



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**Interacción dinámica suelo-estructura aplicada  
a distintas geometrías de cimentación  
(vibración transmitida del suelo a la  
estructura)**

**TESIS**

Que para obtener el título de  
**Ingeniera Civil**

**P R E S E N T A**

Paola Arias Marín

**DIRECTOR DE TESIS**

Dra. Martha María Suárez López



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2016



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# ÍNDICE

ÍNDICE.....	1
1 INTRODUCCIÓN.....	4
1.1 Importancia de la Interacción Suelo-Estructura.....	4
1.2 Interacción dinámica suelo-estructura .....	8
1.3 Estado del arte .....	9
1.4 OBJETIVO.....	13
2. ANALISIS DEL PROBLEMA .....	13
2.1 Fundamentos de la propagación de ondas .....	14
2.2 Ondas Mecánicas.....	14
2.2.1 Ondas longitudinales.....	15
2.2.3 Ondas transversales. ....	16
2.2.4 Ondas Superficiales .....	17
2.3 Difracción, refracción y reflexión. ....	18
2.4 Movimientos resultantes de incidencias verticales .....	23
2.5 Movimientos resultantes de incidencias oblicuas .....	24
3 Interacción dinámica suelo-estructura .....	26
3.1 Solución en tres pasos.....	27
3.2 Interacción cinemática .....	28
3.3 Funciones de rigidez.....	29
3.4 Movimientos efectivos.....	31
4. Métodos para la obtención de los movimientos efectivos.....	34
4.1.1 Método de elementos finitos.....	34
4.1.2 Método de Diferencias Finitas .....	35
4.1.3 Método de Elementos en la Frontera. ....	35
4.2 MÉTODO DE IGUCHI.....	36
5 DISCRETIZACIÓN.....	40
5.1 Discretización de figuras .....	40
5.1.1 Cimientos con geometría cilíndrica.....	42
5.1.3. Cimiento con planta cuadrada y con forma de L .....	42
<b>6. RESULTADOS.....</b>	<b>45</b>
6.1 PROFUNDIDAD DE DESPLANTE DE LA CIMENTACIÓN.....	45
6.2 DIFERENTES ÁNGULO DE INCIDENCIA.....	48

6.3 DISTINTA GEOMETRÍA.....	51
6.4 TIPO DE ONDA.....	54
7. CONCLUSIONES.....	56
REFERENCIAS.....	58

# 1 INTRODUCCIÓN

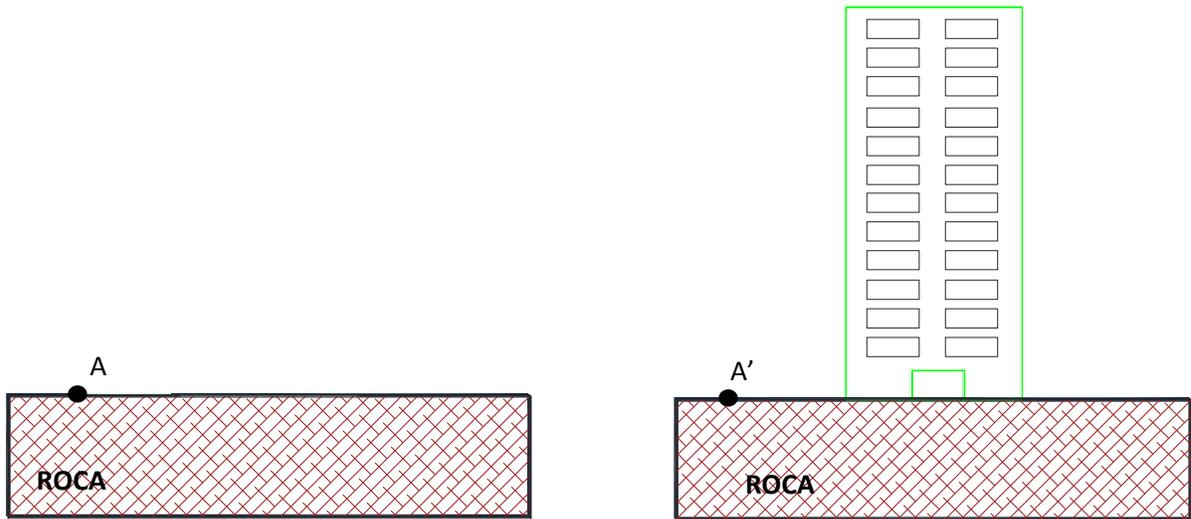
Al analizar el comportamiento sísmico de estructuras, los efectos cinemáticos y de inercia asociados a la interacción suelo-estructura (ISE) afectan a las características dinámicas del sistema e influyen en el movimiento del suelo alrededor de la cimentación.

Son pocos los estudios que existen para determinar la respuesta dinámica de cimientos con distintas geometrías, y en la mayoría de ellos sólo se describe el método de cálculo mostrando resultados para cimientos de geometrías sencillas (Betti y Abdel-Gaffar, 1994; Chow, 1986; Luco y Wong, 1987; Rücker, 1982; Wong y Luco, 1976). En este trabajo se describe, mediante análisis paramétricos, la influencia que tiene el ángulo de incidencia y la excitación de ondas *P*, *S* y Rayleigh. Se evalúan para ello las funciones de impedancia utilizando un método de valores en la frontera y los movimientos efectivos empleando una técnica aproximada propuesta por Iguchi (1982). Las cimentaciones poseen diferente geometría con el propósito de conocer cómo influye en la respuesta del sistema para ello se analizaron distintas formas geométricas considerando diversos tipos de onda y ángulos incidentes.

## 1.1 Importancia de la Interacción Suelo-Estructura

Se debe entender como Interacción suelo-estructura a los esfuerzos y deformaciones que se presentan tanto en el suelo como en la estructura debido a la interacción entre ambos, causada por la diferencia entre las rigideces de los materiales que los constituyen. En el caso de la interacción estática, el fenómeno conduce a plantearse el problema de establecer la compatibilidad de deformaciones entre la estructura y el terreno de cimentación. Este fenómeno tiene que ver con las deformaciones diferenciales que va presentando el suelo a lo largo de la vida útil de la estructura debido a las cargas que esta le transmite, y la redistribución de los esfuerzos que se presenta en los elementos mecánicos de la estructura como respuesta a estas deformaciones. La interacción dinámica suelo-estructura se debe entender como la modificación que sufre el movimiento del terreno por la presencia de la estructura que responde a una excitación dinámica que el mismo suelo le transmite. El fenómeno consiste en un conjunto de efectos cinemáticos e inerciales que son provocados como resultado de la flexibilidad del suelo ante sollicitaciones dinámicas y de la rigidez de la estructura.

Los movimientos que el terreno de apoyo experimenta debido a la presencia de la estructura, tenderán a ser poco significativos mientras más rígido sea el suelo en relación con la rigidez de la cimentación. Esto se ilustra en la figura 1.1, donde en un punto **A** la respuesta al movimiento de excitación es prácticamente igual al movimiento que ocurre en un punto **A'** que se encuentra cerca de la estructura, debido a que el suelo donde está cimentada es rígido. Por ello, la estructura se puede modelar como empotrada para realizar un análisis sísmico, sin considerar los efectos de la ISE.

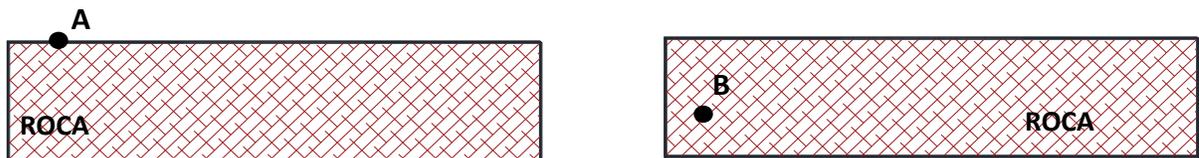


**FIGURA 1.1.** Las diferencias de movimiento entre el punto A y el A' son pequeñas debido a que el suelo es muy rígido.

La interacción entre el suelo y la estructura adquiere relevancia en el diseño sísmico de estructuras desplantadas sobre suelos blandos, porque se puede presentar un incremento en el desplazamiento total del sistema suelo-estructura debido a que la cimentación toma una parte de la deformación.

Es frecuente considerar a las señales registradas en la vecindad de la estructura que se analiza o proyecta, como sus excitaciones dinámicas, sin tomar en cuenta otros factores que las modifican durante su trayecto, mismos que se enuncian a continuación.

Para un punto sobre la superficie de un afloramiento rocoso (punto **A**), el movimiento será diferente al que se tendrá a cierta profundidad de la roca (punto **B**). El movimiento en **B** será de menor intensidad que el movimiento en el punto **A** debido a que en la superficie de la roca se amplifica por las condiciones de frontera libre (ver figura 1.2).



**FIGURA 1.2.** La diferencia del movimiento entre A y B se debe a la frontera libre.

El movimiento en roca (punto **B** de la figura 1.3) a una cierta profundidad será diferente al de un punto en roca con la misma profundidad pero que se encuentra por debajo de un estrato de suelo blando (punto **C**). Esta diferencia se debe a que la frontera reflectora de la señal se encuentra más próxima en el punto **C** que en el **B**, además de que también se omiten las ondas que se refractan del estrato de suelo. Este efecto también suele despreciarse.

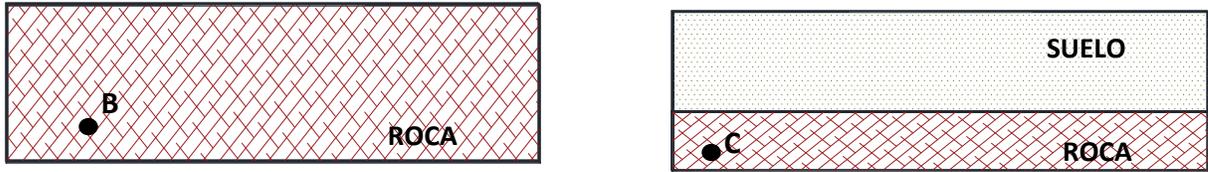


FIGURA 1.3. La diferencia del movimiento en C en relación con el de B es debida a la presencia del estrato de suelo.

El movimiento en un punto C en roca (ver figura 1.4) difiere de los movimientos que ocurren en D que se encuentra sobre la superficie de un estrato que subyace sobre la roca o en E localizado a cierta profundidad de ese estrato, debido a que el suelo tiene una mayor flexibilidad que la roca, generando una respuesta dinámica diferente. Entre más blando sea el suelo en comparación con la roca, mayor será la modificación del movimiento. Este comportamiento es conocido como *respuesta del sitio* en donde el suelo actúa como un filtro de las frecuencias de la señal.

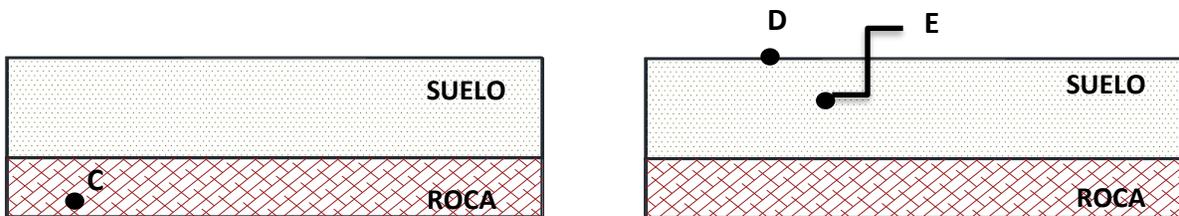


FIGURA 1.4. Los efectos del sitio se observan en los desplazamientos que se miden en D y E

Cuando se realiza una excavación para desplantar una cimentación (figura 1.5), el movimiento que se presenta a esa profundidad punto F es mayor que el que se tendría sin la excavación (punto E) debido a que los esfuerzos que estaba soportando del suelo que se encontraba por encima de esta, restringían su desplazamiento.

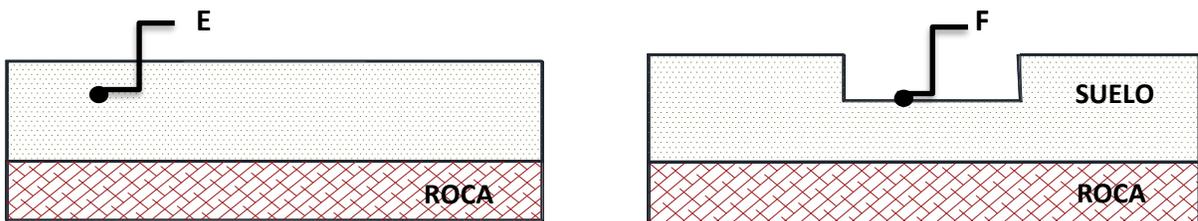
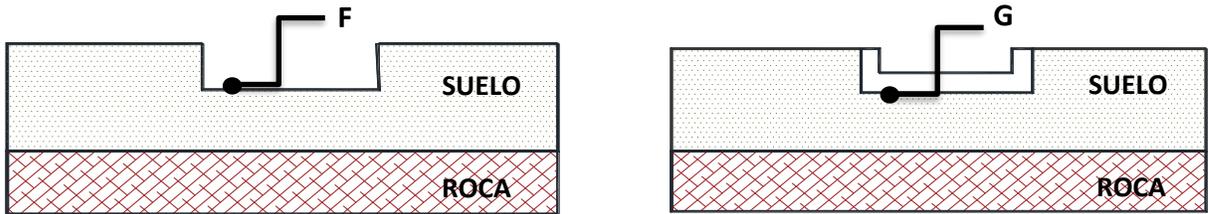


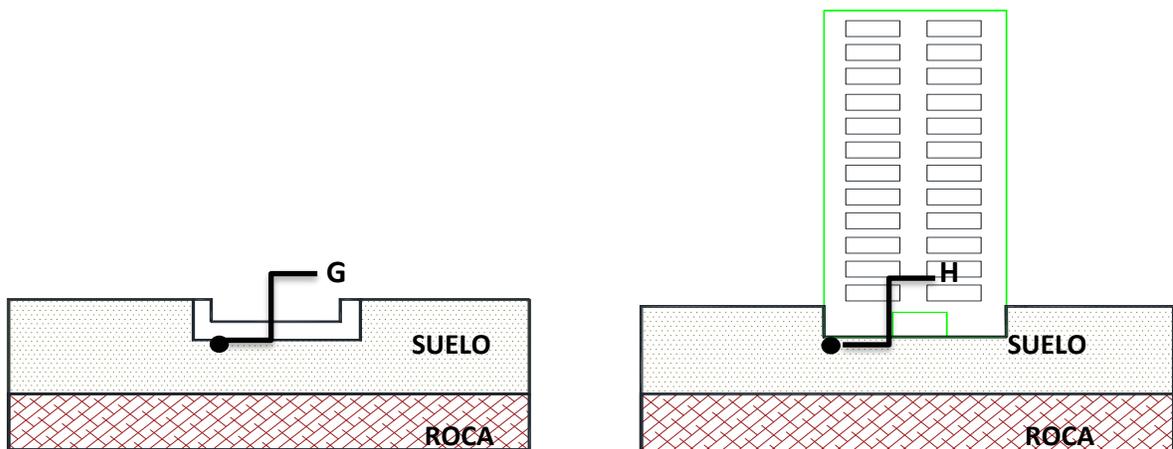
FIGURA 1.5. El punto F que se encuentra a la misma profundidad que E tiene mayores desplazamientos que este último debido a los efectos de frontera libre.

En el caso de que se coloque una cimentación rígida en la excavación (figura 1.6), el movimiento a nivel de desplante (punto **F**) se verá modificado (punto **G**), porque la rigidez del cimienta restringe su desplazamiento.



**FIGURA 1.6.** La rigidez de la cimentación afecta el movimiento del suelo que la subyace, por lo que se tendrán desplazamientos diferentes en los puntos **F** (frontera libre) y **G**.

El movimiento en la base de la cimentación de una estructura (punto **H** de la figura 1.7) también difiere del movimiento en el punto **G** debido a la presencia de la estructura que responde de manera diferente a la excitación.



**FIGURA 1.7.** La estructura responde a determinadas frecuencias de la excitación por lo que modificará el movimiento del terreno (punto **H**) en relación con el que se tendría sin su presencia (punto **G**)

## 1.2 Interacción dinámica suelo-estructura

Es sabido que las propiedades modales de las estructuras son modificadas por la flexibilidad del suelo y la masa del sistema suelo-estructura. El sistema típicamente suele tener un periodo natural de vibrar mayor y una relación de amortiguamiento más grande comparados con los se tienen de considerar a la misma estructura desplantada sobre base rígida. El amortiguamiento adicional es debido al comportamiento histerético del suelo y a la radiación de la energía producida en este (Avilés, J., and Pérez-Rocha, L. E., 1996). Al analizar el comportamiento sísmico de estructuras se deben considerar los efectos cinemáticos y de inercia asociados a la interacción suelo-estructura, porque afectan a las características dinámicas del sistema e influyen en el movimiento del suelo alrededor de la cimentación. Esto ocurre debido a que el suelo en donde se apoya la estructura tiene una forma característica de responder ante una excitación dinámica que no corresponde a la manera en cómo responde la estructura. De aquí surgen dos fenómenos, uno que tiene que ver con la transmisión de los movimientos que provienen de la estructura hacia el suelo, y el otro con la manera en que se modifica el movimiento que proviene del suelo y que se propaga por la estructura.

Cuando las ondas sísmicas llegan a la base de la estructura, si su rigidez es mayor que la del suelo de apoyo, los efectos del movimiento tenderán a ser promediados al tratar de acoplarse la estructura a esos desplazamientos, modificando de esta manera al movimiento incidente del suelo. Esta modificación tiene que ver con:

- a) las dimensiones de la base de la estructura que filtrarán o harán caso omiso a las altas frecuencias,
- b) con la forma de la cimentación que restringirá el movimiento en la zona de apoyo,
- c) con la profundidad de desplante que reflejara y difractorá a las ondas incidentes, y
- d) con la altura y rigidez de la superestructura que le proporcionan una frecuencia fundamental de vibrar.

A su vez, una estructura apoyada sobre suelo blando tendrá un periodo fundamental mayor que el de la misma estructura apoyada sobre roca. Este alargamiento del periodo fundamental de vibración se produce porque se toma en cuenta el periodo del suelo. El incremento o reducción del amortiguamiento y la modificación de la demanda de la ductilidad estructural, aunado al incremento del periodo fundamental, son producidos por la interacción inercial debido fundamentalmente a la inercia y elasticidad del sistema acoplado suelo-cimiento. Al efecto del paso de las ondas sísmicas que se presenta debido a que la rigidez de la cimentación le impide ajustarse a las deformaciones del suelo generando un fenómeno de difracción de ondas que modifica su movimiento, se le conoce como interacción cinemática y depende de la geometría de la cimentación, la estratigrafía del suelo y de la excitación sísmica. La reducción de la traslación de la cimentación produce torsión y cabeceo, y la filtración de los componentes de alta frecuencia ocasionada por su rigidez y geometría se deben a la interacción cinemática. En resumen a los efectos de la interacción suelo-estructura los podemos descomponer en cinemáticos e inerciales (Whitman y Bielak, 1980).

La ISE modifica los parámetros dinámicos de la estructura y las características del movimiento del terreno en la vecindad de la cimentación. Estas variaciones pueden producir reducciones en el cortante basal, en las derivas de entrepiso y en los momentos de volteo calculados para la estructura supuesta sobre base indeformable, incrementado los desplazamientos laterales, que se deberán tomar en cuenta en el diseño de las estructuras.

El movimiento del suelo libre de la presencia de la estructura se le conoce como movimiento de campo libre. Para conocer cuál es el movimiento de la base de la estructura o del terreno inmediatamente adyacente se requerirá calcular, a partir del movimiento de campo libre, cuál es el movimiento que afecta a la estructura. Este será distinto del movimiento de campo libre pues, la presencia de la estructura lo modifica.

Debido a la excepcional deformabilidad de las arcillas de la ciudad de México, los efectos de sitio e interacción suelo-estructura que se presentan durante sismos intensos alcanzan niveles muy superiores a los de otras ciudades densamente pobladas, lo que constituye un riesgo adicional, para propósitos de diseño es conveniente tratarlos por separado. En particular, las amplificaciones dinámicas del subsuelo adquieren valores extraordinariamente altos cuando los periodos predominantes de la excitación y el suelo son similares. De igual forma la interacción puede ocasionar considerables incrementos o reducciones de la respuesta estructural, dependiendo de la relación entre los periodos fundamentales de la estructura y el sitio.

Para edificios diseñados conforme al reglamento, se aplica un modelo simplificado que considera los efectos del periodo, el amortiguamiento y la ductilidad. Sin embargo con ayuda de la tecnología ha sido posible desarrollar software que tome en cuenta modelos tridimensionales para el análisis de la respuesta dinámica del sistema suelo-estructura. Estos modelos son todavía complicados de aplicar para el ingeniero de la práctica, por lo que se realizan investigaciones que lleven a reglas sencillas para ser utilizadas de manera cotidiana y se ajustan los reglamentos o normas a los avances que se van teniendo. En este trabajo se hizo uso de una tecnología que considera el análisis con el método de los elementos de frontera para el cálculo de las funciones de impedancia, y se utilizó un método aproximado propuesto por Iguchi (1982) para el cálculo de los movimientos efectivos de la cimentación.

Se estudiará la modificación de los movimientos en el suelo ocasionados por la presencia de la cimentación con diferentes geometrías (cúbica o rectangular, cilíndrica y con planta en forma de L).

### 1.3 Estado del arte

Dar una definición concisa de interacción suelo-estructura es difícil. El concepto ISE se refiere a los fenómenos estáticos o dinámicos, que involucran al suelo donde se apoya la estructura y a la propia estructura. Por lo tanto es necesario separar algunos de los principales problemas que abarca la teoría de la ISE:

- Respuesta del suelo debido a una fuente estática o dinámica externa que actúa cerca o en la superficie. Las fuentes pueden ser concentradas, es decir cargas puntuales, o distribuidas, además pueden ser armónicas en el tiempo o poseer alguna variación arbitraria (funciones de Green o soluciones fundamentales).
- Respuesta de las estructuras rígidas, idealmente sin masa, a las ondas incidentes (interacción cinemática); o reacomodo de las cargas en la estructura debido a las deformaciones diferenciales en el suelo.
- Deformación adicional que presenta el suelo en las proximidades de la estructura real causada por la retroalimentación de la propia inercia de la estructura (interacción inercial); o la causada por la redistribución de cargas estáticas en la estructura.

El campo de la ISE ha sido estudiado desde el siglo XIX y principios del siglo XX donde varios científicos - en su mayoría matemáticos – proporcionaron el marco teórico junto con soluciones factibles, o funciones de Green, que sirvieron de base para el desarrollo del Método de Elementos de Frontera ampliamente utilizado en la actualidad haciendo posible el replanteamiento y solución de varios problemas, entre ellos los relacionados ISE.

Los primeros científicos que estudiaron el problema de las cargas sobre o dentro de un cuerpo elástico infinito (o semi-infinito) fueron los matemáticos franceses Gabriel Lamé y Benôit Paul Émile Clapeyron, que en la primera parte del siglo XIX abordaron el problema del semiespacio con herramientas matemáticas y métodos imprácticos por lo que no obtuvieron resultados útiles.

La primera solución fundamental tuvo que esperar hasta la mitad del siglo XIX, cuando Sir William Thomson - mejor conocido como Lord Kelvin – formuló expresiones para los desplazamientos provocados por fuerzas estáticas concentradas que actúan en un punto arbitrario en un cuerpo elástico infinito (Thomson, 1848). En 1849, Sir George Stokes, profesor de Matemáticas en Cambridge, resolvió el problema de las fuerzas actuando en un punto en un medio infinito que varían en el tiempo. En la solución de Stokes, donde las fuerzas en tiempo armónico y fuerzas estáticas son casos especiales, constituyen hoy un pilar del método de elementos de frontera y ejerce una influencia profunda no sólo en el campo de la ISE, sino también en la geofísica, la acústica y otras ramas de la ciencia. Una de sus características importantes es que es una de las pocas soluciones fundamentales que son conocidas tanto en los dominios de tiempo y frecuencia. Una interpretación moderna de la solución de Stokes en dos y tres dimensiones se encuentra en el documento escrito por los matemáticos británicos Eason, Fulton y Sneddon (1956).

En el último cuarto del siglo XIX, el matemático francés, Joseph Valentin Boussinesq publicó en 1878 una serie de artículos cortos en Comptes Rendus donde esbozó un método de solución para cargas puntuales verticales aplicadas sobre la superficie de un semiespacio elástico, y dio una solución para un disco rígido con contacto suave en la superficie de un semiespacio que soporta cargas verticales. Sin embargo, fue hasta 1885 cuando su extenso tratado sobre el tema se dio a conocer. El matemático italiano Valentino Cerruti, catedrático de Mecánica Racional y Rector de la Universidad de Roma, publicó en 1882 (Cerruti, 1882) un artículo relacionado en la revista de la Real Academia Italiana (Reale Accademia dei Lincei), a la que muchas investigaciones modernas hacen referencia.

El artículo de Cerruti es general en su enfoque y hace un amplio uso de los teoremas integrales conocidos como principios de Betti - similares a los que subyacen en el BEM (Boundary Element Method) moderno - y obtiene la respuesta en el interior de un sólido arbitrario provocada por tracciones o desplazamientos en los límites externos. Aunque Cerruti no utiliza el lenguaje moderno de la mecánica del medio continuo, su investigación tiene que ver con lo que claramente hoy puede ser reconocido como un problema de límite que implica un cuerpo elástico rodeado en parte por una frontera de Dirichlet, donde se presentan los desplazamientos, y en parte por un límite de Neumann donde se presentan tracciones. A partir de entonces, su método se aplica a cuerpos de extensión limitada por una superficie plana (es decir, un semiespacio); pero en ninguna parte se proporcionan las ecuaciones finales para el campo de desplazamientos debido a la carga tangencial. Sin embargo, sus ecuaciones contienen las herramientas necesarias para obtener una solución no sólo para cargas puntuales tangenciales en la superficie sino para cualquier distribución de carga, horizontal o vertical.

Un adelanto significativo descrito en el documento de 1904 por Sir Horace Lamb, profesor de matemáticas en la Universidad de Adelaida en el sur de Australia, llegó en la forma de solución fundamental para un semiespacio homogéneo sometido a una carga dinámica en su superficie.

Lamb es un precursor de lo que hoy constituye el método de la transformada integral para obtener la respuesta a cualquier carga vertical sobre la superficie de un semiespacio elástico. Debido a que Lamb carecía de herramientas de cálculo eficientes – por ejemplo: computadoras, solo evaluó con cierto detalle la respuesta en el campo lejano a distancias remotas desde la fuente. Al día de hoy y en su honor, el problema de una fuente dinámica aplicada en la superficie de un semiespacio elástico se conoce como el problema de Lamb.

Kioji Suyehiro (1932) presentó una lectura titulada “Vibration on Buildings in an Earthquake”, en esta lectura se discute la respuesta y el daño observado en estructuras rígidas, medianamente rígidas y flexibles, desplantadas en suelo blando y en estrato rocoso. Suyehiro concluyó que alguna acción absorbente presente en el suelo puede ayudar (más o menos) a reducir la acción destructiva de un terremoto en el caso de edificios rígidos

El siguiente avance de las soluciones fundamentales llegó con la publicación en 1936 de la famosa serie de Raymond David Mindlin donde presentó las ecuaciones para el campo de desplazamientos provocados por cargas puntuales estáticas, verticales y horizontales enterrados a una profundidad arbitraria por debajo de la superficie de un semiespacio elástico (Mindlin, 1936).

Cerca de cuatro décadas después de la publicación de Lamb, Cagniard (1939) finalmente logró evaluar las transformadas integrales dobles requeridas en el problema de Lamb por medio de una muy ingeniosa integración que pocos entendieron. Dos décadas más tarde, a su vez, de Hoop (1960) tuvo éxito en la búsqueda de una simplificación sustancial al procedimiento de Cagniard en lo que hoy se conoce como el método Cagniard- de Hoop. Esta estrategia de análisis también fue utilizada por Pekeris (1955) y Chao (1960) para obtener soluciones de forma cerrada - es decir, que no requieren integraciones numéricas - para cargas impulsivas puntuales verticales y horizontales en un semiespacio, para relaciones de Poisson  $\nu = 0.25$ . A partir de entonces, Mooney (1974) generalizó los resultados de Pekeris para cargas puntuales verticales que actúan sobre semiespacios con una relación arbitraria de Poisson, pero sólo dio resultado para la componente horizontal hasta la relación de Poisson  $\nu = 0.2631$ , que es el valor en que la velocidad de las ondas Rayleigh se convierten en números complejos. En todas estas soluciones, los desplazamientos se conocen sólo en la superficie y en el eje de simetría debajo de la carga, y no en los puntos interiores. En cuanto a cargas impulsivas de línea en dos dimensiones, existen soluciones a los problemas de Lamb para fuentes en la superficie y los desplazamientos en cualquier parte del cuerpo. Por el contrario, los desplazamientos en cualquier parte del semiespacio debido a cargas dinámicas sólo pueden obtenerse utilizando métodos numéricos.

El análisis de los problemas dinámicos en la ISE se inició en 1936 con una publicación de Erich Reissner en donde explora el comportamiento de discos circulares apoyados en semiespacios elásticos sometidos a cargas verticales armónicas en el tiempo. En el momento de su disertación, Reissner no se encontraba solo en la búsqueda de soluciones a la carga dinámica en cimentaciones. Por ejemplo, Karl Marguerre escribió un par de investigaciones notables en 1931 y 1933 acerca de los suelos.

Apenas un año más tarde, Reissner (1937) abordó el problema de un semiespacio elástico excitado en la superficie por fuentes de torsión concentradas y distribuidas. Se consideraron momentos puntuales, momentos de anillo, y se evaluó la respuesta a la torsión de los cilindros bajo el supuesto de que el esfuerzo cortante aumenta linealmente con la distancia al eje. Además, también estudió un estrato de suelo de profundidad finita sustentado por un semiespacio elástico, discutiendo brevemente la generalización de los suelos cuyas propiedades cambian continuamente con la profundidad. A pesar de las simplificaciones relativas a la distribución de los esfuerzos de contacto, y teniendo en cuenta los puntos de vista notables que obtuvo sin la ventaja de la tecnología, sobre todo en relación con el amortiguamiento y el sistema equivalente masa-resorte-amortiguador, se puede afirmar que Reissner es pionero de la ISE dinámica.

El problema de cimentaciones superficiales sobre un estrato de base rígida fue estudiado por Arnold, Bycroft y Warburton (1955). En todos estos trabajos se hacen diversas hipótesis sobre las presiones de contacto entre la cimentación y el suelo en orden a facilitar la resolución del problema. Los primeros tres autores consideran cimentaciones circulares, mientras que los últimos tratan cimentaciones rectangulares.

En 1971 Veletsos y Wei estudian las rigideces horizontal y de balanceo de una cimentación circular sobre el semiespacio elástico, calculando el amortiguador equivalente. Luco y Westmann (1972) estudian las rigideces de cimentaciones superficiales sobre el semiespacio.

En 1971 Veletsos y Verbic (1973) fueron los primeros en considerar el medio como viscoelástico, resolviendo problemas de cimentaciones circulares sobre el semiespacio, utilizando el principio de correspondencia. Kobori, Minai, Suzuki (1968) y Kobori y Suzuki (1970) generalizan el método incorporando el amortiguamiento del material. Luco (1976) formula el problema de un disco sobre el semiespacio estratificado reduciendo el problema, incluido el amortiguamiento, a un sistema de ecuaciones integrales.

Las soluciones explícitas para el caso de cimentaciones enterradas en condiciones antiplanas fueron tratadas por Luco (1969); Thau y Umek (1973); Wong y Trifunac (1974); Luco, Wong y Trifunac (1975), en deformación plana por Thau y Umek (1974), Dravinsky y Thau (1976), Wong (1979) y Dravinsky (1980).

Se observó que en un suelo blando la amplitud de una onda sísmica de periodo corto disminuye muy rápido con la profundidad, por lo que las cimentaciones profundas son menos sensibles a las rápidas componentes de las ondas sísmicas (Todorovska, 2002).

Desde esos primeros antecedentes las investigaciones en el campo de la ISE pretenden brindar herramientas técnicas para considerar todos sus efectos en el diseño. Uno de dichos efectos del fenómeno es prevenir la entrada de la energía de onda durante un sismo a la estructura, así como la absorción pasiva de energía sísmica por el suelo durante sismos, principalmente de larga duración. Estos fenómenos deben ser cuantificados para ser considerados dentro del análisis (Schanz y Lankov, 2008).

Otra consecuencia de los efectos ISE es el aparente aumento del periodo del sistema con respecto al que se tiene si se idealiza un apoyo empotrado, puede traer incrementos o reducciones en la respuesta estructural. También cambiará debido al incremento del amortiguamiento producido por la disipación de energía por comportamiento histerético y radiación de ondas en el suelo (Pérez-Rocha y Avilés, 2007).

En general, los efectos de interacción son benéficos para estructuras con periodo fundamental mayor que el periodo dominante del suelo, pero son perjudiciales en caso contrario (Pérez-Rocha y Avilés, 2007).

La modelación del fenómeno de ISE ante cargas dinámicas, como es la acción de un sismo, puede ser planteada desde dos perspectivas: usando un modelo que involucre a la estructura y el suelo circundante como un solo sistema (método directo) o mediante el método de subestructuras, que basado en el principio de superposición descompone el problema en partes más manejables y fáciles de revisar (Wolf, J P., 1985).

Nakhaei y Ghannad (2007) investigaron la influencia de la ISE sobre los índices de daño de Park y Ang. En su trabajo utilizaron un oscilador de un grado de libertad sujeto a cargas sísmicas. El suelo fue modelado como un semiespacio elástico homogéneo usando los modelos de cono. Se observó que la ISE incrementa los índices de daño para estructuras con periodo menor que el periodo dominante del suelo, lo que significa que los métodos formulados sobre base rígida pueden subestimar los índices de daño.

Pérez Rocha y Avilés (2007a y 2007b, 2008) propusieron un modelo para detección de daño basado en desplazamientos máximos y disipación de energía ante cargas monotónicas mediante un índice de Park y Ang modificado. Para considerar los efectos ISE se usó un oscilador con base rígida con las mismas propiedades que el de base flexible.

#### 1.4 OBJETIVO.

Analizar la influencia que el ángulo de incidencia tiene en la respuesta sísmica de cimentaciones con diferentes formas geométricas. Entre los factores que se toman en cuenta en este trabajo están la profundidad de desplante del cimiento y el tipo de onda que se usa como excitación. Se emplea el método indirecto de elementos en la frontera para la obtención de las funciones de impedancia y los movimientos efectivos se calculan utilizando una técnica aproximada.

## 2. ANALISIS DEL PROBLEMA

En el análisis estructural de las cimentaciones por cargas sísmicas, se acostumbra distinguir dos tipos de interacción suelo estructura: interacción cinemática e interacción inercial. El primero se refiere al fenómeno de dispersión de onda, el cual ocurre porque la cimentación es mucho más rígida que el suelo. La interacción inercial es causada por la retroalimentación de la energía cinética de la estructura dentro de suelo.

En este capítulo se revisarán algunos fundamentos de la propagación de ondas, con el objetivo de entender el fenómeno de la ISE

## 2.1 Fundamentos de la propagación de ondas

Una onda se define como el fenómeno ondulatorio y físico por medio del cual se propaga energía sin materia de un punto a otro a través de un medio sólido, líquido, gaseoso o a través del vacío.

Para que se genere una onda es necesario que ocurra una perturbación en el sistema, es decir que se produzca una variación de alguna de sus propiedades físicas (presión, temperatura, densidad etc.) para que originen la vibración inicial que se transmite a lo largo de un medio en forma de energía.

Cuando el medio a través del cual se transmite es la Tierra, se llama onda sísmica, este tipo de ondas pueden ser generadas por movimientos telúricos naturales.

La propagación de una onda puede interpretarse haciendo uso del modelo de la cadena lineal. Esta cadena está compuesta de una serie de partículas de igual masa separadas por resortes también iguales. Este modelo permite explicar el comportamiento de los cuerpos elásticos y por lo tanto la propagación de las ondas mecánicas.

La magnitud física cuya perturbación se propaga en el medio se expresa como una función tanto de la posición como del tiempo  $\psi(\vec{r}, t)$ . Matemáticamente se dice que una función es una onda si cumple con la siguiente ecuación (ecuación de onda):

$$\nabla^2 \psi(\vec{r}, t) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}(\vec{r}, t) \dots \dots (2.1)$$

donde  $v$  es la velocidad de propagación de la onda.

Si la solución a la ecuación de onda es una función seno, la onda se expresaría mediante:

$$\varphi(x, t) = A \sin(\omega t \pm kx) \dots (2.2)$$

donde  $A$  es la amplitud,  $\omega = 2 * \pi * \eta$  es la frecuencia angular y  $k, k = \frac{\omega}{v}$  es el número de onda. El signo negativo es usado para una onda viajando en dirección positiva del eje  $x$  y el positivo es usado para una onda viajando en la dirección negativa del eje  $x$ .

## 2.2 Ondas Mecánicas

Existen varios tipos de ondas y se les clasifica como ondas de cuerpo u ondas superficiales, dependiendo de su forma de propagación si se encuentra dentro del material o en sus fronteras.

Las ondas de cuerpo viajan a través del interior de la materia y pueden ser de compresión, también conocidas como de dilatación o longitudinales y ondas de distorsión, que son de cortante o transversales.

### 2.2.1 Ondas longitudinales.

En este tipo de ondas el desplazamiento de las partículas es paralelo a la dirección de la propagación generando compresiones y dilataciones en los materiales por los que pasan, pueden viajar a través de sólidos y fluidos (figura 2.1). Las ondas P son ondas longitudinales que viajan con mayor velocidad que otro tipo de ondas sísmicas, por lo que son las primeras en ser detectadas.

Su velocidad de propagación  $\alpha$  se calcula como:

$$\alpha = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \dots (2.3)$$

donde  $\lambda$  y  $\mu$  son las constantes de Lamé y  $\rho$  es la densidad del material

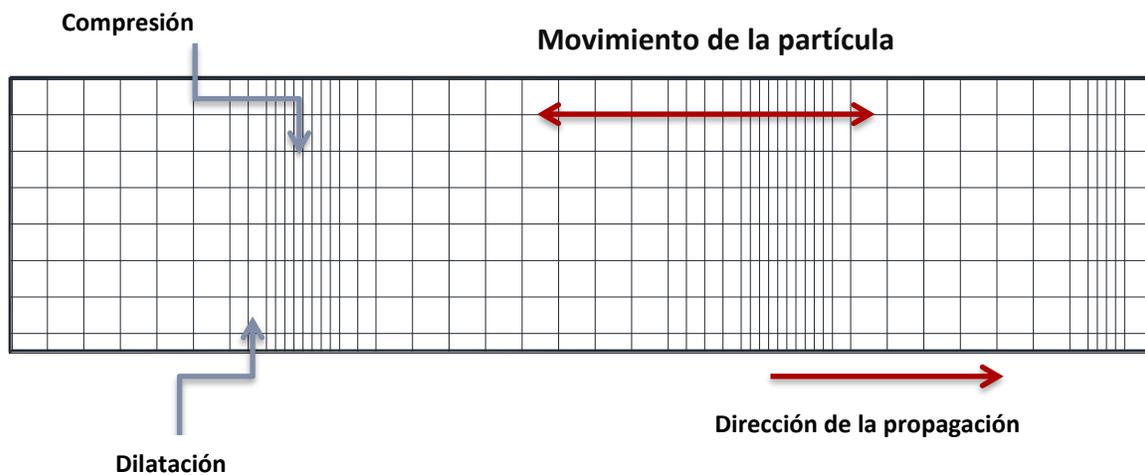


FIGURA 2.1. Ondas longitudinales también llamadas ondas P

### 2.2.3 Ondas transversales.

En una onda transversal el desplazamiento de la partícula es perpendicular a la dirección de la propagación de la onda (Figura 2.2). Las partículas no se trasladan con la onda, simplemente oscilan.

Se propagan con una velocidad  $\beta$  dada por:

$$\beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \dots (2.4)$$

Las ondas S (ondas secundarias) son ondas transversales que se propagan con una menor velocidad que las ondas P llegando poco tiempo después por lo que son las segundas en ser detectadas produciendo esfuerzos de corte en el material.

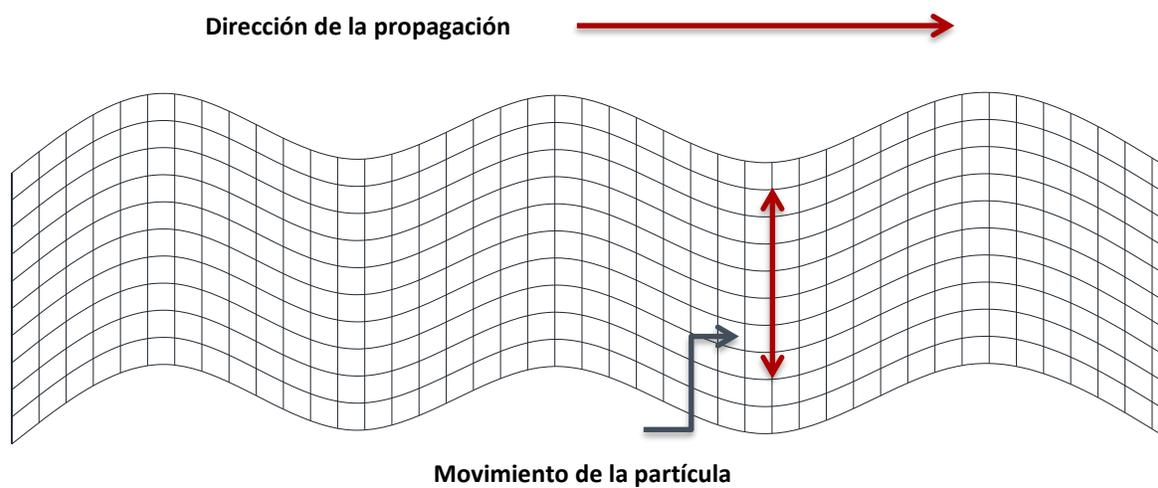


FIGURA 2.2. Ondas transversales, también llamadas ondas S

El desplazamiento de las partículas en el terreno durante el paso de la onda puede ser en cualquier dirección perpendicular a la de propagación; pero, a veces, pueden desplazarse en una sola dirección, en cuyo caso se dice que las ondas están *polarizadas*. La componente vertical de la onda S se denota a menudo por SV, mientras que la componente horizontal se denota por SH (figura 2.3).

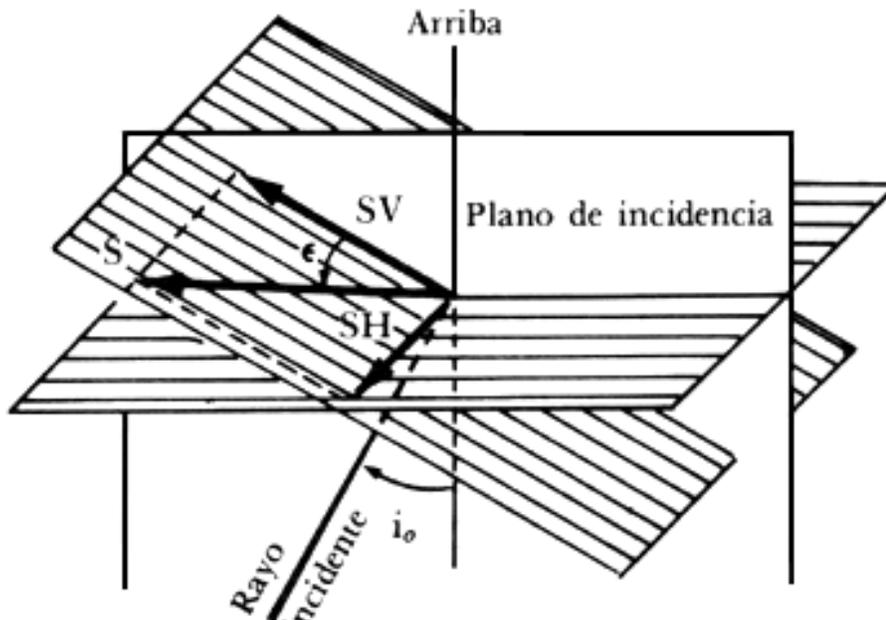


Figura 2.3. Componentes SH y SV de la onda S

#### 2.2.4 Ondas Superficiales

Por otro lado las ondas superficiales se generan por la interacción entre las ondas de cuerpo y los estratos superficiales del terreno. Estas ondas como su nombre lo indica, viajan a lo largo de la superficie, con amplitudes que decrecen con la profundidad.

Las ondas superficiales a grandes distancias del epicentro del terremoto son más importantes que las ondas de cuerpo porque son de mayor amplitud (llevan el 67% de la energía) y por tanto las que pueden generar los mayores movimientos.

Entre las ondas superficiales se encuentran las llamadas ondas de Rayleigh (ondas R) que se describen en los siguientes párrafos.

### 2.2.4.1 Ondas superficiales de Rayleigh

Las ondas de Rayleigh se producen por la interacción de las ondas P y de las ondas SV y poseen ambos movimientos: longitudinales y transversales. Las partículas en un sólido se mueven en órbitas elípticas, (figura 2.4) con en el eje mayor de la elipse perpendicular a la superficie del sólido. Cuando se tiene una mayor profundidad dentro del sólido, la órbita de la elipse decrece.

En las ondas de Rayleigh el movimiento de las moléculas en la superficie del cuerpo por donde se propagan es en el sentido inverso de la dirección de propagación y a una cierta profundidad se invierte.

Este tipo de ondas son las que provocan un mayor daño durante un sismo. Viajan a velocidades menores que una onda S y por lo tanto llegan después pero con una mayor amplitud.

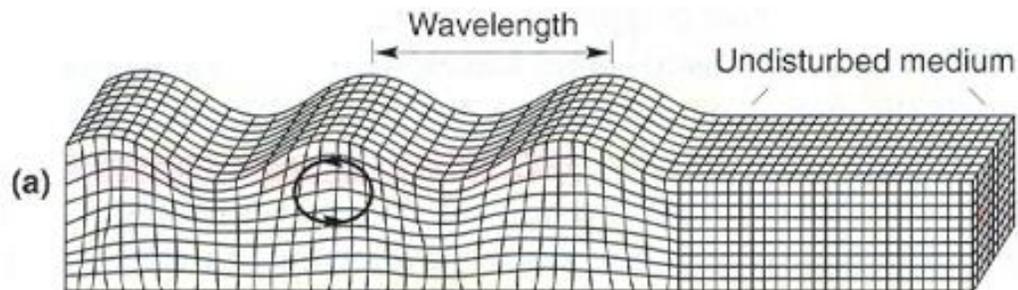


Figura 2.4. Ondas de Rayleigh (Bolt, "Terremotos", Ed. Reverté)

### 2.3 Difracción, refracción y reflexión.

Según los obstáculos y los medios por los que se trasladen los frentes de onda, se presentarán cambios en su dirección de propagación. Estos cambios podrían generar interferencias con otros campos de onda, provocando el aumento o disminución de su amplitud, e incluso su neutralización. Dependiendo de la modificación de la trayectoria, se pueden presentar reflexión del campo de ondas, refracción, difracción y dispersión.

Cuando un frente de onda se propaga por un suelo (medio 1) y en su trayectoria choca con una cimentación infinitamente rígida (medio 2) provocará que la onda se refleje, es decir que la onda al llegar a la base de la cimentación (onda incidente) cambie de dirección y viaje en sentido contrario (onda reflejada) pero conservando el ángulo respecto a una normal (figura 2.5).

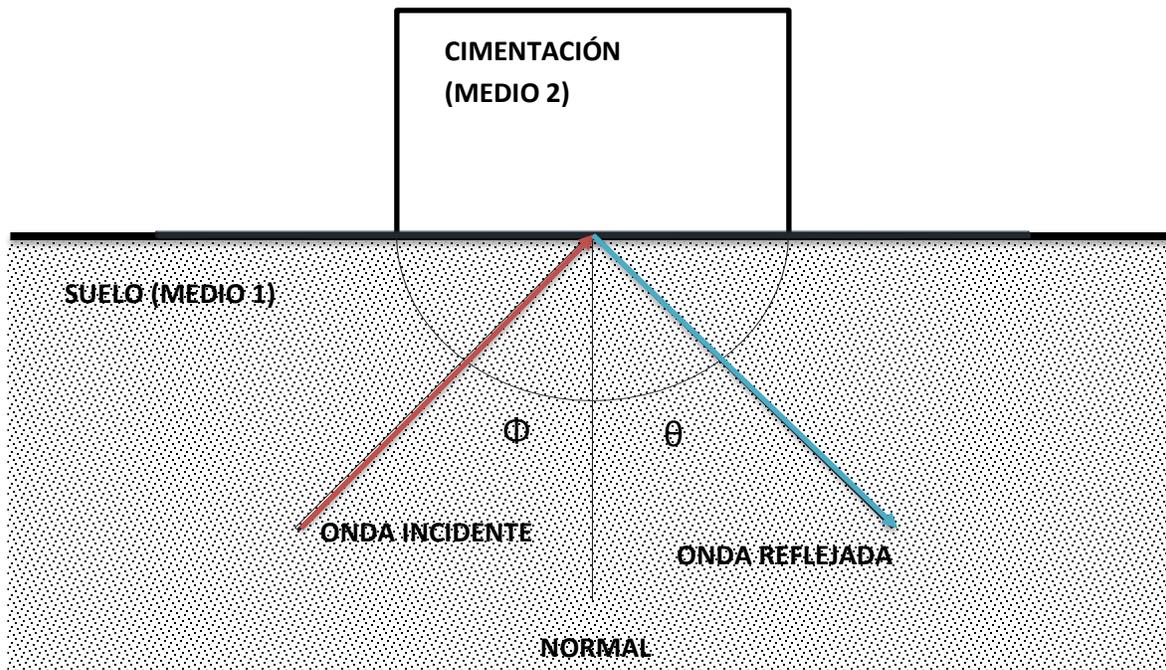


Figura 2.5. Refracción de ondas. El ángulo  $\Phi$  (ángulo de incidencia) es igual al ángulo  $\theta$  (ángulo de reflexión)

El fenómeno de la *difracción* se presenta, por ejemplo, al interponer en el camino de una onda plana una barrera con una abertura. Las vibraciones procedentes de los puntos que están a ambos lados de la abertura no pueden avanzar y detrás de la barrera sólo se observa el envolvente de las ondas que caben por la abertura. En consecuencia, los frentes de onda dejan de ser planos y adquieren una forma curvada o semicircular. La primera interpretación ondulatoria de la difracción se debe a Thomas Young quién decía que “la difusión de la amplitud (de las ondas) está acompañada de la variación de la fase de oscilación. De esta manera, a medida que se propaga el frente ondulatorio tiene lugar una nivelación o una 'disipación' de la distribución heterogénea de la amplitud en el frente ondulatorio" (Landsberg, 1976). Young partía del concepto de la propagación rectilínea de las ondas, concepto que tiempo atrás había introducido Huygens. Sin embargo, fue Fresnel quién le dio un sentido físico al completarlo con la idea de la superposición de ondas.

Siguiendo la misma idea, la difracción se presenta cuando las ondas se encuentran con una cimentación profunda, como se muestra en la figura 2.6. Es importante incluir este fenómeno ya que al no poder las ondas seguir con su trayecto generan una zona de difracción (zona de sombra) por lo que sus efectos modifican el movimiento del campo en ausencia de la cimentación, generando una excitación efectiva compuesta tanto de traslaciones como rotaciones que se presentan por considerar la cimentación infinitamente rígida que no permite que esta se mueva con el suelo.

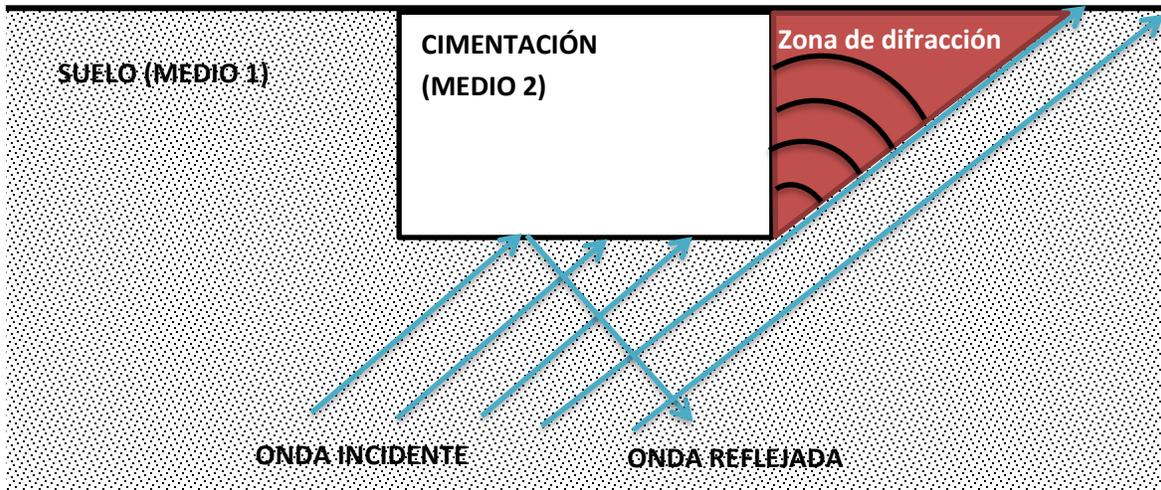


Figura 2.6. Cuando el frente de onda choca con la cimentación parte del frente de refleja y parte se difracta provocando una zona de sombra

La *refracción de ondas* se define como cambio de dirección que experimenta ésta cuando pasa de un medio a otro distinto. El cambio de dirección se produce como consecuencia de la diferencia en la velocidad de propagación que la onda posee en ambos medios, sin embargo la onda refractada mantiene su frecuencia porque es una característica de la fuente de emisión de onda. En la refracción hay tres elementos; onda incidente, ángulo de refracción y onda refractada. El ángulo de refracción formado por la onda incidente y una recta perpendicular a la superficie de separación en el punto de incidencia depende de las características de los medio de propagación. Sin embargo al considerarse la cimentación infinitamente rígida la onda no se difracta debido a que no puede pasar a la cimentación, por lo que solo se refleja y difracta. La refracción se puede presentar cuando se consideran varios estratos (figura 2.6), al no tener una rigidez muy grande las ondas pueden pasar modificando el ángulo con el que inciden.

La ley de Snell relaciona las direcciones de la onda antes y después de cruzar el límite entre los medios:

$$\frac{\sin \theta_1}{n_1} = \frac{\sin \theta_2}{n_2} \dots (2.5)$$

Donde  $n$  nos indica la relación entre la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad de la luz en el medio en estudio

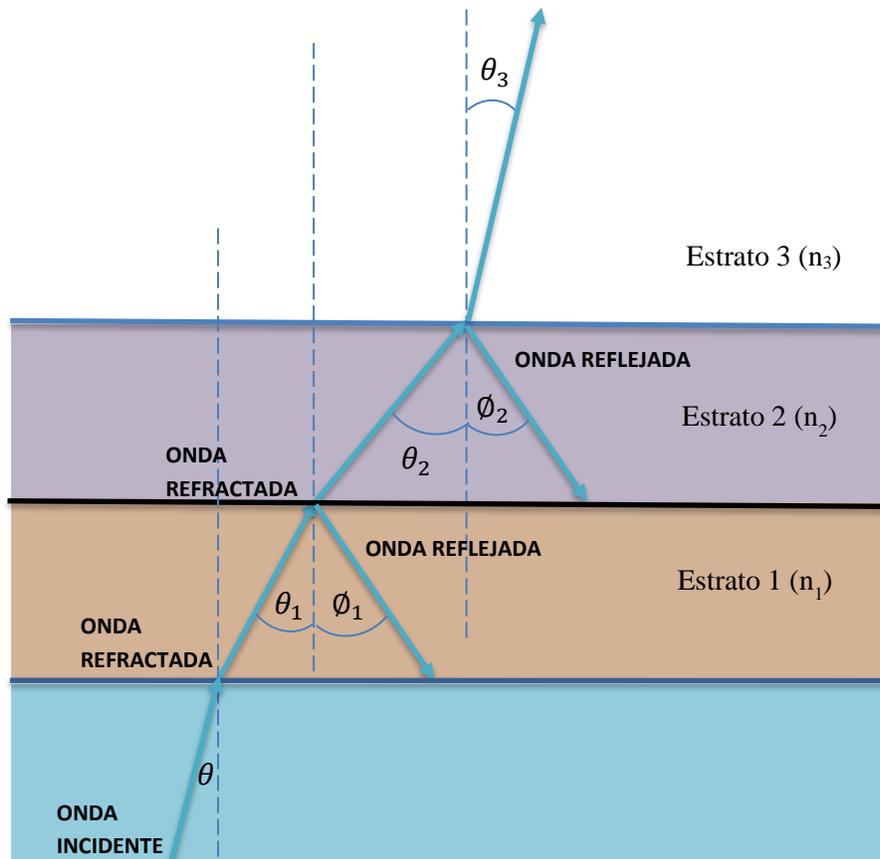


Figura 2.6. La refracción se presenta cuando existen varios estratos con diferente rigidez, como se observa parte de la onda se refracta y parte se refleja.

El ángulo de incidencia y el tipo de onda son importantes factores en la interacción suelo-estructura, ya que de estos también depende la modificación que sufrirá el movimiento del suelo.

En la figura 2.7 se considera el modelo utilizado en este trabajo. Para un ángulo con incidencia vertical su dirección propagación de las ondas reflejadas es igual pero de sentido contrario. Para ondas que incidan con un ángulo distinto al vertical, habrá, además de las ondas incidentes y reflejadas, las ondas difractadas.

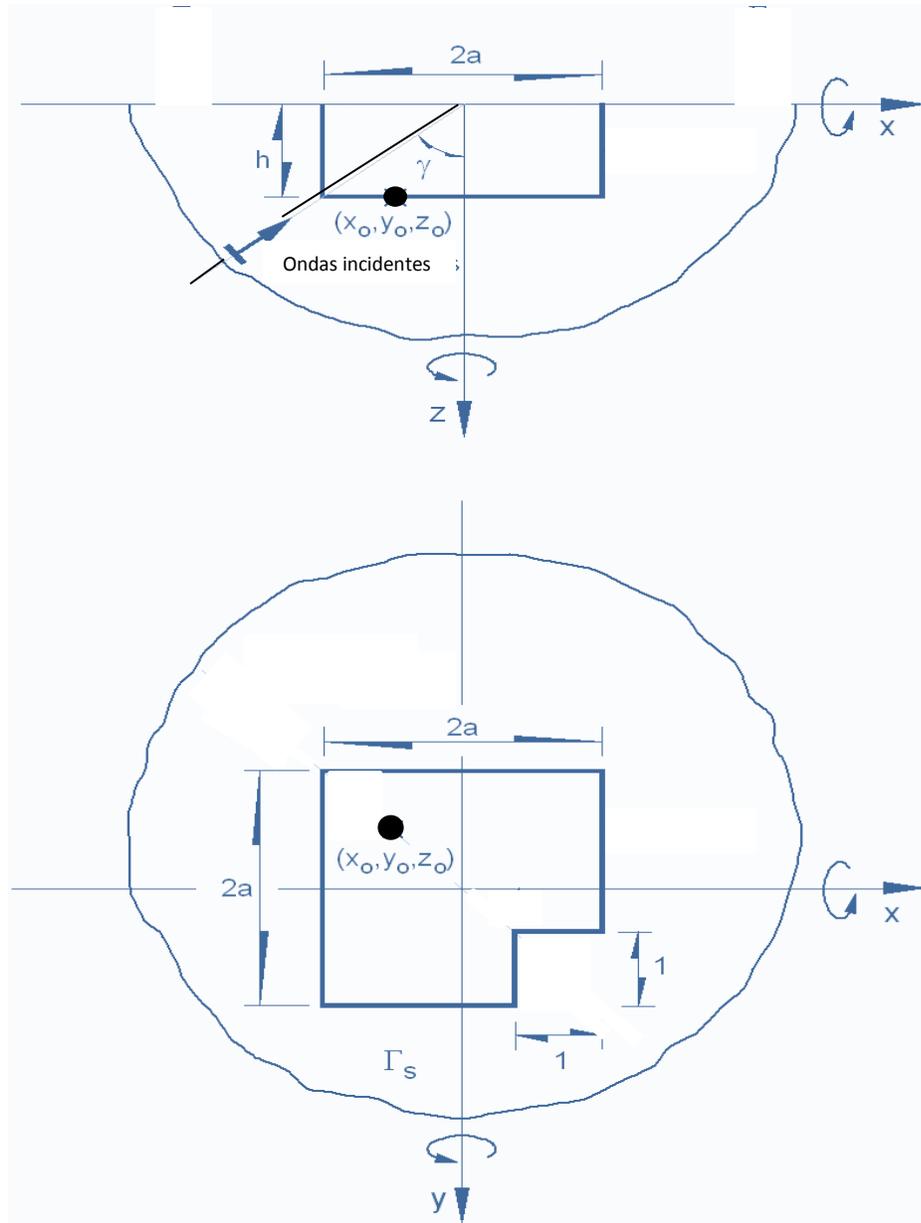


Figura 2.7. Nomenclatura del modelo de cimentación rígida apoyada sobre un semiespacio elástico

## 2.4 Movimientos resultantes de incidencias verticales para cimientos simétricos

Las ondas SH con incidencia vertical, ( $\gamma = 0^\circ$ ) (figura 2.8) se desplazan generando movimientos de la cimentación en el eje y ( $\Delta y$ ) giro en el eje x ( $\theta_x$ ), representados por las líneas punteadas. El movimiento de las ondas SH está representado por un punto debido a que se presenta en el eje y, perpendicular al eje x. Las ondas reflejadas son de la misma magnitud que las ondas incidentes la única diferencia es que se propagan en sentido contrario.

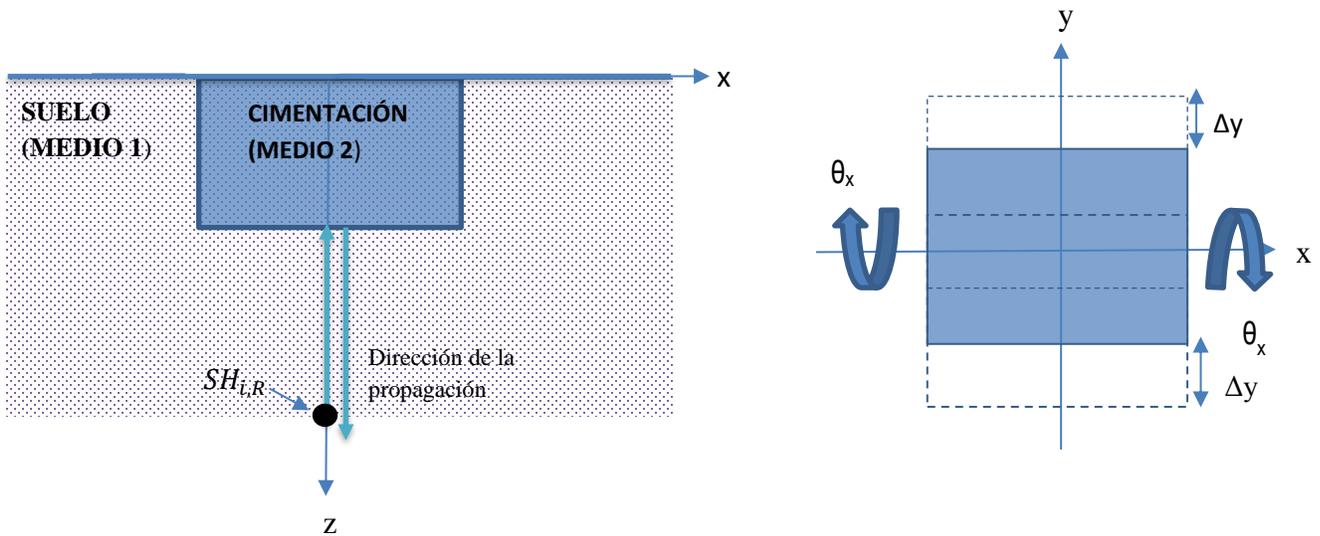


Figura 2.8 Desplazamiento de la cimentación en el eje y (líneas punteadas), y giro en el eje x debido a la incidencia vertical de las ondas SH.

En el caso de las ondas SV los desplazamientos de la cimentación que se presentan son en el eje x ( $\Delta x$ ) además de giro en el eje y ( $\theta_y$ ), como se puede observar en la figura 2.9, donde también se ilustra la dirección de propagación de la onda reflejada y la incidente.

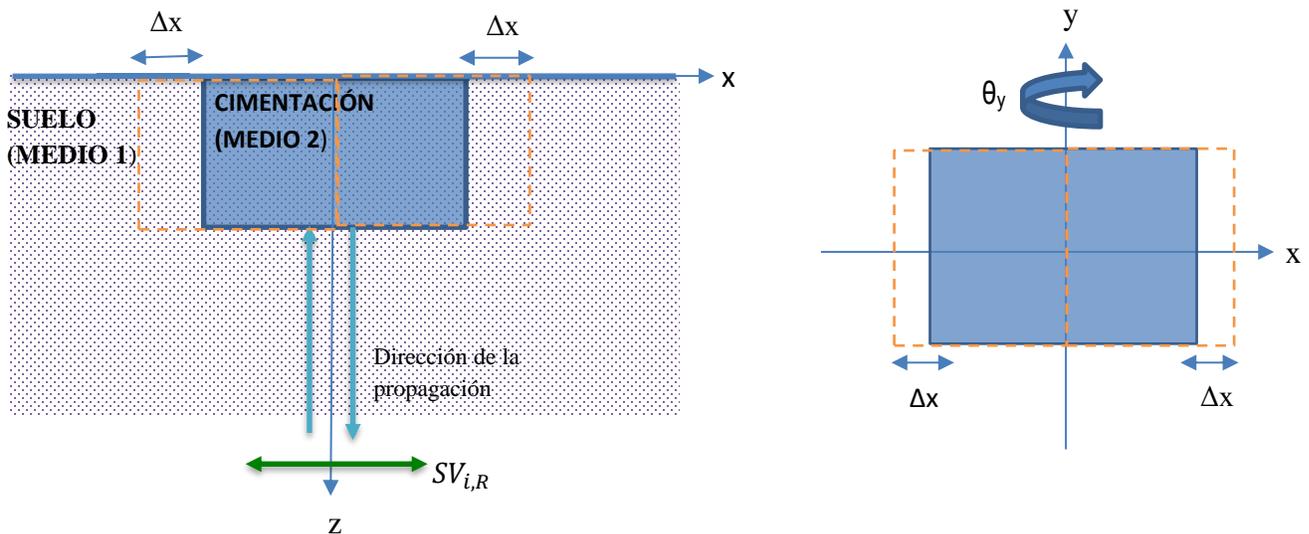


Figura 2.9 Propagación de las ondas SV con incidencia vertical, se presentan los desplazamientos en el eje x y los giros en el eje y. La flecha verde nos indica el movimiento de las ondas mientras que las azules su dirección de propagación

Cuando se presentan ondas P con incidencia  $\gamma=0^\circ$ , el movimiento solo se da en el eje z provocando desplazamientos de la cimentación en esa dirección (figura 2.10)

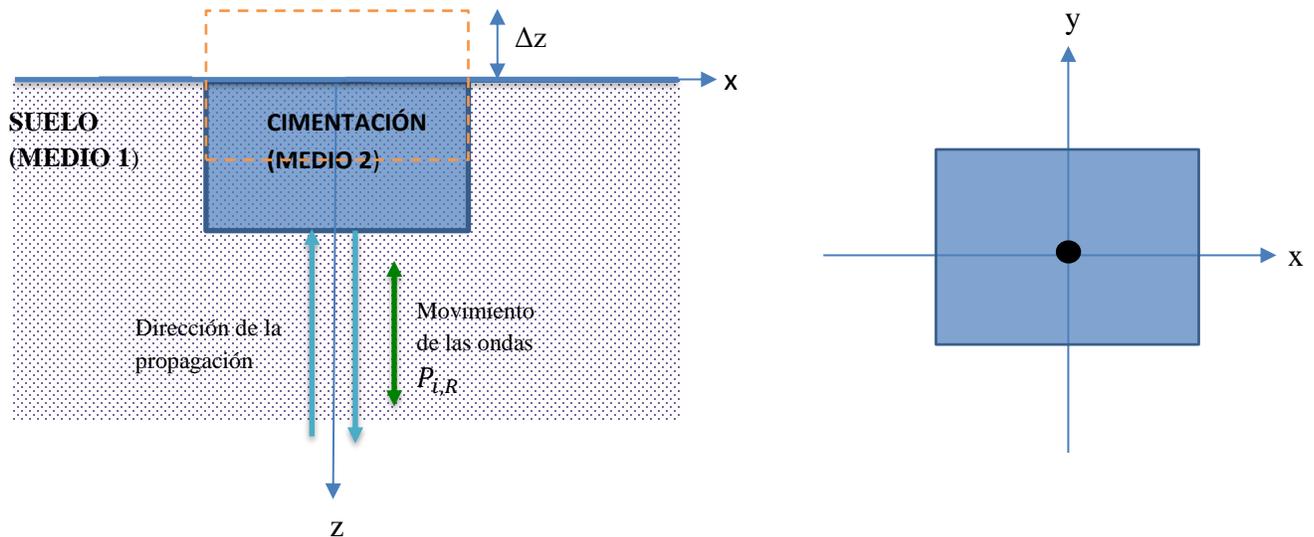


Figura 2.10 Propagación de las ondas P con incidencia vertical  $\gamma=0^\circ$ , solo se presentan desplazamientos en el eje z (líneas punteadas). La flecha verde nos indica el movimiento de las partículas mientras que las flechas azules la dirección de propagación de la onda.

## 2.5 Movimientos resultantes de incidencias oblicuas para cimientos simétricos

Cuando una onda SH incide con un ángulo diferente a  $0^\circ$  (incidencia vertical) la cimentación presenta movimientos en el eje y ( $\Delta y$ ), y giros en los ejes x ( $\theta_x$ ) y z ( $\theta_z$ ) como se ilustra en la figura 2.11. El movimiento de la onda SH se da en el eje y por lo que se decidió ejemplificarlo por medio de un punto.

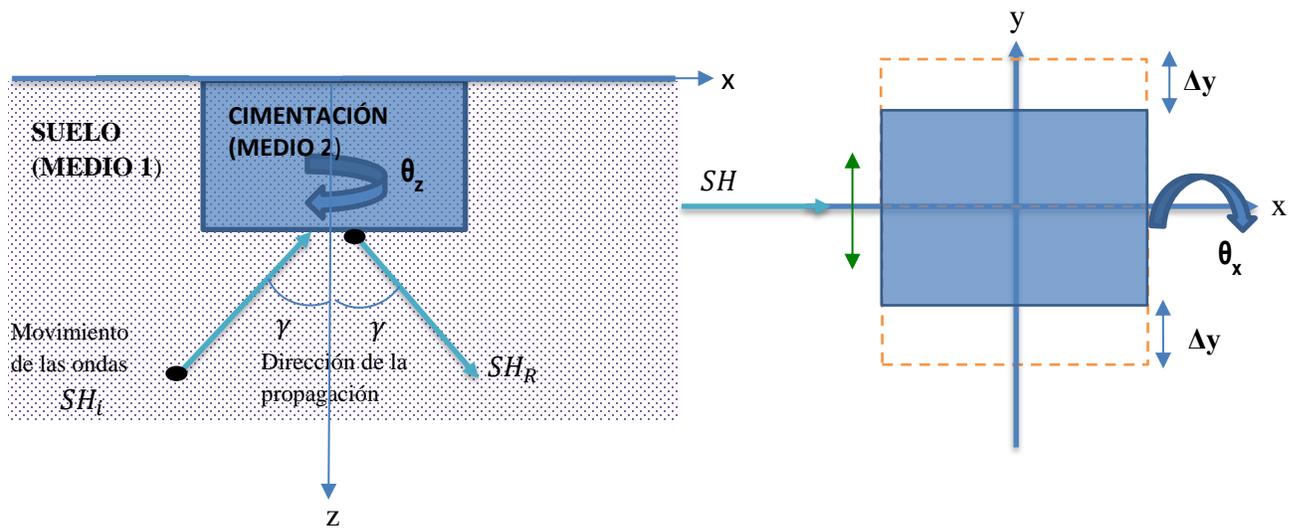


Figura 2.11 Propagación de las ondas SH con incidencia  $\gamma \neq 0^\circ$ , las líneas punteadas nos indican los desplazamientos en el eje y. El ángulo  $\gamma$  es el mismo para las ondas incidentes y reflejadas. La flecha verde nos indica el movimiento de las partículas mientras que las flechas azules la dirección de propagación de la onda.

Para la incidencia no vertical de las ondas SV la cimentación genera movimientos en los ejes  $x$  ( $\Delta x$ ),  $z$  ( $\Delta z$ ), así como giros en el eje  $y$  ( $\theta_y$ ), como se observa en la figura 2.12.

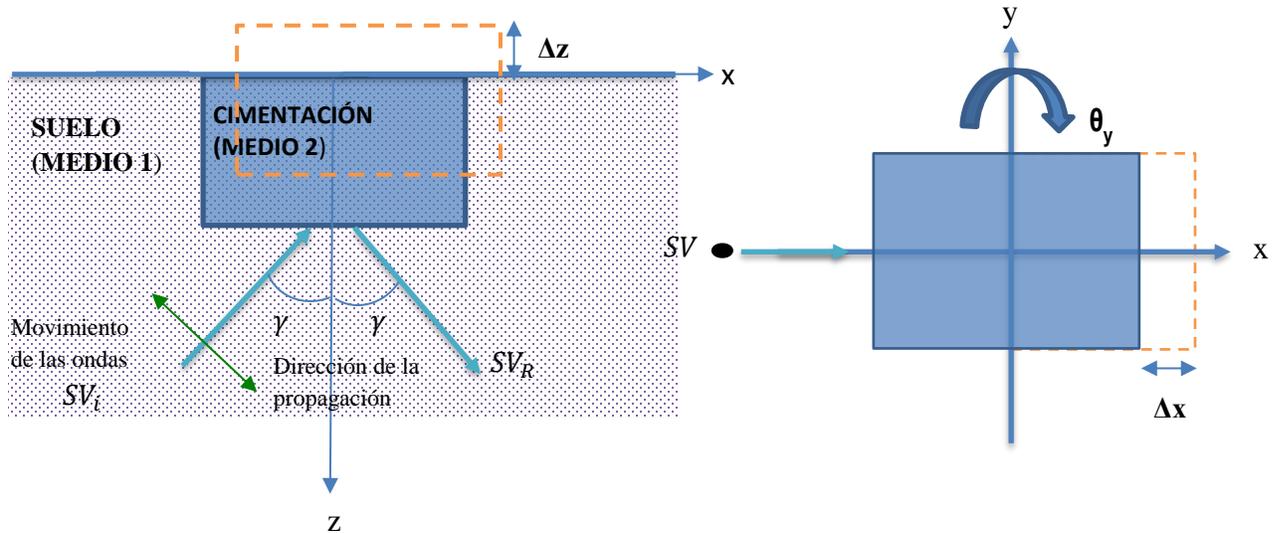


Figura 2.12 Propagación de las ondas SV con incidencia  $\gamma \neq 0^\circ$ , las líneas punteadas nos indican los desplazamientos en el eje  $y$  y en el eje  $x$ , la flecha verde nos indica el movimiento de las partículas mientras que la azul nos indica la dirección de propagación de la onda.

En el caso de la incidencia de ondas P la cimentación presenta desplazamientos en los ejes  $x$  y  $z$  así como giros en el eje  $y$ , como se muestra en la figura 2.13.

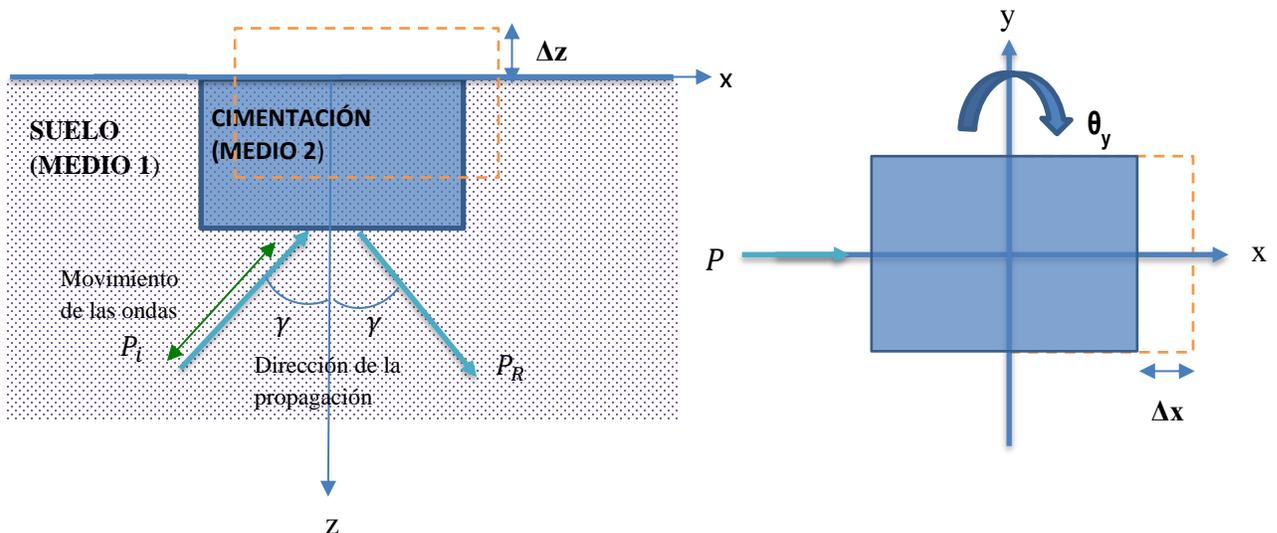
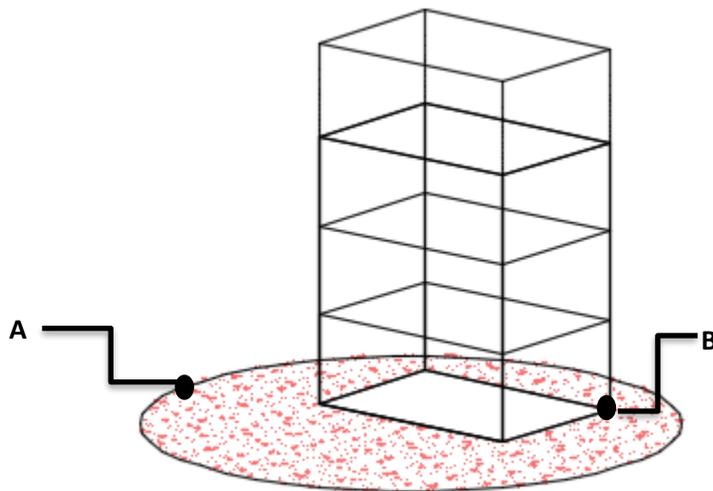


Figura 2.13 Propagación de las ondas P con incidencia  $\gamma \neq 0^\circ$ , las líneas punteadas nos indican los desplazamientos en el eje  $x$ . La línea verde nos indica el movimiento de las partículas mientras que las azules la dirección de propagación, tanto para las ondas incidentes como para las reflejadas

### 3. Interacción dinámica suelo-estructura

La respuesta dinámica de las estructuras es un fenómeno sumamente complejo, que depende de un gran número de variables que involucran a las propiedades del sistema (el suelo y la estructura) y a las características de la excitación a la que se encuentre sometido. A las modificaciones producidas en el movimiento del terreno debido a la reacción de la estructura a este se le conoce como interacción dinámica suelo-estructura. Aunque comúnmente se denomina únicamente como interacción suelo-estructura, existe una diferencia al tratar los problemas dinámicos de los estáticos. Para el caso estático se busca determinar los esfuerzos y deformaciones que se inducen, tanto en el suelo como en la estructura, debidos a cargas gravitacionales. Estos son función del tiempo, por lo que la estructura sufrirá un reajuste en la distribución de las cargas de sus elementos para acomodarse a los asentamientos que va teniendo el suelo. Cuando se trata de la interacción dinámica, las deformaciones que el suelo transmite a la estructura (y viceversa), son instantáneas y las fuerzas externas que actúan en el sistema no son permanentes, provocando que oscilen de diferente manera el suelo y la estructura que a su vez, las transmiten del suelo a la estructura y de la estructura al suelo, modificando su movimiento.

Es posible medir los efectos de la interacción entre el suelo y la estructura. Al comenzar un movimiento, en el suelo se generan desplazamientos y deformaciones, que no son compatibles con los que se inducen en la estructura. Si el movimiento se transmite primero por el suelo, para un punto **A** ubicado lejos de cualquier estructura (campo libre) los desplazamientos que se registren serán diferentes que los ocurridos en un punto **B** situado en la cercanía de una estructura (ver fig 3.1.1).



**FIGURA 3.1.1.** Los desplazamientos obtenidos debidos a excitación dinámica, serán diferentes en el punto A de los medidos en B.

Si la excitación sísmica en la base de la estructura se considera igual al movimiento de campo libre, el efecto de la interacción que se presenta es el resultado de la inercia y elasticidad del sistema (suelo-estructura), a este efecto se le conoce como *interacción inercial* y está controlado principalmente por la masa de la estructura.

Para poder tener un análisis completo es necesario considerar el efecto que se produce por el paso de las ondas sísmicas, que es de gran importancia en las cimentaciones profundas o con dimensiones equiparables a la longitud de la onda de excitación. Este efecto se da principalmente por la alta rigidez de la cimentación en comparación con la del terreno, que no permite que los elementos que la constituyen se ajusten a las deformaciones del suelo, apareciendo un fenómeno de difracción y reflexión de ondas que provoca la modificación del movimiento en el suelo. A este fenómeno –se le conoce como *interacción cinemática*.

Es práctica común el efectuar sólo el análisis de interacción inercial, considerando los efectos de sitio en la determinación de la excitación sísmica empleada como movimiento de entrada para la cimentación.

Aunque esta excitación no posee componentes de rotación, generalmente es más desfavorable que el movimiento efectivo obtenido del análisis de interacción cinemática.

Es sabido que el periodo fundamental de la estructura interactuando con el suelo siempre se incrementa en relación con el periodo de considerarla desplantada sobre base rígida, porque el sistema acoplado tiene una flexibilidad mayor (Jenningsy Bielak, 1973, Veletsos y Meek, 1974). El amortiguamiento del sistema acoplado generalmente también aumenta, por la disipación adicional de energía ocasionada por el amortiguamiento que se genera en el suelo (material y geométrico). El amortiguamiento efectivo del sistema puede llegar a ser menor que el amortiguamiento de la estructura sobre base rígida, sin embargo esta reducción puede ser compensada por el incremento debido al amortiguamiento del suelo (Avilés y Pérez-Rocha, 1996).

Los principales efectos de la interacción, (la modificación del periodo fundamental, el amortiguamiento y la ductilidad) nos llevan a respuestas de la estructura mayores o menores que las que tendría en su condición de base rígida.

### 3.1 Solución en tres pasos.

La solución del problema de ISE dinámica para el caso de cimentaciones rígidas se puede descomponer en tres pasos (figura 3.1.2) que consisten en lo siguiente:

- **Interacción cinemática:** determinación del movimiento de la cimentación rígida sin masa generado por la excitación sísmica. En general este movimiento efectivo consta tanto de traslaciones como de rotaciones, aun si la cimentación no se encuentra enterrada. Sólo para el caso de superficiales sujetas a ondas planas con incidencia vertical, el movimiento de la cimentación es idéntico al campo libre.
- **Funciones de impedancia o funciones de rigidez:** determinación de las funciones de impedancia del suelo, las cuales se definen mediante las fuerzas y los momentos necesarios para producir desplazamientos y rotaciones armónicos unitarios en la cimentación, respectivamente. Son

dependientes de la frecuencia de la excitación y representan los resortes y amortiguadores equivalentes del suelo.

- Interacción Inercial: Es la determinación de la respuesta de la estructura apoyada sobre los resortes y amortiguamientos que se calculan mediante las funciones de impedancia y que se somete a excitaciones sísmicas en su base. En este punto se toma en cuenta la masa de la estructura.

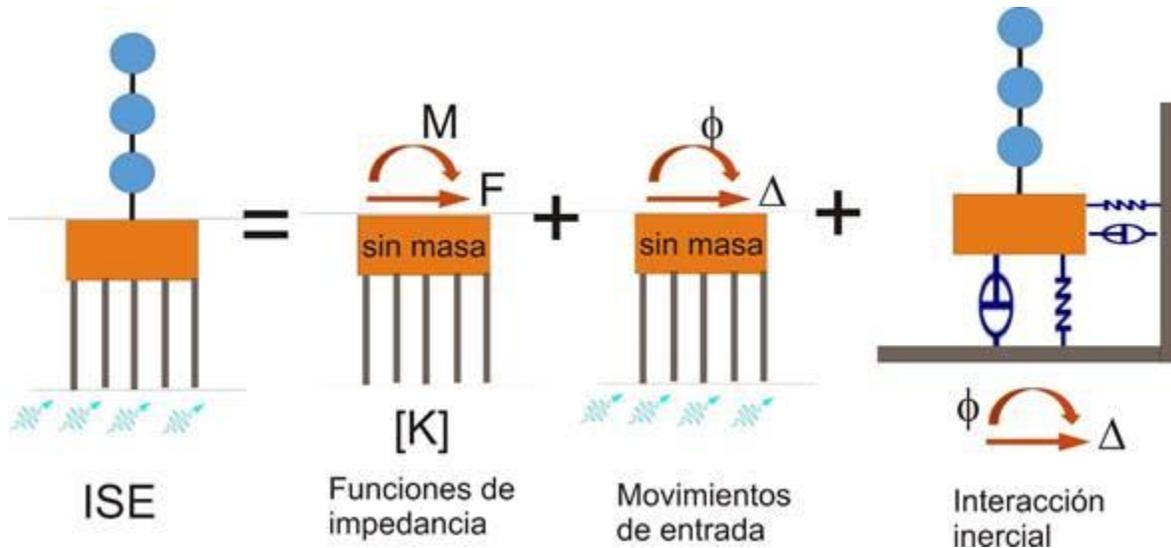


FIGURA 3.1.2. Solución en tres pasos de la Interacción suelo-estructura

Esta solución es la que se aplicó en este trabajo, obteniendo únicamente el primer paso, que consta de los movimientos de entrada o movimientos efectivos a partir de funciones de impedancia ya calculadas.

### 3.2 Interacción cinemática

La interacción cinemática es un problema de difracción de onda producida por el contraste de rigideces, debido a la presencia de la cimentación, que es un elemento de mayor rigidez que el suelo, es claro que el campo de desplazamientos impuesto en el terreno libre, en ausencia de ésta se verá modificado por la presencia de la misma. Esto produce una reducción en las amplitudes de los movimientos de alta frecuencia, e introduce una excitación rotacional.

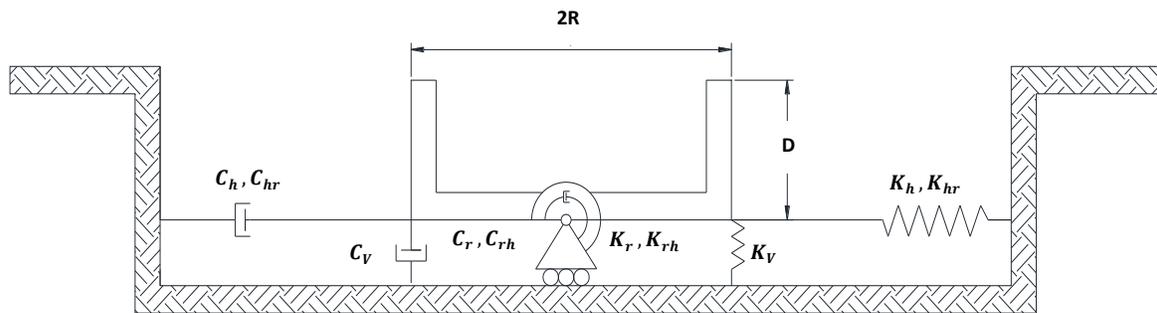
El objetivo del análisis de interacción cinemática consiste en determinar la excitación efectiva de la cimentación que se origina por el movimiento sísmico. La excitación está representada por el movimiento de entrada que se genera mediante la superposición de las ondas incidentes y reflejadas por la superficie del terreno, con las ondas difractadas por la cimentación al ignorar la presencia de la estructura.

La interacción cinemática depende de la geometría de la cimentación, de las características del subsuelo, así como del ángulo y del tipo de ondas sísmicas que inciden. Sus efectos modifican el movimiento de campo libre dando lugar a una excitación efectiva de la cimentación compuesta tanto de traslaciones como de rotaciones. Si el cimiento es suficientemente rígido las traslaciones sufren reducciones debido a que se

promedia la variación del movimiento del terreno alrededor de la cimentación. Las rotaciones aparecen debido a que la cimentación tiende a girar al no poder deformarse para seguir los desplazamientos diferenciales en la región de enterramiento.

### 3.3 Funciones de rigidez

Las funciones de rigidez dinámica también conocidas como funciones de impedancia del suelo (figura 3.1.3), se definen como la relación en estado estacionario entre la fuerza (momento) excitadora y el desplazamiento (rotación) resultante, para una cimentación rígida carente de masa y excitada armónicamente (Avilés, 2004).



**FIGURA 3.1.3. Resortes y amortiguadores equivalentes del suelo (Avilés, 1991)**

Los significados físico y matemático de las funciones de rigidez dinámicas se pueden entender empleando la analogía con un oscilador elemental cuya ecuación de movimiento es:

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = p(t) \dots (3.1)$$

Donde  $M$ ,  $C$ , y  $K$  son la masa, el amortiguamiento y la rigidez del oscilador, respectivamente,  $p(t)$  es la fuerza de excitación y  $x(t)$  el desplazamiento. Para una excitación armónica  $p(t) = Pe^{i\omega t}$ , en estado estacionario se tiene una respuesta  $x(t) = Xe^{i\omega t}$ . Por lo que, después de manipularla para trabajar en el dominio de la frecuencia, la ecuación anterior se reduce a:

$$(K + i\omega C - \omega^2 M)X = P \dots (3.2)$$

Por definición sabemos que la rigidez dinámica del oscilador es la relación en estado estacionario entre la fuerza excitadora y el desplazamiento resultante, por lo tanto:

$$K(\omega) = \frac{P}{X} = (K - \omega^2 M) + i\omega C \dots (3.3)$$

Con la expresión anterior podemos deducir que la rigidez dinámica del oscilador es una función compleja y dependiente de la frecuencia de la excitación. La parte real expresa la rigidez e inercia del oscilador, su carácter dinámico proviene del hecho de que la inercia del suelo varía con la frecuencia de excitación, mientras que la parte imaginaria es el amortiguamiento histerético como el de radiación que generan en el sistema. Físicamente representan los resortes y amortiguadores equivalentes del suelo de soporte.

Las funciones de impedancia implican la solución de un problema mixto de valores en la frontera mediante la aplicación de la teoría de la propagación de onda. Los desplazamientos en la interfaz entre el suelo y la cimentación están prescritos por movimientos y giros armónicos unitarios de esta última, mientras que los esfuerzos en la superficie del terreno son nulos.

Para su cálculo se utilizó un método numérico que requirió de la discretización de las fronteras de la cimentación y de la superficie libre en su vecindad, empotrados en un semiespacio viscoelástico, con un módulo de Poisson de 0.45 y un amortiguamiento histerético del 5%. El cimiento se considera infinitamente rígido y en contacto continuo con el medio que lo rodea. Como el modelo utilizado en este trabajo es elástico-lineal, los campos de esfuerzos y desplazamientos se calcularon considerando la superposición de los efectos de aplicar cargas armónicas en cada uno de los elementos circulares usados para la discretización.

La figura 2.7 ilustra para el caso de cimientos con planta en forma de L, la geometría y el sistema, coordinado utilizado, se observa la forma en la que inciden las ondas, donde  $\gamma$  representa el ángulo de incidencia, que en este trabajo se consideró igual a  $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$  y  $90^\circ$ , también se observa el punto de referencia  $(x_0, y_0, z_0)$ , donde  $x_0, y_0$  corresponden a las coordenadas del centroide de la cimentación y  $z_0 (h)$  a la profundidad de desplante.

Para cada punto donde se calculan las rigideces dinámicas, se obtienen un total de treinta y seis valores  $(K_{mn}; m, n = x, y, z, \theta_x, \theta_y, \theta_z)$ , seis de los cuales corresponden a las fuerzas y momentos que se generan en la misma dirección que tienen los desplazamientos y giros unitarios aplicados; los restantes treinta valores corresponden a las impedancias acopladas cuyos valores generalmente son pequeños o nulos, las impedancias se calcularon considerando un amortiguamiento del 5%

### 3.4 Movimientos efectivos.

Una de las soluciones del problema de ISE basada en los conceptos de fuerzas de control y movimientos de entrada, consiste en suponer una cimentación rígida sin masa sujeta a una excitación sísmica y fuerzas externas. La respuesta total del cimiento en notación matricial se puede escribir como:

$$U = U_0 + K^{-1}F \dots (3.4)$$

Donde  $U_0$  representa los movimientos de entrada originados por la excitación sísmica y  $K^{-1}F$  los movimientos provocados por las fuerzas externas  $F$  sobre el cimiento, siendo  $K$  las impedancias de la cimentación que se definen mediante las fuerzas y momentos necesarios para producir desplazamientos y rotaciones armónicos unitarios en la cimentación, representando los resortes y amortiguadores equivalentes del suelo. La ecuación 3.4 conviene expresarla de la siguiente forma:

$$U = K^{-1}(F + F_0) \dots (3.5)$$

donde  $F_0$  representa las fuerzas de control definidas por:

$$F_0 = KU_0 \dots (3.6)$$

Si ponemos atención en la ecuación 3.6 podemos entender el significado físico de las fuerzas de control. Considerando que el movimiento de la cimentación se cancela completamente ( $U=0$ ) porque las fuerzas externas actúan a la par de la excitación sísmica, entonces  $F_0 = -F$ . Para este caso podemos interpretar  $F$  como las fuerzas externas que se requieren para mantener fija la cimentación ante cualquier excitación sísmica; estas acciones también se conocen como *fuerzas de fijación*.

Por lo tanto las fuerzas de control  $F_0$  corresponden a las fuerzas sísmicas que el suelo ejerce sobre la cimentación considerada como empotrada.

Conocidas las fuerzas de control y las impedancias de la cimentación, de la ecuación 3.6 se puede obtener el movimiento de entrada o excitación efectiva del cimiento:

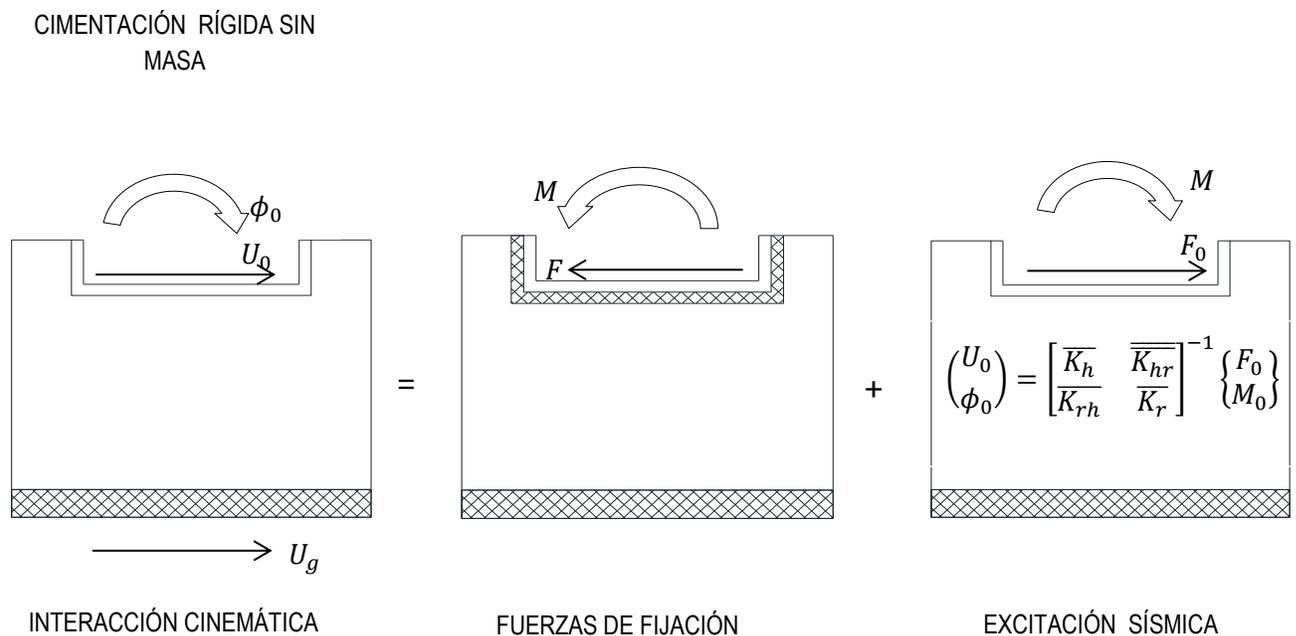
$$U_0 = \frac{F_0}{K} \dots (3.7)$$

Por lo que:

$$U_0 = F_0 K^{-1} \dots (3.8)$$

Esta representación del problema de interacción cinemática nos lleva a descomponer la solución en dos partes (figura 3.18), las cuales se ejemplifican en la figura 3.1.4 y consiste en lo siguiente:

1. Determinación de las fuerzas de fijación  $F$  que se requieren para impedir el movimiento de la cimentación inducido por la excitación sísmica.
2. Determinar el movimiento de entrada  $U_0$  provocado por las fuerzas  $F_0$  (fuerzas sísmicas que actúan sobre la cimentación). Estas fuerzas son de la misma magnitud y sentido opuesto que las fuerzas de fijación (fuerzas externas que mantienen fija la cimentación).



**FIGURA 3.1.4. Descomposición de la interacción cinemática**

Los movimientos efectivos nos indican los desplazamientos y giros que tiene una cimentación rígida, sin masa, cuando es sometida a la acción dinámica de una excitación, a diferencia de las impedancias que representan las fuerzas y desplazamientos necesarios para producir desplazamientos y giros armónicos unitarios en el suelo. Los movimientos efectivos se representan por tres desplazamientos ( $U_{o,x}, U_{o,y}, U_{o,z}$ ) y tres giros ( $\theta_{o,x}, \theta_{o,y}, \theta_{o,z}$ ). Básicamente nos indican la modificación que sufre el movimiento de campo libre ( $U_{gx}^s, U_{gy}^s, U_{gz}^s$ ) debido a la presencia del cimiento que genera difracción. Para su cálculo se puede requerir hacer uso de métodos numéricos, más aún cuando el modelo involucrado tiene geometrías irregulares. En muchas ocasiones se omite el considerarlos y únicamente se toman en cuenta los movimientos de campo

libre, esto no genera errores cuando la cimentación es superficial y la incidencia de ondas es vertical, porque no se presenta el fenómeno de difracción, por el contrario, cuando se tiene una cimentación profunda sujeta a un frente de ondas con un ángulo de incidencia diferente, la difracción deberá ser considerada. Al igual que en el cálculo de las impedancias, existen varias técnicas desarrolladas para obtenerlos, sin embargo, al haber un mayor número de factores a considerar (tipo de onda y ángulo de incidencia adicionales a la geometría del cimientado y propiedades del medio) los análisis paramétricos implican un mayor número de procesos. Iguchi (1982) propuso un método aproximado que permite el cálculo de los movimientos de entrada con aproximación razonable y es el que se emplea en este trabajo. El "Método de Iguchi" es descrito en un capítulo posterior.

Es común en la práctica tomar en cuenta solo la excitación sísmica en el análisis de ISE como si fuera el movimiento efectivo, sin embargo el movimiento de entrada de la cimentación puede ser diferente del movimiento del campo libre por lo que esta situación no debería ser ignorada, porque la capacidad de amortiguamiento no depende sólo de la disipación de energía por amortiguamiento material y geométrico del suelo, sino también de la pérdida por la difracción. Actualmente se analiza el problema de interacción suelo-estructura de una forma más realista usando el concepto de rigideces dinámicas o funciones de impedancia, que sustituyen al suelo por "resortes" y "amortiguadores" que dependen de la frecuencia de excitación, y que toman en cuenta aspectos como la geometría de la cimentación y el perfil estratigráfico del sitio.

## 4. Métodos para la obtención de los movimientos efectivos

Un modelo es un sustituto del sistema real que se utiliza para estudiar su comportamiento ante diversos escenarios. Los avances tecnológicos han permitido monitorear de manera más eficiente sus respuestas. Los modelos que se emplean pueden ser físicos o matemáticos. Estos últimos se pueden resolver utilizando programas de cómputo donde la adaptación de los modelos en estudio es relativamente sencilla, es posible construir estos programas a partir de la integración de conocimientos científicos y tecnológicos con la finalidad de tener un resultado lo más exacto posible.

En la actualidad, la simulación numérica permite estudiar sistemas complejos y fenómenos naturales que sería muy costoso, peligroso o incluso imposible de estudiar por experimentación directa. Por ello, la modelación matemática constituye un procedimiento efectivo para predecir y entender su comportamiento, al menos en la etapa inicial. El análisis de los datos obtenidos de mediciones realizadas directamente sobre las estructuras reales o de los modelos físicos construidos expresamente siempre es deseable para corroborar lo arrojado por los cálculos en gabinete.

Son varios los procedimientos utilizados para el cálculo de los movimientos efectivos, algunos de los más notables se describen a continuación.

### 4.1.1 Método de elementos finitos

El método de elementos finitos (MEF) ha adquirido gran importancia en la solución de problemas ingenieriles, físicos, etc. debido a que resuelve problemas que hasta hace poco eran difíciles o imposibles por métodos matemáticos tradicionales, lo que obligaba a tener como única alternativa la construcción de prototipos para poder predecir su comportamiento y con ello poder obtener resultados aproximados a los reales, la gran ventaja de tratar con un modelo simplificado y con parámetros bien establecidos es que se pueden hacer varios cálculos variando un parámetro a la vez (estudio paramétrico) y observando cómo influye en el resto del modelo.

El MEF permite obtener una solución numérica aproximada sobre un cuerpo, estructura o dominio, a partir de su división en un número elevado de subdominios no intersectantes entre sí denominados elementos finitos. Dentro de cada elemento se distinguen una serie de puntos representativos llamados «nodos». Dos nodos son adyacentes si pertenecen al mismo elemento finito; además, un nodo sobre la frontera de un elemento finito puede pertenecer a varios elementos. El conjunto de nodos considerando sus relaciones de adyacencia se llama malla.

El análisis del MEF se programa computacionalmente para calcular los desplazamientos, y posteriormente las deformaciones y tensiones.

El método de los elementos finitos ha sido utilizado ampliamente en la solución de problemas de interacción suelo-estructura, Lysmer y Kuhlemeyer (1969) usaron esta técnica desarrollando unos contornos absorbentes que impiden las reflexiones de las ondas sobre la frontera del modelo discretizado, estudiando los efectos del enterramiento de la cimentación, Wass (1972) estudió el problema generando matrices de rigidez dinámica para regiones estratificadas y horizontalmente infinitas, que consideran la influencia de la parte de suelo que se excluye del modelado. Kausel (1974) extiende las técnicas de Wass a regiones de

geometría axisimétrica con excitaciones no axisimétricas, estudiando la influencia del tamaño de la malla, el enterramiento de la cimentación, la profundidad de los estratos, y proponiendo fórmulas aproximadas de cálculo. Ettouney (1976) compara resultados con varios tipos de contornos. Elsabee y Morray (1977) presentan fórmulas aproximadas que completan las propuestas por Kausel. Gonzalez (1977) estudia cimentaciones cuadradas asimilándolas a circunferencias o cilindros según sean superficiales o enterradas.

#### 4.1.2 Método de diferencias finitas

Los Métodos de Diferencias finitas fueron ampliamente utilizados tanto en problemas de Física como de Ingeniería, desde la aparición de la computadora. Los primeros programas de diferencias finitas tenían limitaciones, fundamentalmente de tipo geométrico, en la actualidad los que se han desarrollado tienen una gran versatilidad.

En los problemas de Física e Ingeniería existen numerosos cálculos relativos al medio continuo. Debido a que la computadora no tiene la capacidad de manejar directamente los cálculos, se discretiza el medio en una serie de puntos, donde se pueden determinar los valores con la condición de que la diferencia de los resultados entre dos puntos contiguos sea inferior a un valor predeterminado. Este concepto de diferencias finitas fue ampliamente utilizado antes de la aparición del Método de Elementos Finitos y que, por supuesto, fue aplicado en problemas de interacción suelo-estructura. En la actualidad se han desarrollado potentes programas mediante el Método de Diferencias Finitas, como el FLAC/FLAC3D, por mencionar algunos.

La idea de este método consiste en aproximar las derivadas que aparecen en las ecuaciones diferenciales ordinarias o en derivadas parciales (ecuación de Laplace, ecuación de ondas, ecuación de calor, etc.) mediante desarrollos en serie de Taylor.

#### 4.1.3 Método de Elementos en la Frontera.

El método de Elementos en la Frontera (BEM por sus siglas en inglés) es un método numérico para la solución de ecuaciones diferenciales parciales. El método también es conocido como el método integral de frontera (BIE). El BEM solamente requiere la aproximación de las variables y la geometría del problema, en la frontera del modelo. Esta quizá es la característica más relevante que lo distingue, a diferencia de otras técnicas numéricas que plantean la aproximación en todo el dominio, como es el caso los métodos descritos en los incisos anteriores. BEM permite modelar geometrías complejas y puede representar adecuadamente las características del modelo proporcionando resultados adecuados sin tener que generar mallas muy finas.

Los métodos de elementos de frontera, se han aplicado con éxito en los problemas de ISE. Su utilidad se basa en su capacidad para poder representar medios infinitos. Se aplican tanto en el dominio del tiempo con en el de frecuencia por medio de la transformada de Fourier o de Laplace.

## 4.2 MÉTODO DE IGUCHI

Un análisis riguroso de las cimentaciones sujetas a perturbaciones sísmicas se requiere en general de métodos computacionales elaborados que implican en varios casos, el uso de grandes recursos de cómputo. Aunque estos métodos pueden ser usados para resolver problemas de ISE, debemos tener en cuenta que los resultados no son exactos dado las incertidumbres involucradas así como las hipótesis que se consideran, por lo tanto para este problema se hace uso de soluciones aproximadas. Uno de los métodos aproximados es el algoritmo propuesto por Iguchi (1982). Una de las ventajas de este método respecto a otros es que reduce de manera considerable el tiempo de cómputo requerido, por lo que se pueden obtener resultados para diferentes condiciones. En este método, la excitación efectiva del cimiento se obtiene mediante un promedio pesado de los desplazamientos y esfuerzos de campo libre en la interfaz entre la cimentación y el suelo.

Las cimentaciones pueden tener diferentes geometrías dependiendo básicamente del diseño arquitectónico de la superestructura y de las soluciones que se proporcionen en geotecnia para soportar las cargas. Hoy en día existen programas que pueden resolver la interacción cinemática, que se encarga de determinar el movimiento de la cimentación rígida sin masa generado por la excitación sísmica, la cual se puede obtener calculando primero las propiedades dinámicas del suelo determinadas mediante funciones de impedancia para posteriormente obtener los movimientos de entrada.

El método de Iguchi obtiene una parte de la interacción cinemática, la correspondiente a los movimientos efectivos, siempre y cuando se conozcan las funciones de impedancia que requieren de métodos como el IBEM, u otros ya descritos, para ser calculadas. Si la cimentación se idealiza como un cuerpo rígido, su movimiento en respuesta a las excitaciones sísmicas se puede describir completamente por seis componentes: tres desplazamientos y tres rotaciones. Este movimiento es medido en un punto de referencia con coordenadas:  $x_0, y_0$  y  $z_0$ ; en este trabajo se utilizó como punto de referencia el centroide de la superficie de la base de la cimentación.

Los desplazamientos en la cimentación en cualquier punto se describen con el vector:

$$u_0 = \{u_x, u_y, u_z, \phi_x, \phi_y, \phi_z\}^T \dots (4.1)$$

Donde:

$u_x, u_y, u_z$  = desplazamientos en los ejes x,y,z, respectivamente.

$\phi_x, \phi_y, \phi_z$  = giros en los ejes x,y,z, respectivamente.

El movimiento de un punto arbitrario (x, y, z) en la interface del suelo-cimentación se puede obtener con:

$$u = Au_0 \dots (4.2)$$

En donde la matriz de transformación A esta dada por:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z - z_0 & -(y - y_0) \\ 0 & 1 & 0 & -(z - z_0) & 0 & x - x_0 \\ 0 & 0 & 1 & y - y_0 & -(x - x_0) & 0 \end{bmatrix} \dots (4.3)$$

El movimiento de la cimentación se puede aproximar por:

$$u_0 = H^{-1} \iint A^T u^* dS + K^{-1} \iint A^T t^* dS \dots (4.4)$$

Donde:

$$H = \iint A^T A dS \dots (4.5)$$

K= rigidez dinámica (funciones de impedancia).

$u^*$  = desplazamientos del campo libre a lo largo de la interface

$t^*$  = esfuerzos del campo libre a lo largo de la interface (negativo cuando actúa sobre la excavación o positivo cuando actúa en el suelo removido)

Si el punto de referencia escogido está en el centroide de la superficie de la base de la cimentación, y los ejes coordenados están orientados con los ejes principales de la superficie, se puede obtener una matriz H.

$$H = \text{diag} \{S, S, S, J_x, J_y, J_z\} \dots (4.6)$$

Donde S es el área de contacto de la superficie, y  $J_x, J_y, J_z$  son los segundos momentos del área respecto a los tres ejes.

A partir de las ecuaciones anteriores, se puede deducir que para obtener el movimiento de la cimentación, es suficiente conocer su geometría, las funciones de impedancia y el movimiento del campo libre. Para una cimentación superficial, el segundo sumando de la ecuación 4 no se considera porque en la superficie libre los esfuerzos son nulos. El movimiento de la cimentación es simplemente un promedio ponderado del movimiento de campo libre a lo largo del área de contacto.

En el artículo "On rigid foundations subjected to seismic waves" escrito por Artur L. Pais y Eduardo Kausel (1989) se comparan los resultados al utilizar el método de Iguchi con los generados mediante métodos analíticos por otros autores, obteniendo resultados con una aproximación razonable

Una de las comparaciones fue con los resultados de Day para una cimentación cilíndrica en un semi-espacio homogéneo sujeto a ondas SH. Estos resultados se cree son exactos debido a que como lo mostro Day, satisfacen soluciones analíticas para algunos casos especiales.

En las figuras 4.1 y 4.2 se reproducen dos gráficas. En una de ellas (figura 4.1) se presenta la comparación entre el método de Iguchi y el método de Day, para una cimentación cilíndrica empotrada en un medio homogéneo. Se puede observar que para la parte imaginaria existen algunas diferencias, sin embargo los valores reales son muy parecidos.

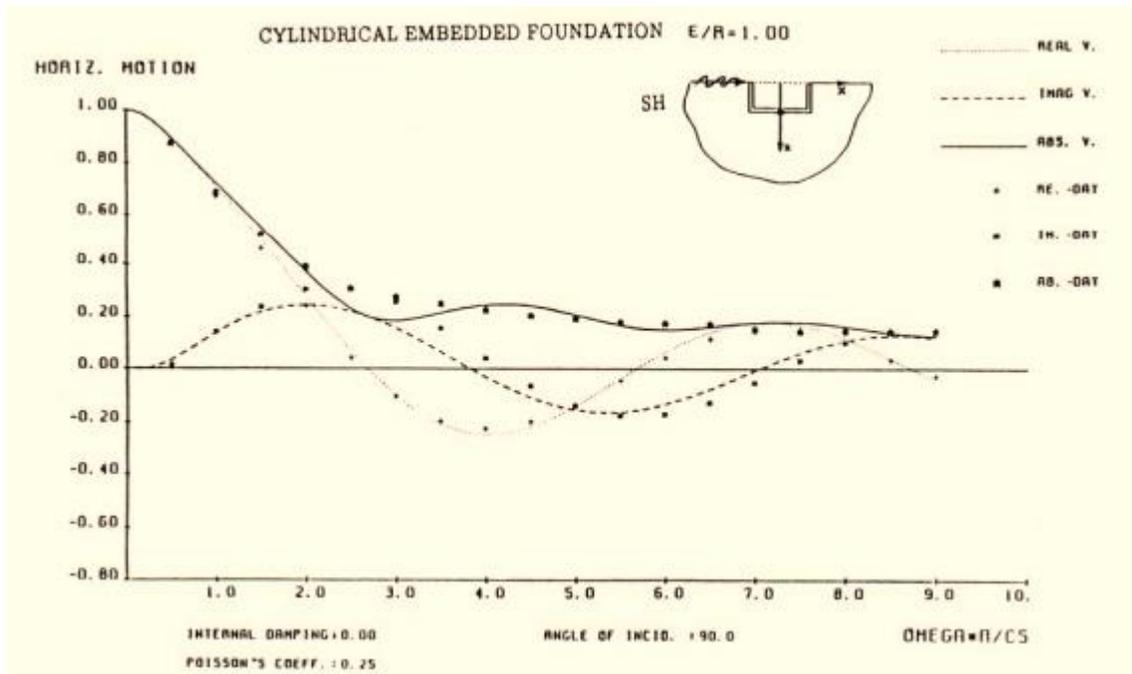


Figura 4.1 Comparación entre el método de Iguchi y el método de Day para una cimentación cilíndrica

La figura 4.2 muestra resultados del método de Iguchi para una cimentación rectangular superficial sujeta a ondas SH con diferentes ángulos de incidencia, por lo que únicamente se presentan los movimientos horizontales en el eje X.

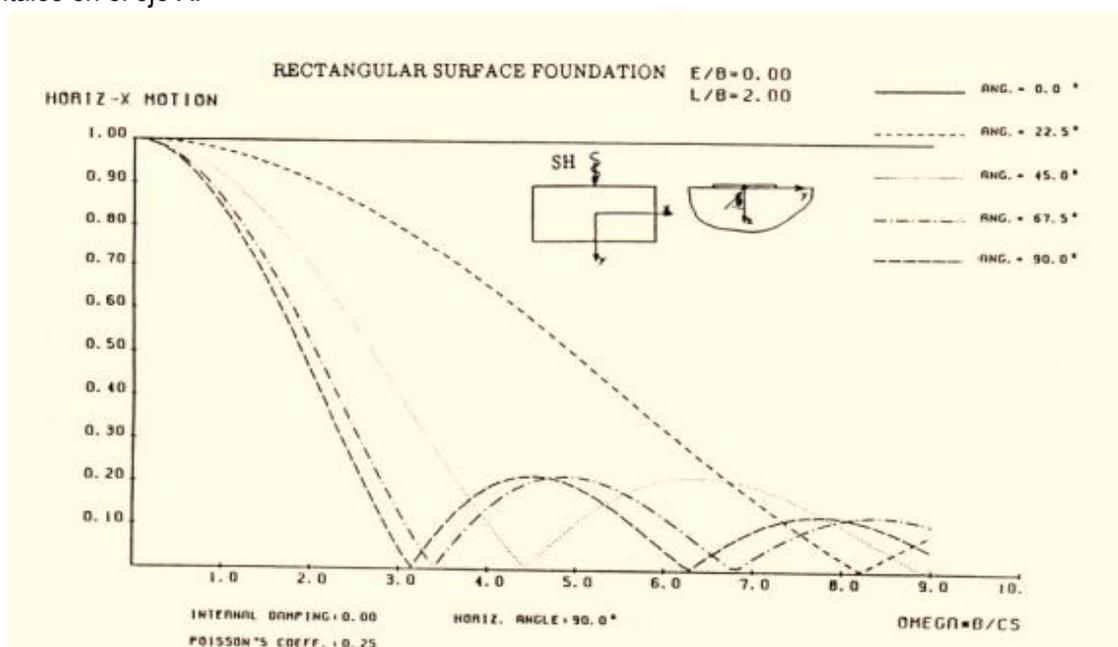
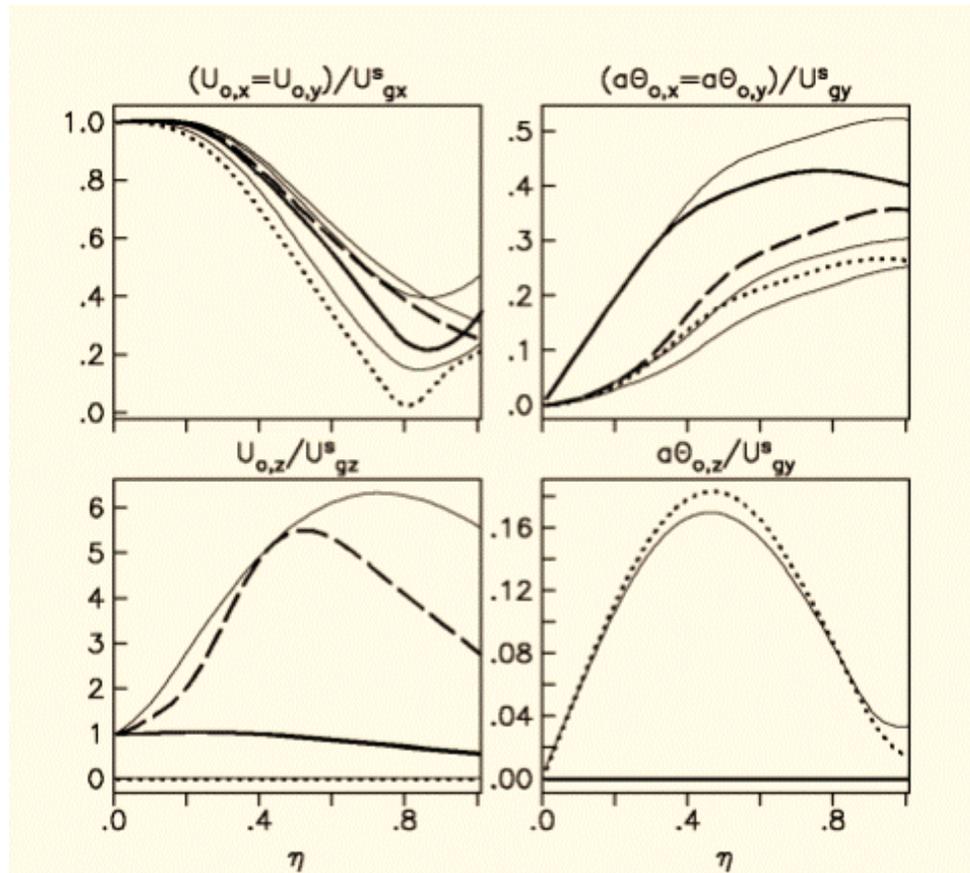


Figura 4.2 Resultados obtenidos con el método Iguchi para una cimentación rectangular

La siguiente figura (figura 4.3) nos muestra resultados obtenidos con un método de elementos en la frontera y los obtenidos con el método de Iguchi, para cimientos enterrados sujetos a la incidencia de las ondas P, SV, y SH, con un ángulo de  $30^\circ$ , como se puede observar en la figura, los resultados obtenidos por ambos métodos son muy similares, con lo que podemos concluir que el método de Iguchi en general es una herramienta muy útil, por la sencillez de su planteamiento y desarrollo, además de proporcionar resultados aceptables (ref).



**Figura 4.3** Resultados obtenidos utilizando un método de elementos en la frontera (líneas gruesas) y los calculados con el método de Iguchi (líneas delgadas), para cimentaciones enterradas sujetas a la incidencia de ondas P (línea continua), SV (línea a trazos) y SH (línea punteada), ángulo  $g=30^\circ$ .

En el capítulo “Resultados” se presentaran las gráficas obtenidas mediante este método, se observará que se varía el ángulo de incidencia ( $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$  y  $90^\circ$ ) y las geometrías de la cimentación (cúbica, cilíndrica, y planta en forma de L), debido que son distintos parámetros que se toman en cuenta para saber la influencia que cada uno tiene en los movimientos efectivos, se escogió este método debido al poco tiempo que emplea para arrojar resultados y a la sencillez del planteamiento, además de que a pesar de no ser un método exacto nos da valores con una aproximación razonable.

## 5 DISCRETIZACIÓN

### 5.1 Discretización de figuras

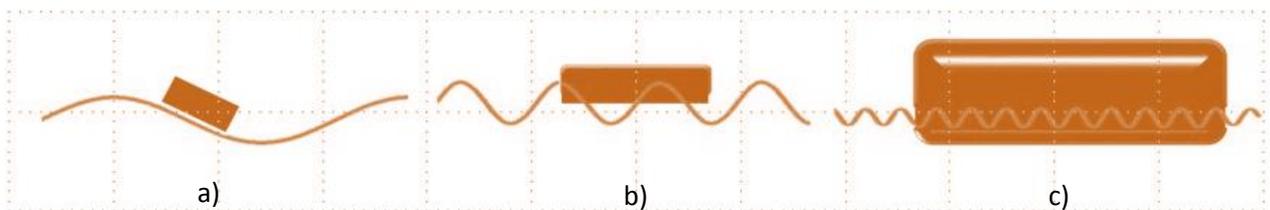
Para el cálculo de las funciones de impedancia y de los movimientos efectivos se requirió de la discretización de las fronteras de la cimentación y de la superficie libre en su vecindad. Para facilidad en los cálculos, la discretización se hizo mediante elementos de forma circular utilizando algoritmos que consideraran las dimensiones del cimientado y las frecuencias a analizar. Con ellos se obtuvieron las coordenadas de los centros de cada círculo y su radio. El tamaño de los elementos dependió de la frecuencia analizada. Cuando las frecuencias son altas se requiere contar con un mayor número de elementos, para poder describir con mayor precisión las deformaciones generadas por longitud de onda. Es común utilizar de cuatro a cinco círculos por longitud de onda (en este trabajo se consideraron cuatro). Una parte de la superficie libre en contacto con la cimentación también debe ser discretizada en un área que garantice que las ondas que se reflejen de su borde, estén lo suficientemente atenuadas para no modificar el movimiento y que el semiespacio quede bien representado. En este trabajo se consideró un área que rodeaba al cimientado con una distancia a partir de este de hasta 5 veces su semiancho.

La importancia que la longitud de onda tiene en relación con la dimensión del cimientado se ilustra en la figura 5.1.

Sí el movimiento tiene frecuencias muy pequeñas, la longitud de onda será muy larga como en el caso de la figura (5.1a), lo que ocasionará que la cimentación se mueva junto con la onda por lo que no le causara daño al no presentarse esfuerzos cortantes que la puedan afectar.

Por el contrario cuando la longitud de onda mide aproximadamente  $\frac{1}{4}$  de la longitud del cimientado figura (5.1b), la cimentación al tratar acoplarse al movimiento del terreno provocará que se presenten esfuerzos cortantes.

Cuando la excitación del movimiento tiene frecuencias muy altas (figura 5.1c), la cimentación rígida no puede seguir los movimientos del terreno, por lo que tiende a promediarlos.



#### 5.1 Afectación de la frecuencia al movimiento de la cimentación.

En este trabajo se utilizó el método indirecto de elementos en la frontera para calcular las funciones de impedancia. Para ello se requirió discretizar en elementos pequeños de forma circular, a los bordes tanto de la cimentación como del semiespacio. El tamaño de los elementos estuvo en función de la longitud de onda

analizada (los cálculos se llevaron a cabo en el dominio de las frecuencias). Este método es utilizado para resolver la ecuación de campo de la elasticidad. Se basa en la representación integral de capa simple de los campos elásticos considerando la función de Green  $G_{ij}(x,\xi)$  para el espacio completo y densidades de fuerzas a lo largo de las fronteras.  $G_{ij}(x,\xi)$  representa el desplazamiento producido en la dirección  $i$  en el punto  $x$  debida a la aplicación de una fuerza unitaria en la dirección  $j$  en el punto  $\xi$  dentro de un espacio elástico infinito. De forma similar,  $T_{ij}(x,\xi)$  representa a la función de Green para las tracciones en la dirección  $i$  en el punto  $x$ , asociada al vector unitario normal  $n_i(x)$ , debida a la aplicación de una carga unitaria en la dirección  $j$  en  $\xi$  de la frontera. Aplicando las condiciones de borde, el planteamiento de este método lleva a la solución de un sistema de ecuaciones y mediante la integración de los resultados se obtienen las funciones de impedancia. En este trabajo no se abordará la explicación de este método. La filosofía que está atrás de él puede ser consultada en Sánchez-Sesma y Campillo (1991) y Sánchez-Sesma (1987).

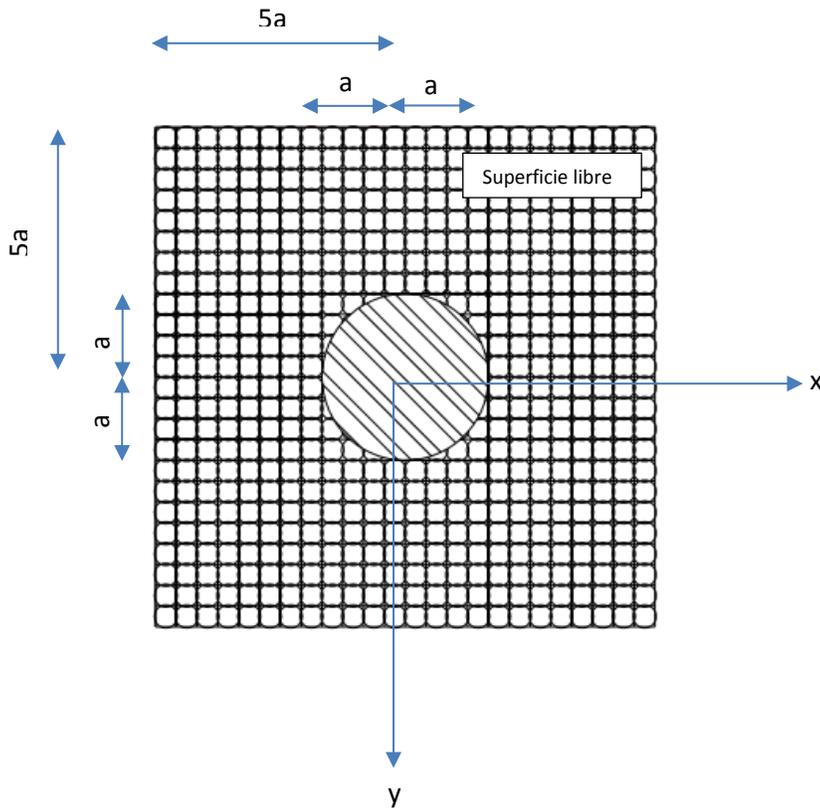
Se estudiaron cimentaciones con geometrías cilíndricas, cuadradas y con plantas en forma de L. Todas las cantidades fueron normalizadas con respecto a una dimensión característica del cimiento, considerando en todos los casos a su semiancho. Los cálculos se hicieron para profundidades de desplante de  $h=0, 0.5a, a$  y  $1.5a$ .

Los resultados normalizados con respecto a una dimensión característica de la cimentación, representan el comportamiento de todos los cimientos que tengan la misma proporción en sus medidas. Por ejemplo, los resultados que corresponden a un cimiento de planta cuadrada con dimensiones de 10m por lado y 15m de profundidad, también aplican para cimientos con 3.8m por lado desplantados a 5.7m de profundidad (la relación ancho/profundidad en ambos casos es de 0.666667).

En las siguientes figuras se presenta la discretización utilizada para cada una de las geometrías estudiadas

### 5.1.1 Cimientos con geometría cilíndrica

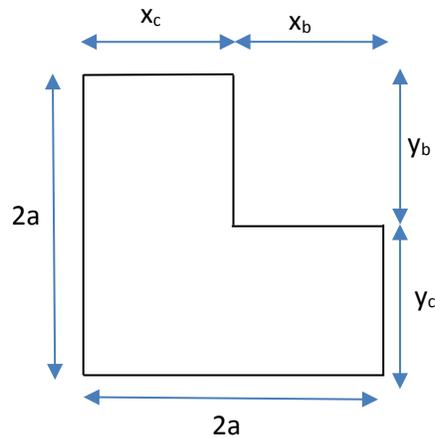
En la figura 5.1.1 se muestra la discretización en planta mediante elementos circulares de las cimentaciones con geometría cilíndrica con un diámetro de  $2a$ , así como de la superficie libre que se calculó con cinco veces el valor del radio ( $a$ ).



**Figura 5.1.1 Planta y elevación de la cimentación y superficie libre discretizadas por medio de elementos circulares.**

### 5.1.3. Cimiento con planta cuadrada y con forma de L

Para las cimentaciones con geometría en forma de cubo y con planta en forma de L tanto simétrica como asimétrica, se utilizó el siguiente esquema (figura 5.1.2). Con referencia a esa figura, las cimentaciones con planta simétrica son aquellas con  $x_b=y_b$ , figura 5.1.3, (si  $x_b=y_b=0$  se trata de un cimiento con planta cuadrada, figura 5.1.4) y las asimétricas  $x_b \neq y_b$ .(figura 5.1.5)



Donde  $a = \text{semiancho}$

5.1.2. Esquema para geometrías cubica y planta en forma de L

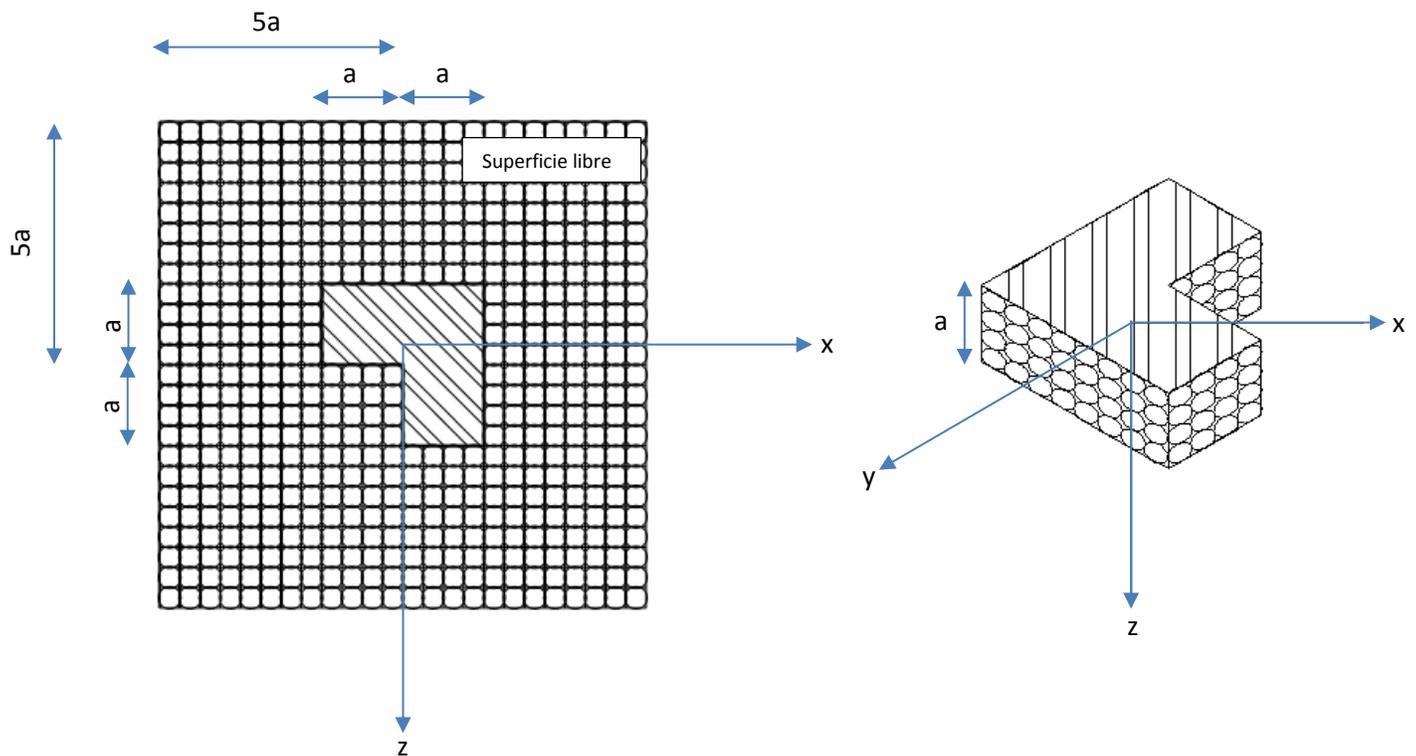


Figura 5.1.3 Planta y elevación de la cimentación con planta en forma de L y superficie libre discretizadas por medio de elementos circulares. Para este caso  $x_b=1$  y  $y_b=1$

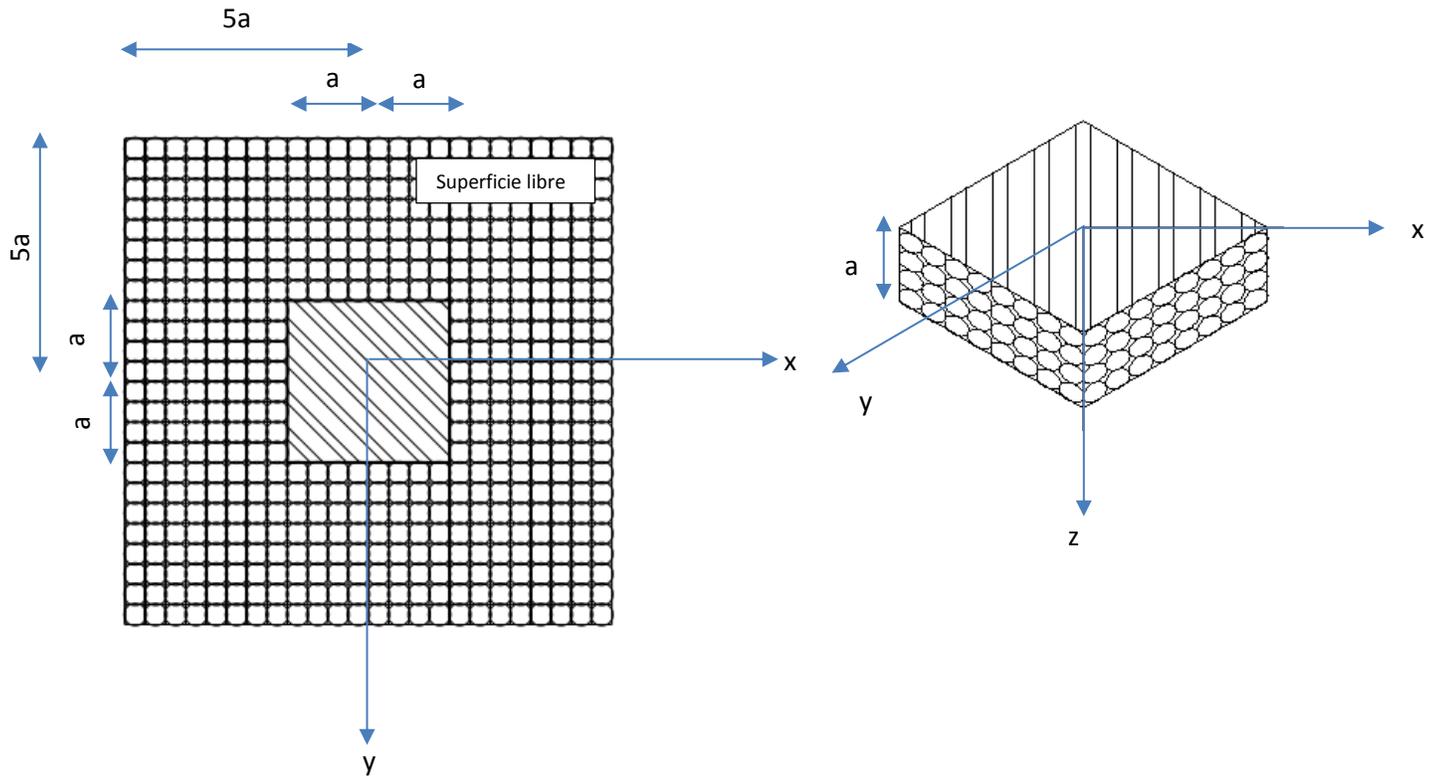


Figura 5.1.4 Planta y elevación de la cimentación con planta en forma de Y y superficie libre discretizadas por medio de elementos circulares. Para este caso  $x_b=0$  y  $y_b=0$

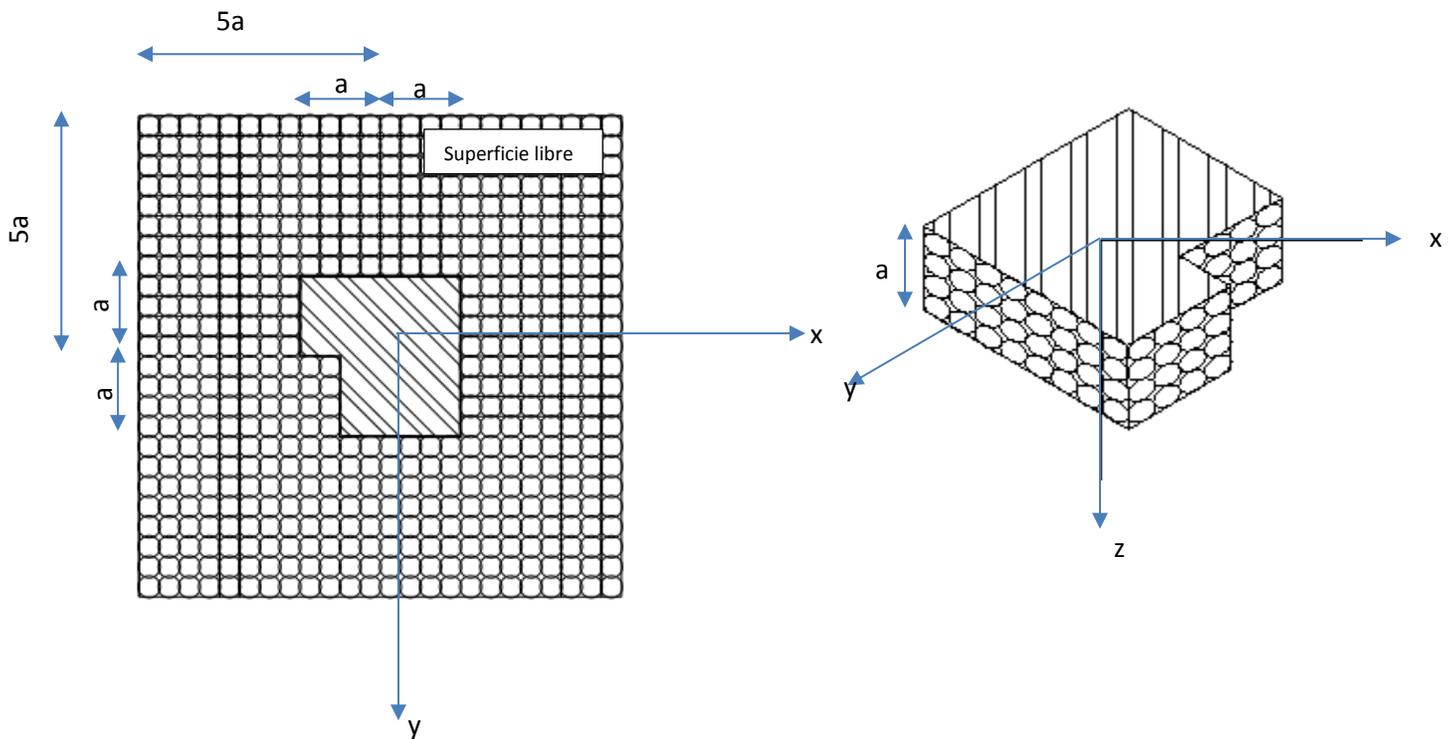


Figura 5.1.5 Planta y elevación de la cimentación con planta en forma de L y superficie libre discretizadas por medio de elementos circulares. Para este caso  $x_b=0.5$  y  $y_b=1.5$

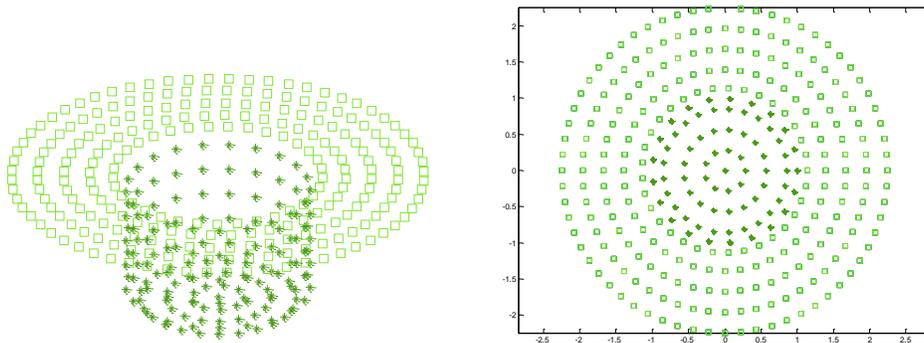
## 6. RESULTADOS

En este capítulo describo la afectación que cada parámetro del modelo estudiado (ver figura 3.7) tiene en los resultados de los movimientos efectivos. Se analizan la geometría y profundidad de desplante de la cimentación, así como el tipo de onda y su ángulo de incidencia.

Todos los resultados se presentan en gráficas donde el eje de las abscisas indica la frecuencia normalizada considerando una dimensión característica de la cimentación (su semiancho), y la velocidad de propagación de ondas en el espacio, el eje de las ordenadas los valores de los desplazamientos y giros que están normalizados con la amplitud del campo incidente.

### 6.1 Profundidad de desplante de la cimentación

Las figuras 6.2 y 6.3 presentan los resultados de la influencia que el enterramiento de la cimentación tiene en la respuesta a una excitación dinámica. Las profundidades de desplante analizadas fueron de 0, 0.5a, 1.0a y 1.5a (a=semiancho de la cimentación). La cimentación y una parte de la superficie libre se presentan en la figura 6.1 en donde únicamente se indican los centros de los elementos circulares.



**Figura 6.1. Cimentación cilíndrica discretizada. Los asteriscos representan al cimientto, los cuadros a la superficie del terreno**

En la figura 6.2 se grafican los desplazamientos y giros para una cimentación con geometría cilíndrica, sujeta a ondas SH incidiendo verticalmente, los distintos tipos de línea nos indican el cimientto con una determinada profundidad.

En este caso se generan únicamente desplazamientos en el eje y debido a que su movimiento es perpendicular a la dirección de la propagación, que es en el eje z. La cimentación superficial presenta los mayores desplazamientos que disminuyen conforme la profundidad aumenta, contrario a lo que pasa con el cabeceo (giros en el eje x), esto sucede porque las ondas se difractan generando una 'zona de sombra'.

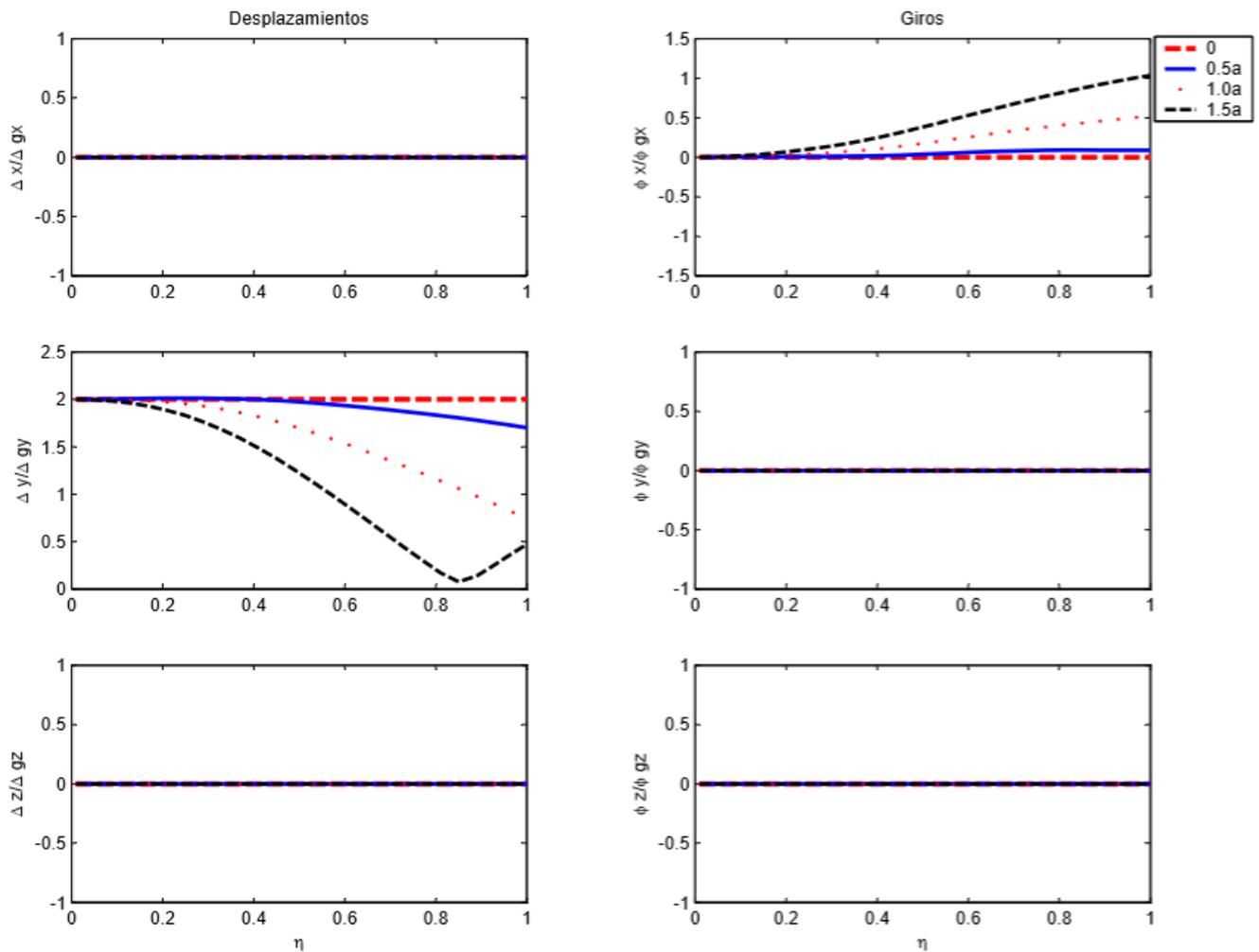


Figura 6.2. Movimientos de entrada para cimentación cilíndrica sujeta a ondas SH con incidencia vertical

En la figura 6.3 se presentan los resultados para una cimentación cilíndrica sobre la que inciden verticalmente ondas P.

Los desplazamientos calculados para la componente vertical, sin importar la profundidad de desplante comienzan con un valor igual al doble de la amplitud de la excitación debido a que, en frecuencias cercanas a cero se está representando la respuesta para el caso estático. Conforme se incrementa la frecuencia los efectos debidos a la respuesta dinámica de la cimentación aparecen, evidenciándose por una pequeña disminución de los desplazamientos, es poco perceptible porque no se forman áreas de sombra que generen la difracción de las ondas.

El movimiento de las ondas P es paralelo a la dirección de propagación que al considerar incidencia vertical, es en el eje z, por esta razón que no se tienen movimientos en las componentes x y y.

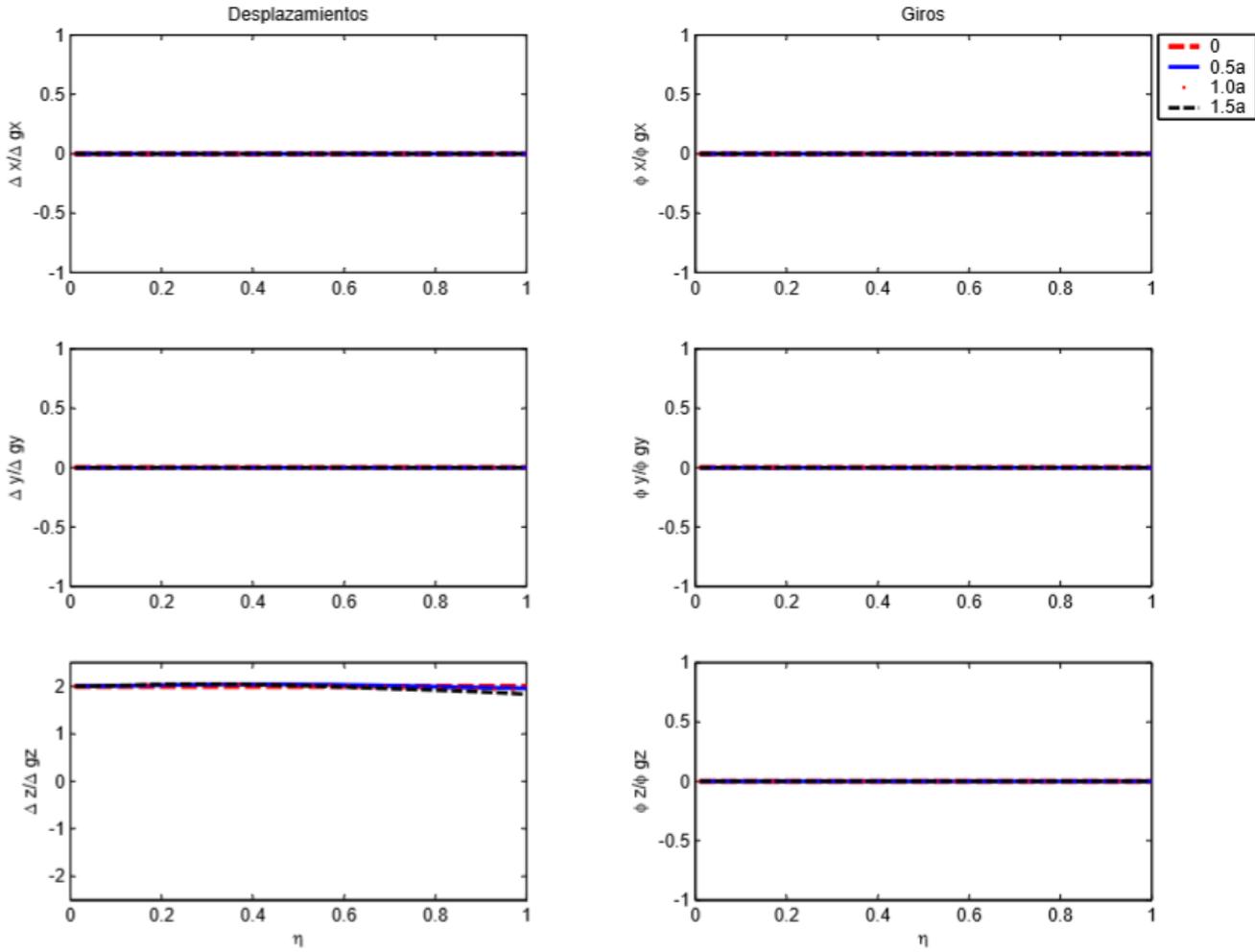


Figura 6.3. Movimientos de entrada para cimentación cilíndrica sujeta a ondas P con incidencia vertical

## 6.2 Diferentes ángulos de incidencia

Cuando la cimentación es 'iluminada' en forma oblicua u horizontalmente se generan áreas de sombra que contribuyen a la difracción de las ondas. Este efecto tiende a generar rotaciones en la cimentación, produciendo cabeceo y torsión. En esta sección se presentan los resultados obtenidos para los frentes de onda incidiendo con ángulos de  $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$  y  $90^\circ$  con respecto a la vertical (ver fig. 2.7)

La gráfica 6.4 muestra los movimientos de entrada para una cimentación cúbica con una profundidad  $a$  sujeta a un frente de ondas SH, la medición se hizo para un punto localizado en el centro geométrico de la base de la cimentación  $(0, 0, a)$  por lo que se presentan desplazamientos en el eje  $y$ , torsiones y cabeceo.

En el caso de  $y$  todas las gráficas empiezan con el doble de la amplitud de la excitación y a medida que la frecuencia aumenta los desplazamientos decrecen, esto es debido a que la energía se transforma y comienza a manifestarse en forma de cabeceos y torsiones.

En los cabeceos las magnitudes son mayores en la incidencia vertical y disminuyen cuando el ángulo incidente aumenta por lo que la onda tiende a chocar completamente en una de las paredes laterales de la cimentación para  $90^\circ$  provocando torsiones y desplazamientos en  $y$ .

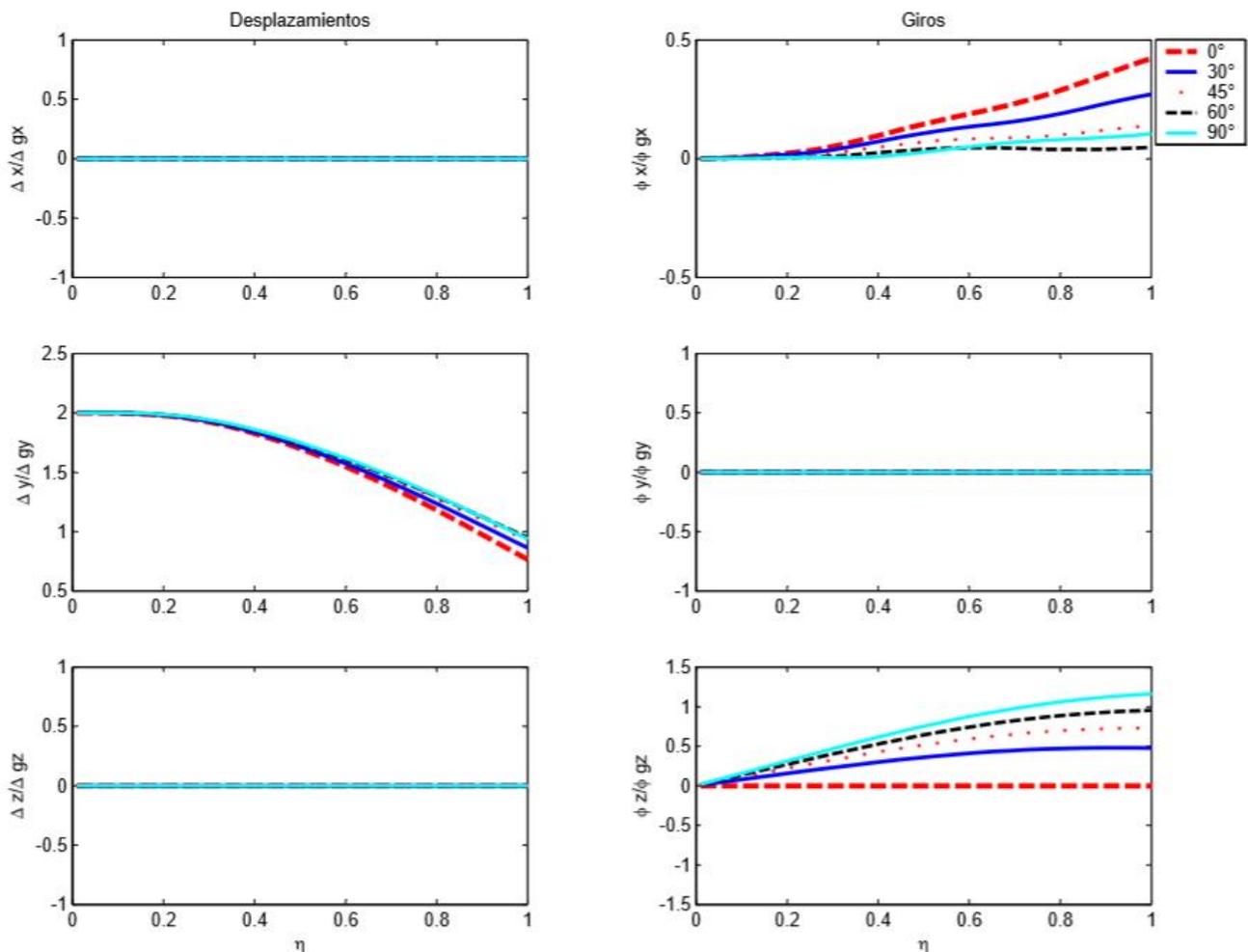


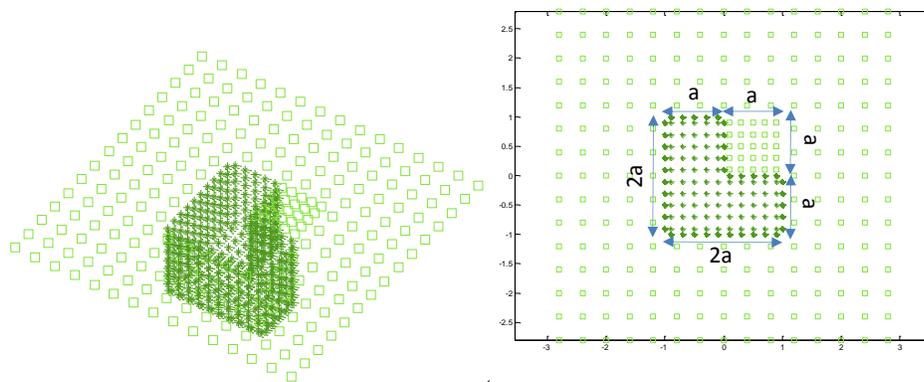
Figura 6.4. Movimientos de entrada para cimentación cúbica sujeta a ondas SH con un enterramiento de  $a$

Aparece un cruce entre las gráficas correspondientes a los 60 y 90 grados, probablemente porque la cimentación tiene una influencia mayor para las propagaciones horizontales.

De la gráfica se observa que la torsión se incrementa con el ángulo de incidencia y con la frecuencia, es decir para 90° los valores son mayores que para los de 60°, los de 60° son mayores que los de 45° y así sucesivamente hasta llegar a la incidencia vertical que provocará que la onda choque por completo con la base de la cimentación provocando desplazamientos en y y cabeceos.

Cuando la medición se hace para un punto localizado en el centro geométrico de la base de la cimentación en la que chocan ondas SH se presentan desplazamientos en el eje y, torsiones y cabeceo. Si el cimientado no tiene forma simétrica o el punto de referencia no coincide con el centro de masa de la cimentación, se tenderán a presentar giros y desplazamientos en otros ejes.

Para el caso de la cimentación que tiene planta en forma de 'L' con las dimensiones mostradas en la figura 6.5 y el punto de medición localizado en el centroide (0.83, 0.83, 1) se generan movimientos en todos los ejes.



**Figura 6.5. Cimentación con planta en forma de 'L' discretizada. Los asteriscos representan al cimientado, los cuadros a la superficie del terreno**

Los desplazamientos de los ejes x y y aumentan si el ángulo incidente es mayor, esto se presenta porque al crecer el ángulo la onda tiende a incidir horizontalmente lo que provoca que además se presenten torsiones que como podemos observar en la figura 6.6 las mayores son generadas por 90° seguidas de las de 60° y 45°, en los ángulos de 30° y 0° se aprecia un cruce en las gráficas esto es probablemente a que el hueco o espacio que este tipo de cimentaciones presenta tiene un efecto más importante en las propagaciones verticales.

En el eje z los desplazamientos son mayores conforme el ángulo incidente disminuye, la incidencia vertical provoca los desplazamientos más grandes seguidos de los generados por 30°, 45°, 60° y 90° esto sucede porque al decrecer el ángulo la onda tiende a incidir verticalmente ocasionando también cabeceos en x y en y, que observando las gráficas de giros para estos ejes se aprecia que tienen el mismo comportamiento, es decir aumentan conforme el ángulo disminuye.

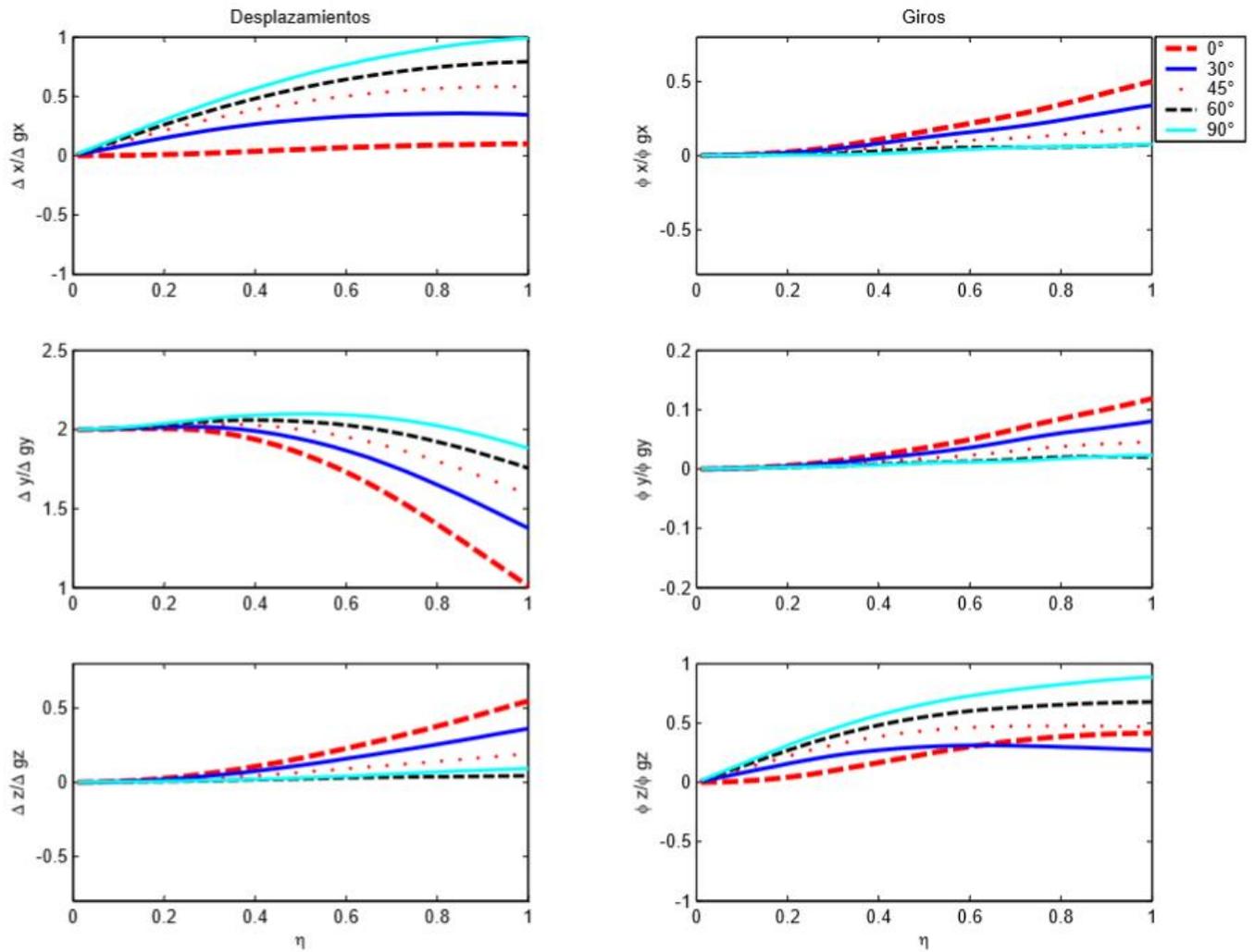


Figura 6.6. Movimientos de entrada para una cimentación con planta en forma de 'L' con profundidad de desplante de  $a$  sujeta a la incidencia de ondas SH con distintos ángulos.

### 6.3 Distinta geometría

Sin duda la geometría de la cimentación influye de manera importante en los movimientos efectivos. Por ejemplo, en una cimentación larga el efecto del paso de las ondas se hace más evidente que en una cimentación con dimensiones de planta comparables. Para los cimientos que tienen geometrías no convencionales (en formas de I o L por mencionar algunas) se pueden llegar a presentar torsiones o giros que cimientos de formas más regulares no presentarían.

Las formas geométricas estudiadas son: geometría cúbica, cilíndrica y planta en forma de L, para esta última se presentan dos casos una con un eje de simetría a la que aparece en las gráficas como L simétrica (figura 6.7) y la otra sin ningún eje de simetría llamada L asimétrica (figura 6.8)

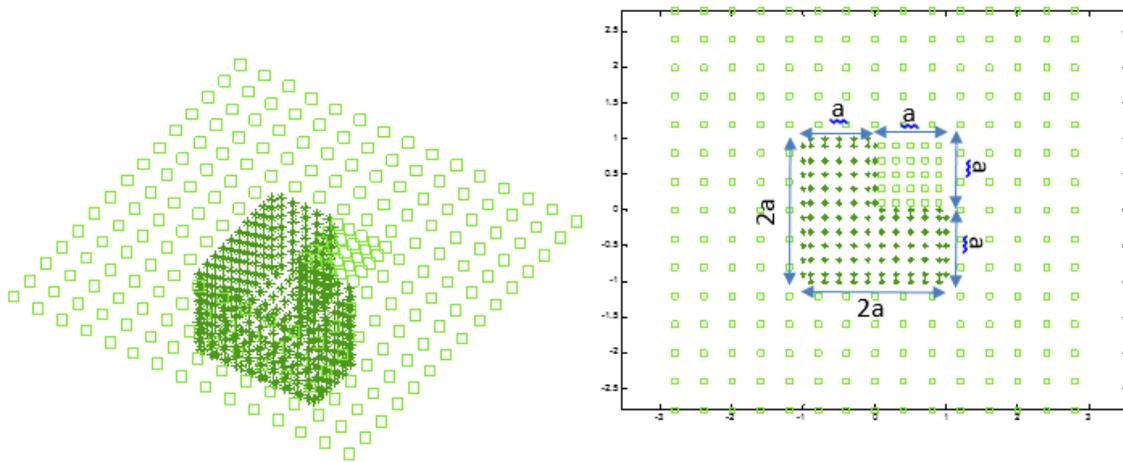


Figura 6.6. Cimentación con planta en forma de 'L simétrica' discretizada. Los asteriscos representan al cimientos, los cuadros a la superficie del terreno

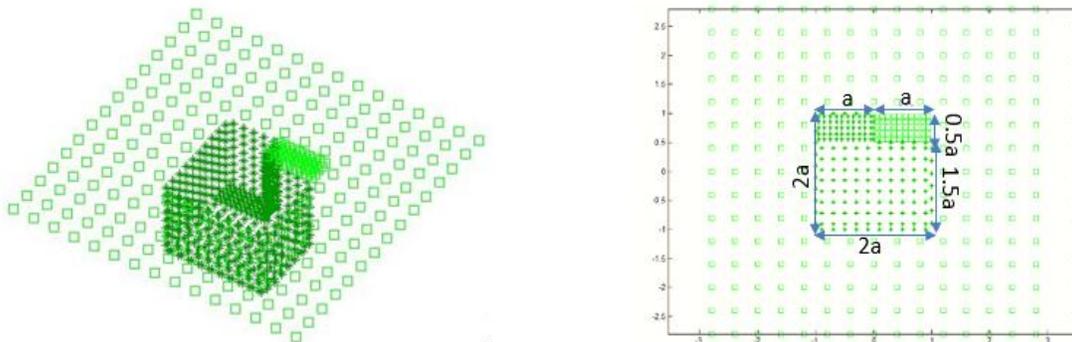


Figura 6.7. Cimentación con planta en forma de 'L asimétrica' discretizada. Los asteriscos representan al cimientos, los cuadros a la superficie del terreno

En las siguientes figuras se muestran los resultados para distintas geometrías de cimentación con el propósito de mostrar cómo influye este parámetro en los movimientos efectivos.

La figura 6.8 muestra los movimientos efectivos para cimentaciones con distinta con incidencia vertical de ondas SH y un enterramiento de  $a$ . Al mirar los desplazamientos en  $y$  y los cabeceos alrededor del eje  $x$  se aprecia que los movimientos generados tienen valores similares para las distintas geometrías, la diferencia es muy poca, por lo que se puede concluir que la geometría para estos casos no es muy influyente.

Al ser incidencia vertical se presentan desplazamientos en  $y$  y giros en  $x$  sin embargo las geometrías con planta en forma de L también presentan desplazamientos en  $x$  y en  $z$  y torsiones probablemente por presencia del hueco.

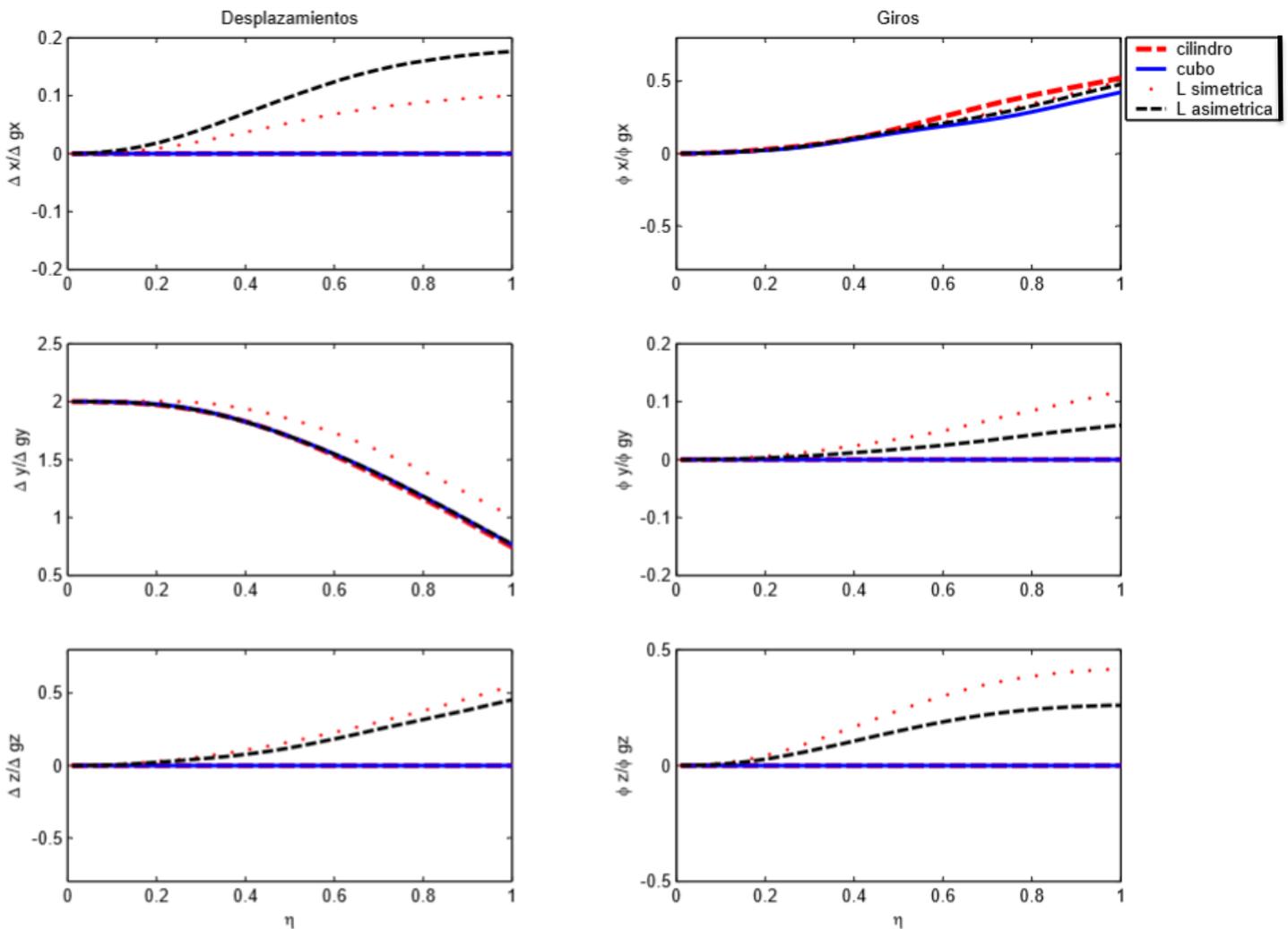


Figura 6.8. Resultados para distintas geometrías de cimentación con profundidad de desplante de  $a$  sujeta a la incidencia vertical de ondas SH

Se observa que en los desplazamientos en el eje  $x$  la cimentación L asimétrica genera las mayores magnitudes mientras que los mayores desplazamientos en  $z$  así como los giros en  $y$  y las torsiones son producidos por la cimentación con planta de L simétrica, en la figura 6.8 se observa que el hueco que posee

es mayor que el de la asimétrica, por lo que se puede decir que el tamaño del hueco influye en estos movimientos.

Los resultados de los movimientos de entrada para cimentaciones con distinta geometría sujetas a la incidencia de ondas SH con un ángulo de  $30^\circ$  y un enterramiento de  $a$  se muestran en la figura 6.8. Las cimentaciones presentan cabeceos, desplazamientos y torsiones, movimientos esperados como se explicó en el capítulo 2 (figura 3.11), teniendo valores similares entre sí.

Las cimentaciones con planta en forma de L generan movimientos en todos los ejes, este comportamiento al igual que en la figura anterior se presenta por el “hueco” que tienen. Esta figura en comparación con la anterior se observa que se generan torsiones, las cuales presentan valores mayores para las cimentaciones simétricas, por lo que se puede decir que el espacio faltante que tiene las asimétricas no permite torsiones muy grandes

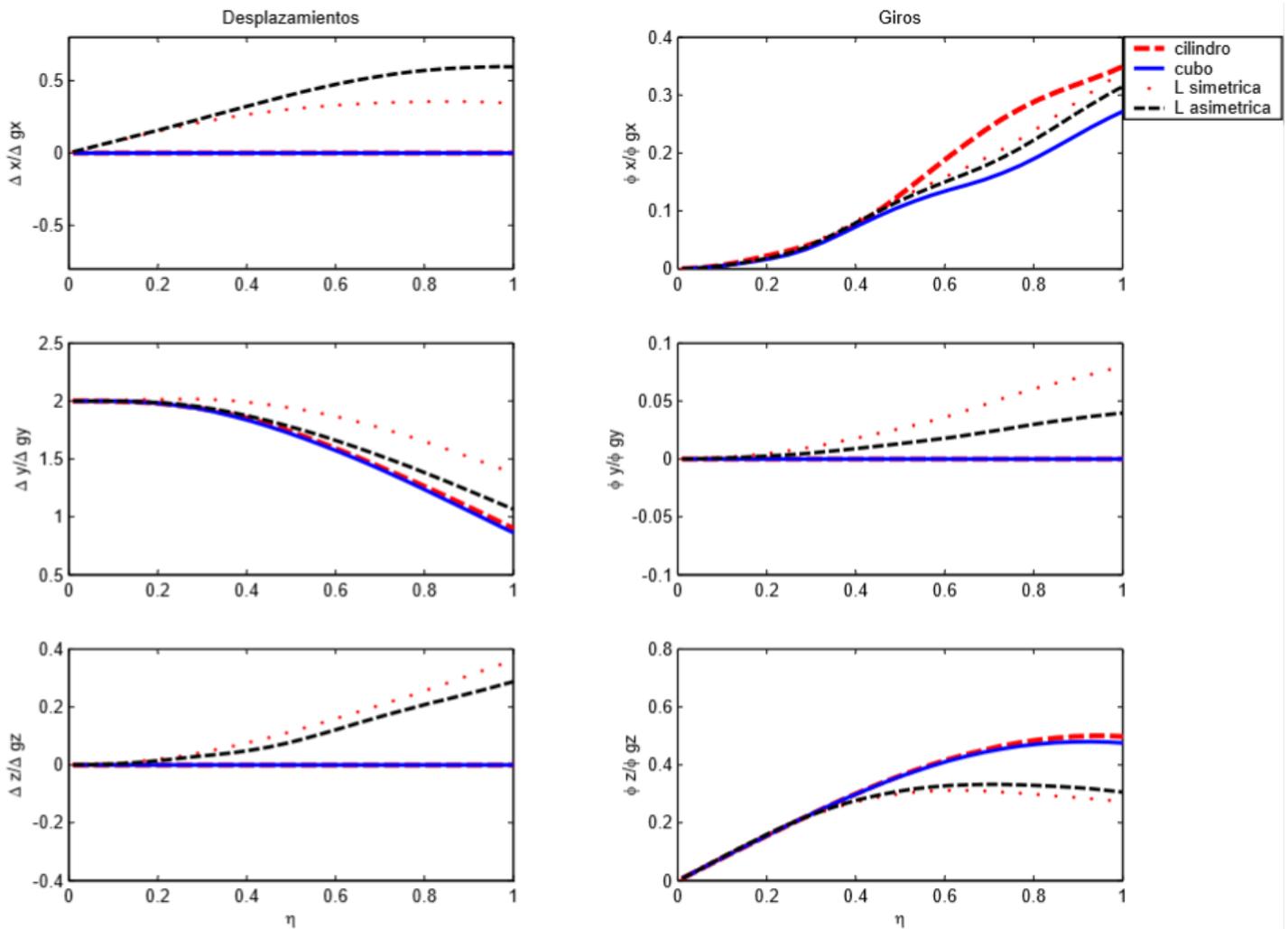


Figura 6.9. Resultados para distintas geometrías de cimentación con profundidad de desplante  $a$  sujeta a la incidencia de ondas SH con un ángulo de  $30^\circ$

## 6.4 Tipo de onda

Pese a que en la práctica las edificaciones son sometidas a excitaciones dinámicas que contienen todos o casi todos los tipos de onda, es conveniente realizar un análisis para cada tipo de onda con el objetivo de simplificar los cálculos y observar sus efectos. En las figuras 6.10 y 6.11 se muestran los resultados obtenidos cuando las cimentaciones se someten a la incidencia de ondas P, SH, SV y de Rayleigh.

La figura 6.10 se grafican los resultados para cimentaciones con planta en forma de L “asimétrica” (dimensiones mostradas en la figura 6.9) con un enterramiento  $a$  con incidencia vertical. Las ondas SV presentan movimientos en todos los ejes, sin embargo los desplazamientos en los ejes  $y$  y  $z$  así como los giros en  $x$  son muy cercanos a cero por lo que se pueden considerar prácticamente nulos debido a que el movimiento de estas ondas es perpendicular a la dirección de la propagación, que en este caso se da sobre el eje  $z$ .

En el caso de las ondas SH se aprecian desplazamientos en el eje  $y$ , giros y torsiones, se observa que los movimientos en  $y$  disminuyen conforme la frecuencia aumenta este comportamiento se presenta porque aparecen giros en  $x$  y en  $z$ . Debido a la geometría que tiene la cimentación se generan también desplazamientos en  $x$  y  $z$  aumentan conforme la frecuencia aumenta aunque los valores son muy pequeños.

Las ondas P se mueven paralelas a la dirección de la propagación (eje  $z$ ), por lo tanto se tendrán desplazamientos en este eje lo que ocasionara que en el caso de  $x$  y  $y$  sean muy pequeños por lo que se consideran prácticamente nulos.

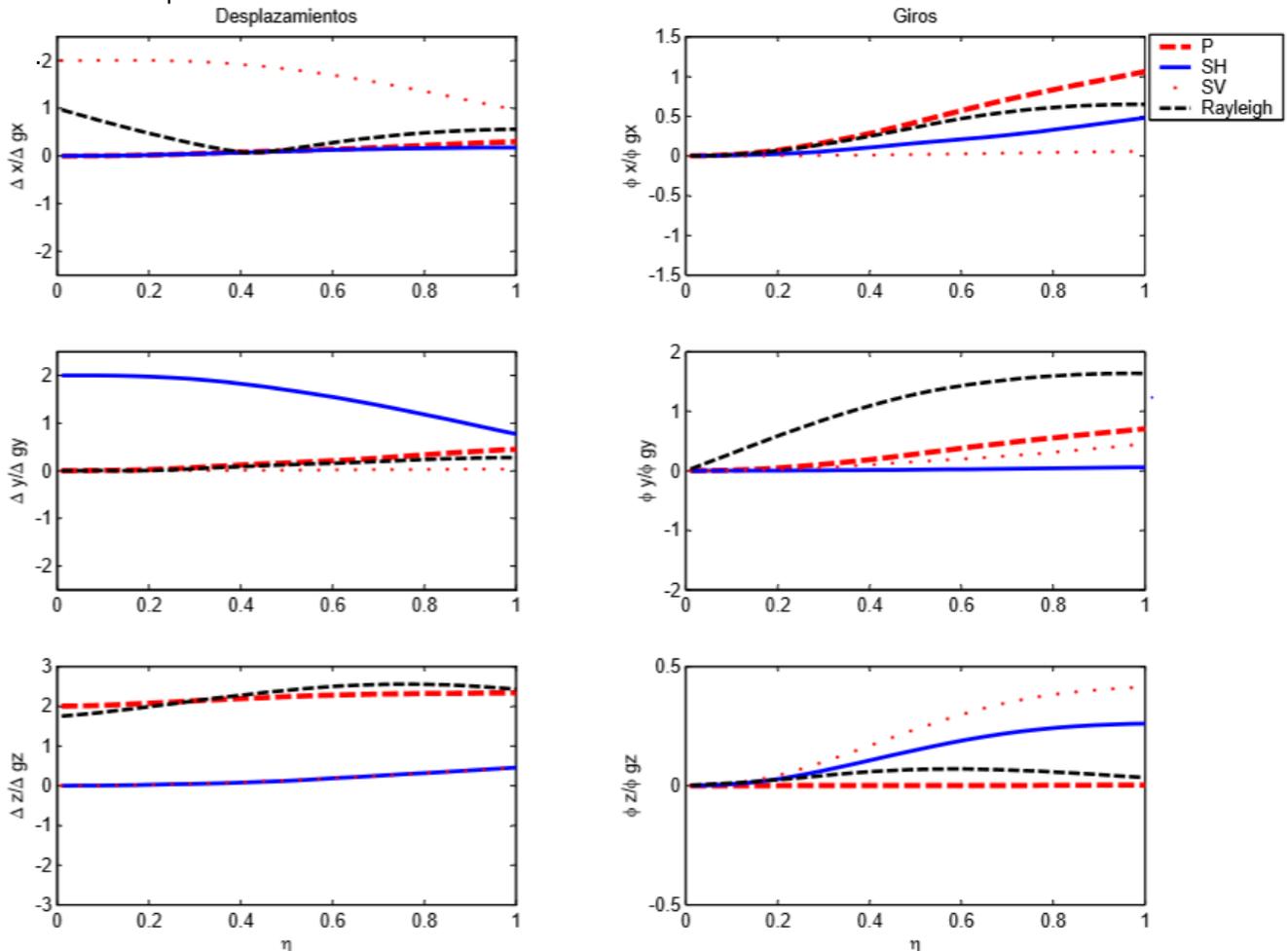


Figura 6.10. Resultados para cimentaciones con planta en forma de L asimétrica con profundidad de desplante  $a$  sujeta a la incidencia vertical de distintas ondas.

Las ondas de Rayleigh se mueven en trayectorias elípticas provocando desplazamientos en x y en z, no se generan en y porque la mayor parte de la energía en este eje se concentra en los giros, también se observa que la cimentación cabeceos y torsiones muy probablemente se deba a la geometría.

La figura 6.11 presenta los movimientos generados por una cimentación cúbica con un enterramiento  $a$  sujeta a ondas con incidencia vertical. Cuando inciden ondas P únicamente generan desplazamientos en el eje z, esto se debe a que su movimiento es paralelo a la dirección de propagación los desplazamientos se mantienen constantes conforme la frecuencia aumenta porque la difracción es nula por lo que no se generan efectos de sombra en este caso.

Las ondas SH son la componente horizontal de las ondas S, se mueven perpendicularmente a su dirección de propagación por lo que la incidir un ángulo de  $0^\circ$  provocarán desplazamientos en el eje y, giros en el eje x, el desplazamiento disminuye conforme empiezan a aparecer los cabeceos en el cimientto.

Para las ondas SV que son la componente vertical de las ondas S, se presentan desplazamientos en el eje x y giros en el eje y. Al igual que para el caso de las ondas SH, los desplazamientos disminuyen con la frecuencia al presentarse los giros.

Las ondas de Rayleigh generan desplazamientos en los ejes x y z siendo este último el que presenta los mayores valores, también aparecen giros en el eje y que aumentan con la frecuencia, estos giros se generan por el movimiento elíptico de las ondas.

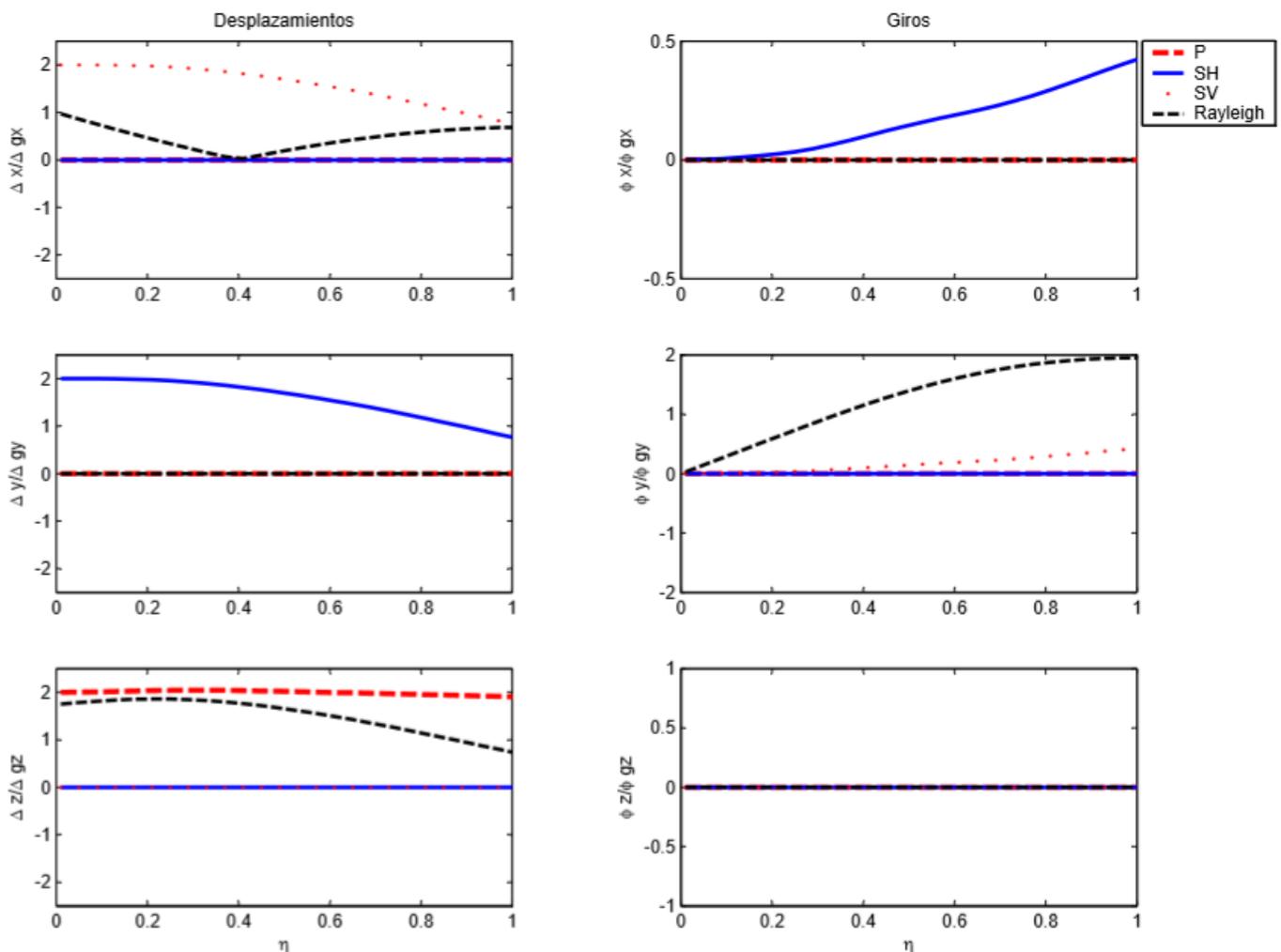


Figura 6.11. Movimientos de entrada para una cimentación cúbica con una profundidad  $a$  y un ángulo de incidencia igual a  $0^\circ$  sujeto a la incidencia de diferentes tipos de onda.

## 7. CONCLUSIONES

En este trabajo se analizó la influencia de la geometría de la cimentación en la respuesta dinámica ante incidencias de ondas.

Se obtuvieron los movimientos efectivos que se calcularon a partir de una técnica aproximada propuesta por Iguchi (1982). Los resultados se compararon entre sí para ello se llevó a cabo un estudio paramétrico que involucra, además de la geometría, el tipo de onda que se utiliza como excitación, sus ángulos de incidencia ( $\gamma$ ).

De los resultados que se presentan se concluye que los desplazamientos son menores a medida que la profundidad aumenta mientras que los giros son mayores, esto sucede porque al incidir el frente de ondas con la base de la cimentación se produce difracción de ondas el cual modifica su dirección por lo que el movimiento disminuye.

En el caso de los ángulos de incidencia se escogieron dos diferentes geometrías de cimentación una simétrica (cúbica) y la otra asimétrica (planta en forma de L), en comportamiento de ambas se observa que los cabeceos son mayores conforme el ángulo disminuye mientras que en las torsiones es contrario, lo cual indica que la incidencia vertical tendrá una mayor influencia en los cabeceos mientras que en las torsiones será el ángulo de  $90^\circ$  que genera los mayores desplazamientos en  $x$  y en  $y$ .

La geometría de la cimentación es otro parámetro que influye en el comportamiento de los movimientos efectivos. Se observa que los movimientos descritos en el capítulo 2, son los que se obtuvieron para cimientos simétricos, mientras que los asimétricos generaron desplazamientos y giros en todos los ejes.

Con base en los resultados obtenidos se aprecia que las cimentaciones asimétricas provocan movimientos en todos los ejes dado que presentan un “hueco” que las simétricas no, lo que implica que modifiquen la respuesta de la cimentación, además el ángulo de incidencia afecta ya que al ser diferente de  $0^\circ$  se observa que provocan torsiones en las cimentaciones cúbica y cilíndrica.

Respecto al tipo de onda las SH y SV generan giros en el eje paralelo a su movimiento en el caso de la incidencia vertical y desplazamientos en los perpendiculares.

Las torsiones aparecen cuando hay incidencia no vertical de ondas SH en cimientos como el cúbico y el cilíndrico, para las cimentaciones con planta en forma de L debido a su geometría se generan sin importar el ángulo incidente. En el caso de las ondas SV habrá torsiones para cimientos simétricos, los desplazamientos que se tienen en  $z$  son muy pequeños que se consideran prácticamente cero para la incidencia vertical.

El movimiento de las ondas P como se mencionó con anterioridad es paralelo a la dirección de la propagación por lo que en ese eje es en donde se apreciarán los mayores desplazamientos y no se generarán giros para una incidencia vertical.

Las ondas de Rayleigh generan los mayores giros en dirección perpendicular del movimiento de las moléculas en la superficie del cuerpo donde se propagan, los desplazamientos serán mayores en dirección de la profundidad.

## REFERENCIAS

Avilés J y Pérez-Rocha L E (1998), Effects of foundation embedment during building-soil interaction, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 27, pp. 1523-1540.

Gazetas G. (1983), "Analysis of machine foundation vibrations: state of the art", Soil Dynam. Earthq. Engng., 2, 2-42

Gazetas G, Dubry R. "Dynamic response of arbitrarily shaped foundations", J. Geotech. Engrg. 1986.112:109-135.

Kausel E. (2009) "Early history of soil-structure interaction", Soil Dynam. Earthq. Engng, 30, 822-832.

Pais A. L. and Kausel E. (1989), "On rigid foundations subjected to seismic waves", Earthq. Engng. Struct. Dynam., 18, 475-489

Sánchez-Sesma, F J (1987) "Site effects on strong ground motion", Soil Dyn. Earthquake Eng. 6,124-132.

Sánchez-Sesma, F J y Campillo M (1991). "Diffraction of P, SV and Rayleigh waves by topographic features: a boundary integral formulation", Bull. Seism. Soc. Am. 81, 2234-2253.

Suárez M., Sánchez-Sesma F. J. y Avilés J. (1995), "Aplicación del ítem en la respuesta sísmica de cimentaciones enterradas de forma arbitraria", Proc. 11th World Conference on Earthquake Engineering, Acapulco, Mexico, 'Art No 1016'.