



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
INGENIERÍA CIVIL – MAESTRÍA EN ESTRUCTURAS

EVALUACIÓN DE LAS FUERZAS DINÁMICAS QUE PRODUCE UN FLUIDO EN  
MOVIMIENTO SOBRE UNA ESTRUCTURA FLEXIBLE

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
OMAR CUENCA GONZÁLEZ

TUTOR  
ING. NEFTALÍ RODRÍGUEZ CUEVAS  
INSTITUTO DE INGENIERÍA , UNAM

CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX., MAYO DE 2016



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente:	Dr. Luis Esteva Maraboto
Secretario:	Dra. Sonia Elda Ruiz Gómez
Vocal:	Ing. Neftalí Rodríguez Cuevas
1 <sup>er.</sup> Suplente:	M.I. Octavio García Domínguez
2 <sup>d o.</sup> Suplente:	M.I. Víctor Franco

Lugar o lugares donde se realizó la tesis:

INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM.

**TUTOR DE TESIS:**

---

**ING. NEFTALÍ RODRÍGUEZ CUEVAS**

*A mi linda esposa, Ana H. Pérez,  
por ser quien es y por hacerme muy feliz*

*A mis padres, Elizabeth G. e Ignacio C.  
por el apoyo incondicional que siempre me han dado.*

*A mis hermanos, Michelle I. y Karen V.  
por ser los mejores hermanos que pude haber tenido.*

*A mi abuelo, Agustín González,  
por ser ejemplo honradez y trabajo constante.*

*A mi abuela, Juventina Nolasco,  
por formar parte de los recuerdos más felices de mi vida.*

## **AGRADECIMIENTOS**

Deseo expresar mi más sincero agradecimiento al Ing. Neftalí Rodríguez Cuevas por haberme guiado en este *breve* pero complicado proceso de investigación científica. Sin su ayuda, poco de éste trabajo hubiera sido posible.

Al Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México por el uso de sus instalaciones y por la beca otorgada.

A los maestros del Posgrado en Ingeniería Civil por los conocimientos que amablemente compartieron.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por la beca otorgada durante mis estudios de posgrado en la Universidad Nacional Autónoma de México.

## INDICE

---

<b>INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>1</b>
<b>Capítulo I.- Introducción al estudio de las compuertas hidráulicas.....</b>	<b>4</b>
1.1 Clasificación de las compuertas hidráulicas. ....	4
1.2 Compuertas superficiales.....	5
1.2.1 Compuertas planas verticales.....	5
1.2.2 Compuertas radiales.....	7
1.2.3 Compuertas de tambor y sector.....	8
1.2.4 Compuertas tipo aleta (Flap gates).....	9
1.2.5 Compuerta rodante (enrollable).....	10
1.2.6 Compuertas de tela.....	11
1.2.7 Compuertas fusibles con desbordamiento superior. ....	12
1.3 Compuertas de alta presión. ....	12
1.4 Barreras contra mareas y compuertas de protección de avenidas. ....	13
1.5 Principales fuerzas que actúan sobre las compuertas.....	14
1.6 Aireación, cavitación y vibración en las compuertas.....	15
1.7 Principales mecanismos de excitación.....	16
<b>Capítulo II.- Metodología para el diseño estructural de las compuertas radiales.....</b>	<b>18</b>
2.1 Revisión básica de diseño.....	18
2.2 Cargas.....	19
2.3 Casos de carga.....	24
2.4 Condiciones de apoyo y del sistema de elevación de la compuerta.....	27
2.5 Estados límite y resistencias de diseño para miembros individuales.....	27
2.6 Consideraciones de análisis y diseño.....	28
2.7 Modelos analíticos bidimensionales.....	29
2.7.1 Ensamble de la pantalla.....	29
2.7.2 Modelo del marco de vigas horizontales.....	32
2.7.3 Modelo de marcos laterales.....	35
2.8 Cálculo iterativo de las fuerzas de reacción.....	39

<b>Capítulo III.- Metodología para la revisión por estabilidad de las compuertas radiales.....</b>	<b>41</b>
3.1 Enfoque analítico del problema .....	42
3.2 Efectos de masa adherida, amortiguamiento y excitación por flujo.....	43
3.3 Presión hidrodinámica.....	45
3.4 Análisis teórico de vibraciones en compuertas de gran envergadura .....	46
3.5 Ecuación de movimiento de la vibración flexional de la compuerta .....	56
3.6 Coeficientes de masa adherida, amortiguamiento y excitación por flujo.....	58
3.7 Características de la masa adherida, amortiguamiento y coeficiente de excitación por flujo.....	64
3.8 Presiones inducidas por flujo.....	67
3.9 Significado de la presión inducida por flujo con respecto a los coeficientes hidrodinámicos.....	72
3.10 Posibilidad de vibración por auto-excitación.....	74
<b>Capítulo IV.- Solución de las ecuaciones de movimiento.....</b>	<b>76</b>
4.1 Momentos acoplados de inercia.....	76
4.2 Ecuaciones básicas de movimiento.....	79
4.3 Presión hidrodinámica.....	81
4.4 Ecuaciones de movimiento reducidas.....	84
4.5 Solución aproximada de las ecuaciones de movimiento.....	90
4.5.1 Vibración rotacional de la compuerta sincronizada con la vibración rotacional de la pantalla.....	91
4.5.2 Vibración rotacional de la pantalla sincronizada con la vibración rotacional de toda la compuerta.....	94
4.6 Criterio de estabilidad dinámica .....	97
<b>Capítulo V.- Ejemplo de aplicación.....</b>	<b>98</b>
5.1 Datos de diseño .....	98
5.2 Diseño estructural .....	98
5.2.1 Diseño de la pantalla.....	100
5.2.2 Diseño de las vigas horizontales.....	102
5.2.3 Diseño de las vigas verticales.....	102
5.2.4 Diseño de los brazos radiales.....	102
5.3 Resultados del diseño estructural.....	103

5.4 Modelo tridimensional de la compuerta .....	103
5.5 Revisión por estabilidad dinámica de la compuerta .....	105
5.6 Resultados .....	114
<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....</b>	<b>124</b>
<b>ANEXO A. ....</b>	<b>129</b>
DISEÑO ESTRUCTURAL DE LA COMPUERTA. ....	129
<b>ANEXO B. ....</b>	<b>151</b>
PROGRAMAS PARA LA REVISIÓN POR ESTABILIDAD DINÁMICA .....	151
<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>186</b>



## INTRODUCCIÓN

---

Anteriormente el diseño de una compuerta radial se consideraba parte del equipo hidromecánico de una presa y su diseño no se realizaba por el ingeniero civil. Hoy en día, debido a los problemas de inestabilidad presentes en ésta estructura, no sólo el análisis estático es importante para garantizar la seguridad estructural de la compuerta; también es necesario realizar un análisis dinámico.

Existe evidencia física que demuestra que durante la operación de una compuerta radial, se producen fuerzas hidrodinámicas e inerciales que inducen vibraciones en la compuerta. Estas vibraciones, generalmente pequeñas, bajo ciertas condiciones pueden amplificarse y producir la falla por fatiga de la estructura, principalmente sus conexiones.

El presente trabajo de investigación, está orientado a la evaluación de las fuerzas hidrodinámicas e inerciales que se producen durante la operación de una compuerta radial y que son producto de la interacción que existe, entre el flujo de agua y la compuerta.

Una compuerta radial, es una estructura mecánica diseñada para el control y la regulación del flujo de agua en las obras de excedencia y de toma de una presa; o bien, sobre el canal de un río.

Las compuertas radiales que se estudian en éste trabajo, corresponden a compuertas radiales de baja y alta carga hidráulica que se utilizan en presas.

Para el estudio de las vibraciones que se producen durante la operación de una compuerta radial, el presente trabajo fue estructurado en cinco partes.

En el Capítulo I, se realiza una breve descripción de los diferentes tipos de compuertas que existen. Sus características, dimensiones, aplicaciones, ventajas y desventajas. También se indican, las solicitaciones a las que pueden estar expuestas y algunos de los problemas que presentan.

En el Capítulo II, se describe la metodología que se utiliza actualmente para el diseño estructural de los elementos que constituyen una compuerta radial. Esta metodología se basa en lo establecido por el Cuerpo de Ingenieros del Ejército de los Estados Unidos de América, en el manual de diseño del año 2000.

En el Capítulo III, se presenta el análisis teórico de las vibraciones inducidas por flujo sobre compuertas radiales de gran tamaño. Este capítulo, se enfoca en el cálculo de la presión hidrodinámica que resulta la vibración de la compuerta y que se requiere para formular la ecuación de movimiento que define la vibración paralela de la pantalla. El análisis adimensional de éste modo de vibración, permite obtener los parámetros fundamentales que determinan las características de vibración de las compuertas.

El Capítulo IV es, hasta cierto punto, la continuación del capítulo anterior. En él, se estudia un segundo modo de vibración de las compuertas radiales, llamado: vibración rotacional de la pantalla alrededor de un eje horizontal de rotación. La ecuación de movimiento, que define la vibración paralela o rotacional de la pantalla, junto con la ecuación de movimiento, que define la vibración rotacional de toda la compuerta, constituyen el sistema de ecuaciones que permite estudiar el mecanismo de vibración por modos acoplados de las compuertas.

La solución de las ecuaciones de movimiento, incluida en la parte final del Capítulo IV, permite establecer el criterio que determina la estabilidad o inestabilidad dinámica de las compuertas radiales.

Para finalizar éste trabajo, se realiza el análisis estructural y la revisión por estabilidad de una compuerta radial sumergida. Las conclusiones y recomendaciones a las que se llegó, se presentan al finalizar el capítulo V.

## **Capítulo I.-**

# **Introducción al estudio de las compuertas hidráulicas.**

---

Una compuerta hidráulica es una estructura hidromecánica que se utiliza para el control y la regulación del flujo de agua en las obras de toma y excedencia de una presa; o bien, en los canales de un distrito de riego.

Existen diferentes tipos de compuertas y diferentes clasificaciones con base en su forma, función, movimiento, etc. La compuerta más adecuada para cada proyecto, depende entre otros aspectos de: el tamaño y la forma del orificio por cubrir, la carga hidráulica, el espacio disponible, el mecanismo de apertura y las condiciones de operación.

Entre los principales requisitos operacionales de las compuertas están: el control y la regulación del flujo, la estanqueidad, la capacidad de elevación, la facilidad de instalación y de mantenimiento, pero principalmente la operación libre de fallas.

### **1.1 Clasificación de las compuertas hidráulicas.**

De acuerdo con Novack, P. (2007); las compuertas hidráulicas se pueden clasificar en:

1. *Por su posición en la presa.*- Compuertas superficiales o baja carga hidráulica; y sumergidas o alta carga hidráulica.
2. *Por su función.*- Compuertas de servicio, mantenimiento y emergencia.
3. *Por el material con que son construidas.*- Acero, aleaciones de aluminio y madera
4. *Por la forma de transmitir de la presión.*- Hacia las pilas o paredes de la compuerta, hacia el umbral o a la combinación de ambos.

5. *Por el modo de operación.*- Compuertas reguladas y no reguladas.
6. *Por su movimiento.*- Traslacional, rotacional, rolado y flotante a lo largo del flujo.
7. *Por el mecanismo de movimiento.*- Eléctricas, mecánicas, hidráulicas, automáticas por la presión de agua y manuales.

Debido a la multitud de sus funciones y tamaños, existe un amplio margen en el diseño de compuertas, especialmente en el diseño de sus sellos y articulaciones.

Ya sea que se trate de compuertas superficiales o sumergidas, todas las compuertas requieren previsiones operacionales de emergencia y mantenimiento.

## **1.2 Compuertas superficiales.**

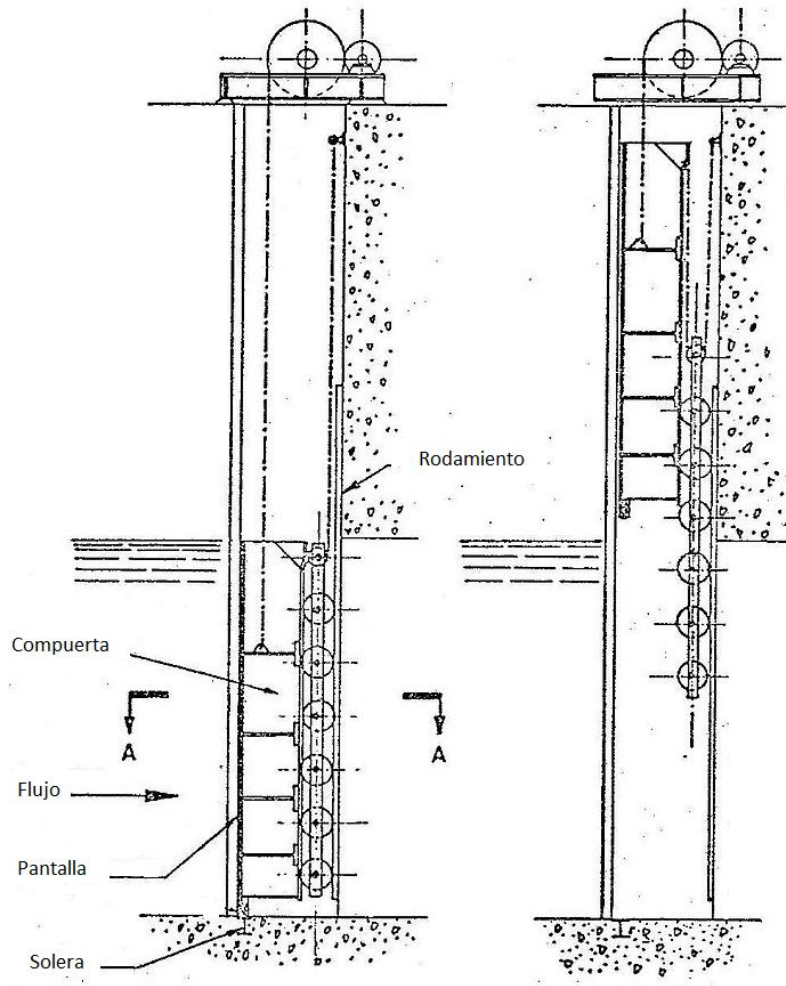
La principal característica de una compuerta superficial reside en el método usado para transferir la presión que actúa sobre ella. Entre estos métodos están:

1. Transmisión de la presión hacia pilas o paredes. Se utiliza por las compuertas planas levadizas, compuertas radiales y compuertas enrollables. Éste tipo de compuertas se pueden diseñar para flujo sobre o bajo la compuerta; o una combinación de ambos.
2. Transmisión de la presión hacia el umbral de la compuerta. Ejemplos de esto son: las compuertas de sector, las de hojas abatibles, las enrollables y las inflables.
3. Transmisión de la presión hacia las pilas y el umbral. Por ejemplo, algunos tipos de compuertas abatibles y compuertas flotantes.

### **1.2.1 Compuertas planas verticales.**

Son compuertas formadas por una malla de vigas horizontales, verticales y elementos rigidizantes. También se pueden formar por una capa gruesa de acero; de sección simple o doble. Cuando el flujo de agua es por la parte superior, la compuerta puede estar provista de una hoja abatible adicional.

Las compuertas de este tipo, pueden tener correderas o soporte lateral con ruedas. Ejemplos de este tipo de compuertas son: la compuerta tipo Caterpillar y la compuerta Stoney.



**Figura 1.1: Compuerta plana tipo Stoney.**

El peso es un factor muy importante en el diseño de compuertas hidráulicas. Existen expresiones que permiten relacionar el peso de una compuerta hidráulica con su ancho (B) y la carga hidráulica que deben de soportar (P). Estas expresiones pueden consultarse en la referencia [13].

La carga hidráulica usual,  $P$ , de una compuerta plana es de 1 a 15 metros; y su ancho,  $B$ , de 4 a 45 m. El producto  $PB$  de las compuertas planas normalmente está por debajo de los 200 m<sup>2</sup> aunque, en casos excepcionales, puede llegar a ser de hasta 250 m<sup>2</sup> (Scheldt, Países Bajos).

### 1.2.2 Compuertas radiales.

Son compuertas que se construyen en forma de portal a partir de barras horizontales, verticales y brazos radiales, rectos o inclinados, que giran alrededor de una articulación localizada en cada extremo de la compuerta.

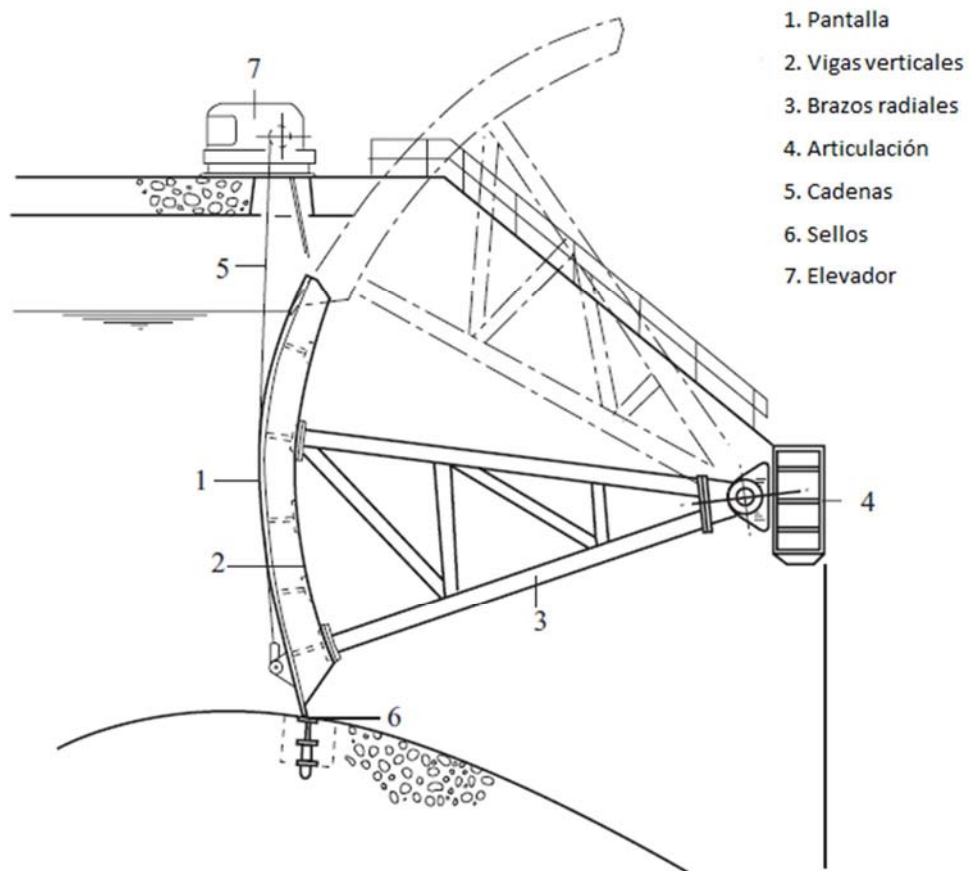


Figura 1.2: Compuerta radial sobre la cresta de una presa

La carga hidráulica usual de una compuerta radial es  $2 < P(m) < 20$ , y su ancho de  $3 < B(m) < 55$ . El producto  $PB$  puede ser de hasta  $550 \text{ m}^2$ ; incluso se pueden diseñar para soportar más de 2000 toneladas por soporte.

Las principales ventajas de una compuerta radial con respecto a las compuertas planas verticales son: izajes más pequeños, mayor rigidez; menores, pero pilas más largas, ausencia de rendijas en la compuerta, facilidad de automatización y mejor desempeño por viento.

### **1.2.3 Compuertas de tambor y sector.**

La forma y el funcionamiento de ambos tipos de compuertas son muy semejantes entre sí. En ambas, se requiere de una cámara o compartimento ubicado en el vertedor de la presa. Normalmente, no requieren equipo mecánico para su operación, debido a que se aprovecha el desnivel hidráulico creado por la misma compuerta.

La diferencia entre una compuerta tipo tambor y una de sector reside en la ubicación de la articulación. En una compuerta tipo tambor, la articulación se ubica aguas arriba de la compuerta; mientras que en una compuerta tipo sector la articulación se ubica aguas abajo.

La carga hidráulica  $P$ , en ambos tipos de compuertas puede ser tan alta como 10 m; y su ancho  $B$ , hasta 65 m. Sus principales ventajas son: la facilidad de automatización, la ausencia del mecanismo de elevación, los movimientos rápidos, la regulación precisa y la facilidad de paso de hielo y escombros. Por otro lado, entre sus desventajas están que son difíciles de instalar, su mantenimiento debe ser cuidadoso y requieren de calefacción durante el invierno.



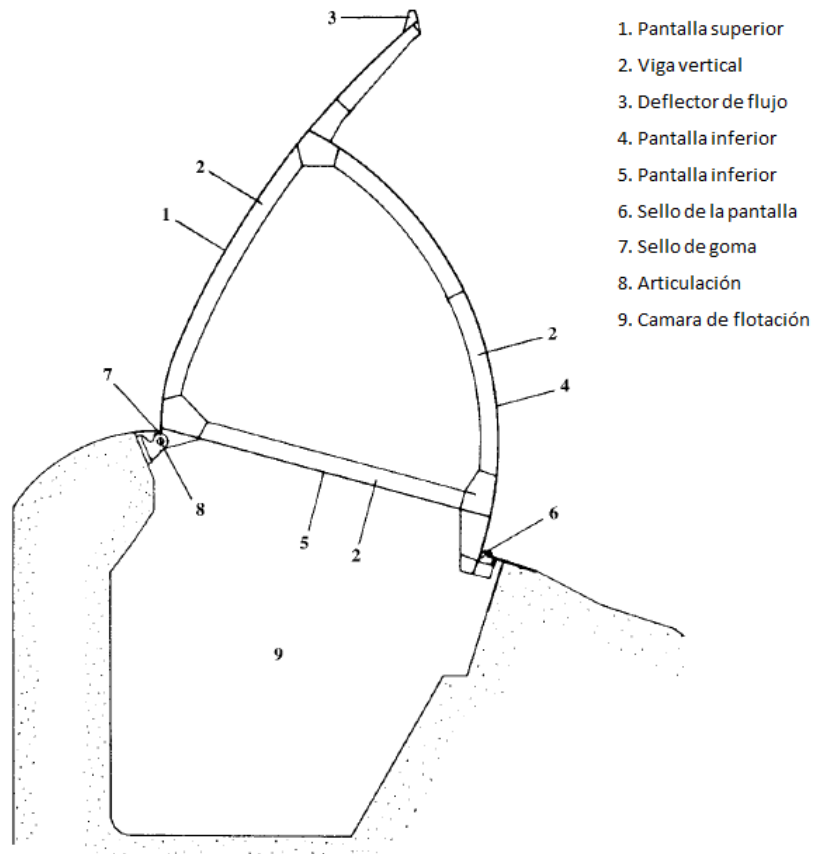


Figura 1.3: Compuerta tipo sector

#### 1.2.4 Compuertas tipo aleta (Flap gates).

Son compuertas que se articulan en su parte inferior. Es una de las más simples y de uso más frecuente dentro de las compuertas reguladoras. Pueden usarse solas o en conjunto con las compuertas planas levadizas. Raramente se colocan en la cresta de una presa.

Se han usado para alturas de presión  $P$ , de hasta 6 m y anchos  $B$ , de hasta 30 m. Para anchos mayores se pueden colocar una seguida de otra, cada una con su propio elevador hidráulico.

Dentro de las ventajas de este tipo de compuertas están la regulación precisa y la facilidad para el paso de hielo y escombros. Ambientalmente, son las más aceptables que cualquier otro tipo de compuerta.

Sus desventajas son que requieren de protección contra congelación y que son sensibles a la vibración, la cual puede prevenirse mediante el uso de deflectores en los bordes de la compuerta.

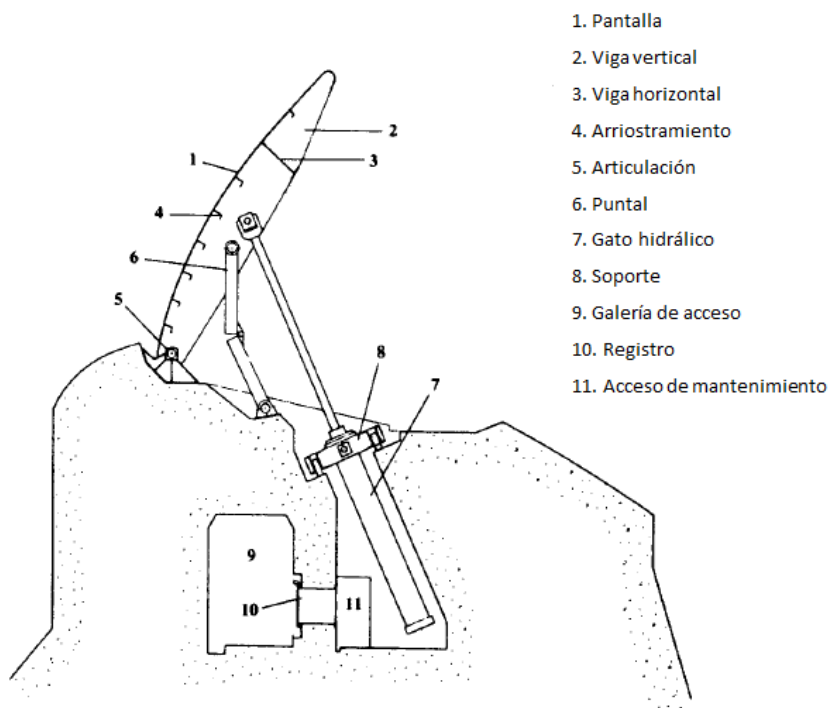


Figura 1.4: Compuerta tipo Aleta (Flap gate)

### 1.2.5 Compuerta rodante (enrollable).

Es una compuerta formada por un cilindro hueco de acero, de diámetro menor que la altura de contención. La diferencia en altura se compensa con un accesorio de acero que se coloca en la parte inferior de la compuerta. Para abrir o cerrar la compuerta, el cilindro de acero debe girar sobre una pista inclinada. Debido a su gran rigidez, su ancho

$B$ , puede ser hasta 50 m. Actualmente no se usan, debido a que requieren pilas sustanciales con grandes huecos y a que son vulnerables a la falla en un solo punto.

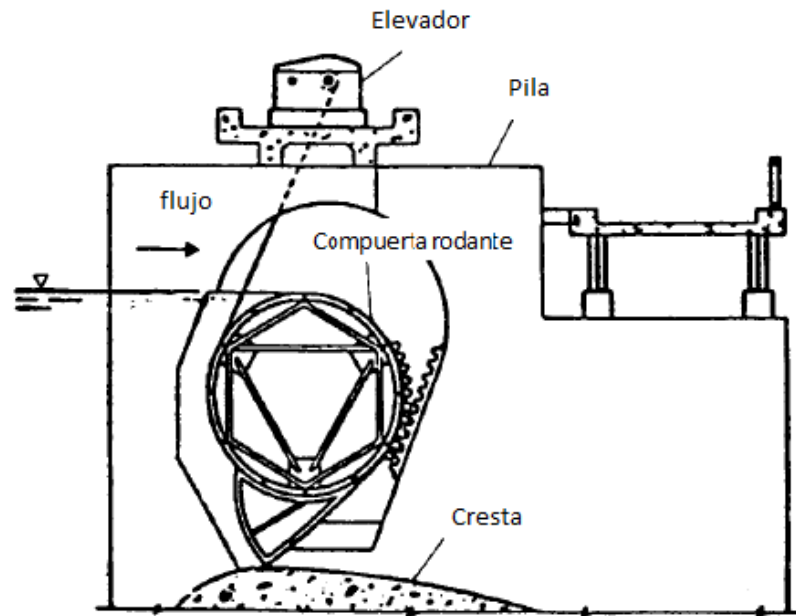


Figura 1.5: Compuerta rodante (enrollable)

### 1.2.6 Compuertas de tela.

Son compuertas fabricadas en tela o hule que pueden ser presurizadas por agua, aire o por una combinación de ambos. Se pueden usar para anchos  $B$  mayores a 100 m y cargas hidráulicas  $P$ , de hasta 6 m. Sus principales ventajas son: el bajo costo, el bajo peso, la ausencia del mecanismo de elevación, poco mantenimiento y facilidad de instalación.

Aunque la inversión inicial en éste tipo de compuertas es baja, la posibilidad de daño en la compuerta puede mermar su vida útil.

### **1.2.7 Compuertas fusibles con desbordamiento superior.**

Compuerta diseñada y fabricada por primera vez en Francia, bajo el nombre de Hydroplus Fusegate (1991, Presa de irrigación Lussas). Consta de 10 compuertas de 2.15 m de altura y 3.5 m de longitud.

Es adecuada para gastos moderados que desborda por su parte superior en forma de laberinto. Para grandes avenidas, las unidades independientes vuelcan aguas abajo, cuando la presión de levantamiento bajo la unidad es suficiente. Después de la avenida, las unidades volcadas se pueden volver a instalar y si están dañadas, se pueden sustituir.

Otro ejemplo de éste tipo de compuertas se utilizaron en la presa Terminus en California. En dicho proyecto, 6 unidades de 11.7 m de ancho, 6.5 m de altura y 13 m de longitud se colocaron sobre la cresta de la presa.

### **1.3 Compuertas de alta presión.**

Son compuertas en las cuales la presión se transmite directamente al medio circundante a través de los apoyos de la compuerta.

La carga hidráulica  $P$ , en éste tipo de compuertas, pueden ser tan alta como 200 m y el producto  $PB$  puede ser hasta 100 m<sup>2</sup>. Aunque área usual suele estar en el intervalo de 30 a 50 m<sup>2</sup>.

En condiciones óptimas, debe contar con un ducto de presión aguas arriba de la compuerta; y deflectores de agua en su parte inferior, para evitar la cavitación. En ocasiones se utilizan adherentes de anillo, que cierran las ranuras de la compuerta y permiten el flujo de agua sin obstáculos, a través de la compuerta completamente abierta.

Una característica especial de algunas compuertas radiales de alta presión, son el uso de articulaciones excéntricas (Buzzel, 1957) que permiten la formación de un hueco entre los sellos y sus asientos. Así, sólo los momentos debidos al peso de la compuerta y la fricción de la articulación se deben de superar, para operar la compuerta. Ejemplo de este tipo de compuerta es la utilizada en la Presa Dongjiang de 6.4 m de ancho y 7.5 m de altura que opera para una columna de presión de 120 m (Erbisti, 1994).

#### **1.4 Barreras contra mareas y compuertas de protección de avenidas.**

Debido a su longitud y a la carga que deben soportar, el diseño de las barreras contra mareas, construidas para el control de flujo y la protección de avenidas, proveen cambios especiales en el diseño, la instalación y operación de las compuertas hidráulicas.

La principal protección contra inundaciones se dio en los trabajos del Delta, Países Bajos (1986). En éste lugar se colocaron 62 compuertas levadizas de 5.09 m a 11.09 m de altura; y 42 m de luz. La barrera contra avenidas Maeslant, concluida en 1997, forma parte de dicho proyecto. Cuenta con dos compuertas, una radial y otra de sector. Ambas son capaces de cerrar el canal de 360 m de ancho variable. Cada compuerta es de 21 m de altura, 8 m de ancho y 210 m de longitud.

En condiciones normales, ambas compuertas se colocan en dos diques secos a cada lado del canal. Durante su operación, las compuertas giran alrededor de las pilas hasta que hacen contacto. Posteriormente, se inundan y descienden hasta el lecho del canal. Después del peligro de inundación, el proceso se invierte y las compuertas regresan a su posición inicial.

La barrera del Támesis que protege a Londres de inundaciones, fue concluida en el año de 1982. Utiliza el concepto de compuerta de sector ascendente. Ésta compuerta de 20 metros de altura, se fija en sus extremos por discos de 24 m de diámetro, cuya

rotación permite el ascenso o descenso de la compuerta. En el modo de apertura, tienen el nivel del lecho del río y en el modo de control de inundaciones, son verticales (Lewin, 2001). La barrera tiene 4 sectores ascendentes de 61 m de longitud, dos de 31.5 m y cuatro de 31.5 m.

La protección de Venecia contra inundaciones es un reto de la ingeniería. Para evitar pilas en los canales que conectan la laguna de Venecia con el Adriático, se propone utilizar en los tres canales, 4 barreras de 400 m de longitud, con articulaciones inferiores boyantes de 20 m de ancho, de 18 a 28 m de largo y de 3.6 a 5.0 m de profundidad. En su posición cerrada, las compuertas se encuentran empotradas en cajones de concreto armado. En funcionamiento, permanecen en un ángulo de 45° aproximadamente, no vinculadas e independientes para moverse con el oleaje. Para mayores detalles ver Lewin y Scotti, (1990) y Bandarin, (1994).

### **1.5 Principales fuerzas que actúan sobre las compuertas.**

Para el diseño estructural de una compuerta es necesario conocer las fuerzas que actúan sobre ella. De las diferentes fuerzas que pueden actuar sobre las compuertas, las más importantes, debido a su magnitud, son las fuerzas hidráulicas.

Las fuerzas hidráulicas pueden ser de dos tipos: *fuerzas hidrostáticas* y *fuerzas hidrodinámicas*.

Las *fuerzas hidrostáticas* son las fuerzas que produce el agua en reposo sobre la compuerta, mientras ésta permanece cerrada. Su magnitud es fácil de evaluar mediante los procedimientos usuales de empujes sobre superficies planas y curvas.

Las *fuerzas hidrodinámicas*, por el contrario, no son fáciles de evaluar, debido a que inducen una presión variable sobre la compuerta originada por el movimiento del agua.

El movimiento del agua, a su vez, puede deberse a las fuerzas sísmicas que actúan sobre la masa de agua o bien, al movimiento mismo de la masa de agua (efecto de la gravedad,  $g$ ), cuando la compuerta está en operación.

En el último caso, la variación de la presión hidrodinámica sobre la compuerta puede deberse a dos razones:

1. A la variación de las condiciones de flujo bajo la compuerta.
2. A los modos de vibración de la compuerta que producen autoexcitación o vibración autoinducida.

Los factores más importantes que pueden incidir en el flujo de agua bajo la compuerta, son: la geometría y posición de la compuerta, sus accesorios (sellos y soportes), la carga hidráulica, las condiciones de descarga (libre o sumergida), el número de Froude, el número de Reynolds, el grado de turbulencia entrante y la aireación del conducto aguas abajo de la compuerta.

El cálculo de las fuerzas hidrodinámicas que actúa sobre una compuerta parcialmente abierta no es sencillo. Aunque resulta tentador expresar las fuerzas hidrodinámicas en términos de sus coeficientes de descarga y contracción, éste enfoque sólo es aplicable en el más simple de los ejemplos y resulta insuficiente en el diseño final de la compuerta.

Por los motivos antes expuestos, el análisis de las condiciones del flujo y de los factores que inciden en él, resulta necesario para el diseño final de las compuertas.

### **1.6 Aireación, cavitación y vibración en las compuertas.**

La aireación, la cavitación y la vibración en las compuertas son tres efectos relacionados entre sí. En especial, en compuertas de alta presión.

El peligro de la cavitación existe al presentarse la separación del flujo de agua, por falta de suministro de aire, suficiente. Para evitar este problema, es necesario determinar el diámetro del ducto de aire aguas abajo de la compuerta, Novack y Cabelka, (1981).

La vibración en las compuertas, puede ser peligrosa. Fugas en los sellos, flujo intermitente y ventilación inadecuada, son las principales causas.

En un principio las componentes variacionales de las fuerzas hidrodinámicas que inducen la vibración, pueden ser producidas por las vibraciones estructurales de la compuerta, que a su vez, producen la variación del flujo (presión hidrodinámica), que resulta en vibraciones autoinducidas.

### **1.7 Principales mecanismos de excitación.**

1. Excitación inducida externamente (EIE). Producidas por la variación de la presión o por flujo turbulento que incide sobre la compuerta.
2. Inestabilidad inducida por excitación (IIE). Se debe a la inestabilidad de flujo debido a la formación de vórtices.
3. Excitación inducida por movimiento (MIE). Autoexcitación debido a la variación del flujo bajo la compuerta, que se relacionan con sus modos de vibración.
4. Excitación debida a flujo oscilador (EFO). Excitación debida al incremento de agua en el conducto aguas abajo de la compuerta.

Las vibraciones inducidas por flujo pueden ser forzadas por la turbulencia, o por el movimiento mismo del agua. Estas pueden ser amplificadas por las vibraciones en la estructura que se sincronizan con la excitación del flujo; produciendo el amortiguamiento negativo o autoexcitación.



En el diseño de compuertas hidráulicas, es recomendable que las frecuencias de excitación de la compuerta, estén suficientemente lejos de sus frecuencias de resonancia, a menos que se disponga de un alto amortiguamiento. Y evitar, en la medida de lo posible, la aparición del amortiguamiento negativo o autoexcitación.

## Capítulo II.- Metodología para el diseño estructural de las compuertas radiales

---

Actualmente, una de las metodologías más completas que se tienen para el diseño estructural de una compuerta radial, es la establecida por el Cuerpo de Ingenieros del Ejército de los Estados Unidos de América del año 2000. De acuerdo con ésta metodología, que se basa en el *Método de diseño por factores de carga y resistencia* o LRFD (Load and Resistance Factor Design), por sus siglas en inglés; el diseño de los elementos que constituyen una compuerta radial, no deberá exceder determinados estados límite, bajo las combinaciones de carga que posteriormente se describen.

### 2.1 Revisión básica de diseño

La revisión básica de diseño en el LRFD se expresa por

$$\sum \gamma_i Q_{ni} \leq \alpha \phi R_n \quad (2.1)$$

donde

$\gamma_i$ : factor de carga

$Q_{ni}$ : carga nominal

$\alpha$ : factor de confiabilidad

$\phi$ : factor de resistencia

$R_n$ : resistencia nominal

Para los estados límite apropiados, todos los componentes estructurales de las compuertas radiales deberán cumplir con la desigualdad anterior.

## **2.2 Cargas**

Las principales cargas que aplican en el diseño estructural de las compuertas radiales son: a) Cargas gravitacionales; b) Cargas hidrostáticas; c) Cargas por operación de la maquinaria; d) Cargas por hielo o lodos; d) Cargas por sismo; e) Cargas por viento u oleaje; y f) Cargas por la acción térmica.

### **a) Cargas gravitacionales (D, M y C)**

Son las cargas debidas el peso propio de la compuerta (D), lodos (M) o hielo(C).

### **b) Cargas hidrostáticas (H)**

Es la carga hidrostática que ejerce el agua sobre la compuerta. Se considera en tres niveles:

- Carga hidrostática máxima ( $H_1$ ). Es la carga hidrostática máxima que se puede ejercer durante la vida útil de la compuerta.
- Carga hidrostática de diseño ( $H_2$ ). Es hidrostática máxima que puede ocurrir sobre la compuerta en un periodo de 10 años.
- Carga hidrostática normal ( $H_3$ ). Es la carga hidrostática máxima que se ejerce sobre la compuerta el 50% de las veces en un año.

### **c) Cargas por operación de la maquinaria (Q)**

Son las cargas o fuerzas ejercidas por la maquinaria para abrir o cerrar la compuerta. Cuando dichas fuerzas se asumen como reacciones, no es necesario afectarlas por los factores de carga.

Se consideran tres niveles de carga por operación de la compuerta:

- Carga máxima descendente ejercida por el gato hidráulico ( $Q_1$ ). Es la carga máxima descendente que el gato hidráulico puede ejercer sobre la compuerta para cerrarla, o cuando la compuerta se atasca.
- Carga de reposo ejercida por el gato hidráulico ( $Q_2$ ). Es la carga que el gato hidráulico puede ejercer sobre la compuerta para mantenerla cerrada. Las cargas  $Q_1$  y  $Q_2$  no existen para los sistemas de elevación por cables.
- Carga máxima ascendente de operación ( $Q_3$ ). Es la carga máxima ascendente que el sistema de elevación (pistón hidráulico o cables), puede ejercer sobre la compuerta, cuando se atasca o cuando está completamente abierta.

En el sistema de elevación por cables, se deberá considerar una carga adicional que actúa sobre la compuerta, provocada por los cables cuando no son tangentes a la pantalla. Esta fuerza varía en magnitud y dirección, respecto a la posición del sistema de elevación.

#### **d) Carga de impacto por hielo (I)**

Es la carga que toma en cuenta el impacto de escombros sobre la compuerta, como madera, hielo y objetos extraños. También considera la carga lateral debida a la expansión térmica de las capas de hielo. En el primer caso, se considera una carga uniformemente distribuida de 73 kN/m (7.44 ton/m), en la dirección del flujo, aplicada sobre todo el ancho de la compuerta, en el nivel superior de almacenamiento.

**e) Carga por fricción de sellos laterales (Fs)**

Son las cargas que se generan durante la apertura o cierre de la compuerta. Se deben a la fuerza de fricción que existe entre los sellos laterales de la pantalla y las placas de los sellos laterales de las pilas.

En el diseño convencional de compuertas radiales, ésta carga se determina por:

$$F_s = \mu_s S l + \mu_s \gamma_w \frac{d}{2} \left( l_1 \frac{h}{2} + h l_2 \right) \quad (2.2)$$

donde

$\mu_s$ : coeficiente de fricción por sellos laterales ( $\mu_s = 0.5$  para sellos de neopreno)

$l$ : longitud total del sello.

$l_1$ : longitud total del sello entre los niveles superior e inferior de agua.

$l_2$ : longitud total del sello desde el nivel inferior de agua hasta el borde inferior de la compuerta

$S$ : fuerza por unidad de longitud inducida por la presión del sello

La magnitud de  $S$  se puede determinar por:

$$S = \frac{3\delta EI}{d^3} \quad (2.3)$$

donde  $\delta$  es el aplastamiento del sello;  $\gamma_w$  el peso unitario del agua;  $d$  el ancho expuesto del sello a la presión hidrostática; y  $h$  la distancia vertical entre los tirantes superior o inferior de agua (Ver Figura 2.1).

**f) Carga de fricción en la articulación (Ft)**

Es la carga de fricción que se produce entre la superficie del perno y la articulación. Esta acción produce un momento de fricción  $F_t$ , alrededor del perno, que se debe considerar en el diseño.

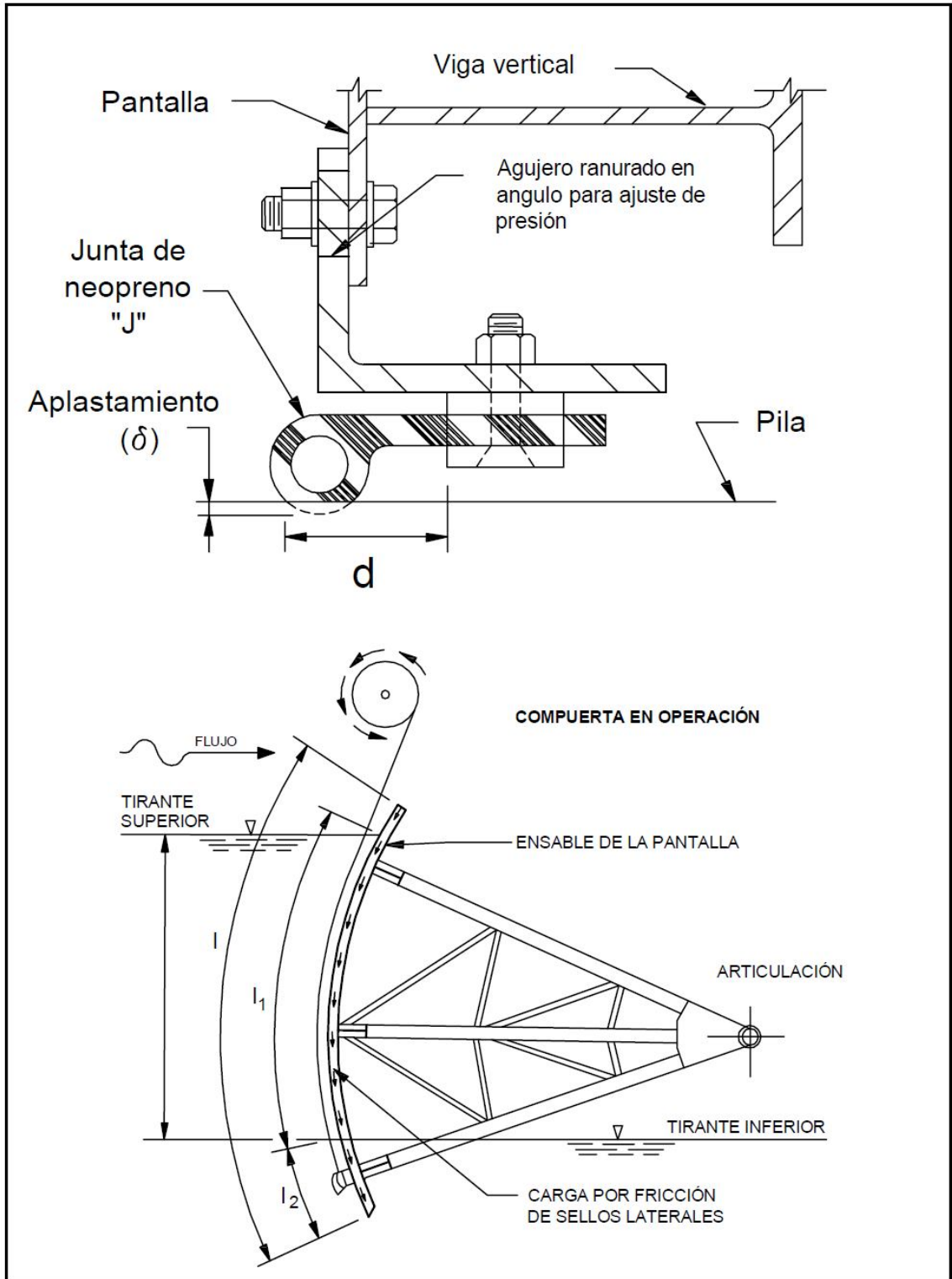


Figura 2.1: Sello lateral y fuerzas de fricción

El momento de fricción alrededor del perno, es función del coeficiente de fricción, la fuerza de reacción R normal a la superficie del perno (paralela a las pilas) y el radio del perno.

Un coeficiente de fricción  $\mu_s = 0.3$ , es un valor conservador para compuertas con mantenimiento inadecuado. Para articulaciones con lubricación adecuada, el coeficiente de fricción puede estar en el intervalo de 0.1 a 0.15.

### **g) Carga de diseño por sismo (E)**

Para estimar la carga inducida por sismo se debe tener en cuenta lo siguiente:

1. La dirección de aceleración del sismo es paralela al eje de simetría de la presa.
2. Las aceleraciones verticales y transversales a la compuerta son despreciables.
3. Las fuerzas por sismo incluyen tanto las fuerzas inerciales como las fuerzas hidrodinámicas del agua sobre la compuerta.
4. La carga por sismo se determina por la presión que se ejerce sobre el área tributaria del elemento en cuestión.

La presión hidrodinámica que induce el sismo, se puede calcular por la ecuación de Westergaard (1931) y se puede aplicar a la masa de agua antes y después de la compuerta.

$$p = \frac{7}{8} \gamma_w a_c \sqrt{Hy} \quad (2.4)$$

donde

$p$ : presión hidrodinámica a una distancia "y" bajo la superficie libre del agua.

$\gamma_w$ : peso unitario del agua

$H$ : profundidad del reservorio (aguas arriba o aguas abajo)

$a_c$ : aceleración máxima de la base del reservorio expresada como fracción de  $g$ .

#### **h) Carga por oleaje (W<sub>a</sub>)**

Es la carga por oleaje que se estima con base en las condiciones específicas del sitio.

#### **i) Carga por viento (W)**

La carga por viento que se estima con base en el ASCE 1995. Usualmente, las presiones son inferiores a 2.4kPa (0.24 ton/m<sup>2</sup>).

### **2.3 Casos de carga**

#### **Caso de carga 1: Compuerta cerrada**

Se consideran tres combinaciones de carga mientras la compuerta permanece cerrada.

$$1.4H_1 + 1.2D + 1.6(C + M) + 1.2Q_2 \quad (2.5)$$

$$1.4H_2 + 1.2D + 1.6(C + M) + [1.2Q_1 \text{ o } (1.2Q_2 + 1.2W_a) \text{ o } (1.2Q_2 + K_I I)] \quad (2.6)$$

$$1.2H_3 + 1.2D + 1.6(C + M) + 1.0E \quad (2.7)$$

1. *Condición extrema de almacenamiento.* Condición en la cual la carga hidráulica máxima  $H_1$  es aplicada junto con las cargas gravitacionales por peso propio (D), hielo (C) y lodos (M). También se considera la carga aplicada por el pistón hidráulico  $Q_2$ . Si el sistema de elevación es por cadenas,  $Q_2$  no existe.

2. *Condición normal de operación.* Condición en la cual la carga hidrostática moderada ( $H_2$ ) actúa en combinación de  $Q_1$  o  $W_A$  o I. Las cargas D, C y M existen y se asume que  $Q_1$ ,  $W_A$  e I, no pueden ocurrir al mismo tiempo.

El factor  $K_I$  es igual a 1.6, cuando se considera la expansión térmica; y 1.0 cuando se considera el impacto de hielo o escombros.

3. *Condición de sismo.* Condición de carga en la cual la carga hidrostática normal  $H_3$  actúa en combinación de la carga por sismo (E). Las fuerzas gravitacionales D, C y M también se consideran.



### **Caso de carga 2: Operación de la compuerta con dos elevadores**

Es la condición de carga que considera la operación de dos elevadores funcionales. El efecto de las fuerzas que se consideran aquí, deberá de revisarse para todo el intervalo de operación de la compuerta. Las cargas por operación (Q), no se lista, debido a que constituyen el soporte o las fuerzas de reacción de la compuerta. Además, se considera que la ocurrencia de sismo (E), es poco probable durante éste estado de carga.

Las combinaciones de carga para la condición de operación de la compuerta con dos elevadores son:

$$1.4H_1 + 1.2D + 1.6(C + M) + 1.4F_s + 1.0F_t \quad (2.8)$$

$$1.4H_1 + 1.2D + 1.6(C + M) + 1.4F_s + 1.0F_t + (1.2W_A \text{ o } K_I I) \quad (2.9)$$

1. *Condición extrema de operación.* Es la condición en la cual la carga máxima de operación ( $H_1$ ) se aplica junto con las fuerzas gravitacionales D, C y M; además de las fuerzas de fricción  $F_s$  y  $F_t$  debido al movimiento de la compuerta.

2. *Condición de operación.* Condición en la cual la carga hidrostática moderada ( $H_2$ ) actúa en combinación de las cargas por oleaje ( $W_A$ ) e Impacto por hielo (I).

El coeficiente  $K_I$  es igual a 1.6 por el efecto de expansión térmica o 1.0 por impacto de hielo o escombros.

### **Caso de carga 3: Operación de la compuerta con un elevador**

Es la carga que considera la operación de la compuerta con un solo elevador, debido a la falla del otro. El efecto de las fuerzas que aquí se consideran, deberá de revisarse para todo el intervalo de operación de la compuerta. Se considera una sólo combinación de carga dada por:

$$1.4H_2 + 1.2D + 1.6(C + M) + 1.4F_s + 1.0F_t \quad (2.10)$$

En esta condición, la carga hidrostática moderada ( $H_2$ ), se ejerce sobre la compuerta junto con las cargas gravitacionales  $D$ ,  $C$  y  $M$ ; y las fuerzas de fricción  $F_s$  y  $F_t$ , generadas por el movimiento de la compuerta.

Las cargas  $H_1$ ,  $W_A$ ,  $I$  y  $E$ , no se consideran, debido a que su ocurrencia simultánea es poco probable.

#### **Caso de carga 4: Compuerta atascada**

Es la combinación de carga que considera la falla de un elevador y el atascamiento de la compuerta entre las pilas debido a su giro. El efecto de las fuerzas sobre los miembros estructurales se debe de revisar para todo el intervalo de operación de la compuerta.

$$1.4H_2 + 1.2D + 1.6(C + M) + (1.2Q_3 \text{ o } 1.2Q_1) \quad (2.11)$$

En el presente estado de carga, se considera que la carga hidrostática moderada ( $Q_2$ ) actúa sobre la compuerta, junto con las cargas gravitacionales  $D$ ,  $C$  y  $M$ ; y la carga máxima de operación ( $Q_3$  o  $Q_1$ ). En todo momento, se asume que un solo elevador está en funcionamiento.

#### **Caso de carga 5: Compuerta completamente abierta**

Es la condición de carga que considera que la compuerta está completamente abierta. Se asume que las cargas por viento ( $W$ ), sismo ( $E$ ) y de operación ( $Q$ ) se ejercen sobre la compuerta, pero no de manera simultánea.

$$K_D D + 1.6(C + M) + (1.3W \text{ o } 1.0E \text{ o } 1.2Q_3) \quad (2.12)$$

Debido a que la compuerta está completamente abierta, los efectos de  $H$ ,  $W_A$  e  $I$ , son igual a cero. Cuando se considera la carga  $Q_3$ , o cuando  $W$  y  $E$  se oponen a la gravedad,  $C$  y  $M$  son igual a cero y  $K_D = 0.9$ . Cuando la dirección de  $W$  o  $E$  incrementan los efectos de la gravedad,  $K_D = 1.2$ , y las cargas de  $C$  y  $M$  sí se deben de considerar.

## 2.4 Condiciones de apoyo y del sistema de elevación de la compuerta

Para que la compuerta radial sea estable, se deben de considerar restricciones rotacionales adecuadas en sus soportes. Cuando la compuerta está cerrada (Caso de carga 1), se considera que la compuerta se apoya sobre el cimacio de la presa. Para el caso de carga 2 y 3, el soporte lo constituye el sistema de elevación. Cuando la compuerta se atasca (Caso de carga 4), los soportes son las pilas; y cuando la compuerta está completamente abierta, caso de carga 5, el soporte lo proporciona el tope superior.

Para los casos de carga 2 y 3, las fuerzas por operación de la compuerta no se incluyen, puesto que se consideran reacciones. Por otro lado, para los casos de carga 1 y 4, y algunas aplicaciones del 5, cuando la compuerta se soporta por algo distinto a los elevadores, cualquier fuerza ejercida por ellos, se considera como una fuerza externa  $Q$ .

## 2. 5 Estados límite y resistencias de diseño para miembros individuales

Para el diseño de los elementos de una compuerta radial se requieren considerar estados límite de resistencia y servicio. Los estados límite de resistencia son: fluencia, inestabilidad, fatiga y fractura.

La resistencia de diseño para cada estado límite se calcula con  $\alpha\phi R_n$ , a partir de la resistencia nominal  $R_n$ , el factor de resistencia  $\phi$  y el factor de confiabilidad  $\alpha$ . Para condiciones normales  $\alpha = 0.9$ . Para compuertas sumergidas  $\alpha = 0.85$ .

A continuación se presenta la guía para el diseño específico de la pantalla, las vigas verticales, las vigas horizontales y los marcos laterales.

1. *Pantalla*. Se diseña de manera que el máximo esfuerzo calculado sea menor que el estado límite de fluencia dado por:  $\alpha\phi_b F_y$ . Al determinar la resistencia requerida, se deben de considerar los cinco estados de carga.

2. *Vigas verticales.* Se diseñan de manera que el máximo momento calculado  $M_u$ , sea menor que la resistencia nominal por flexión, dada por:  $\alpha\phi_b M_n$ . Al diseñar las vigas verticales, todos los estados de carga se deben de considerar. Para los casos de carga 2, 3 y 4, la carga máxima ocurre cerca de la posición de cerrado total.

3. *Vigas horizontales.* Se diseñaran como vigas o placas planas de acuerdo con el AISC (1994). Los cinco casos de carga deberán se deberán considerar y en especial para la condición más crítica que está cerca de la posición de cerrado total.

4. *Marcos laterales.* Tanto los brazos laterales como sus arriostramientos, deberán diseñarse bajo las combinaciones de fuerzas establecidas en el AISC (1994). Para determinar la resistencia requerida, todos los casos de carga se deben de considerar.

5. *Miembros secundarios de arriostramiento.* La carga de diseño axial mínima en todos los miembros de arriostramiento deberá ser del 2% de la fuerza total de compresión axial o la fuerza de compresión flexional en el patín de compresión del miembro considerado.

## **2.6 Consideraciones de análisis y diseño**

Tanto el diseño como el comportamiento de los elementos estructurales de una compuerta radial están relacionados entre sí. Normalmente, el diseño consiste en lograr la solución más económica en su conjunto y no la más eficiente en cada uno de sus componentes. En el diseño convencional de las compuertas radiales, gran parte del costo de la estructura reside en el ensamble de la pantalla. Un diseño adecuado, se basa en minimizar el costo de éste componente. Tanto la resistencia requerida como los desplazamientos, se deben de obtener mediante análisis estructural, el cual puede ser tridimensional, o de manera más conservadora, bidimensional. En ambos casos, la condiciones de frontera deberán ser consistentes con los requerimientos de las cargas.

## 2.7 Modelos analíticos bidimensionales

Es práctica común modelar el comportamiento tridimensional de las compuertas radiales a partir de diversos modelos bidimensionales independientes. Con éste enfoque, el comportamiento completo de la compuerta es simulado mediante modelos bidimensionales tales como: el ensamble de la pantalla (pantalla y vigas), marcos horizontales (vigas horizontales y brazos laterales), marcos laterales verticales (Brazos y arriostramientos) y los arriostramientos verticales de la pantalla. El análisis de los modelos bidimensionales es interdependiente. Varias de las cargas aplicadas a un modelo pueden ser las reacciones de otro y muchas de estas cargas, son aplicadas a los diferentes modelos.

Varias de las cargas aplicadas a los modelos, como son las fuerzas de reacción sobre la compuerta que incluyen la reacción en su base  $R_s$  y la fuerza de reacción por los cables  $R_Q/r$ , no estarán factorizadas, ya que son función de cargas, que si lo están.

### 2.7.1 Ensamble de la pantalla

Para este modelo aproximado, se asume que tanto la pantalla como las vigas verticales tienen curvatura cero. La pantalla cumple con dos funciones: en la primera, cada ancho unitario de la pantalla se considera como una viga continua que abarca el ancho de las vigas verticales en la dirección horizontal (Figura 3.2). En la segunda, la pantalla cumple la función de patín de las vigas verticales. Tanto las vigas verticales como el patín de la pantalla se consideran apoyados por las vigas horizontales (Figura 3.3).

a) *Condiciones de frontera.* Consiste en apoyos simples en cada una de las vigas verticales para el ancho unitario de pantalla y en cada una de las vigas horizontales para cada viga vertical.

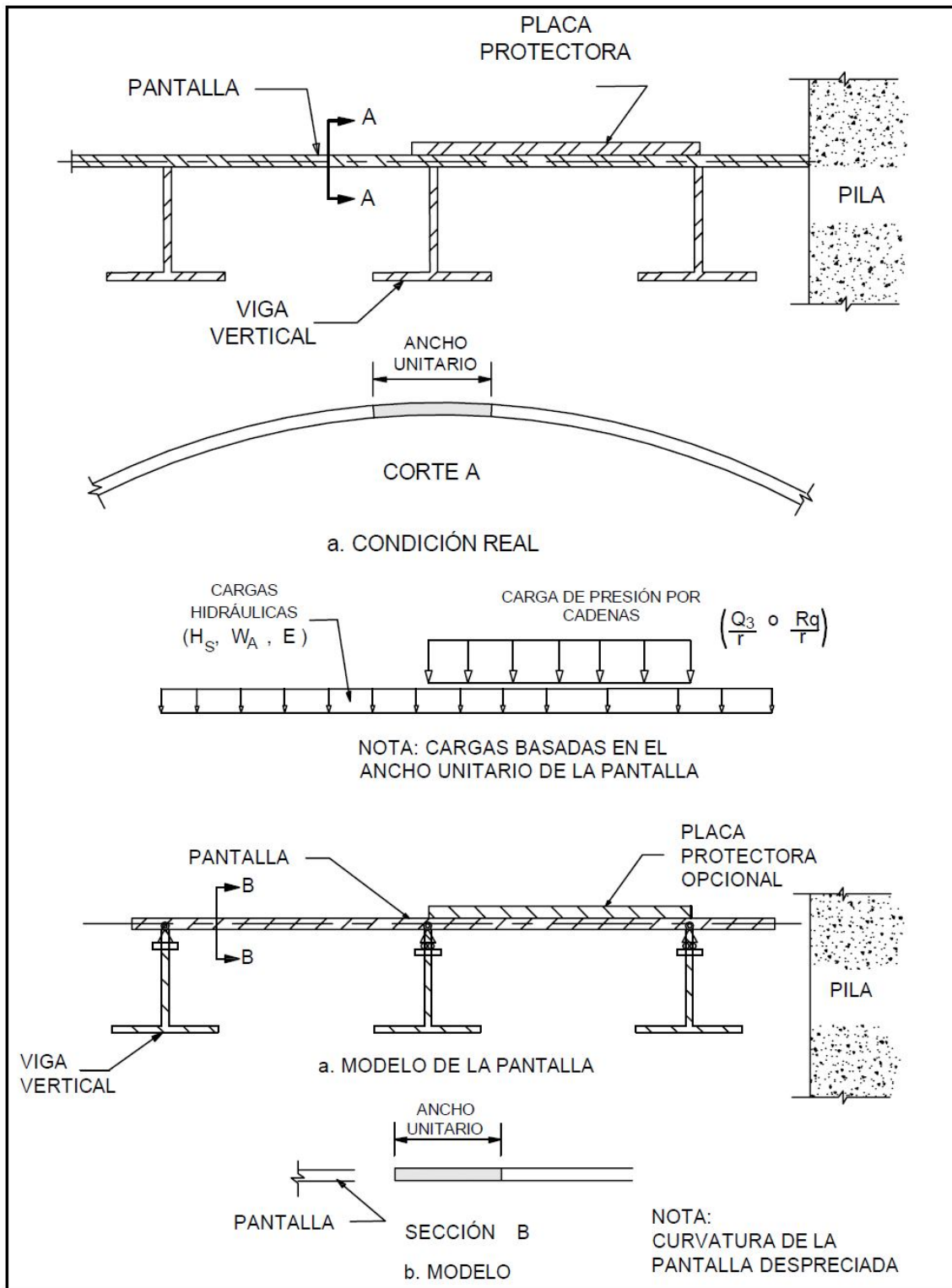


Figura 2.2: Modelo bidimensional del modelo de la pantalla

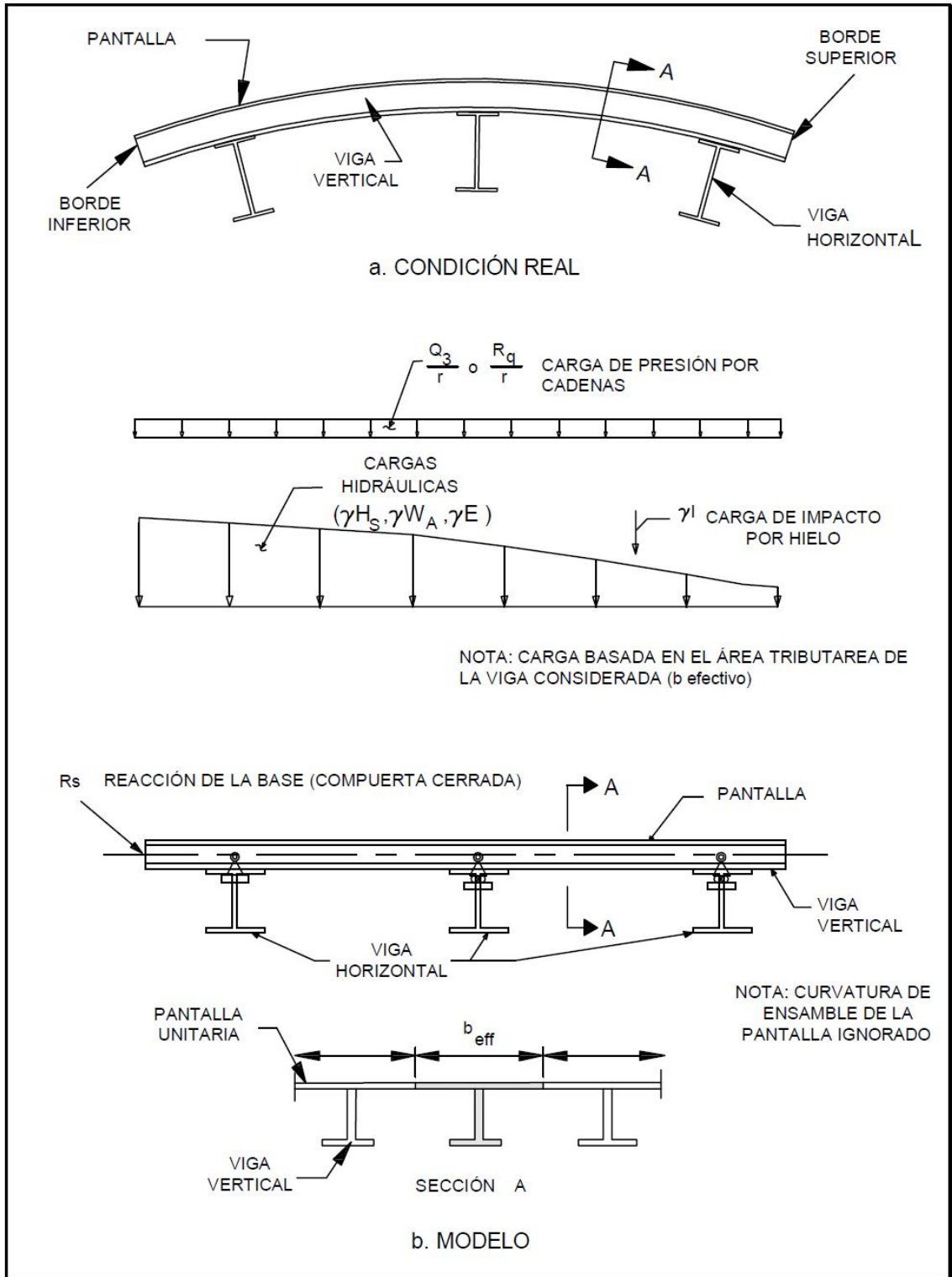


Figura 2.3: Modelo bidimensional del ensamblaje de la pantalla con vigas

b) *Cargas*. Consisten en una combinación de cargas factorizadas y reacciones. Las cargas factorizadas son  $1.2H$  o  $1.4H$ ,  $1.2 W_A$ ,  $1.0E$ ,  $K_I$  y  $1.2Q_3/r$ , según el estado de carga que se considere; y las reacciones  $R_s$  y  $R_Q/r$ ; donde,  $r$  es el radio de la compuerta y  $R_s$  la reacción en la base de la compuerta (Caso 1).  $R_Q$  es la reacción de los cables (Caso 2 y 3) cuando el sistema de elevación es por cables o cadenas. Las reacciones  $R_s$  y  $R_Q/r$  se determinan por equilibrio a partir del modelo de marcos laterales para cada condición de carga. Estas reacciones no estarán factorizadas, debido a que se obtienen de cargas que si lo están.

Para el diseño de la pantalla, las cargas se determinan con base en el ancho unitario de la pantalla y no es necesario incluir las cargas  $I$  y  $R_s$ . Para el modelo de vigas verticales (vigas verticales y el patín formado por la pantalla), la magnitud de las cargas se determina con base en el área tributaria de las vigas verticales. Para cada una de estas vigas, la porción tributaria de  $R_s$ , se aplica como una componente carga radial, concentrada al final de la viga en cantiliver y una componente tangencial, aplicada como una fuerza axial.

c) *Resultados*. Del análisis del modelo de la pantalla se obtiene el esfuerzo calculado y los desplazamientos fuera del plano, que se requieren para dimensionar la pantalla. Por otro lado, del modelo de vigas verticales, se obtienen los momentos que se requieren para su diseño.

### **2.7.2 Modelo del marco de vigas horizontales**

Es el modelo formado por un marco que representa las vigas horizontales y dos columnas que representan los brazos laterales. El eje fuerte de los brazos laterales está orientado para resistir las fuerzas de flexión en el plano del marco. El modelo mostrado en la Figura 2.4 aplica para todos los casos de carga indicados anteriormente, excepto



para los casos de carga 3 y 4. En estos últimos, se impone un desplazamiento lateral para representar la inclinación del marco. El desplazamiento lateral impuesto deberá ser consistente con los desplazamientos que se esperan en la estructura.

Para todos los casos de carga, excepto para el caso 4, el marco no estará arriostrado contra desplazamiento lateral. Para el caso de carga 4, el marco se considera arriostrado y aplicará el desplazamiento lateral máximo.

a) Condiciones de frontera. Los soportes del marco están en la parte inferior de las columnas (o brazos) y se modelan para simular las condiciones reales. Cuando se usan pernos cilíndricos, se modela un soporte fijo; y cuando se utilizan cojinetes cilíndricos, se utiliza un soporte tipo pasador.

b) Cargas. Debido a que las vigas horizontales soportan el ensamble de la pantalla, las cargas sobre las vigas horizontales se obtienen de las fuerzas de reacción del modelo de vigas verticales para cada combinación de carga. Se aplica una carga uniformemente distribuida, equivalente a las reacciones de las vigas verticales, distribuidas sobre el área unitaria a lo largo de la longitud de la viga horizontal. La carga distribuida no requiere de la aplicación de factores de carga.

Para compuertas elevadas por cadenas, una carga concentrada igual a la reacción de la viga vertical que soporta la cadena se deberá aplicar a la viga horizontal en la localización de la viga vertical correspondiente. Por otro lado, cuando la compuerta es elevada por pistones hidráulicos, la fuerza aplicada por el dispositivo hidráulico se deberá aplicar en el lugar de la conexión.

(c) Resultados. Los resultados del análisis del marco de vigas horizontales incluyen todas las fuerzas de diseño y los desplazamientos en las vigas, las fuerzas de diseño por flexión alrededor de eje fuerte de los brazos, y las reacciones que simulan el empuje lateral  $R_z$  en el perno y el momento en la articulación  $M_y$ .

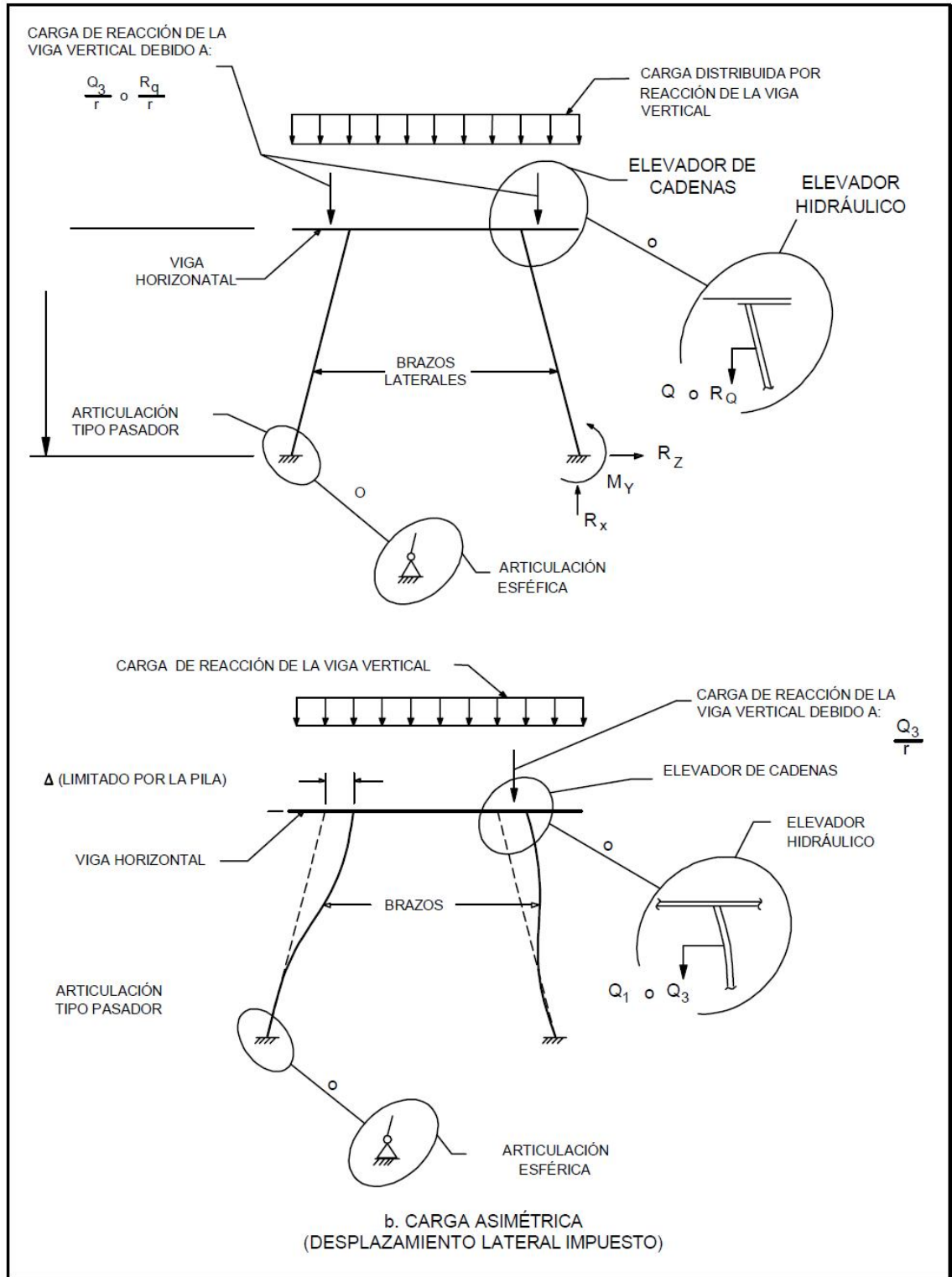


Figura 2.4. Modelo de vigas horizontales y condiciones de apoyo.

La fuerza  $R_z$  del empuje lateral induce las fuerzas de fricción que generan el momento en la articulación  $F_t$ . El efecto de  $R_z$  sobre  $F_t$  se deberá considerar en el análisis de marcos laterales. Para compuertas con marcos laterales paralelos, el efecto de  $R_z$  es despreciable.  $R_z$  es más significativo para compuertas con marcos laterales inclinados, debido a que incluye una componente de la fuerza axial aplicada en los brazos.

### 2.7.3 Modelo de marcos laterales

El modelo analítico de los marcos laterales se compone de elementos que simulan los brazos, los arriostramientos de los brazos, las vigas horizontales (almas), el arriostramiento de las vigas laterales y el ensamble de la pantalla. Tanto los brazos como sus arriostramientos son modelados mediante vigas con las conexiones apropiadas. Los elementos que representan la pantalla y el alma de las vigas son incluidos en el modelo sólo para transferir las cargas y mantener la geometría correcta. Estos elementos deberán tener suficiente rigidez comparada con la de los otros elementos.

El propósito del modelo de marcos laterales es: la determinación de la reacción en la base  $R_s$ , la determinación de la carga de operación  $R_Q$  y la reacción en la articulación  $R$ ; así como la determinación de las fuerzas de diseño en los miembros del marco lateral.

a) *Condiciones de frontera.* Para cada modelo mostrado en la Figura 2.5, la articulación se modela como una articulación de pasador sin traslación. Para el caso de carga 1, la compuerta se soporta por la articulación y la base.

No existen condiciones de frontera para el elevador, la fuerza ejercida por el elevador se trata como una fuerza externa. Para éstas condiciones de operación de la compuerta, el soporte lo constituyen tanto la articulación, como la fuerza ejercida por el elevador.

Para el sistema de elevación por cables, las condiciones de frontera cuando el cable se une a la pantalla, se modela por una articulación de pasador sobre rodillos, que puede trasladarse en la dirección radial.

Para compuertas con elevadores hidráulicos, el pistón hidráulico se simula por un poste de alta rigidez localizado entre la conexión del pistón hidráulico con el marco lateral y la localización de su articulación. Esto equivale a colocar una articulación de pasador sobre rodillos, que es capaz de moverse libremente en la dirección perpendicular al cilindro.

Para el caso en el que la compuerta está atascada o completamente abierta, la compuerta se soporta por la articulación y está limitada al giro por la pila o alguna obstrucción o por el tope de la compuerta. Para restringir la rotación de la compuerta, una articulación de pasador sobre rodillos, es capaz de moverse radialmente y se coloca en la intersección de la viga horizontal con la pantalla, o en cualquier otra ubicación apropiada que restrinja el giro.

b) *Cargas*. Para cada caso de carga se debe considerar el modelo analítico apropiado con las combinaciones de carga factorizadas. Las cargas  $H$ ,  $D$ ,  $C$ ,  $M$ ,  $Q_1$  o  $Q_2$ ,  $W_A$ ,  $K_I$  y  $E$ , se consideran como se muestra en la figura 3.5.

Para sistemas de elevación por cadenas, no se considera la fuerza debida a la maquinaria. Para los sistemas de elevación hidráulicos, la fuerza por operación de la maquinaria es  $Q_1$  y  $Q_2$ , ya que no se considera como soporte. Para los casos de carga 2 y 3, la fuerza de fricción está presente, debido al movimiento de la compuerta. La fuerza de fricción por sellos laterales  $F_s$ , se aplica a lo largo del perímetro de la pantalla y el momento de fricción en la articulación  $F_t$ , se aplica en el perno de soporte.

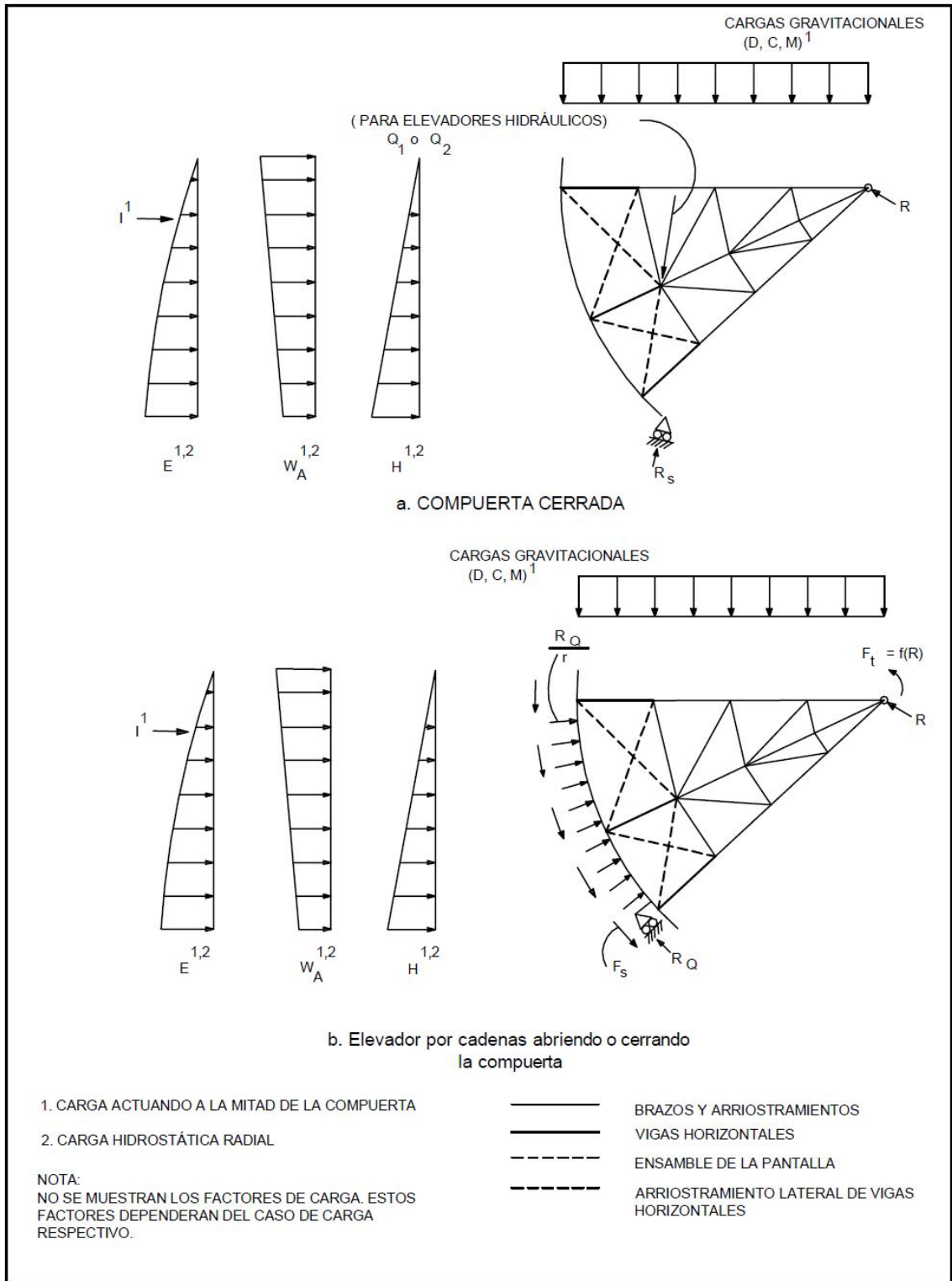


Figura 2.5a: Modelo bidimensional de marcos laterales

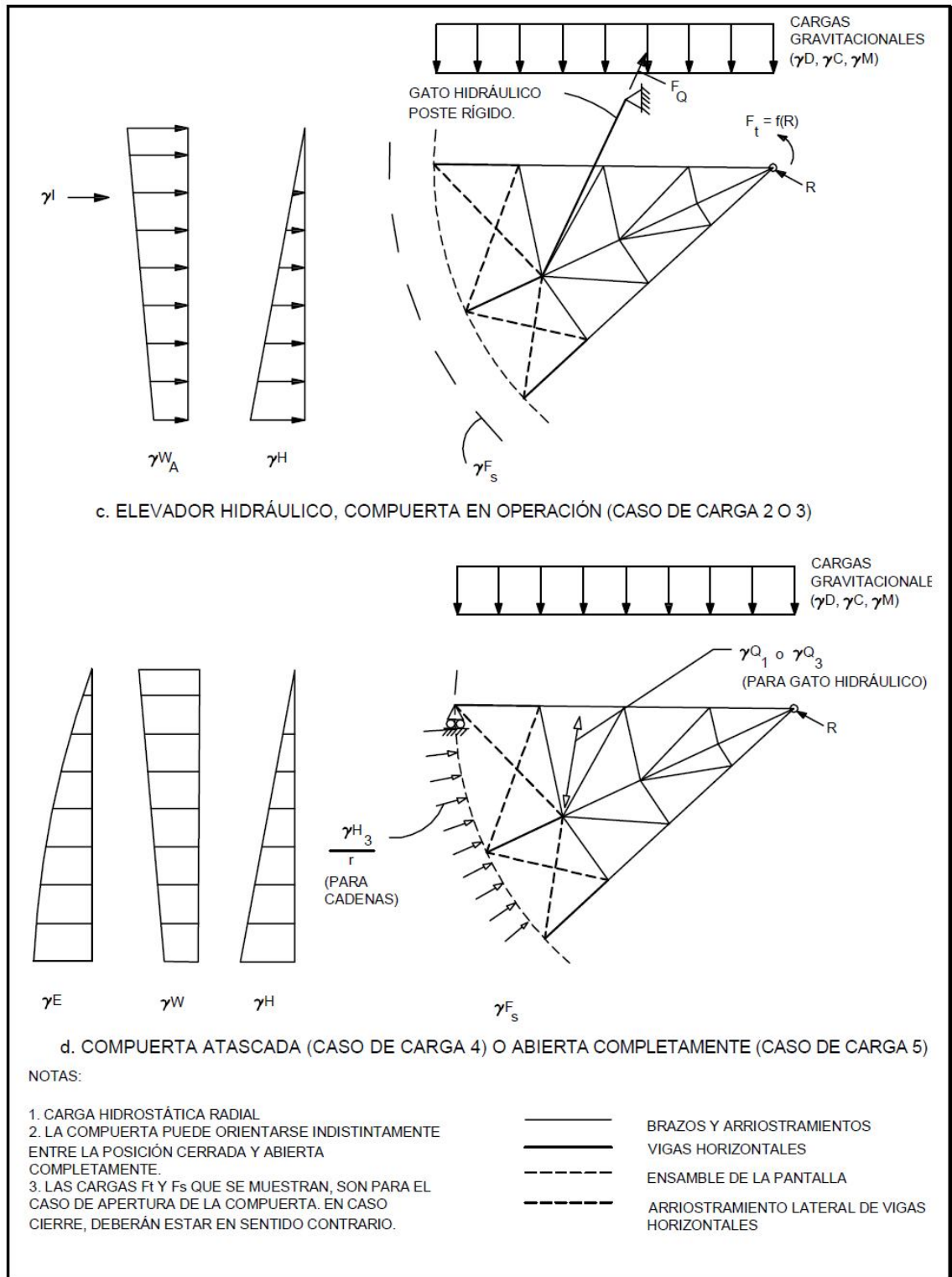


Figura 2.5b: Modelo bidimensional de marcos laterales.

En el sistema de elevación por cables, la carga distribuida  $R_Q/r$ , actúa radialmente donde el cable hace contacto con la pantalla. Debido a que la carga externa  $R_Q/r$  y la carga de fricción en la articulación  $F_t$ , son función de las fuerzas de reacción  $R_Q$  y  $R$  (y las reacciones son función de las cargas externas), un análisis especial con enfoque iterativo se debe de llevar a cabo para determinar el estado de equilibrio.

Como se indicó anteriormente, la fuerza de fricción en la articulación  $F_t$  incluye el efecto de la reacción en la articulación del modelo de marcos laterales  $R$  y la reacción lateral de los brazos  $R_z$  (perpendicular a las pilas).  $R_z$  se determina por el análisis del modelo del marco de vigas horizontales.

Para los casos de carga 4 y 5, las cargas por operación de la maquinaria están incluidas, debido a que no son consideradas como soportes. Para los mismos estados de carga, en el sistema de elevación por cables, se incluirá la carga distribuida factorizada  $1.2 Q_3/r$  que actúa radialmente, donde el cable está en contacto con la pantalla.

c) *Resultados*. El modelo de marcos laterales permite determinar la fuerza de reacción por flexión de los brazos en el eje débil, la fuerza axial de diseño y la fuerza de diseño por flexión para los arriostramientos de los brazos; al igual que las fuerzas de diseño para los arriostramientos laterales de las vigas horizontales, las fuerzas de reacción en la articulación y los requerimientos de carga del equipo de operación. Las fuerzas de reacción  $R_s$  y  $R_Q$ , se utilizan en los modelos bidimensionales descritos anteriormente.

## **2.8 Cálculo iterativo de las fuerzas de reacción**

Para los casos de operación de la compuerta en los cuales las fuerzas externas son función de las reacciones, es necesario un análisis iterativo especial, debido a que las

reacciones, a su vez, son función de las fuerzas externas. Para los casos de carga 2 y 3, con elevadores de cadenas, el momento  $F_t$  y la carga distribuida  $R_Q / r$  (cargas externas) son funciones de las fuerzas de reacción  $R$  y  $R_Q$ . Un procedimiento simple para llevar a cabo la iteración es:

1. Aproximar la reacción de la articulación  $R$  debido a la carga hidrostática factorizada  $1.4H$  y estimar el momento de fricción  $F_t$  como funciones de  $R$ ,  $R_z$ , (determinadas mediante el análisis del marco de vigas horizontales), el diámetro del perno y el coeficiente de fricción.
2. Determinar la reacción  $R_Q$  por equilibrio.
3. Recalcular la reacción de la articulación  $R$  debido a las carga factorizadas apropiadas que incluyan la reacción  $R_Q / r$ .
4. Determinar el momento de fricción  $F_t$  como funciones de  $R$ ,  $R_z$ , el diámetro del perno y el coeficiente de fricción.
5. Repetir el paso 2 al 4 hasta que la reacción  $R$  sea la misma.

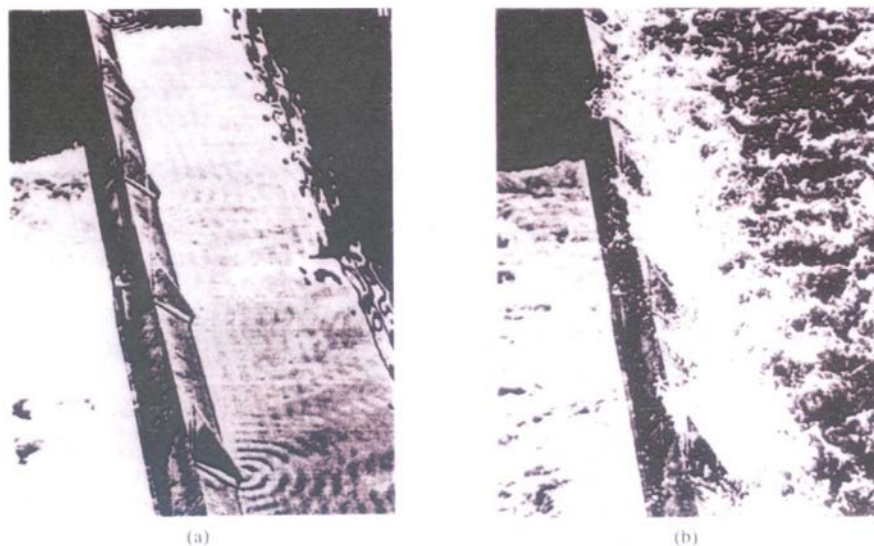


## Capítulo III.-Metodología para la revisión por estabilidad de las compuertas radiales

---

Se consideran compuertas de gran envergadura a aquellas compuertas cuyo ancho es mucho mayor que su altura. En la mayoría de los casos, éste tipo de compuertas, son suficientemente flexibles en la dirección del flujo y pueden experimentar severas vibraciones como resultado de la variación en la velocidad del flujo bajo la compuerta; especialmente a pequeñas aberturas.

Un ejemplo de las vibraciones que se producen en este tipo de compuertas se muestra en la Figura 3.1.



**Figura 3.1: Vibración de una compuerta de gran envergadura, en Schinznach, Suiza, Ancho=22.5 m y Altura=3.4 m 4.1 Hz. a) Baja amplitud de vibración; b) Alta amplitud de vibración. (Petrikat, 1980)**

Cuando una compuerta de gran envergadura vibra, se producen ondas superficiales debido al efecto de empuje y tracción de la compuerta sobre el agua.

Si la amplitud de vibración de la compuerta es baja, las ondas superficiales serán bajas (Figura 3.1a). Por el contrario, si la amplitud de vibración de la compuerta es alta, las ondas superficiales serán altas (Figura 3.1b).

Además de ondas superficiales, la vibración de las compuertas, produce variación en la presión hidráulica que actúa sobre la compuerta. Ésta variación, se debe tanto al efecto de empuje y tracción de la compuerta sobre el agua, como al cambio en la velocidad del flujo bajo la compuerta, debido a su vez, al cambio en su abertura.

La presión hidráulica que induce la variación del flujo, suministra energía a la vibración de la compuerta. Mientras que la presión que induce el efecto de empuje y succión la consume. Si la energía que suministra la variación del flujo, excede la energía que consume el efecto de empuje y succión más el amortiguamiento mecánico, la compuerta experimentará autoexcitación.

De lo anterior, la estabilidad dinámica de las compuertas, dependerá de que la variación de la presión hidráulica, que resulta de ambos efectos, aumente o disminuya la vibración de la compuerta. Para poder establecer esto último, la variación de la presión hidráulica, que resulta de la variación del flujo y la vibración de la compuerta, efecto de empuje y succión, se debe de evaluar en primer lugar.

### **3.1 Enfoque analítico del problema**

La variación del campo de flujo, sobre y bajo la compuerta; además de la variación de la presión hidráulica que resulta de la vibración de la compuerta, se pueden realizar mediante el uso de la Teoría Potencial.

Ésta teoría, desarrollada inicialmente para tratar problemas de radiación de ondas en medios disipativos (Rayleigh 1983,1945; Lamb 1904,1932), ha sido empleada con éxito para predecir las vibraciones inducidas por flujo sobre grandes compuertas. Imaichi e Ishii (1977), Ishii e Imaichi (1977, 1982), Ishii et al (1977, 1980), Ishii et al (1983) e Ishii y Naudascher (1984, 1992).

Con base en la Teoría Potencial, el análisis del campo de flujo, que determina la presión hidrodinámica que actúa sobre la compuerta, se reduce a un problema de valores iniciales y de frontera, que puede ser resuelto mediante técnicas matemáticas como las series de Fourier, integral de Fourier y Transformada de Laplace.

La presión hidrodinámica, obtenida en forma de series y términos integrales, al ser sustituida en la ecuación de movimiento, resulta en una ecuación integro-diferencial de segundo orden. La forma adimensional de ésta ecuación, permite identificar los parámetros básicos que determinan la vibración de las compuertas radiales.

Para el análisis del campo de flujo, que determina la presión hidrodinámica que actúa sobre la compuerta, se asume que: 1. La longitud del canal es semi-infinita y su profundidad finita; 2. La descarga es libre y varía en fase con la vibración de la compuerta; 3. La relación abertura-altura de la compuerta es pequeña.

### **3.2 Efectos de masa adherida, amortiguamiento y excitación por flujo**

Cuando una compuerta de gran envergadura vibra, la presión hidráulica que actúa sobre la compuerta, cambia. Este cambio, es similar a un efecto de masa adherida sobre la compuerta y se debe al efecto de empuje y succión de la compuerta sobre el agua, durante su vibración. Durante este proceso, parte de la energía que produce el movimiento de la compuerta se transfiere al flujo en forma de ondas que viajan sobre la

superficie del agua (en dirección contraria al flujo). Que resulta finalmente en un efecto de amortiguamiento.

Por otro lado, la variación de la velocidad del flujo bajo la compuerta, debido al cambio en su abertura, induce otro cambio en la presión hidráulica, que resulta en un efecto adicional de masa adherida, proporcional a la aceleración de la compuerta, y un efecto de excitación (amortiguamiento negativo) que resulta de la transferencia de energía del flujo hacia la compuerta.

Si se asume que la presión hidrodinámica sobre la compuerta es conocida y se sustituye en la ecuación de movimiento, la ecuación que se obtiene hace difícil identificar los efectos de masa adherida, de amortiguamiento y de excitación por flujo.

Al asumir vibración armónica en la ecuación de movimiento, el término integral de flujo, que describe los efectos de masa adherida, amortiguamiento y excitación por flujo; se simplifica en un término de velocidad y en otro de aceleración.

Así la masa adherida, el coeficiente de amortiguamiento y el coeficiente de excitación por flujo, se pueden expresar en forma adimensional, a partir de series de sumas infinitas, que pueden ser calculadas de manera aproximada.

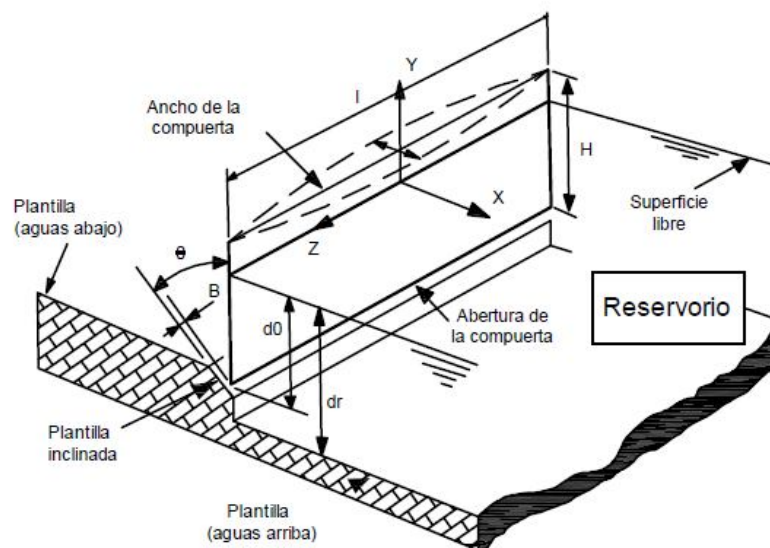
Finalmente, la presión hidrodinámica inducida por la vibración armónica de la compuerta es expresada mediante la superposición de dos componentes de presión, una componente de presión de onda permanente y una componente de presión de onda transitoria.

Estos resultados, permiten examinar la tendencia de las compuertas de gran envergadura de experimentar vibraciones inducidas por flujo.

### 3.3 Presión hidrodinámica

El análisis teórico de las presiones hidrodinámicas que pueden actuar sobre una compuerta radial no es sencillo. Para llevar a cabo éste análisis, es necesario asumir un modelo simplificado que permita obtener las fuerzas hidrodinámicas debidas a la vibración de la compuerta.

El modelo teórico utilizado, se presenta en la Figura 3.2. En éste modelo, la pantalla curva de la compuerta es sustituida por una pantalla plana vertical y un fondo inclinado como se muestran en la Figura 3.2.



**Figura 3.2: Modelo Seleccionado.**

Para el análisis formal de las presiones hidrodinámicas que actúan sobre las compuertas se realizan las siguientes suposiciones:

1. La variación del flujo bajo la compuerta está determinado por la variación del ángulo  $\theta$ .

2. Las fuerzas hidrodinámicas que actúan sobre la compuerta, están en equilibrio con las fuerzas restauradoras por deformación (flexión).

Esta última condición permite obtener la magnitud de las fuerzas hidrodinámicas a partir de los desplazamientos inducidos en la compuerta.

### 3.4 Análisis teórico de vibraciones en compuertas de gran envergadura

El modo fundamental por flexión, de una compuerta que vibra, se puede expresar por:

$$X(Z; T) = X_c(T) \sin\left(\frac{Z}{l} + \frac{1}{2}\right)\pi \quad (3.1)$$

donde  $l$  representa el ancho de la compuerta (mitad de una onda senoidal con nodos en sus extremos);  $X_c(T)$  representa la amplitud de vibración al centro de la compuerta; y  $Z$  el eje horizontal a lo largo del ancho de la compuerta con origen en su centro.

Si se considera que el movimiento de la compuerta es positivo en dirección contraria al flujo; la vibración de la compuerta dada por  $X(Z; T)$ , en ésta dirección; induce un incremento en la abertura de la compuerta dado por  $X(Z; T) \cos(\theta)$ .

En consecuencia, la velocidad del flujo se incrementada proporcionalmente a la abertura de la compuerta con velocidad media de descarga dada por  $\sqrt{2gd_0}$ .

$$\begin{aligned} \Delta Q &= c_f X(Z; T) \cos(\theta) \sqrt{2gd_0} \\ &= q X_c(T) \end{aligned} \quad (3.2)$$

donde

$$q = c_f \sqrt{2gd_0} \cos \theta \sin\left(\frac{Z}{l} + \frac{1}{2}\right)\pi$$

$d_0$ , la profundidad medida desde la superficie libre del agua hasta el borde inferior de la compuerta (de ahora en adelante llamada profundidad sumergida);  $c_f$ , el coeficiente de

descarga inestable debido a la variación en la magnitud del flujo, que depende de la frecuencia de vibración  $\omega$ , y la geometría de la abertura bajo la compuerta ( $B$  y  $\theta$ ).

Entre más grande sea la abertura  $B$ , o más grande sea la frecuencia de vibración  $\omega$ , más pequeño es  $c_f$ .

De la ecuación (3.2), se asume que no hay diferencia de fase entre el movimiento vibratorio de la compuerta y la variación del flujo. Si la frecuencia de vibración es alta, ésta relación se debe verificar.

De pruebas realizadas por Ishii e Imaichi (1977), sobre compuertas planas deslizantes, con frecuencias entre 1.9 y 4.1 Hz, a pequeñas aberturas; se concluyó que no hay diferencia de fase entre el movimiento de la compuerta y la variación del flujo bajo la compuerta; Por lo tanto,  $c_f$  puede tomar el valor de 1.0.

De resultados experimentales se concluye que la ecuación (3.2), se puede aplicar a compuertas de gran envergadura. Sin embargo, es recomendable verificar la validez de esta ecuación para frecuencias de vibración grandes.

Otro factor que afecta el flujo aguas arriba de la compuerta, además de la variación en la velocidad del flujo, es el efecto de empuje y succión de la compuerta sobre el agua. Ésta interacción flujo-estructura se puede representar por:

$$[\Phi_X]_{X=0} = \dot{X}_c(T) \sin\left(\frac{Z}{l} + \frac{1}{2}\right)\pi \quad (3.3)$$

donde  $\Phi$  representa el potencial de velocidad y el "punto" su derivada con respecto al tiempo  $T$ .

Si la amplitud de vibración de la compuerta varía en la forma de  $\sin(Z/l + 1/2)\pi$  en la dirección  $Z$ , las ondas superficiales inducidas no viajan como ondas planas sino como ondas bidimensionales; sin embargo, debido a que la longitud de la compuerta es mucho

más grande que su altura y su profundidad sumergida ( $d_0$ ), estas ondas se pueden considerar planas.

El campo de flujo aguas arriba de la compuerta es analizado en el plano vertical (X,Y), con el eje X tomado horizontalmente sobre la superficie libre del agua, y el eje Y verticalmente como se muestra en las Figuras 3.2 y 3.3.

Si se asume que el agua es incompresible e irrotacional, la variación del campo de flujo se puede expresar por la ecuación de Laplace.

$$\Phi_{XX} + \Phi_{YY} = 0 \quad (3.4)$$

En la ecuación (3.4), los subíndices representan diferencias parciales.

Las condiciones de frontera del campo de flujo se presentan en la Figura 3.3.

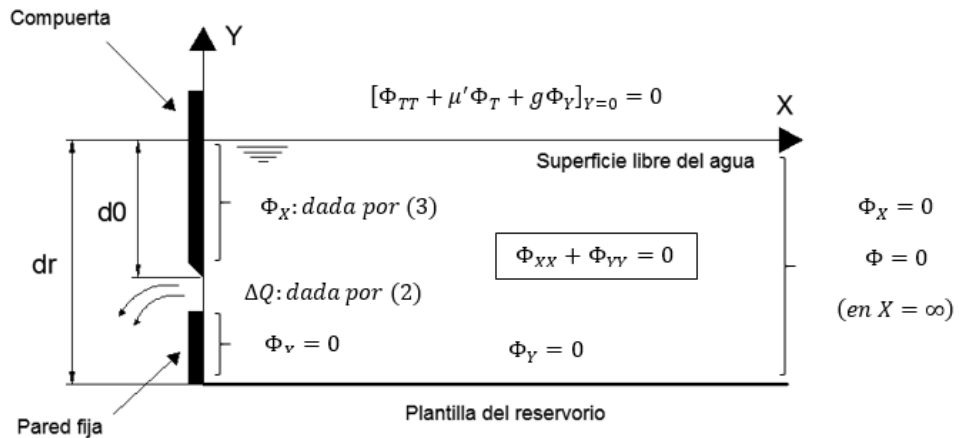


Figura 3.3: Condiciones de frontera

Las condiciones de frontera para la superficie libre del agua están dadas por:

$$\left[ \frac{1}{g} \Phi_{TT} + \frac{\mu'}{g} \Phi_T + \Phi_Y \right]_{Y=0} = 0$$

$$[\Phi_{TT} + \mu' \Phi_T + g \Phi_Y]_{Y=0} = 0 \quad (3.5)$$



donde,  $\mu'$  es una constante positiva y pequeña que representa el efecto de las fuerzas disipativas en el agua. Las fuerzas disipativas están dadas por  $\mu'\rho \cdot vel$ , que es proporcional a la velocidad de las partículas de agua.

La velocidad aproximada del cambio sobre la superficie del agua se representa por  $[(\Phi_{TT} + \mu'\Phi_T)/g]_{Y=0}$ , que resulta de la ecuación de la presión y la velocidad aproximada de una partícula de flujo sobre la superficie del agua dada por  $[\Phi_Y]_{Y=0}$ . Las condiciones de superficie libre dadas por (3.5) se obtienen al igualar estas dos velocidades.

Las condiciones de frontera sobre la pared fija bajo la compuerta y el fondo del canal son:

$$\begin{aligned}\Phi_X(X, Y; T) &= 0 \text{ para } X = 0 \text{ y } -d_r \leq Y \leq -d_0 \\ \Phi_Y(X, Y; T) &= 0 \text{ para } 0 \leq X \leq \infty \text{ y } Y = -d_r\end{aligned}\tag{3.6}$$

Es decir, la velocidad normal a cada una de éstas fronteras es cero.

Para la frontera lejana a la compuerta ( $X=\infty$ ), se imponen las siguientes condiciones (Stoker, 1957):

$$\begin{aligned}\Phi(\infty, Y; T) &= 0 \\ \Phi_X(\infty, Y; T) &= 0\end{aligned}\tag{3.7}$$

Las condiciones iniciales para la velocidad potencial en el tiempo  $T=0$ , son:

$$\begin{aligned}\Phi(X, 0; 0) &= 0 \\ \Phi_T(X, 0; 0) &= 0\end{aligned}\tag{3.8}$$

Que significa que la superficie del agua esta inicialmente en reposo en su posición de equilibrio horizontal.

En el tiempo  $T=0$ , las condiciones iniciales de vibración de la compuerta  $X_c(T)$  son:

$$\begin{aligned}X_c(0) &= 0 \\ \dot{X}_c(0) &= 0\end{aligned}\tag{3.9}$$

Bajo estas condiciones, la ecuación de Laplace se reduce a un problema de valores iniciales y de frontera, que puede resolverse aplicando las condiciones de frontera (3.2), (3.3), (3.5), (3.6) y (3.7); y las condiciones iniciales (3.8) y (3.9).

Para resolver el problema (Sneddon, 1951), propone utilizar la transformada integral de Fourier siguiente:

$$\bar{\Phi}(S, Y; T) = \sqrt{2/\pi} \int_0^{\infty} \Phi(X, Y; T) \cos SX \, dX \quad (3.10)$$

Al sustituir la ecuación (3.10) en la ecuación de Laplace (3.4), resulta:

$$\bar{\Phi}_{YY}(S, Y; T) - S^2 \bar{\Phi}(S, Y; T) = \sqrt{2/\pi} \Phi_X(0, Y; T) \quad (3.11)$$

donde  $\bar{\Phi}$  representa la transformada coseno de Fourier de  $\Phi$  para la condición de frontera  $X=\infty$ , en (3.7).

La solución de la ecuación (3.11) se obtiene por la superposición de la solución particular  $\bar{\Phi}_p(S, Y; T)$  y la solución homogénea  $A^* \cosh S(Y + d_r)$ , en la forma siguiente:

$$\bar{\Phi}(S, Y; T) = \bar{X}_p(S, Y; T) + A^*(S; T) \cosh S(Y + d_r) \quad (3.12)$$

Debido a que la profundidad del canal es finita, para obtener la solución particular se aplica la transformada de Fourier con respecto al eje Y.

$$\bar{\bar{\Phi}}_p(S, n; T) \equiv \int_{-d_0}^0 \bar{\Phi}_p(S, Y; T) \cos \frac{n\pi Y}{d_r} \, dY \quad (3.13)$$

Posteriormente, al aplicar la transformada inversa de Fourier se obtiene:

$$\begin{aligned} \bar{\Phi}_p(S, Y; T) = & \sqrt{2/\pi} \frac{q}{d_r} \left\{ \frac{1}{S^2} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi d_0/d_r}{S^2 + (n\pi/d_r)^2} \cos \frac{n\pi Y}{d_r} \right\} X_c \\ & - \sqrt{2/\pi} \sin \left( \frac{Z}{l} + \frac{1}{2} \right) \pi \left\{ \frac{B}{S^2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \frac{\sin n\pi d_0/d_r}{S^2 + (n\pi/d_r)^2} \cos \frac{n\pi Y}{d_r} \right\} \dot{X}_c \end{aligned} \quad (3.14)$$

La ecuación (3.14) satisface la segunda condición de (3.6). Por otro lado, las condiciones (3.2), (3.3) y la primera condición de (3.6) son usadas para aplicar la transformada en serie de Fourier. De manera específica, cuando se utiliza la condición de frontera (3.2), se asume que el incremento en el flujo  $\Delta Q$ , está relacionado con la velocidad del flujo  $\Phi_x(0, Y; T)$  expresado por:

$$\Delta Q = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{-d_0 - \varepsilon}^{-d_0 + \varepsilon} -\Phi_x(0, Y; T) dY \quad (3.15)$$

donde  $\Phi_x(0, Y; T)$  representa la velocidad del flujo en una región pequeña cercana al borde inferior de la compuerta dada por  $-d_0 - \varepsilon < Y < -d_0 + \varepsilon$  (Ishii e Imaichi, 1977); y  $\varepsilon$ , una cantidad pequeña positiva cercana a cero.

Si la solución particular  $\Phi_p$  dada por la ecuación (3.14) y la solución general dada por (3.12), son sustituidas en la condición de superficie libre (3.5), la función  $A^*(S; T)$  que resulta es:

$$\begin{aligned} A_{TT}^*(S; T) + \mu' A_T^*(S; T) + gS \tanh S d_r A^*(S; T) = \\ - \frac{\sqrt{2/\pi}}{\cos S d_r} \left[ \frac{q}{d_r} \left\{ \frac{1}{S^2} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi d_0/d_r}{S^2 + (n\pi/d_r)^2} \right\} (\ddot{X}_c + \mu' \dot{X}_c) \right. \\ \left. - \sin \left( \frac{Z}{l} + \frac{1}{2} \right) \pi \left\{ \frac{d_0/d_r}{S^2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \frac{\sin n\pi d_0/d_r}{S^2 + (n\pi/d_r)^2} \cos \frac{n\pi Y}{d_r} \right\} (\ddot{X}_c + \mu' \dot{X}_c) \right] \end{aligned} \quad (3.16)$$

Si se aplica la transformada de Laplace y se utilizan las condiciones iniciales dadas por la ecuación (3.9) y las condiciones iniciales para  $A^*(S; T)$  que resultan de sustituir (3.12) en (3.8), se obtiene:

$$\begin{aligned}
 A^*(S; T) = & \frac{\sqrt{2/\pi}}{\cos S d_r} \left[ -\frac{q}{d_r} \left\{ \frac{1}{S^2} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi d_0/d_r}{S^2 + (n\pi/d_r)^2} \right\} \right. \\
 & \times \left\{ X_c(T) - \frac{gS \tanh S d_r}{\Phi_0(S)} \int_0^T X_c(\tau') e^{-\mu(T-\mu')/2} \sin \Phi_0(S)(T - \tau') d\tau' \right\} \\
 & + \sin \left( \frac{Z}{l} + \frac{1}{2} \right) \pi \left\{ \frac{\beta}{S^2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \frac{\sin n\pi d_0/d_r}{S^2 + (n\pi/d_r)^2} \right\} \\
 & \left. \times \left\{ \dot{X}_c(T) - gS \tanh S d_r \int_0^T X_c(\tau') e^{-\mu(T-\mu')/2} \cos \Phi_0(S)(T - \tau') d\tau' \right\} \right]
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

Debido a la interacción del coeficiente friccional  $\mu' (> 0)$ ; el efecto de las condiciones iniciales disminuye a medida que transcurre el tiempo.

Y La función de fase  $\Phi_0(S)$  se puede expresar por:

$$\Phi_0(S) = \sqrt{gS \tanh S d_r - \frac{1}{4} \mu'^2} \tag{3.18}$$

La solución general  $\Phi(S, Y; T)$  se obtiene al sustituir la solución particular y la solución homogénea en (3.12).

Para obtener el potencial de velocidad  $\Phi(X, Y; T)$  de  $\bar{\Phi}(S, Y; T)$ , se debe aplicar la transformada inversa de Fourier:

$$\Phi(X, Y; T) = \sqrt{2/\pi} \int_0^{\infty} \bar{\Phi}(S, Y; T) \cos SX dS \tag{3.19}$$

Y el potencial de velocidad se puede expresar mediante la suma de los potenciales de velocidad  $\Phi_r(X, Y; T)$  y  $\Phi_b(X, Y; T)$

$$\Phi(X, Y; T) = \Phi_r(X, Y; T) + \Phi_b(X, Y; T) \tag{3.20}$$

donde  $\Phi_r$  y  $\Phi_b$ , representan el potencial de velocidad inducida por la variación del flujo y por efecto de empuje y tracción de la compuerta sobre el agua, respectivamente.

$$\begin{aligned} \Phi_r(X, Y; T) = & \frac{2}{\pi} \frac{q}{d_r} g \int_0^\infty \left\{ \frac{1}{S^2} + 2 \sum_{n=1}^\infty \frac{\cos n\pi d_0/d_r}{S^2 + (n\pi/d_r)^2} \right\} \frac{\cosh S(Y + d_r) S \tanh Sd_r}{\cosh Sd_r} \frac{\Phi_0(S)}{\Phi_0(S)} \\ & \times \cos SX dS \int_0^T X_c(\tau') e^{-\mu(T-\mu')/2} \sin \Phi_0(S)(T - \tau') d\tau' \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} \Phi_b(X, Y; T) = & -\frac{2}{\pi} g \sin\left(\frac{Z}{l} + \frac{1}{2}\right) \pi \int_0^\infty \left\{ \frac{d_0/d_r}{S^2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^\infty \frac{1}{n} \frac{\sin n\pi d_0/d_r}{S^2 + (n\pi/d_r)^2} \right\} \frac{\cosh S(Y + d_r)}{\cosh Sd_r} \\ & \times S \tanh Sd_r \cos SX dS \int_0^T X_c(\tau') e^{-\mu(T-\mu')/2} \cos \sin \Phi_0(S)(T - \tau') d\tau' \end{aligned} \quad (3.22)$$

La presión  $P(X, Y; T)$  aguas arriba en el canal se puede obtener de la ecuación de la presión en la forma siguiente:

$$P(X, Y; T) = -\rho \Phi_T(X, Y; T) \quad (3.23)$$

Al sustituir (3.20) en (3.23), la presión variacional  $P_r(X, Y; T)$  causada por la variación del flujo y la presión variacional  $P_b(X, Y; T)$  causada por el efecto de empuje y succión son:

$$\begin{aligned} P_r(X, Y; T) = & -\frac{2}{\pi} \rho g \int_0^\infty \left\{ \frac{1}{S^2} + 2 \sum_{n=1}^\infty \frac{\cos n\pi d_0/d_r}{S^2 + (n\pi/d_r)^2} \right\} \frac{\cosh S(Y + d_r)}{\cosh Sd_r} S \tanh Sd_r \\ & \times \cos SX dS \int_0^T X_c(\tau') e^{-\mu(T-\mu')/2} \sin \Phi_0(S)(T - \tau') d\tau' \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned} P_b(X, Y; T) = & \frac{2}{\pi} \rho g \sin\left(\frac{Z}{l} + \frac{1}{2}\right) \pi \int_0^\infty \left\{ \frac{d_0/d_r}{S^2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^\infty \frac{1}{n} \frac{\sin n\pi d_0/d_r}{S^2 + (n\pi/d_r)^2} \right\} \frac{\cosh S(Y + d_r)}{\cosh Sd_r} \\ & \times S \tanh Sd_r \cos SX dS \left[ X_c(T) \right. \\ & \left. - \int_0^T X_c(\tau') e^{-\mu(T-\mu')/2} \sin \Phi_0(S)(T - \tau') d\tau' \right] \end{aligned} \quad (3.25)$$

La primera se conoce como presión variacional por variación del flujo; y la segunda, como presión por empuje y succión.

Para expresar estos resultados en su forma adimensional se definen las siguientes variables adimensionales.

$$x = \frac{X}{d_0} \quad y \equiv \frac{Y}{d_0} \quad s \equiv d_0 S \quad x_c \equiv \frac{X_c}{\bar{X}_c} \quad t \equiv \omega_0 T \quad \tau \equiv \omega_0 \tau' \quad \mu \equiv \frac{\mu'}{\omega_0} \quad (3.26)$$

En las expresiones anteriores,  $d_0$  representa la longitud representativa del campo de flujo. El producto  $d_0 \omega_0$ , la velocidad representativa y  $\bar{X}_c$  la amplitud representativa de vibración de la compuerta. Donde  $\omega_0$  es la frecuencia natural de vibración en aire de la compuerta.

La relación de profundidades del canal con respecto a la profundidad sumergida de la compuerta se define por:

$$\beta^* \equiv d_r/d_0 \quad (3.27)$$

A su vez, las presiones hidrodinámicas reducidas se pueden definir por:

$$p \equiv \frac{P/\rho g}{\bar{X}_c \sin(Z/l - 1/2)\pi} \quad p_r \equiv \frac{P_r/\rho g}{\sqrt{2}c_f \bar{X}_c \sin(Z/l - 1/2)\pi \cos \theta}$$

$$p_b \equiv \frac{P_b/\rho g}{\bar{X}_c \sin(Z/l + 1/2)\pi} \quad (3.28)$$

Éstas últimas representan las relaciones de la variación de la presión hidráulica con respecto a las amplitudes de vibración horizontal de la compuerta,  $\bar{X}_c \sin[(Z/l + 1/2)\pi]$  o el producto de  $\sqrt{2}c_f$  y la variación en la amplitud de la abertura de la compuerta.  $\sqrt{2}c_f \bar{X}_c \sin(Z/l + 1/2)\pi \cos \theta$ .

Así la presión hidrodinámica  $p$ , puede definirse por:

$$p = kp_r + p_b \quad (3.29)$$

Donde  $k$  se define por:

$$k \equiv \sqrt{2}c_f \cos \theta \quad (3.30)$$

Debido a que  $k$  incluye el ángulo de inclinación de la compuerta ( $\theta$ ), éste coeficiente puede ser llamado factor de inclinación de la compuerta.

Al utilizar las ecuaciones (3.26), (3.27) y (3.28), las presiones hidrodinámicas  $p_r(x, y; t)$  y  $p_b(x, y; t)$  se pueden escribir en la forma adimensional siguiente:

$$p_r(x, y; t) = -\frac{1}{F_0} \int_0^\infty A_r(x, y; t) ds \int_0^t x_c(\tau) e^{-\mu(t-\tau)/2} \cos \left\{ \frac{\phi_0(s)}{F_0} (t - \tau) \right\} d\tau \quad (3.31)$$

$$p_b(x, y; t) = \int_0^\infty A_b(x, y; t) ds \left[ x_c(t) - \frac{\phi_0(s)}{F_0} \int_0^t x_c(\tau) e^{-\mu(t-\tau)/2} \sin \left\{ \frac{\phi_0(s)}{F_0} (t - \tau) \right\} d\tau \right] \quad (3.32)$$

donde  $A_r(x, y; t)$ ,  $A_b(x, y; t)$  y  $\phi_0(s)$  se definen por:

$$A_r(x, y; t) = \frac{2}{\pi\beta^*} \left\{ \frac{1}{s^2} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi/\beta^*}{s^2 + (n\pi/\beta^*)^2} \right\} \frac{\cosh s(y + \beta^*)}{\cosh s\beta^*} s \tanh s\beta^* \cos sx$$

$$A_b(x, y; t) = \frac{2}{\pi} \left\{ \frac{1}{\beta^* s^2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\pi/\beta^*}{s^2 + (n\pi/\beta^*)^2} \right\} \frac{\cosh s(y + \beta^*)}{\cosh s\beta^*} s \tanh s\beta^* \cos sx$$

$$\phi_0(s) = \sqrt{s \tanh s\beta^* - \frac{1}{4} \mu^2 F_0^2} \quad (3.33)$$

$F_0$  es el número básico de Froude, definido por:

$$F_0 \equiv \sqrt{d_0/g} \omega_0 \quad (3.34)$$

Éste último parámetro, permite caracterizar el campo de flujo asociado a la vibración de la compuerta con frecuencia natural de vibración en aire  $\omega_0$ .

### 3.5 Ecuación de movimiento de la vibración flexional de la compuerta

Al asumir que la masa unitaria de la compuerta es  $\rho_* Hh$ ; donde H es la altura de la compuerta, h es su espesor equivalente y  $\rho_*$  la masa específica; La presión hidrodinámica sobre la compuerta se obtiene al sustituir  $X=0$  en  $P(X, Y; T)$  dada por la ecuación (3.23). Por lo tanto, la vibración de la compuerta estimulada por fuerza  $P(0, Y; T)$  se rige por la siguiente ecuación de movimiento:

$$p_* h H \frac{\partial^2 X}{\partial T^2} + C \frac{\partial X}{\partial T} + EI \frac{\partial^4 X}{\partial Z^4} + \int_{-d_0}^0 P(0, Y; T) dY = 0 \quad (3.35)$$

Como se asume que la compuerta vibra en el modo simple de flexión dado por (3.1), la ecuación anterior se puede expresar por:

$$\ddot{X}_c + 2\omega_0 \zeta_0 \dot{X}_c + \omega_0^2 X_c + \int_{-d_0}^0 P(0, Y; T) dY / \{p_* h H \sin(Z/l + 1/2)\pi\} = 0 \quad (3.36)$$

Donde  $\omega_0$  representa la frecuencia de vibración en aire y  $\zeta_0$  el coeficiente de amortiguamiento.

Al utilizar los valores adimensionales de las ecuaciones (3.26) a (3.30) y la ecuación (3.34); la ecuación anterior se puede escribir en la forma siguiente:

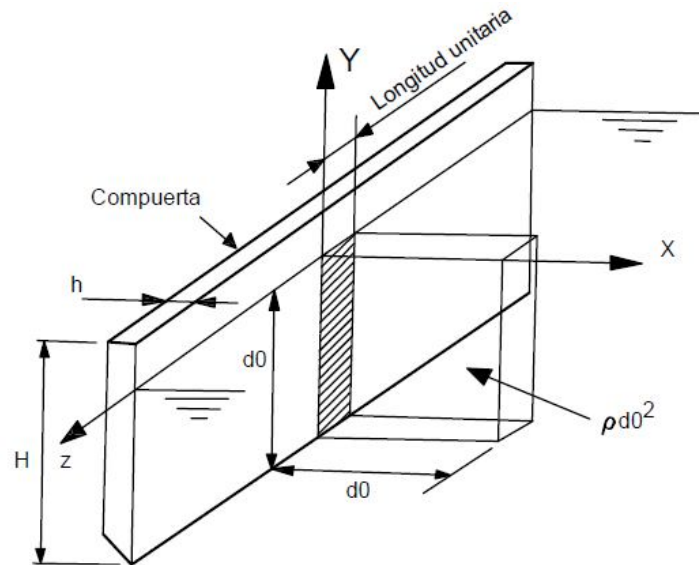
$$x''_c + 2\zeta_0 x'_c + x_c + \frac{\alpha_m}{F_0^2} \int_{-1}^0 \{k p_r(0, y; t) + p_b(0, y; t)\} dy = 0 \quad (3.37)$$

En la ecuación anterior el término “prima” (') representa la derivada con respecto al tiempo adimensional t.



El parámetro  $\alpha_m$ , representa la relación de masas agua-compuerta, cuyo significado físico se puede apreciar en la Figura 3.4.

$$\alpha_m \equiv \rho d_0^2 / (p_* h H) \quad (3.38)$$



**Figura 3.4: Geometría de la compuerta**

Al sustituir las ecuaciones (3.31) y (3.32) en la ecuación (3.37), la ecuación de movimiento de la compuerta adquiere la forma de una ecuación integro-diferencial homogénea de segundo orden, expresada por:

$$\begin{aligned}
 & x''_c + 2\zeta_0 x'_c + x_c \\
 & + \frac{\alpha_m}{F_0^2} \lim_{x \rightarrow 0} \int_{-1}^0 \left[ -\frac{k}{F_0} \int_0^t A_r(x, y; t) ds \int_0^t x_c(\tau) e^{-\mu(t-\tau)/2} \cos \left\{ \frac{\phi_0(s)}{F_0} (t - \tau) \right\} d\tau \right. \\
 & \quad + \int_0^t A_b(x, y; t) ds \left\{ x_c(t) \right. \\
 & \quad \left. \left. - \frac{\phi_0(s)}{F_0} \int_0^t x_c(\tau) e^{-\mu(t-\tau)/2} \sin \left\{ \frac{\phi_0(s)}{F_0} (t - \tau) \right\} d\tau \right\} \right]
 \end{aligned} \quad (3.39)$$

Los términos de masa adherida, amortiguamiento y excitación por flujo están incluidos en los términos integrales de la ecuación anterior.

### 3.6 Coeficientes de masa adherida, amortiguamiento y excitación por flujo.

El último término de la ecuación (3.37) representa el término integral debido al movimiento del flujo. La masa adherida, el amortiguamiento y el coeficiente de excitación por flujo se pueden obtener de éste término al asumir que la compuerta experimenta vibración armónica  $x_c(t)$ .

$$x_c(t) = e^{i\omega T} = e^{i(F/F_0)t} \quad (3.40)$$

donde  $i = \sqrt{-1}$ , y  $\omega$  es la frecuencia de vibración en agua de la compuerta, que es menor que la frecuencia natural de vibración en aire  $\omega_0$ , debido al efecto de la masa adherida.

F es el número de Froude dado por:

$$F \equiv \sqrt{d_0/g} \omega \quad (3.41)$$

El cual tiene la misma forma que el número básico de Froude y caracteriza el campo de flujo asociado al movimiento vibratorio de la compuerta en agua.

De acuerdo con la ecuación (3.34), la relación

$$F/F_0 = \omega/\omega_0 \quad (3.42)$$

Representa la relación de frecuencias de vibración agua-aire.

Si la vibración de la compuerta está dada por la ecuación (3.40), las integrales dadas por las ecuaciones (3.31) y (3.32) asumen la siguiente forma:

$$\int_0^t x_c(\tau) e^{-\mu(t-\tau)/2} \cos\left\{\frac{\phi_0(s)}{F_0}(t-\tau)\right\} d\tau = \frac{iF_0F}{W(s)} e^{i(F/F_0)t} \quad (3.43)$$

$$\int_0^t x_c(\tau) e^{-\mu(t-\tau)/2} \sin\left\{\frac{\phi_0(s)}{F_0}(t-\tau)\right\} d\tau = \frac{F_0\phi_0(s)}{W(s)} e^{i(F/F_0)t} \quad (3.44)$$

donde la función W(s), está dada por:

$$W(s) = s \tanh s\beta^* - F^2 \left(1 - i\frac{F}{F_0}\mu\right) \quad (3.45)$$

Al sustituir las ecuaciones (3.43) y (3.44) en las ecuaciones (3.31) y (3.32), las presiones hidrodinámicas reducidas  $p_r(x, y; t)$  y  $p_b(x, y; t)$  son:

$$p_r(x, y; t) = -iF \int_0^{\infty} \frac{A_r(x, y; s)}{W(s)} ds e^{i(F/F_0)t} \quad (3.46)$$

$$p_b(x, y; t) = -F^2 \int_0^{\infty} \frac{A_b(x, y; s)}{W(s)} ds e^{i(F/F_0)t} \quad (3.47)$$

Lo anterior resulta de asumir que el término  $\mu^2$  es un término pequeño y por lo tanto despreciable.

Las integrales definidas por las ecuaciones (3.46) y (3.47) se pueden resolver al aplicar la integral de contorno sobre el plano complejo "s" mostrado en la Figura 3.5.

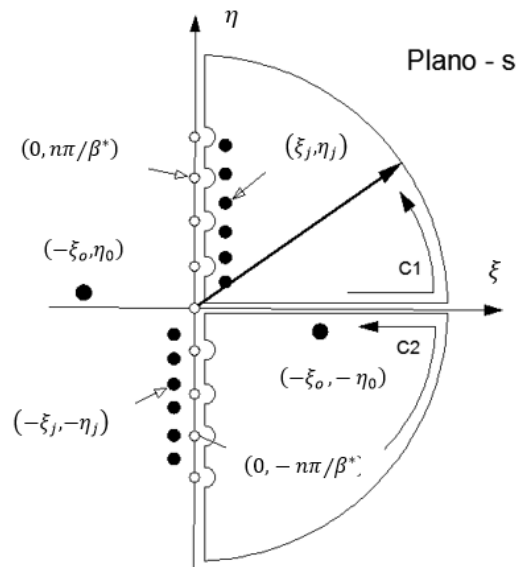


Figura 3.5: Integral de contorno

Las funciones singulares  $A_r(x, y; s)$  y  $A_b(x, y; s)$  dadas por (3.33), tienen puntos singulares en el origen ( $s=0$ ) y en los puntos dados por  $s = \pm in \pi/\beta^*$  (con  $n=1,2,3,\dots$ ) sobre el eje imaginario (círculos vacíos).

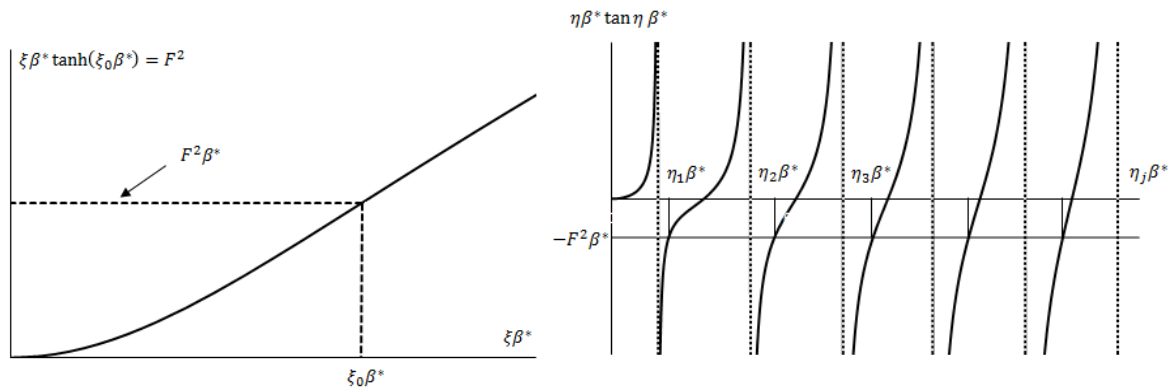
Además, la función  $1/W(s)$  tiene singularidades en los puntos dados por  $s = \{\pm\xi_0 \mp i\eta_0\}$  cercanos al eje real; y en los puntos dados por  $s = \{\pm\xi_j \pm i\eta_j\}$  (con  $j=1,2,3,\dots$ ) cercanos al eje imaginario. Aquí  $\eta_0$  y  $\xi_j$  (con  $j=1,2,3,\dots$ ) son valores positivos pequeños que dependen del valor positivo pequeño  $\mu$ .

Por otro lado, los valores de  $\xi_0$  y  $\eta_j$  (con  $j=1,2,3,\dots$ ) se determinan a partir de la solución del sistema de funciones trascendentales siguiente:

$$\xi_0 \tanh(\xi_0 \beta^*) = F^2 \quad (3.48)$$

$$\eta_j \tan(\eta_j \beta^*) = -F^2 \quad (3.49)$$

La solución gráfica de estas ecuaciones se muestra en la Figura 3.6.



**Figura 3.6: Solución del sistema de ecuaciones trascendentales. a)  $\xi_0 \tanh \xi_0 \beta^* = F^2$ ;**

$$\mathbf{b) \eta_j \tan \eta_j \beta^* = -F^2}$$

Cuando  $F^2 \beta^*$  es relativamente pequeño,  $\xi_0$  converge a zero y  $\eta_j$  (con  $j=1,2,3,\dots$ ) converge a  $j\pi/\beta^*$  (con  $j=1,2,3,\dots$ ). Cuando  $F^2 \beta^*$  es relativamente grande,  $\xi_0$  converge a  $F^2$  y  $\eta_j$  converge a  $(2j - 1)\pi/2\beta^*$  (con  $j=1,2,3,\dots$ ).

Los puntos singulares dados por  $s = \{\pm\xi_0 \mp i\eta_0\}$  y  $s = \{\pm\xi_j \pm i\eta_j\}$  (con  $j=1,2,3,\dots$ ) están denotados por círculos rellenos en la Figura 3.5.

Al resolver la integral compleja a lo largo del contorno C1 y C2 de la Figura 3.5, se obtiene la integral definida, sobre el eje real de 0 a  $\infty$ , como la suma de los residuos en cada punto singular, encerrado en cada integral de contorno.

De esta manera, las presiones por flujo reducidas  $p_r(x, y; t)$  y  $p_b(x, y; t)$  se pueden escribir como:

$$p_r(x, y; t) = 2 \frac{F^3}{\beta^*} \left[ i \sum_{j=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\eta_j^2} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi/\beta^*}{\eta_j^2 + (n\pi/\beta^*)^2} \right\} \frac{\cos \eta_j (y + \beta^*) \exp(-\eta_j x)}{\cos \eta_j \beta^* W(i\eta_j)/i} - \left\{ \frac{1}{\xi_0^2} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi/\beta^*}{\xi_0^2 + (n\pi/\beta^*)^2} \right\} \frac{\cosh \xi_0 (y + \beta^*) \exp\{-(\eta_0 + i\xi_0)x\}}{\cosh \xi_0 \beta^* W(\xi_0)} \right] e^{i(F/F_0)t} \quad (3.50)$$

$$p_b(x, y; t) = 2F^4 \left[ \sum_{j=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\beta^* \eta_j^2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \eta_j^2 - (n\pi/\beta^*)^2} \right\} \frac{\cos \eta_j (y + \beta^*) \exp(-\eta_j x)}{\cos \eta_j \beta^* W(i\eta_j)/i} + i \left\{ \frac{1}{\beta^* \xi_0^2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \xi_0^2 + (n\pi/\beta^*)^2} \right\} \frac{\cosh \xi_0 (y + \beta^*)}{\cosh \xi_0 \beta^*} \times \frac{\exp\{-(\eta_0 + i\xi_0)x\}}{W(\xi_0)} \right] e^{i(F/F_0)t} \quad (3.51)$$

donde las funciones  $W(i\eta_j)/i$  y  $W(\xi_0)$  se definen por:

$$\begin{aligned} W(i\eta_j)/i &= \tan(\eta_j \beta^*) + \eta_j \beta^* / \cos^2(\eta_j \beta^*) \\ W(\xi_0) &= \tanh(\xi_0 \beta^*) + \xi_0 \beta^* / \cosh^2(\xi_0 \beta^*) \end{aligned} \quad (3.52)$$

Sí  $p_r(x, y; t)$  y  $p_b(x, y; t)$  se integran con respecto al eje "y" en el intervalo de [-1;0], el término de flujo en la ecuación de movimiento (3.37), se reduce a la superposición de los siguientes términos de aceleración y velocidad:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha_m}{F_0^2} \int_{-1}^0 \{kp_r(0, y; t) + p_b(0, y, t)\} dy \\ = k\alpha_m \left[ FB_{ra}(F, \beta^*)x''_c - \frac{F^2}{F_0} B_{rv}(F, \beta^*)x'_c \right] \\ + \alpha_m \left[ F^2 B_{ba}(F, \beta^*)x''_c + \frac{F^3}{F_0} B_{bv}(F, \beta^*)x'_c \right] \end{aligned} \quad (3.53)$$

Las funciones  $B_{ra}(F, \beta^*)$  y  $B_{rv}(F, \beta^*)$  se relacionan con la variación del flujo bajo la compuerta y se expresan por medio de la siguiente serie de sumas:

$$B_{ra}(F, \beta^*) = \frac{2}{\beta^*} \left\{ \frac{1}{\xi_0^2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi/\beta^*}{\xi_0^2 + (n\pi/\beta^*)^2} \right\} \frac{\sinh \xi_0 \beta^* - \sinh \xi_0 (\beta^* - 1)}{\xi_0 \cosh(\xi_0 \beta^*) W(\xi_0)} \quad (3.54)$$

$$B_{rv}(F, \beta^*) = -\frac{2}{\beta^*} \sum_{j=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\eta_j^2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi/\beta^*}{\eta_j^2 - (n\pi/\beta^*)^2} \right\} \frac{\sin \eta_j \beta^* - \sin \eta_j (\beta^* - 1)}{\eta_j \cos(\eta_j \beta^*) W(i\eta_j)/i} \quad (3.55)$$

Las funciones  $B_{ba}(F, \beta^*)$  y  $B_{bv}(F, \beta^*)$  se refieren al efecto de empuje y succión de la compuerta sobre el agua y están definidas por:

$$B_{ba}(F, \beta^*) = 2 \sum_{j=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\beta^* \eta_j^2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \eta_j^2 - (n\pi/\beta^*)^2} \right\} \frac{\sin \eta_j \beta^* - \sin \eta_j (\beta^* - 1)}{\eta_j \cos(\eta_j \beta^*) W(i\eta_j)/i} \quad (3.56)$$

$$B_{bv}(F, \beta^*) = 2 \left\{ \frac{1}{\beta^* \xi_0^2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\pi/\beta^*}{\xi_0^2 + (n\pi/\beta^*)^2} \right\} \frac{\sinh \xi_0 \beta^* - \sinh \xi_0 (\beta^* - 1)}{\xi_0 \cosh(\xi_0 \beta^*) W(\xi_0)} \quad (3.57)$$

Si  $\Delta M_r$  y  $\Delta C_r$  son la masa adherida y el coeficiente de excitación debido a la variación del flujo; y  $\Delta M_b$  y  $\Delta C_b$  son la masa adherida y el coeficiente de amortiguamiento debido al efecto de empuje y succión de la compuerta sobre el agua, la ecuación de movimiento (3.37) se puede escribir en la siguiente forma:

$$\left( 1 + \frac{\Delta M_r + \Delta M_b}{\rho_* h H} \right) x''_c + 2(\zeta_0 + \zeta_f - \xi_f) x'_c + x_c = 0 \quad (3.58)$$

Donde  $\xi_f$  y  $\zeta_f$ , son el coeficiente de excitación y coeficiente de amortiguamiento por flujo respectivamente, que se definen por:

$$\xi_f = \frac{\Delta C_r}{2\rho_* h H \omega_0} \qquad \zeta_f = \frac{\Delta C_b}{2\rho_* h H \omega_0} \qquad (3.59)$$

Los términos de velocidad y aceleración de la ecuación (3.58) deben de ser igual a los de la ecuación (3.53). Así los términos  $\Delta M_r$ ,  $\Delta C_r$ ,  $\Delta M_b$  y  $\Delta C_b$  son:

$$\begin{aligned} \Delta M_r &= k\rho d_0^2 F B_{ra}(F, \beta^*) & \Delta C_r &= k\rho d_0 \sqrt{g d_0} F^2 B_{rv}(F, \beta^*) \\ \Delta M_b &= \rho d_0^2 F^2 B_{ba}(F, \beta^*) & \Delta C_b &= \rho d_0 \sqrt{g d_0} F^3 B_{bv}(F, \beta^*) \end{aligned} \qquad (3.60)$$

O en su forma adimensional:

$$\{\Delta m_r, \Delta m_b\} \equiv \{\Delta M_r, \Delta M_b\} / (\rho d_0^2) \qquad (3.61a)$$

$$\{\Delta c_r, \Delta c_b\} \equiv \{\Delta C_r, \Delta C_b\} / (\rho d_0 \sqrt{g d_0}) \qquad (3.61b)$$

La cantidad  $\rho d_0^2$  en la ecuación (3.61a) se explica físicamente en la Figura 3.4. Por otro lado, la cantidad  $\rho d_0 \sqrt{g d_0}$  en la ecuación (3.61b) representa la fuerza de gravedad  $\rho g d_0^2$  que actúa sobre la masa representativa  $\rho d_0^2$  dividida por la velocidad de onda  $\sqrt{g d_0}$ .

De (3.60) y (3.61) se obtiene:

$$\begin{aligned} \Delta m_r / k &= F B_{ra}(F, \beta^*) & \Delta c_r / k &= F^2 B_{rv}(F, \beta^*) \\ \Delta m_b &= F^2 B_{ba}(F, \beta^*) & \Delta c_b &= F^3 B_{bv}(F, \beta^*) \end{aligned} \qquad (3.62)$$

De las últimas expresiones, los coeficientes hidrodinámicos son funciones del número de Froude (F) y de la relación de profundidades  $\beta^*$ .

Como se puede observar, la masa adherida reducida  $\Delta m_r$ , y el coeficiente de excitación por flujo reducido  $\Delta c_r$ , son proporcionales al factor de inclinación de la compuerta, k, definido por (3.30).

Finalmente al sustituir  $\Delta c_r$  y  $\Delta c_b$  en las ecuaciones (3.59) los coeficientes de excitación y amortiguamiento por flujo,  $\xi_f$  y  $\zeta_f$ , se expresan por:

$$\xi_f = \alpha_m \frac{\Delta c_r}{2F_0} \qquad \zeta_f = \alpha_m \frac{\Delta c_b}{2F_0} \qquad (3.63)$$

Ambos dependientes del número básico de Froude  $F_0$  y de la relación de masas  $\alpha_m$ ; además del coeficiente de excitación por flujo reducido  $\Delta c_r$  y el coeficiente de amortiguamiento por flujo reducido  $\Delta c_b$ , respectivamente.

### 3.7 Características de la masa adherida, amortiguamiento y coeficiente de excitación por flujo.

Las funciones  $B_{ra}$  y  $B_{bv}$  dadas por las ecuaciones (3.54) y (3.57) incluyen un término en la forma de series infinitas con respecto a la variable entera  $n$ . A medida que  $n$  crece, ésta serie infinita rápidamente converge a cero y se puede calcular numéricamente con alta precisión.

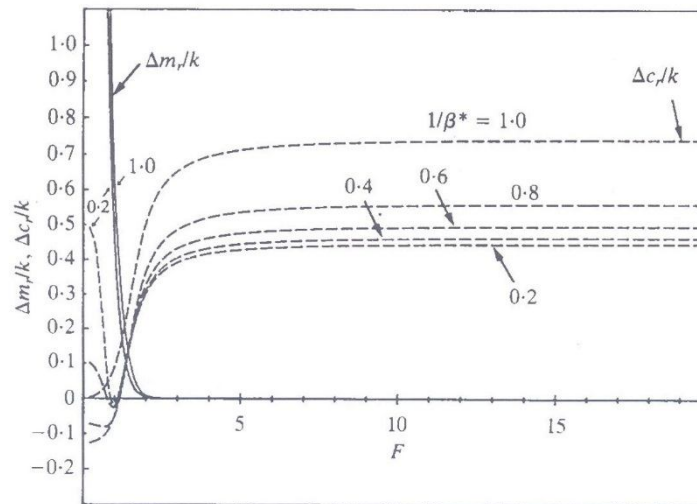
Las funciones  $B_{rv}$  y  $B_{ba}$  dadas por las ecuaciones (3.55) y (3.56) incluyen una serie de sumas infinitas “doble” con respecto a las variables enteras  $n$  y  $j$ , el denominador de las cuales incluye el término  $\{\eta_j^2 - (n\pi/\beta^*)^2\}$ . Como se muestra en la Figura (3.6b),  $\eta_j$  está dada por  $(j\pi - \Delta)/\beta^*$ , con  $0 \leq \Delta < \pi/2$ .  $\Delta$  converge a cero cuando  $F^2\beta^* \rightarrow 0$ ; y a  $\pi/2$  a medida que  $F^2\beta^* \rightarrow \infty$ . Si  $j=n$ , el denominador  $\{\eta_j^2 - (n\pi/\beta^*)^2\}$  se hace muy pequeño y el termino de la serie se vuelve muy grande. Es importante para el cálculo numérico de  $B_{rv}$  y  $B_{ba}$ , la correcta suma del término doble de la serie infinita cuando  $j=n$ . En particular cuando  $F^2\beta^* \rightarrow 0$ ,  $\Delta \rightarrow 0$  y la doble serie de sumas infinitas diverge a  $\infty$  cuando  $j=n$ . En este caso  $B_{rv}$  y  $B_{ba}$  no pueden ser calculadas de manera precisa.

Dado un número de Froude  $F$ , se calculan las soluciones de  $\xi_0$  y  $\eta_j$  del sistema de ecuaciones trascendentales dado por las ecuaciones (3.48) y (3.49). Posteriormente las funciones  $B_{ra}$ ,  $B_{rv}$ ,  $B_{ba}$  y  $B_{bv}$  se pueden evaluar de manera numérica.



Al sustituir los valores respectivos en la ecuación (3.62), se obtiene la masa adherida reducida, el coeficiente de excitación y el coeficiente de amortiguamiento por flujo reducido.

Los valores calculados de  $\Delta m_r$  y  $\Delta c_r$  se muestran en la Figura 3.7 y los valores de  $\Delta m_b$  y  $\Delta c_b$  en la Figura 3.8. Con  $1/\beta^*$  como parámetro.

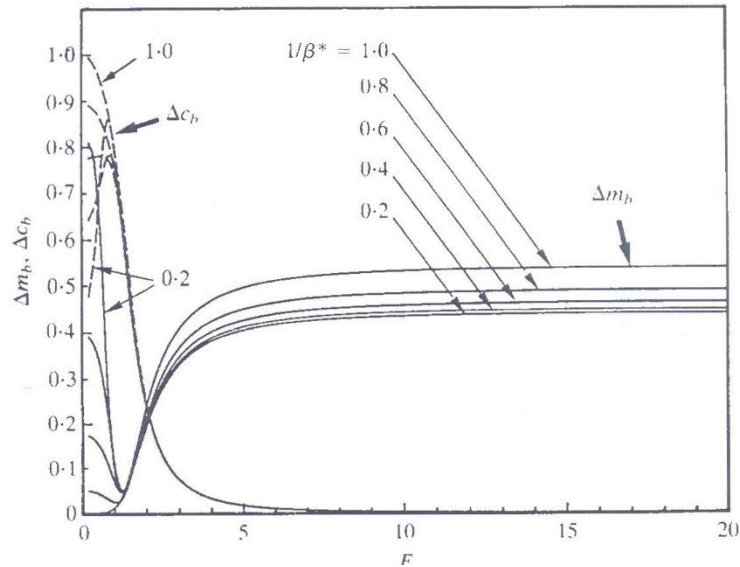


**Figura 3.7: Masa adherida reducida  $\Delta m_r$  y coeficiente de excitación por flujo reducido  $\Delta c_r$ , asociado a la variación del flujo bajo la compuerta.**

Cuando la compuerta se apoya sobre la base horizontal de un canal, la profundidad sumergida  $d_0$  es muy similar a la profundidad del reservorio  $d_r$ , principalmente a pequeñas aberturas; así la relación de profundidades  $\beta^*$  se aproxima a 1.0. Para este valor particular de  $\beta^*$ , la masa adherida reducida  $\Delta m_r$  dividida por  $k$ , muestra la misma tendencia que el coeficiente de amortiguamiento por flujo reducido  $\Delta c_b$ ; y el coeficiente de excitación por flujo reducido  $\Delta c_r$  dividido por  $k$ , muestra la misma tendencia que la masa adherida reducida  $\Delta m_b$ .

A medida que el número de Froude,  $F$ , incrementa, el  $\Delta m_r/k$  y  $\Delta c_b$  decrecen rápidamente y se aproximan a cero para números de Froude  $F > 2.0$  y para  $F > 8.0$ ,

respectivamente. En contraste,  $\Delta c_r/k$  y  $\Delta m_b$  incrementan rápidamente, desde un valor cero hasta aproximarse a un valor constante.



**Figura 3.8: Masa adherida reducida  $\Delta m_b$  y coeficiente de amortiguamiento por flujo reducido  $\Delta c_b$ , asociado a la presión de empuje y succión de la compuerta sobre el agua.**

Los parámetros  $\Delta m_b$  y  $\Delta c_b$  se verificaron experimentalmente por Ishii en el año de 1990 y mostraron buena concordancia con los resultados teóricos.

A medida que la relación de profundidades  $\beta^*$  incrementa, esto es, a medida que la profundidad del reservorio es más grande que la profundidad sumergida, las perturbaciones del flujo causadas por la vibración de la compuerta (variación del flujo bajo la compuerta y el efecto de empuje y tracción sobre el agua) se reparten en una mayor porción del campo de flujo y así el efecto de retroalimentación de las perturbaciones sobre la compuerta disminuye.

Esta es la razón por la cual el coeficiente de excitación por flujo reducido  $\Delta c_r/k$  y la masa adherida  $\Delta m_b$ , decrecen con el incremento de  $\beta^*$  para números de Froude  $F > 1.0$ .

Todas las curvas para números de Froude menores a 1.0 cambian rápidamente y resultan muy complicadas de determinar. Sin embargo, el intervalo en el cual  $F < 1.0$  no es significativo, comparado con el intervalo de  $F > 1.0$  por dos razones principales: 1. En la mayoría de los casos,  $F$  toma valores mayores a 1.0, debido a que las compuertas normalmente operan con profundidades sumergidas  $d_0$  grandes; 2. Si la profundidad sumergida  $d_0$  es pequeña, el número de Froude puede ser menor a 1.0. Así, la masa de agua es pequeña y la relación de masas agua-compuerta dadas por la ecuación (3.38) también lo es. De la ecuación (3.63) se concluye que el coeficiente de excitación y amortiguamiento siempre serán pequeños para números de Froude  $F < 1.0$ , incluso si cambian rápidamente. Físicamente esto significa que si el área de la compuerta en contacto con el agua es pequeña ( $d_0$  pequeña), no se puede llevar a cabo la transferencia de energía de la compuerta al agua o del agua hacia la compuerta.

### 3.8 Presiones inducidas por flujo.

Debido a que la masa adherida, el coeficiente de excitación y el coeficiente de amortiguamiento se relacionan con la presión inducida por flujo sobre las compuertas, el análisis de estos coeficientes se vuelve la parte más importante en el estudio de la vibración de las compuertas.

La parte real de la vibración armónica de la compuerta dada por (3.40), puede expresarse por:

$$x_c(t) = \cos(F/F_0)t \quad (3.64)$$

De la igual forma, la parte real de las vibraciones inducidas por flujo que corresponden a esta vibración son:

$$p_r(x, y; t) = p_{rs}(F, x, y) \cos\left(\frac{F}{F_0}t - \pi/2\right) + p_{rp}(F, x, y) \cos\left(\frac{F}{F_0}t - \xi_0x - \pi\right) \quad (3.65)$$

$$p_b(x, y; t) = p_{bs}(F, x, y) \cos\left(\frac{F}{F_0}t - \pi\right) + p_{bp}(F, x, y) \cos\left(\frac{F}{F_0}t - \xi_0 x + \pi/2\right) \quad (3.66)$$

La presión inducida por la variación de flujo  $p_r(x, y; t)$  y la presión inducida por el empuje y succión de la compuerta  $p_b(x, y; t)$ , se componen tanto de una componente de presión de onda permanente y como de una componente de transitoria. Si el subíndice “s” denota la componente de presión de onda permanente y el subíndice “p” denota la componente de presión de onda transitoria, las amplitudes de las componentes de presión, se expresan por las series de sumas infinitas siguientes.

$$p_{rs}(F, x, y) = 2 \frac{F^3}{\beta^*} \sum_{j=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\eta_j^2} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi/\beta^*}{\eta_j^2 - (n\pi/\beta^*)^2} \right\} \frac{\cos \eta_j (y + \beta^*) \exp(-\eta_j x)}{\cos \eta_j \beta^*} \frac{W(i\eta_j)/i}{W(i\eta_j)/i} \quad (3.67)$$

$$p_{rp}(F, x, y) = 2 \frac{F^3}{\beta^*} \left\{ \frac{1}{\xi_0^2} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi/\beta^*}{\xi_0^2 + (n\pi/\beta^*)^2} \right\} \frac{\cosh \xi_0 (y + \beta^*) \exp(-\eta_0 x)}{\cosh \xi_0 \beta^*} \frac{W(\xi_0)}{W(\xi_0)} \quad (3.68)$$

$$p_{bs}(F, x, y) = -2F^4 \sum_{j=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\beta^* \eta_j^2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\pi/\beta^*}{\eta_j^2 - (n\pi/\beta^*)^2} \right\} \frac{\cos \eta_j (y + \beta^*) \exp(-\eta_j x)}{\cos \eta_j \beta^*} \frac{W(i\eta_j)/i}{W(i\eta_j)/i} \quad (3.69)$$

$$p_{bp}(F, x, y) = 2F^4 \left\{ \frac{1}{\beta^* \xi_0^2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\pi/\beta^*}{\xi_0^2 + (n\pi/\beta^*)^2} \right\} \frac{\cosh \xi_0 (y + \beta^*) \exp(-\eta_0 x)}{\cosh \xi_0 \beta^*} \frac{W(\xi_0)}{W(\xi_0)} \quad (70)$$

$$(3.70)$$

Al sustituir  $x=0$  en las ecuaciones (3.65) y (3.66), se obtiene la presión por la variación del flujo  $p_r(0, y; t)$ ; y la presión por empuje y tracción  $p_b(0, y; t)$ , que actúan sobre la pantalla de la compuerta.

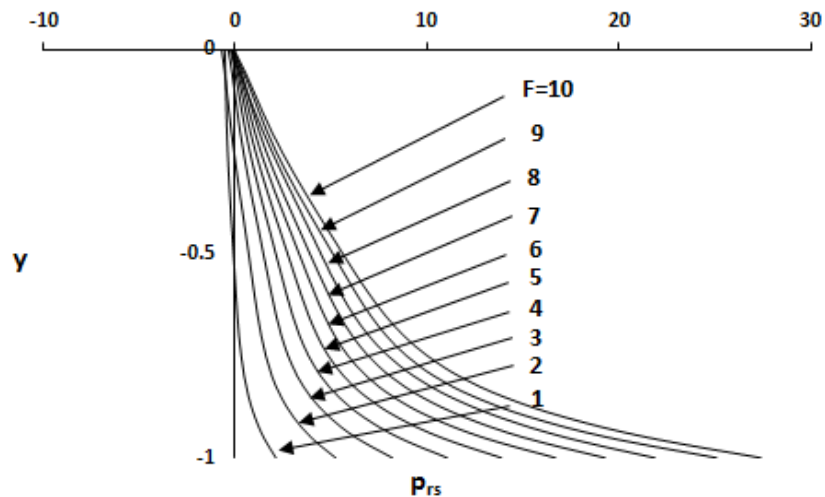
$$p_r(0, y; t) = p_{rs}(F, 0, y) \frac{F_0}{F} (-x'_c) + p_{rp}(F, 0, y) \left(\frac{F_0}{F}\right)^2 x''_c \quad (3.71)$$

$$p_b(0, y; t) = p_{bs}(F, 0, y) \left(\frac{F_0}{F}\right)^2 x''_c + p_{bp}(F, 0, y) \frac{F_0}{F} x'_c \quad (3.72)$$

Aquí, las funciones  $\cos[(F/F_0)t \pm \pi/2]$  y  $\cos[(F/F_0)t - \pi]$  en las ecuaciones (3.65) y (3.66) con  $x=0$ , son remplazadas por un término de velocidad  $\pm(F_0/F)x'_c$  y un término de aceleración  $(F_0/F)^2 x''_c$ , respectivamente.

Las amplitudes de presión cuando la relación de profundidades  $\beta^*$  es igual con 1.0; se muestran en la Figura 3.9 y 3.10. El eje vertical "y", indica la posición adimensional a lo largo de todo lo alto de compuerta; donde  $y=0$ , representa la superficie libre del agua; y  $y=-1.0$ , el borde inferior de la pantalla.

Las principales características de la presión inducida por flujo actuando sobre la compuerta pueden resumirse como sigue:



**Figura 3.9: Presión por variación del flujo  $p_r(x, y; t)$ , para  $x=0$  y  $\beta^* = 1.0$ .  
a) Amplitud  $p_{rs}(F, 0, y)$  de la componente de presión de onda permanente**

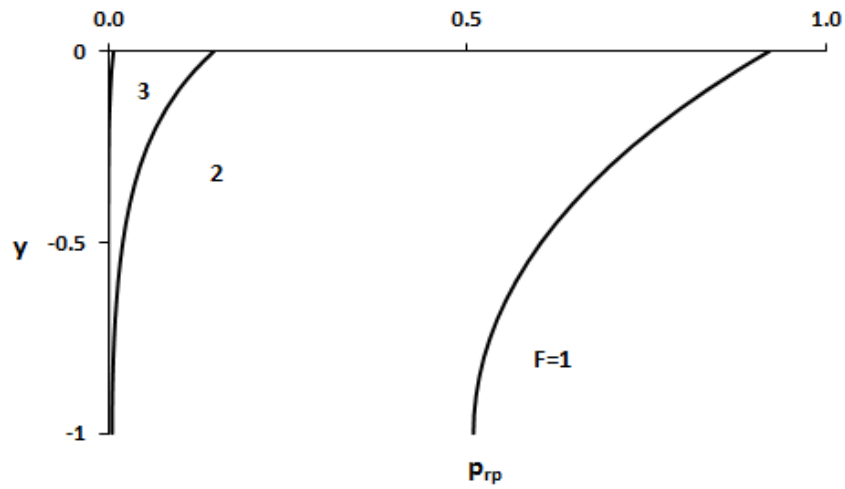


Figura 3.9: Presión por variación del flujo  $p_r(x, y; t)$ , para  $x=0$  y  $\beta^* = 1.0$ .  
 b) Amplitud  $p_{rp}(F, 0, y)$  de la componente de presión de onda transitoria.

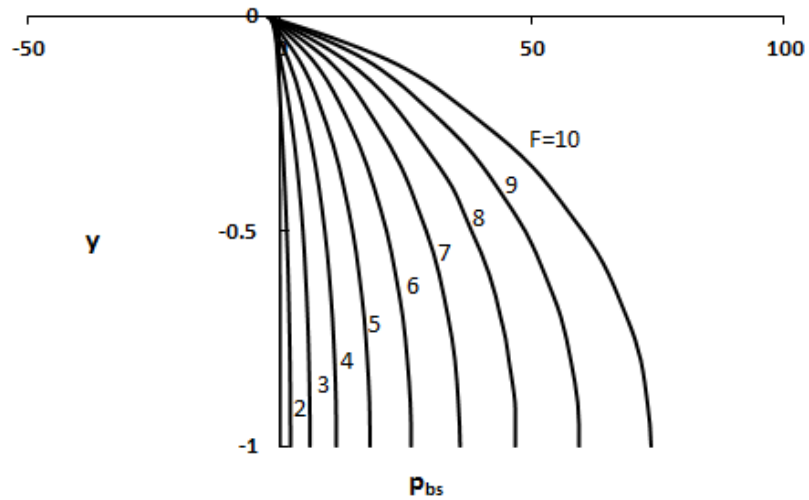
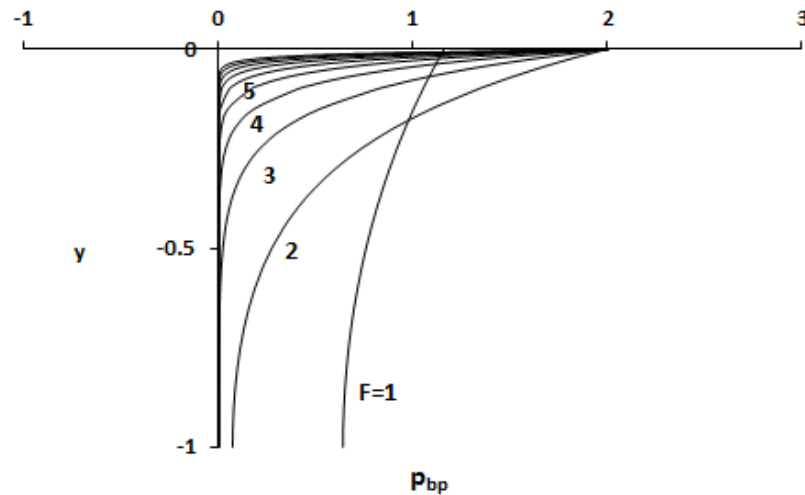


Figura 3.10: Presión por empuje y succión  $p_b(x, y; t)$ , para  $x=0$  y  $\beta^* = 1.0$ .  
 a) Amplitud  $p_{bs}(F, 0, y)$  de la componente de presión de onda permanente.



**Figura 3.10: Presión por empuje y succión  $p_b(x, y; t)$ , para  $x=0$  y  $\beta^* = 1.0$ .  
b) Amplitud  $p_{bp}(F, 0, y)$  de la componente de presión de onda transitoria.**

I. Cerca del borde inferior de la compuerta ( $y=-1$ ), la amplitud de la onda de presión permanente se incrementa, como se muestra el diagrama (a) de las Figuras (3.9) y (3.10). Por otro lado, cuando se está cerca de la superficie del agua ( $y=0$ ), la amplitud de onda de presión transitoria incrementa como se muestra en el diagrama (b) de las Figuras (3.9) y (3.10).

II. Con el incremento del número de Froude  $F$ , las amplitudes de onda de presión permanente se incrementan y las amplitudes de onda de presión transitoria disminuyen.

III. Las máximas amplitudes de presión de onda permanente reducida están en el fondo de la compuerta ( $y=-1$ ). Estos valores son mucho mayores que las amplitudes máximas de presión de onda transitoria reducida, que están sobre la superficie del agua ( $y=0$ ).

IV. Las amplitudes de presión de onda transitoria son siempre positivas, como se muestra en los diagramas (b); mientras que las amplitudes de presión de onda

permanente son pequeñas pero negativas cerca de la superficie ( $y=0$ ), como se muestra en los diagramas (a). Una amplitud negativa significa que la onda de presión permanente está fuera de fase con respecto a aquella de amplitud positiva que disipa energía de la compuerta.

Ambas amplitudes de onda permanente y transitoria en la superficie del agua ( $y=0$ ) decrecen a cero a medida que  $F$  incrementa. Esto significa que las ondas de superficie resultantes disminuyen en amplitud, con el incremento del número de Froude  $F$ .

### 3.9 Significado de la presión inducida por flujo con respecto a los coeficientes hidrodinámicos.

La masa adherida, el coeficiente de excitación por flujo y el coeficiente de amortiguamiento, se pueden relacionar con las componentes de presión de onda permanente y transitoria en la forma siguiente:

Si la presión por flujo dada por las ecuaciones (3.71) y (3.72) son sustituidas en el término de flujo de la ecuación de movimiento (3.37), y si los términos de aceleración y velocidad son comparados con los de la ecuación (3.58), se puede derivar la masa adherida reducida  $\Delta m_r$  y el coeficiente de excitación por flujo  $\Delta c_r$ ; y la masa adherida  $\Delta m_b$  y el coeficiente de amortiguamiento por flujo  $\Delta c_b$ , en términos de las integrales definidas de la respectiva amplitud de presión de onda.

$$\begin{aligned} \Delta m_r/k &= \frac{1}{F^2} \int_{-1}^0 p_{rp}(F, 0, y) dy & \Delta c_r/k &= \frac{1}{F} \int_{-1}^0 p_{rs}(F, 0, y) dy \\ \Delta m_b &= \frac{1}{F^2} \int_{-1}^0 p_{bs}(F, 0, y) dy & \Delta c_b &= \frac{1}{F} \int_{-1}^0 p_{bp}(F, 0, y) dy \end{aligned} \quad (73)$$

De las relaciones anteriores se puede concluir lo siguiente:



I. La componente de presión de onda transitoria de  $p_r(0, y; t)$ , segundo término del lado derecho de la ecuación (3.71), depende de la aceleración vibratoria y de la correspondiente amplitud  $p_{rp}(F, 0, y)$ , que se relaciona con la masa adherida reducida  $\Delta m_r$ , como se muestra en la primera expresión de la ecuación (3.73). A medida que el número de Froude incrementa,  $p_{rp}(F, 0, y)$  decrece rápidamente a un valor pequeño, como se muestra en la Figura (3.9b), y su integral definida que representa la fuerza resultante del flujo o la masa del flujo, también disminuye. Ya que el valor de la integral definida es dividida por  $F^2$ ,  $\Delta m_r/k$  decrece rápidamente a cero para número de Froude cercanos a 2.0, como se muestra en la Figura 3.7.

II. La componente de onda de presión permanente de  $p_r(0, y; t)$ , primer término del lado derecho de la ecuación (3.71), depende de la velocidad vibratoria y es negativa si la amplitud correspondiente de  $p_{rs}(F, 0, y)$  toma valores positivos. La presión, por lo tanto, actúa en la dirección del movimiento de la compuerta, lo que significa que  $p_{rs}(F, 0, y)$  está relacionada con el coeficiente de excitación por flujo reducido  $\Delta c_r$ , segunda expresión de la ecuación (3.73). A medida que el número de Froude se incrementa, la amplitud  $p_{rs}(F, 0, y)$  se incrementa, como se muestra en la Figura (3.9a), y su integral definida, que representa la fuerza por flujo resultante que produce la transferencia de energía del flujo a la compuerta, también se incrementa. Ya que el valor de la integral definida se divide por  $F$ ,  $\Delta c_r/k$  se aproxima a un valor constante, como se observa en la Figura 3.7.

III. La componente de presión de onda permanente  $p_b(0, y; t)$ , primer término del lado derecho de la ecuación (3.72), depende de la aceleración vibratoria. Tal como se muestra en la tercera expresión de la ecuación (3.73), la amplitud correspondiente  $p_{bs}(F, 0, y)$  está relacionada con la masa adherida reducida  $\Delta m_b$ . A medida que el

número de Froude se incrementa,  $p_{bs}(F, 0, y)$  se incrementa, tal como se muestra en la Figura (3.10a). Y su integral definida, que representa la fuerza por flujo resultante o la masa adherida, también se incrementa. Ya que el valor de la integral definida se divide por  $F^2$ ,  $\Delta m_b$  se aproxima a un valor contante para números de Froude mayores a 11, como se muestra en la Figura 3.8.

IV. La componente de onda de presión transitoria de  $p_b(0, y; t)$ , segundo término del lado derecho de la ecuación (3.72), depende de la velocidad vibratoria y es positiva si la correspondiente amplitud  $p_{bp}(F, 0, y)$  toma valores positivos. Aquí, la presión actúa contra el movimiento de la compuerta y transforma la energía de vibración de la compuerta en energía de presión de onda transitoria. Consecuentemente, como se muestra en la cuarta expresión de la ecuación (3.73),  $p_{bp}(F, 0, y)$  está relacionada con el coeficiente de amortiguamiento por flujo reducido  $\Delta c_b$ . A medida que el número de Froude incrementa,  $p_{bp}(F, 0, y)$  disminuye rápidamente a cero, como se muestra en la Figura (3-10b) y su integral definida, que representa la resultante de la fuerza por flujo que produce el amortiguamiento, también disminuye. Debido a que el valor de la integral definida se divide por  $F$ ,  $\Delta c_b$  disminuye rápidamente a cero para número de Froude  $f > 8.0$ , como se muestra en la Figura 3.8.

### **3.10 Posibilidad de vibración por auto-excitación.**

El coeficiente de amortiguamiento por flujo reducido  $\Delta c_b$ , mostrado en la Figura 3.8, representa la energía disipada en el agua del reservorio debido a las ondas de presión inducidas por el efecto de empuje y tracción del movimiento de la compuerta. El coeficiente de excitación por flujo reducido  $\Delta c_r$ , mostrado en la Figura 3.7, representa la energía suministrada por el flujo a la compuerta, debido a las ondas de presión inducidas por la variación del flujo bajo la compuerta. Por lo tanto, estos dos términos revelan las

características básicas del mecanismo de auto-excitación de las compuertas de gran envergadura.

Las características de la Figura 3.8 indican que el efecto de empuje y tracción de la compuerta sobre el agua producen una gran masa adherida, pero una pequeña disipación de energía de vibración, cuando el número de Froude es mayor a 8.0.

Para números de Froude mayores a 1.0, el coeficiente de excitación por flujo reducido debido a la variación del flujo se incrementa rápidamente y se aproxima a un valor constante para un número de Froude mayor a 5.0, el cual depende del factor de inclinación  $k$  y de la relación de profundidades  $\beta^*$ .

Por lo tanto se puede concluir que la auto-excitación es más probable cuando el número de Froude es mayor que 8.0, grandes valores de  $k$  y pequeños valores de  $\beta^*$ . A medida que  $F$  es menor a 8.0, el coeficiente de amortiguamiento por flujo reducido, aumenta y el coeficiente de excitación por flujo reducido, disminuye.

Para que la vibración por autoexcitación exista, la excitación por flujo deberá ser mayor que el amortiguamiento mecánico y el amortiguamiento por flujo. En consecuencia, para números de Froude  $F < 8.0$  existe menor tendencia de auto-excitación a pesar de las constantes variaciones del flujo.

Para determinar la intensidad de la inestabilidad vibratoria o la relación de excitación por flujo dada por la ecuación (3.63), primero se debe calcular la relación entre el número de Froude  $F$  y el número básico de Froude  $F_0$ . Que representa la relación de frecuencias de vibración en agua de la pantalla con respecto a la frecuencia de vibración en aire de la compuerta. Esta relación se define en el capítulo que sigue.

## Capítulo IV.- Solución de las ecuaciones de movimiento

---

A continuación se describe el procedimiento iterativo que permite obtener la solución de las ecuaciones que determinan la vibración rotacional de las compuertas radiales. Este procedimiento fue establecido por K. Anami en el año 2014 y complementa lo publicado, por el mismo autor, hasta el año 2012.

En este capítulo se analiza el movimiento rotacional de la pantalla alrededor de un eje horizontal de rotación, los momentos de inercia que se producen por dicho movimiento, las ecuaciones de movimiento de los principales modos de vibración, el cálculo de la presión hidrodinámica y finalmente, el procedimiento para hallar la solución del sistema de ecuaciones que definen el movimiento vibratorio de la compuerta.

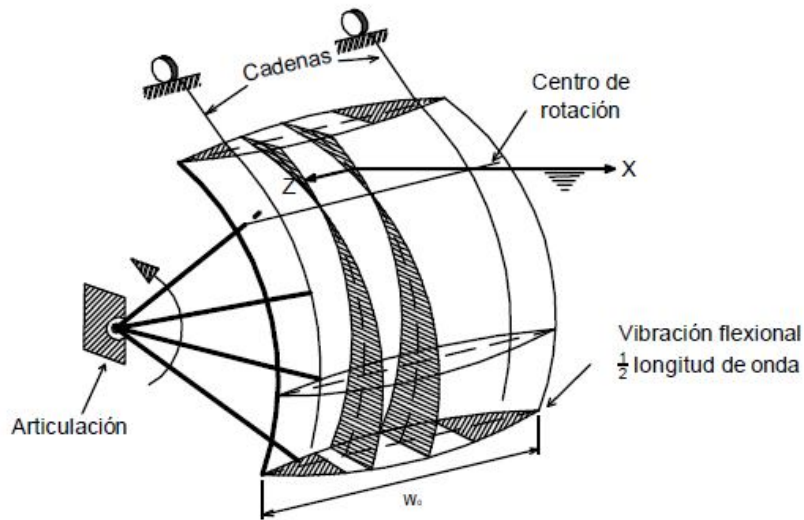
### 4.1 Momentos acoplados de inercia.

La Figura 4.1 es una representación esquemática de la vibración rotacional que experimenta una compuerta radial alrededor de un eje horizontal de rotación.

En el plano vertical, la pantalla experimenta una vibración flexional de baja frecuencia, según la hipótesis realizada en el capítulo anterior.

En el plano horizontal, la pantalla exhibe un modo de flexión igual a la mitad de una longitud de onda, con nodos en los extremos; así, el ángulo de rotación de la pantalla a una distancia  $Z$ , medida desde su centro, se puede aproximar por la siguiente ecuación:

$$\Psi_z = \Psi \sin(Z/W_0 + 1/2) \pi \quad (4.1)$$



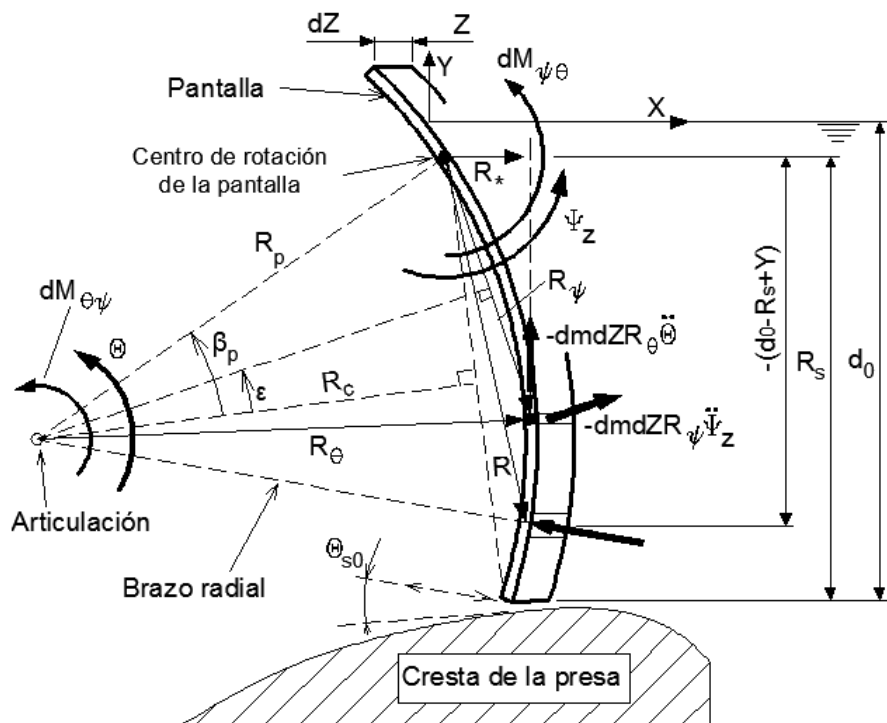
**Figura 4.1. Modo de vibración flexional de la pantalla en el plano vertical y horizontal**

Si se considera un elemento diferencial de pantalla de longitud  $dZ$ , como se muestra en la Figura 4.2; la rotación de la compuerta alrededor de su articulación  $\theta$  y la rotación de la pantalla alrededor de su eje de rotación  $\psi$ , se consideran positivas, siempre que el giro sea contrario a las manecillas del reloj.

Ambos tipos de vibración rotacional en la compuerta, pueden acoplarse entre sí, de manera muy efectiva a través de las fuerzas inerciales que se ejercen sobre la pantalla. A estos efectos inerciales, se les conoce como momentos acoplados de inercia.

El momento de inercia de la pantalla alrededor de su eje de rotación, debido a la vibración rotacional de la compuerta alrededor de la articulación, se representa por  $dM_{\psi\theta}$ . De manera contraria, el momento de inercia de la compuerta alrededor de su articulación, debido a la vibración rotacional de la pantalla alrededor de su eje de rotación, se representa por  $dM_{\theta\psi}$ . La magnitud de ambos momentos por unidad de longitud, se puede obtener por integración numérica de las fuerzas inerciales sobre el elemento diferencial de pantalla.

Si la masa por unidad de longitud de la compuerta es  $dm$ , la masa del elemento diferencial de compuerta, de ancho  $dZ$ , es  $dmdZ$ . Si se multiplica ésta masa por las aceleraciones tangenciales  $R_\theta \ddot{\theta}$  y  $R_\psi \ddot{\psi}_z$ , se obtienen las fuerzas inerciales tangenciales  $-dmdZR_\theta \ddot{\theta}$  y  $-dmdZR_\psi \ddot{\psi}_z$ , que se muestran en la Figura 4.2; donde  $R_\theta$  y  $R_\psi$ , representan los radios de rotación de cada una de las formas de vibración de la compuerta.



**Figura 4.2. Vibración rotacional de la pantalla y vibración rotacional de la compuerta con respecto a sus centros de rotación.**

En éste análisis, se asume que las vibraciones son pequeñas. Esto con el propósito de que las fuerzas centrífugas, se puedan considerar efectos de segundo orden, en relación a las fuerzas tangenciales, y por lo tanto se puedan despreciar.

La fuerza inercial debido a la vibración rotacional  $\Theta$ , tiene un brazo de giro  $R^*$ , con respecto al centro de rotación de la pantalla. Por otro lado, la fuerza de inercia debido a la vibración rotacional  $\Psi$ , tiene un brazo de giro igual a  $R_\psi/2$ , con respecto a la articulación de la compuerta.

Al multiplicar cada diferencial de fuerza inercial por el brazo de giro de la vibración complementaria e integral sobre toda la pantalla, de ancho  $dZ$ , se obtienen los momentos de inercia acoplados  $dM_{\psi\theta}$  y  $dM_{\theta\psi}$ , definidos por:

$$dM_{\psi\theta} = \int_m -dm dZ R_\theta \ddot{\Theta} R_* = -\frac{I_{\psi\theta}}{W_0} \ddot{\Theta} dZ \quad (4.2)$$

$$dM_{\theta\psi} = \int_m -dm dZ R_\psi \ddot{\Psi} \frac{R_\psi}{2} = -\frac{I_\psi}{2W_0} \ddot{\Psi} dZ \quad (4.3)$$

donde “m” representa la integración sobre el ancho unitario de pantalla; y los momentos  $I_{\psi\theta}$  e  $I_\psi$ , los momentos de inercia acoplados de toda la pantalla, definidos por:

$$I_{\psi\theta} = W_0 \int_m R_\theta R_* dm \quad (4.4)$$

$$I_\psi = W_0 \int_m R_\psi^2 dm \quad (4.5)$$

## 4.2 Ecuaciones básicas de movimiento

Al asumir que el centro de curvatura de la pantalla coincide con el centro de rotación de la compuerta; la presión hidrodinámica  $P$ , mostrada en la Figura 4.2, pasa exactamente por la articulación, y el efecto de la fuerza hidrodinámica, sobre la vibración rotacional de la compuerta alrededor de su articulación, es nulo. Por tal razón, el efecto de la fuerza hidrodinámica no participa en la ecuación de movimiento que determina la vibración rotacional de la compuerta.

Si la compuerta es afectada por el momento de inercia acoplado  $dM_{\theta\psi}$ , la ecuación de movimiento de la vibración rotacional de la compuerta es:

$$I_{\theta}(-\ddot{\theta} - 2\zeta_{a\theta}\Omega_{a\theta}\dot{\theta} - \Omega_{a\theta}^2\theta) + \int_z dM_{\theta\psi} = 0 \quad (4.6)$$

donde  $I_{\theta}$ , representa el momento de inercia de la compuerta alrededor de la articulación;  $\Omega_{a\theta}$  y  $\zeta_{a\theta}$ , la frecuencia circular en aire y el cociente de amortiguamiento en aire de la vibración rotacional de la compuerta, respectivamente. Finalmente, el subíndice "Z", la integral sobre el ancho total de la compuerta.

De la ecuación (4.1) y (4.3), la integral del diferencial de momento con respecto a Z es:

$$\begin{aligned} \int_m dM_{\theta\psi} &= -\frac{I_{\psi}}{2W_0}\ddot{\Psi} \int_{-W_0/2}^{W_0/2} \sin\left(\frac{Z}{W_0} + \frac{1}{2}\right)\pi dZ \\ &= -\frac{I_{\psi}}{2W_0}\ddot{\Psi} \frac{2W_0}{\pi} = -\frac{I_{\psi}\ddot{\Psi}}{\pi} \end{aligned} \quad (4.7)$$

Con este resultado, la ecuación de movimiento para la vibración rotacional de la compuerta, como cuerpo rígido, es:

$$\ddot{\theta} + 2\Omega_{a\theta}\zeta_{a\theta}\dot{\theta} + \Omega_{a\theta}^2\theta + \frac{1}{\pi} \frac{I_{\psi}}{I_{\theta}}\ddot{\Psi} = 0 \quad (4.8)$$

Contrario a la vibración rotacional de la compuerta, la vibración rotacional de la pantalla es estimulada por la presión hidrodinámica  $P$  y por el momento de inercia acoplado  $dM_{\psi\theta}$ , que resulta en la siguiente ecuación de movimiento:

$$(\ddot{\Psi}_Z + 2\zeta_{a\psi}\Omega_{a\psi}\dot{\Psi}_Z + \Omega_{a\psi}^2\Psi_Z)dZ - \frac{W_0}{I_{\psi}}dM_{\psi\theta} + \frac{W_0}{I_{\psi}} \int_R PRdR \cdot dZ = 0 \quad (4.9)$$

donde R, representa la longitud de rotación medida desde el eje de rotación de la pantalla hasta el punto de presión  $P$ . Posteriormente, al integrar la ecuación (4.9) sobre el ancho total de la compuerta, la ecuación de movimiento de toda la pantalla es:



$$\int_Z (\ddot{\Psi}_Z + 2\zeta_{a\psi}\Omega_{a\psi}\dot{\Psi}_Z + \Omega_{a\psi}^2\Psi_Z)dZ - \frac{W_0}{I_\psi} \int_Z dM_{\psi\theta} + \frac{W_0}{I_\psi} \int_Z \int_R PRdR \cdot dZ = 0 \quad (4.10)$$

Como se indica en la Figura 4.1, si la pantalla vibra en un modo de flexión igual a la mitad de una longitud de onda, la presión hidrodinámica que se ejerce sobre la compuerta, está determinada por su modo de vibración. En consecuencia, la integración con respecto a Z, puede llevarse a cabo para todos los términos, excepto para el término de presión, que resulta en:

$$\ddot{\Psi} + 2\Omega_{a\psi}\zeta_{a\psi}\dot{\Psi} + \Omega_{a\psi}^2\Psi + \frac{\pi I_{\psi\theta}}{2 I_\psi}\ddot{\Theta} + \frac{\pi}{2I_\psi} \int_{-W_0/2}^{W_0/2} dZ \int_R PRdR = 0 \quad (4.11)$$

donde  $\Omega_{a\psi}$  y  $\zeta_{a\psi}$ , representan la frecuencia circular en aire y el cociente de amortiguamiento en aire, de la vibración rotacional de la pantalla, respectivamente.

### 4.3 Presión hidrodinámica.

Cuando la compuerta desarrolla vibración rotacional alrededor de la articulación, la velocidad del flujo bajo la compuerta, cambia; y produce variación de la presión, llamada “presión variacional por la variación del flujo”,  $P_{r\theta}$ . Por otro lado, cuando la pantalla desarrolla vibración rotacional alrededor de su eje de rotación, el agua en el depósito, es empujada y arrastrada por el movimiento de la pantalla, dentro y fuera del reservorio. Esto produce la llamada “presión de empuje y succión”, denotada por  $P_{b\psi}$ .

Si el movimiento del borde inferior de la pantalla, no es tangencial al fondo del canal o a la cresta de la presa, se produce una variación adicional del flujo bajo la compuerta, originando la “presión variacional adicional por la variación del flujo”,  $P_{r\psi}$ , donde los subíndices  $\theta$  y  $\psi$ , representan la vibración rotacional de la compuerta y la pantalla, respectivamente.

Al asumir pequeñas vibraciones (amplitudes), y por medio del principio de superposición, la variación de la presión hidrodinámica  $P$ , debido a la ocurrencia simultánea de ambos tipos de vibración es:

$$P = P_{b\psi} + P_{r\theta} + P_{r\psi} \quad (4.12)$$

En éste análisis, se asume que la componentes de presión hidrodinámica son proporcionales a las amplitudes de vibración del borde inferior de la compuerta, en la dirección tangencial y en la dirección del flujo.

De forma similar a Ishii (1992), K. Anami, analiza cada uno de los componentes de la presión hidrodinámica mediante el uso de la Teoría Potencial (Rayleigh, 1945), y sus resultados muestran buena relación con los resultados experimentales (Anami et al., 2012b). Los tres componentes de la presión hidrodinámica son finalmente reducidos a su forma adimensional dada por:

$$p_{b\psi} \equiv \frac{P_{b\psi}/\rho g}{R_s \Psi_0 \sin(Z/W_0 + 1/2)\pi} \quad (4.13a)$$

$$p_{r\theta} \equiv \frac{P_{r\theta}/\rho g}{\sqrt{2}c_f R_c \theta_0} \quad (4.13b)$$

$$p_{r\psi} \equiv \frac{P_{r\psi}/\rho g}{\sqrt{2}c_f k R_s \Psi_0 \sin(Z/W_0 + 1/2)\pi} \quad (4.13c)$$

donde  $k = -\sin \theta_{s0}$ , es el ángulo entre la vibración rotacional del borde inferior de la pantalla y la tangente a la cresta de la presa o fondo del canal, como se indica en la Figura 4.2. La variable  $k$ , adquiere valores negativos cuando la compuerta actúa como un dispositivo de apertura por incremento de presión; y valores positivos cuando la compuerta actúa como un dispositivo de cerrado por incremento de presión.

La variable  $c_f$ , representa el coeficiente de variación instantánea del flujo. Cuando la compuerta vibra en baja frecuencia, el valor de ésta variable se puede asumir igual a 1.0.

Cada una de las cargas de presión en la ecuación (4.13), se normalizaron por una longitud característica. Para la componente de presión variacional por variación del flujo (ecuación 13.b), la longitud característica es la magnitud del cambio en la abertura de la compuerta; mientras que para la presión de empuje y succión (ecuación 13.a) y la presión variacional adicional, la longitud característica es la amplitud de vibración de la pantalla en la parte media de su borde inferior.

$\theta_0$  y  $\Psi_0$ , representan las amplitudes de la vibración rotacional de la compuerta ( $\theta$ ) y rotacional de la pantalla ( $\psi$ ), respectivamente.  $R_a$ , el radio de la pantalla;  $R_c$ , el radio de rotación del borde inferior de la pantalla con respecto a la articulación; y  $R_s$ , el radio de rotación de la pantalla alrededor de su eje de rotación, como se muestra en la Figura 4.2.

La presión variacional definida por (4.13), se puede reducir a la suma de dos componentes en fase con la velocidad y aceleración de la compuerta, definidas por:

$$p_{r\theta} = p_{rs} \left( \frac{F_{a\theta}}{F} \right) (-\theta') + p_{rp} \left( \frac{F_{a\theta}}{F} \right)^2 \theta'' \quad (4.14a)$$

$$p_{b\psi} = p_{bs} \left( \frac{F_{a\theta}}{F} \right)^2 \psi'' + p_{bp} \left( \frac{F_{a\theta}}{F} \right) \psi' \quad (4.14b)$$

$$p_{r\psi} = p_{rs} \left( \frac{F_{a\theta}}{F} \right) (-\psi') + p_{rp} \left( \frac{F_{a\theta}}{F} \right)^2 \psi'' \quad (4.14c)$$

En la ecuación (4.14b), el término  $\delta_p$  es el coeficiente de corrección por presión que considera la inclinación de la pantalla con respecto a la plantilla del canal y su magnitud puede obtenerse de modelos experimentales (Anami et al., 2012b).

Si se elige el periodo de vibración de la compuerta,  $1/\Omega_{a\theta}$ , como escala de tiempo representativa; y la amplitudes de rotación angular  $\Psi_0$  y  $\Theta_0$  como escalas de amplitud, se obtienen las siguientes variables adimensionales:

$$t \equiv \Omega_{a\theta} T \quad \psi \equiv \Psi/\Psi_0 \quad \theta \equiv \Theta/\Theta_0 \quad (4.15)$$

El campo de flujo asociado a la vibración rotacional en agua de la pantalla y a la vibración rotacional en aire de la compuerta, están representados por el número de Froude ( $F$ ) y el número básico de Froude ( $F_{a\theta}$ ), respectivamente. Estos parámetros se determinan por las expresiones siguientes:

$$F \equiv \sqrt{\frac{d_0}{g}} \Omega_w \quad F_{a\theta} \equiv \sqrt{\frac{d_0}{g}} \Omega_{a\theta} \quad (4.16)$$

donde  $d_0$ , representa la profundidad sumergida de la compuerta en agua.

Las variables  $p_{rs}$ ,  $p_{rp}$ ,  $p_{bs}$  y  $p_{bp}$ , en la ecuación (4.14), fueron formuladas por Ishii (1992) y Anami (2012b), como series de sumas; y son funciones del número de Froude ( $F$ ) y del radio de rotación reducido de la pantalla  $r_s$ , definido por:

$$r_s = R_s/d_0 \quad (4.17)$$

Los subíndices “s” y “p”, en la ecuación (4.14), representan las componentes de presión permanente y transitoria, respectivamente.

#### 4.4 Ecuaciones de movimiento reducidas.

Al utilizar las variables adimensionales de la ecuación (4.15), la ecuación de movimiento para la vibración rotacional de la compuerta alrededor de la articulación, ecuación (4.8), se puede reducir a:

$$\theta'' + 2\zeta_{a\theta}\theta' + \theta + \frac{1}{\pi} \frac{\alpha_I}{\alpha_*} \psi'' = 0 \quad (4.18)$$

donde  $\alpha_*$ , representa la relación de amplitudes de vibración, del movimiento vibratorio rotacional de la compuerta ( $\theta$ ), con respecto a la vibración rotacional de la pantalla ( $\psi$ ); Y  $\alpha_I$ , la relación de los momentos de inercia de la pantalla con respecto a la compuerta. Esto es:

$$\alpha_* \equiv \Theta_0/\Psi_0 \quad \alpha_I = I_\psi/I_\theta \quad (4.19)$$

Al usar la presión hidrodinámica definida por las ecuaciones (4.12) y (4.13), además de las variables adimensionales de la ecuación (4.15); la ecuación de movimiento de la vibración rotacional de la pantalla, ecuación (4.11), se puede expresar por:

$$\begin{aligned} \psi'' + 2\zeta_{a\psi}\gamma_{\psi\theta}\psi' + \gamma_{\psi\theta}^2\psi + \frac{\pi}{2}\alpha_{I\psi}\alpha_*\theta'' + \frac{\alpha_\psi}{F_{a\theta}^2} \int_{-1}^0 p_{b\psi} \left(1 - \frac{1+y}{r_s}\right) dy \\ + \frac{\pi}{2}\sqrt{2}c_f\alpha_*\frac{1}{r_{sa}}\frac{\alpha_\psi}{F_{a\theta}^2} \int_{-1}^0 p_{r\theta\theta} \left(1 - \frac{1+y}{r_s}\right) dy \\ + \sqrt{2}c_fk\frac{\alpha_\psi}{F_{a\theta}^2} \int_{-1}^0 p_{r\psi} \left(1 - \frac{1+y}{r_s}\right) dy = 0 \end{aligned} \quad (4.20)$$

donde  $\gamma_{\psi\theta}$ , representa la relación de frecuencias de vibración en aire, de la vibración rotacional de la pantalla ( $\psi$ ), con respecto a la vibración rotacional en aire de la compuerta ( $\theta$ ). Esto es:

$$\gamma_{\psi\theta} \equiv \Omega_{a\psi}/\Omega_{a\theta} \quad (4.21)$$

$\alpha_{I\psi}$  representa la relación de los momentos de inercia acoplados y  $r_{sa}$  la relación de los radios de rotación, que se definen por:

$$\alpha_{I\psi} \equiv I_{\psi\theta}/I_\psi \quad r_{sa} \equiv R_s/R_c \quad (4.22)$$

$\alpha_\psi$  representa la relación de masas, de la masa de agua representativa con respecto a la masa de la pantalla, que se define por:

$$\alpha_\psi \equiv \frac{\rho d_0^2 W_0}{I_\psi / R_s^2} \quad (4.23)$$

Al sustituir las presiones hidrodinámicas, indicadas en la ecuación (4.14), la ecuación de movimiento de la vibración rotacional de pantalla, se puede expresar por:

$$\begin{aligned} & \left( 1 + \delta_p \alpha_\psi \Delta m_\psi + \frac{2}{\pi} \sqrt{2} c_f k \alpha_\psi \Delta m_\theta \right) \psi'' \\ & + 2\gamma_{\psi\theta} \left( \zeta_{\alpha\psi} + \zeta_{f\psi} - \frac{1}{\pi} \sqrt{2} c_f k \frac{\alpha_\psi \Delta c_\theta}{\gamma_{\psi\theta} F_{a\theta}} \right) \psi' + \gamma_{\psi\theta}^2 \psi \\ & = \alpha_* \left\{ - \left( \frac{\pi}{2} \alpha_{I\psi} + \sqrt{2} c_f \frac{\alpha_\psi \Delta m_\theta}{r_{sa}} \right) \theta'' + \sqrt{2} c_f \frac{\alpha_\psi \Delta c_\theta}{r_{sa} F_{a\theta}} \theta' \right\} \end{aligned} \quad (4.24)$$

donde  $\zeta_{f\psi}$ , representa el coeficiente de amortiguamiento por radiación de ondas que se define por:

$$\zeta_{f\psi} \equiv \frac{\delta_p \alpha_\psi \Delta c_\psi}{2\gamma_{\psi\theta} F_{a\theta}} \quad (4.25)$$

$\Delta m_\psi$  y  $\Delta c_\psi$  son la masa adherida reducida y el coeficiente de amortiguamiento por radiación de ondas reducido, debido a la vibración rotacional de la pantalla. Ambos coeficientes se definen por:

$$\Delta m_\psi(F) = \frac{1}{F^2} \int_{-1}^0 \left( 1 - \frac{1+y}{r_s} \right) p_{bs}(0, y) dy \quad (4.26a)$$

$$\Delta c_\psi(F) = \frac{1}{F} \int_{-1}^0 \left( 1 - \frac{1+y}{r_s} \right) p_{bp}(y) dy \quad (4.26b)$$

$\Delta m_\theta$  y  $\Delta c_\theta$  son la masa adherida reducida y el coeficiente de excitación por flujo reducido, debido a la vibración rotacional de toda la compuerta. Estos coeficientes se definen por:

$$\Delta m_\theta = \frac{\pi}{2} \frac{1}{F^2} \int_{-1}^0 \left( 1 - \frac{1+y}{r_s} \right) p_{rp} dy \quad (4.27a)$$

$$\Delta c_{\theta} = \frac{\pi}{2} \frac{1}{F} \int_{-1}^0 \left(1 - \frac{1+y}{r_s}\right) p_{rs} dy \quad (4.27b)$$

En la ecuación (4.24), el segundo término del lado derecho, que es proporcional a la velocidad, es el más significativo para la estabilidad de las compuertas. Éste término resulta de la variación del flujo bajo la compuerta y conduce a la vibración por autoexcitación de modos acoplados.

En la misma ecuación, el parámetro  $\zeta_{f\psi}$ , representa el coeficiente de amortiguamiento por flujo, que depende del coeficiente de amortiguamiento por radiación de ondas disipativas,  $\Delta c_{\psi}$ . Mientras que el parámetro  $\alpha_{\psi} \Delta m_{\psi}$ , representa el efecto de masa adherida por flujo que reduce de manera importante la frecuencia de vibración en aire de la pantalla, cuando la compuerta vibra en agua.

Los parámetros  $\Delta m_{\theta}$ ,  $\Delta c_{\theta}$ ,  $\Delta m_{\psi}$  y  $\Delta c_{\psi}$ , son conocidos como parámetros inducidos por flujo. Todos ellos son dependientes del número de Froude, y su magnitud se puede observar en la Figuras 4.3 y 4.4.

De las Figuras 4.3 y 4.4, se puede concluir lo siguiente:

1. A medida que el número de Froude incrementa, la masa adherida  $\Delta m_{\theta}$  disminuye rápidamente y se aproxima a cero para números de Froude mayores a dos. Esto significa que el efecto de masa adherida debido a la vibración rotacional de la compuerta, rápidamente disminuye y no tiene efecto sobre las vibraciones rotacionales de la pantalla y la compuerta.

2. Para números de Froude mayores a diez, el coeficiente de amortiguamiento por radiación de ondas  $\Delta c_{\psi}$ , también se aproxima a cero. Esto significa que para números de Froude suficientemente grandes, la vibración de la compuerta no es eficiente en la disipación de energía, que se manifiesta por ondas disipativas.

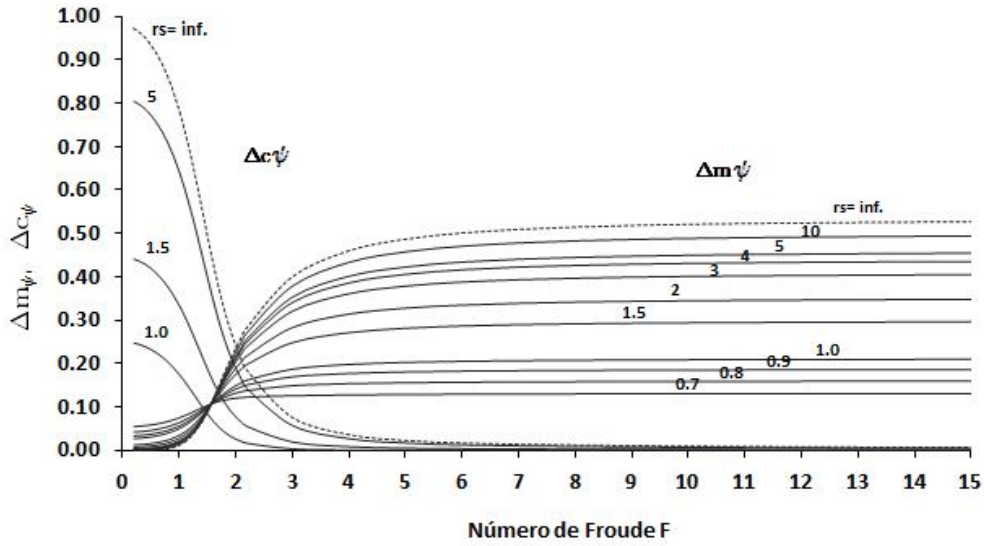


Figura 4.3. Masa adherida y coeficiente de amortiguamiento por radiación de ondas reducido

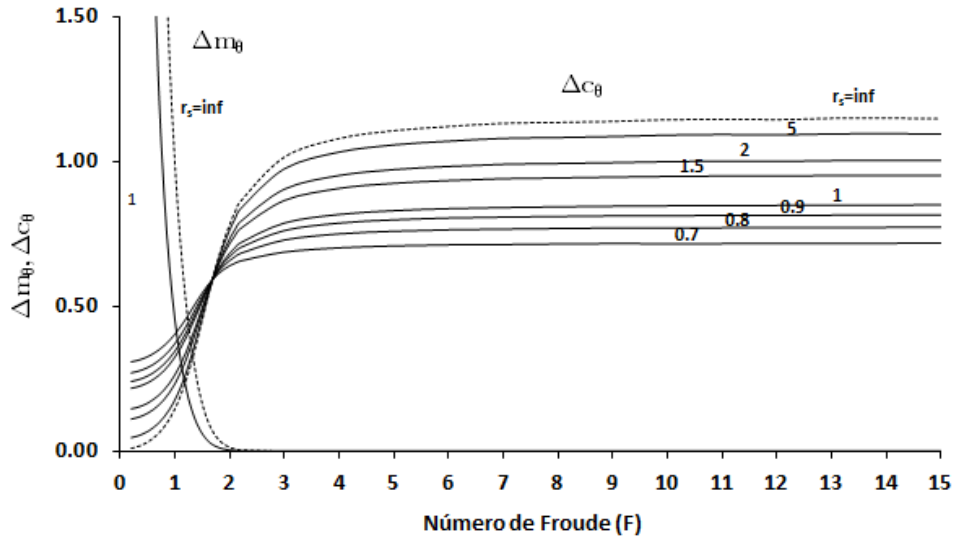


Figura 4.4. Masa adherida y coeficiente de excitación por variación del flujo reducido

3. A medida que número de Froude incrementa, el coeficiente de excitación por flujo  $\Delta c_{\theta}$ , crece rápidamente, desde un valor cercano a cero hasta un valor asintótico constante. Este factor, en consecuencia, es uno de los factores más importantes para el establecimiento del mecanismo de vibración por autoexcitación de modos acoplados.



4. De manera similar, la masa adherida reducida  $\Delta m_\psi$ , crece desde cero hasta un valor asintótico constante, a medida que el número de Froude se incrementa. Este efecto de masa adherida sobre la pantalla, produce una reducción en la frecuencia de vibración rotacional de la pantalla, con respecto a su vibración en aire, cuando la compuerta vibra en interacción con el agua.

Al expresar la ecuación de movimiento (4.24) en su forma estándar, es decir con  $\psi'' = 1$ , la ecuación de movimiento para la vibración rotacional de la pantalla resulta ser

$$\begin{aligned} \psi'' + 2\gamma_{\psi\theta} \frac{\zeta_{a\psi} + \zeta_{f\psi} - \frac{1}{\pi} \sqrt{2} c_f k \frac{\alpha_\psi \Delta c_\theta}{\gamma_{\psi\theta} F_{a\theta}}}{1 + \delta_p \alpha_\psi \Delta m_\psi + \frac{2}{\pi} \sqrt{2} c_f k \alpha_\psi \Delta m_\theta} \psi' \\ + \frac{\gamma_{\psi\theta}^2}{1 + \delta_p \alpha_\psi \Delta m_\psi + \frac{2}{\pi} \sqrt{2} c_f k \alpha_\psi \Delta m_\theta} \psi \\ = \alpha_* \frac{-\left(\frac{\pi}{2} \alpha_{l\psi} + \sqrt{2} c_f \frac{\alpha_\psi \Delta m_\theta}{r_{sa}}\right) \theta'' + \sqrt{2} c_f \frac{\alpha_\psi \Delta c_\theta}{r_{sa} F_{a\theta}} \theta'}{1 + \delta_p \alpha_\psi \Delta m_\psi + \frac{2}{\pi} \sqrt{2} c_f k \alpha_\psi \Delta m_\theta} \end{aligned} \quad (4.28)$$

donde el último término del lado izquierdo, representa la relación de frecuencias de vibración, en agua, de la vibración rotacional de la pantalla, con respecto a la vibración rotacional en aire de la compuerta. Esto es:

$$\gamma_{nw} \left( \equiv \frac{\Omega_{nw\psi}}{\Omega_{a\theta}} \right) = \frac{\gamma_{\psi\theta}}{\sqrt{1 + \delta_p \alpha_\psi \Delta m_\psi + \frac{2}{\pi} \sqrt{2} c_f k \alpha_\psi \Delta m_\theta}} \quad (4.29)$$

El denominador de la ecuación anterior, representa la frecuencia de vibración en aire de la compuerta  $\Omega_{a\theta}$ , que en esencia, es igual a la frecuencia de vibración en agua, debido a que el efecto de la masa adherida por vibración rotacional de la compuerta es nulo para números de Froude mayores a dos.

Al usar la relación de frecuencias de vibración en aire, que se indica en la ecuación (4.21), la ecuación (4.29) se puede expresar por:

$$\gamma_{nw} = \gamma_{nw\psi} \gamma_{\psi\theta} \quad (4.30)$$

donde  $\gamma_{nw\psi}$ , representa la relación de frecuencias de vibración agua-aire de la vibración rotacional de la pantalla, definida por:

$$\gamma_{nw\psi} \left( \equiv \frac{\Omega_{nw\psi}}{\Omega_{\alpha\psi}} \right) = \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_p \alpha_{\psi} \Delta m_{\psi} + \frac{2}{\pi} \sqrt{2} c_f k \alpha_{\psi} \Delta m_{\theta}}} \quad (4.31)$$

A partir de las relaciones de frecuencias definidas por las ecuaciones (4.29), (4.30) y (4.31); la ecuación de movimiento para la vibración rotacional de la pantalla, se puede expresar por:

$$\begin{aligned} \psi'' + 2\gamma_{nw\psi} \gamma_{nw} \left( \zeta_{a\psi} + \zeta_{f\psi} - \frac{1}{\pi} \sqrt{2} c_f k \frac{\alpha_{\psi} \Delta c_{\theta}}{\gamma_{\psi\theta} F_{a\theta}} \right) \psi' + \gamma_{nw}^2 \psi \\ = \alpha_* \gamma_{nw\psi}^2 \left\{ - \left( \frac{\pi}{2} \alpha_{I\psi} + \sqrt{2} c_f \frac{\alpha_{\psi} \Delta m_{\theta}}{r_{sa}} \right) \theta'' + \sqrt{2} c_f \frac{\alpha_{\psi} \Delta c_{\theta}}{r_{sa} F_{a\theta}} \theta' \right\} \end{aligned} \quad (4.32)$$

Ésta última ecuación, fue propuesta por Anami en el año 2014 y representa la forma más general para el análisis de la vibración rotacional y paralela de la pantalla.

#### 4.5 Solución aproximada de las ecuaciones de movimiento.

Para concluir el presente análisis, solo resta mostrar el procedimiento mediante el cual se resuelve el sistema formado por las ecuaciones de movimiento que definen la vibración rotacional que experimentan las compuertas radiales, cuando interactúan con el agua.

El mecanismo de vibración por modos acoplados involucra dos frecuencias principales de vibración: la vibración rotacional de la compuerta alrededor de su articulación; y la vibración rotacional de la pantalla alrededor de su eje de rotación. La

vibración por modos acoplados ocurre cuando ambas frecuencias se sincronizan. Esto sucede cuando uno de los modos principales de vibración sirve de medio de excitación del otro, y viceversa. La excitación de uno u otro modo, establece así, la vibración por autoexcitación de modos acoplados.

Al modo de vibración que produce la excitación se le conoce como “vibración principal”; mientras que al segundo modo se le conoce como “vibración de respuesta”.

El sistema formado por las ecuaciones (4.18) y (4.32), define el mecanismo de vibración por modos acoplados y solución, se puede obtener a partir del siguiente procedimiento de solución aproximado.

#### **4.5.1 Vibración rotacional de la compuerta sincronizada con la vibración rotacional de la pantalla.**

1. Se asume que la vibración rotacional de la pantalla (vibración principal), tiene la solución periódica definida por la siguiente ecuación:

$$\psi = \cos \gamma t \quad (4.33)$$

2. Se asume un valor para la relación de frecuencias  $\gamma$ , de la vibración rotacional en agua de la pantalla con respecto a la vibración rotacional en aire de la compuerta.

$$\gamma \equiv \Omega_{w\psi} / \Omega_{a\theta} \quad (4.34)$$

3. Se calcula el número de Froude, a partir de la frecuencia de vibración en agua de la pantalla  $\Omega_{w\psi}$ :

$$F \equiv \sqrt{\frac{d_0}{g}} \Omega_{w\psi} = F_{a\theta} \cdot \gamma \quad (4.35)$$

4. Se sustituye la ecuación (4.33) en la ecuación (4.18), que define la vibración rotacional de la compuerta alrededor de su eje de rotación (vibración de respuesta).

$$\theta'' + 2\zeta_{a\theta}\theta' + \theta = \frac{1}{\pi} \frac{\alpha_I}{\alpha_*} \gamma^2 \cos \gamma t \quad (4.36)$$

5.- Se determina la solución de la ecuación de movimiento anterior.

$$\theta = \cos(\gamma t - \varphi) \quad (4.37)$$

6.- Se sustituye la ecuación (4.37), en la ecuación de movimiento (4.36), y se obtiene la ecuación siguiente:

$$\sqrt{(1 - \gamma^2)^2 + (2\gamma\zeta_{a\theta})^2} \cos(\gamma t - \varphi + \varphi_a) = \frac{1}{\pi} \frac{\alpha_I}{\alpha_*} \gamma^2 \cos \gamma t \quad (4.38)$$

donde  $\varphi_a$  se define por:

$$\varphi_a = \tan^{-1} \frac{\alpha_I \gamma^2}{\sqrt{(1 - \gamma^2)^2 + (2\gamma\zeta_{a\theta})^2}} \quad (4.39)$$

7.- Se calcula la relación de amplitudes angulares ( $\alpha_*$ ) y el ángulo de fase ( $\varphi$ ).

$$\alpha_* = \frac{1}{\pi} \frac{\alpha_I \gamma^2}{\sqrt{(1 - \gamma^2)^2 + (2\gamma\zeta_{a\theta})^2}} \quad (4.40)$$

$$\varphi (= \varphi_a) = \tan^{-1} \frac{2\gamma\zeta_{a\theta}}{1 - \gamma^2} \quad (4.41)$$

8.- Se analiza el proceso inverso. Se sustituye la ecuación (4.37), en la ecuación (4.32).

$$\begin{aligned} (1 + \gamma_{nw\psi}^2 \Delta m_{\theta\psi}) \psi'' + 2\gamma_{nw} \gamma_{nw\psi} \left( \zeta_{a\psi} + \zeta_{f\psi} - \frac{\sqrt{2}}{\pi} c_f k \frac{\alpha_\psi \Delta c_\theta}{F_{a\theta} \gamma_{\psi\theta}} - \frac{\Delta c_{\theta\psi}}{\gamma_{\psi\theta}} \right) \psi' \\ + \gamma_{nw}^2 \psi = 0 \end{aligned} \quad (4.42)$$

Donde  $\Delta m_{\theta\psi}$  y  $\Delta c_{\theta\psi}$ , son la masa adherida reducida y el coeficiente de excitación por flujo reducido, que resultan del acoplamiento de los dos modos de vibración. Estos últimos definidos por:

$$\Delta m_{\theta\psi} \equiv \alpha_* \left\{ \left( \frac{\pi}{2} \alpha_{I\psi} + \sqrt{2} c_f \frac{\alpha_\psi \Delta m_\theta}{r_{sa}} \right) \cos \varphi + \sqrt{2} c_f \frac{\alpha_\psi \Delta c_\theta}{r_{sa} F_{a\theta} \gamma} \sin \varphi \right\} \quad (4.43)$$

$$\Delta c_{\theta\psi} \equiv \frac{\alpha_*}{2} \left\{ - \left( \frac{\pi}{2} \alpha_{I\psi} + \sqrt{2} c_f \frac{\alpha_\psi \Delta m_\theta}{r_{sa}} \right) \gamma \sin \varphi + \sqrt{2} c_f \frac{\alpha_\psi \Delta c_\theta}{r_{sa} F_{a\theta}} \cos \varphi \right\} \quad (4.44)$$

9.- Se normaliza la ecuación (4.42), de modo que el coeficiente de  $\Psi''$  sea igual a uno.

$$\psi'' + 2\gamma_{\psi\theta} \frac{\zeta_{a\psi} - \zeta_{f\psi}}{1 + \gamma_{nw\psi}^2 \Delta m_{\theta\psi}} \psi' + \frac{\gamma_{nw}^2}{1 + \gamma_{nw\psi}^2 \Delta m_{\theta\psi}} \psi = 0 \quad (4.45)$$

donde  $\xi_{f\psi}$  representa el coeficiente de excitación por flujo, que se define por:

$$\xi_{f\psi} \equiv \frac{\Delta c_{\theta\psi}}{\gamma_{\psi\theta}} - \zeta_{f\psi} + \frac{\sqrt{2}}{\pi} c_f k \frac{\alpha_\psi \Delta c_\theta}{F_{a\theta} \gamma_{\psi\theta}} \quad (4.46)$$

10.- Se determina la relación de frecuencias actualizada  $\gamma_{w\psi\theta}$ , de la frecuencia de vibración rotacional en agua de la pantalla, con respecto a la frecuencia de vibración rotacional en aire de la compuerta. Esto es, la raíz cuadrada del coeficiente  $\Psi$  en la ecuación (4.45).

$$\begin{aligned} \gamma_{w\psi\theta} \left( \equiv \frac{\Omega_{w\psi}}{\Omega_{a\theta}} \right) &= \frac{\gamma_{nw}}{\sqrt{1 + \gamma_{nw\psi}^2 \Delta m_{\theta\psi}}} \\ &= \frac{\gamma_{\psi\theta}}{\sqrt{1 + \delta_p \alpha_\psi \Delta m_\psi + \frac{2}{\pi} \sqrt{2} c_f k \alpha_\psi \Delta m_\theta + \Delta m_{\theta\psi}}} \end{aligned} \quad (4.47)$$

11.- Se verifica que la relación de frecuencias  $\gamma_{w\psi\theta}$ , sea congruente con la relación de frecuencias  $\gamma$ , que se asumió en la ecuación (4.34). Si son diferentes, se sustituye  $\gamma_{w\psi\theta}$  por  $\gamma$ , en la ecuación (4.34), y se recalculan la ecuaciones (4.40), (4.41), (4.43), (4.44) y (4.47); hasta que ambas frecuencias sean iguales.

12.- Se expresa la ecuación de movimiento (4.45) en términos de la relación de frecuencias agua-aire definida por la ecuación (4.47), que resulta en:

$$\psi'' + 2 \frac{\gamma_{w\psi\theta}^2}{\gamma_{\psi\theta}} (\zeta_{a\psi} - \zeta_{f\psi}) \psi' + \gamma_{w\psi\theta}^2 \psi = 0 \quad (4.48)$$

Donde el segundo término define el coeficiente de excitación actualizado de la vibración rotacional de la pantalla (vibración principal). Esto es:

$$\xi_{\psi} = \frac{\gamma_{w\psi\theta}}{\gamma_{\psi\theta}} (\xi_{f\psi} - \zeta_{a\psi}) \quad (4.49)$$

#### 4.5.2 Vibración rotacional de la pantalla sincronizada con la vibración rotacional de toda la compuerta.

1.- Se asume la siguiente solución periódica para la vibración rotacional de toda la compuerta (vibración principal):

$$\theta = \cos \gamma t \quad (4.50)$$

2.- Se asume la relación de frecuencias agua-aire  $\gamma$ , de la vibración rotacional de la compuerta es:

$$\gamma = \Omega_{w\theta} / \Omega_{a\theta} \quad (4.51)$$

3.- Se calcula el número de Froude, a partir de la frecuencia de vibración en agua de la compuerta  $\Omega_{w\theta}$ .

$$F \equiv \sqrt{\frac{d_0}{g}} \Omega_{w\theta} = F_{a\theta} \cdot \gamma \quad (4.52)$$

4.- Se sustituye la ecuación (4.50) en el lado derecho de la ecuación (4.32), que resulta en:

$$\begin{aligned} &= \alpha_* \gamma_{nw\psi}^2 \left\{ \left( \frac{\pi}{2} \alpha_{I\psi} + \sqrt{2} c_f \frac{\alpha_{\psi} \Delta m_{\theta}}{r_{sa}} \right) \gamma^2 \cos \gamma t - \sqrt{2} c_f \frac{\alpha_{\psi} \Delta c_{\theta}}{r_{sa} F_{a\theta}} \gamma \sin \gamma t \right\} \\ &= \alpha_* f_{\theta} \cos(\gamma t + \varphi_0) \end{aligned} \quad (4.53)$$

donde  $f_{\theta}$  y  $\varphi_0$  se definen por:

$$f_{\theta} = \gamma_{nw}^2 \psi \gamma \sqrt{\left\{ \left( \frac{\pi}{2} \alpha_{I\psi} + \sqrt{2} c_f \frac{\alpha_{\psi} \Delta m_{\theta}}{r_{sa}} \right)^2 + \left( \sqrt{2} c_f \frac{\alpha_{\psi} \Delta c_{\theta}}{r_{sa} F_{a\theta}} \right)^2 \right.} \quad (4.54)$$

$$\varphi_0 = \tan^{-1} \frac{\sqrt{2} c_f \frac{\alpha_{\psi} \Delta c_{\theta}}{r_{sa} F_{a\theta}}}{\left( \frac{\pi}{2} \alpha_{I\psi} + \sqrt{2} c_f \frac{\alpha_{\psi} \Delta m_{\theta}}{r_{sa}} \right) \gamma} \quad (4.55)$$

5.- Se sustituye la ecuación (4.53) en el lado derecho de la ecuación (4.32), que resulta en:

$$\begin{aligned} \psi'' + 2\gamma_{nw}\psi\gamma_{nw} \left( \zeta_{a\psi} + \zeta_{f\psi} - \frac{\sqrt{2}}{\pi} c_f k \frac{\alpha_{\psi} \Delta c_{\theta}}{\gamma_{\psi\theta} F_{a\theta}} \right) \psi' + \gamma_{nw}^2 \psi \\ = \alpha_* f_{\theta} \cos(\gamma t + \varphi_0) \end{aligned} \quad (4.56)$$

6.- Se determina la solución de la vibración forzada dada por la ecuación (4.56):

$$\psi = \cos(\gamma t + \varphi_0 - \varphi) \quad (4.57)$$

donde  $\alpha_*$  y  $\varphi$  son la relación de amplitudes angulares y el ángulo de fase que pueden definirse por:

$$\alpha_* = \frac{1}{f_{\theta}} \sqrt{(\gamma_{nw}^2 - \gamma^2)^2 + \left\{ 2\gamma_{nw}\psi\gamma_{nw} \left( \zeta_{a\psi} + \zeta_{f\psi} - \frac{\sqrt{2}}{\pi} c_f k \frac{\alpha_{\psi} \Delta c_{\theta}}{\gamma_{\psi\theta} F_{a\theta}} \right) \right\}^2} \quad (4.58)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{2\gamma_{nw}\psi\gamma_{nw} \left( \zeta_{a\psi} + \zeta_{f\psi} - \frac{\sqrt{2}}{\pi} c_f k \frac{\alpha_{\psi} \Delta c_{\theta}}{\gamma_{\psi\theta} F_{a\theta}} \right)}{\gamma_{nw}^2 - \gamma^2} \quad (4.59)$$

7.- Se analiza el proceso inverso al sustituir la ecuación (4.57) en la ecuación de movimiento (4.18), que resulta en:

$$\theta'' + 2\zeta_{a\theta}\theta' + \theta + \frac{1}{\pi} \frac{\alpha_I}{\alpha_*} \{ \cos(\varphi_0 - \varphi) \theta'' - \gamma \sin(\varphi_0 - \varphi) \theta' \} = 0 \quad (4.60)$$

8.- Se expresa la ecuación (4.60) en términos de los componentes de masa adherida y amortiguamiento.

$$(1 + \Delta m_{\psi\theta})\theta'' + 2(\zeta_{a\theta} - \Delta c_{\psi\theta})\theta' + \theta = 0 \quad (4.61)$$

donde  $\Delta m_{\psi\theta}$  y  $\Delta c_{\psi\theta}$ , son la masa adherida y el coeficiente de amortiguamiento por radiación de ondas reducido, debido al acoplamiento de los dos modos de vibración.

Estos coeficientes se pueden calcular por medio de las expresiones siguientes:

$$\Delta m_{\psi\theta} \equiv \frac{1}{\pi} \frac{\alpha_I}{\alpha_*} \cos(\varphi_0 - \varphi) \quad (4.62)$$

$$\Delta c_{\psi\theta} \equiv \frac{1}{2\pi} \frac{\alpha_I}{\alpha_*} \gamma \sin(\varphi_0 - \varphi) \quad (4.63)$$

9.- Se normaliza la ecuación de movimiento (4.61), de forma que  $\theta'' = 1.0$

$$\theta'' + 2 \frac{\zeta_{a\theta} - \xi_{f\theta}}{1 + \Delta m_{\psi\theta}} \theta' + \frac{1}{1 + \Delta m_{\psi\theta}} \theta = 0 \quad (4.64)$$

donde  $\xi_{f\theta}$  es el coeficiente de excitación por flujo, que puede definirse por:

$$\xi_{f\theta} = \Delta c_{\psi\theta} \quad (4.65)$$

10.- Se determina la relación de frecuencias actualizada  $\gamma_{w\theta\theta}$ , de la vibración rotacional agua-aire de la compuerta. Es decir, la raíz cuadrada del último término de la ecuación (4.64).

$$\gamma_{w\theta\theta} = \left( \equiv \frac{\Omega_{w\theta}}{\Omega_{a\theta}} \right) = \frac{1}{\sqrt{1 + \Delta m_{\psi\theta}}} \quad (4.66)$$

11.- Se verifica que la relación de frecuencias actualizada  $\gamma_{w\theta\theta}$ , sea congruente con la relación de frecuencias asumida en la ecuación (4.51). Si son diferentes, se sustituye el valor de  $\gamma$  en la ecuación (4.51), por el valor de  $\gamma_{w\theta\theta}$  de la ecuación (4.66) y se repite el procedimiento mediante el cálculo iterativo de las ecuaciones (4.58), (4.59), (4.62), (4.63) y (4.66), hasta que la relación de frecuencias  $\gamma$  y  $\gamma_{w\theta\theta}$  sean iguales.



12.- Se expresa la ecuación de movimiento (4.64) en términos de la relación de frecuencias agua-aire de la ecuación (4.66).

$$\theta'' + 2\gamma_{w\theta\theta}^2 (\zeta_{a\theta} - \xi_{f\theta})\theta' + \gamma_{w\theta\theta}^2 \theta = 0 \quad (4.67)$$

Donde el coeficiente de  $\theta'$ , representa el coeficiente de excitación actual  $\xi_{\theta}$  de la vibración rotacional de la compuerta, vibración principal, que se define por:

$$\xi_{\theta} = \gamma_{w\theta\theta} (\xi_{f\theta} - \zeta_{a\theta}) \quad (4.68)$$

#### 4.6 Criterio de estabilidad dinámica

De acuerdo con las ecuaciones (4.48) y (4.68), el criterio que determina la estabilidad dinámica de las compuertas radiales es aquel que propicia que los coeficientes de excitación actual  $\xi_{\psi}$  y  $\xi_{\theta}$ , sean negativo. Es decir, cuando el coeficiente de amortiguamiento es mayor que el coeficiente de excitación por flujo.

Cuando la compuerta se sincroniza con la vibración pantalla

El criterio de estabilidad dinámica es:  $\zeta_{a\psi} > \xi_{f\psi}$

Cuando la pantalla se sincroniza con la vibración de la compuerta

El criterio de estabilidad dinámica es:  $\zeta_{a\theta} > \xi_{f\theta}$

$\zeta_{a\psi}$  y  $\zeta_{a\theta}$ , son los coeficientes de amortiguamiento en aire que se requieren para mantener la estabilidad dinámica de la compuerta, debido a la vibración rotacional de la pantalla y vibración rotacional de la compuerta, respectivamente.

En esta sección, se describe el procedimiento que permite determinar la estabilidad o inestabilidad dinámica de las compuertas radiales en sus diferentes niveles de operación. Para dar inicio al procedimiento, se propone el diseño y la revisión por estabilidad de la compuerta radial mostrada en la Figura 5.1.

### 5.1 Datos de diseño

Para el diseño de la compuerta, se dispone de los siguientes datos.

Carga hidráulica de diseño	H	120.0	m.c.a.
Altura de la compuerta	h	10.65	m
Ancho de la compuerta	$W_0$	10.65	m
Radio de la compuerta	$R_a$	17.5	m
Altura de la articulación	$h_t$	13.5	m
Altura de la articulación sobre la compuerta	c	2.85	m
Longitud del pistón hidráulico	-	25.75	m

**Tabla 5.1: Datos de diseño**

### 5.2 Diseño estructural

El diseño estructural de la compuerta se realizó siguiendo el procedimiento descrito en el capítulo II. Este procedimiento contempla la construcción de diferentes modelos bidimensionales. Los modelos bidimensionales que se utilizaron para el diseño de la compuerta fueron: el modelo de vigas horizontales, el modelo de vigas verticales y el modelo de marcos laterales

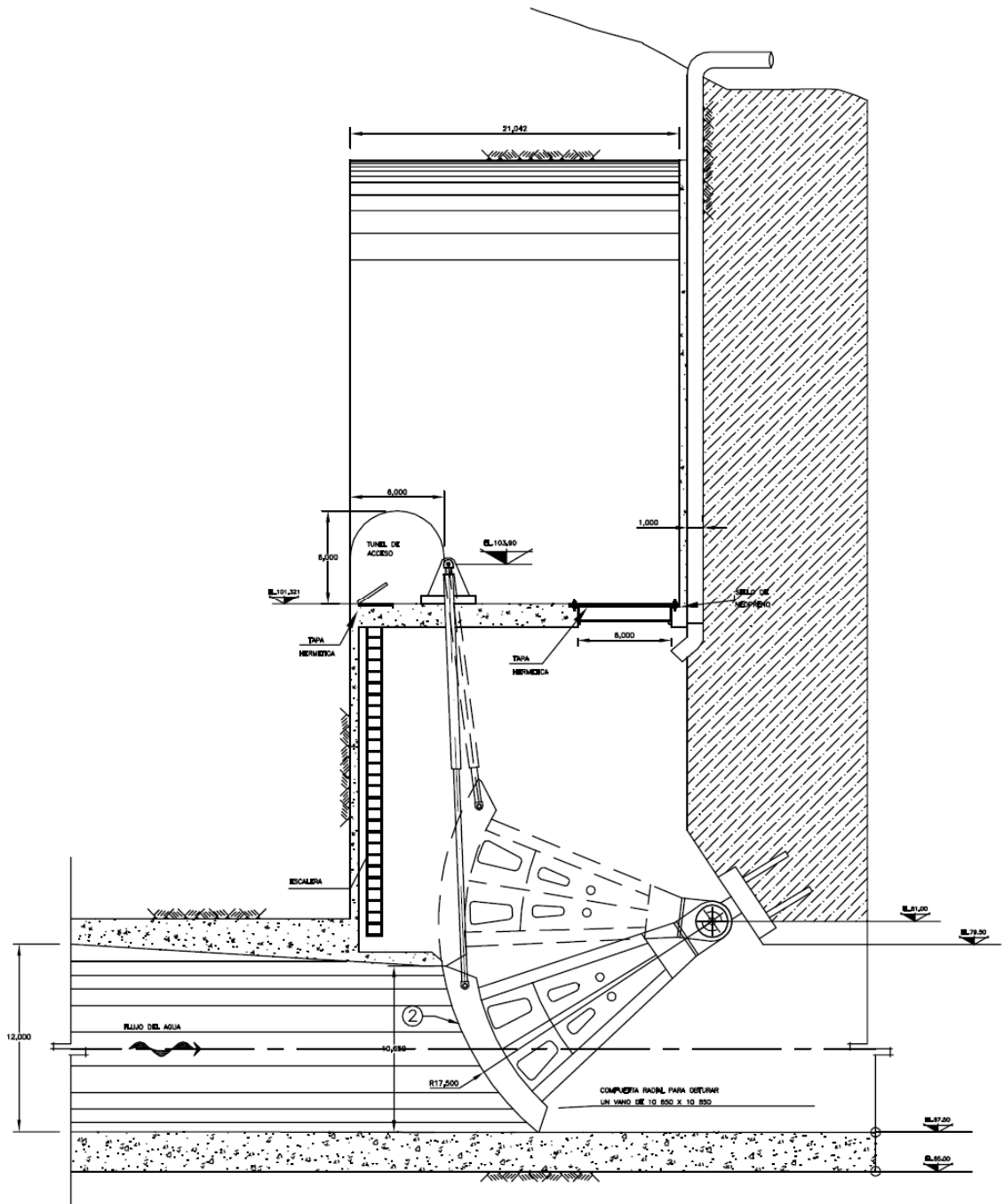


Figura 5.1. Ejemplo de aplicación.

La estructuración propuesta para el diseño inicial de la compuerta consistió en: 12 brazos radiales, 4 vigas verticales, 42 vigas horizontales, 1 pantalla y 52 elementos rigidizantes.

La inclinación de los brazos radiales y la separación de las vigas verticales se realizaron de manera que las fuerzas y momentos inducidos en ellos, resultaran lo más uniformes posible, especialmente para las cargas hidrostáticas, que se consideran en el estado de carga 1.

Es importante mencionar que no existe una ubicación óptima en la inclinación de los brazos, que resulte aplicable a todos los estados de carga que se consideran en el capítulo II. Por tal motivo, una vez que se elige la ubicación de los brazos, lo más conveniente es realizar la revisión estructural de los elementos de la compuerta, entre ellos los brazos, para sus diferentes niveles de operación.

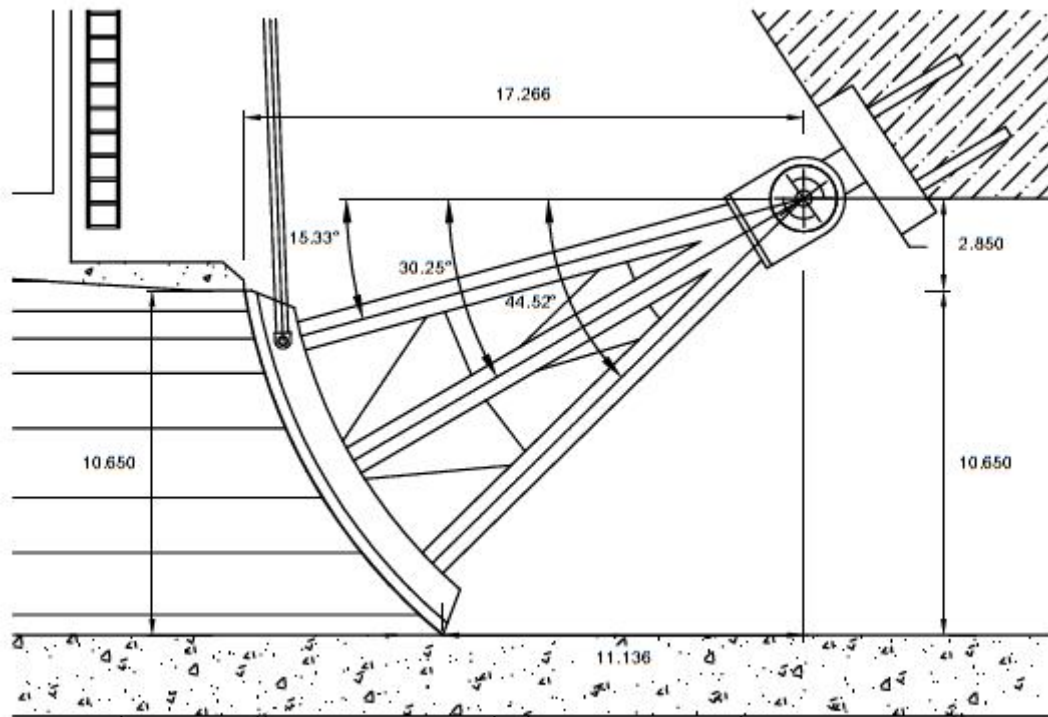
La estructuración final de los brazos radiales y la separación de las vigas verticales se muestra en la Figura 5.2.

### **5.2.1 Diseño de la pantalla.**

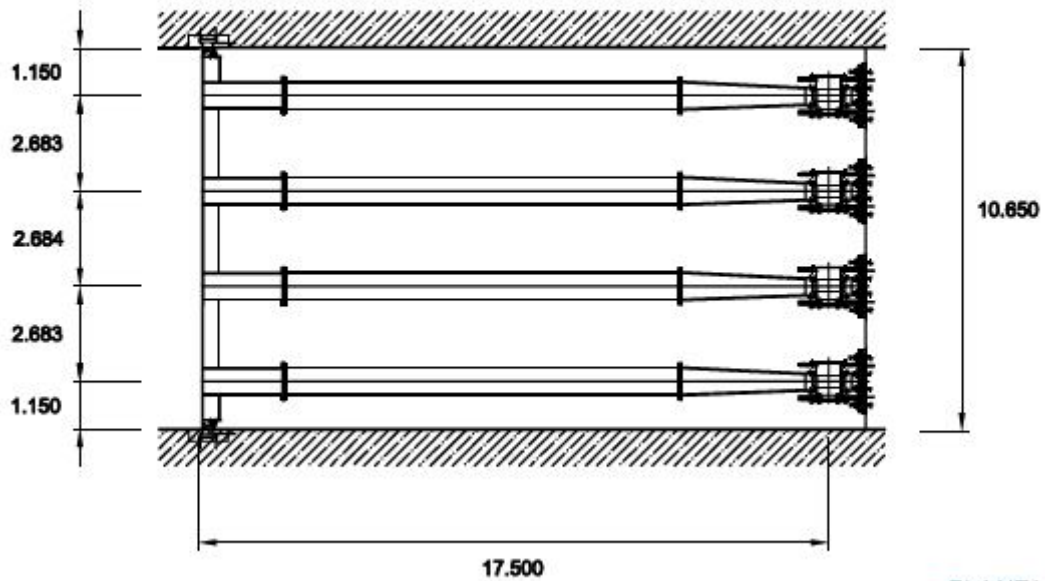
El diseño de la pantalla se realizó de forma que el esfuerzo flexional máximo en la pantalla no superara el esfuerzo permisible. Los cálculos realizados para el diseño de la pantalla y sus componentes se muestran en el Anexo A.

En el diseño de la compuerta existen dos factores que determinan el nivel de esfuerzo en la pantalla: 1) el espesor de la pantalla; y 2) la separación de las vigas horizontales.

Los resultados obtenidos del análisis de la pantalla se muestran en la tabla 5.2.



**CORTE**



**PLANTA**

Figura 5.2: Estructuración final de la compuerta

### **5.2.2 Diseño de las vigas horizontales.**

El diseño de las vigas horizontales se realizó a partir del modelo de vigas horizontales que se muestra en el Anexo A. Las cargas consideradas en el análisis, fueron las cargas hidrostáticas y las cargas inducidas por sismo (Diseño estático). Las condiciones de frontera, consistieron en apoyos simples ubicados en los puntos de apoyo con las vigas verticales. Los resultados obtenidos de este análisis de muestran en la tabla 5.2.

### **5.2.3 Diseño de las vigas verticales**

El diseño de las vigas verticales se realizó de manera similar al anterior. El modelo utilizado fue el modelo de vigas verticales. La condición de carga analizada fue la condición para la compuerta cerrada y las vigas bajo análisis fueron las vigas centrales, por soportar una mayor área tributaria.

### **5.2.4 Diseño de los brazos radiales.**

El diseño de los brazos radiales se realizó considerando los estados límite de compresión y flexión. El modelo utilizado para su análisis fue el modelo de marcos laterales. Los marcos analizados fueron los marcos centrales por ser los de mayor área tributaria y por ser los marcos donde se ubican los pistones hidráulicos. Las cargas aplicadas fueron las cargas hidrostáticas y las cargas inducidas por sismo.

También se consideraron las cargas debidas a la reacción en la base y la carga debida al pistón hidráulico. El caso de carga analizado, fue el caso de carga 1, cuando la compuerta permanece cerrada. Las condiciones de frontera y los cálculos realizados para el diseño de los brazos radiales se muestran en el anexo A y los resultados obtenidos del análisis se indican en la tabla 5.2.

### 5.3 Resultados del diseño estructural

Los resultados obtenidos del diseño estructural, contenidos en el anexo A, se indican en la siguiente tabla:

ELEMENTO	SECCIÓN	LONGITUD	SEPARACIÓN
Pantalla	Placa de 1.91 cm	10.65 m	-
Vigas horizontales	W14X74	10.65 m	30 cm
Vigas verticales	W36X720	12.556 m	115, 268.4 cm
Brazos radiales	Cajón 90x90 cm	16.5 m	-

**Tabla 5.2: Resultados del análisis estructural.**

### 5.4 Modelo tridimensional de la compuerta.

Por los objetivos que se persiguen en la investigación, no es posible trabajar con modelos bidimensionales para el análisis dinámico de la compuerta en su conjunto. Por tal motivo, se realizó la construcción de un modelo tridimensional que permitiera estimar las frecuencias fundamentales de vibración en aire de la compuerta.

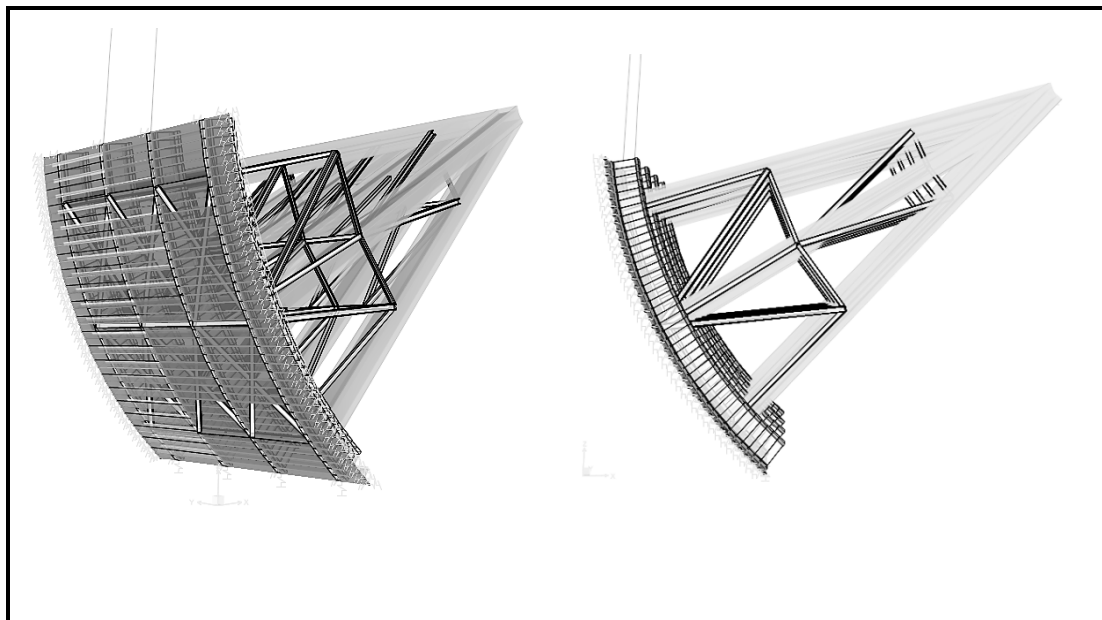
La compuerta fue modelada utilizando el programa de análisis Sap 2000, en su versión 15. Para el modelado tridimensional de la compuerta, se emplearon 308 elementos tipo Frame, para el modelado de los brazos, las vigas y los arriostramientos; y 210 elementos tipo Shell, para el modelado curvo de la pantalla.

El modelado de los pistones hidráulicos se realizó mediante elementos tipo Cable, cuyo diámetro se determinó a partir de asignar una rigidez axial al cable de 50 kN/m.

La fuerza ejercida por los sellos laterales y por los sellos del borde superior e inferior, de la compuerta, también se modelaron en el programa. La rigidez aplicada en cada uno de los nodos de la pantalla se determinó de acuerdo al ancho tributario y la rigidez del sello. La rigidez del sello utilizada fue: 6 kN/m.

Los sellos ubicados en el borde inferior de la pantalla sólo se consideraron en el estado de carga 1; y se eliminaron para los diferentes niveles de operación de la compuerta.

El modelado tridimensional de la compuerta y sus condiciones de apoyo se presentan en la Figura 5.3.



**Figura 5.3: Modelo tridimensional de la compuerta para el estado de carga 1.**

A partir del modelo tridimensional de la compuerta, se determinaron las formas y frecuencias modales de la estructura, para sus diferentes niveles de operación y con ello, aplicar la metodología para su revisión por estabilidad.

A continuación se realiza la revisión por estabilidad dinámica de la compuerta para el 10 % de operación, en el entendido de que el mismo procedimiento es aplicable para los niveles restantes. Los niveles de operación revisados fueron: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 y 90 %. Los resultados de éstos análisis se presentan en las tablas resumen que siguen a la primera revisión.



### 5.5 Revisión por estabilidad dinámica de la compuerta

1. Se establecen las características geométricas que influyen en la respuesta dinámica de la compuerta:

$$\text{Altura de la compuerta (h)} = 10.65 \text{ m}$$

$$\text{Ancho de la compuerta (W}_0\text{)} = 10.65 \text{ m}$$

$$\text{Radio de la compuerta (Ra)} = 17.50 \text{ m}$$

2. Se define el nivel de operación y abertura de la compuerta.

$$\text{Nivel de operación} = 10\%$$

$$\text{Abertura de la compuerta (B)} = 0.10 \times 10.65 = 1.065 \text{ m}$$

3. Se determina, a partir del modelo tridimensional de la compuerta, las formas modales y las frecuencias de vibración de la pantalla y la compuerta, alrededor de sus respectivos centros de rotación. Del análisis modal de la compuerta, las frecuencias de vibración obtenidas son:

Tipo de vibración	Periodo [s]	Frecuencia [s <sup>-1</sup> ]	Radio de rotación Rs [m]	Ángulo de vibración respecto a la base $\theta_{s0}$
Vibración rotacional de la compuerta alrededor de su articulación	0.21467	4.65824	-	-
Vibración flexional de la pantalla alrededor de su centro de rotación	0.07458	13.40810	9.585	26.86
Vibración flexional de la pantalla paralela a la dirección del flujo	0.03663	27.29640	-	29.56

**Tabla 5.4: Frecuencias de vibración obtenidas del análisis modal de la compuerta**

De éste análisis también se determina el centro de rotación de la pantalla (Rs) y el ángulo de vibración de la compuerta con respecto a la base del canal ( $\theta_{s0}$ ).

4. Se establece, a partir de resultados experimentales conocidos, el nivel de amortiguamiento en aire para cada uno de los modos de vibración de la compuerta.

Tipo de vibración	Coefficiente de amortiguamiento en aire
Vibración rotacional de la compuerta alrededor de su articulación	$\zeta a_{\theta} = 0.012$
Vibración flexional de la pantalla alrededor de su centro de rotación	$\zeta a_{\psi} = 0.002$
Vibración flexional de la pantalla paralela a la dirección del flujo	$\zeta a_x = 0.002$

**Tabla 5.5: Nivel de amortiguamiento para cada uno de los modos de vibración.**

Los niveles de amortiguamiento que aquí se utilizan, corresponden a los valores obtenidos del análisis modal experimental que se realizó sobre los remanentes de una de las compuertas de la Presa Folsom.

5. Se determina el peso total de la compuerta ( $W_G$ ).

Una aproximación razonable de este valor, se obtiene al sumar el peso de los elementos principales de la compuerta, como son: la pantalla, las vigas horizontales y verticales, los brazos radiales y los arriostramientos. En nuestro caso, el peso aproximado de la compuerta es:

Elemento	Cantidad	Sección
Pantalla	1	PL 19.1 mm
Vigas horizontales	42	W 14x74
Vigas verticales	4	W 36x720
Brazos radiales	12	CAJÓN
<b>Peso aproximado de la compuerta (<math>W_G</math>) = <math>250 \times 10^3</math> kg</b>		

**Tabla 5.6: Peso aproximado de la compuerta**

6. Se determinan los momentos y productos de inercia de la pantalla y la compuerta con respecto a sus centros de rotación ( $R_s$  y  $R_a$ ).

Estos parámetros se determinan a partir de las características geométricas de la compuerta, su masa y la ubicación de sus centros de rotación ( $R_s$  y  $R_a$ ).

De forma sencilla, estos parámetros se pueden estimar a partir de una integral vectorial para calcular el momento que genera un elemento diferencial de compuerta con respecto al centro de rotación de la pantalla, ( $R_s$ ); o el centro de rotación de la compuerta, ( $R_a$ ); o respecto a ambos, para el producto de inercia.

Para éste fin, se pueden utilizar las funciones  $I_{pt\_SP.m}$ ,  $I_{pt\_HG.m}$ ,  $I_{pt\_VG.m}$  e  $I_{pt\_ST}$ , para obtener los momentos y productos de inercia de cada uno de los elementos principales de la compuerta, como son: pantalla, vigas horizontales, vigas verticales y brazos radiales, respectivamente.

Los valores obtenidos del presente análisis fueron:

Momentos y producto de inercia [ $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ ]	Elemento				
	Pantalla	Vigas hz.	Vigas ver.	Brazos	Total
$i_\theta$	2.57E+06	3.14E+06	6.16E+05	1.83E+07	<b>2.46e+07</b>
$i_\psi$	3.30E+05	4.39E+05	8.49E+04	2.26E+07	<b>2.34e+07</b>
$i_{\psi\theta}$	1.65E+05	1.87E+05	5.79E+05	6.97E+06	<b>7.90e+06</b>

**Tabla 5.7: Momentos y productos de inercia de la compuerta**

7. Se establecen las condiciones del campo de flujo de la compuerta.

Profundidad del canal o reservorio ( $d_r$ )= 120 m.

Profundidad sumergida de la compuerta ( $d_0$ )=  $d_r - B = 118.935$  m

Ángulo de inclinación del borde inferior de la compuerta ( $\theta_s$ ) = 27.327 °

Radio de rotación del borde inferior de la pantalla ( $R_c$ ) = 16.648 m

El ángulo de inclinación  $\theta_s$ , así como el radio de rotación  $R_c$ , se determinaron de manera geométrica para las condiciones de operación de la compuerta, incluyendo la altura del centro de rotación  $R_s$ .

8. Se calculan los principales factores adimensionales.

Relación de profundidades

$$\beta^* = d_r/d_0 = 1.009$$

Altura reducida del centro de rotación

$$r_s = R_s/d_0 = 0.0806$$

Relación de radios de rotación

$$r_{sa} = R_s/R_c = 0.5757$$

Relación de momentos de inercia pantalla-compuerta

$$\alpha_I = I_\psi/I_\theta = 0.951$$

Relación de momentos de inercia de la pantalla

$$\alpha_{I\psi} = I_{\psi\theta}/I_\psi = 0.338$$

Relación de masas agua-compuerta

$$\alpha_\psi = \rho d_0^2 W_0 / (I_\psi / R_s^2) = 591.48$$

Coefficiente de variación instantánea del flujo

$$c_f = 1.0$$

Coefficiente de corrección por presión

$$\delta_p = 0.7$$

Número básico de Froude

$$Fa_\psi = 2\pi \cdot \Omega_{\alpha\psi} \sqrt{d_0/g} = 293.34$$

9. Se determinan los parámetros de masa adherida, coeficiente de amortiguamiento y coeficiente de excitación por flujo, para los principales modos de vibración de la compuerta.

Para el cálculo de estos parámetros se pueden ejecutar las funciones: gdc\_b.m, gdcr\_k.m, gdmb.m y gdmr\_k.m, si se sigue el planteamiento de Ishii (Capítulo III); o las

funciones: `gdcpsi.m`, `gdctheta.m`, `gdmpsi.m` y `gdmtheta.m`, si se sigue el planteamiento de Anami (Capítulo IV).

Para ejecutar ambos grupos de funciones, solo es necesario especificar, la profundidad sumergida de la compuerta ( $d_0$ ), la profundidad del reservorio ( $d_r$ ), el centro de rotación de la pantalla ( $R_s$ ) y redefinir el intervalo de integración ( $y$ ), en relación a la compuerta. Ver Anexo B.

Los resultados de la ejecución de estas funciones para los diferentes niveles de operación se muestran en las gráficas 5.4 a 5.6.

Resulta interesante observar que el valor de los parámetros adquiere valores distintos para cada una de las formulaciones. Al respecto, no se debe olvidar que la formulación de Anami, es aplicable para la vibración rotacional de la pantalla con respecto a su centro de rotación ( $R_s$ ); mientras que la formulación de Ishii, es aplicable para la vibración paralela de la pantalla, en la dirección del flujo.

En resumen, los parámetros hidrodinámicos, en la formulación de Anami (2014), resultan afectados por el radio de rotación reducido de la pantalla ( $R_s$ ), que en la compuerta bajo estudio, fue muy pequeño.

10. Se construye la primera rama del diagrama de estabilidad, que corresponde a la sincronización del movimiento rotacional de la compuerta (vibración de respuesta), con la vibración rotacional de la pantalla (vibración principal).

Para construir ésta gráfica, se puede ejecutar la función `theory4.m`, la cual determina la solución aproximada de las ecuaciones de movimiento para los modos acoplados de vibración. A pesar de que función `theory4.m` determina el diagrama de estabilidad completo, sólo es válida la primera curva, debido a que la segunda rama corresponde a la sincronización inversa.

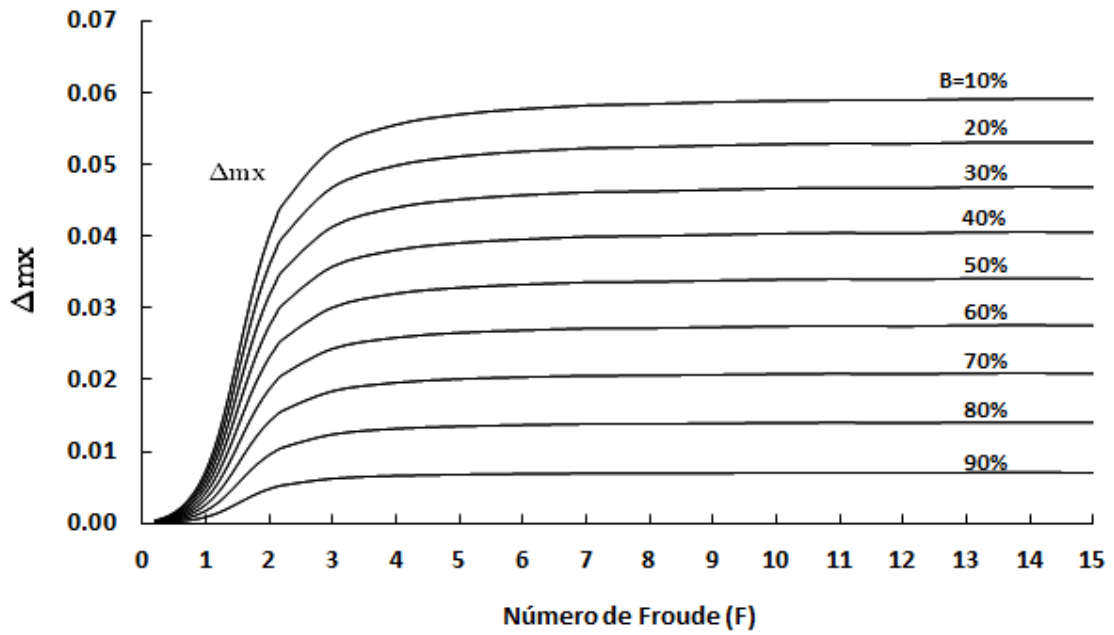


Figura 5.4a: Masa adherida reducida, debida al movimiento vibratorio paralelo de la pantalla

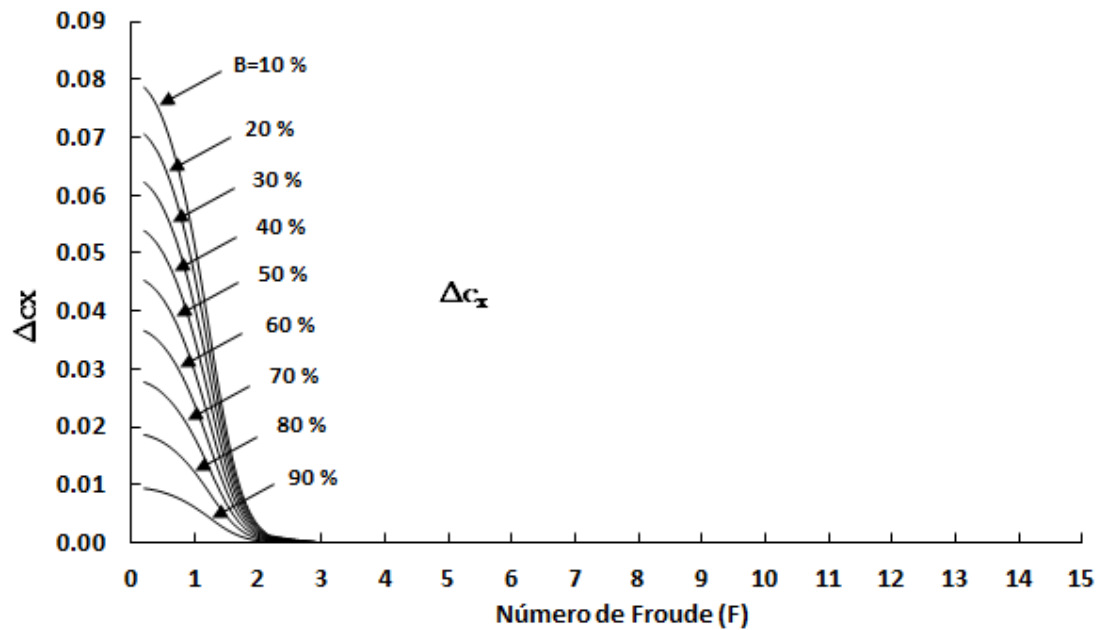


Figura 5.4b: Coeficiente de amortiguamiento por radiación de ondas reducido, debido al movimiento vibratorio paralelo de la pantalla

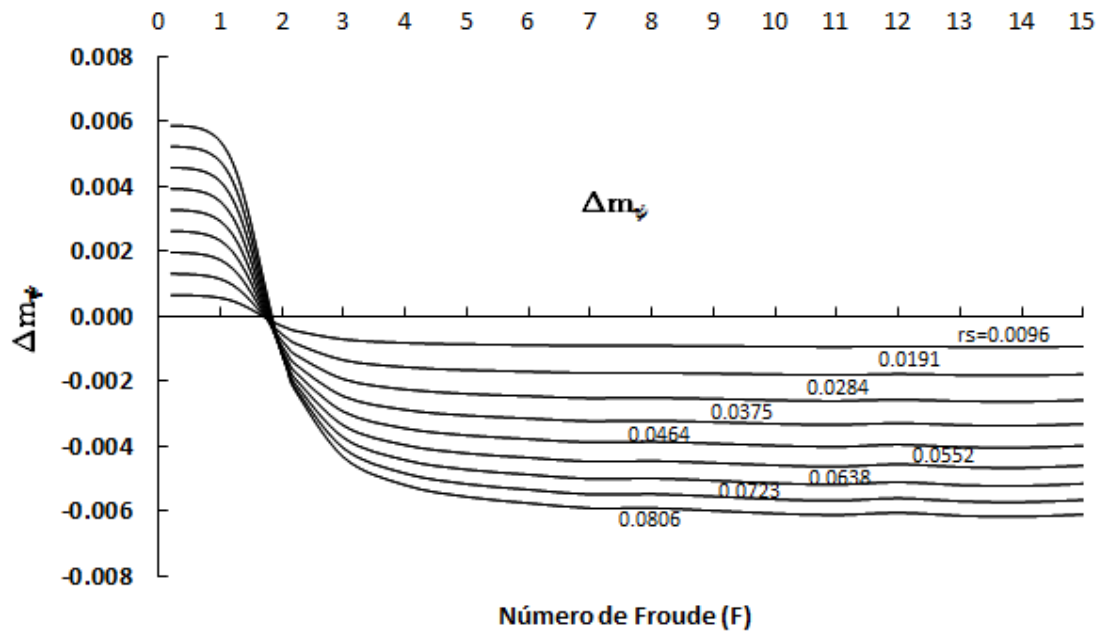


Figura 5.5a: Masa adherida reducida, debido al movimiento vibratorio rotacional de la pantalla

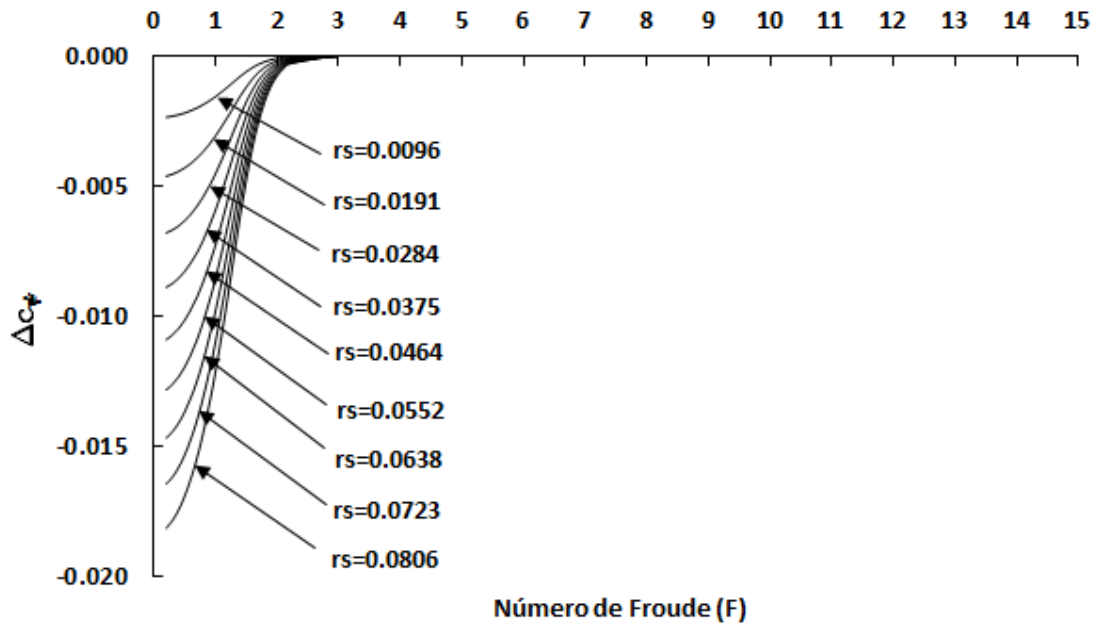


Figura 5.5b: Coeficiente de amortiguamiento por radiación de ondas reducido, debido al movimiento vibratorio rotacional de la pantalla

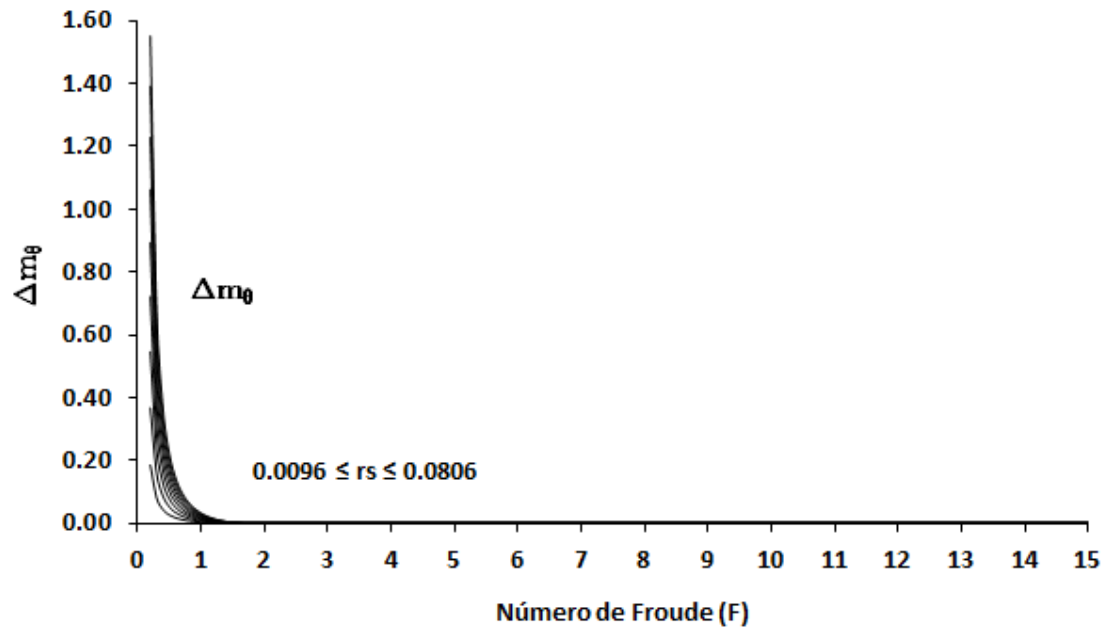


Figura 5.6a: Masa adherida reducida, debido a la variación del flujo bajo la compuerta.

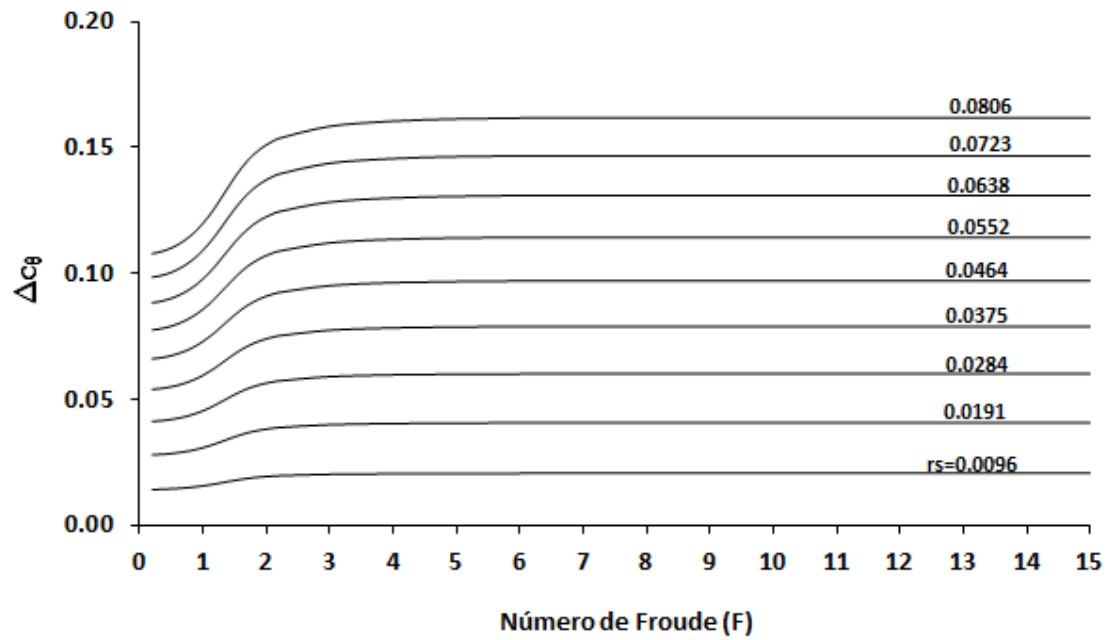


Figura 5.6b: Coeficiente de excitación por flujo, debido a la variación del flujo bajo la compuerta.



11. Se construye la segunda rama del diagrama de estabilidad, que corresponde a la sincronización de la vibración rotacional de la pantalla (vibración de respuesta), con la vibración rotacional de la compuerta (vibración principal).

Para construir la segunda rama, se puede ejecutar la función theory5.m, que determina la solución aproximada de las ecuaciones de movimiento. Nuevamente se obtiene el diagrama de estabilidad completo, pero la rama válida es la rama derecha.

Al realizar los puntos 10 y 11, es posible construir el diagrama de estabilidad para el nivel de operación analizado. El diagrama de estabilidad que se obtuvo para el 10% de operación, se muestra en la Figura 5.7.

12. Se determina, con base en la masa adherida, la relación de frecuencias de vibración agua-aire del movimiento vibratorio rotacional o paralelo de la pantalla. A partir de ésta relación y la frecuencia de vibración en aire, se determina la frecuencia de vibración en agua de la pantalla. Finalmente, con la frecuencia de vibración en agua de la pantalla, se determina la relación de frecuencias agua-aire, de la vibración rotacional o paralela de la pantalla con respecto a la vibración rotacional de toda la compuerta.

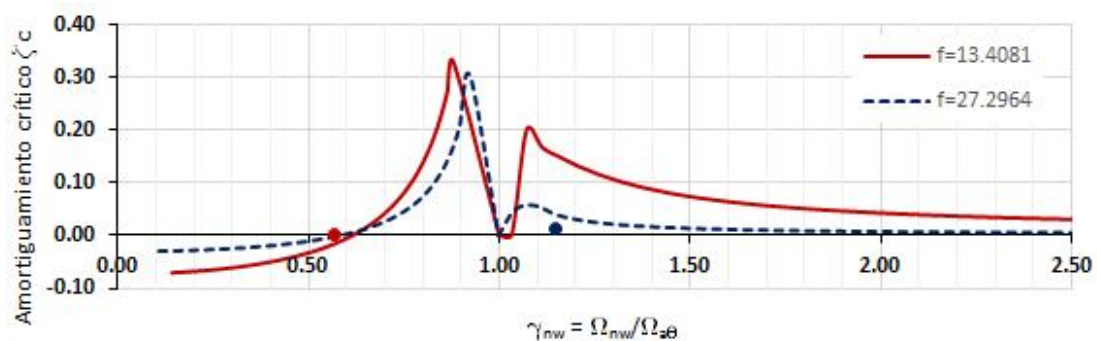
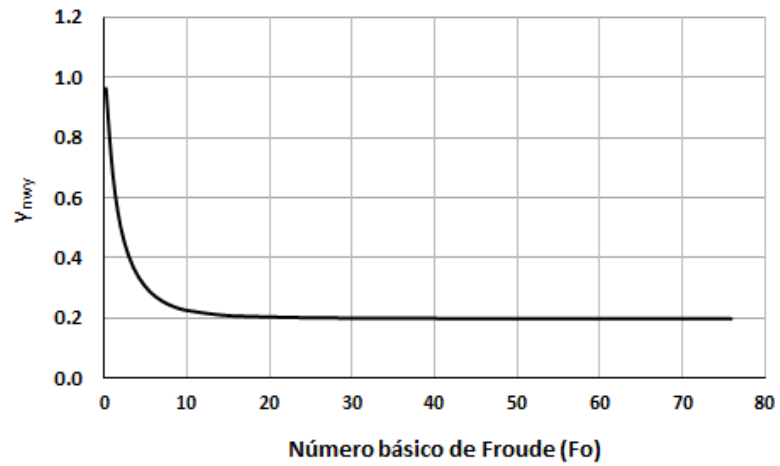


Figura 5.7. Diagrama de estabilidad de la compuerta para el 10 % de operación.

Al aplicar la función  $FF0.m$ , se obtiene el gráfico que determina la relación de frecuencias de vibración agua-aire de la pantalla-compuerta. En el ejemplo bajo estudio, el gráfico obtenido resultó ser:



**Figura 5.9. Relación de frecuencias de vibración en agua de la pantalla con respecto a la frecuencia de vibración en aire de la compuerta**

## 5.6 Resultados

Los resultados de la revisión realizada se muestran en las tablas 5.8 a 5.16.

Tabla 5.8: Especificaciones para la revisión por estabilidad de la compuerta al 10% de operación.

Dimensiones y masa de la compuerta	Altura de la compuerta	-	10.65	m
	Ancho de la compuerta	$W_0$	10.65	m
	Radio de la compuerta	$R_a$	17.5	m
	Masa de la compuerta	$M_0$	250	ton
Momentos de inercia	De la compuerta alrededor de la articulación	$I_\theta$	2.46E+07	kg-m <sup>2</sup>
	De la pantalla alrededor de su centro de rotación	$I_\psi$	2.34E+07	kg-m <sup>2</sup>
	Producto de inercia de la pantalla	$I_{\psi\theta}$	7.90E+06	kg-m <sup>2</sup>
Condiciones del campo de prueba	Profundidad del canal aguas arriba	$d_r$	120.00	m
	Nivel de operación	-	10	%
	Abertura de la compuerta	$B$	1.065	m
	Profundidad sumergida de la compuerta	$d_0$	118.935	m
	Ángulo de inclinación. Borde inferior-Superficie del agua.	$\theta_s$	27.327	°
	Frecuencia de vibración en aire de la compuerta	$\Omega_{a\theta}$	4.65824	Hz
	Frecuencia de vibración en aire de la pantalla (rotacional)	$\Omega_{a\psi}$	13.4081	Hz
	Frecuencia de vibración en aire de la pantalla (paralela)	$\Omega_{ax}$	27.2964	Hz
	Coefficiente de amortiguamiento en aire de la compuerta	$\zeta_{a\theta}$	0.012	-
	Coefficiente de amortiguamiento en aire de la pantalla	$\zeta_{a\psi}$	0.002	-
	Coefficiente de amortiguamiento en aire de la pantalla	$\zeta_{ax}$	0.002	-
	Altura del centro de rotación de la pantalla	$R_s$	9.585	m
	Ángulo de apertura. Borde inferior-base del canal " $\psi$ "	$\theta_{s0}$	29.86	°
	Ángulo de apertura. Borde inferior-base del canal " $x$ "	$\theta_{s0}$	26.56	°
	Radio de rotación del borde inferior de la pantalla	$R_c$	16.648	m

Cálculo de factores adimensionales

Relación de profundidades	$\beta^* = d_r/d_0$	$\beta^*$	1.009
Altura reducida del centro de rotación	$r_s = R_s/d_0$	$r_s$	0.0806
Relación de radios de rotación	$r_{sa} = R_s/R_c$	$r_{sa}$	0.5757
Relación de momentos de inercia	$\alpha_I = I_\psi/I_\theta$	$\alpha_I$	0.951
Relación de momentos de inercia de la pantalla	$\alpha_{I\psi} = I_{\psi\theta}/I_\psi$	$\alpha_{I\psi}$	0.338
Relación de masas agua-compuerta	$\alpha_\psi = \rho d_0^2 W_0 / (I_\psi / R_s^2)$	$\alpha_\psi$	591.48
Relación de masas agua-compuerta	$\alpha_x = \rho d_0^2 W_0 / M_G$	$\alpha_x$	602.60
Coefficiente de variación instantánea del flujo	-	$c_f$	1.00
Coefficiente de corrección de presión	-	$\delta_p$	0.70
Número básico de Froude	$F_{a\psi} = 2\pi\Omega_{a\psi}\sqrt{d_0/g}$	$F_{a\psi}$	293.34
Número básico de Froude	$F_{ax} = 2\pi\Omega_{ax}\sqrt{d_0/g}$	$F_{ax}$	597.18

Diagrama de estabilidad de la compuerta para el 10 % de operación

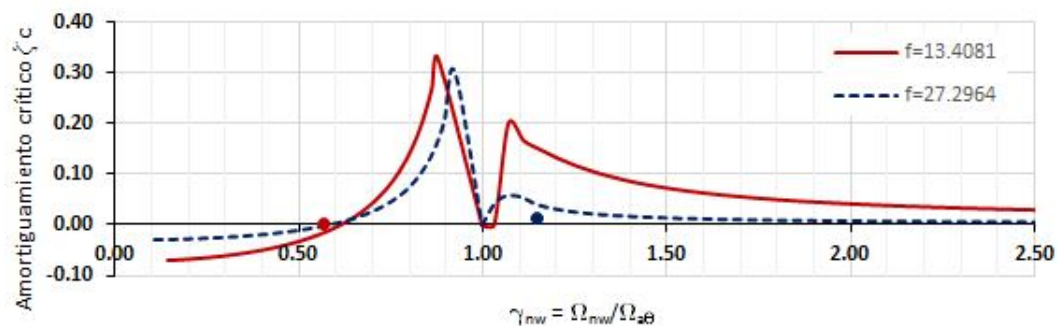


Tabla 5.9: Especificaciones para la revisión por estabilidad de la compuerta al 20% de operación.

Dimensiones y masa de la compuerta	Altura de la compuerta	-	10.65	m
	Ancho de la compuerta	$W_0$	10.65	m
	Radio de la compuerta	$R_a$	17.5	m
	Masa de la compuerta	$M_0$	250	ton
Momentos de inercia	De la compuerta alrededor de la articulación	$I_\theta$	2.46E+07	kg-m <sup>2</sup>
	De la pantalla alrededor de su centro de rotación	$I_\psi$	2.23E+07	kg-m <sup>2</sup>
	Producto de inercia de la pantalla	$I_{\psi\theta}$	8.25E+06	kg-m <sup>2</sup>
Condiciones del campo de prueba	Profundidad del canal aguas arriba	$d_r$	120.00	m
	Nivel de operación	-	20	%
	Abertura de la compuerta	$B$	2.13	m
	Profundidad sumergida de la compuerta	$d_0$	117.870	m
	Ángulo de inclinación. Borde inferior-Superficie del agua.	$\theta_s$	24.946	°
	Frecuencia de vibración en aire de la compuerta	$\Omega_{a\theta}$	4.79827	Hz
	Frecuencia de vibración en aire de la pantalla (rotacional)	$\Omega_{a\psi}$	13.41899	Hz
	Frecuencia de vibración en aire de la pantalla (paralela)	$\Omega_{ax}$	27.29242	Hz
	Coefficiente de amortiguamiento en aire de la compuerta	$\zeta_{a\theta}$	0.012	-
	Coefficiente de amortiguamiento en aire de la pantalla	$\zeta_{a\psi}$	0.002	-
	Coefficiente de amortiguamiento en aire de la pantalla	$\zeta_{ax}$	0.002	-
	Altura del centro de rotación de la pantalla	$R_s$	8.52	m
	Ángulo de apertura. Borde inferior-base del canal " $\psi$ "	$\theta_{s0}$	24.85	°
	Ángulo de apertura. Borde inferior-base del canal " $x$ "	$\theta_{s0}$	21.89	°
	Radio de rotación del borde inferior de la pantalla	$R_c$	16.857	m

Cálculo de factores adimensionales

Relación de profundidades	$\beta^* = d_r/d_0$	$\beta^*$	1.018
Altura reducida del centro de rotación	$r_s = R_s/d_0$	$r_s$	0.0723
Relación de radios de rotación	$r_{sa} = R_s/R_c$	$r_{sa}$	0.5054
Relación de momentos de inercia	$\alpha_I = I_\psi/I_\theta$	$\alpha_I$	0.908
Relación de momentos de inercia de la pantalla	$\alpha_{I\psi} = I_{\psi\theta}/I_\psi$	$\alpha_{I\psi}$	0.370
Relación de masas agua-compuerta	$\alpha_\psi = \rho d_0^2 W_0 / (I_\psi / R_s^2)$	$\alpha_\psi$	481.24
Relación de masas agua-compuerta	$\alpha_x = \rho d_0^2 W_0 / M_G$	$\alpha_x$	591.86
Coefficiente de variación instantánea del flujo	-	$c_f$	1.00
Coefficiente de corrección de presión	-	$\delta_p$	0.70
Número básico de Froude	$F_{a\psi} = 2\pi\Omega_{a\psi}\sqrt{d_0/g}$	$F_{a\psi}$	292.26
Número básico de Froude	$F_{ax} = 2\pi\Omega_{ax}\sqrt{d_0/g}$	$F_{ax}$	594.41

Diagrama de estabilidad de la compuerta para el 20 % de operación

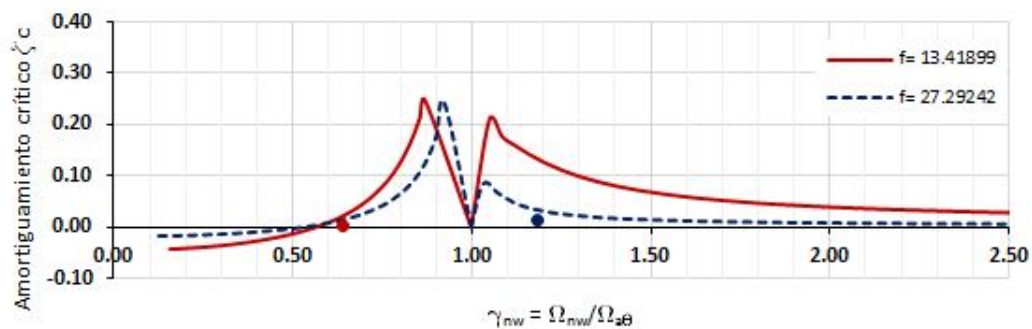




Tabla 5.10: Especificaciones para la revisión por estabilidad de la compuerta al 30% de operación.

<b>Dimensiones y masa de la compuerta</b>	Altura de la compuerta	-	10.65	m
	Ancho de la compuerta	$W_0$	10.65	m
	Radio de la compuerta	$R_a$	17.5	m
	Masa de la compuerta	$M_0$	250	ton
<b>Momentos de inercia</b>	De la compuerta alrededor de la articulación	$I_\theta$	2.46E+07	kg-m <sup>2</sup>
	De la pantalla alrededor de su centro de rotación	$I_\psi$	2.15E+07	kg-m <sup>2</sup>
	Producto de inercia de la pantalla	$I_{\psi\theta}$	8.53E+06	kg-m <sup>2</sup>
<b>Condiciones del campo de prueba</b>	Profundidad del canal aguas arriba	$d_r$	120.00	m
	Nivel de operación	-	30	%
	Abertura de la compuerta	$B$	3.195	m
	Profundidad sumergida de la compuerta	$d_0$	116.805	m
	Ángulo de inclinación. Borde inferior-Superficie del agua.	$\theta_s$	22.724	°
	Frecuencia de vibración en aire de la compuerta	$\Omega_{a\theta}$	4.91241	Hz
	Frecuencia de vibración en aire de la pantalla (rotacional)	$\Omega_{a\psi}$	13.42717	Hz
	Frecuencia de vibración en aire de la pantalla (paralela)	$\Omega_{ax}$	27.27851	Hz
	Coefficiente de amortiguamiento en aire de la compuerta	$\zeta_{a\theta}$	0.012	-
	Coefficiente de amortiguamiento en aire de la pantalla	$\zeta_{a\psi}$	0.002	-
	Coefficiente de amortiguamiento en aire de la pantalla	$\zeta_{ax}$	0.002	-
	Altura del centro de rotación de la pantalla	$R_s$	7.455	m
	Ángulo de apertura. Borde inferior-base del canal "ψ"	$\theta_{s0}$	20.24	°
	Ángulo de apertura. Borde inferior-base del canal "x"	$\theta_{s0}$	19.13	°
Radio de rotación del borde inferior de la pantalla	$R_c$	17.027	m	

**Cálculo de factores adimensionales**

Relación de profundidades	$\beta^* = d_r/d_0$	$\beta^*$	1.027
Altura reducida del centro de rotación	$r_s = R_s/d_0$	$r_s$	0.0638
Relación de radios de rotación	$r_{sa} = R_s/R_c$	$r_{sa}$	0.4378
Relación de momentos de inercia	$\alpha_l = I_\psi/I_\theta$	$\alpha_l$	0.872
Relación de momentos de inercia de la pantalla	$\alpha_{l\psi} = I_{\psi\theta}/I_\psi$	$\alpha_{l\psi}$	0.398
Relación de masas agua-compuerta	$\alpha_\psi = \rho d_0^2 W_0 / (I_\psi / R_s^2)$	$\alpha_\psi$	376.47
Relación de masas agua-compuerta	$\alpha_x = \rho d_0^2 W_0 / M_G$	$\alpha_x$	581.21
Coefficiente de variación instantánea del flujo	-	$c_f$	1.00
Coefficiente de corrección de presión	-	$\delta_p$	0.70
Número básico de Froude	$F_{a\psi} = 2\pi\Omega_{a\psi}\sqrt{d_0/g}$	$F_{a\psi}$	291.11
Número básico de Froude	$F_{ax} = 2\pi\Omega_{ax}\sqrt{d_0/g}$	$F_{ax}$	591.42

**Diagrama de estabilidad de la compuerta para el 30 % de operación**

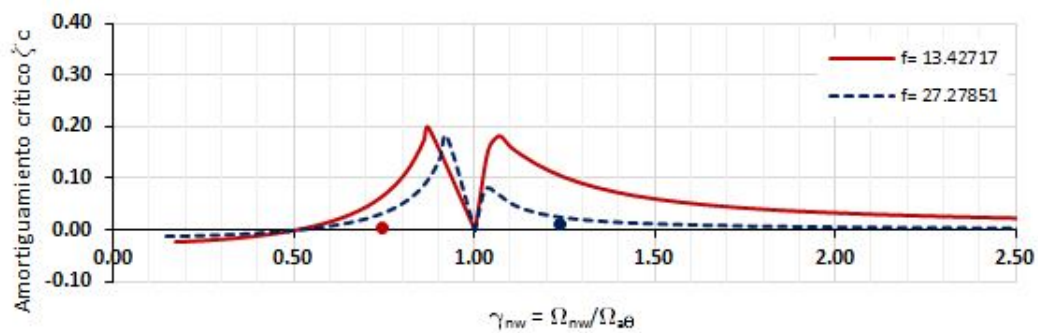


Tabla 5.11: Especificaciones para la revisión por estabilidad de la compuerta al 40% de operación.

Dimensiones y masa de la compuerta	Altura de la compuerta	-	10.65	m
	Ancho de la compuerta	$W_0$	10.65	m
	Radio de la compuerta	$R_a$	17.5	m
	Masa de la compuerta	$M_0$	250	ton
Momentos de inercia	De la compuerta alrededor de la articulación	$I_\theta$	2.46E+07	kg-m <sup>2</sup>
	De la pantalla alrededor de su centro de rotación	$I_\psi$	2.08E+07	kg-m <sup>2</sup>
	Producto de inercia de la pantalla	$I_{\psi\theta}$	8.72E+06	kg-m <sup>2</sup>
Condiciones del campo de prueba	Profundidad del canal aguas arriba	$d_r$	120.00	m
	Nivel de operación	-	40	%
	Abertura de la compuerta	$B$	4.26	m
	Profundidad sumergida de la compuerta	$d_0$	115.740	m
	Ángulo de inclinación. Borde inferior-Superficie del agua.	$\theta_s$	20.622	°
	Frecuencia de vibración en aire de la compuerta	$\Omega_{a\theta}$	4.99214	Hz
	Frecuencia de vibración en aire de la pantalla (rotacional)	$\Omega_{a\psi}$	13.43216	Hz
	Frecuencia de vibración en aire de la pantalla (paralela)	$\Omega_{ax}$	27.31595	Hz
	Coefficiente de amortiguamiento en aire de la compuerta	$\zeta_{a\theta}$	0.012	-
	Coefficiente de amortiguamiento en aire de la pantalla	$\zeta_{a\psi}$	0.002	-
	Coefficiente de amortiguamiento en aire de la pantalla	$\zeta_{ax}$	0.002	-
	Altura del centro de rotación de la pantalla	$R_s$	6.39	m
	Ángulo de apertura. Borde inferior-base del canal "ψ"	$\theta_{s0}$	15.64	°
	Ángulo de apertura. Borde inferior-base del canal "x"	$\theta_{s0}$	14.79	°
	Radio de rotación del borde inferior de la pantalla	$R_c$	17.164	m

Cálculo de factores adimensionales

Relación de profundidades	$\beta^* = d_r/d_0$	$\beta^*$	1.037
Altura reducida del centro de rotación	$r_s = R_s/d_0$	$r_s$	0.0552
Relación de radios de rotación	$r_{sa} = R_s/R_c$	$r_{sa}$	0.3723
Relación de momentos de inercia	$\alpha_l = I_\psi/I_\theta$	$\alpha_l$	0.847
Relación de momentos de inercia de la pantalla	$\alpha_{l\psi} = I_{\psi\theta}/I_\psi$	$\alpha_{l\psi}$	0.419
Relación de masas agua-compuerta	$\alpha_\psi = \rho d_0^2 W_0 / (I_\psi / R_s^2)$	$\alpha_\psi$	279.57
Relación de masas agua-compuerta	$\alpha_x = \rho d_0^2 W_0 / M_G$	$\alpha_x$	570.66
Coefficiente de variación instantánea del flujo	-	$c_f$	1.00
Coefficiente de corrección de presión	-	$\delta_p$	0.70
Número básico de Froude	$F_{a\psi} = 2\pi\Omega_{a\psi}\sqrt{d_0/g}$	$F_{a\psi}$	289.89
Número básico de Froude	$F_{ax} = 2\pi\Omega_{ax}\sqrt{d_0/g}$	$F_{ax}$	589.53

Diagrama de estabilidad de la compuerta para el 40 % de operación

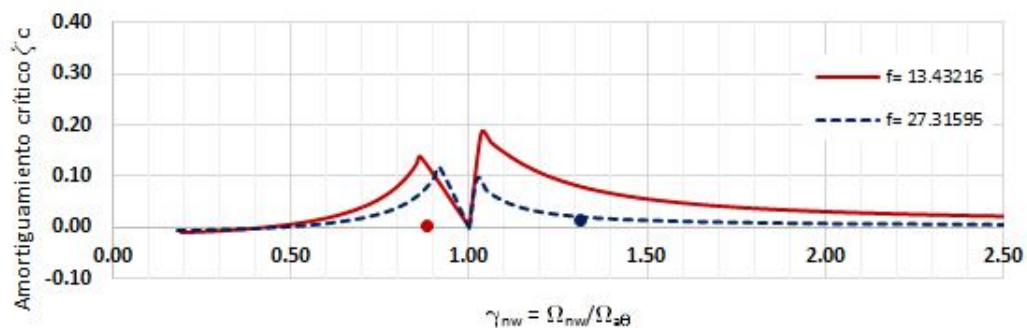




Tabla 5.12: Especificaciones para la revisión por estabilidad de la compuerta al 50% de operación.

Dimensiones y masa de la compuerta	Altura de la compuerta	-	10.65	m
	Ancho de la compuerta	$W_0$	10.65	m
	Radio de la compuerta	$R_a$	17.5	m
	Masa de la compuerta	$M_0$	250	ton
Momentos de inercia	De la compuerta alrededor de la articulación	$I_\theta$	2.46E+07	kg-m <sup>2</sup>
	De la pantalla alrededor de su centro de rotación	$I_\psi$	2.05E+07	kg-m <sup>2</sup>
	Producto de inercia de la pantalla	$I_{\psi\theta}$	8.83E+06	kg-m <sup>2</sup>
Condiciones del campo de prueba	Profundidad del canal aguas arriba	$d_r$	120.00	m
	Nivel de operación	-	50	%
	Abertura de la compuerta	$B$	5.325	m
	Profundidad sumergida de la compuerta	$d_0$	114.675	m
	Ángulo de inclinación. Borde inferior-Superficie del agua.	$\theta_s$	18.611	°
	Frecuencia de vibración en aire de la compuerta	$\Omega_{a\theta}$	5.03029	Hz
	Frecuencia de vibración en aire de la pantalla (rotacional)	$\Omega_{a\psi}$	13.4385	Hz
	Frecuencia de vibración en aire de la pantalla (paralela)	$\Omega_{ax}$	27.31185	Hz
	Coefficiente de amortiguamiento en aire de la compuerta	$\zeta_{a\theta}$	0.012	-
	Coefficiente de amortiguamiento en aire de la pantalla	$\zeta_{a\psi}$	0.002	-
	Coefficiente de amortiguamiento en aire de la pantalla	$\zeta_{ax}$	0.002	-
	Altura del centro de rotación de la pantalla	$R_s$	5.325	m
	Ángulo de apertura. Borde inferior-base del canal "ψ"	$\theta_{s0}$	11.46	°
	Ángulo de apertura. Borde inferior-base del canal "x"	$\theta_{s0}$	12.34	°
	Radio de rotación del borde inferior de la pantalla	$R_c$	17.273	m

Cálculo de factores adimensionales

Relación de profundidades	$\beta^* = d_r/d_0$	$\beta^*$	1.046
Altura reducida del centro de rotación	$r_s = R_s/d_0$	$r_s$	0.0464
Relación de radios de rotación	$r_{sa} = R_s/R_c$	$r_{sa}$	0.3083
Relación de momentos de inercia	$\alpha_l = I_\psi/I_\theta$	$\alpha_l$	0.834
Relación de momentos de inercia de la pantalla	$\alpha_{l\psi} = I_{\psi\theta}/I_\psi$	$\alpha_{l\psi}$	0.431
Relación de masas agua-compuerta	$\alpha_\psi = \rho d_0^2 W_0 / (I_\psi / R_s^2)$	$\alpha_\psi$	193.76
Relación de masas agua-compuerta	$\alpha_x = \rho d_0^2 W_0 / M_G$	$\alpha_x$	560.21
Coefficiente de variación instantánea del flujo	-	$c_f$	1.00
Coefficiente de corrección de presión	-	$\delta_p$	0.75
Número básico de Froude	$F_{a\psi} = 2\pi\Omega_{a\psi}\sqrt{d_0/g}$	$F_{a\psi}$	288.69
Número básico de Froude	$F_{ax} = 2\pi\Omega_{ax}\sqrt{d_0/g}$	$F_{ax}$	586.72

Diagrama de estabilidad de la compuerta para el 50 % de operación

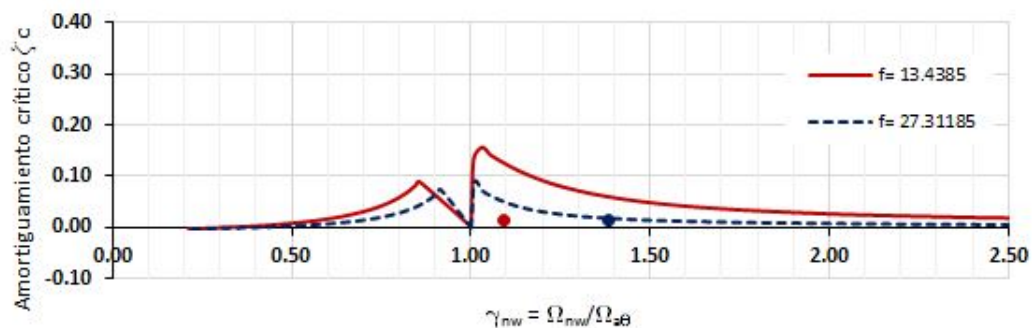


Tabla 5.13: Especificaciones para la revisión por estabilidad de la compuerta al 60% de operación.

Dimensiones y masa de la compuerta	Altura de la compuerta	-	10.65	m
	Ancho de la compuerta	$W_0$	10.65	m
	Radio de la compuerta	$R_a$	17.5	m
	Masa de la compuerta	$M_0$	250	ton
Momentos de inercia	De la compuerta alrededor de la articulación	$I_\theta$	2.46E+07	kg-m <sup>2</sup>
	De la pantalla alrededor de su centro de rotación	$I_\psi$	2.05E+07	kg-m <sup>2</sup>
	Producto de inercia de la pantalla	$I_{\psi\theta}$	8.84E+06	kg-m <sup>2</sup>
Condiciones del campo de prueba	Profundidad del canal aguas arriba	$d_r$	120.00	m
	Nivel de operación	-	60	%
	Abertura de la compuerta	$B$	6.39	m
	Profundidad sumergida de la compuerta	$d_0$	113.610	m
	Ángulo de inclinación. Borde inferior-Superficie del agua.	$\theta_s$	16.672	°
	Frecuencia de vibración en aire de la compuerta	$\Omega_{a\theta}$	5.03089	Hz
	Frecuencia de vibración en aire de la pantalla (rotacional)	$\Omega_{a\psi}$	13.43948	Hz
	Frecuencia de vibración en aire de la pantalla (paralela)	$\Omega_{ax}$	27.30556	Hz
	Coefficiente de amortiguamiento en aire de la compuerta	$\zeta_{a\theta}$	0.012	-
	Coefficiente de amortiguamiento en aire de la pantalla	$\zeta_{a\psi}$	0.002	-
	Coefficiente de amortiguamiento en aire de la pantalla	$\zeta_{ax}$	0.002	-
	Altura del centro de rotación de la pantalla	$R_s$	4.26	m
	Ángulo de apertura. Borde inferior-base del canal "ψ"	$\theta_{s0}$	7.89	°
	Ángulo de apertura. Borde inferior-base del canal "x"	$\theta_{s0}$	9.96	°
	Radio de rotación del borde inferior de la pantalla	$R_c$	17.358	m

Cálculo de factores adimensionales

Relación de profundidades	$\beta^* = d_r/d_0$	$\beta^*$	1.056
Altura reducida del centro de rotación	$r_s = R_s/d_0$	$r_s$	0.0375
Relación de radios de rotación	$r_{sa} = R_s/R_c$	$r_{sa}$	0.2454
Relación de momentos de inercia	$\alpha_I = I_\psi/I_\theta$	$\alpha_I$	0.832
Relación de momentos de inercia de la pantalla	$\alpha_{I\psi} = I_{\psi\theta}/I_\psi$	$\alpha_{I\psi}$	0.432
Relación de masas agua-compuerta	$\alpha_\psi = \rho d_0^2 W_0 / (I_\psi / R_s^2)$	$\alpha_\psi$	121.93
Relación de masas agua-compuerta	$\alpha_x = \rho d_0^2 W_0 / M_G$	$\alpha_x$	549.85
Coefficiente de variación instantánea del flujo	-	$c_f$	1.00
Coefficiente de corrección de presión	-	$\delta_p$	0.80
Número básico de Froude	$F_{a\psi} = 2\pi\Omega_{a\psi}\sqrt{d_0/g}$	$F_{a\psi}$	287.37
Número básico de Froude	$F_{ax} = 2\pi\Omega_{ax}\sqrt{d_0/g}$	$F_{ax}$	583.85

Diagrama de estabilidad de la compuerta para el 60 % de operación

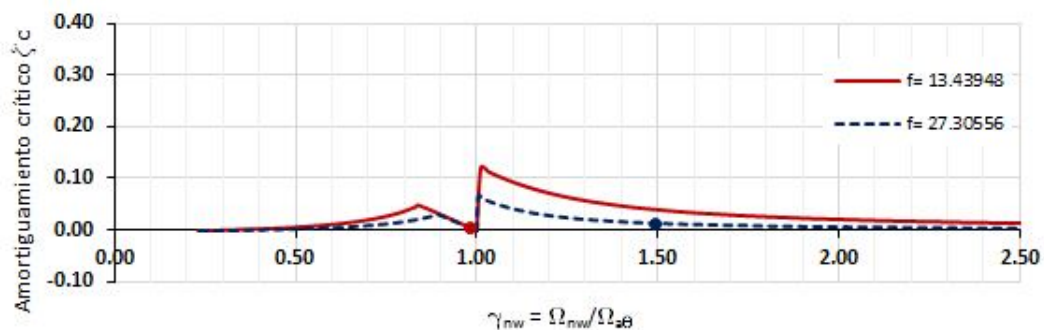




Tabla 5.14: Especificaciones para la revisión por estabilidad de la compuerta al 70% de operación.

Dimensiones y masa de la compuerta	Altura de la compuerta	-	10.65	m
	Ancho de la compuerta	$W_0$	10.65	m
	Radio de la compuerta	$R_a$	17.5	m
	Masa de la compuerta	$M_0$	250	ton
Momentos de inercia	De la compuerta alrededor de la articulación	$I_\theta$	2.46E+07	kg-m <sup>2</sup>
	De la pantalla alrededor de su centro de rotación	$I_\psi$	2.08E+07	kg-m <sup>2</sup>
	Producto de inercia de la pantalla	$I_{\psi\theta}$	8.74E+06	kg-m <sup>2</sup>
Condiciones del campo de prueba	Profundidad del canal aguas arriba	$d_r$	120.00	m
	Nivel de operación	-	70	%
	Abertura de la compuerta	$B$	7.455	m
	Profundidad sumergida de la compuerta	$d_0$	112.545	m
	Ángulo de inclinación. Borde inferior-Superficie del agua.	$\theta_s$	14.79	°
	Frecuencia de vibración en aire de la compuerta	$\Omega_{a\theta}$	4.9842	Hz
	Frecuencia de vibración en aire de la pantalla (rotacional)	$\Omega_{a\psi}$	13.44722	Hz
	Frecuencia de vibración en aire de la pantalla (paralela)	$\Omega_{ax}$	27.30556	Hz
	Coefficiente de amortiguamiento en aire de la compuerta	$\zeta_{a\theta}$	0.012	-
	Coefficiente de amortiguamiento en aire de la pantalla	$\zeta_{a\psi}$	0.002	-
	Coefficiente de amortiguamiento en aire de la pantalla	$\zeta_{ax}$	0.002	-
	Altura del centro de rotación de la pantalla	$R_s$	3.195	m
	Ángulo de apertura. Borde inferior-base del canal "ψ"	$\theta_{s0}$	4.3	°
	Ángulo de apertura. Borde inferior-base del canal "x"	$\theta_{s0}$	8.46	°
	Radio de rotación del borde inferior de la pantalla	$R_c$	17.422	m

Cálculo de factores adimensionales

Relación de profundidades	$\beta^* = d_r/d_0$	$\beta^*$	1.066
Altura reducida del centro de rotación	$r_s = R_s/d_0$	$r_s$	0.0284
Relación de radios de rotación	$r_{sa} = R_s/R_c$	$r_{sa}$	0.1834
Relación de momentos de inercia	$\alpha_l = I_\psi/I_\theta$	$\alpha_l$	0.845
Relación de momentos de inercia de la pantalla	$\alpha_{l\psi} = I_{\psi\theta}/I_\psi$	$\alpha_{l\psi}$	0.421
Relación de masas agua-compuerta	$\alpha_\psi = \rho d_0^2 W_0 / (I_\psi / R_s^2)$	$\alpha_\psi$	66.31
Relación de masas agua-compuerta	$\alpha_x = \rho d_0^2 W_0 / M_G$	$\alpha_x$	539.59
Coefficiente de variación instantánea del flujo	-	$c_f$	1.00
Coefficiente de corrección de presión	-	$\delta_p$	0.85
Número básico de Froude	$F_{a\psi} = 2\pi\Omega_{a\psi}\sqrt{d_0/g}$	$F_{a\psi}$	286.18
Número básico de Froude	$F_{ax} = 2\pi\Omega_{ax}\sqrt{d_0/g}$	$F_{ax}$	581.11

Diagrama de estabilidad de la compuerta para el 70% de operación

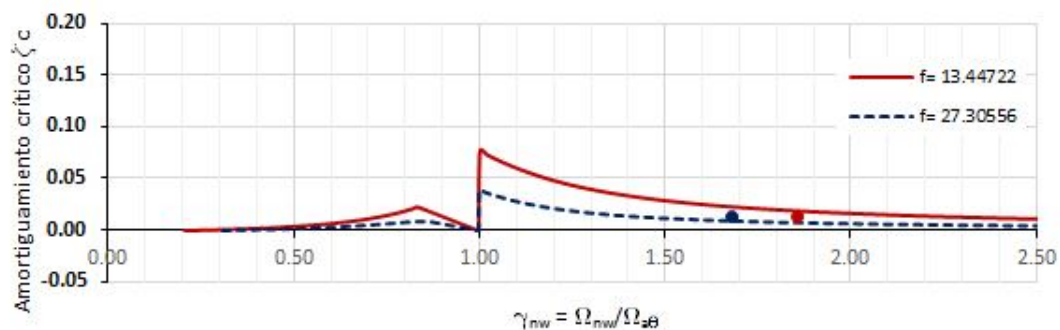


Tabla 5.15: Especificaciones para la revisión por estabilidad de la compuerta al 80% de operación.

Dimensiones y masa de la compuerta	Altura de la compuerta	-	10.65	m
	Ancho de la compuerta	$W_0$	10.65	m
	Radio de la compuerta	$R_a$	17.5	m
	Masa de la compuerta	$M_0$	250	ton
Momentos de inercia	De la compuerta alrededor de la articulación	$I_\theta$	2.46E+07	kg-m <sup>2</sup>
	De la pantalla alrededor de su centro de rotación	$I_\psi$	2.15E+07	kg-m <sup>2</sup>
	Producto de inercia de la pantalla	$I_{\psi\theta}$	8.51E+06	kg-m <sup>2</sup>
Condiciones del campo de prueba	Profundidad del canal aguas arriba	$d_r$	120.00	m
	Nivel de operación	-	80	%
	Abertura de la compuerta	$B$	8.52	m
	Profundidad sumergida de la compuerta	$d_0$	111.480	m
	Ángulo de inclinación. Borde inferior-Superficie del agua.	$\theta_s$	12.953	°
	Frecuencia de vibración en aire de la compuerta	$\Omega_{a\theta}$	4.88131	Hz
	Frecuencia de vibración en aire de la pantalla (rotacional)	$\Omega_{a\psi}$	13.4083	Hz
	Frecuencia de vibración en aire de la pantalla (paralela)	$\Omega_{ax}$	27.00586	Hz
	Coefficiente de amortiguamiento en aire de la compuerta	$\zeta_{a\theta}$	0.012	-
	Coefficiente de amortiguamiento en aire de la pantalla	$\zeta_{a\psi}$	0.002	-
	Coefficiente de amortiguamiento en aire de la pantalla	$\zeta_{ax}$	0.002	-
	Altura del centro de rotación de la pantalla	$R_s$	2.13	m
	Ángulo de apertura. Borde inferior-base del canal " $\psi$ "	$\theta_{s0}$	0.62	°
	Ángulo de apertura. Borde inferior-base del canal " $x$ "	$\theta_{s0}$	1.35	°
	Radio de rotación del borde inferior de la pantalla	$R_c$	17.466	m

Cálculo de factores adimensionales

Relación de profundidades	$\beta^* = d_r/d_0$	$\beta^*$	1.076
Altura reducida del centro de rotación	$r_s = R_s/d_0$	$r_s$	0.0191
Relación de radios de rotación	$r_{sa} = R_s/R_c$	$r_{sa}$	0.1220
Relación de momentos de inercia	$\alpha_l = I_\psi/I_\theta$	$\alpha_l$	0.873
Relación de momentos de inercia de la pantalla	$\alpha_{l\psi} = I_{\psi\theta}/I_\psi$	$\alpha_{l\psi}$	0.396
Relación de masas agua-compuerta	$\alpha_\psi = \rho d_0^2 W_0 / (I_\psi / R_s^2)$	$\alpha_\psi$	27.97
Relación de masas agua-compuerta	$\alpha_x = \rho d_0^2 W_0 / M_G$	$\alpha_x$	529.42
Coefficiente de variación instantánea del flujo	-	$c_f$	1.00
Coefficiente de corrección de presión	-	$\delta_p$	0.90
Número básico de Froude	$F_{a\psi} = 2\pi\Omega_{a\psi}\sqrt{d_0/g}$	$F_{a\psi}$	284.00
Número básico de Froude	$F_{ax} = 2\pi\Omega_{ax}\sqrt{d_0/g}$	$F_{ax}$	572.01

Diagrama de estabilidad de la compuerta para el 80% de operación

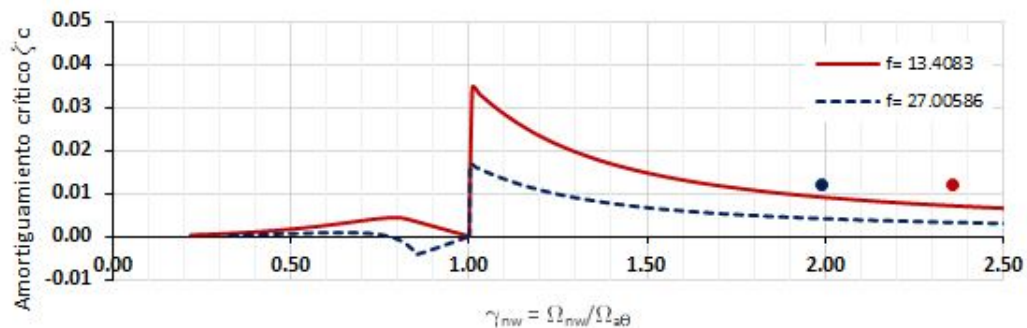




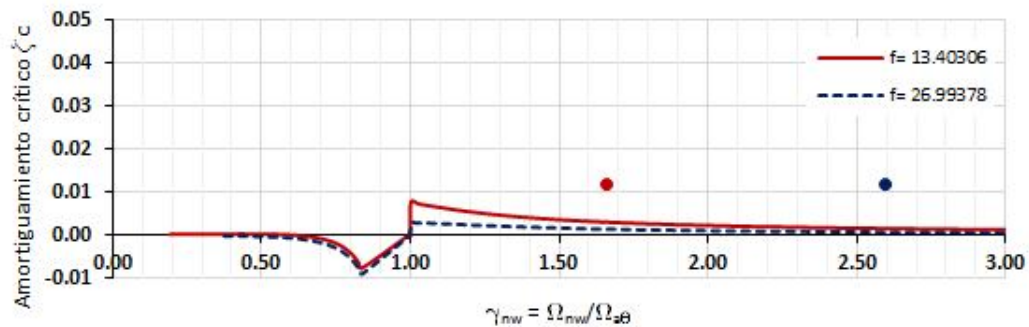
Tabla 5.16: Especificaciones para la revisión por estabilidad de la compuerta al 90% de operación.

Dimensiones y masa de la compuerta	Altura de la compuerta	-	10.65	m
	Ancho de la compuerta	$W_0$	10.65	m
	Radio de la compuerta	$R_a$	17.5	m
	Masa de la compuerta	$M_0$	250	ton
Momentos de inercia	De la compuerta alrededor de la articulación	$I_\theta$	2.46E+07	kg-m <sup>2</sup>
	De la pantalla alrededor de su centro de rotación	$I_\psi$	2.27E+07	kg-m <sup>2</sup>
	Producto de inercia de la pantalla	$I_{\psi\theta}$	8.13E+06	kg-m <sup>2</sup>
Condiciones del campo de prueba	Profundidad del canal aguas arriba	$d_r$	120.00	m
	Nivel de operación	-	90	%
	Abertura de la compuerta	$B$	9.585	m
	Profundidad sumergida de la compuerta	$d_0$	110.415	m
	Ángulo de inclinación. Borde inferior-Superficie del agua.	$\theta_s$	11.15	°
	Frecuencia de vibración en aire de la compuerta	$\Omega_{a\theta}$	4.709	Hz
	Frecuencia de vibración en aire de la pantalla (rotacional)	$\Omega_{a\psi}$	13.40306	Hz
	Frecuencia de vibración en aire de la pantalla (paralela)	$\Omega_{ax}$	26.99378	Hz
	Coefficiente de amortiguamiento en aire de la compuerta	$\zeta_{a\theta}$	0.012	-
	Coefficiente de amortiguamiento en aire de la pantalla	$\zeta_{a\psi}$	0.002	-
	Coefficiente de amortiguamiento en aire de la pantalla	$\zeta_{ax}$	0.002	-
	Altura del centro de rotación de la pantalla	$R_s$	1.065	m
	Ángulo de apertura. Borde inferior-base del canal " $\psi$ "	$\theta_{s0}$	5.05	°
	Ángulo de apertura. Borde inferior-base del canal " $x$ "	$\theta_{s0}$	4.18	°
	Radio de rotación del borde inferior de la pantalla	$R_c$	17.492	m

Cálculo de factores adimensionales

Relación de profundidades	$\beta^* = d_r/d_0$	$\beta^*$	1.087
Altura reducida del centro de rotación	$r_s = R_s/d_0$	$r_s$	0.0096
Relación de radios de rotación	$r_{sa} = R_s/R_c$	$r_{sa}$	0.0609
Relación de momentos de inercia	$\alpha_I = I_\psi/I_\theta$	$\alpha_I$	0.921
Relación de momentos de inercia de la pantalla	$\alpha_{I\psi} = I_{\psi\theta}/I_\psi$	$\alpha_{I\psi}$	0.359
Relación de masas agua-compuerta	$\alpha_\psi = \rho d_0^2 W_0 / (I_\psi / R_s^2)$	$\alpha_\psi$	6.50
Relación de masas agua-compuerta	$\alpha_x = \rho d_0^2 W_0 / M_G$	$\alpha_x$	519.36
Coefficiente de variación instantánea del flujo	-	$c_f$	1.00
Coefficiente de corrección de presión	-	$\delta_p$	0.95
Número básico de Froude	$F_{a\psi} = 2\pi\Omega_{a\psi}\sqrt{d_0/g}$	$F_{a\psi}$	282.53
Número básico de Froude	$F_{ax} = 2\pi\Omega_{ax}\sqrt{d_0/g}$	$F_{ax}$	569.01

Diagrama de estabilidad de la compuerta para el 90% de operación



## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

---

De los resultados obtenidos de la revisión por estabilidad dinámica, de la compuerta analizada en el Capítulo V, es posible realizar las siguientes conclusiones.

1. Para el nivel de operación igual al 10%, la compuerta bajo análisis, es susceptible de experimentar ligeras vibraciones inducidas por flujo, debido principalmente a la vibración paralela de la pantalla, cuya frecuencia de vibración es 27.2964 Hz.
2. Para el mismo nivel de operación, el amortiguamiento necesario para mantener la compuerta estable, deberá ser superior a 4% ( $\zeta_{a_\theta} > 4\%$ ). De lo contrario, el movimiento vibratorio paralelo de la pantalla tenderá a sincronizarse con el movimiento vibratorio rotacional de la compuerta.
3. A pesar de que el amortiguamiento crítico, necesario para mantener la compuerta estable, es grande para la vibración rotacional de la pantalla; la compuerta permanece ligeramente estable, debido a que la relación de frecuencias  $\gamma_{nw}$ , de la vibración rotacional en agua de la pantalla, con respecto a la vibración rotacional en aire de compuerta es baja ( $\gamma_{nw} \cong 0.57$ ) y el coeficiente de excitación también ( $\xi_\theta < 0$ ).
4. Para el nivel de operación igual al 20%, tanto la vibración rotacional como la vibración paralela de la pantalla, son susceptibles de presentarse. Con base en la teoría, la vibración rotacional de la compuerta tenderá a sincronizarse con la vibración rotacional de la pantalla. Para el presente nivel de operación, el amortiguamiento crítico que se requiere para mantener la compuerta estable es:  $\zeta_{a_\psi} > 2.2\%$  y  $\zeta_{a_\theta} > 3.5$ , para la vibración de la pantalla ( $\Psi$ ) y la vibración de la compuerta ( $\theta$ ), respectivamente

5. Para el nivel de operación igual al 30%, la compuerta permanece en el intervalo inestable. En éste nivel de operación, el amortiguamiento requerido deberá ser superior a  $\zeta a_\psi > 7\%$  y  $\zeta a_\theta > 2.5$ , para la vibración rotacional  $\Psi$  y  $\Theta$ , respectivamente.
6. Para el nivel de operación igual al 40%, la relación de frecuencias  $\gamma_{nw}$ , para la vibración rotacional en agua de la pantalla con respecto a la vibración rotacional en aire de la compuerta es:  $\gamma_{nw} = 0.88$ . Para éste nivel de operación, la demanda de amortiguamiento deberá ser superior a 10% para la vibración rotacional de la pantalla. A medida que  $\gamma_{nw}$  se aproxime a 0.96, la demanda de amortiguamiento será más crítica.
7. Para el nivel de operación igual al 50%, el amortiguamiento crítico requerido, para mantener la compuerta estable, deberá ser superior a 12% ( $\zeta a_\theta > 12\%$ ). A partir de éste nivel de operación, el movimiento vibratorio de la pantalla, se sincroniza el movimiento vibratorio de la compuerta, que se convierte en la vibración principal.
8. Para el mismo nivel de operación, el amortiguamiento crítico necesario para el modo de vibración paralelo de la pantalla es:  $\zeta a_x > 1.7\%$ , ligeramente superior al amortiguamiento que se asumió en la compuerta ( $\zeta a_\theta = 1.2\%$ ).
9. Para el 60% de operación, el diagrama de estabilidad, indica una relativa estabilidad de la compuerta. Por un lado, la relación  $\gamma_{nw} \cong 0.98$ , demanda un bajo coeficiente de amortiguamiento; y por otro, la demanda de amortiguamiento cada vez más baja para el movimiento vibratorio paralelo,  $\zeta a_\theta > 1.4\%$ .
10. Para el 70% de operación de la compuerta, ya no existe posibilidad de vibración inducida por flujo para el movimiento vibratorio paralelo de la pantalla ( $X$ ); sin

embargo, para la vibración rotacional de la pantalla, el amortiguamiento requerido deberá ser superior a 1.9% ( $\zeta a_\theta > 1.9\%$ ).

11. A partir del 80% de operación y hasta que la compuerta permanece completamente abierta, la compuerta presenta estabilidad dinámica para ambos tipos de vibración, rotacional y paralela de la pantalla. Esto se debe, en parte, a que la relación de frecuencias de vibración agua-aire de la pantalla y compuerta son altas y el nivel de amortiguamiento crítico es bajo, inferior a 1%.
12. Por las razones antes expuestas, se concluye que: la compuerta bajo análisis es, en la mayor parte de su intervalo de operación, inestable dinámicamente. Susceptible de experimentar vibraciones inducidas por flujo.
13. Para los niveles iniciales de operación, el mecanismo de vibración más crítico, es aquel en el cual, la vibración rotacional de la compuerta se sincroniza con la vibración rotacional de la pantalla. Eventualmente, con el incremento en la abertura de la compuerta, el mecanismo de vibración se invierte. Y la vibración de la pantalla (rotacional o paralela), se sincroniza con la vibración rotacional de la compuerta.
14. Los niveles más críticos de inestabilidad dinámica están en el intervalo del 30 al 60% de operación. Con posibilidad de experimentar intensas vibraciones en el intervalo del 40 a 50 % de operación, con demandas de amortiguamiento superiores al 10%.

Es importante recomendar al diseñador que utilice la metodología para la revisión por estabilidad de las compuertas radiales, tomar en cuenta lo siguiente.

1. La metodología que se describe en este trabajo, corresponde a un procedimiento aproximado, que permite establecer la estabilidad dinámica de las compuertas radiales a partir de sus diagramas de estabilidad.
2. Los diagramas de estabilidad son únicos y se construyen a partir de las características mecánicas de la compuerta y las condiciones de flujo existente.
3. Cualquier cambio en las características de masa y rigidez de la compuerta; o en las condiciones del flujo, producirá un diagrama de estabilidad diferente.
4. Las características mecánicas que más influyen en la vibración por autoexcitación de las compuertas radiales son: las frecuencias y los amortiguamientos de los modos principales de vibración.
5. Los modos principales de vibración de las compuertas radiales son: la vibración paralela o rotacional de la pantalla alrededor de un eje horizontal de rotación; y la vibración rotacional de toda la compuerta alrededor de su articulación.
6. Para prevenir el peligro de autoexcitación, es recomendable que la frecuencia de excitación de la vibración paralela o rotacional de la pantalla esté suficientemente lejos de la vibración rotacional de toda la compuerta.
7. De los diferentes modos de vibración de la compuerta, el más fácil de modificar, es el modo de vibración rotacional de toda la compuerta. Éste modo, está determinado, en gran parte, por el peso de la compuerta y por la rigidez del cable o pistón hidráulico que la sostiene durante su operación.
8. No es posible conocer los amortiguamientos mecánicos de la compuerta hasta que la estructura es construida. Asumir valores conservadores de compuertas

similares es una buena forma de iniciar el análisis. Posteriormente, estos valores se deben verificar.

9. Los parámetros por flujo que influyen de forma importante en las características de vibración de la compuerta son: la masa adherida, el coeficiente de amortiguamiento y el coeficiente de excitación por flujo. Estos parámetros que resultan de la vibración arbitraria de la compuerta, pueden aumentar o disminuir dicha vibración.
10. La metodología que aquí se describe, ha sido verificada de forma teórica y experimental. De acuerdo con K. Anami, el error esperado en el cálculo de las frecuencias de vibración en agua es inferior a 3 y 10%, para la vibración paralela y rotacional de la pantalla, respectivamente.
11. A pesar de que la metodología ha sido empleada con éxito para el cálculo de las vibraciones inducidas por flujo, es importante destacar que algunas de las hipótesis realizadas se deben verificar, para el caso de las compuertas sumergidas, entre ellas: la hipótesis de que el flujo varía en fase con la vibración de la compuerta  $c_f = 1.0$ , la hipótesis de la profundidad del canal finita  $d_r$ ; y hipótesis de pequeñas aberturas,  $B$



## **ANEXO A.**

### **DISEÑO ESTRUCTURAL DE LA COMPUERTA.**

**DISEÑO ESTRUCTURAL DE LA COMPUERTA**

**1.0 Análisis de las principales fuerzas sobre la compuerta. (Caso de carga 1)**

**1.1 Carga hidrostática**

Se determina conforme a los datos mostrados y la figura siguiente:

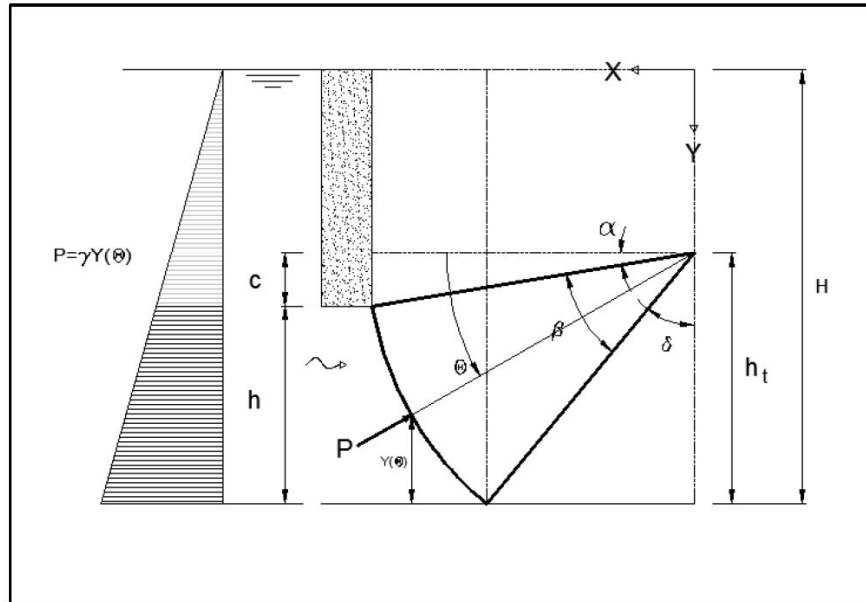


Figura: Presión hidrostática sobre la compuerta

**Datos:**

$H := 120 \text{ m}$  (Carga hidrostática de diseño)       $h_t := 13.5 \text{ m}$  (Altura de la articulación)  
 $h := 10.65 \text{ m}$  (Altura de la compuerta)       $R := 17.50 \text{ m}$  (Radio de la compuerta)  
 $c := h_t - h = 2.85 \text{ m}$  (Altura de la articulación sobre la compuerta)

**Cálculo de los ángulos  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\delta$**

$$\alpha := \arcsin\left(\frac{c}{R}\right) = 0.164 \text{ rad} \qquad \alpha \cdot \frac{180}{\pi} = 9.373$$

$$\delta := \arcsin\left(\frac{h_t}{R}\right) = 0.69 \text{ rad} \qquad \delta \cdot \frac{180}{\pi} = 39.518$$

$$\beta := \frac{\pi}{2} - (\alpha + \delta) = 0.7175 \text{ rad} \qquad \beta \cdot \frac{180}{\pi} = 41.11$$

Presión hidrostática

Se determina con base en la siguiente expresión:  $P_h = \gamma \cdot Y(\theta)$

donde

$\gamma := 1 \text{ ton/m}^3$  (Peso volumétrico del agua)

$Y(\theta) := (H - h_t) + R \cdot \sin(\theta)$  (Tirante de agua como función del ángulo  $\theta$ )

Presión hidrostática en el borde superior de la compuerta:

$Ph1 := \gamma \cdot Y(\alpha) = 109.35 \text{ ton/m}^2$

Presión hidrostática en la borde inferior de la compuerta:

$Ph2 := \gamma \cdot Y(\alpha + \beta) = 120 \text{ ton/m}^2$

Carga hidrostática horizontal

Se determina con base en la siguiente expresión:  $Ph = \int_{\theta_1}^{\theta_2} B \cdot \gamma \cdot Y(\theta) \cdot R \cdot \cos(\theta) d\theta$

donde:

$B := 10.65 \text{ m}$  (Ancho de la compuerta)

$\theta_1 := \alpha = 0.164 \text{ rad}$

$\theta_2 := \alpha + \beta = 0.881 \text{ rad}$

$Ph := \int_{\theta_1}^{\theta_2} B \cdot \gamma \cdot Y(\theta) \cdot R \cdot \cos(\theta) d\theta = 13006.725 \text{ ton}$

Punto de aplicación de la carga hidrostática horizontal medido verticalmente desde la superficie libre del agua.

$Y_c := \frac{\int_{\theta_1}^{\theta_2} Y(\theta) \cdot B \cdot \gamma \cdot Y(\theta) \cdot R \cdot \cos(\theta) d\theta}{Ph} = 114.757 \text{ m}$

Carga hidrostática vertical

$P_v := \int_{\theta_1}^{\theta_2} B \cdot \gamma \cdot Y(\theta) \cdot R \cdot \sin(\theta) d\theta = 7585.367 \text{ ton}$

Punto de aplicación de la carga hidrostática vertical medido horizontalmente desde la articulación.

$$X(\theta) := R \cdot \cos(\theta)$$

$$X_c := \frac{\int_{\theta_1}^{\theta_2} X(\theta) \cdot B \cdot \gamma \cdot Y(\theta) \cdot R \cdot \sin(\theta) \, d\theta}{P_v} = 14.159 \quad \text{m}$$

**Carga hidrostática total**

$$P := \sqrt{P_h^2 + P_v^2} = 15056.982 \quad \text{ton}$$

$$\theta_{bcen} := \text{atan} \left[ \frac{Y_c - (H - h_t)}{X_c} \right] = 0.528 \quad \text{rad}$$

$$Y_c = 114.757 \quad \text{m}$$

$$X_c = 14.159 \quad \text{m}$$

$$\theta_{bcen} \cdot \frac{180}{\pi} = 30.25 \quad \text{grados}$$

Ángulo de inclinación de la resultante

$$\phi := \text{atan} \left( \frac{P_v}{P_h} \right) = 0.528 \quad \text{rad}$$

$$\phi := \phi \cdot \frac{180}{\pi} = 30.25 \quad \text{grados}$$

## 1.2 Carga por sismo

Se determina con la fórmula de Westergaard (1931)

$$p_s = \frac{7}{8} \cdot \gamma \cdot ac \cdot \sqrt{H \cdot y}$$

donde:

$$ac := 0.30 \quad (\text{aceleración gravitacional de la base, fracción de } g)$$

$$H = 120 \quad \text{m} \quad (\text{Carga hidrostática de diseño})$$

$$\gamma := 1 \quad \text{ton/m}^3 \quad (\text{Peso volumétrico del agua})$$

**Presión hidráulica debido a la aceleración por sismo**

$$E(y) := \frac{7}{8} \cdot \gamma \cdot ac \cdot \sqrt{H \cdot y}$$

Presión hidrostática por sismo en el borde superior de la compuerta:  $y_1 := H - h = 109.35 \quad \text{m}$

$$E_1 := E(y_1) = 30.07 \quad \text{ton/m}^2$$

Presión hidrostática por sismo en el borde inferior de la compuerta:  $y_2 := H = 120 \text{ m}$

$$E_2 := E(y_2) = 31.5 \text{ ton/m}^2$$

Empuje hidrostático total por aceleración de sismo

$$E_T := \int_{y_1}^{y_2} B \cdot E(y) dy = 3492.324 \text{ ton}$$

Punto de aplicación de la carga inducida por sismo medida desde la superficie del agua.

$$Y_{cs} := \frac{\int_{y_1}^{y_2} y \cdot B \cdot E(y) dy}{E_T} = 114.716 \text{ m}$$

**DISEÑO ESTRUCTURAL DE COMPUERTAS RADIALES**

1.- Diseño de la pantalla.

El diseño de la pantalla se realiza sobre paneles rectangulares formados por la intersección de las vigas verticales y viguetas horizontales de refuerzo.

Datos:

Nota: Se asume que los paneles están empotrados en sus cuatro lados.

$F_y := 2530$	kg /cm <sup>2</sup>	(Acero A-36)	
$s := 30$	cm	(separación de viguetas horizontales)	- Propuesto -
$P := 12$	kg /cm <sup>2</sup>	(Carga de diseño= 120 ton/m <sup>2</sup> )	
$t := 1.91$	cm	(Espesor de la placa)	- Propuesto -
$\alpha := 0.85$		(Factor de confiabilidad para compuertas sumergidas)	
$F_r := 0.9$		(Factor de resistencia a flexión)	
$F_c := 1.2$		(Factor de carga)	

Dimensiones del panel

$a := s = 30$	cm	(lado menor del panel)
$b := 278.4$	cm	(lado mayor del panel)

1.1 Esfuerzo máximo resistente en flexión

$$F_t := \alpha \cdot F_r \cdot F_y = 1935.45 \quad \text{kg /cm}^2$$

1.2 Esfuerzo máximo actuante en flexión

Relación b/a  $\frac{b}{a} = 9.28 > 3.0$ , por lo que el valor de k es:  $k_3 := 50$

El esfuerzo de flexión actuante en la placa en las direcciones "x" y "y" es:

$$\sigma_{3x} := \frac{k_3}{100} \cdot F_c \cdot P \cdot \frac{a^2}{t^2} = 1776.267 \text{ kg /cm}^2 \quad I := \frac{\sigma_{3x}}{F_t} = 0.918$$

$$\sigma_{3y} := 0.3 \cdot \sigma_{3x} = 532.88 \quad \text{kg /cm}^2 \quad I := \frac{\sigma_{3y}}{F_t} = 0.275$$

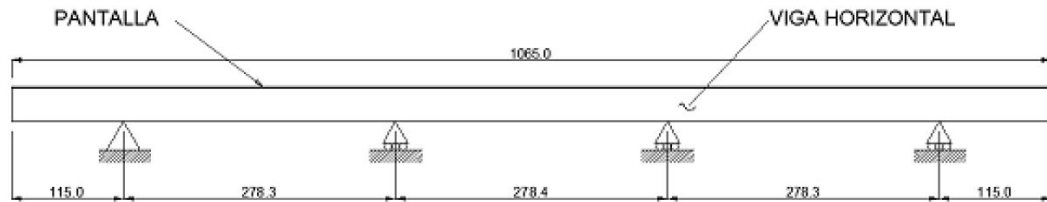
1.3 Revisión básica de seguridad

$\sigma_{\text{max act.}}$	■ ≤ ■	$\sigma_{\text{max resist.}}$	
$\sigma_u := \sigma_{3x} = 1776.267$	■ ≤ ■	$\sigma_d := F_t = 1935.45$	kg /cm <sup>2</sup> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Cumple</span>
$\sigma_u := \sigma_{3y} = 532.88$	■ ≤ ■	$\sigma_d := F_t = 1935.45$	kg /cm <sup>2</sup> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Cumple</span>

**DISEÑO ESTRUCTURAL DE COMPUERTAS RADIALES**

2.- Diseño de las vigas horizontales

Para el diseño de las vigas horizontales se asume el siguiente modelo



2.1 Datos

- $F_y := 2530$  kg /cm<sup>2</sup> (Acero A-36)
- $t := 1.91$  cm (Espesor de pantalla)
- $E := 2.039 \cdot 10^6$  kg /cm<sup>2</sup> (Modulo de elasticidad del acero)
- $\gamma_w := 1$  ton /m<sup>3</sup> (Peso volumétrico del agua)
- $a_c := 0.3$  (Fracción de la aceleración de la gravedad)
- $H := 120$  m.c.a. (Carga hidrostática de diseño)
- $\alpha := .85$  (Factor de confiabilidad)

Datos de la sección:

Se asume una sección compuesta formada por un patín W y una porción de la pantalla.

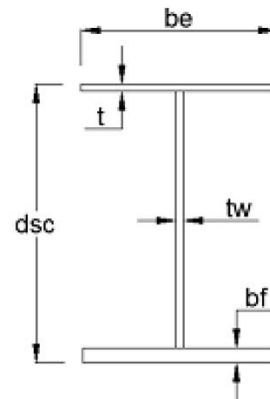
Perfil propuesto: W14x74 (sin patín superior y con patín inferior reducido a 20 cm)

- $d := 36.0$  cm
- $t_w := 1.14$  cm
- $b_f := 25.6$  cm
- $t_f := 1.99$  cm

Ancho efectivo de la placa

$$b_e := 187 \cdot \frac{\left(\frac{t}{2.54}\right)}{\sqrt{50}} = 19.886 \text{ in}$$

$$b_e := b_e \cdot 2.54 = 50.511 \text{ cm}$$



Datos de la sección compuesta

$b_e := 30$	cm	La condición más crítica corresponde a la separación de las vigas horizontales.
$t = 1.91$	cm	
$t_w = 1.14$	cm	
$b_f := 20$	cm	
$t_f = 1.99$	cm	
		$dsc := (d - t_f) + t = 35.92$ cm

Nota: el ancho efectivo de la placa se considera igual a la separación de las viguetas horizontales por ser la condición más crítica.

Cálculo del centroide de la sección compuesta

$$\begin{aligned}
 A1 &:= b_e \cdot t = 57.3 && \text{cm}^2 && y1 &:= (d - t_f) + \frac{t}{2} = 34.965 \\
 A2 &:= t_w \cdot (d - 2 \cdot t_f) = 36.503 && \text{cm}^2 && y2 &:= t_f + \left( \frac{d - 2 \cdot t_f}{2} \right) = 18 \\
 A3 &:= b_f \cdot t_f = 39.8 && \text{cm}^2 && y3 &:= \frac{t_f}{2} = 0.995 \\
 A_T &:= A1 + A2 + A3 = 133.603 && \text{cm}^2 && y_c &:= \frac{A1 \cdot y1 + A2 \cdot y2 + A3 \cdot y3}{A_T} = 20.21
 \end{aligned}$$

Cálculo del momento plástico

$$Z_x := A1 \cdot (y1 - y_c) + A2 \cdot (y2 - y_c) + A3 \cdot (y_c - y3) = 1529.534 \quad \text{cm}^3$$

Cálculo del momento de inercia de la sección compuesta

$$I1 := \frac{b_e \cdot t^3}{12} + A1 \cdot (y1 - y_c)^2 = 12491.783 \quad \text{cm}^4$$

$$I2 := \frac{t_w \cdot (d - 2 \cdot t_f)^3}{12} + A2 \cdot (y2 - y_c)^2 = 3297.124 \quad \text{cm}^4$$

$$I3 := \frac{b_f \cdot t_f^3}{12} + A3 \cdot (y_c - y3)^2 = 14708.321 \quad \text{cm}^4$$

$$I_x := I1 + I2 + I3 = 30497.228 \quad \text{cm}^4$$



2.2 Revisión del tipo de sección

Patines en flexión

$$p_2 := \frac{b_f}{2 \cdot t_f} = 5.025$$

	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3
$\lambda \leq \lambda$	$0.32 \cdot \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 9.084$	$0.38 \cdot \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 10.788$	$0.58 \cdot \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 16.466$

Almas en flexión

$$a_1 := (d - 2 \cdot t_f) = 32.02$$

$\lambda \leq \lambda$	$2.45 \cdot \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 69.553$	$3.71 \cdot \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 105.323$	$5.60 \cdot \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 158.978$
------------------------	--	---	---

La sección es tipo 1 en patines y alma.

Se considera que la vigueta al trabajar en sección compuesta con la pantalla, no tiene posibilidad de pandeo lateral y desarrolla su momento plástico.

2.3 Resistencia a la flexión de la sección compuesta

Para arriostramiento lateral total y perfiles con sección 1 y 2, la resistencia de diseño de la sección es:

$$M_r = \alpha \cdot M_p$$

donde:

$$\alpha := 0.9$$

$$M_p := Z_x \cdot F_y \cdot 10^{-5} = 38.697 \quad \text{ton-m}$$

$$M_r := \alpha \cdot M_p = 29.603 \quad \text{ton-m}$$

2.4 Análisis de cargas

Estado de carga 1: Compuerta cerrada

Carga hidráulica de diseño

$$H_d := \gamma_w \cdot H = 120 \quad \text{ton / m}^2 \quad (\text{Presión hidrostática de diseño})$$

$$H_3 := H_d \cdot \frac{b_e}{100} = 36 \quad \text{ton / m} \quad (\text{Carga hidráulica sobre la vigueta})$$

Carga inducida por sismo

$$y := 120 \text{ m}$$

$$E := \frac{7}{8} \cdot \gamma_w \cdot a_c \cdot \sqrt{H \cdot y} = 31.5 \text{ ton-m}^2$$

(Presión inducida por sismo)

$$E := E \cdot \frac{be}{100} = 9.45 \text{ ton /m}$$

(Carga hidráulica inducida por sismo)

Combinacion de carga

$$C1 = 1.4 \cdot H + 1.2 \cdot D$$

(No se considera la carga Q2, por tratarse de gatos hidráulicos)

$$C3 = 1.2 \cdot H + 1.2 \cdot D + 1.0 \cdot E$$

Condición de sismo

Considerando el modelo mostrado al inicio, los momentos obtenidos del análisis estructural para las combinaciones de carga 1 y 3 se indican a continuación:



Combinación 1	En apoyos	$Mu_{a1} := 29.01$	ton-m
	En el centro de la viga	$Mu_{c1} := 14.30$	ton-m
Combinación 3	En apoyos	$Mu_{a3} := 30.34$	ton-m
	En el centro de la viga	$Mu_{c3} := 14.95$	ton-m

Cálculo de la interacción en la vigueta

$$I_{11} := \frac{Mu_{a1}}{Mr} = 0.98$$

$$I_{31} := \frac{Mu_{a3}}{Mr} = 1.025$$

Se acepta.

$$I_{13} := \frac{Mu_{c1}}{Mr} = 0.483$$

$$I_{33} := \frac{Mu_{c3}}{Mr} = 0.505$$

Cumple

Revisión básica de seguridad

$$Mu_{a1} = 29.01$$

■ ≤ ■

$$Mr = 29.603$$

Cumple

$$Mu_{a3} = 30.34$$

■ ≤ ■

$$Mr = 29.603$$

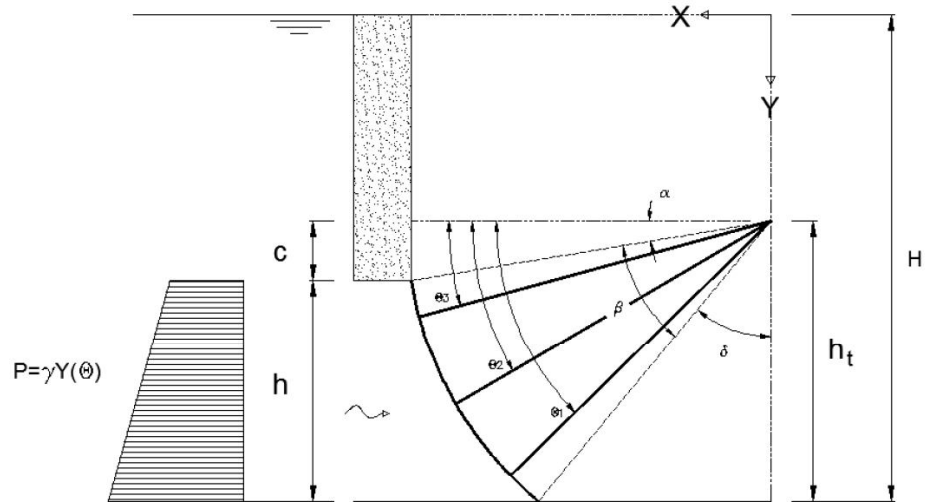
Se acepta

Nota: A pesar de que la relación de seguridad para la condición de sismo no se cumple, la propuesta se considera aceptable, toda vez que se considera un factor de seguridad adicional ( $\alpha$ ) que reduce la resistencia de la sección en 15%.

**DISEÑO ESTRUCTURAL DE LAS COMPUERTAS RADIALES**

3.0 Diseño de las vigas verticales

Para el diseño de las vigas verticales, se considera el siguiente esquema:



**Datos:**

$H := 120$  m (Carga hidrostática de diseño)     $h_t := 13.5$  m (Altura de la articulación)  
 $h := 10.65$  m (Altura de la compuerta)     $R := 17.50$  m (Radio de la compuerta)  
 $c := h_t - h = 2.85$  m (Altura de la articulación sobre la compuerta)

Inclinación de los brazos con respecto a la horizontal

$\theta_1 := 44.52$  grados     $\theta_1 := \theta_1 \cdot \frac{\pi}{180} = 0.777$  rad  
 $\theta_2 := 30.25$  grados     $\theta_2 := \theta_2 \cdot \frac{\pi}{180} = 0.528$  rad  
 $\theta_3 := 15.33$  grados     $\theta_3 := \theta_3 \cdot \frac{\pi}{180} = 0.268$  rad

**Cálculo de los ángulos  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\delta$**

$\alpha := \text{asin}\left(\frac{c}{R}\right) = 0.164$  rad    (9.37°)  
 $\delta := \text{acos}\left(\frac{h_t}{R}\right) = 0.69$  rad    (39.52°)  
 $\beta := \frac{\pi}{2} - (\alpha + \delta) = 0.7175$  rad    (41.11°)

Longitud de la viga vertical

$$L_{VG} := R \cdot \beta = 12.556 \quad \text{m}$$

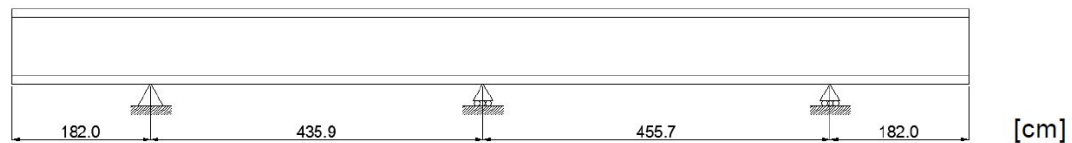
Las condiciones de apoyo de la viga vertical corresponden a las intersecciones con los brazos laterales

Apoyo 1:  $[(\alpha + \beta) - \theta_1] \cdot R = 1.821 \quad \text{m}$  (medido desde el borde inferior)

Apoyo 2:  $[(\alpha + \beta) - \theta_2] \cdot R = 6.18 \quad \text{m}$  (medido desde el borde inferior)

Apoyo 3:  $[(\alpha + \beta) - \theta_3] \cdot R = 10.737 \quad \text{m}$  (medido desde el borde inferior)

Modelo de la viga vertical propuesto



**Datos de la sección propuesta**

Sección: W36x720

$d := 104.6 \quad \text{cm}$	$I_x := 2.3 \cdot 10^6 \quad \text{cm}^4$
$b_f := 45.1 \quad \text{cm}$	$I_y := 0.153 \cdot 10^6 \quad \text{cm}^4$
$t_f := 9.9 \quad \text{cm}$	$Z_x := 52.27 \cdot 10^3 \quad \text{cm}^3$
$t_w := 5.5 \quad \text{cm}$	$Z_y := 10.75 \cdot 10^3 \quad \text{cm}^3$
$A := 1361.29 \quad \text{cm}^2$	

**Resistencia a la flexión de la sección propuesta**

$F_y := 2530 \quad \text{kg/cm}^2$  (Acero A-36)

$F_r := 0.9$  (Factor de resistencia a flexión)

$M_p := Z_x \cdot F_y \cdot 10^{-5} = 1322.431 \quad \text{ton-m}$

$M_r := 0.85 \cdot F_r \cdot M_p = 1011.66 \quad \text{ton-m}$

<b>Análisis de cargas</b>
---------------------------

Carga hidrostática

$$\gamma_w := 1 \quad \text{ton/m}^3 \quad (\text{peso volumétrico del agua})$$

$$P(h) := \gamma_w \cdot h$$

Presión hidrostática en la base  $y_1 := 120 \quad \text{m}$

$$P(y_1) = 120 \quad \text{ton/m}^2$$

Presión hidrostática en el borde superior  $y_2 := H - h = 109.35 \quad \text{m}$

$$P(y_2) = 109.35 \quad \text{ton/m}^2$$

Carga distribuida sobre la viga vertical

$$b_{\text{trib}} := 2.784 \quad \text{m} \quad (\text{Separación máxima entre vigas verticales})$$

$$H_0 := b_{\text{trib}} \cdot P(y_1) = 334.08 \quad \text{ton-m} \quad \text{En la base de la viga}$$

$$H_1 := b_{\text{trib}} \cdot P(y_2) = 304.43 \quad \text{ton-m} \quad \text{En el borde superior}$$

Carga inducida por sismo:

$$a_c := 0.30 \quad (\text{fracción de la aceleración gravitacional})$$

$$E(y) := \frac{7}{8} \cdot \gamma_w \cdot a_c \cdot \sqrt{H \cdot y}$$

Presión hidrostática inducida por sismo (en la base de la viga)

$$E(y_1) = 31.5 \quad \text{ton-m}^2$$

Presión hidrostática inducida por sismo (en el borde superior)

$$E(y_2) = 30.07 \quad \text{ton-m}^2$$

Carga distribuida inducida por sismo

$$E_0 := b_{\text{trib}} \cdot E(y_1) = 87.696 \quad \text{ton-m} \quad \text{En la base de la viga}$$

$$E_1 := b_{\text{trib}} \cdot E(y_2) = 83.714 \quad \text{ton-m} \quad \text{En el borde superior}$$

Casos y combinaciones de carga:
---------------------------------

Caso de carga 1: Compuerta cerrada

$C11 = 1.4 \cdot H1 + 1.2 \cdot D + 1.2 \cdot Q2$  Nota: el valor de Q2 depende de las condiciones del proyecto.

$C13 = 1.2 \cdot H3 + 1.2 \cdot D + 1.0E$  En este análisis  $H1=H3=Hd=120$  m.c.a.

La fuerza de reacción  $R_s$  se obtiene por equilibrio del modelo de marcos laterales. Aunque se no especifica en las combinaciones de carga, sí se considera en el modelo.

Momentos de flexión obtenidos del análisis estructural

Combinación 1.1

Momentos máximo en el centro del claro

$$Mu_{c11} := 417.40 \text{ ton-m}$$

$$I_{13} := \frac{Mu_{c11}}{Mr} = 0.413$$

Momentos máximo en los apoyos

$$Mu_{a11} := 773.43 \text{ ton-m}$$

$$I_{13} := \frac{Mu_{a11}}{Mr} = 0.765$$

Combinación 1.3

Momentos máximo en el centro del claro

$$Mu_{c13} := 386.71 \text{ ton-m}$$

$$I_{13} := \frac{Mu_{c13}}{Mr} = 0.382$$

Momentos máximo en los apoyos

$$Mu_{a13} := 715.30 \text{ ton-m}$$

$$I_{13} := \frac{Mu_{a13}}{Mr} = 0.707$$



## DISEÑO ESTRUCTURAL DE LAS COMPUERTAS RADIALES

### 4.0 Diseño de los brazos de la compuerta

#### Diseño por compresión

#### 4.1 Carga de diseño

Para el diseño preliminar, se asume que todos los brazos soportan la misma carga.

$N := 12$       Número de brazos (4 marcos laterales con 3 brazos radiales)

Principales cargas sobre la compuerta:

$H_T := 15056.982$     ton      Empuje hidrostático

$E_T := 3492.324$     ton      Empuje debido a sismo

Carga de diseño:

$$P_u := \frac{1.4 \cdot H_T + 1.0 \cdot E_T}{N} = 2047.675 \text{ ton} \quad (\text{Fuerza de compresión en cada brazo})$$

### 4.2 Sección propuesta

Se propone utilizar una sección en cajón, formada por 4 placas laminadas

$bf := 90$       cm

$tf := 3.81$     cm

$dw := 82.38$  cm

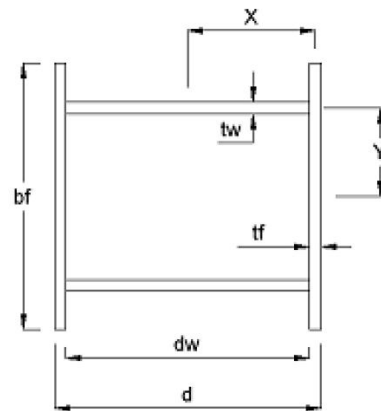
$tw := 3.81$     cm

$d := dw + 2 \cdot tf = 90$       cm

Distancia de las placas al centroide de la sección:

$Y := 30$     cm

$$X := \left( \frac{dw + tf}{2} \right) = 43.095 \text{ cm}$$



Sección transversal de los brazos

Propiedades geométricas de la sección:

$$A := 2 \cdot bf \cdot tf + 2 \cdot dw \cdot tw = 1313.536 \text{ cm}^2$$

$$I_x := 2 \cdot \left( \frac{tf \cdot bf^3}{12} \right) + 2 \cdot \left[ \left( \frac{dw \cdot tw^3}{12} \right) + (dw \cdot tw \cdot Y^2) \right] = 1.029 \times 10^6 \quad \text{cm}^4$$

$$S_x := \frac{2I_x}{bf} = 2.286 \times 10^4 \quad \text{cm}^3$$

$$I_y := 2 \cdot \left( \frac{bf \cdot tf^3}{12} + bf \cdot tf \cdot X^2 \right) + \frac{tw \cdot dw^3}{12} = 1.452 \times 10^6 \quad \text{cm}^4$$

$$S_y := \frac{2I_y}{d} = 3.227 \times 10^4 \quad \text{cm}^3$$

$$Z_x := 2 \cdot \left( tf \cdot \frac{bf^2}{8} \right) + 2 \cdot dw \cdot tw \cdot Y = 2.655 \times 10^4 \quad \text{cm}^3$$

$$r_x := \sqrt{\frac{I_x}{A}} = 27.984 \quad \text{cm}$$

$$Z_y := 2 \cdot \left( tw \cdot \frac{dw^2}{8} \right) + 2 \cdot tf \cdot bf \cdot X = 3.602 \times 10^4 \quad \text{cm}^3$$

$$r_y := \sqrt{\frac{I_y}{A}} = 33.248 \quad \text{cm}$$

#### 4.3 Cálculo de la resistencia a la compresión

$$F_y := 2530 \quad \text{kg/cm}^2 \quad (\text{Acero A-36}) \quad L := 16.50 \quad \text{m}$$

$$E := 2.039 \cdot 10^6 \quad \text{kg/cm}^2$$

$$F_r := 0.9 \quad (\text{Factor de resistencia a la compresión})$$

Tipo de sección: Cajón	Sección 1	Sección 2	Sección 3	
Patín	$\frac{bf - 2 \cdot Y}{2 \cdot tf} = 3.937$	$1.12 \cdot \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 31.796$	$1.12 \cdot \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 31.796$	$1.47 \cdot \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 41.732$



$$\begin{array}{l} \text{Almas} \\ \frac{dw}{tw} = 21.622 \\ \frac{2 \cdot Y}{tf} = 15.748 \end{array} \quad 1.47 \cdot \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 41.732 \quad 1.47 \cdot \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 41.732 \quad 1.47 \cdot \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 41.732$$

Conclusión: La sección es tipo 1 en patines y almas.

Longitud no soportada de la viga:

$$l := \frac{L \cdot 100}{3} = 550 \quad \text{cm}$$

$$k := 1.2 \quad (\text{Factor de longitud efectiva})$$

Relación de esbeltez efectiva:

$$\frac{k \cdot l}{r_x} = 23.585 \quad \blacksquare < \blacksquare \quad 200 \quad \text{Sección esbelta}$$

$$\lambda := \frac{k \cdot l}{r_x} \cdot \sqrt{\frac{F_y}{\pi^2 \cdot E}} = 0.264$$

$$n := 1.0 \quad (\text{Considerando placas laminadas})$$

Resistencia a la compresión para secciones tipo 1,2 y 3.

$$R_c := \frac{F_y}{\left(1 + \lambda^{2 \cdot n} - 0.15^{2 \cdot n}\right)^n} \cdot A \cdot F_r \cdot 10^{-3}$$

Resistencia a la compresión < Resistencia a la tensión.

$$R_c = 2.855 \times 10^3 \quad \text{ton} \quad \blacksquare < \blacksquare \quad T := F_r \cdot F_y \cdot A \cdot 10^{-3} = 2.991 \times 10^3 \quad \text{ton}$$

Revisión básica de diseño:

$$P_u \quad \blacksquare \leq \blacksquare \quad \alpha \cdot R_c \quad \text{donde} \quad \alpha := .85$$

$$P_u = 2.048 \times 10^3 \quad \blacksquare \leq \blacksquare \quad \alpha \cdot R_c = 2.427 \times 10^3$$

CUMPLE

#### 4.4 Cálculo de la resistencia a la flexión

Suponiendo que la sección se plastifica

$$M_{rx} := Fr \cdot Z_x \cdot F_y \cdot 10^{-5} = 604.482 \text{ ton-m}$$

$$M_{ry} := Fr \cdot Z_y \cdot F_y \cdot 10^{-5} = 820.145 \text{ ton-m}$$

Cargas de diseño por flexión

$$M_{ux} := 513.8 \text{ ton-m}$$

(Obtenida del modelo de marcos laterales. No requiere la aplicación de factores de carga, puesto que se obtuvo de cargas factorizadas)

$$M_{uy} := 0 \text{ ton-m}$$

Revisión de seguridad por flexión

$$M_{ux} \leq \alpha \cdot M_{rx}$$

$$M_{ux} = 513.8 \text{ ton-m} \leq \alpha \cdot M_{rx} = 513.81$$

CUMPLE

#### 4.5 Revisión de los brazos a flexocompresión

$$\text{Forma de cajón} \quad \frac{P_u}{R_c} + 0.85 \cdot \frac{M_{ux}}{M_{rx}} + 0.80 \cdot \frac{M_{uy}}{\alpha \cdot M_{ry}} \leq 1.0$$

Cargas de diseño por flexión

$$\frac{P_u}{R_c} + 0.85 \cdot \frac{M_{ux}}{M_{rx}} + 0.80 \cdot \frac{M_{uy}}{M_{ry}} = 1.44$$

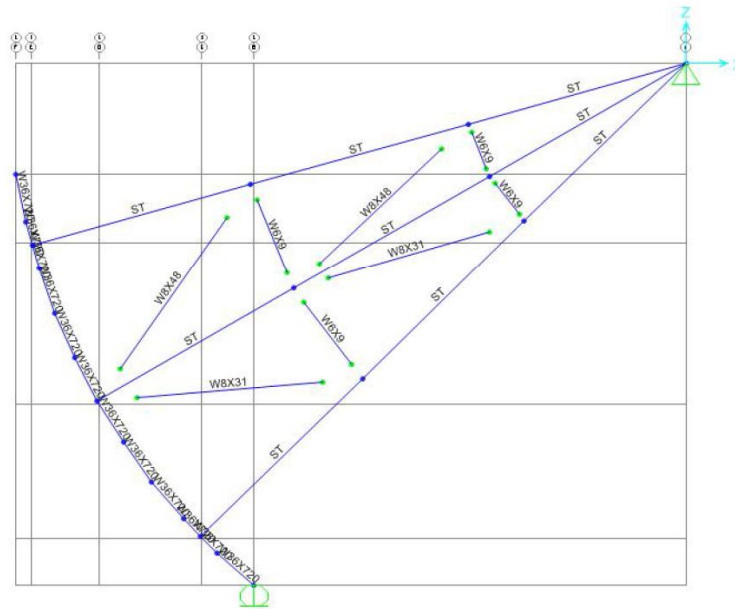
NO CUMPLE

**DISEÑO ESTRUCTURAL DE LAS COMPUERTAS RADIALES**

5.0 Modelo de marcos laterales

A partir de éste modelo, se pueden estimar los elementos mecánicos en los brazos, la reacción en la base (Rs) y la fuerzas mecánicas debido a la operación del elevador (Q).

5.1 Estado de carga 1: Compuerta cerrada



Modelo de marcos laterales y secciones propuestas

**Datos de la compuerta:**

$H := 120 \text{ m}$  (Carga hidrostática de diseño)       $h_t := 13.5 \text{ m}$  (Altura de la articulación)  
 $h := 10.65 \text{ m}$  (Altura de la compuerta)       $R := 17.50 \text{ m}$  (Radio de la compuerta)  
 $c := h_t - h = 2.85 \text{ m}$  (Altura de la articulación sobre la compuerta)       $B := 10.65 \text{ m}$  (Ancho)

**Cálculo de los ángulos  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\delta$**

$$\alpha := \text{asin}\left(\frac{c}{R}\right) = 0.164 \quad \text{rad} \qquad \alpha \cdot \frac{180}{\pi} = 9.373 \quad \text{grados}$$

$$\delta := \text{acos}\left(\frac{h_t}{R}\right) = 0.69 \quad \text{rad} \qquad \delta \cdot \frac{180}{\pi} = 39.518 \quad \text{grados}$$

$$\beta := \frac{\pi}{2} - (\alpha + \delta) = 0.7175 \quad \text{rad} \qquad \beta \cdot \frac{180}{\pi} = 41.11 \quad \text{grados}$$

**Cargas de diseño**

Ancho tributario del marco considerado

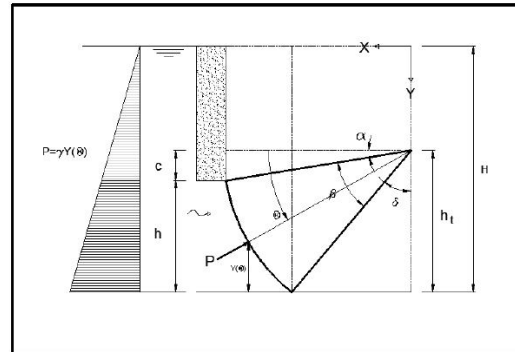
$$An_t := 2.784 \quad \text{m}$$

Peso volumétrico del agua

$$\gamma := 1 \quad \text{ton/m}^3$$

Tirante de agua como función del ángulo  $\theta$ :

$$Y(\theta) := (H - h_t) + R \cdot \sin(\theta)$$



Intervalo de evaluación:

$$\theta_1 := \alpha = 0.164 \quad \text{rad} \quad y_1 := Y(\theta_1) = 109.35 \quad \text{m}$$

$$\theta_2 := \alpha + \beta = 0.881 \quad \text{rad} \quad y_2 := Y(\theta_2) = 120 \quad \text{m}$$

- Análisis de cargas -

Empuje hidrostático en el borde superior e inferior de la compuerta (H):

$$H_0 := \gamma \cdot Y(\theta_1) \cdot An_t = 304.43 \quad \text{ton/m}$$

$$H_1 := \gamma \cdot Y(\theta_2) \cdot An_t = 334.08 \quad \text{ton/m}$$

Empuje inducido por sismo (E):

$ac := 0.30$  (Fracción de la aceleración gravitacional)

$$E_0 := \frac{7}{8} \gamma \cdot ac \cdot \sqrt{H \cdot Y(\theta_1)} \cdot An_t = 83.714 \quad \text{ton/m}$$

$$E_1 := \frac{7}{8} \gamma \cdot ac \cdot \sqrt{H \cdot Y(\theta_2)} \cdot An_t = 87.696 \quad \text{ton/m}$$

**Secciones propuesta:**

Brazos:

Sección en cajón formada por 4 placas laminadas

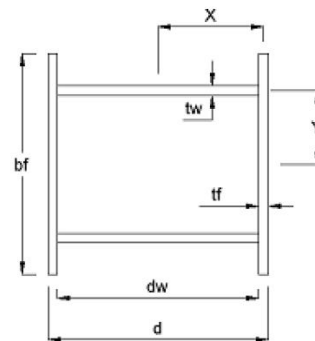
$$bf := 90 \quad \text{cm}$$

$$tf := 3.81 \quad \text{cm}$$

$$dw := 82.38 \quad \text{cm}$$

$$tw := 3.81 \quad \text{cm}$$

$$d := dw + 2 \cdot tf = 90 \quad \text{cm}$$



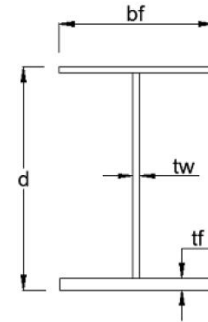
Sección transversal de los brazos

Distancia de las placas al centroide de la sección:

$$X := \left( \frac{dw + tf}{2} \right) = 43.095 \quad \text{cm} \qquad Y := 30 \quad \text{cm}$$

Viga vertical:

Sección W36x720			
$d := 1.04$	cm	$A := 1361.28$	cm <sup>2</sup>
$b_f := 45.15$	cm	$I_x := 2.301 \cdot 10^6$	cm <sup>4</sup>
$t_f := 9.91$	cm	$I_y := 0.153 \cdot 10^6$	cm <sup>4</sup>
$t_w := 5.5$	cm		
		$S_x := 4.4 \cdot 10^4$	cm <sup>3</sup>
		$S_y := 6.79$	cm <sup>3</sup>
		$Z_x := 5.227 \cdot 10^4$	cm <sup>3</sup>
		$Z_y := 1.075 \cdot 10^4$	cm <sup>3</sup>



Arriostramientos:

W8x48      W8x31      W6x9

Sección transversal viga vertical

**Fuerza de reacción en la base de la compuerta (Rs)**

La fuerza de reacción (Rs), en la base de la compuerta, puede estimarse únicamente con el peso propio de los elementos del marco. Esto es así, debido a que el peso de la estructura debe estar en equilibrio con la fuerza de reacción ejercida en la base. Posteriormente, la presión hidrostática vertical deberá equilibrarse por la fuerza ejercida en los pistones hidráulicos para mantener la compuerta cerrada (Q2).

Del modelo de marcos laterales considerado, la fuerza de reacción en la base, debido al peso propio de la estructura es:

Fuerza de reacción en la base:

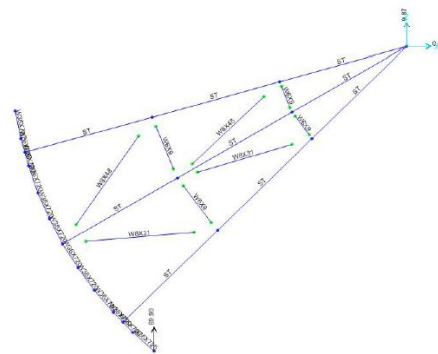
$$R_s := 69.99 \quad \text{ton}$$

Carga muerta debida al peso de la pantalla

$$D := 40.88 \cdot \frac{A_{nt}}{B} = 10.686 \quad \text{ton}$$

Fuerza de reacción en la base factorizada

$$R_s := R_s \cdot 1.2 = 83.988 \quad \text{ton}$$



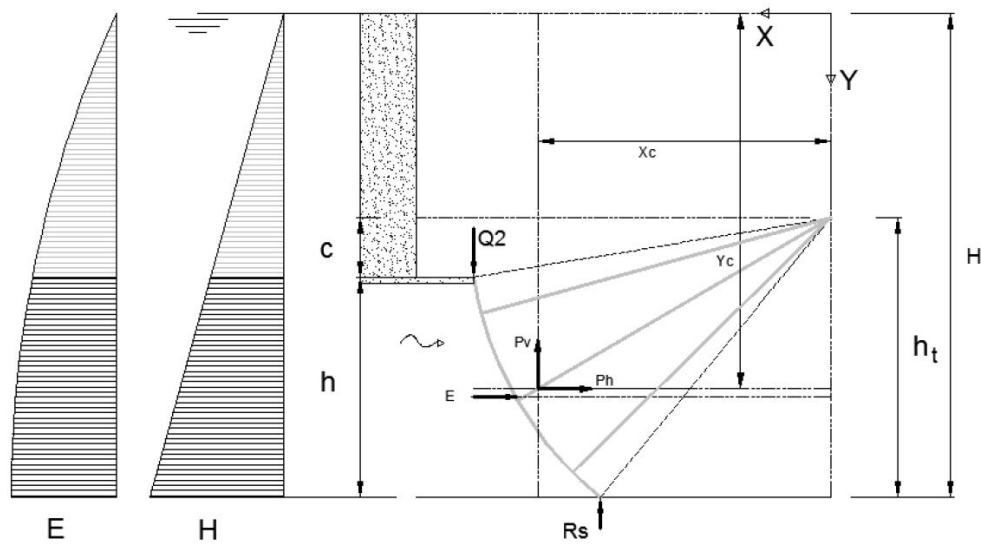
Nota 1: Se consideró la carga debida al peso del ensamble de la pantalla igual a 10.69 ton aplicada en el centroide de la viga vertical.

Nota 2: La fuerza de reacción  $R_s$  en la base de los marcos de los extremos, resulta un poco menor, debido a que la porción del ensamble de la pantalla que soportan, es menor.

Nota 3: Esta fuerza se deberá corregir una vez que se conozca la fuerza que ejercen los pistones para mantener la compuerta cerrada. Esta fuerza sólo se aplica a los marcos donde se ubica el pistón.

**Fuerza ejercida por el pistón para mantener la compuerta cerrada**

Si se supone que el peso de la compuerta es equilibrado por las fuerzas de reacción  $R_s$  en cada uno de los marcos verticales (2 laterales y 2 centrales). La fuerza ejercida por el pistón deberá equilibrar el empuje hidrostático vertical que tiende a abrir la compuerta.



Empuje hidrostático horizontal

$$B = 10.65 \quad \text{m} \quad \theta_1 = 0.164 \quad \text{rad} \quad \theta_2 = 0.881 \quad \text{rad}$$

$$Y(\theta) := (H - h_t) + R \cdot \sin(\theta)$$

$$Ph := \int_{\theta_1}^{\theta_2} B \cdot \gamma \cdot Y(\theta) \cdot R \cdot \cos(\theta) \, d\theta = 13006.725 \quad \text{ton}$$

Punto de aplicación

$$Y_c := \frac{\int_{\theta_1}^{\theta_2} Y(\theta) \cdot B \cdot \gamma \cdot Y(\theta) \cdot R \cdot \cos(\theta) \, d\theta}{Ph} = 114.757 \quad \text{m}$$

## **ANEXO B.**

### **PROGRAMAS PARA LA REVISIÓN POR ESTABILIDAD DINÁMICA**



ANEXO B: PROGRAMAS PARA LA REVISIÓN POR ESTABILIDAD DINÁMICA

No.	Nombre	Descripción.
1	lpt_SP.m	Determina los momentos y productos de inercia de la pantalla.
2	lpt_HG.m	Determina los momentos y productos de inercia de las vigas horizontales
3	lpt_VG.m	Determina los momentos y productos de inercia de las vigas verticales
4	lpt_ST.m	Determina los momentos y productos de inercia de los brazos radiales
5	mgrafico.m	Solución gráfica del sistema de ecuaciones trascendentales ( $\xi_0$ y $h_j$ )
6	newton.m	Método de newton para resolver el sistema de funciones trascendentales.
7	newtonb.m	Método de newton para resolver el sistema de funciones trascendentales b.
8	newtonc.m	Método de newton para resolver el sistema de funciones trascendentales c.
9	f_Xi0.m	Función que determina la solución numérica para $\xi_0$ .
10	f_eta2.m	Función que determina la solución numérica para $h_j$ . Solución 1.
11	f_eta5.m	Función que determina la solución numérica para $h_j$ . Solución 2.
12	fpbp.m	Función que determina la componente de presión transitoria para el movimiento vibratorio paralelo de la pantalla en la dirección del flujo.
13	fpbs.m	Función que determina la componente de presión permanente para el movimiento vibratorio paralelo de la pantalla en la dirección del flujo.
14	fprp.m	Función que determina la componente de presión transitoria para el movimiento vibratorio rotacional de la compuerta alrededor de la articulación.
15	fprs.m	Función que determina la componente de presión permanente para el movimiento vibratorio rotacional de la compuerta alrededor de la articulación.
16	fpbp2.m	Función que determina la componente de presión transitoria para el movimiento vibratorio rotacional de la pantalla en la dirección del flujo.
17	fpbs2.m	Función que determina la componente de presión permanente para el movimiento vibratorio rotacional de la pantalla en la dirección del flujo.
18	fprp2.m	Función que determina la componente de presión transitoria para el movimiento vibratorio rotacional de la compuerta alrededor de la articulación.
19	fprs2.m	Función que determina la componente de presión permanente para el movimiento vibratorio rotacional de la compuerta alrededor de la articulación.
20	gdcb.m	Gráfica del coeficiente reducido de amortiguamiento por vibración flexional paralela de la pantalla en la dirección del flujo.
21	gdcr_k.m	Gráfica del coeficiente reducido de excitación por vibración rotacional de la compuerta alrededor de la articulación.
22	gdmb.m	Gráfica de la masa adherida reducida debido a la vibración flexional paralela de la pantalla en la dirección del flujo.



ANEXO B: PROGRAMAS PARA LA REVISIÓN POR ESTABILIDAD DINÁMICA

No.	Nombre	Descripción
23	gdmr_k.m	Gráfica de la masa adherida reducida debido a la vibración rotacional de la compuerta alrededor de la articulación.
24	gdcpsi.m	Gráfica del coeficiente reducido de amortiguamiento por vibración rotacional de la pantalla en la dirección del flujo.
25	gdctheta.m	Gráfica del coeficiente reducido de excitación por vibración rotacional de la compuerta alrededor de la articulación.
26	gdmpsi.m	Gráfica de la masa adherida reducida debido a la vibración rotacional de la pantalla en la dirección del flujo.
27	gdmtheta.m	Gráfica de la masa adherida reducida debido a la vibración rotacional de la compuerta alrededor de la articulación.
28	gbbp.m	Gráfica de la función que determina la componente de presión transitoria para el movimiento vibratorio paralelo de la pantalla en la dirección del flujo.
29	gpbs.m	Gráfica de la función que determina la componente de presión permanente para el movimiento vibratorio paralelo de la pantalla en la dirección del flujo.
30	gprp.m	Gráfica de la función que determina la componente de presión transitoria para el movimiento vibratorio rotacional de la compuerta alrededor de la articulación.
31	gprs.m	Gráfica de la función que determina la componente de presión permanente para el movimiento vibratorio rotacional de la compuerta alrededor de la articulación.
32	gbbp2.m	Gráfica de la función que determina la componente de presión transitoria para el movimiento vibratorio rotacional de la pantalla en la dirección del flujo.
33	gpbs2.m	Gráfica de la función que determina la componente de presión permanente para el movimiento vibratorio rotacional de la pantalla en la dirección del flujo.
34	gprp2.m	Gráfica de la función que determina la componente de presión transitoria para el movimiento vibratorio rotacional de la compuerta alrededor de la articulación.
35	gprs2.m	Gráfica de la función que determina la componente de presión permanente para el movimiento vibratorio rotacional de la compuerta alrededor de la articulación.
36	theory4.m	Función que permite calcular la rama izquierda del diagrama de estabilidad.
37	theory5.m	Función que permite calcular la rama derecha del diagrama de estabilidad.
38	FF0.m	Función que determina la relación de frecuencias de vibración agua-aire de la pantalla de la compuerta.

**Programa No.:** 1

**Nombre:** Ipt\_SP.m

**Función:** Determina los momentos y productos de inercia de la pantalla.

```
% PROGRAMA PARA EL CÁLCULO DE LOS MOMENTOS DE INERCIA I(psi), I(theta)
% e I(psi,theta) DE LA PANTALLA.

% NOTA: ESTE FICHERO SÓLO APLICA PARA LAS CARACTERÍSTICAS DE LA COMPUERTA
% PROPUESTA, PARA OTRAS COMPUERTAS SE DEBERÁN REALIZAR LOS AJUSTES
% CORRESPONDIENTES

R=17.5; W0=10.65; t=0.008; c=2.85; ht=13.5; Rs=9.585; gamma=7850;

alpha=asin(c/R);    delta=asin(ht/R);    beta=delta-alpha;
thp=(3/2)*pi-acos((ht-Rs)/R);

Rp=R;    Rt=R;

VRp=[Rp*cos(thp) Rp*sin(thp)];

thi=pi+asin(c/R);
thf=thi+beta;
th=linspace(thi,thf,100);

vint1=zeros(1,length(th));
vint2=zeros(1,length(th));
vint3=zeros(1,length(th));

for i=1:length(th)
    VRt=[Rt*cos(th(i)) Rt*sin(th(i))];
    vint1(i)=norm(VRt)*((norm(VRt))^2-dot(VRp,VRt));
    vint2(i)=norm(VRt-VRp)^2*norm(VRt);
    vint3(i)=norm(VRt)^3;
end

IptSP=gamma*W0*t*trapz(th,vint1);
IpSP=gamma*W0*t*trapz(th,vint2);
ItSP=gamma*W0*t*trapz(th,vint3);

disp(ItSP);
disp(IpSP);
disp(IptSP);
```

**Programa No.:** 2

**Nombre:** Ipt\_HG.m

**Función:** Determina los momentos y productos de inercia de las vigas horizontales

```
% PROGRAMA PARA EL CÁLCULO DE LOS MOMENTOS DE INERCIA I(psi), I(theta)
e I(psi,theta) DE LAS VIGAS HORIZONTALES.
```

```
% NOTA: ESTE FICHERO SÓLO APLICA PARA LAS CARACTERÍSTICAS DE LA
% COMPUERTA PROPUESTA, PARA OTRAS COMPUERTAS SE DEBERÁN REALIZAR LOS
% AJUSTES CORRESPONDIENTES
```

```
R=17.5; W0=10.65; Ast=.00596; c=2.85; ht=13.5; Rs=9.585; gamma=7850;
```

```
alpha=asin(c/R); delta=asin(ht/R); beta=delta-alpha;
```

```
thp=(3/2)*pi-acos((ht-Rs)/R);
```

```
Rp=R; Rt=R-.179; VRp=[Rp*cos(thp) Rp*sin(thp)];
```

```
s=0.60; lp=R*beta; N=roundn(lp/s,0)-2; s1=(lp-(N)*s)/2;
```

```
vs=zeros(1,N+2);
```

```
vs(1)=s1;
for i=2:N+1
    vs(i)=s;
end
vs(N+2)=s1;
```

```
acums=cumsum(vs); th=(pi+alpha)*ones(1,N+2)+acums/R;
```

```
int1=zeros(1,length(th));
int2=zeros(1,length(th));
int3=zeros(1,length(th));
```

```
for i=1:length(th)
    VRt=[Rt*cos(th(i)) Rt*sin(th(i))];
    int1(i)=norm(VRt)^2-dot(VRp,VRt);
    int2(i)=norm(VRt-VRp)^2;
    int3(i)=norm(VRt)^2;
end
```

```
IptHG=gamma*Ast*W0*sum(int1);
IpHG=gamma*Ast*W0*sum(int2);
ItHG=gamma*Ast*W0*sum(int3);
```

```
disp(ItHG)
disp(IpHG)
disp(IptHG)
```

**Programa No.:** 3

**Nombre:** lpt\_VG.m

**Función:** Determina los momentos y productos de inercia de las vigas verticales.

```
% PROGRAMA PARA EL CÁLCULO DE LOS MOMENTOS DE INERCIA I(psi), I(theta)
% e I(psi,theta) DE LAS VIGAS VERTICALES.
```

```
% NOTA: ESTE FICHERO SÓLO APLICA PARA LAS CARACTERÍSTICAS DE LA
% COMPUERTA PROPUESTA, PARA OTRAS COMPUERTAS SE DEBERÁN REALIZAR LOS
% AJUSTES CORRESPONDIENTES.
```

```
R=17.5; Ast=0.00596; c=2.85; ht=13.5; Rs=9.585; gamma=7850; Nvg=4;
```

```
alpha=asin(c/R); delta=asin(ht/R); beta=delta-alpha;
```

```
thp=(3/2)*pi-acos((ht-Rs)/R);
```

```
Rp=R; Rt=R-.8840;
```

```
VRp=[Rp*cos(thp) Rp*sin(thp)];
```

```
thi=pi+asin(c/R);
```

```
thf=thi+beta;
```

```
th=linspace(thi,thf,100);
```

```
vint1=zeros(1,length(th));
```

```
vint2=zeros(1,length(th));
```

```
vint3=zeros(1,length(th));
```

```
for i=1:length(th)
```

```
    VRt=[Rt*cos(th(i)) Rt*sin(th(i))];
```

```
    vint1(i)=norm(VRt)*(norm(VRt))^2-dot(VRp,VRt);
```

```
    vint2(i)=norm(VRt)*norm(VRt-VRp)^2;
```

```
    vint3(i)=norm(VRt)^3;
```

```
end
```

```
IptSP=Nvg*gamma*Ast*trapz(th,vint1);
```

```
IpSP=Nvg*gamma*Ast*trapz(th,vint2);
```

```
ItSP=Nvg*gamma*Ast*trapz(th,vint3);
```

```
disp(ItSP)
```

```
disp(IpSP)
```

```
disp(IptSP)
```

**Programa No.:** 4

**Nombre:** Ipt\_ST.m

**Función:** Determina los momentos y productos de inercia de los brazos radiales.

```
% PROGRAMA PARA EL CÁLCULO DE LOS MOMENTOS DE INERCIA I(psi), I(theta)
% e I(psi,theta) DE LOS BRAZOS LATERALES E INTERMEDIOS.
```

```
% NOTA: ESTE FICHERO SÓLO APLICA PARA LAS CARACTERÍSTICAS DE LA
% COMPUERTA PROPUESTA, PARA OTRAS COMPUERTAS SE DEBERÁN REALIZAR LOS
% AJUSTES CORRESPONDIENTES
```

```
R=17.5; ht=13.5; Ast=.1085; Rs=9.585; gamma=7850; Nlf=4;
```

```
Rp=R; thp=(3/2)*pi-acos((ht-Rs)/R);
```

```
VRp=[Rp*cos(thp) Rp*sin(thp)];
```

```
th1=3.3465; th2=3.6703; th3=3.9941; th=[th1 th2 th3];
```

```
Rt=linspace(0,R,50);
```

```
vint1=zeros(1,length(Rt));
```

```
vint2=zeros(1,length(Rt));
```

```
vint3=zeros(1,length(Rt));
```

```
int1=zeros(1,length(th));
```

```
int2=zeros(1,length(th));
```

```
int3=zeros(1,length(th));
```

```
for i=1:length(th)
    for j=1:length(Rt)
        VRt=[Rt(j)*cos(th(i)) Rt(j)*sin(th(i))];
        vint1(j)=dot(VRp,VRt)-norm(VRt)^2;
        vint2(j)=norm(VRt-VRp)^2;
        vint3(j)=norm(VRt)^2;
    end
    int1(i)=trapz(Rt,vint1);
    int2(i)=trapz(Rt,vint2);
    int3(i)=trapz(Rt,vint3);
end
```

```
IptST=Nlf*gamma*Ast*sum(int1);
```

```
IpST=Nlf*gamma*Ast*sum(int2);
```

```
ItST=Nlf*gamma*Ast*sum(int3);
```

```
disp(ItST);
```

```
disp(IpST);
```

```
disp(IptST);
```

**Programa No.:** 5

**Nombre:** mgrafico.m

**Función:** Solución gráfica del sistema de ecuaciones trascendentales ( $\xi_0$  y  $h_j$ ).

```
% MÉTODO GRÁFICO PARA VERIFICAR LAS RAICES Xi0 y eta(j) DEL SISTEMA DE
% ECUACIONES TRASCENDENTALES.

% Xi0*tanh(Xi0*bast)-F^2=0;
% eta(j)*tan(eta(j)*bast)+F^2=0;

% NOTA: PARA MEJOR VISUALIZACIÓN DE LAS RAICES DEL SISTEMA ES NECESARIO
% AJUSTAR EL VALOR DE LOS EJES (X,Y) DE LAS GRÁFICAS, SEGÚN SEA EL
% CASO.

F=1;

d0=120;      dr=120;      bast=dr/d0;
xi0=0:0.1:1.4;  eta=0:0.005:18;

x1=xi0*bast;
f1=x1.*tanh(x1);

subplot(2,1,1);
plot(x1,f1);
hold on
F2bast=F^2*bast*ones(length(xi0));
plot(x1,F2bast,'-g')
axis([0,1.4,0,1.4])
hold off

subplot(2,1,2);
x2=bast*eta;
f2=x2.*tan(x2);
plot(x2,f2,'-');
hold on
f2=-F^2*bast*ones(length(eta));
plot(x2,f2,'-g');
hold off

axis([0,18,-5,5]);
```

**Programa No.:** 6

**Nombre:** newton.m

**Función:** Método de newton para resolver el sistema de funciones trascendentales.

```
% Método de Newton-Raphson para la solución de Sistemas de ecuaciones  
% no lineales.
```

```
% Parámetros de entrada:  
% f vector de funciones simbólicas  
% x0 vector de aproximación inicial  
% tol tolerancia permitida  
% c ciclos máximos
```

```
% Parámetros de salida:  
% sol vector solución  
% iter matriz de iteraciones  
% jac jacobiano del sistema
```

```
function [sol]=newton(f,x0,tol,c)  
i=0;  
jac=jacobian(f);  
vars=findsym(f);  
deltaX=x0;  
  
while norm(deltaX)>norm(x0)*tol && i<c  
    fx0=subs(f,vars,x0);  
    dfx0=subs(jac,vars,x0);  
    deltaX=dfx0\(-fx0);  
    x0=x0+deltaX;  
    i=i+1;  
end  
  
if i<c  
    sol=x0;  
else  
    sol=['no converge';'no converge'];  
end
```

**Programa No.:** 7

**Nombre:** newtonb.m

**Función:** Método de newton para resolver el sistema de funciones trascendentales b.

```
% Método de Newton-Raphson para la solución de Sistemas de ecuaciones
% no lineales.
```

```
function [sol]=newtonb(f,x0,tol,c)
i=0;
jac=jacobian(f);
vars=findsym(f);
deltaX=x0;
while norm(deltaX)>norm(x0)*tol && i<c
    fx0=subs(f,vars,x0);
    dfx0=subs(jac,vars,x0);
    deltaX=dfx0\(-fx0);
    x0=x0+0.01*deltaX;
    i=i+1;
    %fprintf('    %i    %2.5f    %2.5f    \n',i,x0,deltaX);
end
if i<c
    sol=x0;
else
    sol=['no converge';'no converge'];
end
```

**Programa No.:** 8

**Nombre:** newtonc.m

**Función:** Método de newton para resolver el sistema de funciones trascendentales c.

```
% Método de Newton-Raphson para la solución de Sistemas de ecuaciones
% no lineales.
```

```
function [sol]=newtonc(f,x0,tol,c)
i=0;
jac=jacobian(f);
vars=findsym(f);
deltaX=x0;
while norm(deltaX)>norm(x0)*tol && i<c
    fx0=subs(f,vars,x0);
    dfx0=subs(jac,vars,x0);
    deltaX=dfx0\(-fx0);
    x0=x0+deltaX;
    i=i+1;
    %fprintf('    %i    %2.5f    %2.5f    \n',i,x0,deltaX);
end
if i<c
    sol=x0;
else
    sol=['no converge';'no converge'];
end
```



**Programa No.:** 9

**Nombre:** f\_Xi0.m

**Función:** Función que determina la solución numérica para  $\xi_0$ .

```
% FICHERO DE FUNCIÓN QUE DETERMINA LA RAIZ "Xi0" DE LA ECUACIÓN
% TRASCENDENTAL Xi0*tanh(X0*bast)-F^2=0;
```

```
function [Xi0]=f_Xi0(F,bast)
```

```
syms x1
f=x1*tanh(x1*bast)-F^2;
tol=0.000001;
c=30;
x0=0.1;
Xi0=newton(f,x0,tol,c);
```

**Programa No.:** 10

**Nombre:** f\_eta2.m

**Función:** Función que determina la solución numérica para  $h_j$ . Solución 1.

```
% FICHERO DE FUNCIÓN QUE DETERMINA LAS PRIMERAS "eta(j)" RAICES DE LA
% ECUACIÓN TRASCENDENTAL eta(j)*tan(bast*eta(j))+F^2=0.
```

```
% NOTA: ESTE FICHERO TRABAJA ADECUADAMENTE PARA VALORES DE bast=1.0.
% PARA VALORES DIFERENTES ES NECESARIO ADECUAR LA SOLUCIÓN INICIAL PARA
% LA CONVERGENCIA DEL SISTEMA.
```

```
function[eta]=f_eta2(F,bast)
```

```
syms x2
vfunc=x2*tan(bast*x2)+F^2;
tol=0.000001;
c=100;
ns=10;
```

```
eta=zeros(1);
```

```
k=1; % Inicialización del contador de la función newton.m
i=1; % Inicialización del contador de soluciones
```

```
while k<50 && i<ns+2
    %x0=(2*k-1)*pi/(2*bast);
    x0=1.58161+((k-1)*pi/2);
    sol=newton(vfunc,x0,tol,c);
    eta(k)=roundn(sol,-6);
```

```
    if eta(k)<0
        eta(k)=0;
        k=k+1;
```

```

    else
        k=k+1;
    end
    eta=unique(eta);
    i=length(eta);
end

% Reducción del vector xi0 y eta j.
eta=eta(2:length(eta)-1);

```

**Programa No.:** 11

**Nombre:** f\_eta5.m

**Función:** Función que determina la solución numérica para  $h_j$ . Solución 2.

```

% FICHERO DE FUNCIÓN PARA EL CÁLCULO DE LAS PRIMERAS "eta(j)" RAICES
% DEL SISTEMA  $x \cdot \tan(bast \cdot x) + F^2 = 0$ .

```

```

% ESTE FICHERO FUNCIONA CORRECTAMENTE PARA VALORES DE "bast" EN EL
% INTERVALO DE  $bast = [0.9, 1.2]$ .

```

```

function [eta]=f_eta5(F,bast)

ns=10;
syms x
f=x*tan(bast*x)+F^2;
tol=0.005; c=500;

eta=zeros(1,ns);
if F<=2.2
    for j=1:ns
        x0=roundn(j*pi/bast,-1);
        eta(j)=abs(newtonc(f,x0,tol,c));
    end
else
    for j=1:ns
        x0=roundn(j*pi/bast,-1);
        eta(j)=abs(newtonb(f,x0,tol,c));
    end
end
end

```

**Programa No.:** 12

**Nombre:** fpbp.m

**Función:** Función que determina la componente de presión transitoria para el movimiento vibratorio paralelo de la pantalla en la dirección del flujo.

% COMPONENTE DE PRESIÓN TRANSITORIA POR VIBRACIÓN FLEXIONAL DE LA  
% PANTALLA EN LA DIRECCIÓN DEL FLUJO. (FÓRMULA DE ISHII).

```
function [pbp]=fpbp(F,x,y,bast,Xi0)
eta0=1.0;
nmax=30;
S=0;
Wpxi0=tanh(Xi0*bast)+Xi0*bast/(cosh(Xi0*bast))^2;
for n=1:nmax
    delta=(1/n)*(sin(n*pi/bast)/(Xi0^2+(n*pi/bast)^2));
    S=S+delta;
end
pbp=2*F^4*(1/(bast*Xi0^2)+(2/pi)*S)*(cosh(Xi0*(y+bast))/cosh(Xi0*bast))
...
*(exp(-eta0*x)/Wpxi0);
```

**Programa No.:** 13

**Nombre:** fpbs.m

**Función:** Función que determina la componente de presión permanente para el movimiento vibratorio paralelo de la pantalla en la dirección del flujo.

% COMPONENTE DE PRESIÓN PERMANENTE POR VIBRACIÓN FLEXIONAL DE LA  
% PANTALLA EN LA DIRECCIÓN DEL FLUJO (FÓRMULA DE ISHII).

```
function [pbs]=fpbs(F,x,y,bast,eta)
nmax=10;
S2=0;
Wpeta=tan(eta*bast)+(eta*bast./(cos(eta*bast)).^2);
for j=1:length(eta)
    S1=0;
    for n=1:nmax
        delta1=(1/n)*sin(n*pi/bast)/(eta(j)^2-(n*pi/bast)^2);
        S1=S1+delta1;
    end
    delta2=(1/(bast*eta(j)^2)+(2/pi)*S1)*(cos(eta(j)...
        *(y+bast))/cos(eta(j)*bast))*exp(-eta(j)*x)/(Wpeta(j));
    S2=S2+delta2;
end
pbs=-2*F^4*S2;
```

**Programa No.:** 14

**Nombre:** fprp.m

**Función:** Función que determina la componente de presión transitoria para el movimiento vibratorio rotacional de la compuerta alrededor de la articulación.

```
% COMPONENTE DE PRESIÓN TRANSITORIA POR LA VIBRACIÓN ROTACIONAL DE LA
% COMPUERTA COMO CUERPO RÍGIDO (FÓRMULA DE ISHII).
```

```
function [prp]=fprp(F,x,y,bast,Xi0)
nmax=30;
eta0=1.0;
Wpxi0=tanh(Xi0*bast)+(Xi0*bast/(cosh(Xi0*bast))^2);
s1=0.0;
for n=1:nmax
    delta1=(cos(n*pi/bast)/(Xi0^2+(n*pi/bast)^2));
    s1=s1+delta1;
end
prp=2*(F^3/bast)*((1/Xi0^2)+2*s1)...
*(cosh(Xi0*(y+bast))/cosh(Xi0*bast))*(exp(-eta0*x)/Wpxi0);
```

**Programa No.:** 15

**Nombre:** fprs.m

**Función:** Función que determina la componente de presión permanente para el movimiento vibratorio rotacional de la compuerta alrededor de la articulación.

```
% COMPONENTE DE PRESIÓN PERMANENTE POR VIBRACIÓN ROTACIONAL DE LA
% COMPUERTA COMO CUERPO RÍGIDO (FÓRMULA DE ISHII).
```

```
function [prs]=fprs(F,x,y,bast,eta)
nmax=30;
Wpeta=tan(eta*bast)+eta*bast./(cos(eta*bast)).^2;

s2=0.0;
for j=1:length(eta)
    s1=0.0;
    for n=1:nmax
        delta1=cos(n*pi/bast)/(eta(j)^2-(n*pi/bast)^2);
        s1=s1+delta1;
    end
    delta2=((1/eta(j)^2)+2*s1)*(cos(eta(j)...
        *(y+bast))/cos(eta(j)*bast))*(exp(-eta(j)*x)/Wpeta(j));
    s2=s2+delta2;
end
prs=-2*(F^3/bast)*s2;
```

**Programa No.:** 16

**Nombre:** fbbp2.m

**Función:** Función que determina la componente de presión transitoria para el movimiento vibratorio rotacional de la pantalla en la dirección del flujo.

%COMPONENTE DE PRESIÓN TRANSITORIA POR VIBRACIÓN ROTACIONAL DE LA  
% PANTALLA ALREDEDOR DE UN EJE DE ROTACIÓN (FÓRMULA DE ANAMI).

```
function[pbp]=fbbp2(F,y,bast,Xi0,rs)
nmax=30;
S=0;
WpXi0=tanh(Xi0*bast)+Xi0*bast/(cosh(Xi0*bast))^2;
for n=1:nmax
    delta=(1/n)*(1/(Xi0^2+(n*pi/bast)^2))...
        *(sin(n*pi/bast)+(bast/(n*pi))*(1/rs)*(cos(n*pi/bast-1)));
    S=S+delta;
end
pbp=2*F^4*((1/(bast*Xi0^2))*(1-1/(2*rs))+(2/pi)*S)...
    *(cosh(Xi0*(y+bast))/cosh(Xi0*bast))*(1/WpXi0);
```

**Programa No.:** 17

**Nombre:** fpbs2.m

**Función:** Función que determina la componente de presión permanente para el movimiento vibratorio rotacional de la pantalla en la dirección del flujo.

%COMPONENTE DE PRESIÓN PERMANENTE POR VIBRACIÓN ROTACIONAL DE LA  
% PANTALLA ALREDEDOR DE UN EJE DE ROTACIÓN (FÓRMULA DE ANAMI).

```
function [pbs2]=fpbs2(F,x,y,eta,bast,rs)
nmax=10;
S2=0;
Wpeta=tan(eta*bast)+(eta*bast./(cos(eta*bast)).^2);
for j=1:length(eta)
    S1=0;
    for n=1:nmax
        delta1=(1/n)*(1/(eta(j)^2-(n*pi/bast)^2))...
            *(sin(n*pi/bast)+(bast/(n*pi))*(1/rs)*(cos(n*pi/bast-1)));
        S1=S1+delta1;
    end
    delta2=((1/(bast*eta(j)^2))*(1-1/(2*rs))+(2/pi)*S1)...
        *(cos(eta(j)*(y+bast))/cos(eta(j)*bast))*exp(-
eta(j)*x)/Wpeta(j);
    S2=S2+delta2;
end
pbs2=-2*F^4*S2;
```

**Programa No.:** 18

**Nombre:** fprp2.m

**Función:** Función que determina la componente de presión transitoria para el movimiento vibratorio rotacional de la compuerta alrededor de la articulación.

```
% COMPONENTE DE PRESIÓN TRANSITORIA POR VIBRACIÓN ROTACIONAL DE LA
% COMPUERTA COMO CUERPO RÍGIDO (FÓRMULA DE ANAMI).
```

```
function[prp]=fprp2(F,x,y,bast,Xi0)
eta0=1;
nmax=30;
S=0;
Wpxi0=tanh(Xi0*bast)+Xi0*bast/(cosh(Xi0*bast))^2;
for n=1:nmax
    delta=(1/(Xi0^2+(n*pi/bast)^2))*(cos(n*pi/bast));
    S=S+delta;
end
prp=2*(F^3/bast)*((1/Xi0^2)+2*S)...
    *(cosh(Xi0*(y+bast))/cosh(Xi0*bast))*(exp(-eta0*x)/Wpxi0);
```

**Programa No.:** 19

**Nombre:** fprs2.m

**Función:** Función que determina la componente de presión permanente para el movimiento vibratorio rotacional de la compuerta alrededor de la articulación.

```
% COMPONENTE DE PRESIÓN PERMANENTE POR VIBRACIÓN ROTACIONAL DE LA
% COMPUERTA COMO CUERPO RÍGIDO (FÓRMULA DE ANAMI).
```

```
function[prs]=fprs2(F,x,y,bast,eta)
nmax=10;
S2=0;
Wpeta=tan(eta*bast)+(eta*bast./(cos(eta*bast)).^2);
for j=1:length(eta)
    S1=0;
    for n=1:nmax
        delta1=(1/(eta(j)^2-(n*pi/bast)^2))*(cos(n*pi/bast));
        S1=S1+delta1;
    end
    delta2=((1/eta(j)^2)+2*S1)*(cos(eta(j)...
        *(y+bast))/cos(eta(j)*bast))*(exp(-eta(j)*x)/Wpeta(j));
    S2=S2+delta2;
end
prs=-2*(F^3/bast)*S2;
```

**Programa No.:** 20

**Nombre:** gdc.b.m

**Función:** Gráfica del coeficiente reducido de amortiguamiento por vibración flexional paralela de la pantalla en la dirección del flujo.

```
% COEFICIENTE DE AMORTIGUAMIENTO POR RADIACIÓN DE ONDAS DEBIDO A LA  
% VIBRACIÓN FLEXIONAL DE LA PANTALLA EN LA DIRECCIÓN DEL FLUJO  
% (FÓRMULA DE ISHII)
```

```
d0=118.935;      dr=120.00;      bast=dr/d0;      x=0;
```

```
F=[0.2:0.1:2.2 3:1:15];      y=linspace(-1.0,-0.9194,11);
```

```
dcb=zeros(1,length(F));
```

```
for l=1:length(F)  
    Xi0=f_Xi0(F(l),bast);  
    vint2=zeros(1,length(y));  
    for k=1:length(y)  
        pbp=fpbp(F(l),x,y(k),bast,Xi0);  
        vint2(1,k)=(1/F(l))*pbp;  
    end  
    dcb(1,l)=trapz(y,vint2);  
end
```

```
plot(F,dcb,'.-');  
%axis([0,20,0,1.1]);
```

**Programa No.:** 21

**Nombre:** gdcr\_k.m

**Función:** Gráfica del coeficiente reducido de excitación por vibración rotacional de la compuerta alrededor de la articulación.

```
% COEFICIENTE DE EXCITACIÓN DEBIDO A LA VARIACIÓN DEL FLUJO BAJO LA
% COMPUERTA, DEBIDO A LA VIBRACIÓN ROTACIONAL DE LA COMPUERTA COMO
% CUERPO RÍGIDO ALREDEDOR DE SU ARTICULACIÓN. (FÓRMULA DE ISHII)
```

```
d0=118.935;
dr=120.00;
```

```
bast=dr/d0;
x=0;
```

```
F=[0.2:0.1:2.2 3:1:15];
```

```
fcorr=[zeros(1,21) linspace(.0047,.0029,13)];
```

```
y=linspace(-1.0,-0.9194,11);
```

```
ciclo1=0;
dcr_k=zeros(1,length(F));
for l=1:length(F)
    ciclo1=ciclo1+1;
    [eta]=(1-fcorr(l))*f_eta5(F(l),bast);
    %[eta]=f_eta2(F(l),bast);
    x=0;
    vint1=zeros(1,length(y));
    ciclo2=0;
    for k=1:length(y)
        ciclo2=ciclo2+1;
        [prs]=fprs(F(l),x,y(k),bast,eta);
        vint1(1,k)=(1/F(l))*prs;
    end
    dcr_k(1,l)=trapz(y,vint1);
end
```

```
plot(F,dcr_k,'.-');
%axis([0,20,-0.2,1.1]);
```



**Programa No.:** 22

**Nombre:** gdmb.m

**Función:** Gráfica de la masa adherida reducida debido a la vibración flexional paralela de la pantalla en la dirección del flujo.

```
% MASA ADHERIDA DEBIDO A LA VIBRACIÓN FLEXIONAL DE LA PANTALLA EN LA
% DIRECCIÓN DEL FLUJO (FÓRMULA DE ISHII)
```

```
d0=118.935;
dr=120.00;
```

```
bast=dr/d0;
x=0;
```

```
F=[0.2:0.1:2.2 3:1:15];
```

```
fcorr=[zeros(1,21) linspace(.0047,.0029,13)];
y=linspace(-1.0,-0.9194,11);
```

```
ciclo1=0;
dmb=zeros(1,length(F));
for l=1:length(F)
    ciclo1=ciclo1+1;
    [eta]=(1-fcorr(l))*f_eta5(F(l),bast);
    %[eta]=f_eta2(F(l),bast);
    x=0;
    vint1=zeros(1,length(y));
    ciclo2=0;
    for k=1:length(y)
        ciclo2=ciclo2+1;
        [pbs]=fpbs(F(l),x,y(k),bast,eta); %.....FÓRMULA DE ISHII
        vint1(1,k)=(1/F(l)^2)*pbs;
    end
    dmb(1,l)=trapz(y,vint1);
end
```

```
plot(F,dmb,'.-');
%axis([0.0,20,0.0,1.1]);
```

**Programa No.:** 23

**Nombre:** gdmr\_k.m

**Función:** Gráfica de la masa adherida reducida debido a la vibración rotacional de la compuerta alrededor de la articulación.

```
% MASA ADHERIDA DEBIDO A LA VIBRACIÓN ROTACIONAL DE LA COMPUERTA COMO
% COMO CUERPO RÍGIDO ALREDEDOR DE SU ARTICULACIÓN (FÓRMULA DE ISHII).
```

```
d0=118.935;
dr=120.00;
```

```
bast=dr/d0;
x=0;
```

```
F=[0.2:0.1:2.2 3:1:15];
y=linspace(-1.0,-0.9194,11);
```

```
dmr_k=zeros(1,length(F));
```

```
for l=1:length(F)
    Xi0=f_Xi0(F(l),bast);
    vint=zeros(1,length(y));
    for k=1:length(y)
        prp=fprp(F(l),x,y(k),bast,Xi0);
        vint(1,k)=(1/F(l)^2)*prp;
    end
    dmr_k(1,l)=trapz(y,vint);
end
```

```
plot(F,dmr_k,'.-');
%axis([0,20,-0.2,1.1]);
```

**Programa No.:** 24

**Nombre:** gdcpsi.m

**Función:** Gráfica del coeficiente reducido de amortiguamiento por vibración rotacional de la pantalla en la dirección del flujo.

```
% PROGRAMA PARA EL CÁLCULO DEL COEFICIENTE DE AMORTIGUAMIENTO POR
% RADIACIÓN DE ONDAS DEBIDO A LA VIBRACIÓN ROTACIONAL DE LA PANTALLA
% (FÓRMULA DE ANAMI)
```

```
d0=110.415;
dr=110.415;
Rs=50*d0;
```

```
bast=dr/d0;
rs=Rs/d0;
x=0;
```

```
F=[0.2:0.1:2.2 3:1:15];
y=linspace(-1.0,-0.9904,21);
```

```
tol=0.000001;
c=100;
```

```
syms x1
dcpsi=zeros(1,length(F));
```

```
for l=1:length(F)
```

```
    func=x1*bast*tanh(x1*bast)-F(l)^2;
    x0=bast*F(l)^2;
    Xi0=newton(func,x0,tol,c);
```

```
    vint2=zeros(1,length(y));
    for k=1:length(y)
        pbp2=fpbp2(F(l),y(k),bast,Xi0,rs);
        vint2(1,k)=(1/F(l))*(1-(1+y(k))/rs)*pbp2;
        %vint2(1,k)=(1/F(l))*(-1-y(k)/(1-rs))*pbp2;
    end
    dcpsi(1,l)=trapz(y,vint2);
```

```
end
```

```
%disp(dcpsi)
plot(F,dcpsi,'.-');
```

**Programa No.:** 25

**Nombre:** gdctheta.m

**Función:** Gráfica del coeficiente reducido de excitación por vibración rotacional de la compuerta alrededor de la articulación.

```
% PROGRAMA PARA EL CÁLCULO DEL COEFICIENTE DE EXCITACIÓN DEBIDO AL
% MOVIMIENTO ROTACIONAL DE LA COMPERTA ALREDEDOR DE SU ARTICULACIÓN
% (FORMULA DE ANAMI)
```

```
d0=110.415;
dr=110.415;
Rs=1.065;
```

```
bast=dr/d0;
rs=Rs/d0;
x=0;
```

```
F=[0.2:0.1:2.2 3:1:6];
y=linspace(-1.0,-0.9904,21);
```

```
dctheta=zeros(1,length(F));
for l=1:length(F)
    [eta]=f_eta2(F(l),bast);
    x=0;
    vint1=zeros(1,length(y));
    for k=1:length(y)
        [prs]=fprs2(F(l),x,y(k),bast,eta);
        vint1(1,k)=(pi/2)*(1/F(l))*(1-(1+y(k))/rs)*prs;
    end
    dctheta(1,l)=trapz(y,vint1);
end
```

```
%disp(dctheta)
plot(F,dctheta,'.-');
```

**Programa No.:** 26

**Nombre:** gdmpsi.m

**Función:** Gráfica de la masa adherida reducida debido a la vibración rotacional de la pantalla en la dirección del flujo.

```
% PROGRAMA PARA EL CÁLCULO DE LA MASA ADHERIDA DEBIDO AL MOVIMIENTO
% ROTACIONAL DE LA PANTALLA (FÓRMULA DE ANAMI)
```

```
d0=118.935;
dr=118.935;
Rs=9.585;
```

```
bast=dr/d0;
rs=Rs/d0;
x=0;
```

```
F=[0.2:0.1:3.2 4:1:15];
y=linspace(-1.0,-0.9194,21);
%y=linspace(-1.0,0.0,21);
```

```
dmpsi=zeros(1,length(F));
for l=1:length(F)
    [eta]=f_eta2(F(l),bast);
    x=0;
    vint1=zeros(1,length(y));
    for k=1:length(y)
        [pbs2]=fpbs2(F(l),x,y(k),eta,bast,rs);
        %vint1(1,k)=(1/F(l)^2)*(1-(1+y(k))/rs)*pbs2;
        vint1(1,k)=(1/F(l)^2)*(-1-y(k)/(1-rs))*pbs2;
    end
    dmpsi(1,l)=trapz(y,vint1);
end
```

```
%disp(dmpsi)
plot(F,dmpsi,'.-');
```

**Programa No.:** 27

**Nombre:** gdmtheta.m

**Función:** Gráfica de la masa adherida reducida debido a la vibración rotacional de la compuerta alrededor de la articulación.

```
% PROGRAMA PARA EL CÁLCULO DE LA MASA ADHERIDA DEBIDO AL MOVIMIENTO
% ROTACIONAL DE LA COMPUERTA COMO CUERPO RÍGIDO ALREDEDOR DE SU
% ARTICULACIÓN (FÓRMULA DE ISHII)
```

```
d0=110.415;
dr=110.415;
Rs=1.065;
```

```
bast=dr/d0;
rs=Rs/d0;
x=0;
```

```
F=[0.2:0.1:2.2 3:1:15];
y=linspace(-1.0,-0.9904,21);
```

```
tol=0.000001;
c=100;
```

```
syms x1
dmtheta=zeros(1,length(F));
```

```
for l=1:length(F)
```

```
    func=x1*bast*tanh(x1*bast)-F(l)^2;
    x0=bast*F(l)^2;
    Xi0=newton(func,x0,tol,c);
```

```
    vint2=zeros(1,length(y));
    for k=1:length(y)
        prp=fprp2(F(l),x,y(k),bast,Xi0);
        vint2(1,k)=(pi/2)*(1/F(l)^2)*(1-(1+y(k))/rs)*prp;
    end
    dmtheta(1,l)=trapz(y,vint2);
```

```
end
```

```
%disp(dmtheta)
plot(F,dmtheta,'.-');
```

**Programa No.:** 28

**Nombre:** gpbp.m

**Función:** Gráfica de la función que determina la componente de presión transitoria para el movimiento vibratorio paralelo de la pantalla en la dirección del flujo.

```
% GRÁFICA DE LA FUNCIÓN QUE DETERMINA LA COMPONENTE DE PRESIÓN
% TRANSITORIA DEL MOVIMIENTO FLEXIONAL DE LA PANTALLA EN LA DIRECCIÓN
% DEL FLUJO (FÓRMULA DE ISHII)
```

```
F=10.0;
x=0.0; bast=1.0;
%y=linspace(-1.0,-0.9362,21);
%y=linspace(-1.0,0.0,41);
y=[-1.0:0.05:-0.15 -0.10:0.01:0];

Xi0=f_Xi0(F,bast);

pbp=zeros(1,length(y));
for i=1:length(y);
    pbp(1,i)=fpbp(F,x,y(i),bast,Xi0);
end
plot(pbp,y,'.-');
axis([0.0 2.0 -1.0 0.0]);
```

**Programa No.:** 29

**Nombre:** gpbs.m

**Función:** Gráfica de la función que determina la componente de presión permanente para el movimiento vibratorio paralelo de la pantalla en la dirección del flujo.

```
% GRÁFICA DE LA FUNCIÓN QUE DETERMINA LA COMPONENTE DE PRESIÓN
% PERMANENTE POR EL MOVIMIENTO FLEXIONAL DE LA PANTALLA EN LA DIRECCIÓN
% DEL FLUJO (FORMULA DE ISHII)
```

```
F=10.0;
%y=linspace(-1.0,-0.9362,21);
y=linspace(-1.0,0.0,21);

x=0.0; bast=1.0;
pbs=zeros(length(y),1);

[eta]=f_eta2(F,bast);

for i=1:length(y)
    pbs(i,1)=fpbs(F,x,y(i),bast,eta);
end
pbs=pbs';
plot(pbs,y,'.-');
%axis([-0.1,90,-1.0,0.0]);
```

**Programa No.:** 30

**Nombre:** gprp.m

**Función:** Gráfica de la función que determina la componente de presión transitoria para el movimiento vibratorio rotacional de la compuerta alrededor de la articulación.

```
% GRÁFICA DE LA FUNCIÓN QUE DETERMINA LA COMPONENTE DE PRESIÓN
% TRANSITORIA DEL MOVIMIENTO ROTACIONAL DE LA COMPUERTA COMO CUERPO
% RÍGIDO (FORMULA DE ISHII)
```

```
F=5.0;
x=0.0;
%y=linspace(-1.0,-0.9362,21);
y=linspace(-1.0,0.0,21);

bast=1.0;
Xi0=f_Xi0(F,bast);

prp=zeros(1,length(y));
for i=1:length(y)
    prp(1,i)=fprp(F,x,y(i),bast,Xi0);
end
plot(prp,y,'.-');
axis([0,1,-1,0]);
```

**Programa No.:** 31

**Nombre:** gprs.m

**Función:** Gráfica de la función que determina la componente de presión permanente para el movimiento vibratorio rotacional de la compuerta alrededor de la articulación.

```
% GRÁFICA DE LA FUNCIÓN QUE DETERMINA LA COMPONENTE DE PRESIÓN
% PERMANENTE DEL MOVIMIENTO ROTACIONAL DE LA COMPUERTA COMO CUERPO
% RÍGIDO (FORMULA DE ISHII)
```

```
F=10.0;
x=0.0;
%y=linspace(-1.0,-0.9194,51);
y=linspace(-1.0,0.0,21);

bast=1.0;
[eta]=f_eta2(F,bast);

prs=zeros(1,length(y));
for i=1:length(y)
    prs(1,i)=fprs(F,x,y(i),bast,eta);
end
plot(prs,y,'.-');
```



**Programa No.:** 32

**Nombre:** gpbp2.m

**Función:** Gráfica de la función que determina la componente de presión transitoria para el movimiento vibratorio rotacional de la pantalla en la dirección del flujo.

```
% GRÁFICA DE LA FUNCIÓN QUE DETERMINA LA COMPONENTE DE PRESIÓN
% TRANSITORIA DEL MOVIMIENTO ROTACIONAL DE LA PANTALLA ALREDEDOR DE UN
% EJE FÓRMULA DE ANAMI)
```

```
F=4.0;
x=0.0; bast=1.0;
%y=linspace(-1.0,-0.9362,21);
y=linspace(-1.0,0.0,41);

rs=0.0096;
Xi0=f_Xi0(F,bast);

pbp=zeros(1,length(y));
for i=1:length(y);
    pbp(1,i)=fpbp2(F,y(i),bast,Xi0,rs);
end
plot(pbp,y,'.-');
%axis([0.0 2.0 -1.0 0.0]);
```

**Programa No.:** 33

**Nombre:** gpbs2.m

**Función:** Gráfica de la función que determina la componente de presión permanente para el movimiento vibratorio rotacional de la pantalla en la dirección del flujo.

```
% GRÁFICA DE LA FUNCIÓN QUE DETERMINA LA COMPONENTE DE PRESIÓN
% PERMANENTE POR EL MOVIMIENTO ROTACIONAL DE LA PANTALLA ALREDEDOR DE
UN
% EJE (FORMULA DE ANAMI)
```

```
F=15.0;
%y=linspace(-1.0,-0.50,21);
y=linspace(-1.0,0.0,21);

x=0.0; bast=1.0;
rs=0.1;
pbs=zeros(length(y),1);

[eta]=f_eta2(F,bast);

for i=1:length(y)
    pbs(i,1)=fpbs2(F,x,y(i),eta,bast,rs);
end
pbs=pbs';
plot(pbs,y,'.-');
%axis([- .1,90,-1.0,0.0]);
```

**Programa No.:** 34

**Nombre:** gprp2.m

**Función:** Gráfica de la función que determina la componente de presión transitoria para el movimiento vibratorio rotacional de la compuerta alrededor de la articulación.

```
% GRÁFICA DE LA FUNCIÓN QUE DETERMINA LA COMPONENTE DE PRESIÓN
% TRANSITORIA DEL MOVIMIENTO ROTACIONAL DE LA COMPUERTA COMO CUERPO
% RÍGIDO (FORMULA DE ANAMI)
```

```
F=2.0;
x=0.0;
%y=linspace(-1.0,-0.9362,21);
y=linspace(-1.0,0.0,21);

bast=1.0;
rs=1.0;
Xi0=f_Xi0(F,bast);

prp=zeros(1,length(y));
for i=1:length(y)
    prp(1,i)=fprp(F,x,y(i),bast,Xi0);
end
plot(prp,y,'.-');
axis([0,1,-1,0]);
```

**Programa No.:** 35

**Nombre:** gprs2.m

**Función:** Gráfica de la función que determina la componente de presión permanente para el movimiento vibratorio rotacional de la compuerta alrededor de la articulación.

```
% GRÁFICA DE LA FUNCIÓN QUE DETERMINA LA COMPONENTE DE PRESIÓN
% PERMANENTE DEL MOVIMIENTO ROTACIONAL DE LA COMPUERTA COMO CUERPO
% RÍGIDO (FORMULA DE ANAMI)
```

```
F=1;
x=0.0; bast=1.0;
%y=linspace(-1.0,-0.9362,21);
y=linspace(-1.0,0.0,21);

[eta]=f_eta2(F,bast);

prs=zeros(1,length(y));
for i=1:length(y)
    prs(1,i)=fprs(F,x,y(i),bast,eta);
end
plot(prs,y,'.-');
```

**Programa No.:** 36  
**Nombre:** theory4.m  
**Función:** Función que permite calcular la rama izquierda del diagrama de estabilidad.

```
% PROGRAMA PARA CALCULAR LA SOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO DE
% LOS MODOS ACOPLADOS DE VIBRACIÓN DE LAS COMPUERTAS RADIALES.
```

```
% PROCEDIMIENTO A: SINCRONIZACIÓN DE LA VIBRACIÓN ROTACIONAL DE
% LA COMPUERTA CON LA VIBRACIÓN ROTACIONAL DE
% LA PANTALLA (VIBRACIÓN PRINCIPAL).
```

```
% Variables de entrada:
```

```
gamma=1.0;
```

```
d0=110.415;      W0=10.65;      Rs=1.065;      Rc=17.492;
Oso=4.18*pi/180;
```

```
Itheta=2.46e7;   Ipsi=2.27e7;      Ipt=8.13e6;
```

```
Oapsi=26.99378;   %Oatheta=6.88;
Zapsi=0.002;      Zatheta=0.012;
```

```
dcpsi=0.0000;    dctheta=0.0206;
dmpsi=0.0070;    dmtheta=0.0000;
```

```
g=9.81;          rho=1000;      cf=1.0;        dp=0.95;
```

```
vOatheta=linspace(70,3.5,200);
%vOatheta=[50:-1:1 0.9:-0.01:0.1];
vgwpt=zeros(1,length(vOatheta));
vXipsi=zeros(1,length(vOatheta));
vXifpsi=zeros(1,length(vOatheta));
```

```
for i=1:length(vOatheta)
```

```
Oatheta=vOatheta(i);
```

```
% Cálculo de variables adimensionales.
```

```
Owpsi=Oatheta*gamma;
```

```
%aI=0.35*250000/Itheta;
aI=Ipsi/Itheta;
aIpsi=Ipt/Ipsi;
```

```
rsa=Rs/Rc;
apsi=rho*d0^2*W0/(Ipsi/Rs^2);
%apsi=rho*d0^2*W0/(250000);
%apsi=rho*d0^2*W0/(Ipsi/(d0-Rs)^2);
```

```

k=-sin(Oso);

gpt=Oapsi/Oatheta;

% Proceso de solución

F=2*pi*Owpsi*sqrt(d0/g);
Fatheta=2*pi*Oatheta*sqrt(d0/g);

phia=atan(2*gamma*Zatheta/(1-gamma^2));
aast=(1/pi)*(aI*gamma^2/sqrt((1-gamma^2)^2+(2*gamma*Zatheta)^2));
phi=atan(2*gamma*Zatheta/(1-gamma^2));

gnw=gpt/sqrt(1+dp*apsi*dmpsi+(2/pi)*sqrt(2)*cf*k*apsi*dmtheta);

gnwpsi=1/sqrt(1+dp*apsi*dmpsi+(2/pi)*sqrt(2)*cf*k*apsi*dmtheta);

dntp=aast*((pi/2)*aIpsi+sqrt(2)*cf*(apsi*dmtheta/rsa))*cos(phi) ...
      +sqrt(2)*cf*(apsi*dcttheta/(rsa*Fatheta))*(1/gamma)*sin(phi));

dctp=(aast/2)*(-(pi/2)*aIpsi+sqrt(2)*cf*(apsi*dmtheta/rsa))*gamma ...
      *sin(phi)+sqrt(2)*cf*(apsi*dcttheta/(rsa*Fatheta))*cos(phi));

Zfpsi=dp*apsi*dcpsi/(2*gpt*Fatheta);

% Frecuencia de vibración actual

gwpt=gnw/sqrt(1+gnwpsi^2*dntp);

if abs(gwpt-gamma)>0.001

    n=1;
    while abs(gwpt-gamma)>0.0001 && n<100
        gamma=gwpt;
        aast=(1/pi)*(aI*gamma^2/sqrt((1-
gamma^2)^2+(2*gamma*Zatheta)^2));
        phi=atan(2*gamma*Zatheta/(1-gamma^2));

dntp=aast*((pi/2)*aIpsi+sqrt(2)*cf*(apsi*dmtheta/rsa))*cos(phi) ...
      +sqrt(2)*cf*(apsi*dcttheta/(rsa*Fatheta))*(1/gamma)*sin(phi));
dctp=(aast/2)*(-
((pi/2)*aIpsi+sqrt(2)*cf*(apsi*dmtheta/rsa))*gamma ...
      *sin(phi)+sqrt(2)*cf*(apsi*dcttheta/(rsa*Fatheta))*cos(phi));
Zfpsi=dp*apsi*dcpsi/(2*gpt*Fatheta);
gwpt=gnw/sqrt(1+gnwpsi^2*dntp);
n=n+1;
    end

Xifpsi=(dctp/gpt)-
Zfpsi+(sqrt(2)/pi)*cf*k*(apsi*dcttheta/(Fatheta*gpt));

```

```
Xipsi=(gwpt/gpt)*(Xifpsi-Zapsi);

if n>=100
    vgwpt(1,i)=1;
    vXipsi(1,i)=0;
    vXifpsi(1,i)=0;
else
    vgwpt(1,i)=gwpt;
    vXipsi(1,i)=Xipsi;
    vXifpsi(1,i)=Xifpsi;
end
else
    Xifpsi=(dctp/gpt)-
Zfpsi+(sqrt(2)/pi)*cf*k*(apsi*dctheta/(Fatheta*gpt));
    Xipsi=(gwpt/gpt)*(Xifpsi-Zapsi);

    vgwpt(1,i)=gwpt;
    vXipsi(1,i)=Xipsi;
    vXifpsi(1,i)=Xifpsi;

end

end

plot(vgwpt,vXifpsi,'.-');
```

**Programa No.:** 37

**Nombre:** theory5.m

**Función:** Función que permite calcular la rama derecha del diagrama de estabilidad.

```
% PROGRAMA PARA CALCULAR LA SOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO DE
% LOS MODOS ACOPLADOS DE VIBRACIÓN DE LAS COMPUERTAS RADIALES.
```

```
% PROCEDIMIENTO B: VIBRACIÓN ROTACIONAL DE LA PANTALLA SINCRONIZADA CON
% LA VIBRACIÓN ROTACIONAL DE LA COMPUERTA (VIBRACIÓN PRINCIPAL)
```

```
% Variables de entrada
```

```
gamma=1.00; % (Owtheta/Oatheta)
```

```
d0=110.415;      W0=10.65;      Rs=1.065;      Rc=17.492;
Oso=4.18*pi/180;
```

```
Itheta=2.46e7;   Ipsi=2.27e7;   Ipt=8.13e6;
```

```
Oapsi=26.99378;  %Oatheta=6.88;
Zapsi=0.002;     Zatheta=0.012;
```

```
dcpsi=0.0000;   dctheta=0.0206;
dmpsi=0.0070;   dmtheta=0.0000;
```

```
g=9.81;         rho=1000;      cf=1.0;        dp=0.95;
```

```
% Cálculo de variables adimensionales.
```

```
%aI=0.35*250000/Itheta;
aI=Ipsi/Itheta;
aIpsi=Ipt/Ipsi;
```

```
rsa=Rs/Rc;
apsi=rho*d0^2*W0/(Ipsi/Rs^2);
%apsi=rho*d0^2*W0/(250000);
%apsi=rho*d0^2*W0/(Ipsi/(d0-Rs)^2);
```

```
k=-sin(Oso);
```

```
vOatheta=linspace(70,2.5,200);
%vOatheta=[30:-1:10 9.9:-0.1:1];
vgnw=zeros(1,length(vOatheta));
vXitheta=zeros(1,length(vOatheta));
vXiftheta=zeros(1,length(vOatheta));
```

```
for i=1:length(vOatheta)
```

```
    Oatheta=vOatheta(i);
    Owtheta=Oatheta*gamma;
```

```

gpt=Oapsi/Oatheta;

% Proceso de solución

Fatheta=2*pi*Oatheta*sqrt(d0/g);
F=2*pi*Fatheta*gamma;

Zfpsi=dp*apsi*dcpsi/(2*gpt*Fatheta);

gnwpsi=1/sqrt(1+dp*apsi*dmpsi+(2/pi)*sqrt(2)*cf*k*apsi*dmtheta);
gnw=gnwpsi*gpt;

ftheta=(gnwpsi^2)*gamma*sqrt((((pi/2)*aIpsi+ ...
sqrt(2)*cf*(apsi*dmtheta/rsa))*gamma)^2+ ...
(sqrt(2)*cf*(apsi*dcttheta/(rsa*Fatheta)))^2);

phi0=atan(sqrt(2)*cf*(apsi*dcttheta/(rsa*Fatheta))/ ...
(((2/pi)*aIpsi+sqrt(2)*cf*(apsi*dmtheta/rsa))*gamma));

aast=(1/ftheta)*sqrt((gnw^2-gamma^2)^2+(2*gnw*gnwpsi*gamma ...
*(Zapsi+Zfpsi-(sqrt(2)/pi)*cf*k*(apsi*dcttheta/(Fatheta*gpt))))^2);

phi=atan(2*gnw*gnwpsi*gamma*(Zapsi+Zfpsi- ...
(sqrt(2)/pi)*cf*k*(apsi*dcttheta/(Fatheta*gpt)))/(gnw^2-gamma^2);

dmpt=(1/pi)*(aI/aast)*cos(phi0-phi);
dcpt=(1/(2*pi))*(aI/aast)*gamma*sin(phi0-phi);

Xiftheta=dcpt;
gwtt=1/sqrt(1+dmpt);

if abs(gwtt-gamma)>0.0001
    n=1;
    while abs(gwtt-gamma)>0.00001 && n<100
        gamma=gwtt;
        aast=(1/ftheta)*sqrt((gnw^2-gamma^2)^2+(2*gnw*gnwpsi*gamma ...
*(Zapsi+Zfpsi-
(sqrt(2)/pi)*cf*k*(apsi*dcttheta/(Fatheta*gpt))))^2);
        phi=atan(2*gnw*gnwpsi*gamma*(Zapsi+Zfpsi- ...
(sqrt(2)/pi)*cf*k*(apsi*dcttheta/(Fatheta*gpt)))/(gnw^2-
gamma^2);
        phi0=atan(sqrt(2)*cf*(apsi*dcttheta/(rsa*Fatheta))/ ...
(((2/pi)*aIpsi+sqrt(2)*cf*(apsi*dmtheta/rsa))*gamma));
        dmpt=(1/pi)*(aI/aast)*cos(phi0-phi);
        gwtt=1/sqrt(1+dmpt);
        n=n+1;
    end
    dcpt=(1/(2*pi))*(aI/aast)*gamma*sin(phi0-phi);
    Xiftheta=dcpt;
    Xitheta=gwtt*(Xiftheta-Zatheta);

if n>=100

```

```
        vgnw(1,i)=1;
        vXitheta(1,i)=0;
        vXiftheta(1,i)=0;
    else
        vgnw(1,i)=gnw;
        vXitheta(1,i)=Xitheta;
        vXiftheta(1,i)=Xiftheta;
    end
else
    Xitheta=gwtt*(Xiftheta-Zatheta);
    Xiftheta=dcpt;
    vgnw(1,i)=gnw;
    vXitheta(1,i)=Xitheta;
    vXiftheta(1,i)=Xiftheta;

end
end

aux=real(vXiftheta);
plot(vgnw,aux,'.-');
```



**Programa No.:** 38

**Nombre:** FF0.m

**Función:** Función que determina la relación de frecuencias de vibración agua-aire de la pantalla de la compuerta.

```
% PROGRAMA QUE DETERMINA LA GRÁFICA DE LA RELACIÓN DE FRECUENCIAS DE
% VIBRACIÓN AGUA-AIRE
```

```
% ESTE PROGRAMA FUNCIONA ADECUADAMENTE PARA bast=1.0. DEBIDO A QUE
% EMPLEA LA FUNCIÓN f_eta2. EL CÁLCULO DE pbs PUEDE HACERSE CON LA
% FÓRMULA DE ANAMI O ISHII RESPECTIVAMENTE.
```

```
%apsi=591.48;
```

```
apsi=569.01;
```

```
F=[0.2:0.1:2.2 3:1:15];
```

```
d0=110.415; dr=110.415; Rs=1.065; dp=0.95;
```

```
bast=dr/d0; rs=Rs/d0; x=0;
```

```
y=linspace(-1.0,-0.9903,21);
```

```
dmpsi=zeros(1,length(F));
```

```
F0=zeros(1,length(F));
```

```
for l=1:length(F)
```

```
    [eta]=f_eta2(F(l),bast);
```

```
    x=0;
```

```
    vint1=zeros(1,length(y));
```

```
    for k=1:length(y)
```

```
        %[pbs2]=fpbs2(F(l),x,y(k),eta,bast,rs);
```

```
        %vint1(1,k)=(1/F(l)^2)*(1-(1+y(k))/rs)*pbs2;
```

```
        %vint1(1,k)=(1/F(l)^2)*(-1-y(k)/(1-rs))*pbs2;
```

```
        [pbs]=fpbs(F(l),x,y(k),bast,eta);
```

```
        vint1(1,k)=(1/F(l)^2)*pbs;
```

```
    end
```

```
    dmpsi(1,l)=trapz(y,vint1);
```

```
    F0(l)=F(l)*sqrt(1+dp*apsi*dmpsi(l));
```

```
end
```

```
F0=real(F0);
```

```
gnwpsi=F./F0;
```

```
plot(F0,gnwpsi,'.-');
```

## **BIBLIOGRAFÍA.**

- Anami, K. Ishii, N. Knisely, C.W. Added mass and wave radiation damping for flow-Induced rotational vibrations of skinplates of hydraulic gates. Journal of Fluids and Structures, No. 35. 2012. Pags. 213-228.
- Anami, K. Ishii, N. Knisely, C.W. Field vibration tests and dynamic stability analysis of a full-scaled tainter gate. ASME.VOL. 488. Risk and reliability and evaluation of components and machinery. PVP2004-3008. California, USA. 2004. July 25-29. Pags. 1-8.
- Anami, K. Ishii, N. Knisely, C.W. Pressure induced by vertical planar and inclined curved weir-plates undergoing streamwise rotational vibration. Journal of fluids and structures. No. 29. 2012. Pags. 35-49.
- Anami, K. Ishii, N. Knisely, C.W. Theory of coupled-mode self-excited vibration of tainter gates. International Journal of Mechanical Engineering and Robotics Research. ISSN 2278-0149. Vol. 3, No. 4. 2014. October. Pags 678-707.
- Anami, K. Ishii, N. Tsuji, Tsuji, T. Oku, T. Goto, M. Yagi, K. Knisely, C.W. Couple-mode dynamic instability of tainter gates with parallel bending vibration of the skinplate. Proceedings of the ASME 2010 3rd Joint US-European Fluids Engineering Summer Meeting. FEDSM-ICNMM2010. Montreal, Canada. 2010. August 1-5. Pags. 513-520.
- Anami, Keiko. Ishii, Noriaki. Knisely, Charles.W. Tsuji, Takuma y Oku, Tatsuya. Method for identifying dynamic instability of tainter gates. Hydroworld.com. October, 2013.
- Design of spillway tainter gates. Engineer Manual, No. 1110-2-2702. U.S. Army Corps of Engineers. Washington, DC. 2002.
- Ishii, N. Anami, K. Knisely C.W. Schultz, M.G. Slinkard, S.D. Todd, R.V. Field testing of the dynamic stability of the Thermalito diversion dam tainter-gates. Department of water resources, State of California. 2007. July. Pags. 147-172.
- Ishii, N. Flow-induced vibration of long-span gates. Part I: Model development. Journal of fluids and structures. No. 6. 1992. Pags. 539-562.

- Ishii, N. Imaichi, K. Takemoto, S. Water waves and structural loads caused by a periodic change of discharge from a Sluice-Gate. Bulletin of the JSME, Vol. 20. No. 146. 1977. August. Pags. 998-1007.
- Ishii, N. y Naudascher, E. A design criterion for dynamic stability of tainter gates. Journal of Fluids and Structures. 1992. 6. Pags. 67-84.
- Levi, Enzo. Mecánica de fluidos: Introducción teórica a la hidráulica moderna. Unam, México 1965. Capítulo I y II.
- Novak, P. Moffat, A.I.B. Nalluri, C. Hydraulic Structures. Fourth Edition. N.Y. USA. Taylor & Francis, 2007. Pags. 267-288. [13]
- Ortiz Martínez, Víctor Manuel. Relaciones de descarga en compuertas radiales comparando los métodos propuestos por Toch y Tel con mediciones en un modelo físico. Tesis de Maestría, Unam. México, 2007. 91 Pags.
- Quintana y Topete, Jorge Ernesto. Diseño estructural de compuertas radiales. Tesis de Licenciatura. Unam, Facultad de Ingeniería. México, 1992. 108 Pags.
- Seismic load son Spillway Gates. U.S. Department of the interior, Bureau of Reclamation. Última modificación 21 de Noviembre de 2012.