



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO**

---

---

**FACULTAD DE CIENCIAS**

**TRANSICIONES DE FASE ENTRE  
FLUJO LIBRE Y FLUJO CONGESTIONADO:  
EL CASO DE CUERNAVACA**

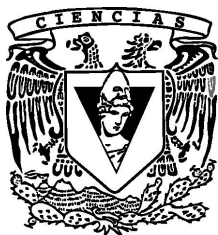
**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:**

**FÍSICO**

**P R E S E N T A:**

**LEONARDO MARIANO  
CASTRO GONZÁLEZ**



**DIRECTOR DE TESIS:  
Dr. JESÚS ANTONIO DEL RÍO PORTILLA  
2016**

Ciudad Universitaria, D. F.



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**Datos del alumno:**

Leonardo Mariano Castro González;

Número de cuenta: 410018242;

Carrera: Licenciatura en Física;

Institución: Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México.

**Sínodo:**

Dr. Jesús Antonio del Río Portilla, Tutor;

Dr. Victor Manuel Romero Rochín;

Dr. Miguel Robles Pérez;

Dr. Isaac Pérez Castillo;

Dr. David Philip Sanders.

## Abstract

The Federal Highway crossing the Mexican city of Cuernavaca presents a very high number of traffic jams. As a planned solution, the Federal Government is working on an addition of lanes in the actual highway. We developed a cellular automaton model based on [1] and [2] to study the highway dynamics in the pre-addition state. The model incorporate different elements we found on the main road, such as the topography, topology and ramps. We also use two different types of vehicles to simulate light and heavy transport. Doing a non-perturbed analysis we found a topographic element as an essential factor to traffic jam generation when heavy transport is present in the highway on the South-North sense. Comparing the perturbed analysis to observed data we can suggest a resemblance between the developed model and the highway dynamic. Finally we compare the average expended time and the number of jams on the simulations of the past and future states of the highway. A  $\chi^2$  test shows how the average time spent in crossing the highway changes in no more than 5% when the addition is taken into account for both senses. In the North-South sense, the number of jams also remains similar (difference <5% by  $\chi^2$  test). In the South-North sense we observe an increase of the number of jams. Thus, obtained results suggest that the addition of lanes will provide a light improvement to solve the traffic problem.

## Agradecimientos

Un especial agradecimiento a mi tutor, el Dr. Jesús Antonio del Río, por el tiempo, paciencia y apoyo a lo largo de este trabajo. A la Dra. María Elena Lárraga Ramírez, por compartirme de su tiempo para discutir este trabajo, así como por proveerme material indispensable. También para el Dr. David P. Sanders, quien aportó importantes críticas y un espacio en donde pudiera trabajar. A mi jurado, por la crítica y retroalimentación tan constructiva.

A mis padres y a mi familia cuyo apoyo nunca ha faltado. A la UNAM y mis amigos por la calidad académica y humana que me dan. A Emilia, por su apoyo y amor incondicional.

# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. El problema de tránsito en el libramiento de Cuernavaca . . . . .	2
1.2. Tránsito vehicular con agentes . . . . .	4
1.3. Transiciones de fase en tránsito vehicular . . . . .	7
1.4. Estructura del trabajo . . . . .	8
<b>I Antecedentes y conceptos teóricos</b>	<b>10</b>
<b>2. Tránsito vehicular y autómatas celulares</b>	<b>12</b>
2.1. Espacio y tiempo en carreteras . . . . .	12
2.2. La relación fundamental . . . . .	15
2.2.1. Flujo y velocidad . . . . .	15
2.2.2. Densidad y ocupancia . . . . .	16
2.3. Autómatas Celulares . . . . .	18
2.3.1. Fronteras cerradas y periódicas . . . . .	20
2.3.2. Fronteras abiertas . . . . .	20
2.4. Comentarios finales . . . . .	20
<b>3. Antecedentes de modelos basados en autómatas celulares</b>	<b>22</b>
3.1. El modelo probabilista de Nagel–Schreckenberg . . . . .	22
3.1.1. Reglas de transición . . . . .	23
3.2. Modelo con anticipación y medidas de seguridad . . . . .	24
3.2.1. Parámetro de anticipación . . . . .	24
3.2.2. Comentarios finales . . . . .	27
<b>II Construcción de nuestra simulación</b>	<b>28</b>
<b>4. Un modelo de anticipación adaptado al libramiento de Cuernavaca</b>	<b>30</b>
4.1. Reglas e incentivos para un cambio de carril . . . . .	30
4.1.1. Reglas simétricas, asimétricas y camiones . . . . .	31
4.1.2. Inversión de carriles . . . . .	34

4.2.	Simulando rampas de entrada y de salida . . . . .	34
4.2.1.	Rampa de salida . . . . .	36
4.2.2.	Rampas de entrada . . . . .	36
4.3.	Fronteras abiertas . . . . .	38
4.4.	Restricciones . . . . .	39
4.5.	El modelo completo . . . . .	39
<b>5.</b>	<b>Transiciones de fase</b>	<b>41</b>
5.1.	Criterios . . . . .	41
<b>III</b>	<b>Resultados y análisis</b>	<b>45</b>
<b>6.</b>	<b>Sistema no perturbado</b>	<b>47</b>
6.1.	El espacio paramétrico . . . . .	47
6.2.	Estados estacionarios . . . . .	48
6.3.	Diagramas de fase . . . . .	49
6.4.	Análisis de los resultados para S1 . . . . .	54
6.5.	Análisis de los resultados para S2 . . . . .	60
6.6.	Pensando en el siguiente paso . . . . .	63
6.7.	Comentarios finales . . . . .	67
<b>7.</b>	<b>Análisis de la carretera en su estado actual</b>	<b>68</b>
7.1.	Discusión sobre las rampas . . . . .	68
7.2.	¿Qué hacer con los estados estacionarios? . . . . .	69
7.3.	Análisis de los resultados . . . . .	70
7.3.1.	Estado actual de S1 . . . . .	76
7.3.2.	Estado actual de S2 . . . . .	78
7.4.	Comentarios finales . . . . .	81
<b>8.</b>	<b>Análisis de la carretera ampliada</b>	<b>83</b>
8.1.	S1 ampliado . . . . .	84
8.2.	S2 ampliado . . . . .	89
8.3.	Comentarios finales . . . . .	93
<b>9.</b>	<b>Conclusiones generales</b>	<b>95</b>
<b>A.</b>	<b>El libramiento de Cuernavaca</b>	<b>100</b>
A.1.	Detalles generales . . . . .	101
A.2.	Curvas y pendientes . . . . .	103
A.3.	Trabajos de ampliación . . . . .	104
<b>B.</b>	<b>Datos técnicos</b>	<b>107</b>
<b>C.</b>	<b>Programación del problema</b>	<b>110</b>
	<b>Bibliografía</b>	<b>111</b>

# Índice de figuras

1.1.	Mapa en el cual se muestra el libramiento de Cuernavaca, tramo a estudiar en este trabajo. Imagen obtenida de Google Maps. . . . .	2
1.2.	Topografía del sur de la Ciudad de México, la Ciudad de Cuernavaca, al igual que los volcanes Iztaccíhuatl y Popocatepetl. En rojo observamos la autopista México-Cuernavaca. En azul, el libramiento de Cuernavaca. Imagen obtenida de Google Earth. . . . .	3
1.3.	Esquema publicado por el Gobierno Federal en el cual se explican las obras a realizar sobre el tramo de Cuernavaca. . . . .	4
1.4.	Mapa en el cual se muestra la longitud de las obras a realizar. . . . .	5
1.5.	Representación de una carretera con un autómata celular. Esta representación será la utilizada a lo largo de este trabajo . . . . .	7
2.1.	Diagrama espacio-temporal representando la trayectoria de dos coches. . . . .	13
2.2.	Propagación de un frente de velocidad 0 en el tiempo. . . . .	14
2.3.	Diagrama Fundamental resultado del modelo de NaSch. Podemos observar la transición de fase. Los puntos son datos promediados cada 100 iteraciones. La línea es un promedio cada millón de iteraciones. La imagen fue obtenida de [1]. . . . .	18
4.1.	Esquema de una carretera de dos carriles para ilustrar un cambio de carril con sus respectivas medidas de seguridad. . . . .	32
4.2.	Resultados obtenidos de [2] en los que observamos una inversión de carril. Al aumentar la densidad del carril derecho, más coches se cambian hacia el carril izquierdo (c), provocando que el porcentaje de vehículos en el carril derecho descienda a un nivel incluso menor que el del carril izquierdo (b). . . . .	35
4.3.	Esquema de una rampa de salida. . . . .	36
4.4.	Esquema de una rampa de entrada. . . . .	37
4.5.	Esquema del sistema total con fronteras incluidas. El sentido de tránsito es de izquierda a derecha, por lo que a la izquierda tendríamos el mini sistema en el cual los vehículos son introducidos y a la derecha la frontera de salida, sin ninguna característica en especial. . . . .	38



6.1.	Velocidades promedio con respecto al tiempo para distintas secciones de S1. Únicamente se muestran 9 de ellas para simplificar la figura. Las otras 9 curvas se encuentran en el mismo lugar que las secciones 3 a 9. Podemos ver las dos regiones que se forman en la carretera. La rectas azules dibujadas se refieren a las fronteras entre flujo libre y flujo líquido y aquella entre flujo líquido y viscoso.	49
6.2.	Velocidades promedio con respecto al tiempo para distintas secciones de S2. Notamos el mismo comportamiento estacionario que en S1, al igual que la formación de 2 zonas. Las dos rectas horizontales dibujadas se refieren a las fronteras entre los distintos estados de flujo, tal como en la Figura 6.1.	50
6.3.	Diagramas de fases para la sección 4 en cada carril. Los triángulos rojos corresponden a un estado gaseoso, los cuadrados azul oscuro corresponden a un estado líquido mientras que los cuadrados azul claro a un estado viscoso.	51
6.4.	Usos de carril y evolución de las velocidades promedio para S1 no perturbado.	52
6.5.	Diagramas de fases para la sección 2 en cada carril para S1. Observamos como para cada combinación hay un estado congestionado.	55
6.6.	Diagramas de fases para la sección 2 en cada carril para S1. Observamos como para cada combinación hay estado congestionado.	56
6.7.	Evolución de las velocidades en el diagrama de fases para distintas secciones del carril izquierdo en S1.	57
6.8.	Evolución a lo largo de la carretera del uso del carril izquierdo y variación relativa de la velocidad promedio para S1.	58
6.9.	Variación relativa de la velocidad promedio del carril derecho a lo largo de la carretera para S1.	59
6.10.	Diagramas de fase para la sección 4 en el carril 2 de S2.	61
6.11.	Diagramas de fases para la sección 15 y 18 en el carril 2 de S2.	61
6.12.	Evolución a lo largo de la carretera del uso del carril izquierdo y variación relativa de la velocidad promedio para S2.	62
7.1.	Esquema de una carretera con dos rampas de entrada. Dividimos la carretera para poder obtener una sección no perturbada (2) para la cual el flujo de entrada sea el mismo que el flujo de salida.	70
7.2.	Diagrama en el cual observamos la evolución temporal de la velocidad cuando introducimos rampas en el sistema. Al colocar los sensores tal como en la Figura 7.1 obtenemos también estados estacionarios.	71
7.3.	Velocidades en los diagramas de fase para distintas secciones en el carril izquierdo de S1 en su estado actual.	72
7.4.	Evolución del uso de carril promedio para distintos flujos de entrada en el carril izquierdo de S1.	73
7.5.	Velocidades promedio y sus variaciones relativas para ambos carriles en el sentido 1.	74
7.6.	Diagramas de fase para S1 en su estado actual.	76

7.7.	Histograma y evolución cumulativa de los estancamientos con respecto al número de vehículos insertados en el sistema para el estado actual de S1. . . . .	77
7.8.	Velocidades de S2 para distintas secciones. . . . .	78
7.9.	Uso del carril izquierdo y variación relativa de la velocidad promedio para S2 en su estado actual. . . . .	80
7.10.	Histograma y evolución cumulativa de los estancamientos con respecto al número total de vehículos insertados en el sistema por hora para el estado actual de S2. . . . .	81
8.1.	Diagrama de fase y velocidades para la sección 3 de S1 en el carril derecho. . . . .	84
8.2.	Variación porcentual entre las velocidades promedio para cada sección del estado actual al estado proyectado para S1. . . . .	85
8.3.	Variación relativa de la velocidad promedio para ambos carriles en S1 con ampliación. . . . .	86
8.4.	Tiempos de recorrido del libramiento en S1 para su estado actual al proyectado. . . . .	87
8.5.	Histogramas mostrando el número de estancamientos con respecto al número total de vehículos insertados en el sistema por hora para S1 en ambos estados. . . . .	88
8.6.	Funciones cumulativas de S1 en su estado actual con respecto al ampliado. Se tomó como referencia el estado actual. . . . .	89
8.7.	Velocidades de S2 con la ampliación para distintas secciones. . . . .	89
8.8.	Histograma mostrando las distribuciones para S2 en ambos estados. . . . .	90
8.9.	Funciones cumulativas de las distribuciones de estancamientos para S2 en ambos estados. . . . .	91
8.10.	Tiempos de recorrido promedio para S2 para su estado actual y su estado ampliado para distintos valores de $p_e$ . . . . .	92
A.1.	Mapa del tramo total analizado. Imagen obtenida de Google Maps. . . . .	101
A.2.	Mapas en los cuales observamos los puntos de inicio y fin del tramo analizado. Las imágenes fueron obtenidas de Google Maps. Los 19 min fueron tomados como un tiempo estimado para cruzar el libramiento. . . . .	102
A.3.	Mapa de las dos curvas que se consideraron peligrosas. Imagen obtenida de Google Maps. . . . .	103
A.4.	Esquema en el cual se muestran las obras a realizar en el libramiento. Tanto esta como la siguiente figura son obtenidas del portal de la SCT. . . . .	105
A.5.	Mapa en el cual se muestra la longitud de las obras a realizar. . . . .	106

# Índice de tablas

4.1. Recopilación de parámetros utilizados a lo largo de las simulaciones.	39
6.1. Resultados obtenidos para el análisis de $p_{\text{camion}}$ en el sentido 1 (México-Acapulco).	66
6.2. Resultados obtenidos para el análisis de $p_{\text{camion}}$ en el sentido 2 (Acapulco-México).	66
B.1. Posiciones de los sensores y las rampas en el sentido 1 (S1) México-Acapulco, al igual que referencias para poder ubicar cada sensor.	108
B.2. Posiciones de los sensores y las rampas en el sentido 2 (S2) Acapulco-México, al igual que referencias para poder ubicar cada sensor.	109

# Capítulo 1

## Introducción

De los más importantes problemas en las grandes ciudades son los congestionamientos y estancamientos viales. Este problema es grave en tantos grados como el ambiental, social y el económico.

No se puede ser ajeno al problema. Toda aquella persona que haya estado en una gran ciudad ha interactuado con él. Los gobiernos se han comprometido a implementar políticas e invertir en infraestructura para revertir estos efectos, con muy variados resultados alrededor del mundo. En este trabajo investigaremos si un proyecto que se lleva a cabo en la ciudad de Cuernavaca -ubicada en el centro de México- servirá o no para aliviar los congestionamientos vehiculares. Específicamente hablando, buscaremos saber si la ampliación que lleva a cabo el gobierno federal sobre el libramiento de Cuernavaca podrá mitigar los grandes estancamientos que se pueden encontrar actualmente [3].

El análisis se realizará usando un modelo de tránsito vehicular basado en autómatas celulares estocásticos (ACE). El modelo nos permitirá implementar dinámicas microscópicas como aceleración y frenado individual de cada vehículo, al igual que distintos tipos de vehículos (ligeros y pesados) y medidas de seguridad para evitar colisiones. Con ellas describiremos todo el segmento del libramiento de Cuernavaca. Este último se conforma del tramo carretero de la Autopista del Sol que atraviesa la Zona Metropolitana de Cuernavaca (ZMC). Un mapa del libramiento se encuentra en la Figura 1.1.

También se estudiará la topología y topografía de la carretera para poder adaptarla numéricamente y obtener sus características particulares, tales como curvas y pendientes, y cómo es que estas afectan a los vehículos.

El poder simular estas dinámicas microscópicas nos permitirá analizar las variables macroscópicas como el flujo y la velocidad promedio. El objetivo general de este trabajo es de esta manera estudiar las transiciones de fase entre flujo libre y flujo congestionado en el libramiento de Cuernavaca. El estudio de estas transiciones nos permitirá concluir si la ampliación que realiza el gobierno tendrá efectos positivos sobre el tránsito que circula por ahí diariamente.

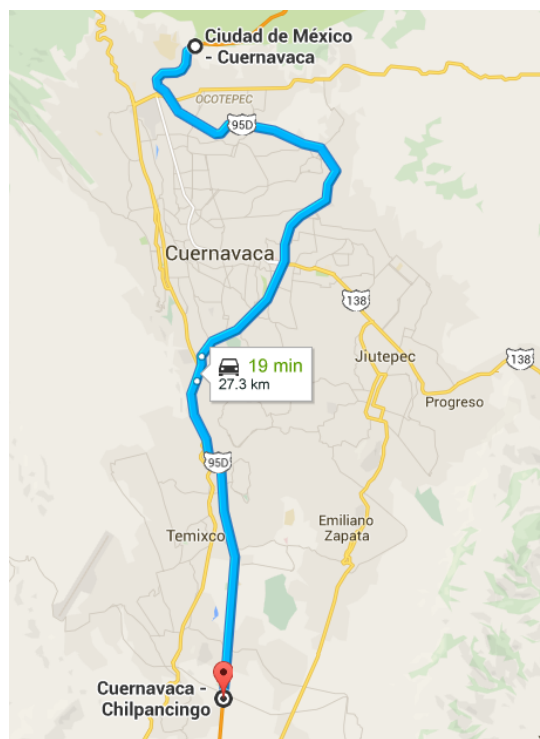


Figura 1.1: Mapa en el cual se muestra el libramiento de Cuernavaca, tramo a estudiar en este trabajo. Imagen obtenida de Google Maps.

## 1.1. El problema de tránsito en el libramiento de Cuernavaca

El libramiento de Cuernavaca consiste en 27 km de autopista que atraviesa la zona metropolitana con más de 15 rampas de entrada y salida a lo largo de su extensión.

En él encontraremos distintos tipos de viajes. En primer lugar aquel que tiene como destino u origen la Ciudad de México (CDMX) tanto en días laborales como en periodos vacacionales. En estos últimos, los atascamientos son tales que incluso un viaje desde Cuernavaca hacia la CDMX puede tardar más de tres horas [2]. También encontraremos el tránsito diario de la ZMC y que provoca ya los estragos de una gran ciudad. Esto debido a que el libramiento es usado como un distribuidor vial por los habitantes de Cuernavaca y sus alrededores.

Sin embargo, si esto no fuera ya suficiente, la Autopista del Sol es parte del puente carretero que une el puerto de Acapulco (océano pacífico) con el puerto de Veracruz (océano atlántico) pasando por la Ciudad de México (principal centro financiero y mercantil del país), por lo que encontraremos también una gran cantidad de camiones pesados que circulan sin parar a lo largo del libramiento.

Todo esto aunado a problemas topográficos originados por la posición geográfica de la ciudad de Cuernavaca.

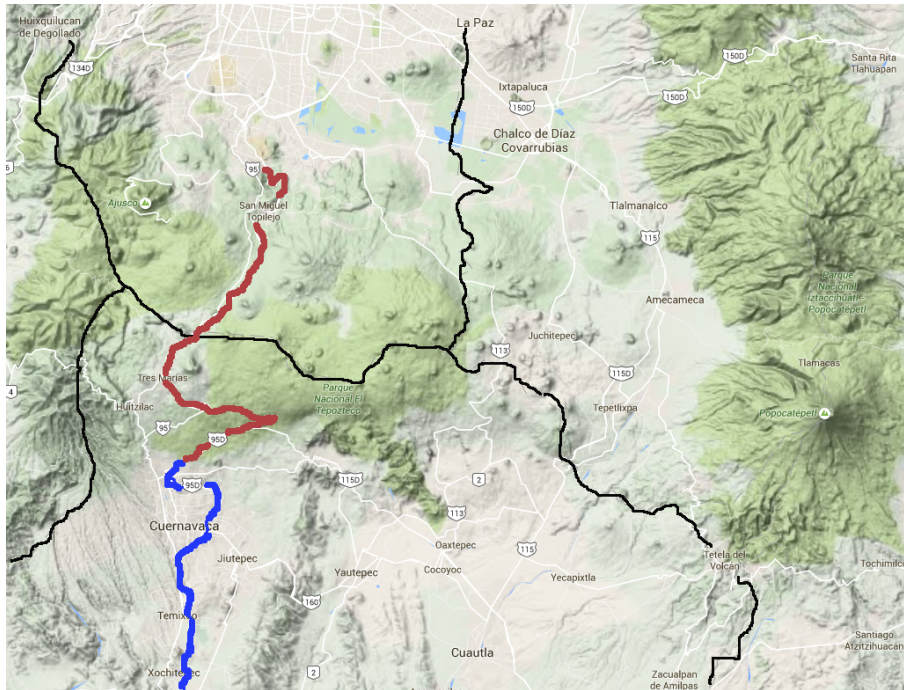


Figura 1.2: Topografía del sur de la Ciudad de México, la Ciudad de Cuernavaca, al igual que los volcanes Iztaccíhuatl y Popocatépetl. En rojo observamos la autopista México-Cuernavaca. En azul, el libramiento de Cuernavaca. Imagen obtenida de Google Earth.

La Ciudad de México y Cuernavaca se encuentran en el Eje Neovolcánico. Este se conforma por una serie de volcanes que atraviesan el país de costa a costa a la altura del paralelo  $19^{\circ}\text{N}$ . Es en este eje donde se encuentran los volcanes Popocatépetl e Iztaccíhuatl y es este eje quien le da forma a la cuenca en la cual se encuentra la Ciudad de México.

Para llegar de la Ciudad de México a la ciudad de Cuernavaca, un automovilista tendrá que atravesar un pequeño valle que se encuentra entre el Parque Nacional del Ajusco y aquel del Tepozteco, para luego descender y salir de la cuenca en la cual se encuentra la Ciudad de México. Poniéndolo un poco en perspectiva, desde un punto al sur de la ZMC hasta la caseta a la entrada de la CDMX, el tramo carretero empieza a una altura aproximada de 1200 metros sobre el nivel del mar (msnm) para subir a una altura máxima de 3000 msnm y descender de nuevo a aproximadamente 2400 msnm, todo en un recorrido de

aproximadamente 80 km<sup>1</sup>.

La carretera tiene, como puede observarse en la Figura 1.2, una topografía complicada para el automovilista. Sin embargo, esta es la única autopista la cual lleva al sur de la Ciudad de México.

El gobierno federal está actualmente trabajando para solucionar los problemas de congestión que se encuentran en cada zona urbana [3, 4]. Mientras que en la Ciudad de México se está ampliando el segundo piso del periférico para tener una rama que llegue hasta la caseta en Tlalpan (sur de la CDMX), en Cuernavaca se construyó el distribuidor vial Palmira y se está trabajando para ampliar el libramiento de Cuernavaca, construyendo un paso express (sin rampas de entrada o salida) para aquellos que no tengan como destino final el municipio de Cuernavaca y seis carriles dedicados únicamente al tránsito local. Más detalles de esto pueden ser vistos en las Figuras 1.3 y 1.4.



Figura 1.3: Esquema publicado por el Gobierno Federal en el cual se explican las obras a realizar sobre el tramo de Cuernavaca.

## 1.2. Tránsito vehicular con agentes

Desde principios del siglo pasado se han desarrollado un gran número de modelos para simular el tránsito vehicular en carreteras y zonas urbanas [5]. Desde entonces mucho se ha hecho para poder aproximar los resultados encontrados con los datos experimentales. Sin embargo, se han conseguido estipular ciertos principios básicos que todo modelo ha de seguir.

<sup>1</sup>Datos obtenidos de Google Earth manualmente.

## PASO EXPRESS



Figura 1.4: Mapa en el cual se muestra la longitud de las obras a realizar.

Estos se refieren a los pensamientos más intuitivos que guían a cualquier automovilista en general. Todo inicia al colocar un único vehículo en una carretera. Este empezará a acelerar, y no dejará de hacerlo a menos que tenga un motivo para hacerlo. Estos motivos pueden ser las condiciones mismas del coche, las condiciones del camino en el cual está circulando, o la presencia de otros vehículos. Tomemos estos dos últimos motivos de desaceleración. ¿Por qué el conductor habrá de frenar? La solución es muy sencilla. El conductor promedio no quiere tener un accidente, que dependiendo de la gravedad puede llegar a ser mortal. De aquí ya podemos pensar en dos principios básicos que implementaremos en nuestro modelo. *Un conductor querrá siempre ir a la máxima velocidad posible, y un conductor evitará colisionar con otro vehículo.*

En la literatura [5, 6] podemos distinguir dos tipos de modelos de tránsito vehicular: microscópicos y macroscópicos. En estos últimos no hay interés por



estudiar la dinámica individual de un vehículo, por lo que se enfocan en variables como la densidad o el flujo promedio del sistema, sin poner énfasis en la dinámica individual de los vehículos y otros detalles.

Por otro lado, la introducción de los autómatas celulares, desde Ulam y von Neumann hasta el amplio estudio teórico y computacional de Wolfram [7] en los años 80's, permitió usar este ente matemático para simular con más éxito ([1], [8]) las dinámicas encontradas dentro del tránsito vehicular con la implementación de una serie de reglas aplicadas a todos y cada uno de los vehículos dentro del sistema, modificándose a cada tipo de vehículo o región del sistema. Este tipo de modelos son llamados microscópicos y será aquel que usemos en este trabajo.

Un autómata celular (AC) está conformado, en una primera aproximación, por un conjunto de celdas y una serie de reglas. Cada una de las celdas tiene sus propiedades únicas, tales como su posición, energía, etc. Lo interesante de cada autómata celular es el conjunto de reglas aplicadas de forma homogénea a cada celda a cada paso de tiempo. El resultado es una dinámica colectiva que, dependiendo de las reglas, puede volverse muy compleja.

En la década de los 90's Nagel y Schreckenberg (NaSch) introdujeron un autómata celular el cual modelaba una carretera [1]. Las reglas del autómata tienen un elemento estocástico (probabilista) con el fin de simular un comportamiento más realista. De esta manera, La carretera pasa a ser el conjunto de celdas del AC. Estas celdas pueden identificarse como una espacio vacío en la carretera o un automóvil con una posición  $x(t)$  y una velocidad  $v(t)$  para cada paso de tiempo  $t$ . Las reglas determinan la carretera en el tiempo  $t + 1$ , siendo aplicadas a cada uno de los coches modificando sus parámetros. La Figura 1.5 muestra una representación de una carretera con un autómata celular.

Este tipo de modelo es llamado como "particle hopping" por el hecho de vivir en un espacio discreto dado por el autómata celular, lo cual daría la impresión que los coches "saltan" de una celda a otra.

Nuestro estudio toma el modelo introducido por Lárraga en [2] y [9] el cual se basa en el modelo de NaSch. El modelo de Lárraga introduce ciertos elementos para simular un frenado más realista, al igual que ciertos criterios de seguridad y una dinámica para las rampas de entrada y salida. Con el fin de poder modelar acertadamente el caso específico del libramiento de Cuernavaca, los criterios de seguridad fueron modificados.

En [2] y [10], Lárraga y del Río se dedicaron a estudiar el tramo de la Autopista del Sol que comprende desde la caseta en Tlalpan hasta donde inicia el libramiento de Cuernavaca al norte de esta última. Durante este tramo hay distintos factores que complican potencialmente el tránsito vehicular, como la rampa de entrada/salida hacia Tepoztlán y la tan peligrosa curva conocida como "la pera". También, llegando a la CDMX encontramos zonas urbanas y zonas con curvas que obligan al automovilista a disminuir su velocidad.

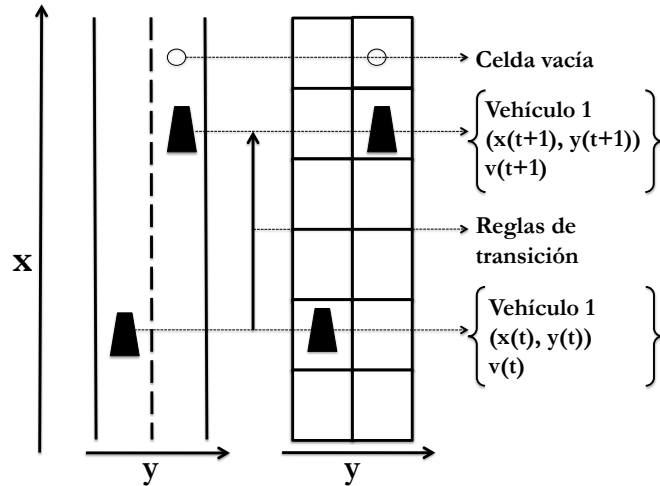


Figura 1.5: Representación de una carretera con un autómata celular. Esta representación será la utilizada a lo largo de este trabajo

Se mostró en aquel momento que los problemas de congestionamiento en el tramo estudiado son debidos a la caseta de Tlalpan que no permite tener un flujo constante.

En el caso del libramiento de Cuernavaca tenemos otros elementos importantes como la diferencia de altura entre sus extremos y que provoca, en el sentido Sur-Norte, que los camiones pesados tengan que disminuir su velocidad considerablemente debido a la pendiente generada. También encontramos distintas curvas peligrosas donde la velocidad de los vehículos es reducida y una cantidad importante de rampas de salida y entrada que perturban el sistema.

Para poder estudiar las transiciones de fase en una carretera, en primera lugar hay que entender a qué se refieren estas “fases”.

### 1.3. Transiciones de fase en tránsito vehicular

Al tomar el volante y manejar por vías de distintas características podemos encontrarnos en muchos tipos de dinámicas vehiculares. La más sencilla de imaginarse es aquella en la cual la densidad de vehículos es lo suficientemente baja que un vehículo puede acelerar hasta una velocidad máxima. Lo opuesto sería tener una densidad tan grande de vehículos que estos estén completamente frenados para ocasionalmente avanzar una decena de metros. A este tipo de

regimen se le llama estancado con ondas *stop-and-go* [6].

De esta manera, una transición de fase entre dos tipos de flujo se entiende como la modificación de la dinámica de los vehículos para ir de un estado a otro. Como ejemplo, imaginemos un circuito de carreras en el cual un número constante de vehículos circulan sin competir (como en los parques de diversión). El evento se está llevando a cabo bajo circunstancias normales cuando de repente empieza a diluviar. Como medida de seguridad, un auto de seguridad (safety car) entra al circuito para guiar a los coches dentro del circuito a una velocidad segura.

Antes de la lluvia, cada uno de los vehículos podía estar a una distancia alejada de los demás e ir al mismo tiempo a la máxima velocidad posible. En otras palabras, el sistema estaba en un estado de flujo libre. Después de que el auto de seguridad entrara al sistema, no solo cada uno de los vehículos disminuyó su velocidad a aquella del carro de seguridad, sino que también la distancia entre cada uno de los vehículos se redujo drásticamente. El sistema ha pasado de un estado de flujo libre a uno de flujo congestionado. La transición es lo que pasa desde que empieza a llover hasta que se forma el conglomerado de coches detrás del auto de seguridad.

## 1.4. Estructura del trabajo

Este trabajo está constituido de siete capítulos divididos en tres partes más una introducción y un capítulo dedicado a las conclusiones finales. En la Parte I (capítulos 2 y 3) estudiaremos los antecedentes necesarios para nuestro estudio. Estos se refieren a los conceptos básicos de dinámica de tránsito vehicular y una descripción más profunda del modelo de NaSch. También se estudiará el modelo de Lárraga presentado en [2] y [9].

En la Parte II presentaremos las modificaciones particulares que se realizaron al modelo, estudiando las fronteras del sistema, los cambios de carril, y la topografía de la carretera. También realizaremos un análisis más detallado de todas las variables ya vistas en la Parte I para poder definir los tipos de estado que podemos encontrar dentro de una carretera. Al conocer estos estados podremos así saber *cómo* y *dónde* se dan las transiciones de fase que buscamos.

Finalmente, en la Parte III (capítulos 6, 7 y 8) presentaremos los resultados obtenidos. Estos fueron divididos en tres capítulos puesto que se estudiaron 3 distintas simulaciones. En la primera estudiamos el sistema no perturbado, i.e. cuando el flujo de entrada a la carretera es igual al de salida. Los dos capítulos siguientes tratan sobre el estudio de la carretera en su estado previo a las obras y en su estado proyectado (carretera ampliada). Ya con esta información se presentaran las conclusiones finales en el capítulo 9.

Como objetivos, buscaremos saber cómo es que la estructura misma de la carretera afecta el tránsito vehicular. Este análisis se realizará eliminando las rampas de entrada y salida. Una vez hecho esto, se comparará el modelo con ciertos datos empíricos para saber si en realidad observamos la dinámica dentro

de la carretera en su estado previo a las obras. Finalmente compararemos el tránsito vehicular para los dos estados de la carretera antes y después de la obra.

Poniéndolo de otra manera, este trabajo se realizó para responder las siguientes preguntas: ¿Cómo es que afecta la topografía de la carretera al tránsito vehicular en el libramiento de Cuernavaca? ¿Qué efecto tiene el flujo de camiones sobre la dinámica del sistema? ¿Podrá la ampliación de la carretera resolver los problemas de congestión?

Es importante mencionar que la resolución del problema de congestión tiene distintas caras. Como ya mencionamos anteriormente, en esta carretera podemos diferenciar tres diferentes aflujos de vehículos que confluyen. Estos son: el tránsito local de la zona metropolitana, el tránsito pesado de camiones y el tránsito de vehículos ligeros que no tienen como destino Cuernavaca y su ZM. En este trabajo nos dedicaremos únicamente a buscar la optimización de este último tipo de flujo. Esto debido a que los planos para los carriles dedicados al tránsito local no han sido publicados.

La hipótesis con la que trabajaremos es que la topografía del lugar en el cual se encuentra la carretera tiene un efecto importante sobre el tránsito pesado, por lo que la ampliación a realizar no tendrá efectos significativos sobre la dinámica de la carretera mientras siga habiendo la presencia de camiones.

## Parte I

# Antecedentes y conceptos teóricos

En esta primera parte del trabajo nos dedicaremos a estudiar y presentar aquellos conceptos que necesitamos para construir y analizar la simulación planteada en la introducción.

En el capítulo 2 veremos las herramientas básicas que usaremos a lo largo de nuestro trabajo. Con estas herramientas nos referimos al análisis espacio-temporal del tránsito vehicular, al igual que un análisis de la densidad y flujo para este tipo de sistemas. También incluiremos una breve descripción a las propiedades generales de los autómatas celulares, base del modelo utilizado en este trabajo.

En el capítulo 3 nos dedicaremos a revisar los antecedentes de los modelos de tránsito basados en autómatas celulares, tales como el modelo de Nagel-Schreckenberg [1] y una ampliación de este con un parámetro de anticipación [9]. Estos modelos son estocásticos, por lo que incluyen ciertas variables y reglas que vuelven a la dinámica total del sistema no determinista.

Al tener estas herramientas podremos construir un modelo propio que se adapte al libramiento de Cuernavaca (Parte II) y finalmente presentar los resultados en la Parte III.

## Capítulo 2

# Tránsito vehicular y autómatas celulares

En este capítulo presentaremos los requisitos para hacer un análisis del tránsito vehicular. En primer lugar veremos el espacio y el tiempo, para luego pasar a variables macroscópicas como la densidad y el flujo. Al tener estas variables podremos construir una relación entre ellas.

Finalmente, presentaremos los autómatas celulares con algunas de sus propiedades. Todo lo mencionado nos servirá para entender los modelos de tránsito vehicular basados en AC y para construir el modelo utilizado en este trabajo.

### 2.1. Espacio y tiempo en carreteras

Empecemos por lo más básico: la posición y el tiempo. En este trabajo el tiempo será discreto, cambiando según una  $\Delta t$ . La posición del vehículo en una carretera estará dada por  $x(t)$ , siendo esta también discreta y cambiando con una  $\Delta x$ .

A partir de aquí ya podemos realizar un análisis significativo de tránsito vehicular. Si graficamos la trayectoria que sigue un coche con respecto al tiempo, tendremos un diagrama *espacio-temporal*. En la Figura 2.1 se muestra un ejemplo donde podemos observar la trayectoria que siguen dos coches desde distintas posiciones iniciales en una carretera compuesta por un carril. Tanto el primer vehículo (recta superior) como el segundo (recta inferior) siguen trayectorias paralelas durante los primeros 10 segundos. Esto nos habla de que durante este primer periodo de tiempo la velocidad de cada vehículo se mantuvo constante e iguales entre ellas.

Sin embargo, en el tiempo  $t = 10$ s el primer vehículo frena completamente. Segundos después, el segundo coche, al no querer impactar con aquel frente frente a él, decide frenar lo necesario para evitar el accidente. A esto se refiere la deflexión en la trayectoria del segundo coche. Una vez que el primer coche ha recuperado de nuevo su velocidad, los dos coches siguen su trayectoria con

velocidades iguales a las del primer periodo mencionado ( $t < 10s$ ), solo que esta vez con una menor distancia entre ellos a causa del acercamiento que tuvieron por el frenado.

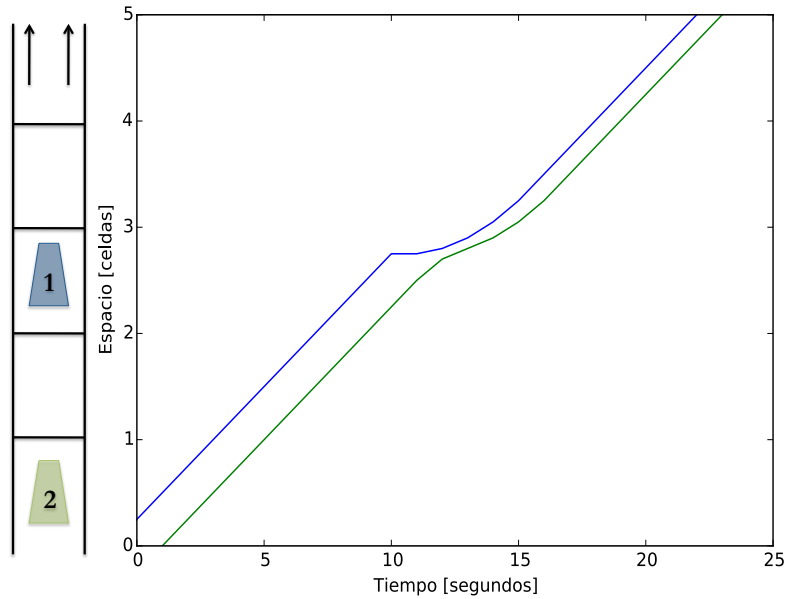


Figura 2.1: Diagrama espacio-temporal representando la trayectoria de dos coches.

¿Cómo interactúan los dos vehículos a lo largo de la trayectoria? Durante el primer periodo de tiempo ( $t < 10s$ ) parecería que no hay interacción entre los dos vehículos. Sin embargo, el súbito frenado por parte del primer vehículo muestra lo contrario. La velocidad del coche de atrás depende de aquella del vehículo de adelante. En el ejemplo de 2.1 el vehículo 2 no tuvo la necesidad de variar su velocidad hasta que el vehículo 1 frenó, con el fin de evitar el impacto. Una vez que el incidente pasó y el primer coche regresó a una velocidad constante, las trayectorias siguieron su rumbo tal cual se observa en la Figura 2.1.

Por otro lado, el primer vehículo no interactuó con el segundo coche. A él solo le interesa el camino que tiene frente a él. De esta manera, al frenar totalmente no hubo consideración del vehículo detrás de él.

De aquí obtenemos una primera característica importante sobre nuestro modelo de tránsito vehicular: un vehículo interactúa únicamente con el coche que tiene frente a él. Esto es cierto con las consideraciones en las que no hay interés de rebasar, ni otro carril a donde cambiarse. Esto será formalizado más adelante.



La Figura 2.1 nos muestra un ejemplo cuando encontramos únicamente dos vehículos en una carretera. ¿Qué ocurriría ahora si detrás del vehículo que frena súbitamente se encuentran también una gran cantidad de automóviles? En la Figura 2.2 se muestra el diagrama espacio-temporal de este ejemplo. La imagen fue obtenida de una simulación propia del modelo de NaSch el cual será comentado en el capítulo siguiente. Vale la pena tomarse un momento para analizar lo observado.

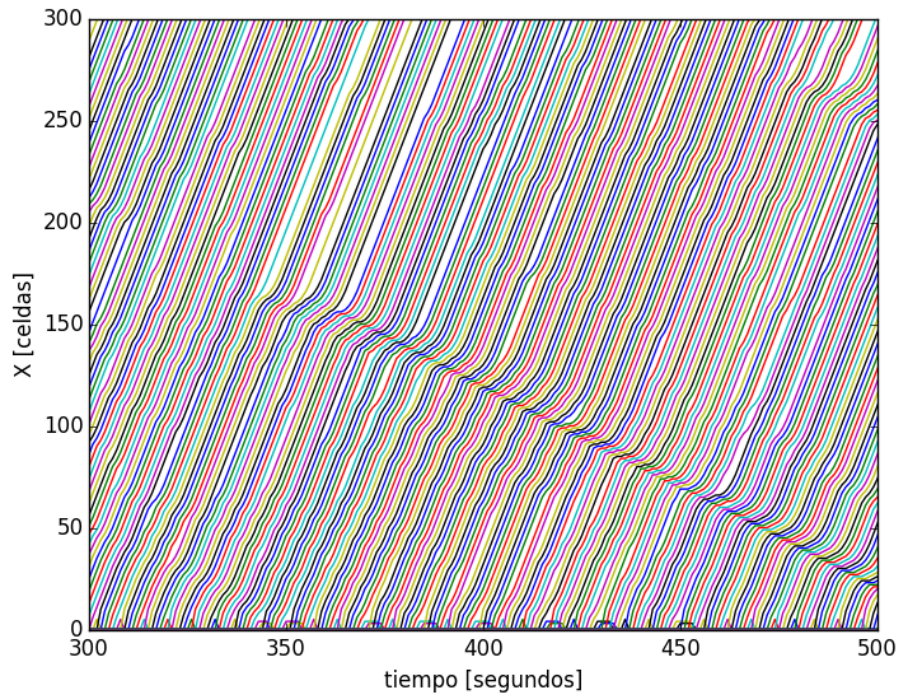


Figura 2.2: Propagación de un frente de velocidad 0 en el tiempo.

Si un vehículo frenase completamente por lo tanto todos aquellos vehículos que se encuentran detrás de él tendrían que hacer lo mismo. Esto generaría una onda que propagaría hacia atrás y que provocaría un frenado en los coches. A esta onda se le conoce como frente de velocidad 0 que viaja “río arriba” o *upstream*.

En la Figura 2.2 podemos observar el origen de un frente de velocidad 0 ahí donde las trayectorias empiezan a doblarse en el tiempo (su derivada, i.e. su velocidad disminuye). A partir de ahí el frente va recorriéndose hacia atrás, provocando un frenado en los vehículos en una posición anterior en la carretera.

Algo curioso de este es que unos segundos después de haber frenado totalmente, el vehículo “origen” sigue su trayectoria (al igual que todos, de hecho), esto aun cuando el frente sigue propagándose. Los vehículos a unos cientos de

metros se verán forzados a frenar deteniendo el tráfico y provocando un mini-embotellamiento, y nunca se enterarán de qué provocó esto.

## 2.2. La relación fundamental

A parte de la posición, el tiempo y la velocidad, en análisis de tránsito vehicular se han de introducir otras variables tales como la densidad y el flujo. En esta sección nos dedicaremos a estudiar estas con el fin de encontrar una relación que las una.

La manera de medir en sistemas de tráfico y obtener información puede complicarse computacionalmente. En sistemas de longitud muy grande, medir la velocidad promedio de una carretera de 100km no nos dará mucha información. Al dividir la carretera en 100 pequeños tramos de 1km y medir en cada uno de ellos la velocidad promedio podremos obtener mayor información y detalle a la hora de analizar la carretera.

Esta división será lo que haremos en nuestros sistemas. Sin embargo, el medir en estas secciones ocasiona otra pregunta. Por un lado, medir en secciones temporales facilita la medición de flujos. Por el otro, medir en secciones es conveniente a la hora de medir densidades, aunque computacionalmente puede ser más costoso. Cada tipo de medición tiene sus ventajas, aunque solo una debe de ser elegida.

En nuestro desarrollo nos decantamos por medir en secciones temporales, en especial por las ventajas computacionales que conlleva además de la cercanía con la manera de medir en las carreteras actuales. De esta manera, al final de cada uno de los carriles de las divisiones de nuestra carretera se encontrará un “detector” o “sensor” con el cual mediremos todas aquellas informaciones que nos interesen. Veamos ahora en detalle las variables que obtendremos en cada uno de los sensores.

### 2.2.1. Flujo y velocidad

Un vehículo está caracterizado por su posición  $x(t)$  y su velocidad  $v(t)$  en cada paso de tiempo  $t$ . Cada vehículo empieza en la simulación con una posición y una velocidad inicial. La dinámica del sistema será esencialmente el desarrollo de estas dos variables a lo largo de la simulación para cada uno de los vehículos. En el tipo de modelo con el que se trabajará, la velocidad está discretizada, teniendo como mínimo  $v = 0$  y un límite  $v_{\max}$ , por lo que esta no será calculada indirectamente a partir de la relación  $\Delta x/\Delta t$ , sino que será calculada directamente a cada paso del tiempo según las interacciones con otros vehículos.

La dinámica de la velocidad de cada uno de los vehículos es primordial. Como se verá más adelante, las reglas de transición del sistema entre un tiempo  $t$  y otro  $t + \Delta t$  afectan inicialmente la velocidad de cada automóvil. Una vez

que la velocidad  $v(t + \Delta t)$  haya sido calculada, entonces lo siguiente será mover a cada uno de los vehículos acorde a su nueva velocidad.

De esta manera, en cada sensor de nuestra carretera virtual y para cada periodo de tiempo  $T$  tenemos que la velocidad promedio está dada por

$$\langle v \rangle_T = \frac{1}{N_T} \sum_{i=1}^{N_T} v_i, \quad (2.1)$$

donde  $N_T$  es el número de vehículos con velocidad  $v_i$  que pasaron por dicho sensor en el periodo de tiempo  $T$ . Las unidades locales de la velocidad son *celdas/paso de tiempo*, donde las *celdas* denotan la unidad discreta del espacio.

El flujo en teoría de tránsito vehicular se define como el número de vehículos que pasan por una cierta región transversal en el espacio en un cierto periodo  $T$ . Para una carretera multi-carril podemos medir el flujo de vehículos en uno, dos o más carriles en un cierto periodo de tiempo  $T$ . De esta manera definimos el flujo como

$$j = \frac{N_T}{T N_C}, \quad (2.2)$$

donde  $N_C$  es el número de carriles en los que se hizo la medición. De esta manera las unidades típicas del flujo son *vehículos por paso de tiempo y carril*. En este trabajo mediremos el flujo por carril, por lo que las unidades del flujo serán en nuestro caso *vehículos por paso de tiempo*.

El valor del flujo puede llegar a ser un poco engañoso. Por ejemplo, si solo tuviéramos como información el flujo con un pequeño valor (en un cierto sensor y a un cierto tiempo dado  $t$ ), esto podría significar que en la carretera hay una pequeña cantidad de autos que irán tendencialmente a gran velocidad y que pasen por los sensores esporádicamente. Aunque por otro lado estos pequeños valores de flujo podrían significar también que hay un congestionamiento tan grande que los automóviles tardan mucho tiempo en atravesar el sensor, resultando igualmente en un flujo esporádico.

### 2.2.2. Densidad y ocupancia

La densidad se define habitualmente como el número de vehículos en un cierto espacio. Las unidades serían *vehículos por celda*. Sin embargo, esta definición es válida cuando se mide la densidad en una zona espacial, ¿qué pasa con la densidad cuando se mide en una zona temporal?

Habría entonces que hacer una redefinición de la densidad. En [6], Maerivoet la redefina como “*el tiempo total que pasan todos los vehículos en la zona de medición entre el área de esta*”. En otras palabras,

$$\rho = \frac{N_T \sum_i^{N_T} \Delta t_i}{T \Delta x} = \frac{N_T}{T} \sum_i^{N_T} \frac{\Delta t_i}{\Delta x},$$

donde  $\Delta t_i$  es el tiempo que le tomo al vehículo  $i$  recorrer  $\Delta x$ , el espacio en la carretera que mide el sensor. Por otro lado,  $\Delta t_i/\Delta x$  no es más que el inverso de la velocidad de los coches que pasan por la zona de medición, por lo cual obtenemos que

$$\rho = \frac{N_T}{T} \sum_i \frac{1}{v_i}. \quad (2.3)$$

En la vida real los sensores existentes solo realizan mediciones temporales (dándole sustento a nuestra forma de medir), por lo que el parámetro calculado por estos no es exactamente la densidad tal cual la acabamos de ver, sino un parámetro llamado *ocupancia* que corresponde a la fracción de tiempo durante la cual un coche pasa frente al sensor con respecto al tiempo de medición  $T$ . En otras palabras, el porcentaje de tiempo que un coche estuvo frente al sensor. Esto puede definirse también como

$$\tilde{\rho} = \frac{1}{T} \sum_i \tau_i, \quad (2.4)$$

donde  $\tau_i$  es el tiempo que el vehículo  $i$  está frente al sensor, dado por

$$\tau_i = \frac{l_i}{v_i},$$

con  $l_i$  la longitud del coche. En nuestro modelo,  $l_i = 1$ , por lo que finalmente tenemos que

$$\tilde{\rho} = \frac{1}{N_T} \rho. \quad (2.5)$$

Regresemos a la pregunta final de la sección pasada. ¿Es cierta la relación  $j = \rho v$ ? para esto calcularemos el cociente entre el flujo y la densidad.

De esta manera presentamos la relación fundamental del tránsito vehicular

$$j = \rho v. \quad (2.6)$$

El adjetivo “fundamental” se debe en parte a que esta relación permite describir y analizar la dinámica del sistema al introducir el diagrama fundamental, en el cual se muestra la relación entre flujo y densidad.

En la Figura 2.3 observamos un diagrama fundamental obtenido del mismo modelo con el que mostramos el diagrama espacio-temporal de la Figura 2.2. En este diagrama fundamental encontramos los grandes rasgos que estarán en prácticamente todos los modelos de su tipo. En primer lugar observamos dos regímenes, uno con pendiente positiva, y otro con pendiente negativa.

Aquella con pendiente positiva es la zona llamada de “flujo libre”, donde los vehículos pueden transitar a una gran velocidad sin la presencia de estancamientos. Sin embargo, esta zona tiene un máximo a partir del cual la pendiente

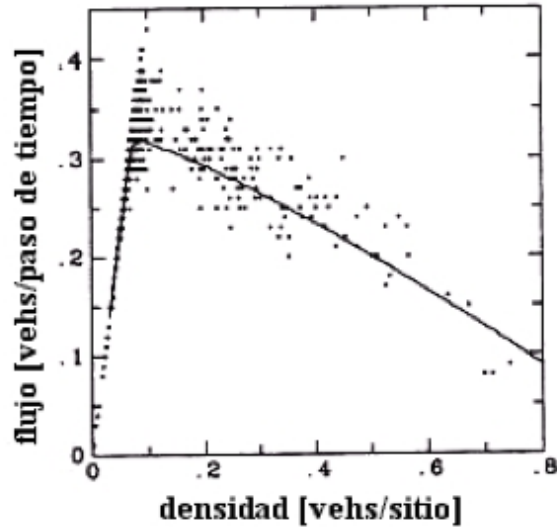


Figura 2.3: Diagrama Fundamental resultado del modelo de NaSch. Podemos observar la transición de fase. Los puntos son datos promediados cada 100 iteraciones. La línea es un promedio cada millón de iteraciones. La imagen fue obtenida de [1].

se vuelve negativa. En esta segunda zona empezamos a encontrar congestionamientos de todo tipo de intensidades. Esta es llamada “zona de estancamiento”.

¿Qué significado tiene el punto máximo en el cual se realiza el cambio de pendiente?

En todo el diagrama fundamental observamos la evolución del flujo con respecto a la densidad. De esta manera, en la zona de flujo libre, la densidad puede aumentar lo suficiente, permitiendo a aquellos vehículos dentro de la carretera circular a una gran velocidad sin mayor problema.

Sin embargo, al llegar al punto de flujo máximo, el aumentar la densidad satura la carretera, teniendo como consecuencia que el flujo libre desaparezca y se produzcan congestionamientos. Siguiendo esto, al introducir más vehículos en la carretera (i.e. al aumentar la densidad) los congestionamientos serán de mayor intensidad.

### 2.3. Autómatas Celulares

En la introducción definimos los autómatas celulares (AC) como un conjunto de celdas discretas con distintas propiedades, tales como su posición o su velocidad, y una serie de reglas conocidas como *reglas de transición*, con la notación  $\phi$ .

El conjunto de reglas de transición  $\phi$  son aplicadas<sup>1</sup> a cada una de las celdas de nuestro arreglo a cada paso de tiempo  $t$ , y son estas las que calculan los estados en  $t + \Delta t$ . Sin embargo, tal como ya hemos dicho anteriormente, el estado de una celda  $i$  al tiempo  $t + \Delta t$  no depende únicamente de ella misma al tiempo  $t$ , sino de todo un grupo de celdas y de la interacción que hay entre estas. De esta manera decimos que si para un conjunto de celdas  $\alpha$  de un AC,  $\{\alpha_i(t) : i \in \mathbb{Z}\}$ , entonces para un cierto estado de  $\alpha$ ,

$$\alpha_i(t + 1) = \phi(\alpha_{i-r}(t), \dots, \alpha_i(t), \dots, \alpha_{i+r}(t)), \quad r \in \mathbb{N}.$$

En el caso específico de nuestro modelo de tránsito vehicular tenemos que para un vehículo  $i$ , la vecindad con la cual interactuará será aquella conformada de él mismo y el vehículo más cercano frente a él. En otras palabras, si  $d_i$  es la distancia entre el vehículo  $i$  y el vehículo más cercano a él en la dirección de movimiento, entonces

$$\alpha_i(t + 1) = \phi(\alpha_i(t), \alpha_{i+d_i}(t)).$$

A este tipo de modelo se le conoce como “car following” [9] debido a que la dinámica individual de un carro depende de él mismo y de aquel adelante de él.

Un asunto relevante al tratar con autómatas celulares es el tipo de fronteras que el sistema tendrá. En general distinguimos dos tipos de fronteras: abiertas y cerradas.

Dentro de las fronteras cerradas podemos tener reflejantes (gas en una caja), absorbentes o adherentes, en las que una partícula se adhiere a las fronteras cuando hay una colisión, y aquellas periódicas. Para el análisis de tránsito de vehículos no buscamos que estos cambien de dirección de movimiento, ni que se queden en alguna frontera al colisionar con esta, por lo que una frontera periódica se vuelve interesante, al poder representarse por un circuito de carreras.

Las fronteras abiertas son en algún sentido más sencillas, puesto que los vehículos que pasan por ellas simplemente salen del sistema, sin dejar ningún rastro de ellos (aparentemente) dentro de él. Este tipo de arreglos con fronteras abiertas son representados como el tomar cualquier tramo de una carretera y analizarlo. La dinámica será aquella que se desarrolle dentro del sistema.

Sin embargo, las primeras apariencias pueden ser engañosas, y mientras que algunos fenómenos son explicados más sencillamente en circuitos cerrados, en tramos con fronteras abiertas estos mismos fenómenos pueden tornarse más complejos.

---

<sup>1</sup>*cómo* son aplicadas las reglas de transición (serial o paralelamente) se verá más detalladamente en el capítulo siguiente.

### 2.3.1. Fronteras cerradas y periódicas

Al tener fronteras cerradas, el sistema no se ve afectado por el exterior. Como consecuencia, podemos decir que el número de coches será constante y por lo tanto la densidad promedio también<sup>2</sup>. Sin embargo, este no es el único resultado importante que podemos obtener de esto. El hecho de tener fronteras cerradas y periódicas permite decir que el flujo que pasa por una de las fronteras será el mismo que pase por la otra. En otras palabras, el número total de coches que empiecen en el circuito será el mismo número de coches que terminen. Un amplio estudio de este tipo de fronteras con nuestro modelo se encuentra en [9].

A este tipo de sistema les llamaremos "no perturbados". Esto se refiere únicamente al hecho de que la dinámica de la carretera no será perjudicada por una variación del número de coches. Esta condición nos permite llegar a estados estacionarios. Esto será demostrado en el capítulo 6 numéricamente, aunque no es difícil pensar en ello si hacemos una cierta analogía con un sistema adiabático. El hecho de que el número de vehículos dentro del sistema sea constante puede pensarse como un no-intercambio de materia y energía con el exterior, por lo que un estado estacionario es alcanzable.

### 2.3.2. Fronteras abiertas

El hablar de un sistema no perturbado con fronteras abiertas es un poco más complicado. Si suponemos que no hay rampas de entrada o salida, entonces el único lugar por el que los coches pueden entrar es por la frontera izquierda (suponiendo que la dirección de tránsito es de izquierda a derecha), mientras que estos mismos coches sólo pueden salir por la frontera derecha. Sin embargo, si contamos con una cierta restricción en la frontera derecha, o colocamos una rampa de entrada a lo largo de la carretera, la no-perturbación de la que hablamos en la sección 2.3.1 se pierde. Con restricciones nos referimos a alguna condición en cualquier frontera que no permita salir o entrar a los coches libremente. Un ejemplo en la vida real sería una caseta, tal cual se muestra en [1]. En el caso en que no haya restricciones en ninguna frontera el sistema podrá llegar a un estado estacionario.

## 2.4. Comentarios finales

El hecho de que la dinámica de nuestra carretera esté caracterizada a tal nivel de detalle, dándole a cada vehículo y celda vacía de la carretera propiedades y un conjunto de reglas de transición (aceleración, desaceleración, cambio de carril, etc.) nos permite decir que el tipo de modelo con el que se ha trabajado es **microscópico**. La definición de este tipo de modelos es básicamente el nivel

---

<sup>2</sup>En YouTube se pueden encontrar videos sobre propagación de puntos de baja velocidad en sistemas periódicos. Un ejemplo de ellos está al buscar "Shockwave traffic jams recreated for the first time" de "New Scientist" en Youtube.

de detalle tan grande el cual podemos insertar a cada uno de los agentes del sistema. También, es importante notar que este tipo de modelo es distinto a los modelos **macroscópicos** que describen la dinámica del sistema sin gran detalle y ven a este como un todo o un conjunto. Es decir que en un sistema macroscópico las reglas de transición no serían aplicadas a cada vehículo, sino que las variables macroscópicas (flujo, densidad, etc.) serían medidas como un *todo* y no como el producto de una dinámica colectiva (tal cual se piensa en la física del continuo). Se han desarrollado de la misma manera sistemas **mesoscópicos** los cuales combinan algunas propiedades macroscópicas con un nivel de detalle microscópico.



## Capítulo 3

# Antecedentes de modelos basados en autómatas celulares

En este capítulo introduciremos el modelo de Nagel–Schreckenberg (NaSch) que usaremos como base. Explicaremos las reglas de evolución que siguen los autómatas, para luego agregar algunos parámetros de seguridad (parámetro de anticipación).

### 3.1. El modelo probabilista de Nagel–Schreckenberg

El modelo de NaSch es en esencia un autómata celular con reglas de transición estocásticas bien definidas que modelan una carretera de 1 carril, tal como ya se ha mencionado en la sección 1.2. En este se considera un arreglo *unidimensional* conformado de  $L$  celdas. Cada una de ellas tiene una longitud típica  $\Delta x = 7.5\text{m}$  [2], [1], [9]. Esta distancia corresponde a la longitud ocupada por un coche, más un cierto espacio de seguridad entre este y los coches anteriores y delanteros.

Cada coche puede ser caracterizado por su posición  $x(t)$  y su velocidad  $v(t)$ . La posición de un coche a un tiempo  $t$  equivale al número de celda en la cual se encuentra, tal que  $x(t)$  está entre 0 y  $L$ .

La velocidad es también discreta y toma los valores  $v = 0, \dots, v_{\max}$ , donde  $v_{\max}$  es la velocidad máxima que un coche puede alcanzar en un tramo específico de la carretera. El modelo de NaSch define  $v_{\max} = 5$ , a partir de lo cual se argumenta que el paso de tiempo en las simulaciones numéricas corresponde a 1 segundo [1]. Nos basaremos en los mismos argumentos para poder decir que la aseveración es cierta.

Tomando en cuenta que  $\Delta x = 7.5\text{m}$  y que  $\Delta t = 1\text{s}$  obtenemos entonces que  $v = 1\text{celda}/\text{paso de tiempo} = 7.5\text{m s}^{-1} = 27\text{km h}^{-1}$ . De esta manera,  $v_{\max} = 5 = 135\text{km h}^{-1}$ .

Como nota, puesto que  $\Delta t = 1\text{s}$ , a lo largo del texto (y en otros textos) no será extraño encontrar expresiones tales como  $v < d$  en lugar de  $v < d/\Delta t$  para una distancia  $d$ .

### 3.1.1. Reglas de transición

En esta subsección presentaremos las reglas básicas del modelo de NaSch. Sin embargo, antes de poder pasar a ellas vale la pena tener una pequeña discusión para poder intuir las.

Un vehículo en circulación busca, en la medida de lo posible, acelerar ir a la mayor velocidad permitida. Sin embargo, distintos obstáculos en el camino hacen que el vehículo frene. Estos obstáculos pueden ser otros automóviles, condiciones del camino o incluso elementos aleatorios, tales como un perro cruzando la calle.

De esta manera podemos pensar ya en tres distintas reglas: Una que permita a los vehículos acelerar; una que permita frenar; y otra que se ocupe de los imprevistos, tales como baches o perros cruzando el camino. Estas tres reglas se ocupan de la *velocidad* del vehículo, por lo que también habrá que agregar una regla que mueva al vehículo, resultando en un total de cuatro reglas básicas para nuestro modelo.

Antes de presentar las reglas tendremos que definir también la distancia entre dos coches. Esta distancia será muy útil no solo para el caso unidimensional, sino también a la hora de extender el modelo a distintos carriles en los cuales un coche pueda cambiar de uno a otro.

Si  $x_i$  es la posición de un cierto coche y  $x_p$  es la posición del vehículo de adelante a un cierto tiempo  $t$ , entonces la distancia que los separa (i.e. el número de celdas vacías entre uno y el otro) es  $d_i := x_p - x_i - 1$ .

Veamos ahora las reglas de transición de estado para cada paso de tiempo. Estas son aplicadas en el tiempo  $t$  antes de pasar al tiempo  $t + 1$ . Estas reglas son escritas según [2] y [9] por considerar una descripción adecuada y simple.

#### R1: Aceleración

Si  $v_i < v_{\max}$ , entonces la velocidad del vehículo  $i$  se incrementa en uno.

$$v_i \rightarrow \min(v_i + 1, v_{\max}).$$

#### R2: Desaceleración

Si  $d_i < v_i$  entonces la velocidad del vehículo  $i$  se reduce a  $d_i$ .

$$v_i \rightarrow \min(v_i, d_i).$$

#### R3: Ruido o frenado aleatorio

Si el vehículo está en movimiento ( $v_i > 0$ ), la velocidad de este se reduce una unidad con probabilidad  $R$ .

$$v_i \rightarrow \max(v_i - 1, 0) \text{ con probabilidad } R.$$

#### R4: Movimiento del vehículo

El vehículo se mueve hacia adelante con la velocidad resultante de los pasos 1–3.

$$x_i \rightarrow x_i + v_i.$$

Aquí es importante hacer notar que las tres primeras reglas son en realidad el *núcleo* de nuestro modelo. R4 es únicamente aplicar los cambios a nuestra carretera.

R1 o la aceleración asegura la premisa la cual dice que todos los vehículos quieren ir a la velocidad máxima permitida. R2 o la desaceleración asegura la otra premisa por la cual los conductores evitan impactarse.

R3 o el frenado aleatorio/ruido es de suma importancia en el modelo debido a que es ella quien nos da la cualidad *estocástica* de nuestro modelo y lo vuelve *no determinista*. En esta regla se consideran todos aquellos eventos imprevistos que pueden ocurrir al conducir, provocando un frenado por parte del conductor y potencialmente congestiones espontáneas.

El modelo de NaSch tiene un gran número de ventajas. Dentro de ellas destaca el hecho de que es minimal, en el sentido en que las cuatro reglas que lo conforman bastan para generar la compleja dinámica del tránsito vehicular en carretera. Sin embargo, para poder adaptar los resultados que arrojan las simulaciones basadas en este modelo a nuestro caso en particular tendremos que agregar algunos parámetros o reglas extras.

## 3.2. Modelo con anticipación y medidas de seguridad

### 3.2.1. Parámetro de anticipación

Las reglas y su orden esconden comportamientos que no son percibidos a primera vista. Dentro de todos estos, pondremos especial atención a aquel derivado del siguiente ejemplo.

Supongamos una carretera discreta en la cual tenemos dos coches en las celdas  $i = 3$  e  $i = 4$  con velocidades  $v_3 = 5$  y  $v_4 = 5$  respectivamente al tiempo  $t$ . Suponemos que la regla de aceleración ya fue aplicada y que el frenado aleatorio no aplicará para estos dos coches, de tal modo que únicamente falta desacelerar.

Según la regla de desaceleración del modelo de NaSch,  $v_3 = 5 \rightarrow 0$  y  $v_4 = 5 \rightarrow 5$  (suponemos que estos son los únicos dos coches en la carretera), por lo que al aplicar R4 el vehículo de atrás **no** se movería, a diferencia del vehículo de adelante que llegaría hasta la celda  $i = 9$ , dejando ahora un espacio de 5 celdas vacías entre los dos coches. Aún más, el vehículo de atrás se convierte ahora en un obstáculo y provoca que todos los coches que pudieran venir atrás de él frenen disminuyendo así la velocidad promedio del sistema y por lo tanto disminuyendo el flujo. En la realidad esta situación pudo haberse desarrollado de otra manera. El conductor de atrás podría no frenar completamente, sino

frenar lo suficiente para que a la hora de moverse hubiera una distancia “segura” entre ellos, como por ejemplo 1 o 2 celdas.

D este ejemplo podemos llegar a que los conductores pueden tener distintos tipos de comportamientos al volante. Uno de ellos podría ser como el mostrado en el ejemplo anterior. Otro comportamiento podría ser más agresivo, resultando en que el vehículo de atrás se quede pegado al otro vehículo toda la simulación. Nosotros buscamos un comportamiento no tan radical, en el cual un conductor pueda tomar una decisión segura sin caer en volverse un obstáculo.

Esta pequeña reflexión nos permite introducir el parámetro de anticipación  $\alpha$  que se estudia en [9] para dar un estimado de qué tanto puede un vehículo avanzar sin ponerse en peligro de impactar con aquel de adelante. Con él cual podremos definir distintos estilos de conducción y modificar el modelo de NaSch en dos puntos. La primera modificación es conmutar las reglas R2 y R3. La segunda se refiere a modificar la regla de desaceleración introduciendo la distancia de seguridad  $d_i^s = d_i + \lfloor (1 - \alpha)v_p + \frac{1}{2} \rfloor$ , donde  $\lfloor x \rfloor$  indica el menor número entero más cercano a  $x$ . De esta manera, la desaceleración no se hará con respecto a la distancia  $d_i$  sino con respecto a la distancia de seguridad  $d_i^s$ .

Las reglas de transición quedan de la siguiente manera:

**R1: Aceleración**

Si  $v_i < v_{\max}$ , entonces la velocidad del vehículo  $i$  se incrementa en uno.

$$v_i \rightarrow \min(v_i + 1, v_{\max}).$$

**R2: Ruido o frenado aleatorio**

Si el vehículo está en movimiento ( $v_i > 0$ ), la velocidad de este se reduce una unidad con probabilidad  $R$ .

$$v_i \rightarrow \max(v_i - 1, 0) \text{ con probabilidad } R.$$

**R3: Desaceleración**

Si  $d_i^s < v_i$  entonces la velocidad del vehículo  $i$  se reduce a  $d_i^s$  con  $0 \leq \alpha \leq 1$ .

$$v_i \rightarrow \min(v_i, d_i^s).$$

**R4: Movimiento del vehículo**

El vehículo se mueve hacia adelante con la velocidad resultante de los pasos 1-3.

$$x_i \rightarrow x_i + v_i.$$

La conmutación de las reglas R2 y R3 con respecto al modelo de NaSch surge como una medida de seguridad carretera. El hecho de que en la desaceleración ya se considere el frenado aleatorio impide que dos vehículos se impacten debido a una desaceleración imprevista por parte del conductor de enfrente. Este aspecto

es importante puesto que refleja una no conmutabilidad de estas dos reglas. Un sistema que permita impactos carreteros aleatorios lleva a una dinámica con más posibilidades de estancamientos debido a la obstaculización en el flujo por parte de los vehículos accidentados. Sin embargo, al no permitir estos eventos, el flujo no tendrá ningún obstáculo de esta naturaleza.

Las modificaciones en la desaceleración ayudan a modelar las distintas políticas de manejo de los conductores en carretera. El factor  $(1 - \alpha)v_p$  nos dará una estimación de la velocidad del coche precedente. el sumar  $\frac{1}{2}$  es únicamente una extensión de nuestra función  $\lfloor x \rfloor$ . Para explicar los efectos que obtendremos de nuestra regla de desaceleración tomemos los dos casos extremos.

Si  $\alpha = 1$  entonces  $d_i^s = d_i$ , obteniendo así el exceso de precaución encontrado en el modelo de NaSch.

Veamos ahora el caso opuesto. Si  $\alpha = 0$  y seguimos el mismo ejemplo, entonces al tiempo  $t$  el vehículo en la celda  $i = 3$  no desacelerará ya que  $\min(0 + \lfloor 5 + \frac{1}{2} \rfloor, 5) = \min(5, 5) = 5$ . De esta manera, al tiempo  $t + 1$  los dos vehículos se trasladarán a las celdas  $i = 8$  e  $i = 9$ . Este comportamiento se considera muy agresivo, puesto que no hay ninguna celda que los separe.

La idea de introducir el parámetro de anticipación es poder modelar comportamientos que estén entre estos dos ejemplos extremos, y que un conductor pueda conservar una distancia considerable del coche que tiene adelante por cuestiones de seguridad.

A la hora de comparar los resultados de este modelo de anticipación en [2], se encontró que los mejores ajustes con los datos empíricos son para  $\alpha = 0.75$  y  $R = 0.2$ . Este último valor ya está presente también en [9]. Estos dos valores son aquellos que se tomarán para todas las simulaciones realizadas en este trabajo, por lo que es importante tenerlos en mente a partir de este momento.

A la hora de manejar en carretera, los conductores tienen una estimación de este tipo. El caso  $\alpha = 1$  podría ser visto como un comportamiento excesivamente precavido, mientras que el caso  $\alpha = 0$  sería uno totalmente agresivo. Sin embargo, para todos aquellos valores de  $\alpha$  entre 0 y 1 –donde encontramos comportamientos más medidos–, el cálculo de la velocidad  $v_i$  depende de un estimado del valor de  $v_p$ . Computacionalmente es posible conocer esta velocidad, por lo que  $d_i^s$  puede ser sencillamente calculada. Sin embargo, un conductor no conoce el valor de  $v_p$  a la hora de manejar, por lo que podría parecer que nuestro modelo se aleja un poco de la realidad. Nosotros sostenemos que este alejamiento es aparente, y que en la realidad un conductor realiza estimaciones semejantes, no con las velocidades de ambos coches, sino con la diferencia entre estas. En otras palabras, ya a la hora de tener las manos en el volante, lo que al conductor le interesa no es conocer exactamente las velocidades de su coche y aquel de enfrente, sino estimar la *diferencia de velocidades* entre ambos. El poder realizar este cálculo permite al conductor determinar si es posible acelerar

o es necesario frenar manteniendo un sentido de seguridad. La diferencia de velocidades puede ser percibida a partir del movimiento de los dos coches. Es decir que si yo conductor me mantengo a una velocidad constante, y el coche frente a mi empieza a acercarse, entonces intuitivamente podré saber que la diferencia de velocidades es negativa. Mientras que si el coche de adelante empieza a alejarse, la diferencia de velocidades será entonces positiva. La posibilidad además de observar el tacómetro nos permite entonces dar un estimado de  $v_p$ .

Evidentemente que todos estas estimaciones suceden mentalmente en cuestión de instantes, incluso tan rápido que pasan como un reflejo. Este razonamiento también puede ser aplicado análogamente a la distancia  $d_i$  y  $d_i^s$  y es mencionado aquí para cuestionar aquellos modelos de tránsito en los que se discute la validez de los modelos “car following”.

Un análisis más profundo del parámetro de anticipación  $\alpha$  es descrito en [2], donde Lárraga se dedica a estudiar algunos de los distintos fenómenos y desarrollos que se obtienen al variar el parámetro. El hecho de que se redondee la distancia de seguridad permite que intervalos de  $\alpha$  den el mismo resultado, haciendo un poco más fácil el análisis.

Una de las conclusiones a destacar es la relación tan estrecha entre  $\alpha$  y la velocidad promedio (y sus fluctuaciones) del arreglo a la hora de optimizar el flujo. Mientras que para velocidades altas una distancia de seguridad grande puede ser óptima (aunque no la mejor), para velocidades pequeñas una distancia de seguridad igual de grande entorpece completamente el flujo, haciendo que este descienda y se formen estancamientos.

Este análisis es hecho en un arreglo con fronteras periódicas, aunque esto puede ser también llevado a arreglos de fronteras abiertas y comparado con datos empíricos [2, 16]. En especial el hecho de que exista una zona en el intervalo de valores de  $\alpha$  en el que se crean regímenes de flujo mixto, donde encontramos un flujo libre a una velocidad que no es la máxima y en el cual se alcanza el flujo máximo.

### 3.2.2. Comentarios finales

En un sistema de tránsito vehicular con una velocidad promedio alta ( $>3$ ), el parámetro de anticipación  $\alpha$  no tiene el efecto tan significativo como con sistemas de velocidades promedio bajas. Sin embargo, en el caso del primer ejemplo una distancia de seguridad baja optimiza y aumenta el flujo vehicular, llegando incluso a más de 8000 vehículos por hora [2].

En principio este tipo de sistemas podrían parecer teóricos, pero las implementaciones, mejorías y resultados que están obteniendo en este momento los coches automatizados (especialmente aquellos en las carreteras de California) son alentadores para poder pensar en sistemas de este tipo, en los cuales los vehículos puedan ir uno tras otro a una gran velocidad, optimizando así las carreteras sin tener que sacrificar *a priori* la seguridad de los conductores.

## Parte II

# Construcción de nuestra simulación

En esta segunda parte nos dedicaremos a construir la simulación con la cual se logra obtener y analizar la dinámica seguida por el tránsito vehicular en el libramiento de Cuernavaca.

En el capítulo 4 utilizaremos los dos modelos observados en el capítulo 3 para poder construir un modelo propio que se ajuste al libramiento de Cuernavaca, agregando rampas de salida y entrada, al igual que fronteras abiertas y restricciones dadas por los elementos topográficos de la carretera.

En el capítulo 5 estudiaremos las transiciones de fase en este tipo de sistemas y caracterizaremos aquellas que nos interesan.

Una vez todos estos criterios y estipulaciones estén resueltas, podremos pasar a presentar los resultados obtenidos y responder finalmente a todas aquellas preguntas planteadas en la introducción.



## Capítulo 4

# Un modelo de anticipación adaptado al libramiento de Cuernavaca

En este capítulo nos dedicaremos a modificar el modelo de NaSch con anticipación para adaptarlo al caso del libramiento de Cuernavaca. La ampliación de carriles y la implementación de rampas está basado en [2]. Las reglas para los cambios de carril, la entrada o salida por rampas y fronteras, al igual que ciertas restricciones dentro de la carretera han sido modificadas con el fin de ajustar el modelo a nuestro ejemplo carretero.

### 4.1. Reglas e incentivos para un cambio de carril

El hecho de ampliar los carriles no se basa solo en la implementación de rebasar coches, sino esencialmente en la capacidad de un coche de *cambiar* de carril por razones de seguridad u optimización. Esta habilidad enriquece al sistema.

A partir de [2] podemos decir que el poder aumentar el número de carriles e implementar la habilidad de cambiar de carril se basa en dos sencillos principios.

- El vehículo que cambie de carril habrá de tener una *razón* para hacerlo (el vehículo de enfrente va muy lento, cambiarse a un carril preferente, regresar a un carril preferente o ir preparando una salida).
- El cambio de carril no debe poner en riesgo la seguridad de los conductores de ambos carriles.

A partir de estos principios podemos comenzar a definir algunas estrategias para implementar los cambios de carril.

Los vehículos no pueden trasladarse en diagonal en el arreglo de la carretera, sino que habrán de descomponer este movimiento en uno lateral y otro

frontal. ¿Cómo se genera este movimiento? Las reglas de cambio de carril serán aplicadas antes de las 4 reglas de transición. En un primer tiempo los vehículos se moverán lateralmente si y solo si las reglas de seguridad, tales como que el lugar de a lado esté disponible, lo permitan. Una vez hecho el cambio de carril entonces se aplicarán todas las reglas R1–R4 a los carriles *independientemente*. Esto quiere decir que los carriles guardan una cierta independencia para asegurar que la dinámica ya construida no se pierda. El movimiento frontal vendrá dado entonces por R4.

Es importante mencionar que los ajustes entre este tipo de modelo multi-carril con los datos empíricos no han sido muy alentadores –especialmente al insertar otros tipos de vehículos [8]–, aunque al implementar el parámetro de anticipación estos ajustes mejoran significativamente [2] y han mostrado una buena descripción de la llamada inversión de carril [10] (sección 4.1.2).

#### 4.1.1. Reglas simétricas, asimétricas y camiones

Los cambios de carril varían de país a país. Mientras que en algunos encontramos cambios **simétricos**, donde las mismas reglas son aplicadas tanto de izquierda a derecha como de derecha a izquierda, en otros encontramos reglas **asimétricas** donde encontramos diferencias entre ambos cambios de carril.

El hecho de que en México esté prohibido rebasar por la izquierda hace que las reglas de cambio de carril sean asimétricas. Sin embargo, esta no es la única razón. Las carreteras no se conforman únicamente de un solo tipo de vehículo sino que encontramos también algunos vehículos lentos tales como camiones de pasajeros, camiones de carga y vehículos en malas condiciones. Estos han de mantenerse en el carril derecho, haciendo que este sea considerado de “baja velocidad”.

Al analizar este elemento se decidió la implementación de un segundo tipo de vehículo el cual agrupara la mayoría de los ejemplos de datos anteriormente. Este segundo tipo de vehículo ocupará también una única celda y tendrá como velocidad máxima  $v_{max} = 3$ . Los tipos de coche quedan así:

- Vehículo de tipo 1 – Camiones:  
 $v_{max} = 3$ .
- Vehículo de tipo 2 – Coches o vehículos ligeros:  
 $v_{max} = 5$ .

Como podemos suponer, cada uno de los dos vehículos seguirán distintas reglas al cambiar de carril. Veamos ahora un esquema en la cual nos basaremos para idear las reglas de cambio de carril

Tomemos al vehículo con velocidad  $v_i$  en la Figura 4.1 en el carril derecho como sujeto para realizar un cambio de carril. Este vehículo ha de tener un *incentivo* para hacer dicho cambio. En otras palabras, los vehículos no pueden cambiar de carril solo porque sí.

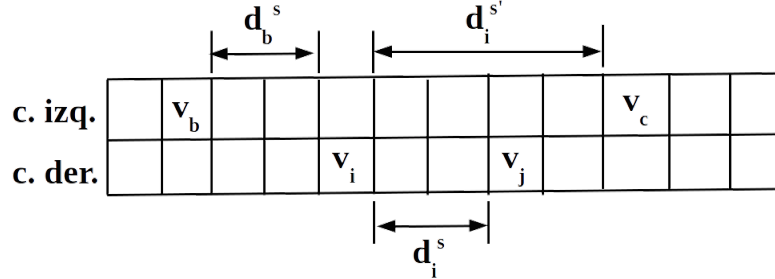


Figura 4.1: Esquema de una carretera de dos carriles para ilustrar un cambio de carril con sus respectivas medidas de seguridad.

Este incentivo puede ser, por ejemplo, que el coche de adelante no va lo suficientemente rápido, i.e. si  $v_i < d_i^s$ . Una vez que un conductor tenga este incentivo, ahora deberá tomar algunas medidas de seguridad para realizar el cambio de carril de manera segura.

Distinguiamos dos medidas de seguridad en el carril al cual se quiere cambiar a tomar en cuenta.

### Seguridad 1

El coche de atrás no debe de ir muy rápido, evitando así una colisión con este.

$$d_b^s > v_b.$$

### Seguridad 2

El coche de adelante debe estar lo suficientemente alejado

$$d_i^{s'} > v_i.$$

donde  $d_i^{s'}$  es la distancia de seguridad entre la celda a la cual se cambiaría nuestro coche y el coche de adelante

No sobra decir que otra medida de seguridad esencial es que la celda a la cual el coche se quiera cambiar (en este caso aquella a la izquierda del vehículo) debe estar **vacía**. Si todas estas condiciones de seguridad se satisfacen, entonces el vehículo podrá hacer un cambio de carril hacia la izquierda.

Enlistemos las reglas que habrán de seguir tantos los coches como los camiones:

1. Para cualquiera de los dos tipos de vehículo está prohibido rebasar por la derecha.

2. El carril de extrema izquierda es preferente para altas velocidades.
3. A los vehículos pesados se les pide viajar usando el carril derecho. En caso de que haya más de dos carriles, solo aquellos dos carriles a la extrema derecha estarán disponibles para los camiones. Los vehículos pesados solo pueden pasar a un carril fuera del de extrema derecha para rebasar. Al terminar, se debe regresar al carril de extrema derecha.

Supongamos entonces que tenemos una carretera con  $k$  carriles, numerándolos de derecha a izquierda (en un sistema de dos carriles entonces  $k = 1$  será el carril derecho y  $k = 2$  será el carril izquierdo). Introduciendo esta notación y siguiendo la notación hasta ahora establecida, las reglas se ven de la siguiente manera

#### **Cambio de derecha a izquierda de un vehículo en el carril $k$**

1. Criterio incentivo:  $d_{i,k}^s > v_{i,k}$ .
2. Medidas de seguridad:
  - $d_{b,k+1}^s > v_{b,k+1}$ ;
  - $d_{i,k+1}^s > v_{i,k}$ ;
  - $x_{i,k+1}$  está desocupada.

Además, agregaremos que estos cambios solo pueden ser realizados por camiones si  $k = 1$ .

#### **Cambio de izquierda a derecha de vehículo en el carril $k$**

1. Criterio incentivo:
  - $d_{i,k-1}^s > v_{i,k}$  para los dos tipos de coche;
  - $d_{i,k}^s > v_{i,k}$ , únicamente para tipo 2.
2. Medidas de seguridad:
  - $d_{b,k-1}^s > v_{b,k-1}$ ;
  - $d_{i,k-1}^s > v_{i,k}$ ;
  - $x_{i,k-1}$  está desocupada.

Ya casi tenemos todos los elementos que necesitamos para modelar el tramo carretero que nos dedicamos a analizar. Los únicos detalles que resta modelar son las múltiples rampas de entrada y de salida que podemos encontrar a lo largo del libramiento de Cuernavaca, al igual que las fronteras abiertas que tenemos en nuestro caso.

### 4.1.2. Inversión de carriles

La inversión de carriles es un fenómeno que se da en un sistema en el cual los cambios de carril siguen políticas asimétricas. Al tener una cierta distribución de vehículos en distintos carriles, estos pueden pasarse de un carril a otro al considerar los incentivos y medidas de seguridad mencionadas anteriormente. Estos cambios pueden darse de forma equilibrada y no tener un efecto considerable en la dinámica del sistema.

Sin embargo, en otras situaciones estos cambios pueden darse en forma desmedida, modificando la dinámica de cada carril. En la Figura 4.2 mostramos los resultados de una simulación obtenida de [2] donde se tiene una carretera con fronteras periódicas en la que se distribuye un número de vehículos homogéneos (con la misma velocidad máxima), colocándolos preferentemente en el carril derecho. Observamos como al aumentar la densidad de vehículos total, el uso del carril derecho desciende hasta tener una inversión de carril, en la cual el carril más usado es el izquierdo.

Esto se traduce como que entre más vehículos hay en un carril, más son los incentivos para cambiarse a otro. Sin embargo, hay un momento en el cual la cantidad de cambios de carril es tal que resulta en que el carril que anteriormente estaba “libre” se encuentre ahora más lleno, invirtiendo así los usos de los carriles.

Como se muestra en la Figura 4.2a, la densidad máxima para la cual encontramos flujo libre coincide con los máximos locales de uso de carril de la Figura 4.2b. Esto se debe a que en el periodo de flujo libre, el aumentar la densidad del sistema implica un cambio masivo de carril para poder seguir teniendo este tipo de flujo. Esto sigue ocurriendo hasta que la misma densidad del sistema congestiona el flujo. Es en ese momento para el cual obtenemos los máximos usos de carril. Después de este punto, la dinámica de cada carril empezará a estabilizarse hasta llegar a un equilibrio para el cual ya no habrá cambios de carril ( $130 \text{ veh km}^{-1} \text{ carril}^{-1}$ ).

Este fenómeno ocurre en vías rápidas de países donde se tienen este tipo de leyes (como México). En países donde no hay preferencia de carriles y se puede rebasar por la izquierda o por la derecha (como en los Estados Unidos) este tipo de fenómenos no serán muy frecuentes.

## 4.2. Simulando rampas de entrada y de salida

En general las carreteras suelen tener un muy reducido número de salidas y entradas en zonas rurales [10] (o incluso urbanas, como en el caso del segundo piso del periférico en la Ciudad de México). Sin embargo, hay algunos casos en los que encontramos un mayor número de rampas. El tramo carretero que nos dedicamos a analizar contiene un gran número de entradas y salidas del sistema.

Nuestro modelo no considera los carriles adicionales que pueden ser implementados en una rampa. Se simulará únicamente la capacidad de un vehículo

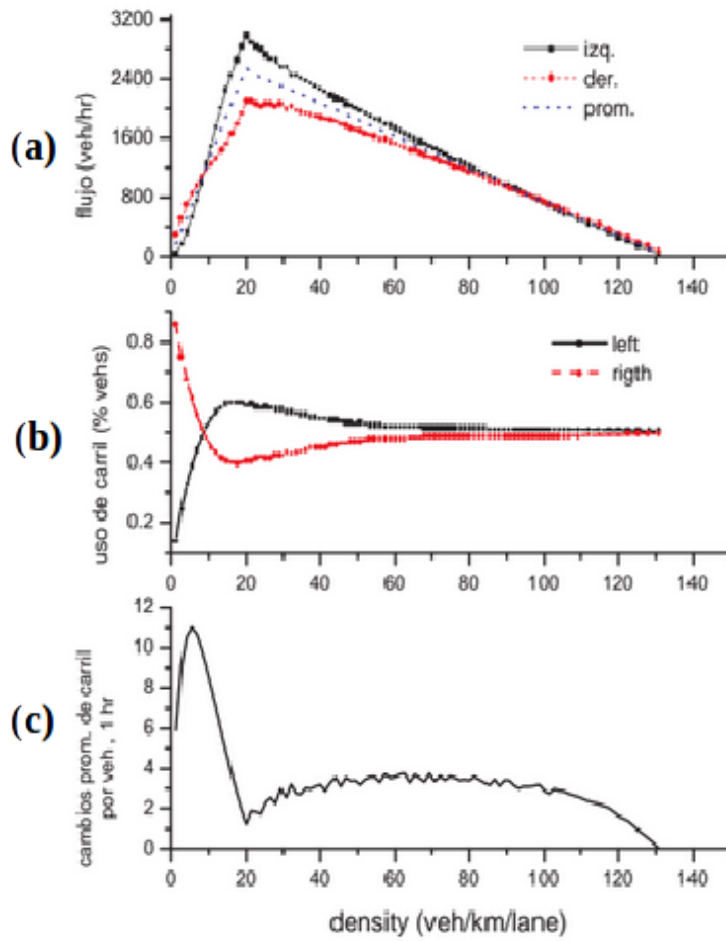


Figura 4.2: Resultados obtenidos de [2] en los que observamos una inversión de carril. Al aumentar la densidad del carril derecho, más coches se cambian hacia el carril izquierdo (c), provocando que el porcentaje de vehículos en el carril derecho descienda a un nivel incluso menor que el del carril izquierdo (b).

de salir de la carretera durante la distancia en la cual el carril extra es añadido.

De esta manera, cada rampa de salida y de entrada estará caracterizada por una posición inicial  $x_{s/e}$  y una longitud  $L_{\text{rampa}}$ . También introduciremos una probabilidad  $p_{s/e}$ , a partir de la cual obtendremos la tasa de coches entrantes o salientes.  $p_{s/e}$  regirá la probabilidad de salida/entrada de todo el conjunto de rampas, y no de una en específico.

#### 4.2.1. Rampa de salida

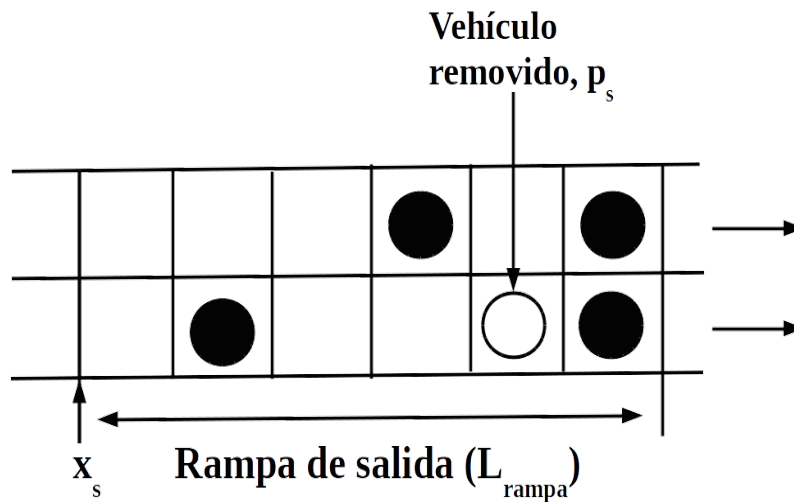


Figura 4.3: Esquema de una rampa de salida.

Como podemos observar en la Figura 4.3r, las rampas no están modeladas por un carril extra, sino que en el tramo el cual correspondería a la rampa simulamos la opción de que un coche pueda salir o entrar. En el caso particular de una salida, la dinámica empieza en el extremo derecho del intervalo que compone la rampa ( $x_s + L_{\text{rampa}}$ ). A partir de ahí el programa va retrocediendo hacia  $x_s$  buscando vehículos. Cada vehículo encontrado tiene una probabilidad  $p_s$  de salir y una probabilidad  $1 - p_s$  de permanecer en la carretera.

#### 4.2.2. Rampas de entrada

La dinámica de una rampa de entrada es diferente a aquella de una de salida. Ahora la búsqueda no será de vehículos, sino de espacios vacíos. Tampoco la búsqueda será de adelante para atrás, sino de atrás para adelante, empezando en  $x_e$  y terminando en  $x_e + L_{\text{rampa}}$ . Una vez encontrado un espacio vacío, un

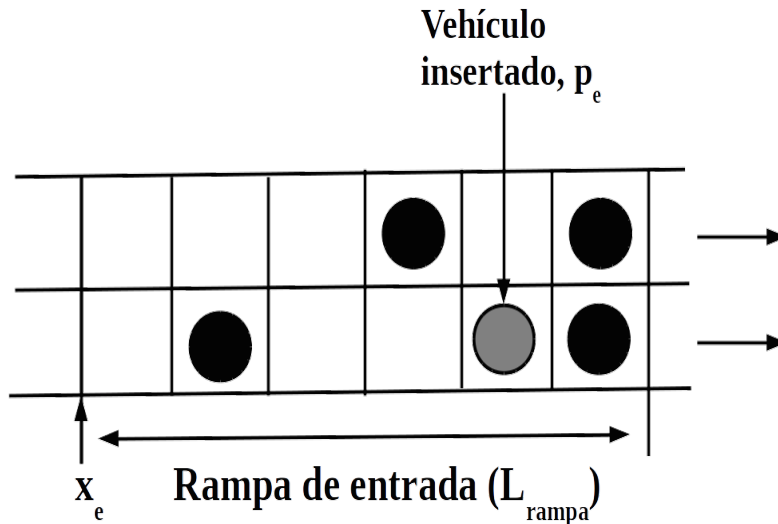


Figura 4.4: Esquema de una rampa de entrada.

vehículo será introducido con probabilidad  $p_e$  a velocidad máxima  $v_{max}$ . El esquema de una rampa de entrada se muestra en la Figura 4.4.

Hay que recordar que en nuestra simulación tendremos dos tipos de vehículos, coches y camiones. ¿Qué tipo introducir a la carretera? Para esto tendremos también que utilizar otra probabilidad  $p_{camion}$  a partir de la cual podamos insertar ya sea camiones o coches.

Como consecuencia de la introducción de estos dos parámetros probabilistas ( $p_{s/e}$  y  $p_{camion}$ ), tendremos que en cada entrada a la carretera el número de coches insertados obedecerá  $p_e (1 - p_{camion})$  mientras que el número de camiones insertados obedecerá  $p_e p_{camion}$ . Para nuestras condiciones iniciales y nuestros resultados será importante tener esto en cuenta.

El comportamiento de los vehículos entrantes al sistema es sumamente agresivo, al ser insertados sin importar que haya un coche en la celdas vecinas. Esto puede tener consecuencias importantes en la dinámica global de la carretera. Sin embargo, la dinámica de los dos tipos de rampa es realizada antes de las reglas de aceleración y desaceleración, de tal manera que los coches insertados y aquellos que estén atrás de este consideren las medidas necesarias para no provocar un accidente.

Para conocer el detalle de las entradas y salidas del libramiento de Cuernavaca, en el Apéndice B se encuentra una tabla general con todos los detalles de la carretera analizada y su topología.



### 4.3. Fronteras abiertas

El tramo carretero en análisis tiene fronteras abiertas. Estas no tienen restricciones para la entrada o salida de los vehículos, como es el caso de casetas, retenes policíacos, etc. Un caso con fronteras abiertas con restricciones es analizado en [2] y [10] en el que el tramo carretero Cuernavaca-México es analizado.

Puesto que en este caso no tendremos ninguna restricción, los coches podrán entrar y salir del tramo analizado sin mayor problema.

El caso de la frontera de salida es un caso trivial, puesto que todos aquellos vehículos que al moverse tengan una posición mayor a  $L$  serán entonces eliminados del sistema.

La frontera de entrada es más interesante. Aquí se define la manera en la cual los coches son introducidos. Para esto habrá que construir un segundo sistema en el cual los coches serán insertados en la carretera. Este mini sistema estará compuesto de  $v_{max,2} + 1 = 5 + 1 = 6$  celdas. Cada coche será introducido a la distancia más cercana al inicio de la carretera, siguiendo las medidas de seguridad, a velocidad máxima.

Es decir, en el tiempo  $t = 0$  en el cual se introduce el primer vehículo, este será insertado en la celda 6 de nuestro mini sistema a una velocidad  $v_{max}$ . Si en este primer tiempo quisiéramos introducir un segundo vehículo, entonces habría que retroceder  $v_{max}$  celdas para insertar este nuevo vehículo siguiendo nuestras reglas de seguridad. Esto resulta en que al insertar un camión este será colocado en la celda 3, mientras que si insertáramos un coche, este estaría en la celda 1. La inserción de vehículo en este mini sistema se regirá también por los parámetros  $p_e$  y  $p_{camion}$ . La Figura 4.5 esquematiza nuestro sistema total con fronteras incluidas.

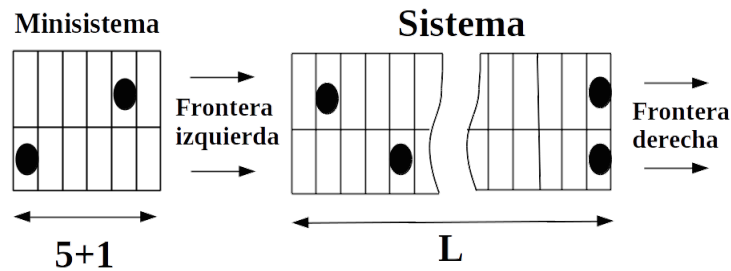


Figura 4.5: Esquema del sistema total con fronteras incluidas. El sentido de tránsito es de izquierda a derecha, por lo que a la izquierda tendríamos el mini sistema en el cual los vehículos son introducidos y a la derecha la frontera de salida, sin ninguna característica en especial.

## 4.4. Restricciones

Como mencionamos en la introducción, en el libramiento de Cuernavaca encontramos distintos elementos topográficos que restringen la velocidad de los vehículos. En específico, encontramos dos tipos de restricciones. Más detalles sobre estos dos elementos son analizados en el Apéndice A, aunque a continuación daremos un breve resumen de estos.

El primero se encuentra al norte del libramiento y consiste en dos curvas las cuales son consideradas peligrosas. Al circular por ellas, la velocidad máxima de los vehículos ligeros se reducirá de  $v_{max} = 5$  celdas/s a 4 celdas/s. La velocidad máxima de los camiones no será reducida ya que esta es lo suficientemente baja para poder pasar por las curvas sin correr peligro.

La diferencia de aproximadamente 720m de altura entre ambos extremos del libramiento forma una pendiente a lo largo de la carretera. Sin embargo, esta no es uniforme y únicamente afecta a los vehículos pesado en la mitad norte del libramiento cuando circulen de sur a norte.

Hasta este momento hemos visto un cierto número de parámetros y restricciones que serán utilizados en nuestras simulaciones de los capítulos 6, 7 y 8. En la Tabla 4.1 presentamos los parámetros hasta ahora mencionados.

Parámetro	Valor
Longitud de la carretera [celdas]	3640+6 (mini-sistema)
$v_{max}$ vehículos ligeros [celdas/s]	5 (4 en curvas peligrosas)
$v_{max}$ vehículos pesados [celdas/s]	3 (2 en pendiente)
Ruido $R$	0.2
Anticipación $\alpha$	0.75
Curvas peligrosas en S1 [celdas]	1-349 y 620-663
Curvas peligrosas en S2 [celdas]	3265-3408
Pendiente (S2)	A partir de la celda 2500

Tabla 4.1: Recopilación de parámetros utilizados a lo largo de las simulaciones.

## 4.5. El modelo completo

Con el fin de reunir y resumir todo lo que hemos visto hasta ahora, a continuación presentamos una recapitulación de nuestro modelo con el orden utilizado y aquellos parámetros utilizados en nuestras simulaciones.

A cada paso de tiempo  $t$ :

- Realizamos los cambios de carril:

**En primer lugar** de izquierda a derecha (los vehículos en el carril de alta velocidad tienen prioridad).

**En segundo lugar** de derecha a izquierda.

- Insertamos en el mini sistema un coche al azar en cada carril.
- Realizamos la dinámica en cada una de las rampas de entrada y salida (indistintamente)
- Aplicamos las 4 reglas del modelo modificado de NaSch con anticipación a cada uno de los vehículos en el sistema. Estas reglas son aplicadas carril por carril, empezando por el carril de baja velocidad (carril extremo derecho) hacia el de alta velocidad (carril de extrema izquierda).

**R1** Aceleración;

**R2** Ruido o frenado aleatorio;

**R3** Desaceleración;

**R4** Movemos a cada uno de los vehículos. Removemos aquellos vehículos que hayan salido del sistema.

# Capítulo 5

## Transiciones de fase

El objetivo general de este trabajo es estudiar las transiciones entre un flujo libre y un flujo congestionado para un tramo carretero en específico. En el capítulo 1 introducimos una primera aproximación a las distintas fases de flujo en un sistema de tránsito vehicular. En este capítulo nos dedicaremos a estipular los criterios con los cuales haremos el análisis.

### 5.1. Criterios

Al observar una carretera o una red de calles desde una gran altura (avión, rascacielos) parecería que el flujo vehicular se asemeja a la dinámica de un fluido. Muchos intentos se han hecho para poder obtener resultados analíticos a partir del flujo vehicular. Entre estos esfuerzos resaltan la derivación de la ecuación de continuidad y de Navier-Stokes para fluidos viscosos [11, 12]. A partir de esto se hace una analogía entre los estados del flujo vehicular y los distintos estados y características de un fluido.

Por ejemplo, al haber un flujo libre, los vehículos circulan a una velocidad cercana a su velocidad máxima con una distancia considerable entre ellos. Esto se asemeja a un estado gaseoso, en el cual las partículas pueden viajar a una gran velocidad sin acercarse a otras partículas.

Por otro lado, al tener una densidad más grande, la distancia entre los vehículos disminuye, acercándonos al caso líquido. En este trabajo usaremos estas analogías para poder describir la dinámica que ocurre en nuestro tramo carretero.

Trabajaremos con cuatro tipos de flujo a lo largo de este trabajo. Estos están basados en trabajos como [2] y [6]. Usando el vocabulario de tránsito vehicular, estos estados son de flujo libre, flujo congestionado (tendremos dos tipos de congestionamiento) y estancamiento. A continuación haremos una descripción más detallada de cada estado y su analogía con conceptos de dinámica de fluidos.

El estado de estancamiento es el más sencillo de todos. Basta con que a lo largo de un periodo de tiempo  $T$  haya un vehículo con velocidad nula para poder considerar un estancamiento. Para este estado ni la velocidad promedio, ni el flujo, ni la densidad son relevantes.

Por lo general, para flujos o densidades altas, el hecho de que haya un vehículo con velocidad cero provoca (o es provocado por) una dinámica en la cual se den conjuntos de vehículos con velocidad muy baja. Estos conjuntos pueden hacerse y deshacerse instantáneamente, por lo que podría llegar a darse el caso de un estancamiento con velocidades promedio muy altas.

De esta forma los demás estados serán no estancados, en el sentido en el cual para poder ser clasificados como de flujo libre o congestionado, una condición necesaria será que no haya ningún vehículo con velocidad 0. Lo que indique la diferencia entre los estados libre y congestionado será entonces la velocidad promedio y la densidad.

Definiremos el flujo libre como *el estado en el cual la velocidad promedio de los vehículos es cercana a su velocidad máxima, y una pequeña perturbación no afecta la dinámica en general*, tal como se puede leer en los dos trabajos mencionados anteriormente. En [2] se toma, al tener un parámetro de ruido, que la velocidad a partir de la cual se puede decir que hay flujo libre es  $v_{\text{libre}} = v_{\text{max}} - R$ , donde  $R$  es el parámetro de ruido. Agregaremos además la condición de que no habrá en este estado ningún coche con velocidad nula, para así distinguirse del estado estancado

En este punto es importante recordar que nuestro trabajo se enfoca únicamente en optimizar el flujo de los vehículos ligeros que pasan por el libramiento de Cuernavaca, y no de ambos tipos de vehículos (pesados y ligeros). Esto es importante, puesto que dependiendo del objetivo es que los criterios se construyen.

Por ejemplo, si buscásemos optimizar el flujo de los camiones y coches ligeros en nuestra carretera, entonces tendríamos que el criterio para flujo libre de la carretera sería que la velocidad promedio de los vehículos ligeros fuera  $5 - 0.2 = 4.8$  celdas/s y que aquella de los vehículos pesados fuera  $3 - 0.2 = 2.8$  celdas/s. Sin embargo, únicamente tomaremos el primer criterio.

Pero de hecho el tomar 4.8 celdas/s como velocidad mínima para tener flujo libre parece una exageración tomando en cuenta que esta es equivalente a casi 130km/h. De esta manera, se decidió disminuir el criterio para flujo libre a una velocidad promedio mínima de  $v_{\text{libre}} = 4.5$  celdas/s, equivalente a 121.5 km/h.

El caso de flujo congestionado es un poco más complicado. Lo cierto es que tendremos flujo congestionado si la velocidad promedio es menor a  $v_{\text{libre}}$  y no hay ningún vehículo con velocidad 0. Sin embargo, entre 0 y  $v_{\text{libre}}$  pueden ocurrir muchas cosas. De esta manera, para nuestros fines diferenciaremos entre dos tipos de flujo congestionado. Uno será aquel para el cual la velocidad promedio

sea mayor a 3.0 celdas/s y menor a 4.5 celdas/s. El segundo será aquel para el cual la velocidad promedio sea menor o igual a 3.0 celdas/s. La idea detrás de estos dos estados es el poder identificar cuando los vehículos ligeros están en sincronía con o dominados por la dinámica de los camiones.

En [6] se describe un estado del tránsito vehicular llamado *flujo sincronizado*, en el cual tenemos velocidades menores a  $v_{\text{libre}}$  y flujos altos. En este tipo de estado encontramos *platós* en el diagrama fundamental, refiriéndose a zonas en las cuales pueden conformarse *pelotones* [13]. Este es el nombre que se le da a cúmulos de vehículos que viajan con una velocidad grupal y con distancias pequeñas entre quienes los conforman. Sin embargo, al tener dos tipos de vehículos, en nuestras simulaciones los pelotones podrían tener dos tipos de “guías”. Uno de ellos sería el vehículo ligero, por lo que la velocidad grupal del cúmulo podría ir hasta  $v = v_{\text{max},2} = 5$  celdas/s. El otro tipo de “guía” sería el camión, resultando en cúmulos con velocidad grupal no mayor a 3 celdas/s.

La formación de estos cúmulos nos dará el nombre al estado al pasar a un contexto de fluidos. Como ya mencionamos, en [11] se habla de una derivación de la ecuación de Navier-Stokes con fluidos viscosos. Esta viscosidad se refiere al hecho de tener las menores distancias permitidas entre los vehículos. Los cúmulos de vehículos guiados por un camión podrían verse así como una viscosidad local, al tener una distancia pequeña entre ellos y una velocidad pequeña en común.

Por esta razón bautizamos como estado de *flujo líquido* a aquel en el cual encontremos velocidades entre 3 y 4.5 celdas/s, mientras que un estado de *flujo viscoso* será aquel con velocidades promedio menores a 3 celdas/s.

El nombre líquido viene del hecho de que en este estado el flujo tiene una velocidad menor a aquel del estado gaseoso, considerándolo así líquido. Y aunque en este estado pelotones pueden también formarse, la velocidad de estos es lo suficientemente alta como para considerar que la viscosidad es despreciable.

Al tener estos dos tipos de estados congestionados la detección de estos dos tipos de pelotones se facilitaría, teniendo en cuenta que para condiciones normales,  $v_{\text{max},1} = 3$  celdas/s y  $v_{\text{max},2} = 5$  celdas/s.

En [6] también se discuten varios tipos más de estados en tránsito vehicular, incluyendo criterios para flujo y densidad promedio. Sin embargo, para nuestro trabajo hemos encontrado que los descritos anteriormente bastan para realizar una buena descripción del tramo carretero.

Resumamos en una lista los tipos de estado que encontraremos en nuestra carretera:

**Flujo libre o gaseoso:** velocidad promedio  $\geq v_{\text{libre}} = 4.5$  celdas/s. No hay vehículos con velocidad 0.

**Flujo líquido:** velocidad promedio  $\in (3, 4.5)$ . No hay vehículos con velocidad 0.

**Flujo viscoso:** velocidad promedio  $\leq 3$  celdas/s. No hay vehículos con velocidad 0.

**Estancamiento:** al menos un vehículo en el periodo de medición  $T$  tuvo velocidad nula. No hay condiciones para velocidad promedio.

La analogía utilizada entre distintos estados físicos y aquellos encontrados en dinámica vehicular tiene distintas limitaciones. No mencionamos nada sobre la trayectoria media para estados gaseosos, ni los criterios de densidad para distinguir entre estados líquidos y gaseosos. Sin embargo, nos decidimos por usar esta analogía para poder describir más adecuadamente todos los fenómenos que se observan en el estudio realizado.

## Parte III

# Resultados y análisis



Hasta ahora hemos visto todo aquello necesario para poder obtener los resultados de nuestra simulación. Mientras que en la Parte I de este trabajo nos dedicamos a presentar todos aquellos conceptos y antecedentes necesarios, en la Parte II nos avocamos a construir la simulación a detalle.

En esta parte final presentamos cada uno de los resultados de tal manera que podamos construir una línea argumentativa que nos permita responder a nuestras preguntas e hipótesis iniciales.

En el capítulo 6 nos dedicaremos a presentar los resultados para el sistema no perturbado, es decir que quitaremos todas y cada una de las rampas de salida y de entrada. Este análisis nos dará la información de cómo está estructurada la carretera, al igual que podremos calibrar la sensibilidad de nuestro sistema a la presencia de camiones.

En el capítulo 7 perturbaremos el sistema tal cual se encuentra ahora. Es decir que estudiaremos y presentaremos los resultados para la carretera en su estado actual

En el capítulo 8 estudiaremos los resultados de la simulación para la carretera una vez que la ampliación haya terminado, para luego comparar estos resultados con aquellos encontrados anteriormente. Una vez tengamos esta información podremos finalmente concluir en el capítulo 9.

## Capítulo 6

# Sistema no perturbado

En este capítulo presentamos y analizamos los resultados que encontramos a lo largo de nuestras simulaciones de la carretera sin rampas de entrada o salida. Esto nos permite saber cómo está estructurada la carretera, al igual que obtener la proporción de camiones que utilizaremos para las simulaciones posteriores.

En primer lugar, tendremos una pequeña discusión sobre cómo reducir el problema paramétrico. Luego demostraremos cómo la carretera puede llegar a un estado estacionario tal como se mostró en la sección 2.3.1 y 2.3.2. Después presentaremos el tipo de resultados generales que obtuvimos para los dos sentidos, para enseguida presentar los resultados particulares de cada uno. Finalmente, utilizaremos toda la información obtenida para obtener aquellos parámetros que serán usados en las simulaciones de los capítulos 7 y 8.

### 6.1. El espacio paramétrico

En cada uno de los estados contemplados hay una serie de parámetros. Estos son el flujo inicial  $j_i$ , el porcentaje de camiones en la carretera  $p_{\text{camion}}$ , además de las probabilidades de entrada y de salida en las rampas  $p_{e/s}$ .

El realizar un diagrama fundamental en cuatro dimensiones es complicado, por lo que se buscan distintas maneras para analizarlos.

El primer parámetro que se escogió estudiar fue el de  $p_{\text{camion}}$ , no solo porque en la realidad el tener una proporción mayor al 40 por ciento es prácticamente imposible, sino también por el hecho de que al tratarse de una cuestión de “optimización”, el tener un único valor de  $p_{\text{camion}}$  para un estado de la carretera con flujo inicial, una probabilidad de entrada/salida y en una sección, simplifica el análisis.

De esta manera, buscamos un valor de la proporción de camiones para cada estado  $\{j_i, p_{e/s}, \text{seccion}\}$ . Pero, ¿qué valor?

Una buena idea sería conseguir una proporción de camiones que nos asegure un flujo libre para condiciones no perturbadas, e incluso, un valor cercano a la transición de un estado de flujo libre a uno de flujo congestionado. De esta

manera, al colocar las rampas sabremos si el flujo que pasa por ellas congestiona al sistema, y en qué medida.

Para obtener estos valores tendremos entonces que estudiar el sistema no perturbado, i.e. quitando las rampas. Con esto podremos obtener información sobre cómo está estructurada la carretera, y cómo es la dinámica propia.

En este capítulo nos daremos a la tarea de estudiar el problema de la proporción de camiones, para después pasar al problema de las rampas, en la condición actual de la carretera así como en la ampliación proyectada. Sin embargo, antes de eso tendremos que demostrar cómo la carretera no perturbada puede alcanzar estados estacionarios.

## 6.2. Estados estacionarios

Para cada uno de los sentidos eliminamos todas las rampas e hicimos simulaciones para un flujo de entrada  $j_i$  y una  $p_{\text{camion}}$ . Para cada una de estas combinaciones medimos la velocidad promedio en distintas secciones a lo largo del tiempo, para luego poder presentar los resultados.

Todos los resultados mostrados en este capítulo son promedios sobre un ensamble de simulaciones con el fin de representar adecuadamente el sistema.

Al medir las velocidades promedio en S1, logramos distinguir dos distintas zonas. La primera se encuentra en la zona de curvas presentada en el apéndice A, y donde la velocidad máxima de los vehículos ligeros es disminuida por una unidad. Curiosamente, únicamente la primera curva (la más al norte) afecta notoriamente el tráfico de vehículos. La segunda, por su pequeña longitud (40 celdas = 300 metros) no logra afectar el tránsito.

La segunda zona corresponde a todas aquellas secciones que siguen de la primera curva. En la Figura 6.1 se muestra la evolución temporal de la velocidad para distintas secciones.

También en la Figura 6.1 se observa como las velocidades promedio parecen estabilizarse en torno a un cierto valor. Esto ocurre debido a que la carretera, en la condiciones en las cuales obtuvimos estas gráficas, **no es perturbada**, lo que permite que esta llegue a un estado estacionario.

Este comportamiento también se observa en S2. En la Figura 6.2 se da muestra de esto. Encontramos la formación de dos zonas con comportamientos distintos. La primera representa a la carretera antes de encontrarse con la pendiente que afecta a los vehículos pesados. La segunda empieza cuando la pendiente es considerable. Hay que tener en mente que las curvas afectan también a los coches en este sentido.

Hasta este momento hemos llegado a que al no ser perturbado, el sistema transita a un estado estacionario, por lo que podemos tener la certeza que al

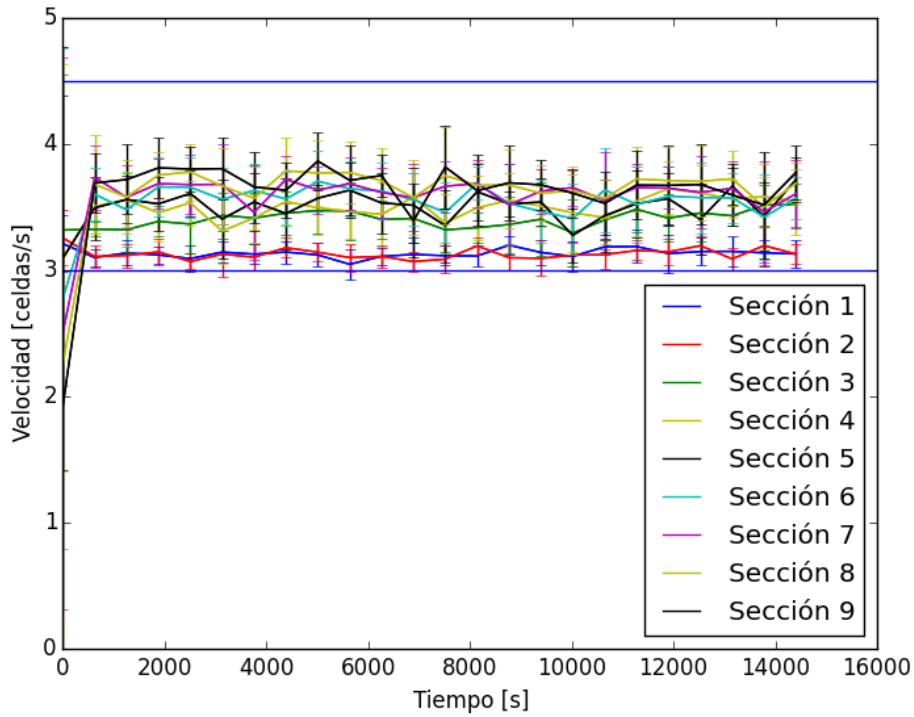


Figura 6.1: Velocidades promedio con respecto al tiempo para distintas secciones de S1. Únicamente se muestran 9 de ellas para simplificar la figura. Las otras 9 curvas se encuentran en el mismo lugar que las secciones 3 a 9. Podemos ver las dos regiones que se forman en la carretera. La rectas azules dibujadas se refieren a las fronteras entre flujo libre y flujo líquido y aquella entre flujo líquido y viscoso.

medir a partir de un cierto tiempo, nuestras mediciones no fluctuarán significativamente.

Por otra parte, también hemos encontrado en cada uno de los sentidos dos distintas zonas con comportamientos distintos. En el caso de S1 una zona corresponde al límite impuesto a la velocidad debido a la primera curva considerada peligrosa, mientras que la otra es el complemento de esta. En S2 la diferencia entre las dos zonas es la pendiente pronunciada que se encuentra en el último tramo de la carretera.

### 6.3. Diagramas de fase

Los diagramas de fase nos brindan como información la estructura y sensibilidad del sistema a un cierto parámetro. En este caso buscamos saber cómo se comporta la carretera con respecto a los camiones y vehículos pesados.

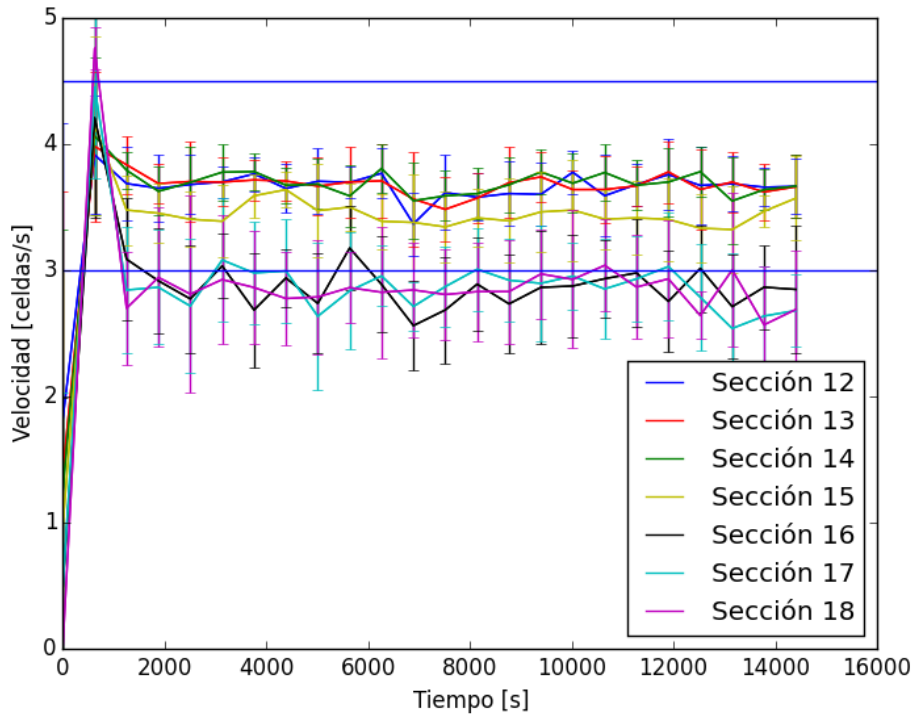


Figura 6.2: Velocidades promedio con respecto al tiempo para distintas secciones de S2. Notamos el mismo comportamiento estacionario que en S1, al igual que la formación de 2 zonas. Las dos rectas horizontales dibujadas se refieren a las fronteras entre los distintos estados de flujo, tal como en la Figura 6.1.

Para esto medimos la velocidad promedio a partir de la cuarta hora en la simulación (10800<sup>a</sup> iteración), para asegurar que la velocidad estuviera ya en su estado estacionario. En esta sección nos dedicaremos a presentar los resultados obtenidos para cada uno de los sentidos cuando todas las rampas fueron eliminadas.

Los diagramas de fase fueron obtenidos para cada carril y sección. En cada uno de ellos se muestra el estado en el que se encuentra la sección (flujo libre, líquido, viscoso o estancamientos) con respecto al flujo de entrada y la proporción de camiones,  $p_{\text{camion}}$ .

Lo primero que es importante resaltar es la diferencia entre cada uno de los carriles, en general para los dos sentidos. En la Figura 6.3 damos cuenta de ello.

En la dinámica del carril 1 (derecho) encontramos la gran mayoría de los camiones. Para cantidades pequeñas de estos encontramos flujo libre. Esto es comprensible, puesto que al haber una muy pequeña cantidad de camiones en

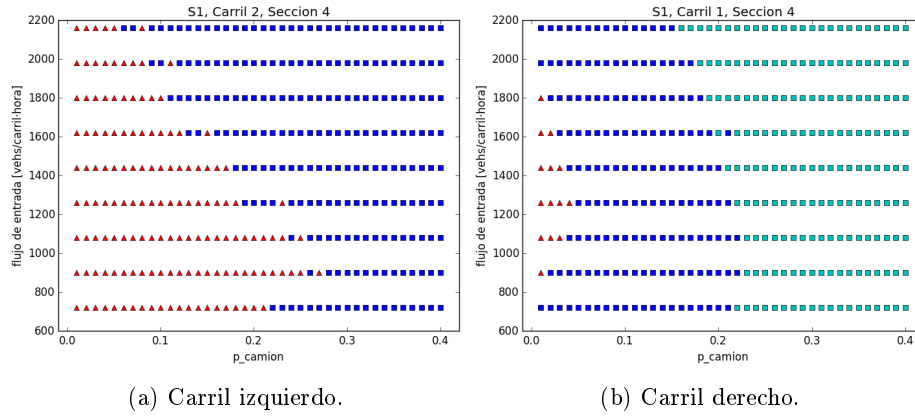
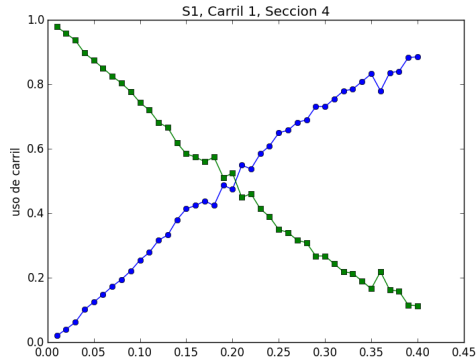


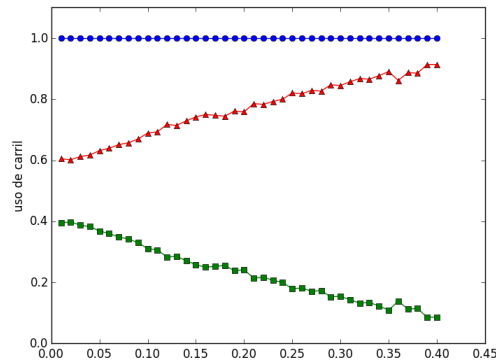
Figura 6.3: Diagramas de fases para la sección 4 en cada carril. Los triángulos rojos corresponden a un estado gaseoso, los cuadrados azul oscuro corresponden a un estado líquido mientras que los cuadrados azul claro a un estado viscoso.

la carretera, habrá grandes espacios en los cuales los vehículos ligeros puedan acelerar lo suficiente para crear un flujo libre sin toparse con algún camión. Sin embargo, al aumentar la cantidad de estos últimos, los espacios se reducen y la velocidad promedio disminuye debido a la velocidad máxima de los camiones.

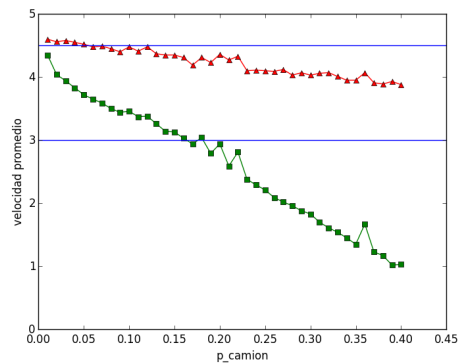
Cuando el valor de  $p_{\text{camion}}$  es cercano a 0.2 llega la siguiente transición de fase de un estado líquido a uno viscoso. Esta se debe a que la dinámica generada por la proporción de camiones se vuelve mayoritaria. Esto puede ser confirmado por la Figura 6.4a, en la cual observamos cómo al llegar a un valor cercano a 0.2, el carril 1 empieza a ser ocupado mayoritariamente por camiones, cuya velocidad máxima coincide con la frontera entre el estado líquido y viscoso tal como se dijo en la sección 5.1.



(a) Uso del carril derecho.



(b) Uso de los carriles de los distintos tipos de vehículos.



(c) Velocidad promedio de los vehículos ligeros en cada carril.

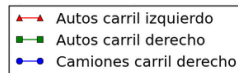


Figura 6.4: Usos de carril y evolución de las velocidades promedio para S1 no perturbado.

De la Figura 6.4a sabemos también que entre mayor es el valor de  $p_{\text{camion}}$ , menos vehículos ligeros se mantienen en el carril derecho. ¿A dónde se van estos? según la Figura 6.4b la cantidad de vehículos ligeros aumenta en el carril izquierdo cuando la proporción de camiones aumenta en el sistema.

Observemos ahora la Figura 6.4c. Al aumentar el número de camiones en el sistema la velocidad promedio de cada uno de los carriles desciende linealmente. Además, los descensos de ambos carriles parecen estar conectados. Esto puede ser observado en  $p_{\text{camion}} = 0.36$  donde hay un aumento en las velocidades promedio de los dos carriles. ¿Cómo es que esta conexión se da?

Recordemos que los vehículos pesados se encuentran en el carril derecho según la Figura 6.4b, por lo que no habrá intercambios de estos vehículos entre ambos carriles. También de esta última Figura podemos decir que no habrá un número significativo de cambios del carril izquierdo al carril derecho por parte de los vehículos ligeros.

Por lo tanto, la gran mayoría de cambios de carril se hacen por parte de los automóviles que van del carril 1 al carril 2.

Los vehículos ligeros que se encuentran en el carril derecho tienen una velocidad menor a aquellos del carril izquierdo. Esto se observa no solo en la Figura 6.4c sino también al observar el diagrama de fase en la Figura 6.3b.

Al cambiarse de carril, estos vehículos no solo aumentan la densidad local de la sección, sino también reducen la velocidad promedio de todos los automóviles. Esto podría no ser tan grave si considerásemos un solo vehículo. En cambio, al tener una migración masiva de vehículos ligeros del carril derecho al carril izquierdo, entonces la dinámica global de este último carril se verá afectada.

Por lo tanto sí hay una conexión en la dinámica de ambos carriles. Esta conexión se da vía los cambios de carril, y es mayoritariamente el carril derecho quien influye sobre el carril izquierdo, por lo que alentar el carril derecho al aumentar el número de camiones resultará en alentar el carril izquierdo.

De la Figura 6.3 podemos también obtener dos informaciones extras. Observemos de la Figura 6.3a cómo evoluciona la frontera entre el estado gaseoso y el estado líquido con respecto al flujo de entrada. Podría pensarse que hay una cierta proporción entre  $p_{\text{camion}}$  y el flujo de entrada, puesto que al aumentar el flujo de entrada, el valor máximo de  $p_{\text{camion}}$  para el cual hay flujo libre desciende. Al calcular el número de camiones que esta frontera representa, encontramos que esta sección en particular puede contener un máximo de  $209 \pm 33.5$  camiones por hora por carril sin pasar a un estado líquido. Esto es interesante puesto que si bien hay secciones que mantienen esta proporción, algunas no. Este caso será analizado en las secciones siguientes.

También de la Figura 6.3 podemos obtener otra información. El flujo libre no solo depende de la proporción de camiones sino también del flujo de entrada. Para una cierta  $p_{\text{camion}}$  fija, el aumentar el flujo de entrada nos puede llevar a



un estado congestionado, tal como se ve para la Figura 6.3b donde se forma este tipo de “islote” de flujo libre.

En resumen, la baja velocidad de los camiones hará que en el carril derecho los vehículos ligeros viajen mayoritariamente en estados líquidos o viscosos. Este último estado depende de si la proporción de camiones es mayor al 20%. Se pueden también encontrar estados gaseosos en este carril si el número de vehículos pesados es lo suficientemente bajo. En el carril izquierdo, al no circular camiones, tendremos un mayor número de estados gaseosos. Al aumentar lo suficiente el valor de  $p_{\text{camion}}$  habrá una transición de fase hacia un estado líquido debido a las interacciones entre los dos carriles, aunque nunca encontraremos estados viscosos.

¿Qué carril tomar entonces como referencia? Nosotros buscamos optimizar el flujo de vehículos ligeros, por lo que el carril izquierdo resulta más conveniente puesto que es aquí que encontramos la mayoría de los estados gaseosos. En el caso del carril derecho, son los camiones que “lideran” la dinámica, cuestión que no queremos para cualquier carretera.

De esta manera, aquellos valores de  $p_{\text{camion}}$  que nos interesan serán aquellos que nos aseguren un estado gaseoso en toda la carretera para cada flujo de entrada, pero que también nos permitan saber si una perturbación del sistema resulta en una transición de fase. Aquellos valores de  $p_{\text{camion}}$  cercanos a la frontera entre un estado gaseoso y otro líquido nos asegurarán esto.

Veamos ahora más en detalle los resultados obtenidos en cada uno de los sentidos de la carretera. Una vez hecho este análisis podremos entonces pensar en abrir las rampas de entrada y salida.

## 6.4. Análisis de los resultados para S1

Ya hemos dicho aquellos valores de  $p_{\text{camion}}$  que buscaremos y el efecto que este tiene sobre la dinámica del sistema. Pero cada sentido evoluciona de manera distinta conforme a su extensión. Veamos en un primer lugar aquel que va de norte a sur.

Como mencionamos en el capítulo A y en la sección 6.2, encontramos en la carretera dos distintas curvas las cuales son consideradas peligrosas y en las cuales los vehículos tendrán que disminuir su velocidad máxima por una unidad ( $v_{\text{max},2} = 4$  celdas/s). Esta limitación afecta el sistema considerablemente. En las Figuras 6.5a y 6.5b observamos como para las primeras secciones, no importa cual sea la proporción de camiones siempre habrá estado congestionado. Esto es simplemente una consecuencia de la medida recién mencionada. Sin embargo, considerando que la segunda curva termina en la cuarta sección, llama la atención que esta falta de flujo libre se encuentre únicamente en las primeras

dos secciones tal como se observa en la Figura 6.6a. La razón de esto es que la segunda curva solo tiene una longitud de 40 celdas, haciendo que el efecto de la reducción de velocidad no sea tan determinante.

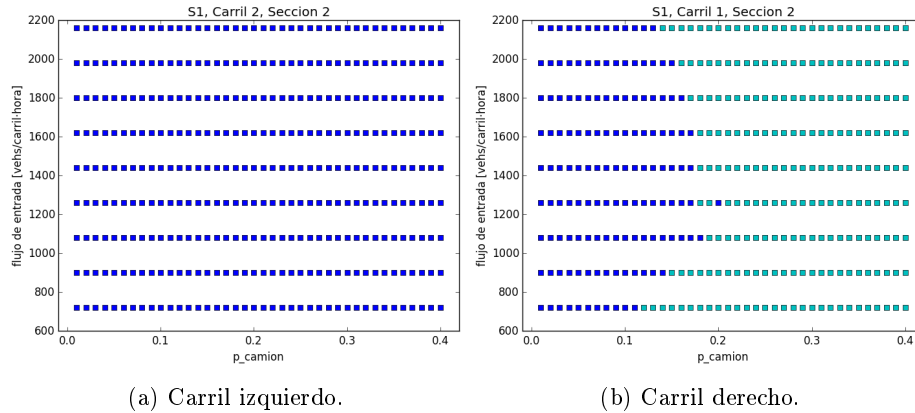


Figura 6.5: Diagramas de fases para la sección 2 en cada carril para S1. Observamos como para cada combinación hay un estado congestionado.

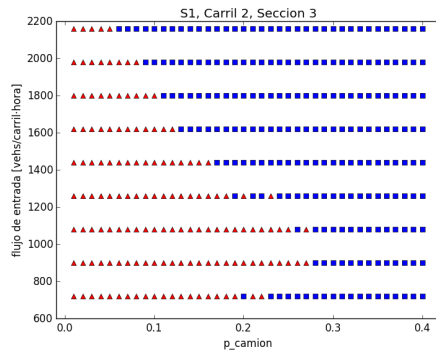
En la Figura 6.6a observamos el diagrama de fases para la sección 3. Es decir aquel justo después de que los vehículos salgan de la primera curva peligrosa. Observamos también cómo hay una cierta proporción que nos da un número de camiones máximo para el cual habrá flujo libre, así cómo se observó en la Figura 6.3a y se comentó en la sección 6.3.

Sin embargo, esta proporción se pierde a la hora de seguir avanzando en la carretera. En las Figuras 6.6b y 6.6c observamos esto claramente. Los valores de  $p_{camion}$  para los que puede haber flujo libre en el carril izquierdo llegan a acercarse a 0.4.

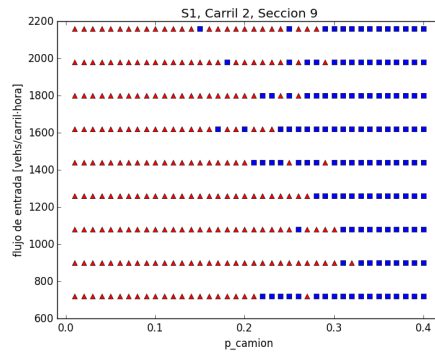
En este corrimiento hacia la derecha, ocurre también un fenómeno interesante. El avance de estos valores de  $p_{camion}$  que aseguran un estado gaseoso en el carril 2 no se hace de forma uniforme. Esto queda claro en la Figura 6.6b donde observamos pequeños huecos de estado líquido.

En la Figura 6.7 podemos entender más qué ocurre. Las zonas gaseosas van creciendo hacia la derecha, aunque al hacer esto hay una formación de pequeñas “burbujas” de distintas velocidades. En la zona entre  $v = 4.5$  celdas/s y  $v = 4.6$  celdas/s en la Figura 6.7b observamos claramente la formación de estas. Sin embargo, estas burbujas pueden ser de velocidades mayores a 4.6 celdas/s o inferiores a 4.5 celdas/s. Los diagramas de fase no nos permiten tener este detalle ya que en estos solo podremos observar aquellas burbujas donde la velocidad es menor a 4.5 celdas/s.

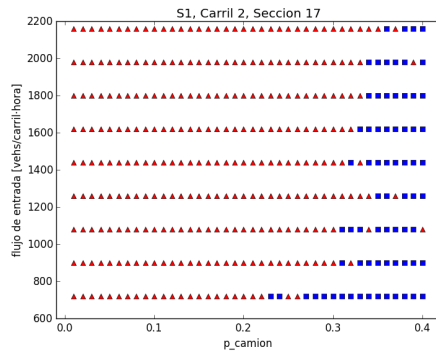
Estas pequeñas zonas pueden pensarse como zonas en las cuales un número de coches sigue una dinámica distinta en un cierto espacio en la carretera.



(a) Sección 3.



(b) Sección 9.



(c) Sección 17.

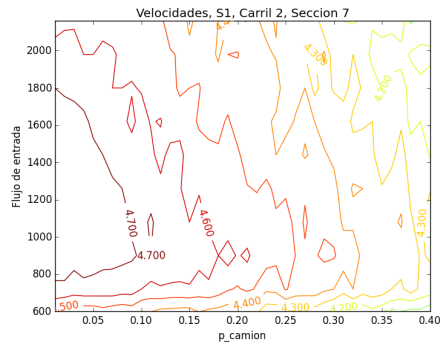
Figura 6.6: Diagramas de fases para la sección 2 en cada carril para S1. Observamos como para cada combinación hay estado congestionado.

¿Qué permite el que la proporción se rompa? ¿Qué es lo que provoca el surgimiento de estas “burbujas”? ¿Hay formación de pelotones en estas?

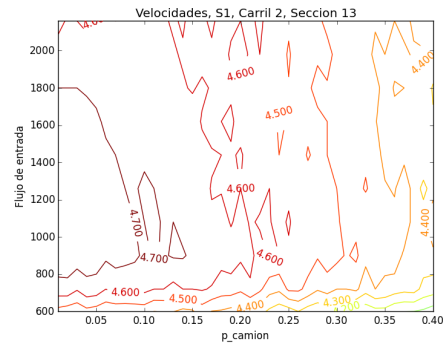
En la Figura 6.4b observamos como los vehículos ligeros se cambian hacia el carril izquierdo cuando la presencia de los camiones en el sistema aumenta. Ahora podríamos preguntarnos sobre cómo es que se hacen los cambios a lo largo de la carretera. En la Figura 6.8a damos cuenta de ello para distintas combinaciones de flujo de entrada y  $p_{camion}$ .

Observamos como durante las primeras 8 secciones es que se dan la gran mayoría de cambios de carril del carril derecho al izquierdo por parte de los vehículos ligeros. A partir de ese punto la cantidad de automóviles en el carril izquierdo se estabiliza para tener solamente algunos pequeños aumentos.

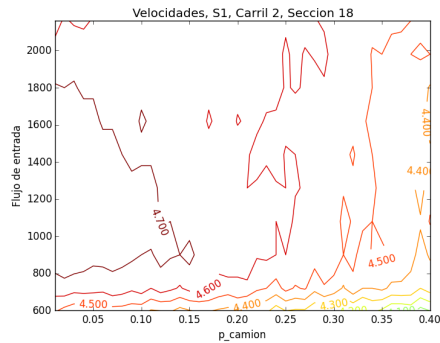
Ahora bien, en la Figura 6.6b podemos observar como para cada una de las combinaciones de la Figura 6.8a en la sección 9 tenemos gotas de estado líquido. Al observar las gráficas de esta última Figura observamos como para esta sección



(a) Velocidades en la sección 7.



(b) Velocidades en la sección 13.



(c) Velocidades en la sección 18.

Figura 6.7: Evolución de las velocidades en el diagrama de fases para distintas secciones del carril izquierdo en S1.

el porcentaje de automóviles en el carril 2 no se ha estabilizado. Esto último ocurrirá hasta la sección 12.

Es en esta zona estable en la cual el estado gaseoso del carril se ha homogeneizado, tal como se observa en la Figura 6.6c donde estas gotas de estado líquido han desaparecido. Sin embargo, no podemos evitar observar como para las combinaciones  $\{j_i = 1620veh/h, p_{camion} = 0.2\}$  y  $\{j_i = 1980veh/h, p_{camion} = 0.18\}$  en la Figura 6.8a hay aún aumentos en la cantidad de coches en el carril 2 para las secciones 17 y 16 respectivamente. ¿Cómo explicar entonces que no hayamos tenido estados gaseosos hasta ese punto?

Esto puede resolverse al observar la Figura 6.8b donde observamos la evolución de la variación relativa (desviación estándar entre medición) de la velocidad promedio en cada sección de la carretera. En las primeras 4 secciones observamos un gran aumento, lo cual se traduce en una gran variación en las velocidades de los vehículos en la sección. Recordemos que, incluso cuando la segunda curva no tuvo un efecto determinante sobre la dinámica como la primera, esta obliga

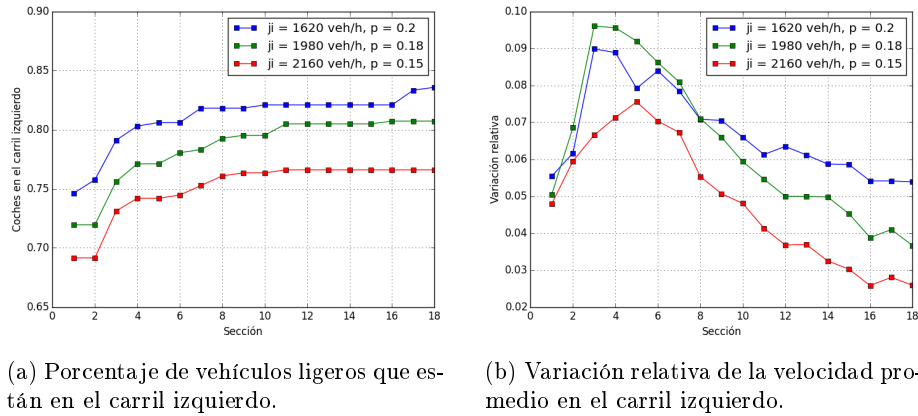


Figura 6.8: Evolución a lo largo de la carretera del uso del carril izquierdo y variación relativa de la velocidad promedio para S1.

a los vehículos a reducir su velocidad. En otras palabras, al salir de la primera curva, los vehículos acelerarán para alcanzar de nuevo una velocidad máxima de 5 celdas/s para luego volver a frenar en la segunda curva.

Esto explica el aumento de la variación relativa en las primeras 4 secciones (que incluyen las dos curvas). A partir de este punto, el carril izquierdo parece tender a una cierta estabilidad puesto que la variación empieza a descender.

En resumen, los vehículos ligeros en el carril derecho empiezan a cambiarse de carril. Este último carril -el izquierdo- empieza a ordenarse y a ser más estable al tener una variación relativa que disminuye a lo largo de la carretera.

Llega un momento en el cual la cantidad de vehículos ligeros en cada carril se mantiene constante. Esto permite al conjunto de coches estabilizarse aún más, permitiendo que la variación relativa siga descendiendo, hasta un punto en el cual una perturbación en la cantidad de vehículos en este carril no afecte lo suficiente la estabilidad para congestionar el flujo.

Como puede observarse en la Figura 6.8b, las perturbación en la sección 16 para la combinación  $\{j_i = 1980 \text{ veh/h}, p_{\text{camion}} = 0.18\}$  hace que la variación relativa aumente, aunque no lo suficiente para volver a un estado líquido. En el caso de  $\{j_i = 1620 \text{ veh/h}, p_{\text{camion}} = 0.2\}$  la perturbación al final de la carretera simplemente no afecta la estabilidad del carril.

En el carril derecho no tenemos el mismo tipo de comportamiento. En este la variación relativa es mucho mayor que el carril izquierdo como podemos observar en la Figura 6.9 para distintas combinaciones. También observamos como la variación no desciende, sino que esta queda constante a lo largo de la carretera. Esto nos habla de una no estabilización del sistema y de un “desorden” que permanece aproximadamente constante. Esta dinámica se debe al hecho de que

en el carril derecho conviven los camiones y los coches, resultando en que para ciertas zonas los vehículos queden limitados por la velocidad de los camiones que tiene frente a él, para luego poder acelerar drásticamente en espacios vacíos entre dos camiones, haciendo que la variación de su velocidad cambie mucho más que en el carril izquierdo.

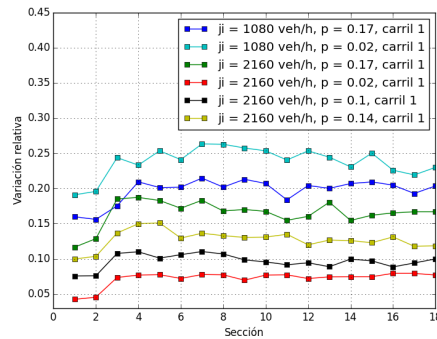


Figura 6.9: Variación relativa de la velocidad promedio del carril derecho a lo largo de la carretera para S1.

Recapitulando, en las primeras secciones observamos una proporción para cada flujo de entrada de la cual obtenemos un número máximo de camiones que permite al carril izquierdo tener flujo libre debido al alto valor de la variación relativa de la velocidad promedio en cada uno de los carriles. Sin embargo, al circular por la carretera, este carril tiende a organizarse y estabilizarse, haciendo que el número permitido de camiones aumente, debido a su nula interacción directa con el carril izquierdo. Por otro lado, en el carril 1 observamos una desorganización permanente que estará presente a lo largo de la carretera.

La formación de las “burbujas” se debe al hecho de que el sistema no se estabiliza homogéneamente. Es decir que mientras para una combinación  $\{j_i, p_{camion}\}$  la cantidad de vehículos ligeros en el carril izquierdo puede llegar a un nivel que permita flujo libre en la sección 8, para otras combinaciones similares este nivel se alcanza unos kilómetros adelante.

¿Qué ocurre a lo largo de estas secciones en las que la cantidad de coches en el carril izquierdo permanece constante? ¿Hay pelotones formándose? La respuesta es no. La prueba de esto es que la variación relativa no es nula. En el caso de un pelotón, todos los vehículos que lo forman tienen la misma velocidad, haciendo que variación relativa tienda a 0. Sin embargo, en la Figura 6.8b observamos una variación, que aunque es pequeña, no es nula.

Estamos entonces hablando de una formación en la cual los vehículos están a una distancia considerable entre ellos que permite el circular a altas velocidades sin tener grandes perturbaciones.

Ya hemos analizado algunos aspectos observados en el sentido 1 (México-Acapulco) donde encontramos distintos resultados interesantes.

Lo primero a tener en mente es que habrá zonas (sección 1 y 2) para las cuales nunca tendremos un estado gaseoso. Esto es debido a las reglas de seguridad impuestas para las curvas peligrosas. También es importante tener en cuenta que bajo nuestro modelo, mientras que el carril izquierdo tiende a estabilizarse en un estado gaseoso, el carril derecho se mantendrá desordenado debido a la mezcla de vehículos ligeros y pesados. Finalmente, es importante mencionar que la sensibilidad a los camiones es importante, puesto que ya en la sección 9 (Figura 6.6b) encontramos que para cada flujo de entrada hay estados de flujo libre para  $p_{\text{camion}}$  mayores a 0.2.

Ahora pasemos al otro sentido, donde observaremos comportamientos aún más interesantes.

## 6.5. Análisis de los resultados para S2

El sentido S2 es un tanto más complicado e interesante puesto que es aquí donde el hecho de tener que subir una altura considerable influye en la velocidad máxima de los vehículos pesados. Esto tiene distintas consecuencias.

Durante las primeras 14 primeras secciones observamos un comportamiento similar al de S1, obteniendo valores de  $p_{\text{camion}}$  donde se encuentra la transición entre un estado gaseoso y un líquido cada vez mayor a medida que avanzamos en la carretera. Sin embargo un detalle importante a destacar es que los valores de  $p_{\text{camion}}$  son notablemente más bajos que en S1, tal cual se observa en la Figura 6.10. Esto nos permite decir desde un inicio que este sentido es mucho más sensible a los camiones que el tratado en la sección 6.4.

La causa de esta mayor sensibilidad es el hecho de que más adelante se encuentre la pendiente que disminuye la velocidad promedio del sistema. De esta manera tenemos un frente que viaja río arriba (upstream), disminuyendo así la velocidad promedio de todo el sistema. Esto no se observa en el caso de S1 puesto que aquella zona que limita la velocidad de los vehículos se encuentra al inicio de la carretera, y no al final como en el caso de S2.

Sin embargo la presencia de tal zona en S2 tiene consecuencias mucho más interesantes.

En la Figura 6.11a se observa el diagrama fundamental en la sección 15, es decir aquella sección que se encuentra justo antes del inicio de la pendiente. Vemos un comportamiento completamente distinto a los anteriores. En primer lugar observamos como para flujos altos y  $p_{\text{camion}}$ 's bajas hay estados líquidos, e incluso encontramos una combinación donde hubo ya estancamiento (punto verde).

Imaginemos la situación por un momento y coloquémonos en la sección 15 con alguna proporción de camiones baja. La onda expansiva que viene de las

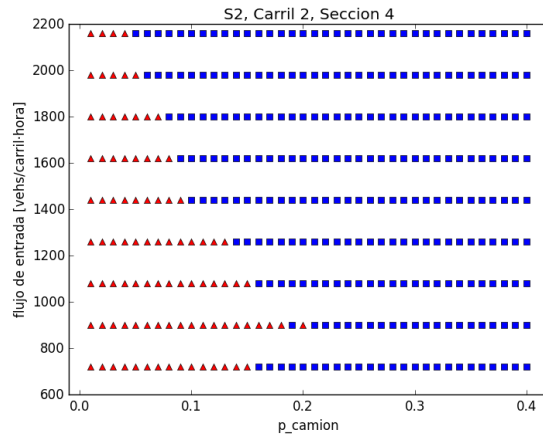
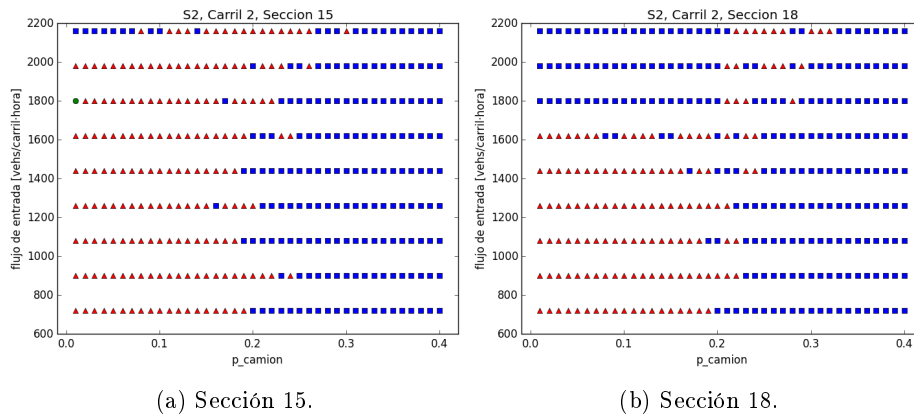


Figura 6.10: Diagramas de fase para la sección 4 en el carril 2 de S2.



(a) Sección 15.

(b) Sección 18.

Figura 6.11: Diagramas de fases para la sección 15 y 18 en el carril 2 de S2.

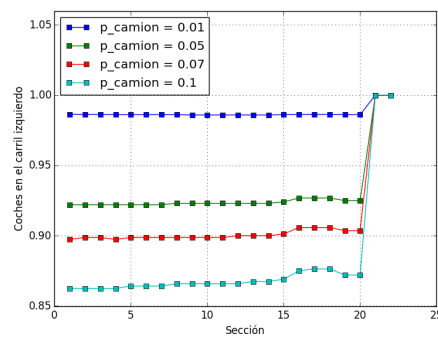
secciones siguientes ha alcanzado la sección 15, en la cual la velocidad promedio del carril derecho ha bajado drásticamente debido a la limitación de la velocidad máxima de los pocos camiones. Este hecho provoca que los vehículos ligeros que todavía se encuentran en el carril derecho quieran cambiar al carril izquierdo para evitar un congestionamiento. Sin embargo la velocidad de estos vehículos, ya disminuida por la onda, es inferior a la velocidad de aquellos vehículos en el carril izquierdo. Esto provoca un desbalance en la velocidad promedio. En la Figura 6.12a podemos descartar una inversión de carril puesto que el aumento de vehículos en el carril izquierdo es pequeño. Pero por otro lado, en la Figura 6.12b podemos observar las consecuencias en la velocidad promedio del carril. En esta última Figura se encuentra la evolución de la variación relativa a lo largo de la velocidad en la cual observamos como para flujos altos y pocos camiones,



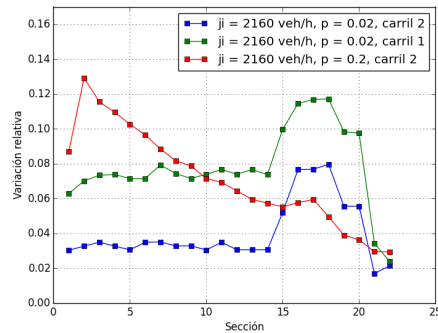
al acercarse al inicio de la pendiente la variación relativa se dispara hasta llegar a valores máximos globales.

En otras palabras, en el caso en el cual hay una pequeña cantidad de camiones, estos últimos siguen afectando al sistema, y al acercarse a la pendiente, estos empiezan a ahuyentar a los vehículos ligeros hacia el otro carril. Sin embargo, el carril derecho no se vacía completamente, dejando grandes espacios vacíos en los cuales los coches restantes aceleran, provocando una variación relativa importante. En estas condiciones es que los vehículos cambian de carril, desordenando el carril izquierdo.

Es este aumento tan grande de la variación es que entendemos el congestionamiento del flujo para valores de  $p_{\text{camion}}$  bajos en la sección 15. Es importante recalcar el hecho de que, a diferencia de S1, aquí no encontramos una estabilización, sino que el valor de la variación relativa se mantiene, traduciéndose en que el carril izquierdo se mantiene igual de “desordenado” a lo largo de las primeras 14 secciones. Sin embargo, al aumentar la proporción de camiones en la Figura 6.12b tenemos otro tipo de comportamiento en el cual el carril izquierdo se estabiliza a lo largo de la carretera. Al acercarse a la sección 15, la variación relativa aumenta como en los casos anteriores, aunque no tan drásticamente. Esto se debe a que, como ya mencionamos al hacer el análisis de la Figura 6.4a, al tener una proporción de camiones cercana a 0.2 los camiones empiezan a liderar la dinámica del carril derecho, esto resulta en una migración hacia el carril izquierdo de los automóviles desde el inicio de la carretera, haciendo al sistema más estable.



(a) Porcentaje de vehículos ligeros que están en el carril izquierdo.



(b) Variación relativa de la velocidad promedio en el sentido 2 para distintas combinaciones.

Figura 6.12: Evolución a lo largo de la carretera del uso del carril izquierdo y variación relativa de la velocidad promedio para S2.

En la Figura 6.11b observamos como el comportamiento observado en la sección 15 se acentúa en secciones posteriores. Para flujos altos y pocos camiones, encontramos únicamente estados líquidos debido al comportamiento visto en la

Figura 6.12b. Sin embargo al aumentar el número de camiones en el sistema volvemos a encontrar estados gaseosos.

Esto se refiere al hecho de que, tal como en el caso de S1, el sistema no se estabiliza homogéneamente, por lo que para algunas combinaciones la pendiente puede aumentar lo suficiente la variación relativa de la velocidad promedio para mantener al flujo en un estado líquido, aunque también puede darse el caso de una vaporización.

En resumen, en S2 encontramos un comportamiento similar a S1 a lo largo de las primeras 14 secciones en el sentido en el que el número de camiones para el cual encontramos flujo libre aumenta a lo largo de la carretera. Sin embargo, en S2 el sistema no se estabiliza cuando tenemos valores de  $p_{\text{camion}}$  bajos sino que hay “un desorden” constante. A partir de la sección 14 el frente de baja velocidad que viaja río arriba desde secciones posteriores provoca congestionamientos para flujos altos.

Durante la sección 19 y 20 observamos un estado líquido global, incluso con algunos estancamientos. Esto se debe a un efecto múltiple sumando la primera curva peligrosa y la pendiente. Todo esto cambia llegando la sección 21, donde encontramos la ampliación de la carretera a 3 carriles. Aquí la pendiente ya no surte efecto en los vehículos ligeros puesto que ya todos los camiones se encuentran en el carril extremo derecho, dejando dos carriles para que los vehículos aceleren y circulen en un estado gaseoso.

En S2, al igual que en S1, encontramos zonas para las cuales nunca encontraremos flujo libre. Esto es debido, de nuevo, a las reglas de seguridad impuestas. Sin embargo, al sumar estas medidas con la pendiente presente en la segunda zona de la carretera obtenemos como resultado un comportamiento sumamente interesante el cual se resumió anteriormente.

Es importante tener en cuenta que las condiciones de este sentido en la carretera resultan en una sensibilidad mucho menor a los camiones. Esto se puede observar al comparar los diagramas de fase en ambos sentidos, aunque esto resultará más claro de las Tablas 6.1 y 6.2.

Con esto terminamos el análisis de ambos sentidos. Sin embargo al tener frente a nosotros un análisis de la carretera con rampas de entrada y salida, tendremos que analizar todos aquellos resultados encontrados en estas últimas dos secciones para así proseguir al caso perturbado. Todo esto será visto a continuación.

## 6.6. Pensando en el siguiente paso

Ya hemos analizado cada uno de los sentidos sin perturbarlo. Ahora tenemos que pensar qué hacer con los camiones cuando insertemos de nuevo las rampas de entrada y salida. En esta sección detallaremos qué hacer con  $p_{\text{camion}}$  al inicio

de cada uno de los sentidos, al igual que el valor de este parámetro que usaremos en las rampas de entrada.

Regresemos a S1. A partir de la sección 3 observamos como la sensibilidad a los camiones va disminuyendo hasta llegar a una  $p_{\text{camion}}$  máxima en la sección 18. ¿Qué valor de este parámetro tomar para asegurar que en toda la carretera haya flujo libre? Tenemos que tomar en cuenta que nuestra siguiente tarea será analizar la sensibilidad de la carretera a las rampas, por lo que si tomamos un valor de  $p_{\text{camion}}$  muy bajo, será difícil saber si los resultados encontrados se mantendrán a la hora de aumentar  $p_{\text{camion}}$ . Por el contrario, al tomar un valor cercano a la transición de fase podemos darnos una mejor idea de la sensibilidad y estructura de la carretera.

Finalmente nos decantamos por tomar una  $p_{\text{camion}}$  que esté lo suficientemente cerca de la transición de fase, pero que asegure que haya flujo libre en nuestro carril izquierdo a lo largo de la carretera para cada flujo de entrada. La elección de este valor no se verá afectada por la sección 1 y 2, puesto que como ya hemos visto, sea cual sea el valor de  $p_{\text{camion}}$ , siempre obtendremos un estado de flujo congestionado.

El procedimiento será este: para cada flujo de entrada obtendremos una colección de  $p_{\text{camion}}$  para la cual haya un flujo libre estable pero que esté cercana a la transición de fase. Una vez obtenida esta colección, simplemente tomaremos el valor mínimo como aquella  $p_{\text{camion}}$  que tendremos al inicio de nuestra carretera.

Como ejemplo, tomemos las Figuras 6.6. Para un flujo de entrada de 1600 coches por hora, tenemos que para la sección 3 una  $p_{\text{camion}} = 0.12$  está en el lugar deseado mientras que para la sección 9 y 17 tenemos valores de  $p_{\text{camion}} = 0.23$  y  $0.32$  respectivamente. Sin embargo únicamente aquel valor para la sección 3 asegura que los camiones no congestionarán estas tres secciones. Por lo tanto, este último valor será aquel que tomaremos para nuestras siguientes simulaciones al tener un flujo de entrada de 1600 coches por hora

El caso de S2 es un poco más complicado. Para flujos de entrada menores a 1600 coches por hora podremos proseguir tal cual en el caso de S1. Sin embargo para flujos más altos tenemos un comportamiento más complejo, tal cual explicamos en la sección anterior.

En este caso la decisión es entre tomar valores de  $p_{\text{camion}}$  bajos para asegurar el flujo libre en la primera mitad de la carretera, pero obtener un flujo congestionado en la segunda mitad, o tomar valores altos de  $p_{\text{camion}}$  y tal vez obtener estados de flujo libre en la segunda mitad de la carretera.

Decidimos elegir los valores bajos de  $p_{\text{camion}}$ . La razón es doble. En primer lugar, un valor alto de  $p_{\text{camion}}$  no asegura que para la segunda mitad de la carretera haya flujo libre, sino que esto puede variar de simulación a simulación, dada la no homogeneidad mostrada en las secciones 6.4 y 6.5, dándole incertidumbre a nuestros resultados. También, a la hora de ponderar, una proporción

pequeña de camiones parece más realista que una tan alta como los mostrados en la Figura 6.11b en la carretera.

De esta manera obtuvimos nuestros valores iniciales de  $p_{\text{camion}}$ . Sin embargo, ¿qué hacer en cada una de las rampas de entrada? ¿Introduciremos camiones en cada una de las rampas? La respuesta parece ser un poco más delicada considerando que aquellas partes por las que pasa el libramiento son distintas entre ellas. Tomemos el ejemplo de las salidas de Burgos y Brisas (ver Apéndice B). Estas dos zonas son completamente residenciales, y el introducir camiones en esta zona parecería un poco fuera de la realidad.

De esta manera tomamos para cada uno de los sentidos tres zonas por las cuales puedan ingresar camiones. Estas son, en general para los dos sentidos, el inicio de la carretera y aquellas rampas de entrada correspondientes al entronque con Av. Plan de Ayala y la Av. Morelos. El caso del inicio de la carretera fue ya resuelto anteriormente. ¿Qué hacer ahora con los entronques? El asunto es un poco delicado y dependerá de los resultados obtenidos, tanto en cada una de las secciones donde se encuentran estos, como el resultado obtenido para el valor de  $p_{\text{camion}}$  que se tomará al inicio de la carretera.

Cada uno de estos entronques se encuentra en una sección la cual tiene una cierta sensibilidad a los vehículos pesados. Estas se muestran en las Tablas 6.1 y 6.2. Puesto que buscamos asegurar un flujo libre para las siguientes simulaciones (con rampas) y que la presencia vehículos pesados no resulte directamente en un congestionamiento, entonces para cada una de las rampas tomaremos la diferencia entre la  $p_{\text{camion}}$  inicial y aquella para cada sección como la proporción de camiones que entrarán en cada uno de estos entronques. Como ejemplo veamos el caso para S1 con un flujo de entrada de 1440 vehículos por carril por hora. El valor de  $p_{\text{camion}}$  al inicio de la carretera es de 0.16, mientras que para la Av. Plan de Ayala la sensibilidad a los camiones es de 0.21. Como resultado, al colocar la rampa de entrada, esta tendrá una  $p_{\text{camion}} = 0.21 - 0.16 = 0.05$ .

En el caso de Av. Morelos tendremos entonces que el valor de  $p_{\text{camion}}$  que asegura flujo libre es la diferencia entre las sensibilidades de las dos secciones en donde hay entronques. Es decir, siguiendo el ejemplo para 1440 vehículos por carril por hora, que en el entronque de Av. Morelos tendremos un valor de  $p_{\text{camion}} = 0.29 - 0.21 = 0.08$ . De esta manera podremos insertar camiones por las entradas asegurando que los camiones no congestionen el flujo.

En las Tablas 6.1 y 6.2 encontramos distintos resultados interesantes. En primer lugar es notoria la diferencia en las  $p_{\text{camion}}$  iniciales para cada sentido. Recordamos que este primer parámetro nos da mucha información sobre el sistema, puesto que es el valor máximo para el cual podemos asegurar un flujo libre en las secciones en las que sea posible.

Es importante notar como al comparar los valores de  $p_{\text{camion}}$  inicial de S1 y S2 observamos que para este último sentido la proporción de camiones es menor.

Flujo de entrada (coches/h)	Inicio (sección 1)	Av. Plan de Ayala (sección 10)	Av. Morelos (sección 14)
2160	0.05	0.24	0.28
1980	0.08	0.24	0.29
1800	0.1	0.24	0.3
1620	0.12	0.23	0.3
1440	0.16	0.21	0.29
1260	0.18	0.27	0.3
1080	0.23	0.3	0.3
900	0.25	0.3	0.3
720	0.19	0.21	0.23

Tabla 6.1: Resultados obtenidos para el análisis de  $p_{\text{camion}}$  en el sentido 1 (México-Acapulco).

Flujo de entrada (coches/h)	Inicio (sección 1)	Av. Morelos (sección 9)	Av. Plan de Ayala (sección 13)
2160	0.04	0.12	0.26
1980	0.05	0.14	0.19
1800	0.07	0.14	0.22
1620	0.07	0.13	0.29
1440	0.09	0.13	0.16
1260	0.13	0.14	0.18
1080	0.14	0.16	0.18
900	0.19	0.23	0.21
720	0.15	0.19	0.19

Tabla 6.2: Resultados obtenidos para el análisis de  $p_{\text{camion}}$  en el sentido 2 (Acapulco-México).

Mientras que para S1 más de la mitad de las  $p_{\text{camion}}$  es mayor a 0.15, para S2 únicamente los valores para los dos flujos de entrada más bajos es mayor o igual a 0.15. Esto es resultado del frente de baja velocidad que viaja río arriba por la pendiente presente en el sentido 2.

Como dijimos en la sección 6.4, para las primeras secciones hay un número máximo de camiones aproximado para el cual en dichos tramos podemos encontrar flujo libre. En las dos Tablas podemos observar el mismo comportamiento para las primeras dos columnas. Ya en la tercera columna vemos probabilidades más homogéneas, coincidentes también con el hecho de que el carril izquierdo se estabiliza en torno a velocidades altas aún con grandes proporciones de camiones.

Ya hemos estudiado cada sentido de la carretera en el caso no perturbado y obtenido la información necesaria para pasar al estudio de la carretera en su estado actual. Podemos ahora concluir de todo lo visto hasta el momento.

## 6.7. Comentarios finales

Del análisis recién presentado podemos obtener distintas grandes conclusiones al estudiar la sensibilidad a los camiones de nuestro sistema no perturbado. Como primer resultado obtuvimos que por la estructura de la carretera, hay zonas de esta para las cuales **siempre habrá congestión**. Estas se encuentran en la zona de curvas y el congestionamiento se debe a las reglas de seguridad implementadas. Esto es de suma importancia para nuestro objetivo, puesto que la ampliación que actualmente se está construyendo no planea obras para disminuir la curvatura.

La segunda conclusión también nos habla de la sensibilidad de la carretera hacia los vehículos pesados. Mientras que para S1 podemos introducir una gran cantidad flujos iniciales con una  $p_{\text{camion}}$  mayor a 0.15, para S2 nuestra proporción de camiones para los flujos iniciales disminuye sustancialmente si es que buscamos que en cada sección posible los camiones no congestionen el flujo. Esto es debido a las características de S2 tal como se analizó en la sección 6.5.

Finalmente, en el estudio que realizamos a lo largo de este capítulo observamos cómo S1 tiende a una estabilización a lo largo de la carretera. En el caso de S2 tenemos que esta estabilización solo ocurre para valores de  $p_{\text{camion}}$  altos. Para valores chicos, el desorden del sistema permanece constante debido a la presencia de la pendiente y el frente de baja velocidad que viaja río arriba. Esto es un problema que la ampliación tampoco puede resolver.

Es importante recordar que para flujos de entrada altos y valores de  $p_{\text{camion}}$  alrededor de 0.2 cada uno de los sentidos tiene dinámicas heterogéneas, puesto que para combinaciones de  $\{j_i, p_{\text{camion}}\}$  parecidas, la estabilización del sistema puede darse a kilómetros de distancia.

Ya hemos estudiado el problema para la proporción de camiones en la carretera, y a partir de él hemos obtenido información muy relevante sobre cómo está estructurada la carretera en cuestión. Es hora de abrir las compuertas y dejar que los coches entren por las rampas.

## Capítulo 7

# Análisis de la carretera en su estado actual

Es hora de analizar la carretera como podemos encontrarla actualmente, es decir con rampas de entrada y salida. Abriremos las compuertas y dejaremos que los coches puedan entrar a la carretera vía las rampas.

Sin embargo antes de pasar a encontrar los diagramas de fase tal cual lo hicimos en el capítulo 6, habrá que detenerse y preguntarse algunas cuestiones preliminares.

¿Podemos reducir aún más el problema de alguna manera? ¿Al perturbar, seguiremos teniendo estados estacionarios?

### 7.1. Discusión sobre las rampas

En la sección anterior logramos reducir nuestro problema de 4 parámetros a únicamente 3 (flujo inicial,  $p_e$  y  $p_s$ ). Ahora intentaremos reducir el problema a solo 2 parámetros.

Como ya vimos en el capítulo 4, tenemos dos tipos de rampas: una de entrada y una de salida, cada una con un probabilidad de entrada y de salida respectivamente. Imaginemos por un momento que eliminásemos las rampas de entrada. Como resultado tendríamos que la densidad de coches iría disminuyendo al acercarnos al final de la carretera. Este problema no nos interesa, puesto que en lugar de que la dinámica del sistema se vuelva más complicada, se simplifica y se aleja de la realidad que queremos representar.

Entonces al tener las rampas de salida necesitamos como condición que  $p_e > p_s$ , de tal manera que  $p_e - p_s > 0$  y así podamos asegurar que haya coches que estén de hecho entrando a nuestro sistema.

Sin embargo, el hecho de tener las rampas de salida hace que perdamos cierta información. Como ya vimos en el capítulo 3, por las rampas solo pueden entrar coches con velocidad máxima. Sin embargo, cuando un coche sale no podemos estar seguro de qué velocidad llevaba, si estaba afectando al flujo libre o si no lo hacía.

Por otro lado, al quitar las rampas de salida podemos conocer y llevar un registro de cómo van evolucionando los coches dentro del sistema. El riesgo de que un coche sea remplazado por otro con velocidad máxima desaparece.

El flujo en las entradas no corre peligro al quitar las rampas de salida puesto que tanto  $p_e - p_s$  como  $p_e$  -que son los parámetros que nos dicen cuantos vehículos entrarán por las rampas- van de 0 a 1.

Las ventajas de quitar las rampas de salida son entonces múltiples. Evitamos que información se pierda entre una rampa de salida y una rampa de entrada y reducimos nuestro problema de un problema que tiene como parte de su espacio paramétrico  $[0, 1] \times [0, 1]$  a uno que este último se reduce a  $[0, 1]$ .

Tampoco sobra mencionar que el hecho de que tanto las rampas de salida como las de entrada se encuentran en el carril derecho, por lo que una gran proporción de vehículos que salgan por las rampas serían camiones debido a las reglas asimétricas de cambio de carril impuestas. Esto modificaría nuestro sistema ya sensibilizado para este tipo de vehículos.

De esta manera hemos reducido una vez más nuestro problema al quitar las rampas de salida. Así hemos quedado ya con dos parámetros, el flujo de entrada y la probabilidad de entrada en las rampas.

Ahora pasemos a resolver otra cuestión acerca de cómo obtener los diagramas de fase en sistemas perturbados.

## 7.2. ¿Qué hacer con los estados estacionarios?

Al tener un sistema no perturbado cada una de las secciones donde se propuso medir llegaba rápidamente a un estado estacionario en el cual era seguro medir, tal como lo discutimos en la sección 6.2. Sin embargo al abrir las compuertas el sistema total ya será perturbado puesto que el flujo de entrada no será el mismo que el flujo de salida. ¿Qué hacer con esto?

En realidad es un asunto de enfoque. Si bien nuestro sistema *total* será perturbado, sí podremos encontrar dentro de este un gran número de pequeños sistemas los cuales no lo serán y donde será seguro medir.

¿Cuáles son estos pequeños sistemas? En la Figura 7.1 damos cuenta de ellos. En la sección 1 observada en dicha Figura observamos una rampa con un flujo entrante. El flujo de salida de la sección 1 es la suma del flujo inicial que más el flujo entrante por la rampa. Sin embargo durante toda la sección 2, al no haber



ninguna rampa en ella, el flujo de salida será idéntico al flujo de entrada. Ahí es donde encontramos nuestra sección no perturbada.

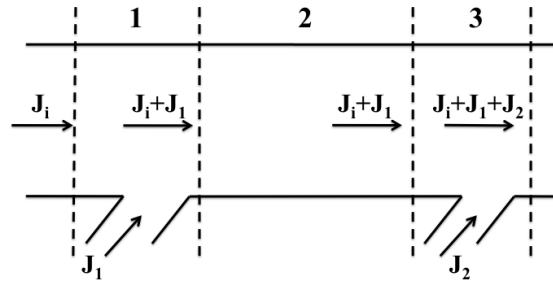


Figura 7.1: Esquema de una carretera con dos rampas de entrada. Dividimos la carretera para poder obtener una sección no perturbada (2) para la cual el flujo de entrada sea el mismo que el flujo de salida.

A la hora de medir tendremos que modificar la posición de nuestros sensores asegurándonos que estos estén midiendo en estos nuevos tramos. En otras palabras, colocaremos los sensores unos metros antes del inicio de cada rampa.

Los resultados de esto se encuentran en la Figura 7.2, donde observamos, sin duda alguna, estados estacionarios en S1 para una  $p_{in} = 0.1$ . Observamos como para flujos de entrada menores a 900 coches por hora la velocidad se estaciona rápidamente. Esperamos que al lector no le cause ninguna sorpresa el decir que para S2 encontramos el mismo tipo de comportamiento.

### 7.3. Análisis de los resultados

A continuación presentaremos y analizaremos los resultados que obtuvimos para ambos sentidos al perturbar el sistema. Para cada uno de estos, al igual que para los resultados del sistema ampliado, encontramos comportamientos generales.

Nos decidimos por presentar en primer lugar esta fenomenología de la carretera, para luego ir al detalle de cada sentido.

Antes que nada, es importante mencionar que al cambiar el parámetro de análisis de  $p_{camion}$  a  $p_e$  los diagramas de fase tendrán en sus ejes los flujos de

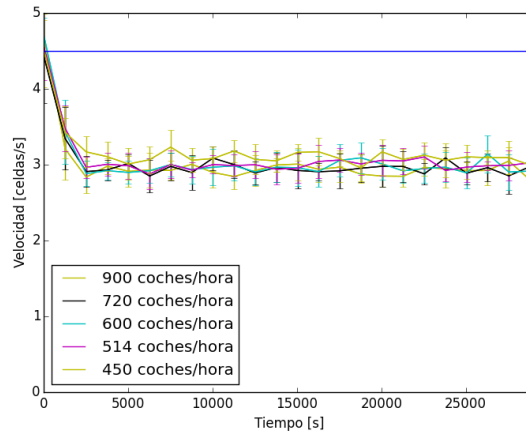


Figura 7.2: Diagrama en el cual observamos la evolución temporal de la velocidad cuando introducimos rampas en el sistema. Al colocar los sensores tal como en la Figura 7.1 obtenemos también estados estacionarios.

entrada (como en el capítulo anterior) y el flujo extra. Este último se refiere al número total de vehículos insertados en las rampas por hora.

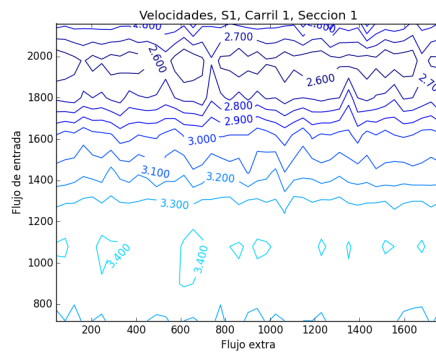
Presentaremos en un primer lugar cómo es que se comportan las velocidades en los diagramas de fase a lo largo de la carretera. Esto puede ser observado en la Figura 7.3, donde notamos un comportamiento completamente distinto al del capítulo 6.

En primer lugar se observa un comportamiento que parece depender del flujo de entrada y no tanto del flujo extra. Para flujos bajos tenemos una velocidad máxima local, mientras que al aumentar el flujo inicial la velocidad descende hasta alcanzar un valor mínimo. Lo curioso es observar como al seguir aumentando el flujo inicial, la velocidad vuelve a aumentar. Lo opuesto ocurre con el valor máximo local, al descender el flujo inicial el valor de la velocidad descende.

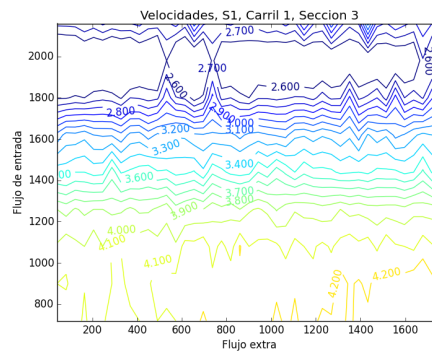
Tratemos de entender en primer lugar por qué el valor de la velocidad promedio depende del flujo inicial y no del flujo extra.

En la Figura 7.4 mostramos los resultados obtenidos al promediar el uso del carril izquierdo por parte de los vehículos ligeros para distintos flujos de entrada con respecto a los flujos extras. de la Figura 7.4c y 7.4d observamos como la desviación máxima obtenida es del 1.5 %. Esto nos confirma únicamente el comportamiento del sistema que se observa en la Figura 7.3: la velocidad promedio no depende del flujo que pasa por las rampas.

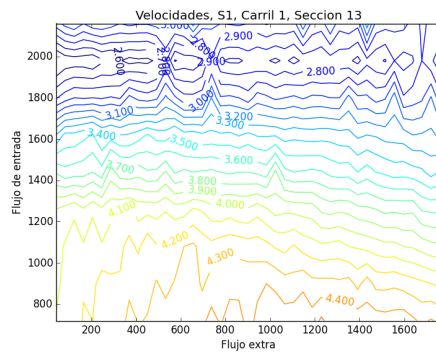
Sin embargo, es curioso observar como la desviación estándar tiende a aumentar a lo largo de la carretera para flujos de entrada altos (Figura 7.4d) mientras que para flujos bajos (Figura 7.4c) el aumento de la desviación es más



(a) Sección 1.



(b) Sección 3.



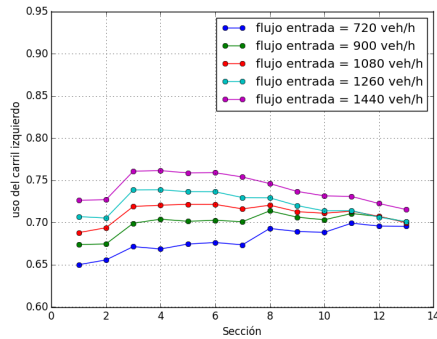
(c) Sección 13.

Figura 7.3: Velocidades en los diagramas de fase para distintas secciones en el carril izquierdo de S1 en su estado actual.

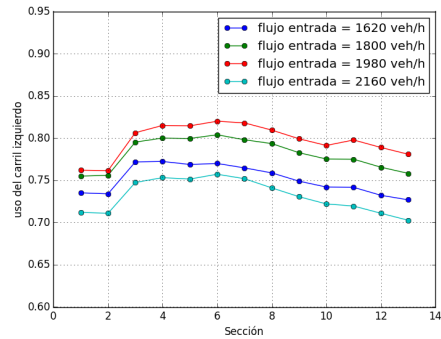
notorio en las últimas secciones de la carretera. Este aumento -en especial para flujos de entrada altos- se relaciona con la curvatura que presentan las líneas de nivel de la Figura 7.3c. Esta curvatura parecería ser más pronunciada para flujos de entrada bajos. ¿Qué es lo que ocurre a lo largo de la carretera para que la velocidad disminuya?

Veamos ahora las Figuras 7.4a y 7.4b. Para flujos de entrada mayores a 900 veh/h el uso de carril izquierdo parece disminuir a lo largo de la carretera (a partir de la sección 3, es decir al salir de la primera curva peligrosa). Este comportamiento se acentúa en las curvas observadas en la Figura 7.4b.

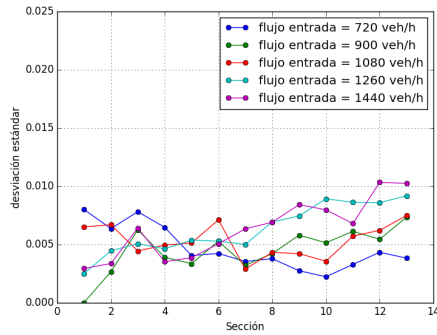
Analizemos en primer lugar que ocurre para flujos de entrada menores a 900 veh/h. En este caso la densidad que tendremos será pequeña, por lo que la perturbación no tendrá un efecto drástico. Esto puede ser visto en el hecho de que el uso de carril aumenta (770 veh/h) o se mantiene constante (900 veh/h), traduciéndose en que todo aquel vehículo que entre por las rampas situadas en el carril derecho tendrá la oportunidad de pasarse al carril izquierdo, dejando



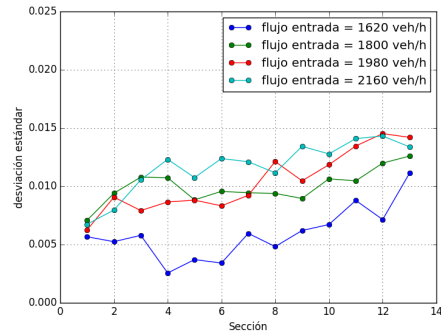
(a) Uso del carril izquierdo promedio para flujos de entrada bajos.



(b) Uso del carril izquierdo promedio para flujos de entrada altos.



(c) Evolución de la desviación promedio del uso del carril izquierdo para flujos de entrada bajos.



(d) Evolución de la desviación promedio del uso del carril izquierdo para flujos de entrada altos.

Figura 7.4: Evolución del uso de carril promedio para distintos flujos de entrada en el carril izquierdo de S1.

al primer carril parcialmente vacío o manteniendo la proporción de vehículos en cada carril.

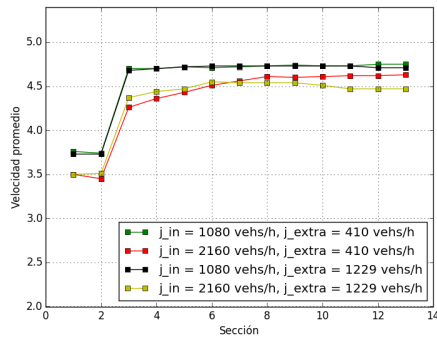
Este comportamiento puede recordarnos a aquel obtenido en el capítulo 6 en donde el uso de carril izquierdo a lo largo de la carretera aumentaba, permitiéndole estabilizarse y aumentar su velocidad hasta llegar a un estado de flujo libre. En la Figura 7.5a y 7.5c podemos confirmar esto. Para flujos de entrada bajos la velocidad rápidamente llega a una velocidad que se mantendrá estable, con una variación relativa no mayor al 5%.

El caso del carril derecho es distinto. En la Figura 7.5b observamos como la velocidad coincide con un estado líquido, de donde se puede inferir que la dinámica no está liderada por los camiones, aunque la velocidad sigue siendo menor a aquella del carril izquierdo por la misma presencia de estos. Sin embargo, aunque el valor de la velocidad promedio parece alcanzar un estado estacionario, al observar su variación relativa en la Figura 7.5d observamos como para flujos

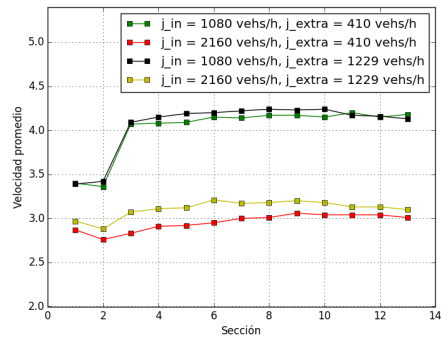
extras bajos el carril no parece ordenarse. Al aumentar este flujo el carril derecho parece estabilizarse, aunque habrá que tomar en cuenta que si bien el valor de la variación relativa en el carril izquierdo no pasaba del 5 %, en el carril derecho esta no baja del 7 %.

De aquí podemos inferir que el carril derecho es de nuevo un sistema el cual no tiende a estabilizarse, sino a mantener un desorden considerable tal como en el caso del capítulo 6. En este caso los camiones no son el factor que impide la estabilización, sino los vehículos que entran por las rampas a lo largo de la carretera.

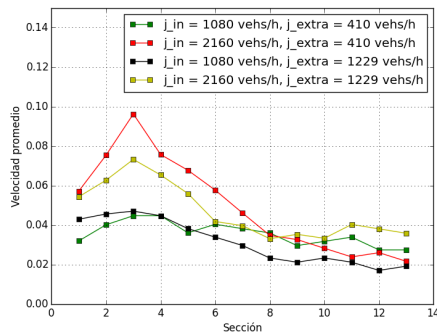
Estos, al tener una velocidad máxima al entrar en la carretera desorganizan el sistema, aumentando así la velocidad promedio del carril. Sin embargo, de la Figura 7.5 no podemos evitar el observar como el caso para flujos de entrada altos parece ser más interesante.



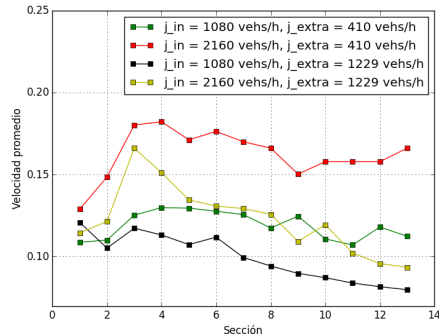
(a) Velocidad promedio en el carril izquierdo.



(b) Velocidad promedio en el carril derecho.



(c) Variación rel. para el carril izquierdo.



(d) Variación rel. para el carril derecho.

Figura 7.5: Velocidades promedio y sus variaciones relativas para ambos carriles en el sentido 1.

Al aumentar el flujo de entrada en la carretera observamos como el uso del carril izquierdo descende en las últimas secciones con respecto a las secciones

posteriores a la primera curva peligrosa tal como se observa en las Figuras 7.4a y 7.4b. Esto se refiere a que el porcentaje de vehículos ligeros en el carril derecho aumenta al recorrer la carretera. ¿Por qué no cambiarse al carril izquierdo? Observemos las respectivas curvas en las Figuras 7.5a y 7.5b. Al comparar las velocidades promedio en cada carril notamos una gran diferencia entre sus valores de aproximadamente 1.5 celdas/s, es decir aproximadamente 40km/h. Si al considerar también el hecho de que la densidad aumentará para flujos altos por la cantidad de vehículos en la carretera, se infiere que los vehículos que ingresan a la carretera a lo largo de la carretera no se cambian de carril por las medidas de seguridad impuestas en el capítulo 4 para las cuales es necesaria una distancia segura entre el coche del carril izquierdo que irá a una mayor velocidad con respecto a aquel en el carril derecho.

De esta manera, los vehículos que van entrando por las rampas permanecen en el carril derecho, aumentando el uso de este carril a lo largo de la carretera. Sin embargo, hay que recordar de nuevo que estos vehículos entran al sistema con velocidad máxima, por lo que al sumar el número cada vez mayor de vehículos y las diferencias que hay entre la velocidad promedio del carril izquierdo para flujos de entrada altos (2160 veh/h) en la Figura 7.5b y la velocidad máxima de los vehículos insertados por las rampas, encontramos una variación tan alta como la que se muestra en la Figura 7.5d.

De nuevo es curioso observar como para flujos extras grandes (1229 veh/h) hay una mayor estabilización del sistema permitiendo a la variación relativa de la velocidad promedio descender a lo largo de la carretera. Al aumentar el flujo extra, más vehículos estarán en el sistema, y en particular en el carril derecho. Esto no solo aumenta la densidad sino que disminuye el espacio que hay entre los vehículos. Recordemos ahora que los vehículos son insertados antes de aplicar las cuatro reglas del modelo de NaSch, por lo que al haber menos espacio para circular, los vehículos recién insertados tendrán que reducir su velocidad. Esta reducción será más importante al circular por la carretera puesto que el número de vehículos en el sistema irá aumentando, y por lo tanto permitiendo al sistema de estabilizarse en torno a una velocidad promedio baja.

En resumen, En el caso perturbado de la carretera tenemos un comportamiento de los carriles que llevan a que la velocidad promedio no dependa sustancialmente del flujo que ingresa por las rampas, sino del flujo de entrada.

Para flujos de entrada bajos, la densidad de los carriles permite que los vehículos que ingresen a la carretera puedan cambiarse al carril de alta velocidad, teniendo un efecto parecido al no perturbado haciendo que el carril fluya en un estado gaseoso cada vez más estable.

Para flujos altos, la densidad y la velocidad de los vehículos hará que los vehículos que ingresen por las rampas difícilmente puedan cambiarse al carril derecho. Esto permite al carril izquierdo de estabilizarse de nuevo.

Mientras que el carril izquierdo tiende a estabilizarse a lo largo de la carretera, el carril derecho no. Esto debido a que las rampas están colocadas en este último carril, y es en estas donde vehículos con velocidad máxima son in-

sertados. Al aumentar los vehículos que entran por las rampas, la densidad de este carril hará que los vehículos descendan su velocidad promedio, tal como observamos en la Figura 7.3c.

### 7.3.1. Estado actual de S1

En la sección pasada analizamos algunos aspectos generales de lo que encontraremos en este y el siguiente capítulo donde presentaremos los resultados de la carretera ampliada. El caso de S1 en su estado actual es básicamente todo aquello que hicimos en la sección 7.3 y solo faltan analizar algunos aspectos importantes que, dicho sea de paso, también encontraremos en todo lo que viene.

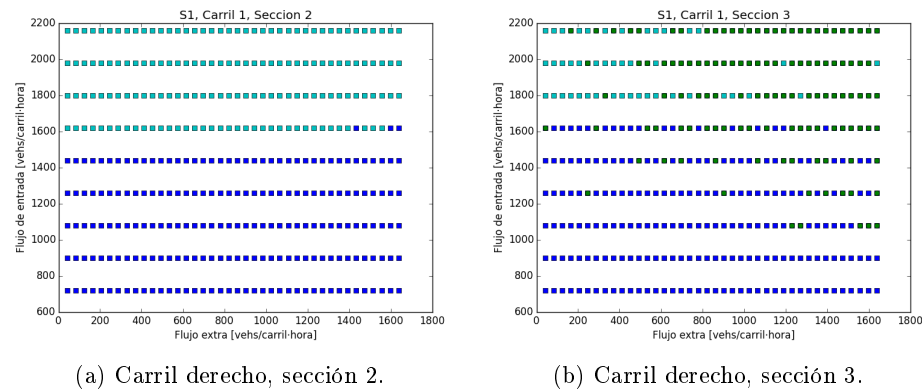
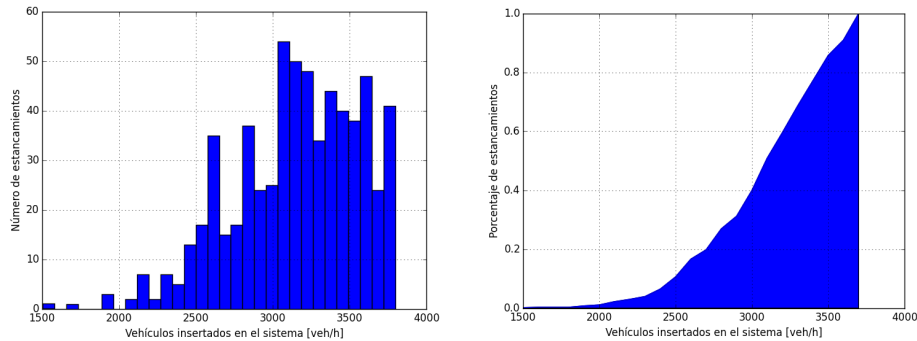


Figura 7.6: Diagramas de fase para S1 en su estado actual.

Analicemos los diagramas de fase encontrados en este caso. En las primeras dos secciones no encontramos ningún estado de flujo libre debido a las medidas impuestas por las curvas. En el caso del carril derecho tenemos un estado viscoso para flujos de entrada altos, tal como se observa en la Figura 7.6a. Esto habla únicamente del comportamiento del sistema cuando se le perturba. Para un flujo de entrada mayor a 1600 vehículos por hora el insertar vehículos conlleva directamente a tener un estado viscoso. Al salir de las curvas esta frontera se modifica al aumentar el flujo de entrada para el cual se da esta transición, aunque el hecho permanece.

Al salir de estas primeras dos secciones encontramos algo que no habíamos observado antes. Una gran cantidad de estancamientos en la esquina superior derecha. Estos estancamientos estarán presentes a lo largo de la carretera para ambos carriles y ambos sentidos. Únicamente el área que cubren cambiará de sección a sección. Sin embargo, en la sección 7.3 observamos como es que la velocidad parecía permanecer constante a lo largo de la carretera, y era únicamente su estabilidad que crecía conforme se avanzaba.



(a) Histograma mostrando el número de estancamientos. (b) Evolución del porcentaje de estancamientos.

Figura 7.7: Histograma y evolución cumulativa de los estancamientos con respecto al número de vehículos insertados en el sistema para el estado actual de S1.

En la sección 5.1 mencionamos algunos otros tipos de flujo que podemos encontrar en una dinámica de tránsito vehicular. Uno de esos tipos eran las ondas *stop-and-go*, tan frecuentes en la vida diaria. Estas ondas se refieren a un estado en el cual se avanza durante un periodo de tiempo para luego volver a pararse.

Nuestro sistema, al no tener ningún problema al acelerar de 0 a 5 celdas/s en una iteración, permite tener entonces este tipo de ondas en las cuales al avanzar se midan velocidades tan altas.

Ya en la sección 3 observamos una gran cantidad de estancamientos. En la Figura 7.5c damos cuenta de como es en esta sección que la variación relativa de la velocidad promedio es máxima, por lo que se entiende que haya ondas de *stop-and-go*. Al avanzar por la carretera la zona en la cual encontramos estancamientos disminuye, reapareciendo únicamente para las secciones 9, 11 y 12. Estas secciones concuerdan con las rampas de entrada de Av. Morelos y Plan de Ayala, donde camiones son insertados.

Tenemos entonces que los estancamientos son producidos por las grandes variaciones que tiene la velocidad debido a la inserción de carriles. En la sección 3, justo al salir de la primera curva, se produce el mayor número de estancamientos al tener no solo una rampa de entrada, sino una segunda curva que reducirá la velocidad de los vehículos ligeros.

Al viajar por la carretera encontraremos menos estancamientos, y solo repuntarán en aquellas secciones donde camiones son insertados.

En la Figura 7.6b es notorio como la gran mayoría de los estancamientos se encuentran en la parte superior derecha del diagrama de fases. Esto nos habla



que es el *número de vehículos que sale del sistema* que provoca los estancamientos. Nos decidimos por iniciar un análisis estadístico de los estancamientos con respecto al número total de vehículos insertados en el sistema por hora. En la Figura 7.7a podemos observar un histograma para el cual observamos la distribución de estancamientos con respecto a este flujo mientras que en la Figura 7.7b encontramos como evoluciona el porcentaje de estancamientos con respecto al número de vehículos en el sistema.

### 7.3.2. Estado actual de S2

En el capítulo 6 vimos como este sentido es más complicado para el tránsito vehicular debido a la pendiente que se encuentra al final de la carretera. También, el hecho de tener distintas curvas peligrosas hace que la velocidad promedio de la carretera descienda aún más, aunque la presencia de un tercer carril extra en los últimos dos kilómetros alivia los congestionamientos y estancamientos.

Al analizar este sentido en su estado actual, el efecto de cada uno de estos elementos es más notorio.

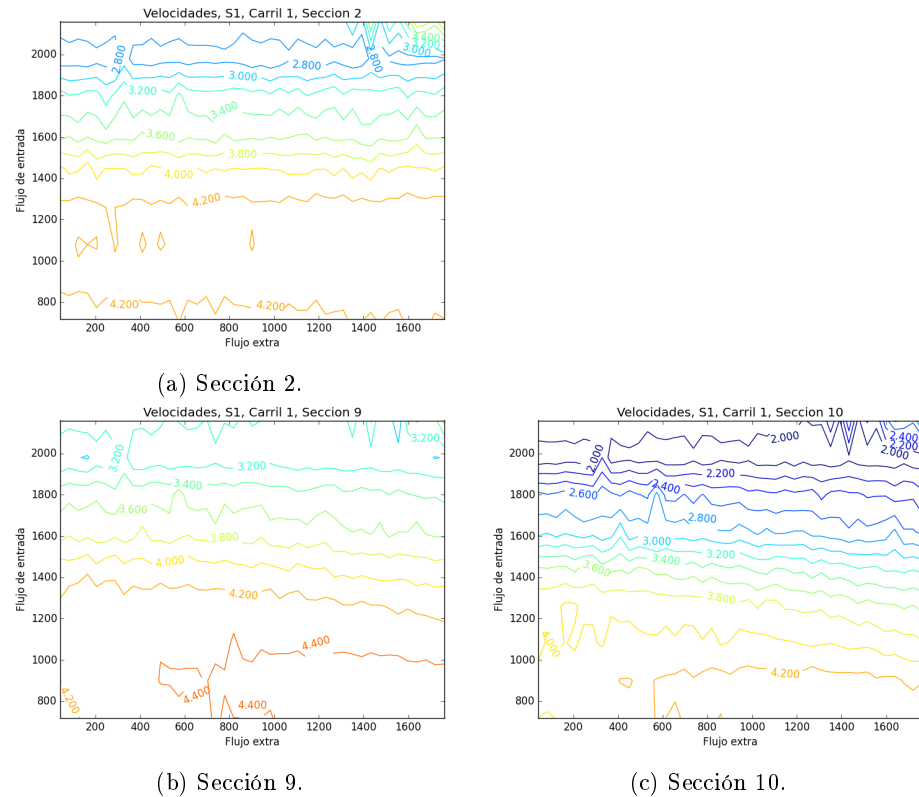


Figura 7.8: Velocidades de S2 para distintas secciones.

Ya en el estudio hecho en la sección 6.5 observamos como el hecho de que haya una limitación en la velocidad al final de la carretera resulta en un frente de baja velocidad que viaja río arriba. Esto es un efecto natural por la estructura de la carretera, y su efecto se ve acentuado por la intensidad de los parámetros. Por ejemplo, recordemos como al aumentar el valor de  $p_{\text{camion}}$  la velocidad de las primeras secciones disminuye.

En la sección 7.3 observamos como la velocidad promedio depende más del flujo inicial que de la intensidad del flujo en las rampas de entrada. Las líneas de nivel en la Figura 7.6 solo se curvan en las últimas secciones, hablando de una saturación de los carriles.

Al colocar las rampas de entrada observamos como en las primeras secciones de S2 obtenemos el mismo comportamiento mencionado en la sección 7.3 para el cual la velocidad promedio no depende del flujo extra. Esto se muestra en la Figura 7.8. Sin embargo, al acercarse a la pendiente este comportamiento empieza a cambiar y notamos como la velocidad promedio comienza a depender de la intensidad en las rampas.

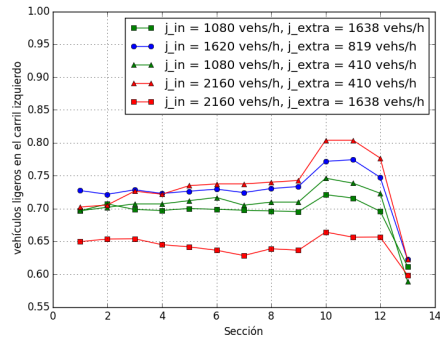
Al empezar la pendiente en la sección 10 la velocidad promedio desciende como era esperado. Sin embargo, es notorio como la curvatura es mayor en estos casos que en aquellos en S1. Indicando no solo el descenso de la velocidad por parte de la pendiente, sino un mayor uso del carril derecho, tal como se observa en la Figura 7.9a.

La estabilidad del sistema también es similar al caso de la sección 6.5, en el sentido en el cual la pendiente provoca un aumento importante de la variación relativa de la velocidad promedio. Sin embargo, observamos aquí como sí hay una estabilización en la primera parte de la carretera para flujos bajos a diferencia del caso no perturbado donde el desorden era uniforme tal como se puede observar en la Figura 7.9b.

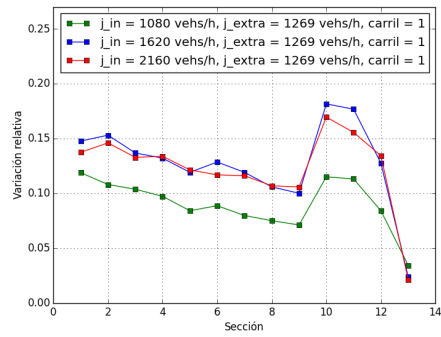
En el caso de flujos altos tenemos un comportamiento nuevo, puesto que el sistema parece desordenarse hasta un punto máximo local de la variación en la sección 6 para luego descender hasta encontrar la pendiente.

¿Qué ocurre aquí? Recordemos que hay dos secciones en las cuales se introducen camiones a la carretera. El primer punto es en la sección 4, por lo que el aumento del inicio de la carretera a este punto viene de un frente de baja velocidad que viaja río arriba tal como se muestra en la Figura 7.9d y 7.9c. Una vez que los camiones son introducidos estos provocan un desordenamiento local -lo que explica que la variación relativa siga aumentando- hasta poder empezar a estabilizarse (sección 5-6). A partir de ahí los se ordenan teniendo en cuenta los camiones, por lo que al llegar al segundo punto de inserción de estos (sección 8) la variación relativa no se ve afectada.

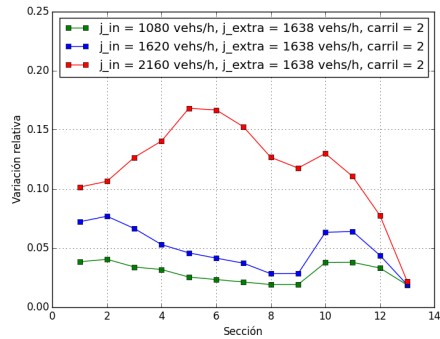
Esto es importante, puesto que a diferencia del caso de S1, aquí los camiones sí tienen un efecto sobre el sistema que termina en un mayor desorden del sistema.



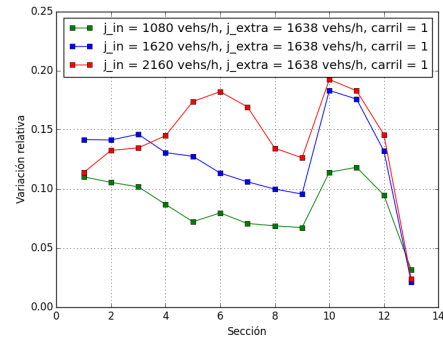
(a) Uso del carril izquierdo por parte de los vehículos ligeros.



(b) Variación rel. de la velocidad para flujos extras bajos en el carril derecho.



(c) Variación rel. de la velocidad para flujos extras altos en el carril izquierdo.

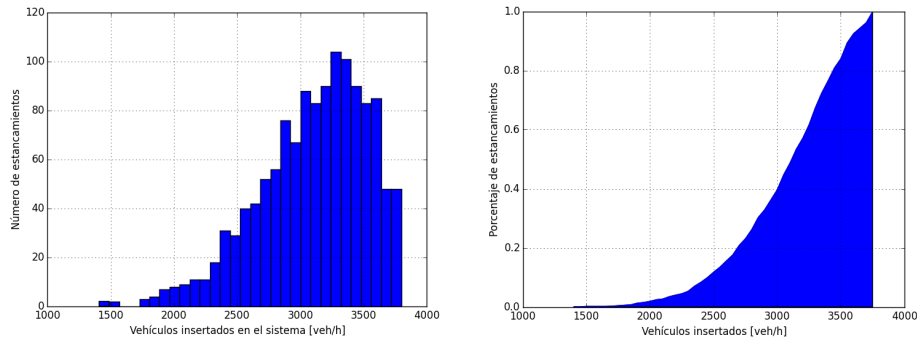


(d) Variación rel. de la velocidad para flujos extras altos en el carril derecho.

Figura 7.9: Uso del carril izquierdo y variación relativa de la velocidad promedio para S2 en su estado actual.

¿Qué ocurre con los estancamientos? En la Figura 7.10a observamos como el número de estancamientos no solo aumenta, pasando de un número máximo de 63 estancamientos en la Figura 7.7a a un máximo de 114 estancamientos. Esto es comprensible teniendo en cuenta que desde la sección 6.5 observamos como este sentido es globalmente más lento y problemático que el otro.

Ya hemos estudiado cada uno de los sentidos en cada uno de sus estados actuales. Es hora de pasar al estudio de los resultados para las simulaciones de la carretera ampliada. Sin embargo, antes de pasar a eso realicemos una pequeña recapitulación de este capítulo.



(a) Histograma mostrando el número de estancamientos. (b) Evolución del porcentaje de estancamientos.

Figura 7.10: Histograma y evolución cumulativa de los estancamientos con respecto al número total de vehículos insertados en el sistema por hora para el estado actual de S2.

## 7.4. Comentarios finales

Mientras que el estudio de la carretera no perturbada nos dio la información acerca de la estructura de esta, el análisis hecho en este capítulo donde se analizó el estado actual de la carretera nos da información acerca del comportamiento que podemos encontrar al circular por el libramiento de Cuernavaca.

En primer lugar encontramos que la velocidad promedio en los carriles no depende de la intensidad del flujo en las rampas de entrada, sino mayoritariamente del flujo de entrada a la carretera. Esto se debe a los distintos comportamientos estudiados en la sección 7.3.

En las condiciones actuales es difícil poder saber cual es el flujo de entrada al libramiento debido a que entre las respectivas casetas anteriores al inicio del libramiento y este encontramos distintas rampas de salida y entrada. Sin embargo, a partir del comportamiento encontrado en este capítulo se podrían realizar mediciones indirectas para poder estimar el flujo de entrada a cada uno de los sentidos en la carretera.

Desafortunadamente, al momento de tener estos resultados la construcción de la ampliación se encuentra en un punto en el que cualquier medición que se realice no coincidirá con las condiciones que nosotros simulamos.

La presencia de vehículos pesados tiene distintas consecuencias en cada uno de los sentidos. Mientras que en S2 en particular provoca un aumento en la variación relativa de la velocidad promedio, desordenando al sistema, para ambos sentidos los camiones provocan un aumento en el número de estancamientos en las secciones donde se encuentran los puntos de inserción comentados en la sección 6.6 con respecto a otras secciones aledañas.

El estudio de los estancamientos es bastante interesante. Mientras que en S1 tenemos una distribución que tiene como máximo 60 estancamientos para un número total de vehículos insertados en el sistema por hora de 3200 veh/h aproximadamente, en S2 tenemos que este máximo aumenta hasta 110 estancamientos para un flujo cercano. Esto es solo una muestra de las distintas estructuras de las cuales dimos cuenta en el capítulo 6. Mientras que en S1 la velocidad promedio es globalmente mayor a comparación de S2, también el hecho de no tener una pendiente permite que los estancamientos no sean tan frecuentes en S1.

Es interesante observar las formas que siguen los estancamientos. Mientras que para S2 parecería una distribución gaussiana, en S1 la distribución pierde esta forma. Lo curioso es que para ambos sentidos se realizaron el mismo número de mediciones.

A partir de esto tenemos una hipótesis que tendrá que ser analizada en otro trabajo. Por el teorema del límite central, la distribución de estancamientos de nuestra carretera (S1 y S2) sigue una distribución normal. El número de mediciones no basta para poder probar eso, y habrá que aumentar el número de secciones, así como las combinaciones de  $\{j_i, p_e\}$ .

En caso de ser cierta, esto solo nos confirma las diferencias estructurales de cada uno de los sentidos y que tan grande es la densidad media de los estancamientos en S2.

¿Qué podemos esperar entonces de la ampliación? En principio el hecho de ser todavía un sistema perturbado podemos entonces esperar un comportamiento de la velocidad promedio similar. Sin embargo, al eliminar distintas rampas de entrada entonces el sistema puede estabilizarse más rápido que en el caso actual, incluso reduciendo los estancamientos encontrados.

## Capítulo 8

# Análisis de la carretera ampliada

En este capítulo presentaremos finalmente los resultados obtenidos de las simulaciones para el estado proyectado de la carretera. En primer lugar presentaremos los cambios que realizamos para esta simulación para después poder presentar los resultados y compararlos con los obtenidos en el capítulo 7.

Los planos presentados en los capítulos 1 y A muestran como para el tramo que va desde el distribuidor Palmira hasta el punto más al norte del libramiento se adaptará un paso exprés que constará de 2 carriles y ninguna rampa de entrada o salida (más que en cada extremo). Esto simplifica el trabajo puesto que únicamente habrá que eliminar todas las rampas que estén en este tramo.

Entre las rampas removidas se encuentra aquella que corresponde al entronque con Av. Plan de Ayala, y donde en el capítulo 7 introducimos vehículos pesados. Esto es de suma importancia puesto que los camiones que actualmente entran por este entronque tendrán que hacerlo hasta el fin del libramiento (o pasando el distribuidor Palmira, dependiendo del sentido), congestionando así aquellos carriles dedicados al tránsito local.

Creemos que este desplazamiento de la rampa de entrada de los camiones no perturbará lo suficiente al sistema en S2 debido a que al final de este sentido la carretera cuenta con 3 carriles, haciendo que el introducir camiones no perturbe el flujo, tal como se estudió en el capítulo 6. Sin embargo, en el caso de S1 (Norte-Sur) el desplazamiento provocará que haya una mayor cantidad de camiones que busquen entrar por la rampa correspondiente al distribuidor Palmira, sobrepasando el valor utilizado para esta rampa en el capítulo 7.

Regresando a nuestra simulación, al remover todas aquellas rampas a lo largo del futuro paso exprés únicamente nos resta la rampa de Av. Morelos para introducir vehículos pesados con una probabilidad  $p_{\text{camion}}$  que está descrita en las Tablas 6.1 y 6.2.

## 8.1. S1 ampliado

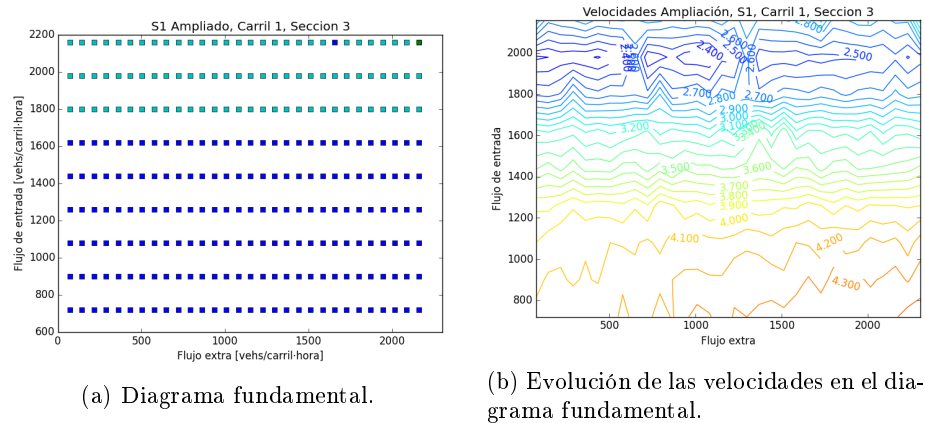


Figura 8.1: Diagrama de fase y velocidades para la sección 3 de S1 en el carril derecho.

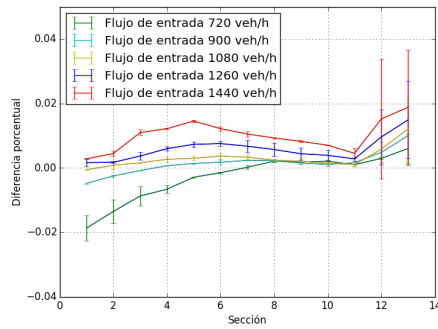
A la hora de realizar las simulaciones para la carretera ampliada encontramos básicamente el mismo comportamiento descrito en el capítulo 7, con la gran diferencia que los estancamientos han desaparecido casi por completo.

En la Figura 8.1 observamos como tenemos el mismo comportamiento que en las secciones 7.3 y 7.3.1 para el cual la velocidad promedio no depende del flujo extra sino del flujo inicial. Sin embargo, mientras que en el primer caso encontramos un gran número de estados estancados, al ampliar la carretera estos desaparecen.

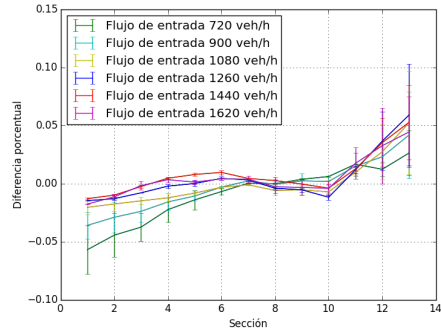
¿Qué efecto tiene la ampliación sobre el flujo en la carretera? En la Figura 8.2 podemos observar la diferencia porcentual entre las velocidades de la carretera en su estado actual al proyectado para distintos flujos iniciales.

En el caso de flujos de entrada no mayores a 1620 veh/h observamos globalmente como la variación entre los dos estados de la carretera no rebasa un valor del  $\pm 5\%$ , por lo que inferimos que no hay grandes cambios en la dinámica de la carretera. De la Figura 8.3 podemos reforzar esta idea al tener el mismo comportamiento de la variación relativa de la velocidad a lo largo de la carretera para flujos de entrada bajos (1080 veh/h).

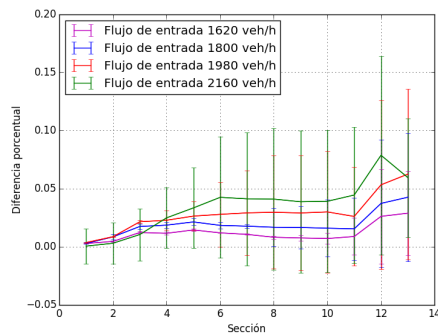
En las Figuras 8.2a y 8.2b observamos como para flujos de entrada menores a 1080 veh/h los dos carriles del sentido ampliado aumentan su velocidad en las primeras 7 secciones, aunque la diferencia se va reduciendo. A partir de esta sección la dinámica cambia y la velocidad promedio de cada uno de los carriles es menor a aquella del estado actual. Al tener en cuenta que el paso express termina en la sección 10, podemos interpretar estos resultados como que la ampliación incrementa la velocidad promedio de la carretera hasta la sección 7. A partir de aquí la velocidad promedio será disminuida con respecto a aquella del estado



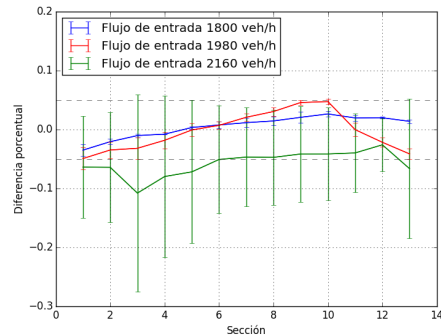
(a) Variación porcentual para flujos bajos en el carril izquierdo.



(b) Variación porcentual para flujos bajos en el carril derecho.



(c) Variación porcentual para flujos altos en el carril izquierdo.



(d) Variación porcentual para flujos altos en el carril derecho.

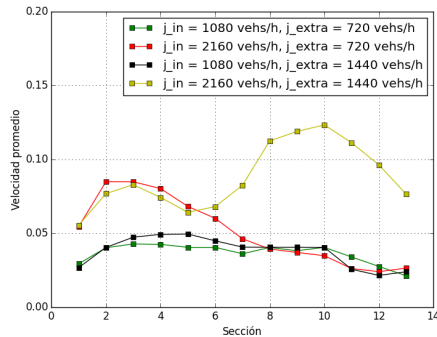
Figura 8.2: Variación porcentual entre las velocidades promedio para cada sección del estado actual al estado proyectado para S1.

actual debido a una onda que viaja río arriba desde la sección 10 donde está la primera rampa de entrada. Esta onda se observa en la Figura 8.3a donde la variación relativa de la velocidad no varía, sino que permanece constante.

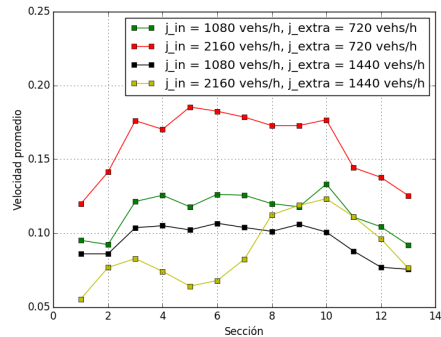
Al salir del paso express, los vehículos que se incorporen a la carretera perturbarán al sistema volviéndolo más lento. A partir de este punto la velocidad promedio de la carretera ampliada disminuye con respecto a su estado actual llegando incluso a una diferencia del 10% en el carril derecho, donde las rampas son insertadas.

Para flujos de entrada un poco mayores (entre 1080 y 1620 veh/h) observamos que las diferencias para el carril derecho no son importantes para las primeras 10 secciones, aunque para el carril izquierdo vemos una desaceleración global, aunque esta no sea mayor al 2% en estas mismas secciones. A partir de la sección 10, observamos de nuevo la desaceleración observada en flujos de entrada menores.





(a) Variación en el carril derecho.



(b) Variación en el carril derecho.

Figura 8.3: Variación relativa de la velocidad promedio para ambos carriles en S1 con ampliación.

Al aumentar el flujo de entrada las diferencias en este sentido se vuelven más notorias. En primer lugar tenemos que para flujos de entrada entre 1800 y 1920 veh/h hay un comportamiento parecido a aquel para flujos entre 1080 y 1620 veh/h pero con variaciones más importantes. El carril izquierdo ve su velocidad promedio disminuida, con una diferencia no mayor a 7%, aunque el margen de variación es mucho mayor, llegando incluso a marcar diferencias cercanas a 15%.

Para estos flujos tenemos que el carril derecho tiene un comportamiento distinto. Mientras que para 1800 veh/h no hay mayores diferencias con respecto al estado actual, para 1980 veh/h el carril derecho, incluso cuando empieza con una velocidad mayor, esta va disminuyendo hasta la sección. A partir de ahí, El sistema vuelve a aumentar su velocidad, terminando con una velocidad mayor al estado actual con una diferencia de aproximadamente 5%. Esto puede entenderse al observar la variación relativa de la velocidad para un flujo de entrada de 2160 veh/h en la Figura 8.3 donde observamos como la variación, después de disminuir al salir de las dos curvas, vuelve a aumentar hasta alcanzar un máximo en la sección 10. En otras palabras, la onda que viaja río arriba afecta drásticamente al sistema, disminuyendo la velocidad del sistema y desordenándolo. Al pasar la primera rampa de entrada, el carril izquierdo se ve aliviado puesto que el frente ha terminado y podrá circular sin obstáculos de este tipo. Lo que ocurre en el carril izquierdo en este punto es difícil debido a que el margen de error es demasiado grande.

Finalmente, para flujos de entrada de 2160 veh/h tenemos el caso más drástico. Mientras que el carril izquierdo disminuye su velocidad, el carril derecho aumenta su velocidad. Teniendo en cuenta el comportamiento visto en la Figura 8.3 podemos suponer que la cantidad de vehículos sumada con la onda expansiva crea un efecto en el cual la velocidad de ambos vehículos se acerca, tendiendo a una carretera más homogénea.

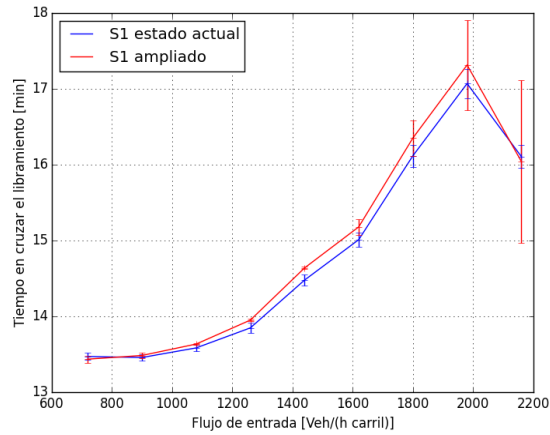


Figura 8.4: Tiempos de recorrido del libramiento en S1 para su estado actual al proyectado.

Del análisis recién hecho observamos como la primera rampa, al terminar el paso express, crea una onda expansiva que no solo vuelve al sistema más lento, sino que puede llegar a desordenarlo aun más. A partir de los resultados recién presentados es que calculamos el tiempo estimado para recorrer el libramiento de Cuernavaca para los distintos flujos de entrada. Estos se muestran en la Figura 8.4. Al hacer un test estadístico de  $\chi^2$  obtenemos una diferencia menor al 5%, por lo que podremos decir que la ampliación por hacer no cambiará significativamente la velocidad dentro de la carretera.

Sin embargo, también a partir de la Figura 8.4 podemos inferir que al ampliar la carretera, los tiempos de traslado pueden variar de un viaje a otro (de hasta 2 min para 2160 veh/h), lo cual vuelve al sistema menos estable.

Al comparar los resultados obtenidos en la Figura 8.4 con el tiempo de recorrido mostrado en la Figura A.1 observamos como nos hemos acercado a los cálculos de Google.

Hasta este punto la ampliación no tendrá efectos muy prometedores. Veamos ahora qué ocurre con los estancamientos que encontramos a lo largo de la carretera y que en el capítulo 7 eran importantes.

Al avanzar sobre la carretera no encontramos estancamientos hasta la sección 10, correspondiente a la primera rampa de entrada al salir del paso express donde no solo son insertados vehículos ligeros, sino también vehículos pesados.

En la Figura 8.5 mostramos las distribuciones de estados congestionados encontrados en la carretera con respecto al número total de vehículos insertados en el sistema por hora para ambos estados. Mientras que los estancamientos

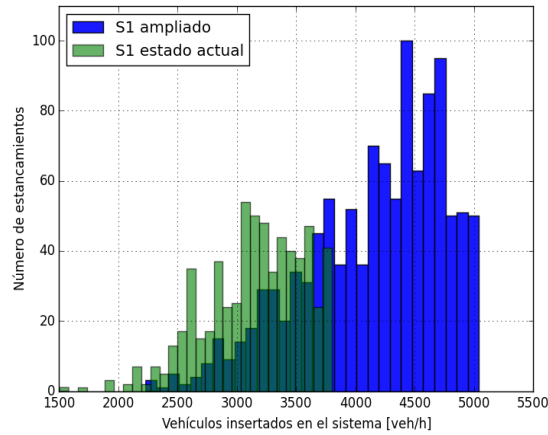


Figura 8.5: Histogramas mostrando el número de estancamientos con respecto al número total de vehículos insertados en el sistema por hora para S1 en ambos estados.

parecen empezar para un número de de 1500 veh/h en el estado actual de la carretera, para el estado proyectado estos empiezan a partir de 2000 veh/h.

Entre el intervalo de  $[1500veh/h, 3700veh/h]$  cada estado se comporta de manera distinta. Al hacer un test  $\chi^2$  esto es confirmado puesto que la diferencia es más del 99%.

A partir de aquí obtenemos el primer resultado observable de la ampliación. La distribución de estancamientos cambia drásticamente. En la Figura 8.6 observamos las funciones cumulativas de las distribuciones. Aquí las diferencias son más notorias. Tomamos como referencia el estado actual, donde obtuvimos un total de 631 estancamientos desde 1000 veh/h hasta 3700 veh/h.

Al momento de presenciar todos los estancamientos observados en el estado actual, para el estado proyectado solo hemos obtenido la mitad de estos. Esto es simplemente una consecuencia de haber eliminado una gran cantidad de rampas de entrada a lo largo de la carretera como mencionamos anteriormente.

La distribución del estado ampliado a partir de 3700 veh/h no puede ser analizada puesto que no tenemos datos del estado actual para este intervalo. Sin embargo, siguiendo la argumentación que es la cantidad de rampas de entrada las que causan los estancamientos, no sería difícil imaginar que para estas cantidades de vehículos el número de estancamientos en el estado actual sería mucho mayor.

Recapitulando, la ampliación no tendrá grandes efectos sobre la velocidad promedio dentro de la carretera, y en todo caso podríamos decir que el sistema se vuelve menos estable para flujos de entrada grandes (mayores a 1900 veh/h) debido a una onda expansiva que viaja río arriba sobre una gran parte del paso express debido a la primera rampa de entrada.

Sin embargo, los estancamientos se reducen a lo largo de la carretera, aunque

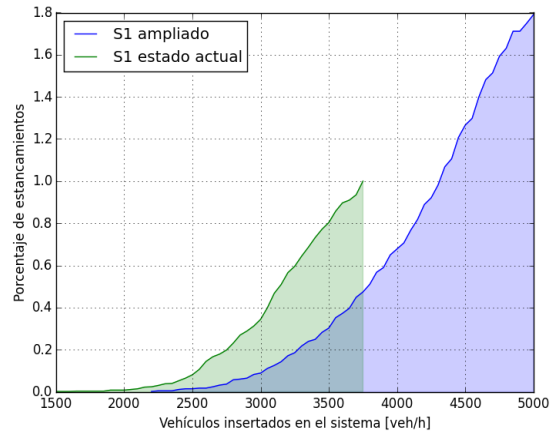


Figura 8.6: Funciones cumulativas de S1 en su estado actual con respecto al ampliado. Se tomó como referencia el estado actual.

esto es únicamente una consecuencia de remover 10 rampas de entrada de 13 que había en el estado antes de las obras.

## 8.2. S2 ampliado

El estudio y comparación de los distintos casos de S1 ha sido interesante e ilustrativo de la dinámica en una carretera. Sin embargo, el caso de S2 es sin duda el caso más interesante y complicado. Al realizar el análisis de la dinámica llevada a cabo en su estado ampliado encontramos con diversos comportamientos.

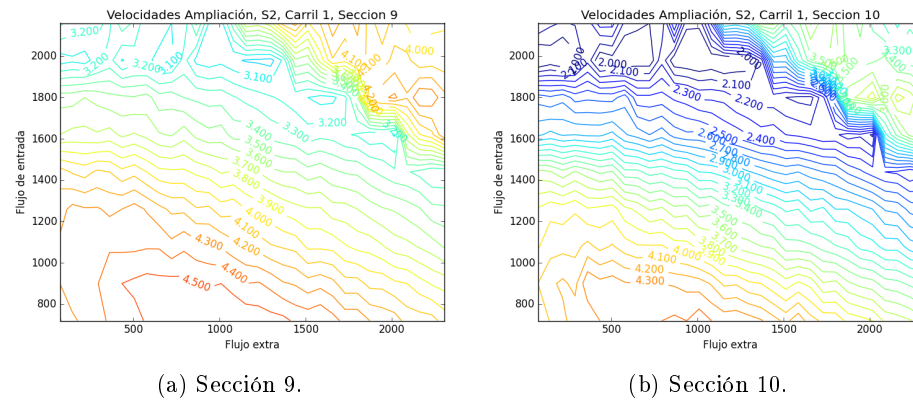


Figura 8.7: Velocidades de S2 con la ampliación para distintas secciones.

En primer lugar, encontramos que la ampliación no solo **alenta** el sistema en general, sino que también cambia el comportamiento hasta ahora visto. En la Figura 8.7 damos cuenta de ello.

Mientras que en el estado actual teníamos una velocidad promedio que no dependía del flujo extra sino únicamente del flujo de entrada, para tener pequeñas curvaturas al final de la carretera, en este caso las curvaturas son de tal magnitud que cambian el tipo de comportamiento. Las primeras dos secciones son similares al estado actual, pero a partir de este punto tenemos que al aumentar el flujo en las distintas rampas de entrada, la velocidad promedio del sistema desciende.

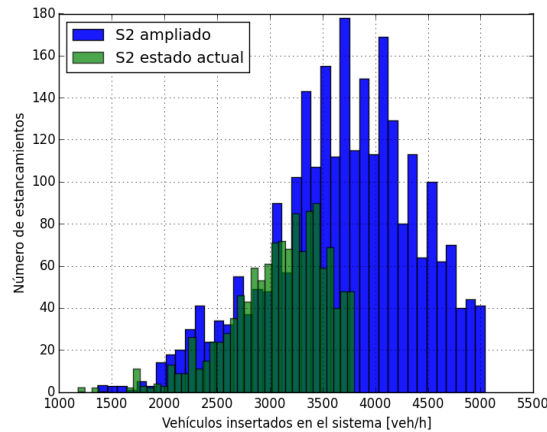


Figura 8.8: Histograma mostrando las distribuciones para S2 en ambos estados.

Es inevitable la pregunta, ¿por qué para este sistema en particular las rampas tienen un efecto sobre la velocidad?

Al hacer un estudio sobre los usos de carril y la variación relativa de la velocidad promedio del sistema encontramos el mismo comportamiento. Para flujos de entrada bajos (menores a 1440 veh/h), los usos y variaciones no varían a lo largo de la carretera, haciendo que el sistema se quede homogéneo en cuanto al uso de carril y con un desorden uniforme. Para flujos altos (mayores a 1440 veh/h) la pendiente crea una onda expansiva que desordena el sistema y haciendo que haya un mayor uso del carril izquierdo en cuanto la pendiente inicie.

De esta manera, podemos inferir que la ampliación no modificó el comportamiento *per se*, sino que esta tuvo una influencia directa sobre la velocidad promedio del sistema al disminuirla.

Recordemos, tal como en el caso de S1, que la ampliación eliminó 7 de 12 rampas de entrada que había en S2. También recordemos como para S1 las rampas no eliminadas se encontraban al *final* de la carretera, mientras que en este caso se encuentran al *inicio*.

En S1 el sistema se estabilizaba durante todo el paso express (excepto para flujos de entrada cercanos a 2000 veh/h), por lo que al salir de este, si bien había perturbaciones, la velocidad no variaba drásticamente ya por la estabilización del sistema.

En S2, el sistema se ve perturbado durante el tramo previo al paso express, y puesto que al entrar al paso express ya no habrá rampas de entrada, entonces será este primer tramo donde obtendremos la información sobre qué velocidad promedio tendrá el sistema hasta llegar al inicio de la pendiente.

Al tener en cuenta los comportamientos analizados en el capítulo 7 es que podemos inferir que al eliminar una serie de rampas de entrada que mantenían al sistema constantemente perturbado que, el sistema se vuelve más sensible a las restantes debido a su posición.

Al aumentar la intensidad de estas rampas, la carretera se verá igualmente perturbada a lo largo de la carretera, disminuyendo así la velocidad promedio.

Veamos ahora qué ocurre con los estancamientos. En el caso de S1 obtuvimos un cambio en la distribución y en el número de estos eventos. En este caso también, sin embargo las modificaciones obtenidas no son tan optimistas.

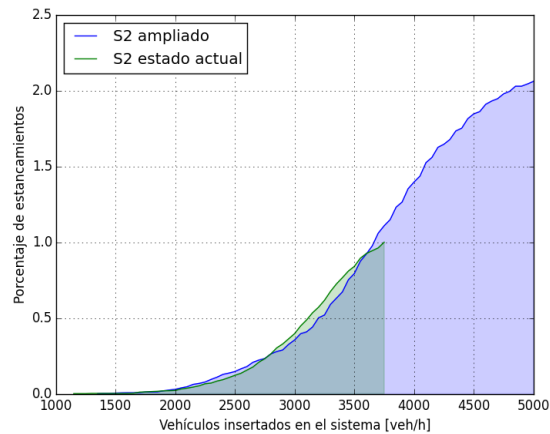


Figura 8.9: Funciones cumulativas de las distribuciones de estancamientos para S2 en ambos estados.

En la Figura 8.8 podemos comparar las distribuciones de los estancamientos para los dos estados de S2. Es importante observar como hasta un número total de vehículos insertados por hora en el sistema de 3300 veh/h las distribuciones parece ser similares, aunque a partir de este punto y hasta 3700 veh/h los estancamientos en el estado ampliado se disparan.

Al hacer un test de  $\chi^2$  no solo observamos como ambas distribuciones tienen una disparidad mayor al 99%, sino que al momento de en el cual S2 en su estado actual ha sumado la totalidad de los estancamientos observados, el

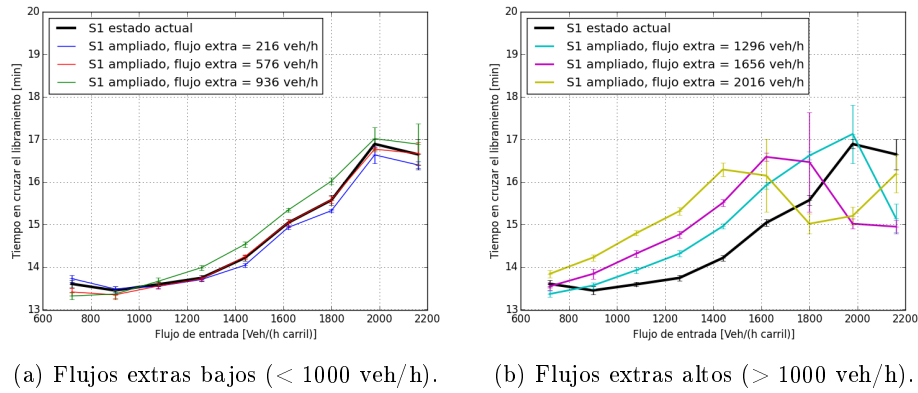


Figura 8.10: Tiempos de recorrido promedio para S2 para su estado actual y su estado ampliado para distintos valores de  $p_e$ .

estado ampliado ha superado esa suma por un 14 % alcanzando un total de 1479 estancamientos.

Como ya dijimos, el comportamiento de las distribuciones para ambos estados han cambiado. Esto también puede ser visto en la Figura 8.9 donde observamos la evolución cumulativa de estas distribuciones. Si bien parecen tener un comportamiento similar, es importante observar como los puntos de inflexión tienen distintas posiciones. Mientras que en el caso de su estado actual el punto de inflexión se encuentra en 2700 veh/h, para el caso ampliado se encuentra en 3100 veh/h, por lo que al hacer un estudio en el cual se busquen estancamientos para mayores flujos de salida, encontraríamos que los estancamientos en la ampliación tendrían un máximo superior a aquel del estado actual.

En la Figura 8.10 observamos los distintos tiempos de recorrido calculados tanto para el estado actual de S2 así como el estado ampliado. En este caso no es posible presentar únicamente dos curvas ya que, como bien se ha dicho, la velocidad tiene una sensibilidad hacia el flujo que entra por las rampas. De esta manera hemos presentado los tiempos para algunos valores de  $p_e$  (flujo extra).

De la Figura 8.10a obtenemos aquellos tiempos para un flujo extra menor a 1000 veh/h. Encontramos una gran similitud con el comportamiento del estado actual. Esto fue corroborado al hacer un test  $\chi^2$  donde encontramos una diferencia mucho menor al 5 %. Sin embargo es importante notar que para obtener tiempos de recorrido *menores* a los encontrados al estado actual, el flujo extra ha de permanecer menor a 900 veh/h.

Por otro lado, al aumentar el flujo en las rampas los tiempos de recorrido empiezan a aumentar para flujos de entrada no mayores a 1440 veh/h. A partir de este punto los tiempos empiezan a disminuir en distintos puntos para distintos flujos extras.

Sin embargo, incluso cuando estos tiempos parecen haber disminuido, el comportamiento para estos flujos extras tampoco parecen diferir del tiempo de recorrido de referencia por más de un 5 %.

De lo dicho anteriormente, podemos entonces decir que la ampliación tiene resultados importantes, aunque no necesariamente buenos. En primer lugar la construcción a realizar no disminuirá los estancamientos ya observados en la carretera, y estos podrían incluso aumentar dependiendo del número total de vehículos insertados en el sistema por hora.

Por otra parte, si bien el comportamiento del sistema no ha sido modificado drásticamente, la velocidad promedio tendrá una mayor dependencia de la intensidad de las rampas de entrada que se encuentran al inicio de S2, por lo que al aumentar el número de vehículos que entren por estas, la velocidad promedio se verá reducida.

Todos estos elementos influyen en los tiempos de recorrido que se han calculado. Si bien para flujos extra bajos (menores a 900 veh/h) estos tiempos parecen reducirse o mantenerse, para flujos más grandes estos tiempos empiezan a aumentar. Sin embargo, la diferencia de los tiempos, en general, no produce una diferencia mayor al 5 %.

### 8.3. Comentarios finales

En este capítulo hemos estudiado las ampliaciones al libramiento de Cuernavaca por hacer y también compararlos con los estados actuales. A partir de esto hemos encontrado distintas conclusiones que valen la pena comentar antes de pasar a las conclusiones generales.

La construcción del paso express se reduce básicamente al eliminar una serie de rampas de entrada. Aunque la eliminación de estas produce distintos efectos en cada uno de los sentidos estudiados.

En S1 el paso express consiste en los tres primeros cuartos de la carretera, por lo que encontraremos la primera rampa de entrada 7 kilómetros antes de terminar. Esto permite al sistema en general no tener una dependencia del flujo en las rampas tal como en el capítulo 7. De esta manera, especialmente al medir los tiempos promedio de recorrido del tramo estudiado, podemos decir que la ampliación no tendrá ningún efecto sobre la velocidad promedio.

Sin embargo, al estudiar los estancamientos observamos como estos se reducen, por lo que la construcción de la ampliación permitirá un flujo más estable.

El caso de S2 es más complicado. Las rampas eliminadas se encuentran en los últimos tres cuartos de la carretera, por lo que en un primer tramo el flujo se verá perturbado. Esto tiene un efecto sobre el comportamiento de la velocidad promedio, que ahora será más sensible a las rampas. Esto resulta en distintos



tiempos de recorrido, que si bien no tienen una gran diferencia con aquellos del estado actual de S2, sí aumentan con respecto al flujo en las rampas.

También en este caso observamos como los estancamientos aumentan, volviendo al sistema menos estable.

En la sección 8.1 hablamos de una hipotética relación entre el número de estancamientos y el número de rampas de entrada, al igual que el flujo que pasa por ellas. Los resultados obtenidos en la sección 8.2 podría refutar esa hipótesis. Sin embargo, podríamos también pensar, al observar el comportamiento de la velocidad promedio observado en la ampliación de S2 que los estancamientos no solo tendrán una relación con el número de rampas y su flujo, sino también con su *posición*. De esta manera, el colocar rampas al inicio de una carretera volverá al flujo de la carretera menos estable que si se colocan al final de esta.

## Capítulo 9

# Conclusiones generales

El libramiento de Cuernavaca trae consigo un gran número de elementos que lo vuelven, sin lugar a duda, en un tramo carretero con una gran complejidad y riqueza que en este trabajo nos dedicamos a estudiar. Tanto las estructuras topográficas como las demandas urbanas crean una dinámica vehicular difícil de solucionar. El gobierno federal, con sus obras, intenta lograr esto. Sin embargo, estos esfuerzos no tendrán los efectos esperados.

Empezamos este trabajo exponiendo los antecedentes que necesitábamos para construir nuestro modelo. También expusimos los distintos obstáculos que encontramos a lo largo de la carretera, como son las curvas peligrosas en ambos sentidos y la pendiente en el sentido Acapulco–México (S2).

También incluimos una analogía entre los distintos estados de flujo encontrados en una carretera y estados de la dinámica de fluidos. Esto nos permitió estudiar y describir nuestro sistema de maner más sencilla y adecuada.

Después realizamos el estudio del sistema no perturbado, para el cual estudiamos los diagramas de fase al eliminar las rampas de entrada y variar la proporción de camiones. A partir de aquí encontramos que habrá regiones en las cuales nunca encontraremos un estado gaseoso, y dependiendo del carril y el número de vehículos ligeros y pesados encontraremos estados líquidos o viscosos. Estas zonas son aquellas donde se encuentran las curvas peligrosas, y la ampliación, tal como se dijo, no puede resolver este problema debido a una falta para reducir la curvatura en esta zona.

De este análisis logramos observar la diferencia entre cada uno de los sentidos. Si bien el sentido México-Acapulco (S1) no tiene grandes dificultades puesto que las curvas se encuentran al inicio de este, S2 es globalmente más lento, debido sin lugar a dudas por la presencia de la pendiente al final de la carretera que disminuye la velocidad promedio global del sistema.

En general es difícil saber cual es el porcentaje ideal de camiones para que estos no congestionen el sistema y perder así el estado gaseoso en la carretera, puesto que esto depende del flujo de entrada y las distintas secciones de la carretera. Sin embargo, de este análisis podemos concluir que es recomendable no tener más de un 20% de camiones, sea cual sea el flujo de entrada, puesto que esto llevará a tener un estado viscoso en el carril derecho.

Una vez hecho este análisis y al elegir distintas proporciones de camiones que no congestionen el sistema, colocamos de nuevo las rampas de entrada. Nos decidimos por eliminar las rampas de salida, puesto que simplifica nuestro problema.

En el estado actual de la carretera encontramos que para ambos sentidos la velocidad promedio del sistema depende mayoritariamente del flujo de entrada y no del flujo en las rampas. Esto se debe básicamente al hecho de que hay un constante cambio de carril del carril derecho al carril izquierdo, y puesto que nuestras restricciones al final de la carretera son nulas, permite que la velocidad promedio del carril izquierdo se establezca a lo largo de la carretera. Sin embargo, también demostramos como hay una dependencia del carril derecho por parte del izquierdo, por lo que el disminuir la velocidad promedio del carril “de baja” resultará en una disminución del carril “de alta”.

Al estudiar los casos ampliados encontramos que estas construcciones no tendrán efectos significativos en la carretera, sino es que negativos para S2.

Estudiando los tiempos de recorrido promedio encontramos que aquellos calculados para el estado actual de S1 no varían con respecto a su estado ampliado. Sin embargo, el número de estancamientos encontrados se reduce significativamente.

Por otro lado, los estancamientos aumentan al ampliar S2. Este hecho, conjuntamente con el comportamiento de la velocidad promedio nos habla de una mayor sensibilidad al flujo en las rampas. Esto último también puede observarse al calcular los tiempos de recorrido. Mientras que para flujos menores a 1000 veh/h en las rampas, el tiempo permanece prácticamente igual, para flujos mayores los tiempos pueden aumentar o disminuir, dependiendo tanto del flujo de entrada como en el de las rampas.

A partir de aquí podemos pensar en lo siguiente. Como ya dijimos en la sección 8.3 y se estudió en general en el capítulo 8, los estancamientos parecen depender del flujo total que sale de la carretera, el número de rampas al igual que su posición.

Esta es un hipótesis que tendría que ser probada en otro trabajo. Sin embargo, en caso de ser cierta el colocar una restricción en la rampa de entrada correspondiente al entronque con Av. Morelos para S2 podría mitigar los efectos negativos que encontramos en este trabajo.

El estado ampliado de S2 tiene cinco rampas de entrada antes del paso express. De esas cinco, cuatro corresponden a zonas poco concurridas o residenciales, por lo que la única realmente importante es aquella del distribuidor Palmira (Av. Morelos). Por esta, tal como se dijo en la sección 6.6, entrarán camiones y una gran cantidad de automóviles.

Al ser más sensible al flujo en las rampas, la velocidad promedio en S2 ampliado podrá entonces ser controlada al poder restringir y modular la entrada de vehículos por las rampas, especialmente la ya mencionada.

Una buena medida para restringir podría ser el colocar un sistema automatizado de cobro tal como se puede encontrar en algunas regiones del segundo piso del periférico de la Ciudad de México. Esto resultaría en una disminución del flujo por parte de los vehículos ligeros en la rampa. Si además se impide la entrada de camiones por esta, entonces la velocidad del sistema aumentaría, incluso acercándose a un estado gaseoso.

El obligar que todo este flujo entre a la autopista con dirección a México no tendría un efecto de cuello de botella, puesto que como ya hemos estudiado, la presencia de un tercer carril al final de S2 permite que el flujo entrante en esa zona no afecte a aquel que venga en el paso express como se observa en S1.

Otro detalle importante en nuestro trabajo fue el cálculo de los tiempos de recorrido promedio. Estos se acercan a aquellos calculados por Google Maps, lo cual habla de la fiabilidad de nuestros resultados.

Si bien el rango de error de Google es desconocido, las causas de potenciales errores de nuestro modelo sí son conocidas.

En primer lugar hay que considerar que en este trabajo no se estudiaron los tramos en los que vehículos son insertados a la carretera. En estos tramos la velocidad promedio puede variar (probablemente disminuir), lo cual puede tener efectos sobre los tiempos de recorrido.

También, hay que recordar que las rampas de salida fueron eliminadas, lo cual puede tener inferencia en nuestros resultados.

La dinámica de las rampas de entrada parece ser más agresiva de lo normal, puesto que si bien un vehículo entrará a la máxima velocidad posible para el conductor, difícilmente esta será la velocidad máxima posible *globalmente*.

Finalmente, hay que considerar el hecho de que nuestro modelo permite el acelerar de 0 a 135 km/h en un segundo. Esto es simplemente fuera de la realidad, por lo que habrán de realizarse modificaciones.

Todos estos factores reducen la velocidad de nuestro sistema, por lo que tal vez encontraríamos tiempos de recorrido más cercanos a los calculados por algunos softwares tales como Waze o Google Maps.

También hay que tener en cuenta algunos elementos en la carretera que fueron omitidos en este trabajo. El primero es que la pendiente no es uniforme, y si bien sí es constante en el tramo elegido, hay también una pendiente no uniforme en algunos otros tramos de la carretera, especialmente entre la Av. Tabachines y la Av. Diana.

El segundo factor es que tanto los automóviles como los camiones no cumplen a cabalidad los reglamentos impuestos. Los vehículos ligeros rebasan por la derecha y los camiones permanecen en el carril izquierdo incluso cuando no deberían.

Todos estos factores reducen los tiempos de traslado reales, aumentando así la diferencia con nuestro modelo.

En este punto hemos considerado todos aquellos factores que pueden influir en la diferencia entre los tiempos de recorrido promedio y aquellos encontrados por distintos softwares. Sin embargo, en nuestros resultados no se contemplan escenarios para los cuales el recorrer el libramiento se compare con los grandes estancamientos que pueden encontrarse. De aquí, y al tener en cuenta todo lo dicho anteriormente es que podemos también concluir que aquel factor que congestiona a tal grado la carretera son los camiones. Esto justifica también la sugerencia hecha por controlar las rampas de entrada al paso express.

En conclusión, las ampliaciones *per se* no tendrán ventajas significativas. Mientras que para S1 las velocidades no variará, solo los estancamientos se verán disminuidos. En el caso de S2 la velocidad promedio dependerá de los flujos en las rampas, al igual que los estancamientos tenderán a aumentar, por lo que serán necesarias imponer ciertas restricciones en estas para aumentar la velocidad promedio y disminuir los estancamientos.

Teniendo en consideración esto, es inevitable pensar si todo el presupuesto destinado a este proyecto no hubiera tenido efectos más benéficos para la población al ser utilizado para infraestructura de transporte público.

Nuestro modelo tiene distintas limitaciones que tendrán que ser modificadas, tal como la dinámica en las rampas de entrada o el hecho de que los vehículos pueden acelerar de 0 a 135km/h en un segundo, por lo que medidas para modificar estos comportamientos necesitan ser impuestas.

El estudio hecho por los diagramas de fase gracias a la analogía con distintos estados en dinámica de fluidos nos permitió un análisis más profundo y una comprensión más detallada del sistema carretero, por lo que el estudio de estos estados puede ser profundizado.

El análisis hecho puede ser ampliado estudiando el caso con las rampas de salida, al igual que aumentar las combinaciones de flujo de entrada, flujo en las rampas y el número de secciones para tener un estudio más completo, especialmente con respecto a los estancamientos.

Finalmente, sería interesante en un futuro un estudio más profundo acerca de la relación entre los estancamientos y las rampas de entrada, al igual que la distribución de estos.

# Appendices

## Apéndice A

# El libramiento de Cuernavaca

El libramiento de Cuernavaca registra grandes congestiones no solo en horas pico de días laborales, sino también en días festivos y vacaciones. El libramiento sirve a los habitantes de la zona metropolitana de Cuernavaca para trasladarse del norte al sur de la ciudad por una vía rápida sin semáforos u otros posibles retrasadores. Además, este libramiento tiene conexión con otras avenidas importantes como Avenida Morelos o Avenida Plan de Ayala, por lo que también tiene una función de distribuidor vial urbano.

En periodos vacacionales o de asueto una importante población de la zona metropolitana del Valle de México (Ciudad de México y alrededores) viaja a zonas de recreación y esparcimiento incluyendo la misma ciudad de Cuernavaca y otros lugares al sur del estado de Morelos, como Guerrero y Oaxaca. Los últimos días de estos periodos, un gran número de vehículos convergen sobre el libramiento de Cuernavaca como (prácticamente) única ruta de regreso hacia la Ciudad de México. Estos dos factores han contribuido al congestionamiento del libramiento, aunque no hay que olvidar el aumento significativo que tiene cada año el parque vehicular en el país (y en especial en la Ciudad de México, donde se calcula que el parque vehicular aumenta en 300 000 unidades cada año [14]).

Finalmente, el libramiento de Cuernavaca forma parte del puente carretero entre el puerto de Veracruz y el puerto de Acapulco, por lo que un gran número de camiones de carga ha de pasar por este tramo no solo para ir de un océano a otro, sino para pasar por la Ciudad de México, principal centro comercial y financiero del país.

Los motivos por los cuales estudiar este tramo carretero son varios, puesto que este sirve como un pase turístico, urbano (local) y comercial. Sin embargo, como veremos más adelante, no solo estos factores humanos contribuyen al congestionamiento, sino también algunos topográficos.

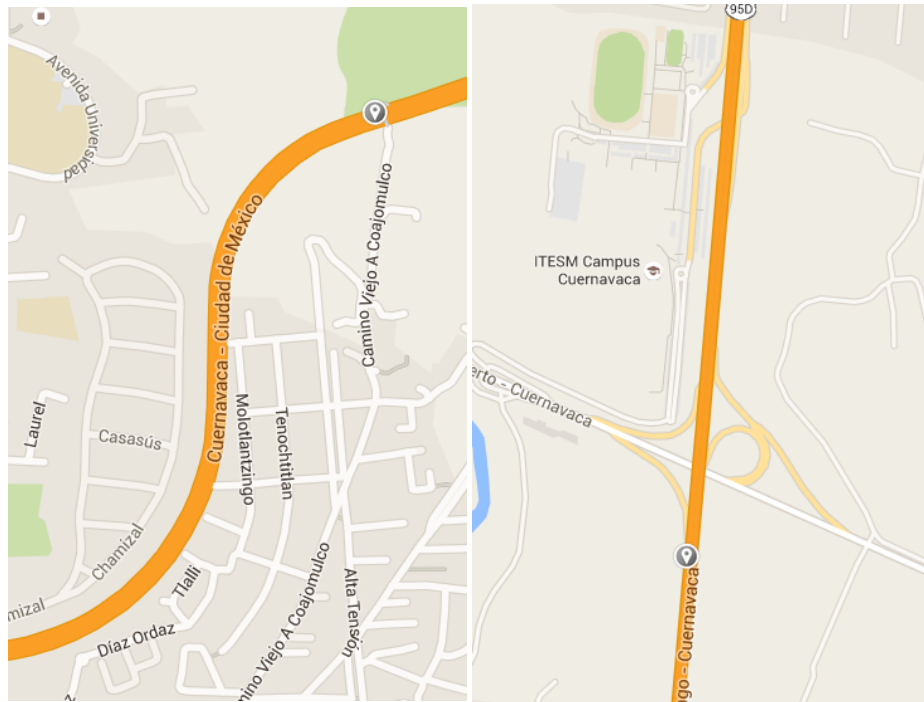
## A.1. Detalles generales

El tramo carretero analizado empieza unos kilómetros antes de que empiece la zona metropolitana de Cuernavaca, en el último puente sobre-vía encontrado al bajar por la carretera México-Cuernavaca en el sentido hacia Cuernavaca, después de la desviación hacia Tepoztlán. El fin del tramo se encuentra en el trébol de la carretera hacia el aeropuerto de Cuernavaca, a unos metros del Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey (ITESM). En la Figuras A.1 y A.2 se da detalle de esto.



Figura A.1: Mapa del tramo total analizado. Imagen obtenida de Google Maps.





(a) Inicio del tramo.

(b) Fin del tramo.

Figura A.2: Mapas en los cuales observamos los puntos de inicio y fin del tramo analizado. Las imágenes fueron obtenidas de Google Maps. Los 19 min fueron tomados como un tiempo estimado para cruzar el libramiento.

El tramo carretero tiene una longitud de 27.3 km aproximadamente en cada sentido, lo cual se discretiza en 3640 celdas, cada una de 7.5 m.

El libramiento tiene dos sentidos, uno de la Ciudad de México hacia Acapulco, al cual llamaremos S1. El otro –de Acapulco hacia la Ciudad de México– será llamado S2.

S1 consiste en dos carriles a lo largo de sus 27.3km de longitud. Este se dividió en 18 secciones de longitud no uniforme. 14 de estas secciones cuentan con algún entronque o alguna rampa de entrada/salida. Las otras 4 son tramos rectos sin ningún tipo de rampa. Los vehículos de tipo 1 no tienen ninguna restricción sobre su velocidad, mientras que aquellos de tipo 2 tendrán una en su velocidad máxima en el tramo sobre el cual se encuentran las curvas mencionadas anteriormente.

S2 consiste en dos carriles a lo largo de 26km, mientras que en el último tramo (1.3km) hay una ampliación a tres carriles. Se dividió en 23 secciones de longitud no uniforme, de las cuales 10 no tienen ningún tipo de rampa. Las restantes o bien tienen algún entronque o bien algún tipo de rampa. Los vehículos tipo 1 tienen una restricción sobre su velocidad máxima en los tramos

con una pendiente importante, mientras que los de tipo 2 tienen el mismo tipo de restricción sobre el tramo de curvas.

La restricción sobre la velocidad máxima consiste en disminuir esta por una unidad ( $v_{\max} = 3 \rightarrow 2$ ).

Las mediciones son realizadas en cada sección, de tal manera que para cada una de estas podemos obtener la densidad, velocidad y flujo promedio local. A partir de estos datos llegamos a obtener la información global de cada sentido. En el Apéndice B se encuentra una lista detallada de cada sección.

## A.2. Curvas y pendientes

En cada carretera puede haber distintas causas para reducir la velocidad, tales como curvas muy cerradas o la presencia de una pendiente. Estos dos ejemplos están presentes en el libramiento de Cuernavaca, por lo cual habrá tramos en los que la velocidad máxima de uno u otro tipo de vehículo tendrá que ser reducida.

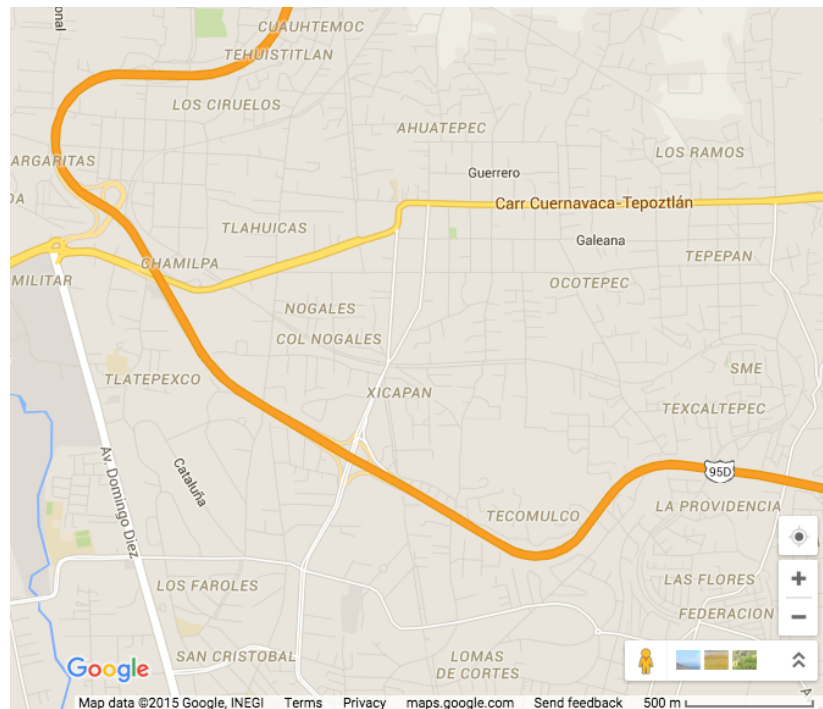


Figura A.3: Mapa de las dos curvas que se consideraron peligrosas. Imagen obtenida de Google Maps.

En primer lugar nos dedicamos a analizar las distintas curvas a lo largo del tramo en estudio. De todas estas, se encontraron dos curvas en las cuales la

velocidad máxima de los coches (vehículo tipo 2) deben ser reducidas. Estas están situadas al inicio (final) de S1 (S2) y se muestran en la Figura A.3. La reducción afectan solo a los coches, y no a los camiones (vehículo tipo 1), debido en parte a que la velocidad máxima de los camiones es lo suficientemente baja para que estos no tengan que frenar para poder pasar sobre estas curvas sin poner en riesgo a alguien.

Como se dijo anteriormente, el inicio al norte del libramiento de Cuernavaca es el punto más elevado del tramo estudiado, con una altura aproximada de 1880 msnm. En cambio, el punto final al sur del libramiento se encuentra muy cerca de los 1160 msnm, dando una diferencia de casi 720 m de altura. Estas diferencias de altura son muy irregulares, por lo que el suponer una pendiente constante entre el inicio y el final del tramo sería equivocado. Como ejemplo, para descender los últimos 240 m de altura en S1 hay que recorrer 14 km de distancia, lo que equivale a más de la mitad de la longitud total del tramo estudiado. Esto nos obliga a considerar los efectos de la pendiente, especialmente en aquella otra mitad de la carretera en la que hay una diferencia de altura de 480 m entre sus extremos.

Supondremos que esta pendiente no afecta notoriamente a los vehículo tipo 2, aunque sí a los vehículos tipo 1 (camiones de carga), haciendo que su velocidad máxima descienda aún más. Evidentemente esto afecta únicamente en el sentido S2. Es importante mencionar que la pendiente, especialmente en la mitad más al norte, no es uniforme. Sin embargo, por simplicidad supondremos que lo es.

### A.3. Trabajos de ampliación

Los trabajos de ampliación afectarán únicamente a una mitad del tramo carretero. El número de carriles tampoco se verá afectado en ninguno de los dos sentidos. Un plano de estas obras se encuentra en la Figura A.4 y A.5.

El efecto de las obras en nuestra simulación se vería reflejado en dos puntos. El primero es que el acceso al libramiento en todo este tramo modificado será por los extremos. Este tramo sin rampas será llamado paso express. La eliminación de estas perturbaciones en S1 y S2 simplifica el análisis y dinámica de nuestra simulación. Sin embargo, hay que tener en cuenta que todo aquel volumen de coches que, estando en S1, entraban a la carretera por todos aquellos accesos que serán eliminados por las obras, tendrán que entrar por algún otro lado. Tendremos que considerar esto al momento de hacer nuestras simulaciones, sobre todo al darle el valor al parámetro  $p_e$ , la probabilidad de acceso en las rampas de entrada.

La construcción de una vía rápida a un lado del libramiento dedicado especialmente al tránsito local hará que la densidad de vehículos tipo 2 descienda drásticamente dentro del paso express en días laborales. Sin embargo, ¿qué pasará con los vehículos tipo 1?

Para responder esto, recordemos que este tramo carretero forma parte del puente transoceánico entre el puerto de Acapulco y el puerto de Veracruz, pa-

sando por la Ciudad de México. Este hecho nos hace pensar que el número de camiones de carga **no** descenderá por las obras realizadas sino que se mantendrá prácticamente constante, debido a que la ciudad de Cuernavaca o sus alrededores no resulta ser el destino final de la gran mayoría de los camiones de carga. Esto provocará que la proporción de camiones con respecto al número total de vehículos en el libramiento aumente a comparación del mismo tramo carretero antes de las obras. Esto puede potencialmente cambiar la dinámica de los vehículos dentro del libramiento.



Figura A.4: Esquema en el cual se muestran las obras a realizar en el libramiento. Tanto esta como la siguiente figura son obtenidas del portal de la SCT.



Figura A.5: Mapa en el cual se muestra la longitud de las obras a realizar.

## Apéndice B

### Datos técnicos

A continuación mostraremos dos tablas donde se encuentran todos los datos técnicos usados en nuestras simulaciones. Habrá una tabla para cada sentido, y en ellas se encuentran las posiciones de las distintas secciones y rampas.

Las formas de las rampas se encuentran en la Figuras 4.3 y 4.4.  $x_{\text{seccion}}$  se refiere a la posición en la que se encuentra el sensor. Es decir que en  $x_{\text{seccion}}$  la sección termina. Tanto  $x_{\text{seccion}}$  como  $x_{e/s}$  y  $L_{\text{rampa}}$  son presentadas en *celdas*.

## Sentido 1 (México-Acapulco)

A continuación mostramos todos aquellos datos utilizados para las simulaciones con S1.

Sección	referencia	$x_{\text{seccion}}$	$x_s$	$L_{\text{rampa}}$	$x_e$	$L_{\text{rampa}}$
1		150				
2	Gasolinera	200	176	10	178	21
3	Paloma	400	257	11	371	38
4	Av. Vicente Guerrero	600	472	20	557	3
5	Terminan curvas	750				
6	Fábrica	900	800	22	838	30
7	Av. Ahuatepec	1100	957	15	1015	31
8		1100	957	15	1015	31
9	Diana	1700	1414 1628	50 15	1512	100
10	Av. Plan de Ayala	1850	1729 1755	10 10	1755 1791	10 10
11		2100				
12	Av. Tabachines	2300	2158	7	2215	15
13	C. Salazar	2350	2321	1	2321	1
14	Av. Morelos	2600	2358	20	2500	20
15		2900				
16	Burgos	3100	2928	6	2958	6
17	Brisas	3200	3115	10	3158	3
18	ITESM	3600	3557	13		

Tabla B.1: Posiciones de los sensores y las rampas en el sentido 1 (S1) México-Acapulco, al igual que referencias para poder ubicar cada sensor.

Es importante hacer notar que al trabajar con la ampliación hecha a la carretera. Muchas de las entras y salidas fueron borradas.

### Modificaciones para la ampliación

Para la ampliación fueron eliminadas todas las rampas entre las secciones 1 y 13. Únicamente fue colocada una rampa de salida en la celda  $x_{\text{seccion}} = 10$  con una longitud  $L_{\text{rampa}} = 20$  celdas. Sin embargo la ubicación de esta rampa es ficticia, y puesto que los trabajos de ampliación no han terminado, puede que nunca exista en ese lugar.

## Sentido 2 (Acapulco-México)

A continuación mostramos todos aquellos datos utilizados para las simulaciones con S2.

Sección	referencia	$x_{\text{seccion}}$	$x_s$	$L_{\text{rampa}}$	$x_e$	$L_{\text{rampa}}$
1		100				
2	ITESM	250	107	12	214	8
3		500				
4	Av. Emiliano Zapata	600	528	6	562	35
5		700				
6	Brisas	850	760	6	810	5
7	Burgos	1000	900	4	920	4
8		1300				
9	Av. Morelos	1550	1357	20	1500	20
10	Palmira	1600	1571	4	1585	4
11	Av. Tabachines	1700	1629	4	1686	5
12		2000				
13	Av. Plan de Ayala	2200	2057 2107	6 4	2140	4
14		2300				
15	Diana/empieza pendiente	2500	2342	7	2479	10
16		2700				
17	Harley Davidson	2800	2757	7	2785	6
18	Gasolinera	3000	2871	22	2915	5
19		3300				
20	Av. Vicente Guerrero	3400	3314	4	3336 3378	8 6
21		3500				
22	Paloma	3600	3542	5	3572	13

Tabla B.2: Posiciones de los sensores y las rampas en el sentido 2 (S2) Acapulco-México, al igual que referencias para poder ubicar cada sensor.

### Modificaciones para la ampliación

También en el caso de S2 algunas modificaciones fueron hechas para la ampliación. Todas las rampas de la sección 10 hasta la 23 fueron borradas. Solo se agregó una rampa de entrada en la celda  $x_{\text{seccion}} = 3750$  con una longitud  $L_{\text{rampa}} = 20$  celdas. Del mismo modo que en S1, la ubicación de esta entrada es ficticia y únicamente fue inventada puesto que las obras de ampliación no han terminado.



## Apéndice C

# Programación del problema

En este capítulo daremos todos aquellos detalles que se utilizaron para obtener los resultados presentados a lo largo del trabajo.

En primer lugar es importante resaltar que todos los programas fueron escritos en Julia. Este es un lenguaje de programación que combina la simplicidad de la sintáxis de Python con la rapidez y eficiencia de otros lenguajes de programación de alto nivel como C o Fortran.

Se escribió un paquete donde se encuentran todas las funciones que pueden ser utilizadas al modelar una dinámica vehicular como la nuestra, para lo cual nos basamos en autómatas celulares. Este paquete está inspirado en los códigos utilizados para [2] y que fueron escritos por la Dra. María Elena Lárraga Ramírez.

El paquete se encuentra en [github.com/LeonardoCastro/Carretera.jl](https://github.com/LeonardoCastro/Carretera.jl).

También se escribió un repositorio especial para poder guardar todos los resultados obtenidos a lo largo del trabajo. El análisis realizado ocupó un gran número de imágenes y datos que no pueden ser representados en su totalidad en este escrito. Sin embargo, el repositorio fue pensado para que toda esta información pudiera ser consultada.

El repositorio se encuentra en [github.com/LeonardoCastro/Tesis-Cambios-de-fase](https://github.com/LeonardoCastro/Tesis-Cambios-de-fase).

# Bibliografía

- [1] Nagel, K., Schreckenberg, M., A cellular automaton model for freeway traffic, *Journal de physique I*, **2**, 2221–2229 (1992)
- [2] Lárraga, M.E., , Tesis Doctorado, IIMAS, UNAM, México D.F. (2005)
- [3] Morelos, R., “Inicia ampliación a 10 carriles de libramiento Cuernavaca de Autopista del Sol”, *La Jornada*, 24 de enero 2015. [En línea]. Disponible: [La Jornada: www.jornada.unam.mx](http://www.jornada.unam.mx) [leído 22 enero 2016].
- [4] Aldaz, P., “Planean obras para agilizar accesos al DF”, *El Universal*, 20 de agosto 2015. [En línea]. Disponible: [eluniversal.com.mx](http://eluniversal.com.mx) [leído 22 enero 2015].
- [5] Gartner, N., Mahmassani, H., Messer, C., Lieu, H., Cunard, R., Rathy, A., *Traffic Flow Theory: A State-of-the-Art Report*, Transportation Research Board Committee on Traffic Flow Theory and Characteristic (1987).
- [6] Maerivoet, S., PhD. Dissertation, “Modelling Traffic on Motorways: State-of-the-Art, Numerical Data Analysis and Dynamic Traffic Assignment”, Faculteit Ingenieurswetenschappen, Departement Elektrotechniek ESAT-SCD (SISTA), Katholieke Universiteit Leuven, Leuven (2006)
- [7] Wolfram, S., *A New Kind of Science*, Wolfram Media (2002)
- [8] Knospe, W., Santen, L., Schadschneider, A., Schreckenberg, M., A realistic two-lane traffic model for highway traffic, *Journal of Physics A: Mathematical and General*, **35**, 3369 (2002).
- [9] Lárraga, M.E., , Tesis de maestría, IIMAS ,UNAM, México D.F.(2001)
- [10] del Río, J.A., Lárraga, M.E., *Transient Situations in Traffic Flow: Modelling the Mexico City Cuernavaca Highway*, American Institute of Physics Conference Series, **757**, 190–199 (2005).
- [11] Chowdhury, D., Santen, L., Schadschneider, A., *Statistical physics of vehicular traffic and some related systems*, *Physics Reports*, **329** 199–329 (2000).

- [12] Lighthill, M. J., Whitham, G. B., On Kinematic Waves. II. A Theory of Traffic Flow on Long Crowded Roads, *Proceedings of Royal Society of London Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, **229**, 317–345 (1955).
- [13] Lárraga, M.E., del Río J.A., Schadschneider A., New kind of phase separation in a CA traffic model with anticipation, *Journal of Physics A: Mathematical and General*, **37**, 3769 (2004).
- [14] Moctezuma, E.M., Estudio de la motorización en México mediante la dinámica de posesión vehicular: determinantes macro y micro económicos, *Instituto Mexicano del Transporte* (2002)
- [15] Lárraga, M.E., del Río, J.A., Álvarez-Icaza, L., Cellular automata for one-lane traffic flow modeling, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, **13**, 63–74 (2005).
- [16] Su, Z., Deng, W., Li, W., Cai, X., A modified Nagel-Schreckenberg model with overtaking strategy and its effects on traffic flow, *arXiv preprint arXiv:1506.04990* (2015).
- [17] Schadschneider, A., Traffic flow: a statistical physics point of view, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, **313**, 153–187 (2002).
- [18] Schadschneider, A., Statistical physics of traffic flow, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, **285**, 101–120 (2000).