



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

DINÁMICA ESTELAR ORBITAL EN
GALAXIAS CON BARRAS
PECULIARES

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

Físico

PRESENTA:

JOSÉ ARTURO TRELLES HERNÁNDEZ

DIRECTOR DEL TRABAJO:

Dra. Bárbara Selén Pichardo Silva

Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2016





Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Hoja de datos del jurado

1. Datos del alumno

Trelles
Hernández
José Arturo
5513309773
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ciencias
Física
411069096

2. Datos del tutor

Dra.
Bárbara Selén
Pichardo
Silva

3. Datos del sinodal 1

Dr.
Pablo Fabián
Velázquez
Brito

4. Datos del sinodal 2

Dr.
Antonio
Peimbert
Torres

5. Datos del sinodal 3

Dr.
Luis Alberto
Martínez
Medina

6. Datos del sinodal 4

Dr.
Jorge Ramón
Soto
Mercado

7. Datos del trabajo escrito

Dinámica Estelar Orbital en Galaxias con Barras Peculiares
107 pp.
2016

Agradecimientos

Agradezco a mis padres Catalina y José Arturo y a mi hermana Daniela, a mis amigos Adriana Islas, Daniel Mujica, Alexandro Urizar, Omar Velasco, Pablo Yepiz, Eddy Aguilar, Norberto Morales, Nayeli Santos, Francisco David, Mónica Martínez, Socorro Ponce, Lourdes Sosa, Martín Rodríguez, Mauricio Méndez, Miguel Angel y Luis Rodríguez, por el apoyo y el amor que me han brindado, sin el cual no podría haber llegado hasta este punto. Agradezco a mis profesores de la Facultad de Ciencias, haciendo mención especial del Dr. Javier Páez Cárdenas gran amigo y profesor.

Agradezco profundamente a la Dra. Bárbara Pichardo por la atención, apoyo y dedicación que ha tenido conmigo, sin dejar de mencionar a los miembros del Seminario de Caos (Ángeles Pérez Villegas, Bárbara Pichardo, Luis Martínez Medina, Raúl Chametla, Dolores Mata, Marco Muñoz, David Velasco) con quienes he aprendido las herramientas necesarias para realizar este trabajo, agradezco especialmente a Ángeles Pérez Villegas por apoyarme con la tesis y contestar siempre mis dudas y a Luis Martínez por enseñarme programación y por su colaboración en este trabajo.

Agradezco también a los sinodales, Dr. Antonio Peimbert Torres, Dr, Pablo Fabián Velázquez Brito, Dr. Luis Alberto Martínez Medina y al Dr. Jorge Ramón Soto Mercado, por leer este trabajo y por sus valiosas correcciones.

Agradezco a la UNAM y al Instituto de Astronomía de la UNAM, por todo lo que he aprendido y por permitirme el uso de sus instalaciones y recursos de impresión.

Este trabajo de investigación fue realizado gracias al apoyo del Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT): IN114114, IN105916, IG100125, por lo que agradezco a la DGAPA-UNAM la beca recibida, agradezco también los recursos computacionales proporcionados por la super-computadora *Atocatl* para la realización de esta tesis.

Índice general

Agradecimientos	3
Resumen	6
0.1. Organización de la tesis	7
1. Introducción	9
1.1. La Vía Láctea	9
1.2. Las galaxias	12
1.2.1. Clasificación Morfológica de Galaxias	14
1.3. Primeros modelos de la distribución de estrellas en la Galaxia . .	19
1.4. Primeros modelos de la distribución de masa en la Galaxia	20
1.5. Modelos dinámicos de la Vía Láctea	21
1.5.1. Simulaciones de N-cuerpos	21
1.5.2. Potencial partícula-partícula	22
2. La barra	24
2.1. Barras dobles y barras anidadas	26
2.2. Parámetros Observacionales de la Barra en la Vía Láctea	27
2.2.1. Orientación de la barra respecto a la línea de visión	27
2.2.2. Ángulo de orientación entre dos barras en la Vía Láctea . .	28
2.2.3. Longitud de la barra	29
2.2.4. Razones axiales	30
2.2.5. Ley de densidad de la barra	30
2.2.6. La masa de la barra	32
2.2.7. Patrón de velocidad o velocidad angular Ω_P	33
2.3. Construcción Analítica de los modelos utilizados para la barra . .	33
2.3.1. El elipsoide homogéneo	35

3. Metodología para el análisis orbital estelar	40
3.1. Integral de movimiento de Jacobi	41
3.1.1. Potencial Rotante	43
3.2. Diagramas de Poincaré	44
3.3. Órbitas Periódicas	46
4. Estudios Dinámico Estelares	48
4.1. Efecto de la velocidad angular	49
4.2. Efecto del ángulo entre las barras.	59
4.3. Efecto de la razón de masas entre las barras	63
4.4. Efecto de diferencias en la longitud entre las barras.	65
4.5. Aplicación a un modelo de la Vía Láctea	67
4.5.1. Efecto de la razón de radios de las barras en modelos de la Vía Láctea	69
4.5.2. Efecto de la velocidad angular de las barras en modelos de la Vía Láctea	70
4.5.3. Efecto del ángulo entre las barras en modelos de la Vía Láctea	72
4.5.4. Diagramas para diferentes configuraciones de los radios de escala	74
5. Conclusiones	76
5.1. Trabajo a futuro	79
A. El Potencial Axisimétrico	81
B. Técnicas y Métodos de integración	83
B.1. Bulirsh-Stoer para Integración de Órbitas	83
B.1.1. Método del punto medio modificado	83
B.1.2. Extrapolación de Richardson y el método de Bulirsh-Stoer	85
B.2. Parámetros modificados en el código utilizado en este trabajo . . .	86
C. Diagramas de Poincaré de la barra triaxial	90

Resumen

En esta tesis se utilizan códigos computacionales, para modelar el potencial de galaxias de disco con barra. Se realizan estudios estelares orbitales en el espacio fase y el de configuración. Para modelar esta componente no axisimétrica (barra/bulbo) se utilizaron dos tipos y morfologías de barra (barra triaxial, barras dobles). El potencial utilizado es el potencial galáctico axisimétrico con halo supermasivo, disco y bulbo del modelo de Allen & Santillán (1991).

El objetivo principal de la tesis es estudiar las diferencias inducidas sobre la dinámica estelar por diferentes morfologías de barras “peculiares” comparándolas con barras típicas triaxiales, así como la estabilidad de estos sistemas. Para realizar análisis orbitales, se hace uso de diagramas de espacio fase o diagramas de Poincaré que nos proporcionan información acerca de la naturaleza y comportamiento de las órbitas en el espacio fase, además de facilitar de manera visual el análisis gráfico. En los diagramas de Poincaré podemos observar el comportamiento de las órbitas periódicas y la presencia o ausencia de caos, lo que nos permite estudiar la estabilidad de los diferentes sistemas empleados en este trabajo. En particular las órbitas periódicas son importantes porque nos dan información acerca de la autoconsistencia del modelo utilizado; éstas órbitas representan el “esqueleto dinámico” de los sistemas de tal forma que su existencia asegura la estabilidad y larga duración de sus estructuras internas de gran escala (como el disco, la barra, los brazos, etcétera).

Con el objetivo de hacer un análisis estadístico, en esta tesis se creó una base de simulaciones, que consiste en una serie numerosa de diagramas de Poincaré para cada morfología diferente de las barras. Se calcularon también algunas órbitas individuales además de las órbitas periódicas, con el fin de entender el comportamiento orbital desde distintos marcos de referencia (inercial y no inercial). En el caso de las órbitas periódicas se construyeron algunos diagramas que muestran familias de órbitas periódicas “ $x1$ ” en la región prógrada, ya que la presencia de

estas órbitas indica estabilidad en el sistema.

Los diagramas son presentados a diferentes energías y velocidades angulares, variando también la orientación entre las barras, la masa y el radio o tamaño de las barras, con el objetivo de hacer claro el efecto del barrido de los parámetros en los modelos correspondientes, es decir, de comprender el efecto de cada uno de estos parámetros en la estabilidad del sistema.

Adicional a la construcción de los modelos estables (plausibles) para galaxias con barras dobles, se encontraron algunos resultados interesantes en este trabajo como son por ejemplo que las barras perpendiculares son altamente estables, incluso si la velocidad angular es muy alta, para energías $E_J = -2300$, para energías de valor más positivo (más cerca de corrotación) este tipo de modelos presentan gran cantidad de caos. Barras con razones de longitud de $r = 1/2$ entre las barras presentan estabilidad, mientras que los modelos en los que una de las barras tiene el 80 % de la masa total y la otra barra solo el 20 % también presentan estabilidad, aunque hay órbitas periódicas de corrotación hacia la región de la barra de mayor radio, como lo demuestra el análisis de órbitas periódicas, en el modelo que cuenta con una barra con masa del 60 % y una segunda barra con masa del 40 % las órbitas periódicas quedan atrapadas por la barra de mayor masa, sin embargo esto puede deberse a que corrotación se encuentra en la zona más interna al sistema, ya que la velocidad angular en este caso es de -60 km/s/kpc . El análisis presentado en el capítulo 4 muestra que la barra larga, que es diferente al bulbo-barra en el modelo, influye en la deformación de las órbitas periódicas aun cuando su masa es menor que la masa del bulbo-barra.

0.1. Organización de la tesis

La tesis se divide en 5 capítulos y se complementa con 3 apéndices. El Capítulo 1 es una introducción en la que se describe brevemente a las galaxias, sus características y las diferencias entre los distintos tipos de galaxias, en este capítulo también se mencionan las diversas maneras de modelar galaxias y su dinámica. El Capítulo 2 está enfocado en describir una de las componentes más importantes de las galaxias de disco, desde el punto de vista de su influencia dinámica, que es la barra. En este capítulo se muestran los diversos estudios que se han realizado para estudiar las barras dobles o barras triaxiales, así como los valores de los parámetros que se han obtenido para el caso de la Vía Láctea y el modelo utilizado para

simular una galaxia de este tipo, incluyendo la ley de densidad observada para el caso de la Vía Láctea. En el Capítulo 3 se desarrolla la metodología empleada en la tesis: diagramas de Poincaré y el análisis a través de órbitas periódicas, para modelar los diversos tipos de galaxias con barras de la tesis. En el Capítulo 4 se presentan los resultados gráficos (diagramas de Poincaré en forma de mosaicos y familias de órbitas periódicas), junto con los valores de los modelos utilizados para la barra Galáctica. En el capítulo 5 se presentan las conclusiones de los resultados que aparecen en el Capítulo 4. El apéndice A incluye una descripción del modelo de Allen & Santillán (1991) utilizado en los modelos. En el Apéndice B se da una descripción del algoritmo de Bulirsh-Stoer empleado para la integración de las órbitas y se da información acerca de los códigos empleados. En el Apéndice C aparecen todos los mosaicos con diagramas de Poincaré para la barra triaxial, calculados para este trabajo.

Capítulo 1

Introducción

1.1. La Vía Láctea

Los seres humanos nos hemos asombrado siempre por los inexplicables sucesos que ocurren en el cielo, comenzando por ejemplo por la asombrosa banda de estrellas que atraviesa la bóveda celeste. Muchas culturas incluyeron explicaciones fantásticas a estas fenomenologías en el firmamento. El nombre que le damos a la Vía Láctea actualmente proviene por ejemplo de los griegos que pensaban que esta banda luminosa era leche derramada por la diosa Hera, mordida por el semidios Hércules mientras lo amamantaba. De este modo a las estrellas y sus diferentes configuraciones y formas, se les atribuía un origen divino que no solo generó diversas mitologías, sino que se relacionaba con sucesos de la vida cotidiana del hombre, en su afán por darles una explicación.



Figura 1.1: La Vía Láctea vista como una banda luminosa en el cielo nocturno. Crédito: Imagen tomada en el Observatorio Astronómico Nacional, San Pedro Martir Baja California por Stéphane Guisard/Instituto de Astronomía-UNAM 2012.

Sabemos que nuestra Galaxia es sólo una más en el vasto universo y que las

galaxias son sistemas compuestos por decenas de miles de millones de estrellas individuales, cada una formada a partir de gas transformado a través de reacciones nucleares, en las cuales se han sintetizado la mayoría de los elementos químicos.

La banda luminosa que se observa durante las noches de verano, es en realidad parte del disco de nuestra Galaxia también llamado “Disco Galáctico”. El disco es una estructura axisimétrica y aplanada, sostenida por rotación principalmente, que contiene a la mayoría de las estrellas de la Galaxia. Se compone de dos estructuras mayores: el disco delgado compuesto de estrellas jóvenes, polvo y gas, con alta formación estelar con una altura sobre el plano medio que se extiende aproximadamente hasta 250 pc^1 y el disco grueso que contiene estrellas de población más vieja que el disco delgado y su altura se extiende hasta 1000 pc (Figura 1.2). El diámetro del disco, incluyendo el polvo, gas y estrellas es aproximadamente de 50 kpc .

El Sol se localiza aproximadamente a 8.5 kpc del centro de la Galaxia cerca del plano medio del disco o Plano Galáctico que sirve como ecuador de las coordenadas Galácticas². La posición del Sol implica que veamos al disco de canto y no de frente, lo que hace que el disco se presente como una banda luminosa en el cielo (Figura 1.1). Las estrellas en el disco orbitan alrededor del centro Galáctico con una velocidad de alrededor de 220 km/s , por lo que una estrella como el Sol tarda 250 Mega años para completar una órbita alrededor de la Galaxia, es decir, que el Sol ha dado aproximadamente 40 vueltas alrededor de la Galaxia.

La Galaxia contiene también un bulbo triaxial, éste es un sistema estelar, relativamente pequeño comparado con el diámetro del disco, de forma elipsoidal, localizado en el centro, que se extiende hasta 3 o 4 kpc . Este sistema es más grueso que el disco delgado y comprende 15% de la luminosidad total de la Galaxia. Está compuesto por estrellas que datan de la época de la formación de la Galaxia y su masa total es aproximadamente $10^{10} M_{\odot}$. Debido a su triaxialidad y por ser una estructura elongada y que rota rápidamente, esta componente es frecuentemente también llamada “La barra” (Figuras 1.2 y 1.3).

La masa de todas las componentes luminosas de la Galaxia, es decir, el disco grueso, el disco delgado, el polvo interestelar y el gas, el bulbo Galáctico, el halo estelar y la barra/bulbo es aproximadamente $9 \times 10^{10} M_{\odot}$. Si bien este valor

¹El pársec se define como la distancia a la que una unidad astronómica (UA) subtende un ángulo de un segundo de arco ($1''$). Una estrella dista un pársec si su paralaje es igual a 1 segundo de arco. $1 \text{ pársec} \equiv 1 \text{ pc} \equiv 3.086 \times 10^{16} \text{ m} \equiv 3.2616 \text{ años luz}$.

² (l, b) , donde l es la longitud Galáctica y b es la latitud Galáctica

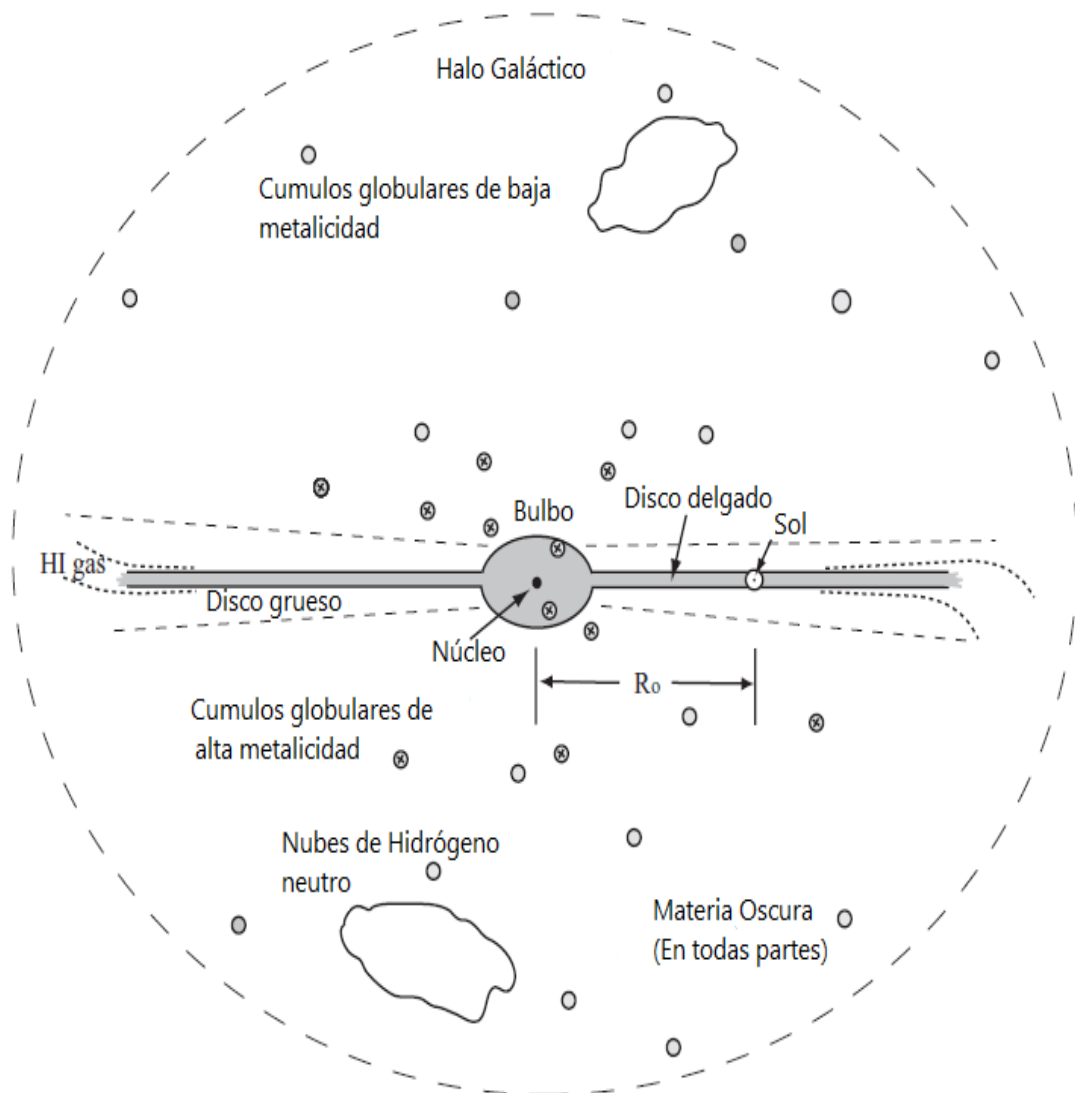


Figura 1.2: Representación esquemática de la Vía Láctea y sus diferentes componentes. Crédito: *Galaxies in the universe*, Linda Sparke 2000, sección 1.1.



Figura 1.3: Representación artística de la Vía Láctea, en la cual se puede observar el bulbo brillante en el centro, cubierto por una banda de polvo y gas del disco visto de canto. Crédito: ESO/NASA/JPL-Caltech/M. Kornmesser/R. Hurt 2013.

concuenda con el movimiento orbital del Sol alrededor del centro Galáctico, no explica las velocidades de las estrellas y gas a distancias galactocéntricas grandes; este comportamiento parece indicar que existe una componente muy importante en cuanto a la cantidad de masa se refiere, esta componente parece extenderse alrededor de toda la Galaxia y es conocida como el “halo de materia oscura”.³

1.2. Las galaxias

Las galaxias fueron descubiertas hasta finales del siglo XVIII y principios del siglo XIX. En aquel tiempo se les conocía como objetos Nebulosos o “Nebulosas

³La materia oscura fue propuesta por Fritz Zwicky en 1933 ante la evidencia de una “masa no visible” que no emite suficiente radiación electromagnética para ser detectada con los medios actuales. Su existencia se puede deducir a partir de sus efectos gravitacionales en la materia visible, tales como las estrellas o las galaxias, así como en las anisotropías del fondo cósmico de microondas presente en el universo.

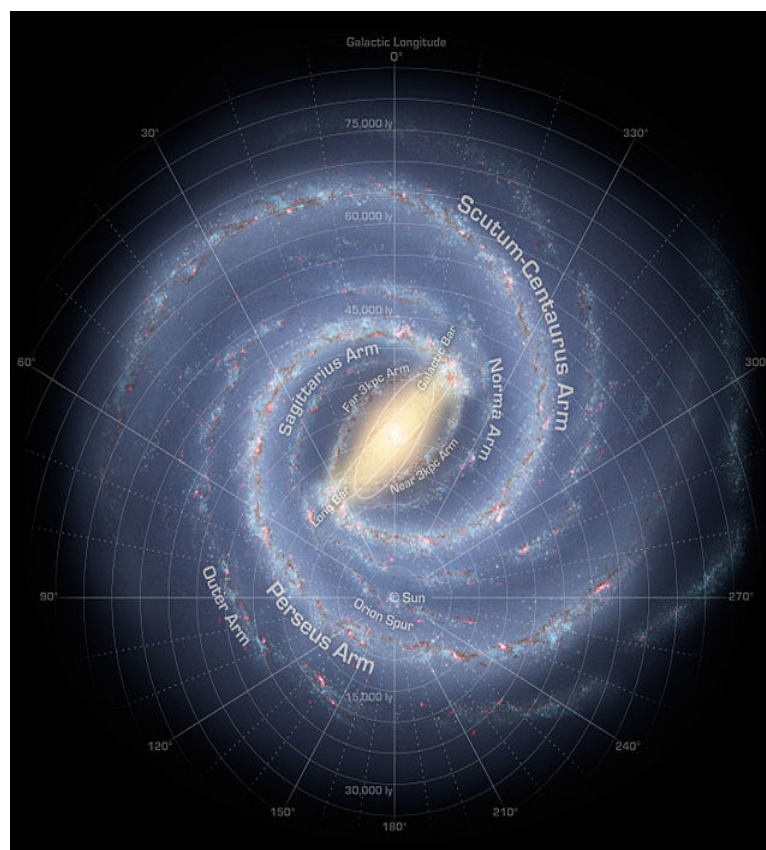


Figura 1.4: Representación artística de la Vía Láctea, que muestra los brazos espirales y la componente central de la Galaxia la cual, vista de frente, presenta una estructura barrada. El Sol se ubica en la región interna cercana el brazo de Cisne-Orión. Crédito: Imagen contruida a partir observaciones del telescopio Spitzer. NASA/JPL-Caltech/R. Hurt (SSC-Caltech).

Espirales” y fueron observados y clasificados por primera vez por Charles Messier en (1781)⁴ y posteriormente por William Herschel (1782-1783). El siglo XIX fue importante para la astronomía, pues en este siglo se inventa la fotografía, se desarrolla la espectroscopía y se crean grandes telescopios con el fin de mejorar las observaciones. Los astrónomos se dan cuenta entonces de que las “Nebulosas Espirales” son en realidad objetos diferentes de las nebulosas normales. Es en 1924 que Edwin Hubble publicó un análisis de velocidades radiales de Nebulosas Espirales en el que demuestra que la mayoría se está alejando de la Tierra y que son en realidad grandes conjuntos de estrellas individuales. Posteriormente utilizando curvas de luz de estrellas variables Cefeidas, estimó la distancia a las “Nebulosas Espirales”, descubriendo que se encontraban muy lejos de nuestra Galaxia (que no era única, era un *Universo isla* independiente como describió Immanuel Kant⁵) resolviendo así una cuestión que había mantenido a los astrónomos en debate durante décadas.

1.2.1. Clasificación Morfológica de Galaxias

Una vez aceptada la idea de que la Vía Láctea era sólo una galaxia entre muchas, Edwin Hubble presentó un esquema de clasificación relacionado con su morfología, que se conoce actualmente como “La clasificación de Hubble”.

Las galaxias pueden ser divididas en cuatro tipos de acuerdo al esquema de clasificación presentado por Hubble:

a) **Galaxias elípticas** (tipo temprano): Sistemas estelares que contienen poco o casi nada de gas interestelar frío o polvo, estas galaxias no presentan un disco estelar ni estructuras como una barra o brazos espirales. Las estrellas que forman a las galaxias elípticas son en su mayoría estrellas frías con edades comparables a la edad del universo, este hecho es consistente con la ausencia de gas, de donde se esperaría formación continua de estrellas. Hubble clasificó a las galaxias elípticas basado en su elipticidad observada la cual está dada por la relación,

⁴Charles Messier (1730-1817) registró 103 objetos, que podrían haber sido confundidos con cometas, los objetos catalogados por Messier incluyen Nebulosas, Galaxias y Cúmulos estelares.

⁵Kant sugirió que si la Vía Láctea era finita en extensión, quizá las nebulosas difusas y tenues a las que llamaba “nebulosas espirales” vistas en el cielo podrían ser objetos en forma de disco, extremadamente distantes, similares al nuestro pero más allá de sus fronteras. A estos objetos Kant los llamó *Universos Isla*. *An introduction to modern Astrophysics*, Carroll & Ostlie 2013, The Nature of Galaxies.

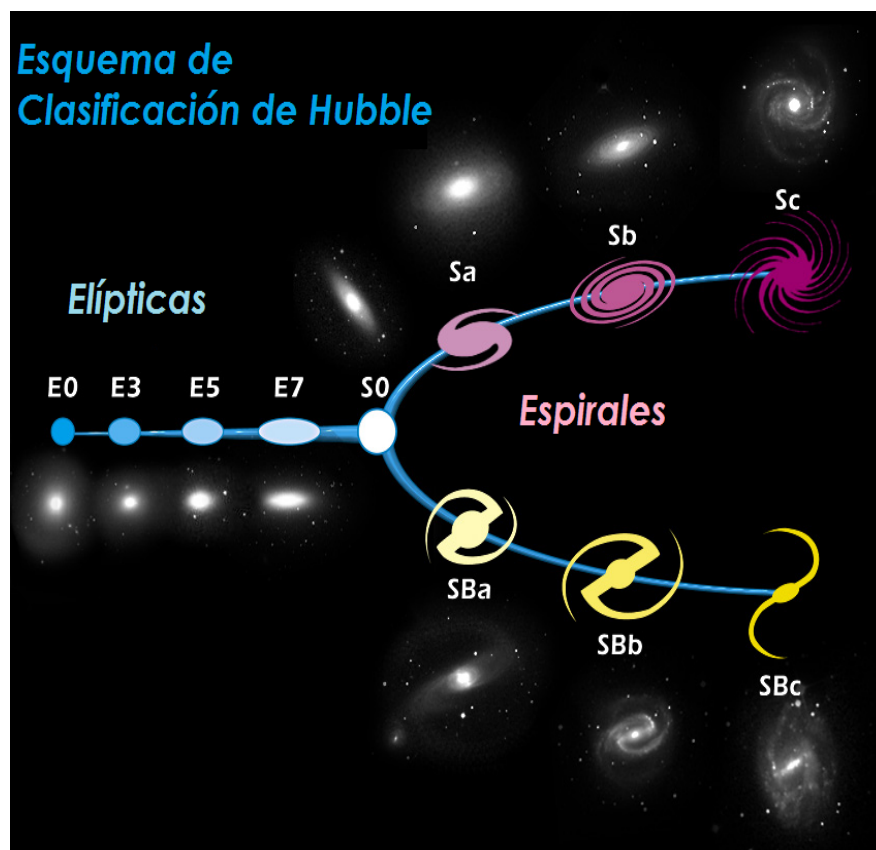


Figura 1.5: El esquema de clasificación de Hubble o también llamado diagrama de *Tuning-Fork*, en el que se muestra una secuencia de galaxias elípticas, galaxias espirales sin barra, galaxias espirales barradas y galaxias irregulares.

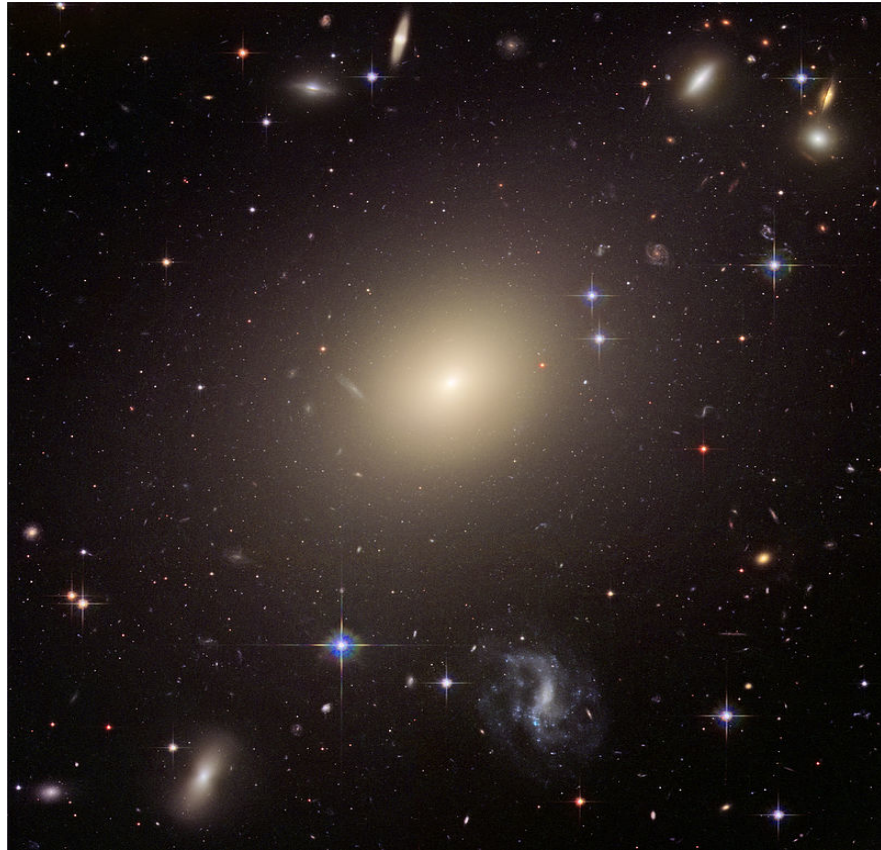


Figura 1.6: Galaxia elíptica ESO 325-G004. Crédito: NASA, ESA, The Hubble Heritage Team (STScI/AURA); J. Blakeslee (Washington State University)

- $\epsilon \equiv 1-b/a$, donde b/a es la razón axial

En la clasificación de Hubble las galaxias elípticas se denotan por los símbolos E0, E1, ..., E7, donde una galaxia de tipo E n tiene un radio axial $b/a=1-n/10$; b es el semieje mayor y a es el semiejemenor de la elipse y b/a la razón axial. (ver Figura 1.6).

b) **Galaxias espirales** (tipo “tardío”): las galaxias espirales, como la Vía Láctea contienen un disco prominente compuesto por estrellas jóvenes gas y polvo. Lo que caracteriza a estas galaxias es la presencia de una estructura filamentaria llamada “brazos Espirales”, en la cual se cree que hay formación continua de estrellas. De acuerdo al esquema de Hubble las galaxias espirales se dividen en cuatro tipos : Sa, Sb, Sc, Sd. Esta subclasificación surge debido a cuatro propiedades que son las que cambian a lo largo de la secuencia que va de Sa a Sd: la luminosidad relativa del bulbo decrece, los brazos se vuelven menos enrollados, la masa relativa de gas incrementa y los brazos espirales se hacen más grumosos,

es decir, las regiones HII se hacen más prominentes⁶.

Las galaxias espirales se dividen también en espirales “Normales” y espirales “Barradas”. Las galaxias espirales barradas presentan una componente de “barra”⁷, un sistema estelar suave y elongado ubicado hacia el centro galáctico (Figuras 1.4 y 1.5).

Las galaxias barradas son clasificadas de acuerdo a la prominencia del bulbo, desde galaxias SBa en las que el bulbo era muy prominente, hasta galaxias SBc en las que el bulbo no era fácil de distinguir; en la época en que surgió el esquema de clasificación de Hubble no se tenía suficiente información de la naturaleza dinámica de las galaxias para entender su evolución⁸. (ver Figura 1.5)

c) **Galaxias lenticulares:** Llamadas galaxias de transición entre galaxias elípticas y galaxias espirales, contienen un disco que rota rápidamente, un bulbo y en ocasiones una barra, el disco obedece una ley de brillo superficial exponencial esta es una característica de las galaxias espirales. A semejanza de las galaxias elípticas poseen poco o nada de gas frío o formación estelar reciente, son de apariencia suave y sin características prominentes como brazos espirales. Las galaxias lenticulares aparecen en el esquema de Hubble como S0 o SB0 si existe una barra, figura 1.7.

d) **Galaxias irregulares:** A lo largo de la secuencia que va de Sc a Sd, las galaxias se vuelven menos luminosas y su estructura espiral se hace menos definida. Esta tendencia continua mas alla de Sd: podemos encontrar galaxias de disco de baja luminosidad (“enanas”) en las cuales las estrellas jóvenes se acomodan de manera caótica en lugar de formar una estructura “espiral” regular y simétrica. En la secuencia de Hubble estas galaxias se clasifican como Sm o Im, los prototipos de estas galaxias son las Nubes de Magallanes (La Gran Nube de magallanes y la Pequeña Nube de Magallanes. Más de un tercio de las galaxias vecinas a la Vía Láctea son galaxias irregulares. La mayor parte de la luminosidad de las galaxias irregulares es emitida por estrellas masivas jóvenes y por regiones HII y son extremadamente ricas en gas: el gas interestelar en sus discos equivale al 30% de la masa estelar de la galaxia (por comparación la Vía Láctea tiene

⁶Ver, Binney Tremaine 2008, sección 1.1

⁷Normalmente no se hace una distinción entre una barra y un bulbo triaxial

⁸Se cree que Hubble entendía el diagrama de *Tuning-Fork* como una secuencia de evolución de galaxias, aunque Hubble nunca lo mencionó explícitamente. Hoy sabemos que éste no es el caso.



Figura 1.7: Galaxia Lenticular NGC 2787. Crédito: NASA /The Hubble Heritage Team (STScI/AURA)

aproximadamente un 10 % de la masa del disco en gas). Su apariencia irregular se debe en parte a que la emisión óptica está dominada por un número relativamente pequeño de estrellas jóvenes luminosas y regiones HII, también se debe a que las velocidades circulares en el disco no son tan turbulentas como las velocidades en el gas interestelar ($\sim 10 \text{ kms}^{-1}$).

Es conveniente pensar en el esquema de clasificación de Hubble como una secuencia E \rightarrow S0 \rightarrow Sa \rightarrow Sb \rightarrow Sc \rightarrow Sd \rightarrow Sm \rightarrow Im. Las galaxias cercanas al extremo izquierdo de esta secuencia se conocen como de tipo temprano, mientras que las del otro extremo son conocidas como de tipo tardío.

Si las galaxias podían ser clasificadas de acuerdo a sus propiedades morfológicas, quedaba abierta la pregunta sobre el tipo de galaxia que era la nuestra. A mediados del siglo XX científicos como Oort, Kerr y Westerhout propusieron la existencia de brazos espirales en la Galaxia, encontrando consistencia de los datos disponibles en esa época con una estructura espiral. Por otro lado movimientos no circulares hacia el centro Galáctico fueron considerados como fuerte evidencia de una estructura con un potencial no axisimétrico, lo que llevó a concluir la presencia de una barra en la Galaxia, es decir, que la Vía Láctea era una Galaxia espiral barrada. Es en este punto cuando se empieza a modelar a la Galaxia con potenciales no axisimétricos que incluyen la barra y utilizando simulaciones numéricas de las cuales se hablará en las siguientes secciones.

1.3. Primeros modelos de la distribución de estrellas en la Galaxia

En 1784 William Herschel hizo uno de los primeros mapas de la Vía Láctea (Fig. 1.8) midiendo la distribución que tenían las estrellas visibles en el espacio, asumiendo que todas tenían el mismo brillo y haciendo conteos de estrellas. En el siglo XX, Kapteyn realizó una versión moderna de los conteos realizados por William Herschel para hacer un mapa estelar de la Vía Láctea. Estudiando el brillo aparente de estrellas (en fotografías proporcionadas por otros astrónomos) y calculando las dimensiones espaciales de la Galaxia al medir las distancias promedio de estrellas con argumentos estadísticos.

Posteriormente Harlow Shapley en 1915 al estudiar cúmulos globulares y midiendo sus distancias, con base en observaciones de estrellas RR Lyrae, notó que los cúmulos se encontraban distribuidos uniformemente arriba y abajo de la Vía

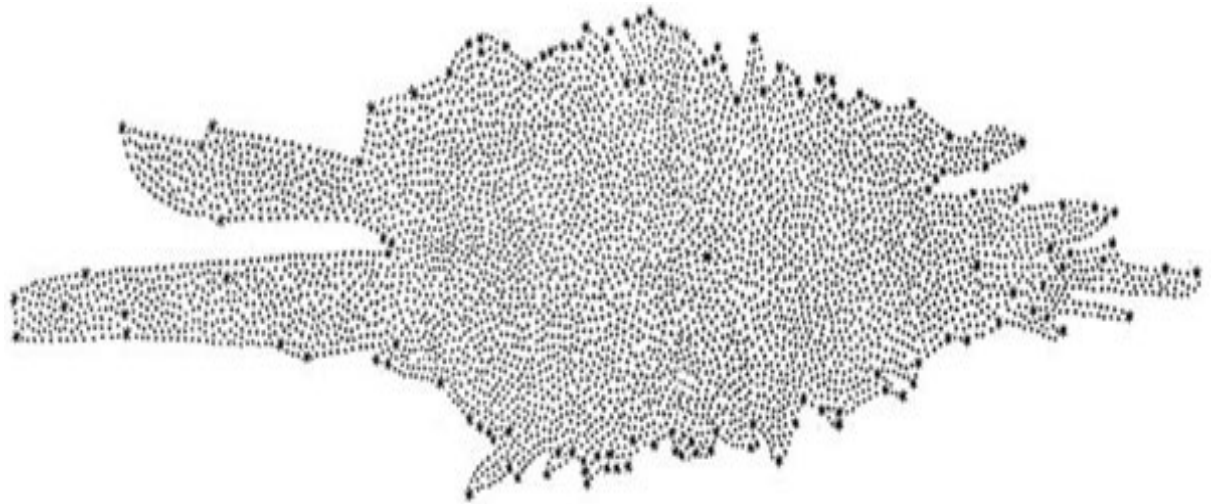


Figura 1.8: Mapa elaborado por William Herschel y Caroline Herschel, a través de conteos de estrellas en todas direcciones en el cielo. El Sol aparece como un punto negro cerca de la mitad del mapa. Crédito: *On the Construction of the Heavens*, William Herschel, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, Vol. 75. (1785), pp. 213-266

Láctea. Usando las distancias medidas de los cúmulos realizó un mapeo de la distribución de los cúmulos globulares en el espacio, con el Sol localizado cerca del centro de la Galaxia.

1.4. Primeros modelos de la distribución de masa en la Galaxia

Algunos de los primeros modelos de la distribución de masa de la Galaxia fueron propuestos por: Schmidt (1956); Bahcall & Soneira (1980), quienes propusieron un modelo para la Galaxia acorde con las observaciones de conteos de estrellas, el cual consiste en un disco aplanado y un esferoide central axisimétrico; Caldwell & Ostriker (1981) propusieron un modelo que corresponde a estrellas de población I, II y III, que consiste de un disco exponencial, un esferoide y un halo de materia oscura el modelo toma los parámetros de la distribución de masa al fijar un conjunto de restricciones observacionales; Allen & Santillán (1991) propusieron un modelo con un potencial analítico que consiste de un disco, un bulbo central de la forma propuesta por Miyamoto & Nagai (1975) y un halo masivo, este modelo demuestra ser eficiente para el cálculo numérico de órbitas galácticas.

Los modelos mencionados reproducen de manera correcta varias características observacionales de la Galaxia tales como la curva de rotación, velocidad de escape local, la fuerza en z y las constantes de Oort.

También Schmidt (1956) modeló la distribución de masa como una superposición de esferoides aplanados, obteniendo un ajuste aceptable de los parámetros conocidos de la Galaxia en su época.

1.5. Modelos dinámicos de la Vía Láctea

Aunado a los descubrimientos acerca de la Vía Láctea ya mencionados, en las últimas décadas las simulaciones numéricas y la comparación de sus resultados con observaciones permitieron un entendimiento más amplio de la dinámica de las galaxias y sobre todo de las galaxias similares a la Vía Láctea. Entre los códigos utilizados para simular la evolución dinámica estelar de las galaxias se encuentran los códigos de N-cuerpos y los códigos potencial-partícula conocidos también como estacionarios (Binney 2001).

1.5.1. Simulaciones de N-cuerpos

están basados en el problema clásico de N-cuerpos estudiado por Poincaré. Estos simulan de manera aditiva las interacciones entre todas las partículas que forman un sistema estelar. En un sistema típico cada partícula influye en el resto de las partículas que lo constituyen a través de la Ley de Gravitación de Newton. Un código de N-cuerpos sigue las trayectorias espaciales de la colección de N partículas que forman al sistema. Sabemos que no se pueden resolver de manera analítica las ecuaciones de movimiento para sistemas de más de dos cuerpos, como lo demostró Henri Poincaré en 1890, por lo que es necesario utilizar algoritmos que permitan resolver el problema de manera numérica. La ventaja de utilizar N-cuerpos es que son autoconsistentes, es decir cumplen con la ecuación de Boltzmann y con la ecuación de Poisson, lo que permite generar estructuras como brazos espirales y barras de forma autoconsistente y evolucionarlas para estudiar su dinámica global. La desventaja de las simulaciones de N-cuerpos es que el número de partículas que pueden ser analizadas se ve limitado por el número de operaciones que deben realizarse en cada paso de tiempo, lo que eleva el costo computacional enormemente. Otra desventaja importante es que no son ajusta-

bles, es decir, no se pueden utilizar fácilmente para simular galaxias específicas⁹.

1.5.2. Potencial partícula-partícula

Estudios cinemáticos y dinámicos de otras galaxias han mostrado, que éstas son mejor entendidas como sistemas formados por un conjunto de componentes (un bulbo o esferoide, un disco, un halo masivo y/o una barra). Todas estas componentes están descritas por el potencial galáctico $\Phi(x,y,z,t)$, que aunque es variable en el tiempo, lo hace en escalas de tiempo tan largas que puede ser considerado como un potencial aproximadamente estacionario.

El modelo tipo potencial-partícula (o estacionario) permite analizar a detalle la estructura orbital con un potencial ajustable y no idealizado de la galaxia, tomando los parámetros observacionales conocidos. En este sentido los códigos estacionarios son convenientes porque consideran la suma de todas las estrellas para formar un potencial suave en lugar de tomar la contribución individual de las estrellas, por lo que el número de operaciones por paso de tiempo se ve considerablemente reducido, lo que aumenta la velocidad y la resolución del sistema.

La desventaja más importante de los códigos potencial-partícula o estacionarios, es la falta de autoconsistencia, lo que significa que la respuesta orbital a un potencial impuesto no necesariamente “apoya” a las estructuras que la componen. En este caso la autoconsistencia, a diferencia del caso de los N-cuerpos tiene que ser demostrada. Este tipo de análisis es realizado para una barra triaxial por Pichardo et al. (2003), en modelos similares a los presentados en esta tesis. Entre más parámetros observacionales y dinámicos de la galaxia se conozcan, los modelos estacionarios representarán más fielmente lo observado y serán por lo tanto más autoconsistentes.

Actualmente se realizan estudios observacionales de la galaxia que producirán grandes bases de datos como nunca en la historia (SLOAN, GAIA, etc), que permitirán conocer a detalle las componentes de la Galaxia, esto hará que el modelaje estacionario sea cada vez más importante, realista y autoconsistente, dada la cantidad de parámetros que se conocerán.

En resumen los códigos estacionarios parten de la suposición de que el potencial promedio de un sistema como la Galaxia, con todas sus componentes (halo, bulbo, disco, brazos y barra) es el mismo durante periodos de tiempo muy largos.

⁹En este trabajo emplearemos los métodos potencia-partícula para simular, a lo mejor del entendimiento observacional actual, la Vía Láctea.

Este tipo de códigos permite experimentar con el espacio de parámetros plausibles para un sistema dado e incluso acotar otra serie de parámetros difíciles de calcular observacionalmente como la masa y la velocidad angular entre otros.

Capítulo 2

La barra

La barra es una estructura de gran escala en el centro de las galaxias barradas, cuya morfología asemeja a una especie de esferoide prolato, con características similares a una galaxia elíptica. Estas estructuras triaxiales giran como cuerpos rígidos y parecen ser de muy larga duración, es decir, fracciones importantes de la vida de una galaxia. Las barras están relacionadas en gran medida con la evolución de las galaxias, se encargan de llevar grandes cantidades de gas hacia el centro Galáctico, son propulsores de formación estelar, también pueden formar pseudobulbos por inestabilidades. En el caso de nuestra Galaxia, De Vaucouleurs (1964) fue de los primeros en darse cuenta de la existencia de la barra al encontrar semejanza entre los movimientos no circulares en el centro de la Galaxia y compararlos con los movimientos no circulares de otras galaxias que eran barradas. Sin embargo no es sino hasta los noventas cuando trabajos como el de Blitz & Spergel (1991) que se modela y describe la emisión de la barra triaxial basados en observaciones en $2.4 \mu\text{m}$ realizadas por Matsumoto et al. (1982).

El descubrimiento de la barra de la Vía Láctea tomó varias décadas de estudio dado que resulta muy complicado, desde la posición en la que se encuentra nuestro sistema solar (cerca del plano Galáctico), discernir la presencia de un objeto como la barra, debido a que sólo podemos observar el disco de canto, donde grandes complejos de nubes de polvo obstruyen nuestra visión hacia el centro. Aunque podemos observar barras en otras galaxias, no hay una manera directa de saber si una galaxia de canto es barrada o no. Aun así métodos indirectos han sido desarrollados y las observaciones han mejorado en las últimas décadas.

Con el advenimiento de los grandes censos Galácticos y mejoras considerables en las tecnologías de las observaciones y los resultados obtenidos en la línea de 21

cm del HI y en diferentes bandas del infrarrojo, se ha mostrado que a una longitud Galáctica, $l = 0$, la velocidad radial del HI respecto al sistema local de reposo no es cero, como se espera para órbitas circulares del gas sino que mantiene una velocidad mayor a 200 km/s, lo que se explica como movimientos a lo largo de una barra (De Vaucouleurs 1964). Freudenreich (1998) mediante modelos basados en mapas del infrarrojo cercano del COBE/DIRBE encuentra una barra en el centro Galáctico y ajusta una ley de densidad para la barra como secante hiperbólica cuadrada.

Se ha logrado también observar en infrarrojo una componente diferente del bulbo en el centro Galáctico, por lo que una parte de la comunidad de astrónomos cree actualmente que la Vía Láctea es en realidad una galaxia de doble barra, es decir, que posee una estructura de “bulbo-barra”. Esta estructura también es conocida como bulbo triaxial, en el cual las isofotas fuera del plano del disco presentan una forma distintiva de caja.

Existen diversos estudios que demuestran de manera aproximada la existencia de una segunda estructura triaxial en nuestra Galaxia, por ejemplo Blitz & Spergel (1991); Weinberg (1991) estudian la estructura central con conteos de estrellas AGB; Nishiyama y Nagata (2006) junto con el equipo IRSF/SIRIUS, utilizan datos en infrarrojo a lo largo del plano Galáctico $|l| \leq 10.5^\circ$, $b=+1^\circ$ y encuentran una estructura distinta a la barra primaria. Ellos concluyen que los cambios continuos en el pico de la magnitud aparente de estrellas rojas en el bulbo desde $K_s \sim 13.5$ ($l=-10^\circ$ a $+10^\circ$) pueden ser explicado por la estructura barrada del bulbo Galáctico.

Babusiaux & Gilmore (2005) hacen un análisis fotométrico de la estructura interna en la barra Galáctica y del disco central y confirman la existencia de una estructura triaxial en el centro de la Galaxia. López-Corredoira et al. (2007), confirman mediante estudios en el infrarrojo del plano medio de la Galaxia, la existencia de una estructura distinta al bulbo. Gerhard & Wegg (2014) proponen la existencia de una barra alargada diferente al bulbo el cual tiene la forma de cacahuete.

Debattista & Shen (2006) proponen como mecanismo de formación de barras dobles (barras anidadas) la rotación de pseudobulbos, mediante simulaciones de N-cuerpos. Debattista & Shen (2015) demuestran que un disco dinámicamente frío sumergido en un disco más caliente y externo puede generar de manera natural una barra secundaria estacionaria, mientras que el disco exterior forma una

barra primaria de gran escala. Saha & Maciejewski (2013) proponen un modelo Galáctico dominado por un halo de materia oscura vivo, siguiendo su evolución en una escala de tiempo de Hubble concluyen que este sistema las barras dobles se forman de manera natural y sin requerir gas. Wozniak (2015) obtiene barras dobles de larga duración mediante simulaciones numéricas, sin requerir la presencia de gas.

Se sabe en la actualidad que arriba del 60 por ciento de las galaxias de disco son galaxias barradas y que un 30 por ciento de las galaxias barradas presentan una barra doble (Erwin & Sparke 2002). La evolución de galaxias con doble barra no se entiende del todo, debido a la falta de modelos realistas (N-cuerpos, simulaciones hidrodinámicas y magnetohidrodinámicas). A pesar de ésto, los estudios numéricos nos han proporcionado un entendimiento sustancial de la estructura y dinámica de las galaxias barradas en su esfuerzo por reproducir resultados cinemático-observacionales.

2.1. Barras dobles y barras anidadas

Diversos estudios se enfocan en estudiar barras anidadas, es decir una barra externa larga (también llamada barra primaria) que contiene a una o más barras internas más pequeñas que la barra primaria, es decir barras nucleares sumergidas dentro de barras mucho más grandes. Las barras anidadas son en gran parte estudiadas a través de simulaciones de N-cuerpos con hidrodinámica y son diferentes a las barras similares en varios aspectos: 1) en las barras similares la barra alargada no está sumergida totalmente en otra barra de mayor tamaño como en las barras anidadas, 2) las barras anidadas no rotan de manera rígida, es decir las barras coexisten de manera desacoplada y rotan con velocidades angulares diferentes, 3) en general las barras anidadas en simulaciones de N-cuerpos, son barras de corta duración. Al no ser un sistema rígido, estudios de soporte orbital son difíciles de realizar en barras dobles, como lo demuestran Garzón & López-Corredoira (2014), al simular un sistema doble barrado en el caso deformable (deformación geométrica), en este caso obtener modelos de barras dobles estables se dificulta. Estudios de estabilidad en barras anidadas son realizados por Maciejewski & Sparke (2000); Maciejewski & Athanassoula (2000); Du, Shen & Debattista (2015); Wozniak (2015); Saha & Maciejewski (2013); Debattista & Shen (2006); Maciejewski & Sparke (2000).

La barra triaxial estudiada en este trabajo y simulada mediante modelos de potencial-partícula (o estacionarios), rota de manera rígida con un valor de la velocidad angular dado que es el mismo para la barra y el bulbo triaxial. Esto permite realizar estudios de estabilidad orbital a diferencia del problema de las barras dobles anidadas (N-cuerpos).

2.2. Parámetros Observacionales de la Barra en la Vía Láctea

En esta sección se presentan de manera breve los valores de los parámetros observacionales de la barra en la Vía Láctea. Parámetros como la longitud de la barra, el ángulo de orientación y la velocidad del patrón (velocidad angular de la barra) son materia de debate en la actualidad.

Los parámetros relevantes para la modelación son entonces:

- Orientación de la barra respecto a la línea de visión.
- Longitud de la barra.
- Razones axiales.
- Ley de densidad y longitudes de escala.
- La masa de la barra.
- Velocidad angular o patrón de velocidad Ω_P .

2.2.1. Orientación de la barra respecto a la línea de visión

Las observaciones han permitido identificar una estructura central diferente al bulbo en el centro Galáctico, es decir una barra. Pero los parámetros de la barra no han sido determinados con exactitud hasta la fecha. El interés en el parámetro de orientación de la barra respecto a la línea de visión es debido a que permite definir el tamaño de la barra, figura 2.1. López-Corredoira et al. (2000) obtienen mediante conteos de estrellas en la banda K ($10^\circ > |b| > 2^\circ$, $|l| < 15^\circ$), un valor de $\varphi_{bar} = 12 \pm 6^\circ$. Nikolaev & Weinberg (1997); Stanek et al. (1997) obtienen que el ángulo de la barra tiene un valor entre 20° y 30° . Bissantz & Gerhard (2003) encuentran con datos del COBE/DIRBE en la banda

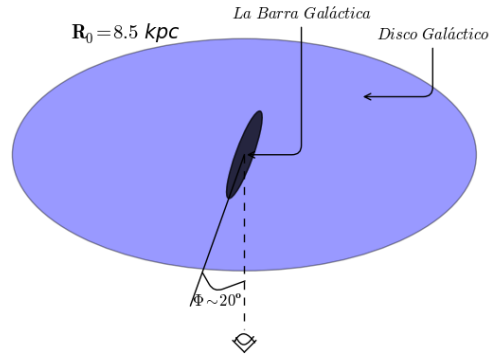


Figura 2.1: Diagrama que muestra el ángulo que subtende la barra con respecto a la línea que une al sistema solar con el centro Galáctico.

l , que el ángulo de orientación de la barra se encuentra en el intervalo $20^\circ \leq \varphi \leq 25^\circ$, usando como restricción que la distribución de magnitud aparente se da en grupos de estrellas gigantes. Binney et al. (1991) con modelos de dinámica de gases y análisis orbital encuentran el valor del ángulo en un intervalo $15^\circ \leq \varphi \leq 25^\circ$. Zhao & Mao (1996) obtienen con observaciones de microlentes un valor de $\varphi \sim 15^\circ$.

2.2.2. Ángulo de orientación entre dos barras en la Vía Láctea

La Vía Láctea como se vió en la sección 2.1 es considerada por muchos expertos del campo de la dinámica Galáctica, como una barra doble; entre las dos barras existe un ángulo de orientación. La mayoría de los trabajos mencionados en esta tesis consideran solo el ángulo que forma el semieje mayor de la barra/bulbo con la línea de visión que une al Sol con el centro Galáctico. Sin embargo, si existe una segunda barra, tendríamos que considerar el ángulo de orientación con respecto al bulbo triaxial. Hammersley, López-Corredoira & Garzón (2001), de observaciones de estrellas jóvenes y gigantes K más viejas encuentran una barra secundaria que tiene un ángulo de posición de $43 \pm 7^\circ$. Babusiaux & Gilmore (2005), confirman la presencia de una estructura triaxial hacia el centro Galáctico

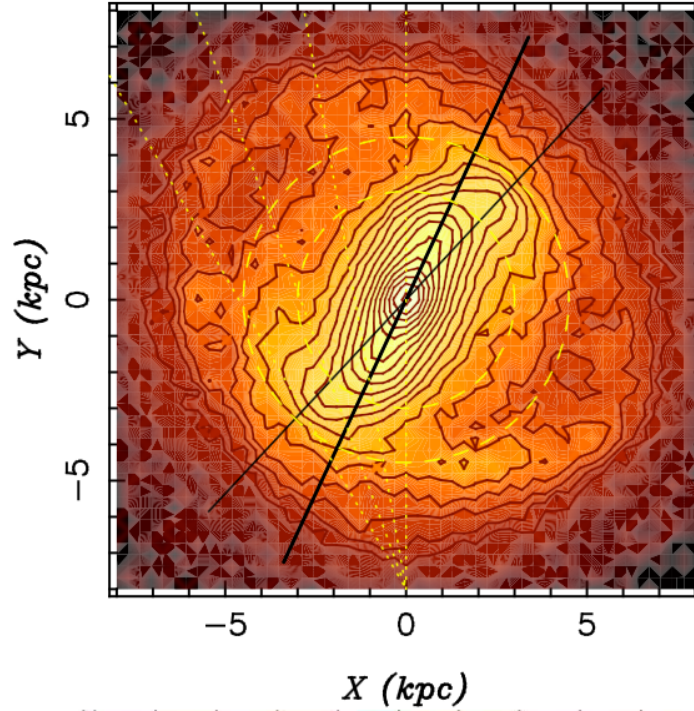


Figura 2.2: Simulación de N-cuerpos, que muestra un modelo de la Vía Láctea vista de frente. El modelo está orientado tal que el eje largo del bulbo es visto a un ángulo de 25° con respecto a la línea de visión (línea gruesa), mientras que la barra se muestra a 43° respecto a la línea de visión (línea delgada). Las líneas punteadas muestran líneas de visión a longitudes de 0° , 10° , 20° y 30° del observador. Crédito: Imagen tomada de Martínez-Valpuesta & Gerhard (2014).

consistente con una barra inclinada a $22 \pm 5^\circ$ de la línea que une al Sol con el centro Galáctico. Martínez-Valpuesta & Gerhard (2014) a través de modelos de N-cuerpos, consideran el caso en que el bulbo tiene un ángulo de 25° con respecto a la línea de visión mientras que la barra tiene un ángulo de 43° respecto a la línea de visión (Figura 2.2).

2.2.3. Longitud de la barra

La longitud de la barra, a semejanza de los otros parámetros que nos interesan no tiene a la fecha un valor establecido. Modelos basados en mapas del COBE/DIRBE por Freudenreich (1998); Binney et al. (1997); Bissantz & Gerhard (2002), sitúan los extremos de la barra a una distancia galactocéntrica de entre $R_f = 3.1$ y 3.5 kpc para un ángulo de posición $\varphi = 20^\circ$. Bissantz et al. (2003) basados en datos del COBE/DIRBE y en modelos Galácticos, para una velocidad angular

dada de la barra, derivan la resonancia de corotación y obtienen un radio $R_{cr} \sim 3.4$ kpc, obteniendo así una restricción a la longitud máxima de la barra. Hammersley, López-Corredoira & Garzón (2001) consideran que la barra larga tiene una extensión media de 4 kpc. Babusiaux & Gilmore (2005) consideran que la barra tiene una longitud de 2.5 kpc.

2.2.4. Razones axiales

Modelos paramétricos obtenidos de datos del COBE/DIRBE sugieren razones axiales aproximadas de 10:3-4:3 (que representan la proporción entre los semiejes a , b , c , respectivamente). Esto es consistente con los modelos no paramétricos de Bissantz & Gerhard (2002). Binney, Gerhard & Spergel (1997) encuentran radios de 10:6:4. Conteos estelares dan radios de 10:4:3 (Stanek et al. 1997) y 10:5.4:3.3 (López-Corredoira et al. 2000), con la barra ligeramente aplanada hacia el plano ecuatorial. En este trabajo se han adoptado los radios axiales de ajustes observacionales obtenidos por Freudreich (1998). Estos radios axiales son 10:3.8:2.6 y son utilizados por Pichardo et al (2004) para la construcción de un modelo de barra triaxial para la Vía Láctea.

2.2.5. Ley de densidad de la barra

El modelaje de la barra galáctica se ha realizado con perfiles exponenciales. La ley de densidad utilizada en este trabajo se basa en diversos modelos de Freudreich (1998), ajustando también los datos del COBE/DIRBE a longitudes de onda de 1.25, 2.2, 3.5 y 4.9 μm . Freudreich compara tres modelos de densidad que incluyen una caída exponencial.

- Modelo 1: $\rho \propto \text{sech}^2(R_s)$
- Modelo 2: $\rho \propto e^{R_s^{-n}}$
- Modelo 3: $\rho \propto \{1 + \text{sech}^2(\frac{R_s}{R_c})^n\}$,

Donde n es un parámetro relacionado con la dependencia radial de la densidad para los modelos 2 y 3. R_s es de la forma presentada por Athanassoula et al. (1990) en el caso bidimensional en una galaxia vista de frente (*face-on*) tenemos que:

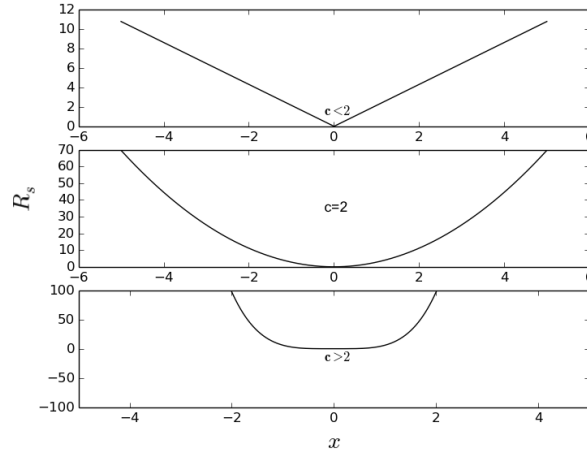


Figura 2.3: Diferentes formas de la dependencia radial de la densidad, según el valor de R_c .

$$R_s^c = \left(\frac{|x|}{a_x}\right)^c + \left(\frac{|y|}{a_y}\right)^c,$$

donde a_x , a_y son las correspondientes longitudes de escala de la barra en la dirección de los ejes x , y . R_s representa una curva en forma de elipse si $c = 2$, pero en forma de diamante cuando $c < 2$ y de caja (“boxy”) cuando $c > 2$ como se muestra en la Figura 2.3.

En el caso en tres dimensiones,

$$R_s^{c_-} = \left(\frac{|x|}{a_x}\right)^{c_-} + \left(\frac{|y|}{a_y}\right)^{c_-},$$

$$R_s^{c_{||}} = R_-^{c_{||}} + \left(\frac{|z|}{a_z}\right)^{c_{||}},$$

donde a_z la longitud de escala en la dirección del eje z . La expresión final para la dependencia radial en tres dimensiones tiene la forma,

$$R_s = \left[\left(\left(\frac{|x|}{a_x}\right)^{c_-} + \left(\frac{|y|}{a_y}\right)^{c_-} \right) + \left(\left(\frac{|z|}{a_z}\right)^{c_{||}} \right) \right]^{\frac{1}{c_{||}}}, \quad (2.1)$$

Las coordenadas Cartesianas x, y, z tienen su origen en el centro Galáctico, R_s es el radio efectivo, mientras que a_x , a_y , a_z son las longitudes de escala y c_- es el parámetro de vista de frente (*face-on*) y $c_{||}$ es el parámetro de vista de canto (*edge-on*) de la barra galáctica.

Freudenreich toma la ley de densidad del modelo 1: $\rho \propto \text{sech}^2(R_s)$, ya que es la que mejor se ajusta a las observaciones, truncando el valor de la densidad a un cierto radio R_f .

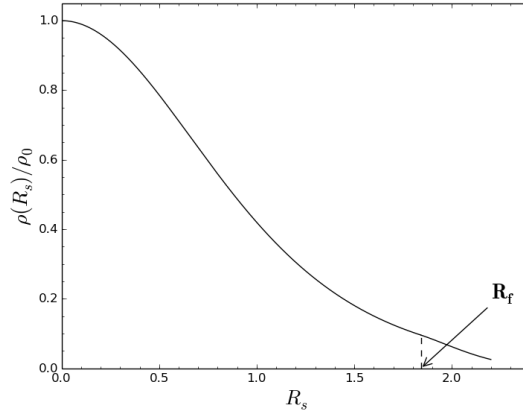


Figura 2.4: Ley de Densidad radial ajustada a las observaciones del COBE/DIRBE por Freudenreich (1998).

A radios tales que $R_s > R_f$, Freudenreich ajusta un factor gaussiano dado por la ecuación (2.3) y con longitud de escala h_B (Figura 2.4).

Freudenreich encuentra que los parámetros que mejor ajustan a las observaciones son: $a_x \cong 1.7$ kpc, $a_y \cong 0.64$ kpc, $a_z \cong 0.44$ kpc y $c_{||} \cong 3.5$, $c_{-} \cong 1.7$. La ecuación para la densidad de acuerdo al modelo 1 y al ajuste gaussiano está dada por,

$$\rho(R_s) = \rho_0 \operatorname{sech}^2(R_s), \quad 0 \leq R_s \leq R_f, \quad (2.2)$$

$$\rho(R_s) = \rho_0 \operatorname{sech}^2(R_s) e^{-(R_s - R_f)^2 / h_{B_s}^2}, \quad R_s \geq R_f, \quad (2.3)$$

donde ρ_0 representa la densidad central de la barra y R_f el tamaño de la barra a un cierto radio al que la densidad se trunca, h_{B_s} es la longitud de escala para la caída gaussiana escalada por a_x y $h_B \cong 0.46$ kpc de acuerdo con los parámetros de Freudenreich (1998).

2.2.6. La masa de la barra

Aunque es difícil determinar la masa de la barra se han hecho diversos estudios para determinar este parámetro, por ejemplo Weiner & Sellwood (1999) a través de modelos hidrodinámicos, utilizando barras de Ferrers para reproducir los diagramas $l-v$ de la Galaxia y estudiando movimientos no circulares de estrellas, estiman que la masa de la barra es de $9,8 \times 10^9 M_{\odot}$ y la masa del bulbo

$5,4 \times 10^9 M_\odot$.

Shen & Sellwood (2003) a través de simulaciones de N-cuerpos en galaxias, realizan estudios de efectos de la masa central sobre la barra y analizan como la masa y el grado de concentración de la masa central afectan la evolución de la barra, llegando a la conclusión de que en la región central existe una masa cuyo valor es de entre 10^7 y $10^9 M_\odot$. Athanassoula et al. (2005) a través de simulaciones de N-cuerpos estiman que la masa de la componente central puede ser de entre 10^8 y $10^9 M_\odot$.

López-Corredoira et al. (2007) hacen una estimación de la masa de la barra de $\sim 6 \times 10^9 M_\odot$, suponiendo que las poblaciones estelares del bulbo y de la barra alargada son similares. Licquia & Newman (2015) mediante métodos estadísticos (modelos jerárquicos bayesianos y el método de Monte Carlo) estiman que la masa de la barra mas la masa del bulbo es aproximadamente $M_b^B = 0.91 \pm 0.07 \times 10^{10} M_\odot$.

2.2.7. Patrón de velocidad o velocidad angular Ω_P

La velocidad angular de la barra es un parámetro cuyo valor aún es materia de discusión, de acuerdo a los diferentes trabajos que intentan determinar este parámetro, el valor de la velocidad angular se encuentra en un intervalo de $40 \text{ km/s/kpc} \leq \Omega_P \leq 70 \text{ km/s/kpc}$ en el caso de la Vía Láctea, el método de Tremaine & Weinberg (1984) es importante en este sentido, ya que permite determinar este parámetro de manera directa.

Bissantz, Englmaier & Gerhard (2008) utilizan modelos de gas en galaxias con brazos y barra y hacen comparaciones con diagramas (l, v) de ^{12}CO y estiman que la velocidad angular de la barra tiene un valor de $60 \pm 5 \text{ km/s/kpc}$.

Martínez-Valpuesta (2012) con simulaciones de N-cuerpos auconsistentes en galaxias barradas y haciendo conteos de estrellas, estima que la velocidad angular de la barra tiene un valor $\Omega_P \leq 42 \text{ km/s/kpc}$.

2.3. Construcción Analítica de los modelos utilizados para la barra

Las estructuras en forma de barra están presentes en un alto porcentaje de galaxias de disco. En la actualidad se sabe que juegan un papel importante en

la dinámica estelar y la dinámica del gas. Entre los diferentes modelos de barras en galaxias, el potencial bidimensional más empleado debido a su simplicidad, ha sido el potencial de la forma: $\Phi_{BAR}(R, \phi) = g(R)\cos(2\phi)$ (Contopoulos & Papayannopoulos 1980). Una gran cantidad de trabajos con modelos tridimensionales para barras galácticas utilizan una distribución de masa con estratificación similar en elipsoides o en esferoides prolatos dada por,

$$\rho_{BAR}(x, y, z) = \begin{cases} \rho_c(1 - m^2)^n, & m \leq 1, \\ 0 & , m \geq 1, \end{cases} \quad (2.4)$$

donde ρ_c es la densidad central y $m^2 = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}$, para un elipsoide los tres semiejes son diferentes y para un esferoide, como por ejemplo el prolato, se cumple que $a > b = c$. Cuando n es un número entero la densidad en la ecuación (2.4) se vuelve la densidad de los elipsoides o esferoides de Ferrers (Binney & Tremaine 1994; Robin et al. 2012, Monari et al. 2013). Cuando $n=0$ tenemos el caso elipsoidal, es decir, un elipsoide homogéneo (Shapiro & Zane 1997; Sanders & Tubbs 1980). El caso $n \neq 0$ que da lugar a elipsoides inhomogéneos, ha sido empleado por Papayannopoulos & Petrou (1983), Petrou & Papayannopoulos (1983), Athanassoula et al. (1983), Teuben & Sanders (1985), Shlosman y Heller (2002). La forma elipsoidal inhomogénea es considerada por Pfenniger (1984) y Kaufmann & Contopoulos (1996).

Modelar la barra y dar una ley de densidad que ajuste lo mejor posible la ley de densidad observada para la barra, nos permitirá construir un modelo tridimensional de la Vía Láctea lo más completo posible. En este trabajo se emplean las ecuaciones (2.2) y (2.3) para la densidad obtenida por Freudenreich (1998). Pichardo et al. (2003) han empleado tres modelos para la barra: un elipsoide traixial, un esferoide prolato inhomogéneo y una superposición de elipsoides que aproxima la ley de densidad en forma de caja observada para la barra. En este trabajo se modela la barra empleando el elipsoide inhomogéneo para reproducir la densidad obtenida por Freudenreich (1998).

En el caso de la Vía Láctea la forma de estratificación con la que se modela la barra no es totalmente elipsoidal. En este caso las superficies de igual densidad también llamadas isocontornos o isofotas tienen la forma de caja y la densidad tiene una forma funcional que resulta ser más complicada que la densidad de la ec. 2.4 (Zhao & Mao 1996; Freudenreich 1998). Para simular la densidad ajustada por Freudenreich (1998), los elipsoides de Ferrers y potenciales simples como

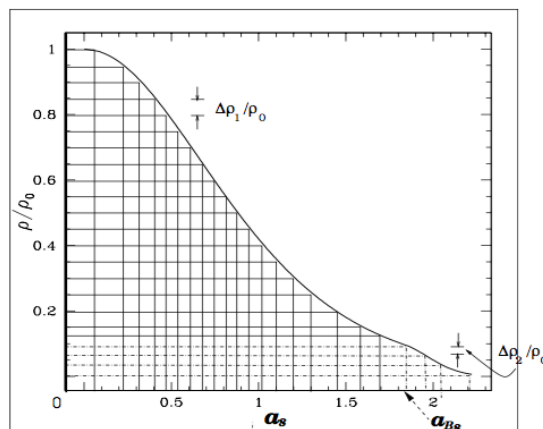


Figura 2.5: Superposición de las componentes elipsoidales homogéneas para aproximar a la barra elipsoidal inhomogénea. Las estratificaciones en la figura señalan la contribución de cada elipsoide homogéneo a la ley de densidad que se observa para la barra. Crédito: Imagen tomada de Pichardo et al. 2004

el de Contoupoulos & Papayannopoulos (1980) resultan inadecuados debido a la complejidad de la ley de densidad. Lo que se busca es aproximar un elipsoide inhomogéneo como una superposición de un número lo suficientemente grande de elipsoides homogéneos y así ajustar la ley de densidad empleando el procedimiento de Schmidt (1956) -ver figura 2.5-.

2.3.1. El elipsoide homogéneo

En este trabajo se simulará una barra triaxial cuya distribución de masa es similar a la distribución dada por Schmidt (1956). El sistema triaxial (barra/bulbo como un elipsoide inhomogéneo) se construye a partir de la superposición de elipsoides homogéneos, la superposición simula la ley de densidad que se observa para la barra construida como un elipsoide inhomogéneo y cuyas ecuaciones están dadas en la teoría del potencial homogéneo (Kellog 1953; Mcmillan 1930). Para un análisis más detallado de las ecuaciones del elipsoide inhomogéneo ver Pichardo et al. (2004), Schmidth (1956).

El centro del elipsoide se ubica en el origen de coordenadas Cartesianas x, y, z , y los semiejes son a, b, c tales que $a > b > c$ como se observa en la Figura (2.3). Las componentes de la fuerza y el potencial en un punto $\mathbf{r}=(x, y, z)$ dado y tal que $G=1$, son:

$$F_x = -\frac{\partial\Phi}{\partial x} = -2\pi\rho abcxA(\lambda), \quad (2.5)$$

$$F_y = -\frac{\partial\Phi}{\partial y} = -2\pi\rho abc yB(\lambda), \quad (2.6)$$

$$F_z = -\frac{\partial\Phi}{\partial z} = -2\pi\rho abc zC(\lambda), \quad (2.7)$$

$$\Phi = -\Pi\rho abcD(\lambda) - \frac{1}{2}\mathbf{r} \cdot \mathbf{F}, \quad (2.8)$$

donde $\rho = \text{cte}$ es la densidad del elipsoide, y $\mathbf{F}=(F_x, F_y, F_z)$ es la fuerza, mientras que $A(\lambda)$, $B(\lambda)$, $C(\lambda)$, $D(\lambda)$ están dadas por,

$$A(\lambda) = \int_{\lambda}^{\infty} \frac{du}{(a^2 + u)\sqrt{\psi(u)}}, \quad (2.9)$$

$$B(\lambda) = \int_{\lambda}^{\infty} \frac{du}{(b^2 + u)\sqrt{\psi(u)}}, \quad (2.10)$$

$$C(\lambda) = \int_{\lambda}^{\infty} \frac{du}{(c^2 + u)\sqrt{\psi(u)}}, \quad (2.11)$$

$$D(\lambda) = \int_{\lambda}^{\infty} \frac{du}{\sqrt{\psi(u)}}, \quad (2.12)$$

con $\psi(u)=(a^2+u)(b^2+u)(c^2+u)$, $\lambda = 0$ si \mathbf{r} está localizado en el interior del elipsoide y si \mathbf{r} es externo al elipsoide, λ es la raíz s mayor de,

$$\frac{x^2}{(a^2 + s)} + \frac{y^2}{(b^2 + s)} + \frac{z^2}{(c^2 + s)} - 1 = 0, \quad (2.13)$$

Las razones axiales de la barra, son $\zeta \equiv \frac{b}{a}$, $\xi \equiv \frac{c}{a}$. Se definen las constantes k y k' como,

$$k = \left(\frac{a^2 - b^2}{a^2 - c^2}\right)^{1/2} = \left(\frac{1 - \zeta^2}{1 - \xi^2}\right)^{1/2} \quad (2.14)$$

$$k' = (1 - k^2)^{1/2} \quad (2.15)$$

y las variables ϕ , θ

$$\text{sen}(\phi) = \left(\frac{a^2 - c^2}{a^2 + u^2}\right)^{1/2} \quad (2.16)$$

$$\text{sen}(\theta) = \left(\frac{a^2 - c^2}{a^2 + \lambda^2} \right)^{1/2} \quad (2.17)$$

Estas ecuaciones permiten obtener lo siguiente,

$$A(\lambda) = 2k^{-2}a^{-3}(1 - \xi^2)^{-3/2}\{F(k, \theta) - E(k, \theta)\}, \quad (2.18)$$

$$B(\lambda) = 2k^{-2}k'^{-2}a^{-3}(1 - \xi^2)^{-3/2}\{E(k, \theta) - k'^2F(k, \theta) - k^2(1 - k^2\text{sen}^2\theta)^{-1/2}\text{sen}\theta\cos\theta\}, \quad (2.19)$$

$$C(\lambda) = 2k'^{-2}a^{-3}(1 - \xi^2)^{-3/2}\{\sqrt{1 - k^2\text{sen}^2\theta}\tan\theta - E(k, \theta)\}, \quad (2.20)$$

$$D(\lambda) = 2a^{-1}(1 - \xi^2)^{-1/2}F(k, \theta), \quad (2.21)$$

$E(k, \theta)$, $F(k, \theta)$ integrales elípticas de la forma,

$$E(k, \theta) = \int_0^\theta \frac{d\phi}{\sqrt{1 - k^2\text{sen}^2\phi}}, \quad (2.22)$$

$$F(k, \theta) = \int_0^\theta \frac{d\phi}{\sqrt{1 - k^2\text{sen}^2\phi}}, \quad (2.23)$$

Definiendo

$$F_1 \equiv -4\pi\zeta\xi(1 - \xi^2)^{-3/2}k^{-2}, \quad (2.24)$$

$$F_2 \equiv F_1k'^{-2}, \quad (2.25)$$

$$F_3 \equiv F_1k^2k'^{-2}, \quad (2.26)$$

$$F_4 \equiv \frac{1}{2}F_1(1 - \zeta^2), \quad (2.27)$$

las expresiones de las fuerzas (2.5), (2.6), (2.7) y el potencial (2.8) son,

$$F_x = F_1\rho x \{F(k, \theta) - E(k, \theta)\}, \quad (2.28)$$

$$F_y = F_2\rho y \{E(k, \theta) - k'^{-2}F(k, \theta) - k^2(1 - k^2\text{sen}^2\theta)^{-1/2}\text{sen}\theta\cos\theta\}, \quad (2.29)$$

$$F_z = F_3 \rho z \left\{ (1 - k^2 \operatorname{sen}^2 \theta)^{-1/2} \tan \theta - E(k, \theta) \right\}, \quad (2.30)$$

$$\Phi = F_4 \rho a^2 F(k, \theta) - \frac{1}{2} \mathbf{r} \cdot \mathbf{F}, \quad (2.31)$$

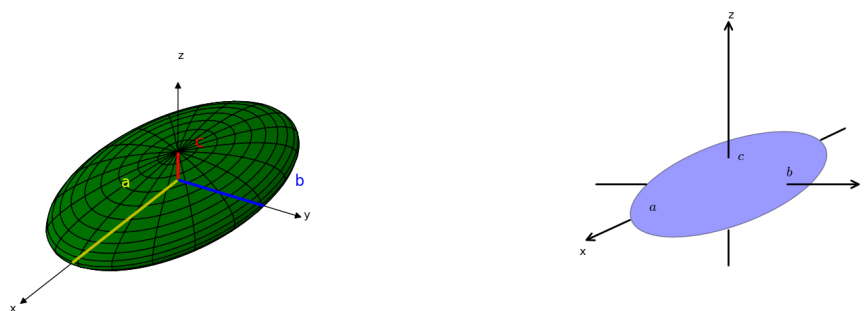


Figura 2.6: Elipsoide homogéneo y sus proyecciones en los planos Cartesianos.



Figura 2.7: Elipsoide homogéneo y sus proyecciones en los planos Cartesianos.



Figura 2.8: Elipsoide homogéneo y sus proyecciones en los planos Cartesianos.



Figura 2.9: Elipsoide homogéneo y sus proyecciones en los planos Cartesianos.

Capítulo 3

Metodología para el análisis orbital estelar

La metodología empleada en este trabajo consiste en realizar estudios de la estructura orbital estelar en el plano galáctico para diferentes modelos de la barra empleando los conocidos *Cortes o Diagramas de Poincaré* y construyendo las familias de órbitas periódicas que caracterizan un sistema determinado.

Cuando se estudian sistemas dinámicos no lineales, el análisis de las propiedades o la simple determinación del *caos* es una tarea complicada. Los diagramas de Poincaré representan uno de los diagnósticos más seguros para la determinación del orden y del *caos* en un sistema dado. En estos diagramas las órbitas *ordenadas* aparecen como curvas pobladas densamente de puntos que representan cada cruce de la órbita con el eje x' ; este tipo de órbitas rodean en su mayoría a las órbitas periódicas que aparecen en los diagramas como puntos o series de puntos. El *caos* sin embargo, aparece como puntos dispersos llenando densamente regiones enteras del diagrama y en muchos casos aparece rodeando a las órbitas periódicas.

La determinación de caos en un sistema desde un punto de vista numérico, requiere de tener muy buena precisión en la integración de las órbitas. Por lo que en este trabajo los códigos empleados realizan los cálculos con el método de Bulirsh-Stoer (Apéndice B). El método de Bulirsh-Stoer es uno de los mejores integradores numéricos debido a su alta precisión y velocidad de cálculo.

3.1. Integral de movimiento de Jacobi

Debido a la naturaleza complicada del conjunto total de componentes necesarias para representar a una galaxia espiral barrada (halo, disco, barra, etc.), el movimiento orbital no se puede resolver analíticamente, sin embargo, es posible seguir su evolución temporal $(x(t), y(t), z(t))$, integrando las ecuaciones de movimiento numéricamente, cubriendo así una gran variedad de condiciones iniciales para producir un mapeo estelar lo más completo posible.

Si tenemos un potencial galáctico total dado en coordenadas Cartesianas de la forma: $\Phi(x, y, z) = \Phi_0(x, y, z) + \Phi_B(x, y, z)$, en donde $\Phi_0(x, y, z)$ es el potencial axisimétrico y $\Phi_B(x, y, z)$ es el potencial no axisimétrico (caso de la barra), lo que se busca es conocer la posición y velocidad de una partícula dada y con ello obtener la ubicación de la órbita en el espacio fase y de configuración.

Las ecuaciones de movimiento que deben resolverse para el estudio de la dinámica orbital son:

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x}, \quad \frac{dy}{dt} = \dot{y}, \quad \frac{dz}{dt} = \dot{z}, \quad (3.1)$$

$$\frac{d\dot{x}}{dt} = -\frac{d\Phi}{dx}, \quad \frac{d\dot{y}}{dt} = -\frac{d\Phi}{dy}, \quad \frac{d\dot{z}}{dt} = -\frac{d\Phi}{dz} \quad (3.2)$$

Como el potencial no es axisimétrico, veremos variaciones temporales del potencial si nos colocamos en un marco de referencia desde el cual la barra se mueve a una velocidad angular Ω_P dada constante, es decir desde un sistema inercial, desde el cual no podríamos decir que exista conservación de energía. Sin embargo cuando nos colocamos en el sistema de referencia en el que la barra permanece fija (sistema no inercial), nos encontraremos en un sistema acelerado, pero el potencial será independiente del tiempo, por lo que tendremos otra vez una integral de movimiento, la conocida como energía de Jacobi.

Es conveniente entonces resolver las ecuaciones de movimiento desde el sistema no inercial, siguiendo la evolución en ambos sistemas y simplemente utilizando las ecuaciones de transformación de un sistema de referencia inercial a uno acelerado (no inercial) y ambos con origen en el centro galáctico. Las ecuaciones de transformación son las siguientes,

$$\mathbf{v}' = \mathbf{v} - \boldsymbol{\Omega}_P \times \mathbf{r}', \quad (3.3)$$

donde \mathbf{v} y \mathbf{v}' son las velocidades en los sistemas de referencia inercial y no inercial respectivamente y $\boldsymbol{\Omega}_P$ es la velocidad angular de la barra, mientras que $\mathbf{r}' = \mathbf{r}$ es la posición de la partícula. La aceleración en forma general está dada por,

$$\mathbf{a}' = \mathbf{a} - 2\boldsymbol{\Omega}_P \times \mathbf{v}' - \boldsymbol{\Omega}_P \times (\boldsymbol{\Omega}_P \times \mathbf{r}'), \quad (3.4)$$

donde \mathbf{a} y \mathbf{a}' son las aceleraciones en los sistemas de referencia inercial y no inercial respectivamente, cuando tomamos $\frac{d\boldsymbol{\Omega}_P}{dt} = 0$.

La integral de Jacobi nos permite de esta forma hacer la integración de órbitas para el análisis estelar cuando se le utiliza como un diagnóstico del error, debido a que siendo una integral de movimiento, debe de conservarse aproximadamente igual a lo largo de una órbita dada.

En el caso de la barra, sabemos que el potencial es no axisimétrico y que la barra rota a una velocidad angular dada,

$$\boldsymbol{\Omega}_P = \Omega_P \hat{\mathbf{k}}', \quad \Omega_P > 0,$$

donde $\hat{\mathbf{k}}'$ es un vector que apunta en la dirección del polo norte Galáctico. Si a_0 es la aceleración producida por una distribución de masa con simetría rotacional (i.e el potencial axisimétrico de fondo) y $a_B = F_B$ es la aceleración producida por la barra, las ecuaciones de movimiento en un potencial rotante no axisimétrico, es decir, en el sistema no inercial son,

$$\mathbf{a}' = \mathbf{a}_0 + \mathbf{F}_B - \boldsymbol{\Omega}_P \times (\boldsymbol{\Omega}_P \times \mathbf{r}') - 2\boldsymbol{\Omega}_P \times \mathbf{v}'. \quad (3.5)$$

En coordenadas Cartesianas el término centrífugo de la ecuación anterior es,

$$\boldsymbol{\Omega}_P \times (\boldsymbol{\Omega}_P \times \mathbf{r}') = -\hat{\mathbf{i}}' \Omega_P^2 x' - \hat{\mathbf{j}}' \Omega_P^2 y'. \quad (3.6)$$

Mientras que el término de Coriolis es,

$$\boldsymbol{\Omega}_P \times \mathbf{v}' = \hat{\mathbf{i}}' \Omega_P^2 y' - \hat{\mathbf{j}}' \Omega_P^2 x', \quad (3.7)$$

Si $\mathbf{a}_0 = a_{0x'} \hat{\mathbf{i}}' + a_{0y'} \hat{\mathbf{j}}' + a_{0z'} \hat{\mathbf{k}}'$ y $\mathbf{a}' = a'_{x'} \hat{\mathbf{i}}' + a'_{y'} \hat{\mathbf{j}}' + a'_{z'} \hat{\mathbf{k}}'$, obtenemos las componentes Cartesianas de la aceleración en términos de las fuerzas producidas por el potencial axisimétrico y el de la barra en las siguientes expresiones,

$$\mathbf{a}'_{x'} = \mathbf{a}_{0x'} + \mathbf{F}_{B_{x'}} - \Omega_P^2 x' - 2\Omega_P \dot{y}' = \ddot{x}', \quad (3.8)$$

$$\mathbf{a}'_{y'} = \mathbf{a}_{0y'} + \mathbf{F}_{B_{y'}} - \Omega_P^2 y' - 2\Omega_P \dot{x}' = \ddot{y}', \quad (3.9)$$

$$\mathbf{a}'_{z'} = \mathbf{a}_{0z'} + \mathbf{F}_{B_{z'}} = \ddot{z}'. \quad (3.10)$$

En el marco de referencia no inercial (que se mueve a la velocidad angular de los brazos o barra, tenemos un potencial independiente del tiempo que nos proporciona una integral de movimiento (Binney & Tremaine 1994), que es la integral de Jacobi definida como,

$$E_J = \frac{1}{2} \mathbf{v}'^2 + \phi_0 + \phi_B - \frac{1}{2} | \boldsymbol{\Omega}_P \times \mathbf{r}' |^2, \quad (3.11)$$

donde ϕ_0 es el potencial por unidad de masa axisimétrico y ϕ_B es el potencial de la barra (o brazos). El término $\frac{1}{2} | \boldsymbol{\Omega}_P \times \mathbf{r}' |^2$ es llamado potencial centrífugo. La suma del potencial centrífugo y el potencial total es llamada potencial efectivo,

$$\phi_{eff} = \phi_0 + \phi_B - \frac{1}{2} | \boldsymbol{\Omega}_P \times \mathbf{r}' |^2. \quad (3.12)$$

En coordenadas Cartesianas, siendo Ω_P un vector con una sola componente en la dirección de z , podemos escribir la energía de Jacobi como,

$$E_J = \frac{1}{2} (\dot{x}'^2 + \dot{y}'^2 + \dot{z}'^2) + \phi_0(\mathbf{r}') + \phi_B(\mathbf{r}') - \frac{1}{2} \Omega_P^2 (x'^2 + y'^2) \quad (3.13)$$

3.1.1. Potencial Rotante

Las ecuaciones de movimiento del potencial rotante son,

$$\ddot{\mathbf{r}}' = -\nabla_{\mathbf{r}'} \Phi - 2(\boldsymbol{\Omega}_P \times \dot{\mathbf{r}}') - \boldsymbol{\Omega}_P \times (\boldsymbol{\Omega}_P \times \mathbf{r}'), \quad (3.14)$$

donde $\boldsymbol{\Omega}_P \times (\boldsymbol{\Omega}_P \times \mathbf{r}')$ es el término de la fuerza centrífuga. Mientras que el término de Coriolis está dado como $-2\boldsymbol{\Omega}_P \times \dot{\mathbf{r}}'$.

Se puede arreglar la ecuación (3.14) para obtener la integral de Jacobi, definida como,

$$E_J = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{r}}'^2 + \Phi - \frac{1}{2} | \boldsymbol{\Omega}_P \times \mathbf{r}' |^2. \quad (3.15)$$

Para un potencial realista con componentes axisimétricas y componentes no axisimétricas como una barra (o brazos), simplemente se suman las contribuciones al potencial. Dado que $\boldsymbol{\Omega}_P$ es perpendicular al plano galáctico x, y podemos reescribir la integral de Jacobi como,

$$E_J = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{r}}'^2 + \Phi_{AS} + \Phi_{Bar} - \frac{1}{2} | \boldsymbol{\Omega}_P \times \mathbf{r}' |^2, \quad (3.16)$$

donde Φ_{AS} es la contribución de las componentes axisimétricas al potencial y Φ_{Bar} es la contribución de la componente no axisimétrica. El término $\frac{1}{2} | \boldsymbol{\Omega}_P \times \mathbf{r}' |^2$ es llamado *Potencial centrífugo*. Mientras que la suma dada como, $\Phi_{AS} + \Phi_{Bar} + \frac{1}{2} | \boldsymbol{\Omega}_P \times \mathbf{r}' |^2$ es llamada *Potencial efectivo*.

Finalmente, podemos reescribir la integral de Jacobi como,

$$E_J = \frac{1}{2} (v_x^2 + v_y^2) + \Phi_{AS} + \Phi_{Bar} - \frac{1}{2} \Omega_P^2 (x^2 + y^2). \quad (3.17)$$

3.2. Diagramas de Poincaré

Los diagramas de Poincaré (llamados así en honor a Henri Poincaré) son secciones del espacio fase que permiten estudiar el comportamiento orbital de una galaxia analizando de manera directa cortes de órbitas en el espacio fase (de posiciones y velocidades). Por supuesto, analizar órbitas en el espacio real de manera directa es una primera posibilidad para realizar estudios de comportamiento orbital, sin embargo es muy complicado porque por ejemplo, a excepción de las órbitas periódicas, las órbitas ordenadas y caóticas resultan difíciles de identificar después de un corto número de revoluciones alrededor del centro galáctico.

El hecho de hacer nuestros análisis de movimientos de estrellas en el espacio fase de seis dimensiones y con coordenadas Cartesianas, $x', y', z', \dot{x}', \dot{y}', \dot{z}'$, es un primer paso para simplificar el problema. Podemos analizar el movimiento de una partícula, al restringirnos al plano galáctico, en el cual sólo se utilizan cuatro dimensiones, $x', y', \dot{x}', \dot{y}'$, pero el análisis en cuatro dimensiones sigue siendo aún complicado, pues no podemos visualizarlo.

Por otro lado, la constante de Jacobi $E_J(x', y', \dot{x}', \dot{y}')$ es una cantidad conservada en el sistema no inercial (sistema fijo respecto a los brazos espirales o respecto a la barra) y esto permite graficar el movimiento de una estrella en un espacio de tres dimensiones (x', y', \dot{x}'), donde \dot{y}' sería determinada (con dos posibilidades en el signo por la forma cuadrática de la integral de Jacobi en \dot{y}') por un

valor conocido de E_J , entonces, analizar las gráficas en tres dimensiones no deja de ser una tarea difícil, por lo que la opción más viable es analizar los puntos en los cuales la estrella cruza algún plano en el espacio fase ya mencionado, es decir cruces en el plano $y' = 0$. La ambigüedad del signo en \dot{y}' , se elimina al graficar sólo las coordenadas (x', \dot{x}') cuando $\dot{y}' > 0$. Lo que es equivalente a tomar los valores de x' y \dot{x}' cada vez que la estrella cruza el eje x' en la dirección positiva del eje y' .

Los cruces de las órbitas con $\dot{y}' < 0$ son tomados en cuenta para reducir el tiempo de integración. Estos cruces con $\dot{y}' < 0$, se incorporan al diagrama de Poincaré con $\dot{y}' > 0$ graficando los puntos $-x' \rightarrow -x', \dot{x}' \rightarrow -\dot{x}'$.

Al graficar los cruces mencionados en un diagrama de \dot{x}' vs x' se obtiene un diagrama de Poincaré (Figura 3.1). Las curvas unidimensionales en estos diagramas revelan la existencia de una integral de movimiento adicional a la integral de Jacobi (desconocida analíticamente).

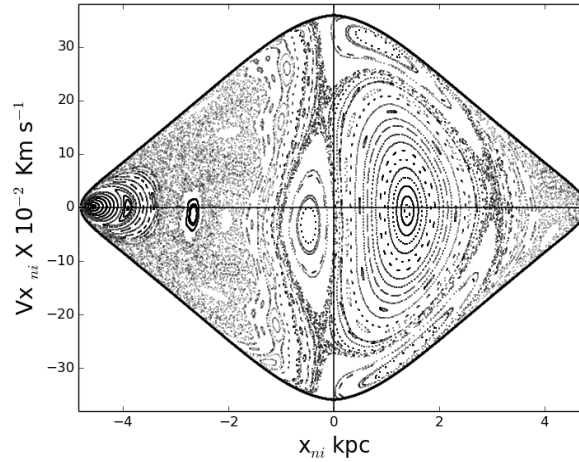


Figura 3.1: Diagrama de Poincaré. La región $x' > 0$ es la región retrógrada, y la región $x' < 0$ es la región prógrada. Al construir el diagrama de Poincaré, dado un valor de la energía de Jacobi hay que considerar los puntos cuando $v_y = 0$, así como los puntos que cruzan el plano, es decir, puntos para los cuales $y = 0$. De este modo podemos obtener v_x , que representa la condición que define la frontera o también llamada curva de velocidad cero.

En el caso específico de una galaxia, donde $\Omega_p < 0$ se define una órbita prógrada como aquella que cruza el eje $x' < 0$ (en el sistema no inercial) tal que $\dot{y}' >$

0. Las órbitas retrógradas son aquellas para las que en $x' > 0$ se tiene $\dot{y}' > 0$. Se dice entonces que la parte derecha del diagrama de Poincaré $x' > 0$ es la región retrógrada y la parte izquierda $x' < 0$ es llamada la región prógrada.

Para una constante de Jacobi dada, se construye una familia de órbitas como las de las Figuras 4.4 y 4.10.

Estas órbitas están restringidas a un área en el plano (x', \dot{x}') , definida por la restricción,

$$E_J \geq \frac{1}{2} \dot{x}'^2 + \Phi_{eff}(x', 0) \quad (3.18)$$

donde $\Phi_{eff}(x', y') = \Phi_0(x', y') + \Phi_B(x', y') - \frac{1}{2} \Omega_P(x'^2 + y'^2)$, es el potencial efectivo.

3.3. Órbitas Periódicas

Las órbitas estelares constituyen la parte fundamental de la dinámica de las galaxias en cuanto a su estructura. Esto se debe a que el concepto de órbitas estelares queda bien definido en un sistema no colisional, como una galaxia, si consideramos el tiempo largo que le toma a una órbita evolucionar en un potencial galáctico suave (incluso si es dependiente del tiempo). El análisis en el espacio fase utilizando diagramas de Poincaré, sigue siendo importante para el estudio del comportamiento y la dinámica orbital, el problema es determinar si un modelo dinámico es autoconsistente orbitalmente, lo cual depende, principalmente de saber si la estructura orbital apoya a un potencial impuesto como el de los brazos espirales o el de la barra en una galaxia. En este sentido tenemos a las llamadas órbitas periódicas que son las órbitas más simples e importantes en un potencial porque éstas son seguidas de cerca por conjuntos de órbitas no periódicas e incluso por regiones de caos que forman tubos alrededor de las órbitas periódicas. Las órbitas periódicas estables son las que conforman el conocido como “*Esqueleto dinámico estelar*” de los sistemas, y en diagramas en el espacio fase, éste tipo de órbitas produce un número finito de intersecciones (o puntos en el diagrama de Poincaré), alrededor de los cuales se forman regiones grandes de órbitas ordenadas, islas (tubos alrededor de tubos) y regiones caóticas. Las órbitas periódicas más importantes en una barra son las conocidas como X_1 , que tienen forma oval, vistas desde el sistema de referencia no inercial de la barra.

En un modelo con potencial estacionario para una galaxia como el empleado en este trabajo es recomendable comprobar de alguna forma la autoconsistencia al evolucionar el sistema en el tiempo (cosa que, vale la pena mencionar, muy pocos trabajos en la literatura intentan cuando proponen modelos estacionarios *ad hoc*). Es decir, se debe comprobar que el potencial impuesto perdure de forma aproximadamente estable por largos períodos de tiempo sin incrementar su masa o debilitarse lo suficiente como para desaparecer rápidamente.

Capítulo 4

Estudios Dinámico Estelares

Las barras como ya se mencionó en el Capítulo 3, son fundamentales desde el punto de vista dinámico ya que pueden inducir la formación de brazos espirales, la formación de bulbos (por inestabilidades), alimentar de gas el centro Galáctico, producir grandes cantidades de migración y calentamiento, modifican la química a gran escala de las galaxias, entre otras cosas.

Las siguientes secciones presentan algunos resultados gráficos, en forma de diagramas de Poincaré, así como órbitas individuales en el sistema de referencia inercial y en el no inercial, junto con la construcción de familias de órbitas periódicas del tipo x_1 en algunos modelos. Esto nos dará información acerca del comportamiento dinámico orbital y estabilidad del modelo correspondiente. Los parámetros que se estudian a lo largo de este trabajo son: la velocidad angular, el ángulo de orientación entre las barras, los tamaños de las barras, las masas de las barras y la energía de las familias orbitales, desde las más ligadas gravitacionalmente (cercanas al centro galáctico) a las menos ligadas (zona de corrotación de las barras) y radios de escala.

Primero se realizó un análisis general para galaxias con configuraciones y morfologías para una barra triaxial, tipo Vía Láctea y se estudian diferentes configuraciones de radios, masas, velocidades angulares y ángulos de orientación, para la barra triaxial. Los parámetros correspondientes a los modelos de la barra triaxial se muestran en la tabla 4.1. Las tablas 4.1, 4.2, 4.3 muestran la manera en que se tomaron los parámetros para construir los diagramas. En algunos casos aparecen diversos valores del parámetro de energía ya que la energía correspondiente a la zona de corrotación puede ser diferente para cada modelo, cabe mencionar que resulta de interés observar los fenómenos dinámicos que suceden cerca de esta

zona de corrotación, dado que ésto nos da una idea de la estabilidad del sistema. Esta región es a partir de la cual las partículas pueden salir hacia la región externa del espacio fase, sin dejar de estar ligadas gravitacionalmente.

Con el fin de hacer un análisis estadístico se presentan los diagramas de Poincaré obtenidos en forma de mosaicos, en los que varía de manera separada y a diferentes energías los diferentes parámetros de la barra. Se realizó la construcción de familias de órbitas periódicas para modelos con diferentes razones de masa, con el fin de ilustrar su comportamiento orbital (Figura 4.3 y Figura 4.5). Este tipo de construcción también se hizo para un modelo con parámetros correspondientes a la Vía Láctea (Figura 4.14) y para una barra triaxial correspondiente a una configuración de radios de escala dada (Figura 4.16).

La segunda parte este análisis se realizó en modelos con parámetros para La Vía Láctea tomados de datos del COBE/DIRBE. En esta parte se consideró el caso en el que las barras tienen un ángulo de orientación de 90° , es decir, las barras son perpendiculares. También se realizó el barrido a diferentes velocidades angulares y ángulos de orientación. Finalmente, se realizó la construcción de familias de órbitas periódicas para el caso de las barras perpendiculares en un modelo para la Vía Láctea.

4.1. Efecto de la velocidad angular

La primer serie de experimentos consistió en la construcción de diagramas de Poincaré en modelos galácticos que comparten los mismos parámetros pero variando la velocidad angular. La velocidad angular de las estructuras de gran escala en galaxias de disco es el parámetro dinámico de mayor relevancia. Este parámetro define la posición de las resonancias en el disco, que a su vez determina desde el tamaño mismo de estas estructuras gigantes, hasta características complicadas de los potenciales como la cantidad de caos orbital, el mezclaje radial y vertical, entre otras cosas. De esta forma se obtienen los diagramas de Poincaré a diferentes energías para los respectivos valores de la velocidad angular. Las diferentes familias de energía de Jacobi representan órbitas cada vez más ligadas (es decir cercanas al centro galáctico) cuanto más negativa es la integral de movimiento. La Figura 4.1 muestra que este modelo en particular es caótico para todas las velocidades angulares empleadas. En la figura podemos ver en las energías cercanas a la zona de corrotación, es decir los diagramas superiores, que

Cuadro 4.1: Parámetros de los modelos de barra triaxial, esta tabla muestra los parámetros utilizados en los diagramas correspondientes al caso de una barra triaxial. La primera columna indica el tipo de barra utilizada en el modelo y menciona el parámetro que está variando.

Modelo	Factor de escala en z para la barra 2 (kpc)	Radios de las barras (kpc)	Masas de las barras (gmu)	Orientación entre las barras ϕ ($^{\circ}$)	Ω_P (km s $^{-1}$ kpc $^{-1}$)	E_J (100 km 2 s $^{-2}$)	Figura
Barra triaxial (bulbo/barra + disco y halo) a diferentes velocidades angulares de la barra	az2 = 0.44	Rb1 = 1.75 Rb2 = 3.5	Mb1 = 363.6 Mb2 = 242.4	20,50	-30 -40 -50 -60	-2000 -2100 -2300 -2600	4.1,4.2
Barra triaxial (bulbo/barra + disco y halo) a diferentes ángulos de orientación	az2 = 0.44	Rb1 = 1.75 Rb2 = 3.5	Mb1 = 363.6 Mb2 = 242.4	20 30 40 50 60 70 80 90	-60	-1900 -2000 -2100 -2300 -2500	4.6,4.7
Barra triaxial (bulbo/barra + disco y halo) a diferentes razones de la masa de la barra	az2 = 0.44	Rb1 = 1.75 Rb2 = 3.5	Mb1 = 242.4 Mb2 = 363.6 - Mb1 = 363.6 Mb2 = 242.4 - Mb1 = 484.9 Mb2 = 121.1 - Mb1 = 545.4 Mb2 = 60.6 - Mb1 = 303 Mb2 = 303	20	-50	-1900 -2000 -2300 -2600	4.8
Barra triaxial (bulbo/barra + disco y halo) a diferentes razones del radio de la barra	az2 = 0.44	Rb1 = 1.75 Rb2 = 3.5 - Rb1 = 2.25 Rb2 = 4.5 - Rb1 = 3.5 Rb2 = 3.5 - Rb1 = 4.5 Rb2 = 4.5 - Rb1 = 3.5 Rb2 = 5	Mb1 = 363.6 Mb2 = 242.4	20	-60	-1900 -2000 -2100 -2300 -2600	4.9

Cuadro 4.2: Parámetros de los modelos correspondientes al caso de la Vía Láctea. En esta tabla así como en la Tabla 4.1, se puede observar cómo, para cada modelo, un parámetro puede tener diversos valores, mientras que para ese modelo los demás parámetros pueden permanecer fijos.

Modelo	Factor de escala en z para la barra 2 (kpc)	Radios de las barras (kpc)	Masas de las barras (gmu)	Orientación entre las barras ϕ ($^{\circ}$)	Ω_P (km s $^{-1}$ kpc $^{-1}$)	E_J (100 km 2 s $^{-2}$)	Figura
Barra triaxial (bulbo/barra + disco y halo) tipo Vía Lactea a diferentes razones del radio de la barra	az2 = 0.3	Rb1 = 3.5 Rb2 = 4.5 - Rb1 = 3 Rb2 = 5 - Rb1 = 4.5 Rb2 = 6 - Rb1 = 3 Rb2 = 6	Mb1 = 423 Mb2 = 183	20	-60	-2100 -2000 -2300 -2500	4.11
Barra triaxial (bulbo/barra + disco y halo) tipo Vía Lactea a diferentes razones de la velocidad angular de la barra en la	az2 = 0.3	Rb1 = 3.5 Rb2 = 4.5	Mb1 = 423 Mb2 = 183	90	-50 -60 -80	-2000 -2100 -2300 -2500	4.12
Barra triaxial (bulbo/barra + disco y halo) a diferentes orientaciones de las barras para la Vía Láctea	az2 = 0.3	Rb1= 3.5 Rb2 = 4.5	Mb1 = 423 Mb2 = 183	70 80 90	-60	-2000 -2300 -2500	4.13

Cuadro 4.3: Parámetros correspondientes a la barra triaxial a diferentes configuraciones de los radios de escala de la Figura 4.15

Modelo	Radios de escala (kpc)	Radios de las barras (kpc)	Masas de las barras (gmu)	Orientación entre las barras ϕ ($^\circ$)	Ω_P ($\text{km s}^{-1} \text{kpc}^{-1}$)	E_J ($100 \text{ km}^2 \text{ s}^{-2}$)	Figura
Barra triaxial (bulbo/barra + disco y halo) a diferentes configuraciones de radios de escala	Configuración 1 ax = 1.7 ay = 0.85 az = 0.2						
	ax2 = 2.5 ay2 = 1.25 az2 = 0.8						
	Configuración 2 ax = 1 ay = 0.5 az = 0.3						
	ax2 = 2 ay2 = 1 az2 = 0.8						
	Configuración 3 ax = 1.6 ay = 0.7 az = 0.3	Rb1 = 2 Rb2 = 5	Mb1 = 303 Mb2 = 303	60	-60	-2100 -2300 -2450 -2500	4.15
	ax2 = 3.5 ay2 = 1.8 az2 = 1						
	Configuración 4 ax = 1.3 ay = 0.5 az = 0.2						
	ax2 = 2.5 ay2 = 1.3 az2 = 0.8						

el caos es dominante en toda la región prógrada. Sin embargo, para la órbitas más ligadas, la barra parece mantener órbitas muy estables, es decir, este modelo parece ser estable hasta las órbitas más externas de la barra. Las características de este modelo muestran que se trata de un caso que, aunque es estable, produce una gran riqueza orbital y complicadas regiones resonantes con numerosas islas.

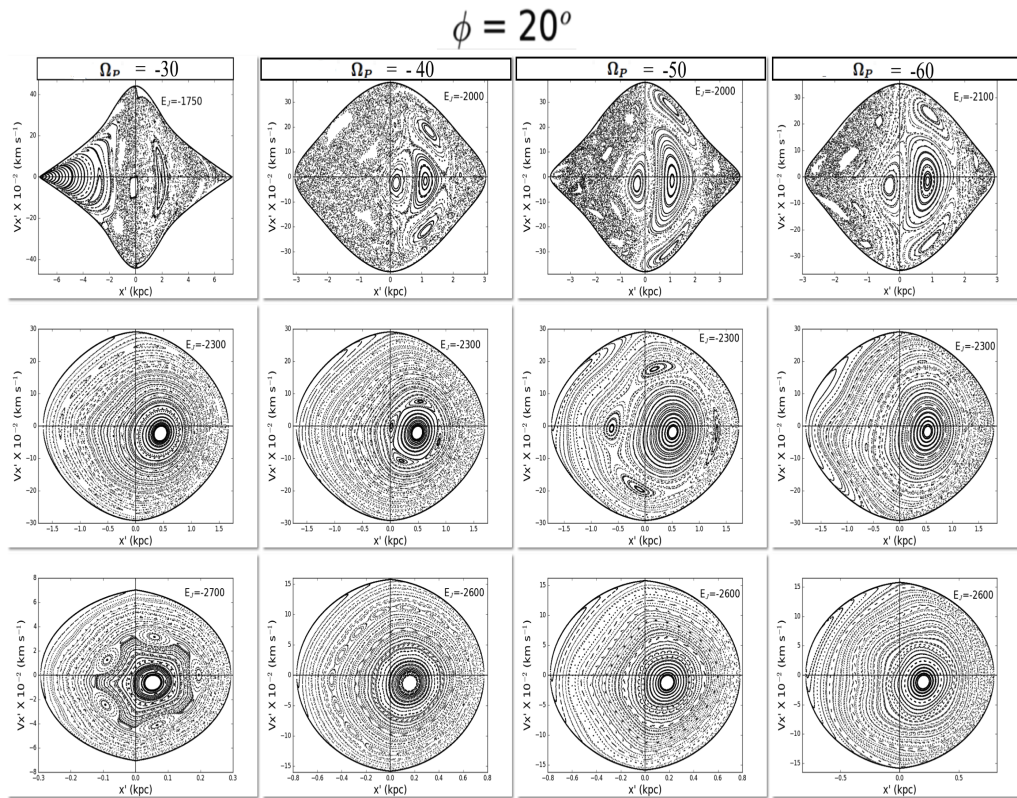


Figura 4.1: Diagramas de Poincaré para una barra triaxial a diferentes energías de Jacobi y diferentes valores de la velocidad angular. Las unidades de E_J son $100 \text{ km}^2 \text{ s}^{-2}$. En este modelo las masas de las dos barras son del 60 % y 40 % de la masa total de la barra calculada para la Vía Láctea (606 gmu). El ángulo entre las barras es de 20° para barras con una razón entre los semiejes de $R = 0.5$, es decir, el semieje de la barra 1 es, $R_{b1} = 1.75 \text{ kpc}$ y el semieje de la barra 2, $R_{b2} = 3.5$.

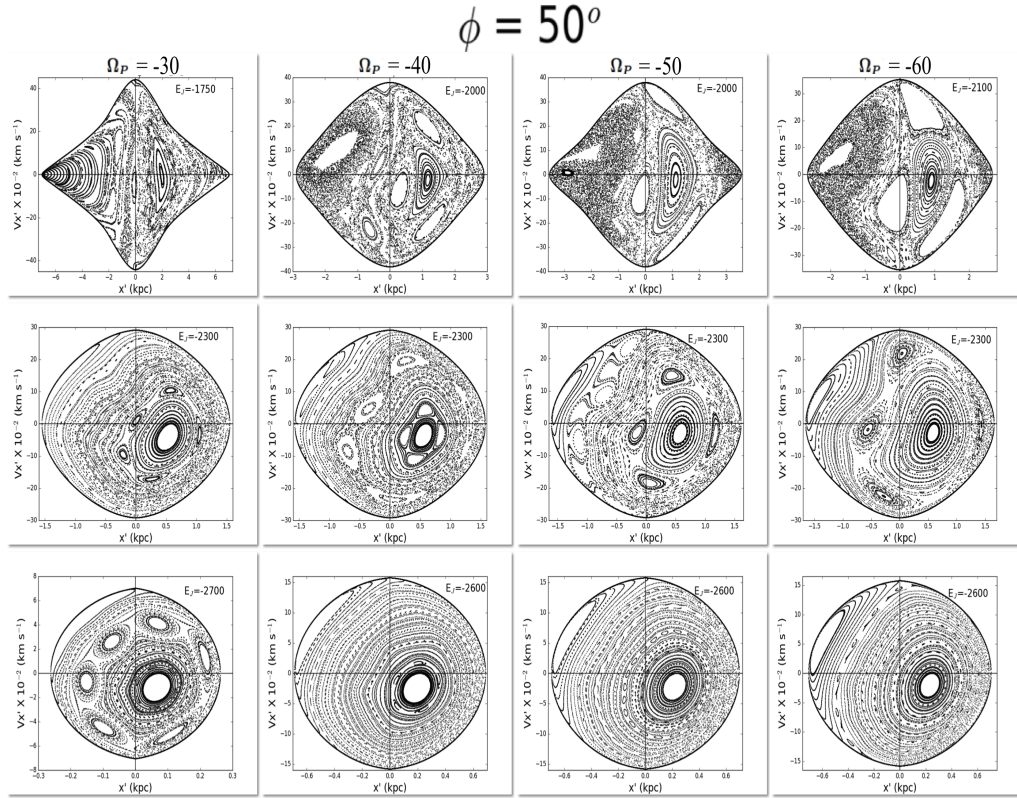


Figura 4.2: Diagramas de Poincaré para una barra triaxial a diferentes energías de Jacobi y diferentes valores de la velocidad angular. Las unidades de E_J son $100 \text{ km}^2 \text{ s}^{-2}$. En este modelo las masas de las dos barras son del 60 % y 40 % de la masa total de la barra calculada para la Vía Láctea (606 gmu). El ángulo entre las barras es de 50° para barras con una razón entre los semiejes de $R = 0.5$, es decir, el semieje de la barra 1 es $R_{b1} = 1.75 \text{ kpc}$ y el semieje de la barra 2 $R_{b2} = 3.5$.

En la Figura 4.3, se muestra una familia de órbitas periódicas estables del tipo $x1$ para un modelo con una velocidad angular de $-60 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ y con un ángulo entre las barras de 50° . La barra 1 en color rojo contiene un 60 % de la masa total, mientras que la barra 2 contiene el 40 % de la masa total. La existencia de estas órbitas es fundamental para la duración de un sistema porque indican estabilidad, además de esculpir aproximadamente el potencial, es decir, por ejemplo, para una estrella individual, estas órbitas son circulares, como son aproximadamente los discos de acreción alrededor de las estrellas, en el caso de una barra, por otro lado, estas órbitas son aproximadamente elípticas y el resto

de las órbitas libran haciendo epiciclos alrededor de éstas. Como puede verse en el diagrama de las órbitas periódicas, donde se dibuja esquemáticamente la posición y longitud de las barras, las periódicas asociadas a la barra menor (pero más masiva), se forman sufriendo una desviación importante de la forma simple de una elipse. Esto indica que la presencia de la barra mayor impuesta afecta las órbitas periódicas, sin embargo no es lo suficientemente masiva para lograr el apoyo orbital que necesita para su existencia como una figura de larga duración. Esto significa que, aunque el sistema parece estable en el sentido de la producción de caos, no es apoyado por las órbitas periódicas para mantenerse por períodos de tiempo muy largos.

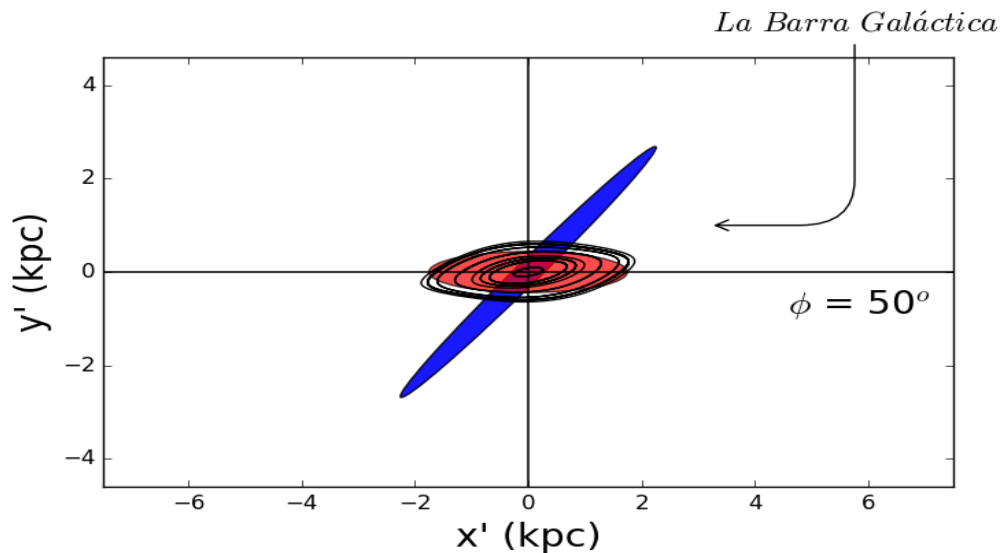


Figura 4.3: Familia de órbitas x_1 para la barra. La barra en rojo constituye el 60 % de la masa total del modelo, la barra en azul constituye un 40 % de la masa total. La velocidad angular es de $-60 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. El ángulo entre las barras es 50° . La barra 1 tiene un semieje de 1.75 kpc, la barra 2 tiene un semieje de 3.5 kpc

Una disección de los diagramas de Poincaré nos permite obtener las órbitas individuales y periódicas en el espacio de configuración. Las Figuras 4.4 y 4.10 muestran parte de esta disección; en la parte superior de cada recuadro se

muestran las órbitas individuales en el sistema de referencia inercial, en la parte inferior del recuadro se muestra la órbita en el sistema de referencia no inercial que rota con la barra. Del lado izquierdo del diagrama aparece la órbita periódica en ambos sistemas de referencia. En la Figura 4.4 se observa que existe una familia de órbitas periódicas en la región prógrada, sin embargo existe una zona caótica alrededor de la zona de periodicidad. El caos es predominante en la zona prógrada/retrógrada para este modelo. Las órbitas periódicas en el caso de la barra para un modelo en el que el bulbo-barra (es decir, la barra más masiva) tiene el 80 % de la masa total no sufren una deformación considerable. Estas comienzan a deformarse notablemente a partir del caso en el que el bulbo-barra tiene aproximadamente el 70 % de la masa total y la barra larga posee desde aproximadamente el 30 % de la masa total, como se observa en la Figura 4.10. Se puede inferir de las Figuras 4.6 y 4.7 que cerca de corrotación (hacia las regiones más externas) existe estabilidad en la región prógrada lo que se ve claramente con la presencia de familias de órbitas periódicas en esa región, pero a medida que la energía se hace más negativa, pero aun estando cerca de corrotación, las órbitas periódicas desaparecen dando lugar a caos en la región prógrada, lo que puede deberse a la presencia de una barra más masiva hacia el centro. La Figura 4.10 corresponde al caso de un sistema con una energía cerca de corrotación, en este diagrama se pueden observar un comportamiento estable en la región prógrada, las órbitas que corresponden a la zona de momento angular cero existen en este diagrama, sin embargo las órbitas en la región prógrada y retrógrada tienden a ocupar la mayor parte del diagrama lo que está en concordancia con un potencial axisimétrico, las órbitas de momento angular cero son aquellas órbitas que no tienen un sentido de circulación definido, en la Figura 4.10 esta órbita es la órbita individual que aparece en el centro del diagrama y que parece cruzar su centro en cada vuelta.

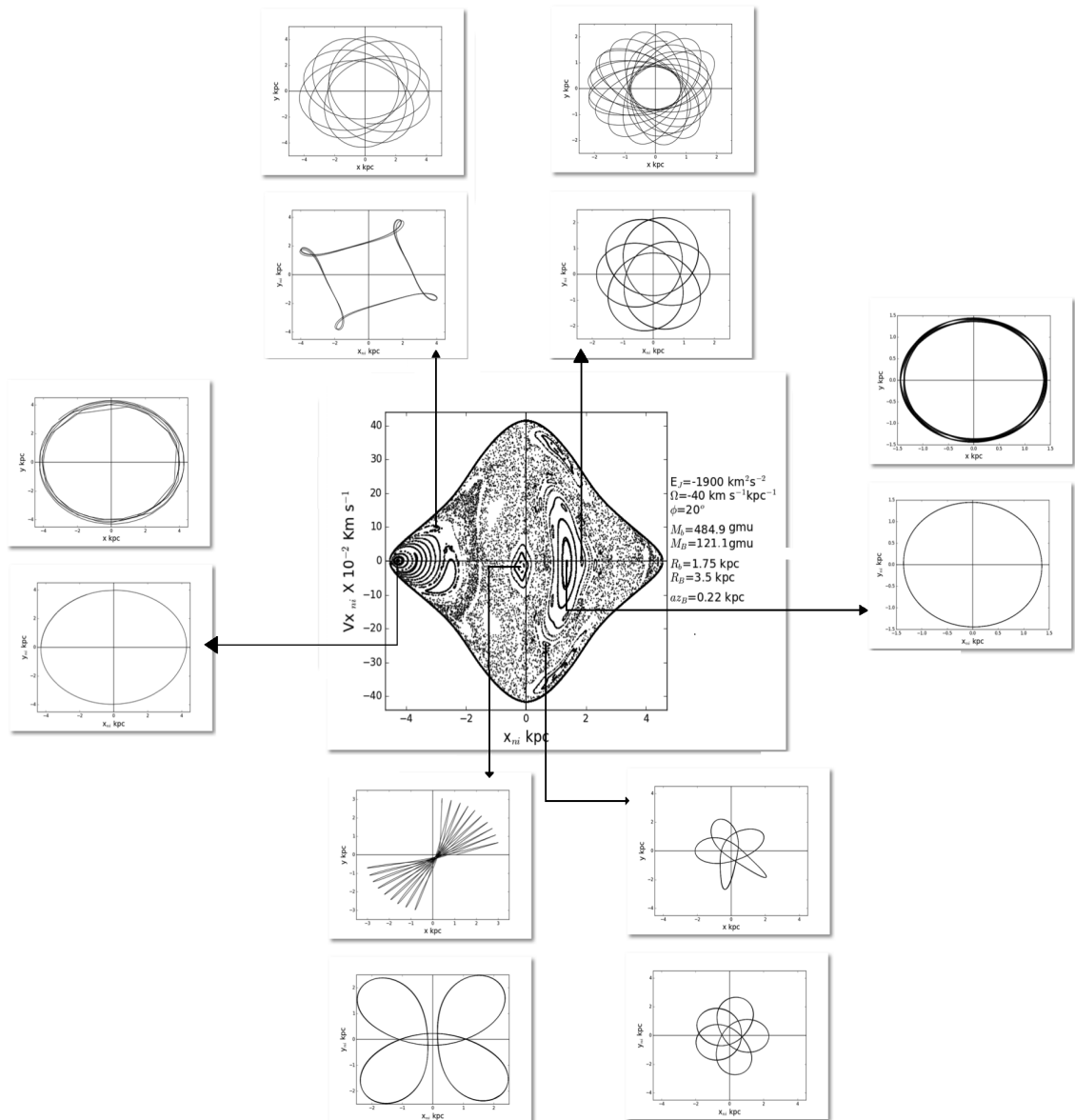


Figura 4.4: Órbitas individuales para un modelo en el que la barra 1 contiene el 80 % (484.9 gm_u) de la masa mientras que la barra 2 solo el 20 % (121.1 gm_u) de la masa total central del modelo. La velocidad angular de la barra es -40 km/s/kpc, el ángulo entre las barras es 20°. La barra 1 tiene un semieje de 1.75 kpc, la barra 2 tiene un semieje de 3.5 kpc

Un análisis de órbitas x1 para una barra 1 (rojo) con un 80 % de la masa total y una barra 2 (azul) se presenta en la Figura 4.5.

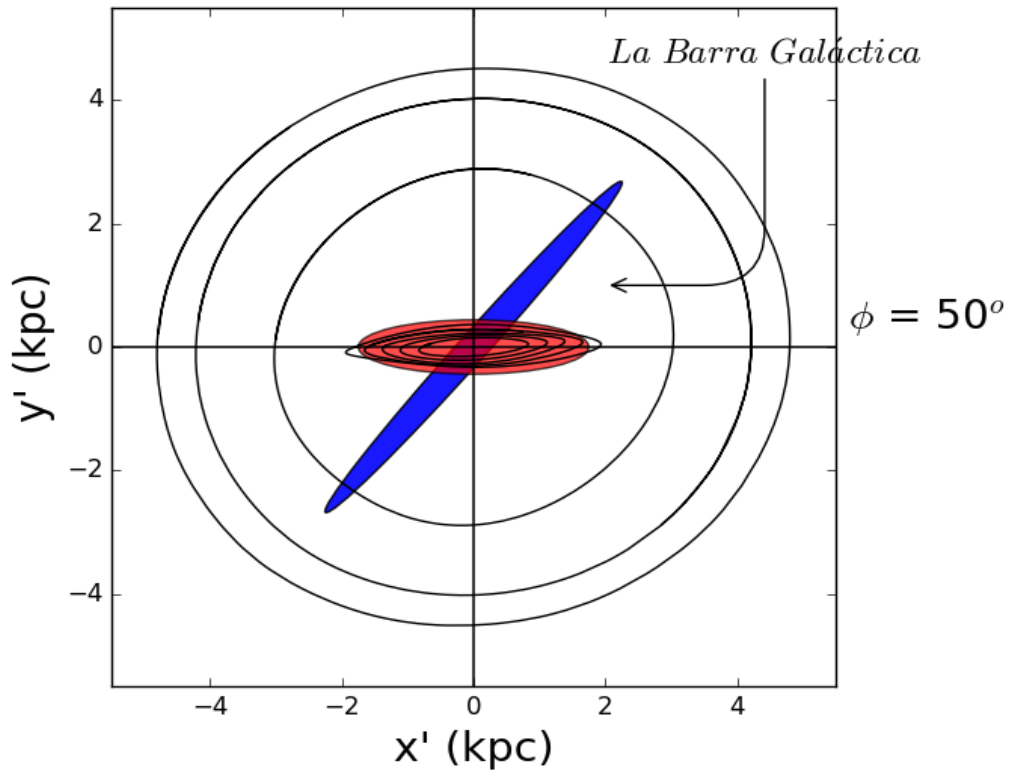


Figura 4.5: Familia de órbitas x_1 para la barra triaxial. La barra en rojo constituye el 80 % de la masa total del modelo, la barra en azul constituye un 20 % de la masa total. El ángulo entre las barras es de $\phi = 50^\circ$. La barra 1 tiene un radio de 1.75 kpc, la barra 2 tiene un radio de 3.5 kpc. La velocidad angular de las barras es de -40 km/s/kpc

Concluimos que para un modelo fijo determinado de una barra doble, es decir donde las características estructurales son las mismas, el cambio en la velocidad angular ayuda en el apoyo de las estructuras y la producción de caos cuando la velocidad de rotación de la barra incrementa. Es decir, dentro de los parámetros representados en este trabajo, encontramos que los sistemas (dada una estructura fija de las barras), son más estables cuando se incrementa la velocidad angular. Por otra parte, si la velocidad angular incrementa, la posición de las resonancias disminuye y las regiones de apoyo de las órbitas periódicas también disminuye rápidamente. Esto significa que, aunque la estructura orbital se vuelve más ordenada al incrementar la velocidad angular, también disminuye la región de apoyo

orbital en extensión, esto es, el tamaño máximo de las barras. Notamos además que si la razón de masas entre las dos barras es pequeña, es decir, si una de las dos domina sobre la otra claramente, como en el caso 80 % a 20 %, el sistema es estable y la barra más masiva es apoyada por las órbitas periódicas, es decir, es plausible y puede ser de larga duración. No encontramos órbitas periódicas, por otro lado, que apoyen a la barra mayor y menos masiva, lo que aparentemente indica que ésta es menos estable, es decir de corta duración. Si la razón incrementa, es decir si las barras comienzan a parecerse en masa (pero conservando la diferencia de tamaño), estas estructuras no son apoyadas por las órbitas periódicas, es decir, no serían de larga duración.

Una diferencia importante entre las familias de órbitas de la Figura 4.3 y 4.5, es que las órbitas en el modelo de la Figura 4.3 tienden a acumularse hacia el centro con una deformación ocasionada por el efecto de la barra menos masiva, sin embargo no es posible obtener una órbita periódica hacia la región más interna, lo cual si se observa en la Figura 4.5 a pesar del hecho de que en la Figura 4.5 la masa de la barra 2 es mayor que la masa de la barra 1 en la Figura 4.3, esto puede deberse a que la velocidad angular en el caso de la Figura 4.3 es menor que en el caso de la Figura 4.5, y la zona de corrotación se encuentra entonces en la región más interna a la barra 2 menos masiva.

4.2. Efecto del ángulo entre las barras.

Se realizaron experimentos (Figura 4.6) variando la orientación entre las barras para los cuales se obtuvieron diagramas de Poincaré a diferentes energías. De nuevo se obtienen los diagramas de Poincaré a diferentes energías para los respectivos valores del ángulo de orientación. La Figura 4.5 muestra que barras, con ángulos menores resultan menos estables que con ángulos mayores. Las órbitas periódicas se ven severamente deformadas hasta llegar a ser completamente estables a 90° , así mismo, presentan en los diagramas de Poincaré un alto grado de estabilidad a diferencia de barras con un ángulo entre éstas menor. En todos los casos se observa una perturbación de la órbita periódica en la región retrógrada cuando la energía es $E_J = -2300$.

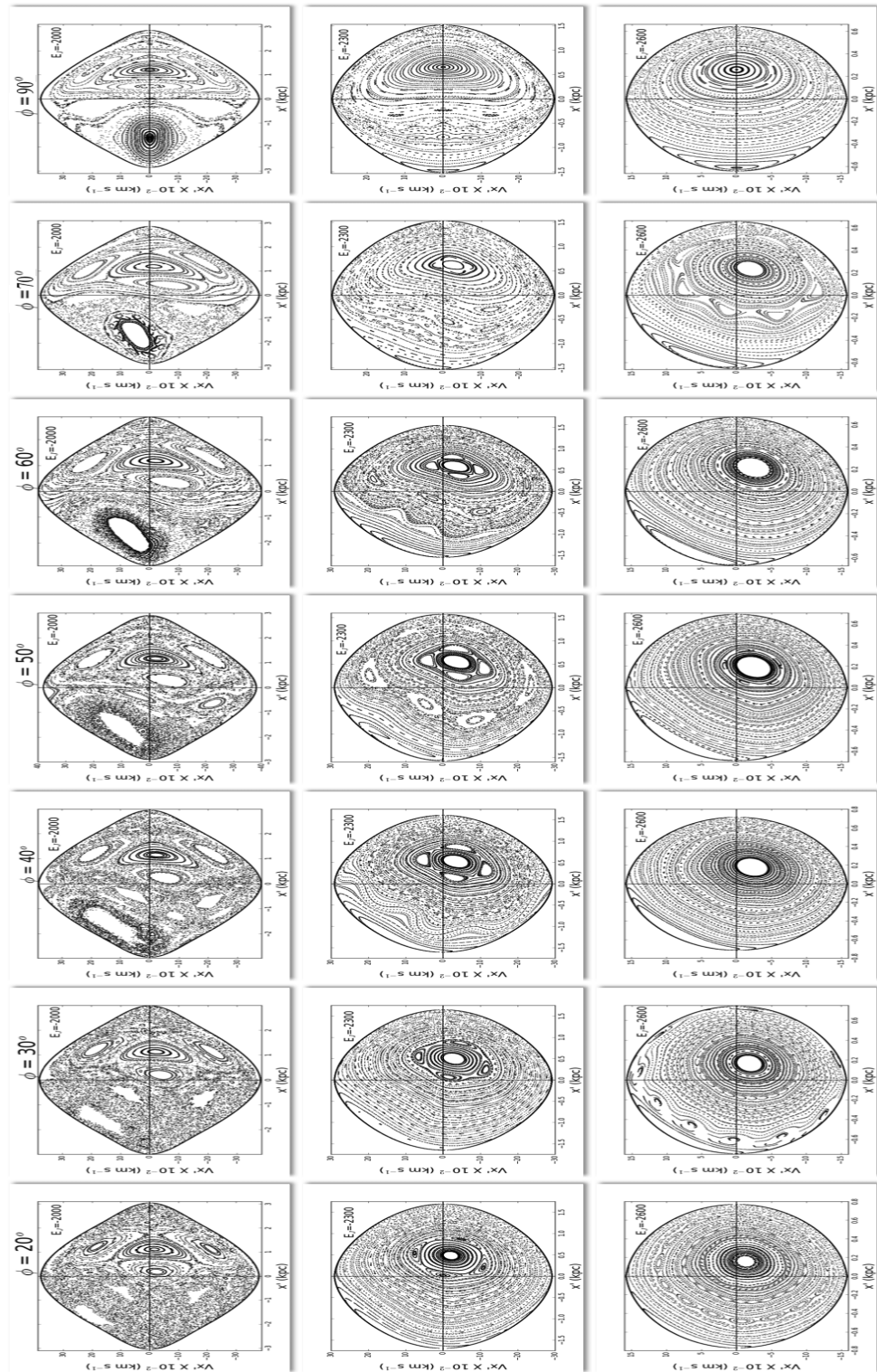


Figura 4.6: Diagramas de Poincaré para una barra triaxial a diferentes energías de Jacobi y diferentes valores del ángulo de orientación. La velocidad angular del modelo es $-40 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. La masa de la barra 1 es del 60 % (363.6 gmu), mientras que la masa de la barra 2 es del 40 % (242.4 gmu), el radio de la semieje 1 es 1.75 kpc, el semieje de la barra 2 es de 3.5 kpc

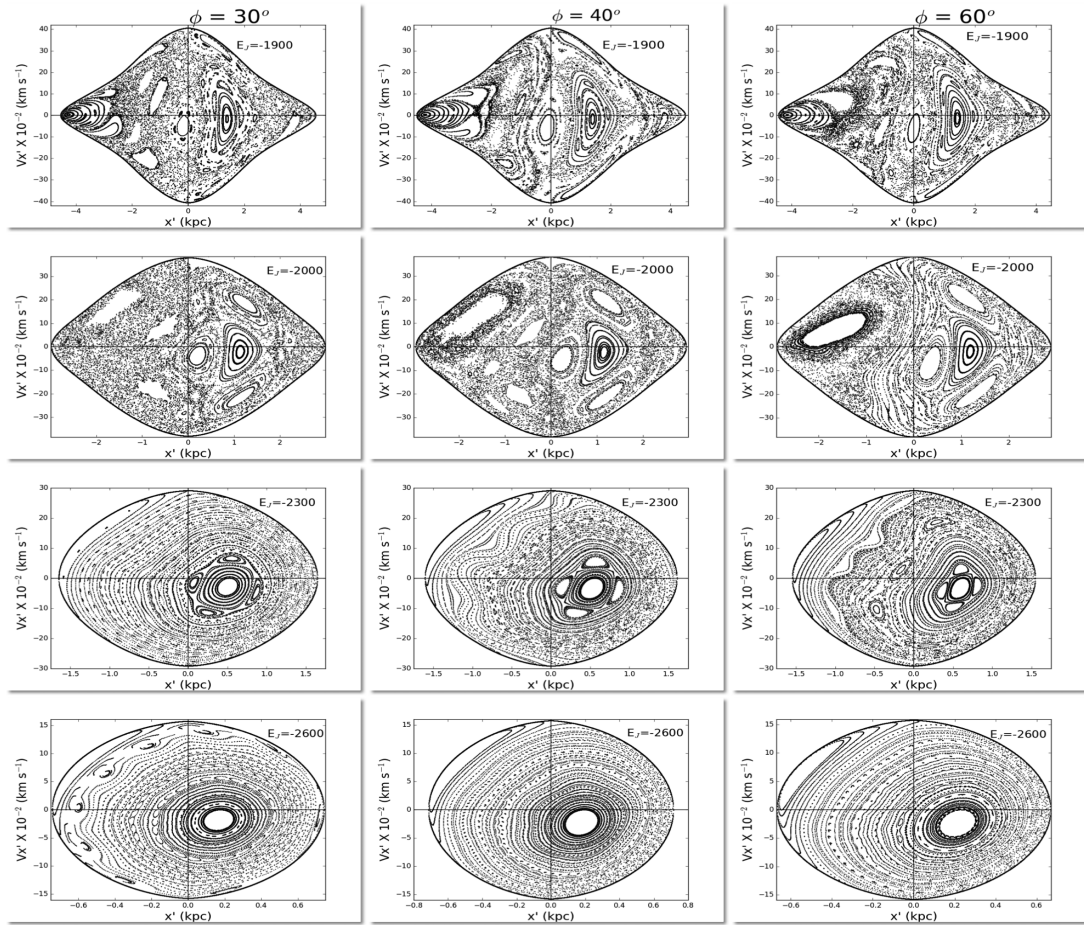


Figura 4.7: Diagramas de Poincaré para una barra triaxial a diferentes energías de Jacobi incluyendo la energía correspondiente a corrotación variando el valor del ángulo de orientación. La velocidad angular del modelo es $-40 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. La masa de la barra 1 es del 60 % (363.6 gmu), mientras que la masa de la barra 2 es del 40 % (242.4 gmu), el semieje de la barra 1 es 1.75 kpc, el semieje de la barra 2 es de 3.5 kpc

El objetivo de este diagrama Figuras 4.6 y 4.7 es ilustrar de manera gráfica como cambia el sistema dinámicamente, al variar el ángulo de orientación entre las barras. Lo primero que se observa es que a medida que el ángulo entre las barras aumenta, el sistema tiende a ser más estable. La Figura 4.7 muestra que a energías en la zona de corrotación hay estabilidad y familias de órbitas periódicas están presentes, estas familias desaparecen cuando la energía del sistema aumenta ($E_J = -2000$) y vuelven a aparecer ahora alineadas con el eje x , cuando las barras son perpendiculares entre sí.

Concluimos de los experimentos realizados para diferentes ángulos relativos entre las dos barras que, aunque se pueden encontrar regiones grandes estables en todos los casos, las barras más susceptibles a volverse inestables hacia la región externa de las barras, son las barras cuyos ángulos entre éstas es pequeño (contrario a la intuición). Es interesante sin embargo notar que por otra parte, hacia las regiones internas de las barras, la estructura orbital se vuelve mucho más complicada para las barras conforme incrementa el ángulo entre las barras, hasta llegar al caso en que las barras alcanzan un ángulo de 90° , en que las barras muestran nuevamente una estructura estable y simple orbitalmente hablando. Este análisis nos demuestra que un sistema estable con familias de órbitas periódicas puede disolverse o desaparecer con la presencia de otra componente de barra.

4.3. Efecto de la razón de masas entre las barras

La Figura 4.8 muestra un mosaico con diagramas de Poincaré para una barra triaxial a diferentes razones de la masa de las barras y diferentes energías.

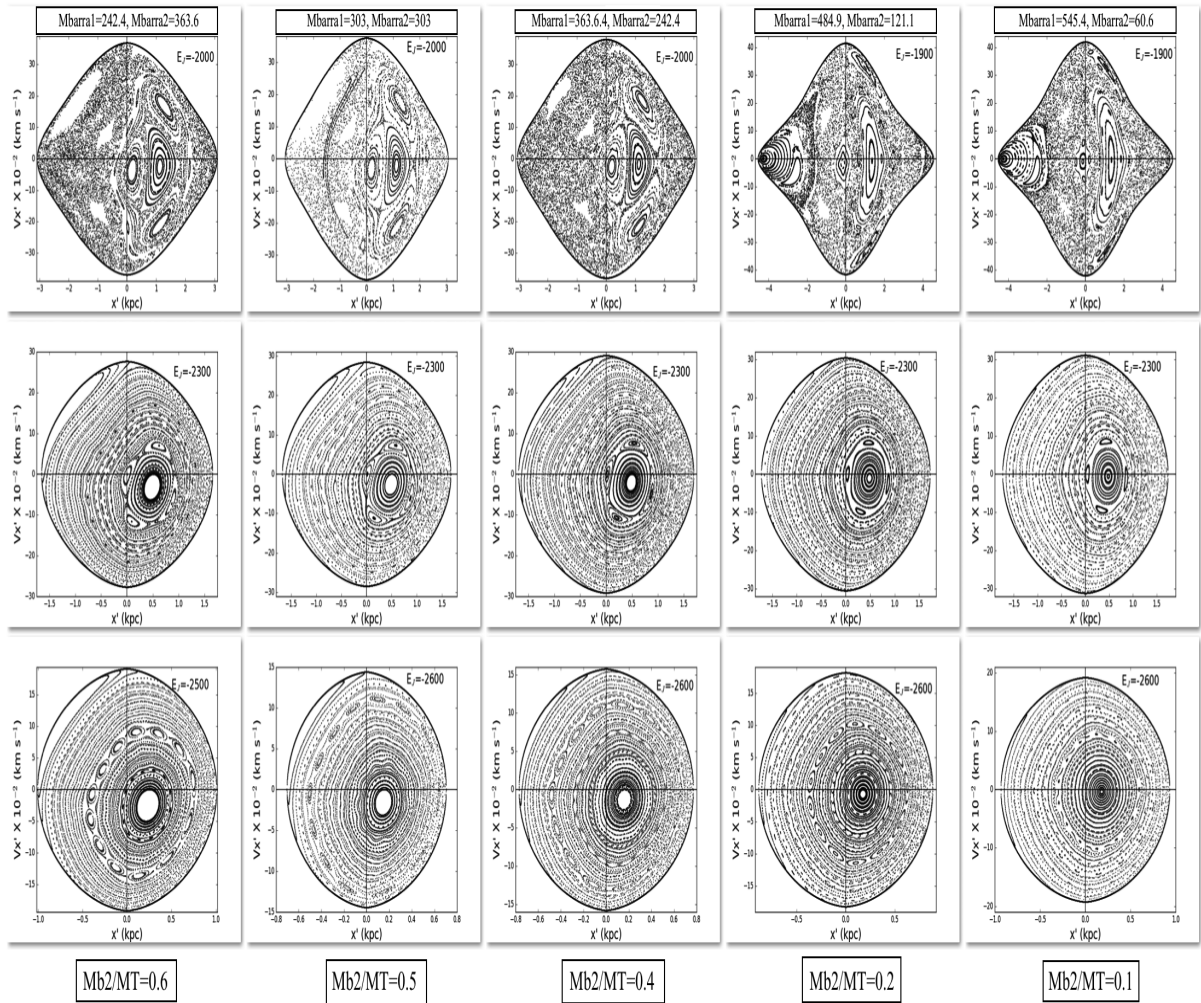


Figura 4.8: Diagramas de Poincaré para una barra triaxial a diferentes energías de Jacobi y diferentes configuraciones de masa de las barras. En la parte inferior del mosaico se muestra la razón de masas para cada modelo, en donde $M_T = 606$ gm μ es la masa total del modelo. En este caso la velocidad angular es -40 km/s/kpc y el ángulo entre las barras es 20° , el radio de la barra 1 es $R_{b1} = 1.75$ kpc, el radio de la barra 2 $R_{b2} = 3.5$ kpc

De la Figura 4.8 podemos ver que, igual que en los casos anteriores, existen regiones estables hacia el centro de la galaxia, sin embargo hacia las regiones

externas, los sistemas que parecen más estables son aquellos cuya razón de masas es menor, es decir en los que la diferencia en masa de las barras es mucho mayor. Concluimos entonces que, los casos donde las barras se vuelven más parecidas, presentan grandes regiones de caos cerca de la zona de corrotación, donde las regiones de órbitas periódicas desaparecen. Esto significa que barras de masas cada vez más similares tendrían problemas para ser estables y de larga duración.

La Figura 4.8 muestra que la presencia de una segunda barra tiende a inducir caos al sistema, lo cual se observa al disminuir la razón de masas entre las barras, cuando la masa de una segunda barra se va haciendo menor el sistema tiende a generar familias de órbitas estables periódicas.

4.4. Efecto de diferencias en la longitud entre las barras.

La Figura 4.9 muestra un mosaico con diagramas de Poincaré para una barra triaxial con diferentes razones de tamaño entre las barras a diferentes energías de Jacobi.

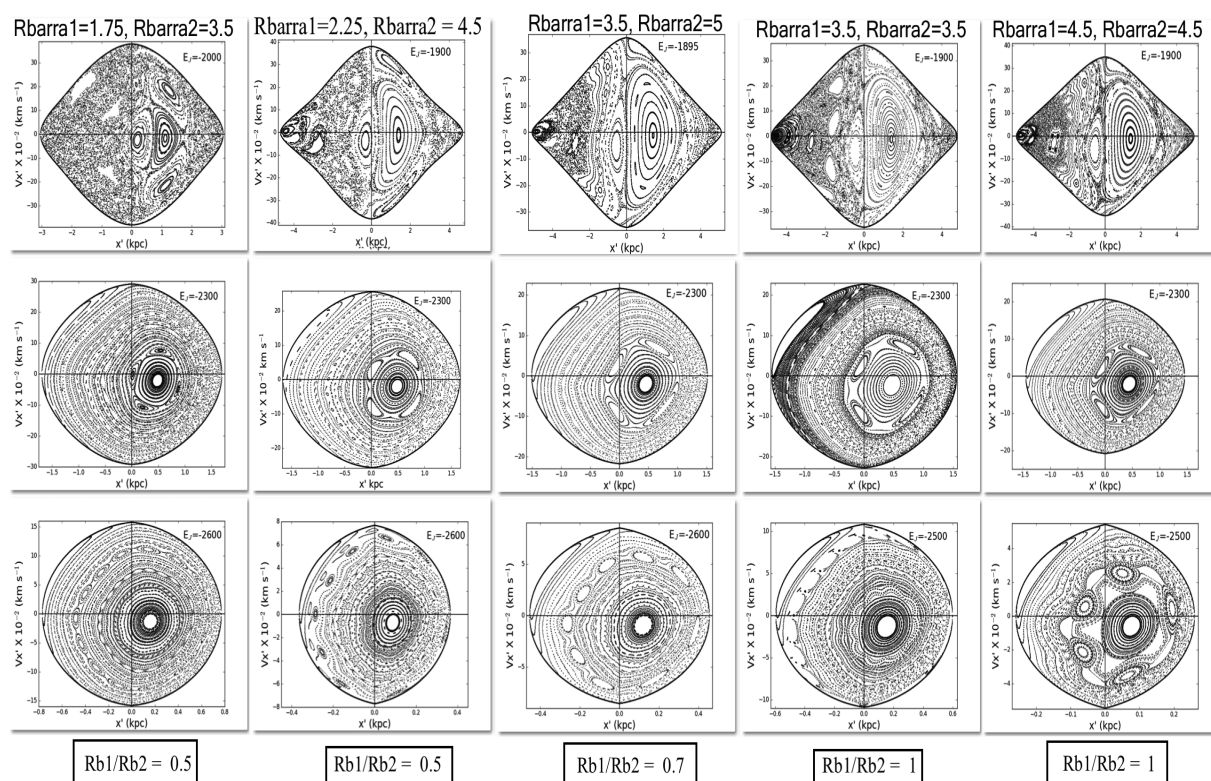


Figura 4.9: Diagramas de Poincaré para una barra doble con diferentes energías de Jacobi y diferentes configuraciones del tamaño de las barras. El ángulo entre las barras es $\phi = 20^\circ$. La masa de la barra 1 es del 60 % (363.6 gm μ), mientras que la masa de la barra 2 es del 40 % (242.4 gm μ). La velocidad angular en este modelo es -40 km/s/kpc.

En esta figura notamos que los casos en que el tamaño de las barras es igual el sistema orbital se vuelve más estable, como lo demuestra la presencia de la órbita periódica cerca de corrotación. Cerca de la zona de corrotación la órbita periódica de la región prógrada se alinea con el eje x, si bien la periódica no se

deforma si sufre un cambio de orientación con respecto al eje x a medida que E_J es más negativa. También se puede observar que en los casos para las barras más pequeñas se incrementa el caos, aumentando la estabilidad del sistema a medida que aumenta el semieje de las barras. El primer caso de la Figura 4.9 es interesante ya que cerca de corrotación hay una gran cantidad de caos en la región prógrada, pero este sistema es muy estable para E_J muy negativa, lo que quiere decir que hacia la región interna el efecto dinámico de la barra 2 disminuye considerablemente.

Para los modelos presentados en esta sección las longitudes de escala de la barra 1 son $a_x = 1.7$, $a_y = 0.64$ y $a_z = 0.44$ de acuerdo con Freudenreich (1998). Las longitudes de escala de la barra 2 son $a_{x2} = 1.7$, $a_{y2} = 0.64$ y $a_{z2} = 0.22$ (la mitad de la longitud de escala de la barra 1).

La masa total del modelo corresponde a 606 gm (unidades de masa Galáctica), donde $M_T = 1.4 \times 10^{10} M_\odot$ y $1 \text{ gm} = 2.7 \times 10^{32} M_\odot$.

4.5. Aplicación a un modelo de la Vía Láctea

En esta sección se presentan una serie de estudios preliminares realizados para el caso específico de la Vía Láctea. Los modelos construidos concuerdan entonces con parámetros observacionales calculados para la barra de la Vía Láctea (Sección 3.1). La construcción de los mosaicos y la presentación de los diagramas de Poincaré es análoga a la realizada en la primera parte para los estudios presentados para la barra triaxial. Los parámetros correspondientes a modelos de la Vía Láctea se muestran en la tabla 4.2.

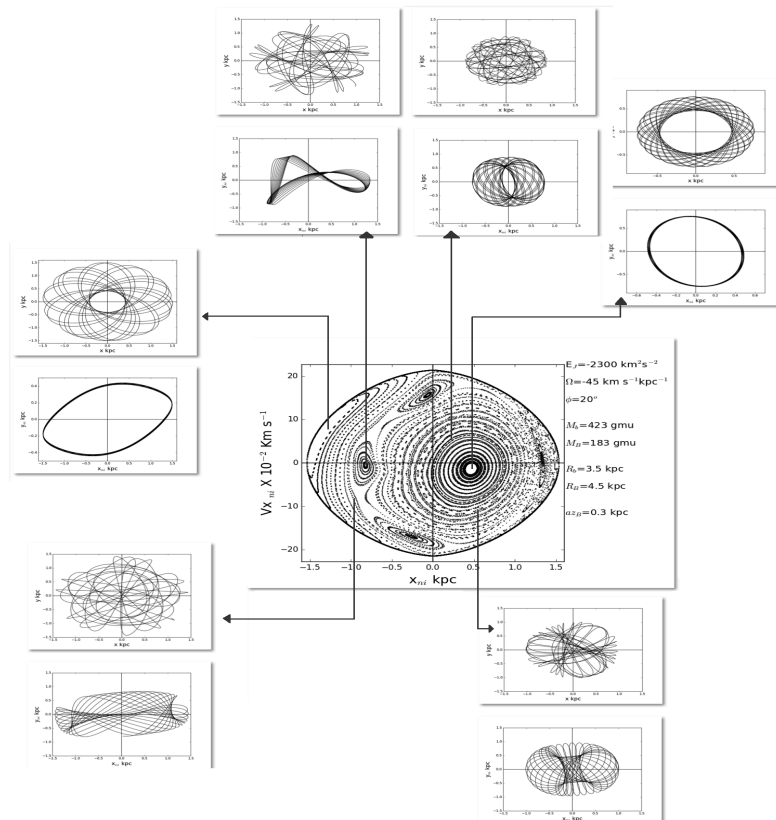


Figura 4.10: Órbitas individuales en el sistema de referencia inercial y en el no inercial, correspondientes a un modelo con parámetros tipo Vía Láctea, del lado izquierdo, arriba, se observa la órbita periódica de la familia x1 en el sistema de referencia inercial y en el no inercial. Los parámetros correspondientes a este modelo se muestran en la parte derecha del diagrama de Poincaré

La Figura 4.10 presenta órbitas individuales para un modelo con parámetros

de la Vía Láctea. Se puede observar que las órbitas de caja que corresponden al momento angular cero están presentes en forma de familias de órbitas estables alrededor de la región retrógrada, mientras que las órbitas periódicas de la región prógrada y la región retrógrada aparecen deformadas quizá por el efecto de una segunda barra.

4.5.1. Efecto de la razón de radios de las barras en modelos de la Vía Láctea

La Figura 4.11 muestra un mosaico en el que varía la razón de tamaños entre las barras en el caso en el que las barras son perpendiculares, variando también la energía para cada caso. En todos los mosaicos para la Vía Láctea el factor de escala de la barra 2, es decir, el parámetro az_2 , es 0.3.

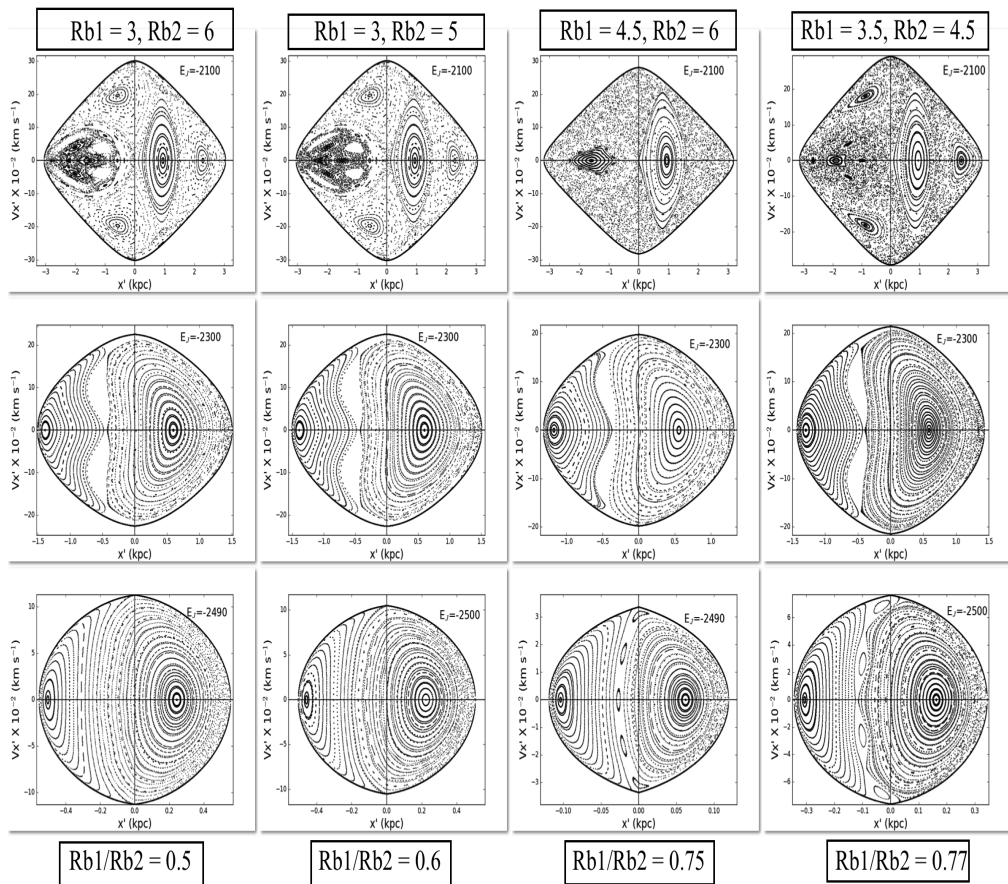


Figura 4.11: Diagramas de Poincaré correspondientes a modelos de la Vía Láctea con diferentes configuraciones del tamaño de las barras. En este caso el ángulo entre las barras es de 90° , la masa de la barra 1 es de 423 gmu , la masa de la barra 2 es de 183, la velocidad angular de la barra es de -60 km/s/kpc .

Los diagramas de la Figura 4.11 demuestran que las barras perpendiculares presentan una gran cantidad de caos rodeando a la órbita periódica x_1 de la

región prógrada, estas barras parecen ser soportadas hacia la región central en donde está la barra más masiva.

4.5.2. Efecto de la velocidad angular de las barras en modelos de la Vía Láctea

La Figura 4.12 muestra los diagramas de Poincaré correspondientes a barras perpendiculares en el caso de la Vía Láctea, a diferentes velocidades angulares.

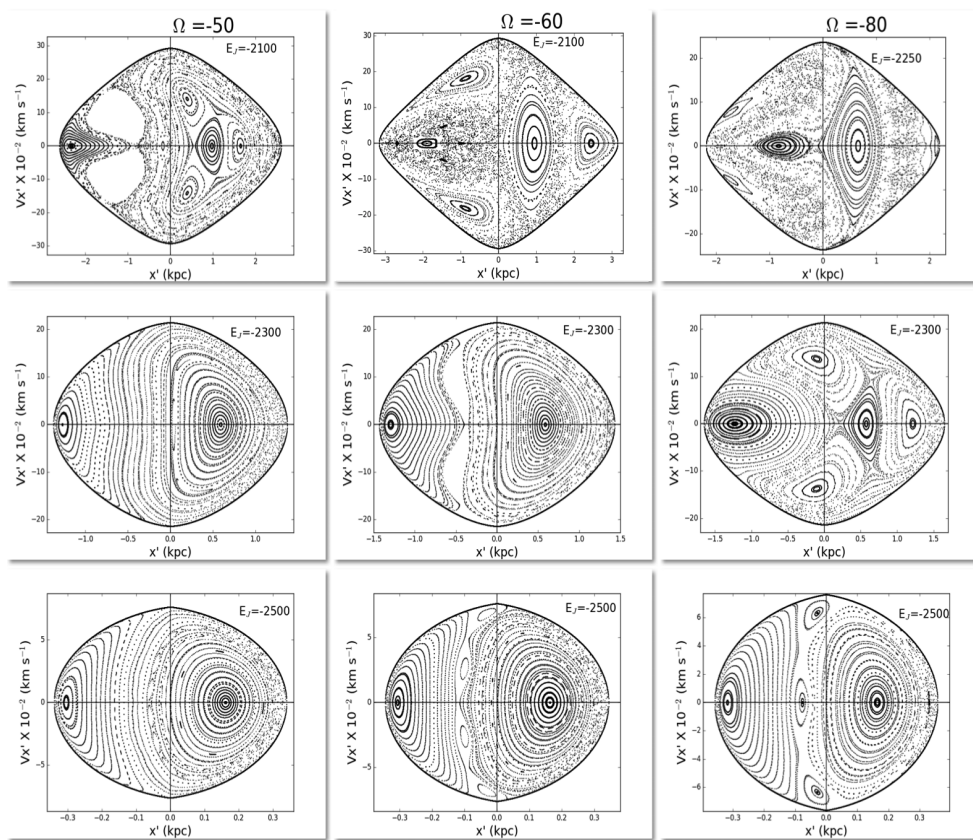


Figura 4.12: Diagramas de Poincaré correspondientes a modelos de la Vía Láctea variando la velocidad angular. La masa de la barra 1 es de 423 g_{\odot} , la masa de la barra 2 es de 183 g_{\odot} , el ángulo entre las barras en este caso de 90° , el semieje de la barra 1 es 4.5 kpc, el semieje de la barra 2 es de 3.5 kpc.

Lo que se observa es que las barras perpendiculares en este caso, son estables para estados más ligados gravitacionalmente hacia la región central. Hacia las regiones más externas se forman órbitas x_1 en la región prógrada rodeadas sin

embargo por enormes mares de caos, como es el caso de barras perpendiculares con velocidades angulares de -60 km/s/kpc y -80 km/s/kpc . Es de resaltar que barras con velocidades muy negativas de -80 km/s/kpc pueden ser muy estables hacia las regiones de energías más negativas en las que predomina la barra más masiva, llenando el diagrama de Poincaré de familias de órbitas estables en ambas regiones -prógrada y retrógrada- del diagrama, incluso en el centro del diagrama, aunque este comportamiento no parece ser soportado hacia la región más externa de corrotación en donde predomina la barra 2 menos masiva.

4.5.3. Efecto del ángulo entre las barras en modelos de la Vía Láctea

La Figura 4.13 muestra un mosaico con diagramas de Poincaré para un sistema del tipo Vía Láctea a diferentes ángulos de orientación y diferentes energías. Un modelo con estas características suele ser estable y las órbitas periódicas mantienen una alineación con el eje x en todos los diagramas.

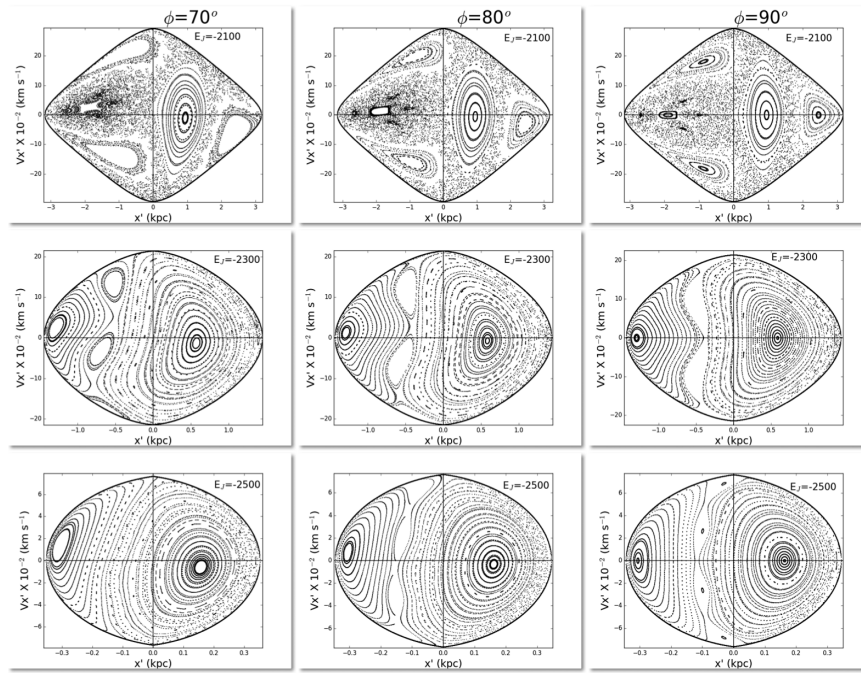


Figura 4.13: Diagramas de Poincaré correspondientes a modelos de la Vía Láctea con diferentes valores del ángulo de orientación. La masa de la barra 1 es de 423 gmu , la masa de la barra 2 es de 183 gmu , la velocidad angular de las barras es -60 $km/s/kpc$, el radio de la barra 1 es 4.5 kpc , el radio de la barra 2 es de 3.5 kpc .

La Figura 4.14 muestra el análisis de órbitas periódicas x_1 para el caso de barras perpendiculares, cada una de las órbitas en esta figura es una órbita periódica x_1 , con una energía E_J dada, que varía desde la energía correspondiente a la zona de corotación hasta un valor máximo de la energía, es decir, donde $-1890 \leq E_J \leq -2600$.

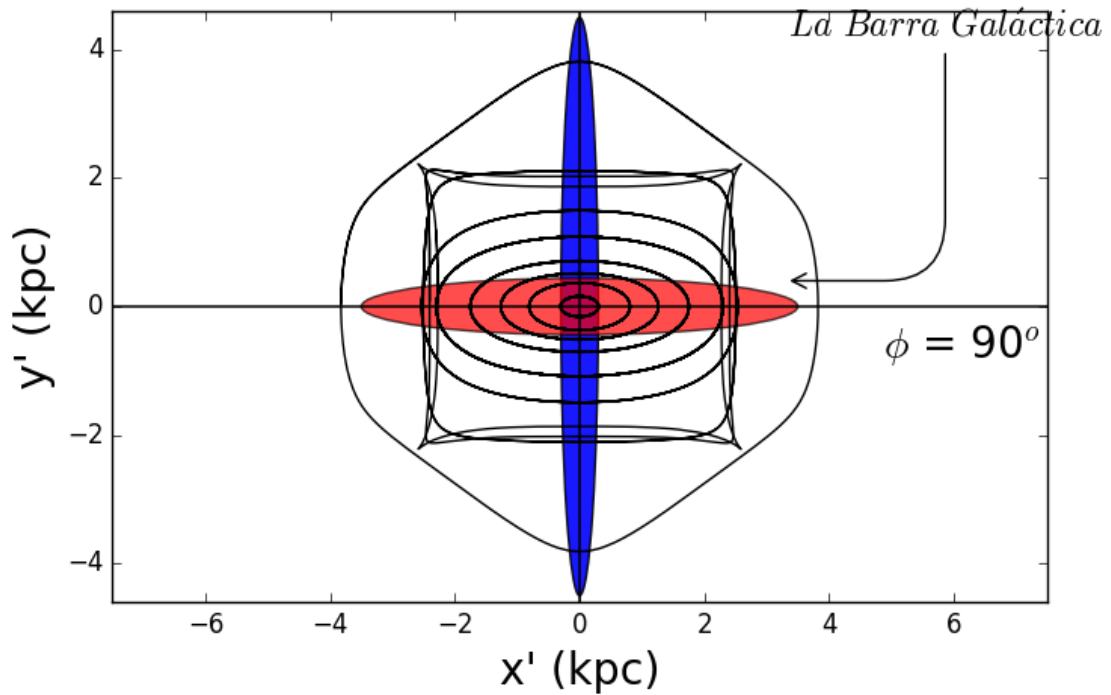


Figura 4.14: Familia de órbitas x_1 para la barra triaxial con parámetros de la Vía Láctea, la orientación entre las barras es 90°

Las barras perpendiculares de la Figura 4.13 son muy estables, a pesar de mostrar caos en la región prógrada cerca de corrotación, eso no impide la formación de la órbita periódica en esta zona, a diferencia de los otros casos. Para ángulos menores que 90° la órbita periódica no está alineada con el eje x . La órbita periódica hacia la región externa sufre una deformación debido a la barra (azul), mientras que hacia la región central las órbitas periódicas se acomodan inmediatamente a la forma de la barra interna (bulbo). Debe notarse sin embargo, que la forma de la barra que las órbitas apoyan no es similar a la impuesta, lo que significa que la barra en la forma impuesta probablemente no sobreviviría sino que sufriría una deformación severa, es decir, se ensancharía en respuesta de la presencia de la segunda barra perpendicular, como se ve en esta figura.

4.5.4. Diagramas para diferentes configuraciones de los radios de escala

La Figura 4.15 corresponde a experimentos en los que se utilizaron diferentes configuraciones de radios de escala. Observamos que en todos los casos aparece la órbita periódica en la región prógrada, rodeada por un mar de caos, los modelos son muy semejantes para energías cercanas a la zona de corrotación. A pesar de variar los radios de escala se mantuvo la configuración a lo largo de los modelos los modelos presentados de la figura que se encuentran cerca de corrotación.

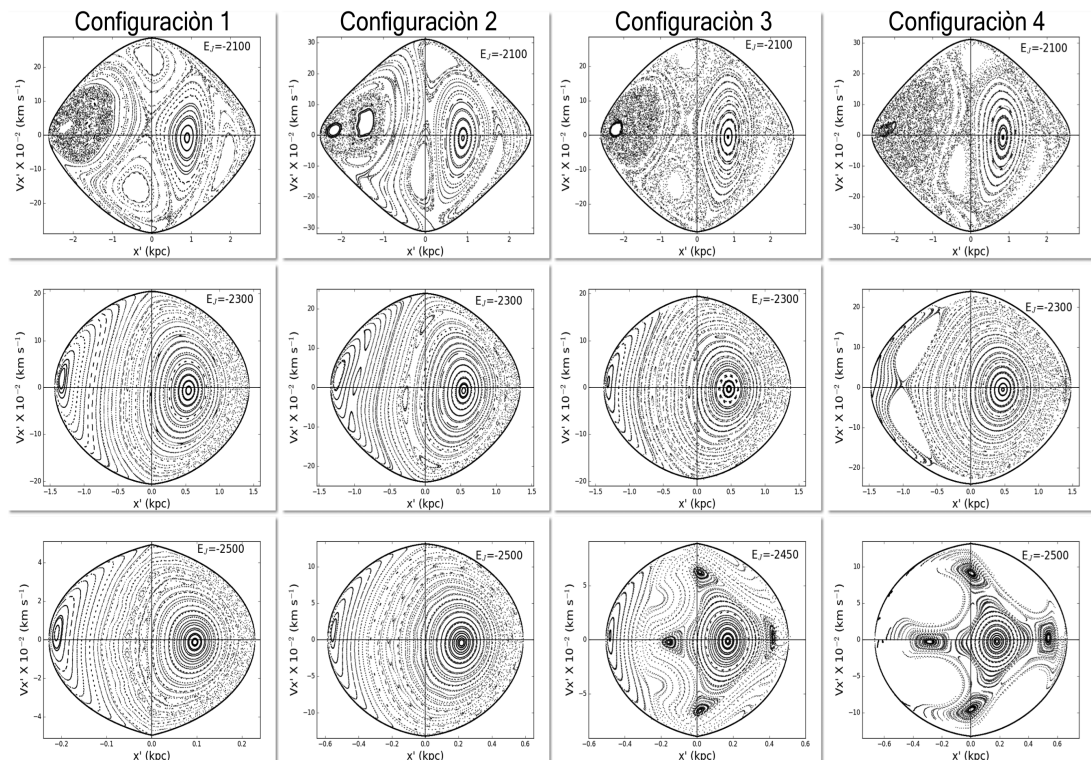


Figura 4.15: Diagrama de Poicaré para una barra triaxial a diferentes configuraciones de los radios de escala, los parámetros correspondientes a estos modelos se presentan en la tabla 4.3

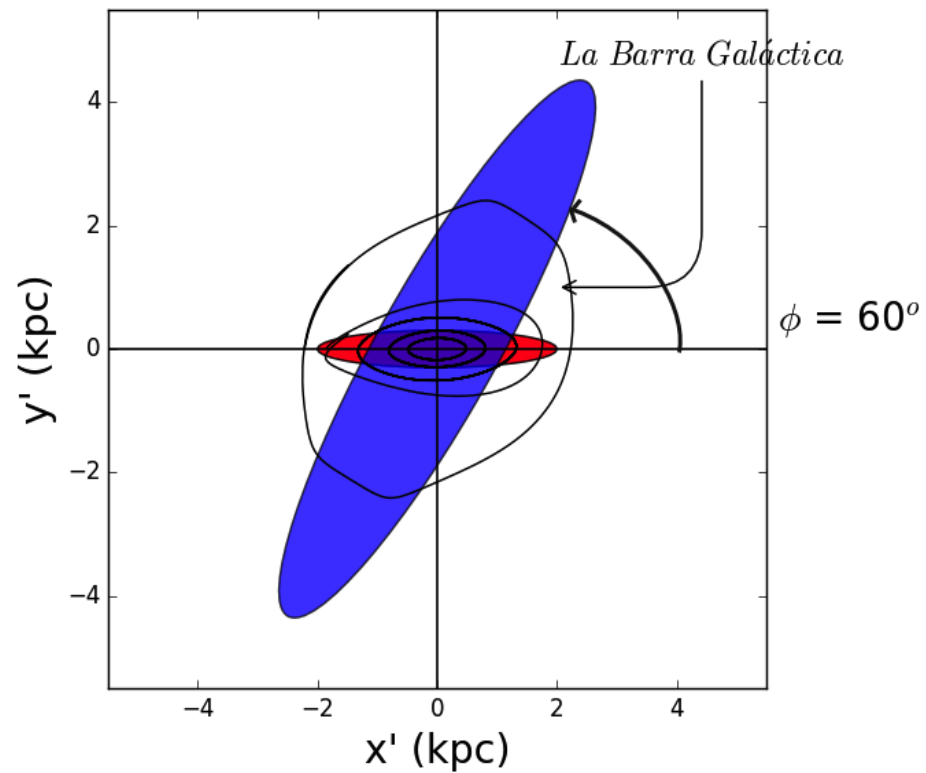


Figura 4.16: Familia de órbitas x_1 a diferentes energías, para la configuración 3 de la Figura 4.15

La Figura 4.16 muestra una familia de órbitas periódicas para barras con la misma masa pero diferente radio, se observa que la barra larga en azul deforma las órbitas más externas, pero a radios pequeños las órbitas están dominadas por la barra mas pequeña y el efecto de la barra azul tiende a deformar las órbitas hacia el lado derecho en la región central.

Capítulo 5

Conclusiones

Esta tesis representa el inicio de un estudio extensivo dinámico estadístico de la estructura orbital en sistemas con barras “peculiares”. El propósito ulterior de este trabajo es comprender y dilucidar la posibilidad de identificar en la cinemática estelar, galaxias con barras peculiares. Con barras peculiares nos referimos a barras dobles no anidadas, es decir, barras que llamamos similares porque sus masas y tamaños son del mismo orden de magnitud (a diferencia de las anidadas que funcionan independientemente las unas de las otras debido a la enorme diferencia de tamaño y masa). Otras barras peculiares son las llamadas barras de caja (“*boxy*”), de las cuales tenemos un modelo para estudios a realizarse en el futuro. Gracias a la estructura de estas barras, que aunque peculiares, se suponen estables a grandes escalas temporales de las galaxias, podemos partir de la suposición de estado estacionario y partiendo de aquí obtener diagramas en el espacio fase, así como reconstruir por medio de órbitas periódicas el esqueleto dinámico del sistema. En esta tesis hemos logrado concluir la primera parte de este extenso estudio que corresponde a la construcción en el espacio fase y de configuración de las barras dobles similares. Se presenta también una aplicación particular y preliminar a la Vía Láctea.

La barra triaxial (componente no axisimétrica) vista como un elipsoide inhomogéneo, construido a partir de una superposición de elipsoides homogéneos y utilizada en este trabajo se puede ver como un bulbo triaxial (que para todo fin práctico funciona como una barra desde el punto de vista dinámico) y una barra larga que coexisten en la parte central de una galaxia dada. El potencial de fondo del modelo es el potencial axisimétrico con disco de la forma Miyamoto & Nagai (1975), bulbo y halo esférico del modelo de Allen & Santillán (1991), el modelo

utilizado en este trabajo es un potencial-partícula -ver sección 1.6-.

Se realizó un barrido de parámetros para diferentes modelos de barras dobles generales y una barra doble tipo Vía Láctea. Con el fin de estudiar el comportamiento dinámico orbital de los modelos este análisis se realizó en el espacio fase a través de los diagramas de Poincaré. En este trabajo se presentó un análisis de las órbitas periódicas a través de la construcción de familias de órbitas periódicas (“ xI ”) para algunos modelos a diferentes razones de masa, así como una análisis de órbitas individuales que ilustre el comportamiento orbital en el sistema de referencia inercial y en el no inercial, así como las diferencias entre las órbitas en la región prógrada ($x < 0$) y en la región retrógrada ($x > 0$).

Nuestras conclusiones principales respecto a este trabajo se presentan a continuación:

En la Figura 4.6 se observa que el modelo en el cual la barra 1 tiene el 80 % de la masa total del modelo y la barra 2 sólo el 20 % resulta ser estable incluso a energías grandes, lo cual es apoyado por la presencia de órbitas periódicas a energías de $E_J = -1900$. Cuando las barras tienen la misma masa el caos predomina como lo demuestra la ausencia de órbitas estables en la región prógrada.

La Figura 4.6 muestra que barras con la misma masa sólo son estables cuando la energía es muy negativa, es decir hacia el centro de la galaxia, de otro modo se obtiene un comportamiento caótico y las órbitas periódicas inexistentes. De la misma forma, este comportamiento caótico se presenta por ejemplo en barras cuyo ángulo de orientación es pequeño en este caso, el ángulo es de 20° , es decir, es bajo. De acuerdo a la Figura 4.4, en este caso se pueden obtener órbitas periódicas fuera de la barra, pero a energías muy negativas. El caso en el que las barras son perpendiculares, la separación entre la región prógrada y retrógrada es evidente, el caos es predominante en la región prógrada para energías mayores a $E_J = -2300$. Barras pequeñas suele ser caótico a diferencia de un modelo en el que los radios son iguales y con un valor de 3.5 kpc, en este caso surgen órbitas periódicas en la región prógrada a valores de la energía de $E_J = -2000$ y hay poco o nada de caos en esta región.

De acuerdo con el análisis presentado en esta tesis, varias combinaciones de parámetros son plausibles, particularmente hacia las regiones internas de las galaxias con doble barra (o barra y bulbo triaxial). Aunque encontramos tendencias que nos indican orbitalmente los casos que tenderían a sobrevivir de forma estable por más tiempo, lo que significa, que éstos son los casos que veríamos con

más probabilidad en las galaxias. En particular, notamos que un modelo de la Vía Láctea con velocidades angulares grandes es posible en barras cuyo ángulo de orientación es de 90° , es decir, barras que son perpendiculares, los modelos con este ángulo de orientación presentan un alto grado de estabilidad, en diagramas con estas características las órbitas periódicas logran una alineación con el eje x , si la velocidad angular es $\Omega = -80$ km/s/kpc si presentan caos en la región prógrada. Cabe resaltar la estabilidad en un modelo con parámetros de la Vía Láctea como se observa en las Figuras 4.11 y 4.12.

Las barras perpendiculares presentan gran estabilidad, lo que está en concordancia con resultados obtenidos por López-Corredoira et al. (2014). Sin embargo, es importante mencionar que, modelos de este tipo pueden sufrir un reajuste rápido de la estructura interna, lo que puede deducirse de la forma de las órbitas periódicas, esto significa que probablemente, la barra sufriría un cambio en la forma de una barra (la más masiva) debido a la presencia de la segunda barra.

El análisis de las órbitas periódicas en la barra triaxial demostró que la barra influye en la deformación de las órbitas periódicas a pesar de tener menor masa que el bulbo-barra.

Este trabajo representa sólo el inicio de un estudio cuidadoso y detallado del efecto dinámico en estrellas por barras poco comunes en las galaxias (con una aplicación) a la que parece ser una barra peculiar en nuestra propia galaxia, la Vía Láctea. Nuestro objetivo más importante es, a partir de estos resultados, encontrar huellas cinemáticas que nos hablen de la presencia de una barra u otra en las galaxias, incluso de canto como la nuestra.

5.1. Trabajo a futuro

Como trabajo a futuro correremos ahora simulaciones de partículas prueba de alta resolución para estudios comparativos sobre la cinemática de este tipo de barras con observaciones.

Crearemos el mismo barrido galáctico presentado en este trabajo al caso de una sola barra de caja, como la que se ve en el plano x-z de muchas galaxias, incluyendo la Vía Láctea (Athanasoula 2005; Romero-Gómez et al. 2011; Martínez-Valpuesta & Gerhard 2011); un ejemplo de una barra de caja se ejemplifica en la Figura 5.1. Este tipo de barra es otro caso de barra peculiar que se está estudiando actualmente por la gente en dinámica galáctica.

Realizaremos simulaciones basadas en partículas prueba (*Test Particles*) para la barra triaxial presentada en esta tesis. Estos estudios más el barrido realizado para esta tesis nos ayudarán a establecer características cinemáticas que nos permitan identificar diferentes casos en galaxias observadas, particularmente en la Vía Láctea donde existe un debate en los últimos años sobre la presencia de una barra doble (un bulbo triaxial y otra barra larga menos masiva) que parte de la comunidad adjudica a un efecto simple producido por la inestabilidad de manguera (*“buckling”* en inglés), que produce un calentamiento dinámico severo en las partes centrales de la barra dejando las partes externas en la misma forma que tenía la barra delgada.

Intentamos con este trabajo ayudar a comprender si muchas de las galaxias que presentan este tipo de bulbo-barras en las regiones centrales son casos donde realmente dominó el fenómeno del *buckling* o simplemente se trata de un efecto producido por la deformación del bulbo masivo y viejo de una galaxia que más tarde formó en su disco joven una barra larga que deformó el bulbo originalmente esférico, convirtiéndolo en una figura triaxial que se comporta dinámicamente como una barra pequeña pero masiva y fuertemente influyente en la galaxia huésped.

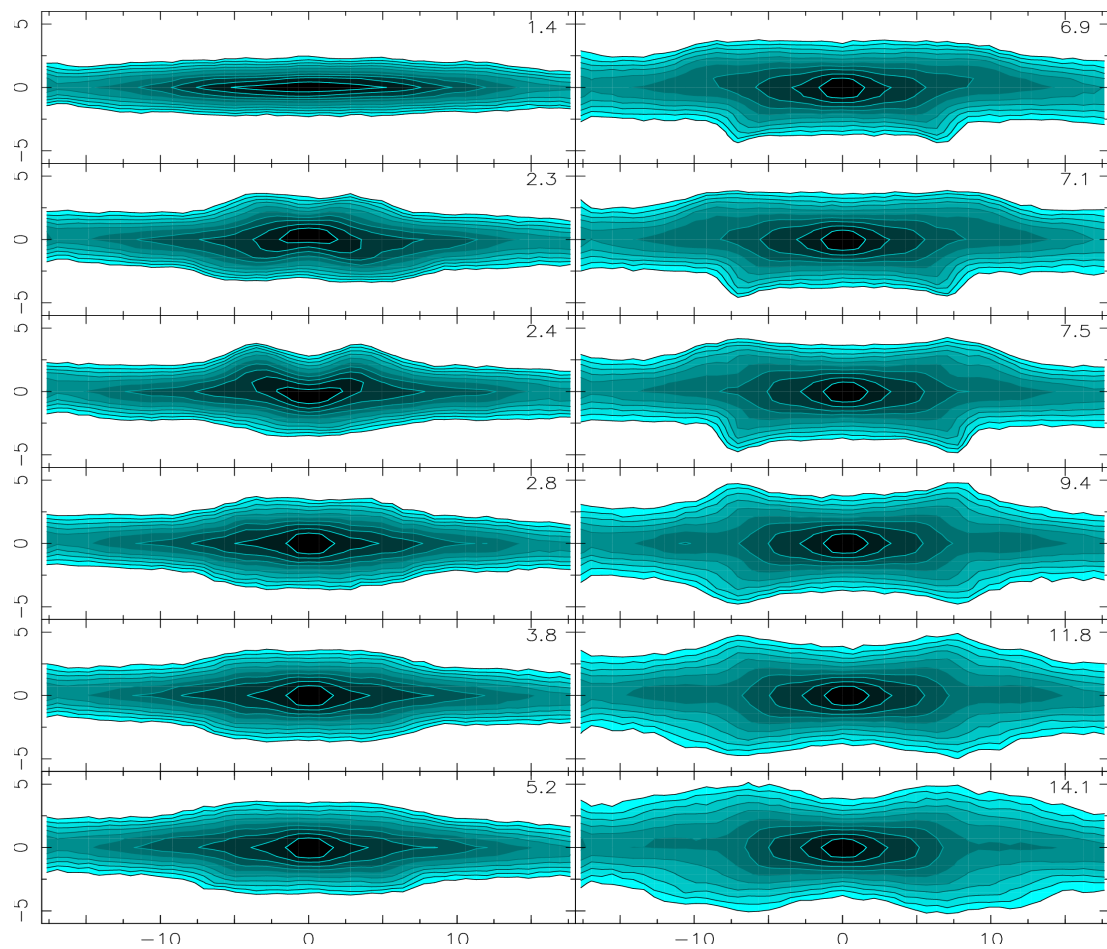


Figura 5.1: Bulbo galáctico visto de frente producido por evolución estelar de la barra. El bulbo presenta la forma de caja, la cual aparece después de la primera inestabilidad de “*buckling*”, una segunda inestabilidad puede causar la forma de cacahuete en el bulbo de caja. (Crédito: Imagen y texto tomado de Martínez-Valpuesta et al. 2006).

Apéndice A

El Potencial Axisimétrico

Debido a su simplicidad matemática y a su aproximación a las propiedades Galácticas, es el potencial tridimensional de Allen & Santillán (1991) ha sido utilizado en este trabajo. El potencial empleado es un potencial completamente analítico; la densidad puede obtenerse de él en forma cerrada y es positiva en todo el espacio. También reproduce algunas de las propiedades de la Galaxia, tales como la curva de rotación, la fuerza perpendicular al plano y otros parámetros conocidos, como la velocidad de escape local y las constantes de Oort. Consiste de un bulbo central y un disco, ambos de la forma propuesta por Miyamoto & Nagai (1975) y un halo masivo esférico.

La distribución de masa central tiene un potencial de la forma,

$$\Phi_1(R, z) = -\frac{M_1}{(R^2 + z^2 + b_1^2)^{1/2}}, \quad (\text{A.1})$$

y la densidad correspondiente

$$\rho_1(R, z) = -\frac{3b_1^2 M_1}{4\pi(R^2 + z^2 + b_1^2)^{5/2}}, \quad (\text{A.2})$$

donde $M_1 = 606.0$ y $b_1 = 0.3873$. Las unidades son las llamadas unidades Galácticas (con $G = 1$) y son kpc para longitud, 10 km/s para velocidad y $2.32 \times 10^7 M_\odot$ para la masa. La masa de esta componente es $1.41 \times 10^{10} M_\odot$.

La componente de disco,

$$\Phi_2(R, z) = -\frac{M_2}{(R^2 + [a^2 + (z^2 + b_1^2)^{1/2}]^2)^{1/2}}, \quad (\text{A.3})$$

$$\rho_2(R, z) = \left(\frac{b_2^2 M_2}{4\pi} \right) \left(\frac{a_2 R^2 + [a_2 + 3(z^2 + b_2^2)^{1/2}][a_2 + (z^2 + b_2^2)^{1/2}]^2}{\{R^2 + [a_2 + (z^2 + b_2^2)^{1/2}]^2\}^{5/2} (z^2 + b_2^2)^{3/2}} \right) \quad (\text{A.4})$$

donde $M_2 = 3690.0$, $a_2 = 5.3178$ y $b_2 = 0.2500$. Con una masa del disco de $8.56 \times 10^{10} M_\odot$.

Finalmente el halo con $r = \sqrt{R^2 + z^2} \leq r_{max} = 100$ kpc,

$$\Phi_3(r) = -\frac{M(r)}{r} - \frac{M}{1.02a_3} \left[-\frac{1.02}{1 + (r/a_3)^{1.02}} + \ln 1 + (r/a_3)^{1.02} \right]_r^{100}, \quad (\text{A.5})$$

$$\rho_3(r) = \frac{M_3}{4\pi a_3 r^2} (r/a_3)^{1.02} \frac{[2.02 + (r/a_3)^{1.02}]}{[1 + (r/a_3)^{1.02}]^2} \quad (\text{A.6})$$

donde $M(r) = \frac{M_3(r/a_3)^{1.02}}{(r/a_3)^{1.02}}$, $M_3 = 4615.0$ y $a_3 = 12.0$. La masa del halo a 100 kpc es $8.002 \times 10^{11} M_\odot$

La masa total del modelo es $9 \times 10^{11} M_\odot$.

Entre las restricciones observacionales tomadas, como la curva de rotación (Fig A.1) y la fuerza perpendicular en z , en este modelo se adoptan los siguientes parámetros, $R_0 = 8.5$ kpc como la distancia Galáctocéntrica del Sol y $V_0(R_0) = 200$ km/s como la velocidad circular en la posición solar. El halo tiene un radio de 100 kpc. La curva de rotación se aplana aproximadamente a una velocidad de 200 km/s. La velocidad de escape local es aproximadamente 550 km/s. La densidad de masa total en la vecindad solar es $\rho = 0.15 M_\odot \text{pc}^3$. Los valores obtenidos para las constantes de la rotación Galáctica (constantes de Oort) son $A = 12.95$ km/s y $B = -12.93$ km/s en concordancia con datos actuales.

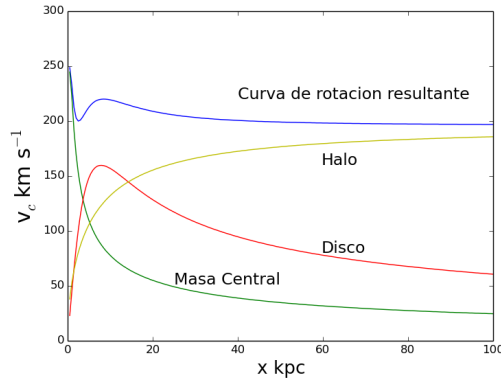


Figura A.1

Apéndice B

Técnicas y Métodos de integración

Los códigos empleados en este trabajo resuelven órbitas en el modelo de Allen & Santillán (1991) y las órbitas son resueltas en coordenadas cartesianas en el sistema inercial y en el no inercial. El lenguaje de programación de los códigos es fortran 77.

Los integradores utilizados para resolver las ecuaciones de movimiento de las partículas en un potencial axisimétrico con barra, bulbo y brazos espirales requieren de los métodos de Bulirsh-Stoer .

B.1. Bulirsh-Stoer para Integración de Órbitas

El algoritmo de Bulirsh-Stoer es un método para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias. El método combina tres ideas muy poderosas: 1) La extrapolación de Richardson, 2) el uso de una función racional de extrapolación en aplicaciones tipo Richardson y 3) el método del punto medio modificado, para obtener soluciones numéricas a las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, con una alta precisión y con bajo costo computacional.

B.1.1. Método del punto medio modificado

El método del punto medio modificado (método de segundo orden) mueve un vector de variables dependientes $y(x)$ desde un punto x a un punto $x+H$ por una secuencia de n sub-pasos de tamaño h (Figura B.1) donde,

$$h = H/n,$$

El hecho de utilizar el método del punto medio modificado implica que la función de error será una función estrictamente par, lo que permite que la función racional se exprese en términos de la variable h^2 en lugar de sólo h . El método del punto medio modificado tiene la ventaja de requerir solo una evaluación de la derivada por cada paso h a diferencia del método de Runge-Kutta de segundo orden, que requiere dos. El método del punto medio modificado es implementado en una subrutina llamada `mmid`.

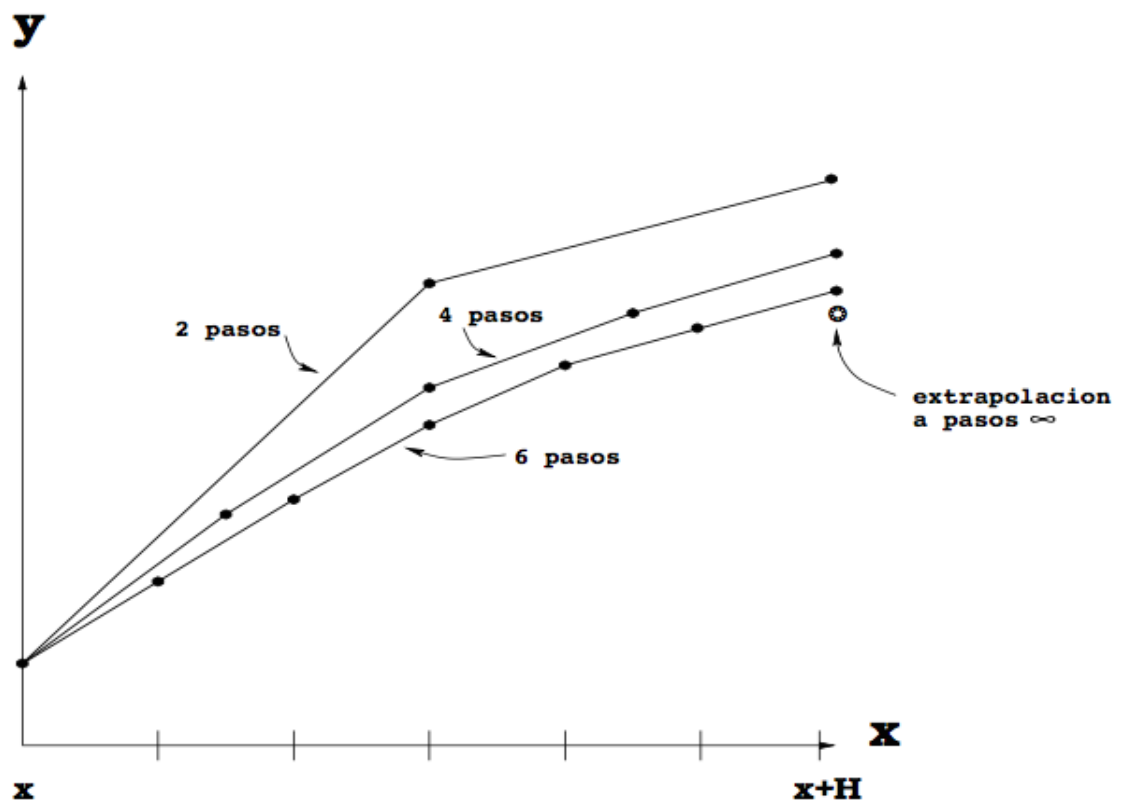


Figura B.1: Extrapolación de Richardson usada en el método de Bulirsh Stoer. Un intervalo grande H es subdividido por diferentes secuencias de subintervalos cada vez más finos. Los resultados son extrapolados a una respuesta que se supone corresponderá a un número infinito de sub-intervalos. En el método de Bulirsh Stoer, las integraciones son hechas con el método modificado del punto medio, y la técnica de extrapolación es una función racional o una extrapolación polinomial. Crédito: Imagen y texto; Numerical Recipes in fortran 77: The Art of Scientific Computing, 1986-1992, Cambridge University Press.

B.1.2. Extrapolación de Richardson y el método de Bulirsh-Stoer

La extrapolación de Richardson o el acercamiento diferido al límite de Richardson consiste en considerar la respuesta final de un cálculo numérico como una función analítica de un parámetro ajustable, como el tamaño de paso h . La función analítica puede probarse ejecutando los cálculos con varios valores de h , sin que ninguno de estos valores tenga que ser suficientemente pequeño como para dar la precisión deseada. Si se tiene suficiente información acerca de la función es posible ajustarle una forma analítica que permita evaluar la función en el punto no permitido $h = 0$ (Figura B.1)

Las funciones adecuadas para el ajuste, son las funciones racionales, estas funciones fueron elegidas por Bulirsh y Stoer en aplicaciones tipo Richardson (Press et al. 1992). El poder de estas funciones radica en el aumento del limitado intervalo de convergencia de las series de potencias. Las funciones racionales pueden ajustarse bastante bien a funciones analíticas aún después de varios términos, en las potencias de h , de magnitud comparable.

La experiencia ha demostrado que para problemas con funciones suaves, una extrapolación polinomial resulta ser más eficiente que una función racional de extrapolación.

El método del punto medio modificado cuya función de error es estrictamente par, permite que una función racional o una aproximación polinomial esté en términos de la variable h^2 en vez de solo la variable h . La combinación de las tres ideas mencionadas anteriormente da lugar al método de Bulirsh-Stoer.

El método de Bulirsh-Stoer simple toma el paso desde x a $x+H$, estando H a una distancia lo suficientemente grande, es decir incrementa el valor en una cantidad H . Un simple paso consiste de varios sub-pasos del método del punto medio modificado, los cuales se extrapolan a un tamaño de paso cero. La secuencia del número de subdivisiones o intentos separados de cruzar el intervalo H está hecha con valores crecientes de n , y está predeterminada en este caso, $n = 2, 4, 6, 8, 10, \dots, n_j = 2j$.

Después de intentar con cada paso sucesivo n , se intenta con una función de extrapolación polinomial. La extrapolación regresa ambos valores extrapolados y una estimación del error. Si el error no es satisfactorio entonces, se intenta con un valor de n más alto. En caso de que el error sea satisfactorio, se da el siguiente

paso y se toma un valor de n nuevamente, donde $n = 2$. El máximo número de n 's intentado para reducir el valor de H es llamado KMAXX. Para controlar el error, se monitorea la consistencia interna, y se adapta el tamaño de paso para que corresponda a una frontera prescrita sobre el error local de truncamiento. La estimación del error para que ajuste el tamaño de paso puede revisarse en *Numerical Recipes in fortran 77, capítulo 16, sección 4, método de Deuffhard*. La rutina bsstep llama a la rutina mmid para tomar las secuencias del método del punto medio modificado, y llama a otra subrutina llamada pzextr, para que haga la extrapolación polinomial.

Una subrutina importante es ODEINT que funciona como manejador o *driver*, la cual implementa un control del tamaño de paso adaptivo y funciona como interfase con el usuario a la hora de ejecutar el integrador Bulirsh-Stoer como bsstep. Esta sub-rutina comienza y termina la integración, guardando los resultados intermedios, para finalmente devolver una lista de valores entre un tiempo inicial $t = 0$ y un tiempo final t_f para las variables involucradas en el problema.

B.2. Parámetros modificados en el código utilizado en este trabajo

CTES. DEL MODELO AXISIMTRICO:

Constantes del bulbo (Masa central)

aM1=606. gmu

b1=0.3873 (kpc)

Constantes del disco

aM2=3690 gmu. Masa del disco

a2=5.3178 (kpc)

b2=0.2500 (kpc)

Constantes del Halo

aM3=4615. gmu (Masa del Halo)

a3=12. (kpc)

Los parámetros modificados en el código para obtener los correspondientes

modelos son los siguientes:

Para la Barra 1

ax: factor de escala en x

ay: factor de escala en y

az: factor de escala en z

TAMBAR: tamaño de la barra 1

Para la barra 2

ax2: factor de escala en x para la barra 2

ay2: factor de escala en y para la barra 2

az2: factor de escala en z para la barra 2

TAMBAR2: tamaño de la barra 2

barang: ángulo entre las barras

OMEGA: velocidad angular de las barras

CJAC: constante o energía de Jacobi.

Parámetros del generales de las órbitas:

NUMCRU: número de cruces en el plano y'

$N_c = 300$

NUMORB : número de órbitas a integrar por diagrama de Poincaré

$N_o = 50$

Masa de las barras:

aMBAR: masa de la barra 1

aMBAR2: masa de la barra 2

La manera en que se evalúa el potencial es a través de la sub-rutina derivs, en la cual se especifican el número de ecuaciones (como aparecen la sección 3.1) y la respectiva condición inicial en el sistema de referencia no inercial, la cual aparece como *Ynoin*.

```

SUBROUTINE DERIVS( t , Ynoin ,DYDt)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
PARAMETER (NEQ=6,N1=20,N2=65,N3=15,NN=N1+N2+N3-1)
PARAMETER ( N1_2=20,N2_2=65,N3_2=15,NN_2=N1_2+N2_2+N3_2-1)

DIMENSION Ynoin (NEQ) ,DYDt(NEQ)
EXTERNAL dPOTdX,dPOTdY,dPOTdZ
COMMON /elipBARRA2/a (NN) ,b (NN) , c (NN) , as (NN) ,
RHO(NN) ,RHO0,TAMBAR,TAMBA
Rs , ax , ay , az , als , ba , ca , aHBs ,

CJAC,OMEGA(NEQ) ,
aMBAR, ALSUP ,NUMORBINT,NUMCRU

DO i =1,NEQ
DYDt( i )=0.

ENDDO

DYDt(1)= Ynoin ( 4)
DYDt(2)= Ynoin ( 5)
DYDt(3)= Ynoin ( 6)
DYDt(4)=-dPOTdX( Ynoin ( 1) , Ynoin ( 2) , Ynoin ( 3)) -2*(OMEGA(2)*
@          DYDt(3) -OMEGA(3)*DYDt(2)) - (OMEGA(2)*(OMEGA(1)* Ynoin (2)
@          -OMEGA(2)* Ynoin (1)) -OMEGA(3)*(OMEGA(3)* Ynoin (1)
@          -OMEGA(1)* Ynoin (3)))

          DYDt(5)=-dPOTdY( Ynoin ( 1) , Ynoin ( 2) , Ynoin ( 3)) +2*(OMEGA(1)*
@          DYDt(3) -OMEGA(3)*DYDt(1)) + (OMEGA(1)*(OMEGA(1)* Ynoin (2)
@          -OMEGA(2)* Ynoin (1)) -OMEGA(3)*(OMEGA(2)* Ynoin (3)

```

```

@          -OMEGA(3)*Ynoin(2))

DYDt(6)=-dPOTdZ(Ynoin(1),Ynoin(2),Ynoin(3))-2*(OMEGA(1)*
@          DYDt(2)-OMEGA(2)*DYDt(1))-(OMEGA(1)*(OMEGA(3)*Ynoin(1)
@          -OMEGA(1)*Ynoin(3))-OMEGA(2)*(OMEGA(2)*Ynoin(3)
@          -OMEGA(3)*Ynoin(2)))

```

RETURN

END

.

Apéndice C

Diagramas de Poincaré de la barra triaxial

En este apéndice presentamos algunos mosaicos de varios casos calculados con el propósito de proporcionar una idea física de las características de este tipo de sistemas. Cada imagen muestra los parámetros correspondientes a cada corrida.

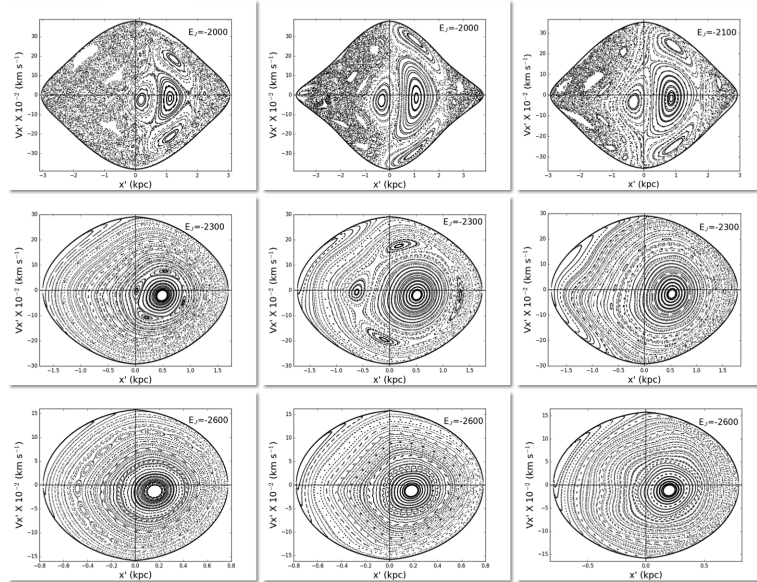


Figura C.1: Mosaico con Diagramas de Poincaré para un ángulo de orientación entre las barras $\phi = 20^\circ$, y valores de la velocidad angular $\Omega = -40, -50, -60$ (km/s/kpc). Masa de la barra 1 $M_{b1} = 363.6$ g_{μ} , masa de la barra 2 $M_{b2} = 242.4$ g_{μ} . Radio de la barra 1 $R_{b1} = 1.75$ kpc, radio de la barra 2 $R_{b2} = 3.5$ kpc

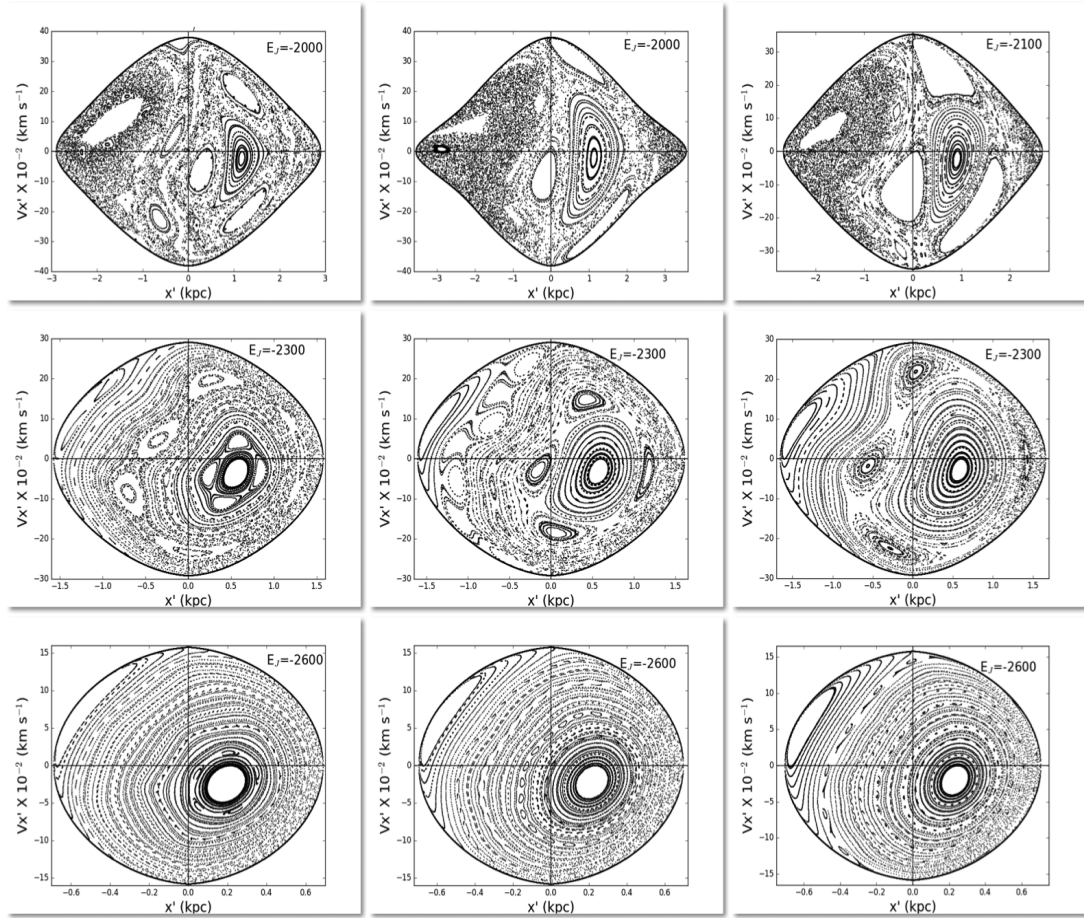


Figura C.2: Mosaico con Diagramas de Poincaré para un ángulo de orientación entre las barras $\phi = 50^\circ$, y valores de la velocidad angular $\Omega = -40, -50, -60$ (km/s/kpc). Masa de la barra 1 $M_{b1} = 363.6$ g_{\odot} , masa de la barra 2 $M_{b2} = 242.4$ g_{\odot} . Radio de la barra 1 $R_{b1} = 1.75$ kpc, radio de la barra 2 $R_{b2} = 3.5$ kpc

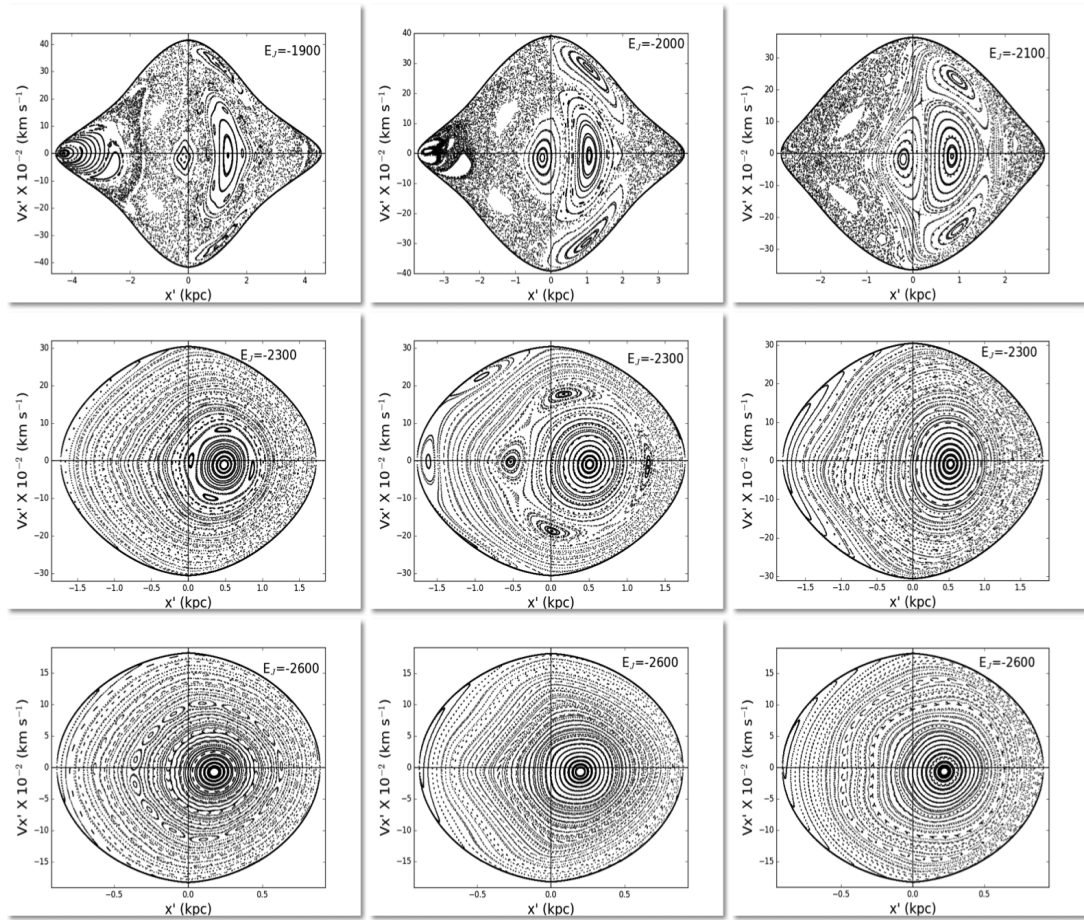


Figura C.3: Mosaico con Diagramas de Poincaré para un ángulo de orientación entre las barras $\phi = 20^\circ$, y valores de la velocidad angular $\Omega = -40, -50, -60$ (km/s/kpc). Masa de la barra 1 $Mb1 = 484.9$ gmu , masa de la barra 2 $Mb2 = 121.1$ gmu . Radio de la barra 1 $Rb1 = 1.75$ kpc, radio de la barra 2 $Rb2 = 3.5$ kpc

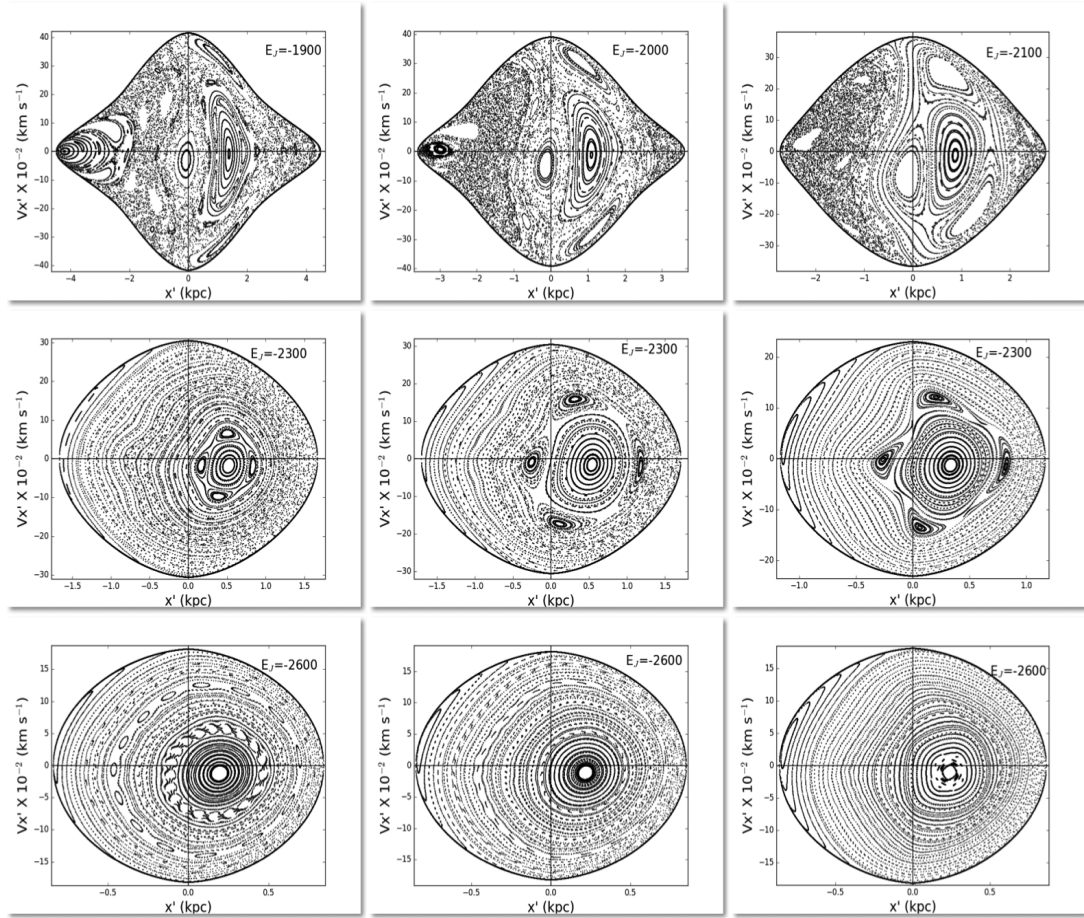


Figura C.4: Mosaico con Diagramas de Poincaré para un ángulo de orientación entre las barras $\phi = 50^\circ$, y valores de la velocidad angular $\Omega = -40, -50, -60$ (km/s/kpc). Masa de la barra 1 $M_{b1} = 484.9$ g_{mu} , masa de la barra 2 $M_{b2} = 121.1$ g_{mu} . Radio de la barra 1 $R_{b1} = 1.75$ kpc, radio de la barra 2 $R_{b2} = 3.5$ kpc

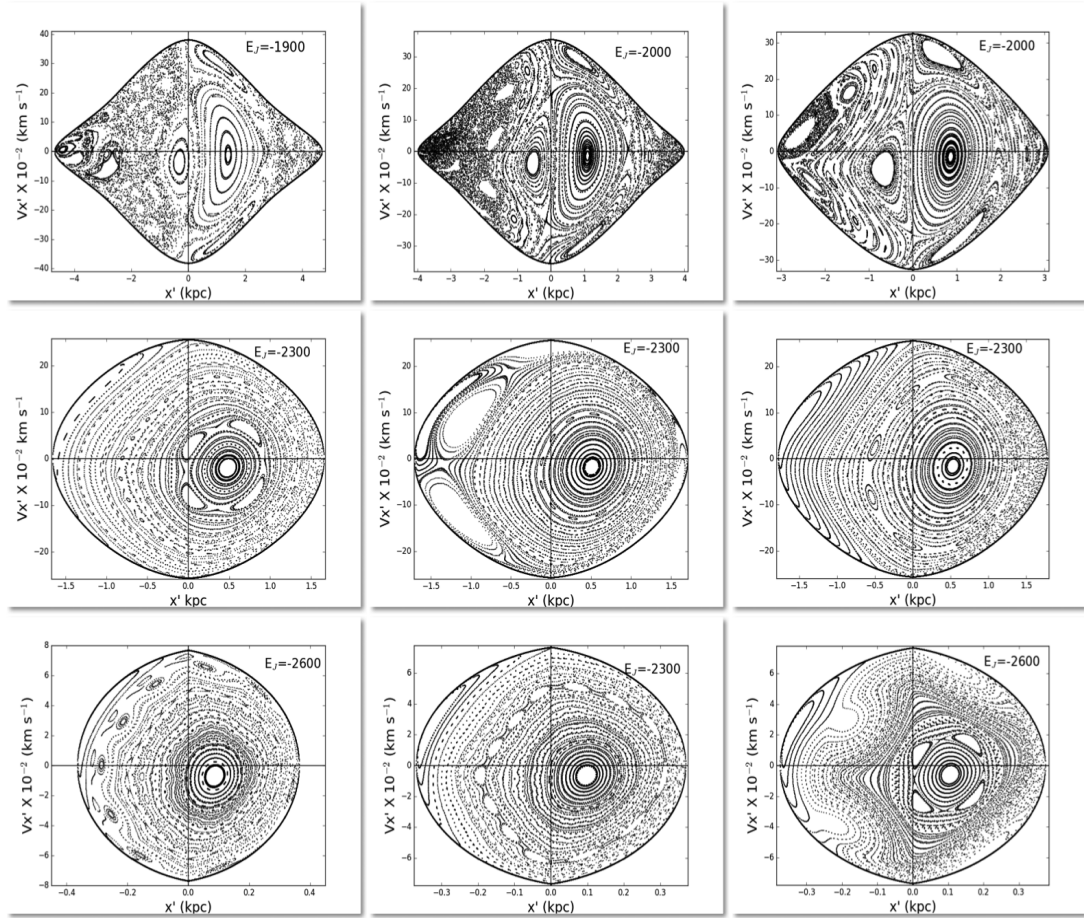


Figura C.5: Mosaico con Diagramas de Poincaré para un ángulo de orientación entre las barras $\phi = 20^\circ$, y valores de la velocidad angular $\Omega = -40, -50, -60$ (km/s/kpc). Masa de la barra 1 $M_{b1} = 363.6$ g_{mu} , masa de la barra 2 $M_{b2} = 242.4$ g_{mu} . Radio de la barra 1 $R_{b1} = 2.25$ kpc, radio de la barra 2 $R_{b2} = 4.5$ kpc

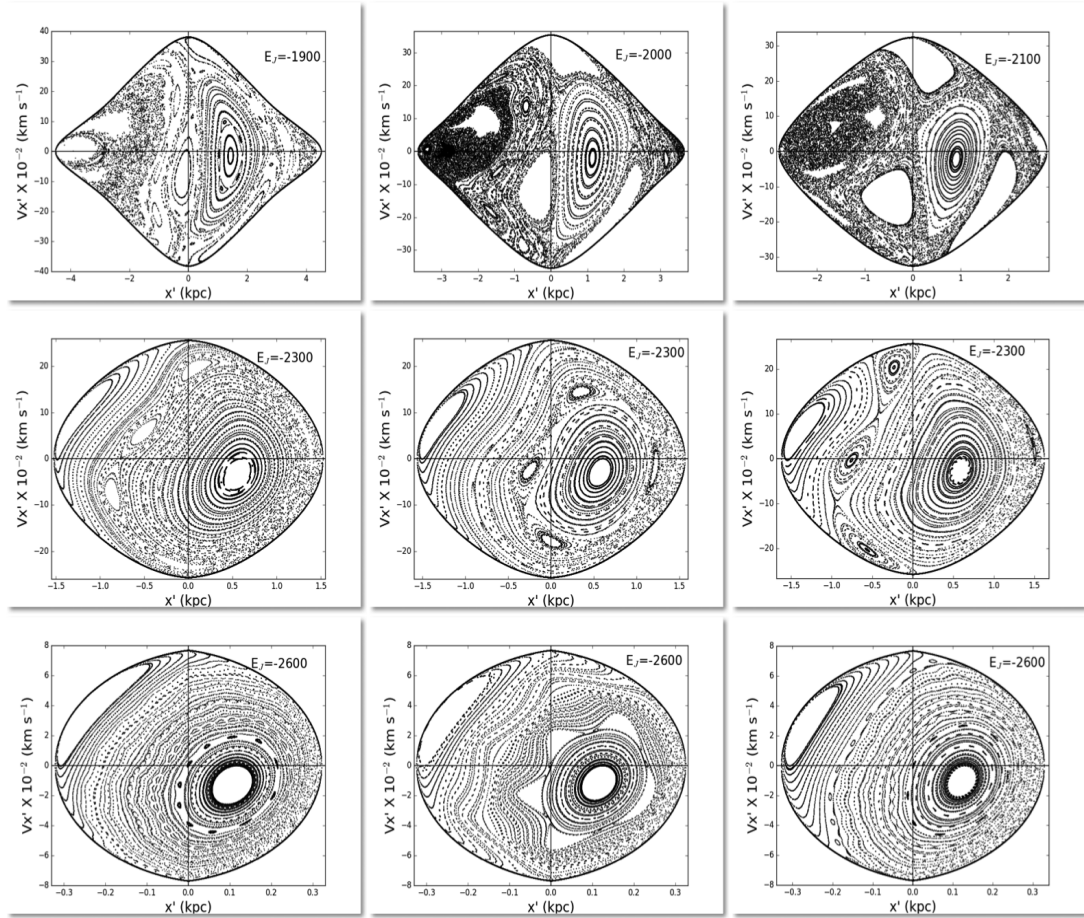


Figura C.6: Mosaico con Diagramas de Poincaré para un ángulo de orientación entre las barras $\phi = 50^\circ$, y valores de la velocidad angular $\Omega = -40, -50, -60$ (km/s/kpc). Masa de la barra 1 $M_{b1} = 363.6$ g_{mu} , masa de la barra 2 $M_{b2} = 242.4$ g_{mu} . Radio de la barra 1 $R_{b1} = 2.25$ kpc, radio de la barra 2 $R_{b2} = 4.5$ kpc

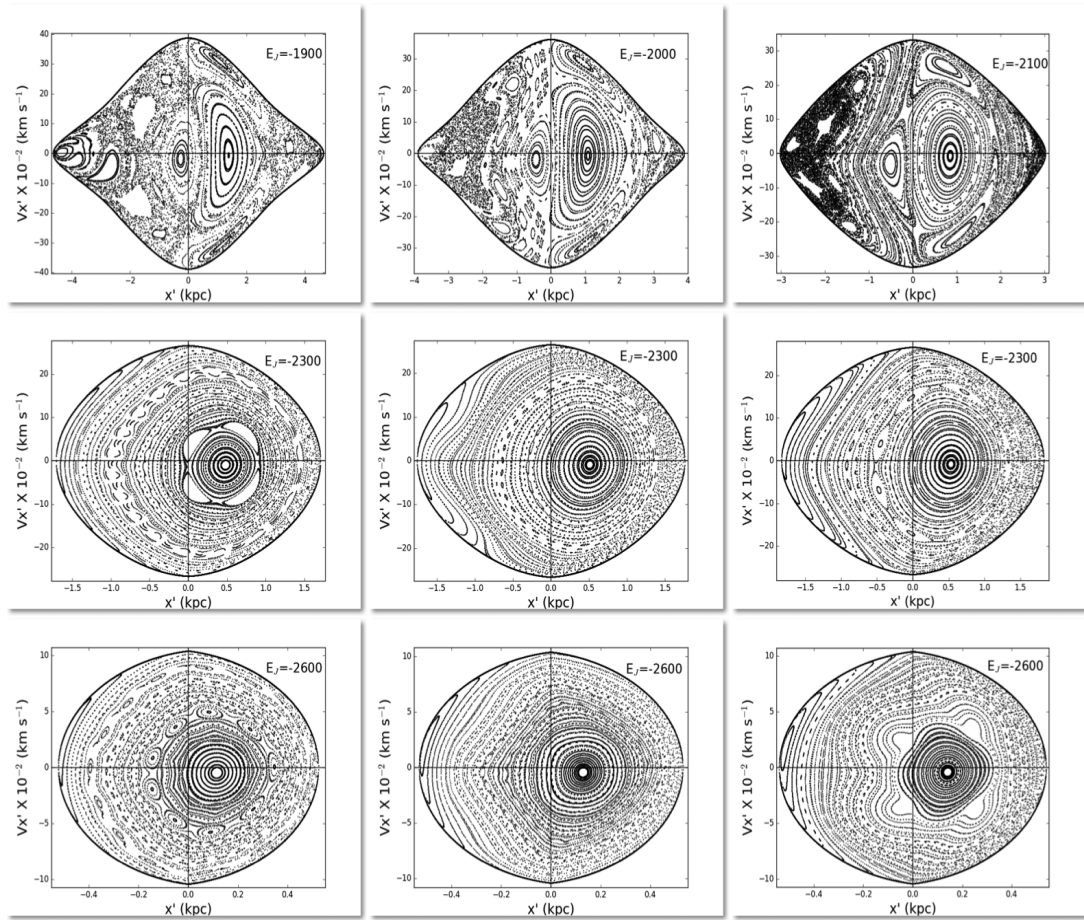


Figura C.7: Mosaico con Diagramas de Poincaré para un ángulo de orientación entre las barras $\phi = 20^\circ$, y valores de la velocidad angular $\Omega = -40, -50, -60$ (km/s/kpc). Masa de la barra 1 $M_{b1} = 484.9$ g_{mu} , masa de la barra 2 $M_{b2} = 121.1$ g_{mu} . Radio de la barra 1 $R_{b1} = 2.25$ kpc, radio de la barra 2 $R_{b2} = 4.5$ kpc

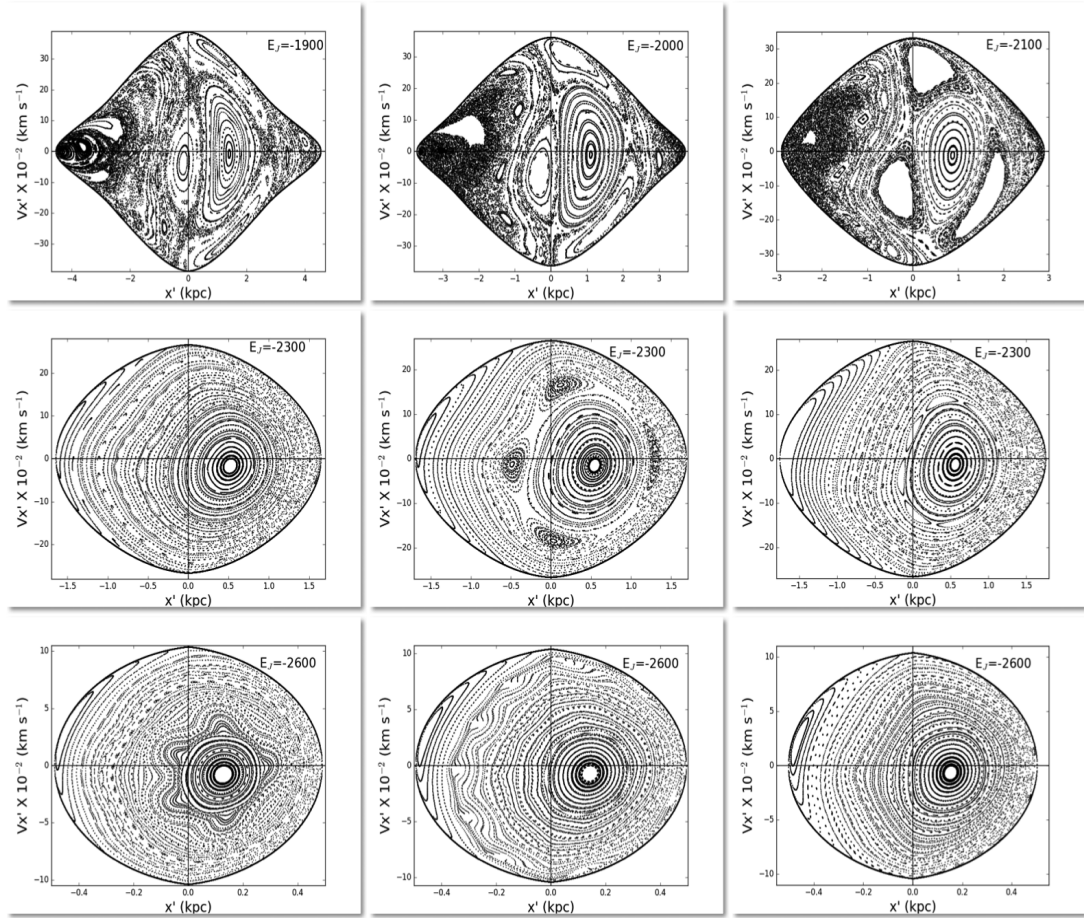


Figura C.8: Mosaico con Diagramas de Poincaré para un ángulo de orientación entre las barras $\phi = 50^\circ$, y valores de la velocidad angular $\Omega = -40, -50, -60$ (km/s/kpc). Masa de la barra 1 $Mb1 = 484.9$ gmu , masa de la barra 2 $Mb2 = 121.1$ gmu . Radio de la barra 1 $Rb1 = 2.25$ kpc, radio de la barra 2 $Rb2 = 4.5$ kpc

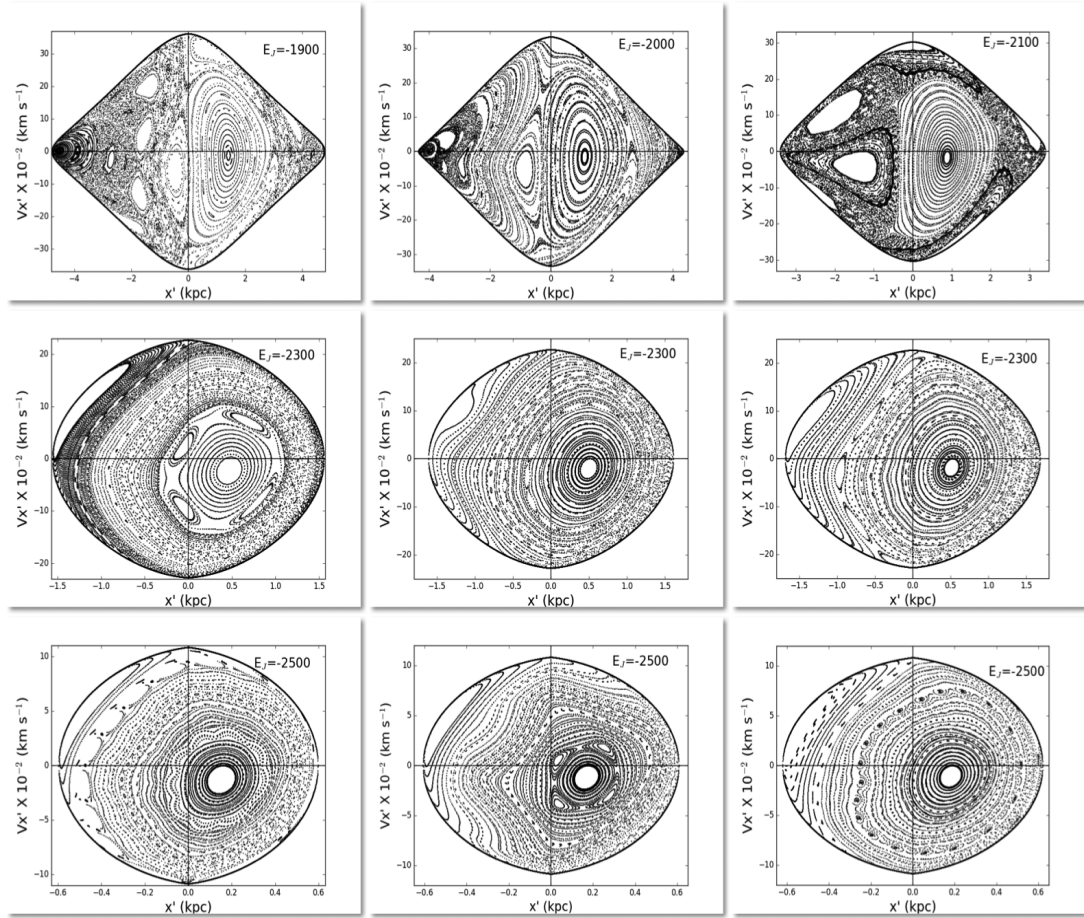


Figura C.9: osaico con Diagramas de Poincaré para un ángulo de orientación entre las barras $\phi = 20^\circ$, y valores de la velocidad angular $\Omega = -40, -50, -60$ (km/s/kpc). Masa de la barra 1 $M_{b1} = 363.6$ g_{mu} , masa de la barra 2 $M_{b2} = 242.4$ g_{mu} . Radio de la barra 1 $R_{b1} = 3.5$ kpc, radio de la barra 2 $R_{b2} = 3.5$ kpc

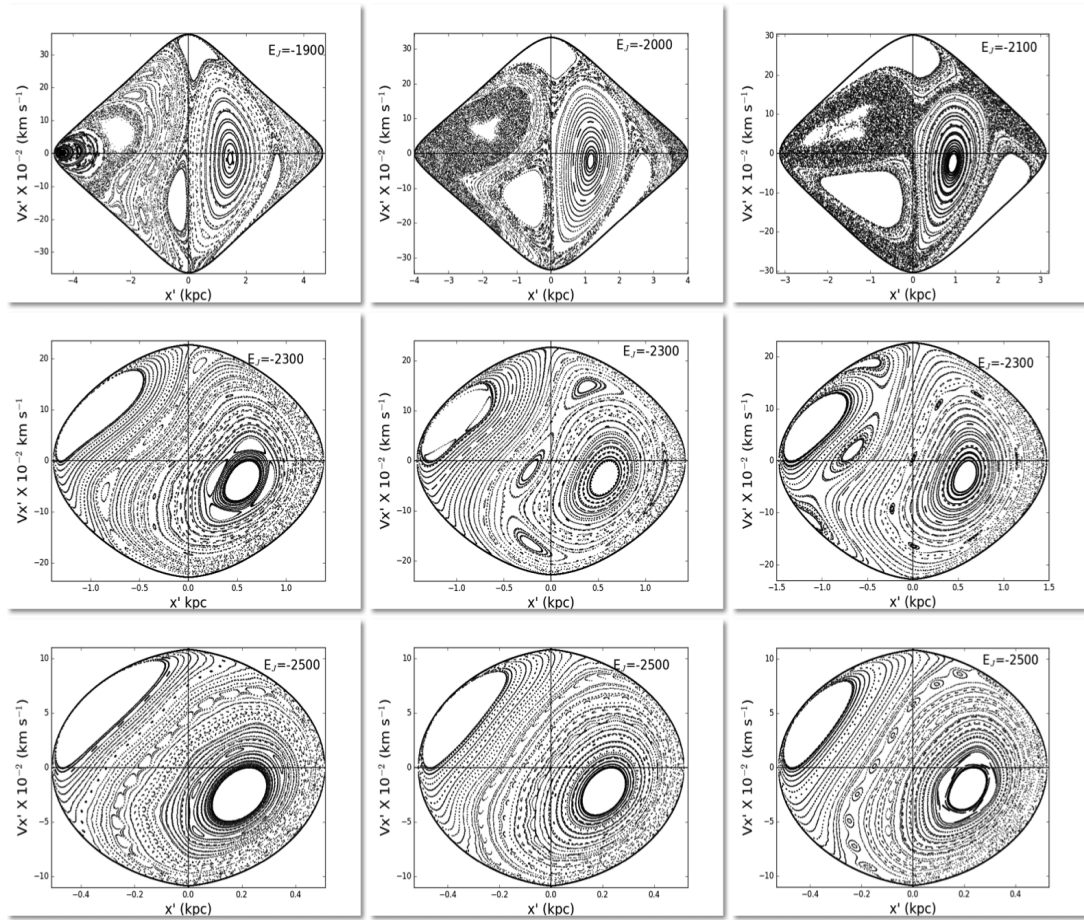


Figura C.10: osaico con Diagramas de Poincaré para un ángulo de orientación entre las barras $\phi = 50^\circ$, y valores de la velocidad angular $\Omega = -40, -50, -60$ (km/s/kpc). Masa de la barra 1 $M_{b1} = 363.6$ g_{mu} , masa de la barra 2 $M_{b2} = 242.4$ g_{mu} . Radio de la barra 1 $R_{b1} = 1.75$ kpc, radio de la barra 2 $R_{b2} = 3.5$ kpc

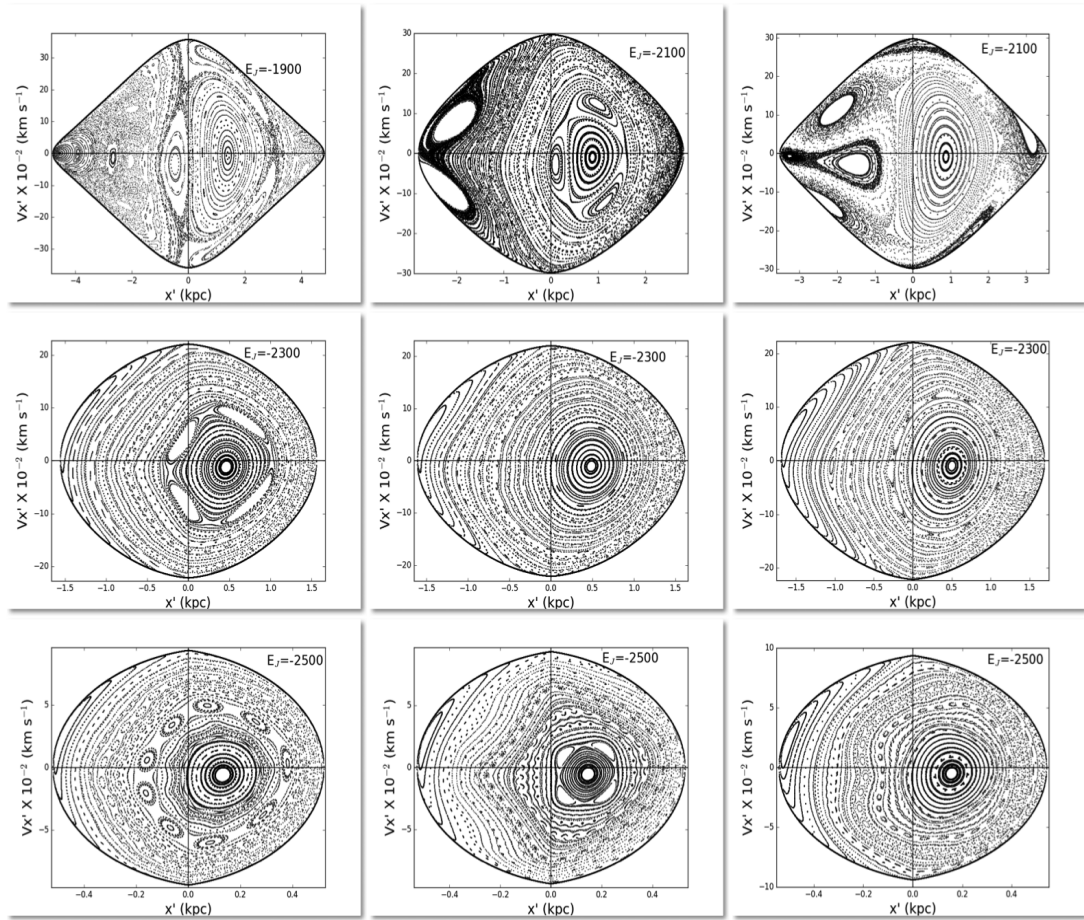


Figura C.11: Mosaico con Diagramas de Poincaré para un ángulo de orientación entre las barras $\phi = 20^\circ$, y valores de la velocidad angular $\Omega = -40, -50, -60$ (km/s/kpc). Masa de la barra 1 $M_{b1} = 484.9$ g_{mu} , masa de la barra 2 $M_{b2} = 121.1$ g_{mu} . Radio de la barra 1 $R_{b1} = 3.5$ kpc, radio de la barra 2 $R_{b2} = 3.5$ kpc

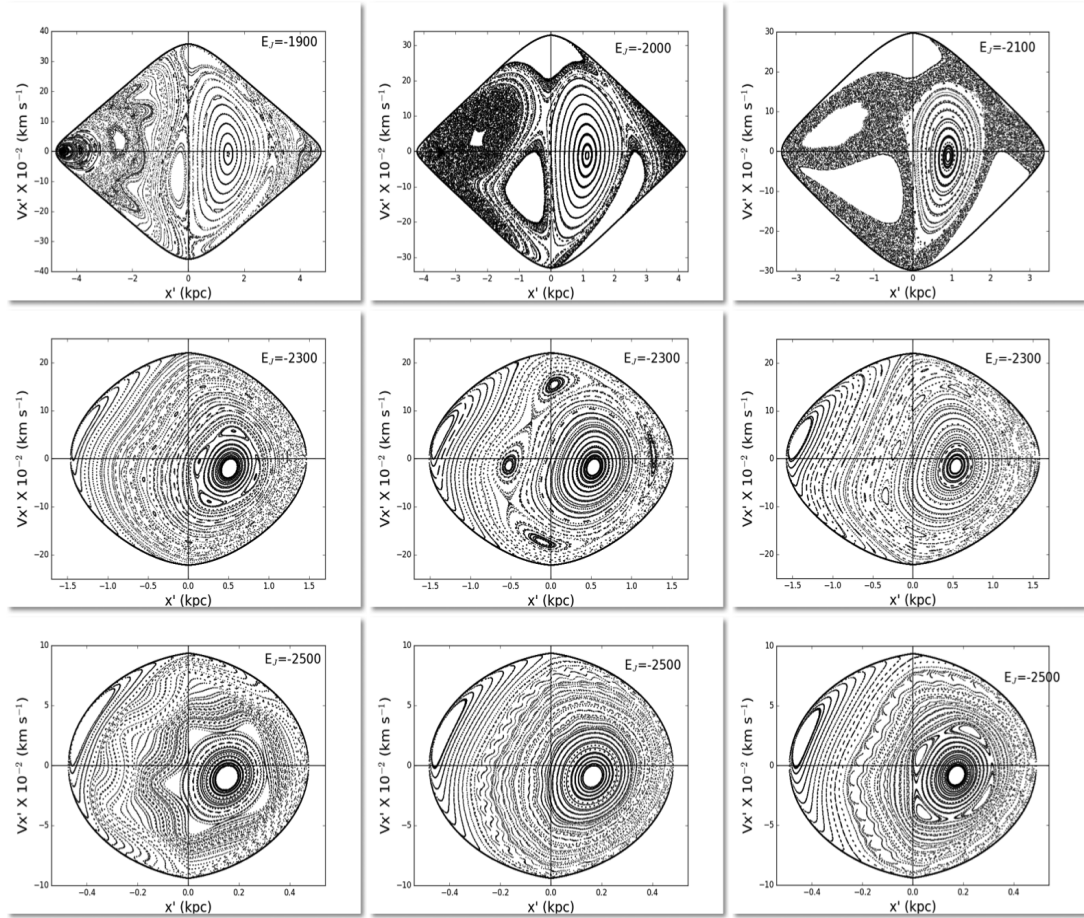


Figura C.12: Mosaico con Diagramas de Poincaré para un ángulo de orientación entre las barras $\phi = 50^\circ$, y valores de la velocidad angular $\Omega = -40, -50, -60$ (km/s/kpc). Masa de la barra 1 $M_{b1} = 484.9$ g_{mu} , masa de la barra 2 $M_{b2} = 121.1$ g_{mu} . Radio de la barra 1 $R_{b1} = 1.75$ kpc, radio de la barra 2 $R_{b2} = 3.5$ kpc

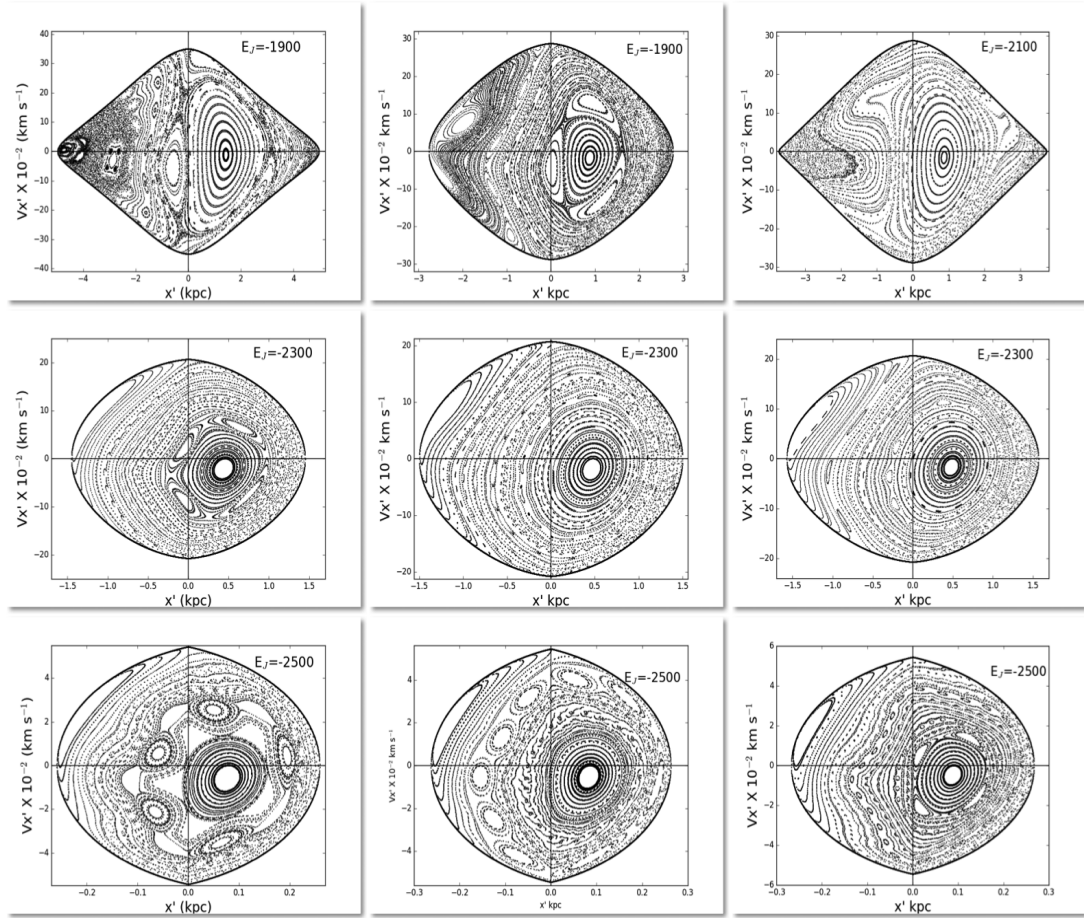


Figura C.13: Mosaico con Diagramas de Poincaré para un ángulo de orientación entre las barras $\phi = 20^\circ$, y valores de la velocidad angular $\Omega = -40, -50, -60$ (km/s/kpc). Masa de la barra 1 $M_{b1} = 363.6$ g_{mu} , masa de la barra 2 $M_{b2} = 242.4$ g_{mu} . Radio de la barra 1 $R_{b1} = 4.5$ kpc, radio de la barra 2 $R_{b2} = 4.5$ kpc

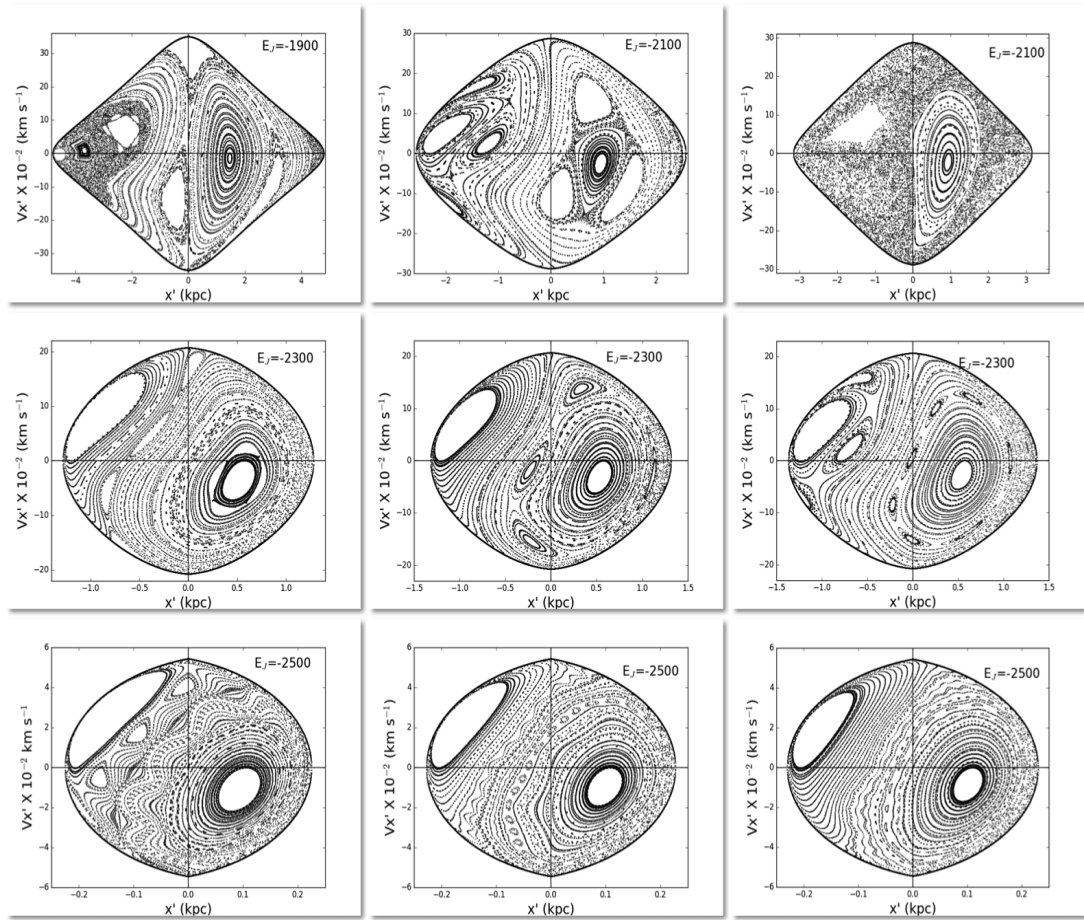


Figura C.14: Mosaico con Diagramas de Poincaré para un ángulo de orientación entre las barras $\phi = 50^\circ$, y valores de la velocidad angular $\Omega = -40, -50, -60$ (km/s/kpc). Masa de la barra 1 $M_{b1} = 363.6$ g_{\odot} , masa de la barra 2 $M_{b2} = 242.4$ g_{\odot} . Radio de la barra 1 $R_{b1} = 4.5$ kpc, radio de la barra 2 $R_{b2} = 4.5$ kpc

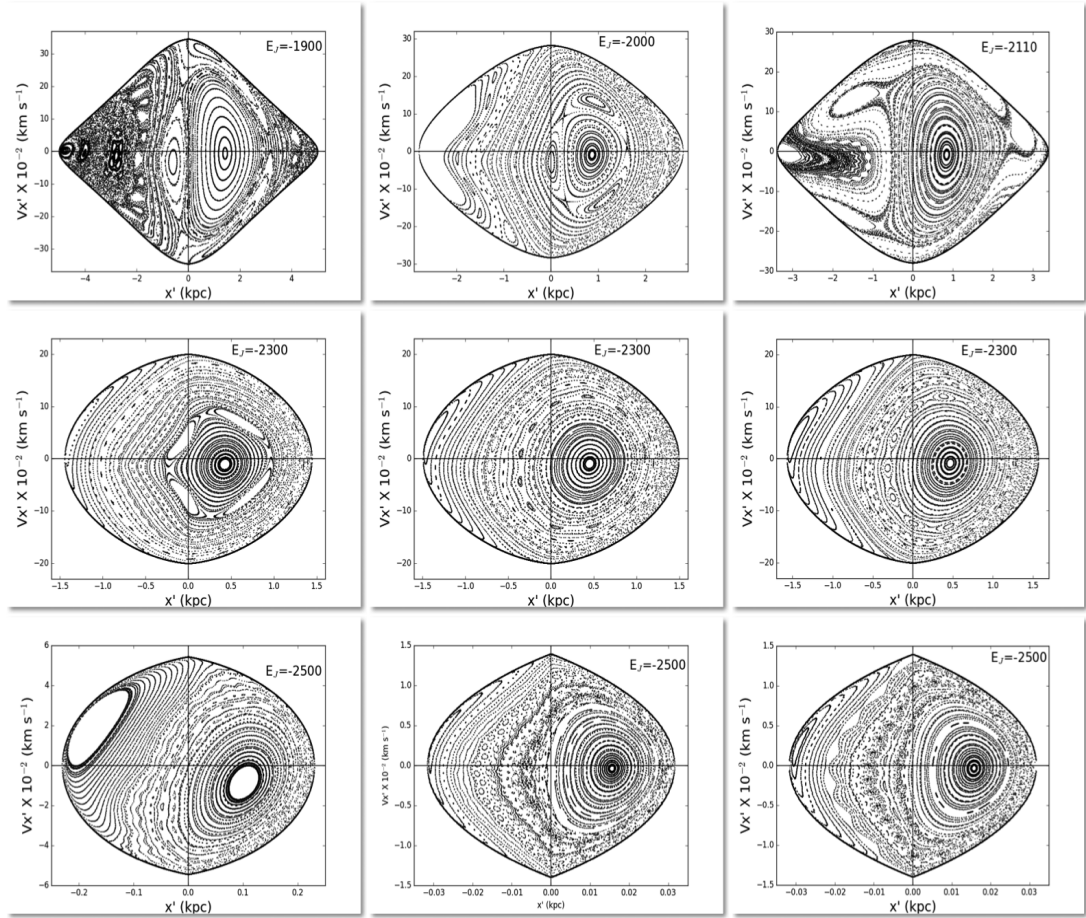


Figura C.15: Mosaico con Diagramas de Poincaré para un ángulo de orientación entre las barras $\phi = 20^\circ$, y valores de la velocidad angular $\Omega = -40, -50, -60$ (km/s/kpc). Masa de la barra 1 $M_{b1} = 484.9$ g_{mu} , masa de la barra 2 $M_{b2} = 121.1$ g_{mu} . Radio de la barra 1 $R_{b1} = 4.5$ kpc, radio de la barra 2 $R_{b2} = 4.5$ kpc

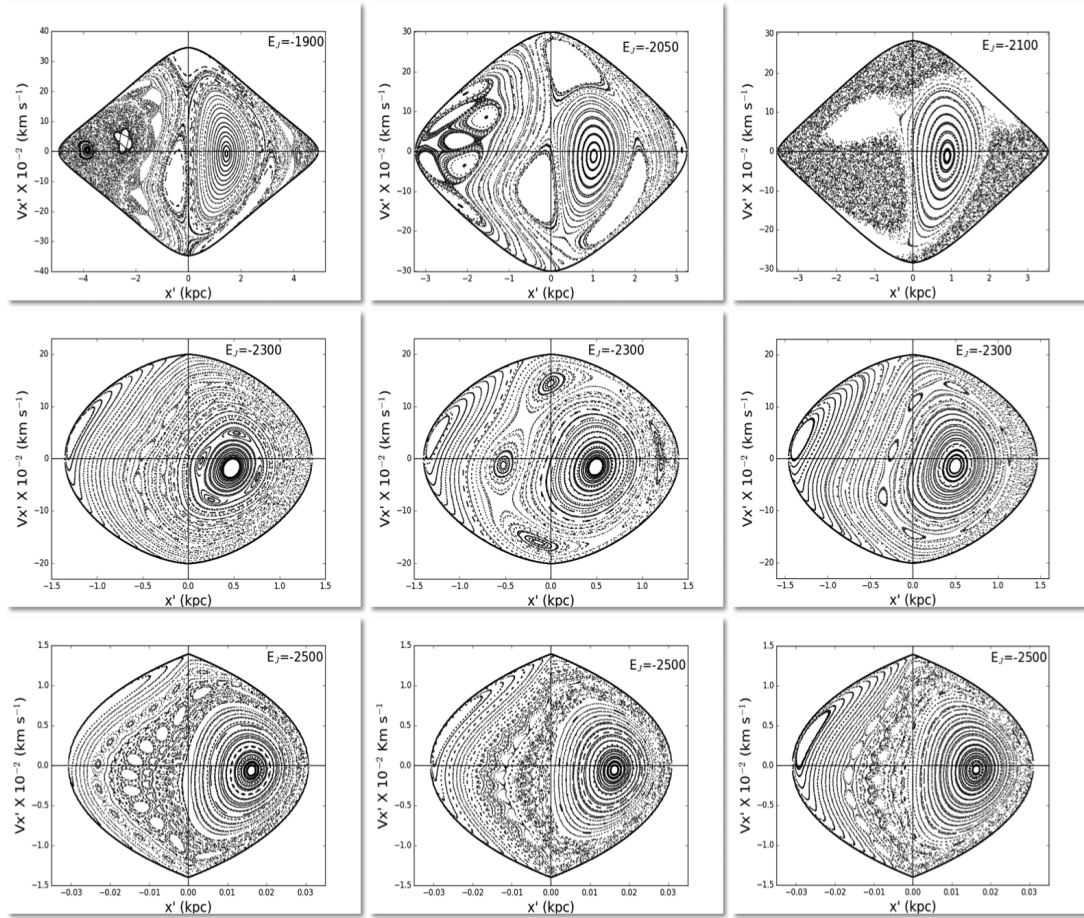


Figura C.16: Mosaico con Diagramas de Poincaré para un ángulo de orientación entre las barras $\phi = 50^\circ$, y valores de la velocidad angular $\Omega = -40, -50, -60$ (km/s/kpc). Masa de la barra 1 $M_{b1} = 484.9$ g_{mu} , masa de la barra 2 $M_{b2} = 121.1$ g_{mu} . Radio de la barra 1 $R_{b1} = 4.5$ kpc, radio de la barra 2 $R_{b2} = 4.5$ kpc

Bibliografía

- [1] ALLEN, C. & SANTILLÁN, A., 1991, RMxAA, 22, 255.
- [2] ATHANASSOULA, E., 2005, MNRAS, 358, 1477A.
- [3] ATHANASSOULA, E., & MACHADO, RUBENS E.G, RODIONOV, S.A, 2013, MNRAS, 429, 1949A.
- [4] BABUSIAUX, C. & GILMORE, G., 2005, MNRAS, 358, 1309B.
- [5] BAHCALL, J.N. & R.M., 1980, APJ, S, 44, 73.
- [6] BINNEY, J. & TREMAINE, 2008
- [7] BINNEY, J., 1994,ASIC, 445, 75B
- [8] BISSANTZ, N. & ENGLMAIER, P. & GERHARD, 2003, MNRAS, 340, 949B.
- [9] CALDWELL, J.A.R. & OSTRICKER, J.P., 1981,251,61.
- [10] CARROLL, BRADLEY W. & OSTLIE DALE, A., *An Introduction to Modern Astrophysics*, PEARSON ADDISON-WESLEY, 2007
- [11] COMPÉRE, P. & LÓPEZ-CORREDOIRA, M., GARZÓN, F., A&A, 2014, 571, A98
- [12] CONTOPOULOS, G., 1983, A&A,117,89.
- [13] DEHNEN, W. & BINNEY, J., APH, 1998, 294, 429.
- [14] DEBATTISTA, VICTOR P., SHEN, J., 2007, APJ, 654L., 127D.
- [15] DU, M. & SHEN, J. & DEBATTISTA, V.P, 2015, APJ, 804, 139D.
- [16] FREUDENREICH, H.T., 1998, APJ, 492,495.
- [17] GERHARD, O.E., 2002, ASP,273,73.
- [18] HAMMERSLEY, P.L & LÓPEZ-CORREDOIRA, M & GARZÓN, F., 2001, ASPC, 231, .81H.
- [19] HERNQUIST, L. & OSTRICKER, J.P., 1992. APJ, 386, 375.
- [20] KELLOGG, O.D., 1953, *Foundations of Potential Theory*.
- [21] LÓPEZ-CORREDOIRA, M., HAMMERSLEY, P. L., GARZN, F., ET AL. 2001, A&A, 373, 139
- [22] MACIEJEWSKI, W. & SPARKE, L.S, 2000, MNRAS, 313, 745M
- [23] MARTÍNEZ-MEDINA, L.A & PICHARDO, B. & MORENO, E., 2016, APJ, 817L, 3M

- [24] MARTÍNEZ-VALPUESTA, I., & GERHARD, O. 2011, APJ, 734, L20
- [25] MONARI, G. & ANTOJA, T. & HELMI, A., 2013, ARXIV,1306,2632M
- [26] NIKOLAEV, S. & WEINBERG, M.D., 1997, APJ, 487, 885
- [27] NISHIYAMA, S. & NAGATA, T. & IRSF/SIRIUS TEAM, 2006, JPhCS, 54, 62N
- [28] NUMERICAL RECIPES IN FORTRAN 77: THE ART OF SCIENTIFIC COMPUTING, 1988-1992, CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS
- [29] PICHARDO, B., & MARTOS, M. & MORENO, E., 2004APJ, 609, 144P
- [30] PICHARDO, B., & MARTOS, M. & MORENO, E. & ESPRESATE, J., 2001, ASPC, 230, 207P
- [31] ROMERO-GÓMEZ, M., & ATHANASSOULA, E., & ANTOJA, T. & FIGUERAS, F., 2011, MNRAS, 418,1176R
- [32] SCHMIDT, M., 1956, B.A.N. 13,15
- [33] SPARKE, L.S. & GALLAGHER, J.S 2000, *Galaxies in the Universe*, CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS.
- [34] SHLOSMAN, I. & HELLER, C.H., 2002, APJ, 565, 921
- [35] STANEK, K.Z; UDALSKI, A.; SZYMANSKI, M.; KALUZNY, J.; KUBIAK, M.; MATEO.; KRZEMNSKI, W., 1997, APJ, 477, 163
- [36] TREMAINE, S. & WEINBERG, M.D., 1984, APJ, 282, 5
- [37] WEINBERG, M.D, 1992, APJ, 384,94
- [38] WEGG, C., & GERHARD, O. 2013, MNRAS, 435, 1874
- [39] WOZNIAK, H., 2015, A&A, 575A, 7W
- [40] ZHAO, H. & MAO, S., 1996, MNRAS, 283, 1197