



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

FINANZAS Y MERCADOS DE CAPITAL:
MODELO DE BLACK & SCHOLES

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

ACTUARIO

P R E S E N T A :

ROMERO MEDINA MAURICIO

M. EN I. JORGE LUIS SILVA HARO



Ciudad Universitaria, Cd. Mx. 2016



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

1. Datos del alumno
Romero Medina Mauricio
300219353
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ciencias
Actuaría

2. Datos del tutor
M. en I.
Jorge Luis
Haro
Silva

3. Datos del sinodal 1
Actuario
Gloria
Roa
Bejar

4. Datos del sinodal 2
M. en F.
Alberto
Cadena
Martínez

5. Datos del sinodal 3
Actuario
Enrique
Maturano
Rodríguez

6. Datos del sinodal 4
Doctor
Yuri
Salazar
Flores

7. Datos del trabajo escrito
Finanzas y Mercados de Capital: Modelo de Black & Scholes para la valuación de
opciones.
66 páginas
2016

Agradecimientos

*A mis padres Miguel Romero y María Leticia Medina,
No sería nada y no sería nadie,
Gracias por todo.*

*A mis hijos Alejandro y Sergio Romero,
Por ser mi motivación,
Seré el mejor ejemplo para ustedes.*

*A mi esposa Arely Pérez
Porque me ama y me apoya para lograr mis objetivos,
Eres lo mejor que me ha pasado.*

*A la Universidad Nacional Autónoma de México,
Porque me dio las armas para afrentar la vida,
Juro poner tu nombre en alto.*

Pensamiento

*"Estoy convencido de que no soy una persona especialmente interesante,
Soy Pintor, las palabras habladas o escritas no me salen con facilidad,
Si alguien quiere descubrir algo en mí,
Puede contemplar mis pinturas"*

Gustav Klimt

Contenido

INTRODUCCIÓN	7
CAPÍTULO 1. MATEMÁTICAS FINANCIERAS.....	9
1.1 Introducción.....	9
1.2 Matemáticas Financieras.....	10
1.2.1 Definición de Matemáticas Financieras	10
1.2.2 El dinero	10
1.3 Valor del dinero en el tiempo.....	11
1.3.1 Interés Simple	12
1.3.2 Interés Compuesto.....	14
1.3.3 Interés Compuesto Continuo	20
1.4 El valor del dinero en la vida cotidiana	21
CAPÍTULO 2. FINANZAS Y MERCADOS FINANCIEROS.....	23
2.1 Introducción.....	23
2.2 ¿Qué son Finanzas?.....	24
2.3 El Sistemas Financieros.	24
2.3.1 Sistema Financiero Mexicano.....	25
2.3.1.1 Estructura del Sistema Financiero Mexicano	25
2.3.1.2 Integrantes del Sistema Financiero Mexicano Organismos Reguladores.....	26
2.3.1.3 Integrantes del Sistema Financiero Mexicano Comisiones Reguladores.....	28
2.4 Mercados Financieros.....	34
2.5 Catalogación de los Mercados Financieros.....	34
2.6 Mercados Financieros en México.....	35
2.7 Instrumentos Derivados	37
2.7.1 Futuros.....	37
2.7.2 Forwards.....	38
2.7.3 Opciones.....	39

CAPÍTULO 3. FÓRMULA DE BLACK & SCHOLES PARA LA VALUACIÓN DE OPCIONES	44
3.1 Introducción.....	44
3.2 Orígenes del modelo de Black - Scholes	44
3.3 Modelo de Black – Scholes.....	45
3.3.1 Estimación de la Volatilidad.....	45
3.3.2 Lema de Itô.....	46
3.3.3 Teorema Log - Normal.....	46
3.4 Derivación de las formulas de Black – Scholes.....	47
3.5 Letras Griegas.....	51
3.4 La formula de Black – Scholes y sus variantes.	52
3.5 Modelo KMV	54
3.6 Aplicación de la fórmula de Black – Scholes.....	56
3.6.1 Calculo de las Opciones Put y Call	57
3.6.2 Propuesta de uso de la fórmula de Black – Scholes	60
Conclusiones.....	63
Bibliografía.....	65

INTRODUCCIÓN

A lo largo de los años, siglos y milenios la humanidad ha buscado la forma de maximizar los recursos con los que cuenta; recursos naturales, recursos humanos, recursos intelectuales, recursos financieros, entre otros, en el caso de los recursos financieros la humanidad a lo largo de su existencia en el planeta generó una necesidad imparable por la acumulación de la riqueza, lo cual podemos definir como el conjunto de recursos que puede poseer un individuo, conjunto de individuos, empresas, naciones, organizaciones, el mundo, con el pasar de los años surgieron nuevos conceptos como el dinero, el interés, el capital, la deuda, el crédito, el riesgo.

Con el surgimiento de estos nuevos conceptos, la incansable curiosidad del hombre llevó al estudio de estas nuevas actividades, entonces surgieron las ciencias especializadas como la Economía y las ciencias Actuariales, la Administración Financiera, la Contabilidad entre otras, las cuales dieron cabida a las teorías económicas, las matemáticas financieras, las teorías de riesgo entre otros.

¿Pero con qué finalidad se generó todo este conocimiento?, indudablemente por la necesidad de conocer y administrar los recursos a lo largo del tiempo, en un lugar determinado bajo un marco establecido por las instituciones financieras, gubernamentales u otras instancias, pero ¿para qué administrar los recursos?, la respuesta correcta es para generar desarrollo, sustentabilidad, estabilidad de los individuos, organizaciones, gobiernos y naciones, pero también todo este conocimiento ha ayudado en la construcción de imperios, al enriquecimiento de un pequeño segmento de la población (el 1% de la población tiene la mitad de la riqueza mundial¹), a fortalecer naciones, expandiendo el capitalismo y el consumismo, lo cual actualmente margina a los individuos y las naciones.

Un ejemplo muy claro es nuestro país el cual cuenta con 50 millones de pobres y a 122 mil millonarios¹, pero este marginamiento de nuestra población no se debe a los millonarios, más bien es a la política económica y financiera la cual no busca el desarrollo de los sectores más desprotegidos de nuestra población por otra parte, la política fiscal continúa subyugando a los pequeños contribuyentes por medio de impuestos excesivos y políticas fiscales que benefician a los grandes contribuyentes.

¹Fuentes: Credit Suisse Global Wealth Databook 2015

Todos los individuos, organizaciones o gobiernos están continuamente tomando decisiones financieras, esto derivado de que son parte latente de un sistema financiero, el cual está constantemente solicitando su participación, en todas las formas que se podrían imaginar, desde comprar un artículo de uso personal hasta realizar inversiones en la Bolsa Mexicana de Valores, constantemente se toman de decisiones financieras, pagar, comprar, vender, ahorrar, invertir y emprender, son acciones deben ser evaluadas todo el tiempo. De esta forma, sabremos si se está tomando la mejor decisión, por lo tanto se necesita conocer el sistema financiero y las herramientas financieras con las que se cuentan para una mejor toma de decisiones.

Los objetivos de esta tesis son: estudiar las herramientas fundamentales de las matemáticas financieras, analizar los sistemas financieros y su interacción con los individuos, describir la composición del sistema financiero mexicano y la importancia que tienen sus instituciones en la economía mexicana, exponer la composición del mercados de capital y los tipos de productos que se negocian en el, por lo que estudiaremos la fórmula de Black – Scholes y la aplicaremos en un caso práctico con la finalidad de determinar el precio de una opción y contar con los elementos suficientes para la toma de decisión al invertir en ciertas opciones.

La tesis se presenta en tres capítulos

El objetivo del capítulo uno es describir las herramientas fundamentales de las matemáticas financieras, conceptos básicos pero imperativos para comprender la relación del dinero a través del tiempo y su importancia en la toma de decisiones financieras en la vida cotidiana.

En el segundo capítulo se describirá qué son las finanzas y los sistemas financieros, exploraremos la composición del sistema financiero mexicano y los ámbitos de supervisión de sus instituciones, analizaremos como se compone el mercado bursátil y describiremos las características de sus productos financieros.

El tercer capítulo se estudiará la fórmula de Black – Scholes, antecedentes teoremas y lemas para su construcción, una vez determinada la fórmula de Black – Scholes se describirán las medidas de sensibilidad conocidas como las letras Griegas, también se mostrarán las variantes de la fórmula respecto al tipo de subyacente que está siendo evaluado y se evidenciarán otras aplicaciones de la fórmula, específicamente el modelo KVM para determinar la probabilidad de incumplimiento de una empresa, por último se aplicará la fórmula de Black – Scholes en un caso real para determinar el precio de la opción de CEMEX y se propondrá un uso empírico alternativo para el cálculo de los niveles de reserva de un producto bancario utilizando la teoría de Black – Scholes.

CAPÍTULO 1. MATEMÁTICAS FINANCIERAS

1.1 Introducción

En este capítulo mostraremos los conceptos fundamentales de las Matemáticas Financieras, se definirá que son y para que se utilizan y cuáles son sus aplicaciones.

Se analizará cuáles son las relaciones entre el capital y los intereses, con la finalidad de comprender el valor del dinero en el tiempo y su importancia para las decisiones de los analistas financieros.

¿Pero qué son los intereses? y ¿Cómo se relacionan con el dinero?, prácticamente es el costo del dinero una unidad monetaria, dígame peso, dólar, yen, etc., el hace el dinero pierda o gane valor a lo largo de un periodo de tiempo, porque puede perder valor, por la inflación lo cual genera que la unidad monetaria pierda valor adquisitivo en un determinado tiempo

Lo anteriormente descrito es solamente la base de las matemáticas financieras. A partir del concepto de valor del dinero en el tiempo, se desarrolló toda una rama de las matemáticas totalmente enfocada a las finanzas con la finalidad de evaluar los comportamientos del dinero y sus diferentes tipos de operaciones en el tiempo, la gran diversidad de operaciones financieras y los diferentes mercados financieros alrededor del mundo generaron la necesidad de nuevas herramientas para la valuación de los productos financieros, como la fórmula de Black-Scholes.

1.2 Matemáticas Financieras

1.2.1 Definición de Matemáticas Financieras

La Matemática Financiera es una derivación de la matemática aplicada que estudia primordialmente el valor del dinero en el tiempo, al relacionar los conceptos de capital, la tasa y el tiempo para obtener un rendimiento o interés, a través de métodos de evaluación que permiten tomar a los individuos, organizaciones, instituciones y gobiernos decisiones financieras a lo largo del tiempo, con la finalidad de obtener menores costos y mayores beneficios de las operaciones financieras. (Guzmán, 2006)

1.2.2 El dinero

El dinero surge de la necesidad de utilizar un medio estandarizado para el intercambio de bienes y servicios, entre individuos, organizaciones y gobiernos, es el conjunto de activos de una economía que los individuos, organizaciones y gobiernos están dispuestos a utilizar como medio de pago para comprar y vender bienes y servicios en un momento determinado del tiempo. (Banco de México, Sistemas de Pago)

Las principales funciones del dinero son:

- Medio de cambio: permite en la sociedad saldar la compra de bienes y servicios.
 - Unidad de medida: todos los precios se fijan en unidades monetarias; de esta forma, se sabe el valor de cada bien o servicio en función de un elemento único
 - Reserva de valor: el dinero también se usa para mantener el valor de compra, con el objetivo de comprar bienes y servicios a través del tiempo.
- (Trasini, 1999)

Algunas características del dinero como medio de pago son:

- Durable: Es capaz de circular en la economía por un tiempo considerable
- Transportable: Los tenedores lo pueden transportar con facilidad.
- Homogéneo: Cualquier unidad de dinero debe tener un valor exactamente igual al de los demás de su tipo.
- De emisión controlada: Los Bancos Centrales se encargan de emisión con la finalidad de mantener su valor y no detener la economía por la oferta de dinero insuficiente.

El dinero y el Capital

El dinero se transforma en capital cuando con él se compran los factores objetivos y los factores subjetivos para producir riqueza. Los factores objetivos son los medios de producción y los factores subjetivos son la fuerza de trabajo.

En el caso de los mercados financieros se utiliza el dinero para adquirir activos financieros los cuales tiene como objetivo generar interés al capital o el financiamiento de los medios de producción y fuerza de trabajo. El dinero en la vida cotidiana se emplea como medio de cambio de productos y servicios, mientras que el dinero como capital se emplea como medio de cambio de medios de producción y de fuerza de trabajo.

1.3 Valor del dinero en el tiempo

Las decisiones financieras hacen referencia a los costos y beneficios a lo largo del tiempo. Los encargados de estas decisiones han de evaluar si los beneficios esperados en el futuro justifican el invertir el dinero en el momento actual, derivado de lo anterior se tiene que evaluar el valor del dinero en diferentes puntos a lo largo del tiempo de tal manera que se tengan los elementos necesarios para ejercer las decisiones financieras de forma certera y objetiva acorde a las necesidades de los individuos, organizaciones o gobiernos. (Devoto Ratto & Nuñez Abarca, 2001)

El dinero es un activo que cuesta conforme transcurre el tiempo, permite comprar o pagar a tasas de interés periódicas (diarias, semanales, mensuales, trimestrales, etc.). Este proceso de capitalización del interés puede ser bajo el concepto de interés simple o interés compuesto.

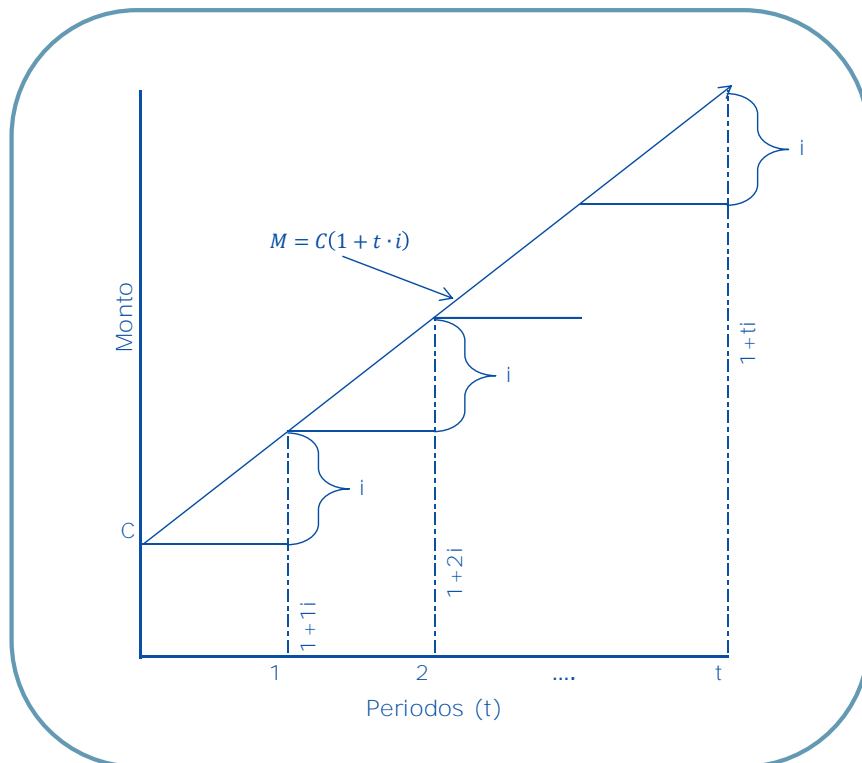
1.3.1 Interés Simple

Interés

El interés es el costo del uso del dinero a lo largo de un periodo determinado de tiempo, es decir una unidad monetaria el día de hoy no vale lo mismo que una unidad monetaria el día de mañana o el día de ayer, pero ¿Qué es lo que hace que varíe el valor de esta unidad monetaria?, la respuesta es el interés, ya sea una tasa de interés de inversión, por lo tanto el Interés como concepto es un capital afectado por una tasa de interés simple, para este caso en un periodo de tiempo determinado.

Un monto afectado por el interés simple se comporta de forma lineal; el interés se comporta de forma creciente a lo largo del tiempo, el cual se puede observar gráficamente en la siguiente grafica.

Comportamiento lineal del Monto afectado por el interés simple.(Kisbye & Levstein, 2010)



Elaboración Propia, Fuente (Kisbye & Levstein, 2010)

Los conceptos que intervienen en una operación con intereses son los siguientes (Díaz Mata, 2008):

C= el capital que se invierte

I=interés simple

t= el tiempo o plazo

i=tasa de interés

M=monto = (C + I)

Fórmula General del interés.

El interés es el producto que resulta de multiplicar el capital por la tasa de interés y multiplicarlo por el número de unidades de tiempo.

$$I = C \cdot i \cdot t$$

Monto (VF)

Pero con efectos de ampliar el alcance del concepto de interés se relacionara la fórmula anterior con el concepto de monto o valor futuro (VF) con la finalidad de obtener una fórmula que nos permita valorar el costo del dinero a futuro.

$$M = C + I$$

Al combinar las expresiones anteriores se obtiene cómo resultado:

$$M = C + C \cdot i \cdot t$$

Factorizando C se obtiene:

$$M = C(1 + i \cdot t)$$

Donde $(1 + i \cdot t)$ es conocido como factor de acumulación con interés simple, esta fórmula muestra el valor futuro (VF) o Monto de la inversión.

Capital (VP)

En la siguiente relación se define el valor presente (VP) o Capital de una inversión:

Despejando C de la fórmula de monto:

$$C = \frac{M}{(1+i \cdot t)}$$

$$C = M (1 + i \cdot t)^{-1}$$

Con esta fórmula se puede conocer el capital inicial de una inversión del cual conocemos los componentes de Monto, interés y tiempo.

Otras variaciones de la fórmula de interés simple son aquellas donde se puede obtener una fórmula para el tiempo y la tasa de interés a partir de la fórmula de capital.

$$C = \frac{M}{(1+i \cdot t)}$$

$$1 + i \cdot t = \frac{M}{C}$$

$$i \cdot t = \frac{M}{C} - 1$$

A partir de la fórmula de capital despejando i se obtiene la fórmula correspondiente para determinar la tasa de interés.

$$i = \frac{\left(\frac{M}{C} - 1\right)}{t}$$

De igual forma, a partir de la fórmula de capital despejando t obtenemos la fórmula para determinar el periodo de tiempo t

$$t = \frac{\left(\frac{M}{C} - 1\right)}{i}$$

1.3.2 Interés Compuesto

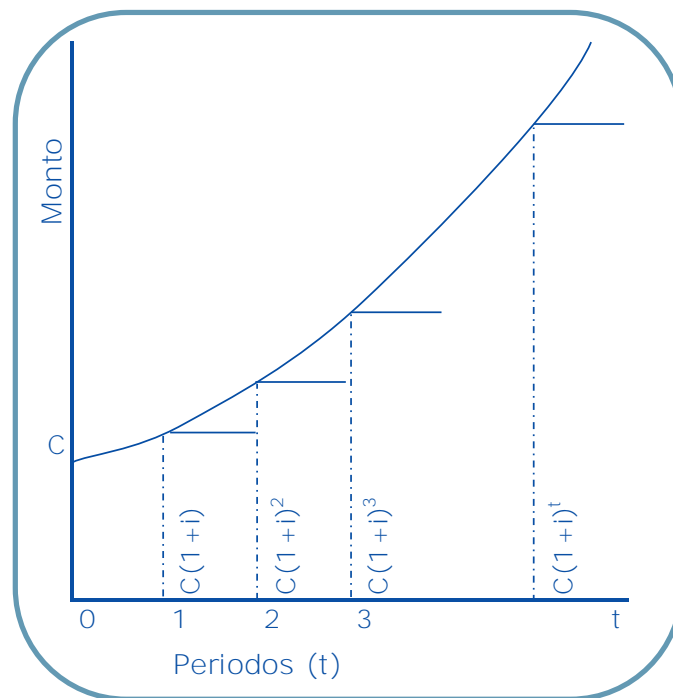
El concepto y la fórmula general del interés compuesto es una potente herramienta en el análisis y evaluación financiera de los movimientos de dinero. El interés compuesto es fundamental para entender las matemáticas financieras. Con la aplicación del interés compuesto se obtienen intereses

sobre intereses, esto es la capitalización del dinero en el tiempo. Se calcula el monto del interés sobre la base inicial más todos los intereses acumulados en períodos anteriores; es decir, los intereses recibidos son reinvertidos y pasan a convertirse en nuevo capital.

Fórmula General del Interés Compuesto

Sea un capital C invertido durante t periodos a una tasa i de interés compuesto por cada periodo de capitalización. Durante el primer periodo de capitalización el capital C produce un interés el cual será considerado como parte del capital inicial en el segundo periodo de capitalización y así progresivamente hasta el periodo t .

En el siguiente gráfico se puede observar cómo el Monto al ser afectado por el interés compuesto se comporta de forma no lineal lo cual genera mayores intereses en menor tiempo.

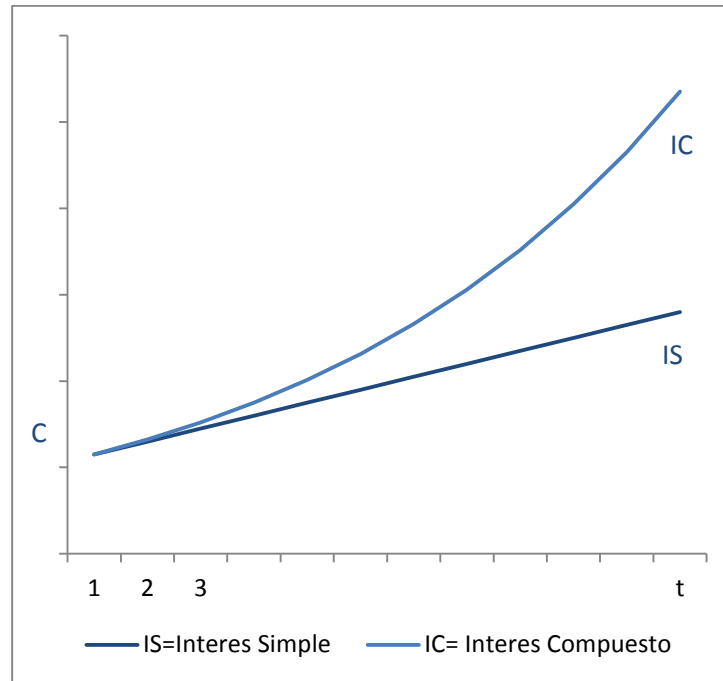


Elaboración Propia Fuente (Díaz Mata, 2008)

La diferencia entre un monto afectado por el interés simple y otro afectado por el interés compuesto es la velocidad en la cual el monto se incrementa respecto al tiempo. Como el interés simple describe una tendencia lineal tarda mayor tiempo en incrementarse el monto vs un monto afectado a una tasa de interés compuesto muestra un crecimiento exponencial debido a que los intereses son reinvertidos al final de cada periodo de capitalización.

En la siguiente gráfico se ejemplifica la diferencia entre invertir un Capital por medio de interés compuesto el cual rápidamente se incrementa y en contraparte el mismo capital invertido a un interés simple se mantiene creciente con un comportamiento lineal a lo largo del tiempo. (Díaz Mata, 2008)

:



Fuente:(Díaz Mata, 2008)

A partir de las fórmulas de Monto e Interés simple que previamente se analizó, se aplicaran estos conceptos para obtener una fórmula la cual da cómo resultado la fórmula de monto afectado por un interés compuesto.

Antes de comenzar es un punto importante es identificar el tipo de tasa mediante la operación financiera será realizada.

La tasa de interés regularmente se presenta anualizada a la cual le es nombrada tasa anual o nominal, cuando se tienen operaciones que involucran el interés compuesto se tiene que obtener la tasa correspondiente al periodo de capitalización, es decir, el número de veces que se capitaliza el interés en un año, esto depende de la frecuencia dada por t (años, meses, semestres, trimestres, etc.), con la finalidad de tener i y t en la misma frecuencia de capitalización.

Una vez tomando en cuenta lo anterior se tomara como base las fórmulas de Interés y Monto simple para $t=1$.

$$M = C + I \quad (2.1)$$

$$I = C \cdot i \cdot t \quad (2.2)$$

Entonces como sabemos el monto es igual al capital más los intereses del periodo y los intereses son iguales a el Capital por la tasa de interés por el periodo t qué en este caso $t=1$, al sustituir en la fórmula de Interés para el periodo de capitalización uno obtenemos qué los intereses son iguales a capital por interés.

$$I = C \cdot i \cdot 1$$

Sustituyendo en la fórmula de Monto, obtenemos que el Montoes igual al Capital más el Capital por el interés.

$$M = C + C \cdot i$$

Factorizando el capital

$$M_1 = C \cdot (1 + i) \quad (2.3)$$

El monto final del primer periodo es resultado de multiplicar el capital por el factor $(1 + i)$ el cual se denomina como factor de interés compuesto.

De tal forma que para el segundo periodo de capitalización tomamos como capital el monto del periodo anterior, el cual está determinado por el capital multiplicado por el factor de interés compuesto, de esta manera se agrega al cálculo del Monto del segundo periodo los intereses ganados en el primer periodo.

Sustituyendo en el capital del segundo periodo por el monto del primer periodo obtenemos la siguiente ecuación:

$$M_2 = M_1 \cdot (1 + i)$$

$$M_2 = C \cdot (1 + i) \cdot (1 + i)$$

$$M_2 = C \cdot (1 + 2i + i^2)$$

Como se puede observar la parte de los intereses es trinomio cuadrado perfecto, el cual podemos factorizar en un binomio cuadrado de la siguiente manera:

$$M_2 = C \cdot (1 + i)^2 \quad (2.4)$$

Lo cual nos da como resultado la fórmula de monto para el periodo de capitalización $t=2$.

Para el tercer periodo de capitalización se tiene

$$M_3 = C \cdot (1 + i)^2 \cdot (1 + i)$$

$$M_3 = C \cdot (1 + 2i + i^2) \cdot (1 + i)$$

$$M_3 = C \cdot (1 + 3i + 3i^2 + i^3)$$

$$M_3 = C \cdot (1 + i)^3$$

Y así se continúa hasta llegar al periodo t con la siguiente relación descrita como el Monto en el periodo t es igual al capital por el factor de interés compuesto potenciado al $t-1$ periodo por el factor de interés compuesto

$$M = C \cdot (1 + i)^{t-1} \cdot (1 + i)$$

Para resolver la relación anterior se utilizó la multiplicación de potencias la cual dice que el producto de potencias de la misma base es igual a la misma base elevada a la suma de los exponentes².

$$M = C \cdot (1 + i)^{t-1} \cdot (1 + i)^1$$

$$M = C \cdot (1 + i)^{t-1+1}$$

Al finalizar los t periodos de capitalización la fórmula de interés compuesto está descrita por el capital inicial multiplicado por el factor de interés compuesto potenciado los periodos de capitalización.

$$M = C \cdot (1 + i)^t \quad (2.5)$$

²Producto de potencias : $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$

Variantes de la Fórmula del Interés Compuesto

Interés

Si se desea conocer cuál es la tasa de interés mediante la cual se lleva a cabo una inversión bajo el concepto de interés compuesto y están dados los elementos de capital, monto y periodo se puede determinar la tasa de interés a partir de la fórmula de monto.

$$M = C \cdot (1 + i)^t \quad (2.5)$$

Procedemos a despejar i a partir de la fórmula de interés como primer paso se divide el monto entre el capital y se aplica la raíz t -ésima³ para poder despejar i

$$\frac{M}{C} = (1 + i)^t$$
$$\sqrt[t]{\frac{M}{C}} = (1 + i)$$

De esta forma se obtiene la fórmula para determinar el interés de la operación

$$i = \sqrt[t]{\frac{M}{C}} - 1 \quad (2.6)$$

Periodo

Si las variables de tasa de interés, capital y monto son conocidas y se tiene cómo incógnita en qué periodo de tiempo se está llevando a cabo la operación financiera, se puede determinar t a partir de la fórmula de Monto cómo a continuación lo mostraremos.

$$M = C \cdot (1 + i)^t \quad (2.5)$$

Aplicando el logaritmo⁴ se despeja t

$$\log\left(\frac{M}{C}\right) = t \cdot \log(1 + i)$$

Como resultado se obtiene la fórmula para determinar el periodo de la operación.

$$t = \frac{\log\left(\frac{M}{C}\right)}{\log(1+i)} \quad (2.7)$$

³ Raíz enésima de una potencia enésima : $\sqrt[n]{x^n} = x$

⁴ Logaritmo de la potencia enésima : $\log(a)^x = x \log(a)$

1.3.3 Interés Compuesto Continuo

Monto

Un capital invertido a mediante una tasa de interés compuesto continuo, es un capital el cual se va capitalizar de forma continua hasta un tiempo t bajo una tasa de i continua. A continuación se muestra la derivación de la formula.

Sea:

- M = Valor Futuro
- C = Valor Presente
- i = Tasa Efectiva
- m = Periodicidad
- t = Tiempo

$$M = C \left(1 + \frac{1}{m}\right)^{mt}$$

Sea : $v = \frac{m}{i}$ y $m = vi$ sustituyendo

$$M = C \left[\left(1 + \frac{i}{vi}\right)^v\right]^{it}$$

$$M = \lim_{v \rightarrow \infty} C \left[\left(1 + \frac{1}{v}\right)^v\right]^{it}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$$

Por lo tanto

$$M = Ce^{it}$$

Interés

Cuando las variables de monto, capital y tiempo son conocidas y es necesario determinar la tasa de interés continua, se parte de la fórmula de monto.

$$M = Ce^{it}$$

$$\frac{M}{C} = e^{it}$$

$$\log \frac{M}{C} = it$$

$$i = \frac{\left(\log \frac{M}{C}\right)}{t}$$

Periodo

Cuando las variables de monto, capital y tiempo son conocidas y es necesario determinar la t, se parte de la fórmula de monto.

$$M = Ce^{it}$$

$$\frac{M}{C} = e^{it}$$

$$\log \frac{M}{C} = it$$

$$t = \frac{\left(\log \frac{M}{C}\right)}{i}$$

1.4 El valor del dinero en la vida cotidiana

Se determinó como calcular el valor del dinero en un tiempo determinado, ¿pero cómo influye el concepto de monto interés y capital en la vida diaria?, la respuesta es, en todo momento, todas las economías están afectadas por una tasa de inflación, la cual causa un efecto de depreciación de la moneda, lo cual significa que los productos y servicios que puedes adquirir con una unidad monetaria el día de hoy, será mayor a los productos y servicios que se pueden adquirir en un momento posterior.

Otros casos cotidianos donde se observan los efectos de los intereses, son los productos de crédito bancario, créditos al consumo, tarjetas de crédito, crédito automotriz, crédito hipotecario, entre otros, todos estos diferentes tipos de productos se rigen por medio de una tasa de interés, en este caso el interés es el costo que cobra la institución de crédito por facilitar el crédito.

Los instrumentos de inversión como bonos, acciones, futuros, CETES, entre otros, los cuales son operados por instituciones bancarias, casas de bolsa, intermediarios bursátiles, manejadores de fondos de inversión y todos aquellos agentes financieros autorizados por la Comisión Nacional Bancaria y de Valores, ofrecen a los inversionistas un costo o beneficio sobre el producto de

inversión contratado, aunado a un nivel de riesgo, en este caso las tasas de interés ofrecidas son mayores mientras más alto sea el riesgo, ¿pero cual es el riesgo latente?, el riesgo es que al momento de ejercer el cobro del producto de inversión, no haya generado los intereses esperados o que el valor final al ejercer el cobro sea menor al inicial, por lo tanto generaría una pérdida.

Por último y sólo citando algunos ejemplos están los productos de captación, o sea cuentas de ahorro y fondos de ahorro, cuando un individuo contrata un producto de captación, como una cuenta de ahorro, este producto está sujeto a una tasa de interés la cual le genera rendimientos sobre sus ahorros, regularmente esta tasa es muy pequeña en la mayoría de los casos ni siquiera llega a cubrir la inflación y sin saberlo nuestro dinero aunque esté en una institución bancaria se deprecia, por otra parte al contratar un fondo de inversión o ahorro, estos generalmente ofrecen tasas bajas aunadas a un riesgo bajo, uno de los fondos de ahorro mayormente conocido es la cuenta individual de Ahorro para el retiro la cual está constituido de las aportaciones patronales para el retiro y vivienda, estos ahorros son invertidos en fondos de inversión.

CAPÍTULO 2.FINANZAS Y MERCADOS FINANCIEROS

2.1 Introducción

En este capítulo se describirá qué son las finanzas y conceptos primordiales para su comprensión, se definirán los sistemas financieros y sus principales participantes, se dará a conocer el Sistema Financiero Mexicano, sus principales agentes y funciones, por último se describirán los mercados de capital y los productos que ofrece a los inversionistas.

La necesidad de conocer el Sistema Financiero Mexicano, sus instituciones y sus funciones, las cuales permiten la correcta interacción de los participantes con el sistema financiero, ¿qué sería de una institución bancaria sin clientes a quien cobrarle altas tasas de interés o cómo funcionaría el gobierno si no pagáramos impuestos?, bajo esa perspectiva los gobiernos son los mayores interesados en mantener un sistema financiero bien estructurado con instituciones gubernamentales que regulen todos los aspectos de la vida financiera de los individuos.

Por último se profundizará en los mercados financieros, aquí surge el encuentro entre los inversionistas y los productos financieros (demandantes y oferentes), los cuales generan una oferta y demanda de los activos financieros, en primer lugar un inversionista es un individuo, organización, gobierno o nación, etc., el cual cuenta con un capital, el cual quiere invertir en un producto de inversión, este producto tiene un precio el cual es pactado al inicio de la contratación, otra característica de estos productos es que cuenta con una tasa de interés y un periodo de tiempo definido, al término de este periodo de tiempo, el inversionista ejerce el derecho de cobrar el valor final del producto, en este punto es donde nos interesa conocer al día de hoy cual será el valor esperado del producto financiero en cuestión.

2.2 ¿Qué son Finanzas?

Las finanzas estudian la manera que los individuos, negocios, y organizaciones asignan y utilizan recursos a través del tiempo, con la finalidad de establecer la relación de costo-beneficio de las decisiones financieras las cuales tienen un riesgo aunado, el cual se puede estimar, sin embargo es incierto.

Los individuos al poner en práctica decisiones financieras se sirven del sistema financiero, el cual está constituido por el conjunto de mercados e instituciones mediante las cuales se realizan los contratos financieros y el intercambio de activos.

2.3 El Sistema Financiero.

Un sistema financiero está integrado por la suma de instituciones, intermediarios, medios y mercados, cuya finalidad es poner en práctica las decisiones financieras de los individuos, organizaciones, compañías e inclusive gobiernos. A continuación se describe las partes del sistema financiero.

- Instituciones: Bancos, Cajas de Ahorro, Compañías de Seguros, etc.
- Medios: Activos negociables, (Acciones, Bonos, Metales, etc.)
- Mercados: Mercado de Dinero y Mercado de Capital
- Reguladores: Instituciones gubernamentales las cuales regulan a las instituciones que participan en el sistema financiero.

El sistema financiero cumple las siguientes funciones:

- Establecer el marco regulatorio e infraestructura para que los individuos puedan acceder a los activos del sistema financiero
- Mediar entre los participantes del sistema financiero
- Supervisar y regular a los mercados financieros por medio de las figuras regulatorias.

(Bodie & Merton, 1999)

2.3.1 Sistema Financiero Mexicano

El sistema Financiero Mexicano es el conjunto de instituciones públicas (sector gubernamental), así como instituciones privadas (sector empresarial), mediante el cual se lleva a cabo y se regulan las operaciones de captación, inversión y ahorro dentro del marco legal determinado en México, enseguida mostraremos algunas de las principales funciones efectuadas por las instituciones del Sistema Mexicano (García Santillán, 2007):

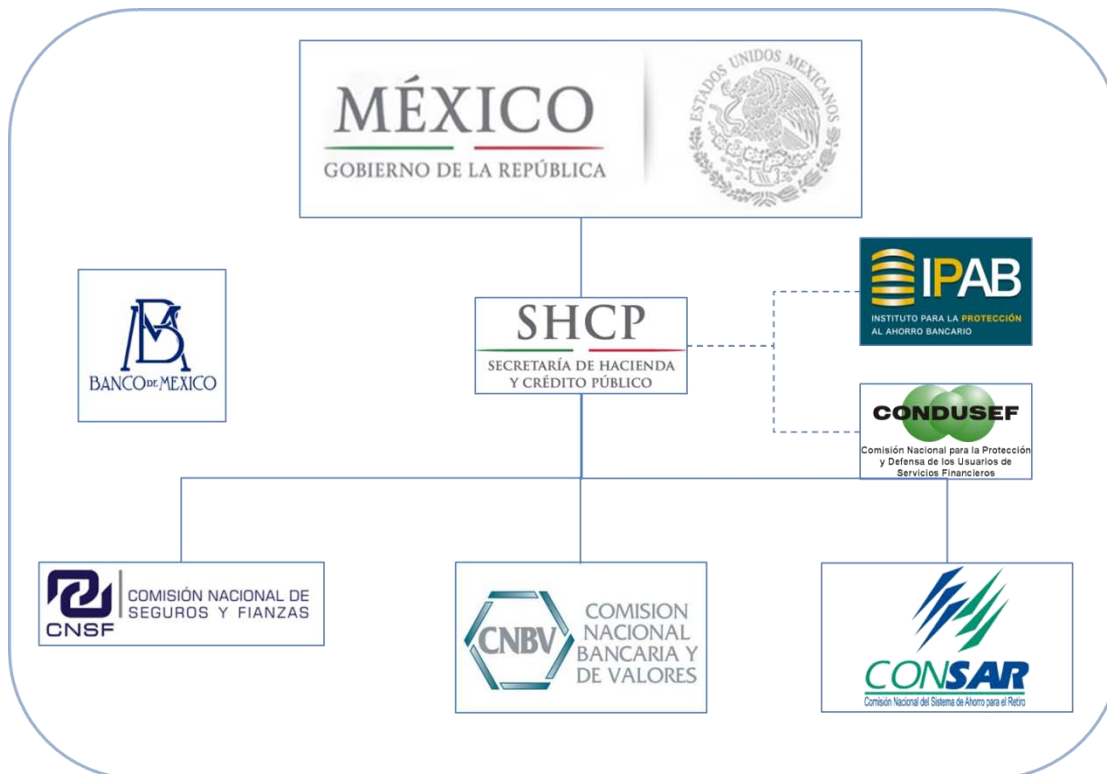
- Otorgamiento y obtención de créditos
- Realización de inversiones
- Captación y administración de Fondos para el retiro
- Administración de Seguro y Fianzas
- Prestación de diversos servicios Bancarios
- Emisión y colocación de instrumentos bursátiles
- Y todas aquellas inherentes a la actividad económica: compra venta de metales, disposiciones legales como pago de impuestos entre otros.

2.3.1.1 Estructura del Sistema Financiero Mexicano

El sistema Financiero Mexicano está constituido por el conjunto de instituciones que tienen como objetivo regular las operaciones financieras entre los individuos, organizaciones privadas y públicas dentro de un marco legal en México.

El esquema primordial del Sistema Financiero Mexicano (SFM) está constituido en un primer nivel por el Ejecutivo Federal, subsecuentemente por el Banco de México (BANXICO) y la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP), acorde a las actividades del sector financiero la SHCP se apoya en tres comisiones, la Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV), la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (CNSF) y la Comisión Nacional del Sistema de Ahorro para el Retiro (CONSAR), otras dos figuras importantes dentro del Sistema Financiero Mexicano son el Instituto para la Protección al Ahorro Bancario (IPAB) y Comisión Nacional para la Protección y Defensa de los Usuarios de Servicios Financieros (CONDUSEF) ambas descentralizadas de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público y el Banco de México. (SHCP, Catálogo del Sistema Financiero Mexicano, 2016)

A continuación se observará esquemáticamente el Sistema Financiero Mexicano



Elaboración propia. Fuente: (SHCP, Catálogo del Sistema Financiero Mexicano, 2016)

2.3.1.2 Integrantes del Sistema Financiero Mexicano Organismos Reguladores

Con la finalidad de ampliar el conocimiento acerca del Sistema Financiero Mexicano se describirán las funciones principales de cada uno de los participantes del SFM:

El **Banco de México** (BANXICO) tiene encomendadas las funciones que se mencionan a continuación (Banco de México, Publicaciones Banxico):

- Regular la emisión y circulación de la moneda y los sistemas de pago
- Tesorería del Gobierno Federal
- Asesor del Gobierno Federal en materia económica y financiera
- Establecer la política monetaria
- Participar como representante frente al Fondo Monetario Internacional u otros organismos de banca central de otros países.

Otra función del Banco de México es vigilar y administrar los fondos y fideicomisos públicos en conjunto con la Secretaría de Hacienda y Crédito Público los cuales son creados para atender las necesidades de desarrollo económico del País.

La siguiente relación enlista los Fondos y Fideicomisos de fomento económico vigentes.(SHCP, Fondos y Fideicomisos de Fomento Económico, 2016)

- Fondo de Operación y Financiamiento Bancario a la Vivienda (FOVI)
- Fondo de Garantía y Fomento para la Agricultura, Ganadería y Avicultura (FONDO)
- Fondo de Capitalización e Inversión del Sector Rural (FOCIR)
- Fideicomiso Liquidador de Instituciones y Organizaciones Auxiliares de Crédito (FIDELIQ)
- Fideicomiso Fondo Nacional de Habitaciones Populares (FONHAPO)
- Fondo de Fomento y Garantía para el Consumo de los Trabajadores (FONACOT)
- Fondo Nacional de Fomento al Turismo (FONATUR)
- Fondo de Garantía y Fomento para las Actividades Pesqueras (FOPESCA)
- Fondo Especial de Asistencia Técnica y Garantía de Créditos(FEGA)
- Fondo Especial Para Financiamientos Agropecuarios (FEFA)
- Fideicomiso de Fomento Minero (FIFOMI)
- Fondo de la Vivienda para los Militares en Activo (FOVIMI)
- Fondo de la Vivienda del Instituto de Seguridad y Servicios Sociales de los Trabajadores del Estado (FOVISSSTE) Sector 32⁵

La **Secretaría de Hacienda y Crédito Público** es la dependencia del Poder Ejecutivo Federal él cual tiene comofunción proponer, dirigir y controlar la política económica del Gobierno Federal en materia financiera, fiscal,gastos, ingresos y deuda pública, con la finalidad de establecer en conjunto con el Banco de México el marco económico para el crecimiento de la economía mexicana.

La SHCP con el apoyo de la CNBV, CNSF y CONSAR administran los sectores financieros del Sistema Financiero Mexicano, se mostraran los sectores que administran cada una de las comisiones.

⁵ Sector 32 hace referencia al Sector Social

2.3.1.3 Integrantes del Sistema Financiero Mexicano Comisiones Reguladores

Comisión Nacional Bancaria y de Valores

La Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV) supervisa y regula a las entidades integrantes del sistema financiero mexicano, a fin de procurar su estabilidad y correcto funcionamiento, así como mantener y fomentar el sano y equilibrado desarrollo de dicho sistema en su conjunto, en protección de los intereses del público. (CNBV, 2016)

La Comisión administra y regula los siguientes sectores: Sector Bancario, Sector de Ahorro y Crédito Popular, Sector Bursátil, Sector de Intermediarios No Financieros, Sector de Derivados.

Sector Bancario

El Sector Bancario está constituido por las Instituciones de Banca Múltiple y por las instituciones de Banca de Desarrollo, las cuales proveen acceso a los servicios de banca y crédito a los individuos, organizaciones y gobiernos de México.

Banca Múltiple

Las Instituciones de Banca Múltiple hacen referencia a las instituciones de créditos que dan servicios de Banca y Crédito, las funciones principales de las instituciones de crédito (Bancos) consisten en canalizar los recursos financieros excedentes de ahorradores e inversionistas, a aquellos que los requieren a cambio del pago de un interés con el compromiso de regresarlos en el tiempo y la forma pactados.

Los bancos obtienen recursos por medio de instrumentos de captación convirtiéndose en deudor hacia el ahorrador (los bancos adquieren el pasivo), y en contraparte, colocan directamente los recursos, tomando documentos que amparan los créditos y convirtiéndose en acreedor (los banco adquieren un activo).

Las principales actividades de los bancos son:

- Captación de recursos, mediante la recepción de depósitos de ahorro a través de diversos productos bancarios permitidos por la ley, y canales de distribución tales como los comisionistas autorizados por la CNBV, entre otros, así como con la emisión de instrumentos de inversión.

- Otorgamiento de crédito, que de conformidad con las disposiciones financieras en México pueden ser comerciales, de consumo o hipotecarios.

Los bancos pueden ofrecer servicios y realizar operaciones bancarias a través de sucursales (ventanilla) y medios electrónicos. Asimismo, en los últimos años se ha autorizado que los bancos ofrezcan ciertos servicios a través de establecimientos comerciales autorizados como comisionistas bancarios. Esto con el fin de ampliar el acceso a los servicios bancarios y promover la inclusión financiera.

Otras actividades importantes que llevan a cabo los bancos son:

- Operar con valores en los diversos mercados financieros, en los términos de la Ley de Instituciones de Crédito y la Ley del Mercado de Valores.
- Emitir y poner en circulación cualquier medio de pago que determine el Banco de México.
- Actividades de asesoría e inversión en diversos tipos de valores.
- Operaciones de fideicomiso y llevar a cabo mandatos y comisiones.
- Servicios de custodia y administración de bienes por cuenta de terceros.
- Servicios de caja y tesorería relativos a títulos de crédito por cuenta de las emisoras.

(CNBV, 2015)

Banca de Desarrollo

Las instituciones de banca de desarrollo son entidades de la Administración Pública Federal, constituidas bajo solicitud del ejecutivo federal, con patrimonio de la nación, estas instituciones tienen carácter de sociedades nacionales de crédito, las cuales forman parte del Sistema Bancario Mexicano y atienden las actividades productivas de los sectores con mayor necesidad de desarrollo en el país.

La Banca de Desarrollo a lo largo de los años se ha encargado del crecimiento económico y el bienestar social, apoyando con financiamiento, creación y expansión de empresas productivas, prioritarias para el desarrollo de la nación en materia de infraestructura, el comercio exterior y la vivienda, además de apoyar al desarrollo de las pequeñas y medianas empresas

La banca de desarrollo está constituida por seis instituciones mexicanas las cuales atienden diversos sectores de la economía mexicana, estos sectores son: pequeña y mediana empresa, obra pública, apoyo al comercio exterior, vivienda y promoción del ahorro y crédito al sector militar.

Estas instituciones son:

- Nacional Financiera, S.N.C.⁶ (NAFIN)
- Banco Nacional de Obras y Servicios Públicos, S.N.C. (BANOBRAS)
- Banco Nacional del Comercio Exterior, S.N.C. (BANCOMEXT)
- Sociedad Hipotecaria Federal, S.N.C. (SHF)
- Banco del Ahorro Nacional y Servicios Financieros, S.N.C. (BANSEFI)
- Banco Nacional del Ejército, Fuerza Aérea y Armada, S.N.C. (BANJERCITO)

Sector de Ahorro y Crédito Popular

El Sector de Ahorro y Crédito Popular (ACP), nombrado también Banca Social, proporciona servicios financieros a los sectores y comunidades que carecen de ellos. El sector de ACP se ha orientado a atender durante más de 60 años la demanda de servicios de ahorro y crédito a una parte del segmento de la población que no es cubierta por el sector Bancario

El objetivo principal del sector de ACP es facilitar el acceso de la población de ingreso medio y bajo, a intermediarios que cubran sus necesidades financieras y sociales. Estas organizaciones, buscan combinar la promoción social con la autosuficiencia, mediante el manejo financiero eficiente de las operaciones de crédito, ahorro e inversión, así como, la ampliación de la oferta de los servicios microfinancieros a una mayor parte de la población.

Las Sociedades que son autorizadas y supervisadas por la Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV) son:

- Sociedades Cooperativas de Ahorro y Préstamo(SCAPS)
- Sociedades Financieras Populares (SIFIPOS)
- Sociedades Financieras Comunitarias (SFC)

(CNBV, 2013)

Sector de Intermediarios Financieros no Bancarios

En este sector se supervisan todas aquellas instituciones que no corresponden a los sectores restantes, tales instituciones son:

- Sociedades controladoras de grupos financieros

⁶ S.N.C, Sociedad Nacional de Crédito

- Organizaciones auxiliares del crédito (Almacenes Generales de Depósito, Arrendadoras Financieras, Empresas de Factoraje Financiero)
- Actividades auxiliares de crédito (Casas de Cambio y SOFOM⁷)
- Sociedades de información crediticia (Círculo de Crédito y Buro de Crédito)
- Oficinas de representación de entidades financieras del exterior, ya sean bancos o casas de bolsa

Sector Bursátil

El sector Bursátil hace referencia al Mercado de Valores, el cual está constituido por el mercado de capital y el mercado de deuda, el objetivo primordial del Mercado de Valores es la canalización de ahorros a los individuos, organizaciones, empresas y otras entidades gubernamentales (Inversionistas), acceder a financiamiento no bancario bajo precios competitivos, permitiendo a los inversionistas contar con diversas alternativas para invertir sus ahorros bajo diferentes productos financieros.

El término **valores** está estipulado en la Ley del Mercado de Valores y hace referencia a: acciones, obligaciones, bonos, títulos opcionales, certificados, pagarés, letras de cambio y demás títulos de crédito, nominados o innominados, inscritos o no en el Registro Nacional de Valores (RNV). Los ya determinados valores son generados por emisores organismos regulados por la CNBV, estos valores son emitidos en masa o por unidad los cuales son puestos a disposición en los mercados de valores para la compra y venta.

El mercado de valores cuenta con participantes para su correcto funcionamiento, los cuales dan acceso a los inversionistas a los valores, los participantes en el mercado de valores nacional son: Emisores, Sistemas de negociación, Casas de Bolsa, Intermediarios del Mercado de Valores y cualquier otra Institución que apoyen con el correcto funcionamiento y operación del Mercado de Valores.

Emisores

Los Emisores son entidades financieras las cuales tienen necesidades de financiamiento para la realización de proyectos, estas entidades son:

- Empresas Industriales, Comerciales y de Servicios
- Instituciones Financieras
- Instituciones u Organismos Gubernamentales
- Gobiernos Federal y Estatal

⁷ SOFOMES, sociedad financiera de objetivo múltiple.

Sistemas de negociación

Los sistemas de negociación son entidades financieras las cuales tienen como finalidad mediar y poner al alcance de los inversionistas los valores que los emisores han emitido, las siguientes instituciones fungen con lo antes descrito:

- Bolsa de Valores. (Bursátil)
- Empresas que administran sistemas para facilitar operaciones con valores. (Extrabursátil, Mercado OvertheCounter)

Intermediarios del mercado de valores.

Los intermediarios del mercado de valores son instituciones financieras las cuales dan acceso a los sistemas de negociación.

- Casas de Bolsa.
- Instituciones de crédito.
- Sociedades operadoras de sociedades de inversión y administradoras de fondos para el retiro.
- Sociedades distribuidoras de acciones de sociedades de inversión y entidades financieras autorizadas para actuar con el referido carácter de distribuidoras.

Sector de Derivados

El mercado de derivados en México se llama MexDer, el Mercado Mexicano de Derivados entra en funcionamiento a partir de 1998, el cual surge como una S.A de C.V⁸ la cual esta fue autorizada por la Secretaría de Hacienda y Crédito Público y es regulada actualmente por la Comisión Nacional Bancaria y de Valores, se establece con la finalidad de ofrecer productos derivados futuros y opciones a los inversionistas mexicanos, los participantes del Mercado Mexicano de Derivados son;

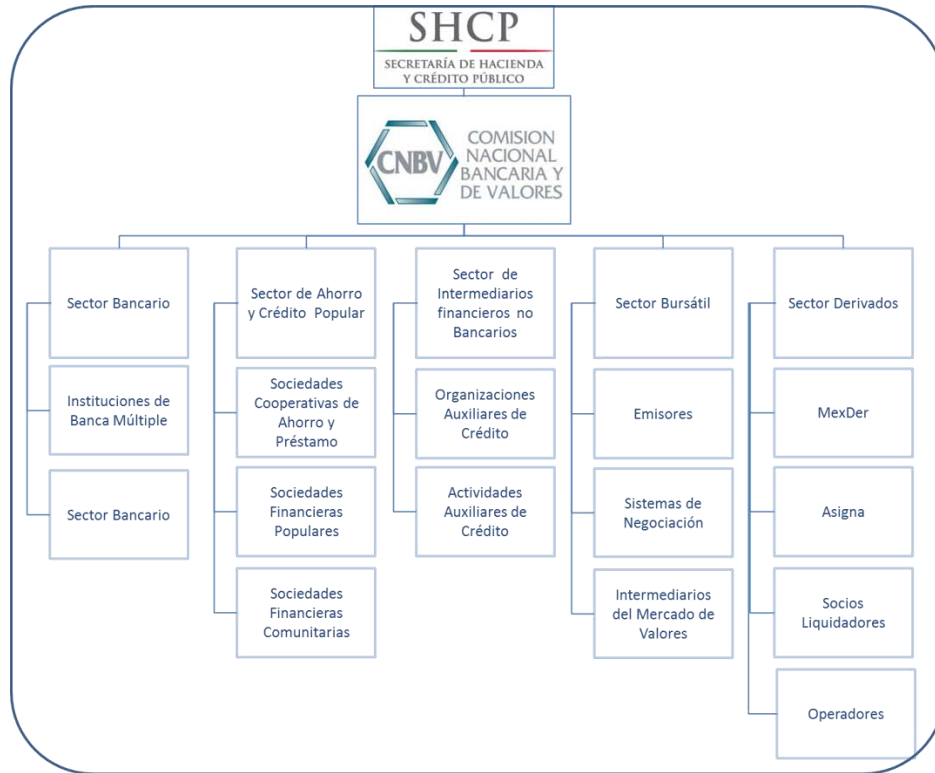
- Bolsa de Derivados, MexDer S.A. de C.V
- Asigna, Cámara de Compensación y Liquidación⁹
- Socios Liquidadores
- Operadores.

⁸ S.A de C.V, Sociedad Anónima de Capital Variable.

⁹ Asigna es la cámara de compensación constituida cómo fideicomiso de administración y pago.

Organigrama de la Comisión Nacional Bancaria y de Valores

La Comisión Nacional Bancaria y de Valores es la comisión que supervisa la mayor parte de los sectores financieros, a continuación el organigrama de la CNBV y sus sectores supervisados.



Elaboración Propia, Fuente: (SHCP, Catálogo del Sistema Financiero Mexicano, 2016)

Comisión Nacional de Seguros y Fianzas

La Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (CNSF), es organismo de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público se encarga de supervisar el sector de Seguros y Fianzas, acorde al margo legal establecido, esto con la finalidad de expandir la cobertura de Seguros a la mayor parte de la población Mexicana.

Las instituciones y agentes supervisados por la CNSF son:

- Instituciones de Seguros de Vida
- Instituciones de Seguro de Accidentes y Enfermedades
- Instituciones de Seguros de Daños
- Instituciones de Seguros Especializadas en Salud
- Instituciones de Seguros Especializadas en Pensiones
- Instituciones de Seguros Especializadas en Crédito para la vivienda

- Instituciones de Seguros Especializadas en Garantía Financiera
- Instituciones de Seguros Autorizadas para Practicar Exclusivamente el Reaseguro
- Instituciones de Finanzas
- Instituciones de Fianzas Autorizadas para Practicar Refinanzamiento
- Agentes de Seguros y Fianzas
- Intermediarios de Reaseguro

(CNSF, 2010)

Comisión Nacional de Ahorro para el Retiro

La Comisión Nacional de Ahorro para el Retiro (CONSAR), es un organismo de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público la cual tiene como función regular a las Administradoras de Fondos para el Retiro (AFORE) y supervisar las Sociedades de Inversión Especializadas de Fondos para el Retiro (SIEFORE). (CONSAR, 2016)

Los recursos administrados por las Afores son iguales a \$2, 630,090 millones de pesos¹⁰ provenientes de 54.4 millones de cuentas individuales.

2.4 Mercados Financieros

Los mercados financieros son un conjunto de mercados físicos o virtuales, donde se realizan las interacciones entre los oferentes y demandantes, en estos lugares se pueden realizar operaciones de inversión, financiamiento y cobertura a través de los diferentes intermediarios.

Los mercados financieros se separan en Mercados de Deuda, Mercados de Capital, Mercado Cambiario y Mercado de Derivados.

2.5 Catalogación de los Mercados Financieros

Los mercados Financieros se pueden catalogar bajo diferentes perspectivas, a continuación describiré las formas más comunes para su catalogación:

Acorde a su estructura:

¹⁰ Fuente: CONSAR al cierre de Marzo 2016.

- Bursátil: Es la integración de las instituciones, empresas e individuos que realizan transacciones con productos financieros, la característica principal es que se llevan a cabo estas transacciones en una Bolsa de Valores.
- Extrabursátil("OverTheCounter, OTC"): Los mercadosOTC es donde se negocian instrumentos financieros directamente entre dos partes, para ello se utilizan contratos OTC los cuales están sujetos a las cláusulas del International Swaps and Derivatives Association, estos mercados son mercados con mayor riesgo que los tradicionales, los productos principales operados son SWAPS y Derivados. (ISDA, 2013)

En función del destino de los fondos de valores:

- Mercado primario: Es el mercado donde se negocian valores financieros como bonos, acciones, obligaciones entre otros, los cuales han sido emitidos por primera vez, en este mercado se relaciona a al emisor con el inversionista.
- Mercado secundario: Es aquel donde se negocian los valores financieros previamente emitidos y estos cambian de titularidad, los activos se compran y venden entre los distintos tenedores de los títulos, por lo tanto este mercado no inyecta recursos a los emisores, distintos compradores para dotar de liquidez a dichos títulos y para la fijación de precios.

2.6 Mercados Financieros en México

Como ya hemos visto los mercados financieros tienen una gran importancia para la economía de los países, dando pauta a la interacción entre los demandantes y oferentes de valores financieros, como parte del motor de la economía mexicana expondremos su composición, con la finalidad de conocer los agentes que intervienen y están reconocidos bajo el marco legal mexicano:

Mercado accionario

El mercado de capitales, también llamado mercado accionario, es un tipo de mercado financiero a través del cual se ofrecen y se demandan fondos o medios de financiamiento a mediano y largo plazo.

Dentro del mercado de capitales intervienen diversas instituciones del sistema financiero las cuales participan activamente en la operación, regulación y supervisión de las operaciones que se efectúan dentro de este mercado.

Bolsa de Valores: Su principal es establecer el marco operativo necesario para realizar las operaciones financieras, registrando y supervisando los movimientos efectuados por oferentes y demandantes de recursos. Publicar cotizaciones e informa al inversionista de la situación financiera y económica de la empresa y del comportamiento de sus instrumentos financieros. En México contamos con la Bolsa Mexicana de Valores la cual funge con las funciones antes descritas.

Emisoras: Son entidades que emiten acciones (parte alícuota del capital social de una empresa) con la finalidad obtener recursos de los inversionista. Las emisoras pueden ser sociedades anónimas de capital variable, el gobierno federal, instituciones de crédito o entidades públicas descentralizadas.

Intermediarios (Casa de Bolsa): Realizan las operaciones de compra y venta de acciones, así como, administración de carteras y portafolio de inversión de terceros.

Inversionista: Son personas o instituciones con recursos económicos excedentes y disponibles para invertir en valores.

Mercado Cambiario

En este mercado se negocia con monedas de curso extranjero, aquí es donde acorde a la oferta y demanda diaria determinan los precios y el tipo de cambio de las monedas en función de otras.

Mercado de derivados

Por último el mercado de derivados es aquel donde se negocian productos derivados los cuales son aquellos instrumentos financieros cuyo valor se deriva del precio de otro activo.

En México se cuentan con los siguientes mercados de derivados:

MexDer: Mercado de Derivados Mexicano el cual se establece como un mercado organizado que previamente mostramos, el cual cuenta con una bolsa de derivados, una cámara de compensaciones, socios liquidadores y operadores, todo esto bajo un marco legal regulado por la Comisión Nacional Bancaria y de Valores.

Mercado Extrabursátil OTC: En este mercado las negociaciones se llevan a cabo entre compradores y vendedores de forma directa, este mercado es de alto riesgo y no cuenta con una cámara de compensaciones que garantice el cumplimiento de las obligaciones, los instrumentos más comunes para negociar en este mercado son los Swaps y Forwards.

En la siguiente tabla se muestran algunas diferencias entre MexDer y los Mercado OTC.

Características	MexDer	OTC
Términos del Contrato	Estandarizados	Acorde a lo negociado
Mercado	Organizado	No organizado
Fijación de precio	Cotización	Negociado
Regulación	SHCP,CNBV	No disponible
Riesgo de contraparte	Cámara de compensaciones	Lo asume directamente ambas partes

Fuente: Cubriendo el Futuro, Publicación especializada, MexDer 2003

2.7 Instrumentos Derivados

2.7.1 Futuros

Los Futuros son contratos financieros negociados en un mercado bursátil, el cual establece comprar o vender un activo subyacente a un precio en una fecha futura convenida. Los activos subyacentes en los que están basados los contratos de futuros pueden ser un índice, una divisa, acciones, bonos, entre otros. (Gray & Place, 2003).

Los contratos de futuro tienen tres utilidades como cobertura ante la fluctuación del precio del activo subyacente, es decir asegurar el precio del activo subyacente el día de hoy para una operación en una fecha futura y la otra función es especulativa, para este caso el inversionista adquiere contratos de futuros con la finalidad de especular con la evolución del precio spot entre la fecha de contratación hasta la fecha de vencimiento, por último el arbitraje se produce cuando un valor se negocia en varios mercados y, por circunstancias de carácter local, se produce una diferencia de precios. Una operación de arbitraje consiste en comprar donde el valor esté más barato y vender donde cotice más caro, obteniendo un beneficio.

Los contratos de Futuros que podemos encontrar en el mercado mexicano de derivados son:

- Futuros sobre índices: en este tipo de contrato de futuros el activo subyacente es el Índice de Precios y Cotizaciones, MINI IPC (Índice de Precios y Cotizaciones de la BMV)
- Futuros sobre instrumentos de deuda: el activo subyacente de estos contratos son Cetes, TIIIE y Bonos Gubernamentales, Swap de TIIIE

- Futuros sobre Acciones: El activo subyacente son acciones (Telmex, Grupo Carso, Cemex, entre otros.)
- Futuros sobre Divisas: Para este caso el activo subyacente son las divisas, específicamente en México sólo se opera cómo activo subyacente el dólar y el Euro.
- Commodities: Futuros del Maíz Amarillo.

2.7.2 Forwards

Los forwards es un producto financiero derivado, el contrato forward es un arreglo entre dos partes donde se acuerda compra o vender un activo en una fecha determinada a un precio determinado en el momento de celebrar el contrato, estos contratos se negocian en mercados extrabursátiles, son muy parecidos a los contratos de futuros.

A continuación se enlistan algunas diferencias primordiales de los contratos de futuros y los contratos forward

Futuros vs Forwards

Características	Forwards	Futuros
Tipo de Contrato	Contrato privado entre dos contrapartes, No estandarizado	Estandarizado
Negociación	Extrabursátil, OTC	Bursátil
Fijación de precio	Negociaciones	Cotización Abierta
Riesgo de contraparte	Lo asumen ambas partes	Lo asume la cámara de compensaciones
Relación Comprador / Vendedor	Cámara de compensaciones	Lo asume directamente los contratantes
Liquidez	Generalmente son menos líquidos	Generan siempre liquidez
Activo subyacente	No especificado	Se especifica en el contrato
Entrega	Entrega o liquidación monetaria al vencimiento	Generalmente se cierra antes del vencimiento
Liquidación	Se liquida a la fecha de entrega	Se liquida diariamente

Elaboración propia. Fuente(Chern, 1998)

2.7.3 Opciones

Los contratos de opciones, son un producto derivado mediante el cual el comprador adquiere el derecho de comprar (Call) o de vender (Put) un activo subyacente el cual está establecido en el contrato, a una fecha de vencimiento futura.

Cuando el comprador tiene derecho de ejercer el contrato solamente en la fecha de vencimiento se dice que la opción es de tipo Europeo, en el caso de que el comprador pueda ejercer el contrato en cualquier punto entre el inicio del contrato y la fecha de vencimiento, entonces la opción es de tipo Americano por último también existen las opciones tipo Bermuda las cuales se pueden ejercer en fechas discretas a lo largo de la vida del contrato, pero no se pueden ejercer en algún periodo entre las fechas pactadas.

Conceptos

Posición larga: hace referencia al efecto de comprar un producto derivado

Posición corta: hace referencia al efecto de vender un producto derivado

Prima: es el precio pagado por el comprador al vendedor de la opción por adquirir el derecho de comprar o vender el activo subyacente.

Precio del Ejercicio: es el precio al cual el poseedor de la opción tiene derecho a comprar o a vender el activo subyacente.

Tipos de opciones

CALL

Es un contrato de opción, el cual otorga a un comprador el derecho de comprar el activo subyacente durante la vida del contrato (tipo Americana) o sólo en la fecha de vencimiento (tipo Europea), de forma inversa el contrato representa para el vendedor la obligación de vender el activo subyacente en caso de que la parte corta decida ejercer.

Las expectativas de un comprador de Call es el alza del activo subyacente (Alcista), por lo tanto el precio del activo subyacente será mayor que el del precio de ejercicio entonces tendrá el derecho de comprar el activo subyacente a un precio más barato, por lo tanto si el precio del activo subyacente el precio baja y no podrá ejercer la opción entonces perderá la prima.

De forma totalmente inversa cuando se decide vender el Call las expectativas son de baja de activo subyacente, entonces el beneficio será la prima pactada

al momento de la celebración de contrato, sin embargo si el activo subyacente no baja y empieza a subir las pérdidas en este caso pueden llegar a ser ilimitadas para el vendedor.

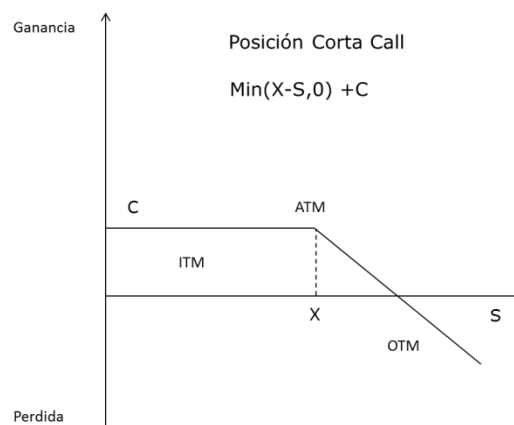
En el siguiente cuadro podemos observar los comportamientos y características de las posiciones Larga y Corta respecto a los contratos de Opciones Call.

	Opción Call	
Posición	Largo	Corto
Derecho	Derecho	Obligación
Expectativa	Alcista	Bajista
Beneficio	Ilimitado	Prima
Pérdidas	Prima	Ilimitado

Elaboración Propia, Fuente: Opciones para obtener lo mejor de la Bolsa, Publicación especializada, (MexDer)

Los beneficios de la posición corta están limitados a la prima y se mantendrán mientras el subyacente se mantenga bajo, en cuanto empieza a crecer el valor del subyacente y sobrepasa al precio del ejercicio comienza a generar pérdida.

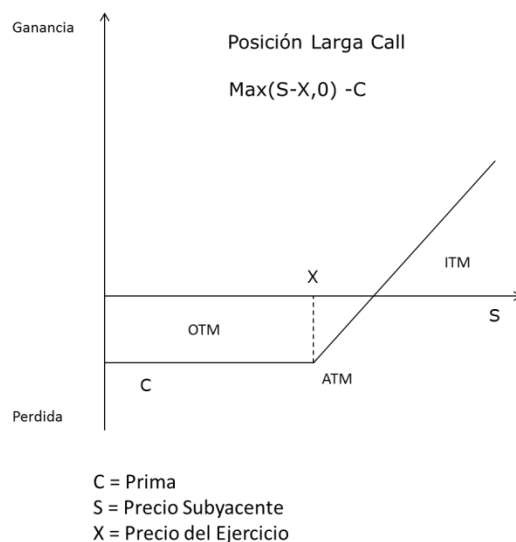
- ITM (Dentro del dinero): $X < S$
- ATM (En el dinero): $X = S$ o es muy cercano
- OTM (Fuera del dinero): $X > S$



C = Prima
 S = Precio Subyacente
 X = Precio del Ejercicio

Cuando se encuentra en posición Long las ganancias se obtiene a partir de qué, el precio del subyacente sobrepase al precio del ejercicio, cabe resaltar que para este caso los beneficios son ilimitados y en caso que el precio del subyacente no logre sobrepasar al del ejercicio nuestra pérdida se limita a la prima.

- ITM (Dentro del dinero): $X > S$
- ATM (En el dinero): $X = S$ o es muy cercano
- OTM (Fuera del dinero): $X < S$



PUT

Es un contrato de opción, mediante el cual se otorga a un comprador el derecho de vender el activo subyacente durante la vida del contrato (tipo Americana) o sólo en la fecha de vencimiento (tipo Europea), de forma inversa el contrato representa para el vendedor la obligación de comprar el activo subyacente.

Las expectativas de la posición larga de un Put, es la caída o baja del precio del activo subyacente, las ganancias se derivan de fijar el precio inicial de venta del activo subyacente por lo tanto si el activo cae las ganancias provienen del derecho de vender al precio fijado, si el activo sube la pérdida se limita al valor de la prima.

Al posicionarse en corto buscamos fijar el precio mediante el cual se comprara el activo subyacente, en este caso si el precio del activo subyacente sube se obtienen ganancias las cuales tendrán como limite el costo de la prima, en

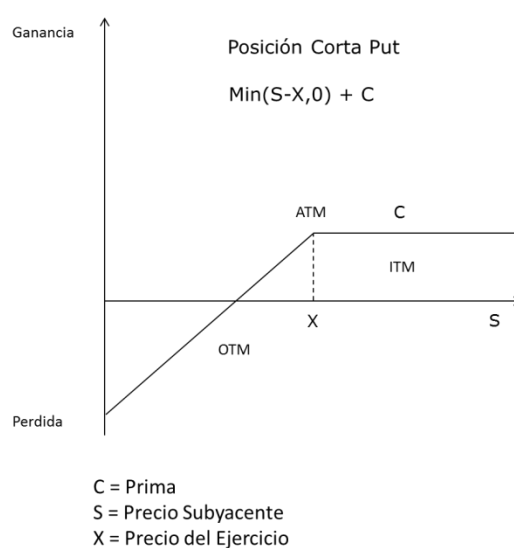
caso contrario si el precio baja genera perdidas, derivado de que el precio del ejercicio será mayor al precio de subyacente.

A continuación se observan algunas características de los contratos PUT respecto a las posiciones Larga y Corta

	Opción PUT	
Posición	Larga	Corta
Derecho	Derecho	Obligación
Expectativa	Bajista	Alcista
Beneficio	Ilimitado	Prima
Pérdidas	Prima	Ilimitado

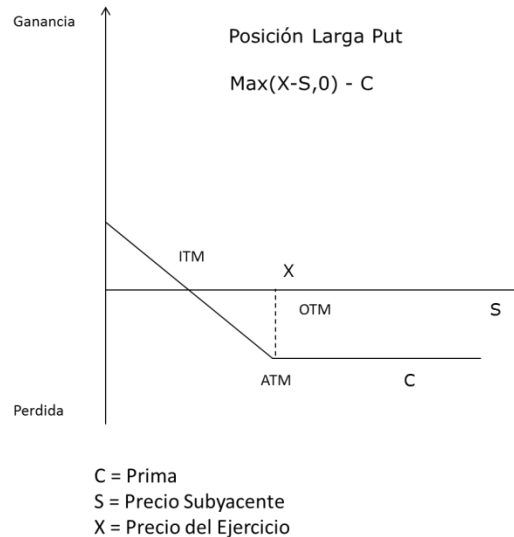
Respecto a la posición corta en contratos PUT las ganancias se limitan a la prima y se obtienen a partir de que el precio del subyacente supera al precio del ejercicio, en caso de que el precio del subyacente sea menor al precio del ejercicio generará perdidas las cuales no están limitadas.

- ITM (Dentro del dinero): $X < S$
- ATM (En el dinero): $X = S$ o es muy cercano
- OTM (Fuera del Dinero): $X > S$



Cunado la posición es larga en contratos PUT, las expectativas son la caída de los precios del subyacente por lo tanto, obtendremos ganancias a partir de qué el preció del subyacente sea menor al precio del ejercicio, es este caso si los precios del subyacente no caen las perdidas estarán limitadas a la prima

- ITM (Dentro del dinero): $X < S$
- ATM (En el dinero): $X = S$ o es muy cercano
- OTM (Fuera del Dinero): $X > S$



Teorema de paridad de Put – Call

Derivado del principio de no arbitraje, para opciones europeas, se pueden calcular el precio de un Call o un Put a partir del otro.

$$C + X \cdot e^{-rt} = P + S \cdot e^{-rt}$$

Utilidad de las Opciones

Para los inversionistas las opciones representan una gran gama de productos financieros mediante los cuales pueden tomar diferentes posiciones respecto los activos en el mercado de valores, teniendo ventaja en el alza o caída de los precios de los activos en los que se quiere invertir, también ofrece cobertura respecto a los activos en el caso de que exista una tendencia, por otra parte abre a los inversionistas alcistas, la posibilidad de especular con los precios con un riesgo acotado el cual corresponde a la prima de la opción.

En México el mercado de derivados está representado por MexDer, los productos favoritos de los mexicanos son los Futuros con más de 11 millones de operaciones en 2015, 254 mil opciones y 4,800 Swaps. ¹¹.

CAPÍTULO 3. FÓRMULA DE BLACK & SCHOLES PARA LA VALUACIÓN DE OPCIONES

3.1 Introducción

El mercado de valores es una parte esencial de la economía global, el cual se encuentra en constante cambio y expansión, el dinamismo de este mercado generó interés de muchos economistas, los cuales dedicaron sus estudios a describir los comportamientos del mercado de valores y de los productos que se negocian en él.

El mercado de valores en México está constituido por \$1,229,893 millones en títulos para negociar, de los cuales \$617,600 millones son productos derivados (CNBV, 2015) indudablemente es un negocio vital para la economía mexicana, en este punto es donde nace el interés de los inversionistas para poder evaluar los productos donde van a invertir el dinero, para el inversionista es necesario poder estimar cuales serán los costos o beneficios que obtendrá de las operaciones financieras en las que invertirá.

Sin embargo el inversionista no es un adivino, el cual logra ver el futuro y poder invertir su dinero, por lo contrario los inversionistas se sirven de una amplia gama de herramientas matemáticas para poder valorar los productos del mercado de valores, por ejemplo evaluar si el interés ganado de un bono a plazo fijo, mediante la fórmula de interés compuesto, hasta valorar opciones para determinar el precio de una opción con la fórmula de Black - Scholes.

3.2 Orígenes del modelo de Black - Scholes

Los economistas Fisher Black y Myron Scholes, publicaron en The Journal of a Political Economy su artículo titulado "The Pricing of Options and Corporate Liabilities" el cual proponía un modelo para determinar el precio de una opción (Black & Scholes, 1973), prácticamente el mismo año el economista Robert C. Merton publica su trabajo en The Bell Journal of Economist and Management

¹¹ Fuente MexDer : Estadísticas_Agosto_2015

Science titulado "Theory of Rational Option Pricing"(Merton C., 1973), donde enuncia por primera vez los trabajos de Fisher Black y Myron Scholes.

Derivado de sus aportaciones para la valuación de opciones en 1997 los economistas, Merton y Scholes recibieron el premio Nobel de economía.

3.3 Modelo de Black – Scholes

En esta sección se estudiarán los conceptos, lemas y teoremas necesarios para la derivación de las formulas de Black – Scholes, estudiaremos la formula de Black- Scholes, se mostrarán las variaciones de la formula de Black –Scholes para los diferentes tipos de subyacentes.

3.3.1 Estimación de la Volatilidad

La volatilidad es un elemento de los modelos de valuación de opciones, se puede estimar la volatilidad de una acción a partir de los precios históricos observados en el mercado.

Sea

r_t : es el rendimiento del subyacente de t-1 a t

S_t : es el precio del subyacente en t

S_{t-1} : es el precio del subyacente en t-1

t: días cotizados

$$r_t = \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right)$$

El uso de ln convierte (S_t/S_{t-1}) en una tasa de rentabilidad continua, a partir de la serie de r_t calcularemos la volatilidad.

$$\sigma_{Dia} = \sqrt{\frac{1}{t-1} \sum_{i=1}^t (r_i - \bar{r})^2}$$

$$\sigma_{Anual} = \sigma_{Dia} \sqrt{t}$$

3.3.2 Lema de Itô

Sea S es un proceso de Itô, es decir S es una variable aleatoria que satisface la ecuación diferencial estocástica

$$dS = A(S, T)dW_T + B(S, T)dT$$

Donde $dW \sim N(0, dT)$, A y B son dos funciones de S y de T y $G(S, T)$ es función al menos dos veces diferenciable en S y una en T .

Por lo tanto, dS es un proceso de Itô y

$$dG = A \frac{\partial G}{\partial S} dW_T + \left(\frac{\partial G}{\partial T} + \frac{\partial G}{\partial S} B + \frac{1}{2} A^2 \frac{\partial^2 G}{\partial S^2} \right) dT$$

3.3.3 Teorema Log - Normal

Sea S una variable aleatoria

$$\frac{dS}{S} = \alpha dT + \sigma dW \Leftrightarrow \frac{dS}{S} = e^{\sigma dW_T + \mu dT} - 1$$

Donde $dW \sim N(0, dT)$ y $\alpha = \mu + \frac{1}{2}\sigma^2$.

S sigue un modelo Log-normal α representa el rendimiento instantáneo esperado anual, μ es el rendimiento anual continuo y σ la desviación estándar de los rendimientos. Para cualquier horizonte T , S_T se distribuye log-normal con:

$$S_T = S_0 e^{\mu T + \sigma W}$$

Donde $W \sim N(0, T)$

Supuestos del Modelo

- El comportamiento del precio de las acciones corresponde al modelo log-normal con μ y σ constantes

$$dS_t = \mu dt + \sigma dW_t$$

- No hay pago de dividendos durante la vida de la opción
- No hay costes de transacción o impuestos
- Los activos son perfectamente divisibles
- Las negociación de valores financieros es continua

- La tasa de interés libre de riesgo r es constante en el tiempo
- No existen oportunidades de arbitraje.

(Hull, 2009)

3.4 Derivación de las formulas de Black – Scholes

Definición 1: Un universo es neutral al riesgo, si para todos los activos A en todos los periodos de tiempo T , el valor del activo $V(A,0)$ en el tiempo $T=0$, es el valor esperado del activo en el tiempo T descontado a valor presente usando la tasa libre de riesgo r .

La ecuación es:

$$V(A, 0) = e^{-rT} E(V(A, T))$$

Donde r es una tasa de continua libre de riesgo y $V(A,0)$ es una variable aleatoria que del valor del activo A en T

Lema 1: En un universo neutral al riesgo, si el valor del activo sigue un movimiento browniano dado por

$$\frac{dS}{S} = e^{\sigma dW_T + \mu dt} - 1$$

Donde $dW \sim N(0, dt)$ y r es la tasa libre de riesgo anual compuesta,

Por lo tanto:

$$r = \mu + \frac{1}{2} \sigma^2$$

Teorema 1: En un universo de neutral al riesgo, si el valor de un activo sigue un movimiento $\frac{dS}{S} = e^{\sigma dW_T + \mu dt} - 1$, donde $dW \sim N(0, dt)$, con $S=S_0$ igual al valor dado al tiempo T , y si C es el valor al tiempo $T=0$ de una opción Call de tipo europe, con un precio de ejercicio X , un tiempo de vencimiento T y si r es una tasa libre de riesgo continua, entonces:

$$C = N\left(\frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot T}{\sigma \cdot \sqrt{T}}\right) \cdot S - N\left(\frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot T}{\sigma \cdot \sqrt{T}}\right) \cdot X \cdot e^{-rT}$$

Donde N es la función de densidad de la Normal estándar.

Prueba:

Por el teorema Log-Normal

$$S_T = S e^{\mu T + \sigma W} \text{ Donde } W \sim N(0, T)$$

Sea $W = \sqrt{T}Y$ entonces:

$$S_T = S e^{\mu T + \sigma \sqrt{T}Y} \text{ Donde } Y \sim N(0,1)$$

Entonces el valor a la fecha de vencimiento de la opción en el tiempo T es $\max(S_T - X, 0)$ como es un universo neutral al riesgo por la Definición 1 entonces:

$$C = e^{-rT} E(\max(S_T - X, 0))$$

Sustituyendo S_T

$$C = e^{-rT} E\left(\max\left(S e^{\mu T + \sigma \sqrt{T}Y} - X, 0\right)\right)$$

$$C = e^{-rT} \int_{-\infty}^{\infty} \max\left(S e^{\mu T + \sigma \sqrt{T}y} - X, 0\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy$$

Sea

$$z = \frac{\ln \frac{X}{S} - \mu T}{\sigma \sqrt{T}}$$

Note que:

$$\max\left(S e^{\mu T + \sigma \sqrt{T}y} - X, 0\right) = \begin{cases} 0 & y \leq z \text{ el call expira OTM y no se ejercera} \\ S e^{\mu T + \sigma \sqrt{T}y} - X & y \geq z \text{ el call expira ITM y se ejercera} \end{cases}$$

Entonces:

$$C = e^{-rT} \int_{-\infty}^z \left(0 \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}}\right) dy + e^{-rT} \int_z^{\infty} \left(S e^{\mu T + \sigma \sqrt{T}y} - X\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy$$

$$C = e^{-rT} S \int_z^{\infty} e^{\mu T + \sigma \sqrt{T}y} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy - e^{-rT} X \int_z^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy$$

$$C = e^{-rT} S \int_z^{\infty} e^{\mu T + \sigma \sqrt{T}y} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy - e^{-rT} X \int_z^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy$$

$$C = e^{-rT} S \int_z^{\infty} e^{\mu T + \sigma \sqrt{T}y - \frac{y^2}{2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} dy - e^{-rT} X [1 - N(z)]$$

$$C = e^{-rT} S \int_z^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\mu T + \sigma \sqrt{T}y - \frac{y^2}{2}} dy - e^{-rT} X [1 - N(z)]$$

Completando el cuadrado

$$\mu T + \sigma \sqrt{T}y - \frac{y^2}{2} = \mu T + \sigma \sqrt{T}y - \frac{y^2}{2} + \frac{1}{2}\sigma^2 - \frac{1}{2}\sigma^2$$

$$\begin{aligned}
&= \mu T + \sigma\sqrt{T}y - \frac{y^2}{2} + \frac{1}{2}\sigma^2 - \frac{1}{2}\sigma^2 \\
&= \mu T + \frac{1}{2}\sigma^2 T - \frac{y^2 - 2\sigma\sqrt{T}y + \sigma^2 T}{2} \\
&= \left(\mu + \frac{1}{2}\sigma^2\right) T - \frac{(y - \sigma\sqrt{T})^2}{2}
\end{aligned}$$

Por lo tanto

$$C = e^{-rT} S \int_z^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{(\mu + \frac{1}{2}\sigma^2)T - \frac{(y - \sigma\sqrt{T})^2}{2}} dy - e^{-rT} X [1 - N(z)]$$

$$C = e^{-rT + (\mu + \frac{1}{2}\sigma^2)T} S \int_z^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y - \sigma\sqrt{T})^2}{2}} dy - e^{-rT} X [1 - N(z)]$$

Sustituyendo $y - \sigma\sqrt{T} = x$

$$C = e^{-rT + (\mu + \frac{1}{2}\sigma^2)T} S \int_{z - \sigma\sqrt{T}}^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx - e^{-rT} X [1 - N(z)]$$

$$C = e^{-rT + (\mu + \frac{1}{2}\sigma^2)T} S [1 - N(z - \sigma\sqrt{T})] - e^{-rT} X [1 - N(z)]$$

Por la simetría de la Normal, $1 - N(w) = N(-w)$ por lo tanto

$$C = e^{-rT + (\mu + \frac{1}{2}\sigma^2)T} S [N(\sigma\sqrt{T} - z)] - e^{-rT} X [N(-z)]$$

Sustituyendo $z = \frac{\ln \frac{X}{S} - \mu T}{\sigma\sqrt{T}}$:

$$C = e^{-rT + (\mu + \frac{1}{2}\sigma^2)T} S \left[N \left(\sigma\sqrt{T} - \frac{\ln \frac{X}{S} - \mu T}{\sigma\sqrt{T}} \right) \right] - e^{-rT} X \left[N \left(-\frac{\ln \frac{X}{S} - \mu T}{\sigma\sqrt{T}} \right) \right]$$

Puesto que: $\ln \frac{a}{b} = -\ln \frac{b}{a}$

$$C = e^{-rT + (\mu + \frac{1}{2}\sigma^2)T} S \left[-N \left(\sigma\sqrt{T} + \frac{\ln \frac{S}{X} + \mu T}{\sigma\sqrt{T}} \right) \right] - e^{-rT} X \left[N \left(\frac{\ln \frac{S}{X} + \mu T}{\sigma\sqrt{T}} \right) \right]$$

$$C = e^{-rT + (\mu + \frac{1}{2}\sigma^2)T} S \left[-N\left(\frac{\ln\frac{S}{X} + (\mu + \frac{1}{2}\sigma^2 + \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right) \right] \\ - e^{-rT} X \left[N\left(\frac{\ln\frac{S}{X} + (\mu + \frac{1}{2}\sigma^2 - \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right) \right]$$

Por el Lema1: $r = \mu + \frac{1}{2}\sigma^2$

$$C = e^{-rT + rT} S \left[N\left(\frac{\ln\frac{S}{X} + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right) \right] - e^{-rT} X \left[N\left(\frac{\ln\frac{S}{X} + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right) \right]$$

$$C = SN\left(\frac{\ln\frac{S}{X} + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right) - e^{-rT} XN\left(\frac{\ln\frac{S}{X} + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right)$$

Sean d1 y d2 las siguientes igualdades:

$$d1 = \frac{\ln\frac{S}{X} + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad y \quad d2 = \frac{\ln\frac{S}{X} + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

Teorema 2: En un universo de neutral al riesgo, si el valor de un activo sigue un movimiento $\frac{dS}{S} = e^{\sigma dW_T + \mu dt} - 1$, donde $dW \sim N(0, dt)$, con $S=S_0$ igual al valor dado al tiempo T , y si C es el valor al tiempo $T=0$ de una opción Call de tipo europe, con un precio de ejercicio X , un tiempo de vencimiento T y si r es una tasa libre de riesgo continua, entonces:

$$P = N\left(-\frac{\ln(\frac{S}{X}) + (r - \frac{\sigma^2}{2}) \cdot T}{\sigma \cdot \sqrt{T}}\right) \cdot X \cdot e^{-rT} - N\left(-\frac{\ln(\frac{S}{X}) + (r + \frac{\sigma^2}{2}) \cdot T}{\sigma \cdot \sqrt{T}}\right) \cdot S$$

3.5 Letras Griegas

Las letras griegas son un conjunto de medidas que denotan la sensibilidad del precio de la opción respecto al subyacente, el tiempo, la volatilidad, la tasa de interés libre de riesgo.

Delta (Δ)

Delta denota la sensibilidad respecto al precio de la opción y los cambios del precio del subyacente.

$$\Delta_C = \frac{\partial C}{\partial S} = N(d_1) \quad y \quad \Delta_P = \frac{\partial P}{\partial S} = N(d_1) - 1$$

Gamma (γ)

Gama es la sensibilidad de delta respecto al cambio del precio del subyacente.

$$\gamma_C = \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} = \frac{N'(d_1)}{S\sigma\sqrt{T}} \quad y \quad \gamma_P = \frac{\partial^2 P}{\partial S^2} = \frac{N'(d_1)}{S\sigma\sqrt{T}}$$

Donde $N'(d_1)$

$$N'(d_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Theta (θ)

Theta muestra la sensibilidad del precio de la opción respecto al plazo restante.

$$\theta_C = \frac{\partial C}{\partial T} = -\left(\frac{S\sigma}{2\sqrt{t}}\right)N'(d_1) - rXe^{-rT}N(d_2)$$
$$\theta_P = \frac{\partial P}{\partial T} = -\left(\frac{S\sigma}{2\sqrt{t}}\right)N'(d_1) - rXe^{-rT}N(-d_2)$$

Rho (ρ)

Rho es la sensibilidad del precio de la opción respecto a los cambios de la tasa libre de riesgo.

$$\rho_C = \frac{\partial C}{\partial r} = TXe^{-rT}N(d_2) \quad y \quad \rho_P = \frac{\partial P}{\partial r} = -TXe^{-rT}N(-d_2)$$

Vega (v)

Delta muestra la sensibilidad respecto al precio de la opción y los cambios del precio del subyacente.

$$v_C = \frac{\partial C}{\partial \sigma} = 2\sqrt{t}N'(d_1) \quad y \quad v_P = \frac{\partial P}{\partial \sigma} = 2\sqrt{t}N'(d_1)$$

3.4 La fórmula de Black – Scholes y sus variantes.

A continuación se describirán los diferentes tipos de opciones que pueden ser valuados mediante la fórmula de Black-Scholes, los cuales se enlistan a continuación:

- Opciones sobre acciones sin pago de dividendos
- Opciones sobre acciones con pago de dividendos discretos
- Opciones sobre futuros
- Opciones sobre divisas

Opciones sobre acciones sin pago de dividendos

Corresponde a las fórmulas que previamente se obtuvieron.

$$C = N(d_1)S - N(d_2)Xe^{-rT}$$

$$P = N(-d_2)Xe^{-rT} - N(-d_1)S$$

Donde

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot T}{\sigma \cdot \sqrt{T}} \quad y \quad d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot T}{\sigma \cdot \sqrt{T}}$$

Opciones sobre acciones con pago de dividendos discretos

Para el caso del pago de dividendos discretos se toman las siguientes consideraciones

$$S \rightarrow S - I \quad y \quad \sigma \rightarrow \sigma \frac{S}{S - I}$$

Donde I es el valor presente de los dividendos.

$$C = N(d_1)S - N(d_2)Xe^{-rT}$$

$$P = N(-d_2) \cdot Xe^{-rT} - N(-d_1)S$$

Opciones sobre acciones con pago de dividendos continuos

Para el caso del pago de dividendos continuos se toman las siguientes consideraciones

$$C = N(d_1)Se^{-qT} - N(d_2)Xe^{-rT}$$

$$P = N(-d_2)Xe^{-rT} - N(-d_1)Se^{-qT}$$

Donde q = la rentabilidad esperada por dividendos a lo largo de la vida de la opción.

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r - q + \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot T}{\sigma \cdot \sqrt{T}} \quad y \quad d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r - q - \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot T}{\sigma \cdot \sqrt{T}}$$

Opciones sobre futuros

Cuando el activo subyacente es un contrato de Futuro, los precios de las opciones son los siguientes:

$$C = e^{-rT} [N(d_1)F - N(d_2)X]$$

$$P = e^{-rT} [N(-d_2)X - N(-d_1)F]$$

Donde F es precio del futuro actual y σ corresponde a la volatilidad del precio del futuro.

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{F}{x}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot T}{\sigma \cdot \sqrt{T}} \quad y \quad d_2 = \frac{\ln\left(\frac{F}{x}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot T}{\sigma \cdot \sqrt{T}}$$

Opciones sobre divisas

Una divisa es un activo que proporciona una rentabilidad continua por dividendos igual a r_f , se puede utilizar las formulas de Black- Scholes con pago de dividendos continuos con las siguientes consideraciones.

Sea S=el tipo de cambio actual, $q = r_f$ y σ la volatilidad del tipo de cambio.

$$C = N(d_1)Se^{-r_f T} - N(d_2)Xe^{-rT}$$

$$P = N(-d_2)Xe^{-rT} - N(-d_1)Se^{-r_f T}$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{x}\right) + \left(r - r_f + \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot T}{\sigma \cdot \sqrt{T}} \quad y \quad d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{x}\right) + \left(r - r_f - \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot T}{\sigma \cdot \sqrt{T}}$$

3.5 Modelo KMV

El modelo KMV utiliza la metodología de Black - Scholes para valuación de opciones con la finalidad de estimar la probabilidad de incumplimiento de una empresa.

El de una empresa se puede determina a partir de $A_t = P_t + C_t$

A_t = el valor de los activos de la empresa

P_t = el valor de los pasivos de la empresa

C_t = el valor de los pasivos de la empresa

Los pasivos se modelan como un Bono B_t cupón cero con valor nominal D a descuento, el cual será liquidado en un tiempo T, el perfil de pagos de las variables

$$C_t = \max(A_t - D, 0)$$

$$P_t = \min(A_t - D, 0)$$

De esta manera, el valor de mercado del capital de la empresa se determina mediante la formula del call

$$C = N(d_1)A_t - N(d_2)De^{-r(T-t)} \quad d_1 = \frac{\ln\left(\frac{A_t}{D}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot (T-t)}{\sigma \cdot \sqrt{(T-t)}} \quad \text{y} \quad d_2 = \frac{\ln\left(\frac{A_t}{D}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot (T-t)}{\sigma \cdot \sqrt{(T-t)}}$$

De igual manera, el perfil de pagos de la deuda B_t esta asociado como una opción de put si la empresa adquiere una deuda D , el valor de mercado de sus pasivos será:

$$P_t = De^{-r(T-t)} - B_T$$

Si el valor de los activos son menores a la deuda adquirida entonces la empresa entregará el valor de sus activos para cubrir la deuda entonces las perdidas equivalen a $B_T = A_T - D \Rightarrow B_T = \min(A_T - D, 0)$

El pasivo de la empresa esta dado por:

$$P_t = De^{-r(T-t)} - [N(-d_2)De^{-r(T-t)} - N(-d_1)A_t]$$

Las variables de C_T , la tasa libre de riesgo, el monto de la Deuda D y el plazo de T son fácilmente observables, pero el valor del mercado actual de la empresa A_T y la volatilidad de los activos σ_A no lo son.

Como se requiere estimar el valor de los activos, se debe de reordenar la formula de Black -Scholes

$$A_t = \frac{C_t + N(d_2)De^{-r(T-t)}}{N(d_1)}$$

Calculando las t iteraciones generamos la serie de A_t y calculamos las σ_A

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\ln\left(\frac{A_{t-i}}{A_{t-i+1}}\right) - \sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{A_{t-i}}{A_{t-i+1}}\right) \right]^2}$$

Y

$$\mu_A = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{A_{t-i}}{A_{t-i+1}}\right)$$

Estimación de la probabilidad de default.

Una vez estimados los valores de los activos y la volatilidad de los activos, se construye una medida que representa el número de desviaciones estándar que existe entre el valor esperado de los activos de la empresa y el punto de default. Dicha medida que llamaremos distancia al default es la siguiente.

$$DD = \frac{A_t - D}{\sigma_A}$$

La probabilidad de default es:

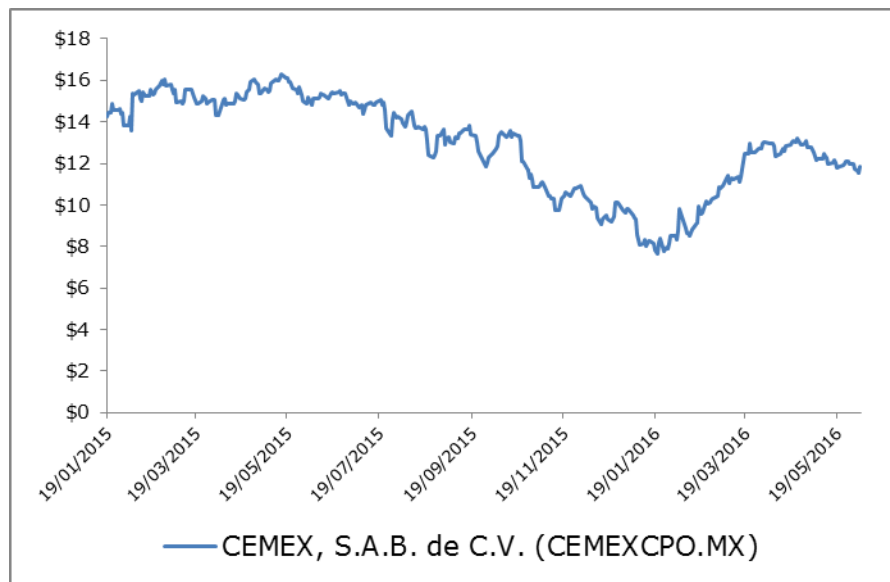
$$PD = N(-DD)$$

A partir de datos

3.6 Aplicación de la fórmula de Black – Scholes

A continuación se determinará el precio de una opción utilizando la fórmula de Black – Scholes sin pago de dividendos.

Para el subyacente tomaremos las cotizaciones de las acciones de CEMEX, S.A.B. de C.V. (CEMEXCPO.MX) información histórica desde el 19 de enero de 2015 al 3 de junio de 2016.



Fuente: (Finanzas) Acciones CEMEX, S.A.B. de C.V. (CEMEXCPO.MX)

Los precios de las acciones del periodo de observación los podemos observar en el siguiente cuadro, en base a estos precios hemos determinado la volatilidad para las acciones del Cemex

Días Habil	2015												2016					
	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun
1	14.2	13.8	15.8	14.3	15.4	14.9	14.9	14.2	12.9	12.4	10.9	10.8	9.8	8.5	10.8	13.1	12.8	11.7
2	14.4	14.3	15.6	14.3	15.6	15.2	14.9	13.9	13.2	12.4	10.9	10.6	9.5	8.4	10.8	12.9	12.5	11.6
3	14.4	13.6	15.4	14.3	15.5	14.9	14.9	13.8	13.2	12.7	11.0	10.4	9.3	8.7	10.9	12.9	12.3	11.9
4	14.9	15.4	15.5	15.0	15.4	14.8	14.7	14.0	13.0	12.8	11.1	10.4	9.3	9.8	11.0	13.0	12.2	
5	14.5	15.3	15.0	15.1	15.5	15.1	14.8	14.3	13.0	13.4	10.9	10.1	8.6	9.6	11.4	12.8	12.2	
6	14.6	15.5	15.0	14.8	15.9	15.2	14.4	14.5	13.3	13.5	10.4	9.8	8.1	8.9	11.0	12.4	12.2	
7	14.6	15.2	14.9	14.9	16.1	15.2	14.6	13.8	13.2	13.4	10.4	9.9	8.1	8.6	11.2	12.5	12.5	
8	14.4	15.0	15.0	14.9	16.0	15.3	14.8	13.7	13.5	13.2	10.3	9.9	8.3	8.6	11.3	12.6	12.3	
9	14.5	15.4	15.5	14.9	16.0	15.3	14.9	13.7	13.4	13.3	10.3	9.4	8.0	8.5	11.2	12.7	12.3	
10	13.8	15.3	15.6	15.0	16.1	15.3	14.9	13.8	13.7	13.6	9.7	9.1	8.3	8.8	11.3	12.6	12.0	
11		15.2	15.6	15.3	16.3	15.1	14.8	13.6	13.7	13.2	9.7	9.3	8.2	9.1	11.1	12.8	12.1	
12		15.5	15.4	15.3	16.1	15.2	14.8	13.8	13.7	13.4	10.3	9.5	8.2	9.1	11.4	12.9	12.1	
13		15.3	15.2	15.1	16.1	15.4	14.9	13.6	13.8	13.3	10.3	9.5	7.8	10.0	11.7	13.0	12.0	
14		15.4	14.9	15.1	15.9	15.4	15.1	13.1	13.4	13.3	10.4	9.3	7.7	9.6	12.4	13.1	11.8	
15		15.6	14.9	15.1	15.9	15.3	14.8	12.4	13.3	13.1	10.6	9.2	8.2	9.6	12.4	13.1	11.8	
16		15.7	15.0	15.4	15.6	15.4	14.9	12.3	13.0	12.1	10.5	9.5	8.4	10.2	12.9	13.2	11.9	
17		16.0	15.2	15.5	15.6	15.5	14.6	12.4	12.6	12.1	10.5	10.1	7.8	10.1	12.5	12.9	12.0	
18		15.8	15.1	15.9	15.4	15.3	13.7	12.6	12.4	11.7	10.7	10.1	7.9	10.1	12.5	12.9	12.1	
19		16.0	14.9	16.0	15.7	15.3	13.4	13.4	12.3	11.3	10.8	10.1	7.9	10.2	12.5	13.0	12.1	
20		15.8	15.0	15.9	15.3	15.4	14.1	13.4	11.9	11.5	10.8	9.8	8.1	10.3	12.7	13.1	12.0	
21			15.1	15.8	15.0	14.8	14.4	13.7	12.0	11.2	10.9	9.7	8.5	10.4	12.7	12.8	12.0	
22			15.0	15.4		15.0	14.2		12.3	10.9		9.6			12.9		11.7	
23							14.3					9.8			13.1			

Fuente: (Finanzas)CEMEX, S.A.B. de C.V. (CEMEXCPO.MX)19 de enero 2015 al 3 de junio de 2016.

3.6.1 Calculo de las Opciones Put y Call

Se utilizara la formula de Black - Scholes sin pago de dividendos, con las siguientes consideraciones:

C: Incógnita

S: \$11.9¹²

X: 14

r : 4.0905% ¹³

σ : 46.1%, T: 2 años

¹² Ultima cotización al 15-Abr-2016

¹³r es la tasa continua anualizada de TIE 28 días 4.0970 % al 30-May-2016

Sustituyendo los parámetros en la fórmula de Black - Scholes obtenemos:

$$C = N(d_1)S - N(d_2)Xe^{-rT}$$

$$P = N(-d_2)Xe^{-rT} - N(-d_1)S$$

Donde

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot T}{\sigma \cdot \sqrt{T}} \quad y \quad d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot T}{\sigma \cdot \sqrt{T}}$$

Sustituyendo en d1=

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{11.9}{14}\right) + \left(0.040905 + \frac{0.461^2}{2}\right) \cdot 2}{0.461 \cdot \sqrt{2}} = 0.2022$$

Sustituyendo en d2=

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{11.9}{14}\right) + \left(0.040905 - \frac{0.461^2}{2}\right) \cdot 2}{0.461 \cdot \sqrt{2}} = -0.4498$$

Sustituyendo en la Fórmula de Black -Scholes para el cálculo de precio de la opción Call tipo europeo:

$$C = N(0.2022)11.9 - N(0.4498) \cdot 14 \cdot e^{-0.040905 \cdot 2}$$

Donde

$$\begin{aligned} N(d_1) &= N(0.2022) = 0.5801 \\ N(d_2) &= N(-0.4498) = 0.3264 \\ N(-d_1) &= N(-0.2022) = 0.4199 \\ N(-d_2) &= N(0.4498) = 0.6735 \end{aligned}$$

Por lo tanto

$$C = 0.5801 \cdot 11.09 - 0.3264 \cdot 14 \cdot e^{-0.040905 \cdot 2} = 2.692$$

$$P = 0.6735 \cdot 14 \cdot e^{-0.040905 \cdot 2} - 0.4199 \cdot 11.09 = 3.692$$

Se determino el precio de las opciones Put y Call, \$3.69 y \$2.69 respectivamente por cada acción, si se desea hacer un contrato por n acciones es necesario multiplicar n por el precio de la opción.

En el caso del

Comprobando la paridad Put-Call

$$C + Xe^{-rT} = P + S$$

$$2.692 + 14e^{-0.040905 \cdot 2} = 3.692 + 11.9$$

$$15.59 = 15.59$$

Para finalizar este ejemplo se calcularan las letras griegas.

$$\Delta_C = N(d_1) = 0.5801 \quad y \quad \Delta_P = N(d_1) - 1 = -0.4199$$

$$N'(d_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{0.5801^2}{2}} = 0.39$$

$$\gamma_C = \gamma_P = \frac{0.39}{11.9 \cdot 0.461 \cdot \sqrt{2}} = 0.0504$$

$$\rho_C = 2 \cdot 14 \cdot e^{-0.040905 \cdot 2} \cdot 0.3264 = 8.4222$$

$$\rho_P = -2 \cdot 14 \cdot e^{-0.040905 \cdot 2} \cdot 0.6735 = -17.3786$$

$$\theta_C = -\left(\frac{11.9 \cdot 0.461}{2\sqrt{2}}\right) 0.39 - 0.040905 \cdot 14 \cdot e^{-0.040905 \cdot 2} \cdot 0.3264 = -0.9304$$

$$\theta_P = -\left(\frac{11.9 \cdot 0.461}{2\sqrt{2}}\right) 0.39 - 0.040905 \cdot 14 \cdot e^{-0.040905 \cdot 2} \cdot 0.6735 = -0.5859$$

$$v_C = v_P = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 0.39 = 6.5780$$

	Call	Put
Delta	0.5801	-0.4199
Gamma	0.0504	0.0504
Rho	8.4222	-17.3786
Theta	-0.9304	-0.5859
Vega	6.5780	6.5780

3.6.2 Propuesta de uso de la fórmula de Black – Scholes

Supóngase que se necesita estimar el valor de las carteras de ciertas instituciones bancarias a un año y de esta manera determinar cual de ellas se deteriora menos.

Utilizando la formula de Black – Scholes se tomara como activo subyacente las reservas de cada institución las cuales corresponden a el nivel de cartera que se tiene que reservar para el cumplimiento de las obligaciones del banco, evaluaremos $T=1$

Muestra

Como no contamos con la información privada de los bancos para hacer el ejercicio más preciso, utilizaremos la información pública emitida por la CNBV de Saldos y Reservas de crédito revolvente, nuestra ventana de información está definida entre 1 de enero de 2014 y 1 de febrero de 2016.

En la siguiente tabla podemos observar las reservas reportadas a la CNBV por parte de un grupo de instituciones bancarias.

Reservas

Banco	BBVA Bancomer	HSBC	Scotiabank	American Express	BanCoppel
201602	8,914,987,930	2,695,710,009	1,229,891,658	873,069,641	2,662,197,732
201512	8,488,178,298	2,681,116,901	1,028,762,810	854,986,787	2,298,092,638
201510	8,550,462,037	2,668,122,776	1,018,795,373	841,684,150	2,683,052,986
201508	8,408,291,733	2,533,771,038	1,024,578,510	832,592,775	2,598,499,816
201506	8,384,826,213	2,517,943,476	1,057,078,109	838,012,766	2,511,723,865
201504	8,446,063,647	2,496,979,230	1,065,777,656	841,923,278	2,509,219,575
201502	8,446,026,540	2,499,955,832	1,143,923,525	862,574,852	2,495,717,161
201412	8,164,519,945	2,566,899,151	1,164,045,769	877,514,030	2,275,436,222
201410	8,412,356,202	2,636,963,306	1,192,350,148	881,809,553	2,645,938,966
201408	8,481,848,403	2,604,341,938	1,172,759,527	891,896,417	2,130,893,504
201406	8,514,432,609	2,592,351,544	1,179,214,474	547,666,602	1,940,093,903
201404	8,504,689,710	2,607,662,754	1,154,998,547	561,899,652	2,036,684,869
201402	8,247,467,894	2,667,591,321	948,153,315	570,467,877	1,881,181,893

Fuente: (CNVB, 2015)

En la siguiente tabla observamos el total de cartera de los créditos revolventes de cada institución.

Saldo Total de Cartera

Banco	BBVA Bancomer	HSBC	Scotiabank	American Express	BanCoppel
201602	96,851,924,288	19,519,984,464	7,596,759,093	7,594,177,784	10,099,437,913
201512	95,868,894,616	19,611,548,223	7,139,142,121	8,325,861,695	9,735,836,173
201510	94,254,539,299	18,981,244,726	6,941,608,605	8,516,319,428	10,118,039,207
201508	92,525,315,479	18,240,954,811	6,850,612,558	8,498,234,013	9,807,751,740
201506	93,195,212,280	18,158,488,295	6,965,425,792	8,380,555,036	9,658,967,068
201504	92,490,774,827	17,694,097,112	6,978,224,475	8,180,183,698	9,504,508,056
201502	94,997,871,862	18,188,920,624	7,320,509,385	8,489,752,335	9,381,359,069
201412	95,446,966,276	18,436,322,379	7,472,552,983	8,284,701,892	10,622,541,728
201410	95,301,877,428	18,011,893,945	7,498,223,133	8,016,506,579	9,308,598,321
201408	94,522,884,957	17,665,925,569	7,385,905,490	7,719,900,663	8,200,769,775
201406	96,008,952,618	17,667,120,775	7,410,849,271	7,063,231,529	7,767,657,326
201404	95,312,780,788	17,414,490,875	7,167,046,459	7,289,570,768	7,694,358,270
201402	97,908,931,438	18,001,705,812	6,841,477,093	7,533,715,066	7,578,530,612

Fuente: (CNVB, 2015)

Consideraciones

Las reservas están calculadas para solventar el riesgo de incumplimiento en 12 meses.

No hay nuevas originaciones de crédito

S = igual a la ultima observación del Total de Cartera

X=Total de Cartera menos la reserva

r : 4.0905% ¹⁴

σ : 46.1%

T: 1 año

Producto	BBVA Bancomer	HSBC	Scotiabank	American Express	BanCoppel
S	96,851,924,288	19,519,984,464	7,596,759,093	7,594,177,784	10,099,437,913
X	87,936,936,358	16,824,274,455	6,366,867,435	6,721,108,143	7,437,240,182
σ	7.7%	7.4%	28.2%	49.6%	38.1%
T	1	1	1	1	1
r	4.09%	4.09%	4.09%	4.09%	4.09%
C	12,539,072,853	3,372,108,550	1,726,871,830	2,018,777,633	3,276,550,570

El precio de Call se interpreta en este caso como el costo actual e la cartera, por lo tanto se podría interpretar como una estimación del nivel de reservas en t=1, bajo estos cálculos se determina Scotiabank es el producto que menos reservas generaría, sin embargo en términos relativos Bancomer seria el producto que menos reservas genera.

¹⁴r es la tasa continua anualizada de TIEE 28 días 4.0970 % al 30-May-2016

Producto	BBVA Bancomer	HSBC	Scotiabank	American Express	BanCoppel
%PE	9.2%	13.8%	16.2%	11.5%	26.4%
%PE Call	12.9%	17.3%	22.7%	26.6%	32.4%

Comparando con los % de reservas actuales obtenidos de datos históricos observamos que los datos del Call son mayores sin embargo, sobre estiman el nivel de reservas, sin embargo considerando que no existen nuevas entradas es normal que los niveles de reservas se incrementen, por otra parte la varianza genera un incremento mayor en el calculo del call. En conclusión esta propuesta podría ser utilizada bajo un escenario muy conservador y si se quisiera generar mayores niveles de reservas, este tipo de estrategias se utilizan cuando se lanza un nuevo producto crediticio y no se cuenta con datos históricos para respaldar el caso de negocio, por otra parte es preferible para estos casos sobrestimar los niveles de reserva y en cuanto se cuente con datos históricos recalcular los niveles de reserva ya con la metodología tradicional.

Conclusiones

Al término de este trabajo se estudio la importancia de los principios básicos de las matemáticas financieras, específicamente el valor del dinero en el tiempo bajo los conceptos de interés simple e interés compuesto y su utilidad en la vida cotidiana, la importancia del valor del dinero en el tiempo esta aunado al costo que genera por su uso, con las formulas de interés simple y compuesto podemos determinar el valor futuro de una inversión bajo una tasa de interés, de esta manera somos capaces de conocer que producto tiene un mejor rendimiento, esto con la finalidad de mejorar la toma de decisiones financieras, sin embargo no solo se pueden evaluar inversiones, también podemos utilizar las formulas de interés simple y compuesto en operaciones financieras de la vida cotidiana, podemos evaluar el interés que genera un presta, una hipoteca, una Tdc Bancaria o cualquier tipo de crédito, indudablemente las formulas de interés simple y compuesto aunque básicas tienen una amplia gama de utilidades para la correcta toma de decisiones financieras.

Adicionalmente se estudio como se componen los sistemas financieros en una perspectiva general, analizamos los diferentes tipos de mercados y los productos que se negocian en ellos, respecto a mercado bursátil nos enfocamos en los productos derivados y sus características, los cuales son un tipo de producto muy versátil para los inversionistas puesto que acorde a las necesidades de cada inversor se pueden tener una amplia gama de productos como futuros, forwards, opciones, entre otros la importancia del estudio de estos productos financieros se deriva de la necesidad de evaluar que producto generara mejores rendimientos o protege al inversor de acuerdo a los movimientos y especulaciones del mercado, la versatilidad de estos productos radica en que prácticamente se puede invertir en todo tipo de activos, bajo un contrato establecido y regulado en un mercado bursátil.

Una vez descrito el mercado bursátil y sus productos, se estudio la formula de Black- Scholes la cual es resultado de los trabajos de Fisher Black y Myron Scholes, estos economistas estudiaron los comportamientos de las opciones y determinaron un modelo mediante el cual determina el precio de una opción, desde entonces esta formula ha sido utilizada para la valuación de opciones y los diferentes tipos de subyacentes como acciones, índices, divisas y contratos de futuros, se analizaron las medidas de sensibilidad de la formula de Black-Scholes. Los contratos de opciones permiten a los inversores acceder a diferentes estrategias de inversión, mediante las cuales se pueden obtener ganancias respecto a las alzas o bajas de los precios de los subyacentes en el mercado.

Otro uso del modelo de Black- Scholes es el modelo KMV mediante el cual se determina la probabilidad de incumpliendo de un empresa, el cual modela los pasivos de la empresa como una opción de tipo Put y los activos de la empresa como una opción de tipo call, después de calcular las activos y su varianza el modelo propone una medida la cual establece la distancia de los activos y la deuda, mediante esta media se establece la probabilidad de incumplimiento.

Se propuso un uso alterno de Black – Scholes el cual no esta comprobado, sin embargo se aplicó de forma empírica, el objetivo para el cálculo de las reservas de productos crediticios y determinar que producto tenía menos deterioro, al final se observa una sobre estimación de los niveles de reserva, sin embargo este tipo de estimaciones pueden ser utilizadas de cara al lanzamiento de un nuevo producto el cual no cuenta con experiencia como para determinar un calculo conciso de los niveles de reservas.

En conclusión las Finanzas son parte latente de nuestra vida y este trabajo ha evidenciado como nos relacionamos activamente con el sistema financiero y hemos descrito las diferentes herramientas financieras para la correcta toma de decisión.

Bibliografía

- Ayres, F. J. (1963). *Mathematics of Finance*. U.S.A: MC GRAW-HILL.
- Banco de México, B. (n.d.). *Publicaciones Banxico*. Retrieved from <http://www.banxico.org.mx/ley-de-transparencia/publicacion-banxico/funciones/funciones.html>
- Banco de México, B. (n.d.). *Sistemas de Pago*. Retrieved Noviembre 2015, from <http://www.banxico.org.mx/sistemas-de-pago/>
- Basilea, C. d. (2004). *Convergencia internacional de medidas y normas de capital*. Banco de Pagos Internacionales.
- Black, F., & Scholes, M. (1973, May). *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*. The University of Chicago Press.
- Bodie, Z., & Merton, R. C. (1999). *Finanzas*. México: Prentice Hall.
- Chern, I.-L. (1998). *Financial Mathematics*. Department of Mathematics National Taiwan University.
- CNBV. (2013, OCTUBRE 25). *BANCA DE DESARROLLO*. Retrieved from <http://www.cnbv.gob.mx/SECTORES-SUPERVISADOS/SECTOR-POPULAR/Descripci%C3%B3n-del-sector/Paginas/default.aspx>
- CNBV, B. M. (2015, Julio 06). *Banca Multiple*. Retrieved from <http://www.cnbv.gob.mx/SECTORES-SUPERVISADOS/BANCA-MULTIPLE/Paginas/Descripci%C3%B3n-del-Sector.aspx>
- CNBV, S. d. (2016, 04 06). *CNBV*. Retrieved 04 06, 2016, from CNBV: <http://www.cnbv.gob.mx/Paginas/default.aspx>
- CNSF. (2010, 1 1). *Comisión Nacional de Seguros y Fianzas* . Retrieved from <http://www.cnsf.gob.mx>
- CONSAR. (2016, Abril 5). *Comisión Nacional de Ahorro para el Retiro*. Retrieved from www.consar.gob.mx
- Devoto Ratto, R., & Nuñez Abarca, M. (2001). *Matemáticas Financieras: Un enfoque para toma de decisiones*. Santiago: Ediciones Universitarias de Valparaiso .
- Díaz Mata, A. (2008). *Matemáticas Financieras*. México D.F: Mc Graw Hill.
- Elliot, R. J., & Kopp, E. (2005). *Mathematics of Financial Markets*. New York: Springer.
- Finanzas, Y. (n.d.). *Finanzas*. Retrieved from <https://es-us.finanzas.yahoo.com>
- García Santillán, A. (2007). *Sistema Financiero Mexicano y el Mercado de Derivados*. Boca del Rio: CIEA.

- Gray, S., & Place, J. (2003). *Derivados Financieros*. Durango: Centro de Estudios Monetarios Latinoamericanos.
- Guzmán, C. A. (2006). *Matemáticas Financieras: Para Toma de Decisiones Empresariales*. Mypes.
- Hull, J. (2009). *Options, Futures, and other Derivatives*. Totonto: Pearson.
- ISDA. (2013, Abril). *International Swaps and Derivatives Association*. Retrieved from <http://www.isda.org/>
- Jorion, P. (2003). *Financial Risk Manager*. New Jersey: Jhon Wiley & Sons, Inc.
- Kisbye, P., & Levstein, F. (2010). *Todo lo que usted quiere saber sobre la MATEMÁTICA FINANCIERA pero no se anima a preguntar*. Buenos Aires: Instituto Nacional de Tecnología .
- Merton C., R. (1973). *Theory of Rational Option Pricing*. The Bell Journal of Economics and Management Science.
- MexDer. (n.d.). *Opciones para obtener la mejor bolsa*. Ciudad de México: MexDer.
- Miras Calvo, M. A. (n.d.). *Matematicas en Wall Street: la formula de Black-Scholes*. Pontevedra: Facultad de Economia.
- SHCP, S. d. (2016, Abril 04). *Catálogo del Sistema Financiero Mexicano*. Retrieved 04 09, 2016, from <http://www.gob.mx/shcp/documentos/catalogo-del-sistema-financiero-mexicano>
- SHCP, S. d. (2016, Abril 04). *Fondos y Fideicomisos de Fomento Económico*. Retrieved from <http://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/56050/sector31.pdf>
- Trasini, R. (1999). *Economía para no economistas*. Montevideo: Departamento Económica.