



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ZARAGOZA

“FACTOR DE FRICCIÓN EN FLUIDOS NO NEWTONIANOS”

TRABAJO PROFESIONAL
PARA OBTENER EL TÍTULO DE INGENIERO QUÍMICO

PRESENTA:

IRMA TAPIA ROJAS

DIRECTOR DE TESIS:

DR. EDTSON EMILIO HERRERA VALENCIA

CIUDAD DE MÉXICO. ABRIL DEL 2016





Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS
SUPERIORES “ZARAGOZA”

DIRECCIÓN

JEFE DE LA UNIDAD DE ADMINISTRACIÓN
ESCOLAR
PRESENTE.

Comunico a usted que al alumno(a) Tapia Rojas Irma
con número de cuenta 40900874-4 de la carrera Ingeniería Química, se le ha fijado el día 08 del mes de
Abril de 2016 a las 11:00 horas para presentar su examen profesional, que tendrá lugar en la sala de
exámenes profesionales del Campus II de esta Facultad, con el siguiente jurado:

PRESIDENTE	I.Q. DOMINGA ORTIZ BAUTISTA
VOCAL	DR. EDTSON EMILIO HERRERA VALENCIA
SECRETARIO	DR. MARIANO PÉREZ CAMACHO
SUPLENTE	I.Q. ALEJANDRO JUVENAL GUZMÁN GÓMEZ
SUPLENTE	I.Q. BLAS MALDONADO SÁNCHEZ

Dominga Ortiz Bautista
Edtson E. Herrera Valencia
MARIANO PÉREZ CAMACHO
[Signature]

El título de la tesis que se presenta es: “Factor de fricción en fluidos no newtonianos”.

Opción de Titulación: Convencional

ATENTAMENTE
“POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU”
México, D. F. a 08 de Marzo de 2016.

DR. VÍCTOR MANUEL MENDOZA NÚÑEZ
DIRECTOR

RECIBÍ:
OFICINA DE EXÁMENES PROFESIONALES
Y DE GRADO

Vo.Bo. *Dominga Ortiz Bautista*
I.Q. DOMINGA ORTIZ BAUTISTA
JEFA DE LA CARRERA DE I.Q.



AGRADECIMIENTOS.

- *A la Carrera de Ingeniería Química, de la Facultad de Estudios Superiores Zaragoza, Universidad Nacional Autónoma de México.*
- *A la Ing. Dominga Ortiz Bautista, por los comentarios y sugerencias de este trabajo además de inspirarme al estudio de Flujo de Fluidos, gracias por su tiempo y su conocimiento.*
- *Al Dr. Mariano Pérez Camacho, por sus valiosos conocimientos, la ayuda brindada, su confianza en mí, no solo fue un profesor, si no un amigo, gracias por las sugerencias y su entusiasmo para este trabajo.*
- *Al Ing. Blas Maldonado Sánchez, por los comentarios y sugerencias a este trabajo.*
- *Al Ing. Alejandro Juvenal Guzmán Gómez, por sus aportaciones y sugerencias, así como sus pláticas respecto al trabajo y la amistad brindada.*
- *Al Dr. Edtson Emilio Herrera Valencia, por brindarme el apoyo necesario para la elaboración de esta tesis, así mismo por regalarme parte de su sabiduría, tiempo y su gran conocimiento en esta área de la reología, además de la amistad y la confianza que tuvo en mí, gracias por hacer de mí una persona capaz de lograr sus propósitos, jamás olvidare todos los momentos vividos a su lado, porque siempre me regalo sonrisas, cariño y mucho apoyo, gracias por ser un padre en la escuela y educarme en esta etapa tan bonita de la investigación, sin duda es la persona más sencilla y humilde de mente brillante que conozco.*
- *Investigación realizada gracias a los Programas de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT) de la UNAM << IN115615 >> << Fenómenos de transporte y reología de fluidos complejos aplicados a sistemas biológicos >> y, PAPIIME PE112716 Material didáctico Teórico, protocolos experimentales y aula virtual de las materias de Fenómenos de Transporte (Cuarto semestre) y Transferencia de Masa (Séptimo semestre) correspondientes a los ciclos intermedio y terminal de la carrera de Ingeniería Química.*
- *Finalmente... Agradezco a todos aquellos docentes que me apoyaron a lo largo de mi crecimiento personal y profesional, y que de alguna manera ayudaron en la culminación de este trabajo, muchas gracias.*



DEDICATORIAS.

Quiero agradecer primeramente a Dios por la vida y la familia maravillosa que me dio, así mismo a la virgen por acompañarme en todo este trayecto y llenarme con su dulce amor.

A mis padres Emma y Martin por el apoyo brindado, por confiar y creer en mí, por soportarme y estar a mi lado alentándome a seguir adelante, gracias mamá por ser una gran amiga, en especial a mi padre por el sacrificio de trabajar para dejarme la mejor herencia... Una carrera, por su amor, por enseñarme lo mejor de la vida, por el ejemplo que me da para ser una buena persona. Jamás dejare de ser su pequeña princesa, así como jamás dejara de ser mi súper héroe, el que me salva de todo, simplemente es el amor de mi vida. Los Amo.

A mi pequeña familia Julieta y Sofía por acompañarme en este trayecto, por ser mi motivo, mi razón y motor de salir adelante, esto es por ustedes, en especial a mi “mami” por acogerme como su hija, por ser mi maestra de la vida, por tu infinito amor, por nunca abandonarme y mostrarme que para cada oscuridad llega la luz, por todas esas palabras que endulzan mi corazón, por ser la voz que me guía, gracias por caminar siempre de la mano conmigo. Te Amo.

A mis hermanos Karla y Emmanuel por su cariño y sus consejos, en especial a mi confidente, a mi cómplice, a ti hermanito por tu tiempo, por escucharme, aconsejarme, regañarme y llenarme de sonrisas, gracias por tener ese abrazo cada que lo necesitaba y necesito, pues siempre llegas en el momento adecuado. Los Amo.

A Karen por confiar en mí, por todas esas palabras de aliento, porque en cada caída siempre me decía: “Eres grande y tienes luz propia, lo que te propongas lo lograras creyendo en ti misma”, gracias hermanita por ser mi profesora, sin duda la culminación de mi carrera es gracias a la raíz que cosechaste en mí. Te Amo.

A mi mejor amiga, mi hermanita del alma, mi fiel compañera... Mayumi porque desde que te conocí logramos el éxito, gracias por caminar a mi lado, por acompañarme en esta maravillosa experiencia que es la vida, por enseñarme el valor de la Amistad, por nunca dejarme sola y dar todo por mí, sé que en cada tropiezo al levantarme siempre estarás tú, en cada adversidad o felicidad estarás para contagiarme de ti, eres una persona maravillosa y siempre estaremos juntas, “Hasta el infinito y más allá”, gracias por compartirme tu sabiduría y hacer de mi cada día mejor persona. Te Amo.

A José por su amor, cariño, comprensión y apoyo en todo este tiempo, gracias por tus palabras de aliento, por hacerme ver que lo que me proponga lo puedo lograr, por creer en mí y estar en cada tropiezo esperándome con una sonrisa para alentarme a caminar firme de nuevo. Te Amo.

A toda mi familia Tapia y Rojas por su apoyo y cariño, así como también a mis familiares que ya no están conmigo en especial a mis 2 ángeles... Esther e Irma por cuidarme desde arriba, en especial a mi mami Irma por acogerme desde niña y regalarme su amor cada que me siento y sentía en peligro.

A todas mis amigas que siempre me regalaron cariño, paciencia y conocimiento, jamás olvidare cada aula donde compartimos locuras, alegrías y tristezas, sin duda este logro también es parte de ustedes, porque cada una me acompañó en cada etapa del camino para mi carrera, Gracias; Diana, Monse, Rosa María, Rosa Isabel, Guadalupe, Susana, Yaz y Rita por creer en mí, en especial a Alejandra mi querida “Manis” por enseñarme que a la vida siempre se le sonríe, por quitarme el miedo y vivir de locuras, jamás me dejaste sola y a pesar del tiempo y la distancia siempre estas para mí, gracias por enseñarme que “La vida es como un juego de futbol, donde logramos triunfos y derrotas, en el que al final saldrá la mejor jugada que culmine la batalla”, y por enseñarme que la mejor manera de sacar el estrés es cantando como loca.

A todos mis maestros por regalarme su experiencia y sus brillantes conocimientos, gracias por los consejos, regaños y retos, pero más allá de todo... Por la amistad, sin dudad soy un poco de todos, en especial agradezco a la profesora Valentan por creer en mí y ser como una madre que me alentó, me aconsejo, me cuido y me ayudo a culminar mi meta.

Jamás olvidare la Facultad de Estudios Superiores Zaragoza porque ahí crecí, reí, llore, y conocí seres maravillosos que marcaron mi vida, siempre tendré esas aulas donde lo aprendí todo, esas áreas verdes que se convertían en mi descanso, me llevo cada rincón y doy gracias a Dios por permitirme ser parte de la casa de estudios más grande... La UNAM.



INDICE

ÍNDICE DE FIGURAS	9
ÍNDICE DE TABLAS	11
NOMENCLATURA	12
GLOSARIO	14
RESUMEN	17
ABSTRAC	17
APORTACIÓN AL CONOCIMIENTO	18
CAPÍTULO I	20
INTRODUCCIÓN	20
1.1. Aplicaciones de los fluidos newtonianos	21
1.2. Fluidos no newtonianos	22
1.3. Fluidos complejos	24
1.4. Factor de fricción	26
1.5. Definición de Factor de Fricción	26
1.6. Factores de fricción para el flujo en tubos	27
1.7 Objetivos	28
1.7.1 General	28
1.7.2 Particular	28
1.7.3 Hipótesis	29
CAPÍTULO II	31
FUNDAMENTOS TEORICOS	31
2.1. Fluidos complejos	32
2.2. Sistemas micelares	32
2.3. Reología	33
2.3.1. Tensor de esfuerzos	33
2.3.2. Tensor gradiente de velocidad y su transpuesta	34
2.3.3. El tensor rapidez de deformación	34
2.3.4. Tensor de Vorticidad	34
2.3.5. Flujo cortante en estado estacionario	35



2.4.	Ecuaciones constitutivas	36
2.4.1.	Fluidos newtonianos	36
2.4.2.	Fluidos no-newtonianos	37
2.4.3.	Fluido newtoniano	38
2.4.4.	Fluido no- newtoniano	39
2.4.5.	Modelo de Ostwaeld (Ley de potencia)	39
2.4.6.	Modelo de Ellis	40
2.4.7.	Modelo de Reiner Philippoff	40
2.5.	Fenómenos de Transporte	41
2.5.1.	La ecuación de transporte de cantidad de movimiento	42
CAPÍTULO III		43
PLANTEAMIENTO FÍSICO		43
DEL PROBLEMA		43
3.1.	Sistema físico	44
3.2.	Análisis de Proceso	44
3.3.	Transferencia de momento	45
3.3.1.	Vector de Velocidad	45
3.3.2.	Ecuación de continuidad	45
3.3.3.	Tensor gradiente de velocidad:	45
3.3.4.	Transpuesta del tensor gradiente de velocidad	45
3.3.5.	Tensor gradiente de velocidad	46
3.3.6.	Tensor de esfuerzos y magnitud del tensor de esfuerzos	46
3.3.7.	Ecuación de momento	47
3.3.8.	Factor de Fricción	48
3.4.	Ecuaciones Constitutivas	48
3.4.1.	Modelo de Newton	48
3.4.2.	Modelo Ostwald de Waele	48
3.4.3.	Modelo de Ellis	48
3.4.4.	Modelo de Reiner-Philippoff	49
3.5.	Condiciones a la frontera	49
3.6.	Resumen de las ecuaciones obtenidas en este trabajo	49
CAPÍTULO IV		51



MODELADO TEORICO	51
4.1. Factor de fricción de fluidos viscosos	52
4.2. Modelo de Newton	52
4.2.1. Cálculo del perfil de velocidad con deslizamiento en la pared	53
4.2.2. Cálculo del flujo volumétrico	54
4.2.3. Cálculo de la velocidad promedio	54
4.3. Fluidos no newtonianos	55
4.3.1. Modelo Ostwald de Waele	55
4.3.2. Cálculo del perfil de velocidad	56
4.3.3. Cálculo del flujo volumétrico	56
4.3.4. Cálculo de la velocidad promedio del modelo de Ostwald de Waale	57
4.4. Modelo de Ellis	58
4.4.1. Cálculo del perfil de velocidad	58
4.4.2. Cálculo del flujo volumétrico	59
4.4.3. Cálculo de la velocidad promedio y viscosidad aparente	60
4.5. Modelo de Reiner Philippoff	60
4.5.1 Calculo del perfil de velocidad	61
4.5.2 Cálculo del flujo volumétrico y viscosidad aparente	63
4.5.3 Cálculo de la velocidad promedio y viscosidad aparente	64
4.6. Factor de fricción en fluidos no newtonianos	65
4.7. Calculo de la rapidez de deformación en la pared	67
4.7.1. Fluido Newtoniano	67
CAPÍTULO V	70
SIMULACION Y ANALISIS	70
5.1. Modelo de Newton (Sin Deslizamiento)	71
5.1.1. Perfil de velocidades	71
5.1.2. Flujo volumétrico	72
5.1.3. Factor de fricción	73
5.2. Modelo de Newton (Con Deslizamiento)	74
5.2.1. Perfil de velocidades	74
5.2.2. Flujo volumétrico	75
5.2.3. Factor de fricción	76



5.3. Modelo de Ley de Potencia (Sin Deslizamiento)	77
5.3.1. Perfil de velocidades	77
5.3.2. Flujo volumétrico	81
5.3.3. Factor de fricción	82
5.4. Modelo de Ley de Potencia (Con Deslizamiento)	83
5.4.1. Perfil de velocidades	83
5.4.2. Flujo volumétrico	87
5.4.3. Factor de fricción	88
5.5. Modelo de Ellis (Sin Deslizamiento)	89
5.5.1. Perfil de velocidades	89
5.5.2. Flujo volumétrico	93
5.5.3. Factor de fricción	94
5.6. Modelo de Ellis (Con Deslizamiento)	95
5.6.1. Perfil de velocidades	95
5.6.2. Flujo volumétrico	99
5.6.3. Factor de fricción	100
5.7. Modelo de Reiner-Philippoff (Sin Deslizamiento)	101
5.7.1. Perfil de velocidades	101
5.7.2. Flujo volumétrico	104
5.7.3. Factor de fricción	105
5.8. Modelo de Reiner-Philippoff (Con Deslizamiento)	106
5.8.1. Perfil de velocidades	106
5.8.2. Flujo volumétrico	110
5.8.3. Factor de fricción	111
5.8.4. Fluidez	112
5.8.5. Viscosidad aparente	113
5.9. Factor de fricción	114
5.10- CONCLUSIONES	116
5.10.1 Mecanismos no deslizantes.	116
5.10.2 Mecanismos deslizantes.	117
5.11- TRABAJO FUTURO	117
5.12. PRESENTACIONES Y RECONOCIMIENTO A ESTA INVESTIGACIÓN	118



ANEXOS	119
REFERENCIAS	126

ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1. Diagrama de Flujo de Tesis.....</i>	<i>30</i>
<i>Figura 2. " Esquema que clasifica las diferentes fases que se presentan, por orden de temperatura"</i>	<i>32</i>
<i>Figura 3. Ilustra el flujo cortante simple en un sistema de placas paralelas. El fluido es cortado y se produce un flujo homogéneo (es decir, un Sistema en donde las variables dinámicas del sistema no dependen de la posición.....</i>	<i>35</i>
<i>Figura 4. Tipos de fluidos no-newtonianos viscosos.....</i>	<i>38</i>
<i>Figura 5. Representación del sistema de estudiado.</i>	<i>44</i>
<i>Figura 6. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores de esfuerzo adimensional.....</i>	<i>71</i>
<i>Figura 7. Ilustra el flujo volumétrico adimensional en función al esfuerzo en la pared adimensional.</i>	<i>72</i>
<i>Figura 8. Ilustra el factor de fricción en función al esfuerzo en la pared adimensional.....</i>	<i>73</i>
<i>Figura 9. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores de esfuerzo adimensional.....</i>	<i>74</i>
<i>Figura 10. Ilustra el flujo volumétrico adimensional en función al esfuerzo en la pared adimensional.</i>	<i>75</i>
<i>Figura 11. Ilustra el factor de fricción en función al esfuerzo en la pared adimensional.....</i>	<i>76</i>
<i>Figura 12. Ilustra el perfil de velocidades adimensional como función de la coordenada radial para diferentes valores del exponente de la ecuación constitutiva de ley de potencia con un esfuerzo adimensional en la pared de 2.....</i>	<i>77</i>
<i>Figura 13. Ilustra el perfil de velocidades adimensional como función de la coordenada radial para diferentes valores para del exponente de la ecuación constitutiva de ley de potencia con un esfuerzo adimensional constante igual a 4.</i>	<i>78</i>
<i>Figura 14. Ilustra el perfil de velocidades adimensional como función de la coordenada radial para diferentes valores del esfuerzo en la pared con un alfa igual a 1.....</i>	<i>79</i>
<i>Figura 15. Ilustra el perfil de velocidades adimensional como función de la coordenada radial para diferentes valores del esfuerzo en la pared con un alfa igual a 4.....</i>	<i>80</i>
<i>Figura 16. Ilustra el flujo volumétrico adimensional en función al esfuerzo en la pared adimensional a diferentes valores del exponente alfa asociado al modelo de ley de potencia.....</i>	<i>81</i>
<i>Figura 17. Ilustra el factor de fricción en función al esfuerzo en la pared adimensional a diferentes valores del exponente alfa asociado al modelo de ley de potencia.....</i>	<i>82</i>
<i>Figura 18. Ilustra el perfil de velocidades adimensional como función de la coordenada radial para diferentes valores para del exponente de la ecuación constitutiva de ley de potencia con un esfuerzo adimensional constante igual a 2.</i>	<i>83</i>
<i>Figura 19. Ilustra el perfil de velocidades adimensional como función de la coordenada radial para diferentes valores para del exponente de la ecuación constitutiva de ley de potencia con un esfuerzo adimensional constante igual a 4.</i>	<i>84</i>
<i>Figura 20. Ilustra el perfil de velocidades adimensional como función de la coordenada radial para diferentes valores del esfuerzo en la pared con un alfa igual a 1.....</i>	<i>85</i>
<i>Figura 21. Ilustra el perfil de velocidades adimensional como función de la coordenada radial para diferentes valores del esfuerzo en la pared con alfa constante igual a 4.</i>	<i>86</i>



Figura 22. Ilustra el flujo volumétrico adimensional en función al esfuerzo en la pared adimensional a diferentes valores del exponente alfa asociado al modelo de ley de potencia. 87

Figura 23. Ilustra el factor de fricción en función al esfuerzo en la pared adimensional a diferentes valores del exponente alfa asociado al modelo de ley de potencia. 88

Figura 24. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores de alfa y un esfuerzo en la pared de 1. 89

Figura 25. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores del alfa y un esfuerzo en la pared adimensional de 4. 90

Figura 26. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores del esfuerzo en la pared y un valor de alfa de 1. 91

Figura 27. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores del esfuerzo en la pared y un valor de alfa de 4. 92

Figura 28. Describe el comportamiento del flujo volumétrico adimensional en función al esfuerzo en la pared adimensional a diferentes valores de alfa. 93

Figura 29. Describe el comportamiento del factor de fricción en función al esfuerzo en la pared adimensional con diferentes valores de alfa. 94

Figura 30. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores de alfa y un esfuerzo en la pared de 1. 95

Figura 31. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores del alfa y un esfuerzo en la pared adimensional de 4. 96

Figura 32. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores del esfuerzo en la pared y un valor de alfa de 1. 97

Figura 33. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores del esfuerzo en la pared y un valor de alfa de 4. 98

Figura 34. Describe el comportamiento del flujo volumétrico adimensional en función al esfuerzo en la pared adimensional a diferentes valores de alfa. 99

Figura 35. Ilustra el comportamiento del factor de fricción en función al esfuerzo en la pared adimensional con diferentes valores de alfa. 100

Figura 36. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores de la viscosidad reducida y un esfuerzo reducido adimensional de 1. 101

Figura 37. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores de la viscosidad reducida y un esfuerzo reducido adimensional de 4. 101

Figura 38. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores del esfuerzo reducido y una viscosidad reducida adimensional de 1. 102

Figura 39. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores del esfuerzo reducido y una viscosidad reducida adimensional de 4. 103

Figura 40. Ilustra el flujo volumétrico adimensional en función del esfuerzo reducido adimensional para el modelo de Reiner a diferentes viscosidades reducidas. 104

Figura 41. Ilustra el factor de fricción en función del esfuerzo reducido en la pared adimensional a diferentes valores de viscosidad reducida. 105

Figura 42. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores de beta y un esfuerzo reducido adimensional de 1. 106

Figura 43. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores de la viscosidad reducida y un esfuerzo reducido adimensional de 1. 107

Figura 44. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores de la viscosidad reducida y un esfuerzo reducido adimensional de 4. 107



Figura 45. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores del esfuerzo reducido y una viscosidad reducida adimensional de 0.4. 108

Figura 46. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores del esfuerzo reducido y una viscosidad reducida adimensional de 1. 109

Figura 47. Ilustra el flujo volumétrico en función del esfuerzo reducido en la pared adimensional a diferentes valores de viscosidad reducida. 110

Figura 48. Ilustra el factor de fricción en función del esfuerzo reducido adimensional a diferentes valores de viscosidad reducida. 111

Figura 49. Ilustra la fluidez adimensional en función al esfuerzo reducido adimensional para diferentes valores de la viscosidad reducida. 112

Figura 50. Describe la fluidez adimensional en función al esfuerzo reducido adimensional para diferente valor de beta y con una viscosidad reducida adimensional constante e igual a 0.2. 112

Figura 51. Ilustra la viscosidad aparente adimensional en función al esfuerzo reducido adimensional para diferentes valores de la viscosidad reducida adimensional. 113

Figura 52. Muestra el factor de fricción en función al esfuerzo en la pared adimensional para los modelos de Newton, Ostwald waelle con un alfa igual a 4. 114

Figura 53. Se grafica el factor de fricción en función del esfuerzo en la pared adimensional con una viscosidad igual a 0.4. 115

Figura 54. Congreso de la Sociedad Polimérica de México "Factor de fricción de fluidos no newtonianos". . 120

Figura 55. Congreso de la Sociedad Polimérica de México "Permeabilidad intrínseca de fluidos no newtonianos"..... 121

Figura 56. Constancia de Asistencia al Congreso Sociedad Polimérica de México "Factor de fricción". 122

Figura 57. Constancia de Asistencia al Congreso Sociedad Polimérica de México "Permeabilidad intrínseca de fluidos no newtonianos". 123

Figura 58. Reconocimiento como ganador del concurso de cartel en el área de reología e ingeniería de polímeros. 124

Figura 59. Carta de aceptación para el XXXVII Encuentro Nacional de la Academia Mexicana de Investigación y Docencia en Ingeniería Química A.C. (AMIDIQ) con el tema "FACTOR DE FRICCIÓN DE FLUIDOS NO NEWTONIANOS INELASTICOS CON DESLIZAMIENTO EN LA PARED". 125

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Ilustra los diferentes ecuaciones constitutivas empleadas en la descripción del flujo y la reología en fluidos no newtonianos en el régimen línea y no lineal respectivamente. 22

Tabla 2. Definiciones de las variables dinámicas de la tabla 1. 23

Tabla 3. Ilustra las variables dinámicas involucradas en las ecuaciones básicas de transporte de cantidad de movimiento, energía y masa respectivamente. 41

Tabla 4. Resumen de las ecuaciones obtenidas en el modelado 68



NOMENCLATURA

Vectores y tensores

σ	Tensor de esfuerzos viscoso [Pa]
D	Tensor rapidez de deformación [1/s]
∇V	Tensor gradiente de velocidad [1/s]
∇V^T	Tensor gradiente de velocidad transpuesto [1/s]
V	Vector de velocidad [m/s]
g	Vector de aceleración de la gravedad [1/s]

Operadores Matemáticos

$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} i + \frac{\partial}{\partial y} j + \frac{\partial}{\partial z} k$	Operador Nabla [1/m]
$\frac{\partial}{\partial x^i}$	Derivada parcial de la coordenada x^i [1/m]
$D/Dt = \partial/\partial t + V \cdot \nabla$	Derivada material [1/s]
$\nabla \cdot$	Operador divergencia [1/m]

Variables dimensionales

a	longitud característica asociada al radio del tubo [m]
L	Longitud del capilar [m]
r	Coordenada radial adimensional [m]
$\langle V \rangle$	Velocidad promedio [m]
V_z	Componente axial del vector velocidad [m/s]
Q	Flujo volumétrico [m ³ /s]



Variables adimensionales

Q^*	Flujo volumétrico en estado no estacionario [1]
V_z^*	Velocidad axial [1]
σ_{rz}^*	Esfuerzo cortante [1]
$\dot{\gamma}_{rz}^*$	Rapidez de deformación rz [1/s]
τ	Esfuerzo reducido adimensional
ξ	Coordenada radial adimensional
ϕ	Razón entre la fluidez a alto y bajo corte
β^*	Beta adimensional

Letras Griegas

α	Exponente del modelo de Ellis [1]
$\dot{\gamma}_{rz}$	Rapidez de deformación rz [1/s]
ϕ_0	Fluidez a baja rapidez de deformación [1/Pa s]
ϕ_1	Fluidez a moderada rapidez de deformación [1/Pa
s^η	Densidad [rad/s]
ρ	Componente rz del esfuerzo cortante [Pa]
σ_{rz}	Esfuerzo en la pared [Pa]
σ_w	

Números adimensionales

Re	Numero de Reynolds [1]
----	------------------------



GLOSARIO

Deformación:	Es el cambio de la posición de una coordenada de un sistema con respecto a otra coordenada.
Esfuerzo:	Es la fuerza por una determinada área.
Esfuerzo en la pared:	Es el gradiente de presión evaluado en la frontera del sistema (pared).
Ecuación constitutiva:	Ecuación que relaciona las variables dinámicas en un sistema (Rapidez de deformación, Esfuerzo, Deformación)
Ecuación de continuidad:	Ecuación diferencial parcial que representa la conservación de materia en un sistema físico.
Ecuación de movimiento:	Segunda ley de Newton aplicada a un medio continuo.
Ecuación Hagen y Poiseuille:	Es la ecuación que relaciona el flujo volumétrico con el gradiente de presión.
Estado estacionario:	Estado en el que ninguna propiedad dinámica del sistema depende del tiempo.
Fluido:	Es aquel sistema físico que al aplicársele un esfuerzo cortante este se deforma continua e irreversiblemente.
Fluido incompresible:	Fluido que tiene una densidad constante.
Fluido newtoniano:	Fluido con viscosidad constante e independiente de la rapidez de deformación.
Fluido no-newtoniano:	La viscosidad es una función de la rapidez de deformación.
Fluido adelgazante al corte:	Fluido que decrece su viscosidad por efecto de un aumento en la rapidez de deformación.
Fluido engrosante al corte:	Fluido que aumenta su viscosidad por efecto de un aumento en la rapidez de deformación.
Fluido micelar:	Es aquel que está compuesto por miles o decenas de miles de agente tensoactivo.



Flujo volumétrico:	Volumen por unidad de tiempo.
Flujo homogéneo	Es el flujo en el cual las propiedades del sistema no dependen de la posición.
Flujo oscilatorio	Es el flujo que se origina cuando un plato oscila por una función periódica de baja amplitud.
Flujo cortante	Es el flujo que se origina al aplicar una fuerza tangencial al sistema (fluido) deformando continua e irreversiblemente al fluido.
Número de Reynolds:	Numero adimensional que relaciona los mecanismos inerciales entre los mecanismos viscosos y describe las transiciones de flujo laminar a turbulento en un sistema físico.
Perfil de velocidad:	La distribución de las velocidades dentro de un sistema en función de la coordenada radial.
Rapidez de deformación:	Es la derivada temporal de la deformación de un fluido con respecto al tiempo.
Tensor de esfuerzos:	Es una matriz simétrica de nueve elementos (3X3) en la cual se describe el estado de fuerzas en un elemento de control.
Tensor rapidez deformación:	Es una matriz de 3*3 simétrica que nos describe el cambio temporal del vector desplazamiento.
Factor de fricción:	Es el cociente entre dos mecanismos asociados a las fuerzas viscosas y cinéticas
Capa Limite:	Es el trabajo que hace un agente externo sobre los mecanismos viscosos.
Viscosidad:	Es una medida de la resistencia a fluir de un sistema Físico.
Velocidad promedio:	Es la velocidad axial promediada a través del área de flujo.
Densidad:	En una propiedad intensiva que relaciona la masa y el volumen en un sistema.



Modelo de Newton:

Es la ecuación constitutiva reológica más simple, la cual, relaciona el tensor de esfuerzos con el tensor rapidez de deformación y contiene una función material la cual no depende de la rapidez con la que se ha deformado llamada viscosidad.

Modelo de ley de potencia:

Es una ecuación constitutiva reológica no lineal la cual describe la zona de transición en el reograma esfuerzo rapidez de deformación y que generaliza al newtoniano.

Modelo de Ellis:

Ecuación constitutiva no newtoniana que contiene como caso particular el modelo newtoniano y el modelo de ley de potencia.

Modelo de Reiner Philippoff:

Ecuación constitutiva que describe la viscosidad en función del esfuerzo y que contiene tres parámetros materiales asociados a las viscosidades a alta y baja deformación y un parámetro que asocia las transiciones de mayores a menores viscosidades por efecto del esfuerzo aplicado.



RESUMEN

En este proyecto de investigación, se estudia la dinámica no newtoniana a través de la permeabilidad intrínseca del sistema utilizando cuatro ecuaciones constitutivas, llamadas: (i) Newtoniano, (ii) Ley de Potencia, (iii) Modelo de Ellis y (iv) Modelo de Reiner Philippoff. Suponiendo estado estacionario, fluido incompresible, proceso isotérmico y que los mecanismos inerciales son despreciables, i.e. número de Reynolds bajos, se obtiene un balance mecánico entre el gradiente de presión y los mecanismos viscosos, se deducen expresiones para el perfil de velocidades, flujo volumétrico, velocidad media y factor de fricción respectivamente. El factor de fricción para un fluido Newtoniano depende del inverso del número de Reynolds. Para un fluido no newtoniano, se observa que el factor de fricción depende de los mecanismos no newtonianos a través de las propiedades materiales. Los resultados implican que la velocidad axial se ve modificada por efecto de los mecanismos no newtonianos y de los números adimensionales correspondientes. Por otra parte, cuando estas dependen del deslizamiento se observa el desfase de las curvas. Finalmente, el factor de fricción decrece debido a las propiedades no newtonianas, por su adelgazamiento debido al esfuerzo cortante disminuyendo la viscosidad y por ende disminuyendo el contacto de fricción entre la tubería y el fluido que transporta.

Palabra Claves: Velocidad axial, Velocidad promedio, Flujo volumétrico, Factor de fricción, Modelo Newtoniano, Modelos no Newtonianos, Ecuaciones constitutivas de Ostwald de Waelle, Ellis y Reiner Philippoff.

ABSTRAC

In this research work. It is studied the non-newtonian dynamic through intrinsic permeability of the system using four constitutive equations, namely: (1) Newton, (ii) Power law, (iii) Ellis and (iv) Reiner-Phillipoff. Assuming, Steady state, incompressible flow, isothermic process and the inertial mechanisms are neglected, i.e. Low Reynolds numbers, it is obtained a balance force between the pressure gradient and viscous mechanisms respectively, the axial velocity, volumetric flow, average velocity and Friction factor is obtained. The Newtonian friction factor is constant and depend on the inverse of the Reynolds Number. In the case of a Non-Newtonian Fluid, the friction factor depends on the Non-Newtonian mechanisms through the material properties. The results show that the axial velocity, average velocity, volumetric flow, and friction factor with and without slip wall are function of the material properties.

Key words: Axial velocity, average velocity, Volumetric Rate flow, Friction Factor, Newtonian model, Non-Newtonian models, Ostwald de Waelle, Ellis and Reiner-Phillipoff models.



APORTACIÓN AL CONOCIMIENTO

- Se presenta una metodología general para obtener el factor de fricción en fluidos no newtonianos inelásticos, i.e. que la viscosidad cortante cambia en función de la rapidez de deformación y que no contiene componentes elásticas.
- Se analiza el caso del factor de fricción para cuatro fluidos: (i) Newton, (ii) Ostwald de Waele, (iii) Ellis and (iv) Reinner-Phillipoff. En todos los casos, se obtiene resultados analíticos para el perfil de velocidades, velocidad promedio, flujo volumétrico, Reynolds y Factor de Fricción generalizado.
- Suponiendo que el sistema se encuentra en régimen permanente, flujo homogéneo, fluido incompresible, proceso isotérmico y que los efectos de deslizamiento en la pared del capilar son diferentes de cero, se obtuvieron expresiones analíticas para: (i) Perfil de velocidades, (ii) Velocidad promedio, (iii) Flujo volumétrico, (iv) Reynolds no newtoniano y (v) Factor de fricción generalizado.
- La viscosidad del sistema (aparente) involucrada en el número de Reynolds fue corregida mediante el formalismo de Weissenberg Rabinowitsch respectivamente. Por lo tanto, los cálculos de número de Reynolds y por lo tanto el factor de fricción presenta resultados en donde se involucra la viscosidad real del sistema la que se presenta en un reómetro.
- Finalmente se presentan el modelado matemático y las predicciones computacionales para dos casos fundamentales: (i) con deslizamiento y (ii) sin deslizamiento respectivamente. El efecto del deslizamiento es desfasar los estados de mayor a menor velocidad por efecto del gradiente de presión. Por otra parte, al incrementar la velocidad se obtiene una contribución al flujo volumétrico total.
- El factor de fricción en función del esfuerzo en la pared, decrece en función de los mecanismos deslizantes y este, se modifica por efectos de



las propiedades materiales del fluido, a través de los grupos adimensionales correspondientes.



CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN



1.1. Aplicaciones de los fluidos newtonianos

La mayoría de las aplicaciones tecnológicas que tiene relevancia en la industria involucran fluidos no newtonianos, los cuales describen los cambios en la función viscosidad por efecto del corte y poseen componentes de tipo elástico a través de la primera y segunda diferencia de esfuerzos normales (Barnes et al. 1989; Bird et al. 1987, Bird et al. 2002). **La mayoría de estos sistemas son muy viscosos por lo que los mecanismos viscosos y cinéticos son muy importantes en el cálculo del factor fricción que no es otra cosa, que el trabajo irreversible que hace un agente externo en contra de las fuerzas viscosas** (Barnes et al. 1989; Bird et al. 1987, Bird et al. 2002).

Ejemplos de estos sistemas complejos, se puede encontrar en la industria de la pintura base agua, en donde agentes reológicos modifican y le dan las propiedades viscoelásticas a las pinturas. Estos agentes estabilizan y permiten el acabado y textura en las pinturas comerciales y son los responsables del nivelado y colgado en las pinturas base agua (Caram et al. 2009).

La reducción de la fricción es un medio de abatir el consumo de energía y por ende reducir el impacto en la Industria Química.

La reducción de la fricción en la conducción de fluidos (petróleo, gas, agua, sistemas de acondicionamiento de aire, etc.) por medio de ductos, puede inducir a un ahorro proporcional de energía que se utiliza en los sistemas de bombeo y de compresión.

La fricción de arrastre se produce debido a la interacción del flujo de un fluido con una superficie sólida. El fluido viscoso en contacto con la superficie sólida produce una zona denominada capa límite dinámica donde se generan gradientes de velocidad muy grandes debido a la viscosidad del fluido y es en esta zona donde se lleva a cabo el fenómeno de fricción de arrastre que está asociado con el esfuerzo cortante.



1.2. Fluidos no newtonianos

En el estudio de la mecánica del medio continuo, la primera aproximación es suponer que el fluido es newtoniano, es decir que la viscosidad es independiente de la rapidez de deformación, y la dinámica del medio puede ser descrita por las ecuaciones de Navier-Stokes (Barnes et al. 1989; Bird et al. 1987, 2002; Currie 1974). La segunda aproximación es suponer que los fluidos son no-newtonianos, y que la transferencia de momento y reología pueden ser descritas por un número amplio de ecuaciones constitutivas viscosas o viscoelásticas no lineales (Barnes et al. 1989; Bird et al. 1987, 2002; Currie 1974). Sin embargo, la mayoría de fluidos interesantes en la industria poseen componentes elásticas y se encuentran en el régimen de altas deformaciones por lo que son considerados viscoelásticos no lineales (Barnes et al. 1989; Bird et al. 1987, 2002; Currie 1974; Larson 1999).

Ejemplos de estas ecuaciones reológicas viscosas no lineales son: (i) Ostwaeld, (ii) Ellis, (iii) Cross, (iv) Yasuda Cross, etc (Barnes et al. 1989; Bird et al. 1987, 2002; Currie 1974; Larson 1999). En el régimen de viscoelasticidad lineal (bajas deformaciones): (i) Maxwell, (ii) Jeffreys, (iii) Burgers, (iv) Maxwell generalizado (Barnes et al. 1989; Bird et al. 1987, 2002; Currie 1974; Larson 1999). Por último, en el régimen viscoelástico no lineal se tienen los siguientes modelos. (i) Oldroyd B, (ii) Giesekus, (iii) Tanner, (iv) Phan-Thien-Tanner, (v) Bautista Manero Puig, etc (Barnes et al. 1989; Bird et al. 1987, 2002; Currie 1974; Larson 1999). En la Tabla 1 se presentan algunas de las ecuaciones más empleadas en la descripción reología de los fluidos (Barnes et al. 1989; Bird et al. 1987, 2002; Currie 1974; Larson 1999). En la tabla 2 se define los símbolos de las variables dinámicas de la tabla 1, así como sus unidades en el sistema MKS y el nombre de las mismas.

Tabla 1. Ilustra las diferentes ecuaciones constitutivas empleadas en la descripción del flujo y la reología en fluidos no newtonianos en el régimen línea y no lineal respectivamente.

Modelos	Modelos	Modelo Reológico	Función Viscosidad
A Viscoso	Ostwaeld	$\sigma = 2\eta(\text{II}_D)\mathbf{D}$	$\eta(\text{II}_D) = m\left(n\sqrt{2(\text{D:D})}\right)$



B Viscoso	Ellis	$\boldsymbol{\sigma} = 2\eta(\Pi_D)\mathbf{D}$	$\eta(\Pi_D) = \frac{\eta_0}{1 + \left(\frac{ \boldsymbol{\sigma} }{\sigma_{1/2}}\right)^{\alpha-1}}$
C Viscoso	Carreau	$\boldsymbol{\sigma} = 2\eta(\Pi_D)\mathbf{D}$	$\eta(\Pi_D) = \eta_\infty + \frac{\eta_0 - \eta_\infty}{\left[1 + (\lambda \Pi_D)^2\right]^{(1-n)/2}}$
D Viscoso	Hershel-Bulkley	$\boldsymbol{\sigma} = 2\eta(\Pi_D)\mathbf{D}$	$\eta(\Pi_D) = \frac{\eta_\infty}{\Pi_D} + m(\Pi_D)^{n-1}$
E Viscoelástico Lineal	Maxwell	$\boldsymbol{\sigma} + \lambda_0 \frac{\partial}{\partial t} \boldsymbol{\sigma} = 2\eta_0 \mathbf{D}$	$\eta = \frac{\eta_0}{1 + \lambda_0 \frac{\partial}{\partial t}}$
F Viscoelástico Lineal	Jeffreys	$\boldsymbol{\sigma} + \lambda_M \frac{\partial}{\partial t} \boldsymbol{\sigma} = 2 \left(1 + \lambda_J \frac{\partial}{\partial t}\right) \eta_0 \mathbf{D}$	$\eta = \eta_0 \frac{1 + \lambda_J \frac{\partial}{\partial t}}{1 + \lambda_0 \frac{\partial}{\partial t}}$
G Viscoelástico No-Lineal	Convectiva Superior de Maxwell	$\boldsymbol{\sigma} + \lambda_M \overset{\nabla}{\boldsymbol{\sigma}} = 2\eta_0 \mathbf{D}$	En corte es la misma que el fluido Newtoniano
H Viscoelástico No lineal	Oldroyd-B	$\boldsymbol{\sigma} + \lambda_M \overset{\nabla}{\boldsymbol{\sigma}} = 2 \left(1 + \lambda_J \frac{\partial}{\partial t}\right) \eta_0 \overset{\nabla}{\mathbf{D}}$	En corte es la misma que el fluido Newtoniano

Tabla 2. Definiciones de las variables dinámicas de la tabla 1.

Nombre	Símbolo	Unidades (MKS)	Nombre
Tensor de Esfuerzos	$\boldsymbol{\sigma}$	Pa	Pascal
Tensor rapidez de Deformación	\mathbf{D}	s ⁻¹	Segundo
Función Viscosidad	$\eta(\Pi_D)$	Pa s	Pascal-segundo
Segunda invariante del tensor rapidez Deformación	Π_D	s ⁻¹	Inverso de segundo



Tiempo de relajación de Maxwell	λ_M	S	Segundo
Tiempo de Retardo de Jeffreys	λ_J	S	Segundo
Viscosidades a bajo y alto corte	$\eta_0 \eta_\infty$	Pas	Pascal-segundo
Derivada convectiva superior de Maxwell	∇	1/m	Inverso de metro
Parámetro de consistencia de Otswaeld	k	Pa s ⁿ	Pascal segundo a la enésima potencia
Índice del modelo de Ostwaeld o de Ellis	α	1	Adimensional

Es importante resaltar que, en esta investigación, solo emplearemos el modelo de Ley de Potencia, Ellis y Reiner Philipoff, que es un modelo viscoso no lineal sin componentes elásticas, por lo que las ecuaciones reológicas no lineales presentadas en la Tabal1 quedan fuera del alcance de esta tesis y serán utilizadas en estudios posteriores de posgrado.

1.3. Fluidos complejos

Las ecuaciones reológicas empleadas, han tenido relativo éxito en reproducir la dinámica lineal y no lineal de sistemas complejos como son: (i) Sistemas micelares, (ii) Polímeros, (iii) Polímeros asociativos, (iv) Cristales líquidos, (v)



Sistemas coloidales, (vi) Fluidos biológicos y (vii) Nanocompuestos (Calderas et al. 2009; Caram et al. 2006; Herrero et al. 2009, 2010; Fisher & Rehage et al. 1997; Hernandez Acosta et al. 1999; Manero et al. 2002; Moreno et al. 2015; Rey 2007, 2010, Rey & Herrera-Valencia 2012; Soltero et al. 1999; 2007). Por ejemplo, los sistemas micelares representan un reto en su descripción reológica (Caram et al. 2006; Herrero et al. 2009, 2010; Fisher & Rehage et al. 1997; Hernandez Acosta et al. 1999; Manero et al. 2002; Soltero et al. 1999, 2007). Los agentes micelares están conformados por miles o decenas de miles de agente tensoactivo el cual forman estructuras complejas cuando su concentración micelar aumenta hasta un valor máximo conocido como concentración micelar crítica (Caram et al. 2006; Herrero et al. 2009, 2010; Fisher & Rehage et al. 1997; Hernandez Acosta et al. 1999; Manero et al. 2002; 1999, 2007; Tepale et al. 2006).

En la concentración micelar crítica, estos sistemas forman estructuras tipo cilindro flexible que mimetizan a lo que podría visualizarse como un gusano, por lo que son conocidos como sistemas micelares tipo gusano Tepale et al. 2006). Estas estructuras pueden ser modificadas mediante la aplicación de un agente externo que modifique su estado, es decir, un flujo cortante simple, en donde rompen su estructura por efecto de los esfuerzos internos y se orientan bajo flujo. (Bird et al. 2002, 2006; Tepale et al. 2006; Herrera 2009, 2010). Estos sistemas son muy utilizados en la recuperación terciaria de petróleo y han sustituido a los agentes poliméricos a base de agua. Herrera (2009, 2010); Manero et al. (2002); Fisher & Rehage (1997).

La descripción del flujo de estos sistemas, ha sido modelado en geometrías sencillas, como son: cilindros, rendijas, esferas y contracciones de flujo. En la tabla 1 se presentan algunas ecuaciones reológicas empleadas en la descripción de la transferencia de momento y de la reología del sistema (Alves et al. 2001; Cruz et al. 2005; Oliveira et al. 1999a, 1999b; Ochoa-Tapia 1995; Pinho & Coelho 2006, Pinho & Oliveira 2000, Pinho, F.T. & Whitelaw, Pinho & Whitelaw 1990).



1.4. Factor de fricción

En ingeniería es común encontrar dos grandes casos de condiciones de flujo. El primero y más común es el flujo a través de conductos, y el segundo es el flujo de un fluido alrededor de objetos sumergidos (Bird et al. 2006, 2010). Generalmente, el principal objetivo es encontrar la relación existente entre la caída de presión y la velocidad volumétrica de flujo para el caso de flujo en conductos, y así mismo encontrar la relación entre la velocidad de aproximación del fluido y la fuerza resistente para el caso de flujo alrededor de objetos sumergidos. (Bird et al 2006, 2010). Sin embargo, debido a que para muchos sistemas que presentan gran interés en ingeniería no es posible calcular los perfiles de velocidad y presión, puesto que es necesario recurrir a otros métodos para hallar la caída de presión en función del caudal y la fuerza resistente en función de la velocidad (Bird et al 2006, 2010). Para ello, se utilizan algunos datos experimentales de estas variables con el fin de construir correlaciones que permiten estimar el comportamiento de flujo de sistemas geoméricamente semejantes. Para el establecimiento de estas correlaciones resulta lógico y conveniente emplear variables adimensionales (Bird et al 2006, 2010).

1.5. Definición de Factor de Fricción

Supongamos que se tiene un flujo constante en cada uno de estos dos sistemas: (a) fluido en conducciones y (b) flujo alrededor de un objeto sumergido. (Bird et al 2006, 2010). El fluido ejercerá sobre las superficies sólidas una fuerza F , que puede clasificarse en dos: F_k que es la fuerza que ejercería el fluido, aunque estuviese en reposo, y F_k la fuerza adicional relacionada con el comportamiento cinético del fluido. En los sistemas de tipo (a), F_k tiene la misma dirección que la velocidad media $\langle v \rangle$ “a través del conducto”, y en los sistemas de tipo (b), F_k lleva la misma dirección “que la velocidad de aproximación” v_∞ (Bird et al 2006, 2010). El valor de la fuerza F_k puede expresarse para ambos sistemas arbitrariamente como el producto de un área característica A , una energía cinética característica por



unidad de volumen K y un número adimensional f , denominado Factor **de fricción** (Bird et al 2006, 2010):

$$F_k = AKf \quad (1.1)$$

Resulta útil definir el número adimensional f de esta forma porque puede expresarse por medio de una función relativamente sencilla del número de Reynolds y la forma del sistema. Para el flujo a través de conductos, regularmente se toma para A la superficie mojada y para K la magnitud $\frac{1}{2}\rho\langle V \rangle^2$ (Bird et al 2006, 2010).

Para tubos circulares de radio R y longitud L , f está definido por:

$$f = \frac{1}{4} \left(\frac{D}{L} \right) \left(\frac{P_o - P_L}{\frac{1}{2}\rho\langle v \rangle^2} \right) \quad (1.2)$$

*Esta ecuación muestra explícitamente como se calcula f a partir de datos experimentales. El factor f se denomina: **Factor de Fricción de Fanning**. (Bird et al. 1998, 2006).*

1.6. Factores de fricción para el flujo en tubos

Con el fin de ver de qué variables depende, vamos a definir f en términos adimensionales. Considerando como sistema una longitud L de tubería lisa horizontal. La discusión se limita al flujo estacionario de un fluido de ρ y μ constantes, que circula con una velocidad media $\langle v \rangle$. Se supone que se conoce la presión P_o para $r = 0$ y $z = 0$, así como también la distribución de velocidad en el plano $z = 0$. Para $z < 0$, es evidente que la distribución de velocidad depende de la naturaleza del sistema de flujo. Si esta parte de la tubería es muy larga, V_z para $z = 0$, de z para $z > 0$. Si la porción de tubería correspondiente a $z < 0$ es muy corta, o no existe, V_z dependerá de z para $z > 0$. La fuerza del fluido sobre la pared interna de la tubería, tanto para el flujo laminar como turbulento, está dada por:



$$f = \frac{\int_0^L \int_0^{2\pi} \left(-\mu \frac{\partial V_z}{\partial r} \right) \Big|_{r=R} R d\theta dz}{(2\pi RL) \left(\frac{1}{2} \rho \langle v \rangle^2 \right)} \quad (1.3)$$

1.7 Objetivos

En esta sección se presentan el objetivo general, los objetivos particulares y la hipótesis de trabajo de esta investigación.

1.7.1 General

Calcular el factor de fricción de Fluidos No Newtonianos en función del esfuerzo en la pared y las propiedades materiales de los sistemas de estudio tomando en cuenta que los mecanismos deslizantes.

1.7.2 Particular

- a) Proponer un conjunto de variables adimensionales con el fin de acotar las ecuaciones dinámicas del sistema y que aparezcan grupos adimensionales que caractericen los principales mecanismos y permitan analizar casos asintóticos.
- b) Calcular los perfiles de velocidades, velocidad promedio, flujo volumétrico, factor de fricción bajo condiciones de deslizamiento en la interface de sólido y líquido.



1.7.3 Hipótesis

Si el efecto de la incorporación de las propiedades no newtonianas modifica la dinámica de flujo entonces estos cambios se verán reflejados en el factor de fricción.

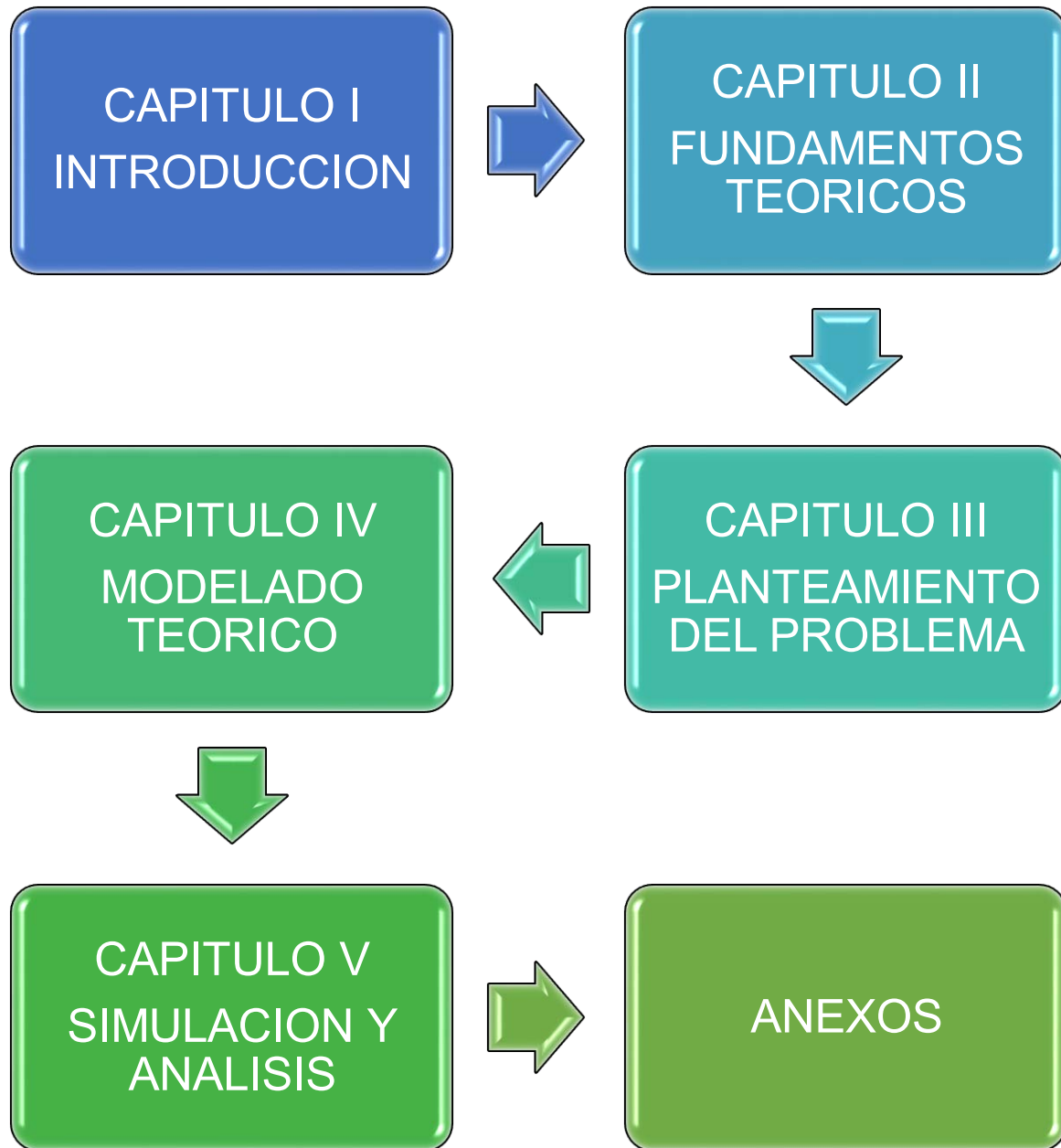


Figura 1. Diagrama de Flujo de Tesis.



CAPÍTULO II

FUNDAMENTOS

TEORICOS

2.1. Fluidos complejos

Los fluidos complejos como su nombre lo indica, son aquellos que presentan comportamiento reológico en estado estacionario y no estacionario, muy interesantes debido a los agentes externos que apliquen en ellos (Gennes & Prost 1994; Rey & Herrera-Valencia, 2012a, Rey & Herrera-Valencia 2012b). Algunos ejemplos de fluidos complejos son los sistemas poliméricos, micelares, fluidos biológicos, cristales líquidos, etc. Los polímeros, por ejemplo, son sistemas en donde una unidad llamada monómero se repite y que presentan propiedades físicas complejas debido a las interacciones entre sus cadenas y peso molecular (de Gennes & Prost 1994; Rey & Herrera-Valencia). Los sistemas micelares contienen miles o decenas de miles de agentes tenso activos (un tensoactivo es un sistema que abate la tensión superficial de los líquidos) y que contienen una parte hidrofobia y una hidrofilia (Rey & Herrera 2012). Los sistemas micelares dependen de la concentración y dependiendo de esta, pueden pasar de sistema esféricos a cilíndricos por efecto de un agente estos sistemas micelares dependen de la concentración y por agente externo entiéndase una fuerza que se aplica en un área paralela a la fuerza (Rey & Herrera-Valencia 2012a; Rey & Herrera-Valencia 2012b). Dependiendo de la naturaleza de los sistemas complejos, estos presentan muchos grados de libertad, los cuales pueden describir arreglos dependiendo de la concentración de los mismos. En la Fig. (2) se presentan algunos de los arreglos más comunes en los fluidos complejos en función de la concentración:

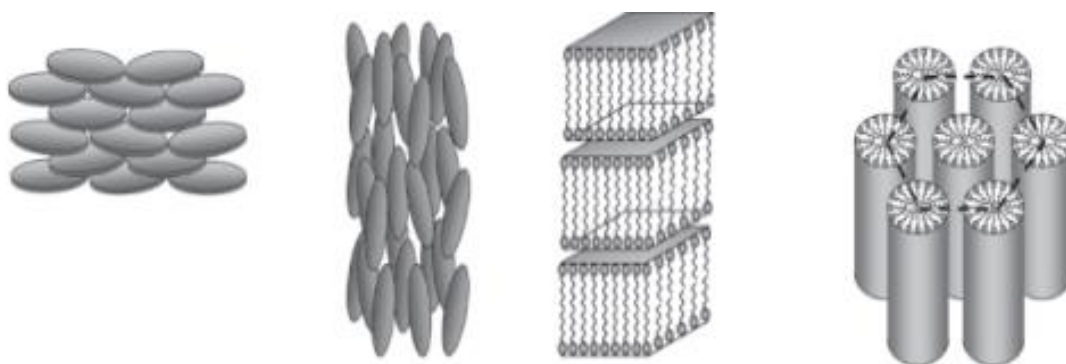


Figura 2. " Esquema que clasifica las diferentes fases que se presentan, por orden de temperatura".

2.2. Sistemas micelares

Las micelas alargadas han recibido mucha atención recientemente debido a su compleja reología y a sus potenciales aplicaciones (Rehage et. al. 1982; Tepale et. al. 2006) sugirieron que el espesamiento al corte el cual se manifiesta como un aumento en la viscosidad con el transcurso del tiempo cuando se ejerce una



velocidad de corte superior a la denominada velocidad de corte crítica de espesamiento $\dot{\gamma}_{CR}$ es el resultado de la formación de algún tipo de estructura inducida por el corte. Por el contrario, para soluciones que exhiben adelgazamiento al corte se observa una disminución en la viscosidad al incrementar la velocidad de corte debido a que la estructura presente tiende a perder su complejidad ya que las moléculas sufren un rompimiento lo que conlleva a la disminución de la viscosidad.

2.3. Reología

La reología, es decir la ciencia del flujo y la deformación de la materia, es decir, las propiedades mecánicas de los gases, líquidos, plásticos, sustancias asfálticas, materiales cristalinos y otros. Por lo tanto, el campo de la reología se extiende, desde la mecánica de fluidos newtonianos, por una parte, hasta la elasticidad de Hooke por otra parte. Su objetivo está restringido a la observación del comportamiento de materiales sometidos a deformaciones muy sencillas, desarrollando posteriormente un modelo matemático que permita obtener las propiedades reológicas del material. Un sistema es capaz de fluir debido a las fuerzas de cohesión en sus moléculas y suele deformarse continuamente cuando se somete a un esfuerzo cortante (Bird et al. 1987; Bird et al 2010). En su forma más simple, la viscosidad μ es una propiedad de transporte, que se puede interpretar como la resistencia que ofrecen los fluidos a ser deformados cuando son sometidos a un esfuerzo (Bird et al 1987; Bird et al 2010).

2.3.1. Tensor de esfuerzos

El tensor de esfuerzos, es un tensor de segundo orden, el cual se puede describir como una matriz de 3 x 3 formada por nueve elementos. Los elementos a fuera de la diagonal principal son llamados esfuerzos cortantes, mientras que los elementos en la diagonal principal son llamados esfuerzos normales. Nótese, que los esfuerzos cortantes deforman continua e irreversiblemente el material, por lo que el sistema fluye (Bird et al. 1987; Bird et al. 2005). Mientras que los elementos en la diagonal principal modifican la forma geométrica del elemento de control, pero no su volumen. La representación del tensor de esfuerzos se puede expresar como:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xx} \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Matemáticamente, es importante destacar que el tensor de esfuerzos es simétrico, es decir los elementos fuera de la diagonal principal, son iguales (Bird et al. 1987; Bird et al. 2005).

2.3.2. Tensor gradiente de velocidad y su transpuesta

Los tensores gradiente de velocidad y su transpuesta se definen como (Bird et al. 1987; Bird et al. 2005):

$$\nabla \mathbf{V} = \begin{pmatrix} \frac{\partial V_x}{\partial x} & \frac{\partial V_y}{\partial x} & \frac{\partial V_z}{\partial x} \\ \frac{\partial V_x}{\partial y} & \frac{\partial V_y}{\partial y} & \frac{\partial V_z}{\partial y} \\ \frac{\partial V_x}{\partial z} & \frac{\partial V_y}{\partial z} & \frac{\partial V_z}{\partial z} \end{pmatrix}; (\nabla \mathbf{V})^T = \begin{pmatrix} \frac{\partial V_x}{\partial x} & \frac{\partial V_x}{\partial y} & \frac{\partial V_x}{\partial z} \\ \frac{\partial V_y}{\partial x} & \frac{\partial V_y}{\partial y} & \frac{\partial V_y}{\partial z} \\ \frac{\partial V_z}{\partial x} & \frac{\partial V_z}{\partial y} & \frac{\partial V_z}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

El tensor gradiente de velocidad puede ser descompuesto en dos tensores uno simétrico conocido como tensor rapidez de deformación, y el otro anti-simétrico conocido como tensor de vorticidad.

2.3.3. El tensor rapidez de deformación

El tensor rapidez de deformación, es la parte simétrica del tensor gradiente de velocidad por lo que, se puede expresar de la siguiente manera:

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{V} + (\nabla \mathbf{V})^T) = \begin{pmatrix} \frac{\partial V_x}{\partial x} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_y}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial y} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_z}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial z} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x} \right) & \frac{\partial V_y}{\partial y} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_z}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial z} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_y}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial y} \right) & \frac{\partial V_z}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

Es importante notar, que el tensor de rapidez de deformación nos da información acerca de la rapidez con la que se deforma el material.

2.3.4. Tensor de Vorticidad

El tensor de vorticidad, es la parte anti-simétrica del tensor gradiente de velocidad por lo que, se puede expresar de la siguiente manera:

$$W = \frac{1}{2}(\nabla V - (\nabla V)^T) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_z}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial z}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_x}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial x}\right) & 0 & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_y}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial y}\right) & 0 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

2.3.5. Flujo cortante en estado estacionario

El flujo cortante se origina cuando una fuerza tangencial al Sistema (fluido) de forma continua e irreversiblemente el fluido. En esta prueba, la muestra es deformada por medio de un esfuerzo cortante el cual se puede representar por medio de dos placas paralelas en las cuales se aplica una fuerza en dirección del flujo de tal manera que la transferencia de momento se da en la componente ortogonal a la velocidad como se muestra en la Fig.3.

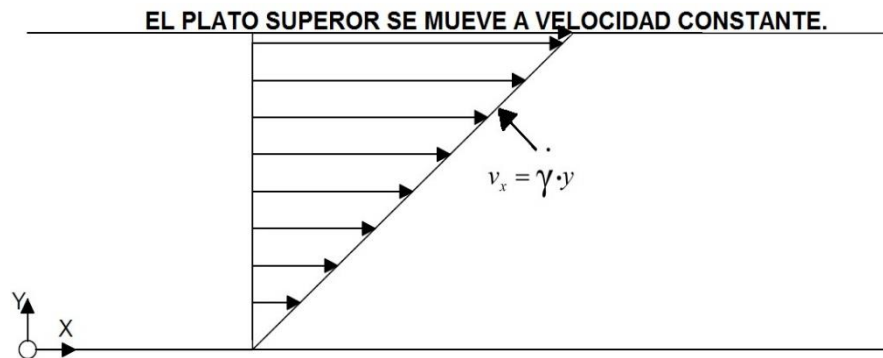


Figura 3. Ilustra el flujo cortante simple en un sistema de placas paralelas. El fluido es cortado y se produce un flujo homogéneo (es decir, un Sistema en donde las variables dinámicas del sistema no dependen de la posición.

En este caso, las funciones materiales pueden ser descritas a través de la siguiente expresión:

$$\eta \left(\dot{\gamma}_{xy} \right) = \frac{\sigma_{xy}}{\dot{\gamma}_{xy}} \quad (2.5)$$

$$\Psi_1 = \frac{N_1}{\left(\dot{\gamma}_{xy} \right)^2} = \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{\dot{\gamma}_{xy}} \quad (2.6)$$



$$\Psi_2 = \frac{N_2}{\left(\dot{\gamma}_{xy}\right)^2} = \frac{\sigma_{yy} - \sigma_{zz}}{\dot{\gamma}_{xy}} \quad (2.7)$$

La Ec. (2.5) representa la función viscosidad que es básicamente la razón entre el esfuerzo que se aplica y la rapidez de deformación. Las Ecs. (2.6, 2.7) son los coeficientes asociados a la primera y segunda diferencia de esfuerzos normales. Estos coeficientes, se relacionan con la elasticidad del material. Nótese, que, para un fluido newtoniano, los coeficientes $\{\Psi_1, \Psi_2\}$ valen cero.

El flujo cortante simple se genera cuando las fuerzas que actúen en el sistema, quedan fuera de la diagonal principal de la matriz asociada al tensor de esfuerzos:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sigma_{xz} \\ 0 & 0 & 0 \\ \sigma_{zx} & 0 & 0 \end{pmatrix}; \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_z}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial z}\right) \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial x}\right) & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

2.4. Ecuaciones constitutivas

En Mecánica del medio continuo, una ecuación constitutiva describe la relación entre las variables dinámicas en el sistema, en particular el esfuerzo y la deformación. En esta sección, se presentan algunas de las ecuaciones constitutivas más utilizadas en Fenómenos de Transporte y Reología de fluidos complejos (Bird et al 1987).

2.4.1. Fluidos newtonianos

Los fluidos newtonianos son fluidos en los que el deslizamiento relativo de los elementos de fluido al circular uno sobre otro es proporcional al esfuerzo cortante sobre el fluido. Todos los gases, agua líquida y líquidos de moléculas sencillas (amoníaco, alcohol, benceno, petróleo, cloroformo, butano, etc.) son newtonianos (Bird et al. 2002). Las pastas, emulsiones, fluidos biológicos, polímeros, suspensiones de sólidos y otras mezclas son probablemente no-newtonianos. Un fluido newtoniano se caracteriza por cumplir la Ley de Newton, es decir, que existe una relación lineal entre el esfuerzo cortante y la velocidad de deformación (Bird et al. 1987; Bird et al. 2005). La viscosidad de un fluido newtoniano no depende del tiempo de aplicación de esfuerzo, aunque sí puede depender tanto de la temperatura como de la presión a la que se encuentre.



2.4.2. Fluidos no-newtonianos

Las suspensiones densas, lodos, emulsiones, soluciones de polímeros de cadena larga, fluidos biológicos, alimentos líquidos, pinturas, suspensiones de arcillas y mezclas de hormigón son, en general, no-newtonianos (Bird et al. 1987; Bird et al. 2005). La relación entre esfuerzo cortante y la velocidad de deformación para fluidos no newtonianos no es lineal (Bird et al. 1987; Bird et al. 2005), por lo cual se ha ajustado el uso de la viscosidad aparente. La viscosidad aparente es el esfuerzo cortante por la rapidez de deformación en un solo punto. A su vez, los fluidos no-newtonianos pueden clasificarse como dependientes del tiempo e independientes del tiempo; esto quiere decir que al aplicar un esfuerzo cortante constante a un fluido que depende del tiempo su viscosidad cambiará, lo cual no ocurre con los fluidos que son independientes del tiempo. Así mismo los fluidos no-newtonianos viscosos se pueden clasificar en tres tipos:

- (a) Los fluidos pseudoplásticos son fluidos adelgazantes al corte. Conforme se aplica un esfuerzo cortante y este incrementa, la viscosidad de este tipo de fluidos decrece. Las soluciones poliméricas son un ejemplo de fluidos pseudoplásticos.
- (b) Los fluidos dilatantes presentan un comportamiento espesante. Esta clase de fluidos presenta viscosidades incrementan cuando se les aplica un esfuerzo cortante. Esta clase de fluidos se presentan frecuentemente en la ciencia e ingeniería de los alimentos.
- (c) Los fluidos de Bingham son fluidos que solo requieren aplicar un esfuerzo crítico para romper su estructura y comience a fluir/ Debido a todas estas diferencias es importante entender la clasificación de los tipos de fluidos no-newtonianos.

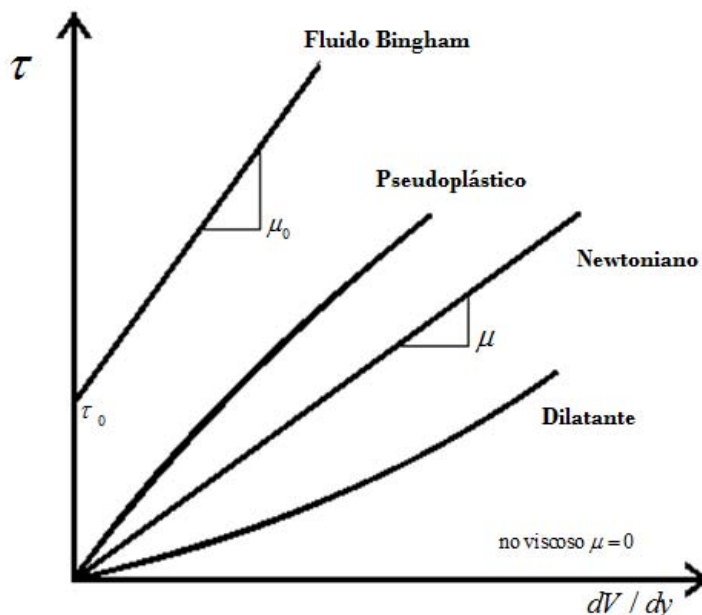


Figura 4. Tipos de fluidos no-newtonianos viscosos.

2.4.3. Fluido newtoniano

Primero se define la ecuación más simple, el modelo newtoniano, seguida de alguno de los modelos no newtonianos más utilizados en la literatura especializada en el tema (Bird et al 1987).

Desde el punto de vista de los fenómenos de transporte y reología, el fluido más sencillo es el newtoniano, llamado así porque su comportamiento sigue la ley de Newton (Bird et al 1987). El esfuerzo de corte es proporcional al gradiente de velocidad de corte:

$$\sigma = 2\mu\mathbf{D}$$

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2}(\nabla\mathbf{V} + \nabla\mathbf{V}^T) \tag{2.9}$$

En esta ecuación tan simple, el esfuerzo cortante y la rapidez de deformación, siguen una relación lineal. La constante de proporcionalidad se denomina viscosidad newtoniana μ y se mide en Pa s (en SI) en la práctica se utiliza comúnmente el centipose (cp). Por definición, todos aquellos fluidos que no siguen la Ec. (2.9) son newtonianos (Bird et al. 1987).



2.4.4. Fluido no- newtoniano

Desde el punto de vista tecnológico e industrial, los fluidos no-newtonianos, son aquellos que presentan propiedades aplicaciones tecnológicas y científicas más interesantes. (Herrera et al. 2009; Herrera et al 2010; Bird et al. 1987).

La definición más simple de un fluido newtoniano, es aquella en donde la rapidez de deformación, no muestra una relación lineal entre el esfuerzo y la rapidez de deformación (Bird et al. 1987). En este punto, la viscosidad no es constante y depende de la rapidez con la que se deforme la muestra, temperatura, presión, la concentración, el pH, entre otras (Bird et al 1987).

2.4.5. Modelo de Ostwaeld (Ley de potencia)

El modelo más sencillo después del modelo newtoniano, es el de la ley de Potencia, o de Ostwald de Waele, el cual, tiene la siguiente representación matemática (Bird et al. 1987).

$$\sigma = 2\eta(\Pi_D) \mathbf{D} = 2K \left(\sqrt{2(\mathbf{D} : \mathbf{D})} \right)^{n-1} \mathbf{D} \quad (2.10)$$

Donde K y n son parámetros empíricos, K es el índice de consistencia y n es el índice de comportamiento de flujo (Bird et al. 1987). EL término entre corchetes se denomina viscosidad aparente y es evidente que no es constante, dependiendo directamente de la velocidad de corte $\dot{\gamma}_{rz}$. Debido a que n determina precisamente el modo en que se desarrolla el flujo, si $n < 1$ el fluido se denomina pseudoplástico (Adelgazante al corte), estos fluidos fluyen más fácilmente aumentando la velocidad de deformación (Bird et al. 1987).

Por el contrario, cuando $n > 1$, la resistencia a fluir aumenta con un incremento en la velocidad de corte, y el fluido se denomina dilatante (engrozante al corte). La mayoría de los fluidos no newtonianos son pseudoplásticos: alimentos (jugo, pure de frutas, salsas) polímeros fundidos (poliestireno, acrilonitrilo, polipropileno, etc), cosméticos, latex, tinta de imprenta (Bird et al. 1987).

Los fluidos engrozantes al corte son los más raros, entre otros el cemento y las suspensiones concentradas (ej: almidón de maíz) siguen este comportamiento (Bird et al. 1987). A bajas velocidades de corte, el líquido presente llena los espacios libres, a medida que la velocidad de corte aumenta, el material se expande o dilata y comienza a aparecer esfuerzos de interacción solido-solido que se traducen en un aumento de la viscosidad aparente (Bird et al. 1987).

Una limitación importante de la ley de la potencia es que es aplicable a un rango limitado de velocidades de corte. Además, el valor de K depende del valor numérico de n, con lo cual valores de K de distintos fluidos no son comparables.

2.4.6. Modelo de Ellis

El modelo de Ellis, contiene tres propiedades materiales las cuales describen una primera zona newtoniana a bajas rapidezces de deformación, y una zona intermedia relacionada con el modelo de ley potencia (Bird et al. 1987). Este modelo puede ser deducido mediante una combinación del modelo newtoniano y el de ley de potencia respectivamente, suponiendo que la rapidez de deformación es aditiva, es decir que la rapidez de deformación total es la suma de la contribución newtoniana y la contribución del modelo no-newtoniano (Oswald) (Bird et al. 1987). La ecuación constitutiva de Ellis, contiene tres parámetros ajustables denotados por: $\{\varphi_0, \varphi_1, \alpha\}$, los cuales están relacionados con la fluidez a cortes bajos y moderados, y al inverso del índice del modelo de ley de potencia. Este modelo admite soluciones analíticas en flujo cortante simple en diferentes situaciones de flujo para el perfil de velocidades, flujo volumétrico, función viscosidad, rapidez de deformación, etc.

$$2\mathbf{D} = \varphi_0 \boldsymbol{\sigma} + \varphi_1 |\boldsymbol{\sigma}|^{\alpha-1} \boldsymbol{\sigma} \quad (2.11)$$

2.4.7. Modelo de Reiner Philippoff

El modelo de Reiner-Philippoff es un modelo inelástico que contiene tres parámetros de ajuste asociados a las propiedades no-newtonianas del sistema. Esta ecuación constitutiva, contiene cuatro parámetros ajustables: (i) viscosidad a corte bajo, (ii) viscosidad a alto corte, (iii) un tiempo asociado a la fluidez del material y (iv) un índice que caracteriza el engrosamiento o adelgazamiento al corte del fluido respectivamente $\{\eta_0, \eta_\infty, \sigma_s\}$. La expresión matemática que describe el modelo de Reiner-Philippoff es la siguiente:

$$\boldsymbol{\sigma} = 2\eta(\Pi_D) \mathbf{D}$$
$$\eta(|\boldsymbol{\sigma}|) = \eta_0 + \frac{\eta_0 - \eta_\infty}{1 + \left(\frac{|\boldsymbol{\sigma}|}{\sigma_s}\right)^2} \quad (2.12)$$



Finalmente, los modelos discutidos en esta sección, nos permite establecer, las diferencias de los modelos no-newtonianos más comunes de la literatura. Por otra parte, los fluidos no-newtonianos presentan un reto en la descripción de sistemas complejos. La aplicación de estos fluidos, se presenta en diferentes situaciones físicas, como por ejemplo: La ciencia y la ingeniera de nuevos materiales como son: (i) fibras sintéticas (utilizadas en la industria espacial), (ii) polímeros (plásticos), (iii) polímeros asociativos (utilizados como agentes estabilizantes en la industria de las pinturas base agua), (iv) cristales líquidos (utilizados por sus propiedades ópticas en pantallas de cristales líquidos, fibras sintéticas, y reconstrucción de tejido óseo en bioingeniería), (v) Fluidos biológicos, los cuales representan un reto para los ingenieros modernos (Rey 2005, 2006, 2007, 2008; Rey & Herrera 2012). En este contexto, los fluidos no-newtonianos involucran conocimientos multidisciplinarios, como la física, química, biología, matemáticas e ingeniera.

2.5. Fenómenos de Transporte

Los Fenómenos de Transporte, se define como la rama de la Ingeniería Química que estudia los mecanismos de transporte en momento, energía y masa. Los fenómenos de transporte pueden ser estudiados a nivel macroscópico, microscópico y molecular (Bird et al. 1987; Bird et al. 2006). La ecuación básica de transporte puede ser descrita en término de la derivada material D/Dt (Bird et al 1987):

$$\frac{DX}{Dt} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \right) \mathbf{X} = -\nabla \cdot \mathbf{Y} + \mathbf{f} \tag{2.13}$$

Tabla 3. Ilustra las variables dinámicas involucradas en las ecuaciones básicas de transporte de cantidad de movimiento, energía y masa respectivamente.

Mecanismo de transporte	x	y	f
Momento Newton	ρV	$\Phi = \rho v v + T = \rho v v - pI + \sigma$	ρg



Energía Termodinámica Irreversible	$U = \rho C_p T$	$\mathbf{q} = -k \nabla T$	$\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D}$
Masa Conservación de los moles en un sistema	C_A	$\mathbf{N}_A = -c D_{AB} \nabla x_A + x_A (\mathbf{N}_A + \mathbf{N}_B)$	R_A
Continuidad Conservación de la masa	ρ	$\rho \mathbf{V}$	0

El primer término de la Ec. (2.13), representa la derivada material de la propiedad X, la cual es igual a los cambios espaciales del flux a través de la divergencia del flux Y y por último la fuente f (Bird et al. 2005).

2.5.1. La ecuación de transporte de cantidad de movimiento

La ecuación de momento, se basa principalmente en la segunda ley de Newton del movimiento en un medio continuo, la cual puede ser escrita de la siguiente manera (Bird et al. 1987; Bird et al. 2005):

$$\rho \frac{D\mathbf{V}}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \right) \mathbf{V} = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{g} \tag{2.14}$$

En la Ec. (2.14) ρ es la densidad del líquido, \mathbf{V} es el vector de velocidad, P es el gradiente de presión, $\boldsymbol{\sigma}$ es el tensor de esfuerzos viscoso, y \mathbf{g} es el vector aceleración de la gravedad, que en el campo terrestre es constante. Si el fluido que describe la relación del tensor de esfuerzos con la rapidez de deformación es lineal, la Ec. (2.14) se transforma en la Ec. de Navier-Stokes para los fluidos newtonianos (Bird et al. 1987; Bird et al. 2005):

$$\rho \frac{D\mathbf{V}}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \right) \mathbf{V} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{V} + \rho \mathbf{g} \tag{2.15}$$



CAPÍTULO III

PLANTEAMIENTO FÍSICO DEL PROBLEMA

3.1. Sistema físico

El sistema físico que se analiza se describe a continuación. Un líquido complejo con estructura estacionaria (sistema micelar el cual está compuesto por miles o decenas de miles de agentes tensoactivo), fluye en la dirección axial en un capilar de radio $r=a$ y longitud finita $z=L$, bajo la acción de un gradiente de presión constante.

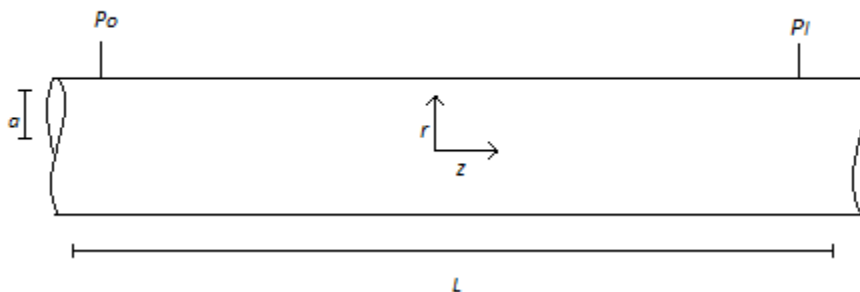


Figura 5. Representación del sistema de estudiado.

3.2. Análisis de Proceso

Las siguientes restricciones son impuestas con el fin de modelar el flujo y la reología en nuestro sistema:

- Proceso en estado estacionario (Ninguna propiedad, atributo o característica del sistema depende del tiempo). $\frac{\partial}{\partial t} \{ \} = 0$
- Fluido incompresible (densidad constante, puesto que no depende de la posición y del tiempo). $\frac{D\rho}{Dt} = 0$
- Sistema geométrico en coordenadas cilíndricas: (r, θ, z)
- El sistema de coordenadas es colocado en el centro del tubo, en donde el eje axial coincide con la velocidad del fluido.
- Simetría-cilíndrica (Ningún atributo o característica del sistema depende de la coordenada angular θ). $\frac{\partial}{\partial \theta} \{ \} = 0$
- La reología y el flujo son caracterizados por los modelos constitutivos de Ley de Potencia, Ellis y Reiner Philippoff los cuales, son una generalización del modelo newtoniano.
- Los mecanismos inerciales de la ecuación de movimiento son despreciables, i.e. suponemos que el sistema es gobernado por números de Reynolds muy bajos. $Re = 0$.



- h) Fluido Isotérmico debido a que se desprecia los efectos de temperatura en el sistema. Cualquier tipo de transferencia de energía, se desprecia por lo que la temperatura se incrementa por efecto del trabajo irreversible sobre las fuerzas viscosas (Disipación viscosa).

3.3. Transferencia de momento

A partir de las restricciones del punto 3.2, el sistema fluye por un flujo cortante ocasionado por un gradiente de presión en la dirección axial, por lo que se tienen las siguientes variables dinámicas para nuestro sistema:

3.3.1. Vector de Velocidad

El vector velocidad solo tiene una componente axial, la cual depende de la posición. Matemáticamente se expresa de la siguiente manera:

$$\mathbf{V} = [V_r, V_\theta, V_z] = [0, 0, V_z(r)] \tag{3.1}$$

3.3.2. Ecuación de continuidad

A partir del campo de velocidades, y suponiendo fluido incompresible, i.e. la densidad es constante pues no depende del tiempo y del espacio $\partial\rho/\partial t$, por lo que el sistema de flujo es solenoidal:

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rV_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (V_\theta) + \frac{\partial V_z}{\partial z} = \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \tag{3.2}$$

3.3.3. Tensor gradiente de velocidad:

El tensor gradiente de velocidad para este campo de velocidades toma la forma:

$$\nabla \mathbf{V} = \begin{pmatrix} \frac{\partial V_r}{\partial r} & \frac{\partial V_\theta}{\partial r} & \frac{\partial V_z}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} & \frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} & \frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \theta} \\ \frac{\partial V_r}{\partial z} & \frac{\partial V_\theta}{\partial z} & \frac{\partial V_z}{\partial z} \end{pmatrix} = \frac{\partial V_z}{\partial r} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{3.3}$$

3.3.4. Transpuesta del tensor gradiente de velocidad

La transpuesta del tensor gradiente de velocidad, puede ser calculada a partir del tensor gradiente de velocidad, por lo que se tiene lo siguiente:

$$\nabla \mathbf{V}^T = \begin{pmatrix} \frac{\partial V_r}{\partial r} & \frac{\partial V_\theta}{\partial r} & \frac{\partial V_z}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} & \frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} & \frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \theta} \\ \frac{\partial V_r}{\partial z} & \frac{\partial V_\theta}{\partial z} & \frac{\partial V_z}{\partial z} \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} \frac{\partial V_r}{\partial r} & \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} & \frac{\partial V_r}{\partial z} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} & \frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} & \frac{\partial V_\theta}{\partial z} \\ \frac{\partial V_r}{\partial z} & \frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \theta} & \frac{\partial V_z}{\partial z} \end{pmatrix} = \frac{\partial V_z}{\partial r} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

3.3.5. Tensor gradiente de velocidad

A partir del tensor gradiente de deformación, se construye el tensor rapidez de deformación el cual, es la parte simétrica del tensor gradiente de velocidad:

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 \frac{\partial V_r}{\partial r} & \frac{\partial V_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} & \frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{\partial V_r}{\partial z} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} + \frac{\partial V_\theta}{\partial r} & 2 \frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} & \frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \theta} + \frac{\partial V_\theta}{\partial z} \\ \frac{\partial V_r}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial r} & \frac{\partial V_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \theta} & 2 \frac{\partial V_z}{\partial z} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \frac{\partial V_z}{\partial r} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

3.3.6. Tensor de esfuerzos y magnitud del tensor de esfuerzos

El correspondiente tensor de esfuerzos σ para este sistema, se puede escribir como:

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{rr} & \sigma_{r\theta} & \sigma_{rz} \\ \sigma_{\theta r} & \sigma_{\theta\theta} & \sigma_{\theta z} \\ \sigma_{zr} & \sigma_{z\theta} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sigma_{rz} \\ 0 & 0 & 0 \\ \sigma_{zr} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

El valor absoluto del tensor de esfuerzos σ para este sistema puede ser calculado por medio de la siguiente expresión:

$$|\sigma| = \sqrt{\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sigma_{rr} & \sigma_{r\theta} & \sigma_{rz} \\ \sigma_{\theta r} & \sigma_{\theta\theta} & \sigma_{\theta z} \\ \sigma_{zr} & \sigma_{z\theta} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} : \begin{pmatrix} \sigma_{rr} & \sigma_{r\theta} & \sigma_{rz} \\ \sigma_{\theta r} & \sigma_{\theta\theta} & \sigma_{\theta z} \\ \sigma_{zr} & \sigma_{z\theta} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}} = \sqrt{\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sigma_{rz} \\ 0 & 0 & 0 \\ \sigma_{zr} & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sigma_{rz} \\ 0 & 0 & 0 \\ \sigma_{zr} & 0 & 0 \end{pmatrix}} = \sigma_{rz} \quad (3.7)$$

La ecuación del modelo de Ellis en forma tensorial toma la forma:

$$2\mathbf{D} = \phi_0 \sigma + \phi_1 |\sigma|^{\alpha-1} \sigma \quad (3.8)$$

Sustituyendo los tensores rapidez de deformación y esfuerzo, se tiene lo siguiente:

$$\frac{\partial V_z}{\partial r} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \varphi_0 \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sigma_{rz} \\ 0 & 0 & 0 \\ \sigma_{rz} & 0 & 0 \end{pmatrix} + \varphi_1 |\sigma_{rz}|^{\alpha-1} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sigma_{rz} \\ 0 & 0 & 0 \\ \sigma_{rz} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

Desacoplando las entradas de la matriz, se obtiene la siguiente ecuación escalar;

$$\frac{dV_z(r)}{dr} = \varphi_0 \sigma_{rz} + \varphi_1 |\sigma_{rz}|^{\alpha-1} \sigma_{rz} \quad (3.10)$$

En la Ec. (3.10) σ_{rz} es la componente rz del tensor de esfuerzos, $\dot{\gamma}_{rz}$ es el escalar rz del tensor rapidez de deformación asociado al sistema, φ_0 es la fluidez (inverso de la viscosidad) a corte bajo del sistema, φ_1 es otro parámetro material el cual, puede ser interpretado como una fluidez generalizada que describe la zona de transición o intermedia tipo ley de potencia y finalmente el exponente α que relaciona las propiedades adelgazantes y engrosantes al corte en el fluido. El modelo reológico en una prueba de corte en estado estacionario, reproduce la primera zona newtoniana y la zona tipo ley de potencia, además acepta soluciones analíticas para el perfil de velocidades, velocidad promedio, flujo volumétrico en geometrías simples como son: (i) cilindros y (ii) rendijas. Además, todos los parámetros pueden ser ajustados mediante pruebas reológicas en estado estacionario y no estacionario respectivamente.

3.3.7. Ecuación de momento

Si suponemos que el fluido se deforma continúa e irreversiblemente por efecto de un gradiente de presión en la dirección axial, que los mecanismos inerciales y gravitacionales se desprecian en el balance de cantidad de movimiento toma la forma:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = \nabla p \quad (3.11)$$

Multiplicando por un vector unitario en la dirección z, i.e. $\hat{e}_z = (0, 0, 1)$ y suponiendo que el movimiento se da en la dirección z, y que la transferencia de cantidad de movimiento se da en la dirección radial, se tiene la siguiente expresión, para la componente rz de la Ec. (3.10):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \sigma_{rz}) = \frac{dp}{dz} \quad (3.12)$$

La Ec. (3.12) es la base de este trabajo y punto de partida en los cálculos del perfil de velocidad, flujo volumétrico, velocidad promedio y factor de fricción.

3.3.8. Factor de Fricción

La Ecuación de energía, en término de la derivada material, toma la forma:

$$f = \frac{-\sigma_{rz}|_{r=a}}{\frac{1}{2}\rho\langle V(r)\rangle^2} = \frac{\sigma_w}{\frac{1}{2}\rho\langle V(r)\rangle^2} = \frac{\text{mecanismos viscosos}}{\text{cineticos}} \quad (3.13)$$

El factor de fricción es un cociente entre dos mecanismos asociados a los procesos viscosos y cinéticos del sistema. Físicamente este factor cuantifica la fricción entre las capas del fluido y el movimiento entre ellas. Cuando el factor de fricción es mayor a 1, los mecanismos viscosos dominan sobre los cinéticos y cuando es menor a 1, los mecanismos cinéticos dominan sobre los viscosos.

3.4. Ecuaciones Constitutivas

3.4.1. Modelo de Newton

El modelo Newtoniano es el más simple de todos, este relaciona el tensor de esfuerzos con el tensor rapidez de deformación y solamente contiene una propiedad material conocida como viscosidad cortante.

$$\sigma_{rz} = \eta_0 \dot{\gamma}_{rz} \quad (3.14)$$

3.4.2. Modelo Ostwald de Waele

El modelo de ley de potencia es una generalidad del modelo Newtoniano, este relaciona dos variables $\{\alpha, \varphi_1\}$ en el cual, α es el exponente asociado a la parte no newtoniana que describe los procesos adelgazantes o engrosantes al corte. Un valor de α mayor a 1, i.e. $\alpha \gg 1$ significa que el flujo es adelgazante al corte por lo que la función viscosidad decrece en función de la rapidez de deformación dV_z/dr . Por otra parte, cuando $\alpha \ll 1$ el fluido es engrosante al corte, i.e., aumenta su viscosidad conforme la rapidez de deformación aumenta dV_z/dr . Nótese que cuando el valor del exponente $\alpha=1$, se recupera el modelo Newtoniano. El valor de φ_1 puede interpretarse como una fluidez generalizada la cual, describe la zona intermedia en un Reograma viscosidad vs rapidez de deformación.

$$\dot{\gamma}_{rz} = \varphi_1 |\sigma_{rz}|^{\alpha-1} \sigma_{rz} \quad (3.15)$$

3.4.3. Modelo de Ellis

El modelo se puede expresar como una superposición del modelo newtoniano y ley de potencia. El modelo de Ellis contiene tres parámetros materiales

$\{\varphi_0, \varphi_1, \alpha\}$ los cuales están asociados a la fluidez a rapidez de deformación baja, rapidez de deformación moderada y el exponente alfa que describe la naturaleza adelgazante o engrosante del líquido no-newtoniano.

$$\dot{\gamma}_{rz} = \varphi_0 \sigma_{rz} + \varphi_1 |\sigma_{rz}|^{\alpha-1} \sigma_{rz} \quad (3.16)$$

3.4.4. Modelo de Reiner-Phillippoff

En este modelo se describe la zona newtoniana a bajo y alto corte y una zona intermedia tipo ley de potencia. Esta ecuación tiene tres propiedades materiales $\{\varphi_0, \varphi_\infty, \sigma_s\}$. Las dos primeras propiedades materiales $\{\varphi_0, \varphi_\infty\}$ son las fluideces a bajo y alto corte respectivamente y σ_s es un parámetro material con unidades de esfuerzo, el cual está relacionado con la transición de estados de mayor a menor viscosidad por efecto del flujo. El modelo matemático de Reiner-Phillippoff se expresa en forma escalar de la siguiente forma:

$$\dot{\gamma}_{rz} = \frac{1}{\eta_\infty + \frac{\eta_0 - \eta_\infty}{1 + \left(\frac{|\sigma_{rz}|}{\sigma_s}\right)^2}} \sigma_{rz} = \frac{1}{\eta_0} \frac{1}{\eta_\infty / \eta_0 + \frac{1 - \eta_\infty / \eta_0}{1 + \left(\frac{|\sigma_{rz}|}{\sigma_s}\right)^2}} \sigma_{rz} = \varphi_0 \frac{1}{\varphi + \frac{1 - \varphi}{1 + \left(\frac{|\sigma_{rz}|}{\sigma_s}\right)^2}} \sigma_{rz} \quad (3.17)$$

3.5. Condiciones a la frontera

Las condiciones de frontera que satisfacen las ecuaciones diferenciales parciales no lineales de masa, momento y constitutivas, toman la forma:

$$C.F.: \begin{cases} \mathbf{V}(r=a) = (0, 0, V_z(r=a)) = (0, 0, \beta \sigma_w) \\ \left. \frac{\partial V_z(r)}{\partial r} \right|_{r=0} = \left. \frac{\partial}{\partial r} (\mathbf{V} \cdot \hat{\mathbf{e}}_z) \right|_{r=0} = 0 \end{cases} \quad (3.18)$$

La primera condición obedece a la condición de deslizamiento en la pared, i.e., en la pared el fluido lleva una velocidad diferente a la velocidad del sólido. En particular, si el sólido no se mueve con respecto a un sistema de referencia inercial, la velocidad del fluido es cero, por lo que, el parámetro deslizamiento beta vale cero. Por otra parte, la segunda condición está relacionada con la axi-simetría del flujo. En el siguiente capítulo, se utilizarán las ecuaciones desarrolladas en Este capítulo con el fin de deducir los perfiles de velocidad, flujo volumétrico y permeabilidad intrínseca de los fluidos antes expuestos.

3.6. Resumen de las ecuaciones obtenidas en este trabajo

En esta sección se presentaron las ecuaciones dimensionales de continuidad y momento, constitutiva que describen la dinámica de un fluido no-newtoniano como son: (i) Perfil de velocidad, (ii) Flujo volumétrico, (iii) Factor de fricción. Las hipótesis básicas para la deducción del modelo son: (i) Régimen

permanente, (ii) Fluido incompresible, (iii) Coordenadas cilíndricas, (iv) Fluido no newtoniano (Ecuaciones constitutivas de Ley de Potencia, Ellis y Reiner Phillipoff), (v) Efectos gravitacionales despreciables.

Balace de momento

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r\sigma_{rz}) = \frac{dp}{dz} \quad (3.19)$$

b) Ecuaciones constitutivas

$$\text{E.C.:} \left\{ \begin{array}{l} \frac{dV_z(r)}{dr} = \varphi_0 \sigma_{rz} \\ \frac{dV_z(r)}{dr} = \varphi_1 (\sigma_{rz})^\alpha \\ \frac{dV_z(r)}{dr} = \varphi_0 \sigma_{rz} + \varphi_1 (\sigma_{rz})^\alpha \\ \frac{dV_z(r)}{dr} = \varphi_0 \frac{1}{(\varphi_0 / \varphi_\infty) + \frac{1 - (\varphi_0 / \varphi_\infty)}{1 + \left(\frac{\sigma_{rz}}{\sigma_s}\right)^2}} \sigma_{rz} \end{array} \right. \quad (3.20)$$

Condiciones de frontera:

$$\text{C.F.:} \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{V}(r=a) = (0, 0, V_z(r=a)) = (0, 0, \beta \sigma_w) \\ \left. \frac{\partial V_z(r)}{\partial r} \right|_{r=0} = \left. \frac{\partial}{\partial r} (\mathbf{V} \cdot \hat{\mathbf{e}}_z) \right|_{r=0} = 0 \end{array} \right. \quad (3.21)$$

En la siguiente sección, se calculará el esfuerzo en la pared, perfil de velocidades, flujo volumétrico, velocidad promedio y factor de fricción en estado estacionario para los modelos anteriormente mencionados (modelo Newtoniano, modelo de Ley de potencia, modelo Ellis y modelo de Reiner-Philippoff).



CAPÍTULO IV

MODELADO TEORICO



En este capítulo se obtiene las expresiones analíticas para el perfil de velocidades, flujo volumétrico, velocidad superficial y la viscosidad aparente en un medio poroso a partir de las ecuaciones generales planteadas en el capítulo anterior.

4.1. Factor de fricción de fluidos viscosos

En esta sección utilizaremos el flujo de Poiseuille para definir un modelo simple para la permeabilidad. Supongamos que tenemos un medio poroso completamente lleno con un fluido newtoniano incompresible de viscosidad μ y cuyos poros tienen un radio promedio a esto es conocido como un medio poroso saturado. Como ya mencionamos, se modelará el medio poroso como un manojito de pequeños tubos capilares construyendo una red con una porosidad ε . Al tener un manojito de tubos, podremos calcular el flujo en un tubo y luego multiplicarse el resultado por el número de tubos para obtener el flujo total que pasa a través del medio poroso, por esta razón es esta sección analizaremos el caso del flujo a través de un tubo obteniendo la bien conocida solución analítica debida a Hagen-Poiseuille y con este resultado introducir el concepto de permeabilidad y facilitar la discusión posterior.

4.2. Modelo de Newton

Suponiendo que el fluido de estudio puede ser caracterizado por el modelo newtoniano, y que además el sistema se encuentra en estado estacionario y el fluido es incompresible, se tiene lo siguiente:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r\sigma_{rz}) = \nabla_z p \quad (4.1)$$

Al integrar la Ec. (4.1) con respecto a coordenada espacial r ,

$$\sigma_{rz} = \frac{1}{2} (\nabla_z p) r + \frac{C_1}{r} \quad (4.2)$$

Como el esfuerzo debe de permanecer acotado en todo el intervalo de integración, en particular $r = 0$, la constante C_1 debe valer cero (Consistencia física), i.e. $C_1 = 0$:

$$\sigma_{rz} = \frac{1}{2} (\nabla_z p) r \quad (4.3)$$

La Ec. (4.3) es la componente rz del tensor de esfuerzos. Es importante señalar que la Ec. (4.3) es independiente del fluido y es completamente general porque no



depende de ninguna propiedad del fluido, i.e. solo de la fuerza que lo de forma continua e irreversiblemente a través del gradiente de presión.

4.2.1. Cálculo del perfil de velocidad con deslizamiento en la pared

Para un fluido Newtoniano, el esfuerzo es una relación lineal con la rapidez de deformación del sistema, y solo contiene una propiedad material μ denominada viscosidad o viscosidad cortante:

$$\eta_0 \frac{dV_z(r)}{dr} = \sigma_{rz} = \frac{1}{2}(\nabla_z p)r \quad (4.4)$$

Integrando la Ec. (4.4) con respecto a la coordenada radial r y tomando en cuenta los efectos de no deslizamiento en la pared, i.e. que la velocidad en $r = a$ debe ser diferente de cero, i.e.

$$V_z(r = a) = \beta\sigma_w \quad (4.5)$$

La Ec. (4.5) se conoce como la condición de no adherencia en la interface entre el sólido y el fluido. Integrando la Ec. (4.4), se tiene lo siguiente:

$$V_z(r) = \frac{1}{4\eta_0}(\nabla_z p)r^2 + C_2 \quad (4.6)$$

Al aplicar en la Ec. (4.6) la condición de no deslizamiento en la pared (Ec. 4.5), se obtiene que el valor de la constante $C_2 = \beta\sigma_w - \frac{a^2}{4\eta_0}(\nabla_z p)$ y el perfil de velocidades toma la siguiente forma para un fluido newtoniano:

$$V_z(r) = \beta\sigma_w + \frac{a^2}{4\eta_0}(-\nabla_z p) \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right] \quad (4.7)$$

La Ec. (4.7) es el perfil de velocidades para un fluido newtoniano con deslizamiento en la pared. Si el coeficiente de deslizamiento es cero, i.e. $\beta = 0$, se tiene el perfil clásico parabólico descrito en la literatura concerniente al tema.

4.2.2. Cálculo del flujo volumétrico

Integrando la Ec. (4.7) con respecto al área de sección transversal,

$$Q = \int_0^{2\pi} \int_0^a Vz(r) r dr d\theta = \int_0^{2\pi} \int_0^a \beta \sigma_w r dr d\theta + \frac{1}{4\eta_0} (-\nabla_z p) \int_0^{2\pi} \int_0^a \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right] r dr d\theta \quad (4.8)$$

Para facilitar la integración, se hace el siguiente cambio de variable: $u = r/a$ en la Ec. (4.8), se tiene lo siguiente:

$$Q = \int_0^{2\pi} \int_0^a Vz(r) r dr d\theta = 2\pi a^2 \left(\int_0^1 \beta \sigma_w u du + \frac{1}{4\eta_0} (-\nabla_z p) \int_0^1 (1 - u^2) u du \right) \quad (4.9)$$

Realizando la integración de la Ec. (4.9), nos queda el resultado principal de este trabajo, la ecuación modificada de Poiseuille por efecto de los mecanismos adelgazantes.

$$Q = \pi a^2 \beta \sigma_w + \frac{\pi a^4}{8\eta_0} (-\nabla_z p) = \frac{\pi a^4}{8\eta_0} \left(1 + 4 \frac{\beta}{a/\eta_0} \right) (-\nabla_z p) \quad (4.10)$$

Simplificando la Ec. (4.10), se tiene lo siguiente:

$$Q = \frac{\pi a^4}{8\eta_0} \left(1 + 4 \frac{\beta}{a/\eta_0} \right) (-\nabla_z p) \quad (4.11)$$

Si el coeficiente de deslizamiento es cero, i.e., $\beta = 0$, la Ec. (4.11) se reduce a la ecuación de Hagen y Poiseuille sin mecanismos deslizantes.

$$Q = \frac{\pi a^4}{8\eta_0} (-\nabla_z p) \quad (4.12)$$

La Ec. (4.12) obtenida se conoce en la literatura como la ecuación de Hagen y Poiseuille el cual fue deducido para estudiar el flujo de un fluido no newtoniano en un medio poroso. Esta ecuación es válida en el régimen laminar, gradiente de presión constante y fluido incompresible.

4.2.3. Cálculo de la velocidad promedio

La velocidad promedio puede ser calculada a partir del flujo volumétrico, simplemente dividiendo el área característica del sistema por el flujo promedio, i.e.

$$\langle Vz \rangle = \frac{Q}{\pi a^2} = \frac{a^2}{8\eta_0} (-\nabla_z p) \quad (4.13)$$



La Ec. (4.12) describe la velocidad promedio del fluido para un fluido newtoniano, la cual depende de las propiedades geométricas de la tubería, del medio y del gradiente de presión.

4.3. Fluidos no newtonianos

4.3.1. Modelo Ostwald de Waele

El modelo de ley de potencia es un modelo empírico que describe la zona intermedia en un reograma de viscosidad vs rapidez de deformación. Para un fluido no newtoniano, esta zona está asociada a los procesos adelgazantes y engrozantes debido al flujo. Matemáticamente, este modelo es una generalización del modelo newtoniano. Siguiendo los pasos previos del modelo newtoniano, la ecuación reológica que describe el esfuerzo cortante en dirección radial está dada por:

$$\sigma_{rz} = m \left(\frac{dV_z(r)}{dr} \right)^n \quad (4.14)$$

El esfuerzo para un fluido, en un tubo sometido a un gradiente de presión y suponiendo que los efectos inerciales y las fuerzas externas son despreciables, es independiente del fluido, i.e.:

$$\sigma_{rz} = \frac{1}{2} (\nabla_z p) r \quad (4.15)$$

Como en el caso newtoniano, el balance de fuerzas nos da la siguiente información:

$$m \left(\frac{dV_z(r)}{dr} \right)^n = \frac{1}{2} (\nabla_z p) r \quad (4.16)$$

Con el fin de simplificar los cálculos, la Ec. (4.16) Arreglando la Ec. (4.16) Simplificando la Ec. (4.16)

$$\frac{dV_z(r)}{dr} = \left(\frac{1}{m} \frac{1}{2} (\nabla_z p) r \right)^{1/n} = \phi_1 \left(\frac{1}{2} (\nabla_z p) r \right)^\alpha \quad (4.17)$$

En donde se han definido la siguiente combinación de parámetros dimensionales:

$$\phi_1 = \left(\frac{1}{m} \right)^{1/n} = \left(\frac{1}{m} \right)^\alpha ; \alpha = 1/n \quad (4.18)$$

4.3.2. Cálculo del perfil de velocidad

Integrando, la Ec. (4.19) con respecto a la coordenada radial:

$$V_z(r) = \frac{\varphi_1}{\alpha+1} \left(\frac{1}{2} (\nabla_z p) \right)^\alpha r^{\alpha+1} + C \quad (4.19)$$

Integrando la Ec. (4.21), y utilizando la condición de deslizamiento

$$V_z(r=a) = \beta \sigma_w \quad (4.20)$$

La constante C2 de la Ec. (4.18) queda completamente determinada:

$$C = \beta \sigma_w - \varphi_1 \left(\frac{1}{2} (\nabla_z p) \right)^\alpha \frac{a^{\alpha+1}}{\alpha+1} \quad (4.21)$$

Sustituyendo la Ec. (4.20) en la Ec. (4.18), se obtiene el perfil de velocidades para el modelo de la ley de potencia modificado por los mecanismos deslizantes

$$V_z(r) = \beta \sigma_w - \frac{\varphi_1 a^{\alpha+1}}{\alpha+1} \left(\frac{1}{2} (\nabla_z p) \right)^\alpha \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{\alpha+1} \right) \quad (4.22)$$

Es importante resaltar, que la Ec. (4.21) se reduce al modelo newtoniano con mecanismos deslizantes cuando $\alpha = 1$. Nótese, que el caso sin deslizamiento se obtiene cuando el parámetro $\beta = 0$.

4.3.3. Cálculo del flujo volumétrico

El flujo volumétrico se calcula de la misma manera que en el caso newtoniano:

$$Q = \int_0^{2\pi} \int_0^a V_z(r) r dr d\theta = \int_0^{2\pi} \int_0^a \beta \sigma_w r dr d\theta - \frac{\varphi_1 a^{\alpha+1}}{\alpha+1} \left(\frac{1}{2} (\nabla_z p) \right)^\alpha \int_0^{2\pi} \int_0^a \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{\alpha+1} \right] r dr d\theta \quad (4.23)$$

Integrando la parte angular y haciendo el siguiente cambio de variable: $u = r/a$, se tiene lo siguiente:

$$Q = 2\pi a^2 \left(\int_0^1 \beta \sigma_w u du - \frac{2\pi \varphi_1 a^{\alpha+1}}{\alpha+1} \left(\frac{1}{2} (\nabla_z p) \right)^\alpha \int_0^1 \left[1 - (u)^{\alpha+1} \right] u du \right) \quad (4.24)$$

Finalmente, integrando la Ec. (4.23), el flujo volumétrico para el modelo de Ley de Potencia, puede expresarse como:

$$Q = \pi a^2 \beta \sigma_w - \frac{2\pi \phi_1 a^{\alpha+3}}{\alpha+3} \left(\frac{1}{2} \nabla_z p \right)^\alpha \quad (4.25)$$

Arreglando la Ec. (4.27), se tiene la siguiente expresión analítica para el sistema:

$$Q = -\pi a^3 \beta \left(\frac{1}{2} \nabla_z p \right) - \frac{2\pi \phi_1 a^{\alpha+3}}{\alpha+3} \left(\frac{1}{2} \nabla_z p \right)^\alpha \quad (4.26)$$

Introduciendo, el valor absoluto en la Ec. (4.28), se tiene lo siguiente:

$$Q = \pi a^3 \beta \left(-\frac{1}{2} \nabla_z p \right) + \frac{2\pi \phi_1 a^{\alpha+3}}{\alpha+3} \left| \frac{1}{2} \nabla_z p \right|^{\alpha-1} \left(-\frac{1}{2} \nabla_z p \right) \quad (4.27)$$

Aplicando el valor absoluto en el gradiente de presión:

$$Q = \pi a^3 \beta \left(-\frac{1}{2} \nabla_z p \right) + \frac{2\pi \phi_1 a^{\alpha+3}}{\alpha+3} \left(-\frac{1}{2} \nabla_z p \right)^{\alpha-1} \left(-\frac{1}{2} \nabla_z p \right) \quad (4.28)$$

La Ec. (4.30) es el flujo del modelo de Ley de potencia modificado por los mecanismos deslizantes. La Ec. (4.30) toma la forma:

$$Q = Q_D + Q_{OW} = \left(\frac{\pi a^3 \beta}{2} + \frac{2^{1-\alpha} \pi \phi_1 a^{\alpha+3}}{\alpha+3} (-\nabla_z p)^{\alpha-1} \right) (-\nabla_z p) \quad (4.29)$$

4.3.4. Cálculo de la velocidad promedio del modelo de Ostwald de Waale

De la misma manera que en el fluido newtoniano, la velocidad promedio en el sistema, se deduce a partir del flujo volumétrico, por lo que:

$$\langle Vz \rangle = \frac{Q}{\pi a^2} = \frac{a^2}{8\eta_{app}} (-\nabla_z p) \quad (4.30)$$

En donde la viscosidad aparente η_{ap}

$$\eta_{app} = \frac{1}{4a\beta + \frac{2^{4-\alpha} \phi_1 a^{\alpha+1}}{\alpha+3} (-\nabla_z p)^{\alpha-1}} \quad (4.31)$$

Esto implica que la velocidad promedio está determinada por la geometría del sistema y que la viscosidad debe ser sustituida por la viscosidad aparente, dependiendo de la ecuación constitutiva con la que se caractericé el fluido (Bird et al. 1978). Por otra parte, este trabajo solo es válido que no contienen efectos de memoria, i.e. que la primera y segunda diferencia de esfuerzos normales, es igual

a cero por lo que se deben de tomar en consideración todos los mecanismos posibles incluyendo los elásticos que puedan afectar al flujo poroso.

4.4. Modelo de Ellis

El modelo de Ellis, es un modelo empírico que contiene como casos particulares al modelo de Newton y el de ley de Potencia. El modelo se puede expresar como una superposición del modelo newtoniano y ley de potencia, es decir:

$$\dot{\gamma}_{rz} = \underbrace{\dot{\gamma}_{rz}}_{\text{Newtoniano}} + \underbrace{\dot{\gamma}_{rz}}_{\text{Ley de potencia}} = \frac{1}{\eta_0} \sigma_{rz} + \left(\frac{1}{m}\right)^{1/n} (\sigma_{rz})^{1/n} \quad (4.32)$$

En donde, se han definido las siguientes variables

$$\varphi_0 = \frac{1}{\eta_0} = \frac{1}{G_0 \lambda_0}; \varphi_1 = \left(\frac{1}{m}\right)^\alpha = \left(\frac{1}{G_0 \lambda^{1/\alpha}}\right)^\alpha = \frac{1}{G_0^\alpha \lambda}; \alpha=1/n \quad (4.33)$$

Finalmente, el modelo de Ellis, se puede expresare como:

$$\frac{\partial V_z(r,t)}{\partial r} = \varphi_0 \sigma_{rz} + \varphi_1 (\sigma_{rz})^\alpha \quad (4.34)$$

Despreciando los efectos inerciales y considerando que el sistema fluye debido al gradiente de presión.

$$\frac{dV_z(r)}{dr} = \varphi_0 \left(\frac{1}{2}(\nabla_z p)r\right) + \varphi_1 \left(\frac{1}{2}(\nabla_z p)r\right)^\alpha \quad (4.35)$$

4.4.1. Cálculo del perfil de velocidad

Integrando la Ec. (4.39), se tiene lo siguiente:

$$V_z(r) = \frac{\varphi_0}{2} \left(\frac{1}{2}(\nabla_z p)r^2\right) + \frac{\varphi_1}{\alpha+1} \left(\frac{1}{2}(\nabla_z p)r\right)^\alpha r^{\alpha+1} + C_1 \quad (4.36)$$

Integrando la Ec. (4.21), y utilizando la condición de deslizamiento

$$V_z(r=a) = \beta \sigma_w \quad (4.37)$$

Sustituyendo la Ec. (4.41) en la Ec. (4.40) por lo que:

$$C_1 = \beta\sigma_w - \frac{\phi_0}{2} \left(\frac{1}{2} (\nabla_z p) a^2 \right) - \frac{\phi_1}{\alpha+1} \left(\frac{1}{2} (\nabla_z p) \right)^\alpha a^{\alpha+1} \quad (4.38)$$

Combinando la Ec. (4.38) con la Ec. (4.36). El perfil de velocidades puede ser expresado como:

$$V_z(r) = \beta\sigma_w - \frac{\phi_0 a^2}{2} \left(\frac{1}{2} \nabla_z p \right) \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right) - \frac{\phi_1 a^{\alpha+1}}{\alpha+1} \left(\frac{1}{2} \nabla_z p \right)^\alpha \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{\alpha+1} \right) \quad (4.39)$$

4.4.2. Cálculo del flujo volumétrico

El flujo volumétrico se calcula de la misma manera que en el modelo Newtoniano y ley de potencia:

$$Q = \int_0^{2\pi} \int_0^a V_z(r) r dr d\theta = \int_0^{2\pi} \int_0^a \beta\sigma_w r dr d\theta - \frac{\phi_0 a^2}{2} \left(\frac{1}{2} \nabla_z p \right) \int_0^{2\pi} \int_0^a \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right] r dr d\theta - \frac{\phi_1 a^{\alpha+1}}{\alpha+1} \left(\frac{1}{2} \nabla_z p \right)^\alpha \int_0^{2\pi} \int_0^a \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{\alpha+1} \right] r dr d\theta \quad (4.40)$$

Integrando la parte angular y haciendo el siguiente cambio de variable: $u = r/a$, se tiene lo siguiente:

$$Q = \int_0^{2\pi} \int_0^a V_z(r) r dr d\theta = 2\pi\beta\sigma_w \int_0^1 u du - \frac{2\pi\phi_0 a^4}{2} \left(\frac{1}{2} \nabla_z p \right) \int_0^1 [1 - u^2] u du - \frac{2\pi\phi_1 a^{\alpha+3}}{\alpha+1} \left(\frac{1}{2} \nabla_z p \right)^\alpha \int_0^1 [1 - u^{\alpha+1}] u du \quad (4.41)$$

Integrando la Ec. (4.41) obtenemos el flujo volumétrico de un fluido que es caracterizado por el modelo de Ellis:

$$Q = Q_D + Q_N + Q_{NN} = \pi a^2 \beta\sigma_w + \frac{\pi a^4}{8\eta_0} (-\nabla_z p) + \frac{\pi\phi_1 a^{\alpha+3}}{2^\alpha (\alpha+3)} (-\nabla_z p)^{\alpha-1} (-\nabla_z p) \quad (4.42)$$

Factorizando el gradiente de presión, se tiene lo siguiente:

$$Q = \frac{\pi a^4}{8} \left(\frac{8\beta}{a} + \phi_0 + \frac{\phi_1 a^{\alpha-1}}{2^{\alpha-3} (\alpha+3)} (-\nabla_z p)^{\alpha-1} \right) (-\nabla_z p) \quad (4.43)$$

La Ec. (4.43) representa el flujo volumétrico de Ellis tomando en cuenta los mecanismos deslizantes. Este modelo es completamente general, e incluye a los



modelos: (i) Newtoniano, (ii) Ley de potencia, (iii) Flujo volumétrico inducido por los mecanismos deslizantes.

4.4.3. Cálculo de la velocidad promedio y viscosidad aparente

Finalmente, procediendo de la misma manera que en el caso anterior, se tiene la siguiente expresión para el modelo de Ellis.

$$\langle V_Z \rangle = \frac{Q}{\pi a^2} \tag{4.44}$$

Factorizando la última expresión, se tiene lo siguiente:

$$\langle V_Z \rangle = \frac{a^2}{8\eta_{app}} (-\nabla_z p) \tag{4.45}$$

En donde la viscosidad efectiva para el modelo de Ellis toma la forma:

$$\eta_{app} = \frac{1}{\frac{8\beta}{a} + \varphi_0 + \frac{\varphi_1 a^{\alpha-1}}{2^{\alpha-3}(\alpha+3)} (-\nabla_z p)^{\alpha-1}} \tag{4.46}$$

En este punto, la viscosidad aparente, contiene una contribución debido al fluido newtoniano y otra al modelo de ley de potencia. El último modelo que se va a analizar es el modelo de Reiner Philippoff y a partir de eso, se compararan las distintas contribuciones de cada uno. Es importante resaltar, que la viscosidad aparente no es la real, debido a que se necesita introducir la corrección de Weissenberg Rabinowitsch (Bird et al. 1987).

4.5. Modelo de Reiner Philippoff

En esta sección, se presenta la velocidad axial, flujo volumétrico, viscosidad aparente y velocidad aparente del modelo de Reiner Philipoff respectivamente. El modelo de Reiner Philippoff es un modelo reológico de tres constantes materiales, dos viscosidades a bajo y alto corte respectivamente y una constante, que tiene unidades de inverso de esfuerzo, la cual cuantifica la transición de estados de mayor a menor viscosidad por efecto del flujo.

4.5.1 Calculo del perfil de velocidad

La ecuación escalar para la componente rz del modelo de Reiner-Philippoff puede ser escrita de la siguiente manera:

$$\frac{dVz(r)}{dr} = \frac{1}{\eta_{\infty} + \frac{\eta_0 - \eta_{\infty}}{1 + \left(\frac{\sigma_{zr}}{\sigma_s}\right)^2}} \sigma_{zr} \quad (4.47)$$

La Ec. (4.47) puede ser descrita en términos del esfuerzo en la pared de la siguiente manera:

$$\frac{dVz(r)}{dr} = -\varphi_0 \sigma_s \frac{1}{\varphi + \frac{1-\varphi}{1 + \left(\frac{\sigma_w r}{\sigma_s a}\right)^2}} \frac{\sigma_w r}{\sigma_s a} \quad (4.48)$$

La Ec. (4.52) se puede simplificar de la siguiente manera;

$$\frac{dVz^*}{d\xi} = -\frac{1}{\varphi + \frac{1-\varphi}{1 + (\tau\xi)^2}} \tau\xi \quad (4.49)$$

En donde, se han definido las siguientes cantidades adimensionales

$$\tau_w = \frac{\sigma_w}{\sigma_s}; \xi = \frac{r}{a}; \varphi = \frac{\varphi_0}{\varphi_{\infty}}; Vz^* = \frac{Vz}{\varphi_0 \sigma_s a}; \beta^* = \frac{\beta}{\varphi_0 a}; Q^* = \frac{Q}{(\varphi_0 \sigma_s a) a^2} \quad (4.50)$$

Para resolver la Ec. (4.54), se hace la división de polinomios, por lo que

$$\frac{dVz^*}{d\tau\xi} = -\frac{1}{\tau_w} \frac{1 + (\tau_w \xi)^2}{1 + \varphi (\tau_w \xi)^2} \tau_w \xi \quad (4.51)$$

Si hacemos el siguiente cambio de variable $u = \tau_w \xi$, se tiene:

$$\frac{dVz^*}{du} = -\frac{1}{\tau_w} \left(\frac{1 + u^2}{1 + \varphi u^2} \right) u \quad (4.52)$$

Para resolver la Ec. (4.52) se suma y resta φu^2 en el denominador de la Ec. (4.52) y se factoriza u^2 del binomio $u^2 - \varphi u^2$ por lo que:

$$\frac{dVz^*}{du} = -\frac{1}{\tau_w} \left(\frac{1 + \varphi u^2 - \varphi u^2 + u^2}{1 + \varphi u^2} \right) u = -\frac{1}{\tau_w} \left(\frac{1 + \varphi u^2 + (1-\varphi)u^2}{1 + \varphi u^2} \right) u \quad (4.53)$$

Simplificando la Ec. (4.53)

$$\frac{dVz^*}{du} = -\frac{1}{\tau_w} \left(\frac{1 + \varphi u^2}{1 + \varphi u^2} + (1 - \varphi) \frac{u^2}{1 + \varphi u^2} \right) u = -\frac{1}{\tau_w} \left(1 + (1 - \varphi) \frac{u^2}{1 + \varphi u^2} \right) u \quad (4.54)$$

Al multiplicar u^2 por φ y dividir entre φ y después de esto sumando 1 y -1 se tiene lo siguiente:

$$\frac{dVz^*}{du} = -\frac{1}{\tau} \left(1 + \frac{1 - \varphi}{\varphi} \frac{\varphi u^2}{1 + \varphi u^2} \right) u = -\frac{1}{\tau} \left(1 + \frac{1 - \varphi}{\varphi} \frac{1 + \varphi u^2 - 1}{1 + \varphi u^2} \right) u \quad (4.55)$$

Al dividir el trinomio entre el binomio y multiplicando por u , se tiene lo siguiente:

$$\frac{dVz^*}{du} = -\frac{1}{\tau_w} \left(u + \frac{1 - \varphi}{\varphi} \left(u - \frac{u}{1 + \varphi u^2} \right) \right) = -\frac{1}{\tau_w} \left(\left(1 + \frac{1 - \varphi}{\varphi} \right) u - \frac{1 - \varphi}{\varphi} \frac{u}{1 + \varphi u^2} \right) \quad (4.56)$$

Simplificando la Ec. (4.60)

$$\frac{dVz^*}{du} = -\frac{1}{\tau_w} \left(\frac{1}{\varphi} u - \frac{1 - \varphi}{\varphi} \frac{u}{1 + \varphi u^2} \right) = -\frac{1}{\tau_w} \left(\frac{1}{\varphi} u - \frac{1 - \varphi}{\varphi^2} \frac{\varphi u}{1 + \varphi u^2} \right) \quad (4.57)$$

En la Ec. (4.61) se multiplico y se dividió por φ respectivamente. Integrando la Ec. (4.61) con respecto a la variable adimensional u , se tiene lo siguiente:

$$Vz^*(u) = -\frac{1}{2\tau_w\varphi} \left(u^2 - \frac{1 - \varphi}{\varphi} \text{Ln}|1 + \varphi u^2| \right) + C \quad (4.58)$$

Aplicando la condición, de deslizamiento en la Ec. (4.59)

$$C = \beta^* \tau_w + \frac{1}{2\tau\varphi} \left(\tau_w^2 - \frac{1 - \varphi}{\varphi} \text{Ln}|1 + \varphi \tau_w^2| \right) \quad (4.59)$$

Al sustituir la constante C (Ec. 4.59) en la solución general Ec. (4.58), se tiene lo siguiente:

$$Vz^*(u) = \beta^* \tau + \frac{1}{2\tau\varphi} \left(\tau_w^2 - \frac{1 - \varphi}{\varphi} \text{Ln}|1 + \varphi \tau_w^2| \right) - \frac{1}{2\tau\varphi} \left(u^2 - \frac{1 - \varphi}{\varphi} \text{Ln}|1 + \varphi u^2| \right) \quad (4.60)$$

Factorizando, se tiene la siguiente expresión:

$$Vz^*(\xi) = \beta^* \tau + \frac{1}{2\tau\varphi} \left(\tau^2 (1 - \xi^2) + \frac{1 - \varphi}{\varphi} \text{Ln} \left| \frac{1 + \varphi (\tau\xi)^2}{1 + \varphi \tau^2} \right| \right) \quad (4.61)$$

Finalmente, se tiene la siguiente expresión analítica:

$$Vz^*(\xi) = \beta^* \tau + \frac{1}{2\tau\varphi} \left(\tau^2 (1 - \xi^2) + \frac{1 - \varphi}{\varphi} \text{Ln} \left| \frac{1 + \varphi (\tau\xi)^2}{1 + \varphi \tau^2} \right| \right) \quad (4.62)$$



La Ec. (4.62) representa el perfil de velocidades adimensional para el modelo de Reiner Philippoff.

4.5.2 Cálculo del flujo volumétrico y viscosidad aparente

El cálculo del flujo volumétrico puede ser obtenido a partir del perfil de velocidades, sin embargo, procedemos a partir de la definición de rapidez de deformación. Integrando la expresión general del flujo volumétrico se tiene:

Procediendo como en los casos anteriores, integrando la expresión general del flujo volumétrico

$$Q = \pi V_z(r=a)a^2 - \pi \int_0^a \frac{dV_z(r)}{dr} r^2 dr \quad (4.63)$$

Para facilitar los cálculos del modelo de Reiner-Phillipoff se proponen el siguiente conjunto de variables adimensionales para el esfuerzo en la pared, coordenada radial, velocidad axial, y flujo volumétrico.

$$\tau_w = \frac{\sigma_w}{\sigma_s}; \xi = \frac{r}{a}; \varphi = \frac{\varphi_\infty}{\varphi_0}; V_z^* = \frac{V_z}{\varphi_0 \sigma_s a}; \beta^* = \frac{\beta}{\varphi_0 a}; Q^* = \frac{Q}{(\varphi_0 \sigma_s a)^2} \quad (4.64)$$

Los números adimensionales resultantes de esta sustitución en el flujo volumétrico son:

$$\varphi = \frac{\varphi_\infty}{\varphi_0} = \frac{\text{Fluidez a corte alto}}{\text{Fluidez a bajo corte}}; \beta^* = \frac{\beta}{\varphi_0 a} = \frac{\text{Mecanismos-deslizantes}}{\text{Mecanismos-viscosos}} \quad (4.65)$$

El primero de estos números adimensionales, está asociado con las propiedades adelgazantes al corte o engrosantes, de acuerdo con los siguientes valores:

$$\varphi = \frac{\varphi_\infty}{\varphi_0} = \begin{cases} \varphi \gg 1; \text{Engrosantes} \\ \varphi = 1; \text{Engrosantes} \\ \varphi \ll 1; \text{Adelgazantes} \end{cases}$$

(4.66a)

Mientras que para los mecanismos deslizantes se tiene lo siguiente:

$$\beta^* = \frac{\beta}{\varphi_0 a} = \begin{cases} \beta^* \gg 1; \text{Deslizantes} \gg \text{Viscosos} \\ \beta^* = 1; \text{Deslizantes} = \text{Viscosos} \\ \beta^* \ll 1; \text{Deslizantes} \ll \text{Viscosos} \end{cases} \quad (4.66b)$$

La integral adimensional del flujo volumétrico toma la forma:

$$Q^* = \beta^* \tau_w^* - \int_0^1 \frac{dV_z^*(\xi)}{d\xi} \xi^2 d\xi \quad (4.67)$$

La rapidez de deformación del modelo de Reiner-Philippoff, toma la forma:

$$\frac{dV_z^*}{d\xi} = - \frac{1 + (\tau_w \xi)^2}{1 + \varphi (\tau_w \xi)^2} \tau_w \xi \quad (4.68)$$

Para facilitar los cálculos, se puede expresar en término de la variable u, i.e.

$u = \tau_w \xi$ por lo que la Integral de la Ec. (4.53) toma la forma

$$\frac{dV_z^*}{du} = - \frac{1}{\tau_w} \frac{1+u^2}{1+\varphi u^2} u \quad (4.69)$$

Al sustituir la Ec. (4.65) en la Ec. (4.63) se tiene la siguiente expresión para el flujo volumétrico:

$$Q^* = \beta^* \tau_w^* + \frac{1}{\tau_w^{*3}} \int_0^{\tau_w^*} \left(\frac{1+u^2}{1+\varphi u^2} u \right) u^2 du \quad (4.70)$$

Realizando el siguiente cambio de variable $z = u^2$

$$Q^* = \beta^* \tau_w^* + \frac{1}{2\tau_w^{*3}} \int_0^{\tau_w^{*2}} \left(\frac{1+z}{1+\varphi z} z \right) dz \quad (4.71)$$

La integral de la Ec. (4.67) es analítica y su resultado, puede ser expresado en término de funciones elementales, i.e.

$$\int_0^{\tau_w^{*2}} \left(\frac{1+z}{1+\varphi z} z \right) dz = \frac{z\varphi((2+z)\varphi-2) - 2(\varphi-1)\text{Ln}|1+z\varphi|}{2\varphi^3} \Bigg|_0^{\tau_w^{*2}} \quad (4.72)$$

La integral de la Ec. (4.67) toma la forma:

$$Q^* = \beta^* \tau_w^* + \frac{1}{4\tau_w^{*3}} \frac{\tau_w^{*2}\varphi((2+\tau_w^{*2})\varphi-2) - 2(\varphi-1)\text{Ln}|1+\tau_w^{*2}\varphi|}{\varphi^3} \quad (4.73)$$

4.5.3 Cálculo de la velocidad promedio y viscosidad aparente

Finalmente se puede escribir en términos de una fluidez generalizada que multiplica al flujo volumétrico newtoniano:

$$Q^* = \varphi_{app}^* \frac{\tau_w^*}{4} \quad (4.74)$$

En donde la fluidez adimensional generalizada por los mecanismos deslizantes toma la forma:

$$\varphi_{app}^* = 4\beta^* + \frac{1}{\tau_w^{*4}} \frac{\tau_w^{*2} \varphi \left((2 + \tau_w^{*2}) \varphi - 2 \right) - 2(\varphi - 1) \text{Ln} |1 + \tau_w^{*2} \varphi|}{\varphi^3} \quad (4.75a)$$

O en términos de la viscosidad adimensional (inverso de la fluidez)

$$\eta_{app}^* = 1 / \varphi_{app}^* = \frac{1}{4\beta^* + \frac{2}{\tau_w^{*4}} \frac{\tau_w^{*2} \varphi \left((2 + \tau_w^{*2}) \varphi - 2 \right) - 2(\varphi - 1) \text{Ln} |1 + \tau_w^{*2} \varphi|}{\varphi^3}} \quad (4.76)$$

Nótese, que, en términos de la fluidez, los mecanismos deslizantes incrementan la incrementan, mientras que los efectos deslizantes disminuyen la función viscosidad lo que podría ser importante desde un punto de vista ingenieril, debido a que los procesos disipativos asociados con la fricción serían menores.

4.6. Factor de fricción en fluidos no newtonianos

El factor de fricción en mecánica de fluidos se define como un cociente de dos mecanismos, asociados con los mecanismos viscosos y cinéticos.

$$f = \frac{-\sigma_{rz}|_{r=a}}{\frac{1}{2}\rho \langle V \rangle^2} = \frac{\sigma_w}{\frac{1}{2}\rho \langle V \rangle^2} \quad (4.77)$$

La Ec. (4.77) se puede expresar en términos del número de Reynolds y de la viscosidad aparente, i.e. la viscosidad del fluido.

$$f = \frac{\sigma_w}{\frac{1}{2}\rho \langle V \rangle^2} = \frac{16}{\rho \langle V \rangle D} \cdot \frac{\sigma_w}{\frac{8 \langle V \rangle}{D}} = \frac{16}{\rho \langle V \rangle D} \cdot \frac{\sigma_w}{\dot{\gamma}_{app}} = \frac{16}{\rho \langle V \rangle D} \cdot \frac{\sigma_w}{\dot{\gamma}_{app}} \quad (4.78)$$

El cociente definido entre el esfuerzo cortante y la rapidez de deformación aparente nos lleva a una viscosidad aparente η_a la cual, se define como:

$$\eta_{app} = \frac{\sigma_w}{\dot{\gamma}_{app}} \quad (4.79)$$

Con el fin de obtener factores de fricción de fluidos con viscosidades reales, se debe de sustituir la rapidez de deformación aparente por la rapidez de deformación real. Para este efecto se emplea el formalismo de Weissenberg-Rabinowitsch para obtener la rapidez de deformación en la pared.

$$\dot{\gamma}_w = \dot{\gamma}_{app} \left[\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \frac{\sigma_w}{Q} \frac{dQ}{d\sigma_w} \right] \quad (4.80)$$

La rapidez de deformación toma la forma:

$$\dot{\gamma}_{app} = \frac{\dot{\gamma}_w}{\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \frac{\sigma_w}{Q} \frac{dQ}{d\sigma_w}} \quad (4.81)$$

Al combinar las expresiones para el factor de fricción, función viscosidad y rapidez de deformación en la pared, se obtiene el factor de fricción modificado por la función viscosidad real.

$$f = \frac{16}{\rho \langle V \rangle D} \cdot \frac{\sigma_w}{\dot{\gamma}_{app}} = \frac{16}{\rho \langle V \rangle D} \cdot \frac{\sigma_w}{\dot{\gamma}_w} \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \frac{\sigma_w}{Q} \frac{dQ}{d\sigma_w} \right) = \frac{16}{\rho \langle V \rangle D} \eta_w \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \frac{\sigma_w}{Q} \frac{dQ}{d\sigma_w} \right) \quad (4.82)$$

Definiendo la viscosidad en la pared como

$$\eta_w = \frac{\sigma_w}{\dot{\gamma}_w} \quad (4.83)$$

Finalmente se tiene lo siguiente:

$$f = \frac{16}{\rho \langle V \rangle D} \eta_{real} \quad (4.84)$$

En la Ec. (4.84) la viscosidad real calculada por un reómetro puede expresarse como:

$$\eta_{real} = \eta_w \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \frac{\sigma_w}{Q} \frac{dQ}{d\sigma_w} \right) \quad (4.85)$$

La Ec. (4.84) puede ser expresada en término del número de Reynolds el cual cuantifica los mecanismos de tipo inercial entre los viscosos. Para eso, se escala la función con una viscosidad característica, por lo que se tiene lo siguiente:

$$f = \frac{16}{\rho \langle V \rangle D} \frac{\eta_{\text{real}}}{\eta_{\text{car}}} = \frac{16}{\text{Re}} \eta_{\text{real}}^* = \frac{16}{\text{Re} \phi_{\text{real}}^*} = \frac{16}{\text{Re}_{\text{NN}}} \quad (4.86)$$

En la Ec. (4.86) se ha definido el siguiente Reynolds no newtoniano generalizado:

$$\text{Re}_{\text{NN}} = \text{Re} \phi_{\text{real}}^* \quad (4.87)$$

La Ec. (4.80) describe que cualquier el Reynolds generalizado puede ser descrito como el producto del Reynolds Newtoniano multiplicado por la fluidez no newtoniana. Si dividimos el Reynolds no newtoniano por el Newtoniano, se obtiene el Reynolds reducido el cual es igual a la fluidez del sistema:

$$\text{Re}_r = \frac{\text{Re}_{\text{NN}}}{\text{Re}} = \phi_{\text{real}}^* \quad (4.88)$$

Finalmente, en la siguiente sección se presentan los resultados más importantes de los factores de fricción para el fluido no-newtonianos.

4.7. Calculo de la rapidez de deformación en la pared

4.7.1. Fluido Newtoniano

Para el fluido newtoniano, la viscosidad en la pared es la misma que la viscosidad aparente por lo que, se tiene lo siguiente:

$$\dot{\gamma}_w = \dot{\gamma}_{\text{app}} \quad (4.89)$$

Para el modelo de Ley de Potencia utilizando el formalismo de Weissenberg Rabinowitsch.

$$\dot{\gamma}_w = \dot{\gamma}_{\text{app}} \left[\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \frac{\sigma_w}{Q} \frac{dQ}{d\sigma_w} \right] = \dot{\gamma}_{\text{app}} \left[\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \frac{\frac{8\beta}{a} + 4 \frac{\alpha}{\alpha+3} \phi_1 \sigma_w^{\alpha-1}}{\frac{8\beta}{a} + 4 \frac{1}{\alpha+3} \phi_1 \sigma_w^{\alpha-1}} \right] \quad (4.90)$$

Para el modelo de Ellis se tiene lo siguiente:

$$\dot{\gamma}_w = \dot{\gamma}_{\text{app}} \left[\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \frac{\sigma_w}{Q} \frac{dQ}{d\sigma_w} \right] = \dot{\gamma}_{\text{app}} \left[\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \frac{\frac{8\beta}{a} + \phi_0 + 4 \frac{\alpha}{\alpha+3} \phi_1 \sigma_w^{\alpha-1}}{\frac{8\beta}{a} + \phi_0 + 4 \frac{1}{\alpha+3} \phi_1 \sigma_w^{\alpha-1}} \right] \quad (4.91)$$

Para el modelo de Reiner-Phillippoff obtenemos el siguiente resultado analítico:

$$\dot{\gamma}_w = \dot{\gamma}_{app} \left[\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \frac{\tau}{Q} \frac{dQ}{d\tau} \right] = \dot{\gamma}_{app} \left[\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \frac{\frac{8\beta}{a} + \tau^2 + \varphi^2 \left(\tau^{-1} \left(\frac{2\tau}{\varphi + \tau^2} \right) - 2\tau^{-2} \text{Ln} \left| 1 + \frac{\tau^2}{\varphi} \right| \right)}{\frac{8\beta}{a} + \frac{1}{2}\tau^2 + (1-\varphi) + \varphi^2 \tau^{-2} \text{Ln} \left| 1 + \frac{\tau^2}{\varphi} \right|} \right] \quad (4.92)$$

Las Ecs. (4.85-4.88) son punto de partida en la corrección de la viscosidad aparente. Estas ecuaciones, se sustituyen en el factor de fricción (Ec. 4.82) con el fin de obtener la expresión correspondiente al factor de fricción, por lo que se tiene un algoritmo generalizado para obtener el factor de fricción de fluidos no-newtonianos viscosos. Por otra parte, para fluidos no newtonianos viscoelásticos, se deben utilizar otras técnicas debido a que se involucran la parte elástica del sistema que se asocia a la recuperación cuando este es deformado.

En este capítulo se analizó el flujo de fluido no newtonianos en un medio poroso el cual, fue modelado por un conjunto de capilares de radio $r = a$ y longitud $z = L$. Suponiendo estado estacionario, régimen laminar, simetría cilíndrica, fluido incompresible, y que la reología y el flujo pueden ser caracterizados con cuatro ecuaciones constitutivas llamadas: (i) Modelo newtoniano, (ii) Modelo de ley de potencia, (iii) Modelo de Ellis y (iv) Reiner Philippoff se obtuvieron los siguientes resultados resumidos en la Tabla 4.

Finalmente, en la tabla 4 se presenta un resumen de los logros más importantes de este capítulo

Tabla 4. Resumen de las ecuaciones obtenidas en el modelado

Ecuación Reológica	Velocidad promedio Volumétrico	Fuerza Motriz	Viscosidad Aparente con deslizamiento en la pared
Newton	$\langle V_z \rangle = \frac{a^2 / 8}{\eta_{app}} (-\nabla_z p)$	$-\nabla_z p = \frac{p_0 - p_L}{L}$	$\eta_{ap} = \eta_0$



Ostwald de Waele	$\langle V_z \rangle = \frac{a^2 / 8}{\eta_{app}} (-\nabla_z p)$	$-\nabla_z p = \frac{p_0 - p_L}{L}$	$\eta_{ap} = \frac{(\alpha+3)/4}{\phi_1} (\sigma_w)^{1-\alpha}$
Ellis	$\langle V_z \rangle = \frac{a^2 / 8}{\eta_{app}} (-\nabla_z p)$	$-\nabla_z p = \frac{p_0 - p_L}{L}$	$\eta_{ap} = \frac{1}{\phi_0 + \phi_1 \frac{4}{\alpha+3} (\sigma_w)^{\alpha-1}}$
Reinner-Phillipoff	$\langle V_z \rangle = \frac{a^2 / 8}{\eta_{app}} (-\nabla_z p)$	$-\nabla_z p = \frac{p_0 - p_L}{L}$	$\eta_{ap} = \frac{\sigma_s (a / V_s)}{\left(\tau^4 + 2(1-\phi)\tau^2 + 2\phi^2 \text{Ln} \left 1 + \frac{\tau^2}{\phi} \right \right) / \tau^3}$



CAPÍTULO V

SIMULACION Y ANALISIS

En este capítulo se muestran las simulaciones en Mathematica 10. Los datos numéricos fueron generados en el programa Mathematica 10 y exportados a Excel. En este capítulo se discuten los principales resultados de las simulaciones de los cuatro fluidos. Se presentan los perfiles de velocidad, (ii) flujo volumétrico y (iii) factor de fricción respectivamente.

5.1. Modelo de Newton (Sin Deslizamiento)

5.1.1. Perfil de velocidades

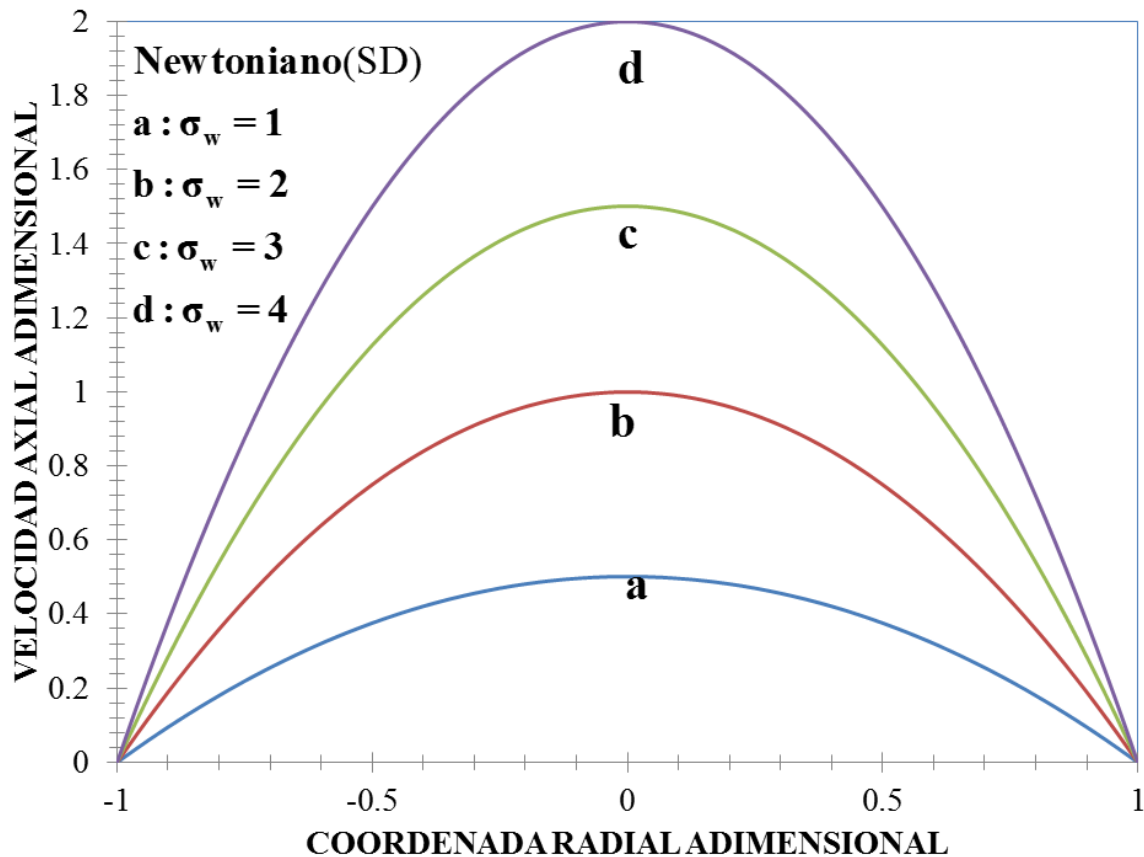


Figura 6. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores de esfuerzo adimensional.

En las Fig. 6 se observa el clásico comportamiento parabólico visto en la literatura especializada concerniente al tema. Se observa que en las paredes la velocidad es 0. Por otra parte, en el centro la velocidad es máxima y esta se determina debido a un acoplamiento entre las propiedades viscosidad y la fuerza motriz asociada al gradiente de presión. Físicamente, un valor grande de esfuerzo en la pared significa

que la estructura del fluido decrece por lo cual su velocidad aumenta debido a que el fluido se desestructura inducido por el flujo.

5.1.2. Flujo volumétrico

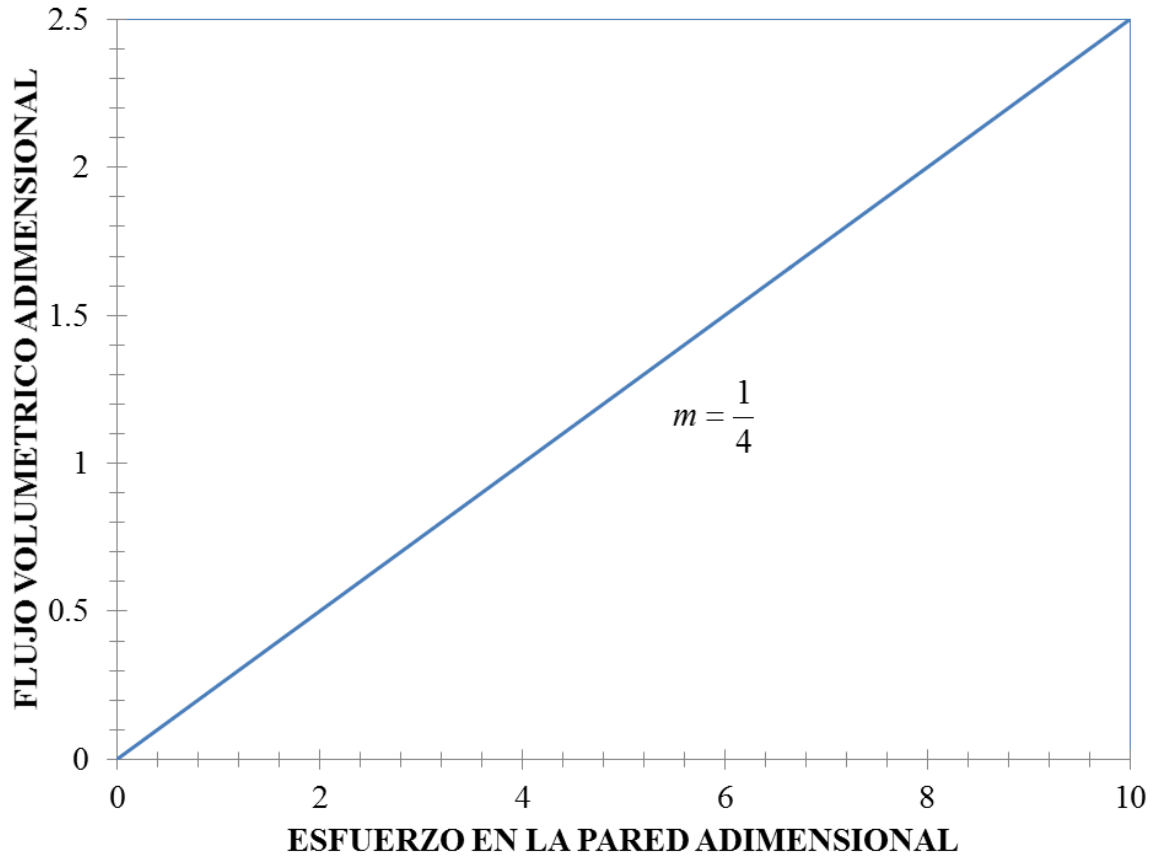


Figura 7. Ilustra el flujo volumétrico adimensional en función al esfuerzo en la pared adimensional.

En la Fig. 7 se muestra el flujo volumétrico adimensional en función al esfuerzo en la pared adimensional, describe el clásico comportamiento newtoniano lineal monótono creciente con una pendiente igual a $\frac{1}{4}$.

5.1.3. Factor de fricción

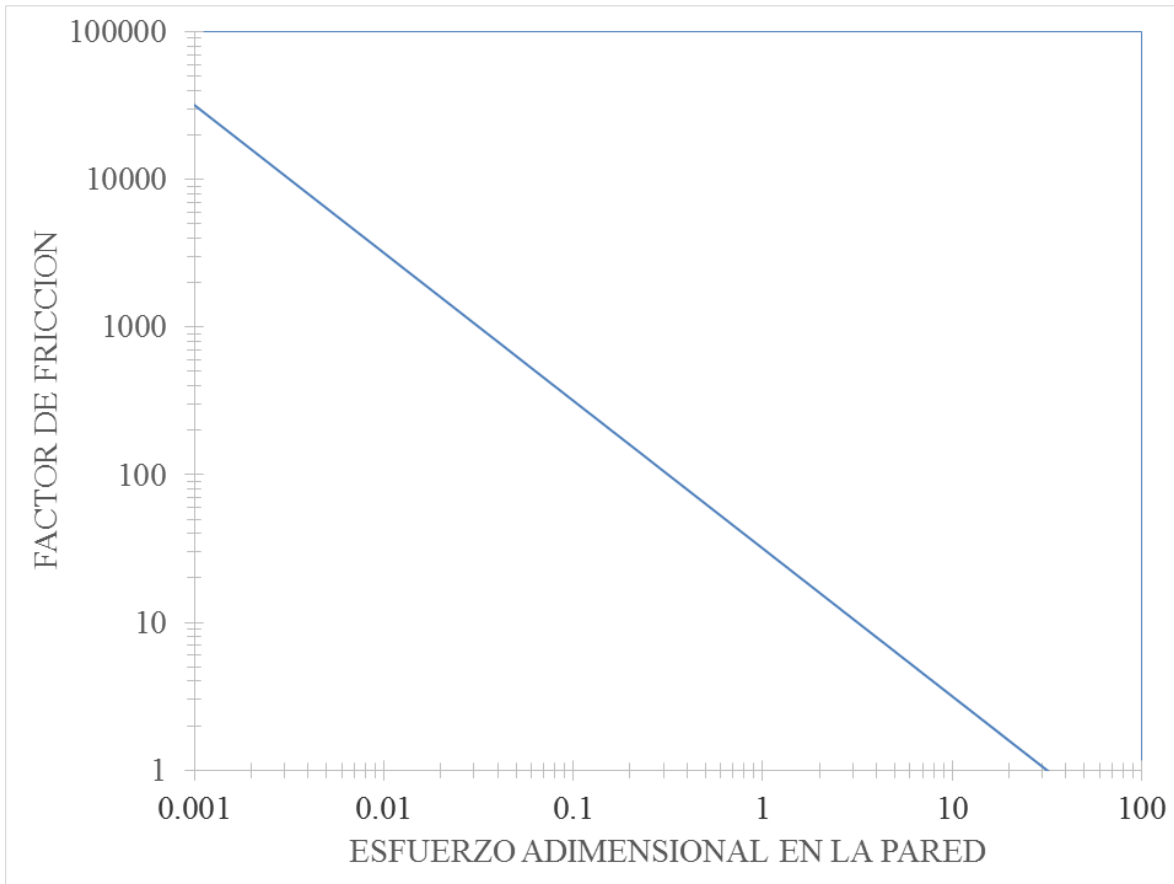


Figura 8. Ilustra el factor de fricción en función al esfuerzo en la pared adimensional.

En la Fig. 8 se muestra el factor de fricción en función al esfuerzo en la pared adimensional, describe el clásico comportamiento newtoniano lineal monótono decreciente.

5.2. Modelo de Newton (Con Deslizamiento)

5.2.1. Perfil de velocidades

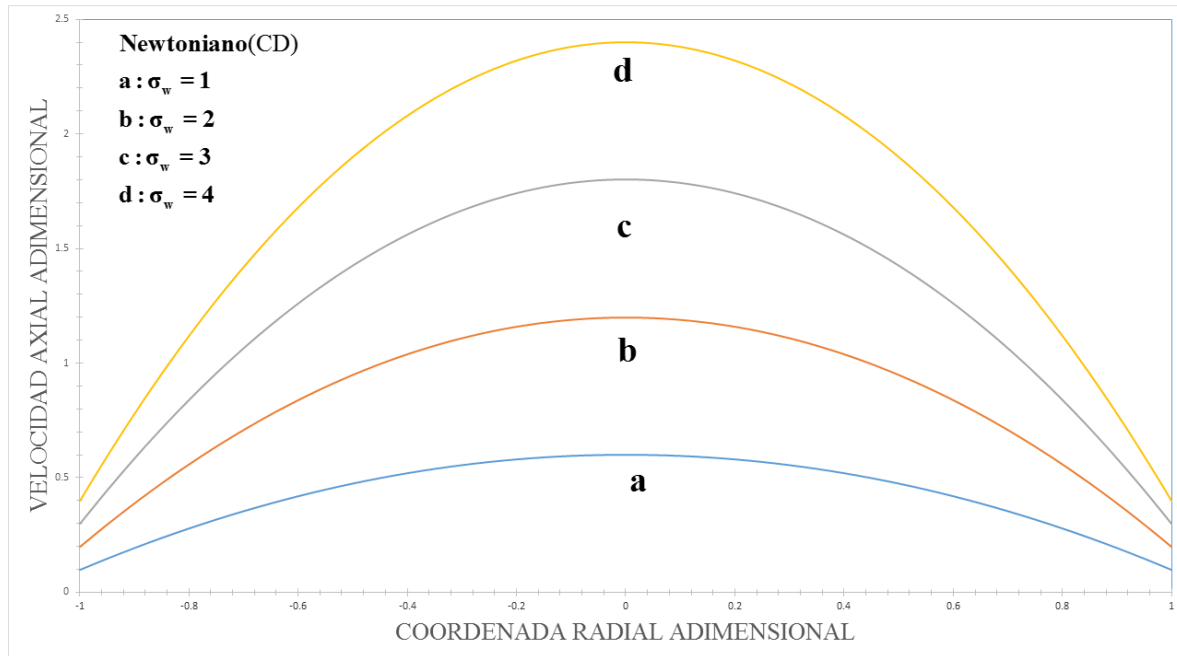


Figura 9. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores de esfuerzo adimensional.

En las Fig. 9 se observa el clásico comportamiento parabólico visto en la literatura especializada concerniente al tema. Por otra parte, en el centro la velocidad es máxima y esta se determina debido a un acoplamiento entre las propiedades viscosidad y la fuerza motriz asociada al gradiente de presión. Físicamente, un valor grande de esfuerzo en la pared significa que la estructura del fluido decrece por lo cual su velocidad aumenta debido a que el fluido se desestructura inducido por el flujo. Nótese que el efecto de deslizamiento es el de desfasar las curvas a mayor estado de velocidad por efecto de los mecanismos deslizantes.

5.2.2. Flujo volumétrico

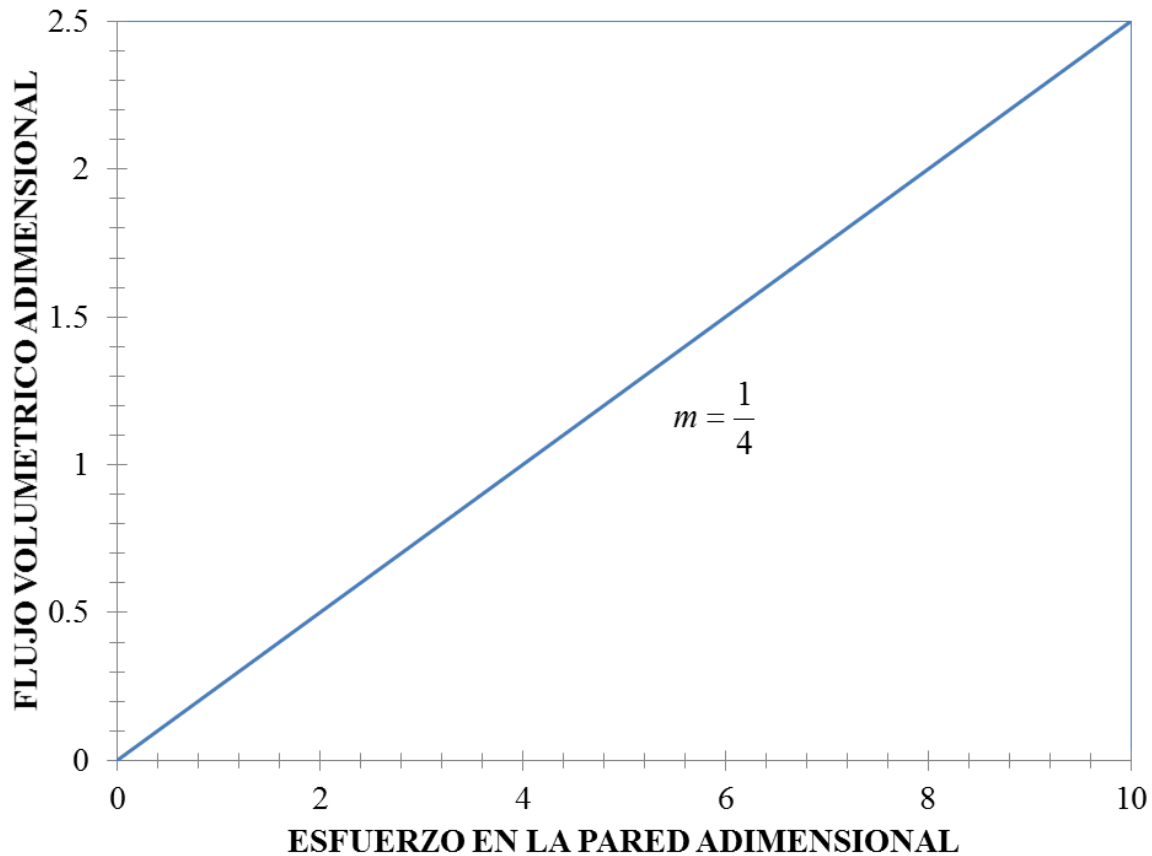


Figura 10. Ilustra el flujo volumétrico adimensional en función al esfuerzo en la pared adimensional.

En la Fig. 10 se muestra el flujo volumétrico adimensional en función al esfuerzo en la pared adimensional, describe el clásico comportamiento newtoniano lineal monótono creciente con una pendiente igual a $\frac{1}{4}$. Nótese que el efecto de deslizamiento es el de desfasar las curvas a mayor flujo por efecto de los mecanismos deslizantes.

5.2.3. Factor de fricción

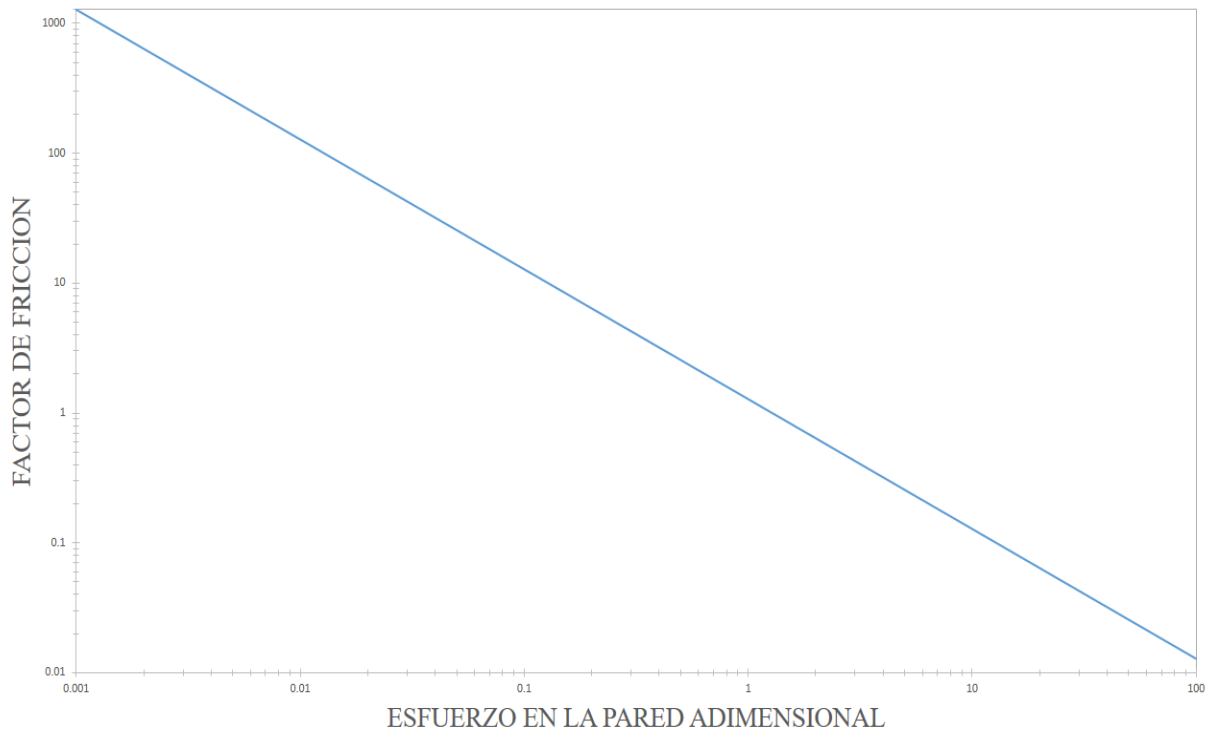


Figura 11. Ilustra el factor de fricción en función al esfuerzo en la pared adimensional.

En la Fig. 11 se muestra el factor de fricción en función al esfuerzo en la pared adimensional, describe el clásico comportamiento newtoniano lineal monótono decreciente. Nótese que el efecto de deslizamiento es el de desfasar las curvas a un mayor estado de factor de fricción por efecto de los mecanismos deslizantes.

5.3. Modelo de Ley de Potencia (Sin Deslizamiento)

5.3.1. Perfil de velocidades

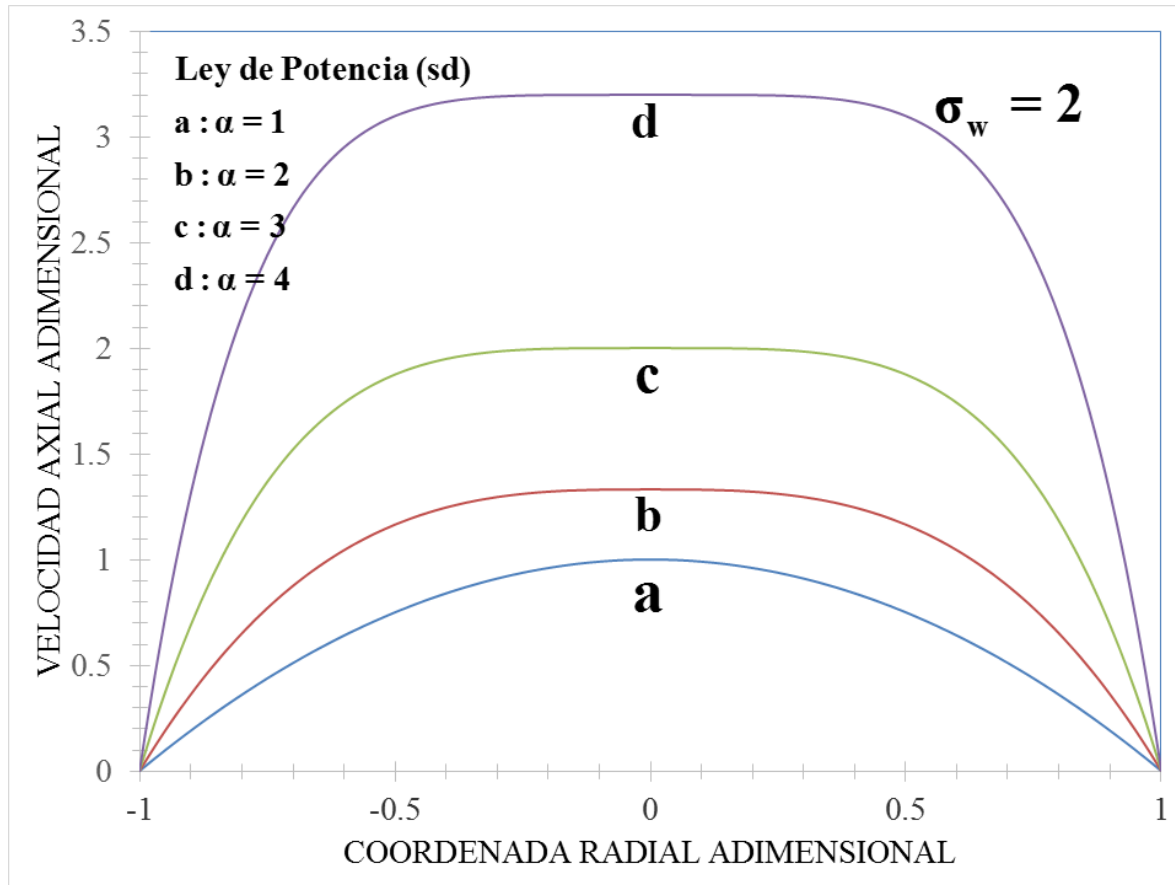


Figura 12. Ilustra el perfil de velocidades adimensional como función de la coordenada radial para diferentes valores del exponente de la ecuación constitutiva de ley de potencia con un esfuerzo adimensional en la pared de 2.

En la Fig. 12 se observa el clásico perfil parabólico en $\alpha = 1$. Sin embargo, al aumentar el valor del exponente alfa se observa que el perfil de velocidad crece. Nótese que al aumentar este valor se forma un perfil homogéneo de velocidades en el intervalo de -0.5 a 0.5. Físicamente, en el frente homogéneo no existe velocidad relativa entre los elementos de control lo cual implica que se necesita un mayor esfuerzo cortante para obtener los frentes de velocidad homogénea.

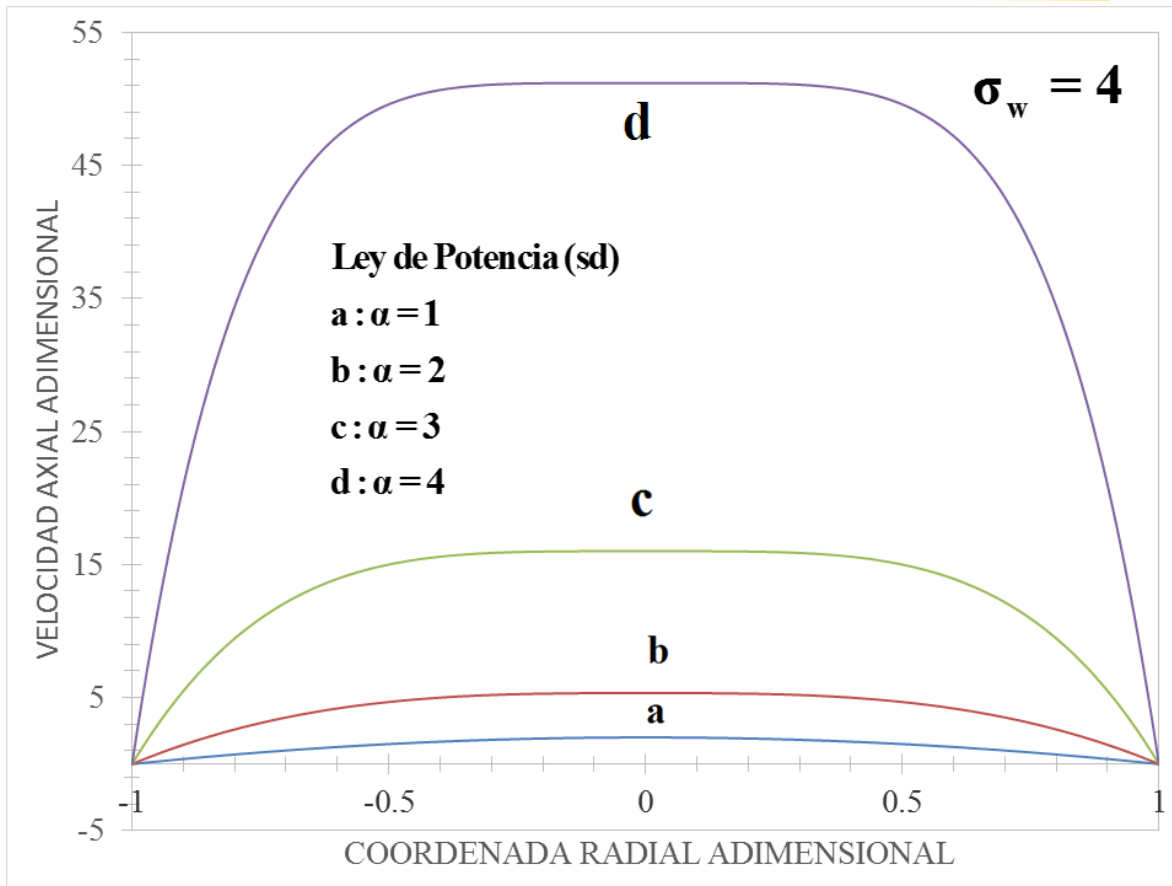


Figura 13. Ilustra el perfil de velocidades adimensional como función de la coordenada radial para diferentes valores para del exponente de la ecuación constitutiva de ley de potencia con un esfuerzo adimensional constante igual a 4.

En la Fig. 13 se observa el clásico perfil parabólico en $\alpha = 1$. Sin embargo, al aumentar el valor del exponente α se observa que el perfil de velocidad crece por lo que este efecto se asocia a las propiedades no newtonianas del modelo de ley de potencia relacionadas con el adelgazamiento o espesamiento al corte. Nótese que al aumentar este valor se forma un perfil homogéneo de velocidades en el intervalo de -0.5 a 0.5. Físicamente, en el frente homogéneo no existe velocidad relativa entre los elementos de control lo cual implica que se necesita un mayor esfuerzo cortante para obtener los frentes de velocidad homogénea.

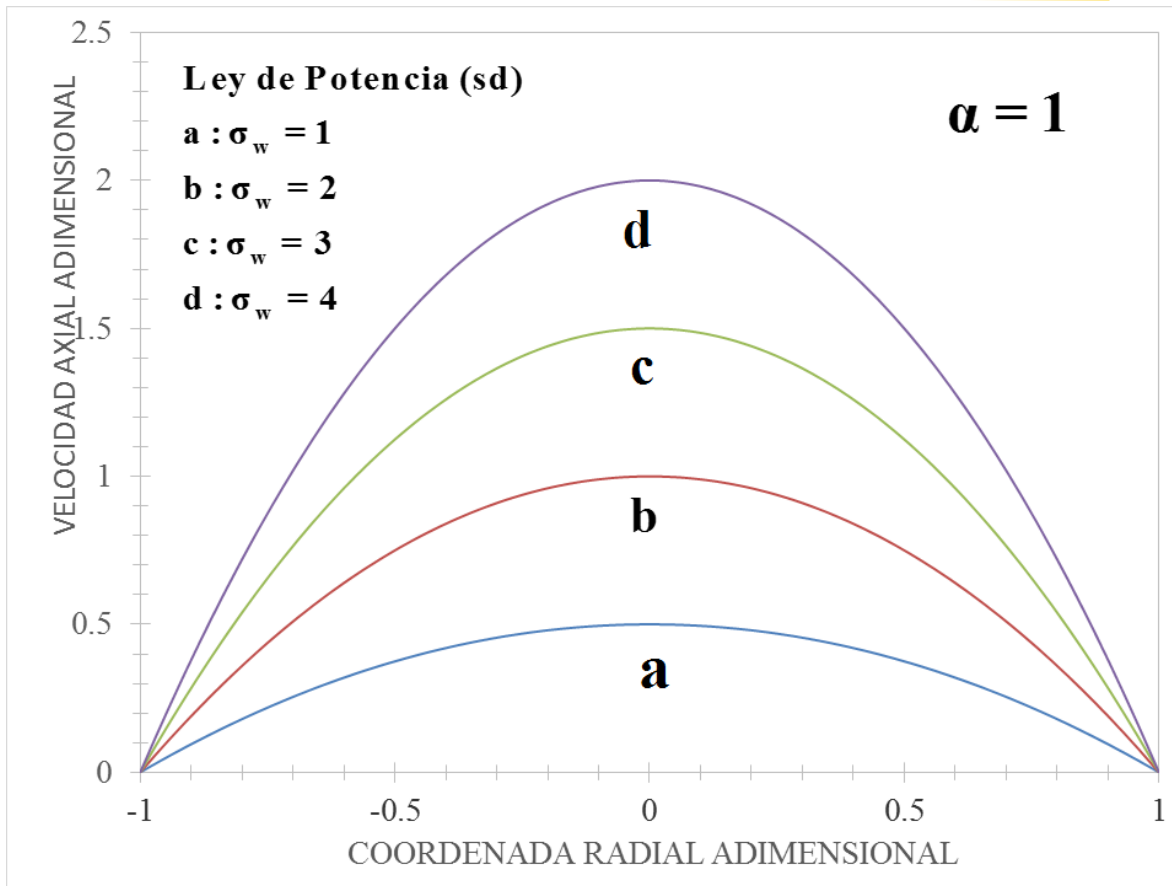


Figura 14. Ilustra el perfil de velocidades adimensional como función de la coordenada radial para diferentes valores del esfuerzo en la pared con un alfa igual a 1.

En la Fig. 14 se observa el clásico perfil parabólico en esfuerzo en la pared adimensional igual a 1. Sin embargo, al aumentar el valor del esfuerzo adimensional se observa que el perfil de velocidad crece por lo que este efecto se asocia a las propiedades no newtonianas del modelo de ley de potencia relacionadas con el adelgazamiento o espesamiento al corte.

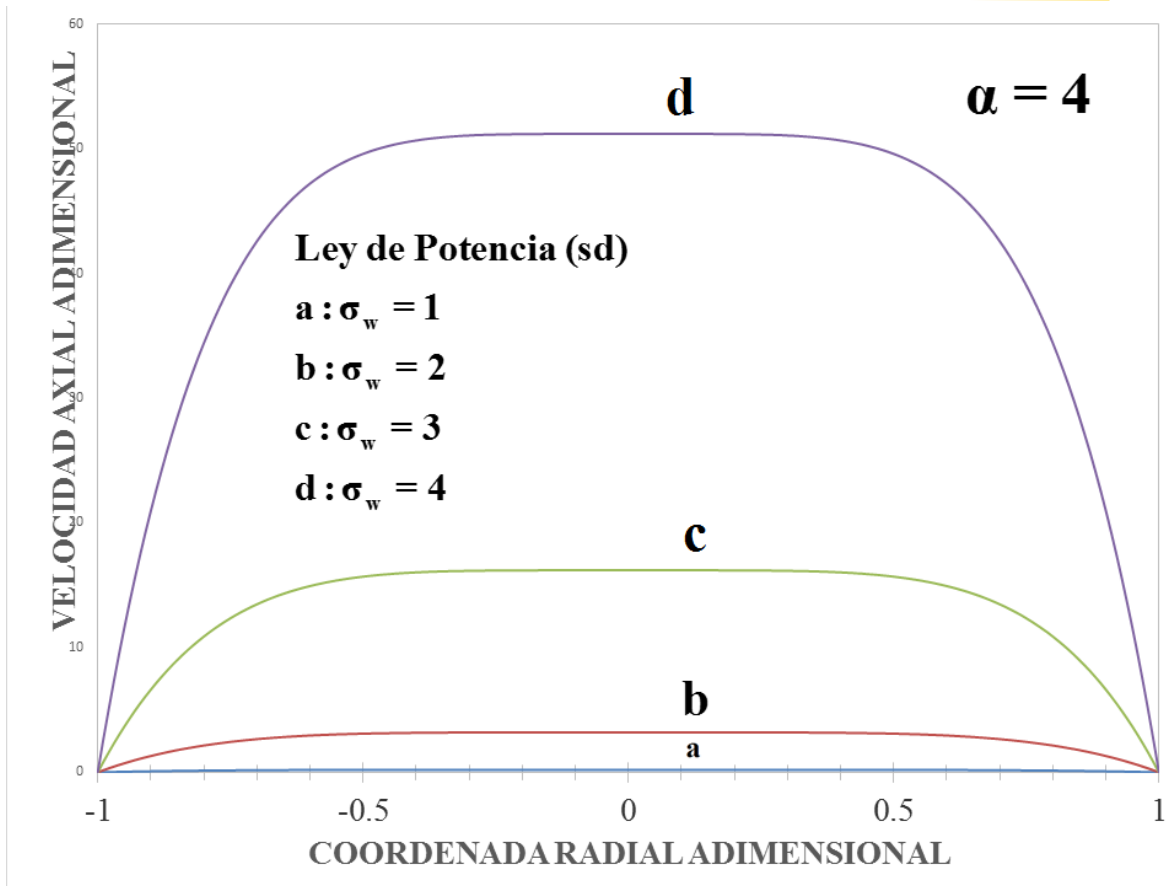


Figura 15. Ilustra el perfil de velocidades adimensional como función de la coordenada radial para diferentes valores del esfuerzo en la pared con un alfa igual a 4.

En la Fig. 15 se observa un comportamiento lineal y constante donde el esfuerzo en la pared es igual a 1. Sin embargo, al aumentar el valor del esfuerzo se observa que el perfil de velocidad crece por lo que este efecto se asocia a las propiedades no newtonianas del modelo de ley de potencia relacionadas con el adelgazamiento o espesamiento al corte. Nótese que al aumentar este valor se forma un perfil homogéneo de velocidades en el intervalo de -0.5 a 0.5 claramente visualizado en la figura 15. Físicamente, en el frente homogéneo no existe velocidad relativa entre los elementos de control lo cual implica que se necesita un mayor esfuerzo cortante para obtener los frentes de velocidad homogénea.

5.3.2. Flujo volumétrico

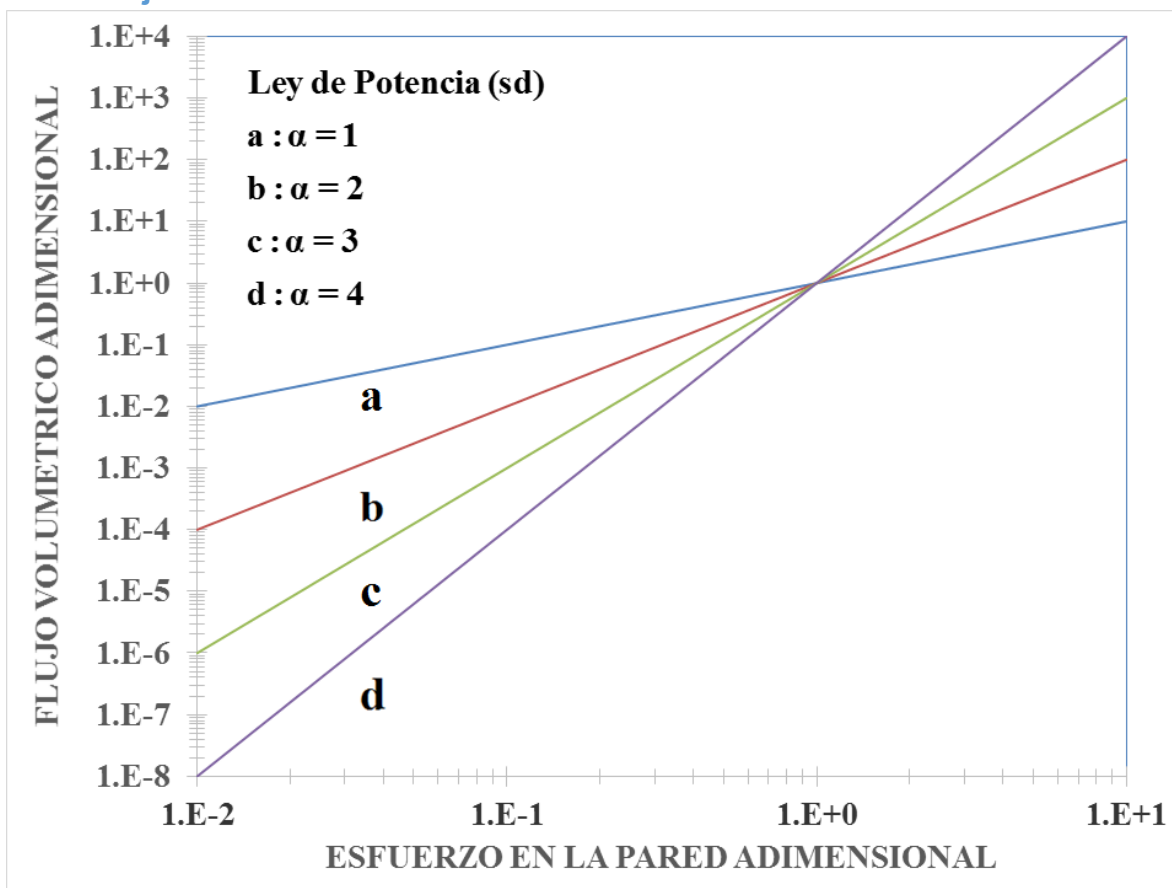


Figura 16. Ilustra el flujo volumétrico adimensional en función al esfuerzo en la pared adimensional a diferentes valores del exponente alfa asociado al modelo de ley de potencia.

En la Fig. 16 se grafica en el eje de las abscisas del esfuerzo adimensional y en el eje de las ordenadas el flujo volumétrico adimensional a diferentes valores de las propiedades adelgazantes o engrozantes al corte del modelo de ley de potencia. Físicamente, se observa que el efecto que tiene el adelgazamiento es el de aumentar el flujo volumétrico debido a la destrucción de la microestructura que hay en el sistema.

5.3.3. Factor de fricción

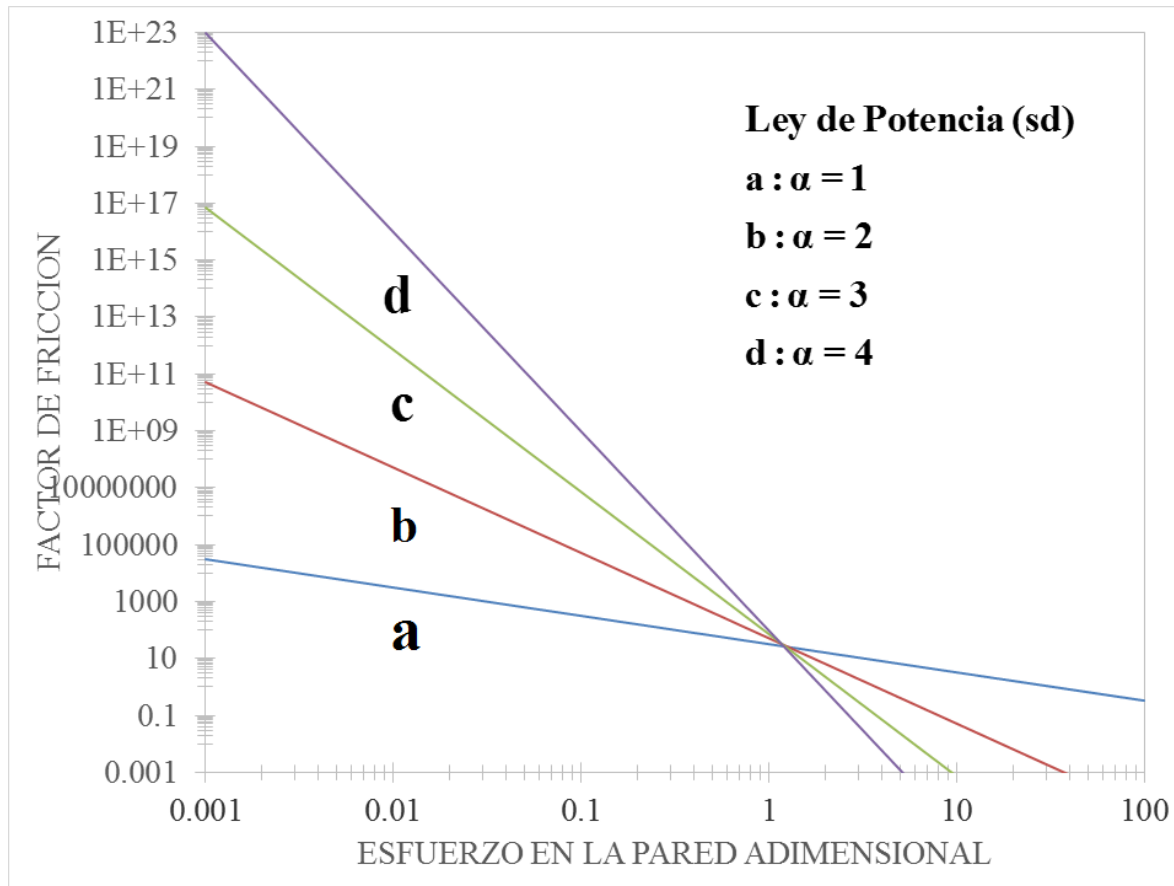


Figura 17. Ilustra el factor de fricción en función al esfuerzo en la pared adimensional a diferentes valores del exponente alfa asociado al modelo de ley de potencia.

La Fig. 17 ilustra el factor de fricción en función al esfuerzo adimensional se observa el factor de fricción como función del esfuerzo adimensional en la pared. En un intervalo de esfuerzos en la pared bajos se observa un comportamiento lineal entre el factor de fricción y el esfuerzo en la pared, para un esfuerzo crítico se observa un cambio en la pendiente forma decreciente en el factor de fricción. Nótese que el efecto de adelgazamiento en el Sistema es el de disminuir en la fricción lo que podría representar una ventaja desde el punto de vista ingenieril.

5.4. Modelo de Ley de Potencia (Con Deslizamiento)

5.4.1. Perfil de velocidades

a) Adelgazante

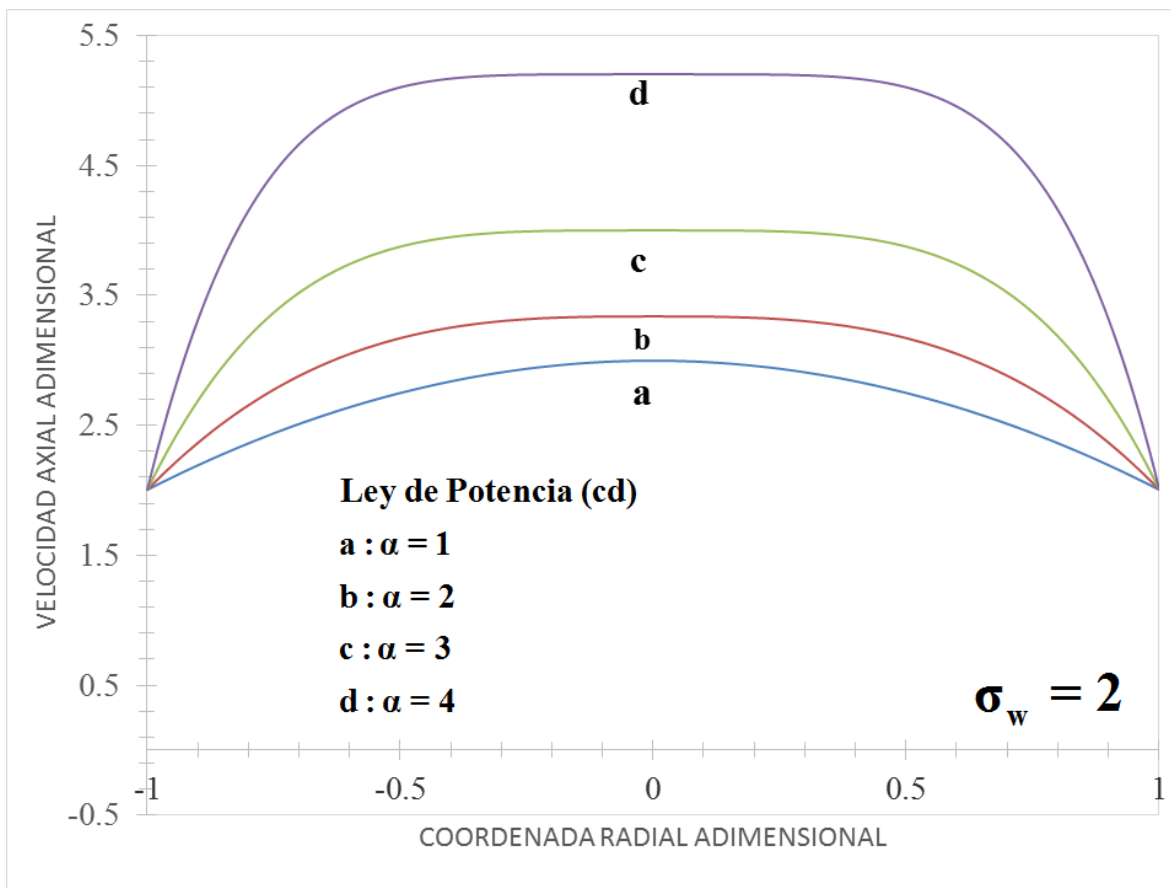


Figura 18. Ilustra el perfil de velocidades adimensional como función de la coordenada radial para diferentes valores para del exponente de la ecuación constitutiva de ley de potencia con un esfuerzo adimensional constante igual a 2.

En la Fig. 18 se observa el clásico perfil parabólico en $\alpha = 1$. Sin embargo, al aumentar el valor del exponente α se observa que el perfil de velocidad crece. Nótese que al aumentar este valor se forma un perfil homogéneo de velocidades en el intervalo de -0.5 a 0.5. Físicamente, en el frente homogéneo no existe velocidad relativa entre los elementos de control lo cual implica que se necesita un mayor esfuerzo cortante para obtener los frentes de velocidad homogénea. Nótese que el efecto de deslizamiento es el de desfasar las curvas a mayor estado de velocidad por efecto de los mecanismos deslizantes.

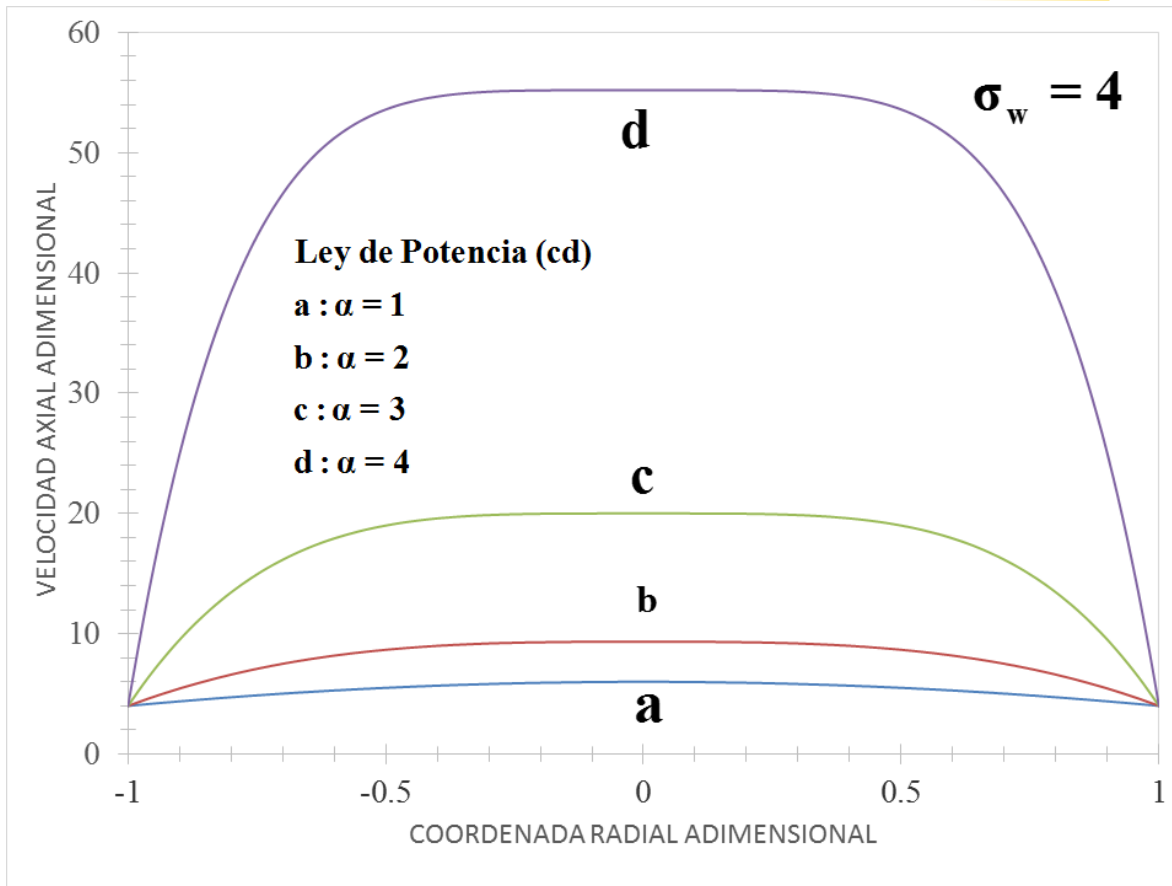


Figura 19. Ilustra el perfil de velocidades adimensional como función de la coordenada radial para diferentes valores para del exponente de la ecuación constitutiva de ley de potencia con un esfuerzo adimensional constante igual a 4.

En la Fig. 19 se observa el clásico perfil parabólico en $\alpha = 1$. Sin embargo, al aumentar el valor del exponente α se observa que el perfil de velocidad crece por lo que esté efecto se asocia a las propiedades no newtonianas del modelo de ley de potencia relacionadas con el adelgazamiento o espesamiento al corte. Nótese que al aumentar este valor se forma un perfil homogéneo de velocidades en el intervalo de -0.5 a 0.5. Físicamente, en el frente homogéneo no existe velocidad relativa entre los elementos de control lo cual implica que se necesita un mayor esfuerzo cortante para obtener los frentes de velocidad homogénea. Nótese que el efecto de deslizamiento es el de desfasar las curvas a mayor estado de velocidad por efecto de los mecanismos deslizantes.

b) Esfuerzo en la pared

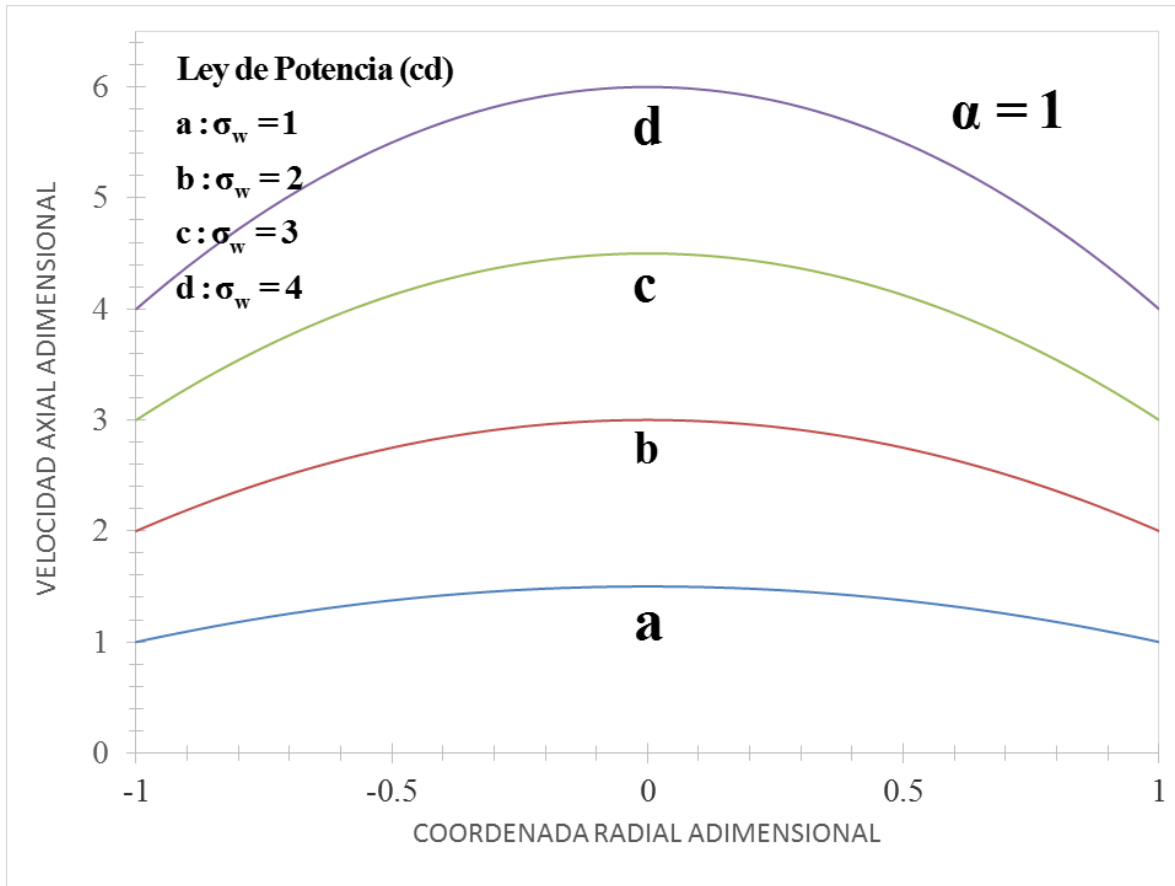


Figura 20. Ilustra el perfil de velocidades adimensional como función de la coordenada radial para diferentes valores del esfuerzo en la pared con un alfa igual a 1.

En la Fig. 20 se observa el clásico perfil parabólico en esfuerzo en la pared adimensional igual a 1. Sin embargo, al aumentar el valor del esfuerzo adimensional se observa que el perfil de velocidad crece por lo que este efecto se asocia a las propiedades no newtonianas del modelo de ley de potencia relacionadas con el adelgazamiento o espesamiento al corte. Nótese que el efecto de deslizamiento es el de desfasar las curvas a mayor estado de velocidad por efecto de los mecanismos deslizantes.

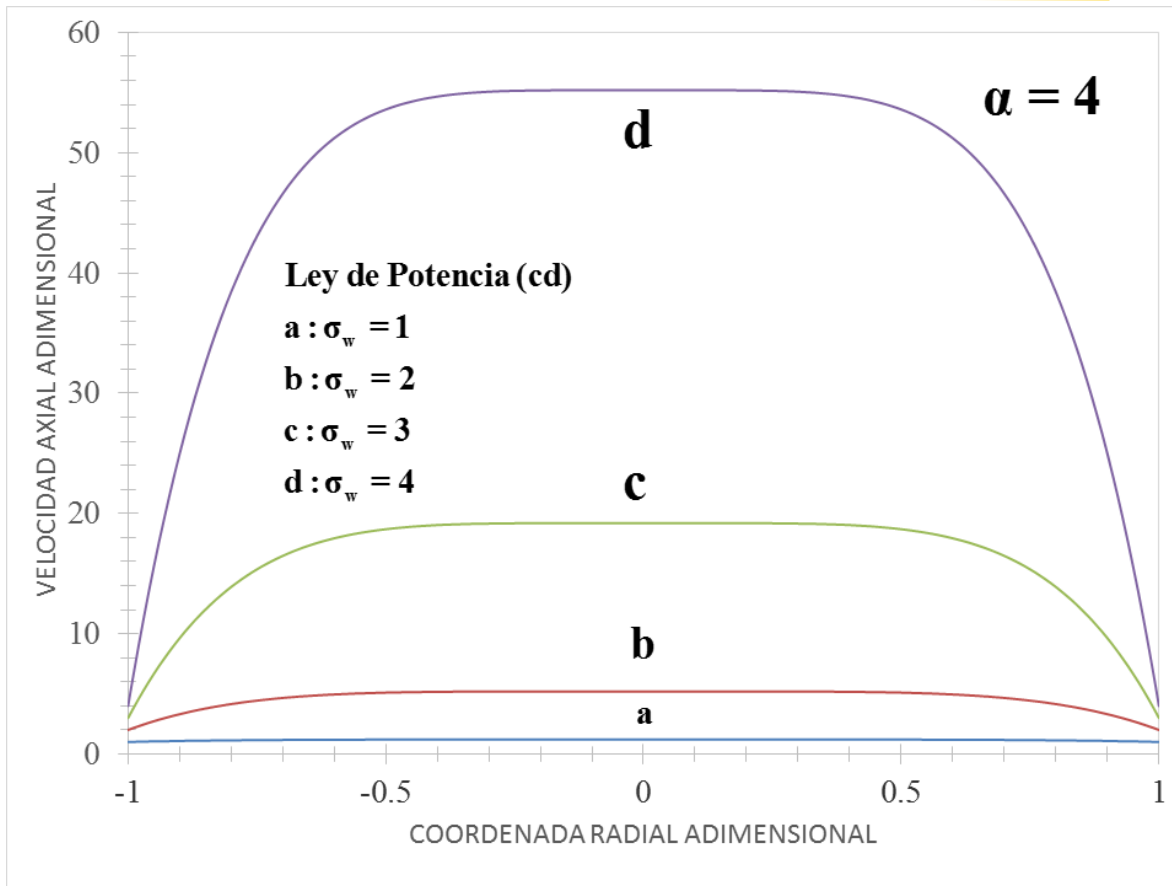


Figura 21. Ilustra el perfil de velocidades adimensional como función de la coordenada radial para diferentes valores del esfuerzo en la pared con alfa constante igual a 4.

En la Fig. 21 se observa un comportamiento lineal y constante donde el esfuerzo en la pared es igual a 1. Sin embargo, al aumentar el valor del esfuerzo se observa que el perfil de velocidad crece por lo que estés efecto se asocia a las propiedades no newtonianas del modelo de ley de potencia relacionadas con el adelgazamiento o espesamiento al corte. Nótese que al aumentar este valor se forma un perfil homogéneo de velocidades en el intervalo de -0.5 a 0.5 claramente visualizado en la figura 21. Físicamente, en el frente homogéneo no existe velocidad relativa entre los elementos de control lo cual implica que se necesita un mayor esfuerzo cortante para obtener los frentes de velocidad homogénea. Nótese que el efecto de deslizamiento es el de desfasar las curvas a mayor estado de velocidad por efecto de los mecanismos deslizantes.

5.4.2. Flujo volumétrico

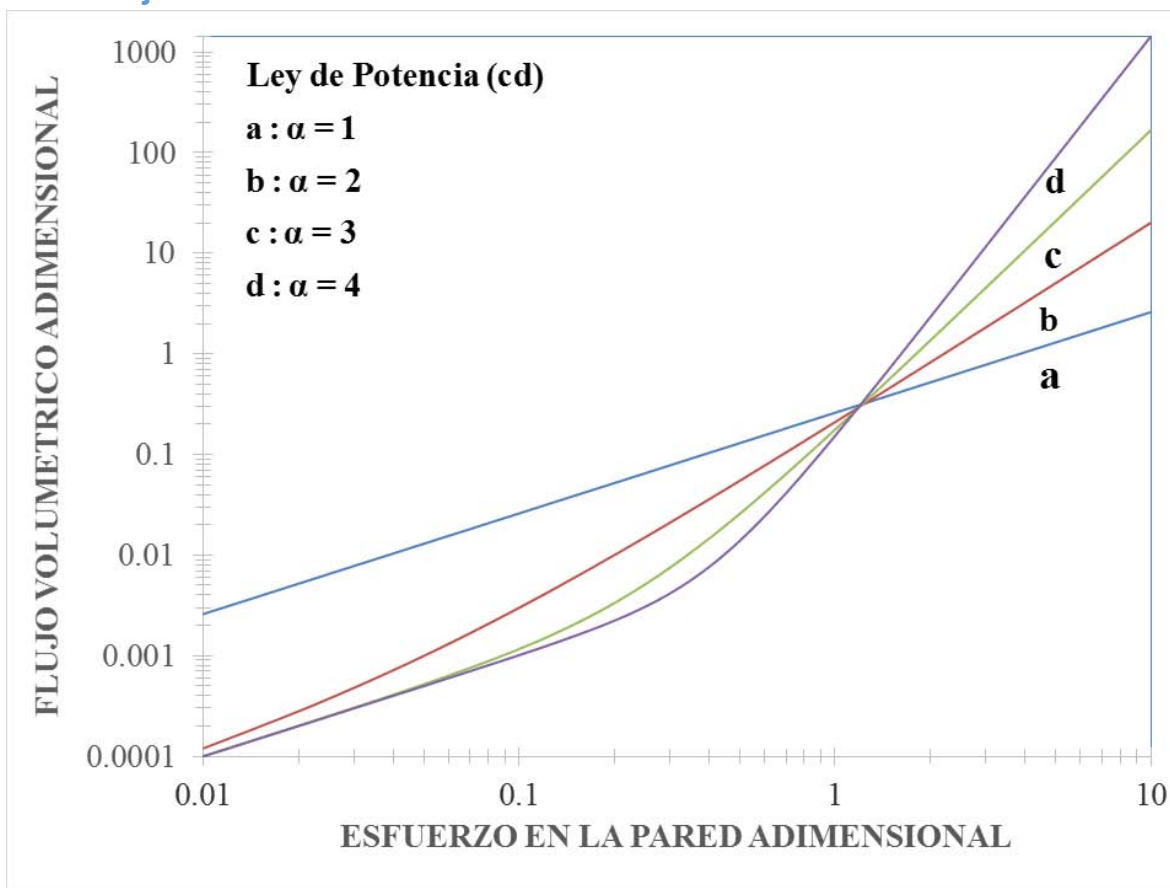


Figura 22. Ilustra el flujo volumétrico adimensional en función al esfuerzo en la pared adimensional a diferentes valores del exponente alfa asociado al modelo de ley de potencia.

En la Fig. 22 Se grafica en el eje de las abscisas el esfuerzo adimensional y en el eje de las ordenadas el flujo volumétrico adimensional a diferentes valores de las propiedades adelgazantes o engrozantes al corte del modelo de ley de potencia. Físicamente, se observa que el efecto que tiene el adelgazamiento es el de aumentar el flujo volumétrico debido a la destrucción de la microestructura que hay en el sistema. Nótese que el efecto de deslizamiento es el de desfasar las curvas a un mayor estado de flujo volumétrico por efecto de los mecanismos deslizantes.

5.4.3. Factor de fricción

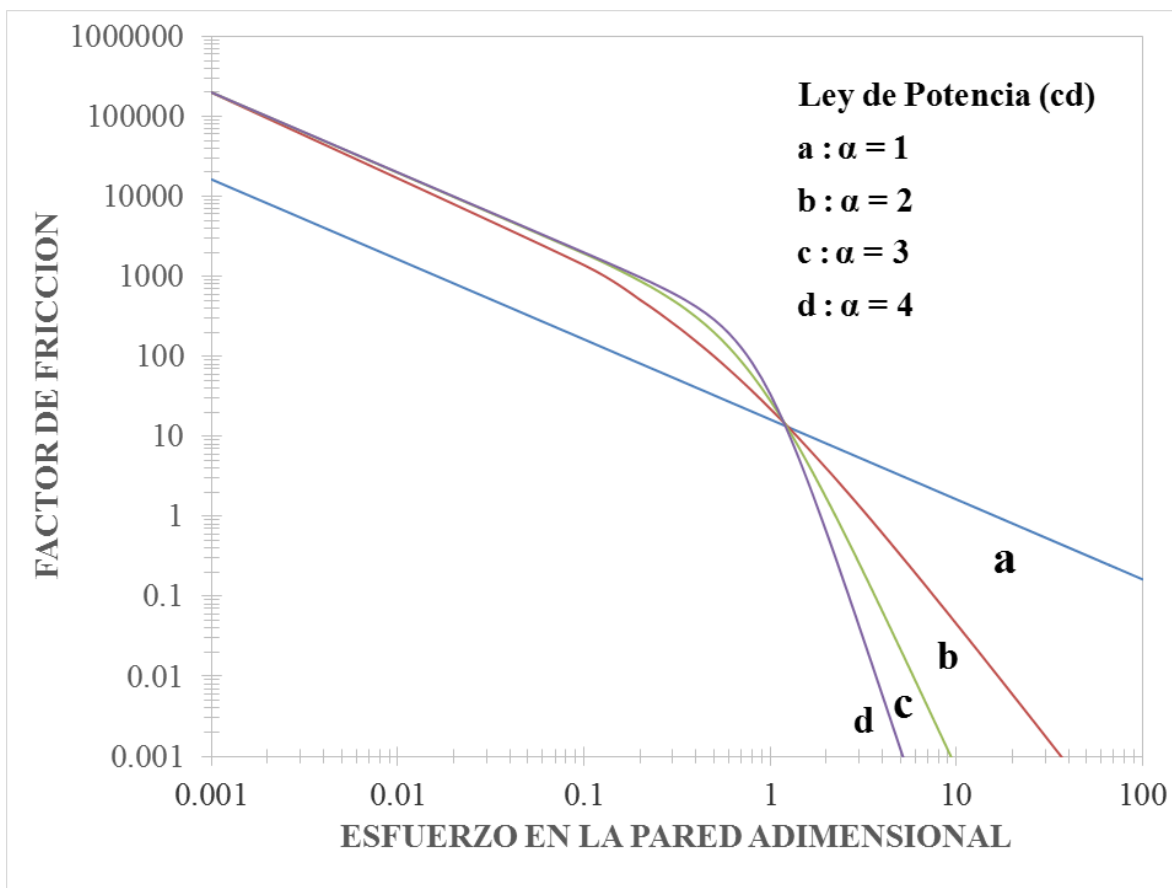


Figura 23. Ilustra el factor de fricción en función al esfuerzo en la pared adimensional a diferentes valores del exponente alfa asociado al modelo de ley de potencia.

La Fig. 23 Ilustra el factor de fricción en función al esfuerzo adimensional se observa el factor de fricción como función del esfuerzo adimensional en la pared. En un intervalo de esfuerzos en la pared bajos se observa un comportamiento lineal entre el factor de fricción y el esfuerzo en la pared, para un esfuerzo critico se observa un cambio en la pendiente en forma decreciente en el factor de fricción. Nótese que el efecto de adelgazamiento en el Sistema es el de disminuir en la fricción lo que podría representar una ventaja desde el punto de vista ingenieril.

Nótese que el efecto de deslizamiento es el de desfazar las curvas a un mayor estado de factor de fricción por efecto de los mecanismos deslizantes.

5.5. Modelo de Ellis (Sin Deslizamiento)

5.5.1. Perfil de velocidades

a) Mecanismos adelgazantes

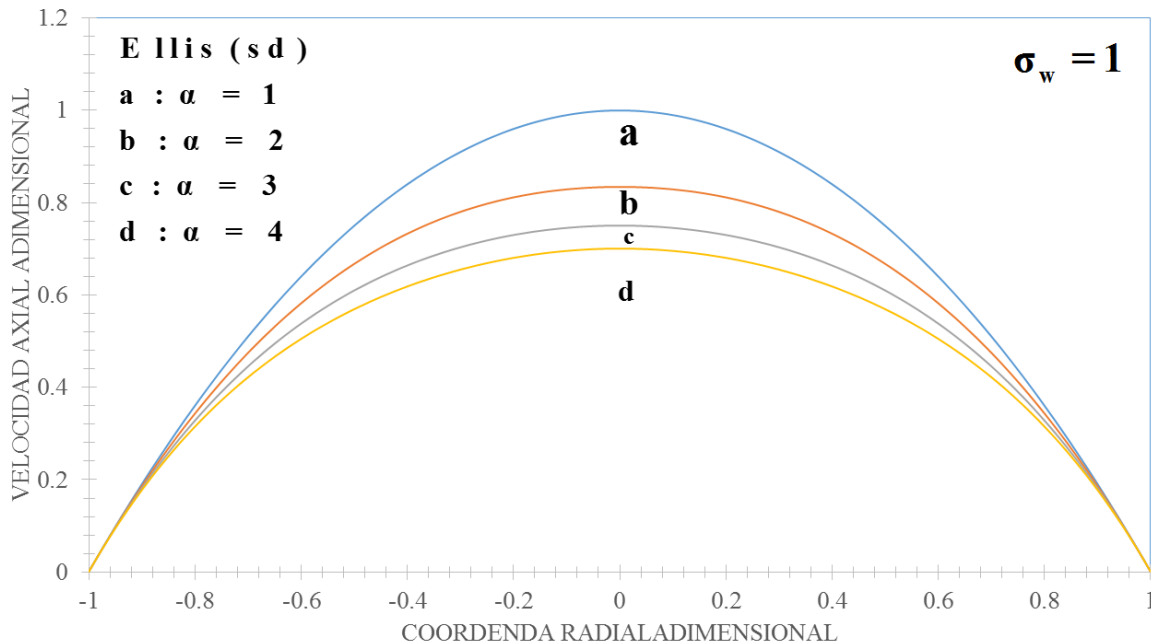


Figura 24. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores de alfa y un esfuerzo en la pared de 1.

En las Fig. 24 se observa el clásico comportamiento parabólico visto en la literatura especializada concerniente al tema. Se observa que en las paredes la velocidad es 0. Por otra parte, en el centro la velocidad es máxima y esta se determina debido a un acoplamiento entre las propiedades viscosidad y la fuerza motriz asociada al gradiente de presión. Físicamente, un valor grande de alfa significa que la estructura del fluido decrece por lo cual su velocidad aumenta debido a que el fluido se desestructura inducido por el flujo.

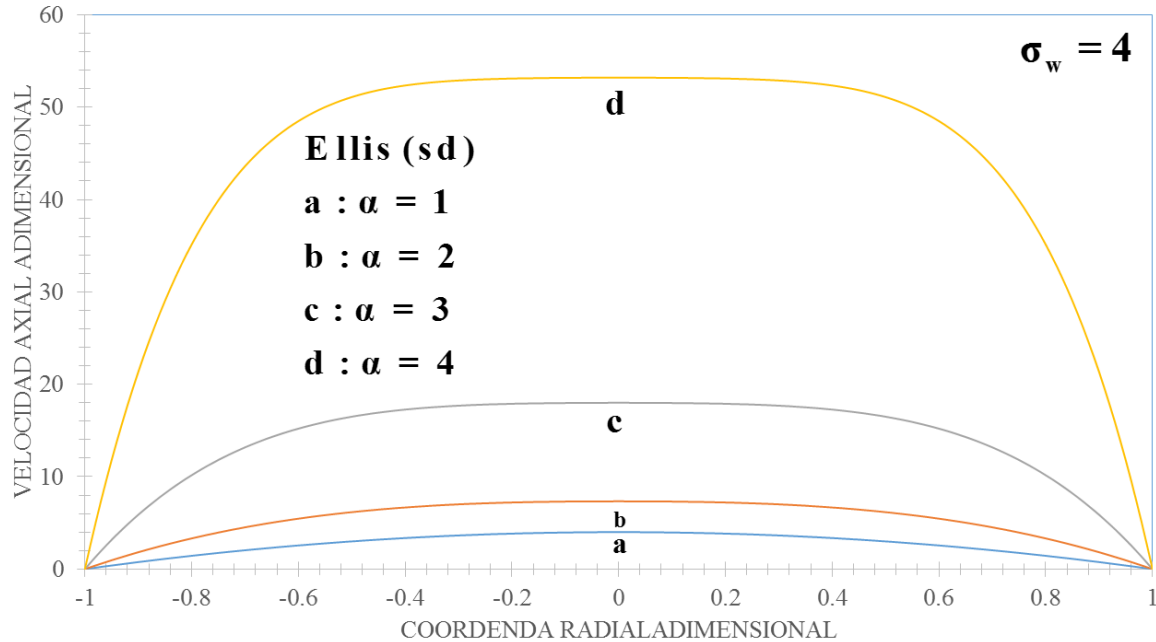


Figura 25. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores del alfa y un esfuerzo en la pared adimensional de 4.

En la Fig. 25 se ilustra la velocidad axial adimensional como función de la coordenada radial adimensional para diferentes fluidos de Ellis y con un esfuerzo en la pared constante e igual a 4. Se observa el clásico comportamiento parabólico descrito en las anteriores simulaciones, sin embargo, en una vecindad se observan los perfiles aplanados por efecto de las propiedades no newtonianas asociadas al adelgazamiento al corte, es decir, se observa un frente homogéneo de velocidades en donde no existe velocidad relativa entre los elementos de control en donde se hace el balance de momento. Nótese, que se hace más evidente cuando el líquido es más adelgazante al corte.

b) Esfuerzo en la pared

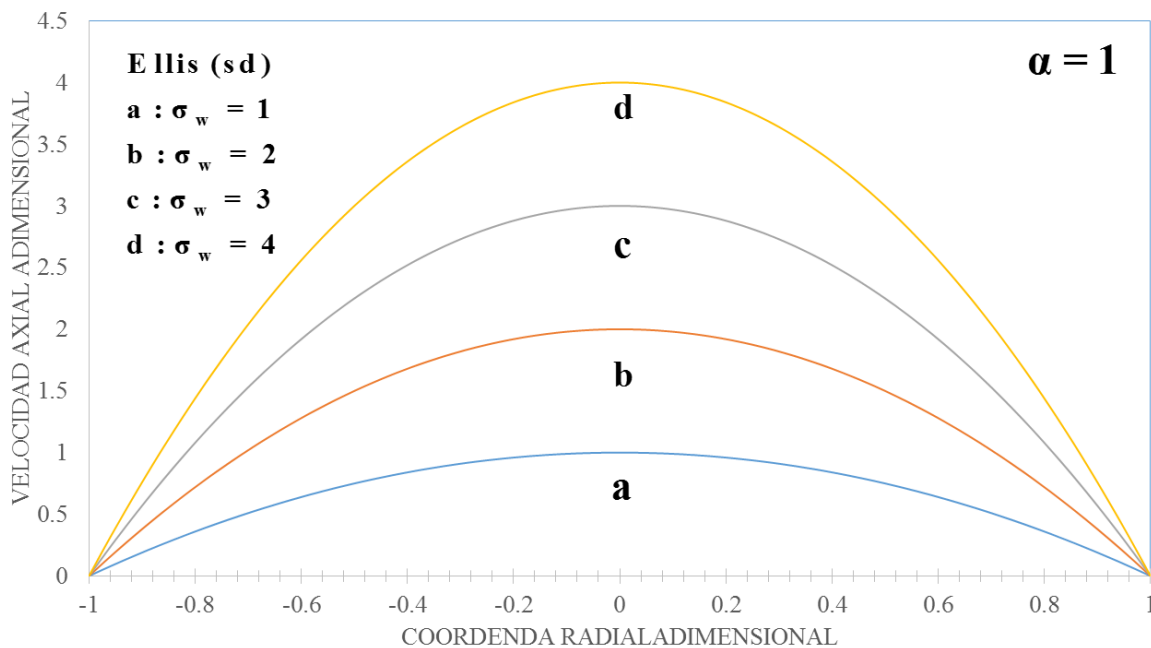


Figura 26. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores del esfuerzo en la pared y un valor de alfa de 1.

En la Fig. 26 se observa el clásico comportamiento parabólico deducido en la literatura especializada concerniente al tema. Se observa que en las paredes la velocidad es cero debido a la adherencia del fluido al sólido. Por otra parte, en el centro la velocidad es máxima y esta se determina debido a un acoplamiento entre las propiedades viscosas y la fuerza motriz asociada al gradiente de presión. Físicamente, un valor grande de esfuerzo en la pared significa que estamos en la zona newtoniana es decir la viscosidad es constante mientras que un esfuerzo pequeño implica que el sistema experimenta un decrecimiento en su viscosidad. Para moderados esfuerzos, el sistema se encuentra en la zona de ley de potencia. Es claro que el efecto del esfuerzo en la pared es aumentar el perfil de velocidades por lo que se concluye parcialmente que en la figura 26 la manera de modificar la velocidad del fluido es a través de las propiedades materiales (liquido) o de la fuerza motriz asociadas al gradiente (bomba).

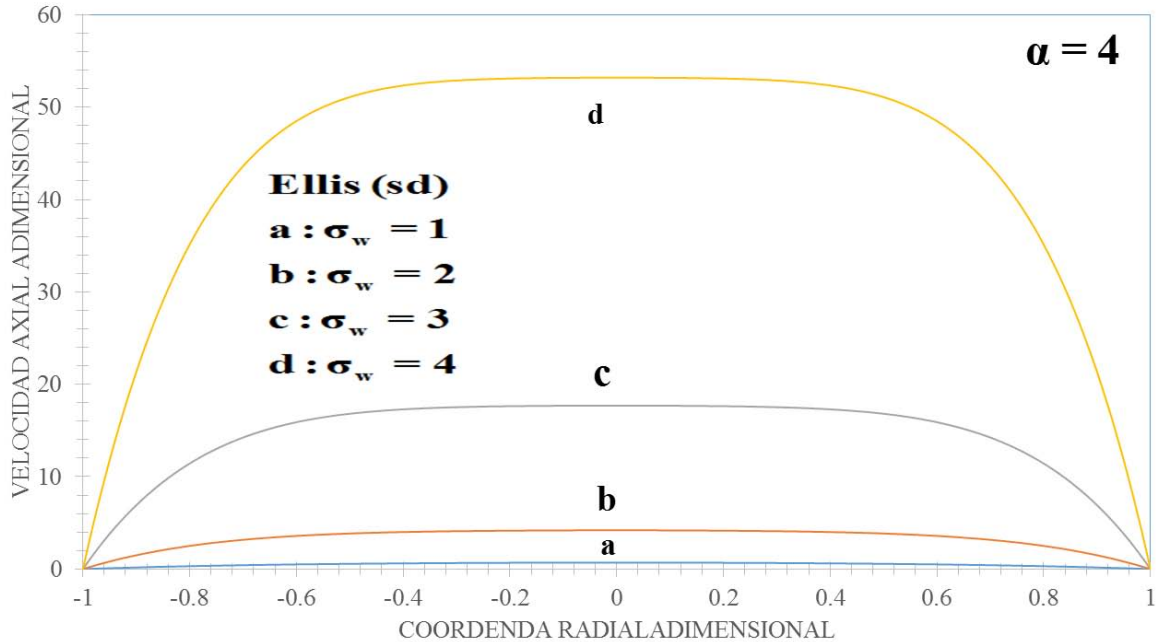


Figura 27. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores del esfuerzo en la pared y un valor de alfa de 4.

En la Fig. 27 se ilustra la velocidad axial adimensional como función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores del esfuerzo en la pared y con un alfa constante e igual a 4. Se observa el clásico comportamiento parabólico descrito en las anteriores simulaciones, sin embargo, en una vecindad se observan los perfiles aplanados por efecto de las propiedades no newtonianas asociadas al adelgazamiento al corte, es decir, se observa un frente homogéneo de velocidades en donde no existe velocidad relativa entre los elementos de control en donde se hace el balance de momento. Nótese, que se hace más evidente cuando el líquido es más adelgazante al corte.

5.5.2. Flujo volumétrico

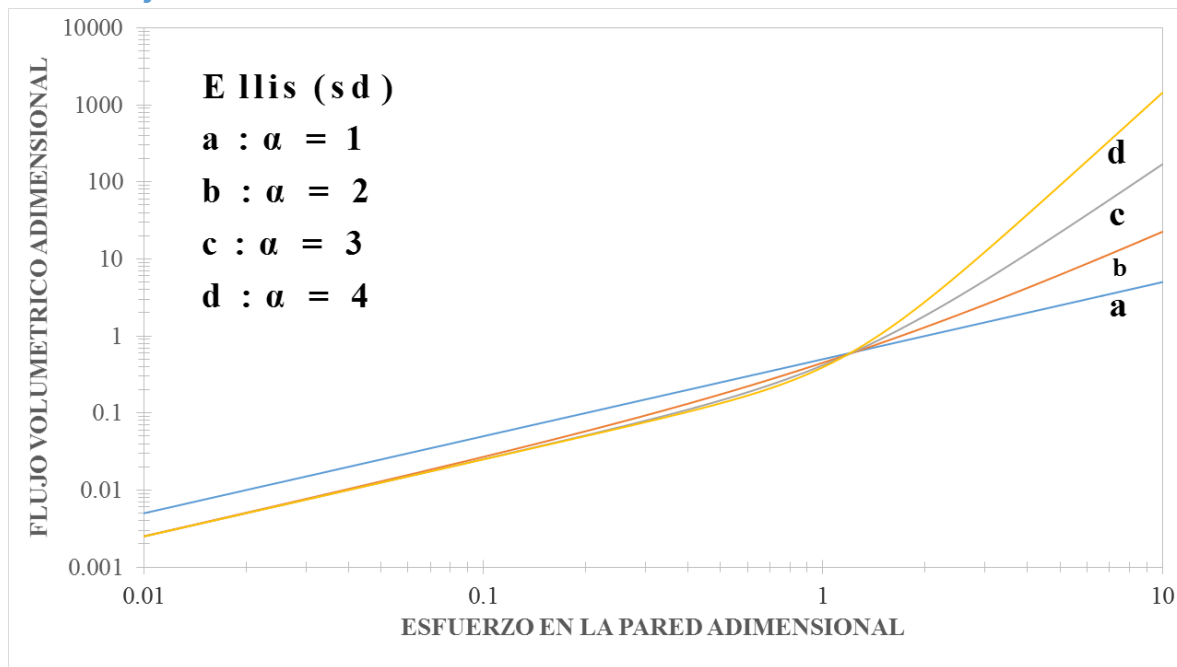


Figura 28. Describe el comportamiento del flujo volumétrico adimensional en función al esfuerzo en la pared adimensional a diferentes valores de alfa.

En la Fig. 28 se observa el flujo volumétrico adimensional como función del esfuerzo adimensional en la pared. En un intervalo en esfuerzos en la pared bajos se observa un comportamiento lineal entre el flujo volumétrico y el esfuerzo en la pared, para un esfuerzo crítico se observa un cambio en la pendiente asociada a un incremento del flujo volumétrico inducido por la fuerza motriz asociada al gradiente de presión.

5.5.3. Factor de fricción

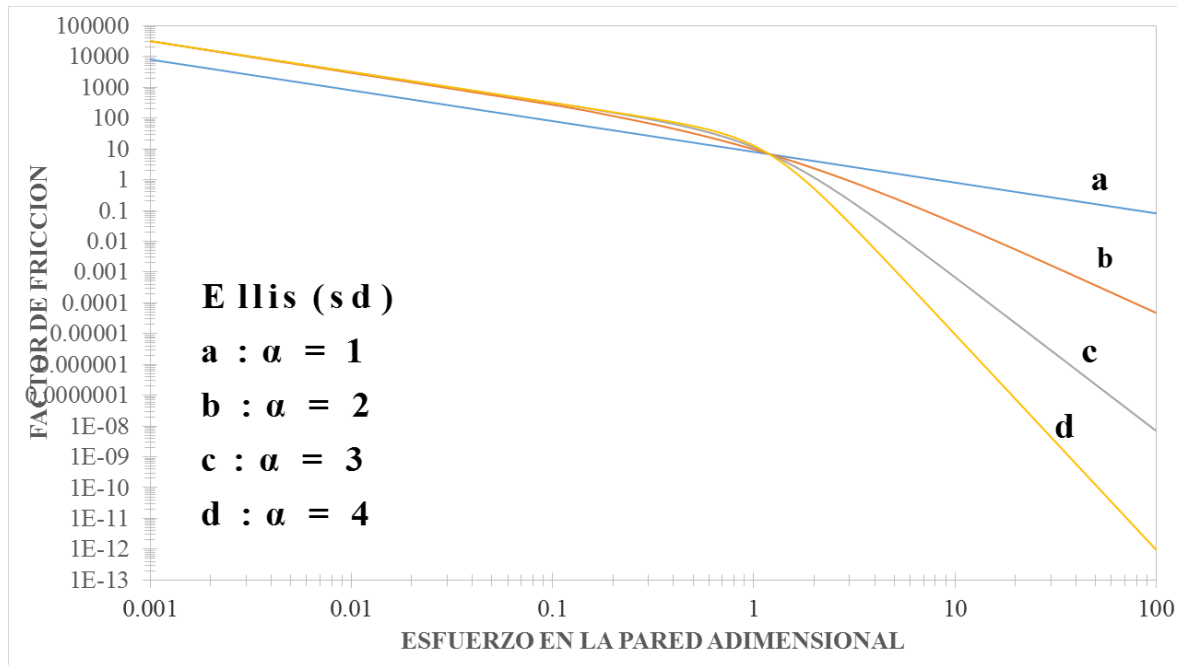


Figura 29. Describe el comportamiento del factor de fricción en función al esfuerzo en la pared adimensional con diferentes valores de alfa.

La Fig. 29 ilustra el factor de fricción en función al esfuerzo adimensional se observa el factor de fricción como función del esfuerzo adimensional en la pared. En un intervalo en esfuerzos en la pared bajos se observa un comportamiento lineal entre el factor de fricción y el esfuerzo en la pared, para un esfuerzo critico se observa un cambio en la pendiente en forma decreciente en el factor de fricción. Nótese que el efecto de adelgazamiento en el Sistema es el de disminuir en la fricción lo que podría representar una ventaja desde el punto de vista ingenieril.

5.6. Modelo de Ellis (Con Deslizamiento)

5.6.1. Perfil de velocidades

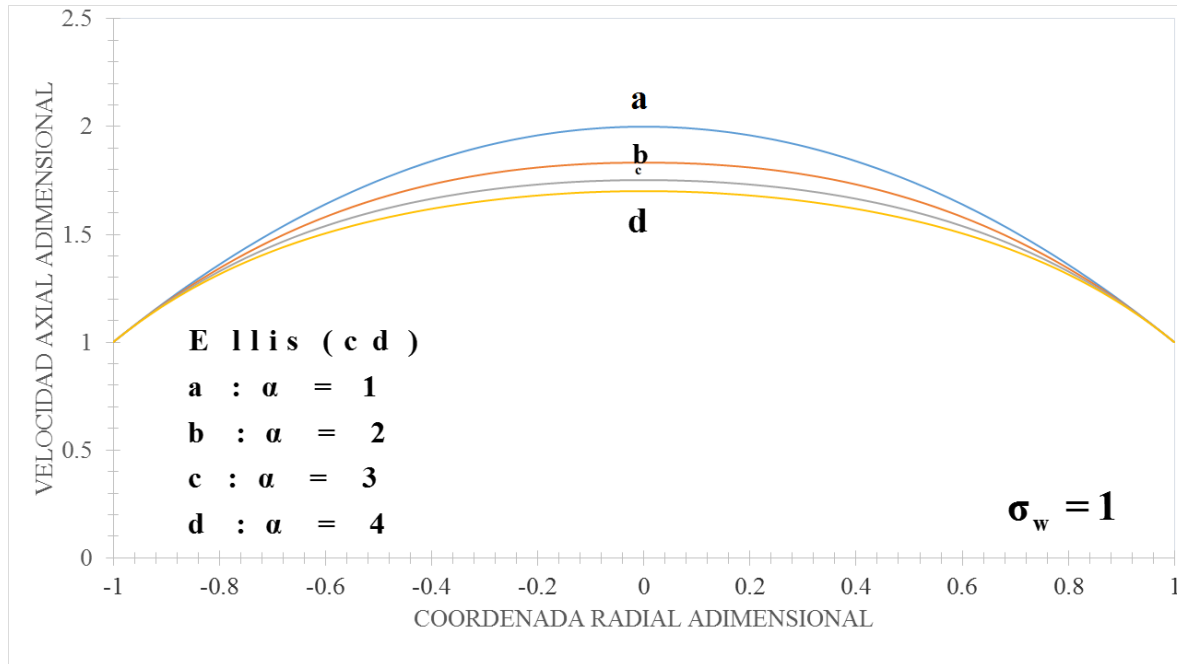


Figura 30. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores de alfa y un esfuerzo en la pared de 1.

En las Fig. 30 se observa el clásico comportamiento parabólico visto en la literatura especializada concerniente al tema. Por otra parte, en el centro la velocidad es máxima y esta se determina debido a un acoplamiento entre las propiedades viscosidad y la fuerza motriz asociada al gradiente de presión. Físicamente, un valor grande de alfa significa que la estructura del fluido decrece por lo cual su velocidad aumenta debido a que el fluido se desestructura inducido por el flujo. Nótese que el efecto de deslizamiento es el de desfazar las curvas a mayor estado de velocidad por efecto de los mecanismos deslizantes.

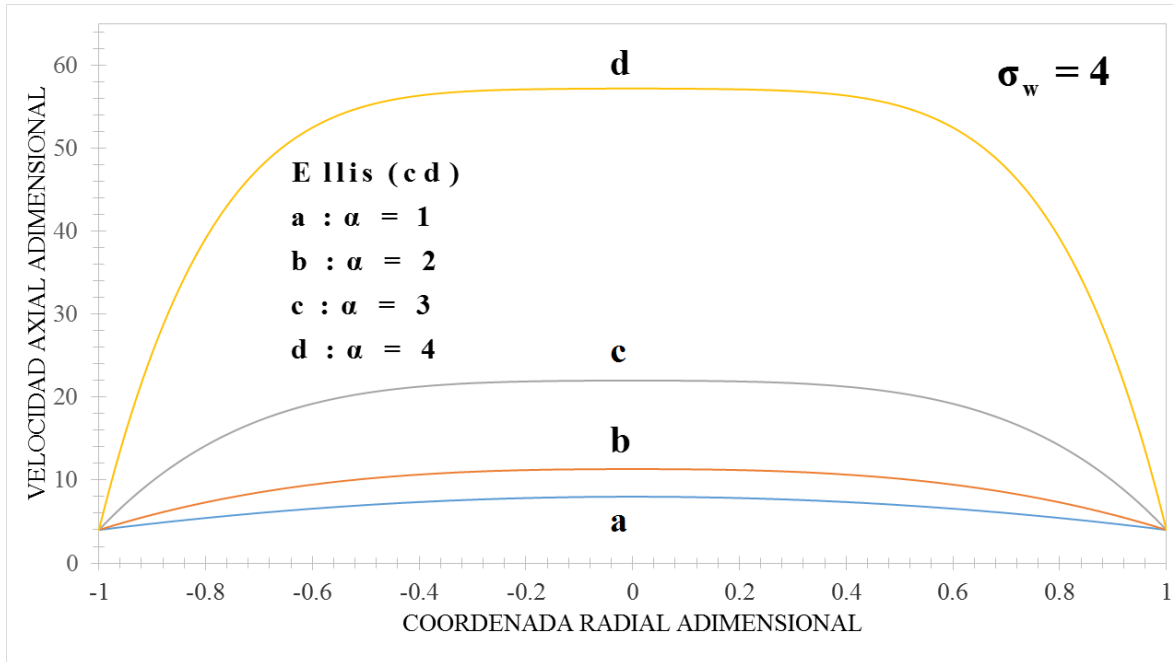


Figura 31. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores del alfa y un esfuerzo en la pared adimensional de 4.

En la Fig. 31 se ilustra la velocidad axial adimensional como función de la coordenada radial adimensional para diferentes fluidos de Ellis y con un esfuerzo en la pared constante e igual a 4. Se observa el clásico comportamiento parabólico descrito en las anteriores simulaciones, sin embargo, en una vecindad se observan los perfiles aplanados por efecto de las propiedades no newtonianas asociadas al adelgazamiento al corte, es decir, se observa un frente homogéneo de velocidades en donde no existe velocidad relativa entre los elementos de control en donde se hace el balance de momento. Nótese, que se hace más evidente cuando el líquido es más adelgazante al corte. Nótese que el efecto de deslizamiento es el de desfazar las curvas a mayor estado de velocidad por efecto de los mecanismos deslizantes.

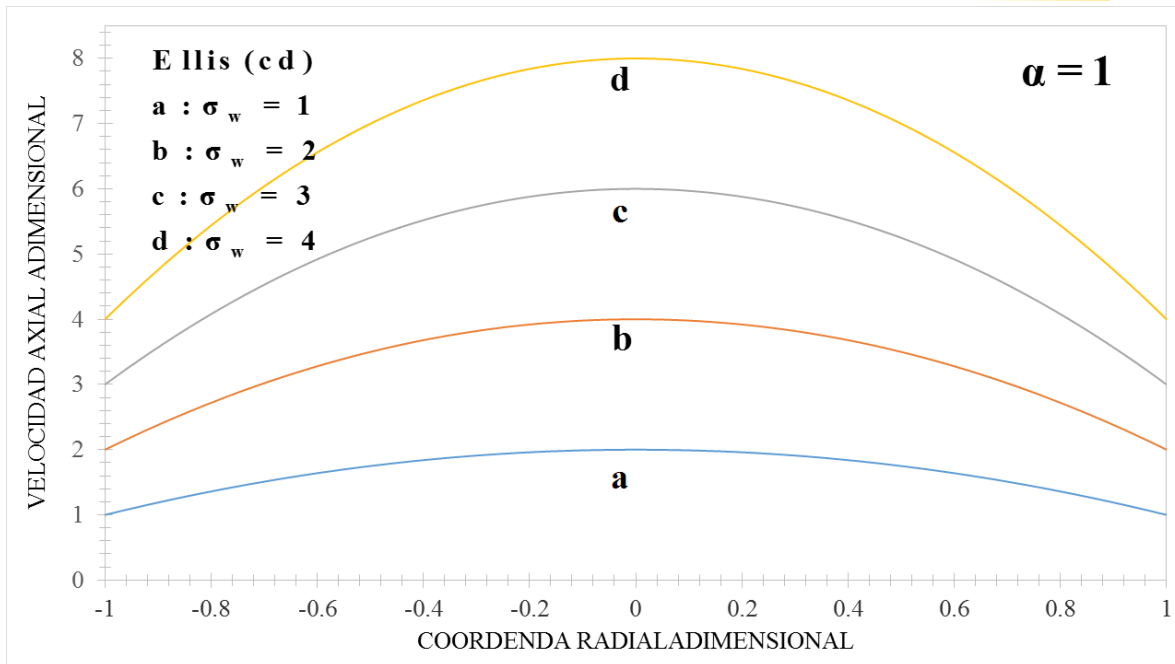


Figura 32. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores del esfuerzo en la pared y un valor de alfa de 1.

En la Fig. 32 se observa el clásico comportamiento parabólico deducido en la literatura especializada concerniente al tema. En el centro la velocidad es máxima y esta se determina debido a un acoplamiento entre las propiedades viscosas y la fuerza motriz asociada al gradiente de presión. Físicamente, un valor grande de esfuerzo en la pared significa que estamos en la zona newtoniana es decir la viscosidad es constante mientras que un esfuerzo pequeño implica que el sistema experimenta un decrecimiento en su viscosidad. Para moderados esfuerzos, el sistema se encuentra en la zona de ley de potencia. Es claro que el efecto del esfuerzo en la pared es aumentar el perfil de velocidades por lo que se concluye parcialmente que en la figura 32 la manera de modificar la velocidad del fluido es a través de las propiedades materiales (liquido) o de la fuerza motriz asociadas al gradiente (bomba).

Nótese que el efecto de deslizamiento es el de desfazar las curvas a mayor estado de velocidad por efecto de los mecanismos deslizantes.

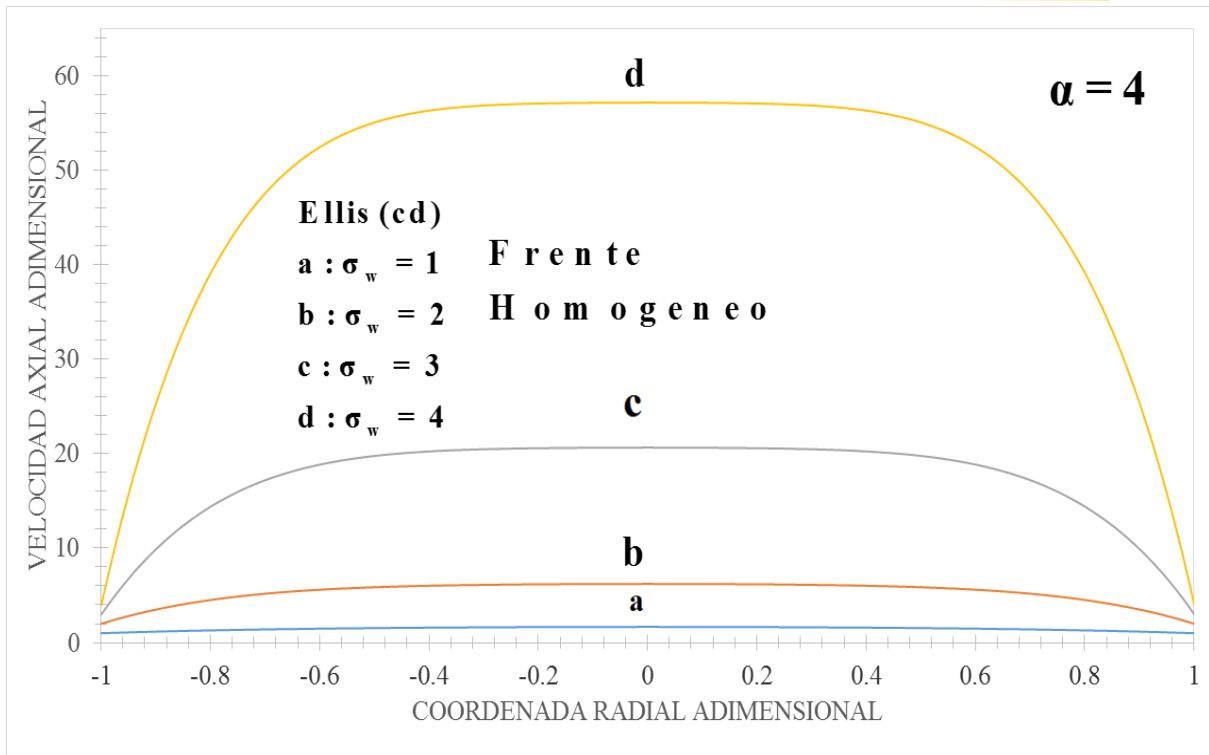


Figura 33. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores del esfuerzo en la pared y un valor de alfa de 4.

En la Fig. 33 se ilustra la velocidad axial adimensional como función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores de esfuerzo en la pared con un alfa constante e igual a 4. Se observa el clásico comportamiento parabólico descrito en las anteriores simulaciones, sin embargo, en una vecindad se observan los perfiles aplanados por efecto de las propiedades no newtonianas asociadas al adelgazamiento al corte, es decir, se observa un frente homogéneo de velocidades en donde no existe velocidad relativa entre los elementos de control en donde se hace el balance de momento. Nótese, que se hace más evidente cuando el líquido es más adelgazante al corte. Nótese que el efecto de deslizamiento es el de desfasar las curvas a mayor estado de velocidad por efecto de los mecanismos deslizantes.

5.6.2. Flujo volumétrico

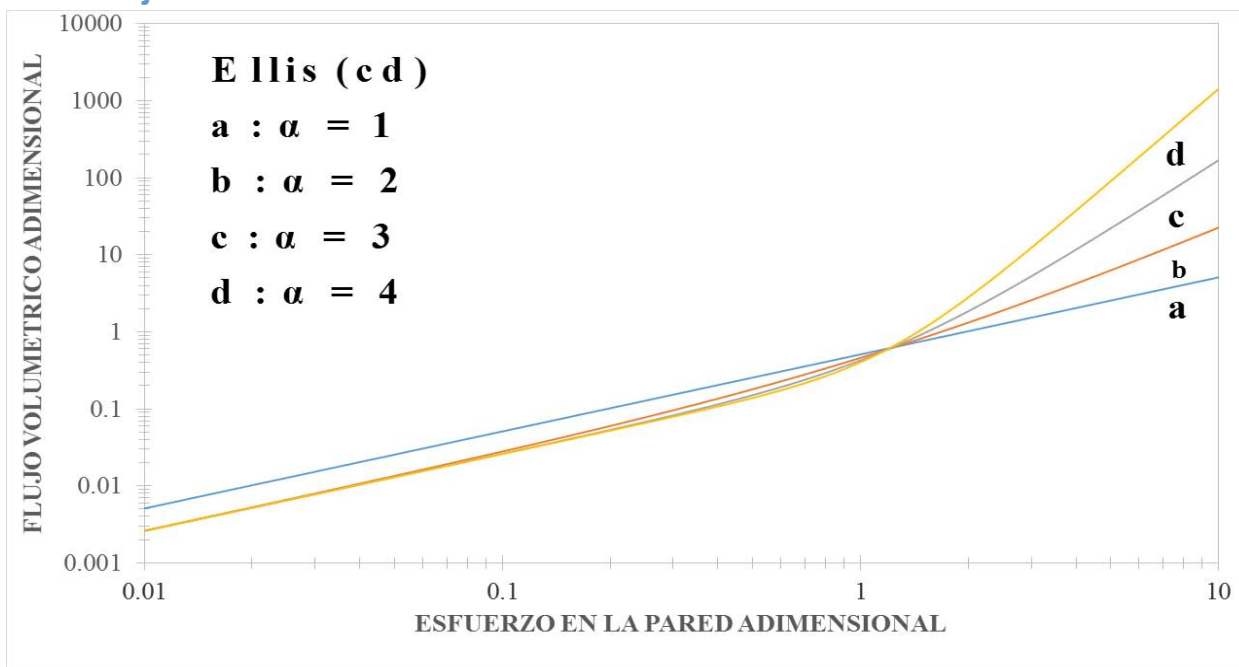


Figura 34. Describe el comportamiento del flujo volumétrico adimensional en función al esfuerzo en la pared adimensional a diferentes valores de alfa.

En la Fig. 34 se observa el flujo volumétrico adimensional como función del esfuerzo adimensional en la pared. En un intervalo en esfuerzos en la pared bajos se observa un comportamiento lineal entre el flujo volumétrico y el esfuerzo en la pared, para un esfuerzo crítico se observa un cambio en la pendiente asociada a un incremento del flujo volumétrico inducido por la fuerza motriz asociada al gradiente de presión. Nótese que el efecto de deslizamiento es el de desfasar las curvas a un mayor estado de flujo volumétrico por efecto de los mecanismos deslizantes.

5.6.3. Factor de fricción

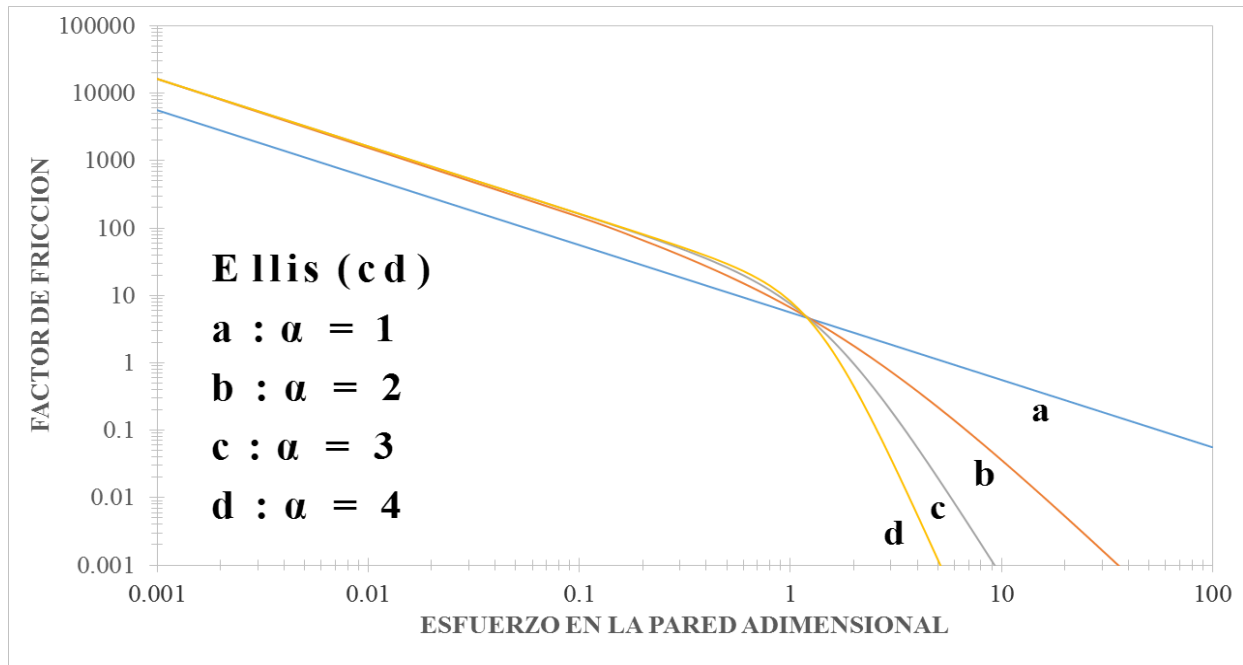


Figura 35. Ilustra el comportamiento del factor de fricción en función al esfuerzo en la pared adimensional con diferentes valores de alfa.

La Fig. 35 ilustra el factor de fricción en función al esfuerzo adimensional se observa el factor de fricción como función del esfuerzo adimensional en la pared. En un intervalo en esfuerzos en la pared bajos se observa un comportamiento lineal entre el factor de fricción y el esfuerzo en la pared, para un esfuerzo critico se observa un cambio en la pendiente en forma decreciente en el factor de fricción. Nótese que el efecto de adelgazamiento en el Sistema es el de disminuir en la fricción lo que podría representar una ventaja desde el punto de vista ingenieril. Nótese que el efecto de deslizamiento es el de desfasar las curvas a un mayor estado de factor de fricción por efecto de los mecanismos deslizantes.

5.7. Modelo de Reiner-Philippoff (Sin Deslizamiento)

5.7.1. Perfil de velocidades

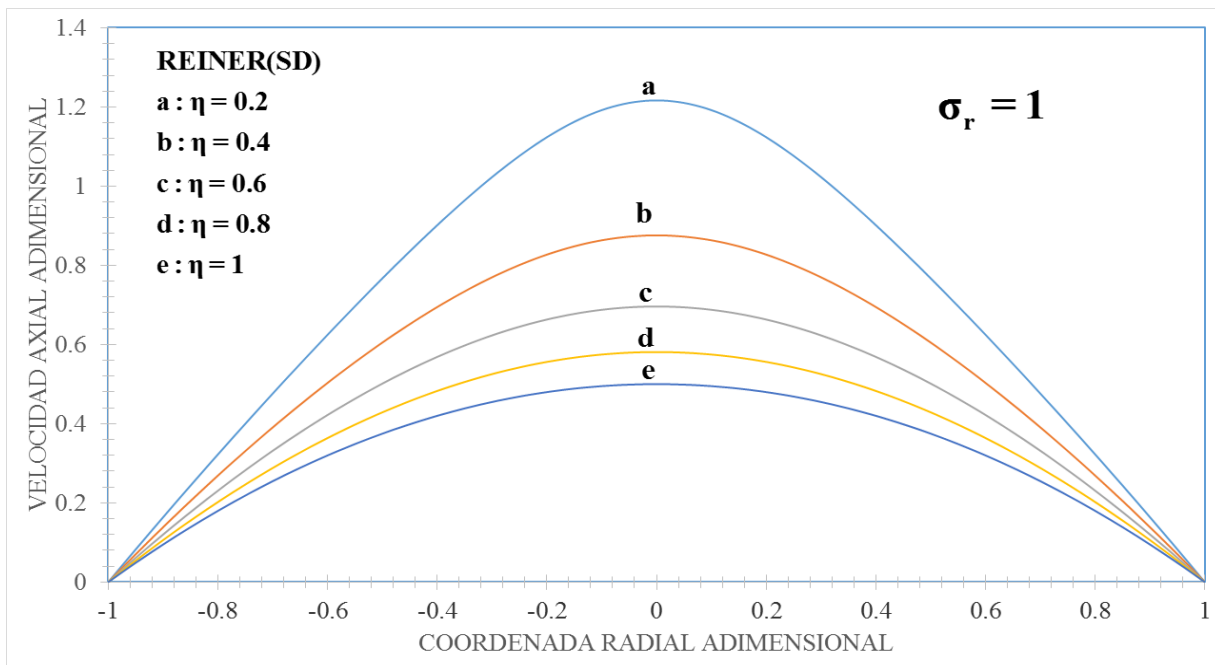


Figura 36. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores de la viscosidad reducida y un esfuerzo reducido adimensional de 1.

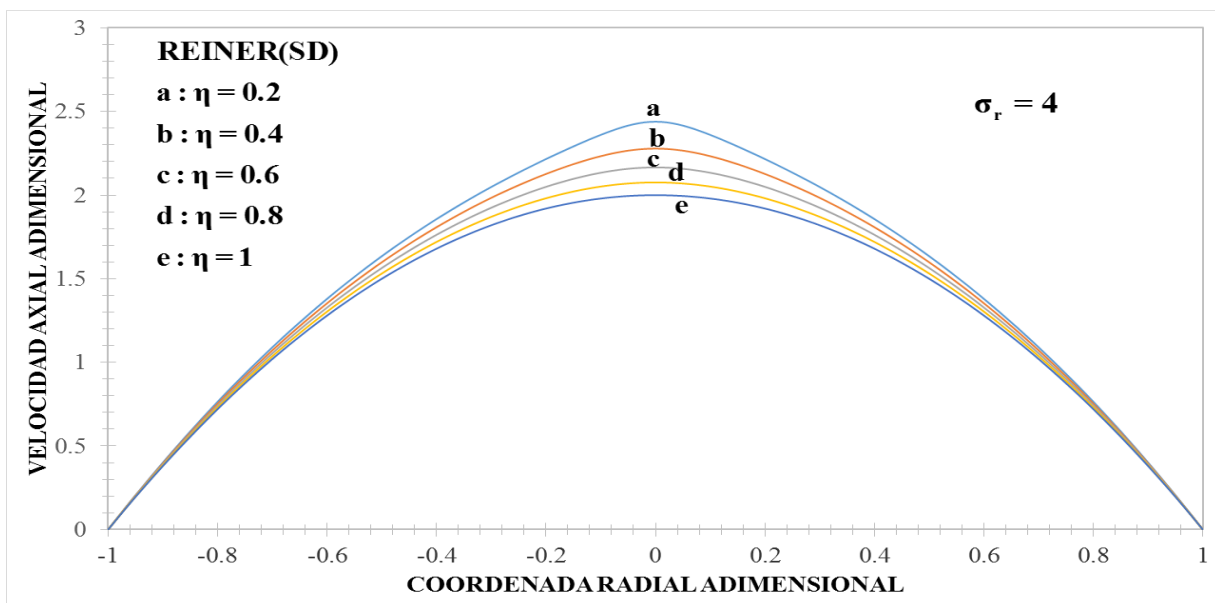


Figura 37. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores de la viscosidad reducida y un esfuerzo reducido adimensional de 4.

En las Figs. 36-37 se observa el clásico comportamiento parabólico visto en la literatura especializada concerniente al tema. Se observa que en las paredes la velocidad es 0. Por otra parte, en el centro la velocidad es máxima y esta se determina debido a un acoplamiento entre las propiedades viscosidad y la fuerza motriz asociada al gradiente de presión. Nótese que la viscosidad reducida la cual es la razón entre la viscosidad a bajo y a alto corte está asociada a las propiedades adelgazantes y engrozantes al corte en el sistema. Físicamente, un valor grande de viscosidad reducida significa que la estructura del fluido decrece por lo cual su velocidad aumenta debido a que el fluido se desestructura inducido por el flujo. La única diferencia entre las dos simulaciones se debe a la fuerza motriz asociado al esfuerzo reducido. Es evidente, que el efecto del esfuerzo es aumentar de 444% con respecto al de 1.

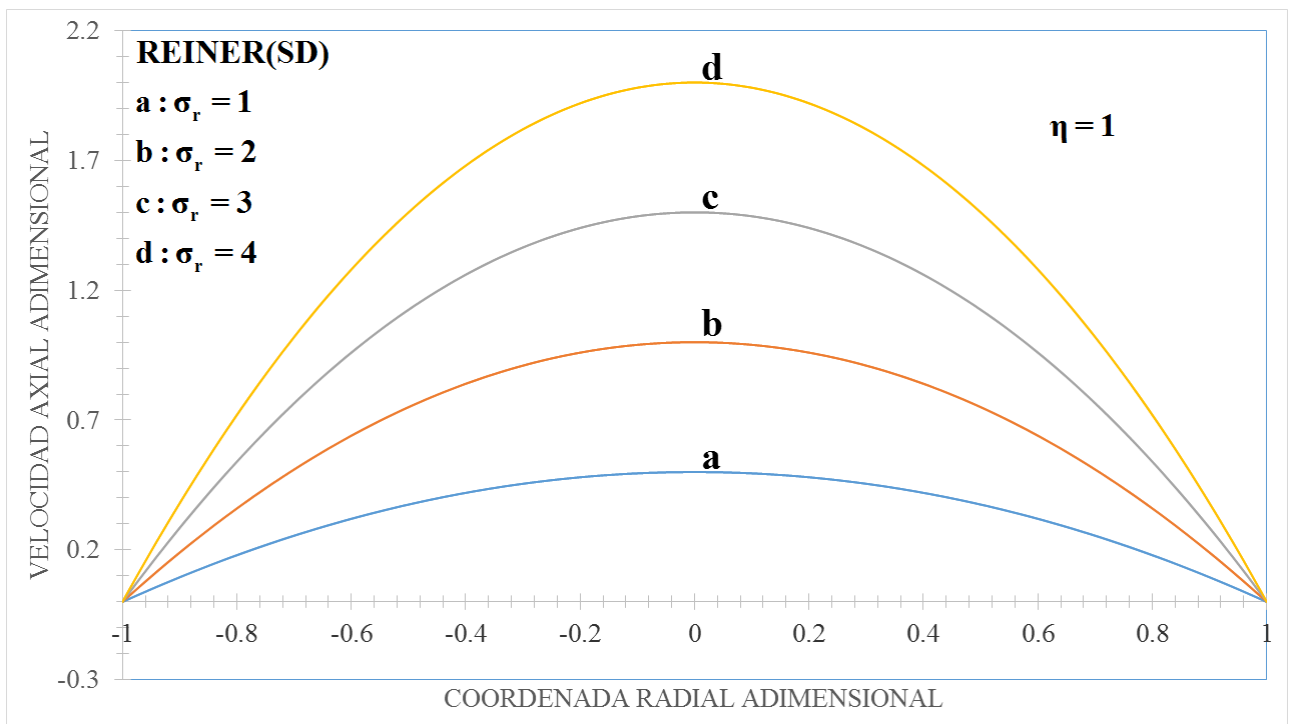


Figura 38. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores del esfuerzo reducido y una viscosidad reducida adimensional de 1.

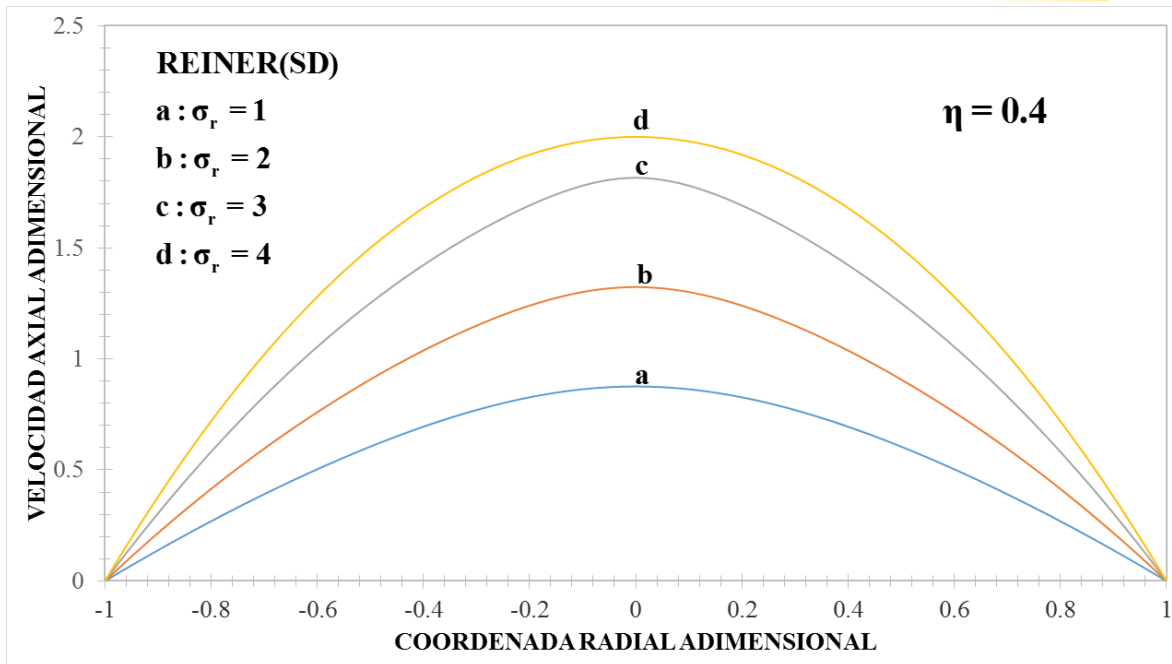


Figura 39. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores del esfuerzo reducido y una viscosidad reducida adimensional de 4.

En las Figs. 38-39 observa el clásico comportamiento parabólico deducido en la literatura especializada concerniente al tema. Se observa que en las paredes la velocidad es cero debido a la adherencia del fluido al sólido. Por otra parte, en el centro la velocidad es máxima y esta se determina debido a un acoplamiento entre las propiedades viscosas y la fuerza motriz asociada al gradiente de presión. Nótese que el esfuerzo reducido es la razón entre el esfuerzo aplicado entre el esfuerzo del modelo constitutivo de Reiner. Físicamente, un valor grande de esfuerzo reducido significa que estamos en la zona newtoniana es decir la viscosidad es constante mientras que un esfuerzo pequeño implica que el sistema experimenta un decrecimiento en su viscosidad. Para moderados esfuerzos, el sistema se encuentra en la zona de ley de potencia. Es claro que el efecto del esfuerzo reducido es aumentar el perfil de velocidades por lo que se concluye parcialmente de las dos figuras 38 y 39 que la manera de modificar la velocidad del fluido es a través de las propiedades materiales (liquido) o de la fuerza motriz asociadas al gradiente (bomba).

5.7.2. Flujo volumétrico

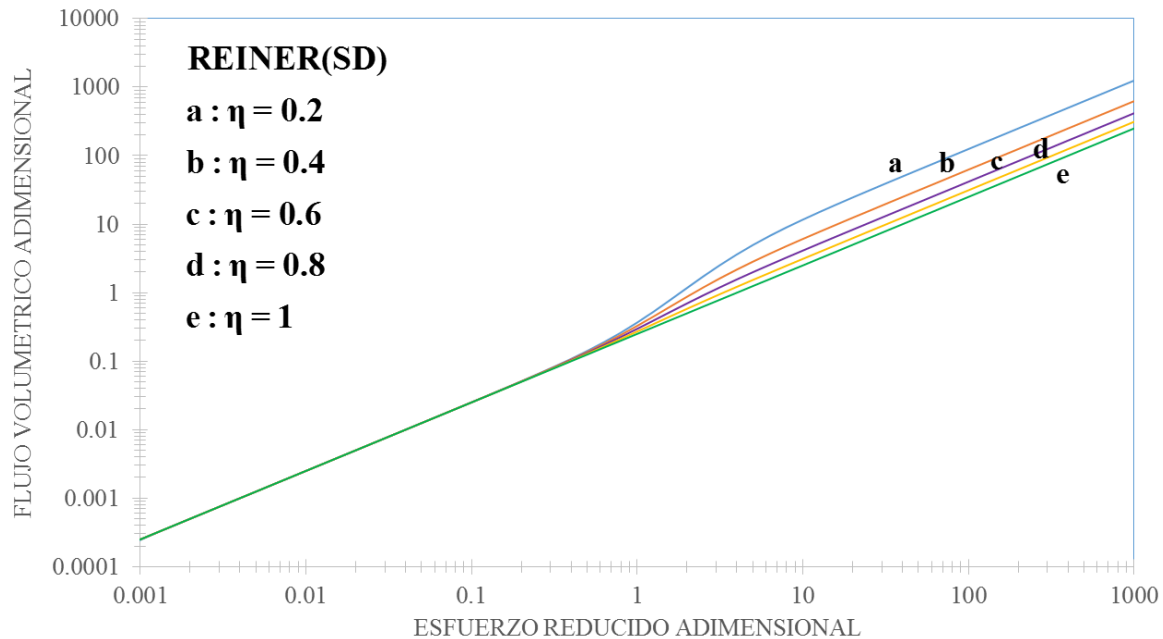


Figura 40. Ilustra el flujo volumétrico adimensional en función del esfuerzo reducido adimensional para el modelo de Reiner a diferentes viscosidades reducidas.

La Fig. 40 se ilustra el flujo volumétrico en función de la fuerza motriz para diferentes viscosidades reducidas. En el caso de un fluido newtoniano la relación entre el flujo volumétrico adimensional y el esfuerzo reducido adimensional es lineal (Fig. 40 e). Por otra parte, en el caso de fluidos no newtonianos adelgazantes al corte se observan tres zonas de flujo. La primera de ellas, a esfuerzos reducidos bajos, en donde el sistema presenta un comportamiento lineal. La segunda zona se presenta a un esfuerzo crítico en donde el flujo volumétrico aumenta debido al incremento en el esfuerzo reducido adimensional, esto se verifica visualmente en el cambio de la pendiente del flujo volumétrico en la zona de esfuerzos moderados del sistema. Por último, a un segundo esfuerzo reducido crítico el sistema presenta un segundo comportamiento lineal correspondiente a una viscosidad constante en el sistema. Físicamente el efecto del parámetro η determina las características no newtonianas del sistema a través de los mecanismos adelgazantes y engrosantes de la ecuación constitutiva de Reiner-Philippoff.

5.7.3. Factor de fricción

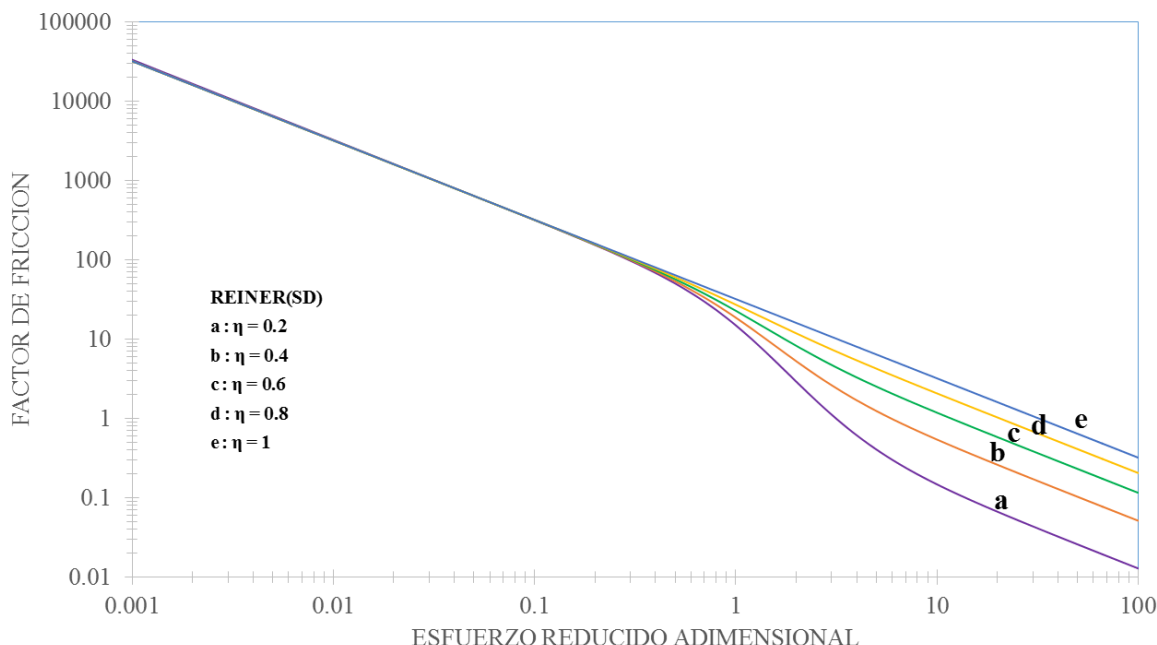


Figura 41. Ilustra el factor de fricción en función del esfuerzo reducido en la pared adimensional a diferentes valores de viscosidad reducida.

La Fig. 41 ilustra el factor de fricción en función al esfuerzo reducido en la pared adimensional a diferentes valores de viscosidad reducida. En el caso de un fluido newtoniano la relación entre el factor de fricción y el esfuerzo reducido en la pared adimensional es lineal con pendiente negativa, mientras que cuando el fluido presenta engrosamiento al corte se observa que las curvas se desfasan a mayores factores de fricción, sin embargo, a un cierto esfuerzo crítico presenta una son monótona decreciente y todas convergen a una pendiente. Físicamente, un fluido engrosante presenta mayor factor de fricción debido al aumento de viscosidad lo cual se puede inferir con la viscosidad reducida.

5.8. Modelo de Reiner-Philippoff (Con Deslizamiento)

5.8.1. Perfil de velocidades

a) Deslizamiento

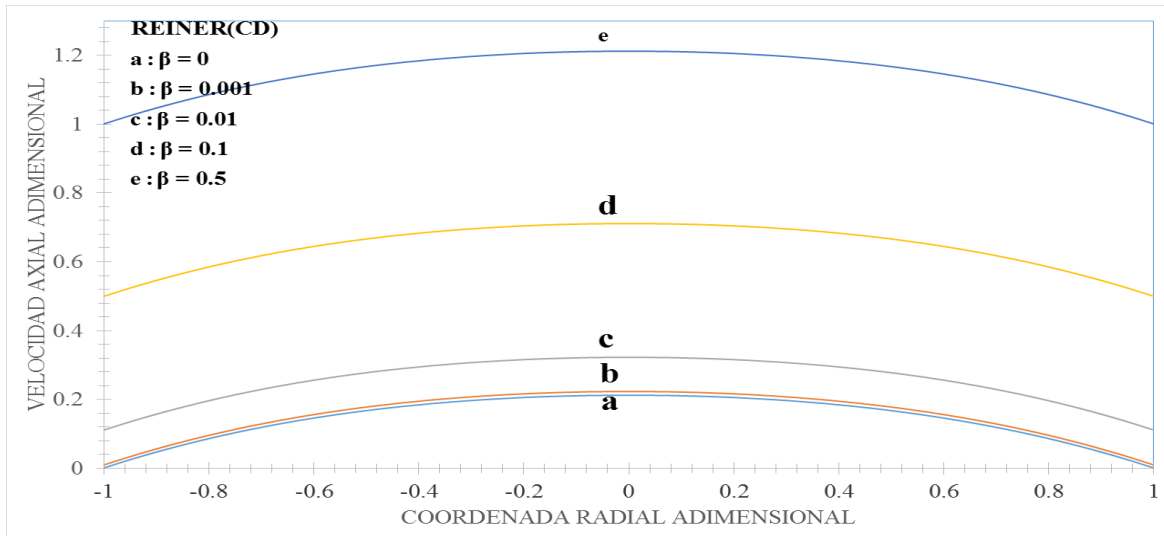


Figura 42. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores de beta y un esfuerzo reducido adimensional de 1.

En la Fig. 42. Se estudia la velocidad axial adimensional vs coordenada radial adimensional en función de los mecanismos deslizantes a través del parámetro beta. Matemáticamente, se observa el clásico perfil parabólico asociado al flujo axisimétrico inducido por el esfuerzo adimensional en la pared. Es evidente, que el efecto del parámetro beta desfasa las curvas a estados de menor a mayor velocidad por efecto de la fuerza cortante que de forma continua e irreversiblemente el sistema. Nótese, que las curvas aumentan su velocidad conforme el parámetro beta lo hace, así que los mecanismos deslizantes aumentan el máximo en el perfil de velocidades lo que induce un aumento en la velocidad promedio y el flujo volumétrico lo cual, implicaría que la velocidad superficial en el medio poroso se incrementaría por efecto del esfuerzo en la pared, mecanismos adelgazantes y deslizantes respectivamente.

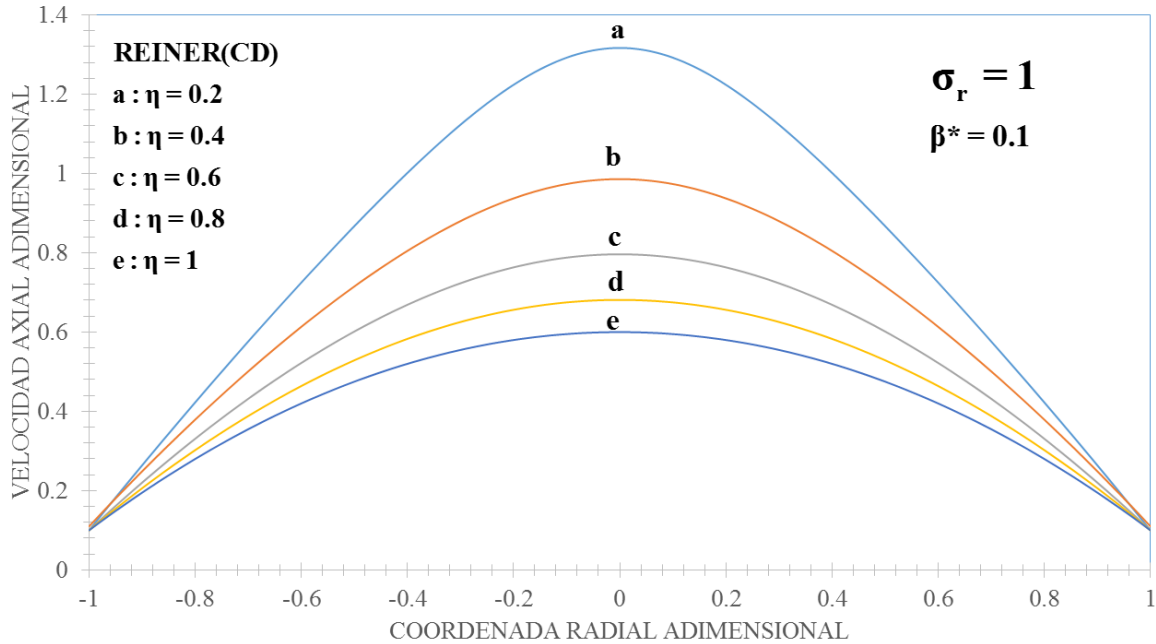


Figura 43. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores de la viscosidad reducida y un esfuerzo reducido adimensional de 1.

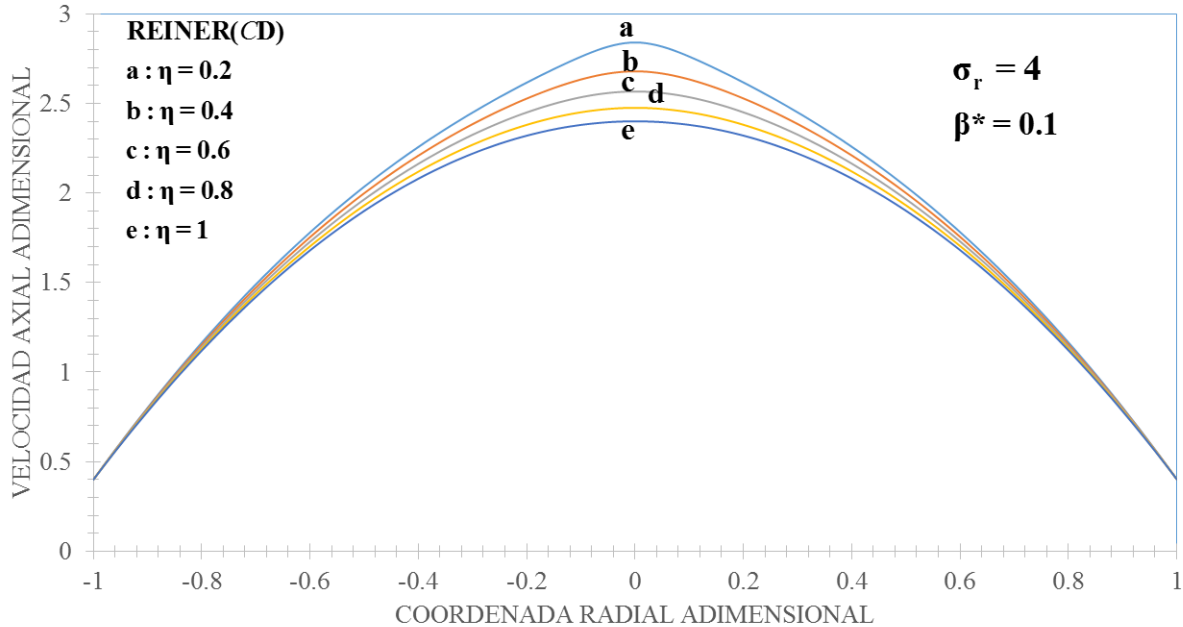


Figura 44. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores de la viscosidad reducida y un esfuerzo reducido adimensional de 4.

En las Figs. 43-44 se observa el clásico comportamiento parabólico visto en la literatura especializada concerniente al tema. Por otra parte, en el centro la velocidad es máxima y esta se determina debido a un acoplamiento entre las propiedades viscosidad y la fuerza motriz asociada al gradiente de presión. Nótese que la viscosidad reducida la cual es la razón entre la viscosidad a bajo y a alto corte está asociada a las propiedades adelgazantes y engrozantes al corte en el sistema. Físicamente, el parámetro η es una medida de las propiedades no newtonianas del sistema (fluido) a través de los mecanismos adelgazantes y engrozantes. En particular, el efecto adelgazante incrementa el máximo del perfil de velocidad por efecto de la fuerza motriz asociada al esfuerzo en la pared. Obsérvese que la única diferencia entre las dos simulaciones se debe a la fuerza motriz asociado al esfuerzo reducido. Es evidente, que el efecto del esfuerzo es aumentar de 444% con respecto al de 1. Obsérvese que el efecto de deslizamiento es el de desfazar las curvas a mayor estado de velocidad por efecto de los mecanismos deslizantes.

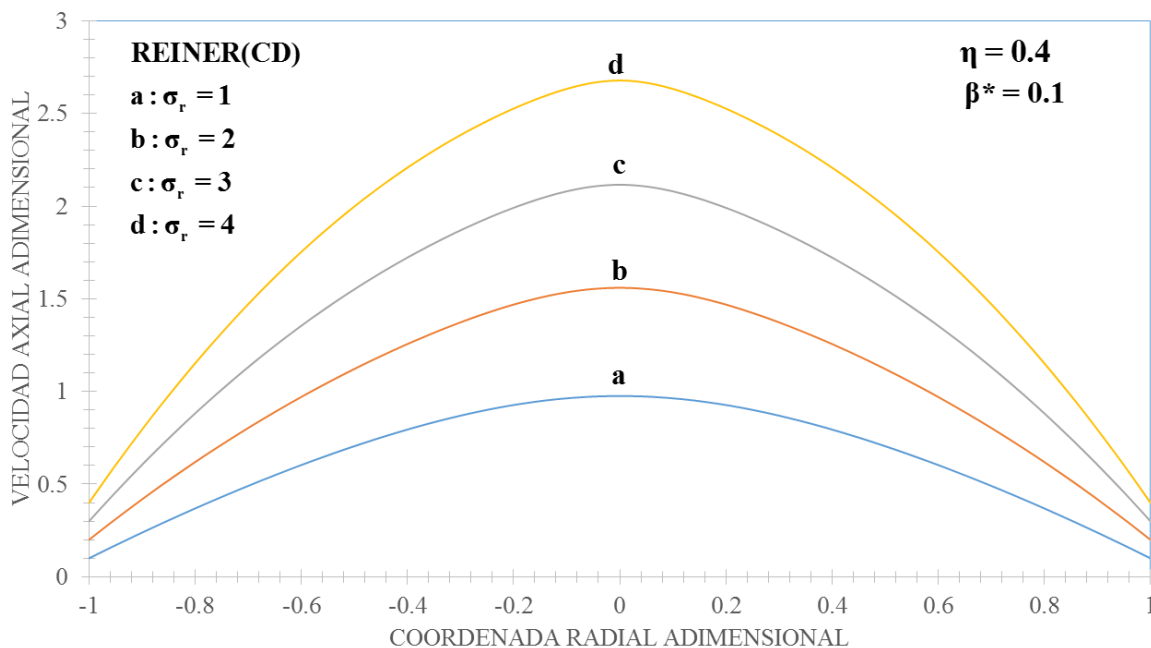


Figura 45. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores del esfuerzo reducido y una viscosidad reducida adimensional de 0.4.

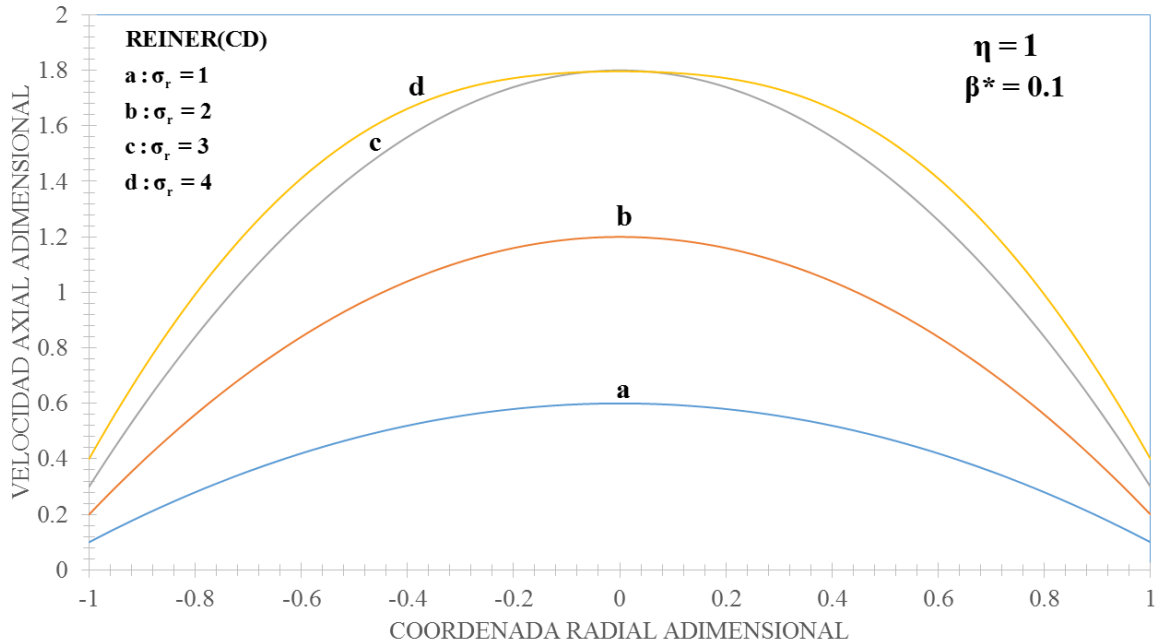


Figura 46. Ilustra la velocidad axial adimensional en función de la coordenada radial adimensional para diferentes valores del esfuerzo reducido y una viscosidad reducida adimensional de 1.

En las Figs. 45 y 46 Se observa el clásico comportamiento parabólico deducido en la literatura especializada concerniente al tema. Por otra parte, en el centro la velocidad es máxima y esta se determina debido a un acoplamiento entre las propiedades viscosas y la fuerza motriz asociada al gradiente de presión. Nótese que el esfuerzo reducido es la razón entre el esfuerzo aplicado entre el esfuerzo del modelo constitutivo de Reiner. Físicamente, un valor grande de esfuerzo reducido significa que estamos en la zona newtoniana es decir la viscosidad es constante mientras que un esfuerzo pequeño implica que el sistema experimenta un decrecimiento en su viscosidad. Para moderados esfuerzos, el sistema se encuentra en la zona de ley de potencia. Es claro que el efecto del esfuerzo reducido es aumentar el perfil de velocidades por lo que se concluye parcialmente de las dos figuras 45 y 46 que la manera de modificar la velocidad del fluido es a través de las propiedades materiales (liquido) o de la fuerza motriz asociadas al gradiente (bomba). Nótese que el efecto de deslizamiento es el de desfasar las curvas a mayor estado de velocidad por efecto de los mecanismos deslizantes.

5.8.2. Flujo volumétrico

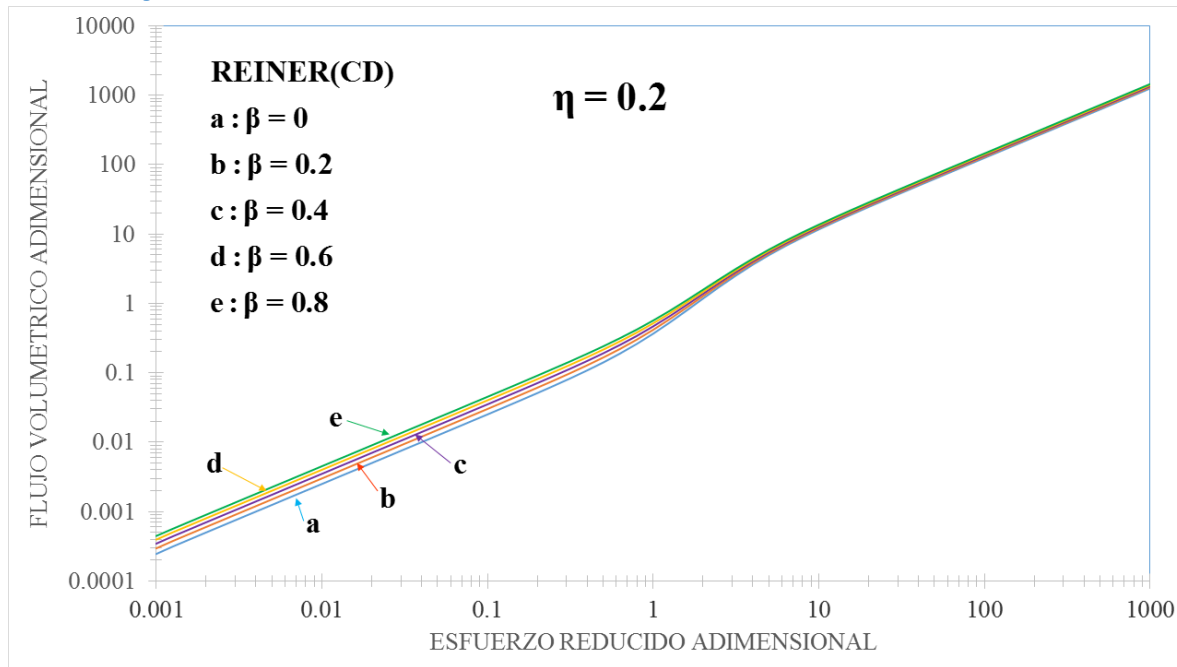


Figura 47. Ilustra el flujo volumétrico en función del esfuerzo reducido en la pared adimensional a diferentes valores de viscosidad reducida.

La Fig. 47 ilustra el flujo volumétrico en función al esfuerzo reducido en la pared adimensional a diferentes valores del parámetro de deslizamiento para un líquido adelgazante. Es claro que el sistema presenta tres zonas a bajo, moderado y alto esfuerzo reducido adimensional. a bajos esfuerzos reducidos el sistema presenta un comportamiento lineal y para un cierto valor crítico de esfuerzo reducido se observa un comportamiento monótono creciente hasta un segundo valor de esfuerzo crítico, en donde, la relación entre el flujo volumétrico adimensional y el esfuerzo reducido adimensional es lineal (segunda zona newtoniana). Físicamente el parámetro beta de deslizamiento traslada las curvas hacia estados de mayor flujo manteniéndose las tres zonas antes descritas. Nótese que el efecto de deslizamiento es más evidente a esfuerzos reducidos bajos mientras que a moderados y altos su efecto no es tan significativo. Por último, este hecho implica que la función viscosidad por efecto del deslizamiento decrecería al aumentar el flujo.

5.8.3. Factor de fricción

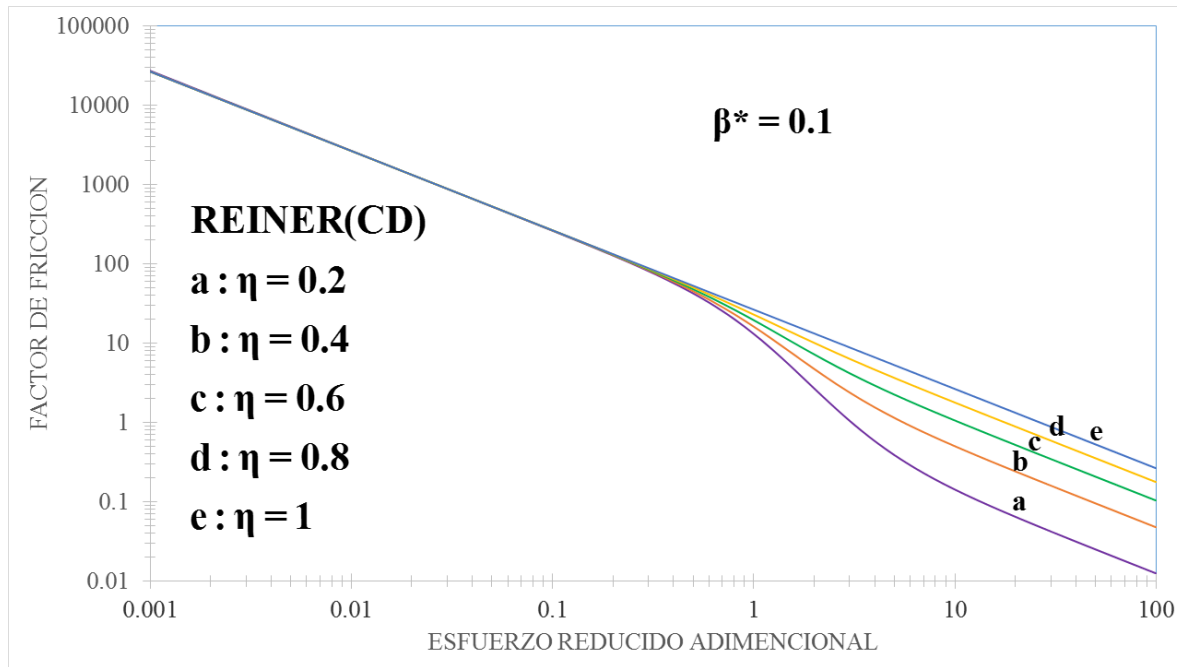


Figura 48. Ilustra el factor de fricción en función del esfuerzo reducido adimensional a diferentes valores de viscosidad reducida.

La Fig. 48 ilustra el factor de fricción en función al esfuerzo reducido en la pared adimensional a diferentes valores de viscosidad reducida. En el caso de un fluido newtoniano la relación entre el factor de fricción y el esfuerzo reducido en la pared adimensional es lineal con pendiente negativa, mientras que cuando el fluido presenta engrosamiento al corte se observa que las curvas se desfasan a mayores factores de fricción, sin embargo, a un cierto esfuerzo critico presenta una son monótona decreciente y todas convergen a una pendiente. Físicamente, un fluido engrozante presenta mayor factor de fricción debido al aumento de viscosidad lo cual se puede inferir con la viscosidad reducida. Nótese que el efecto de deslizamiento es el de desfasar las curvas a un mayor estado de factor de fricción por efecto de los mecanismos volumétricos.

5.8.4. Fluidez

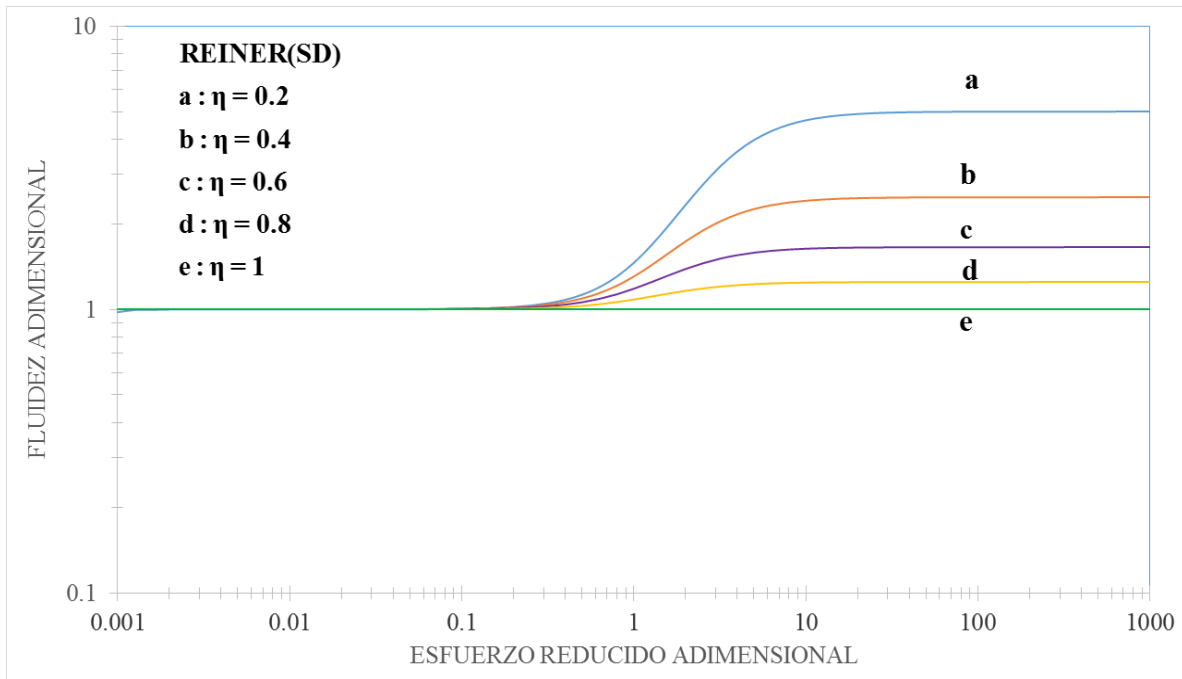


Figura 49. Ilustra la fluidez adimensional en función al esfuerzo reducido adimensional para diferentes valores de la viscosidad reducida.

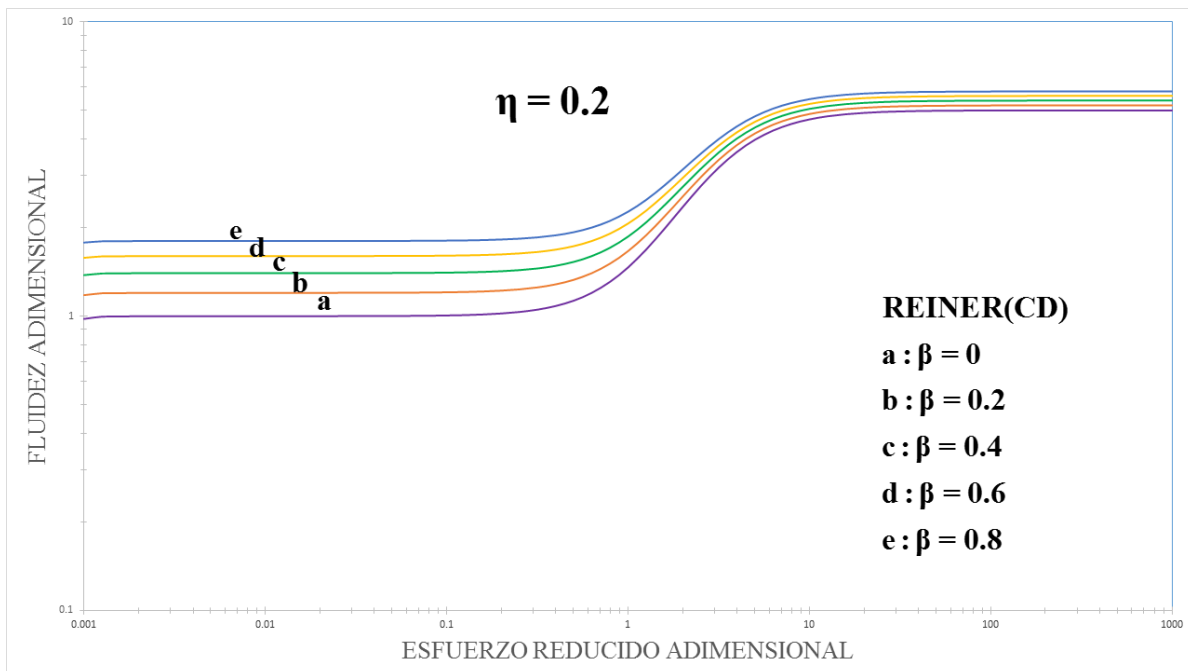


Figura 50. Describe la fluidez adimensional en función al esfuerzo reducido adimensional para diferente valor de beta y con una viscosidad reducida adimensional constante e igual a 0.2.

En la Fig. 49. las simulaciones a esfuerzos bajos, la fluidez muestra un comportamiento constante igual a 1, para un esfuerzo critico en particular la fluidez presenta un comportamiento monótono creciente y para otro valor critico en el esfuerzo adimensional su comportamiento es de nuevo constante. Físicamente significa que en las zonas a bajo y alto corte la fluidez no cambia, mientras que en la zona intermedia el sistema (fluido) experimenta constantes cambios en su viscosidad por efecto de la fuerza motriz asociada al flujo (gradiente de presión). En la Fig.50 se observa la fluidez en función del esfuerzo en la pared adimensional para un valor de $\eta = 0.2$ con diferentes condiciones de deslizamiento a través del número dimensional beta. Nótese que la descripción matemática y el comportamiento físico es el mismo y que las curvas se desfasan hacia estado de mayor fluidez lo que se aprecia más claramente a bajos y altos esfuerzos reducidos, debido completamente a los mecanismos deslizantes.

5.8.5. Viscosidad aparente

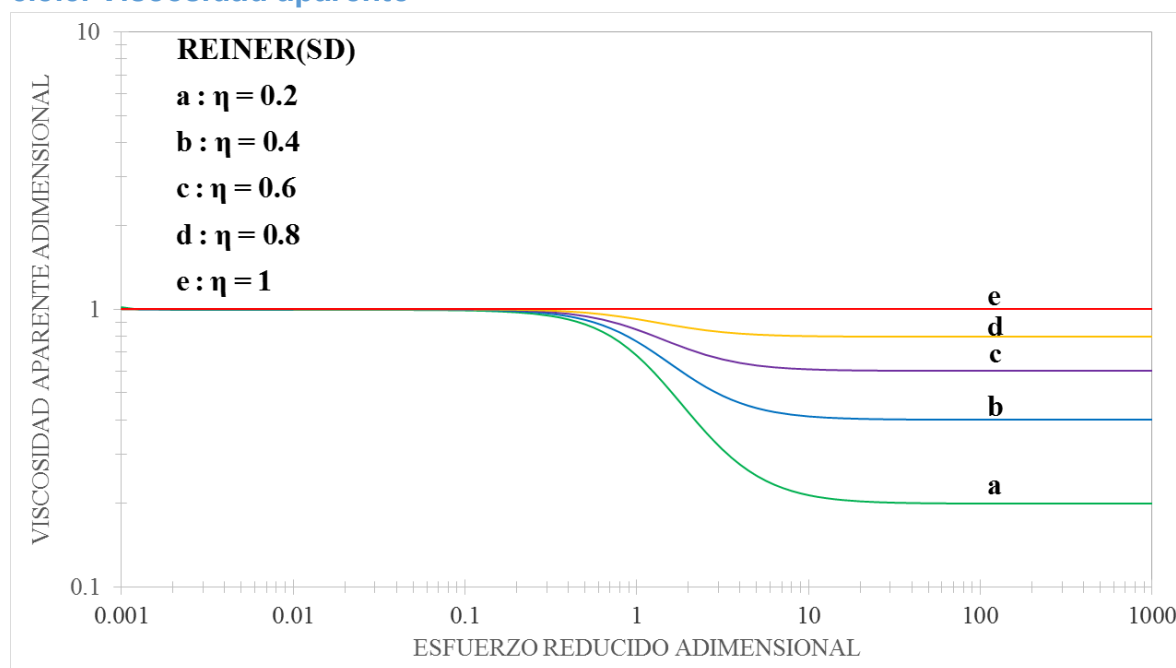


Figura 51. Ilustra la viscosidad aparente adimensional en función al esfuerzo reducido adimensional para diferentes valores de la viscosidad reducida adimensional.

En la Fig. 51 se grafica la viscosidad aparente adimensional en función al esfuerzo reducido adimensional para diferentes valores de viscosidad reducida adimensional. Se observa que a bajos esfuerzos tienen un comportamiento constante con viscosidad aparente igual a uno, a un esfuerzo critico las curvas muestran un

comportamiento monótono decreciente en el intervalo de moderados esfuerzos en la pared, a otro esfuerzo critico el sistema se comporta de nuevo constante, aquí la viscosidad no cambia por efecto del esfuerzo en la pared.

Nótese que las figuras 49 y 51 son figuras inversas y nos dan la descripción reológica de una de las funciones reológicas más importantes que es la viscosidad.

5.9. Factor de fricción

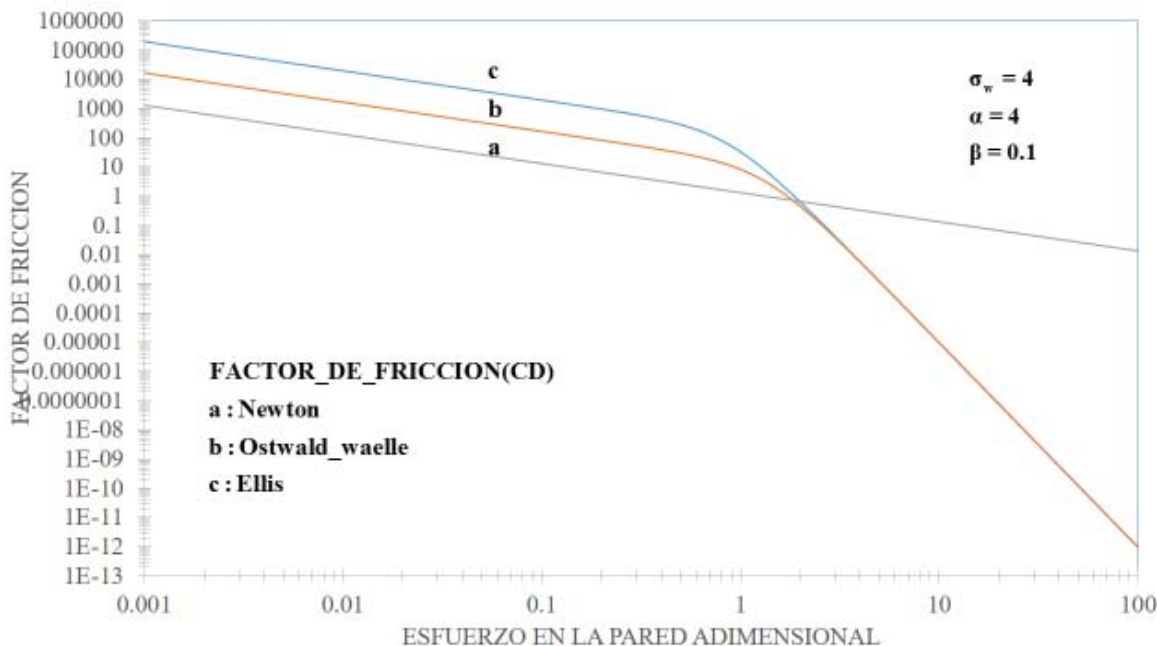


Figura 52. Muestra el factor de fricción en función al esfuerzo en la pared adimensional para los modelos de Newton, Ostwald waelle con un alfa igual a 4.

En la Fig. 52 se grafica el factor de fricción en función al esfuerzo en la pared adimensional para los modelos de Newton, Ostwald waelle y Ellis con un alfa igual a 4. Es claro, que para el modelo de Newton muestra un comportamiento lineal decreciente en toda la ventana de observación. En contraste, para los fluidos no newtonianos existe un valor critico de esfuerzo en la pared adimensional, en donde el factor de fricción cambia sus pendientes de menor a mayor por efecto de las propiedades adelgazantes al corte respectivamente. Nótese que el factor de fricción para el modelo de ley de potencia es válido solamente en la región de esfuerzos moderados (1, 100) mientras que el de Ellis son a bajos y a moderados esfuerzos adimensionales en la pared.

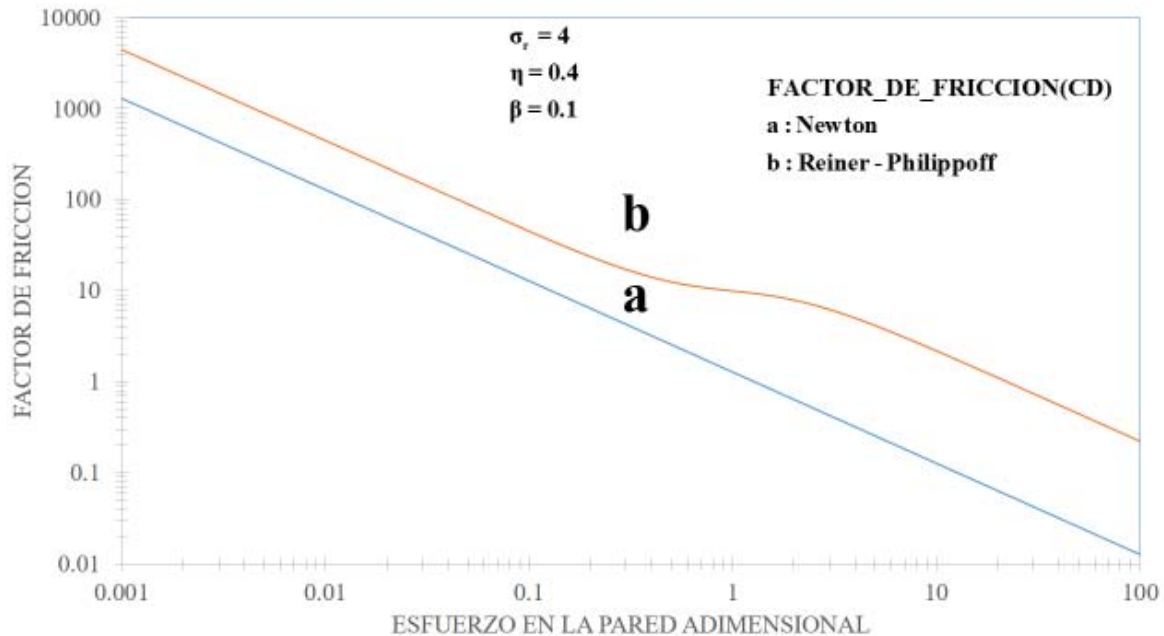


Figura 53. Se grafica el factor de fricción en función del esfuerzo en la pared adimensional con una viscosidad igual a 0.4.

En la Fig. 53 se ilustra el factor de fricción en función al esfuerzo reducido en la pared adimensional con un valor de $\eta = 0.4$. En el caso de un fluido newtoniano, el factor de fricción muestra un comportamiento lineal con el esfuerzo reducido adimensional, sin embargo, para un fluido adelgazante al corte modelado con la ecuación constitutiva de Reiner-Philippoff, el sistema muestra tres zonas características. A bajo esfuerzo es lineal, sin embargo en la zona adelgazante el sistema cambia su pendiente por efecto de los mecanismos adelgazantes lo que infiere, en una disminución del factor de fricción. Por otra parte, a un esfuerzo crítico, el factor de fricción presenta una segunda zona newtoniana en donde muestra un comportamiento lineal. Básicamente las propiedades no newtonianas cambian drásticamente el flujo y la reología de estos sistemas complejos.



5.10- CONCLUSIONES

En este proyecto de investigación, se estudia la dinámica no newtoniana a través de la permeabilidad intrínseca del sistema utilizando cuatro ecuaciones constitutivas, llamadas: (i) Newtoniano, (ii) Ley de Potencia, (iii) Modelo de Ellis y (iv) Modelo de Reiner Philippoff. Suponiendo estado estacionario, fluido incompresible, proceso isotérmico y que los mecanismos inerciales son despreciables, i.e. número de Reynolds bajos, se obtiene un balance mecánico entre el gradiente de presión y los mecanismos viscosos. Suponiendo estado estacionario, fluido incompresible, simetría cilíndrica, flujo unidireccional se deducen expresiones para el perfil de velocidades, flujo volumétrico, velocidad media y factor de fricción respectivamente. El factor de fricción para un fluido Newtoniano depende del inverso del número de Reynolds. Para un fluido no newtoniano, se observa que el factor de fricción depende de las propiedades no newtonianas a través de las propiedades materiales. Los resultados implican que la velocidad axial se ve modificada por efecto de los mecanismos no newtonianos y de los números adimensionales correspondientes.

5.10.1 Mecanismos no deslizantes.

Las principales contribuciones de esta investigación son mencionadas a continuación:

- a) A partir de un balance mecánico entre el gradiente de presión y la divergencia del tensor de esfuerzo se obtuvo una relación lineal entre el esfuerzo y el gradiente de presión. Suponiendo efectos inerciales y gravitacionales despreciables se obtuvieron los perfiles de velocidad para los cuatro fluidos de estudio: (i) newtoniano, (ii) Ostwald, (iii) Ellis y (iv) Reiner-Philipoff, en todos los casos, los perfiles con deslizamiento y sin deslizamiento muestran un comportamiento parabólico con el máximo definido en $r=0$. Nótese que este, está determinado por un acoplamiento entre las propiedades no newtonianas geométricas del sistema y la fuerza motriz que de forma continua e irreversiblemente al fluido asociado al gradiente de presión.
- b) A partir de los perfiles de velocidad, se obtuvieron los respectivos flujos volumétricos los cuales describen la naturaleza no lineal con el gradiente de presión. En el caso newtoniano la relación entre el flujo volumétrico y el gradiente de presión es lineal con pendiente de 0.25 mientras que en los no newtonianos la relación se aleja considerablemente del caso lineal, es decir, mientras más adelgazante sea el líquido el flujo volumétrico aumenta, opuesto al comportamiento engrozante donde aumenta la viscosidad y el flujo volumétrico decrece.
- c) Los resultados muestran que la diferencia entre un fluido newtoniano y uno no newtoniano es a través de la fluidez aparente. Esta fluidez es el inverso de la viscosidad y se comporta de manera opuesta a la función viscosidad es



decir a mayor viscosidad menor fluidez y conversamente a menor viscosidad mayor fluidez.

- d) Nótese que la única fluidez que nos da la curva completa de viscosidad es la de Reiner-Phillipoff mientras que las otras nos describen una parte del rograma es decir bajos y moderados esfuerzos en la pared.

5.10.2 Mecanismos deslizantes.

A continuación, se mencionan las contribuciones más importantes del deslizamiento

- a) El efecto del deslizamiento en los perfiles de velocidad es aumentar la viscosidad y que la pared no se cumpla la condición de adherencia entre el sólido y el fluido. Es importante resaltar que la expresión para la velocidad contiene una contribución asociada a los efectos deslizantes y otra al fluido no newtoniano.
- b) Para el flujo volumétrico se tiene una combinación entre los mecanismos deslizantes y la contribución no newtoniana del sistema.
- c) El factor de fricción se ve modificado a través del número de Reynolds el cual involucra una función fluidez que le da el carácter de factor de Reynolds modificadores decir, el Reynolds no newtoniano es un múltiplo del Reynolds newtoniano multiplicado por una función fluidez la cual le da la desviación del comportamiento lineal. Por otra parte, la fluidez contiene un término nuevo asociado a los mecanismos deslizantes.
- d) La fluidez juega el papel de un agente que decrece la fricción del sistema porque interviene en la interface entre el sólido y el líquido. Es importante resaltar que la fluidez es característica del medio que se esté evaluando en este caso la fluidez dependerá de las propiedades no newtonianas a través del modelo de Ellis y de Reiner-Phillipoff los cuales, contiene como caso particular el modelo de ley de potencia y el newtoniano.
- e) Por otra parte, la fluidez aparente (inverso de la viscosidad), es modificada mediante el formalismo matemático de Weissenberg Rabinowitsch al calcularse la rapidez de deformación en la pared por lo tanto la viscosidad real adimensional en el capilar de estudio es la viscosidad en la pared multiplicada por un factor que depende de las propiedades materiales del sistema.

5.11- TRABAJO FUTURO

En este proyecto de investigación, se estudia la dinámica no newtoniana a través de la permeabilidad intrínseca del sistema utilizando cuatro ecuaciones constitutivas, llamadas: (i) Newtoniano, (ii) Ley de Potencia, (iii) Modelo de Ellis y (iv) Modelo de Reiner Phillipoff. Suponiendo estado estacionario, fluido incompresible, proceso isotérmico y que los mecanismos inerciales son despreciables, i.e. numero de Reynolds bajos, se obtiene un balance mecánico



entre el gradiente de presión y los mecanismos viscosos. La continuación natural de este trabajo es mencionada a continuación:

- a) Estudiar diferentes tipos de fluidos en el régimen de deformaciones no lineales viscoelásticas
- b) Realizar los protocolos experimentales para comprobar la teoría aquí presentada
- c) Extender esta teoría teniendo en cuenta diferentes sistemas por ejemplo los medios porosos, sistemas bifásicos o en geometrías más complejas tomando en cuenta los cambios de diámetro en el medio poroso y la tortuosidad
- d) Probar con diferentes sistemas es decir diferentes fluidos como son: polímeros asociativos, sistemas coloidales, dispersiones de cristales líquidos, cristales líquidos, leotropicos, termotropicos, macromoléculas y sistemas biológicos
- e) Extender el estudio de estos sistemas en diferentes geometrías como son expansión y contracción de flujo.
- f) Estudiar el factor de fricción en el flujo sanguíneo para estudiar las obstrucciones de las venas asociadas a la acumulación de colesterol por efecto de los trastornos alimenticios.

Finalmente, este trabajo y las contribuciones de este trabajo y las extensiones del mismo son parte de la constante búsqueda del conocimiento en la dirección de desarrollar nuevas tecnologías tomando como punto de partida los fenómenos de transporte y la reología de fluidos complejos como herramienta que pueda ayudarnos a caracterizar estos diferentes sistemas.

5.12. PRESENTACIONES Y RECONOCIMIENTO A ESTA INVESTIGACIÓN

- Presentación en la Sociedad Polimérica de México en la modalidad de cartel.
- Reconocimiento al primer lugar en la sección de Reología en la Sociedad Polimérica de México celebrado en la Ciudad de San Miguel Allende, León, Guanajuato.



ANEXOS



CARTEL

"FACTOR DE FRICCIÓN DE UN FLUIDO NO NEWTONIANO"



FACTOR DE FRICCIÓN DE FLUIDOS NO NEWTONIANOS INELÁSTICOS: ECUACIONES CONSTITUTIVAS DE ELLIS Y REINER PHILIPPOFF

Irma Tapia Rojas, Yareli Mayumi Soriano Revilla, Mayra Luz Sánchez Villavicencio, Edson Emilio Herrera-Valencia, Mariano Pérez-Camacho, Consuelo Matías Garduño, Raúl Ramón Mora Hernández
Departamento de Ciencias de la Salud, Universidad Autónoma Metropolitana Iztapalapa (UAM-I), Av. San Rafael Atlixo No. 186, Col. Vicentina, Ciudad de México, D.F., 09340, México.
Carrera de Ingeniería Química, Facultad de Estudios Superiores Zaragoza, Universidad Nacional Autónoma de México, Calle Puerta de Loreto, SN, Esquina 5 de Mayo SN, Colonia Ejército de Oriente Iztapalapa, edson_ed@hotmail.com



Figura 54. Congreso de la Sociedad Polimérica de México "Factor de fricción de fluidos no newtonianos".

Resumen

En este trabajo se analizan líquidos no-newtonianos (Ellis y Reiner Philippoff) con estructura transitoria que fluye a través de una tubería de radio $r=a$ y longitud $z=L$. Las ecuaciones de momento se resuelven y son deducidas expresiones analíticas para el perfil de velocidades axial, velocidad promedio, flujo volumétrico y factor de fricción. Los resultados muestran que los perfiles de velocidad se ven afectadas por las propiedades no newtonianas de las ecuaciones constitutivas. El flujo volumétrico es una función no lineal del esfuerzo en la pared. Finalmente, suponiendo que los efectos de adherencia del sólido no se cumplen y corrigiendo la viscosidad aparente por la ecuación de Rabinowitch se obtiene una expresión general para el factor de fricción en fluidos no newtonianos.

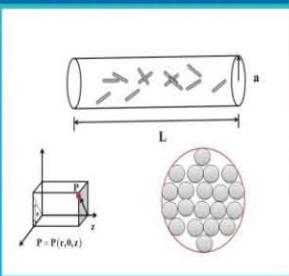
Introducción



Objetivos

- Obtener el factor de fricción de fluidos no Newtonianos en un capilar con deslizamiento y sin deslizamiento.
- Calcular el perfil de velocidades, velocidad promedio, flujo volumétrico, factor de fricción.
- Utilizar datos reométricos de la literatura con el fin de obtener el Factor de fricción de un Sistema complejo.

Descripción del sistema



Modelos

Ecuación de Continuidad y Momento

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla\right) \rho n \rho + \nabla \cdot \mathbf{V} = 0$$

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla\right) \mathbf{V} = \nabla \cdot \mathbf{T} + \rho \mathbf{g}$$

$$\mathbf{T} = -P\mathbf{I} + \boldsymbol{\sigma}$$

$$f f = \frac{\sigma_w}{\frac{1}{2} \rho \langle V \rangle^2}; \sigma_w = -\sigma_{rz}|_{r=a} = -\left(\frac{1}{2} \nabla_z P\right) a$$

$$\langle V \rangle = \frac{Q}{A} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^a V z(r) r dr d\theta}{\int_0^{2\pi} \int_0^a r dr d\theta}$$

Ecuaciones Reológicas Constitutivas

$$\boldsymbol{\sigma} = 2\eta(\Pi_\sigma) \mathbf{D}; |\boldsymbol{\sigma}| = \sqrt{\frac{1}{2}(\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\sigma})}; \mathbf{D} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{V} + \nabla \mathbf{V}^T)$$

$$\eta(\Pi_\sigma) = \begin{cases} \frac{1}{\varphi_0 + \varphi_1 |\boldsymbol{\sigma}|^{n-1}} & \text{Ellis} \\ \frac{1}{\varphi_\infty + \frac{\varphi_0 - \varphi_\infty}{1 + \left(\frac{|\boldsymbol{\sigma}|}{\sigma_s}\right)^2}} & \text{Reiner-Philippoff} \end{cases}$$

Unsteady Shear Flow

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{rr} & 0 & \sigma_{rz} \\ 0 & \sigma_{\theta\theta} & 0 \\ \sigma_{rz} & 0 & \sigma_{zz} \end{pmatrix}; \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Variables Adimensionales

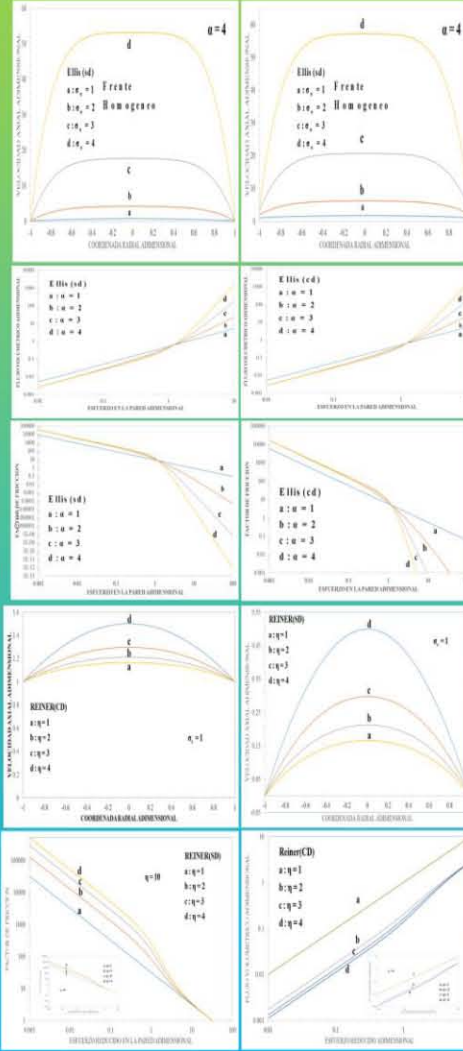
$$\bar{V}z = \frac{Vz}{a/\lambda}; \bar{p} = \frac{p}{\rho a}; \bar{r} = \frac{r}{a}; \bar{Q} = \frac{Q}{\pi a^3/\lambda}$$

$$\eta^+ = \frac{\eta}{\eta_0}; \tau_w^+ = \frac{\sigma_w}{\eta_0/\lambda}$$

Grupos Adimensionales

$$Re = \frac{\rho(a/\lambda)a}{\eta_0}; \eta^- = \frac{\eta}{\eta_0}$$

Resultados



Analisis

-En este trabajo se analizaron las ecuaciones constitutivas de Ellis y Reiner Philippoff para determinar el factor de fricción en fluidos no newtonianos, el cual depende del esfuerzo en la pared y de las propiedades materiales del fluido.
 -Se observa que a baja rapidez de deformación el fluido experimenta una viscosidad constante, mientras que a moderadas deformaciones la reología es dominada por una zona tipo ley de potencia, la cual describe la transición de estados de mayor a menor viscosidad por efecto del flujo.
 -A esfuerzos en la pared bajos, el fluido se desestructura por efecto de la fuerza motriz asociada con el esfuerzo en la pared (gradiente de presión) debido a las propiedades adelgazantes al corte del fluido.
 -El efecto de deslizamiento se el de desflar las curvas de menor a mayor estado de velocidad o por efecto de los mecanismos adelgazantes.
 -Para el flujo volumétrico adimensional como función del esfuerzo adimensional en la pared. En un intervalo de esfuerzos en la pared bajos se observa un comportamiento lineal y para un esfuerzo crítico la pendiente incrementa su valor, inducido por la fuerza motriz asociada al gradiente de presión.
 -Notarse que el efecto de deslizamiento se el de desflar las curvas a un mayor estado de flujo volumétrico, por efecto de los mecanismos adelgazantes.
 -Se observa el factor de fricción como función del esfuerzo adimensional en la pared. A bajos y moderados valores de esfuerzo en la pared el comportamiento es lineal, mientras que a un esfuerzo crítico, la pendiente decrece por lo que el factor de fricción también.

Conclusiones

- Los mecanismos adelgazantes aumentan la velocidad de los elementos materiales y el flujo volumétrico.
- Se observa que el efecto del deslizamiento es el de desflar las curvas para mayores estados de la propiedad que se está evaluando.
- Partiendo de la definición del factor de fricción, se generaliza el número de Reynolds para cualquier ecuación constitutiva viscosa en régimen estacionario.
- Finalmente, este trabajo es un esfuerzo en la dirección de obtener expresiones generales balanceo mecánico que contribuye en el entendimiento constante de sistemas no lineales de la mecánica de fluidos no newtonianos.

Agradecimientos

- Investigación realizada gracias al programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIT) de la UNAM <<IN115615>> << Fenómenos de Transporte y Reología de Fluidos Complejos Aplicados a Sistemas Biológicos >> MLSV agradece a CONACYT el apoyo de la beca No. 270963 para estudios doctorales.
- XIXV CONGRESO NACIONAL DE LA SOCIEDAD POLIMÉRICA DE MÉXICO.
- Carrera de Ingeniería Química, Facultad de Estudios Superiores Zaragoza, Universidad Nacional Autónoma de México.

Referencias

- Irma Tapia Rojas. Tesis de Licenciatura Factor de Fricción en Fluidos No Newtonianos. 2015, FES Zaragoza.
- P.J. Oliveira and F.T. Pinho, J. Fluid Mech. (1999), 38, 271-285.
- M. Tasic, J.M. Reyes, E. Camacho, C. Lora Olayo, R.O. Vargas, G. Marrero. J. Polym Sci Part B: Polym Phys. (2013) 51-60.

ID: REO-04 114



PERMEABILIDAD INTRINSECA DE FLUIDOS NO NEWTONIANOS EN MEDIOS POROSOS

Yareli Mayumí Soriano Revilla, Irma Tapia Rojas, Mayra Luz Sánchez Villavicencio, Edtson Emilio Herrera-Valencia, Mariano Pérez-Camacho, Consuelo Matías Garduño, Raúl Ramón Mora Hernández

Departamento de Ciencias de la Salud, Universidad Autónoma Metropolitana Iztapalapa (UAM-I), Av. San Rafael Atlixco No. 186, Col. Vicentina, Ciudad de México, D.F., 09340, México.

Carrera de Ingeniería Química, Facultad de Estudios Superiores Zaragoza, Universidad Nacional Autónoma de México, Calle Puerta de Loreto, SN, Esquina 5 de Mayo SN, Colonia Ejército de Oriente Iztapalapa. edtson_ed@hotmail.com

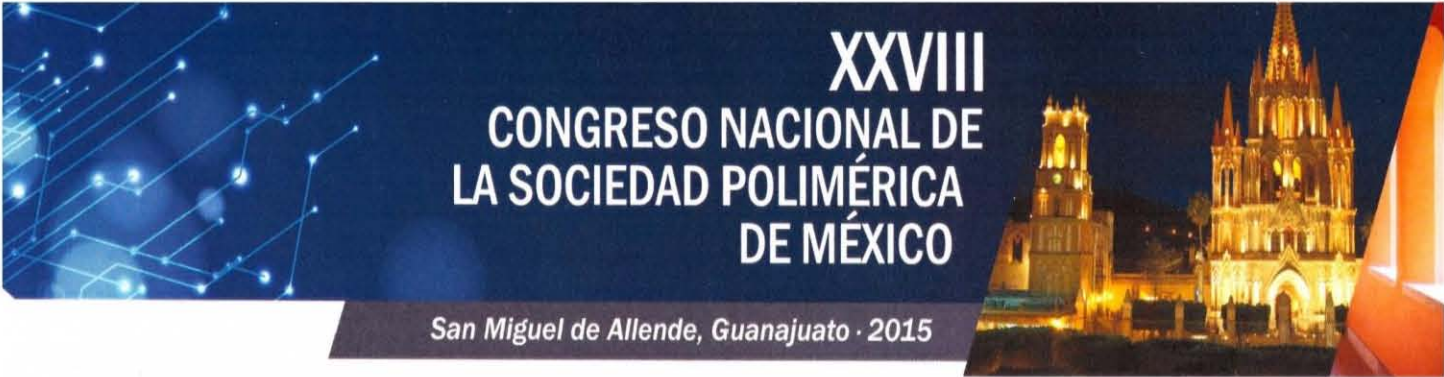
Resumen	Modelos	Resultados	Análisis de resultados
<p>Resumen</p> <p>En este proyecto de investigación, se estudia la dinámica no newtoniana a través de la permeabilidad intrínseca del sistema utilizando cuatro ecuaciones constitutivas, llamadas: (i) Modelo de Ellis, (ii) Modelo de ley de Potencia, (iii) Modelo de Newton, (iv) Modelo de Reiner-Philippoff. Suponiendo estado estacionario, fluido incompresible, proceso isotérmico y que los mecanismos inercial son despreciables, i.e. número de Reynolds bajos, se obtiene un balance mecánico entre el gradiente de presión y los mecanismos viscosos. Su poniendo que el sistema poroso puede ser descrito por medio de un manejo de capilares de iguales condiciones geométricas, se deducen expresiones para la velocidad axial, flujo volumétrico, velocidad promedio y finalmente una ecuación de Darcy que conduce a la permeabilidad intrínseca del sistema tomando en cuenta los mecanismos de deslizamiento y la corrección de Reibnawitsch para la viscosidad aparente (Turcio et al. 2013)</p>	<p>Modelos</p> <p>Ecuación de continuidad y momento</p> $\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla\right) L n \rho + \nabla \cdot \mathbf{V} = 0$ $\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla\right) \mathbf{V} = \nabla \cdot \mathbf{T} + \rho \mathbf{g}$ $\mathbf{T} = -p \mathbf{I} + \boldsymbol{\sigma}; \mathbf{V}_0 = K \varphi_{NN} (-\nabla z p)$ <p>Ecuaciones reológicas constitutivas</p> $\boldsymbol{\sigma} = 2 \eta (\mathbf{I}_D) \mathbf{D}; \mathbf{X} = \{\mathbf{D}, \boldsymbol{\sigma}\}$ $\eta (\mathbf{I}_D) = \begin{cases} \eta_0 \\ m \left(\sqrt{(\mathbf{I}_D)} \right)^{n-1} \\ \text{O s w a e l d - W a e l l e} \end{cases}$ $\eta (\mathbf{I}_\sigma) = \begin{cases} \frac{1}{\varphi_0 + \varphi_1 \boldsymbol{\sigma} ^{n-1}} \\ \text{E l l i s} \\ \frac{1}{\varphi_\infty + \frac{\varphi_0 - \varphi_\infty}{1 + \left(\frac{ \boldsymbol{\sigma} }{\sigma_s}\right)^2}} \\ \text{R e i n e r - P h i l i p p o f f} \end{cases}$ $\mathbf{I}_D = \sqrt{2 (\mathbf{D} : \mathbf{D})}; \mathbf{I}_\sigma = \sqrt{\frac{1}{2} (\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\sigma})}$ <p>Flujo cortante en estado estacionario</p> $\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{rr} & 0 & \sigma_{rz} \\ 0 & \sigma_{\theta\theta} & 0 \\ \sigma_{rz} & 0 & \sigma_{zz} \end{pmatrix}; \mathbf{D} = \gamma_{rz} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ <p>Variables adimensionales</p> $\bar{V}_z = \frac{V_z}{a/\lambda}; \bar{p} = \frac{p}{\eta_0/\lambda}; \bar{r} = \frac{r}{a}; \bar{Q} = \frac{Q}{\pi a^3/\lambda}$ $\eta^* = \frac{\eta}{\eta_0}; \bar{\tau}_{rz} = \frac{\sigma_{rz}}{\eta_0/\lambda}$ <p>Grupos adimensionales</p> $Re = \frac{\rho(a/\lambda)a}{\eta_0}; \eta = \frac{\eta_0}{\eta_{rz}}$	<p>Resultados</p>	<p>Análisis de resultados</p> <p>Los principales resultados de nuestro análisis son mencionados a continuación:</p> <ol style="list-style-type: none"> En todos los casos los perfiles de velocidad muestran un comportamiento parabólico sin embargo el efecto del deslizamiento desliza las curvas de menor a mayor estado de velocidad. Es importante notar que el máximo en la velocidad axial se debe a un aplazamiento entre las propiedades materiales del medio y el gradiente de presión. En todos los casos la velocidad superficial en el medio poroso muestra tres comportamientos, dos zonas lineales a bajo y alto esfuerzo en la pared y una zona intermedia tipo ley de potencia en donde el sistema pasa de estados de menor a mayor flujo volumétrico por efecto del corte. Nótese que el efecto de deslizamiento es de nueva cuenta deslizar las curvas de menor a mayor flujo. En el caso del modelo de Ellis que acepta el solvente y la parte no newtoniana del modelo de la ley de potencia, se observa un comportamiento lineal entre el flujo volumétrico y el esfuerzo en la pared. A un esfuerzo de la pared crítico se observa un cambio en la pendiente inducido por los efectos no newtonianos del modelo de Ellis asociado al exponente alta, es decir si el líquido es más adelgazante se obtiene un mayor aumento en el flujo volumétrico. En todos los casos, existe una relación lineal entre la permeabilidad y la porosidad. La pendiente de las simulaciones está determinada por el cuadrado del poro asociado al capilar de estudio. Nótese, que la permeabilidad está directamente relacionado con el diámetro del poro, es decir, que si el radio del poro aumenta, la permeabilidad aumentaría lo que implicaría un aumento en la velocidad superficial. Una extensión natural de este trabajo es considerar diferentes tamaños de poro.
<p>Introducción</p>	<p>Objetivos</p> <ol style="list-style-type: none"> Calcular la permeabilidad intrínseca de fluidos no newtonianos en un capilar de radio $r = a$ y $z = L$. Obtener de los cálculos del flujo volumétrico una expresión análoga a la ley de Darcy, y calcular la permeabilidad intrínseca. Utilizar datos reométricos de la literatura con el fin de obtener la permeabilidad intrínseca de un sistema complejo. 	<p>Conclusiones</p> <ol style="list-style-type: none"> La permeabilidad intrínseca para el modelo newtoniano solo depende de la porosidad y del cuadrado del radio capilar. Para los fluidos no-newtonianos se obtuvo la permeabilidad en función de la porosidad, radio del capilar, propiedades materiales del fluido y del esfuerzo en la pared relacionada con la fuerza motriz que deforma continua e inversamente el fluido asociada con el gradiente de presión. Los resultados implican que la permeabilidad intrínseca es mayor para un fluido adelgazante y menor para un fluido espesante al corte. Esto debido a que la permeabilidad cuantifica la facilidad que tiene el sistema (líquido) a fluir en un medio poroso inconvencido. El efecto de la condición a la frontera asociada al deslizamiento en la pared, es el de deslizar las curvas hacia un grado más alto de velocidad y flujo volumétrico respectivamente. 	
<p>Descripción del sistema</p>	<p>Agradecimientos</p> <ol style="list-style-type: none"> EEHV Gratefully acknowledges support from PAPIIT-IN15615 Transport phenomena and rheology of complex fluids applied to biological systems. XXVIII CONGRESO NACIONAL DE LA SOCIEDAD POLIMÉRICA DE MÉXICO 	<p>Referencias</p> <p>M. Turcio, J.M. Reyes, R. Camacho, C. Lira Galeana, R.O. Vargas, O. Manero, J. Petr Sci Eng 103 (2013) 51-60. ID: REO-03 113</p>	

Figura 55. Congreso de la Sociedad Polimérica de México "Permeabilidad intrínseca de fluidos no newtonianos".



CONSTANCIA

"FACTOR DE FRICCIÓN DE UN FLUIDO NO NEWTONIANO"



La Sociedad Polimérica de México, A.C.

Otorga la **CONSTANCIA** a

Irma Tapia Rojas, Yareli Mayumi Soriano Revilla, Mariano Pérez Camacho, Raúl Ramón Mora Hernández, Consuelo Matías Garduño, Edtson Emilio Herrera Valencia

Por la presentación del trabajo titulado

"Factor de fricción de fluidos no newtonianos inelásticos: Ecuaciones Constitutivas de Ellis y Reiner-Philippoff"

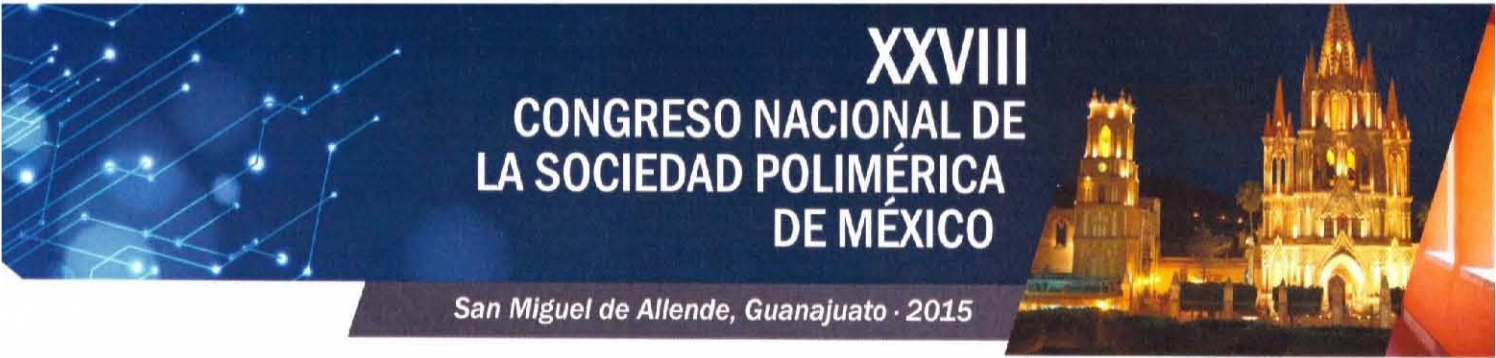
Dra. María Mónica Castillo Ortega
Secretario SPM

4-7 Noviembre de 2015

Dra. Beatriz García Gaitán
Presidente SPM



Figura 56. Constancia de Asistencia al Congreso Sociedad Polimérica de México "Factor de fricción".



La Sociedad Polimérica de México, A.C.

Otorga la **CONSTANCIA** a

Yareli Mayumi Soriano Revilla, Irma Tapia Rojas, Mariano Pérez-Camacho, Consuelo Matías Garduño, Raúl Ramón Mora Hernández, Edtson Emilio Herrera Valencia

Por la presentación del trabajo titulado

“Permeabilidad intrínseca de fluidos no newtonianos en medios porosos”

Dra. María Mónica Castillo Ortega
Secretario SPM

4-7 Noviembre de 2015

Dra. Beatriz García Gaitán
Presidente SPM



Figura 57. Constancia de Asistencia al Congreso Sociedad Polimérica de México “Permeabilidad intrínseca de fluidos no newtonianos”.



La Sociedad Polimérica de México A.C.
otorga el presente

RECONOCIMIENTO

Como Ganadores del Concurso de Cartel en el área de
Reología e Ingeniería de Polímeros a

**Yareli Mayumi Soriano Revilla, Irma Tapia Rojas,
Mariano Pérez-Camacho, Consuelo Matías Garduño,
Raúl Ramón Mora Hernández, Edtson Emilio Herrera Valencia**

Por la presentación de su trabajo:

*Permeabilidad intrínseca de fluidos no newtonianos
en medios porosos*


Dra. Mónica Castillo Ortega
Secretaria SPM


Dra. Beatriz García Gaitán
Presidente SPM

4-7 Noviembre de 2015



Figura 58. Reconocimiento como ganador del concurso de cartel en el área de reología e ingeniería de polímeros.

AMIDIQ

Academia Mexicana de Investigación y Docencia en Ingeniería Química A.C.

Ciudad de México, México, 12 de febrero de 2016

CONSEJO DIRECTIVO 2015-2017

Dr. Alfonso Mauricio Sales Cruz
PRESIDENTE
asales@correo.cua.uam.mx

Dr. Miguel Ángel Morales Cabrera
VICE-PRESIDENTE
migmorales@uv.mx

Dra. María del Rosario Enriquez Rosado
SECRETARIO
r.enriquez4@gmail.com

Dr. Jorge R. Robledo Ortiz
TESORERO
jorge.robledo@cucei.udg.mx

Dra. Nelly Ramírez Corona
VOCAL DE INVESTIGACIÓN
nelly.ramirez@udlap.mx

Dr. Adrian Bouilla Petriciolet
VOCAL DE DOCENCIA
petriciolet@hotmail.com



contacto@amidiq.com
WWW.AMIDIQ.COM
Canarias #704, Col. Portales
Delegación Benito Juárez
Distrito Federal
CP 03300

Estimado Colega,

Agradecemos sinceramente el interés por participar en el XXXVII Encuentro Nacional de la Academia Mexicana de Investigación y Docencia en Ingeniería Química A.C. (AMIDIQ) y por este conducto nos complace informarle que su trabajo:

943 FACTOR DE FRICCIÓN DE FLUIDOS NO NEWTONIANOS INELÁSTICOS CON DESLIZAMIENTO EN LA PARED

ha sido aceptado para su presentación en la sesión de FENÓMENOS DE TRANSPORTE en la modalidad CARTEL.

A partir del 14 de marzo de 2016 consulte el programa completo en nuestra página web www.amidiq.com para conocer el día y hora precisa de su presentación. Recuerde que tiene hasta el viernes 11 de marzo de 2016 para sustituir el resumen de dos páginas por su trabajo en extenso en la plataforma OpenConf.

A nombre de la AMIDIQ le agradecemos su participación y esperamos tener la oportunidad de saludarlo personalmente en Puerto Vallarta, Jalisco.

Atentamente

COMITÉ TÉCNICO AMIDIQ 2016

Figura 59. Carta de aceptación para el XXXVII Encuentro Nacional de la Academia Mexicana de Investigación y Docencia en Ingeniería Química A.C. (AMIDIQ) con el tema "FACTOR DE FRICCIÓN DE FLUIDOS NO NEWTONIANOS INELÁSTICOS CON DESLIZAMIENTO EN LA PARED".



REFERENCIAS

- Abou-Dakka, M., Herrera-Valencia, E.E., & Rey, A.D. 2012 Linear oscillatory dynamics of flexoelectric membranes embedded in viscoelastic media with applications to outer hair cells. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 185-186, 1-17.
- Alves, M.A., Pinho, F.T. & Oliveira, P.J. 2001 Study of steady pipe and channel flows of a single-mode Phan-Thien-Tanner fluid. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 101, 55-76.
- Barnes, H.A., Hutton, J.F., & Walters, K. 1989 An introduction to rheology, Amsterdam: Elsevier.
- Bird, R.B., Armstrong, R.C. & Hassager, O. 1987 Dynamics of polymeric liquids, vol. 1. New York: John Wiley & Sons.
- Bird, R.B., Stewart, W.E. & Lightfoot, E.N. 2002 Transport Phenomena, Second Edition. John Wiley & Sons.
- Calderas, F., Sánchez-Solis, A., Maciel, A. & Manero, O. 2009 The transient flow of the PETPEN-Montmorillonite Clay Nanocomposite, *Macromol Symp. MACROMEX* 283-284, 354-360.
- Caram, Y., Bautista, F., Puig, J. E. & Manero, O. 2006 On the rheological modeling of associative polymers. *Rheol. Acta* 46, 45-57.
- Currie, I.G, 1974 *Fundamental Mechanics of Fluids*, McGraw-Hill Press.
- Cruz, D.O.A, Pinho, F.T. & Oliveira, P.J. 2005 Analytical solutions for fully developed laminar flow of some viscoelastic liquids with a Newtonian solvent contribution. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 132, 28-35.
- Cuevas, S & Del Rio, J.A. 2001 Dynamical permeability of electrically conducting fluids under magnetic fields in a annular ducts. *Phys. Rev. E.* 64, 016313/1-7.
- Del Rio J.A 1993 Contribuciones teóricas al estudio de los fenómenos de transporte en medios porosos. *Ciencia* 44, 527-544.
- Del Rio J.A & Castrejón-Pita J.R. 1987 Modelo simple para la permeabilidad dinámica de fluidos viscoelásticos. *Revista Mexicana de Física.* 49 (1) 74-85.



- Del Rio J.A., De Haro, M.L. & Castrejón-Pita J.R. 1998 Enhancement in the dynamic response of a viscoelastic fluid flowing in a tube. *Phys. Rev. E.* 58 (5) 6323.
- Fischer, P. & Rehage, H. 1997 Nonlinear flow properties of viscoelastic surfactant solutions. *Rheol. Acta* 36, 13-27.
- Herrera-Valencia E.E. & Rey A.D. 2014 Actuation of flexoelectric membranes in viscoelastic fluids with applications to outer hair cells. *Phil. Trans. R. Soc. A.* 372, 20130369/1-28.
- Herrera, E.E., Calderas, F., Chavez, A.E., Manero, O. & Mena, B. 2009 Effect of random longitudinal vibrations pipe on the Poiseuille flow of a complex liquid. *Rheol. Acta* 48, 779-800.
- Herrera, E.E., Calderas, F., Chavez, A.E. & Manero, O. 2010 Study on the pulsating flow of worm-like micellar solution. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 165, 174-183.
- Hernández-Acosta, S., González-Alvarez, Manero, O., Mendez-Sanchez A.F., Perez-Gonzalez, J. & De Vargas, L. J. 1999 Capillary rheometry of micellar aqueous solutions, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 85, 229-247.
- Kozicki W, Tiu C. (1988) An unified model for non-Newtonian flow in packed beds and porous media. *Rheol Acta.* 27 (1), 31-38.
- Larson, R.G. 1999 The structure and rheology of complex fluids (Oxford University Press, Oxford), Sec. 1,2,3,4.
- Lopez de Haro, M., Del Rio J.A. & Whitaker, S. 1996 Flow of Maxwell fluids in Porous Media. *Transp. Porous Media* 25, 167-192.
- Manero O., Bautista, F. Soltero, J.F.A. & Puig, J. E. 2002 Dynamics of worm-like micelles: the Cox-Merz rule. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 106, 1-15.
- Middleman, S. Fundamentals of polymer Processing, McGraw-Hill.
- Moreno L. Calderas, F. Sánchez-Olivares, G, Medina-Torres, L., Sánchez-Solis, A & Manero, O. 2013 La sangre humana desde el punto de vista de la reología. *Materiales Avanzados.* 20, 33-37.
- Oliveira, P.J. & Pinho. F. T. 1999a Analytical solution for fully developed channel and pipe flow of Phan-Thien-Tanner fluids. *J. Fluid Mech.* 387, 271-280.



Oliveira, P.J. & Pinho. F. T. 1999b Plane contraction flows of upper convected Maxwell and Phan-Thien-Tanner fluids as predicted by a finite-volume method. *J. Fluid Mech.* 88, 63-88.

Ochoa-Tapia, J.A, 1995. El método del promedio volumétrico para el estudio de difusión en sistemas de varias componentes. *Rev. Mex. Fis.* 41 451-470.

Pinho, F.T. & Coelho, P.M. 2006 Fully-developed heat transfer in annuli for viscoelastic fluids with viscous dissipation. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 138, 7-21.

Pinho, F.T. & Oliveira, P.J. 2000 Axial annular flow of a nonlinear viscoelastic fluid an analytical solution. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 93, 325-337.

Pinho, F.T. & Whitelaw, J.H. 1990 Flow of non-Newtonian fluids in a pipe. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 34, 129-144.

Quintanilla, R & Rajagopal, K.R. 2006 On Burgers fluids. *Math.Meth. Appl. Sci.* 29 2133-2147.

Rey, A.D. 2007 Capillary models for liquid crystal fibers, membranes, films, and drops. *Soft Matter* 2, 1349-1368.

Rey, A.D. 2010 Liquid crystals models of biological materials and processes. *Soft Matter* 6, 3402-3429.

Rey, A.D. & Herrera-Valencia, E.E. 2012a *Rheological theory and simulations of surfactant nematic liquid crystals, in Self-Assembled Supramolecular Architectures: Lyotropic Liquid Crystals*. New Jersey, USA: John Wiley & Sons Inc. Hoboken. (eds N. Garti, P. Somasundaran and R. Mezzenga).

Soltero, J. F.A., Álvarez-Ramírez, J.G., Fernández, V.V.A., Tepale, N., Bautista, F., Macias, E.R., Pérez-López, J.H., Schulz, P.C., Manero, O., Solans, C. & Puig, J.E. 2007 Phase and rheological behaviour of the polymerizable surfactant CTAVB and water. *J. Colloid Interface Sci.* 312, 130-138.

Soltero, J.F.A., Bautista, F. & Puig, J.E. 1999 Rheology of Cetyltrimethylammonium p-Toluenesulfonate-Water System. 3. Nonlinear Viscoelasticity. *Langmuir* 15, 1604-1612.