



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
FACULTAD DE QUÍMICA

ESTUDIO DEL EFECTO DE UN RECUBRIMIENTO HIDROFÓBICO  
SOBRE UNA PELÍCULA DE FLUIDO DESCENDENTE

TESIS  
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
INGENIERA QUÍMICA  
PRESENTA  
KAREN YESENIA PÉREZ SALAS



MÉXICO, DF.

2016



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

PRESIDENTE: Profesor: Jesús Gracia Fadrique

VOCAL: Profesora: Leticia Valle Arizmendi

SECRETARIO: Profesor: Juan Pablo Aguayo Vallejo

1<sup>er</sup> SUPLENTE: Profesora: Ma. Guadalupe Lemus Barajas

2<sup>o</sup> SUPLENTE: Profesor: Eduardo Vivaldo Lima.

SITIO DONDE SE DESARROLLÓ EL TEMA:

Universidad Nacional Autónoma de México, Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico, Departamento de Instrumentación y Medición, grupo de Ingeniería de Proceso.

ASESOR DEL TEMA:

Dr. Juan Pablo Aguayo Vallejo

SUPERVISOR TÉCNICO:

Dr. Carlos Alberto Palacios Morales

SUSTENTANTE:

Karen Yesenia Pérez Salas

## **DEDICATORIA**

*A mi mamá Yesenia,  
muchas gracias por  
todo tu apoyo, te amo.*

*A mi papá Eloy,  
te extraño mucho  
y te amare por  
siempre.*

*A mi hermana  
Lizeth Francisca,  
la vida sin peleas  
sería aburrida,  
te quiero!*

*A mi hermana  
Regina Naomi,  
por traer alegría  
a nuestras vidas,  
te quiero, pequeña.*

*Andrés, llegaste  
a mi vida en el  
momento perfecto,  
te amo.*

## AGRADECIMIENTOS

A mi asesor el Dr. Juan Pablo Aguayo, por darme la oportunidad de trabajar con usted, por su paciencia y el apoyo incondicional durante la realización de esta tesis.

A mi co-asesor Dr. Carlos Alberto Palacios Morales, por su invaluable ayuda en la realización de los experimentos.

Al M. I. Eduardo Bernal por su colaboración en la construcción del equipo y apoyo en la parte experimental.

A la Dr. María Soledad Córdova por su ayuda en la obtención de las mediciones de viscosidad.

Al Dr. Gabriel Ascanio y al CCADET por la beca otorgada durante la elaboración de esta tesis.

A la M. I Leticia Valle, por el apoyo brindado durante toda la carrera y los comentarios realizados para mejorar este trabajo.

Al Dr. Fadrique por las correcciones hechas para mejorar esta tesis.

A la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), por haberme otorgado la beca de movilidad, las enseñanzas durante mi estancia en Manizales son invaluable.

A Yesenia Salas, por creer en mí y apoyarme siempre, muchísimas gracias por ser como eres.

Andrés Barrios, por siempre cuidar de mí, por su paciencia, por hacerme feliz y por todo el apoyo que me brindó durante la carrera.

A mis amigos, por acompañarme en esta gran etapa de mi vida y espero que así sea por muchos años más, Vanessa, Juan Pablo, Mariano, Arturo y Edgar. Los quiero.

A los compañeros de la Universidad Nacional de Colombia sede Manizales, por la ayuda brindada con los problemas técnicos de MATLAB, muchísimas gracias.

En general a todas las personas con las que compartí mi formación académica, gracias por su apoyo.

A todas aquellas personas que creyeron en mí y me apoyaron para alcanzar esta meta.

*"Si tienes un sueño y crees en él, corres el riesgo de que se  
convierta en realidad". Walt Disney*

# Contenido

Índice de figuras .....	I
Índice de tablas.....	III
Nomenclatura .....	IV
1 Introducción.....	1
1.1 Objetivo General .....	2
1.1.1 Objetivos particulares.....	2
2 Marco teórico .....	3
2.1 Fluido .....	3
2.2 Hipótesis del medio continuo .....	4
2.3 Viscosidad .....	4
2.3.1 Ley de viscosidad de Newton.....	5
2.4 Número de Reynolds.....	6
2.4.1 Número de Reynolds para una placa inclinada .....	6
2.4.2 Flujo laminar, transitorio y turbulento.....	7
2.5 Condición de adherencia.....	7
2.6 Recubrimiento hidrofóbico .....	9
2.7 Condición de deslizamiento.....	9
2.8 Diferencias finitas.....	10
3 Modelado y simulación .....	12
3.1 Balance de coraza .....	12
3.1.1 Condiciones de frontera para la placa sin recubrimiento hidrofóbico	15
3.1.2 Condiciones de frontera para la placa con recubrimiento hidrofóbico	16
3.2 Simulación.....	17
4 Metodología experimental .....	21
4.1 Procedimiento experimental.....	21
4.2 Técnica de medición y visualización .....	24
4.3 Tratamiento de datos.....	25
4.4 Determinación de la viscosidad de glicerina .....	27
5 Resultados .....	30
5.1 Parámetros.....	30
5.2 Magnitud de velocidad .....	31
5.3 Vectores de perfil de velocidad.....	37

5.4 <i>Análisis de resultados</i> .....	42
5.5 <i>Resultados de la simulación numérica</i> .....	43
6 Conclusiones .....	46
7 Bibliografía .....	48
Anexos .....	49
Anexo A. Viscosidad vs Rapidez de deformación.....	50
Anexo B. Ajuste del perfil de velocidades con MATHEMATICA.....	52
Anexo C. Código para la resolución del sistema discreto de ecuaciones en MATHEMATICA .....	54

## Índice de figuras

1. Comportamiento de objetos que, aparentemente, fluyen; a) azúcar y b) café. . . . .	4
2. Flujo entre placas paralelas. . . . .	8
3. Ángulo de contacto en diferentes superficies. . . . .	9
4. Interfase sólido-líquido en una superficie hidrofóbica. . . . .	10
5. Enrejado inicial. . . . .	20
6. Prototipo. . . . .	22
7. Gota de glicerina sobre la superficie hidrofóbica. . . . .	22
8. Arreglo de la base y la descarga. . . . .	23
9. Arreglo PIV para la placa inclinada. . . . .	24
10. Gráficas de magnitud de velocidad con respecto al espesor, la $x$ corresponde a los casos con recubrimiento hidrofóbico, mientras que el punto corresponde a los casos sin recubrimiento hidrofóbico. . . . .	27
11. Reómetro, con una configuración cono-plato. . . . .	28
12. Magnitud de velocidad [m/s], ángulo $4.0^\circ$ , a) placa con recubrimiento hidrofóbico, b) placa sin recubrimiento hidrofóbico. . . . .	33
13. Magnitud de velocidad [m/s], ángulo $4.0^\circ$ , a) placa con recubrimiento hidrofóbico, b) placa sin recubrimiento hidrofóbico. . . . .	34
14. Magnitud de velocidad [m/s], ángulo $4.0^\circ$ , a) placa con recubrimiento hidrofóbico, b) placa sin recubrimiento hidrofóbico. . . . .	36
15. Vectores del perfil de velocidad, ángulo $4^\circ$ , a) las imágenes a.1 y a.2 corresponden a la placa con recubrimiento hidrofóbico, b) mientras que las imágenes b.1 y b.2 corresponden a la placa sin recubrimiento hidrofóbico. . . . .	39
16. Vectores del perfil de velocidad, ángulo $10.2^\circ$ , c) las imágenes c.1 y c.2 corresponden a la placa con recubrimiento hidrofóbico, d) mientras que las imágenes d.1 y d.2 corresponden a la placa sin recubrimiento hidrofóbico. . . . .	40

17. Vectores del perfil de velocidad, ángulo  $14.2^\circ$ , e) las imágenes e.1 y e.2 corresponden a la placa con recubrimiento hidrofóbico, f) mientras que las imágenes f.1 y f.2 corresponden a la placa sin recubrimiento hidrofóbico. . . . . 41

18. Velocidad (cm/s) de la placa inclinada sin recubrimiento hidrofóbico para los diferentes ángulos. . . . . 45

## Índice de tablas

1. viscosidades a diferentes temperaturas .....	29
2. Datos experimentales de espesor del fluido ( $\delta_{max}$ ), <b>velocidad máxima</b> ( $V_{max}$ ) a diferentes ángulos para los casos con y sin recubrimiento hidrofóbico respectivamente .....	30
3. Resultados de deslizamiento a diferentes ángulos para los casos con y sin recubrimiento hidrofóbico respectivamente. ....	31

## Nomenclatura

$\rho$	Densidad
$\underline{v}$	Vector velocidad
$\mu$	Viscosidad
$\lambda$	Segundo coeficiente de viscosidad
$\delta$	Espesor del fluido
$\tau_{ij}$	Esfuerzo viscoso
$\langle V_z \rangle$	Velocidad promedio
$W$	Ancho de la placa
$L$	Largo de la placa
$\beta$	Ángulo de inclinación
$g$	Gravedad
$U$	Velocidad en dirección z
$Us$	Velocidad en dirección z con recubrimiento hidrofóbico
$\delta_{ij}$	Delta de Kronecker
$\underline{\dot{\gamma}}$	Tensor rapidez de deformación
$\dot{\gamma}$	Magnitud del tensor rapidez de deformación
Re	Número de Reynolds
PIV	<b>Velocimetría por Imagen de Partícula ("Particle Image Velocimetry")</b>

# 1 Introducción

El advenimiento de métodos numéricos sofisticados para el estudio y predicción de flujos, no ha disminuido el requerimiento de hacer experimentos, sino incrementado esta necesidad. Las mediciones de las distintas variables de flujo son requeridas para mejorar nuestro entendimiento de procesos físicos en sistemas de flujo. Con el fin de determinar por ejemplo, en flujos de canales cerrados el campo de presiones para un mejor diseño de medidores, para el diseño de sistemas de flujo se requiere conocer el factor de fricción, etc.[1]

La condición de adherencia ha sido el modelo más utilizado para explicar la interacción sólido-líquido, en el cual se asume que al entrar en contacto un fluido con una frontera sólida el fluido adquiere la velocidad del sólido. Sin embargo, en 1998 Watanabe y colaboradores realizaron estudios para verificar experimentalmente si al agregar un recubrimiento hidrofóbico a la superficie de una tubería, este era capaz de modificar la velocidad de deslizamiento ( $U_s$ ) de los fluidos newtonianos, utilizaron la técnica *hot film anemometer*, y concluyeron que existe una velocidad de deslizamiento de 0.094 m/s, la cual aumenta al aumentar el número de Reynolds ([2], [3]).

Hasta el momento se ha profundizado en este tópico estudiando el efecto del deslizamiento a niveles microscópicos a excepción de Watanabe, quien además de utilizar varias geometrías todas estas fueron con dimensiones macroscópicas. Este estudio se realizó con un enfoque macroscópico, en el cual se plantea cuantificar el efecto de una superficie hidrofóbica sobre el perfil de velocidades ([4]-[7]).

En el presente trabajo se realizó un análisis del efecto que tiene un recubrimiento hidrofóbico sobre el perfil de velocidades. El experimento consiste en hacer descender un fluido por una placa inclinada con y sin recubrimiento hidrofóbico, a tres ángulos distintos; se realizaron mediciones de flujo volumétrico, perfiles de velocidad, magnitudes de

velocidad y del espesor de la película descendente mediante la técnica de visualización conocida como velocimetría por imágenes de partículas (Particle Image Velocimetry, PIV, por sus siglas en inglés). Es una técnica que permite obtener el campo vectorial de velocidades en 2D a través del procesamiento de imágenes. Nos puede dar información cualitativa del flujo (patrones de flujo) y la medición propia de las velocidades. Consiste en el análisis de imágenes digitales las cuales se obtienen fotografiando el fluido, en dichas imágenes se debe conocer el tiempo que transcurre entre un par y comparar las posiciones relativas entre puntos sobre las regiones de interés con lo que se determina un campo de vectores de velocidad ([8], [9]).

## 1.1 Objetivo General

El propósito de este estudio es obtener una velocidad de deslizamiento debida al recubrimiento hidrofóbico y analizar cómo cambia el perfil de velocidades de una placa inclinada al agregar un recubrimiento hidrofóbico. Además de analizar el cambio de la magnitud de velocidad y la variación del espesor entre la placa inclinada con y sin recubrimiento hidrofóbico.

### 1.1.1 Objetivos particulares

- Diseñar el arreglo de PIV para la placa inclinada
- Diseñar la experimentación con el fin de obtener los datos del campo vectorial de velocidades en 2D.
- Una vez extraída la información experimental, realizar un ajuste de datos con el fin de determinar el valor de la velocidad de deslizamiento.
- Comparar los resultados obtenidos para las diferentes inclinaciones de la placa con el fin de ver el efecto del recubrimiento hidrofóbico.

## 2 Marco teórico

En esta sección se presentan conceptos fundamentales relacionados con el fenómeno de flujo estudiado, entre los cuales se encuentran conceptos de fluido, regímenes de flujo, ley de viscosidad de Newton, entre otros.

### *2.1 Fluido*

Un fluido, de acuerdo a la definición en mecánica de fluidos, es una sustancia que se deforma continuamente cuando está sometida a un esfuerzo cortante, sin importar la magnitud de éste. La característica fundamental de los fluidos es la capacidad que tienen para moverse, i.e. fluidez, la cual está delimitada por su viscosidad.

Tanto líquidos como gases son fluidos, la diferencia radica en que los líquidos están restringidos por las fuerzas cohesivas, mientras que los gases no. El líquido es un estado de la materia en el cual las moléculas son relativamente libres de cambiar su posición una con respecto a otra, pero restringidas por las fuerzas cohesivas que las mantienen en un volumen fijo. En el estado gaseoso las moléculas no están restringidas por las fuerzas cohesivas, un gas no tiene ni forma ni volumen definido.

La característica que distingue a un fluido de un sólido es la incapacidad de resistir una deformación cuando es aplicado un esfuerzo cortante de manera continua. Por ejemplo, si ponemos una pirámide de azúcar en una mesa y analizamos lo que pasa en los granos de azúcar, vemos que estos están soportando un esfuerzo cortante inducido por la fuerza de gravedad, pero la forma de la pirámide no cambia, esto significa que el azúcar no es un fluido. Si ponemos café (disuelto) en la mesa éste se extenderá por toda la superficie de la mesa como se muestra en la figura 1 b), el café no se acumula, el esfuerzo cortante inducido por la gravedad no es soportado y la deformación se presenta, por lo tanto el café es un fluido. ([10], [11])

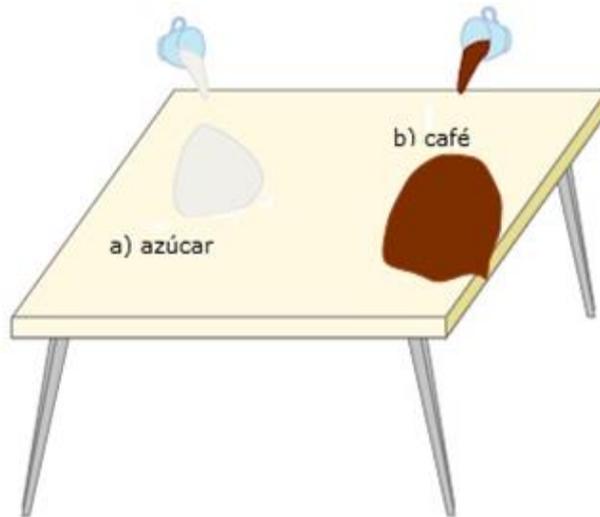


Figura 1. Comportamiento de objetos que, aparentemente, fluyen; a) azúcar y b) café [13].

## *2.2 Hipótesis del medio continuo*

Se considera al fluido como un cuerpo continuo en el que cada punto **representa una  $\delta V$**  (elemento de diferencial de volumen) el cual tiene un número suficientemente grande de partículas de tal forma que las propiedades (presión, viscosidad, densidad, etc.) del fluido están distribuidas de forma continua y al mismo tiempo suficientemente pequeño para poderse describir mediante cálculo diferencial.

## *2.3 Viscosidad*

La viscosidad ( $\mu$ ) es una medida de la resistencia que presenta un fluido a ser deformado. Es dependiente de la temperatura y presión; en el caso de los líquidos, disminuyen los efectos cohesivos cuando se aumenta la temperatura, es decir, la viscosidad es inversamente proporcional a ésta.

La importancia de la viscosidad se puede apreciar, por ejemplo, al determinar la energía perdida asociada con transporte de fluidos en

canales y tuberías o la cantidad de fluido que puede ser transportado en tuberías durante un periodo específico de tiempo.

### 2.3.1 Ley de viscosidad de Newton

Para una velocidad de deformación angular de un fluido dada, el esfuerzo cortante es directamente proporcional a la viscosidad

Partiendo de la ley de viscosidad de Newton

$$\underline{\underline{\tau}} = \lambda \nabla \cdot \underline{v} - \mu [\nabla \underline{v} + (\nabla \underline{v})^T] \quad (1)$$

A los fluidos que cumplen con la ecuación anterior se les conoce como fluidos newtonianos; en ellos la viscosidad permanece constante a pesar de los cambios en el esfuerzo cortante o en la rapidez de deformación.

Tensor de rapidez de deformación ( $\underline{\underline{\dot{\gamma}}}$ ):

$$\underline{\underline{\dot{\gamma}}} = [\nabla \underline{v} + (\nabla \underline{v})^T] \quad (2)$$

Variables con una línea abajo denota que es una cantidad vectorial y con doble línea se denotan las cantidades tensoriales.

Para fluidos incompresibles la ley de viscosidad de Newton queda:

$$\underline{\underline{\tau}} = -\mu \underline{\underline{\dot{\gamma}}} \quad (3)$$

La ley de Newton para el caso de rapidez de flujo cortante simple queda:

$$\tau_{xy} = -\mu \dot{\gamma} \quad (4)$$

## 2.4 Número de Reynolds

El número de Reynolds (**Re**) es un parámetro adimensional que expresa la relación entre las fuerzas de inercia y las fuerzas viscosas o de fricción en un flujo. [12]

La expresión para el número de Reynolds de una placa inclinada es:

$$Re = \frac{4\delta \langle Vz \rangle \rho}{\mu} \quad (5)$$

Donde:

$\delta$ : Espesor de la capa de fluidos.

$\rho$ : Densidad del fluido.

$\langle Vz \rangle$ : Velocidad promedio.

$\mu$ : Viscosidad.

### 2.4.1 Número de Reynolds para una placa inclinada

- o Flujo laminar **Re** < 20
- o Flujo transitorio **20** < **Re** < **1500**
- o Flujo turbulento **Re** > **1500**

### 2.4.2 Flujo laminar, transitorio y turbulento

El flujo es laminar cuando las partículas se desplazan siguiendo trayectorias paralelas, formando un conjunto de capas, de manera que una capa se desliza suavemente sobre otra capa adyacente. El fluido se mueve siguiendo el sentido y dirección del flujo sin que haya una mezcla significativa de partículas. Este comportamiento se presenta en condiciones de bajas velocidades y altas viscosidades, es decir, cuando el número de Reynolds es bajo.

Se considera a un flujo transitorio cuando las partículas siguen trayectorias paralelas las cuales presentan ondulaciones con poco nivel de mezclado.

El régimen turbulento se da cuando las partículas de fluido se mueven en trayectorias irregulares -en todas direcciones-, lo que provoca la formación de vórtices, los cuales originan un aumento en la resistencia al movimiento y existe transferencia de masa entre las distintas zonas del fluido. Este comportamiento se presenta en condiciones de altas velocidades y bajas viscosidades, es decir, cuando el número de Reynolds es elevado [13].

### 2.5 Condición de adherencia

La condición de adherencia es una condición de frontera muy utilizada en mecánica de fluidos y transferencia de momentum; esta condición asume que las partículas del fluido se adhieren a las paredes y el fluido toma la velocidad de la pared, la cual es cero en el caso de una pared fija. Inclusive a régimen turbulento la condición de adherencia es causante del fenómeno conocido como capa límite. Dicha condición puede ser explicada a través del siguiente problema; el perfil de velocidades que se genera por medio de flujo entre placas paralelas separadas por una distancia  $h$ , como se muestra en la figura 2, se aplica una fuerza tangencial  $F$  a la placa superior, suficiente para mantener una velocidad  $U$  constante en dirección  $x$ .

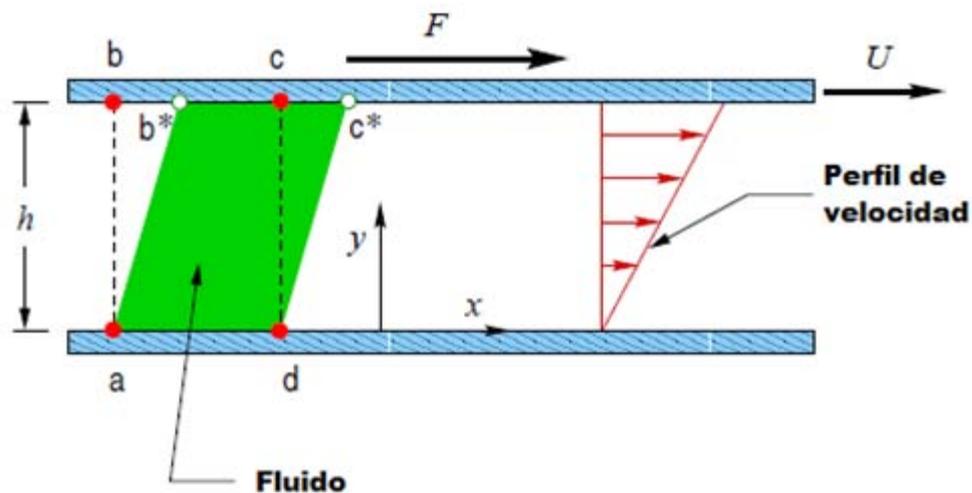


Figura 2. Flujo entre placas paralelas.

Consideraciones:

- No existen efectos de borde.
- Cuando  $y = 0$ ,  $v = 0$  (condición de adherencia en la placa inferior).
- Cuando  $y = h$ ,  $v = U$  (condición de adherencia en la placa superior).
- Estado estacionario.
- Propiedades físicas constantes.

La posición inicial del fluido está marcada en la figura con la notación  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$ . Al moverse la placa superior el fluido se desplaza (solo en la placa que tiene movimiento) quedando el volumen de fluido en las siguientes posiciones  $a$ ,  $b^*$ ,  $c^*$  y  $d$ . Esto se debe a la condición de no deslizamiento para fluidos viscosos. En el perfil de velocidad se puede apreciar cómo se van deslizando las capas del fluido, en la parte inferior, la velocidad es cero y va aumentando gradualmente hasta alcanzar la velocidad de la placa superior ([5], [7]).

## 2.6 Recubrimiento hidrofóbico

Hidrofóbico es un término usado para describir un material que repele al agua. Cuando se pone agua sobre una superficie con un recubrimiento hidrofóbico ésta forma gotas con un ángulo de contacto aproximadamente de  $150^\circ$ , Dicho material recubre las superficies con capas delgadas de propiedades diversas y se obtiene un contacto sólido-líquido el cual presenta una reducción del arrastre y caída de presión del fluido.

Las superficies con un ángulo de contacto con el agua mayor a  $90^\circ$  son conocidas como hidrofóbicas, mientras que las superficies con un ángulo de contacto mayor a  $150^\circ$  se les llaman superhidrofóbicas.

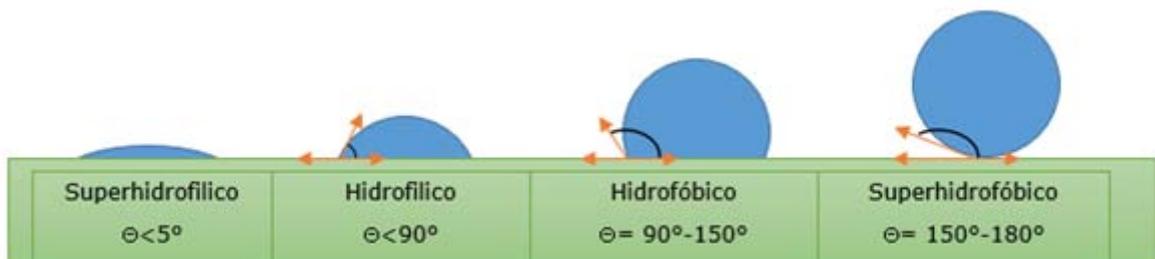


Figura 3. Ángulo de contacto en diferentes superficies.

Los recubrimientos hidrofóbicos son utilizados actualmente en las industrias alimenticias y textil, debido a que la repulsión impide el mojado tanto de maquinaria como de la tela.

## 2.7 Condición de deslizamiento

Esta condición se genera al agregar una sustancia química a la superficie sólida, la sustancia debe tener propiedades hidrofóbicas. Estas superficies pueden tener diferentes formas y rugosidades, dependiendo de la composición química y la base sobre la cual se aplique. Es importante mencionar que en estas superficies hidrofóbicas la disminución de la

condición de adherencia es parcial. El recubrimiento tiene como consecuencia una mayor velocidad del fluido.

En las superficies hidrofóbicas se tiene la presencia burbujas de aire las cuales se generan por la rugosidad, lo que provoca que la superficie sea parcialmente mojada, debido a que se reduce el ángulo de contacto entre la superficie y el fluido, como se muestra en la siguiente figura.

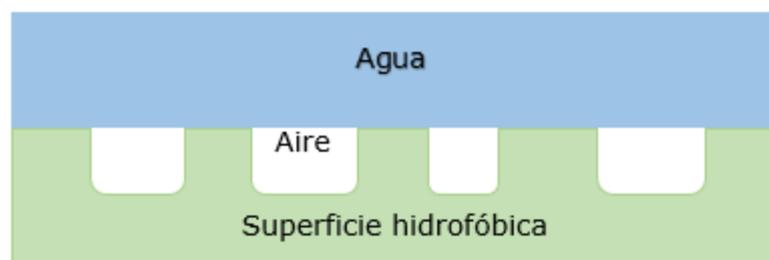


Figura 4. Interfase sólido-líquido en una superficie hidrofóbica.

## 2.8 Diferencias finitas

El método de diferencias finitas es un método para calcular de manera aproximada las soluciones de las ecuaciones diferenciales, utilizando la primera o la segunda derivada de una función desconocida. Consiste en aproximar las derivadas parciales a ecuaciones algebraicas en término de los valores de la variable dependiente en puntos seleccionados, el valor de estos se convierte en incógnitas, el sistema de ecuaciones algebraicas debe ser resuelto numéricamente ([14], [15]).

Las bases del método consisten en la construcción de una malla estructurada, donde los nodos de la misma, en un espacio de  $n$  dimensiones, estén localizados en la intersección de  $n$  familias de líneas rectas, de modo que cada nodo tenga una ecuación correspondiente.

Esté método es útil para resolver problemas de transferencia de calor e ingeniería de fluidos, comúnmente es utilizado en regiones bidimensionales con regiones paralelas, aunque también puede ser utilizado para una y tres dimensiones.

## 3 Modelado y simulación

En esta sección se hizo la deducción del balance de cantidad de movimiento para la placa inclinada, aplicando las condiciones de frontera correspondientes a los casos de estudio de la placa inclinada con y sin recubrimiento hidrofóbico, así como la simulación del problema con las condiciones de frontera correspondientes para conocer el valor que debe tener el ancho de la placa de modo que en el centro de la misma no se sienta el efecto de las paredes.

### 3.1 Balance de coraza

Caso de estudio de una placa inclinada de longitud  $L$  y ancho  $w$ .

Consideraciones:

- Estado estacionario.
- Fluido incompresible.
- Temperatura constante.
- Régimen laminar.
- Fluido newtoniano.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Rapidez de entrada} \\ \text{de C. M. a través de} \\ \text{la superficie } z = 0 \end{array} \right\} = (W\Delta x)\varphi_{zz}|_{z=0}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Rapidez de entrada} \\ \text{de C. M. a través de} \\ \text{la superficie } z = L \end{array} \right\} = (W\Delta x)\varphi_{zz}|_{z=L}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Rapidez de entrada} \\ \text{de C. M. a través de} \\ \text{la superficie } x \end{array} \right\} = (W\Delta x)\varphi_{xz}|_x$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Rapidez de entrada} \\ \text{de C. M. a través de} \\ \text{la superficie } x + \Delta x \end{array} \right\} = (W\Delta x)\varphi_{xz}|_{x+\Delta x}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Fuerza de gravedad} \\ \text{que actúa en el fluido} \\ \text{en dirección } z \end{array} \right\} = (W\Delta x)(\rho g \cos\beta)$$

$$\{ \text{Volumen de control (VC)} \} = WL\Delta x$$

El esfuerzo total es:

$$\Phi_{ij} = \tau_{ij} + P\delta_{ij} + \rho v_i v_j \quad (6)$$

Donde:

$$\text{Esfuerzo Viscoso: } \tau_{ij} = -\mu \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}$$

Presión: P

$$\text{Delta de Kronecker: } \delta_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{si } i \neq j \\ 1 & \text{si } i = j \end{cases}$$

Para analizar el sistema, se realizan todas las combinaciones posibles:

$$\Phi_{ij} = \begin{bmatrix} \Phi_{xx} & \Phi_{xy} & \Phi_{xz} \\ \Phi_{yx} & \Phi_{yy} & \Phi_{yz} \\ \Phi_{zx} & \Phi_{zy} & \Phi_{zz} \end{bmatrix} \quad (7)$$

En la placa inclinada no existe velocidad en las direcciones y y x, debido a esto la matriz de la ecuación (7) se simplifica:

$$\Phi_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \Phi_{xz} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Phi_{zz} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Analizaremos la ecuación (8) por componente.

Para el componente xz tenemos la siguiente ecuación:

$$\Phi_{xz} = \tau_{xz} + P\delta_{xz} + \rho v_x v_z \quad (9)$$

Los índices de la delta de Kronecker son diferentes por lo que  $\delta_{ij} = 0$ , no hay velocidad en dirección  $x$  por lo tanto el término  $\rho v_x v_z = 0$ , la ecuación (9) se reduce a:

$$\Phi_{xz} = \tau_{xz} \quad (10)$$

Para el componente  $zz$  tenemos la siguiente ecuación:

$$\Phi_{zz} = \tau_{zz} + P\delta_{zz} + \rho v_z v_z \quad (11)$$

La velocidad no cambia con respecto a  $z$  por lo que el término de la ecuación  $\tau_{zz} = 0$ , los índices de la delta de Kronecker por lo tanto vale 1. La ecuación (11) quedando la siguiente expresión:

$$\Phi_{zz} = P + \rho v_z v_z \quad (12)$$

Sumando los esfuerzos se tiene:

$$(LW)[\tau_{xz}|_x - \tau_{xz}|_{x+\Delta x}] + (W\Delta x)[(P|_{z=0} + \rho v_z^2|_{z=0}) - (P|_{z=L} + \rho v_z^2|_{z=L})] + (WL\Delta x \rho g \cos\beta) = 0 \quad (13)$$

Al tomar en cuenta las consideraciones del problema y que la velocidad en  $z$  es cero, la ecuación (13) se puede expresar:

$$(LW)[\tau_{xz}|_x - \tau_{xz}|_{x+\Delta x}] + (W\Delta x) + (WL\Delta x \rho g \cos\beta) = 0 \quad (14)$$

Al dividir la ecuación (14) entre el volumen de control, obtenemos:

$$\frac{[\tau_{xz}|_x - \tau_{xz}|_{x+\Delta x}]}{\Delta x} + (\rho g \cos\beta) = 0 \quad (15)$$

Obteniendo el límite de la ecuación (15) cuando  $\Delta x \rightarrow 0$ , obtenemos la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{d\tau_{xz}}{dx} = \rho g \cos\beta \quad (16)$$

### 3.1.1 Condiciones de frontera para la placa sin recubrimiento hidrofóbico

- CF1  $x = 0 : \tau_{xz} = 0$
- CF2  $x = \delta : v_z = 0$

Integrando la ecuación (16) por separación de variables obtenemos:

$$\int d\tau_{xz} = \int \rho g \cos\beta dx \quad (17)$$

$$\tau_{xz} = (\rho g \cos\beta)x + C_1 \quad (18)$$

Aplicando la condición de frontera 1 (CF1) tenemos:

$$0 = (\rho g \cos\beta)0 + C_1 \quad (19)$$

$$C_1 = 0 \quad (20)$$

La ley de viscosidad de Newton queda en este caso:

$$\tau_{xz} = -\mu \frac{dv_z}{dx} \quad (4)$$

Introduciendo la ley de viscosidad de Newton, ecuación (4) en la ecuación (18), obtenemos:

$$\frac{dv_z}{dx} = -\frac{(\rho g \cos \beta)x}{\mu} \quad (21)$$

Integrando la ecuación se obtiene:

$$v_z = -\frac{(\rho g \cos \beta)x^2}{2\mu} + C_2 \quad (22)$$

Aplicando la condición de frontera 2 (CF2):

$$0 = -\frac{(\rho g \cos \beta)\delta^2}{2\mu} + C_2 \quad (23)$$

$$C_2 = \frac{(\rho g \cos \beta)\delta^2}{2\mu} \quad (24)$$

A partir de este punto se hace el cambio del componente de velocidad por la velocidad ( $v_z$  a  $U$ ). Sustituyendo la ecuación (24) en la ecuación (22) se obtiene la ecuación de velocidad:

$$U = \frac{\rho g \delta^2 \cos \beta}{2\mu} [1 - (x/\delta)^2] \quad (25)$$

### 3.1.2 Condiciones de frontera para la placa con recubrimiento hidrofóbico

- CF1  $x = 0 : \tau_{xz} = 0$
- CF3  $x = \delta : U = U_s$

Aplicando la condición de frontera 1 (CF1) en la ecuación (18) obtenemos:

$$0 = (\rho g \cos \beta)0 + C_1 \quad (26)$$

$$C_1 = 0 \quad (27)$$

Aplicando la condición de frontera 3 (CF3) en la ecuación (22) obtenemos:

$$U_s = -\frac{(\rho g \cos \beta)x^2}{2\mu} + C_2 \quad (28)$$

$$C_2 = U_s + \frac{(\rho g \cos \beta)x^2}{2\mu} \quad (29)$$

Sustituyendo la ecuación (29) en la ecuación (22) obtenemos la ecuación de velocidad para el caso de estudio de una placa inclinada con recubrimiento hidrofóbico:

$$U = \frac{\rho g \delta^2 \cos \beta}{2\mu} \left[ 1 - \left( \frac{x}{\delta} \right)^2 \right] + U_s \quad (30)$$

### 3.2 Simulación

Suposiciones:

1. Estado estacionario.
2. Régimen laminar.
3. Ancho (W) y largo (L) mucho mayores que el espesor ( $\delta$ ).

Conservación de masa (ec. Continuidad), es un principio fundamental en mecánica de fluidos y establece que la masa de fluido no puede cambiar, matemáticamente se expresa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial u_x}{\partial x} + \rho \frac{\partial u_y}{\partial y} + \rho \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \quad (31)$$

Resolviendo por eliminación de términos, se tiene que la derivada con respecto al tiempo es cero, por la suposición 1. La derivada de la velocidad en el eje  $y$  con respecto a  $y$  es cero, debido a que la velocidad no depende de  $y$ . La derivada de la velocidad en  $x$  es cero, debido a que la velocidad no depende de  $x$ .

De la ecuación de continuidad obtenemos que la velocidad en el eje  $z$  no depende de  $z$ . Por lo tanto obtenemos:

$$\frac{\partial u_z}{\partial z} = 0, \quad u_z = (x, y) \quad (32)$$

Ecuación de movimiento para fluidos Newtonianos en coordenadas cartesianas.

$$\rho \left[ \frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right] = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left[ \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right] + \rho g_x \quad (33)$$

$$\rho \left[ \frac{\partial u_z}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right] = -\frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left[ \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right] + \rho g_z \quad (34)$$

Por eliminación de términos, de acuerdo con las suposiciones, para la ecuación (33) la parte del lado izquierdo es cero, debido a que la velocidad en  $x$  no depende del tiempo, y por la solución de la ecuación de continuidad

los demás términos son eliminados, el término del cambio de presión con respecto a  $x$  se elimina debido a que el fluido a una profundidad dada está sometido a la misma presión en cualquier punto del eje  $z$ . Mientras que para la ecuación (34), la parte de lado izquierdo se elimina por que la velocidad en  $z$  no depende del tiempo y solo se tiene velocidad en  $z$  pero ésta solo depende de  $x, y$ . El lado derecho de la ecuación el término del cambio de presión con respecto a  $z$ , se elimina debido a que la gravedad no depende del eje  $z$ . La ecuación resultante es:

$$\mu \left[ \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} \right] + \rho g_x = 0 \quad (35)$$

Reordenando términos se obtiene la ecuación de Poisson:

$$\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} + k = 0 \quad (36)$$

Donde:

$$k = \frac{\rho g_x \cos(\beta)}{\mu}$$

El término del  $\cos(\beta)$  aparece debido a que la placa tiene diferentes ángulos de inclinación los cuales afectarán el valor de la gravedad.

Las condiciones de frontera para nuestro sistema son:

- CFA:  $x = 0$  :  $u_z = 0$
- CFB:  $x = \delta$  :  $\frac{\partial u}{\partial z} = 0$
- CFC:  $y = 0$  :  $u_z = 0$
- CFD:  $y = w$  :  $u_z = 0$

La ecuación (38) se resolverá con diferencias finitas centradas.  $U_{(x,y)}=U_{(i,j)}$

Ecuaciones en notación de índices utilizando diferencias finitas centradas:

$$\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} = \frac{u_{[i+1,j]} - 2u_{[i,j]} + u_{[i-1,j]}}{\Delta x} \quad (37)$$

$$\frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} = \frac{u_{[i,j+1]} - 2u_{[i,j]} + u_{[i,j-1]}}{\Delta y} \quad (38)$$

Sustituyendo las ecuaciones (37) y (38) en la ecuación (36) y despejando  $u_{[i,j]}$  se obtiene la siguiente ecuación:

$$u_{[i,j]} = \frac{\Delta y [u_{[i+1,j]} + u_{[i-1,j]}] + \Delta x [u_{[i,j+1]} + u_{[i,j-1]}] + k\Delta x\Delta y}{2\Delta x\Delta y} \quad (39)$$

Con la ecuación (42) se obtiene los puntos centrales del enrejado, mientras que las condiciones de frontera definen el contorno como se muestra en el enrejado de la figura 5.

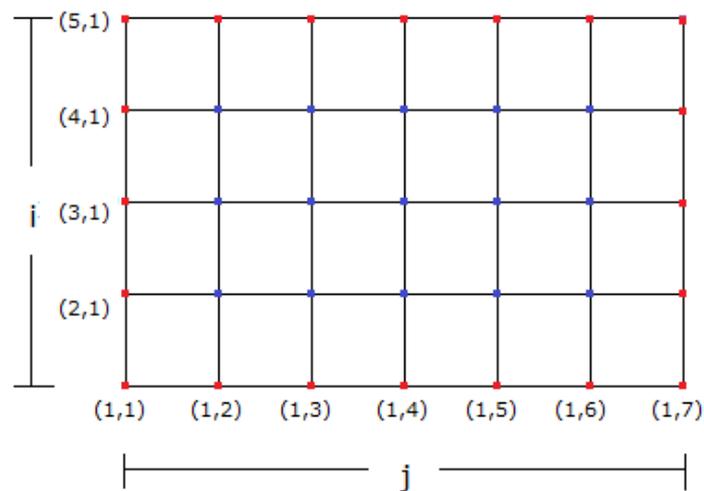


Figura 5. Enrejado inicial.

## 4 Metodología experimental

En esta sección se describe el dispositivo experimental empleado y las condiciones de operación utilizadas, la técnica de visualización, el tratamiento de datos, así como la determinación de la viscosidad de la glicerina.

### *4.1 Procedimiento experimental*

El experimento consiste en hacer descender un fluido sobre una placa inclinada, modificando el ángulo de inclinación. La técnica utilizada en este experimento es PIV. Se hicieron experimentos con y sin recubrimiento hidrofóbico a tres distintos valores del ángulo de inclinación.

Se construyó un caja con las dimensiones de 35 cm de largo, 11.3 cm de ancho y 4 cm de altura. El arreglo está conformado por paredes de vidrio permitiendo observar el fluido con la lente sin tener obstrucciones, la base de la caja es de acrílico lo cual permite que el recubrimiento se adhiera de manera adecuada, la base (capaz de ajustar a 3 ángulos distintos) es de metal, como se muestra en la figura 6.

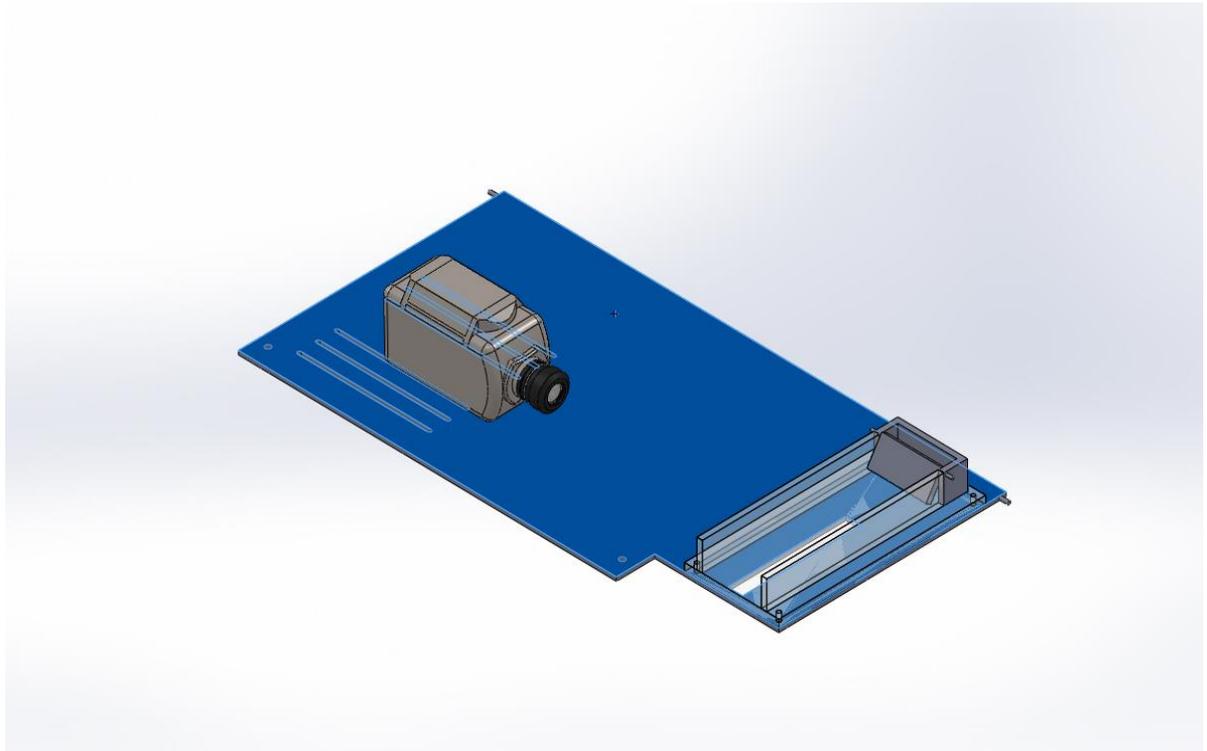


Figura 6. Prototipo

Se utilizó un recubrimiento hidrofóbico comercial llamado Never Wet, cuya composición química (porcentaje en peso menores a 75% acetona, 25% gas licuado de petróleo y 5% de silicona y siloxano [16].) actúa formando una barrera entre la superficie y el fluido, lo cual provoca que el agua forme gotas. Conforme se disminuye el volumen de líquido éstas gotas tienen forma de esferas casi perfectas con un ángulo de contacto de  $150^\circ$  como se muestra en la figura 7. [9]

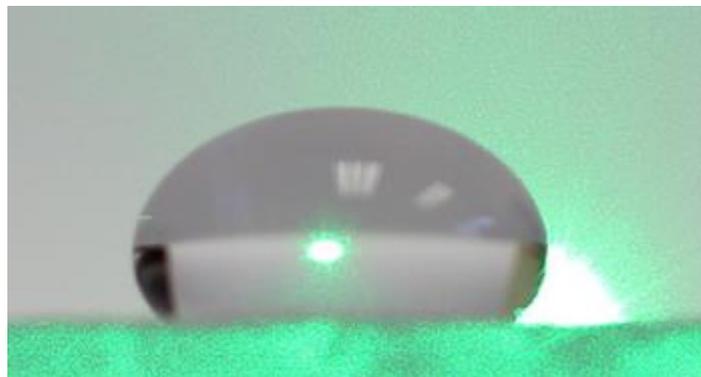


Figura 7. Gota de glicerina sobre la superficie hidrofóbica.

El fluido utilizado fue glicerina con partículas reflejantes de plata, los experimentos se llevaron a cabo a una temperatura de 28°C. Todos los experimentos se hicieron con mínimo dos repeticiones con el fin de asegurar la reproducibilidad de los datos.

La forma de alimentación del fluido fue por gravedad utilizando un recipiente abierto, como se puede apreciar en la figura 8, las descargas se realizaron siempre desde el mismo nivel y con la llave totalmente abierta. La medición del flujo se llevó a cabo de manera experimental utilizando una probeta y un cronómetro.

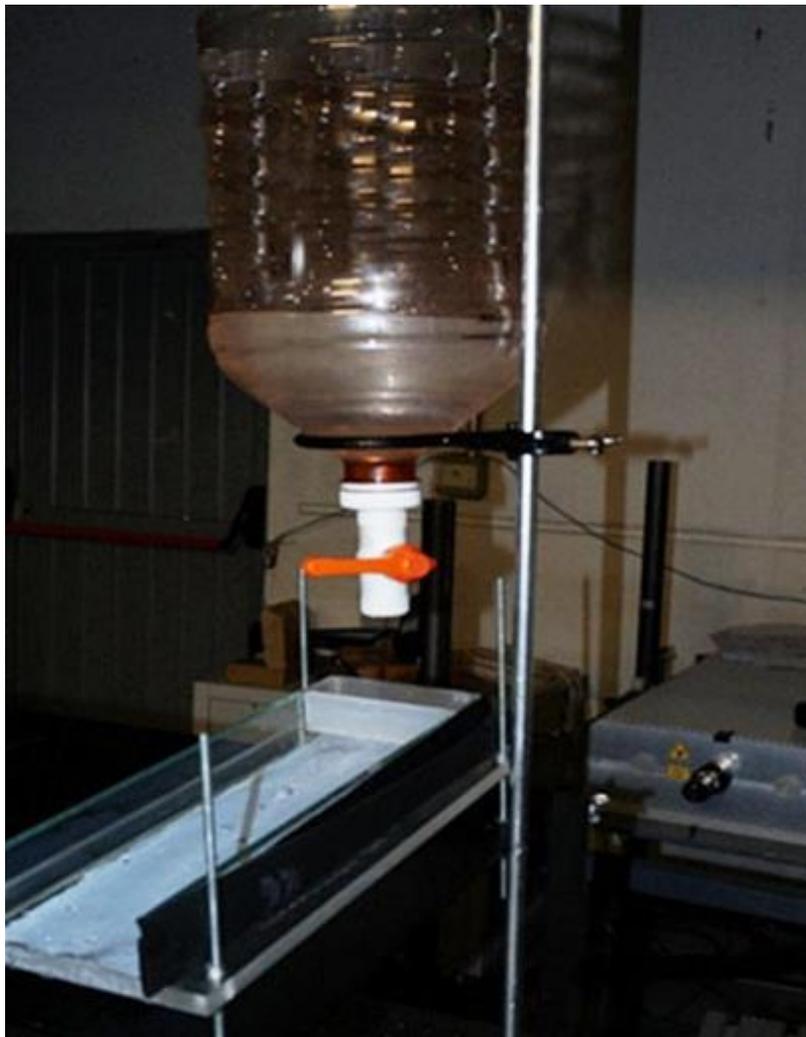


Figura 8. Arreglo de la base y la descarga.

## 4.2 Técnica de medición y visualización

La técnica PIV es un método relativamente nuevo y ampliamente utilizado en varios ramos de la ciencia en la actualidad. Está basada en la definición de velocidad, i.e. la primera derivada de la velocidad con respecto al tiempo; consiste en una medición del desplazamiento de un fluido en un intervalo de tiempo. La posición del fluido es proyectada a través de la luz que dispersan las partículas sólidas al ser iluminadas por un haz de luz. Consta de 4 componentes: 1) una fuente de luz (Nd:YLF Litron laser 527 nm, 10 mJ, 1000 Hz), 2) una cámara (Phantom high-speed CMOS, 1632x1200 pixels, 11.5  $\mu\text{m}$  pixel pitch, 1000Hz), 3) software para el procesamiento de datos (DYNAMIC STUDIO), 4) fluido con partículas reflectoras, son partículas de vidrio huecas recubiertas con plata con diámetro promedio de 10 $\mu\text{m}$ . El arreglo utilizado se muestra en la Figura 9 ([8], [9], [17]).

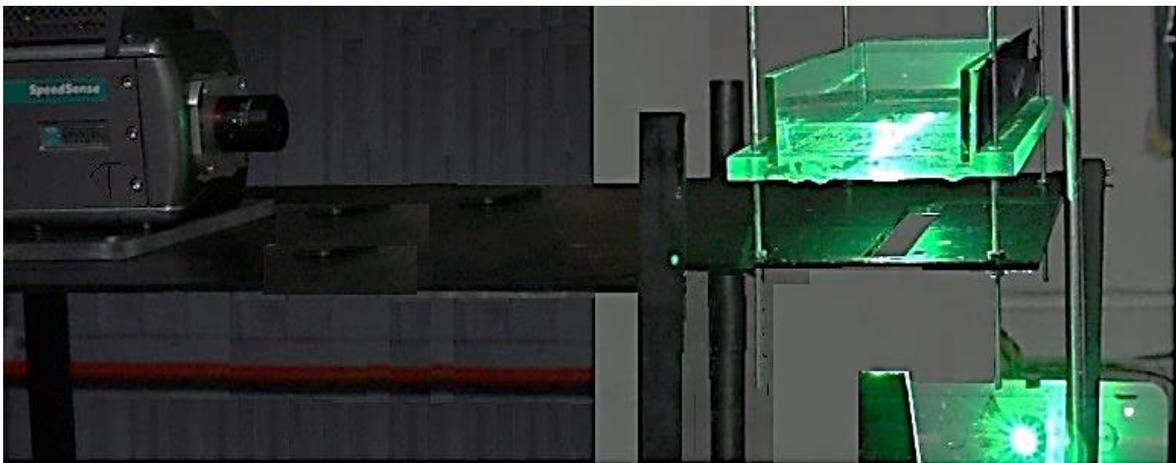


Figura 9. Arreglo PIV para la placa inclinada.

En arreglo presentado (fig. 9) se puede observar que la base metálica tiene una ranura justo en medio de la base de acrílico, por la cual es reflejado el haz de luz de láser.

La adquisición de imágenes se efectuó durante cinco segundos capturando 200 imágenes por segundo, dando como resultado un total de 1000 imágenes por caso. Todos los casos fueron analizados durante el mismo lapso de tiempo.

El tratamiento de las imágenes se efectuó dentro del software DYNAMIC STUDIO, con un área de interrogación de 32 x16 píxeles, consiste en definir una máscara, la cual permita ver solo el área de interés. Se procede a buscar una correlación que ajuste los datos, en este caso la correlación cruzada (*cross-correlation*) fue la que dio un mejor ajuste, después se comparan los vectores resultantes con los vecinos de alrededor, si estos resultan diferentes, son eliminados. Se realiza una estadística de la cual se obtienen múltiples mapas de vectores de velocidad. Se tiene una densidad de vectores de 11 vectores por mm [18]

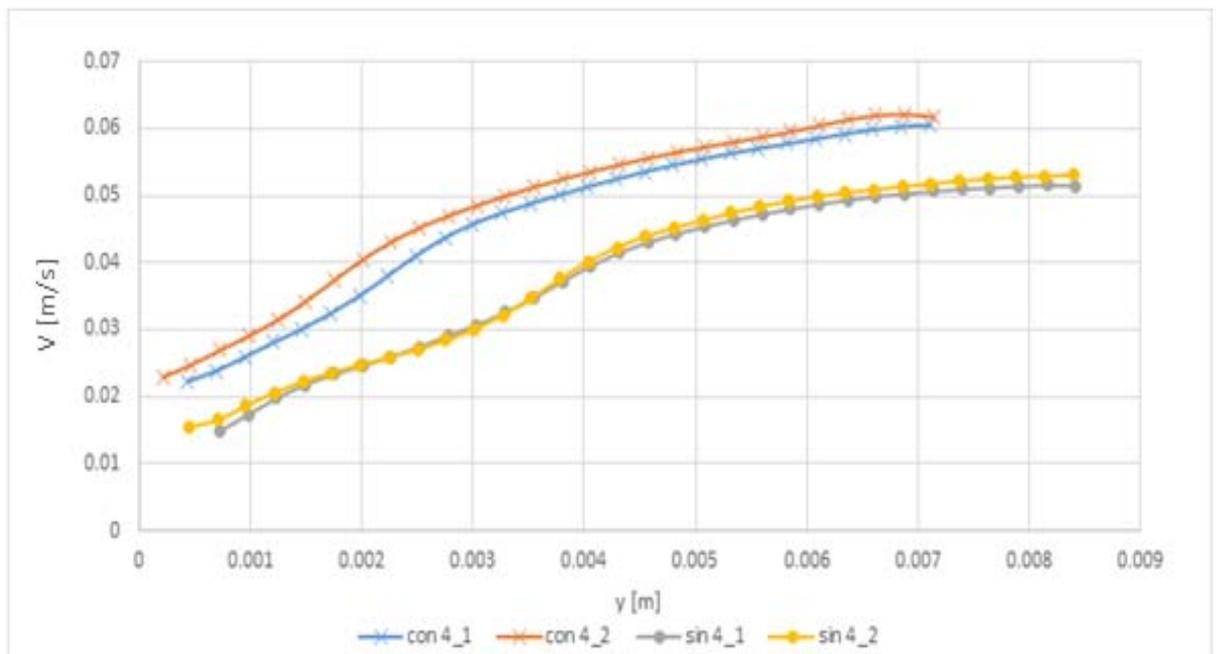
#### *4.3 Tratamiento de datos*

A manera de comprobación de los resultados, se realizó una promedio espacial de 5 mm en el eje x, haciendo las gráficas correspondientes de Y vs U para caso de estudio.

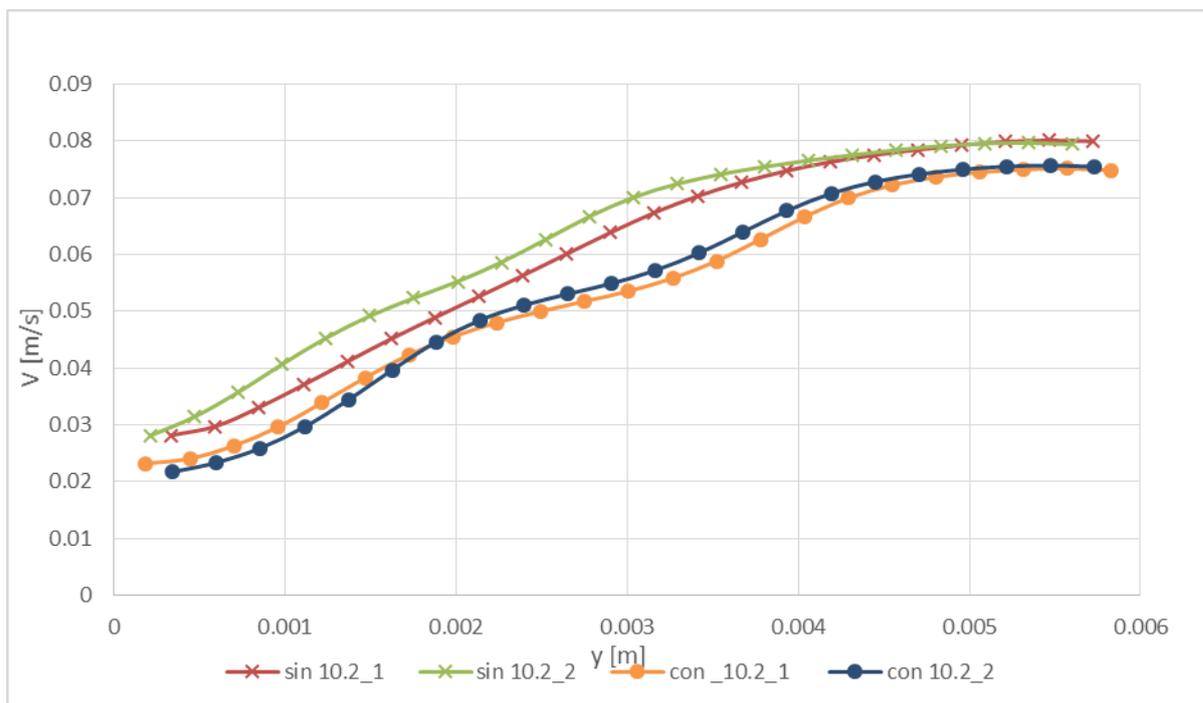
En la figura 10 se puede apreciar que para los ángulos de 4° y 10.2° la velocidad correspondiente a las corridas con recubrimiento hidrofóbico son mayores que la velocidad de las corridas sin recubrimiento hidrofóbico, mientras que para el ángulo de 14.2° presenta un comportamiento inverso. Más adelante se explicará las posibles razones de este comportamiento.

El siguiente paso es el procesamiento de datos, para lo cual se utilizó el programa MATLAB, donde se creó una rutina que permitiera obtener el perfil y la magnitud de las velocidades a partir de los vectores proporcionados por la técnica PIV.

a) Grafica de magnitud de velocidad respecto al espesor para el ángulo de  $4^\circ$



b) Grafica de magnitud de velocidad respecto al espesor para el ángulo de  $10.2^\circ$



c) Grafica de magnitud de velocidad respecto al espesor para el ángulo de  $14.2^\circ$

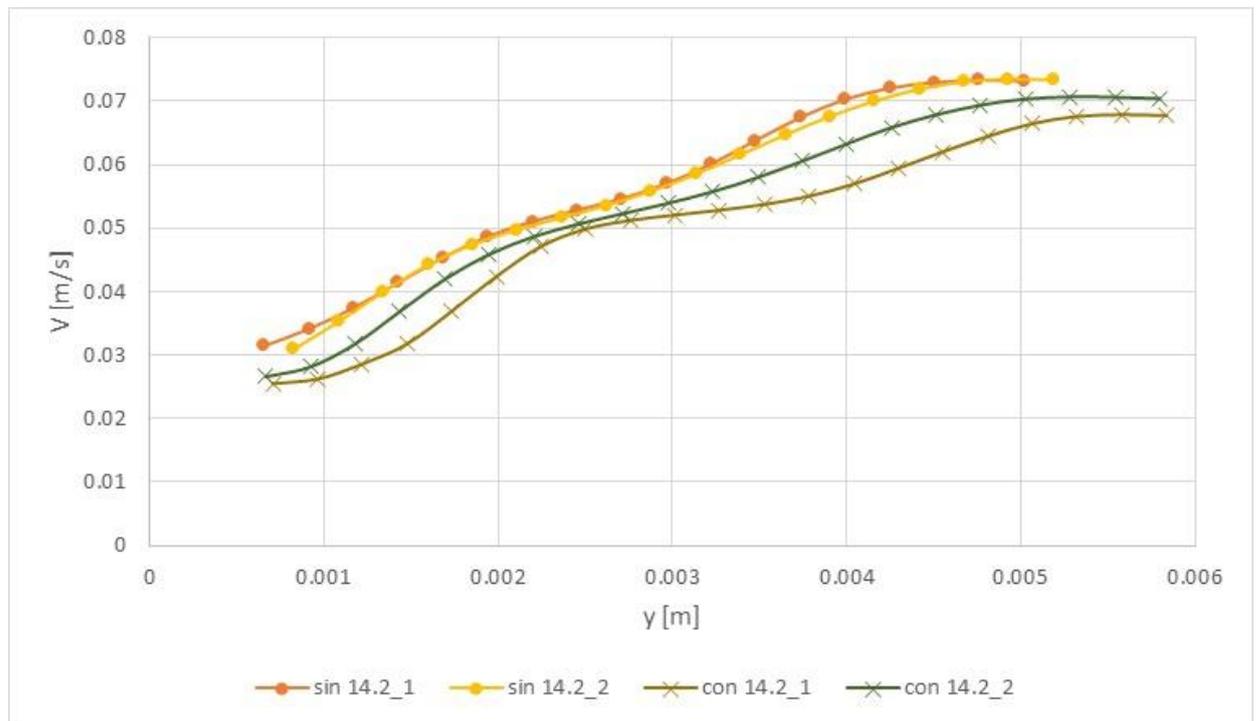


Figura 10. Gráficas de magnitud de velocidad con respecto al espesor, la x corresponde a los casos con recubrimiento hidrofóbico, mientras que el punto corresponde a los casos sin recubrimiento hidrofóbico.

A partir de los resultados obtenidos con la técnica PIV, y de realizar el promedio espacial en la sección final de la placa (con el fin de garantizar flujo estable), con la ecuación obtenida del modelamiento para la placa inclinada con recubrimiento hidrofóbico ecuación (30), se programó un algoritmo utilizando el software WOLFRAM MATHEMATICA, para que con los datos agregados, ajuste la ecuación con recubrimiento a los resultados experimentales y con esto obtener el valor de  $U_s$ .

#### 4.4 Determinación de la viscosidad de glicerina

Se hicieron experimentos de medición de viscosidad de glicerina + partículas con una configuración cono-plato, a diferentes temperaturas. Se obtuvieron resultados de viscosidad y rapidez de deformación. Ver anexo

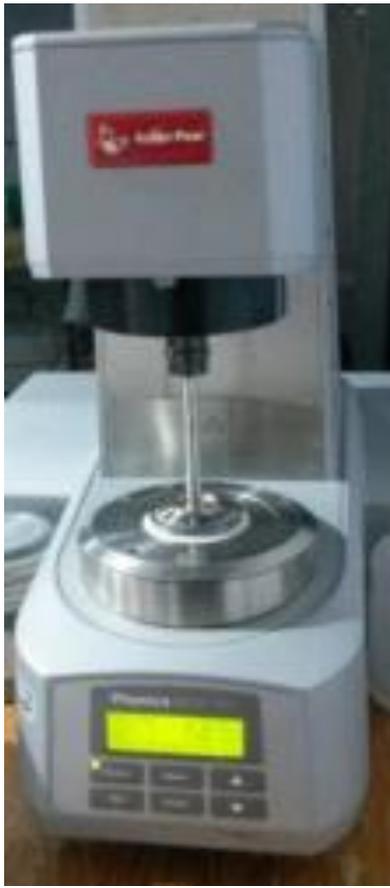


Figura 11. Reómetro, con una configuración cono-plato.

A partir de los datos experimentales obtenidos para la glicerina y la glicerina + partículas se obtuvieron los siguientes resultados (ver tabla 1), las gráficas se muestran en el anexo A.

Tabla 1. Viscosidades a diferentes temperaturas

	$\mu$ [Pa s]
T[°C]	glicerina + partículas
20	0.8270
25	0.5082
30	0.3593

Se realizó una regresión con el fin de conocer la viscosidad de la glicerina + partículas a la temperatura que se realizaron los experimentos la cual fue de 28°C, arrojando como resultado la siguiente ecuación, la cual admite la temperatura en °C.

$$\mu = 4.2801e^{-0.083T}$$

$$\mu = 0.4189 \text{ [Pa s]} \tag{40}$$

## 5 Resultados

En esta sección se muestran los resultados del procesamiento de datos: parámetros de deslizamiento, espesor, gráficas de magnitud de velocidad para cada ángulo así como la evolución del perfil de velocidades.

### 5.1 Parámetros

Se presentan los resultados experimentales correspondientes a espesor, velocidad máxima y flujo, para los tres ángulos de las corridas con y sin recubrimiento, así como los resultados de deslizamiento y flujo realizados a partir de un ajuste de los datos experimentales.

En la tabla 2, se encuentran los datos experimentales extraídos del software DYNAMIC STUDIO. En estos se puede observar que el espesor con recubrimiento hidrofóbico es menor en comparación con el espesor sin éste, mientras que la velocidad máxima y el flujo con recubrimiento son mayores que los presentados en los casos sin película hidrofóbica.

Tabla 2. Datos experimentales de espesor del fluido ( $\delta_{max}$ ), velocidad máxima ( $V_{max}$ ) a diferentes ángulos para los casos con y sin recubrimiento hidrofóbico respectivamente.

Corrida	Ángulo	Datos	
		$\delta_{max}$ [m]	$V_{max}$ [m/s]
Con recubrimiento	4.0°	0.0071	0.0618
	10.2°	0.0056	0.0794
	14.2°	0.0048	0.0705
Sin recubrimiento	4.0°	0.0084	0.0515
	10.2°	0.0057	0.0755
	14.2°	0.0052	0.0734

En la tabla 3, se presentan los resultados del ajuste realizado con el software MATHEMATICA (ver anexo B), con el cual se calculó la velocidad de deslizamiento y el flujo a partir de los datos experimentales.

Para hacer este ajuste se movió el punto de referencia, para empezar en cero, que corresponde al comienzo del fluido, esto con el fin de simplificar el cálculo para el ajuste de la solución de la ecuación diferencial que describe el flujo.

Tabla 3. Resultados de deslizamiento a diferentes ángulos para los casos con y sin recubrimiento hidrofóbico respectivamente.

Corrida	ángulo	R <sup>2</sup>	Us [m/s]	Q[mL/s]
Con recubrimiento	4.0°	0.9998	0.0194	34.91
	10.2°	0.9998	0.0223	32.30
	14.2°	0.9993	0.0120	30.15
Sin recubrimiento	4.0°	0.9993	0.0059	31.56
	10.2°	0.9985	0.0087	30.86
	14.2°	0.9988	0.0124	27.53

## 5.2 Magnitud de velocidad

En esta sección se presentan los resultados de la magnitud de la velocidad de los casos con y sin recubrimiento hidrofóbico.

Todos los experimentos comienzan a la misma distancia en el eje x, la cual está dada por la ranura presente en la base. Pero debido a que los experimentos no se realizaron el mismo día, el equipo pudo moverse un poco, por lo que el haz de luz no incidió en el mismo punto por lo que la visibilidad de las partículas comenzaba desde un punto diferente para cada experimento.

En la figura 12, se presentan los casos de magnitud de velocidad con y sin recubrimiento hidrofóbico para el ángulo 4.0°, nombrados como *a)* y *b)* respectivamente.

En el caso *a)* con recubrimiento hidrofóbico, la magnitud de la velocidad aumenta al aumentar la distancia recorrida y se mantiene constante al final de la placa, lo cual indica que se llegó al estado estacionario y que se tiene flujo totalmente desarrollado.

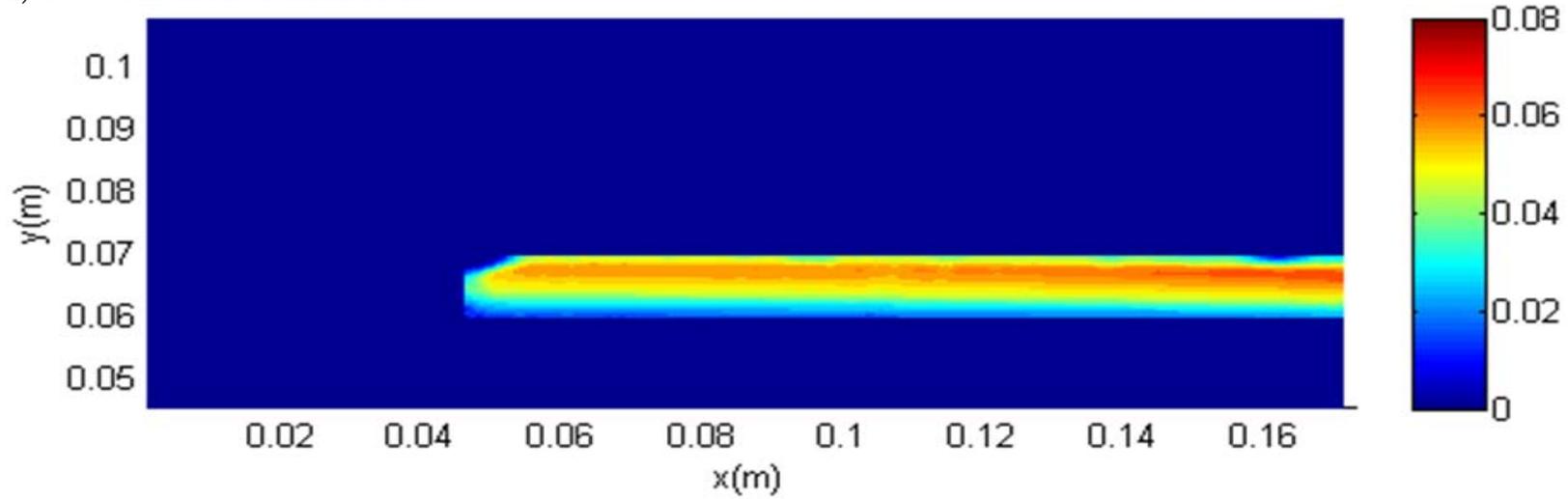
En el caso *b)* sin recubrimiento hidrofóbico, se aprecian tres colores en la imagen parece que la velocidad permaneció constante a lo largo de la placa y existe una disminución del espesor.

En la figura 13, se presentan los casos de magnitud de velocidad con y sin recubrimiento hidrofóbico para el ángulo  $10.2^\circ$ , nombrados como *c)* y *d)* respectivamente.

En el caso *c)*, se puede observar que el perfil está conformado por un gradiente continuo de velocidad, en el cual se aprecian tres zonas de velocidad, las primera zona está en color azul cielo, la cual pertenece a la interfaz sólido-líquido con una magnitud es de 0.02, la segunda que se encuentra en amarillo cuya magnitud es 0.05 y la última en color rojo la cual pertenece a la interfaz líquido-aire con una magnitud de 0.08. El perfil presenta una aparente disminución del espesor la cual comienza a partir de  $x = 0.08$ .

En el caso *d)* se presentan de igual manera las 3 zonas de velocidad, la tercera zona tiene una magnitud de 0.07 y se puede apreciar que ésta aumenta de espesor en  $x = 0.14$  y permanece constante hasta el final.

a) con recubrimiento hidrofóbico



b) sin recubrimiento hidrofóbico

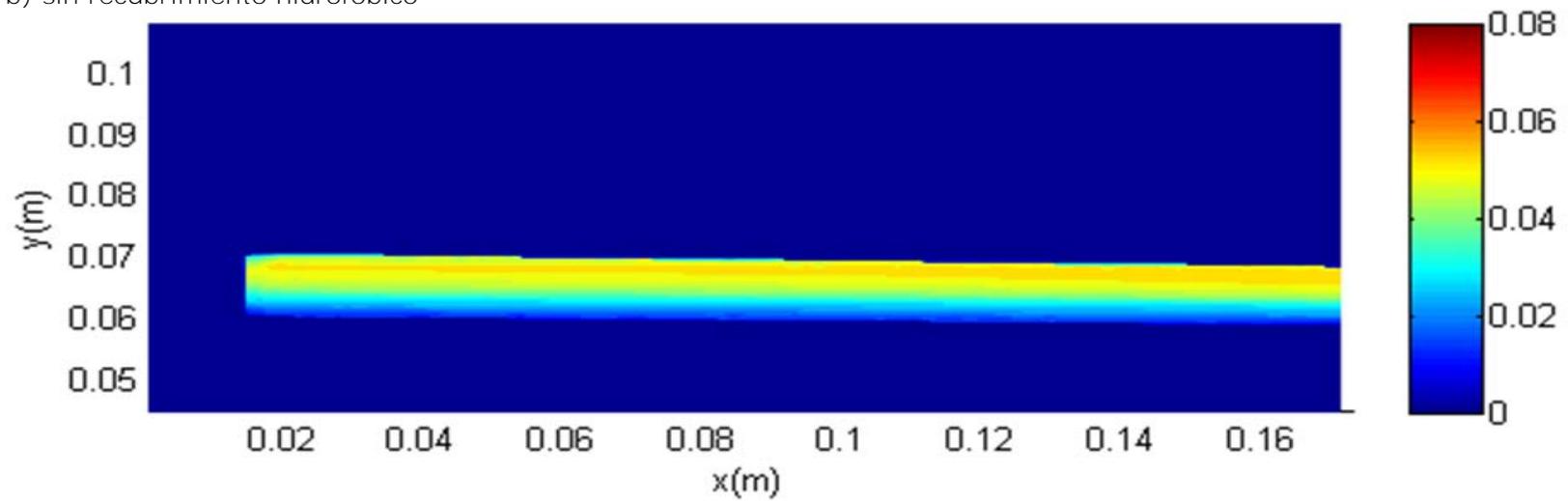
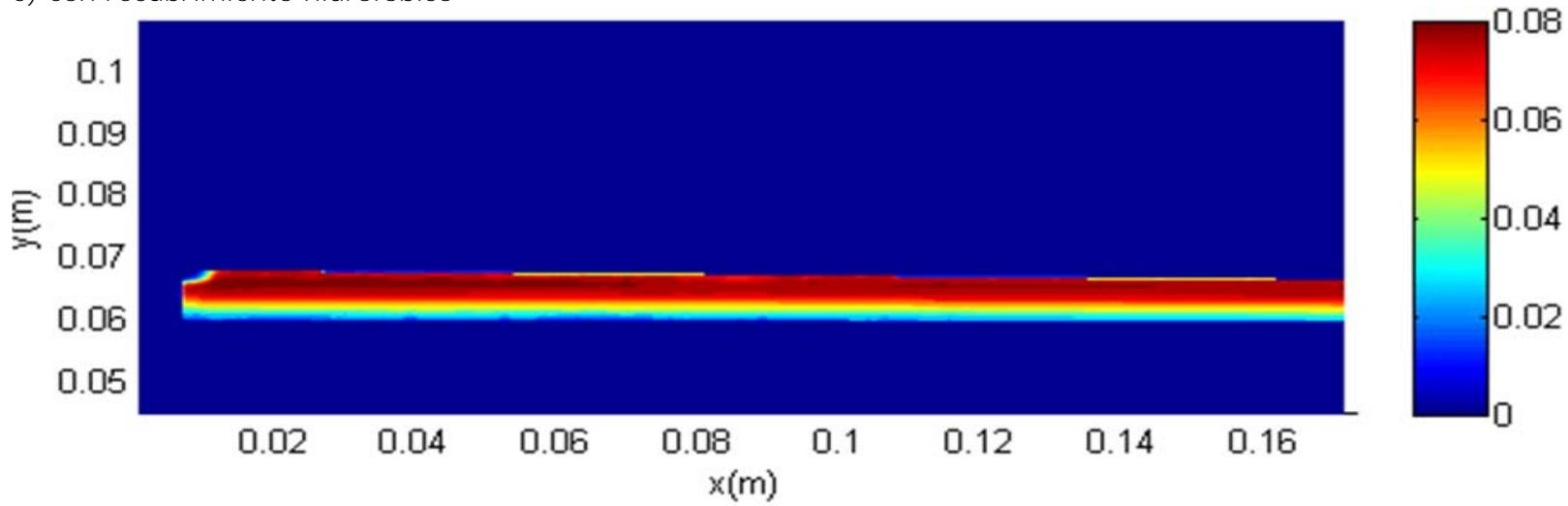


Figura 12. Magnitud de velocidad [m/s], ángulo  $4.0^\circ$ , a) placa con recubrimiento hidrofóbico, b) placa sin recubrimiento hidrofóbico

c) con recubrimiento hidrofóbico



d) sin recubrimiento hidrofóbico.

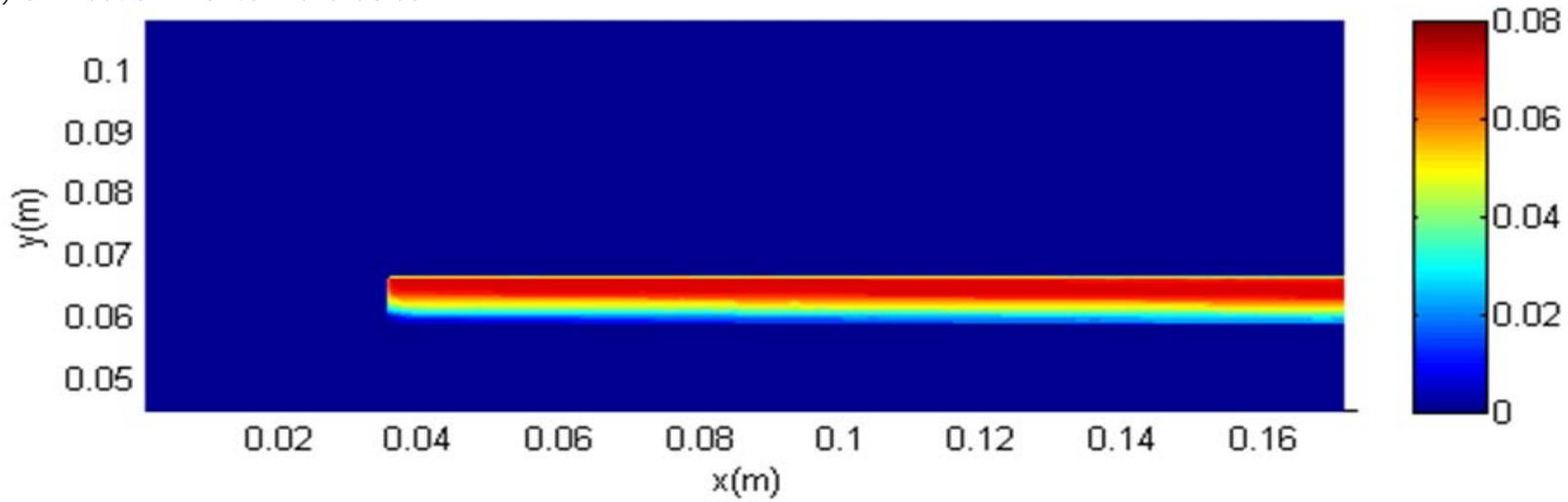


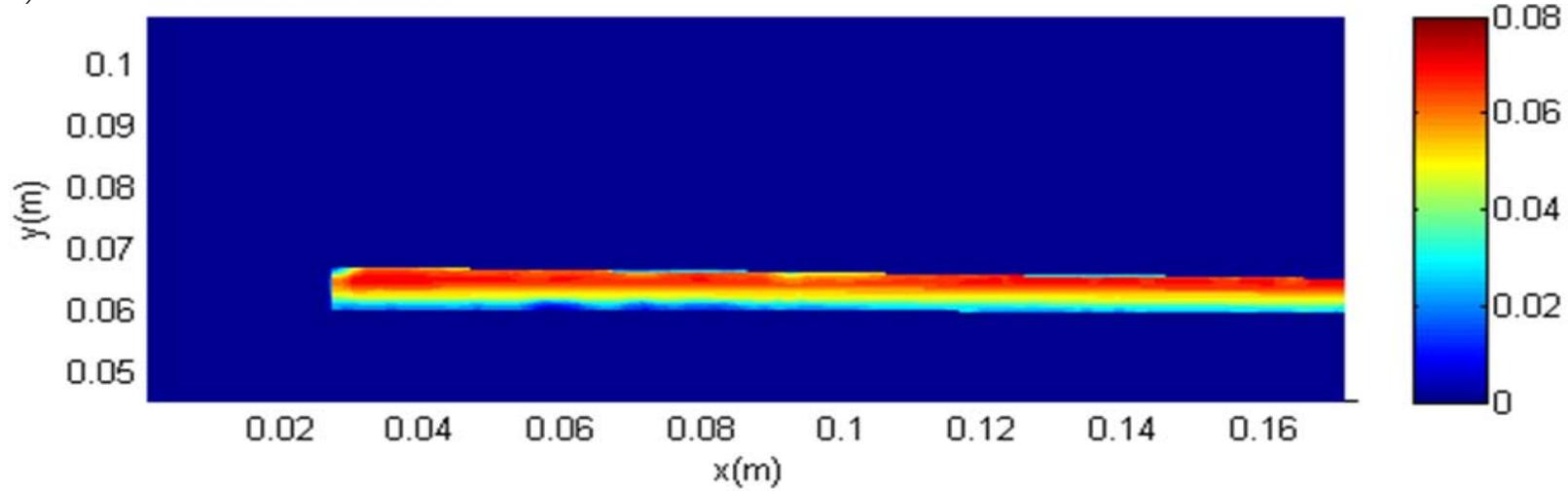
Figura 13. Magnitud de velocidad [m/s], ángulo 10.2°, c) placa con recubrimiento hidrofóbico, d) placa sin recubrimiento hidrofóbico.

En la figura 14, se presentan los casos de magnitud de velocidad con y sin recubrimiento hidrofóbico para el ángulo  $14.2^\circ$ , nombrados como e) y f) respectivamente.

En el caso e), se puede observar que el perfil está conformado por tres zonas de velocidad, la primera zona está en color azul cielo, la cual pertenece a la interfaz sólido-líquido con una magnitud es 0.02, la segunda que se encuentra en amarillo cuya magnitud es 0.05, la última zona la cual se presenta en color rojo pertenece a la interfaz líquido-aire, el espesor de esta zona se reduce conforme aumenta la distancia. El perfil presenta una disminución del espesor y en el intervalo de  $x = 0.8$  a  $x = 11$  las zonas presentes en el perfil parecen no estar bien definidas.

En el caso f) se presentan de igual manera las 3 zonas de velocidad, las primeras dos están bien definidas y con un espesor constante, mientras que la tercera zona representada en color rojo presenta una disminución considerable del espesor.

e) con recubrimiento hidrofóbico



f) sin recubrimiento hidrofóbico

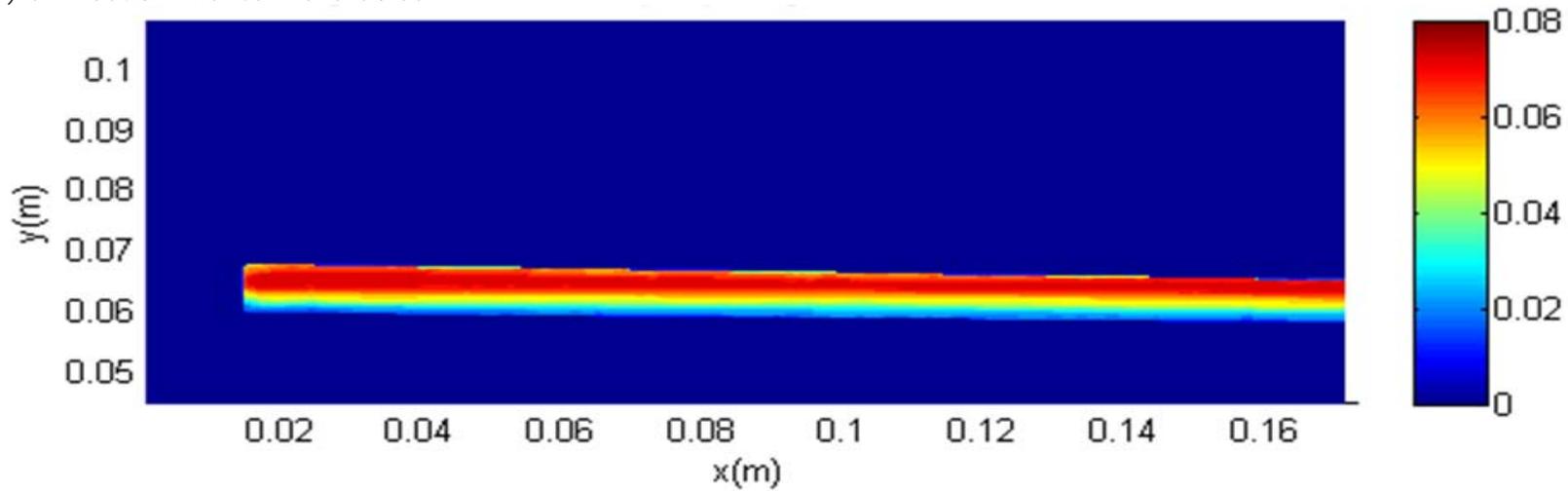


Figura 14. Magnitud de velocidad [m/s], ángulo  $14.2^\circ$ , e) placa con recubrimiento hidrofóbico, f) placa sin recubrimiento hidrofóbico.

### *5.3 Vectores de perfil de velocidad*

Los perfiles de velocidad se muestran en dos zonas para facilitar la visualización, la primera corresponde al inicio de la placa y la segunda al final de la misma.

En la figura 15 se presentan los vectores del perfil de velocidad con y sin recubrimiento hidrofóbico para el ángulo  $4.0^\circ$ , nombrados como a) y b) respectivamente.

Analizando los vectores de velocidad mostrados en la figura 14a, en la primera zona (a.1) los perfiles de velocidad varían un poco su ancho, mientras que en la segunda zona (a.2) después del tercer perfil se tiene una disminución del espesor y los últimos cuatro perfiles de velocidad se mantienen constante, con lo cual se puede comprobar una vez más que el fluido alcanzó el estado estacionario, y además se comprobó que el perfil es de tipo parabólico.

En los vectores de velocidad correspondientes a las corridas sin recubrimiento se puede apreciar que, en la primera zona (b.1) un adelgazamiento del perfil de velocidad, mientras que en la segunda zona (b.2) después del primer perfil de velocidad se muestra una disminución del espesor y los últimos cuatro perfiles permanecen constantes, lo que indica que se tiene un flujo desarrollado; en el perfil de velocidad se tiene una ligera desviación del perfil parabólico.

En la figura 16 se muestran los vectores del perfil de velocidad con y sin recubrimiento hidrofóbico para el ángulo  $10.2^\circ$ , nombrados como c) y d) respectivamente.

Se puede observar en los vectores de velocidad correspondientes a la figura 16c, que en la primera zona (c.1) los primeros tres perfiles de velocidad disminuyen su ancho, después de los cuales hay una disminución del espesor y en los últimos cuatro perfiles de velocidad se mantienen el

espesor y sufren pequeños cambios debido a la evolución del perfil, mientras que en la segunda zona (c.2) los tres primeros perfiles tienen variaciones en el ancho de los mismos, después de estos existe una disminución del espesor y en los últimos tres perfiles de velocidad no se presenta ningún cambio, el fluido alcanzó el estado estacionario y presenta un perfil de velocidades parabólico.

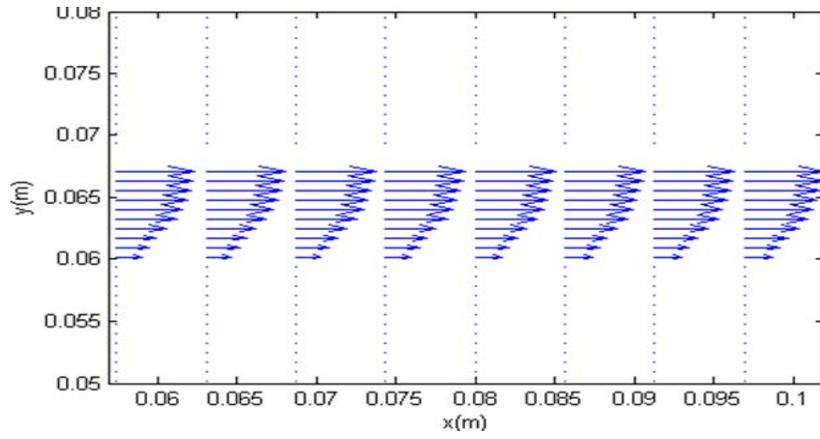
Para el caso de los vectores de velocidad *d*) en la primera zona (d.1) el perfil permanece constante, mientras que en la segunda zona (d.2) los primeros cinco perfiles sufren cambios ocasionados por la evolución del perfil mientras que los últimos dos perfiles permanecen constantes lo que indica que el flujo alcanzó un estado estacionario y presenta una ligera desviación del perfil parabólico.

En la figura 17 se pueden observar los vectores del perfil de velocidad con y recubrimiento hidrofóbico para el ángulo  $14.2^\circ$ , nombrados como e) y f) respectivamente.

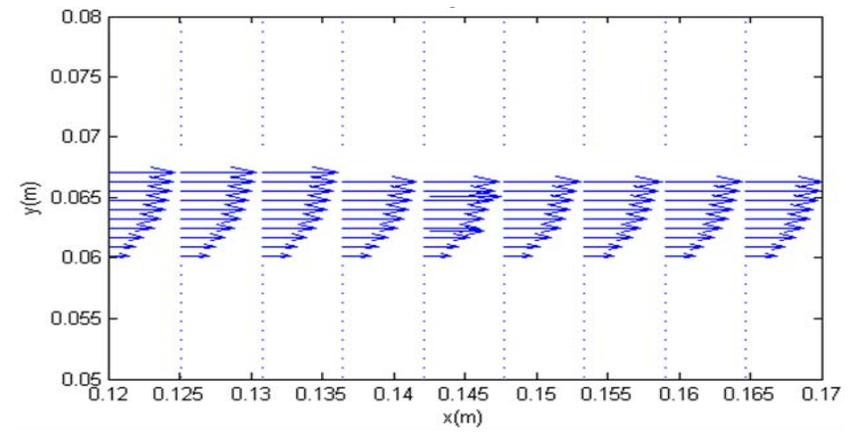
Los vectores del perfil de velocidad *e*) en la primera zona (e.1) en el tercer perfil se presenta una disminución del espesor, después de éste se presentan cambios en los perfiles, mientras que en la segunda zona (e.2) se tiene una disminución del espesor y el perfil de velocidad parece seguir evolucionando y aparentemente no se llega a un estado estacionario.

Los vectores de velocidad *f*) en la primera zona (f.1) presenta cambios en los perfiles debido al desarrollo del flujo, en el último perfil se presenta una disminución del espesor, mientras que en la segunda zona (f.2) los primeros dos perfiles cambian ligeramente. Después de estos se presenta una disminución del espesor, y luego se pueden observar ligeros cambios en los perfiles siguientes y los últimos tres perfiles permanecen constantes, con lo cual se comprueba que ha alcanzado el estado estacionario, y se tiene un perfil de velocidades parabólico.

a) Con recubrimiento hidrofóbico

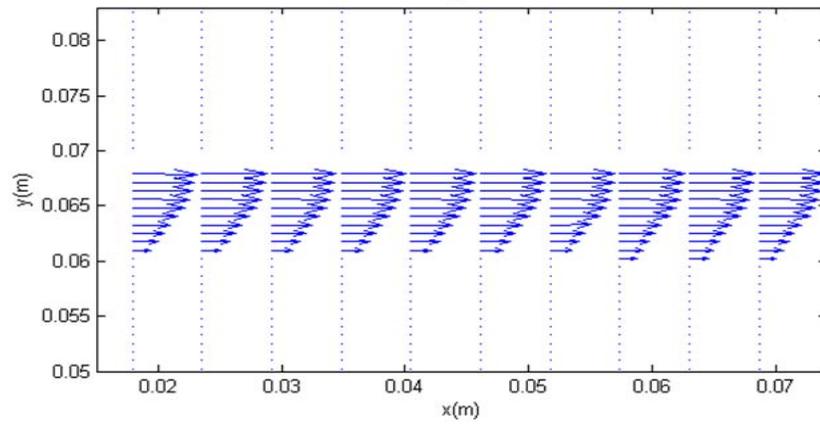


a.1

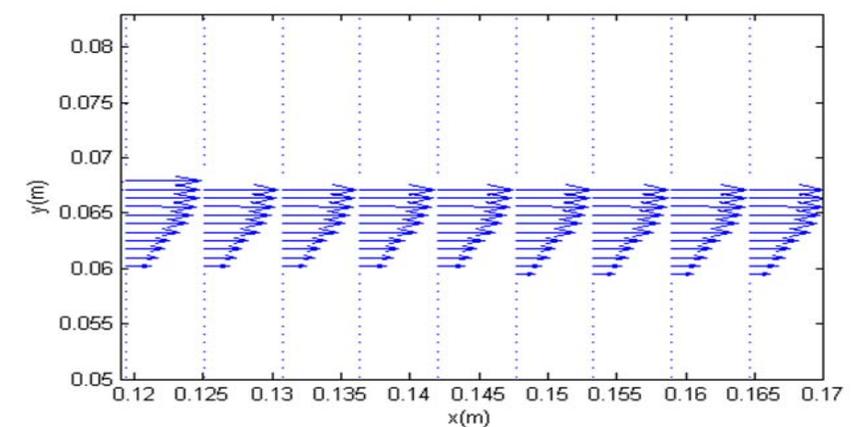


a.2

b) Sin recubrimiento hidrofóbico



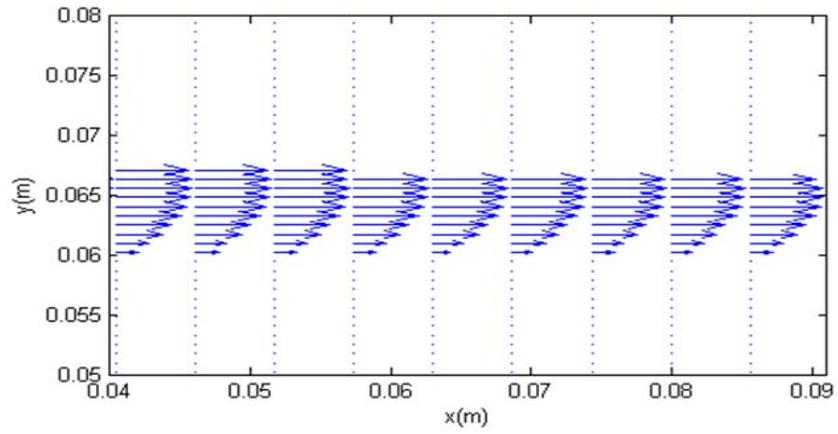
b.1



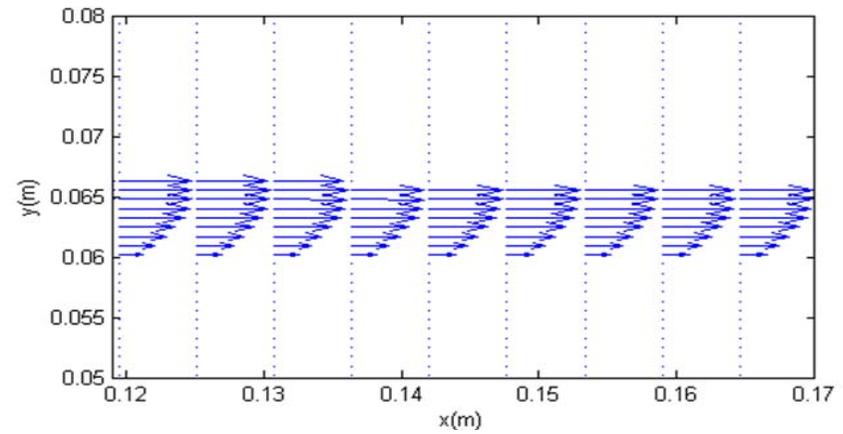
b.2

Figura 15. Vectores del perfil de velocidad, ángulo  $4^\circ$ , a) las imágenes a.1 y a.2 corresponden a la placa con recubrimiento hidrofóbico, b) mientras que las imágenes b.1 y b.2 corresponden a la placa sin recubrimiento hidrofóbico

c) Con recubrimiento hidrofóbico

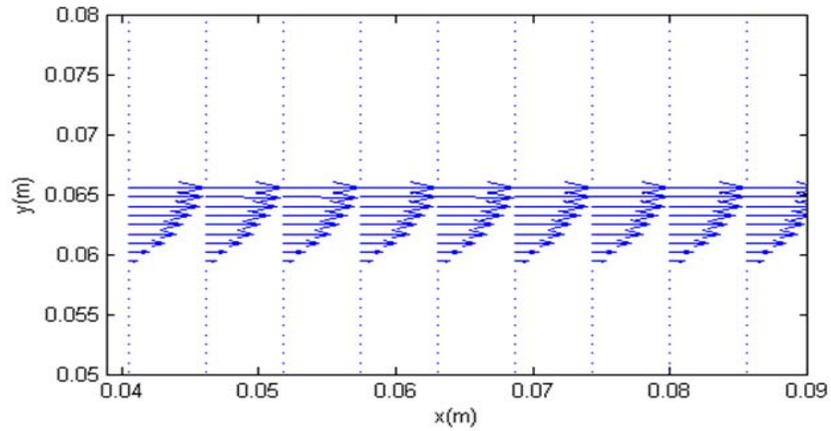


c.1

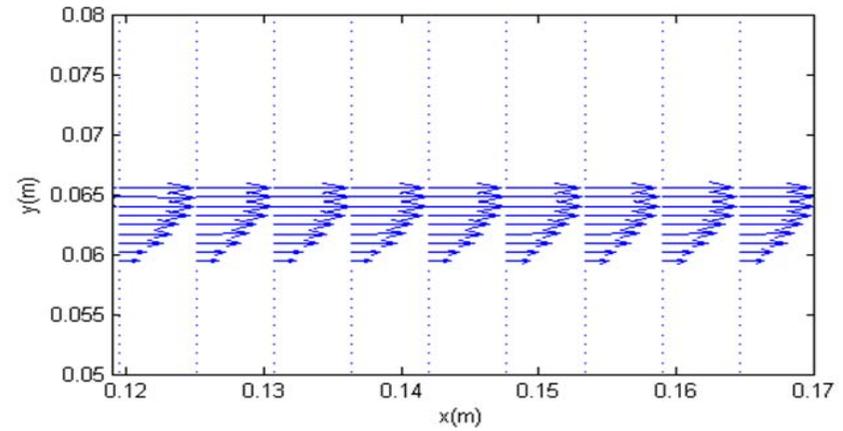


c.2

d) Sin recubrimiento hidrofóbico



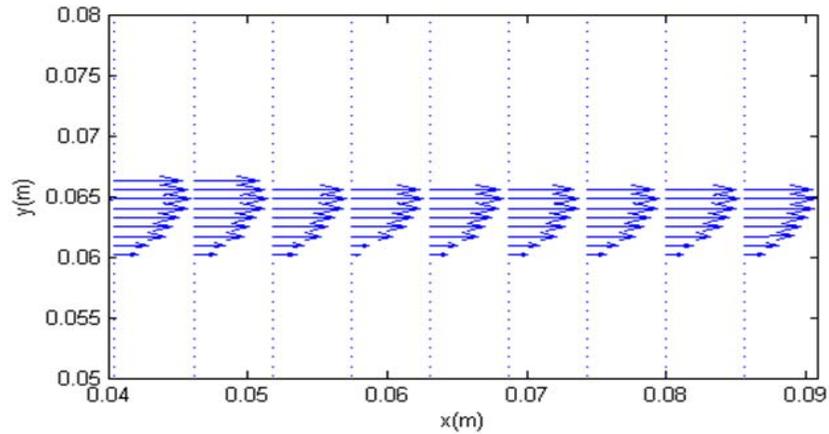
d.1



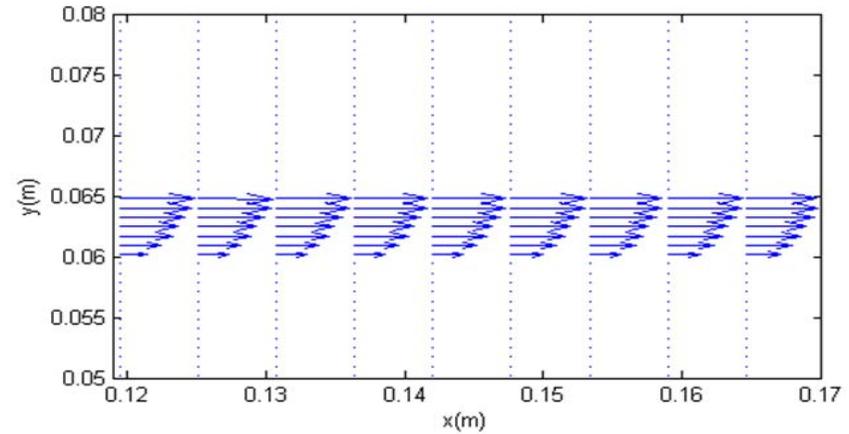
d.2

Figura 16. Vectores del perfil de velocidad, ángulo  $10.2^\circ$ , c) las imágenes c.1 y c.2 corresponden a la placa con recubrimiento hidrofóbico, d) mientras que las imágenes d.1 y d.2 corresponden a la placa sin recubrimiento hidrofóbico

e) Con recubrimiento hidrofóbico

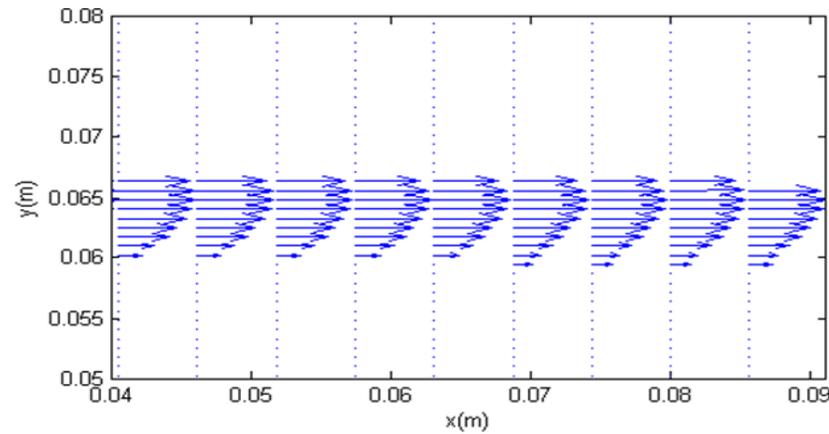


e.1

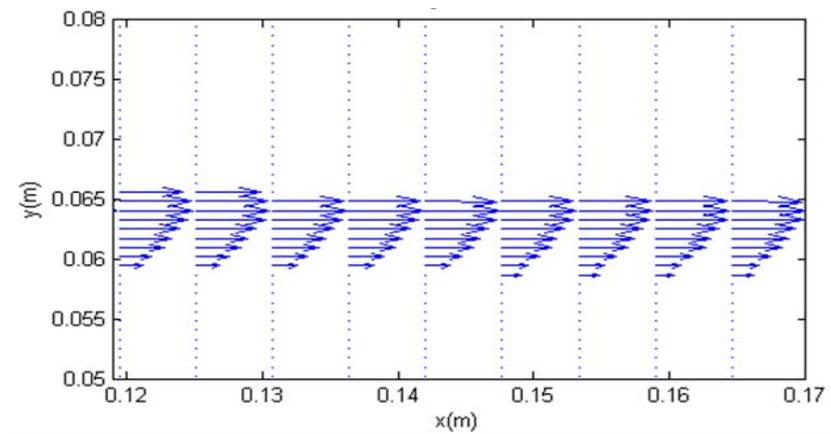


e.2

f) Sin recubrimiento hidrofóbico



d.1



d.2

Figura 17. Vectores del perfil de velocidad, ángulo  $14.2^\circ$ , e) las imágenes e.1 y e.2 corresponden a la placa con recubrimiento hidrofóbico, f) mientras que las imágenes f.1 y f.2 corresponden a la placa sin recubrimiento hidrofóbico.

#### *5.4 Análisis de resultados*

Analizando los resultados del ángulo de inclinación de  $4^\circ$ , se concluye que la magnitud de velocidad de las corridas con recubrimiento es mayor en comparación de las corridas sin recubrimiento, mientras que el espesor de las corridas con recubrimiento es menor comparado con las corridas sin recubrimiento hidrofóbico.

En el caso de los experimentos correspondientes al ángulo de inclinación de  $10.2^\circ$ , la magnitud de velocidad para el caso con recubrimiento hidrofóbico es mayor comparada con el caso sin recubrimiento hidrofóbico, en el caso del espesor con recubrimiento es menor en comparación con el espesor del caso de estudio sin recubrimiento.

Analizando la corrida con el ángulo de inclinación de  $14.2^\circ$ , se tiene que en el caso de placa con recubrimiento hidrofóbico no se llegó a un estado estacionario debido a que la velocidad del fluido fue muy rápida y el espesor muy pequeño. Además en los perfiles se puede apreciar que estos no evolucionaron hasta mantenerse constantes, mientras que en el caso sin recubrimiento se tiene un flujo menor y un espesor del fluido mayor comparado con el caso con recubrimiento hidrofóbico.

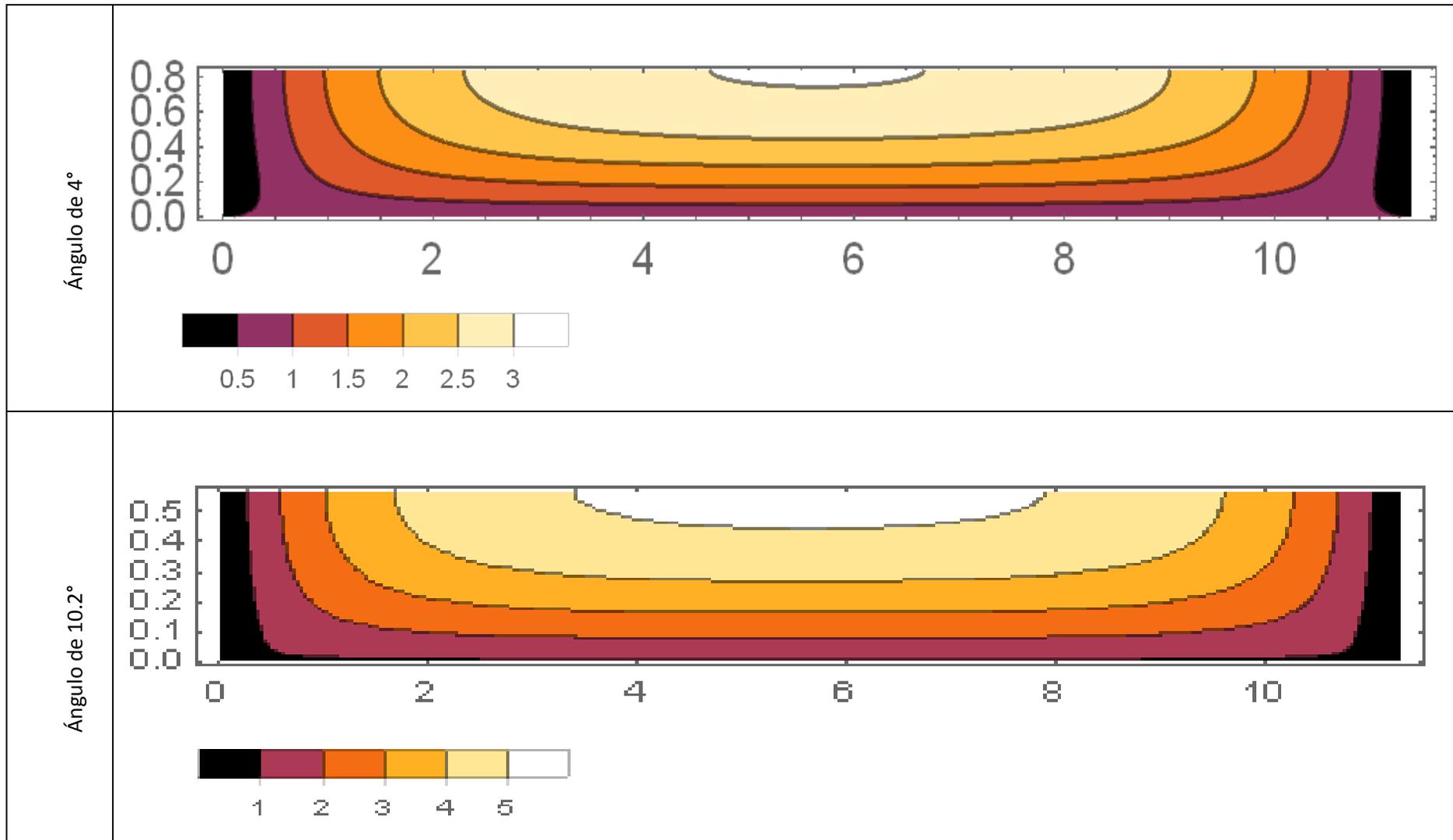
El comportamiento del espesor para ambos casos de estudio, se tiene que el espesor del fluido disminuye al aumentar el ángulo de inclinación.

En el caso de la velocidad de deslizamiento, para el caso con recubrimiento hidrofóbico se esperaba un aumento a medida que el ángulo de inclinación aumentara, sin embargo, se puede apreciar en los resultados no muestran esta tendencia, debido a que el experimento realizado a  $14.2^\circ$  el flujo no llegó a desarrollarse. Mientras que en el caso de estudio sin recubrimiento hidrofóbico la velocidad de deslizamiento, aumenta al aumentar el ángulo de inclinación.

### *5.5 Resultados de la simulación numérica*

Esta simulación se hizo para comprobar que las dimensiones utilizadas en la placa inclinada fueron elegidas de manera adecuada, de modo que en el centro de la placa no se presente el efecto de las paredes.

Las imágenes mostradas en el figura 18, corresponden a las corridas sin recubrimiento hidrofóbico, las cuales guardan la proporción de la placa real y se puede apreciar que en el centro de está no se presenta el efecto de las paredes. Se puede ver, que a medida que aumenta el ángulo de inclinación la velocidad aumenta.



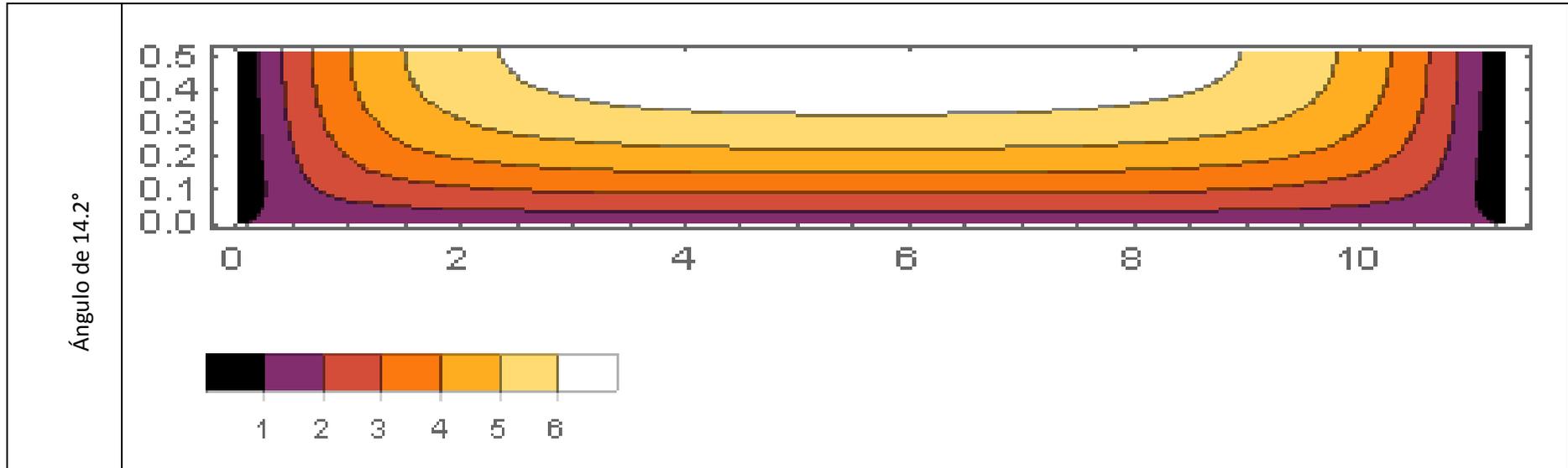


Figura 18. Velocidad (cm/s) de la placa inclinada sin recubrimiento hidrofóbico para los diferentes ángulos.

## 6 Conclusiones

En este trabajo se estudió el efecto de un recubrimiento hidrofóbico sobre el perfil de velocidades de una placa inclinada utilizando un fluido newtoniano. El problema se abordó realizando mediciones experimentales utilizando la técnica PIV y simulaciones numéricas.

- Se diseñó un canal inclinado de modo que, en el centro no se presenta el efecto de las paredes, con el cual se puede simular un flujo en una placa inclinada sin condiciones de frontera laterales, esto es, un flujo bidimensional.
- Se logró observar cómo evoluciona un perfil de velocidad hasta alcanzar un estado estacionario, es decir, el momento en el que el perfil deja de cambiar.
- Al aumentar el ángulo de inclinación, la velocidad máxima aumenta y se presenta una disminución en el espesor del fluido.
- En la teoría se dice que la velocidad de un fluido en la interfase sólido-líquido es igual a la velocidad del sólido, sin embargo, en esta serie de experimentos se encontró que la velocidad del fluido es ligeramente mayor a cero.
- La velocidad de deslizamiento con recubrimiento hidrofóbico es 60% mayor comparada con la velocidad de deslizamiento sin recubrimiento.
- La velocidad máxima de los experimentos con recubrimiento hidrofóbico es mayor, comparada con la velocidad máxima presentada cuando no se tiene recubrimiento.

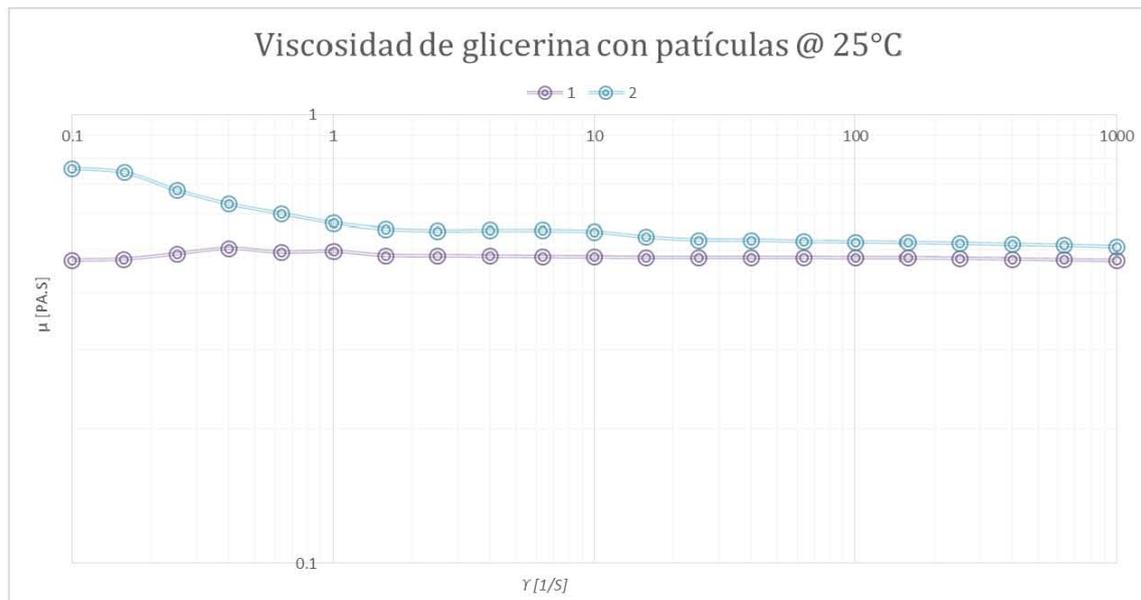
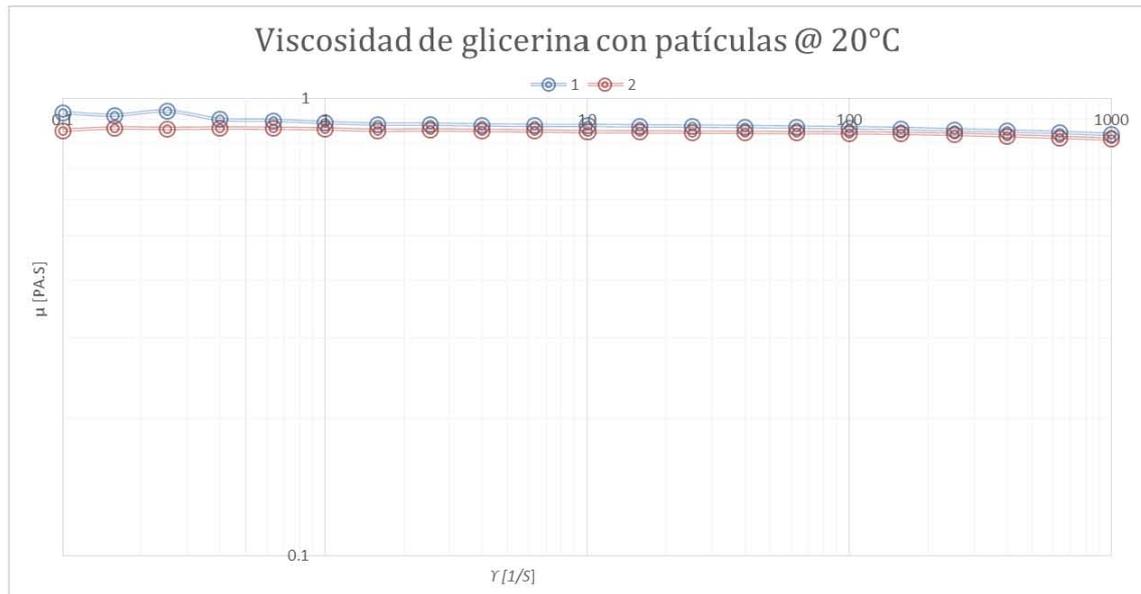
- Para los casos de estudio con recubrimiento se obtuvo como resultado que el perfil de velocidades es parabólico, mientras que los caso de estudio sin recubrimiento presentan una ligera desviación del perfil parabólico.
- Una ventaja de la técnica PIV es que es una técnica no intrusiva y el flujo no es alterado.
- Cuando se presentan espesores muy pequeños y gradientes de velocidad alto, se requiere una buena resolución de imagen, pero, al magnificar el flujo se pierde información de la evolución del fluido.

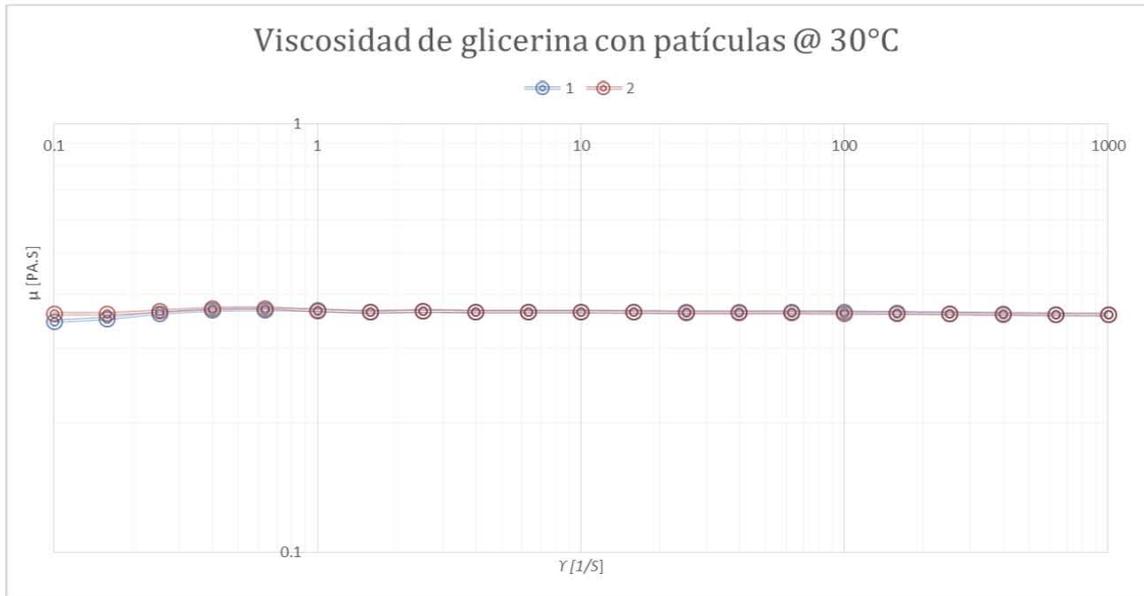
## 7 Bibliografía

- [1] R. Goldstein, *Fluid Mechanics Measurements*. 1996.
- [2] K. Watanabe, Y. Udagawa, and H. Udagawa, "Drag reduction of Newtonian fluid in a circular pipe with a highly water-repellent wall," *J. Fluid Mech.*, vol. 381, pp. 225–238, 1999.
- [3] K. Watanabe, Yanuar, and H. Mizunuma, "Slip of Newtonian Fluids at Slid Boundary.," *JSME Int. J. Ser. B*, vol. 41, pp. 525–529, 1998.
- [4] T. Hayat, M. Khan, and M. Ayub, "The effect of the slip condition on flows of an Oldroyd 6-constant fluid," *Journal of Computational and Applied Mathematics*, vol. 202, no. 2. pp. 402–413, 2007.
- [5] A. P. Bowles and W. a. Ducker, "Flow of Water Adjacent to Smooth Hydrophobic Solids," *J. Phys. Chem. C*, vol. 117, no. 27, pp. 14007–14013, 2013.
- [6] D. C. Tretheway and C. D. Meinhart, "A generating mechanism for apparent fluid slip in hydrophobic microchannels," *SOCAR Proc.*, vol. 2010, no. 3, pp. 60–68, 2010.
- [7] D. C. Tretheway and C. D. Meinhart, "Apparent fluid slip at hydrophobic microchannel walls," *Phys. Fluids*, vol. 14, no. 3, p. L9, 2002.
- [8] K. Kiger, "Introduction of Particle Image Velocimetry." p. 57, 2010.
- [9] "25th International Towing Tank Conference."
- [10] R. W. Fox, A. T. McDonald, and P. J. Pritchard, *Introduction to Fluid Mechanics*. 2004.
- [11] summary of introductory Concepts, *Basic Fluid Mechanics*. 2007.
- [12] R. B. Bird, W. E. Stewart, and E. N. Lightfoot, *Transport phenomena*. 2002.
- [13] J. M. McDonough, "LECTURES IN ELEMENTARY FLUID DYNAMICS : Physics , Mathematics and Applications," *Analysis*, p. 163, 2009.
- [14] E. A. De Souza, *Notes on numerical methods*, no. 2. 1998.
- [15] A. Carrillo and O. Mendoza, "Introducción al Método de Diferencias Finitas y su Implementación Computacional," 2015, p. 59.
- [16] "Hoja de seguridad Never Wet," 2008.
- [17] C. Brossard, J.-C. Monnier, P. Barricau, F.-X. Vandernoot, Y. Le Sant, F. Champagnat, and G. Le Besnerais, "Principles and applications of particle image velocimetry," *Onera AerospaceLab J.*, vol. AL01–03, no. 1, pp. 1–11, 2009.
- [18] U. Guide, "DynamicStudio v3.14."

# Anexos

## Anexo A. Viscosidad vs Rapidez de deformación





## Anexo B. Ajuste del perfil de velocidades con MATHEMATICA

```
SetDirectory[Apply[ToFileName, Drop["FileName" /. NotebookInformation[EvaluationNotebook[]], -2]]]

E:\mathematica

datos = Import["4_1.txt", "Table"];
ndatos = Length[datos];
ydatos = datos[[All, 1]]; Miny = Min[ydatos]; Maxy = Max[ydatos];
vdatos = datos[[All, 2]]; Minv = Min[vdatos]; Maxv = Max[vdatos];

Print["Número de datos en la tabla = ", datos]

Graficodatos = ListPlot[datos, PlotStyle -> {PointSize[0.0125`], RGBColor[0, 1, 0]}, ImageSize -> 72 x 7, AxesOrigin -> Automatic]

δ = 0.00713894952165271;
PS = NonlinearModelFit[datos, vmax * (1 - (δ - y)^2 / δ^2) + us, {vmax, us}, y]
vmaxi = vmax /. PS[[1, 2]]
δi = δ /. PS[[1, 2]]
usi = us /. PS[[1, 2]]
R2 = PS["RSquared"];
Print["Correlation Coefficient: R2 = ", R2]

Fbird[y_] := usi + vmaxi * (1 - (δi - y)^2 / δi^2)

PlotParametros = Plot[Fbird[y], {y, 0, Maxy}, DisplayFunction -> $DisplayFunction, PlotStyle -> {RGBColor[1, 0, 3], Thickness[0.001]]]

Show[Graficodatos, PlotParametros]
```

Ángulo	Con recubrimiento hidrofóbico	Sin recubrimiento hidrofóbico
4°		
10.2°		
14.2°		

## Anexo C. Código para la resolución del sistema discreto de ecuaciones en MATHEMATICA

```
(*unidades cm*)  
w = 11.3;  
δ = 0.84;  
  
(*Enrejado*)  
nz = 50;  
ny = 100;  
(*tamaño de paso*)  
  
Δy = 1.0 w / (ny - 1)  
Δz = 1.0 δ / (nz - 1)  
  
(*Valor de la constante K*)  
K = 0.1242; (*para un ángulo de 4°.*)  
τ = 0.59;  
tmax = 8500;  
  
(*Definiendo i *)  
z[1] = 0.0;  
For[i = 2, i ≤ nz, i++,  
  z[i] = z[i - 1] + Δz;  
  (*Print ["z_", z[i]]*)]  
  
(*Definiendo j*)  
y[1] = 0.0;  
For[j = 2, j ≤ ny, j++,  
  y[j] = y[j - 1] + Δy;  
  (*Print ["y_", y[j]]*)]
```

```

(*Condiciones de frontera u(z,y) = u[i,j] *)

For[j = 1, j ≤ ny, j++,
  u[1, j] = τ;
  u[nz, j] = 0;]
For[i = 1, i ≤ nz, i++,
  u[i, 1] = 0;
  u[i, ny] = 0;]

(*requiere estimados iniciales*)
For[i = 2, i ≤ nz - 1, i++,
  For[j = 2, j ≤ ny - 1, j++,
    u[i, j] = 0;]]

(*Ciclo Fdr*)
For[t = 0, t ≤ tmax, t++,
  For[j = 2, j ≤ ny - 1, j++,
    For[i = 2, i ≤ nz - 1, i++,
      u[i, j] =  $\frac{1}{2 * (\Delta y + \Delta z)}$  ( $\Delta y * (u[i + 1, j] + u[i - 1, j]) + \Delta z * (u[i, j + 1] + u[i, j - 1]) + (K * \Delta y * \Delta z)$ );
      (*Print["z-", i, " y_", j, " u-", u[i, j] ]*)
    ]];
  u[nz, j] =  $\frac{1}{2 * (\Delta y + \Delta z)}$  ( $\Delta y * (2 * u[nz - 1, j]) + \Delta z * (u[nz, j + 1] + u[nz, j - 1]) + (K * \Delta y * \Delta z)$ );]]];

For[i = 1, i ≤ nz, i++,
  nada[i] = Table[{y[j], z[i], u[i, j]}, {j, 1, ny}]]

Clear[nadanew]

nadanew = {};
For[i = 1, i ≤ nz, i++,
  For[j = 1, j ≤ ny, j++,
    nadanew = Append[nadanew, nada[i][[j]]]
  ]
]

nadanew

```