



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

POSGRADO EN CIENCIA E INGENIERÍA DE LA COMPUTACIÓN

INTERFACES CEREBRO COMPUTADORA CON  
PERSPECTIVAS A SU APLICACIÓN EN ROBOTS DE SERVICIO

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:  
DOCTORA EN CIENCIAS (COMPUTACIÓN)

PRESENTA:

ALICIA MONTSERRAT ALVARADO GONZÁLEZ

DIRECTORES DE TESIS:

DR. EDGAR GARDUÑO ÁNGELES, Dra. VERÓNICA MEDINA BAÑUELOS Y DR. ERNESTO  
BRIBIESCA CORREA

CIUDAD DE MÉXICO, MÉXICO

AGOSTO, 2016



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*“If I have seen further, it is by standing on the shoulders of giants.”*

Isaac Newton

*Para mi papá.*

# Agradecimientos

Tengo un gran amor por este proyecto por varias razones. La primera es por su naturaleza interdisciplinaria. Esta característica me ha permitido estar en contacto con muchas personas que tienen una gran pasión por sus campos de estudio. Todas ellas hicieron un considerable esfuerzo por transmitirme sus conocimientos, lo cual agradezco enormemente. La segunda razón es porque ha sido toda una aventura ser asesorada por tres tutores con personalidades y formas de trabajar muy diferentes. De esta situación poco común he aprendido sus habilidades de comunicación, a trabajar en equipo, a ser tolerante y a apreciar y respetar el trabajo de los demás. Cada uno ha puesto mucho de su parte para generar un ambiente favorable para el proceso creativo y de aprendizaje, lo cual me ha permitido disfrutar de todo el desarrollo del proyecto. La tercera razón es porque, a pesar de algunas variaciones, pude concretar el proyecto como lo imaginé desde mi propuesta doctoral. Fue como haber iniciado con un lienzo en blanco y una idea muy clara de lo que quería ver en él. Me tomé el tiempo de elegir los colores y los pinceles adecuados y me aseguré de poner todo mi corazón en cada pincelada. Al final, gracias a mis tutores, terminé con una versión incluso mejor de lo que me había imaginado. La cuarta razón tiene que ver con un proceso de autoconocimiento que se dio de manera paralela al desarrollo del proyecto. Muchas veces llegué a mis límites pero fue interesante el haber encontrado una nueva forma de incrementar mi umbral de resistencia. Por supuesto que no lo logré sola. Confieso que tuve mucha ayuda de mis tutores, de mi familia y amigos que me pusieron de pie varias veces para poder seguir jugando. La quinta y última razón tiene que ver con un ejercicio de humildad y de profundo respeto, admiración y agradecimiento por mis raíces: mis padres y mis abuelos. Por mis abuelos porque abrieron brecha para que mis padres estuvieran sobre sus hombros y, a su vez, yo me apoyara sobre los de ellos, lo cual me permitió asomar la cabeza un poco más alto de lo que se esperaba de mí. Sobre todo quiero agradecer a mi papá, por que sin él yo no hubiera tenido la posibilidad de estar en este nivel. A continuación quisiera agradecer a las personas y grupos que han estado involucrados en la realización de este proyecto: la Dra. Verónica Medina Bañuelos, quien me abrió las puertas del Laboratorio de Investigación en Neuroimagenología (LINI) de la Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Iztapalapa, y al Dr. Edgar Garduño Ángeles, quien fue mi sinodal en la maestría y uno de los investigadores con los que trabajé como técnico académico en el Instituto de Investigaciones en Matemáticas Aplicadas y en Sistemas (IIMAS). Ambos han

sido las piedras angulares del proyecto y de mi formación, por lo que los considero mis padres académicos. Me han regalado mucho de su tiempo, trabajo, paciencia y oportunidades para crecer. Se han dedicado a pulir mis habilidades académicas enviándome a cursos, presentaciones y congresos, y se tomaron el tiempo de leer, corregir y releer mis escritos hasta que quedaron presentables. Al Dr. Ernesto Bribiesca Correa, quien aceptó ser mi tutor, lo cual me abrió las puertas al Posgrado de Ciencia e Ingeniería de la Computación (PCIC). Él me ha dado retroalimentación para que el proyecto tienda hacia las Ciencias de la Computación y me ha dado buenas ideas para artículos. Mis tres tutores me han dado la oportunidad de involucrarme en otros proyectos académicos. El Dr. Garduño me permitió, además, apoyarlo en la coordinación del seminario de Señales Imágenes y Ambientes Virtuales, mientras que la Dra. Medina me permitió participar en la Revista Mexicana de Ingeniería Biomédica como asistente ejecutiva, lo cual me permitió conocer la dinámica de una revista científica. Al M. en IB. Oscar Yáñez Suárez, quien ha sido fundamental para el proyecto ya que ha compartido sus amplios conocimientos de los temas desarrollados en esta tesis. A mis sinodales, Dr. Boris Escalante Ramírez, Dra. Raquel Valdés Cristerna y Dr. Caleb Rascón Estebané por sus valiosos comentarios, los cuales me han ayudado para mejorar significativamente tanto en el examen de candidatura como en la tesis. Al Dr. Luis Pineda Cortés por permitirme usar la plataforma del robot Golem-II+. Al Dr. Rascón por haberme ayudado a conectar la interfaz cerebro computadora con el robot. Al Dr. Jorge Márquez por su retroalimentación. De manera puntual quisiera agradecer a continuación a mis patrocinadores: A la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) por permitirme ser parte del PCIC. Al CONACyT por mantenerme estos cuatro años con la beca número 167254. Al Programa de Apoyo a los Estudios de Posgrado de la UNAM por proporcionarme recursos para asistir a la *34th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society* que tuvo lugar en San Diego, CA, EUA, del 26 de agosto al 2 de septiembre del 2012. En dicha conferencia se llevó a cabo el *Workshop on Brain-Machine-Body Interfaces* en donde tuve la oportunidad de presentar el cartel "*The Use of a Chain Code as a Representation of the P300 Event-Related Potential Signal*". También quiero agradecer a mi papá por proporcionarme recursos para asistir a los cursos: *EEGLAB: An Open Software Environment for Electrophysiological Brain Imaging* y al *Software tools for Image Based Modeling, Simulation, and Visualization* que se llevaron a cabo en esa conferencia. Al LINI por proporcionarme recursos para asistir a la Reunión de Neuroimagen en el 2012 en donde expuse el tema "El uso de Códigos Cadena como una representación de la señal ERP-P300 aplicado a ICC". También quiero agradecerle por capacitarme para utilizar su equipo de adquisición de señales del EEG de superficie, el cual también he utilizado para llevar a cabo varios experimentos. Al IIMAS por prestarme su infraestructura, sus recursos, su sala de juntas, un espacio físico con una hermosa vista y su maravilloso sillón en el que dormimos nuestras desveladas. A los coautores del artículo "*P300 Detection Based on EEG Shape Features*" por compartir los gastos de su publicación en la revista de acceso libre *Computational and*

*Mathematical Methods in Medicine.* A la beca papá que me ha colocado en una situación privilegiada, no sólo porque me ha mantenido toda mi vida sino porque lo sigue haciendo, lo cual me ha permitido tomar riesgos que de otra forma no hubiera podido tomar. A la beca Ito porque me ha permitido gozar de lujos que un becario no podría pagar. Quiero agradecer especialmente a mi papá, a Ito, al Dr. Garduño y a la Dra. Medina porque han sido muy pacientes para escucharme, aconsejarme y encaminarme en todas las dudas y preocupaciones que surgen en el desarrollo de un proyecto de esta magnitud. También quiero agradecer a mis compañeros del LINI y del PCIC por su retroalimentación y apoyo, principalmente a: Miguel Porta, Miguel Fraga, Jorge Luis Pérez, Omar Piña, Desirée López, Cinthya Ceja, Rosario Cruz, Wendy Aguilar, Tzolkin Garduño, Gibrán Fuentes y Miguel Salazar. Finalmente, quiero agradecer a Lourdes González, Amalia Arriaga y Cecilia Mandujano por todo su apoyo administrativo y por su cariño.

# Resumen

Una Interfaz Cerebro Computadora (BCI) es un conjunto de hardware y software que le permite a sus usuarios comunicarse e interactuar con su entorno únicamente mediante la información que puede ser extraída de su cerebro. Existen muchos tipos de señales cerebrales pero nosotros estamos interesados en los Potenciales Relacionados con Eventos (ERP), ya que uno de sus componentes, el P300, puede ser inducido mediante una estimulación controlada y tiene propiedades deseables y estabilidad para controlar las BCIs.

En esta tesis presentamos una aproximación novedosa para describir un P300 con un vector de características de forma, el cual ofrece una serie de ventajas sobre el vector de características temporales en el que se basa el sistema BCI2000 (ampliamente utilizado por la comunidad de BCI). Uno de los elementos del vector de características es una cadena de códigos que representa la señal de ERP. Al método que genera dichos códigos le llamamos *Slope Horizontal Chain Code*, el cual surgió de la necesidad de disminuir la complejidad computacional del código *Slope Chain Code*.

Adicionalmente, presentamos un algoritmo de calibración que reduce las dimensiones del vector de características de forma, el número de estimulaciones y los electrodos que necesita una BCI para detectar P300s con precisión; también definimos un método para encontrar una plantilla que represente el P300 del sujeto, para un electrodo dado, generada con sus propias señales.

Para validar el desempeño de nuestra metodología utilizamos una base de datos pública con señales de EEG de 22 sujetos a quienes se le colocaron electrodos de superficie y a los que se les pidió que deletrearán tres conjuntos de palabras conocidas *a priori* utilizando una matriz de deletreo de  $6 \times 6$ . Las señales de EEG de cada sujeto se distribuyeron entre un conjunto de entrenamiento y un conjunto de validación.

Con el primer conjunto entrenamos el algoritmo de calibración, lo cual resultó en un área bajo la curva ROC (AUROC) promedio de  $0.87 \pm 0.11$ . Adicionalmente, el promedio de estimulaciones para que todos los sujetos tuvieran un AUROC mayor a 0.8 fue de  $9.14 \pm 4.85$ . También encontramos que el electrodo C4 puede ser incluido como otro de los electrodos que provee de información útil para tener una buena clasificación. El vector de características de forma es de 34 elementos por cada electrodo; sin embargo, encontramos que es posible reducir significativamente las dimensiones del vector mientras se conserva una sensibilidad alta. Además, identificamos que la característica

que más ocurrencias tiene en promedio es la que utilizamos como medida de exactitud para evaluar el desempeño del proceso de calibración, y que las siguientes características con mayor número de ocurrencias en promedio están asociadas con tres componentes de los ERP: el P100, el P200 y el P300.

Con el segundo conjunto validamos el desempeño de nuestra metodología de la siguiente forma. Le dimos como entrada a dos algoritmos de clasificación fuertemente usados por la comunidad de BCI (el SWLDA y la SVM lineal) los vectores de características de forma arrojados por el algoritmo de calibración. Encontramos que el valor promedio para todos los sujetos obtenido con la SVM lineal fue de  $0.87 \pm 0.09$  y con el SWLDA fue de  $0.88 \pm 0.09$ . Adicionalmente, analizamos el desempeño del SWLDA al clasificar, por un lado, los vectores de características de forma y, por otro, los vectores de características usados por el sistema BCI2000. Encontramos que el desempeño del SWLDA usando nuestro vector de características de forma fue de  $93 \pm 7\%$ , es decir,  $10\%$  mayor que el que se obtiene con el vector de características usado por el sistema BCI2000.

También mostramos que nuestra metodología es capaz de detectar correctamente las filas de la matriz de estimulación un promedio de  $86 \pm 16\%$ , las columnas  $92 \pm 13\%$  y el símbolo que el sujeto deseaba comunicar  $76 \pm 20\%$ .

Por otro lado, existen distintas aplicaciones de BCI que permiten asistir a personas que sufren de alteraciones en las vías nerviosas periféricas, en las placas neuromusculares o en los músculos y que conservan funcionales sus capacidades cognitivas. Nosotros decidimos desarrollar una BCI para controlar un robot de servicio doméstico ya que éstos pueden proveer de cierta independencia y calidad de vida a personas con este tipo de problemas. La matriz de estimulación que proponemos está basada en el paradigma *oddball* que intensifica filas y columnas. Los elementos de la matriz son íconos con imágenes de colores agrupados en cuatro categorías que representan las actividades que el robot debe llevar a cabo, como que se dirija a un lugar, que busque un objeto y que siga o busque a una persona.

Probamos nuestra matriz de estimulación, nuestro algoritmo de calibración y el vector de características de forma con 3 sujetos. La matriz que se le presentó a cada sujeto tenía distintos parámetros. En el mejor caso, la validación del algoritmo de calibración mostró un AUROC = 1, un desempeño del  $66.67\%$  en la detección de filas,  $75\%$  en la de las columnas y  $66.67\%$  en la del símbolo que el sujeto deseaba comunicar.



# Índice general

<b>Agradecimientos</b>	<b>5</b>
<b>Resumen</b>	<b>9</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>25</b>
1.1. Métodos de medición de la actividad cerebral . . . . .	25
1.2. Actividad cerebral utilizada para controlar una BCI . . . . .	27
1.3. El uso del componente P300 en BCI . . . . .	29
1.4. Proyecto . . . . .	30
1.4.1. Vector de características y algoritmo de calibración . . . . .	31
1.4.2. Caso de estudio: Aplicación a un robot de servicio . . . . .	33
<b>2. Marco teórico</b>	<b>35</b>
2.1. Estimulación para obtener el P300 . . . . .	36
2.2. Adquisición de la actividad cerebral . . . . .	42
2.3. Procesamiento de señales . . . . .	43
2.3.1. Pre-procesamiento de la señal . . . . .	45
2.3.2. Extracción de características . . . . .	48
2.3.3. Clasificación . . . . .	57
2.4. Aplicación en un robot de servicio . . . . .	62
<b>3. Extracción de características</b>	<b>65</b>
3.1. Promediación coherente . . . . .	65
3.2. Códigos Cadena . . . . .	66
3.2.1. Código cadena con respecto a la horizontal: SHCC . . . . .	73
3.2.2. Robustez al ruido . . . . .	76
3.3. Distancia entre cadenas . . . . .	76
3.4. Tortuosidad . . . . .	78
3.5. Diferencias entre las áreas de dos curvas . . . . .	78

<b>4. Calibración</b>	<b>81</b>
4.1. Diseño experimental . . . . .	86
4.1.1. Participantes . . . . .	86
4.1.2. Adquisición de datos y procesamiento de la señal . . . . .	88
4.1.3. Descripción de la tarea y extracción de señales ERP . . . . .	89
4.1.4. Parámetros del algoritmo de calibración . . . . .	89
4.2. Resultados y Discusión . . . . .	90
4.2.1. Algoritmo de calibración . . . . .	93
4.2.2. Validación de la calibración . . . . .	101
<b>5. Caso de estudio: Aplicación en el robot GOLEM-II+</b>	<b>109</b>
5.1. Detección del símbolo a comunicar . . . . .	109
5.1.1. Resultados y Discusión . . . . .	112
5.2. Matriz de estimulación . . . . .	121
5.2.1. Diseño experimental . . . . .	122
5.2.2. Resultados y Discusión . . . . .	124
<b>6. Conclusiones</b>	<b>129</b>
6.1. Resumen y contribuciones . . . . .	129
6.2. Trabajo Futuro . . . . .	131
<b>7. Apéndice</b>	<b>133</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>137</b>

# Índice de tablas

2.1.	Estado del arte de la extracción y selección de características, así como de los clasificadores usados por la comunidad de BCI para detectar ERP. . . . .	59
4.1.	Condiciones en las que se presentaron los sujetos de estudio para la realización de los experimentos ejecutados en el LINI [86]. . . . .	87
4.2.	Parámetros generales de la configuración del sistema BCI2000. Tabla de [89] . . . . .	90
4.3.	En esta tabla se muestran el promedio y la desviación estándar de la precisión en la clasificación $\phi$ resultado de aplicar el algoritmo de calibración al conjunto de entrenamiento $\mathcal{T}$ de 22 sujetos. La primera columna indica las iniciales de los sujetos. Los canales están ordenados de mayor a menor precisión por cada sujeto. La última fila muestra el promedio y la desviación estándar (Prom $\pm$ Std) de cada columna. Debido a la falta de espacio, en esta tabla presentamos los resultados de los 5 primero canales. . . . .	94
4.4.	Continuación de la Tabla 4.3. En esta tabla presentamos los resultados de los últimos 5 canales. . . . .	95
4.5.	Número óptimo de estimulaciones para 22 sujetos. En esta tabla se muestran los canales que proveen de la mejor información del sujeto (segunda columna) y el número óptimo de estimulaciones (tercera columna), con base en la precisión en la clasificación $\phi$ , resultado de aplicar el algoritmo de calibración al conjunto de entrenamiento $\mathcal{T}$ de 22 sujetos (cuyas iniciales se indican en la primera columna). . . . .	97
4.6.	En esta tabla se muestran el promedio y la desviación estándar de la precisión en la clasificación $\phi$ , resultado de aplicar el algoritmo de calibración al conjunto de entrenamiento $\mathcal{T}$ de 22 sujetos con una sola estimulación. La primera columna indica las iniciales de los sujetos. La segunda columna muestra el canal con la mayor precisión por cada sujeto. La última fila muestra el promedio y la desviación estándar (Prom $\pm$ Std). . . . .	98

4.7.	Estado del arte de la extracción y selección de características, así como de los clasificadores usados por la comunidad de BCI para detectar ERP. La nomenclatura de las siglas mostradas en el encabezado indican lo siguiente: NT=Número de estimulaciones, NE= Número de electrodos, NP=Número de participantes, NC=Número de características por canal, RT=Reducción de estimulaciones, RE=Reducción de canales y RC=Reducción de características. . . . .	107
5.1.	En esta tabla se muestra el porcentaje de la asociación correcta entre la fila esperada y el P300 detectado en el conjunto de entrenamiento $\mathcal{T}$ de 22 sujetos. La primera columna indica las iniciales de los sujetos. Los canales están ordenados de mayor a menor precisión por cada sujeto. La última fila muestra el promedio y la desviación estándar (Prom $\pm$ Std) de cada columna. . . . .	114
5.2.	En esta tabla se muestra el porcentaje de la asociación correcta entre la columna esperada y el P300 detectado en el conjunto de entrenamiento $\mathcal{T}$ de 22 sujetos. La primera columna indica las iniciales de los sujetos. Los canales están ordenados de mayor a menor precisión por cada sujeto. La última fila muestra el promedio y la desviación estándar (Prom $\pm$ Std) de cada columna. . . . .	115
5.3.	En esta tabla se muestra el porcentaje de la asociación correcta entre el símbolo esperado y el P300 detectado en el conjunto de entrenamiento $\mathcal{T}$ de 22 sujetos. La primera columna indica las iniciales de los sujetos. Los canales están ordenados de mayor a menor precisión por cada sujeto. La última fila muestra el promedio y la desviación estándar (Prom $\pm$ Std) de cada columna. . . . .	116
5.4.	En esta tabla se muestra el porcentaje de la correcta asociación entre la fila esperada y el P300 detectado en el conjunto de validación $\mathcal{V}$ de 22 sujetos. La primera columna indica las iniciales de los sujetos. Los canales están ordenados de mayor a menor precisión por cada sujeto. La última fila muestra el promedio y la desviación estándar (Prom $\pm$ Std) de cada columna. . . . .	118
5.5.	En esta tabla se muestra el porcentaje de la correcta asociación entre la columna esperada y el P300 detectado en el conjunto de validación $\mathcal{V}$ de 22 sujetos. La primera columna indica las iniciales de los sujetos. Los canales están ordenados de mayor a menor precisión por cada sujeto. La última fila muestra el promedio y la desviación estándar (Prom $\pm$ Std) de cada columna. . . . .	119

5.6.	En esta tabla se muestra el porcentaje de la correcta asociación entre el símbolo esperado y el P300 detectado en el conjunto de validación $\mathcal{V}$ de 22 sujetos. La primera columna indica las iniciales de los sujetos. Los canales están ordenados de mayor a menor precisión por cada sujeto. La última fila muestra el promedio y la desviación estándar (Prom $\pm$ Std) de cada columna. . . . .	120
5.7.	Condiciones en las que se presentaron los sujetos de estudio para la realización de los experimentos. . . . .	122
5.8.	En esta tabla se muestran el promedio y la desviación estándar de la precisión en la clasificación $\phi$ resultado de aplicar el algoritmo de calibración al conjunto de entrenamiento $\mathcal{T}_A$ de 3 sujetos. La primera columna indica las iniciales de los sujetos. Los canales están ordenados de mayor a menor precisión por cada sujeto. . . . .	126
5.9.	Desempeño del clasificador SWLDA para los sujetos CVL y HOC. La columna etiquetada como 1 corresponde al desempeño de las características seleccionadas; las cuales incluyen información de todos los canales. Tales características fueron obtenidas con la plantilla del canal con el mejor desempeño para cada sujeto. Por otro lado, la columna etiquetada como 7 es aquella con el menor valor de precisión $\psi$ por sujeto. . . . .	127
5.10.	En esta tabla se muestra el porcentaje de la correcta asociación entre el símbolo esperado y el P300 detectado en el conjunto de entrenamiento $\mathcal{T}_A$ . Los canales están ordenados de mayor a menor precisión por cada sujeto. . . . .	128
5.11.	En esta tabla se muestra el porcentaje de la correcta asociación entre el símbolo esperado y el P300 detectado en el conjunto de validación $\mathcal{V}_A$ . Los canales están ordenados de mayor a menor precisión por cada sujeto. . . . .	128

# Índice de figuras

1.1.	Mapa de resoluciones espacio-temporales para los métodos de medición de la actividad cerebral [149]. Incluida en este documento con autorización del Dr. Jonathan Wolpaw.	26
2.1.	Proceso general del funcionamiento de una BCI.	35
2.2.	Ejemplo de un ERP en donde se muestran algunos componentes tempranos y tardíos, entre ellos el P300, el cual se distingue por tener una amplitud mayor al resto del , alcanzando su punto máximo aproximadamente a los 300 ms posteriores al estímulo. La señal de esta imagen fue generada con puntos muestreados y aproximados por segmentos de línea para representarla gráficamente.	37
2.3.	Matriz de estimulación propuesta por Farwell y Donchin. Es una matriz de dimensiones $6 \times 6$ , donde cada celda contiene un elemento alfanumérico.	38
2.4.	Elementos de una corrida. El eje de las abscisas indica el tiempo y el de las ordenadas los microvolts. En rojo se muestra la señal del EEG sin filtrar y en azul se muestran las secciones de la corrida, las cuales están señaladas con flechas y etiquetadas como corresponde.	39
2.5.	Ilustración de las repeticiones de las estimulaciones. Detalle de la secuencia 1 de la Figura 2.4: el eje de las abscisas indica el tiempo y el de las ordenadas microvolts, en rojo se muestra la señal del EEG sin filtrar y en cian se representa el inicio de las repeticiones (en este caso 15).	40
2.6.	Acercamiento al primer conjunto de épocas de la secuencia 1 de la Figura 2.5. Las épocas corresponden a las intensificaciones aleatorias de las filas y de las columnas de la matriz de estimulación. Las líneas punteadas verticales representan el inicio de las 12 intensificaciones (en el caso de una matriz de $6 \times 6$ ).	40

2.7.	<p>Diagrama de la actividad eléctrica registrada por el EEG. “(a) Esquema del funcionamiento de una célula piramidal durante la neurotransmisión. Un neurotransmisor excitatorio se libera de las terminales presinápticas, causando que los iones positivos fluyan hacia la neurona postsináptica. Esto crea una red de voltaje extracelular positivo (representado por el símbolo “-”) en el área de otras partes de la neurona, lo que lleva a un dipolo pequeño. (b) Circunvolución del cortex con un gran contenido de neuronas piramidales. Cuando una región de esta circunvolución es estimulada, los dipolos de las neuronas individuales se suman. (c) Los dipolos sumados de las neuronas individuales pueden ser aproximados por un solo dipolo de corriente equivalente, mostrado aquí como una flecha. La posición y la orientación de este dipolo determina la distribución de voltajes positivos y negativos registrados en la superficie de la cabeza. (d) Ejemplo de un dipolo de corriente con un campo magnético generado alrededor de él. (e) Ejemplo de un campo magnético generado por un dipolo que se encuentra dentro de la superficie del cráneo. Si el dipolo está más o menos paralelo a la superficie, el campo magnético puede ser registrado como si entrara y saliera de la cabeza; ningún campo puede ser registrado si el dipolo está orientado radialmente”. Explicación e imagen tomadas de [93], Figura 1.4, pp. 30, adaptadas e incluidas en este documento con permiso del Dr. Steven J. Luck. . . . .</p>	44
2.8.	<p>Esquema de la colocación de los electrodos que sigue el sistema internacional 10-20. Representa la cabeza de una persona vista en el plano transversal. A1 indica el electrodo colocado en el lóbulo de la oreja izquierda, A2 en el de la oreja derecha, nasión indica el puente de la nariz, inión indica la protuberancia en la parte posterior de la cabeza arriba de la nuca. Las siglas usadas en el diagrama se usan para referirse: F a la región frontal del cerebro, P a la parietal, C a la central, T a la temporal y O a la occipital; los números pares son usados para referirse al hemisferio derecho e impares para referirse al hemisferio izquierdo y la letra z para referirse a la línea central (la que une al nasión con el inión). . . . .</p>	45
2.9.	<p>Filtrado en el rango de frecuencias. . . . .</p>	47
2.10.	<p>Algoritmo <i>Wrapper</i>. Imagen tomada de [65], Figura 1, pp. 2872, incluida en este documento con permiso del Dr. Chenn-Jung Huang. . . . .</p>	56
2.11.	<p>Esquema del proceso de separación entre clases con LDA. (a) La mejor separación entre clases se encuentra cuando hay una menor dispersión dentro de cada clase y una mayor separación entre ellas. (b) La peor separación entre clases se encuentra cuando hay una mayor dispersión dentro de cada clase y una menor separación entre ellas. . . . .</p>	61

2.12.	Ilustración de dos hiperplanos (líneas sólidas en color rojo y negro) con distintas orientaciones, $f(\mathbf{v}) = 0$ , que clasifican adecuadamente dos clases, $\mathcal{W}_1$ y $\mathcal{W}_2$ . Las líneas punteadas, $f(\mathbf{v}) = \pm 1$ , que tocan los puntos más cercanos entre las clases, son paralelas a su respectivo clasificador y definen el margen de separación entre clases, $\frac{1}{\ \mathbf{w}\ } + \frac{1}{\ \mathbf{w}\ }$ .	62
3.1.	Ejemplo de la promediación coherente. (a) $K$ épocas en donde se espera que haya P300: Como puede observarse, no todas las épocas tienen P300 y los P300 no están alineados. (b) Promediación coherente de las señales mostradas en (a). Las señales de estas imágenes fueron generadas con puntos muestreados y aproximados por segmentos de línea para representarla gráficamente. . . . .	66
3.2.	Representación de un P300 con el código cadena. Se utiliza una cuadrícula para dividir la curva en segmentos de línea recta. . . . .	68
3.3.	Representación de un P300 con el código cadena de Vértices. Se utiliza una cuadrícula para dividir la curva en segmentos de línea recta cuya dirección se colocan en sentido opuesto a las manecillas del reloj. Su código se basa en el código de Freeman con conectividad 4. Su alfabeto se compone de los símbolos 1, 2 y 3. . . . .	69
3.4.	Representación de un P300 con el código cadena de Huffman. Se utiliza una cuadrícula para dividir la curva en segmentos de línea recta. Su código se basa en el código de Freeman con conectividad 8 pero su alfabeto permite mayor compresión. . . . .	70
3.5.	Representación de un P300 con el código cadena 3OT. Se basa en el código de Freeman de conectividad 4 pero su alfabeto de tres símbolos permite mayor compresión. . . . .	70
3.6.	Representación de un P300 con el SCC. Se colocan segmentos de línea recta de tamaño constante a lo largo de una curva para una mejor descripción de la forma. El alfabeto lo forman los cambios de pendiente entre segmentos contiguos mapeados en un rango de $[-1, 1]$ . . . . .	71
3.7.	Representación de un P300 con el SHCC. La curva se divide en segmentos cuyos puntos son parte de la señal muestreada. El alfabeto está en un rango continuo equivalente a $(-90^\circ, 90^\circ)$ y lo forman las pendientes entre cada segmento y la horizontal. . . . .	72
3.8.	Rango continuo de las pendientes equivalente a $(-90^\circ, 90^\circ)$ . . . . .	75
3.9.	Ejemplo de una curva con P300 discretizada y su cadena resultante usando el SHCC. . . . .	75



3.10.	Robustez al ruido. Las curvas (a) y (b) son curvas discretizadas y sus cadenas obtenidas con el código SHCC. Las curvas (d) y (e) son curvas discretizadas y sus cadenas obtenidas con el código SCC. Las curvas (b) y (e) son las curvas (a) y (d), respectivamente, con un segmento alterado y sus cadenas. (c) La diferencia entre las cadenas (a) y (b) es sólo el elemento correspondiente al segmento alterado. (f) La diferencia entre las cadenas (d) y (e) son dos elementos, el correspondiente al segmento alterado y el inmediato siguiente. . . . .	76
3.11.	Ilustración de la diferencia entre la plantilla P300 de un sujeto y (a) una curva con P300 y (b) una curva sin P300. . . . .	79
4.1.	Configuración de electrodos utilizada para la adquisición de señales. El EEG adquirió señales con 10 electrodos distribuidos de acuerdo a la convención 10-20. Imagen de [89] reproducida con el permiso de los autores. . . . .	88
4.2.	Desempeño del algoritmo de calibración resultado de promediar 5, 10, 80, 120, 180, 200, 320 y 360 P300s para obtener las plantillas de los canales (a) Fz, (b) C4, (c) Cz, (d) C3, (e) P4 y (f) Pz de 22 sujetos. Las líneas punteadas indican la tendencia del promedio del desempeño para todos los sujetos. La flecha indica el punto de inflexión. . . . .	91
4.3.	Continuación de la Figura 4.2. Desempeño del algoritmo de calibración resultado de promediar 5, 10, 80, 120, 180, 200, 320 y 360 P300s para obtener las plantillas de los canales (g) P3, (h) PO8, (i) Oz y (j) PO7 de 22 sujetos. Las líneas punteadas indican la tendencia del promedio del desempeño para todos los sujetos. La flecha indica el punto de inflexión. . . . .	92
4.4.	Precisión $\phi$ detallada del algoritmo de calibración para el canal 1 de la Tabla 4.3. . . . .	96
4.5.	Lista de canales ordenados por promedio $\phi$ , donde el canal 1 corresponde al canal con el mejor desempeño para cada sujeto (el canal no es necesariamente el mismo para todos los casos), mientras que el canal 10 es aquel con el menor $\phi$ por sujeto. . . . .	96
4.6.	Incidencia de los sujetos cuya AUROC promedio durante el proceso de calibración fue mayor o igual a 0.8 cuando son estimulados un número óptimo de veces (ver la Tabla 4.5). . . . .	99
4.7.	Estadística de las características seleccionadas en el algoritmo de calibración. . . . .	100
4.8.	Ilustración del elemento 26 del vector de características, el cual corresponde al elemento 8 de la cadena que representa la curva. (a) Es una señal con P300. (b) Es una señal sin P300. En (a) y (b) señalamos el segmento 8 asociado al elemento 8 de la cadena (resaltado en rojo). (c) Indica que el segmento 8 se ubica en entre 300-400 ms posteriores al estímulo. . . . .	102

4.9.	Tabla de clasificación de los canales con base en el desempeño promedio de los clasificadores SWLDA y SVM lineal para la población estudiada, donde el canal 1 corresponde al desempeño de las características seleccionadas; las cuales incluyen información de todos los canales. Tales características fueron obtenidas con la plantilla del canal con el mejor desempeño para cada sujeto. Por otro lado, el canal 7 es aquel con el menor valor de precisión $\psi$ por sujeto. . . . .	103
4.10.	Precisión $\psi$ detallada de los clasificadores SVM lineal y SWLDA para el canal 1 de la Figura 4.9 mediante el uso de nuestro vector de características de forma. . . . .	104
4.11.	Comparación entre los porcentajes de la detección de P300s mediante el uso del vector de características de forma (SFV) y el vector usado por el sistema BCI2000 (DV). . .	105
5.1.	Ejemplo de la relación entre la detección del P300 y el símbolo que el sujeto desea seleccionar. Utilizando la matriz de estimulación basada en el paradigma RC. El círculo rojo sobre la matriz indica el símbolo que el sujeto desea seleccionar. Las filas y las columnas marcadas en verde indican aquellas que se asocian con la detección del P300. La figura (a) representa la detección incorrecta de un P300, que se traduce en una mala interpretación de la columna que el sujeto quiere seleccionar. La figura (b) representa la detección correcta del P300 tanto en la fila como en la columna. . . . .	110
5.2.	Lista de canales ordenados por porcentaje (%), donde los valores etiquetados como 1 y 7 corresponden a los canales de la Tabla 5.1 con el mejor y peor desempeño, respectivamente, para cada sujeto (el canal no es necesariamente el mismo para todos los casos). . . . .	117
5.3.	Lista de canales ordenados por porcentaje (%), donde los valores etiquetados como 1 y 7 corresponden a los canales de la Tabla 5.4 con el mejor y peor desempeño, respectivamente, para cada sujeto (el canal no es necesariamente el mismo para todos los casos). . . . .	121
5.4.	Matriz de estimulación propuesta. . . . .	122
5.5.	Ubicación de los sujetos durante los experimentos. Los experimentos se llevaron a cabo en (a) una habitación angosta y (b) en el centro del laboratorio, en un espacio más amplio que la habitación. . . . .	123
5.6.	Parámetros de la matriz de estimulación. Algunos sujetos fueron estimulados con (a) una matriz con fondo blanco cuyas filas y columnas se resaltaron con fondo gris, o (b) una matriz con fondo negro cuyas filas y columnas se resaltaron sustituyendo los símbolos por fondo negro. . . . .	124
7.1.	Descripción del hardware del robot Golem-II+ y el software utilizado por su plataforma de desarrollo [111]. . . . .	134

7.2. Arquitectura Cognitiva Orientada a la Interacción [112]. . . . . 135

# Algoritmos

1.	Algoritmo <i>Wrapper</i> . . . . .	56
2.	Algoritmo de calibración . . . . .	82
3.	Algoritmo de detección de símbolos . . . . .	111

# Capítulo 1

## Introducción

Una Interfaz Cerebro Computadora (BCI por las siglas en inglés de *Brain-Computer Interface*) es un conjunto de hardware y software que le permite a sus usuarios comunicarse e interactuar con su entorno únicamente mediante la información que puede ser extraída de su cerebro [148].

Las BCIs permiten auxiliar a personas con alteraciones en las vías nerviosas periféricas, en las placas neuromusculares o en los músculos mismos, como consecuencia de daños sufridos por accidentes o enfermedades, y que, a pesar de ello, conservan funcionales sus capacidades cognitivas. Un ejemplo de este tipo de enfermedades es el síndrome de enclaustramiento, llamado así porque el sujeto está alerta y despierto pero no puede moverse o comunicarse verbalmente porque tiene paralizados los músculos voluntarios del cuerpo y, en casos extremos, hasta los ojos [41]. Este síndrome puede ser consecuencia de enfermedades neurodegenerativas como la esclerosis lateral amiotrófica, la cual es provocada por la muerte selectiva de neuronas encargadas del movimiento, ubicadas en la médula espinal y en la corteza motora, por lo que genera una debilidad muscular progresiva que degenera en parálisis [64].

### 1.1. Métodos de medición de la actividad cerebral

Existen una gran variedad de métodos para detectar la actividad cerebral, ya sean los basados en *i*) la hemodinámica, como la Tomografía por Emisión de Positrones (PET por las siglas en inglés de *Positron Emission Tomography*), las Imágenes de Resonancia Magnética funcional (fMRI por las siglas en inglés de *functional Magnetic Resonance Imaging*) y la Espectroscopía Funcional del Infrarrojo Cercano (fNIRS por las siglas en inglés de *functional Near-Infrared Spectroscopy*); *ii*) los campos magnéticos, es decir, la Magnetoencefalografía (MEG por las siglas en inglés de *Magnetoencephalography*); y *iii*) la electrofisiología, que incluyen el Electrocorticograma (ECoG por las siglas en inglés de *Electrococchleogram*), los microelectrodos intracorticales o microarreglos y el Electroencefalograma (EEG por las siglas en inglés de *Electroencephalogram*). En la Figura 1.1 se muestra un mapa con las resoluciones espacio-temporales de estos métodos. Cada método se representa con

relación a otros en escalas logarítmicas de resolución espacial y temporal. Una resolución espacial o temporal deseable es la que permite observar y separar la mayor cantidad de procesos cerebrales [28].

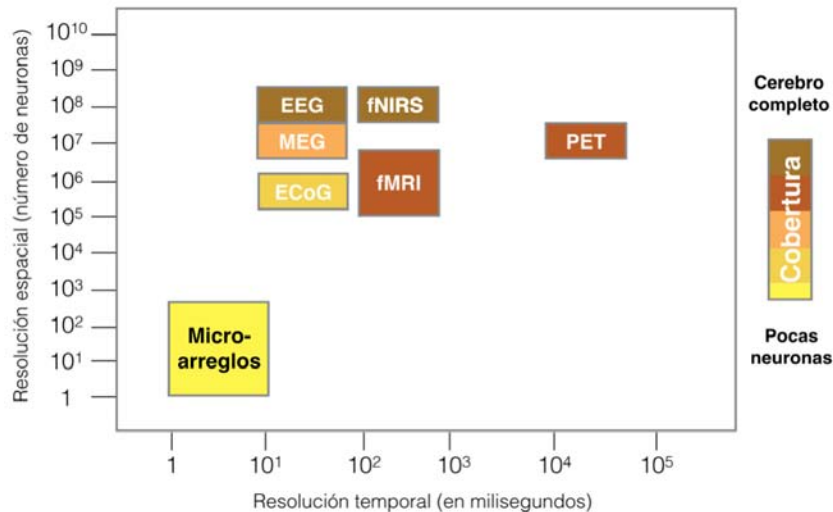


Figura 1.1: Mapa de resoluciones espacio-temporales para los métodos de medición de la actividad cerebral [149]. Incluida en este documento con autorización del Dr. Jonathan Wolpaw.

Hasta este momento, la información que se puede obtener con los métodos PET, fMRI y fNIR no es adecuada para usarse con las BCIs por varias razones, entre las que podemos mencionar que requieren de una infraestructura muy costosa y que no tienen tan buena resolución temporal comparada con la MEG y las tecnologías basadas en la electrofisiología [149]. Cabe la pena resaltar que la resolución temporal es necesaria para su uso en aplicaciones en tiempo real. La MEG tiene la misma resolución temporal que los métodos basados en la electrofisiología y tiene mejor localización espacial [85]. Sin embargo, aún es una tecnología muy cara, por lo que los métodos basados en la electrofisiología siguen siendo los más utilizados por las BCIs.

La electrofisiología puede ser invasiva cuando se utilizan el ECoG y los microelectrodos intracorticales o microarreglos, y no invasiva cuando se utiliza el EEG.

La ECoG tiene una resolución espacial mayor que la señal del EEG (2-5 mm vs. 20-50 mm), mayor ancho de banda (500 Hz vs. 125 Hz), mayor amplitud (100  $\mu V$  vs. 40  $\mu V$ ) y es menos vulnerable al ruido ambiental [128, 149]. Es un método invasivo pero los electrodos no penetran la corteza; ya que sólo se colocan sobre la superficie cortical y tienen muy buena fidelidad en la señal a largo plazo.

Los microarreglos son los más invasivos ya que tienen que ser introducidos dentro de la corteza para obtener registros de neuronas individuales o de un grupo de neuronas; sin embargo, tienen una fidelidad mayor que la ECoG.

El EEG utiliza electrodos que se colocan sobre el cuero cabelludo, lo que los hace menos invasivos

que los intracorticales. La señal del EEG ofrece información temporal muy cercana a la generación del estímulo, a procesos psicológicos y a la respuesta cortical observada, ofreciendo la posibilidad de analizar la información en tiempo real con una precisión de milisegundos [85].

A pesar de las ventajas que ofrecen los otros métodos, nosotros empleamos el EEG ya que no es invasivo, es menos costoso que el resto de los métodos, y su señal ofrece una resolución temporal y espacial adecuada para los fines que persiguen las aplicaciones de BCI.

A continuación se describe el proceso general que se sigue para que una BCI convierta señales cerebrales, adquiridas con el EEG, en instrucciones para un dispositivo. Durante un periodo fijo de tiempo se adquiere un conjunto de señales cerebrales de un sujeto mediante electrodos superficiales. Dichas señales se digitalizan con un convertidor que contiene un amplificador analógico digital. Luego, las señales digitalizadas se filtran para minimizar el ruido que viene de las líneas eléctricas así como de movimientos musculares (incluyendo latidos del corazón y movimientos oculares). Posteriormente, se emplean algoritmos de extracción de características y de clasificación para identificar características particulares de la señal, las cuales serán traducidas en instrucciones para controlar algún dispositivo. El sujeto puede supervisar el estado del dispositivo a través de retroalimentaciones que le permitan determinar el resultado de sus esfuerzos por controlarlo.

## 1.2. Actividad cerebral utilizada para controlar una BCI

Un EEG permite obtener información del cerebro mientras éste realiza actividades de manera consciente o inconsciente. La actividad cerebral que interesa para controlar a las BCIs es aquella que puede ser provocada y controlada por el sujeto de manera consciente (actividad asincrónica) y aquella que puede inducirse mediante estimulación (actividad sincrónica), pero siempre se busca que refleje un acto de voluntad por parte del sujeto para transmitir un mensaje.

Las BCIs asincrónicas pueden agruparse en potenciales corticales lentos, sincronización/desincronización motoras y tareas mentales. Los potenciales corticales lentos [18] son cambios de voltaje que se registran en toda la corteza. Tienen una frecuencia en el rango de 0.1-2 Hz y pueden durar desde unos cuantos cientos de milisegundos hasta varios segundos. El tiempo no es controlado por la BCI, sino por los sujetos que, mediante entrenamiento, adquieren habilidades para generar cambios en las amplitudes de los corticales lentos en una dirección positiva o negativa. Presentan varias desventajas para usarse con las BCIs y que las ha llevado al desuso. Por un lado, el sujeto requiere mucho más tiempo de entrenamiento para controlarlas comparado contra lo que se puede obtener de otras señales. Y, por otro lado, se puede llegar a tener hasta 2 grados de libertad ya que sólo se puede decidir entre dos opciones.

Los Potenciales de Sincronización/Desincronización Motoras (ERD/ERS por las siglas en inglés de *Event-Related Desynchronization/Synchronization*) [44,125], también conocidos como ritmos

sensoriomotores, se registran en la corteza motora. Los movimientos corporales, o su preparación, generan una disminución en el llamado ritmo  $\mu$  (que tiene una frecuencia entre 8-12 Hz) y en el ritmo  $\beta$  (que tiene una frecuencia entre 16-26 Hz), a la que se le denomina Desincronización Relacionada a Eventos y un aumento en la frecuencia de estos ritmos después del movimiento y con la relajación, denominado Sincronización Relacionada a Eventos. Estos cambios de frecuencia también pueden darse aún sin llevar a cabo el movimiento real, es decir, solo con imaginarlo (imaginación motora). Lo cual implica que, en teoría, el sujeto puede aprender a controlar de manera consciente estos cambios de frecuencia con ayuda de una adecuada retroalimentación visual. Este tipo de señales se generan mejor si hay una retroalimentación mediante ambientes virtuales que si se hace mediante ambientes donde sólo se presenta una pantalla con pistas visuales del movimiento generado. Sin embargo, en la práctica, pocos sujetos pueden aprender a controlar estos cambios de frecuencia y se requiere de mucho entrenamiento [125].

Las tareas mentales son patrones en la señal del EEG que se generan al llevar a cabo ciertas tareas y que pueden localizarse en cualquier parte de la corteza. Se ha demostrado que los patrones de actividad del cerebro varían entre imágenes tanto de diferente tipo (por ejemplo, entre una cara y una casa), como del mismo tipo (por ejemplo, entre dos caras diferentes). Las investigaciones acerca de estas señales son muy recientes y la precisión en la clasificación aún es baja (hasta 68% como máximo en algunos sujetos [21]).

El problema con las BCIs asincrónicas es que requieren de que el sujeto se someta a cierto entrenamiento que puede tomarle mucho tiempo. En cambio, las BCI sincrónicas, a pesar de que tal vez requieran de cierta calibración, pueden ser utilizadas por cualquier sujeto (cuyos sentidos sean funcionales) sin entrenamiento. Por esta razón, nosotros nos basamos en las BCI sincrónicas.

Las BCIs sincrónicas pueden agruparse en Potenciales Evocados de Estado Estacionario, siendo los visuales los más comunes (SSVEP por las siglas en inglés de *Steady State Visually Evoked Potential*), y los Potenciales Evocados Relacionados con Eventos (ERP por las siglas en inglés de *Event-Related Potential*).

Los SSVEP [17] se registran en la corteza visual. Son señales involuntarias generadas por una o varias fuentes estacionarias intermitentes, cada una con una frecuencia constante distinta que varía en un rango de 3.5 Hz a 75 Hz. Podría pensarse que esta señal es del tipo BCI dependiente (como los potenciales evocados visuales), es decir, que es generada en vías nerviosas de salidas normales del sistema visual y no estrictamente del cerebro. Sin embargo, en [5] se demuestra que los SSVEP pueden ser generados sólo por el proceso de atención selectiva a un estímulo determinado, es decir, sin tener que desplazar la mirada, así que no requiere de acción muscular ocular.

Los ERP [42,93] son respuestas asociadas a eventos motores, sensoriales y cognitivos que muestran una relación temporal estable con un evento de referencia definible. Los ERP pueden ser provocados por estimulaciones visuales, auditivas o somatosensoriales.



Los SSVEP y los ERP coinciden en que se provocan a partir de estímulos. Sin embargo, los SSVEP tienen algunas desventajas sobre los ERP: la estimulación que se usa para provocarlos cansa más rápido al sujeto y tienen un menor grado de libertad, es decir, se pueden elegir menos objetivos que los que se pueden elegir con los ERP [93]. Por estas razones, nosotros decidimos utilizar ERP.

De acuerdo con los autores de [60], los ERP son un conjunto de componentes que pueden definirse desde una aproximación fisiológica o desde una aproximación funcional. La primera define a los componentes en términos de sus fuentes anatómicas en el cerebro, mientras que en la aproximación funcional, un componente ERP podría ser definido predominantemente en términos de los procesos funcionales con los que está asociado. De acuerdo con esta aproximación, los componentes de ERP se dividen en tempranos y tardíos. Los componentes tempranos son: el P100, relacionado con el efecto de la atención en el procesamiento visual; y el N100, relacionado con la atención selectiva. Mientras que los componentes tardíos son: el N200, relacionado con la discriminación activa; el P300, relacionado con situaciones de incertidumbre y actualización de la memoria a corto plazo; y el N400, relacionado con el procesamiento de incongruencias semánticas del lenguaje.

A diferencia de los componentes tempranos de los ERP ligados a la modalidad sensorial, el P300 refleja la activación de múltiples generadores ampliamente distribuidos en las cortezas de asociación, y son independientes de la modalidad sensorial en la que se presente la estimulación [94].

Estamos interesados en el P300 generado por estímulos visuales por las siguientes razones: *i*) es ampliamente estudiado por la comunidad de BCI, *ii*) podemos tener gran control sobre el tiempo de respuesta del sujeto a partir del estímulo, lo cual facilita su análisis, y *iii*) tenemos evidencia de que representar su forma de onda podría ser útil para su detección, ya que es bastante consistente en cada sujeto a pesar de que sufre variaciones por razones que se explicarán con detalle más adelante [58].

### 1.3. El uso del componente P300 en BCI

Como mencionamos anteriormente, el componente P300 es una señal de entrada con suficiente información, propiedades deseables y estabilidad para controlar las BCIs [76], por lo que ha sido ampliamente utilizado. Se genera cuando el sujeto detecta estímulos infrecuentes, particularmente significativos, que se presentan en menor proporción que los estímulos frecuentes; a esta forma de estimulación se le conoce como paradigma *oddball*. Bajo este paradigma, cada vez que el estímulo infrecuente es detectado por el sujeto, su cerebro genera de manera inconsciente un pico positivo aproximadamente 300 ms posteriores al estímulo. El problema es que los ERP están inmersos en la señal del EEG y son substancialmente más pequeños que ésta, por lo que el procedimiento de estimulación se repite para mejorar la Tasa Señal-Ruido (SNR por las siglas en inglés de *Signal-to-noise ratio*), y así extraer las señales de ERP embebidas.

No obstante, este procedimiento también puede llegar a ser inaceptablemente lento y cansado para el sujeto, por lo que es una práctica común repetir la estimulación no más de 15 veces [50,59,118]. Sin embargo, mucho del esfuerzo en el desarrollo de las BCIs consiste en disminuir tal número de repeticiones. Para alcanzar este objetivo se debe tomar en cuenta que el número de repeticiones debe asegurar una SNR que permita una detección confiable de P300s y ajustarse a cada sujeto debido a razones que se explicarán en el Capítulo 4. Adicionalmente, se buscan los electrodos que provean la mejor información para detectar el P300 [96], ya que a pesar de que se espera que ciertas zonas corticales generen este componente, puede variar entre sujetos (como se explicará más adelante). Finalmente, las aplicaciones de BCI requieren de una detección precisa del P300 en tiempo real, así como de optimización de recursos de cómputo [62,113].

Han habido muchas aproximaciones para alcanzar estos tres objetivos: disminuir el número de estimulaciones, seleccionar los electrodos adecuados y optimizar el uso de recursos computacionales. Principalmente se han propuesto nuevos paradigmas de estimulación y distintos dominios para representar las características del P300. Adicionalmente, se ha optado por encontrar un vector de características óptimo que represente la señal, ya que esto permite reducir la complejidad de los clasificadores [82]. Daremos el detalle de estas aproximaciones en el Capítulo 2.

## 1.4. Proyecto

Podemos resumir las contribuciones de la tesis como sigue:

- Proponemos un vector de características basado en la forma para describir los P300 cuyos elementos son:
  - la cadena,
  - la tortuosidad,
  - las diferencias individuales entre el área de cada segmento que divide la curva, y
  - la suma de dichas diferencias.
- Modificamos el código cadena SCC y lo nombramos SHCC. Con esta modificación obtenemos los siguientes beneficios:
  - es computacionalmente menos costoso que el SCC ya que no interpola,
  - no se calcula el ángulo entre dos segmentos contiguos, en lugar de eso, se calcula la pendiente entre el segmento y la horizontal, lo que lo hace más robusto al ruido,
  - permite una fácil implementación en hardware, lo que permitiría integrar el clasificador al dispositivo de adquisición de la señal.

- Proponemos un algoritmo de calibración cuyos objetivos son:
  - obtener el conjunto de plantillas que representen adecuadamente el P300 para cada canal, con base en la adquisición de sus propias señales,
  - encontrar el número óptimo de estimulaciones,
  - seleccionar el subconjunto de electrodos que provea la mejor señal P300 para cada sujeto,
  - seleccionar las características que maximicen la precisión de la clasificación, y
  - reducir las dimensiones del vector de características.
  
- Presentamos como caso de estudio una BCI para controlar un robot de servicio.
  
- Desarrollamos un paradigma de estimulación basado en íconos de colores que representan las tareas que el robot debe llevar a cabo.

Todas las tareas relacionadas con el desarrollo de la BCI fueron apoyadas por el Grupo de Visualización, Imágenes, Señales y Patrones del Instituto de Investigaciones en Matemáticas Aplicadas y en Sistemas (IIMAS) de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) y por el Laboratorio de Neuroimagenología (LINI) de la Universidad Autónoma Metropolitana (UAM), Unidad Iztapalapa. El LINI es el grupo que trabaja de manera más activa en proyectos de BCI a nivel nacional. Las tareas relacionadas con el control del robot de servicio fueron apoyadas por el Grupo Golem del IIMAS. Este grupo es uno de los tres grupos más importantes a nivel nacional especializados en robots de servicio.

#### 1.4.1. Vector de características y algoritmo de calibración

Nosotros justificamos la representación de los ERP en el dominio de la forma con base en los siguientes argumentos. Como mencionamos anteriormente, es una práctica común repetir la estimulación del sujeto con el objetivo de promediar coherentemente los segmentos de la señal del EEG comprendidos en una ventana de tiempo, conocidos como épocas, para extraer las señales de ERP embebidas. En esta práctica subyace la idea de que los ERP son señales estacionarias, lo cual implica que los componentes ERP no se ven afectados por el procedimiento de promediación y que cualquier variación se debe al ruido [77]. Sin embargo, la amplitud, la latencia y la forma de onda de los P300 varían tanto en el tiempo como entre electrodos. La variación en el tiempo se debe a determinantes biológicos (por ejemplo, al incrementar la dificultad en la percepción y cognición de una tarea), al nivel de atención del sujeto o a variables manipuladas de manera experimental [116]. Mientras que la variación entre electrodos se debe a que cuanto más lejos se encuentre el electrodo del área cortical en donde se origina el P300 menor será su amplitud; por lo tanto, si se promedian juntas todas las

señales de los electrodos sin tomar en cuenta lo anterior, podrían destruirse las propiedades de los P300. Por esta razón es necesario procesar las señales de los electrodos de manera independiente.

A pesar de lo anterior, los autores de [77] afirman lo siguiente: “Claro que existe variación en la forma de onda, no obstante, se puede obtener una estimación robusta de la amplitud de época única y de la latencia con la suposición de componentes fijos de la forma de onda”. Adicionalmente, Liang y Bougrain [87] mencionan que “desde un punto de vista del registro, los ERP son elementos gráficos. Tienen una forma específica claramente diferente del resto de la señal de del EEG. Así, el modelado eficiente de la forma de onda puede ayudar a detectar los ERP”. Además, los autores en [146] indican que el P300 es considerado como un componente bien definido.

Resumiendo, la promediación coherente sigue siendo una práctica común en la comunidad de BCI por las siguientes razones: *i*) mejora la SNR de los componentes ERP estacionarios; *ii*) debido a las variaciones en la amplitud, la latencia y la forma de onda, los P300 promediados adquieren una nueva forma, que, a pesar de ser diferente a la de la época única, permanece relativamente constante y caracterizable; y *iii*) el cálculo de la promediación coherente es rápido, lo cual es un requisito para aplicaciones en línea.

Así, nuestra propuesta para representar y detectar un P300 mediante un vector de características de forma se basa en la siguiente hipótesis: se puede considerar el P300 como una curva cuya forma puede ser descrita con técnicas de reconocimiento de patrones. Asumimos que cada sujeto produce P300s cuya forma de onda puede ser consistentemente representada mediante plantillas, y que tales plantillas son más similares a la forma de onda de un P300 que a aquella producida por el resto de la señal del EEG [87].

Para representar los P300 proponemos usar un método de reconocimiento de patrones conocido como código cadena, el cual construye secuencias alfanuméricas para representar curvas. Existen diferentes códigos cadena que utilizan alfabetos numéricos (por ejemplo, las cadenas de Freeman [48] y el *Vertex Chain Code* [25]), así como métodos para representar sistemas analógicos con secuencias de bits (por ejemplo, la modulación por impulsos codificados [102]). Sin embargo, el Código Cadena de Pendiente (SCC por las siglas en inglés de *Slope Chain Code*) [26] es el código cadena más útil para los propósitos de este trabajo ya que divide la curva en segmentos de línea recta colocados sobre la curva, lo cual permite preservar el contorno de la forma con una resolución alta.

Los elementos del vector de características que proponemos están compuestos por una cadena generada con una versión adaptada (desarrollada por nosotros) del SCC. Nuestra versión es computacionalmente menos costosa y, por lo tanto, es muy útil para aplicaciones en tiempo real. Al igual que otros códigos cadena, el nuestro no requiere ser decodificado porque es autocontenido y permite el uso de técnicas gramaticales, de análisis sintáctico y de operaciones algebraicas [12, 23, 49, 63, 136]. Además de la cadena, nuestro vector incluye otras características como la tortuosidad (una propiedad de la curva que puede ser obtenida mediante el SCC), las diferencias individuales entre el área

de cada segmento que divide la curva y la suma de dichas diferencias.

Nuestra propuesta puede ser considerada como parte de los clasificadores basados en la comparación de plantillas. La principal característica de estos métodos es que se obtiene una plantilla de ERP promediando las respuestas de ERP en el dominio del tiempo, y luego se calcula la distancia entre la respuesta a analizar y la plantilla de ERP como criterio de discriminación [87]. Un método de este tipo típicamente consiste en una etapa de calibración fuera de línea y en una etapa de clasificación.

En nuestro caso, los objetivos de la etapa de calibración son los siguientes: *i)* obtener el conjunto de plantillas que representen adecuadamente, para cada canal, el P300 del sujeto con base en la adquisición de sus propias señales, *ii)* encontrar el número óptimo de estimulaciones para cada sujeto, *iii)* seleccionar el subconjunto de electrodos que provea la mejor señal P300 para cada sujeto, *iv)* seleccionar las características que maximicen la precisión de la clasificación; y *v)* reducir las dimensiones del vector de características. Adicionalmente, el principal objetivo de la etapa de clasificación es identificar el símbolo que el sujeto desea comunicar, por lo que se requiere determinar si un segmento de la señal de ERP bajo análisis, que también es representado por el vector de características de forma, contiene un P300.

#### 1.4.2. Caso de estudio: Aplicación a un robot de servicio

Existen aplicaciones de BCI que permiten asistir a personas con síndrome de enclaustramiento y con esclerosis lateral amiotrófica. Por ejemplo, aquellos que permiten elegir letras de un teclado virtual [37, 76, 101, 130, 153], hacer búsquedas en Internet [134], dar comandos de navegación a una silla de ruedas tanto virtual como real [2, 10, 11, 51–53, 91], controlar un brazo mecánico [106], un ambiente virtual [40], un avatar en un mundo virtual [39] e incluso un robot [15, 27, 29, 100, 142, 154].

Nosotros decidimos desarrollar una BCI para controlar un robot de servicio doméstico ya que éstos pueden proveer de cierta independencia y calidad de vida a personas con limitaciones físicas como las descritas anteriormente. La matriz de estimulación que proponemos le permite al sujeto pedirle al robot que lleve a cabo tareas de alto nivel, como que se dirija a un lugar, que busque un objeto y que siga o busque a una persona.

Llevar a cabo estas tareas implica la interacción y desarrollo de distintas áreas de especialización como: navegación, manipulación de objetos, visión computacional, planeación de rutas, audición robótica, procesamiento de señales, control, aprendizaje automático, interacción humano-robot e inteligencia artificial. Todas estas tareas ya han sido integradas en el robot Golem-II+ por el Grupo Golem. Nosotros desarrollamos un paradigma de estimulación basado en íconos de colores que representan las tareas que el robot debe llevar a cabo.

El resto del documento está organizado como sigue. En el Capítulo 2 explicaremos en detalle el proceso general que se sigue para que una BCI convierta las señales cerebrales de ERP en instrucciones para controlar un dispositivo. En el Capítulo 3 definiremos los elementos del vector de

características morfológicas que proponemos. En el Capítulo 4 desarrollaremos el algoritmo de calibración, definiremos el diseño experimental y analizaremos los resultados que obtuvimos al tratar de alcanzar los objetivos descritos en la Sección 1.4.1. Finalmente, en el Capítulo 5 describiremos la matriz de estimulación que será utilizada para controlar al robot de servicio, analizaremos los resultados de la detección del símbolo que el sujeto desea deletrear y explicaremos la conexión entre la BCI y el robot de servicio.

## Capítulo 2

# Marco teórico

Como se comentó en la Sección 1.1, el proceso general que se sigue para que una BCI convierta las señales cerebrales de ERP en instrucciones para un dispositivo se puede dividir en: estimulación del sujeto, adquisición de la actividad cerebral, procesamiento de las señales adquiridas, y traducción de las características identificadas en las señales a instrucciones para controlar una aplicación o un dispositivo. En la Figura 2.1 puede verse un esquema de estas etapas, las cuales se describen a continuación.

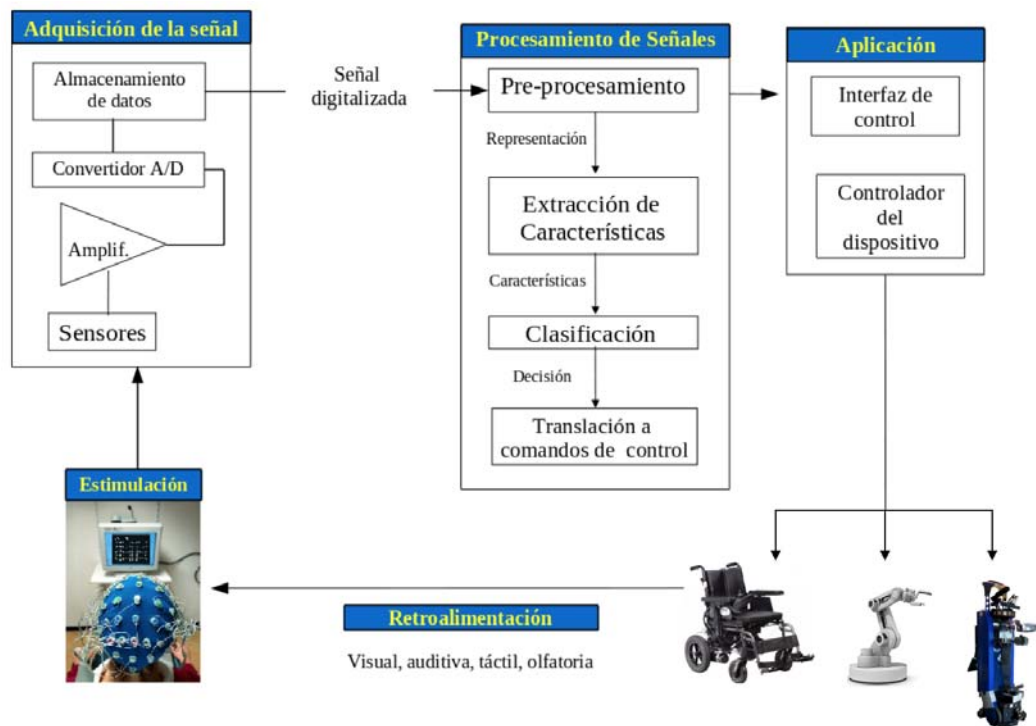


Figura 2.1: Proceso general del funcionamiento de una BCI.

## 2.1. Estimulación para obtener el P300

Como se mencionó en la Sección 1.2, estamos interesados en extraer el componente P300 de entre las señales del EEG. En esta sección explicaremos las características de este componente, así como distintas formas de estimular al sujeto que las genere.

### El Componente P300

El componente P300 debe su nombre a sus características, ya que es un pico positivo que se puede detectar, en general, 300 ms posteriores a la presentación de un estímulo infrecuente, que puede ser visual, auditivo o somatosensorial, ver la Figura 2.2, [37, 76]. En [51] se sugiere que el P300 está compuesto por la onda P3a y P3b. La onda P3a se origina en los mecanismos de atención frontal dirigidos por el estímulo durante el procesamiento de tareas. La onda P3b se origina en la actividad parietal-temporal asociada con la atención y parece estar relacionada con el consiguiente procesamiento en la memoria.

Por otro lado, el componente P300 se analiza de acuerdo a su amplitud, latencia y localización espacial. Los autores de [76] definen la amplitud del P300 como la diferencia en  $\mu\text{V}$  entre un pico negativo (que suele ocurrir entre 100 y 200 ms posteriores al estímulo) y el pico positivo más amplio. Dicha amplitud se considera como un índice que representa la actualización de la memoria de trabajo. Mientras que la latencia (medida en ms) la definen como el periodo entre el inicio del estímulo y el momento en el que el pico positivo alcanza su amplitud máxima. La latencia está asociada con la velocidad de clasificación de los estímulos relevantes, entendida como eficiencia cognitiva, y se relaciona con la discriminación del estímulo relevante y la modalidad sensorial, la cual es independiente del proceso de la respuesta.

La latencia, la amplitud y la forma del P300 varían entre sujetos [129, 132]. La amplitud varía en un rango de 5-40  $\mu\text{V}$  [105]. Adicionalmente, se han encontrado diferentes rangos de variación en la latencia, como los que se mencionan a continuación. En [76] se presentó un estímulo auditivo a un grupo de sujetos normales, los P300 fueron detectados entre 200-600 ms posteriores a la estimulación. En [101] se mostraron estímulos visuales a un grupo de pacientes con Esclerosis Lateral Amiotrófica, de quienes sus P300 fueron detectados entre 200-700 ms posteriores a la estimulación. Los autores de [51, 53, 83] reportaron que los P300 fueron detectados en los primeros 800 ms posteriores a la presentación de un estímulo visual en un grupo de sujetos normales. Estos últimos autores también indicaron que todos los participantes tienen un evento negativo prominente entre 200 y 250 ms posteriores al estímulo.

Vale la pena señalar que las variaciones en latencia, amplitud y forma se dan por distintas razones tales como: la edad, las horas de sueño, la posición de los electrodos, la distancia y el ángulo entre el sujeto y la pantalla de la computadora, la concentración y atención del sujeto, las diferencias en



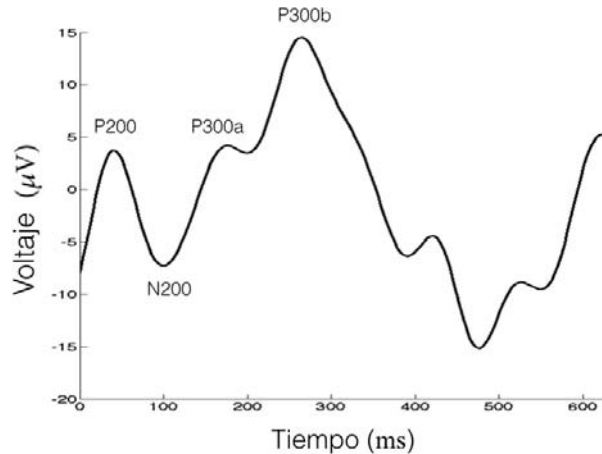


Figura 2.2: Ejemplo de un ERP en donde se muestran algunos componentes tempranos y tardíos, entre ellos el P300, el cual se distingue por tener una amplitud mayor al resto del , alcanzando su punto máximo aproximadamente a los 300 ms posteriores al estímulo. La señal de esta imagen fue generada con puntos muestreados y aproximados por segmentos de línea para representarla gráficamente.

la configuración de los protocolos de adquisición de la señal, la habituación, o a las diferencias en las respuestas de los sujetos [76]. Por ejemplo, en [130] mencionan que la latencia de los adultos es ligeramente más larga y su amplitud es reducida comparada con la de los jóvenes; en [3] encontraron que la amplitud y la latencia aumentan después de la privación de sueño; en [47] reportaron que la amplitud aumenta si la probabilidad de que aparezca el estímulo objetivo disminuye, y en [120] reportaron que la amplitud disminuye a lo largo de las sesiones. Sin embargo, a pesar de estas diferencias, en [82] demuestran la naturaleza robusta y estable de la respuesta P300, al utilizar un clasificador cuyos parámetros fueron derivados de los datos coleccionados con un año de anticipación a la sesión en línea.

Por otro lado, se sabe que el P300 se presenta con mayor amplitud en las áreas central, frontal y parietal; estas áreas están asociadas con procesos de atención y memoria [51]. Sin embargo, los autores de [71] se dieron cuenta de que en el paradigma *oddball* con estimulación visual, existe una relación entre la posición de los ojos y el proceso de atención, debido a que los sujetos no sólo usan la semántica para contar los símbolos que son intensificados, sino que los observan directamente. Esta relación puede generar estimulación en la corteza visual, cuya respuesta puede ayudar a clasificar el P300. Los autores de [82] están de acuerdo con esta observación, y agregan que las características mejor discriminables y que permiten una mejor detección del P300 se presentan en las áreas occipital y parietal-occipital, y que tales características pueden mejorar el desempeño de la clasificación cuando se usan junto con características espaciales tradicionales. Como la amplitud de los P300s varía entre electrodos debido a su posición, es decir, mientras más lejos esté el electrodo de la zona cortical en donde se produce el P300 menor será su amplitud, necesitamos procesar la información que proviene

A	B	C	D	E	F
G	H	I	J	K	L
M	N	O	P	Q	R
S	T	U	V	W	X
Y	Z	1	2	3	4
5	6	7	8	9	_

Figura 2.3: Matriz de estimulación propuesta por Farwell y Donchin. Es una matriz de dimensiones  $6 \times 6$ , donde cada celda contiene un elemento alfanumérico.

de cada electrodo de manera independiente.

### Estimulación

Farwell y Donchin en [42] propusieron un deletreador de palabras para reproducir el paradigma *oddball* (ver Sección 1.3) en un ambiente controlado, el cual consiste en presentar al sujeto caracteres alfanuméricos por medio de una matriz de dimensiones  $6 \times 6$ , donde cada celda contiene un elemento. En la Figura 2.3 se muestra una imagen de dicha interfaz.

En este deletreador el sujeto fija su atención en la celda que contiene la letra a ser comunicada mientras se intensifican aleatoriamente las filas y las columnas de la matriz. A este paradigma se le conoce como paradigma de Filas o Columnas o paradigma RC. Cada intensificación de una letra objetivo es un evento poco frecuente. La fila y la columna que contienen la celda atendida son elementos raros (o poco frecuentes), por lo que sólo estos eventos provocan la aparición del P300 [37]. Para asegurar la atención del sujeto, se le pide que cuente el número de veces que aparece el estímulo objetivo. Es entonces que el cerebro del sujeto reacciona con una respuesta que se registra por el sistema.

En la Figura 2.4 se muestra la señal del EEG (en rojo) asociada al deletreo de la palabra *calor*. Una corrida (bloques azules) está compuesta de un periodo de tiempo sin estimulación al iniciar el experimento, conocido como *PreRun*, seguido de un conjunto de secuencias y finalizando con un nuevo periodo de tiempo sin estimulación conocido como *PostRun*. Hay una secuencia por cada letra. Las secuencias están compuestas de un periodo sin estimulación, llamado *PreSequence*, seguido de una serie de épocas correspondientes a las intensificaciones aleatorias de las filas y de las columnas de la matriz de estimulación (ver Figura 2.6); entre cada intensificación hay un tiempo sin estimulación, llamado Intervalo Interestímulo (ISI, por las siglas en inglés de *Interstimulus Interval*). Como mencionamos en la Sección 1.3, el procedimiento de estimulación se repite para mejorar la SNR y así extraer las señales de ERP embebidas (ver Figura 2.5) y, finalmente, después de cada

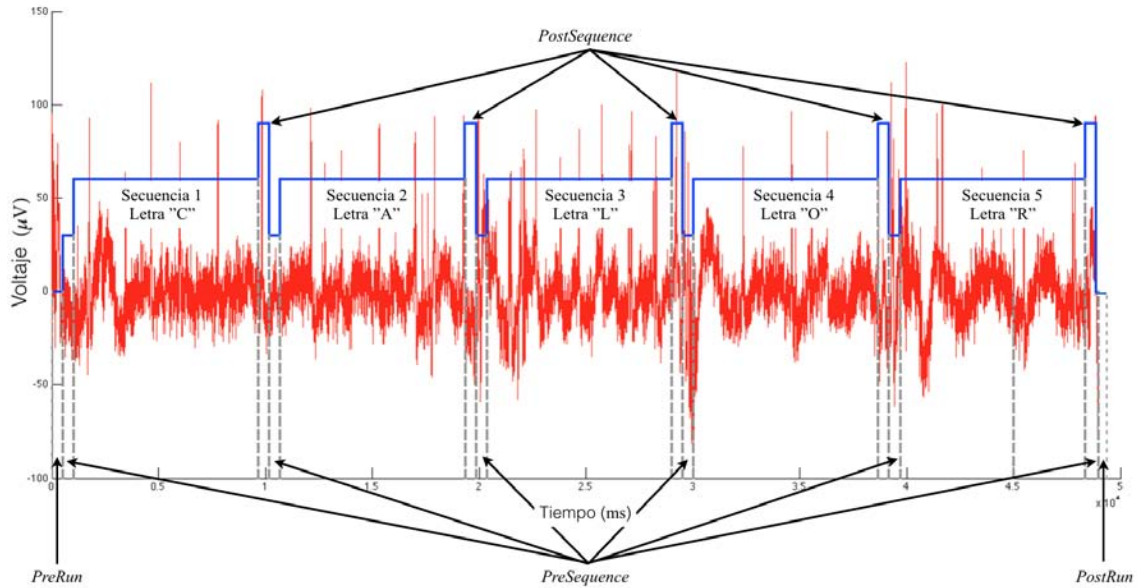


Figura 2.4: Elementos de una corrida. El eje de las abscisas indica el tiempo y el de las ordenadas los microvolts. En rojo se muestra la señal del EEG sin filtrar y en azul se muestran las secciones de la corrida, las cuales están señaladas con flechas y etiquetadas como corresponde.

secuencia hay un tiempo sin estimulación llamado *PostSequence*.

Por otro lado, se han propuesto cambios en el tamaño de la matriz del paradigma RC para lograr una mejor diferenciación de los elementos del P300. En [6] reportaron que la amplitud del P300 se incrementa al incrementarse el tamaño de la matriz. Esto lo atribuyen a que se reduce la probabilidad de ocurrencia del evento de interés. En [129] demuestran esta observación y agregan que el ISI es también una variable importante que debe considerarse al optimizar un sistema BCI; un ISI más corto lleva a mejores tasas de clasificación. También concluyen que una matriz de  $3 \times 3$  permite un mejor nivel de clasificación que una de  $6 \times 6$ , pero tiene una tasa de comunicación más baja. En [51] concluyen que una matriz de  $4 \times 3$  presenta mayores porcentajes de clasificación que una matriz de  $4 \times 5$ . En [53] mencionan que una matriz pequeña ( $3 \times 3$  o  $4 \times 3$ ) genera mejor desempeño en términos de velocidad de transferencia.

En [98, 138] detectaron que el paradigma RC genera dos tipos de errores: el error de distracción por adyacencia y el error de doble intensificación. En el primero, el sujeto selecciona erróneamente una fila o columna que está adyacente a la fila o columna objetivo. El segundo tipo de error sucede cuando se intensifica dos veces seguidas el mismo objetivo; la segunda intensificación puede no ser notada por el sujeto por lo que no se genera un P300, o puede ser notada pero los dos componentes se traslapan generando una distorsión en la forma de la onda. Debido a estos errores, se han propuesto nuevos paradigmas de estimulación [114] como los que se mencionan a continuación.

En [58] los autores propusieron el paradigma de una sola columna, en el cual se intensifican aleatoriamente cada celda en lugar de cada fila y columna. Los autores reportaron una mejora

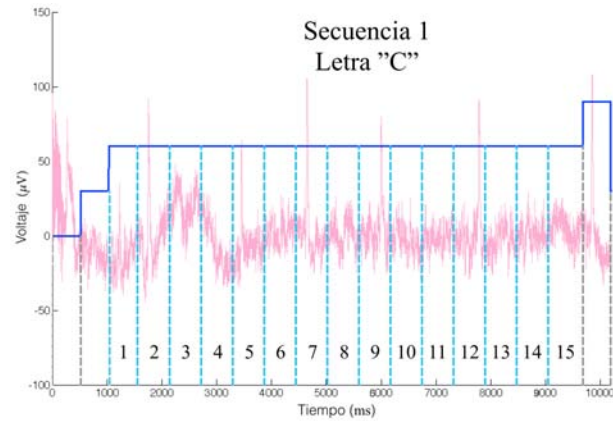


Figura 2.5: Ilustración de las repeticiones de las estimulaciones. Detalle de la secuencia 1 de la Figura 2.4: el eje de las abscisas indica el tiempo y el de las ordenadas microvolts, en rojo se muestra la señal del EEG sin filtrar y en cian se representa el inicio de las repeticiones (en este caso 15).

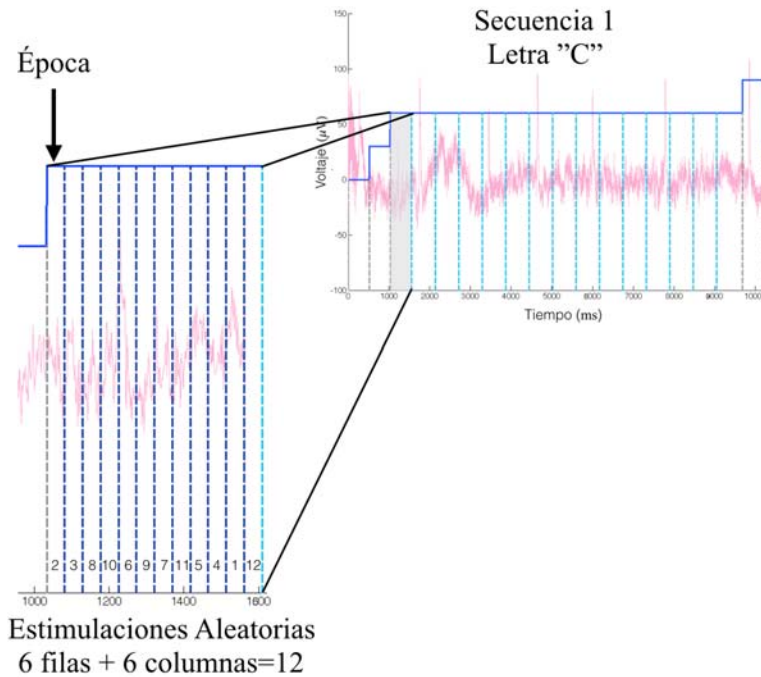


Figura 2.6: Acercamiento al primer conjunto de épocas de la secuencia 1 de la Figura 2.5. Las épocas corresponden a las intensificaciones aleatorias de las filas y de las columnas de la matriz de estimulación. Las líneas punteadas verticales representan el inicio de las 12 intensificaciones (en el caso de una matriz de  $6 \times 6$ ).

significativa en la precisión del reconocimiento y en la velocidad de transferencia. Sin embargo, en [59] presentaron resultados que indican que se obtuvo una precisión de la clasificación del 55.3% con este paradigma, mientras que se obtuvo una precisión del 72.8% con el paradigma RC. Además, el paradigma RC tiene una mayor velocidad ya que intensifica 6 caracteres simultáneamente.

En [138] presentan el paradigma conocido como Tablero de Ajedrez. La matriz de estimulación tiene un tamaño de  $8 \times 9$  y está compuesta de elementos alfanuméricos y algunas palabras que indican instrucciones. La matriz está virtualmente sobrepuesta en un patrón de celdas negras y blancas, como el que tiene un tablero de ajedrez. Aquellos elementos que están en las celdas blancas forman una matriz de  $6 \times 6$  y aquellos que están en celdas negras forman otra matriz de  $6 \times 6$ . Antes de cada secuencia de intensificaciones, los elementos de la matriz original son acomodados aleatoriamente en las matrices blanca o negra. Estas matrices no son vistas por los sujetos, solo sirven de referencia para saber el orden en el que se intensificarán los elementos en la matriz original. Los elementos se intensifican en grupos de seis. Cada grupo es definido por los elementos de los vectores fila de las matrices blanca y negra. Los resultados reportados con este paradigma presentaron una mejora tanto en la tasa de transferencia como en la precisión promedio de la clasificación en línea (92% contra el 77% obtenido con el paradigma RC).

En [43] presentan el paradigma basado en regiones, el cual consiste en presentar siete conjuntos de caracteres ordenados arbitrariamente en siete regiones predefinidas, las cuales son intensificadas aleatoriamente. Una vez que el sujeto selecciona una región, los caracteres de esa región se subdividen en siete regiones, quedando un carácter en cada región. Los siete caracteres se intensifican de nuevo aleatoriamente para que el sujeto encuentre un carácter en particular. Este paradigma no sólo provee de un conjunto mayor de caracteres de entrada, también reduce el efecto de adyacencia y del amontonamiento, característicos de los otros paradigmas. Los resultados reportan una mejora en la precisión promedio de la clasificación (95% contra el 85% obtenido con el paradigma RC).

En [50] presentan el paradigma con nueve objetos moviéndose libremente en la pantalla a una cierta velocidad, logrando una precisión de hasta 81% en tres épocas.

Por otro lado, en [126] logran un incremento significativo en la tasa de clasificación al cambiar los elementos alfanuméricos por íconos en el paradigma RC. Existe evidencia de que el lenguaje icónico tiene ventajas sobre el ortográfico debido a que con éste se transmite mayor información que con los símbolos alfabéticos. Adicionalmente, tienen mayor aplicación en personas con alteraciones del lenguaje.

Finalmente, el trabajo más reciente del que tenemos conocimiento es el presentado en [33], en el que combinan expresiones faciales y colores para presentar un estímulo que le permite a personas con problemas para controlar su mirada hacer uso de BCIs.

Nosotros usamos el paradigma RC con una matriz de  $6 \times 6$  con elementos alfanuméricos por ser un estándar con el cual compararnos y de  $4 \times 3$  con íconos para que el sujeto entregue instrucciones

al robot.

## 2.2. Adquisición de la actividad cerebral

En el EEG se observan campos eléctricos (dipolos) que reflejan las corrientes extracelulares generadas por diversos procesos bioquímicos en las neuronas de la corteza cerebral; concretamente, de la despolarización de las membranas postsinápticas en la corteza y la hiperpolarización de muchas neuronas piramidales. Las neuronas piramidales son clave en el procesamiento de la información que lleva a cabo el cerebro. Tienen una distribución paralela a la superficie de las capas corticales superiores y una orientación perpendicular a ésta, por lo que se les atribuye la fuente originaria de la actividad reflejada en el EEG. Cuando una gran población de las neuronas piramidales se activan de manera sincrónica, simultánea y sumatoria, dan como resultado una actividad continua, localizada y rítmica que puede correlacionarse con estímulos, acciones y estados mentales [94, 125]. En la Figura 2.7 se muestra un diagrama que explica el evento biofisiológico que da lugar a la generación de la actividad eléctrica registrada por el EEG. La actividad eléctrica neuronal registrada por el EEG es atenuada principalmente por fluidos cerebrospinales, la dura madre, el hueso y el cuero cabelludo. Llega a tener una amplitud en un rango de 10-100  $\mu\text{V}$  [125], aunque en la práctica hemos visto que es de  $\pm 100 \mu\text{V}$ , a una frecuencia de hasta 45 Hz.

El EEG utiliza electrodos superficiales e indoloros que están normalmente distribuidos en el cuero cabelludo de acuerdo al sistema internacional de electrodos 10-20 [121]. Este sistema es un estándar para la colocación de los electrodos y posibilitar la reproducción de los experimentos y de los estudios. Su nombre se debe a que los electrodos están espaciados entre 10% y 20% de la distancia total entre puntos reconocibles del cráneo. Estos puntos son el nasión, puente de la nariz; el inión, protuberancia en la parte posterior de la cabeza arriba de la nuca, y los puntos preauriculares, delante del trago de cada pabellón de la oreja [121]. En la Figura 2.8 se muestra un diagrama de la localización de los electrodos en este sistema. El diagrama utiliza las siglas F para referirse a la región frontal del cerebro, P a la parietal, C a la central, T a la temporal y O a la occipital; los números pares son usados para referirse al hemisferio derecho e impares para referirse al hemisferio izquierdo; la letra z para referirse a la línea central (la que une al nasión con el inión); y la letra A para referirse a electrodos colocados en los lóbulos de las orejas.

El electrodo es un disco de metal, que puede ser de cloruro de plata o de estaño, que forma una conexión eléctrica con el cuero cabelludo mediante un gel conductor. Adicionalmente, el circuito formado por la piel, el gel y el electrodo puede funcionar como un capacitor que atenúa la transmisión de las frecuencias bajas. Por lo que es importante asegurar las mejores condiciones de adquisición de la actividad eléctrica. Para ello, debido a que la electricidad tiende a seguir la ruta con la menor resistencia, es importante asegurar que la impedancia entre el electrodo y el cuero cabelludo no sea

mayor a  $5k\Omega$ ; si no se cumple con esta impedancia, no se garantiza que se esté adquiriendo la señal de manera adecuada.

## 2.3. Procesamiento de señales

El procesamiento de señales de una BCI puede abordarse desde el Aprendizaje Automático (en inglés *Machine Learning*), ya que es una metodología que provee de herramientas que nos permiten analizar la información de la señal del EEG y, a partir del conocimiento que se pueda adquirir de los datos disponibles, predecir el comportamiento de otras señales con características similares para asignarlas a una clase (la señal tiene o no un P300).

El objetivo del aprendizaje automático es hacer que un algoritmo se adapte para que las acciones que lleve a cabo sean más precisas. Esto se logra evaluando el desempeño del algoritmo contra lo que se considera un desempeño correcto. Existen varios tipos de aprendizaje automático: supervisado, no supervisado, por refuerzo y evolutivo [97].

En el aprendizaje supervisado el algoritmo requiere de un conjunto de entrenamiento (construido con ejemplos que tienen asociadas las respuestas correctas) que le permite generalizar su comportamiento para responder correctamente a todas las posibles entradas. En el aprendizaje no supervisado el algoritmo identifica similitudes entre las entradas (usando herramientas estadísticas) y las agrupa. En el aprendizaje por refuerzo el algoritmo es evaluado por un monitor, el cual le indica si su respuesta es correcta pero no le dice cómo mejorar, por lo que el algoritmo explora distintas posibilidades hasta que encuentra la respuesta correcta. Finalmente, en el aprendizaje evolutivo el algoritmo se evalúa con una función objetivo que se modela con base en la evolución biológica, en donde un organismo busca adaptarse y tener descendencia.

En la comunidad de BCI es común aplicar el aprendizaje supervisado porque se puede generar el conjunto de entrenamiento con cierta facilidad, ya que, como lo hemos mencionado anteriormente, se tiene control sobre la estimulación del sujeto y se conoce el comportamiento del P300.

Las etapas del aprendizaje supervisado son equivalentes a las del Procesamiento de Señales (mencionadas en la Figura 2.1) y son las siguientes. En la etapa de Pre-procesamiento se obtienen los datos, se filtran y se genera con ellos un conjunto de entrenamiento. En la etapa de extracción de características se seleccionan las características que sean más útiles para resolver el problema. Luego, se selecciona el algoritmo adecuado para analizar la información con que se cuenta y se buscan los parámetros que requiera el algoritmo seleccionado, ya sea manualmente o con base en experimentos. En la etapa de clasificación se entrena el algoritmo tanto con el conjunto de entrenamiento como con los parámetros seleccionados para construir un modelo de los datos que permita predecir las salidas de los nuevos datos. Finalmente, se relaciona la salida del clasificador con el símbolo que el sujeto desea seleccionar. A continuación explicaremos a detalle cada etapa del Procesamiento de Señales.



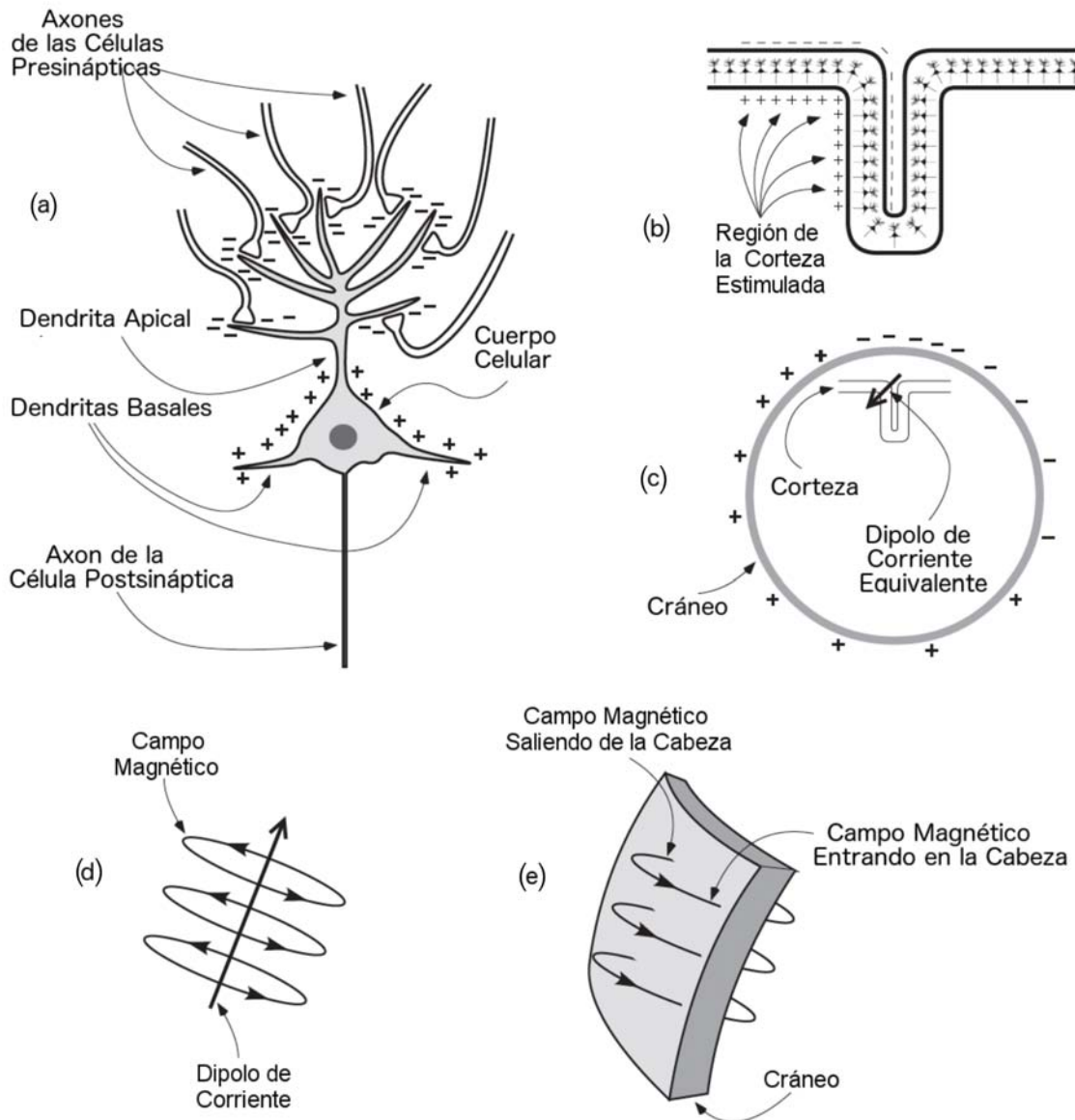


Figura 2.7: Diagrama de la actividad eléctrica registrada por el EEG. “(a) Esquema del funcionamiento de una célula piramidal durante la neurotransmisión. Un neurotransmisor excitatorio se libera de las terminales presinápticas, causando que los iones positivos fluyan hacia la neurona postsináptica. Esto crea una red de voltaje extracelular positivo (representado por el símbolo “-”) en el área de otras partes de la neurona, lo que lleva a un dipolo pequeño. (b) Circunvolución del cortex con un gran contenido de neuronas piramidales. Cuando una región de esta circunvolución es estimulada, los dipolos de las neuronas individuales se suman. (c) Los dipolos sumados de las neuronas individuales pueden ser aproximados por un solo dipolo de corriente equivalente, mostrado aquí como una flecha. La posición y la orientación de este dipolo determina la distribución de voltajes positivos y negativos registrados en la superficie de la cabeza. (d) Ejemplo de un dipolo de corriente con un campo magnético generado alrededor de él. (e) Ejemplo de un campo magnético generado por un dipolo que se encuentra dentro de la superficie del cráneo. Si el dipolo está más o menos paralelo a la superficie, el campo magnético puede ser registrado como si entrara y saliera de la cabeza; ningún campo puede ser registrado si el dipolo está orientado radialmente”. Explicación e imagen tomadas de [93], Figura 1.4, pp. 30, adaptadas e incluidas en este documento con permiso del Dr. Steven J. Luck.



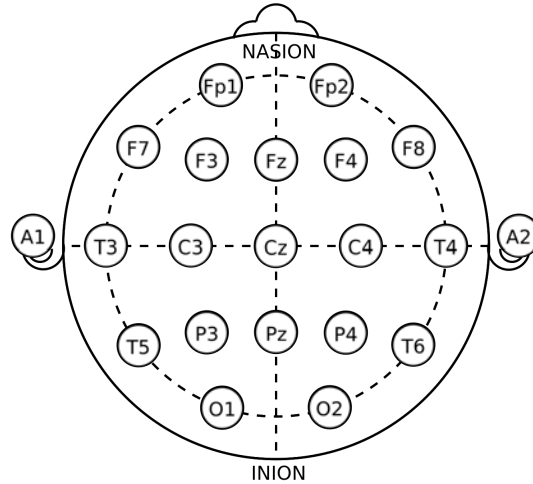


Figura 2.8: Esquema de la colocación de los electrodos que sigue el sistema internacional 10-20. Representa la cabeza de una persona vista en el plano transversal. A1 indica el electrodo colocado en el lóbulo de la oreja izquierda, A2 en el de la oreja derecha, nasión indica el puente de la nariz, inión indica la protuberancia en la parte posterior de la cabeza arriba de la nuca. Las siglas usadas en el diagrama se usan para referirse: F a la región frontal del cerebro, P a la parietal, C a la central, T a la temporal y O a la occipital; los números pares son usados para referirse al hemisferio derecho e impares para referirse al hemisferio izquierdo y la letra z para referirse a la línea central (la que une al nasión con el inión).

### 2.3.1. Pre-procesamiento de la señal

A pesar de los esfuerzos que se llevan a cabo para obtener una adecuada adquisición de la actividad cerebral, hay que tomar en cuenta otros factores que pueden agregar ruido al EEG, como las señales fisiológicas del propio sujeto o señales externas a él.

El ruido generado por señales fisiológicas del sujeto pueden deberse a cambios graduales en el voltaje como consecuencia de potenciales de la piel, de la actividad cardiaca o del parpadeo. El pre-procesamiento de la señal puede incluir el prefiltrado de las señales en el rango de frecuencias y el filtrado espacial.

#### Prefiltrado en el rango de las frecuencias

Para eliminar los potenciales de la piel, de la actividad cardiaca o del parpadeo, es práctica común aplicar un filtro paso banda con una frecuencia de corte en el rango de 0.1-60 Hz.

Los filtros más utilizados por la comunidad de BCI son los filtros Chebyshev y Butterworth ya que tienen un buen compromiso entre el tamaño de la banda de transición y la respuesta de fase. El filtro Butterworth está diseñado para producir la respuesta más plana que sea posible hasta la frecuencia de corte. Para mayor información acerca de este filtro, se sugiere revisar [104]. El filtro Chebyshev tiene una pendiente más pronunciada en la banda de transición que los filtros Butterworth, así como un mayor rizado en alguna de sus bandas. El filtro Chebyshev tipo I tiene un rizo en la banda de

paso y es constante en la banda de rechazo, mientras que el tipo II tiene una banda de paso constante y un rizo en la banda de rechazo. Para un mayor de detalle del diseño de este filtro, se sugiere la lectura del artículo [72].

Adicionalmente, se busca eliminar el ruido generado por instalaciones insuficientemente aisladas de cualquier otra fuente electromagnética (por ejemplo, de la alimentación eléctrica). Para bloquear este tipo de ruido, se aplica un filtro Notch, un filtro supresor de banda angosta, con unas frecuencias de corte entre 58 y 62 Hz (en algunos países, 50 Hz) [93, 125]. Para un detalle más profundo acerca de este filtro se recomienda la lectura de los artículos [45] y [61].

Por otro lado, se eliminan las frecuencias que no contienen información de ERP mediante un filtro paso bajas Butterworth. No está claro cuál debe ser la frecuencia de corte ya que en [68] hacen una revisión de artículos para justificar una frecuencia de corte de 3.5 Hz y las razones que dan para esta elección son: *i)* la porción principal del P300 está debajo de esta frecuencia, y *ii)* esta frecuencia de corte se ha reportado en artículos que usan métodos de clasificación basados en la comparación de plantillas (de los que se hablará más adelante). Sin embargo, en [149] recomiendan un corte entre 5-40 Hz. En general, la comunidad de BCI suele utilizar una frecuencia de corte de hasta 12 Hz, ya que en [11, 118] indican que el ancho de banda de los ERP es de hasta 10 Hz.

La razón por la que se requiere aplicar los filtros explicados anteriormente (ver la Figura 2.9) en lugar de aplicar únicamente un filtro paso banda que desde el inicio de la adquisición filtre entre 0.1 y 12 Hz (para obtener las señales de interés para nuestro proyecto) es que el EEG está diseñado para obtener la mayor cantidad posible de actividad cerebral, no únicamente los ERP.

Finalmente, se elimina la tendencia lineal en ventanas de tiempo. Para ello se utilizan regresiones lineales que identifican el componente de la tendencia; por ejemplo, se hace un ajuste de mínimos cuadrados de una línea recta a los datos (o de una línea compuesta por secciones de tendencias lineales), posteriormente dicha función se resta de las señales originales. En la Sección 2.3.2 se dará una explicación más detallada de la regresión lineal.

## Filtrado espacial

Por otro lado, dado que el voltaje es potencial de corriente que se mueve de un lugar a otro, no se puede registrar en un sólo electrodo, por lo que la señal del EEG siempre se registra como un potencial para que la corriente pase entre dos electrodos. Para ello, se requiere de un punto de referencia común para todos los voltajes del sistema. Por esta razón se crea una tierra virtual en el circuito del amplificador, el cual se conecta al sujeto mediante un electrodo. De esta manera se puede registrar el voltaje entre el electrodo del cuero cabelludo y el electrodo conectado a la tierra. Sin embargo, los voltajes registrados de esta forma podrían reflejar actividad eléctrica tanto en el electrodo del cuero cabelludo como en el electrodo de tierra, lo cual no proveería de una medida absoluta de la actividad eléctrica en el electrodo del cuero cabelludo. Aún más, cualquier

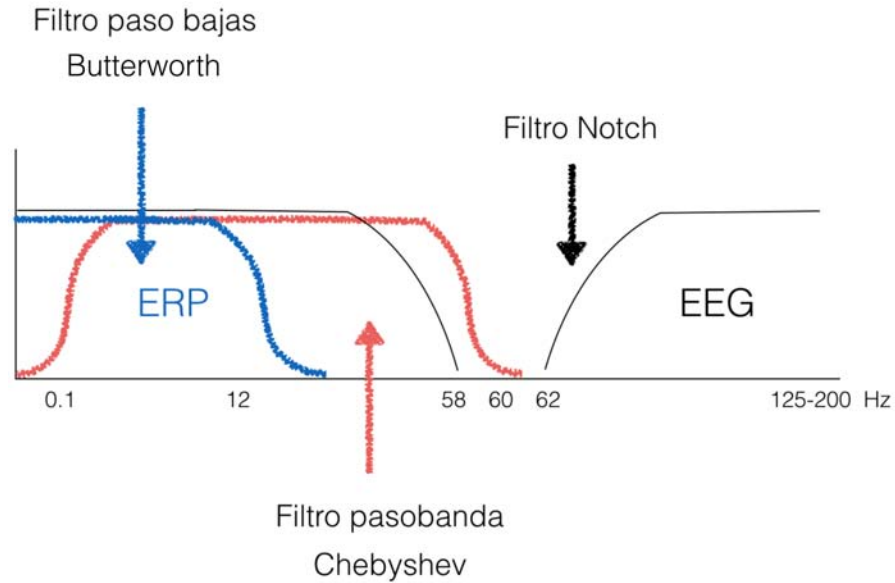


Figura 2.9: Filtrado en el rango de frecuencias.

ruido eléctrico ambiental que el circuito pudiera captar podría influenciar la medida de voltaje. Para resolver este problema, el sistema de amplificación del EEG emplea amplificadores diferenciales. Un amplificador diferencial usa tres electrodos para registrar la actividad: un electrodo activo, ubicado en un sitio donde se registra la actividad deseada; un electrodo de referencia, ubicado en alguna posición del cuero cabelludo; y un electrodo de tierra, ubicado en alguna posición conveniente. El amplificador diferencial amplifica la diferencia de voltaje entre las dos zonas activas o entre una zona activa y la referencia. Cabe resaltar que el voltaje registrado por el EEG no refleja las propiedades eléctricas de la actividad medida por el electrodo, sino la diferencia entre el electrodo activo y los sitios de referencia, a esta información se le conoce como canal. Se puede tener una referencia monopolar (en donde la referencia está ubicada lejos de la actividad cerebral) o una bipolar (donde los dos electrodos en un canal son afectados por la actividad cerebral) [93, 94].

Entonces, si se quiere hacer la medición entre dos electrodos muy cercanos entre sí, ambos van a tener afectación por un artefacto. Para eliminar este tipo de artefactos se aplican filtros espaciales como la Referencia del Promedio Común (CAR por las siglas en inglés de *Common Average Reference*) y los filtros de superficie Laplaciana [149]. En ambos casos se obtiene información de los canales con una referencia común y en cada momento se calcula un promedio, el cual se le resta a cada canal. En el caso del CAR se calcula el promedio global de todos los canales digitalizados, mientras que en el caso de los filtros espaciales de superficie Laplaciana se obtiene el promedio de sus vecinos más cercanos. En [4], los autores utilizaron distintas técnicas para eliminar artefactos comunes en las señales del EEG sin procesar, y demostraron que el CAR provee el mejor desempeño en la detección de P300. Sin embargo, en [135] los autores analizaron el desempeño de la correlación

canónica (en inglés *Canonical Correlation Analysis*), el cual es un método estadístico multivariable, y encontraron que tiene un mejor desempeño que el CAR y los filtros de superficie Laplaciana. La correlación canónica encuentra las transformaciones lineales que maximizan la correlación entre conjuntos de datos que podrían tener correlaciones subyacentes.

### 2.3.2. Extracción de características

Una vez que se han reducido los artefactos de las señales del EEG, el siguiente paso es encontrar patrones que nos permitan detectar con precisión la existencia de un P300. En general, es difícil encontrar patrones en las señales del EEG directamente, por esta razón se busca analizar las señales en otros dominios. Dichos patrones se representan como un vector  $\mathbf{v} = [v_1, v_2, \dots, v_J]^T$ , tal que  $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^J$ , donde sus  $J$  elementos se conocen como características. De esta manera, cada patrón se convierte en un punto en un espacio  $J$ -dimensional [137].

#### Dominios de representación

De acuerdo con [74] las series de tiempo se suelen representar en el dominio de la frecuencia por medio de la Transformada de Fourier, en el dominio del tiempo-frecuencia por medio de Transformadas de *Wavelets*, con mapas simbólicos y con Funciones Lineales por Tramos (PLR por las siglas en inglés de *Piecewise Linear Representation*). En general, tener conocimiento *a priori* de la información que se quiere representar es muy útil para seleccionar el dominio. En nuestro caso, tal conocimiento se conforma del paradigma de estimulación y del tipo de actividad cerebral utilizada para controlar una BCI. Hasta el momento, los dominios utilizados para representar características de los componentes ERP son el dominio de la frecuencia (DF), del tiempo-frecuencia (DTF), del espacio-tiempo (DET) y de la forma (DM).

Con respecto al dominio de la frecuencia y del tiempo-frecuencia, los autores de [73] explican que debido a que la Transformada Rápida de Fourier (FFT por las siglas en inglés de *Fast Fourier Transform*) pierde una breve información en el dominio de la frecuencia, no se puede utilizar para las señales que, a pesar de ser series de tiempo, tienen contenidos de frecuencia no estacionarios, como la señal del EEG. Pero, como ya lo mencionamos anteriormente, el P300 puede ser considerado como una señal estacionaria. Para estos casos en donde una porción de la señal no estacionaria se comporta como una estacionaria se utiliza la Transformada de Fourier de Tiempo Corto (STFT por las siglas en inglés de *Short-Time-Fourier Transform*). En la STFT se elige una función ventana (Hamming, Bartlett o Kaiser) cuya duración es igual a la porción de la señal que es estacionaria. Dicha función ventana se traslapa con la porción estacionaria de la señal y se aplica la FFT. La diferencia entre la FFT y la STFT es que la función ventana que usa la FFT es infinita, por lo que se utiliza una ventana amplia que ofrece buena resolución en frecuencias pero una resolución temporal pobre. Mientras que en la STFT la función ventana es finita, por lo que se elige una ventana angosta

que proporciona buena resolución temporal pero una resolución en frecuencias pobre [141]. Para solucionar el problema de resolución se utilizan las Transformadas de *Wavelet* (WT por las siglas en inglés de *Wavelet Transform*). Las WT descomponen la señal en un plano dependiente del tiempo y relacionado a la frecuencia. Las WT que se han usado para capturar y medir los ERP's de forma precisa son las siguientes: Transformada *Wavelet B-spline* [1, 36], Transformada *Wavelet* Continua [22], CWT, Transformada *Wavelet* Diádica Discreta, DWT, usando diferentes *wavelet* madre (de las familias: Biortogonal 3.9, *Daubechies* 9, *Coiflets* 4 y *Symlets* 8) [2, 10, 37, 52].

Con respecto a las características en el dominio del espacio-tiempo, en [42] los autores utilizan áreas y picos de los componentes de ERP definidos por la media temporal y el voltaje, respectivamente, y seleccionan una ventana temporal determinada por una inspección visual de la forma promediada de las ondas de ERP. En [71, 99] los autores utilizan los valores de los voltajes de las señales procesadas con un filtro paso banda para alimentar una Máquina de Vectores de Soporte (SVM por las siglas en inglés de *Support Vector Machine*). En algunos sistemas, como en el BCI2000, el vector de características se construye concatenando series de tiempo submuestreadas de manera uniforme de la señal del EEG de cada canal [11, 51, 76, 82, 101, 129–131], mientras que en [82, 118] aplican la decimación. En [69] desarrollaron una técnica de descomposición guiada por datos espacio-temporales. Para ello resaltan periodos de tiempo donde parece más probable que los efectos sean más robustos y, así, identificar características temporales. Esto lo hacen con una técnica llamada Potencia Global de Campo (GFP por las siglas en inglés de *Global Field Power*), la cual se define para cada muestra de tiempo como la suma del potencial al cuadrado para cada electrodo. Luego, seleccionan características espaciales relevantes las cuales se eligen usando SVM ponderadas espacialmente (sw-SVM). Luego, seleccionan características temporales usando un promedio ponderado. Finalmente, combinan las sw-SVMs que se obtienen de dichas características temporales para obtener una función de decisión robusta.

Por otro lado, en [1] aplican un vector de características morfológicas para describir un P300. Dicho vector fue originalmente definido en [70] para representar características del componente P600 (detectado entre 500-800ms posteriores al estímulo). El vector está compuesto de los siguientes elementos:

- Amplitud:  $s_{max} = \max\{s(t)\}$ , en donde  $s(t)$  es el ERP de época única durante  $[t_{min}, t_{max}]$ , para  $t_{min} = 400$  ms y  $t_{max} = 800$  ms posteriores al estímulo.
- Latencia:  $t_{s_{max}}$  es la  $t$ -ésima muestra donde aparece la amplitud  $s_{max}$ .
- Razón entre la latencia y la amplitud:  $\frac{t_{s_{max}}}{s_{max}}$ .
- Amplitud absoluta:  $|s_{max}|$ .
- Razón absoluta entre la amplitud y la latencia:  $\left| \frac{t_{s_{max}}}{s_{max}} \right|$ .

- Área positiva:  $a_p = \frac{1}{2} \sum_{t=t_{min}}^{t_{max}} (s(t) + |s(t)|)$ .
- Área negativa:  $a_n = \frac{1}{2} \sum_{t=t_{min}}^{t_{max}} (s(t) - |s(t)|)$ .
- Área total:  $a_p + a_n$ .
- Área total absoluta:  $|a_p + a_n|$ .
- Área absoluta total:  $a_p + |a_n|$ .
- Promedio absoluto de la pendiente de la señal:  $\frac{1}{T\tau} \sum_{t=t_{min}}^{t_{max}-\tau} |s(t+\tau) - s(t)|$ , donde  $\tau$  es el intervalo de muestreo de la señal (3.9 ms para la frecuencia de muestreo de 256 Hz) y  $T$  es el número de muestras.
- Diferencia entre picos:  $s_{max} - s_{min}$ , donde  $s_{min} = \min \{s(t)\}$ .
- Ventana de tiempo entre picos:  $t_{s_{max}} - t_{s_{min}}$ , donde  $t_{s_{min}}$  es la  $t$ -ésima muestra en la que aparece  $s_{min}$ .
- Pendiente entre picos:  $\frac{s_{max} - s_{min}}{t_{s_{max}} - t_{s_{min}}}$ .
- Cruzas en cero:  $n_z = \sum_{t=t_{s_{min}}}^{t_{s_{max}}} \delta(s(t))$ , donde  $\delta(x)$  es la delta de Kronecker.
- Densidad de cruzas en cero:  $\frac{n_z}{t_{s_{max}} - t_{s_{min}}}$ .
- Alteraciones del signo de pendiente:  $\frac{1}{2} \sum_{t=t_{min}}^{t_{max}-\tau} \left| \frac{s(t-\tau) - s(t)}{|s(t-\tau) - s(t)|} + \frac{s(t+\tau) - s(t)}{|s(t+\tau) - s(t)|} \right|$ .

Estos autores también incluyeron algunas características de frecuencia (moda, mediana y promedio de frecuencias) y un conjunto de características conformado por coeficientes de *Wavelets* discretos con funciones *B-Spline* cuadráticas. El conjunto de todas las características anteriores tiene una cardinalidad de 52 características. Para determinar las más relevantes aplicaron una prueba estadística *t-Student* y utilizaron Algoritmos Genéticos para seleccionar el mejor subconjunto para la clasificación.

Adicionalmente, en [9] los autores proponen cuatro vectores de características basados en la forma. El primer vector se obtiene con un algoritmo, al que nombraron segmentación inteligente, que separa las series de tiempo de la señal del EEG en intervalos no uniformes para después promediar cada uno. Los autores se basan en la suposición de que, a pesar de submuestrear la señal, se puede distinguir entre dos clases (señales con y sin P300) y que el grado de separación entre ellas debería ser notorio. Para calcular el grado de separación aplican el Análisis Discriminante Lineal (LDA por las siglas en inglés de *Linear Discriminant Analysis*) a un conjunto de entrenamiento. Posteriormente, los datos obtenidos con el LDA se procesan con un algoritmo voraz, llamado Reemplazo Iterativo Local, para encontrar los segmentos que maximizan el grado de separación entre clases.

El segundo vector de características se construye concatenando dos conjuntos. El primer conjunto está compuesto de las señales procesadas con un filtro espacial, el cual proviene de los valores y vectores propios que se obtienen de aplicar el método de Patrones Espaciales Comunes a señales de 64 canales, submuestreadas de 240 a 24 muestras, y procesadas con un filtro antitraslape (*antialiasing*). El segundo conjunto se construye calculando, para cada señal, la razón entre la varianza de una de las proyecciones filtradas y la suma de las varianzas de todas las proyecciones filtradas.

El tercer vector es una combinación de los dos anteriores. Primero se reducen los canales proyectando en el espacio de los Patrones Espaciales Comunes. Posteriormente, el volumen de los datos se decrementa utilizando la segmentación inteligente y, finalmente, las mejores muestras son elegidas para ser clasificadas.

El cuarto vector está compuesto de dos partes: la primera se obtiene de los datos sin filtrar y la segunda de los datos resultado de aplicar la segmentación inteligente a los datos sin filtrar. De la primera parte se obtienen once características morfológicas: la latencia, la amplitud, el área positiva, el área negativa, la diferencia entre picos, la ventana de tiempo entre picos, las pendientes entre picos, el pico del componente N100 (es decir, el valor mínimo de la señal en el intervalo de tiempo [50, 180]), la latencia del N100, la diferencia entre el valor máximo de la señal en el intervalo de tiempo [185, 500] y el valor mínimo de la señal en el rango de tiempo [320, 500] (correspondientes a la amplitud de los componentes P300 y N400, respectivamente), y la diferencia entre el valor máximo de la señal en el intervalo de tiempo [185, 500] y el valor mínimo de la señal en el intervalo [50, 170] (correspondiente a la amplitud de los componentes P300 y N100, respectivamente). De la segunda parte se obtienen cuatro características: la señal máxima, la señal mínima, el promedio de los valores de la señal y la distancia entre picos.

### **Diferencia entre épocas con y sin P300**

Por otro lado, los autores de [9] no son los únicos que han utilizado la diferencia entre épocas con y sin P300 como una característica de discriminación. A continuación mencionaremos otros que se basan en este principio, con la diferencia de que cada época la comparan con una plantilla cuya forma de onda se parece a la de un P300. La plantilla puede obtenerse mediante alineaciones coherentes, alineaciones basadas en la correlación cruzada y alineaciones no lineales.

En la alineación coherente se estima una plantilla promediando punto a punto las mediciones de la respuesta ERP que se obtienen mediante la repetición de un estímulo, y luego se calcula la distancia Euclidiana entre la época única y la plantilla [87]. La promediación coherente, en la que se basa este método, es una técnica ampliamente utilizada para obtener los ERP ya que permite resaltar una señal con una amplitud muy pequeña que está inmersa en el resto del EEG (por ejemplo, el P300). La técnica asume lo siguiente: *i*) los ERP y el resto de la señal del EEG no están correlacionados, *ii*) se conoce el tiempo de estimulación y respuesta reflejado en la señal del EEG, *iii*) existe un componente

consistentemente detectable, y *vi*) la señal del EEG es aleatorio con media cero. A pesar de que estas condiciones puedan violarse en alguna medida, la técnica de promediación coherente ha probado ser lo suficientemente robusta para sobrevivir (hasta cierto punto) a las variaciones de esas condiciones [143].

La alineación basada en la correlación cruzada consiste en desplazar la señal luego de compararla con otra. La mejor alineación es aquella en donde se producen las mayores correlaciones con la plantilla. Los métodos más comunes de este tipo de alineación son: Woody, *Maximum Likelihood* y *Exact Maximum Likelihood*.

El método de Woody calcula la correlación cruzada o la covarianza cruzada entre una plantilla, cuya forma se asemeja a un pico en la promediación de ERP, y una sola época filtrada con un filtro paso bajas. La latencia de época única se define como el retraso del tiempo por el que la plantilla debe pasar para obtener la máxima correlación cruzada o la covarianza cruzada. El cálculo de la máxima correlación cruzada o la covarianza cruzada se itera generando la nueva plantilla a partir de la promediación de épocas únicas con la latencia corregida después de cada iteración [150]. La plantilla inicia siendo artificial y tiene una forma de media sinusoidal, algunas veces se reemplaza por la parte de las ERP promediadas donde el P300 está presente.

El método *Maximum Likelihood* (ML) asume que la medición de la actividad consiste en el ruido de fondo y de una señal. La latencia de la señal puede variar entre épocas mientras que su forma y amplitud se asumen constantes. Su objetivo es maximizar la separación entre señal y ruido en el dominio de la frecuencia. El problema de estimar la latencia de las señales de época única lo resuelven maximizando una función de probabilidad logarítmica. Para maximizar la función utilizan un método iterativo propuesto por Fisher [139].

El método *Exact Maximum Likelihood* es una generalización del método ML, solo que toma en cuenta la amplitud que puede variar entre épocas [67].

Tanto el método de Woody como el método ML se basan en la suposición de que una señal completa puede tener un corrimiento en el tiempo. La principal diferencia entre ambos es que mientras el método de Woody trata de ajustar la señal ignorando el ruido, el método ML trata de maximizar la separación entre la señal y el ruido, enfatizando el hecho de que el ruido difiere de la señal [68].

Finalmente, la alineación no lineal deforma las señales para obtener la distancia más corta entre la plantilla y la época única. El método más comúnmente utilizado es el llamado Distorsión Temporal Dinámica (DTW por las siglas en inglés de *Dynamic Time Warping*) que modifica tanto la amplitud como la latencia. Este es el método más costoso computacionalmente y deforma inapropiadamente la señal [119].



## Selección de características

El objetivo de seleccionar características es reducir las dimensiones del vector de características, ya que, a medida que las dimensiones se incrementan, también se incrementa el tamaño del conjunto de datos de entrenamiento que requiere el algoritmo de aprendizaje supervisado para generalizar adecuadamente [97].

Una forma de reducir las dimensiones es proyectar el vector de características sobre un subespacio de menores dimensiones, lo cual no genera una pérdida importante en el desempeño ni en la generalización [137]. Las técnicas más usadas en la comunidad de BCI para reducir las dimensiones del vector de características son las siguientes: Análisis de Componentes Principales (PCA por las siglas en inglés de *Principal Components Analysis*), Análisis de Componentes Independientes (ICA por las siglas en inglés de *Independent Components Analysis*), Factorización no Negativa de Matrices (NMF por las siglas en inglés de *Nonnegative Matrix Factorization*), Patrones Espaciales Comunes (CSP por las siglas en inglés de *Common Spatial Patterns*), algoritmos *Wrapper* y Algoritmos Genéticos.

El PCA es útil para localizar canales no correlacionados entre ellos y descartar aquellos con información poco relevante. La desventaja es que las tareas de la BCI podrían no estar correlacionadas con la actividad cerebral ya que el PCA no toma en cuenta esta información [149].

El ICA genera canales no correlacionados, que, a diferencia del PCA, son estadísticamente independientes. Ésta característica le permite identificar los canales sensibles a diferentes fuentes de generación de la señal dentro del cerebro. Es una técnica de separación o localización de fuentes en donde el número máximo de fuentes que pueden ser identificadas está limitado por el número de electrodos [149].

En [151] utilizaron la NMF para extraer características en el espacio de tiempo-frecuencia. Busca bases representativas sólo con vectores no negativos. Entre sus ventajas mencionan que es fácil de usar y ocupa menos espacio de almacenamiento que otras factorizaciones de matrices.

El CSP funciona muy parecido al PCA pero, a diferencia de éste, correlaciona las tareas de la BCI con la actividad mental sólo cuando se trata de tareas de dos condiciones (por ejemplo, mover el cursor a la derecha o a la izquierda). Es una técnica de filtrado espacial que encuentra las direcciones para una discriminación óptima entre dos clases con base en la varianza [149]. A pesar de ser eficiente y ampliamente utilizado en la comunidad de BCI, es muy sensible a ruido y es propenso a sobreajustarse. Para lidiar con este problema, en [92] propusieron varios algoritmos para regularizar el CSP, además hicieron una revisión de la literatura de este tipo de algoritmos y concluyeron que dos de sus algoritmos propuestos (el CSP con regularización Tikhonov y el CSP con regularización ponderada Tikhonov) mejoraron el desempeño del CSP.

Los Algoritmos Genéticos han sido usados por los autores de [1, 10, 11, 95] para seleccionar características que permitan detectar un P300. Para ello, utilizan una representación binaria de cromosomas, donde el número 1 significa que la característica es considerada como parte del subconjunto de ca-

racterísticas seleccionadas y 0 en caso contrario. La función objetivo es la tasa de clasificación (por ejemplo, del LDA).

### Regresión paso a paso

Otra aproximación para seleccionar las características es la Regresión Paso a Paso (SR por las siglas en inglés de *Stepwise Regression*), el cual es un método sistemático para agregar o eliminar términos de un modelo de regresión lineal múltiple con base en su significancia estadística [38].

El objetivo del modelo de regresión multilínea es estimar un vector de coeficientes  $\mathbf{w}$ , a partir de un vector de variables predictoras  $\mathbf{v}$  y de una respuesta observada  $y$ . El vector de coeficientes permite predecir una respuesta observada por cada unidad experimental [137]. El modelo de regresión lineal para obtener la tendencia de una población es el siguiente

$$y = [\mathbf{w}^T, b] \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ 1 \end{bmatrix} + \epsilon, \quad (2.1)$$

donde  $\epsilon$  representa el error de estimación o ruido, el cual se asume con una distribución normal con media cero y una varianza constante  $\sigma^2$ ;  $\mathbf{v}$  es un vector de características que describe una unidad experimental, tal que  $\mathbf{v} = [v_1, v_2, \dots, v_J]^T$  y  $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^J$ ; y  $\mathbf{w}$  es el vector de coeficientes con los valores de pendiente, tal que  $\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_J]^T$  y  $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^J$ . En nuestro caso, el conjunto de unidades experimentales es el conjunto de entrenamiento, el cual está compuesto de pares  $(y_n, \mathbf{v}_n)$ , tal que  $n = 1, 2, \dots, N$  y  $y_n \in \mathbb{R}$ . Para obtener una regresión lineal poblacional representativa, es necesario obtener  $N$  unidades experimentales, cada una descrita con un vector de características  $\mathbf{v}_n$ . Luego, por cada una, obtener su propia respuesta observada  $y_n$ . Debido a que no se puede observar  $\epsilon$ , se requiere de un modelo que permita predecir el valor de salida de  $y$ , dado el valor  $\mathbf{v}$ , para ello se utiliza la regresión lineal. Las regresiones lineales se basan en el siguiente modelo de predicción

$$\hat{y} = [\hat{\mathbf{w}}^T, b] \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (2.2)$$

Los valores de  $\hat{\mathbf{w}}$  se calculan mediante la fórmula de estimación de Mínimos Cuadrados (LS por las siglas en inglés de *Least-Squares*), definida como

$$\hat{\mathbf{w}} = (\mathbf{V}^T \mathbf{V})^{-1} \mathbf{V}^T \mathbf{y}, \quad (2.3)$$

donde  $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_N]^T$  y  $\mathbf{V}$  es una matriz de dimensiones  $N \times (J + 1)$  definida como  $\mathbf{V} =$

$$\begin{bmatrix} v_{11} & \dots & v_{1J} & 1 \\ v_{21} & \dots & v_{2J} & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & 1 \\ v_{N1} & \dots & v_{NJ} & 1 \end{bmatrix}.$$

En otras palabras, se busca ajustar los coeficientes del vector  $\mathbf{w}$  minimizando la diferencia cuadrada entre la respuesta observada  $y_n$  y los valores de predicción  $\hat{y}_n$ , mediante la siguiente función de costo

$$\varphi(\mathbf{w}) = \sum_{n=1}^N (y_n - \hat{y}_n)^2. \quad (2.4)$$

Por otro lado, debido a que no necesariamente todas las características aportan información útil para la predicción de la respuesta observada, el SR agrega y elimina términos de un modelo con base en la significancia estadística. Éste método tiene tres aproximaciones principales: la selección hacia adelante (FSR por las siglas en inglés de *Forward Stepwise Regression*), la eliminación hacia atrás (BSR por las siglas en inglés de *Backward Stepwise Regression*) y la eliminación bidireccional (en inglés *bidirectional elimination*) [38].

En la selección hacia adelante, el modelo inicia sin características, se evalúa la adición de una característica usando un criterio de comparación, se agrega la característica que genere una mejora en el modelo, se repite este proceso hasta que no haya más características o hasta que ninguna mejore el modelo.

En la eliminación hacia atrás, el modelo inicia con todas las características, se evalúa la eliminación de una característica usando un criterio de comparación y se elimina la característica que genere una mejora en el modelo; se repite este proceso hasta que no haya ninguna mejora posible. Este tipo de eliminación la han usado en [76, 82, 129] para detectar P300s.

La eliminación bidireccional es una combinación de las dos anteriores, en donde se evalúa en cada paso la inclusión o exclusión de las características en un modelo multilineal. Nosotros estamos interesados en esta aproximación ya que ha sido aplicada exitosamente en [9, 82, 84].

La Regresión Paso a Paso por Eliminación Bidireccional (SWLDA por las siglas en inglés de *Stepwise Linear Discriminant Analysis*) se puede resumir como sigue: el método empieza con un modelo inicial y luego compara el poder explicativo de modelos incrementalmente más grandes o más pequeños. En cada paso, se calcula el  $p$ -valor de la prueba  $F$  para probar modelos con y sin una característica, que potencialmente será un término que forme parte del modelo. Si una característica no está actualmente en el modelo, entonces la hipótesis nula es que la característica podría tener un coeficiente cero si se añade al modelo. Si existe suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula, la característica se agrega al modelo. De forma inversa, si una característica se encuentra en el modelo, entonces la hipótesis nula es que la característica tiene un coeficiente igual a cero. Si existe suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula, la característica se elimina del modelo. Para un detalle más profundo acerca de este método se recomienda la lectura del artículo [38].

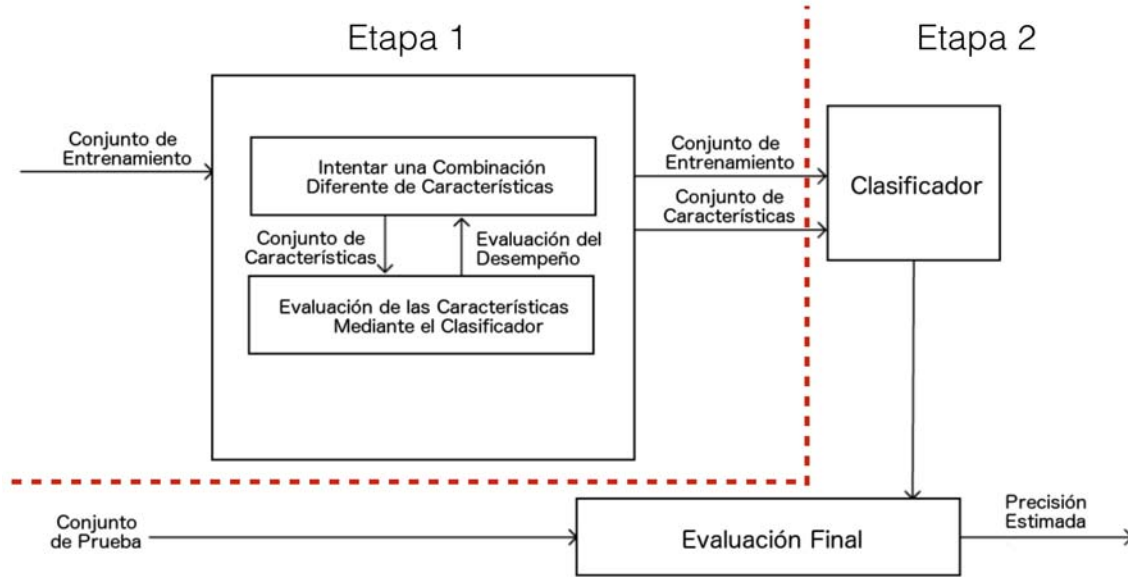


Figura 2.10: Algoritmo *Wrapper*. Imagen tomada de [65], Figura 1, pp. 2872, incluida en este documento con permiso del Dr. Chenn-Jung Huang.

### Método *Wrapper*

Otra aproximación para seleccionar características es mediante un método *Wrapper* [65], el cual hace una búsqueda de un subconjunto de características usando un mecanismo para obtener los valores de predicción como parte de su función de evaluación, ver Etapa 1 de la Figura 2.10. Ha sido utilizado por los autores de [10, 11] para seleccionar características que permitan detectar P300s. Nosotros estamos interesados en este método porque lo encontramos adecuado para lograr los objetivos del algoritmo de calibración descritos en la Sección 1.4.1.

El Algoritmo de *Wrapper* tiene como objetivo seleccionar  $N$  subconjuntos con una combinación diferente de características y evaluar el desempeño del algoritmo de clasificación con cada uno. El algoritmo requiere de un conjunto de unidades experimentales  $\mathcal{E}$  y de las respuestas observadas  $y_n$  para operar. El algoritmo es como sigue.

---



---

#### Algorithm 1 Algoritmo *Wrapper*

---



---

- 1: desde  $n \leftarrow 1$  a  $N$
- 2:  $\mathcal{R} \leftarrow \text{SelectorAleatorio}(\mathcal{E})$
- 3:  $\mathbf{v}_n \leftarrow \text{ExtractorCaracteristicas}(\mathcal{R})$
- 4:  $\hat{y}_n \leftarrow \text{ComputoValoresPrediccion}(\mathbf{v}_n)$
- 5:  $z_n \leftarrow \text{EvaluacionDesempeño}(y_n, \mathbf{v}_n)$

## 6: $\mathbf{V}' = \text{SelectorCaracteristicas}(\mathbf{z}, \mathbf{V})$

Para lograr este objetivo, se selecciona aleatoriamente un subconjunto  $\mathcal{R}$  del conjunto  $\mathcal{E}$  mediante el procedimiento **SelectorAleatorio** (línea 2). Cada unidad experimental de  $\mathcal{R}$  se describe con un vector características  $\mathbf{v}_n$  (procedimiento **ExtractorCaracteristicas**, línea 3), con el cual se obtienen los valores de predicción  $\hat{y}_n$  (procedimiento **ComputoValoresPrediccion**, línea 4). Luego, se obtiene una evaluación  $z_n$  de los valores de predicción con base en  $y_n$  (procedimiento **EvaluacionDesempeño**, línea 5). El proceso anterior se lleva a cabo para cada unidad experimental (línea 1), lo cual genera el vector  $\mathbf{z} = \begin{bmatrix} z_1 & z_2 & \cdots & z_N \end{bmatrix}^T$  y la matriz  $\mathbf{V}$ . Finalmente, se seleccionan las características  $\mathbf{V}'$  de la matriz  $\mathbf{V}$  que tengan el mejor desempeño, con el procedimiento **SelectorCaracteristicas** (línea 6).

Pueden usarse distintas estrategias para obtener los valores de precisión y la evaluación del desempeño del clasificador. En particular, nosotros aprovechamos las características del Área Bajo la Curva de las Características de Operación del Observador (AUROC por las siglas en inglés de *Area Under the Receiver Operating Characteristic Curve*) para calcular ambos valores. El AUROC es una medida común de precisión en una escala continua. Es muy útil si se requiere evaluar la precisión de un clasificador que tenga que distinguir entre dos casos: presencia de una condición contra la ausencia de ella. Esto se puede hacer mediante la medición de la sensibilidad y la especificidad de una prueba.

Sean  $\gamma$  y  $\alpha$  las funciones de distribución de los conjuntos de datos sin P300 y con P300, respectivamente. Si un umbral para la prueba es igual a  $u$ , la sensibilidad se define como  $1 - \alpha(u)$ , mientras que la especificidad es igual a  $\gamma(u)$ . Para un valor fijo de la especificidad en  $p$ , la sensibilidad correspondiente de la prueba es  $\mathcal{Y}(p) = 1 - \alpha(\gamma^{-1}(p))$ , donde  $\gamma^{-1}(p)$  es la función inversa de  $\gamma(p)$ . La curva de las características de operación del observador,  $\mathcal{Y}(p)$ , es una gráfica de la sensibilidad contra  $1 - \text{especificidad}$  para todos los posibles valores del umbral  $u$ . El AUROC, definida como  $z = \int_0^1 \mathcal{Y}(p) dp$ , es un índice muy popular ya que no depende de un umbral. Este aspecto es importante ya que en la práctica las distribuciones de  $\gamma$  y  $\alpha$  son desconocidas por lo que el valor óptimo de  $u$  no puede ser determinado. En esta prueba, el valor  $z = 1$  refleja una prueba perfecta mientras que  $z = 0.5$  refleja un método aleatorio para clasificar [117].

### 2.3.3. Clasificación

El objetivo de la clasificación es asignarle una etiqueta a un patrón desconocido que indique a qué clase puede pertenecer. Para ello se tiene que entrenar al clasificador con un conjunto de datos cuyas clases sean conocidas (ver Etapa 2 de la Figura 2.10). Dicho conjunto de entrenamiento está compuesto de  $N$  pares  $(y'_n, \mathbf{v}_n)$ , tal que  $y'_n$ , conocida como la etiqueta de la clase, es la variable de salida que indica la clase a la que pertenece  $\mathbf{v}_n$ . En nuestro caso, dado que determinar la presencia o

ausencia del P300 puede ser considerado como un problema de clasificación binaria  $y'_n \in \{-1, 1\}$ . El conjunto de entrenamiento permite diseñar una función para predecir la etiqueta de salida  $\hat{y}'_n$  dada una entrada  $n$ . Tal función define una frontera entre las clases cual se le conoce como clasificador [137].

## Métodos de clasificación

Como mencionamos anteriormente, uno de nuestros objetivos es mejorar la detección de P300s. La comunidad de BCI ha utilizado distintas estrategias para determinar de manera óptima el clasificador que separe dos clases con distribución Gaussiana (ver la Tabla 2.1).

En [84] hicieron un estudio comparativo entre algunos de los clasificadores más usados para detectar componentes P300s con el paradigma RC. En este estudio se incluyeron los siguientes métodos lineales: la correlación de Pearson, el LDA, el SWLDA y la SVM lineal; y el siguiente método no lineal: la SVM con kernel Gaussiano. Y encontraron que los mejores algoritmos son el LDA y el SWLDA, tanto por su desempeño como por sus características de implementación. Por esta razón, nosotros decidimos utilizar el SWLDA (como mencionamos en la Sección 2.3.2) y el LDA para clasificar. Un clasificador lineal está definido por la ecuación

$$f(\mathbf{v}) = \mathbf{w}^T \mathbf{v} + b. \quad (2.5)$$

Adicionalmente, aplicamos la SVM lineal (por ser un algoritmo muy utilizado en la comunidad), para validar la invarianza al clasificador del vector de características que proponemos.

## Análisis Discriminante Lineal

El objetivo del LDA es encontrar un vector  $\mathbf{w}$  tal que, después de proyectar  $\mathbf{v}$  sobre  $\mathbf{w}$ , se cumplan los siguientes criterios: *i*) los datos de las dos clases se encuentren tan lejanos entre ellos como sea posible y *ii*) las varianzas de los puntos alrededor de las medias de cada una de las clases sean tan pequeñas como sea posible (ver la Figura 2.11). En la comunidad se conoce a los valores de los elementos del vector  $\mathbf{w}$  como pendientes.

Fisher definió en [46] un criterio, conocido como Radio Discriminante de Fisher (FDR por las siglas en inglés de *Fisher's Discriminant Ratio*), que cuantifica la separación entre las dos clases bajo los criterios anteriores como sigue

$$\text{FDR} = \frac{(\mu_1 - \mu_2)^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}, \quad (2.6)$$

donde  $\mu_m = \mathbf{w}^T \boldsymbol{\mu}_m$ ,  $\boldsymbol{\mu}_m \in \mathbb{R}^J$ , tal que  $\boldsymbol{\mu}_m$  es el vector promedio de la clase  $m$ , y  $m = 1, 2$ . Sin embargo, tenemos que

Artículo	Dominio del vector de características	Selección / Extracción de características	Clasificador
Donchin et al. 2000 [37]	DTF	<i>Bootstrap Analyzes-DWT: Daubechies</i>	SWDA
Bostanov et al. 2004 [22]	DTF	<i>CWT Mexican Hat Wavelet</i>	LDA
Serby et al. 2005 [132]	DTF	<i>Matched filter</i>	ICA
Krusiensky et al. 2007 [83]	DET	CSP	LDA
Krusiensky et al. 2008 [82]	DET	BSR	SWLDA
Atum et al. 2009 [11]	DET	Algoritmos Wrappers- Algoritmos Genéticos	SVM
Acevedo et al. 2009 [2]	DTF	DDWT <i>Biorthogonal</i> 3.9	Red neuronal tipo perceptrón de simple capa (PSC)
Cecotti et al. 2011 [32]	DET	Red neuronal convolucional	
Onishi et al. 2012 [103]	DET / DTF	<i>Tensor decomposition</i>	
Jrad et al. 2012 [69]	DET	<i>Global Field Power</i>	sw-SVM
Peterson et al. 2013 [108]	DTF	DDWT con filtrado	LDA
Kindermans et al. 2012 [66]	-		
Lindig et al. 2013 [88]	DTF	-	LDA
Saavedra et al. 2013 [123]	-		
Wang Hong et al. 2016[145]	DET	Dos métodos: análisis de redes y <i>bootstrapped geometric difference</i>	SVM
Alvarado-González et al. 2016 [8]	DM	SR-Wrapper	SWLDA/ SVM

Tabla 2.1: Estado del arte de la extracción y selección de características, así como de los clasificadores usados por la comunidad de BCI para detectar ERP.

$$(\mu_1 - \mu_2)^2 = \mathbf{w}^T (\boldsymbol{\mu}_1 - \boldsymbol{\mu}_2) (\boldsymbol{\mu}_1 - \boldsymbol{\mu}_2)^T \mathbf{w} = \mathbf{w}^T s_b \mathbf{w}, \quad (2.7)$$

donde  $s_b = (\boldsymbol{\mu}_1 - \boldsymbol{\mu}_2)^T (\boldsymbol{\mu}_1 - \boldsymbol{\mu}_2)$  y representa la versión escalada de la matriz de dispersión entre clases  $\mathbf{M}_b$ , la cual está definida como

$$\mathbf{M}_b = P(\mathcal{W}_1) (\boldsymbol{\mu}_1 - \boldsymbol{\mu}_0) (\boldsymbol{\mu}_1 - \boldsymbol{\mu}_0)^T + P(\mathcal{W}_2) (\boldsymbol{\mu}_2 - \boldsymbol{\mu}_0) (\boldsymbol{\mu}_2 - \boldsymbol{\mu}_0)^T,$$

donde  $\mathcal{W}_m$  es el conjunto de vectores que pertenecen a la clase  $m$ ,  $P(\mathcal{W}_m)$  es la probabilidad *a priori* de cada clase  $m$  y  $\boldsymbol{\mu}_0 = \frac{1}{2} (\boldsymbol{\mu}_1 + \boldsymbol{\mu}_2)$ . También tenemos que

$$(\mu_1 - \mu_2)^2 \propto \mathbf{w}^T \mathbf{M}_b \mathbf{w}. \quad (2.8)$$

Además,

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 = \mathbf{w}^T s_w \mathbf{w}, \quad (2.9)$$

donde  $s_w = (\mathbf{v} - \boldsymbol{\mu}_1)^T (\mathbf{v} - \boldsymbol{\mu}_1) + (\mathbf{v} - \boldsymbol{\mu}_2)^T (\mathbf{v} - \boldsymbol{\mu}_2)$  representa la versión escalada de la matriz de dispersión dentro de las clases  $\mathbf{M}_w$ , la cual está definida como

$\mathbf{M}_w = P(\mathcal{W}_1) \mathbf{M}_{b1} + P(\mathcal{W}_2) \mathbf{M}_{b2}$ , donde  $\mathbf{M}_b$  es la matriz de covarianza de los puntos en la  $m$ -ésima clase. También tenemos que

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 \propto \mathbf{w}^T \mathbf{M}_w \mathbf{w}. \quad (2.10)$$

Combinando las ecuaciones (2.6), (2.8) y (2.10) y omitiendo la proporcionalidad de las constantes [137], tenemos la Generalización del Cociente de Rayleigh definida como

$$\text{FDR} = \frac{\mathbf{w}^T \mathbf{M}_b \mathbf{w}}{\mathbf{w}^T \mathbf{M}_w \mathbf{w}}. \quad (2.11)$$

Luego, se busca maximizar el valor de la ecuación (2.11) con respecto a  $\mathbf{w}$ . Si  $\mathbf{w}$  satisface la ecuación

$$\mathbf{M}_b \mathbf{w} = \mathbf{M}_w \mathbf{w},$$

entonces, puede reescribirse como  $\mathbf{M}_w \mathbf{w} \propto (\boldsymbol{\mu}_1 - \boldsymbol{\mu}_2)^T (\boldsymbol{\mu}_1 - \boldsymbol{\mu}_2) \mathbf{w} \propto (\boldsymbol{\mu}_1 - \boldsymbol{\mu}_2)$ , es decir,  $\mathbf{M}_w \mathbf{w}$  se encuentra en la dirección de  $(\boldsymbol{\mu}_1 - \boldsymbol{\mu}_2)$ . Dado que estamos interesados en esta dirección, tenemos

que



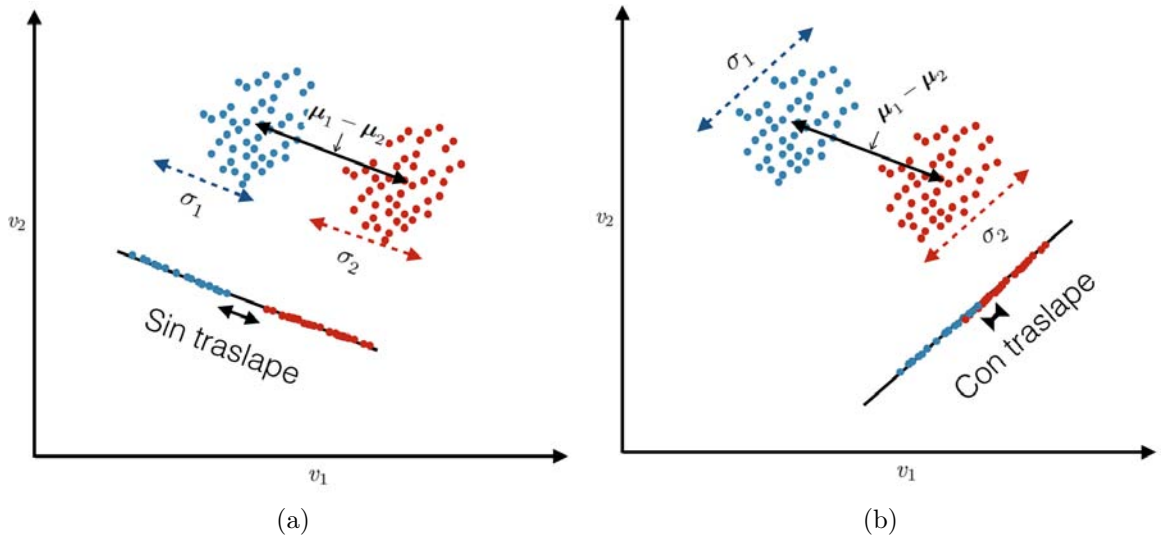


Figura 2.11: Esquema del proceso de separación entre clases con LDA. (a) La mejor separación entre clases se encuentra cuando hay una menor dispersión dentro de cada clase y una mayor separación entre ellas. (b) La peor separación entre clases se encuentra cuando hay una mayor dispersión dentro de cada clase y una menor separación entre ellas.

$$\mathbf{w} = \mathbf{M}_w^{-1} (\boldsymbol{\mu}_1 - \boldsymbol{\mu}_2). \quad (2.12)$$

Si sustituimos  $\mathbf{w}$  en la ecuación (2.11) tenemos

$$y' = (\boldsymbol{\mu}_1 - \boldsymbol{\mu}_2)^T \mathbf{M}_w^{-1} \mathbf{v} + b. \quad (2.13)$$

Finalmente, para que el LDA funcione como clasificador se requiere de un umbral  $b$  y aplicar la siguiente regla de decisión

$$\begin{cases} \mathbf{v}_n \in \text{clase } \mathcal{W}_1, & \text{si } f(\mathbf{v}_n) > 0, \\ \mathbf{v}_n \in \text{clase } \mathcal{W}_2, & \text{si } f(\mathbf{v}_n) < 0. \end{cases}$$

### Máquina de Vectores de Soporte Lineal

Por otro lado, dos clases linealmente separables se pueden clasificar mediante una infinidad de hiperplanos definidos con la ecuación (2.5). El objetivo de la SVM lineal es seleccionar aquellos que conserven la mayor distancia o margen de separación entre clases. Mientras mayor sea el margen de separación, menor será el error de generalización del clasificador [137]. En otras palabras, los hiperplanos seleccionados pueden ser descritos por las ecuaciones  $f(\mathbf{v}) = 1$  y  $f(\mathbf{v}) = -1$  (ver la Figura 2.12). Geométricamente, el margen de separación entre estos dos hiperplanos es  $\frac{2}{\|\mathbf{w}\|}$  y para maximizar la distancia entre ellos se requiere minimizar con respecto a  $\|\mathbf{w}\|$ . Debido a que también se

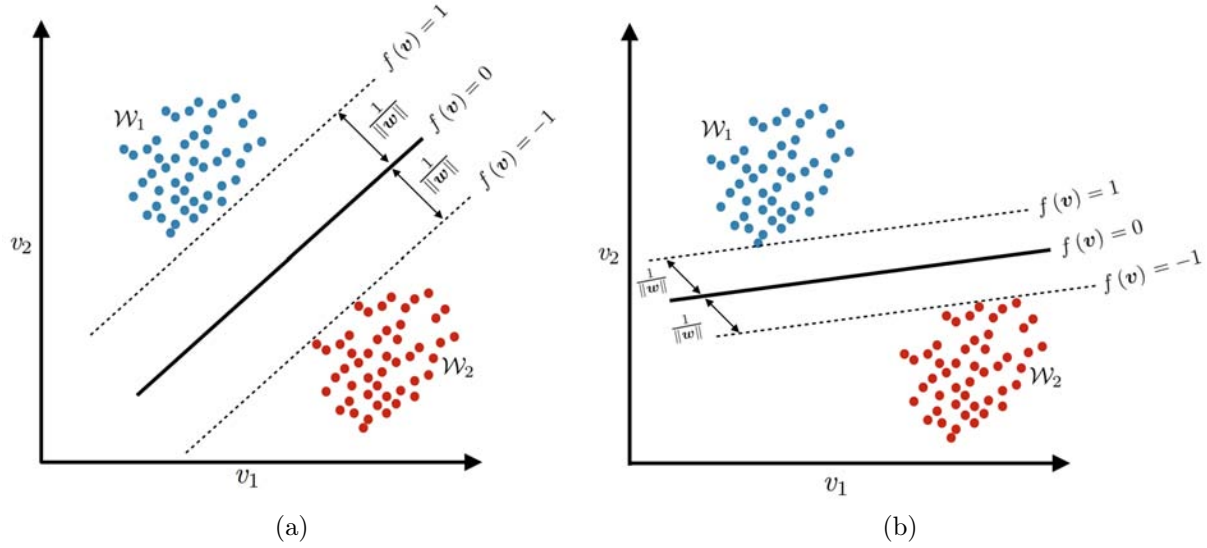


Figura 2.12: Ilustración de dos hiperplanos (líneas sólidas en color rojo y negro) con distintas orientaciones,  $f(\mathbf{v}) = 0$ , que clasifican adecuadamente dos clases,  $\mathcal{W}_1$  y  $\mathcal{W}_2$ . Las líneas punteadas,  $f(\mathbf{v}) = \pm 1$ , que tocan los puntos más cercanos entre las clases, son paralelas a su respectivo clasificador y definen el margen de separación entre clases,  $\frac{1}{\|\mathbf{w}\|} + \frac{1}{\|\mathbf{w}\|}$ .

requiere evitar que los puntos caigan dentro del margen de separación los hiperplanos se seleccionan con base en las siguientes restricciones: para cada  $n = 1, 2, \dots, N$

$$f(\mathbf{v}_n) \begin{cases} \geq 1, & \text{si } g_n(f(\mathbf{v}_n)) = 1, \\ \leq -1, & \text{si } g_n(f(\mathbf{v}_n)) = -1. \end{cases} \quad (2.14)$$

donde  $g_n(\cdot)$  es la función signo. La ecuación (2.14) puede reescribirse como sigue

$$g_n(f(\mathbf{v}_n)) \geq 1, \text{ para } 1 \leq n \leq N. \quad (2.15)$$

En otras palabras, los valores de  $\mathbf{v}_n$  y  $b$  que resuelven este problema determinan el clasificador:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_n \in \text{clase } \mathcal{W}_1, & \text{si } f(\mathbf{v}_n) \geq +1, \\ \mathbf{v}_n \in \text{clase } \mathcal{W}_2, & \text{si } f(\mathbf{v}_n) \leq -1. \end{cases}$$

Los vectores  $\mathbf{v}_n$  más cercanos al hiperplano que indica el máximo margen de separación ( $g_n(y'_n) = 1$ ) se conocen como vectores de soporte.

## 2.4. Aplicación en un robot de servicio

Existen aplicaciones de BCI que permiten controlar distintos tipos de robots. En [100] los autores presentan una BCI basada en tareas mentales que reconoce tres estados, elegidos por el sujeto, para

mover a un robot en un ambiente controlado. En [154] se presenta una BCI basada en las ondas alfa del EEG (que tienen una frecuencia en el rango de 8 a 13 Hz) para controlar a un robot de servicio; sin embargo, no mencionan nada relacionado con cómo explotar características de este tipo de robots. La BCI sólo le da instrucciones de movimiento básico al robot (arriba, abajo, izquierda y derecha) y el sujeto es estimulado mediante un tablero con 5 LEDs. En [142] los autores presentan una BCI basada en SSVEP para controlar un robot semiautónomo; esta BCI muestra un menú mediante el cual el sujeto puede darle instrucciones de alto nivel al robot, como pedirle que sirva una bebida en un vaso. En [15] se presenta una BCI basada en la detección del P300 para controlar un robot humanoide parcialmente autónomo que lleva a cabo tareas de navegación que le permiten tanto dirigirse a una ubicación, como tomar un objeto indicado por el sujeto; la matriz de estimulación se genera de manera dinámica, ya que ésta se conforma de las imágenes de los objetos que son captados por las cámaras del robot. En [27] los autores presentan una BCI basada en SSVEP para controlar un robot humanoide. También proponen un paradigma de estimulación que le permite a un sujeto controlar el brazo de un robot. Dicho paradigma permite enseñarle al robot nuevos movimientos y a navegar. En [29] se reporta una BCI híbrida basada tanto en ERD/ERS como en la actividad muscular residual para controlar un robot que cuenta con navegación automática y evasión de obstáculos. La BCI híbrida permite indicarle al robot que inicie el movimiento y que se detenga. En [34] los autores presentan una BCI para controlar un robot mediante cuatro opciones de imaginación motora.

En particular, nosotros estamos interesados en los robots de servicio porque su objetivo es ayudar al usuario a realizar algunas tareas domésticas. Dichas tareas pueden ser muy complejas y para resolverlas se requiere de la interacción de distintas áreas de especialización como: navegación, manipulación de objetos, visión computacional, planeación de rutas, audición robótica, procesamiento de señales, control, aprendizaje automático, interacción humano-robot e inteligencia artificial. Tal interacción provee de autonomía al robot. Esto se traduce en una mínima intervención del usuario, lo cual es muy útil para personas con limitaciones físicas como las descritas en el Capítulo 1.

Como lo mencionamos en la Sección 1.4.2, nosotros utilizamos el robot de servicio Golem-II+ y su plataforma de desarrollo.

La plataforma de desarrollo permite representar el tipo de tareas complejas que requiere un robot de servicio con los llamados Modelos del Diálogo (DMs por las siglas en inglés de *Dialogue Models*). Los DMs se basan en el contexto y la historia de una tarea para decidir las acciones que deben ser ejecutadas. Según [111] tales tareas “se restringen a escenarios con un contexto bien definido, compuesto de un número de agentes con sus correspondientes metas, expectativas e intenciones, con respecto a una situación espacial y temporal donde se espera que el robot de servicio alcance ciertas metas y satisfaga las necesidades del usuario”. Otra ventaja es que la plataforma también está compuesta de un lenguaje de programación lógico, conocido como SitLog [112]. Este lenguaje

es el principal elemento de la estructura que regula la conducta del robot conocida como Arquitectura Cognitiva Orientada a la Interacción [110–112]. Tanto la descripción del hardware y software que utiliza Golem-II+ como la Arquitectura Cognitiva Orientada a la Interacción se detallan en el Apéndice 7.

## Capítulo 3

# Extracción de características

En este capítulo describiremos los elementos del vector de características que hemos propuesto para representar la forma de los ERP. El primer paso para producir dicho vector es la promediación coherente de un conjunto de épocas, el cual presentamos a continuación.

### 3.1. Promediación coherente

Ya hemos mencionado que la promediación coherente incrementa la SNR de las señales y que ha sido práctica común aprovechar este hecho para resaltar los ERP. En un experimento común de BCI se utiliza un cierto número de canales para adquirir las señales del EEG, nos referiremos a este número como  $C$ . La señal de un canal se adquiere  $K$  veces. En adelante, nos referiremos al conjunto resultante de todas las señales adquiridas (es decir,  $K$  señales para  $C$  canales) como  $\mathcal{E} = \{\mathcal{E}_1, \dots, \mathcal{E}_C\}$ , donde  $\mathcal{E}_c = \{e_1^c, \dots, e_K^c\}$ . Dicho conjunto lo dividimos en dos subconjuntos  $\mathcal{T}$  y  $\mathcal{V}$  tal que  $\mathcal{T} \cap \mathcal{V} = \emptyset$ . Utilizamos los elementos del conjunto  $\mathcal{T}$  para entrenar el algoritmo de calibración y el conjunto  $\mathcal{V}$  para validar su desempeño (ver la Sección 4.1.3). Cada señal del EEG registrada en un canal es discretizada con un número  $T$  de muestras. Por lo tanto, el vector  $T$ -dimensional que representa una señal del EEG puede ser descrito como  $e_k^c = \mathbf{g}_k^c + \mathbf{n}_k^c$ , donde  $\mathbf{g}$  y  $\mathbf{n}$  son vectores que representan la señal de ERP y del resto de la señal del EEG, respectivamente, ver la Figura 3.1(a). La función  $\mu$  define la promediación coherente de  $K$  señales, ver la Figura 3.1(b) de un sólo canal como sigue

$$\mu(\mathcal{E}_c, K) = \bar{\mathbf{g}}^c + \bar{\mathbf{n}}^c = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{g}_k^c + \mathbf{n}_k^c = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{e}_k^c. \quad (3.1)$$

En la práctica, el vector promediado  $\bar{\mathbf{n}}$  se considera como el vector  $\mathbf{0}$ , es decir, aquel cuyos elementos son todos iguales a cero, debido a que la señal del EEG es aleatoria con media cero con poca autocorrelación [31].

Debido a que la señal del EEG ha sido digitalizada con  $T$  muestras se puede representar como

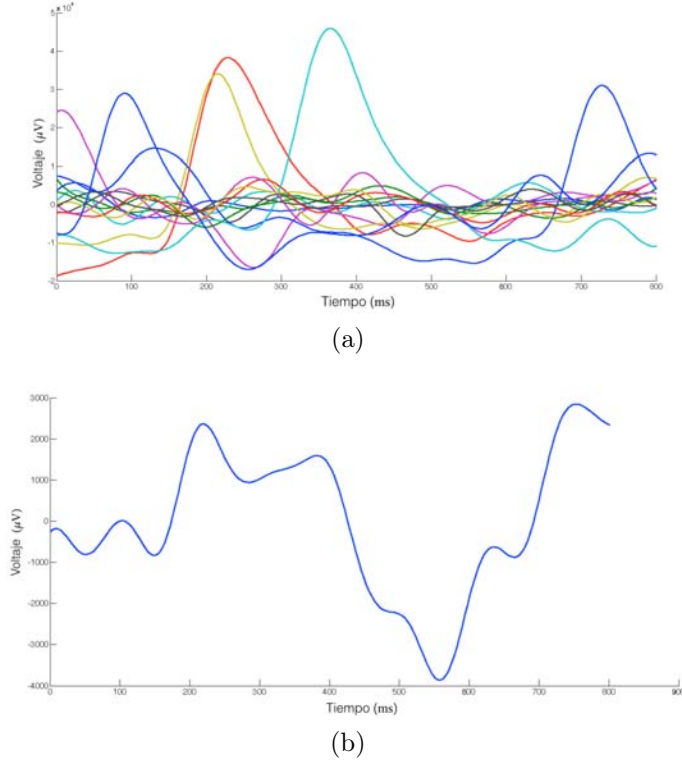


Figura 3.1: Ejemplo de la promediación coherente. (a)  $K$  épocas en donde se espera que haya P300: Como puede observarse, no todas las épocas tienen P300 y los P300 no están alineados. (b) Promediación coherente de las señales mostradas en (a). Las señales de estas imágenes fueron generadas con puntos muestreados y aproximados por segmentos de línea para representarla gráficamente.

la siguiente secuencia de pares ordenados  $e_k^c = [(x, y)_{1,k}^c, \dots, (x, y)_{T,k}^c]$ . Hacemos referencia a los elementos del  $t$ -ésimo par ordenado  $(x, y)_{t,k}^c$  como  $x_{t,k}$  e  $y_{t,k}$ ; donde  $x_{t,k} \in \mathbb{N}$  representa la  $t$ -ésima muestra e  $y_{t,k} \in \mathbb{R}$  representa la correspondiente  $t$ -ésima medición. Por lo tanto, la promediación coherente de (3.1) produce el vector  $\bar{e}_k^c = [(x, \bar{y})_{1,k}^c, \dots, (x, \bar{y})_{T,k}^c]$ .

## 3.2. Códigos Cadena

Como mencionamos anteriormente, nuestra propuesta para detectar el P300 se basa en la hipótesis de que a éste se le puede considerar como una curva cuya forma puede ser descrita con técnicas de reconocimiento de patrones.

Para que la forma de un objeto digitalizado se pueda analizar con técnicas de reconocimiento de patrones se requiere de descriptores y de herramientas para su representación, las cuales pueden dividirse en aproximaciones basadas en el contorno, en regiones y en transformaciones. Debido a que el P300 es considerado como una curva digitalizada, nosotros nos interesamos en las aproximaciones basadas en el contorno. En [35] dividen la aproximación basada en el contorno en tres clases. La

primera clase es el conjunto de puntos del contorno, en donde el contorno de la forma se representa como un conjunto de puntos sin ningún orden especial entre ellos. La segunda clase es la aproximación de la curva, en donde un conjunto de primitivas geométricas (como segmentos de línea recta o *splines*) se ajustan al contorno de la curva. Y la tercera clase es el contorno paramétrico, en donde el contorno de la forma se representa como una curva paramétrica, lo que implica un orden secuencial a lo largo de ella.

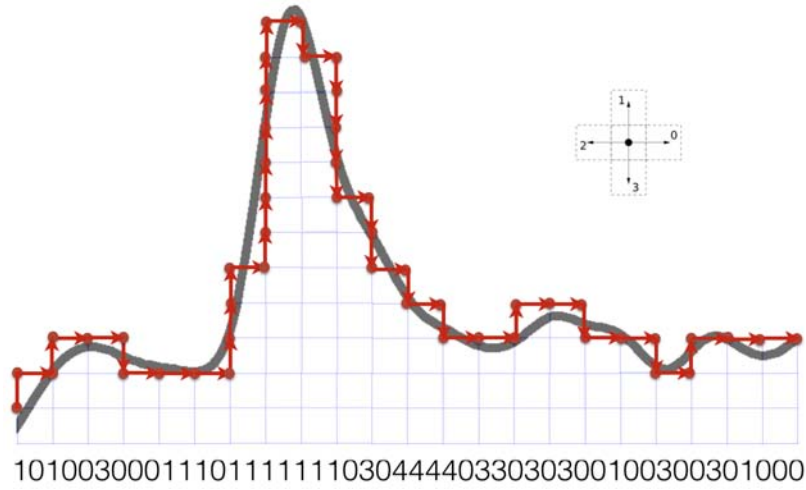
Nosotros estamos interesados en el contorno paramétrico ya que tiene el objetivo, por un lado, de reducir el espacio de almacenamiento que exige representar una forma directamente con imágenes binarias y, por otro lado, identificar explícitamente los elementos de la forma. El contorno puede obtenerse de curvas cerradas o abiertas, dependiendo del objeto a analizar. En el caso de las señales de ERP se trata de representar una curva abierta y simple (es decir, sin intersecciones). El contorno inicia en el momento en el que se dispara el estímulo que se le presenta al sujeto y termina ciertos milisegundos posterior a éste.

Existen distintos algoritmos para extraer contornos paramétricos en una imagen como *Run-lengths* y códigos cadena. El algoritmo *Run-lengths* [75] comprime los datos de manera que las secuencias con el mismo valor son almacenadas como un único valor junto con la cantidad de veces que se repite. Es muy útil en imágenes que tienen muchas secuencias repetidas, pero si no es el caso, podría incrementar significativamente la descripción que resulta de aplicar este algoritmo. Por otro lado, los Códigos Cadena son algoritmos que generan secuencias alfanuméricas que permiten, además de una adecuada representación de la curva, una considerable reducción de información [13, 48, 55, 107, 144]. Por estas razones, nosotros estamos interesados en los códigos cadena.

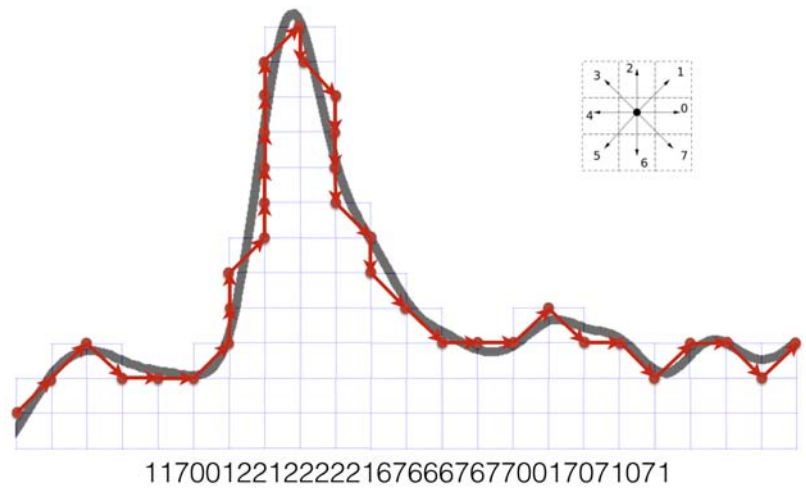
Los códigos cadena permiten calcular directamente algunas características de la forma, como su tortuosidad [26], y son una entrada estándar de numerosos algoritmos de análisis de forma [55]. Algunos ejemplos del uso de códigos cadena para la representación de formas se presentan en [80, 133, 152, 155].

Es posible usar diferentes alfabetos para representar curvas bajo el esquema de códigos cadena; en particular, el uso de alfabetos formados por números facilita y agiliza su procesamiento en una computadora. Existen diferentes códigos cadena para objetos 2D que utilizan alfabetos numéricos, como el Código Cadena de Freeman, el llamado 3OT, el SCC, el de Notación de Cambio de Pendiente, el de Vértices y el que utiliza el código Huffman. A continuación se explica cada uno.

El Código Cadena de Freeman [48] se puede explicar intuitivamente de la siguiente manera. Inicialmente las curvas se discretizan en una rejilla cuadrada y a los puntos que están dentro de la cuadrícula les llamamos píxeles. Los píxeles adyacentes que siguen el contorno de un objeto son conectados por segmentos de línea recta. La conexión de los segmentos está determinada considerando una conectividad entre 4 u 8 vecinos. Cuando se usa un entorno de 4 vecinos los segmentos tienen cuatro orientaciones, que se traducen en un alfabeto con un rango de 0 a 3, ver la Figura 3.2a. Si



(a) Conectividad 4.



(b) Conectividad 8.

Figura 3.2: Representación de un P300 con el código cadena. Se utiliza una cuadrícula para dividir la curva en segmentos de línea recta.

se usa un entorno de 8 vecinos, los segmentos tienen 8 orientaciones posibles y su alfabeto tiene un rango de 0 a 7, ver la Figura 3.2b. Finalmente, se genera una secuencia de números que representan las orientaciones de los segmentos conectados consecutivamente, partiendo de un punto del contorno y siguiendo el sentido de las manecillas del reloj. El uso de la rejilla cuadrada tiene como desventaja, por un lado, que la longitud de los segmentos sea diferente y, por otro, que los segmentos no toquen la curva. Una característica de este código es su invarianza a la translación.

El Código Cadena de Vértices (en inglés de *Vertex Chain Code*) [25] es un código cadena que toca los límites del contorno de la forma, ver la Figura 3.3. Entre sus características más importantes destacan las siguientes: es invariante a la translación y a la rotación, el punto inicial puede ser normalizado y es invariante a la transformación espejo. Utilizando este concepto de código cadena



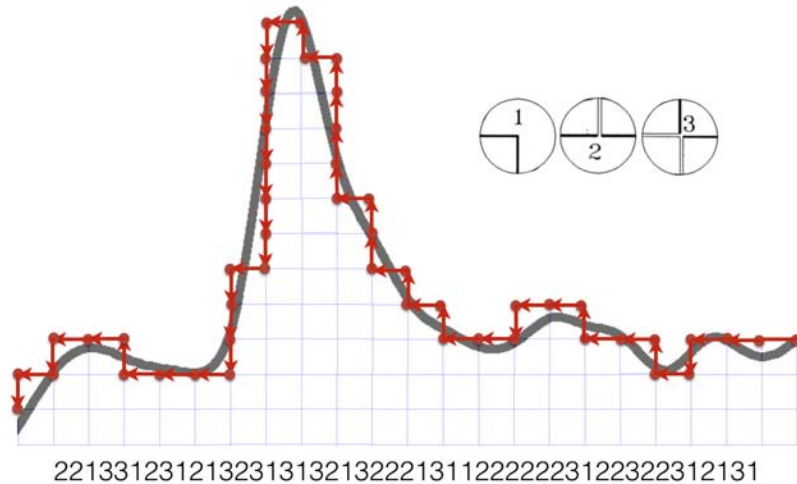


Figura 3.3: Representación de un P300 con el código cadena de Vértices. Se utiliza una cuadrícula para dividir la curva en segmentos de línea recta cuya dirección se colocan en sentido opuesto a las manecillas del reloj. Su código se basa en el código de Freeman con conectividad 4. Su alfabeto se compone de los símbolos 1, 2 y 3.

es posible relacionar la longitud de la cadena al perímetro de contacto, el cual corresponde a la suma de los límites de los píxeles vecinos de la forma. No utiliza una representación en coordenadas cartesianas para obtener características de la forma.

El Código Cadena con código Huffman (CCH) [90] se basa en el código cadena de Freeman. Cada elemento de la cadena se codifica como una diferencia relativa de ángulos entre éste y el elemento previo. Este código cadena aplica el código Huffman, el cual es un método de compresión que se basa en el concepto de entropía (ver la Figura 3.4). Las características más importantes del CCH son las siguientes: la longitud de la cadena es corta, permite una representación de patrones abiertos y es independiente a la rotación.

El código cadena 3OT descrito en [124] se basa en el código de Freeman de conectividad 4. Es un código cadena de tres símbolos (0, 1 y 2) que usa el elemento actual y el anterior para representar los cambios de dirección ortogonales de contornos discretos. El elemento 0 indica que no hay cambio de dirección entre dos segmentos de línea recta contiguos. El elemento 1 indica un cambio de dirección en el sentido de las manecillas del reloj entre un segmento y el segmento inmediato anterior. El elemento 2 indica un cambio de dirección en el sentido opuesto de las manecillas del reloj entre un segmento y el segmento inmediato anterior (ver la Figura 3.5). Este código es invariante a la translación, a la rotación y a la transformación espejo.

A diferencia de los códigos anteriores, el SCC [26] no usa una rejilla cuadrada sino segmentos de línea recta de tamaño constante que se colocan a lo largo de una curva, lo cual permite una mejor descripción de la forma. Sin embargo, el conservar un tamaño constante tiene como consecuencia que los vértices de los segmentos no siempre toquen los puntos que conforman la curva. Para reducir este

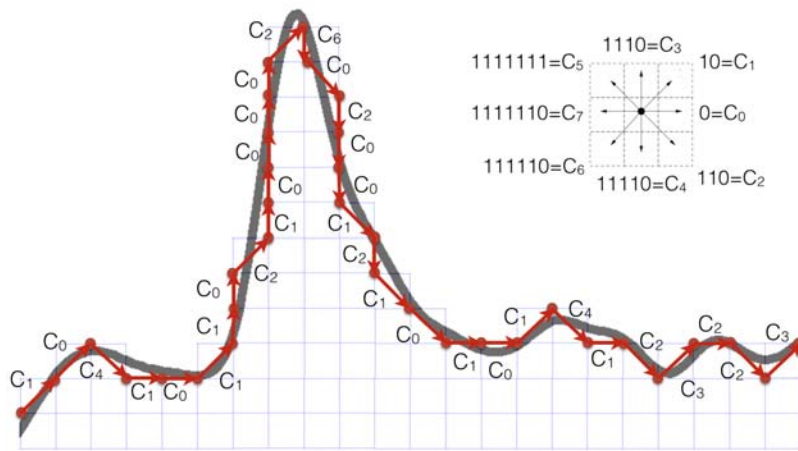


Figura 3.4: Representación de un P300 con el código cadena de Huffman. Se utiliza una cuadrícula para dividir la curva en segmentos de línea recta. Su código se basa en el código de Freeman con conectividad 8 pero su alfabeto permite mayor compresión.

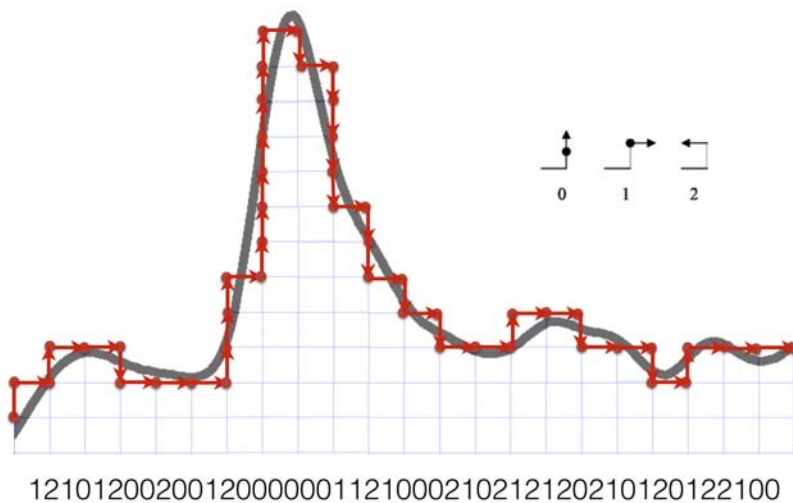


Figura 3.5: Representación de un P300 con el código cadena 3OT. Se basa en el código de Freeman de conectividad 4 pero su alfabeto de tres símbolos permite mayor compresión.

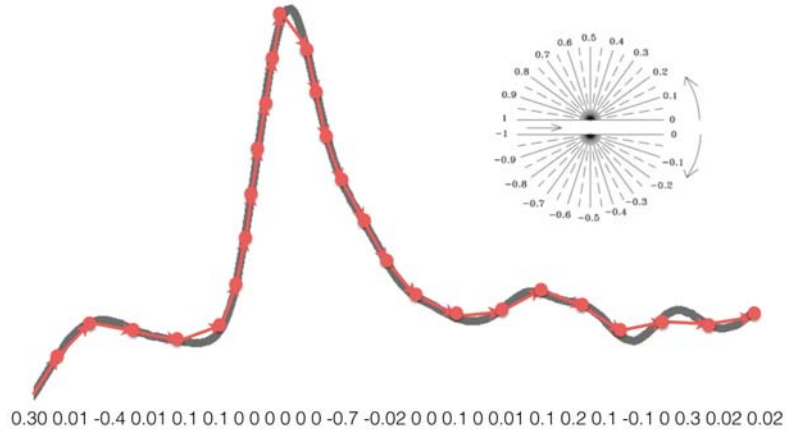


Figura 3.6: Representación de un P300 con el SCC. Se colocan segmentos de línea recta de tamaño constante a lo largo de una curva para una mejor descripción de la forma. El alfabeto lo forman los cambios de pendiente entre segmentos contiguos mapeados en un rango de  $[-1, 1]$ .

problema y obtener una mejor aproximación es necesario hacer una interpolación entre los puntos de la curva. El código se genera calculando los cambios de pendiente entre segmentos contiguos. El resultado es una cadena donde cada uno de sus elementos representa el cambio de pendiente mapeado a un valor predefinido en un rango de  $[-1, 1]$  (ver la Figura 3.6). Es similar a otros códigos cadena [20, 48] ya que usa secuencias numéricas, pero tiene la ventaja de ser independiente a la translación, rotación y escala.

Las definiciones del SCC están basadas en el código Notación de Cambio de Pendiente (SCN por las siglas en inglés de *Slope Chain Notation* [24]). Una de las diferencias más importantes entre el SCC y el SCN es que el primero mapea los cambios de pendiente a valores predefinidos, lo cual produce una secuencia de elementos discretos, es decir, se basa en un alfabeto finito. Esto permite usar técnicas gramaticales para clasificar las formas, lo cual no pasa con el SCN, ya que éste tiene la limitación de usar un alfabeto infinito.

El SCC es la opción más adecuada para representar el P300 ya que los puntos y los vértices de los segmentos tocan la línea, lo cual permite tener una mejor representación de la forma. Sin embargo, el cálculo del ángulo del segmento actual con respecto al segmento anterior, la interpolación que se requiere para hacer los segmentos del mismo tamaño, y el algoritmo necesario para caminar sobre la curva para conservar la forma, lo hacen computacionalmente costoso. Esta es la razón principal por la que nosotros proponemos una modificación del código al que llamamos Código Cadena de Pendiente Horizontal (SHCC por las siglas en inglés de *Slope Horizontal Chain Code*), el cual está diseñado para representar series de tiempo, como las Funciones Lineales por Tramos, particularmente bioseñales como las del EEG, el electrocardiograma o el electromiograma, cuyos valores pueden traducirse en curvas abiertas sin intersecciones. Las Funciones Lineales por Tramos aproximan las series de tiempo con segmentos de línea recta. Esta representación es más eficiente en

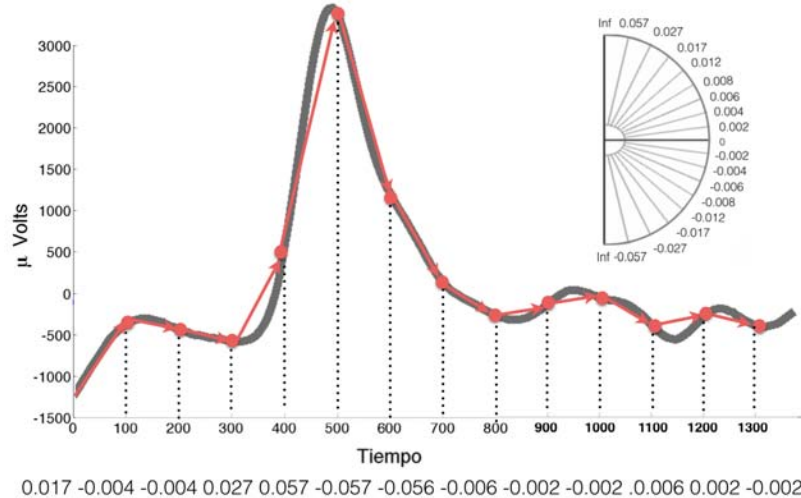


Figura 3.7: Representación de un P300 con el SHCC. La curva se divide en segmentos cuyos puntos son parte de la señal muestreada. El alfabeto está en un rango continuo equivalente a  $(-90^\circ, 90^\circ)$  y lo forman las pendientes entre cada segmento y la horizontal.

cuanto al almacenamiento, transmisión y cálculo de los datos debido a que la cantidad de segmentos de línea recta es menor que la cantidad de puntos que conforman las series de tiempo. En otras palabras, se puede representar la información original con una menor cantidad de datos, lo cual se traduce en una compresión de la información.

En el SHCC la longitud de los segmentos puede variar debido a que no se hacen interpolaciones, en su lugar, se usan los mismos puntos que forman la curva, aprovechando la uniformidad del muestreo en la etapa de la adquisición de la bioseñal, sin embargo, los puntos de la curva se normalizan para resaltar las pendientes. Además, no se calcula el ángulo entre dos segmentos contiguos, en lugar de eso, se calcula la pendiente entre el segmento y la horizontal. Esto tiene como consecuencia que haya independencia entre los segmentos, lo que implica que si la señal se altera por alguna razón, por ejemplo, debido al ruido o a la pérdida de información, no afectará mas que a un elemento de la cadena (ver Sección 3.2.2). La pendiente está en un rango continuo equivalente a  $(-90^\circ, 90^\circ)$ , ver la Figura 3.7. Estas diferencias hacen que el SHCC sea computacionalmente menos costoso, lo que lo hace muy útil para aplicaciones en tiempo real. Adicionalmente, el SHCC se puede implementar en hardware fácilmente, lo que permitiría integrar el clasificador al dispositivo de adquisición de la señal.

Por otro lado, el SHCC no está diseñado para curvas cerradas y no requiere ser invariante a la rotación, ya que es un código aplicable a series de tiempo. Además, dado que un cambio de escala podría ocurrir únicamente al cambiar la frecuencia de muestreo del equipo de adquisición, lo cual generaría la necesidad de un reajuste de los parámetros de todo sistema, no se requiere que el código cadena sea independiente de la escala.

Sin embargo, el SHCC sí es invariante a la traslación, esta propiedad es relevante porque en el

caso de las señales de nuestro interés, la latencia del P300 tiende a cambiar dependiendo de diferentes situaciones, como mencionaremos más adelante.

Los códigos con alfabetos numéricos permiten tratar a las cadenas resultantes como vectores, conjuntos o cadenas de texto. Es decir, un valor numérico 100 se traduce en una cadena de texto “100”. Para determinar la similitud entre las cadenas se pueden emplear técnicas gramaticales, análisis sintáctico u operaciones algebraicas. El análisis sintáctico ya ha sido aplicado en la detección de bioseñales. Por ejemplo, en [19, 78, 79] se desarrollaron sistemas de aprendizaje de reglas sintácticas y semánticas para un programa clasificador de ECG. En [54] se describe un análisis sintáctico de la señal del EEG, el cual utiliza las características cuantitativas de las metodologías de análisis tradicionales, y características espacio-temporales; a cada época se le asigna una etiqueta, luego se concatenan las etiquetas de 100 épocas de un segundo cada una. Estas etiquetas definen una “frase de EEG”, la cual es analizada utilizando gramáticas libres de contexto. En [81] se explicó un método de reconocimiento de patrones sintáctico de ECG, en donde se usaron autómatas con atributos para ejecutar el análisis de señales de ECG. En [140] se presenta un sistema diagnóstico de ritmos de ECG basado en aproximaciones sintácticas al reconocimiento de patrones; utilizan lenguajes libres de contexto para describir clases de patrones normales y anormales. Sus resultados muestran una eficiencia comparable con los métodos tradicionales de análisis de ECG y un ahorro en el tiempo de procesamiento. En [14] desarrollan un método sintáctico para analizar formas de ondas de ECG, el análisis sintáctico se hace con un autómata simple de estados finitos. Utilizan dos gramáticas: la primera genera sólo secuencias positivas (correspondientes a eventos QRS, los cuales son componentes específicos redundantes de las ondas de ECG), la segunda genera secuencias correspondientes a hipótesis que podrían o no corresponder a eventos QRS complejos.

### 3.2.1. Código cadena con respecto a la horizontal: SHCC

Una suposición importante en esta sección es que el periodo de tiempo que contiene el componente a analizar ha sido aislado del resto de la señal adquirida.

Para representar una curva  $\bar{e}_k^c$  con el código cadena SHCC primero se vuelve a discretizar aproximándola con un número  $S < T$  de segmentos de línea.

**Definición 1.** La longitud de un segmento de la nueva secuencia está dada por

$$\Delta = \left\lceil \frac{T}{S+1} \right\rceil. \quad (3.2)$$

Ahora, la nueva curva discretizada es una secuencia de pares ordenados  $\bar{e}'_k^c = \left[ (x, \bar{y})_{1,k}^c, \dots, (x, \bar{y})_{S,k}^c \right]$  donde  $S = \lfloor t + (\sigma \times \Delta) + 0.5 \rfloor$ , para  $1 \leq t \leq T$ , y  $\sigma = \text{sgn} \left( \frac{T-1}{\Delta} \right) \lfloor \lceil \frac{T-1}{\Delta} \rceil \rfloor$ . En algunos casos, el punto  $(x, \bar{y})_{T,k}^c$  no coincide con el punto  $(x, \bar{y})_{S,k}^c$ , sin embargo, el ignorar los puntos finales de la curva no impactan negativamente en su representación.

Podría pensarse que una alternativa a esta etapa de discretización sería submuestrear desde la adquisición. Sin embargo, la deformación de la señal, provocada por el traslape resultado de un submuestreo de este tipo, podría generar señales muy parecidas al componente a analizar (en nuestro caso el P300), lo que podría generar falsos positivos.

Para obtener los símbolos del alfabeto primero se normaliza cada elemento  $(x, \bar{y}) \in \bar{\mathcal{E}}'$  de la siguiente manera

$$\mathbf{x} = \frac{1}{\left( \max_{x_s}(\mathbf{x}) - \min_{x_s}(\mathbf{x}) \right)} \left( \mathbf{x} - \min_{x_s}(\mathbf{x}) \mathbf{1} \right) \quad (3.3)$$

e

$$\mathbf{y} = \frac{1}{\left( \max_{\bar{y}_s}(\bar{\mathbf{y}}) - \min_{\bar{y}_s}(\bar{\mathbf{y}}) \right)} \left( \bar{\mathbf{y}} - \min_{\bar{y}_s}(\bar{\mathbf{y}}) \mathbf{1} \right), \quad (3.4)$$

donde  $1 < s \leq S$ .

El objetivo de la normalización es resaltar las pendientes. Se resaltan las pendientes porque los valores de  $\bar{y}$  son tan pequeños comparados con los valores de  $x$  que las pendientes se vuelven imperceptibles como para ser consideradas como diferentes símbolos. Esta diferencia genera errores en la clasificación de la señal. Adicionalmente, la normalización no se basa en valores mínimos y máximos del eje de las ordenadas de todos los datos del conjunto bajo análisis (porque sus valores varían entre épocas y también se podrían generar pendientes pequeñas). En su lugar, se normaliza con base en los valores del eje de las ordenadas de cada curva, lo cual ha llevado a una aproximación exitosa. Vale la pena resaltar que el proceso de normalización puede generar valores atípicos. Sin embargo, tanto los filtros como el submuestreo que aplicamos a la señal reduce su aparición.

Las ecuaciones (3.3) y (3.4) producen un nuevo vector de coordenadas  $\mathbf{x} = [x'_1, \dots, x'_S]$  e  $\mathbf{y} = [y'_1, \dots, y'_S]$ . Con tales coordenadas, el SHCC produce una cadena  $b_1, b_2, \dots, b_S$  definida como sigue:

**Definición 2.** Una cadena es una secuencia  $b_1 b_2 \dots b_S$  de  $S$  elementos donde cada elemento  $b_s$  se define como sigue:

$$b_s = \left[ \frac{(\bar{y}_s - \bar{y}_{s-1})_k^c}{(x_s - x_{s-1})_k^c} \right] * 0.01. \quad (3.5)$$

El valor de la pendiente está en un rango continuo equivalente a  $(-90^\circ, 90^\circ)$ , ver la Figura 3.8. No incluimos las pendientes equivalentes a  $-90^\circ$  y  $90^\circ$  porque el hacerlo implicaría que el tiempo se detiene, lo cual no sucede.

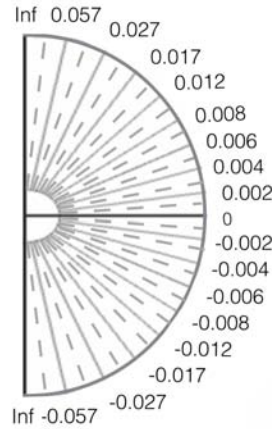


Figura 3.8: Rango continuo de las pendientes equivalente a  $(-90^\circ, 90^\circ)$ .

Para producir cadenas con un alfabeto finito, decidimos ajustar la precisión a  $(10^{-2})$  para tener un alfabeto de 200 elementos, el cual puede cambiarse dependiendo de las necesidades de la aplicación; hicimos experimentos con distintas precisiones y encontramos que esta precisión nos da un balance conveniente entre una adecuada representación de la señal y baja complejidad computacional. En la Figura 3.9 se ilustra la conversión de una curva muestreada (ver la Figura 3.9a), resultado de la adquisición de la señal en un periodo de tiempo, a una curva discretizada (ver la Figura 3.9b). La Figura 3.9c muestra la curva discretizada con su cadena  $(0.06 \ -0.02 \ -0.06 \ 0.06 \ 0.05 \ 0.02 \ 0.01 \ -0.04 \ 0.04 \ -0.03 \ -0.09 \ 0.04 \ 0.05 \ -0.01 \ -0.02 \ 0.04)$ .

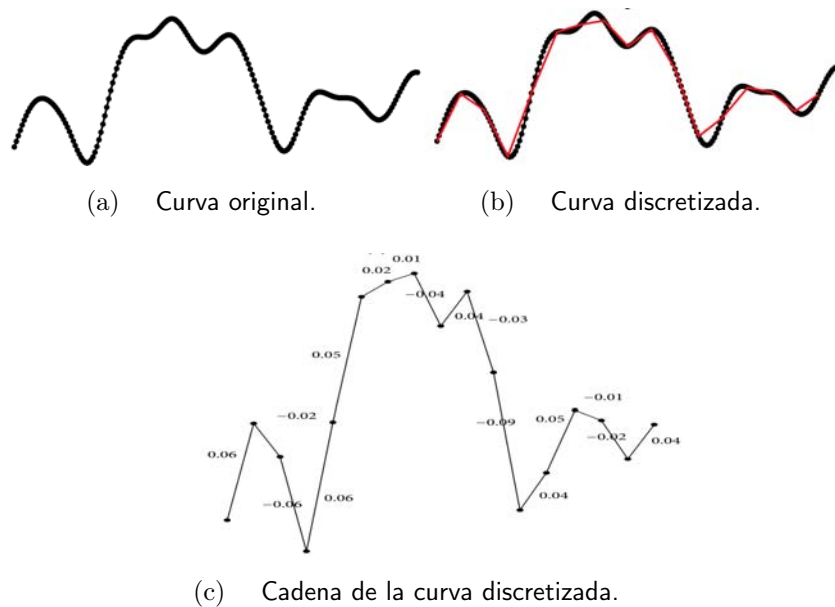


Figure 3.9: Ejemplo de una curva con P300 discretizada y su cadena resultante usando el SHCC.

### 3.2.2. Robustez al ruido

Como se mencionó anteriormente, una de las diferencias entre el código cadena SCC y el SHCC es que el primero calcula el ángulo entre dos segmentos contiguos, mientras que el SHCC calcula la pendiente entre el segmento y la horizontal. Esto tiene como consecuencia que haya independencia entre los segmentos, lo que lo hace más robusto al ruido o a la pérdida de información. Entonces, si un segmento de la curva discretizada se afecta, sólo se alterará un elemento de la cadena, a diferencia del SCC que alterará dos elementos de la cadena: el correspondiente al segmento alterado y el inmediato siguiente. En la Figura 3.10 se muestra un ejemplo de una curva discretizada a la cual se le aplicó el código cadena SHCC (Figura 3.10a) y el código cadena SCC (Figura 3.10b). Luego, la curva fue modificada en un segmento (Figuras 3.10b y 3.10e, respectivamente). La diferencia entre las cadenas (a) y (b) es sólo el elemento correspondiente al segmento alterado (Figura 3.10c). Mientras que la diferencia entre las cadenas (d) y (e) son dos elementos, el correspondiente al segmento alterado y el inmediato siguiente (Figura 3.10f).

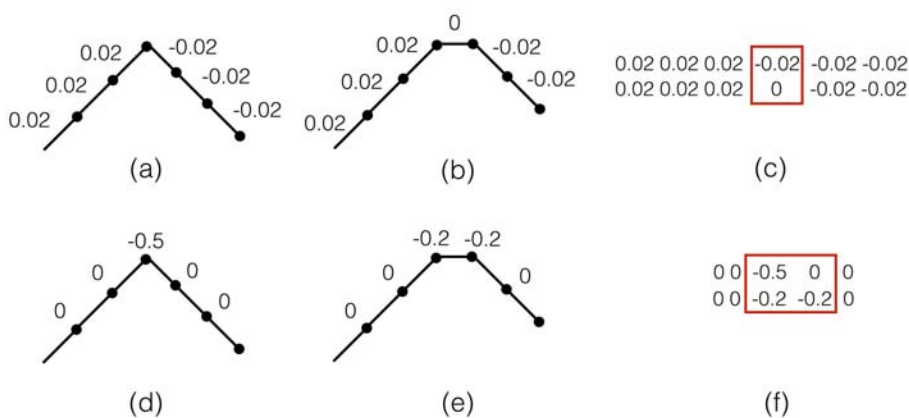


Figura 3.10: Robustez al ruido. Las curvas (a) y (b) son curvas discretizadas y sus cadenas obtenidas con el código SHCC. Las curvas (d) y (e) son curvas discretizadas y sus cadenas obtenidas con el código SCC. Las curvas (b) y (e) son las curvas (a) y (d), respectivamente, con un segmento alterado y sus cadenas. (c) La diferencia entre las cadenas (a) y (b) es sólo el elemento correspondiente al segmento alterado. (f) La diferencia entre las cadenas (d) y (e) son dos elementos, el correspondiente al segmento alterado y el inmediato siguiente.

Finalmente, consideramos los elementos de una cadena obtenidos con el SHCC como parte de las características que conforman el vector que proponemos, junto con otras características que describimos a continuación.

### 3.3. Distancia entre cadenas

Nuestra hipótesis para proponer el cálculo de distancia entre dos cadenas es que la cadena que representa una plantilla del P300 es más parecida a la cadena de un P300 que a la de la señal del



EEG de fondo.

Entre las métricas comúnmente usadas para comparar curvas abiertas 2D podemos mencionar las normas  $\ell_1$  y  $\ell_2$  y las distancias de Hausdorff y de Frèchet, así como técnicas gramaticales. A continuación describimos las métricas con más detalle.

La norma  $\ell_1$  o distancia de Manhattan es una función de distancia entre los vectores  $\mathbf{p}$  y  $\mathbf{q}$  en un espacio vectorial real  $n$ -dimensional con un sistema de coordenadas cartesianas. Está definida como  $d(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \|\mathbf{p} - \mathbf{q}\|_1 = \sum_{i=1}^n |p_i - q_i|$ , donde  $\mathbf{p} = [p_1, p_2, \dots, p_n]$  y  $\mathbf{q} = [q_1, q_2, \dots, q_n]$ .

La norma  $\ell_2$  o distancia Euclidiana es una función de distancia entre los vectores  $\mathbf{p}$  y  $\mathbf{q}$  en un espacio vectorial  $n$ -dimensional del espacio euclídeo. Está definida como  $d(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \|\mathbf{p} - \mathbf{q}\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^n (p_i - q_i)^2}$ . La complejidad computacional de ambas normas es de  $O(n)$ .

En [16] propusieron un método para determinar la similitud entre curvas mediante la distancia de Hausdorff la cual se define como sigue. Sean  $\mathcal{P}$  y  $\mathcal{Q}$  dos conjuntos en  $\mathbb{R}^2$  que representan las curvas. La distancia Hausdorff dirigida de  $\mathcal{P}$  a  $\mathcal{Q}$ , denotada por  $\psi(\mathcal{P}, \mathcal{Q})$ , es  $\max_{p \in \mathcal{P}} \min_{q \in \mathcal{Q}} d(p - q)$ , donde  $d$  es una función de distancia. Y la distancia de Hausdorff entre  $\mathcal{P}$  y  $\mathcal{Q}$ , denotada por  $\Psi(\mathcal{P}, \mathcal{Q})$ , es  $\max\{\psi(\mathcal{P}, \mathcal{Q}), \psi(\mathcal{Q}, \mathcal{P})\}$ . Intuitivamente, la función  $\psi(\mathcal{P}, \mathcal{Q})$  encuentra el punto  $p \in \mathcal{P}$  que está más alejado de cualquier punto en  $\mathcal{Q}$  y mide la distancia entre  $p$  y su vecino más cercano en  $\mathcal{Q}$ . La Distancia de Hausdorff puede calcularse en tiempo  $O(n \log_2 n)$  (donde  $n$  es el número de puntos) usando un diagrama de Voronoi en  $\mathbb{R}^2$ .

En [7] usaron la distancia de Frèchet como una medida para calcular la similitud entre dos curvas poligonales en el espacio Euclidiano. La distancia de Frèchet es una medida que toma en cuenta la continuidad de las formas, lo que la hace más adecuada que la distancia de Hausdorff para curvas. Intuitivamente se puede explicar como la longitud mínima requerida que debe tener la correa para conectar a un perro con su humano, donde cada uno camina sobre rutas separadas, con la restricción de que no pueden volver sobre el mismo camino. La distancia de Frèchet está definida como  $Fr(\mathcal{P}, \mathcal{Q}) = \inf_{\alpha, \beta} \max_{\tau \in [0, 1]} d(\mathcal{P}(\alpha(\tau)) - \mathcal{Q}(\beta(\tau)))$ , donde  $\tau$  es el tiempo, y  $\alpha, \beta : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  son el rango de todas las funciones continuas y monótonicamente crecientes. La distancia de Frèchet puede calcularse en tiempo  $O(mn \cdot \log_2(mn))$  para dos curvas poligonales con  $m$  y  $n$  segmentos respectivamente.

Por otro lado, el uso de códigos cadena con alfabetos finitos permiten usar técnicas gramaticales para la clasificación de la forma. Se sugiere la lectura de los siguientes artículos y libros para una descripción amplia de esta técnicas [12, 23, 49, 63, 136].

Llevamos a cabo experimentos con parámetros preliminares para comparar el desempeño de nuestro algoritmo (el cual explicamos en el Capítulo 4) usando las distancias anteriormente descritas. Dado que los resultados no fueron significativamente diferentes, decidimos calcular la distancia con la norma  $\ell_1$  por su bajo costo computacional. Así, definimos la distancia  $d$  entre dos cadenas  $\mathcal{B}_i$  y

$\mathcal{B}_j$  de longitud  $S$  como

$$d = \ell_1(\mathcal{B}_i, \mathcal{B}_j) = \sum_{s=1}^s |b_{i,s} - b_{j,s}|. \quad (3.6)$$

Para ejemplificar nuestra hipótesis, en la Figura 3.11 mostramos diferentes curvas submuestreadas. En la Figura 3.11a presentamos en azul la plantilla P300 de un sujeto, cuya cadena es (0.05 -0.02 -0.05 0.08 0.07 -0.01 0.01 -0.03 0.04 -0.04 -0.09 0.01 0.05 -0.03 -0.04 0.04), y en rojo una curva con P300 del mismo sujeto, cuya cadena es (-0.01 -0.04 -0.05 0.04 0.05 0.05 0.02 -0.05 -0.02 -0.05 -0.02 0.05 0.02 0 -0.01 -0.01). La distancia de Manhattan entre estas dos cadenas es 0.55. En contraste, en la figura 3.11b presentamos la misma plantilla P300 junto con una curva sin P300, cuya cadena es (0.07 -0.03 0 -0.03 0.06 0.04 -0.10 0.06 0.01 -0.04 -0.04 0.06 -0.09 0.01 0.11 0.05); en este caso, la distancia entre las cadenas es 0.92. Como puede verse, la plantilla P300 del sujeto es más parecida a la curva con P300 que a aquella sin P300.

### 3.4. Tortuosidad

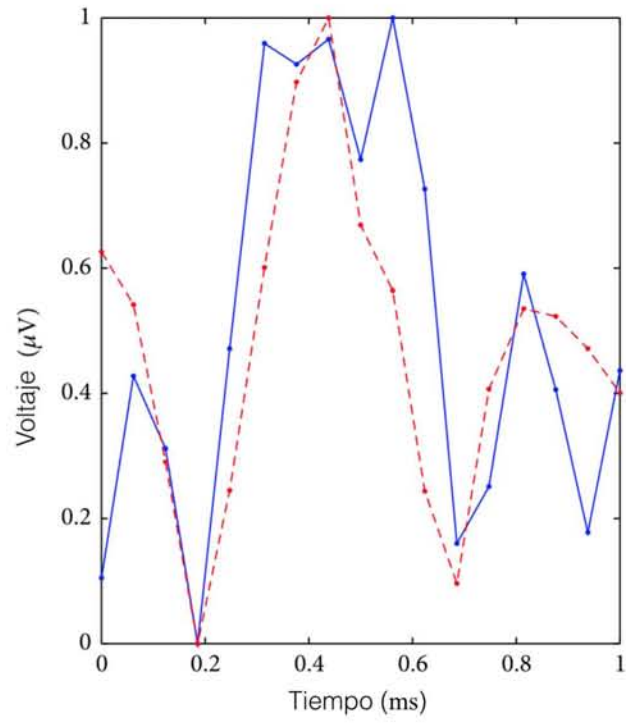
Otra característica que incluimos en nuestro vector es la tortuosidad de la señal. Nuestra hipótesis es que una señal sin P300 es más tortuosa que una con P300. La tortuosidad  $\Upsilon$  de una curva representada por una cadena es la suma de todos los valores absolutos de los elementos de la cadena y está definida por

$$\Upsilon(\mathcal{B}) = \sum_{i=1}^{(s-1)} \left| \frac{|b_i|}{100} \right|, \quad (3.7)$$

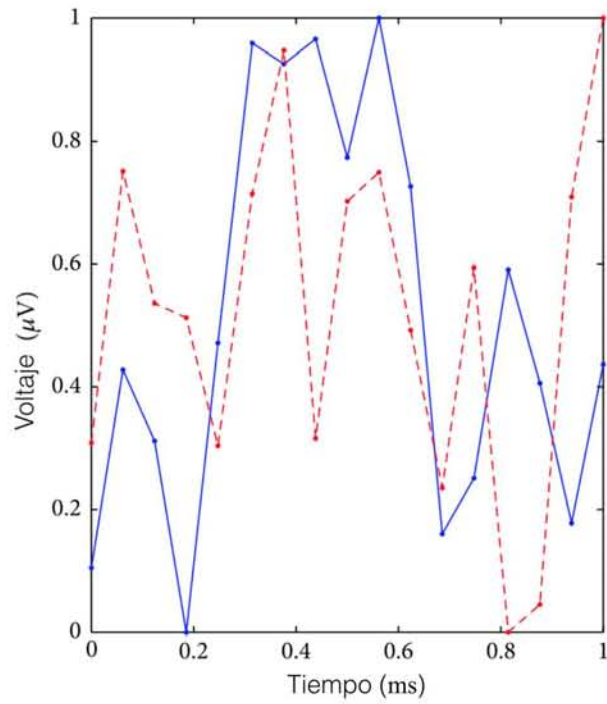
donde  $b_i$  es el  $i$ -ésimo elemento de la cadena  $\mathcal{B}$ . El valor mínimo de esta medida es cero y corresponde a una curva descrita con segmentos completamente horizontales (es decir, todos los elementos tienen pendientes iguales a cero). Por otro lado, si la curvatura se incrementa, el valor de  $\Upsilon$  también lo hace [26]. Por ejemplo, el valor de la tortuosidad de la curva mostrada en la Figura 3.9 es 0.64.

### 3.5. Diferencias entre las áreas de dos curvas

Tanto el SCC como el SHCC describen las formas de onda de las señales a costa de perder información de voltaje. Esta información es útil para diferenciar entre dos curvas que pueden ser parecidas pero en distintas escalas, lo cual es equivalente a tener distintos voltajes. Por otro lado, la tortuosidad tiene la desventaja de que dos curvas distintas pueden tener el mismo valor. Ambas circunstancias pueden generar falsos positivos, por lo que también incluimos el cálculo de la diferencia de las áreas de las curvas a comparar. Para tal efecto, aplicamos la regla trapezoidal [147], ya que integra una curva sobre un intervalo dividiendo el área bajo la curva en pequeños trapecios cuyas áreas son más fáciles de calcular. Para cada sujeto se calcula la diferencia entre las áreas de una



(a)



(b)

Figura 3.11: Ilustración de la diferencia entre la plantilla P300 de un sujeto y (a) una curva con P300 y (b) una curva sin P300.

plantilla P300 y las áreas tanto de una curva con P300 como de una sin P300. Nos referimos a las diferencias entre segmentos como  $[a_1, a_2, \dots, a_{S-1}]$ . Para dos vectores  $s$ -dimensionales  $\mathbf{p}$  y  $\mathbf{q}$  se define la diferencia de la suma de sus segmentos como

$$\check{T}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \sum_{s=1}^{(S-1)} \mathbf{p}_s - \mathbf{q}_s. \quad (3.8)$$

Finalmente, para cada canal generamos un vector  $(2S + 2)$ -dimensional de características de forma combinando todos los parámetros anteriores de la siguiente manera: los primeros  $(S - 1)$  elementos del vector corresponden a las diferencias entre las áreas de dos curvas  $[a_1, a_2, \dots, a_{S-1}]$ , el siguiente elemento es la suma de éstas,  $\check{T}$ , calculada mediante la ecuación (3.8). El siguiente elemento es la distancia entre cadenas,  $d$ , calculada con la ecuación (3.6), seguida de la medida de tortuosidad,  $\Upsilon$ , calculada con la ecuación (3.7), y los últimos  $s$  elementos del vector representan la cadena del ERP bajo análisis,  $b_1, \dots, b_S$ . El vector resultante es  $\mathbf{v} = [a_1, a_2, \dots, a_{S-1}, \check{T}, d, \Upsilon, b_1, \dots, b_S]$ .

## Capítulo 4

# Calibración

En este capítulo presentaremos el algoritmo de calibración que proponemos, cuyos principales objetivos son los siguientes: *i)* obtener un conjunto de plantillas que representen adecuadamente los P300s de las señales adquiridas con cada canal, *ii)* determinar el número de estimaciones que permita, por un lado, una adecuada SNR y, por otro, una disminución en el cansancio del sujeto provocado por la estimulación excesiva, *iii)* identificar los canales con los que se puedan adquirir las mejores señales que lleven a calcular las mejores tasas de clasificación para cada sujeto y *iv)* seleccionar las características de forma que maximicen el AUROC y disminuyan las dimensiones del vector.

A continuación explicaremos de manera intuitiva el algoritmo de calibración. Para obtener una plantilla representativa por cada canal se busca aquella que permita identificar con la mayor precisión posible las épocas que tengan P300s. Para ello, del conjunto de señales del EEG con P300s, se selecciona aleatoriamente un subconjunto de épocas con P300. Los elementos del subconjunto se promedian coherentemente y la curva resultante se convierte en una cadena. Esta cadena se compara contra las cadenas de varios subconjuntos de épocas (con y sin P300) promediadas y seleccionadas aleatoriamente. Los resultados de dicha comparación son evaluados usando el AUROC. La hipótesis es que la cadena de la plantilla se parecerá más a las cadenas de las épocas con P300 que a aquellas sin él. El proceso antes descrito se repite varias veces con el propósito de seleccionar aquella plantilla con la que se logre la mayor precisión en la comparación. La búsqueda de tal plantilla se realiza con la información proveniente de cada uno de los canales utilizados en la adquisición de la señal cerebral. Lo cual implica que al final de esta etapa se tendrá un conjunto con las mejores plantillas de todos los canales. Sin embargo, como se explicó anteriormente, el P300 puede encontrarse con mayor facilidad en unos canales que en otros, dependiendo de cada sujeto, por lo que otro de los objetivos del algoritmo de calibración es seleccionar aquellos canales con los que se puede obtener una plantilla que lleve a la mejor clasificación. Adicionalmente, el procedimiento anterior se repite cierto número de veces para determinar la cantidad óptima de estimaciones que permita disminuir la SNR y reducir el cansancio del sujeto provocado por la estimulación excesiva. Esto se logra variando la cantidad

de épocas a promediar en cada iteración, se comienza con el número máximo de estimulaciones, es decir, aquellas con que se adquirió la señal, y se procede disminuyéndolas hasta llegar a 1, el número mínimo de estimulaciones posible; el proceso se puede detener antes, si no se cumplen las condiciones que indiquen que con menos estimulaciones se lograría una adecuada clasificación.

Para el proceso de calibración para un canal dado  $c$  seleccionamos tanto cierto número de épocas que suponemos tienen un P300, como cierto número de épocas sin P300. Al conjunto de épocas sin P300, con cardinalidad  $N$ , lo nombramos como  $\mathcal{E}_c^N$  y como  $\mathcal{E}_c^P$  al conjunto de épocas con P300, con cardinalidad igual a  $P$ . El número total de épocas, para un canal dado  $c$ , produce un conjunto al que nombramos como  $\mathcal{E}_c$  (en otras palabras  $\mathcal{E}_c = \mathcal{E}_c^P \cup \mathcal{E}_c^N$ ). Cuando se toman en cuenta todos los canales usados en la adquisición, entonces el conjunto de todas las épocas resultan en un conjunto  $\mathcal{T}$ , el cual puede ser expresado como  $\{\mathcal{E}_c | 1 \leq c \leq C\}$ .

El algoritmo de calibración (ver el Algoritmo 2) requiere de los parámetros  $S$  y  $A$  para poder operar. El primero es el número de segmentos de línea recta en los que se debe dividir una señal ERP para obtener una representación mínima de su forma. El segundo indica las épocas necesarias para obtener una plantilla que represente adecuadamente el P300 del sujeto. Detallaremos el método para definir tanto  $A$  como  $S$  en la Sección 4.1.4. Adicionalmente, el algoritmo requiere de un conjunto de épocas  $\mathcal{E}_c$  y de la cantidad de veces  $K$  que se estimuló al sujeto para obtener tal conjunto. Finalmente, el algoritmo requiere de la etiqueta de clase por cada elemento del conjunto de épocas.

---



---

**Algorithm 2 Algoritmo de calibración**

---



---

```

1: loop  $\leftarrow$  verdadero
2:  $k \leftarrow K$ 
3:  $U \leftarrow \lfloor \frac{P-A}{K} \rfloor$ 
4: mientras loop = verdadero hacer
5:    $O \leftarrow \lfloor \frac{P}{k} \rfloor$ 
6:   para cada  $o \leftarrow 1$  a  $O$ 
7:     para cada  $c \leftarrow 1$  a  $C$ 
8:        $\mathcal{R}_{o,c}^T \leftarrow \text{SelectorAleatorioEpocas}(\mathcal{E}_c^P, A)$ 
9:        $\mathcal{B}_{o,c}^T \leftarrow \text{GeneradorSHCC}(\mu(\mathcal{R}^T, A))$ 
10:      para cada  $u \leftarrow 1$  a  $U$ 
11:         $\mathcal{R}^P \leftarrow \text{SelectorAleatorioEpocas}(\{\mathcal{E}_c^P - \mathcal{R}_{o,c}^T\}, k)$ 
12:         $\mathcal{B}_c^P \leftarrow \text{GeneradorSHCC}(\mu(\mathcal{R}^P, k))$ 
13:         $\mathbf{v}_{u,c}^P \leftarrow \text{ExtractorCaracteristicas}(\mathcal{R}_{o,c}^T, \mathcal{R}^P, \mathcal{B}_{o,c}^T, \mathcal{B}_c^P)$ 
14:      para cada  $u \leftarrow 1$  a  $U$ 
15:         $\mathcal{R}^N \leftarrow \text{SelectorAleatorioEpocas}(\mathcal{E}_c^N, k)$ 
16:         $\mathcal{B}_c^N \leftarrow \text{GeneradorSHCC}(\mu(\mathcal{R}^N, k))$ 

```

```

17:       $v_{u,c}^N \leftarrow \text{ExtractorCaracteristicas} (\mathcal{R}_{o,c}^T, \mathcal{R}^N, \mathcal{B}_{o,c}^T, \mathcal{B}_c^N)$ 
18:       $z_{c,o} \leftarrow \text{EvaluacionDesempeño} (d_c^P, d_c^N, \mathbf{1}, \mathbf{0})$ 
19:       $(i'_o, w'_o) \leftarrow \text{Stepwise} (\mathbf{V}_o)$ 
20:       $(\phi_k) \leftarrow \text{promedioAUROC} (\mathbf{Z})$ 
21:       $(loop, C') \leftarrow \text{SelectorElectrodos} (\phi_k)$ 
22:       $(loop, K', k) \leftarrow \text{SelectorEpocasOptimas} (\phi_k, k, K)$ 
23:       $(\mathcal{B}', \mathcal{R}') \leftarrow \text{SelectorPlantillas} (\mathbf{Z}, \mathcal{B}^T, \mathcal{R}^T, C')$ 
24:       $(\mathbf{I}', \mathbf{W}') \leftarrow \text{SelectorCaracteristicas} (\mathbf{Z}, i', w', C')$ 
25: regresa los valores de  $C', K', \mathcal{B}', \mathcal{R}', \mathbf{I}'$  y  $\mathbf{W}'$ 

```

Este algoritmo iterativo es un Algoritmo *Wrapper* (ver el Algoritmo 1 en la Sección 2.3.3). En resumen, el algoritmo de calibración es como sigue. El *Wrapper* principal es un procedimiento iterativo, ver las líneas 4-24. Para controlar las iteraciones, utilizamos la variable lógica *loop*, la cual se inicializa en la línea 1. El algoritmo itera mientras la variable *loop* sea verdadera (ver la línea 4). Los objetivos de este *Wrapper* son seleccionar *i*) los canales y el vector de características que provean la mejor señal con P300; *ii*) la plantilla más representativa para cada canal; y *iii*) el número óptimo de estimulaciones. La selección del subconjunto de canales y el número óptimo de estimulaciones se lleva a cabo encontrando las plantillas que satisfacen ciertos criterios. El número de estimulaciones es uno de los parámetros definidos en el diseño experimental (ver la Sección 4.1.3). La variable *k* se define como el número máximo de estimulaciones *K* (ver la línea 2) y se decrementa gradualmente para disminuir la fatiga del sujeto, hasta encontrar el número óptimo de estimulaciones. Adicionalmente, encontramos la plantilla más representativa por canal y el mejor vector de características mediante un *Wrapper* interno. En cada iteración, el *Wrapper* interno selecciona aleatoriamente un conjunto de épocas con P300s promediadas para encontrar una plantilla adecuada y las mejores características para cada canal mediante el análisis de subconjuntos de épocas. Para que este análisis sea estadísticamente significativo, aplicamos una validación cruzada, ver las líneas 10-17. Luego, el *Wrapper* evalúa la detección de un P300 en las líneas 6-19. Por otro lado, con el objetivo de reducir las dimensiones del vector de características, aplicamos el método SR (explicado en la Sección 2.3.2). Éste método reduce el espacio de características seleccionando los elementos del vector de características de forma que satisfaga ciertos criterios de aceptación y exclusión.

Como se explicó anteriormente, para un canal *c* necesitamos buscar una plantilla que consistentemente represente la forma de onda de un P300. Esto se lleva a cabo en el *Wrapper* interno, que itera *O* número de veces, que comprenden las líneas 7-18. El valor de *O* indica el número de conjuntos de *k* épocas que pueden hacerse con los P300 disponibles (ver la línea 5). La cadena de cada plantilla se genera seleccionando aleatoriamente un subconjunto  $\mathcal{R}^T = \{e_i \mid e_i \in \mathcal{E}_c^P \text{ y } 1 \leq i \leq A\}$ . Esta tarea se lleva a cabo mediante el procedimiento **SelectorAleatorioEpocas** (ver la línea 8). Posteriormente,

calculamos su promediación coherente  $\mu(\mathcal{R}^T, A)$  mediante la ecuación (3.1). Es importante señalar que otras opciones para promediar las épocas son mediante métodos de alineación basados en la correlación cruzada (como el método de Woody), así como en métodos no lineales (como el DTW), los cuales se explicaron anteriormente. Sin embargo, hicimos experimentos con parámetros preliminares, comparando el desempeño del algoritmo de calibración promediando punto a punto y con el método de Woody y los resultados no fueron significativamente diferentes, por lo que decidimos promediar coherentemente ya que es computacionalmente menos costoso. Después, transformamos el vector resultante en la cadena  $\mathcal{B}_{o,c}^T$  usando el SHCC (ver la Sección 3.2.1); éste proceso se lleva a cabo en la línea 9 por el procedimiento **GeneradorSHCC**. En este punto, el algoritmo crea un conjunto de varias cadenas de plantillas  $\{\mathcal{B}_{1,c}^T, \dots, \mathcal{B}_{o,c}^T, \dots, \mathcal{B}_{O,c}^T\}$  para un canal dado  $c$ .

Cada  $o$ -ésima cadena plantilla  $\mathcal{B}_{o,j}^T$  es comparada contra las cadenas  $\mathcal{B}_c^P$  y  $\mathcal{B}_c^N$ , donde  $\mathcal{B}_c^P$  es la cadena del subconjunto promediado  $\mathcal{R}^P$ , cuyos  $k$  elementos (es decir, el número de estimulaciones) son aleatoriamente seleccionados del conjunto  $\{\mathcal{E}_c^P - \mathcal{R}^T\}$  (ver las líneas 11 y 12); y  $\mathcal{B}_c^N$  es la cadena correspondiente al subconjunto promediado  $\mathcal{R}^N$ , compuesto de  $k$  elementos aleatoriamente seleccionados de  $\mathcal{E}_c^N$  (ver líneas 15 y 16).

Después de estas comparaciones, obtenemos dos vectores de características de forma  $\mathbf{v}^P$  y  $\mathbf{v}^N$ , como se explicó en la Sección 3. El vector  $\mathbf{v}^P$  representa las características extraídas de  $\mathcal{R}^T$ ,  $\mathcal{R}^P$ ,  $\mathcal{B}_{o,c}^T$  y  $\mathcal{B}_c^N$  (ver la línea 17). Este proceso se lleva a cabo por el procedimiento **ExtractorCaracterísticas**. Para que este análisis sea estadísticamente significativo aplicamos una prueba de validación cruzada por lo que calculamos los vectores  $\mathbf{v}_{u,c}^P$  y  $\mathbf{v}_{u,c}^N$   $U$  veces (ver las líneas 10 y 14, respectivamente) para cada canal. El valor de  $U$  indica el número de conjuntos de  $K$  épocas que pueden hacerse con los P300 disponibles después de apartar aquellos que serán utilizados para crear una plantilla (ver la línea 3).

Con base en experimentos preliminares, decidimos calcular las distancias entre las cadenas como medida de exactitud para evaluar el desempeño del proceso de calibración. Este proceso se lleva a cabo en la línea 18 por el procedimiento **EvaluacionDesempeño**. Tomamos el elemento  $S + 1$  de cada vector  $\mathbf{v}_{u,c}^P$  para formar el vector  $\mathbf{d}_c^P = [d_{1,c}^P, d_{2,c}^P, \dots, d_{U,c}^P]^T$ ; de la misma forma, tomamos el elemento  $S + 1$  de cada vector  $\mathbf{v}_{u,c}^N$  para formar el vector  $\mathbf{d}_c^N = [d_{1,c}^N, d_{2,c}^N, \dots, d_{U,c}^N]^T$ . Así, los elementos de  $\mathbf{d}_c^P$  y  $\mathbf{d}_c^N$  son los elementos distancia. Adicionalmente, generamos el vector de unos  $\mathbf{1}$  y el vector de ceros  $\mathbf{0}$ , ambos  $U$  dimensionales, que indican que  $\mathbf{d}_c^P$  y  $\mathbf{d}_c^N$  tienen o no P300, respectivamente. Luego, calculamos el AUROC para evaluar las comparaciones entre  $\mathbf{d}_c^P$  y  $\mathbf{d}_c^N$ , con base en  $\mathbf{l}^P$  y  $\mathbf{l}^N$ , y crear una entrada  $z_{co}$  de la matriz. Cada una de estas entradas representan la capacidad de discriminación para la  $o$ -ésima plantilla de cada canal. Estas entradas construyen una



matriz de  $O \times C$  definida como  $\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} z_{1,1} & z_{1,2} & \cdots & z_{1,C} \\ z_{2,1} & z_{2,2} & \cdots & z_{2,C} \\ \vdots & \ddots & & \\ z_{O,1} & z_{O,2} & \cdots & z_{O,C} \end{bmatrix}$ .

Los vectores  $\mathbf{v}_{u,c}^P$  y  $\mathbf{v}_{u,c}^N$  permiten la creación de una matriz de dimensiones  $2U \times VC$  definida

como  $\mathbf{V}_o = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{1,1}^P & \mathbf{v}_{1,2}^P & \cdots & \mathbf{v}_{1,C}^P \\ \mathbf{v}_{2,1}^P & \mathbf{v}_{2,2}^P & \cdots & \mathbf{v}_{2,C}^P \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{v}_{U,1}^P & \mathbf{v}_{U,2}^P & \cdots & \mathbf{v}_{U,C}^P \\ \mathbf{v}_{U+1,1}^N & \mathbf{v}_{U+1,2}^N & \cdots & \mathbf{v}_{U+1,C}^N \\ \mathbf{v}_{U+2,1}^N & \mathbf{v}_{U+2,2}^N & \cdots & \mathbf{v}_{U+2,C}^N \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{v}_{2U,1}^N & \mathbf{v}_{2U,2}^N & \cdots & \mathbf{v}_{2U,C}^N \end{bmatrix}$ .

Como se mencionó anteriormente, una de las metas del *Wrapper* principal es reducir las dimensiones del vector de características. Para tal fin, usamos el procedimiento **Stepwise** (ver la línea 19) que realiza el SWLDA; su criterio de aceptación es cuando el valor de probabilidad es  $p < 0.1$  y su criterio de eliminación es cuando el valor de probabilidad es  $p > 0.15$ . Estos valores de probabilidad fueron definidos con base en los reportados en [82]. El procedimiento **Stepwise** entrega el vector binario  $VC$ -dimensional  $\mathbf{i}$  y el vector  $VC$ -dimensional  $\mathbf{w}$  con los coeficientes estimados para todos los términos en  $\mathbf{V}_o$ . Cada elemento de  $\mathbf{w}$  cuyo correspondiente elemento del vector  $\mathbf{i}$  sea diferente de cero será una entrada del vector  $I$ -dimensional  $\mathbf{w}'_o$ . Cada uno de estos vectores crea un elemento

de la matriz de dimensiones  $O \times IC$  definida como  $\mathbf{W}' = \begin{bmatrix} \mathbf{w}'_{1,1} & \mathbf{w}'_{1,2} & \cdots & \mathbf{w}'_{1,C} \\ \mathbf{w}'_{2,1} & \mathbf{w}'_{2,2} & \cdots & \mathbf{w}'_{2,C} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{w}'_{O,1} & \mathbf{w}'_{O,2} & \cdots & \mathbf{w}'_{O,C} \end{bmatrix}$ .

De igual forma, cada elemento del vector  $\mathbf{i}$  cuyo valor sea diferente de cero será una entrada del vector  $I$ -dimensional  $\mathbf{i}'_o$ . Cada uno de estos vectores crea un elemento de la matriz de dimen-

nes  $O \times IC$  definida como  $\mathbf{I}' = \begin{bmatrix} \mathbf{i}'_{1,1} & \mathbf{i}'_{1,2} & \cdots & \mathbf{i}'_{1,C} \\ \mathbf{i}'_{2,1} & \mathbf{i}'_{2,2} & \cdots & \mathbf{i}'_{2,C} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{i}'_{O,1} & \mathbf{i}'_{O,2} & \cdots & \mathbf{i}'_{O,C} \end{bmatrix}$ . Este último procedimiento termina el

*Wrapper* interno.

Como se mencionó anteriormente, algunos de los objetivos del *Wrapper* principal son la selección de aquellos canales del sujeto que provean de la mejor señal P300 y la selección del número óptimo

de estimulaciones mediante la elección de las plantillas que satisfacen ciertos criterios. Para ello, el procedimiento **promedioAUROC** (ver la línea 20) calcula el promedio del AUROC para medir el desempeño de las plantillas de cada canal, para cada estimulación  $k$  de la siguiente manera

$$\phi_k = \frac{1}{O} \sum_{o=1}^O z_o. \quad (4.1)$$

El operador **SelectorElectrodos** (ver la línea 21) selecciona el subconjunto de canales que provee la mejor señal para cada sujeto. Para lograr este objetivo, se seleccionan los canales donde  $\phi_{k,c} \geq 0.8$ . Si no hubiera tales canales, se seleccionan aquellos donde  $\phi_{k,c} > 0.6$  y se cambia la variable *loop* a falso. Al final, el algoritmo define como  $\mathcal{C}'$  al conjunto de canales que cumplen estas condiciones, de otra forma, el algoritmo no es adecuado para detectar los P300s del sujeto. Por otro lado, para seleccionar el número óptimo de estimulaciones del sujeto, se decrementa  $K$  gradualmente hasta que no haya más canales que cumplan con la condición  $\phi_{k,c} \geq 0.8$ . En tal caso,  $K - 1$  será el número óptimo de estimulaciones  $K'$ , y el algoritmo se detiene. Este procedimiento se lleva a cabo por el procedimiento **SelectorEpoocasOptimas** (ver la línea 22). El operador **SelectorPlantillas** (ver la línea 23) selecciona las plantillas  $\mathcal{B}' = \left\{ \mathcal{B}_{\arg \max_{1 \leq o \leq O}(\mathbf{z}_{o,1}),1}^T, \mathcal{B}_{\arg \max_{1 \leq o \leq O}(\mathbf{z}_{o,2}),2}^T, \dots, \mathcal{B}_{\arg \max_{1 \leq o \leq O}(\mathbf{z}_{o,C}),C}^T \right\}$  y las épocas  $\mathcal{R}' = \left\{ \mathcal{R}_{\arg \max_{1 \leq o \leq O}(\mathbf{z}_{o,1}),1}^T, \mathcal{R}_{\arg \max_{1 \leq o \leq O}(\mathbf{z}_{o,2}),2}^T, \dots, \mathcal{R}_{\arg \max_{1 \leq o \leq O}(\mathbf{z}_{o,C}),C}^T \right\}$  que obtienen los mayores valores de  $\mathbf{Z}$  para cada canal del conjunto  $\mathcal{C}'$ . Finalmente, el procedimiento **SelectorCaracteristicas** (ver la línea 24) selecciona los índices  $\mathbf{I} = \left[ i'_{z'_{1,1}}, i'_{z'_{2,2}}, \dots, i'_{z'_{C,C}} \right]^T = \left[ i_1, i_2, \dots, i_C \right]^T$  del vector de características de forma y la matriz de coeficientes de la regresión  $\mathbf{W} = \left[ \mathbf{w}'_{z'_{1,1}}, \mathbf{w}'_{z'_{2,2}}, \dots, \mathbf{w}'_{z'_{C,C}} \right]^T = \left[ \mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_C \right]^T$  asociados con los elementos de  $\mathbf{z}'$ , tal que  $\mathbf{z}' = \left[ \arg \max_{1 \leq o \leq O}(\mathbf{z}_{o,1}), \arg \max_{1 \leq o \leq O}(\mathbf{z}_{o,2}), \dots, \arg \max_{1 \leq o \leq O}(\mathbf{z}_{o,C}) \right]^T = \left[ z'_1, z'_2, \dots, z'_C \right]^T$ . El algoritmo regresa los valores de  $\mathcal{C}'$ ,  $K'$ ,  $\mathcal{B}'$ ,  $\mathcal{R}'$ ,  $\mathbf{I}$  y  $\mathbf{W}$ .

## 4.1. Diseño experimental

### 4.1.1. Participantes

Para nuestros experimentos utilizamos la base de datos de señales EEG como se reportó en [86], la cual fue adquirida en el LINI. Utilizamos las señales del EEG de 22 estudiantes universitarios (8 mujeres y 14 hombres) sin condiciones neurológicas patológicas reportadas. En la Tabla 4.1 se muestra un resumen con algunas características relevantes acerca de los sujetos que participaron en el estudio.

ID	Fecha	Edad (años)	Sexo	Sueño (hrs.)	Medicamentos	Fumador
ACS	07/07/2009	23	Femenino	7	No	No
APM	24/09/2009	23	Masculino	9	No	No
ASG	02/10/2009	23	Femenino	2	No	No
ASR	06/10/2009	23	Masculino	5	No	No
CLL	09/06/2009	25	Femenino	9	No	Sí: 13 hrs. previas: 5 cigarros
DCM	25/09/2009	22	Masculino	12	No	No
DLP	21/07/2009	23	Femenino	7	No	No
DMA	23/06/2009	25	Masculino	6	No	Sí: 15 hrs. previas: 1 cigarro
ELC	14/07/2009	21	Femenino	8	No	Sí: 1 hora previa: 1 cigarro
FSZ	11/08/2009	21	Femenino	9.5	No	Sí: 72 hrs. previas: 1 cigarro
GCE	30/06/2009	22	Masculino	7	No	No
ICE	14/07/2009	22	Masculino	8	No	No
JCR	26/05/2009	21	Masculino	7	No	Sí: 13 hrs. previas: 1 cigarro
JLD	23/09/2009	22	Masculino	7	Sí: Afrinex, Cafelaxina	No
JLP	07/07/2009	21	Masculino	7	No	Sí: 24 hrs. previas: 1 cigarro
JMR	18/08/2009	23	Masculino	5	No	No
JSC	09/06/2009	24	Masculino	8	No	No
JST	-	23	Masculino	7.5	No	No
LAC	17/09/2009	23	Femenino	8	No	No
LAG	10/09/2009	23	Femenino	6	Sí: Propafenona	No
LGP	16/06/2009	22	Masculino	7	No	No
LPS	02/06/2009	22	Masculino	7	No	No

Tabla 4.1: Condiciones en las que se presentaron los sujetos de estudio para la realización de los experimentos ejecutados en el LINI [86].

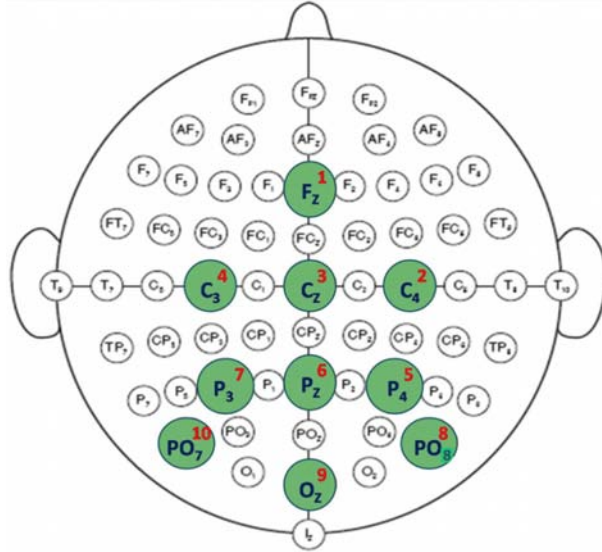


Figura 4.1: Configuración de electrodos utilizada para la adquisición de señales. El EEG adquirió señales con 10 electrodos distribuidos de acuerdo a la convención 10-20. Imagen de [89] reproducida con el permiso de los autores.

#### 4.1.2. Adquisición de datos y procesamiento de la señal

A cada uno de los participantes se le colocaron 10 electrodos de superficie, distribuidos de acuerdo a la convención 10-20 (Fz, C4, Cz, C3, P4, Pz, P3, PO8, Oz y PO7). La configuración de los electrodos se muestra en la Figura 4.1. Se utilizó alcohol para limpiar el cuero cabelludo en la zona donde fueron colocados los electrodos. Para mejorar la conducción de la electricidad entre el cuero cabelludo y los electrodos, se aplicó un gel electrolítico marca Electro-Gel, fabricado por la empresa Electrocap. Se emplearon electrodos pasivos g<sup>®</sup>.EEGelectrode [56] de oro para adquirir las señales y de plata con un revestimiento de cloruro de plata como tierra; estos fueron colocados en una gorra de marca g<sup>®</sup>.EEGcap. El canal de referencia se ubicó en el lóbulo de la oreja derecha y la tierra en el mastoides del mismo lado. En otras palabras, utilizamos una referencia monopolar. Ninguna de las impedancias entre los canales de exploración y el canal de referencia excedieron los 5k $\Omega$ . Para registrar y amplificar la actividad generada en estos canales se utilizó un amplificador de 16 canales de marca g<sup>®</sup>.USBamp [57] con una resolución de 24 bits. La señal fue digitalizada a una tasa de 256 Hz y procesada en línea con un filtro Notch (Chebyshev de orden 4) con frecuencias de corte entre 58 y 62 Hz y un filtro pasobanda (Chebyshev de orden 8) con un ancho de banda comprendido entre 0.1 y 60 Hz, para reducir el ruido.

Todos los aspectos de la recolección de datos y del diseño experimental fueron controlados por el sistema BCI2000 [127], el cual es un software libre de propósito general para la investigación de BCIs [127]; cuenta con el módulo *P300 Speller* para reproducir el paradigma RC.

### 4.1.3. Descripción de la tarea y extracción de señales ERP

Se le pidió a los 22 participantes que deletrearán tres conjuntos de palabras conocidas *a priori*. Por cada participante se adquirieron 2,880 señales del EEG y se formó el conjunto  $\mathcal{E}$ . Las señales del conjunto  $\mathcal{E}$  fueron distribuidas entre el conjunto de entrenamiento  $\mathcal{T}$  y el conjunto de validación  $\mathcal{V}$ . El conjunto  $\mathcal{T}$  consistió de 480 señales del EEG que potencialmente contenían P300s (es decir,  $P = 480$ ) y 2,400 señales del EEG sin P300s (es decir,  $N = 2,400$ ). El conjunto  $\mathcal{V}$  contenía 150 señales con P300s (es decir,  $P' = 150$ ) y 750 sin P300s (es decir,  $N' = 750$ ).

Los participantes se sentaron frente a una pantalla de computadora, la cual se dividió en dos secciones. En la esquina superior izquierda de la pantalla se desplegó la palabra a ser deletreada, mientras que el carácter a ser deletreado se mostró entre paréntesis al final de la palabra. En el resto de la pantalla se desplegó una matriz de deletreo de  $6 \times 6$ , como se muestra en la Figura 2.3.

Las filas y las columnas de la matriz se intensificaron aleatoriamente 15 veces (número de épocas) por cada letra. Se les pidió a los sujetos que contaran en silencio el número de veces que el carácter objetivo era intensificado, mientras las filas y las columnas de la matriz eran intensificadas cada 125 ms en orden aleatorio (ISI); cada flash tenía una duración de 62.5 ms. Debido a la naturaleza de la señal, esperábamos una onda P300 posterior a cada estímulo, por lo que se extrajeron épocas de 800 ms después de cada intensificación, para cada uno de los  $C$  canales; de esta forma, obtuvimos hasta 2 P300s en cada época. Cada época fue filtrada usando un filtro pasobanda Butterworth de orden 4 con un rango de ancho de banda entre 0.1-12 Hz para extraer las señales de ERP embebidas en las señales del EEG (ver la Sección 2.3.1). Se eliminó el DC restando la media de cada canal a la señal filtrada y se removió la tendencia lineal de cada época (ver la Sección 2.3.1). Los parámetros generales de la configuración del sistema BCI2000 se resumen en la Tabla 4.2.

### 4.1.4. Parámetros del algoritmo de calibración

Como mencionamos anteriormente, el algoritmo de calibración requiere para operar del número de segmentos de línea recta en los que se debe dividir una señal ERP para obtener una representación mínima de su forma, así como las épocas necesarias para obtener una plantilla que represente adecuadamente el P300 del sujeto.

Nuestro objetivo es conservar la envolvente del P300 mediante una representación mínima que permita su detección con el método que proponemos. El valor máximo que puede tener el número de segmentos  $S$  (sin interpolar) es igual al número de muestras por época, es decir,  $T - 1$ . Sin embargo, dado que el objetivo es tener una representación mínima de la señal, seleccionamos el valor de  $S$  con base en la siguiente hipótesis. Como se mencionó anteriormente, en [11, 118] indican que el ancho de banda de los ERP es de hasta 10 Hz. De acuerdo con el Teorema de Nyquist, para conservar la señal de interés, la frecuencia de muestreo debe ser superior al doble de la máxima frecuencia a mostrar, por esta razón, muestreamos a 20 Hz. Si consideramos que nosotros extraemos épocas

Característica	Valor
Número de canales registrados	10
Frecuencia de muestreo	256
Número de épocas	15
Filtro Pasobanda	Tipo: Chebyshev, Banda de Paso: 0.1 Hz - 60 Hz; Orden: 8
Filtro Notch	Tipo: Chebyshev, Banda de Rechazo: 58 Hz - 62 Hz; Orden: 4
<i>PreRunDuration</i>	2 segundos
<i>PostRunDuration</i>	0.5 segundos
<i>PreSequenceDuration</i>	2 segundos
<i>PostSequenceDuration</i>	2 segundos
Duración del estímulo	62.5 ms
<i>ISI</i>	125 ms
Tamaño de la matriz de caracteres	6 filas, 6 columnas
Resolución en píxeles de la pantalla	1680×1050

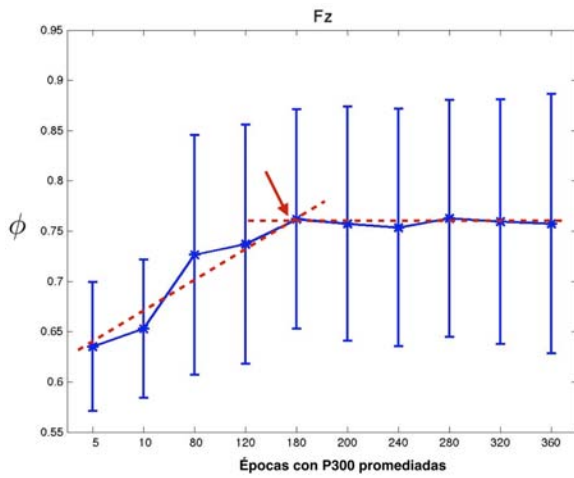
Tabla 4.2: Parámetros generales de la configuración del sistema BCI2000. Tabla de [89]

de 800 ms, entonces, 16 segmentos son suficientes para conservar la forma de los ERP, es decir,  $S = \lfloor 800 \text{ ms} \times 20 \text{ Hz} / 1000 \text{ ms} \rfloor = 16$ . Tomando en cuenta este valor, el vector de características de forma  $\mathbf{v}$  es de 34 dimensiones por cada canal.

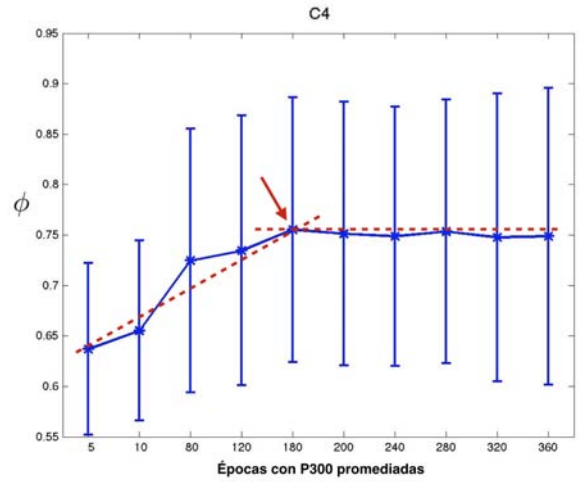
Por otro lado, queremos determinar la cantidad de épocas necesaria para obtener una plantilla que represente adecuadamente el P300 del sujeto. Para nuestros experimentos utilizamos el algoritmo de calibración variando los valores de  $A = \{5, 10, 80, 120, 180, 200, 320, 360\}$ , los cuales se seleccionaron arbitrariamente considerando que no había más P300 disponibles y tratando de cubrir un muestreo apropiado, y fijando el valor de  $S = 16$ . Además, como nuestro objetivo era analizar con cuál de estos valores se podía obtener la mejor clasificación, no requerimos de buscar el número óptimo de veces con que el sujeto sería estimulado, por lo que únicamente iteramos el algoritmo mientras  $K = 15$ . Es decir, probamos el algoritmo con el número máximo de estimulaciones posible. Luego, calculamos el promedio y la desviación estándar de la precisión en la clasificación  $\phi$  (ecuación 4.1) para todos los sujetos por cada canal; véanse las Figuras 4.2 y 4.3 para una muestra compacta de estos resultados. El eje de las abscisas indica la medida  $\phi$ , el eje de las ordenadas muestra la cantidad de P300s a promediar. De estos resultados, seleccionamos aquel valor de  $A$  donde en la mayoría de los canales se alcanza un punto de inflexión, esto es, cuando  $A = 180$ .

## 4.2. Resultados y Discusión

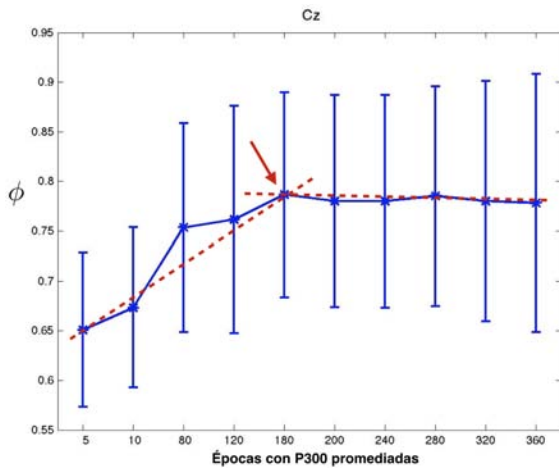
En esta sección reportamos y analizamos el diseño y los resultados de nuestros experimentos. Con ellos podemos evaluar el desempeño de nuestra metodología para detectar épocas con P300s



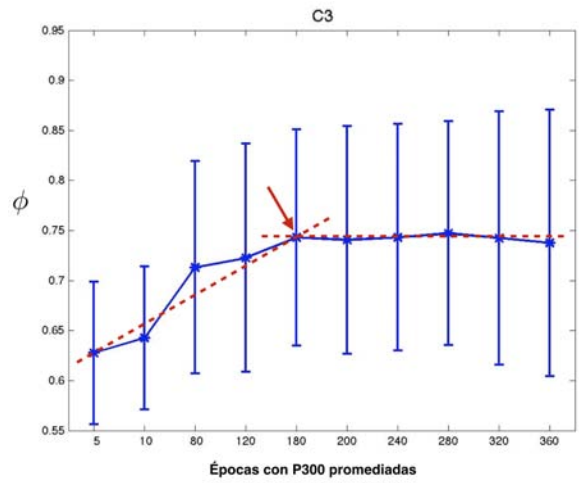
(a)



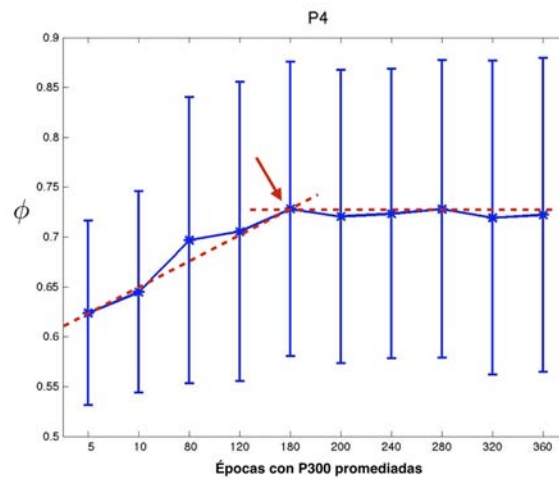
(b)



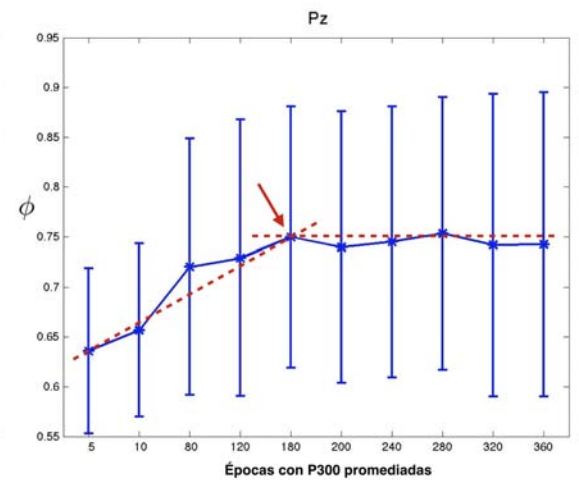
(c)



(d)

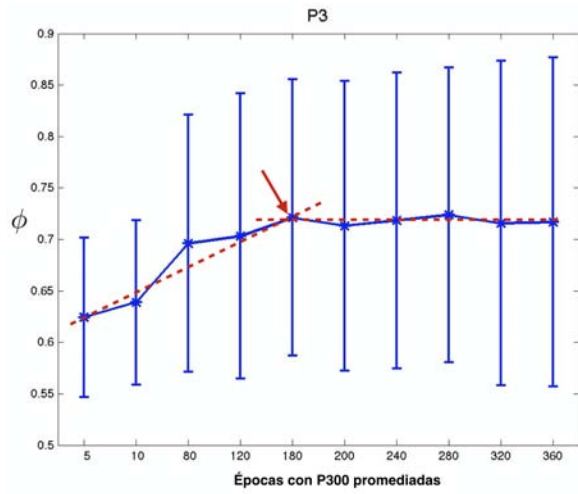


(e)

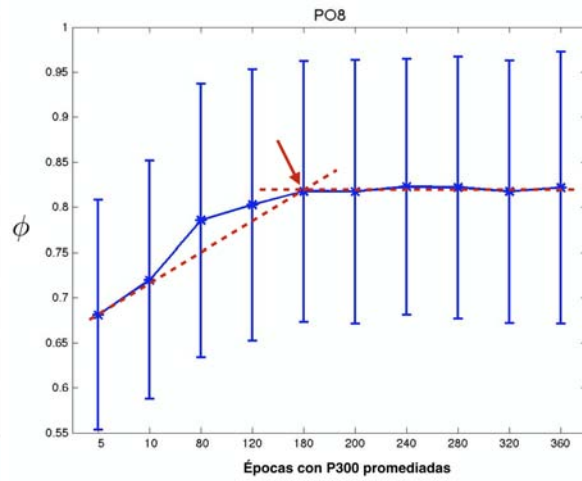


(f)

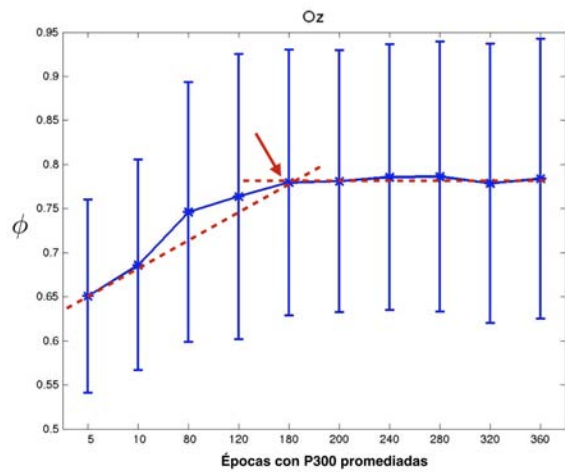
Figura 4.2: Desempeño del algoritmo de calibración resultado de promediar 5, 10, 80, 120, 180, 200, 320 y 360 P300s para obtener las plantillas de los canales (a) Fz, (b) C4, (c) Cz, (d) C3, (e) P4 y (f) Pz de 22 sujetos. Las líneas punteadas indican la tendencia del promedio del desempeño para todos los sujetos. La flecha indica el punto de inflexión.<sup>91</sup>



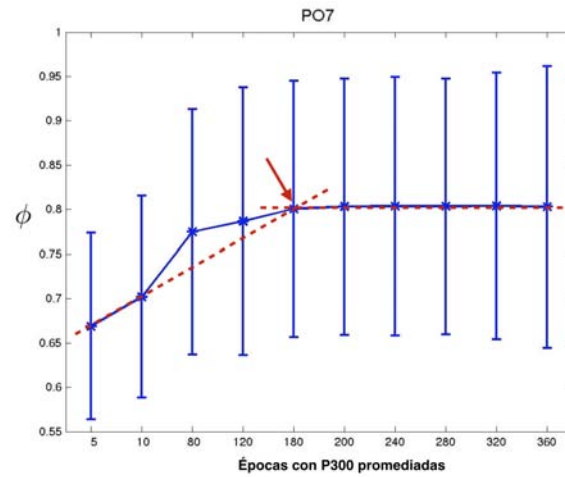
(g)



(h)



(i)



(j)

Figura 4.3: Continuación de la Figura 4.2. Desempeño del algoritmo de calibración resultado de promediar 5, 10, 80, 120, 180, 200, 320 y 360 P300s para obtener las plantillas de los canales (g) P3, (h) PO8, (i) Oz y (j) PO7 de 22 sujetos. Las líneas punteadas indican la tendencia del promedio del desempeño para todos los sujetos. La flecha indica el punto de inflexión.



con base en su vector de características de forma.

### 4.2.1. Algoritmo de calibración

#### Análisis del desempeño

Con el objetivo analizar el desempeño del algoritmo de calibración, fijamos los valores de los parámetros  $A$  y  $S$  en 180 y 16, respectivamente, como se explicó en la Sección 4.1.4. También fijamos el número de canales  $C$  en 10 y el número de estimulaciones  $K$  en 15, como se definió en la Sección 4.1.2.

Llevamos a cabo la validación cruzada del algoritmo de calibración con el conjunto de datos de entrenamiento  $\mathcal{T}$ . Fijamos el valor  $U$  (ver la línea 3) en  $U = \lfloor \frac{P-A}{K} \rfloor = \lfloor \frac{480-180}{15} \rfloor = 20$ . Esto es, seleccionamos aleatoriamente 20 señales etiquetadas con P300 y 20 señales etiquetadas sin P300 para balancear los conjuntos.

En las Tablas 4.3 y 4.4 mostramos el promedio de AUROC  $\phi$  calculado con (4.1) para cada sujeto. La primera columna indica las iniciales de los sujetos. Los canales están ordenados de mayor a menor valor de AUROC por cada sujeto, esto es, la columna etiquetada como 1 en la Tabla 4.3 muestra los canales con los que se obtuvo la mayor precisión en la clasificación, mientras que la columna etiquetada como 10 en la Tabla 4.4 muestra aquellos con la menor precisión. La última fila muestra el promedio y la desviación estándar (Prom $\pm$ Std) de cada columna. Adicionalmente, en la Figura 4.5 presentamos el promedio para la población estudiada ( $\hat{\phi}$ ). Tanto para las tablas como para la figura, el canal 1 corresponde al canal con mejor desempeño para cada sujeto (el canal no es necesariamente el mismo para todos los casos), mientras que el canal 10 es aquel con el  $\phi$  por sujeto. Podemos observar que el valor promedio del canal 1 para todos los sujetos fue  $0.87 \pm 0.11$ . En la Figura 4.4 podemos ver que de entre todos los sujetos: dos de ellos tuvieron un canal con el  $\phi$  cercano a uno ( $0.99 \pm 0.002$  y  $0.99 \pm 0.01$ ); 12 de ellos tuvieron por lo menos un canal con el  $\phi \geq 0.9$ , 16 sujetos tuvieron por lo menos un canal con el  $\phi \geq 0.8$  y 20 sujetos tuvieron por lo menos un canal con el  $\phi \geq 0.7$ . El peor caso fue un sujeto cuyo mejor  $\phi$  fue igual a  $0.64 \pm 0.14$ . Existe evidencia en la literatura [116] de que este comportamiento puede deberse a que el sujeto estuvo distraído por distintas razones como fatiga, falta de motivación o hambre, sin embargo, queda como trabajo futuro verificar si es el caso para este protocolo. Cabe mencionar que los resultados anteriormente descritos reflejan un desempeño adecuado aún sin una normalización óptima del SHCC.

#### Número de estimulaciones

Como se mencionó anteriormente, es práctica común estimular un sujeto 15 veces por cada letra [50]. Sin embargo, nuestros experimentos sugieren que los P300s pueden ser detectados con precisión con menos de 15 estimulaciones con nuestro algoritmo de calibración. En la Tabla 4.5 se

Sujeto	1		2		3		4		5	
ACS	Pz	0.90±0.05	Cz	0.90±0.05	PO8	0.90±0.05	C4	0.90±0.05	P4	0.89±0.05
APM	Fz	0.94±0.04	C4	0.93±0.04	Cz	0.93±0.05	Pz	0.87±0.07	C3	0.86±0.07
ASG	C4	0.95±0.05	PO8	0.95±0.04	Cz	0.94±0.04	Fz	0.92±0.05	PO7	0.91±0.05
ASR	Fz	0.80±0.10	PO7	0.75±0.09	Cz	0.73±0.11	C3	0.71±0.13	C4	0.68±0.12
CLL	PO8	0.76±0.10	Oz	0.71±0.10	P4	0.68±0.14	Fz	0.64±0.10	Pz	0.63±0.12
DCM	PO8	1	PO7	0.95±0.04	Oz	0.89±0.06	Pz	0.72±0.10	P3	0.72±0.10
DLP	Cz	0.70±0.09	C4	0.66±0.11	P4	0.65±0.11	Fz	0.65±0.10	Pz	0.65±0.11
DMA	C4	0.90±0.05	Fz	0.87±0.06	Cz	0.86±0.07	P4	0.82±0.08	C3	0.78±0.09
ELC	PO8	0.96±0.03	PO7	0.94±0.04	P4	0.93±0.04	Pz	0.93±0.04	Oz	0.90±0.06
FSZ	Pz	0.81±0.09	P3	0.77±0.11	Cz	0.76±0.10	Fz	0.76±0.09	PO8	0.75±0.10
GCE	PO8	0.95±0.04	PO7	0.94±0.04	Oz	0.88±0.05	P4	0.88±0.07	P3	0.88±0.07
ICE	Cz	0.96±0.04	PO8	0.95±0.04	C3	0.94±0.05	C4	0.94±0.05	Pz	0.94±0.04
JCR	Oz	0.79±0.09	PO8	0.76±0.07	PO7	0.71±0.11	Cz	0.69±0.11	C4	0.65±0.13
JLD	Cz	0.86±0.09	C3	0.81±0.10	C4	0.81±0.09	Pz	0.75±0.09	P3	0.75±0.11
JLP	Fz	0.64±0.14	C4	0.63±0.15	C3	0.62±0.14	C4	0.60±0.15	PO7	0.59±0.13
JMR	PO8	0.99±0.01	Oz	0.97±0.02	PO7	0.91±0.06	P4	0.88±0.07	C4	0.88±0.06
JSC	Fz	0.90±0.05	PO7	0.85±0.07	Oz	0.85±0.07	PO8	0.83±0.07	Cz	0.82±0.06
JST	PO7	0.99±0.01	Oz	0.99±0.01	PO8	0.99±0.01	Fz	0.90±0.06	P3	0.86±0.08
LAC	Oz	0.97±0.03	PO7	0.97±0.03	PO8	0.96±0.03	Cz	0.81±0.09	Pz	0.80±0.09
LAG	PO8	0.71±0.12	PO7	0.71±0.11	Cz	0.65±0.12	Fz	0.63±0.13	C3	0.60±0.13
LGP	PO7	0.82±0.10	PO8	0.76±0.11	Cz	0.69±0.12	Fz	0.67±0.11	Oz	0.59±0.14
LPS	PO7	0.88±0.06	PO8	0.83±0.08	Pz	0.81±0.05	P3	0.80±0.07	Oz	0.78±0.07
Prom±Std		0.87±0.11		0.85±0.11		0.82±0.12		0.79±0.11		0.77±0.11

Tabla 4.3: En esta tabla se muestran el promedio y la desviación estándar de la precisión en la clasificación  $\phi$  resultado de aplicar el algoritmo de calibración al conjunto de entrenamiento  $\mathcal{T}$  de 22 sujetos. La primera columna indica las iniciales de los sujetos. Los canales están ordenados de mayor a menor precisión por cada sujeto. La última fila muestra el promedio y la desviación estándar (Prom±Std) de cada columna. Debido a la falta de espacio, en esta tabla presentamos los resultados de los 5 primeros canales.

Sujeto	6		7		8		9		10	
ACS	C3	0.88±0.06	Fz	0.88±0.06	Oz	0.87± 0.06	P3	0.84±0.07	PO7	0.81±0.08
APM	PO7	0.86±0.08	Oz	0.83±0.08	PO8	0.83±0.08	P4	0.83±0.07	P3	0.83±0.08
ASG	P4	0.91±0.05	Pz	0.90±0.06	Oz	0.90±0.07	C3	0.88±0.05	P3	0.83±0.07
ASR	Oz	0.63±0.12	PO8	0.62±0.10	Pz	0.62±0.10	P3	0.61±0.12	P4	0.53±0.10
CLL	P3	0.63±0.11	Cz	0.62±0.12	C3	0.61±0.12	C4	0.61±0.12	PO7	0.61±0.09
DCM	Fz	0.71±0.10	Cz	0.71±0.08	P4	0.69±0.12	C3	0.68±0.11	C4	0.65±0.08
DLP	C3	0.63±0.11	P3	0.56±0.12	Oz	0.56±0.11	PO8	0.55±0.12	PO7	0.44±0.09
DMA	Pz	0.78±0.09	PO8	0.77±0.11	P3	0.71±0.11	Oz	0.70±0.13	PO7	0.69±0.12
ELC	C4	0.88±0.09	Cz	0.87±0.09	P3	0.83±0.08	C3	0.81±0.10	Fz	0.72±0.13
FSZ	C3	0.75±0.11	Oz	0.72±0.09	PO7	0.71±0.10	C4	0.65± 0.10	P4	0.61±0.12
GCE	Pz	0.84±0.08	C3	0.81±0.09	C4	0.79±0.11	Cz	0.78±0.10	Fz	0.64±0.10
ICE	P4	0.92±0.05	P3	0.92±0.06	Fz	0.91±0.05	PO7	0.90±0.07	Oz	0.89±0.06
JCR	Fz	0.64±0.13	C3	0.58±0.13	P4	0.56±0.12	Pz	0.52±0.12	P3	0.49±0.12
JLD	Oz	0.74±0.11	Fz	0.71±0.11	PO7	0.68±0.11	P4	0.67±0.10	PO8	0.66±0.09
JLP	P3	0.56±0.14	Pz	0.56±0.15	P4	0.53±0.14	PO8	0.53±0.15	Cz	0.50±0.15
JMR	Cz	0.87±0.07	Pz	0.85±0.09	Fz	0.81±0.10	C3	0.81±0.08	P3	0.81±0.09
JSC	C3	0.79±0.07	Pz	0.74±0.09	P3	0.74±0.09	C4	0.73±0.08	P4	0.72±0.08
JST	C4	0.85±0.08	Cz	0.82±0.12	C3	0.81±0.11	Pz	0.78±0.12	P4	0.77±0.18
LAC	P4	0.79±0.08	P3	0.77±0.09	C4	0.76±0.09	Fz	0.74±0.10	C3	0.73±0.18
LAG	Pz	0.57±0.11	C4	0.56±0.11	P3	0.50±0.10	Oz	0.49±0.12	P4	0.48±0.10
LGP	C3	0.58±0.10	C4	0.56±0.13	Pz	0.55±0.10	P4	0.50±0.14	P3	0.49±0.10
LPS	P4	0.77±0.06	Cz	0.73±0.10	Fz	0.71±0.12	C3	0.70±0.10	C4	0.69±0.11
Prom±Std		0.75±0.12		0.73±0.12		0.7114±0.12		0.6947±0.1263		0.66±0.13

Tabla 4.4: Continuación de la Tabla 4.3. En esta tabla presentamos los resultados de los últimos 5 canales.

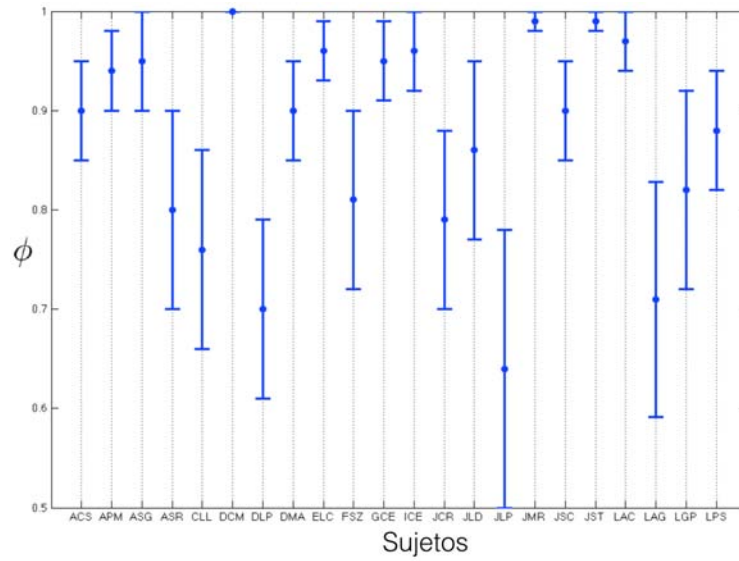


Figura 4.4: Precisión  $\phi$  detallada del algoritmo de calibración para el canal 1 de la Tabla 4.3.

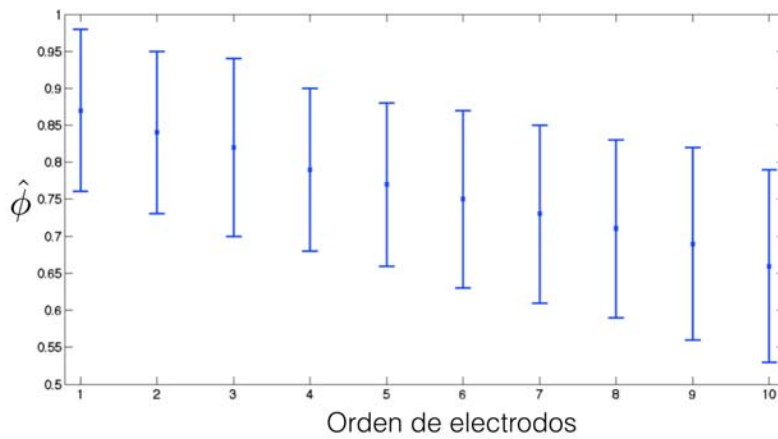


Figura 4.5: Lista de canales ordenados por promedio  $\hat{\phi}$ , donde el canal 1 corresponde al canal con el mejor desempeño para cada sujeto (el canal no es necesariamente el mismo para todos los casos), mientras que el canal 10 es aquel con el menor  $\hat{\phi}$  por sujeto.

Sujetos	Canales	Estimulaciones
ACS	Cz	7
APM	Fz	7
ASG	PO8	5
ASR	Fz	15
CLL	PO8	15
DCM	PO8	2
DLP	Cz	15
DMA	C4	8
ELC	Pz	5
FSZ	Pz	15
GCE	PO8	5
ICE	Cz	4
JCR	Oz	15
JLD	Cz	9
JLP	Cz	15
JMR	PO8	4
JSC	Fz	9
JST	PO7	3
LAC	PO7	4
LAG	PO8	15
LGP	PO7	14
LPS	PO7	10
Prom $\pm$ Std		9.14 $\pm$ 4.85

Tabla 4.5: Número óptimo de estimulaciones para 22 sujetos. En esta tabla se muestran los canales que proveen de la mejor información del sujeto (segunda columna) y el número óptimo de estimulaciones (tercera columna), con base en la precisión en la clasificación  $\phi$ , resultado de aplicar el algoritmo de calibración al conjunto de entrenamiento  $\mathcal{T}$  de 22 sujetos (cuyas iniciales se indican en la primera columna).

puede observar que el promedio de estimulaciones para todos los sujetos fue de  $9.14 \pm 4.85$ . De entre todos los sujetos: 15 requirieron menos de quince estimulaciones para tener al menos un canal con un AUROC promedio mayor o igual a 0.8. Más aún, ocho de ellos necesitan a lo más cinco estimulaciones, incluso en un caso el sujeto requiere de sólo dos estimulaciones.

Adicionalmente, analizamos el desempeño de nuestro algoritmo para detectar P300s con una sola estimulación. En la Tabla 4.6 se puede observar que el AUROC promedio de todos los sujetos fue de  $0.62 \pm 0.05$ : 2 sujetos tuvieron por lo menos un canal con el  $\phi \geq 0.7$ , 12 sujetos tuvieron por lo menos un canal con el  $\phi \geq 0.6$  y el resto de los sujetos tuvieron  $\phi < 0.6$  en todos los canales.

### Selección de canales

Por otro lado, hemos analizado el comportamiento de las señales adquiridas con los canales mencionados para todos los sujetos con base en los valores de precisión en la clasificación  $\phi$ . Para este propósito, llevamos a cabo dos experimentos. En el primero, fijamos el número de  $K$  en 15, como se definió en la Sección 4.1.2. En el segundo experimento, utilizamos el número óptimo de

Sujetos	$\phi$
ACS	0.63±0.02
APM	0.64±0.02
ASG	0.65±0.02
ASR	0.55±0.02
CLL	0.55±0.02
DCM	0.73±0.02
DLP	0.58±0.02
DMA	0.61±0.02
ELC	0.63±0.02
FSZ	0.59±0.02
GCE	0.65±0.03
ICE	0.65±0.02
JCR	0.60±0.02
JLD	0.60±0.02
JLP	0.59±0.03
JMR	0.65±0.02
JSC	0.59±0.02
JST	0.72±0.02
LAC	0.69±0.02
LAG	0.56±0.02
LGP	0.58±0.02
LPS	0.60±0.02
Prom±Std	0.62±0.05

Tabla 4.6: En esta tabla se muestran el promedio y la desviación estándar de la precisión en la clasificación  $\phi$ , resultado de aplicar el algoritmo de calibración al conjunto de entrenamiento  $\mathcal{T}$  de 22 sujetos con una sola estimulación. La primera columna indica las iniciales de los sujetos. La segunda columna muestra el canal con la mayor precisión por cada sujeto. La última fila muestra el promedio y la desviación estándar (Prom±Std).

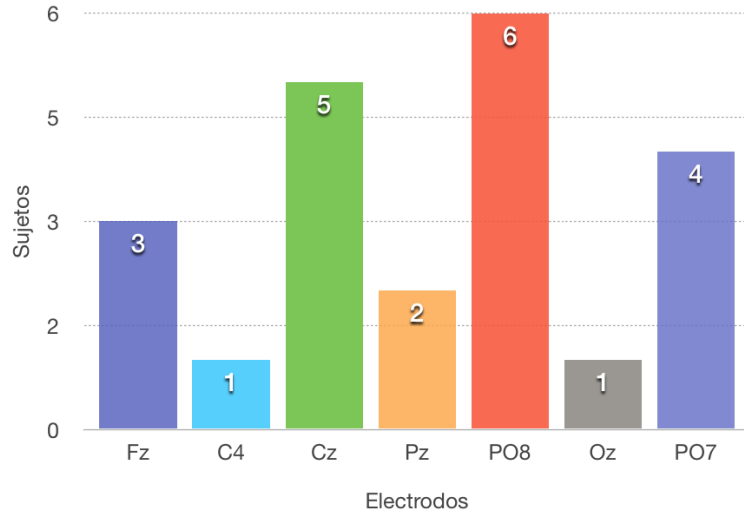


Figura 4.6: Incidencia de los sujetos cuya AUROC promedio durante el proceso de calibración fue mayor o igual a 0.8 cuando son estimulados un número óptimo de veces (ver la Tabla 4.5).

estimulaciones mostrados en la Tabla 4.5.

Los resultados del primer experimento indican la incidencia de los sujetos cuyos canales proveen el  $\phi \geq 0.8$ . El canal PO8 cumple con esta condición un 27% (correspondiente a seis sujetos), seguido de Fz, con 18% (correspondiente a 4 sujetos), Cz y PO7, con 14% (correspondiente a 3 sujetos), y finalmente C4, Pz y Oz con 9% (correspondiente a 2 sujetos). Los canales que no cumplieron con este criterio fueron P3, C3 y P4.

Los resultados del segundo experimento se muestran en la Figura 4.6, en la que se ilustra con cuántos sujetos se cumple la condición de que el canal bajo análisis tiene el valor de precisión máximo  $\phi \geq 0.8$ . Los canales PO8 y Cz tienen el mayor porcentaje de incidencia de todos, 27% (correspondiente a seis sujetos) y 23% (correspondiente a cinco sujetos), respectivamente, seguido de los canales PO7 y Fz, con 18% (correspondiente a cuatro sujetos) y 14% (correspondiente a tres sujetos). Finalmente, los canales Pz, Oz y C4 tienen la menor incidencia donde Pz tiene 9% (correspondiente a dos sujetos) y Oz y C4 tienen 5% (correspondiente a un sujeto).

Creemos que la diferencia entre las incidencias mostradas anteriormente, se debe al resultado de los criterios utilizados para la selección de los canales en el algoritmo de calibración. Un criterio opcional para llevar a cabo esta selección podría ser el uso de herramientas estadísticas, como una prueba estadística *t-Student*, para decidir si un canal realmente es mejor que otro.

Después de llevar a cabo la selección de canales, encontramos que la mejor información proviene de los canales C4, Cz, Fz, Pz, PO7, PO8 y Oz; a diferencia de los canales P3, C3 y P4 cuya información puede ser descartada dado que no contribuyeron a un buen desempeño. Estos resultados son consistentes con la literatura que indica que la mejor información proviene de Cz, Fz, Pz, PO7, PO8 y Oz [82, 115]. Adicionalmente, observamos que la información obtenida del canal C4 también contribuye

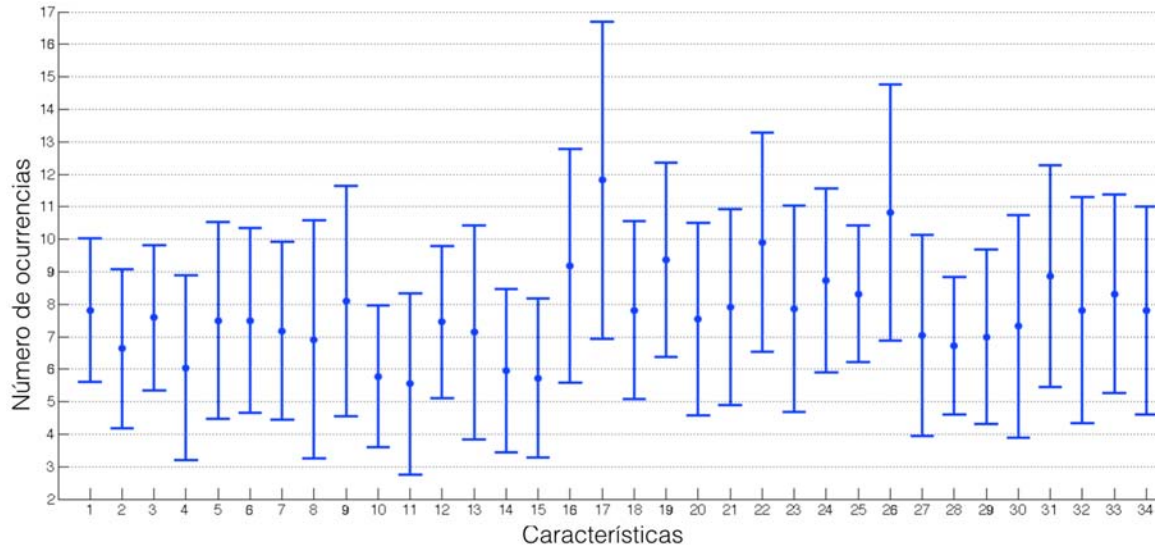


Figura 4.7: Estadística de las características seleccionadas en el algoritmo de calibración.

a buen desempeño en varios sujetos, por lo que sugerimos usarlo junto con los anteriores canales para experimentos de delecteo con base en ERP como una práctica común. De esta forma mostramos que el algoritmo de calibración puede ser útil para descartar aquellos canales que no provean información relevante para nuestros métodos; ya sea porque están colocados incorrectamente, lo cual generaría una plantilla poco confiable, o porque nos llevaría a una mala clasificación. Además, si las señales se obtienen por otros canales distintos a los que sugerimos, el algoritmo de calibración será capaz de seleccionar aquellos que lleven al mejor desempeño.

### Selección de características

Por otro lado, en la Figura 4.7 mostramos el promedio y la desviación estándar del número de ocurrencias de las características seleccionadas con el algoritmo SWLDA para todos los sujetos. Los valores del eje de las abscisas corresponden a los elementos del vector  $\mathbf{v}$  y tienen la siguiente interpretación: del 1-15 corresponden a las diferencias entre las áreas de dos curvas, el 16 corresponde a la suma de éstas, el 17 corresponde a la distancia entre cadenas, el 18 corresponde a la medida de tortuosidad y del 19-34 corresponden a la cadena del ERP bajo análisis.

Como puede observarse, la característica 17, es decir, la distancia entre cadenas, es el elemento que más ocurrencias tiene en promedio. Cabe resaltar que es la característica que utilizamos como medida de exactitud para evaluar el desempeño del proceso de calibración.

Las siguientes características con mayor número de ocurrencias en promedio ordenadas de forma descendente son la 26, la 22 y la 19, correspondientes al octavo, cuarto y primer elemento de la cadena, respectivamente. Para ilustrar el significado de estas características mostramos en la Figura 4.8(a) una señal con P300 y en la Figura 4.8(b) una señal sin P300. En ambas señalamos los segmentos



de la curva que corresponde a los elementos 1, 4 y 8 de la cadena. El primer elemento está ubicado al inicio de la estimulación, el cual puede asociarse al componente P100; este componente siempre se genera como respuesta a un estímulo visual [93]. El cuarto elemento está ubicado entre 150-200 ms posteriores al estímulo y puede asociarse al P200; este componente está relacionado con la etapa de discriminación del estímulo y con el proceso de selección de la respuesta [122]. Finalmente, el octavo elemento está ubicado entre 300-400 ms posteriores a la estimulación y puede asociarse al P300, ver la Figura 4.8(c). Recordemos que la cadena está definida en términos de la pendiente del segmento, por lo que en este ejemplo no hay mucha diferencia entre las pendientes de los primeros cinco segmentos pero sí en los segmentos centrales de la curva.

#### 4.2.2. Validación de la calibración

El objetivo del proceso de validación es analizar el desempeño en la discriminación de los P300s cuando se usa nuestro vector de características de forma, el conjunto de plantillas encontradas con los canales seleccionados y el número óptimo de estimulaciones obtenidas con el algoritmo de calibración.

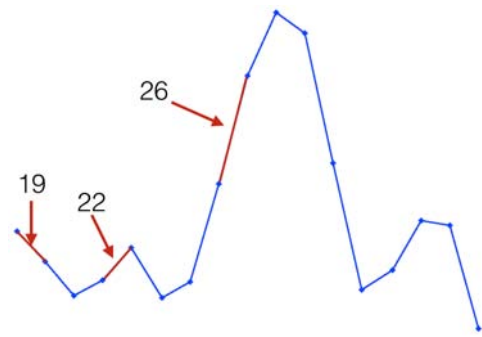
Para ello, generamos los siguientes dos experimentos. En el primero comparamos el desempeño de dos clasificadores comúnmente usados por la comunidad de BCI [84]: el SWLDA y la SVM lineal (los cuales mencionamos en la Sección 2.3.3) mediante el uso del vector  $\mathbf{v}$  de características. En el segundo experimento comparamos el desempeño del SWLDA aplicando tanto el vector  $\mathbf{v}$  como el vector  $\mathbf{v}'$  usado por el sistema BCI2000, como lo explicamos en la Sección 2.3.2.

##### SWLDA vs. SVM lineal

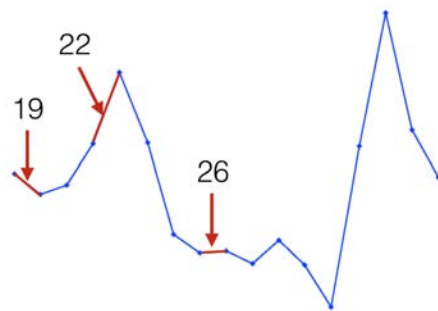
En el primer experimento extrajimos un subconjunto balanceado  $\mathcal{B}_V$  del conjunto de entrenamiento  $\mathcal{T}$ . El conjunto  $\mathcal{B}_V$  estaba compuesto de las  $U$  señales disponibles etiquetadas como P300, y las  $U$  señales, aleatoriamente seleccionadas, etiquetadas como sin P300. Entrenamos el doble de  $U$  SVMs lineales mediante una validación cruzada bajo el esquema de “dejando uno fuera” (*leave-one-out*) con el conjunto  $\mathcal{B}_V$ . Posteriormente, seleccionamos aleatoriamente una SVM lineal.

Para evaluar el desempeño del clasificador extrajimos un subconjunto balanceado  $\mathcal{B}'_V$  del conjunto de validación  $\mathcal{V}$ ; el conjunto  $\mathcal{B}'_V$  está compuesto de las  $D$  señales disponibles etiquetadas como P300, y las  $D$  señales, aleatoriamente seleccionadas, etiquetadas como sin P300, donde  $D = \lfloor \frac{P'}{K} \rfloor = 10$ . Después, obtuvimos el vector de características de forma  $\mathbf{v}$  de  $\mathcal{B}'_V$ . Finalmente, clasificamos tales vectores con la SVM lineal seleccionada así como con el SWLDA. Aplicamos una matriz de confusión para analizar el desempeño de ambos clasificadores. La precisión resultante  $\psi$  se calculó con la ecuación

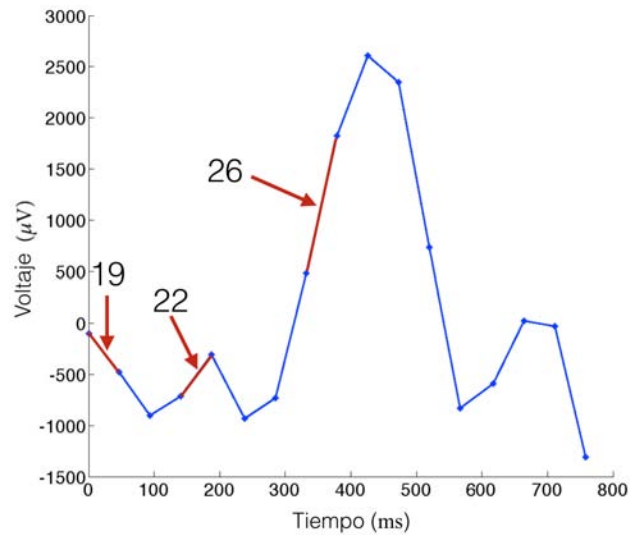
$$\psi = \frac{(TP + TN)}{(TP + FP + FN + TN)}, \quad (4.2)$$



(a) (-0.02 -0.02 0.01 **0.02** -0.02 0.01 0.05  
**0.06** 0.03 -0.01 -0.07 -0.06 0.01 0.03 0 -0.05)



(b) (-0.01 0.01 0.02 **0.04** -0.04 -0.05 -  
 0.01 **0** -0.01 0.01 -0.01 -0.02 0.08 0.07  
 -0.06 -0.03)



(c)

Figura 4.8: Ilustración del elemento 26 del vector de características, el cual corresponde al elemento 8 de la cadena que representa la curva. (a) Es una señal con P300. (b) Es una señal sin P300. En (a) y (b) señalamos el segmento 8 asociado al elemento 8 de la cadena (resaltado en rojo). (c) Indica que el segmento 8 se ubica en entre 300-400 ms posteriores al estímulo.

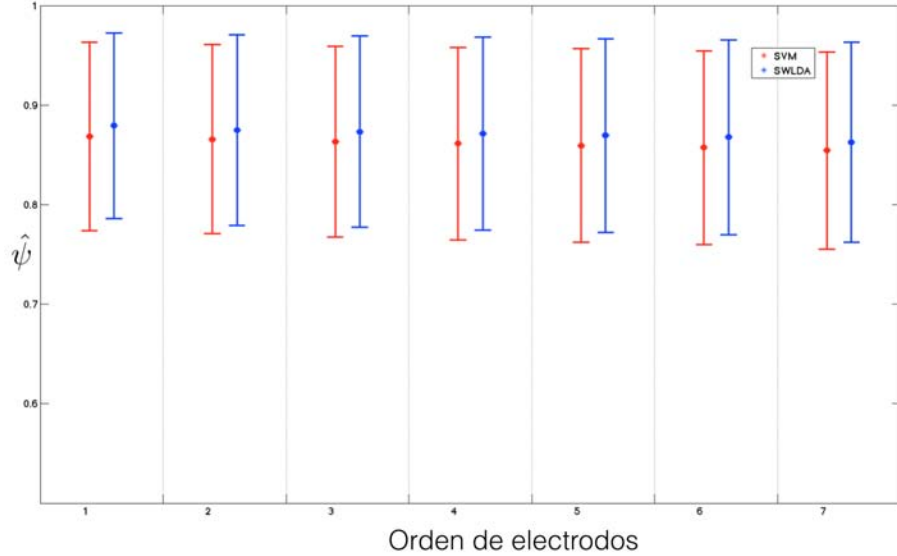


Figura 4.9: Tabla de clasificación de los canales con base en el desempeño promedio de los clasificadores SWLDA y SVM lineal para la población estudiada, donde el canal 1 corresponde al desempeño de las características seleccionadas; las cuales incluyen información de todos los canales. Tales características fueron obtenidas con la plantilla del canal con el mejor desempeño para cada sujeto. Por otro lado, el canal 7 es aquel con el menor valor de precisión  $\psi$  por sujeto.

donde  $TP$  es el número de verdaderos positivos,  $TN$  es el número de verdaderos negativos,  $FP$  es el número de falsos positivos, y  $FN$  es el número de falsos negativos.

La precisión promedio para la población estudiada ( $\hat{\psi}$ ) de ambos clasificadores se presenta en la Figura 4.9. Las columnas del 1-7 corresponden al orden descendente del desempeño de las características seleccionadas; las cuales incluyen información de todos los canales. Donde las características de la columna 1 fueron obtenidas con la plantilla del canal con el mejor desempeño para cada sujeto. Por otro lado, el canal 7 es aquel con el menor  $\psi$  por sujeto. En esta figura se puede observar que el valor promedio del canal 1 obtenido con la SVM lineal para todos los sujetos fue de  $0.87 \pm 0.09$ , y con el SWLDA fue de  $0.88 \pm 0.09$ . Adicionalmente, la Figura 4.10 muestra la información detallada de la precisión para el canal 1 para cada sujeto: uno de ellos tuvo un canal con  $\psi = 0.99 \pm 0.02$  con ambos clasificadores; ocho sujetos tuvieron por lo menos un canal con  $\psi \geq 0.9$ ; 17 sujetos tuvieron por lo menos un canal con  $\psi \geq 0.8$  con la SVM lineal y 20 con la SWLDA; 20 sujetos tuvieron un canal con  $\psi \geq 0.7$  con ambos clasificadores. El peor caso fue el sujeto JCR cuyo mejor  $\psi$  fue igual a  $0.59 \pm 0.10$  con la SVM lineal y  $0.57 \pm 0.18$  con el SWLDA. Como mencionamos anteriormente, existe evidencia en la literatura [116] de que este comportamiento puede deberse a que el sujeto estuvo distraído por distintas razones como fatiga, falta de motivación o hambre, sin embargo, queda como trabajo futuro verificar si es el caso para este protocolo.

Como se mencionó en la Sección 4.2.1, el valor promedio del mejor canal para todos los sujetos

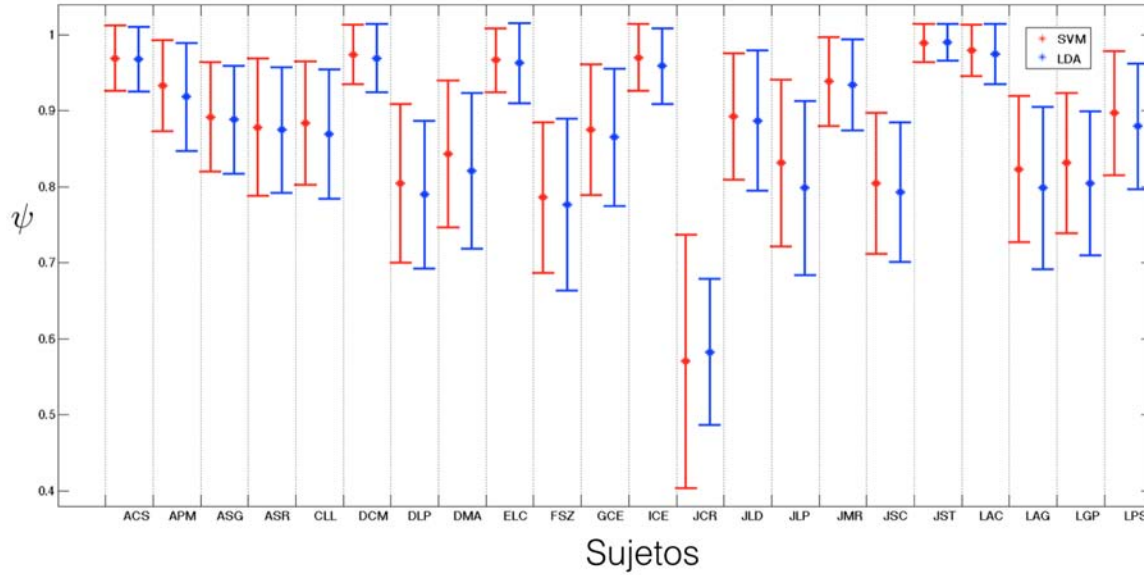


Figura 4.10: Precisión  $\psi$  detallada de los clasificadores SVM lineal y SWLDA para el canal 1 de la Figura 4.9 mediante el uso de nuestro vector de características de forma.

fue  $0.87 \pm 0.10$ , el cual no es diferente del valor promedio del canal 1 clasificado con la SVM lineal y con el SWLDA, el promedio y la desviación estándar tienen una diferencia de 0.01.

### Vector de características de forma vs. vector de características usado por BCI2000

Con el objetivo de evaluar el segundo experimento, usamos un conjunto de datos  $\mathcal{V}$  desbalanceado y no visto con anterioridad. Primero, obtuvimos su vector de características de forma  $\mathbf{v}$  y su vector de características  $\mathbf{v}'$  (como se obtiene con el sistema BCI2000). Después, clasificamos esos vectores con el SWLDA. Dado que el conjunto  $\mathcal{V}$  fue etiquetado, calculamos el porcentaje de detecciones correctas del P300. En este experimento el SWLDA no fue capaz de generar coeficientes útiles con los parámetros dados para dos sujetos cuando se utilizó  $\mathbf{v}'$ . En contraste, sí fue posible generar pesos para todos los sujetos cuando usamos nuestro vector de características  $\mathbf{v}$ . Así, tomando en cuenta los diecinueve sujetos que ambos vectores pudieron solucionar, la detección del P300 usando SWLDA con  $\mathbf{v}$  fue del  $93.15\% \pm 7.17$ , mientras que la detección con  $\mathbf{v}'$  fue de  $83.18\% \pm 9.03$ . Para todos los sujetos, el porcentaje de una correcta clasificación con  $\mathbf{v}$  fue 10% mayor que con  $\mathbf{v}'$  (ver la Figura 4.11).

### Reducción de dimensiones

Por otro lado, evaluamos la reducción de las dimensiones. Para ello, seleccionamos los elementos de  $\mathbf{v}$  mediante el método de regresión por pasos. Observamos que el SWLDA toma máximo 38 características ya que no existen más términos que satisfagan el criterio de inclusión. Sin embargo,

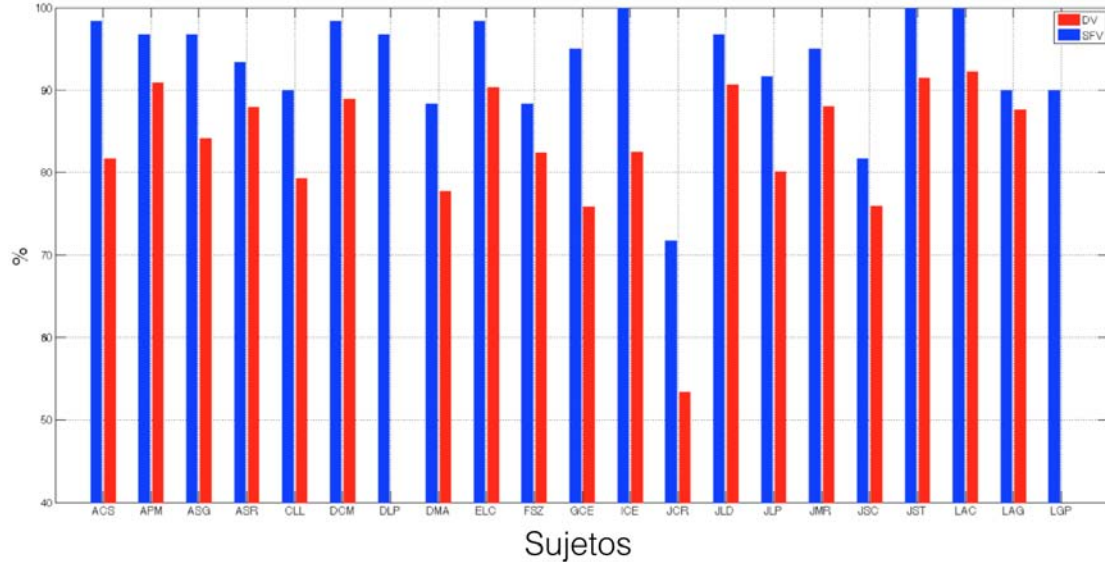


Figura 4.11: Comparación entre los porcentajes de la detección de P300s mediante el uso del vector de características de forma (SFV) y el vector usado por el sistema BCI2000 (DV).

es posible reducir hasta una característica mientras se conserva una precisión de uno por lo menos en un canal; ése fue el caso para nueve sujetos usando el SWLDA y para ocho sujetos usando la SVM lineal.

### Comparación con otros métodos

Finalmente, comparamos otros métodos con el nuestro. El vector de características que proponemos es similar a la primera parte del cuarto vector propuesto por Amini et al. [9] ya que obtenemos características morfológicas. Como se mencionó anteriormente, la idea de que la forma de onda de un P300 sea más parecida a una plantilla de un P300 que una época sin P300 no es nueva. Como se mencionó en la Sección 2.3.3, existe un grupo de algoritmos que implementan la clasificación de correspondencia de plantillas (*template matching classifiers*) que pueden ser usados para la detección de P300s (por ejemplo, ML [67], DTW [30, 109] y Woody [150]). Nosotros consideramos a nuestro método como miembro de este grupo. Nuestro método también es similar al DTW dado que ambos se basan en el cálculo de la pendiente; sin embargo, nuestro método se basa en representar la forma de onda de una señal mediante un código cadena. Adicionalmente, a diferencia de los métodos basados en plantillas artificiales (como los basados en el método de Woody [68]), nosotros generamos una plantilla por cada sujeto con base en sus propias señales registradas con el EEG mediante un método de *Wrapping* que ayudó a tener una clasificación adecuada.

Por otro lado, en la Tabla 4.7 presentamos un análisis de los métodos mostrados en la Tabla 2.1. En este análisis incluimos el número de estimulaciones, de electrodos, de participantes y de características, así como el porcentaje de detección de P300s de cada una.

Nuestro método [8] es similar al de Lindig et al. [88] ya que en ambos casos se integra la reducción del número de estimulaciones y de características en la metodología, la cual se ajusta a las necesidades de los sujetos. Sin embargo, no es claro si Lindig et al. también reducen los canales dado que no lo hacen explícito y no mencionan el método que utilizan para seleccionar las características. Por su parte, Kindermans et al. [66] tienen como objetivo disminuir el número de estimulaciones, sin embargo, lo hacen incorporando a su metodología modelos del lenguaje; esta aproximación puede ser conveniente sólo si el objetivo de la BCI es deletrear una palabra. Tanto en nuestro caso como en el de Lindig et al. no existe esta limitación. Serby et al. [132] también incluyen la reducción de las estimulaciones en su metodología, a diferencia de Atum et al. [11], Acevedo et al. [2], Cecotti et al. [32] y Krusiensky et al. [82, 83] que sólo analizan la tasa de clasificación de su método variando el número de estimulaciones.

Adicionalmente, Atum et al., Acevedo et al., Bostanov et al. [22], Jrad et al. [69], Krusiensky et al. y Peterson et al. [108] presentan metodologías para seleccionar características, sin embargo, a diferencia de nosotros, de Onishi et al. [103] y de Cecotti et al., su metodología no incluye la reducción del número de canales.

Con respecto al porcentaje de detección de P300s, observamos que, excepto en dos casos, el número de sujetos con el que se evaluó cada método es menor que el que usamos nosotros. Además, en la mitad de los casos sólo se incluyó el promedio y no la desviación estándar de la detección. Lo anterior dificulta la comparación entre dichos métodos y el nuestro.

Año	Artículo	NT	NE	NP	NC	%Detección P300	Incluido en la metodología		
							RT	RE	RC
2000	Donchin et al. [37]	15	5	10	32	95	✗	✗	✗
2004	Bostanov et al. [22]	15	64	1	32	82.6	✗	✗	✓
2005	Serby et al. [132]	15	3	6	-	$92.1 \pm 5.21$	✓	✗	✗
2007	Krusiensky et al. [83]	15	64	7	128	$81.8 \pm 9.46$	✗	✗	✓
2008	Krusiensky et al. [82]	15	6	7	45	92.5	✗	✗	✓
2009	Atum et al. [11]	20	6	-	120	85	✗	✗	✓
	Acevedo et al. [2]	20	6	-	32	100	✗	✗	✓
2011	Cecotti et al. [32]	15	8	2	78	$95.5 \pm 8.25$	✗	✓	✓
2012	Onishi et al. [103]	15	11	2	-	92	✗	✓	✓
	Jrad et al. [69]	-	31	8	500	$87.80 \pm 3.63$	✗	✗	✓
	Kindermans et al. [66]	3	10	18	-	89	✓	✗	✗
2013	Peterson et al. [108]	15	10	30	160	$83 \pm 5$	✗	✗	✓
	Lindig et al. [88]	8	10	14	-	$99.29 \pm 2.67$	✓	✗	✓
	Saavedra et al. [123]	2	10	22	-	$56 \pm 14$	✗	✗	✗
2016	Wang Hong et al. [145]	-	-	-	-	88.7	✗	✗	✓
	Alvarado-González et al. [8]	15	7	22	38	$88 \pm 9$	✓	✓	✓

Tabla 4.7: Estado del arte de la extracción y selección de características, así como de los clasificadores usados por la comunidad de BCI para detectar ERP. La nomenclatura de las siglas mostradas en el encabezado indican lo siguiente: NT=Número de estimulaciones, NE= Número de electrodos, NP=Número de participantes, NC=Número de características por canal, RT=Reducción de estimulaciones, RE=Reducción de canales y RC=Reducción de características.

## Capítulo 5

# Caso de estudio: Aplicación en el robot GOLEM-II+

En este capítulo analizaremos el desempeño de nuestra metodología para detectar el símbolo que el sujeto desea comunicar cuando utiliza la matriz de estimulación propuesta por Farwell y Donchin [42]. Adicionalmente, presentaremos la matriz con que proponemos estimular visualmente al sujeto para controlar un robot de servicio doméstico.

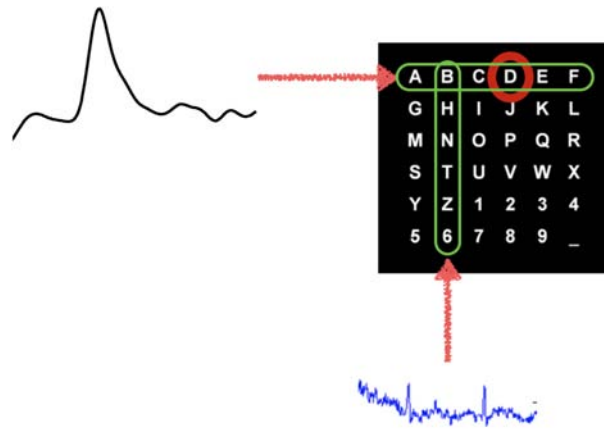
### 5.1. Detección del símbolo a comunicar

Como se mencionó anteriormente, nosotros decidimos estimular al sujeto con el paradigma RC propuesto por Farwell y Donchin [42]. En este paradigma se repite la intensificación aleatoria de todas las filas y las columnas de la matriz. El símbolo objetivo, es decir, aquel que el sujeto quiere comunicar, es aquel que se encuentra en la intersección de una fila y una columna cuando ambas generan un P300 (ver la Figura 5.1).

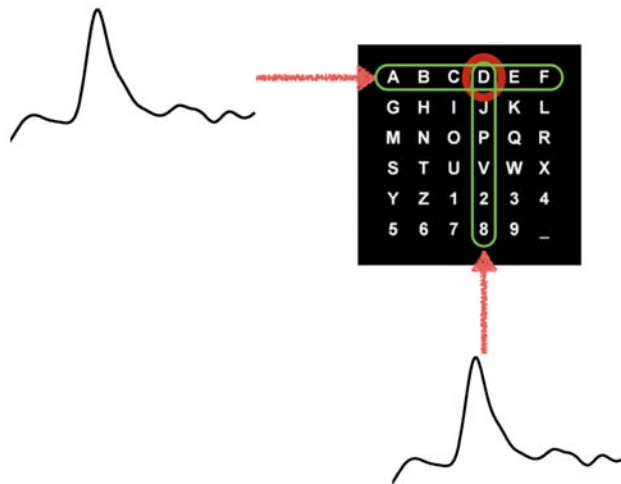
El proceso de detección de símbolos que utilizamos para llevar a cabo nuestros experimentos es el que generalmente se utiliza en la literatura [84], sin embargo, lo ajustamos para que utilice el vector de características de forma y los parámetros seleccionados con el algoritmo de calibración: el conjunto de plantillas ( $\mathcal{B}'$ ), las épocas ( $\mathcal{R}'$ ) y las características  $\mathbf{I}$  y  $\mathbf{W}$  seleccionadas que generan las plantillas para los  $C$  canales  $\mathcal{C}' = \{\text{Fz}, \text{C4}, \text{Cz}, \text{Pz}, \text{PO8}, \text{Oz}, \text{PO7}\}$ , donde  $C = 7$

Durante este proceso seleccionamos las  $K$  épocas etiquetadas con el mismo número de columna o de fila, para cada canal  $c$  y para cada secuencia  $h$ . Al conjunto de épocas etiquetadas con el número uno lo nombramos  $\mathcal{R}_{hc1}$ , a aquel cuyas épocas están etiquetadas con el número dos lo nombramos  $\mathcal{R}_{hc2}$ , y así sucesivamente hasta el conjunto de épocas etiquetadas con  $R$ , al que nombramos  $\mathcal{R}_{hcR}$ , donde  $R$  es el número de filas más el número de columnas de la matriz de estimulación. El número total de épocas para un canal dado  $c$  produce un conjunto  $\mathcal{E}'_{hc}$  (en otras





(a)



(b)

Figura 5.1: Ejemplo de la relación entre la detección del P300 y el símbolo que el sujeto desea seleccionar. Utilizando la matriz de estimulación basada en el paradigma RC. El círculo rojo sobre la matriz indica el símbolo que el sujeto desea seleccionar. Las filas y las columnas marcadas en verde indican aquellas que se asocian con la detección del P300. La figura (a) representa la detección incorrecta de un P300, que se traduce en una mala interpretación de la columna que el sujeto quiere seleccionar. La figura (b) representa la detección correcta del P300 tanto en la fila como en la columna.

palabras  $\mathcal{E}'_{hc} = \mathcal{R}_{hc1} \cup \mathcal{R}_{hc2} \cup \dots \cup \mathcal{R}_{hcR}$ ). Nombramos  $\mathcal{T}$  al conjunto de todas las épocas para todos los canales y todas las secuencias adquiridas durante los experimentos, y puede ser expresado como  $\{\mathcal{E}'_{hc} | 1 \leq c \leq C \text{ y } 1 \leq h \leq H\}$ , donde  $C$  es el número de canales y  $H$  es el número de secuencias.

El algoritmo de detección de símbolos (ver el Algoritmo 3) requiere del parámetro  $S$ , es decir, del número de segmentos en los que se debe dividir la señal ERP (ver la Sección 4.1.4).

---



---

**Algorithm 3 Algoritmo de detección de símbolos**

---



---

```

1: para cada  $h \leftarrow 1$  a  $H$ 
2:   para cada  $c \leftarrow 1$  a  $C$ 
3:     para cada  $r \leftarrow 1$  a  $R$ 
4:        $\mathcal{B} \leftarrow \mathbf{GeneradorSHCC}(\mu(\mathcal{R}_{hcr}, K))$ 
5:        $\mathbf{v}'_{hcr} \leftarrow \mathbf{ExtractorCaracteristicas}(\mathcal{R}'_c, \mathcal{R}_{hcr}, \mathcal{B}'_c, \mathcal{B})$ 
6:     para cada  $c \leftarrow 1$  a  $C$ 
7:        $\widehat{\mathbf{V}}'_{hc} \leftarrow \mathbf{SelectorMejoresCaracteristicas}(\mathbf{i}_c, \mathbf{V}'_{hc})$ 
8:        $\widehat{\mathbf{w}} \leftarrow \mathbf{ProyeccionLineal}(\mathbf{w}'_c, \widehat{\mathbf{V}}'_{hc})$ 
9:        $(\widehat{f}_{hc}, \widehat{c}_{hc}) \leftarrow \mathbf{SelectorFilaColumna}(\widehat{\mathbf{w}})$ 
10: regresa los valores de  $\widehat{\mathbf{F}}$  y  $\widehat{\mathbf{C}}$ 

```

Para todas las filas y las columnas de todos los canales (ver las líneas 2-5), calculamos la promediación coherente del conjunto  $\mathcal{R}_{hcr}$  de  $K$  épocas mediante la ecuación (3.1). Después, transformamos el vector resultante en la cadena  $\mathcal{B}$  usando el SHCC (ver la Sección 3.2.1); éste proceso se lleva a cabo en la línea 4 por el procedimiento **GeneradorSHCC**. La cadena plantilla  $\mathcal{B}'_c$  es comparada con la cadena  $\mathcal{B}$  por cada canal. A partir de esta comparación se obtiene el vector  $\mathbf{v}'_{hcr}$ , el cual representa las características extraídas de  $\mathcal{R}_{hcr}$  y  $\mathcal{B}$  con base en  $\mathcal{R}'_c$  y  $\mathcal{B}'_c$  (ver la línea 5). Lo anterior se lleva a cabo con el procedimiento **ExtractorCaracteristicas**.

Los vectores  $\mathbf{v}'_{hcr}$  permiten la creación de una matriz definida como  $\mathbf{V}'_{hc} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}'_1 \\ \mathbf{v}'_2 \\ \vdots \\ \mathbf{v}'_R \end{bmatrix}$ .

Luego, por cada canal se toman las columnas de la matriz  $\mathbf{V}'_{hc}$  cuyos índices corresponden a los valores de los elementos del vector  $\mathbf{i}_c$ , es decir, a las  $I$  características seleccionadas con el algoritmo de calibración que llevaron a obtener las plantillas más representativas. El resultado es la creación

de la matriz  $\widehat{\mathbf{V}}'_{hc}$  de dimensiones  $R \times I$  definida como  $\widehat{\mathbf{V}}'_{hc} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}'_{i'_c,1} \\ \mathbf{v}'_{i'_c,2} \\ \vdots \\ \mathbf{v}'_{i'_c,R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{v}}'_1 \\ \widehat{\mathbf{v}}'_2 \\ \vdots \\ \widehat{\mathbf{v}}'_R \end{bmatrix}$ .

Este proceso se lleva a cabo por el procedimiento **SelectorMejoresCaracteristicas** (ver la línea 7).

Finalmente, se ponderan las características de  $\widehat{\mathbf{V}}'_{hc}$  con el vector de coeficientes  $\mathbf{w}_c$  de dimensiones  $I \times 1$  como sigue

$$\widehat{\mathbf{w}}_{hc} = \left( \widehat{\mathbf{V}}'_{hc} \mathbf{w}_c \right) = \begin{bmatrix} \widehat{w}_1 \\ \widehat{w}_2 \\ \vdots \\ \widehat{w}_R \end{bmatrix}. \quad (5.1)$$

Para tal fin, usamos el procedimiento **ProyeccionLineal** (ver la línea 8). El resultado es la creación de un vector de dimensiones  $R \times 1$  definido como  $\widehat{\mathbf{w}}$ . El elemento con el valor máximo en  $[\widehat{w}_1, \dots, \widehat{w}_F]^T$  (donde  $F$  indica el número de columnas de la matriz de estimulación) corresponde a la columna  $\widehat{c}_{hc}$  del símbolo que el sujeto desea comunicar, y aquel con el valor máximo en  $[\widehat{w}_{F+1}, \dots, \widehat{w}_R]^T$  corresponde a la fila  $\widehat{f}_{hc}$ . Este proceso se lleva a cabo en la línea 9 por el procedimiento **SelectorFilaColumna**, para todas las plantillas (ver las líneas 6-9). Los vectores resultantes  $\widehat{\mathbf{f}}_h$  y  $\widehat{\mathbf{c}}_h$ , donde  $\widehat{\mathbf{f}}_h = [\widehat{f}_{h1}, \dots, \widehat{f}_{hc}]$  y  $\widehat{\mathbf{c}}_h = [\widehat{c}_{h1}, \dots, \widehat{c}_{hc}]$  (ver la línea 1), permiten la creación de dos matrices de dimensiones  $H \times C$  definidas como

$$\widehat{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} \widehat{f}_{11}, \dots, \widehat{f}_{1c} \\ \widehat{f}_{21}, \dots, \widehat{f}_{2c} \\ \vdots \\ \widehat{f}_{H1}, \dots, \widehat{f}_{Hc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{f}}_1 \\ \widehat{\mathbf{f}}_2 \\ \vdots \\ \widehat{\mathbf{f}}_H \end{bmatrix} \text{ y } \widehat{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \widehat{c}_{11}, \dots, \widehat{c}_{1c} \\ \widehat{c}_{21}, \dots, \widehat{c}_{2c} \\ \vdots \\ \widehat{c}_{H1}, \dots, \widehat{c}_{Hc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{c}}_1 \\ \widehat{\mathbf{c}}_2 \\ \vdots \\ \widehat{\mathbf{c}}_H \end{bmatrix}.$$

El algoritmo regresa los valores de  $\widehat{\mathbf{F}}$  y  $\widehat{\mathbf{C}}$  (ver la línea 10).

### 5.1.1. Resultados y Discusión

El objetivo de los experimentos que presentamos a continuación es analizar el desempeño en la detección de las filas, las columnas y los símbolos que el sujeto quiere comunicar cuando se usan nuestro vector de características de forma, el conjunto de plantillas encontradas con los canales seleccionados y el número óptimo de estimulaciones obtenidas con el algoritmo de calibración.

Para llevar a cabo tales experimentos utilizamos el conjunto de entrenamiento  $\mathcal{T}$  y el conjunto de validación  $\mathcal{V}$  descritos en la Sección 4.1.3, sin embargo, añadiremos la siguiente información. El

conjunto  $\mathcal{T}$  estaba compuesto de dos corridas (ver la Sección 2.1) cada una de las cuales estaba construida con cinco secuencias, mientras que el conjunto  $\mathcal{V}$  estaba compuesto de una corrida construida con seis secuencias. En ambos casos las secuencias estaban compuestas de 15 repeticiones con 12 épocas cada una por cada canal. La razón por la que cada repetición tiene 12 épocas es porque estamos utilizando una matriz de estimulación de  $6 \times 6$ . Esperamos que de las 12 épocas dos de ellas tengan P300s y el resto no. Las dos épocas con P300 corresponden a una fila y a una columna, respectivamente. Ambos conjuntos  $\mathcal{T}$  y  $\mathcal{V}$  estaban etiquetados con la fila o la columna que se intensificó en un momento dado; las columnas estaban etiquetadas en el rango 1 – 6 mientras que las filas lo estaban en el rango 7 – 12.

Para evaluar la detección de las filas seguimos el siguiente procedimiento. Por cada secuencia y por cada canal comparamos el valor de  $\hat{f}_{hc}$ , con su correspondiente etiqueta. Cada vez que los valores coincidían se consideraba como una detección correcta. Al terminar la comparación de todas las secuencias se calcula el porcentaje de detección  $\zeta^F$ . Llevamos a cabo el mismo procedimiento para evaluar la detección de las columnas, comparando los valores de  $\hat{c}_{hc}$  con sus respectivas etiquetas; al porcentaje de detección de las columnas lo llamamos  $\zeta^C$ . Finalmente, la detección del símbolo se consideró correcta si las detecciones tanto en la fila como en la columna fueron correctas; al porcentaje de detección de los símbolos lo llamamos  $\zeta^S$ .

Las tablas que explicamos a continuación reflejan el resultado de aplicar el Algoritmo 3 al conjunto  $\mathcal{T}$  y se leen como sigue. La primera columna indica las iniciales de los sujetos. Los canales están ordenados de mayor a menor precisión por cada sujeto. La última fila muestra el promedio y la desviación estándar (Prom $\pm$ Std) de cada columna.

En la Tabla 5.1 se muestran los porcentajes de detección de las filas  $\zeta^F$ . Podemos observar que el valor promedio de la columna etiquetada como 1 para todos los sujetos fue  $84 \pm 19\%$ . De entre todos los sujetos: cinco tuvieron un valor de  $\zeta^F = 100$ ; nueve tuvieron un valor de  $\zeta^F \geq 93.75$ ; 19 tuvieron un valor de  $\zeta^F \geq 81.25$  y 20 tuvieron un valor de  $\zeta^F \geq 75$ . En dos casos los sujetos tuvieron un valor de  $\zeta^F < 60$  (50 y 56.25, respectivamente).

En la Tabla 5.2 se muestran los porcentajes de detección de las columnas  $\zeta^C$ . Podemos observar que el valor promedio de la columna etiquetada como 1 para todos los sujetos fue  $89 \pm 11\%$ . De entre todos los sujetos: cinco tuvieron un valor de  $\zeta^C = 100$ ; 12 tuvieron un valor de  $\zeta^C \geq 93.75$ ; 19 tuvieron un valor de  $\zeta^C \geq 81.25$  y 20 tuvieron un valor de  $\zeta^C \geq 75$ .

En la Tabla 5.3 se muestran los porcentajes de detección de los símbolos  $\zeta^S$ . Podemos observar que el valor promedio de la columna etiquetada como 1 para todos los sujetos fue  $76 \pm 15\%$ . De entre todos los sujetos: uno tuvo un valor de  $\zeta^S = 100$ ; tres tuvieron un valor de  $\zeta^S \geq 93.75$ ; 11 tuvieron un valor de  $\zeta^S \geq 81.25$  y 14 tuvieron un porcentaje de detección mayor a 75%. En tres casos los sujetos tuvieron un valor de  $\zeta^S < 60$ .

La Figura 5.2 compara gráficamente los promedios de la columna etiquetada como 1 de la Tabla

Sujeto	1	2	3	4	5	6	7
ACS	93.75	87.50	87.50	87.50	87.50	81.25	81.25
APM	87.50	81.25	75.00	68.75	68.75	62.50	62.50
ASG	93.75	87.50	75.00	75.00	75.00	68.75	68.75
ASR	50.00	43.75	43.75	43.75	43.75	37.50	18.75
CLL	56.25	56.25	50.00	50.00	50.00	43.75	43.75
DCM	100	100	93.75	93.75	93.75	75.00	68.75
DLP	81.25	68.75	56.25	50.00	50.00	43.75	37.50
DMA	87.50	62.50	62.50	62.50	62.50	56.25	43.75
ELC	87.50	75.00	75.00	75.00	75.00	68.75	68.75
FSZ	87.50	81.25	81.25	68.75	56.25	50.00	50.00
GCE	93.75	87.50	81.25	81.25	75.00	75.00	75.00
ICE	100	93.75	93.75	87.50	87.50	81.25	68.75
JCR	93.75	87.50	87.50	81.25	81.25	75.00	62.50
JLD	87.50	87.50	81.25	81.25	75.00	75.00	75.00
JLP	75.00	75.00	68.75	68.75	68.75	68.75	62.50
JMR	100	93.75	93.75	87.50	87.50	75.00	75.00
JSC	87.50	81.25	62.50	62.50	56.25	56.25	31.25
JST	100	100	100	100	100	93.75	93.75
LAC	100	100	100	100	93.75	93.75	81.25
LAG	87.50	87.50	87.50	75.00	68.75	62.50	56.25
LGP	87.50	87.50	75.00	68.75	56.25	50.00	50.00
LPS	87.50	81.25	81.25	75.00	75.00	75.00	68.75
Prom±Std	84±19	79±19	75±19	72±19	70±19	65±18	60±20

Tabla 5.1: En esta tabla se muestra el porcentaje de la asociación correcta entre la fila esperada y el P300 detectado en el conjunto de entrenamiento  $\mathcal{T}$  de 22 sujetos. La primera columna indica las iniciales de los sujetos. Los canales están ordenados de mayor a menor precisión por cada sujeto. La última fila muestra el promedio y la desviación estándar (Prom±Std) de cada columna.

Sujeto	1	2	3	4	5	6	7
ACS	93.75	87.50	87.50	81.25	81.25	81.25	68.75
APM	100	100	93.75	87.50	87.50	81.25	81.25
ASG	93.75	87.50	87.50	87.50	81.25	81.25	81.25
ASR	81.25	75.00	75.00	75.00	68.75	62.50	56.25
CLL	75.00	62.50	62.50	56.25	56.25	50.00	50.00
DCM	93.75	81.25	81.25	81.25	75.00	75.00	68.75
DLP	62.50	56.25	56.25	56.25	56.25	50.00	31.25
DMA	100	87.50	87.50	68.75	68.75	68.75	31.25
ELC	100	93.75	93.75	93.75	93.75	93.75	87.50
FSZ	87.50	87.50	87.50	75.00	68.75	62.50	56.25
GCE	100	93.75	87.50	87.50	87.50	81.25	81.25
ICE	87.50	87.50	87.50	81.25	75.00	68.75	43.75
JCR	93.75	62.50	62.50	62.50	62.50	37.50	37.50
JLD	81.25	68.75	68.75	62.50	62.50	62.50	37.50
JLP	81.25	68.75	56.25	56.25	50.00	50.00	50.00
JMR	93.75	87.50	81.25	81.25	62.50	62.50	56.25
JSC	93.75	81.25	81.25	81.25	68.75	62.50	37.50
JST	100	100	100	93.75	87.50	87.50	81.25
LAC	93.75	93.75	87.50	87.50	75.00	75.00	62.50
LAG	68.75	68.75	68.75	56.25	37.50	37.50	25.00
LGP	87.50	87.50	87.50	68.75	50.00	37.50	31.25
LPS	81.25	75.00	62.50	62.50	56.25	50.00	43.75
Prom±Std	89±11	82±13	79±13	75± 13	69±14	65±17	55±20

Tabla 5.2: En esta tabla se muestra el porcentaje de la asociación correcta entre la columna esperada y el P300 detectado en el conjunto de entrenamiento  $\mathcal{T}$  de 22 sujetos. La primera columna indica las iniciales de los sujetos. Los canales están ordenados de mayor a menor precisión por cada sujeto. La última fila muestra el promedio y la desviación estándar (Prom±Std) de cada columna.

Sujeto	1	2	3	4	5	6	7
ACS	87.50	75.00	75.00	75.00	75.00	68.75	56.25
APM	87.50	81.25	68.75	62.50	56.25	56.25	56.25
ASG	81.25	68.75	68.75	62.50	62.50	56.25	56.25
ASR	50.00	37.50	37.50	37.50	31.25	31.25	12.50
CLL	43.75	43.75	37.50	37.50	25.00	25.00	25.00
DCM	93.75	81.25	75.00	75.00	68.75	56.25	50.00
DLP	50.00	43.75	31.25	25.00	25.00	25.00	12.50
DMA	87.50	50.00	43.75	43.75	43.75	43.75	31.25
ELC	81.25	75.00	68.75	68.75	68.75	68.75	56.25
FSZ	75.00	75.00	68.75	50.00	37.50	31.25	25.00
GCE	87.50	81.25	81.25	68.75	68.75	68.75	62.50
ICE	87.50	81.25	75.00	75.00	62.50	56.25	37.50
JCR	75.00	56.25	50.00	50.00	50.00	31.25	12.50
JLD	68.75	62.50	62.50	62.50	50.00	50.00	37.50
JLP	68.75	62.50	50.00	43.75	43.75	37.50	37.50
JMR	87.50	81.25	75.00	75.00	50.00	37.50	37.50
JSC	75.00	56.25	50.00	37.50	37.50	31.25	31.25
JST	100	100	93.75	93.75	87.50	81.25	81.25
LAC	93.75	93.75	81.25	81.25	75.00	62.50	56.25
LAG	62.50	62.50	62.50	43.75	25.00	18.75	6.25
LGP	68.75	56.25	43.75	37.50	37.50	25.00	18.75
LPS	68.75	62.50	62.50	50.00	43.75	43.75	37.50
Prom±Std	76±15	68±16	62±17	57±18	51±18	46±18	38±20

Tabla 5.3: En esta tabla se muestra el porcentaje de la asociación correcta entre el símbolo esperado y el P300 detectado en el conjunto de entrenamiento  $\mathcal{T}$  de 22 sujetos. La primera columna indica las iniciales de los sujetos. Los canales están ordenados de mayor a menor precisión por cada sujeto. La última fila muestra el promedio y la desviación estándar (Prom±Std) de cada columna.

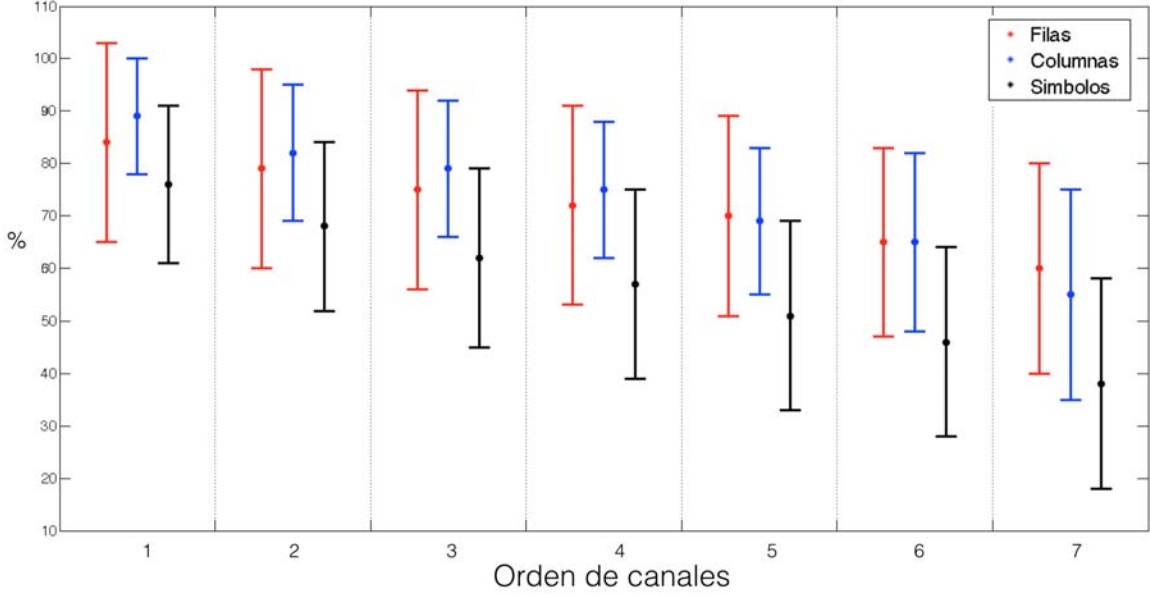


Figura 5.2: Lista de canales ordenados por porcentaje (%), donde los valores etiquetados como 1 y 7 corresponden a los canales de la Tabla 5.1 con el mejor y peor desempeño, respectivamente, para cada sujeto (el canal no es necesariamente el mismo para todos los casos).

5.1 correspondiente a las filas (rojo), la Tabla 5.2 correspondiente a las columnas (azul) y la Tabla 5.3 correspondiente a los símbolos (negro).

Adicionalmente, debido a que el conjunto  $\mathcal{T}$  lo utilizamos para generar la calibración, decidimos hacer el análisis anteriormente descrito también con el conjunto de validación  $\mathcal{V}$ . Las tablas que explicamos a continuación reflejan el resultado de aplicar el Algoritmo 3 al conjunto  $\mathcal{V}$ .

En la Tabla 5.4 se muestran los porcentajes de detección de las filas  $\zeta^F$ . Podemos observar que el valor promedio de la columna etiquetada como 1 para todos los sujetos fue  $86 \pm 16\%$ . De entre todos los sujetos: 11 tuvieron un porcentaje de detección del 100% y 18 tuvieron un valor de  $\zeta^F \geq 80$ .

En la Tabla 5.5 se muestran los porcentajes de detección de las columnas  $\zeta^C$ . Podemos observar que el valor promedio de la columna etiquetada como 1 para todos los sujetos fue  $92 \pm 13\%$ . De entre todos los sujetos: 15 tuvieron un porcentaje de detección del 100% y 20 tuvieron un valor de  $\zeta^C \geq 80$ .

En la Tabla 5.6 se muestran los porcentajes de detección de los símbolos  $\zeta^S$ . Podemos observar que el valor promedio de la columna etiquetada como 1 para todos los sujetos fue  $76 \pm 20\%$ . De entre todos los sujetos: siete tuvieron un porcentaje de detección del 100% y 13 tuvieron un valor de  $\zeta^S \geq 80$ . En dos casos los sujetos tuvieron un valor de  $\zeta^S = 40$ .

La Figura 5.3 compara gráficamente los promedios de la columna etiquetada como 1 de la Tabla 5.4 correspondiente a las filas (rojo), la Tabla 5.5 correspondiente a las columnas (azul) y la Tabla 5.6 correspondientes a los símbolos (negro).

Finalmente, identificamos que en algunos casos en los que esperábamos P300s en cierta fila o



Sujeto	1	2	3	4	5	6	7
ACS	100	100	100	80	80	80	40
APM	60	60	60	60	60	60	40
ASG	100	80	80	80	80	80	80
ASR	80	80	80	60	40	20	0
CLL	80	80	80	80	80	60	60
DCM	100	100	100	100	100	80	80
DLP	100	80	80	80	80	80	60
DMA	80	80	80	80	80	60	40
ELC	100	80	80	80	80	80	60
FSZ	60	60	40	40	20	20	0
GCE	60	60	60	60	60	40	20
ICE	100	100	100	100	100	100	80
JCR	60	60	40	20	20	20	0
JLD	80	80	80	60	60	60	40
JLP	100	80	80	60	40	40	0
JMR	100	80	80	80	80	60	60
JSC	80	60	60	40	40	20	0
JST	100	100	100	100	100	100	100
LAC	100	100	100	100	100	100	100
LAG	80	80	80	80	60	40	20
LGP	100	80	80	60	60	40	40
LPS	80	80	80	80	60	60	20
Prom±Std	86±16	80±14	78±17	72±21	67±24	59±27	48±33

Tabla 5.4: En esta tabla se muestra el porcentaje de la correcta asociación entre la fila esperada y el P300 detectado en el conjunto de validación  $\mathcal{V}$  de 22 sujetos. La primera columna indica las iniciales de los sujetos. Los canales están ordenados de mayor a menor precisión por cada sujeto. La última fila muestra el promedio y la desviación estándar (Prom±Std) de cada columna.

Sujeto	1	2	3	4	5	6	7
ACS	100	80	80	60	60	60	40
APM	100	100	100	100	100	100	80
ASG	80	80	80	80	40	40	40
ASR	100	100	80	80	80	60	60
CLL	100	100	80	80	80	60	60
DCM	100	100	100	100	100	80	80
DLP	80	80	80	60	60	40	20
DMA	80	80	80	60	60	60	40
ELC	100	100	100	100	100	100	80
FSZ	80	80	60	60	60	20	20
GCE	100	100	100	80	80	80	60
ICE	100	100	100	80	80	80	40
JCR	60	60	40	40	40	40	20
JLD	100	80	80	60	60	60	20
JLP	100	100	80	80	60	60	60
JMR	100	100	100	100	100	80	60
JSC	80	80	60	60	40	40	20
JST	100	100	100	100	100	100	80
LAC	100	100	100	80	80	80	80
LAG	60	40	40	40	40	20	20
LGP	100	100	100	80	80	60	40
LPS	100	80	80	80	60	60	60
Prom±Std	92±13	88±16	83±19	76±19	71±21	63 ±23	49±23

Tabla 5.5: En esta tabla se muestra el porcentaje de la correcta asociación entre la columna esperada y el P300 detectado en el conjunto de validación  $\mathcal{V}$  de 22 sujetos. La primera columna indica las iniciales de los sujetos. Los canales están ordenados de mayor a menor precisión por cada sujeto. La última fila muestra el promedio y la desviación estándar (Prom±Std) de cada columna.

Sujeto	1	2	3	4	5	6	7
ACS	100	80	80	60	60	40	40
APM	60	60	60	60	60	60	40
ASG	80	60	60	60	20	20	20
ASR	80	60	40	40	20	20	0
CLL	80	60	60	60	40	40	40
DCM	100	100	100	100	80	80	60
DLP	60	60	60	60	40	40	0
DMA	60	60	40	40	40	40	0
ELC	100	80	80	80	80	80	60
FSZ	40	40	20	20	0	0	0
GCE	60	60	60	60	60	40	0
ICE	100	100	100	80	80	80	40
JCR	40	40	20	0	0	0	0
JLD	80	60	60	40	40	40	0
JLP	100	80	60	60	40	20	0
JMR	80	80	80	80	80	60	20
JSC	60	40	20	20	0	0	0
JST	100	100	100	100	100	100	80
LAC	100	100	100	80	80	80	80
LAG	60	40	40	40	40	20	0
LGP	60	60	60	60	40	40	20
LPS	80	60	60	40	40	40	20
Prom±Std	76±20	67±20	62±25	56 ±25	47±29	43 ±29	24 ±27

Tabla 5.6: En esta tabla se muestra el porcentaje de la correcta asociación entre el símbolo esperado y el P300 detectado en el conjunto de validación  $\mathcal{V}$  de 22 sujetos. La primera columna indica las iniciales de los sujetos. Los canales están ordenados de mayor a menor precisión por cada sujeto. La última fila muestra el promedio y la desviación estándar (Prom±Std) de cada columna.

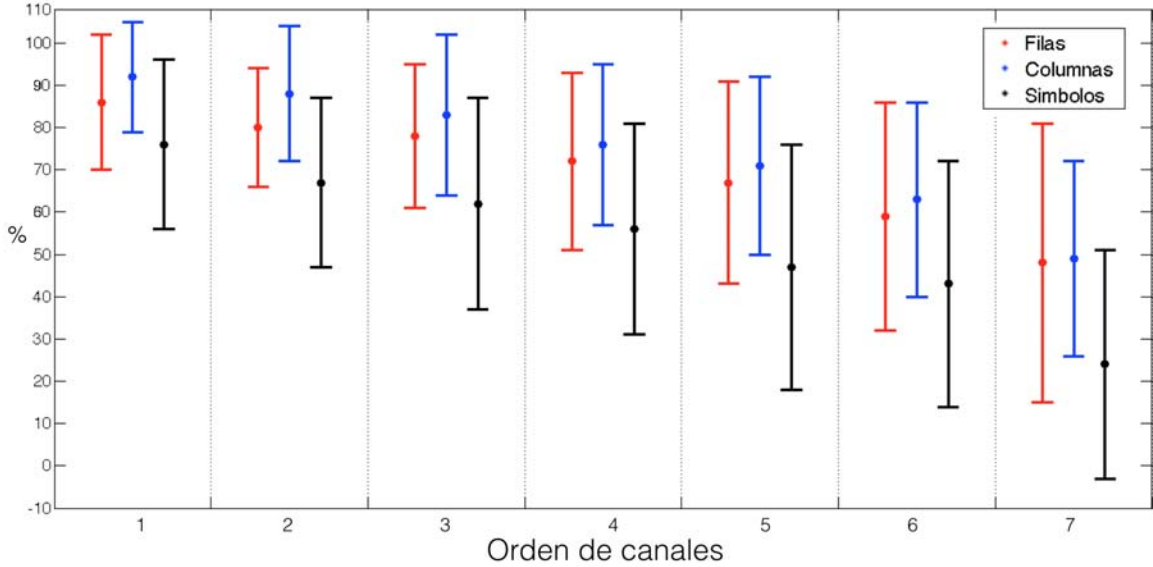


Figura 5.3: Lista de canales ordenados por porcentaje (%), donde los valores etiquetados como 1 y 7 corresponden a los canales de la Tabla 5.4 con el mejor y peor desempeño, respectivamente, para cada sujeto (el canal no es necesariamente el mismo para todos los casos).

columna, nuestra metodología los detectaba una fila o columna contigua. Este error es consecuencia del llamado error de distracción por adyacencia mencionado en la Sección 2.1.

## 5.2. Matriz de estimulación

Como mencionamos anteriormente, otra de nuestras aportaciones es una matriz de estimulación visual basado en el paradigma RC. Las dimensiones de ésta son de  $4 \times 3$  y sus elementos son íconos que representan una actividad que el robot debe llevar a cabo (ver la Figura 5.4). La elección del número de dimensiones de la matriz está basada en conservar un equilibrio entre la cantidad de íconos más adecuada para estimular al sujeto (de acuerdo con lo que reportamos en la Sección 2.1) y las tareas que puede llevar a cabo el robot GolemII+ [111] al momento de publicar este trabajo. Los íconos de la matriz le permiten al sujeto pedirle al robot que lleve a cabo tareas de alto nivel como que se dirija a un lugar, que busque un objeto o que siga o busque a una persona.

La primera fila agrupa alimentos y bebidas: sus elementos son imágenes de una galleta, un plato de cereal y un refresco. La segunda fila agrupa lugares de la casa; sus elementos son imágenes de una estufa, un sillón y una cama. La tercera fila agrupa los rostros de tres personas. La cuarta fila agrupa servicios; sus elementos son imágenes de un teléfono, una televisión y medicinas.



Figura 5.4: Matriz de estimulación propuesta.

ID	Edad (años)	Sexo	Sueño (hrs.)
MPG	30	Masculino	6
HOC	39	Masculino	7
CVL	35	Femenino	8

Tabla 5.7: Condiciones en las que se presentaron los sujetos de estudio para la realización de los experimentos.

### 5.2.1. Diseño experimental

#### Participantes

Para nuestros experimentos utilizamos las señales del EEG de 1 mujer y 2 hombres en sus treintas sin condiciones neurológicas patológicas reportadas. Todos con grado de maestría y con experiencia previa en el uso de BCIs. Ninguno de ellos es fumador ni se estaba medicando. En la Tabla 5.7 se muestra un resumen con algunas características relevantes acerca de los sujetos que participaron en el estudio.

#### Descripción de la tarea y extracción de señales ERP

La pantalla de la computadora se dividió en dos secciones. En la esquina superior izquierda de la pantalla se desplegó un número o las tres primeras letras del abecedario que se asociaron a los símbolos a ser deletreados para fines de experimentación, ver la Figura 5.4. El símbolo a ser deletreado se mostró entre paréntesis al final del conjunto de símbolos. En el resto de la pantalla se desplegó la matriz de estimulación descrita anteriormente.

Los participantes MPG y HOC se sentaron frente a una computadora ubicada en una habitación

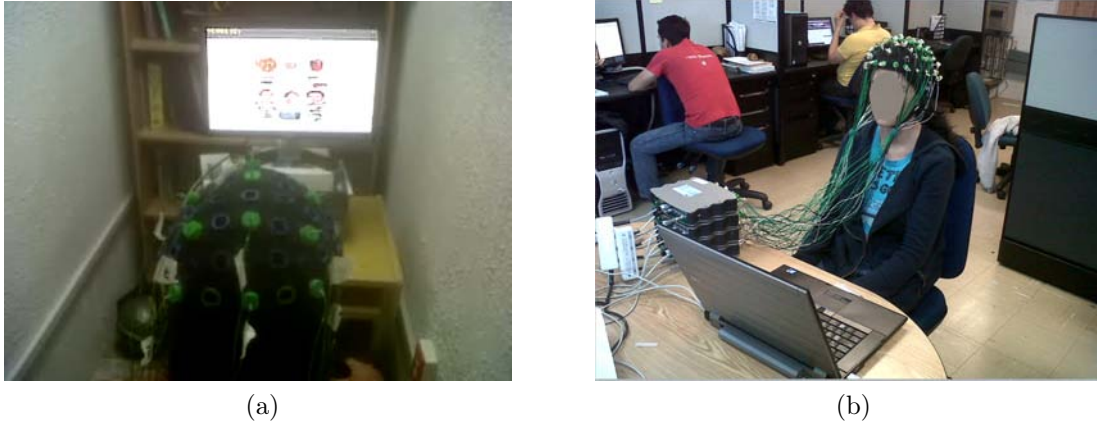


Figura 5.5: Ubicación de los sujetos durante los experimentos. Los experimentos se llevaron a cabo en (a) una habitación angosta y (b) en el centro del laboratorio, en un espacio más amplio que la habitación.

angosta, ver la Figura 5.5(a), mientras que el sujeto CVL se sentó en un escritorio en el centro del laboratorio con más espacio a su alrededor, ver la Figura 5.5(b).

Los sujetos MPG y HOC fueron estimulados con una matriz con fondo blanco cuyas filas y columnas fueron resaltadas con fondo gris, ver la Figura 5.6(a). El segundo sujeto mencionó que el fondo blanco le lastimaba la vista y cambió el contraste del monitor durante los experimentos. Por esta razón, el sujeto CVL fue estimulado con una matriz con fondo negro cuyas filas y columnas fueron resaltadas sustituyendo los símbolos por fondo negro, ver la Figura 5.6(b).

Se le pidió a los 3 participantes que deletrearán tres corridas de símbolos conocidos *a priori* dos veces cada una. De cada participante (excepto del participante MPG del que hablaremos más adelante) se adquirieron y procesaron 3,360 señales del EEG como se explicó en la sección 4.1.2, con las que se formó un conjunto  $\mathcal{E}_A$ . Las señales del conjunto  $\mathcal{E}_A$  fueron distribuidas entre el conjunto de entrenamiento  $\mathcal{T}_A$  y el conjunto de prueba  $\mathcal{V}_A$ .

El conjunto  $\mathcal{T}_A$  consistió de 600 señales del EEG que potencialmente contenían P300s (es decir,  $P = 600$ ) y 1,500 señales del EEG sin P300s (es decir,  $N = 1,500$ ). El conjunto  $\mathcal{V}_A$  contenía 360 señales con P300s (es decir,  $P' = 360$ ) y 900 sin P300s (es decir,  $N' = 900$ ).

El sujeto MPG tuvo un ataque de ansiedad a la mitad de los experimentos, tal vez por estar en la habitación angosta, por lo que únicamente se pudo obtener un conjunto  $\mathcal{T}_A$  con 300 señales del EEG que potencialmente contenían P300s (es decir,  $P = 300$ ) y 750 señales del EEG sin P300s (es decir,  $N = 750$ ).

Los parámetros de estimulación, la colocación de los electrodos, el preprocesamiento de las señales y los parámetros generales de la configuración del sistema BCI2000 son iguales a los descritos en la Sección 4.1.3, excepto por el tamaño de la matriz de símbolos.



(a)



(b)

Figura 5.6: Parámetros de la matriz de estimulación. Algunos sujetos fueron estimulados con (a) una matriz con fondo blanco cuyas filas y columnas se resaltaron con fondo gris, o (b) una matriz con fondo negro cuyas filas y columnas se resaltaron sustituyendo los símbolos por fondo negro.

### 5.2.2. Resultados y Discusión

El objetivo de los experimentos que presentamos a continuación es evaluar el desempeño de nuestra metodología para detectar *i)* las épocas con P300s cuando el sujeto es estimulado con la matriz que proponemos con distintos parámetros y en distintos ambientes, y *ii)* las filas, las columnas y los símbolos que el sujeto quiere comunicar con la matriz de estimulación que proponemos. Debido a que únicamente probamos el funcionamiento de la matriz con algunos sujetos, los resultados únicamente nos dan un indicio de las condiciones de experimentación y los parámetros de estimulación que podrían ser los más adecuados.

#### Algoritmo de calibración

De manera similar a como se hizo en la Sección 4.2, fijamos los valores de los parámetros  $A$  y  $S$  en 180 y 16, respectivamente, para analizar el desempeño del algoritmo de calibración. También fijamos el número de estimulaciones  $K$  en 15 y el número de canales  $C$  en 7, ya que, aunque adquirimos las señales como se definió en la Sección 4.1.2 únicamente tomamos la información de los canales Fz, C4, Cz, Pz, PO8, Oz y PO7, por las razones discutidas en la Sección 4.2.1.

En las Tablas 5.8a y 5.8b mostramos para cada sujeto el promedio de AUROC  $\phi$  calculado con (4.1) y la desviación estándar, resultado de la validación cruzada del algoritmo de calibración. La lectura de las tablas es como sigue. La primera columna indica las iniciales de los sujetos. Los

canales están ordenados de mayor a menor valor de AUROC por cada sujeto, esto es, la columna etiquetada como 1 muestra los canales con los que se obtuvo la mayor precisión en la clasificación, mientras que la columna etiquetada como 7 muestra aquellos con la menor precisión. Debido a que con cada sujeto se tuvieron distintas condiciones de experimentación, no calculamos el promedio y la desviación estándar de los resultados.

Por los inconvenientes que se presentaron en la adquisición de las señales del sujeto MPG, decidimos dividir los datos de los sujetos CVL y HOC. De manera que se pudieran comparar los resultados generados con la misma cantidad de información para los tres sujetos. Para ambos casos tomamos dos subconjuntos de  $\mathcal{T}_A$ :  $\mathcal{T}_A^1$  y  $\mathcal{T}_A^2$ , cada uno consistió en 300 señales del EEG que potencialmente contenían P300s (es decir,  $P = 300$ ) y 750 señales del EEG sin P300s (es decir,  $N = 750$ ). Para analizar ambos subconjuntos fijamos el valor  $U$  (ver la línea 3 del Algoritmo 2) en  $U = \lfloor \frac{P-A}{K} \rfloor = \lfloor \frac{300-180}{15} \rfloor = 8$ .

Los resultados reportados de la Tabla 5.8a corresponden a los datos del subconjunto  $\mathcal{T}_A^1$  de los sujetos CVL y HOC y del conjunto  $\mathcal{T}_A$  del sujeto MPG. Mientras que los reportados en la Tabla 5.8b corresponden al subconjunto  $\mathcal{T}_A^2$  para los sujetos CVL y HOC.

Podemos observar que en ambas tablas los valores de  $\phi$  son mejores para el sujeto CVL que para los otros sujetos: los dos mejores canales tuvieron un valor de  $\phi$  igual o muy cercano a 1 ( $0.99 \pm 0.01$  y  $0.98 \pm 0.02$ , respectivamente), cuatro canales tuvieron valores de  $\phi \geq 0.93$  y todos los canales tuvieron valores de  $\phi \geq 0.86$ . Mientras que los otros sujetos tuvieron valores de  $\phi \leq 0.68$  en todos los canales.

### Validación de la calibración

De manera similar a como se hizo en la Sección 4.2.2, para llevar a cabo el proceso de validación se utilizaron los parámetros seleccionados con el algoritmo de calibración en la etapa anterior: el conjunto de plantillas  $\mathcal{B}'$ , las épocas que generaron las plantillas  $\mathcal{R}'$  y las mejores características  $\mathbf{I}$  y  $\mathbf{W}$  para los canales  $\mathcal{C}' = \{Fz, C4, Cz, Pz, PO8, Oz, PO7\}$ .

Para evaluar el desempeño del clasificador extrajimos un subconjunto balanceado  $\mathcal{B}_V$  del conjunto de validación  $\mathcal{V}_A$ ; el conjunto  $\mathcal{B}_V$  está compuesto de las  $D$  señales disponibles etiquetadas como P300, y las  $D$  señales, aleatoriamente seleccionadas, etiquetadas como sin P300, donde  $D = \lfloor \frac{P'}{K} \rfloor = \lfloor \frac{360}{15} \rfloor = 24$ . Después, obtuvimos el vector de características de forma  $\mathbf{v}$  de  $\mathcal{B}_V$ . Finalmente, clasificamos tales vectores con el SWLDA. Aplicamos una matriz de confusión para analizar el desempeño de ambos clasificadores. La precisión resultante  $\psi$  se calculó con la ecuación (4.2).

En la Tabla 5.9 mostramos la precisión del clasificador para los sujetos CVL y HOC. Las columnas del 1-7 corresponden al orden descendente del desempeño de las características seleccionadas; las cuales incluyen información de todos los canales. Donde las características de la columna etiquetada como 1 fueron obtenidas con la plantilla del canal con el mejor desempeño para cada sujeto. Por otro lado, la columna etiquetada como 7 es aquel con el menor  $\psi$  por sujeto. Como puede observarse,



Sujeto	1		2		3		4		5		6		7	
CVL	PO7	0.99±0.01	Oz	0.98±0.02	PO8	0.96±0.04	Pz	0.93±0.07	Cz	0.88±0.07	Fz	0.87±0.07	C4	0.86±0.09
HOC	Oz	0.60 ± 0.14	PO7	0.59 ± 0.14	PO8	0.55 ± 0.20	Cz	0.48 ± 0.13	Fz	0.48 ± 0.16	Pz	0.45 ± 0.13	C4	0.43 ± 0.14
MPG	Cz	0.68±0.15	PO7	0.60± 0.14	Fz	0.56±0.16	C4	0.55±0.14	PO8	0.55±0.16	Pz	0.52±0.17	Oz	0.50± 0.14

(a) Información generada con el conjunto  $\mathcal{T}_A^1$  para CVL y HOC  $\mathcal{T}_A$  para MPG.

Sujeto	1		2		3		4		5		6		7	
CVL	PO7	0.99±0.01	Oz	0.98±0.02	Pz	0.98±0.02	PO8	0.98±0.02	Cz	0.95±0.05	Fz	0.94±0.06	C4	0.92±0.07
HOC	Oz	0.67±0.10	PO8	0.59±0.18	Pz	0.56±0.11	Cz	0.55±0.13	PO7	0.54±0.15	Fz	0.50±0.13	C4	0.49±0.12

(b) Información generada con el conjunto  $\mathcal{T}_A^2$ .

Tabla 5.8: En esta tabla se muestran el promedio y la desviación estándar de la precisión en la clasificación  $\phi$  resultado de aplicar el algoritmo de calibración al conjunto de entrenamiento  $\mathcal{T}_A$  de 3 sujetos. La primera columna indica las iniciales de los sujetos. Los canales están ordenados de mayor a menor precisión por cada sujeto.

Sujeto	1	2	3	4	5	6	7
CVL	1	1	1	1	1	1	0.95
HOC	0.75	0.70	0.60	0.60	0.60	0.55	0.55

Tabla 5.9: Desempeño del clasificador SWLDA para los sujetos CVL y HOC. La columna etiquetada como 1 corresponde al desempeño de las características seleccionadas; las cuales incluyen información de todos los canales. Tales características fueron obtenidas con la plantilla del canal con el mejor desempeño para cada sujeto. Por otro lado, la columna etiquetada como 7 es aquella con el menor valor de precisión  $\psi$  por sujeto.

el sujeto CVL tuvo el mejor desempeño: seis canales tuvieron un valor  $\psi = 1$  y uno tuvo un valor  $\psi = 0.95$ . Mientras que el sujeto HOC tuvo dos canales con  $\psi \geq 0.7$ , tres con  $\psi = 0.6$  y dos con  $\psi = 0.55$ .

### Detección del símbolo a comunicar

El objetivo de los experimentos que presentamos a continuación es analizar el desempeño de nuestra metodología para detectar las filas, las columnas y los símbolos que el sujeto quiere comunicar con la matriz de estimulación que proponemos.

Para llevar a cabo nuestros experimentos utilizamos el conjunto de entrenamiento  $\mathcal{T}_A$  y el conjunto de validación  $\mathcal{V}_A$  descritos en la Sección 5.2.1, sin embargo, añadiremos la siguiente información: el conjunto  $\mathcal{T}_A$  estaba compuesto de cuatro corridas, cada una de las cuales estaba construida con cinco secuencias, ver la Sección 2.1, mientras que el conjunto  $\mathcal{V}_A$  estaba compuesto de dos corridas construidas con seis secuencias cada una. Debido a que las filas y las columnas de la matriz se intensificaron aleatoriamente 15 veces por cada símbolo, en ambos conjuntos las secuencias estaban compuestas de 15 épocas.

Ya que estamos utilizando una matriz de estimulación de  $4 \times 3$ , cada época se construye con siete señales del EEG: dos de ellas con P300s y cinco sin P300s. Cada señal con P300 corresponde a una fila y a una columna, respectivamente. Se espera que el símbolo que resulte de la intersección de éstas corresponda al símbolo objetivo. Ambos conjuntos fueron etiquetados con la fila o la columna que se intensificó en un momento dado; las columnas fueron etiquetadas en el rango del 1 al 3 mientras que las filas lo estaban en el rango del 4 al 7.

Adicionalmente, aplicamos el Algoritmo 3 (explicado en la Sección 5.1) y seguimos el mismo procedimiento de evaluación descrito en la Sección 5.1.1.

En la Tabla 5.10 reportamos el porcentaje de detección de filas, columnas y símbolos para el conjunto  $\mathcal{T}_A$ . Se puede observar que en todos los casos el sujeto CVL tiene un mejor desempeño que el sujeto HOC: con respecto a las filas, tres canales tienen un valor de  $\zeta^F = 70$  y el resto de ellos tienen un valor de  $\zeta^F = 65$ ; con respecto a las columnas, un canal tiene un valor de  $\zeta^C = 85$ , tres canales tienen un valor de  $\zeta^C = 80$  y los tres restantes de  $\zeta^C = 75$ ; con respecto al símbolo, tres canales tienen un valor de  $\zeta^S = 70$ , tres de  $\zeta^S = 65$  y uno de  $\zeta^S = 60$ . Mientras que el sujeto HOC

Sujeto		1	2	3	4	5	6	7
CVL	Fila	70	70	70	65	65	65	65
	Columna	85	80	80	80	75	75	75
	Símbolo	70	70	70	65	65	65	60
HOC	Fila	50	45	40	40	40	20	20
	Columna	50	50	45	45	30	30	25
	Símbolo	20	15	15	15	15	15	10

Tabla 5.10: En esta tabla se muestra el porcentaje de la correcta asociación entre el símbolo esperado y el P300 detectado en el conjunto de entrenamiento  $\mathcal{T}_A$ . Los canales están ordenados de mayor a menor precisión por cada sujeto.

Sujeto		1	2	3	4	5	6	7
CVL	Fila	66.67	66.67	66.67	66.67	66.67	58.33	58.33
	Columna	75	75	75	66.67	66.67	66.67	66.67
	Símbolo	66.67	66.67	66.67	66.67	66.67	58.33	41.67
HOC	Fila	33.33	33.33	33.33	25	16.67	8.33	8.33
	Columna	58.33	58.33	41.67	33.33	25	25	25
	Símbolo	16.67	16.67	8.33	8.33	0	0	0

Tabla 5.11: En esta tabla se muestra el porcentaje de la correcta asociación entre el símbolo esperado y el P300 detectado en el conjunto de validación  $\mathcal{V}_A$ . Los canales están ordenados de mayor a menor precisión por cada sujeto.

tiene un porcentaje de detección máximo en filas y columnas igual a 50% y en símbolos igual a 20%.

Debido a que el conjunto  $\mathcal{T}_A$  lo utilizamos para generar la calibración, decidimos hacer el análisis anteriormente descrito también con el conjunto de validación  $\mathcal{V}_A$  el cual reportamos en la Tabla 5.11. Se puede observar que en todos los casos el sujeto CVL tiene un mejor desempeño que el sujeto HOC: con respecto a las filas, cinco canales tienen un valor de  $\zeta^F = 66.67$  y dos de ellos tienen un valor de  $\zeta^F = 58.33$ ; con respecto a las columnas, tres canales tiene un valor de  $\zeta^C = 75$  y cuatro canales tienen un valor de  $\zeta^C = 66.67$ ; con respecto al símbolo, cinco canales tienen un valor de  $\zeta^S = 66.67$  y dos de ellos tienen un valor de  $\zeta^S \leq 58.33$ . Mientras que el sujeto HOC tiene un porcentaje de detección en filas  $\zeta^F \leq 33.33$ , en columnas  $\zeta^C \leq 58.33$  y en símbolos  $\zeta^S \leq 16.67$ .

Podemos observar que la detección de las columnas es mayor que la de las filas en todos nuestros experimentos. También identificamos que, al igual que con la matriz de delecteo, en algunos casos en los que esperábamos P300s en cierta fila o columna, nuestra metodología los detectaba una fila o columna contigua.

Lo anterior puede ser consecuencia del llamado error de distracción por adyacencia mencionado en la Sección 2.1. Sospechamos que por el orden en que leemos, es decir, una fila detrás de otra, el error de distracción por adyacencia se incrementa cuando la adyacencia es entre filas.

## Capítulo 6

# Conclusiones

En este capítulo presentaremos un resumen de las motivaciones y logros alcanzados en el desarrollo de esta tesis. Adicionalmente, discutiremos los temas que podrían abordarse en el futuro.

### 6.1. Resumen y contribuciones

El P300 es un ERP evocado después de la presentación de un estímulo infrecuente. Este componente endógeno posee algunas propiedades útiles que permiten controlar aplicaciones BCI. Para que estas aplicaciones corran en tiempo real es importante optimizar sus recursos computacionales. Una forma indirecta de disminuir el tiempo computacional es mediante la reducción de las dimensiones del vector de características de entrada usado en el proceso de clasificación sin debilitar la detección de la precisión. La reducción de las dimensiones de tal vector puede alcanzarse disminuyendo el número de canales usados para adquirir el EEG del sujeto. Por otro lado, varios investigadores han propuesto representar el P300 en diferentes dominios, como en el del tiempo, la frecuencia, del tiempo-frecuencia o la forma, para mejorar su detección. Nosotros escogimos representar la señal en el dominio de la forma ya que asumimos que un sujeto produce señales P300 cuya forma de onda puede ser consistentemente representada mediante plantillas de curvas, y que estas plantillas son más similares a las curvas con P300 que a aquellas producidas por la actividad de fondo del EEG. La novedad de este trabajo es la descripción de todas las curvas mediante sus características de forma. Estas características son representadas como un vector cuyos elementos se construyen a partir de una representación de la curva mediante una versión adaptada, propuesta por nosotros, del SCC. Este último es el código cadena más útil para los propósitos de este proyecto porque divide la curva en segmentos de línea recta colocados sobre la curva, lo cual preserva los contornos de la forma con alta resolución. Sin embargo, la adaptación que le hicimos lo hace computacionalmente menos costoso, lo cual lo hace muy útil para aplicaciones en tiempo real. Al igual que otros códigos de cadena, nuestro código no requiere decodificación ya que es autocontenido y permite el uso de técnicas gramaticales y análisis sintáctico. Además de la cadena, incluimos en nuestro vector otras

características de forma como la medida de tortuosidad (la cual es una propiedad medida por el SCC), las diferencias entre el código de la plantilla y los de las curvas, las diferencias individuales entre el área de cada segmento que divide la curva, así como la suma de esas diferencias.

Con el objetivo de demostrar nuestra principal hipótesis que indica que el vector de características de forma mejora la precisión en la detección del P300, diseñamos algunos experimentos que demostraron que el desempeño del clasificador SWLDA es mejor cuando se aplica nuestro vector de características que cuando se aplica el usado en el sistema BCI2000; nuestros experimentos también sugieren que es posible reducir significativamente las dimensiones de nuestro vector mientras se preserva una buena precisión durante la clasificación. Debido a que la calibración es un paso crucial para cualquier sistema de BCI, hemos propuesto una metodología de calibración que cumple los siguientes objetivos: *i)* obtiene un conjunto de plantillas que representan adecuadamente el P300 del sujeto para un canal dado con base en sus propias señales adquiridas, *ii)* encuentra el número óptimo de épocas para cada sujeto, *iii)* selecciona el subconjunto de canales que proveen la mejor señal P300 para cada sujeto, y *iv)* selecciona las características que maximizan la precisión de la clasificación mientras reducen las dimensiones del vector de características. Nuestras pruebas estadísticas mostraron que nuestro método alcanza una precisión promedio alta en la detección de P300 con menos de quince estimulaciones. Además, confirmando lo planteado con la literatura [82, 115], nuestros resultados muestran que la mejor información se obtiene de los canales seleccionados en las áreas central, frontal, parietal y parieto occipital del cerebro. Por otro lado, diseñamos unos experimentos con el fin de analizar el desempeño de nuestra metodología para detectar las filas, las columnas y los símbolos que el sujeto quiere comunicar; nuestros resultados sugieren que el uso tanto del vector de características de forma como de los parámetros seleccionados con el algoritmo de calibración son útiles para alcanzar una precisión promedio alta.

Adicionalmente, presentamos nuestros avances de la construcción de una BCI para controlar un robot de servicio doméstico. El objetivo de diseñar tal BCI es proveer de cierta independencia y calidad de vida a personas que sufren de alteraciones en las vías nerviosas periféricas, en las placas neuromusculares o en los músculos y que conservan funcionales sus capacidades cognitivas. Para que el sujeto sea capaz de darle instrucciones al robot hemos propuesto una matriz de estimulación visual basada en el paradigma RC cuyas dimensiones son de  $4 \times 3$ . Los elementos de la matriz son íconos con imágenes de colores agrupados en cuatro categorías que representan una actividad que el robot debe llevar a cabo. Diseñamos una serie de experimentos con el objetivo de evaluar el desempeño de nuestra metodología para detectar: *i)* las épocas con P300s y *ii)* las filas, las columnas y los símbolos que el sujeto quiere comunicar cuando el sujeto es estimulado con la matriz que proponemos, con distintos parámetros y en distintos ambientes. Debido a que probamos el funcionamiento de la matriz con algunos sujetos, los resultados sólo nos dan un indicio de que las condiciones de experimentación y los parámetros de estimulación seleccionados podrían ser los más adecuados.

## 6.2. Trabajo Futuro

Consideramos que las siguientes son tareas que deberían desarrollarse tanto para mejorar el proyecto actual como para concluir algunos pendientes.

Como explicamos en el Capítulo 3, una de las propuestas que hicimos fue utilizar plantillas para representar el P300 de cada sujeto por cada canal. Nuestra hipótesis fue que las señales con P300 eran más parecidas a la plantilla que aquellas sin P300s. Sin embargo, existe evidencia de que el sistema visual tiende a adaptarse a las formas, lo cual genera modificaciones en las características morfológicas de los P300s [60]. Lo anterior impactaría en el desempeño de nuestra metodología para la detección de P300s. Por esta razón, sugerimos hacer un estudio longitudinal para analizar la robustez de las plantillas ante tal adaptación. Si el análisis indica que efectivamente la plantilla deja de ser útil para detectar P300s luego de cierto tiempo, sugerimos que se implemente el siguiente sistema en la BCI. Sugerimos incluir un ícono adicional en la matriz de estimulación que le permita al usuario recalibrar el sistema cada vez que perciba que el desempeño del sistema esté decayendo. Adicionalmente, el sistema debería recalibrarse cada cierto tiempo de manera automática. La recalibración podría incluir un cambio automático de las imágenes de los íconos y el orden en el que se presentan. Nuestra sospecha es que los ERP tenderán a regresar a su forma original.

Por otro lado, uno de los objetivos de nuestro algoritmo de calibración es identificar los canales con los que se puedan adquirir las señales que lleven a calcular las mejores tasas de clasificación para cada sujeto (ver el Capítulo 4). Para ello, nuestro Algoritmo 2 utiliza una condición que compara el promedio de AUROC con un umbral que seleccionamos arbitrariamente. Sugerimos que en lugar de utilizar tal condición sea el operador **Stepwise** el que elija el canal del cual se extraerán las características. Este operador recibe los vectores de características de todos los canales concatenados y entrega un vector con las características seleccionadas. Consideramos que este vector de salida puede dar suficiente información para seleccionar los canales.

Adicionalmente, en el Capítulo 5 presentamos una matriz para estimular visualmente al sujeto que le permitiría controlar un robot de servicio doméstico. La primera fila de la matriz agrupa alimentos y bebidas, la segunda agrupa lugares de la casa, la tercera agrupa los rostros de tres personas y la cuarta agrupa servicios. Estas agrupaciones incluyen todas las instrucciones que se le pueden dar al robot de servicio GolemII+ al hasta momento de publicar este documento. Sin embargo, consideramos que sería adecuado incluir una fila que agrupe las siguientes instrucciones: si, no, robot despierta y salir de la aplicación.

En este documento reportamos el desempeño del funcionamiento de nuestra metodología con sujetos sanos. Sugerimos probar la matriz de estimulación con sujetos que sufren de alteraciones en las vías nerviosas periféricas, en las placas neuromusculares o en los músculos y que conserven funcionales sus capacidades cognitivas.

Finalmente, consideramos que deberían hacerse pruebas en tiempo real para analizar el impacto que tiene en la morfología del P300 del sujeto el hecho de que el robot *i)* utilice lenguaje natural para comunicarse con él, *ii)* le entregue al sujeto lo que pidió y *iii)* le permita al sujeto tener más independencia.

# Capítulo 7

## Apéndice

Tanto las características físicas del robot Golem-II+ como el software utilizado por los módulos de su plataforma son mencionados en la Figura 7.1.

El principal elemento de la estructura que regula la conducta del robot es conocida como Arquitectura Cognitiva Orientada a la Interacción y está compuesta de tres niveles (ver Figura 7.2): el inferior es el de reconocimiento de dispositivos y despliegue de información, el nivel intermedio es el de interpretación y especificación de la acción y el superior es el de representación e inferencia.

El robot percibe estímulos externos (por ejemplo, visión y sonido) mediante dispositivos de reconocimiento como cámaras, micrófonos, sensores de contacto e infrarrojos. Los estímulos son procesados en módulos de reconocimiento. Cada módulo de reconocimiento extrae datos del dispositivo sin asignarle ningún significado. A los datos codificados sin un significado asociado se les conoce como códigos modales. Un ejemplo es el módulo de reconocimiento visual, el cual puede codificar una región de una imagen mediante un vector de características.

Luego, el módulo de interpretación le asigna significado a los códigos modales tomando en cuenta las expectativas de la situación bajo análisis y de la historia de la interacción entre el robot y su entorno. Siguiendo el ejemplo del párrafo anterior, el vector de características se puede asociar con el rostro de una persona; supongamos que dicha persona se llama Raquel. Las interpretaciones son representadas en un formato independiente de la modalidad perceptual, es decir, no importa de qué dispositivo de reconocimiento se obtenga la información, siempre será representada en el mismo formato.

Los DMs se definen en términos de expectativas del sistema; de acciones que necesitan ser llevadas a cabo, una vez que se cumplen ciertas expectativas; y de una situación que se alcanza cuando la acción correspondiente se desarrolla. Por ejemplo, en una tarea donde al robot se le pida ir a una habitación y buscar a una persona, el robot estará en una Situación de Búsqueda. Las expectativas que tiene el robot acerca del ambiente mientras navega de una habitación a otra son *i*) encontrarse obstáculos fijos y móviles, y, una vez que está en la habitación, *ii*) encontrarse con la persona, ya sea a la que busca o a alguna distinta. La acción que lleva a cabo una vez que encuentra a la persona





Modulo	Hardware	Software
Manejador del diálogo	-	SitLog, Prolog
Base de conocimiento	-	Prolog
Visión	Microsoft Kinect, Point Grey Flea Camera	SVS, OpenCV, PCL y OpenNI
Navegación	Mobile Robots Inc. PeopleBot Platform, Hokuyo UTM-30LX Laser	Player
Reconocimiento de voz	RODE VideoMic, M-Audio Fast Track Interface	JACK, PocketSphinx
Sintetizador de voz	Infinity 3.5-Inch Two-Way Built-in Loudspeakers	PulseAudio, Festival TTS
Manipulación de objetos	Brazo y pinza hechos por el Grupo Golem	Dynamixel RoboPlus
Cámara/Micro movimientos	Cuello robótico construido por el Grupo Golem	Dynamixel RoboPlus

Figura 7.1: Descripción del hardware del robot Golem-II+ y el software utilizado por su plataforma de desarrollo [111].

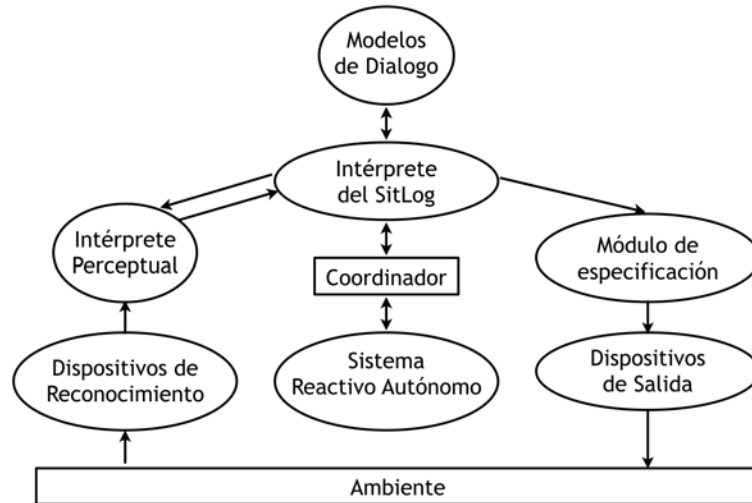


Figura 7.2: Arquitectura Cognitiva Orientada a la Interacción [112].

que busca es avisar que ha completado su tarea.

Las expectativas pueden ser intencionales (es decir, expresadas por el interlocutor) o naturales (es decir, que sucedan en el mundo). En el caso de que la información de entrada no pueda ser interpretada como una expectativa, debido a errores en la adquisición o en la interpretación de la información, se puede invocar un Modelo de Diálogo de Recuperación para situar al agente computacional de nuevo en la conversación. Por ejemplo, en una situación en la que el robot espera escuchar el nombre de la persona a quien debe buscar, digamos a Raquel, y en lugar de eso entiende la palabra “maravilloso”, el Modelo de Recuperación provocará que el robot avise que no entendió y preguntará de nuevo por el nombre.

Las acciones pueden ser externas (por ejemplo, que el robot diga algo o que se mueva) o internas (por ejemplo, que planee una ruta). Las acciones son procesadas por el módulo de especificación, el cual genera los parámetros necesarios para llevar a cabo acciones concretas y que son entregadas a distintos dispositivos de salida.

Por otro lado, para lidiar con situaciones que requieren de una conducta más reactiva se activa el Sistema Reactivo Autónomo, que relaciona la información de entrada recolectada por los dispositivos de reconocimiento con los dispositivos de salida [110]. Éste se divide en: Sistema de Navegación Autónoma y Sistema de Detección de la Orientación de Fuentes de Sonido.

El Sistema de Navegación Autónoma genera un plan de navegación en un mapa métrico con base en la posición y orientación del robot en el mapa y en la posición y orientación a la que debe llegar. Durante el proceso de navegación, el sistema evade obstáculos y ajusta su posición y orientación continuamente en el mapa métrico. Al mismo tiempo, el Sistema de Detección de la Orientación de Fuentes de Sonido monitorea el ambiente acústico continuamente y cuando detecta una voz humana: suspende el sistema de navegación, le permite al robot encarar al interlocutor, ejecuta un modelo de

diálogo para manejar la interrupción y reanuda la navegación.

Finalmente, el Coordinador es un módulo que se encarga de coordinar los Modelos de Diálogo con el Sistema Reactivo Autónomo. Por ejemplo, imaginemos un escenario en donde el robot está navegando a su destino al tiempo que va platicando con un usuario. Una vez que el robot llega a su destino, el Sistema de Navegación Autónoma le avisa al Coordinador que ha terminado su tarea. El Coordinador detiene la conversación (que estaba siendo dirigida por un DM), le notifica al usuario que ha llegado a su destino y retoma la conversación.

# Bibliografía

- [1] V. Abootalebi, M. H. Moradi, and M. A. Khalilzadeh, “A new approach for EEG feature extraction in P300-based lie detection,” *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, vol. 94, no. 1, pp. 48–57, 2009. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0169260708002484>
- [2] R. C. Acevedo, G. Gentiletti, V. Medina Bañuelos, and H. L. Rufiner, “Extracción de características en ICC mediante métodos basados en diccionarios óptimos: Resultados preliminares,” in *Anales de las II Jornadas Argentinas sobre Interfaces Cerebro Computadora (JAICC 2009)*, Paraná, Argentina, Abril 2009.
- [3] M. Agudelo, “Reacción emocional tras la privación de sueño: la función del sueño en la regulación de la reacción emocional,” *Pensando Psicología*, vol. 5, no. 9, pp. 11–18, 2009.
- [4] M. J. Alhaddad, M. Kamel, H. Malibary, K. Thabit, F. Dahlwi, and A. Hadi, *Autonomous and Intelligent Systems*, ser. Lecture Notes in Computer Science. Springer Berlin Heidelberg, 2012, vol. 7326, ch. P300 Speller Efficiency with Common Average Reference, pp. 234–241. [Online]. Available: [http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-31368-4\\_28](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-31368-4_28)
- [5] B. Z. Allison, D. J. McFarland, G. Schalk, S. D. Zheng, M. M. Jackson, and J. R. Wolpaw, “Towards an independent brain-computer interface using steady state visual evoked potentials,” *Clinical Neurophysy*, vol. 119, no. 2, pp. 399–408, 2008.
- [6] B. Z. Allison and J. A. Pineda, “ERPs evoked by different matrix sizes: implications for a brain computer interface (BCI) system,” *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, vol. 11, no. 2, pp. 110–113, 2003. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1109/TNSRE.2003.814448>
- [7] H. Alt and M. Godau, “Computing the Frèchet distance between two polygonal curves,” *International Journal of Computational Geometry and Applications*, vol. 5, pp. 75–91, 1995. [Online]. Available: <http://dblp.uni-trier.de/db/journals/ijcga/ijcga5.html#AltG95>
- [8] M. Alvarado-González, E. Garduño, E. Bribiesca, O. Yáñez-Suárez, and V. Medina-Bañuelos, “P300 detection based on EEG shape features,” *Computational and Mathematical Methods*

- in Medicine*, vol. 2016, p. 14, 2016. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1155/2016/2029791><http://downloads.hindawi.com/journals/cmmm/2016/2029791.pdf>
- [9] Z. Amini, V. Abootalebi, and M. T. Sadeghi, "Comparison of Performance of Different Feature Extraction Methods in Detection of P300," *Biocybernetics and Biomedical Engineering*, vol. 33, no. 1, pp. 3–20, 2013. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0208521613700524>
- [10] Y. Atum, I. Gareis, G. Gentiletti, R. Acevedo, and L. Rufiner, "Genetic feature selection to optimally detect P300 in brain computer interfaces," in *Proceedings of the 2005 IEEE Engineering in Medicine and Biology 27th Annual Conference*, 2010.
- [11] Y. Atum, G. Gentiletti, R. C. Acevedo, and H. L. Rufiner, "Detección de P300 en Interfaz Cerebro Computadora mediante Algoritmos Genéticos y Maquinas de Soporte Vectorial," in *Memorias del XVII Congreso Argentino de Bioingeniería (SABI 2009)*, no. 146, 2009, pp. 51–55.
- [12] R. Baeza-Yates and G. H. Gonnet, "A New Approach to Text Searching," *Communications of the ACM*, vol. 35, no. 10, pp. 74–82, 1992.
- [13] B. G. Batchelor and B. E. Marlow, "Fast generation of chain code," *IEEE Proceedings Computers and Digital Techniques*, vol. 127, no. 4, pp. 143–147, 1980.
- [14] G. Belforte, R. De Mori, and F. Ferraris, "A Contribution to the Automatic Processing of Electrocardiograms Using Syntactic Methods," *IEEE Transactions on Bio-Medical Engineering*, no. 3, pp. 125–136, 1979.
- [15] C. J. Bell, P. Shenoy, R. Chalodhorn, and R. P. N. Rao, "Control of a humanoid robot by a noninvasive brain-computer interface in humans," *Journal of Neural Engineering*, vol. 5, no. 2, p. 214, 2008.
- [16] E. Belogay, C. Cabrelli, U. Molter, and R. Shonkwiler, "Calculating the Hausdorff distance between curves," *Information Processing Letters*, vol. 64, no. 1, pp. 17–22, 1997. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020019097001403>
- [17] F. Beverina, G. Palmas, S. Silvoni, F. Piccione, and S. Giove, "User adaptive BCIs: SSVEP and P300 based interfaces," *PsychNology Journal*, vol. 1, no. 4, pp. 331–354, 2003.
- [18] N. Birbaumer, T. Hinterberger, A. Kubler, and N. Neumann, "The thought-translation device (TTD): neurobehavioral mechanisms and clinical outcome," *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, vol. 11, no. 2, pp. 120–123, 2003.

- [19] K. P. Birman, "Rule-Based learning for more accurate ECG analysis," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, no. 4, pp. 369–380, 1982.
- [20] A. Blumenkrans, "Two-dimensional Object Recognition Using a Two-dimensional Polar Transform," *Pattern Recognition*, vol. 24, no. 9, pp. 879–890, 1991.
- [21] P. Bobrov, A. Frolov, C. Cantor, I. Fedulova, M. Bakhnyan, and A. Zhavoronkov, "Brain-computer interface based on generation of visual images," *PLoS One*, vol. 6, no. 6, 2011.
- [22] V. Bostanov, "BCI competition 2003-data sets Ib and IIb: feature extraction from event-related brain potentials with the continuous wavelet transform and the t-value scalogram," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 51, no. 6, pp. 1057–1061, 2004.
- [23] E. Bribiesca, D. Rosenblueth, and M. Garza-Jinich, "Definite-Clause grammars for 2D shape analysis," *Computers and Mathematics with Applications*, vol. 30, no. 8, pp. 95–103, 1995.
- [24] E. Bribiesca, "A geometric structure for two-dimensional shapes and three-dimensional surfaces," *Pattern Recognition*, vol. 25, no. 5, pp. 483–496, 1992.
- [25] —, "A new chain code," *Pattern Recognition*, vol. 32, no. 2, pp. 235–251, 1999.
- [26] —, "A measure of tortuosity based on chain coding," *Pattern Recognition*, vol. 46, no. 3, pp. 716–724, 2013.
- [27] M. Bryan, J. Green, M. Chung, L. Chang, R. Scherert, J. Smith, and R. P. N. Rao, "An adaptive brain-computer interface for humanoid robot control," in *11th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots (Humanoids)*, Octubre 2011, pp. 199–204.
- [28] B. Burle, L. Spieser, C. Roger, L. Casini, T. Hasbroucq, and F. Vidal, "Spatial and temporal resolutions of EEG: Is it really black and white? a scalp current density view," *International Journal of Psychophysiology*, vol. 97, no. 3, pp. 210–220, 2015. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167876015001865>
- [29] T. Carlson, L. Tonin, S. Perdakis, R. Leeb, and J. D. R. Millan, "A hybrid BCI for enhanced control of a telepresence robot," *Proceedings of the Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*, vol. 2013, pp. 3097–3100, 2013.
- [30] S. Casarotto, A. Bianchi, S. Cerutti, and G. Chiarenza, "Dynamic time warping in the analysis of event-related potentials," *IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine*, vol. 24, no. 1, pp. 68–77, 2005.
- [31] P. Castellanos, R. Godínez, J. Jiménez, and V. Medina, *Electrofisiología Humana: Un Enfoque Para Ingenieros*, ser. Libros de texto, manuales de prácticas y antologías.

- UAM, Unidad Iztapalapa, 1997. [Online]. Available: <http://books.google.com.mx/books?id=bhkYAAAACAAJ>
- [32] H. Cecotti and A. Graser, “Convolutional Neural Networks for P300 Detection with Application to Brain-Computer Interfaces,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence*, vol. 33, no. 3, p. 433, 2011. [Online]. Available: <http://pbidi.unam.mx:8080/login?url=http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=edb&AN=57398071&lang=es&site=eds-live>
- [33] L. Chen, J. Jin, I. Daly, Y. Zhang, X. Wang, and A. Cichocki, “Exploring Combinations of Different Color and Facial Expression Stimuli for Gaze-Independent BCIs,” *Frontiers in Computational Neuroscience*, vol. 10, no. 5, 2016. [Online]. Available: [http://www.frontiersin.org/computational\\_neuroscience/10.3389/fncom.2016.00005/abstract](http://www.frontiersin.org/computational_neuroscience/10.3389/fncom.2016.00005/abstract)
- [34] Y. Chen, Z. Shuhua, and W. Xiangzhou, “A Brain-Robot Interface by BCI based on Repeated Binary CSP,” *Chinese Automation Congress*, pp. 826–830, 2015. [Online]. Available: <http://pbidi.unam.mx:8080/login?url=http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=edb&AN=112876097&lang=es&site=eds-live>
- [35] da Fontoura, L. Cesar, and R. Marcondes, *Shape Classification and Analysis: Theory and Practice*, 2nd ed. CRC Press, Inc., 2009.
- [36] T. Demiralp, J. Yordanova, V. Kolev, A. Ademoglu, M. Devrim, and V. J. Samar, “Time-Frequency Analysis of Single-Sweep Event-Related Potentials by Means of Fast Wavelet Transform,” *Brain and Language*, vol. 66, no. 1, pp. 129–145, 1999. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0093934X98920284>
- [37] E. Donchin, K. M. Spencer, and R. Wijesinghe, “The mental prosthesis: Assessing the speed of a P300-based brain-computer interface,” *IEEE Transactions on Rehabilitation Engineering*, vol. 8, pp. 174–179, 2000.
- [38] N. R. Draper and H. Smith, *Applied Regression Analysis*. Hoboken, NJ: Wiley-Interscience, 1998.
- [39] G. Edlinger and C. Guger, “Social Environments, Mixed Communication and Goal-Oriented Control Application Using a Brain-Computer Interface,” in *Huntsman Cancer Institute*, vol. 6, no. 11, 2011, pp. 545–554.
- [40] G. Edlinger, C. Holzner, C. Groenegrass, C. Guger, and M. Slater, “Goal-Oriented Control with Brain-Computer Interface,” in *Foundations of Augmented Cognition. Neuroergonomics and Operational Neuroscience*, ser. Lecture Notes in Computer Science, D. Schmorow, I. Estabrooke, and M. Grootjen, Eds. Springer Berlin/Heidelberg, 2009, vol. 5638, pp. 732–740.

- [41] S. Fager, D. Beukelman, R. Karantounis, and T. Jakobs, “Use of safe-laser access technology to increase head movement in persons with severe motor impairment: a series of case reports,” *Augmentative and Alternative Communication*, vol. 22, no. 3, pp. 222–229, 2006.
- [42] L. A. Farwell and E. Donchin, “Talking off the top of your head: Toward a mental prosthesis utilizing event-related brain potentials,” *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology*, vol. 70, pp. 510–523, 1988.
- [43] R. Fazel-Rezai and W. Ahmad, *P300-based Brain-Computer Interface Paradigm Design*, ser. InTech. Recent Advances in Brain-Computer Interface Systems, 2011, ch. 4, pp. 83–98.
- [44] R. Fazel-Rezai, B. Z. Allison, C. Guger, E. W. Sellers, S. C. Kleih, and A. Kübler, “P300 brain computer interface: current challenges and emerging trends,” *Frontiers in Neuroengineering*, vol. 5, no. 14, 2012.
- [45] M. Ferdjallah and R. E. Barr, “Adaptive digital notch filter design on the unit circle for the removal of powerline noise from biomedical signals.” *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 41, no. 6, pp. 529–536, 1994. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1109/10.293240>
- [46] R. A. Fisher, “The use of multiple measurements in taxonomic problems,” *Annals of Eugenics*, vol. 7, no. 2, pp. 179–188, 1936. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1111/j.1469-1809.1936.tb02137.x>
- [47] P. G. Fitzgerald and T. W. Picton, “Temporal and sequential probability in evoked potential studies,” *Canadian Journal of Experimental Psychology*, vol. 35, no. 2, pp. 188–200, 1981.
- [48] H. Freeman, “Techniques for the Digital Computer Analysis of Chain-Encoded Arbitrary Plane Curves,” *Proceedings National Electronics Conference*, vol. 17, pp. 421–432, 1961.
- [49] K. Fu, *Syntactic Methods in Pattern Recognition*, ser. Mathematics in science and engineering: a series of monographs and textbooks. Academic Press, 1974. [Online]. Available: <http://books.google.com.mx/books?id=1YVQAAAAMAAJ>
- [50] I. P. Ganin, S. L. Shishkin, and A. Y. Kaplan, “A P300-based Brain-Computer Interface with Stimuli on Moving Objects: Four-Session Single-Trial and Triple-Trial Tests with a Game-Like Task Design,” *PLoS ONE*, vol. 8, no. 10, 2013.
- [51] E. C. García and G. G. Gentiletti, “Interfaz Cerebro Computadora (ICC) basada en el potencial relacionado con eventos P300: análisis del efecto de la dimensión de la matriz de estimulación sobre su desempeño,” *Revista Ingeniería Biomédica*, vol. 2, no. 4, pp. 26–33, 2008.



- [52] I. Gareis, G. Gentiletti, R. Acevedo, and L. Rufiner, “Feature Extraction on Brain Computer Interfaces using Discrete Dyadic Wavelet Transform: Preliminary Results,” *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 313, no. 1, 2011.
- [53] G. Gentiletti, J. G. Gebhart, R. C. Acevedo, O. Yáñez-Suárez, and V. Medina-Bañuelos, “Command of a simulated wheelchair on a virtual environment using a Brain-Computer Interface,” *Ingénierie et Recherche Biomédicale*, vol. 30, no. 5-6, pp. 218–225, 2009.
- [54] D. A. Giese, J. Bourne, and J. W. Ward, “Syntactic Analysis of the Electroencephalogram,” *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, vol. 9, no. 8, pp. 429–435, 1979.
- [55] R. C. Gonzalez and R. E. Woods, *Digital Image Processing*, 3rd ed. Prentice Hall, 2007.
- [56] g.tec. (2012, Septiembre) <http://www.gtec.at/products/electrodes-and-sensors/g.electrodes-specs-features>. g.tec. G.EEGelectrode Ag/AgCl.
- [57] ——. (2012, Septiembre) <http://www.gtec.at/products/hardware-and-accessories/g.usbamp-specs-features>. G.USBamp.
- [58] C. Guan, M. Thulasidas, and J. Wu, “High performance P300 speller for brain-computer interface,” in *IEEE International Workshop on Biomedical Circuits and Systems*, December 2004, pp. 13–16.
- [59] C. Guger, S. Daban, E. Sellers, C. Holzner, G. Krausz, R. Carabalona, F. Gramatica, and G. Edlinger, “How many people are able to control a P300-based Brain-Computer Interface (BCI)?” *Neuroscience Letters*, vol. 462, no. 1, pp. 94–98, 2009.
- [60] T. C. Handy, *Event-Related Potentials: A Methods Handbook (Bradford Books)*. The MIT Press, 2004.
- [61] K. Hirano, S. Nishimura, and S. Mitra, “Design of digital notch filters,” *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 21, no. 4, pp. 540–546, 1974.
- [62] U. Hoffmann, J.-M. Vesin, T. Ebrahimi, and K. Diserens, “An efficient P300-based brain computer interface for disabled subjects,” *Journal of Neuroscience Methods*, vol. 167, no. 1, pp. 115–125, 2008.
- [63] J. Hopcroft, R. Motwani, and J. Ullman, *Introduction to automata theory, languages, and computation*. Pearson/Addison Wesley, 2007.
- [64] B. A. Hosler, T. Siddique, P. C. Sapp, W. Sailor, M. C. Huang, A. Hossain, J. R. Daube, M. Nance, C. Fan, J. Kaplan, W. Y. Hung, D. McKenna-Yasek, J. L. Haines, M. A. Pericak-Vance, H. R. Horvitz, and R. Brown, Jr, “Linkage of familial amyotrophic lateral sclerosis

- with frontotemporal dementia to chromosome 9q21-q22,” *Journal of the American Medical Association*, vol. 284, no. 13, pp. 1664–1669, 2000.
- [65] C.-J. Huang, D.-X. Yang, and Y.-T. Chuang, “Application of wrapper approach and composite classifier to the stock trend prediction,” *Expert Systems with Applications*, vol. 34, no. 4, pp. 2870–2878, 2008. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1016/j.eswa.2007.05.035>
- [66] P. Jan Kindermans, H. Verschore, D. Verstraeten, and B. Schrauwen, “A P300 BCI for the Masses: Prior Information Enables Instant Unsupervised Spelling,” in *Advances in Neural Information Processing Systems 25*, P. Bartlett, F. Pereira, C. Burges, L. Bottou, and K. Weinberger, Eds., 2012, pp. 719–727. [Online]. Available: [http://books.nips.cc/papers/files/nips25/NIPS2012\\_0332.pdf](http://books.nips.cc/papers/files/nips25/NIPS2012_0332.pdf)
- [67] P. Jaskowski and R. Verleger, “Amplitudes and latencies of single-trial ERP’s estimated by a maximum-likelihood method,” *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 46, no. 8, pp. 987–993, 1999.
- [68] —, “An evaluation of methods for single-trial estimation of P3 latency,” *Psychophysiology*, vol. 37, pp. 153–162, 2000.
- [69] N. Jrad and M. Congedo, “Identification of spatial and temporal features of EEG,” *Neurocomputing*, vol. 90, pp. 66–71, 2012, advances in artificial neural networks, machine learning, and computational intelligence. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0925231212001853>
- [70] I. Kalatzis, N. Piliouras, E. Ventouras, C. C. Papageorgiou, A. D. Rabavilas, and D. Cavouras, “Design and implementation of an SVM-based computer classification system for discriminating depressive patients from healthy controls using the P600 component of ERP signals,” *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, vol. 75, no. 1, pp. 11–22, 2004. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1016/j.cmpb.2003.09.003>
- [71] M. Kaper, P. Meinicke, U. Grossekhoefer, T. Lingner, and H. Ritter, “BCI competition 2003-data set IIb: support vector machines for the P300 speller paradigm,” *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 51, no. 6, pp. 1073–1076, 2004.
- [72] L. J. Karam and J. H. McClellan, “Chebyshev digital FIR filter design,” *Signal Processing*, vol. 76, no. 1, pp. 17–36, 1999. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0165168498002448>
- [73] M. Kaur, P. Ahmed, and M. Q. Rafiq, “Analysis of Extracting Distinct Functional Components of P300 using Wavelet Transform,” *Mathematical Models in Engineering and Computer Science*, 2013.

- [74] E. Keogh, S. Chu, D. Hart, and M. Pazzani, “An online algorithm for segmenting time series,” in *Proceedings IEEE International Conference on Data Mining*, 2001, pp. 289–296.
- [75] S.-D. Kim, J.-H. Lee, and J.-K. Kim, “A new chain-coding algorithm for binary images using run-length codes,” *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, vol. 41, no. 1, pp. 114–128, 1988.
- [76] D. S. Klobassa, T. M. Vaughan, P. Brunner, N. E. Schwartz, J. R. Wolpaw, C. Neuper, and E. W. Sellers, “Toward a high-throughput auditory P300-based Brain-Computer Interface,” *Clinical Neurophysiology*, vol. 120, no. 7, pp. 1252–1261, 2009.
- [77] K. H. Knuth, A. S. Shah, W. A. Truccolo, M. Ding, S. L. Bressler, and C. E. Schroeder, “Differentially Variable Component Analysis: Identifying Multiple Evoked Components Using Trial-to-Trial Variability,” *Journal of Neurophysiology*, vol. 95, no. 5, pp. 3257–3276, 2006.
- [78] G. Kókai, Z. Alexin, and T. Gyimóthy, “Application of Inductive Logic Programming for Learning ECG Waveforms,” in *Proceedings of the 6th Conference on Artificial Intelligence in Medicine (AIME '97)*, ser. Lecture Notes in Computer Science, E. T. Keravnou, C. Garbay, R. H. Baud, and J. C. Wyatt, Eds., vol. 1211. Springer, 1997, pp. 126–129.
- [79] G. Kókai, J. Csirik, and T. Gyymóthy, “Learning the syntax and semantic rules of an ECG grammar,” in *Proceedings of the 5th Congress of the Italian Association for Artificial Intelligence 1997*, 1997, pp. 171–182.
- [80] J. Koplowitz and S. Plante, “Corner detection for chain coded curves,” *Pattern Recognition*, vol. 28, no. 6, pp. 843–852, 1995.
- [81] A. Koski, M. Juhola, and M. Meriste, “Syntactic recognition of ECG signals by attributed finite automata,” *Pattern Recognition*, vol. 28, no. 12, pp. 1927–1940, 1995.
- [82] D. J. Krusienski, E. W. Sellers, D. J. McFarland, T. M. Vaughan, and J. R. Wolpaw, “Toward enhanced P300 speller performance,” *Journal of Neuroscience Methods*, vol. 167, no. 1, pp. 15–21, 2008.
- [83] D. J. Krusienski, E. W. Sellers, and T. M. Vaughan, “Common Spatio-Temporal patterns for the P300 speller,” in *Proceedings of the 3rd International Conference on Neural Engineering (CNE '07)*, 2007, pp. 421–424.
- [84] D. J. Krusienski, E. W. Sellers, F. Cabestaing, S. Bayouhd, D. J. McFarland, T. M. Vaughan, and J. R. Wolpaw, “A comparison of classification techniques for the P300 Speller,” *Journal of Neural Engineering*, vol. 3, no. 4, pp. 299–305, 2006.

- [85] R. D. Lane, S. R. Waldstein, M. A. Chesney, J. R. Jennings, W. R. Lovallo, P. J. Kozel, R. M. Rose, D. A. Drossman, N. Schneiderman, J. F. Thayer, and O. G. Cameron, “The rebirth of neuroscience in psychosomatic medicine, Part I: historical context, methods, and relevant basic science,” *Psychosomatic Medicine*, vol. 71, no. 2, pp. 117–134, 2009.
- [86] C. Ledesma-Ramirez, E. Bojorges-Valdez, O. Yáñez-Suarez, C. Saavedra, L. Bougrain, and G. G. Gentiletti, “An Open-Access P300 Speller Database,” Fourth International Brain-Computer Interface Meeting, Monterey, United States, Mayo 2010. [Online]. Available: <http://akimpech.izt.uam.mx/p300db>
- [87] N. Liang and L. Bougrain, “Averaging techniques for single-trial analysis of oddball event-related potentials,” in *4th International Brain-Computer Interface workshop*, Graz, Austria, 2008.
- [88] C. Lindig-León and O. Yáñez-Suárez, “Optimized Detection of the Infrequent Response in P300-Based Brain-Computer Interfaces,” *Revista Mexicana de Ingeniería Biomédica*, vol. 34, no. 1, pp. 53–69, 2013.
- [89] LINI. (2012, Agosto) <http://akimpech.izt.uam.mx/p300db>. Neuroimagenology Laboratory, Universidad Autónoma Metropolitana. Brain Computer Interface (P300) database.
- [90] Y. K. Liu and B. Žalik, “An efficient chain code with huffman coding,” *Pattern Recognition*, vol. 38, no. 4, pp. 553–557, 2005.
- [91] J. Long, Y. Li, H. Wang, T. Yu, J. Pan, and F. Li, “A hybrid brain computer interface to control the direction and speed of a simulated or real wheelchair,” *IEEE Transactions on Neural Systems & Rehabilitation Engineering*, vol. 20, no. 5, p. 720, 2012.
- [92] F. Lotte and C. Guan, “Regularizing Common Spatial Patterns to Improve BCI Designs: Unified Theory and New Algorithms,” *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 58, no. 2, pp. 355–362, 2011.
- [93] S. J. Luck, *An Introduction to Event-Related Potential Technique*. The MIT Press, 2005.
- [94] F. Maestú, M. Ríos, and R. Cabestrero, *Neuroimagen: técnicas y procesos cognitivos*. Elsevier Doyma, 2008. [Online]. Available: <http://books.google.es/books?id=gsECKVB4kyEC>
- [95] R. Magee and S. Givigi, “A genetic algorithm for single-trial P300 detection with a low-cost EEG headset,” in *9th Annual IEEE International Systems Conference*, 2015, pp. 230–234.
- [96] J. N. Mak, Y. Arbel, J. W. Minett, L. M. McCane, B. Yuksel, D. Ryan, D. Thompson, L. Bianchi, and D. Erdogmus, “Optimizing the P300-based brain-computer interface: current status, limitations and future directions,” *Journal of Neural Engineering*, vol. 8, no. 2, p. 025003, 2011.

- [97] S. Marsland, *Machine Learning: An Algorithmic Perspective, Second Edition*, 2nd ed. Chapman & Hall/CRC, 2014.
- [98] S. M. Martens, N. J. Hill, J. Farquhar, and B. Scholkopf, "Overlap and refractory effects in a brain-computer interface speller based on the visual P300 event-related potential," *Journal of Neural Engineering*, vol. 6, no. 2, p. 026003, 2009.
- [99] P. Meinicke, M. Kaper, M. Heumann, and H. Ritter, "Improving transfer rates in brain computer interfacing: A case study," in *Advances In Neural Information Processing Systems 15*. MIT Press, 2003, pp. 1107–1114.
- [100] J. Millán, F. Renkens, J. Mourino, and W. Gerstner, "Noninvasive brain-actuated control of a mobile robot by human EEG," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 51, no. 6, pp. 1026–1033, Junio 2004.
- [101] F. Nijboer, E. W. Sellers, J. Mellinger, M. A. Jordan, T. Matuz, A. Furdea, S. Halder, U. Mochty, D. J. Krusienski, T. M. Vaughan, J. R. Wolpaw, N. Birbaumer, and A. Kübler, "A P300-based Brain-Computer Interface for people with Amyotrophic Lateral Sclerosis," *Clinical Neurophysiology*, vol. 119, no. 8, pp. 1909–1916, 2008.
- [102] B. Oliver, J. Pierce, and C. Shannon, "The Philosophy of PCM," *Proceedings of the Institute of Radio Engineers*, vol. 36, no. 11, pp. 1324–1331, 1948.
- [103] A. Onishi, A. H. Phan, K. Matsuoka, and A. Cichocki, "Tensor classification for P300-based brain computer interface," in *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 2012, pp. 581–584.
- [104] A. V. Oppenheim, A. S. Willsky, and S. H. Nawab, *Signals & Systems (2Nd Ed.)*. Upper Saddle River, NJ, EUA: Prentice-Hall, Inc., 1996.
- [105] S. H. Patel and P. N. Azzam, "Characterization of N200 and P300: Selected studies of the Event-Related Potential," *International Journal of Medical Sciences*, vol. 2, no. 4, pp. 147–154, 2005.
- [106] U. Pathirage, R. Alqasemi, and R. Dubey, "P300 Brain Computer Interface Based Task Oriented Control of a Wheel Chair Mounted Robotic Arm," in *IEEE EMB/CAS/SMC Workshop on Brain-Machine-Body Interfaces*, San Diego Bayfront Hilton, California, EUA, Agosto 2012.
- [107] T. Pavlidis, "Algorithms for shape analysis of contours and waveforms," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. PAMI-2, no. 4, pp. 301–312, 1980.

- [108] V. Peterson, Y. Atum, J. F., I. Gareis, A. R., and H. L. Rufiner, “Detección de potenciales evocados relacionados a eventos en interfaces cerebro-computadora mediante transformada wavelet,” *Revista Ingeniería Biomédica*, vol. 7, no. 14, pp. 51–59, 2013.
- [109] T. W. Picton, M. Hunt, R. Mowrey, R. Rodriguez, and J. Maru, “Evaluation of brain-stem auditory evoked potentials using dynamic time warping,” *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology/Evoked Potentials Section*, vol. 71, no. 3, pp. 212–225, 1988.
- [110] L. Pineda, I. Meza, H. Aviles, C. Gershenson, C. Rascon, M. Alvarado, and L. Salinas, “IOCA: An interaction-oriented cognitive architecture,” *Research in Computer Science*, vol. 54, pp. 273–284, 2011.
- [111] L. A. Pineda, A. Rodríguez, G. Fuentes, C. Rascon, and I. V. Meza, “Concept and functional structure of a service robot,” *International Journal Advance Robotic Systems*, vol. 12, no. 6, 2015.
- [112] L. A. Pineda, L. Salinas, I. Meza, C. Rascon, and G. Fuentes, “SitLog: A Programming Language for Service Robot Tasks,” *International Journal of Advanced Robotic Systems*, pp. 1–12, 2013.
- [113] G. Pires, U. Nunes, and M. Castelo-Branco, “Statistical spatial filtering for a P300-based BCI: Tests in able-bodied, and patients with cerebral palsy and amyotrophic lateral sclerosis,” *Journal of Neuroscience Methods*, vol. 195, no. 2, pp. 270–281, 2011.
- [114] —, “Comparison of a row-column speller vs. a novel lateral single-character speller: Assessment of {BCI} for severe motor disabled patients,” *Clinical Neurophysiology*, vol. 123, no. 6, pp. 1168 – 1181, 2012. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1388245711007863>
- [115] J. Polich and J. R. Criado, “Neuropsychology and neuropharmacology of P3a and P3b,” *International Journal of Psychophysiology*, vol. 60, no. 2, pp. 172–185, 2006.
- [116] J. Polich and A. Kok, “Cognitive and biological determinants of P300: an integrative review,” *Biological Psychology*, vol. 41, no. 2, pp. 103–146, 1995.
- [117] G. Qin and X.-H. Zhou, “Empirical likelihood inference for the area under the roc curve,” *Biometrics*, vol. 62, no. 2, pp. 613–622, 2006. [Online]. Available: <http://pbidi.unam.mx:8080/login?url=http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=edsjsr&AN=edsjsr.3695882&lang=es&site=eds-live>
- [118] A. Rakotomamonjy and V. Guigue, “BCI competition III: Dataset II - Ensemble of SVMs for BCI P300 Speller,” *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 55, no. 3, pp. 1147–1154, 2008.

- [119] C. Rascon, “Spectral component analysis in distorted data,” Ph.D. dissertation, University of Manchester, 2009.
- [120] D. Ravden and J. Polich, “Habituation of P300 from visual stimuli,” *International Journal of Psychophysiology*, vol. 30, no. 3, pp. 359–365, 1998.
- [121] M. Ríos, *Neuroimagen. Técnicas y procesos cognitivos*. Elsevier Masson, 2007.
- [122] F. D. Russo, F. Taddei, T. Apnile, and D. Spinelli, “Neural correlates of fast stimulus discrimination and response selection in top-level fencers,” *Neuroscience Letters*, vol. 408, no. 2, pp. 113–118, 2006.
- [123] C. Saavedra and L. Bougrain, “Wavelet-based Semblance for P300 Single-trial Detection,” in *BIOSIGNAL - international conference on Bio-Inspired Systems and Signal Processing - 2013*, Barcelona, España, Febrero 2013.
- [124] H. Sánchez-Cruz and R. Rodríguez-Dagnino, “Compressing bilevel images by means of a three-bit chain code,” *Optical Engineering*, vol. 44, no. 9, pp. 097 004–097 004–8, 2005.
- [125] S. Sanei and J. A. Chambers, *EEG Signal Processing*. Wiley-Interscience, 2007.
- [126] A. D. Santana, “Desarrollo de una Interfaz Cerebro-Computadora para comunicación mediante P300,” Ph.D. dissertation, Universidad Nacional Autónoma de México, 2010.
- [127] G. Schalk, D. J. Mcfarl, T. Hinterberger, N. Birbaumer, and J. R. Wolpaw, “BCI2000: A general-purpose brain-computer interface (BCI) system,” *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 51, pp. 1034–1043, 2004.
- [128] G. Schalk and J. Mellinger, *A Practical Guide to Brain-Computer Interfacing with BCI2000*. Springer Publishing Company, Incorporated, 2010.
- [129] E. W. Sellers, D. J. Krusienski, D. J. McFarland, T. M. Vaughan, and J. R. Wolpaw, “A P300 event-related potential Brain-Computer Interface (BCI): The effects of matrix size and inter stimulus interval on performance,” *Biological Psychology*, vol. 73, no. 3, pp. 242–252, 2006.
- [130] E. W. Sellers and E. Donchin, “A P300-based Brain-Computer Interface: Initial tests by ALS patients,” *Clinical Neurophysiology*, vol. 117, no. 3, pp. 538–548, 2006.
- [131] E. W. Sellers, A. Kübler, and E. Donchin, “Brain-Computer Interface research at the University of South Florida Cognitive Psychophysiology Laboratory: the P300 speller,” *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, vol. 14, no. 2, pp. 221–224, 2006.

- [132] H. Serby, E. Yom-Tov, and G. F. Inbar, “An improved P300-based Brain-Computer Interface,” *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, vol. 13, no. 1, pp. 89–98, 2005.
- [133] F. Y. Shih and W.-T. Wong, “A one-pass algorithm for local symmetry of contours from chain codes,” *Pattern Recognition*, vol. 32, no. 7, pp. 1203–1210, 1999.
- [134] J. L. Sirvent, J. M. Azorín, E. Iáñez, A. Úbeda, and E. Fernández, “P300-Based Brain-Computer Interface for Internet Browsing,” in *Trends in Practical Applications of Agents and Multiagent Systems*, ser. Advances in Intelligent and Soft Computing, Y. Demazeau, F. Dignum, J. Corchado, J. Bajo, R. Corchuelo, E. Corchado, F. Fernández-Riverola, V. J. Julián, P. Pawlewski, and A. Campbell, Eds. Springer Berlin Heidelberg, 2010, vol. 71, pp. 615–622.
- [135] M. Spüler, A. Walter, W. Rosenstiel, and M. Bogdan, “Spatial Filtering Based on Canonical Correlation Analysis for Classification of Evoked or Event-Related Potentials in EEG Data,” *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, vol. 22, no. 6, pp. 1097–1103, 2014.
- [136] L. Sterling and E. Shapiro, *The Art of Prolog: Advanced Programming Techniques*. Cambridge, MA, USA: MIT Press, 1986.
- [137] S. Theodoridis, *Machine Learning A Bayesian and Optimization Perspective*, 1st ed., A. Press, Ed. Jonathan Simpson, 2015.
- [138] G. Townsend, B. K. LaPallo, C. B. Boulay, D. J. Krusienski, G. E. Frye, C. K. Hauser, N. E. Schwartz, T. M. Vaughan, J. R. Wolpaw, and E. W. Sellers, “A novel P300-based Brain-Computer Interface stimulus presentation paradigm: moving beyond rows and columns,” *Clinical Neurophysiology*, vol. 121, no. 7, pp. 1109–1120, 2010.
- [139] P. D. Tuan, J. Möcks, W. Köhler, and T. Gasser, “Variable latencies of noisy signals: Estimation and testing in brain potential data,” *Biometrika*, vol. 74, no. 3, pp. 525–533, 1987.
- [140] J. K. Udupa and I. S. N. Murthy, “Syntactic approach to ECG rhythm analysis,” *IEEE Transactions on Bio-Medical Engineering*, no. 7, pp. 370–375, 1980.
- [141] Z. Vahabi, R. Amirfattahi, and A. Mirzaei, “Enhancing P300 Wave of BCI Systems Via Negentropy in Adaptive Wavelet Denoising,” *Journal of Medical Signals and Sensors.*, vol. 1, no. 3, pp. 165–176, 2011.
- [142] D. Valbuena, M. Cyriacks, O. Friman, I. Volosyak, and A. Graser, “Brain-computer interface for high-level control of rehabilitation robotic systems,” in *IEEE 10th International Conference on Rehabilitation Robotics (ICORR 2007)*, Junio 2007, pp. 619–625.



- [143] W. van Drongelen, *Signal Processing for Neuroscientists: An Introduction to the Analysis of Physiological Signals*. Londres, RU: Academic Press, 2007.
- [144] P. J. Van Otterloo, *A Contour-oriented Approach to Shape Analysis*. Prentice Hall International (UK) Ltd., 1991.
- [145] H. Wang, W. Chang, and C. Zhang, “Functional brain network and multichannel analysis for the P300-based brain computer interface system of lying detection,” *Expert Systems with Applications*, vol. 53, pp. 117–28, 2016. [Online]. Available: <http://pbidi.unam.mx:8080/login?url=http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=a9h&AN=113508534&lang=es&site=eds-live>
- [146] K. Wang, H. Begleiter, and B. Porjesz, “Warp-averaging event-related potentials,” *Clinical neurophysiology*, vol. 112, no. 10, pp. 1917–1924, 2001.
- [147] J. A. C. Weideman, “Numerical Integration of Periodic Functions: A Few Examples,” *The American Mathematical Monthly*, vol. 109, no. 1, pp. 21–36, 2002.
- [148] J. R. Wolpaw, N. Birbaumer, W. J. Heetderks, D. J. McFarland, P. H. Peckham, G. Schalk, E. Donchin, L. A. Quatrano, C. J. Robinson, and T. M. Vaughan, “Brain-computer interface technology: a review of the first international meeting,” *IEEE Transactions on Rehabilitation Engineering*, vol. 8, no. 2, pp. 164–173, 2000. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1109/tre.2000.847807>
- [149] J. Wolpaw and E. W. Wolpaw, *Brain-Computer Interfaces: Principles and Practice*. Oxford University Press, 2012, vol. 1.
- [150] C. Woody, “Characterization of an adaptive filter for the analysis of variable latency neuroelectric signals,” *Medical and biological engineering*, vol. 5, no. 6, pp. 539–554, 1967.
- [151] H. Yu, X. Zhao, N. Li, M. Wang, and P. Zhou, “Effect of excessive Internet use on the time frequency characteristic of EEG,” *Progress in Natural Science*, vol. 19, no. 10, pp. 1383–1387, 2009. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1002007109001646>
- [152] J. Yuan and C. Y. Suen, “An optimal  $O(n)$  algorithm for identifying line segments from a sequence of chain codes,” *Pattern Recognition*, vol. 28, no. 5, pp. 635–646, 1995.
- [153] H. Zhang, C. Guan, and C. Wang, “A statistical model of brain signals with application to brain-computer interface,” *Proceedings of the IEEE Engineering Medicine and Biology Society*, vol. 5, pp. 5388–5391, 2005.

- [154] L. Zhao, C. Li, and S. Cui, "Service Robot System Based on Brain-computer Interface Technology," in *Third International Conference on Natural Computation (ICNC 2007)*, vol. 2, Agosto 2007, pp. 349–353.
- [155] P. Zingaretti, M. Gasparroni, and L. Vecci, "Fast Chain Coding of Region Boundaries," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 20, no. 4, pp. 407–415, 1998.