



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE CIENCIAS

**EL PROBLEMA DE LA MEDICIÓN EN LOS
FUNDAMENTOS DE LA MECÁNICA CUÁNTICA**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

FÍSICO

P R E S E N T A:

EDGAR ORLANDO RAMÍREZ CASTRO



**DIRECTOR DE TESIS:
DR. ELÍAS OKÓN GURVICH**

2016

Ciudad Universitaria, CDMX



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Hoja de Datos del Jurado

| | |
|---|---|
| 1. Datos del alumno | 1. Datos del alumno |
| Apellido paterno | Ramírez |
| Apellido materno | Castro |
| Nombres | Edgar Orlando |
| Teléfono | 5524331342 |
| Universidad Nacional Autónoma de México | Universidad Nacional Autónoma de México |
| Facultad de Ciencias | Facultad de Ciencias |
| Carrera | Física |
| Número de cuenta | 409098222 |
| 2. Datos del tutor | 2. Datos del tutor |
| Grado | Dr |
| Nombre | Elías |
| Apellido paterno | Okón |
| Apellido materno | Gurvich |
| 3. Datos del sinodal 1 | 3. Datos del sinodal 1 |
| Grado | Dr |
| Nombres | Daniel Eduardo |
| Apellido paterno | Sudarsky |
| Apellido materno | Saionz |
| 4. Datos del sinodal 2 | 4. Datos del sinodal 2 |
| Grado | Dr |
| Nombre | Alberto |
| Apellido paterno | Güijosa |
| Apellido materno | Hidalgo |
| 5. Datos del sinodal 3 | 5. Datos del sinodal 3 |
| Grado | Dr |
| Nombres | Erick Leonardo |
| Apellido paterno | Patiño |
| Apellido materno | Jaidar |
| 6. Datos del sinodal 4 | 6. Datos del sinodal 4 |
| Grado | Dr |
| Nombre | Pablo |
| Apellido paterno | Barberis |
| Apellido materno | Blostein |
| 7. Datos del trabajo escrito | 7. Datos del trabajo escrito |
| Título | El problema de la medición en los fundamentos de la mecánica cuántica |
| Número de páginas | 88 p |
| Año | 2016 |

Agradecimientos

Al Dr. Elías Okón por su apoyo incondicional no sólo en la elaboración de esta tesis, sino también por la enseñanza de una nueva perspectiva de la física.

A los sinodales Alberto Güijosa, Leonardo Patiño y Pablo Barberis que formaron parte de la observación y corrección del proyecto, por su apoyo y atención. Especialmente al Dr. Sudarsky por su tiempo, por los comentarios minuciosos de mi trabajo y por sus consejos.

A mi madre que sin su apoyo y confianza no lo habría logrado.

A mi padre quien siempre estuvo ahí.

A mi hermano por sus enseñanzas.

A mis primos, hermanos.

A Citlali por la motivación que me brindó.

A Carlos maestro y amigo que sin él no sería lo que soy.

A mis amigos, esenciales en la vida.

Índice

| | |
|--|----|
| Introducción | 1 |
| I. La interpretación estándar de la mecánica cuántica | 4 |
| Preliminares históricos..... | 4 |
| Superposición..... | 6 |
| Formalismo Matemático | 16 |
| Conceptos de la interpretación estándar..... | 25 |
| II. El problema de la medición..... | 35 |
| El gato de Schrödinger | 35 |
| Respuestas y contrarespuestas al problema de la medición en la interpretación estándar | 39 |
| Tres problemas de la medición | 52 |
| III. Interpretaciones alternativas | 58 |
| Variables ocultas | 58 |
| Colapso objetivo..... | 68 |
| Muchos mundos..... | 74 |
| Conclusiones | 83 |
| Bibliografía | 87 |

Introducción

La mecánica cuántica es una teoría física que se ha ido desarrollando paulatinamente. Por un lado, porque su objeto de estudio son los sistemas microscópicos y estos no pueden accederse por medio de relaciones empíricas directas, es decir, por medio de los sentidos. Por otro lado, porque se trata de un constructo colectivo elaborado por físicos y matemáticos individualmente o grupos de ellos. Cada uno colaboró en la solución de algún problema, en el esclarecimiento de conceptos o situaciones físicas, o bien, en la formalización matemática para conducirla a ser una teoría sólida. Todos los aportes llevaron a la conformación de la interpretación estándar de la mecánica cuántica.

La *interpretación estándar de la mecánica cuántica* es la interpretación que generalmente se utiliza en la actualidad para hacer predicciones de los sistemas microscópicos; y es el resultado formal y conceptual de los trabajos realizados por Dirac y von Neumann. Sus trabajos precisaron el proceder de la mecánica cuántica con base en la *interpretación de Copenhague*. No resulta conveniente tomar a la interpretación de Copenhague como referencia para explicar el funcionamiento de la mecánica cuántica, dado que dicha interpretación consta de un conjunto de conceptos y supuestos filosóficos muchas veces innecesarios o inconsistentes entre sí.

El éxito de la teoría estándar es innegable, debido a que los resultados que se obtiene de ella son muy precisos. Este hecho podría indicarnos que la teoría se apega al funcionamiento real del mundo. Sin embargo, como veremos, la teoría se conforma por dos ecuaciones de evolución incompatibles entre sí y relacionadas por un postulado que, a fin de cuentas, resulta vago.

Dicho aspecto conlleva al problema fundamental de la interpretación estándar llamado *el problema de la medición*. Básicamente, el problema radica en que es necesaria la división del mundo en uno que observa y otro que es observado. Esto provoca el abandono de una imagen objetiva y realista del mundo, contrario al cometido de la física.

El problema de la medición no fue visto realmente como un problema por algunos de los fundadores de la mecánica cuántica como Bohr o Heisenberg, sino como una característica que muestra los límites del conocimiento humano. Para ellos, hay un límite para saber del mundo y éste se encuentra en cómo procede la mecánica cuántica. No obstante, este problema no sólo muestra que hay una separación del mundo (el que es observado y el que observa), sino que expone un “salto” injustificado entre dos leyes de evolución de los sistemas cuánticos en la teoría estándar.

Antes de abordar propiamente el problema de la medición, el cual es el tema central de este trabajo, se expondrá el formalismo matemático básico y las ideas fundamentales de la interpretación estándar de la mecánica cuántica para entender su funcionamiento. Esta exposición conformará el primer capítulo.

Para introducir las ideas que conforman la interpretación estándar de la mecánica cuántica se presentará un fenómeno físico llamado *superposición*¹. La idea general del principio asevera que, si dos estados físicos de un sistema son posibles, digamos el estado A

¹ La idea que representa el concepto de superposición puede tomar distintos matices dependiendo del uso que se le da en distintas áreas de la física. Por ejemplo, en mecánica clásica la superposición o el principio de superposición es una herramienta matemática que sirve para simplificar la solución de problemas, al descomponer un problema lineal en la suma de otros dos, o más, problemas sencillos. A diferencia de la mecánica clásica, en mecánica cuántica se trata de un fenómeno que ocurre en los sistemas físicos, no solamente una herramienta matemática.

y el estado B , entonces su superposición S también lo es, “ $(S=A+B)$ ”. La superposición es un fenómeno que ocurre claramente en los sistemas físicos microscópicos y, por ello, cualquier formalismo o interpretación que pueda construirse en la mecánica cuántica debe apegarse a este hecho.

En el segundo capítulo se explicará detalladamente en qué consiste el problema de la medición. Asimismo, se exhibirán algunos intentos por solucionarlo y, finalmente, se propondrá una estructura formal con base en el problema de la medición para clasificar y evaluar posibles alternativas a la interpretación estándar.

El tercer y último capítulo se conformará por la exposición de tres teorías alternativas que solucionan el problema de la medición con base en dicha clasificación. Se explicará, a grandes rasgos, el funcionamiento de cada alternativa y cómo solucionan el problema de la medición.

Un comentario al respecto de este escrito es que no se pretende abordar ningún aspecto relativista de la mecánica cuántica. Al tomar en cuenta la relatividad especial sería necesario cambiar la ontología fundamental del mundo. Esto es, en vez de considerar partículas que configuran el mundo material se tendría que pensar ahora en perturbaciones de un campo cuántico. Si se ajusta el formalismo cuántico estándar de tal forma que sea consistente con la relatividad especial, entonces trataríamos ahora con la *teoría cuántica de campos*. Por otro lado, exponer el problema de la medición en este trabajo tiene que ver más con la estructura de la teoría que con su ontología, por lo que este análisis no se llevará a cabo.

I. La interpretación estándar de la mecánica cuántica

Preliminares históricos

La mayoría de los libros introductorios de la teoría cuántica se inclinan por la presentación de los aspectos históricos sobre su desarrollo. El punto de partida que se tomará en este escrito será a partir de la exposición del *fenómeno de superposición*. El tomar como punto de partida este principio nos permite presentar el formalismo matemático y los conceptos fundamentales que conforman la teoría. Aun así, expondremos brevemente el origen de esta teoría a través de tres hechos históricos: los fenómenos radiactivos, la cuantización de la energía y los datos espectrográficos².

Los fenómenos radiactivos se refieren a los rayos X y catódicos y conduce al modelo atómico propuesto por el físico neozelandés Ernest Rutherford (1871-1937) en 1911. La cuantización de la energía se introduce por el físico alemán Max Planck (1858-1947) en 1900 al discretizar los valores que la energía electromagnética puede tomar cuando interactúa con un cuerpo negro; se refuerza por los trabajos del físico alemán Albert Einstein (1879-1955) en 1905 con la explicación del efecto fotoeléctrico. En cuanto al problema de los datos espectrográficos, se trata sobre la deducción teórica de las líneas que se observan en los espectros de los diferentes elementos químicos. El físico danés Niels Henrik David Bohr (1885-1962) unió las ideas de estos hechos y propuso su modelo atómico en 1913. Estos tres hechos representan lo que se conoce como la vieja teoría cuántica. Sin embargo, se necesitaba

² Un recuento histórico detallado y esta forma de exponerlo se puede ver en [Sánchez 2005, 255].

de algún formalismo matemático que dilucidara desde un mismo punto de vista estos fenómenos.

En la década de 1920 se desarrollaron dos formulaciones de la mecánica cuántica. La primera, propuesta por el físico alemán Werner Heisenberg (1901-1976) en 1925, planteaba el aparato matemático matricial del álgebra lineal para explicar el funcionamiento de los fenómenos cuánticos. Es por esto que su formulación es conocida como la *mecánica matricial*. La segunda formulación fue propuesta por el físico austriaco Erwin Schrödinger (1887-1961) en 1926. Una influencia notable en su formulación fue debida al físico francés Louis de Broglie (1892-1987), por proponer la naturaleza ondulatoria del electrón y demás partículas. Con esta idea Schrödinger construyó la ecuación dinámica de los sistemas cuánticos que lleva su nombre. La formulación construida por él se conoce como la *mecánica ondulatoria*. No obstante, las dos formulaciones son equivalentes. Para entender en qué consiste cada formulación, así como su equivalencia, citaré un fragmento de su tercer trabajo publicado en *Annalen der Physik* el 4 de mayo de 1926:

Considerando las extraordinarias diferencias entre los puntos de partida y los conceptos de la mecánica cuántica de Heisenberg y la teoría que ha sido denominada mecánica «ondulatoria» o «física»... es muy extraño que estas dos teorías estén de acuerdo *la una con la otra* con respecto a los hechos conocidos, donde se diferencian de la vieja teoría cuántica. Me refiero, en particular, a la peculiar «semi-entericidad»... Verdaderamente, es muy sorprendente, porque los puntos de partida, presentaciones, métodos, y de hecho todo el aparato matemático, parece fundamentalmente diferente. Sobre todo, en las dos teorías la desviación con respecto a la mecánica clásica parece tener lugar en direcciones diametralmente opuestas. En el trabajo de Heisenberg las variables continuas clásicas son reemplazadas por sistemas de magnitudes numéricas discretas (matrices), que dependen de un par de índices enteros, y que se definen mediante ecuaciones *algebraicas*. Los propios autores, describen la teoría como una «verdadera teoría del discontinuo». Por otra parte, la mecánica ondulatoria muestra justo la tendencia opuesta;

representa un paso de la mecánica clásica de partículas hacia una *teoría continua*. En lugar de un proceso descrito en términos de un número finito de variables dependientes, que tienen lugar en un número finito de ecuaciones diferenciales totales, tenemos un proceso continuo de *tipo de campos* en el espacio de configuración, gobernado por una única ecuación en derivadas parciales, deducida de un principio de acción.³

La aportación de los trabajos de Bohr, Heisenberg, Schrödinger, entre otros, conlleva a formular una interpretación de la teoría cuántica que, en general, se enseña al estudiante para introducirlo formalmente en ella. La *Interpretación de Copenhague* surge como el conjunto heterogéneo de estas ideas, no siempre autoconsistentes, y de conceptos filosóficos, como la complementariedad propuesta por Bohr. Consideramos, aquí, a la *Interpretación Estándar* como el resultado de los esfuerzos de Dirac y von Neumann para que las ideas heterogéneas de la interpretación de Copenhague converjan de manera consistente en una teoría sólida.

En el presente trabajo se tomarán principalmente los conceptos de la mecánica matricial utilizando la notación de Dirac y la ecuación dinámica, la ecuación de Schrödinger, para explicar la interpretación estándar.

Superposición

El principio de superposición⁴ en la mecánica cuántica generalmente se plantea en los libros de texto al mencionar un experimento representativo llamado el *experimento de interferencia de la doble rendija para electrones*, así como el aparato matemático para explicarlo. El fenómeno de la interferencia es propio de los fenómenos ondulatorios y la forma más sencilla

³ [Sánchez 2005, 466-467]

⁴ Tomar la idea del principio de superposición como punto de partida para exponer los conceptos y la formulación de la interpretación estándar se toma del escrito *Quantum Mechanics and Experience* (1992) del físico y filósofo de la ciencia estadounidense David Albert.

y apropiada para explicarlo es a partir del principio de Huygens, el cual dice que cualquier punto de un frente de onda previo se comporta como un emisor secundario de ondas esféricas cuya velocidad, frecuencia y longitud de onda son las mismas que las del frente de onda anterior. De este modo, si la dirección de dos o más puntos del frente de onda cambia, y las direcciones de propagación de los frentes de onda secundarios son perpendiculares entre sí, entonces se observará un patrón de interferencia cuando interaccionen estos frentes de onda. Este principio permite “[predecir] la intensidad de la onda en cualquier punto al determinarse la superposición lineal de las ondas que empiezan desde todos los puntos posibles de un frente de onda previo” [Bohm 1979, 174].

Con lo dicho, podemos comprender la idea básica de la superposición en un contexto físico y se puede formular de la siguiente manera: si Ψ_1 y Ψ_2 son dos estados (puntos del frente de onda) que caracterizan un sistema físico, entonces su combinación lineal (superposición) $a \Psi_1 + b \Psi_2$, donde a y b son constantes arbitrarias, es también un estado del sistema. Es decir, si tomamos al frente de onda como el sistema físico que se estudia y, además, consideramos cada punto en él como uno de sus estados, entonces la suma de todos estos estados es también un estado del sistema.

La mecánica cuántica toma por analogía esta explicación pues el efecto es el mismo que se observa en los fenómenos ondulatorios. Sin embargo, abordar el principio de superposición sólo de esta forma conlleva a una confusión sobre la naturaleza de los electrones y otras partículas elementales. Lo que se mostrará a continuación es que, más que considerar dicho comportamiento como un fenómeno puramente ondulatorio, se trata de una conducta fundamental de las partículas que conforma la materia.

Para mostrar este principio esbozaremos, de manera ilustrativa, la idea esencial del funcionamiento de una serie de experimentos que se han realizado. Pensemos en un arreglo experimental cuya función es separar y medir el valor de dos propiedades de una clase de partículas, en este caso tomaremos a los electrones como las partículas muestra⁵. Una propiedad corresponderá al espín⁶ medido en el eje espacial z y la otra al espín medido en el eje espacial w ⁷. Cabe mencionar que, para los electrones, el espín a lo largo de un eje dado sólo puede tomar dos valores posibles que llamaremos espín arriba (\uparrow) y espín abajo (\downarrow).

El espín es una propiedad que no tiene un análogo exacto con la mecánica clásica. Para tener una idea intuitiva de esta propiedad podríamos pensarlo como el movimiento de rotación. Empero, no es posible aceptar esta explicación porque consideramos al electrón como una partícula puntual, es por esto que sólo se considera al espín como el momento angular intrínseco de la partícula como lo es la masa o la carga eléctrica. Sin embargo, considerar solamente al electrón como partícula puntual no es suficiente para decir que el espín es una propiedad intrínseca. Esta aseveración viene de la estructura matemática utilizada. Esto es, para matematizar al espín es necesario describirlo en el espacio de espín, no en el espacio de posiciones o momentos. Es decir, el espín no es una propiedad que se derive de otras cantidades físicas, como la posición o el momento en el espacio.

⁵ Además del uso de electrones para elaborar este tipo de experimentos, se han tomado otras partículas como neutrones, protones o, incluso, átomos de plata [Albert 1992, 1].

⁶ Escogemos el espín como propiedad a tratar, sin embargo, esto mismo sucede para una cantidad diversa de propiedades.

⁷ El eje espacial w representa un eje perpendicular al establecido por el eje espacial z , es decir, el eje w se encuentra a un ángulo de 90° con respecto al eje z .

Un experimento que prueba la existencia de esta propiedad es conocido como el experimento de Stern-Gerlach.⁸ En resumidas cuentas, el experimento de Stern-Gerlach consiste en separar a los electrones de acuerdo a su valor de espín por medio de campos magnéticos generados a un costado de la trayectoria de los electrones. Al salir del dispositivo que separa a los electrones, estos colisionarán en una pantalla donde dejarán dos manchas bien definidas. Estas manchas representan los dos valores posibles del espín.

Comencemos con la explicación del experimento que ilustrará el principio de superposición. El primer dispositivo de medición consta de una fuente donde los electrones serán producidos y dirigidos hacia el dispositivo que separará a los electrones según el valor de espín que tomen para el eje espacial z , pensemos en los campos magnéticos del experimento de Stern-Gerlach. Éste, a su vez, tiene dos aberturas de salida donde, por una de ellas, saldrán sólo los electrones con espín arriba (\uparrow_z) y, por la otra, saldrán los que tienen espín abajo (\downarrow_z) (véase la figura 1.1). La misma estructura experimental se utiliza para determinar el espín para el eje espacial w (véase figura 1.2). Consideremos que la calidad del dispositivo es lo suficientemente buena como para que el valor del espín del electrón no sea alterado en el proceso por algún elemento interno del sistema. Además, la medición se obtiene por la posición final de los electrones sobre un detector.

⁸ Una descripción detallada del experimento puede encontrarse en [Cresser 2009, 54-69].

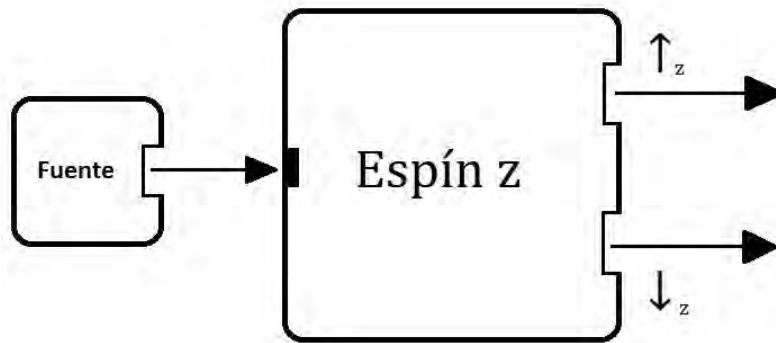


Figura 1.1

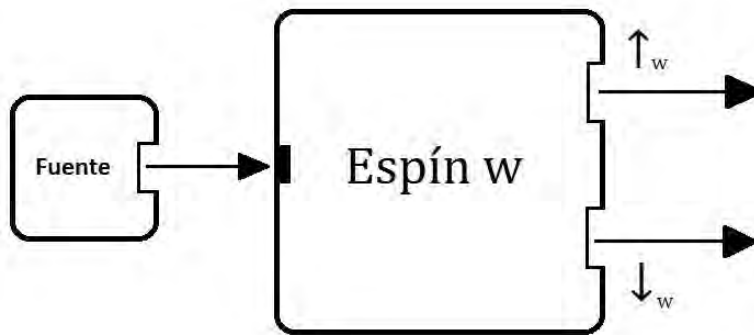


Figura 1.2

Cabe mencionar que los valores de las dos propiedades no están correlacionados, es decir, el valor que tome el espín en el eje z no afecta al valor del espín en el eje w . Esto es así pues si, por ejemplo, tenemos una colección de electrones con espín \uparrow_z que se introducen en la abertura de entrada del dispositivo que mide el espín del eje w , entonces justo la mitad de estos electrones saldrán a través de la abertura de espín \uparrow_w y la otra mitad a través de la abertura de espín \downarrow_w .

Pensemos ahora en un arreglo experimental que consta de tres dispositivos de medición en secuencia (véase figura 1.3). Al primero entrarán los electrones de la fuente y saldrán sólo los electrones con espín \uparrow_z , pues tapamos la otra abertura. De esta forma, los electrones que entrarán al siguiente dispositivo, que separa a los electrones con la propiedad de espín w , serán los electrones con espín \uparrow_z . Haremos lo mismo con el dispositivo que divide el espín w : tapamos una abertura y dejamos que los electrones salgan por la abertura de espín \uparrow_w . Se podría deducir lógicamente que los electrones que salen de esta última abertura son los electrones con espín \uparrow_z y \uparrow_w , sin embargo, no es lo que sucede.

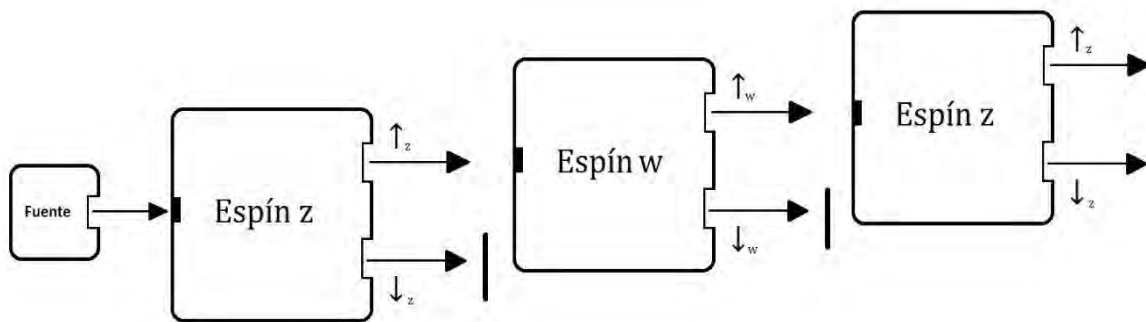


Figura 1.3

Al colocar un tercer dispositivo que determine, de nuevo, el espín para el eje z , el resultado es que la mitad de los electrones que entran al tercer dispositivo salen con espín \uparrow_z y la otra mitad con espín \downarrow_z . Es decir, aunque anteriormente se afirmaba que sólo salían los electrones con espín \uparrow_z del primer dispositivo, al pasar por el segundo dispositivo y, posteriormente, volver a medir el espín en z , la medición final nos muestra que la mitad de los electrones tiene espín \uparrow_z y la otra mitad espín \downarrow_z . La distribución de los valores de espín

en z de los electrones se reconfigura de tal forma que no nos permite predecir exactamente el valor de la siguiente medición.

Así, aparentemente el dispositivo que mide el espín en w alteró la propiedad de espín en z , lo que nos lleva a formular dos preguntas: la primera, “¿El dispositivo que mide el espín en w puede construirse de tal forma que no altere la propiedad en z ?” y, la segunda, “¿Qué es eso que determina precisamente cuales de los electrones han cambiado el espín z y cuáles no?” [Albert 1992, 4-5].

Aclaremos primero la segunda pregunta. Para responderla Albert sugiere que es menester saber qué aspecto determina que un electrón adopte cierto valor de la propiedad y , para esto, necesitaríamos monitorear a todo electrón que entre en el primer dispositivo. Asimismo, nos aseguraríamos de que los estados físicos de los dispositivos no interfieran de alguna manera en la medición del valor del espín y , posteriormente, observaríamos las correlaciones entre las propiedades de espín w y espín z que pudieran tener los electrones. No obstante, no importa hasta qué punto llevemos a cabo el arreglo experimental, “aquellos electrones cuyo espín z cambió al pasar a través del dispositivo que mide el espín w y aquellos que no cambiaron no necesitan diferir inicialmente uno del otro de ninguna manera” [Albert 1992, 5], es decir, hasta ahora, no hay forma de saberlo.

Para responder la primera pregunta, Albert afirma que “no importa la configuración que se realice en el arreglo experimental, cualquiera produce la misma estadística antes descrita” [Albert 1992, 5]. De esta forma, no podríamos obtener una colección de electrones con un valor específico de cierta propiedad para este tipo de experimentos, pues cualquiera que sea la configuración y la calidad del arreglo experimental siempre se tendrá el mismo

resultado. Esto implica una naturaleza de incompatibilidad entre las propiedades y se relaciona con el llamado *principio de incertidumbre*, que discutiremos más adelante.

Ilustremos un último arreglo experimental para entender con más precisión dicho comportamiento. Construimos un arreglo experimental como en la figura 1.4. Este arreglo nos permitirá cambiar la dirección de los electrones sin cambiar la propiedad de espín w . Los electrones con espín \uparrow_w se dirigirán hacia un espejo o pared reflejante que los reflejará hacia una caja (dispositivo); lo mismo ocurrirá para los electrones con espín \downarrow_w . La caja sincronizará las trayectorias de los electrones con los dos valores de espín w y las redirigirá en una sola hacia la salida de la caja donde los electrones serán medidos. Un último elemento del arreglo experimental es la incorporación de una pared móvil que nos permitirá tapan la abertura de donde salen los electrones con espín \downarrow_w .

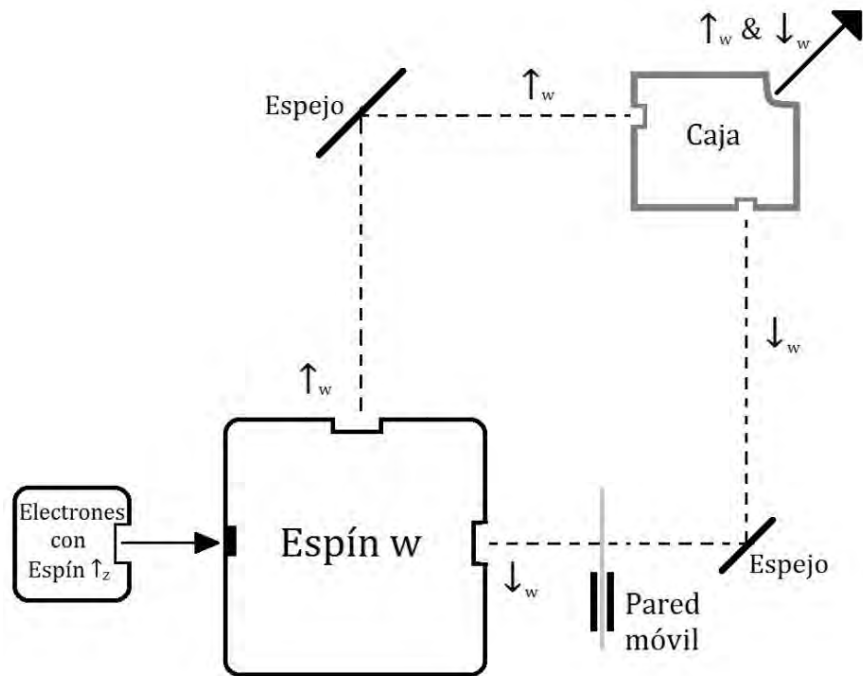


Figura 1.4

Tenemos dos casos: el primero, con la pared móvil en la posición donde se deja pasar a los electrones y, el segundo, en la posición donde se impida su paso por la trayectoria de \downarrow_w . En el primer caso, el resultado que obtenemos es que el total de los electrones que se miden al final del proceso de medición para este arreglo son electrones con espín \uparrow_z , donde la mitad de ellos tendrá espín \uparrow_w y la otra mitad espín \downarrow_w . Lo interesante de esta primera configuración es que el valor de espín \uparrow_z de ningún electrón se vio alterado por el dispositivo que separa los electrones con espín w , lo que parece ir en contra de lo que se obtiene con el experimento anterior de los tres dispositivos. Esta configuración nos muestra que la estructura interna del arreglo experimental no altera el valor de las propiedades, puesto que el valor de espín z de los electrones al pasar por el dispositivo no se vio afectado.

En cuanto a la segunda configuración, es decir, con la pared móvil que obstruye el paso de los electrones por una abertura, se observa que sólo la mitad de los electrones pasan al final del recorrido, como es de suponerse, pues se impide la salida de los electrones con espín \downarrow_w . Además, todos los electrones (la mitad del total) que son medidos al final del arreglo experimental tienen espín \uparrow_w . Esto tiene sentido pues la pared móvil obstruye el paso de los electrones con espín \downarrow_w . Sin embargo, sólo la mitad de los electrones medidos al final del recorrido son electrones con espín \uparrow_z y la otra mitad son electrones con espín \downarrow_z , a pesar de que los electrones que se introducen al inicio del arreglo experimental hayan sido sólo electrones con espín \uparrow_z . En ese caso, sucede lo mismo que en el experimento de los tres dispositivos.

Los resultados obtenidos con estos arreglos experimentales, especialmente con el de la pared móvil que obstruye el paso de electrones y con el de los tres dispositivos, nos llevan

a plantear distintas posibilidades del comportamiento de los electrones. Esto es, ¿qué camino toma un electrón que al final resulta tener espín \uparrow_z en el último arreglo experimental donde la pared móvil no obstruya el paso de los electrones? No podemos asumir que el electrón tomará un camino u otro, puesto que la propiedad de espín w de ninguna forma está determinada de antemano. Tampoco podríamos considerar encontrar “dos electrones ahí, o dos mitades divididas de un electrón, una en cada ruta [...] no tiene ningún sentido que el electrón tome ambas rutas, tampoco que no tome ninguna pues si se tienen dos paredes que obstruyan ambas rutas, ningún electrón pasaría” [Albert 1992, 10-11].

Si los experimentos y los argumentos antes descritos son válidos entonces nos enfrentamos a un nuevo modo de comportamiento que llamamos *superposición*. La regla para determinar el comportamiento de los electrones para los arreglos experimentales que contengan dos caminos, o dos valores de la propiedad, sólo puede ser tomada por una regla probabilística y no por una determinista. De este modo, este principio o este comportamiento de las partículas que conforman la materia es una cuestión de probabilidad.

En las siguientes dos secciones del capítulo se describirá el aparato matemático y los principios físicos que se adaptan a esta nueva forma de comportamiento y se explicará formalmente las cuestiones tratadas en esta sección.

Formalismo Matemático

El formalismo matemático de la mecánica cuántica se construye con base en la teoría de los espacios vectoriales⁹. El conjunto de ciertos objetos matemáticos, llamados vectores, asociados a todos los puntos de un sistema de coordenadas y una serie de reglas que los relacionan entre sí conforman un *espacio vectorial*.

Intuitivamente, los vectores son cantidades que constan de magnitud y dirección y cada uno de ellos se representa gráficamente por una flecha que apunta hacia un punto geométrico en un sistema de coordenadas. La magnitud de un vector se determina por la distancia entre el origen del sistema de coordenadas y el punto geométrico sobre el cual apunta el vector. Sin embargo, esta visualización sólo es válida para un *espacio vectorial real* de no más de tres dimensiones (\mathbb{R}^3). Esto es, un espacio en donde los vectores son multiplicados por números reales y, por ejemplo, para el caso de tres dimensiones, cada punto en él se especifica también con tres números reales (x, y, z) .

La mecánica cuántica se apoya, generalmente, en espacios vectoriales sobre el campo de los números complejos \mathbb{C} . Un número complejo c es de la forma $a + ib$, con a y b reales e $i = \sqrt{-1}$ (número imaginario).

Todo espacio vectorial se caracteriza por su dimensión. Básicamente, la dimensión se determina por el número de vectores linealmente independientes en el espacio vectorial, es decir, aquellos que no pueden representarse como una combinación lineal de otros vectores. Si el número de vectores linealmente independientes es N entonces hablamos de un espacio

⁹ El texto que se toma como referente para desarrollar los conceptos de los espacios vectoriales es [Arfken 2001].

vectorial N -dimensional. Observamos que, si trabajamos con un espacio vectorial de más de tres dimensiones, los vectores no pueden ser representados de manera geométrica, sino sólo algebraicamente. Por lo tanto, el tratamiento para estos sistemas será sólo algebraico. La notación que se utilizará en el presente escrito será la notación de Dirac. Así, un vector en \mathbb{R}^2 , por ejemplo, se denota como:

$$|u\rangle = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}. \quad (1.0)$$

Observemos que un vector en un espacio vectorial real N -dimensional tiene la misma forma, sólo que constará con N número de entradas. Lo mismo sucede para un espacio vectorial complejo. Antes de continuar, es importante definir el *complejo conjugado* c^* de un número complejo $c = a + ib$ como $c^* = a - ib$.

Formalmente, se define al espacio vectorial sobre un campo, sea real o complejo, como el conjunto de vectores y escalares en el que están definidas dos operaciones, adición de vectores y multiplicación por un escalar, de modo que se cumplan las siguientes condiciones:

- a. La adición de dos vectores es otro vector:

$$|\alpha\rangle + |\beta\rangle = |\gamma\rangle. \quad (1.1)$$

- b. Conmutatividad de la adición:

$$|\alpha\rangle + |\beta\rangle = |\beta\rangle + |\alpha\rangle. \quad (1.2)$$

- c. Asociatividad de la adición:

$$|\alpha\rangle + (|\beta\rangle + |\gamma\rangle) = (|\alpha\rangle + |\beta\rangle) + |\gamma\rangle. \quad (1.3)$$

d. Existencia del vector nulo $|0\rangle$ tal que:

$$|\alpha\rangle + |0\rangle = |\alpha\rangle. \quad (1.4)$$

e. Para cada vector $|\alpha\rangle$ existe su vector inverso $|- \alpha\rangle$ tal que:

$$|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle = |0\rangle. \quad (1.5)$$

f. El producto de un escalar por un vector es otro vector:

$$a|\alpha\rangle = |\beta\rangle. \quad (1.6)$$

g. Distributividad de la multiplicación escalar:

$$a(|\alpha\rangle + |\beta\rangle) = a|\beta\rangle + a|\alpha\rangle. \quad (1.7)$$

$$(a + b)|\alpha\rangle = a|\alpha\rangle + b|\alpha\rangle. \quad (1.8)$$

h. Asociatividad de la multiplicación escalar:

$$a(b|\alpha\rangle) = (ab)|\alpha\rangle. \quad (1.9)$$

i. Existencia del elemento unidad:

$$1|\alpha\rangle = |\alpha\rangle. \quad (1.10)$$

Cabe mencionar que las operaciones de adición vectorial y multiplicación por un escalar siempre están bien definidas y el resultado permanece dentro del espacio vectorial en cuestión. Si este es el caso, hablamos de un *espacio vectorial completo*.

Otra operación al hablar de espacios vectoriales es el producto entre vectores. Esta multiplicación recibe el nombre de *producto punto*, *producto escalar* o *producto interior* y su resultado siempre es un escalar, no un vector. Esta operación nos permite cuantificar conceptos como longitud y ortogonalidad. El producto escalar entre dos vectores $|\alpha\rangle$ y $|\beta\rangle$ en \mathbb{R}^2 se define de la siguiente manera:

$$\text{Si } |u\rangle = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} \text{ y } |v\rangle = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}, \text{ entonces } \langle u|v\rangle = x_1x_2 + y_1y_2. \quad (1.11)$$

Si tomamos dos vectores de un espacio vectorial en \mathbb{C}^2 , su producto escalar se define de manera análoga como:

$$\text{Si } |\alpha\rangle = \begin{pmatrix} c_1 \\ d_1 \end{pmatrix} \text{ y } |\beta\rangle = \begin{pmatrix} c_2 \\ d_2 \end{pmatrix}, \text{ entonces } \langle \alpha|\beta\rangle = c_1^*c_2 + d_1^*d_2. \quad (1.12)$$

Observamos que $\langle \alpha|\beta\rangle = \langle \beta|\alpha\rangle^*$ y que las ecuaciones (1.11) y (1.12) se pueden generalizar para cualquier dimensión.

Por otro lado, la longitud de un vector es llamada *norma* y es igual a la raíz cuadrada del producto escalar consigo mismo $\langle \alpha|\alpha\rangle$, entonces:

$$|\alpha| = \sqrt{\langle \alpha|\alpha\rangle} = \sqrt{c_1^*c_1 + d_1^*d_1}. \quad (1.13)$$

Es claro que el producto de un número complejo y su complejo conjugado es un número real y no negativo, por lo que, como observamos de la ecuación (1.11) y (1.12), el valor que se obtiene de un producto escalar será real y no negativo, independientemente si estamos en el campo de los números reales o complejos. Sucede lo mismo con la norma de un vector.

Ahora, un vector con norma uno es llamado el *vector unidad* y se dice que está *normalizado*. Además, si el producto punto entre dos vectores es cero, esto indica que los vectores son ortogonales. Así, cualquier par de vectores cuyo producto punto entre ellos es cero y su norma igual a uno se habla de *vectores ortonormales*.

Otra forma de determinar la dimensión de un espacio vectorial es a partir del número máximo de vectores mutuamente ortogonales que lo conforman. Una colección de vectores

mutuamente ortogonales y con norma uno (ortonormales) forman una *base ortonormal*. Si definimos una base de un espacio vectorial, cualquier otro vector contenido en este espacio puede ser expresado como una combinación lineal de los vectores de la base (e_i):

$$|\beta\rangle = b_1|e_1\rangle + b_2|e_2\rangle + \cdots + b_N|e_N\rangle, \quad (1.14)$$

donde los b_i son números pertenecientes al campo en cuestión y son llamados coeficientes de expansión. Cada uno se define como:

$$b_i = \langle\beta|e_i\rangle. \quad (1.15)$$

Es importante expresar una propiedad del producto escalar, la propiedad distributiva. Esta propiedad cumple que si tomamos tres vectores $|\alpha\rangle$, $|\beta\rangle$ y $|\gamma\rangle$, entonces:

$$\langle\alpha|(|\beta\rangle + |\gamma\rangle)\rangle = \langle\alpha|\beta\rangle + \langle\alpha|\gamma\rangle. \quad (1.16)$$

Ahora bien, si a dos vectores cualesquiera dentro de un mismo espacio vectorial, digamos $|\mu\rangle$ y $|\sigma\rangle$, los podemos expresar por medio de una combinación lineal de vectores base con coeficientes de expansión m_i y s_i , respectivamente, entonces:

$$|\mu\rangle + |\sigma\rangle = (m_1 + s_1)|e_1\rangle + (m_2 + s_2)|e_2\rangle + \cdots + (m_N + s_N)|e_N\rangle, \quad (1.17)$$

$$\langle\mu|\sigma\rangle = m_1s_1 + m_2s_2 + \cdots + m_Ns_N. \quad (1.18)$$

Observamos que la segunda ecuación no depende de la base, pues un producto escalar siempre resulta un número y, además, $\langle e_i|e_i\rangle = 1$. De este modo, el producto escalar permanecerá invariante bajo cambios de base.

Otro objeto matemático imprescindible para describir a la mecánica cuántica son los operadores. Estos son objetos matemáticos cuya función es *transformar* un vector en otro. Esta función es llamada transformación o mapeo. Por ejemplo, el operador unidad transforma cualquier vector en él mismo, o bien, el operador rotación rota cualquier vector cierto ángulo. Además, en la mecánica cuántica es importante que todo vector resultante después de una transformación lineal deberá permanecer en el mismo espacio vectorial en el que está el vector al que se le ha aplicado el operador. Expresamos la transformación sobre un vector como:

$$\hat{O}|\gamma\rangle = |\gamma'\rangle, \quad (1.19)$$

donde \hat{O} es el operador y $|\gamma\rangle$ y $|\gamma'\rangle$ son los vectores original y transformado, respectivamente. Los operadores utilizados en la mecánica cuántica son lineales y, por ello, están sujetos a la propiedad distributiva:

$$\hat{O}(a|\alpha\rangle + b|\beta\rangle) = a(\hat{O}|\alpha\rangle) + b(\hat{O}|\beta\rangle), \quad (1.20)$$

para cualesquiera vectores $|\alpha\rangle$ y $|\beta\rangle$ y cualesquiera números a y b . Además, cualquier operador lineal, al igual que un vector, puede representarse por medio de un acomodo de números, a partir de coeficientes de expansión y de una base ortonormal dada. La representación matemática de un operador es por medio de una *matriz* sobre un espacio vectorial con dimensión N . De esta forma, un operador lineal tendrá N^2 números y se denota como:

$$\hat{O} = \begin{bmatrix} O_{11} & \cdots & O_{N1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ O_{1N} & \cdots & O_{NN} \end{bmatrix}, \quad (1.21)$$

donde O_{ij} son los coeficientes de expansión de la matriz, cuyos subíndices i y j son números que van de 1 a N . Estos coeficientes se definen como el producto escalar entre los vectores base $|e_i\rangle$ y $|e_j\rangle$, bajo el operador \hat{O} , es decir:

$$O_{ij} = \langle e_i | \hat{O} | e_j \rangle. \quad (1.22)$$

Una particularidad de las matrices u operadores es que son objetos matemáticos donde la multiplicación entre dos de ellos, digamos \hat{O} y \hat{S} , no siempre es conmutativa, es decir, no necesariamente sucede que $\hat{O}\hat{S} = \hat{S}\hat{O}$. De este modo, podemos definir al *conmutador* como:

$$[\hat{O}, \hat{S}] = \hat{O}\hat{S} - \hat{S}\hat{O}. \quad (1.23)$$

Para denotar la regla que multiplica una matriz por un vector, es decir, cómo actúa un operador sobre un vector, tomemos un espacio vectorial de dos dimensiones, así:

$$\begin{bmatrix} O_{11} & O_{12} \\ O_{21} & O_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (O_{11}c_1 + O_{12}c_2) \\ (O_{21}c_1 + O_{22}c_2) \end{bmatrix}, \quad (1.24)$$

donde c_i son los coeficientes de expansión del vector $|\gamma\rangle$. De este modo, al tomar la ecuación (1.19) y (1.24), y expresamos al operador y al vector en la misma base, tenemos que:

$$\hat{O}|\gamma\rangle = (O_{11}c_1 + O_{12}c_2)|e_1\rangle + (O_{21}c_1 + O_{22}c_2)|e_2\rangle = |\gamma'\rangle. \quad (1.25)$$

Dos objetos matemáticos más que están interrelacionados y que son de suma importancia para operar en la mecánica cuántica son los *eigenvectores* y los *eigenvalores*. En un espacio vectorial complejo, cualquier vector $|\gamma\rangle$ que sea transformado al aplicarle un operador lineal

\hat{O} y éste lo único que hace es cambiar su longitud, entonces el resultará el mismo vector multiplicado por un escalar. Esto se representa como:

$$\hat{O}|\gamma\rangle = \lambda|\gamma\rangle. \quad (1.26)$$

Si sucede esto, entonces al vector $|\gamma\rangle$ es un *eigenvector* de \hat{O} y el múltiplo escalar asociado es llamado el *eigenvalor* λ . Además, por definición, un eigenvector no puede ser un vector nulo. Esta relación depende sólo del vector y del operador en cuestión, no de la base del espacio vectorial.

Para obtener el eigenvalor tomamos la ecuación (1.26) y despejamos, de tal forma que:

$$(\hat{O} - \lambda\hat{I})|\gamma\rangle = |0\rangle, \quad (1.27)$$

donde \hat{I} representa el operador identidad, el cual es una matriz donde todas sus entradas son cero excepto las entradas de la diagonal cuyo valor es uno; y $|0\rangle$ representa el vector cero, es decir, un vector donde todos sus coeficientes de expansión son cero. Esto implica que:

$$\det(\hat{O} - \lambda\hat{I}) = \begin{vmatrix} (O_{11} - \lambda) & O_{12} & \dots & O_{1N} \\ O_{21} & (O_{22} - \lambda) & \dots & O_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ O_{N1} & O_{N2} & \dots & (O_{NN} - \lambda) \end{vmatrix} = 0. \quad (1.28)$$

Al resolver el determinante se obtiene la *ecuación característica*:

$$C_N\lambda^N + C_{N-1}\lambda^{N-1} + \dots + C_1\lambda + C_0 = 0, \quad (1.29)$$

donde los coeficientes C_i dependen de los elementos de \hat{O} y cuyas soluciones determinan los eigenvalores. Se observa que el número de soluciones o raíces depende del orden de la

ecuación, esto es, para una matriz de $N \times N$ se tiene a lo más N soluciones. Además, si dos o más vectores son eigenvectores del mismo operador y su eigenvalor asociado es distinto entre ellos, entonces son ortogonales entre sí.

Un tipo de operador de nuestro interés y que es fundamental en la mecánica cuántica es el operador hermitiano (\hat{O}). Éste es una transformación que actúa de la misma forma si se aplica al primer vector de la expresión ($|\alpha\rangle$) o al segundo vector de la expresión ($|\beta\rangle$) de cualquier producto escalar:

$$\langle \hat{O}\alpha | \beta \rangle = \langle \alpha | \hat{O}\beta \rangle. \quad (1.30)$$

Esta relación lo que quiere decir es que el valor de sus eigenvalores asociados es un *número real*. Además, en un espacio N -dimensional cualquier operador hermitiano tiene al menos un conjunto de N eigenvectores mutuamente ortogonales que pueden formar una base. Los operadores que generan una base única en un espacio vectorial son llamados operadores *completos* o *no-degenerados*.

El último concepto por definir tiene que ver con los espacios vectoriales que se emplean en la mecánica cuántica y se conocen como *espacios de Hilbert*. Estos son espacios vectoriales con el producto escalar definido y, además, son completos, es decir, cualquier vector resultante de una serie convergente de otros vectores, converge en el mismo espacio vectorial¹⁰. Asimismo, el formalismo matemático expuesto en esta sección es válido para los espacios de Hilbert.

¹⁰ Ver [Arfken 2005, 604] para una definición formal.

Estos son los conceptos y la herramienta matemática que nos ayudarán a entender cómo procede la mecánica cuántica estándar. A continuación, se expondrán sus principios, así como las relaciones entre el aparato matemático antes presentado y los sistemas físicos que estudia la mecánica cuántica.

Conceptos de la interpretación estándar

Estamos en posición de explicar los conceptos y el funcionamiento de la mecánica cuántica bajo la interpretación estándar. La forma en cómo la abordaremos se basará en cinco principios¹¹ que desarrollaremos a continuación. Justamente, el experimento ilustrado que esbozamos en la primera sección nos ayudará a ejemplificar la interpretación estándar.

El primer principio se refiere a los *estados físicos* de un sistema. Los estados físicos son descripciones de las características del sistema en un tiempo dado y, matemáticamente, se representan por vectores unitarios. Los vectores que representan estados físicos son llamados *vectores de estado*. Para los sistemas cuánticos, el espacio vectorial a tratar es un espacio vectorial sobre el campo de los números complejos. Algunos sistemas son tratados como espacios de dimensión finita, por ejemplo, al hablar de la propiedad espín. En otros casos, los espacios vectoriales son de dimensión infinita, como el espacio de posiciones, sobre el que hablaremos más adelante.

El segundo principio corresponde a las *propiedades medibles* de los sistemas físicos. En la literatura de la mecánica cuántica las propiedades medibles muchas veces se les

¹¹ Se toma esta forma de organizar la interpretación estándar a partir de [Albert 1992, 30-38].

denomina *observables*. Este término lo seguiremos utilizando en el presente escrito. Así como los estados físicos se representan por vectores; los observables son representados por operadores hermitianos debido a que sus propiedades matemáticas compaginan con las propiedades físicas de los sistemas cuánticos.

La forma en cómo se relacionan los observables y los sistemas físicos es a partir del concepto de *eigenestado*. Esto es, si un vector representa un estado físico y éste es un eigenvector de un operador (observable) entonces le corresponderá un eigenvalor asociado que representa el valor del observable. Esta forma de relacionar nociones físicas con objetos matemáticos la llamamos la *regla Eigenvector/Eigenvalor*.

Ahora, sabemos que diversos estados pueden ser eigenvectores de un mismo operador hermitiano. Y, si, además, cada eigenvector tiene eigenvalores distintos, entonces estos son ortogonales entre sí. Si este es el caso, el sistema físico que se representa por un vector de estado y que está descrito por la combinación lineal de dichos eigenvectores, poseerá sólo los eigenvalores asociados a estos. Es decir, cada estado físico está determinado totalmente por los vectores que son eigenvectores del operador, cualquier otro que no lo sea, no describe al sistema cuántico. Por ejemplo, si medimos la propiedad de espín z , los estados posibles que consta el vector de estado sólo son \uparrow_z y \downarrow_z , y tendrán asociado cada uno un solo valor. Lo dicho es para un tiempo dado, sin embargo, argumentaremos adelante que se cumple para tiempos posteriores.

Para ejemplificar lo dicho tomemos el experimento que se expuso en la primera sección. Primero, construyamos el espacio vectorial que representa matemáticamente el sistema físico del primer dispositivo del experimento, es decir, el que separa y mide a los

electrones de acuerdo al espín en z (véase figura 1.1). Para esto, denotemos los dos posibles estados del sistema por medio de dos vectores bidimensionales:

$$|\uparrow_z\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad y \quad |\downarrow_z\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (1.31)$$

Recordemos que $|\uparrow_z\rangle$ y $|\downarrow_z\rangle$ representan los eigenestados de espín arriba y espín abajo, respectivamente, medidos en el eje espacial z . Estos dos vectores constituyen una base del espacio vectorial en el que se encuentran, es decir, $|\uparrow_z\rangle$ representa al elemento de la base $|e_1\rangle$ y $|\downarrow_z\rangle$ al elemento de la base $|e_2\rangle$. Asimismo, el producto escalar entre ellos es cero, $\langle \uparrow_z | \downarrow_z \rangle = 0$, ya que, por (1.18), el resultado es la suma del producto entre las respectivas entradas de cada vector columna.

El operador, en este experimento, representa la propiedad de espín z y lo denotamos como:

$$\hat{S}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (1.32)$$

donde relacionaremos el valor +1 del operador de espín z con \uparrow_z y el valor -1 con \downarrow_z . Observamos que los vectores de la ecuación (1.31) son eigenvectores del operador de la ecuación (1.32), con sus respectivos eigenvalores.¹²

Del mismo modo podemos representar los vectores y el operador para el estado que corresponde al espín en el eje espacial w :

¹² La asociación de estos números con cada vector y operador se explica detalladamente en [Griffiths 2005, 171-177].

$$|\uparrow_w\rangle = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad |\downarrow_w\rangle = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad (1.33)$$

$$\hat{S}_w = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.34)$$

donde el valor +1 denota a \uparrow_w y el valor -1 a \downarrow_w . Al igual que con el producto escalar para los vectores que se refieren al espín en z, el producto escalar entre los vectores $|\uparrow_w\rangle$ y $|\downarrow_w\rangle$ es cero y constituyen otra base del mismo espacio vectorial.

La representación de los estados físicos del experimento en vectores y el uso de operadores para determinar el valor de la propiedad nos clarifica matemáticamente sobre el fenómeno de superposición observado en el experimento ilustrado de la sección anterior.

Para explicar matemáticamente este comportamiento tomemos en cuenta que la combinación lineal de dos vectores da otro vector en el mismo espacio, es decir, la suma de dos vectores en cierta base produce un tercer vector (véanse las ecuaciones (1.1) y (1.17)). De esta manera, podemos representar cada estado físico como una combinación lineal de otros estados físicos, así, de las ecuaciones (1.31) y (1.33), tenemos que:

$$|\uparrow_w\rangle = 1/\sqrt{2}|\uparrow_z\rangle + 1/\sqrt{2}|\downarrow_z\rangle, \quad (1.35)$$

$$|\downarrow_w\rangle = 1/\sqrt{2}|\uparrow_z\rangle - 1/\sqrt{2}|\downarrow_z\rangle,$$

$$|\uparrow_z\rangle = 1/\sqrt{2}|\uparrow_w\rangle + 1/\sqrt{2}|\downarrow_w\rangle,$$

$$|\downarrow_z\rangle = 1/\sqrt{2}|\uparrow_w\rangle - 1/\sqrt{2}|\downarrow_w\rangle.$$

Observamos que cada estado físico es superposición de estados físicos posibles asociados a otra propiedad no correlacionada. Sobre si las propiedades están correlacionadas o no, en el experimento que se ilustró en la sección primera, se mostró que las propiedades en cuestión no lo estaban, al determinar que cada valor de la propiedad tuviera el 50% de posibilidades de suceder. Empero, esta característica se representa matemáticamente al observar que los eigenvectores $|\uparrow_w\rangle$ y $|\downarrow_w\rangle$ no son eigenvectores del operador de espín \hat{S}_z , lo mismo ocurre para los eigenvectores $|\uparrow_z\rangle$ y $|\downarrow_z\rangle$ respecto al operador \hat{S}_w . Es por esto que los operadores que representan cada propiedad no son compatibles y, por lo tanto, no están correlacionados. Además, se puede determinar el grado de compatibilidad utilizando el conmutador (véase ecuación (1.23)) sobre dos observables (operadores).

Si el conmutador de dos observables es cero, $[\hat{O}, \hat{S}] = 0$, son observables compatibles ya que, si dos operadores conmutan, entonces comparten eigenvectores y, por lo tanto, puede determinarse un valor específico para cada uno simultáneamente. En cambio, si el conmutador de dos observables no es cero el grado de incompatibilidad estará presente, pues no comparten sus eigenvectores. Por ejemplo, pensemos en las propiedades posición x y la propiedad momento p de un sistema físico. En la mecánica clásica newtoniana, estas dos propiedades se determinan simultáneamente en cada momento y para cualquier partícula. Sin embargo, en la mecánica cuántica no es posible. Por esto, las propiedades posición y momento son incompatibles, y el valor del conmutador es:

$$[\hat{p}, \hat{x}] = i\hbar, \quad (1.36)$$

donde i es el número imaginario y \hbar es una constante física característica de los sistemas cuánticos llamada la constante de Planck.

Como x y p son observables incompatibles cada uno tendrá una base distinta de eigenvectores en el espacio vectorial. Por lo tanto, si un sistema físico tiene un estado definido del momento, entonces tendrá una superposición de estados de la posición y, de la misma manera, si un sistema físico tiene un estado definido de la posición, entonces tendrá una superposición de estados del momento. Justamente, a partir de esta incompatibilidad de observables surge el *principio de incertidumbre* que Heisenberg postuló.

Hasta ahora el factor tiempo no se ha presentado en las situaciones físicas ni en el lenguaje matemático que se han planteado, es decir, no se ha pensado todavía en el desarrollo evolutivo de los sistemas físicos en cuestión. Para esto, es necesario desarrollar la dinámica de los vectores de estado. Es decir, plantear una ecuación de movimiento en donde se incluyan las fuerzas y las constricciones en que está sujeto el sistema físico, y las leyes que predicen su evolución en el tiempo. La *ecuación dinámica lineal* es el tercer principio que conforma a la interpretación estándar.

En la mecánica clásica, si se tienen las condiciones iniciales del sistema, por ejemplo, la posición de una partícula en t_0 , se puede saber exactamente dónde estará la partícula en cualquier otro tiempo t_i . En mecánica cuántica necesitamos de una función que determine el comportamiento de una o varias partículas llamada, generalmente, la *función de onda* $\Psi(x, t)$. Dicha función representa el estado físico en el espacio de posiciones o de momentos, es decir, cada vector que la conforma representa un punto o posición en el espacio físico y el conjunto de ellos forma la base del espacio vectorial en cuestión. Una manera de expresar matemáticamente dicha afirmación es mediante la ecuación:

$$|\Psi\rangle = \int \Psi(x)|x\rangle dx. \quad (1.37)$$

La integral de esta expresión representa la suma infinitesimal de las posiciones en cierta región del espacio a un tiempo dado, esto es, la base de posiciones. Esto es análogo a la base de momentos. Así, para determinar la posición o el momento de una partícula en el espacio es conveniente utilizar la noción de función de onda, pues el espacio se conforma por un continuo de localizaciones.

Dicho esto, la ecuación dinámica para determinar la evolución de un sistema cuántico, es decir, cómo se comportará el vector de estado, o bien, la función de onda a tiempos posteriores se conoce como la ecuación de Schrödinger y se expresa de la siguiente forma:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Psi\rangle = \hat{H} |\Psi\rangle, \quad (1.38)$$

donde \hat{H} es el operador hamiltoniano y representa la energía del sistema. Observamos que la ecuación de Schrödinger es una ecuación determinista pues está conformada por una derivada parcial de primer orden con respecto del tiempo, el operador hamiltoniano es lineal y, además, no contiene ningún elemento estocástico.

Así, la evolución del vector de estado por medio de la ecuación de Schrödinger se expresa como:

$$e^{-i\hat{H}t/\hbar} |\Psi_{t_1}\rangle \equiv \hat{S} |\Psi_{t_1}\rangle = |\Psi'_{t_2}\rangle. \quad (1.39)$$

La exponencial del lado izquierdo de la expresión representa el operador (\hat{S}) que transforma al vector de estado en el tiempo, desde un tiempo inicial t_1 , y surge de la ecuación dinámica.

Al operar nos resulta el mismo sistema descrito por el vector de estado, pero a un tiempo posterior, digamos t_2 .

Hasta ahora, hemos expuesto que un estado físico se representa por un eigenvector de un operador \hat{O} cuyo eigenvalor λ es el valor del estado. Además, mostramos que la superposición de estados es también un posible estado y que la evolución de un sistema cuántico se determina por medio de la ecuación de Schrödinger, la cual es determinista. Sin embargo, generalmente, al momento de realizar una medición no sucede que el vector de estado sea un eigenvector del operador. Esto es, cuando se mide, el resultado no es una superposición de valores, sino uno bien definido. Como vimos en el experimento que presenta al fenómeno de superposición, el valor que se obtiene es una cuestión de probabilidad.

De aquí surge el cuarto principio que funge como la herramienta matemática para hacer predicciones de los sistemas cuánticos y el punto clave que origina el problema fundamental tratado en el presente escrito. A este principio lo llamaremos *la regla de Born*.

Suponemos que medimos cierto observable representado por \hat{O} de algún sistema físico que se encuentra en algún estado representado por $|\gamma\rangle$. Primero, expandimos $|\gamma\rangle$ en la base dada por los eigenvectores $|o_i\rangle$ de \hat{O} , donde los c_i son sus coeficientes de expansión, con $i=1, 2, \dots, N$. Entonces, la probabilidad de obtener el valor c_i , de entre 1 y N , se define como:

$$|\langle\gamma|o_i\rangle|^2 = |c_i|^2, \tag{1.40}$$

esto es, el cuadrado del valor absoluto del producto escalar entre el vector de estado y el eigenvector de \hat{O} . Observamos que si $|\gamma\rangle$ es el eigenvector $|o_i\rangle$ de \hat{O} , entonces la probabilidad de obtener el valor c_i es igual a 1, puesto que $|\langle\gamma|o_i\rangle|^2 = |\langle o_i|o_i\rangle|^2 = 1$. En términos de la función de onda, la ecuación (1.40) se interpreta como la *densidad de probabilidad* de que una partícula se encuentre en determinado lugar del espacio.

La regla de Born representa la conexión con el experimento. Así, aunque la ecuación dinámica determina el comportamiento del sistema físico como una superposición de estados, al momento de realizar la medición se obtiene un valor definido. En este sentido se dice que la superposición de valores *colapsa* en uno solo en relación con la ecuación (1.40), cuya descripción no es determinista sino probabilística.

El *postulado del colapso* (también llamado el postulado de proyección) del vector de estado es el quinto principio que conforma la mecánica cuántica estándar y es el fenómeno que ocurre cuando se efectúa una medición. La cuestión aquí es que tal efecto cambia el estado del sistema físico, es decir, cambia el vector de estado del sistema medido. Esto es, si, antes de la medición, el sistema está descrito por un vector de estado compuesto por una superposición de estados y, al momento de medir, el estado del sistema colapsa a un único eigenvector del operador medido, por consiguiente, el vector de estado del sistema medido cambia.

Un último comentario del postulado del colapso es que éste garantiza que las mediciones sean repetibles, puesto que la medición hará que colapse la superposición de estados en uno bien definido y cuya probabilidad que ocurra está determinada por la regla de Born.

Justamente, estos cinco principios describen el funcionamiento de la interpretación estándar. La función principal del algoritmo descrito radica en *predecir* el comportamiento del sistema físico en cuestión. Iniciamos por asociar un sistema físico a un espacio vectorial que lo describa, es decir, se determina el vector de estado, así como los operadores que representan a los observables del sistema. Luego, se prepara el sistema en cierto estado. Posteriormente, se aplica la ecuación dinámica al vector de estado (función de onda) para conocer el desarrollo del sistema en el tiempo. Finalmente, se aplica la regla de Born para conocer la probabilidad de obtener ciertos valores al efectuar la medición. Estos dos últimos pasos pueden repetirse, esto es, aplicar de nuevo la ecuación dinámica al sistema en el momento en que se hace la última medición para determinar el comportamiento dinámico posterior a ésta.

Bajo esta forma de interpretar los fenómenos cuánticos el principio de superposición entra naturalmente en la teoría cuántica como una característica esencial de ella. Empero, al realizar una medición la superposición de valores de las propiedades colapsa en uno solo. En este punto es cuando decimos que un sistema tiene un valor definido de una propiedad, no antes. De este modo, “las mediciones en mecánica cuántica (particularmente dentro de esta interpretación) son procesos activos. Ellos no son procesos donde sólo se aprende algo; son invariablemente procesos donde se cambia drásticamente el sistema medido” [Albert 1992, 38].

II. El problema de la medición

En el capítulo anterior se expuso el funcionamiento general de la interpretación estándar para abordar el tema central del proyecto: *el problema de la medición*. En este capítulo se presentará de manera precisa el problema fundamental de la mecánica cuántica estándar. Asimismo, se mostrarán algunos argumentos que intentan dar solución al problema y se explicará su inviabilidad para hacerlo. Por consiguiente, se planteará el problema de tal forma que nos permita clasificar posibles soluciones alternativas a la teoría estándar.

El gato de Schrödinger

El proceso de la medición juega un papel fundamental en la interpretación estándar. Sin la formulación explícita dentro de ella, la teoría no sería satisfactoria para predecir los resultados empíricos. Sin embargo, la imprecisión de la definición de medición conlleva al problema fundamental de la interpretación.

Como vimos en el capítulo anterior, la evolución de un sistema cuántico se describe por dos vías: la ecuación de Schrödinger y la regla de Born. La primera vía plantea un comportamiento completamente determinista, continuo y lineal donde la solución a la ecuación determina la función de onda Ψ . En esta vía aún no se ha efectuado ningún tipo de medición. La segunda vía es radicalmente distinta: al realizar la medición, el colapso de la función de onda funciona de una manera indeterminista, discontinua y no lineal y, además, la superposición de estados se reduce a uno solo.

Las ideas desarrolladas en la interpretación estándar de la mecánica cuántica se unificaron bajo una representación matemática rigurosa en el libro *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik (Los fundamentos matemáticos de la mecánica cuántica)* en 1930, por el matemático húngaro-estadounidense John von Neumann. En él, el proceso de la medición fue expuesto claramente. No obstante, von Neumann no lo vio realmente como un problema sino como un aspecto estructural de la mecánica cuántica. En su trabajo, concluye que “los estados de los sistemas mecánico-cuánticos evolucionan de acuerdo a dos leyes fundamentales: primero, cuando no se realiza una medición, los estados de todos los sistemas físicos evolucionan invariablemente de acuerdo a la ecuación de Schrödinger; y, segundo, cuando se realiza una medición los sistemas físicos evolucionan de acuerdo al postulado del colapso, no de acuerdo a la ecuación dinámica” [Albert 1992, 80].

Si se postula que la evolución de los sistemas cuánticos responde a dos leyes completamente distintas, diferenciándolas por el efecto que causa la medición, entonces sería necesario definir con precisión qué es una *medición*. Para abordar este punto presentemos primero la paradoja que dio pie al problema.

Schrödinger ilustró en el artículo titulado *Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik (La situación presente en la mecánica cuántica)*, publicado en 1935, dicho problema con la descripción de una paradoja que se conoce como *la paradoja del gato de Schrödinger*.

La idea de la paradoja se expresa de la siguiente manera: Un gato se coloca dentro de una cámara cerrada, sin interacción de ninguna forma con el exterior; dentro de ella se

encuentra un contador Geiger¹³ con una porción lo suficientemente pequeña de alguna sustancia radiactiva para que, al cabo de cierto tiempo, digamos una hora, la probabilidad de que uno de sus átomos decaiga es la misma que la probabilidad de que ninguno decaiga. En el caso de que alguno de sus átomos decaiga, un interruptor será accionado y romperá un contenedor de cianuro. Si sucede esto, el gato se intoxicará y morirá. De lo contrario, el interruptor no será accionado y el cianuro no será expuesto al gato, por lo que permanecerá vivo.¹⁴

La situación que engloba la paradoja representa la idea general del proceso de medición en la interpretación estándar de un sistema cuántico. Si suponemos que la ecuación dinámica siempre es verdadera, entonces la forma que adopta el vector de estado del gato $|\Psi\rangle_G$, a cierto tiempo y antes de la medición, en este sistema es la siguiente:

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|\Psi_{vivo}\rangle_G + \frac{1}{\sqrt{2}}|\Psi_{muerto}\rangle_G. \quad (2.1)$$

Por otro lado, el postulado del colapso conlleva a que cuando se efectúa la medición el estado del gato será:

$$\begin{aligned} o \quad & |\Psi_{vivo}\rangle_G && (\text{con probabilidad } 1/2), && (2.2) \\ o \quad & |\Psi_{muerto}\rangle_G && (\text{con probabilidad } 1/2). \end{aligned}$$

¹³ Un contador Geiger es un dispositivo que mide la radiactividad dentro de un dispositivo cerrado. Como su nombre lo dice, cuenta las partículas que se desprenden de cierta sustancia, es decir, es un detector de partículas.

¹⁴ Ver [Griffiths 2005, 430-431]

Observamos que estas dos ecuaciones representan empíricamente cosas distintas. La que concuerda con los resultados experimentales es la segunda. La primera es una superposición de estados que, físicamente, es difícil de entender, o bien, resulta incomprensible.

La cuestión aquí es si realmente podemos tratar al sistema macroscópico (el gato) cuánticamente o no. En cualquier caso, se tendría que dar una respuesta clara. Si la respuesta es negativa entonces se tendría que argumentar de manera concisa el por qué, pues un gato está conformado por una colección de átomos, los cuales sí pueden ser tratados cuánticamente. Si la respuesta es afirmativa entonces sería necesario precisar cuándo es que sucede el colapso, o bien, la medición.

Cabe señalar que el problema de la medición no se refiere al uso de conceptos inadecuados a nuestras percepciones, como el caso de la superposición, o al planteamiento de un desarrollo evolutivo del sistema que sea indeterminista. Tampoco al hecho de que las mediciones modifican al sistema, ni alguna otra característica que no sea del sentido común. Lo importante aquí es que el problema de la medición se refiere, justamente, a la vaguedad de la definición del concepto *medición*, un concepto fundamental en la formulación de la teoría. En el escrito de von Neumann no se intentó definir con exactitud dicho concepto, por lo que las dos leyes de evolución antes expuestas no determinan exactamente cómo se comporta el mundo.

Las propuestas que intentan responder a la pregunta: ¿Exactamente en qué momento ocurre el colapso?, sin cambiar la estructura interna de la teoría estándar, recurren a la aplicación de conceptos como *sistema*, *aparato*, *alrededores*, *conciencia*, *microscópico*, *macroscópico*, *irreversibilidad*, *observable*, *medición*. Pero, al igual que con el concepto de

medición, resultan definiciones imprecisas. En la siguiente sección se mostrarán algunas de estas propuestas, se argumentará sobre su inviabilidad y, como consecuencia, se propondrá una estructura de análisis para plantear posibles alternativas a la interpretación estándar.

Respuestas y contrarespuestas al problema de la medición en la interpretación estándar

La paradoja del gato de Schrödinger exhibe de manera ilustrativa el problema de la medición. El primer intento por solucionarlo es plantear que el colapso ocurre en el momento en que el observador es consciente del resultado. En esta etapa el papel de la *conciencia* es el que determina el colapso.

Dicha propuesta fue planteada por el físico y matemático húngaro-estadounidense Eugene Wigner en 1961. Básicamente, la idea general de su propuesta es dualista y radica en que los sistemas físicos evolucionan de acuerdo a la ecuación de Schrödinger si no está involucrado un individuo consciente y, las veces en que lo está, el sistema evoluciona de acuerdo a la regla de Born. Esto es, la conciencia provoca que cualquier sistema físico colapse de acuerdo a leyes probabilistas. En el momento en que el individuo consciente no toma parte del proceso, el sistema completo vuelve a comportarse de acuerdo a la ecuación dinámica lineal.

Esta propuesta nos lleva a dividir al mundo en dos sistemas físicos fundamentales: Los *sistemas puramente físicos* los cuales son sistemas donde no interfiere de ninguna manera un observador consciente y evolucionan conforme a la ecuación dinámica; y los *sistemas*

conscientes en los cuales está presente el observador y provoca que el sistema colapse, de acuerdo a la regla de Born, en uno u otro de los estados.¹⁵

El problema de la propuesta, al igual que lo estipulado por von Neumann respecto a la medición, es que no se deja claro qué es un sistema consciente. ¿A qué se refiere con conciencia?, o bien, ¿qué es lo que determina que un sistema sea consciente o no?

El segundo intento nos lleva a plantear que el colapso ocurre en los sistemas macroscópicos, mientras que los sistemas microscópicos se comportan de acuerdo a la ecuación dinámica. En este caso, el mundo se divide, nuevamente, en dos tipos de sistemas: los *sistemas microscópicos* y los *sistemas macroscópicos*.

La división del mundo en sistemas microscópicos y macroscópicos para solucionar el problema de la medición es un argumento comúnmente utilizado en la literatura de la mecánica cuántica y se remonta a los argumentos de Bohr al advertir que la mecánica cuántica necesita, para su formulación, de “conceptos clásicos”:

El “objeto clásico” es usualmente llamado *aparato* y la interacción entre éste y el electrón habla de una *medición*. Sin embargo, es necesario enfatizar que no discutimos un proceso... en el cual el observador toma parte. En mecánica cuántica, entendemos por *medición* cualquier proceso de interacción entre objetos clásicos y cuánticos, que ocurren fuera e independientemente de cualquier observador. La importancia del concepto de medición en mecánica cuántica fue elucidada por Niels Bohr.¹⁶

Este comentario descarta el papel del individuo consciente como causante del colapso y otorga su función a la *interacción* entre el sistema microscópico y el macroscópico. Un

¹⁵ [Albert 1992, 82]

¹⁶ [Bell 2004, 217-218]

detalle importante es que cualquier sistema macroscópico está descrito por los conceptos y la estructura de la física clásica.

Para dilucidar esta posición ilustremos un sistema físico constituido por un sistema microscópico (el espín de un electrón), un sistema macroscópico (el aparato de medición) y un observador (véase figura 2.1).

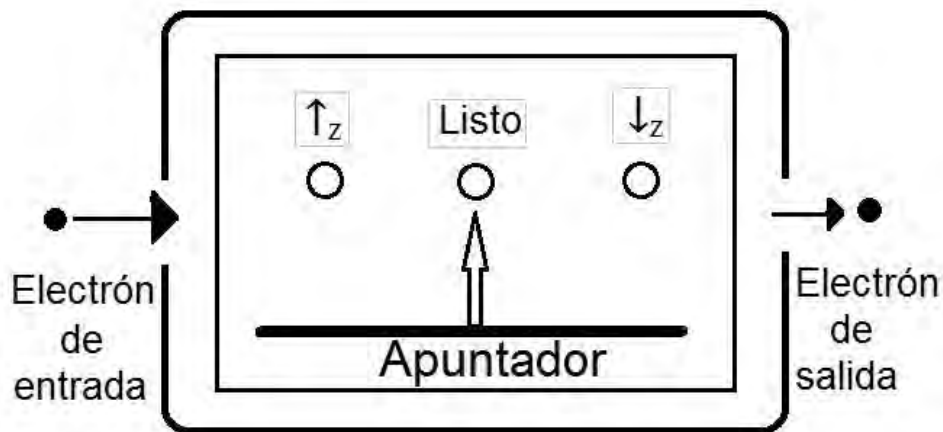


Figura 2.1

Al ingresar un electrón con cierto valor de espín w al dispositivo, el estado inicial del vector de estado está representado como:

$$|\psi_w\rangle_e = (1/\sqrt{2})|\uparrow_z\rangle_e + 1/\sqrt{2}|\downarrow_z\rangle_e)|\text{"listo"}\rangle_d. \quad (2.3)$$

De este modo, el vector de estado evolucionará de acuerdo a la ecuación de Schrödinger, por lo que el estado físico a un tiempo posterior se representa como:

$$|\Psi_w\rangle_{e'} = 1/\sqrt{2}|\uparrow_z\rangle_e)|\uparrow_z\rangle_d + 1/\sqrt{2}|\downarrow_z\rangle_e)|\downarrow_z\rangle_d. \quad (2.4)$$

En este caso, los eigenvectores $|\uparrow_z\rangle_d$ y $|\downarrow_z\rangle_d$ representan a los estados del sistema macroscópico y los eigenvectores $|\uparrow_z\rangle_e$ y $|\downarrow_z\rangle_e$ representan a los estados del sistema microscópico. Ahora, si decimos que el eigenestado del aparato de medición tiene naturaleza clásica, entonces sabríamos con certitud que está en alguno de los estados posibles a un tiempo dado y con un valor definido de cierta propiedad. “Esto nos permite decir que el estado del sistema, aparato más electrón, después de la medición será descrito, no por la suma entera, sino por un solo término el cual corresponde al valor de la propiedad en cuestión” [Bell 2004, 218].

Notamos que el efecto de medir, esto es, la interacción entre el sistema microscópico y macroscópico, provoca un cambio de estado, un nuevo estado, tal como lo postula el colapso de la función de onda:

$$\begin{aligned}
 o \quad & |\uparrow_z\rangle_e |\uparrow_z\rangle_d && (\text{con probabilidad } 1/2), && (2.5) \\
 o \quad & |\downarrow_z\rangle_e |\downarrow_z\rangle_d && (\text{con probabilidad } 1/2).
 \end{aligned}$$

El proceso antes descrito lleva implícito un principio de irreversibilidad, pues, al generarse un nuevo estado, la dinámica que lo gobierne será a partir de éste y no del estado pasado. De esta forma, regresar al estado anterior a la medición no sería posible.

Sin embargo, observamos que se sigue presentando el mismo problema antes mencionado. Para responder a la pregunta ¿Cuándo exactamente ocurre el colapso? Se necesitaría definir qué es microscópico y qué es macroscópico, o bien, determinar sus límites con claridad. Por ejemplo, en el caso del gato de Schrödinger, si el gato se considera como un sistema macroscópico entonces funciona de acuerdo a las leyes clásicas. Así, la cuestión de concebir a un gato que al mismo tiempo esté vivo y muerto no entra en juego. No obstante,

también podríamos considerar que el gato está conformado por una colección de átomos, entonces ¿por qué no tratarlo de manera cuántica? Es decir, en la interpretación estándar no hay una regla clara que nos diga qué sistema es microscópico y qué otro es macroscópico.

Otro intento por solucionar el problema de la medición y que está relacionado con la distinción microscópico-macroscópico viene del malentendido ampliamente difundido entre los *estados en superposición* y los *estados mixtos*. La superposición de los estados que se explicó en el primer capítulo, es un fenómeno que le ocurre a las partículas. Este fenómeno indica que un sistema físico puede tener un valor “y” también otro, como el caso del espín (\uparrow y \downarrow). Los estados mixtos representan sistemas cuyos estados son unos “u” otros. Es decir, hay un cambio de conjunción en la representación de los sistemas, donde este cambio, como veremos, no está bien fundado.

Antes de introducir el concepto de estado mixto es necesario hablar de los estados puros y la matriz densidad, o bien, el *operador densidad* $\hat{\rho}^{17}$. Los *estados puros* representan un conjunto de sistemas aislados y preparados de forma idéntica, los cuales están bien definidos en todo momento y son representados por algún vector de estado $|\psi\rangle$. Un estado puro puede ser representado también por una matriz densidad, cuya función es codificar de otra manera la misma información que describe el vector de estado. La matriz densidad, para un estado puro, se define como:

$$\hat{\rho}_p = |\psi\rangle\langle\psi|, \quad (2.6)$$

¹⁷ Para una descripción más detallada véase [Okon & Sudarsky (próximo)].

donde $|\psi\rangle\langle\psi|$ representa al operador y le se conoce como el producto exterior, es decir, un producto antisimétrico entre vectores. Para un estado puro la matriz densidad contiene la misma información que el vector de estado. Es fácil ver que la matriz densidad satisface que $\hat{\rho}_p^2 = \hat{\rho}_p$ y $Tr(\hat{\rho}_p) = 1$.¹⁸

La conexión que tiene dicha matriz con el experimento se da por medio del *valor esperado* de algún observable $\langle\hat{O}\rangle$, esto es, el promedio de una serie de mediciones de los conjuntos de sistemas idénticamente preparados. Si el resultado que se obtiene de cada medición es un eigenvalor (a_i) asociado al observable \hat{O} con probabilidad dada por la ecuación (1.40), entonces el valor esperado se define como la suma de las probabilidades de los eigenvalores y se representa como:

$$\langle\hat{O}\rangle = \sum_{i=1}^N |a_i|^2 = \sum_i |\langle\psi|\phi_i\rangle|^2 = \langle\psi|\hat{O}|\psi\rangle. \quad (2.7)$$

Desarrollando:

$$\begin{aligned} \langle\psi|\hat{O}|\psi\rangle &= \sum_i \langle\psi|\phi_i\rangle\langle\phi_i|\hat{O}|\phi_i\rangle\langle\phi_i|\psi\rangle = \sum_i \langle\phi_i|\hat{O}|\phi_i\rangle\langle\phi_i|\psi\rangle\langle\psi|\phi_i\rangle \\ &= Tr(\hat{O}|\psi\rangle\langle\psi|). \end{aligned} \quad (2.8)$$

Por lo tanto:

$$\langle\hat{O}\rangle = Tr(\hat{\rho}_p\hat{O}). \quad (2.9)$$

¹⁸ Para cualquier operador \hat{O} se define su traza como $Tr(\hat{O}) = \sum_i \langle\phi_i|\hat{O}|\phi_i\rangle$, donde $\{\phi_i\}$ es un conjunto completo de los vectores ortonormales que forman una base en el espacio de Hilbert en cuestión.

Es importante señalar que esta igualdad es correcta *sólo* si se asume la regla de Born y el postulado del colapso. No se trata de una igualdad que surja de forma natural por la matemática empleada. Es decir, cada valor que se obtiene al medir debe de ser un eigenvalor asociado al operador que representa al observable (regla Eigenvector/Eigenvalor) y la probabilidad de obtener dicho valor está dado por la regla de Born.

Ahora, los estados mixtos representan un conjunto de sistemas donde al menos uno de los elementos del conjunto no es preparado con el mismo estado que los demás. Es por esto que los estados mixtos no están determinados completamente de manera anticipada; cada uno estará asociado con un peso estadístico. En este caso, el conjunto de los sistemas no idénticos es representado por la matriz densidad como:

$$\hat{\rho}_m = \sum_i p_i |\chi_i\rangle \langle \chi_i|, \quad (2.10)$$

donde $\{|\chi_i\rangle\}$ representa la base del conjunto de los eigenestados de \hat{O} y p_i la frecuencia o el peso estadístico de cada uno de ellos. Esta forma de representar la matriz densidad satisface que $Tr(\hat{\rho}_m) = 1$. Además, la relación entre el valor esperado y la traza de la matriz densidad por el operador que representa algún observable se cumple de manera análoga a como lo hacen los estados puros. Esto es:

$$\begin{aligned} \langle \hat{O} \rangle &= \sum_i p_i \langle \chi_i | \hat{O} | \chi_i \rangle = \sum_i p_i \sum_j \langle \chi_i | \phi_j \rangle \langle \phi_j | \hat{O} | \phi_j \rangle \langle \phi_j | \chi_i \rangle \\ &= \sum_j \langle \phi_j | \hat{O} | \phi_j \rangle \langle \phi_j | \left(\sum_i p_i |\chi_i\rangle \langle \chi_i| \right) | \phi_j \rangle = Tr(\hat{\rho}_m \hat{O}). \end{aligned} \quad (2.11)$$

Por lo tanto, $\langle \hat{O} \rangle = Tr(\hat{\rho}_m \hat{O})$, para cada sistema del conjunto.

Para estos estados, los cálculos del valor esperado se realizan por medio de la regla de Born, como en el caso de los estados puros y, además, por medio de la probabilidad clásica o epistémica. La probabilidad epistémica se relaciona con el hecho de que, si se desordena a propósito el conjunto de los sistemas no idénticos y se mide uno al azar, entonces no se sabrá qué sistema es el que se mide. Como consecuencia de esta imposibilidad, “la matriz densidad sólo contiene información estadística sobre el estado posible de algún miembro del conjunto” [Okón & Sudarsky (próximo), 11].

La diferencia matemática entre la matriz de densidad de los estados mixtos y la matriz de densidad representada por un estado puro que está en superposición con otros estados es que los primeros pueden presentar términos de interferencia y los segundos no. Esta característica ha provocado el primer malentendido. Esto es, hay mucha gente que piensa que, si son eliminados los términos de interferencia, entonces se solucionaría el problema. Por ejemplo, una posible interpretación física a la eliminación de los términos de interferencia en los sistemas macroscópicos, como el gato dentro de la cámara, es que “vida y muerte son macroestados que contienen un enorme número de eigenestados... los términos cruzados al ser abundantes, todos con diferentes fases y magnitudes, entonces mutuamente se cancelan y su suma prácticamente se elimina. Esta es la vía en la cual la interferencia típica en la mecánica cuántica se vuelve inoperativa entre macroestados...” [Bell 2004, 225-226].

En contraste con la afirmación anterior, aunque se eliminen los términos de interferencia, los estados mixtos y los estados puros que representan estados en superposición siguen representando nociones distintas. Los estados mixtos representan a un conjunto de sistemas no idénticos, cada uno preparado en un estado determinado, cuya frecuencia de que

un sistema esté en alguno de estos estados está dada de manera probabilística. En cambio, los estados en superposición representan a un único sistema donde la descripción total se hace en términos de dicha superposición.

Concluimos que, el intento por solucionar el problema de la medición con el formalismo basado en la matriz densidad, no es suficiente para decir que los estados mixtos se pueden reducir a los estados en superposición. Esto, pues, como se mencionó, la conexión entre la noción matemática de la matriz densidad y el valor esperado de una propiedad física (ecuación 2.9 y 2.11) se da sólo si se asume de antemano el postulado del colapso, el cual es el postulado que se quiere explicar. Esto conlleva a una argumentación circular que, como consecuencia, no soluciona el problema de la medición.

Esta manera para intentar solucionar el problema de la medición está íntimamente relacionada con el tema de la *decoherencia* en la mecánica cuántica. La noción de decoherencia surge al tomar en cuenta la interacción inevitable entre el sistema y sus alrededores, lo que conlleva al entrelazamiento entre los estados del sistema y los estados de los alrededores. Además, el hecho de que “los estados de los alrededores que se entrelazan con los diferentes estados del sistema se vuelven, rápidamente y con una buena aproximación, ortogonales entre sí” [Okón & Sudarsky (próximo), 3]. Esto es, según los simpatizantes de la decoherencia, el hecho de que un sistema interactúe con sus alrededores eliminará los términos de interferencia y, así, permitirá pasar de un estado decoherente a un estado mixto sin necesidad de un observador externo.

Antes de continuar, expliquemos qué es el entrelazamiento y la definición de la matriz densidad reducida. Recordemos que un sistema físico se representa por un espacio vectorial

V , si tenemos un estado físico distinto, es necesario representarlo por un espacio vectorial distinto W . Por ejemplo, tomemos un sistema físico compuesto por dos partículas, la primera será descrita en el espacio vectorial V y la segunda en el espacio vectorial W ; el sistema completo estará descrito por el espacio vectorial $V \otimes W$, donde \otimes representa el producto tensorial, cuyo uso, en este caso, es la multiplicación de espacios vectoriales. Diremos que el sistema es *separable* si cualquier vector en $V \otimes W$ expresado en términos de una base puede ser factorizado en un producto de dos términos, uno que contenga vectores sólo en V y otro que contenga vectores solo en W . En el caso en que esto no sea posible, es decir, que no se pueda factorizar de esta manera, entonces hablamos de un sistema cuyos estados están entrelazados.

Ahora, supongamos un sistema S que puede ser dividido en dos subsistemas A y B . Las propiedades del sistema S están bien definidas, pues, por la regla Eigenvalor/Eigenvector, el vector de estado es un eigenestado del sistema. El problema podría surgir al momento de determinar el estado de los subsistemas. Por un lado, si el sistema es separable, entonces los estados de los subsistemas A y B también están bien definidos. Si este es el caso, por ejemplo, se puede describir al subsistema A con una matriz densidad $\hat{\rho}_A$ correspondiente a un estado puro. En cambio, si no es separable, entonces los estados de los subsistemas están enredados y, por lo tanto, sus estados no están bien definidos. En este caso la matriz densidad $\hat{\rho}_A$ no puede representar su estado. La única manera de introducir información en $\hat{\rho}_A$ para un sistema con estados entrelazados es realizando mediciones. La información contenida en $\hat{\rho}_A$ depende de los valores esperados de las mediciones hechas en este subsistema. Las matrices de densidad cuya información es

introducida de esta manera son llamadas *matrices de densidad reducida* y satisfacen que $Tr(\rho_A) = 1$.

Con esta información exponemos un ejemplo para saber a qué se refieren los que defienden la tesis de la decoherencia. Consideremos un sistema cuántico que interactúa con sus alrededores, en conjunto el sistema se representa por:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|\psi_1\rangle + |\psi_2\rangle)|E_0\rangle, \quad (2.12)$$

donde $|E_0\rangle$ representa el estado inicial de los alrededores. Ahora, de acuerdo a la ecuación de Schrödinger el sistema evolucionará a:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|\psi_1\rangle|E_1\rangle + |\psi_2\rangle|E_2\rangle), \quad (2.13)$$

con $\langle E_1|E_2\rangle \approx 0$, puesto que, como se mencionó en un inicio, los estados de los alrededores se consideran ortogonales entre sí. De este modo, se puede construir una matriz de densidad reducida $\hat{\rho}_S$ con la información que se obtiene al medir y sin tomar en cuenta los grados de libertad de los alrededores. Así:

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_S &= \frac{1}{2}\{|\psi_1\rangle\langle\psi_1| + |\psi_2\rangle\langle\psi_2| + |\psi_1\rangle\langle\psi_2|\langle E_2|E_1\rangle + |\psi_2\rangle\langle\psi_1|\langle E_1|E_2\rangle\} \\ &\approx \frac{1}{2}\{|\psi_1\rangle\langle\psi_1| + |\psi_2\rangle\langle\psi_2|\} \end{aligned} \quad (2.14)$$

Lo que se obtiene es una matriz de densidad reducida cuya forma es idéntica a la de un estado mixto. Así, pareciera ser que tomando en cuenta la interacción con los alrededores y considerando que sus estados son ortogonales entre sí, se podría pasar de un estado decoherente a un estado mixto. Sin embargo, esta demostración hace uso del postulado que quiere demostrar. Esto es, para construir una matriz de densidad reducida es necesario hacer

mediciones, pero los datos que se obtienen de las mediciones suponen de antemano el postulado del colapso y la regla de Born.

En resumidas cuentas, la noción de decoherencia toma en cuenta la interacción del sistema de estudio con sus alrededores. Esta interacción provoca que los estados del sistema y los estados de los alrededores queden entrelazados. Por ende, es necesario utilizar una matriz de densidad reducida. Considerando que los estados de los alrededores son ortogonales entre sí, entonces los términos de interferencia se eliminarían de la matriz de densidad reducida. Así, la matriz de densidad reducida queda de la misma forma que la matriz de densidad de un estado mixto. No obstante, el problema de todo esto es que para obtener el contenido de la matriz de densidad es necesario preparar al sistema de estudio y hacer mediciones asumiendo el postulado del colapso y la regla de Born. Es decir, *para todos los fines prácticos* el sistema decoherente se comportará como un sistema descrito por estados mixtos.

Concluimos que los intentos formales por resolver el problema de la medición, es decir, el camino que se sigue para pasar de los estados en superposición a los estados mixtos y el que se sigue para pasar de un estado decoherente a uno mixto, son insatisfactorios. Para explicar la transición es necesario asumir de antemano el postulado del colapso, es decir, sigue habiendo un “salto” injustificado entre tipos de estados.

Finalmente, a la conclusión que se llega hasta ahora es que la aplicación de conceptos como conciencia, aparato, irreversibilidad, observador, sistema microscópico, sistema macroscópico u otras nociones que se usan en intentos para solucionar el problema de la medición, no deberían aparecer en la formulación fundamental de la teoría. La única razón

por la cual podrían ser utilizados es por fines prácticos o pedagógicos, sin embargo, el otorgarles un valor fundamental no tiene cabida.

Si tomamos en cuenta la vaguedad de las vías expuestas para solucionar el problema de la medición, entonces hay personas que la posibilidad de salida del problema, si se quiere seguir con la misma interpretación, sería adoptar una *postura pragmática*, es decir, una postura donde sólo nos interesen los fines prácticos. (explicar) Bajo esta perspectiva no hay preocupación por saber el funcionamiento del mundo, sino sólo obtener resultados de él. Es importante subrayar esto pues el éxito de la mecánica cuántica es indiscutible. Los resultados que se obtienen con el aparato matemático utilizado son sumamente precisos. Es por esto que cualquier teoría que intente solucionar el problema de la medición tiene que adaptarse, mínimamente, a los resultados que la teoría estándar obtiene.

Como mostramos, la existencia de un problema fundamental en la interpretación estándar es evidente. Una aparente salida a este hecho es adoptar una postura puramente pragmática, sin embargo, aunque sólo se interese por los resultados, la estructura interna de la teoría presenta un “salto” injustificado entre dos leyes que gobiernan la evolución de los sistemas cuánticos de forma muy distinta. En la siguiente sección se presentará una manera de clasificar y evaluar alternativas a la interpretación estándar y, así, mostrar que el problema de la medición podría solucionarse desde otra teoría plausible.

Tres problemas de la medición

Hasta ahora se ha mostrado que el problema de la medición en la interpretación estándar es innegable. Los argumentos que se expusieron concluyen en explicaciones vagas de conceptos, los cuales conllevan a una inevitable división del mundo entre lo observado y el observador. Por lo tanto, la formulación de la mecánica cuántica estándar realmente no describe el comportamiento del mundo, sino que sólo es eficaz para obtener resultados de él en un laboratorio. Es por esto que, si se quiere aspirar a una descripción objetiva y completa del mundo, el modo más plausible, hasta ahora, es plantear nuevas formulaciones teóricas de la mecánica cuántica.

La estructura de análisis y clasificación, para plantear alternativas al formalismo estándar que solucionan el problema de la medición, se toma del artículo *Three Measurement Problems* [Tres problemas de la medición] (1995) del filósofo de la ciencia estadounidense Tim Maudlin. La estructura que Maudlin propone no es la única manera para abordar el problema, pero hacerlo de este modo nos permitirá distinguir y clasificar formalmente las posibles alternativas que solucionan el problema de la medición desde una perspectiva distinta a la que la mecánica cuántica estándar expone.

Para llevar a cabo la evaluación, Maudlin plantea tres problemas de la medición que cualquier teoría que pretenda explicar el mundo necesita resolver. El primero, llamado *el problema de los resultados*, da cuenta de la incompatibilidad mutua entre tres enunciados que se mencionarán más abajo. El segundo, llamado *el problema de la estadística*, explicita la necesidad de obtener predicciones que estén de acuerdo con la regla de Born. Por último, al tercer problema lo llama *el problema del efecto*, este problema toma en cuenta el hecho de

que, cuando se hace una medición, se obtendrá un resultado que estará relacionado de manera directa con el resultado de la siguiente medición.

El problema de los resultados se refiere a que, para optar por una teoría consistente, es necesario negar al menos uno de los tres enunciados siguientes¹⁹:

- (a) El vector de estado (o función de onda) que describe al sistema es completo. Esto es, el vector de estado contiene todas las propiedades físicas que determinan al sistema.
- (b) El vector de estado siempre evoluciona de acuerdo a la ecuación dinámica lineal (ecuación de Schrödinger).
- (c) Las mediciones siempre tienen resultados definidos, es decir, al final de la medición el dispositivo de medición indicará un único valor de la propiedad en cuestión.

Antes de señalar las teorías que se ajustan a su propuesta, al negar en turno cada uno de los enunciados²⁰, pongamos a prueba, con un ejemplo, la incompatibilidad en conjunto entre estos tres.

Consideremos el mismo sistema de la sección anterior, éste se conforma por un dispositivo compuesto de un detector y un indicador que determina un valor *definido* de la propiedad espín z (véase figura 2.1). Antes de que pase algún electrón, el indicador apuntará a “listo”. Si un electrón con espín \uparrow_z pasa por el detector, entonces el indicador marcará “ \uparrow_z ”; en el caso en que un electrón que pase por el detector tenga espín \downarrow_z , entonces el indicador

¹⁹ [Maudlin 1995, 7]

²⁰ La propuesta de Maudlin no impide la negación de más de un enunciado, empero, aquí no discutiremos otras teorías que lo hagan.

marcará “ \downarrow_z ”. El vector de estado del sistema descrito por el dispositivo de medición y un electrón que ingresa al dispositivo con un eigenestado de espín w está descrito por:

$$|\psi_w\rangle_e = (1/\sqrt{2})|\uparrow_z\rangle_e + 1/\sqrt{2}|\downarrow_z\rangle_e)|\text{"listo"}\rangle_d. \quad (2.9)$$

La cuestión ahora es ¿cómo evolucionará el vector de estado? Si (b) es correcto, es decir, si el vector de estado evoluciona de acuerdo a la ecuación dinámica lineal, entonces cada eigenestado que conforma al vector de estado (ecuación 2.9) evolucionará como:

$$\begin{aligned} |\uparrow_z\rangle_e|\text{"listo"}\rangle_d &\xrightarrow{\text{Schrödinger}} |\uparrow_z\rangle_e|\uparrow_z\rangle_d \\ |\downarrow_z\rangle_e|\text{"listo"}\rangle_d &\xrightarrow{\text{Schrödinger}} |\downarrow_z\rangle_e|\downarrow_z\rangle_d \end{aligned} \quad (2.10)$$

Por consiguiente, el vector de estado inicial evolucionará a:

$$|\Psi_w\rangle_{e'} = 1/\sqrt{2}|\uparrow_z\rangle_e|\uparrow_z\rangle_d + 1/\sqrt{2}|\downarrow_z\rangle_e|\downarrow_z\rangle_d, \quad (2.11)$$

independientemente de lo que pueda representar físicamente este estado.

Ahora, si (a) es correcto entonces el vector de estado contiene todos los elementos físicos que describen el sistema en cuestión. Una implicación de la completitud del vector de estado es que, si dos sistemas son descritos por vectores de estado idénticos, entonces los dos sistemas tendrán que ser físicamente idénticos en todos los sentidos.

Al afirmar que el vector de estado es completo, entonces la ecuación (2.10) representa el sistema físico por entero. Por simetría, el aparato de medición, de alguna forma, debe mostrar ambos estados de espín (“ \uparrow_z ” y “ \downarrow_z ”). Si este es el caso, entonces el dispositivo

no indicará un solo resultado (“ \uparrow_z ” o “ \downarrow_z ”). Por lo tanto, es necesario negar (c): las mediciones que se realicen no darán resultados definidos.

Comencemos la clasificación de las teorías de acuerdo a la negación en turno de cada uno de los enunciados expuestos. Si negamos (a), entonces el vector de estado no es suficiente para describir el sistema físico, por lo que faltarán variables que completen la descripción. Este tipo de teorías generalmente son llamadas *teorías de variables ocultas*, empero, resultaría conveniente llamarlas teorías de variables adicionales, pues en algunas de ellas se proponen variables que se manifiestan claramente.

Ahora, al negar (b), hablamos de teorías en donde los sistemas físicos que describe no siempre evolucionan de acuerdo a la ecuación dinámica lineal. Éstas generalmente son llamadas *teorías del colapso*. También podrían llamarse *teorías no lineales*, pues, bajo esta perspectiva, el sistema dejará de comportarse linealmente en algún momento de su evolución.

La interpretación estándar de la mecánica cuántica, si se considera como una teoría completa, se ubica dentro de las teorías del colapso²¹. Esto es así, puesto que, aparte de ser completa, los sistemas cuánticos no siempre evolucionan de acuerdo a la ecuación dinámica lineal y, además, se obtienen resultados definidos. Esto es, al momento de medir, el sistema colapsa a uno solo de los eigenestados que conforma el vector de estado. No obstante, como ya se expuso, esta teoría no es satisfactoria para solucionar el problema fundamental.

²¹ Sobre si la teoría estándar es completa o no, se puede consultar el argumento expuesto por Einstein, Podolsky y Rosen (paradoja EPR). La conclusión de su argumento es que, si la mecánica cuántica estándar es completa, entonces esta teoría es no local. La no localidad es una situación donde dos eventos con separación tipo espacio se comunican de alguna forma (por ejemplo, por una conexión causal). Para Einstein, el hecho de que una teoría fuera no local contradecía a la teoría de la relatividad especial, lo que lo lleva a decir que necesariamente la mecánica cuántica estándar es incompleta.

Por último, si negamos (c) nos referiremos a las teorías llamadas *teorías de los muchos mundos* o *teorías Everettianas*. Una posible interpretación de lo que significa la negación de (c) es que, en la medición, se obtienen todos los estados que el vector de estado expresa, sólo que cada uno de estos estados se presenta en un mundo físico distinto.

Ahora bien, el *problema de la estadística* toma en cuenta el éxito práctico que la teoría estándar ha alcanzado, ya que el uso de la ecuación probabilística (ecuación 1.40) en el análisis de los sistemas físicos ha arrojado resultados muy precisos. Es por esto que la *regla de Born* tiene que ser tomada en cuenta para la consideración de cualquier teoría que solucione el problema de la medición. De este modo, el tercer enunciado declarado en el *problema de los resultados* tiene que reescribirse como:

- (c) En las situaciones de medición, las cuales son descritas por vectores de estado idénticos, a veces se obtienen distintos resultados y la probabilidad de cada posible resultado está dada (al menos aproximadamente) por la regla de Born.²²

Por último, el *problema del efecto* surge, también, de los resultados empíricos de la teoría estándar. Éste da cuenta del efecto que ocurre al llevar a cabo una medición. Cuando se mide, el sistema físico se “altera”, lo que provoca un cambio en el vector de estado del sistema. La particularidad de este efecto es que el resultado de la medición está predeterminado, de alguna manera, por la medición pasada, y así sucesivamente con las siguientes mediciones. Esta es una de las características que hacen de la teoría estándar una teoría exitosa en la práctica.

²² [Maudlin 1995, 11]

Con esto terminamos la exposición de los tres problemas de la medición planteados por Maudlin. En el siguiente capítulo se expondrán las ideas principales de algunas teorías que entran en la clasificación. La primera teoría que se expondrá será la *teoría de de Broglie-Bohm*, la cual representará a las teorías de variables ocultas. La segunda teoría de estudio será la *teoría GRW* y representará a las teorías del colapso. Y, por último, la *teoría de los muchos mundos* representará a las teorías que niegan el enunciado (c).

III. Interpretaciones Alternativas

En este último capítulo se presentarán las ideas principales de las alternativas a la teoría estándar con base en la propuesta de Maudlin. La primera que se presentará será *la teoría de de Broglie-Bohm* y es sólo un ejemplo de las teorías de variables ocultas o adicionales. En esta teoría, el vector de estado no es suficiente para describir completamente al sistema físico, por lo que es necesario postular la existencia de una variable adicional que lo complete. La segunda teoría que se abordará será *la teoría GRW*, la cual intentará dar solución al problema de la medición por medio de la postulación de colapsos espontáneos. Finalmente, la tercera teoría que se expondrá plantea que el mundo se ramifica al momento que ocurre una medición. A cada mundo de la ramificación le corresponderá uno de los estados en superposición que conforman al vector de estado. La teoría que se abordará con base en esta idea es *la teoría de los muchos mundos*.

Variables ocultas

La descripción completa de los sistemas físicos en la interpretación estándar se obtiene sólo por el vector de estado. En cambio, en la teoría de de Broglie-Bohm el vector de estado no es completo por lo que es necesario postular cierta variable que complete la descripción del sistema. Así, se niega el primer enunciado del problema de los resultados planteado por Maudlin. En este caso, los otros dos enunciados, es decir, el cumplimiento en todo momento de la ecuación dinámica lineal y la obtención de resultados definidos, se cumplen. A continuación, se presentarán las ideas generales de dicha teoría.

La idea principal de esta teoría se remonta a los trabajos del físico francés Louis de Broglie. Él fue quien postuló la naturaleza ondulatoria del electrón y la extensión de esta idea a las demás partículas en 1924. A partir de dicho comportamiento y de la conocida ecuación de Schrödinger, en 1927 propuso que las partículas se comportaban así debido a la acción de una *onda piloto*. Esta formulación recuperaba la descripción cuántica en términos clásicos. Sin embargo, el modelo no se aplicaba correctamente a un sistema de más de una partícula, por lo que se abandonó la idea. Inclusive se argumentó sobre la imposibilidad de esta vía²³. No fue sino hasta 1952 cuando el físico estadounidense David Bohm formalizó el modelo y dio una interpretación para la descripción de muchos cuerpos.

La interpretación y algunos aspectos formales de dicha teoría han ido cambiando desde su formulación inicial. Por ejemplo, para Bohm es necesaria la inclusión de un potencial cuántico para fundamentar la dinámica de las partículas; para Bell no lo es, dos ecuaciones de movimiento son suficientes para describir al sistema. En el presente escrito se tomará la interpretación que Bell da a partir de los trabajos de Bohm. Lo que nos interesa aquí es exponer las ideas principales que conforman las teorías de variables ocultas con base en la teoría de de Broglie-Bohm.

Ahora, como se ha ido mencionando, la característica esencial de dicha teoría es la inclusión de una variable adicional al vector de estado para que así se describa completamente el sistema físico. En la teoría de de Broglie-Bohm la variable adicional representa a las *posiciones* de las partículas $X(t)$. En este caso, las posiciones de las partículas

²³ La imposibilidad de una teoría de variables ocultas fue demostrada inicialmente por von Neumann. Sin embargo, esta y otras demostraciones no resultaron ser contundentes. La explicación de las demostraciones y su insuficiencia puede verse en [Bell 2004] capítulos 1 y 17.

están bien definidas por lo que su evolución estará determinada en todo momento. Además, la función de onda²⁴ representa un campo real objetivo como es el caso para los campos en la teoría electromagnética. En la interpretación estándar la función de onda adquiere significado sólo al obtener su norma al cuadrado (véase ecuación 1.40), el cual representa la densidad de probabilidad; la función de onda es una representación matemática del estado del sistema sin decirnos ningún significado físico de ella.

La teoría de de Broglie-Bohm es una representación clara de la dualidad onda-partícula al proponer una generalización por medio del símbolo (Ψ, X) , sin la necesidad de proponer conceptos ambiguos como *complementariedad*²⁵. De este modo, al tener dos funciones que describen al sistema físico, también se tendrán dos ecuaciones de evolución. La primera corresponde a la función de onda $\Psi(x, t)$ y se determina por la ecuación de Schrödinger para el espacio de posiciones:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + V\Psi, \quad (3.1)$$

donde m es la masa de la partícula y V representa el potencial del sistema en cuestión. La segunda función corresponde a la variable que indica la posición de las partículas y se determina por la *ecuación guía*:

$$\frac{dX}{dt} = \frac{\hbar}{m} \text{Im} \frac{\partial_x \Psi}{\Psi}(X), \quad (3.2)$$

²⁴ En este apartado se utilizará el término de función de onda en vez de vector de estado dado que la descripción de los sistemas cuánticos en esta interpretación sólo se da en términos de las posiciones de las partículas, es decir, los estados físicos se describen en un espacio de posiciones.

²⁵ El concepto de complementariedad fue introducido por Niels Bohr para intentar explicar el comportamiento dual de la materia. No obstante, una crítica a este concepto se encuentra en [Bell 2004, 189-192]

donde $Im \frac{\partial_x \Psi}{\Psi}$ representa la parte imaginaria de la derivada parcial respecto de la posición de la función de onda entre la función de onda. Vemos que la ecuación guía se refiere a la velocidad de la partícula, esto es, al cambio de posición de la partícula en el tiempo. Entonces, el efecto de la función de onda es empujar a las partículas para que sigan cierta trayectoria, dicho de otra forma, guía a las partículas. Aunque haya dos ecuaciones de evolución no se presenta el caso de la interpretación estándar en donde hay un “salto” injustificado.

Las ecuaciones (3.1) y (3.2) se refieren al comportamiento de una sola partícula en una dimensión, pero los sistemas físicos, al menos en esta teoría, se conforman por un conjunto de partículas en tres dimensiones. Esto es, los parámetros ahora son $(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, \dots, x_N, y_N, z_N)$, donde N es el número de partículas. Así, la función de onda extenderá sus parámetros como $\Psi(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, \dots, x_N, y_N, z_N, t)$. Esta notación nos hace ver que ya no estamos tratando a la función de onda en un espacio de tres dimensiones sino en un espacio de configuraciones $3N$ -dimensional. No obstante, en la especificación del sistema que describe el aparato de medición, se puede reducir el número de parámetros considerablemente. Por ejemplo, si tenemos un arreglo experimental con sólo dos detectores, entonces la formulación matemática se reducirá a dos parámetros de posición y uno de tiempo. Esto es posible ya que el arreglo experimental (sistema macroscópico) no medirá la posición instantánea de todas las partículas (sistema microscópico) por separado, sino que sólo medirá una partícula cuando esté en el detector 1, o bien, cuando esté en el detector 2.

La consideración en la presente teoría de una división macroscópica y microscópica no causa algún problema, pues “esta selección del sistema es algo práctico definido por las circunstancias y no se encuentra ya en la formulación fundamental de la teoría” [Bell 2004,

114]. La división del mundo sólo es una cuestión de practicidad, no afecta para nada la descripción de las posiciones de las partículas en conjunto.

Es importante señalar una cuestión sobre esta observación. La ventaja de proponer una variable adicional referente a las posiciones de las partículas para completar la descripción de los sistemas físicos es que no es necesaria la división del mundo por principio. Como se comentó en el párrafo anterior, la división sólo surge por cuestiones prácticas para la solución de problemas.

Una última cuestión significativa bajo esta interpretación es el aspecto probabilístico de la teoría, “la idea de probabilidad tendrá que entrar en esta teoría como algún tipo de idea *epistémica*, tal como entra en la mecánica estadística clásica” [Albert 1992, 135]. A la idea epistémica a la que se refiere Albert es que no es posible conocer las condiciones iniciales del sistema cuántico. Esto es, el sistema evoluciona de manera determinista de acuerdo a la ecuación de Schrödinger, sin embargo, las condiciones iniciales del sistema no son cognoscibles con absoluta precisión. Es en este punto donde se introduce la característica probabilística tal como sucede en la mecánica estadística clásica. Con esta idea y con un tratamiento estadístico se propone que el promedio de los valores posibles de las condiciones iniciales se obtiene con:

$$|\Psi(x, t)|^2. \tag{3.4}$$

Es decir, la norma al cuadrado de la función de onda que describe el sistema de estudio. Esta ecuación es la misma que se obtiene en la interpretación estándar (regla de Born), así que los resultados predichos por la teoría de de Broglie-Bohm son los mismos que los de la interpretación estándar. La diferencia radica en supuestos físicos fundamentales muy

diferentes. En el caso de la interpretación estándar se requiere del postulado del colapso de la función de onda al momento de medir. En la presente teoría la medición no entra en juego, el papel lo toma la incertidumbre epistémica de las condiciones iniciales del sistema físico.

En esencia, estas son las ideas principales que conforman la teoría de de Broglie-Bohm y las que nos interesan para el presente escrito²⁶. Ilustremos ahora dos ejemplos para entender el comportamiento del mundo bajo la interpretación de de Broglie-Bohm.

Comenzaremos con la exposición del experimento de la difracción de electrones. La explicación del comportamiento de los electrones por esta teoría puede ser comprendida con mayor facilidad en comparación con la explicación que se le da en la interpretación estándar. Recordemos que el fenómeno de difracción es propio de las ondas no de las partículas, sin embargo, el patrón que se observa en pantallas fluorescentes, cuando interactúan los electrones con éstas, es análogo al de las ondas. En la interpretación estándar se considera que los electrones se comportan como ondas (superposición de posiciones) al no efectuarse ninguna medición antes de la interacción con la pantalla, lo que provoca el patrón de interferencia. En cambio, si se realiza una medición intermedia los electrones son detectados como partículas (colapso de la función de onda) y el patrón de interferencia no aparecerá.

En la interpretación que tratamos ahora, la suposición de que la medición cambia la naturaleza de evolución de la partícula no es necesaria. En este caso los electrones son partículas que tienen posiciones bien definidas en todo momento, independientemente de que haya una medición o no. Siendo así, un electrón pasará sólo por una de las rendijas, no por

²⁶ Por ejemplo, el carácter no local de la teoría, aunque sea un factor muy importante, no nos interesa para los propósitos de la tesis.

las dos. Lo que sí pasará por las dos rendijas es el campo Ψ . La función de onda es un campo real que guía a las partículas por el espacio. Es importante tener en cuenta aquí que las partículas no viajan en línea recta como en una concepción clásica, pues está presente un campo que va cambiando su trayectoria. Así, los electrones serán guiados hacia los lugares donde el valor de $|\Psi(x, t)|^2$ es mayor, pero tampoco se prohíbe que lleguen a otras regiones de la pantalla pues, aunque la probabilidad sea menor, las condiciones iniciales de la posición de los electrones se lo permiten.

Consideremos el ejemplo que se presentó con detalle en el primer capítulo sobre la superposición de los estados de la propiedad de espín²⁷. El arreglo experimental es el mismo: un dispositivo en donde se dividen a los electrones de acuerdo a su valor de espín. En esta interpretación, el electrón está descrito por el campo Ψ y la posición de la partícula, en conjunto (véase figura 3.1). Recordamos que los resultados dependen del arreglo experimental. En este caso tenemos dos opciones: la salida del electrón por la abertura que indica espín \uparrow_w y la salida por la abertura que indica espín \downarrow_w . El estado del sistema está representado por:

$$|\uparrow_z\rangle|\Psi\rangle = 1/\sqrt{2} |\uparrow_w\rangle|\psi_a\rangle + 1/\sqrt{2} |\downarrow_w\rangle|\psi_b\rangle. \quad (3.5)$$

El camino que seguirá el electrón al pasar por el dispositivo depende de la posición inicial del electrón. Por ejemplo, consideremos que, si el electrón se encuentra en la parte superior de la región que cubre el campo, entonces el electrón saldrá por la abertura que indica espín \uparrow_w . En el caso en donde el electrón inicialmente se encuentre en la parte inferior de la región

²⁷ La explicación de este arreglo experimental se sintetiza a partir de la explicación que se da en [Albert 1992, 145-156].

que cubre el campo, entonces saldrá por la abertura de espín \downarrow_w . Sin embargo, la posición inicial del electrón no es cognoscible, por lo que será necesario aplicar la ecuación (3.4) para obtener la probabilidad de que el electrón se dirija hacia una abertura u otra. En este caso, las probabilidades son iguales (50% para cada abertura), tal como sucedió con el arreglo experimental del capítulo primero.

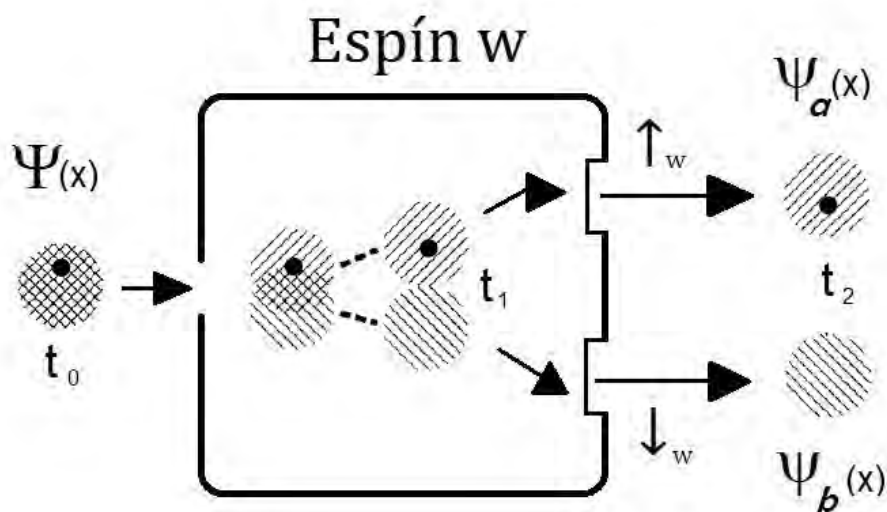


Figura 3.1

Para arreglos experimentales más elaborados como los que se muestran en las figuras 1.3 y 1.4 del primer capítulo se sigue la misma lógica: el resultado que se obtenga dependerá de las posiciones iniciales de las partículas. Por simplificar, si los electrones se encuentran en la parte superior del campo Ψ , antes de entrar al dispositivo de medición, éste los guiará hacia la abertura superior. De la misma manera, si los electrones se encuentran inicialmente en la región inferior del campo, entonces el mismo los guiará a la abertura inferior del dispositivo. Es claro que la evolución de la dinámica del electrón depende de la naturaleza

del campo Ψ descrito por la función de onda, no de la posición superior o inferior dentro de él.

La teoría estándar interpreta la ecuación (3.5) como si el electrón tuviera al mismo tiempo la propiedad de espín \uparrow_w y espín \downarrow_w antes de ser medido. Al momento de medirse, el sistema colapsa y se obtiene un resultado definido. En la teoría de de Broglie-Bohm el electrón sólo puede estar en un lugar a la vez, lo que sí está en varios lugares del espacio al mismo tiempo es el campo Ψ .

Es importante acentuar que, bajo esta interpretación, las propiedades son *contextuales*²⁸, es decir, propiedades u observables que dependen del dispositivo de medición. No tendría sentido pensarlas como propiedades intrínsecas (que no dependen del dispositivo de medición) de las partículas. En esta teoría cualquier sistema físico está descrito fundamentalmente tanto por el campo Ψ como por la variable de posición $X(t)$. Así, los resultados definidos, que se explican por medio de colapsos en la interpretación estándar, aquí se dan naturalmente a partir de las posiciones bien definidas de los electrones y su interacción con el dispositivo de medición.

Recordemos que el primer problema de la medición que plantea Maudlin, el problema de los resultados, menciona que es necesario negar al menos uno de los enunciados expuestos. Al negar la completitud del vector de estado, las teorías alternativas en esta clasificación son llamadas teorías de variables ocultas. En nuestro caso, se escogió la teoría de de Broglie-Bohm.

²⁸ [Albert 1992, 155]

El segundo problema, el problema de la estadística, se resuelve en la teoría de de Broglie-Bohm. Dicho problema indica que al momento de medir algunas veces se obtienen resultados distintos. Esto sucede en la presente teoría debido a la incertidumbre en las condiciones iniciales del sistema. El sistema tendrá una incertidumbre epistémica de las condiciones iniciales, aunque el proceso evolutivo sea determinista. Esto provocará que, aunque varios sistemas se describan por la misma función de onda, las partículas no siempre estarán en la misma posición por lo que los resultados algunas veces serán distintos. Además, la probabilidad de obtener cierto resultado está dada por la regla de Born.

Por último, el tercer problema, el problema del efecto, también lo resuelve la teoría de de Broglie-Bohm. De algún modo, la información tiene que transmitirse en el sistema a tiempos posteriores. Al realizar una medición no se altera el sistema como lo supone la interpretación estándar, sino que se obtiene un resultado que ayuda, en ese instante de tiempo, a conocer el estado del sistema. La información que en ese momento será útil para conocer el comportamiento del sistema para tiempos posteriores. Así, “una teoría sin colapso de la función de onda sólo puede resolver el problema del efecto si la dinámica de las variables adicionales fuerza a que las mismas carguen la información acerca de los resultados de las mediciones a través del tiempo” [Maudlin 1994, 14].

De los tres problemas clasificatorios que propone Maudlin la teoría de de Broglie-Bohm resuelve todos. Es por esto que esta teoría resulta ser una alternativa fiable para sustituir a la interpretación estándar. No obstante, esto no quiere decir que sea la única opción que pueda tomarse. Este análisis sólo nos indica la plausibilidad o no de seguir trabajando seriamente con teorías alternativas. Las que se verán aquí no se encuentran acabadas, están

en un proceso para adecuarse al otro pilar de la física moderna: la teoría de la relatividad. Así como su corroboración con los hechos empíricos.

Colapso objetivo

El segundo tipo de teorías que se obtienen de la clasificación de Maudlin son las teorías del colapso objetivo o teorías no-lineales. Este tipo de teorías niegan que los sistemas físicos siempre evolucionan de acuerdo a la ecuación dinámica lineal (ecuación de Schrödinger). Se consideran teorías completas, por lo que el vector de estado es suficiente para determinar el sistema físico por completo. Además, los resultados que se obtienen al medir están bien definidos. La primera teoría de este tipo que ha intentado resolver el problema de la medición es la teoría GRW (Ghirardi, Rimini y Weber) propuesta en 1986, la cual contiene las ideas generales de las teorías de colapso.

Recordemos que la teoría estándar se clasifica en este tipo de teorías pues se considera completa y da resultados definidos, empero, la ecuación de Schrödinger no siempre se cumple. El problema se encuentra al momento de especificar claramente cuándo y cómo sucede el cambio de dinámica, es decir, cuándo y cómo pasar de la ecuación dinámica lineal a la regla de Born. Vimos que los intentos por solucionar el problema son insatisfactorios.

Lo que la teoría GRW propone para solucionar el problema de la medición no es la eliminación de los colapsos de la función de onda, sino su incorporación como un fenómeno que ocurre espontáneamente en los sistemas físicos. La teoría estándar propone que los colapsos suceden al momento de medir, sea lo que pueda ser esto; la teoría GRW modifica

la ecuación dinámica con la adición de términos estocásticos y propone que los colapsos ocurren de manera aleatoria y espontánea. Dicho de otra forma, “cada componente elemental de cualquier sistema físico está sujeto, en tiempos aleatorios, a procesos de localización aleatorios y espontáneos alrededor de posiciones apropiadas” [Ghirardi 2011]. De este modo, no se enfrenta al problema de la medición expuesto y se utiliza la idea del colapso como un fenómeno objetivo que acaece en el mundo.

Ahora bien, no es suficiente sólo con plantear la existencia de colapsos espontáneos. Para que resulte ser una teoría consistente es necesario explicar cómo es el proceso en el cual ocurre un colapso, así como precisar dónde y en qué momento se presenta.

Para describir cómo sucede el colapso de manera simplificada, consideremos un sistema de estudio que consta de una partícula que se mueve solo sobre un eje espacial, cuya propiedad medible es la posición de la partícula. La ecuación de Schrödinger es válida, por lo que el estado de la partícula $\psi(x, t_1)$, en cierto instante t_1 , se encuentra en una superposición de posiciones x_i (eigenvectores del operador posición). Sin embargo, espontáneamente ocurre un fenómeno en donde la función de onda que describe al sistema como una superposición de posiciones colapsa y, en ese momento, la partícula se encuentra en un estado bien localizado. Para describir la localización espontánea, la función de onda que describe el sistema antes del colapso se multiplica por otra función que se expresa como:

$$G(x) = K \exp \left[-x_i^2 / 2d^2 \right]. \quad (3.7)$$

Vemos que se trata de una función Gaussiana la cual debe estar normalizada, donde x_i es el punto de localización del colapso y K un factor de normalización. Además, d es la precisión

de la localización y se podría considerar como una nueva constante de la naturaleza. El valor que sugieren los fundadores de la teoría para d es de 10^{-5} cm^{29} .

Así, la función de onda que representa el sistema en el momento en que ocurre el colapso es:

$$\psi'(x) = \psi(x, t_1)G(x). \quad (3.7)$$

De este modo, la teoría GRW explica cómo sucede el colapso. La cuestión ahora es dónde, de todos los estados superpuestos, ocurre. Para resolver la cuestión es necesario obtener la norma al cuadrado de la función de onda $\psi'(x)$, correspondiente al eigenestado $|x_i\rangle$, cuando ocurre el colapso:

$$|\langle x_i | \psi' \rangle|^2. \quad (3.8)$$

Observamos que, del mismo modo que en la teoría estándar, la probabilidad de obtener el eigenestado $|x_i\rangle$ está determinado por su eigenvalor asociado al operador posición al cuadrado $|a_i|^2$. Mientras mayor sea el valor de $|a_i|^2$, es más probable que el colapso suceda en la posición x_i . Como la función Gaussiana multiplica a la función de onda $\psi(x, t)$ en el momento en que ocurre el colapso, entonces los demás eigenestados que conforman la función de onda se eliminarán, lo que nos permite obtener un resultado definido.

Por último, ¿cuándo suceden los colapsos? Esta es una cuestión puramente aleatoria. Se asume que “los colapsos ocurren en tiempos distribuidos aleatoriamente, de acuerdo a la

²⁹ [Ghirardi 2011]

distribución de Poisson, con una frecuencia promedio f , [Ghirardi 2011]. La distribución de Poisson se representa como:

$$C(N) = \frac{e^{-f} f^N}{N!}, \quad (3.9)$$

donde N indica el número de partículas y, en este caso, la teoría GRW sugiere que la frecuencia sea $f = 10^{-16} \text{ s}^{-1}$, al igual que la precisión de la localización d , la frecuencia f del colapso (o el tiempo promedio $\tau \approx 10^{15} \text{ s} \approx 10^8 \text{ años}$) resultaría ser otra nueva constante de la naturaleza.

Observamos que para sistemas de pocas partículas la recurrencia de los colapsos es muy pequeña. Por ejemplo, en el caso de una partícula el colapso se daría aproximadamente una vez cada 10^{16} segundos, lo que es aproximadamente 10^8 años. No obstante, para un sistema macroscópico el número de partículas es de alrededor de 10^{23} , es por esto que la recurrencia del colapso es altísima. Esto provoca que veamos a los objetos macroscópicos como objetos claramente definidos.

Ahora, ilustremos el comportamiento de los sistemas físicos en la teoría GRW por medio de un ejemplo. Consideremos un arreglo experimental como el de la figura 3.2, es decir, un dispositivo que indicará el estado de la propiedad espín z de los electrones. La manera en cómo sabremos que un electrón tiene espín \uparrow_z o espín \downarrow_z es por medio de la posición de un apuntador.

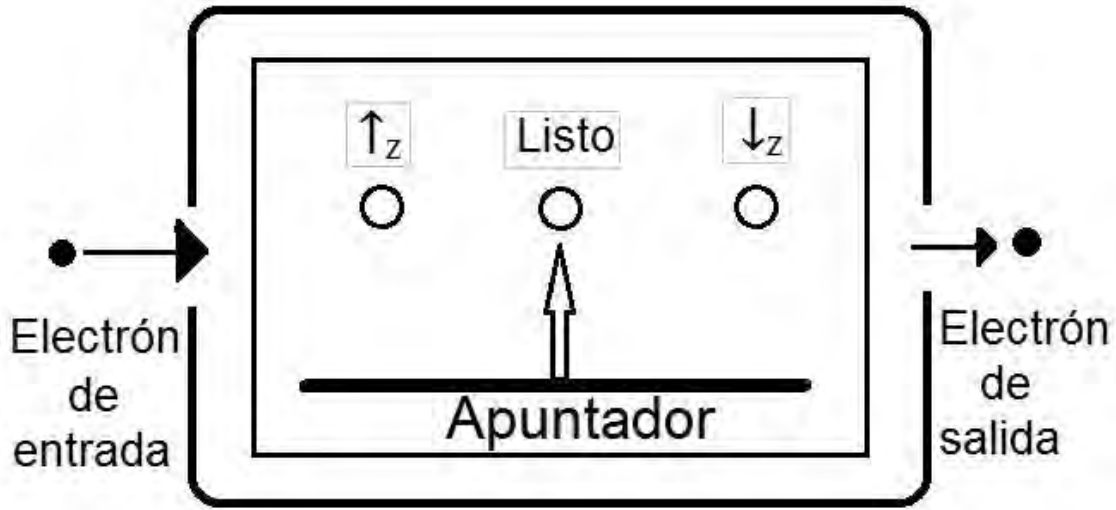


Figura 3.2

Antes de que ingrese un electrón al dispositivo, el apuntador se ubicará en la posición que indica “Listo”, en este momento no hay una interacción entre las partículas que constituyen el apuntador y algún electrón externo. Posteriormente, cuando ingresa algún electrón al dispositivo, el estado del sistema antes de presentarse el colapso se representa, de manera simplificada, como:

$$1/\sqrt{2}(|x_1\rangle_1|x_1\rangle_2|x_1\rangle_3 \dots)|\uparrow_z\rangle_e + 1/\sqrt{2}(|x_2\rangle_1|x_2\rangle_2|x_2\rangle_3 \dots)|\downarrow_z\rangle_e, \quad (3.10)$$

donde x_1 se refiere a la posición del apuntador cuando señala “ \uparrow_z ” y x_2 cuando señala “ \downarrow_z ”.

De manera espontánea alguna de todas las partículas que constituyen el sistema colapsa indudablemente, pues el número de partículas es enorme, y supongamos que ésta sea la partícula i -ésima del estado $|x_1\rangle_i$. Por la ecuación (3.8) la probabilidad de que suceda el colapso en $|x_1\rangle_i$ es de $1/2$. Además, si ocurre el colapso en ese estado, el vector $|x_2\rangle_i$ se

eliminará y, como está multiplicando a todos los demás vectores del eigenestado $|\downarrow_z\rangle$, entonces el apuntador señalará a “ \uparrow_z ”, es decir, obtendremos un resultado definido.

En la teoría GRW los sistemas microscópicos y macroscópicos se describen de la misma forma. La diferencia entre ellos se debe sólo al número de partículas que constituye el sistema. En esta teoría los colapsos son eventos propios de la naturaleza, así es que no es necesario dividir al mundo en uno que es observado y otro que observa. Por consiguiente, la teoría GRW no presenta el problema de la medición.

Ahora, al tomar en cuenta el problema de la estadística que plantea Maudlin, la teoría GRW lo soluciona, pues el colapso, aunque fortuito, es muy probable que suceda, ya que el número de partículas que conforman el aparato de medición y la partícula que interacciona con él es muy grande (10^{23} partículas aproximadamente). Asimismo, la probabilidad de obtener cierta localización del colapso se obtiene por medio de la regla de Born (ecuación 3.8).

En cuanto al problema del efecto, la teoría GRW también lo resuelve. Esto es, cuando ocurre el colapso de la función de onda, el estado del sistema cambia. Además, como el colapso se introduce dentro de la misma dinámica del sistema, el efecto que cause el colapso influirá en la evolución del sistema. En términos prácticos, si se mide una propiedad de un sistema, la siguiente medición que se efectúe estará influenciada por el efecto que causa el primer colapso.

Al resolver los tres problemas de la medición que plantea Maudlin, la teoría GRW es una opción plausible para describir al mundo. Además, optar por esta teoría “muestra cómo

uno puede trabajar con una teoría que legitima perfectamente tomar una posición macrorrealista acerca de los procesos naturales, sin contradecir ninguna de las predicciones experimentalmente probadas de la mecánica cuántica estándar. Finalmente, [esta teoría] da pistas precisas sobre dónde encontrar evidencia experimental de posibles violaciones del principio de superposición” [Ghirardi 2011].

Muchos mundos

La idea de la interpretación de los muchos mundos surge en la disertación de doctorado publicada en 1957 por el físico estadounidense Hugh Everett III con el nombre de “*Relative State*” *Formulation of the Quantum Mechanics* (La Formulación del “Estado Relativo” de la Mecánica Cuántica)³⁰. Aunque él no hace explícita la idea de los *muchos mundos*, su formulación puede ser interpretada así. Esto se ve en la antología de textos publicada por los físicos estadounidenses Bryce DeWitt y Neil Graham en 1973 con el nombre de *The Many-Worlds Interpretation of Quantum Mechanics* (La Interpretación de los Muchos-Mundos de la Mecánica Cuántica), en donde introducen la tesis doctoral de Everett y realizan una reinterpretación de ella. La exposición que se hará de la teoría sólo pretende mostrar las ideas generales y algunas de sus reinterpretaciones.

El propósito de Everett fue la solución del problema de la medición al asegurar que el vector de estado es completo y, además, que la ecuación dinámica lineal siempre describe al sistema cuántico, pero el resultado que se obtenga en una medición no será el único. Es

³⁰ [Sanders et al. 2011, 6]

decir, es una teoría alternativa a la interpretación estándar, de acuerdo a la clasificación que Maudlin propone, al negar el enunciado referente a la obtención de resultados definidos.

Uno de los aspectos que enfatiza la teoría es la postulación de un vector de estado universal que contenga todos los estados del universo, tanto los microscópicos como los cosmológicos. En la práctica usual de la mecánica cuántica, exceptuando las perspectivas de Dirac y von Neumann, el vector de estado no es universal ya que “se refiere sólo a la estadística de resultados de mediciones para un observador que interviene desde fuera del sistema cuántico. Cuando tal sistema es el universo en su totalidad, nada existe fuera de él. Esta situación no presenta ninguna dificultad para la filosofía [estándar], la cual sostiene que una concepción clásica del mundo macroscópico posee prioridad lógica sobre la concepción cuántica del microscópico. El mundo microscópico es descrito por funciones de onda que están determinadas por fenómenos macroscópicos en arreglos experimentales y tienen implicaciones sobre ellos” [Bell 2004, 93].

La intención de Everett fue proponer una teoría que describe al universo entero. La descripción está contenida en un vector de estado universal, donde ningún observador está fuera de él, y se comporta de forma determinista de acuerdo a la ecuación de Schrödinger. Así, Everett concibe su propuesta como una descripción del mundo puramente ondulatoria. Sin embargo, si este es el caso, ¿cómo explica que con un arreglo experimental se obtienen ciertos resultados definidos de las mediciones? Además, ¿qué respuesta puede dar al fenómeno de superposición bajo esta interpretación? Para responder la primera pregunta Everett ofrece una respuesta en su disertación doctoral:

Podemos introducir a la [mecánica ondulatoria pura] sistemas que representen observadores. Tales sistemas pueden concebirse como máquinas autómatas (servomecanismos) que poseen dispositivos de grabación (memoria) y que son capaces de interactuar con sus alrededores. El comportamiento de los observadores deberá ser tratado dentro de la estructura de la mecánica ondulatoria. Además, podemos deducir las aseveraciones probabilísticas de [la regla de Born] como apariencias subjetivas de tales observadores, de este modo, se coloca a la teoría en correspondencia con la experiencia. Entonces, nos dirigimos a la situación nueva en la cual la teoría formal es objetivamente continua y causal, al tiempo que es subjetivamente discontinua y probabilística. Mientras que este punto de vista justifica en última instancia nuestro uso de aseveraciones estadísticas del punto de vista ortodoxo, nos posibilita hacerlo de una manera lógicamente consistente, que permita la existencia de otros observadores. Al mismo tiempo, da un conocimiento profundo al significado de sistemas cuánticos y el rol que juegan por las correlaciones de la mecánica cuántica.³¹

Para Everett, el vector de estado es suficiente para describir al universo entero. Los mismos observadores son descritos por él. Empero, las experiencias subjetivas de los observadores se registran en la memoria, lo que conlleva a obtener resultados concretos que se calculan por medio de la regla de Born.

El propósito de Everett era mostrar que con la idea de grabación de registros (mediciones) relativos de los observadores se llegaba a las predicciones de la estadística cuántica estándar. La forma en como lo propuso fue por medio de “propiedades estadísticas de secuencias típicas de tales registros relativos” [Barret 2014].

Tendríamos, así, estados relativos y estados absolutos de los sistemas físicos. Los primeros se refieren a los registros de los observadores, es decir, a resultados de mediciones definidos y que se determinan por las mismas reglas estadísticas de la teoría estándar. Los

³¹ [DeWitt & Graham 1973, 9]

segundos se refieren a los estados en superposición, producto de la naturaleza del vector de estado.

Por ejemplo, consideremos un arreglo experimental que mida el espín z de electrones (e) como el de la figura 3.2. Un observador estará presente para *registrar* los resultados en su memoria. Primero, el estado del electrón sin la interacción con el dispositivo de medición es:

$$a|\uparrow_z\rangle_e + b|\downarrow_z\rangle_e, \quad (3.10)$$

es decir, un estado general en el que están superpuestos dos estados del sistema. Ahora, consideremos al sistema compuesto por el electrón (e), el dispositivo de medición (M) y el observador (O). Inicialmente, el estado del sistema compuesto se representa como:

$$a(|\uparrow_z\rangle_e|\text{"listo"}\rangle_M|\text{"listo"}\rangle_O) + b(|\downarrow_z\rangle_e|\text{"listo"}\rangle_M|\text{"listo"}\rangle_O). \quad (3.11)$$

Al momento en que el electrón interactúe con el dispositivo de medición, el fenómeno físico se representa ahora como:

$$a(|\uparrow_z\rangle_e|\uparrow_z\rangle_M|\uparrow_z\rangle_O) + b(|\downarrow_z\rangle_e|\downarrow_z\rangle_M|\downarrow_z\rangle_O). \quad (3.12)$$

Observamos que la situación física es una superposición de estados y de esta forma se representa el *estado absoluto* del sistema. Por otro lado, el *estado relativo*, según Everett, muestra un resultado definido en el registro de los observadores, es decir, el observador detectará, a través del dispositivo, que el electrón posee la propiedad con espín \uparrow_z , o bien, con espín \downarrow_z , sólo una de las dos opciones. De este modo, la situación física del registro relativo ahora es:

$$o \quad |\uparrow_z\rangle_e | \uparrow_z \rangle_M |\uparrow_z\rangle_o, \quad (3.13)$$

$$o \quad |\downarrow_z\rangle_e | \downarrow_z \rangle_M |\downarrow_z\rangle_o.$$

Para Everett, un estado relativo no determina la situación física completamente, únicamente se trata de *una* sucesión subjetiva de registros (de varias) sin contemplar el estado completo del sistema. En cambio, el estado absoluto muestra la situación física completa. La cuestión ahora es ¿qué representa físicamente la ecuación (3.12)? Everett intenta responder la pregunta, pero no la deja del todo clara. La idea de Everett radica en que “cada término describe una *rama*, las cuales son igualmente reales, y cada *rama* describe una secuencia diferente de experiencias para un observador; pero [...] después de que el observador hace una medición, sólo hay un único observador físico” [Barret 1999, 152].

Observamos que, por un lado, Everett no hace explícito el significado del concepto “rama”, por otro lado, si es que cada rama describe una secuencia diferente de experiencias para un observador, ¿cómo es que sólo hay un observador físico? Además, Everett recurre a una división del mundo entre sistemas absolutos y sistemas relativos sin explicarlo de manera objetiva, de la misma forma como lo hace Wigner al querer solucionar el problema de la medición dividiendo al mundo en uno consciente (observador) y otro físico (observado). En realidad, no hay una diferencia sustancial, solo conceptual, entre ambas perspectivas. Se sigue presentando el problema de la medición.

Sin embargo, la idea de plantear que hay una división del mundo en ramas y que cada rama es igual de real, sin especificar qué es una rama, conlleva a reinterpretar la teoría de diversas maneras. La más conocida es la interpretación de los *muchos mundos* propuesta por DeWitt y Graham. Esta teoría esclarece ciertos conceptos ambiguos en la teoría de Everett.

La teoría de los muchos mundos de DeWitt-Graham³², también llamada *the splitting-worlds theory* [la teoría de los mundos que se bifurcan], básicamente supone que cada componente del estado absoluto de un sistema representa literalmente un mundo físico. Es decir, cada rama de las que hace mención Everett no se refiere a la *posibilidad* de existencia de mundos diferentes, sino que cada una representa un mundo diferente y real.

Básicamente, la teoría de los muchos mundos de DeWitt-Graham toma las mismas ideas de la teoría de Everett sólo que, como se mencionó, reinterpreta ciertos conceptos, como las *ramas* de Everett en *mundos físicos reales*. Por un lado, consideran que es necesario especificar tanto el vector de estado universal como las variables dinámicas para realizar una completa descripción de la realidad física, aunque para Everett toda descripción física está incluida en el *vector de estado global* (estado absoluto). No es claro a qué se refieren DeWitt y Graham sobre la especificación de variables dinámicas, pero podría indicar que son necesarias para determinar los *estados locales* (estados relativos) de cada mundo. Al hacerlo de esta manera es necesario escoger una *base* privilegiada en la cual pueda ser expandida al estado global. Sin una base específica no puede determinarse el estado local de algún sistema físico en cuestión. Everett “en ninguna parte señala que una base sea privilegiada cuando describe su teoría; más bien, en su discusión del principio de relatividad de los estados, él se esfuerza para explicar que no existe una base privilegiada de ninguna manera” [Barret 1999, 153].

³² Para exponer los puntos esenciales que describen la teoría de DeWitt-Graham nos basamos en [Barret 199, 149-184]

Para DeWitt-Graham es necesario elegir una descomposición del vector de estado. Se escoge una base para representar al vector de estado global como una combinación lineal de eigenvectores, en donde cada eigenvector representa un estado local, tal como Everett lo expresa. De esta forma, se explica que al momento de realizar una medición se obtiene un resultado definido sin la necesidad de postular un colapso. Dicho de otra manera, el vector de estado representa un conjunto de mundos igualmente reales. Al momento de efectuarse una tipo-medición³³ el universo se bifurca en igual número de mundos respecto a la cantidad de eigenestados superpuestos que se expresan en el vector de estado.

Sin embargo, no se deja claro cuál sería el método para determinar una base privilegiada si es que la hay, es decir, qué base escoger para representar este mundo y no otro. Otro problema es la adecuación de los resultados exitosos de la estadística estándar a la teoría ya que “en [esta] teoría es normalmente falso que cada mundo [...] exhiba la estadística cuántica [estándar]. Ciertamente, la mayoría de los mundos obedecerá leyes muy distintas de las leyes de la estadística cuántica [estándar]. Pero, tal vez, la teoría de los mundos que se bifurcan, como se encuentra [actualmente], no provee nada como las probabilidades convencionales de la mecánica cuántica” [Barret 1999, 163].

Un intento por solucionar este tipo de problemas es reinterpretar las “ramas” de Everett no por mundos bifurcados, sino por *trayectorias* de estados locales. En este caso, cada una de las trayectorias representa una posible historia de un mundo. La base que se escoja depende del sistema que se desee analizar. Después de determinar los estados locales

³³ No es precisa la definición “tipo-medición” ya que no sólo se refiere a una medición en el laboratorio, también puede referirse, por ejemplo, a las transiciones energéticas de un átomo de alguna estrella.

por medio de la base, se escoge una *regla de conexión* que conecte cada estado en diferentes tiempos a través de trayectorias. La diferencia con la teoría de los muchos mundos es que la medición de probabilidad dependerá de las posibles historias o trayectorias de cada mundo, no directamente sobre los mundos. La especificación de la base, la regla de conexión y la medición de probabilidad inicial determinará el mundo con sus historias posibles. Esta interpretación es llamada *many-threads theory* [la teoría de los muchos hilos]³⁴.

No obstante, este tipo de propuestas sólo intentan solucionar el problema mas no lo hacen cabalmente. Construyen un formalismo más claro, pero realmente no lo resuelven. Por ejemplo, en este último caso, se agregan trayectorias y reglas de conexión, pero es necesario *escogerlas*, por lo que realmente no se soluciona el problema.

Otra reinterpretación que se ha dado a los escritos de Everett es la teoría de las muchas mentes. La teoría interpreta a las “ramas” por *estados mentales* del individuo, lo que hace que sea una teoría que determine *apariencias* directamente. La representación de las ramas por estados mentales surge de la misma idea de Everett, cuando propone que las mediciones empíricas son registros subjetivos de observadores. Empero, también se trata de una reinterpretación que no está bien justificada, es decir, presenta el mismo problema que la interpretación estándar.

Como hemos expuesto, la disertación doctoral de Everett ha influido de manera considerable en un buen número de interpretaciones que se le puede dar a la mecánica cuántica, todas ellas con base en la formulación de los estados relativos de la mecánica

³⁴ Para más información de la teoría de los muchos hilos o de muchas historias véase [Barret 1999] capítulo 6 y 8.

cuántica propuesta por Everett. Ciertamente, cada reinterpretación soluciona algunos aspectos que la teoría Everettiana no deja en claro, empero, aún no hay una teoría de este tipo que dé respuestas a los problemas que surgen bajo su interpretación.

Por último, de acuerdo a la evaluación de teorías que plantea Maudlin, la teoría Everettiana y sus reinterpretaciones corresponden a las teorías que niegan la obtención de resultados definidos. En las teorías de los muchos mundos no hay un resultado único, cada uno se expresa en un mundo distinto.

En cuanto al problema de la estadística y el problema del efecto, primeramente, notamos que, tanto para la teoría de Everett como la de los muchos mundos de DeWitt-Graham, los argumentos que intentan introducir la estadística estándar en la teoría no son satisfactorios. Parecen ser argumentos forzados como sucede con los intentos de solución al problema de la medición en la teoría estándar. Aunque la interpretación y el formalismo que se da en otras teorías que siguen esta línea, como la teoría de las muchas historias, resultan ser más claros y logran introducir los aspectos probabilísticos, no son concluyentes. No obstante, hoy en día, un grupo de personas ha retomado la propuesta y la sigue desarrollando, por lo que aún no podríamos descartarla como una teoría fiable para la descripción del mundo.³⁵

³⁵ Para una descripción detallada de las teorías Everettianas consúltese [Barret 1999], [Sanders et al. 2010] y [Vaidman 2014].

Conclusiones

El problema de la medición en la interpretación estándar de la mecánica cuántica es un problema que simplemente no puede evadirse. Aunque la interpretación estándar permita obtener resultados muy precisos del mundo, en este escrito expusimos que se trata de un problema fundamental de la teoría. Sea cual sea la postura que se tome ante el mundo (por ejemplo, instrumentalista o realista), la vaguedad de su formulación como teoría debe ser resuelta para que sea una teoría satisfactoria.

Como lo expusimos, el problema de la medición radica en la imprecisión del concepto de medición, es decir, cuándo, no es claro cómo, cuándo y dónde ocurre una medición. El acto de medir implica la separación fundamental del mundo en uno observado y otro que observa, en uno microscópico y otro macroscópico, en uno cuántico y otro clásico. Pero, ¿cómo distinguir o determinar el límite entre ellos? No hay una respuesta clara. Esto no sólo es una cuestión argumentativa, sino que proviene de la misma estructura de la mecánica cuántica estándar. Lo que produce esta separación del mundo yace en la existencia de dos ecuaciones de evolución radicalmente distintas, una determinista (ecuación de Schrödinger) y otra probabilística (regla de Born). La primera describe a los sistemas físicos cuando no hay una medición de por medio. La segunda entra en juego cuando se efectúa la medición.

Se mostró que los intentos por aclarar el concepto de medición no son satisfactorios. Los argumentos que se presentaron para solucionar el problema presentaban siempre cierta vaguedad. De este modo, concluimos que, al menos hasta ahora, no es posible resolver el problema sin proponer teorías alternativas a la mecánica cuántica estándar. Así, otro de los objetivos del proyecto fue examinar teorías alternativas que evitaran este problema. Para ello,

optamos por la estructura de análisis formulada por Maudlin para la clasificación y evaluación de teorías que describan los sistemas mecánico-cuánticos.

No pretendemos afirmar que dicha estructura de análisis sea la única forma de hacerlo. Sin embargo, su trabajo es producto de la observación del desarrollo histórico de la mecánica cuántica. Desde que la mecánica cuántica se consolidó con las aportaciones de Heisenberg y Schrödinger, no han dejado de haber científicos que estén en desacuerdo con su formulación, tanto conceptual como formal. A Schrödinger mismo no le satisfacía la idea de los colapsos. Einstein, Podolsky y Rosen (EPR) idearon un razonamiento para demostrar que la mecánica cuántica estándar estaba incompleta, en el sentido de que existe una realidad que no puede describir por principio.

Justamente, Bohm decidió formular nueva física, en parte influenciado por los argumentos de EPR, al incluir una variable adicional, referente a las posiciones de las partículas, junto a la función de onda para describir el mundo. Everett, por su parte, no estuvo de acuerdo con la separación del mundo en uno observado y otro que observa; propone que todo, incluidos los observadores, se explica por medio de un vector de estado universal sin recurrir a los colapsos del vector de estado. Más tarde, Ghirardi, Giancarlo y Weber tomaron en serio el problema de la medición sin cambiar la idea de la ocurrencia de los colapsos en la naturaleza. Para realizar una teoría que tomara en cuenta los colapsos y que resolviera el problema de la medición, propusieron reinterpretar a los colapsos como eventos físicos aleatorios y espontáneos, no como consecuencia de la medición.

De la estructura de análisis planteada por Maudlin, explicamos tres teorías: la teoría de de Broglie-Bohm, la teoría GRW y la teoría Everettiana. La teoría de de Broglie-Bohm se

caracteriza por agregar una variable adicional a la función de onda para describir al sistema completamente. La teoría GRW introduce el fenómeno del colapso como un hecho que ocurre en la naturaleza de manera espontánea y aleatoria. Por último, la teoría del estado relativo de Everett o su reinterpretación como la teoría de los muchos mundos por DeWitt-Graham propone que, en una medición, el mundo se bifurca en una multitud de mundos, cuyo número de mundos físicos reales depende del número de estados superpuestos contenidos en el vector de estado.

Cada teoría tiene sus propios problemas que tienen que ser resueltos. La teoría de de Broglie-Bohm resulta ser efectiva en casi todos sus aspectos, sin embargo, es una teoría explícitamente no local. La no-localidad realmente no es un problema sino una característica de los sistemas físicos que está en debate. El posible problema con la teoría GRW se halla en lo que se denominan las “colas” de la función gaussiana que multiplica a la función de onda cuando sucede el colapso espontáneo. Este problema radica en que, por ejemplo, si tenemos un sistema descrito por dos estados superpuestos, cada estado al momento del colapso se multiplica por una función gaussiana, y sucede que un punto de la función gaussiana que describe el primer estado también es un punto de la función gaussiana que describe el segundo estado, entonces ¿dónde sucedería el colapso? Este problema, sin embargo, es una cuestión que se encuentra también en debate, por lo que no es un problema fundamental. El rasgo importante que tiene que ser resuelto por ambas teorías es que es necesario desarrollar versiones relativistas de ellas.

Por su parte, las teorías Everettianas son las teorías menos convincentes que hemos exhibido. La vaguedad de sus argumentos y la recurrencia de herramientas matemáticas

secundarias para fortalecer a la teoría, como las reglas de conexión, la hacen ser una teoría bien constituida. Sin embargo, no podríamos asegurar que en algún momento no solucionen muchos de sus problemas.

Por último, ¿por qué enfatizar el problema de la medición si la teoría estándar obtiene resultados satisfactorios del mundo? Por un lado, para que una teoría esté bien fundamentada, todos los elementos que la conforman deben estar justificados. Sin embargo, la razón principal radica en el hecho de que, al detectar incongruencias en una teoría, es necesaria la búsqueda de una solución y, en este caso, parece ser que el único camino es la construcción de nuevas teorías que describan a los sistemas mecánico-cuánticos y que no presenten algún problema en su fundamentación. Es por esto que el problema de la medición no se trata solamente de un problema filosófico, es un problema genuinamente científico.

Tomar en cuenta los problemas que surgen en las teorías físicas, ya sean problemas en su estructura interna o problemas de contrastación entre los hechos empíricos y las predicciones de la teoría, siempre ha conducido al ser humano a construir nuevas teorías físicas. Además, una teoría construida de tal forma que pueda solucionar los problemas de una teoría que está en conflicto y que, además, se obtengan, al menos, las mismas predicciones, nos podría permitir descubrir aspectos del mundo que antes permanecían ocultos.

Bibliografía

- Albert, David. 1992. *Quantum Mechanics and Experience*. EUA: Harvard University Press.
- Arfken, George. 2001. *Mathematical Methods for Physicists*. EUA: Harcourt/ Academic Press.
- Barrett, Jeffrey. 1999. *The Quantum Mechanics of Minds and Worlds*. EUA: Oxford University Press.
- . “Everett's Relative-State Formulation of Quantum Mechanics”, revisión sustancial el 7 de julio de 2014, <http://plato.stanford.edu/entries/qm-everett/#5>
- Bell, John. 2004. *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics*. Reino Unido: Cambridge University Press.
- Bohm, David. 1979. *Quantum Theory*. New York: Dover.
- . 1998. *La Totalidad y el Orden Implicado*. Barcelona: Kairós.
- Cresser, James. 2009. *Quantum Physic Notes*. Sydney: Macquarie University Press.
- DeWitt, Bryce & Neill Graham, ed., *The Many-Worlds Interpretation of Quantum Mechanics*, New Jersey: Princeton University Press, 1973.
- Gasiorowicz, Stephen. 2003. *Quantum Physics*. EUA: John Wiley & Sons, Inc.
- Ghirardi, Giancarlo. “Collapse Theories”, revisión sustancial el 8 de noviembre de 2011, <http://plato.stanford.edu/entries/qm-collapse/#OriColMod>.
- Griffiths, David. 2005. *Introduction to Quantum Mechanics*. EUA: Pearson Prentice Hall.

- Maudlin, Tim. “Three Measurement Problems”. *Topoi* 14 (1995): 7-15.
- Merli, P. G., G. F. Missiroli y G. Pozzi. “On the statistical aspect of electron interference phenomena”. *American Journal of Physics* 44 (1976): 306.
- Merzbacher, Eugen. 1998. *Quantum Mechanics*. EUA: John Wiley & Sons, Inc.
- Okon, Elías. “El problema de la medición en la mecánica cuántica”. *Revista Mexicana de Física E* 60 (2014): 130–140.
- Okón, E. & D. Sudarsky, “Less Decoherence and More Coherence in Quantum Gravity, Inflationary Cosmology and Elsewhere” próximo en *Foundations of Physics journal*.
- Sánchez, José. 2005. *Historia de la Física Cuántica: I. El Período Fundacional (1860-1926)*. Barcelona: Crítica.
- Saunders, Barret, Kent & Wallace, ed., *Many Worlds? Everett, Quantum Theory and Reality*, New York: Oxford University Press, 2010.
- Vaidman, Lev. “Many-Worlds Interpretation of Quantum Mechanics”, revision sustancial el 17 de enero de 2014, <http://plato.stanford.edu/entries/qm-manyworlds/>