



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

Cálculo de Corriente Autogenerada en el
Aparato de Confinamiento Toroidal TJ-II

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

F Í S I C A

PRESENTA:

KATIA CAMACHO MATA

TUTOR:

DR. JULIO JAVIER MARTINELL BENITO

Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2016





Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

1. Datos del alumno

Camacho

Mata

Katia

22 22 35 50 92

Universidad Nacional Autónoma de

México

Facultad de Ciencias

Física

411001690

2. Datos del tutor

Dr.

Julio Javier

Martinell

Benito

3. Datos del sinodal 1

Dr.

Luis Fernando

Magaña

Solís

4. Datos del sinodal 2

Dr.

Mayo

Villagrán

Muniz

5. Datos del sinodal 3

Dr.

José Julio Emilio

Herrera

Velázquez

6. Datos del sinodal 4

Dr.

Raúl Patricio

Esquivel

Sirvent

7. Datos del trabajo escrito

Cálculo de corriente autogenerada en el
aparato de confinamiento toroidal TJ-II

64 p

2016

Agradecimientos

A la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) por ofrecerme una formación integral así como excelentes oportunidades de desarrollo académico y personal.

Al Instituto de Ciencias Nucleares (ICN-UNAM) por brindar el espacio y los medios para realizar este trabajo.

A mi director de tesis, el Dr. Julio Javier Martinell Benito, por la paciencia, la guía y el apoyo invaluable para la realización de este trabajo.

Investigación realizada gracias al Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT) de la UNAM IN109115. Agradezco a la DGAPA-UNAM la beca recibida.

Los cálculos numéricos de este trabajo fueron realizados en la supercomputadora MIZTLI de la UNAM bajo el proyecto SC152IR10. Agradezco a la coordinación de supercómputo de la DGTIC por la asignación de recursos, el apoyo para la instalación de los programas utilizados y la asistencia brindada para el uso de la supercomputadora.

Al Dr. Donald A. Spong del ORNL por facilitarnos el acceso a los códigos empleados en esta tesis y asesorarnos sobre su uso.

Al Dr. Daniel López-Bruna del CIEMAT por la información sobre las configuraciones magnéticas de TJ-II, por su ayuda para resolver las dudas relacionadas con el dispositivo y por sus valiosas contribuciones para el planteamiento de este trabajo.

A los sinodales:

Dr. Luis Fernando Magaña Solís
Dr. Mayo Villagrán Muniz
Dr. José Julio Emilio Herrera Velázquez
Dr. Raúl Patricio Esquivel Sirvent

por tomarse el tiempo de revisar este trabajo y mejorarlo con sus valiosos comentarios.

También me gustaría agradecer a las siguientes personas:

A mi gran familia, contar con el apoyo incondicional de todos y cada uno de ustedes ha hecho del mundo un lugar menos aterrador y más divertido.

A mis abuelos, por ser siempre los mejores ejemplos a seguir.

A mis padres, por esforzarse siempre por hacerme mejorar.

A mis hermanas, hermano y sus compañeros (Juan, Ceci, Julieta, Alex, Mariana, Chumbi, Karina, Christian, Abril y Vale), por todo el apoyo y las risas.

A Julieta, Alex y Seb por permitirme ser parte de su pequeña familia, con todo incluido.

A mis primos, por ser siempre tan simples como fuera necesario.

A todos mis profesores, que lograron hacerme ver el mundo de una forma diferente cada vez.

A mis compañeros y amigos de la facultad, sin los cuales no habría sido posible llegar a este punto. Especialmente a Edgar, Joss, David, Emilia, Luis, Gaby, Darío, Soco, Laura, Neto, Sahir.

A mis compañeros de trabajo que me devolvieron una visión del mundo que había olvidado y me recordaron a diario que debía escribir; Ayla, Aylin, Diego, Mani, Betsy, Lety, John y Monse.

A Fer, Mafer, Nayeli, Pablo, Adolfo, Maik, Isidro, Luz, Belén, Jorge, Karla y todos los que estuvieron al pendiente.

Y en general a todas las personas que, en algún momento de mi vida, han sido amables conmigo.

Resumen

Esta tesis tiene como objetivo realizar un cálculo numérico auto-consistente de la corriente auto generada (también llamada de bootstrap) para el stellarator TJ-II, así como considerar el efecto que ésta tiene en el equilibrio magnético y la estabilidad del plasma. Para ello se utiliza un código de transporte cinético llamado DKES (*Drift Kinetic Equation Solver*) a partir del cual se obtienen las difusividades de electrones e iones, para después calcular las corrientes toroidales resultantes y su efecto sobre la transformada rotacional. Los cálculos se realizaron considerando diferentes escenarios de calentamiento del plasma.

La corriente de bootstrap es un problema importante en el marco de la investigación de fusión nuclear por confinamiento magnético en dispositivos toroidales no axisimétricos debido al efecto que tiene sobre la estabilidad del plasma, evidente a través de la modificación de la transformada rotacional.

Los primeros cinco capítulos, a modo de marco teórico, describen los conceptos necesarios para entender el procedimiento seguido en este trabajo.

En el primer capítulo, con el fin de establecer el contexto, se comenta brevemente el problema energético mundial y la importancia del desarrollo de la fusión nuclear controlada como una solución viable a esta problemática. Posteriormente se describe el mecanismo físico de la fusión nuclear y los dos métodos de confinamiento más estudiados; el confinamiento magnético y el inercial.

En el segundo capítulo se introducen los conceptos básicos sobre confinamiento de plasmas en geometrías toroidales, requeridos para los cálculos posteriores. También se discuten los diferentes dispositivos de confinamiento helicoidal y se presentan las características principales de TJ-II, el aparato estudiado en este trabajo.

En el tercer capítulo se describe el método que utiliza el código VMEC para resolver la ecuación de equilibrio en una geometría toroidal y se muestran algunos resultados para el equilibrio de la configuración magnética analizada en esta tesis, la llamada 100_44_64.

En el cuarto capítulo se presenta el concepto de transporte en el marco de la fusión nuclear controlada y se describen las ecuaciones que resuelve el código DKES para calcular los coeficientes de transporte monoenergéticos.

El quinto capítulo se centra en la descripción de la corriente de bootstrap, su origen físico, sus consecuencias y se plantea una expresión para calcularla a partir de los coeficientes obtenidos con DKES .

Finalmente en el sexto capítulo se describe el procedimiento que se siguió para realizar los cálculos. Se presentan los perfiles de la corriente de bootstrap obtenidos para los diferentes escenarios de calentamiento y el efecto que tienen sobre la transformada rotacional. Para el caso de bajas densidades se comparan estos resultados con la conductividad térmica de los electrones medida en TJ-II .

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Demanda Energética	1
1.2. Fusión Nuclear Controlada	4
1.3. Confinamiento	5
1.3.1. Confinamiento Inercial	6
1.3.2. Confinamiento Magnético	7
2. Stellarators	11
2.1. Introducción	11
2.2. Conceptos del Confinamiento Helicoidal	11
2.2.1. Líneas de Campo Magnético	11
2.2.2. Superficies de Flujo Magnético	12
2.3. Coordenadas Magnéticas	13
2.4. Dispositivos de Confinamiento Helicoidal	16
2.5. TJ-II	17
3. VMEC	19
3.1. Introducción	19
3.2. VMEC	19
3.3. Configuración Magnética de TJ-II calculada con VMEC	22
4. DKES	25
4.1. Transporte	25
4.2. DKES	27
5. Corriente auto generada	32
5.1. Corrientes en el Plasma	32
5.2. Órbitas Banana	33
5.3. Corriente de Bootstrap	35
5.4. Consecuencias de la Corriente de Bootstrap	36
6. Resultados	38
6.1. Configuración Magnética	39
6.2. Coeficientes de Transporte	39

<i>ÍNDICE GENERAL</i>	VII
6.3. Corriente Auto-generada	47
6.4. Transformada Rotacional	49
7. Conclusiones	53

Capítulo 1

Introducción

1.1. Demanda Energética

El ritmo de vida actual demanda un constante uso de energía, ya sea para transportarnos, producir los alimentos que consumimos o utilizarla en la industria, es difícil pensar en un aspecto de nuestro día a día que no requiera el acceso a alguna fuente de energía. Garantizar un suministro de energía segura, sustentable, accesible y confiable es fundamental para el crecimiento económico y el desarrollo humano, lo que lo convierte en uno de los mayores desafíos que enfrenta la humanidad.

La IEA (*International Energy Agency*) reportó que el consumo de energía en el mundo se incrementó anualmente un 2.6 % entre el 2002 y el 2012, para el final de este periodo aún se empleaban combustibles fósiles para producir más del 80 % de toda la energía consumida en el mundo [20]. Y de acuerdo con proyecciones de la *U.S. Energy Information Administration* mostradas en la figura 1.1, el consumo de energía en el mundo se incrementará en un 56 % entre el 2010 y el 2040, principalmente debido al crecimiento poblacional y económico de los países en vías de desarrollo. [29]

Reportes del Programa de Desarrollo de Naciones Unidas indican que existe un estrecha relación entre la calidad de vida y el consumo de energía per cápita. Por lo cual a pesar de las políticas para incrementar la eficiencia energética en países desarrollados, se espera que los países en vías de desarrollo sigan incrementando su consumo energético en las siguientes décadas como se muestra en la figura 1.2b

Así que el incremento en la demanda energética mundial es un hecho, la pregunta es cómo produciremos las exorbitantes cantidades de energía que necesita la humanidad. Durante el último siglo la producción energética se ha basado principalmente en combustibles fósiles como el carbón, petróleo y gas natural. El uso indiscriminado de estos combustibles fósiles ha tenido consecuencias desastrosas en el medio ambiente; como consecuencia de las altas emisiones de gases invernadero se ha empeorado la calidad del aire en centros industriales y

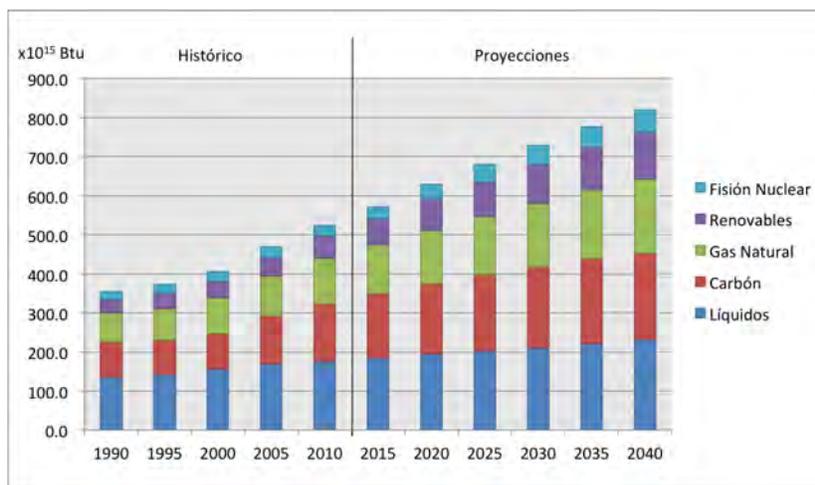


Figura 1.1: Consumo energético mundial por tipo de combustible (1990–2040). Se puede observar que a pesar de que las fuentes de energía de mayor crecimiento son las renovables y la fisión, los combustibles fósiles (Carbón, gas natural y líquidos) seguirán representando un porcentaje importante para mediados de este siglo. Utilizando datos del International Energy Outlook 2013 [29]

urbanos, también se ha registrado un constante incremento en la temperatura promedio mundial, efecto conocido como calentamiento global, que ha provocado cambios en las corrientes oceánicas, reducido los glaciares en las regiones polares y el Himalaya y cambiando los patrones climáticos regionales con devastadoras consecuencias para las economías locales.

Recientemente 195 países ratificaron el Acuerdo de París que tiene como objetivo principal impedir que el incremento de la temperatura media del planeta al final del siglo llegue a los 2°C , esto a través de la reducción de emisiones de gases invernaderos. Para poder lograr esta meta se consideran diversas fuentes de energía en el corto plazo, principalmente la fisión nuclear y las energías renovables.

Las energías renovables, principalmente la solar y la eólica han crecido significativamente en la última década sin embargo aún presentan diversos problemas; no tienen la densidad energética de las fuentes de energía convencionales lo que impide su uso en grandes complejos industriales o urbanos, su dependencia del clima y la estación no se han estudiado a profundidad, tampoco se han resuelto los problemas con la generación de desechos tóxicos en la producción de los componentes y aún presentan altos costos de inversión y mantenimiento. Por estas razones es difícil que jueguen un rol predominante en el panorama energético.

Otra candidata importante es la fisión nuclear, que ya se explota en la actualidad, incluso jugando un papel predominante en países como Francia que generan más del 70 % de su energía a través de este medio. Sin embargo la fisión

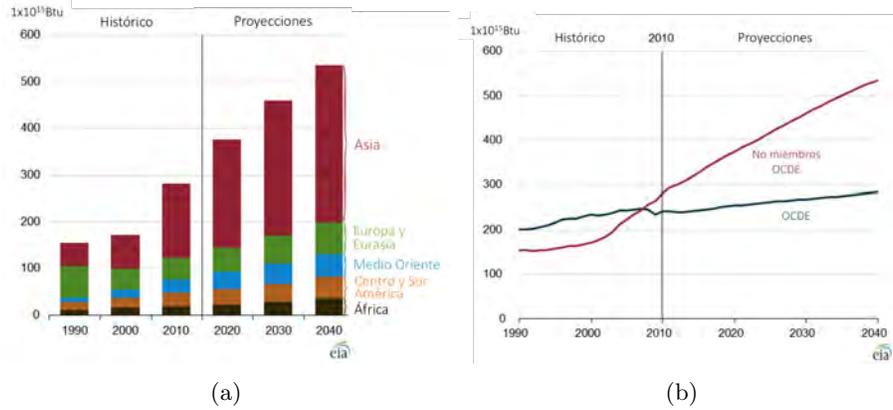


Figura 1.2: Perspectivas de crecimiento del consumo energético de los países no miembros de la OCDE (Organización para la cooperación y el desarrollo económico) por región (a) y comparación con los países miembros (b). Entre los países no miembros de la OCDE se encuentran China, India y Brasil, de los cuales se espera un acelerado desarrollo económico en las próximas décadas [29]

nuclear enfrenta graves problemas de aceptación social, principalmente por el temor a la proliferación nuclear y accidentes como los ocurridos en Chernobil y, más recientemente, en Fukushima. Otro problema importante es el manejo de los residuos radioactivos que necesitan estar confinados cientos de años y que aún representan un reto tecnológico a resolver.

A pesar de que la energía nuclear (fisión) y las energías renovables presentan el mayor crecimiento actualmente, 2.5% por año, según proyecciones de la IEA los combustibles fósiles seguirán representando alrededor del 80% del consumo energético mundial en el 2040, como se muestra en la figura 1.1. Por ello es necesario pensar, en el largo plazo, en una opción que logre sustituir a los combustibles fósiles de manera eficiente y sin dañar el medio ambiente. [20]

La fusión nuclear controlada promete ser una fuente de energía virtualmente inagotable, limpia, segura y con la capacidad de cubrir las crecientes necesidades energéticas mundiales. Tiene los beneficios de la fisión, como la capacidad de proveer energía para grandes centros industriales, no tiene los problemas de emisiones de los combustibles fósiles y además no tendría los problemas de residuos radioactivos de los reactores de fisión tradicionales ni sus problemas de seguridad durante la operación. Adicionalmente los combustibles necesarios son prácticamente inagotables y de fácil acceso para todo el mundo,

Aunque la fusión nuclear como fuente de energía viable se encuentra aún en desarrollo se espera que para mediados de este siglo se tengan reactores de demostración que generen electricidad. Esto permitiría que para finales de este siglo la fusión nuclear se convierta en una fuente de energía predominante en el mundo.

1.2. Fusión Nuclear Controlada

La Fusión nuclear es una reacción en la cual dos o más núcleos atómicos ligeros se unen para formar un solo núcleo más pesado, el núcleo resultante tiene una masa ligeramente menor a la suma de las masas de los elementos iniciales, esta diferencia de masas se convierte en energía que se libera durante la reacción. Es a través de este proceso que las estrellas que se encuentran en la secuencia principal, como el Sol, generan su energía.

La generación de energía en los procesos de fisión y fusión nuclear se puede explicar a través de la energía de amarre de los nucleones en el interior del núcleo. Experimentalmente se observa que al separar (fisión) o unir (fusión) dos núcleos atómicos el núcleo resultante tiene una masa distinta a la suma de los componentes originales y que esta diferencia de masa se libera como energía siguiendo la ecuación $E = mc^2$. La energía equivalente a esta diferencia de masas es lo que se conoce como energía de amarre y cuanto mayor sea más estable será el núcleo. En la figura 1.3 se muestra la energía de amarre por nucleón para todos los elementos, se puede observar que hay un máximo para la masa atómica 56 que corresponde a un isótopo del hierro ${}^{56}_{26}\text{Fe}$, este es el núcleo más estable de todos. Para todos los elementos que se encuentran a la derecha del ${}^{56}_{26}\text{Fe}$ se obtiene energía al fisiónarlos, es decir separarlos en núcleos más ligeros mientras que para los que se encuentran a la izquierda se obtiene energía al fusionarlos para formar un núcleo más pesado.

La reacción de fusión que parece ser más factible de ser aprovechada para la producción de energía por cuestiones técnicas, ya que tiene la sección transversal de colisiones más alta y ocurre a la temperatura más baja, es la que ocurre entre dos isótopos de hidrógeno; el deuterio ${}^2\text{D}$ y el tritio ${}^3\text{T}$:



La energía que se libera en el proceso descrito en la ecuación 1.1 y en general en las reacciones nucleares es mucho mayor que la que se libera en reacciones químicas, pues la energía de amarre que mantiene unidos a los núcleos es significativamente mayor a la que une a las moléculas. [19]

En lo referente a los combustibles necesarios, el deuterio está presente de forma natural en el agua y es suficientemente abundante como para considerarse un recurso ilimitado. A pesar de que el tritio es inestable y por ende no existe naturalmente en la tierra se puede obtener a partir del Litio, el cual es muy abundante en la superficie terrestre y los océanos. Adicionalmente tanto el agua como el litio son accesibles para todos, lo cual mejoraría la seguridad energética que en la actualidad depende estrechamente de conflictos sociopolíticos en los países productores de combustibles fósiles.

Otra ventaja de este proceso es que, en principio, ninguno de los productos de la reacción D-T (Deuterio-Tritio), ni el Helio-4 ni el neutrón, son radioactivos. En la práctica los neutrones resultantes podrían inducir radioactividad al interactuar con el reactor, lo cual puede reducirse con una elección adecuada de materiales y un diseño estructural inteligente.

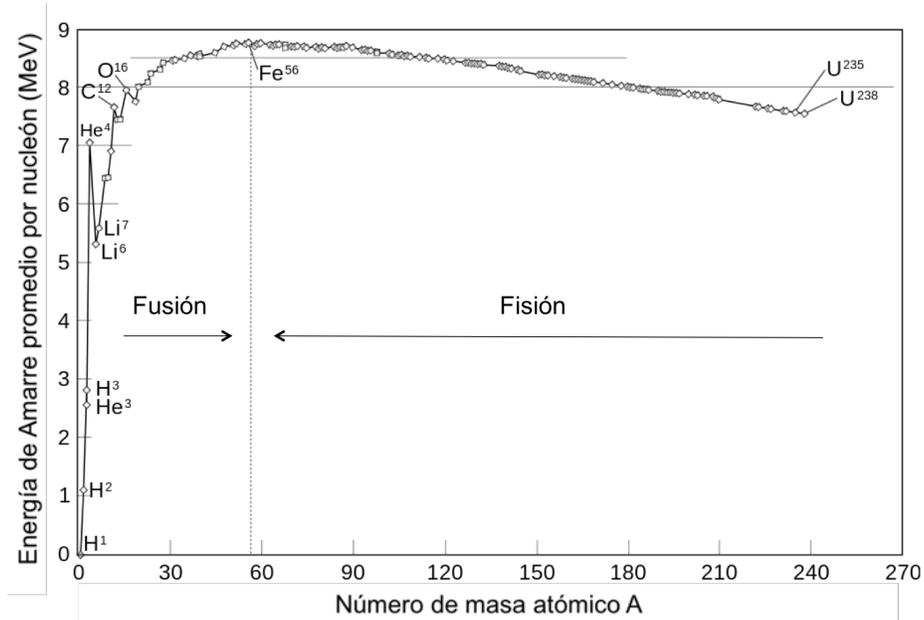


Figura 1.3: Energía de amarre promedio por nucleón para algunos isótopos abundantes. A mayor energía de amarre corresponde mayor estabilidad del núcleo. Los elementos hacia la izquierda del ${}^{56}_{26}\text{Fe}$ se pueden fusionar para liberar energía mientras que los elementos más pesados deben fisionarse. [32]

Tampoco existe, como en los reactores de fisión nuclear, el riesgo de una reacción que se descontrola y cause una explosión, o del robo de materiales para la creación de armas; las reacciones de fusión requieren instalaciones complejas para iniciarse y se terminan fácilmente por sí solas en un tiempo corto.

1.3. Confinamiento

Para lograr que el proceso de fusión termonuclear ocurra es necesario cumplir dos condiciones: la primera, que los núcleos atómicos se encuentren suficientemente cerca como para que la fuerza nuclear fuerte (que es de corto alcance) sea mayor que la repulsión electrostática que sienten los núcleos debido a su carga eléctrica positiva. La fuerza fuerte, responsable de que los núcleos se mantengan unidos, logra que se fusionen a través de un proceso de tunelamiento cuántico. Esto se puede lograr calentando los núcleos a temperaturas termonucleares muy altas, a las cuales la energía cinética de las partículas sea mayor que la repulsión coulombiana y puedan acercarse suficientemente como para fusionarse. En el caso de la reacción D-T se requiere que la mezcla de los núcleos se caliente a una temperatura del orden de $\sim 10\text{keV}$ (~ 100 millones $^{\circ}\text{C}$). A estas temperaturas la mezcla de D-T se vuelve un gas totalmente ionizado con un comportamiento

colectivo, estado llamado plasma. La segunda condición es que el combustible calentado se mantenga confinado, sin tocar las paredes del contenedor, y a presión durante suficiente tiempo como para que parte del combustible de D-T se encienda.

Para mantener el plasma encendido, la tasa de producción de partículas energéticas debe ser suficientemente alta como para compensar las pérdidas de energía debidas a la radiación electromagnética y al transporte térmico por difusión.

De los diferentes métodos disponibles para lograr iniciar una reacción de fusión, las dos más utilizadas en la actualidad son el confinamiento magnético y el confinamiento inercial, ambas se explican a continuación.

1.3.1. Confinamiento Inercial

En el confinamiento inercial se comprimen pequeñas cápsulas de combustible de D-T sólido ($\sim 5\text{mm}$ de diámetro) a densidades mil veces mayores a las del combustible líquido, de esta forma una porción de la cápsula se calienta a temperaturas muy altas iniciando reacciones termonucleares. Para lograr el confinamiento se enfocan haces de luz láser muy potentes sobre la cápsula esférica de combustible, la superficie de ésta se calienta rápidamente debido a la energía incidente haciendo que explote, de acuerdo con la tercera ley de Newton la porción de la cápsula que no explotó se comprime en reacción a la explosión causando una onda de choque que calienta el combustible y lo confina por un periodo corto de tiempo, iniciando una reacción termonuclear que se expande a las regiones más frías de la cápsula. El plasma en este caso se encuentra confinado por la inercia de su propia masa. Este proceso se realizaría varias veces por segundo en una gran cámara para generar neutrones y calor que podrían ser aprovechados para producir energía eléctrica. Este mismo arreglo también puede realizarse utilizando haces de iones pesados en lugar de láseres.

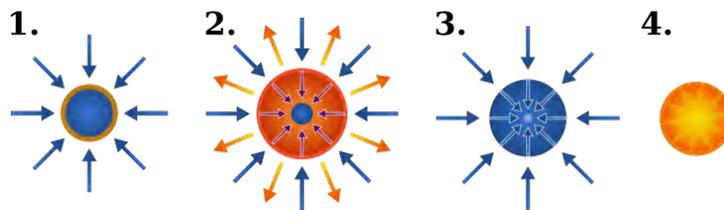


Figura 1.4: Proceso de fusión utilizando confinamiento inercial. 1. El rayo láser calienta rápidamente la superficie generando plasma alrededor. 2. La cápsula se comprime debido a la explosión de la superficie que la rodeaba. 3. Se produce la implosión de la cápsula alcanzando densidades y temperaturas suficientemente altas para iniciar la reacción termonuclear. 4. La reacción se distribuye por el combustible provocando una salida de energía varias veces mayor a la de entrada.

El experimento más grande de este tipo en la actualidad es el National Ignition Facility (NIF) en Estados Unidos. Consiste en 192 haces láser que producen

un total de 1.8 MJ de luz ultravioleta y 500×10^{12} watts de potencia en el centro de la cámara de confinamiento.

1.3.2. Confinamiento Magnético

El método más utilizado y más estudiado para lograr la fusión nuclear controlada es el confinamiento de plasmas a través de intensos campos magnéticos. En este enfoque se utilizan las propiedades electromagnéticas de las partículas cargadas de un plasma para mantenerlas alejadas de las paredes del reactor utilizando un campo magnético diseñado específicamente con el propósito de mantener al plasma confinado el mayor tiempo posible. En presencia de un campo magnético uniforme las partículas cargadas siguen una trayectoria helicoidal alrededor de las líneas de campo, restringiendo el movimiento de las partículas a lo largo de estas líneas evitando que se muevan de una línea de campo a otra.

El confinamiento magnético se clasifica, dependiendo de la configuración de los campos, en sistemas abiertos y toroidales.

Los sistemas abiertos, como los espejos magnéticos tienen la desventaja de presentar grandes pérdidas en los extremos debido a la difusión en el espacio de velocidades. Este problema puede solucionarse cerrando las líneas de campo en la forma de un toro. Se pueden utilizar bobinas como las que se muestran en 1.5 para crear un campo magnético toroidal \mathbf{B}_t uniforme.

Debido a la presencia de un campo magnético curvo \mathbf{B} , las partículas tienen una velocidad de deriva v_c dada por:

$$\mathbf{v}_c = \mathbf{v}_R + \mathbf{v}_{\nabla B} = \frac{m}{q} \frac{\mathbf{R}_c \times \mathbf{B}}{R_c^2 B^2} (v_{\parallel}^2 + \frac{1}{2} v_{\perp}^2) \quad (1.2)$$

Donde \mathbf{v}_R es la deriva debido a la curvatura y $\mathbf{v}_{\nabla B}$ debido al gradiente de campo magnético. R_c es la curvatura de las líneas de fuerza y v_{\parallel}, v_{\perp} se refiere a las velocidades paralelas y perpendiculares al campo magnético.

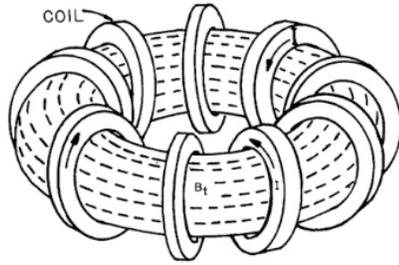


Figura 1.5: Campo magnético toroidal. Las bobinas llevan una corriente I que genera un campo \mathbf{B}_t , en líneas punteadas. [8]

De la ecuación 1.2 podemos ver que en un campo toroidal simple los electrones y los iones tienen direcciones distintas (debido al signo de q), esto induce un campo eléctrico \mathbf{E} paralelo al eje del toro. Como ahora tenemos presentes un campo eléctrico y uno magnético aparecerá una deriva $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ que tiende a mover al plasma hacia las paredes del toro y arruinar el confinamiento. Para reducir este efecto es necesario reducir el campo \mathbf{E} conectando las partes inferior y superior del plasma introduciendo un campo magnético poloidal que haga que las líneas de campo se enreden alrededor del toro helicoidal-

mente forzando el corto circuito de las partículas separadas y equilibrando el plasma.

Los aparatos de confinamiento toroidal se clasifican según cómo se genere esta componente poloidal del campo. El tokamak y el reverse field pinch utilizan una corriente de plasma alrededor del toro mientras que el stellarator tiene conductores helicoidales u otras formas que permitan generar el campo magnético curvo desde el inicio. Los dos enfoques más estudiados y con los experimentos más prometedores en la actualidad son el tokamak y el stellarator.

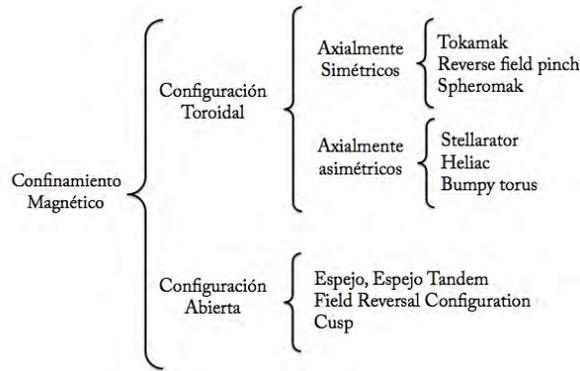


Figura 1.6: Clasificación de los diferentes enfoques de confinamiento magnético investigados activamente en el campo de la fusión nuclear controlada [25]

El equilibrio del plasma, necesario para lograr la fusión nuclear, está determinado por la intensidad del campo magnético, los perfiles de la corriente, la forma y la presión en el interior del plasma. Un elemento de control importante con el que se cuenta al diseñar un dispositivo de fusión es la forma que tiene el plasma, la cual se controla a través del diseño de las bobinas que lo rodean. El Tokamak es la configuración de confinamiento más avanzada y la más utilizada en grandes experimentos de fusión. Sin embargo estos dispositivos presentan algunos problemas de estabilidad que pueden ser resueltos con diseños más complicados y optimizados de las bobinas que generan el campo magnético, estos conceptos son estudiados en los stellarators.

Tokamak

Un tokamak es un dispositivo axisimétrico en el cual el campo magnético poloidal se genera haciendo pasar una corriente toroidal por el interior del plasma. Con la combinación del campo poloidal y toroidal se obtienen superficies magnéticas concéntricas con líneas de campo magnético helicoidales como se muestra en la figura 1.7. Las bobinas concéntricas a la cámara toroidal rodeándola y que se observan en la figura 1.7 en rojo son para dar más estabilidad al plasma. En estos aparatos se induce la corriente toroidal inductivamente de la misma forma que en un transformador, es decir incrementando la corriente en el solenoide central, lo que induce una corriente toroidal en el plasma. Cuando se alcanza el valor máximo posible de la corriente se deja de inducir

la corriente en el plasma. Debido a esta configuración la corriente sólo puede inducirse pulsádamente. Para lograr una operación continua en un tokamak se deben utilizar formas distintas de inducir la corriente, por ejemplo aprovechando la corriente auto generada, también llamada de bootstrap que se produce debido a la difusión radial en el plasma en presencia de gradientes de densidad. Futuros diseños de tokamaks explotan la corriente de bootstrap a fin de reducir la energía utilizada en la generación de la corriente toroidal.

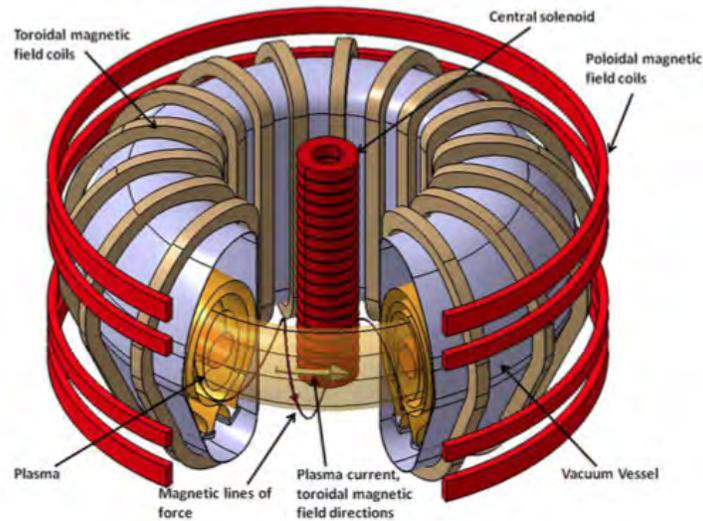


Figura 1.7: Esquema de un tokamak. [19]

Los tokamaks funcionan adecuadamente alejados de ciertos parámetros conocidos como el límite de densidad y corriente, pues cerca de ellos se presentan inestabilidades internas del plasma que causan la aparición de fuerzas electromagnéticas indeseables en los bordes que destruyen el confinamiento. A pesar de estos inconvenientes los tokamaks son los sistemas de confinamiento magnético más avanzados en la actualidad, los resultados obtenidos con estos dispositivos los hacen candidatos interesantes para el primer reactor de fusión. Es por ello que actualmente se construye en Francia, con la colaboración de 35 países ITER (*International Thermonuclear Experimental Reactor*), diseñado para probar si la fusión a gran escala y como una opción a los combustibles fósiles es viable, será el tokamak más grande del mundo. Se espera que pueda producir energía neta, que funcione en intervalos mayores a los que manejan este tipo de aparatos actualmente y que sirva para probar las tecnologías, materiales y regímenes físicos necesarios para la producción comercial de energía eléctrica a través de la fusión nuclear controlada. [5]

Stellarator

Si bien los esfuerzos internacionales están concentrados en el desarrollo de ITER existe otra configuración prometedora para resolver los desafíos que enfrentan los tokamaks y que no se encuentra en un estado tan avanzado como el tokamak debido a las dificultades de diseño que conlleva; el stellarator.

A diferencia del tokamak, que induce una corriente en el plasma, el stellarator tienen bobinas externas diseñadas para generar por sí solas el campo helicoidal tridimensional necesario para tener un confinamiento estable del plasma. Son típicamente sistemas no axisimétricos. Al no tener una corriente inducida circulando por el plasma no existe el riesgo de inestabilidades macroscópicas o disruptivas asociadas a ésta y pueden operar para tiempos de confinamiento mayores que los tokamaks.

Uno de los problemas de estos dispositivos es que la topología del campo magnético debe perfilarse muy cuidadosamente a través de complejas bobinas no planas que requieren gran precisión y dominio tecnológico para construirse. Adicionalmente el confinamiento de las partículas dentro de los stellarators también resulta ser peor que en tokamaks. Sin embargo se ha estado trabajando en años recientes en optimizar este tipo de sistemas tratando de minimizar las corrientes de Pfirsch-Schluter, la corriente de bootstrap, utilizar campos multi armónicos para reducir la degradación del confinamiento, entre otras propuestas.

Con la puesta en marcha a principios de este año del Wendelstein 7-X, el más grande y complejo de su tipo y con el cual se espera alcanzar tiempos de confinamiento de 30 minutos, se pretenden comprobar las predicciones favorables que se han calculado para este aparato y mostrar su viabilidad para ser operado como planta de energía.

Es para un aparato de este tipo, TJ-II, que se realizó el análisis de la corriente auto generada desarrollado en este trabajo, en los capítulos posteriores hablaremos en más detalle sobre la geometría y la estabilidad en stellarators, particularmente de la corriente de bootstrap.

Capítulo 2

Stellarators

2.1. Introducción

Los stellarators, inventados por Lyman Spitzer en Princeton en 1951, son dispositivos toroidales de confinamiento magnético en los cuales el campo magnético es producido por corrientes circulando en bobinas que rodean al plasma. Una corriente inducida en el plasma no es necesaria para lograr el confinamiento. Los stellarators tienen una configuración inherentemente tridimensional, helicoidalmente simétrica. Al no existir la necesidad de inducir una corriente se espera que la potencia de operación necesaria sea menor que en tokamaks equivalentes, adicionalmente se evitan una serie de inestabilidades asociadas a la corriente como disruptions, resistive wall modes y no convencionales o neoclassical tearing modes. La única corriente toroidal circulando en el plasma es la que ocurre naturalmente por el efecto bootstrap, la cual puede ser modificada y minimizada por el diseño magnético. Debido a la naturaleza tridimensional de la configuración del stellarator un mal diseño del campo magnético puede llevar a pérdidas rápidas del confinamiento por mecanismos puramente clásicos.

2.2. Conceptos del Confinamiento Helicoidal

2.2.1. Líneas de Campo Magnético

En plasmas de interés para la fusión se asume, a fin de simplificar los cálculos, que los iones y electrones se encuentran en distribuciones casi Maxwellianas, esto implica que el plasma tiene la presión de un gas ideal, $p = nT$, donde T es la temperatura en unidades de energía y $n = n_e + n_i$ es la suma de la densidad de electrones e iones por metro cúbico. Para lograr el confinamiento del plasma se requiere un gradiente de presión, $\vec{\nabla}p$, esta fuerza es contrarrestada por la parte magnética de la densidad de fuerza de Lorentz, producida por el producto cruz de la densidad de corriente en el plasma y el campo magnético;

$$\vec{\nabla}p = \vec{j} \times \vec{B} \quad (2.1)$$

La ecuación 2.1 muestra el equilibrio de fuerzas en un plasma casi Maxwelliano y establece restricciones fundamentales en el confinamiento magnético de plasmas. Como consecuencia del equilibrio, tomando el producto punto de 2.1 con \vec{B} , se tiene que:

$$\vec{B} \cdot \vec{\nabla}p = 0 \quad (2.2)$$

De donde se sigue que una línea de campo magnético debe permanecer siempre sobre una superficie de presión constante. Además por limitaciones topológicas la forma de las superficies formadas por líneas magnéticas debe ser un toro. En tokamaks y stellarators las líneas de campo se enredan alrededor del toro tanto poloidal como toroidalmente. [5]

2.2.2. Superficies de Flujo Magnético

Las superficies magnéticas anidadas son el elemento clave en el confinamiento. En el marco de un modelo Magnetohidrodinámico (MHD) ideal, la presión es constante sobre las líneas de campo magnético y a fin de lograr un sistema de superficies de presión cerradas es necesaria la existencia de superficies magnéticas cerradas.

En un dispositivo helicoidal las bobinas proveen un campo magnético de confinamiento y en consecuencia las superficies magnéticas existen en el vacío sin la presencia del plasma.

Una superficie magnética es una superficie toroidal que encierra un cierto flujo $\psi(x, y, z) = \text{constante}$, la cual está densamente cubierta por líneas de campo magnético ($\vec{B} \cdot \vec{\nabla}\psi = 0$). Esta superficie debe además ser suave y las derivadas de la función de flujo ψ deben ser continuas hasta segundo orden.

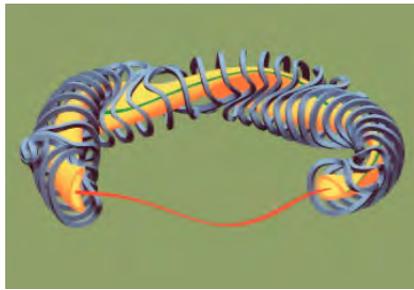


Figura 2.1: W7-X, en este aparato el campo magnético es producido por bobinas modulares superconductoras, mostradas en azul. Se muestra una superficie magnética en amarillo y rodeándola una línea de campo en verde. El eje magnético se muestra en rojo. [4]

La formación de superficies magnéticas en una geometría sin simetría toroidal requiere un control muy cuidadoso del campo magnético y es una de las desventajas de los stellarators. Las líneas de campo magnético en un stellarator presentan las mismas propiedades que las trayectorias de las partículas de Hamiltonianos con grados de libertad uno y uno y medio. Esto implica que las superficies de flujo que rodean a un toro tienen tres opciones; cerrarse en sí mismas, acercarse arbitrariamente a cualquier punto sobre la superficie sin desviarse de esta o pasar arbitrariamente cerca de cualquier punto en un volumen de espacio no nulo. Cuando una línea de campo cumple la última

condición se dice que tiene un comportamiento caótico. Las regiones con líneas de campo caóticas son inconsistentes con el equilibrio de fuerzas dado por la ecuación 2.1 y deben ser evitadas en un dispositivo de confinamiento.

El Teorema de Kolmagorov-Arnold-Moser (KAM) establece que las superficies magnéticas de un campo magnético toroidal invariante permanecerán cerradas toroidalmente y no se destruirán si la perturbación es suficientemente pequeña. [19]

La proporción entre el número de vueltas poloidales y toroidales que da una línea de flujo es llamado la transformada rotacional ι , la cual es un número racional si las líneas se cierran sobre sí mismas después de ciertas vueltas; es decir $\iota = n/m$ donde n es el número de vueltas en la dirección poloidal (θ) y m en la dirección toroidal (ϕ) después de las cuales la línea de campo se cierra sobre sí misma. Si una línea de flujo se cierra en una superficie todas las demás de la misma superficie lo harán también. Por otra parte si una línea de campo cubre toda la superficie de flujo, entonces ι será un número irracional. En general la transformada rotacional no es constante sino que varía con ψ en la dirección radial, $\iota = \iota(\psi)$. La derivada radial de ι se llama cizalla magnética y juega un rol importante en la estabilidad del plasma.

Otro requisito importante para asegurar el confinamiento es que las superficies magnéticas estén anidadas, es decir que una superficie magnética esté totalmente contenida dentro de la siguiente. Lo anterior implica que $|\nabla\psi| \neq 0$ excepto en el eje magnético, que es la superficie central, degenerada a una sola línea de campo cerrada donde $|\nabla\psi| = 0$. [5, 14]

2.3. Coordenadas Magnéticas

Las coordenadas magnéticas (ψ_t, θ, ϕ) se definen de acuerdo a la forma de las superficies magnéticas cerradas para trivializar las ecuaciones de las líneas de campo. Como se muestra en la figura 2.2 la coordenada radial ψ_t es, en general, una etiqueta de las superficies de flujo, en este caso es el flujo toroidal encerrado por una superficie magnética, θ es un ángulo poloidal y ϕ es un ángulo toroidal.

Este sistema de coordenadas simplifica sustancialmente los cálculos para; trayectorias de partículas cargadas en el plasma, propiedades de equilibrio del plasma, estabilidad del plasma al rompimiento o deformación de las superficies magnéticas (llamadas inestabilidades magnetohidrodinámicas) y la estabilidad del plasma frente a micro inestabilidades.

En la representación contravariante del campo magnético se hace explícita la divergencia nula del campo y las ecuaciones para las líneas de campo magnético se vuelven triviales. Cualquier vector cuya divergencia sea cero puede ser expresado en la representación de Clebsch como:

$$\vec{B} = \vec{\nabla}\psi_t \times \vec{\nabla}\theta_0 \quad (2.3)$$

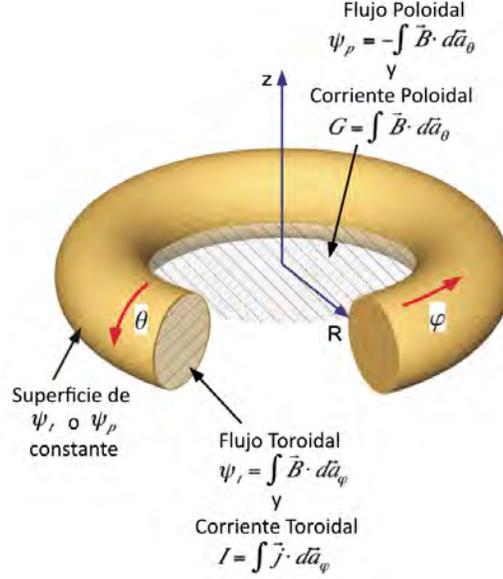


Figura 2.2: Coordenadas Magnéticas en un dispositivo con geometría toroidal. [5]

Las dos funciones que aparecen en la representación de Clebsch, $\psi_t(x)$ y $\theta_0(x)$ son constantes a lo largo de las líneas de campo magnético, es decir, $\vec{B} \cdot \vec{\nabla} \psi_t = 0$ y $\vec{B} \cdot \vec{\nabla} \theta_0 = 0$. La función $\psi_t(x)$ se define como el flujo magnético encerrado por una superficie de presión constante y recibe el nombre de flujo toroidal. Las líneas de campo se enrollan poloidal y toroidalmente alrededor de las superficies de presión constante, de tal forma que se puede definir un ángulo poloidal $\theta \equiv \theta_0 + \iota(\psi_t)\phi$, donde $\iota(\psi_t)$ es la transformada rotacional en la superficie de presión toroidal, que representa el grado de enroscamiento de las líneas de campo sobre una superficie magnética, y ϕ es un ángulo toroidal. Insertando esta expresión para el ángulo θ en la representación de Clebsch obtenemos la representación contravariante del campo magnético;

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \psi_t \times \vec{\nabla} \theta + \iota(\psi_t) \vec{\nabla} \phi \times \vec{\nabla} \psi_t \quad (2.4)$$

Es importante mencionar dos aspectos de la representación contravariante; primero el flujo magnético poloidal $\psi_p(\psi_t)$ está dado por:

$$\frac{d\psi_p}{d\psi_t} = \iota(\psi_t) \quad (2.5)$$

donde la constante de integración se obtiene haciendo a ψ_p el flujo magnético encerrado por el hueco del toro hasta una posición radial dada. El segundo aspecto es que los ángulos de la representación contravariante no están definidos inequívocamente, esto implica total libertad en la elección del ángulo toroidal manteniendo la representación.

Un sistema general de coordenadas (ψ_t, θ, ϕ) se define dando una expresión para las coordenadas cartesianas como función de las nuevas coordenadas:

$$X(\psi_t, \theta, \phi) = X(\psi_t, \theta, \phi)\hat{x} + Y(\psi_t, \theta, \phi)\hat{y} + Z(\psi_t, \theta, \phi)\hat{z} \quad (2.6)$$

Los gradientes que aparecen en las ecuaciones 2.4 y 2.6 pueden ser calculados utilizando la siguiente expresión:

$$\vec{\nabla}\psi_t = \frac{1}{\mathcal{J}} \frac{\partial X}{\partial \theta} \times \frac{\partial X}{\partial \phi} \quad (2.7)$$

con el jacobiano de la transformación de coordenadas dado por:

$$\mathcal{J} = \frac{\partial X}{\partial \psi_t} \cdot \left(\frac{\partial X}{\partial \theta} \times \frac{\partial X}{\partial \phi} \right) \quad (2.8)$$

$$\frac{1}{\mathcal{J}} = \nabla\psi_t \cdot (\nabla\theta \times \nabla\phi) \quad (2.9)$$

Son coordenadas magnéticas aquellos sistemas de coordenadas (ψ_t, θ, ϕ) para los cuales existe una representación contravariante del campo \vec{B} como se muestra en 2.4. Un tipo especial de coordenadas magnéticas son las coordenadas de Boozer para las cuales existe además una representación covariante de \vec{B} como en 2.6. Las coordenadas magnéticas son de gran importancia para la teoría del confinamiento de plasmas porque permiten resolver de forma simple la ecuación diferencial $\vec{B} \cdot \vec{\nabla}f = g$ que aparece frecuentemente al desarrollar los cálculos.

Las coordenadas canónicas son una generalización de las coordenadas magnéticas que no requieren la existencia de superficies magnéticas. La única restricción en la elección de las coordenadas angulares (θ, ϕ) es que exista una tercera coordenada ρ tal que $\vec{\nabla}\rho \cdot (\vec{\nabla}\theta \times \vec{\nabla}\phi) \neq 0$. El campo magnético tiene la representación contravariante generalizada;

$$\vec{B} = \vec{\nabla}\psi_t \times \vec{\nabla}\theta + \vec{\nabla}\phi \times \vec{\nabla}\psi_p(\psi_t, \theta, \phi) \quad (2.10)$$

también llamada representación canónica del campo magnético. El flujo poloidal puede ser escrito en función de las coordenadas (ψ_t, θ, ϕ) si $\vec{B} \cdot \vec{\nabla}\phi = (\vec{\nabla}\psi_t \times \vec{\nabla}\theta) \cdot \vec{\nabla}\phi$ es distinto de cero, como ocurre en un stellarator. Las líneas de campo magnético están dadas por:

$$\frac{d\psi_t}{d\phi} = \frac{\vec{B} \cdot \vec{\nabla}\psi_t}{\vec{B} \cdot \vec{\nabla}\phi} \quad y \quad \frac{d\theta}{d\phi} = \frac{\vec{B} \cdot \vec{\nabla}\theta}{\vec{B} \cdot \vec{\nabla}\phi} \quad (2.11)$$

las cuales utilizando la representación canónica se pueden escribir como:

$$\frac{d\psi_t}{d\phi} = -\frac{\partial\psi_p}{\partial\theta} \quad y \quad \frac{d\theta}{d\phi} = \frac{\partial\psi_p}{\partial\psi_t} \quad (2.12)$$

Estas ecuaciones son matemáticamente idénticas a las ecuaciones de un hamiltoniano con grado y medio de libertad, el cual es el sistema hamiltoniano más simple para el cual pueden aparecer trayectorias caóticas. [4]

2.4. Dispositivos de Confinamiento Helicoidal

Para lograr la estructura helicoidal de las líneas de campo se requiere algún tipo de helicidad en las bobinas que las generan. Existen diferentes métodos para lograr las superficies magnéticas adecuadas para el confinamiento. Spitzer, por ejemplo, en su trabajo de 1958 menciona dos métodos para producir la transformada rotacional ι en las superficies de flujo anidadas; el primero consiste en acomodar bobinas circulares de campo toroidal torciendo el toro en forma de 8, la transformada rotacional se produce como consecuencia de la geometría.

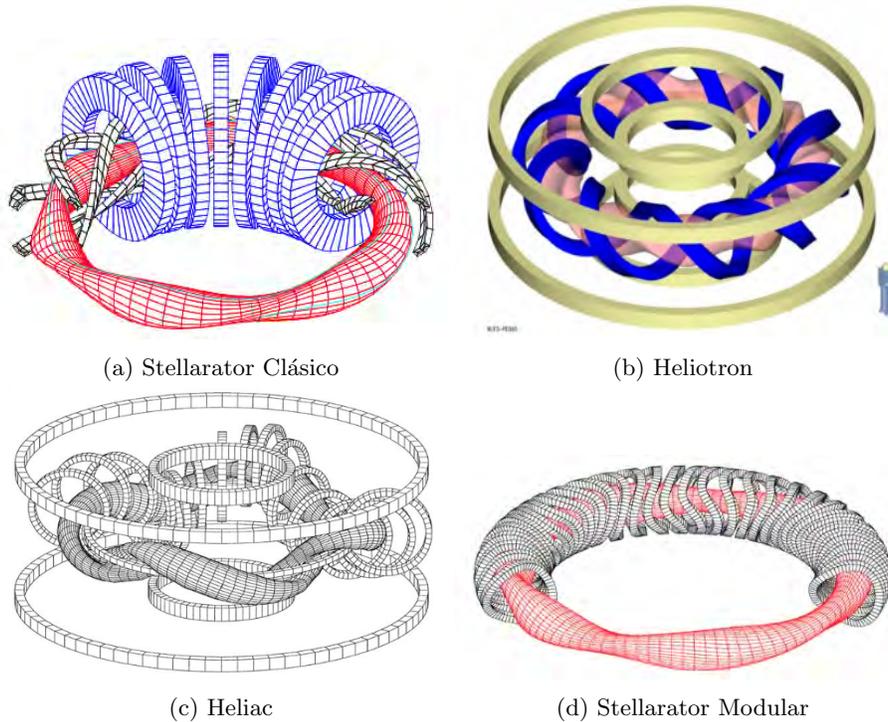


Figura 2.3: Se muestran las diferentes configuraciones de stellarators; (a) Esquema de un stellarator clásico, las bobinas de campo toroidal se muestran en azul, los devanados helicoidales en negro y una superficie de flujo magnético en rojo. (b) Heliotron LHD con bobinas helicoidales unidireccionales mostradas en azul y bobinas de campo vertical en amarillo, en rosa se observa una superficie de flujo. (c) Configuración típica de las bobinas de un heliac y la superficie magnética que genera. (d) Esquema de un stellarator con un sistema modular de bobinas mostrado en gris. [2]

El segundo método consiste en producir una transformada rotacional a través de un campo magnético transversal cuya dirección rote con la distancia a lo largo del eje magnético. Las componentes transversales radial y poloidal del campo

magnético se generan utilizando un número par de conductores helicoidales, enredados alrededor de una cámara toroidal convencional con las corrientes fluyendo en direcciones opuestas en cada uno de los pares de conductores helicoidales adyacentes. Bobinas toroidales adicionales se encargan de generar el componente toroidal del campo magnético. [23]

Basados en estos conceptos se han diseñado diversas configuraciones de stellarators; el stellarator clásico, el heliatron o torsatron, stellarator modular, helias y heliac, cuyos esquemas se muestran en la figura 2.3. Los conceptos difieren por los parámetros magnéticos elegidos, como la transformada rotacional, la cizalla magnética, la profundidad del pozo magnético, la relación de aspecto y las propiedades de simetría de la magnitud del campo magnético sobre las superficies magnéticas.

Para los fines de este trabajo nos concentraremos en el Heliac, *HELICAL Axis Configuration*, el cual aprovecha que se puede crear una transformada rotacional eficientemente si el eje magnético tiene una estructura helicoidal. Este dispositivo utiliza bobinas circulares, colocadas helicoidalmente alrededor de una bobina central, las cuales producen una parte del campo poloidal y permiten flexibilidad en la configuración de ι . Las superficies magnéticas resultantes tienen forma de frijol y un eje magnético helicoidal que se enreda alrededor de la bobina central. El Heliac tiene buenas propiedades de estabilidad magneto-hidrodinámica y ofrece gran flexibilidad por lo que es fácil resolver y analizar problemas de equilibrio, transporte y estabilidad. Sin embargo su diseño no está optimizado para reducir el transporte neoclásico como en el caso de los stellarators modulares (W7-X o HSX). Los dispositivos de tipo Heliac funcionando en la actualidad son el H-1 en Australia y el TJ-II en España. [19]

2.5. TJ-II

TJ-II es un stellarator tipo Heliac flexible, de periodo $N=4$, con una baja cizalla magnética. Se encuentra en el Laboratorio Nacional de Fusión de España, en Madrid. Es el resultado de los estudios realizados por el equipo de físicos e ingenieros del CIEMAT (Centro de Investigaciones Energéticas, Medioambientales y Tecnológicas), en colaboración con el laboratorio ORNL de Oak-Ridge (EUA) y el IPP de Garching (Alemania).

Tiene un radio mayor promedio de 1.5 m y un radio menor promedio ≤ 0.22 m. El campo magnético, $B_0 \leq 1.2$ T está generado por un conjunto de bobinas, mostradas en la figura 2.4, que configuran totalmente las superficies magnéticas antes de generar el plasma. El giro tridimensional del eje central de la configuración se genera mediante una bobina circular y una bobina helicoidal enrollada alrededor del conductor central. Es este giro el que le da a TJ-II la flexibilidad en el valor de la transformada rotacional. El campo toroidal se configura con 32 bobinas que en conjunto con la bobina circular y la helicoidal generan el campo helicoidal principal. La posición horizontal del plasma se controla mediante las bobinas de campo vertical. La acción conjunta de estos campos magnéticos generan superficies magnéticas en forma de frijol que guían

las partículas del plasma para que no choquen con la cámara de vacío. [1]

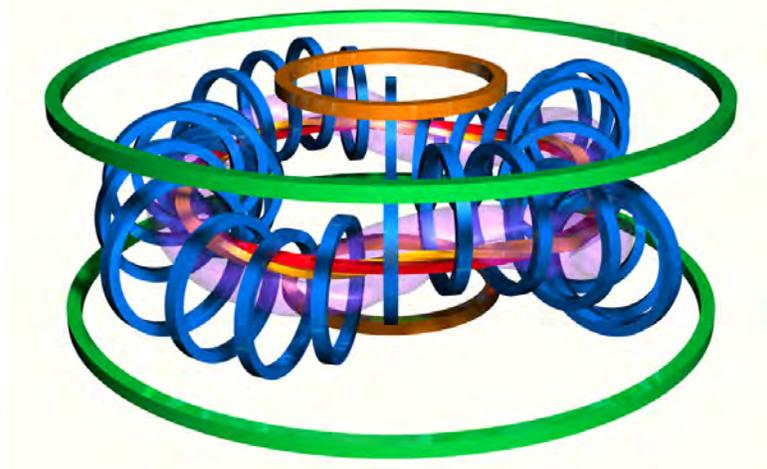


Figura 2.4: Sistema de bobinas en el stellarator TJ-II: El eje magnético principal está generado por las bobinas: circular (rojo), helicoidal (amarillo) y las bobinas toroidales (azul). Las bobinas verticales se muestran en verde y las radiales en verde y café. En rosa se observa una superficie magnética

Se le llama flexible porque mediante cambios en las corrientes eléctricas que circulan en las bobinas circular y helicoidal es posible modificar la configuración magnética en un rango de $\iota \approx 1.28 - 2.24$, así como la forma y tamaño del plasma (volumen $\approx 0.6 - 1.1\text{m}^3$). Las configuraciones magnéticas se describen utilizando la notación *aaa.bb_cc* donde *aaa* es la corriente que circula por la bobina circular (*I_{cc}*), *bb* la que pasa por la bobina helicoidal (*I_{hx}*) y finalmente *cc* la que circula por la bobina de campo vertical (*I_{cv}*); todas en décimas de kA.

Para calentar el plasma se emplean dos girotrones (*ECH:Electron Cyclotron Heating*) de hasta 0.6 MW en conjunto y un NBI (*Neutral Beam Injection*), inyección de haces de átomos neutros de hidrógeno, con una potencia de hasta 4 MW.

Las principales características de TJ-II son: una fuerte variación helicoidal de su eje magnético; características magnetohidrodinámicas (MHD) muy favorables con potencial de operación a betas altas (β es la relación entre la presión del plasma y la presión magnética); flexibilidad en la operación y sección transversal del plasma con forma de frijol. El programa experimental del TJ-II está enfocado en el estudio del transporte en plasmas de bajas colisionalidades, los límites operacionales en plasmas con beta alta y estudios de optimización del confinamiento y su relación con el campo eléctrico radial. [1]

Capítulo 3

VMEC

3.1. Introducción

En cuestiones de descripción del equilibrio, una diferencia fundamental entre un stellarator y un tokamak axisimétrico es que la ecuación de equilibrio 2.1 se vuelve muy difícil de resolver en el caso de configuraciones 3D o no axisimétricas debido a que la existencia de superficies magnéticas no está garantizada. En el caso de un tokamak la axisimetría permite, en general, definir una función de flujo poloidal y plantear el problema de equilibrio como una ecuación de Grad-Shafranov, que es una ecuación elíptica y por lo tanto un problema bien planteado de contorno para una función de flujo escalar. Sin embargo en tres dimensiones, como es el caso de un stellarator, no se puede reducir el problema a este tipo de ecuación diferencial para una única función escalar. [19]

Se han desarrollado diversos códigos numéricos basados en diferentes enfoques para intentar resolver el problema de equilibrio por métodos iterativos o variacionales como PIES, BETA, NSTAB, HINT y VMEC, entre otros.

3.2. VMEC

El código VMEC (Three dimensional Variational Moments Equilibrium Code) simplifica el problema asumiendo la existencia de superficies de flujo magnéticas, convirtiendo el problema de equilibrio en uno de minimización de energía. Posteriormente utiliza un método variacional para encontrar un mínimo en la energía total del sistema. A continuación se describe el método que utiliza VMEC como se plantea en [17], [15] y [18]

VMEC busca resolver una serie de ecuaciones de equilibrio de fuerzas MHD para un plasma estático e isotrópico en una geometría toroidal; estas son la ecuación de equilibrio 2.1 así como la ecuación de Ampere y de Gauss magnética:

$$\begin{aligned} F = \vec{\nabla}p - \vec{j} \times \vec{B} &= 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} &= \mu_0 \vec{j} \end{aligned} \tag{3.1}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.2)$$

Donde F es la fuerza MHD que en equilibrio debe ser nula. Combinando estas ecuaciones se llega a la siguiente expresión para la energía potencial total del plasma [14]:

$$W = \int \left(\frac{|\vec{B}|^2}{2\mu_0} + \frac{p}{\gamma+1} \right) d^3x \quad (3.3)$$

donde $\gamma > 0$ es el coeficiente de dilatación adiabática. Se puede mostrar que la ecuación 3.3 es estacionaria con respecto a los desplazamientos de \vec{B} y p que preservan los perfiles de flujo magnético y densidad de masa. La invarianza escalar de la energía potencial permite calcularla directamente en las coordenadas magnéticas $\alpha = (\rho, \theta, \phi)$ descritas en la sección 2.3, donde ρ es el flujo toroidal ψ_t normalizado. A fin de conservar el flujo y la masa en el sistema se utiliza la formulación contravariante del campo magnético dada por 2.10:

$$\vec{B} = \vec{\nabla}\psi_t \times \vec{\nabla}\theta^* + \vec{\nabla}\phi \times \vec{\nabla}\psi_p(\psi_t, \theta, \phi)$$

donde $\theta^* = \theta + \lambda(\rho, \theta, \phi)$ es el ángulo poloidal que vuelve las líneas de campo magnético rectas, con λ una función periódica de θ y ϕ que promedia cero sobre una superficie magnética. Además la elección de θ^* de la forma descrita permite una rápida convergencia de las series de Fourier utilizadas más adelante. La conservación adiabática de masa entre superficies de flujo vecinas requiere que:

$$p(\rho) = \frac{M(\rho)}{(\int \int d\theta d\phi | \mathcal{J} |)^{-\gamma}} \quad (3.4)$$

Y podemos escribir la energía en función de las coordenadas de flujo como:

$$W = \int \frac{|\vec{B}|^2}{2\mu_0} | \mathcal{J} | d\rho d\theta d\phi + \int_0^1 \frac{M(\rho)}{(\gamma-1)(\int \int d\theta d\phi | \mathcal{J} |)^{1-\gamma}} d\rho \quad (3.5)$$

Para hallar el mínimo de la energía se hace una variación en W suponiendo que además de depender de las coordenadas de flujo las coordenadas cilíndricas $x = (R, \varphi, Z)$ y el parámetro λ dependen de un parámetro temporal t , de tal forma que la variación de W en la ecuación 3.5 se ve como:

$$\frac{dW}{dt} = \int \left[- \left(\frac{|\vec{B}|^2}{2\mu_0} + p \right) \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial t} + \frac{1}{\mu_0 \mathcal{J}} (b_R \dot{b}_R + R^2 b_\varphi \dot{b}_\varphi + b_Z \dot{b}_Z + R b_\varphi^2 \dot{R}) \right] d^3\alpha \quad (3.6)$$

Donde $d^3\alpha = \rho d\rho d\theta d\phi$ y b_i son las componentes polares del campo magnético \vec{B} en la representación en coordenadas cilíndricas y el punto simboliza la derivada con respecto al parámetro temporal t . Aplicando una transformación de coordenadas a la ecuación 3.6 es posible expresar la variación de W como función de las fuerzas MHD de la siguiente forma:

$$\frac{dW}{dt} = - \int F_i \dot{x}_i d^3\alpha - \int F_\lambda \dot{\lambda} d^3\alpha - \int_{\rho=1} \left| \mathcal{J} \right| \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \left(\frac{|\vec{B}|^2}{2\mu_0} + p \right) \dot{x}_i d\theta d\phi \quad (3.7)$$

Donde las componentes de la fuerza magnetohidrodinámica, $(F_1, F_2, F_3) = (F_R, F_\varphi, F_Z)$ están dadas por:

$$F_i = -\frac{\partial}{\partial \alpha_j} \left[|\mathcal{J}| \frac{\partial \alpha_j}{\partial x_i} \left(\frac{|\vec{B}|^2}{2\mu_0} + p \right) \right] + \mu_0^{-1} |\mathcal{J}| |\vec{\nabla}| \cdot \left[(\Lambda_i \vec{B} \cdot \vec{\nabla} x_i) \vec{B} \right] \\ + \delta_{i1} \frac{|\mathcal{J}|}{R} \left(\frac{|\vec{B}|^2}{2\mu_0} + p - \frac{R^2 (\vec{B} \cdot \vec{\nabla} \varphi)^2}{m u_0} \right) \quad (3.8)$$

$$F_\lambda = \frac{\psi'_i |\mathcal{J}|}{\mu_0 \mathcal{J}} \left(\frac{\partial \vec{B}_\phi}{\partial \theta} - \frac{\partial \vec{B}_\theta}{\partial \phi} \right) \quad (3.9)$$

Con $\Lambda_1 = \Lambda_3 = 1, \Lambda_2 = R^2$. Esto define el sistema de ecuaciones, que puede ser simplificado utilizando una descomposición espectral de Fourier en las variables angulares θ y ϕ , definiendo $(x_1, x_2, x_3) \equiv (R, \lambda, Z)$;

$$x_j = \sum_{m,n} X_j^{m,n}(\rho) \exp[i(m\theta - n\phi)] \quad (3.10)$$

utilizando esta expansión en la ecuación 3.7 se llega a la siguiente expresión:

$$\frac{dW}{dt} = - \int (F_j^{mn})^* \frac{\partial X_j^{mn}}{\partial t} dV \quad (3.11)$$

con los coeficientes de Fourier F_j^{mn} las fuerzas variacionales que deben hacerse cero en el equilibrio;

$$F_j^{mn} = \frac{1}{\partial V / \partial \rho} \int \int F_j \exp[-i(m\theta - n\phi)] d\theta d\phi \quad (3.12)$$

Aplicando un método *steepest-descent* en 3.11 para encontrar el mínimo en la energía potencial se obtiene una ecuación parabólica, que puede ser modificada utilizando un esquema Richardson de segundo orden para reducirla a una ecuación de forma hiperbólica para la cual se incrementa la velocidad de convergencia. [11, 17]

Debido a la naturaleza espectral de VMEC y a la geometría toroidal del stellarator el número de fronteras para las cuales es necesario dar condiciones se reduce a dos; la primera en el origen ($\rho = 0$) y el borde exterior ($\rho = 1$). En el caso del origen el campo magnético debe cumplir una serie de condiciones, entre ellas no depender de la coordenada poloidal. Por otro lado para $\rho = 1$ existen dos casos; frontera fija, para la cual es necesario especificar los coeficientes de Fourier y frontera libre, cuyo caso se resuelve incorporando principios energéticos en el método variacional.

Gracias a la velocidad con la que puede calcular el equilibrio MHD, VMEC se ha convertido en el código estándar para el cálculo de equilibrio tridimensional y ha sido utilizado como principal herramienta de diseño para todos los stellarators que se encuentran funcionando en la actualidad.

3.3. Configuración Magnética de TJ-II calculada con VMEC

En las figuras 3.1 y 3.2 se muestran resultados para el equilibrio de la configuración magnética 100.44.64 ($I_{cc}=10$ kA, $I_{hx}=4.4$ kA, $I_{cv}=6.4$ kA) del stellarator TJ-II calculados con VMEC para una frontera fija, en la primera se presenta una superficie magnética y en la segunda se pueden observar las superficies magnéticas en el plano R-Z para el ángulo toroidal $\phi = 0$ y $\phi = \pi/8$ donde se puede ver la rotación que tienen las superficies magnéticas por la helicidad del campo magnético.

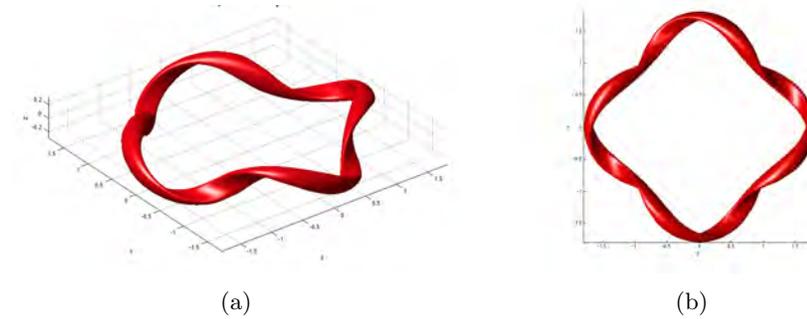


Figura 3.1: Superficie magnética en $\rho = 0.25$ para la configuración 100.44.64 de TJ-II calculada con VMEC. En (b) es evidente el periodo toroidal $N=4$ de este dispositivo

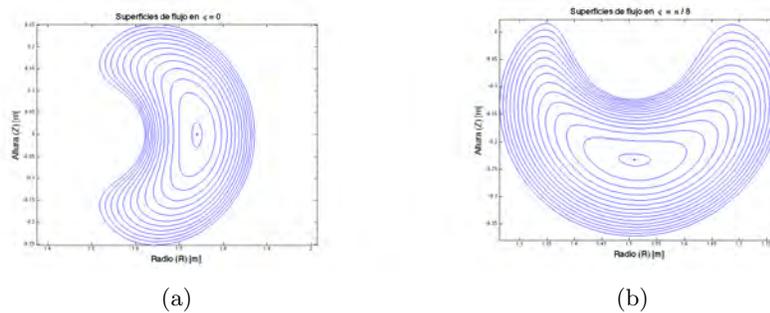


Figura 3.2: Superficies magnéticas para la configuración 100.44.64 de TJ-II, en el ángulo $\phi = 0$ y $\phi = \pi/8$ obtenidas al calcular el equilibrio magnético con VMEC. Se puede observar la forma de frijol del plasma característica en este dispositivo.

Para que VMEC pueda calcular el equilibrio para una configuración dada es necesario especificar como datos de entrada el perfil de presión, el perfil de la transformada rotacional ι o de la corriente toroidal total, así como los

coeficientes de Fourier que describen la superficie externa si se elige el caso de frontera fija.

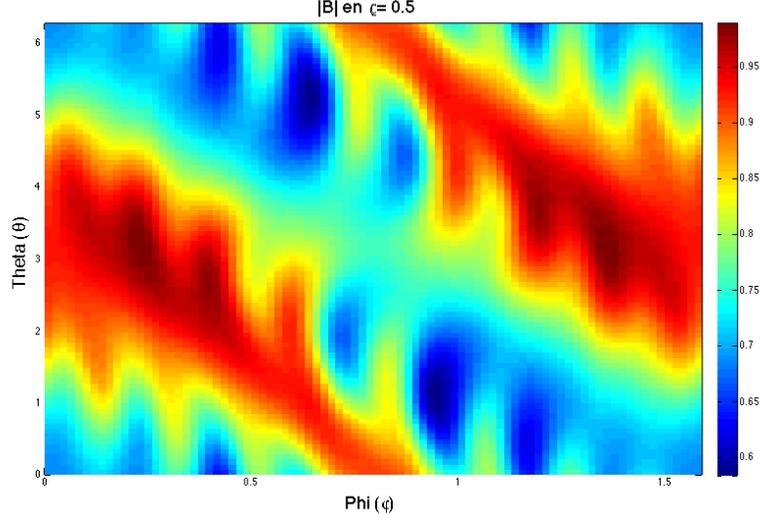


Figura 3.3: Campo magnético calculado con VMEC para la configuración 100.44.64 de TJ-II, en $\rho = 0.5$, θ y ϕ corresponden a los ángulos toroidal y poloidal respectivamente. Se muestra únicamente uno de los cuatro periodos, correspondiente a $0 \geq \phi \geq \pi/2$

En la figura 3.3 se muestra la intensidad de la magnitud del campo magnético en la superficie de flujo $\rho = 0.5$ donde se pueden apreciar los máximos en rojo y los mínimos en azul. Finalmente en la figura 3.4 se muestran los términos dominantes en la descomposición de Fourier en coordenadas de flujo para el campo magnético: [27]

$$\vec{B} = B_0 \sum_{m,n} b_{m,n}(\rho) \cos(m\theta - n\phi) \quad (3.13)$$

donde $b_{0,0} = 1$ y consecuentemente B_0 es el primer término en la expansión.

A pesar de que se pueden notar dos modos no axisimétricos dominantes en la figura 3.4, también existen otros seis modos del mismo orden de magnitud que juegan un papel importante en la representación del campo magnético. De esta gran cantidad de modos de Fourier necesarios para describir el campo se derivan los problemas de convergencia al calcular los coeficientes de transporte. Los coeficientes dominantes $b_{0,-4}$ y $b_{1,8}$ están relacionados con la forma cuadrada del plasma debido al periodo de TJ-II .

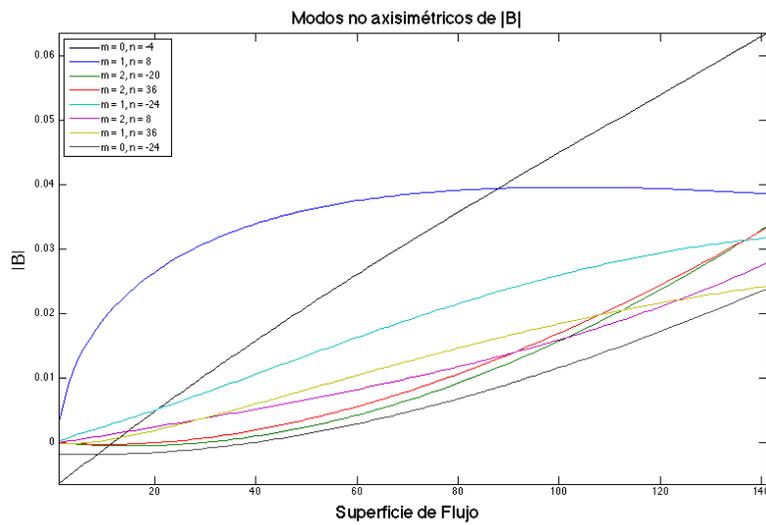


Figura 3.4: Modos no axisimétrico de Fourier utilizados para la descripción del campo magnético para la configuración 100.44.64 de TJ-II.

Capítulo 4

DKES

4.1. Transporte

El transporte en un plasma describe la transferencia de alguna cantidad física bajo la influencia de inhomogeneidades espaciales o debida a campos externos. Esta transferencia está definida cuantitativamente por densidades de flujo y fuerzas termodinámicas, respectivamente. La teoría del transporte relaciona los flujos con las fuerzas termodinámicas; en una teoría de respuesta lineal el coeficiente de proporcionalidad entre estas dos cantidades es llamado coeficiente de transporte.

En un plasma existen tres tipos importantes de transporte; conducción de calor, difusión de partículas y difusión de campo magnético. [10]

Para describir adecuadamente un sistema macroscópico formado por una gran cantidad de partículas individuales, como es el caso de un plasma, existen diferentes niveles de descripción. El nivel microscópico, en el cual se plantean las ecuaciones de movimiento para todas las partículas y, en principio, se obtiene información exacta sobre el comportamiento de ellas; este modelo además de ser impráctico arrojaría, de ser posible resolverlo, mucha más información de la necesaria para entender el comportamiento del sistema. En el otro extremo encontramos el caso macroscópico, o de fluido, por ejemplo el modelo MHD, en el cual se pierde la información sobre partículas individuales a cambio de describir el fenómeno en términos de la evolución de cantidades macroscópicas.

En un punto intermedio entre los dos enfoques anteriores tenemos la teoría cinética, en la cual se aplican conceptos de estadística y probabilidad para promediar la información de la teoría microscópica, obteniendo ecuaciones cinéticas estadísticas, que pueden reducirse a ecuaciones de las funciones de distribución para cada especie de partículas, por ejemplo iones o electrones. En la teoría cinética se pierde la información detallada sobre la posición de cada partícula a cambio de tener una descripción manejable del sistema.

La ecuación cinética para un plasma describe la evolución de la función de

distribución $f(\vec{x}, \vec{v}, t)$;

$$\partial_t f + \vec{v} \cdot \nabla f + \frac{q}{m} (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \cdot \partial_v f = \sum_b C(f, f) \quad (4.1)$$

y en principio nos da toda la información necesaria sobre el estado del plasma. Sin embargo encontrar soluciones analíticas para esta ecuación integro-diferencial, parcial con siete variables es prácticamente imposible si no se realizan simplificaciones.

Una de las simplificaciones a la teoría cinética más utilizadas para plasmas confinados magnéticamente es el Modelo de Transporte Neoclásico, que describe el transporte de partículas, momento y calor debido a las colisiones Coulombianas en plasmas confinados en geometrías magnéticas toroidales, asumiendo que el plasma se encuentra en estado estacionario. Esta teoría es válida para todas las colisionalidades; en el régimen de alta colisionalidad el transporte es llamado de Pfirsch-Schlüter, como se muestra en la figura 4.1, posteriormente se encuentra el régimen de Plateau, estos comportamientos son iguales para tokamaks y stellarators. Para bajas colisionalidades en tokamaks se tiene la región banana mientras que para stellarators se presenta el régimen $1/\nu$ y el régimen $\sqrt{\nu}$, estos dos últimos llamados así por la dependencia que tiene el coeficiente de difusión, del que hablaremos más tarde, con respecto a la colisionalidad [14]. El modelo neoclásico considera todos los movimientos de las partículas asociados con la geometría toroidal e incluye efectos debidos a la viscosidad y la resistividad. Una de sus predicciones importantes es la corriente de bootstrap.

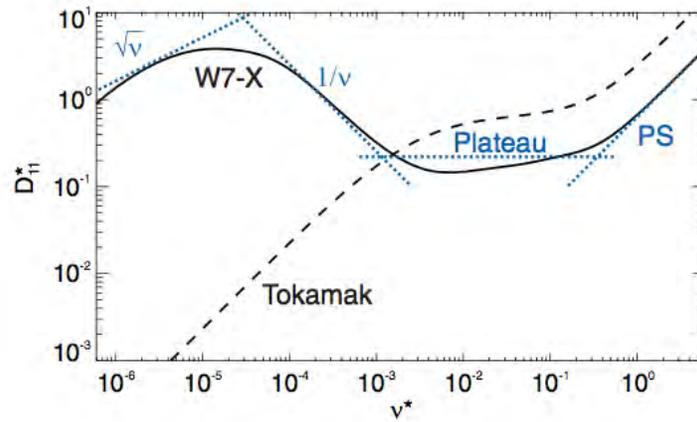


Figura 4.1: Se muestran los valores del coeficiente de difusión monoenergético D_{11} para la configuración estándar del stellarator W7-X (en línea sólida) y para un tokamak con una relación de aspecto similar (línea punteada negra). En azul están marcadas las líneas asintóticas que corresponden a los diferentes regímenes de colisionalidad. [14]

En un campo magnético intenso la ecuación cinética puede simplificarse pro-

mediando sobre el movimiento rápido de giro de Larmor, dando como resultado una ecuación cinética simplificada llamada ecuación cinética de deriva (DKE, por sus siglas en inglés *Drift Kinetic Equation*):

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v}_g \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{x}} + \vec{a}_g \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = C(f, f) \quad (4.2)$$

Esta ecuación tiene 5 variables independientes; tres espaciales y dos de velocidad, además del tiempo. $C(f, f)$ es el operador de colisiones de Fokker-Planck, aplicable a un plasma en el cual se presentan múltiples colisiones de ángulo pequeño. La velocidad v está dada por $\vec{v} = v_{\parallel} \vec{n} + v_{\perp} (\cos \zeta \vec{e}_1 + \sin \zeta \vec{e}_2)$, donde $(\vec{n} = \vec{B}/B, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ forman un sistema de coordenadas ortogonales locales alineado con el campo magnético. La velocidad del centro de giro es $\vec{v}_g = (v_{\parallel} + u) \vec{n} + \vec{v}_D$ donde $v_{\parallel} = \vec{n} \cdot \vec{v}$, $u = v_{\perp}^2 / ((2\Omega) \vec{n} \cdot \nabla \times \vec{n})$ es la corrección a primer orden de la velocidad paralela, $v_{\perp} = (v^2 - v_{\parallel}^2)^{1/2}$ es la velocidad perpendicular, $\Omega = eB/m$ es la frecuencia de ciclotrón y la deriva transversal al campo magnético del centro de giro está dada por:

$$\vec{v}_D = \frac{\vec{F}_g \times \vec{n}}{m\Omega} + [\nabla \times \vec{n} - (\vec{n} \cdot \nabla \times \vec{n}) \vec{n}] \frac{v_{\parallel}^2}{\Omega} \quad (4.3)$$

donde $\vec{F}_g = e\vec{E} - (mv_{\perp}^2/2) \nabla \ln B$ [16]. \vec{a}_g es la representación esférica en el espacio de velocidades del término de aceleración del centro de giro y está dado por:

$$\vec{a}_g \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = \dot{\alpha} \frac{\partial f}{\partial \alpha} + \dot{v} \frac{\partial f}{\partial v} \quad (4.4)$$

A pesar de que las soluciones analíticas de la ecuación cinética pueden darnos información importante sobre los procesos de transporte neoclásico en stellarators, usualmente son incapaces de dar información precisa para configuraciones geométricas complicadas y son de poca ayuda para explicar los procesos en plasmas a alta temperatura. Para estos fines es más conveniente utilizar coeficientes de transporte calculados a través de métodos numéricos, ya que estos pueden determinarse para todos los rangos de los parámetros de interés así como para estructuras magnéticas arbitrarias. [3]

4.2. DKES

El código DKES (*Drift Kinetic Equation Solver*) [16, 30] calcula la matriz de coeficientes de transporte para stellarators con configuraciones magnéticas con helicidades arbitrarias, como las encontradas en los dispositivos reales. Este código calcula los coeficientes de transporte monoenergéticos en una superficie de flujo, como función de la colisionalidad y el campo eléctrico radial, utilizando expansiones de Fourier en las variables angulares polar y toroidal (θ, ϕ) y expansiones de Legendre para el ángulo de ataque α . DKES utiliza una forma variacional basada en la tasa de producción de entropía que permite encontrar cotas superiores e inferiores para los coeficientes de transporte.

DKES emplea la ecuación 4.2 que, para campos magnéticos estacionarios como son los de interés en las aplicaciones del modelo de transporte ($\partial\vec{B}/\partial t \simeq 0$ en la escala de tiempo colisional), tiene la siguiente forma conservativa:

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{v}_g f) + \frac{1}{\sin \alpha} \frac{\partial}{\partial \alpha} (\sin \alpha \dot{\alpha} f) + \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} (v^2 \dot{v} f) = C(f, f) \quad (4.5)$$

Es conveniente por cuestiones computacionales utilizar las coordenadas esféricas de velocidad (v, α, ζ) ; $v_{\parallel} = v \cos \alpha$ y α el ángulo de ataque (pitch angle). La ecuación 4.5 es útil para establecer propiedades variacionales de la ecuación cinética modificada.

Para cálculos relacionados con el transporte podemos expandir la ecuación 4.2 alrededor de una Maxwelliana local f_M de la siguiente forma:

$$f = f_M \left[1 + \frac{e}{T} \int^1 \left(\frac{\vec{E} \cdot \vec{B}}{B^2} - \frac{\langle \vec{E} \cdot \vec{B} \rangle}{\langle B^2 \rangle} \right) B dl' \right] + f_1 \quad (4.6a)$$

$$f_M = \frac{n}{(\pi^{1/2} v_T)^3} \exp(-K) \quad (4.6b)$$

donde $v_T = (2T/m)^{1/2}$ es la velocidad térmica local, $K = mv^2/(2T)$ la energía cinética normalizada, l la distancia a lo largo de la línea de campo y f_1 la perturbación que resulta de las pequeñas diferencias con respecto al equilibrio termodinámico.

Empleando las expresiones 4.6 en la ecuación 4.2 se llega a la siguiente ecuación estacionaria lineal para f_1 :

$$\vec{v}_L \cdot \vec{\nabla} f_1 + \dot{\alpha}_L \frac{\partial f_1}{\partial \alpha} + \dot{v}_L \frac{\partial f_1}{\partial v} - C(f_1) = D \quad (4.7)$$

donde

$$D = [-\vec{v}_D \cdot \nabla \rho (A_1 + K A_2) - B v \cos \alpha A_3] f_M \quad (4.8a)$$

$$A_1 = \frac{1}{n} \frac{dn}{dr} - \frac{3}{2T} \frac{dT}{dr} - \frac{e E_{\rho}}{T} \quad (4.8b)$$

$$A_2 = \frac{1}{T} \frac{dT}{dr} \quad (4.8c)$$

$$A_3 = \frac{-e \langle \vec{E} \cdot \vec{B} \rangle}{T B^2} \quad (4.8d)$$

A partir de la ecuación 4.7 se puede derivar un principio variacional para los flujos termodinámicos considerando $v_L = 0$. El principio variacional debe ser válido para todas las colisionalidades, para lograrlo primero es necesario reescribir la ecuación 4.7 de la siguiente forma:

$$\hat{V}(g_1) - \hat{C}(g_1) = D, \quad (4.9)$$

donde $g_1 \equiv f_1/f_M$, $\hat{V}(g_1) \equiv f_M V(g_1)$, $\hat{C}(g_1) \equiv C(f_M g_1)$ y $V \equiv \vec{v}_L \cdot \vec{\nabla} + \dot{\alpha}_L \partial/\partial \alpha$ es el operador linealizado de Vlasov.

Introduciendo la ecuación adjunta de 4.9 y la suma y resta de las distribuciones, que establecen, respectivamente, las cotas superior e inferior para F :

$$F^\pm \equiv \frac{1}{2}(g_1 \pm h_1) \quad (4.10)$$

se puede plantear la tasa de producción de entropía \dot{S} :

$$\dot{S} \equiv \dot{S}_0 - \{F^+, D\} \quad (4.11a)$$

$$\dot{S} = 2\{F^+, \hat{V}(F^-)\} - \{F^+, \hat{C}(F^+)\} + \{F^-, \hat{C}(F^-)\} - 2\{F^+, D\} \quad (4.11b)$$

\dot{S} es una cantidad variacional con respecto a F^\pm que mantiene un valor estacionario $\dot{S}_* = -\{F^+, D\}$, que puede escribirse como la relación entre los flujos promediados sobre las superficies de flujo, I_j y las fuerzas termodinámicas que los producen, A_j :

$$\dot{S}_* = -\{g_1, D\} = \sum_{j=1}^3 I_j A_j \quad (4.12)$$

Donde el producto interno $\{f, h\}$ está definido de la siguiente forma:

$$\{f, h\} \equiv 2\pi \int d(\cos \alpha) \int \langle fh \rangle v^2 dv \quad (4.13)$$

De acuerdo con la convención estándar del formalismo neoclásico I_1 está relacionado con la componente radial de la densidad de flujo de partículas $\vec{\Gamma}$, I_2 con la componente radial de la densidad de flujo de energía, \vec{Q} y finalmente I_3 está relacionado con la componente paralela de la densidad de corriente \vec{J} ;

$$I_1 \equiv \langle \vec{\Gamma} \cdot \vec{\nabla} \rho \rangle = - \sum_{n=1}^3 L_{1n} A_n \quad (4.14a)$$

$$I_2 \equiv \left\langle \frac{\vec{Q} \cdot \vec{\nabla} \rho}{T} \right\rangle = - \sum_{n=1}^3 L_{2n} A_n \quad (4.14b)$$

$$I_3 \equiv \frac{\langle \vec{J} \cdot \vec{B} \rangle}{qB_0} = - \sum_{n=1}^3 L_{3n} A_n \quad (4.14c)$$

Los coeficientes L_{ij} definidos en la ecuación 4.14 son los elementos de la matriz de transporte de Onsanger [3]. Las relaciones $\delta S / \delta F^\pm = 0$ junto con la definición de F^\pm conforman un principio variacional para calcular los elementos de la matriz de transporte para todas las frecuencias de colisiones. El valor extremal obtenido para \dot{S} obtenido al variar con respecto a F^+ corresponde a un mínimo y es un principio energético para determinar los flujos termodinámicos.

La distribución variacional definida en 4.10 puede expandirse en una serie de Fourier-Legendre de la siguiente forma:

$$F^\pm = \sum_{i=1}^3 A_i \left(\sum_l p_l(\cos \alpha) \sum_{m,n} \sum_{\gamma=c,s} F_{imnl}^{\pm\gamma}(v) e_{m,n}^\gamma(\theta, \phi) \right) \quad (4.15)$$

Donde $p_l(x) = (l + \frac{1}{2})^{1/2} P_l(x)$ son los polinomios de Legendre ortonormalizados. Los coeficientes $F^{pm\gamma}$ pueden expresarse con su dependencia de la velocidad factorizada de la siguiente forma:

$$F_{imnl}^{\pm\gamma} = \begin{cases} (vB/\Omega)f_{1mnl}^{\pm\gamma}, & i = 1, \\ (vB/\Omega)Kf_{2mnl}^{\pm\gamma}, & i = 2, \\ (vB/\Omega)f_{3mnl}^{\pm\gamma}, & i = 3, \end{cases} \quad (4.16)$$

En la práctica las ecuaciones para los coeficientes de transporte que se obtienen de utilizar la expansión de F^\pm en el principio variacional se resuelven para diferentes valores de $\hat{E} = E_\rho/v$ y $\hat{\nu} = \nu(K)/v$ para obtener $f_{imnl}^\gamma(\hat{E}, \hat{\nu})$. Los coeficientes L_{ij} definidos en 4.14 pueden expresarse en términos de las amplitudes normalizadas de Fourier de f y D :

$$(\hat{f}_{imnl}^\gamma, \hat{D}_{imnl}^\gamma) = \begin{cases} (v_T B/\Omega)K^{3/4}(f_{imnl}^\gamma, D_{imnl}^\gamma), & i \leq 2, \\ K^{1/4}(f_{3mnl}^\gamma, D_{3mnl}^\gamma), & i = 3 \end{cases} \quad (4.17)$$

Entonces,

$$L_{ij} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty K^{1/2} e^{-K} g_i g_j D_{ij}(K) dK, \quad (4.18)$$

con $g_1 = g_3 = 1, g_2 = K$, y los coeficientes de difusión monoenergéticos están dados por:

$$D_{ij}(K) = \frac{1}{2} \frac{nv_T}{V'} \sum_{\gamma=c,s} \sum_{m,n,l} \hat{D}_{imnl}^\gamma \times \hat{f}_{imnl}^\gamma \left[\frac{E_\rho}{v_T} K^{-1/2}, \frac{\nu(K)}{v_T} K^{-1/2} \right] \quad (4.19)$$

De estos coeficientes D_{11} describe el transporte radial, D_{33} la conductividad paralela y D_{31} es característico de la corriente de Bootstrap. Debido a la simetría de Onsanger sólo tres de estos coeficientes son independientes. Dichos coeficientes contienen información suficiente para calcular todos los flujos neoclásicos utilizando parámetros arbitrarios del plasma en una configuración magnética dada. [3]

En el regimen de baja colisionalidad (altas temperaturas) la integración numérica explícita de la ecuación cinética converge muy lentamente a una solución estacionaria. Esta convergencia puede mejorarse utilizando el principio energético para F^+ como base para el método de minimización del gradiente conjugado. Este método, que generaliza la técnica *steepest descent*, encuentra el mínimo de $\dot{S}(F^+)$ minimizando \dot{S} sucesivamente a lo largo de direcciones de búsqueda dadas por la combinación apropiada de los gradientes locales. [16]

El principal atributo del método de minimización del gradiente conjugado es la pequeña cantidad de almacenamiento necesaria comparada con los métodos de inversión de matrices. Un método para resolver matrices tridiagonales por bloque también mejora el tiempo de convergencia para bajas colisionalidades. [16]

Hay diversos problemas numéricos que limitan el rango de colisionalidades para las cuales DKES puede calcular los coeficientes monoenergéticos eficientemente. A pesar de que pueden utilizarse una mayor cantidad de modos de

Fourier y Legendre para mejorar la convergencia de las cotas superiores e inferiores calculadas para los coeficientes de transporte, el tiempo de cálculo se incrementa casi cúbicamente al incrementar los modos de Fourier y linealmente con el número de polinomios de Legendre empleados mientras que la convergencia de las cotas no mejora significativamente al modificarlos en el régimen de baja colisionalidad. [3]

Para una configuración magnética dada, DKES calcula los coeficientes monoenergéticos 4.19 sobre una superficie magnética, para una colisionalidad y campo eléctrico establecidos. La integración energética necesaria para calcular los coeficientes L_{ij} definidos en 4.18 se realiza utilizando el código de procesamiento LIJS, que realiza dos interpolaciones segmentarias cuadráticas (*bi-spline quadratic interpolation*) sobre la dependencia de los coeficientes de transporte de la colisionalidad y el campo eléctrico y después utiliza una rutina adaptativa para realizar la integración.

Capítulo 5

Corriente auto generada

La corriente auto generada, o de bootstrap como es llamada en inglés, es una corriente neoclásica, paralela al campo magnético, que se genera como consecuencia de los gradientes radiales de densidad y temperatura en presencia de un campo magnético inhomogéneo. [26]

Este tipo de corriente fue predicha y calculada, en el margen de la teoría de transporte neoclásico en el régimen de baja colisionalidad, para el tokamak a principios de la década de los 70 pero no fue detectada experimentalmente hasta mediados de los 80. Desde entonces ha demostrado ser de gran importancia para los dispositivos de confinamiento toroidal tokamak y stellarator. [13, 26]

En los tokamaks puede contribuir significativamente a la corriente toroidal, necesaria para mantener el confinamiento, mientras que en stellarators tiene un importante efecto en la transformada rotacional ι y consecuentemente en el equilibrio magnético.

5.1. Corrientes en el Plasma

En un stellarator el campo magnético es generado principalmente por el sistema de bobinas sin embargo éste se modifica por la corriente eléctrica que surge en el plasma para mantener el balance de fuerzas.

De la ecuación de equilibrio MHD, 2.1 se sigue que se requiere una corriente perpendicular \vec{J}_\perp para producir una fuerza magnética:

$$\vec{J}_\perp = \frac{\vec{B} \times \nabla p}{B^2} \quad (5.1)$$

Además, de la ecuación de Ampere, es necesario cumplir la condición $\nabla \cdot \vec{J} = 0$, pero en general la divergencia de \vec{J}_\perp ;

$$\nabla \cdot \vec{J}_\perp = (\vec{B} \times \nabla p) \cdot \nabla \left(\frac{1}{B^2} \right) \quad (5.2)$$

no se hace cero. Por lo cual es necesario introducir una componente paralela de la corriente, $\vec{J} = J_{\parallel}\vec{B}/B + \vec{J}_{\perp}$, dada por:

$$J_{\parallel} = u(\psi, \theta, \phi)p'(\psi)B + \frac{\langle J_{\parallel}B \rangle B}{\langle B^2 \rangle} \quad (5.3)$$

donde la función $u(\psi, \theta, \phi)$ satisface la ecuación:

$$\vec{B} \cdot \nabla u = -(\vec{B} \times \nabla\psi) \cdot \nabla \left(\frac{1}{B^2} \right) \quad (5.4)$$

El primer término del lado derecho de la ecuación 5.3 se define como la corriente de Pfirsch-Schlüter y se hace cero en configuraciones con curvatura geodésica¹. El segundo término incluye la corriente de bootstrap y la corriente óhmica, esta última no contribuye en plasmas que satisfacen la ley convencional de Ohm. [13]

La cantidad $\langle J_{\parallel}B \rangle$ no está determinada por el equilibrio MHD y necesita ser calculada utilizando teoría cinética. Pero para la geometría del stellarator sólo se puede resolver la ecuación cinética de deriva (DKE) analíticamente en límites particulares. En general la corriente y todos los coeficientes de transporte neoclásico deben ser calculados numéricamente. [13]

A continuación se describe cualitativamente el mecanismo físico que genera la corriente de bootstrap como se muestra en [26]. Empezaremos por describir la generación de esta corriente en un tokamak, donde la geometría es más simple que para el caso del stellarator.

5.2. Órbitas Banana

Debido a la geometría de un tokamak y a la disposición de las bobinas, el campo magnético producido no es uniforme; como las bobinas se encuentran más cercanas entre sí en la parte central del toro que en la parte exterior, la intensidad del campo magnético varía de forma inversamente proporcional al radio R, medido desde el centro del toro, $B \propto 1/R$.

Si el campo magnético varía lentamente con respecto a la frecuencia de giro de las partículas, entonces el momento magnético ($\mu = mv_{\perp}^2/2B$) es un invariante adiabático. Además, como la fuerza magnética no hace trabajo, la energía cinética ($K = mv^2/2$) se conserva. A partir de estas dos constantes se puede demostrar que las componentes paralela y perpendicular al campo magnético de la velocidad satisfacen la siguiente relación:

$$\left(\frac{v_{\parallel 0}}{v_{\perp 0}} \right)^2 < \frac{B_{\text{máx}} - B_{\text{mín}}}{B_{\text{mín}}} \approx \frac{2r}{R} = 2\epsilon \quad (5.5)$$

¹Las configuraciones con curvatura geodésica, también llamadas *omnigeneous configurations*, son aquellas para las cuales las líneas de fuerza son geodésicas de la superficie de flujo sobre la cual se encuentran.

se encuentran atrapadas en el espejo magnético formado por la variación del campo \vec{B} a lo largo de una línea de campo. $B_{\text{mín}}$ y $B_{\text{máx}}$ son, respectivamente, la intensidad mínima y máxima del campo magnético en la superficie magnética [7]. Estas partículas se mantienen atrapadas en la región exterior de la superficie magnética como se muestra en la imagen 5.1. Como consecuencia de la curvatura del campo magnético y su inhomogeneidad las partículas no siguen las líneas de campo exactamente sino que tienen una deriva que en el caso de un tokamak es en la dirección vertical (1.2), lo que lleva al ensanchamiento de la órbita. La forma de la proyección poloidal de las órbitas que siguen las partículas atrapadas le da el nombre de órbitas banana.

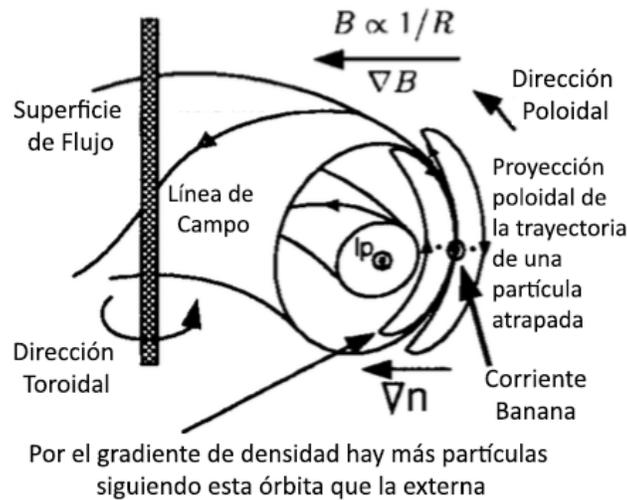


Figura 5.1: Órbitas Banana. Se puede apreciar la forma característica de banana que tienen las órbitas de las partículas atrapadas por la existencia de máximos y mínimos del campo magnético sobre una línea de campo [26].

Si consideramos dos iones atrapados, que inician en el mismo punto de la superficie magnética con la misma energía y momento magnético pero con signo opuesto de la velocidad paralela al campo, el ion con $v_{\parallel} < 0$ tiene una deriva hacia el interior del toro, mientras que el de velocidad positiva deriva hacia el exterior. El radio promedio de la órbita interior es mayor que el de la superficie magnética correspondiente. Si existe un gradiente en la densidad radial esta órbita estará más poblada de lo que se esperaría por la densidad en la superficie de flujo. Para el caso de la órbita externa la densidad será menor a la esperada. Como consecuencia se tendrán más iones atrapados moviéndose en la dirección toroidal negativa que en la positiva.

Como los electrones tienen una deriva opuesta a la de los iones, la asimetría en la distribución de los electrones es en la dirección contraria, lo que lleva a la generación de una corriente paralela al campo magnético. Esta corriente,

llamada corriente banana, es una parte de la corriente de bootstrap.

5.3. Corriente de Bootstrap

La principal contribución a la corriente de bootstrap es debido a las partículas circulantes, es decir las que no se quedan atrapadas por el espejo magnético sino que circulan a lo largo de toda la línea de campo. Se genera a través del acoplamiento entre las partículas atrapadas y circulantes debido a las colisiones.

Las órbitas tipo banana descritas en la sección anterior generan una asimetría en la distribución de velocidades de las partículas atrapadas como se muestra en la figura 5.2. Las colisiones entre partículas atrapadas y circulantes se encargarán de suavizar la discontinuidad y hará que las velocidades de las partículas circulantes también tengan una asimetría entre iones y electrones. El tiempo entre colisiones ión-electrón es mucho más grande que entre iones; $\tau_{ie} \gg \tau_{ii}$, por lo cual los iones interactúan principalmente entre ellos, la solución considerando colisiones será una maxwelliana con un desplazamiento determinado por la asimetría de las partículas atrapadas. En el caso de los electrones $\tau_{ee} \sim \tau_{ei}$ y en este caso la pérdida de momento se da principalmente en las interacciones con iones que ya tienen una función de distribución modificada, por esta razón su distribución de velocidades también se desplaza pero no tanto como el caso de los iones. La asimetría en las distribuciones de velocidades para iones y electrones, una vez que se han considerado las colisiones, se muestra en la parte (b) de la figura 5.2. De esta forma las partículas circulantes también contribuyen a la corriente de bootstrap. [26]

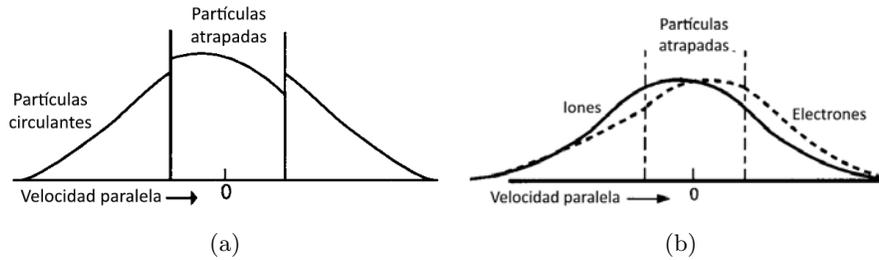


Figura 5.2: Distribuciones de velocidades para iones atrapados (a), se puede observar la discontinuidad que se genera si no se consideran colisiones. Del lado derecho se muestran las distribuciones de velocidades de iones y electrones considerando que existen colisiones entre las partículas atrapadas y circulantes. [26]

En general no sólo los gradientes de densidad contribuyen a la generación de la corriente de bootstrap, la teoría completa considera también los gradientes de temperatura para cada especie (iones, electrones).

Adicionalmente en el caso de un stellarator la corriente de bootstrap no sólo depende de la inhomogeneidad del campo asociada a la curvatura toroidal sino

también de la generada debido a la helicidad que producen las bobinas externas. La dirección de la corriente depende, en este tipo de geometría, de la inclinación de las líneas de campo respecto al giro helicoidal. Tiene una tendencia a divergir cuando la línea de campo entra en resonancia con el giro helicoidal y cambia de signo cuando se ha pasado la resonancia. En un stellarator se espera que la corriente de bootstrap tenga cualquier signo dependiendo del mecanismo que domine. [26]

Introduciendo las expresiones para las fuerzas termodinámicas 4.8 en la ecuación 4.14c se pueden encontrar expresiones para la densidad de corriente paralela de cada tipo de partícula. Asumiendo que A_3 (4.8d) es despreciable se llega a:

$$\frac{\langle \vec{J}_b \cdot \vec{B} \rangle}{q_b B_0} = -L_{31} \left(\frac{1}{n} \frac{dn}{dr} - Z_b e \frac{E_\rho}{T_b} - \frac{3}{2} \frac{1}{T_b} \frac{dT_b}{dr} \right) - L_{32} \frac{1}{T_b} \frac{dT_b}{dr} \quad (5.6)$$

Donde q_b , T_b y n son la carga, temperatura y densidad de la especie de partículas b , E_ρ es el campo eléctrico radial y B_0 es el armónico de Fourier (0,0) del campo magnético. Los coeficientes L_{ij} son los coeficientes de transporte calculados integrando los coeficientes monoenergéticos calculados con DKES. La integral (4.18) se calcula para un campo E_ρ dado, el cual se obtiene a través de la condición ambipolar para el flujo de partículas radiales (iones y lectrones):

$$\langle \Gamma_e \rangle (E_\rho) = \langle \Gamma_i \rangle (E_\rho) \quad (5.7)$$

Este campo eléctrico se puede encontrar usando la condición anterior y la expresión explícita para los flujos de partículas 4.14a:

$$\langle \vec{\Gamma}_b \cdot \vec{\nabla} \rho \rangle = -L_{11} \left(\frac{1}{n} \frac{dn}{dr} - Z_b e \frac{E_\rho}{T_b} - \frac{3}{2} \frac{1}{T_b} \frac{dT_b}{dr} \right) - L_{12} \frac{1}{T_b} \frac{dT_b}{dr} \quad (5.8)$$

Por lo tanto para calcular la corriente de bootstrap es necesario contar con los coeficientes de difusión monoenergéticos D_{11} y D_{31} calculados con el código DKES, para diferentes valores de colisionalidad y campo eléctrico.

5.4. Consecuencias de la Corriente de Bootstrap

La corriente de bootstrap es de gran importancia para los stellarators debido al impacto que tiene sobre el perfil radial de la transformada rotacional. Como ya se mencionó, en este tipo de dispositivo de confinamiento la corriente paralela puede tener cualquier signo y puede ser suficientemente grande como para cancelar la transformada rotacional que se tiene en el vacío o duplicarla. El stellarator es particularmente sensible al perfil de la transformada rotacional ι porque las resonancias entre $\iota = n/m$ y las asimetrías naturales de la configuración pueden producir islas magnéticas y regiones de campo magnético estocástico. [6] Además si la corriente total no es cero la transformada rotacional en el borde del plasma cambia y esto puede interferir con los divertores, diseñados para desviar las impurezas a lugares específicos del sistema. [14]

En general, el equilibrio, estabilidad y las propiedades de transporte de un stellarator son sensibles a la transformada rotacional por lo cual es de gran importancia conocer el comportamiento de la corriente de bootstrap y su efecto en la transformada rotacional para este tipo de dispositivos. [6]

Capítulo 6

Resultados

El proceso que se siguió para obtener los resultados de este trabajo es el que se muestra en la figura 6.1. Primero se calcula el equilibrio magnético utilizando el código VMEC, para ello se debe proporcionar el perfil radial de la transformada rotacional ι o el perfil de la corriente toroidal. Con la configuración magnética que se obtienen de VMEC se emplea el código DKES para encontrar los coeficientes monoenergéticos para un rango de valores de campo eléctrico, colisionalidad y radio. Integrando estos resultados con el código de post procesamiento LIJS se obtienen los coeficientes de transporte a partir de los cuales se calcula el perfil radial de la corriente de bootstrap. A fin de que el cálculo sea auto consistente se inserta esta corriente en VMEC y se repite el procedimiento hasta que la configuración magnética no varíe entre cada iteración.

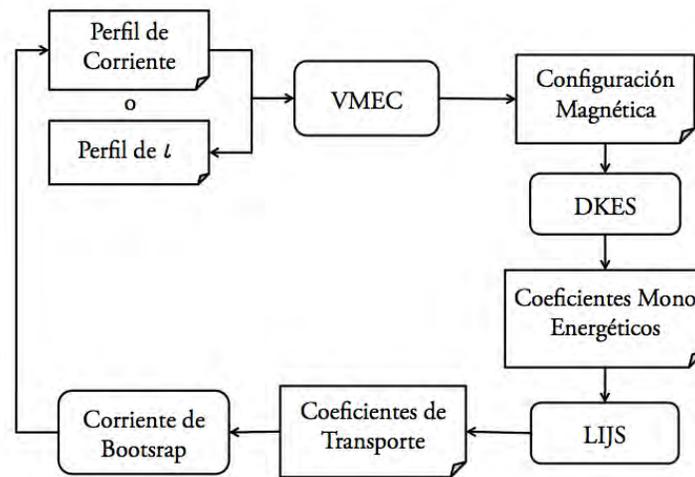


Figura 6.1: Esquema del procedimiento utilizado para obtener el perfil radial de la corriente de bootstrap.

6.1. Configuración Magnética

La configuración magnética usada para todos los cálculos que se muestran a continuación es la 100_44_64 del heliac TJ-II, descrita en la sección 3.3. Esta configuración tiene un radio mayor $R = 1.504$ m, un radio menor $a = 0.208$ m, un volumen $V = 1.2871$ m³ y un campo magnético promediado sobre el volumen $\langle B \rangle = 0.797$ T. El perfil radial de la transformada rotacional en el vacío que se utiliza en la primera iteración se muestra en la gráfica 6.2, que se comporta de forma monótona creciente y con una pequeña variación característica de TJ-II, entre $\iota(0) = -1.55$ y $\iota(1) = -1.68$, es decir tiene una baja cizalla magnética.

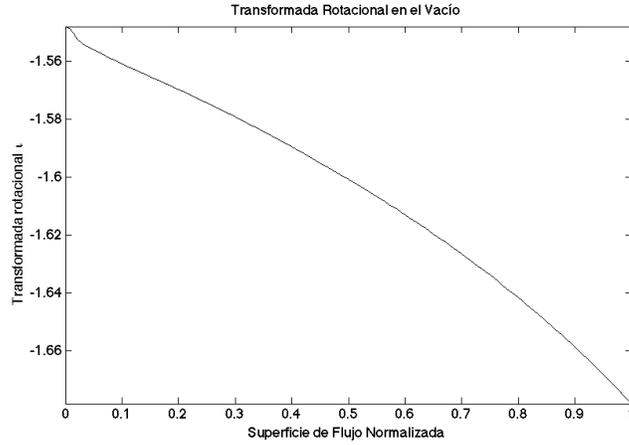


Figura 6.2: Perfil radial de la transformada rotacional en el vacío para la configuración 100_44_64 de TJ-II.

6.2. Coeficientes de Transporte

Se obtuvieron los coeficientes de transporte utilizando el código DKES y la configuración magnética presentada en la sección anterior. Se calcularon para 15 valores de la colisionalidad $\hat{\nu}$ entre 3×10^{-5} y 3×10^2 y 12 valores del campo eléctrico \hat{E} entre 0 y 3×10^1 . El cálculo se repitió para 27 valores del radio.

Los resultados del cálculo inicial para la superficie magnética normalizada $\rho = 0.5$ se muestran en la figura 6.3 para D_{11} y en 6.4 para el coeficiente relacionado con la corriente de Bootstrap D_{13} . Las barras de error corresponden a las cotas superior e inferior que calcula DKES y el valor promedio es el indicado por el marcador, se puede observar el problema de convergencia que tiene el código para bajas colisionalidades. Se utilizaron hasta 200 polinomios de Legendre, 60 armónicos de Fourier para la dependencia toroidal y 35 para la dependencia poloidal. Aunque sólo se muestran los resultados para un valor radial intermedio

los cálculos se realizaron para 27 valores radiales diferentes entre $\rho = 0.02$ y $\rho = 1$.

En estos resultados para el coeficiente monoenergético de difusión D_{11} , a pesar de las grandes barras de error, es posible observar el comportamiento $1/\nu$ para bajos campos eléctricos y la aparición del régimen $\sqrt{\nu}$ al aumentar el valor del campo. Los resultados coinciden con los obtenidos en [3] y es claro el comportamiento de Plateau, donde los coeficientes no dependen de la colisionalidad, y el de Pfirsch-Schlütter para los valores de colisionalidad más grandes.

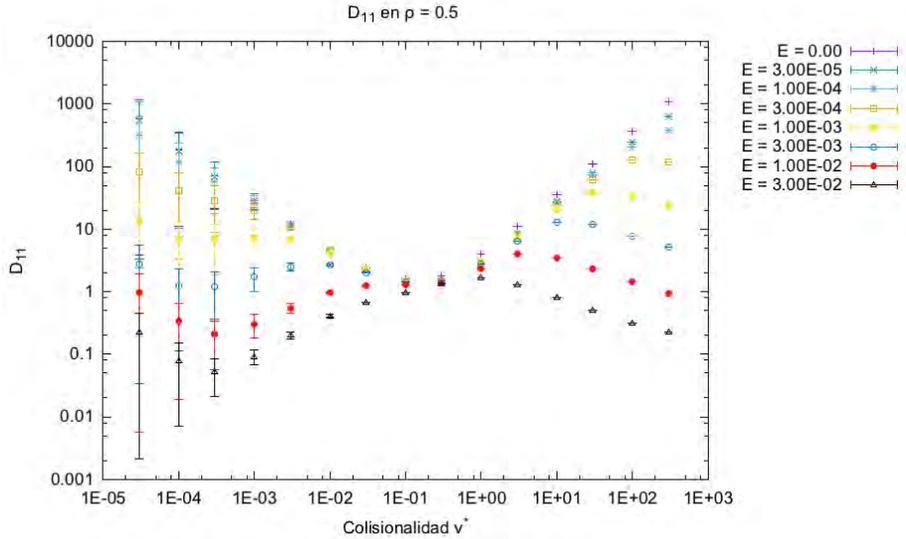


Figura 6.3: Coeficientes de difusión D_{11} calculados con DKES para el stellarator TJ-II en la configuración 100_44_64 para la superficie magnética normalizada $\rho = 0.5$. Se muestra la dependencia que tienen con la colisionalidad; se puede observar el régimen $1/\nu$, el de Plateau y el de Pfirsch Schlütter.

En la segunda iteración del procedimiento descrito en la sección 6 se obtuvieron nuevamente los coeficientes monoenergéticos pero ahora para tres perfiles de densidad diferentes. El comportamiento de los coeficientes es muy similar para los casos estudiados. Especialmente importante es el caso de altas densidades pues en este, para colisionalidades bajas, a fin de mejorar la convergencia se incrementaron el número de armónicos de Fourier hasta 100 para la dependencia toroidal, 60 para la dependencia poloidal y hasta 200 polinomios de Legendre. A pesar de que hay una mejora en la convergencia, nunca llegan a coincidir las cotas superior e inferior y el incremento en el tiempo de cómputo al aumentar el número de armónicos es significativo.

Por cuestiones de disponibilidad de tiempo de cómputo este tipo de cálculos con mayor número de polinomios y armónicos sólo se realizaron para el caso de densidades altas. En la figura 6.5 se muestran los resultados para el coeficiente

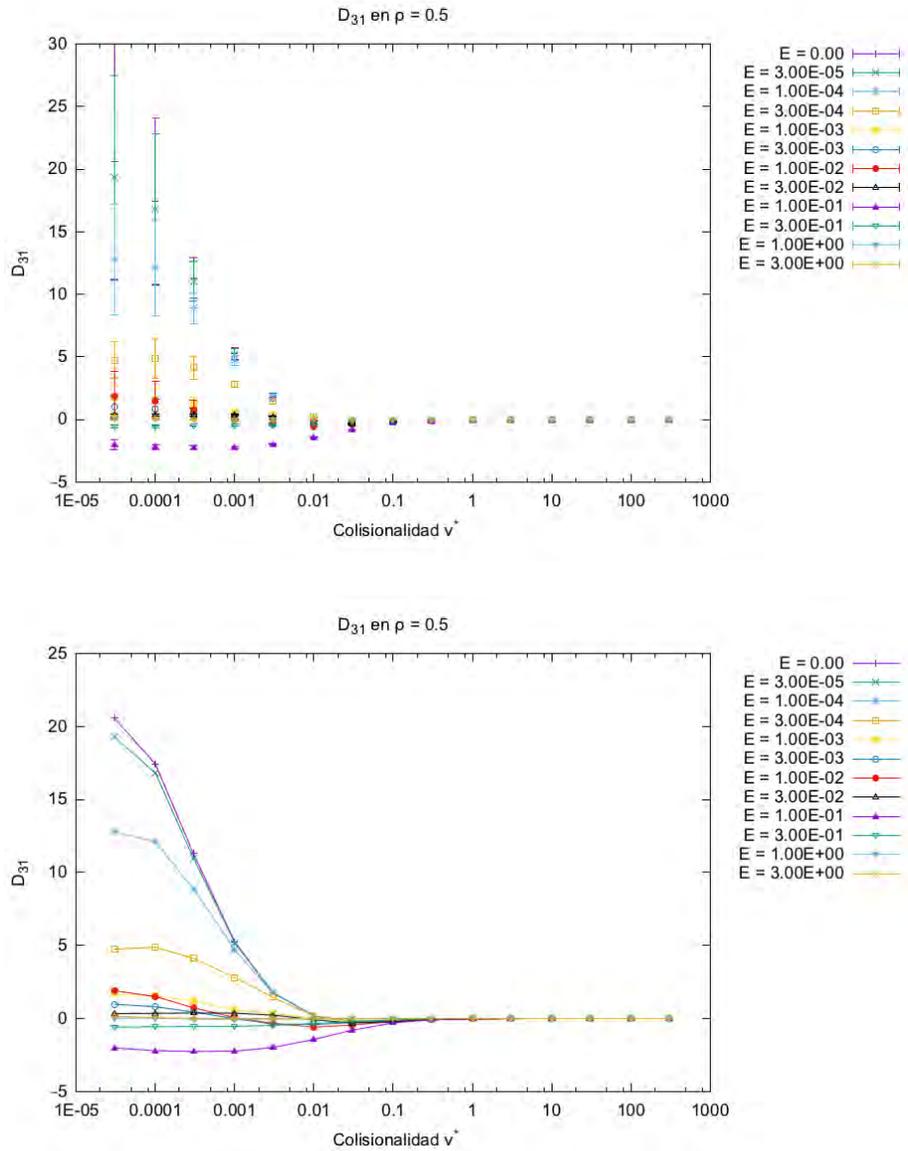


Figura 6.4: Coeficientes de transporte D_{31} para la configuración 100.44.64 de TJ-II en la superficie magnética normalizada $\rho = 0.5$ calculados con el código DKES. En (a) son evidentes los problemas de convergencia que tiene este programa para bajas colisionalidades, principalmente cuando coincide con campos eléctricos pequeños. En (b) se omiten las barras de error para mostrar claramente el comportamiento para cada campo eléctrico \hat{E}

monoenergético de transporte radial D_{11} , en este gráfico se ven claramente los diferentes regímenes de colisionalidad mostrados en 4.1. También se muestran los coeficientes de difusión monoenergéticos para densidades bajas e intermedias en la figura 6.6, a pesar de los problemas de convergencia evidentes para colisionalidades bajas se observa un comportamiento similar al de altas densidades.

Los resultados para D_{31} obtenidos son consistentes con los reportados por Velasco [31] y Tribaldos [28] para el mismo aparato y son similares a los reportados en [3] para otros stellarators como LHD. Para colisionalidades altas se puede observar que el coeficiente D_{31} tiende a cero como se espera de la teoría neoclásica, pues en este límite ya no hay partículas atrapadas que produzcan la corriente de bootstrap. Los resultados para el radio intermedio considerando densidad alta, media y baja se muestran, respectivamente en las figuras 6.7, 6.8 y 6.9. Las grandes barras de error no permiten discernir el comportamiento de los coeficientes a bajas colisionalidades para el caso de densidad baja e intermedia, sin embargo el comportamiento es cualitativamente similar en los tres casos.

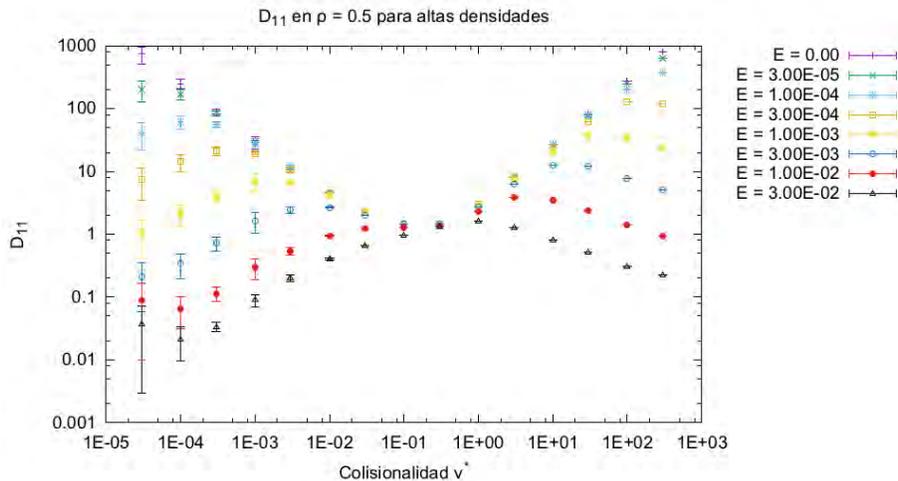


Figura 6.5: Coeficientes de transporte monoenergéticos D_{11} calculados con DKES para un perfil de densidad alta en la configuración 100_44_64 de TJ-II. Se identifican claramente los diferentes regímenes de colisionalidad mostrados en 4.1; la dependencia $\sqrt{\nu}$, $1/\nu$, plateau y de Pfirsch-Schlütter. También se puede observar una mejora en la convergencia de las cotas superior e inferior para bajas colisionalidades con respecto al cálculo realizado con una menor cantidad de armónicos.

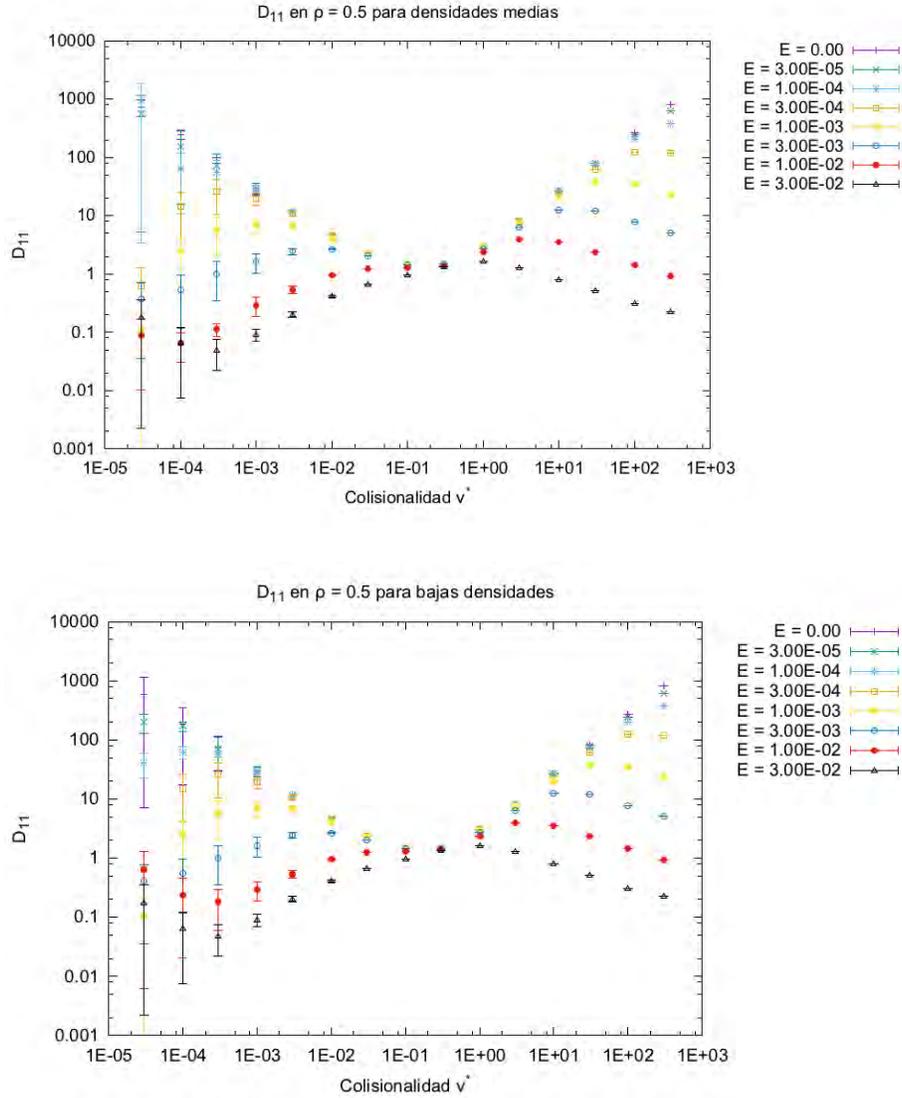


Figura 6.6: Coeficientes de transporte monoenergéticos D_{11} calculados con DKES en la configuración 100.44.64 de TJ-II. La gráfica superior corresponde a los perfiles de densidad media y la inferior a los de baja densidad. Se identifican claramente los diferentes regímenes de colisionalidad mostrados en 4.1; la dependencia $\sqrt{\nu}$, $1/\nu$, plateau y de Pfirsch-Schlütter. Las grandes barras de error a bajas colisionalidades son un problema conocido del código DKES.

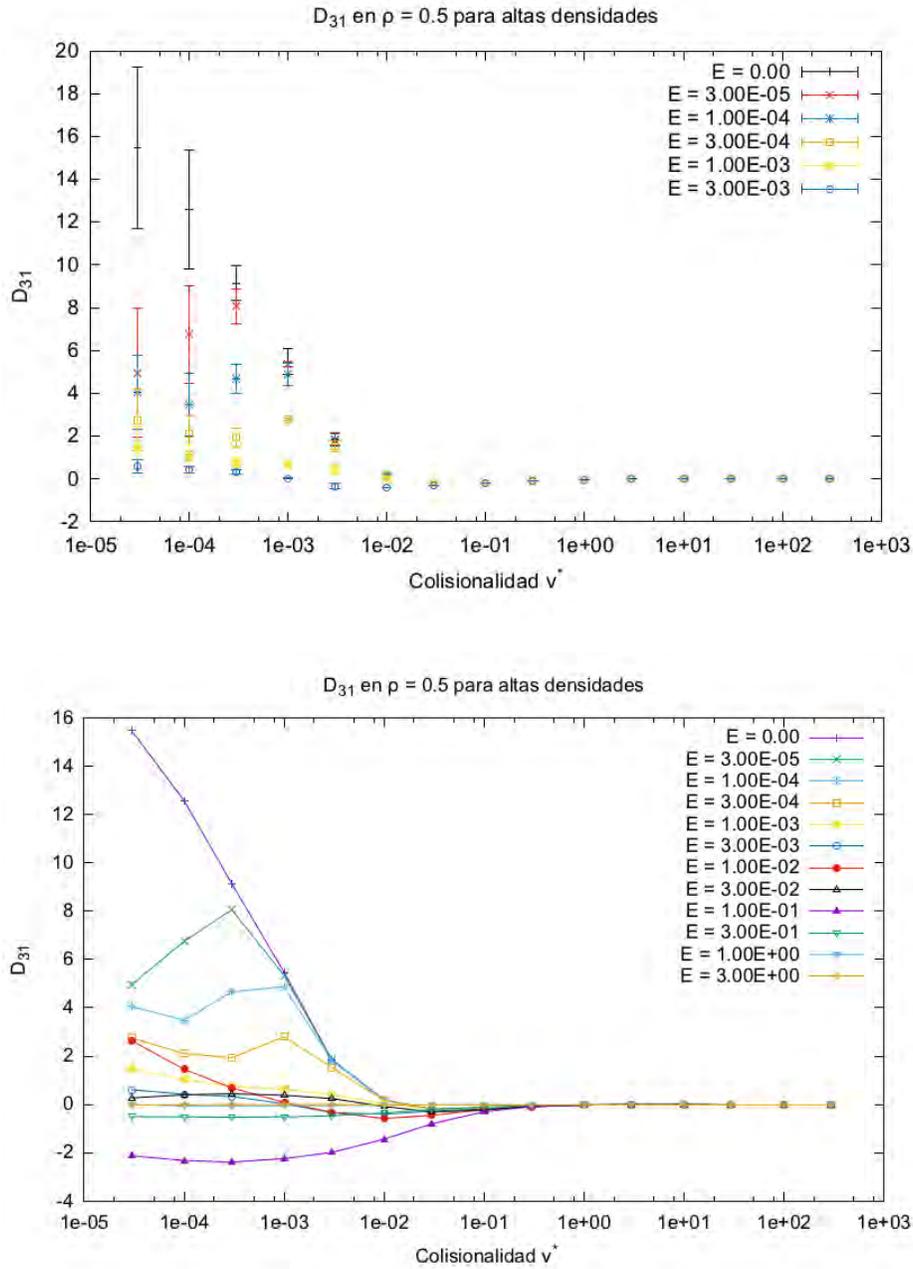


Figura 6.7: Coeficientes de transporte D_{31} para la configuración 100.44.64 de TJ-II en la superficie magnética normalizada $\rho = 0.5$ calculados con el código DKES para altas densidades. En (b) se omiten las barras de error para mostrar claramente el comportamiento para cada campo eléctrico. En (a) se puede notar cómo mejora la convergencia de los límites superior e inferior con respecto a los cálculos realizados en la primera iteración utilizando un menor número de armónicos.

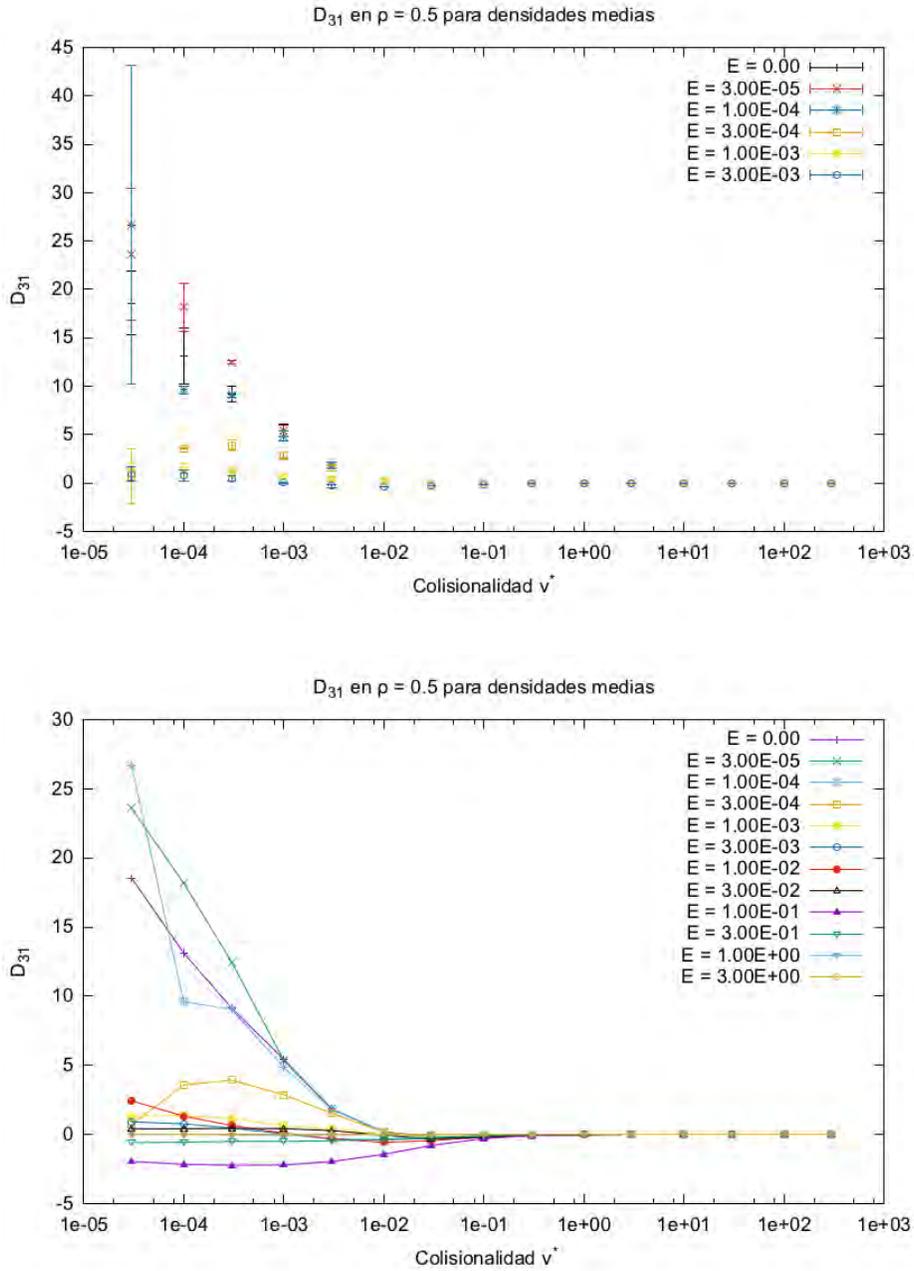


Figura 6.8: Coeficientes de transporte D_{31} para la configuración 100.44.64 de TJ-II en la superficie magnética normalizada $\rho = 0.5$ calculados con el código DKES para densidades intermedias. En (b) se omiten las barras de error para mostrar claramente el comportamiento para cada campo eléctrico. En (a) se observa la mala convergencia para colisionalidades bajas que se obtiene con DKES.

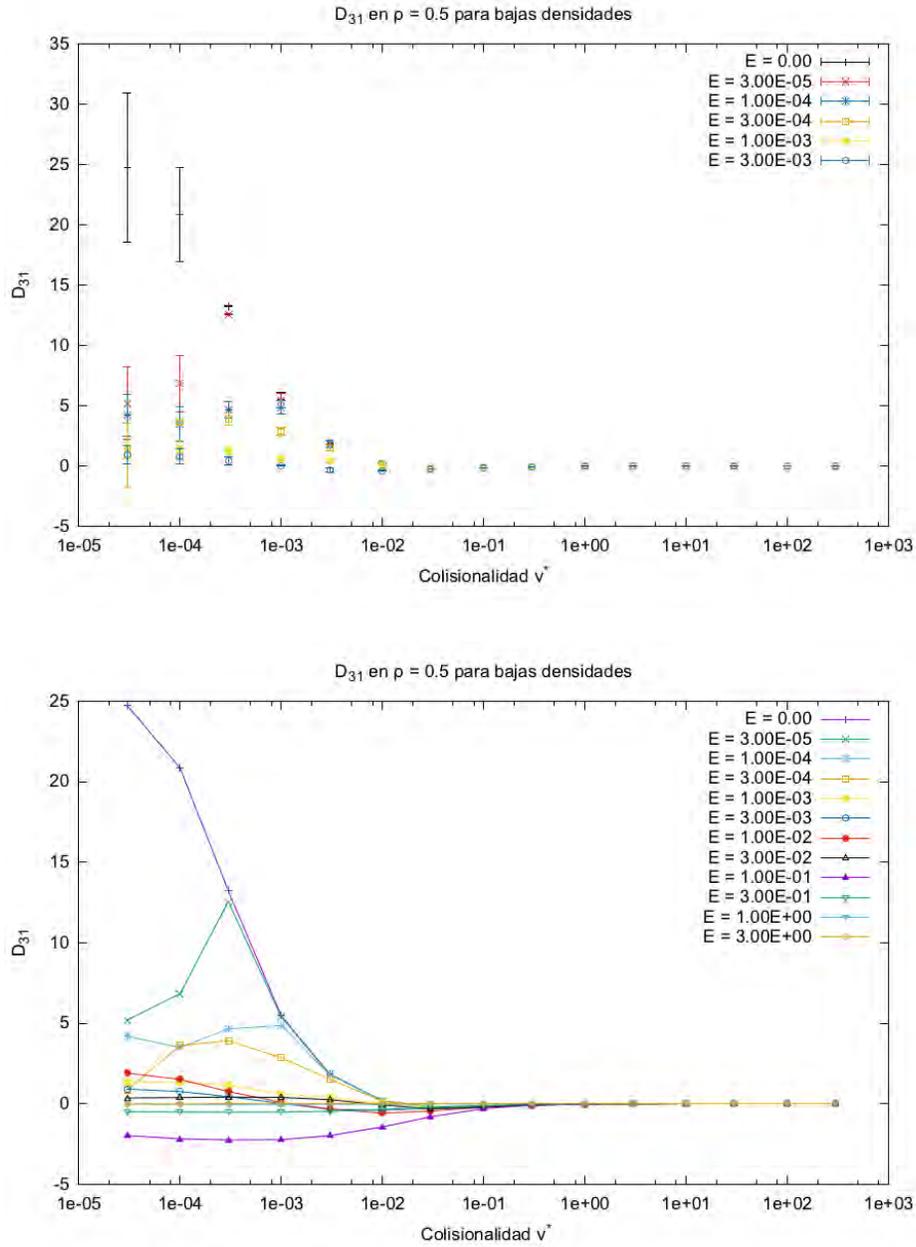


Figura 6.9: Coeficientes de transporte D_{31} para la configuración 100.44.64 de TJ-II en la superficie magnética normalizada $\rho = 0.5$ calculados con el código DKES para bajas densidades. En (b) se omiten las barras de error para mostrar claramente el comportamiento para cada campo eléctrico. En (a) se observa la mala convergencia para colisionalidades bajas que se obtiene con DKES.

6.3. Corriente Auto-generada

Para calcular la corriente auto-generada se utiliza la expresión 5.6 que requiere, además de los coeficientes de transporte D_{31} , el campo eléctrico radial y los perfiles de temperatura y densidad para cada especie de partículas. El campo eléctrico radial se calcula directamente en el código LIJS utilizando la condición de ambipolaridad 5.7 y los coeficientes monoenergéticos de difusión D_{11} en la expresión para los flujos de partículas 4.14a.

TJ-II es operado con hidrógeno por lo cual, si consideramos que el contenido de impurezas es bajo, $Z_b = 1$ y sólo tendremos dos especies de partículas; iones y electrones. Los perfiles de temperatura y densidad para estas dos especies fueron tomados de los reportados en [12]. Como se explica en este artículo, en TJ-II se presentan típicamente tres tipos de regímenes de colisionalidad en los plasmas producidos, los cuales se pueden caracterizar por el valor de la densidad de línea de los electrones.

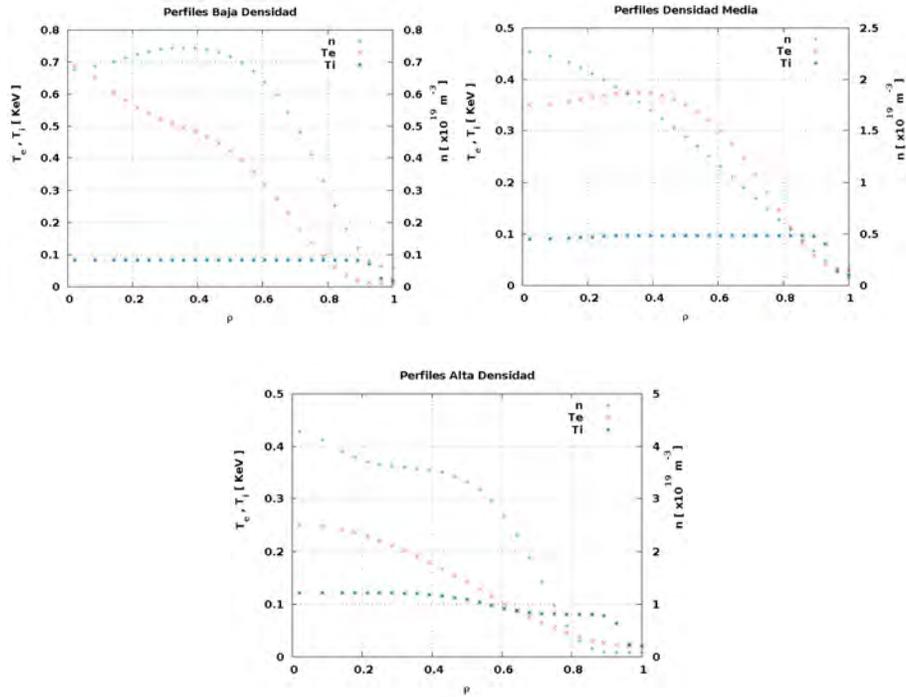


Figura 6.10: Perfiles de densidad y temperatura típicos del heliac TJ-II caracterizados por la densidad media de los electrones.

El régimen de baja densidad con temperatura alta de los electrones (LDHT) es característico de los plasmas calentados mediante la inyección de ondas a la frecuencia ciclotrónica de los electrones (ECH). Este régimen se caracteriza

por un camino libre medio largo de las partículas en el plasma, es decir por colisionalidades bajas. El siguiente régimen es el de temperatura y densidad media de los electrones (IDT), se presenta típicamente cuando el calentamiento se realiza con ECH y NBI (Inyección de haces neutros). Finalmente, para altas densidades y temperaturas bajas (HDLT), plasmas calentados por NBI, se tiene un camino libre medio pequeño para iones y electrones con un transporte radial en el régimen de plateau.

Los perfiles de temperatura y densidad que se muestran en la figura 6.11 son los correspondientes a la clasificación descrita, tomados de [12]. Estos corresponden al promedio de los valores experimentales medidos con dispersión de Thompson para varias descargas.

Se integraron los coeficientes monoenergéticos D_{31} utilizando el código LIJS, que utiliza la expresión 4.18 para $L_{31} = L_{32}$ en cada radio y luego los utiliza en la ecuación 5.6 para calcular el perfil radial de la corriente de bootstrap para cada una de las densidades presentadas. Posteriormente esta corriente se introdujo en VMEC para calcular autoconsistentemente la corriente de bootstrap nuevamente. Se identificó que en la segunda iteración el equilibrio magnético no variaba sustancialmente. Los resultados mostrados corresponden a esta segunda iteración.

La corriente auto generada se calculó para los límites superior e inferior de los coeficientes de transporte obtenidos de DKES, así como para el promedio de estos valores, para electrones y iones, la corriente total mostrada es la suma de éstas últimas. De las gráficas es claro que la corriente de bootstrap depende de forma importante de los gradientes de presión y que los principales portadores de la corriente son los electrones, debido a que sus temperaturas son mayores que las de los iones para todas las densidades. Como en el caso de partículas termalizadas $\nu^* \propto n/T^2$ entonces una alta temperatura significa menor colisionalidad y como se puede ver en 6.4, el coeficiente de transporte asociado a la corriente es consecuentemente también mayor. Para todos los casos la corriente de bootstrap es despreciable en el borde, donde los gradientes, tanto de densidad como de temperatura son muy bajas.

Para densidades bajas se aprecia una discontinuidad cercana al radio intermedio, que marca un cambio de signo en el valor de la corriente total, seguido por un nuevo incremento de la corriente que coincide cualitativamente con la forma de los perfiles que se muestran en [31] y [28] para este régimen de densidad.

Sin embargo el proceso utilizado por DKES para calcular los coeficientes monoenergéticos emplea el operador simplificado de Lorentz para las colisiones que no cumple la conservación de momento. Para forzar esta conservación es necesario seguir el método descrito en [24] para el cual se requieren los coeficientes D_{33} . Al considerar esta corrección se incrementa la contribución de los iones a la corriente total y el valor de ésta se reduce, conservando la forma del perfil radial.

Tal como se observa en el artículo de Tribaldos [28] los iones contribuyen muy poco a la corriente en todas las densidades si no se considera la corrección de momento, como en el caso de este trabajo.

En el caso de densidades intermedias, no se reporta en la literatura ningún

cálculo para el cual se consideren perfiles similares de densidad y temperatura. Comparando con el perfil reportado por Velasco, se observa un pico para el radio normalizado $\rho = 0.6$ que coincide con un máximo que aparece en nuestros cálculos, sin embargo no queda claro si este dato corresponde a una inestabilidad del código o un problema asociado a las grandes barras de error de los coeficientes de transporte, pues es una transición poco suave.

Finalmente para altas densidades el comportamiento de la corriente total coincide con el que se reporta para este régimen de densidad en [31], excepto en la región cercana al centro, donde según nuestros cálculos, la corriente total es positiva. El valor máximo de la corriente auto-generada se encuentra para un radio intermedio ($\rho \approx 0.5$) y tiene un valor ligeramente menor a 30 kA, mayor al que han encontrado otros autores pero consistente con el valor esperado sin utilizar la corrección de momento.

La corriente total se calculó integrando los perfiles de corriente sobre todo el volumen. Para los plasmas calentados con ECH se obtuvo una corriente toroidal total $I_{tor} = -4.2$ kA, de $I_{tor} = -7.6$ kA para densidades intermedias y de $I_{tor} = -5.5$ kA para los plasmas con densidades electrónicas altas. Estos valores son sustancialmente más altos que los medidos en otros trabajos y los medidos experimentalmente.

6.4. Transformada Rotacional

Finalmente se introdujeron los perfiles radiales obtenidos para la corriente de Bootstrap en VMEC para obtener los nuevos perfiles de la transformada rotacional ι . Cuando la corriente total es positiva se reduce el valor de ι con respecto a su valor en el vacío e incrementa cuando la corriente es negativa. Como las corrientes encontradas tienen un comportamiento no monótono la transformada rotacional se comporta de la misma manera y se pueden encontrar varios puntos para los cuales toma el valor racional $\iota = 8/5 = 1.6$. Esta transformada rotacional corresponde a líneas de campo que dan 5 vueltas toroidales por cada 8 vueltas poloidales, juega un papel importante en TJ-II ya que se ha observado fenomenología MHD asociada a ella y cae regularmente en el rango de valores que toma ι .

Los radios donde la transformada rotacional toma valores racionales de bajo orden se asocian con la formación de islas magnéticas y en TJ-II parecen estar ligados a barreras de transporte, regiones en las que los flujos radiales hacia el exterior se ven reducidos [21], por lo cual se espera que para estos puntos la difusividad sea mínima.

En [22] se muestran las mediciones de difusividad térmica efectiva de los electrones, en función del radio menor, para un barrido de varias configuraciones magnéticas de TJ-II en un régimen de baja densidad. En la imagen 6.13 se observan los resultados mencionados, donde los colores indican el valor de la difusividad para el barrido de la corriente en la bobina helicoidal I_{hx} . La configuración considerada en este trabajo corresponde a ($I_{hx} = 4.4$ kA) para la cual se indican en la figura 6.12 los radios en los cuales la transformada rota-

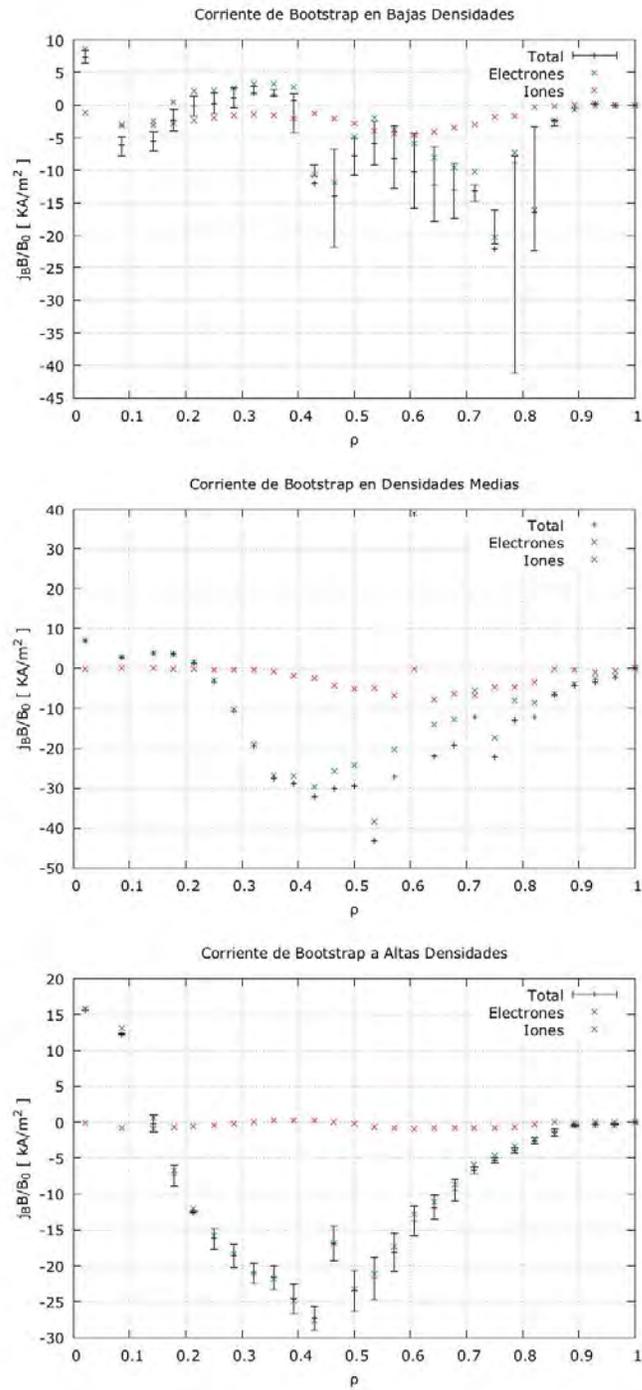


Figura 6.11: Corriente auto-generada calculada para tres regímenes de presión típicos en TJ-II. Por claridad sólo se muestran las barras de error para la corriente total en densidades altas y bajas.

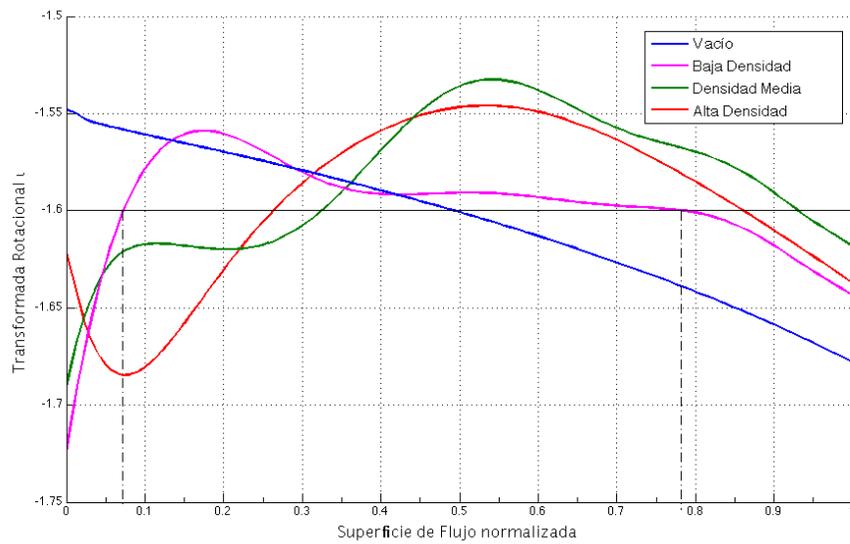


Figura 6.12: Perfil radial de la transformada rotacional ι considerando el efecto de la corriente de bootstrap en la configuración magnética. En rosa se muestra el valor de la transformada rotacional obtenido de la configuración magnética en el vacío. Se indica con una línea punteada la posición de la racional $8/5$ y los radios en los cuales ι toma este valor para el perfil de baja densidad.

cional toma el valor racional de bajo orden $\iota = 8/5$. Podemos ver que para la configuración magnética en el vacío la intersección se da en el radio $r_{\text{eff}} = 0.7$, que corresponde a una zona de baja difusividad. Al considerar la corriente auto generada aparecen dos puntos de resonancia, uno ubicado en $r_{\text{eff}} \approx 0.27$, que también cae en una zona de baja difusividad. La segunda resonancia, que ocurre para un radio efectivo $r_{\text{eff}} \approx 0.88$ se encuentra en una región de difusividad muy alta. Sin embargo en una región que va desde $r_{\text{eff}} = 0.6 - 0.9$ la transformada rotacional tiene un perfil muy plano y cercano al valor de la resonancia $\iota = 8/5$. Un pequeño cambio en la transformada rotacional, posible debido a la incertidumbre en los cálculos realizados con DKES, colocaría la posición de la resonancia en radios más consistentes con lo observado experimentalmente.

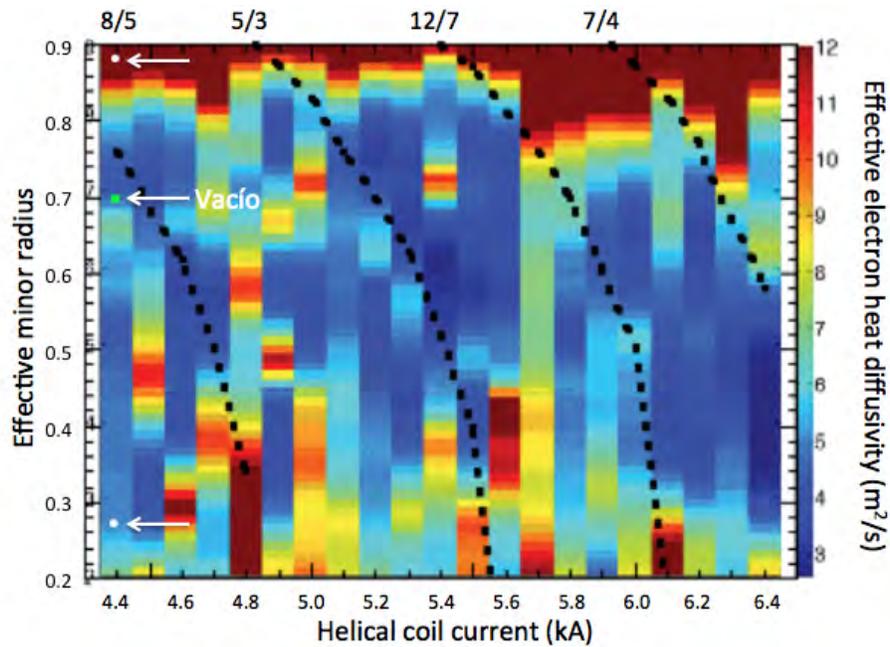


Figura 6.13: Perfil de conductividad térmica de los electrones (barra de color del lado derecho) para diferentes configuraciones magnéticas, caracterizadas por la corriente en el conductor helicoidal, I_{hx} [22]. Con un punto verde se indica la posición para la cual la transformada rotacional toma el valor $8/5$ en el vacío y con puntos blancos las posiciones en las cuales ι toma este valor considerando la corriente auto generada a densidades bajas.

Capítulo 7

Conclusiones

Se realizó el cálculo auto consistente de la corriente de bootstrap para la configuración 100_44.64 del stellarator tipo heliac TJ-II en tres diferentes regímenes de presión típicos de este dispositivo. Se encontraron valores de la corriente toroidal total de $I_{tor} = -4.2$ kA, $I_{tor} = -7.6$ kA y $I_{tor} = -5.5$ kA para el caso de densidad baja, media y alta respectivamente. Estos valores son más altos que los que se esperan para TJ-II y los que se han medido, del orden de 1 kA [9,31]. Estas mediciones se han hecho sólo para plasmas calentados con ECH, es decir a baja densidad. Esta discrepancia puede deberse a que no se aplicó una corrección para la conservación de momento, la cual reduce los valores de la corriente y también por la mala convergencia de las cotas que arroja DKES para los coeficientes de transporte, que aparte de entrar directamente en el cálculo de la corriente auto generada también se emplean para estimar el campo eléctrico ambipolar, aumentando así la cantidad de errores producto del uso de estos coeficientes. Se encontró que los errores de convergencia se pueden reducir sustancialmente al aumentar el número de términos en las representaciones de Fourier-Legendre, aunque hacer esto aumenta significativamente el tiempo de computo requerido. A pesar de estas fuentes de error, los perfiles radiales para la corriente coinciden cualitativamente por los reportados en [31] y [28]. Para solucionar los problemas de convergencia encontrados a bajas colisionalidades se ha implementado exitosamente el uso de métodos Monte Carlo en algunos trabajos [3, 28, 31].

Se calcularon, utilizando el código DKES, los coeficientes de difusión monoenergéticos para un gran rango de campos eléctricos, colisionalidades y radios, para la configuración magnética en el vacío y para las configuraciones obtenidas al incluir la corriente de bootstrap para tres regímenes de densidad. Debido a restricciones de tiempo de cómputo, el número de armónicos utilizados para este cálculo no permitió una convergencia adecuada para bajas colisionalidades a medias y bajas densidades pues sólo se aplicó alta resolución de armónicos en el régimen de alta densidad.

Se encontró que la inclusión de la corriente de bootstrap en el cálculo de la configuración magnética modifica significativamente el perfil radial de la trans-

formada rotacional, incrementando el rango de valores que toma así como modificando el comportamiento monótono decreciente que tiene en el vacío, por lo tanto la corriente de bootstrap tiene un efecto sobre el confinamiento en este dispositivo. El efecto sobre el confinamiento se comprobó al comparar los radios donde la transformada rotacional toma el valor $\iota = 8/5$ con la difusividad de los electrones reportada en [22], se encontró que la consideración de la corriente de bootstrap en este cálculo parece mejorar la coincidencia entre las posiciones donde la transformada rotacional toma un valor racional de bajo orden y aquellas donde hay una baja difusividad. Los errores obtenidos para el régimen de baja colisionalidad evitaron obtener una respuesta definitiva. Adicionalmente sería necesario realizar el mismo cálculo para diferentes configuraciones magnéticas para confirmar el comportamiento observado.

Bibliografía

- [1] C Alejaldre, J Alonso, L Almoguera, et al. First plasmas in the TJ-II flexible Heliac. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 41:A539–A548, 1999.
- [2] C. Beidler, R. Brakel, R. Burnhenn, and A. Dinklage. Helical Confinement Concepts. In Mitsuru Kikuchi, Lackner Karl, and Minh Quang Tran, editors, *Fusion Phys.*, chapter 8, page 1158. International Atomic Energy Agency, Vienna, 2012.
- [3] CD Beidler, K Allmaier, MYu Isaev, SV Kasilov, W Kernbichler, Go Leitold, H Maaßberg, DR Mikkelsen, S Murakami, M Schmidt, Da Spong, V Tribaldos, and A Wakasa. Benchmarking of the mono-energetic transport coefficients—results from the International Collaboration on Neoclassical Transport in Stellarators (ICNTS). *Nucl. Fusion*, 51:76001–28, 2011.
- [4] Allen H Boozer. What is a stellarator?*. *Phys. Plasmas*, 5(5):1647, 1998.
- [5] Allen H. Boozer. Physics of magnetically confined plasmas. *Rev. Mod. Phys.*, 76(4):1071–1141, 2004.
- [6] Allen H. Boozer and Henry J. Gardner. The bootstrap current in stellarators. *Phys. Fluids B Plasma Phys.*, 2(10):2408, 1990.
- [7] Francis F. Chen. *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion*. Plenum Press, second edition, 1974.
- [8] Thomas J. Dolan, editor. *Magnetic Fusion Technology*, volume 19 of *Lecture Notes in Energy*. Springer London, London, 1 edition, 2013.
- [9] T Estrada, E de la Luna, E Ascasíbar, J A Jiménez, F Castejón, I García-Cortés, A López-Fraguas, J Sánchez, and V Tribaldos. Transient behaviour in the plasma core of TJ-II stellarator and its relation with rational surfaces*. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 44(8):313, aug 2002.
- [10] Jeffrey P. Freidberg. *Plasma Physics and Fusion Energy*. Cambridge University Press, Cambridge, 2007.
- [11] P. R. Garabedian. Estimation of the Relaxation Factor for Small Mesh Size. *Math. Tables Other Aids to Comput.*, 10(56):183, oct 1956.

- [12] C Gutiérrez-Tapia, J J Martinell, D López-Bruna, A V Melnikov, L Eliseev, C Rodríguez, M A Ochando, F Castejón, J García, B P van Milligen, and J M Fontdecaba. Analysis of TJ-II experimental data with neoclassical formulations of the radial electric field. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 57(11):115004, nov 2015.
- [13] P. Helander, J. Geiger, and H. Maaßberg. On the bootstrap current in stellarators and tokamaks. *Phys. Plasmas*, 18(9):092505, 2011.
- [14] Per Helander. Theory of plasma confinement in non-axisymmetric magnetic fields. *Rep. Prog. Phys.*, 77(8):087001, 2014.
- [15] S. P. Hirshman and H. K. Meier. Optimized Fourier representations for three-dimensional magnetic surfaces. *Phys. Fluids*, 28(5):1387, 1985.
- [16] S. P. Hirshman, K. C. Shaing, W. I. van Rij, C. O. Beasley, and E. C. Crume. Plasma transport coefficients for nonsymmetric toroidal confinement systems. *Phys. Fluids*, 29(9):2951–2959, 1986.
- [17] S P Hirshman and J C Whitson. Steepest-descent moment method for three-dimensional magnetohydrodynamic equilibria. *Phys. Fluids*, 26(12):3553–3568, 1983.
- [18] S.P. Hirshman, W.I. van RIJ, and P. Merkel. Three-dimensional free boundary calculations using a spectral Green’s function method. *Comput. Phys. Commun.*, 43(1):143–155, 1986.
- [19] International Atomic Energy Agency. *Fusion Physics*. International Atomic Energy Agency, Vienna, 2012.
- [20] International Energy Agency. Tracking Clean Energy Progress 2015. Technical report, International Energy Agency, Paris, 2015.
- [21] D. López-Bruna, M. A. Ochando, A. López-Fraguas, F. Medina, and E. Ascasibar. Relationship between MHD events, magnetic resonances and transport barriers in TJ-II plasmas. *Nucl. Fusion*, 53(7):073051, 2013.
- [22] D López-Bruna, V I Vargas, and J A Romero. Are magnetic resonances practical transport controllers in fusion plasmas? The TJ-II experience. *J. Phys. Conf. Ser.*, 591, 2015.
- [23] Jr. Lyman Spitzer. The Stellarator Concept. *Phys. Fluids*, 1(1958):253–264, 1958.
- [24] H. Maaßberg, C. D. Beidler, and Y. Turkin. Momentum correction techniques for neoclassical transport in stellarators. *Phys. Plasmas*, 16(7):072504, 2009.
- [25] Kenro Miyamoto. *Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion*, volume 38 of *Springer Series on Atomic, Optical, and Plasma Physics*. Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg, 2005.

- [26] A G Peeters. The bootstrap current and its consequences. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 42(12B):B231, 2000.
- [27] E.R. Solano, J.A. Rome, and S.P. Hirshman. Study of transport in the flexible heliac TJ-II STUDY OF TRANSPORT IN THE FLEXIBLE HELIAC TJ-II *. *Nucl. Fusion*, 28(1):157, 1988.
- [28] V. Tribaldos, C. D. Beidler, Y. Turkin, and H. Maaßberg. Extended estimations of neoclassical transport for the TJ-II stellarator: The bootstrap current. *Phys. Plasmas*, 18(10):102507, 2011.
- [29] U.S. Energy Information Administration. International Energy Outlook 2013. Technical report, U.S. Energy Information Administration, Washington, DC, 2013.
- [30] W. I. van Rij and S. P. Hirshman. Variational bounds for transport coefficients in three-dimensional toroidal plasmas. *Phys. Fluids B Plasma Phys.*, 1(3):563–569, 1989.
- [31] J L Velasco, K Allmaier, A López-Fraguas, C D Beidler, H Maassberg, W Kernbichler, F Castejón, and J A Jiménez. Calculation of the bootstrap current profile for the TJ-II stellarator. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 53(11):115014, nov 2011.
- [32] M Wang, G Audi, A H Wapstra, F G Kondev, M Maccormick, X Xu, and B Pfeiffer. The AME2012 atomic mass evaluation*(II). Tables, graphs and references. *Chinese Phys. C*, 36(12):1603–2014, 2012.