



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ACATLÁN

**COEFICIENTES AERODINÁMICOS DE TABLEROS DE
PUENTES**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

INGENIERO CIVIL

P R E S E N T A:

ISAAC ROSALES GARCÍA

**DIRECTOR DE TESIS:
DR. HUGO HERNÁNDEZ BARRIOS**

Mayo 2016

Santa Cruz Acatlán, Naucalpan, Edo. de México



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A mi padre que siempre me ha apoyado en todo aspecto de mi vida

A mi madre que siempre me motiva a seguir adelante y no rendirme

A mi hermana que siempre me ayuda a ser una mejor persona

A mi familia que siempre ha visto por mi bienestar

A mis amigos, compañeros y todos quienes creen en mi

Resumen

A lo largo de la historia el viento ha causado desastres en el campo de las estructuras como el colapso del puente Tacoma en Estados Unidos en 1940, es por ello que no se debe descuidar esta área de la ingeniería civil.

La mecánica de fluidos se encarga del estudio del viento generando ecuaciones que permiten hacer modelos matemáticos, sin embargo la complejidad de estas ecuaciones ha requerido el uso de las computadoras para su resolución, a esto se le llama CFD (Computational Fluid Dynamics). Ansys es un software comercial que permite resolver este tipo de problemas por lo que se usó en este trabajo.

Con Ansys, se pueden obtener los coeficientes aerodinámicos, dichos coeficientes permiten conocer el comportamiento del viento sobre un cuerpo estanco. Sin embargo, el uso de este software genera un error el cual debe revisarse con datos experimentales. Para ello se revisaron, en la bibliografía correspondiente, cuerpos geométricos evaluados con túnel de viento y se compararon los resultados con los obtenidos en Ansys.

Los coeficientes aerodinámicos son muy útiles para evaluar puentes susceptibles a ráfagas de viento, es por ello que se revisó el puente Great Belt de Dinamarca el cual tiene varios estudios, tanto experimentales como numéricos. Esto permite evaluar que tan preciso es el procedimiento que se expone en este trabajo con respecto a otros autores.

Finalmente, estas revisiones, tanto con los cuerpos geométricos como el puente Great Belt, permiten validar el procedimiento por lo que en el capítulo 7 se hace la revisión de un puente que colapso posiblemente por viento. Sin embargo, no se llega a evaluar la inestabilidad aeroelástica, sino que se obtuvieron sus coeficientes aerodinámicos.

Índice

Resumen	I
Índice	II
Lista de Tablas	VII
Lista de Figuras	IX
Capítulo 1. Objetivo y alcance	1
1.1 Objetivo y alcance	1
1.2 Metodología	1
Capítulo 2. Conceptos básico de la mecánica de fluidos	3
2.1 Introducción	3
2.2 Estados de la materia y ramas de la dinámica de fluidos	5
2.3 Presión	6
2.4 Densidad	7
2.5 Velocidad	8
2.6 Compresibilidad	8
2.7 Viscosidad	9
2.8 Fluido Newtoniano	10
2.9 Fluidos no Newtonianos	10
2.10 Separación del flujo	11
2.11 Capa límite	13
2.12 Flujo laminar y turbulento	14
2.13 Número de Reynolds	14
2.14 Coeficientes aerodinámicos	15
2.15 Conclusiones	16
Capítulo 3. Conceptos básicos de la CFD	18
3.1 Introducción	18
3.2 Dinámica de fluidos computacional	18
3.3 Ventajas y desventajas de CFD	20
3.4 Aplicaciones de CFD	21
3.5 Procedimiento de la CFD	21
3.6 Ecuaciones que gobiernan la dinámica de fluidos	22
3.6.1 Ecuación de continuidad	22
3.6.2 Ecuación de impulso y cantidad de movimiento	22
3.6.3 Ecuación de energía para flujos incompresibles	23
3.7 Ecuación de Navier Stokes para flujos incompresible	23
3.8 Métodos de resolución numérica de flujos turbulentos	24
3.9 Método RANS	26
3.10 Modelos de turbulencia para RANS	27
3.10.1 Modelos cerrados de primer orden	28
3.10.2 Modelos cerrados de segundo orden	28

3.11 Modelos usados en Ansys 11	28
3.11.1 Modelo Zero Equation	28
3.11.2 Standard	29
3.11.3 Modelo Standard	30
3.11.4 Modelo RNG	32
3.11.5 Modelo NKE	33
3.11.6 Modelo GIR	33
3.11.7 Modelo SZL	35
3.11.8 Modelo	35
3.11.9 Modelo SST	37
3.12 Discretización	38
3.12.1 Tipos de discretización	38
3.12.2 Espacio de la discretización	38
3.12.3 Diferentes métodos de discretización	39
3.13 Condiciones de frontera	40
3.14 Verificación y validación	40
3.15 Conclusiones	41
Capítulo 4. Coeficientes Aerodinámicos	43
4.1 Introducción	43
4.2 Coeficientes aerodinámicos	43
4.4 Dimensiones del puente	48
4.4 Propiedades del fluido	48
4.5 Presiones sobre el tablero	49
4.6 Descomposición de presiones	51
4.7 Fuerzas de arrastre y levante	53
4.8 Coeficientes de arrastre y levante	54
4.9 Centro geométrico	55
4.10 Momentos	57
4.11 Coeficiente de momento	61
4.12 Matriz de Rotación	61
4.13 Conclusiones	64
Capítulo 5. Coeficientes de arrastre de cuerpos geométricos básicos	65
5.1 Introducción	65
5.2 Volumen de control	66
5.2.1 Dimensiones del volumen de control	66
5.3 Condiciones de frontera	68
5.4 Discretización del dominio computacional	69
5.5 Parámetros del modelo	70
5.6 Propiedades del fluido	70
5.7 Tipo de flujo	71
5.8 Cuerpos a analizar	71
5.9 Resultados a flujo laminar	76

5.9 Resultados a flujo turbulento	78
5.10 Conclusiones	80
Capítulo 6. Puente East Great Belt	81
6.1 Introducción	81
6.2 Puente Great Belt	81
6.3 Puente Eastern Bridge	82
6.4 Propiedades del fluido	83
6.5 Dominio computacional	83
6.6 Coeficiente de arrastre	84
6.7 Resultados	85
6.8 Conclusiones	87
Capítulo 7. Puente San Cristóbal	88
7.1 Introducción	88
7.2 Antecedentes	88
7.3 Características del puente San Cristóbal	90
7.4 Dimensiones del Tablero	91
7.5 Propiedades del fluido	92
7.6 Dominio computacional del puente San Cristóbal	92
7.7 Discretización del modelo	93
7.8 Coeficientes de arrastre	93
7.9 Ángulos de ataque	93
7.10 Resultados	94
7.11 Conclusiones	97
Capítulo 8. Conclusiones y recomendaciones	98
8.1 Conclusiones y recomendaciones	98
Apéndice A. Manejo del manual	101
A.1 Introducción	101
A.2 Elementos de pantalla de Ansys	102
A.3 Menú principal	103
A.4 Barra de acceso rápido	104
A.5 Barra de herramientas	105
A.6 Barra de despliegue gráfico	106
A.7 Menú de utilidades	106
Apéndice B. Coeficiente de arrastre en círculos con Ansys	108
B.1 Introducción	108
B.2 Dimensiones del cuerpo	108
B.3 Dominio computacional	109
B.4 Condiciones de frontera en régimen laminar	110
B.5 Propiedades del fluido en régimen laminar	110
B.6 Abrir Ansys	110
B.7 Inicio del modelo	111
B.8 Parámetros del FLOTRAN	112

B.9 Agregar elemento Fluid 141	112
B.10 Modelado	113
B.10.1 Creación del dominio computacional	113
B.10.2 Creación del círculo	114
B.10.3 Substracción del círculo fuera del rectángulo	115
B.11 Mallado	116
B.11.1 División de malla en círculo	116
B.11.2 División de malla en rectángulo	116
B.11.3 Generación de la malla	117
B.12 Propiedades del modelo	118
B.12.1 Asignación de iteraciones	118
B.12.2 Tipo de flujo	118
B.12.3 Propiedades específicas del fluido	118
B.12.4 Asignación de velocidades del Volumen de Control	119
B.12.5 Asignación de velocidades en el círculo	120
B.12.6 Asignación de la velocidad de entrada	121
B.12.7 Asignación de las Presiones	121
B.12.8 MIR Stabilization	122
B.13 Solución	123
B.14 Visualización de resultados	124
B.14.1 Leer último resultado	124
B.14.2 Leer un resultado específico	125
B.14.3 Ver gráficas	125
B.14.4 Definir un Path	127
B.14.5 Asignar atributos al path	129
B.14.6 Visualización del path	131
B.14.7 Importar archivos a Excel 2010	131
B.15 Integración de presiones	134
B.16 Flujo turbulento	136
Apéndice C. Coeficiente de arrastre en triángulos con Ansys	137
C.1 Introducción	137
C.2 Dimensiones del cuerpo	137
C.3 Dominio computacional	138
C.4 Condiciones de frontera en régimen laminar	139
C.5 Propiedades del fluido en régimen laminar	139
C.6 Inicio del modelo	140
C.7 Modelado	140
C.7.1 Creación del rectángulo	140
C.7.2 Creación del cuerpo	141
C.7.3 Extracción del cuerpo del volumen de control	142
C.8 Mallado	143
C.9 Propiedades del modelo	144
C.9.1 Iteraciones	144

C.9.2 Tipo de flujo	144
C.9.3 Propiedades del fluido	144
C.10 Asignación de velocidades y presiones	145
C.11 Resolución del modelo	146
C.12 Visualización de resultados	146
C.13 Creación de Paths	147
C.14 Visualizar los datos del PATH	149
C.15 Asignar la propiedad de presiones al PATH	149
C.16 Coeficiente de arrastre	152
C.17 Flujo turbulento	152
Apéndice D. Coeficientes aerodinámicos del puente San Cristóbal con Ansys	154
D.1 Introducción	154
D.2 Dominio computacional	155
D.3 Condiciones de frontera	156
D.4 Propiedades del fluido	157
D.5 Centro geométrico	157
D.6 Inicio del modelo	160
D.7 Modelado	161
D.7.1 Creación del dominio computacional	161
D.7.2 Creación del tablero	161
D.7.3 Extracción del cuerpo del volumen de control	162
D.8 Mallado	163
D.9 Propiedades del modelo	163
D.9.1 Iteraciones	163
D.9.2 Tipo de flujo	163
D.9.3 Propiedades del fluido	164
D.10 Asignación de velocidades y presiones	164
D.11 Resolución del modelo	165
D.12 Visualización de resultados	165
D.13 Creación de PATHS	166
D.14 Asignar la propiedad de presiones al PATH	168
D.15 Visualizar los datos del PATH	168
D.16 Ubicación de los nodos del segmento	168
D.17 Obtención de la fuerza debido al flujo	170
D.18 Obtención de los momentos debido al flujo	170
D.19 Coeficientes aerodinámicos	173
D.19.1 Coeficiente de presión	173
D.19.2 Coeficiente de arrastre y levante	175
D.19.3 Coeficiente de momento	176
Referencias	177

Lista de Tablas

Tabla 3.1 Ventajas y desventajas del uso de CFD	20
Tabla 3.2 Características de los métodos de predicción del flujo turbulento	25
Tabla 3.3 Valor de las constantes para el modelo Standar K-E	31
Tabla 3.4 Coeficientes para el modelo RNG	32
Tabla 3.5 Coeficientes del modelo NKE	33
Tabla 3.6 Coeficientes del modo GIR	34
Tabla 3.7 Coeficientes del modelo SZL	35
Tabla 3.8 Coeficientes del modelo	36
Tabla 3.9 Coeficientes para el modelo SST	38
Tabla 3.10 Características de los diferentes métodos de discretización	39
Tabla 4.1 Distribución de presiones aplicadas a los nodos	50
Tabla 4.2 de los elementos del tablero Ejemplo	53
Tabla 4.3 Distribución de presiones aplicadas a los nodos	54
Tabla 4.4 Datos de las áreas del tablero Ejemplo	58
Tabla 4.5 Ubicación de nodos	60
Tabla 5.1 Identificación de volúmenes de control	68
Tabla 5.2 Dimensiones y ubicación del cuerpo en los diferentes volúmenes	69
Tabla 5.3 Discretización de los modelos	73
Tabla 5.4 Propiedades del fluido	72
Tabla 5.5 Dimensiones de los volúmenes de control	74
Tabla 5.6 Dimensiones y ubicación del círculo	74

Tabla 5.7 Ubicación de nodos del cuadrado	74
Tabla 5.8 Ubicación de nodos del triangulo	75
Tabla 5.9 Coeficientes de arrastre a flujo turbulento para el círculo, cuadrado y triángulo.	80
Tabla 5.10 Comparación de resultados para el flujo laminar	81
Tabla 6.1 Velocidad de flujo usadas en el modelo del puente Great Belt East	85
Tabla 6.2 Coeficiente de arrastre obtenidos con los dominios computacionales	89
Tabla 7.1 Ubicación de los nodos del puente San Cristobal	93
Tabla 7.2 Comparación de resultados	97
Tabla 7.3 Ángulos de ataque del puente San Cristóbal	100
Tabla 7.4 Presiones y velocidades del puente a flujo laminar y turbulento con un ángulo de ataque de 0°	103
Tabla B.1 Propiedades del fluido en régimen laminar	112
Tabla B.2 Propiedades del fluido	123
Tabla B.3 Distribución de presiones del Path	140
Tabla C.1 Ubicación de los puntos del triángulo	141
Tabla C.2 Propiedades del fluido en régimen laminar	144
Tabla C.3 Propiedades del fluido	150
Tabla C.4 Nodos de los paths	156
Tabla C.5 Integral del elemento L1	160
Tabla C.6 Fuerzas en cada elemento	163
Tabla C.7 Fuerza de arrastre de los elementos del triángulo	165
Tabla D.1 Ubicación de los puntos del Puente San Cristobal	158

Tabla D.2 Propiedades del fluido	159
Tabla D.3 Obtención del área, y centro geométrico del tablero San Cristóbal	161
Tabla D.4 Propiedades del fluido	166
Tabla D.5 Ubicación de nodos del Puente San Cristobal	169
Tabla D.6 Ubicación de los nodos del elemento L14	171
Tabla D.7 Integral de los segmentos del elemento L14	172
Tabla D.8 momentos de las fuerzas del elemento L14	174
Tabla D.9 fuerzas y momentos de cada elemento del cuerpo	174
Tabla D.10 fuerzas y momentos de cada elemento del cuerpo	176
Tabla D.11 fuerzas y momentos de cada elemento del cuerpo	177
Tabla D.12 fuerzas y momentos de cada elemento del cuerpo	178
Tabla D.13 Coeficiente aerodinámicos del puente San Cristóbal	178

Lista de Figuras

Figura 2.1 Colapso del puente Tacoma	4
Figura 2.2 Pintura “La derrota de la Armada Invencible” de P.J. Louthembourg.	4
Figura 2.3 Estados físicos de la materia	5
Figura 2.4 Representación de un cuerpo sometido a una fuerza debido a un flujo en movimiento	7
Figura 2.5 Gráfica de densidad-temperatura del aire.	8
Figura 2.6 Viscosidad del agua y del aire	9
Figura 2.7 Ejemplos de fluidos Newtonianos	10
Figura 2.8 Ejemplos de fluidos no Newtonianos	11
Figura 2.9 Efecto de la viscosidad sobre un cuerpo en un fluido en movimiento: esfuerzo cortante y separación de flujo	11
Figura 2.10 Separación del flujo inducido por un gradiente de presión adversa	13
Figura 2.11 Régimen de flujo	14
Figura 2.12 Resultante de la fuerza aerodinámica y sus componentes	16
Figura 3.1 ejemplo de un modelo utilizando CFD	19
Figura 4.1 Coeficiente de arrastre de dos cuadrados con diferente tamaño	44
Figura 4.2 Fuerzas actuantes en una cuerpo debido a flujo del viento	45
Figura 4.3 Área utilizada para el estudio	46
Figura 4.4 Presiones actuantes sobre el borde del cuerpo	46
Figura 4.5 Longitud de los segmentos sobre el elemento AB	47
Figura 4.6 Proyección de presiones	47
Figura 4.7 Gráfica del método de trapecio	48
Figura 4.8 Datos del puente ejemplo	49
Figura 4.9 Numeración de nodos del puente Ejemplo	49
Figura 4.10 Presiones aplicadas al puente Ejemplo	51

Figura 4.11 Elementos trigonométricos del segmento	52
Figura 4.12 Coordenadas de los nodos	53
Figura 4.13 Distancia de segmentos y área debajo de la función	55
Figura 4.14 Fuerzas debido al flujo	56
Figura 4.15 división del tablero Ejemplo	57
Figura 4.16 Ubicación del centro geométrico del tablero Ejemplo	58
Figura 4.17 Distancia de los nodos para el elemento	59
Figura 4.18 Ubicación de la fuerza	61
Figura 4.19 Distancias perpendiculares para	62
Figura 4.20 Momentos debidos a las	62
Figura 4.21 Momentos debidos a las	62
Figura 4.22 Ubicación del tablero	64
Figura 4.23 Cuerpo geométrico girado 60°	65
Figura 5.1 Dimensiones y ubicación del cuerpo en los diferentes volúmenes	69
Figura 5.2 Condiciones de frontera del volumen de control	71
Figura 5.3 Tipo de mallado en los elementos del modelo	72
Figura 5.4 Dimensiones del círculo, cuadrado y triángulo analizadas	76
Figura 5.6 Numeración de nodos del triángulo	75
Figura 5.7 Dimensiones y ubicación del círculo en los diferentes dominios	76
Figura 5.8 Dimensiones y ubicación del cuadrado en los diferentes dominios	77
Figura 5.9 Dimensiones y ubicación del triángulo en los diferentes dominios	77
Figura 5.10 Variación del Δ contra el número de Reynolds para un prisma circular.	78
Figura 5.11 Variación del Δ contra el número de Reynolds para un prisma cuadrado	79
Figura 5.12 Variación del Δ contra el número de Reynolds para un prisma triangular	80

Figura 6.1 Puente East Great Belt	84
Figura 6.2 Elevación del puente Eastern Bridge	84
Figura 6.3 Corte transversal del puente Eastern Bridge (cotas en m)	85
Figura 6.4 Dominios computacionales aplicados para el anaálisis del East Great Belt	86
Figura 6.5 Presiones y Velocidades a flujo laminar del puente Great Belt East	87
Figura 6.6 Presiones, velocidades y turbulencia a flujo turbulento del puente Great Belt East	88
Figura 7.1 Foto de colapso del puente San Cristóbal	91
Figura 7.2 Elevación del puente San Cristóbal	92
Figura 7.3 Sección transversal del puente San Cristóbal	93
Figura 7.4 Numeración de nodos del puente San Cristóbal.	93
Figura 7.5 Dominios computacionales del puente San Cristóbal	94
Figura 7.6 Coeficientes aerodinámicos para flujo turbulento y laminar	98
Figura A.1 Elementos de la pantalla de Ansys	104
Figura A.2 Selección del comando “By 2 Corners”	105
Figura A.3 elementos de la ventana	106
Figura A.4 Ejemplo de una ventana en Ansys	107
Figura A.5 Ejemplo en Ansys	108
Figura B.1 Dimensiones del modelo	111
Figura B.2 Dimensiones del dominio computacional	111
Figura B.3 Condiciones de frontera	112
Figura B.4 Icono “ANSYS Product Launcher”	112
Figura B.5 Pasos de inicio del proceso	113
Figura B.6 activación de la casilla del FLOTRAN CFD	114

Figura B.7 Ventana “Library of Elements Types”	115
Figura B.8 Ventana “Rectangle by 2 Corners”	116
Figura B.9 Líneas del modelo en ANSYS	116
Figura B.10 Pasos a seguir para extraer círculo del dominio	117
Figura B.11 Círculo sustraído del dominio	117
Figura B.12 Ventana “Element Sizes on Picked Lines”	118
Figura B.13 Líneas del círculo y dominio divididas	119
Figura B.14 Rectángulo con su malla	119
Figura B.15 Botón “Raisen Hidden” para mostrar el cuadro “Mesh Tool”	119
Figura B.16 Cuadro “CFD Flow Proprieties” con los valores densidad y viscosidad	121
Figura B.17 Selección de las líneas del dominio para agregar la velocidad	122
Figura B.18 Cuadro “Apply VELO load on lines” para la velocidad del dominio	122
Figura B.19 Selección de línea para asignar velocidad de entrada	123
Figura B.20 líneas donde se aplicara la presión	123
Figura B.21 velocidades y presiones aplicadas al modelo	124
Figura B.22 Cuadro MIR Stabilization	125
Figura B.23 Gráfica del variación de valores de VX, VY y PRES	126
Figura B.23 Gráfica del variación de valores de VX, VY y PRES	126
Figura B.24 Cuadro “Results File”	127
Figura B.25. Lista desplegable de las soluciones disponibles.	128
Figura B.26 Presiones mostradas desde el Result Viewer	128
Figura B.27 Velocidades mostradas desde el Result Viewer	128
Figura B.28 Lista de presiones y botón para mostrar esta lista	129
Figura B.29 Ventana “On Working Plane”	130

Figura B.30 Ventana “Circular Path”	130
Figura B.31 Ventana “Map Result Items onto Path”	131
Figura B.32 Diferentes visualizaciones de los elementos del path	132
Figura B.33 Menu de Excel	133
Figura B.34 Cuadro Importar archivo de texto	133
Figura B.35 Cuadro Asistente para importar texto paso 1 de 3	133
Figura B.36 Cuadro Asistente para importar texto paso 2 de 3	134
Figura B.37 Cuadro Asistente para importar texto paso 3 de 3	135
Figura B.38 Distribución de presiones a flujo turbulento	138
Figura C.1 Dimensiones del modelo	140
Figura C.2 Dimensiones del dominio computacional	140
Figura C.3 Condiciones de frontera	141
Figura C.4 Cuadro de creación de nodos	143
Figura C.5 Selección de los puntos para crear área	143
Figura C.6 Área creada	144
Figura C.7 Pasos para extraer la Figura del volumen de control.	145
Figura C.8 Modelo mallado	145
Figura C.9 Aplicación de velocidades y presiones	147
Figura C.10 Distribución de presiones del modelo	148
Figura C.11 Lista de puntos y sus atributos	149
Figura C.12 Cuadro By nodes indicando los nodos deseados para crear el path	150
Figura C.13 Cuadro By Nodes indicando el nombre y divisiones del path	150
Figura C.14 Cuadro Map Result Items onto Path	151
Figura C.15 Cuadro List Path Items	152

Figura C.16 Fuerzas aplicadas a los elementos del triángulo en	153
Figura C.17 Distribución de presiones a flujo turbulento	155
Figura D.1 Tablero del puente San Cristóbal	157
Figura D.2 Dimensiones del dominio computacional	157
Figura D.3 Condiciones de frontera	159
Figura D.4 Modelado de tablero sobre el dominio computacional	163
Figura D.5 Tablero extraído del volumen de control	164
Figura D.6 Modelo discretizado	165
Figura D.7 Presiones y velocidades aplicadas a todo el modelo	167
Figura D.8 Distribución de presiones del puente San Cristóbal	168
Figura D.9 Dirección de las fuerzas sobre el tablero debido al flujo	176

Capítulo 1

Objetivo y alcance

1.1 Objetivo y alcance

Obtener los coeficientes aerodinámicos de un puente usando el software comercial Ansys 11.3 Flotran.

1.2 Metodología

Para obtener los coeficientes aerodinámicos con un software es necesario conocer la teoría por lo que se recaba información tanto de las ecuaciones que rigen la mecánica de fluidos como los conceptos necesarios para su interpretación.

Posteriormente se comparan los coeficientes de arrastre de cuerpos geométricos sencillos obtenidos mediante el software contra los experimentales, con ello se verifica la precisión del modelo. Después se obtienen los coeficientes

de arrastre del puente Great Belt el cual ha sido estudiado tanto de forma experimental como matemática y se procede a comparar resultados.

Finalmente, con el modelo validado, se obtienen los coeficientes aerodinámicos del puente San Cristóbal el cual sufrió un colapso sin quedar claro que lo ocasionó.

Capítulo 2

Conceptos básicos de la mecánica de fluidos

2.1 Introducción

El 1 de julio de 1940 en la ciudad de Tacoma, Estados Unidos, se inauguró un puente colgante con una longitud de 1,800 m. Cuando se construyó, fue el tercero más grande del mundo y se esperaba que tuviera larga vida. El puente era único en el mundo ya que los suaves vientos hacían que el tablero bajara y subiera cada cierto tiempo, siendo esto un gran atractivo para la gente. Incluso, los conductores recorrían decenas de kilómetros para cruzar el puente. Sin embargo, pocos meses después, el puente colapsó. Esto se debió a que el viento empezó a oscilar por un periodo largo de tiempo, haciendo que el puente comenzara a subir y bajar, posteriormente empezó a torcerse hasta llegar al colapso (Figura 2.1). Después de este desastre se comenzaron a realizar estudios en túnel de viento y

así conocer el comportamiento de puentes y que evitar este tipo de tragedias. (Quirantes, 2006)

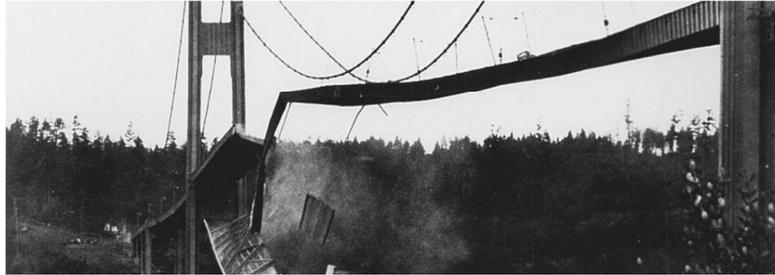


Figura 2.1 Colapso del puente Tacoma (Quirantes, 2006)

Otro ejemplo que motivó al estudio de la mecánica de fluidos fue la batalla naval entre Inglaterra y España (Figura 2.2). El 8 de agosto de 1588 se tiene registro de la primera batalla naval donde España atacó a Inglaterra con el fin de que el monarca Felipe II destronará a la reina Isabel e invadiera Inglaterra. El ataque fracasó a pesar de contar con enormes barcos, mientras que Inglaterra solo contaba con barcos pequeños. Los ingleses ganaron la batalla debido a que sus barcos eran más rápidos y más fáciles de manejar que los barcos españoles, demostrando que el poder naval no estaba en el tamaño. Los barcos ingleses lograron aumentar su velocidad y manejabilidad al reducir la resistencia del agua alrededor del casco. A partir de este suceso se comenzó a estudiar más a fondo la mecánica de fluidos (Anderson, 1991).



Figura 2.2 Pintura “La derrota de la Armada Invencible” de P.J. Louthembourg.

Estos son dos ejemplo que motivaron el estudio de la mecánica de fluidos, el cual, hoy en día está presente en muchas ramas como: la aeronáutica, aplicado al diseño de aviones; la marina, en la creación de submarinos o torpedos; la química, en la creación de ductos de gas o líquidos viscosos; la medicina, en conocer el comportamiento de los fluidos por los diferentes ductos del cuerpo humano; la ingeniería civil, en el análisis de puentes sometidos a flujo de viento; entre otros fenómenos.

2.2 Estados de la materia y ramas de la dinámica de fluidos

Básicamente, existen tres estados de la materia: sólido, líquido y gaseoso; para diferenciar cada uno de ellos considérese un recipiente grande, los sólidos no cambiarán de forma al ponerlo en este recipiente, su forma y sus paredes permanecerán constantes, esto se debe a que existe un fuerza intermolecular muy grande que forma una estructura rígida geométrica (Figura 2.3a); el líquido se deformará adquiriendo la forma del recipiente hasta alcanzar cierta profundidad ya que el espacio entre las moléculas es mayor a la del sólido y su fuerza intermolecular le permite suficiente movimiento para darle fluidez (Figura 2.3b); un gas llenará completamente el recipiente tomando la forma del recipiente ya que el espacio entre moléculas es mucho mayor al sólido y al líquido y su fuerza intermolecular es lo suficientemente débil para que fluya de manera libre. (Figura 2.3c).



Figura 2.3 Estados físicos de la materia (Escuelapedia, 2016)

El movimiento que existe en las moléculas tanto en gases como en líquidos son regidas por características físicas similares, estas características son muy distintas de los sólidos, es por eso que los gases y líquidos son estudiados en la mecánica de fluidos. A pesar de que los fluidos siguen características similares, tienen diferentes comportamientos dando lugar a que la dinámica de fluidos se divida en tres áreas:

- Hidrodinámica: es el estudio del flujo de los líquidos.
- Dinámica de gases: es el estudio del flujo de los gases.
- Aerodinámica: es el estudio del flujo del aire.

La aerodinámica puede dividirse en dos ramas: aerodinámica externa y aerodinámica interna (Anderson, 1991).

La aerodinámica externa consiste en la predicción de fuerzas y momentos sobre un cuerpo y transferencia de calor sobre el mismo cuerpo.

La aerodinámica interna consiste en determinar el movimiento de un flujo a través de ductos.

Para entender el comportamiento del flujo es necesaria la comprensión de ciertas propiedades físicas las cuales se explicaran a continuación.

2.3 Presión

Considérese un sólido sumergido en un fluido (puede ser aire o agua) en constante movimiento a una velocidad V . La reducción de la velocidad genera una fuerza F sobre el cuerpo, generando una presión P la cual es normal a la superficie del sólido según el principio de Bernoulli. Esta presión se conoce como presión estática la cual se puede calcular con la ecuación (2.1) donde F es una fuerza normal a la superficie y A es el área de la superficie como se ve en la Figura 2.4.

$$P = \frac{F}{A} \quad (2.1)$$

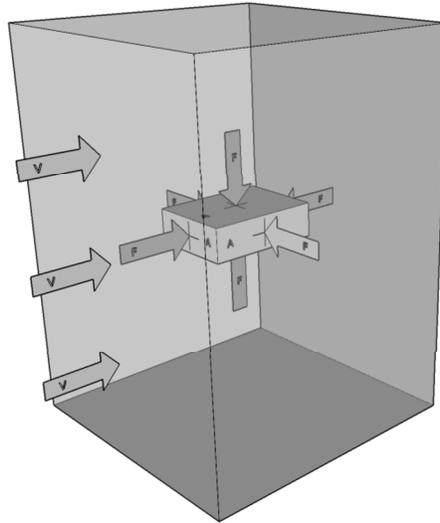


Figura 2.4 Representación de un cuerpo sometido a una fuerza debido a un flujo en movimiento

La presión dinámica es la energía cinética por unidad de volumen de una partícula de fluido y se calcula con la ecuación (2.2), donde q es la presión dinámica, ρ es la densidad y v es la velocidad del flujo.

$$q = \frac{1}{2} \rho v^2 \quad (2.2)$$

2.4 Densidad

La densidad (ρ) se define como la masa (m) por unidad de volumen (\forall) la cual se calcula con la ecuación (2.3). En los fluidos, esta propiedad, varía con la temperatura. Por lo general, la densidad disminuye con el aumento de la temperatura como se ve en la Figura 2.5. Flujos a grandes velocidades, la temperatura, tiene un rol muy importante.

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (2.3)$$

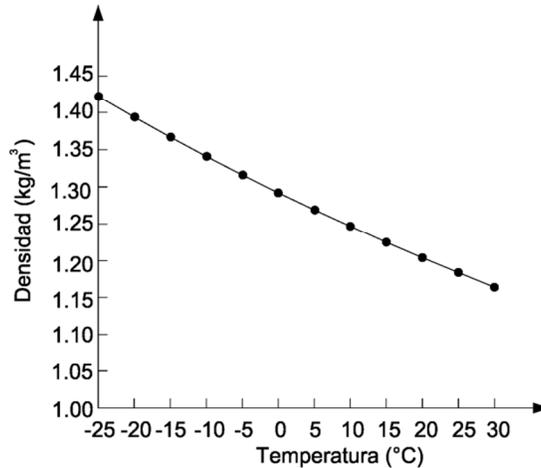


Figura 2.5 Gráfica de densidad-temperatura del aire (MOOC Sports and Building Aerodynamics,2014)

2.5 Velocidad

El concepto de velocidad en un flujo varía un poco respecto a un sólido. Mientras que en un sólido se mueve a cierta velocidad, todas las partes del sólido se mueven a la misma velocidad. En cambio, un fluido es una sustancia blanda por lo que mientras una parte de fluido viaja a cierta velocidad, otra parte puede ir a diferente velocidad.

2.6 Compresibilidad

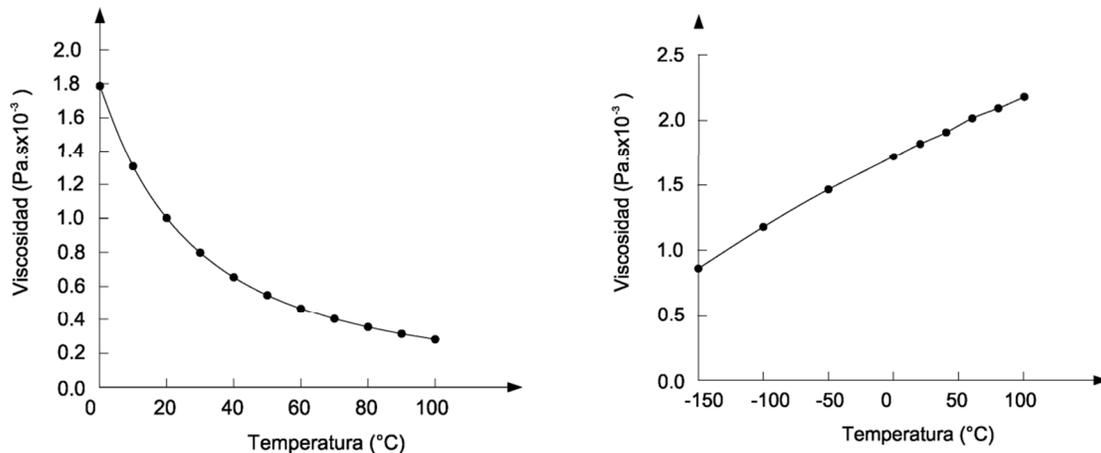
Un fluido se considera compresible cuando cambia su densidad como los gases, mientras que los líquidos se consideran incompresibles. En la realidad todos los fluidos son compresibles solo que para comprimir un líquido se requiere de una presión inmensamente mayor a la del gas. Cuando se hacen estudios de aerodinámica externa como la revisión del viento a través de un puente, el fluido se considera incompresible cuando su velocidad es menor al 0.3 del mach. El

match es la velocidad del sonido en el fluido y varía dependiendo del fluido. Para el viento 0.3 del match equivale a 100m/s o 360km/h por lo que flujos menores a esta velocidad se pueden considerar incompresibles (White, 1993).

2.7 Viscosidad

Para definir la viscosidad imagine dos superficies sólidas un desplazándose sobre la otra, como un libro siendo empujando sobre una mesa. Al hacerlo, existirá una fuerza de fricción entre estos objetos el cual retardará el movimiento relativo. Esto mismo ocurre cuando un fluido está en contacto con un sólido. Existe una fuerza de fricción que frena el movimiento del flujo sobre el sólido. Esto causa un efecto tanto en el sólido como en el flujo. El sólido siente una fuerza que lo jala en dirección del flujo que es tangencial a la superficie. Esta fuerza tangencial por unidad de área se define como fuerza cortante.

La viscosidad actúa de forma distinta de un líquido a un gas. Por lo general, la viscosidad se incrementa al aumentar la temperatura en los gases como se ve en la Figura 2.6b; en los líquidos se comporta de forma contraria como se muestra en la Figura 2.6a.



a) Viscosidad del agua

b) Viscosidad del aire

Figura 2.6 Viscosidad del agua y del aire (MOOC Sports and Building Aerodynamics, 2014)

La viscosidad varía incluso entre los mismos fluidos dividiéndose en Newtonianos y no Newtonianos. Las ecuaciones aplicadas en la mecánica de fluidos viscosos varían de los fluidos Newtonianos y no Newtonianos por lo que es importante conocer la diferencia entre estos dos flujos.

2.8 Fluido Newtoniano

Un flujo Newtoniano es un fluido que se comporta de acuerdo a las leyes de Newton donde la viscosidad es independiente de la fuerza cortante o de variación de cambio, es decir la viscosidad siempre será constante. Algunos fluidos Newtonianos son el agua, el aire, etc. Como se muestra en la Figura 2.7 (MOOC Sports and Building Aerodynamics,2014).



a) Agua



b) Viento

Figura 2.7 Ejemplos de fluidos Newtonianos

2.9 Fluidos no Newtonianos

Es un fluido que no se comporta de acuerdo a las leyes de Newton lo que hace que la densidad cambie. Algunos ejemplos son la pintura, la sangre, cátsup, etc, como se muestra en la Figura 2.8 (MOOC Sports and Building Aerodynamics,2014).



a) Cátsup



b) Pintura

Figura 2.8 Ejemplos de fluidos no Newtonianos

2.10 Separación del flujo

La viscosidad, al adherirse al cuerpo sólido, genera una condición de no separación generando que la velocidad (V), en la superficie del cuerpo, sea cero y justo por encima de la superficie es finita pero retardado como se muestra en la Figura 2.9a. La Figura 2.9a es conocida como el perfil de velocidad, donde se muestra cómo V incrementa al aumentar la distancia normal a la superficie n .

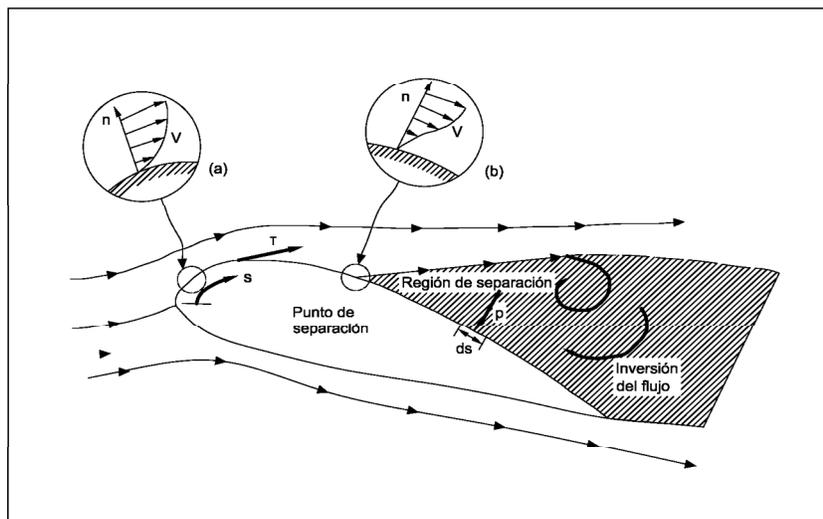


Figura 2.9 Efecto de la viscosidad sobre un cuerpo en un fluido en movimiento: esfuerzo cortante y separación de (Anderson,1991)

Considere un fluido viscoso moviéndose cerca de la superficie y el fluido apenas comienza a fluir entonces se tiene V_1 en el punto s_1 (Figura 2.10). Asuma que el flujo sobre la superficie produce un incremento en la distribución de presiones en dirección al flujo. Esta región se llama gradiente de presión adversa (parte alta de la Figura 2.10). Regresando a las velocidades, el movimiento del fluido es retardado por efectos de la fricción, además el incremento de la presión reduce la velocidad del flujo. Esto causa que en s_2 , V_2 sea menor que V_1 (parte baja de la Figura 2.10). Esto continuará hasta que el elemento se detenga y después bajo el efecto de la presión adversa invertirá la dirección del fluido. Esta inversión del flujo se muestra en la parte baja de la Figura 2.10 en el punto s_3 . Consecuentemente, este fenómeno de inversión de flujo causa la separación del flujo y crea una gran onda de recirculación. Este punto se puede ver en la Figura 2.9b donde el perfil de velocidades cambia. Más allá de este punto ocurre la inversión de flujo. Cuando esta separación ocurre, la distribución de presiones sobre la superficie es alterada enormemente causando que la presión disminuya. En la Figura 2.9 se muestra la presión P actuando sobre la superficie ds en dirección contraria al flujo, si el flujo fuera no viscoso, al momento de hacer la integración de presiones sobre cuerpo daría un arrastre de cero. Sin embargo la separación del flujo causa la reducción de la presión haciendo que no se cancele la distribución de presiones en el cuerpo. El resultado neto es la producción de arrastre el cual es llamado presión de arrastre debido a la separación del flujo D_p . Además de este arrastre existe la presión de arrastre debido a la fricción D_f el cual es la componente en dirección del arrastre de la integral del esfuerzo cortante τ mostrado en la Figura 2.9 (Anderson, 1991).

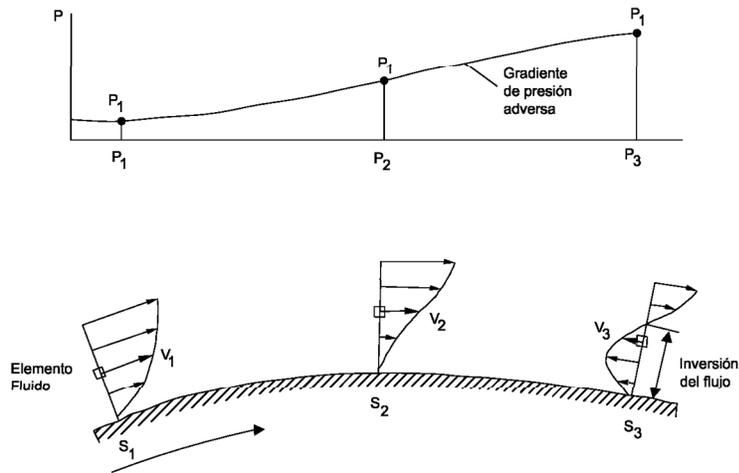


Figura 2.10 Separación del flujo inducido por un gradiente de presión adversa (Anderson,1991)

2.11 Capa límite

La generar la condición de no separación se crea una capa alrededor del cuerpo que se conoce como capa límite.

La capa límite es la región fina del flujo adyacente a la superficie del sólido, donde el flujo es retardado por la influencia de la fricción entre una superficie sólida y un fluido. A pesar de que la capa límite ocupa geométricamente solo una pequeña porción del campo de flujo, su influencia en el arrastre sobre el cuerpo es inmensa. El concepto de capa límite fue introducido por primera vez en 1904 por Prandtl el cual vino a revolucionar eventualmente el análisis de los fluidos viscosos ya que permite el cálculo práctico del arrastre y la separación del flujo sobre cuerpo aerodinámicos. A pesar de que anteriormente ya se involucraba la viscosidad en las ecuaciones de flujo en las ecuaciones de Navier-Stokes la dinámica de fluidos no podía resolver casos prácticos en la ingeniería. Después de 1904 se lograron reducir las ecuaciones de Navier-Stokes a las ecuaciones llamadas ecuaciones de capa límite (Anderson,1991).

2.12 Flujo laminar y turbulento

Todos estos conceptos (separación de flujo, esfuerzo cortante) se aplican a fluidos viscosos sin embargo también existen dos tipos de régimen de flujo: flujo laminar y flujo turbulento

Para definir el tipo de flujo considere un flujo en contacto con un sólido, si la trayectoria del elemento fluido es suave y regular se le llama flujo laminar (Figura 2.11a). Por el contrario si el movimiento del elemento fluido es muy irregular y turbulento el flujo se llama flujo turbulento (Figura 2.11b) (Anderson,1991).

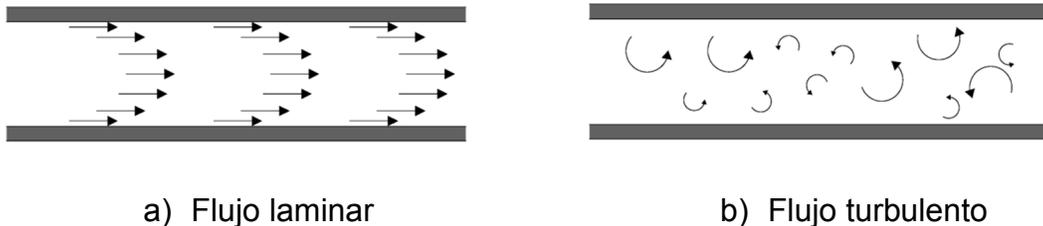


Figura 2.11 Régimen de flujo

2.13 Número de Reynolds

Es importante conocer la diferencia entre un flujo y otro ya que el comportamiento varía y por lo tanto también las ecuaciones que modelan el movimiento. Reynolds fue el primero en demostrar que es posible pronosticar el flujo laminar o turbulento si se conoce la magnitud de un número adimensional. Este número adimensional se conoce como número de Reynolds. La ecuación (2.4) describe el número de Reynolds donde v es la velocidad del flujo, D el diámetro del cilindro o la longitud paralela al flujo (si es un prisma con forma arbitraria), ρ es la densidad y η es la viscosidad.

$$N_R = \frac{vD\rho}{\eta} \quad (2.4)$$

Dependiendo del N_R se puede ver si un flujo es turbulento o laminar. Como regla general se considera que números menores de 5×10^5 el flujo es laminar y para números mayores a dicho valor el flujo es turbulento. Sin embargo, el cambio de régimen se da en forma transitoria, la cual no existe fundamento teórico en la mecánica de fluidos, además de que la forma del cuerpo también influye de tal modo que un cuerpo geométrico será más turbulento que otro aún con números de Reynolds iguales (Anderson, 1991).

2.14 Coeficientes aerodinámicos

Los coeficientes aerodinámicos son número adimensionales que se utilizan para conocer el efecto de un flujo en movimiento sobre un sólido. Los coeficientes más importantes son el coeficiente de presión media (C_p), coeficiente de arrastre (C_D), coeficiente de levante (C_L) y coeficiente de cabeceo (C_M) que se obtienen de la siguiente manera:

$$C_p = \frac{P - P_0}{q} \quad (2.5)$$

$$C_D = \frac{D}{qB} \quad (2.6)$$

$$C_L = \frac{L}{qB} \quad (2.7)$$

$$C_M = \frac{M}{qB^2} \quad (2.8)$$

Donde P es la presión actuante, P_0 es la presión de referencia, q es la presión dinámica que se obtiene de la ecuación (2.2), D es la fuerza neta aplicada a todo el cuerpo paralela al flujo, L es la fuerza neta aplicada a todo el cuerpo perpendicular al flujo, M es el momento generado de la fuerza resultante debido a la distribución de presiones y B es la longitud característica. Esta longitud característica depende del área de estudio. En la teoría de puentes se considera el

peralte del puente o la longitud máxima proyectada del cuerpo perpendicular al flujo como se ve en la Figura 2.12 (Anderson,1991).

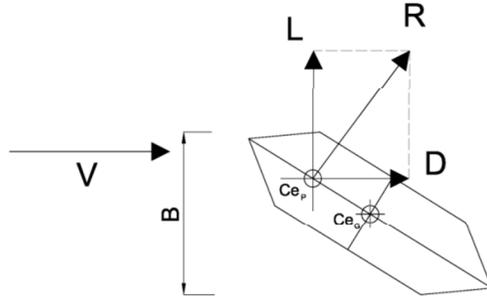


Figura 2.12 Resultante de la fuerza aerodinámica y sus componentes

Cuando un cuerpo estático es sometido a un flujo constante V , este flujo genera una distribución de presiones alrededor del cuerpo las cuales al integrarlas se obtiene una fuerza R que al descomponerlas en dirección paralela y perpendicular al flujo se obtienen las fuerzas de arrastre D y levante L , respectivamente, aplicadas al centro de presiones Ce_p . Dado que el centro de presiones no coincide en el centro geométrico del cuerpo Ce_g , la distancia entre estos dos centros se le conoce como excentricidad y genera un momento M (Figura 2.12) que son los que se aplican en las ecuaciones (2.6), (2.7) y (2.8). En el capítulo 6 se habla más detalladamente de cómo obtener estos coeficientes.

Para obtener la distribución de presiones se requiere someter al cuerpo al efecto de un fluido para ello se puede hacer por medio de un túnel de viento o por modelos matemáticos.

2.15 Conclusiones

El colapso del puente Tacoma es un suceso muy conocido donde el flujo de viento causó esta tragedia. Es por ello que la mecánica de fluidos juega un papel importante en la ingeniería civil, la cual, si es ignorada puede causar otros desastres.

Capítulo 2 Conceptos básicos de la mecánica de fluidos

Los fluidos tienen un comportamiento distinto a los sólidos por lo que se han creado ramas en la mecánica para estudiarlos de forma separada. En los fluidos un parámetro de gran importancia es la velocidad, ya que, a partir de esta se generan las presiones y las fuerzas que influyen en el modelo. Otro parámetro importante es la viscosidad, la cual genera una capa límite modificando el gradiente de velocidad y causando la condición de no separación. Además de estos parámetros se tiene que tener en cuenta el tipo de fluido ya que el comportamiento de un gas es distinto a un líquido y dentro de los fluidos considerar el tipo de flujo ya que un flujo turbulento genera vórtices lo cual no sucede con el laminar.

La mecánica de fluidos proporciona unos coeficientes que permiten conocer la influencia de los fluidos sobre un cuerpo estanco, Estos coeficientes están en función a la fuerza, la presión dinámica y una longitud característica.

Capítulo 3

Conceptos básicos de la CFD

3.1 Introducción

La CFD nos permite resolver las ecuaciones que rigen la dinámica de fluidos por medio del uso de una computadora aplicando métodos numéricos que tomaría mucho tiempo si se hace de forma manual. En este capítulo se muestran las ecuaciones que rigen la dinámica de fluidos y los métodos de resolución enfocándose particularmente a los que se usan para el *software* comercial Ansys 11.0 Flotran.

3.2 Dinámica de fluidos computacional

John D. Anderson, Jr. Define la DFC como el arte de remplazar las integrales o las derivadas parciales (en el caso que aplique) en las ecuaciones de Navier-Stokes por medio de la discretización algebraica, las cuales son resueltas

para obtener números para los valores del campo de flujo en puntos discretos en el tiempo o el espacio.

En otras palabras, CFD es una herramienta que permite resolver problemas de flujo del cual no se conoce la solución analítica y no puede ser resuelta de otro modo más que experimentalmente (MOOC / Sports and Building Aerodynamics, 2014).

El uso de CFD tiene varias utilidades, entre ellas es entender e interpretar experimentos numéricamente para proveer información si no es posible hacer el experimento o como complemento del experimento. Otra función es el de diseñar situaciones futuras en el cual la experimentación no es posible aún. (MOOC Sports and Building Aerodynamics). En la Figura 3.1 se muestra la trayectoria del flujo alrededor de un círculo, este es un ejemplo de la resolución de un problema utilizando CFD.

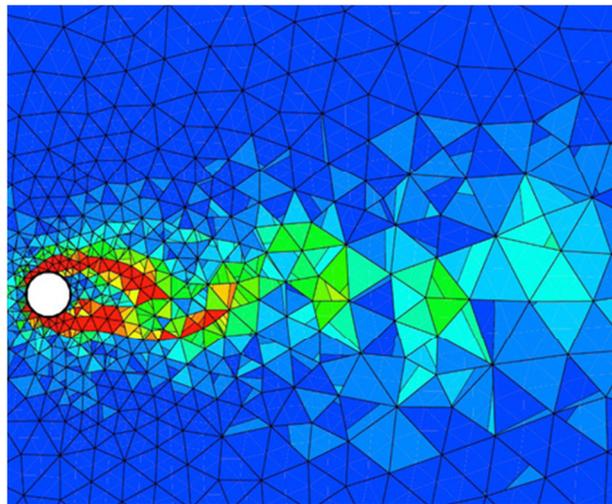


Figura 3.1 ejemplo de un modelo utilizando CFD (BCAM, 2011)

3.3 Ventajas y desventajas de CFD

CFD no sustituye al túnel de viento ya que al ser un modelo numérico la experimentación real es más confiable, es por ello que cuando se maneja la CFD se requiere validar y verificar los resultados. Sin embargo, habrá ocasiones en las que no se pueda reproducir en túnel de viento un experimento, por ejemplo una explosión, en este caso CFD es la única manera de tener un resultado numérico. La CFD, además, no requiere más que de una computadora, lo cual, hace más barato y pueden hacerse las simulaciones completamente, así si se desea modelar una ciudad, no hay restricciones en el tamaño. En la Tabla 3.1 se muestran las ventajas y desventajas del uso del CFD. (MOOC / Sports and Building Aerodynamics. 2014).

Tabla 3.1 Ventajas y desventajas del uso de la CFD (MOOC / Sports and Building Aerodynamics, 2014)

Ventajas	Desventajas
<ul style="list-style-type: none"> • Relativamente barato y rápido (El costo computacional decrece en función del tiempo) • CFD provee información completa (todas las variables relevantes en dominio completo) • Permite estudios paramétricos fácilmente (igualmente importante en el diseño) • No hay restricciones por similitud (la simulación se puede hacer a escala real) • Permite experimentos numéricos (como estudios de explosión, fallas, es decir, aquellos que no quieres reproducir en la realidad) 	<ul style="list-style-type: none"> • La precisión y la confianza son los principales problemas • Los resultados son muy sensibles a la gran cantidad de parámetros asignados por el usuario • Es imperativo el uso de la verificación y validación (y la validación requiere experimentación)

3.4 Aplicaciones de CFD

El campo de uso de la CFD es muy variado. Entre 1960 y 1970, se le dio un uso a la CFD en la rama aeroespacial, sin embargo, en la actualidad se puede llevar a todas las disciplinas donde los fluidos son importante como: la industria automotriz donde se usa para mejorar el diseño de automóviles; la ingeniería civil para ver las corrientes; la ingeniería ambiental para conocer la circulación del aire dentro de los edificios; la arquitectura naval el uso de CFD es la herramienta más importante para los problemas de hidrodinámica asociados con barcos, submarinos, torpedos, etc. (Anderson, 1995).

La aplicación de la CFD en cualquier fluido es el mismo, siendo las ecuaciones y el método de solución las que diferencian el problema. (Anderson, 1995).

3.5 Procedimiento de la CFD

Básicamente son tres pasos los que se siguen en todo problema de la CFD (Versteeg & Malalasekera, 1995)

1. Preproceso: En este paso se establecen todos los parámetros y ecuaciones necesarias en el modelo. Es la etapa más larga y consta de las siguientes partes
 - a) Selección de las variables deseadas
 - b) Selección de las ecuaciones que describan la aproximación física del fluido
 - c) Creación de la geometría del modelo
 - d) Creación del dominio
 - e) Asignación de las condiciones de frontera
 - f) Generación de la malla computacional
2. Solución: es un proceso iterativo donde se resuelven por algún método numérico las ecuaciones del problema.
3. Posproceso: Consiste en la visualización y análisis de los resultados

3.6 Ecuaciones que gobiernan la dinámica de fluidos

Toda la dinámica de fluidos computacional está basada en las ecuaciones de continuidad, impulso y cantidad de movimiento, y energía (Anderson, 1995). Estas tres ecuaciones están basadas en los principios básicos de la física que son:

1. Conservación de la masa
2. Segunda ley de Newton,
3. Conservación de la energía.

3.6.1 Ecuación de continuidad

La ecuación (3.1) describe la ecuación de continuidad la cual se basa en el principio de conservación de la masa. Es decir, la masa no puede ser creada ni destruida (ANSYS, Inc., 2009).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0 \quad (3.1)$$

3.6.2 Segunda ley de Newton

Las ecuaciones (3.2), (3.3) y (3.4) describen las ecuaciones de impulso y cantidad de movimiento en la dirección X, Y y Z. Estas ecuaciones también son conocidas como las ecuaciones de Navier-Stokes (ANSYS, Inc., 2009).

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho v_x}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y v_x)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z v_x)}{\partial z} &= \rho g_x - \frac{\partial P}{\partial x} \\ + R_x + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_e \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_e \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_e \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) &+ T_x \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho v_y}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x v_y)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z v_y)}{\partial z} &= \rho g_y - \frac{\partial P}{\partial y} \\ + R_y + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_e \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_e \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_e \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) &+ T_y \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho v_z}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v_x v_z)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v_y v_z)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho v_z v_z)}{\partial z} &= \rho g_z - \frac{\partial P}{\partial z} \\ + R_z + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_e \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_e \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_e \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) &+ T_z \end{aligned} \quad (3.4)$$

3.6.3 Ecuación de energía para flujos incompresibles

La ecuación (3.5) representa el principio de conservación de la energía la cual dice que la energía no se crea ni se destruye solo se transforma. Para flujos incompresibles se puede prescindir de la ecuación (3.5) (ANSYS, Inc., 2009).

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho C_p T) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho v_x C_p T) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v_y C_p T) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_z C_p T) \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q_v \end{aligned} \quad (3.5)$$

3.7 Ecuación de Navier Stokes para flujos incompresible

Las ecuaciones que desarrollaron Navier Stokes para flujos incompresibles son las que se muestran en la ecuación (3.6) (ANSYS, Inc., 2009).

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} &= 0 \\ \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} (2\nu s_{ij}) \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} + u_j \frac{\partial \theta}{\partial x_j} &= \frac{1}{\rho c_p} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(k \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \right) \\ \frac{\partial c}{\partial t} + u_j \frac{\partial c}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left(D \frac{\partial c}{\partial x_j} \right) \\ s_{ij} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \end{aligned} \quad (3.6)$$

Los vectores u_i y x_i son la velocidad instantánea y su posición respectivamente, p es la presión instantánea, θ es la temperatura instantánea,

t es el tiempo, ρ es la densidad, ν es la viscosidad cinemática molecular, c_p es la capacidad calórica específica, k es la conductividad térmica y s_{ij} es el tensor de la variación de fricción.

Esto permite tener seis ecuaciones y seis incógnitas (p , θ , c_p y tres para u_i). A esto se le conoce como un sistema cerrado, sin embargo, aún no existe una solución analítica, por lo que se han creado diferentes métodos para predecir el flujo turbulento con la CFD (MOOC / Sports and Building Aerodynamics, 2014).

3.8 Métodos de resolución numérica de flujos turbulentos

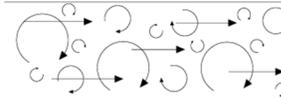
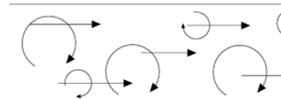
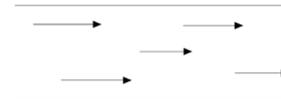
Los métodos más conocidos son la resolución directa de las ecuaciones de Navier Stokes o DNS (*Direct Numerical Simulation*), simulación de grandes torbellinos o LES (*Large Eddy Simulation*), y el promedio de Reynolds de las ecuaciones de Navier Stokes RANS (*Reynolds Average Navier Stokes*).

El método más preciso es el DNS ya que no requiere ninguna ecuación para modelar la turbulencia. La desventaja que tiene es la gran cantidad de recursos computacionales necesarios para resolverlo y solo puede ser usado para geometrías simples y para bajos números de Reynolds. El método LES es un método más simple y menos preciso que el DNS ya que, a diferencia del método anterior, LES resuelve únicamente el flujo medio y vórtices grandes aproximando los otros vórtices. Aun así requiere de una gran cantidad de recursos computacionales y tiempo para su resolución. El método RANS es el método más usado en la ingeniería debido a la cantidad de recursos computacionales y el tiempo de resolución bajos, este método solo resuelve el flujo medio y aproxima la turbulencia. El método RANS es más impreciso pero es aplicable en la mayoría de los casos.

En la Tabla 3.2 se muestran las características de los métodos. En la primera columna viene las siglas del método, en la segunda las características y en la tercera una Figura que representa lo que resuelve de forma directa. Las

líneas rectas representan el flujo medio y los semicírculos representan la turbulencia y los vórtices (MOOC / Sports and Building Aerodynamics, 2014).

Tabla 3.2 Características de los métodos de predicción del flujo turbulento

Método	Características	Representación gráfica
DNS	<ul style="list-style-type: none"> • Resuelve completamente las ecuaciones de Navier-Stokes. • Todos los vórtices son resueltos; nada es modelado. • Alto consumo de tiempo y de recursos computacionales, solo para geometrías simples, usa gran cantidad de información 	
LES	<ul style="list-style-type: none"> • Resuelve las ecuaciones de Navier-Stokes filtradas • Solamente los vórtices largos son resueltos, los pequeños son modelados • No es exacto, pero requiere menor cantidad de recursos computacionales que el método DNS 	
RANS	<ul style="list-style-type: none"> • Resuelve el promedio de las ecuaciones de Navier-Stokes • Solo el flujo medio es resuelto, todos los vórtices son modelados • No es exacto, es más impreciso, pero en general es aplicable. 	

3.9 Método RANS

En aplicaciones de ingeniería se está más interesado en los efectos del flujo medio que en los detalles de las fluctuaciones, por ellos, se adopta una aproximación estadística, promediando las ecuaciones de conservación durante un periodo de tiempo mucho más grande que el periodo característico de las fluctuaciones turbulentas.

En este proceso se descompone cada variable instantánea en el promedio de un valor medio y de una fluctuación. Al aplicar este proceso en la ecuación (3.6) se obtiene la ecuación (3.7). Estas ecuaciones se le conocen como ecuaciones del promedio de Reynolds en las ecuaciones de Navier Stokes (RANS).

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial u_i}{\partial x_i} &= 0 \\
 \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(2\nu s_{ij} - \overline{u_j' u_i'} \right) \\
 \frac{\partial \theta}{\partial t} + u_j \frac{\partial \theta}{\partial x_j} &= \frac{1}{\rho c_p} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(k \frac{\partial \theta}{\partial x_j} - \overline{u_j' \theta'} \right) \\
 \frac{\partial c}{\partial t} + u_j \frac{\partial c}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left(D \frac{\partial c}{\partial x_j} - \overline{u_j' c'} \right) \\
 s_{ij} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

La ecuación (3.7) agrega nuevos términos a la ecuación (3.6). Estos términos son la tensión de Reynolds, calor turbulento y el flujo de la masa turbulenta lo cual genera que se convierta en un sistema abierto, es decir, hay más variables desconocidas que ecuaciones por lo que se requieren de expresiones adicionales para resolver el sistema de ecuaciones (MOOC / Sports and Building Aerodynamics, 2014).

3.10 Modelos de turbulencia para RANS

Para resolver el sistema abierto generado se pueden usar dos tipos de modelos:

- Modelos cerrados de primer orden
- Modelos cerrados de segundo orden

3.10.1 Modelos cerrados de primer orden

Los modelos cerrados de primer orden están basados en la hipótesis de vórtice-viscosidad de Boussinesq el cual relaciona la tensión de Reynolds con los gradientes de velocidad en el flujo medio y la conjetura de gradiente-difusión, la cual relaciona el flujo de calor de turbulencia con los gradientes de temperatura media, y el flujo de masa turbulenta con los gradientes de concentración media. La ecuación (3.8) muestra la hipótesis de Boussinesq, la ecuación (3.9) y (3.10) son las conjeturas de gradiente-difusión (MOOC / Sports and Building Aerodynamics, 2014).

$$-\overline{u_j u_i} = 2\nu_t S_{ij} - \frac{2}{3}k\delta_{ij} \quad (3.8)$$

$$-\overline{u_j \theta} = D_{\theta,t} \frac{\partial \Theta}{\partial x_j} \quad (3.9)$$

$$-\overline{u_j c} = D_{c,t} \frac{\partial C}{\partial x_j} \quad (3.10)$$

Las conjeturas de gradiente-difusión están relacionadas con el número de Prandtl (Pr_t) turbulento y el número de Schmidt (Sc_t) turbulento en las ecuaciones (3.11) y (3.12), respectivamente.

$$\text{Pr}_t = \frac{V_t}{D_{\theta,t}} \quad (3.11)$$

$$\text{Sc}_t = \frac{V_t}{D_{c,t}} \quad (3.12)$$

3.10.2 Modelos cerrados de segundo orden

Este modelo se refiere a establecer y resolver ecuaciones adicionales para las tensiones de Reynolds y el flujo de calor y masa turbulento. Este método teóricamente es superior, sin embargo aún no se ha probado (MOOC / Sports and Building Aerodynamics, 2014).

3.11 Modelos usados en Ansys 11.0 para el método RANS

Los modelos usados en el método RANS que Ansys usa son (ANSYS, Inc., 2009):

- Zero Equation Model
- Estándar $k - \varepsilon$ Model
- RNG – (Re-normalized Group Model)
- NKE – (new $k - \varepsilon$ Model debido a Shih)
- SZL – (Shi, Zhu, Lumley Model)
- Standar $k - \omega$ Model
- SST – (Shear Stress Transport Model)

El modelo más simple es modelo Zero Equation Model, otro es el modelo Standar $k - \varepsilon$, los siguientes cuatro son extensiones del Standar $k - \varepsilon$. Los últimos dos son el modelo Standar $k - \omega$ y el modelo SST. Todos los modelos, excepto el Zero Equation Model, son modelos de primer orden

3.11.1 Modelo Zero Equation

El modelo Zero Equations no requiere la solución de alguna ecuación adicional y es calculado directamente de las variables del flujo. Como consecuencia no es capaz mostrar apropiadamente los efectos turbulentos tales, como la

convección y la difusión de la energía turbulenta. Este modelo es muy simple para usarse en situaciones generales pero puede ser muy útil para geometrías simples.

La viscosidad turbulenta se calcula con la ecuación (3.13)

$$\mu_t = \rho L_s^2 \sqrt{\phi} \quad (3.13)$$

Donde

$$\phi = \mu \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \quad (3.14)$$

$$L_s = \begin{cases} L_x & \text{Si } L_x > 0.0 \\ \text{Mínimo} \left\{ \begin{matrix} 0.4L_n \\ 0.09L_c \end{matrix} \right\} & \text{Si } L_x \leq 0.0 \end{cases} \quad (3.15)$$

Donde μ_t es la viscosidad turbulenta, ϕ es la disipación de la viscosidad, L_x es la escala de la longitud, L_n es la distancia más cercana del nodo a la pared más cercana, L_c es la escala de longitud característica.

3.11.2 Standard $k - \varepsilon$

En los modelos Standard $k - \varepsilon$ y sus extensiones, la turbulencia viscosa es calculada como función de los parámetros turbulentos de la energía cinética k y su variación de disipación ε usando la ecuación (3.16). El término C_μ es constante para los modelos Standar $k - \varepsilon$ y el modelo RNG, para los demás es variable.

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.16)$$

Donde C_μ es la constante de turbulencia, k es la energía cinética turbulenta, ε es la variación de la energía cinética turbulenta.

En los modelos $k-\omega$ y SST la viscosidad turbulenta se calcula con la ecuación (3.17).

$$\mu = \rho \frac{k}{\omega} \quad (3.17)$$

Para obtener ω se usa la ecuación (3.18), donde ω representa la variación del disipación específica

$$\omega = \frac{\omega}{C_\mu k} \quad (3.18)$$

3.11.3 Modelo Standard $k-\varepsilon$

La ecuación (3.19) representa la energía cinética turbulenta y la ecuación (3.20) es la variación de la disipación

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x k)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y k)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z k)}{\partial z} \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} \right) \\ &+ \mu_t \phi - \rho \varepsilon + \frac{C_4 \beta \mu_t}{\sigma_t} \left(g_x \frac{\partial T}{\partial x} + g_y \frac{\partial T}{\partial y} + g_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x \varepsilon)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y \varepsilon)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z \varepsilon)}{\partial z} \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) \\ &+ C_{1\varepsilon} \mu_t \frac{\varepsilon}{k} - C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{C_\mu (1 - C_3) \beta \rho k}{\sigma_t} \left(g_x \frac{\partial T}{\partial x} + g_y \frac{\partial T}{\partial y} + g_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (3.20)$$

En la Tabla 3.3 se pueden ver los valores constantes que se usan para este modelo.

Tabla 3.3 Valor de las constantes para el modelo Standar $k - \varepsilon$

Constante	Valor	Constante	Valor
$C_1, C_{1\varepsilon}$	1.44	σ_k	0.85
C_2	1.92	C_3	1.00
C_μ	0.09	C_4	0.00
σ_ε	1.00	β	0.00
σ_t	1.3		

La solución a las ecuaciones de turbulencia son usadas para calcular la viscosidad efectiva μ_e y la conductividad térmica efectiva k_e para ello se usaran las ecuaciones (3.21) y (3.22) donde σ_t es el número de Schmidt.

$$\mu_\varepsilon = \mu + C_\infty \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.21)$$

$$k_\varepsilon = k + \frac{\mu_t C_p}{\sigma_t} \quad (3.22)$$

Las cuatro extensiones del modelo $k - \varepsilon$ tienen cambios en el término C_μ o en la ecuación para la disipación. Las nuevas funciones utilizan dos construcciones invariables para el tensor de deformación simétrico S_{ij} y el tensor de rotación asimétrico W_{ij} , las cuales están basadas en el componente de velocidad V_k en el campo del flujo. Las ecuaciones (3.23) y (3.24) muestran cómo se calcula S_{ij} y W_{ij} donde C_r es la constante que depende del modelo usado, Ω_m es la velocidad angular del sistema de coordenadas y ε_{mij} es el operador del

tensor alternativo. Las ecuaciones (3.25) y (3.26) representan las construcciones invariables.

$$S_{ij} = \frac{1}{2}(v_{i,j} + v_{j,i}) \quad (3.23)$$

$$W_{ij} = \frac{1}{2}(v_{i,j} - v_{j,i}) + C_r \Omega_m \varepsilon_{mij} \quad (3.24)$$

$$\eta = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \quad (3.25)$$

$$\zeta = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{2W_{ij}W_{ij}} \quad (3.26)$$

3.11.4 Modelo RNG

En el modelo RNG, la constante $C_{1\varepsilon}$ en la ecuación (3.20) que describe la disipación, es remplazada con la ecuación (3.27) la cual está en función de una de las invariables.

$$C_{1\varepsilon} = 1.42 - \frac{\eta \left(1 - \frac{\eta}{\eta_\infty}\right)}{1 - \beta\eta^3} \quad (3.27)$$

Los valores de las constantes se pueden ver en la Tabla 3.4

Tabla 3.4 Coeficientes para el modelo RNG

Constante	Valor	Constante	Valor
β^∞	0.12	σ_k	0.72
C_2	1.68	σ_ε	0.72
C_μ	0.085	η^∞	4.38

3.11.5 Modelo NKE

En este modelo cambia tanto la variable C_μ como el término utilizado para la disipación. El término C_μ que se muestra en la ecuación (3.28) está en función de las invariables. La obtención del término de disipación se obtiene de manera distinta al modelo Standard donde la ecuación (3.29) es sustituida por la ecuación (3.30) dentro de la ecuación (3.20) y la constante de la variación de la disipación en la ecuación (3.20) se modifica en este modelo por la ecuación (3.31).

$$C_\mu = \frac{1}{4 + 1.5\sqrt{\eta^2 + \zeta^2}} \quad (3.28)$$

$$C_{1\varepsilon} \mu_t \frac{\varepsilon}{k} \phi \quad (3.29)$$

$$\rho C_{1\varepsilon} \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \varepsilon \quad (3.30)$$

$$C_{1\varepsilon} = \max\left(C_{1M} \frac{\eta}{\eta + 5}\right) \quad (3.31)$$

La constante C_2 en la disipación en la ecuación (3.20) para el modelo NKE tiene un valor diferente para del que corresponde para el modelo Standard $k - \varepsilon$. También, los valores para los multiplicadores de difusión son diferentes. Para el modelo NKE los parámetros usados son los que se muestran en la Tabla 3.5

Tabla 3.5 Coeficientes del modelo NKE

Constante	Valor	Constante	Valor
C_{1M}	0.43	σ_k	1.0
C_2	1.90	σ_ε	1.2

3.11.6 Modelo GIR

En este modelo la obtención de C_μ se obtiene con la ecuación (3.34) usando los coeficientes mostrados en la Tabla 3.6

Antes que nada, los coeficientes de L_0^1 a L_4 de la ecuación (3.32) tienen que ser obtenidos con los coeficientes de la Tabla 3.4. Después, se tienen que obtener los valores p , q y a con la ecuación (3.33). Con estas variables se puede obtener C_μ con la ecuación (3.34).

Tabla 3.6 Coeficientes del modo GIR

Coeficiente	Valor	Coeficiente	Valor	Coeficiente	Valor
C_1^0	3.6	C_2	0.8	C_4	1.16
C_1^1	0.0	C_3	1.94		

$$L_1^0 = \frac{C_1^0}{2} - 1; L_1^1 = C_1^1 + 1; L_2 = \frac{C_2}{2}; L_3 = \frac{C_3}{2}; L_4 = \frac{C_4}{2} - 1 \quad (3.32)$$

$$p = -\frac{2L_1^0}{\frac{1}{2}\eta^2 L_1^1}; r = \frac{L_1^0 L_2}{\left(\frac{1}{2}\eta^2 L_1^1\right)^2}; \Theta = \arccos \frac{-b/2}{\sqrt{-a^3/27}}$$

$$q = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\eta^2 L_1^1\right)^2} \left[(L_1^0)^2 + \frac{1}{2}\eta^2 L_1^1 L_2 - \frac{1}{3}\eta^2 (L_3)^2 + \zeta^2 (L_4)^2 \right] \quad (3.33)$$

$$a = q - \frac{p^2}{3}; b = \frac{1}{27}(2p^3 - 9pq + 27r); D) \frac{b^2}{4} + \frac{a^3}{27}$$

$$C_\mu = - \left\{ \begin{array}{ll} L_1^0 L_2 / \left[(L_1^0)^2 - \frac{1}{3}\eta (L_3)^2 + \zeta^2 (L_4)^2 \right] & \text{si } L_1^1 = 0 \text{ ó } \eta = 0 \\ -\frac{p}{3} + \left(-\frac{b}{2} + \sqrt{D} \right)^{1/3} + \left(-\frac{b}{2} + \sqrt{D} \right)^{1/3} & \text{si } D > 0 \\ -\frac{p}{3} + 2\sqrt{\frac{-a}{3}} \cos\left(\frac{\Theta}{3}\right) & \text{si } D < 0, b < 0 \\ -\frac{p}{3} + 2\sqrt{\frac{-a}{3}} \cos\left(\frac{\Theta}{3} + \frac{2}{3}\pi\right) & \text{si } D < 0, b > 0 \end{array} \right\} \quad (3.34)$$

En el modelo GIR el término para la constante rotacional C_r se obtiene con la ecuación (3.35).

$$C_r = \frac{C_4 - 4}{C_4 - 2} \quad (3.35)$$

3.11.7 Modelo SZL

En este modelo se usa la ecuación (3.36) para obtener C_μ . Para la disipación se usa el mismo que el modelo Standard $k - \varepsilon$.

$$C_\mu = \frac{A_{s1}}{A_{s2} + \eta + A_{s3}\zeta} \quad (3.36)$$

En la Tabla 3.7 se muestran las constantes usadas en la ecuación (3.36).

Tabla 3.7 Coeficientes del modelo SZL

Coeficiente	Valor
A_{s1}	0.66666
A_{s2}	1.25
A_{s3}	0.90

3.11.8 Modelo $k - \omega$

Este modelo resuelve la energía cinética k y la variación de la disipación específica ω (Wilcox, 2006). Al igual que los modelos $k - \varepsilon$. La cantidad k representa la energía exacta cinética turbulenta. La otra cantidad ω representa el índice de variación de la disipación turbulenta ε a la energía cinética k .

La ecuación (3.37) representa la energía cinética k y la ecuación (3.38) la variación de la disipación específica ω .

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho V_x k}{\partial x} + \frac{\partial \rho V_y k}{\partial y} + \frac{\partial \rho V_z k}{\partial z} \\
 &= \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial z} \right] \\
 &+ \mu_t \phi - C_{\mu} \rho k \omega + \frac{C_4 \beta \mu_t}{\sigma_k} \left[g_x \frac{\partial T}{\partial x} + g_y \frac{\partial T}{\partial y} + g_z \frac{\partial T}{\partial z} \right]
 \end{aligned} \tag{3.37}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho V_x \omega}{\partial x} + \frac{\partial \rho V_y \omega}{\partial y} + \frac{\partial \rho V_z \omega}{\partial z} \\
 &= \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial z} \right] \\
 &+ \gamma \rho \phi - \beta' \rho \omega^2 + \frac{(1 - C_3) \beta \rho}{\sigma_t} \left[g_x \frac{\partial T}{\partial x} + g_y \frac{\partial T}{\partial y} + g_z \frac{\partial T}{\partial z} \right]
 \end{aligned} \tag{3.38}$$

El último término en la ecuación (3.37) y (3.38) son derivadas del modelo Standard $k - \varepsilon$ para modelar el efecto del empuje. Algunos valores son los mismos que el modelo Standard $k - \varepsilon$ mostrados en la Tabla 3.3, mientras que los otros valores se muestran en la Tabla 3.8

Tabla 3.8 Coeficientes del modelo $k - \omega$

Coeficiente	Valor	Coeficiente	Valor
σ_k	2.0	γ	0.5555
σ_{ω}	2.0	β'	0.075

El modelo $k - \omega$ tiene la ventaja cerca de las paredes para predecir con más precisión grandes vórtices en presencia de un gradiente adverso de presión, pero se vuelve muy sensible en los niveles de turbulencia en flujo libre. Su deficiencia alejada de las paredes puede superarse alternando el modelo $k - \varepsilon$ con el uso del modelo SST

3.11.9 Modelo SST

Este modelo combina las ventajas tanto del modelo Standard $k-\varepsilon$ y el $k-\omega$. Basado en el modelo $k-\omega$, el modelo SST primero modifica el término de producción de turbulencia en la ecuación de la energía cinética turbulenta. El modelo SST reemplaza la ecuación (3.39) por la ecuación (3.40) en la ecuación (3.37)

$$P_t = \mu_t \phi \quad (3.39)$$

$$P_t = \min(\mu_t \phi, C_{lmt} \varepsilon) \quad (3.40)$$

La ecuación (3.39) esencialmente es la misma que la ecuación (3.40), sin embargo, la ecuación (3.40) permite al modelo SST eliminar el exceso de producción de turbulencia en las regiones de estancamiento para algunos problemas de flujo usando un valor moderado de C_{lmt} .

Además, el modelo SST agrega una nueva fuente de disipación en la ecuación de variación de disipación específica que se puede ver en la ecuación (3.41)

$$\frac{(1-F_1)2\rho\sigma_{\omega 2}}{\omega} \left[\frac{\partial k}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial k}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial y} + \frac{\partial k}{\partial z} \frac{\partial \omega}{\partial z} \right] \quad (3.41)$$

Aquí F_1 es una función donde es uno cerca de la superficie de la pared y cero lejos de la pared. Con esta función permite al modelo SST activar el modelo $k-\omega$ en la región cercana y el modelo $k-\varepsilon$ lejos de las paredes. Los coeficientes del modelo son calculados en función de F_1 usando la ecuación (3.42). Aquí ϕ se usa en el modelo SST los coeficientes $(\sigma_k, \sigma_\omega, \beta', \gamma)$, ϕ_1 y ϕ_2 se usan en los modelo $k-\omega$ y $k-\varepsilon$, respectivamente.

$$\phi = F_1 \phi_1 + (1-F_1) \phi_2 \quad (3.42)$$

En la Tabla 3.9 se muestran los coeficientes para el modelo SST

Tabla 3.9 Coeficientes para el modelo SST

Coeficiente	Valor	Coeficiente	Valor
C_{lmt}	10^5	σ_{k2}	1.0
σ_{k1}	1.176	$\sigma_{\omega2}$	1.168
$\sigma_{\omega1}$	2.0	γ_2	0.4403
γ_1	0.5532	β_2'	0.0828
β_1'	0.075		

3.12 Discretización

La discretización es el proceso en el cual una expresión matemática con un sistema cerrado (puede ser una función, diferencial o integral), donde se involucren funciones, y se tenga una continuidad infinita de valores dentro de un dominio, es aproximada por expresiones análogas (pero diferentes) en el cual se prescriben valores en un número finito o puntos discretos o volúmenes en un dominio. (Anderson, 1995).

3.12.1 Tipos de discretización

La discretización del espacio: consiste en remplazar el espacio continuo por un número finito de puntos o celdas (la malla) donde los valores numéricos de las variables serán determinados.

La discretización de la ecuación: consiste en transformar las ecuaciones diferenciales o integrales – en el caso que aplique – en ecuaciones discretas algebraicas, incluyendo las incógnitas en los puntos de la malla.

3.12.2 Espacio de la discretización

Existen cuatro tipos de mallas:

- 1) Malla estructurada: Es una malla con una topología regular donde la relación entre cada punto es dada por matriz de una, dos o tres dimensiones
- 2) Malla no estructurada: Es una malla con una topología irregular.
- 3) Malla uniforme: es el mismo espacio entre todos los puntos de la malla.
- 4) Malla no uniforme: Es una malla con espacio desigual entre sus puntos

3.12.3 Diferentes métodos de discretización

- Método de diferencias finitas (FDM)
- Método de volúmenes finitos (FVM)
- Método de elemento finito (FEM)

La Tabla 3.10 describe las características de cada método de discretización (MOOC / Sports and Building Aerodynamics, 2014)

Tabla 3.10 Características de los diferentes métodos de discretización

Método	Características
FDM	<ul style="list-style-type: none"> • Discretización de un espacio continuo en puntos • Las variables numéricas principales son valores locales en puntos de la malla • En la práctica solo es aplicable para mallas estructuradas
FVM	<ul style="list-style-type: none"> • Es la discretización de un espacio continuo en volúmenes • Basada en valores del promedio de celdas • Es el más aplicado en la CFD • Discretiza la forma integral mientras se aplica a los volúmenes • Método muy flexible para trabajar con mallas arbitrarias (geometrías complejas)
FEM	<ul style="list-style-type: none"> • Discretización del espacio continuo en elementos • Las variables numéricas principales son variables locales en los puntos del mallado • Discretiza la forma integral de las ecuaciones • Método muy flexible para trabajar con mallas arbitrarias

3.13 Condiciones de frontera

Las ecuaciones mencionadas gobiernan la dinámica de fluidos. Son las mismas ecuaciones sin importar el tipo de flujo, por ejemplo, sobre un Boeing 747, a través de un túnel con viento subsónico, o un molino de viento. La manera para diferenciar un modelo de otro es por medio de las condiciones de frontera, las cuales son muy diferentes para cada ejemplo mencionado.

En general, las condiciones para un flujo viscoso establecen una velocidad cero entre la superficie y el gas cercano a la superficie, a esta situación se le llama condición de no separación. Esto se da siempre que la superficie sea estática y exista un fluido en movimiento.

También, existe una condición de no separación análoga asociada a la temperatura a la superficie. Cuando la temperatura de la pared es tal que no hay transferencia de calor a la superficie, esta temperatura de pared por definición se llama temperatura de pared adiabática, permitiendo dejar la temperatura fuera del modelo. (Anderson, 1995).

En el capítulo 4 se indicará cuáles son las condiciones de frontera apropiadas para flujos externos e incompresibles sobre un cuerpo estanco.

3.14 Verificación y validación

Al momento de hacer una simulación computacional puede haber errores e incertidumbres que causen resultados incorrectos. El error es una falla causada por una deficiencia reconocible en un modelo de la CFD y no es causada por la falta de conocimiento, mientras que la incertidumbre es causada por una deficiencia potencial en el modelo CFD debido a la falta de conocimiento.

Los errores en el modelo pueden ser causados por error de redondeo, en el momento de iterar, en la discretización, por algún problema en el programa o por el uso incorrecto causado por el usuario.

Las fallas por incertidumbre se pueden dar debido a imprecisión debido a información limitada o imprecisión para aproximar la representación geométrica, de condiciones de frontera etc., discrepancia entre el flujo real y el del modelo CFD para representar un proceso físico (como la turbulencia), y debido a fallas del usuario.

La verificación y la simulación son los medios principales para acceder a una simulación computacional confiable y precisa, estando la verificación asociada al proceso para determinar que la precisión en la implementación represente la descripción conceptual del desarrollador del modelo y la solución del modelo resolviendo las ecuaciones correctamente y se cuantifican el error. La validación consiste en determinar el grado en que un modelo es precisión con respecto al mundo real, se resuelven las ecuaciones correctas y cuantifica la incertidumbre. (MOOC / Sports and Building Aerodynamics, 2014)

3.15 Conclusiones

En este capítulo se vio que la Mecánica de fluidos está regida por el principio de conservación de la masa, la segunda ley de Newton y el principio de conservación de la energía. Estas ecuaciones al momento de desarrollarlas se vuelven muy complejas y aún no se tiene su solución, es por ello que es necesario la aplicación de métodos numéricos para llegar a resolverlas. Hacer esto de forma manual lleva mucho tiempo por lo que el uso de una computadora es necesario. La CFD es la encargada de resolver los modelos matemáticos de forma computacional, sin embargo, hay que tener precaución ya que, esto no significa que la CFD pueda reemplazar los modelos experimentales.

Cuando se hace uso de la CFD es posible usar tres métodos de resolución de turbulencia: DNS, LES y RANS. Cada una tiene una cierta precisión la cual influye en la cantidad de recursos necesarios para su resolución. DNS es el más preciso, LES tiene menor precisión que DNS pero mayor que RANS.

Cada *software* usa un método numérico para resolverlo y un método de resolución de turbulencia. En este trabajo se optó por usar el *software* comercial

Ansys 11.0 Flotran el cual trabaja con elemento finito usando el método RANS ofreciendo diferentes ecuaciones para resolver la turbulencia.

Para definir el tipo de problema, es necesario definir las condiciones de frontera. Por medio de estas se indica si es un flujo externo o interno y sus características.

Hay que tener en cuenta que la aplicación de la CFD es inexacta, y por más que avance la tecnología y el desarrollo de la CFD, será necesaria la verificación de resultados.

Capítulo 4

Coeficientes Aerodinámicos

4.1 Introducción

En este capítulo se muestra una manera de obtener los coeficientes aerodinámicos para cualquier cuerpo estanco, para ello ya se tienen las presiones aplicadas a los nodos (para mayor información véase el apéndice C). Posteriormente se mostrará cómo girar las coordenadas de un cuerpo ya que para el estudio de los puentes se requiere conocer los coeficientes aerodinámicos a diferentes ángulos de ataque, y estos ángulos se obtienen al girar el cuerpo.

4.2 Coeficientes aerodinámicos

Los coeficientes aerodinámicos son coeficientes adimensionales que muestran, numéricamente, el comportamiento del flujo sobre cuerpos. Estos coeficientes son importantes ya que por medio de ellos se puede mejorar el diseño del cuerpo, permite conocer la influencia del flujo sobre el cuerpo, permite evaluar

la inestabilidad aeroelástica, es usada en varios reglamentos de construcción por viento entre otras funciones.

Los valores de los coeficientes dependen de la forma geométrica del cuerpo y el tipo de flujo. El tamaño del cuerpo no tiene afectaciones en los coeficientes si no varía la forma. Por ejemplo, un cuadrado de 4mx4m tendrá el mismo coeficiente de arrastre C_D que uno de 8mx8m como se ve en la Figura 4.1 siempre que el flujo sea constante.

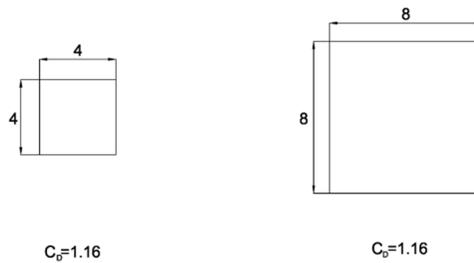


Figura 4.1 Coeficiente de arrastre de dos cuadrados con diferente tamaño

Las fuerzas y momentos aerodinámicos se deben a dos fuentes: la distribución de presiones sobre del cuerpo y a la distribución de esfuerzo cortante sobre el cuerpo debido a la fricción. Estas dos componentes siempre actúan ante el flujo del viento sin importar la complejidad del cuerpo geométrico (Anderson, 1995). En este trabajo se considera que no existe fricción entre el fluido y el cuerpo por lo que las fuerzas y momentos aerodinámicos serán obtenidos de la distribución de presiones.

El efecto causado por la distribución de presiones sobre la superficie del cuerpo da como resultado una fuerza aerodinámica R y un momento M . La fuerza R se puede descomponer en dos fuerzas conocidas como la fuerza de arrastre (D) que es paralela a la dirección del flujo y la fuerza de levante (L) que es perpendicular a la dirección del flujo. El ángulo de ataque α es el ángulo en que el viento tiene respecto a la longitud A del cuerpo, la longitud B corresponde a la proyección del cuerpo perpendicular al flujo y C es la proyección del cuerpo paralela al flujo (Figura 4.2).

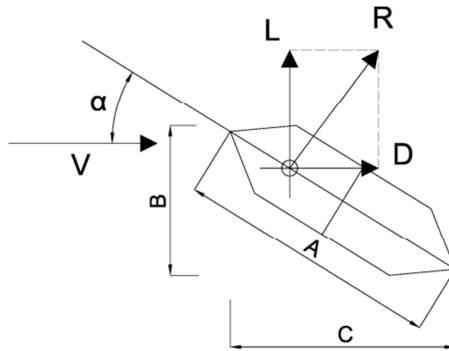


Figura 4.2 Fuerzas actuantes en un cuerpo debido a flujo del viento

Los coeficientes aerodinámicos más importantes son el coeficiente de arrastre (C_D), el coeficiente de levante (C_L) y el coeficiente de momento (C_M). Donde el coeficiente de arrastre queda definido como:

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho V^2 B} \quad (4.1)$$

El de levante:

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho V^2 B} \quad (4.2)$$

Y el de momento:

$$C_M = \frac{M}{\frac{1}{2} \rho V^2 B^2} \quad (4.3)$$

Donde D es la fuerza de arrastre, la cual es paralela al flujo, L es la fuerza de levante, la cual es perpendicular al flujo y M es el momento producido por la fuerza de arrastre y de levante respecto a su centro geométrico; ρ es la densidad del fluido y B es la longitud característica (Anderson, 1991).

Los coeficientes antes mencionados son para modelos en 2D, por lo que se considera el tablero de largo unitario (Figura 4.3), quedando como se ve en la Figura 4.4.

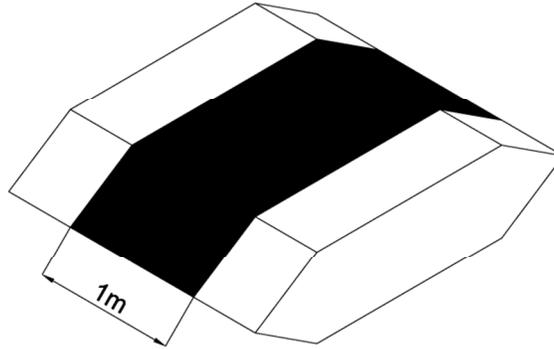


Figura 4.3 Área utilizada para el estudio

El flujo del viento genera una presión normal a la superficie como se muestra en la Figura 4.4.

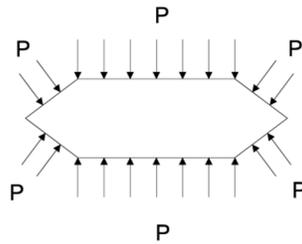


Figura 4.4 Presiones actuantes sobre el borde del cuerpo

Estas presiones se obtienen al aplicar las ecuaciones del Capítulo 2 donde el elemento AB es discretizado en varios segmentos de igual tamaño, donde, en cada nodo se conoce las coordenadas x-y del mismo, y en dichos nodos son conocidas las presiones P_i y P_j en los nodos i y j , respectivamente (Figura 4.5). La distancia L_n de cada segmento se calcula:

$$L_n = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \quad (4.4)$$

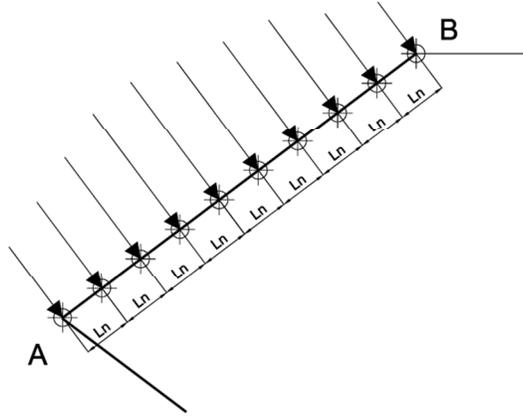


Figura 4.5 Longitud de los segmentos sobre el elemento AB

Las presiones aplicadas en cada nodo se pueden descomponer en sus componentes x-y. Estas presiones descompuestas al ser integradas se obtienen las fuerzas de arrastre y de levante aplicadas al centro de presiones (Figura 4.6).

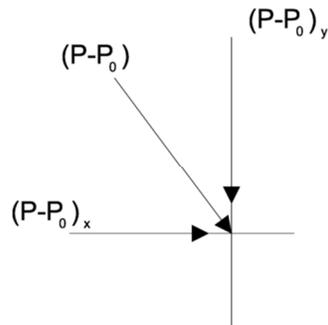


Figura 4.6 Proyección de presiones

La fuerza de arrastre (D) se obtiene de sumar todas las presiones en dirección paralela al flujo en todo el cuerpo estanco y la fuerza de levante (L) se obtiene de sumar todas las presiones en dirección perpendicular al flujo. Matemáticamente se puede representar como:

$$D = \int_s P_x ds \quad (4.5)$$

$$L = \int_s P_y ds \quad (4.6)$$

El momento se obtiene de multiplicar la fuerza aplicada a su centro de presión respectivo por una distancia perpendicular al centro geométrico. Y se obtiene:

$$M = \int_s [xP_y - yP_x] ds \quad (4.7)$$

Las presiones conocidas están aplicadas a un elemento discretizado por lo que se usa un método de integración como el del trapecio o de Simpson. En este trabajo se expone el método del trapecio el cual consiste formar trapecios debajo de la función y obtener el área de dicho trapecio como se ve en la Figura 4.7 (Chapra & Canale, 2007).

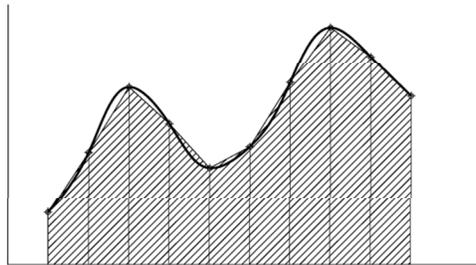


Figura 4.7 Gráfica del método de trapecio

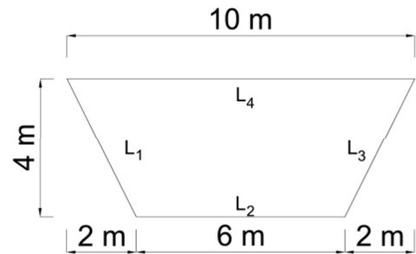
Esta integración da como resultado una fuerza que está aplicada al centro de presiones. Debido a que el centro de presiones se encuentra muy cerca de la distancia media entre los nodos se considerará que se aplica la fuerza a la mitad de la distancia L_N de cada segmento.

4.3 Dimensiones del puente

En la Figura 4.8a se muestra el isométrico de un puente Ejemplo, al cual se obtendrán sus coeficientes aerodinámicos. Para hacer el análisis en 2d se hace un corte transversal de 1m quedando la Figura 4.8b, el cual está compuesto por cuatro elementos con nomenclatura L_1, L_2, L_3 y L_4 formando un trapecio donde su base mayor es de 10 m, su base menor de 6 m y su altura de 4 m.



a) Isométrico del puente



b) Tablero del puente

Figura 4.8 Datos del puente ejemplo

La discretización de los elementos se muestra en la Figura 4.9 donde la distancia máxima de los nodos es de 1 m siendo equidistantes en cada elemento y en cada uno de estos nodos se aplica una presión.

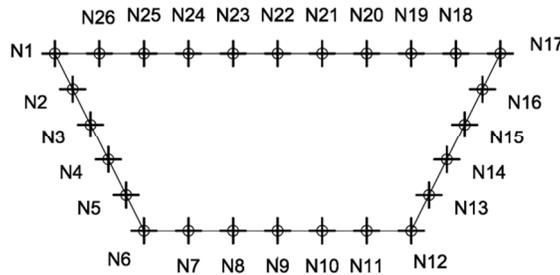


Figura 4.9 Numeración de nodos del puente Ejemplo

4.4 Propiedades del fluido

Las propiedades del flujo de aire que se usan en este modelo son: densidad del aire $1.225 \text{ kg} / \text{m}^3$, velocidad de $15 \text{ m} / \text{s}$ y viscosidad de $1.5 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$.

4.5 Presiones sobre el tablero

Las presiones para este tablero se muestran en la Tabla 4.1 donde la columna “Nodo” representan los nodos de la Figura 4.9, la columna “Presión” la presión sobre ese nodo.

Tabla 4.1 Distribución de presiones aplicadas a los nodos

Elemento L1		Elemento L3	
Nodo	Presión (Pa)	Nodo	Presión (Pa)
1	75.04	12	-30.18
2	178.39	13	-33.20
3	145.21	14	-34.44
4	134.56	15	-34.79
5	116.76	16	-35.10
6	-5.67	17	-38.00
Elemento L2		Elemento L4	
Nodo	Presión (Pa)	Nodo	Presión (Pa)
6	-5.67	17	-38.00
7	-83.93	18	-41.03
8	-35.77	19	-39.32
9	-18.97	20	-35.58
10	-20.25	21	-30.82
11	-25.21	22	-25.43
12	-30.18	23	-22.12
		24	-26.33
		25	-57.53
		26	-113.43
		1	75.4

Las presiones de la Tabla 4.1 están aplicadas de forma normal al elemento como se muestran en la Figura 4.10a. Las presiones a escala se muestran en la

Figura 4.10b siendo la mayor presión en el elemento L1 mientras que en los demás elementos hay succiones.

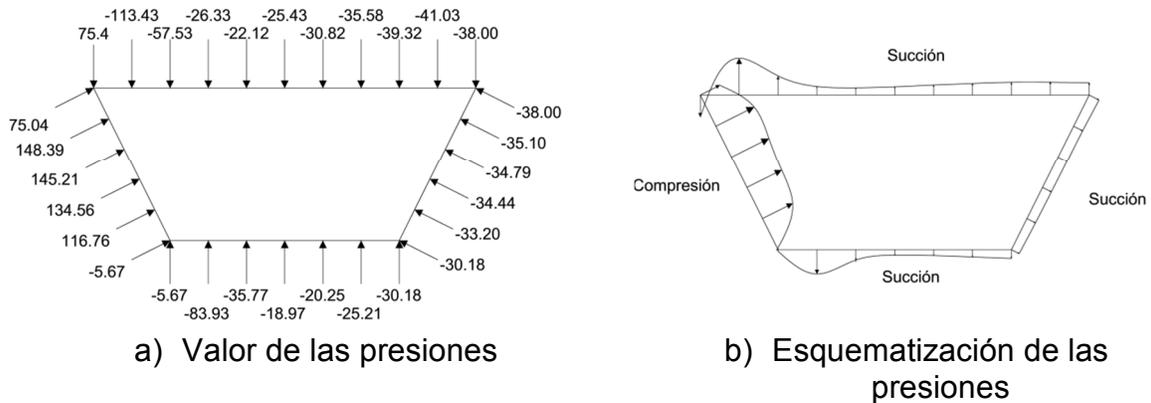


Figura 4.10 Presiones aplicadas al puente Ejemplo

4.6 Descomposición de presiones

Para obtener los coeficientes aerodinámicos se requiere descomponer la fuerza normal en sus componentes x-y. La presión está aplicada de forma normal a elemento lo que significa que existe un ángulo de 90° entre el elemento y la presión. Para obtener las componentes x-y se usan la ecuación (4.8).

$$\begin{aligned} x &= P_N \cos(\theta) \\ y &= P_N \text{seno}(\theta) \end{aligned} \tag{4.8}$$

Donde P_N representa la presión.

Dado que la fuerza se encuentra a 90° del elemento la proyección en x-y queda:

$$\begin{aligned} P_x &= P_N \cos(\theta + 90^\circ) = -P_N \text{seno}(\theta) \\ P_y &= P_N \text{seno}(\theta + 90^\circ) = P_N \cos(\theta) \end{aligned} \tag{4.9}$$

Donde P_x es la presión paralela al flujo y P_y la presión perpendicular al flujo

Para obtener los senos y cosenos se aplica la ecuación (4.10) donde el CA es el cateto adyacente, CO el cateto opuesto e HIP la hipotenusa

$$\begin{aligned} \cos(\theta) &= \frac{CA}{HIP} \\ \text{seno}(\theta) &= \frac{CO}{HIP} \end{aligned} \quad (4.10)$$

Sustituyendo (4.10) en (4.9)

$$\begin{aligned} P_x &= -P_N \frac{CO}{HIP} \\ P_y &= P_N \frac{CA}{HIP} \end{aligned} \quad (4.11)$$

Debido a que las presiones mostradas son positivas cuando entran al cuerpo y negativo cuando salen, es importante tener mucho cuidado de que las proyecciones vayan en la dirección indicada. Para evitar este problema se pueden numerar los nodos en contra de las manecillas del reloj y obtener el cateto opuesto restando Y_b de Y_a y el cateto adyacente X_b de X_a como se ve en la Figura 4.11.

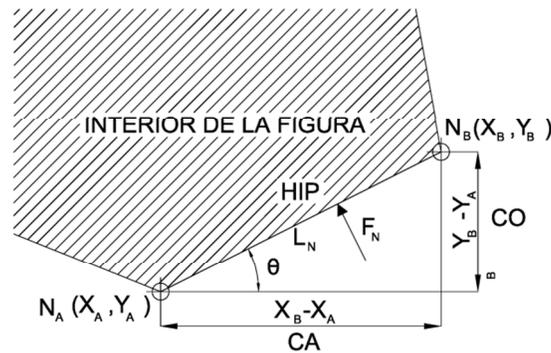


Figura 4.11 Elementos trigonométricos del segmento

Para el tablero Ejemplo se mostrará cómo obtener las proyecciones de las fuerzas aplicadas sobre el elemento L1. Todas las presiones aplicadas sobre el elemento tienen el mismo ángulo por lo que se obtendrán los cosenos y senos del elemento y se aplicará la ecuación (4.9) a cada presión.

De la Figura 4.12 se tiene que $N_{x1} = 0$; $N_{x6} = 2$; $N_{y1} = 4$; $N_{y6} = 0$ por lo que el $CA_{1-6} = 2 - 0 = 2$ y $CO_{1-6} = 0 - 4 = -4$ para la hipotenusa aplicando el teorema

de Pitágoras se obtiene $L_{E1-6} = \sqrt{(2-0)^2 + (0-4)^2} = 4.47$. De la Figura 4.10a se tiene que $P_1 = 75.05$. Aplicando la ecuación (4.11)

$$P_{x1} = -75.05 \frac{-4}{4.47} = 67.16$$

$$P_{y1} = 75.05 \frac{2}{4.47} = 33.58$$

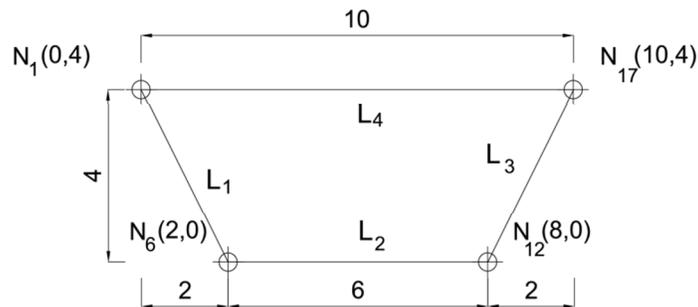


Figura 4.12 Coordenadas de los nodos N_1 , N_6 , N_{12} y N_{17}

En la Tabla 4.2 se muestran los *CO*, *CA* e *HIP* para cada elemento del tablero Ejemplo

Tabla 4.2 *CO*, *CA* y *HIP* de los elementos del tablero Ejemplo

Elemento	CO	CA	HIP
L1	2	-4	4.47
L2	6	0	6
L3	2	4	4.47
L4	-10	0	10

Aplicando la ecuación (4.11) a todas presiones del tablero se tiene los datos mostrados en la Tabla 4.3.

Tabla 4.3 Distribución de presiones aplicadas a los nodos

Nodo	Presión (Pa)	-CO/HIP	CA/HIP	P_{x_i} (Pa)	P_{y_i} (Pa)
Elemento L1					
1	75.40	0.89	0.45	66.78	33.76
2	148.39	0.89	0.45	132.06	66.77
3	145.21	0.89	0.45	129.23	65.34
4	134.56	0.89	0.45	119.75	60.55
5	116.76	0.89	0.45	103.91	52.54
6	-5.67	0.89	0.45	-5.04	-2.55
Elemento L2					
6	-5.67	0	1	0	-5.67
7	-83.93	0	1	0	-83.93
8	-35.77	0	1	0	-35.77
9	-18.97	0	1	0	-18.97
10	-20.25	0	1	0	-20.25
11	-25.21	0	1	0	-25.21
12	-30.18	0	1	0	-30.18
Elemento L3					
12	-30.18	-0.89	0.45	26.86	-13.58
13	-33.20	-0.89	0.45	29.54	-14.94
14	-34.44	-0.89	0.45	30.65	-15.49
15	-34.79	-0.89	0.45	30.96	-15.65
16	-35.10	-0.89	0.45	31.23	-15.79
17	-38.00	-0.89	0.45	33.82	-17.10
Elemento L4					
17	-38.00	0	-1	0	38.00
18	-41.03	0	-1	0	41.03
19	-39.32	0	-1	0	39.32
20	-35.58	0	-1	0	35.58
21	-30.82	0	-1	0	30.82
22	-25.43	0	-1	0	25.43
23	-22.12	0	-1	0	22.12
24	-26.33	0	-1	0	26.33
25	-57.53	0	-1	0	57.53
26	-113.43	0	-1	0	113.43
1	75.40	0	-1	0	-75.40

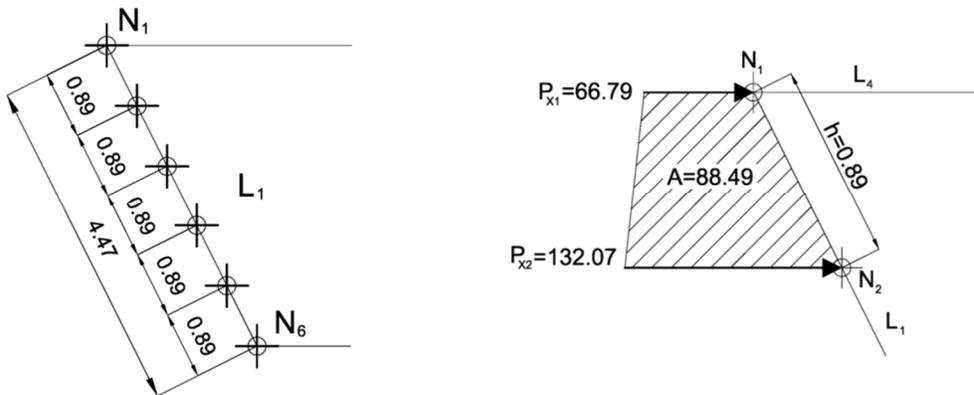
4.7 Fuerzas de arrastre y levante

Para obtener las fuerzas de arrastre y levante es necesario integrar las presiones aplicando algún método de integración. En este ejemplo se usa el método del trapecio descrito anteriormente. Para ello las bases del trapecio están definidas por las presiones y la altura por la distancia a lo largo de la superficie entre dichas presiones. Esta integral se obtiene aplicando la ecuación (4.12)

$$F_N = (P_0 + P_1) \frac{h}{2} \tag{4.12}$$

De la Tabla 4.4 se tiene que $P_{x_1} = 66.79$ y $P_{x_2} = 132.07$ Para la distancia entre ellas se divide la longitud (4.47 m) entre el número de espacios (5) lo que da $0.89m$ como se muestra en la Figura 4.13a se puede observar más detalladamente la separación que tiene cada nodo y en la Figura 4.13b se muestran las presiones, la altura del trapecio y su área. Aplicando la ecuación (4.12):

$$F_x = (66.79 + 132.07) \frac{0.89}{2} = 88.49 \text{ N}$$



a) Distancia de segmentos b) Área debajo de la función

Figura 4.13 Distancia de segmentos y área debajo de la función

La fuerza se aplica al centro de presiones. Sin embargo, debido a que este putno está muy cerca de la mitad del segmento entre nodos, se considerará que la fuerza se aplica a la mitad de este segmento. En la Figura 4.14a se muestra las fuerzas aplicadas en dirección x y en la Figura 4.14b en dirección y.

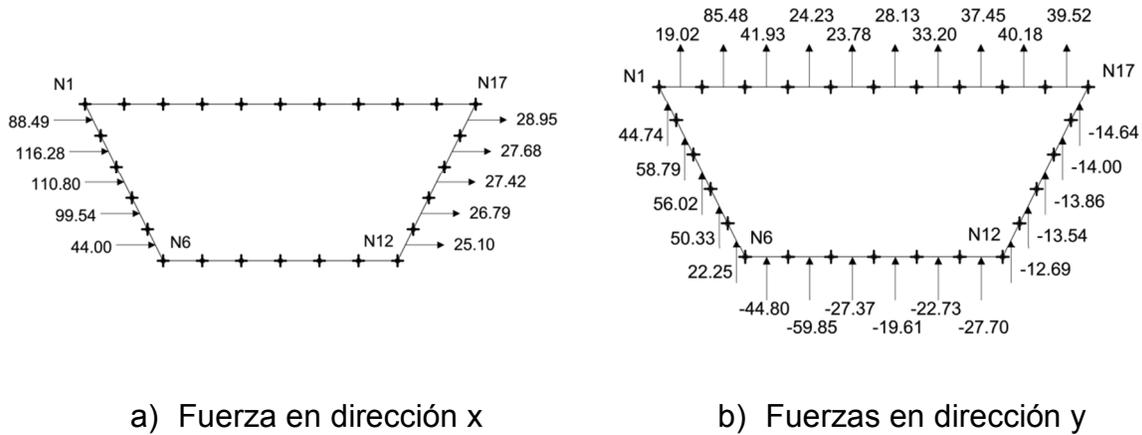


Figura 4.14 Fuerzas debido al flujo

La suma neta de todas las fuerzas paralelas al flujo da la fuerza de arrastre D y la suma neta de todas las fuerzas perpendiculares al flujo da fuerza de levante L . Para el puente Ejemplo se tiene una fuerza de de arrastre de 595.05 N y una de fuerza de levante de 334.23 N.

4.8 Coeficientes de arrastre y levante

Los coeficientes de arrastre y levante se obtienen aplicando las ecuaciones (4.1) y (4.2) donde la longitud característica B se tomó como la distancia máxima perpendicular al flujo, es decir, 4m.

$$C_D = \frac{595.05}{\frac{1}{2}(1.225)(15)^2(4)(1)} = 1.08$$

$$C_L = \frac{334.23}{\frac{1}{2}(1.225)(15)^2(4)(1)} = 0.61$$

Para obtener el coeficiente de cabeceo se requiere obtener los momentos que se generan debido a cada fuerza tanto en dirección x como y respecto a su centro geométrico. Para ello, primero se obtendrá su centro geométrico y después se obtendrán los momentos.

4.9 Centro geométrico

Para obtener el centro geométrico del tablero ejemplo se divide en tres cuerpos (Figura 4.15) cuyas áreas y centroides son conocidos, y se aplica la ecuación (4.13). Donde \bar{x} e \bar{y} son las distancias al centro geométrico y A es el área del cuerpo.

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\sum \bar{x}_i A_i}{\sum A_i} \\ \bar{y} &= \frac{\sum \bar{y}_i A_i}{\sum A_i} \end{aligned} \tag{4.13}$$

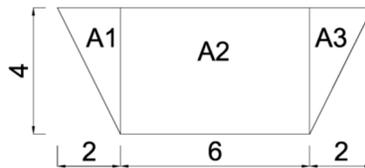
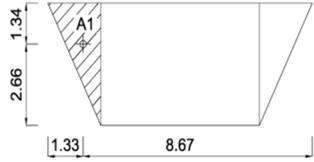
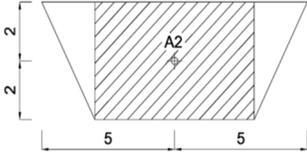
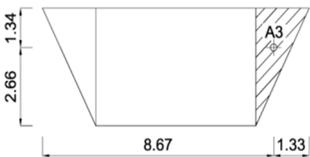


Figura 4.15 división del tablero Ejemplo

La Tabla 4.4 muestra las tres áreas en las que se dividió el tablero. En la columna “Figura” se indica la nomenclatura; en “Área” área; “X” Su distancia al centroide sobre el eje x; en “Y” su distancia al centroide al eje y; en “Ax” la multiplicación del área por la columna “X”; en “Ay”, la multiplicación del área por la columna “Y”. Al final de la Tabla se muestra de las áreas y de las multiplicaciones.

Tabla 4.4 Datos de las áreas del tablero Ejemplo

	Figura	Área	X	Y	Ax	Ay
	A1	4	1.33	2.66	5.33	10.67
	A2	24	5	2	120	48
	A3	4	8.67	2.66	34.68	10.67
total		32			160	69.33

Aplicando la ecuación (4.13)

$$\bar{x} = \frac{160}{32} = 5$$

$$\bar{y} = \frac{69.33}{32} = 2.17$$

En la Figura 4.16 Se muestra gráficamente donde queda el centro geométrico del cuerpo.

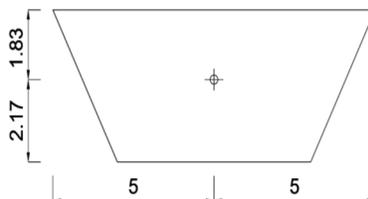


Figura 4.16 Ubicación del centro geométrico del tablero Ejemplo

4.10 Momentos

Para obtener los momentos del tablero se multiplica una fuerza F_N por su distancia perpendicular al centro geométrico. La suma neta de todos los momentos es el momento que ejerce el flujo sobre el tablero. Para obtener la distancia perpendicular, primero se obtienen las coordenadas de los nodos y ubicar el punto de aplicación de la fuerza. Como se vio anteriormente, este punto se ubica a la mitad del segmento.

De la Figura 4.12 se tienen las coordenadas de los nodos N1, N6, N12 y N17. Para obtener las coordenadas de los nodos entre N1 y N6 se divide la distancia vertical y horizontal entre la cantidad de segmentos que tiene el elemento, obteniendo la distancia x e y de cada nodo, respectivamente. En el tablero ejemplo se tiene que la distancia vertical y horizontal son 4 y 2, respectivamente, al dividirlo entre 5, que es el número de segmentos, se tiene 0.4 y 0.8 los cuales son las distancias x e y entre nodos, respectivamente. Para ubicar el nodo N2, al nodo N1, se suma 0.4 su coordenada en x , y se resta 0.8 a la coordenada y , quedando N2 (0.4, 3.2) como se ve en la Figura 4.17.

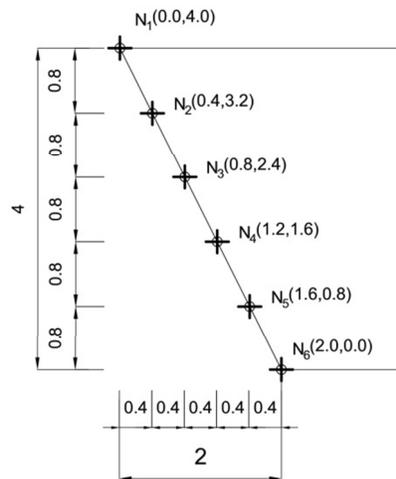


Figura 4.17 Distancia de los nodos para el elemento L_1

Al aplicar este método en los demás elementos se tienen las coordenadas de todos los nodos, los cuales se muestran en la Tabla 4.5

Tabla 4.5. Ubicación de nodos

Elemento L1					Elemento L3				
Nodo	X	Y	Fix	Fiy	Nodo	X	Y	Fix	Fiy
N1	0.0	4.0	0.2	3.6	N12	8.0	0.0	8.2	0.4
N2	0.4	3.2	0.6	2.8	N13	8.4	0.8	8.6	1.2
N3	0.8	2.4	1.0	2.0	N14	8.8	1.6	9.0	2.0
N4	1.2	1.6	1.4	1.2	N15	9.2	2.4	9.4	2.8
N5	1.6	0.8	1.8	0.4	N16	9.6	3.2	9.8	3.6
N6	2.0	0.0	---	---	N17	10.0	4.0	---	---
Elemento L2					Elemento L4				
N6	2.0	0.0	2.5	0.0	N17	10.0	4.0	9.5	4.0
N7	3.0	0.0	3.5	0.0	N18	9.0	4.0	8.5	4.0
N8	4.0	0.0	4.5	0.0	N19	8.0	4.0	7.5	4.0
N9	5.0	0.0	5.5	0.0	N20	7.0	4.0	6.5	4.0
N10	6.0	0.0	6.5	0.0	N21	6.0	4.0	5.5	4.0
N11	7.0	0.0	7.5	0.0	N22	5.0	4.0	4.5	4.0
N12	8.0	0.0	---	---	N23	4.0	4.0	3.5	4.0
					N24	3.0	4.0	2.5	4.0
					N25	2.0	4.0	1.5	4.0
					N26	1.0	4.0	0.5	4.0
					N1	0.0	4.0	---	---

Para ubicar el punto de aplicación de la fuerza se obtendrá el punto medio entre los nodos donde se aplica la presión. Para ello se suman las coordenadas de estos nodos y se divide entre dos. Para la fuerza F_1 , la cual se encuentre entre N_1 y N_2 cuyas coordenadas son (0.0,4.0) y (0.4,3.2), respectivamente, la coordenada en x es $(0.0 + 4.0)/2 = 2$ e y se tiene $(4.0 + 3.2)/2 = 3.6$ como se ve en la Figura 4.18

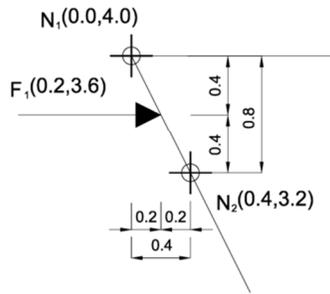


Figura 4.18 Ubicación de la fuerza F_1

Para obtener los momentos (M) se requiere multiplicar la distancia perpendicular del centro geométrico al punto de aplicación (r) por la fuerza (F). En la ecuación tal se muestra matemáticamente.

$$M = r \times F \quad (4.14)$$

r puede ser representada como Dy ó Dx donde

$$\begin{aligned} Dy &= y - y_{CG} \\ Dx &= x_{CG} - x \end{aligned} \quad (4.15)$$

Dy es la distancia perpendicular a la fuerza F_x , Dx es la distancia perpendicular a la fuerza F_y , x e y son las coordenadas del punto de aplicación, x_{CG} e y_{CG} son las coordenadas del centro geométrico. Dado que las fuerzas son paralelas a algún eje la F_x solo se multiplica por Dy y F_y por Dx

Para obtener los momentos de $F_{x1} = 88.49 \text{ N}$ y $F_{y23} = 24.23 \text{ N}$ cuyas coordenadas son $(0.2, 3.6)$ y $(3.5, 4)$, respectivamente, primero se obtienen sus distancias perpendiculares. Para F_{x1} se tiene que $Dy = 3.6 - 2.17 = 1.43 \text{ m}$. y para F_{y23} se tiene $Dx = 5 - 3.5 = 1.5$. El momento debido a la fuerza F_{x1} es igual a $M_{x1} = 88.49(1.43) = 126.54 \text{ N}\cdot\text{m}$, para F_{y23} es $M_{y23} = 24.23(1.5) = 36.35 \text{ N}\cdot\text{m}$. Ambos resultados son con valor positivo ya que se está tomando momento positivo si el giro es en dirección a las manecillas del reloj (Figura 4.19).

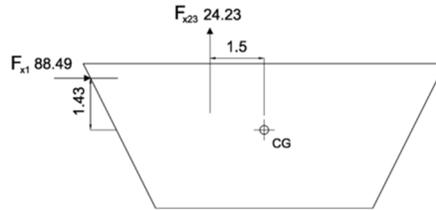


Figura 4.19 Distancias perpendiculares para F_{x1} y F_{y23}

Aplicando para las demás fuerzas se obtienen los momentos de cada fuerza. En la Figura 4.20 se muestran los momento debidos a las fuerza paralelas al flujo donde se considera un momento positivo si es en dirección a las manecillas del reloj y negativo si es en sentido contrario. En la Figura 4.21 se muestran los momentos debidos a las fuerzas perpendiculares al flujo

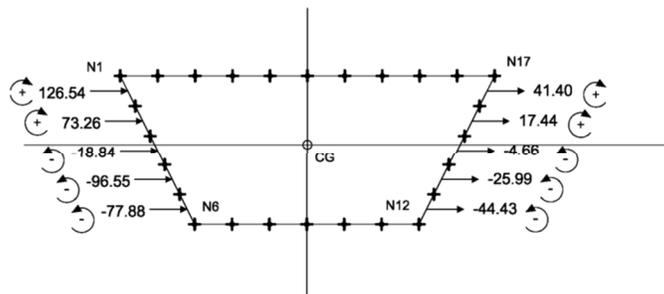


Figura 4.20 Momentos debidos a las F_x (Unidades en $N \cdot m$)

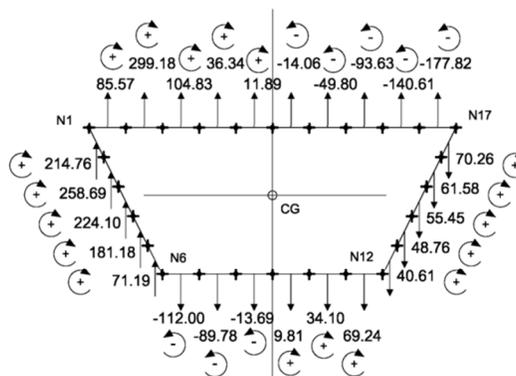


Figura 4.21 Momentos debidos a las F_y (Unidades en $N \cdot m$)

La suma total de todos los momentos M_y es igual a $1176.44 N \cdot m$.

4.11 Coeficiente de momento

El coeficiente de momento se obtiene aplicando la ecuación (4.3).

$$C_M = \frac{1176.44}{\frac{1}{2}(1.225)(15)^2(4)^2} = 0.53$$

Los coeficientes aerodinámicos para este tablero son $C_D = 1.08$, $C_L = 0.61$ y $C_M = 0.53$

4.12 Matriz de Rotación

En esta parte se muestra como obtener las coordenadas de un cuerpo cualquiera, donde son conocidos sus nodos, con una rotación θ en dirección de las manecillas del reloj

Para ello se requiere multiplicar por una matriz de rotación $[R_\theta]$, sin embargo esta rotación se da a partir del punto (0,0) por lo que es necesario trasladar los nodos dejando el centro geométrico en el punto (0,0), rotar el cuerpo y regresar los nodos girados con el centro geométrico donde se encontraba. Matemáticamente esto se representa:

$$\{[V] - [T]\} \times [R_\theta] + \{[T]\} \quad (4.16)$$

Donde $[V]$ es la matriz del cuerpo, $[T]$ es la matriz de traslación y $[R_\theta]$ es la matriz de rotación.

Consideres un tablero como se muestra en la Figura 4.22 cuyos nodos están ubicados en A(6,10), B(8,6), C(14,6), D(16,10) y su centro geométrico se ubica en CG (11, 8.17). Se desea obtener sus coordenadas giradas a 60° en la dirección de las manecillas del reloj.

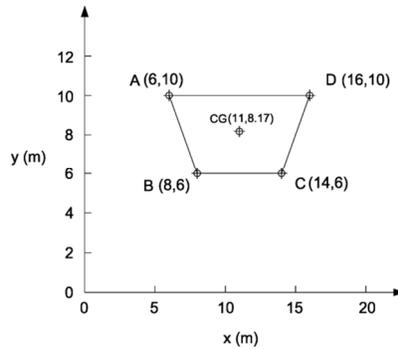


Figura 4.22 Ubicación del tablero

Formando la matriz del cuerpo $[V]$ se tiene

$$[V] = \begin{bmatrix} 6 & 10 \\ 8 & 6 \\ 14 & 6 \\ 16 & 10 \end{bmatrix}$$

Donde la primera fila corresponde a los valores en x y la segunda a los valores en y.

La matriz de traslación $[T]$ se forma con el centro geométrico quedando:

$$[T] = \begin{bmatrix} 11 & 8.17 \\ 11 & 8.17 \\ 11 & 8.17 \\ 11 & 8.17 \end{bmatrix}$$

Para trasladar todos los nodos del cuerpo de tal forma que su centro geométrico quede en las coordenadas (0,0) se aplica la resta $[V] - [T]$

$$[V] - [T] = \begin{bmatrix} 6-11 & 10-8.17 \\ 8-11 & 6-8.17 \\ 14-11 & 6-8.17 \\ 16-11 & 10-8.17 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 1.83 \\ -3 & -2.17 \\ 3 & 2.17 \\ 5 & 1.83 \end{bmatrix}$$

La matriz de rotación para cuerpos en 2D se define como:

$$[R_\theta] = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\text{sen} \theta \\ \text{sen} \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

Si se multiplica la matriz $\{[V]-[T]\}$ por la matriz $\{R_\theta\}$ se tiene el cuerpo girado con un ángulo θ siendo este el ángulo de 60° .

$$\{[V]-[T]\}\{R_\theta\} = \begin{bmatrix} -5 & 1.83 \\ -3 & -2.17 \\ 3 & 2.17 \\ 5 & 1.83 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos(60^\circ) & -\text{sen}(60^\circ) \\ \text{sen}(60^\circ) & \cos(60^\circ) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.92 & 5.25 \\ -3.38 & 1.51 \\ -0.38 & -3.68 \\ 4.08 & -3.42 \end{bmatrix}$$

Hasta ahorita se ha logrado rotar el cuerpo, sin embargo, esta rotación se dio con su centro geométrico en el punto (0,0) y lo que se desea es tener las coordenadas giradas donde se encontraba antes de la traslación, para ello a la matriz rotada se le sumara la matriz de traslación para tener las coordenadas deseadas.

$$\{[V]-[T]\}\{R_\theta\} + \{T\} = \begin{bmatrix} -0.92 & 5.25 \\ -3.38 & 1.51 \\ -0.38 & -3.68 \\ 4.08 & -3.42 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 11 & 8.17 \\ 11 & 8.17 \\ 11 & 8.17 \\ 11 & 8.17 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10.08 & 13.42 \\ 7.62 & 9.68 \\ 10.62 & 4.49 \\ 15.08 & 4.75 \end{bmatrix}$$

En la Figura 4.23 Se muestra el cuerpo girado con sus respectivos nodos

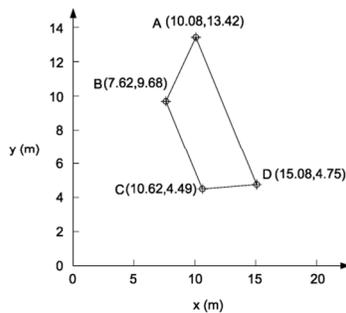


Figura 4.23 Cuerpo geométrico girado 60°

4.13 Conclusiones

Los coeficientes aerodinámicos son valores muy importantes ya que nos muestran el comportamiento del aire en contacto de un cuerpo estanco y a partir de ahí se puede mejorar el diseño del cuerpo, conocer la inestabilidad aeroelástica, etc.

Estos coeficientes guardan una relación entre una fuerza y una presión dinámica sobre una longitud característica y varían en función a su forma y no es su tamaño. Estos coeficientes se pueden obtener fácilmente a partir del concepto de la mecánica clásica para obtener fuerzas y momentos generados a partir de las presiones. En este capítulo se muestra paso a paso cómo aplicando estos conceptos.

También se debe tomar en cuenta que el flujo de viento no viaja en una sola dirección por lo que es recomendable obtener los coeficientes en diferentes ángulos de ataque.

Capítulo 5

Coeficientes de arrastre de cuerpos geométricos básicos

5.1 Introducción

La aplicación de métodos numéricos siempre trae un margen de error, incluso los modelos matemáticos precisos difieren de los experimentales por lo que en este capítulo verifica la precisión del modelo aplicando la CFD. Para ello se obtuvieron los coeficientes de arrastre de cuerpos geométricos sencillos utilizando el *software* comercial *ANSYS 11 Flotran* y se compararon con datos experimentales publicados por el Comité Consejero Nacional para la Aeronáutica (NACA por sus siglas en inglés).

Para el modelo de la CFD se emplearon cuatro dominios computacionales con diferentes mallas y mismas propiedades de fluido y se obtuvieron sus respectivos coeficientes de arrastre los cuales se compararon con los del NACA.

5.2 Volumen de control

El volumen de control o dominio computacional es una región de espacio imaginario que puede estar estático o en movimiento a través del cual el fluido puede entrar o salir. Para los problemas tratados en este trabajo se optó por un volumen de control con forma de un prisma rectangular debido a su sencillez al realizar los cálculos. Para un análisis en 2D el prisma se vuelve un rectángulo donde se sumerge el cuerpo, que permanecerá estanco ante la presencia de un flujo en movimiento.

Las dimensiones del volumen de control están en controversia, ya que no existe una regla general para definir dichas dimensiones, por lo que en este trabajo se expondrán cuatro diferentes dominios computacionales propuestas por varios autores. Los dominios que aquí se exponen fueron utilizados originalmente para obtener los coeficientes aerodinámicos del puente Great Belt.

5.2.1 Dimensiones del volumen de control

Para identificar con mayor facilidad los volúmenes de control usados en este capítulo se asignó un número de referencia a cada autor. En la Tabla 5.1 en la primera columna se menciona al autor y en la segunda columna el número de identificación.

Tabla 5.1 Identificación de volúmenes de control

Autor	Identificación
Braun & Awruch, 2003	1
Selvam & Govindaswamy, 2001	2
Carreiro, 2011	3
Bruno & Khris, 2002	4

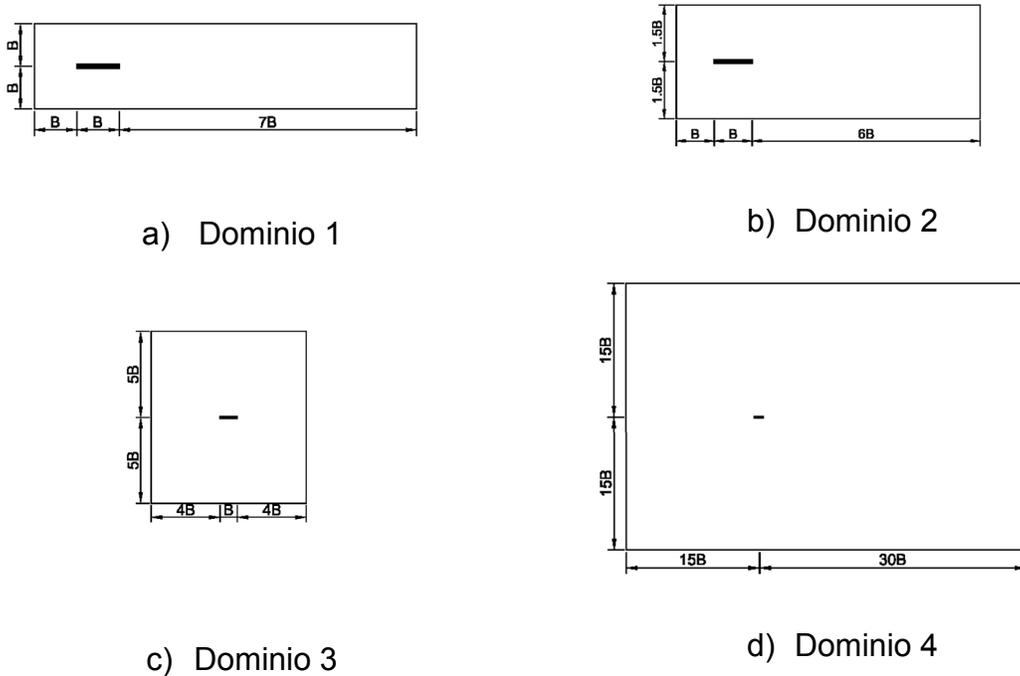


Figura 5.1 Dimensiones y ubicación del cuerpo en los diferentes volúmenes

Las dimensiones de los modelos numéricos que se muestran en la Figura 5.1 están en función de la variable B , la cual representa la longitud característica en un determinado cuerpo. Cada autor presenta diferentes dimensiones en los dominios computacionales y la ubicación del cuerpo estanco dentro del volumen de control, las cuales se mencionan en la Tabla 5.2 donde la primer columna indica el dominio asociado a la Figura 5.1; la segunda y tercera columna indican las dimensiones del dominio computacional; la tercera y cuarta columna indican la ubicación del cuerpo. Estas columnas hacen referencia a la distancia de la frontera izquierda al paño izquierdo del cuerpo o al centro del cuerpo, según sea el caso.

Tabla 5.2 Dimensiones y ubicación del cuerpo en los diferentes volúmenes

Dominio	Dominio computacional		Ubicación del cuerpo	
	Longitud	Altura	Frontera izquierda	Frontera inferior
1	9B	2B	B al paño	B al centro
2	8B	3B	B al paño	1.5 B al centro
3	9B	10B	4 B al paño	5 B al centro
4	45B	30B	15 B al centro	15 B al centro

5.3 Condiciones de frontera

Las condiciones de frontera son condiciones especiales que permiten ajustar los problemas a condiciones específicas, es decir, que se conocen los valores de las variables en ciertas condiciones. Las condiciones de frontera que se requieren especificar para este tipo de problemas son la velocidad y la presión. Se requiere asignar una velocidad de entrada en la frontera izquierda del dominio computacional donde la velocidad presenta un ángulo de inclinación de 0° , es por ello que la velocidad en dirección x (VX) tiene que ser mayor a 0 y la velocidad en dirección y (VY) es igual a 0. Para mantener un flujo paralelo a lo largo del dominio se requiere asignar en las fronteras superior e inferior del dominio una $VY=0$ y a la VX dejarla sin asignar, ya que puede variar a lo largo del dominio. En la frontera derecha del dominio hay una variación de velocidad debido al cuerpo estanco por lo que no se le asigna ninguna velocidad permitiendo que los valores varíen según el comportamiento de las ecuaciones diferenciales. Alrededor del cuerpo estanco se genera una condición de no separación, es decir, el flujo se queda estático reduciendo su velocidad a 0, para lograr esta condición, se asigna a todos los elementos que definen el cuerpo estanco una $VX= 0$ y una $VY= 0$ como se muestra en la Figura 5.2.

Otra condición que se requiere asignar es la presión, pero, el fluido, al no estar sometido a una presión adicional a la atmosférica, se le asigna un valor de $P=0$ en las condiciones de frontera. Las fronteras donde se requiere asignar la presión es la frontera derecha conocida como presión de salida y en la frontera superior e inferior como se muestra en la Figura 5.2. Como dato adicional, la presión atmosférica la asigna automáticamente el *Software Ansys*.

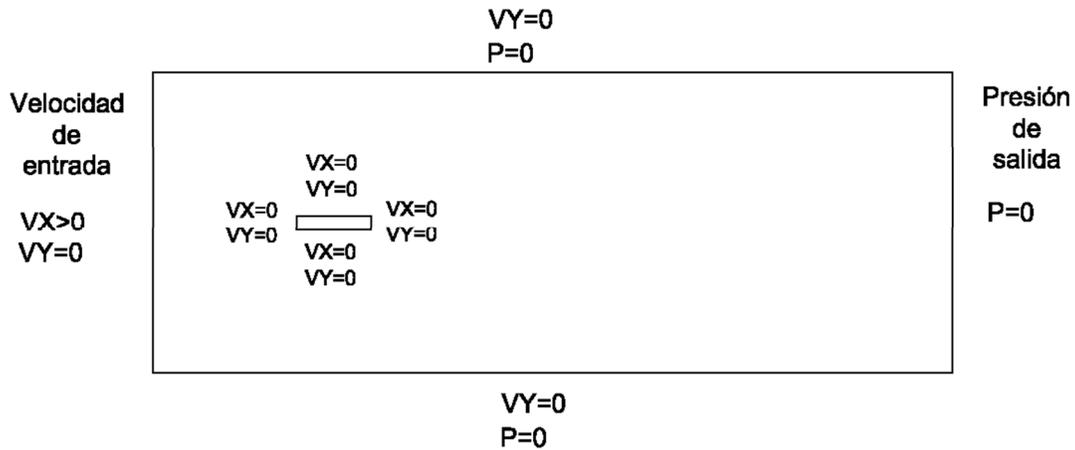


Figura 5.2 Condiciones de frontera del volumen de control

5.4 Discretización del dominio computacional

Para resolver las ecuaciones es necesario discretizar el dominio. La discretización usada por *Ansys* es por el método de elementos finitos y se optó por usar una malla irregular y triangular. El tamaño de elemento varía a lo largo del dominio, es por ello que para tener un mayor control del tamaño de elemento se asignó un tamaño de malla fina cerca del cuerpo estanco y una malla gruesa en las fronteras del dominio computacional. En la Tabla 5.3 se muestra en la primera columna el volumen de control VC asociado a la Tabla 5.1, en la segunda columna el tamaño de elemento en que se dividió el cuerpo estanco y en la tercera columna el tamaño de elemento en que se dividió el volumen de control. El *software* al dividir los elementos en segmentos les asigna un tamaño máximo a estos segmentos que corresponde al que se muestra en la Tabla 5.3.

Tabla 5.3 Discretización de los modelos

VC	Tamaño de elementos en el cuerpo (m)	Tamaño de elementos del VC (m)
1	0.1	1
2	0.1	1
3	0.1	5
4	0.1	10

En la Figura 5.3 se muestra el tipo de mallado asignado a cada elemento, donde el nombre “Fina” hace referencia al tamaño de elemento del cuerpo y “Gruesa” al tamaño de elemento del VC que corresponden a la columna dos y tres de la Tabla 5.3, respectivamente.

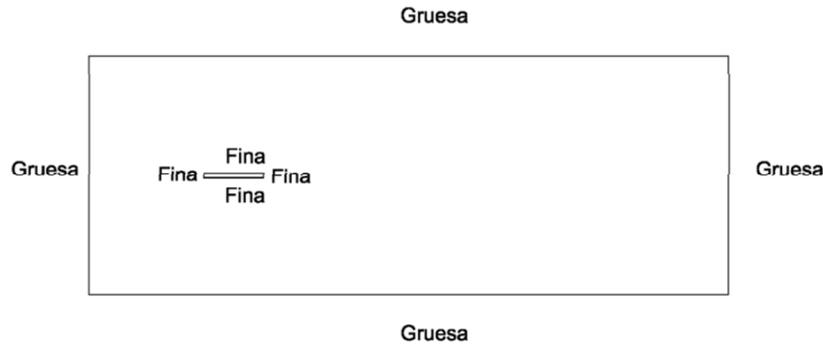


Figura 5.3 Tipo de mallado en los elementos del modelo

5.5 Parámetros del modelo

El *software* Ansys usa el método RANS para simular la turbulencia, dando al usuario la opción de elegir las ecuaciones para aplicar el método RANS. En este trabajo se eligió el método Standard $k-\varepsilon$ al hacer el análisis en régimen turbulento debido a ser el método más usado. Para flujo laminar, Ansys cuenta con esta opción. Dado que es un método iterativo, se puede elegir la cantidad de iteraciones deseadas o la diferencia entre resultados. Para estos modelos se asignó mil iteraciones.

5.6 Propiedades del fluido

Las propiedades del fluido, necesarias para el modelo, se muestran en la Tabla 5.4

Tabla 5.4 Propiedades del fluido

Propiedad	Valor
Densidad	1.225 kg / m^3
Viscosidad	$1.5 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$

5.7 Tipo de flujo

El manual de Ansys recomienda iniciar el proceso con un flujo turbulento, sin embargo, los resultados experimentales son realizados a flujo laminar por lo que el flujo que se asignará en un principio será laminar. Posteriormente el flujo se cambiará a turbulento manteniendo constantes las propiedades del fluido así como las condiciones de frontera y las dimensiones del modelo

5.8 Cuerpos a analizar

Para el análisis se tomaron tres cuerpos planos: círculo, cuadrado y triángulo. Estos cuerpos se consideran estancos y sometidos a un flujo incompresible que fluye alrededor de ellos.

Las dimensiones de los cuerpos geométricos que se asignó fue para el círculo un diámetro de 10m, para el cuadrado 10m de lado y para el triángulo 10m de lado orientadas como se muestra en la Figura 5.4. Estos cuerpos se colocarán en los cuatro distintos volúmenes de control.

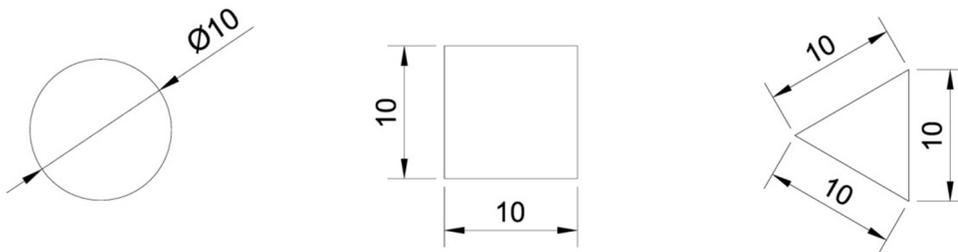


Figura 5.4 Dimensiones del círculo, cuadrado y triángulo analizadas

En la Tabla 5.5 se muestran las dimensiones de los cuatro tipos de volúmenes de control aplicadas a los tres cuerpos geométricos considerando una longitud B de 10m. La longitud corresponde a la distancia en dirección x del volumen de control y la altura a la distancia en la dirección y.

Tabla 5.5 Dimensiones de los volúmenes de control

Tipo de VC	Longitud (m)	Altura (m)
1	90	20
2	80	30
3	90	100
4	450	300

En la Tabla 5.6 se muestran las dimensiones y la ubicación del círculo en el dominio computacional. La columna “VC” corresponde al tipo de volumen de control. Las columnas “Centro x” y “Centro y” indican la distancia al centro del círculo en metros y la columna “Radio” es la longitud del radio.

Tabla 5.6 Dimensiones y ubicación del círculo

VC	Centro x (m)	Centro y (m)	Radio (m)
1	15	10	5
2	15	15	5
3	45	50	5
4	150	150	5

En la Tabla 5.7 se muestra la ubicación de los nodos que forman el cuadrado. La numeración de nodos es como se muestra en la Figura 5.5, la cual es en dirección contraria a las manecillas del reloj.

Tabla 5.7 Ubicación de nodos del cuadrado

VC	Nodo	X (m)	Y (m)	VC	Nodo	X (m)	Y (m)
1	1	10	5	3	1	40	45
	2	20	5		2	50	45
	3	20	15		3	50	55
	4	10	15		4	40	55
2	1	10	10	4	1	145	145
	2	20	10		2	155	145
	3	20	20		3	155	155
	4	10	20		4	145	155

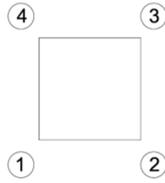


Figura 5.5 Numeración de nodos del cuadrado

En la Tabla 5.8 se muestra la ubicación de los nodos del triángulo y en la Figura 5.6 se muestra la numeración de los nodos que al igual que el cuadrado siguen esta numeración en dirección contraria a las manecillas del reloj.

Tabla 5.8 Ubicación de nodos del triángulo

VC	Nodo	X (m)	Y (m)	VC	Nodo	X (m)	Y (m)
1	1	10	10	3	1	40	50
	2	18.66	5		2	48.66	45
	3	18.66	15		3	48.66	55
2	1	10	15	4	1	150	150
	2	18.66	10		2	158.66	145
	3	18.66	20		3	158.66	155

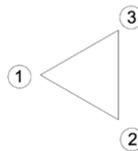
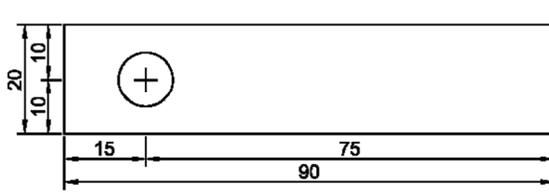
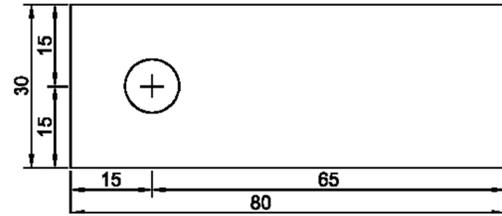


Figura 5.6 Numeración de nodos del triángulo

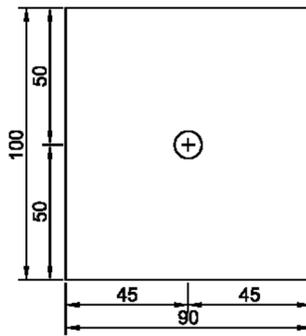
Las dimensiones de los cuatro dominios computacionales empleados y los cuerpos asociados a ellos se muestran en la Figura 5.7 para el círculo, en la 3.8 para el cuadrado y en la 3.9 para el triángulo.



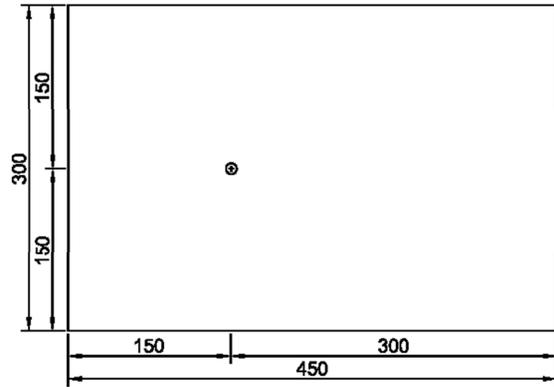
a) Dominio 1



b) Dominio 2

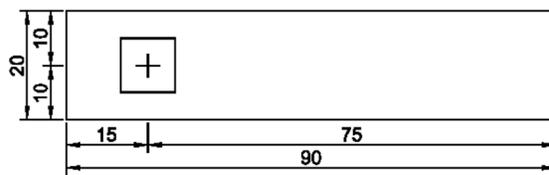


c) Dominio 3

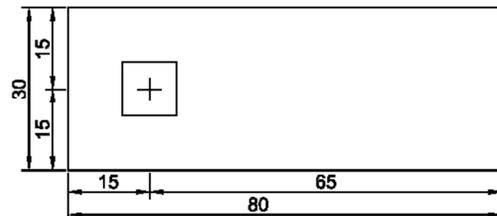


d) Dominio 4

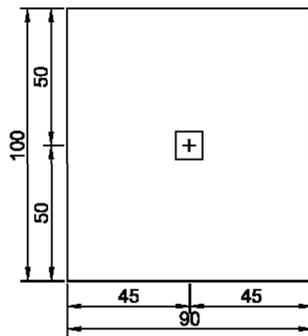
Figura 5.7 Dimensiones y ubicación del círculo en los diferentes dominios



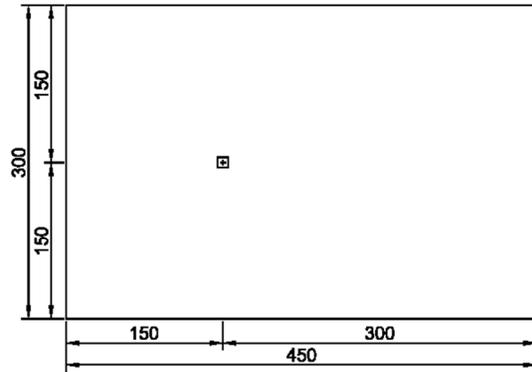
a) Dominio 1



b) Dominio 2

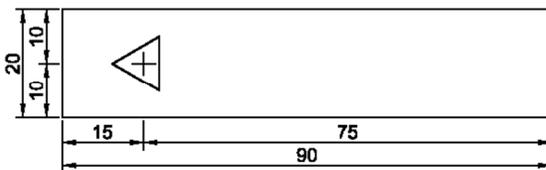


c) Dominio 3

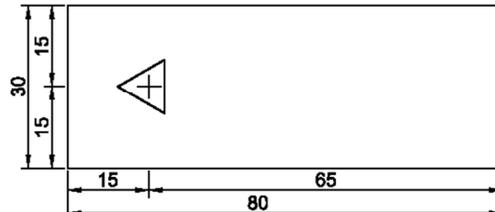


d) Dominio 4

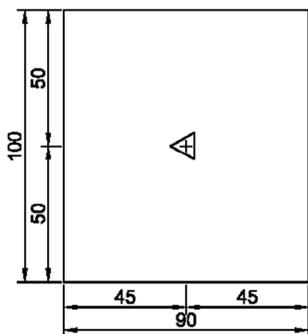
Figura 5.8 Dimensiones y ubicación del cuadrado en los diferentes dominios



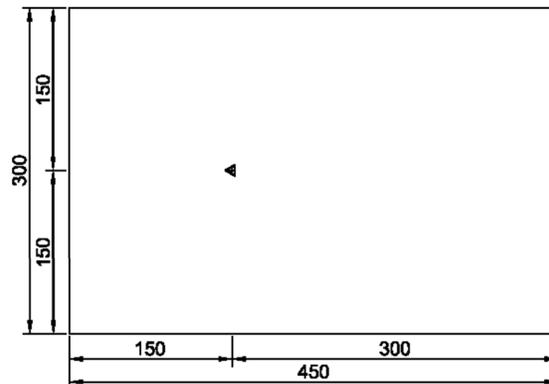
a) Dominio 1



b) Dominio 2



c) Dominio 3



d) Dominio 4

Figura 5.9 Dimensiones y ubicación del triángulo en los diferentes dominios

5.9 Resultados a Flujo laminar

Para comparar los resultados a flujo laminar a lo largo del número de Reynolds, se obtuvieron los coeficientes de arrastres de los cuerpos geométricos con los mostrados en el reporte NACA 619 (Lindsey, 1938) para prismas circulares, cuadrados y triangulares, los cuales son resultados obtenidos de forma experimental por medio de túnel de viento.

La presentación de los datos se muestran como en el reporte NACA donde los coeficientes de arrastre se obtiene conforme la ecuación (1.6) donde la distancia característica B es el área frontal del cuerpo que es perpendicular al flujo y el número de Reynolds se obtiene con la ecuación (1.4) donde D corresponde, para el prisma circular al diámetro, y para los otros cuerpos la longitud paralela al flujo.

Al comparar los resultados mostrados en el reporte NACA con los obtenidos de forma numérica se puede ver que varían los resultados en los cuatro diferentes volúmenes de control. Para el VC1 y VC2 los coeficientes se acercan mucho a los del reporte NACA para números de Reynolds bajos. Los VC3 y VC4 varían los resultados para flujos a velocidades bajas mientras que para velocidades altas se acercan todos los modelos como se muestra en la Figura 5.10.

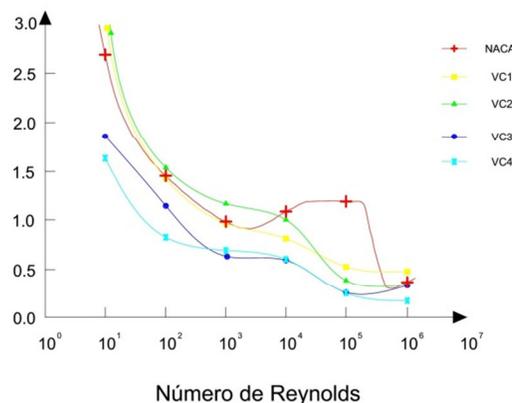


Figura 5.10 Variación del C_D contra el número de Reynolds para un prisma circular.

En la Figura 5.11 se muestran los resultados de los coeficientes para el prisma cuadrangular. A diferencia del círculo, los coeficientes no se ven tan afectados a lo largo del número de Reynolds. Esto se debe a que el desprendimiento de flujo no se da a lo largo de la Figura, si no en los nodos. Los resultados de los diferentes dominios mantienen esta misma relación, sin embargo, se nota una diferencia en cada dominio. Para el VC1 y VC2 los resultados son mayores a los experimentales, caso contrario para el VC3 y VC4, los cuales se acercan más a los del reporte NACA.

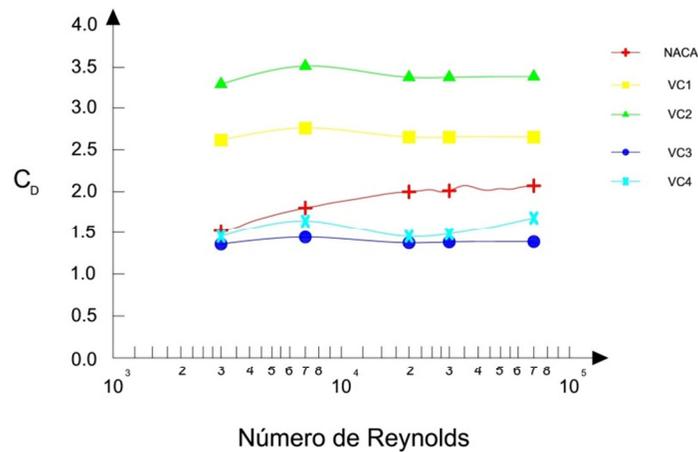


Figura 5.11 Variación del C_D contra el número de Reynolds para un prisma cuadrado

En la Figura 5.12 se observa los coeficientes de arrastre del prisma triangular, los cuales tampoco varían a lo largo del número de Reynolds, sin embargo los resultados obtenidos con los diferentes dominios están por debajo del experimental, esto se debe a que influye más la fricción que la presión y en los modelos de los dominios, esta fuerza no está considerada por lo que solo se muestra el arrastre debido a la presión.

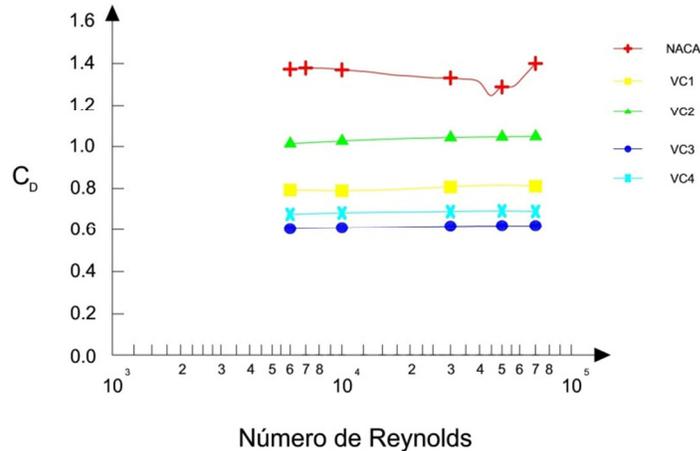


Figura 5.12 Variación del C_D contra el número de Reynolds para un prisma triangular

5.10 Resultados a Flujo turbulento

Para el flujo turbulento, los coeficientes obtenidos fueron con números de Reynolds mayores a 10^7 . Dado que el coeficiente no varía al aumentar el número de Reynolds, no hay necesidad de graficar los resultados. Además, no se pudieron comparar los resultados con los experimentales debido a que los coeficientes aerodinámicos se obtienen a flujo laminar. En la Tabla 5.9 se muestran los resultados, en la cual la primera columna indica el tipo de dominio y las demás los coeficientes de arrastre de los cuerpos geométricos. Aquí se puede ver como varían los resultados en los cuatro dominios. En el círculo solo VC3 y VC4 son similares, en el cuadrado los cuatro son distintos y en el triángulo el VC1 y VC2 son similares y el VC3 y VC4 también lo son entre sí.

Tabla 5.9 Coeficientes de arrastre a flujo turbulento para el círculo, cuadrado y triángulo.

VC	Circulo	Cuadrado	Triangulo
1	0.72	2.69	1.31
2	0.50	3.38	1.30
3	0.34	1.42	0.99
4	0.34	1.32	0.91

Capítulo 5 Coeficientes de arrastre de cuerpos geométricos básicos

En la Tabla 5.10 se muestran los resultados tanto para flujo laminar como turbulento comparados con el reporte NACA. Los resultados tomados del NACA y del flujo laminar son para números de Reynolds de 10^4 y para flujo turbulento números mayores de 10^7 . Se puede ver que los coeficientes son menores para flujo turbulento en casi todos los casos, excepto el triángulo donde son mayores. En el cuadrado casi no hay variación en los resultados. Sin embargo, al comparar los resultados con los del NACA se observa que hay variación en los dominios por lo que no se puede elegir cuál de ellos es más preciso en cualquier situación. Cada dominio tiene un grado de precisión dependiendo el cuerpo a analizar sin embargo los resultados son coherentes y dentro de lo esperado por lo que se puede tomar como válido el procedimiento.

Tabla 5.10 Comparación de resultados a flujo laminar, turbulento y experimental

Circulo			
VC	NACA	Laminar	Turbulento
1	1.11	0.81	0.72
2	1.11	1.00	0.50
3	1.11	0.59	0.34
4	1.11	0.60	0.34
Cuadrado			
VC	NACA	Laminar	Turbulento
1	1.88	2.74	2.69
2	1.88	3.48	3.38
3	1.88	1.42	1.42
4	1.88	1.59	1.32
Triangulo			
VC	NACA	Laminar	Turbulento
1	1.39	0.79	1.31
2	1.39	1.03	1.3
3	1.39	0.61	0.99
4	1.39	0.68	0.91

5.11 Conclusiones

Los resultados muestran que los cuatro diferentes volúmenes de control arrojan resultados diferentes a los reportados por el NACA y entre ellos mismos, de tal modo que mientras para el círculo hay volúmenes que generan mejores resultados que otros y para el cuadrado son otros los volúmenes que se acercan al coeficiente de arrastre esperado.

Es por ello que es importante siempre validar el modelo numérico CFD con uno experimental ya que no se puede definir un parámetro en los dominios que sea general para cada proyecto ya que para ciertos modelos un dominio será mejor y para otros serán otros dominios los que sean más útiles.

A pesar de estas diferencias, se observó que las gráficas muestran la misma forma y los resultados variaron por encima y por debajo de los esperados, esto nos permite aceptar el procedimiento.

Capítulo 6

Puente East Great Belt

6.1 Introducción

Los capítulos anteriores han servido para conocer la variación de los resultados experimentales con los numéricos usando Ansys, por lo que este capítulo comparará los coeficientes de arrastre del puente Great Belt en Ansys con varios artículos.

6.2 Puente Great Belt

El puente Great Belt, ubicado en Dinamarca, es uno de los puentes más grandes del mundo con una longitud total de 18 km. El puente está constituido por el Eastern Bridge (un puente suspendido), el Western Bridge (puente a nivel bajo) y el Eastern Tunnel (un túnel para tren). Fue construido entre 1988 y 1998, y cuenta con un flujo entre 20 mil y 40 mil carros al día. En la Figura 6.1 se muestra una fotografía del puente terminado. (Storebaelt, 2011)



Figura 6.1 Puente East Great Belt

6.3 Puente Eastern

El Puente Eastern es el segundo puente suspendido más grande del mundo con un claro de 1624 m y se encuentra a 75 m sobre el nivel del mar (Figura 6.2). La sección transversal tiene un ancho de 31 m y un peralte de 4.32 m como se ve en la Figura 6.3

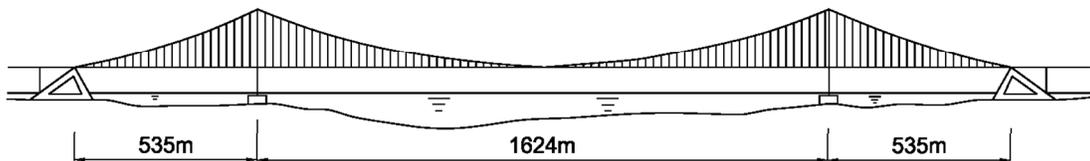


Figura 6.2 Elevación del puente Eastern Bridge

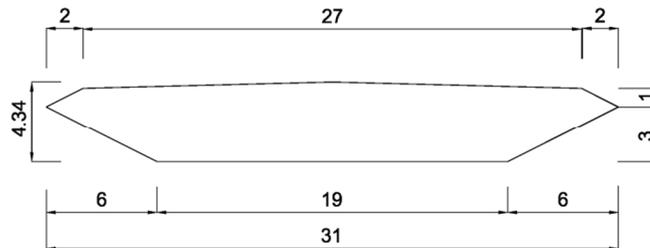


Figura 6.3 Corte transversal del puente Eastern Bridge (cotas en m)

6.4 Propiedades del fluido

Para obtener los coeficientes de arrastre del puente Eastern Bridge se emplearon cuatro diferentes volúmenes de control a flujo laminar y turbulento. Las propiedades del fluido son densidad de 1.225 kg / m^3 y viscosidad $1.5 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$

Las velocidades para el tipo de régimen se muestran en la Tabla 6.1 donde también se indica el número de Reynolds.

Tabla 6.1 Velocidad de flujo usadas en el modelo del puente Great Belt East

Velocidad	Numero de Reynolds	Régimen
0.00395 m / s	10^4	Laminar
40 m / s	10^8	Turbulento

6.5 Dominio computacional

Los cuatro diferentes dominios computacionales se muestran en la Figura 6.4 donde se muestran las distancias (en metros) del volumen de control y las distancias de las fronteras al centro geométrico del puente. Estos cuatro dominios son los mismos que se usaron en el capítulo anterior los cuales son Figura 6.4a

(Braun & Awruch, 2003), Figura 6.4b (Selvam & Govindaswamy, 2001), Figura 6.4c (Carreiro, 2011) y Figura 6.4d (Bruno & Khris, 2002).

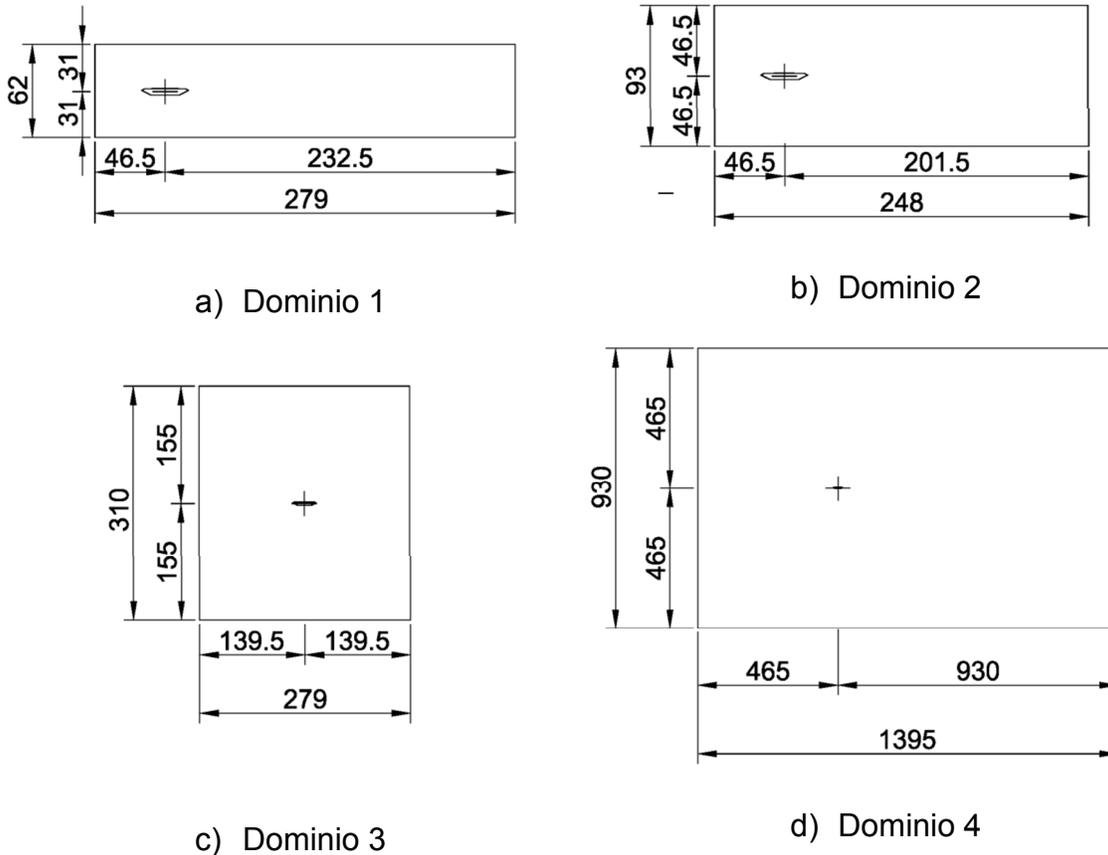


Figura 6.4 Dominios computacionales aplicados para el análisis del East Great Belt

El tamaño de elemento que se empleó fue de 0.1m alrededor del tablero mientras para que el tamaño de elemento para el volumen de control se aplicó de 1m para el Dominio 1 y Dominio 2; de 5m para el Dominio 3; y de 10m para el Dominio 4. El tipo de mallado que se usó fue triangular e irregular.

6.6 Coeficiente de arrastre

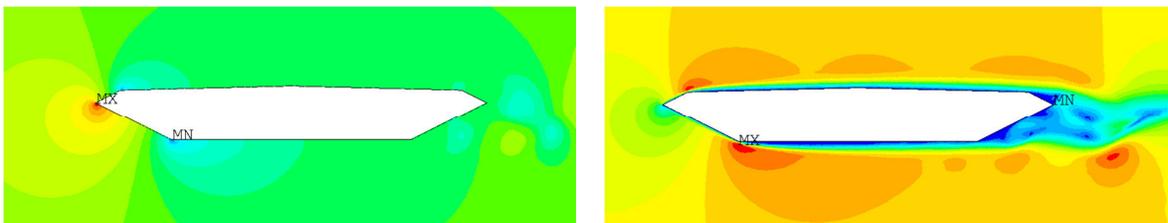
Para comparar los resultados obtenidos para el coeficiente de arrastre en este trabajo con los obtenidos en las referencias bibliográficas, se calculó el valor del C_D con la ecuación (6.1).

$$C_D = \frac{F_x}{\frac{1}{2}\rho V^2 B} \quad (6.1)$$

Donde, C_D es el coeficiente de arrastre, F_x es la fuerza neta que ejerce el fluido sobre el cuerpo estanco sobre en dirección paralela al flujo, ρ es la densidad del fluido, V es la velocidad del fluido y B es la longitud característica del puente. En las referencias bibliográficas longitud característica que se tomó fue el ancho del puente, es decir la longitud máxima del puente paralela al flujo.

6.7 Resultados

En la Figura 6.5a se muestra la distribución de presiones a flujo laminar y en la Figura 6.5b se muestra la distribución de velocidades. Los colores en rojo, naranja y amarillo son valores positivos siendo el rojo mayor presión y amarillo menor presión. Los colores Azul, turquesa y verde son valores negativos siendo el azul el mayor valor negativo y el verde valores cercanos a cero. Para las velocidades sigue este mismo código de colores excepto que el azul es cero y el rojo es la máxima velocidad. Al comprar las distribuciones se observa que solo la cara frontal del tablero tiene presiones, mientras que las demás son succiones. En la Figura 6.5b se observa que alrededor del tablero hay una franja azul donde las velocidades son cero y entre más se aleja el flujo del tablero estas velocidades aumentan.



a) Presiones

b) Velocidades

Figura 6.5 Presiones y Velocidades a flujo laminar del puente Great Belt East

En la Figura 6.6a se muestra la distribución de presiones, en la Figura 6.6b la distribución de velocidades y en la Figura 6.6c la turbulencia. Todas para flujo

turbulento. Se puede observar como la distribución de presiones cambia de laminar a turbulento dado que la succión es menor, esto causara que la suma neta de fuerzas en x sea menor y el coeficiente disminuya a flujo turbulento. En las velocidades la franja azul disminuye mostrando mayor velocidad alrededor del flujo. La fórmula de Bernoulli dice que a mayor velocidad, menor presión lo cual tiene sentido ya que al disminuir las presiones en la Figura 6.6a las velocidades aumentan en la Figura 6.6b. En la Figura 6.6c se muestra la turbulencia, siguiendo el mismo código de colores que las velocidades, la mayor turbulencia se da en nodos, el cual es donde se da la separación de flujo causando mayor turbulencia.

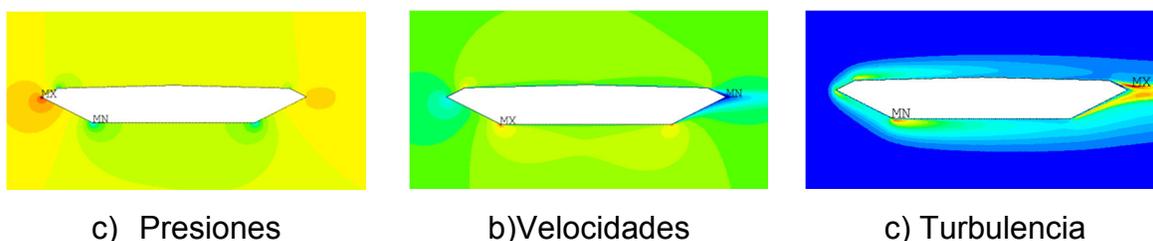


Figura 6.6 Presiones, velocidades y turbulencia a flujo turbulento del puente Great Belt East

Para verificar los resultados obtenidos aplicando CFD se usaron los cuatro dominios computacionales antes referidos y se compararon con los de las referencias. A pesar de que uso el mismo dominio computacional, las demás características, tales como velocidad y mallado varían, además de que los autores referidos usaron el método LES mientras que para este trabajo se usó el método RANS. En la discretización tanto Brown & Awruch, (2003) como Selvam & Govindaswamy (2001) usaron Método de Elemento Finito (MEF), Carreiro, (2011) uso Método de Diferencias Finitas (MDF) y Bruno & Khris, (2002) uso Método de Volúmenes Finitos (MVF) mientras que en este trabajo se usó el MEF.

En la Tabla 6.2 se muestran los resultados; en la primera columna se menciona el autor de la referencia, en la columna " C_D " indica el resultado obtenido por el autor, la columna " C_D calculado" son los obtenidos con Ansys a flujo laminar y turbulento. En la última fila se refiere al resultado obtenido en el túnel de viento.

Tabla 6.2 Coeficiente de arrastre obtenidos con los dominios computacionales

Autor	C_D	C_D Calculado	
		Flujo Laminar	Flujo Turbulento
Braun & Awruch, 2003	0.060	0.041	0.027
Selvam & Govindaswamy, 2001	0.062	0.039	0.026
Carreiro, 2011	0.062	0.037	0.027
Bruno & Khris, 2002	0.067	0.035	0.030
Túnel de viento	0.077	----	----

Los valores obtenidos en este trabajo comparados con los obtenidos de forma experimental en el túnel de viento son menores y más alejados que los obtenidos por los resultados de los autores mencionados en la Tabla 6.2, como se vio en el capítulo anterior, el arrastre causado por el viento es debido tanto a la presión como a la fricción, dado que se calculó, despreciando la fricción, los valores dan menores a los esperados. Los valores a flujo laminar son mayores que a flujo turbulento como se esperaba al interpretar las Figuras 6.5 y 6.6. Los valores a flujo laminar en los diferentes dominios computacionales son similares, esto mismo ocurre a flujo turbulento. La variación que hay entre los obtenidos en este trabajo y los de los autores se debe principalmente al método que uso ya que los autores usaron el método LES y en este trabajo se usó el método RANS.

6.8 Conclusiones

Los resultados obtenidos para cuerpos aerodinámicos se ven afectado de tal forma que los coeficientes de arrastre son menores a los que obtiene de forma experimental. Estos valores no solo varían de los obtenidos experimentalmente sino del método de simulación de turbulencia usado, mostrando que el método RANS tiene menor precisión que el método LES. Además los valores a flujo turbulento generan menor influencia del viento sobre el cuerpo que a flujo laminar.

Capítulo 7

Puente San Cristóbal

7.1 Introducción

En el capítulo anterior se mostró la diferencia de resultados numéricos con los experimentales por lo que en este capítulo se obtendrán los coeficientes aerodinámicos de un puente del cual no se tienen datos debidos al viento y cómo van variando a diferentes ángulos de ataque.

7.2 Antecedentes

En 2004 se estaba construyendo una carretera que cruzaría la barranca Centic y comunicaría la ciudad de Tuxtla Gutiérrez con San Cristóbal de las casa en Chiapas. Debido a las condiciones geométricas de la carretera y la profundidad de la barranca el puente San Cristóbal sería el más importante

El 24 de octubre de 2004 parte del puente colapsó cuando tenía un avance del 95%. El peritaje inicial de la SCT determinó que una serie de sismos provocó

el colapso del puente; sin embargo, nunca se entregaron públicamente los registros sísmicos además de que no concuerdan los registros emitidos por el sismológico. En la Figura 7.1 se muestra como quedo la subestructura después del colapso.



Figura 7.1 Foto de colapso del puente San Cristóbal (Highestbridges, 2006)

Con base a este peritaje la PGR determinó cerrar el caso, pero la empresa Ingenieros y contratistas S.A. de C.V. (Iconsa) señaló en un documento que durante el proceso de fabricación el proyecto ya presentaba fallas y la empresa proyectista JESA lo sabía desde el principio. La empresa JESA emitió varias recomendaciones a la SCT, sin embargo, se desconoce si se siguieron dichas recomendaciones (Balboa, 2006)

Ya han pasado varios años desde que el puente colapso y aún no ha quedado claro que fue lo que ocasionó que el puente fallara. Pero si se observa bien la zona geográfica del lugar se puede ver que Chiapas es un lugar donde los desastres naturales están presentes de manera muy recurrente tanto de sismo, como de lluvia. Otro aspecto importante es que la barranca, debido a la altura y la zona geográfica, el viento es un factor muy importante.

La forma geográfica que se usó para construir el puente es muy amigable para la construcción pero al ser muy parecida a un cuadrado carece de aerodinámica. Al ser una sección no aerodinámica el flujo que viaja a través del

puente tiende a ser la mayor parte del tiempo turbulento lo cual puede ocasionar turbulencia y aumentar la vibración del puente.

No se tiene algún documento que pueda decir que el puente haya fallado por inestabilidad aeroelástica por lo que en esta tesis se obtendrán los coeficientes aerodinámicos por métodos computacionales. Con estos coeficientes se podrá observar si el puente era inestable o no, sin embargo ya no se abarca el tema en esta tesis.

7.3 Características del puente San Cristóbal

El puente se localizaba en una curva horizontal con una curvatura de $2^{\circ}45'$ y pendientes transversales y longitudinales de 10% y 5%, respectivamente. La subestructura estaba compuesta de dos estribos de concreto reforzado convencionales y dos pilas del mismo material de sección transversal rectangular hueca, aproximadamente, de 61 m de altura cada una. La profundidad máxima desde la superestructura al fondo de la barranca era de 200 m.

La superestructura consistía en un cajón de tres tramos con una longitud total de 324 m y una altura de 200 m (Figura 7.2). El ancho de calzada era de 13.64 m con dos carriles (Figura 7.3).

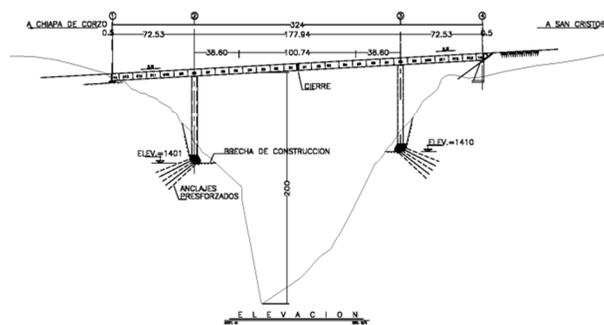


Figura 7.2 Elevación del puente San Cristóbal

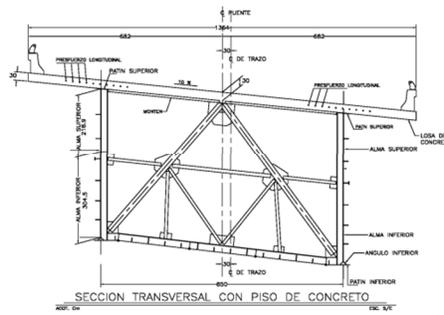


Figura 7.3 Sección transversal del puente San Cristóbal (Instituto Ingeniería UNAM,2006)

7.4 Dimensiones del Tablero

En la Figura 7.4 se muestra la numeración de los nodos y en la Tabla 7.1 se indica su ubicación.

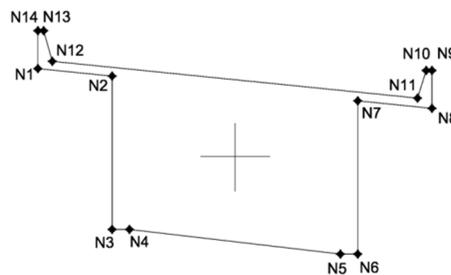


Figura 7.4 Numeración de nodos del puente San Cristóbal.

Tabla 7.1 Ubicación de los nodos del puente San Cristobal

Nodo	x (m)	y (m)	Nodo	x (m)	y (m)
1	-6.83	3.07	8	6.81	1.71
2	-4.26	2.81	9	6.81	3.01
3	-4.26	-2.52	10	6.61	3.01
4	-3.66	-2.52	11	6.31	2.06
5	3.64	-3.37	12	-6.33	3.32
6	4.24	-3.37	13	-6.63	4.37
7	4.24	1.96	14	-6.83	4.37

7.5 Propiedades del fluido

Las propiedades del fluido es una densidad de $1.225\text{kg}/\text{m}^3$ y una viscosidad de $1.5 \times 10^{-15}\text{Pa} \cdot \text{s}$. La velocidad que se usó fue de $0.00898\text{m}/\text{s}$ con un numero de Reynolds de 10^4 para una longitud de tablero de 13.64m con un ángulo de ataque de 0° . La velocidad se mantuvo constante para todos los ángulos de ataque.

7.6 Dominio computacional del puente San Cristóbal

Para el dominio computacional se usaron cuatro distintos dominios que se mencionan en el capítulo 3. La longitud característica tomada para la elaboración de los volúmenes de control es 13.64m quedando como se muestra en la Figura 7.5.

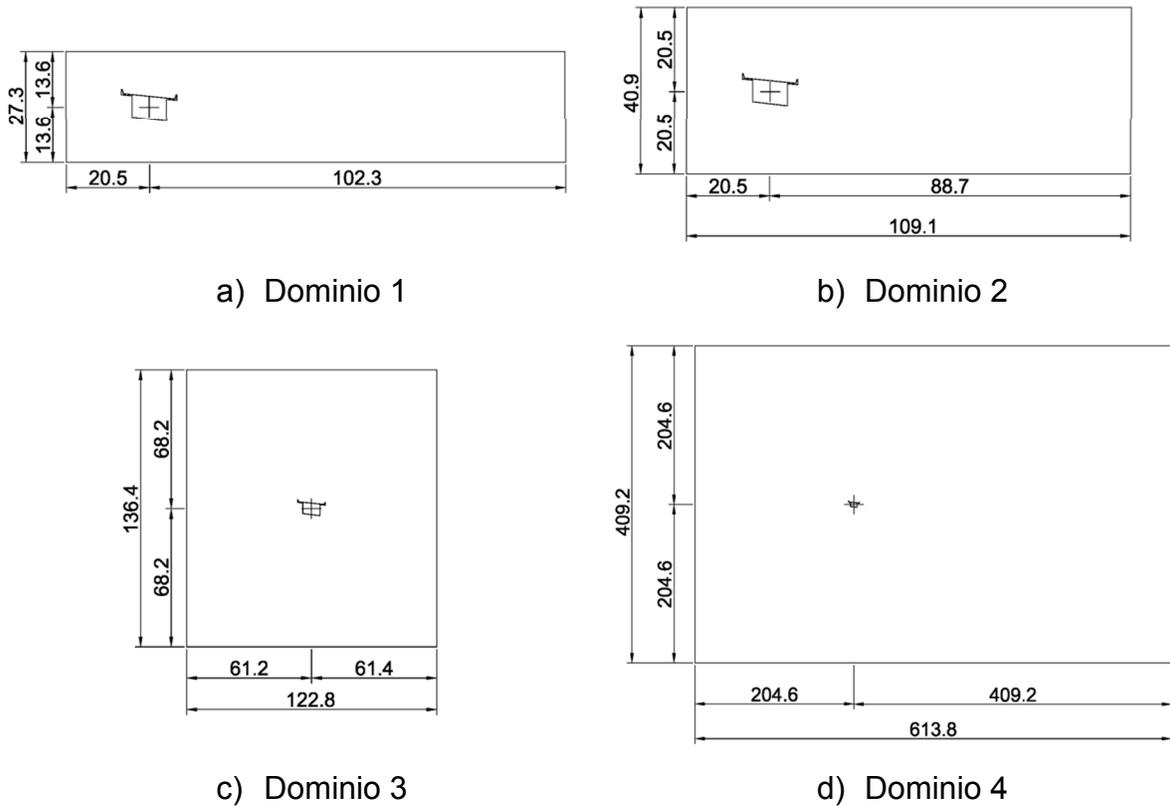


Figura 7.5 Dominios computacionales del puente San Cristóbal

7.7 Discretización del modelo

El tamaño del elemento fue de 0.1 m para el tablero en cada dominio computacional; en las fronteras del volumen de control se asignó 1 m al dominio 1 y 2; 5 m para el dominio 3 y 10 m para el dominio 4. El tipo de malla fue triangular e irregular. Se emplearon 1000 iteraciones.

7.8 Coeficientes de arrastre

En la Tabla 7.2 se muestran los coeficientes de arrastre de los cuatro dominios computacionales. Se observa que no hay gran variación a flujo laminar entre los primeros tres dominios, en cambio, el cuarto dominio muestra una variación grande de los demás. A flujo turbulento, no hay gran variación entre el dominio 1 y 2 ni entre el 3 y 4 pero si hay un salto significativo entre el 2 y el 3.

Tabla 7.2 Comparación de resultados

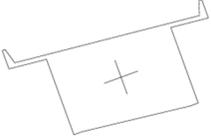
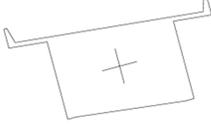
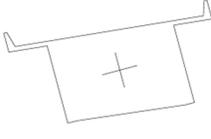
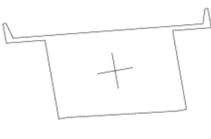
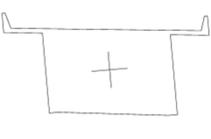
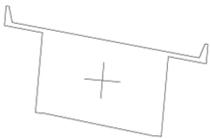
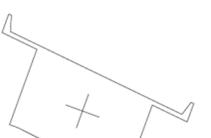
VC	Laminar	Turbulento
1	1.83	1.66
2	1.82	1.66
3	1.82	1.23
4	1.20	1.19

7.9 Ángulos de ataque

Si se desea hacer un análisis de inestabilidad aeroelástica es necesario obtener los coeficientes aerodinámicos a diferentes ángulos de ataque. Para ello se escogió el dominio 2 debido a los recursos que requiere además de que no presento una gran variación de los demás dominios

Los ángulos de ataque propuestos para el análisis van desde los -20° hasta los 20° a cada 5° . En la Tabla 7.3 se muestra el ángulo de ataque y el cuerpo

Tabla 7.3 Ángulos de ataque del puente San Cristóbal

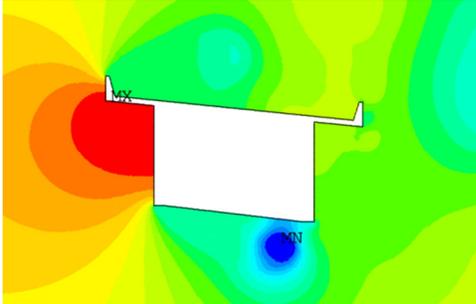
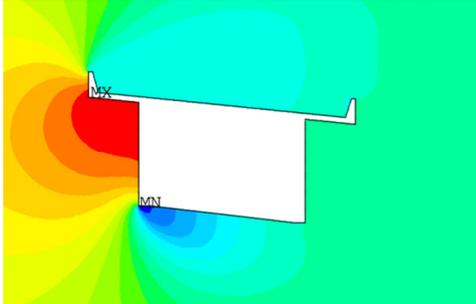
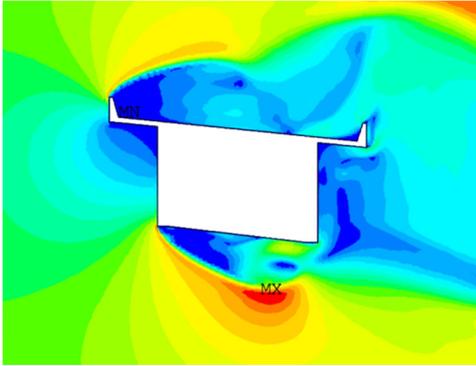
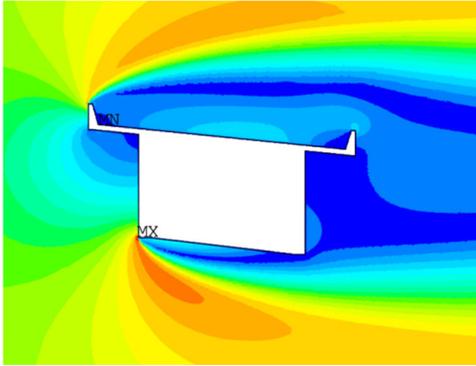
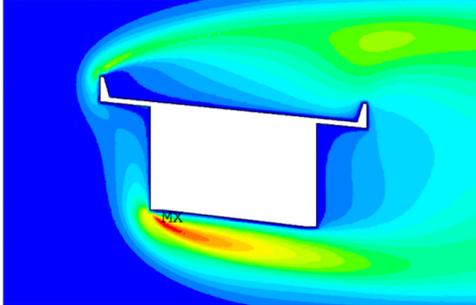
Cuerpo	Angulo de ataque	Cuerpo	Angulo de ataque
	-20°		-15°
	-10°		-05°
	0°		05°
	10°		15°
	20°		

7.10 Resultados

En la Tabla 7.4 se muestran las distribuciones de presión, velocidad y turbulencia para flujo laminar y turbulento cuando se encuentra con un ángulo de 0°. Se puede observar que tienen cierto parecido las distribuciones de presiones pero las velocidades varían entre el laminar y turbulento. Donde mayor presión se

da es en la cara frontal mientras que en los demás elementos son presiones negativas (succiones), En cambio en las mayores velocidades se dan en vértices de la cara fronta los cuales coinciden donde se da la mayor turbulencia (Tabla 7.4).

Tabla 7.4 Presiones y velocidades del puente a flujo laminar y turbulento con un ángulo de ataque de 0°

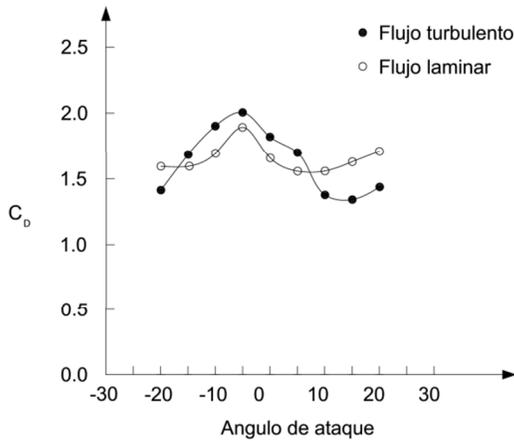
Propiedad	Laminar	Turbulento
Presión		
Velocidad		
Turbulencia	N/A	

En la Figura 7.6a se muestran los resultados del coeficiente de arrastre a diferentes ángulos de ataque. Estos coeficientes varían de 1.4 a 2 siendo el máximo de 2 en el ángulo -5°

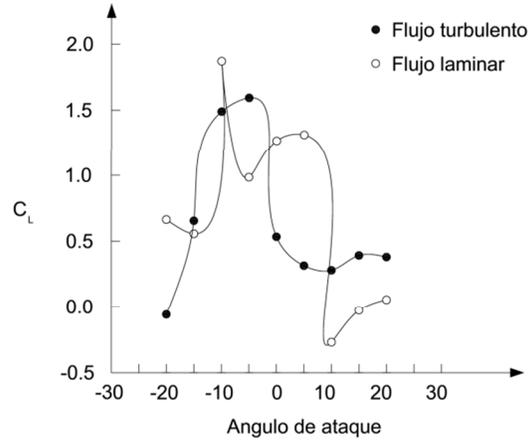
En la Figura 7.6b se muestra el coeficiente de levante, la cual es muy variable una gráfica de otra llegando a tener valores negativos para flujo laminar y

valores más grandes que a flujo turbulento donde los puntos críticos son en un ángulo de -10° y -5° para flujo laminar y turbulento, respectivamente.

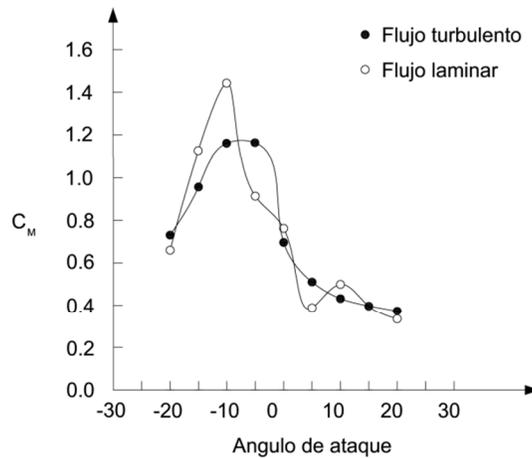
En la Figura 7.6c se observan los coeficiente de momento o de cabeceo el cual es muy similar la gráfica tanto para flujo laminar como turbulento mostrando un mayor momento para un ángulo de -10° para ambos casos.



a) Coeficientes de arrastre



b) Coeficientes de levante



c) Coeficientes de momento

Figura 7.6 Coeficientes aerodinámicos para flujo turbulento y laminar

7.11 Conclusiones

El puente San Cristóbal colapso en 2006, quedando en duda qué lo ocasionó. Dentro de esas posibilidades se planteó que el viento pudo haber contribuido, es por ello que se decidió obtener sus coeficientes aerodinámicos y tener una mejor perspectiva del comportamiento del viento sobre el tablero.

Al observar las gráficas de los coeficientes aerodinámicos se concluye que el puente es susceptible al viento. Los coeficientes aerodinámicos a un ángulo de ataque de -5° son altos lo cual se tendría que hacer un análisis más extenso para determinar si el viento realmente pudo haber contribuido al colapso. Para ello se tendría que hacer un análisis de inestabilidad aeroelástica. Por otro lado, como recomendación, se tendría que validar los datos con un modelo experimental.

Capítulo 8

Conclusiones

8.1 Conclusiones

En este trabajo se observó que el estudio de los fluidos es complejo, principalmente a que el comportamiento de un fluido y un sólido es distinto, introduciendo conceptos que solo afectan a gases y líquidos como la capa límite y el concepto de no separación. Esto trae como consecuencia que se tenga que estudiar de manera particular a los fluidos para evitar colapsos de puentes (como el Tacoma Narrow) o mejorar el diseño en otras áreas distintas a la ingeniería civil.

Dentro de la mecánica de fluidos se han establecido tres principios que rigen a los fluidos, las cuales actúan simultáneamente que son: conservación de la masa, segunda ley Newton y conservación de la energía. Dependiendo del modelo a resolver, estas ecuaciones varían. Sin embargo, no tienen solución aún por lo que se recurre a métodos numéricos y por ende al uso de computadoras. Es importante ser consciente de esto para elegir el software adecuado para el problema a resolver. En este trabajo se usó Ansys 11.0 Flotran el cual usa el

método de elemento finito y el método RANS para la resolución de flujos turbulentos. A pesar del avance de la tecnología no significa que la CFD vaya a remplazar a los modelos experimentales.

Saber cómo se comporta el viento con respecto a un cuerpo estanco es de gran utilidad ya que se puede conocer que tan eficiente es el cuerpo o si el aire puede representar un peligro, para ello la mecánica de fluidos proporciona varios coeficientes llamados coeficientes aerodinámicos los cuales son adimensionales. Estos coeficientes se obtienen en relación a la fuerza que ejerce el viento y la presión dinámica del viento con relación al cuerpo.

Los coeficientes aerodinámicos, principalmente al coeficiente de arrastre, nos permiten, además de lo anterior, conocer si nuestro modelo es correcto o no. Dado que no usa un método exacto para la resolución de ecuaciones es necesario comparar los resultados numéricos con los experimentales. Para ello se escogieron tres figuras: círculo, cuadrado y triángulo; que han sido estudiadas en túnel de viento, y se compararon los coeficientes de arrastre. Los resultados obtenidos de forma numérica muestran que si hay un cierto grado de error y que este error no es igual para todas los cuerpos. Además se observó que dependiendo del tamaño del dominio los coeficientes varían, sin embargo esta variación no es tan grande como para descartar el procedimiento. Es por ello que se aceptó para evaluar un puente.

Uno de los puentes con más estudios de viento tanto experimental como con modelos matemáticos es el Eastern Great Belt de Dinamarca por lo que se cuenta con la suficiente información para verificar este trabajo. Para ello escogieron cuatro trabajos con diferentes métodos y diferente malla cada uno por lo que no se pudo replicar estos trabajos. Lo que se hizo fue usar Ansys por medio de elemento finito y manejar una malla distinta a los autores. Al final los resultados fueron por debajo de los experimentales y de los autores pero con resultados coherentes. Esta variación se debió al método de resolución y que no se consideró la fricción con el cuerpo.

Una vez verificado que el procedimiento es correcto, mostrando un cierto margen de error, se procedió a evaluar un puente en México el cual tuvo un colapso. El puente San Cristóbal tuvo una falla, sin embargo no quedó claro que lo ocasionó, es por ello que se decidió hacer una revisión por viento y ver si es susceptible al flujo. Al obtener los resultados se observó que los coeficientes aerodinámicos son altos, particularmente a un ángulo de ataque de -5° . Esto significa que el viento sí tiene efecto debido a la geometría del puente, sin embargo, se requiere hacer un estudio de inestabilidad aeroelástica para evaluar la velocidad crítica al cual puede colapsar, el cual ya no tiene alcance en este trabajo.

En este trabajo se obtuvieron los coeficientes aerodinámicos de un puente que colapsó llegando a la conclusión que tiene coeficientes grandes. Aún queda por verificar estos resultados con un estudio de túnel de viento y compararlo y posteriormente revisar la inestabilidad aeroelástica.

Apéndice A

Manejo del manual

A.1 Introducción

Ansys es un programa de elemento finito que permite resolver modelos en la ingeniería civil dentro del área estructural. Dentro de ésta área esta la dinámica de fluidos computacional la cual trata del comportamiento de fluidos. En Ansys existe un complemento llamado Ansys Fluent que permite resolver modelos de flujo con elemento finito. Estos apéndices están dedicados a explicar el procedimiento para la obtención de los coeficientes aerodinámicos usando Ansys 11.0 Fluent.

Los siguientes apéndices tienen como objetivo mostrar el modo de obtener los coeficientes aerodinámicos usando el software Ansys 11.0 Fluent. El apéndice A es una introducción al programa, los apéndices B y C muestran la obtención de los coeficientes de arrastre para cuerpos básicos y el apéndice D muestra la obtención de los coeficientes aerodinámicos del puente San Cristobal.

A.2 Elementos de pantalla de Ansys

El entorno gráfico de Ansys se muestra en la Figura A.1 los cuales cuenta con:

- Menú principal (ANSYS Main Menu)
- Barra de acceso rápido (ANSYS Toolbar)
- Barra de herramientas
- Barra de despliegue gráfico
- Menú de utilidades

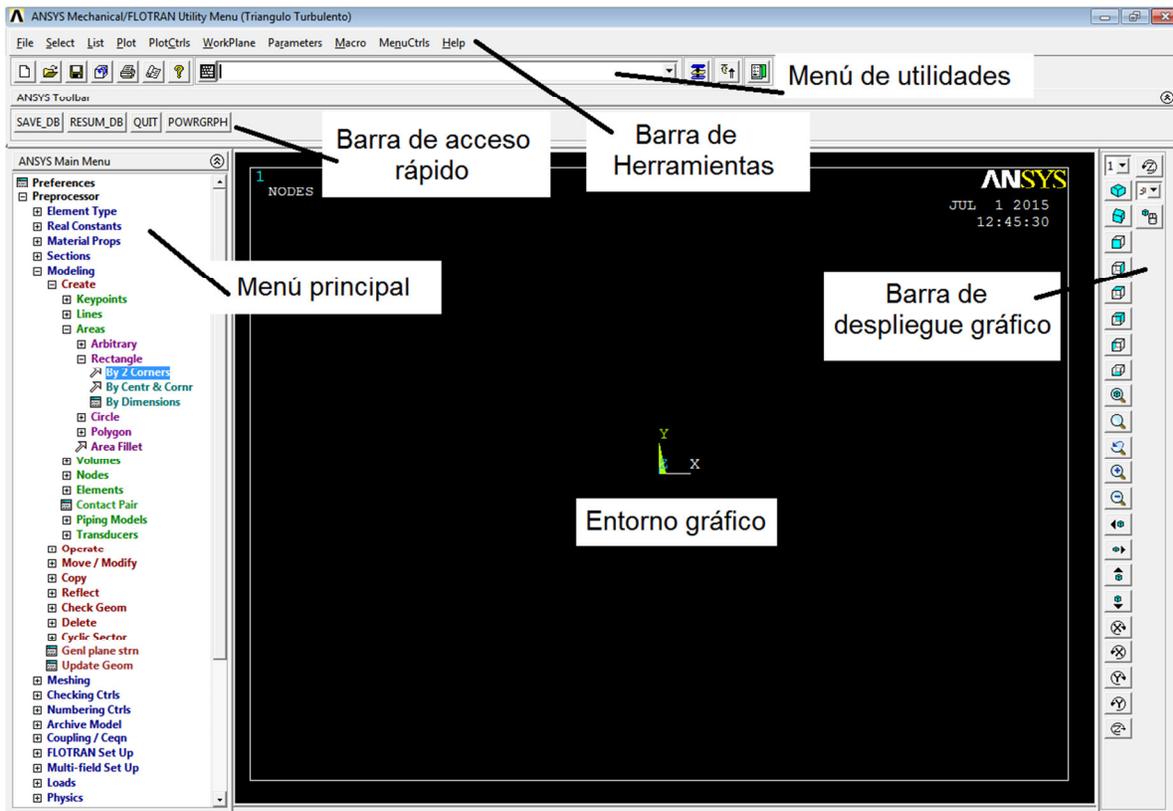


Figura A.1 Elementos de la pantalla de Ansys

A.3 Menú principal

El menú principal es un menú donde se dan todas las órdenes para crear el modelo. Al dar clic en uno de los menús se abrirán varios submenús si contiene un “+” en la parte izquierda. En este manual se mostrará cual es la ruta a seguir para dar cierta orden de la siguiente manera:

Preprocessor>Modeling>Create>Areas>Rectangle>By 2 Corners.

Esta ruta permite dar la orden de crear un rectángulo indicando dos esquinas, para ello se tendría que seleccionar “Preprocessor” después se desplegarían otras opciones de las cuales se selecciona “Modeling” y así, sucesivamente, hasta llegar a “By 2 Corners”. Como se muestra en la figura A.2.

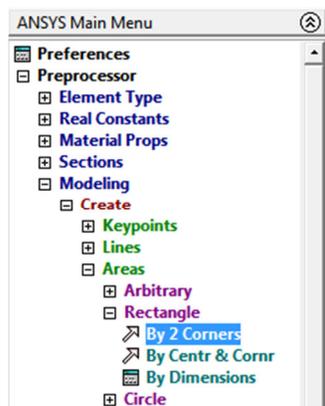


Figura A.2 Selección del comando “By 2 Corners”

Aquí se puede ver cómo cada vez que se abren las submenús cambia el color de las opciones dentro del menú. En primer orden es de color negro, el siguiente es azul, el que le sigue rojo, el siguiente verde, el siguiente magenta y el último cyan. Una vez seleccionados el comando en varias ocasiones se tendrá que seleccionar algún elemento del modelo sobre el entorno gráfico. Se sabrá que está seleccionado porque habrá un cambio ya sea de color o algún símbolo que muestre que está seleccionado. El cambio depende del tipo de selección respecto al elemento.

Otra circunstancia que puede ocurrir es que se abra una ventana la cual tenga varias opciones a elegir. Los elementos más importantes de la ventana son:

1. **Cuadro de texto:** En este cuadro el usuario tiene que insertar el texto que por lo general son valores numéricos
2. **Cuadro combinado:** Es un cuadro que tiene una flecha del lado derecho la cual despliega varias opciones donde el usuario tiene que elegir una de ellas.
3. **Botón de opción:** Son varios botones los cuales nos permite elegir ya sea una opción u otra.
4. **Casilla de verificación:** Es un cuadro que al seleccionarlo se pone una palomita indicando que esta seleccionado
5. **Botón:** Es un botón que se da clic para ejecutar la acción; en este manual se indicará entre comillas cuando se tenga que dar clic en el botón sin que venga precedido de alguna otra orden.

En la figura A.3 se muestran los cinco elementos mencionados anteriormente con su respectivo nombre. Se muestra en cuadro de texto cuyo nombre corresponde a “Nombre CT”, al cuadro combinado con el nombre “Nombre CC”; a los botones de opción con el nombre “Nombre OB”; a la casilla de verificación con el nombre “Nombre CV”; y al botón con el nombre “OK”.

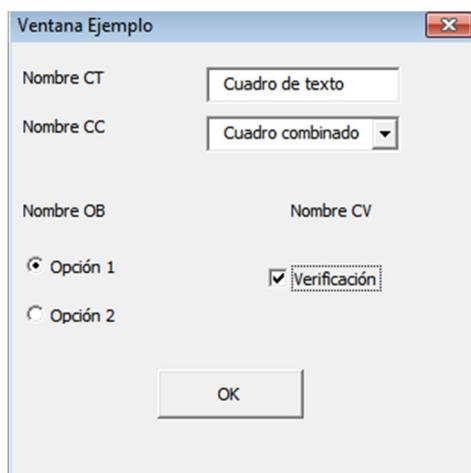


Figura A.3 elementos de la ventana

En la Figura A.4 se muestra un ejemplo con estos elementos. El cuadro de texto tiene el nombre de “Lab User label for ítem” donde se le ha asignado un texto de “PRES” debajo de este cuadro de texto hay un cuadro de lista donde se seleccionó la opción “DOF solution” y a lado de él hay un cuadro combinado donde se seleccionó “Pressure PRES” estos dos cuadros tienen como título “Item, Comp Item to be mapped”. Debajo de estos dos cuadros hay una casilla de verificación activada con el nombre “Average result across element”. Debajo de esta casilla hay otra que no está verificada con el nombre “Show boundary condition symbol Show path on display”. Al final de la ventana hay cuatro botones y se indicará “OK” para decir que se dé clic a este botón.

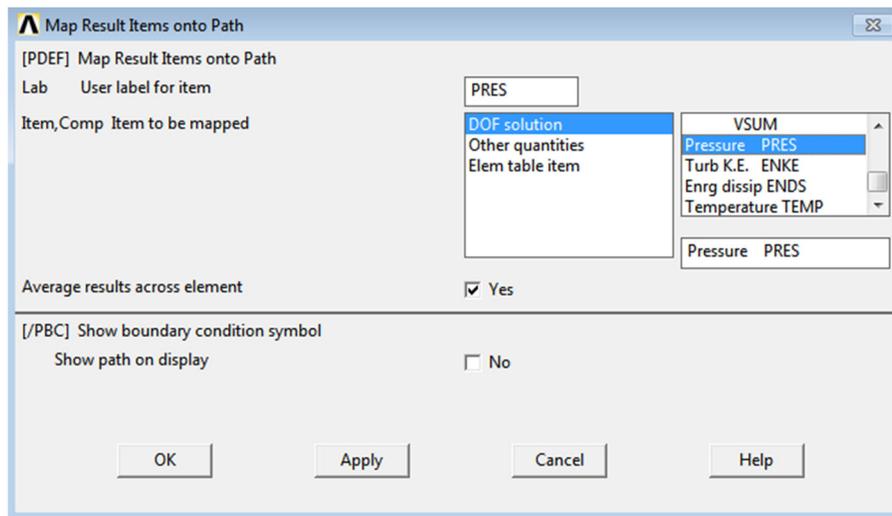


Figura A.4 Ejemplo de una ventana en Ansys

A.4 Barra de acceso rápido

Esta barra cuenta con un cuadro de texto donde se pueden escribir el nombre de los comandos. En este manual no se indican los comandos ya que, a pesar de ser más rápidos que el menú principal, es muy propenso a cometer más errores ya que no se ve que es lo que asigna. De lado izquierdo del cuadro de texto hay varios iconos los cuales permiten crear un nuevo archivo, abrirlo, guardarlo o imprimir el modelo.

A.5 Barra de herramientas

La barra de herramientas permite controlar ciertos comandos además de tener un mayor control del entorno gráfico, sin embargo no sustituye al menú principal ya que no contiene los comandos que en el menú principal existen.

Las ordenes que se ejecutan en el menú principal se indican como las del menú principal por ejemplo para indicar la opción de “coords + attributs” se indicaría de la siguiente manera.

List>Keypoint>Coords+Attributs

En la figura A.5 se muestra como se haría gráficamente

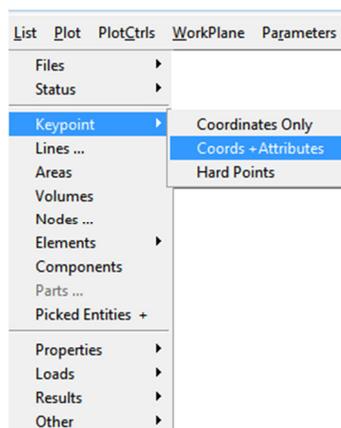


Figura A.5 Ejemplo en Ansys

A.6 Barra de despliegue grafico

La barra de despliegue gráfico es una barra que se encuentra de lado izquierdo que sirve para controlar el movimiento de la vista del entorno gráfico. Esta barra contiene un zoom específico, movimiento de la vista del modelo etc. En este manual no se hace uso de esta barra.

A.7 Menú de utilidades

El menú de utilidades un menú que contiene cuatro botones los cuales los más útiles son “SAVE_DB” y “RESUME_DB”. El primero sirve para guardar y es

de bastante utilidad ya que se recomienda guardar constantemente el modelo ya que a diferencia de los demás programas no existe la opción de deshacer lo cual si se cometió un error como un mallado no deseado, ya no se tendría la opción de corregirlo. El botón RESUME_DB nos permite restablecer el modelo desde el último SAVE_DB. El modelo se guarda automáticamente cuando se resuelve completamente todo el modelo.

Apéndice B

Coeficiente de arrastre en círculos usando Ansys

B.1 Introducción

A continuación se mostrará cómo obtener el coeficiente de arrastre de un círculo bajo la fuerza de un flujo laminar y turbulento. El procedimiento que se sigue en este apéndice difiere un poco del que se sigue para cuerpos no curvos.

B.2 Dimensiones del cuerpo

El diámetro del círculo para este modelo es de 10 m como se muestran en la Figura B.1 tanto para flujo laminar como turbulento.

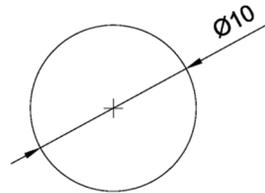


Figura B.1 Dimensiones del modelo

B.3 Dominio computacional

El dominio computacional o volumen de control usado en este apéndice tiene una longitud de 80 m de largo y 30 m de alto. El centro geométrico del cuerpo se encuentra a 15 m de la frontera izquierda del dominio y a 15m de la frontera inferior como se muestra en la Figura B.2.

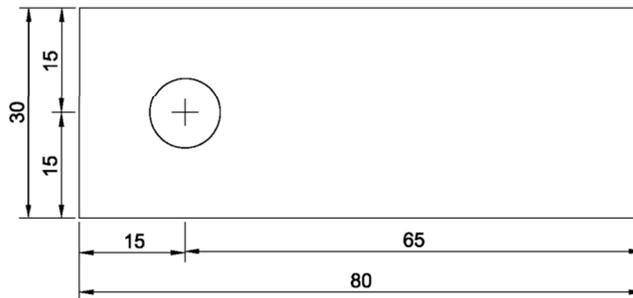


Figura B.2 Dimensiones del dominio computacional

B.4 Condiciones de frontera en régimen laminar

Las condiciones de frontera que se emplean en este capítulo se muestran en la Figura B.3 en la cual a la frontera izquierda del dominio computacional se aplica una velocidad de $0.000012m/s$ dirección x , y $0m/s$ dirección y , sin asignar presión; en la frontera superior e inferior del dominio computacional se asigna una velocidad de $0m/s$ dirección y , una presión de $0Pa$ y no se asigna velocidad en dirección x ; en la frontera derecha del dominio computacional se asigna una presión de $0Pa$ sin asignar velocidad en x ni y ; en el cuerpo se asigna una velocidad de $0m/s$ tanto dirección x como y , sin asignar presión.

Apéndice B. Coeficiente de arrastre en círculos usando Ansys

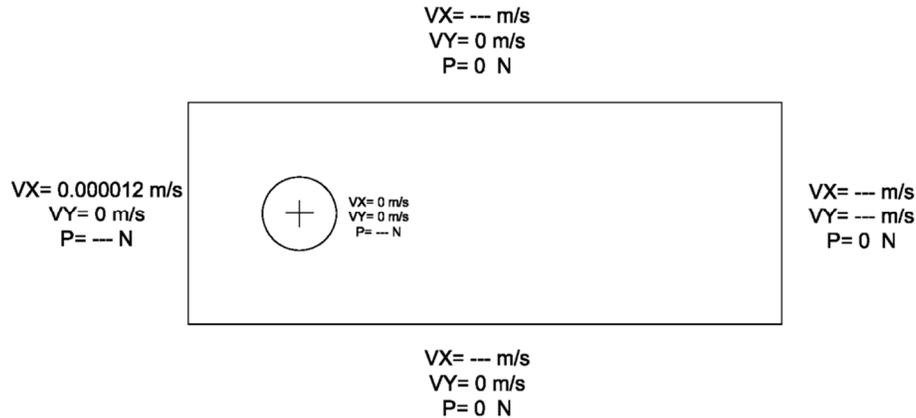


Figura B.3 Condiciones de frontera

B.5 Propiedades del fluido en régimen laminar

Las propiedades del fluido que se van a usar en este modelo se muestran en la Tabla B.1.

Tabla B.1 Propiedades del fluido en régimen laminar

Propiedad del fluido	Valor
Densidad	1.225 kg / m^3
Viscosidad	$1.5 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$
Velocidad	0.000012 m / s

Una vez definido las propiedades del modelo se procede obtener las presiones usando el *Software Ansys 11 Fluent*

B.6 Abrir Ansys

1. Buscar la carpeta “Ansys 11.0” y abrir el programa Ansys product Launchaer.

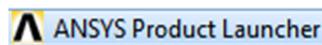


Figura B.4 Icono “ANSYS Product Launcher”

Apéndice B. Coeficiente de arrastre en círculos usando Ansys

Para comenzar a usar Ansys se recomienda abrir el “ANSYS Product Launcher” (Figura B.4) ya que a partir de ahí se puede asignar el nombre del archivo, directorio y la licencia con la que se desea trabajar.

B.7 Inicio del modelo

2. En el cuadro de lista “License” seleccionar la opción “ANSYS Mechanical/FLOTRAN” (Figura B.5 arriba).
3. En el cuadro de texto “Working Directory” seleccionar la carpeta donde se desea guardar el archivo. El botón “Browse...” abre un cuadro de dialogo para buscar la carpeta. (Figura B.5 en medio)
4. En el cuadro de texto “Job Name” Asignar el nombre del archivo. (Figura B.5 abajo)

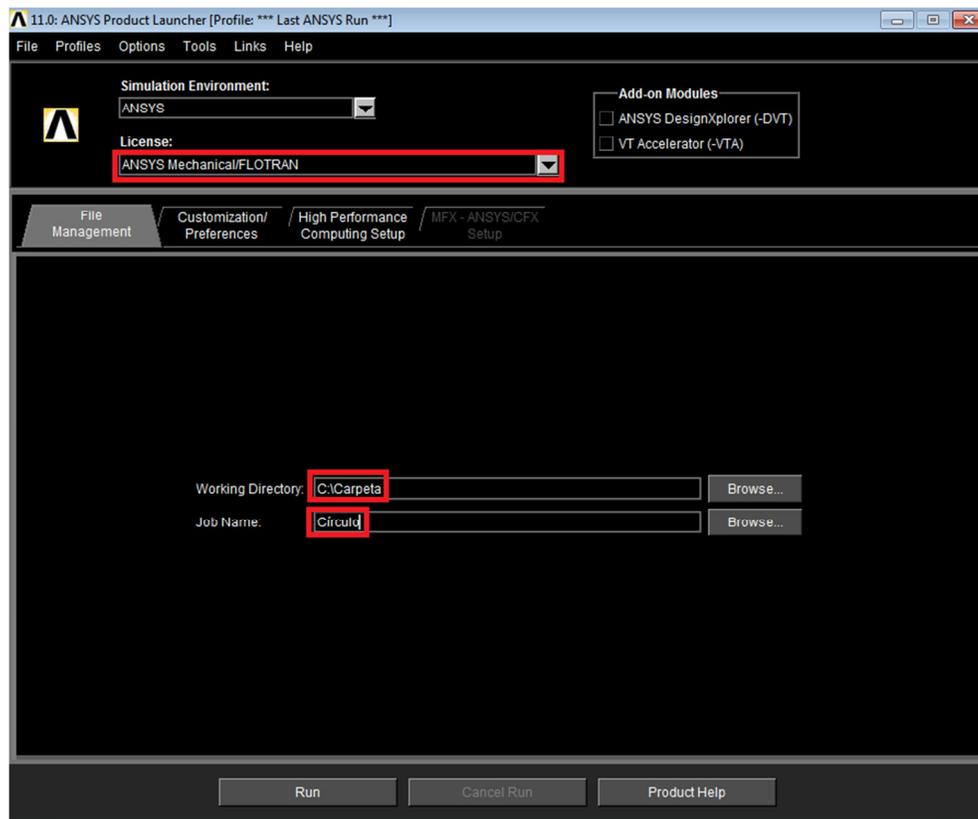


Figura B.5 Pasos de inicio del proceso

En este modelo se requiere usar la licencia de FLOTRAN la cual contiene la opción de resolver modelos de la CFD. En la Figura B.5 se muestran la licencia a elegir (Paso 2), ubicación del directorio (Paso 3) y nombre del archivo (Paso 4).

B.8 Parámetros del FLOTRAN

Una vez abierto el programa se procede a modelar y resolver el cuerpo, por lo que a continuación se describen los pasos usando el entorno de Ansys.

5. En el menú principal seleccionar:

Preferences

6. Activar la casilla “Flotran CFD” y “OK” como se muestra en la Figura B.6

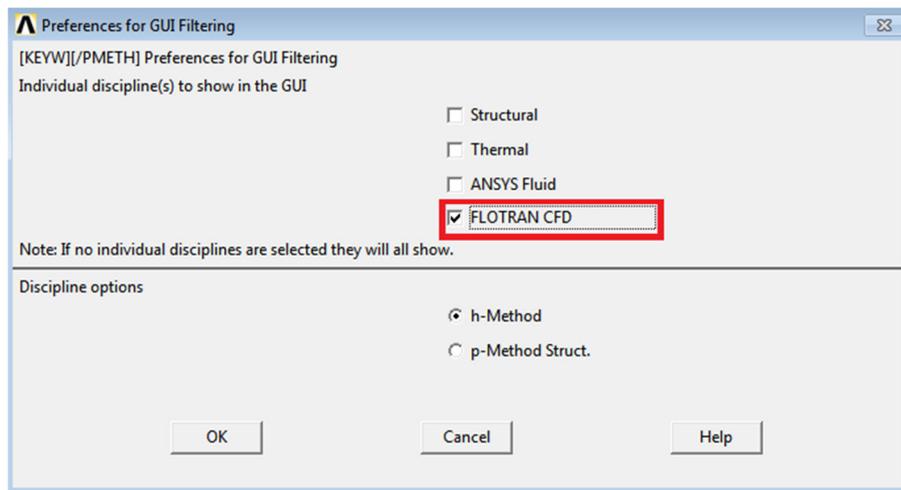


Figura B.6 activación de la casilla del FLOTRAN CFD

B.9 Agregar elemento Fluid 141

7. .En el menú principal seleccionar:

Preprocessor>Element Type>Add/Edit

8. En la ventana “Element Type” seleccionar “Add”
9. Seleccionar en el cuadro de texto “Flotran CFD” y “2D Flotran 141”; “OK” como se muestra en la Figura B.7

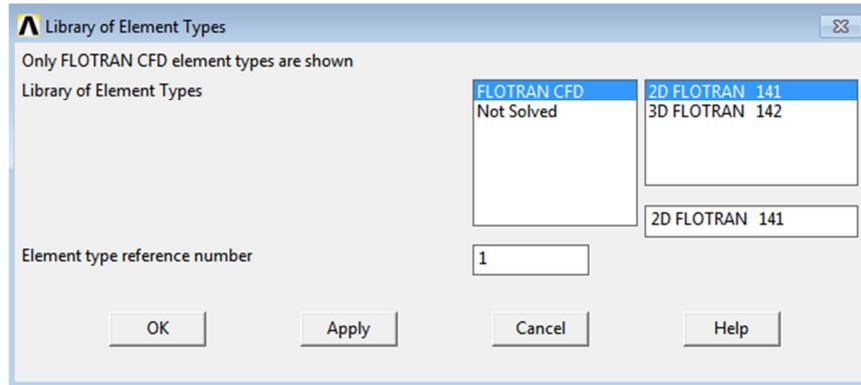


Figura B.7 Ventana “Library of Elements Types”

Al seguir los pasos 5 al 9 se podrá trabajar con todas las características para resolver modelos de la CFD en 2D.

B.10 Modelado

B.10.1 Creación del dominio computacional

10. En el menú principal seleccionar:

Preprocessor>Modeling>Create>Areas>Rectangle>By 2 Corners.

11. Completar los cuadros de texto de la ventana “Rectangle by 2 corners” de tal forma que “WP X”=0, “WP Y”=0, “Width”=80, “Height”=30 como se muestra en la Figura B.8

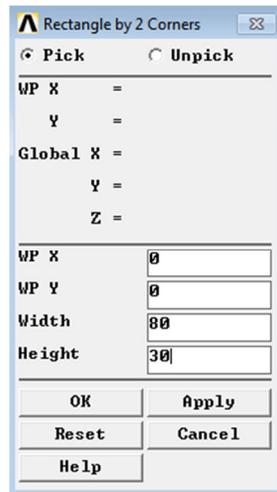


Figura B.8 Ventana “Rectangle by 2 Corners”

B.10.2 Creación del círculo

12. En el menú principal seleccionar:

Preprocessor>Modeling>Create>Areas>Circle>Solid Circle

13. Completar los cuadros de texto de la ventana “Solid Circular Area” de tal forma que “WP X”=15, “WP Y”=15, “Radius”=5 quedando el modelo como se muestra en la Figura B.9



Figura B.9 Líneas del modelo en ANSYS

En los pasos 10 al 13 se crearon las áreas del modelo: un rectángulo que es el dominio computacional, es decir la masa del fluido y un círculo que es el cuerpo a analizar. Debido a que el flujo pasa por fuera del, se requiere extraer este elemento del dominio computacional como se muestra a continuación.

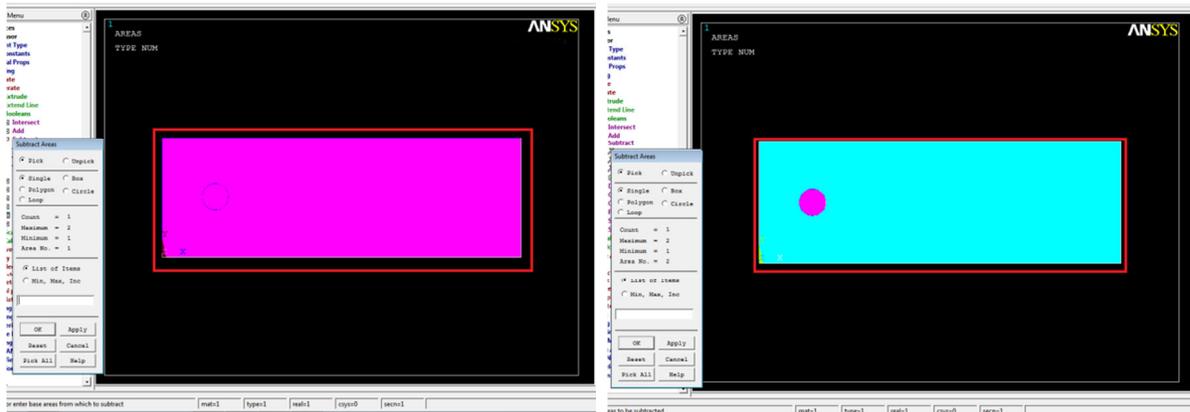
B.10.3 Substracción del círculo fuera del rectángulo

14. En el menú principal seleccionar:

Preprocessor > Modeling > Operate > Booleans > Subtract > Areas

15. Seleccionar el rectángulo; “OK”. (Figura B10a)

16. Seleccionar círculo; “OK” (Figura B10b)



a) Selección del rectángulo

b) Selección del círculo

Figura B.10 Pasos a seguir para extraer círculo del dominio



Figura B.11 Círculo sustraído del dominio

Los pasos 14 al 16 permiten sustraer cualquiera área de otra. Este paso puede llegar a ser un poco confuso ya que al seleccionar el comando (paso 14) se tiene que elegir el rectángulo después se da en “OK”, luego se selecciona el círculo y finalmente en “OK”. El resultado final se muestra en la Figura B.11

B.11 Mallado

B.11.1 División de malla en círculo

17. En el menú principal seleccionar

Preprocessor > Meshing > Size Cntrls > Manual Size > Lines > Picked Lines

18. Seleccionar el círculo y “OK”

19. En la ventana en el cuadro de texto “SIZE” asignar un tamaño de elemento de 0.1; “OK”. como se muestra en la Figura B.12

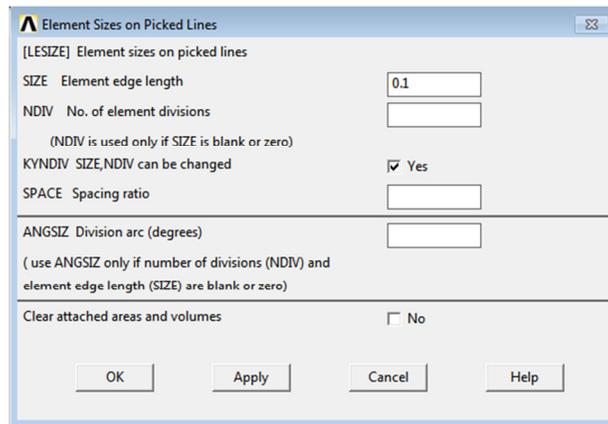


Figura B.12 Ventana “Element Sizes on Picked Lines”

B.11.2 División de malla en rectángulo

20. Se repite el paso 17; seleccionar las cuatro líneas que definen el rectángulo; “OK”; En la ventana en el cuadro de texto “SIZE” asignar un tamaño de elemento de 1.

Al seguir los pasos 17 al 20 el modelo queda como se muestra en la Figura B.13 donde la letra “M” indica que se ha modificado el tamaño del elemento.

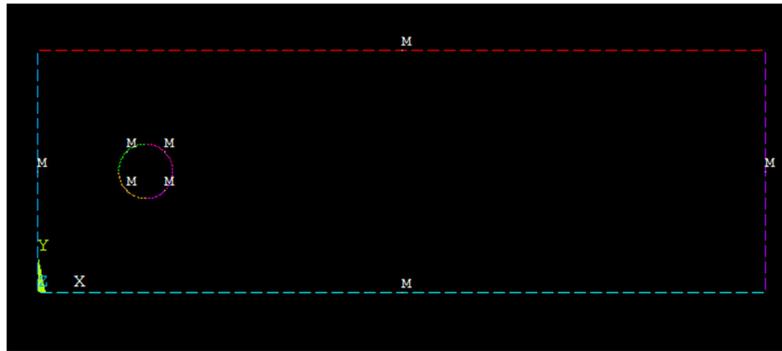


Figura B.13 Líneas del círculo y dominio divididas

B.11.3 Generación de la malla

21. En el menú principal seleccionar:

Preprocessor>Meshing>Mesh Tool

22. Asignar en “Shape:” la opción “Tri” y la opción “Free”; seleccionar mesh

23. Seleccionar el volumen de control; “OK”

Al seguir los pasos 17 al 23 el modelo queda como se muestra en la Figura B.14

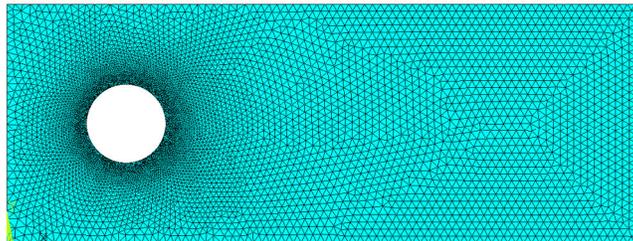


Figura B.14 Rectángulo con su malla

24. En el menú de utilidades seleccionar “Raise Hidden” (Figura B.15) y cerrar la ventana que aparece seleccionando “Close”)



Figura B.15 Botón “Raisen Hidden” para mostrar el cuadro “Mesh Tool”

La discretización es una de las partes más importantes del modelo, sin este paso no se puede resolver. Para ello se requiere crear una malla de tal forma que

en la parte cercana al cuerpo la malla sea más fina mientras que en las zonas más alejadas del cuerpo la malla sea gruesa para ello en los pasos 17 al 19 se asignó una tamaño de malla fino a los elementos del cuerpo y una malla gruesa a los elementos del rectángulo. En los pasos 21 al 23 se crea la malla con las características asignadas en los pasos anteriores. El paso 24 es extra y se usa ya que la ventana “Mesh Tool” se queda abierta, es por ello que el botón “Raise Hidden” permite mostrar esta ventana para posteriormente cerrarla.

B.12 Propiedades del modelo

B.12.1 Asignación de iteraciones

25. En el menú principal seleccionar:

Preprocessor>FLOTRAN Set Up>Execution Ctrl

26. En el cuadro de texto “EXEC Global iterations” asignar 1000

B.12.2 Tipo de flujo

27. En el menú principal seleccionar:

Preprocessor>FLOTRAN Set up>Solution Options

28. Seleccionar “Steady State”, “Adiabatic”, “Laminar”, “Incompressible”. Lo demás se queda como lo tiene Ansys

B.12.3 Propiedades específicas del fluido

29. En el menú principal seleccionar:

Preprocessor>FLOTRAN Set up>Fluid Properties

30. Seleccionar la opción de CONSTANT para todas las propiedades y “OK”.

31. En el siguiente recuadro llenar con los datos de la Tabla B.2 como se muestra en la Figura B16

Tabla B.2 Propiedades del fluido

Propiedad	Valor
Density	1.225
Viscosity	0.000015
Conductivity	-1
Specific Heat	-1

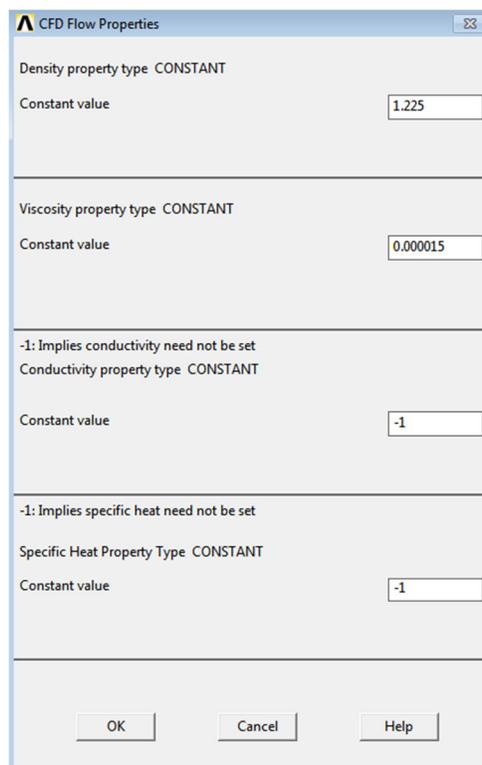


Figura B.16 Cuadro “CFD Flow Properties” con los valores densidad y viscosidad

B.12.4 Asignación de velocidades del Volumen de Control

32. En el menú principal seleccionar:

Preprocessor > Loads > Define Loads > Apply > Fluid/CFD > Velocity > On Lines

33. Seleccionar la línea superior e inferior del modelo (Figura B.17); “OK”

Apéndice B. Coeficiente de arrastre en círculos usando Ansys



Figura B.17 Selección de las líneas del dominio para agregar la velocidad

34. Dejar vacío "VX", y asignar "VY"=0 (Figura B.18); "OK"

La imagen muestra la ventana de diálogo "Apply VELO load on lines" en Ansys. El título de la ventana es "[DL] Apply Velocity Constraints on lines". La interfaz contiene tres secciones para configurar las velocidades VX, VY y VZ. Cada sección tiene un menú desplegable "Apply [VX/VY/VZ] load as a" con "Constant value" seleccionado, y un campo de texto "If Constant value then: [VX/VY/VZ] Load value". En la sección de VY, el valor "0" está ingresado. Debajo de estas secciones, hay tres opciones de casillas de verificación: "Apply to endpoints?" (marcada con "Yes"), "Moving wall?" (marcada con "No") y "Generalized Symmetry?" (marcada con "No"). En la parte inferior, hay una nota: "NOTE: Blank values not interpreted as 0's !!!" y tres botones: "OK", "Cancel" y "Help".

Figura B.18 Cuadro "Apply VELO load on lines" para la velocidad del dominio

B.12.5 Asignación de velocidades en el círculo

35. Repetir el paso 32; seleccionar los cuatro elementos que definen al círculo; "OK"; En la ventana que aparece asignar "VX"=0; "VY"=0.

B.12.6 Asignación de la velocidad de entrada.

36. Repetir el paso 32; Seleccionar la línea vertical izquierda del rectángulo (Figura B.19); "OK" En la ventana asignar "VX"=0.000012 y "VY"=0. Esta velocidad corresponde a un número de Reynolds de $Re = 1 \times 10^1$.



Figura B.19 Selección de línea para asignar velocidad de entrada

Para asignar que velocidad tendrá el viento en el cuerpo estanco se asigna una velocidad de entrada. La velocidad de entrada siempre será la línea vertical izquierda del volumen de control (Figura B.19) y se le asigna una velocidad mayor a cero en VX como se explicó en el capítulo B.4

B.12.7 Asignación de las Presiones.

37. En el menú principal seleccionar:

Preprocessor > Loads > Define Loads > Apply > Fluid/CFD > Pressure DOF > On Lines

38. Seleccionar las líneas marcadas en la Figura B.20; "OK"



Figura B.20 líneas donde se aplicara la presión

39. En la ventana “Apply PRES on lines” asignar un valor de 0 en el cuadro de texto

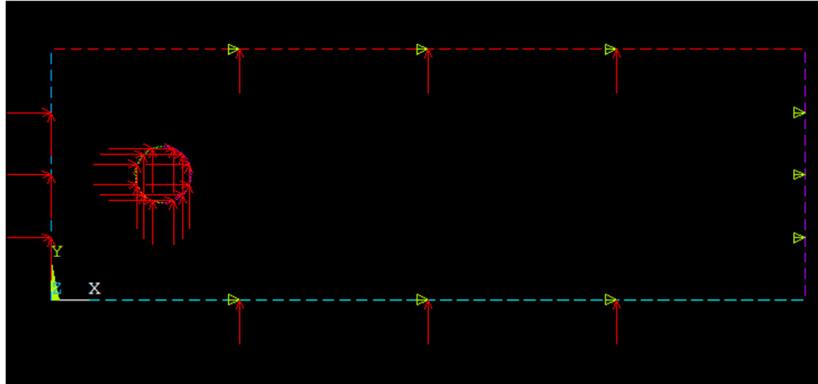


Figura B.21 velocidades y presiones aplicadas al modelo

En todo modelo se tiene que asignar una presión de salida, para ello, se siguen los pasos del 37 al 39. Este modelo no tiene una presión externa más que la atmosférica por lo que no llevara presión. La presión de salida corresponde a la línea superior, inferior y derecha del volumen de control (Figura B.20) donde se le asignara una presión de cero. Una vez asignada la presión y la velocidad se verá el modelo como en la Figura B.21 donde las flechas indican la velocidad y los triángulos la presión.

B.12.8 MIR Stabilization

40. En el menú principal seleccionar:

Preprocessor>FLOTRAN Set up>Relax/Stab/Cap>MIR Stabilization

41. Asignar a *MOME Momentum Equation* el valor de 0.9 y OK como se muestra en la Figura B.22

Apéndice B. Coeficiente de arrastre en círculos usando Ansys

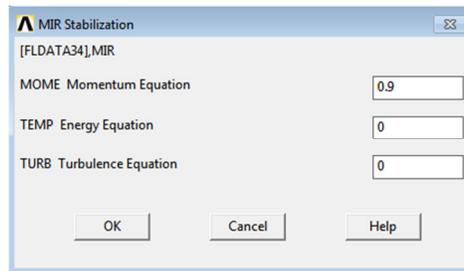


Figura B.22 Cuadro MIR Stabilization

En ocasiones al momento de correr el programa puede mostrar un error de divergencia y el análisis se detiene por lo que se recomienda asignar un valor entre 0 y 1 a la ecuación de estabilización de momento.

Este error suele darse cuando se asigna flujo laminar y es necesaria un flujo turbulento, no obstante también se puede dar en flujo turbulento cuando, debido a la geometría, existen problemas con la viscosidad al momento de resolverlo. Con este paso el programa converge más fácilmente.

Hasta aquí se tiene el modelo discretizado con sus propiedades, a continuación se muestra cómo resolverlo y la lectura de los resultados.

B.13 Solución

42. En el menú principal seleccionar:

Solution>Run FLOTRAN

Apéndice B. Coeficiente de arrastre en círculos usando Ansys

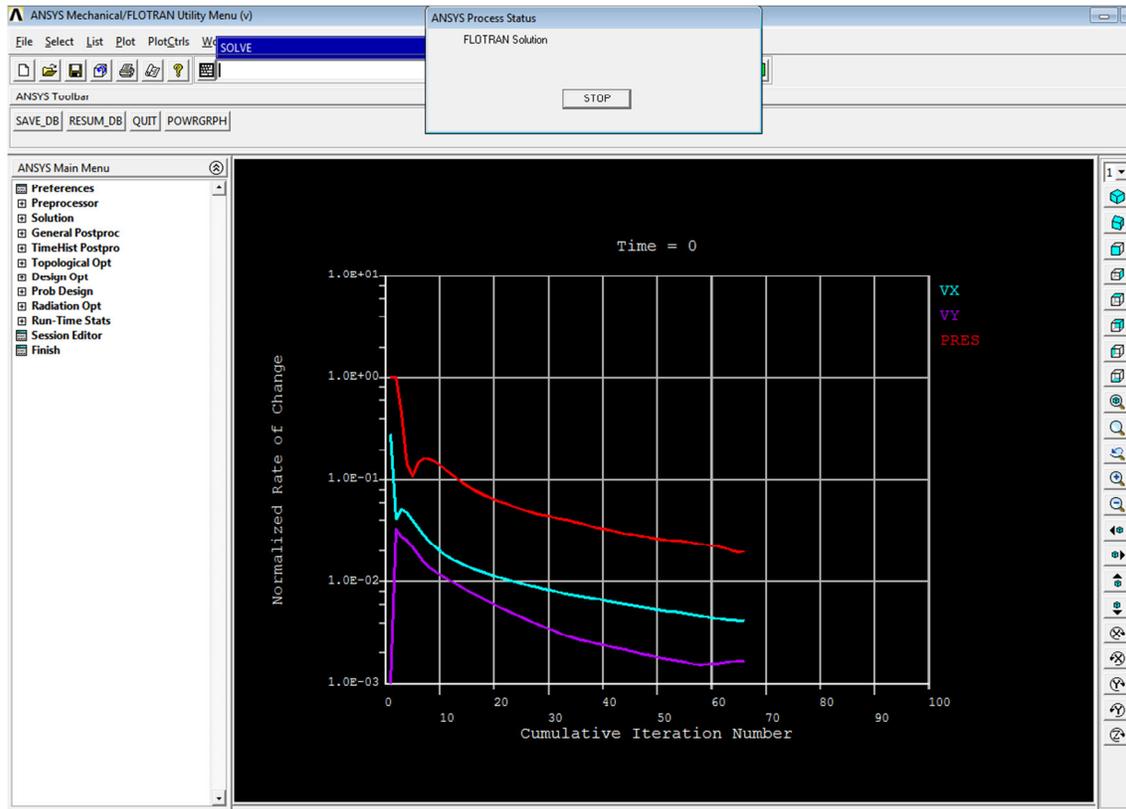


Figura B.23 Gráfica del variación de valores de VX, VY y PRES

Para resolver el modelo se sigue el paso 42. Al momento de resolver se mostraran unas gráficas (Figura B.23) que representan la variación de cambio de las variables. Cuando el modelo presenta un problema de divergencia se detiene el proceso.

B.14 Visualización de resultados

Existen varias maneras de visualizar los resultados: uno es indicando que lea el ultimo resultado o seleccionar que resultado se desea ver

B.14.1 Leer último resultado

43. En el menú principal seleccionar:

General Postproc>Read Results> Last Set

B.14.2 Leer un resultado específico

44. En el menú principal seleccionar:

General Postproc>Read Results> By Pick

45. En la ventana “Result File” Seleccionar el resultado deseado como se muestra en la Figura B.24

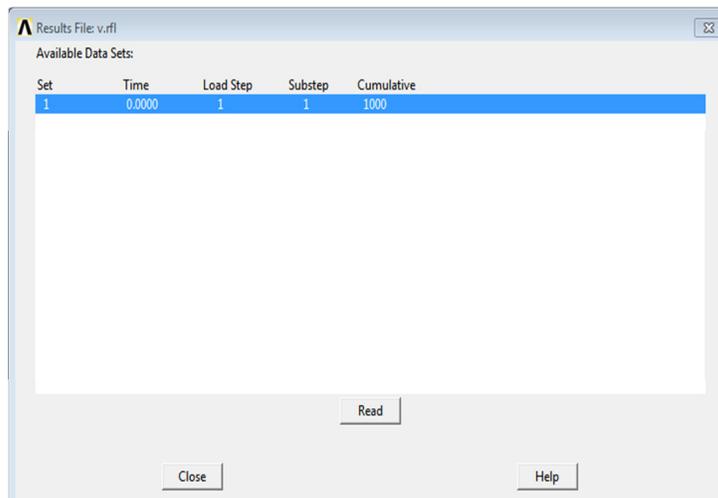


Figura B.24 Cuadro “Results File”

B.14.3 Ver gráficas

46. En el menú principal seleccionar:

General Postproc>Results Viewer

Al seleccionar este comando aparecerá una barra de menús con listas desplegadas (Figura B.25). Aquí se selecciona la propiedad que se desea ver como la presiones (Figura B.26) o la velocidad (Figura B.27) y aquí mismo se puede seleccionar a que resultado se desea ver ya sea el primer set o el último.

Otra ventaja que tiene usar este comando es que se puede obtener la lista de los valores que se visualizan en la pantalla (Figura B.28).

Apéndice B. Coeficiente de arrastre en círculos usando Ansys

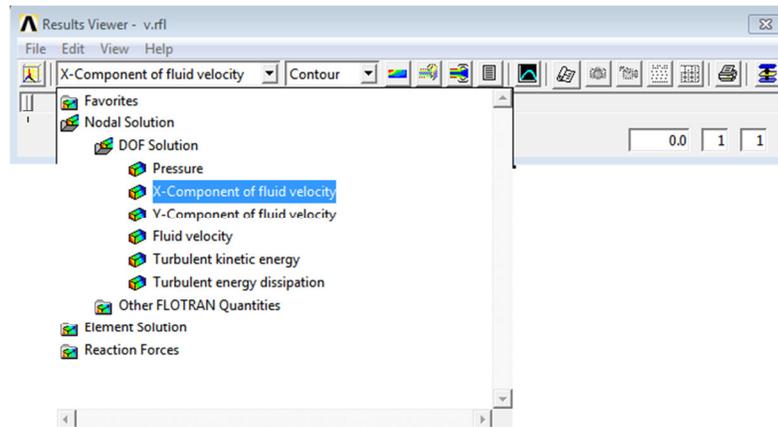


Figura B.25. Lista desplegable de las soluciones disponibles.

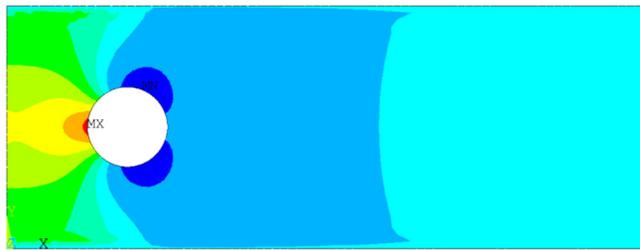


Figura B.26 Presiones mostradas desde el Result Viewer

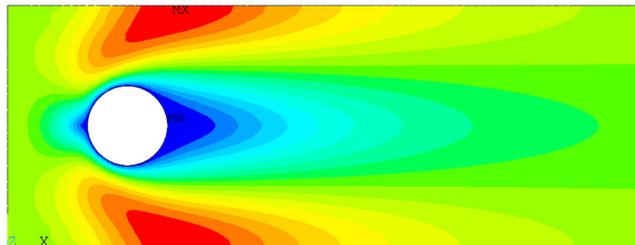


Figura B.27 Velocidades mostradas desde el Result Viewer

Apéndice B. Coeficiente de arrastre en círculos usando Ansys

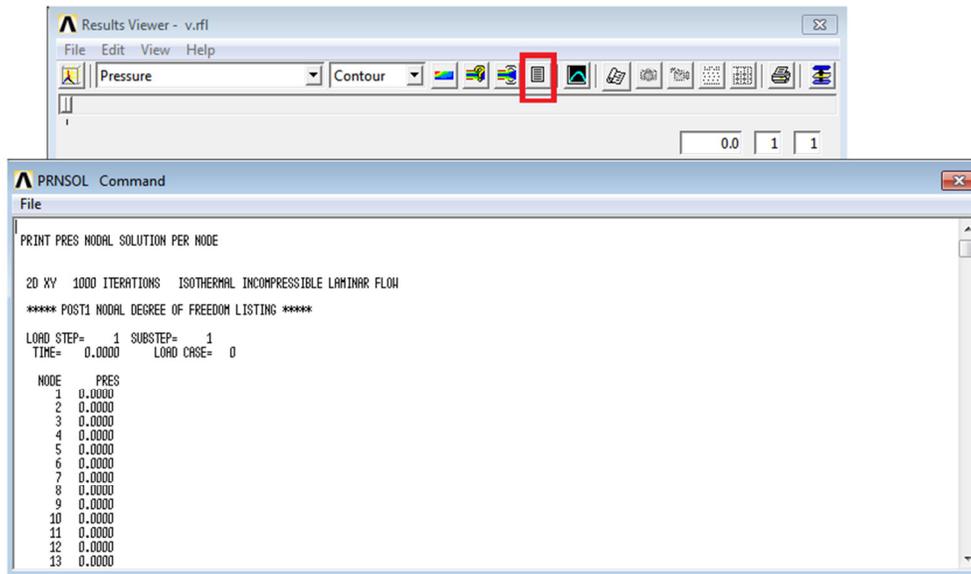


Figura B.28 Lista de presiones y botón para mostrar esta lista

Una vez visualizados los datos es necesario trabajar con ellos. Para ello la manera más sencilla de hacerlo es creando un *path*. Un *path* es un conjunto de valores a lo largo de un elemento ya sean las presiones o las velocidades. La ventaja de los *paths* es que se puede elegir que datos se necesitan para cierta parte del cuerpo además de que se puede elegir a que cierta distancia se desea los datos. A continuación se explica cómo trabajar con los *paths*.

B.14.4 Definir un *Path*

47. En el menú principal seleccionar:

General PostProc > Path operations > Define Path > On Working Plane

48. Seleccionar la opción Circular Path como se muestra en la Figura B.29

Apéndice B. Coeficiente de arrastre en círculos usando Ansys

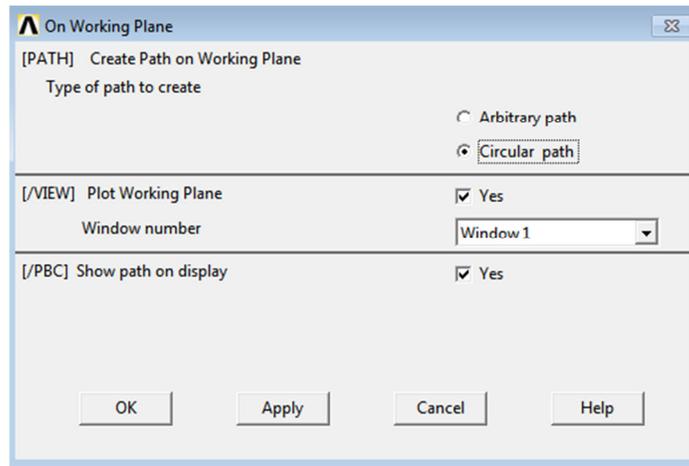


Figura B.29 Ventana “On Working Plane”

49. En la ventana “Circular Path Points” llenar los datos con “WP X=15”; “WP Y=15”; “Radius=5”
50. Asignar el nombre de CIRCULO al *path*, indicar 30 divisiones y 30 elementos (Figura B.30)

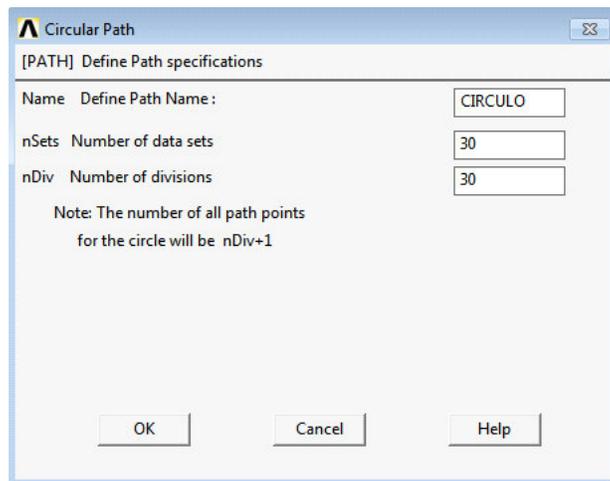


Figura B.30 Ventana “Circular Path”

Para definir el path siguen los pasos de 47 al 50 donde se asigna un *path* para el círculo, se indican donde está ubicado el cuerpo y se le asigna un nombre con sus divisiones.

B.14.5 Asignar atributos al path

51. En el menú principal seleccionar:

General PostPoc > Path Operations > Map on to path.

52. En la ventana "Map Result Items onto Path" en el cuadro de texto "Lab" escribir el nombre de "PRESIONES"; en el cuadro de lista "Item" seleccionar "DOF solution" en el cuadro combinado seleccionar "Pressure PRES" como se muestra en la Figura B.31

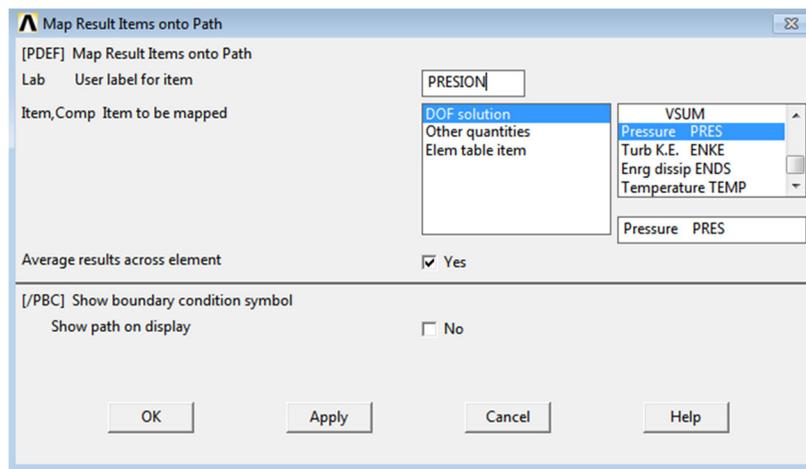


Figura B.31 Ventana "Map Result Items onto Path"

Para asignar los atributos al *path* se siguen los pasos 51 y 52 donde se le da el nombre de PRESION y se le asignan las presiones (Figura A.64).

B 14.6 Visualización del path

53. En el menú principal seleccionar:

General PostPoc > Path Operations > Plot path Item.

Después se despliegan tres opciones las cuales muestra los resultados de formas distintas

Apéndice B. Coeficiente de arrastre en círculos usando Ansys

- **On Graph:** En la ventana que aparece se selecciona la opción “PRESION” y muestra la gráfica de las presiones a lo largo del path en un plano cartesiano. (Figura B.32a)
- **On Geometry:** En la ventana que aparece se selecciona la opción “PRESION” y muestra la distribución de presiones a lo largo del path. (Figura B.32b)
- **List Path Items:** En la ventana que aparece se selecciona la opción “PRESION” y muestra una lista con la ubicación del path (S) y la presión que le corresponde (P). (Figura B.32c)

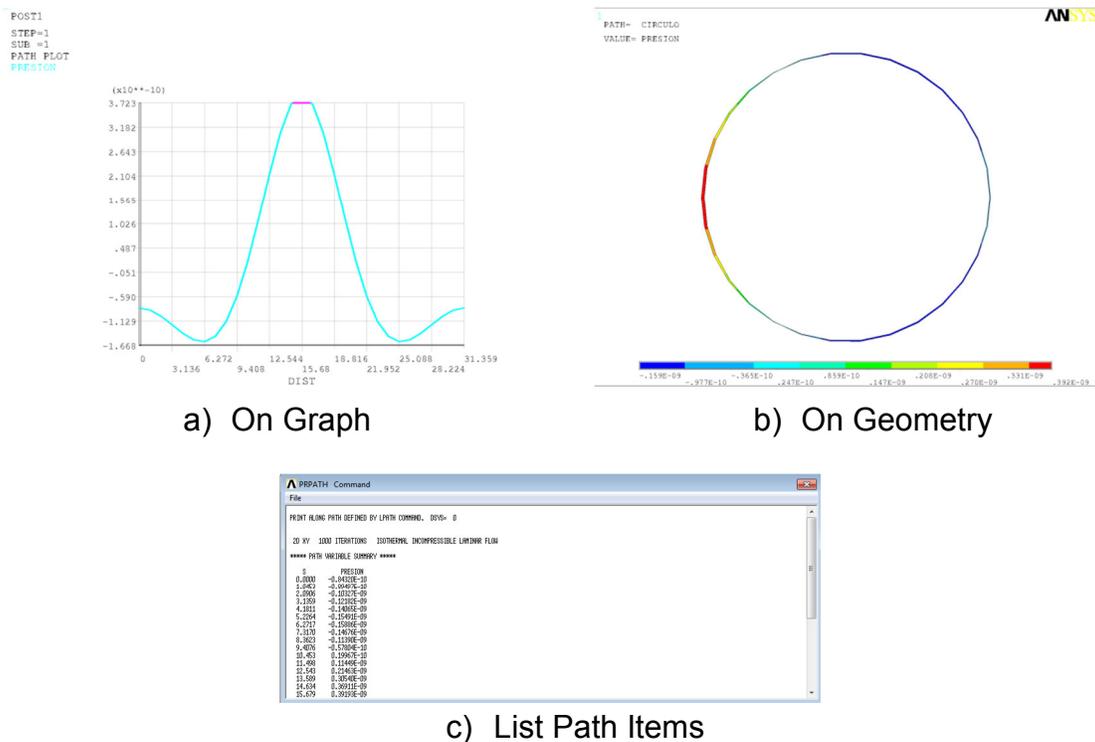


Figura B.32 Diferentes visualizaciones de los elementos del path

Para obtener los coeficientes aerodinámicos es necesario tener los valores en forma de lista (List Path Items) que son los que se muestran en la Figura A.70c. Estos valores se pueden guardar para después importarlos a Excel.

B.14.7 Importar archivos a Excel 2010

54. En la barra de herramientas seleccionar el botón “Datos” y la opción de “Desde Texto” como se muestra en la Figura B.33.



Figura B.33 Menu de Excel

55. En la ventana “Importar archivo de texto” cambiar el cuadro combinado la opción de “Todos los archivos” como se muestra en la Figura B.34

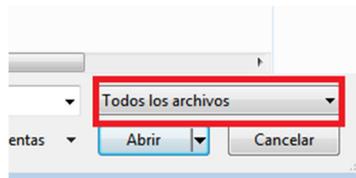


Figura B.34 Cuadro Importar archivo de texto

56. En la ventana “Asistente para importar texto” seleccionar el botón de opción “Delimitados”; y dar clic en “siguiente” como se muestra en la Figura B.35

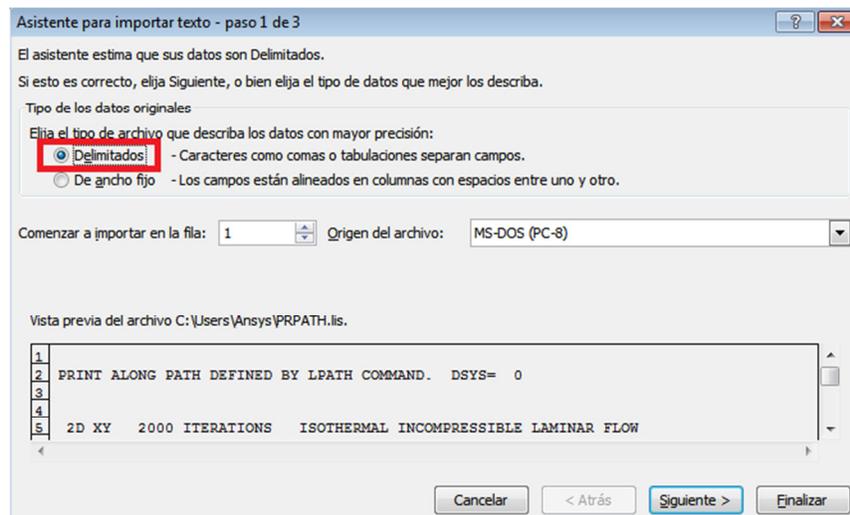


Figura B.35 Cuadro Asistente para importar texto paso 1 de 3

57. En la casilla de verificación seleccionar únicamente “Espacio”; dar clic en “Siguiente” como se muestra en la Figura B.36

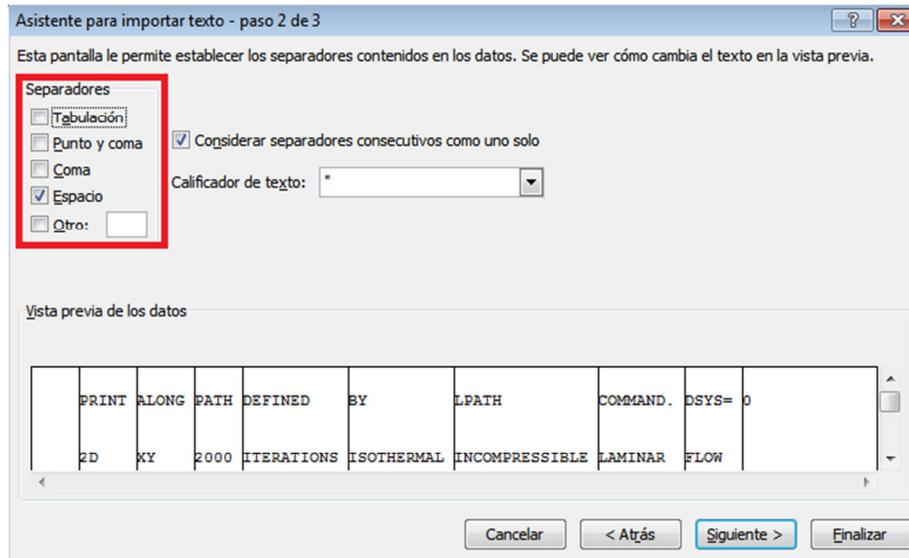


Figura B.36 Cuadro Asistente para importar texto paso 2 de 3

58. En la ventana siguiente en el área “Vista previa de los datos” se pueden seleccionar las columnas; seleccionar cada columna y al mismo tiempo por cada columna seleccionar el botón de opción “No importar” para todas las columnas excepto la segunda y tercera columna; la segunda y tercera columna seleccionar el botón de opción “General”. En el área de “vista previa de los datos” en la parte superior de la columna viene el formato con el que se va a importar donde “Saltar columna” indica que no se importará y “General” que se importara con formato general. Todo esto se puede ver en la Figura B.37

Apéndice B. Coeficiente de arrastre en círculos usando Ansys

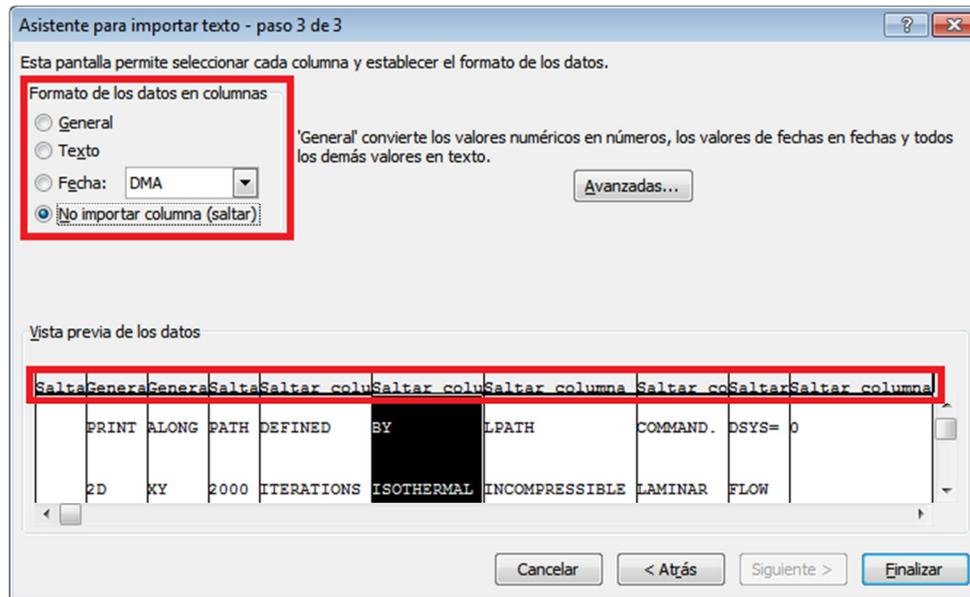


Figura B.37 Cuadro Asistente para importar texto paso 3 de 3

59. Se asigna la celda A1 para situar los datos

Para importar archivos Excel muestra una forma de hacerlo desde el botón de desde texto, sin embargo los archivos guardados no tienen un formato de archivo definido por lo que no se pueden considerar archivos .txt así que es necesario decirle en el paso 55 que se desean ver todos los archivos. Una vez seleccionado el archivo en el paso 56 se indica que los datos están separados por algún atributo ya sea una coma, un punto, un espacio, etc. Después, en el paso 57 se selecciona el tipo de separador el cual es el espacio. Al asignar un espacio como separador se crean varias columnas innecesarias, por lo que en el paso 58 se selecciona la columna que no deseamos importar y se selecciona la opción “No importar columna (saltar)”. Esto se tiene que hacer para cada columna no deseada. Las únicas columnas que contienen los datos son las dos y la tres. Finalmente se selecciona en el paso 64 dónde se desea colocar los datos. Para mayor comodidad se selecciona la celda A1.

Los datos que corresponden para este modelo se pueden observar en la Tabla B.3 donde la primera y tercer columna corresponden a la separación a partir del origen y las columnas dos y cuatro corresponden a las presiones de dichas distancias.

Tabla B.3 Distribución de presiones del *Path*

S (m)	PRESION (Pa)	S	PRESION (Pa)
0	-8.43E-11	16.725	3.69E-10
1.05	-8.95E-11	17.77	3.04E-10
2.09	-1.03E-10	18.815	2.13E-10
3.14	-1.22E-10	19.86	1.13E-10
4.18	-1.41E-10	20.906	1.87E-11
5.23	-1.55E-10	21.951	-5.89E-11
6.27	-1.59E-10	22.996	-1.14E-10
7.32	-1.47E-10	24.042	-1.47E-10
8.36	-1.14E-10	25.087	-1.59E-10
9.41	-5.78E-11	26.132	-1.55E-10
10.5	2.00E-11	27.177	-1.40E-10
11.5	1.14E-10	28.223	-1.22E-10
12.5	2.15E-10	29.268	-1.03E-10
13.6	3.05E-10	30.313	-8.94E-11
14.6	3.69E-10	31.359	-8.43E-11
15.7	3.92E-10		

B.15 Integración de presiones

Una vez importado el archivo se puede observar que vienen dos datos: S y PRESION. El primero indica la distancia del círculo a partir del origen y el segundo es el nombre del *path* que contiene los datos de las presiones. Las presiones están dirigidas al centro del cuerpo por lo que si la presión es negativa significa que sale del cuerpo, mientras que si es positiva, entra.

El coeficiente de arrastre es una fuerza en dirección X por lo que se requiere descomponer las presiones en esta dirección. Para ello se usara el comando de Excel “COS” el cual nos pide un valor en radianes y devuelve su coseno.

La ecuación (B.1) permite obtener la proyección de la presión en dirección x donde P_x es la presión en dirección x, s es el arco del círculo, r es el radio del círculo, P_n es la presión entrante al círculo.

Apéndice B. Coeficiente de arrastre en círculos usando Ansys

$$P_x = -\cos\left(\frac{s}{r}\right)P_n \quad (\text{B.1})$$

Para integrar las presiones en x se usa el método del trapecio como se vio en el capítulo 4. A continuación se explica cómo obtener la fuerza integrando las dos primeras presiones de la Tabla B.2

Para el primer dato de la Tabla B.2, se tiene que $s=0.0$, $r=5$ y $P_N = -8.43 \times 10^{-11}$. Aplicando la ecuación (B.2), se tiene

$$P_x = -\cos\left(\frac{0.0}{5}\right)(-8.43 \times 10^{-11}) = 8.43 \times 10^{-11} \text{ N / m}^2$$

Para el segundo dato de la Tabla B.3 se tiene que $s=1.05$, $r=15$ y $P_N = -0.1551$. Aplicando la ecuación (B.1), se tiene

$$P_x = -\cos\left(\frac{1.05}{5}\right)(-8.95 \times 10^{-11}) = 8.75 \times 10^{-11} \text{ N / m}^2$$

Aplicando la ecuación 4.12 del capítulo 4

$$F_N = (P_0 + P_1) \frac{h}{2} \quad (\text{4.12})$$

$$F_1 = (8.43 \times 10^{-11} + 8.75 \times 10^{-11}) \frac{(1.0453 - 0.0)}{2} = 8.98 \times 10^{-11}$$

Al hacer la descomposición y la integral de todas presiones se obtiene una fuerza paralela al flujo de $3.39 \times 10^{-9} \text{ N}$

Aplicando la ecuación 4.1 del capítulo 4 se tiene que

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho V^2 B} \quad (\text{4.1})$$

$$C_D = \frac{3.39 \times 10^{-9}}{\frac{1}{2} (1.225) (1.2 \times 10^{-5})^2 (10)} = 3.84$$

B.16 Flujo turbulento

La diferencia entre el flujo turbulento y el laminar radica en ciertos parámetros del flujo que hacen que a cierta velocidad cambie de laminar a turbulento, para ello se tomó una velocidad de 20 m/s la cual se aplica en el paso 36. El tipo de régimen se indica en el paso 27 y 28 los cuales son cambiados por los pasos del 60 al 64 para un flujo turbulento.

60. En el menú principal seleccionar:

Preprocessor > FLOTRAN Set up > Solution Options

61. Seleccionar en el cuadro combinado “TURB Laminar or Turbulent” la opción de “Turbulent”

62. En el menú principal seleccionar:

Preprocessor > FLOTRANS Set up > Turbulence > Turbulence Model

63. En la ventana “Turbulence Model Choice” seleccionar “Standard K-E”

64. En la ventana “Standard K-E Model” seleccionar “OK” sin modificar los valores que vienen

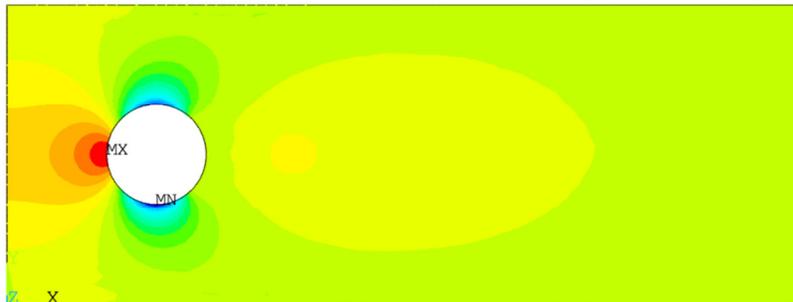


Figura B.38 Distribución de presiones a flujo turbulento

En la Figura B.38 se muestra la distribución de presiones para un flujo turbulento. Al hacer la integral de todos los elementos se obtiene una fuerza de arrastre de $D = 1223.45\text{ N}$ y un coeficiente de arrastre de $C_D = 0.5$.

Apéndice C

Coeficiente de arrastre en triángulos usando Ansys

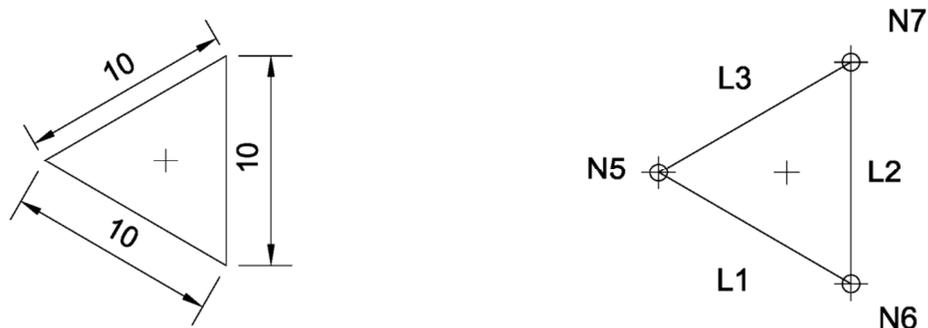
C.1 Introducción

En este apéndice se muestra la obtención del coeficiente de arrastre para un triángulo a flujo laminar y turbulento. Este mismo procedimiento se puede tomar para cuerpos cuyo perímetro este definido exclusivamente por líneas rectas.

C.2 Dimensiones del cuerpo

Para el modelo se tomó un triángulo equilátero de 10 m de lado orientado como se muestra en la Figura C1a. La numeración de los puntos (representados por la letra N) y elementos (representados por la letra L) del triángulo se muestran

en la Figura C1b. La numeración comienza a partir del cinco ya que los primeros cuatro puntos corresponden al volumen de control.



a) Dimensiones del triángulo

b) Numeración de nodos y elementos del triángulo

Figura C.1 Dimensiones del modelo

C.3 Dominio computacional

El dominio computacional o volumen control usado en este apéndice tiene una longitud de 80m de largo y 30m de alto. El centro geométrico del cuerpo se encuentra a 15.77m de la frontera izquierda del dominio y a 15m de la frontera inferior como se muestra en la Figura C2. El centro geométrico del triángulo se encuentra a 5.77m del nodo N5 y se representa en la Figura C2 con una cruz.

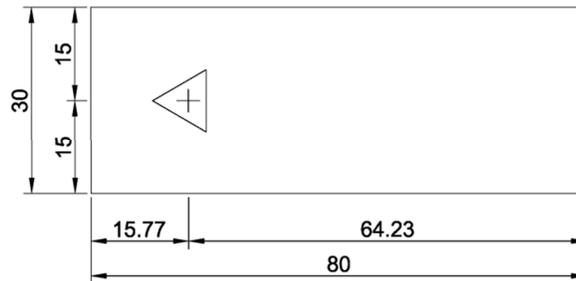


Figura C.2 Dimensiones del dominio computacional

La ubicación de los puntos del triángulo se puede ver en la Tabla C.1 donde la columna “Punto” corresponde a los puntos que conforman al triángulo y las columnas “x” e “y” corresponde a sus coordenadas cartesianas.

Tabla C.1 Ubicación de los puntos del triángulo

Punto	x(m)	y(m)
5	10.00	15.00
6	18.66	10.00
7	18.66	20.00

C.4 Condiciones de frontera en régimen laminar

Las condiciones de frontera que se emplea en este capítulo se muestran en la Figura C3 en la cual a la frontera izquierda del dominio computacional se aplica una velocidad de 0.0085 m/s dirección x , y 0 m/s dirección y , sin asignar presión; en la frontera superior e inferior del dominio computacional se asigna una velocidad de 0 m/s dirección y , una presión de 0 Pa y no se asigna velocidad en dirección x ; en la frontera derecha del dominio computacional se asigna una presión de 0 Pa sin asignar velocidad en x ni y ; en el triángulo se asigna una velocidad de 0 m/s tanto dirección x como y , sin asignar presión.

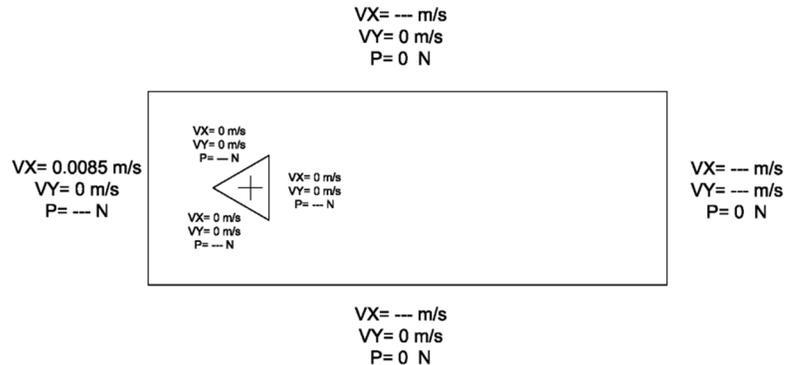


Figura C.3 Condiciones de frontera

C.5 Propiedades del fluido en régimen laminar

Las propiedades del fluido que se van a usar en este modelo se muestran en la Tabla C.2.

Tabla C.2 Propiedades del fluido en régimen laminar

Propiedad del fluido	Valor
Densidad	1.225 kg / m^3
Viscosidad	$1.5 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$
Velocidad	0.0085 m / s

Una vez definido las propiedades del modelo se procede a mostrar cómo obtener el las presiones usando el *Software Ansys 11 Fluent*

C.6 Inicio del modelo

1. Crear un archivo nuevo
2. En el menú principal seleccionar

Preferences

3. Activar “FLOTRAN CFD”
4. En el menú principal seleccionar

Preprocessor>element Type>Add/Edit

5. En la ventana “Element Types” seleccionar “Add...”
6. En la ventana “Library of Element Types” seleccionar “FLOTRAN CFD” y “2D FLOTRAN 141”

C.7 Modelado

C.7.1 Creación del rectángulo

7. En el menú principal seleccionar:

Preprocessor>Modeling>Create>Areas>Rectangle>By 2 Corners.

8. Llenar los datos con Wp X=0; Wp Y=0; Width=135; Heigh=45

C.7.2 Creación del cuerpo

9. En el menú principal seleccionar:

Preprocessor>Modeling>Create>Keypoint>In Active CS

10. En la ventana “Create Keypoints in Active Coordinates System” indicar el número del punto en el cuadro de texto “NPT Keypoint Number”; Sobre los cuadros de texto del “X,Y,Z Location in active CS” indicar la coordenada x en el primer cuadro de texto, la coordenada y en el segundo cuadro; y dejar vacío el tercer cuadro como se muestra en la Figura C.4, donde se muestran los datos del punto N5. Este paso se debe hacer para los tres puntos del triángulo (Tabla C.1).

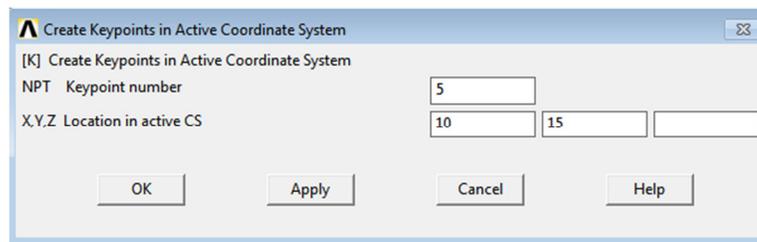


Figura C.4 Cuadro de creación de nodos

11. En el menú principal

Preprocessor>Modeling>Create>Areas>Arbitrary>Through KPs

12. Seleccionar los tres nodos y “OK” como se muestra en la Figura C.5



Figura C.5 Selección de los puntos para crear área



Figura C.6 Área creada

Para crear el área, a diferencia del Apéndice A, primero se necesita crear los puntos y a partir de ahí crear el área como se ve en los pasos 9 al 12. En la Figura C9 se muestra el triángulo creado encima del volumen de control.

C4.3 Extracción del cuerpo del volumen de control

13. En el menú principal seleccionar

Preprocessor > Modeling > Operate > Booleans > Subtract > Areas

14. Seleccionar el volumen de control (Figura C.7a); "OK", seleccionar el cuerpo que se desea extraer (Figura C.7b); "OK".



a) Selección de volumen de control



b) Selección de Figura



c) Figura extraída

Figura C.7 Pasos para extraer la Figura del volumen de control.

Al seguir los pasos 13 y 14 queda como en la Figura C7c

C.8 Mallado

15. En el menú principal seleccionar:

Preprocessor>Meshing>Size Cntrls>ManualSize>Lines>Picked Lines

16. Seleccionar las fronteras del volumen de control; “OK”; en el cuadro de texto “Size” asignar un valor de 1

17. Repetir el paso 15; seleccionar las tres líneas del triángulo; “OK”; en el cuadro de texto “Size” asignar un valor de 0.1

18. En el menú principal seleccionar:

Preprocessor>Meshing>Mesh Tool

19. Asignar la opción “Tri” y la opción “Free”; seleccionar “mesh”

20. Seleccionar el volumen de control; “OK”

La Figura C8 muestra el modelo discretizado con malla irregular y triangular

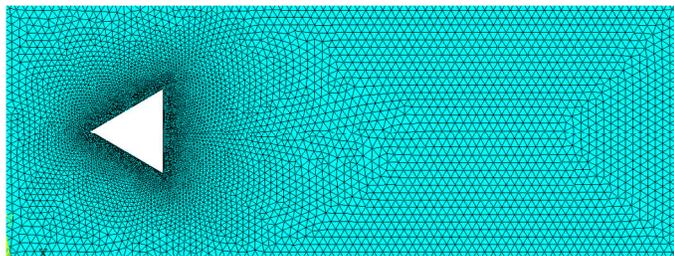


Figura C.8 Modelo mallado

C.9 Propiedades del modelo

C.9.1 Iteraciones

21. En el menú principal seleccionar

Preprocessor>FLOTRAN Set Up>Execution Ctrl

22. Asignar al cuadro de texto “EXEC Global iterations” un valor de 1000

C.9.2 Tipo de flujo

23. En el menú principal seleccionar:

Preprocessor>FLOTRAN Set up>Solution Options

24. Seleccionar “Steady State”, “Adiabatic”, “Laminar”, “Incompressible”. Lo demás se queda como lo tiene Ansys

C.9.3 Propiedades del fluido

25. En el menú principal seleccionar.

Preprocessor>FLOTRAN Set up>Fluid Properties

26. Seleccionar en todas las propiedades la opción “Constant”; llenar los datos de la ventana “CFD Flow Properties” con los que se muestran en la Tabla C.3

Tabla C.3 Propiedades del fluido

Propiedad	Valor
Density	1.225
Viscosity	0.000015
Conductivity	-1
Specific Heat	-1

27. En el menú principal seleccionar:

Preprocessor>FLOTRAN Set up>Relax/Stab/Cap>MIR Stabilization

28. Asignar al cuadro de texto “MOME Momentum Equation” un valor de 0.9

C.10 Asignación de velocidades y presiones

29. En el menú principal seleccionar:

**Preprocessor>Loads>Define Loads>Apply>Fluid/CFD>Velocity>On
Lines**

30. Seleccionar las líneas superior e inferior del volumen de control; “OK”, dejar vacío “VX” y asignar a “VY” un valor de 0.

31. Repetir el paso 29; seleccionar los tres elementos del triángulo; “OK”, asignar una valor de 0 tanto para “VX” como “VY”

32. Repetir el paso 29; seleccionar la línea vertical izquierda del volumen de control; “OK”; asignar un valor de 0.0085 en “VX” y 0 en “VY”

33. En el menú principal seleccionar:

**Preprocessor>Loads>Define Loads>Apply>Fluid/CFD>Pressure
DOF>On Lines**

34. Seleccionar la línea superior, inferior y derecha del volumen de control; “OK”; Asignar un valor de 0 en el cuadro de texto

En la Figura C9 se muestran las velocidades y presiones aplicadas al modelo. Las flechas indican las velocidades y los triángulos las presiones.

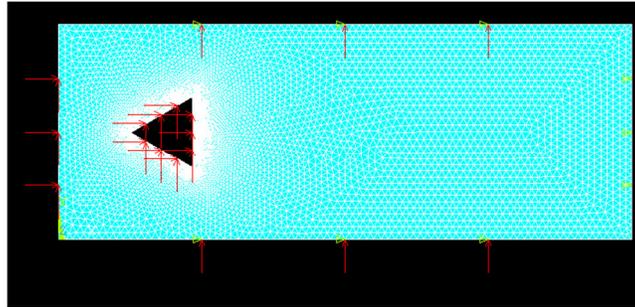


Figura C.9 Aplicación de velocidades y presiones

C.11 Resolución del modelo

35. En el menú principal seleccionar

Solution>Run FLOTRAN

C.12 Visualización de resultados

36. En el menú principal seleccionar

General Postproc>Results Viewer

37. En el cuadro combinado seleccionar Nodal solution, DOF Solution, Pressure; en la barra seleccionar la línea de la derecha

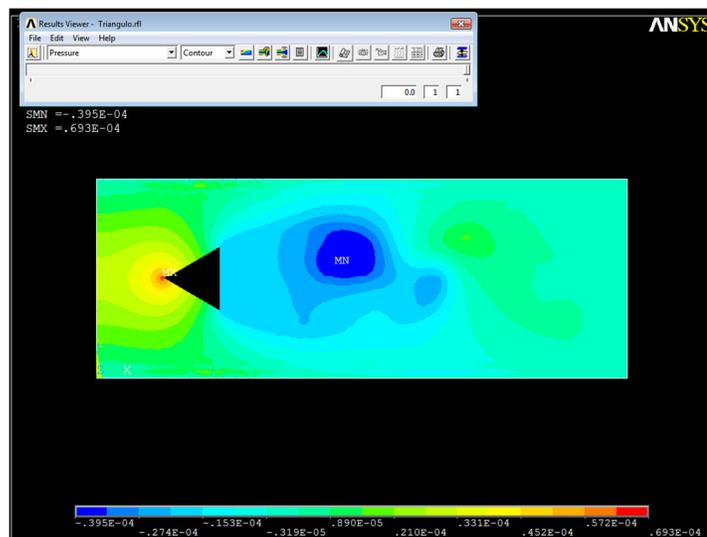


Figura C.10 Distribución de presiones del modelo

En la Figura C10 se observa cómo quedaría después de seguir los pasos 36 y 37. Aquí se observa la distribución de presiones a lo largo de todo el dominio computacional..

C.13 Creación de Paths

38. En la barra de menú seleccionar

List>Keypoint>Coords+Attributes

La manera para crear un path, a diferencia del Apéndice A, es seleccionando los nodos que comprenden cada path. Debido a que se crearon una gran cantidad de nodos alrededor de los puntos se necesita saber que nodo fue asignado a los puntos; por ello, en el paso 38 se obtienen las propiedades del punto. En la ventana “KLIST Command” la primera columna indica el punto que asigno el usuario y en la columna “NODE” el nodo que fue asignado a ese punto. En la Figura C11 se encierra en un recuadro los nodos pertenecientes al triángulo. En la Tabla C.4 se muestran las propiedades del path. Donde en la columna “PATH” se muestra el nombre del elemento, las siguientes dos columnas indican los nodos que definen este path y la última columna en cuántos segmentos se va a dividir el elemento.

NO.	X	Y	Z	LOCATION	KEYSIZE	NODE	ELEM	MAT	REAL	TYP	ESYS
1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1	0	0	0	0	0
2	80.0	0.00	0.00	0.00	0.00	2	0	0	0	0	0
3	80.0	30.0	0.00	0.00	0.00	82	0	0	0	0	0
4	0.00	30.0	0.00	0.00	0.00	112	0	0	0	0	0
5	10.0	15.0	0.00	0.00	0.00	221	0	0	0	0	0
6	18.7	10.0	0.00	0.00	0.00	222	0	0	0	0	0
7	18.7	20.0	0.00	0.00	0.00	322	0	0	0	0	0

Figura C.11 Lista de puntos y sus atributos

Tabla C.4 Nodos de los paths

PATH	Nodo inicial	Nodo final	Divisiones
L1	221	222	10
L2	222	321	10
L3	322	221	10

39. En el menú principal seleccionar:

General Postproc>Path Operations>Define Path>By nodes

40. Indicar los nodos 221,222 como se muestra en la Figura C12

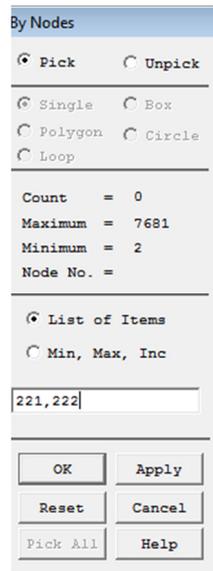


Figura C.12 Cuadro By nodes indicando los nodos deseados para crear el path

41. Asignar el nombre L1, 10 datos y 10 divisiones como se muestra en la Figura C13

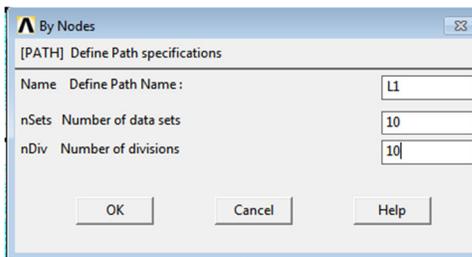


Figura C.13 Cuadro By Nodes indicando el nombre y divisiones del path

42. Se repiten los pasos 39, 40 y 41 hasta tener todos los *paths*

43. En el menú principal seleccionar:

General Postproc>Path Operations>Recall Path

44. Seleccionar el *path* con el que se desea trabajar

C.14 Asignar la propiedad de presiones al *PATH*

45. En el menú principal seleccionar:

General Posproc>Path Operations>Map on to Path

46. Asignar el nombre de la presión (este nombre lo elige el usuario). En el cuadro de lista "Item, Comp Item to be mapped" seleccionar "DOF solution" y en el cuadro combinado de la derecha escoger "Pressure PRES" como se ve en la Figura C14

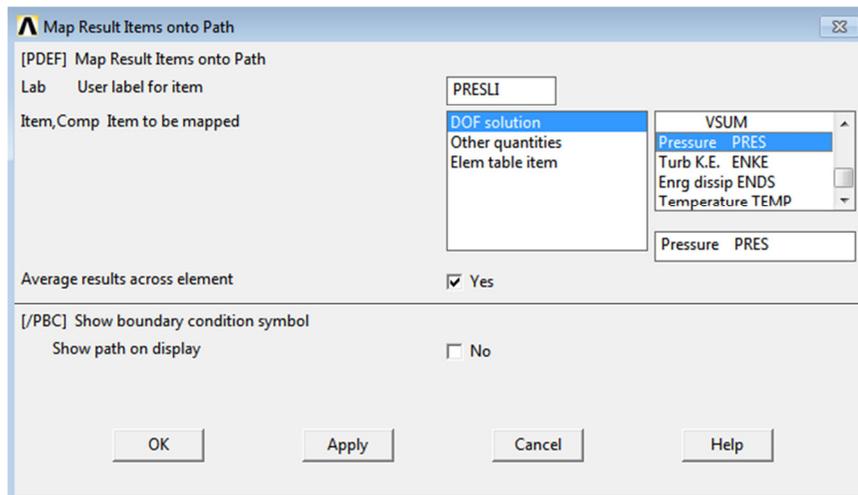


Figura C.14 Cuadro Map Result Items onto *Path*

C.15 Visualizar los datos del *PATH*

47. En el menú principal seleccionar:

General Postproc>Path Operations>Plot Path Item>List Path Items

48. Seleccionar el nombre de la presión con el nombre que fue asignado como se muestran en la Figura C.15

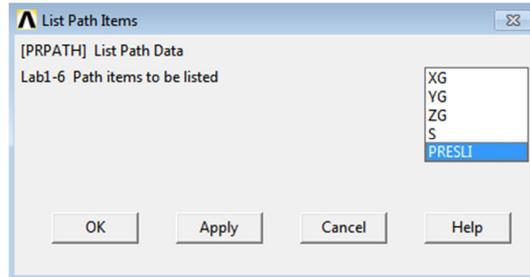


Figura C.15 Cuadro List *Path* Items

49. Guardar el archivo

50. Importar los datos a Excel seleccionando en la barra de menú desde Excel 2010:

Datos>Desde texto

51. Obtener la integral

Para obtener la integral (o fuerza) se emplea el método del trapecio:

$$I = \frac{(P_n + P_{n+1})(S_{n+1} - S_n)}{2} \quad (C.8)$$

Donde I es la integral, P es la presión aplicada al nodo n y S es la distancia del nodo inicial al punto n .

Aplicando la ecuación al primer segmento del elemento L1 quedaría $I = [(6.93 \times 10^{-5}) + (5.02 \times 10^{-5})][1 - 0.00] \times [1/2] = -5.95 \times 10^{-5} N$. En la Tabla C.5 se muestran todas las integrales de cada segmento del elemento L1. La suma total de la integral es de $2.55 \times 10^{-4} N$

Tabla C.5 Integral del elemento L1

S (m)	Presión ($Pa \times 10^{-5}$)	Integral ($N \times 10^{-5}$)	S (m)	Presión ($Pa \times 10^{-5}$)	Integral ($N \times 10^{-5}$)
0	6.93	5.98	6	2.07	1.80
1	5.02	4.63	7	1.53	1.20
2	4.24	3.93	8	0.87	0.453
3	3.62	3.34	9	0.003	-0.97
4	3.07	2.82	10	-1.96	
5	2.56	2.32		Suma	25.5

52. Repetir los pasos de 43 al 51 para obtener las fuerzas de todos los elementos del triángulo

En la Figura C16 se muestran las integrales de los tres elementos. El signo representa si entra o sale al cuerpo por lo que la fuerza del elemento L2 sale del triángulo. Estas fuerzas están aplicadas de forma normal al elemento. En la Tabla C.6 se indica el elemento con su respectiva fuerza.

Tabla C.6 Fuerzas en cada elemento

Elemento	Fuerza ($N \times 10^{-4}$)
L1	2.55
L2	-1.94
L3	2.54

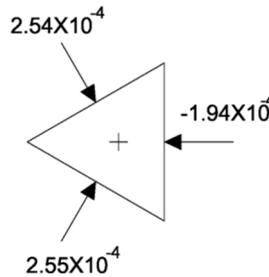


Figura C.16 Fuerzas aplicadas a los elementos del triángulo en N

53. Obtener la fuerza de arrastre

La fuerza de arrastre es la fuerza paralela al flujo, para ello se tiene que descomponer las fuerzas de la Tabla C.6. Para ello se multiplica la fuerza por el coseno del ángulo de esta fuerza dando lugar a la Tabla C.7 donde el coseno para elemento L1 y L3 es a 60° mientras que para el elemento L2 es a 180° . Al final de la columna "Fuerza de arrastre" viene la suma de estas tres fuerzas de arrastre. Esta fuerza es la fuerza de arrastre del todo el cuerpo.

Tabla C.7 Fuerza de arrastre de los elementos del triángulo

Elemento	Fuerza ($N \times 10^{-4}$)	Coseno	Fuerza de arrastre ($N \times 10^{-4}$)
L1	2.55	0.5	1.27
L2	-1.94	-1	1.94
L3	2.54	0.5	1.27
		Suma	4.94

El arrastre total del triángulo es la suma del arrastre de cada elemento el cual da $4.49 \times 10^{-4} N$

C.16 Coeficiente de arrastre

El coeficiente de arrastre se obtiene

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho v^2 B} \quad (C.1)$$

Donde C_D es el coeficiente de arrastre, D es la fuerza de arrastre, ρ es la densidad del fluido, v es la velocidad del flujo y B es la longitud característica.

Aplicando la ecuación (C.1) a este modelo quedaría

$$C_D = \frac{4.49 \times 10^{-4}}{\left(\frac{1}{2}\right)(1.225)(8.5 \times 10^{-3})^2(10)} = 1.01$$

En esta ecuación la longitud característica se tomó como la distancia máximo perpendicular al flujo del cuerpo lo cual es de $10m$

C.17 Flujo turbulento

De la misma manera que en el Apéndice B. el flujo turbulento se cambia variando la velocidad en el paso 32 asignándola de $20m/s$ y cambiando el tipo de régimen en el paso 23 por los pasos del 54 al 58.

54. En el menú principal seleccionar

Preprocessor > FLOTRAN Set up > Solution Options

55. Seleccionar en el cuadro combinado “TURB Laminar or Turbulent” la opción de “Turbulent”

56. En el menú principal seleccionar

Preprocessor>FLOTRANS Set up>Turbulence>Turbulence Model

57. En la ventana “Turbulence Model Choice” seleccionar “Standard K-E”

58. En la ventana “Standard K-E Model” seleccionar “OK” sin modificar los valores que vienen.



Figura C.17 Distribución de presiones a flujo turbulento

En la Figura C17 se muestra la distribución de presiones para un flujo turbulento. Al hacer la integral de todos los elementos se obtiene un resultado de $C_D = 1.28$

Apéndice D

Coeficientes aerodinámicos del puente San Cristóbal usando Ansys

D.1 Introducción

En este apéndice se mostrará cómo obtener los coeficientes aerodinámicos del puente San Cristóbal. Para ello se usará EL *software Ansys 11 Fluent* con régimen de flujo turbulento.

El tablero del puente San Cristóbal se muestra en la Figura D.1a, del cual solo se requiere su perímetro la cual se muestra en la Figura D.1b. Se considera solo el perímetro del tablero ya que el viento ejercerá presión solo en los elementos donde tenga contacto y por ello en la Figura D.1b se muestran los puntos que conforman ese perímetro. La numeración comienza a partir del punto

Apéndice D. Coeficientes aerodinámicos del puente San Cristóbal usando Ansys

cinco por facilidad en el manejo del programa. Se hace una diferenciación entre punto y nodo ya que el nodo lo crea el *software* y lleva una numeración especial mientras que el punto es creado por el usuario y la numeración puede variar del nodo.

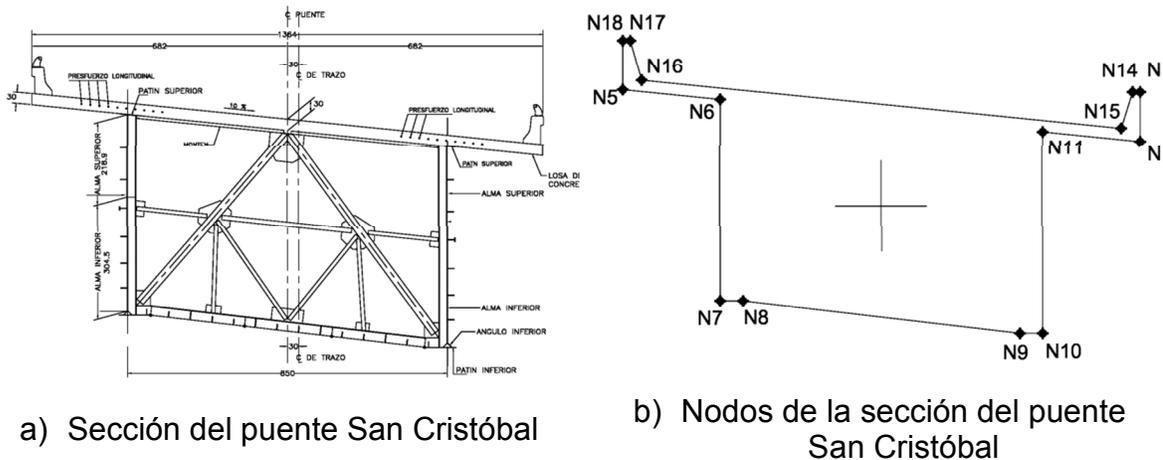


Figura D.1 Tablero del puente San Cristóbal

D.2 Dominio computacional

El dominio computacional que se usa en este capítulo es el mismo del usado en el capítulo 6 para el dominio 2, el cual consta de una longitud de 109.1m y una altura de 40.9m. El tablero se ubica a 20.5m de la frontera izquierda al centro geométrico del cuerpo y a 20.5m de la frontera inferior al centro geométrico como se muestra en la Figura D.2.

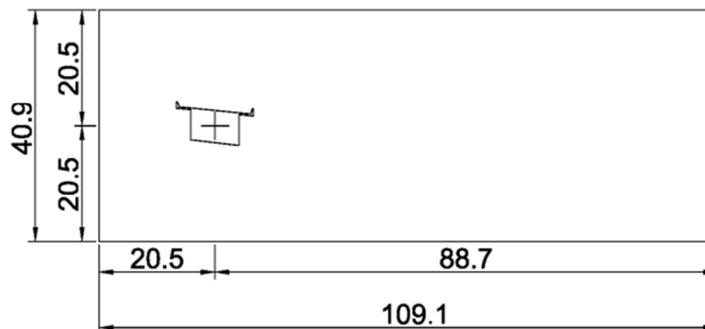


Figura D.2 Dimensiones del dominio computacional

Apéndice D. Coeficientes aerodinámicos del puente San Cristóbal usando Ansys

La ubicación de los 14 puntos se muestra en la Tabla D.1, donde en la primer columna se indican los puntos del 5 al 18 con sus respectivas coordenadas las cuales se indican en las columna “x” e “y”.

Tabla D.1 Ubicación de los puntos del Puente San Cristóbal

Punto	x(m)	y(m)
5	13.64	23.53
6	16.21	23.27
7	16.21	17.94
8	16.81	17.94
9	24.11	17.09
10	24.71	17.09
11	24.71	22.42
12	27.28	22.17
13	27.28	23.47
14	27.08	23.47
15	26.78	22.52
16	14.14	23.78
17	13.84	24.83
18	13.64	24.83

D.3 Condiciones de frontera

Las condiciones de frontera que se usan en este capítulo se muestran en la Figura D.3. En la frontera izquierda se aplica una velocidad de $1m/s$ en dirección x y $0m/s$ en dirección y, sin asignar presión; en la frontera superior e inferior se asigna una velocidad de $0m/s$ en dirección y, una presión de $0N$ y no se asigna velocidad en dirección x; en la frontera derecha se asigna una presión de $0N$ sin asignar velocidad en x ni y; en el tablero se asigna una velocidad de $0m/s$ tanto en dirección x como y sin asignar presión.

Apéndice D. Coeficientes aerodinámicos del puente San Cristóbal usando Ansys

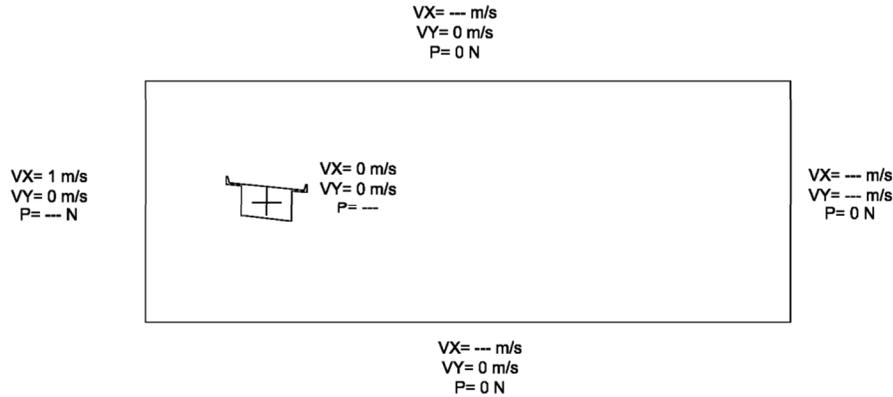


Figura D.3 Condiciones de frontera

D.4 Propiedades del fluido

Las propiedades del viento que se requieren introducir en el *software* se muestran en la Tabla D.2.

Tabla D.2 Propiedades del fluido

Propiedad del fluido	Valor
Densidad	1.225 kg / m^3
Viscosidad	$1.5 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$
Velocidad	1 m / s

D.5 Centro geométrico

Para obtener el momento debido a las presiones ejercidas por el flujo se requiere el centro geométrico del puente, para ello se puede aplicar el método de ejes paralelos que se explica en el capítulo 3; sin embargo, este método es muy complicado de aplicar cuando el tablero tiene muchos puntos y su forma es irregular. Otra forma de obtener el centro geométrico es utilizando las ecuaciones (D.2) y (D.3). Este método solo funciona si el área no tiene huecos y el centro geométrico este ubicado dentro del área, además la numeración tiene que ser levógiro, es decir, en sentido contrario a las manecillas del reloj.

Apéndice D. Coeficientes aerodinámicos del puente San Cristóbal usando Ansys

La ecuación para obtener el área de una figura dado sus nodos es:

$$A = \frac{1}{2} \left| \left[\sum_{i=1}^{n-1} (x_i \cdot y_{i+1} - x_{i+1} \cdot y_i) \right] + (x_n \cdot y_1 - x_1 \cdot y_n) \right| \quad (D.1)$$

La ecuación para obtener la distancia en x del centro geométrica de una figura dados sus nodos es:

$$C_x = \frac{1}{6A} \left| \left[\sum_{i=1}^{n-1} (x_i + x_{i+1})(x_i \cdot y_{i+1} - x_{i+1} \cdot y_i) \right] + [(x_n + x_1)(x_n \cdot y_1 - x_1 \cdot y_n)] \right| \quad (D.2)$$

La ecuación para obtener la distancia en y del centro geométrico de una figura dados sus nodos es:

$$C_y = \frac{1}{6A} \left| \left[\sum_{i=1}^{n-1} (y_i + y_{i+1})(x_i \cdot y_{i+1} - x_{i+1} \cdot y_i) \right] + [(y_n + y_1)(x_n \cdot y_1 - x_1 \cdot y_n)] \right| \quad (D.3)$$

Donde A es el área, C_x y C_y son la distancia al centro geométrico en dirección x e y respectivamente, n es el número del punto, x_i es la ubicación en x de cada punto, y_i es la ubicación en y de cada punto.

Para simplificar el procedimiento se usará una tabla (Tabla D.3), la cual se le ha agregado un cuadro con la letra "C" y un número para indicar el número de la columna. En $\boxed{C1}$ se indica el número del punto que conforma el tablero; $\boxed{C2}$ y $\boxed{C3}$ es la ubicación de dicho nodo; $\boxed{C4}$ y $\boxed{C5}$ son la primera y segunda expresión de la ecuación (C.1) respectivamente; $\boxed{C6}$ y $\boxed{C7}$ son la primera expresión de la ecuación (C.2) y (C.3) respectivamente; $\boxed{C8}$ es $(\boxed{C4} - \boxed{C5}) \times \boxed{C6}$; $\boxed{C9}$ es $(\boxed{C4} - \boxed{C5}) \times \boxed{C7}$.

Aplicando este procedimiento a la primer fila quedaría que el punto es el 5 ubicado a 13.64m en x y a 23.53m en y. La columna $\boxed{C4}$ se obtiene multiplicando la x del punto 5 por la y del punto 6, es decir, $13.64 \times 23.27 = 137.44$. La columna

Apéndice D. Coeficientes aerodinámicos del puente San Cristóbal usando Ansys

C5 se obtiene multiplicando la x del punto 6 por la y del punto 5, es decir, $16.21 \times 23.53 = 381.42$. La columna **C6** se obtiene de sumar la x del punto 5 con la x del punto 6, es decir, $13.64 + 16.21 = 29.85$. La columna **C7** se obtiene de sumar la y del punto 5 con la y del punto 6, es decir, $23.53 + 23.27 = 46.80$. La columna **C8** se obtiene como se mencionó arriba, es decir, $(317.44 - 381.42) \times (29.85) = -1909.73$. La columna **C9** queda $(317.44 - 381.42) \times (46.80) = -2994.34$. Para la fila del ultimo nodo, dado que ya no tiene valores del punto siguiente, se toma el del primer punto, por ejemplo para el nodo 18 en la columna **C4** se obtendría multiplicando la x del punto 18 por la y del punto 5. Finalmente las columnas cuya suma son necesarias son: **C4**, **C5**, **C8** y **C9**.

Tabla D.3 Obtención del área, y centro geométrico del tablero San Cristóbal

C1 punto	C2 x (m)	C3 y (m)	C4 $x_i \cdot y_{i+1}$	C5 $x_{i+1} \cdot y_i$	C6 $x_i + x_{i+1}$	C7 $y_i + y_{i+1}$	C8 Mult x	C9 Mult y
5	13.64	23.53	317.44	381.42	29.85	46.80	-1909.73	-2994.34
6	16.21	23.27	290.79	377.26	32.42	41.21	-2803.17	-3563.36
7	16.21	17.94	290.79	301.55	33.02	35.88	-355.41	-386.17
8	16.81	17.94	287.27	432.51	40.92	35.03	-5943.35	-5087.58
9	24.11	17.09	412.02	422.27	48.82	34.18	-500.57	-350.44
10	24.71	17.09	554.07	422.27	49.42	39.51	6513.71	5207.81
11	24.71	22.42	547.72	611.70	51.99	44.59	-3326.19	-2852.70
12	27.28	22.17	640.15	604.69	54.56	45.63	1934.92	1618.29
13	27.28	23.47	640.15	635.46	54.36	46.93	255.12	220.26
14	27.08	23.47	609.73	628.42	53.86	45.98	-1006.44	-859.23
15	26.78	22.52	636.83	318.38	40.92	46.30	13031.06	14743.06
16	14.14	23.78	351.10	329.12	27.98	48.61	615.03	1068.50
17	13.84	24.83	343.65	338.68	27.48	49.66	136.47	246.61
18	13.64	24.83	320.95	338.68	27.28	48.36	-483.73	-857.52
Suma			6242.66	6142.40			6157.72	6153.19

Para obtener el área se aplica la ecuación (D.1).

$$A = \frac{1}{2}([\text{C4}] - [\text{C5}])$$

$$A = \frac{1}{2}(6242.66 - 6142.60)$$

$$A = 50.13m^2$$

Para obtener el centro geométrico queda

$$C_x = \frac{1}{6A}([\text{C8}]) \quad ; \quad C_y = \frac{1}{6A}([\text{C9}])$$

$$C_x = \frac{1}{50.13}(6157.72) \quad ; \quad C_y = \frac{1}{50.13}(6153.19)$$

$$C_x = 20.47m \quad ; \quad C_y = 20.46m$$

A continuación se mostrarán los pasos para obtener las presiones del puente San Cristóbal usando el *software Ansys*

D.6 Inicio del modelo

1. Crear un archivo nuevo
2. En el menú principal seleccionar

Preferences

3. Activar la casilla “FLOTRAN CFD”
4. En el menú principal seleccionar

Preprocessor>Element Type>Add/Edit

5. En la ventana “Element Types” seleccionar “Add...”
6. En la ventana “Library of Element Types” seleccionar “FLOTRAN CFD” y “2D FLOTRAN 141”

D.7 Modelado

D.7.1 Creación del dominio computacional

7. En el menú principal seleccionar:

Preprocessor>Modeling>Create>Areas>Rectangle>By 2 Corners.

8. Llenar los datos con Wp X=0; Wp Y=0; Width=109.12; Heigh=40.92

D.7.2 Creación del tablero

9. En el menú principal seleccionar:

Preprocessor>Modeling>Create>Keypoint>In Active CS

10. En el cuadro llenar los datos dando el número del nodo y sus coordenadas de la Tabla D.1. La coordenada Z queda vacía y la numeración debe empezar desde 5.

11. En el menú principal seleccionar:

Preprocessor>Modeling>Create>Areas>Arbitrary>Through KPs

12. Seleccionar los nodos y OK

En la Figura D.4 se muestra como tiene que quedar después de seguir los pasos del 7 al 12.



Figura D.4 Modelado de tablero sobre el dominio computacional

D7.3 Extracción del cuerpo del volumen de control

13. En el menú principal seleccionar:

Preprocessor > Modeling > Operate > Booleans > Subtract > Areas

14. Seleccionar el volumen de control; *OK*; Seleccionar el cuerpo que se desea extraer; *OK*.

Después de realizar los pasos 13 y 14 quedará como la Figura C5.



Figura D.5 Tablero extraído del volumen de control

D.8 Mallado

15. En el menú principal seleccionar:

Preprocessor > Meshing > Size Cntrls > Manual Size > Lines > Picked Lines

16. Seleccionar “Pick all”; en la ventana asignar al cuadro de texto “Size” un valor de 0.1

17. Repetir el paso 15; seleccionar las fronteras del volumen de control; *OK*; en la ventana asignar al cuadro de texto “Size” un valor de 1

18. En el menú principal seleccionar:

Preprocessor > Meshing > Mesh Tool

19. Asignar en “Shape:” la opción “Tri” y la opción “Free”; seleccionar mesh

20. Seleccionar el volumen de control; “*OK*”

Apéndice D. Coeficientes aerodinámicos del puente San Cristóbal usando Ansys

En la Figura D.6 se muestra el volumen de control discretizado con una malla libre con forma triangular.

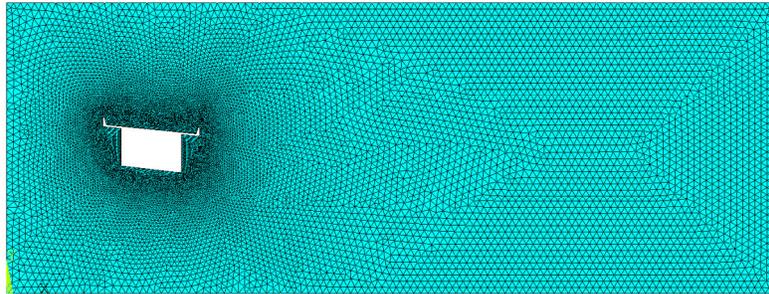


Figura D.6 Modelo discretizado

D.9 Propiedades del modelo

D.9.1 Iteraciones

21. En el menú principal seleccionar:

Preprocessor>FLOTRAN Set Up>Execution Ctrl

22. Asignar al cuadro de texto “EXEC Global iterations” un valor de 1000

D.9.2 Tipo de flujo

23. En el menú principal seleccionar:

Preprocessor>FLOTRAN Set up>Solution Options

24. Seleccionar “Steady State”, “Adiabatic”, “Turbulent”, “Incompressible”. Lo demás se queda como lo tiene Ansys

25. En el menú principal seleccionar:

Preprocessor>FLOTRAN Set up>Turbulence>Turbulence Model

26. Seleccionar “Standard K-E”

D.9.3 Propiedades del fluido

27. En el menú principal seleccionar.

Preprocessor>FLOTRAN Set up>Fluid Properties

28. Seleccionar en todas las propiedades la opción “Constant”; llenar los datos de la ventana “CFD Flow Properties” con los que se muestran en la Tabla D.4

Tabla D.4 Propiedades del fluido

Propiedad	Valor
Density	1.225
Viscosity	0.000015
Conductivity	-1
Specific Heat	-1

29. En el menú principal seleccionar:

Preprocessor>FLOTRAN Set up>Relax/Stab/Cap>MIR Stabilization

30. Asignar al cuadro de texto “MOME Momentum Equation” un valor de 0.9

D.10 Asignación de velocidades y presiones

31. En el menú principal seleccionar:

Preprocessor>Loads>Define Loads>Apply>Fluid/CFD>Velocity>On Lines

32. Seleccionar las líneas superior e inferior del volumen de control; OK; dejar vacío “VX” y asignar a “VY” un valor de 0.

33. Repetir el paso 31; en la ventana “Apply V on Lines” en el cuadro de texto escribir las líneas que componen al tablero separados por una coma de la

Apéndice D. Coeficientes aerodinámicos del puente San Cristóbal usando Ansys

siguiente manera: “5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18”; OK; Asignar un valor de 0 tanto para “VX” como “VY”

34. Repetir el paso 31; seleccionar la línea vertical izquierda del volumen de control; asignar un valor de 1 en “VX” y 0 en “VY”

35. En el menú principal seleccionar:

**Preprocessor>Loads>Define Loads>Apply>Fluid/CFD>Pressure DOF>On
Lines**

36. Seleccionar la línea superior, inferior y derecha del volumen de control; OK; Asignar un valor de 0 en el cuadro de texto

En la Figura D.7 se muestra el modelo después de seguir los pasos del 31 al 36. Las flechas indican las velocidades y los triángulos las presiones.

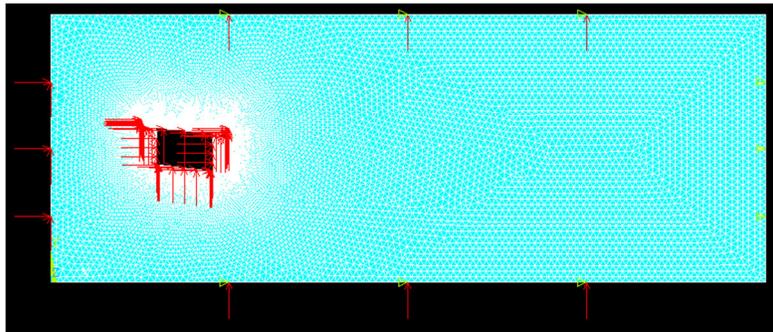


Figura D.7 Presiones y velocidades aplicadas a todo el modelo

D.11 Resolución del modelo

37. En el menú principal seleccionar

Solution>Run FLOTRAN

D.12 Visualización de resultados

38. En el menú principal seleccionar

General Postproc>Results Viewer

Apéndice D. Coeficientes aerodinámicos del puente San Cristóbal usando Ansys

39. En el cuadro combinado seleccionar Nodal solution, DOF Solution, Pressure; en la barra seleccionar la línea de la derecha

En la Figura D.8 se muestra el modelo después de seguir los pasos 38 y 39.

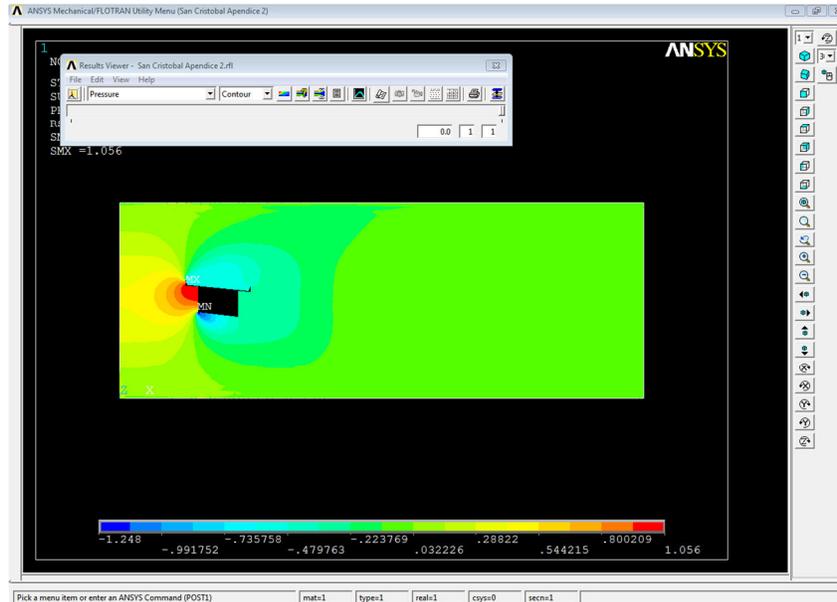


Figura D.8 Distribución de presiones del puente San Cristóbal

40. Cerrar la ventana “Reslut Viewer”

D.13 Creación de Paths

41. En la barra de herramientas (la que se encuentra en la parte superior de la pantalla) seleccionar:

List>Keypoint>Coords+Attributs

42. En la barra de menú seleccionar:

List>lines...

43. Seleccionar “Attribute format”

En el paso 43 se obtienen el número de divisiones que cada elemento tendrá; en el paso 41 se obtiene el nodo de cada elemento. Esto da lugar a la

Apéndice D. Coeficientes aerodinámicos del puente San Cristóbal usando Ansys

Tabla D.5 donde en la fila “PATH” se encuentra el nombre de cada *path*, en la fila “Nodo inicial” es el nodo inicial del elemento y “Nodo final” es el nodo final del elemento, en la fila “Divisiones” se ubica la cantidad de segmentos en la que se dividirá cada elemento.

Tabla D.5 Ubicación de nodos del Puente San Cristobal

PATH	Nodo inicial	Nodo final	No. De elementos
L5	688	634	26
L6	634	628	54
L7	628	554	6
L8	554	548	74
L9	548	494	6
L10	494	468	54
L11	468	455	26
L12	455	453	13
L13	453	443	2
L14	443	315	10
L15	315	303	128
L16	303	304	11
L17	304	714	2
L18	714	688	13

44. En el menú principal seleccionar

General Postproc>Path Operations>Define Path>By nodes

45. Indicar el nodo inicial y el nodo final separados por una coma; por ejemplo para el *path* L14 se indicaría: 443, 315.

46. Asignar el nombre del PATH y el número de divisiones

47. Se repiten los pasos 44, 45 y 46 hasta tener todos los *paths*

48. En el menú principal seleccionar:

General Postproc>Path Operations>Recall Path

49. Seleccionar el *path* con el que se desea trabajar

D.14 Asignar la propiedad de presiones al *PATH*

50. En el menú principal seleccionar:

General Postproc>Path Operations>Map on to Path

51. Asignar el nombre de la presión (este nombre lo elige el usuario). En el cuadro de lista “Item, Comp Item to be mapped” seleccionar “DOF solution” y en el cuadro combinado de la derecha escoger “Pressure PRES”

D.15 Visualizar los datos del *PATH*

52. En el menú principal seleccionar:

General Postproc>Path Operations>Plot Path Item>List Path Items

53. Guardar el archivo

54. Importar los datos a Excel seleccionando en la barra de menú desde Excel 2010:

Datos>Desde texto

D.16 Ubicación de los nodos del segmento

55. Obtener la ubicación de cada nodo para ello se puede aplicar la siguiente ecuación

$$\begin{aligned}x_n &= S_n \times Sn + x_i \\y_n &= -S_n \times Cn + y_i\end{aligned}\tag{D.4}$$

Donde x_n es el nodo que se desea ubicar en la coordenada x; y_n es el nodo que se desea ubicar en la coordenada y; S_n es la distancia del nodo inicial al nodo x_n o y_n ; Sn es el seno del ángulo del punto i al punto j más 90 grados; Cn es el coseno del ángulo del punto i al punto j más 90 grados; x_i es la ubicación del nodo inicial en la dirección x; y_i es la ubicación del nodo inicial en dirección y.

Apéndice D. Coeficientes aerodinámicos del puente San Cristóbal usando Ansys

Para obtener S_n y C_n :

$$C_n = \frac{y_i - y_j}{L} \quad (D.5)$$

$$S_n = \frac{x_j - x_i}{L}$$

Donde y_i y x_i son las coordenadas del punto inicial; x_j y y_j son las coordenadas del punto final; L es la longitud del nodo inicial al nodo final el cual se puede obtener:

$$L = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (D.6)$$

Sustituyendo la ecuación (D.5) en (D.4) se tiene:

$$x_n = \frac{S_n(x_j - x_i)}{L} + x_i$$

$$y_n = \frac{-S_n(y_i - y_j)}{L} + y_i \quad (D.7)$$

Aplicando al elemento L14 donde se tiene que el punto inicial $x_i = 27.08$ $y_i = 23.47$ y para el punto final $x_j = 26.78$ $y_j = 22.52$. La longitud quedaría

$$L = \sqrt{(27.08 - 26.78)^2 + (23.47 - 22.52)^2} = 0.996m, \text{ el } C_n = \frac{23.47 - 22.52}{0.996} = 0.953$$

el $S_n = \frac{26.78 - 27.08}{0.996} = -0.301$. Para ubicar el segundo nodo del elemento L14 se

aplica la ecuación (C.4) quedando $x_2 = (0.10)(-0.301) + 27.08 = 27.05$

$y_2 = -(0.10)(0.953) + 23.47 = 23.37$. En la Tabla D.6 se puede ver la ubicación de

los demás nodos del elemento L14

Tabla D.6 Ubicación de los nodos del elemento L14

S	x (m)	y (m)	S	x (m)	y (m)
0.00	27.08	23.47	0.60	26.90	22.90
0.10	27.05	23.37	0.70	26.87	22.80
0.20	27.02	23.28	0.80	26.84	22.71
0.30	26.99	23.18	0.90	26.81	22.61
0.40	26.96	23.09	1.00	26.78	22.52
0.50	26.93	22.99			

D.17 Obtención de la fuerza debido al flujo

56. Obtener la integral

Para obtener la integral (o fuerza) se emplea el método del trapecio:

$$I = \frac{(P_n + P_{n+1})(S_{n+1} - S_n)}{2} \quad (D.8)$$

Donde I es la integral y P es la presión aplicada al nodo n .

Aplicando la ecuación al primer segmento del elemento L14 quedaría $I = [(-0.58) + (-0.56)][0.10 - 0.00] \times [1/2] = -0.06N$. En la Tabla D.7 se muestran integrales de cada segmento de L14. La suma total es $-0.52N$.

Tabla D.7 Integral de los segmentos del elemento L14

S	P_n (Pa)	I (N)
0.00	-0.58	-0.06
0.10	-0.56	-0.05
0.20	-0.53	-0.05
0.30	-0.52	-0.05
0.40	-0.51	-0.05
0.50	-0.51	-0.05
0.60	-0.50	-0.05
0.70	-0.50	-0.05
0.80	-0.50	-0.05
0.90	-0.50	-0.05
1.00	-0.50	----

D.18 Obtención de los momentos debido al flujo

57. Obtener los momentos generados por las fuerzas

Para obtener los momentos se requiere la distancia de la mitad del segmento donde se aplica la fuerza al centro geométrico del cuerpo. Para ello se emplea:

Apéndice D. Coeficientes aerodinámicos del puente San Cristóbal usando Ansys

$$D_x = C_x - \frac{x_n + x_{n+1}}{2}$$

$$D_y = \frac{y_n + y_{n+1}}{2} - C_y \quad (D.9)$$

Donde D_x y D_y es la distancia de la fuerza al centro geométrico del cuerpo; C_x y C_y son las coordenadas del centro geométrico; x e y son las coordenadas de los nodos que definen el segmento. Así para el primer segmento del elemento L14 se tiene que $x_n = 27.08$ $x_{n+1} = 27.05$ $y_n = 23.47$ $y_{n+1} = 23.37$. El centro geométrico es $C_x = 20.47$ $C_y = 20.46$. Aplicando la ecuación (D.9)

$$D_x = 20.47 - (27.08 + 27.05) / 2 = -6.60$$

$$D_y = (23.47 + 23.37) / 2 - 20.46 = 2.96.$$

El momento se obtiene

$$M_x = l \times Cn \times D_y$$

$$M_y = l \times Sn \times D_x \quad (D.10)$$

Donde M_x es el momento de la fuerza paralela al flujo y M_y es el momento de la fuerza perpendicular al flujo.

El momento total se obtiene:

$$S_M = M_x + M_y \quad (D.11)$$

Donde S_M es el momento total de las fuerzas aplicadas en el segmento.

Para la primera fuerza

$$M_x = -0.06 \times 0.953 \times 2.96 = -0.16$$

$$M_y = -0.06 \times -0.301 \times -6.60 = -0.11$$

$$S_M = (-0.16) + (-0.11) = -0.27 N \cdot m$$

Apéndice D. Coeficientes aerodinámicos del puente San Cristóbal usando Ansys

En la Tabla D.8 se muestran los datos de los demás momentos del elemento L14

Tabla D.8 momentos de las fuerzas del elemento L14

x(m)	y(m)	F(N)	D_x (m)	D_y (m)	M_x	M_y	S_M
27.08	23.47	-0.06	-6.60	2.96	-0.16	-0.11	-0.27
27.05	23.37	-0.05	-6.56	2.86	-0.15	-0.11	-0.26
27.02	23.28	-0.05	-6.54	2.77	-0.14	-0.10	-0.24
26.99	23.18	-0.05	-6.51	2.67	-0.13	-0.10	-0.23
26.96	23.09	-0.05	-6.47	2.58	-0.13	-0.10	-0.22
26.93	22.99	-0.05	-6.44	2.48	-0.12	-0.10	-0.22
26.90	22.90	-0.05	-6.41	2.39	-0.11	-0.10	-0.21
26.87	22.80	-0.05	-6.39	2.29	-0.11	-0.10	-0.20
26.84	22.71	-0.05	-6.36	2.20	-0.10	-0.09	-0.20
26.81	22.61	-0.05	-6.33	2.10	-0.10	-0.09	-0.19
26.78	22.52	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Suma		-0.52					-2.25

58. Repetir los pasos del 48 al 57 para los demás *paths*

En la Tabla D.9 se muestran las fuerzas y los momentos. Estas fuerzas están aplicadas de forma normal al elemento. Al final de la columna “Momento” se muestra la suma de todos los momentos de cada elemento.

Tabla D.9 fuerzas y momentos de cada elemento del cuerpo

Elemento	Fuerza (N)	Momento (N·m)
L5	2.64	15.46
L6	4.50	2.44
L7	-0.69	-2.75
L8	-5.26	-1.80
L9	-0.22	0.86
L10	-1.74	-1.29
L11	-0.82	4.38
L12	-0.41	0.97
L13	-0.11	-0.77
L14	-0.52	-2.25
L15	-6.74	2.72
L16	-0.57	3.15
L17	-0.12	0.84
L18	0.98	3.55
Suma		25.51

D.19 Coeficientes aerodinámicos

59. Obtener los coeficientes aerodinámicos del cuerpo se usa:

$$\begin{aligned}
 C_P &= \frac{P}{\frac{1}{2}\rho v^2} \\
 C_D &= \frac{D}{\frac{1}{2}\rho v^2 B} \\
 C_L &= \frac{L}{\frac{1}{2}\rho v^2 B} \\
 C_M &= \frac{M}{\frac{1}{2}\rho v^2 B^2}
 \end{aligned}
 \tag{D.12}$$

Donde C_P , C_D , C_L y C_M son el coeficiente de presión, arrastre, levante y momento; P , D , L , y M son la presión, fuerza de arrastre, fuerza de levante y momento respectivamente; ρ es la densidad del flujo, v es la velocidad del flujo y B es la longitud característica del cuerpo.

Para este modelo se tiene que $\rho = 1.225 \text{ kg / m}^3$, $v = 1 \text{ m / s}$ y $B = 7.741 \text{ m}$. La longitud característica es la distancia máxima del tablero perpendicular al flujo.

D.19.1 Coeficiente de presión

La fuerza del elemento L14 es $F = -0.52 \text{ N}$, la presión se obtiene al dividir la fuerza entre la longitud de 0.996 m en un ancho unitario, por lo que la presión es $P = -0.52 / 0.996 = -0.52 \text{ N / m}^2$, aplicando la ecuación (D.12).

$$C_P = \frac{-0.52}{\frac{1}{2}(1.225)(1)} = -0.84$$

Apéndice D. Coeficientes aerodinámicos del puente San Cristóbal usando Ansys

En la Tabla D.10 se muestran los coeficientes de presión de cada elemento. El coeficiente de presión de todo el tablero es la suma de los coeficientes de cada elemento el cual se puede ver al final de la Tabla D.10

Tabla D.10 fuerzas y momentos de cada elemento del cuerpo

Elemento	Fuerza (N)	Longitud (m)	C_p
L5	2.64	2.58	1.67
L6	4.50	5.33	1.38
L7	-0.69	0.60	-1.89
L8	-5.26	7.35	-1.17
L9	-0.22	0.60	-0.59
L10	-1.74	5.33	-0.53
L11	-0.82	2.58	-0.52
L12	-0.41	1.30	-0.51
L13	-0.11	0.20	-0.93
L14	-0.52	1.00	-0.84
L15	-6.74	12.70	-0.87
L16	-0.57	1.09	-0.86
L17	-0.12	0.20	-1.02
L18	0.98	1.30	1.24
Suma			-5.46

En la Figura D.9 se muestran la dirección de las fuerzas en cada elemento. La flecha indica la dirección de la fuerza y la nomenclatura indica el número de elemento

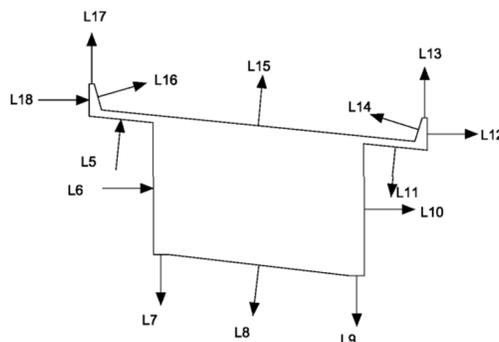


Figura D.9 Dirección de las fuerzas sobre el tablero debido al flujo

D.19.2 Coeficiente de arrastre y levante

Para obtener los coeficientes de arrastre y levante de cada elemento se aplica la ecuación (D.13)

$$C_D = \frac{F \times C_n}{\frac{1}{2} \rho v^2 B} ; C_L = \frac{F \times S_n}{\frac{1}{2} \rho v^2 B} \quad (D.13)$$

Para el elemento L14 se tiene que $F = -0.52N$, $C_n = 0.0995$, $S_n = 0.995$.
Aplicando la ecuación (D.13)

$$C_D = \frac{(-0.52)(0.9536)}{\left(\frac{1}{2}\right)(1.225)(1)^2(7.741)} = -0.10$$

$$C_L = \frac{(-0.52)(-0.3011)}{\left(\frac{1}{2}\right)(1.225)(1)^2(7.741)} = -0.03$$

En la Tabla D.11 se muestran los coeficientes de arrastre y levante de todos los elementos del cuerpo.

Tabla D.11 fuerzas y momentos de cada elemento del cuerpo

Elemento	Fuerza (N)	S_n	C_n	C_D	C_L
L5	2.64	0.9950	0.0995	0.06	0.55
L6	4.50	0.0000	1.0000	0.95	0.00
L7	-0.69	1.0000	0.0000	0.00	-0.15
L8	-5.26	0.9933	0.1157	-0.13	-1.10
L9	-0.22	1.0000	0.0000	0.00	-0.05
L10	-1.74	0.0000	-1.0000	0.37	0.00
L11	-0.82	0.9950	0.0995	-0.02	-0.17
L12	-0.41	0.0000	-1.0000	0.09	0.00
L13	-0.11	-1.0000	0.0000	0.00	0.02
L14	-0.52	-0.3011	0.9536	-0.10	0.03
L15	-6.74	-0.9950	-0.0995	0.14	1.41
L16	-0.57	-0.2747	-0.9615	0.12	0.03
L17	-0.12	-1.0000	0.0000	0.00	0.03
L18	0.98	0.0000	1.0000	0.21	0.00
Suma				1.67	0.62

D.19.3 Coeficiente de momento

Para obtener el coeficiente de momento se aplica la ecuación (D.12). Para el elemento L14 se tiene un momento de $-2.25N \cdot m$ así que al aplicar la ecuación

$$M = \frac{-2.25}{\frac{1}{2}(1.225)(1)^2(7.741)^2} = -0.06$$

En la Tabla D.12 se puede ver el coeficiente de momento de los demás elementos y al final de la tabla se ve el coeficiente de momento de todo el tablero.

Tabla D.12 fuerzas y momentos de cada elemento del cuerpo

Elemento	Momento ($N \cdot m$)	C_M
L5	15.46	0.42
L6	2.44	0.07
L7	-2.75	-0.07
L8	-1.80	-0.05
L9	0.86	0.02
L10	-1.29	-0.04
L11	4.38	0.12
L12	0.97	0.03
L13	-0.77	-0.02
L14	-2.25	-0.06
L15	2.72	0.07
L16	3.15	0.09
L17	0.84	0.02
L18	3.55	0.10
Suma	25.51	0.70

Los coeficientes aerodinámicos del tablero se muestran en la Tabla D.13

Tabla D.13 Coeficiente aerodinámicos del puente San Cristóbal

C_P	-5.46
C_D	1.67
C_L	0.62
C_M	0.70

Referencias

- Anderson, J. (1991). *Fundamentals of Aerodynamics*. McGraw-Hill.
- Anderson, J. (1995). *Computational Fluid Dynamics, the basic with applications*. McGraw-Hills.
- ANSYS, Inc. (2009). Theory Reference for the Mechanical APDL and Mechanical Application.
- Balboa, J. (2006). *La jornada*. Obtenido de <http://www.jornada.unam.mx/2006/04/12/index.php?section=estados&article=038n1est>
- BCAM. (2011). *BCAM*. Obtenido de <http://www.bcamath.org/es/research/lines/CFDMS>
- Braun, A., & Awruch, A. (2003). Numerical Simulation of the Wind Action on a Long-Span Bridge Deck. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Science and Engineering*.
- Bruno, L., & Khris, S. (2002). The Validity of 2D Numerical Simulations of Vortical Structures Around a Bridge Deck. *Mathematical and Computer Modelling*.
- Carreiro, J. (Abril de 2011). Two Dimensional Modeling of Wind Effects on a Bridge Section Using Finite Difference Method. Arkansas: University of Arkansas.
- Chapra, S., & Canale, R. (2007). *Métodos numéricos para ingenieros*. McGraw-Hill.
- Escuelapedia. (2014). *Escuelapedia*. Obtenido de <http://www.escuelapedia.com/los-estados-fisicos-de-la-materia/>
- Highestbridges. (2006). *highestbridges*. Obtenido de http://www.highestbridges.com/wiki/index.php?title=San_Crist%C3%B3bal_Bridge
- Lindsey, W. F. (1938). *Report No. 619. Drag of Cylinders of Simple Shapes*. National Advisory Committee for Aeronautics (NACA).
- MOOC, S. a. (2014). Sports and Building Aerodynamics. <https://www.coursera.org/course/spobuildaerodynamics>.
- Quirantes, A. (2006). *NAUKAS*. Obtenido de <http://naukas.com/2012/03/26/la-resonancia-bien-entendida-el-puente-de-tacoma-narrows/>

Roshko, A. (Noviembre de 1960). Experiments on the flow past a circular cylinder at very high Reynolds number. California: Guggenheim Aeronautical Laboratory, California Institute of Technology.

Selvam , R., & Govindaswamy, S. (2001). *Aeroelastic Analysis of Bridge Girder Section Using Computer Modeling*. Arkansas: Mack Blackwell Transportation Center.

Storebaelt. (2011). *Storebaelt*. Obtenido de <http://www.storebaelt.dk/english/bridge>

UNAM, I. I. (2006). *Instituto Ingeniería UNAM*. Obtenido de http://eventos.iingen.unam.mx/Informe2005_2006/A_2_3_san_cristobal.html

Versteeg, H., & Malalasekera, W. (1995). *An introduction to computational fluid dynamics. The finite volume method*. Longman Scientific & Technical.

White, F. M. (2005). *Fluid Mechanics*. McGraw Hill.