de gráfico y el uso de escalas adecuadas. Si uno de estos aspectos no se tiene en cuenta, la gráfica puede dar una idea inadecuada de la información que se trata de comunicar (Godino y Batanero, 2002, p.707). Además de considerar “no omitir, las variables que se están empleando en cada uno de los ejes, dónde se marcarán los correspondientes valores” (Granados, 2014, p.54).

En la siguiente figura (Figura 2.3) se muestra una distribución en forma de tabla y la gráfica de barras sobre mortalidad por cáncer.



Mortalidad por cáncer.  
Panorama Internacional, 2007

Tipos de cáncer	2007
Pulmón	1,400,000
Mama	549,000
Colon	677,000
Estómago	866,000
Hígado	653,000

Fuente: Informe de Cáncer Organización Mundial de Salud.

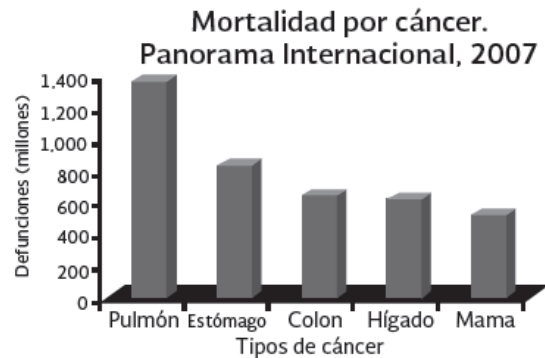


Figura 2.3. Elementos estructurales de una gráfica / Fuente: Sánchez, 2013, p. 14.

De lo anterior, se indica que el conocimiento de los elementos de una gráfica, es importante para que especialistas, docentes y alumnos de Estadística Descriptiva puedan comunicar sus ideas de manera clara y precisa; contemplando que existen reglas generales para la construcción de las gráficas y éstas dependen del tipo de gráfica que se esté utilizando. A continuación se describen dichas normas.

### 2.3.2. Reglas para la construcción de una gráfica estadística

La construcción de una gráfica no es fácil, es necesario considerar una serie de elementos. Chmil, 1974 (citado en Cepeda, 2015, pp.31-50) proporciona una lista de diez reglas que, de seguirlas al pie de la letra, se tendrá como producto una gráfica fácil de interpretar y analizar.

1. La gráfica debe estar centrada en la página. Los ejes que la conforman deben reunir ciertas características. El eje vertical, también denominado eje y, debe medir las tres cuartas partes de lo que mide el eje horizontal o x. La unión de ambos ejes se etiqueta con el número cero.
2. Los ejes deben etiquetarse debidamente: la variable independiente (identificada en las diferentes fases o sesiones) en el eje x y la variable dependiente, o medidas tomadas, en el eje y.
3. Las etiquetas en los ejes deben ser claras, paralelas al propio eje y centradas.

4. Las marcas de la rejilla deben dibujarse fuera de los ejes y deben ser equidistantes, evitando que las marcas salgan de la línea de cada eje. La numeración para ambos ejes debe ser horizontal. No es necesario que la distancia entre marcas en cada eje sea igual, aunque si debe existir cierta proporción.
5. Se deben asignar valores numéricos a cada una de las marcas, los cuales deben encontrarse en una escala adecuada. Los números deben escribirse de manera clara para facilitar la lectura. Los intervalos en cada eje deben ser iguales.
6. Un punto representa una unidad  $(x, y)$ , así que deben asignarse valores a ambos ejes. Esto es, a cada valor de  $x$  le corresponde un valor de  $y$ . Es importante apuntar que no deben señalarse los valores sobre los ejes: debe existir una distancia razonable entre éstos y los aquéllos.
7. Deben unirse los puntos de manera secuencial (de izquierda a derecha) con una línea, esto es, del punto uno al dos, del dos al tres y así sucesivamente. El punto uno no debe quedar sobre el eje vertical, aun cuando pueden existir puntos sobre el eje horizontal, lo que indicaría valores de cero.
8. Si hay más de una variable representada, debe incluirse una leyenda. Ésta debe colocarse en la esquina superior derecha, dentro del espacio de la gráfica. Se recomienda representar hasta cuatro variables dependientes, asimismo, los nombres de las variables especificadas en la leyenda deben escribirse con mayúsculas y minúsculas.
9. Cuando hay más de una variable dependiente, se les debe asignar diferentes marcas para diferenciarlas, esto es, diferentes símbolos, tipos de líneas o, en su defecto, distintos colores. Es necesario también que cada una de estas marcas se una secuencialmente por medio de líneas delgadas. En la leyenda debe aparecer cada una de las marcas (del lado izquierdo) con su respectiva etiqueta (del lado derecho).
10. Evitar excederse en el número de puntos, líneas o barras. Las variables deben ser las necesarias para poder interpretarlas.

### **2.3.3. Clasificación de Gráficas estadísticas**

Existe una amplia diversidad de gráficas; la selección depende de los requerimientos del investigador, de la naturaleza de los datos y de los fines de la investigación, a lo que se puede sumar la creatividad del investigador y los objetivos que persigue (Cepeda, 2015, p.24); “gráficamente los datos estadísticos se pueden representar por medio de barras, círculos, líneas rectas o curvas” (Baldor, 2014, p.306).

Las clasificación de las gráficas, se regirá por las gráficas univariantes (Arteaga, 2004, pp.8-13): histograma; gráfica de barras; gráfica de sectores, circular o de pastel; ojiva o polígono de frecuencias y gráfica de líneas; por ser las de interés particular de este trabajo.

#### **Histograma**

Esta gráfica describe una frecuencia de clases utilizando barras adyacentes en las que la altura corresponde a las frecuencias de clase, esto es, las frecuencias se colocan en el eje de las y (ordenadas), mientras que el ancho representa los límites de los intervalos de cada clase, los cuales se localizan en el eje de las x (abscisas) (Granados, 2014, p.54).

Según Cepeda (2015), constituye una representación gráfica de la distribución de ciertos valores numéricos. En general se utiliza cuando se requiere expresar simples comparaciones de medida. Las ventajas que reporta son su fácil construcción, la claridad de la información que presenta, la posibilidad de mostrar bloques de datos y la capacidad de exhibir información comparativa. La longitud de las barras indica la magnitud del dato, y éstas deben ser del mismo ancho, con una ligera separación entre ellas (pp.24-25).

Se utiliza en caso de contar con variables cuantitativas continuas o discretas con un número elevado de valores, agrupándolos en intervalos, para simplificar la gráfica; presenta la información en forma más sintética que el diagrama de barras y permite detectar rápidamente las tendencias (moda). La desventaja es que se pierde información, pues no se tiene representados todos los datos originales. Un histograma se obtiene construyendo sobre unos ejes cartesianos unos rectángulos

cuyas áreas son proporcionales a las frecuencias con que aparecen los valores de cada intervalo. Las bases de los rectángulos, colocadas sobre el eje de las abscisas, serán los intervalos de clase y las alturas serán las necesarias para obtener un área proporcional a la frecuencia de cada clase (Arteaga, 2004, p.10).

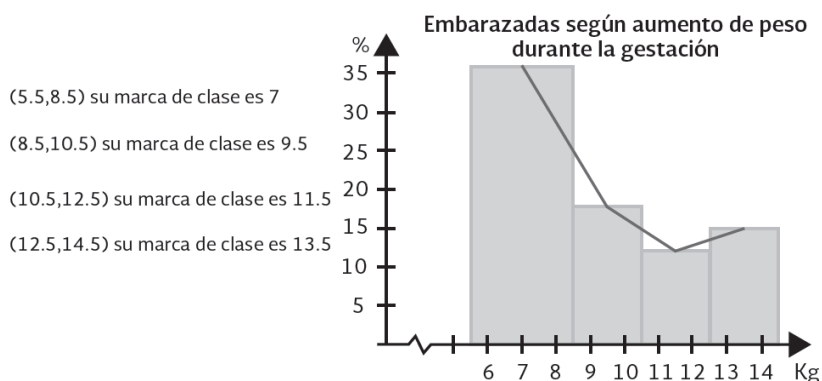
La primera decisión que hay que tomar en cuenta para agrupar una variable es el número de intervalos en que se va a dividir su rango de variación. No existe una regla fija, y en última instancia será un compromiso entre la pérdida de la información que supone el agrupamiento y la visión global y sintética que se persigue (Batanero y Díaz, 2008, citado en Arteaga, 2004, p.11).

Al construir el histograma se tiene en cuenta el recorrido de la variable o diferencia entre sus valores máximo y mínimo; recorrido que se divide en clases o intervalos que pueden ser o no de la misma amplitud. Cada intervalo queda definido por un extremo superior e inferior de la clase (Arteaga, 2004, p.11). A continuación se presenta el “aumento de peso” en mujeres embarazadas del Centro de Salud “Luis Pasteur” (ver *Tabla 2.1*) y su histograma correspondiente (*Figura 2.3*).

*Tabla 2.1.* Embarazadas según aumento de peso durante la gestación, Centro de Salud “Luis Pasteur”, 1991

Aumento de peso*	Número	Porcentaje
6 a 8	68	53.13
9 a 10	24	18.75
11 a 12	16	12.50
13 a 14	20	15.62
Total	128	100.00

\* En kilogramos enteros.



*Figura 2.4.* Histograma / Fuente: Sánchez, 2013, p.18-19.

## Gráfica de Barras

Es una representación gráfica que puede ser usada para representar la distribución de frecuencia de variables cualitativas, cuantitativas discretas o inclusive variables continuas, han sido discretizadas y diferentes intervalos de valores se han transformado en categorías (Arteaga, 2004, p.8).

Según Nortes (1993), el diagrama de barras puede construirse para frecuencias absolutas, relativas o porcentajes; en cualquier de estos casos, para cada una de las modalidades del carácter (si la variable es cualitativa) o valores de la variable (si es cuantitativa discreta) la frecuencia de aparición se representa mediante una barra.

En esta gráfica se suelen disponer los datos en el primer cuadrante de unos ejes de coordenadas cartesianas, levantando sobre el eje de las abscisas un bloque o barra para cada modalidad de la variable observada. Mientras que en caso de variable cualitativa, el orden en que aparecen las categorías en el eje es irrelevante (aunque a veces se ordenan en función de la mayor o menor frecuencia), para variables cuantitativas discretas el orden de presentación de valores en el eje x ha de ser el orden numérico natural (Arteaga, 2004, p.9).

Según Spiegel (1991), *“la altura de la barra ha de ser proporcional a la frecuencia absoluta o relativa, que se representará en el eje de ordenadas y el ancho es irrelevante; siendo importante que todas sean idénticas”* (p.19).

Es posible también intercambiar el papel de los ejes, aunque es menos usual, pero los programas de cálculo, como la hoja Excel proporcionan diagramas de barras tanto horizontales como verticales.

A continuación se presenta un ejemplo, dónde a partir de un planteamiento y su respectiva tabla de datos, se construye una gráfica de barras.

El profesor de una institución educativa registró el número de alumnos que llegaban tarde a su clase durante una semana. Los resultados fueron los siguientes:

Tabla 2.2. Número de alumnos que llegaron tarde a la clase

Días	Número de alumnos
Lunes	6
Martes	1
Miércoles	0
Jueves	3
Viernes	2

Fuente: Cepeda, 2015, p.25.

Para construir la gráfica se trazan líneas verticales a partir de las marcas de los días registrados y posteriormente, líneas horizontales que corresponden al número de estudiantes que llegaron tarde a la clase por cada día de la semana (Figura 2.5).

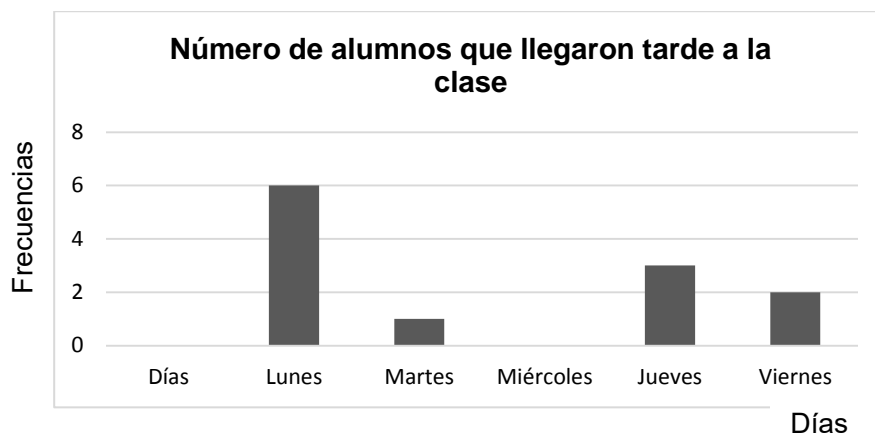
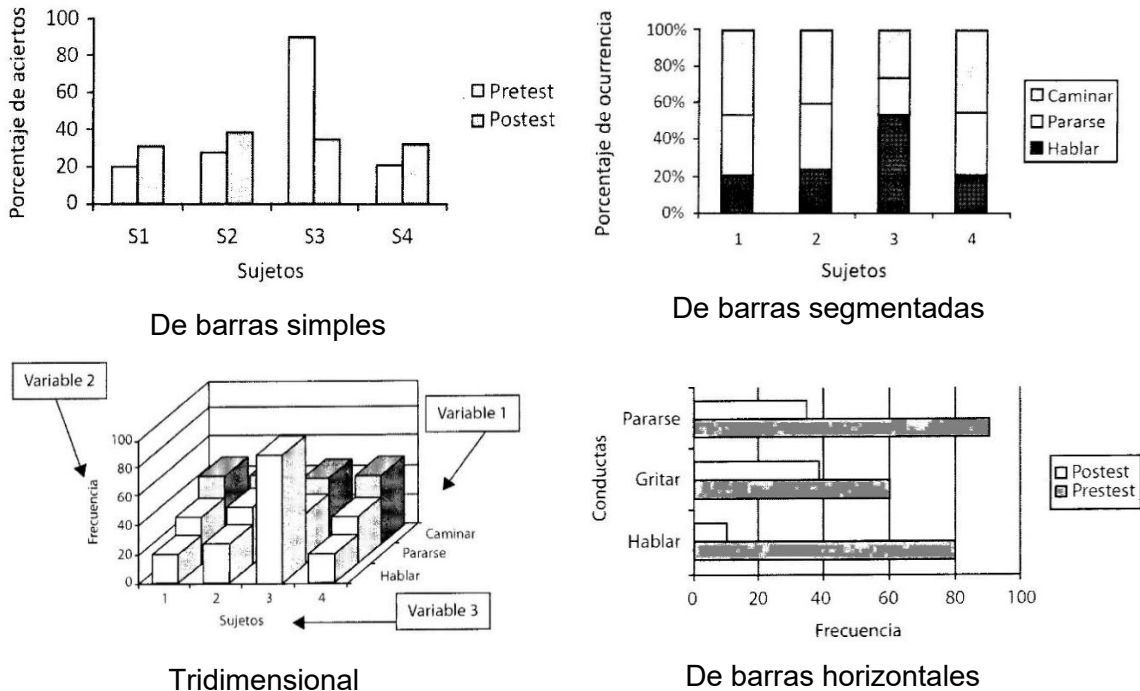


Figura 2.5. Gráfica de barras /Fuente: Cepeda, 2015, p.25.

Cepeda (2015) indica que esta gráfica se clasifica en cuatro tipos:

1. *De barras simples.* Como su nombre lo indica, es la gráfica con una serie de barras que agrupa un número de datos o diferentes grupos de datos.
2. *De barras segmentadas o subdivididas.* Representa la relación de una parte con un todo. De tal modo que a cada segmento corresponde una variable, categoría o comportamiento.
3. *Tridimensional.* Este tipo de gráficas tiene como ventaja principal poder representar de manera simultánea tres dimensiones o variables, de ahí su nombre. Esto conlleva un ahorro de espacio en la representación de los datos.

4. *De barras horizontales.* Son semejantes a las de barras simples, sólo que en este tipo de gráfica, las barras se muestran de manera horizontal. Esta gráfica recibe su nombre por su configuración; se traza utilizando los mismos datos que se emplearon en el histograma y nos permite comparar con facilidad distintas cantidades de nuestro conjunto de datos (pp.26-27).



Figuras 2.6. Tipos de gráfica de barras. Fuente: Cepeda, 2015.

### Gráfica de sectores, circular o de pastel

“La gráfica de sectores, consiste en utilizar segmentos de un círculo, proporcionales a la frecuencia correspondiente de cada categoría analizada” (Cepeda, 2015, p.28); se usa cuando se trabaja con datos que tienen grandes frecuencias, y los valores de la variable son pocos; es una gráfica cuya principal validez es para representar variables cualitativas.

Arteaga (2010) afirma que: “La ventaja que tiene es su fácil interpretación y por el contrario, la desventaja de utilizarla es, que cuando los valores de la variable son muchos no se visualiza bien la información y no es productivo” “En este tipo de

gráfico no se representan posibles modalidades de la variable en estudio que tengan frecuencia nula” (p.10).

Baldor (2014) indica que “En esta gráfica se representan las partes de un todo por sectores circulares llamados en inglés -pie charts-, (gráficos de pastel) porque los sectores tienen semejanza con los cortes que se dan a un pastel” (pp.307-308).

“Su construcción se facilita, recordando que un círculo completo tiene 360 grados y que este ángulo debe corresponder a un 100% del total representado” (Esparza y Mercado, p.1).

Es una gráfica que resulta útil para mostrar las frecuencias relativas. Para trazarla se convierte cada frecuencia relativa a grados, esto se logra multiplicando cada decimal (esto es, cada frecuencia relativa) por 360 (que, es el total de grados de una circunferencia), luego, con un transportador van localizándose los puntos en la circunferencia (Granados, 2014, p.56).

Para observar cuál es el procedimiento que se lleva a cabo para construir una gráfica de pastel, se considera el siguiente planteamiento:

En una investigación se tomó la frecuencia de asistencia a un taller que duró tres meses. La frecuencia total de la categoría conductual (asistencia) fue de 136, distribuida por mes de la siguiente manera:

Tabla 2.3. Asistencia al Taller

Mes	Asistencia
Abril	21
Mayo	26
Junio	90
Total	136

Fuente: Cepeda, 2015, p.28

Abril mostró una frecuencia de 21. Cuando se tienen 360°, ¿cuántos grados les corresponden a esa misma categoría?:

136 es a 360°, como 21 es a  $x$ .

Usando la regla de tres, que establece la igualdad del producto de los extremos con el producto de los medios, se puede despejar  $x$ :



$$x = \frac{21 * 360}{136} = 55.58$$

Este mismo procedimiento se seguirá con las siguientes cantidades o categorías restantes, asistencia en mayo y junio:

$$x = \frac{26 * 360}{136} = 68$$

$$x = \frac{90 * 360}{136} = 238$$

Después, con el transportador o compás se dibuja un círculo y se asignan los sectores circulares a cada categoría dentro del círculo. Finalmente, una vez trazados los sectores, se puede anotar en cada uno el nombre de la categoría o el porcentaje representado, o simplemente coloreando la parte correspondiente a cada categoría.

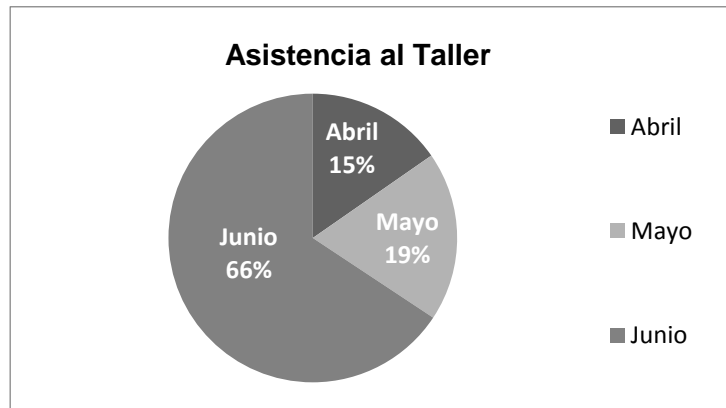


Figura 2.7. Gráfica de Pastel

### Polígono de frecuencias

Otra forma de representar los datos es el polígono de frecuencias, que es la línea que resulta de unir los puntos medios de las bases superiores de los rectángulos de un histograma de frecuencias. También se pueden representar polígonos de frecuencias a partir del diagrama de barras de una variable cuantitativa uniendo los extremos superiores de las barras.

En estos gráficos la altura del punto en el que confluyen dos líneas es proporcional a la frecuencia de un valor. Si se trata de variable agrupada en intervalos, la altura es proporcional a la frecuencia en el intervalo sólo en el caso de intervalos de igual amplitud. En otro caso, sería proporcional a la frecuencia del intervalo dividida entre la amplitud de la base (Nortes, 1993, en Arteaga, 2004, p.11).

Para trazarlo se debe localizar en el eje de las x los *puntos medios* que correspondan a cada clase y, en el eje de las y, las *frecuencias de clase* (Granados, 2014, p.55).



Figura 2.8. Polígono de frecuencias / Fuente: Reporte sobre delitos de alto impacto, 2014, p.29.

### Gráfica de líneas

La gráfica de líneas, cuyas características son las siguientes: (a) son fáciles de construir, (b) son de una apariencia simple y atractiva, (c) se emplean para graficar datos continuos o dependientes y (d) pueden presentarse múltiples datos.

La gráfica de líneas aparentemente es similar al polígono de frecuencias y en la hoja de Excel no se diferencian; pero matemáticamente son bastante diferentes, pues un gráfico de líneas se usa para representar frecuencias de una variable cualitativa o valores numéricos de una serie de datos, y no para representar variables cuantitativas; se caracteriza por presentar una trayectoria de los datos que muestran los cambios en la variable dependiente (Cepeda, 2015, pp.29-30).



Figura 2.9. Gráfica de Líneas / Fuente: Reporte sobre delitos de alto impacto, 2014, p.28.

Dado que se conocen varios tipos de gráficas de líneas, la selección dependerá del tipo de datos que se requieran representar. Se describen a continuación:

*De líneas simples.* La sencillez y claridad permiten al lector evaluar y analizar los datos representados. En este tipo de gráficas, por lo general sólo se representan de una a cuatro variables dependientes, de tal forma que cada línea corresponde a una variable.

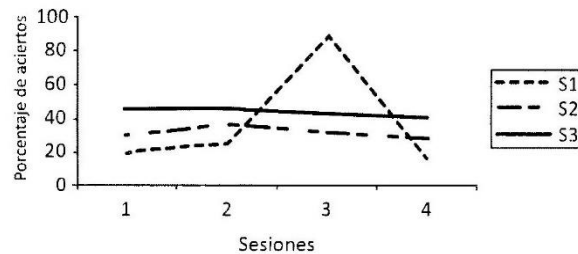


Figura 2.10. Gráfica de líneas simple. Fuente: Cepeda, 2015.

*Con marcas.* La diferencia respecto de la anterior radica en que se incorporan pequeñas marcas o señales para distinguir cada variable en lugar de usar diferentes tipos de líneas.

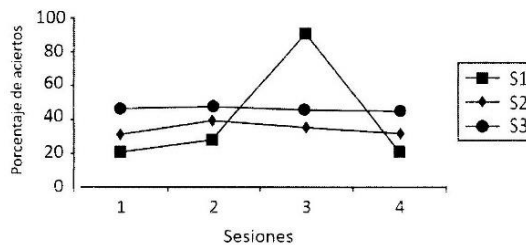


Figura 2.11. Gráfica de líneas con marcas. Fuente: Cepeda, 2015.

*Tridimensionales.* Al igual que la gráfica de líneas simples, es conveniente representar de una a cuatro variables dependientes. La diferencia radica en que las líneas son de forma tridimensional (Cepeda, 2015, pp.30-31).

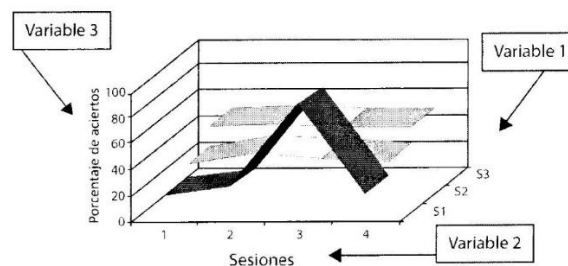


Figura 2.12. Gráficas tridimensionales. Fuente: Cepeda, 2015.

## **2.4. Gráficas estadísticas en Educación estadística**

Dentro del campo de la educación estadística, existe la necesidad actual de que toda persona sea capaz de tratar con información estadística y las representaciones gráficas que presentan los distintos medios de comunicación y los contextos de la vida diaria; por ello es preciso indicar, que para tener un nivel de cultura estadística, todos debemos contar con las habilidades de construcción, interpretación y análisis de gráficas estadísticas y el comportamiento de las mismas.

De lo anterior, se señala que existen pocos estudios que indican la importancia del uso de gráficas estadísticas en la vida del docente y el alumno, considerándose algunas de las existentes y de las cuales se describe la influencia para esta investigación. Los estudios contemplados son los siguientes: Batanero (2001); Watson (2006) y Arteaga (2010), respectivamente.

Batanero (2001) dedica su investigación basada en cursos de “Didáctica de la Estadística” y a lo largo de doce años trata de reflejar las diversas facetas de la estadística: como ciencia, como herramienta de investigación en áreas diversas, como campo de investigación didáctica, tanto para la formación de niños, como de profesionales, investigadores y docentes.

Batanero trata de reflexionar sobre la formación didáctica que sería necesario impartir a estadísticos y matemáticos, quienes tienen una formación sólida y actualizada en los métodos y técnicas de esta materia, surgiendo la necesidad de concretar lo que, en el lenguaje didáctico, se conoce como conocimiento del contenido didáctico.

En el contenido de su libro, la autora responde la pregunta: ¿Qué tipo de situaciones didácticas se pueden usar para la enseñanza del contenido didáctico, si se requiere ser consecuente con los principios constructivistas del aprendizaje, con la interacción social y del trabajo en grupo del alumno?, contestando que existen pocos textos dedicados a la formación didáctica de los profesores de estadística y estableciendo actividades que promuevan una mejora continua de contenidos estadísticos en la escuela.

Watson (2006) ha llevado a cabo investigaciones sobre la comprensión de los distintos contenidos del currículo en estadística y su relación con el desarrollo de cultura estadística de los alumnos. Según la autora, es importante que los estudiantes se enfrenten a problemas estadísticos en los que el contexto juegue un papel importante, ya que es con este tipo de problemas con los que se encontrarán cuando acaben la educación secundaria.

La autora define una jerarquía de niveles de cultura estadística útil para evaluar la comprensión de los aprendices. Los niveles propuestos son los siguientes:

- El desarrollo del conocimiento básico de los conceptos estadísticos.
- La comprensión de los razonamientos y argumentos estadísticos cuando se presentan dentro de un contexto más amplio de algún informe en los medios de comunicación o en el trabajo.
- Una actitud crítica que se asume al cuestionar argumentos que estén basados en evidencia estadística.

La anterior clasificación es una jerarquía en la que cada nivel requiere un mayor número de habilidades que el inmediatamente anterior. Sin embargo, dentro de un determinado tema del currículo de estadística, podría proponerse una tarea relacionada directamente con el último nivel, para continuar desarrollando competencias relacionadas con los dos niveles anteriores.

En este sentido, la autora propone tareas basadas en artículos o gráficos obtenidos de los medios de comunicación, en los que la información presentada este manipulada y así empezar fomentando una actitud crítica, pero a la vez poder ir desarrollando comprensión y conocimiento sobre los conceptos estadísticos y ser conscientes del contexto de la tarea presentada.

Watson propone que en la escuela se deberán introducir de forma más generalizada el trabajo con asociación de variables. Para ello muestra la utilidad que pueden tener las representaciones gráficas, proponiendo tareas en las que los estudiantes deben crear sus producciones gráficas a partir de datos de distintas variables estadísticas proporcionados por el profesor.

Los alumnos deberán pensar entre posibles relaciones entre las distintas variables y crear sus propias representaciones gráficas para así contrastar las hipótesis iniciales de las que partieron.

También propone tareas en las que el alumnado tenga que realizar gráficos a partir de afirmaciones estadísticas en las que de manera verbal se muestren relaciones entre variables, pero sin datos numéricos. La autora asegura que esta actividad es importante pues muchos estudiantes tienen la idea de que no se puede construir un gráfico sin datos numéricos.

Según Watson, es importante también hacer notar las relaciones existentes entre las distintas gráficas y observar que no todos son adecuados para una misma situación, además el estudio de dichas relaciones puede facilitar la comprensión de gráficas más complejas.

Este tipo de ejercicios promueve la creación de relaciones por parte de los alumnos entre los distintos tipos de gráficos, lo cual ayudará a fomentar su actitud crítica a la hora de decidir si un gráfico es más adecuado que otro a la hora de representar un mismo conjunto de datos.

Arteaga (2010) analiza los gráficos producidos por 207 futuros profesores de educación primaria al resolver una tarea abierta en la que tenían que comparar dos distribuciones. Los gráficos producidos se clasifican según su corrección y se describen los errores en la selección y construcción de gráficos.

Los resultados muestran gran diversidad de errores, la mayoría relacionados con las escalas y otros, conceptuales o relacionados con convenios de construcción de los distintos gráficos. Se analiza también la influencia del uso de la computadora en los errores encontrados.

Las aportaciones de los tres autores indican que el conocimiento (conceptual y procedimental) del profesor de estadística debe ser amplio y que mediante estrategias selectas y contextualizadas, el estudiante puede aprender y desarrollar habilidades en cuanto a gráficas estadísticas se refiere.

## 2.5. Gráficas estadísticas y Psicopedagogía

El proceso de enseñanza-aprendizaje en un salón de clases es el escenario perfecto para detectar dificultades que presentan los alumnos en un tema específico; el docente es el guía, que con base de los múltiples conocimientos previos de los estudiantes y a las estrategias didácticas existentes, pretende solucionar dichos problemas. Sin embargo hay pocas investigaciones sobre la didáctica de la estadística y no se conocen dichas dificultades (Estrada, 2008, p.51).

En el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Estadística Descriptiva es importante señalar que autores como Piaget e Inhelder (1951), Fischbein (1975), Ontoria (1992) y Batanero (1999), promueven que la adquisición de ideas y conceptos estadísticos, debe darse a los individuos desde temprana edad y hasta edades universitarias; con el fin de adquirir progresivamente habilidades, conocimientos y actitudes para ampliar el pensamiento lógico-matemático.

Batanero (1999) señala que al ser la Estadística una ciencia que cambia rápidamente, lo importante no son los contenidos específicos sino tratar de desarrollar en nuestros estudiantes una actitud favorable, una forma de razonamiento y un interés por completar posteriormente su aprendizaje (p.49-53).

González (2010) indica que algunas posibles soluciones para aprender mejor la Estadística son: agregar humor a la enseñanza, disminuir la ansiedad matemática general, usar ejemplos de la vida real y cuidar especialmente las evaluaciones (p.14).

En esta concepción, la educación estadística no debe ser una simple transmisión de conocimiento, sino que tiene que asegurar unas condiciones óptimas para que la comunidad estudiantil desarrolle sus potencialidades y capacidades afectivas, sociales y de aprendizaje; se pretende que un mismo contenido se aborde desde la perspectiva conceptual, procedimental y actitudinal (Estrada, 2008, p.55).

Según Ontoria (1992), la importancia de aprender y enseñar gráficas, radica en abrir un nuevo horizonte educativo, donde debe renovarse la educación matemática y, por consiguiente, asumir un modelo constructivista de enseñanza aprendizaje; es decir, el alumno tiene que aprender a aprender y el profesor tiene que enseñar a

pensar promoviendo un aprendizaje significativo, teniendo siempre en cuenta los conocimientos previos que éstos presentan (pp.52-53).

Finalmente las preguntas que surgen son: ¿Qué y cuáles son las teorías de aprendizaje que anteceden al nuevo modelo del Constructivismo?, ¿Qué es el Constructivismo?, ¿Quiénes son los representantes intelectuales de dichas tendencias?, ¿Qué es el aprendizaje significativo? Y finalmente, ¿Qué es y cuáles son las estrategias didácticas que promueven un aprendizaje significativo en la enseñanza aprendizaje de gráficas estadísticas elementales?

### **Teorías de Aprendizaje**

Para enmarcar a la Estadística Descriptiva dentro de un contexto psicopedagógico, es necesario saber que: “Las teorías del aprendizaje son modelos explicativos que han sido obtenidos en situaciones experimentales, y hacen referencia a aprendizajes de laboratorio, que ofrecen una explicación de los procesos naturales del aprendizaje incidental y del aprendizaje en el aula” (Pérez G. y Gimeno, S., 1992, p. 2-3).

Existen tres diferentes teorías de aprendizaje sobre el origen del conocimiento: el racionalismo, el empirismo (conductismo) y el constructivismo; los anteriores se describen en los siguientes párrafos, describiendo y estudiando detalladamente al constructivismo.

La idea del racionalismo (la irrelevancia del aprendizaje), es que nuestro conocimiento es sólo el reflejo de estructuras innatas y aprender es actualizar lo que desde siempre, sin saberlo, hemos sabido; mientras que en el conductismo (la teoría del aprendizaje por asociación), nuestro conocimiento es sólo el reflejo de la estructura del ambiente y aprender es reproducir la información que recibimos.

### **El constructivismo**

Recientemente se ha hecho familiar en el ámbito educativo el uso del término “constructivismo”, término que está presente en los programas de capacitación docente de instituciones públicas y privadas de nuestro contexto, evidenciando que entre profesores se planteen ideas y aspectos generales del término, que producen confusiones y malos entendidos. ¿Y qué es el constructivismo?.



Según Pozo (2000):

El constructivismo es una tendencia que promueve los aspectos heurísticos, constructivos e interactivos en los procesos de enseñanza-aprendizaje, es decir, el conocimiento es siempre una interacción entre la nueva información que se nos presenta y lo que ya sabíamos, y aprender es construir modelos para interpretar la información que recibimos (pp.60-63).

Es importante considerar que el conocimiento no puede mantenerse estático, sino más bien dinámico, donde el docente debe enfrentarse a una comunidad estudiantil que aprenderá nuevos conocimientos, ofreciendo a los alumnos las exigencias académicas y los procesos de enseñanza – aprendizaje de calidad para que puedan superarse.

Por otro lado, Mario Carretero (1993) afirma que el constructivismo es la idea de mantener que el individuo en los aspectos cognitivos, sociales y afectivos del comportamiento no son un producto del ambiente ni un simple resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción entre esos tres factores.

En consecuencia, el conocimiento no es una copia fiel de la realidad, sino una construcción del ser humano. Dicho proceso de construcción depende de dos aspectos fundamentales: los conocimientos previos o representación que se tenga de la nueva actividad a resolver, y la actividad externa o interna que el aprendiz realice al respecto (Díaz, F. y Hernández, G., 2010, p.23).

Así, en el enfoque constructivista, la idea central se resume en “enseñar a pensar y actuar sobre contenidos significativos y contextualizados” (Coll, 1988).

Por lo tanto, se espera que las experiencias educativas propicien que los estudiantes construyan su propio conocimiento, mediante actividades intencionales, planificadas y sistemáticas, para que estos compartan sus ideas, dialoguen con otros participantes y hagan contribuciones valiosas a su grupo de trabajo (Díaz, 2014, pp.27 y 41).

Los autores más representativos del constructivismo se presentan en la Tabla 2.4, indicando las aportaciones más importantes que han marcado al campo educativo en el proceso enseñanza – aprendizaje. Las contribuciones que se consideran para el presente trabajo, se enfocan más al aprendizaje significativo de Ausubel (2012); del resto de los autores, sólo se consideran ideas generales.

Tabla 2.4. Teorías de aprendizaje

<b>Constructivismo</b>			
Piaget	Bruner	Vygotsky	Ausubel
Conflicto cognitivo	Modos de representación del conocimiento	Zona de Desarrollo Próximo	Motivación
Reequilibrio	Pensamiento narrativo	Mediación	Conocimientos previos
Estructuración de la inteligencia		Internalización de la cultura	Aprendizaje significativo
<b>Aprendizaje significativo</b>			

Fuente: Guía de Acción Docente (2009)

La teoría de Piaget ofrece una visión completa del desarrollo cognitivo, el cual puede comprenderse como la adquisición sucesiva de estructuras lógicas cada vez más complejas que subyacen en las distintas áreas o situaciones que el sujeto es capaz de ir resolviendo a medida que crece; estableciendo que el avance cognitivo sólo se puede dar si la información nueva es moderadamente distinta a la que ya se posee.

Sólo en este caso se producirá una diferenciación o generalización de esquemas que puedan aplicarse a la nueva situación. Si existe demasiada discrepancia entre la información nueva y los esquemas del sujeto, no se podrá asimilar la información.

En el campo educativo una consecuencia de la teoría de Piaget es el cambio en el rol tradicional del profesor, donde el docente deja de ser un agente transmisor para ser un agente orientador, que facilita la exploración y la investigación de nuevos conocimientos, así como la búsqueda autónoma de soluciones ante los problemas que el estudiante se encuentra en el mundo que le rodea.

Bruner contribuye a difundir la importancia que las estructuras cognitivas del niño tienen en el proceso de instrucción escolar, es decir, la forma en la que el maestro presenta al alumnado aquello que debe aprender y al aprendizaje como proceso que pueda acelerar ese mismo desarrollo cognitivo.

El mismo autor elabora su teoría de la representación (enactiva, icónica y simbólica) enlazada con el papel del lenguaje como instrumento del pensamiento, mismo que permite aprender en la escuela y mediante el cual el alumno va adquiriendo un conocimiento de las cosas por experiencia directa y por contacto con los adultos en diferentes actividades.

En el campo educativo, Bruner indica que la transmisión de conocimiento se realiza de los sujetos más expertos de un grupo, a las complejas interacciones entre adulto y niño que tienen lugar antes, después y en ausencia de cualquier tipo de escuela. Este autor defiende el aprendizaje por comprensión por parte de quien aprende y no por la realización de acciones que no se entienden.

Por su parte, Vygotsky indica que el aprendizaje tiene por objetivo promover al estudiante un nivel intelectual de aquellos que le rodean y pone de manifiesto el carácter eminentemente social de la naturaleza que permite tal aprendizaje. Para el autor, el desarrollo potencial del alumno abarca la diferencia entre lo que puede lograr independientemente y lo que puede lograr en conjunción con una persona más competente (Zona de Desarrollo Próximo).

Para dicho autor la influencia educativa de los otros juega un papel importante en el desarrollo cognitivo de las personas, ya que les proporciona un conjunto de herramientas cognitivas (conceptos, esquemas de conocimiento, categorías y medidas para organizar y entender la realidad) que son fruto de la evolución de la cultura.

Desde este punto de vista, el contexto sociocultural es crítico para el aprendizaje del estudiante al permitir que logre una meta que para él es significativa en lo personal y también valiosa en lo social; enfatizando el papel decisivo de los miembros más experimentados del entorno sociocultural, donde estos expertos guían

para ayudar al novato a ser un participante más competente y autónomo en las actividades de la comunidad.

Las aportaciones de los tres autores anteriores influyen directamente en la toma de decisiones que se reflejará en la propuesta de estrategias didácticas del presente trabajo. Las actividades que promuevan entera disposición por parte de los alumnos para enfrentarse a situaciones que deben resolver matemática y gráficamente, permiten visualizar las etapas a las que se refiere Piaget en su teoría.

De Bruner y Vygotsky se proponen dinámicas de grupo en las que el docente como guía facilitará herramientas cognitivas que permitan mayor soltura en clase, homologando las actividades individuales y en equipo, para que una vez que los estudiantes estén preparados puedan enfrentarse de manera individual al contexto social que le corresponde.

### **2.5.1. Aprendizaje Significativo de Ausubel**

El autor propone una explicación teórica del proceso de aprendizaje según el punto de vista cognoscitivo, pero teniendo en cuenta además factores afectivos tales como la motivación. Para él, el aprendizaje significa la organización e integración de información en la estructura cognoscitiva del individuo.

Ausubel centra su atención en el aprendizaje tal como ocurre en el aula. Para él, la variable más importante que influye en el aprendizaje es aquella que el alumno conoce. Nuevas informaciones e ideas pueden ser aprendidas y retenidas en la medida en que existan conceptos claros e inclusivos en la estructura cognoscitiva del aprendiz.

El concepto más importante de esta teoría es el de aprendizaje significativo; este se da cuando la nueva información se enlaza con las ideas pertinentes de afianzamiento para esta información nueva que ya existen en la estructura cognoscitiva del que aprende, es decir, el aprendizaje significativo es un proceso por el cual una nueva información se relaciona con un aspecto relevante de la estructura del conocimiento del individuo (Ausubel, 2012).

En este sentido el autor afirma que la clave del aprendizaje significativo está en la vinculación sustancial de las nuevas ideas y conceptos (ya estructurados) y en la disposición positiva respecto del aprendizaje, refiriéndose a los componentes motivacional, emocional, actitudinal que están presentes en todo aprendizaje. De esta manera los estudiantes ajustan la nueva información aprendida a sus viejos puntos de vista, en vez de alterarlos o cambiarlos (Flórez, 1994, p.90).

Este conocimiento resulta crucial para el docente, pues es a partir del mismo que debe planearse el acto de enseñar, debido a que el conocimiento y experiencias previas de los alumnos son las piezas clave de su potencial de aprendizaje.

El principal reto didáctico consiste en interesar activamente a los estudiantes en los contenidos del currículum (Pérez, 1992, pp.2-3), resultando evidente que las variables relevantes del proceso de aprendizaje significativo son múltiples y complejas, y que todas deben tomarse en cuenta en las fases de planeación, enseñanza-aprendizaje y evaluación (Díaz, 2010, p.32).

Respecto al aprendizaje significativo y a la implementación en Estadística Descriptiva, el docente debe considerar los conocimientos previos de los alumnos (conceptos estadísticos: población, muestra y variable) para que estos analicen e interpreten información estadística, reflejando los conocimientos adquiridos en las múltiples tareas y actividades de su vida diaria.

Algunos estudios han revelado que los estudiantes esperan que sus profesores promuevan este tipo de aprendizaje, deseando que los docentes plasmen un acercamiento del conocimiento escolar al mundo real, apoyando realmente a comprender lo que tienen que estudiar, para no tener que aprender de memoria contenidos que les resultan ajenos (Díaz, 1998, p.34).

Por lo tanto, al referir las ideas principales de las Teorías de aprendizaje, es necesario plantear un espacio para definir cómo aprenden los alumnos y la clasificación de aprendizajes que este adquiere en su vida académica, implicando estrategias de enseñanza – aprendizaje que promuevan una mejora educativa.

## Tipos de aprendizaje

Los contenidos que se enseñan en los planes de estudio de los distintos niveles educativos pueden agruparse en tres tipos básicos: *contenidos declarativos, procedimentales y actitudinales*. En el presente se abordará la teoría correspondiente al aprendizaje de contenidos procedimentales, sin embargo también se describen de manera general los contenidos declarativos y actitudinales.

Tabla 2.5. Aprendizajes declarativo, procedimental y actitudinal

<b>Aprendizajes</b>		
<b>Declarativo</b>	Factual	Se refiere a datos y hechos que proporcionan información verbal y que los alumnos deben aprender al pie de la letra (tablas de multiplicar, fórmulas matemáticas, leyes de los signos, etcétera).
	Conceptual	Se construye a partir del aprendizaje de conceptos, principios y explicaciones, los cuales no tienen que ser aprendidos de forma literal, sino a partir de abstracción de su significado esencial o mediante la identificación de sus características y reglas intrínsecas.
<b>Procedimental</b>		Saber hacer o saber procedimental es aquel conocimiento que se refiere a la ejecución de procedimientos, estrategias, técnicas, habilidades, destrezas y métodos. Este saber es práctico, porque está basado en la realización de varias acciones u operaciones.
<b>Actitudinal</b>		Actuar de manera congruente en diferentes circunstancias.

Fuente: Elaboración personal con datos de Díaz (2010), pp.42-46.

La necesidad de establecer los diversos tipos de aprendizaje es, plantear que para un alumno es importante aprender aprendizajes factuales y conceptuales, para realizar procedimientos matemáticos (en este caso tabular y gráfico), considerando la actitud como un factor que promueve motivación y disponibilidad por aprender contenidos nuevos durante y después de tiempo en clase. A continuación se describen ideas generales del aprendizaje de contenidos procedimentales, lo cual justifica la enseñanza – aprendizaje de gráficas estadísticas elementales.

## **El aprendizaje de contenidos procedimentales**

Los procedimientos pueden ser definidos como un conjunto de acciones ordenadas y dirigidas hacia la consecución de una meta determinada (Coll y Valls, 1992). En tal sentido, la elaboración de resúmenes, ensayos o gráficas estadísticas, son algunos ejemplos de procedimientos.

Valls (1998) plantea que, durante el aprendizaje de procedimientos es importante que el aprendiz comprenda cuál es el objetivo deseado, la secuencia de acciones que se llevarán a cabo y la evolución temporal de las mismas. Este autor establece una serie de etapas, que comprenden:

1. La apropiación de datos relevantes respecto a la tarea y sus condiciones. Ésta es una etapa en donde se resalta el conocimiento declarativo, sin ser todavía de ejecución de la tarea; se centra en proporcionar al aprendiz la información o conocimiento factual relacionado con el procedimiento en general y las tareas puntuales que se van a desarrollar, así como explicar las propiedades y condiciones para su realización, y las reglas generales de aplicación.
2. La actuación o ejecución del procedimiento, donde al inicio el aprendiz procede por tanteo y error, mientras que el docente lo va corrigiendo mediante episodios de práctica con retroalimentación. En esta fase se utiliza un doble código, declarativo y procedimental, y culmina con la fijación del procedimiento.
3. La automatización del procedimiento, como resultado de su ejecución continuada en situaciones pertinentes. Una persona que ha automatizado un procedimiento muestra facilidad, ajuste, unicidad y ritmo continuo cuando lo ejecuta.
4. El perfeccionamiento indefinido del procedimiento, para el cual en realidad no hay final. Marca claramente la diferencia entre un experto (que domina el procedimiento) y un novato (que se inicia en su aprendizaje).

Las cuatro etapas anteriores, se verán reflejadas en la planeación de clase y en la implementación de propuesta de la estrategia didáctica *¿Cómo son los alumnos en clase?*, mismas que permitirán evaluar al alumno de inicio a fin, declarando su avance en cuanto a contenido procedimental se refiere.

El aprendizaje de los procedimientos, o el desarrollo de la competencia procedimental, consiste en un proceso gradual en el que deben considerarse varias dimensiones (que forman cada una de ellas en continuo, desde los momentos iniciales del aprendizaje hasta los finales). Estas dimensiones relacionadas entre sí son las siguientes:

1. De una etapa inicial de ejecución insegura, lenta e inexperta a una ejecución rápida y experta.
2. La ejecución del procedimiento realizada con un alto nivel de control consciente, hasta la ejecución con un bajo nivel de atención consciente y una realización casi automática.
3. Una ejecución con esfuerzo, desordenada y sujeta al tanteo por ensayo y error de los pasos del procedimiento, hasta una ejecución con un bajo nivel de atención consciente y una realización casi automática.
4. De una comprensión incipiente de los pasos y de la meta que el procedimiento pretende conseguir, hasta una comprensión plena de las acciones involucradas y del logro de una meta plenamente identificada.

La idea central es que el alumno aprenda un procedimiento, y lo haga de la manera más significativa posible. Para tal efecto, el profesor podrá considerar las dimensiones anteriores y promover intencionalmente que la adquisición de los procedimientos se comprenda, razone, sea funcional y se haga generalizable a varios contextos. Algunos recursos didácticos que el docente puede emplear para enseñar procedimientos son los siguientes:

- Repetición y ejercitación reflexiva
- Observación crítica del desempeño
- Imitación reflexiva de modelos apropiados
- Retroalimentación oportuna, pertinente y a profundidad



- Establecimiento explícito del sentido de las tareas y del proceso en su conjunto mediante la relación con conocimientos, motivos y experiencias previas del alumno.
- Pensar en voz alta o verbalizar mientras se aprende y ejecuta el procedimiento.
- Actividad intensa y recurrente del alumno, ubicada en situaciones auténticas, lo más naturales y cercanas a las condiciones reales donde se aplica lo aprendido.
- Fomento explícito de la metacognición: conocimiento, control y análisis de la forma en que se desempeña el procedimiento (citado en Díaz, 2010, p.45).

Todos los elementos citados anteriormente, se implementaron en la puesta en práctica de las actividades que contemplaron la planeación de clase correspondiente a la Unidad II del curso de Matemáticas III, dentro de las instalaciones del Tecnológico Universitario Naucalpan. A continuación se describe la información necesaria que identifica qué es una estrategia de enseñanza – aprendizaje, sus características y recomendaciones.

### **2.5.2. Estrategias de enseñanza-aprendizaje**

La estrategia general para la enseñanza de diversas disciplinas, no pretende ser universal ni desarrollar la capacidad de pensar de los individuos de manera general, sino en particular, debe estar orientada a cada individuo en su etapa de desarrollo y en su estructura cognoscitiva, su manera de enfrentarse al mundo y a los contenidos de aprendizaje, sus experiencias familiares, culturales, sociales, educativas y su estilo muy personal de pensar (Flórez, 1994, p.88).

Por lo tanto, es un trabajo crucial del profesor identificar y analizar las concepciones erróneas de los estudiantes sobre cada tema principal de su materia; pero es tarea importante para el docente efectivo, el cambio de la estructura cognitiva de los aprendices, teniendo siempre presentes los enlaces y contrastes conceptuales que afianzan y robustecen el nuevo aprendizaje.

Al respecto, Díaz Barriga (2010) define que “las estrategias de enseñanza son acciones secuenciadas de enseñanza que utiliza el docente en forma reflexiva y flexible para promover el logro de aprendizajes significativos en los alumnos, reiterando que las estrategias de enseñanza son medios o recursos para prestar la ayuda pedagógica ajustada a las necesidades de progreso de la actividad constructiva de los alumnos” (p.118).

Una estrategia de enseñanza en la que el mismo estudiante se inquiete por ciertas preguntas, se proponga analizarlas, evaluarlas y resolverlas para luego autocorregirse honestamente con sus compañeros y el docente, es una enseñanza que, evita memorizar datos y afianza al alumno en su propia capacidad y autonomía; de esta manera, los alumnos ajustan la nueva información aprendida, a sus viejos puntos de vista, en vez de alterarlos o cambiarlos (Flórez, 1994, p.90).

Dichas estrategias le sirven al docente para que el alumno implemente actividades de aprendizaje y éste genere conocimiento. En ambos casos se utiliza el término “estrategia”, por considerar que ya sea el profesor o el alumno, deberán emplearlas como procedimientos flexibles y adaptables según los distintos dominios de conocimiento, contextos o secuencias de enseñanza de que se trate; ambas deben ir encaminadas al logro de que el aprendiz sea más autónomo y reflexivo (Díaz, 2010, p.121).

La finalidad de implementar estrategias de enseñanza – aprendizaje es lograr aprendizajes significativos y obtener mejores resultados académicos, estableciendo actividades variadas, activas y participativas, centradas en competencias básicas para generar cambios positivos en el desempeño y rendimiento académico de los aprendices.

Es por eso que, si existe una incidencia alta en el desempeño académico de los alumnos que son atendidos por profesores cuyas dinámicas y actividades son activas, esto es importante por cuanto se utilizan actividades mediadoras orientadas a favorecer posiciones críticas, creativas, reflexivas e investigativas, considerando el contexto sociocultural del estudiante, dónde la evaluación del desempeño es integral (Rodríguez,----, p.6).

## CAPÍTULO 3

### METODOLOGÍA DE TRABAJO

En este capítulo se diseñaron los métodos de trabajo para cumplir el objetivo general del estudio, especificando que el presente corresponde a una investigación cuantitativa descriptiva que se realizó bajo el modelo de Estadística Basada en Proyectos y mediante la propuesta de estrategia didáctica titulada: *¿Cómo son los alumnos en la clase?* (Batanero y Díaz, 2011) describiendo las actividades correspondientes.

También se determina la población de estudiantes adolescentes bajo estudio, describiendo las características principales de los participantes, los instrumentos de medición utilizados (cuestionario y reporte estadístico) y la evaluación de actividades diseñadas durante y después de la aplicación de la propuesta de estrategias didácticas.

#### **3.1. Investigación cuantitativa descriptiva**

Es importante destacar que una de las metas en la investigación consiste en describir fenómenos, situaciones, contextos y eventos; esto es, detallar cómo son y se manifiestan; por ello, conviene indicar que la presente investigación pretende recoger información general sobre los conceptos y procedimientos matemáticos del tema gráficas estadísticas elementales.

Según la teoría de los tipos de aprendizaje, se indica el proceso que existe entre un conocimiento de tipo factual a un conocimiento procedimental, que traducido a resultados, refleja si el alumno en Estadística Descriptiva comprende o no los conceptos, y los aplica de manera adecuada dentro del curso correspondiente.

Al respecto, Hernández (2000) establece que *“el propósito de la investigación descriptiva es, especificar propiedades, características y rasgos importantes de cualquier fenómeno que se analice, describiendo tendencias de un grupo o población, siendo útil para mostrar con precisión los ángulos o dimensiones de un fenómeno”* (p.80).

Por lo tanto, la información y evidencias recabadas en el presente trabajo, tendrán como objetivo proponer estrategias didácticas que promuevan un mejor proceso de enseñanza-aprendizaje en la representación de gráficas estadísticas elementales a nivel medio superior; describiendo los resultados precisos del comportamiento de determinados estudiantes ante la implementación de proyectos y actividades en un curso de Estadística Descriptiva.

### **3.2. Estadística Basada en Proyectos**

Una de las razones principales que aconsejan la inclusión de proyectos en las clases de estadística es el aumento de motivación en los alumnos para la elección de un tema de su interés, desarrollándolo a su ritmo y trabajando con amigos y compañeros, para presentar resultados significativos y tomar decisiones (Batanero y Díaz, 2011).

Es importante que los alumnos se encuentren motivados con el reporte que van a presentar, no olvidando que en lugar de solucionar ejercicios descontextualizados y hacer un curso aburrido y tedioso, debe pensarse en actividades que promuevan el alto interés por la materia y se encuentre sentido al trabajo realizado.

Según Holmes, 1997 (p.156) si los estudiantes trabajan la estadística por medio de proyectos se consiguen varios puntos positivos:

- Los proyectos permiten contextualizar la estadística y hacerla más relevante. Si los datos surgen de un problema, son datos con significado y tienen que ser interpretados.
- Los proyectos refuerzan el interés, sobre todo si el aprendiz es quien elige el tema, tratando de resolver un problema, no impuesto por el docente.
- Se aprende mejor qué son los datos reales, y se introducen ideas que no aparecen con los “datos inventados por el profesor”: precisión y fiabilidad.
- Se muestra que la estadística no se reduce a contenidos matemáticos

Es decir, los proyectos se conciben como verdaderas investigaciones, donde se trata de integrar la estadística dentro del proceso más general de la investigación, debiendo escogerse con cuidado, ser realistas, abiertos y apropiados al alumno.

Al respecto, Batanero y Díaz (2011) establecen que: “Al trabajar con proyectos se coloca a los estudiantes en la posición de tener que pensar en preguntas como las siguientes: *¿Cuál es mi problema? ¿Necesito datos? ¿Cuáles? ¿Cómo puedo obtenerlos? ¿Qué significa el resultado en la práctica?*” (p.21).

Para responder las preguntas anteriores, se comienza planteando un problema práctico y se usa la estadística para resolverlo. La figura 3.1 contiene el esquema de la forma de trabajo en la que se visualiza la parte “matemática” de la estadística (la reducción, análisis e interpretación de los datos), así como la interpretación de los resultados en función del contexto del problema planteado.

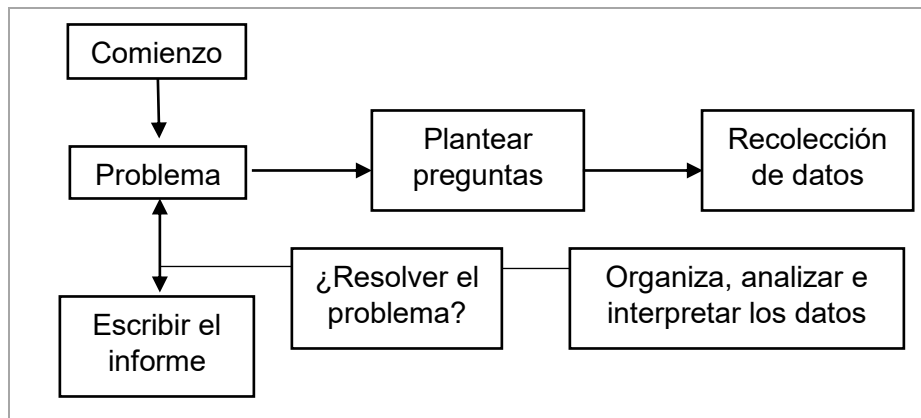


Figura 3.1. Esquema del desarrollo de un Proyecto. Fuente: Batanero y Díaz (2011)

La fase de planteamiento de preguntas es una de las más difíciles. Los alumnos rara vez comienzan con un problema claramente formulado; generalmente podrían comenzar sin preguntas definidas y el papel del profesor es ayudarles a pasar de un tema general a una pregunta que pueda contestarse.

El trabajo con proyectos en la clase de estadística plantea el problema de la gestión de la clase, de modo que se oriente a los estudiantes hacia el aprendizaje de conceptos y procedimientos gráficos, la ejercitación de las técnicas de cálculo y la mejora en sus capacidades de argumentación, formulación de conjeturas y creatividad (Batanero y Díaz, 2011, pp.22-23).

Una vez que se determinó el planteamiento de un problema, se debe capacitar al alumno para recoger, organizar, depurar, almacenar, representar y analizar sistemas de datos sencillos; de este modo podrán ver que construir un sistema de datos propio y analizarlo no es lo mismo que resolver un problema de cálculo rutinario tomado de un libro de texto.

Si se quiere que el sistema de datos sea real tendrán que buscar información cuando les falte, comprobar y depurar los errores que cometen al recoger los datos, añadir nueva información a la base de datos cuando se tenga disponible; aprendiendo a comprender y apreciar más las actividades de los que realizan las estadísticas para el gobierno y los medios de comunicación.

### **3.2.1. Desarrollo de competencias básicas a través de proyectos**

Según Batanero y Díaz (2011, p.43) el trabajo con proyectos contribuye a la adquisición de las siguientes competencias básicas:

- *Competencia en comunicación lingüística.* Durante el desarrollo del proyecto los alumnos se ejercitan en la construcción y comunicación del conocimiento y la organización y autorregulación del pensamiento. Además adquieren destrezas y actitudes como formarse un juicio crítico, generar ideas y disfrutar expresándose tanto de forma oral (exponiendo las conclusiones obtenidas a sus compañeros) como escrita (redactando el informe del proyecto).
- *Competencia matemática.* Puesto que han de utilizar y relacionar números enteros, fraccionarios y decimales, los alumnos aplican operaciones básicas, símbolos, formas de expresión y razonamiento matemático. Utilizan las proporciones, funciones, elementos geométricos y de medición.
- *Tratamiento de la información y competencia digital.* En las fases de “recolección de datos” y “organización, análisis e interpretación de los datos”, se habitúa a los estudiantes a buscar, obtener y procesar información para transformarla en conocimiento. Los proyectos contribuyen al aprendizaje del uso de calculadora, ordenadores y software y adquirir destrezas de razonamiento para organizar la información, relacionarla, analizarla y sintetizarla.

- *Competencia social y ciudadana*, pues se adquieren conocimientos diversos y habilidades complejas que permiten participar, tomar decisiones y responsabilizarse de las elecciones y decisiones adoptadas. Por otro lado, es aconsejable que los proyectos se realicen en grupos de dos a tres personas, fomentando la cooperación y la valoración del trabajo de los demás.
- *Competencia para aprender a aprender*, se ejercita la curiosidad de plantearse preguntas, identificar y manejar las diversas técnicas y estrategias con las que afrontar una misma situación problemática y afrontar la toma de decisiones con la información de la que se dispone. Se ejercitan habilidades para obtener información y para transformar dicha información en conocimientos propios.

Con base de las competencias descritas anteriormente, se observa que la Estadística Basada en Proyectos puede desarrollar habilidades en los alumnos, que muestren sus capacidades verbales y/o escritas, haciendo uso de la tecnología para afrontar un problema específico y mediante los resultados obtenidos decidir la viabilidad de su proyecto.

Batanero y Díaz (2011), consideran promover que mediante la implementación de estrategias didácticas, los alumnos aprendan conceptos y técnicas estadísticas contextualizadas dentro de una investigación, creando conciencia de la importancia de elegir métodos adecuados para dar solución a problemas específicos.

Se trata de fomentar el razonamiento estadístico, más que el aprendizaje rutinario y descontextualizado, invitando a profesores y estudiantes a adquirir un lenguaje suficiente en el campo de la estadística; es por ello que se describe la propuesta titulada *¿Cómo son los alumnos en clase?*, la cual es de gran utilidad en el presente trabajo.

### **3.3. Propuesta de estrategia didáctica: *¿Cómo son los alumnos de la clase?***

En la presente propuesta, se trata de elaborar un perfil de los estudiantes, identificando y analizando si hay diferencias entre las características físicas del

alumno y la alumna promedio; para ello se indica recoger datos sobre características físicas de los participantes, que se analizarán a lo largo del proyecto.

Se intenta poner al estudiante en la situación de realizar un estudio en que los datos se obtienen mediante medida física, concientizándolos de la importancia de la fiabilidad de los datos, la necesidad y dificultad de la categorización; la importancia de la claridad en la definición de las variables y la serie de pasos que van desde la idea inicial de la investigación hasta la obtención de conclusiones.

Batanero y Díaz (2011) especifican que *“El proyecto podría ser adecuado para personas a partir de 14-15 años, ya que se hace una primera introducción a la idea de asociación. Para alumnos de Bachillerato o universitarios, el proyecto se puede llevar a cabo con mayor formalización introduciendo la estimación de algunos parámetros o el ajuste de distribuciones que pueden servir para modelizar los datos”* (p.73).

Un objetivo importante es introducir a la comunidad estudiantil en las diferentes técnicas de recolección de datos, con especial énfasis en la medición, en este caso, de características físicas; por lo tanto, es viable que la propuesta se pueda llevar a cabo con una población estudiantil de nivel medio superior y observar las aportaciones que generen los estudiantes.

Con base en los datos necesarios, es importante señalar que se preparó una lista de las características que se incluyen en el estudio, analizando las diferentes formas en que podrían obtenerse los datos:

- Por simple observación: como el sexo, color de pelo y ojos, si el alumno usa o no lentes.
- Se requiere una medición: como el peso, talla, perímetro de la cintura, anchura de hombros o longitud de brazos extendidos.
- Habría que preguntar a los alumnos; es decir, realizar una pequeña encuesta: cuánto deporte práctica, número de calzado, cuántas horas duerme, etcétera.

Los datos serán recogidos por los propios alumnos, mediante las diversas técnicas señaladas. Se requerirá un metro y una báscula, para tomar datos de todo



el grupo con un mismo instrumento. Una vez planteado el proyecto, la actividad comienza con la recolección, codificación y registro de los datos. Algunas características a incluir, y las preguntas relacionadas con la obtención de los datos se presentan a continuación (Tabla 3.1).

Tabla 3.1. Preguntas, actividades y Plan de clase (Aprendizaje Mediante Proyectos)

Pregunta	Descripción
<p>1. Se toman los datos del sexo de cada alumno. ¿Qué tipo de variable es el sexo? Es importante ponerse de acuerdo, sobre cómo se va a codificar el género (hombres y mujeres). De lo contrario, algún compañero podría usar otros “varón/mujer”, “chica/chico”, “V/M”, etcétera. Un sistema posible de codificar los datos sería 1=“hombre”; 2=“mujer”.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se debe resaltar a los alumnos el hecho de que la codificación es un convenio, puesto que hay más de un modo de codificar los mismos datos. Cada estudiante recoge sus propios datos, describiendo el sistema empleado para que otros puedan comprender los datos de manera unánime.</li> </ul>
<p>2. ¿Cómo se distribuye el sexo de los alumnos en esta clase?. Preparar una tabla de frecuencias y un gráfico que describa la distribución correspondiente.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Los estudiantes prepararán una tabla de frecuencias y elaborarán alguno de las gráficas que ya conocen, como el diagrama de barras o de sectores.</li> </ul>
<p>3. Al recoger los datos sobre la práctica de deporte ¿Cómo podemos recoger esos datos?, ¿Cómo podríamos codificarlos?. Un planteamiento sería ¿Practicas deporte?, aunque también puede delimitarse a ¿Te gusta el deporte o no?, depende de los resultados que se quieran obtener.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Los alumnos se encuentran ahora con el problema de que la práctica de deporte no es una variable directamente observable, aunque cada uno de los estudiantes conoce si practica o no deporte y la frecuencia con que lo practica. Habrá que preguntar a todos sobre su práctica de deporte.</li> </ul>
<p>4. ¿Cómo se clasifica a los alumnos según el color de pelo? ¿Y según el color de ojos?</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Esta vez se trata de variables cualitativas que pueden observarse directamente, sin necesidad de preguntar. Sin embargo se plantea el problema de la clasificación. Para los ojos, por ejemplo, se consideran: verdes, azules, grises, cafés y negros. Estas variables dan lugar a reflexiones interesantes sobre el hecho de que, al categorizar, siempre simplificamos la realidad y los mismos datos podrían categorizarse en forma diferente.</li> </ul>

5. ¿Cuál es el número de calzado más frecuente?	<ul style="list-style-type: none"> <li>Los alumnos analizarán la distribución del número de calzado.</li> </ul>
6. ¿Cuáles son el peso y la talla más frecuentes?	<ul style="list-style-type: none"> <li>Al tratar con variables continuas o variables en que el número de valores diferentes es grande, se hace necesaria la agrupación. Como paso previo a la construcción de una tabla de frecuencias o una gráfica, se puede pedir a los estudiantes que construyan un diagrama de tallo y hojas. En este diagrama se visualiza la frecuencia en intervalos de amplitud 10 o 5 y se conservan los valores numéricos de los datos.</li> </ul>

Fuente: Batanero y Díaz, 2011, p.80.

Este proyecto puede ser más o menos complejo, en función del número y tipo de variables incluidas, dependiendo de la edad de los integrantes del grupo y del tiempo disponible; por ejemplo, el estudio podría llevarse a cabo sólo con las variables cualitativas (sexo, deporte, ojos, pelo y número de calzado) o añadir variables cuantitativas. Para relacionar posteriormente las variables es importante elaborar una tabla de recopilación de datos como la que se muestra a continuación:

Tabla 3.2. Ejemplo de la recopilación de datos estadísticos

No. alumno	Edad	Sexo (M / F)	Peso (kgs.)	Estatura (mts.)	Color de ojos	No. calzado (cms.)	Gusto por el Deporte (Sí / No)
1	16	M	80	1.69	Café	27.5	No
2	17	M	67	1.70	Café	27.0	Si
3	17	M	70	1.75	Café	27.0	Si
4	16	F	62	1.64	Café	24.0	No

Fuente: Batanero y Díaz, 2011, p.80.

En dicha tabla, los alumnos especificarán sus datos personales y se recomienda hagan uso de unidades de medida homogéneas (la misma báscula y metro) para no obtener datos con un instrumento diferente. Se pretende que colectivamente los estudiantes enlisten sus datos y posteriormente todos cuenten con la misma información, que les permitirá graficar datos y obtener conclusiones.

### 3.4. Determinación de la población bajo estudio

#### 3.4.1. Tecnológico Universitario Naucalpan

La comunidad estudiantil inscrita actualmente (2016), en Tecnológico Universitario Naucalpan (turnos matutino y vespertino) del semestre lectivo 2016-1, es de 328 alumnos aproximadamente, distribuidos en catorce grupos de primer a cuarto semestre; de los cuales el 57% son hombres y 43% mujeres. El rango de edad oscila entre catorce y veintinueve años de edad; presentando un índice de deserción (aproximado) del 1%, siendo las principales causas: cambio de escuela y/o residencia, falta de recursos económicos, alcoholismo y drogadicción.

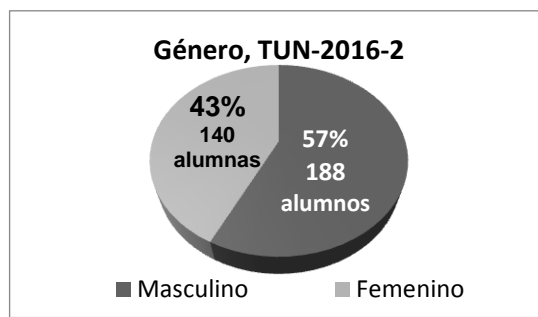


Figura 3.2. Población estudiantil Tecnológico Universitario Naucalpan

Fuente: Elaboración personal, con datos de listas de asistencia (Junio, 2016)

El contexto social que viven los adolescentes dentro de la institución, es de carácter privado y cuentan con espacios suficientes para destacar en cualquier área (salones de clase, laboratorio de cómputo, áreas de servicios, deportes, cultura y recreativas). Una característica particular es que los jóvenes viven en Naucalpan, en colonias aledañas a la institución (San Bartolo, San Esteban, Loma Linda, etcétera).

Los problemas más comunes que afectan a esta población, son: rezago educativo, déficit de atención, mayoritariamente corresponden a estudiantes rechazados por instituciones públicas del concurso COMIPEMS (Comisión Metropolitana de Instituciones Públicas de Educación Media Superior); así como embarazos no deseados, alcoholismo, drogadicción e inclusive depresión.

En lo educativo, se observa que la mayoría de los matriculados en Matemáticas, presentan dificultades en Álgebra, lo cual implica que en primer

semestre deban iniciarse los temas como nuevos y en semestres posteriores (segundo, tercero y cuarto), realizar actividades que en su mayoría tienen que ver con representaciones algebraicas, tabulares y gráficas, respectivamente.

Sin embargo, no todo es antagónico dentro de la institución; se han realizado actividades que promueven el gusto por las matemáticas (competencias y maratones de conocimiento) y con el presente trabajo se busca que particularmente en el campo de la Estadística Descriptiva, los alumnos se interesen por investigar, recolectar, ordenar y presentar datos estadísticos, mediante gráficas estadísticas elementales y la interpretación de las mismas.

### **3.4.2. Participantes**

El estudio se realizó con un grupo, de diecisiete adolescentes (siete mujeres y diez hombres) de tercer semestre de Bachillerato Tecnológico, quienes cursaron la asignatura de Matemáticas III, y que corresponden a la institución privada Tecnológico Universitario Naucalpan (turno matutino), cuyas edades oscilan entre dieciséis y dieciocho años.

### **3.4.3. Instrumentos de medición**

#### **3.4.3.1. Cuestionarios**

Se retomó un cuestionario: uno para aplicarlo antes de las sesiones de enseñanza y el mismo para aplicarse después; dicho instrumento fue extraído de Godino y Batanero (2001, p.3) y fue modificado para su aplicación, considerando sólo los reactivos de contenido gráfico (Estadística Descriptiva). La primera pregunta, pedía a los estudiantes, leer un texto breve, para completar una tabla con el número de frecuencias por cada vocal y representar gráficamente los datos en un diagrama de barras, específicamente.

La segunda y tercera pregunta, solicitaban que a partir de una gráfica (de barras e histograma), los alumnos analizaran los datos contenidos y respondieran tres preguntas básicas; todo ello, con la finalidad de observar y analizar la comprensión realizada de una gráfica estadística.

La pregunta cuatro, solicitaba que a partir de dos situaciones planteadas en una tabla, los participantes construyeran gráficas de barras. Finalmente la pregunta cinco, planteaba que mediante una gráfica de pastel, los alumnos determinarían los porcentajes correspondientes a tres actividades profesionales de una ciudad; sin embargo la pregunta se anuló, debido a que la impresión del cuestionario fue inadecuada para la aplicación.

#### **3.4.3.2. Sesiones de enseñanza**

Es importante indicar que la enseñanza no es más que una ayuda para que las personas aprendan, proceso que debe practicarse con responsabilidad, por lo cual el aprendizaje debe planificarse para que cada individuo se desarrolle lo más completo posible; de aquí que la labor profesor no sólo sea enseñar, sino también planear la enseñanza (Gagné, 1979, p.13).

Por lo tanto, el objetivo de planear una clase está enfocado a cómo aprende y adquiere conocimiento el alumno y al cómo enseña el docente. La planeación de clase contribuye responsablemente al desarrollo de un estudiante, considerando las actividades de enseñanza que motiven y estimulen el aprendizaje en una comunidad educativa que desarrolla actitudes, conocimientos y habilidades.

Se utilizó la unión de los programas de estudio de Estadística y Probabilidad I, del CCH (2004) y el de Matemáticas III, de la DGETI; adecuando actividades y estrategias de enseñanza - aprendizaje en tablas y gráficas estadísticas elementales.

Las actividades se llevaron a cabo durante doce sesiones programadas (según Calendario escolar) con duración de cinco horas a la semana, en el mes de abril de 2016; centrándose en la propuesta de Batanero y Díaz (2011), la cual considera que mediante la recopilación de datos por los estudiantes, éstos pueden entregar un proyecto final y mostrar los conocimientos adquiridos durante la unidad.

Específicamente, se presenta el formato de las sesiones que contemplan la propuesta de actividades didácticas, el cual incluye el número de sesión, la temática a tratar (subtemas), el tiempo estimado para llevar a cabo los objetivos de las sesiones (en días, fechas y horas) y las actividades diseñadas para tales fines.

Tabla 3.3. Plan de Clase – Estadística Descriptiva

<b>Plan de Clase – Estadística Descriptiva</b>				
<b>CALENDARIO DE ACTIVIDADES : ABRIL, 2016</b>				
<b>(GRUPO: BTM_301 - TURNO: MATUTINO)</b>				
Mes	Planeación Semanal (Período)	Realización		
		Miércoles (2 horas)	Jueves (1 hora)	Viernes (2 horas)
<b>Abril de 2016</b>	<b>Sesiones 1,2 y 3 (SEMANA 1)</b>	6 de Abril, de 10:50 a 12:30	7 de Abril, de 11:40 a 12:30	8 de Abril, de 7:00 a 8:40
		1) Generalidades de Estadística (Introducción y Unidad I) 2) Características de la Rúbrica de evaluación (Formato de Reporte) FT: Grupal e individual	3) Usos y abusos de la Estadística  FT: Grupal y equipos	4) Nociones básicas de la utilidad de la Estadística : i) Concepto y clasificación de la estadística ii) Nociones de variable, población y muestra.  FT: Grupal
	<b>Sesiones 4,5 y 6 (SEMANA 2)</b>	13 de Abril, de 10:50 a 12:30	14 de Abril , de 11:40 a 12:30	15 de Abril, de 7:00 a 8:40
		5) Cuestionario diagnóstico (Pre-test) 6) Recopilación de datos FT: Individual y Grupal	7) Vaciado de datos  FT: Equipos y Grupal	8) Concepto y clasificación de variables: Cualitativa y cuantitativa  FT: Equipos
	<b>Sesiones 7,8 y 9 (SEMANA 3)</b>	20 de Abril, de 10:50 a 12:30	21 de Abril, de 11:40 a 12:30	22 de Abril, de 7:00 a 8:40
	9) Tablas de Distribución de frecuencias: i) Frecuencia simple y de Datos agrupados ii) Aproximación de datos recabados  FT: Equipos	10) Representaciones gráficas y su clasificación   FT: Grupal	11) Representaciones gráficas (1ª. parte): - Gráfica de barras - Gráfica circular - Gráfica lineal  FT: Individual	
<b>Sesiones 10,11 y 12 (SEMANA 4)</b>	27 de Abril / De 10:50 a 12:30	28 de Abril / De 11:40 a 12:30	29 de Abril / De 7:00 a 8:40	
	12) Representaciones gráficas (2da. Parte): - Histograma - Polígono de frecuencia - De líneas  FT: Individual	13) Cuestionario diagnóstico (Post-test)  FT: Individual	14) Entrega de reporte  15) Exposición de resultados gráfico estadísticos  FT: Equipos y Grupal	
	<b>Número de Sesiones = 12</b>	<b>8 horas / mes</b>	<b>4 horas / mes</b>	<b>8 horas / mes</b>
	<b>Total de horas al mes</b>	<b>20 hrs.</b>		

\*F.T. Se refiere a la forma de trabajo (individual, en equipo y/o en grupo).

## Descripción de las Sesiones de Enseñanza:

<b>Sesión 1. Generalidades de la Estadística</b>											
<b>Tema:</b> Generalidades de la Propuesta y de la Estadística.	<b>Fecha de aplicación:</b> Miércoles 6 de Abril de 2016 <b>Hora:</b> De 10:50 a 12:30 a.m.										
<b>Subtema (s):</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>a) Forma de evaluación.</li> <li>b) Generalidades de Estadística.</li> <li>c) Características de la Rúbrica de evaluación (Formato de Reporte).</li> </ol>	<b>Objetivo(s):</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Indicar la forma de evaluación durante la estrategia didáctica (Segundo parcial del curso).</li> <li>2) Adquirir una primera noción de la estadística y su utilidad.</li> <li>3) Indicar la importancia de la estadística y su aplicación en otras áreas de conocimiento.</li> <li>4) Mostrar las características del formato de entrega de Reporte final y la Rúbrica de evaluación (calificación).</li> <li>5) Indicar las tareas en clase y extra clase de la Sesión.</li> </ol>										
<b>Forma de trabajo:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Grupal e Individual.</li> </ul>											
<b>Materiales y recursos</b>											
<b>Profesor:</b>											
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Material didáctico impreso, pizarrón, marcadores y borrador.</li> </ul>											
<b>Alumnos:</b>											
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Material didáctico impreso, bolígrafos y cuaderno de apuntes.</li> </ul>											
<b>Descripción de tareas</b>											
<b>Inicio</b> (15 min.)	<p>Se indicará a los estudiantes que durante doce sesiones, comprendidas durante todo el mes de abril, se llevará a cabo la unidad dos de la materia Matemáticas III, indicando los porcentajes de evaluación a considerar.</p> <p><b>1) Forma de evaluación:</b></p> <p>Se reitera a los alumnos la escala estimativa, que representa un porcentaje del semestre en curso (segunda unidad), anotando en el pizarrón lo siguiente:</p> <table style="margin-left: 40px; border: none;"> <tr> <td>Participaciones.....</td> <td style="text-align: right;">10%</td> </tr> <tr> <td>Asistencia.....</td> <td style="text-align: right;">10%</td> </tr> <tr> <td>Actividades en clase y extra clase.....</td> <td style="text-align: right;">30%</td> </tr> <tr> <td>Entrega de Reporte.....</td> <td style="text-align: right;">50%</td> </tr> <tr> <td colspan="2">Obteniendo un total del 100% de la Calificación.</td> </tr> </table>	Participaciones.....	10%	Asistencia.....	10%	Actividades en clase y extra clase.....	30%	Entrega de Reporte.....	50%	Obteniendo un total del 100% de la Calificación.	
Participaciones.....	10%										
Asistencia.....	10%										
Actividades en clase y extra clase.....	30%										
Entrega de Reporte.....	50%										
Obteniendo un total del 100% de la Calificación.											
<b>Desarrollo</b> (60 mins.)	<p><b>2) Discusión guiada:</b></p> <p>En la aplicación de esta actividad los participantes activarán sus conocimientos previos y gracias a los intercambios con el profesor podrán desarrollar y compartir con sus compañeros de forma espontánea conocimientos y experiencias previas que pudieron no poseer (o al menos no del mismo modo) antes de que la estrategia fuese iniciada (Díaz, F.; 2010, p.123); con dicha propuesta se promoverá el aprendizaje previo de los alumnos mediante preguntas, respuestas y comentarios finales.</p> <p><b>3) Organizadores gráficos:</b></p> <p>Mediante gráficas estadísticas, se indicará la importancia de la estadística en general y su relación con otras áreas de conocimiento; dicha información se presentará a los alumnos, en el pizarrón.</p> <p><b>4) Formato de Rúbrica de Reporte:</b></p> <p>Mediante un ejemplo impreso, se indicarán los puntos a calificar de la unidad y la lista de características que debe cubrir la entrega del reporte final (<i>Apéndice 1</i>). Es importante considerar el esquema del desarrollo de un proyecto, propuesto por Batanero y Díaz, 2011, p.23).</p>										
<b>Cierre</b> (15 min.)	<p><b>5) Tareas extra clase:</b></p> <p>El alumno buscará en periódicos, revistas u otro medio impreso, gráficas estadísticas básicas, para revisar y criticar la información presentada en dicho contexto. Se pretende generar evidencias estadísticas, del uso de gráficas en los medios.</p>										
<b>Evaluación</b>											
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mediante la participación individual y en equipo (discusión guiada), se ponderarán porcentajes.</li> </ul>											

<b>Sesión 2. Usos y abusos de la Estadística</b>	
<b>Tema:</b> Usos y abusos de la estadística.	<b>Fecha de aplicación:</b> Jueves 7 de Abril de 2016 <b>Hora:</b> De 11:50 a 12:30 a.m.
<b>Subtema (s):</b> a) Usos y abusos de la estadística. b) Representaciones gráficas en medios de comunicación.	<b>Objetivo(s):</b> 1) Recoger la tarea de recopilación de gráficas estadísticas. 2) Comentar el uso de gráficas estadísticas en el contexto informativo (prensa y medios de comunicación). 3) Conocer que es posible hacer mal uso de la información estadística. 4) Indicar las tareas en clase y extra clase de la Sesión.
<b>Forma de trabajo:</b> • Grupal.	
<b>Materiales y recursos</b>	
<b>Profesor:</b> • Material didáctico impreso, pizarrón, marcadores y borrador.	
<b>Alumnos:</b> • Material didáctico impreso, tareas a entregar y lápiz.	
<b>Descripción de tareas</b>	
<b>Inicio</b> (10 min.)	<b>1) Revisión de organizador gráfico:</b> El profesor pregunta quienes elaboraron la tarea anterior y recolecta las gráficas estadísticas, dónde los alumnos expresan la importancia de las gráficas en su contexto.
<b>Desarrollo</b> (30 min.)	<b>2) Uso de gráficas estadísticas básicas:</b> Entrega y revisión del ejemplo de uso de gráficas estadísticas en el contexto informativo, en dónde el estudiante revisó y criticó la información de su interés; el mismo comparte puntos de vista ante el grupo y se retroalimenta con la opinión de los demás. La base metodológica de esta actividad, surge de los estudios que Watson (2006) propone, en donde indica que “con tareas basadas en artículos o gráficos obtenidos de los medios de comunicación, se fomenta una actitud crítica, pero a la vez se desarrolla comprensión y conocimiento sobre conceptos estadísticos y ello propicia, ser conscientes del contexto de la tarea presentada”. <b>3) Lectura selecta (cooperación guiada o estructurada):</b> Mediante la lectura “ <i>El gráfico exclamativo</i> ” (Huff, 1976, pp.71-76) – <i>Apéndice 2</i> , los alumnos en equipo revisarán la información y entregarán para la siguiente sesión una opinión personal de la lectura; con ello, se proporciona al alumno material textual ilustrativo y relacional, para el análisis de gráficas estadísticas elementales. El trabajo se realiza en díadas y se enfoca a actividades cognitivas y metacognitivas, sucediendo que los participantes en una díada son equiparables un nivel de desempeño o conocimientos que poseen con respecto a la tarea a realizar. En un principio, el docente divide el texto en secciones, y los miembros de la díada desempeñan de manera alternada los roles de aprendiz-recitador y oyendo-examinador. Los pasos son los siguientes: a) Ambos compañeros leen la primera sección del texto b) El participante A recupera y explica la información sin ver la lectura c) El participante B le da retroalimentación a A sin ver el texto d) Ambos trabajan la información para lograr la comprensión e) Ambos leen la segunda sección del texto f) Los dos intercambian los roles para la segunda sección g) A y B continúan de esta manera hasta completar todo el texto y asegurar que han comprendido la lectura (Díaz, 2010, p.104).
<b>Cierre</b> (10 min.)	<b>4) Tareas extra clase:</b> El alumno realiza una opinión personal de la lectura que entregará en la siguiente sesión.
<b>Evaluación</b>	
• Mediante las participaciones de la recolección de información, el uso de gráficas estadísticas básicas y la entrega de la opinión personal; se ponderará cada actividad y sumará puntos.	



<b>Sesión 3. Nociones básicas de la utilidad de la Estadística</b>	
<b>Tema:</b> Nociones básicas de la utilidad de la Estadística.	<b>Fecha de aplicación:</b> Viernes 8 de Abril de 2016 <b>Hora:</b> De 7:00 a 8:40 a.m.
<b>Subtema (s):</b> a) Nociones básicas de la utilidad de la Estadística: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Concepto y clasificación de la estadística.</li> <li>• Nociones de variable, población y muestra.</li> </ul> <b>Forma de trabajo:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Grupal y en equipo.</li> </ul>	<b>Objetivo(s):</b> 1) Presentar los conceptos estadísticos en un vídeo que promueva de manera visual en razonamiento estadístico de manera crítica. 2) Indicar el concepto de la estadística. 3) Mostrar la clasificación de la estadística. 4) Explicar el significado que tienen los términos variable, muestra y población. 5) Conocer la importancia de trabajar con muestras seleccionadas de alguna población.
<b>Materiales y recursos</b>	
<b>Profesor:</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Material didáctico impreso, proyector, pizarrón, marcadores y borrador.</li> </ul>	
<b>Alumnos:</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Material didáctico impreso, bolígrafos y cuaderno de apuntes.</li> </ul>	
<b>Descripción de tareas</b>	
<b>Inicio</b> (15 min.)	<b>1) Uso de videos:</b> Mediante el vídeo de <i>Hans Rosling's 200 Countries, 200 Years, 4 Minutes - The Joy of Stats - BBC Four</i> , se tratará de sensibilizar a los alumnos, para que reflexionen en el uso de la estadística en temas un contexto del sector salud. En primera instancia los estudiantes visualizarán la gráfica del vídeo, para que en un segundo momento, opinen de la información que contemple conceptos básicos en estadística.
<b>Desarrollo</b> (60 min.)	<b>2) Conocimiento declarativo:</b> Según Valls (1993), se proporciona al aprendiz la información, misma que servirá para aplicar sus conocimientos en el aprendizaje procedimental de las gráficas estadísticas; de donde radica la importancia de indicar el concepto de estadística, variable, muestra y población.  <b>3) Organizadores gráficos:</b> Mostrar mediante un cuadro comparativo la clasificación de la estadística (Descriptiva, inferencial y teoría de decisiones) apoyados en la tarea previa que los estudiantes realizaron al elaborar un glosario de conceptos estadísticos ( <i>Apéndice 4</i> ).  <b>4) Procedimientos:</b> Mediante el cálculo de muestras en planteamientos estadísticos, el alumno resuelve problemas matemáticos que implican jerarquía de operaciones (álgebra), en dónde el docente ejemplifica el cálculo del tamaño de una muestra y los mismos resuelvan ejercicios que implican dicho tema.
<b>Cierre</b> (15 min.)	<b>5) Tareas extra clase:</b> El alumno entregará el cálculo de muestras correspondiente, abordando los elementos conceptuales y procedimentales aprendidos durante la sesión
<b>Evaluación</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mediante las participaciones y el cálculo de muestras, se ponderará el porcentaje correspondiente a ésta sesión.</li> </ul>	

<b>Sesión 4. Cuestionario diagnóstico (Pre Test) y Recopilación de datos</b>	
<b>Tema:</b> Examen diagnóstico (Pre Test) y Recopilación de datos.	<b>Fecha de aplicación:</b> Miércoles 13 de Abril de 2016 <b>Hora:</b> De 10:50 a 12:30 a.m.
<b>Subtema (s):</b> a) Aplicación de cuestionario diagnóstico. b) Recopilación de datos para la estrategia didáctica.  <b>Forma de trabajo:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Individual y grupal.</li> </ul>	<b>Objetivo(s):</b> 1) Revisar tarea extra clase <i>Cálculo del tamaño de muestras</i> y retroalimentar a los alumnos. 2) Revisar los conocimientos previos de los estudiantes, mediante un cuestionario diagnóstico (Pre-test). 3) Valorar la importancia de la recopilación de datos en el proceso de la investigación (inicio de la propuesta de estrategias didácticas).
<b>Materiales y recursos</b>	
<b>Profesor:</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cuestionarios diagnósticos impresos, pizarrón, marcadores y borrador.</li> </ul>	
<b>Alumnos:</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cuestionario diagnóstico impreso, bolígrafos y cuaderno de apuntes.</li> </ul>	
<b>Descripción de tareas</b>	
<b>Inicio</b> (15 min.)	<p><b>1) Procedimiento y solución de problemas</b></p> <p>En la sesión anterior, el alumno abordó planteamientos estadísticos en donde calculó muestras y/o poblaciones, enfrentándose a la solución de problemas matemáticos. De la teoría de Valls (1993), se plantea que en una primera etapa el aprendiz comprende del conocimiento factual al procedimiento general:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>i) Tareas puntuales que se van a desarrollar</li> <li>ii) Propiedades y condiciones para su realización</li> <li>iii) Reglas generales de aplicación</li> </ol> <p>Es decir, que una vez que el docente proporcionó al aprendiz la información (conocimiento declarativo) y que el estudiante se ha apropiado de datos relevantes (conceptos generales) y sus condiciones de trabajo; ahora deberá entender el procedimiento general, que incluye las tareas puntuales que se van a desarrollar, las condiciones para su realización y las reglas generales de aplicación; por ello, el profesor indicará dichos elementos al inicio de la sesión.</p>
<b>Desarrollo</b> (60 min.)	<p><b>2) Conocimientos previos</b></p> <p>Se entregará el cuestionario diagnóstico (Pre-test), basado en Batanero y Godino (2001), cuyo objetivo principal es que mediante diversos problemas matemáticos, el profesor evalúe los conocimientos (previos) de los alumnos en los temas: <i>Tablas y gráficas estadísticas elementales</i>. Para la aplicación del cuestionario, se plantea un tiempo aproximado de treinta a cuarenta minutos (piloteado en un grupo de CCH Naucalpan y otro de Tecnológico Naucalpan); siendo el mismo instrumento el que se ejecutará al final de la propuesta, como cuestionario Post Test.</p> <p><b>3) ¿Cómo son los alumnos de la clase? – Propuesta de estrategia didáctica</b></p> <p>En la recopilación <i>Estadística con Proyectos</i>, Batanero y Díaz (2011) indican que los proyectos estadísticos aumentan la motivación de los estudiantes y en dónde la principal característica de un curso basado en proyectos es que el énfasis se da a las tareas, mismas que deben ser realistas (p.21). Por ello, la propuesta <i>¿Cómo son los alumnos de la clase?</i>, pretende valorar la importancia de la recopilación de datos en el proceso investigativo, del que los estudiantes forman parte, generando sus propios datos dentro del salón de clases. Con los datos recopilados, se trabajará con estrategias de organización, para lograr la clasificación de información y la jerarquización de las mismas.</p>

	<p><b>Técnicas de recolección de datos:</b></p> <p>Una vez que los jóvenes recopilaron sus datos personales en la Tabla General de datos estadísticos, se preparará una lista de las características que se quieren incluir en el reporte estadístico, analizando las diferentes formas en que podrían obtenerse los datos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Por observación:</b> como el sexo, color de pelo y ojos, si el alumno usa o no lentes.</li> <li>• <b>Requieren medición:</b> como el peso, talla, perímetro de cintura, anchura de hombros o longitud de brazos extendidos</li> <li>• <b>Por pregunta a los integrantes del grupo:</b> realizar una pequeña entrevista: cuánto deporte práctica, número de calzado, cuántas horas duerme, etcétera.</li> </ul> <p>Los datos recopilados por los estudiantes, serán descritos mediante las diversas técnicas señaladas; requiriéndose la tabla de datos generales, un metro y una báscula, para tomar datos de todos los integrantes del grupo con el mismo instrumento de medición y que no varíen dichos datos; dichos instrumentos de medición serán entregados por el docente en clase.</p>
<p><b>Cierre</b> (15 min.)</p>	<p>Planteado el proyecto, la actividad comienza con la recogida, codificación y registro de los datos, por lo que los alumnos deberán indicar en una tabla los datos recabados que serán vaciados en un formato proporcionado por el profesor.</p>
<b>Evaluación</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mediante la participación y aportación de los alumnos en clase, se evaluará el aprendizaje mediante proyectos (AMP), implicando la recolección de datos para su posterior análisis.</li> </ul>	

<b>Sesión 5. Recopilación de datos (Continuación)</b>	
<p><b>Tema:</b> Recopilación de datos.</p>	<p><b>Fecha de aplicación:</b> Jueves 14 de Abril de 2016 <b>Hora:</b> De 11:50 a 12:30 a.m.</p>
<p><b>Subtema (s):</b></p> <p>a) Recopilación de datos para la estrategia didáctica (continuación).</p> <p><b>Forma de trabajo:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Grupal e individual.</li> </ul>	<p><b>Objetivo(s):</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Revisar el vaciado de datos en la tabla general correspondiente.</li> <li>2) Valorar la importancia de la recopilación de datos en el proceso de la investigación (continuación de la propuesta de estrategias didácticas).</li> <li>3) Realizar un diagnóstico del uso de gráficas, según la recopilación de datos estadísticos.</li> <li>4) Indicar las tareas extra clase de la Sesión.</li> </ol>
<b>Materiales y recursos</b>	
<p><b>Profesor:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Material impreso, proyector, pizarrón, marcadores y borrador.</li> </ul>	
<p><b>Alumnos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Material impreso, bolígrafos y cuaderno de apuntes.</li> </ul>	
<b>Descripción de tareas</b>	
<p><b>Inicio</b> (10 min.)</p>	<p><b>1) Revisión de Tabla de Datos estadísticos</b></p> <p>Los alumnos guiados por el profesor, darán comentarios de la información recabada por ellos mismos y con ello generar preguntas que permitan dar paso a la siguiente actividad de la sesión.</p>

<b>Desarrollo</b> (30 min.)	<p><b>2) Preguntas generadoras:</b></p> <p>Una vez que se han revisado los datos, el docente hará preguntas generadoras de conocimiento, para que los alumnos consideren el concepto y clasificación de variables. Algunas características a incluir, y las preguntas relacionadas con la obtención de los datos, se recogen a continuación:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Tomar el sexo de cada estudiante. ¿Qué tipo de variable es el sexo? Es importante ponerse de acuerdo, sobre cómo vamos a codificar los [hombres y las mujeres]... de manera cualitativa o cuantitativa.</li> <li>¿Cómo se distribuye el sexo de los integrantes del grupo en la clase? Preparar una tabla de frecuencias y un gráfico que describa la distribución. ¿Es el alumno más frecuente un hombre o una mujer?</li> <li>Recoger datos sobre la práctica de deporte. ¿Cómo podemos recoger estos datos? ¿Cómo los podríamos codificar?</li> <li>¿Cómo clasificamos a los compañeros según el color de pelo? ¿Y según el color de ojos?</li> <li>¿Cuál es el número de calzado [más frecuente]?</li> <li>¿Cuáles son el peso, la talla y la longitud [más frecuente] de brazos?</li> <li>¿Cuáles son las principales diferencias entre sexos?, ¿Cómo sería el [hombre/mujer más común]?</li> </ol> <p>De las respuestas que el grupo genere, el profesor indicará que estas preguntas irán ampliando el conocimiento a lo largo de la clase.</p> <p><b>3) Conocimientos previos en gráficas</b></p> <p>Con base de los datos recabados por los alumnos, se pedirá a los mismos que elijan cualquiera de las variables de la tabla (sin considerar sexo y deporte) y construyan la gráfica que mejor represente a dicha característica.</p>
<b>Cierre</b> (10 min.)	<p><b>4) Tarea extra clase:</b></p> <p>El alumnado realizará un mapa conceptual de la clasificación de variables en estadística, mismo que entregará para la siguiente sesión en hojas blancas.</p>
<b>Evaluación</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Mediante la revisión de información, las preguntas generadoras y las respuestas que indiquen los alumnos, el profesor observará el avance de cada integrante del grupo en el tema.</li> </ul>	

<b>Sesión 6. Variables y recopilación de datos</b>	
<b>Tema:</b> Variables y recopilación de datos.	<b>Fecha de aplicación:</b> Viernes 15 de Abril de 2016 <b>Hora:</b> De 7:00 a 8:40 a.m.
<b>Subtema (s):</b> a) Concepto de variable. b) Clasificación de variables: cualitativas y cuantitativas.	<b>Objetivo(s):</b> 1) Retroalimentar a los alumnos en el cálculo de población y muestra, identificando las variables de una población o muestra. 2) Identificar variables cualitativas y cuantitativas y 3) Valorar la importancia del uso de variables y su representación gráfica. 4) Indicar las tareas extra clase de la Sesión.
<b>Forma de trabajo:</b> • Grupal e individual.	
<b>Materiales y recursos</b>	
<b>Profesor:</b> • Material impreso, pizarrón, marcadores y borrador.	
<b>Alumnos:</b> • Material impreso, bolígrafos y cuaderno de apuntes.	
<b>Descripción de tareas</b>	
	En sesiones anteriores, la retroalimentación del <i>Cálculo del tamaño de una muestra</i> y la realización de la actividad <i>Tipos de gráficas estadísticas</i> quedaron pendientes, por lo que además de los temas incluidos en ésta sesión, se concluirán dichas tareas en clase.

<b>Inicio</b> (15 min.)	<p><b>1) Retroalimentación de cálculo de muestras</b> Del procedimiento de cálculo de población y muestra, el profesor retroalimentará a los alumnos, realizando con ellos dos ejemplos de la tarea extra clase <i>Cálculo del tamaño de una muestra</i>; tema que servirá de referencia para definir y clasificar variables.</p>
<b>Desarrollo</b> (60 min.)	<p><b>2) Identificación de variables cualitativas y cuantitativas</b> En la sesión anterior, el docente pidió la clasificación de variables en un cuadro sinóptico, tarea que los estudiantes entregan en formato carta; con ello, el profesor entregará material impreso que integra y complementa el concepto de variable, su clasificación y ejemplos de variables: cualitativas y cuantitativas. La información presentada en el material impreso, es realizada por el docente en acción y surge de la consulta de Granados (2014) y González (2015); en donde se definen variable y las características importantes de variables cualitativas y cuantitativas, proponiéndose una actividad que permitirá al estudiante identificar la clasificación de variables en un planteamiento estadístico de la vida diaria.</p> <p><b>3) Importancia del uso de variables y su representación gráfica</b> Con base del concepto y clasificación de variables, el profesor indica que en los datos estadísticos recabados, se presentan distintas variables para los alumnos de la clase; en donde cada persona del grupo será un <i>elemento</i> de la población <i>clase</i> (Batanero y Díaz, 2011).</p>
<b>Cierre</b> (15 min.)	<p><b>4) Tarea extra clase</b> Finalmente, se pide que en equipos, concluyan la actividad previa de <i>Tipos de gráficas estadísticas</i>, en donde, deben construir las gráficas que consideren necesarias para la representación de las variables: <i>edad, peso, estatura y número de calzado</i>, de los datos recabados en su salón de clase; indicando que ésta actividad se realizará en el formato entregado por el docente, a mano y sin consulta de libros y/o internet.</p>
<b>Evaluación</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Mediante las participaciones y la actividad de identificación de variables, se ponderará el porcentaje correspondiente a ésta sesión.</li> </ul>	

<b>Sesión 7. Tablas de distribución de frecuencias</b>	
<b>Tema:</b> Tablas de distribución de frecuencias.	<b>Fecha de aplicación:</b> Miércoles 20 de Abril de 2016 <b>Hora:</b> De 10:50 a 12:30 a.m.
<b>Subtema (s):</b> a) Frecuencia simple y de datos agrupados. b) Aproximación de datos recabados.	<b>Objetivo(s):</b> 1) Integrar las evidencias previas del uso de gráficas estadísticas. 2) Construir tablas de distribución de frecuencias para representar el comportamiento de las variables cualitativas y cuantitativas. 3) Interpretar tablas para describir el comportamiento de un conjunto de datos. 4) Indicar las tareas extra clase de la Sesión.
<b>Forma de trabajo:</b> • Grupal y en Equipos.	
<b>Materiales y recursos</b>	
<b>Profesor:</b>	* Material impreso, pizarrón, marcadores y borrador.
<b>Alumnos:</b>	*Material impreso, bolígrafos y cuaderno de apuntes.
<b>Descripción de tareas</b>	
<b>Inicio</b> (15 min.)	<p><b>1) Integración de evidencias, uso de gráficas estadísticas</b> El profesor integrará a las evidencias, los formatos que los alumnos realizaron con la elección y construcción previa de gráficas estadísticas de los datos recabados en la</p>

	clase.
<b>Desarrollo</b> (60 min.)	<p>Según Valls (1993), existe una segunda etapa, en donde existe la actuación o ejecución del procedimiento, en donde:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>El aprendiz realiza acciones por tanteo y error</li> <li>El docente, corrige, practica y retroalimenta al aprendiz</li> <li>Se lleva a cabo conocimiento declarativo y procedimental</li> <li>Se fija el procedimiento ( uso de tablas y gráficas estadísticas elementales)</li> </ol> <p>Es decir, que una vez que el alumno estableció los conocimientos previos al tema, ahora experimenta a prueba y error, siendo el profesor quien le guía y retroalimenta en el proceso de aprendizaje, enseñándole a realizar tablas y gráficas estadísticas con base de la información teórica y práctica del tema.</p> <p><b>2) Construcción de tablas de distribución de frecuencias</b></p> <p>Una vez recopilados, codificados y registrados los datos; el docente realiza preguntas relacionadas con la obtención de los datos:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Al tomar los datos del sexo de cada alumno. ¿Qué tipo de variable es el sexo? ¿Cómo se distribuye el sexo de los integrantes del grupo en esta clase?</li> <li>¿Cómo se pueden recoger los datos sobre la práctica de deporte? ¿Cómo se pueden codificar?</li> <li>¿Cómo clasificamos a los estudiantes según el color del pelo y el color de ojos?</li> <li>¿Cuál es el número de calzado más común?</li> <li>¿Cuáles son el peso y estatura más frecuente dentro del grupo?</li> </ol> <p>El profesor resalta a los alumnos el hecho de que la codificación es un convenio, puesto que hay más de un modo de codificar los mismos datos; se debe describir el sistema empleado para que otros puedan comprender nuestros datos. Los estudiantes prepararán una tabla de frecuencias que describa la distribución de dicha información (Batanero y Díaz, 2011, p. 73-96).</p> <p><b>3) Interpretación de tablas de distribución de frecuencias</b></p> <p>En equipos decidirán qué tabla de frecuencias corresponde a cada variable y con ello establecer el primer avance de su reporte estadístico.</p>
<b>Cierre</b> (15 min.)	<p><b>4) Tarea extra clase</b></p> <p>En equipos, los integrantes construirán las tablas que correspondan a cada variable de los datos recabados.</p>
<b>Evaluación</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Mediante el avance de las tablas, se ponderará el porcentaje correspondiente a ésta sesión.</li> </ul>	

<b>Sesión 8. Representaciones gráficas y su clasificación</b>	
<b>Tema:</b> Representaciones gráficas y su clasificación.	<b>Fecha de aplicación:</b> Jueves 21 de Abril de 2016 <b>Hora:</b> De 11:40 a 12:30 a.m.
<b>Subtema (s):</b> a) Características generales de las gráficas estadísticas elementales.	<b>Objetivo(s):</b> 1) Identificar los elementos estructurales de una gráfica, para que los alumnos construyan gráficas completas. 2) Clasificar las gráficas estadísticas elementales (univariantes y multivariantes) para la representación de datos cualitativos y cuantitativos. 3) Revisar tarea extraclase de la sesión anterior.
<b>Forma de trabajo:</b> • Grupal.	
<b>Materiales y recursos</b>	
<b>Profesor:</b> • Material impreso, pizarrón, marcadores y borrador.	
<b>Alumnos:</b> • Material impreso, bolígrafos y cuaderno de apuntes.	
<b>Descripción de tareas</b>	

<b>Inicio</b> (10 min.)	Continuando con la propuesta de Valls (1993), quien indica que debe realizarse la actuación o ejecución del procedimiento, en donde el estudiante aprende por tanteo y error y la labor docente es corregir, practicar y retroalimentar al aprendiz; se fijan los elementos estructurales para construir gráficas estadísticas y consecutivamente clasificar a las mismas, dependiendo el tipo de información (cualitativa o cuantitativa) que se quiere presentar.
<b>Desarrollo</b> (30 min.)	<p><b>1) Identificación de elementos estructurales de gráficas estadísticas</b></p> <p>Mediante un material impreso preparado por el docente, titulado: <i>Tabla de Características generales de Gráficas Estadísticas elementales</i>, se entregará copia a los alumnos y, en compañía del profesor revisarán las características generales de gráficas estadísticas elementales.</p> <p>El documento presenta un formato de 6 celdas, en donde el primer recuadro indica cinco características principales que deben seguirse para elaborar una gráfica (título, etiquetas, marco de la gráfica, especificadores de la gráfica y fondo). Los estudiantes observarán dichas características en un ejemplo representado en el pizarrón.</p> <p><b>2) Clasificación de gráficas estadísticas elementales</b></p> <p>La información restante del material didáctico, permite a todo el grupo identificar de manera general las características generales de cada gráfica propuesta (histograma, gráfica de barras, gráfica de pastel, polígono de frecuencias y gráfica de líneas); en dónde alumnos y docente leen juntos la información proporcionada. Se espera que los alumnos recuerden que en la última sesión realizaron gráficas estadísticas, sin contar con elementos teóricos que respaldaran dicha información (a prueba y error) y corresponde al profesor en las siguientes sesiones dar toda la información necesaria de construcción e interpretación de gráficas, para su reporte final.</p>
<b>Cierre</b> (10 min.)	<p>Finalmente, el docente cuestiona al grupo sobre qué gráficas serían las que corresponden a las variables de su tabla de datos recabados y con ello avanzar en la preparación de su reporte final. Los alumnos comentarán y concluirán en cuáles son los elementos que componen a una gráfica de manera completa, así como la elección de gráficas estadísticas, según los datos (cualitativos y cuantitativos).</p> <p><b>3) Revisión de tarea extra clase</b></p> <p>El profesor pedirá que los estudiantes entreguen el borrador de su reporte final, con información previa del uso de tablas de frecuencias y gráficas (a prueba y error).</p>
<b>Evaluación</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ninguna</li> </ul>	

<b>Sesión 9. Representaciones gráficas (Primera parte):</b>	
<b>Tema:</b> Representaciones gráficas (Primera parte).	<b>Fecha de aplicación:</b> Viernes 22 de Abril de 2016 <b>Hora:</b> De 7:00 a 8:40 a.m.
<b>Subtema (s):</b> a) Gráfica de barras. b) Gráfica circular e c) Histograma.	<b>Objetivo(s):</b> 1) Trabajar con datos cualitativos y cuantitativos para apreciar las diferencias que existen en la construcción de gráficas. 2) Revisar la tarea extra clase.
<b>Forma de trabajo:</b> • Grupal.	
<b>Materiales y recursos</b>	
<b>Profesor:</b> • Material impreso, pizarrón, marcadores y borrador.	
<b>Alumnos:</b> • Material impreso, bolígrafos y cuaderno de apuntes.	
<b>Descripción de tareas</b>	

<b>Inicio</b> (15 min.)	Basado en la <i>Tabla de Características generales de Gráficas Estadísticas elementales</i> , el profesor indica a los alumnos que el alcance de esta sesión será la construcción de tres gráficas: diagrama de barras, gráfica de pastel e histograma, y con ello cada equipo elija la gráfica que represente los datos recabados a lo largo de las sesiones.
<b>Desarrollo</b> (60 min.)	<p><b>1) Construcción de gráficas (datos cualitativos y cuantitativos)</b></p> <p>El profesor presenta los planteamientos estadísticos de cada gráfica en el pizarrón y con ayuda de todos, se ordenan los datos en cada tabla de distribución de frecuencias y representan dichos datos en la gráfica correspondiente, es decir, se plantea a los estudiantes problemas en los que debe construir e interpretar gráficas, a partir de un conjunto de datos dado.</p> <p>Primero, se especificará el uso de gráfica de pastel, implicando grados y porcentajes, así como el uso de regla, compás y transportador. En segunda instancia, se indica el ejemplo de gráfica de barras, calculando frecuencias relativas y absolutas, así como porcentajes para representar los datos en el eje de las abscisas y ordenadas. Finalmente, se plantea el uso de histograma, indicando la diferencia que existe entre barras y ésta última.</p> <p>Los alumnos tendrán información teórica y gráfica de cómo construir y elegir una gráfica, implicando que esta información les proporcione habilidades para la entrega de su reporte final. En equipos, los integrantes discutirán sobre la elección de gráficas y deberán ponerse de acuerdo para la presentación de su proyecto.</p>
<b>Cierre</b> (15 min.)	<p><b>2) Entrega de tarea extra clase</b></p> <p>El docente pide a cada equipo que vayan preparando la información correspondiente a las siete variables de los datos recabados en clase; de los cuales harán entrega impresa y exposición para la siguiente semana.</p>
<b>Evaluación</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Se evaluarán los avances que tengan los integrantes de cada equipo.</li> </ul>	

<b>Sesión 10. Representaciones gráficas (Segunda parte):</b>	
<b>Tema:</b> Representaciones gráficas (Segunda Parte).	<b>Fecha de aplicación:</b> Miércoles 27 de Abril de 2016 <b>Hora:</b> De 10:50 a 12:30 a.m.
<b>Subtema (s):</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Polígono de frecuencias.</li> <li>Gráfica de líneas.</li> </ul> <b>Forma de trabajo:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Grupal.</li> </ul>	<b>Objetivo(s):</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>Trabajar con datos cualitativos y cuantitativos para apreciar las diferencias que existen en la construcción de gráficas.</li> <li>Realizar la construcción de tablas y gráfica estadísticas elementales en Excel.</li> <li>Acordar en equipos los alcances del reporte final.</li> </ol>
<b>Materiales y recursos</b>	
<b>Profesor:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Pizarrón, marcadores y borrador.</li> </ul>	
<b>Alumnos:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Calculadora, bolígrafos y cuaderno de apuntes.</li> </ul>	
<b>Descripción de tareas</b>	
<b>Inicio</b> (15 min.)	El docente iniciará la sesión, indicando el uso de gráfica de líneas, histograma y polígono de frecuencias, en dónde con un solo ejemplo los alumnos observarán el uso de las tres gráficas básicas restantes en la estadística descriptiva. De manera reiterativa, el profesor pide al grupo, ponerse al tanto de las actividades faltantes para la evaluación del parcial, sin omitir que dichas tareas forman parte de la propuesta de estrategia didáctica.



<b>Desarrollo</b> (60 min.)	<p><b>1) Construcción de gráficas (datos cualitativos y cuantitativos)</b> El profesor indica el planteamiento estadístico correspondiente, dónde los estudiantes de manera conjunta realizarán la tabla de distribución (por datos agrupados) y las respectivas representaciones gráficas que presentan los datos del problema. Los alumnos deberán aprender la diferencia entre el uso y construcción de gráfica de barras e histograma, así como la dependencia de datos del polígono de frecuencias con un histograma.</p> <p><b>2) Tablas y gráficas estadísticas elementales en Excel</b> Respecto a los elementos teórico-procedimentales de la construcción de tablas y gráficas estadísticas elementales (diagrama de barras, gráfica de pastel, gráfica de líneas, histograma y polígono de frecuencias), el docente describe en Excel, cuál es el tiempo y las herramientas necesarias para construir tablas y gráficas en computadora; con ello se espera que los equipos consideren el uso de la tecnología para la entrega de su reporte final. Los alumnos observaran el comportamiento de datos cualitativos y cuantitativos con sus respectivas gráficas en el programa Excel.</p>
<b>Cierre</b> (15 min.)	<p><b>3) Acuerdo por equipos de la entrega del reporte</b> Se pide al grupo que se reúnan en equipos y acuerden ¿cuál será el alcance de entrega que deben hacer de su reporte de datos estadísticos?, solicitando que cada integrante del equipo deberá participar activamente en la realización de dichas actividades. Todos los equipos deben contar con la rúbrica de evaluación correspondiente y considerar la ponderación de los elementos que componen su reporte.</p>
<b>Evaluación</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Con base en los acuerdos y avances por equipo, el profesor ponderará las participaciones y actitudes de los alumnos a lo largo de esta sesión.</li> </ul>	

<b>Sesión 11. Cuestionario diagnóstico (Post Test):</b>	
<b>Tema:</b> Cuestionario diagnóstico (Post Test).	<b>Fecha de aplicación:</b> Jueves 28 de Abril de 2016 <b>Hora:</b> De 11:40 a 12:30 a.m.
<b>Subtema (s):</b> a) Aplicación de cuestionario de evaluación final.	<b>Objetivo(s):</b> 1) Revisar los conocimientos obtenidos por los alumnos, durante la Propuesta de Estrategia didáctica, mediante el mismo cuestionario diagnóstico (Post-test).
<b>Forma de trabajo:</b> • Individual	
<b>Materiales y recursos</b>	
<b>Profesor:</b> • Material impreso, pizarrón, marcadores y borrador.	
<b>Alumnos:</b> • Bolígrafos, lápiz y goma.	
<b>Descripción de tareas</b>	
<b>Inicio</b> (10 min.)	El docente iniciará la sesión, indicando que la única actividad será resolver el cuestionario de problemas estadísticos (presentado al principio de la Propuesta de estrategia didáctica), en dónde reflejarán los conocimientos adquiridos durante el parcial.
<b>Desarrollo</b>	<p><b>1) Conocimientos finales</b> Se entregará el cuestionario diagnóstico (Post-test), basado en Batanero y Godino (2001), cuyo objetivo principal es que mediante diversos problemas matemáticos, el profesor evalúe los conocimientos adquiridos en los temas: <i>Tablas y gráficas</i></p>

(30 min.)	<i>estadísticas elementales</i> . Para la aplicación del cuestionario, se plantea un tiempo aproximado de treinta minutos; siendo el mismo instrumento que se presentó al principio de la Propuesta de estrategia didáctica.
<b>Cierre</b> (10 min.)	Finalmente el profesor reitera a los estudiantes que asistan puntualmente a la última sesión y con ello cerrar la Propuesta de estrategia didáctica, así como la unidad del segundo parcial en Matemáticas III.
<b>Evaluación</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Comparativa de resultados Pre Test y Post Test, para analizar los avances de los alumnos antes y después de la puesta en práctica de la propuesta de estrategias didácticas.</li> </ul>	

<b>Sesión 12. Entrega de reporte y exposición de resultados gráfico estadísticos</b>	
<b>Tema:</b> Entrega de reporte y exposición de resultados gráfico estadísticos.	<b>Fecha de aplicación:</b> Viernes 29 de Abril de 2016 <b>Hora:</b> De 7:00 a 8:40 a.m.
<b>Subtema (s):</b> a) Entrega de Reporte estadístico. b) Exposición de resultados gráficos. c) Evaluación y co-evaluación d) Retroalimentación docente – alumnos.	<b>Objetivo(s):</b>  1) Presentar los resultados del producto obtenido en las clases en general (Aprendizaje Mediante Proyectos: Reporte Estadístico). 2) Presentar exposición en Power Point (alumnos). 3) Evaluar y co-evaluar los aprendizajes y el ambiente de trabajo durante las estrategias didácticas propuestas. 4) Discutir y retroalimentar los resultados presentados (profesor).
<b>Forma de trabajo:</b> • Equipos y Grupal.	
<b>Materiales y recursos</b>	
<b>Profesor:</b> • Proyector, Lap top e impresión de rúbricas de evaluación	
<b>Alumnos:</b> • Material impreso, bolígrafos, cuaderno de apuntes y presentaciones finales en Power Point	
<b>Descripción de tareas</b>	
<b>Inicio</b> (15 min.)	Según Valls (1993), la última etapa del conocimiento es cuando existe automatización del procedimiento, como resultado, es decir, el perfeccionamiento del procedimiento y la retroalimentación del docente a los alumnos; con ello se pretende que en ésta última sesión los equipos reporten y presenten los resultados del producto obtenido de la Propuesta de Estrategia Didáctica, para finalmente presentar una exposición en Power Point, discutir y retroalimentar los resultados presentados.
<b>Desarrollo</b> (60 min.)	<b>1. Entrega y presentación de Reporte estadístico</b> Al presentar la rúbrica de evaluación del reporte, el profesor presentó el ejemplo de un texto académico que reúne información textual con otra de tipo visual (uso de imágenes y gráficas) para que el estudiante sensibilice el conocimiento y lo plasmará con datos reales de su grupo. <b>2. Exposición de los resultados en Power Point</b>
<b>Cierre</b> (15 min.)	<b>3. Evaluación y autoevaluación de la unidad temática</b> <b>4. Retroalimentación docente – alumno (s)</b>
<b>Evaluación</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>De acuerdo a la rúbrica de entrega del Reporte final y a las observaciones hechas durante la exposición, los equipos recibirán la ponderación correspondiente al desempeño reflejado a lo largo de las doce sesiones propuestas.</li> </ul>	

### 3.4.3.3. Entrega del informe (Reporte estadístico)

Es importante que los alumnos preparen un informe de la investigación llevado a cabo de una forma clara y lógica. Los apartados que podría tener este informe, corresponde al avance investigativo de un proyecto de interés del alumno: problema, datos, análisis e interpretación; comprendiendo evidencias estadísticas, dónde se verán reflejados los conceptos y herramientas adquiridas en clase.

Al respecto, Nolan y Speed (1999) resaltan la importancia de desarrollar la capacidad discursiva de los aprendices, como medio de ampliar sus habilidades de pensamiento crítico; en la producción de su informe el estudiante debe situar el análisis de sus datos dentro de un argumento coherente, razonando estadísticamente y comunicando ideas a partir de tablas y gráficas (p.373).

El informe puede irse realizando según se avanza el proyecto, ayudando a los estudiantes a pensar, planificar y llevar a cabo el proyecto; proporcionando un resumen del trabajo realizado. Reforzando, además, el proceso de razonamiento estadístico al tener que relatar para otra persona sus decisiones, acciones e interpretaciones (Batanero y Díaz, 2011).

El reporte estadístico fue evaluado mediante una rúbrica de evaluación, que permitió observar los conocimientos y las habilidades procedimentales, adquiridos durante la puesta en práctica de la propuesta. La conformación de los grupos, se recomendó de un máximo de cinco o seis integrantes por equipo, basado en los Principios de conformidad de grupos cooperativos (Ver tabla 3.4).

Tabla 3.4. Principios para conformar un grupo de aprendizaje cooperativo

- Conforme se incrementa el tamaño del grupo, el rango de habilidades, destrezas, y experiencias, aumenta el número de mentes disponibles para pensar y aprender.
- Mientras más grande sea el grupo, los miembros más habilidosos deben dar oportunidad a cada participante para hablar, coordinar las acciones del grupo, consensar, mantener buenas relaciones de trabajo y aportar sus puntos de vista.
- Los materiales disponibles o la actividad pueden llegar a dictar el tamaño óptimo del grupo.
- Mientras menor sea el tiempo disponible, es más apropiado que el tamaño del grupo sea más pequeño.

Fuente: Díaz (2011), p.98.

Por lo tanto, fue considerado que los alumnos trabajaran en equipos de cuatro o cinco integrantes, mismos que aportaron trabajo suficiente para presentar un reporte estadístico completo.

Las características específicas del reporte estadístico fueron las siguientes:

- Datos generales (escuela, nombre, matrícula, nombre del profesor, nombre del curso, actividad, fecha, equipo y título del reporte).
- Inclusión apropiada de datos bibliográficos.
- Ortografía (sin errores) y redacción (ideas claras, lógicas y secuenciadas en todos los párrafos).
- Objetivo y/o propósito del reporte.
- Introducción al tema, expresando los objetivos o metas; antecedentes y contexto del tema.
- Desarrollo del tema, describiendo ideas claras, lógicas y secuenciadas en todos los párrafos; presentando tablas y representaciones gráficas.
- Conclusión, incluyendo reflexión sobre la actividad.

Las variables anteriores, fueron ponderadas de cero a cien y con ello se retroalimentó a los estudiantes, motivándolos a mejorar en los porcentajes menos favorables.

#### **3.4.3.4. Evaluación de actividades**

La evaluación se concibe como un proceso dinámico y continuo de producción de información sobre el progreso de los alumnos hacia los objetivos de aprendizaje (Webb, 1993), donde el principal propósito es mejorar el aprendizaje de los mismos.

En este caso, con el fin de estructurar metas que permitan un buen resultado, el docente pedirá al grupo que produzca el proyecto conjunto en un reporte estadístico (Díaz, 2010, p.100), proyecto en donde se reflejarán bien, los diversos aspectos del conocimiento matemático adquiridos durante la propuesta didáctica (Batanero y Díaz, 2011, p.44).

No obstante, también debe evaluarse a cada integrante en lo personal, para lo cual el docente aplicará algunas evaluaciones, preguntando al azar a varios estudiantes y solicitando que mediante el trabajo en equipo demuestren lo que han aprendido; proporcionando recompensas al grupo en relación con el desempeño conjunto de todos los integrantes del equipo. (Díaz, 2010, p.100).

Debe ser evidente que la evaluación no se restrinja a otorgar una calificación, lo más relevante deberá ser valorar el proceso del grupo en su conjunto, la implicación y aportaciones de los integrantes, la coordinación de los equipos, los logros personales, la satisfacción obtenida e inclusive, el clima de aula logrado. Por lo tanto y considerando los párrafos anteriores, la evaluación que se llevó a cabo durante la propuesta fue la siguiente:

**a) Evaluación inicial.** De acuerdo al fundamento teórico, se realizará un cuestionario diagnóstico (Pre-test), mismo que permitirá determinar cuáles son los conocimientos previos de los alumnos, respecto a la comprensión lectora de datos estadísticos y su representación gráfica; así como, identificar las dificultades que éstos presentan en ambos temas.

El instrumento de medición permitirá al profesor observar a los aprendices y presentar un auto informe de aquellos que están inscritos en el curso, para establecer los alcances de las actividades propuestas en la planeación de clase.

**b) Evaluación formativa.** Valorar cuáles son los puntos a reforzar con los estudiantes y motivar a los mismos, contextualizando el tema con la estrategia didáctica *¿Cómo son los alumnos de la clase?* (Batanero y Díaz, 2011), realizando actividades que involucren la interpretación de datos y su representación en tablas y gráficas estadísticas elementales (gráficas de barra, gráfica de pastel, histograma, polígono de frecuencias y gráfica de líneas).

**c) Evaluación final.** Aplicar el mismo cuestionario diagnóstico (Post-test) y los cuestionarios de desempeño y evaluación grupal, para evaluar habilidades,

conocimientos y actitudes de los equipos y el grupo en general, durante la puesta en práctica de las estrategias didácticas.

**Reporte estadístico.** La evaluación del reporte se llevó a cabo en varias etapas, para proporcionar a los participantes ayuda en su ejecución.

La evaluación de los proyectos y la evaluación individual de cada estudiante participante, tuvo en cuenta el interés del proyecto, su completitud, la corrección de las técnicas estadísticas e interpretación, la claridad del informe, así como la integración en el equipo, su esfuerzo individual y su contribución al trabajo colectivo.

Puesto que los estudiantes valoran aquello sobre lo que se les examina, se examinaron las habilidades y conocimientos que para el docente fueron más importantes. Una buena evaluación debe asegurar que el alumno aprende y no sólo aprueba (Batanero y Díaz, 2011, p.45).

De lo anterior, es importante considerar que los alumnos presentarán una autoevaluación de ellos mismos y la evaluación mutua entre los mismos y del profesor a cargo; apoyándose de los resultados de la rúbrica de evaluación en el juicio crítico, la reflexión y la honestidad de los integrantes por equipo.

## CAPÍTULO 4

### IMPLEMENTACIÓN DE LA PROPUESTA DE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS

En el presente capítulo se presenta la puesta en práctica de la implementación de estrategias didácticas para promover un aprendizaje significativo en alumnos de Matemáticas III, específicamente en la Unidad II de Estadística Descriptiva.

Las actividades se llevaron a cabo durante doce sesiones, de las cuales la primera se ocupó para describir las generalidades de la unidad (criterios de evaluación y forma de trabajo), así como las características de la rúbrica de evaluación; las dos siguientes fueron de aprendizajes conceptuales (nociones básicas, usos y abusos de la Estadística).

Durante la cuarta sesión se aplicó el cuestionario diagnóstico (Pre Test), así como la primera aproximación de recopilación de datos por parte de los estudiantes. En la sesión cinco, seis y siete, los mismos conceptualizaron la clasificación de variables y realizaron tablas de distribución de frecuencias (simples y de datos agrupados).

Para la sesión ocho, nueve y diez, las actividades se centraron en el tema de representaciones gráficas elementales (gráfica de barras, pastel, histograma y polígono de frecuencias) y con ello en la penúltima sesión (diez) realizaron nuevamente el cuestionario diagnóstico (Post Test); para finalizar en la sesión doce, con la entrega de reporte estadístico y la exposición de los resultados obtenidos frente a grupo.

En los siguientes párrafos, se describe cada sesión que contempla el inicio, desarrollo y cierre, con sus respectivas actividades y reacciones de los integrantes de cada equipo ante la propuesta.

#### **Sesión 1. Generalidades de la Estadística**

##### **Inicio:**

El profesor inicia la clase saludando a los alumnos, indicando que se inicia la segunda unidad del curso, que comprende el estudio de la Estadística,

particularmente Estadística Descriptiva. Se indica de manera general el modo de trabajo y el orden de los temas que serán abordados durante la unidad.

### Desarrollo:

Mediante notas al pizarrón, se indica cuáles son los porcentajes de evaluación y lo que deberá incluir el reporte estadístico que entregarán los equipos al finalizar la estrategia didáctica. La forma de evaluación queda de la siguiente manera: participaciones (10%), asistencia (10%), actividades en clase y extra clase (30%, incluyendo pre-test y pos-test), y entrega de reporte (50%), dando un total del 100% de la calificación.

Se pregunta a los alumnos si hay dudas, a lo que dos de ellos (José Ismael y Eduardo) preguntan si en esta unidad no habrá examen, contestándoles que en las actividades en clase y extra clase, se incluye un cuestionario previo y otro final (Pre y Post Test), con el cuál se considera la evaluación correspondiente al examen.

### 1) Formato de Rúbrica de reporte

Consecutivamente, se presenta la rúbrica de evaluación (*Tabla 4.1*) para la entrega del reporte y un ejemplo de lo que deberán entregar al final del mes (*Apéndice 1*). Se pide a los estudiantes lo fotocopien, considerando que la entrega final será producto de las actividades que en equipo se realicen; a lo que los alumnos afirman estar conscientes y enterados de la forma de trabajo y la rúbrica de evaluación.

Tabla 4.1. Rúbrica de evaluación del reporte estadístico

Puntos obtenidos	Puntos	Variable	Descripción
	3	Datos generales	Escuela, nombre, matrícula, nombre del profesor, nombre del curso, primer/segundo parcial, trabajo final, actividad, fecha, equipo (en caso de ser grupal), título del reporte.
	7	Referencias	Inclusión apropiada de datos bibliográficos en formato APA. Reportar todas las fuentes correctamente.
	10	Ortografía y	Ortografía: Sin errores y con una correcta expresión escrita. Redacción: Ideas claras, lógicas y secuenciadas en todos los párrafos.



		redacción	Tres faltas de ortografía equivalen a un punto menos. Escribir los verbos en 1ª persona del singular o plural equivale a un punto menos.
	5	Objetivo	Propósito del reporte. Verbos en infinitivo.
	15	Introducción	Expresar los objetivos o metas; antecedentes y contexto del tema.
	20	Desarrollo	Se desarrollan: Ideas claras, lógicas y secuenciadas en todos los párrafos. Se presentan los hallazgos del tema.
	20	Análisis de datos y presentación de resultados	Se valorará si el análisis de datos es adecuado al tipo de variables, si se respetan los diferentes métodos estadísticos y la presentación, incluyendo claridad y corrección de los gráficos, con una organización adecuada.
	15	Conclusión	Deben ser consistentes con el análisis. Reflexión sobre la actividad.
	5	Creatividad y originalidad	Se valorará la autenticidad del trabajo y la creatividad que el alumno integre en la totalidad del proyecto.
	100 %		La calificación del reporte será la suma de todos los elementos enlistados anteriormente

Fuente: Elaboración personal, con datos de Batanero y Díaz (2011, p.45-46)

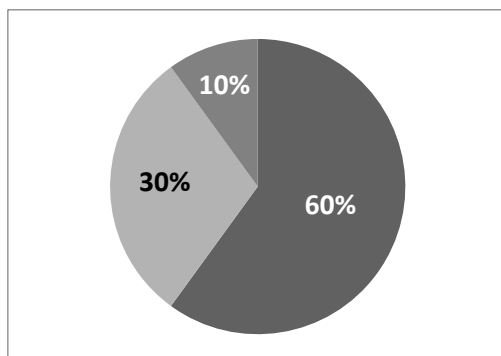
Se indica a los alumnos la lista de equipos con los elementos que conforman a cada uno de ellos, quedando un total de 4 equipos: 2 de 5 personas y 2 de 4 personas, respectivamente. La conformación de cada equipo fue elegida por todos los integrantes del grupo, considerando a sus integrantes por experiencias de trabajos anteriores y por la entrega de calidad que pretenden para el reporte final.

## 2) Discusión guiada

Una vez aclaradas las dudas, de manera introductoria se preguntó a los alumnos ¿qué estudia la estadística? y ¿para qué nos sirve?, recibiendo la respuesta de Zayra (16 años), definiéndola como “la ciencia de los datos” concepto que surge de la investigación hecha por los estudiantes, previa al inicio de la unidad, en dónde definen en un glosario de quince conceptos básicos en estadística (Apéndice 4).

De manera consecutiva, se presentó en el pizarrón una gráfica de pastel (sin título, fuente y datos) en dónde únicamente se reflejaron 3 porcentajes (60,30 y 10%,

respectivamente), pidiendo a los alumnos que indicarán diversos ejemplos de la información que pudieran representar dichos porcentajes.



*Figura 4.1.* Ejemplo de gráfica de pastel en pizarrón. Fuente: Elaboración personal.

Nadia (29 años) ejemplifica que 60% corresponde a los compañeros de 1°, 30% estudiantes de 2° y 3° y el 10% restante a 5° y 6° semestres, de “x” escuela.

Eduardo (16 años) indica que 60% corresponde a hombres, 30% a mujeres y el 10% al mobiliario de la escuela.

Con ésta participación se indican las razones del por qué no pueden representarse variables distintas en la misma representación gráfica, indicando que las variables género y mobiliario, corresponden a variables de distinto orden.

Francisco (17 años) agregó que 10% en la gráfica son homosexuales, indicando que la posibilidad corresponde al género de “x” población.

Carla (18 años) indicó que dichos datos podían representar el gusto por el deporte: 60% fútbol, 30% basquetbol y 10% volibol.

Finalmente, la pregunta que se hace a la última alumna que participa es: ¿Qué sucede si alguno de sus compañeros tiene preferencia por algún deporte distinto a los propuestos?

Francisco (17 años) nuevamente responde que la gráfica de pastel debería dividirse en más secciones, indicándose los porcentajes que correspondan a cada deporte.

Con lo anterior, el profesor afirmó y compartió al grupo el punto de vista del alumno y los estudiantes identificaron de manera general el uso de una gráfica de pastel, los porcentajes y los datos que en ésta se pueden representar.

### 3) Gráficas estadísticas

Consecutivamente, el profesor realizó trazos en el pizarrón presentando a los alumnos una gráfica de barras adosadas, misma que indicaba la pirámide de edades que se registraban en años anteriores y la comparativa con una pirámide del año en curso, reflejando la importancia del cambio poblacional que estamos atravesando a nivel nacional.

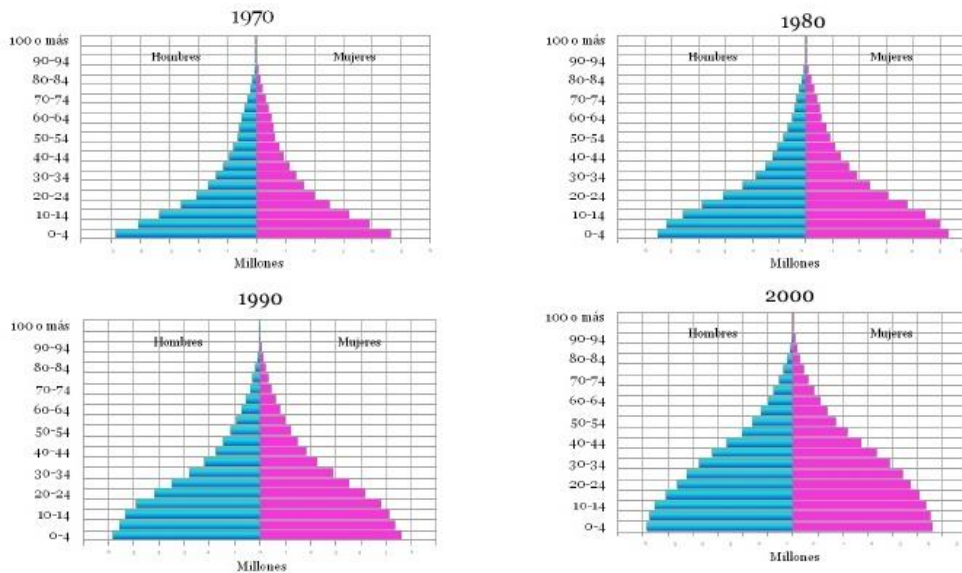


Figura 4.2. Evolución de la Pirámide de edades de la población, 1970-2000

Fuente: <http://image.slidesharecdn.com/rtprospectiva-120601124923-phpapp01/95/rtprospectiva-33-728.jpg?cb=1338555317>. Consultada el 4 de Abril de 2016.

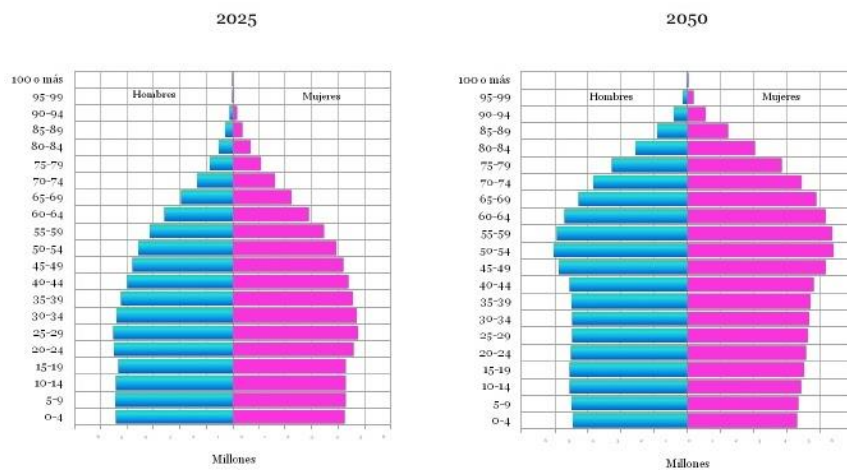


Figura 4.3. Pirámides de edades de la población, 2025-2050

Fuente: <http://image.slidesharecdn.com/rtprospectiva-120601124923-phpapp01/95/rtprospectiva-44-728.jpg?cb=1338555317>. Consultada el 4 de Abril de 2016.

El docente preguntó ¿qué datos pueden observarse dentro de las gráficas? y los alumnos participaron activamente, describiendo datos como: que en años recientes hay muy pocos jóvenes y mucha gente de “40 años o más”; con lo anterior, se induce a la comprensión de datos que se representan en una gráfica. Se indica que en décadas anteriores, las familias estaban conformadas por más integrantes y que hoy en día, las familias son más pequeñas, haciendo ver que la cantidad de niños ha reducido en demasía.

El profesor indicó al grupo que la cantidad de “ancianos” en décadas posteriores a la nuestra (2025-2050) incrementará en grandes cantidades, afirmando a los alumnos que el compromiso de las autoridades y de ellos mismos sería atender a dicha población; por lo que ellos respondieron lo siguiente:

Zayra (16 años): El rol del adolescente ha cambiado en estos días, se tienen más responsabilidades, debemos trabajar y mantener a nuestra familia.

Francisco (17 años): Los embarazos adolescentes y los padres jóvenes es lo de hoy.

Nadia (29 años): El gobierno, los seguros y funerales están marcando un cambio para toda la población, se nos informa del apartado de lugares para nuestro entierro y se ve como mejor posibilidad la incineración, porque los panteones estarán llenos.

Francisco: Ya no cabremos... plantar un árbol sobre los muertos es lo recomendable.

De esta manera se preguntó a los estudiantes ¿Cuáles serían las profesiones que como futuros universitarios, podrían cursar para beneficiar a este sector de la población?, respondiendo lo siguiente:

Nadia (29 años): Farmacobiología, Psicología.

José (18 años): Medicina y enfermería...Tanatología.

Eduardo (16 años): Política.

De las participaciones anteriores, se indicó la importancia del uso de la estadística en la vida diaria y en cada una de las profesiones que existen en la

actualidad y el futuro. Los alumnos crearon conciencia e interactuaron de manera constante con el profesor, dando paso a la actividad extra clase recabada para la sesión dos.

**Cierre:**

**Tarea extra clase**

Finalmente se pidió al grupo, qué de fuentes oficiales en internet o bien de periódicos, revistas u otro medio impreso; recabaran dos o hasta cinco gráficas estadísticas, indicando que fueran de un tema de su preferencia y pidiendo se presentará en hojas blancas tamaño carta para entregar la siguiente clase, incluyendo la descripción cualitativa de lo que considerarán importante de dichas representaciones gráficas.

**Sesión 2. Usos y abusos de la Estadística**

**Inicio:**

Con base de la sesión anterior, se informó a los alumnos que faltaron a la primera sesión, de las actividades que se llevarán a cabo a lo largo de la unidad; se pidió que estuvieran al tanto de los puntos a evaluar de la rúbrica de evaluación, la copia del ejemplo del reporte y finalmente, se indicó la actividad que debían entregarse en esta clase (gráficas estadísticas en los medios de comunicación).

**Desarrollo:**

Siendo las doce del día, se indicó a los estudiantes que quince minutos se ocuparían para que ellos describieran los datos encontrados en cada gráfica investigada, mientras sus compañeros participarían en torno al tema; se programaron quince minutos para dicha descripción y continuar con la lectura “Un gráfico exclamativo” (Huff, 1976, pp.71-76), misma que leyeron en díadas y de la cual entregaron su opinión personal.

La base metodológica de la actividad de recolectar gráficas en los medios de comunicación, surgió de los estudios que Watson (2006) la cual indica que: con

tareas basadas en artículos o gráficos obtenidos de los medios de comunicación, se fomenta una actitud crítica, pero a la vez se desarrolla comprensión y conocimiento sobre conceptos estadísticos y ello propicia, ser conscientes del contexto de la tarea presentada.

Se realizó la revisión del uso de gráficas estadísticas en los medios de información, en dónde los estudiantes revisaron y criticaron la información de su interés; los mismos compartieron puntos de vista ante el grupo y se retroalimentaron con la opinión de los demás y el profesor. Dos de los alumnos describieron la información recabada frente al grupo, de la siguiente manera:

Las gráficas que investigué surgen de la página de internet nexos.com y describen datos de narcotráfico “es uno de los temas que me interesa investigar” (el alumno quiere ser judicial y declara su interés por el tema). Describe con el uso de gráficas a los países en Centroamérica con armas de fuego registradas y no registradas en el año 2011; los porcentajes de tipos de ataques criminales en contra de actividades, candidatos y activistas políticos (1995-2014); el número de masacres y víctimas según año (1993) y finalmente, en porcentajes los costos y beneficios del traficante por la cocaína vendida en la frontera de Estados Unidos. [José, 18 años].

El docente preguntó a José: ¿Qué concluía de dicha información?, respondiendo que los porcentajes observados en las gráficas son de utilidad para que pueda investigar más en el tema de su interés y el uso de las mismas hace más visible la información; en segundo momento se le pregunta: ¿Cuál fue la gráfica más legible entre las de tu recopilación?, a lo cual responde que la gráfica de pastel (costos y beneficios del traficante por cocaína vendida) es más entendible porque se hacía uso de porcentajes en la información presentada.

Uno de los compañeros agregó que todas son claras y depende de la información que se quiera representar el uso de las mismas (Juan Carlos, 17 años). Se observó interés por parte de los demás compañeros y el profesor mencionó que en México también debería estar presente en dicha información; pero no fuimos contemplados en estas gráficas, quizá porque la información no está actualizada (Ivón Servín, 16 años).

Se concluyó el comentario de los compañeros, haciendo retroalimentación por parte del docente y dando bienvenida a la segunda compañera, quien presentó su trabajo con cinco gráficas del tema “Afores en México” (Fuente: Economista, Marzo, 2016).

Se presentan tablas y gráficas con datos generales de Fondos para el retiro (2016), comportamiento del rendimiento visto en meses durante dos años de inversión, rendimientos y evolución de activos en torno al tema; describiendo a los beneficios que ofrece Afore y las obligaciones que como ciudadanos tenemos para ahorrar y asegurar un mejor futuro (Nadia, 29 años).

Sólo un alumno (de los dieciséis participantes) mostró interés por el tema y manifestó que hablar de pronósticos y probabilidades le interesa mucho (Juan Carlos, 17 años). Finalmente, se observó que el tiempo para la lectura “*El gráfico exclamativo*” era insuficiente (diez minutos); por lo que el profesor eligió a Andrea (16 años) para que pudiera describir su tarea. La alumna manifestó su interés por la inseguridad en México (Fuente: El Financiero) y explicó a sus compañeros la información que en dos gráficas recabó.

Andrea (16 años) presentó los porcentajes que representan la inseguridad en México, indicando que ésta nunca disminuye y aunque reduce en ciertos períodos de tiempo, todo se mantiene de 67% a 72.4%, pero nunca baja el porcentaje; José (16 años) comentó al respecto que inclusive todo rebasa el 50%, es decir, más de la mitad si se considera el porcentaje de cero a cien. La alumna concluyó que el uso de gráficas le permitió ver qué tan inseguro es el país y de seguir investigando más datos, podría realizar gráficas actualizadas.

## **Cierre:**

### **Tarea extra clase**

Finalmente, se expresó a los estudiantes que la tarea extra clase que debería entregarse para la siguiente sesión era la lectura “*El gráfico exclamativo*” (Darrell, 1976, pp.71-76) realizándose en casa; así mismo se comentó que en la siguiente sesión se abordarían los conceptos de la clasificación de estadística, población, muestra y cálculo de muestras.

### **Sesión 3. Nociones básicas de la utilidad de la Estadística**

#### **Inicio:**

#### **1) Uso de vídeos**

Con la proyección del video de Hans Rosling: 200 Countries, 200 Years, 4 Minutes, los alumnos observaron el comportamiento de datos estadísticos en el sector salud, de la mejora continua a lo largo de 200 años, en dónde el autor representa visualmente las variaciones de salud en distintos países a nivel mundial, indicando medidas de tendencia central y la descripción de dichos datos.

Al término del vídeo, los estudiantes opinaron sobre los datos que se presentaron; enfocándose particularmente a los países ricos y pobres que a lo largo del tiempo han ido buscando su estabilidad en el sector económico, social y de la salud, particularmente. El profesor, les pidió que en un segundo momento, los alumnos vieran el vídeo nuevamente, para detectar conceptos básicos en estadística y con ello definir a la estadística como ciencia, su clasificación, población, muestra y cálculo de muestras.

#### **Desarrollo:**

#### **2) Conocimiento declarativo**

El docente preguntó abiertamente al grupo el concepto de estadística, definiéndose cómo “la ciencia de los datos” y en dónde se determinó que la clasificación de esta ciencia es: estadística descriptiva, inferencial y toma de decisiones.

#### **3) Organizadores gráficos**

El profesor realizó el trazo de la gráfica que Hans Rosling (*Figura 4.4*) realizado en la visualización de su video, para que mediante dicha representación, los alumnos definan qué es una población y una muestra; retomando el ejemplo de  $N$ =Japón y  $n$ =Shanghái, dónde se visualizó que la Población son todos los posibles individuos, objetos o mediciones de un conjunto de nuestro interés; mientras que una muestra es la parte seleccionada y representativa de dicha población.



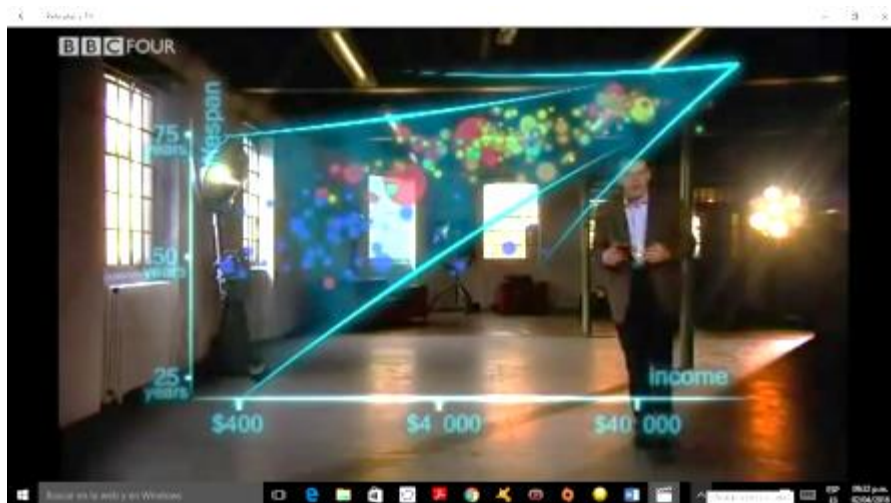


Figura 4.4. Video: 200 Countries, 200 Years, 4 Minutes - The Joy of Stats - BBC Four – Hans Rosling / Fuente: <https://www.youtube.com/watch?v=jbkSRLYSojo>

El profesor ejemplificó de manera contextualizada  $N$ =República Mexicana y los alumnos a  $n$ =Chihuahua, planteando que los investigadores necesitan calcular muestras, para realizar un estudio significativo, que permita obtener datos y representarlos tabular y gráficamente; para después interpretar dicha información.

De manera continua, mediante un cuadro comparativo y con apoyo de la investigación hecha por lo estudiantes (glosario de conceptos – *Apéndice 2*), el docente anotó en el pizarrón las características más importantes de la estadística descriptiva, inferencial y teoría de decisiones; indicando que los temas vistos en esta sesión corresponden a estadística inferencial y que se definiría población, muestra y cálculo de muestras.

Los alumnos anotaron la información del pizarrón y dieron pauta al cálculo del tamaño de muestra correspondiente.

#### 4) Procedimientos

Con base en las fórmulas que existen para calcular muestra y población, el profesor anotó en el pizarrón los elementos matemáticos requeridos, mientras que los participantes analizaron cada componente de dicho cálculo (despejes y jerarquía de operaciones). Las fórmulas planteadas, para calcular el tamaño de las muestras fueron las siguientes:

Cuándo **se conoce** la Población:

$$n = \frac{Nz^2pq}{e^2(N - 1) + z^2pq}$$

Cuándo **se desconoce** la Población:

$$n = \frac{z^2pq}{e^2}$$

Dónde:

$n$  = tamaño de la muestra

$N$  = tamaño de la Población

$z$  = valor que depende del nivel de confianza

$e$  = precisión de error permitido

$p$  = variabilidad positiva

$q$  = variabilidad negativa

Siendo los datos convencionales (en caso de no contar con ellos en el planteamiento del problema) los siguientes:

$$p = q = 0.5$$

$$z = 1.96 \text{ (95\%)}$$

$$e = 0.05 \%$$

Y la tabla adicional de valores que dependen del nivel de confianza es:

Nivel de confianza	Factor k
50 %	0.67
90 %	1.64
95 %	1.96
95.45 %	2
99 %	3

Para realizar el procedimiento adecuado del cálculo del tamaño de la muestra, el profesor planteó un primer ejemplo, en el que los alumnos pondrían en práctica su conocimiento algebraico para resolver dicho planteamiento;

- Se realiza un estudio sobre las relaciones de género en el noviazgo. Su objeto de estudio son las manifestaciones de violencia física y psicológica entre los estudiantes del último año de la carrera de Química. Se tiene un total de 432 individuos con la característica de tener novio(a). Encuentra el tamaño de la muestra.

**Procedimiento:**

$$n = \frac{1.96^2 * 432 * 0.5 * 0.5}{0.05^2 * (432 - 1) + 1.96^2 * 0.5 * 0.5} = 203.5884$$

Se concluye que la muestra es de 203.5884, redondeando el resultado a **204 individuos** con la característica de tener novio(a).

*Figura 4.5. Ejemplo y solución del cálculo del tamaño de una muestra.*

**Cierre:**

## 5) Tarea extra clase

El profesor entregó el material impreso, dónde los alumnos debían resolver cuatro cálculos de muestra y población, mismos que entregarían la siguiente sesión (Ver figura 4.6).

**Cálculo del Tamaño de Muestras**

**Actividad.** Calcular la muestra de los siguientes planteamientos estadísticos:

1. En una fábrica de alimento para caballos se producen 68700 sacos de alimento de 5 kg. Para garantizar que el peso del contenido sea correcto, se toman aleatoriamente algunos sacos y se pesan. Se sabe que la variabilidad positiva es de  $p=0.7$ . Si se quiere garantizar un nivel de confianza de 95% ( $z=1.96$ ) y un porcentaje de error de 5% ( $e=0.05$ ), ¿Cuántos sacos se deben pesar?
2. Se quiere saber si el uso del teléfono móvil en niños/as menores de 10 años es perjudicial en su desarrollo. ¿De qué tamaño debería ser la muestra? Si se quiere un error de 5%.
3. Se desea realizar un estudio sobre la incidencia de complicaciones en adolescentes embarazadas. Se garantiza un nivel de confianza de 95% y un porcentaje de error máximo de 10%. ¿Cuál debe ser el tamaño de la muestra?
4. Se tiene una población de 5000 diabéticos y se quiere tomar una muestra para saber si el medicamento que están tomando ayuda verdaderamente a su salud. Se sabe que la variabilidad positiva es de  $p=0.6$ . Si se quiere garantizar un nivel de confianza de 95% y un porcentaje de error de 7%, ¿de qué tamaño debe ser la muestra?

Figura 4.6. Cálculo del tamaño de muestras. Fuente: María Teresa Troya (MADEMS, 2015).

#### **Sesión 4. Cuestionario diagnóstico (Pre Test) y Recopilación de datos**

**Inicio:**

##### **1) Procedimiento y solución de problemas**

En la sesión anterior, el alumno calculó muestras y/o poblaciones, para que conceptual y procedimentalmente, observara el comportamiento de los datos en un planteamiento estadístico; en esta sesión, el profesor pidió a los estudiantes entregaran el formato con los cálculos correspondientes y de los diecisiete presentes,

sólo cuatro entregaron la solución de los mismos (Nadia, Zayra, Alan y José). La revisión se llevó a cabo mientras los alumnos resolvían los problemas matemáticos del cuestionario diagnóstico (Pre Test).

El profesor indicó que la clase se desarrollaría en tres momentos; primero, resolverían los cinco reactivos del cuestionario diagnóstico, estipulando un tiempo aproximado de treinta a cuarenta minutos; segundo, recopilarían datos personales de cada uno de los compañeros de la clase, asignando roles a cada estudiante, para la toma de peso en báscula y medida de estatura con metro, así como las variables: edad, sexo, color de ojos, número de calzado y gusto por el deporte; finalmente el docente describió las reglas generales de aplicación, la recopilación de datos en la tabla propuesta por Batanero y Díaz (2011) y los alcances de entrega en equipos, que los alumnos debían hacer en el reporte estadístico.

## **Desarrollo:**

### **2) Conocimientos previos**

El profesor preparó los cuestionarios diagnósticos para los alumnos y observó que de los diecisiete registrados en la lista, sólo un estudiante (Pablo) está ausente, por lo que el cuestionario permitiría observar los aprendizajes previos de gráficas estadísticas, mediante cinco problemas matemáticos que implicaban comprender el texto y visualizar las tablas y representaciones gráficas, para responder dichos reactivos.

Una vez entregado el cuestionario diagnóstico (Ver Figura 4.7), se indicó a los alumnos atendieran las instrucciones del principio y en caso de no contar con la respuesta de algún reactivo, describir el procedimiento que llevarían a cabo según el planteamiento. Se especificó que debían resolver de manera individual y dispusieran de compromiso al resolver cada reactivo, pues como se comentó en la sesión uno, este cuestionario formaría parte de la evaluación de la unidad.

Figura 4.7. Cuestionario Diagnóstico

**Análisis y Solución de problemas sobre Estadística**

Nombre: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

Edad: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:** A continuación se incluyen algunos enunciados de problemas y ejercicios.

- a) Resuelve los problemas propuestos
- b) Indica los conceptos y procedimientos matemáticos que se ponen en juego en la solución
- c) Clasifica los enunciados en tres grupos según el grado de dificultad que le atribuyes: Fácil (F), Intermedio (I), Difícil (D). Anota la inicial de cada palabra, en el recuadro de la parte inferior.

1. Lee el texto y completa la tabla, con el número de veces que aparece cada letra vocal.

*“Un sol para conocer. Una luna para sentir. Un libro para aprender. Un mundo para vivir”*

- a) Representa los datos en un diagrama de barras.
- b) ¿Cuántas letras vocales tiene el texto?

c) ¿Qué letra vocal es la más frecuente en el texto?

Vocales	Frecuencia

2. En este diagrama de barras se ha representado el número de hermanos que tienen los alumnos y alumnas de la clase de Matemáticas I.

a) ¿Cuántas personas tienen un solo hermano?

\_\_\_\_\_

b) ¿Cuántas personas tienen cinco hermanos?

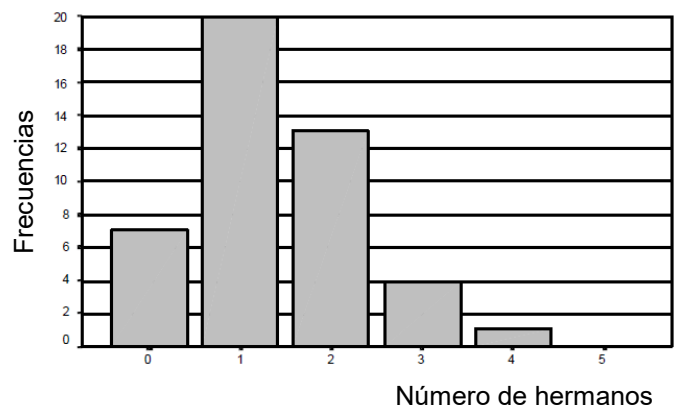
\_\_\_\_\_

c) ¿Cuántos alumnos y alumnas hay en Matemáticas I?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

No. de hermanos de los alumnos de la clase de Matemáticas I



3. Este histograma representa las alturas de un grupo de personas

a) ¿Cuántas personas miden menos de 155 cms.?

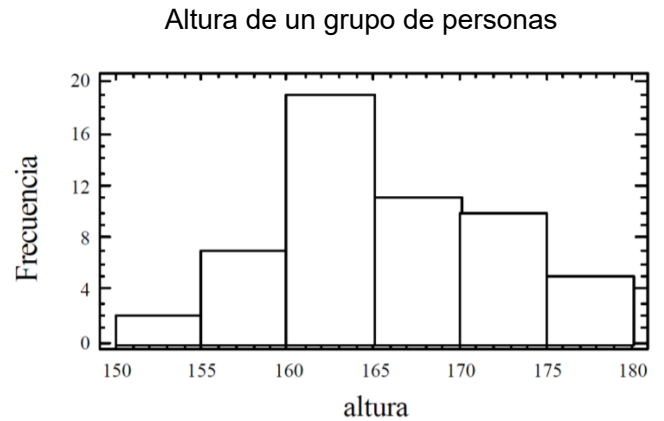
---

b) ¿Cuántas personas miden más de 155 cms.?

---

c) ¿Cuántas personas forman el intervalo de mayor altura?

---



4. Construye un diagrama de barras para cada una de estas tablas de frecuencias:

Colores	No. de colores
Rojo	38
Blanco	50
Negro	26
Gris	20
Amarillo	6

Pesos (kgs.)	No. de personas
44	7
45	21
46	22
47	8
48	2

5. La actividad profesional de las personas de una ciudad se ha representado en este gráfico de sectores.

a) A qué actividad profesional se dedica el mayor número de personas de esa ciudad?

---

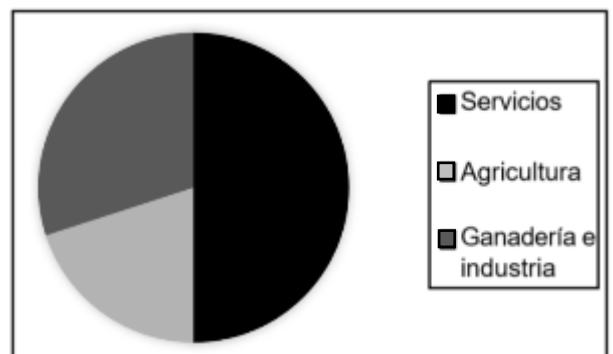


---

b) Si las personas que trabajan son 20,000; 8,000 y 12,000; dí qué número corresponde a cada actividad.

---

Actividad profesional de personas en la ciudad



Fuente: Godino y Batanero (2001)

Los alumnos leyeron el cuestionario y comentaron sus dudas antes de resolverlo, observándose las siguientes dificultades previas a la solución:

*Tabla 4.2. Dificultades presentadas en la aplicación del Pre Test*

<i>Problema 1</i>	<p>José: Empezó por hacer conteo de palabras que incluían vocales y consonantes, planteando las frecuencias por palabra completa, por lo que se le indicó que se pedían vocales dentro del texto.</p> <p>Eduardo: Confundió vocales y consonantes, preguntando ¿qué es una frecuencia?</p> <p>Francisco: Preguntó ¿qué es una frecuencia? Y afirmó en el mismo momento sí ¿era el número de veces que se repite cada letra que se pedía?</p>
<i>Problema 2</i>	<p>Juan Carlos: Preguntó ¿Cómo saber cuántos alumnos son en la clase de Matemáticas I?, sin considerar que la gráfica le estaba proporcionando los datos que requería para responder su duda; se le indicó que observará la gráfica para resolver.</p> <p>En otro momento, el mismo estudiante confundió el eje de las frecuencias (y), omitiendo que los intervalos de la variable “número de alumnos”, iba de dos en dos y no en números medios.</p>
<i>Problema 3</i>	<p>Gabriela: Preguntó ¿Cuál era el dato que debía considerar para responder el inciso (a)? , indicando que la gráfica la confundía.</p>
<i>Problema 4</i>	No existieron dudas en este reactivo
<i>Problema 5</i>	El reactivo presentaba una gráfica de pastel en donde la pregunta más frecuente fue ¿a qué color corresponde cada una de las variables (servicios, agricultura y ganadería e industria)?, por lo que el profesor describió a qué correspondía cada porcentaje en la gráfica, para que los alumnos resolvieran las preguntas.

El profesor aclaró las dudas del cuestionario y el primer alumno entregó a los veinticinco minutos de tiempo transcurrido; mientras tanto se revisaron las tareas de cálculo del tamaño de muestras y el resto de sus compañeros entregó cuestionarios en un rango de treinta a cuarenta minutos. El docente preparó las áreas de trabajo, en donde cuatro personas realizarían la recopilación de datos de *¿Cómo son los alumnos en la clase?*; mientras que los demás debían proporcionar sus datos personales.

### **3) Propuesta de estrategia didáctica – *¿Cómo son los alumnos de la clase?***

Al finalizar la solución del examen diagnóstico, el profesor indicó a dos alumnos (Nadia y José) que cotejarán las variables: edad, sexo y peso; y a otros dos (Ivon y Francisco) que recopilaran: estatura, color de ojos, número de calzado y el gusto por el deporte; todo lo anterior registrado en una tabla de datos generales (Ver Tabla 4.3) que al finalizar la clase debían considerar para que cada equipo contara con dicha información y empezar su respectivo reporte estadístico.

*Tabla 4.3. Formato de Tabla general de datos recabados por los alumnos BTM\_301*

No. de alumno	Edad	Sexo (M / F)	Peso (kgs.)	Estatura (mts.)	Color de ojos	No. de calzado (cms.)	Gusto por el Deporte (Sí / No)
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							

*Fuente: Batanero y Díaz (2011).*

Los alumnos atendieron la instrucción y al resto del grupo se pidió que ordenadamente distribuyeran las bancas alrededor del salón, registrando los datos personales correspondientes con sus compañeros encargados para tal función. Los estudiantes empiezan a interactuar entre ellos, contando con un tiempo aproximado de treinta minutos para la recopilación de todos los datos.

Se mostró interés por la actividad y mientras cada estudiante esperaba su turno, los mismos comentaban sobre sus datos registrados, determinando en su mayoría comparativas de pesos y estaturas entre ellos. Se observó una buena organización y un comportamiento adecuado para la realización de esta actividad.



Los alumnos encargados de la recopilación de datos, fueron los últimos en registrar sus características y con ello se haría la entrega al profesor de todos los datos; el docente pidió a la alumna Nadia, que para la siguiente clase entregara el registro de los datos en la tabla de recopilación de datos del grupo BTM\_301 y a su vez, distribuyera una copia a cada equipo para empezar a elaborar tablas y gráficas estadísticas elementales de su reporte estadístico.

### **Cierre:**

Finalmente, el profesor indicó que con la recopilación de datos estadísticos, cada equipo observaría el comportamiento de los datos dentro del grupo y con ello trabajaría las tablas y gráficas que representarán dicha información.

La sesión concluyó con la presentación de información en el pizarrón, en donde se especificó que el grupo BTM\_301, correspondía a una muestra de la Población del Tecnológico Universitario Naucalpan (TUN) y que esta información, podía incluirse en el reporte que debían entregar más adelante. Además, se anticipó el concepto de variable, ejemplificando que cada integrante de la clase, presentaba cualidades y cantidades distintas o similares al resto del grupo.

Los integrantes de cada equipo, reflexionaron en el concepto y determinaron que el aprendizaje en esta sesión fue identificar qué el registro de datos les permitió observar la variedad de características que se pueden encontrar en cada persona del grupo y en todas las personas en general.

## **Sesión 5. Recopilación de datos (Continuación)**

### **Inicio:**

#### **1) Revisión de Tabla de Datos estadísticos**

En la sesión anterior, el profesor pidió a una alumna del grupo (Nadia, 29 años) que registrara en el formato que se entregó y que incluye los datos estadísticos recabados; de esta manera se entregó una copia del material a cada equipo y el docente instruyó que con dicha tabla (Ver Tabla 4.4), los equipos debían empezar a

ordenar los datos en tablas y gráficas, respectivamente. Cada equipo cuenta con el material y los alumnos comenzaron por observar los datos, compararlos y comentar con el resto de sus compañeros.

*Tabla 4.4.* Tabla general de datos recabados por los alumnos BTM\_301

<b>Alumno (a):</b>	<b>No. de alumno</b>	<b>Edad</b>	<b>Sexo (M / F)</b>	<b>Peso (kgs.)</b>	<b>Estatura (mts.)</b>	<b>Color de ojos</b>	<b>No. de calzado (cms.)</b>	<b>Gusto por el Deporte (Sí / No)</b>
Eduardo	1	16	M	80	1.69	Café	27.5	No
Luis	2	17	M	67	1.70	Café	27	Si
Fernando	3	17	M	70	1.75	Café	27	Si
Gabriela	4	16	F	62	1.64	Café	24	No
Andrea	5	16	F	63	1.57	Café	24.5	Si
Carla	6	18	F	82	1.63	Café	25	No
David	7	18	M	105	1.83	Verde	28.5	Si
Zayra	8	16	F	50	1.63	Café	24	Si
Ernesto	9	18	M	54	1.73	Negro	26	Si
Juan	10	18	M	66	1.77	Miel	26	No
J. Carlos	11	17	M	80	1.70	Negro	27	Si
Aldhair	12	16	M	70	1.76	Café	28	Si
Nadia	13	29	F	81	1.60	Café	25.5	No
Ismael	14	18	M	59	1.64	Negro	26	No
Francisco	15	17	M	62	1.64	Café	26	Si
Ivon	16	16	F	54	1.54	Verde	23.5	Si

*Fuente:* Datos recabados el Miércoles 12 de Abril de 2016 por alumnos del BTM\_301.

Algunos alumnos detectaron diferencias y semejanzas en los datos, comentando al profesor que el dato –color de ojos- tenía poca credibilidad, detectando que el dato de una compañera había sido alterado y ello modificó la validez de los mismos, es decir, los alumnos observaron que con sus datos estadísticos, también se presentó el mal uso de la recopilación de datos, cuando no debió haber sido así.

## **Desarrollo:**

### **2) Preguntas generadoras**

Una vez que los alumnos hicieron las observaciones anteriores, el profesor pidió a los integrantes de cada equipo, reunirse para elaborar una actividad de reconocimiento del uso de gráficas estadísticas respecto a los datos personales recabados por los estudiantes; en primera instancia, el docente preguntó al recoger datos sobre la práctica de deporte, ¿Cómo podrían graficar esos datos?, dónde algunos participantes respondieron lo siguiente:

José (18 años): En una gráfica de pastel, porque sólo son dos variables (respuesta si y no) siendo más fácil identificar porcentajes del gusto por el deporte.

Alán (18 años): En una gráfica de barras, observando qué porcentaje gana más.

Con base en sus respuestas, los alumnos observaron que los datos: gusto por el deporte y sexo (género) corresponden a variables cualitativas, por lo tanto, esperaron emplear otro tipo de gráficas en los datos que hacían falta (edad, peso, estatura, color de ojos y número de calzado).

El profesor esbozó dos ejemplos en el pizarrón, de gráfica de pastel y gráfica de barras, correspondientes a los datos del gusto por el deporte (si / no) y el género (masculino / femenino), indicando un porcentaje aproximado en las gráficas; y de las cuales se esperó que los alumnos construyeran en las siguientes sesiones el procedimiento adecuado (a mano) y también con herramientas tecnológicas que así lo permiten, como la hoja de cálculo en Excel.

### **3) Conocimientos previos en gráficas**

El docente distribuyó hojas con un formato diseñado por él mismo, en dónde se pidió a cada participante que construyera las gráficas que representarán al resto de las variables que se estaban estudiando en la tabla general de datos recabados; se indicó mediante los ejemplos del pizarrón que dos de esas variables (sexo y deporte) ya habían sido realizadas, por lo que en equipos, decidieran el uso de gráficas de las otras variables (edad, peso, estatura, color de ojos y número de calzado).

Los alumnos empezaron por definir la frecuencia de los datos, la cantidad de datos con que contaban y la posibilidad gráfica para representar sus variables; éstos mismos, decidieron hacer uso de juegos geométricos (regla, compás y transportador), así como de colores para diferenciar a las mismas. De manera particular, son dos los equipos (Nadia y Francisco) los que lograron entregar una primera idea de la actividad (Figura 4.8) y por tiempo, el profesor decidió que con esta actividad empezarían la siguiente sesión; pidiendo a los estudiantes entregarán dicho material e indicándose la actividad extra clase que debían realizar.

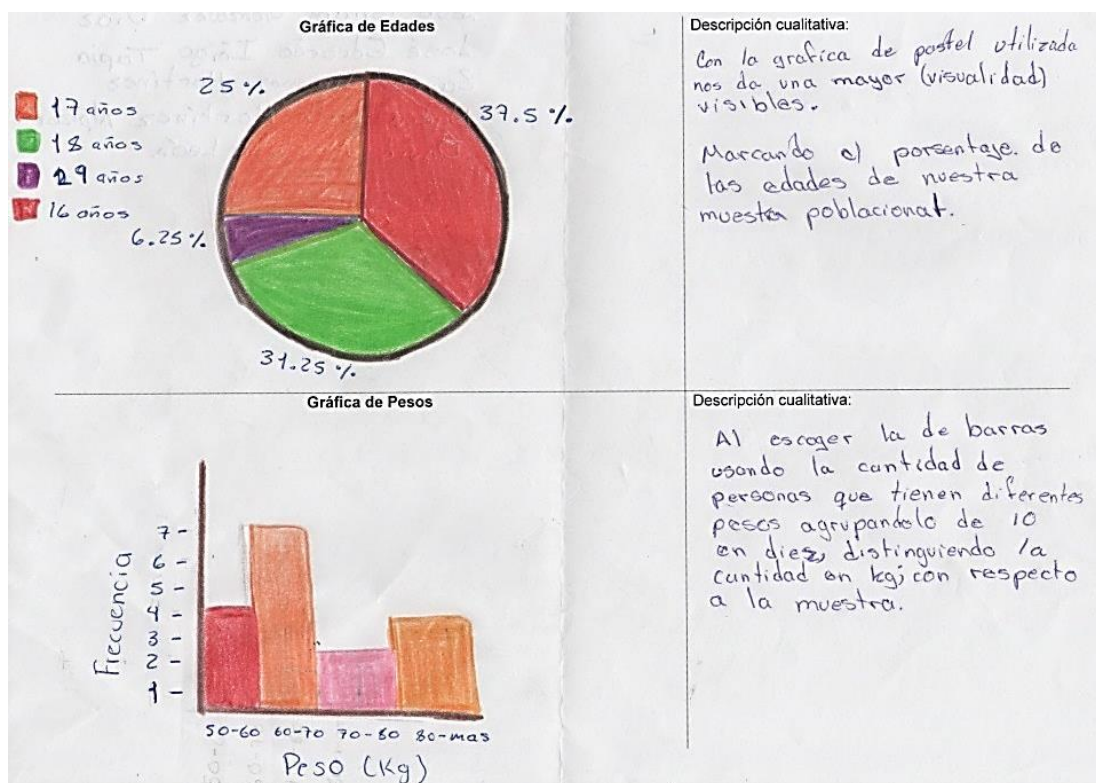


Figura 4.8. Tipos de Gráficas estadísticas – Recopilación de Datos BTM\_301

Fuente: Personal con datos presentados por los alumnos.

**Cierre:**

**4) Tarea extra clase**

Finalmente, se pidió a los alumnos que investigaran la clasificación de variables en estadística y que deberían representar dicha información en un mapa conceptual (Apéndice 5); el docente pidió que la actividad fuera para entregar, contando como evaluación final de la unidad dos.

## Sesión 6. Variables y recopilación de datos

### Inicio:

El profesor dio instrucciones generales de cómo se llevaría a cabo la sesión seis, en la cual se contempló: la solución y retroalimentación del cálculo de muestras; el concepto, clasificación e identificación de variables cualitativas y cuantitativas; así como la importancia del uso de variables y su representación gráfica; a continuación se describen dichas actividades.

### 1) Retroalimentación de cálculo del tamaño de muestras

Del cálculo del tamaño de muestras, el docente pidió participar a los alumnos, con la elección de dos ejemplos de la actividad Cálculo del tamaño de muestras (Ver Figura 4.6), por lo que en grupo se decidió solucionar el ejercicio 1 y 3, respectivamente.

1. En una fábrica de alimento para caballos se producen 68,700 sacos de alimento de 5 kg. Para garantizar que el peso del contenido sea correcto, se toman aleatoriamente algunos sacos y se pesan.

Se sabe que la variabilidad positiva es de  $p=0.7$ ; se quiere garantizar un nivel de confianza del 95% ( $z=1.96$ ) y un porcentaje de error de 5%, ¿Cuántos sacos se deben pesar?

3. Se desea realizar un estudio sobre la influencia de complicaciones en adolescentes embarazadas. Se garantiza un nivel de confianza de 95% y un porcentaje de error máximo de 10%. ¿Cuál debe ser el tamaño de la muestra?

En ambos ejemplos, los estudiantes presentaron dificultades al sustituir los valores de cada elemento para calcular la muestra y población, así como la posición decimal según los porcentajes establecidos y algebraicamente dificultades en la jerarquía de operaciones que debían ocupar en dichos ejemplos; por lo que, los alumnos aclararon dudas que habían quedado pendientes en sesiones anteriores.

El profesor indicó al grupo, que el cálculo de población y tamaño de la muestra, permitió ver cuál fue el comportamiento de los datos estadísticos y con ello, entregó la actividad impresa *Clasificación de variables* (Ver Figura 4.9) en donde los participante guiados por el docente comprendieron variables cualitativas y cuantitativas.

## Desarrollo:

### 2) Identificación de variables cualitativas y cuantitativas

Una vez que todos los alumnos contaban con el material impreso, el profesor preguntó ¿qué es una variable?, por lo que Alán (18 años), respondió: “son datos que cambian” y Zayra agregó “qué varían”; con ello, el docente indicó que variable es una característica de interés que puede adoptar distintos valores (Granados, 2010).

De manera continua, se pidió participar a los estudiantes, especificando que José y Eduardo, leyeran la clasificación de variables cualitativas o categóricas y cuantitativas o numéricas, respectivamente. Los alumnos leen la clasificación y los ejemplos correspondientes; Gabriela (16 años) lee la información adicional de variables cualitativas, en dónde se presentan ejemplos de variables cualitativas binarias, multinomiales y categóricas. En cada clasificación, el docente se detuvo a describir cada ejemplo, preguntando si existían dudas del tema.

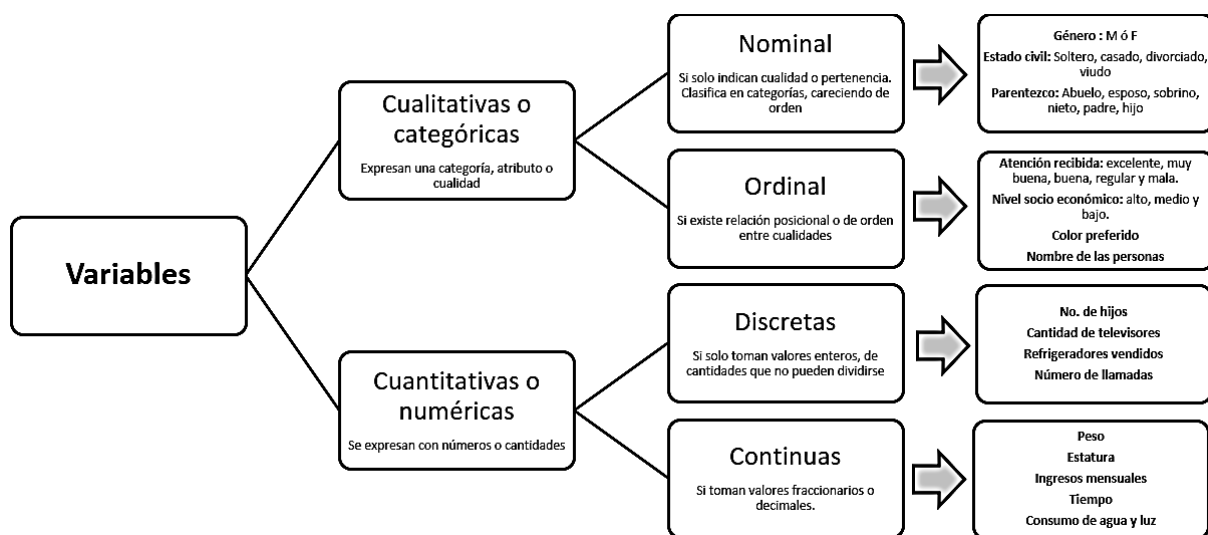


Figura 4.9. Clasificación de Variables

Fuente: Elaboración personal con datos de Granados (2014).

Finalmente, el profesor leyó un ejercicio adicional (Ver Figura 4.10) del material impreso e indicó a los alumnos que determinaran cuáles de las variables consideradas en el planteamiento estadístico eran: cualitativas (binarias, multinomiales, categóricas) o cuantitativas (discretas o continuas).

**Ejercicio 1:**

La Secretaría de Turismo encuestó el verano pasado, a un grupo de turistas en el aeropuerto de Puerto Vallarta para saber su nacionalidad, su edad, dónde se hospedaron, dónde hicieron sus compras, cómo calificarían los servicios recibidos, cuánto gastaron en promedio al día, cuántos días estuvieron de visita, cuánto tiempo de viaje emplearían para regresar a su lugar de origen, cuál era el peso promedio de su equipaje al llegar y cuál al salir y si habían decidido volver a visitar el puerto.

*Figura 4.10. Identificación de variables. Fuente: Granados, 2014.*

Los alumnos enlistaron dichas variables en sus apuntes y el profesor con ayuda de ellos, retroalimentó y corrigió la clasificación de variables correspondiente; con esta actividad se esperó que los estudiantes eligieran representaciones gráficas, según la variable (cualitativa o cuantitativa) que se quería graficar.

**3) Importancia del uso de variables y su representación gráfica**

Con base en el concepto y la clasificación de variables, el docente comentó que en los datos estadísticos recabados, se presentaban distintas variables para los alumnos de la clase, en donde las siete variables consideradas (edad, sexo, peso, estatura, color de ojos, número de calzado y deporte) se representarían gráficamente, según las frecuencias de cada variable. Además, se indicó que dichos datos serían presentados en tablas y gráficas adecuadas; actividad que posteriormente realizarían todos los integrantes por equipo.

**Cierre:****4) Tarea extra clase**

Finalmente, se pidió que en equipos, concluyeran la actividad previa de *Tipos de gráficas estadísticas (Figura 4.7)*, en donde debían construir las gráficas que consideraran necesarias para la representación de las cuatro variables de los datos recabados en su salón de clase: edad, peso, estatura y número de calzado; indicando que esta actividad se realizaría en el formato entregado por el profesor, a mano y sin consulta de libros y/o internet.

Los integrantes de algunos equipos preguntaron cómo realizar esta actividad extra clase, a lo que el docente respondió que deberían organizarse para acordar la presentación y entrega de la misma.

## **Sesión 7. Tablas de distribución de frecuencias**

### **Inicio:**

#### **1) Integración de evidencias, uso de gráficas estadísticas**

El docente comenzó la clase, pidiendo que cada equipo hiciera entrega de las hojas impresas en el formato de tipos de gráficas estadísticas (Figura 4.8), dónde los estudiantes construyeron cuatro de las variables que recopilaron en clase (edad, peso, estatura y número de calzado); un integrante por equipo hizo la entrega del material impreso, mismo que se consideró de conocimientos previos al tema de gráficas estadísticas.

Una vez entregada la tarea, los alumnos preguntaron al profesor si trabajarían nuevamente en equipos, en donde se afirmó la situación; los participantes prepararon libreta de apuntes y el docente desarrolló en el pizarrón un mapa conceptual en donde se planteó el tema distribución de frecuencias simple y de datos agrupados, mismo que sirvió para desarrollar la distribución de datos de la variable edad, que a su vez sirvió de ejemplo para que cada equipo desarrollará las tablas de distribución del resto de las variables recabadas.

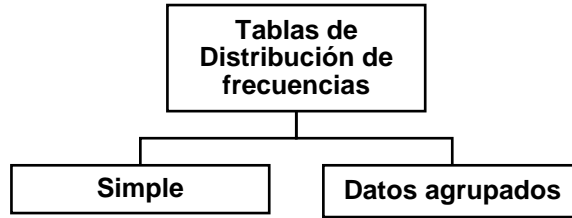
Además, el docente definió “frecuencia” como *el número de veces que se repite un dato*, y “tabla” como *la representación matemática en la que se ordenan datos de variables (dependiente e independiente) de nuestro interés*; con lo anterior, se describió el uso de tablas de distribución en estadística y las aplicaciones matemáticas que implica realizarlas.

### **Desarrollo:**

#### **2) Construcción de tablas de distribución de frecuencias**

El mapa conceptual presentado por el profesor, contemplo el ejemplo de variable edad en donde los alumnos visualizaran la distribución de datos en una tabla de frecuencias simple y otra en datos agrupados. El contenido presentado en el pizarrón, se planteó de la siguiente manera:





Ejemplo: **Edades del Grupo BTM\_301**

**Tabla de Frecuencias Simple:**

Edades	Frecuencia (f.i.)	F. Relativa	%	°	F. Relativa Acumulada
16	6	0.375	38	137	0.375
17	4	0.250	25	90	0.625
18	5	0.312	31	112	0.9375
19	0	0	0	0	0.9375
20	0	0	0	0	0.9375
21	0	0	0	0	0.9375
22	0	0	0	0	0.9375
23	0	0	0	0	0.9375
24	0	0	0	0	0.9375
25	0	0	0	0	0.9375
26	0	0	0	0	0.9375
27	0	0	0	0	0.9375
28	0	0	0	0	0.9375
29	1	0.062	6	21	1.000
<b>Total=</b>	$\Sigma = 16$	$\Sigma = 1.00$	100%	360°	

**Tabla de Datos Agrupados:**

- 1) Rango = 29-16  
... = 13
- 2) Número de clase =  $\sqrt{16}$  datos  
... = 4
- 3) Intervalo de clase = Rango / No. clase  
... = 13 / 4  
... = 3.25 = 3

Edades	Fi	F. R.	%	°	F. R. A.
16 - 18	15	0.9375	94	338	0.9375
19 - 21	0	0	0	0	0.9375
22 - 24	0	0	0	0	0.9375
25 - 27	0	0	0	0	0.9375
28 - 30	1	0.0625	6	22	1.000
<b>Total=</b>	$\Sigma = 16$	1.00	100	360°	

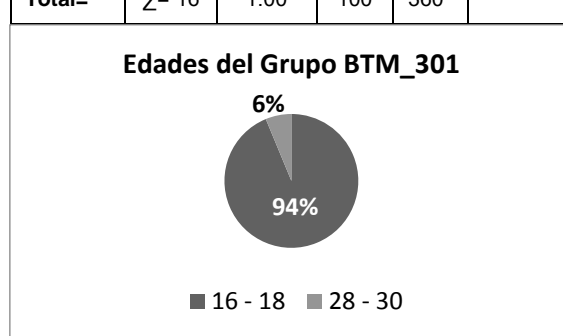
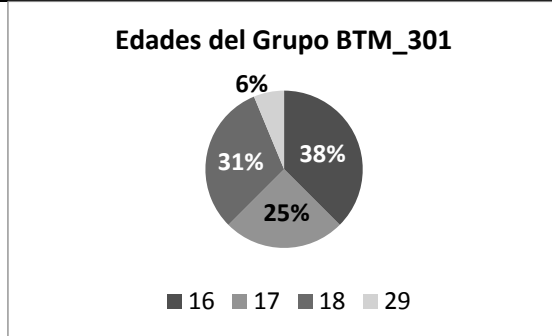


Figura 4.11. Clasificación y elaboración de tablas de distribución de frecuencias

Los alumnos interactuaron con el profesor y compararon el uso de tablas de distribución de frecuencias con la variable “edad” en dónde una de las preguntas principales de los mismos fueron: ¿Cómo eliminar tantos ceros en la tabla de frecuencias simple? y el docente respondió que, los datos pueden ser modificados eliminando el dato de la edad más alta (29 años) y con ello una alternativa de codificar estos datos sería en una tabla de frecuencias simple, con los datos de edad: 16,17 y 18 años, respectivamente.

Los estudiantes mostraron disposición y participaron constantemente, determinando y calculando los datos necesarios para la codificación de los datos

recabados. El profesor permitió que los alumnos tomarán nota de los datos presentados en el pizarrón y con ello decidieran en equipos cuáles serían las tablas de distribución que correspondían a las variables recabadas en sesiones anteriores.

### 3) Interpretación de tablas de distribución de frecuencias

El docente preguntó al grupo: ¿qué tabla correspondía a cada variable?, en donde la mayoría de los alumnos denotó que por “datos agrupados” el trabajo reduce y es la mejor opción. Juan Carlos (18 años) comentó que: “el uso de tablas de distribución de frecuencias, dependía de los datos que se necesitaban presentar a los demás... no en todos los casos se usan las mismas tablas”.

Finalmente, el profesor determinó una segunda pregunta ¿Cuál es la gráfica que representa mejor los datos de la variable edad?, los alumnos respondieron que, ninguna es mejor que la otra, cada una de ellas presenta información diferente, una es detallada y la otra clasifica. El docente retroalimentó a los estudiantes, indicando que del resultado de las gráficas se deducía a la importancia del uso de tablas de distribución de frecuencias simple y de datos agrupados (Ver Tabla 4.12).

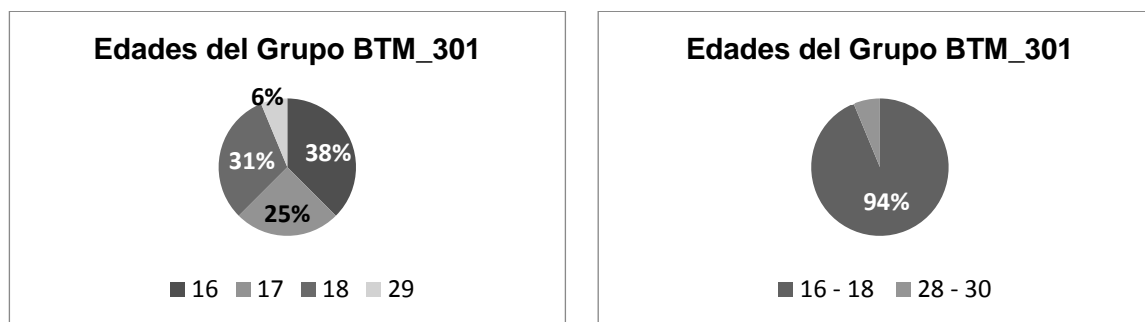


Figura 4.12. Representaciones gráficas de las tablas de distribución de frecuencias

**Cierre:**

### 4) Tarea extra clase

El docente pidió a los alumnos que para la siguiente sesión presentarán las tablas de distribución de frecuencias de cada variable recabada, para después representar estos datos en gráficas estadísticas elementales; indicando que toda la información se debería presentar a mano y/o computadora en el reporte estadístico final.

## Sesión 8. Representaciones gráficas y su clasificación

### Inicio:

El profesor indicó que el alcance de esta sesión se realizaría con el uso del material impreso que entregaría, *Tabla de Características generales de Gráficas Estadísticas elementales (Tabla 4.5)*. Los alumnos leyeron de manera guiada la información que se presenta y con ello identificaron los elementos estructurales de una gráfica y el uso de gráficas cuando se trate de datos cualitativos o cuantitativos, respectivamente.

Tabla 4.5. Características generales de Gráficas estadísticas elementales

Elementos estructurales de una gráfica:	Histograma	Gráfica de Barras
<ul style="list-style-type: none"><li>• El <b>título</b> y las <b>etiquetas</b> indican el contenido contextual de la gráfica y cuáles son las variables en él representadas.</li><li>• El <b>marco de la gráfica</b>, que incluye los ejes, escalas, y marcas de referencia en cada eje. Dicho marco proporciona información sobre las unidades de medida de las magnitudes representadas.</li><li>• Los <b>especificadores de la gráfica</b> son los elementos usados para representar los datos, como los rectángulos (en el histograma) o los puntos (en el diagrama de dispersión).</li><li>• El <b>fondo</b> que incluye los colores, la cuadrícula e imágenes sobre el que puede ser representada la gráfica.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Se utiliza en <b>variables cuantitativas continuas o discretas</b> con un número elevado de valores, agrupándolos en intervalos.</li><li>• Presenta información comparativa de medidas.</li><li>• El eje x presenta los intervalos de clase.</li><li>• El eje y presenta las alturas, que representan las frecuencias de cada clase.</li><li>• Las barras deben ser del mismo ancho, sin separación entre ellas.</li><li>• Cada intervalo queda definido por un extremo superior e inferior de la clase.</li><li>• La marca de clase es el punto medio de cada clase.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Se utiliza en <b>variables cualitativas, cuantitativas discretas</b> e inclusive <b>variables continuas</b>.</li><li>• Puede construirse para frecuencias absolutas, relativas o porcentajes.</li><li>• La altura de la barra debe ser proporcional a la frecuencia absoluta o relativa, representado en el eje y. El ancho es irrelevante, siendo importante que todas sean idénticas.</li><li>• Las barras deben ser del mismo ancho, con una ligera separación entre ellas.</li></ul>

### Gráfica de pastel

- Se utiliza para representar **variables cualitativas** o **cuantitativa discreta**.
- Resulta útil para mostrar frecuencias relativas; convirtiendo cada frecuencia a grados y luego a porcentajes.
- Se usa cuando se trabaja con datos de grandes frecuencias y los valores de la variable son pocos.
- Se representan las partes de un todo por sectores circulares.
- Su construcción se facilita, recordando que un círculo completo tiene  $360^\circ$  y que este ángulo debe corresponder a un 100% del total representado.
- No se representan posibles modalidades de la variable en estudio que tengan frecuencia nula.

### Polígono de frecuencias

- Se utiliza en **variables cuantitativas continuas**.
- Es la línea que resulta de unir los puntos medios de las bases superiores de los rectángulos de un histograma de frecuencias.
- Su altura es proporcional a la frecuencia de un valor.
- Para trazarlo, se debe localizar en el eje de las  $x$  los puntos medios que correspondan a cada clase  $y$ , en el eje de las  $y$ , las frecuencias de clase.

### Gráfica de Líneas

- Se usa para representar, frecuencias de una **variable cualitativa** o bien valores numéricos de una serie de datos y **no** para representar **variables cuantitativas**.
- Presenta múltiples datos.
- Se caracterizan por presentar una trayectoria de los datos que muestra los cambios en la variable dependiente.
- Usa puntos conectados por líneas para mostrar cómo cambia el valor de algo.

*Fuente:* Elaboración personal según Marco teórico correspondiente / Luis Román González Nava, Abril 2016.

### Desarrollo:

#### 1) Identificación de elementos estructurales de gráficas estadísticas

El profesor entregó copias a los alumnos y leyeron la primera parte, que comprende los elementos estructurales de una gráfica; y con base de la información presentada, el docente elaboró una gráfica de barras en el pizarrón, para que los alumnos identificaran cada elemento principal de las gráficas estadísticas. Los estudiantes participaron e identificaron los elementos correspondientes, tomando las notas necesarias.

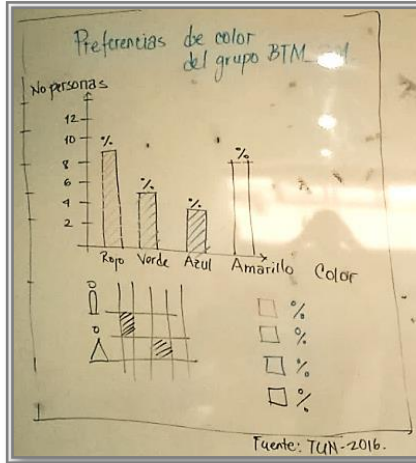


Figura 4.13. Gráfica de Barras. Preferencia de color del Grupo BTM\_301

## 2) Clasificación de gráficas estadísticas elementales

Una vez que los alumnos identificaron los elementos estructurales de una gráfica, el profesor de manera guiada leyó con ellos la información teórica que se presenta en una tabla, misma que permite identificar las características generales de gráficas estadísticas elementales (Ver Tabla 4.5).

Los alumnos comentan que de haber contado con esta información, las gráficas entregadas en la sesión anterior hubieran sido mejores; el docente retroalimenta a los estudiantes, indicando que los objetivos de ambas sesiones era identificar la decisión que cada equipo tuvo, antes y después de haber aprendido la teoría y el procedimiento correspondiente.

El docente cuestiona nuevamente al grupo, sobre cuáles son las gráficas que corresponden a los datos recabados; coincidiendo en la elección de las gráficas para las siete variables: sexo, color de ojos y deporte (gráfica de pastel); edad (diagrama de barras); peso, estatura y número de calzado (histograma o polígono de frecuencias).

**Cierre:**

### 3) Revisión de tarea extra clase

Finalmente, el profesor pidió a los alumnos, que entregaran el borrador de su reporte final con el uso de tablas de frecuencias simple y de datos agrupados, en donde sólo

un equipo de los cuatro que existen, entregó gráficas de pastel de manera repetitiva en todas las variables; indicando que en sesiones posteriores se haría la retroalimentación de dicho trabajo. La sesión culmina y los alumnos se retiran, comprometiéndose a entregar las gráficas correspondientes en el reporte estadístico final.

### Sesión 9. Representaciones gráficas (Primera parte):

#### Inicio:

Conforme a la *Tabla de Características generales de Gráficas Estadísticas elementales (Ver Tabla 4.5)* el profesor indicó a los alumnos que el alcance de esta sesión sería la construcción de tres gráficas: gráfica de pastel, diagrama de barras e histograma, y con ello cada equipo debió elegir la gráfica que mejor representara los datos recabados en sesiones anteriores.

#### Desarrollo:

##### 1) Construcción de gráficas (datos cualitativos y cuantitativos)

El docente presentó en el pizarrón los planteamientos estadísticos que corresponden a la gráfica de pastel, diagrama de barras e histograma; y con ayuda de los alumnos, se ordenaron los datos en cada tabla de distribución de frecuencias para indicar la interpretación de los resultados obtenidos.

##### a) Gráfica de pastel

#### Actividad 1.

- Encuentra el diagrama circular para los resultados obtenidos en un estudio, llevado a cabo en distintas Universidades.

$$\text{Número de grados} = \frac{N1 * 360^\circ}{N}$$

Dónde:

$N1$  = Tamaño de la clase

$N$  = Tamaño de la Muestra

$$UNAM = \frac{16380 * 360^\circ}{35689} = 165^\circ$$

Tabla de Frecuencias Simple:

Universidad	No. de respuestas	frecuencia	%	Grados
UNAM	16 380	0.450	45%	165°
IPN	4 623	0.129	13%	47°
TEC	14 526	0.407	40%	143°
ANÁHUAC	520	0.014	2%	5°
$\Sigma =$	35 689	1.000	100%	360°

$$IPN = \frac{4623 * 360^{\circ}}{35689} = 47^{\circ}$$

$$TECNOLÓGICO = \frac{14526 * 360^{\circ}}{35689} = 143^{\circ}$$

$$ANÁHUAC = \frac{520 * 360^{\circ}}{35689} = 5^{\circ}$$

Fuente de los datos: Iztacala (2015).

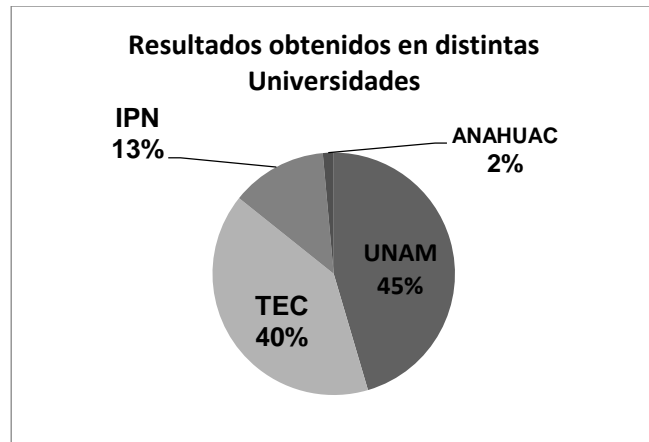


Figura 4.14. Elaboración de una gráfica de pastel

Las dificultades presentadas en este planteamiento fueron:

- La conversión de frecuencias relativas a porcentajes y de porcentajes a grados.
- El traslado de porcentajes a la circunferencia que representa el pastel completo.
- Las anotaciones que deben indicarse en cada parte fraccionaria de la gráfica de pastel (Ejemplo: 45% de la UNAM, 40% del Tecnológico, etcétera).
- Los elementos estructurales que componen una tabla y una gráfica, tales como: etiquetas, marco, fondo, especificadores y fuente de datos.

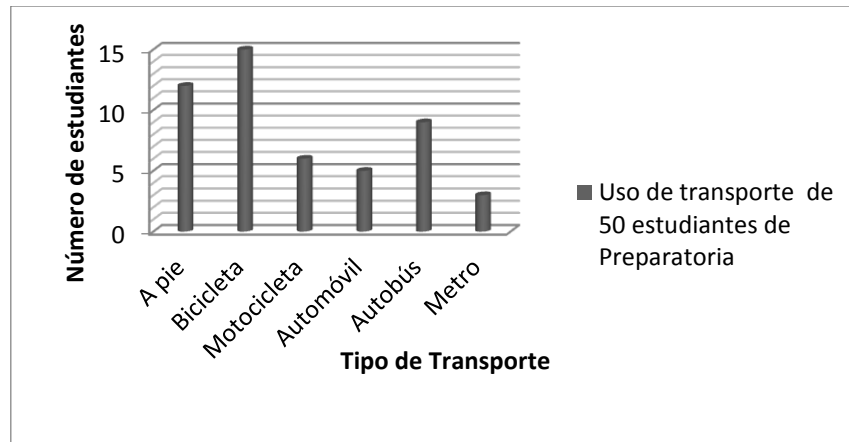
## b) Gráfica de barras

### Actividad 2.

- Encuentra el diagrama de barras de una muestra de 50 estudiantes que utilizan diferentes tipos de transporte para asistir a la Preparatoria.

Tabla de Frecuencias Simple

Clase	Conteo	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	%
A pie	IIII IIII II	12	0.24	24
Bicicleta	IIII IIII IIII	15	0.30	30
Motocicleta	IIII I	6	0.12	12
Automóvil	IIII	5	0.10	10
Autobús	IIII III	9	0.18	18
Metro	III	3	0.06	6
Σ =	50	50	1.00	100



Fuente de los datos: Iztacala (2015).

Figura 4.15. Elaboración de una gráfica de barras

Las dificultades presentadas en este planteamiento fueron:

- Confusión del eje de las x (abscisas) y eje de las y (ordenadas)
- Distribución de barras separadas; confundiendo las barras con histogramas
- Omisión de escalas y variables en cada uno de los ejes (x y y)
- Los elementos estructurales que componen una tabla y una gráfica, tales como: etiquetas, marco, fondo, especificadores y fuente de datos.

### c) Histograma

#### Actividad 3.

- Las cuotas anuales de 40 compañías para un seguro de \$25,000 USD para hombres de 35 años de edad.

82	85	86	87	87	89	89	90	91	91
92	93	94	95	95	95	95	95	97	98
99	99	100	100	101	101	103	103	103	104
105	105	106	107	107	107	109	110	110	111

Tabla de Datos Agrupados

Límites verdaderos	Límites de escritura	Punto Medio (M.C.)	Frecuencia (f.i.)	Frecuencia relativa (f.r.)
81.5 - 86.5	82 - 86	84	3	0.07
86.5 - 91.5	87 - 91	89	7	0.175
91.5 - 96.5	92 - 96	94	8	0.2
96.5 - 101.5	97 - 101	99	8	0.2
101.5 - 106.5	102 - 106	104	7	0.175
106.5 - 111.5	107 - 111	109	7	0.175
Totales			$\Sigma = 40$	$\Sigma = 1.00$



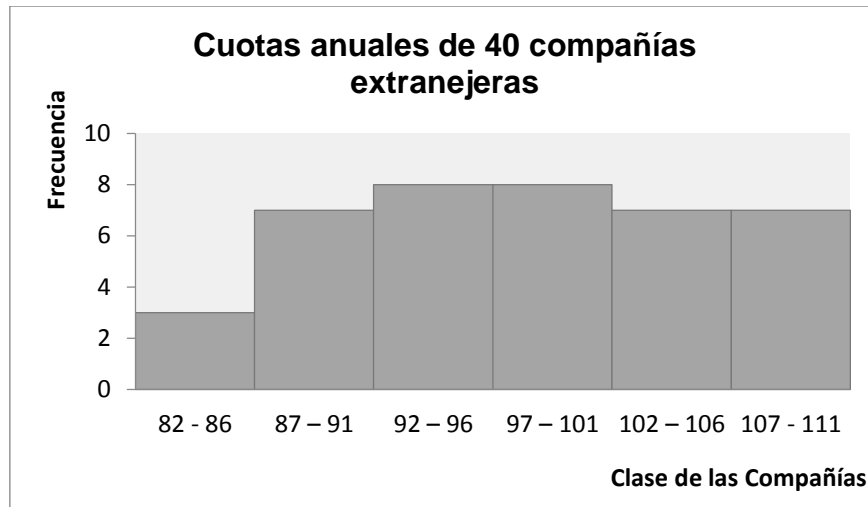


Figura 4.16. Elaboración de un histograma

Las dificultades presentadas en este planteamiento fueron:

- Las contiguas (sin separación) de las barras sobre el eje de las abscisas (x)
- La distribución de las clases que componen el histograma
- Los elementos estructurales que componen una tabla y una gráfica, tales como: etiquetas, marco, fondo, especificadores y fuente de datos.

Los alumnos en esta gráfica, indicaron que la diferencia entre gráfica de barras e histograma radica en el uso de barras separadas en la primera y continuas en la segunda.

#### **Cierre:**

El profesor pidió a los estudiantes que prepararan la información correspondiente a las siete variables de los datos recabados en clase; de los cuales harían entrega impresa y exposición para la siguiente semana.

### **Sesión 10. Representaciones gráficas (Segunda parte):**

#### **Inicio:**

El docente inició la sesión, indicando el uso de histograma y polígono de frecuencias, en donde con un solo ejemplo los alumnos observaron la representación de las dos gráficas.

De manera reiterativa, el docente pidió al grupo ponerse al tanto de las actividades faltantes para la evaluación del parcial, sin omitir que dichas tareas formaban parte de la propuesta de estrategia didáctica y se ponderarían para evaluar el parcial.

### Desarrollo:

#### 1) Construcción de gráficas (datos cualitativos y cuantitativos)

El profesor indicó el planteamiento estadístico correspondiente, dónde los alumnos de manera conjunta realizaron la tabla de distribución (por datos agrupados) y las respectivas representaciones gráficas que presentan los datos del problema (histograma y polígono de frecuencias). El planteamiento programado para la sesión es el mismo que se planteó anteriormente (Actividad 3):

#### Histograma y Polígono de frecuencias:

##### Actividad 3.

- Las cuotas anuales de 40 compañías para un seguro de \$25,000 USD para hombres de 35 años de edad.

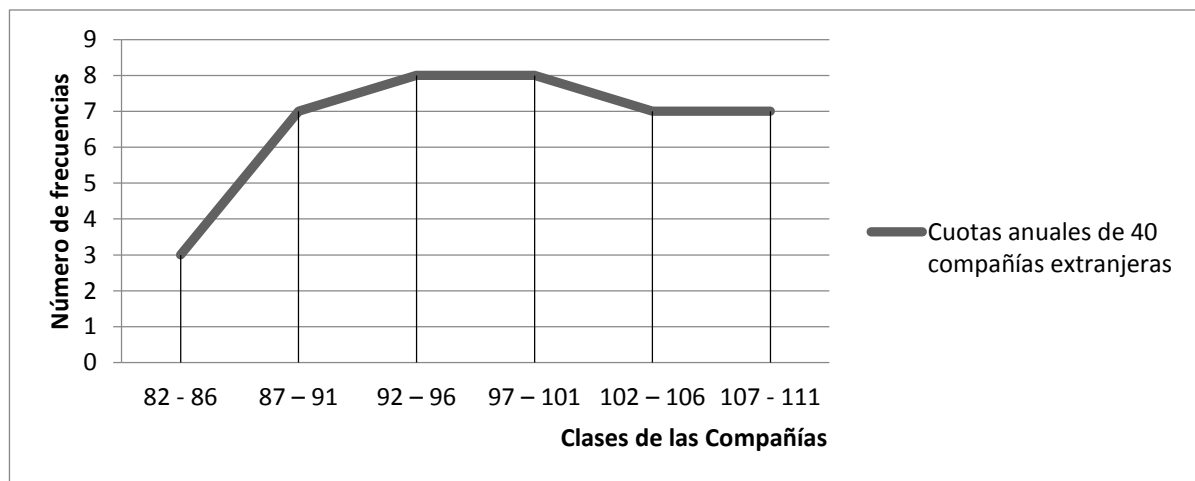


Figura 4.17. Elaboración de una histograma y polígono de frecuencias

Los alumnos observaron la diferencia entre el uso y construcción de gráfica de barras e histograma, así como la dependencia de datos del polígono de frecuencias con un histograma, mismos que resultaron del mismo planteamiento estadístico propuesto por el profesor; los estudiantes tomaron las notas necesarias de dicha sesión, mientras el docente preparó proyector y computadora, para indicar un ejemplo con el uso de tablas y gráficas en el programa Excel.

## 2) Tablas y gráficas estadísticas elementales en Excel

Con base de los elementos teórico-procedimentales de la construcción de tablas y gráficas estadísticas elementales (diagrama de barras, gráfica de pastel, gráfica de líneas, histograma y polígono de frecuencias) el profesor describió en Excel cuál era el tiempo y las herramientas necesarias para construir tablas y gráficas en computadora; con ello los estudiantes pensarían y considerarían el uso de la tecnología para la entrega de su reporte final.

Para dicha actividad, el docente pidió a los alumnos que eligieran una de las variables de las tablas de datos estadísticos elaboradas en sesiones anteriores para describir el procedimiento y la representación gráfica correspondiente a dicho planteamiento. El grupo en general determinó trabajar con la tabla y gráfica de “Resultados de distintas Universidades”, ejemplo con el cuál se determinaron la rapidez del programa y la presentación de datos por computadora.

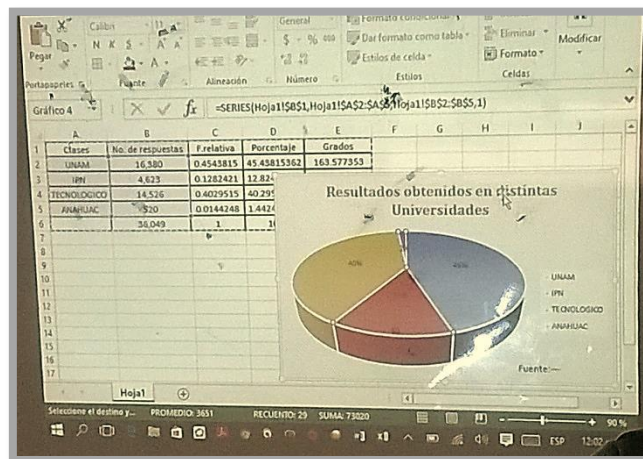


Figura 4.18. Presentación de información estadística por computadora (Excel)

El profesor indicó a los alumnos que Excel predetermina ciertos datos y corresponde a cada persona modificar o editar los datos técnicos necesarios (títulos, escalas, fondo, marco, color, etcétera) para realizar tablas y gráficas estadísticas completas. Los integrantes del grupo, comentaron sobre la reducción de tiempo que apertura el uso del programa, así como la calidad de la presentación final de los datos estadísticos.

Se les enseñó a los alumnos, algunas de las herramientas básicas para construir tablas y gráficas en Excel; así como la manera de importar y exportar datos a Word o Power Point y así pudieran entregar mejores proyectos escolares. Los estudiantes se mostraron interesados y comenzaron a planear el uso de Excel para la entrega de su reporte estadístico.

#### **Cierre:**

### **3) Acuerdo por equipos de la entrega del reporte**

Finalmente, se pidió al grupo que se reunieran en equipos y acordaran ¿cuál sería el alcance de entrega para su reporte estadístico?, solicitando que cada integrante del equipo debía participar activamente en la realización de dichas actividades. Se reiteró que todos los equipos debían contar con la rúbrica de evaluación correspondiente y considerar la ponderación de los elementos que componían su reporte.

## **Sesión 11. Cuestionario diagnóstico (Post Test)**

### **1) Conocimientos finales**

El profesor inició la clase indicando que la única actividad para esta sesión sería resolver el cuestionario de problemas estadísticos (Pre Test), mismo que permitiría observar los aprendizajes adquiridos por los estudiantes durante la puesta en práctica de la propuesta de estrategias didácticas.

Se entregaron los cuestionarios y se observó que ningún alumno faltó para la solución del mismo; al tratarse del mismo cuestionario utilizado en el Pre Test los alumnos mostraron disposición y se propusieron la meta de terminarlo completo y en tiempo establecido (treinta minutos aproximadamente). La entrega fue oportuna, pero con más demanda y compromiso por parte de los participantes.

## **Sesión 12. Entrega de reporte y exposición de resultados estadísticos**

### **Inicio:**

Se inició la sesión pidiendo a un equipo (seleccionado previamente) de los cuatro existentes, que preparará su reporte estadístico para entregar y a su vez presentarlo en *Power Point* ante compañeros y docente; el objetivo describir cuál fue el comportamiento de los datos recabados en sesiones anteriores, mostrando resultados en tablas, gráficas, interpretaciones y conclusiones pertinentes.

### **Desarrollo:**

#### **1) Entrega y presentación de reporte estadístico**

La entrega de reportes estadísticos fue diversa por parte de los alumnos; un solo equipo decidió no entregar nada y el resto de los equipos entregó reportes a mano y/o computadora, indicando diferencias de entrega, pero no en contenido. Las aportaciones matemáticas mostraron el gusto por la materia, la motivación y compromiso de los integrantes, así como el desarrollo de un lenguaje tabular y gráfico.

Los datos presentados por cada equipo mostraron orden de pensamiento y una estructura de trabajo adecuada. Los equipos presentaron una introducción al tema, el desarrollo de tablas estadísticas, la presentación y selección correcta de gráficas básicas (no omitiendo escalas, variables y anotaciones), así como un procedimiento matemático adquirido durante clase; elementos que les permitieron concluir el tema.

#### **2) Exposición de los resultados en *Power Point***

Una vez entregados los reportes estadísticos, el equipo seleccionado presentó sus resultados en *Power Point*, donde los integrantes del equipo mostraron la adquisición de un lenguaje tabular y gráfico, utilizando conceptos como porcentajes, población, muestra, frecuencia (relativa y acumulada); así como el dominio de elementos estructurales en una gráfica (títulos, escalas, fondo, marco, color, etcétera).

En la presentación de contenido, los estudiantes obtienen conclusiones e indican principalmente que mediante el uso de gráficas los resultados son más completos, es decir, que “el uso de gráficas facilita la lectura y comprensión de datos numéricos” indicando que “las representaciones gráficas evitan tablas y cantidad de información numérica”.

**Cierre:**

### **3) Evaluación y autoevaluación de la Unidad temática**

El docente pide abiertamente a los alumnos que compartan la experiencia de haber trabajado en un reporte estadístico, compartiéndose lo siguiente: “un reporte estadístico nos da la facilidad de leer tablas y gráficas en periódicos, impuestos, finanzas...saber de qué te están hablando”, “realizar una gráfica lleva un procedimiento y una serie de elementos que debemos considerar para presentar los datos” (Nadia, 29 años y Zayra, 18 años).

Una de las alumnas del equipo comenta que al resolver el cuestionario Pre Test (al inicio de la Propuesta) le sobró tiempo porque no sabía mucho del tema y en el Post Test le hizo falta tiempo para terminar todo lo que proponía y que gracias a los conocimientos adquiridos aprendió durante un mes de actividades.

### **4) Retroalimentación docente – alumno (s)**

Finalmente, el profesor evaluó individualmente a cada estudiante indicando su esfuerzo individual y su contribución al trabajo en equipo, considerando que las observaciones hechas permitieran una autoevaluación de ellos mismos y la evaluación mutua entre compañeros.

El docente exhortó al grupo a trabajar individual y colaborativamente en proyectos que reflejen los conocimientos adquiridos, así como cumplir metas y objetivos que se establezcan en la vida y en la escuela. Se realizó la entrega de un formato para valorar las reacciones del grupo que incluía preguntas de opción múltiple y una sección abierta de comentarios y sugerencias, donde los alumnos respondieron rápidamente el formato, lo entregaron en tiempo y forma y así concluyó la sesión y la propuesta de estrategias didácticas.

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS

En este capítulo se analizan y describen los resultados obtenidos después de aplicar la propuesta de estrategias didácticas, realizando una descripción cuantitativa y cualitativa de los resultados; así como la comparativa de respuestas del cuestionario Pre Test y Post Test, enfocado al uso de gráficas estadísticas elementales en Estadística Descriptiva.

El instrumento de medición (Pre Test) se aplicó en la cuarta sesión (5 de Abril) y el Post Test en la onceava sesión (29 de Abril). Se consideraron 5 reactivos, dentro de los cuales se descartó el quinto, debido a fallas de impresión de la gráfica de pastel presentada, donde los alumnos presentaron dificultades al responder el reactivo por las intensidades de color en la impresión.

El cuestionario fue aplicado al grupo BTM\_301 (tercer semestre) del Tecnológico Universitario Naucalpan, el cual estuvo conformado por un 38% de mujeres (6 alumnas) y el 62% de hombres (10 estudiantes).

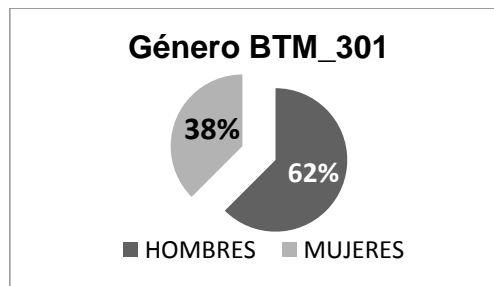


Figura 5.1. Gráfica de género del grupo BTM\_301

El rango de edades del grupo es de diecisiete a dieciocho años, presentándose una alumna de veintinueve años, dato que no fue eliminado en el proceso de análisis estadístico.

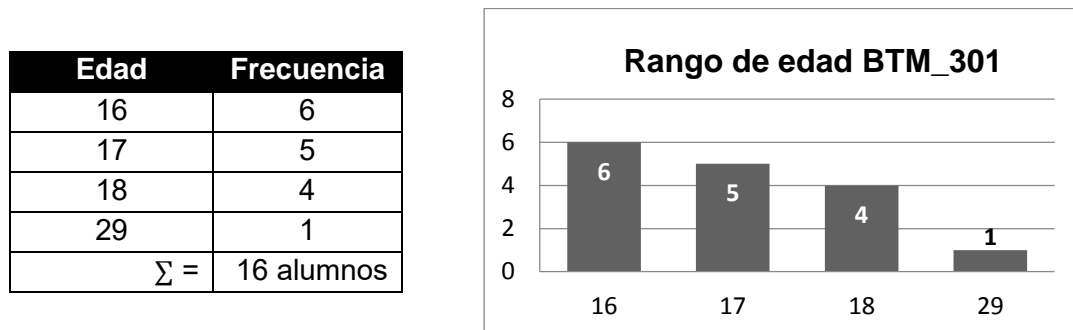


Figura 5.2. Gráfica de rango de edades del grupo BTM\_301

Una vez generalizados los datos del grupo, se presenta el análisis cuantitativo y cualitativo de los resultados, así como la comparativa de resultados del Pre test y Post test, respectivamente. De manera consecutiva, se describen las respuestas de los estudiantes, ante los cuatro reactivos presentados y la interpretación de los mismos.

## 5.1. ANÁLISIS CUANTITATIVO

Los resultados obtenidos del Pre y Post Test se observan en las siguientes tablas:

*Tabla 5.1. Resultados Pre Test y Post Test del instrumento de medición*

PRE TEST					
Alumno	REACTIVO				Total de reactivos correctos
	1	2	3	4	
1	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	1
3	1	0	0	0	1
4	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0
6	0	1	0	0	1
7	0	0	0	0	0
8	0	0	0	1	1
9	1	0	0	0	1
10	0	0	0	0	0
11	0	1	0	0	1
12	0	1	0	1	2
13	0	0	0	1	1
14	0	0	0	0	0
15	1	0	0	1	2
16	0	0	0	0	0
No. de alumnos que contestaron correctamente el reactivo	3	4	0	4	

POST TEST					
Alumno	REACTIVO				Total de reactivos correctos
	1	2	3	4	
1	0	0	0	0	0
2	0	1	0	1	2
3	1	0	0	1	2
4	1	0	0	1	2
5	1	1	0	1	3
6	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0
8	1	1	0	1	3
9	1	1	0	1	3
10	1	1	1	1	4
11	1	1	0	1	3
12	0	0	0	1	1
13	0	0	0	1	1
14	1	0	0	1	2
15	1	1	1	1	4
16	1	0	0	1	2
No. de alumnos que contestaron correctamente el reactivo	10	7	2	13	



En la Tabla anterior, los resultados del Pre Test indican, que el promedio de reactivos correctos por alumno fue de 0.69, donde los reactivos con más aciertos correctos fueron el dos y cuatro con cuatro unidades, respectivamente; el reactivo con menos aciertos correctos fue el tercero, con cero unidades. La gráfica de barras que indica los resultados del Pre Test, se muestra a continuación (Figura 5.3).

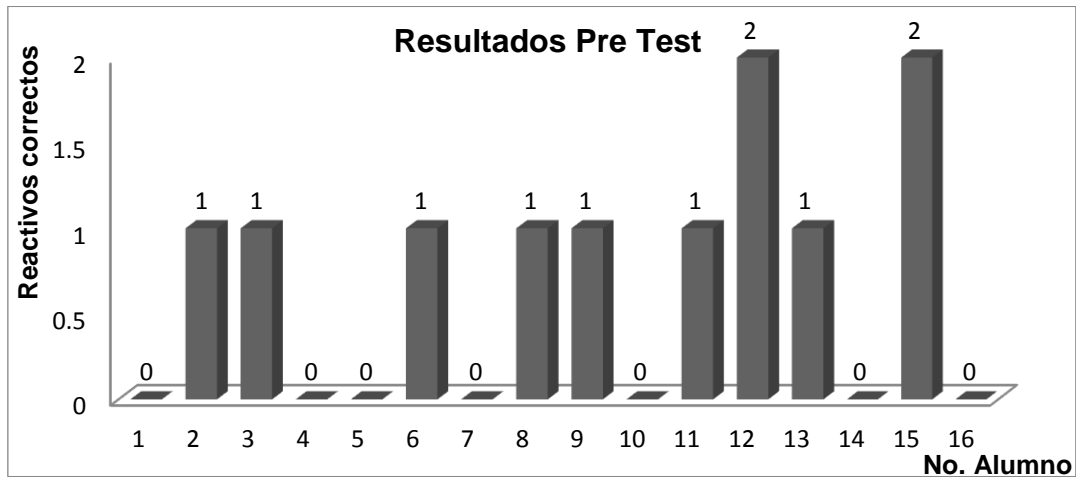


Figura 5.3. Gráfica de reactivos correctos del Pre Test

Mientras tanto, los resultados obtenidos en el Post Test indican, que el promedio de reactivos correctos por alumno fue de 2.00, donde los reactivos con más aciertos fueron el uno y cuatro con diez y trece unidades, respectivamente, los cuales implican la elaboración de gráficas estadísticas (diagrama de barras); el reactivo tres presenta dos aciertos. Se presenta la figura correspondiente (Figura 5.4)

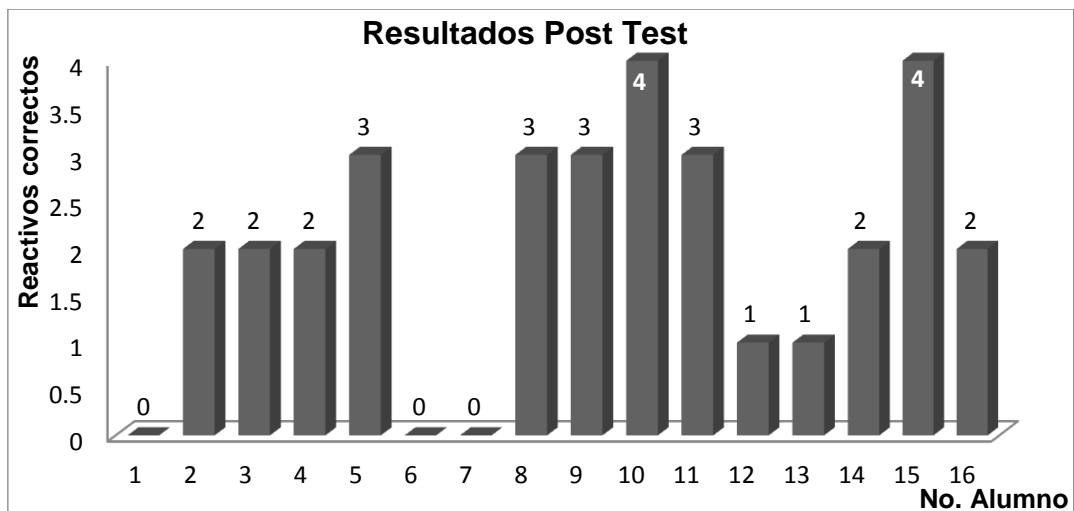


Figura 5.4. Gráfica de reactivos correctos del Post Test

### 5.1.1. Comparativa del Pre Test y Post Test

En el Pre Test el promedio de reactivos correctos fue de 0.69 y en el Post Test fue de 2.00, lo que indica que hubo un movimiento de promedio de 1.31 unidades. La tabla 5.2, muestra el aumento de respuestas correctas por alumno.

Tabla 5.2. Aumento de respuestas correctas por alumno

No. de alumno	Nombre del alumno	Pre Test reactivos correctos	Post Test reactivos correctos	Aumento de respuestas correctas
1	Carla	0	0	0
2	Fernando	1	2	1
3	Andrea	1	2	1
4	Aldahir	0	2	2
5	José	0	3	3
6	Juan Carlos	1	0	0
7	Ernesto	0	0	0
8	José Eduardo	1	3	2
9	Zayra	1	3	2
10	Nadia	0	4	4
11	Alán David	1	3	2
12	Gabriela	2	1	0
13	Francisco	1	1	0
14	Luis Fernando	0	2	2
15	José Carlos	2	4	2
16	Pamela Ivon	0	2	2
		<b>0.69</b>	<b>2.00</b>	<b>1.31</b>
		<b>Promedio de respuestas correctas</b>		<b>Promedio de aumento de respuestas correctas</b>

De la tabla 5.2 (Aumento de respuestas correctas) se observa que el 69% de los alumnos obtuvieron un incremento en el número de respuestas correctas; siendo la alumna número diez quien obtuvo todas las respuestas correctas, después de

haber obtenido cero en todos los reactivos del Pre Test; por otro lado, cinco estudiantes obtuvieron un aumento de cero a dos respuestas correctas. El alumno trece se mantuvo constante con un reactivo (en Pre y Post Test) contestado correctamente.

Los alumnos seis y doce, disminuyeron a cero sus respuestas correctas y los alumnos uno y siete, no tuvieron aumento, manteniéndose en cero respuestas correctas. Los factores que perjudicaron a los cuatro participantes fueron: motivación y disponibilidad para trabajar durante y después de la clase, así como la frecuente inasistencia durante la propuesta de estrategias didácticas.

A continuación se muestran los aumentos de respuestas correctas en una gráfica de líneas (Figura 5.5).

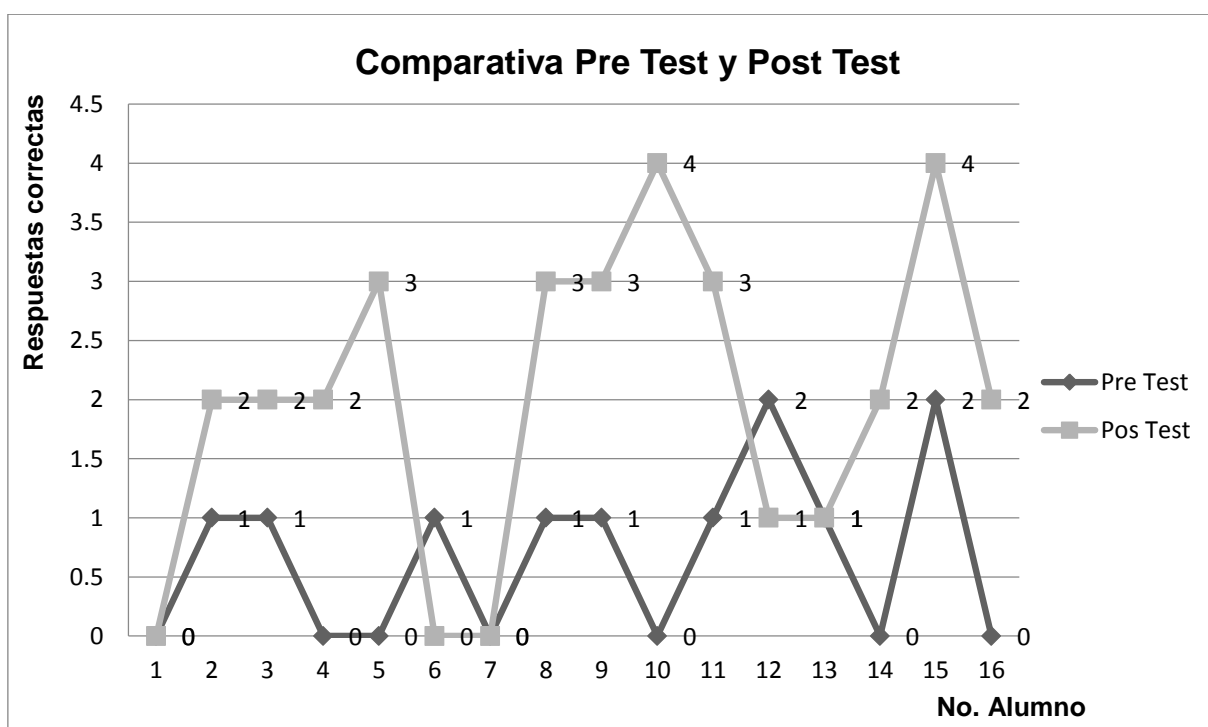


Figura 5.5. Gráfica de respuestas correctas del Pre Test y Post Test

La presentación de la comparativa de resultados del Pre y Post Test, se realiza de los cuatro reactivos del cuestionario, evidenciando la mejora de aprendizajes en el tiempo que duró la propuesta didáctica; de esta manera, se describen los resultados que los alumnos presentaron en la aplicación del instrumento de medición.

**Reactivo 1:**

Se pide a los estudiantes que lean el texto y completen, con el número de veces que aparece cada letra vocal; además de contestar los incisos correspondientes:

*“Un sol para conocer. Una luna para sentir. Un libro para aprender. Un mundo para vivir”*

- a) Representa los datos en un diagrama de barras.
- b) ¿Qué letra vocal es la más frecuente en el texto?
- c) ¿Cuántas letras vocales tiene el texto?

La comparativa de respuestas se presenta de la siguiente manera:

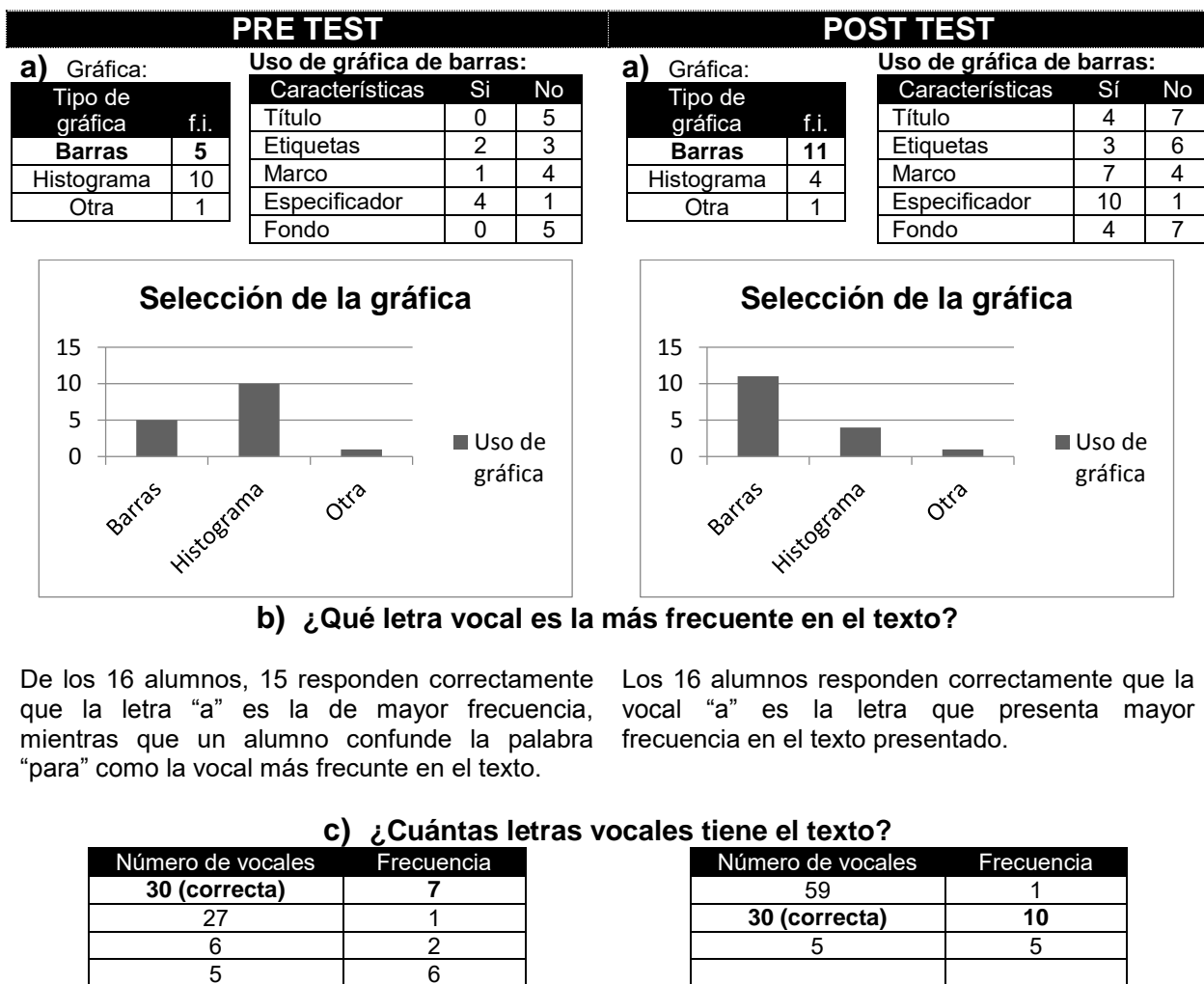


Figura 5.6. Descripción gráfica y numérica del Reactivo 1

Al tratarse de un reactivo de comprensión lectora que solicita tabular y representar datos; se observa que en la instrucción (a): “*representar los datos de la tabla en un diagrama de barras*”, de los dieciséis participantes del Pre test, sólo el 31% representa gráficamente los datos correctamente, mientras que un 63% representa histograma y el 6% restante esboza otro tipo de gráfica.

En el Post Test, ya habiendo aplicado la propuesta de estrategias didácticas, el 69% representa diagrama de barras, mientras que el 25% ahora representa histograma; el 6% restante sigue esbozando otro tipo de gráfica.

Además, es importante mencionar que en el Pre y Post Test, se analizaron las representaciones gráficas de los estudiantes, en cuanto a elementos estructurales de un diagrama de barras se refiere; mostrando una mejora del 38%, con respecto a la puesta en práctica de la propuesta de estrategias didácticas.

En el inciso (b), los alumnos en el Pre test presentaron dificultad del 6%, mientras que en el Post Test, todos los participantes contestaron correctamente que la letra “a” de las vocales *es la que presentaba mayor frecuencia en el texto*.

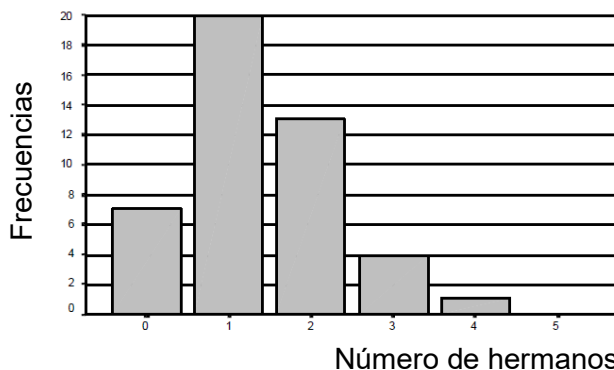
Finalmente, en el inciso (c), *¿cuántas letras vocales tiene el texto?*, el 44% de los participantes responde correctamente en el Pre test, mientras que el 66% restante presenta dificultades al leer las instrucciones, comprender el texto y resolver el planteamiento. Existe una mejora en el Post test, donde el 63% (10 alumnos) de los participantes responde correctamente (30 vocales) y el 37% restante (6 alumnos), contesta otras respuestas.

## **Reactivo 2:**

Con base de un histograma que representa el “*número de hermanos de los alumnos de la clase de Matemáticas I*”, se pidió a los estudiantes, responder lo siguiente:

- a) ¿Cuántas personas tienen un solo hermano?
- b) ¿Cuántas personas tienen cinco hermanos?
- c) ¿Cuántos alumnos y alumnas hay en Matemáticas I?

**No. de hermanos de los alumnos de la clase de Matemáticas I**



La comparativa de repuestas se presenta de la siguiente manera:

PRE TEST		POST TEST																																	
<b>a) ¿Cuántas personas tienen un solo hermano?</b>																																			
<ul style="list-style-type: none"> <li>De los 16 participantes, doce responden correctamente (20 personas). Dos responden que 7 y dos más, responden incorrectamente 5.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>La respuesta correcta presenta mayor frecuencia, reportando 14 alumnos; mientras que sólo dos alumnos responden incorrectamente con 1.</li> </ul>																																		
<b>b) ¿Cuántas personas tienen cinco hermanos?</b>																																			
<ul style="list-style-type: none"> <li>La respuesta correcta es "0" con una frecuencia de 10 estudiantes que contestan correctamente; mientras 1 alumno responde incorrectamente "10".</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>De la respuesta correcta se registran 14 estudiantes que responden correctamente y dos alumnos responden incorrectamente "2".</li> </ul>																																		
<b>c) ¿Cuántos alumnos (as) hay en Matemáticas I?</b>																																			
<table border="1"> <thead> <tr> <th>Respuesta</th> <th>Frecuencia</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>45 (correcta)</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>35</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>30</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>26</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>20</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>16</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>		Respuesta	Frecuencia	45 (correcta)	5	35	1	30	1	26	1	20	6	16	1	5	1	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Respuesta</th> <th>Frecuencia</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>45 (correcta)</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>46</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>20</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td>Otras</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>		Respuesta	Frecuencia	45 (correcta)	6	46	1	20	7	Otras	2						
Respuesta	Frecuencia																																		
45 (correcta)	5																																		
35	1																																		
30	1																																		
26	1																																		
20	6																																		
16	1																																		
5	1																																		
Respuesta	Frecuencia																																		
45 (correcta)	6																																		
46	1																																		
20	7																																		
Otras	2																																		

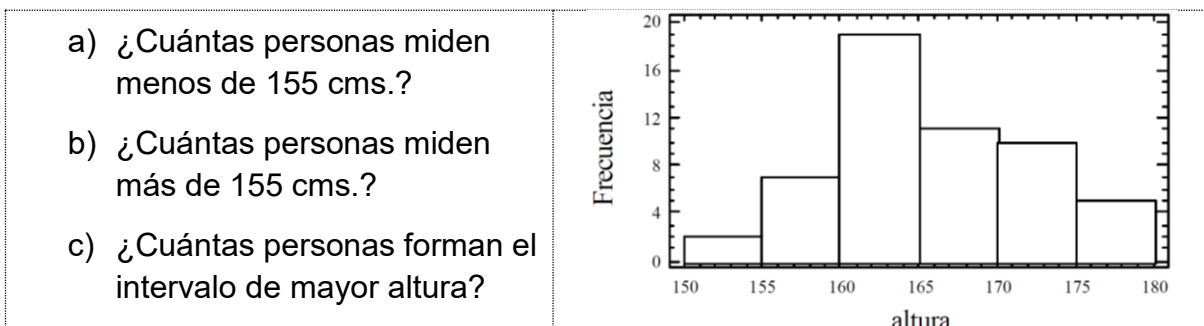
*Figura 5.7. Descripción gráfica y numérica del Reactivo 2*

En la pregunta (a) se observa un cambio que va del 75% (Pre test) al 88% (Post test), implicando mayor comprensión de los datos representados en el histograma. De igual manera, en el inciso (b), la mejora en respuesta correcta es del 25% más, entre el Pre y Post test.

En el inciso (c), *¿Cuántos alumnos (as) hay en Matemáticas I?*, los participantes no presentaron dificultad (Pre test) al interpretar frecuencias de la tabla y graficarlos; aumentando respuestas correctas (Post Test) del 38%; es decir, se observa que para los alumnos es más fácil interpretar datos de una tabla y después graficar, resultando difícil que de una gráfica puedan tabular e interpretar los datos.

**Reactivo 3.**

Al presentar a los alumnos un histograma que representa las alturas de un grupo de personas, se les cuestiona lo siguiente:



Las repuestas que se presentaron en este reactivo, son las siguientes:

PRE TEST		POST TEST	
<b>a) ¿Cuántas personas miden menos de 155 cms.?</b>			
Respuesta	Frecuencia	Respuesta	Frecuencia
2 (correcta)	6	2 (correcta)	11
3	3	3	3
7	1	7	2
Otras	6	Otras	0
<b>b) ¿Cuántas personas miden más de 155 cms.?</b>			
<ul style="list-style-type: none"> <li>Todos los alumnos responden incorrectamente.</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>La respuesta correcta es 52, y sólo 3 alumnos responden correctamente; el resto (13 alumnos) responden incorrectamente.</li> </ul>	
<b>c) ¿Cuántas personas forman el intervalo de mayor altura?</b>			
<ul style="list-style-type: none"> <li>La respuesta correcta es 19, y sólo 2 alumnos responden correctamente; el resto responde incorrectamente (14 alumnos).</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>La respuesta correcta es 19, y sólo 7 alumnos responden correctamente; el resto responde incorrectamente (9 alumnos).</li> </ul>	

Figura 5.8. Descripción gráfica y numérica del Reactivo 3

En este reactivo se identificaron algunos elementos que beneficiaron a la propuesta de estrategias didácticas; en el primer inciso: *¿cuántas personas miden menos de 155 cms.?* se observa que de un 38%, la mejora en el Post Test fue de 69%. Mientras tanto, en el inciso (b) *¿cuántas personas miden más de 155 cms.?*, se observó que de un porcentaje nulo (Pre Test), en el Post test un 20% (3 alumnos) responden correctamente, por lo que se observa que el “cambio de registro” de tablas a gráficas es fácil para los estudiantes, siendo más difícil “el cambio” de gráficas a tablas; identificando que la dificultad crece más cuando hay más de un

grupo de datos en la pregunta y también sí los datos son de tipo cuantitativo, como se observa en los resultados del presente reactivo.

En el inciso (c), al preguntar *¿cuántas personas forman el intervalo de mayor altura?*, en el Pre test, sólo dos alumnos (13%) responden correctamente y en el Post test, siete alumnos (44%) determinan que la respuesta correcta es 19; por lo tanto, se observa que el concepto de frecuencia ha sido comprendido con relación al Pre Test; sin embargo en el Post Test, se observa que el concepto de intervalo en el eje (x) de las abscisas es difícil de comprender para los estudiantes.

#### Reactivo 4.

Finalmente, se solicitó a los participantes “*construir un diagrama de barras para cada una de las tablas de frecuencias*” de los siguientes datos:

Colores	No. de colores
Rojo	38
Blanco	50
Negro	26
Gris	20
Amarillo	6

Pesos (kgs.)	No. de personas
44	7
45	21
46	22
47	8
48	2

Los resultados gráficos presentados por los alumnos son los siguientes:

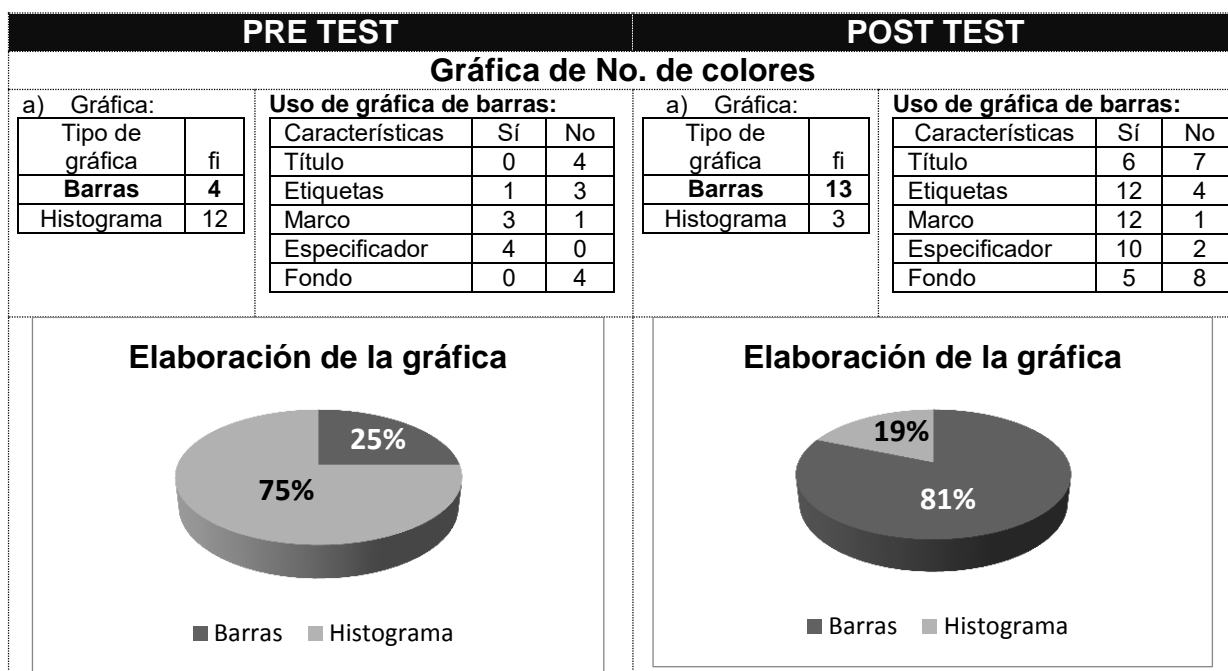


Figura 5.9. Descripción gráfica y numérica del Reactivo 4 – Gráfica de No. de colores



Se observa que en el Pre test, el 75% de los participantes representa histograma en lugar de gráfica de barras; mientras que con la propuesta didáctica, el grupo mejora notoriamente, con un 81% (13 alumnos) de respuestas con gráfica de barras, mientras que el 19% restante (3 alumnos) representan aún los datos en histograma.

Respecto al segundo planteamiento, la elaboración gráfica de los participantes presentada, es la siguiente:

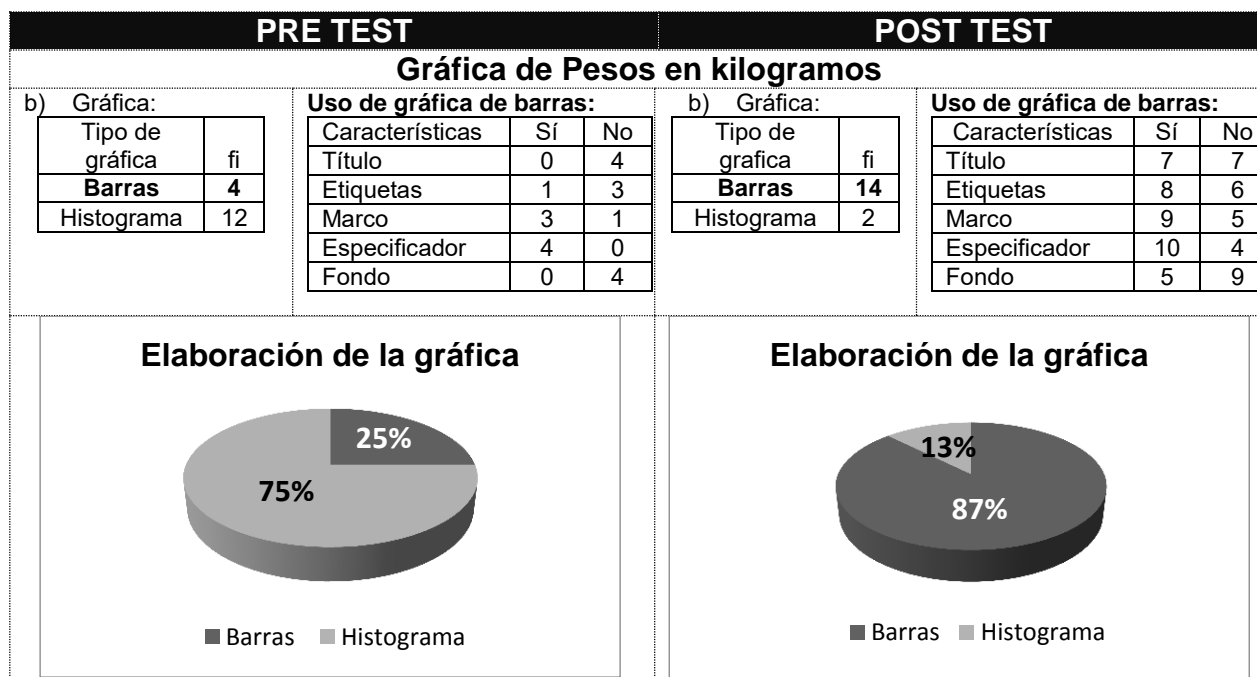


Figura 5.10. Descripción gráfica y numérica del Reactivo 4 – Gráfica de Peso en Kilogramos.

De igual manera que en la tabla y gráfica anteriores, se observa la mejora en representaciones gráficas por parte de los estudiantes, por lo que con la propuesta de estrategias didácticas se deduce que “los alumnos que en el Pre test realizaban histogramas, creyendo que eran gráficas de barras, en el Post Test lograron distinguir la diferencia al elaborar gráficas de barras e histogramas”.

## 5.2. ANÁLISIS CUALITATIVO

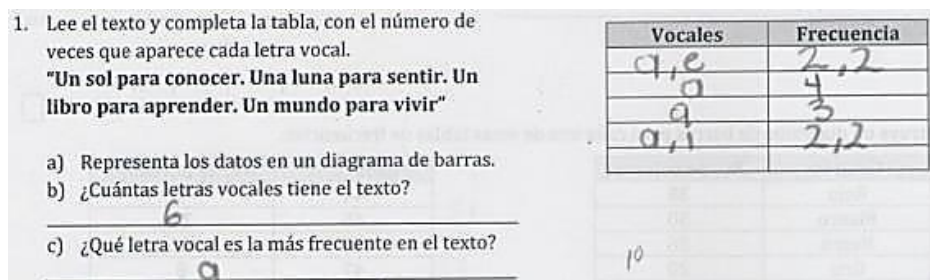
Para analizar los resultados que cuantitativamente se han presentado, en los siguientes párrafos se describen las evidencias de los cuestionarios Pre y Post test (Apéndice 7 ) realizados por los participantes (a), la presentación de actividades gráficas previas (Figuras 5.20, 5.21 y 5.22) realizadas durante la puesta en práctica (b) de la propuesta de estrategias didácticas (evidencias gráficas y fotográficas – Apéndice 6), así como las evidencias del reporte estadístico entregado por los alumnos (c).

En el caso de las primeras tres sesiones, los estudiantes aprendieron conceptos de generalidades de Estadística, usos y abusos de la estadística, la utilidad de la Estadística, donde conceptualizaron a la materia como ciencia y su clasificación, así como nociones y clasificación de variables, población y cálculo del tamaño de una muestra.

### a) Resultados en la Aplicación de Cuestionarios (Pre y Post Test):

En la sesión cuatro y once, los participantes respondieron el cuestionario diagnóstico (Pre y Post Test) respectivamente; conformado por cuatro reactivos que implican el uso de frecuencias, tablas y gráficas estadísticas elementales, dentro del cual se encontraron los siguientes resultados y dificultades:

#### Reactivo 1:



1. Lee el texto y completa la tabla, con el número de veces que aparece cada letra vocal.  
"Un sol para conocer. Una luna para sentir. Un libro para aprender. Un mundo para vivir"

Vocales	Frecuencia
a, e	2, 2
o	4
u	3
a, i	2, 2

a) Representa los datos en un diagrama de barras.  
b) ¿Cuántas letras vocales tiene el texto?  
6  
c) ¿Qué letra vocal es la más frecuente en el texto?  
a

10

Figura 5.11. Respuestas incorrectas del Reactivo 1. Ivon, 16 años.

Se observa que Ivon (16 años) presenta dificultad en comprensión lectora, no atendiendo las instrucciones que implica el reactivo. La alumna comprende el concepto frecuencia, pero no responde correctamente el planteamiento que implica numerar el número de veces que se repite la vocal en el texto.

En caso contrario, se presentan las respuestas de Andrea (16 años) que no presenta dificultad al leer las instrucciones del planteamiento, mostrando lo siguiente:

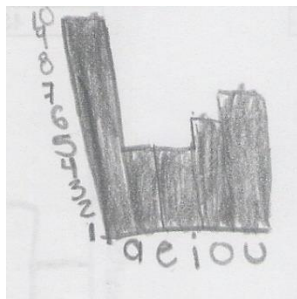
1. Lee el texto y completa la tabla, con el número de veces que aparece cada letra vocal.  
 "Un sol para conocer. Una luna para sentir. Un libro para aprender. Un mundo para vivir"

Vocales	Frecuencia
a	7 (veces)
e	4 (veces)
i	4 (veces)
o	5 (veces)
u	6 (veces)

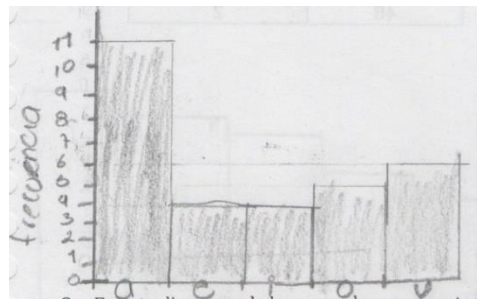
a) Representa los datos en un diagrama de barras.  
 b) ¿Cuántas letras vocales tiene el texto?  
 30  
 c) ¿Qué letra vocal es la más frecuente en el texto?  
 la letra a

Figura 5.12. Respuestas correctas del Reactivo 1. Andrea, 16 años.

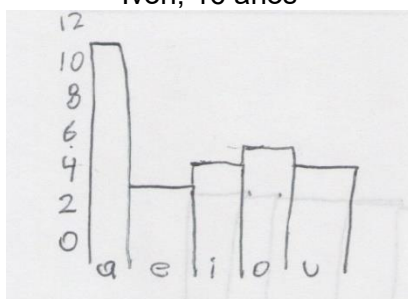
Respecto a este primer planteamiento, el inciso a) solicita a los alumnos, que representen los datos en un diagrama de barras, presentando una gama de dificultades, que van desde la "confusión de gráfica de barras e histograma", hasta representaciones equívocas de los elementos estructurales de una gráfica básica.



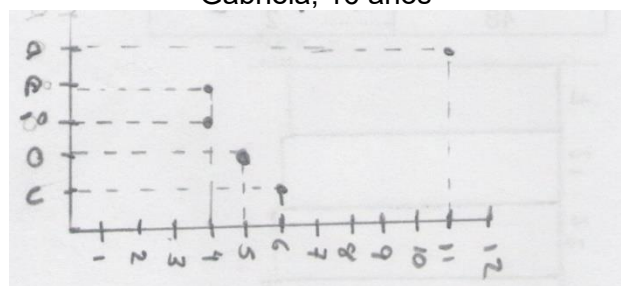
Ivon, 16 años



Gabriela, 16 años



Fernando, 17 años



Nadia, 29 años

Figura 5.13. Representaciones gráficas incorrectas por alumnos del BTM 301

En la figura 5.13, se puede observar que la alumna Nadia (29 años) presenta dificultades en la ubicación de las abscisas (x) y ordenadas (y), mostrando la incorrectos los datos en su representación gráfica. De los dieciséis alumnos

participantes, solo el 31% representa gráficamente los datos correctamente, mientras que el 69% representa histograma y otro tipo de gráficas.

**Reactivo 2:**

Las dificultades presentadas en el segundo planteamiento fueron mínimas. En este reactivo se presentó un histograma y respecto a la gráfica, se pedía a los participantes que respondieran de manera numérica los tres incisos correspondientes. La dificultad presentada fue al encontrar las frecuencias planteadas, es decir, “la dificultad del paso de datos numéricos al histograma y viceversa”, sin embargo, no se presenta la dificultad al leer y comprender datos en dicho histograma.

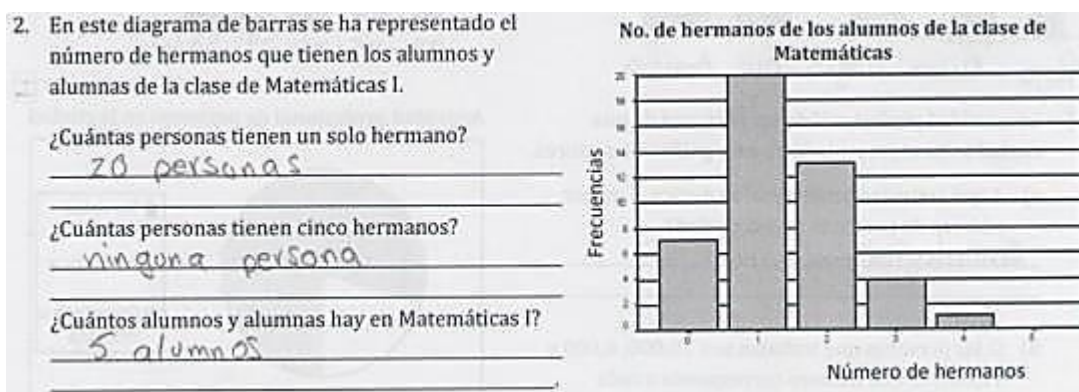


Figura 5.14. Respuestas correctas del Reactivo 2. Carlos, 17 años.

**Reactivo 3:**

Una vez más, la dificultad presentada en el tercer planteamiento fue el paso del histograma a datos numéricos, esto indica que los alumnos necesitan realizar procedimientos inversos para que con ello puedan observar y comprender datos estadísticos de lo gráfico a lo numérico y viceversa.

El avance presentado en la propuesta de estrategias didácticas, muestra que en el inciso a (¿Cuántas personas miden menos de 155 cms.?) haya incrementado un 30% más que en el Pre Test. El inciso b (¿Cuántas personas miden más de 155

cms.?) de un porcentaje nulo, el 20% (3 alumnos) asimiló la transición de lo gráfico a lo numérico; y en el inciso c (¿Cuántas personas forman el intervalo de mayor altura?) se determinó que de 2 alumnos que comprendían inicialmente la instrucción, al finalizar la propuesta, 5 alumnos más presentaron mejora en respuestas y conocimientos. Las siguientes figuras (5.15, 5.16 y 5.17) muestran evidencia de lo descrito.

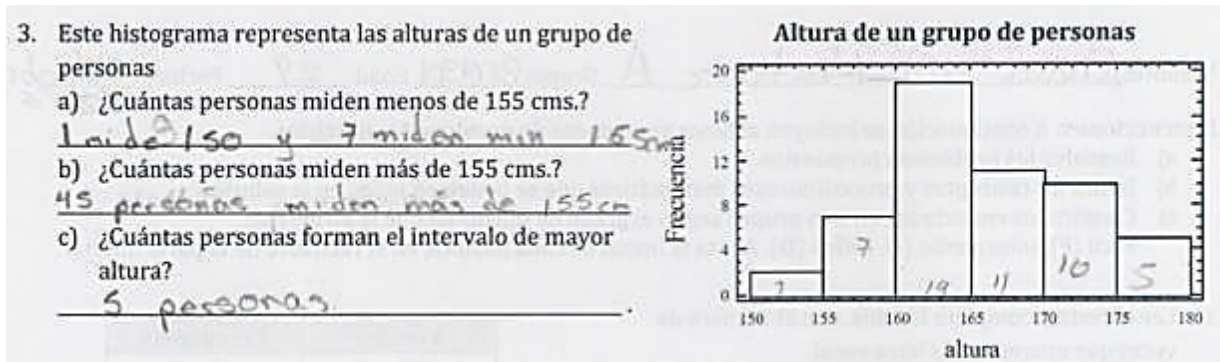


Figura 5.15. Respuestas incorrectas del Reactivo 3. Nadia, 29 años.

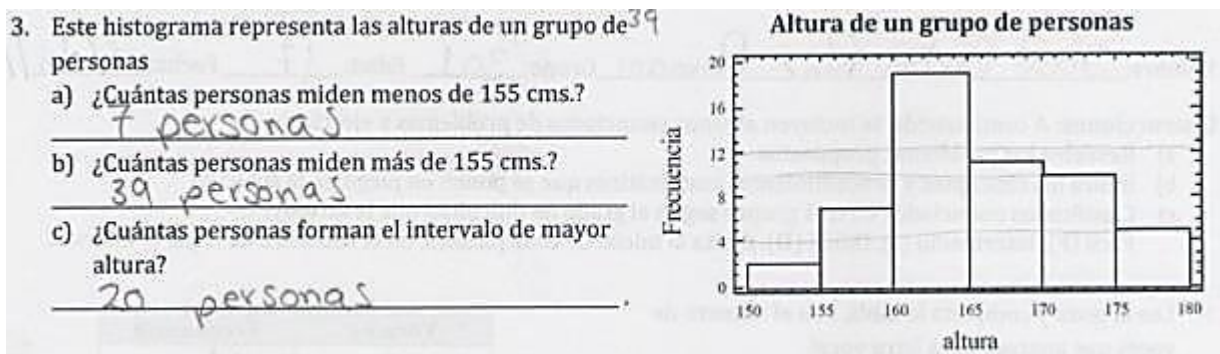


Figura 5.16. Respuestas incorrectas del Reactivo 3. Carlos, 17 años.

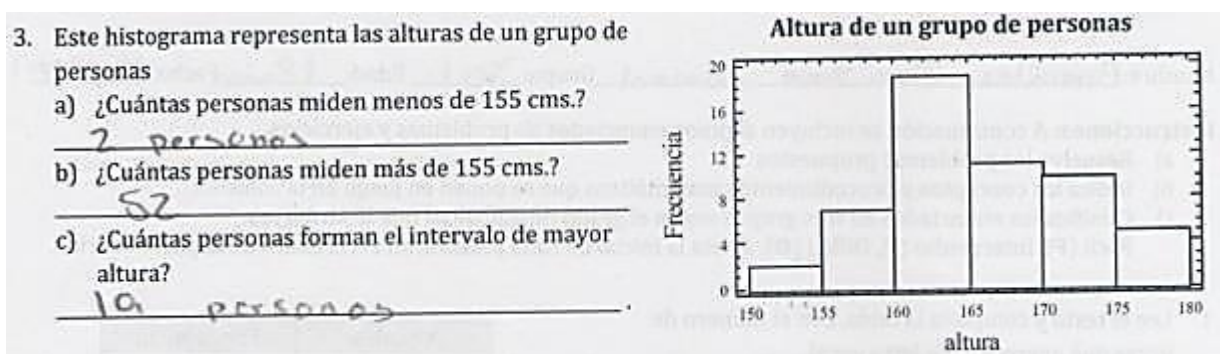


Figura 5.17. Respuestas correctas del Reactivo 3. José, 18 años.

### Reactivo 4:

Finalmente en el último reactivo, se determinan dos planteamientos en los que el alumno debía “construir un diagrama de barras para cada una de las tablas de frecuencias”, presentándose nuevamente “la dificultad de confundir histograma con diagrama de barras”, además de hacerse muy visibles las “deficiencias en cuanto a elaboración gráfica se refiere”. En ambos casos, después de la puesta en práctica de la propuesta de estrategias didácticas se observó la mejora en representaciones gráficas, donde los alumnos lograron distinguir la diferencia entre gráfica de barras e histogramas.

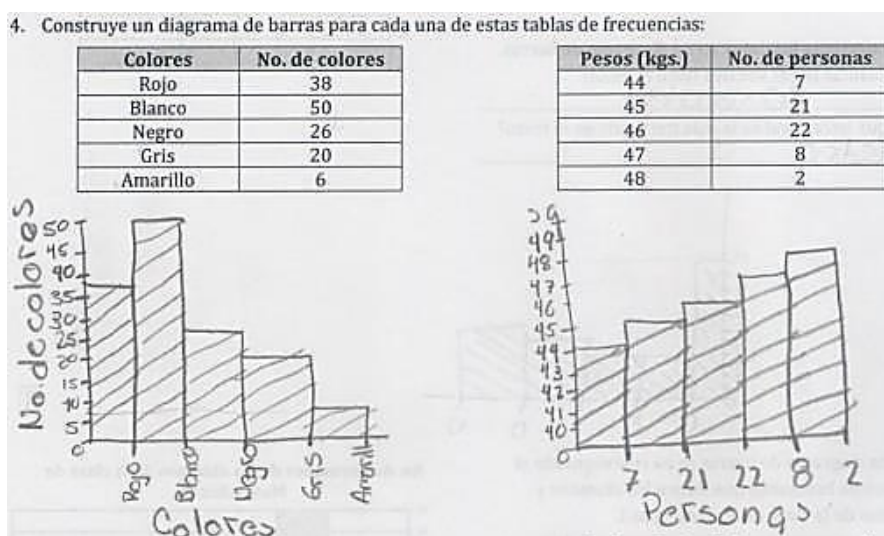


Figura 5.18. Representaciones gráficas incorrectas del Reactivo 4. Carla, 18 años.

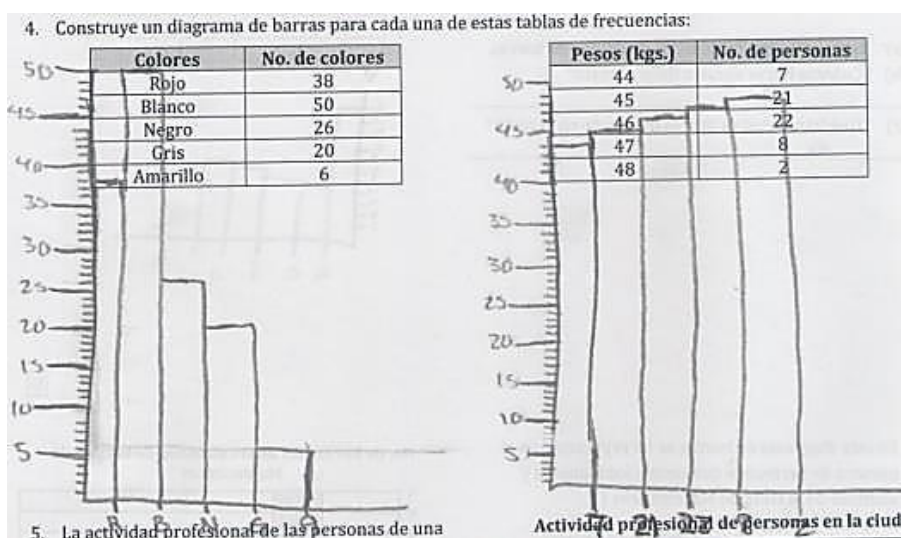


Figura 5.19. Representaciones gráficas incorrectas del Reactivo 4. José, 18 años.

Como se puede observar, los participantes presentaron dificultades y aciertos en las respuestas solicitadas por cada reactivo, deduciéndose que mediante la propuesta de estrategias didácticas hubo mejoría en distintos alumnos. Las siguientes tablas (Ver Tabla 5.3 y 5.4) presentan la comparativa de respuestas (Pre y Post Test) en cuanto a representaciones gráficas se refiere.

Tabla 5.3. Comparativa de respuestas gráficas Pre y Post Test. Reactivo 1.

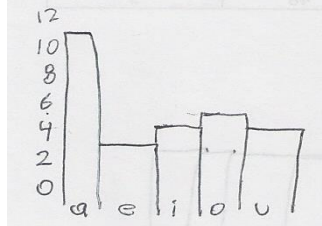
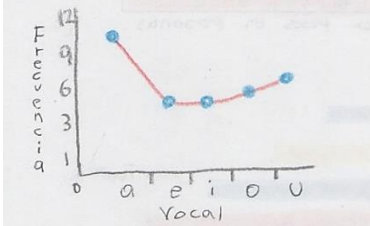
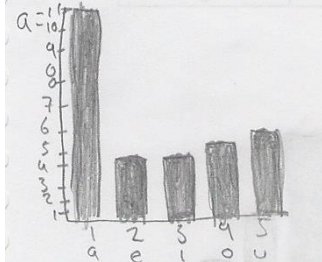
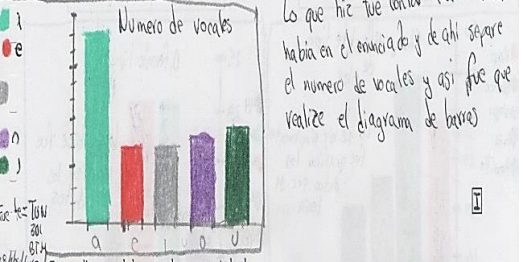
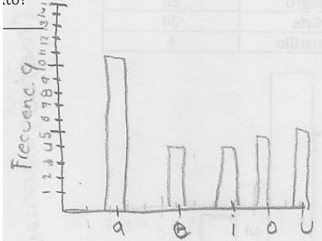
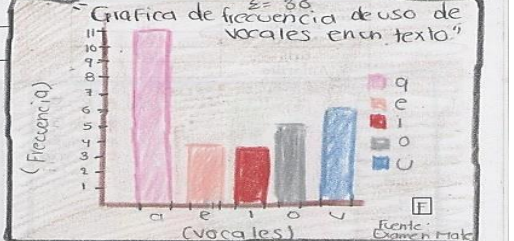
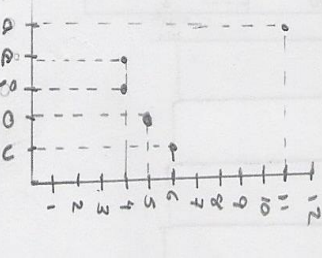
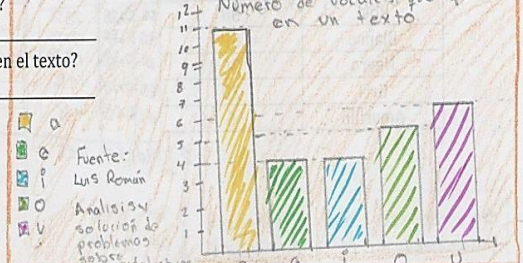
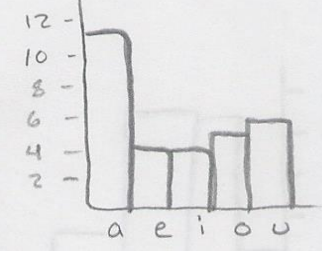
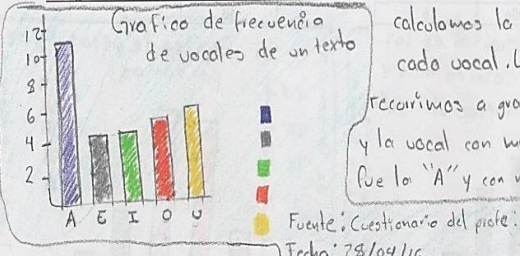
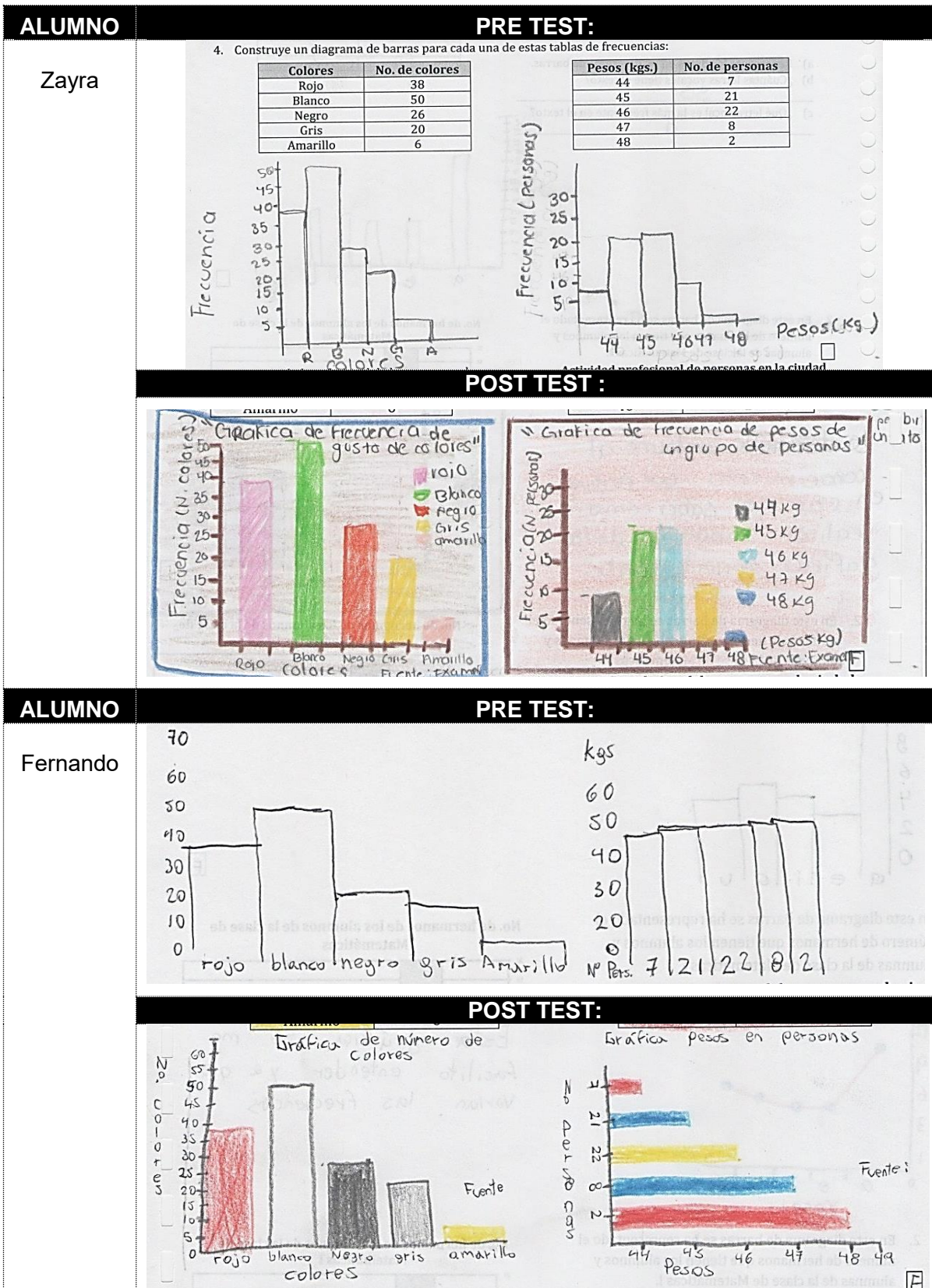
ALUMNO	PRE TEST	POST TEST
No. 2 Fernando (17 años)		
No. 6 Carlos (18 años)		
No. 9 Zayra (16 años)		
No. 10 Nadia (29 años)		
No. 11 Alán (18 años)		

Tabla 5.4. Comparativa de respuestas gráficas Pre y Post Test. Reactivo 4.





**b) Entrega por los alumnos de representaciones gráficas previas:**

La elaboración previa de gráficas estadísticas se llevó a cabo en la sesión cinco (14 de Abril de 2016), la cual promovió realizar un diagnóstico previo del uso de gráficas estadísticas, según la estrategia *¿Cómo son los alumnos en clase?*. Las condiciones de entrega fueron, no utilizar ninguna fuente de información para graficar y oportunamente entregar el proyecto en equipos.

La información presentada por algunos equipos fue la siguiente:

**Equipo 1:**

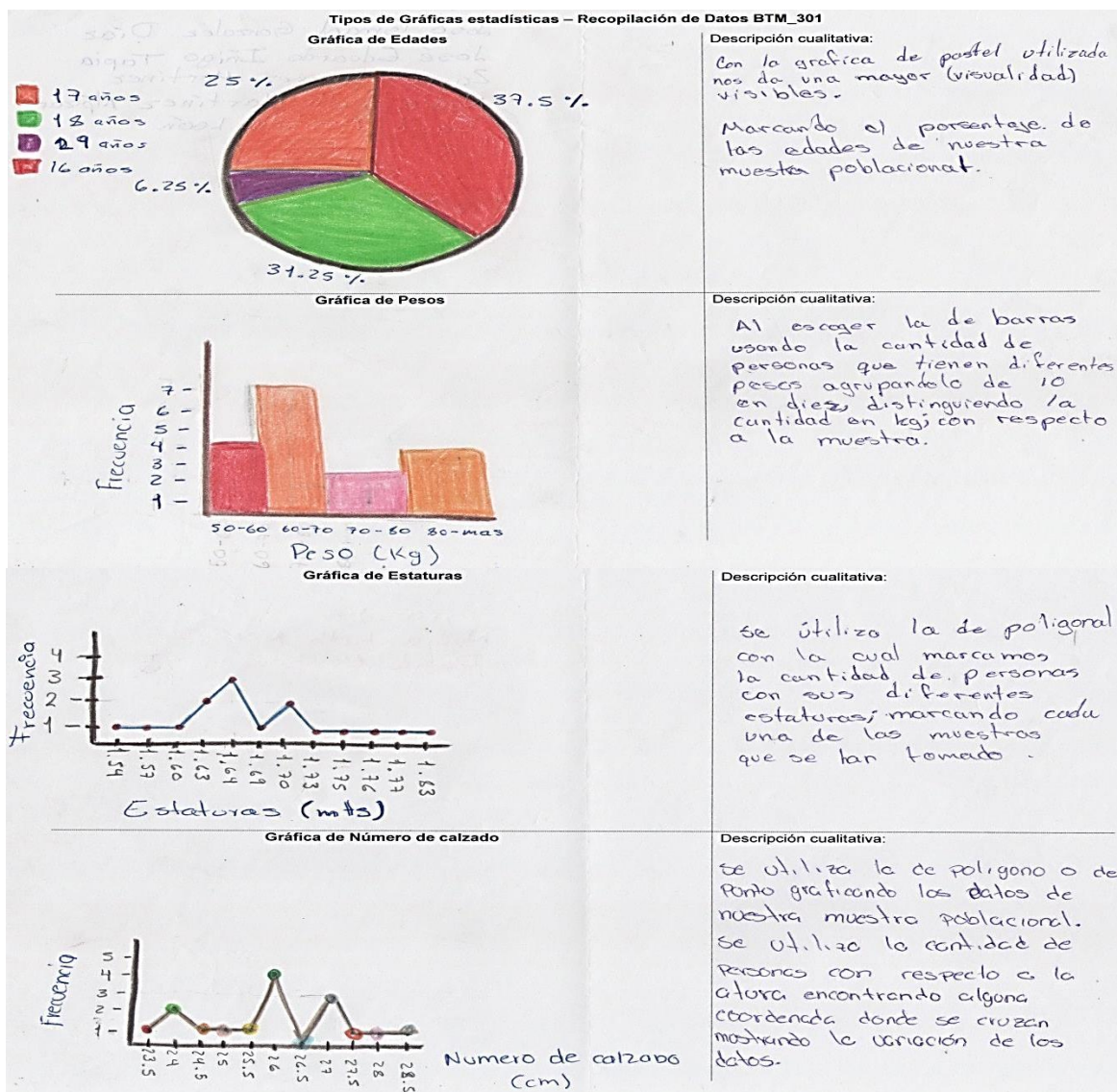


Figura 5.20. Evidencias gráficas previas de la recopilación de datos estadísticos. Equipo 1.

Se observa que los estudiantes seleccionan gráficas estadísticas básicas para representar las variables recopiladas en su tabla de datos estadísticos y además de manera cualitativa, describen sus resultados; esto permite al docente saber los conocimientos previos de los alumnos y mejorar la planeación de clase propuesta.

**Equipo 2:**

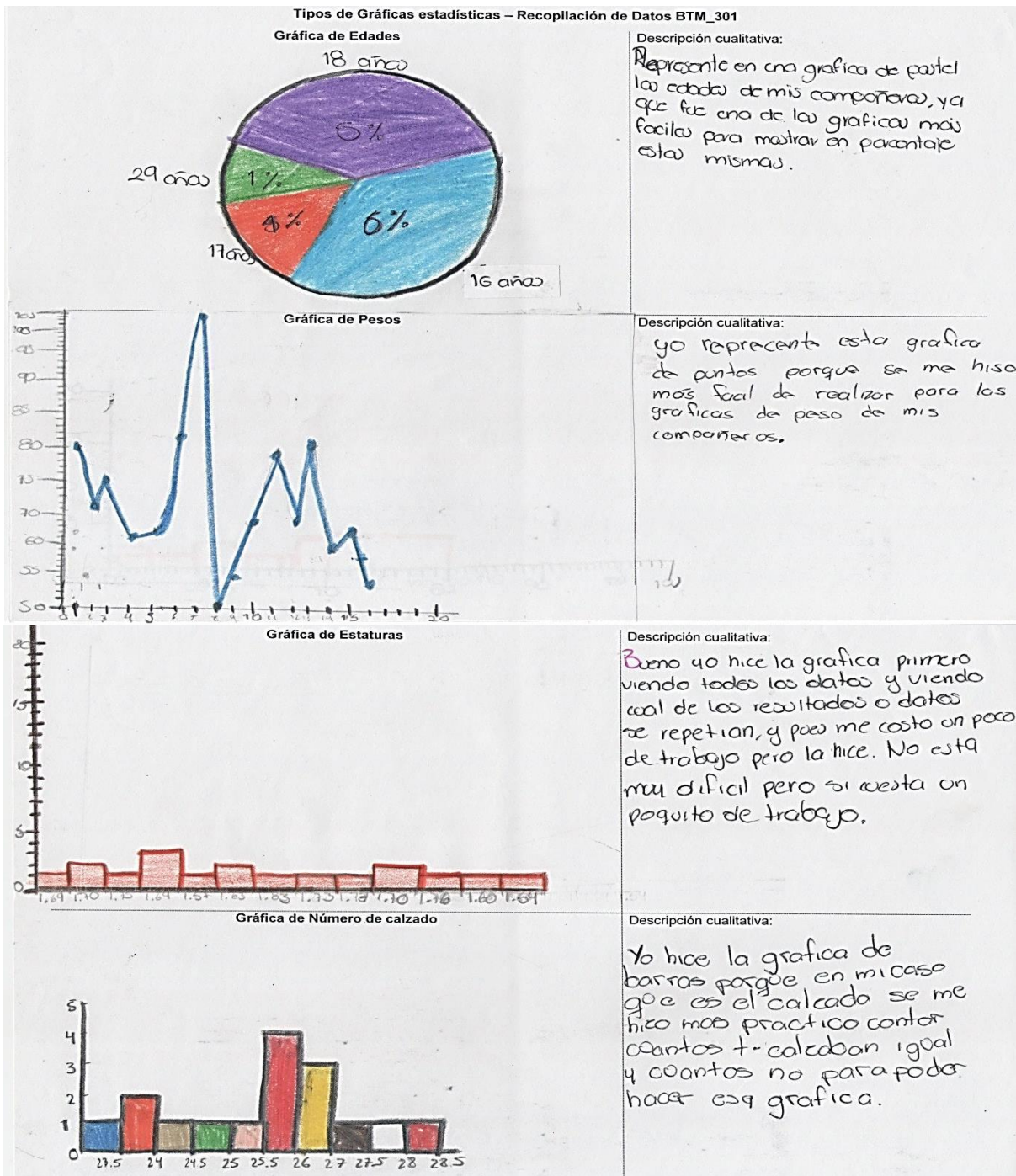


Figura 5.21. Evidencias gráficas previas de la recopilación de datos estadísticos. Equipo 2.

Se observa en las evidencias de cada equipo que los alumnos presentan un criterio general del uso de gráficas estadísticas elementales, pero carecen de fundamentos teórico matemáticos y de representación gráfica para presentar datos estadísticos de manera correcta.

**Equipo 3:**

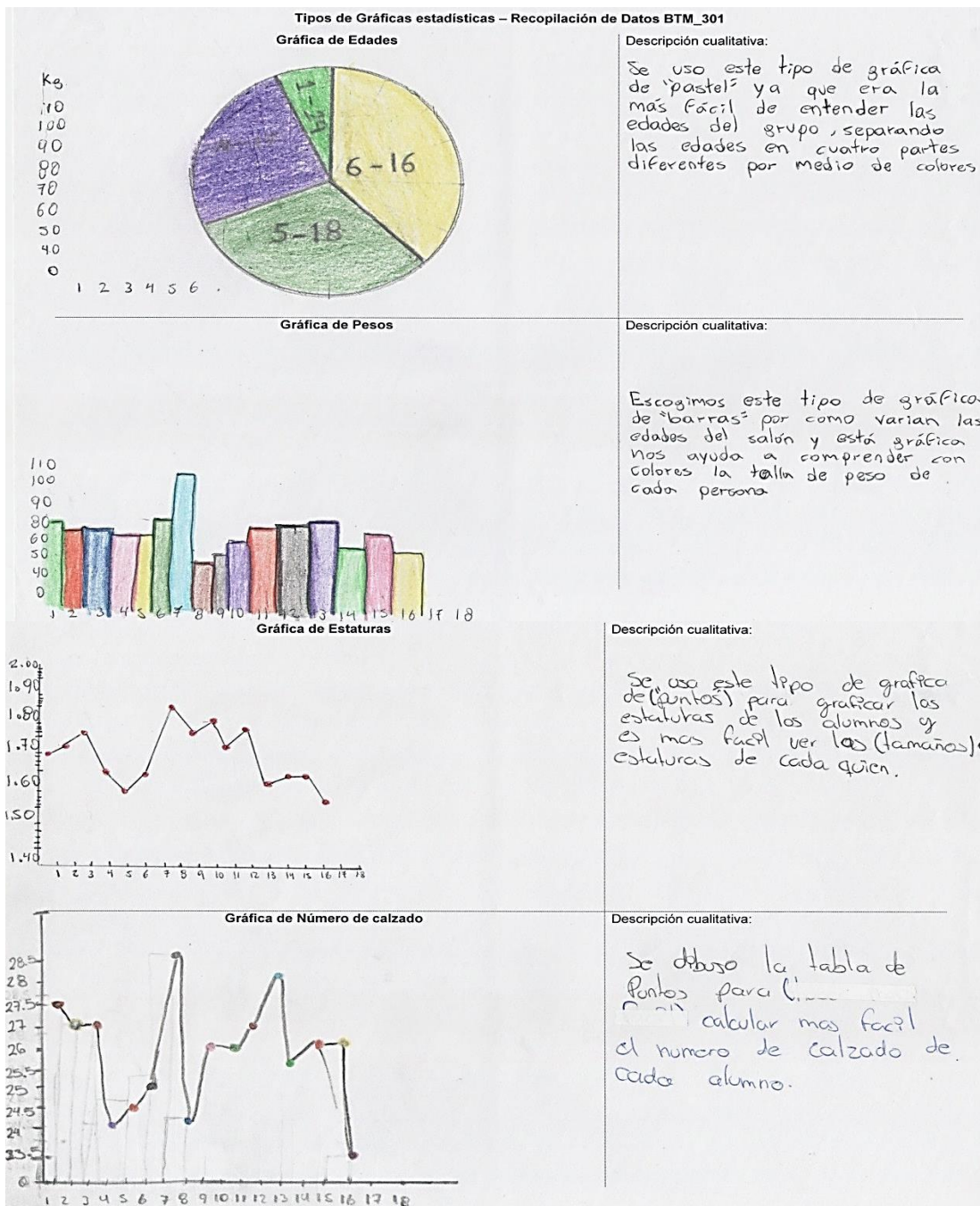
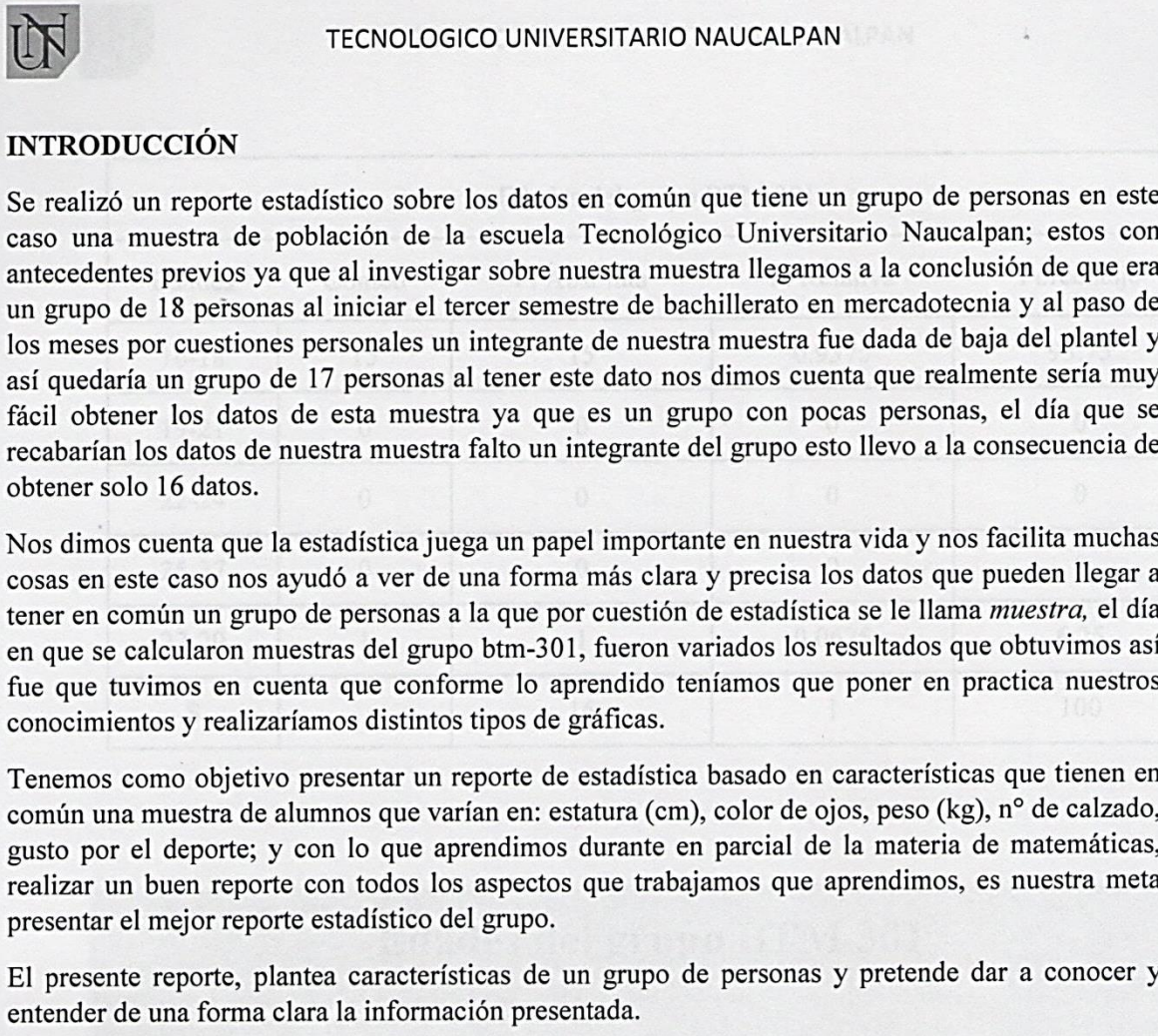



Figura 5.22. Evidencias gráficas previas de la recopilación de datos estadísticos. Equipo 3.

### c) Resultados de la entrega del Reporte estadístico:

En la última sesión de la propuesta de estrategias didácticas, el objetivo fue presentar los resultados del reporte estadístico (aprendizaje mediante proyectos), presentando la exposición de uno de los equipos en Power Point, misma que permitió evaluar mediante la rúbrica establecida los elementos completos del trabajo.

A continuación se presentan las evidencias gráficas del reporte estadístico del Equipo 1 (Nadia, Alán, Zayra, José y Eduardo), donde se analiza el desarrollo de un lenguaje gráfico adecuado y el aprendizaje procedimental adquirido durante la puesta en práctica de la estrategia didáctica seleccionada para dicho objetivo.



 TECNOLOGICO UNIVERSITARIO NAUCALPAN

#### INTRODUCCIÓN

Se realizó un reporte estadístico sobre los datos en común que tiene un grupo de personas en este caso una muestra de población de la escuela Tecnológico Universitario Naucalpan; estos con antecedentes previos ya que al investigar sobre nuestra muestra llegamos a la conclusión de que era un grupo de 18 personas al iniciar el tercer semestre de bachillerato en mercadotecnia y al paso de los meses por cuestiones personales un integrante de nuestra muestra fue dada de baja del plantel y así quedaría un grupo de 17 personas al tener este dato nos dimos cuenta que realmente sería muy fácil obtener los datos de esta muestra ya que es un grupo con pocas personas, el día que se recabarían los datos de nuestra muestra faltó un integrante del grupo esto llevo a la consecuencia de obtener solo 16 datos.

Nos dimos cuenta que la estadística juega un papel importante en nuestra vida y nos facilita muchas cosas en este caso nos ayudó a ver de una forma más clara y precisa los datos que pueden llegar a tener en común un grupo de personas a la que por cuestión de estadística se le llama *muestra*, el día en que se calcularon muestras del grupo btm-301, fueron variados los resultados que obtuvimos así fue que tuvimos en cuenta que conforme lo aprendimos que poner en practica nuestros conocimientos y realizaríamos distintos tipos de gráficas.

Tenemos como objetivo presentar un reporte de estadística basado en características que tienen en común una muestra de alumnos que varían en: estatura (cm), color de ojos, peso (kg), n° de calzado, gusto por el deporte; y con lo que aprendimos durante en parcial de la materia de matemáticas, realizar un buen reporte con todos los aspectos que trabajamos que aprendimos, es nuestra meta presentar el mejor reporte estadístico del grupo.

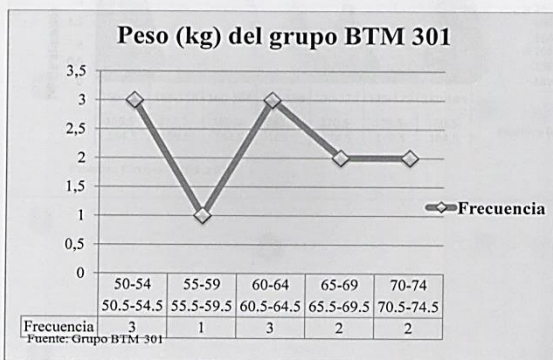
El presente reporte, plantea características de un grupo de personas y pretende dar a conocer y entender de una forma clara la información presentada.

Figura 5.23. Introducción del Reporte Estadístico. Equipo 1.

En la introducción del reporte estadístico del Equipo 1, se observa que la redacción no es la más adecuada, pero la mayoría del texto plantea “presentar el mejor reporte estadístico del grupo...planteando características de un grupo de personas y entender de una forma clara la información”, determinando las características de un grupo de alumnos de bachillerato que presentan variables diferentes.

En otro sentido, en la presentación de las gráficas estadísticas elementales se considera que los estudiantes aprendieron los “elementos estructurales de una gráfica” (título, etiquetas, marco de la gráfica, especificadores, fondo y fuente) y aplicaron los procedimientos para interpretar sus resultados. En la figura 5.24 se observan las distintas variables recabadas por los alumnos y sus representaciones gráficas.

Peso (kg) del grupo BTM 301					
Peso (kg)	límites verdaderos	Límites de escritura	Frecuencia	F. Relativa	Punto medio
50-54	50.5-54.5	50-54	3	0.1875	52
55-59	55.5-59.5	55-59	1	0.0625	57
60-64	60.5-64.5	60-64	3	0.1875	62
65-69	65.5-69.5	65-69	2	0.125	67
70-74	70.5-74.5	70-74	2	0.125	72
75-79	75.5-79.5	75-79	0	0	0
80-84	80.5-84.5	80-84	4	0.25	82
85-89	85.5-89.5	85-89	0	0	0
90-94	90.5-94.5	90-94	0	0	0
95-99	95.5-99.5	95-99	0	0	0
100-104	100.5-104.5	100-104	0	0	0
105-109	105.5-109.5	105-109	1	0.0625	107
S			16	1.0625	499



Estatura (cm) del grupo BTM 301					
Estatura (cm)	límites verdaderos	Límites de escritura	Frecuencia	F. Relativa	Punto medio
150-154	150.5-154.5	150-154	1	0.0625	152
155-159	155.5-159.5	155-159	1	0.0625	157
160-164	160.5-164.5	160-164	6	0.375	162
165-169	165.5-169.5	165-169	1	0.0625	167
170-174	170.5-174.5	170-174	3	0.1875	172
175-179	175.5-179.5	175-179	3	0.1875	177
180-184	180.5-184.5	180-184	1	0.0625	182
Σ			16	1	

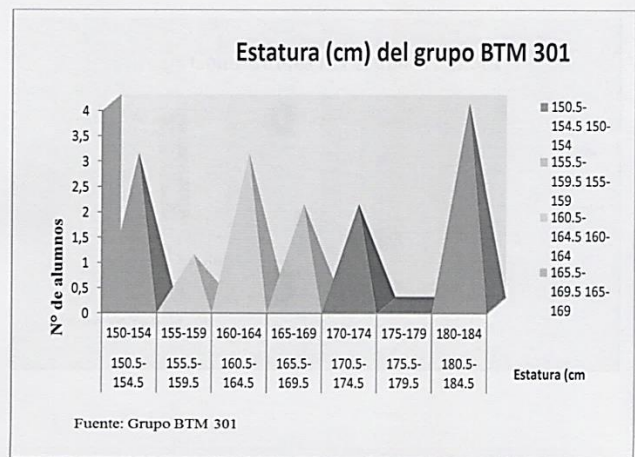


Figura 5.24. Tablas y Gráficas de las variables de la Propuesta. Equipo 1.

Se observa que el equipo ha considerado la elección de gráficas según las variables presentadas, así como el uso de la tecnología (Excel) para la presentación de sus resultados. Finalmente, los alumnos concluyen su reporte de la siguiente manera:

### Conclusión

Llegamos a la conclusión de que al poner en práctica lo aprendido nos fue más sencillo desarrollar el reporte estadístico sobre características de una muestra de alumnos de bachillerato, el representar nuestra información por medio de tablas de datos de cada una de las características y representarla en una gráfica como objetivo final pero una gráfica bien planteada es mucho más fácil que personas que no tiene una idea de que hablemos al ver la graficas realizadas tengan un claro ejemplo y entiendan mucho mejor.

Al realizarse cada grafica se sintetizan de forma concreta la información, siendo así, un método más eficiente de manejo de datos a un nivel conciso.

Se podrán aplicar todas y cada una de las gráficas para simplificar una base de datos mayor o bien en su caso datos estadísticos sobre una muestra poblacional; en este caso del Tecnológico Universitario Naucalpan.

Figura 5.25. Conclusión al Reporte Estadístico. Equipo 1.

Los alumnos determinan que “al representar los datos en una gráfica bien planteada es mucho más fácil para las personas que no saben del tema, tengan un claro ejemplo y entiendan mejor el contenido”, es decir, una gráfica es más eficiente y sintetiza de forma más concreta la información tabular. Al respecto y después de la exposición en Power Point, el docente pidió a un estudiante que describiera la experiencia adquirida durante la unidad y Nadia (29 años) comparte lo siguiente:

*“Al empezar este semestre no comprendía las diferentes gráficas y datos generales, que se pueden ver en los medios, pero saber toda ésta información me ha ayudado a comprender que en realidad es mucho más claro ver una gráfica que presenta datos generales, a leer toda la información en tablas, que a veces es tediosa; realizar este estudio, me permite llevar a cabo conocimiento a la práctica, mediante proyectos y presentaciones de manera profesional en el área de ventas y análisis de mercado”.*



Figura 5.26. Exposición de Reporte Estadístico. Equipo 1.

## DISCUSIÓN

La comprensión, elaboración e interpretación de gráficas estadísticas elementales es una dificultad matemática que presentan los alumnos en Estadística Descriptiva, situación que se debe a múltiples procesos cognitivos por los que atraviesa la comunidad adolescente (rebeldía, apatía, desinterés, etcétera), así como a procesos de enseñanza-aprendizaje que repercuten en la vida académica de los estudiantes (motivación, planeación de clase y evaluación).

Es decir, las dificultades al enseñar gráficas son un motivo para que quien enseña Estadística realice planeaciones de manera creativa, implicando la realización de actividades valiosas de planteamiento y resolución de problemas gráfico-estadísticos, es decir, la puesta en práctica de estrategias didácticas adecuadas que promuevan aprendizajes significativos en el tema de gráficas estadísticas elementales, tales como: la elección correcta de gráficas que representen mejor los datos, la comprensión de la información contenida en un gráfico y la interpretación del contenido particular y general de la distribución de datos representados gráficamente.

Es de considerarse que, una limitante del presente trabajo es la escasez de elementos educativos en los programas de estudio de la institución privada donde se aplicaron las estrategias didácticas, implicando que para enseñar gráficas estadísticas se realizan adecuaciones y planeación de actividades con base de programas de instituciones públicas como la UNAM (2004) y DGETI ; aclarando que la parte fundamental para el logro de actividades, es la disposición de aprender por parte de los alumnos para trabajar individual o colectivamente y obtener mejores resultados (Ausubel, 2012).

Por lo tanto, la implementación de estrategias didácticas correspondientes, implica la aplicación de instrumentos de medición, tales como: cuestionario (Pre y Post Test), tabla de recopilación de datos (Batanero y Díaz, 2011), entrega de reporte estadístico, rúbrica de evaluación del reporte, presentación de resultados

ante el docente y el grupo, así como la evaluación por equipos y un formato para valorar las reacciones del grupo ante la propuesta didáctica.

En la aplicación del cuestionario Pre Test se observa que los aprendizajes previos de los alumnos son escasos en cuanto a lenguaje estadístico, interpretación de información tabular y elaboración de gráficas estadísticas elementales se refiere; dicho de otro modo, respecto a los cuatro reactivos presentados en el instrumento, se observa que los estudiantes no leen instrucciones y al presentar preguntas abiertas basadas en gráficas, la dificultad se presenta en “cambios de registro” de gráficas a información tabular, resultando más sencillo el paso de tablas a gráficas estadísticas.

Tal es el caso del alumno Ernesto (18 años), quien al leer el texto: “*Un sol para conocer. Una luna para sentir. Un libro para aprender. Un mundo para vivir*”, responde que la letra vocal más frecuente en el texto es la palabra completa “para”, confundiendo “vocal” con palabra más frecuente. En el mismo reactivo, se pide representar los datos en un diagrama de barras, donde solo cinco de dieciséis estudiantes grafican correctamente sus resultados y los once restantes, confunden gráfica de barras con histograma (Ver Figura I), tal como lo indica Garfield Y Ben-Zvi (2008).

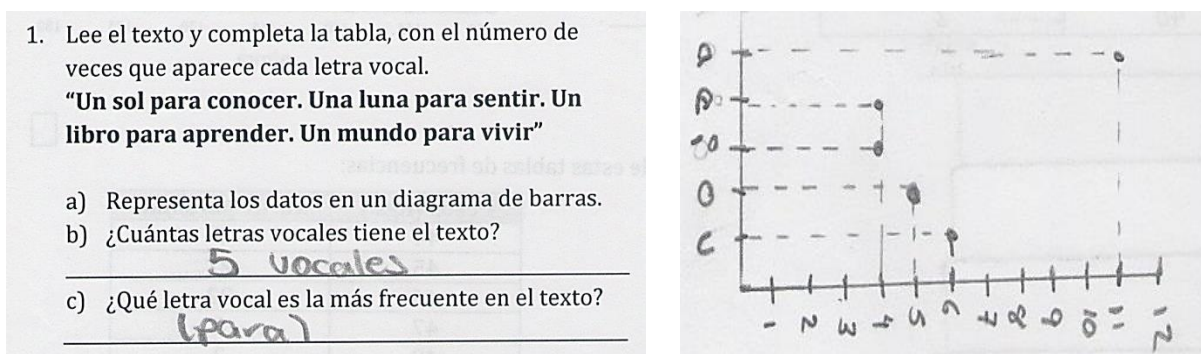


Figura I. Respuestas incorrectas del Reactivo 1

En la mayoría de las gráficas presentadas se observa la falta de elementos estructurales de una gráfica (títulos, etiquetas, especificadores, marco y fondo), omitiendo escalas y variables presentadas (letra vocal y número de frecuencias). Un caso particular es el de Nadia (29 años), quien confunde los ejes cartesianos y



esboza la ubicación de puntos coordenados, representando una supuesta gráfica de barras (Ver Figura I).

En el reactivo dos, se presentan dificultades del “cambio de registro” de información numérica (datos) a una gráfica de barras, observándose que al presentarse datos cuantitativos en grupo, la cantidad de respuestas incorrectas aumenta, considerando que sólo cuatro de los dieciséis alumnos contestan correctamente los tres incisos que implican la pregunta (Ver figura II).

La Figura II presenta las respuestas correctas de Alán (parte superior de izquierda a derecha) de diecisiete años y las respuestas incorrectas nuevamente de Nadia, respectivamente (parte inferior de izquierda a derecha).

<p>2. En este diagrama de barras se ha representado el número de hermanos que tienen los alumnos y alumnas de la clase de Matemáticas I.</p> <p>¿Cuántas personas tienen un solo hermano?</p> <p>20 personas</p> <p>¿Cuántas personas tienen cinco hermanos?</p> <p>0 personas</p> <p>¿Cuántos alumnos y alumnas hay en Matemáticas I?</p> <p>45</p>	<p>2. En este diagrama de barras se ha representado el número de hermanos que tienen los alumnos y alumnas de la clase de Matemáticas I.</p> <p>¿Cuántas personas tienen un solo hermano?</p> <p>7 personas</p> <p>¿Cuántas personas tienen cinco hermanos?</p> <p>Ninguna</p> <p>¿Cuántos alumnos y alumnas hay en Matemáticas I?</p> <p>35 alumnos y alumnas</p>
--	--

Figura II. Respuestas correctas e incorrectas del Reactivo 2

En las respuestas del reactivo tres la mayoría de las respuestas presentadas por los estudiantes fueron incorrectas, por lo que al igual que el reactivo dos, “el cambio de registro” de histograma a datos numéricos es difícil para los alumnos. Mientras tanto en las respuestas del reactivo cuatro, es viable identificar que los alumnos no presentan dificultades al trasladar información de tablas a gráficas, pero nuevamente confunden gráfica de barras con histograma, lo cual se trabajó en la propuesta de estrategias didácticas.

En otro sentido, con la puesta en práctica de la propuesta didáctica titulada *¿Cómo son los alumnos de la clase?* de Batanero y Díaz (2011) se acota que los participantes se vieron motivados y dispuestos a recopilar sus propios datos y enfrentarse a ordenar, tabular y describir las diferentes variables que presenta el

grupo, así como trabajar en equipos y representar gráficamente sus resultados en la presentación por escrito y en computadora de un reporte estadístico; siendo viable que el diseño de actividades por parte del docente contextualizan la información gráfico-estadística al entorno real de los estudiantes (Ver Apéndice 8).

En el caso contrario, los alumnos que no presentaron avance después de la implementación de estrategias, es por inasistencia al curso y porque las actividades de trabajo fueron complicadas y no presentaron las evidencias solicitadas. Tal es el caso de los participantes: Carla (18 años), Juan Carlos (18 años), Ernesto (18 años), Gabriela (16 años) y Francisco (17 años). Los datos completos de la propuesta se pueden observar en el capítulo cinco de análisis cuantitativo y cualitativo.

La aplicación de cuestionario Post Test; la recopilación de datos; la presentación escrita y exposición del reporte estadístico; así como la ponderación de la rúbrica de evaluación, son las evidencias del incremento de avances y repuestas correctas con respecto al Pre Test, así como fortalezas visibles en la adquisición de nuevos conocimientos y el logro de un desarrollo de lenguaje gráfico adecuado, reconociendo la representación e interpretación de gráficas estadísticas elementales, mediante la elección y elaboración correcta de gráficas estadísticas elementales como: gráfica circular, de barras e histograma.

Sin embargo, aún con el desarrollo de actividades y evidencias favorables, los alumnos al final de la propuesta presentan dificultades de interpretación gráfica, particularmente en el “cambio de registro” de gráficas a tablas, siendo más fácil la elaboración (cambio de información) de tablas a gráficas, que de gráficas a información tabular.

Observando que dentro del reporte estadístico, un porcentaje mínimo de los estudiantes sigue confundiendo gráfica de barras con histograma, así como errores en el reporte estadístico al elegir incorrectamente el gráfico que represente mejor los datos (Li y Shen, 1992). Con menor frecuencia se presenta la omisión de los elementos estructurales de una gráfica, donde los alumnos visualizan y representan gráficas sin título, variables y escalas, sin detectar errores en las representaciones, considerando que su presentación es correcta.

Por lo que es recomendable, que para llevar a cabo una mejor comprensión, elaboración e interpretación gráfica y lectora, así como superar la dificultad del “cambio de registro” de gráficas a tablas, deben enseñarse a los alumnos: *aprendizajes conceptuales, procedimentales y actitudinales*; donde los estudiantes deben adquirir las definiciones de Estadística y variable, la clasificación de la estadística, la estructura de tablas de distribución de frecuencias, así como la clasificación de variables y gráficas estadísticas elementales (histograma, gráfica de barras, gráfica de sectores, polígono de frecuencias y gráfica de líneas), con la finalidad de realizar procedimientos mediante la aplicación de dichos conceptos.

En los aprendizajes procedimentales, se deben realizar varias acciones y operaciones en donde se ejecuten procedimientos, técnicas, estrategias, habilidades, destrezas y métodos que permitan al estudiante elaborar tablas de distribución de frecuencias y gráficas estadísticas de manera adecuada y en los aprendizajes actitudinales, es necesario que al presentar actividades selectas por el docente, se enfatice que los valores y actos de cada alumno en el aula, forman parte de lo que hoy se estudia y en un futuro se aplicará en su vida laboral.

Finalmente, se comenta que a pesar de las condiciones de trabajo, los resultados obtenidos muestran que los alumnos participantes muestran interés por aprender y que los conocimientos adquiridos son significativos desde el punto de vista en que son ellos quienes recopilan datos y los presentan de forma gráfica y tabular; por ello es importante considerar que la presente investigación muestra las fortalezas adquiridas por los alumnos, pero a su vez reconoce las debilidades presentadas a lo largo de la investigación, tratando de ser una aportación importante para futuras investigaciones en Estadística, particularmente en la enseñanza-aprendizaje de gráficas estadísticas elementales.

## CONCLUSIONES

Como se mencionó en la introducción, esta investigación se ha centrado en diseñar e implementar una propuesta de estrategias didácticas para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la representación e interpretación de datos en gráficas estadísticas elementales, para que alumnos de nivel medio superior desarrollen un lenguaje gráfico adecuado, basado en los lineamientos teóricos de la Estadística mediante proyectos de Batanero y Díaz (2011) y el aprendizaje significativo de Ausubel (2012).

Por lo tanto, la apertura por parte del docente de aprender y enseñar gráficas, radicó en asumir la responsabilidad de adoptar un nuevo modelo de enseñanza-aprendizaje consistente en interesar activamente a los estudiantes en los contenidos de la propuesta didáctica, cumpliendo satisfactoriamente los objetivos particulares de todas las actividades propuestas. Todo lo anterior, se realizó con los alumnos, describiendo los elementos estructurales de las gráficas estadísticas y la importancia que tienen las mismas en el contexto de la educación estadística.

La implementación de estrategias didácticas es considerada viable debido al aumento de respuestas correctas en el Post Test, donde se observa que existe un 69% favorable por participante, evidenciando la mejora de aprendizajes en el tiempo que duró la propuesta. Además, se observaron las múltiples aportaciones que los integrantes de cada equipo entregaron y expusieron frente a grupo, así como la disponibilidad de los alumnos por trabajar colaborativamente en equipos.

Al respecto, los integrantes de cada equipo declararon que los objetivos y metas de trabajo a realizar fueron muy claros, indicando que la atmósfera del grupo fue apropiada y cooperativa, declarando estar satisfechos con sus resultados y con la integración del equipo correspondiente. Algunos comentarios favorables con respecto a la propuesta fueron: *“me gusta la clase, he aprendido mucho”*, *“tuvimos buena organización en el equipo, sabiendo trabajar con base de las enseñanzas brindadas por el profesor”* y *“si una persona puede, quiere decir que todos podemos, es cuestión de poner empeño”*.

Con base de lo anterior, se deduce que durante la implementación de estrategias didácticas, los alumnos ejercitaron la construcción y comunicación de conocimiento adquirido y la organización de pensamiento; además de la adquisición de destrezas y actitudes como la expresión oral, exponiendo las conclusiones obtenidas ante sus compañeros, y por escrito, redactando e integrando datos tabulares y gráficos en el reporte estadístico.

Por otro lado, los participantes aplicaron operaciones básicas, símbolos y razonamientos matemáticos, utilizando números enteros, fraccionarios, decimales, proporciones, funciones, elementos geométricos y de medición, es decir, aplicaron procedimientos matemáticos que adquirieron previo y durante la propuesta. Además, hicieron uso de calculadora científica, *Excel* y *Power Point*, adquiriendo destrezas de razonamiento para organizar la información, relacionarla, analizarla y sintetizarla en la presentación de su proyecto.

Por lo tanto, se considera que mediante la propuesta de estrategias didácticas, la presentación de un reporte estadístico y las rúbricas de evaluación para valorar los aprendizajes adquiridos y las reacciones del grupo; se fomentó la cooperación y la valoración del trabajo de los demás, permitiendo la mejora en un lenguaje gráfico estadístico y la satisfacción personal del docente con los alumnos y viceversa.

Se concluye que es necesario para un docente realizar planeaciones de clase que permitan al alumno desarrollar conocimientos, habilidades y destrezas, considerando importante la elección y propuesta de estrategias didácticas que aporten aprendizajes significativos en la vida y pensamiento matemático de los estudiantes.

En los siguientes renglones se enlistan las recomendaciones generales que pueden permitir a estudiantes, docentes, profesionistas e instituciones, mejorar en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Estadística, particularmente en gráficas estadísticas elementales.

## Recomendaciones:

- Durante cursos de Estadística Descriptiva, planear y determinar el tiempo necesario para la enseñanza de tablas y gráficas estadísticas, sin omitir el contenido de planes y programas institucionales.
- No obviar que los estudiantes ya saben graficar y desarrollar la habilidad en clase de ordenar datos, para construir y elaborar gráficas que permitan la interpretación de datos en trabajos escolares, medios de comunicación y futuras experiencias laborales.
- Realizar la conexión de la realidad con la sociedad y de la escuela con el contexto diario, presentando información contextualizada para el alumno y detectando las dificultades presentadas por los alumnos en cuanto a gráficas estadísticas se refiere.
- No omitir conceptos, clasificación, características principales, elaboración e interpretación de gráficas estadísticas, para que favorablemente el aprendiz adquiera un lenguaje gráfico-estadístico (tabular – gráfico y viceversa) aplicando dicho conocimiento en situaciones de su vida diaria.
- Mediante la clasificación de gráficas estadísticas, enseñar al alumno a seleccionar gráficas correctas que representen los datos estudiados, haciendo énfasis de los elementos estructurales que componen una gráfica (título, etiquetas, marco, fondo y especificadores).
- Con la inclusión de proyectos en las clases de Estadística, motivar a los estudiantes con la elección de un tema de su interés, diseñando actividades que promuevan el gusto por la materia y por ende, generando la disponibilidad de recolectar, analizar y presentar datos estadísticos en un reporte estadístico. Por ejemplo, la recolección de variables dentro de una clase, permite identificar frecuencias de datos, graficar datos e interpretar resultados estadísticos.

## REFERENCIAS:

- Abad, A. P. y Huapaya, E. E., (2009). *Guía para la Presentación de gráficos estadísticos*. Instituto Nacional de Estadística e Informática. Centro de Investigación y Desarrollo. Lima.
- Arteaga, P. (2010). *Evaluación de Conocimientos sobre Gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores*. TESIS Doctoral. Granada, España.
- Arteaga, P. y Batanero, C. (2010). *Evaluación de errores de futuros profesores en la construcción de gráficos estadísticos*. XII Simposio de las Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, 211-22. Lleida: SEIEM.
- Ausubel, D., Novak, J. y Hanesian, H. (2012). *Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. Editorial Trillas. 2ª edición.
- Baldor, A. (2014). *Álgebra*. México. Grupo Editorial Patria. Séptima reimpresión.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Granada: Ed. GEEUG.
- Batanero, C. y Díaz, C. (2011). *Estadística con Proyectos*. Universidad de Granada. Repro Digital. Facultad de Ciencias.
- Borassi, R. (1987). *Exploring mathematics through the analysis of erros*. For the Learning of Mathematics, 7(3), 2-8.
- Cepeda, M.L., Moreno, R.D., Vega, V.C.Z. y Alvarado G.I.R. (2015). *El proceso de investigación. Análisis y representación de datos*. México: UNAM, FES Iztacala.
- Coll, C. y Valls, E. (1992). *El aprendizaje y la enseñanza de los procedimientos*. Madrid: Santillana.
- Curcio, F. R. (1987). *Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs*. Journal for Research in Mathematics Education, 18 (5), 382-393.
- Curcio, R.; Smith, B. et Trika, M. (1982). *Processing Information in Graphical Form*. Department of Education, Washington, DC, Mathematics Education Research.
- Díaz Barriga, A. (2005). *El docente y los programas escolares. Lo institucional y lo didáctico*. Barcelona: Ed. Pomares, S.A.
- Díaz Barriga, F. y Hernández, G. (2010). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista*. Mc Graw Hill. 3ª edición.

- Esparza, H. y Mercado, M. (----). *Guía de estudio. Estadística y Probabilidad I*. Turno Matutino. CCH, Plantel Naucalpan. México: UNAM.
- Espinel, M. (2000). *Gráficas estadísticas: Perspectiva desde la educación matemática*. Universidad de Laguna. El Guiniguada. No. 8-9.
- Estrada, A. (2008). *Las actitudes hacia la estadística en la formación de profesores*. España, Ed. Milenio.
- Fischbein, J. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Reidel. Dordrecht.
- Flórez O.R. (1994). *Hacia una pedagogía del conocimiento*. Santafé de Bogotá: Mc Graw Hill.
- Friel, S., Curcio, F. y Bright, G. (2001). *Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications*. Journal for Research in mathematics Education 32(2), 124-158.
- Gagné, R. (1979). *La planificación de la enseñanza. Diseño de la enseñanza para un aprendizaje eficaz*. México. Trillas.
- Gal, I. (2002). *Adult's statistical literacy: Meaning, components, responsabilites*. International Statistical Review, 70, 1-52.
- Garfield, J. y Ben-Zvi, D. (2008). *Developing Student's Statistical Reasoning. Connecting Research and Teaching Practice*. University of Minessota : Springer.
- Gerber, R., Boulton-Lewis, G. y Bruce, C. (1995). *Children's understanding of graphic representation of quantitative data*. Learningn and Instruction, 5, 70-100.
- Godino J.D. y Batanero C. (2002). *Estocástica y su didáctica para maestros. Proyecto Edumat-Maestros*, España.
- González, V.M.C. y Medina, G.L. (2015). *Alicia en el País de las Estadística con R y Excel*, México: UNAM, FES Acatlán.
- Graham, A. (1987). *Statistical investigations in the secondary school*. Cambridge: The Open University Centre for Mathematics Education.
- Granados V.M.N. (2014). *Guía Estratégica para el Aprendizaje autodirigido. Estadística*, México: FES Acatlán.
- Hernández S.R., Fernández C.C., Baptista, L.P., (2010). *Metodología de la Investigación*. Tercera Edición. México, McGraw Hill.
- Holmes (1997). *Assesing Project work by external examiners*. En I. Gal y J.B. Garfield (Eds.), *The assesment challenge in statistics education* (pp.153-164). Voorburg: IOS Press.



- Huff, D. y Geis, I. (1976). *Cómo mentir con estadísticas*. Barcelona: Sagitario.
- Kosslyn, S. M. (1985). *Graphics and human information processing*. Journal of the American Statistical Association, 80(391), 499-512.
- Li, K. Y. y Shen, M. (1992). *Student's weaknesses in statistical projects*. Teaching Statistics, 14 (1), 2-8.
- NCTM (2000). Curriculum and evaluation standards for school mathematics.
- Nola, D., y Speed, T.P. (1999). *Teaching statistics theory through applications*. American Statistician, 53, 370-375.
- Ontoria, A. (1992). *Mapas conceptuales*. Narcea. Madrid.
- Parsonson, B. S., & Baer, D. M. (1978). *The analysis and presentation of graphic data*. In T. R. Kratchowill (Ed.), Single-subject research: Strategies for evaluating change (pp. 101-165). New York: Academic Press.
- Pérez G. y Gimeno S. (1992). *Comprender y transformar la enseñanza*. Ed. Morata.
- Postigo, Y. y Pozo, J.I. (2000). *Los procedimientos como contenidos escolares: uso estratégico de la información*. Barcelona: Edebé.
- Pozo, I. (2001). *Aprendices y Maestros. La nueva cultura del aprendizaje*. España: Psicología y Educación/Alianza Editorial.
- Radatz, H. C. (1980). *Student errors in the mathematical learning: a survey*. For the Learning of Mathematics, 1(1), 16-20.
- Ramírez, R., (2015). *Desafíos de la educación media superior*. Senado de la República. Instituto Belisario Domínguez. 1a. edición.
- Revista de Investigación Educativa Latinoamericana (2012), *Pensamiento Educativo*, 49(1) p.53-57.
- Rivas, R. F. J. (2014). *Reporte sobre delitos de alto impacto. Enero 2014*. Observatorio Nacional ciudadano de seguridad, justicia y legalidad. México, D.F.
- Rivera, V.H.G., Álvarez G.C.A. y Plata M.C., (2009). *Guía para el examen extraordinario de Estadística y Probabilidad I*. Turno Vespertino. CCH, Plantel Naucalpan. México: UNAM.
- Rodríguez, L. J. (----). *Estrategias de enseñanza utilizadas por los docentes de Educación Media Superior*. Instituto de Investigación y Desarrollo Educativo. Universidad Autónoma de Baja California, pp. 1-11.
- Sánchez, E. (2013). *Elementos de Estadística y su didáctica a nivel bachillerato*. México, Secretaría de Educación Pública. 1ª edición.

- Spiegel, M. (1991). *Estadística*. España. Mc Graw Hill. 2ª. Edición.
- Terres, S., A. (2010). *Propuesta de secuencia didáctica para Estadística Descriptiva, utilizando la computadora como herramienta*. TESIS de Maestría. FES Acatlán, UNAM.
- UNAM, Colegio de Ciencias y Humanidades (2004), *Orientación y sentido de las Áreas del Plan de Estudios Actualizado - Área de Matemáticas*.
- UNAM, Colegio de Ciencias y Humanidades (2004), *Programa de Estudios de Estadística y Probabilidad I y II - Área de Matemáticas*.
- Valls, E. (1998). *Evaluación de aprendizaje de los contenidos procedimentales*. Madrid: UNED.
- Watson, J.M. (2006). *Statistical literacy at school: Growth and goals*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Webb, N.L. (1993). *Assessment in the mathematics classroom*. NCTM yearbook. Reston, VA: NCTM.
- Willoughby, S. (1982). *Probabilidad y Estadística*. México. Publicaciones Cultural S.A.
- Wilson, P.S. (1993). *Research Ideas for the Classroom*. NCTM. High School Mathematics. New York, Macmillan Publishing Company.

## APÉNDICES

### Apéndice 1. Formato de reporte estadístico (Ejemplo)



TECNOLÓGICO UNIVERSITARIO NAUCALPAN (TUN)  
APELLIDO PATERNO, APELLIDO MATERNO, NOMBRE (S)

REPORTE: TÍTULO DEL REPORTE

BACHILLERATO TECNOLÓGICO / MATEMÁTICAS III

Prof. Luis Román González Nava

Fecha de entrega: viernes 29 de abril de 2016

---

#### USO COTIDIANO DE LA ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA

**OBJETIVO:** Describir el uso cotidiano de la Estadística, enfatizando la utilidad que la Estadística Descriptiva tiene para las Ciencias sociales.

#### INTRODUCCIÓN:

La estadística, está jugando un papel más y más importante en casi todas las facetas del comportamiento humano. Ocupada inicialmente en asuntos de Estado, y de ahí su nombre, la influencia de la Estadística se ha extendido ahora a la agricultura, biología, negocios, química, comunicaciones, economía, educación, electrónica, medicina, física, ciencias políticas, psicología, sociología y otros muchos campos de la ciencia y la ingeniería (Spiegel, 1990,p.xi).

La estadística se ha vuelto requisito indispensable en la vida cotidiana, para interpretar una gran variedad de información en diversos campos de estudio (UNAM, 2004); en su entorno una persona encuentra reportes financieros, económicos, médicos y otros que se pueden entender y evaluar con una comprensión básica de esta disciplina.

Así, una parte importante de nuestra vida se rige por datos estadísticos, hasta “llegar el día en que pensar estadísticamente sea tan necesario para el ciudadano eficiente como leer y escribir” (Wells, 1954, p.1), donde pensar estadísticamente debe interpretarse como una consecuencia del proceso de enseñanza estadística; es decir que, un alumno alfabetizado en esta disciplina, debiera ser capaz de leer e interpretar datos, tablas, gráficos y medidas de resumen que aparecen en los medios de comunicación, para comprender, utilizar el lenguaje y las herramientas básicas de la disciplina; tal conocimiento enriquece a las personas al darles herramientas para pensar estadísticamente.

Así, los objetivos de la estadística pueden resumirse en tres:

- Organizar y describir información de grupos: Esto se hace con la estadística denominada descriptiva que incluye la obtención de medidas características de una población, así como la elaboración de tablas y gráficos.
- Planear investigaciones: Para ello utilizamos muestreo, diseño de experimentos y metodología de la investigación. Todos forman parte de la estadística llamada inferencial y son el fundamento para que los resultados tengan validez.
- Obtener conclusiones y comprobar hipótesis a partir de los datos: En esta categoría se incluyen la estimación de parámetros, pronósticos y pruebas de hipótesis, entre otros. Los datos por lo general incluyen incertidumbre y la estadística nos ayuda a

trabajar con ella y a pesar de ella. También éstos son aspectos de la estadística inferencial (Videgaray, 2014, p.20).

El presente reporte, se ocupa del campo de la Estadística descriptiva y el uso cotidiano de la misma.

### **DESARROLLO:**

Desde las primeras horas de la mañana, al tener contacto con los distintos medios de difusión masiva –radiofónicos, televisivos o prensa escrita-, quién no se ha visto “bombardeado” por gran cantidad de cifras o datos, que lo mismo pueden referirse a aspectos deportivos que a económico-financieros, políticos, poblacionales, de salud, de educación, etcétera.

Esta información se ha convertido en parte importante de nuestras vidas, pues la utilizamos continuamente como motivo de conversaciones con la familia, las amistades o los compañeros de trabajo. A todos esos datos numéricos, sean en números llanos o en porcentajes, se les denominan estadísticas o datos estadísticos (Granados, 2011, pp. 15-16).

En otro caso, los responsables de la toma de decisiones sobre la política económica, asesores presidenciales, ministeriales y de otros altos cargos públicos, tienen en la estadística una herramienta muy valiosa. Los economistas consideran varios índices de la situación económica durante cierto período y utilizan la información para predecir la situación económica futura.

Y ¿qué es la Estadística Descriptiva? Es el conjunto de procedimientos que implican el uso de técnicas para recopilar, organizar y resumir un conjunto de datos. [L]os datos al ser recolectados, suelen estar “en bruto”, es decir, sin orden alguno, de manera que es necesario prepararlos, ordenarlos y clasificarlos para elaborar con ellos tablas y graficas que nos permitan analizarlos e interpretarlos (Granados, 2011, p.41), es decir, sirve para organizar y presentar la información de un conjunto de datos, tanto de forma número como a través de gráficas (Videgaray, 2014, p.20).

Por lo tanto, es importante mencionar que, para organizar un conjunto de datos podemos recurrir a varias técnicas: la ordenación de datos de menor a mayor (o viceversa), la formación de tablas de distribución de frecuencias o a la creación de gráficas. Ya sea utilizando gráficas o tablas, podemos describir un conjunto de datos con el fin de extraer información que nos resulte valiosa para, a partir de ella, obtener conclusiones y/o tomar decisiones. Asimismo, podemos trabajar un conjunto de datos de manera agrupada o no agrupada, dependiendo del tamaño del conjunto.

En los medios de comunicación (por ejemplo) las gráficas más utilizadas son el histograma, los polígonos de frecuencia, las gráficas de sectores, de líneas, de barras y de figuras; gracias a los avances tecnológicos, los cálculos estadísticos se realizan actualmente por medio de programas y paquetes de computación que no solo facilitan el trabajo, sino que reducen considerablemente el tiempo.

Tanto las gráficas como las tablas de distribución de frecuencias son recursos valiosos que agilizan la presentación de informes ante el público en general o ante el especializado o interesado en un tema.

## **CONCLUSIÓN**

Se concluye que la estadística descriptiva se puede utilizar en casi todos los aspectos de la vida, describiendo conjuntos de datos por medio de tablas de distribución de frecuencias, gráficas y cálculo de medidas de tendencia central, de posición, de dispersión y de forma, así como las medidas de correlación que se calculan para relacionar o comparar dos o más conjuntos de variables.

Es utilizada para analizar, estudiar y describir a la totalidad de individuos de una población, tendiendo como finalidad obtener información, analizarla, elaborarla y simplificarla lo necesario para que pueda ser interpretada cómoda y rápidamente.

Además, es importante mencionar que el uso adecuado de la estadística descriptiva, permitirá obtener datos reales y no datos estadísticos falsos, con los cuales se puede mentir a la población en general.

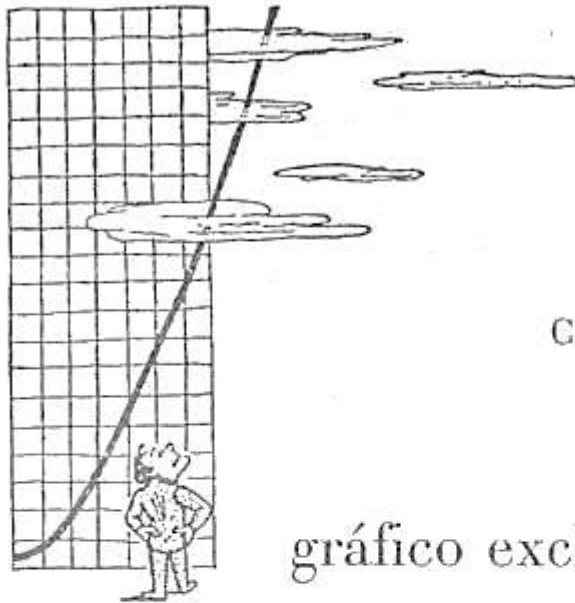
## **REFERENCIAS:**

- González, M. (2006) *Alicia en el País de las Estadísticas. Introducción a la Estadística Básica, Antología de Estadística Aplicada a la Comunicación*, México: UNAM.
- Granados V., M., N. (2014), *Guía Estratégica para el Aprendizaje autodirigido. Estadística*, México: FES Acatlán.

## Apéndice 2. Lectura: ¿El gráfico exclamativo?

72

CÓMO MENTIR CON ESTADÍSTICAS



### CAPITULO 5

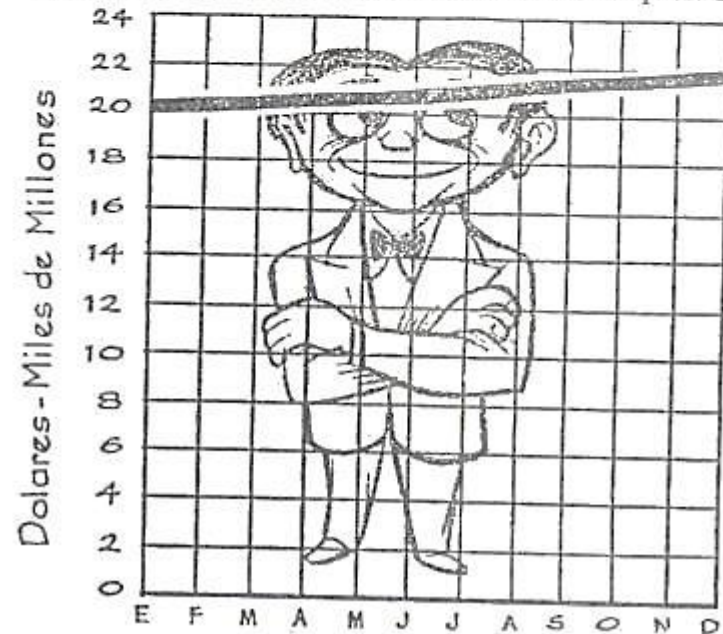
## El gráfico exclamativo

Existe cierto temor ante los números. No mucha gente emularía, tratándose de números, la confianza de Humpty Dumpty, personaje de "Alicia en el País de las Maravillas", el cual afirmaba "que era dueño de las palabras que utilizaba". Quizá sufrimos un trauma originado por las matemáticas del bachillerato.

Sea cual fuere la causa, este temor crea un problema real al escritor que desea ser leído, al publicitario que espera con su texto vender productos, al editor que desea popularizar sus libros o revistas. Cuando los números en forma tabular son tabú y las palabras no van bien, como ocurre a menudo, solamente queda una solución: Dibujar un cuadro estadístico.

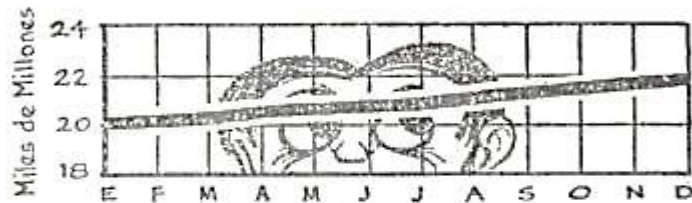
Entre los cuadros o gráficos más simples figura el lineal. Es de gran utilidad para representar tendencias; cosa que prácticamente interesa a todo el mundo para presentar, aprender, descubrir, lamentar o prever algo. Vamos a hacer que nuestro gráfico muestre cómo aumentó la renta nacional un 10 % en un año. Empecemos con un papel cuadrulado. Ponga el nombre de los meses en la línea marginal inferior. Indique los millares de millones en la línea marginal izquierda. Sitúe los puntos y trace una línea roja; su gráfica presentará este aspecto.

Esto está claro. Da a conocer lo que ocurrió durante el año y lo da a conocer mes por mes. El que va de prisa puede ver y comprender, porque toda la gráfica guarda proporción y existe la línea cero como base para su



comprobación. El 10 % parece un 10 %, una tendencia ascendente que es sustancial, pero quizá no sea deslumbrante.

Todo va muy bien si su deseo es facilitar información. Pero suponga que usted desea llevarse la palma en una discusión, sorprender al lector, moverle a la acción, o venderle algo. Para tales finalidades, a este gráfico le falta impacto. Corte la parte inferior.

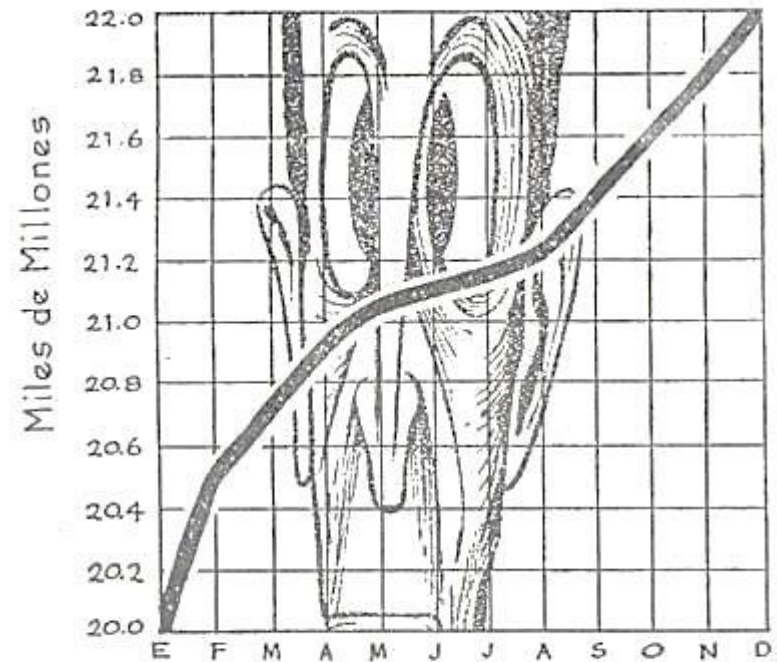


Así va mejor. Además, ha ahorrado papel (a señalar si algún individuo quisquilloso pusiera objeciones a sus gráficos trucados). Las cifras son las mismas y también la curva. El gráfico es el mismo. No se ha falseado nada—excepto la impresión que produce— porque ahora el lector apresurado ve que la renta nacional ha subido en doce meses la mitad del espacio de papel que ocupa; todo gracias al hecho de eliminar la mayor parte de la gráfica. Al igual que las partes de la oración omitidas en las frases que se utilizan en la clase de gramática, se da por "sabida". Naturalmente, el ojo no "sabe" lo que no figura, y una pequeña tendencia ascendente se ha convertido, en el aspecto óptico, en una subida importante.

Ahora que usted ya se ha practicado en el engaño, ¿por qué limitarse a esa mutilación? Existe todavía un truco que vale lo que doce como éste. Con él podrá conseguir que el modesto aumento del 10 % parezca mucho más deslumbrante de lo que habría de parecer un aumento real del 100 %.

Modifique simplemente la proporción entre las ordenadas y las abscisas. No existe ninguna regla que lo prohíba, y proporciona mejor aspecto a su gráfico.

Todo lo que tiene que hacer es que cada división de la izquierda represente solamente una décima parte de la cifra de dólares que representaba anteriormente.



Tiene impacto, ¿verdad? Cualquiera que la vea, puede notar la prosperidad latiendo en las arterias del país. Resulta mucho más sutil que convertir la siguiente información: "La renta nacional aumentó en un diez por cien", en: "experimentó el extraordinario salto ascendente de un diez por cien". Es mucho más eficaz, porque no contiene adjetivos ni adverbios que puedan

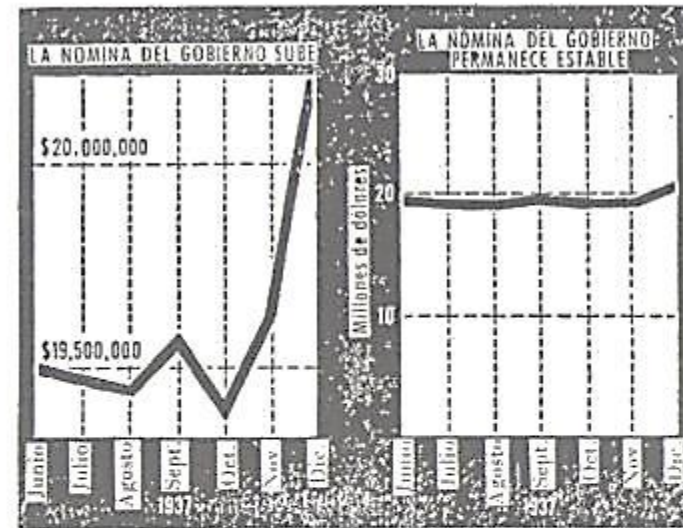
estropear la ilusión de objetividad. Nada pueden reprocharle.

Y ahora, veamos lo que ocurre en las empresas buenas, o al menos respetables. En 1952, un anuncio de la Columbia Gas System aparecido en *Time* reprodujo un gráfico de "nuestro informe anual". Leyendo y analizando las pequeñas cifras, se veía que durante un período de diez años el coste de la vida aumentó en un 60 % aproximadamente, y el coste del gas había bajado un 4 %. Esta imagen es favorable, pero según parece no era lo suficientemente favorable para la Columbia Gas. Cortaron un 90 % del gráfico (sin ninguna señal de corte o indicación que pudiera servir de advertencia); o sea, que su contemplación informaba de que el coste de la vida se había triplicado y el gas había bajado una tercera parte.

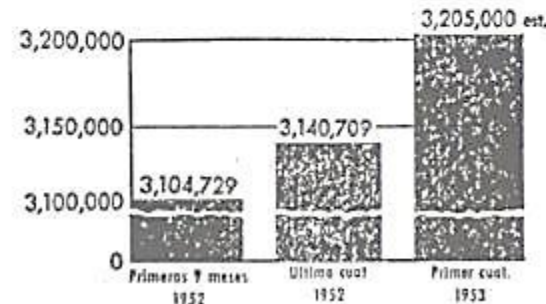
Las compañías de acero han utilizado el mismo tipo de gráfico trucado con intención de influir en la opinión pública contra el aumento de salarios. A pesar de todo, el método dista mucho de ser nuevo y su falta de honradez fue demostrada hace tiempo, y no solamente en publicaciones especializadas. En 1938 un colaborador de la *Dun's Review* reproducía una gráfica de un anuncio presentado por la publicidad de Washington capital; el argumento quedaba bien expresado por el titular sobre el gráfico: ¡LA NOMINA DEL GOBIERNO SE ELEVA!

La línea del gráfico terminaba en un signo de admiración, aunque las cifras que expresaba el mismo no lo justificaban. Presentaban un aumento desde 19.500.000 dólares a 20.200.000; pero la línea roja que iba de la parte inferior de la gráfica al límite superior de la misma, hacía que un aumento inferior al 4 % pareciese del orden del 400 %. La revista daba su propia versión de la gráfica, presentando las mismas cifras: una honrada línea roja se elevaba solamente un cuatro por cien,

bajo el titular siguiente: LA NOMINA DEL GOBIERNO SE MANTIENE ESTABLE.



*Collier's* ha utilizado este mismo sistema con un gráfico de barras para presentar la cifra de anuncios en el periódico. Fijese especialmente en que ha sido cortada la parte central de la gráfica.



Del anuncio de prensa para *COLLIER'S* aparecido el 24 de Abril de 1953.



### Apéndice 3. Clasificación de la Estadística

ESTADÍSTICA		
Descriptiva	Inferencial	Teoría de Decisiones
<p>* Descripción del conjunto de datos por medio de tablas de distribución de frecuencias, gráficas y cálculo de medidas de tendencia central, de posición, de dispersión y de forma, para un solo conjunto de datos, así como las medidas de correlación que se calculan para conjuntos de variables.</p> <p>* Sirve para organizar y presentar la información de manera numérica y a través de gráficas.</p>	<p>* Desarrolla métodos que permiten estimar o hacer cálculos respecto de una población, a partir de resultados provenientes de una muestra de dicha población.</p> <p>* Permite obtener conclusiones sobre una población a través del estudio de una muestra.</p>	<p>* Apoya a la función más importante que debe desempeñar un funcionario gubernamental, un ejecutivo de negocios, un administrador, etcétera; con base en la información disponible.</p>

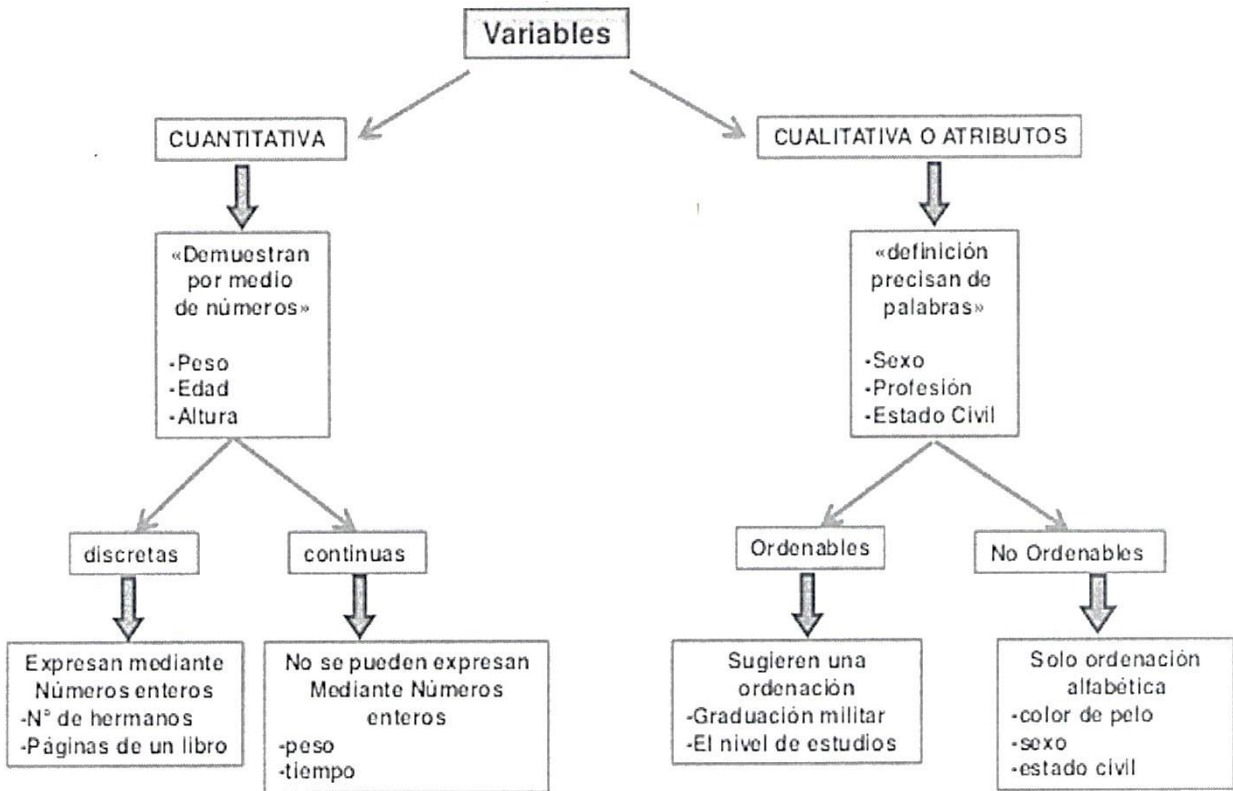
*Fuente:* Elaboración personal, basada en González (2015).

### Apéndice 4. Glosario:

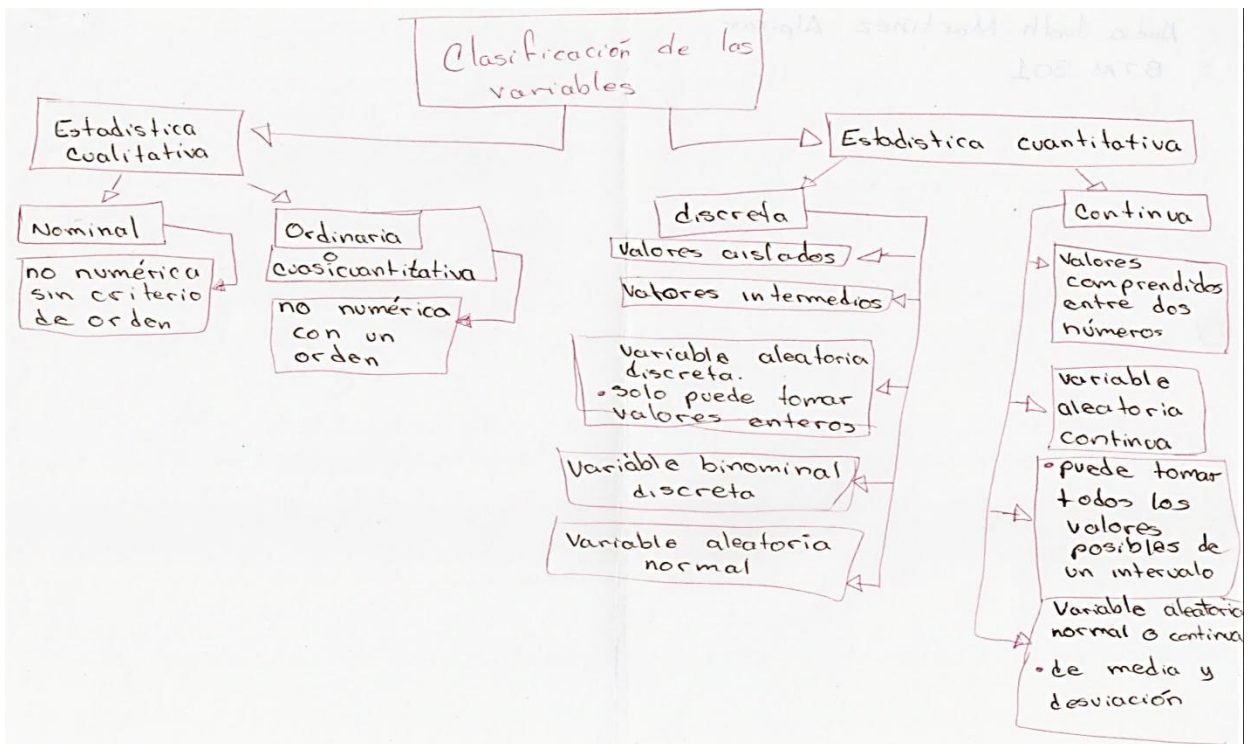
**Instrucciones.** Investigar en fuentes de consulta oficiales (No uso de: wikipedia, rincón del vago, buenas tareas, monografías, etcétera) los siguientes conceptos:

1. Dato	11. Muestra
2. Dato cualitativo	12. Población
3. Dato cuantitativo	13. Variable
4. Escala de intervalo	14. Variable cualitativa
5. Escala de razón	15. Variable cuantitativa
6. Escala nominal	16. Variable cuantitativa discreta
7. Escala ordinal	17. Variable cuantitativa continua
8. Estadística	18. Frecuencia
9. Estadística Descriptiva	19. Distribución de frecuencias
10. Estadística Inferencial	20. Reporte estadístico

### Apéndice 5. Mapa conceptual de la Clasificación de variables



José (16 años)



Nadia (29 años)

**Apéndice 6. Evidencias fotográficas de la recopilación de datos**  
***¿Cómo son los alumnos en clase?***



Fuente: Sesión 4. Recopilación de datos estadísticos BTM-301 (13 de Abril de 2016).

## Apéndice 7. Aplicación de cuestionarios Pre Test y Post Test

### PRE TEST

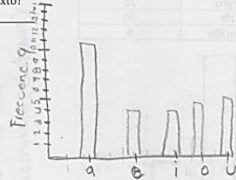
Nombre: Jimenez Martinez Zaira Grupo: B7430 Edad: 16 Fecha: 13/abril

**Instrucciones:** A continuación se incluyen algunos enunciados de problemas y ejercicios.  
 a) Resuelve los problemas propuestos  
 b) Indica los conceptos y procedimientos matemáticos que se ponen en juego en la solución  
 c) Clasifica los enunciados en tres grupos según el grado de dificultad que le atribuyes:  
 Fácil (F), Intermedio (I), Difícil (D). Anota la inicial de cada palabra, en el recuadro de la parte inferior.

1. Lee el texto y completa la tabla, con el número de veces que aparece cada letra vocal.  
**"Un sol para conocer. Una luna para sentir. Un libro para aprender. Un mundo para vivir"**

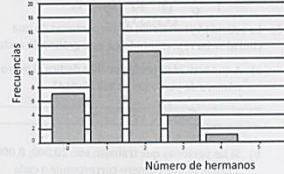
Vocales	Frecuencia
a	11
e	4
i	4
o	5
u	6

- a) Representa los datos en un diagrama de barras.  
 b) ¿Cuántas letras vocales tiene el texto?  
30  
 c) ¿Qué letra vocal es la más frecuente en el texto?  
a



2. En este diagrama de barras se ha representado el número de hermanos que tienen los alumnos y alumnas de la clase de Matemáticas I.

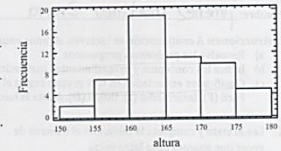
No. de hermanos de los alumnos de la clase de Matemáticas I



- ¿Cuántas personas tienen un solo hermano?  
20 personas  
 ¿Cuántas personas tienen cinco hermanos?  
ninguna  
 ¿Cuántos alumnos y alumnas hay en Matemáticas I?  
26 alumnos

3. Este histograma representa las alturas de un grupo de personas

Altura de un grupo de personas

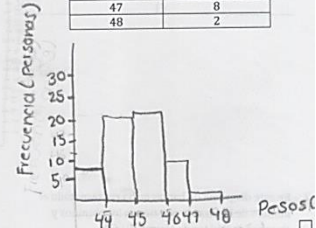
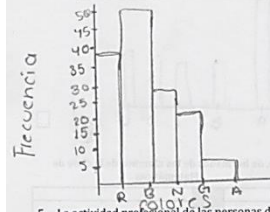


- a) ¿Cuántas personas miden menos de 155 cms?  
7 personas  
 b) ¿Cuántas personas miden más de 155 cms?  
53 personas  
 c) ¿Cuántas personas forman el intervalo de mayor altura?  
19 personas

4. Construye un diagrama de barras para cada una de estas tablas de frecuencias:

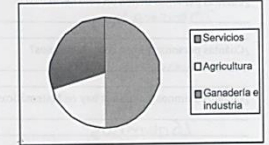
Colores	No. de colores
Rojo	38
Blanco	50
Negro	26
Gris	20
Amarillo	6

Pesos (kgs.)	No. de personas
44	7
45	21
46	22
47	8
48	2



5. La actividad profesional de las personas de una ciudad se ha representado en este gráfico de sectores.

Actividad profesional de personas en la ciudad



- a) A qué actividad profesional se dedica el mayor número de personas de esa ciudad?  
SERVICIOS  
 b) Si las personas que trabajan son 20,000; 8,000 y 12,000; di qué número corresponde a cada actividad.  
50% SERVICIOS  
30% GANADERIA  
20% AGRICULTURA

### POST TEST

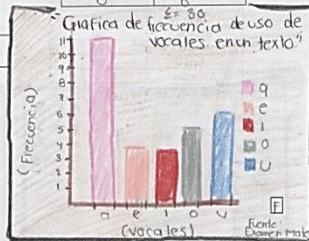
Nombre: Jimenez Martinez Zaira Grupo: B7430 Edad: 16 años Fecha: 28/04/16

**Instrucciones:** A continuación se incluyen algunos enunciados de problemas y ejercicios.  
 a) Resuelve los problemas propuestos  
 b) Indica los conceptos y procedimientos matemáticos que se ponen en juego en la solución  
 c) Clasifica los enunciados en tres grupos según el grado de dificultad que le atribuyes:  
 Fácil (F), Intermedio (I), Difícil (D). Anota la inicial de cada palabra, en el recuadro de la parte inferior.

1. Lee el texto y completa la tabla, con el número de veces que aparece cada letra vocal.  
**"Un sol para conocer. Una luna para sentir. Un libro para aprender. Un mundo para vivir"**

Vocales	Frecuencia
a	11
e	4
i	4
o	5
u	6

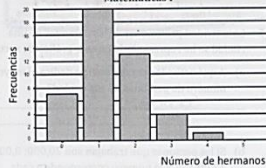
- a) Representa los datos en un diagrama de barras.  
 b) ¿Cuántas letras vocales tiene el texto?  
30  
 c) ¿Qué letra vocal es la más frecuente en el texto?  
vocal: a



Se desarrolla conforme al conocimiento que obtuve en clases al saber como realizar cada una de las graficas correctamente.

2. En este diagrama de barras se ha representado el número de hermanos que tienen los alumnos y alumnas de la clase de Matemáticas I.

No. de hermanos de los alumnos de la clase de Matemáticas I

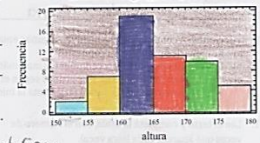


- a) ¿Cuántas personas tienen un solo hermano?  
20 personas  
 b) ¿Cuántas personas tienen cinco hermanos?  
ninguna persona tiene 5 hermanos  
 c) ¿Cuántos alumnos y alumnas hay en Matemáticas I?  
45 alumnos

Me fue muy fácil entender la grafica con los conocimientos que adquiri y así responder a la pregunta.

3. Este histograma representa las alturas de un grupo de personas

Altura de un grupo de personas



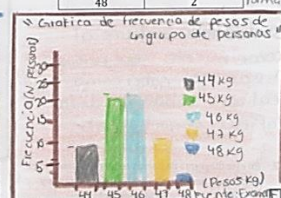
- a) ¿Cuántas personas miden menos de 155 cms?  
2 personas  
 b) ¿Cuántas personas miden más de 155 cms?  
62 personas  
 c) ¿Cuántas personas forman el intervalo de mayor altura?  
5 personas

De igual forma es facil identificar datos sin embargo como es agrupada me cuesta un poco más.

4. Construye un diagrama de barras para cada una de estas tablas de frecuencias:

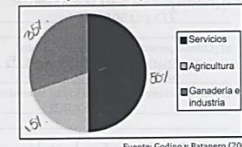
Colores	No. de colores
Rojo	38
Blanco	50
Negro	26
Gris	20
Amarillo	6

Pesos (kgs.)	No. de personas
44	7
45	21
46	22
47	8
48	2



5. La actividad profesional de las personas de una ciudad se ha representado en este gráfico de sectores.

Actividad profesional de personas en la ciudad



- a) A qué actividad profesional se dedica el mayor número de personas de esa ciudad?  
SERVICIOS  
 b) Si las personas que trabajan son 20,000; 8,000 y 12,000; di qué número corresponde a cada actividad.  
SERVICIOS 50%  
AGRICULTURA 15%  
GANADERIA 35%  
Σ = 100%

Es sencillo responder a las preguntas, y esto es por el conocimiento que adquirimos por parte de profes.

Alumna No. 9. Zaira (16 años)

# PRE TEST

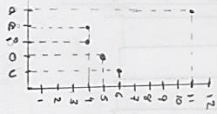
Nombre: Nadia Ibeth Martínez A. Grupo: B7M301 Edad: 29 Fecha: 13 de abril 2016

**Instrucciones:** A continuación se incluyen algunos enunciados de problemas y ejercicios.  
 a) Resuelve los problemas propuestos  
 b) Indica los conceptos y procedimientos matemáticos que se ponen en juego en la solución  
 c) Clasifica los enunciados en tres grupos según el grado de dificultad que le atribuyes: Fácil (F), Intermedio (I), Difícil (D). Anota la inicial de cada palabra, en el recuadro de la parte inferior.

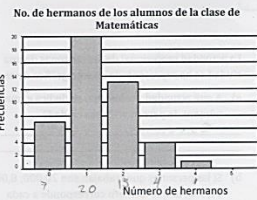
1. Lee el texto y completa la tabla, con el número de veces que aparece cada letra vocal.  
**"Un sol para conocer. Una luna para sentir. Un libro para aprender. Un mundo para vivir"**

Vocales	Frecuencia
A	11
E	4
I	4
O	5
U	6

- a) Representa los datos en un diagrama de barras.  
 b) ¿Cuántas letras vocales tiene el texto?  
5 vocales y total de estas 30  
 c) ¿Qué letra vocal es la más frecuente en el texto?  
A se repite 11 veces.



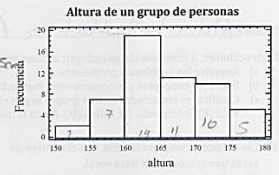
2. En este diagrama de barras se ha representado el número de hermanos que tienen los alumnos y alumnas de la clase de Matemáticas I.



- a) ¿Cuántas personas tienen un solo hermano?  
7 personas  
 b) ¿Cuántas personas tienen cinco hermanos?  
Ninguna  
 c) ¿Cuántos alumnos y alumnas hay en Matemáticas I?  
35 alumnos y alumnas

$$\Sigma F = 7 + 20 + 11 + 4 + 1 = 35$$

3. Este histograma representa las alturas de un grupo de personas

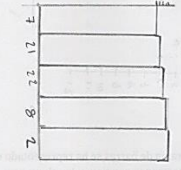
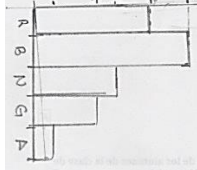


- a) ¿Cuántas personas miden menos de 155 cms?  
19 personas  
 b) ¿Cuántas personas miden más de 155 cms?  
45 personas  
 c) ¿Cuántas personas forman el intervalo de mayor altura?  
5 personas

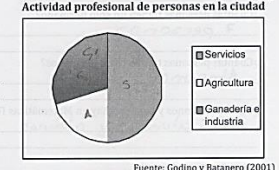
4. Construye un diagrama de barras para cada una de estas tablas de frecuencias:

Colores	No. de colores
Rojo	38
Blanco	50
Negro	26
Gris	20
Amarillo	6

Pesos (kgs.)	No. de personas
44	7
45	21
46	22
47	8
48	2



5. La actividad profesional de las personas de una ciudad se ha representado en este gráfico de sectores.



- a) A qué actividad profesional se dedica el mayor número de personas de esa ciudad?  
Servicios 50%  
 b) Si las personas que trabajan son 20,000; 8,000 y 12,000; dí qué número corresponde a cada actividad.  
Servicios = 20,000 ; Agricultura = 8,000 y Ganadería e industria = 12,000

# POST TEST

Nombre: Nadia Ibeth Martínez Alpezar Grupo: B7M 301 Edad: 29 Fecha: 28 de abril 2016

**Instrucciones:** A continuación se incluyen algunos enunciados de problemas y ejercicios.  
 a) Resuelve los problemas propuestos  
 b) Indica los conceptos y procedimientos matemáticos que se ponen en juego en la solución  
 c) Clasifica los enunciados en tres grupos según el grado de dificultad que le atribuyes: Fácil (F), Intermedio (I), Difícil (D). Anota la inicial de cada palabra, en el recuadro de la parte inferior.

1. Lee el texto y completa la tabla, con el número de veces que aparece cada letra vocal.  
**"Un sol para conocer. Una luna para sentir. Un libro para aprender. Un mundo para vivir"**

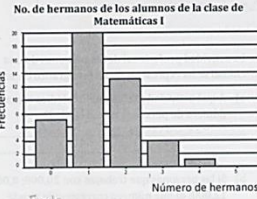
Vocales	Frecuencia
A	11
E	4
I	4
O	5
U	6

- a) Representa los datos en un diagrama de barras.  
 b) ¿Cuántas letras vocales tiene el texto?  
total de vocales 30  
 c) ¿Qué letra vocal es la más frecuente en el texto?  
la más frecuente es A



Frecuencia es lo que se repiten las vocales nos da la cifra. El conteo de los datos nos ayuda en la graficación de barras.

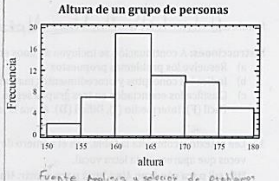
2. En este diagrama de barras se ha representado el número de hermanos que tienen los alumnos y alumnas de la clase de Matemáticas I.



- a) ¿Cuántas personas tienen un solo hermano?  
20 personas  
 b) ¿Cuántas personas tienen cinco hermanos?  
0 personas  
 c) ¿Cuántos alumnos y alumnas hay en Matemáticas I?  
45 alumnos

$$\Sigma F = 20 + 11 + 4 + 1 + 1 = 45$$

3. Este histograma representa las alturas de un grupo de personas



- a) ¿Cuántas personas miden menos de 155 cms?  
2 personas  
 b) ¿Cuántas personas miden más de 155 cms?  
47 personas  
 c) ¿Cuántas personas forman el intervalo de mayor altura?  
19 personas

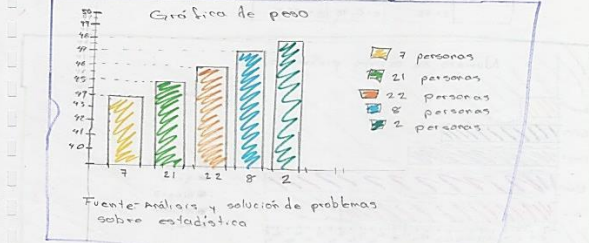
Alturas	Frecuencia	%
150-155	2	2.38%
155-160	19	22.33%
160-165	11	12.77%
165-170	10	11.63%
170-175	5	5.77%
175-180	5	5.77%
<b>Total</b>	<b>82</b>	<b>100%</b>

Colores	No. de colores	F.F.	Perc.
Rojo	38	18	28.5%
Blanco	50	24	36%
Negro	26	12	18%
Gris	20	10	15%
Amarillo	6	3	4.5%
<b>Total</b>	<b>140</b>	<b>100%</b>	

Se realiza una frecuencia para analizar el total en la 2 posteriormente se saca el porcentaje que divide el número de colores entre la suma del total. Se los asignan datos en la gráfica.

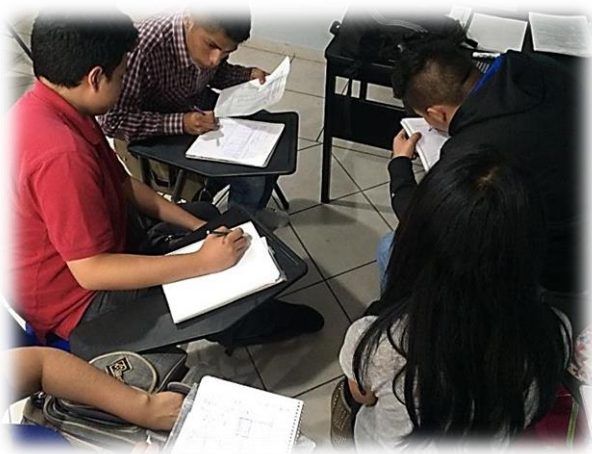
Por color de 2 en 2 en números, se le coloca título datos, fondo

Peso	No. de personas	F	F/A	Porcentaje
44	7	7	0.17	17%
45	21	21	0.38	38%
46	22	22	0.38	38%
47	8	8	0.13	13%
48	2	2	0.03	3%
<b>Total</b>	<b>60</b>	<b>60</b>	<b>1.00</b>	<b>100%</b>



Alumna No. 10. Nadia (29 años)

## Apéndice 8. Trabajo en equipos durante la Propuesta de estrategias didácticas



Alumnos del Grupo BTM\_301. Tecnológico Universitario Naucalpan.