



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICAS
INSTITUTO DE CIENCIAS NUCLEARES

RADIACIÓN DE TRANSICIÓN DE NEUTRINOS Y SUPERNOVAS

TESIS
QUE PARA OPTAR AL GRADO DE:
MAESTRA EN CIENCIAS (FÍSICA)

PRESENTA:
SHERYL MARITZA MELARA DURÓN

TUTOR PRINCIPAL:
DR. SARIRA SAHU
INSTITUTO DE CIENCIAS NUCLEARES

MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR:
DR. RICARDO GAITÁN LOZANO
FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLÁN

DRA. MYRIAM MONDRAGÓN CEBALLOS
INSTITUTO DE FÍSICA

CIUDAD DE MEXICO D.F. , AGOSTO 2016



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos

Investigación realizada gracias al programa UNAM-DGAPA-PAPIIT (Programa de Apoyos a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica) número IN110815.

Índice general

Resumen	5
Abstract	6
Introducción	7
1. Momento dipolar magnético del neutrino	8
1.1. Predicción teórica	8
1.2. Límites experimentales	9
2. Radiación de transición	11
2.1. Radiación de transición de partículas neutras	12
2.2. Matriz S	12
2.3. Intensidad de energía	15
2.4. Índice de refracción y frecuencia de plasma	17
2.5. Cálculo de la amplitud	17
2.6. Energía total radiada por proceso	21
3. Radiación de transición de neutrinos y supernovas	24
3.1. Neutrinos y la explosión de supernovas	24
3.2. Tipos de supernovas	25
3.3. Dinámica del colapso del núcleo	25
3.4. Cálculos	27
3.4.1. Frecuencia de plasma	27
3.4.2. Límites de Integración	27
3.5. Resultados	30
3.5.1. Espectro de energía y energía radiada	30
3.5.2. Energía entregada a la onda de choque	33
3.6. Discusión de Resultados	34
Conclusiones	37

Bibliografía**37**

Resumen

Durante el colapso gravitacional de una estrella masiva en una estrella de neutrones, la parte interna del núcleo rebota produciendo una onda de choque que se propaga hacia el exterior del núcleo. Debido a la disociación de los núcleos, la onda de choque pierde la mayor parte de su energía y se vuelve casi estacionaria. Una vez que esto ocurre, la única forma de obtener una explosión de supernova es mediante algún mecanismo que transfiera energía reviviendo la onda de choque. En este trabajo calculamos la radiación de transición de los neutrinos $\nu_1 \rightarrow \nu_2 + \gamma$ producidos en la parte interna del núcleo de una estrella de masa $M \gtrsim 10M_\odot$ mientras colapsa y estimamos la energía depositada mediante este proceso en la materia que se encuentra detrás de la onda de choque a través de este proceso. Obtuvimos que para un neutrino con energía entre $10 - 25$ MeV, la energía que se transfiere al material detrás de la onda de choque es $\sim 10^{26} - 10^{27}$ erg. En comparación con la energía necesaria para revivir la onda de choque en una explosión de supernova retardada, la cual es de alrededor 10^{51} erg; la energía depositada a través de la radiación de transición es despreciable.

Abstract

During the gravitational collapse of a massive star into a neutron star, the inner core bounces producing a shock wave that propagates outward through the outer core. Because of nuclei dissociation, the shock wave loses most of its energy and gets stalled. If the shock stalls, a supernova explosion can be achieved only by some mechanism that is able to transfer energy reviving the shock wave. We calculate the transition radiation of neutrinos $\nu_1 \rightarrow \nu_2 + \gamma$ produced in the hot inner core of a collapsing star of mass $M \gtrsim 10M_\odot$ and estimate the energy deposited into the matter behind the shock through this process. We obtained that for a neutrino of energy between 10 – 25 MeV, the energy transferred to the matter behind the shock is $\sim 10^{26} - 10^{27}$ erg. When compared to the necessary energy to revive the shock wave in supernova delayed explosion, which is about 10^{51} erg; the energy deposited through transition radiation is negligible.

Introducción

En medios estelares ocurren procesos que no tienen contraparte en el vacío. En particular nos interesan los procesos que ocurren en la interfaz entre dos medios y en presencia de campos magnéticos. La radiación de transición ocurre cuando una partícula cargada atraviesa la interfaz entre dos medios con distinto índice de refracción. A diferencia de la radiación de Cherenkov, la radiación de transición puede ocurrir en un medio con $n < 1$. Una aplicación importante de la RT es su uso para identificar partículas en experimentos de altas energías. Por ejemplo, el detector de radiación de transición (TRD en inglés) es el principal detector de electrones en el experimento ALICE.

Además de las partículas cargadas, las partículas neutras también pueden emitir RT. Sabemos que los neutrinos son partículas neutras; sin embargo, en presencia de un medio, éstos adquieren un acoplamiento a los fotones y por tanto una carga efectiva. De modo que un neutrino al atravesar la interfaz entre dos medios puede emitir un fotón. La RT de neutrinos ha sido estudiada desde el punto de vista clásico y cuántico. No obstante, dado que los neutrinos poseen masas muy pequeñas, debemos utilizar teoría cuántica de campos para estudiar este fenómeno. En este trabajo nos interesa el estudio de la RT de neutrinos durante el colapso de estrellas masivas. En particular estudiaremos la RT de neutrinos como un posible mecanismo para revivir la onda de choque en una explosión de supernova retardada.

En el primer capítulo revisaremos las propiedades electromagnéticas de los neutrinos, el papel del momento magnético en el acoplamiento de neutrinos a los fotones y la interacción que da origen a la RT. En el segundo capítulo desarrollaremos la teoría de la radiación de transición de neutrinos aplicando teoría cuántica de campos. En el tercer capítulo revisaremos los tipos de supernovas y el mecanismo de colapso del núcleo de estrellas masivas, así como la importancia de estos eventos para la física de neutrinos. En el cuarto capítulo presentaremos los cálculos realizados y finalmente los resultados obtenidos.

Momento dipolar magnético del neutrino

En la década de los 70's surge la teoría del Modelo Estándar, el cual describía las propiedades e interacciones de las partículas fundamentales. De acuerdo al Modelo Estándar los neutrinos eran descritos como partículas sin masa. Sin embargo, en 1957 Bruno Pontecorvo consideró que los neutrinos existían en un estado de mezcla y que podían efectuar transiciones de sabor [1]. Este fenómeno se conoce como *Oscilaciones de Neutrinos* y sólo es posible si los neutrinos poseen masa. Durante las siguientes décadas se desarrolló la teoría formal de las Oscilaciones de Neutrinos; y en 1998 Super Kamiokande observó la oscilación de neutrinos atmosféricos [2]. A la luz de dicho descubrimiento, (el cual confirmó que los neutrinos sí poseen masa) surgieron nuevas preguntas acerca de la naturaleza de los mismos, como ser; ¿Qué tan pequeña es la masa de los neutrinos?, ¿Existe un cuarto sabor de neutrinos?, ¿Cuál es el mecanismo que proporciona masa a los neutrinos?, etc.; por tanto, para obtener respuestas y construir nuevos modelos, fue necesario incorporar una mínima extensión al Modelo Estándar que incluyera la parte derecha de los neutrinos. Desde entonces se han realizado diversos experimentos para medir la masa y las propiedades electromagnéticas de estas misteriosas partículas, las cuales son importantes para ayudarnos a determinar algunas de sus características fundamentales y estudiar nuevos fenómenos.

1.1. Predicción teórica

De las propiedades electromagnéticas de los neutrinos, el momento dipolar magnético (Al cual nos referiremos en el resto del trabajo solamente como momento magnético) es de especial interés en astrofísica debido a que da origen a diferentes procesos que no ocurren en el vacío; como ser el decaimiento de plasmones (ver siguiente sección) y el decaimiento radiactivo de un neutrino en presencia de un campo magnético externo. Como sabemos los neutrinos no se acoplan a los fotones; no obstante, en presencia de materia los neutrinos adquieren un acoplamiento efectivo con los fotones a través de electrones y positrones. El lagrangiano que describe el acoplamiento de los neutrinos con el campo electromagnético

puede ser escrito como [3]

$$L_{int} = \frac{1}{2} \bar{\psi}_i \sigma_{\alpha\beta} (\mu_{ij} + \epsilon_{ij} \gamma_5) \psi_j F^{\alpha\beta} + h.c. \quad (1.1)$$

Donde μ_{ij} son los momentos magnéticos en presencia de la mezcla entre diferentes estados de neutrinos y ϵ_{ij} son los momentos de transición eléctricos, los cuales contribuyen también al acoplamiento.

Al incorporar la masa de los neutrinos al Modelo Estándar se puede estimar el valor del momento magnético para un neutrino. El valor numérico del momento magnético para un neutrino de Dirac predicho por el Modelo Estándar es[4]:

$$\mu_{ii} \simeq 3.2 \times 10^{-19} \left(\frac{m_i}{eV} \right) \mu_B \quad (1.2)$$

Donde μ_B es el magnetón de Bohr del electrón y m_i es la masa del neutrino en unidades de eV . Es importante notar que para un neutrino de Dirac el momento magnético dipolar es proporcional a su masa m_i y por tanto, para un neutrino de Dirac sin masa dentro del Modelo Estándar; el momento magnético es cero.

1.2. Límites experimentales

El momento magnético de los neutrinos es una propiedad de mucho interés; por tanto, se han realizado varios experimentos para medirlo. Los presentes límites experimentales incluyen:

$$\mu_{\bar{\nu}_e} < 7.4 \times 10^{-11} \mu_B \quad (1.3)$$

obtenido a través de la dispersión de $\bar{\nu}_e - e$ en el experimento de reactor TEXONO[5] y

$$\mu_{\bar{\nu}_e} < 2.9 \times 10^{-11} \mu_B \quad (1.4)$$

obtenido por el experimento GEMMA[6].

Como podemos observar estos límites son varios órdenes de magnitud mayores que el valor predicho por el Modelo Estándar. Cabe mencionar que desde hace varias décadas se han propuestos diferentes modelos que explican valores de μ_ν varios órdenes de magnitud mayores que el dado por (1.2) [7].

Actualmente el mejor límite para el valor de μ_ν ha sido determinado por observaciones astrofísicas provenientes del decaimiento de plasmones en cúmulos globulares [8, 9]

$$\mu_\nu \leq 3 \times 10^{-12} \mu_B \quad (1.5)$$

Un plasmón es un fotón que se comporta como una partícula con una masa efectiva. El decaimiento de plasmones $\gamma \rightarrow \bar{\nu}\nu$ no ocurre en el vacío; ya que es cinemáticamente prohibido y los neutrinos no se acoplan a los fotones. Sin embargo, en presencia de materia, los neutrinos adquieren un acoplamiento efectivo del cual el momento magnético es responsable.

El decaimiento de plasmones es importante en la explosión de supernovas, debido a que es el proceso dominante de emisión de neutrinos en enanas blancas y en los núcleos de gigantes rojas no masivas (con masas similares a las del Sol)[10, 11].

Además del decaimiento de plasmones, otros procesos importantes ocurren debido a la presencia del momento magnético, por ejemplo, el decaimiento radiactivo de un neutrino:

$$\nu_1 \rightarrow \nu_2 + \gamma \tag{1.6}$$

Este proceso puede ocurrir en el vacío si las masas de los neutrinos no son degeneradas, es decir, un neutrino más pesado puede decaer en uno de menor masa ($m_1 > m_2$) emitiendo un fotón. Otros procesos con la misma señal característica de la ec. (1.6) pueden ocurrir, como por ejemplo: emisión de un fotón por un neutrino en presencia de un campo magnético constante, radiación Cherenkov; si la velocidad del neutrino es mayor que la velocidad de la luz en el medio y *radiación de transición*; la cual ocurre cuando un neutrino cruza la interfaz entre dos medios con diferentes índices de refracción. En este trabajo nos interesa el último proceso: Radiación de transición, el cual describiremos en el siguiente capítulo.

Radiación de transición

La radiación de transición se produce cuando una partícula cargada atraviesa la interfaz entre dos medios con distintos índices de refracción. Esta forma de radiación fue estudiada por primera vez desde el punto de vista clásico en 1945 por V. Ginzburg y I. Frank [12]. No obstante, en 1960 G.M. Garibyan estudió el fenómeno para una partícula cargada desde el punto de vista cuántico [13]. En el caso de los neutrinos la radiación de transición es posible debido a la presencia del momento magnético; ya que en presencia de materia induce una carga efectiva a la partícula.

En este capítulo determinaremos la energía total radiada por un neutrino al atravesar una interfaz entre dos medios con distinto índice de refracción.

Consideremos en primer lugar los momentos dipolares eléctricos ϵ_{ij} de la ecuación (1.1), para un neutrino de Dirac los momentos dipolares eléctricos diagonales son cero ($\epsilon_{ii}^D = 0$) [4]. Por tanto, la interacción electromagnética para un neutrino de Dirac está descrita por:

$$L = \frac{\mu_\nu}{2} \bar{\psi} \sigma_{\mu\nu} \psi F^{\mu\nu} \quad (2.1)$$

Donde μ_ν es el momento magnético de transición en el marco en reposo del neutrino, ψ es la función de onda, $\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2} (\gamma_\mu \gamma_\nu - \gamma_\nu \gamma_\mu)$ y $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$ es el tensor electromagnético. Debido a la presencia del medio, la relación de dispersión del fotón debe modificarse. El cuadrimomento para el fotón emitido es entonces:

$$k^\mu = (\omega, \mathbf{k}) \quad (2.2)$$

con $|\mathbf{k}| = n\omega$, donde n es el índice de refracción. De manera que la masa efectiva del fotón al cuadrado está dada por:

$$k^2 = (1 - n^2)\omega^2 \quad (2.3)$$

2.1. Radiación de transición de partículas neutras

Consideremos el caso en que un neutrino con momento p_1 atraviesa la interfaz entre dos medios uniformes con índices de refracción n_1 y n_2 respectivamente como se muestra en la Figura 2.1. Al atravesar la interfaz en $z = 0$ el neutrino emite un fotón con momento k , la probabilidad de transición para el proceso $\nu(p_1) \rightarrow \nu(p_2) + \gamma(k)$ al más bajo orden es [14]:

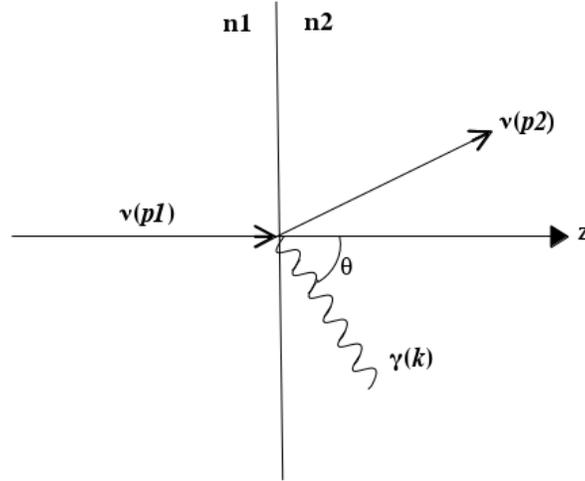


Figura 2.1: Radiación de Transición en la interfaz entre dos medios

$$\Gamma = |S_{fi}|^2 \frac{V d^3 \mathbf{p}_2}{(2\pi)^3} \frac{V d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} \quad (2.4)$$

Donde

$$S = i \int d^4 x L \quad (2.5)$$

es la matriz S , $V = \ell^3$ es el volumen espacial en la región de interacción y L está dado por la ec. (2.1). Para describir los estados inicial y final de los neutrinos, utilizamos las siguientes funciones de onda:

$$\psi_i(x) = \sqrt{\frac{m}{E_i V}} u(p_i, \lambda_i) \exp(-ip_i \cdot x) \quad (i = 1, 2) \quad (2.6)$$

Donde m es la masa del neutrino y E_i es su energía.

2.2. Matriz S

Para obtener la matriz S utilizamos la descomposición del campo vectorial $A^\mu(x)$ en términos de ondas planas:

$$A^\mu(x) = \frac{1}{\sqrt{2\omega V}} \exp(ik \cdot x) \epsilon^\mu(\mathbf{k}, \lambda) \quad (2.7)$$

Donde ϵ^μ es el vector de polarización del fotón, el cual satisface $k \cdot \epsilon = 0$ en la norma de Coulomb. Usando la ec. (2.6) escribimos los estados inicial y final como:

$$\begin{aligned} \bar{\psi}(x') &= \sqrt{\frac{m}{E_2 V}} \bar{u}(p_2, \lambda_2) e^{ip_2 \cdot x'} \\ \psi(x') &= \sqrt{\frac{m}{E_1 V}} u(p_1, \lambda_1) e^{-ip_1 \cdot x'} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Luego reescribimos el tensor electromagnético usando la ec. (2.7), obteniendo:

$$F^{\mu\nu} = i \frac{e^{ik \cdot x}}{\sqrt{2\omega V}} (k^\mu \epsilon^\nu - k^\nu \epsilon^\mu) \quad (2.9)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.7), (2.9), (2.8) y (2.1) en (2.5) obtenemos:

$$S_{fi} = \frac{i}{\sqrt{2\omega V}} \int d^4x' \sqrt{\frac{m}{E_1 V}} \sqrt{\frac{m}{E_2 V}} \exp(-i(p_1 - p_2 - k) \cdot x') M_{fi} \quad (2.10)$$

Donde:

$$M_{fi} = \frac{i}{2} \mu_\nu \bar{u}(p_2, \lambda_2) \sigma_{\mu\nu} u(p_1, \lambda_1) (k^\mu \epsilon^\nu - k^\nu \epsilon^\mu) \quad (2.11)$$

Para resolver la integral en la ec. (2.10), reescribimos usando las propiedades de la función exponencial:

$$\begin{aligned} S_{fi} &= \frac{i}{V \sqrt{2\omega V}} \frac{m}{\sqrt{E_1 E_2}} \int dx \exp(i(p_{1x} - p_{2x} - k_x)x) dy \exp(i(p_{1y} - p_{2y} - k_y)y) \\ &\quad dt \exp(-i(E_1 - E_2 - \omega)t) \int_{-\ell/2}^{\ell/2} dz \exp(i(p_{1z} - p_{2z} - k_z)z) M_{fi} \end{aligned} \quad (2.12)$$

Luego utilizamos la definición de la función delta de Dirac y reescribimos las integrales como:

$$\begin{aligned} \int dx \exp(i(p_{1x} - p_{2x} - k_x)x) &= 2\pi \delta(p_{1x} - p_{2x} - k_x) \\ \int dy \exp(i(p_{1y} - p_{2y} - k_y)y) &= 2\pi \delta(p_{1y} - p_{2y} - k_y) \\ \int dt \exp(-i(E_1 - E_2 - \omega)t) &= 2\pi \delta(E_1 - E_2 - \omega) \end{aligned}$$

Sustituyendo en la ec. (2.12) y elevando al cuadrado obtenemos:

$$|S_{fi}|^2 = \frac{m^2}{2\omega V^3 E_1 E_2} (2\pi\delta(p_{1x} - p_{2x} - k_x))^2 (2\pi\delta(p_{1y} - p_{2y} - k_y))^2 (2\pi\delta(E_1 - E_2 - \omega))^2 \left| \int_{-\ell/2}^{\ell/2} dz \exp(i(p_{1z} - p_{2z} - k_z)z) M_{fi} \right|^2 \quad (2.13)$$

Utilizando:

$$\begin{aligned} (2\pi\delta(E_1 - E_2 - \omega))^2 &= 2\pi T \delta(E_1 - E_2 - \omega) \\ (2\pi\delta(p_{1x} - p_{2x} - k_x))^2 &= 2\pi T \delta(p_{1x} - p_{2x} - k_x) \\ (2\pi\delta(p_{1y} - p_{2y} - k_y))^2 &= 2\pi T \delta(p_{1y} - p_{2y} - k_y) \end{aligned} \quad (2.14)$$

reescribimos la ec. (2.13) como:

$$|S_{fi}|^2 = \frac{m^2}{2\omega V^3 E_1 E_2} (2\pi)^3 L^2 T \delta(p_{1x} - p_{2x} - k_x) \delta(p_{1y} - p_{2y} - k_y) \delta(E_1 - E_2 - \omega) \left| \int_{-\ell/2}^{\ell/2} dz \exp(i(p_{1z} - p_{2z} - k_z)z) M_{fi} \right|^2 \quad (2.15)$$

Para resolver la integral restante, necesitamos reescribir la amplitud en la ec. (2.11), por tanto efectuamos:

$$\begin{aligned} \sigma_{\mu\nu}(k^\mu \epsilon^\nu - k^\nu \epsilon^\mu) &= \frac{i}{2} (\gamma_\mu \gamma_\nu - \gamma_\nu \gamma_\mu) (k^\mu \epsilon^\nu - k^\nu \epsilon^\mu) \\ &= i(\gamma_\mu \gamma_\nu - g_{\mu\nu}) (k^\mu \epsilon^\nu - k^\nu \epsilon^\mu) \\ &= (2\not{k} \not{\epsilon} - 2\epsilon \cdot k) \\ &= 2i(\not{k} \not{\epsilon}) \end{aligned}$$

Donde hemos utilizado $\{\gamma_\mu, \gamma_\nu\} = \gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu = 2g_{\mu\nu}$ y $\epsilon \cdot k = 0$. Entonces, la amplitud se convierte en:

$$M_{fi} = \mu_\nu \bar{u}(p_2) \not{k} \not{\epsilon} u(p_1) \quad (2.16)$$

De manera que podemos escribir la ec. (2.15) como:

$$|S_{fi}|^2 = \frac{\mu_\nu^2 m^2}{2\omega n^2 V^3 E_1 E_2} (2\pi)^3 L^2 T \delta(p_{1x} - p_{2x} - k_x) \delta(p_{1y} - p_{2y} - k_y) \delta(E_1 - E_2 - \omega) \left| \int_{-\ell/2}^{\ell/2} dz \exp(i(p_{1z} - p_{2z} - k_z)z) \bar{u}(p_2) \not{k} \not{\epsilon} u(p_1) \right|^2 \quad (2.17)$$

Para resolver la integral en la ecuación anterior debemos tomar en cuenta que esta oscila más allá de la longitud de la zona de formación, la cual está definida por [14]:

$$Z(n) = (p_{1z} - p_{2z} - k_z)^{-1} = (p_{1z} - p_{2z} - n\omega \cos \theta)^{-1} \quad (2.18)$$

Donde θ es el ángulo entre el fotón y la dirección del neutrino incidente. Dado que la mayor contribución al proceso proviene del volumen cerca de la interfaz y se asume que $\ell \gg Z(n_i)$; entonces, podemos despreciar la contribución de los límites superior e inferior ($z = \pm\ell/2$) a la integral. De modo que:

$$\begin{aligned} \frac{1}{n} \int_{-\ell/2}^0 dz \exp(i(p_{1z} - p_{2z} - k_z)z) \bar{u}(p_2) \not{k} \not{\epsilon} u(p_1) + \frac{1}{n} \int_0^{\ell/2} dz \exp(i(p_{1z} - p_{2z} - k_z)z) \bar{u}(p_2) \not{k} \not{\epsilon} u(p_1) \\ = \frac{1}{in_1} \frac{\bar{u}(p_2) \not{k}_1 \not{\epsilon} u(p_1)}{p_{1z} - p_{2z} - n_1\omega \cos \theta} - \frac{1}{in_2} \frac{\bar{u}(p_2) \not{k}_2 \not{\epsilon} u(p_1)}{p_{1z} - p_{2z} - n_2\omega \cos \theta} \end{aligned} \quad (2.19)$$

Por tanto, la expresión en la ec. (2.17) se convierte en:

$$|S_{fi}|^2 = \frac{\mu_\nu^2 m^2}{2\omega V^3 E_1 E_2} (2\pi)^3 L^2 T \delta(p_{1x} - p_{2x} - k_x) \delta(p_{1y} - p_{2y} - k_y) \delta(E_1 - E_2 - \omega) |W_1 - W_2|^2 \quad (2.20)$$

Donde:

$$W_\alpha = \frac{1}{n_\alpha} \bar{u}(p_2) \frac{\not{k}_\alpha \not{\epsilon}}{p_{1z} - p_{2z} - n_\alpha \omega \cos \theta} u(p_1) \quad (2.21)$$

2.3. Intensidad de energía

La cantidad que nos interesa calcular es la energía radiada S por el neutrino incidente al segundo medio. Para ello sustituimos la ec. (2.20) en la expresión (2.4) e integramos con respecto a \mathbf{p}_2 , usando las propiedades de la función delta de Dirac, obtenemos:

$$\begin{aligned} p_{2x} &= p_{1x} - k_x \\ p_{2y} &= p_{1y} - k_y \end{aligned}$$

Para hacer la integral con respecto a p_{2z} consideramos:

$$\begin{aligned} E_2 &= \sqrt{\mathbf{p}_2^2 + m^2} \\ E_2^2 &= p_{2x}^2 + p_{2y}^2 + p_{2z}^2 + m^2 \Rightarrow p_{2z} = \sqrt{E_2^2 - m^2 - (p_{2x}^2 + p_{2y}^2)} \end{aligned}$$

Si el momento del neutrino incidente está dado por:

$$p_1^\mu = (E_\nu, 0, 0, p) \quad (2.22)$$

y el momento del fotón es:

$$k_\alpha^\mu = (\omega, n_\alpha \omega \cos \phi \sin \theta, n_\alpha \omega \sin \phi \sin \theta, n_\alpha \omega \cos \theta) \quad (\alpha = 1, 2) \quad (2.23)$$

Entonces;

$$\begin{aligned} p_{2x} &= p_{1x} - k_{\alpha x} = -n_\alpha \omega \cos \phi \sin \theta \\ p_{2y} &= p_{1y} - k_{\alpha y} = -n_\alpha \omega \sin \phi \sin \theta \end{aligned}$$

Por tanto:

$$p_{2z} = \sqrt{E_2^2 - m^2 - n_\alpha^2 \omega^2 \sin^2 \theta} \quad (2.24)$$

con

$$E_2 = E_1 - \omega \quad (2.25)$$

Con ayuda de la ec. (2.24) resolvemos entonces;

$$\Gamma = \frac{\mu_\nu^2 m^2}{2\omega E_1 E_2 \beta} \int \frac{dp_{2z}}{(2\pi)} \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} (2\pi) \delta(E_1 - E_2 - \omega) |W_1 - W_2|^2 \quad (2.26)$$

haciendo el cambio de variable $dp_{2z} = \frac{E_2}{p_{2z}} dE_2$ y obtenemos:

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{\mu_\nu^2 m^2}{2\omega E_1 \beta} \int \frac{dE_2}{(2\pi) p_{2z}} \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} (2\pi) \delta(E_1 - E_2 - \omega) |W_1 - W_2|^2 \\ &= \frac{\mu_\nu^2 m^2}{2\omega E_1 \beta p_{2z}} \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} |W_1 - W_2|^2 \end{aligned} \quad (2.27)$$

Donde $\beta = \ell/T$. Ahora utilizamos: $d^3 \mathbf{k} = |\mathbf{k}|^2 d|\mathbf{k}| d\Omega$, con $d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi$ y sustituimos en la expresión anterior:

$$\Gamma = \frac{\mu_\nu^2 m^2}{2E_1 \beta p_{2z}} \int \frac{d\omega}{(2\pi)^2} \omega \sin \theta d\theta |W_1 - W_2|^2 \quad (2.28)$$

Donde hemos realizado la integral con respecto a ϕ . Dividiendo entre $d\omega d\theta$ obtenemos la intensidad de energía por por interfaz:

$$\frac{d^2 S}{d\omega d\theta} = \omega \frac{d^2 \Gamma}{d\theta d\omega} = \frac{\mu_\nu^2 m^2 \omega^2 \sin \theta}{8\pi^2 E_1 \beta p_{2z}} |W_1 - W_2|^2 \quad (2.29)$$

La energía total radiada S se obtiene integrando la ec. (2.29) con respecto a ω y θ .

2.4. Índice de refracción y frecuencia de plasma

Como se mencionó anteriormente, en medios estelares los efectos de la materia se vuelven importantes, de manera que la relación de dispersión del fotón no es trivial. Si definimos el índice de refracción en términos del número de onda y la energía del fotón, $k = n\omega$, entonces podemos determinar el índice de refracción a partir de la relación de dispersión [10]:

$$\omega^2 - k^2 = \omega_p^2 \Rightarrow n^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad (2.30)$$

Donde ω_p es la frecuencia de plasma, la cual juega el papel de la masa efectiva del fotón. La frecuencia de plasma está definida por:

$$\omega_p \equiv \sqrt{\frac{4\pi\alpha n_e}{m_e}} \quad (2.31)$$

Donde n_e es la densidad de los electrones en el medio, $\alpha = 1/137$ es la constante de estructura fina y m_e es la masa del electrón. Asumiendo que $\omega_p \ll \omega$, entonces:

$$n(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{2\omega^2} \quad (2.32)$$

Consideramos también que la radiación que proviene del medio 1 ($z < 0$) se propaga a través de la interfaz *sin reflexión o refracción alguna*. Por tanto, las variables θ y ϵ^μ son independientes del medio [14].

2.5. Cálculo de la amplitud

Para obtener la amplitud en la ecuación (2.29) utilizamos: $|W_1 - W_2|^2 = (W_1 - W_2)(W_1 - W_2)^*$, entonces de la ec. (2.21) obtenemos:

$$\begin{aligned} |W_1 - W_2|^2 &= \frac{1}{n_1^2} \frac{(\bar{u}(p_2)\not{k}_1\not{\epsilon}u(p_1))(\bar{u}(p_2)\not{k}_1\not{\epsilon}u(p_1))^*}{x^2} + \frac{1}{n_2^2} \frac{(\bar{u}(p_2)\not{k}_2\not{\epsilon}u(p_1))(\bar{u}(p_2)\not{k}_2\not{\epsilon}u(p_1))^*}{y^2} \\ &\quad - \frac{1}{n_1 n_2} \frac{(\bar{u}(p_2)\not{k}_1\not{\epsilon}u(p_1))(\bar{u}(p_2)\not{k}_2\not{\epsilon}u(p_1))^*}{xy} - \frac{1}{n_1 n_2} \frac{(\bar{u}(p_2)\not{k}_2\not{\epsilon}u(p_1))(\bar{u}(p_2)\not{k}_1\not{\epsilon}u(p_1))^*}{yx} \end{aligned}$$

Donde:

$$\begin{aligned} x &= p_{1z} - p_{2z} - n_1\omega \cos \theta \\ y &= p_{1z} - p_{2z} - n_2\omega \cos \theta \end{aligned} \quad (2.33)$$

Efectuamos la suma sobre los espines usando:

$$\sum_s u_\alpha(p_1, s) \bar{u}_\beta(p_1, s) = \frac{(\not{p}_1 + m)_{\alpha\beta}}{2m^2} \quad (2.34)$$

Entonces escribimos:

$$\begin{aligned} \sum_{s_1, s_2} \bar{u}(p_2, s_2) \not{k}_1 \not{\epsilon} u(p_1, s_1) \bar{u}(p_1, s_1) \not{\epsilon}^* \not{k}_1 u(p_2, s_2) &= \frac{(\not{p}_2 + m)_{fa}}{2m} \gamma_{ab} k_1 \gamma_{bc} \epsilon \frac{(\not{p}_1 + m)_{cd}}{2m} \gamma_{de} \epsilon^* \gamma_{ef} k_1 \\ &= \frac{\text{Tr} \left(\not{k}_1 \not{\epsilon} (\not{p}_1 + m) \not{\epsilon}^* \not{k}_1 (\not{p}_2 + m) \right)}{4m^2} \end{aligned}$$

Finalmente efectuamos la suma sobre los espines con los tres términos restantes, de manera que podemos escribir la amplitud como:

$$\begin{aligned} |M|^2 &= \frac{1}{n_1^2 x^2} \frac{\text{Tr} \left(\not{k}_1 \not{\epsilon} (\not{p}_1 + m) \not{\epsilon}^* \not{k}_1 (\not{p}_2 + m) \right)}{4m^2} + \frac{1}{n_2^2 y^2} \frac{\text{Tr} \left(\not{k}_2 \not{\epsilon} (\not{p}_1 + m) \not{\epsilon}^* \not{k}_2 (\not{p}_2 + m) \right)}{4m^2} - \\ &\frac{1}{n_1 n_2 xy} \frac{\text{Tr} \left(\not{k}_1 \not{\epsilon} (\not{p}_1 + m) \not{\epsilon}^* \not{k}_2 (\not{p}_2 + m) \right)}{4m^2} - \frac{1}{n_1 n_2 xy} \frac{\text{Tr} \left(\not{k}_2 \not{\epsilon} (\not{p}_1 + m) \not{\epsilon}^* \not{k}_1 (\not{p}_2 + m) \right)}{4m^2} \quad (2.35) \end{aligned}$$

Para calcular las trazas, utilizamos las propiedades de las matrices gamma, entonces:

$$\text{Tr} \left(\not{k}_1 \not{\epsilon} (\not{p}_1 + m) \not{\epsilon}^* \not{k}_1 (\not{p}_2 + m) \right) = \text{Tr}(\not{k}_1 \not{\epsilon} \not{p}_1 \not{\epsilon}^* \not{k}_1 \not{p}_2) + m^2 \text{Tr}(\not{k}_1 \not{\epsilon} \not{\epsilon}^* \not{k}_1) \quad (2.36)$$

Debido a que los términos con un número impar de matrices gamma se anulan. Para obtener la amplitud en (2.35) necesitamos promediar sobre los estados de espín del neutrino incidente y sumar sobre las polarizaciones del fotón. La suma sobre los modos transversales y longitudinales del fotón está dada por [15]:

$$\sum_\lambda \epsilon_\mu^\lambda \epsilon_\nu^{\lambda*} = - \left(g_{\mu\nu} + \frac{k_\mu k_\nu}{n^2 \omega^2} \right) + \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) u_\mu u_\nu + \frac{1}{n^2 \omega} (u_\mu k_\nu + u_\nu k_\mu) \quad (2.37)$$

Donde $u_\mu = (1, 0)$ representa la velocidad del centro de masa del medio. Los primeros dos términos representan las polarizaciones transversales y los restantes las polarizaciones longitudinales. Sumamos entonces sobre todas las polarizaciones y reescribimos el primer término en la ec. (2.36) como:

$$\sum_\lambda \text{Tr}(\not{k}_1 \not{\epsilon} \not{p}_1 \not{\epsilon}^* \not{k}_1 \not{p}_2) = \text{Tr}(\not{k}_1 \gamma^\mu \not{p}_1 \gamma^\nu \not{k}_1 \not{p}_2) \sum_\lambda \epsilon_\mu^\lambda \epsilon_\nu^{\lambda*} \quad (2.38)$$

Para calcular la traza de seis matrices gamma, utilizamos:

$$\begin{aligned} Tr(\gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\sigma \gamma^\rho \gamma^\mu \gamma^\nu) &= g^{\alpha\beta} Tr(\gamma^\sigma \gamma^\rho \gamma^\mu \gamma^\nu) - g^{\alpha\sigma} Tr(\gamma^\beta \gamma^\sigma \gamma^\mu \gamma^\nu) + g^{\alpha\rho} Tr(\gamma^\beta \gamma^\rho \gamma^\mu \gamma^\nu) \\ &\quad - g^{\alpha\mu} Tr(\gamma^\beta \gamma^\sigma \gamma^\rho \gamma^\nu) + g^{\alpha\nu} Tr(\gamma^\beta \gamma^\sigma \gamma^\rho \gamma^\mu) \end{aligned} \quad (2.39)$$

Donde:

$$Tr(\gamma^\beta \gamma^\sigma \gamma^\rho \gamma^\mu) = 4(g^{\beta\sigma} g^{\rho\mu} - g^{\beta\rho} g^{\sigma\mu} + g^{\beta\mu} g^{\sigma\rho}) \quad (2.40)$$

Usando la expresión en (2.39) la ecuación (2.38) se convierte en:

$$\begin{aligned} Tr(k_1^\mu \gamma^\mu \not{p}_1 \gamma^\nu \not{k}_1 \not{p}_2) \sum_\lambda \epsilon_\mu^\lambda \epsilon_\nu^{\lambda*} &= (k_1^\mu Tr(\not{p}_1 \gamma^\nu \not{k}_1 \not{p}_2) - k_1 \cdot p_1 Tr(\gamma^\mu \gamma^\nu \not{k}_1 \not{p}_2) \\ &\quad + k_1^\nu Tr(\gamma^\mu \not{p}_1 \not{k}_1 \not{p}_2) - k_1^2 Tr(\gamma^\mu \not{p}_1 \gamma^\nu \not{p}_2) + k_1 \cdot p_2 Tr(\gamma^\mu \not{p}_1 \gamma^\nu \not{k}_1)) \sum_\lambda \epsilon_\mu^\lambda \epsilon_\nu^{\lambda*} \end{aligned} \quad (2.41)$$

Sustituyendo (2.37) en (2.41) y simplificando se obtiene:

$$\begin{aligned} Tr(k_1^\mu \gamma^\mu \not{p}_1 \gamma^\nu \not{k}_1 \not{p}_2) \sum_\lambda \epsilon_\mu^\lambda \epsilon_\nu^{\lambda*} &= 8(k_1 \cdot p_1 k_1 \cdot p_2 \left(1 + \frac{1}{n_1^2}\right) - \omega^2(1 - n_1^2) p_1 \cdot p_2 \left(1 - \frac{1}{n_1^2}\right) \\ &\quad - \left(1 - \frac{1}{n_1^2}\right) \omega^2(1 - n_1^2) E_1 E_2 - \frac{\omega}{n_1^2}(1 - n_1^2) E_1 k_1 \cdot p_2 - \frac{\omega}{n_1^2}(1 - n_1^2) E_2 k_1 \cdot p_1) \end{aligned} \quad (2.42)$$

Donde hemos sustituido n por n_1 en la ec. (2.37). De igual manera, utilizando (2.40) calculamos la segunda traza en la ecuación (2.36) y obtenemos:

$$\sum_\lambda Tr(k_1 \not{\epsilon} \not{\epsilon}^* k_1) = 8 \left(-2\omega^2(1 - n_1^2) + \frac{\omega^2}{n_1^2}(1 - n_1^2) \right) \quad (2.43)$$

Finalmente:

$$\begin{aligned} \sum_\lambda Tr(k_1 \not{\epsilon} (\not{p}_1 + m) \not{\epsilon}^* k_1 (\not{p}_2 + m)) &= 8(k_1 \cdot p_1 k_1 \cdot p_2 \left(1 + \frac{1}{n_1^2}\right) - \omega^2(1 - n_1^2) p_1 \cdot p_2 \left(1 - \frac{1}{n_1^2}\right) \\ &\quad - \left(1 - \frac{1}{n_1^2}\right) \omega^2(1 - n_1^2) E_1 E_2 - \frac{\omega}{n_1^2}(1 - n_1^2) E_1 k_1 \cdot p_2 - \frac{\omega}{n_1^2}(1 - n_1^2) E_2 k_1 \cdot p_1) \\ &\quad + 8m^2 \left(-2\omega^2(1 - n_1^2) + \frac{\omega^2}{n_1^2}(1 - n_1^2) \right) \end{aligned} \quad (2.44)$$

Para calcular la segunda traza en la ec. (2.35) solamente intercambiamos $k_1 \leftrightarrow k_2$ y $n_1 \leftrightarrow n_2$ en la expresión anterior, por tanto:

$$\begin{aligned}
\sum_{\lambda} Tr \left(k_2 \not{\epsilon}(\not{p}_1 + m) \not{\epsilon}^* k_2(\not{p}_2 + m) \right) &= 8(k_2 \cdot p_1 k_2 \cdot p_2 \left(1 + \frac{1}{n_2^2} \right) - \omega^2(1 - n_2^2) p_1 \cdot p_2 \left(1 - \frac{1}{n_2^2} \right) \\
&\quad - \left(1 - \frac{1}{n_2^2} \right) \omega^2(1 - n_2^2) E_1 E_2 - \frac{\omega}{n_2^2} (1 - n_2^2) E_1 k_2 \cdot p_2 - \frac{\omega}{n_2^2} (1 - n_2^2) E_2 k_2 \cdot p_1 \\
&\quad + 8m^2 \left(-2\omega^2(1 - n_2^2) + \frac{\omega^2}{n_2^2} (1 - n_2^2) \right) \quad (2.45)
\end{aligned}$$

Para obtener las últimas dos trazas, debemos notar que en la ec. (2.35) los primeros dos términos corresponden a la contribución del medio 1 y el medio 2 respectivamente, mientras que los últimos dos términos corresponden a la interfaz. Por tanto, para obtener los términos restantes en (2.35) utilizaremos $n = (n_1 + n_2)/2$ en la suma sobre las polarizaciones del fotón. Tenemos que:

$$\sum_{\lambda} Tr \left(k_1 \not{\epsilon}(\not{p}_1 + m) \not{\epsilon}^* k_2(\not{p}_2 + m) \right) = \sum_{\lambda} \left(Tr(k_1 \not{\epsilon} \not{p}_1 \not{\epsilon}^* k_2 \not{p}_2) + m^2 Tr(k_1 \not{\epsilon} \not{\epsilon}^* k_2) \right) \quad (2.46)$$

De igual manera sustituimos la suma sobre las polarizaciones del fotón y utilizamos la ec. (2.39), obteniendo:

$$\begin{aligned}
\sum_{\lambda} Tr \left(k_1 \not{\epsilon}(\not{p}_1 + m) \not{\epsilon}^* k_2(\not{p}_2 + m) \right) &= 8(\omega E_1 \left(1 - \frac{n_1^2}{n^2} \right) k_2 \cdot p_2 - \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) k_1 \cdot k_2 E_1 E_2 - \\
&\quad \frac{1}{2} \left(1 - \frac{2 - n_1^2}{n^2} \right) k_1 \cdot k_2 p_1 \cdot p_2 + \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \omega E_1 k_1 \cdot p_2 + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2 - n_1^2}{n^2} \right) k_1 \cdot p_1 k_2 \cdot p_2 - \\
\frac{\omega}{n^2} E_2 (1 - n_1 n_2) k_1 \cdot p_1 + \frac{1}{2} k_1 \cdot p_2 k_2 \cdot p_1 \left(1 - \frac{2 - n_1^2}{n^2} \right) + \frac{1}{2} m^2 k_1 \cdot k_2 \left(\frac{2 - n_1^2}{n^2} - 3 \right) + \frac{1}{n^2} k_1 \cdot p_1 k_1 \cdot p_2) &\quad (2.47)
\end{aligned}$$

Finalmente, para obtener la última traza en (2.35), intercambiamos $k_1 \leftrightarrow k_2$, $n_1 \leftrightarrow n_2$ y obtenemos:

$$\begin{aligned}
\sum_{\lambda} Tr \left(k_2 \not{\epsilon}(\not{p}_1 + m) \not{\epsilon}^* k_1(\not{p}_2 + m) \right) &= 8(\omega E_1 \left(1 - \frac{n_2^2}{n^2} \right) k_1 \cdot p_2 - \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) k_1 \cdot k_2 E_1 E_2 - \\
&\quad \frac{1}{2} \left(1 - \frac{2 - n_2^2}{n^2} \right) k_1 \cdot k_2 p_1 \cdot p_2 + \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \omega E_1 k_2 \cdot p_2 + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2 - n_2^2}{n^2} \right) k_2 \cdot p_1 k_1 \cdot p_2 - \\
\frac{\omega}{n^2} E_2 (1 - n_1 n_2) k_2 \cdot p_1 + \frac{1}{2} k_2 \cdot p_2 k_1 \cdot p_1 \left(1 - \frac{2 - n_2^2}{n^2} \right) + \frac{1}{2} m^2 k_1 \cdot k_2 \left(\frac{2 - n_2^2}{n^2} - 3 \right) + \frac{1}{n^2} k_2 \cdot p_1 k_2 \cdot p_2) &\quad (2.48)
\end{aligned}$$

Solamente nos resta promediar sobre el espín del neutrino incidente, por tanto, multiplicamos la amplitud de la siguiente manera:

$$|\bar{M}|^2 = \frac{1}{2s+1} |M|^2 = \frac{1}{2} |M|^2 \quad (2.49)$$

Entonces, la amplitud se convierte en:

$$|\bar{M}|^2 = \frac{1}{m^2} \left(\frac{1}{n_1^2 x^2} M_1 + \frac{1}{n_2^2 y^2} M_2 - \frac{1}{n_1 n_2 xy} M_{12} - \frac{1}{n_1 n_2 xy} M_{21} \right) \quad (2.50)$$

Donde:

$$\begin{aligned} M_1 &= \frac{1}{8} \sum_{\lambda} Tr \left(k_1 \not{\epsilon}(\not{p}_1 + m) \not{\epsilon}^* k_1(\not{p}_2 + m) \right) \\ M_2 &= \frac{1}{8} \sum_{\lambda} Tr \left(k_2 \not{\epsilon}(\not{p}_1 + m) \not{\epsilon}^* k_2(\not{p}_2 + m) \right) \\ M_{12} &= \frac{1}{8} \sum_{\lambda} Tr \left(k_1 \not{\epsilon}(\not{p}_1 + m) \not{\epsilon}^* k_2(\not{p}_2 + m) \right) \\ M_{21} &= \frac{1}{8} \sum_{\lambda} Tr \left(k_2 \not{\epsilon}(\not{p}_1 + m) \not{\epsilon}^* k_1(\not{p}_2 + m) \right) \end{aligned}$$

2.6. Energía total radiada por proceso

Para obtener la energía total radiada al segundo medio debemos integrar la ec. (2.29) con respecto a ω y θ ; sin embargo, es conveniente transformar un poco dicha expresión. En primer lugar, deseamos expresar el momento magnético μ_{ν} en unidades del magnetón de Bohr, el cual está dado por:

$$\mu_B \equiv \frac{e}{2m_e \hbar} \quad (2.51)$$

Donde m_e es la masa del electrón. Podemos expresar μ_B en unidades naturales, sabemos que $\hbar = 1$, $m_e = 0.511 MeV$ y $\alpha = e^2/4\pi$, entonces:

$$\mu_B = \frac{\sqrt{4\pi\alpha}}{2m_e} = 0.296 MeV^{-1} \quad (2.52)$$

Definimos entonces,

$$\tilde{\mu}_{\nu} = \frac{\mu_{\nu}}{\mu_B} \quad (2.53)$$

Sustituyendo esto en la ec. (2.29) obtenemos el espectro de energía:

$$\frac{dS}{d\omega} = \frac{\tilde{\mu}_\nu^2 m^2 \omega^2}{E_1 \beta} \times \frac{1.1 \times 10^{-3}}{MeV^2} \int \frac{\sin \theta}{p_{2z}(\theta)} |\bar{M}|^2 d\theta \quad (2.54)$$

Donde hemos agrupado las constantes en un solo factor: 1.1×10^{-3} . Por conveniencia, deseamos expresar la integral en la ecuación anterior como una cantidad adimensional. Para ello definimos las siguientes cantidades en términos de la energía del neutrino incidente E_1 :

$$\begin{aligned} \tilde{x} &= \frac{x}{E_1} & \tilde{\omega} &= \frac{\omega}{E_1} & \widetilde{k_\alpha p_\alpha} &= \frac{k_\alpha \cdot p_\alpha}{E_1^2} \\ \tilde{y} &= \frac{y}{E_1} & \tilde{E}_2 &= \frac{E_2}{E_1} & \widetilde{k_1 k_2} &= \frac{k_1 \cdot k_2}{E_1^2} \\ \tilde{m} &= \frac{m}{E_1} & \tilde{p}_{2z} &= \frac{p_{2z}}{E_1} & \widetilde{p_1 p_2} &= \frac{p_1 \cdot p_2}{E_1^2} \end{aligned} \quad (2.55)$$

Para reescribir el espectro de energía en términos de estas cantidades, reescribimos la amplitud como:

$$|\bar{M}|^2 = \frac{1}{\tilde{m}^2} F = \frac{1}{\tilde{m}^2} \left(\frac{1}{n_1^2 \tilde{x}^2} \tilde{M}_1 + \frac{1}{n_2^2 \tilde{y}^2} \tilde{M}_2 - \frac{1}{n_1 n_2 \tilde{x} \tilde{y}} \tilde{M}_{12} - \frac{1}{n_1 n_2 \tilde{x} \tilde{y}} \tilde{M}_{21} \right) \quad (2.56)$$

Donde:

$$\begin{aligned} \tilde{M}_1 &= \widetilde{k_1 p_1} \widetilde{k_1 p_2} \left(1 + \frac{1}{n_1^2} \right) - \tilde{\omega}^2 (1 - n_1^2) \widetilde{p_1 p_2} \left(1 - \frac{1}{n_1^2} \right) - \left(1 - \frac{1}{n_1^2} \right) \tilde{\omega}^2 (1 - n_1^2) \tilde{E}_2 \\ &\quad - \frac{\tilde{\omega}}{n_1^2} (1 - n_1^2) \widetilde{k_1 p_2} - \frac{\tilde{\omega}}{n_1^2} (1 - n_1^2) \tilde{E}_2 \widetilde{k_1 p_1} - 2\tilde{m}^2 \tilde{\omega}^2 (1 - n_1^2) + \tilde{m}^2 \frac{\tilde{\omega}^2}{n_1^2} (1 - n_1^2) \end{aligned} \quad (2.57)$$

$$\begin{aligned} \tilde{M}_2 &= \widetilde{k_2 p_1} \widetilde{k_2 p_2} \left(1 + \frac{1}{n_2^2} \right) - \tilde{\omega}^2 (1 - n_2^2) \widetilde{p_1 p_2} \left(1 - \frac{1}{n_2^2} \right) - \left(1 - \frac{1}{n_2^2} \right) \tilde{\omega}^2 (1 - n_2^2) \tilde{E}_2 \\ &\quad - \frac{\tilde{\omega}}{n_2^2} (1 - n_2^2) \widetilde{k_2 p_2} - \frac{\tilde{\omega}}{n_2^2} (1 - n_2^2) \tilde{E}_2 \widetilde{k_2 p_1} - 2\tilde{m}^2 \tilde{\omega}^2 (1 - n_2^2) + \tilde{m}^2 \frac{\tilde{\omega}^2}{n_2^2} (1 - n_2^2) \end{aligned} \quad (2.58)$$

$$\begin{aligned} \tilde{M}_{12} &= \tilde{\omega} \left(1 - \frac{n_1^2}{n^2} \right) \widetilde{k_2 p_2} - \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \widetilde{k_1 k_2} \tilde{E}_2 - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{2 - n_1^2}{n^2} \right) \widetilde{k_1 k_2} \widetilde{p_1 p_2} + \frac{1}{n^2} \widetilde{k_1 p_1} \widetilde{k_1 p_2} \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2 - n_1^2}{n^2} \right) \widetilde{k_1 p_1} \widetilde{k_2 p_2} - \frac{\tilde{\omega}}{n^2} \tilde{E}_2 (1 - n_1 n_2) \widetilde{k_1 p_1} + \frac{1}{2} \widetilde{k_1 p_2} \widetilde{k_2 p_1} \left(1 - \frac{2 - n_1^2}{n^2} \right) \\ &\quad + \frac{1}{2} \tilde{m}^2 \widetilde{k_1 k_2} \left(\frac{2 - n_1^2}{n^2} - 3 \right) + \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \tilde{\omega} \widetilde{k_1 p_2} \end{aligned} \quad (2.59)$$

$$\begin{aligned}
\tilde{M}_{21} = & \tilde{\omega} \left(1 - \frac{n_2^2}{n^2}\right) \widetilde{k_1 p_2} - \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \widetilde{k_1 k_2} \tilde{E}_2 - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{2 - n_2^2}{n^2}\right) \widetilde{k_1 k_2 p_1 p_2} + \frac{1}{n^2} \widetilde{k_2 p_1 k_2 p_2} \\
& + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2 - n_2^2}{n^2}\right) \widetilde{k_2 p_1 k_1 p_2} - \frac{\tilde{\omega}}{n^2} \tilde{E}_2 (1 - n_1 n_2) \widetilde{k_2 p_1} + \frac{1}{2} \widetilde{k_2 p_2 k_1 p_1} \left(1 - \frac{2 - n_2^2}{n^2}\right) \\
& + \frac{1}{2} \tilde{m}^2 \widetilde{k_1 k_2} \left(\frac{2 - n_2^2}{n^2} - 3\right) + \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \tilde{\omega} \widetilde{k_2 p_2} \quad (2.60)
\end{aligned}$$

Ahora sustituimos (2.56) en (2.54) y entonces el espectro de energía se convierte en:

$$\begin{aligned}
\frac{dS}{d\omega} &= \frac{\tilde{\mu}_\nu^2 \tilde{m}^2 \tilde{\omega}^2 E_1^4}{E_1 \beta} \times \frac{1.1 \times 10^{-3}}{MeV^2} \int \frac{\sin \theta}{\tilde{p}_{2z}(\theta) E_1 \tilde{m}^2} F d\theta \quad (2.61) \\
&= \frac{\tilde{\mu}_\nu^2 \tilde{\omega}^2 E_1^2}{\beta} \times \frac{1.1 \times 10^{-3}}{MeV^2} \int \frac{\sin \theta}{\tilde{p}_{2z}(\theta)} F d\theta
\end{aligned}$$

Con E_1 en unidades de MeV . La energía radiada por proceso se obtiene integrando la expresión anterior con respecto a ω :

$$S = \frac{\tilde{\mu}_\nu^2 E_1^3 (1.1 \times 10^{-3})}{\beta MeV^2} \int_{\tilde{\omega}_1}^{\tilde{\omega}_2} d\tilde{\omega} \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta \frac{\sin \theta}{\tilde{p}_{2z}(\theta)} \tilde{\omega}^2 F \quad (2.62)$$

Donde los límites a utilizar, dependen de la energía del neutrino incidente como veremos más adelante.

Radiación de transición de neutrinos y supernovas

3.1. Neutrinos y la explosión de supernovas

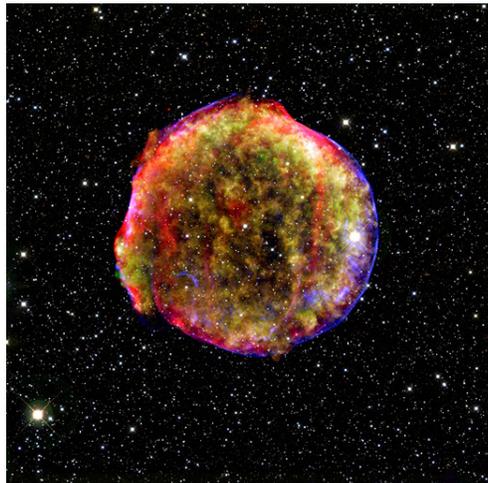


Figura 3.1: Imagen compuesta por observaciones en rayos X y en el infrarrojo del remanente de la supernova de Tycho Brahe. Crédito: NASA/CXC/SAO, NASA/JPL-Caltech.

En 1572, apareció en el cielo lo que parecía ser una nueva estrella nunca antes vista. El nuevo objeto que era tan brillante como Venus fue observado y documentado por varias personas, entre ellos el famoso astrónomo Tycho Brahe. Sin embargo, la “nueva estrella” era en realidad el remanente de una *supernova*.

Las supernovas son violentas explosiones que ocurren al final de la vida de estrellas lo suficientemente masivas. Dichas explosiones son responsables de expulsar material con elementos pesados; esenciales para la evolución de planetas, galaxias y la vida misma. Algunas supernovas llevan a la formación de objetos compactos como ser estrellas de neutrones y agujeros

negros. Además, las supernovas producen grandes flujos de neutrinos que pueden ser detectados en la Tierra.

En febrero de 1987, los detectores Kamiokande II, IMB, LSD y Baksan [16] hicieron posible la primera observación de neutrinos provenientes de una supernova; SN1987A. La supernova SN1987A fue descubierta en la Gran Nube de Magallanes, la cual es una galaxia enana, satélite de la Vía Láctea y miembro del Grupo Local. Después de la supernova de Kepler en 1604, la supernova SN1987A fue la primera supernova en ser visible a simple vista. La observación de la supernova SN1987A fue un descubrimiento importante para la física de neutrinos y la astronomía fuera del sistema solar; nos ha permitido comprender mejor la evolución estelar y la dinámica de las supernovas.

3.2. Tipos de supernovas

Los astrónomos han descubiertos distintos tipos de supernovas al estudiar sus características espectrales y las propiedades de la curva de luz cerca de la luminosidad máxima de las mismas.

Las supernovas se clasifican principalmente en dos categorías: tipo I y tipo II. Las supernovas de tipo I no presentan líneas de hidrógeno en su espectro, las de tipo II; en cambio, presentan fuertes líneas de este abundante elemento. Las supernovas de tipo I, a su vez, se clasifican según su espectro. Las que presentan fuertes líneas de silicio (Si) son de tipo Ia, mientras que las de tipo Ib presentan fuertes líneas de helio (He) y las Ic no presentan ninguno de los elementos anteriores.[17]

Las diferentes características espectrales de las supernovas nos brindan información acerca de la composición de la envoltura y la estrella progenitora. Las supernovas de tipo II se piensa que son generadas por el colapso de gigantes rojas. Por ejemplo, SN1987A fue una supernova de tipo II, generada por el colapso de una gigante azul llamada Sanduleak.

Las supernovas tipo Ib, Ic y II son las más interesantes para estudiar debido a que son generadas por el colapso de estrellas masivas ($M \gtrsim 8M_{\odot}$), cuyo remanente deja un objeto compacto. Además, estos tipos de supernovas producen un gran número de neutrinos, como describiremos más adelante.

3.3. Dinámica del colapso del núcleo

Las estrellas con $M \geq 10M_{\odot}$ una vez que han convertido casi todo su hidrógeno en helio, comienzan a fusionar carbono y pueden seguir fusionando elementos más pesados. Debido a las altas temperaturas en el núcleo, estas estrellas son capaces de quemar también oxígeno y posteriormente neón y silicio hasta formar hierro. De manera que la estrella adquiere una estructura similar a la de una cebolla, es decir, con un núcleo de hierro rodeado por capas de elementos menos pesados. A este punto la densidad del núcleo es de $10^{10}g/cm^3$ aproximadamente[18] y la estrella se mantiene en equilibrio hidrostático debido a la presión de los electrones degenerados. Sin embargo, a la estrella ya no le queda más combustible

para quemar; entonces, el núcleo se contrae y el incremento en la temperatura permite a los fotones destruir los núcleos de hierro, proceso que se conoce como *foto-disociación*:



Dadas las condiciones en el núcleo, como la alta temperatura, se favorece la captura de electrones libres:



Tanto la foto-disociación del hierro como la captura de electrones, disminuyen la presión de los electrones hasta que esta ya no puede mantener el peso del núcleo y comienza el colapso gravitacional. La densidad y la temperatura incrementan de modo que las reacciones en 2.50 y 2.54 ocurren con más frecuencia y el colapso del núcleo se acelera. En un principio, los neutrinos producidos por la captura de electrones dejan el núcleo libremente; sin embargo, una vez que la densidad de la parte interna del núcleo excede $3 \times 10^{11} \text{g/cm}^3$, los neutrinos son atrapados dentro del material que colapsa. Durante esta etapa, la parte interna del núcleo colapsa homogéneamente y cuando su densidad alcanza la de la materia nuclear; alrededor de 10^{14}g/cm^3 , el núcleo rebota provocando ondas al exterior. Cuando la velocidad de las ondas de presión supera la del sonido, se forma una onda de choque que se propaga al exterior.

Al propagarse la onda de choque, esta pierde energía debido a la foto-disociación de núcleos en protones y neutrones, de manera que se debilita y se vuelve casi estacionaria. Los protones detrás de la onda de choque se convierten en neutrones produciendo un gran número de neutrinos. Estos se apilan detrás de la onda debido a que la alta densidad de la materia hace que el medio se vuelva opaco (incluso para los neutrinos); y estos queden atrapados detrás del material que colapsa, formando una esfera.

Una vez que la onda de choque se debilita, dos tipos de explosiones pueden ocurrir: explosión *inmediata* (prompt explosion) o explosión *retardada* (delayed explosion). Debido a la foto-disociación la onda de choque pierde alrededor de $\sim 10^{51} \text{erg}$ por cada 0.1 masas solares de material que ha sido disociado [18]; no obstante, si la onda es capaz de expulsar la envoltura de la estrella, se genera una explosión en un tiempo de aproximadamente 100ms. Si por el contrario, la onda de choque se detiene, puede producirse la explosión de supernova por algún mecanismo que le permita renovar su energía. Se piensa que el gran flujo de neutrinos producidos por la captura de electrones transfiere energía a la envoltura de la estrella reviviendo la onda de choque[19], de manera que se produce una explosión de supernova (retardada) en aproximadamente 0.5 s después del rebote del núcleo.

En este trabajo nos interesa la explosión de supernova retardada; ya que deseamos estudiar los posibles mecanismos mediante los cuales los neutrinos pueden revivir la onda de choque.

3.4. Cálculos

Como mencionamos en el capítulo anterior, nos interesa estudiar el mecanismo de explosión de la supernova retardada. Después que la onda de choque se debilita, la materia se sigue acumulando alrededor de la proto-estrella, durante esta fase se forma una brecha entre la materia detrás de la onda de choque y la esfera de neutrinos que yace en el manto. Si consideramos que los neutrinos emitidos desde la esfera de neutrinos atraviesan esta brecha y luego el material detrás de la onda de choque entonces, un neutrino puede emitir un fotón, produciendo radiación de transición.

Para estudiar el proceso de radiación de transición en supernovas, consideraremos que los neutrinos atraviesa una interfaz entre el vacío y la materia detrás de la onda de choque, la cual tiene una densidad de $\sim 10^8 g/cm^3$.

La energía promedio de los neutrinos es de 10 MeV, para calcular la energía radiada por proceso, utilizaremos valores de E_1 entre 10 – 25 MeV.

3.4.1. Frecuencia de plasma

Para obtener la frecuencia de plasma utilizamos la ec. (2.31), calculando primero la densidad de electrones:

$$n_e = \frac{\rho}{m_p} = \frac{10^8 g/cm^3}{1.672 \times 10^{-24} g} = 5.98 \times 10^{31} cm^{-3} \quad (3.3)$$

Para expresar esta cantidad en unidades naturales, utilizamos la siguiente conversión:

$$\frac{1}{cm} \rightarrow 1.973 \times 10^{-11} MeV$$

Entonces:

$$n_e = 0.459 MeV^3 \quad (3.4)$$

Sustituyendo esto en (2.31) obtenemos la frecuencia de plasma para el medio detrás de la onda de choque:

$$\omega_p = 0.287 MeV \quad (3.5)$$

3.4.2. Límites de Integración

Al momento de integrar con respecto a θ y ω debemos ser cuidadosos. En principio, ω va desde 0 hasta $E_1 - m$, sin embargo, si echamos un vistazo a la expresión para el índice de refracción en (2.32), observamos que no podemos utilizar $\omega = 0$ ya que nos encontramos con una singularidad. Por tanto, debemos escoger otro valor para el límite inferior de la energía del fotón. Al calcular la expresión para el índice de refracción en (2.32), hemos hecho la aproximación:

$$\sqrt{1-x^2} \simeq 1 - \frac{1}{2}x^2 \quad x \ll 1$$

la cual es válida para $\omega_p \ll \omega$ (en nuestro caso $x = \omega_p/\omega$). Para asegurarnos que esto se cumpla, elegiremos $\omega_{min} = 10\omega_p$.

Si sustituimos el valor máximo para ω en la expresión para p_{2z} , obtenemos:

$$\begin{aligned} p_{2z} &= \sqrt{E_2^2 - m^2 - n^2\omega^2 \sin^2 \theta} \\ &= \sqrt{E_1^2 - 2E_1(E_1 - m) + (E_1^2 - 2E_1m + m^2) - m^2 - n^2(E_1 - m)^2 \sin^2 \theta} \\ &= \sqrt{-n^2(E_1 - m)^2 \sin^2 \theta} \end{aligned}$$

Dado que los valores para el momento deben ser reales, $\omega \neq E_1 - m$ y entonces debemos encontrar el límite superior de ω . Tomando en cuenta el argumento en la raíz de p_{2z} hacemos:

$$E_1^2 - 2\omega E_1 + \omega^2 - m^2 - n^2\omega^2 \sin^2 \theta > 0$$

y obtenemos:

$$\omega > \frac{E_1}{1 \pm n(\omega) \sin \theta} \quad (3.6)$$

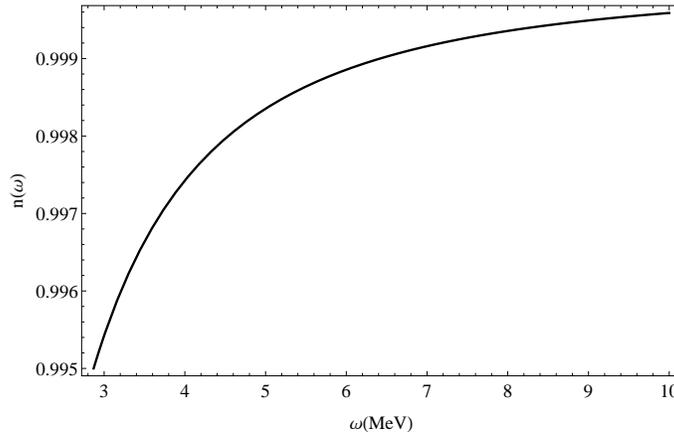


Figura 3.2: Índice de refracción en función de la energía del fotón

Consideremos en primer lugar la solución $\omega > \frac{E_1}{1 - n(\omega) \sin \theta}$. Observamos en la Fig.3.2 que el índice de refracción es siempre igual o menor que uno ($n = 1$ en el vacío); por tanto el denominador $1 - n(\omega) \sin \theta$ es siempre menor que uno y consecuentemente $\omega > E_1$, lo cual es físicamente imposible, entonces descartamos esta solución. De manera que ω puede tomar los valores:

$$\omega > \frac{E_1}{1 + n(\omega) \sin \theta} \quad (3.7)$$

Esta expresión nos dice que los valores de ω no solamente dependen de la energía del neutrino inicial, sino también del índice de refracción n y de θ . Además, nos dice que θ no puede ser cero; ya que al sustituir $\theta = 0$ obtenemos nuevamente $\omega > E_1$, lo cual sabemos que no es posible. Físicamente $\theta = 0$ implica que el fotón es emitido en la dirección del neutrino incidente, lo cual viola la conservación de momentum.

Dado que el índice de refracción depende a su vez de ω , encontrar el límite superior para ω analíticamente se vuelve complicado. Una manera simple de encontrarlo es hacer los gráficos de contorno para p_{2z} y observar el rango de ω para el cual se obtienen valores reales. No obstante, en primer lugar debemos determinar los límites de integración para θ . Sabemos que la amplitud es proporcional a la longitud de la zona de formación $Z(n)$, por tanto la mayor contribución a la radiación proviene de valores grandes de $Z(n)$ [20]. Tenemos que

$$Z(n) = \frac{1}{p_{1z} - p_{2z} - n\omega \cos \theta}$$

es máxima cuando $\cos \theta$ es máximo, es decir, cuando θ es pequeño. De modo que es conveniente hacer una aproximación en series para ángulos pequeños de las funciones $\sin \theta$ y $\cos \theta$ en la amplitud [20]. Entonces, $\sin \theta \simeq \theta$, $\cos \theta = 1 - \frac{1}{2}\theta^2$ y los límites respectivos que elegimos para θ son:

$$\theta_{min} = 0.001 \qquad \theta_{max} = 0.35 \quad (3.8)$$

en radianes. En principio, podríamos agregar más ceros a θ_{min} ; sin embargo, esto no modifica significativamente el resultado. Para θ_{max} hemos escogido un valor para el cual nuestra aproximación en series de las funciones $\sin \theta$ y $\cos \theta$ siga siendo una buena aproximación. Ahora nos resta determinar nuestro límite superior para ω , para lo cual hacemos el gráfico de contorno para p_{2z} con un valor para la energía incidente del neutrino de $E_1 = 10 \text{ MeV}$, el cual se muestra en la Figura 3.3.

El gráfico muestra los valores reales para p_{2z} en función de ω y θ . Observamos que a medida que $\omega \rightarrow E_1$ se obtienen valores complejos para todos los valores de θ ; por tanto, elegiremos el límite superior de ω de manera que p_{2z} sea real dentro del rango que hemos escogido para el ángulo: $0.001 \leq \theta \leq 0.35$. Entonces, del gráfico de contorno obtenemos que $\omega_{max} = 7.4 \text{ MeV}$ para un neutrino incidente con energía de $E_1 = 10 \text{ MeV}$.

De igual manera hacemos los gráficos de contorno para los valores de la energía del neutrino incidente $E_1 = 15, 20, 25 \text{ MeV}$. Los resultados se muestran en la Tabla 3.1.

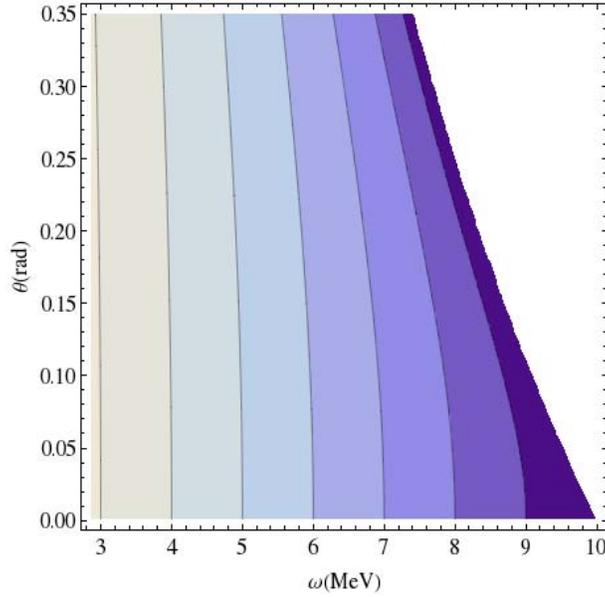


Figura 3.3: Gráfico de contorno de p_{2z} para $E_1 = 10 \text{ MeV}$. El gráfico muestra los valores de θ y ω para los que se obtienen valores reales del momento del neutrino final p_{2z} .

Tabla 3.1: Valores para el límite superior de la energía del fotón ω_{max} en función de la energía del neutrino incidente E_1 .

$E_1 (\text{MeV})$	10	15	20	25
$\omega_{max} (\text{MeV})$	7.4	11.0	14.8	18.5

3.5. Resultados

3.5.1. Espectro de energía y energía radiada

Para cada valor de la energía inicial integramos numéricamente la ec. (2.61) con respecto a θ desde $\theta = 0.001$ a $\theta = 0.35$ para un valor dado de ω , que va desde ω_{min} a ω_{max} en pasos de 0.01. Posteriormente, graficamos las parejas de datos $(\tilde{\omega}, dS/d\omega)$, es decir el espectro de energía en función de la energía del fotón, el cual se muestra en las figuras 3.4-3.7.

Una vez que tenemos el espectro de energía, debemos integrar con respecto a $\tilde{\omega}$ para obtener S . Dado que en primer lugar realizamos una integración numérica con respecto a θ , interpolamos el conjunto de datos para obtener $dS/d\omega$ como función de ω y luego obtenemos S , utilizando la expresión (2.62).

En la Tabla 3.2 se muestran los resultados de la energía radiada por proceso S para cada valor de la energía del neutrino incidente E_1 .

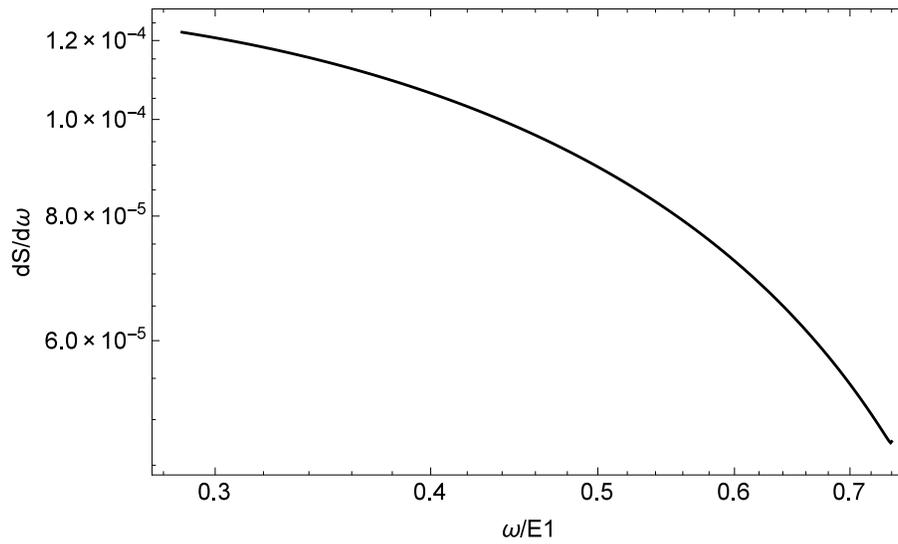


Figura 3.4: Espectro de energía de la radiación de transición para un neutrino incidente con energía $E_1 = 10$ MeV y $m = 0$ eV. Las frecuencias de plasma de los medios 1 y 2 son $\omega_1 = 0$ MeV y $\omega_2 = 0.287$ MeV respectivamente.

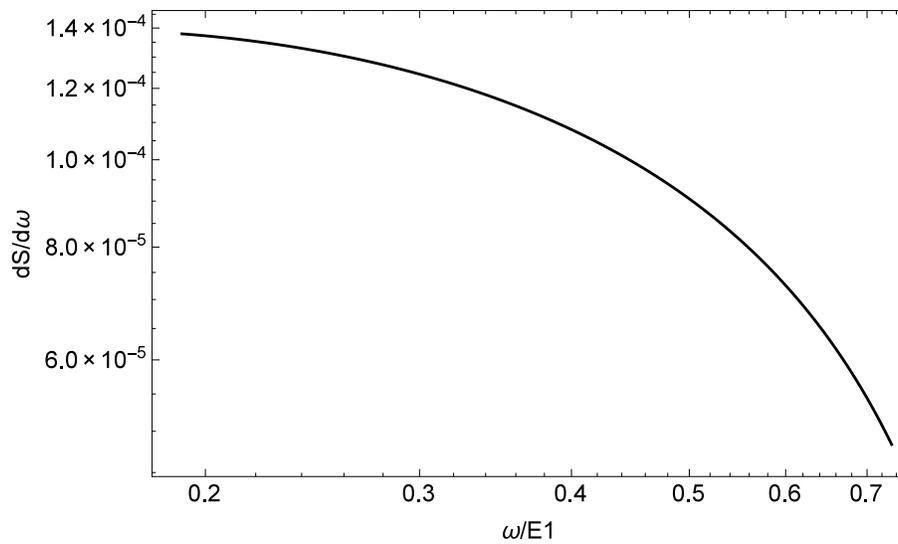


Figura 3.5: Espectro de energía de la radiación de transición para un neutrino incidente con energía $E_1 = 15$ MeV y $m = 0$ eV. Las frecuencias de plasma de los medios 1 y 2 son $\omega_1 = 0$ MeV y $\omega_2 = 0.287$ MeV respectivamente.

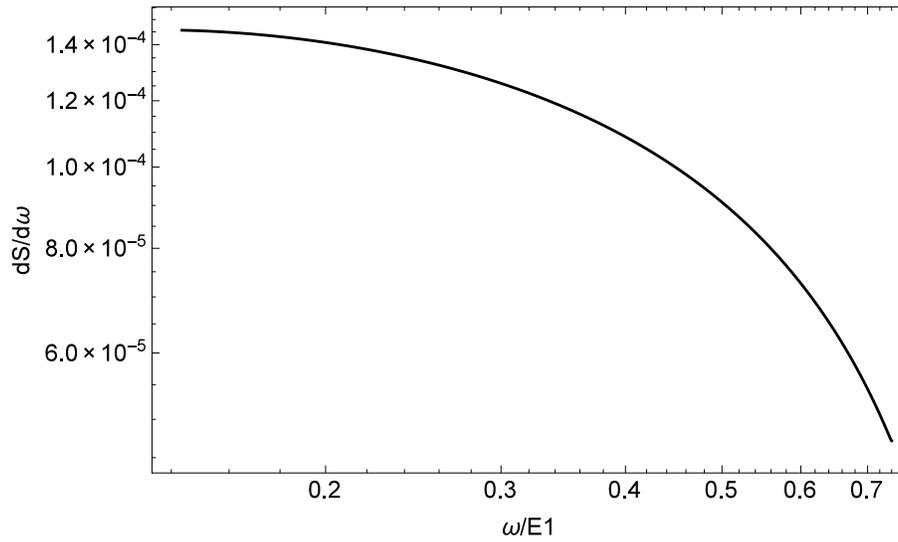


Figura 3.6: Espectro de energía de la radiación de transición para un neutrino incidente con energía $E_1 = 20$ MeV y $m = 0$ eV. Las frecuencias de plasma de los medios 1 y 2 son $\omega_1 = 0$ MeV y $\omega_2 = 0.287$ MeV respectivamente.

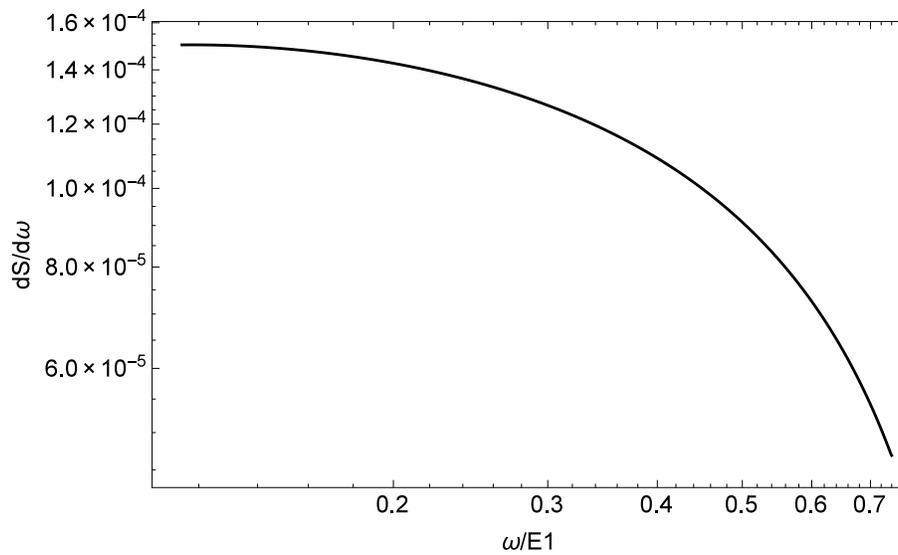


Figura 3.7: Espectro de energía de la radiación de transición para un neutrino incidente con energía $E_1 = 25$ MeV y $m = 0$ eV. Las frecuencias de plasma de los medios 1 y 2 son $\omega_1 = 0$ MeV y $\omega_2 = 0.287$ MeV respectivamente.

Tabla 3.2: Energía total radiada por proceso para diferentes valores de la energía del neutrino incidente E_1 , en función de $\tilde{\mu}_\nu = \mu_\nu/\mu_B$. Las frecuencias de plasma de los medios 1 y 2 son $\omega_1 = 0$ MeV y $\omega_2 = 0.287$ MeV respectivamente y la masa del neutrino es $m = 0$ eV.

E_1 (MeV)	10	15	20	25
$S/\tilde{\mu}_\nu^2$ (MeV)	3.9×10^{-4}	7.8×10^{-4}	1.2×10^{-3}	1.6×10^{-3}

Hasta ahora hemos calculado la energía radiada considerando la masa del neutrino como cero, sin embargo, nos interesa estudiar el comportamiento de la energía radiada como función de la masa, el resultado se observa en la Figura 3.8.

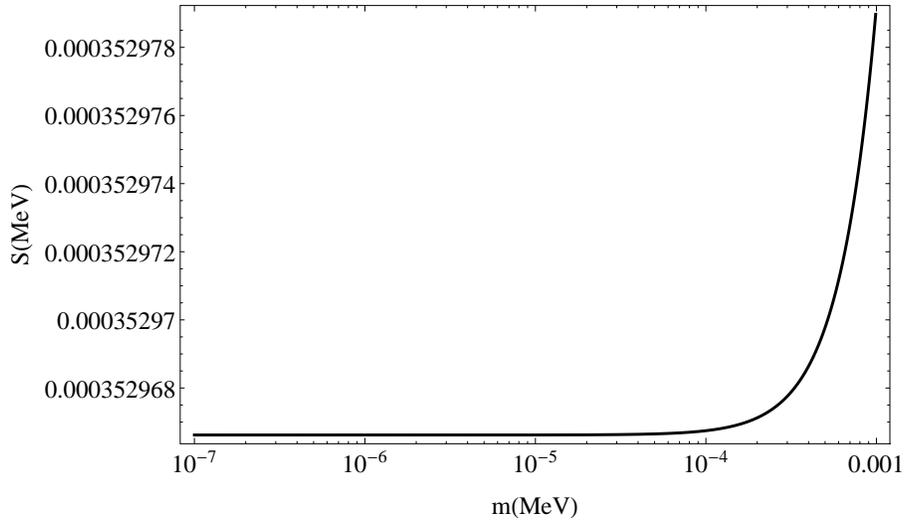


Figura 3.8: Energía radiada S en función de la masa m del neutrino para $E_1 = 10$ MeV, $\omega_1 = 0$ MeV, $\omega_2 = 0.287$ MeV.

Se puede observar que la energía radiada es constante hasta $100eV$ y luego aumenta para neutrinos más pesados.

3.5.2. Energía entregada a la onda de choque

En una supernova se producen alrededor de 10^{58} neutrinos [18]. Si consideramos que cada uno de esos neutrinos emite un fotón al cruzar la interfaz entre el vacío y la materia que se encuentra acretada detrás de la onda de choque, de manera que se produce radiación de transición; entonces, la energía radiada por este proceso es depositada en el material detrás de la onda de choque.

Según nuestros cálculos, la energía radiada por proceso es aproximadamente $S \sim 10^{-3} \tilde{\mu}_\nu^2 MeV = 10^3 \tilde{\mu}_\nu^2 eV$. La energía depositada detrás de la onda de choque es entonces:

$$E_d = 10^{58} \times 10^3 \tilde{\mu}_\nu^2 eV \times 1.602 \times 10^{-12} erg \sim 10^{49} \tilde{\mu}_\nu^2 erg \quad (3.9)$$

Donde hemos efectuado la conversión a *erg* por convención. Dados los presentes límites para el valor del momento magnético del neutrino de $\mu_\nu < 2.9 \times 10^{-11} \mu_B$ [21], usamos este valor para estimar la energía depositada mediante radiación de transición:

$$E_d \sim 10^{49} (2.9 \times 10^{-11})^2 \text{erg} \sim 10^{27} \text{erg} \quad (3.10)$$

3.6. Discusión de Resultados

La energía necesaria para revivir la onda de choque y producir una explosión de supernova es del orden de 10^{51} erg [22]. Para estimar la energía depositada en el material detrás de la onda de choque, hemos supuesto un valor para el momento magnético del neutrino del orden de $\mu_\nu \sim 10^{-11} \mu_B$; obteniendo que la energía depositada mediante radiación de transición es del orden de 10^{27} erg. Esta energía es mucho menor que la requerida para revivir la onda de choque, y por tanto; el mecanismo propuesto en este trabajo no es eficiente. Para que la energía depositada mediante radiación de transición sea comparable con la energía necesaria para producir la explosión, el momento magnético debe ser demasiado grande, incluso mayor que μ_B .

Por otro lado, si calculamos el espectro de energía para $E_1 = 1 \text{MeV}$ y $\omega_1 = \omega_p = 20 \text{eV}$ (polipropileno), obtenemos:

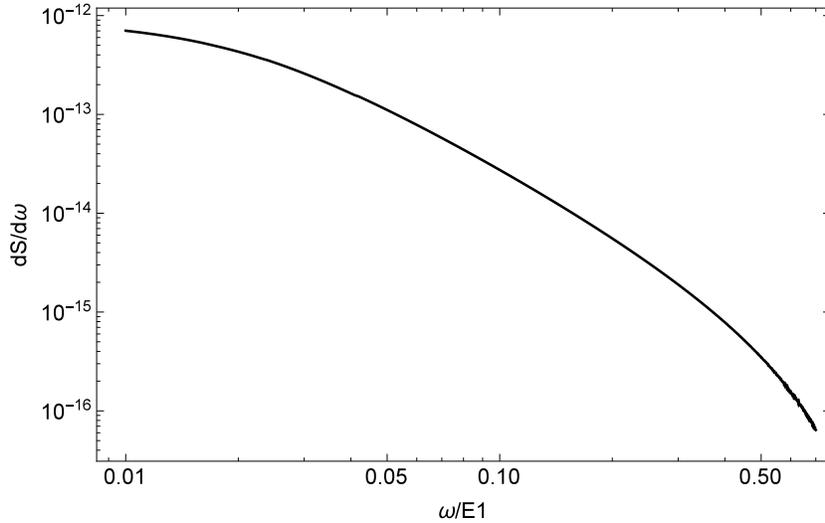


Figura 3.9: Espectro de energía para $E_1 = 1 \text{MeV}$, $\omega_1 = 0$, $\omega_2 = \omega_p = 20 \text{eV}$ (polipropileno).

La energía radiada en este caso es: $S = 1.7 \times 10^{-14} \tilde{\mu}_\nu^2 \text{MeV}$. Este resultado es un orden de magnitud menor que el obtenido por M. Sakuda y Y. Kurihara [14] para $\gamma \omega_p \gg E_1$. Las diferencias pueden deberse a las aproximaciones que tomamos en cuenta en este trabajo (como ser la aproximación en serie para ángulos pequeños), sin embargo para nuestro objetivo esta diferencia no es relevante.

Al graficar S en función de la masa del neutrino para $E_1 = 1 \text{MeV}$ obtenemos:

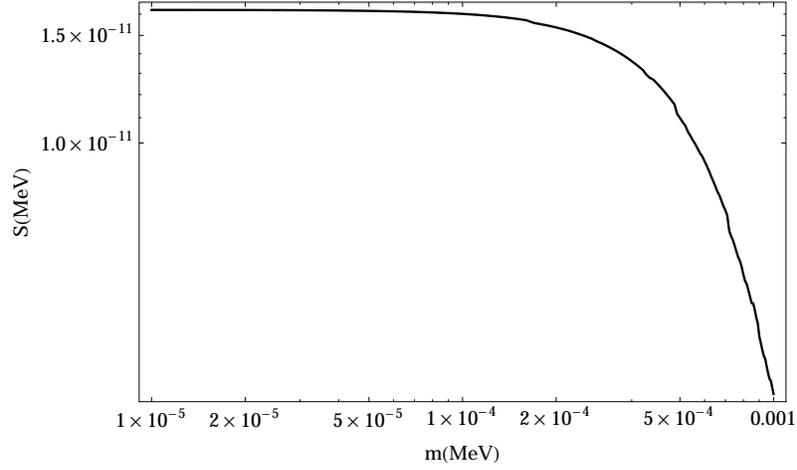


Figura 3.10: Energía radiada en función de la masa m del neutrino para $E_1 = 1$ MeV y $\omega_p = 20$ eV.

Podemos observar que el comportamiento de la gráfica a baja energía es distinto del que obtuvimos para $E_1 = 10$ MeV. En el primer caso se observa que a partir de 100 eV la energía radiada aumenta, mientras que para $E_1 = 1$ MeV ocurre lo contrario. Cabe mencionar que en el caso de que la energía del neutrino incidente es de $E_1 = 10$ MeV y la frecuencia de plasma $\omega_p = 0.287$ MeV, el valor de S es 10 órdenes de magnitud mayor que para una energía de $E_1 = 1$ MeV y frecuencia de plasma $\omega_p = 20$ eV. Si consideramos la frecuencia de plasma en el núcleo de una gigante roja de baja masa ($\sim M_\odot$), la cual es alrededor de 9 KeV[10], el espectro de energía es el siguiente:

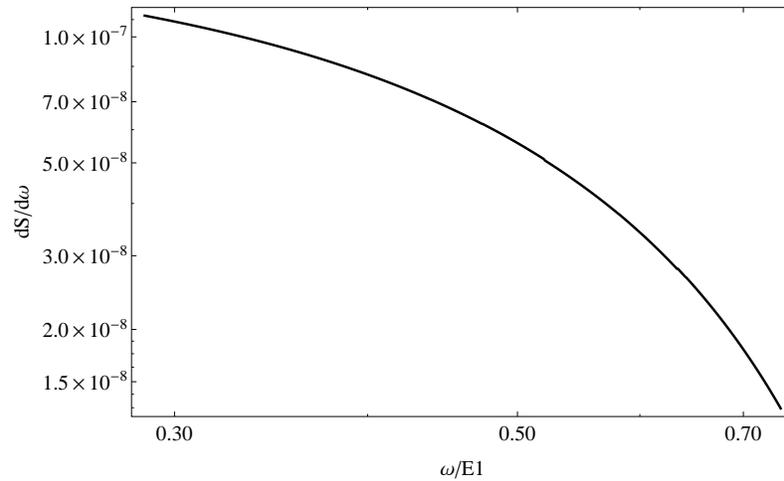


Figura 3.11: Espectro de radiación de transición de un neutrino con energía $E_1 = 10$ MeV en una gigante roja con frecuencia de plasma $\omega_p = 9$ KeV.

Si comparamos la Figura 3.11 con la Figura 3.4, el espectro de energía para $\omega_p = 9$ KeV

es tres órdenes de magnitud menor que para $\omega_p = 0.287$ MeV, por lo que la frecuencia de plasma juega un papel importante en el orden de magnitud de la radiación de transición. No obstante, si ahora utilizamos la frecuencia de plasma para el polipropileno $\omega_p = 20$ eV, para el mismo valor de E_1 que en el caso anterior, obtenemos el espectro que se muestra en la Figura 3.12. Nuevamente observamos que para una menor frecuencia de plasma se obtiene un espectro de energía de mucho menor magnitud. En este caso para una frecuencia de plasma de 4 órdenes de magnitud menor que $\omega_p = 0.287$ MeV se obtiene un espectro 10 órdenes de magnitud menor.

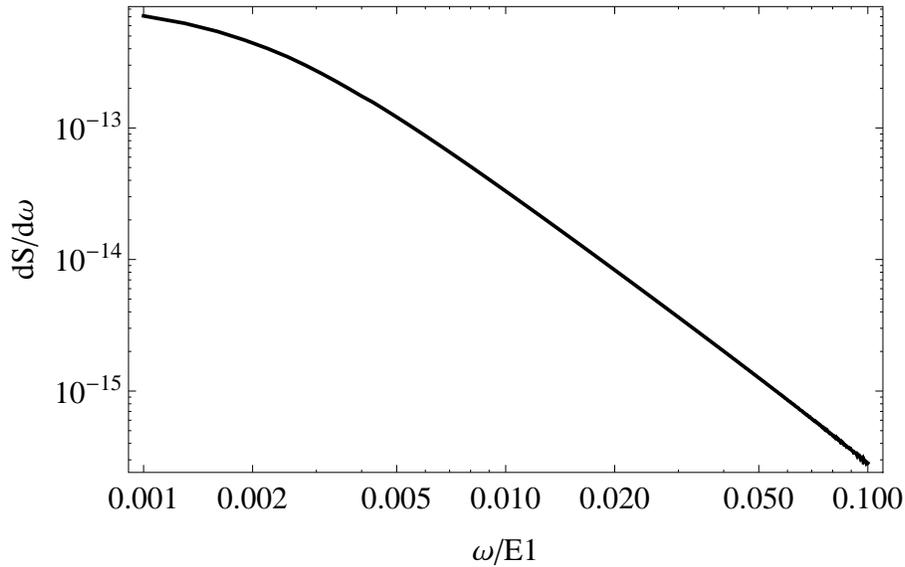


Figura 3.12: Espectro de energía para $E_1 = 10$ MeV y $\omega_p = 20$ eV

Cabe mencionar que para un neutrino con energía de 10 MeV que cruza una interfaz entre el vacío y polipropileno, solamente se emiten fotones de baja energía hasta un máximo de $\omega = 1$ MeV aproximadamente. Para $\omega > 1$ MeV, el índice de refracción es casi uno, debido a que la fracción $(\omega_p/\omega)^2$ es muy pequeña, entonces $n_1 \simeq n_2$ y por tanto no se observa radiación.

Conclusiones

Hemos estudiado el fenómeno de radiación de transición de neutrinos como un posible mecanismo para revivir la onda de choque en una explosión de supernova retardada; obteniendo que para una estrella de $M \gtrsim 10M_\odot$, con una densidad de $\rho = 10^8 g/cm^3$ en el área de acreción, la magnitud de la radiación por neutrino es del orden de $S \sim (10^{-4} - 10^{-3})\tilde{\mu}_\nu^2$ MeV. La contribución total de 10^{58} neutrinos si el momento magnético del neutrino es del orden de $10^{-11}\mu_B$ es $\sim 10^{27}$ erg; sin embargo, esta cantidad es mucho menor que la energía necesaria para revivir la onda de choque, la cual es del orden de 10^{51} erg. Por tanto, la contribución de la radiación de transición es despreciable.

Se estudió también la radiación de transición de neutrinos a baja energía $E_1 = 1$ MeV y se obtiene que el valor de la energía radiada S en función de la masa se comporta diferente que en el caso a $E_1 = 10$ MeV, por lo que nos interesa estudiar las diferencias en un futuro.

Finalmente, al calcular el espectro de energía de radiación de transición para $E_1 = 10$ MeV con distintas frecuencias de plasma, observamos que la frecuencia de plasma tiene un rol importante en el orden de magnitud de la radiación de transición. Para $\omega_p = 20$ eV el espectro de energía es $\sim 10^{-14}$, para una gigante roja es de $\sim 10^{-8}$ y para una supernova se obtiene $\sim 10^{-4}$. Por tanto, para medios densos la magnitud de la radiación de transición es mucho mayor.

Bibliografía

- [1] B. Pontecorvo, J. Exptl. Theoret. Phys. 33, 549-551 (1957); B. Pontecorvo, J. Exp. Theor. Phys. 34, 247-249 (1958).
- [2] Y. Fukuda et al., Phys. Rev. Lett. 81, 1562-1567 (1998).
- [3] A. Studenikin, Nucl. Phys. B 188, 220-222 (2009).
- [4] C. Giunti, A. Studenikin, Phys. Atom. Nucl. 72:2089 (2009).
- [5] H.T. Wong et al., Phys. Rev D 75, 012001 (2007).
- [6] A.G. Beda, V.B. Brudanin, V.G. Egorov, Phys. Part. and Nucl. Lett. 10, 139-143 (2013).
- [7] Nicole F. Bell, V. Cirigliano, M.J. Ramsey-Musolf, Phys. Rev Lett. 95,151802 (2005); K.S. Babu, R.N. Mohapatra, Phys. Rev. Lett. 63, 3 (1989).
- [8] D.K. Papoulias, T.S. Kosmas, Phys. Lett. B 747, 454-459 (2015).
- [9] Georg G. Raffelt, Phys. Rep. 320, 319-327 (1999).
- [10] Georg. G. Raffelt, W. Rodejohann, *Massive Neutrinos in Astrophysics*, arXiv:hep-ph/9912397
- [11] E.M. Kantor, M.E. Gusakov, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 381, 1702-1710 (2007).
- [12] V.L. Ginzburg, I.M. Frank, J.Phys. USSR 9, 353 (1945).
- [13] G.M. Garibyan, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 39, 1630 (1960); Sov. Phys. JETP 12, 1138 (1961).
- [14] M. Sakuda, Y. Kurihara, Phys. Rev. Lett. 74, 1284 (1995).
- [15] Sarira Sahu, Phys. Rev. D 56, 1688-1691 (1997).
- [16] K.S. Hirata et al., Phys. Rev. Lett. 58, 1490 (1987); V.L. Dadykin et al., JETP Lett. 45, 593-595 (1987); R.M. Bionta et al., Phys. Rev. Lett. 58, 1494 (1987); E.N. Alekseev, L.N. Alekseeva, V.I. Volchenko, I.V. Krivosheina, JETP Lett. 45, 589-592 (1987).

-
- [17] B.W. Carroll, D.A. Ostlie, *An Introduction to Modern Astrophysics*, Pearson, San Francisco (2007).
- [18] C. Giunti, C.W. Kim, *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics*, Oxford University Press, UK (2007)
- [19] H.A. Bethe, J.R. Wilson, *Astro. J.* 295, 14-23 (1985).
- [20] A.N. Ioannisian, D.A. Ioannisian, N.A. Kazarian, *Phys. Lett. B* 702, 272-275 (2011).
- [21] B.C. Cañas, O.G. Miranda, A. Parada, M. Tórtola, J.W.F. Valle, *Phys. Lett. B* 753, 191-198 (2016).
- [22] A.V. Kuznetsov, N.V. Mikheev, *Phys. Atom. Nucl.* 71, 2165-2168 (2008).