



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES DE CUAUTITLÁN

ANÁLISIS DE LAS DESINTEGRACIONES DEL BOSÓN DE HIGGS USANDO  
FEYNCALC

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
LICENCIADO EN TECNOLOGÍA

PRESENTA:  
HÉCTOR ALFREDO LEÓN ARROYO

ASESOR: DR. RICARDO GAITÁN LOZANO

ASESOR: DR. JOSE HALIM MONTES DE OCA YEMHA  
CUAUTITLÁN IZCALLI, EDO. MEX, SEPTIEMBRE DE 2015



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLÁN  
UNIDAD DE ADMINISTRACIÓN ESCOLAR  
DEPARTAMENTO DE EXÁMENES PROFESIONALES

U. N. A. M.  
FACULTAD DE ESTUDIOS  
SUPERIORES - CUAUTITLÁN  
ASUNTO: VOTO APROBATORIO

M. en C. JORGE ALFREDO CUÉLLAR ORDAZ  
DIRECTOR DE LA FES CUAUTITLÁN  
PRESENTE

ATN: M. en A. ISMAEL HERNÁNDEZ MAURICIO  
Jefe del Departamento de Exámenes  
Profesionales de la FES Cuautitlán.

Con base en el Reglamento General de Exámenes, y la Dirección de la Facultad, nos permitimos comunicar a usted que revisamos **La Tesis**:

"Análisis de las desintegraciones del bosón de Higgs usando FEYNALC"

Que presenta el pasante: HÉCTOR ALFREDO LEÓN ARROYO

Con número de cuenta: 40000315-1 para obtener el Título de: Licenciado en Tecnología

Considerando que dicho trabajo reúne los requisitos necesarios para ser discutido en el EXAMEN PROFESIONAL correspondiente, otorgamos nuestro VOTO APROBATORIO.

ATENTAMENTE

"POR MI RAZA HABLARA EL ESPÍRITU"

Cuautitlán Izcalli, Méx. a 28 de octubre de 2015.

PROFESORES QUE INTEGRAN EL JURADO

	NOMBRE	FIRMA
PRESIDENTE	M.A.I. Pedro Guzmán Tinajero	
VOCAL	Ing. Ana María Terreros de la Rosa	
SECRETARIO	Dr. Ricardo Gaitán Lozano	<i>Ricardo Gaitán</i>
1er SUPLENTE	M. en I. José Frías Flores	
2do SUPLENTE	M. en C. José Isaac Sánchez Guerra	

NOTA: Los sinodales suplentes están obligados a presentarse el día y hora del Examen Profesional (art. 127).

En caso de que algún miembro del jurado no pueda asistir al examen profesional deberá dar aviso por anticipado al departamento.

(Art 127 REP)

IHM/ntm\*

# Agradecimientos

Al Dr. Ricardo Gaitán Lozano y al Dr. José Halim Montes de Oca Yemha les agradezco asesorarme en la realización de esta tesis, la paciencia y comprensión que tuvieron conmigo, y la motivación que me dieron para la adquisición de nuevos conocimientos.

A la sección de Física de FES Cuautitlán así como al Centro de Investigaciones Teóricas de Campo 1 por haberme brindado sus espacios para realizar mi Tesis

A la UNAM, en especial a la Facultad de Estudios Superiores de Cuautitlán Campo 4 y Campo 1; cuya infraestructura me ha permitido terminar con éxito mis estudios de Licenciatura.

Al honorable jurado cuyas observaciones me han permitido mejorar mi trabajo escrito.

A mi esposa Elvia Ivonne Eslava González y a mis hijos Héctor Abraham e Ismael por su motivación y comprensión.

A mis padres Ismael León Ramírez (QEPD) y Nemia Arroyo Corona, que han sembrado en mí la constancia y el amor al estudio y al trabajo.

A mis hermanos Oralia Isabel, Omar, y Oscar quienes siempre estuvieron pendiente del desarrollo de mis estudios.

# Índice

Agradecimientos.....	I
Índice de Figuras .....	III
Índice de Tablas.....	V
Resumen .....	VI
Introducción .....	VII
Objetivos .....	VIII
Hipótesis .....	IX
Metodología .....	X
Antecedentes .....	1
<b>1 Partículas Elementales .....</b>	<b>3</b>
1.1 Fermiones .....	3
1.2 Bosones .....	6
<b>2 Procesos Observables en el Laboratorio.....</b>	<b>8</b>
2.1 Desintegraciones .....	8
<b>3 Fundamentos del Modelo Estándar de las Partículas Elementales 13</b>	<b>13</b>
3.1 Estructura .....	13
3.1.1 Teoría de Grupos .....	13
3.1.2 Grupo Unitario.....	14
3.1.3 Modelo Electrodébil.....	16
3.1.4 Lagrangianas de Campos .....	18
3.1.5 Invariancia de Norma .....	20
3.1.6 Interacción Electromagnética de Fermiones: Leptones y Quarks.....	20
3.2 Reglas de Feynman.....	21
3.3 Mecanismo de Higgs .....	23
<b>4 Análisis con FEYNCALC.....</b>	<b>25</b>
4.1 Manejo de FEYNCALC.....	25
4.2 Álgebra de Dirac.....	26
<b>5 Análisis de las Desintegraciones del Bosón de Higgs .....</b>	<b>34</b>

5.1	Desintegración del bosón de Higgs a un par fermión-antifermión.....	34
5.2	Desintegración del Bosón de Higgs a Bosones de Norma .....	36
5.3	Desintegración del Boson de Higgs a un Par y a un Par .....	38
5.4	Fracción de desintegración para el bosón de Higgs .....	40
	<b>Conclusiones .....</b>	<b>43</b>
	<b>Apéndice .....</b>	<b>44</b>
	<b>Referencias .....</b>	<b>48</b>

## Índice de Figuras

2.1. Desintegración a dos cuerpos.....	10
2.2. Desintegración a tres cuerpos.....	11
3.1. Líneas externas para bosones norma y fermiones.....	21
3.2. Diagrama de Feynman asociado a la interacción fotón-fermión.....	22
3.3. Diagrama de Feynman asociado a la interacción bosón débil-fermión.....	22
3.4. Diagrama de Feynman asociado a la interacción gluón-quatk.....	23
5.1. Desintegración del bosón de Higgs a femión – antifermión.....	34
5.2. Desintegración del bosón de Higgs a bosones de norma.....	37
5.3. Bosón virtual.....	39
5.4. Fracciones de desintegración del bosón de Higgs ( $90 \text{ GeV} < m_h < 2m_w$ ).....	40
5.5. Fracciones de desintegración del bosón de Higgs ( $2m_w < m_h < 2m_z$ ).....	41
5.6. Fracciones de desintegración del bosón de Higgs ( $2m_z < m_h < 2m_t$ ).....	41
5.7. Fracciones de desintegración del bosón de Higgs ( $2m_t < m_h < 600 \text{ GeV}$ ).....	42

## Índice de Tablas

1.1. Carga y masa de los quarks.....	4
1.2. Carga y masa de los leptones.....	5
1.3. Carga y masa de los bosones.....	7
3.1. Números cuánticos débiles para la primera generación de fermiones.....	18

# Resumen

En la actualidad hay una gran variedad de programas y paquetes de computación que auxilian y agilizan los cálculos matemáticos necesarios para el desarrollo de la ciencia y la tecnología. Algunos de estos programas son sofisticados y requieren de cierto tiempo para el aprendizaje del manejo del lenguaje. Otros son amigables con el usuario y sus paquetes complementos son de acceso libre. Este es el caso del programa *MATHEMATICA* que junto con los paquetes *FEYNCALC* y *FEYNARTS*, exclusivos de Mathematica y de adquisición libre que son las principales herramientas usadas para el desarrollo de esta tesis. Es importante notar que al manejar cualquier programa de computación es necesario tener un amplio panorama de lo que se espera de él, por lo que su uso debe estar fundamentado en un marco teórico general. En esta tesis se realizará un análisis de las desintegraciones del Bosón de Higgs usando las herramientas computacionales mencionadas.

# Introducción

En el Capítulo 1, se muestran las partículas elementales que componen la materia conocidas hasta el momento de iniciar esta tesis tales como fermiones y bosones; se presentaron así mismo propiedades físicas de dichas partículas y parámetros que se usarán para el desarrollo de cálculos en los capítulos posteriores.

EL Capítulo 2 presenta el modelo matemático del fenómeno de desintegración para partículas, entendiendo por desintegración el hecho de descomponer la materia en sus partículas elementales. El fenómeno de desintegración es de naturaleza probabilística. Es posible, también, obtener el tiempo de vida medio de una partícula. El interés de esta tesis gira alrededor de la desintegración, y específicamente la desintegración del bosón de Higgs.

Los fundamentos matemáticos del modelo estandar de las partículas se proponen en el Capítulo 3, en el cual se expone en forma cualitativa la teoría de grupos, modelo electrodébil, lagrangianas de campos, diagramas de Feynman, mecanismo de Higgs, sin profundizar en estos fundamentos que requerirían conocimientos que salen del alcance de esta tesis, pero que es imprescindible conocer para ubicarnos en el ámbito a tratar sobre el fenómeno de desintegración de partículas en el marco de referencia del Modelo Estándar.

*MATHEMATICA* tiene una aplicación en forma libre llamada *FEYNCALC*, la cual está preparada para realizar cálculos relacionados con el Modelo Estándar de las partículas. Es importante señalar que la UNAM proporciona el programa *MATHEMATICA*; y *FEYCALC* se puede bajar de internet en forma libre. En el Capítulo 4 se explica la forma de obtener *FEYNCALC* de internet y la manera de cargarlo en la PC e introducirlo en el programa *MATHEMATICA*.

El análisis de la desintegración del bosón de Higgs, que es el fundamento de esta tesis, se manifestará en el Capítulo 5; donde se calcularán las desintegraciones del bosón de Higgs en un par fermión - antifermión, bosones norma, un par  $WW^*$  y a un par  $ZZ^*$  por medio del uso de *MATHEMATICA* y su complemento para el cálculo en altas energías *FEYNCALC*.

# Objetivos

La elaboración de esta tesis persigue dos objetivos esenciales:

1. Estudiar uno de los procesos más importantes tratándose de partículas elementales: la desintegración de partículas con interacciones electromagnéticas y nucleares débiles.
2. Implementar el paquete *FEYNCALC* para obtener las trazas de matrices de Dirac y simplificaciones simbólicas de tensores.

# Hipótesis

Con fundamento en la teoría del Modelo Estándar de las partículas elementales, y usando la aplicación *FEYNCALC* de *MATHEMATICA* se realizarán los cálculos necesarios para obtener las razones de desintegración en bosones y fermiones, del bosón de Higgs a nivel árbol.

El Modelo Estándar de las partículas elementales es una teoría cuántica de campos basada en el principio de norma.

La existencia de una partícula con espín y carga eléctrica cero responsable de la generación de masas de los fermiones fundamentales y los mediadores de la interacción débil a través de su interacción en el estado mas bajo de energía (vacío).

# Metodología

Para el desarrollo del tema se efectuarán las siguientes acciones:

1. Consultas en material bibliográfico e internet,
2. Consultas a asesores en el Centro de Investigaciones Teóricas (CIT) ubicado en la Facultad de Estudios Superiores de Cuautitlán, Campo 1 y del Departamento de Física de la misma facultad ubicada en Campo 4
3. Consideración de todas las interacciones involucradas en el proceso y la densidad lagrangiana del modelo.
4. Aplicación de las reglas de Feynman para la obtención de la amplitud.
5. Uso del paquete *FEYNCALC* para obtener y simplificar las trazas del modulo de la amplitud al cuadrado.
6. Integración de la regla de oro de Fermi en todos los valores de los momentos de las partículas participantes en el proceso; esta integral se realiza con *MATHEMATICA*.

# Antecedentes

En los años 60 del siglo XX, Peter Higgs junto con otros científicos, predijeron un mecanismo que explica el origen de la masa en las partículas elementales al que se le conoce como mecanismo de Higgs, requiere de un campo escalar y un potencial asociado a éste. La partícula descrita como resultado de este mecanismo los físicos lo llaman "Bosón de Higgs". Entonces el campo de Higgs es una especie de continuo que se extiende por todo el espacio formado por un número incontable de bosones de Higgs. Tal predicción se pudo comprobar con los experimentos realizados por medio de un acelerador de partículas ubicado en el *Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire* (CERN por sus siglas en francés) y cuyo nombre oficial en español es Organización Europea para la Investigación Nuclear, que se encuentra entre la frontera franco-suiza a mediados del año 2012. El Bosón de Higgs no puede observarse directamente debido a que la estimación de su tiempo de vida es demasiado corto. Al final de su vida, se desintegra en otras partículas que son analizadas en los detectores y son motivo del presente trabajo. El bosón de Higgs era la pieza que faltaba para completar el modelo estándar de la física de partículas, la teoría que mejor describe el comportamiento de las partículas elementales y sus interacciones. Sin ella, el modelo estándar no puede explicar algo tan básico como la masa de estas partículas elementales y las enormes diferencias de unas respecto a las otras. En términos de las partículas fundamentales, existen fenómenos como son las dispersiones en la que al disparar una partícula contra otra, se registra el ángulo de deflexión y las desintegraciones, que son las transformaciones espontáneas o provocadas de un núcleo atómico, generalmente acompañada de la emisión de fotones u otras partículas. Un proceso físico tal como la dispersión o la desintegración, consiste en una transición de un estado a otro desde el marco de estudio de la Teoría Cuántica de Campos. Lo que se espera calcular es la probabilidad de que una transición dada ocurra; y nos permiten predecir el comportamiento físico de las partículas, para posteriormente diseñar los experimentos en los laboratorios especializados como los colisionadores; y poder comprobar con hechos lo calculado, aunque históricamente la mayoría de los cálculos requieren de herramientas computacionales para agilizar, optimizar y reducir los errores de los cálculos referidos que pueden ser muy extensos y en los que pueden manifestarse muchas confusiones. *MATHEMATICA* es un programa ocupado para el cálculo, el modelado, la simulación y demás actividades que se desarrollan en el ámbito matemático. Uno de los complementos o aplicaciones adicionales para realizar cálculos en física de altas energías es *FEYNCALC*. Dentro de los cálculos que se puede hacer con esta tecnología está el de la amplitud de desintegración para el bosón de Higgs en sus diferentes formas pudiendo obtenerse con dicho paquete. Adicionalmente, FeynCalc contiene las operaciones y variables necesarias como:

- Reducción de amplitudes Passarino-Veltman de un lazo a integrales escalares estándar.

- Herramientas para las tareas que ocurren con frecuencia como el índice de la contracción de Lorentz.

- El cálculo de los factores de color.

- Matrices, tensores y manipulaciones con el álgebra de Dirac incluyendo trazas en cuatro o D dimensiones.

- Generación de las reglas de Feynman desde una lagrangiana.

- Herramientas para álgebra no conmutativa.

- Álgebra  $SU(N)$ .

- Tablas de integrales, convoluciones y reglas de Feynman.

- Convolución especial, transformada de Mellin y otras tablas de integrales.

- Generación de código FORM y FORTRAN.

Estas últimas son usadas para tareas de mayor precisión, las cuales no son de interés para este trabajo.

# Capítulo 1

## Partículas Elementales

Las partículas elementales no son objetos indestructibles generadas a partir de la formación del universo, la mayoría de las veces son efímeras y fugaces.

Varios experimentos de la física de altas energías han mostrado con un alto grado de confianza que la materia ordinaria está hecha de lo que se conoce como fermiones.

Una característica de los fermiones es el valor de su espín, esto es, toman valor de semientero y como consecuencia de esto siguen la estadística de Fermi-Dirac.

El espín es una propiedad intrínseca cuántica de las partículas elementales y su dirección es un importante grado de libertad. Algunas veces es visualizado como la rotación de un objeto alrededor de su eje (de aquí la palabra espín). El espín está medido en unidades de la constante de Planck reducida  $\hbar(6.582 \times 10^{-22} \text{MeVs})$ .

Los quarks conocidos para el Modelo Estándar son: up, down, charm, strange, top, down y sus respectivas antipartículas.

Los leptones son: Electrón, muon, tau, y sus neutrinos.

Hay tres fuerzas que se han descrito con éxito dentro de un enfoque unificado en la teoría de Glashow, Salam y Weinberg conocida hoy como Modelo Estándar de la física de partículas. En el Modelo Estándar las interacciones electromagnéticas, débil y fuerte son mediadas respectivamente por el fotón, los bosones  $W^\pm$  y Z, el bosón de Higgs y los gluones.

### 1.1 Fermiones

Adicionalmente en la física de partículas, un fermión (nombre acuñado por Paul Dirac basado en el apellido de Enrico Fermi) es cualquier partícula caracterizada por la estadística de Fermi-Dirac y siguiendo los principios de exclusión de Pauli. Los fermiones incluyen todos los quarks y leptones. Los fermiones tienen un momento angular intrínseco que, medido en unidades de  $\hbar$  (espín), es igual a un número impar de semientero  $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ . Como consecuencia de este momento angular semientero, los fermiones obedecen el principio de exclusión de Pauli, el cual establece que no puede haber dos fermiones con todos sus números cuánticos idénticos (esto es, en el mismo estado cuántico de partícula individual) en el mismo sistema cuántico ligado.

Los quarks son partículas de espín semientero y esto implica que también son fermiones de acuerdo al teorema estadística espín. Están sujetos al principio de exclusión de Pauli que como ya se ha dicho, dos fermiones iguales no pueden ocupar el mismo estado cuántico.

A diferencia de los leptones, los quarks tiene carga de color, lo que los lleva a participar en la interacción fuerte. La atracción resultante entre quarks diferentes provoca la formación de partículas compuestas conocidas como hadrones.

Los quarks que determinan los números cuánticos de los hadrones son llamados quarks de valencia; y fuera de estos cualquier hadrón puede contener un número infinito de quarks, antiquarks, y gluones que no influyen en sus números cuánticos. Hay dos familias de hadrones: bariones con tres quarks de valencia, y mesones con un quark de valencia y un antiquark. Los más comunes de los bariones son los protones y los neutrones, constructores del núcleo atómico. Un gran número de hadrones son conocidos, diferenciados por su contenido de quarks y las propiedades que sus quarks constituyentes les confieren.

Los leptones y quarks están agrupados dentro de tres generaciones, cada una comprende dos leptones y dos quarks. La primera generación incluye quarks up y down, la segunda quarks strange y charm, y tercera quarks bottom y top.

Solo la primera generación de fermiones son generalmente naturales. Quarks pesados solo pueden estar en colisiones de altas energías y desintegraciones rápidas.

Los quarks tienen una carga eléctrica fraccional, con valores de  $-\frac{1}{3}$  o  $+\frac{2}{3}$  de la carga elemental. Los quarks up, charm y top tienen una carga de  $+\frac{2}{3}$  mientras que los quarks down, strange, y bottom tienen  $-\frac{1}{3}$ . Los antiquarks tienen una carga opuesta a sus correspondientes quark.

Tabla 1.1: Carga y masa de los quarks [2].

Partícula	Q (carga)	Masa
u ( <i>up</i> )	$\frac{2}{3}$	2.3 + 0.7, - 0.5 MeV
d ( <i>down</i> )	$-\frac{1}{3}$	4.8 + 0.7, - 0.3 MeV
s ( <i>strange</i> )	$-\frac{1}{3}$	95 ± 5 MeV
c ( <i>charm</i> )	$\frac{2}{3}$	1.275 ± 0.025 GeV
b ( <i>bottom</i> )	$-\frac{1}{3}$	4.65 ± 0.03 GeV
t ( <i>top</i> )	$\frac{2}{3}$	173.5 ± 0.6 GeV

La carga eléctrica de un hadrón es la suma de las cargas de los quarks que los constituyen, todos los hadrones tienen cargas enteras. La combinación de tres quarks (bariones), tres antiquarks (antibariones), o un quark y un antiquark (mesones) siempre resultan en carga entera.

Dentro de la categoría de los fermiones se encuentran los leptones, que son partículas elementales, constituyentes fundamentales de la materia. El mejor conocido de los leptones es el electrón que regula casi toda la química tal como se encuentra en los átomos y está directamente ligada a todas las propiedades químicas.

Hay dos clases principales de leptones: leptones cargados (conocidos como leptones electrónicos), y leptones neutrales (conocidos como neutrinos).

Los leptones cargados pueden combinarse con otras partículas para formar varias partículas compuestas tales como átomos y positrones, mientras que los neutrinos raramente interactúan con otras y por consecuencia son raramente observados.

Hay seis tipos de leptones, conocidos como sabores, formando tres generaciones. La primera generación es el leptón electrónico, comprende al electrón ( $e^-$ ) y al neutrino electrón ( $\nu_e$ ), en la segunda generación comprenden los muones ( $\mu^-$ ) y los neutrinos muón ( $\nu_\mu$ ) y en la tercera generación están los taus ( $\tau^-$ ), y los neutrinos tau ( $\nu_\tau$ ).

Los electrones tienen la menor masa de todos los leptones cargados. Los muones más pesados y taus se convierten rápidamente en electrones a través de un proceso de decaimiento de partículas: la transformación de un estado superior de masas a un estado de menor masa.

Los electrones son estables y es el leptón más común cargado en el universo, mientras que los muones y taus solo pueden ser producidos en las colisiones de alta energía (como las relacionadas con los rayos cósmicos y las llevadas a cabo en los aceleradores de partículas).

Los leptones tienen varias propiedades intrínsecas, como la carga eléctrica, espín y masa. A diferencia de los quarks, los leptones no están sujetos a la interacción fuerte, pero están sujetos a las otras tres interacciones fundamentales: la gravitación, electromagnetismo (excluyendo los neutrinos, que son eléctricamente neutros), y la interacción débil. Por cada leptón sabor hay un tipo correspondiente de antipartícula, conocida como antileptón, que difiere del leptón solo en que algunas de sus propiedades tienen igual magnitud pero de signo opuesto. Sin embargo, según ciertas teorías, los neutrinos pueden ser su propia antipartícula, pero actualmente no se conoce si este es el caso o no.

Tabla 1.2: Carga y masa de los leptones [2].

Partícula	Carga ( $Q$ )	Masa
$e^-$ (electrón)	-1	511 keV
$\nu_e$ (neutrino electrón)	0	<0.28eV
$\mu^-$ (muón)	-1	106 MeV
$\nu_\mu$ (neutrino muón)	0	<0.28 eV
$\tau^-$ (tau)	-1	1.78 GeV
$\nu_\tau$ (neutrino tau)	0	<0.28 eV

## 1.2 Bosones

Los bosones tienen espín de valor entero, actúan como mediadores de las fuerzas electromagnética, débil y fuerte. Por definición, los bosones son partículas que obedecen a la estadística de Bose-Einstein: cuando uno de dos bosones (de la misma especie) cambia, la función de onda del sistema no se modifica.

Los bosones elementales observados son:

Los fotones, portadores de fuerza del campo electromagnético a su vez son causa de que las leyes físicas tengan cierta simetría en todos los puntos del espacio-tiempo. Las propiedades intrínsecas de los fotones (masa invariante y espín) están determinadas por las propiedades de la simetría de norma. El fotón no tiene masa, no posee carga eléctrica y no se desintegra espontáneamente en el vacío.

Los Bosones  $W^+$ ,  $W^-$  y  $Z$  son las partículas mediadoras de la interacción nuclear débil, una de las cuatro interacciones fundamentales de la naturaleza. Son dos tipos de partículas fundamentales, muy masivas, que se encargan en general de cambiar el sabor de otras partículas, los leptones y los quarks. Cuando un leptón o un quark parece convertirse en uno más ligero (desintegración), se dice que cambian de sabor. Todos los procesos de cambio de sabor se deben a la interacción débil, y en todas ellas interviene uno de los tres tipos de "bosones intermedios", nombre que también reciben los bosones  $W^+$ ,  $W^-$  y  $Z$ . Uno de los procesos más importantes en los que intervienen los bosones  $W^+$  y  $W^-$ , es la desintegración beta, en la que un neutrón cambia a fotón. El bosón  $Z$  actúa como partícula portadora de momento lineal: cuando dos partículas se intercambian, un bosón  $Z$  una le está pasando momento a la otra. Este intercambio se llama interacción de corriente neutra, ninguna de las partículas afectadas cambia de sabor.

Gluones portadores adyacentes a la fuerza fuerte. La teoría que postula la existencia de los gluones y describe su dinámica se llama cromodinámica cuántica; el gluon es un bosón sin masa, con espín 1, pero con carga de color. Los gluones forman también parte de los hadrones, y la energía del campo de color que crean es la responsable de la mayoría de la masa del mismo. Los gluones que unen los quarks crean un campo de Yang-Mills de color que impide que los quarks se separen con una fuerza inmensa, para pequeñas distancias parece que el campo decae en intensidad pero para distancias del orden del tamaño de un nucleón, la fuerza es mucho mayor que las fuerzas electrostáticas de repulsión entre protones.

El modelo estándar postula, además, la existencia de los bosones de Higgs, que son partículas elementales masivas. Es la cuantización de el teórico campo de Higgs. En el espacio vacío, el Higgs tiene una amplitud diferente de cero. La existencia del valor de expectación no-cero en el vacío juega un papel importante; da masa a toda partícula elemental que se acopla al campo de Higgs, incluyendo al bosón de Higgs. La adquisición de un valor de expectación en el vacío, espontáneamente rompe la simetría de norma electrodébil. Esto es el mecanismo de Higgs, el cual es el simple proceso capaz de dar masa a los bosones norma sin dejar de ser compatible con las teorías de norma. En el modelo estándar, el campo de Higgs consiste de dos campos neutrales y dos campos cargados. El campo de Higgs es un campo escalar, el bosón de Higgs no tiene espín, por lo tanto, no hay

momento angular intrínseco. El bosón de Higgs es su propia antipartícula.

Tabla 1.3: Carga y masa de los bosones [2].

Nombre	Símbolo	Carga Eléctrica	Masa en reposo
Fotón	$\gamma$	Neutra	Nula
Bosón	W	$\pm 1$	80.425
Bosón Z	Z	Neutra	91.187
Gluon	G	Neutra	Nula
Bosón de Higgs	H	Neutra	$\approx 125.5$

# Capítulo 2

## Procesos Observables en el Laboratorio

Tratándose de partículas elementales casi toda nuestra información experimental proviene de tres fuentes:

1.- Desintegración, en la cual una partícula se transforma espontáneamente en otras partículas y se examinan los residuos.

2.- Dispersión, que es el evento en el cuál se colisiona una partícula con otra y se registra el ángulo de deflexión.

3.- Estados ligados, cuando dos o más partículas se unen, se estudian las propiedades del objeto compuesto.

En el presente trabajo solo se revisará la desintegración para el bosón de Higgs.

### 2.1 Desintegraciones

Sea  $N(t)$  el número de partículas de alguna muestra dada. Se supondría que estas partículas se desintegran de tal manera que el número remanente de partículas está expresado como:

$$dN = -\Gamma N dt \quad (2.1)$$

En esta expresión (2.1)[1],  $\Gamma$  representa la probabilidad de desintegración por unidad de tiempo. El signo negativo indica que decrece la población de partículas.

Al resolver la ecuación diferencial se obtiene lo siguiente:

$$N(t) = N(t_0) e^{-\Gamma(t-t_0)}. \quad (2.2)$$

Evidentemente el número de partículas decrece exponencialmente con el tiempo.

Siendo el proceso de desintegración de naturaleza probabilística, la distribución de probabilidad para nuestro caso es[1]:

$$\frac{N(t)}{N(t_0)} = e^{-\Gamma t}. \quad (2.3)$$

Es posible obtener el tiempo de vida media denotada por  $\tau$  y calculada con

$$\tau = \frac{\int_0^{\infty} t e^{-\Gamma t} dt}{\int_0^{\infty} e^{-\Gamma t} dt}. \quad (2.4)$$

Después de resolver (2.4)[1], el tiempo de vida medio de una partícula es simplemente el recíproco de la tasa de desintegración.

$$\tau = \frac{1}{\Gamma}. \quad (2.5)$$

Algunas partículas pueden desintegrarse por varias rutas diferentes o modos de desintegración. Entonces la rapidez total es la suma de cada modo de desintegración

$$\Gamma_{tot} = \sum_{i=1}^n \Gamma_i, \quad (2.6)$$

donde las  $i$  representan todas las maneras posibles de desintegración de las partículas. En general el tiempo de vida de la partícula es el recíproco de  $\Gamma_{tot}$ :

$$\tau = \frac{1}{\Gamma_{tot}} \quad (2.7)$$

Adicionalmente se calculan las fracciones de ramificación; esto es la fracción de todas las partículas de un tipo dado que se desintegran por cada modo.

Las fracciones de ramificación son determinadas por la tasa de desintegración[1].

$$(2.8)$$

Para desintegraciones, el problema esencial es la tasa de desintegración por cada modo y a partir de ahí, es fácil obtener el tiempo de vida y las fracciones de ramificación.

La rapidez de desintegración se calcula con la Regla de Oro de Enrico Fermi; que en esencia dice que una tasa de transición está dada por el producto del espacio fase y el cuadrado de la amplitud[1].

Supongase que la partícula  $X$  de masa  $M$  se desintegra en  $n$  partículas de masas  $m_1, m_2, \dots, m_n$ ; lo cual puede representarse esquemáticamente como

$$X \rightarrow 1+2+3+\dots+n \quad (2.9)$$

Bajo la condición

$$M \geq \sum_{\alpha=1}^n m_i \quad (2.10)$$

La Regla de Oro de Fermi establece que la rapidez de desintegración está dada por la fórmula:

$$d\Gamma = \frac{S(2\pi)^4}{2M} |\mathcal{M}|^2 d\Phi_n(P; p_1, \dots, p_n), \quad (2.11)$$

donde la amplitud ( $M$ ), contiene toda la información dinámica; y el espacio-fase  $d\Phi_n$  es un elemento de  $n$ -cuerpos que es puramente cinemático y depende de las masas, las energías y momentos de las partículas participantes dado por:

$$d\Phi_n(P; p_1, \dots, p_n) = \delta^4\left(P - \sum_{i=1}^n p_i\right) \prod_{i=1}^n \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3 2E_i} \quad (2.12)$$

$P$  y  $p_i$  son los cuadri-momentos de las partículas  $X$  y sus productos respectivamente.  $S$  es un factor estadístico que corresponde a un conteo de  $S$  partículas idénticas, explícitamente contribuye como  $\frac{1}{S}$ . En (2.11),  $M$  representa la amplitud de la desintegración considerada y depende de la dinámica de las interacciones. El estudio de la amplitud se considera en el capítulo 3 y 4 de esta tesis; la  $\delta^4$  es la conservación de la energía y momento del proceso. El resto de la expresión es el espacio fase para la desintegración, y contiene toda la información cinemática.

El espacio fase junto con el módulo al cuadrado de la amplitud son cantidades invariantes de Lorentz.

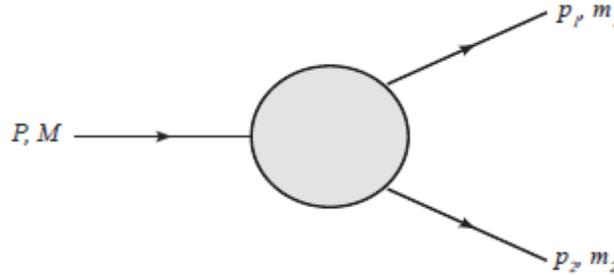


Figura 2.1: Desintegración a dos cuerpos

Para entender mejor la Regla de Oro de Fermi (2.11)[1] en el marco de referencia en reposo una partícula de masa  $M$ , desintendiéndose en dos partículas  $n = 2$  (1) se tiene los siguientes valores

$$E_1 = \frac{M^2 - m_2^2 + m_1^2}{2M}, \quad (2.13)$$

$$|p_1| = |p_2|, \quad (2.14)$$

$$= \frac{\left[ (M^2 - (m_1 + m_2)^2)(M^2 - (m_1 - m_2)^2) \right]^{\frac{1}{2}}}{2M}, \quad (2.15)$$

$$d\Gamma = \frac{1}{32\pi^2} |\mathbf{M}|^2 \frac{|p_1|}{M^2} d\Omega, \quad (2.16)$$

donde  $d\Omega = d\phi_1 d(\cos\theta_1)$  es el ángulo sólido de la partícula 1. La masa invariante  $M$  puede ser determinada desde las energías y momentos usando

$$M = \left[ (E_1 + E_2)^2 - (p_1 + p_2)^2 \right]^{1/2}. \quad (2.17)$$

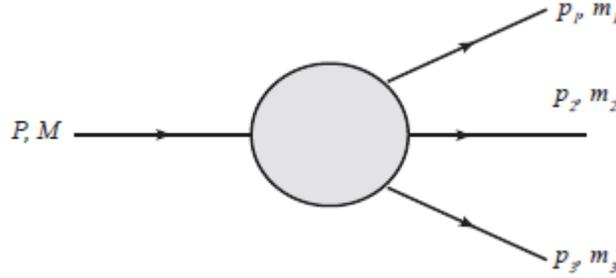


Figura 2.2: Desintegración a tres cuerpos

Para la desintegración a tres cuerpos (2) se define  $p_{ij} = p_i + p_j$  y entonces  $m_{12}^2 + m_{23}^2 + m_{13}^2 = M^2 + m_1^2 + m_2^2 + m_3^2$  y  $m_{12}^2 = (P - p_3)^2 = M^2 + m_3^2 - 2ME_3$ ; donde  $E_3$ , es la energía de la partícula 3 en el marco de referencia en reposo de  $M$ . En ese marco de referencia, el momento de las tres partículas desintegrándose se encuentran en un plano. La relativa orientación de estos tres momentos se fija si se conocen sus energías. Por lo tanto, el momento puede ser especificado en el espacio por medio de los tres ángulos de Euler  $(\alpha, \beta, \gamma)$  que especifican la orientación del sistema final relativo de la partícula inicial.

$$d\Gamma = \frac{1}{(2\pi)^5} \frac{1}{16M} |\mathbf{M}|^2 dE_1 dE_2 d\alpha (\cos\beta) d\gamma \quad (2.18)$$

Alternativamente

$$d\Gamma = \frac{1}{(2\pi)^5} \frac{1}{16M} |\mathbf{M}|^2 |p_1^*| |p_3| dm_{12} d\Omega_1^* d\Omega_3, \quad (2.19)$$

donde  $(|p_1^*|, \Omega_1^*)$  es el momento de la partícula 1 en el sistema en reposo de 1 y 2, y  $\Omega_3$  es el ángulo de la partícula 3 en el sistema en reposo de la partícula desintegrándose.  $|p_1^*|$  y  $|p_3|$  están dadas por

$$|p_1^*| = \frac{[(m_{12}^2 - (m_1 + m_2)^2)(m_{12}^2 - (m_1 - m_2)^2)]^{1/2}}{2m_{12}} \quad (2.20)$$

y

$$|p_3| = \frac{[(M^2 - (m_{12} + m_3)^2)(M^2 - (m_{12} - m_3)^2)]^{1/2}}{2M} \quad (2.21)$$

comparando con la Ecuación (2.15)[1]. Si la desintegración de la partícula es un escalar promediamos sobre sus estados de espín, entonces la integración sobre los ángulos en (2.18)[1] da

$$d\Gamma = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{8M} |\overline{\mathbf{M}}|^2 dE_1 dE_2, \quad (2.22)$$

$$d\Gamma = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{32M^2} |\overline{\mathbf{M}}|^2 dm_{12}^2 dm_{23}^2. \quad (2.23)$$

Estas expresiones serán usadas en capítulos posteriores.

# Capítulo 3

## Fundamentos del Modelo Estándar de las Partículas Elementales

Cualquier teoría de partículas elementales debe ser consistente con la teoría de la relatividad especial y la mecánica cuántica. La combinación de la mecánica cuántica, electromagnetismo y relatividad especial han llevado a la universalmente reconocida ecuación de Dirac y una cuantización de campos a una teoría cuántica de campos, que describe las interacciones electromagnéticas, débiles y fuertes desde un enfoque subatómico. Esta teoría se le conoce como electrodinámica cuántica (QED por sus siglas en inglés). El modelo estándar es una teoría cuántica

campos basada en el principio de simetría de norma (gauge) que considera estas tres interacciones junto con los bloques fundamentales de la materia. La construcción del modelo estándar ha sido guiada por este principio de simetría con la finalidad de introducir las interacciones y sus inetermediarios. La simetría gauge se describe matemáticamente por medio de la teoría de grupos, en particular los grupos de Lie.

### 3.1 Estructura

Iniciamos este capítulo con una breve descripción de las definiciones y algunos resultados sobre teoría de grupos.

#### 3.1.1 Teoría de Grupos

Un grupo  $G$  es un conjunto de elementos  $a, b, c, \dots$  que incluye una multiplicación o regla de composición de tal forma que si  $a \in G$  y  $b \in G$ , entonces el producto también es un miembro del grupo, esto es,

$$ab \in G \tag{3.1}$$

Esto se llama propiedad de cerradura, si  $ab=ba$  se dice que el grupo es abeliano. De otra forma si  $ab \neq ba$ , el grupo es no abeliano. Un grupo  $G$  de debe satisfacer cuatro axiomas[7].

1. Asociatividad: La regla de multiplicación es asociativa,  $(ab)c = a(bc)$
2. Elemento identidad: El grupo tiene un elemento identidad  $e$  que satisface  $ae = ea = a$ . El elemento identidad para el grupo es único.
3. Elemento inverso: Para todo elemento de  $a \in G$  existe un inverso el cual se denota por  $a^{-1}$  de tal forma que  $aa^{-1} = a^{-1}a = e$ .
4. Orden: El orden del grupo es un número de elementos que pertenecen a  $G$

### 3.1.2 Grupo Unitario

En la física de partículas los grupos unitarios juegan un papel especial, específicamente los operadores unitarios conservan productos internos, lo que implica que una transformación unitaria permite las probabilidades para diferentes transiciones entre los estados no afectados, es decir, la física cuántica es invariante bajo una transformación unitaria. Cuando las predicciones físicas de una teoría son invariantes bajo la acción de algunos grupos, se puede representar al grupo por un operador unitario  $U$  [7].

Este operador unitario conmuta con el Hamiltoniano,

$$UH - HU = 0 \quad (3.2)$$

$$[U, H] = 0 \quad (3.3)$$

El grupo unitario  $U(N)$  es el grupo de todas las matrices unitarias de dimensión  $N \times N$ . El grupo especial unitario, denotado por  $SU(N)$  es el grupo de las matrices unitarias de dimensión  $N \times N$  con determinante unidad positiva. La dimensión de  $SU(N)$  y por tanto el número de generadores, está dada por  $N^2 - 1$ . El rango da el número de operadores en el algebra que puede ser simultáneamente diagonalizados[7]. Por ejemplo en los siguientes casos tenemos:

- $SU(2)$  tiene  $2^2 - 1 = 3$  generadores.
- $SU(3)$  tiene  $3^2 - 1 = 8$  generadores.

El rango de  $SU(N)$  es  $N - 1$ .

- $SU(2)$  es  $2 - 1 = 1$ .
- $SU(3)$  es  $3 - 1 = 2$ .

El grupo unitario más simple que se puede tener es el grupo  $U(1)$  con una matriz  $1 \times 1$ , en este caso el generador es solo un numero complejo escrito en representación polar. Una simetría  $U(1)$  tiene un simple parámetro  $\theta$  expresado como,

$$U = e^{-i\theta} \quad (3.4)$$

donde  $\theta$  es un parámetro real.

La importancia de la simetría  $U(1)$  es que el Hamiltoniano ( $H$ ) es invariante bajo la transformación unitaria de este tipo, digamos  $e^{-ia\theta}$ , esto es

$$UHU^\dagger = H \quad (3.5)$$

El hermitiano conjugado  $U^\dagger$  es también el inverso.

$$U(\theta)U^\dagger(\theta) = U(\theta)U(-\theta) = 1 \quad (3.6)$$

El grupo unitario especial  $SU(2)$  es el grupo de todas las matrices unitarias  $2 \times 2$  con determinante igual a uno. Una representación de generadores de  $SU(2)$  son las matrices de Pauli(3.7)[7].

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (3.7)$$

Como se mencionó previamente el rango de  $SU(2)$  es 1, los generadores de  $SU(2)$  son las tres matrices  $\frac{1}{2}\sigma_i$  y el algebra de Lie es la relación de comutación satisfechas por las matrices de Pauli.

$$\left[ \frac{\sigma_i}{2}, \frac{\sigma_j}{2} \right] = i \varepsilon_{ijk} \frac{\sigma_k}{2} \quad (3.8)$$

Los bosones norma correspondientes a la simetría  $SU(2)$  son los bosones  $W_{\pm}, Z$ ; intermediarios de las iteracciones débiles. El grupo unitario  $SU(3)$  de vital importancia en la teoría cromodinámica cuántica, el cual tiene ocho generadores llamados matrices de Gell-Mann dadas por

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \lambda_4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\ \lambda_7 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

La teoría de grupos juega un papel importante en física por que los grupos son usados para describir simetrías. La estructura de un grupo está definida por el álgebra de sus generadores. Si dos grupos tienen la misma álgebra, estos están relacionados por las transformaciones unitarias y preveen las posibilidades de los estados de transición en Teoría Cuántica. Los grupos mas importantes en el modelo estándar son los grupos unitarios especiales  $U(1), SU(2)$  y  $SU(3)$ .

### 3.1.3 Modelo Electrodébil

La teoría de las interacciones débiles, mejor conocida como la teoría electrodébil, fue desarrollada en dos etapas. En la primera etapa, se introdujo una interacción fenomenológica y se amplió cuando los resultados experimentales adicionales estuvieron disponibles. En ese momento un gran número de observaciones podría explicarse por reglas empíricas. Todavía quedaba el deseo de desarrollar una teoría básica finita y renormalizable. Esto se logró en la segunda etapa mediante la combinación de las interacciones electromagnéticas y débiles en una teoría de norma: la Teoría Electrodébil.

Las interacciones electrodébiles se describen correctamente por medio del grupo de simetría

$$SU(2)_L \otimes U(1)_Y \quad (3.9)$$

En el caso de las interacciones fuertes el grupo de simetría del Modelo Estándar se basa en el grupo  $G_{SM}$  [8]

$$SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \quad (3.10)$$

Retomando (3.9) las interacciones débiles  $SU(2)_L$  son mediadas por los bosones norma  $W^\pm$  y  $Z$ .  $U(1)$  es la interacción electromagnética mediada por el fotón.

Tratandose de la Teoría Electrodébil se deben considerar los espinores de Dirac, parte derecha y parte izquierda [8]

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_R \\ \psi_L \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

$\gamma^5$  [8] esta representada por

$$\gamma^5 = \begin{pmatrix} 1_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 2} & -1_{2 \times 2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

Al aplicar el operador quiral parte izquierda [8]

$$P_L = \frac{1}{2}(I_{4 \times 4} - \gamma^5) \quad (3.13)$$

se obtiene la proyección izquierda[8]

$$P_L \psi = \psi_L \quad (3.14)$$

con el operador quiral derecho[8]

$$P_R = \frac{1}{2}(I_{4 \times 4} + \gamma^5) \quad (3.15)$$

se tiene la proyección derecha[8]

$$P_R \psi = \psi_R \quad (3.16)$$

El fermión en términos de masa tiene parte izquierda y parte derecha [8]

$$\bar{\psi}\psi = \bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_R\psi_L \quad (3.17)$$

el número cuántico conservado es el isoespín débil  $T$ . En adición a  $SU(2)_L$  una simetría de norma independiente  $U(1)_Y$ , la cual conserva el número cuántico  $Y$  llamado hipercarga débil. La simetría  $U(1)_Y$  es esencial porque incorpora la carga eléctrica  $Q$  y unifica la interacción débil con la electromagnética en una estructura de norma común. La hipercarga[15] débil esta especificada de acuerdo a

$$Q = T_3 + \frac{1}{2}Y \quad (3.18)$$

Tabla 3.1: Números cuánticos débiles para la primera generación de fermiones[15]

	$T$	$T_3$	$\frac{1}{2}Y$	$Q$
$\nu_L$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
$e_L$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1
$u_L$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$
$d_L$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{3}$
$e_R$	0	0	-1	-1
$u_R$	0	0	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$
$d_R$	0	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$

### 3.1.4 Lagrangianas de Campos

En el marco teórico de trabajo de la mecánica clásica (escalas macroscópicas  $v \ll c$ ) existe un formalismo alternativo al establecido por Isaac Newton en su libro titulado como "*Principia*". Este formalismo se atribuye principalmente a Lagrange, Euler y Hamilton. La idea principal está basada en el principio de acción mínima o principio de Hamilton el cuál establece lo siguiente. Sea  $S$  la acción del sistema definida por

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L(q_i, \dot{q}_i) dt, \quad (3.19)$$

con  $L(q_i, \dot{q}_i)$ , la lagrangiana del sistema, si se realiza una variación tal que  $\delta = 0$ , entonces

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad (3.20)$$

para  $(i=1,2,3\dots)$  son los grados de libertad del sistema. Las ecuaciones conocidas como ecuaciones de Euler-Lagrange, proporcionan las ecuaciones de movimiento del sistema. La lagrangiana del sistema está escrita como

$$L = T - V \quad (3.21)$$

donde  $T$  y  $V$  son las energías cinética y potencial del sistema respectivamente. En el caso de tener un campo en lugar de un sistema de partículas, este formalismo

se puede reescribir teniendo en cuenta que la lagrangiana del sistema  $L$  se lleva a  $\mathcal{L}$  la cual por simplicidad llamaremos lagrangiana. Además se pueden considerar escalas apropiadas para escribir la  $\mathcal{L}$  en una versión relativista y cuántica. Así las ecuaciones de Euler-Lagrange[15] son:

$$\partial_\mu \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi_i)} \right) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_i} \quad (3.22)$$

para  $i = (1,2,3\dots)$ , con:

$$\partial_\mu \phi_i = \frac{\partial \phi_i}{\partial x^\mu} \quad (3.23)$$

Para los campos introducidos en el Modelo Estándar tenemos las siguientes lagrangianas y Ecuaciones de Euler-Lagrange[15]:

### 1. Campo de Espín 0 :

*Lagrangiana*

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) - \frac{1}{2} \left( \frac{mc}{\hbar} \right)^2 \phi^2 \quad (3.24)$$

*Euler – Lagrange*

$$\partial_\mu \partial^\mu \phi + \left( \frac{mc}{\hbar} \right)^2 \phi = 0 \quad (3.25)$$

### 2. Campo de Espín $\frac{1}{2}$ :

*Lagrangiana*

$$\mathcal{L} = i(\hbar c) \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - (mc^2) \bar{\psi} \psi \quad (3.26)$$

*Euler – Lagrange*

$$i\gamma^\mu \partial_\mu \psi - \left( \frac{mc}{\hbar} \right) \psi = 0 \quad (3.27)$$

### 3. Campo de Espín 1:

*Lagrangiana*

$$\mathcal{L} = \frac{-1}{16\pi} (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu)(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) + \frac{1}{8\pi} \left( \frac{mc}{\hbar} \right)^2 A^\nu A_\nu \quad (3.28)$$

*Euler – Lagrange*

$$\partial_\mu (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) + \left( \frac{mc}{\hbar} \right)^2 A^\nu = 0 \quad (3.29)$$

### 4. Campo de Espín 1 sin masa:

*Lagrangiana*

$$\mathcal{L} = \frac{-1}{16\pi} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} - \frac{1}{c} J^\mu A_\mu \quad (3.30)$$

*Euler – Lagrange*

$$\partial_{\mu} F^{\mu\nu} = \frac{4\pi}{c} J^{\nu} \quad (3.31)$$

con

$$F^{\mu\nu} = \partial^{\mu} A^{\nu} - \partial^{\nu} A^{\mu} \quad (3.32)$$

tensor de esfuerzos de Maxwell

Las ecuaciones (3.24), (3.26), (3.28) y (3.30), se conocen como las ecuaciones de Klein-Gordon, Dirac, Proca y Maxwell respectivamente[15].

### 3.1.5 Invariancia de Norma

Una transformación de fase global es aquella que no depende del espacio-tiempo[15], esto es,

$$\psi' = e^{i\theta} \psi \quad (3.33)$$

para  $\theta$  constante y  $\psi$  un campo de espín 0 o  $\frac{1}{2}$ . Se observa que las lagrangianas (3.24) y (3.26) son invariantes bajo (3.33).

En efecto

$$L_{K-G}(\varphi) = L_{K-G}(\varphi') \quad (3.34)$$

$$L_D(\psi) = L_D(\psi') \quad (3.35)$$

Una transformación de fase local se tiene cuando la fase depende de espacio-tiempo  $X^{\mu}$  [15].

$$\psi' = e^{i\theta(X^{\mu})} \psi \quad (3.36)$$

En este caso las  $L_{K-G}$  o  $L_D$  no son invariantes.

### 3.1.6 Interacción Electromagnética de Fermiones: Leptones y Quarks

La lagrangiana que describe la interacción electromagnética con base en la teoría cuántica de campos y el principio de norma es

$$L = \bar{\psi}(i\gamma^{\mu} D_{\mu} - m)\psi - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu},$$

donde:  $\psi$  es un campo de espín  $\frac{1}{2}$ ,  $F^{\mu\nu}$  es el tensor de campo electromagnético (tensor de esfuerzos de Maxwell) definido por [15]

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad (3.37)$$

para  $A_\mu$  cuadvivector "potencial"

$$A_\mu = (\varphi, \vec{A}) \quad (3.38)$$

el campo electromagnético es de espín 1.

La derivada covariante  $D_\mu$  en (??) está dada por

$$D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu Q, \quad (3.39)$$

donde  $Q = -1$ , garantiza que el término cinético sea invariante de norma.

### 3.2 Reglas de Feynman

Las reglas de Feynman pueden usarse para obtener la amplitud de cualquier proceso de desintegración con sus respectivas contribuciones por medio de realizar los diagramas que están relacionados con dicho proceso. El punto de partida es la lagrangiana con la información de los cuerpos y sus interacciones. A partir de la lagrangiana se identifican los diagramas y su contribución a la amplitud. Estos diagramas son conocidos como diagramas de Feynman. En este trabajo establecemos las reglas de Feynman de una manera axiomática debido a que se requiere de una base de teoría cuántica de campos para lograr este objetivo, lo cual está fuera de la visión de este trabajo. Para detalles técnicos se puede consultar el trabajo de Feynman. A continuación describiremos y estableceremos las reglas de Feynman aplicadas a la teoría electrodébil. Primero establecemos el significado de cada parte que forma un diagrama de Feynman, para posteriormente explicar cómo obtener su amplitud debido a que los diagramas de Feynman representan procesos entre partículas y formas de interactuar asignando una dirección para representar la dirección temporal de izquierda a derecha.

**Líneas externas:** para cada línea externa se asigna un espinor en el caso del fermión o un vector de polarización en caso de bosón. En el caso de los espinores asignados se selecciona  $\mu$  (partícula), cuando la línea externa tiene la misma dirección del tiempo, en caso contrario se selecciona  $\nu$  (antipartícula)(3)

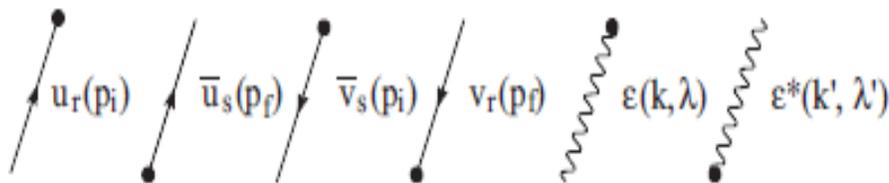


Figura 3.1: Líneas externas para bosones norma y fermiones [11]

Lineas internas: cada línea interna contribuye con un propagador dependiendo del tipo de partícula.

Vértices entre fermiones y bosones: los vértices están determinados por la lagrangiana del modelo. En la teoría electrodébil los vertices  $\nu$  contribuyen con una combinación lineal de las matrices  $\gamma^\mu$  y  $\gamma^\nu\gamma^5$ .

En el caso de los vértices entre fermiones y bosón de Higgs la forma de su contribución es únicamente un factor escalar, esto proviene de las interacciones de Yukawa. Las reglas de Feynman restantes para los terminos de la lagrangiana del tipo  $\gamma z z$  o  $Z Z Z$ , por ejemplo, pueden ser revisadas en la literatura. Nosotros solo nos enfocamos en las reglas asociadas al proceso de desintegración del Higgs. Las figuras (3.2), (3.3) y (3.4) muestran los diagramas de Feynman asociados a interacciones bosónicas.

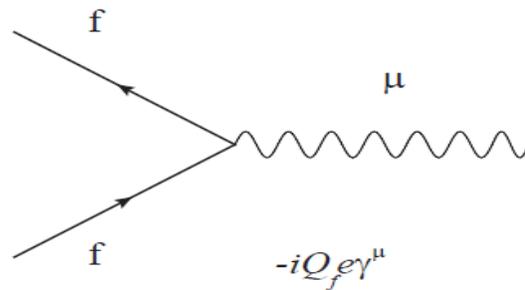


Figura 3.2: Diagrama de Feynman asociado a la interacción fotón-fermión

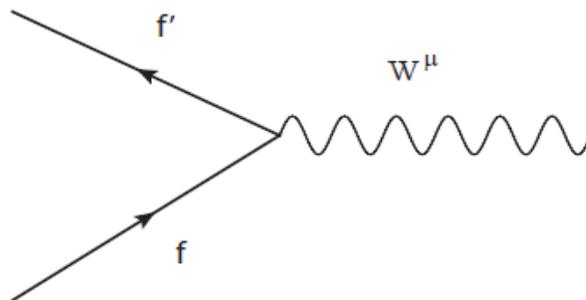


Figura 3.3: Diagrama de Feynman asociado a la interacción bosón débil-fermión

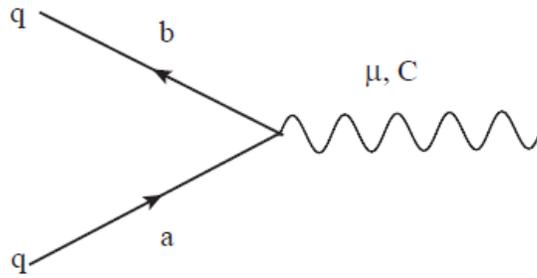


Figura 3.4: Diagrama de Feynman asociado a la interacción gluón-quatk

### 3.3 Mecanismo de Higgs

La manera de introducir masa a los fermiones se logra mediante considerar la existencia de un campo escalar definido como doblete bajo  $SU(2)_L$  con hipercarga  $Y=1$  y un singlete bajo  $SU(3)_C$ . La manera como se define este campo fue propuesta por Higgs, Englert y Brout [6][12]. Para integrar la masa de las partículas del Modelo Estándar es necesario considerar un  $V$  para el campo escalar, que sea estable y mínimo respete la  $G_{SM}$ . El estado mínimo de energía se obtiene cuando

$$\frac{\partial V}{\partial \Phi} \Big|_v = 0 \quad (3.40)$$

El rompimiento de la simetría de norma se logra cuando  $V$  está en el estado mínimo de energía; al evaluar el  $V$  en este estado es equivalente a realizar una rotación equivalente unitaria, esto es,

$$V = -\mu^2(v+h)^2 + \frac{\lambda}{2} \left[ \frac{1}{2}(v+h)^2 \right]^2 \quad (3.41)$$

siendo

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (3.42)$$

$$\Phi^\dagger = \left( 0, \frac{v+h}{\sqrt{2}} \right) \quad (3.43)$$

entonces

$$|\Phi|^2 = \Phi^\dagger \Phi \quad (3.44)$$

$$= \begin{pmatrix} 0, & \frac{v+h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (3.45)$$

$$= \frac{1}{2}(v+h)^2 \quad (3.46)$$

Es importante notar que  $V$  es gauge e Invariante de Lorentz.

# Capítulo 4

## Análisis con *FEYNCALC*

### 4.1 Manejo de *FEYNCLC*

El paquete de cálculo *FEYNCALC* está disponible para *MATHEMATICA* a partir de su versión 3. Los requerimientos básicos son un procesador de 25 MHz NeXTstation con 32 MB de RAM o también en uno de 120 MHz PowerMac con 64 MB de RAM. Para los cálculos más complicados, es aconsejable utilizar un ordenador con al menos 200 MHz y 128 MB de RAM o más. Las herramientas de *FEYNCALC* son lo suficientemente generales como para ser de utilidad con la mayoría de los modelos en física de altas energías. Algunos de los modelos en los que se usa *FEYNCALC* son la teoría electrodébil del modelo estandar, métodos de QCD y expansión del operador, y la teoría de perturbación quiral. Básicamente el paquete *FEYNCALC* permite realizar cálculos simbólicos a una aproximación de nivel árbol y un lazo[5].

Para bajar FeynCalc de internet se accede a

*www.feyncalc.org/*

y se procede a la descarga de archivos comprimidos en formato

*xxx.tar.gz*

para Unix, o en formato zip

*xxx.zip*

para Windows, según la preferencia del usuario. Se coloca el archivo en el directorio

*Aplicaciones*

en la jerarquía de directorios de la instalación de

*Mathematica*

Una de las ventajas de este paquete es que no requiere instalación, únicamente se necesita descomprimir el archivo previo. La carpeta con

*"HighEnergyPhysics"*.

se genera después de la descompresión del archivo. Para cargar *Feyncalc* se requiere ejecutar *Mathematica* y posteriormente crear una *notebook* en el cual se debe escribir la siguiente línea:

```
<<HighEnergyPhysics FeynCalc .
```

Después de mandar la entrada con *Enter* y *shift*, *MATHEMATICA* entrega como salida:

```
Loading FeynCalc from C:\Users\AppData\Roaming\Mathematica
\Applications\HighEnergyPhysics
FeynCalc 8.1.0 For help, type ?FeynCalc, open FeynCalcRef8.nb or visit
www.feyncalc.org
Loading FeynArts, see www.feynarts.de for documentationFeynArts 3.4
patched for use with FeynCalc [5].
```

Con esto se está en condiciones de usar el programa *MATHEMATICA* complementado con *FEYNALC*.

## 4.2 Algebra de Dirac

Una de las aplicaciones mas usadas por *FEYNALC* es el cálculo al cuadrado de amplitudes de procesos. Este tipo de cálculos implica operaciones algebraicas con matrices de Dirac. En esta sección mostraremos algunas de las operaciones algebraicas para entender mejor las instrucciones o codigos que se ingresan con *FEYNALC*. Para comenzar a trabajar con el Algebra de Dirac, que es una extensión de la generalizada Algebra de Clifford, se introduce la representación de Dirac-Pauli teniendo siempre en mente que son matrices  $4 \times 4$  escritas en términos de 4 bloques de matrices  $2 \times 2$ . La primera es la matriz identidad, la cuál tiene unos a lo largo de de su diagonal.

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

y la matriz nula

$$0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

Adicionalmente, las matrices  $2 \times 2$  usadas para escribir las matrices de Dirac son las matrices de Pauli.

Los Índices, como ya se viene haciendo, se escriben en letras griegas ( $\mu, \nu, etc.$ ) para denotar formas relativistas. De esta manera un cuadrivector de matrices de Dirac se escribe como

$$\gamma^\mu = (\gamma^0, \gamma^1, \gamma^2, \gamma^3) \quad (4.3)$$

En la representación Dirac-Pauli se escribe la primer matriz gama como

$$\gamma_0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

donde  $I$  es (4.2), los ceros son bloques de ceros de  $2 \times 2$  quedando la matriz (4.4) en forma extendida como

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

con el campo de Dirac  $\psi$  que es la solución a la ecuación de Dirac y consta cuatro componentes que aparecen en la ecuación de Dirac llamado vector espinor

$$\psi(x) = \begin{pmatrix} \psi^1(x) \\ \psi^2(x) \\ \psi^3(x) \\ \psi^4(x) \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

Las matrices de Dirac están escritas en términos de las matrices de Pauli

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

En la representación de Dirac-Pauli se tiene

$$\bar{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \bar{\sigma} \\ -\bar{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

Los cálculos de productos de matrices gama se pueden reducir al manejo de sus trazas facilitado por teoremas[1]. Primero se establece que una traza es la suma de los elementos que se ubican en la diagonal principal de una matriz o sea,

$$Tr[A] = \sum_{i=1}^n a_i a_i \quad (4.9)$$

$$Tr[A] = a_{11} + a_{22} + \dots + a_{nn} \quad (4.10)$$

Se debe hacer mención de tres propiedades acerca de las trazas en general: si  $A$  y  $B$  son dos matrices, y  $\alpha$  es un número cualquiera[1]:

1.

$$\begin{aligned} Tr[A+B] &= \sum_{i=1}^n (A+B)_{ii} \\ &= \sum_{i=1}^n (a_{ii} + b_{ii}) \\ &= \sum_{i=1}^n a_{ii} + \sum_{i=1}^n b_{ii} \\ &= Tr[a] + Tr[b] \end{aligned} \quad (4.11)$$

2.

$$\begin{aligned} Tr[\alpha A] &= \sum_{i=1}^n \alpha (a)_{ii} \\ &= \alpha \sum_{i=1}^n (a)_{ii} \\ &= \alpha \sum_{i=1}^n (a)_{ii} \\ &= \alpha Tr[A] \end{aligned} \quad (4.12)$$

3.

$$\begin{aligned} [AB]_{ij} &= \sum_{k=1}^n a_{ik} b_{kj} \\ Tr[AB] &= \sum_{i=1}^n (AB)_{ii} \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m a_{ik} b_{ki} \\ &= \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n a_{ik} b_{ki} \\ &= \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n b_{ki} a_{ik} \\ &= \sum_{k=1}^m (ab)_{kk} = Tr[BA] \end{aligned} \quad (4.13)$$

Desde (4.13) se pueden realizar las siguientes conmutaciones pero con la observación de que solo se hacen por pares:

$$\text{Tr}[ABC] = \text{Tr}[CAB] = \text{Tr}[BCA] \quad (4.14)$$

En cuanto a los tensores métricos se tiene que

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

o escrito en forma contravariante es el mismo tensor

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu}. \quad (4.16)$$

Es útil notar que para los tensores métricos se tiene como propiedad de sus trazas a[1]:

$$g_{\mu\nu} g^{\mu\nu} = 4 \quad (4.17)$$

Esto se puede comprobar con *MATHEMATICA* mediante la siguiente entrada:

In[2]= Contract[MetricTensor[ $\mu$ , $\nu$ ]MetricTensor[ $\mu$ , $\nu$ ]]

Out[2]= 4

La relación fundamental anticonmutación para las matrices  $\gamma$  junto con una regla asociada para productos "slash" son [1]

$$\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu} \quad (4.18)$$

en forma general

$$a\cancel{b} + \cancel{b}a = 2a \cdot b \quad (4.19)$$

con *MATHEMATICA* tenemos

In[2]= [DiracMatrix[ $\mu$ ]DiracMatrix[ $\nu$ ] + DiracMatrix[ $\nu$ ]DiracMatrix[ $\mu$ ]]

Out[2]=  $2g^{\mu\nu}$

De lo anterior, se deriva una secuencia de contracciones

$$\gamma_{\mu}\gamma^{\mu} = 4 \quad (4.20)$$

se verifica con el siguiente orden

In[2]= DiracMatrix[ $\mu$ ].DiracMatrix[ $\mu$ ]

Out[2]=  $\gamma^{\mu}.\gamma^{\mu}$

In[3]= DiracSimplify[%]

Out[3]= 4

En adelante cada expresión o identidad mostrada se incluirá la manera de introducirla en *FEYNALC*

$$\gamma_{\mu}\gamma^{\nu}\gamma^{\mu} = -2\gamma^{\nu} \quad (4.21)$$

In[2]= DiracSimplify[DiracMatrix[ $\mu$ ]DiracMatrix[ $\nu$ ]DiracMatrix[ $\mu$ ]]

Out[2]=  $-2\gamma^{\nu}$

a partir de (4.21) se tiene

$$\gamma_{\mu}\not{a}\gamma^{\mu} = -2\not{a} \quad (4.22)$$

In[2]= DiracSimplify[DiracMatrix[ $\mu$ ].DiracSlash[ $a$ ].DiracMatrix[ $\mu$ ]]

Out[2]=  $-2\gamma.a$

Una forma de simplificar el comando de *MATHEMATICA*

DiracMatrix[ ]

es con el comando

GA[ ]

Para el caso del producto de matrices gama se usa el comando anterior anotando los indices entre corchetes y separados con una coma; esto es con el fin de reducir la expresión en *MATHEMATICA* para productos de varias matrices gama.

$$\gamma_{\mu}\gamma^{\nu}\gamma^{\lambda}\gamma^{\mu} = 4g^{\nu\lambda} \quad (4.23)$$

$$\gamma_{\mu}\not{a}\not{b}\gamma^{\mu} = 4(a.b) \quad (4.24)$$

$$\gamma_{\mu}\gamma^{\nu}\gamma^{\lambda}\gamma^{\sigma}\gamma^{\mu} = -2\gamma^{\sigma}\gamma^{\lambda}\gamma^{\nu} \quad (4.25)$$

con el programa se tiene

In[2]= DiracSimplify[GA[[ $\mu$ ], [ $\nu$ ], [ $\lambda$ ], [ $\sigma$ ], [ $\mu$ ]]]

Out[2]=  $-2\gamma^{\sigma}.\gamma^{\lambda}.\gamma^{\nu}$

Hay también teoremas de trazas; la traza del producto de un numero impar de matrices gama es cero[1].

$$Tr(1) = 4 \quad (4.26)$$

$$Tr(\gamma^\mu \gamma^\nu) = 4g^{\mu\nu} \quad (4.27)$$

con Mathematica

In[2] = Tr[GA[μ,ν]]

Out[2] = 4g<sup>μν</sup>

$$Tr(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\sigma) = 4(g^{\mu\nu} g^{\lambda\sigma} - g^{\mu\lambda} g^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma} g^{\nu\lambda}) \quad (4.28)$$

usando el programa

In[2] = Tr[GA[μ,ν,λ,σ]]

Out[2] = 4(g<sup>μν</sup>g<sup>λσ</sup> - g<sup>μλ</sup>g<sup>νσ</sup> + g<sup>μσ</sup>g<sup>νλ</sup>)

$\gamma^5$  es el producto de un número par de matrices gama siendo esto

$$\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 \quad (4.29)$$

Desprendiéndose del hecho de que el producto de matrices impar es cero, tenemos

$$Tr(\gamma^5 \gamma^\mu) = Tr(\gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda) = 0. \quad (4.30)$$

Cunado  $\gamma^5$  es multiplicada por un número par de  $\gamma$ 's se encuentra

$$Tr(\gamma^5) = 0 \quad (4.31)$$

$$Tr(\gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\nu) = 0 \quad (4.32)$$

In[2] = Tr[GA[5]]

Out[2] = 0

In[2] = Tr[GA[5,μ,ν]]

Out[2] = 0

$$Tr(\gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\sigma) = 4i\varepsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} \quad (4.33)$$

In[2] = Tr[GA[5,μ,ν,λ,σ]]

Out[2] = 4iε<sup>μνλσ</sup>

$$\text{Tr}(\gamma^5 \not{a} \not{b} \not{c} \not{d}) = 4i \varepsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} a_\mu b_\nu c_\lambda d_\sigma \quad (4.34)$$

Cuando aparece una contracción de índices de Minkowski *FEYNCALC* la muestra como sigue

$$\text{In}[2] = \text{Tr}[\text{GA}[5].\text{DiracSlash}[a].\text{DiracSlash}[b].\text{DiracSlash}[c].\text{DiracSlash}[d]]$$

$$\text{Out}[2] = 4i \varepsilon^{abcd}$$

Un ejemplo de la utilidad del uso de los teoremas anteriores y aplicación del programa *MATEMATICA* se puede ver al calcular las trazas en la dispersión de dos partículas:

$$\text{Tr}[\gamma^\mu (\mathbf{P}_1 + m_1) \gamma^\nu (\mathbf{P}_3 + m_3)] = P_{1\alpha} P_{2\beta} \text{Tr}[\gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\nu \gamma^\beta] + m_1 m_3 \text{Tr}[\gamma^\mu \gamma^\nu] \quad (4.35)$$

$$\text{Tr}[\gamma^\mu (\mathbf{P}_1 + m_1) \gamma^\nu (\mathbf{P}_3 + m_3)] = P_{1\alpha} P_{2\beta} 4(g^{\mu\alpha} g^{\nu\beta} - g^{\mu\nu} g^{\alpha\beta} + g^{\mu\beta} g^{\alpha\nu}) + m_1 m_3 4g^{\mu\nu} \quad (4.36)$$

$$\text{Tr}[\gamma^\mu (\mathbf{P}_1 + m_1) \gamma^\nu (\mathbf{P}_3 + m_3)] = 4[P_1^\mu P_3^\nu + P_1^\nu P_3^\mu + g^{\mu\nu} (-P_1 \cdot P_3 + m_1 m_3)] \quad (4.37)$$

con *MATEMATICA* se obtiene

$$\text{In}[2] = \text{Tr}[\text{GA}[\mu].(\text{DiracSlash}[P_1] + 4m_1).\text{GA}[\nu].(\text{DiracSlash}[P_3] + m_3)]$$

$$\text{Out}[2] = 4(m_1 m_3 g^{\mu\nu} - P_1 \cdot P_3 g^{\mu\nu} + P_3^\mu P_1^\nu + P_1^\mu P_3^\nu)$$

Este tipo de trazas entre matrices y espinores de Dirac surgen cuando se calcula el promedio sobre los espines de los estados finales en el  $|M|^2$ . Consideremos una expresión general de este tipo, la cual se describe como

$$G = \bar{u}(P_a, S_a) \Gamma_1 u(P_b, S_b) [\bar{u}(P_a, S_a) \Gamma_2 u(P_b, S_b)]^\dagger, \quad (4.38)$$

con  $\Gamma_1 \Gamma_2$  cualquier combinación algebraica de las matrices de Dirac  $u(P, S)$  representa un espinor de Dirac con momento  $P$  y espín  $S$  [1].

El segundo factor de (4.38) se puede simplificar como

$$[\bar{u}(P_a, S_a) \Gamma_2 u(P_b, S_b)]^\dagger = \bar{u}(P_b, S_b) \bar{\Gamma}_2 u(P_a, S_a) \quad (4.39)$$

donde

$$\bar{\Gamma}_2 = \gamma^0 \Gamma_2^\dagger \gamma_0 \quad (4.40)$$

Primero se realiza la suma sobre los espines de la partícula  $b$ ,

$$\begin{aligned} \sum_{S_b} G &= \bar{u}(S_a) \Gamma_1 \left[ \sum_{S_b} u(S_b) \bar{u}(S_b) \right] \bar{\Gamma}_2 u(S_a) \\ &= \bar{u}(S_a) \Gamma_1 (\mathbf{P}_b + m_b) \bar{\Gamma}_2 u(S_a) \\ &= \bar{u}(S_a) Q u(S_a) \end{aligned} \quad (4.41)$$

donde hemos denotado a la matriz  $Q = \Gamma_1(\mathbf{P}_b + m_b)\overline{\Gamma}_2$ .  
 Ahora se suma sobre los espines de la partícula  $a$ ,

$$\begin{aligned}
 \sum_{S_a} \sum_{S_b} G &= \sum_{S_a} \overline{u}(S_a) Q u(S_a) \\
 &= \sum_{i,j=1}^4 Q_{ij} \sum_{S_a} \overline{u}(S_a) u(S_a) \\
 &= \sum_{i,j=1}^4 Q_{ij} (\mathbf{P}_a + m_a)_{ji} \\
 &= \sum_{i=1}^4 Q_{ii} (\mathbf{P}_a + m_a)_{ii} \\
 &= \text{Tr}[Q(\mathbf{P}_a + m_a)]
 \end{aligned} \tag{4.42}$$

AL sustituir la matriz Q se tiene

$$\sum_{S_a} \sum_{S_b} G = \text{Tr}[\Gamma_1(\mathbf{P}_b + m_b)\overline{\Gamma}_2(\mathbf{P}_a + m_a)] \tag{4.43}$$

Este último resultado se conoce como la formula de Casimir[1].

## Capítulo 5

# Análisis de las Desintegraciones del Bosón de Higgs

Previamente se han introducido las reglas de Feynman en el Modelo Estándar para obtener amplitudes de los procesos de desintegración y dispersión con la posibilidad de observarse en el laboratorio. El interés de esta tesis es realizar un análisis de la desintegración del Bosón de Higgs a través del uso de *MATHEMATICA* con el paquete *FEYNCALC*.

### 5.1 Desintegración del bosón de Higgs a un par fermión-antifermión

La primera desintegración a considerar es la desintegración del bosón de Higgs a un fermión y un antifermión. Este proceso es una desintegración a dos cuerpos por lo cual se usa la ecuación (1) para encontrar el ancho de desintegración. Para poder realizar las integrales sobre la energía  $E_1$  y  $E_2$  en (1) es indispensable sustituir el modulo al cuadrado de la amplitud del proceso. Esta amplitud se obtiene usando las reglas de Feynman ya antes tratadas en el Capitulo 3. El primer paso es identificar todos los diagramas de Feynman involucrados en el proceso. En este proceso únicamente se tiene el diagrama mostrado en la figura (7), el cual muestra de manera general el acoplamiento entre el boson de Higgs y un par fermión - antifermión.

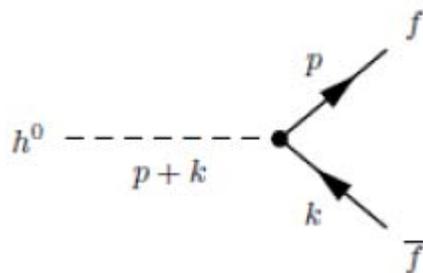


Figura 5.1: Desintegración del bosón de Higgs a fermión - antifermión

Se nota que para el caso de quark - antiquark se debe considerar un factor de tres debido a los tres posibles valores de carga de color que tiene los quarks. También se observa que el par fermion - antifermión siempre es el mismo sabor de

fermion. Esto se debe a la ausencia de cambio de sabor por medio de escalares neutros en el Modelo Estándar, lo cual experimentalmente no ha sido observado. La amplitud asociada al diagrama (7) se describe como:

$$m_{h \rightarrow f\bar{f}} = \frac{ie}{2\sin\theta_w} \frac{m_f}{m_w} \bar{u}(p, s) v(k, s), \quad (5.1)$$

donde  $m_f$  y  $m_w$  son las masas del fermión y del  $W^\pm$ , respectivamente;  $u$  y  $v$  son los espinores de Dirac para el fermión y el antifermión, los cuales dependen de sus espines y momentos. A partir de la amplitud (5.1) se puede obtener el modulo al cuadrado[13],

$$\begin{aligned} |m_{h \rightarrow f\bar{f}}|^2 &= m_{h \rightarrow f\bar{f}} m_{h \rightarrow f\bar{f}}^\dagger \\ &= \left[ \frac{ie}{2\sin\theta_w} \frac{m_f}{m_w} \bar{u}(p, s) v(k, s') \right] \left[ \frac{ie}{2\sin\theta_w} \frac{m_f}{m_w} \bar{u}(p, s) v(k, s'^\dagger) \right] \\ &= \left[ \left( \frac{ie}{2\sin\theta_w} \frac{m_f}{m_w} \bar{u}(p, s) v(k, s') \right) \right] \left[ \left( \frac{ie}{2\sin\theta_w} \frac{m_f}{m_w} \bar{u}^\dagger(p, s) v^\dagger(k, s'^\dagger) \right) \right] \\ &= \left[ \frac{ie}{2\sin\theta_w} \frac{m_f}{m_w} \bar{u}(p, s) v(k, s') \right] \left[ \frac{ie}{2\sin\theta_w} \frac{m_f}{m_w} v^\dagger(k, s'^\dagger) (u^\dagger(p, s) \gamma_0)^\dagger \right] \\ &= \frac{e^2 m_f^2}{4\sin^2\theta_w m_w^2} \bar{u}(p, s) v(k, s') v^\dagger(k, s'^\dagger) \gamma_0^\dagger (u^\dagger(p, s))^\dagger \\ &= \frac{e^2 m_f^2}{4\sin^2\theta_w m_w^2} \bar{u}(p, s) v(k, s') v^\dagger(k, s'^\dagger) \gamma_0^\dagger u(p, s) \\ &= \frac{e^2 m_f^2}{4\sin^2\theta_w m_w^2} \bar{u}(p, s) v(k, s') v^\dagger(k, s'^\dagger) u(p, s) \end{aligned} \quad (5.2)$$

Ahora, se debe realizar el promedio sobre todos los estados de espín finales (del fermión y del antifermión) usando la fórmula de Casimir (4.43). Si realizamos el promedio antes mencionado[13],

$$\begin{aligned} |m_{h \rightarrow f\bar{f}}|^2 &= \frac{1}{2} \sum_{s, s'} |m_{h \rightarrow f\bar{f}}|^2 \\ &= \frac{e^2 m_f^2}{4\sin^2\theta_w m_w^2} \sum_{s, s'} \bar{u}(p, s) v(k, s') v^\dagger(k, s') u(p, s) \\ &= \frac{e^2 m_f^2}{4\sin^2\theta_w m_w^2} \text{Tr}[(\mathbf{P} + m_f)(\mathbf{K} - m_f)] \end{aligned} \quad (5.3)$$

La traza que surgió en  $\langle |m|^2 \rangle$  se puede obtener con las identidades algebraicas introducidas en el capítulo anterior o por medio del paquete *FeynCalc*. Nosotros estamos interesados en el manejo de códigos de este paquete para resolver trazas como las mostradas en el cálculo de  $\langle |m_{h \rightarrow f\bar{f}}|^2 \rangle$ .

El resultado que obtenemos con FeynCalc es

$$\text{In}[2] = \text{Tr}[(\text{DiracSlash}[P] + m_f) \cdot (\text{DiracSlash}[K] - m_f)] \quad \text{Out}[2] = 4(K \cdot P - m_f^2)$$

Y esto se escribe como

$$\text{Tr}[(P + m_f)(K - m_f)] = 4(P \cdot K - m_f^2). \quad (5.4)$$

Para poder integrar en la energía el ancho de desintegración se debe calcular el producto de los momentos  $P \cdot K$  de las energías y masas. Sin pérdida de la generalidad, se selecciona el marco de referencia en reposo para el bosón de Higgs, esto es,  $q = (m_h, \vec{0})$ . Así, los momentos para el fermión y el antifermión se escriben como:  $P = (E_1, \vec{P}), K = (E_2, \vec{K})$ .

La conservación de la energía-momento establece que

$$q = P + K \quad (5.5)$$

por lo que

$$q^2 = (P + K)^2. \quad (5.6)$$

Partiendo de que  $P^2 = m_f^2, K^2 = m_f^2$  y  $q^2 = m_h^2$  podemos simplificar esta última ecuación como

$$m_h^2 = 2m_f^2 + 2(P \cdot K) \quad (5.7)$$

$$P \cdot K = \frac{1}{2}m_h^2 - m_f^2 \quad (5.8)$$

Al sustituir en (5.3) tenemos

$$\langle |M|^2 \rangle = \frac{e^2 m_f^2}{2m_w^2 \sin^2 \theta_w} \left( \frac{1}{2} m_h^2 - m_f^2 \right) \quad (5.9)$$

Este es el valor requerido para calcular el ancho de desintegración (2.1). Se observa que  $\langle |M|^2 \rangle$  es independiente de  $E_1$  y  $E_2$  por lo que la integración es inmediata. Por tanto el ancho de desintegración para este procesos es

$$\Gamma = \frac{\alpha m_f^2 m_h N_c}{8m_w^2 \sin^2 \theta_w} \left( 1 - 4 \frac{m_f^2}{m_h^2} \right)^{\frac{3}{2}}, \quad (5.10)$$

con  $N_c = 1$  para leptones y  $N_c = 3$  para quarks.

## 5.2 Desintegración del Bosón de Higgs a Bosones de Norma

Este proceso considera la desintegración del boson de Higgs a dos bosones  $Z$  o un par de bosones  $W^+$  y  $W^-$ . Cualquiera de las dos posibilidades es factible cuando se cumple que  $m_H \geq 2m_Z$  o  $m_H \geq 2m_{W^\pm}$ . El caso de una masa del bosón de

Higgs mas pequeña que dos veces la masa de cualquiera de los bosones de norma es tratada en la siguiente sección. Primero consideramos el caso cuando se producen bosones de norma reales como estado final, es decir, se tiene la masa suficiente para generar los dos bosones de norma. El diagrama de Feynman asociado a este proceso se muestra en la figura (8)

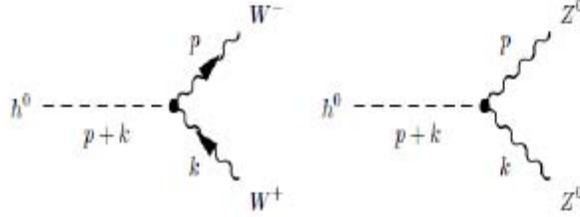


Figura 5.2: Desintegración del bosón de Higgs a bosones de norma

Consideremos el proceso  $H \rightarrow ZZ$  y de manera análoga se puede obtener el proceso  $H \rightarrow W^+W^-$ . La amplitud para  $H \rightarrow ZZ$  es

$$M^{\lambda,\lambda'} = \frac{ie}{\sin \theta_w} \frac{m_Z^2}{m_W} g^{\mu\nu} \varepsilon_{\mu}^{\lambda*}(p) \varepsilon_{\nu}^{\lambda'}(k) \quad (5.11)$$

A continuación se obtiene el modulo al cuadrado y se suma sobre los estados de polarización para bosones de norma masivos,

$$\begin{aligned} |M|^2 &= \sum_{\lambda,\lambda'} |M^{\lambda,\lambda'}|^2 = \frac{e^2}{\sin^2 \theta_w} \frac{m_Z^4}{m_W^2} \sum_{\lambda,\lambda'} \varepsilon^{\lambda'\mu*}(k) \varepsilon_{\mu}^{\lambda*}(p) \varepsilon^{\lambda'\nu}(k) \varepsilon_{\nu}^{\lambda}(p) \\ &= \frac{e^2 m_Z^4}{m_W^2 \sin^2 \theta_w} \left( \sum_{\lambda'} \varepsilon^{\lambda'\mu*}(k) \varepsilon^{\lambda'\nu}(k) \right) \left( \sum_{\lambda} \varepsilon_{\mu}^{\lambda*}(p) \varepsilon_{\nu}^{\lambda}(p) \right) \\ &= \frac{e^2 m_Z^4}{m_W^2 \sin^2 \theta_w} \left( -g^{\mu\nu} + \frac{k^{\mu} k^{\nu}}{m_Z^2} \right) \left( -g_{\mu\nu} + \frac{p_{\mu} p_{\nu}}{m_Z^2} \right) \\ &= \frac{e^2 m_Z^4}{m_W^2 \sin^2 \theta_w} \left( 4 - \frac{p^2}{m_Z^2} - \frac{k^2}{m_Z^2} + \frac{(p \cdot k)^2}{m_Z^4} \right) \\ &= \frac{e^2 m_Z^4}{m_W^2 \sin^2 \theta_w} \left( 4 - \frac{m_Z^2}{m_Z^2} - \frac{m_Z^2}{m_Z^2} + \frac{(m_h^2 - 2m_Z^2)^2}{4m_Z^4} \right) \\ &= \frac{e^2 m_Z^4}{m_W^2 \sin^2 \theta_w} \left( 2 + \frac{m_h^4}{4m_Z^4} - \frac{4m_h^2 m_Z^2}{4m_Z^4} + \frac{4m_Z^4}{4m_Z^4} \right) \\ &= \frac{e^2}{4m_W^2 \sin^2 \theta_w} (12m_Z^4 + m_h^4 - 4m_h^2 m_Z^2) \\ &= \frac{e^2 m_h^4}{4m_W^2 \sin^2 \theta_w} \left( 1 + \frac{12m_Z^4}{m_h^4} - \frac{4m_Z^2}{m_h^2} \right) \quad (5.12) \end{aligned}$$

Después de integrar sobre los momentos como se realizó en el Capítulo 2 obtenemos

$$\begin{aligned}\Gamma &= \frac{1}{2} \frac{1}{2m_h} \frac{e^2 m_h^4}{4m_W^2 \sin^2 \theta_w} \left(1 + \frac{12m_Z^4}{m_h^4} - \frac{4m_Z^2}{m_h^2}\right) \frac{1}{8\pi} \left(1 - \frac{4m_Z^2}{m_h^2}\right)^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{\alpha m_h^3}{32m_W^2 \sin^2 \theta_w} \left(1 - \frac{4m_Z^2}{m_h^2} + \frac{3}{4} \left[\frac{4m_Z^2}{m_h^2}\right]\right) \left(1 - \frac{4m_Z^2}{m_h^2}\right)^{\frac{1}{2}}\end{aligned}\quad (5.13)$$

Se puede verificar en el resultado para el ancho de desintegración, que el único cambio en la regla de Feynman para  $H \rightarrow W^+W^-$  es  $m_Z$  por

$$\Gamma = \frac{\alpha m_h^3}{16m_W^2 \sin^2 \theta_w} \left(1 - \frac{4m_W^2}{m_h^2} + \frac{3}{4} \left[\frac{4m_W^2}{m_h^2}\right]\right) \left(1 - \frac{4m_W^2}{m_h^2}\right)^{\frac{1}{2}}\quad (5.14)$$

### 5.3 Desintegración del Bosón de Higgs a un Par $WW^*$ y a un Par $ZZ^*$

Las expresiones para el ancho de desintegración de  $H \rightarrow WW$  o  $H \rightarrow ZZ$  contienen un factor de la forma  $\sqrt{1 - 4 \frac{m_{Z,W}^2}{m_H^2}}$  que restringe el valor de la masa del boson de Higgs de la forma  $m_H < 2m_{Z,W}$ . Sin embargo existe la posibilidad de tener a uno de los estados finales de los bosones de norma como un estado virtual, lo cual daría una contribución en la región restringida antes mencionada.

Los anchos de desintegración con un estado virtual son calculados en esta parte.

Las desintegraciones que contribuyen a los anchos de desintegración con un estado virtual son de la forma  $H \rightarrow ZZ^*$  o  $H \rightarrow W^-W^{+*}$ . Los diagramas de Feynman para este proceso son mostrados en la figura (9).

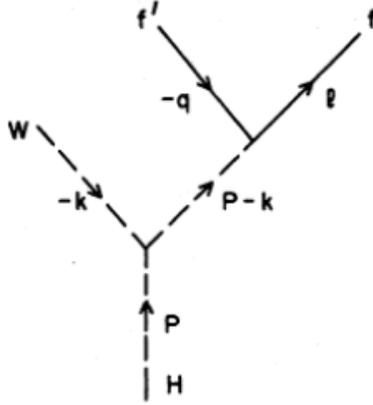


Figura 5.3: Bosón virtual

Primero consideremos el caso  $H \rightarrow WW^*$  y análogamente se obtendrá el otro caso  $H \rightarrow ZZ^*$ . La amplitud para el diagrama  $H \rightarrow Wf_i f_j$  está dada por

$$M = \frac{ig^2 m_w}{\sqrt{2}} \varepsilon_\mu(k) \frac{1}{m_H^2 - 2p \cdot k} \bar{u}(l) \frac{\gamma^\mu (1 - \gamma^5)}{2} v(q). \quad (5.15)$$

Después de calcular el modulo al cuadrado y su promedio se tiene

$$\langle |M|^2 \rangle = \frac{g^4 m_w}{(m_H^2 - 2P \cdot k)^2} [(l \cdot q) + \frac{2l \cdot k \cdot q \cdot k}{m_w^2}] \quad (5.16)$$

En esta última expresión hemos recurrido al uso de *FEYCALC*. Es posible obtener (5.16) usando simplificaciones analíticas como las previamente usadas. No obstante nuestro interés es el manejo de programas que relicen estos cálculos; el código usado es

```
In[2] = 1/4Tr[DiracMatrix[μ].(1 - DiracMatrix[5]).(DiracSlash[p] + mf).
```

```
DiracMatrix[ν].(1 - DiracMatrix[5]).(DiracSlash[q] - mf)]
```

```
Out[2] = -2g(μν)p·q + 2pνqμ + 2pμqν + 2Iε(μνpq)
```

Ahora, se sustituye (5.16) en la regla de oro de Fermi (2.11), para el caso de tres partículas como estado final.

Después de integrar el espacio-fase de los fermiones usando la delta de Dirac se obtiene

$$\frac{d\Gamma}{dx}(H \rightarrow Wf_i f_j) = \frac{g^4 m_H}{3072 \pi^3} \frac{(x^2 - 4\varepsilon^2)^{1/2}}{(1-x)^2} (x^2 - 12\varepsilon^2 x + 8\varepsilon^2 + 12\varepsilon^4) \quad (5.17)$$

$$\text{con } x = \frac{2E_w}{m_H}, \varepsilon = \frac{m_w}{m_H}, 2\varepsilon \leq x \leq 1 + \varepsilon^2.$$

Esta última integral se resuelve con ayuda del programa *MATHEMATICA*. El código usado se muestra en el apéndice.

Por lo tanto el ancho de desintegración de  $H \rightarrow Wf_i f_j$  es

$$\Gamma(H \rightarrow Wf \bar{f}') = \frac{g^4 m_H}{3072 \pi^3} F(\varepsilon). \quad (5.18)$$

La función  $F(\varepsilon)$ , con  $\varepsilon = \frac{m_w}{m_h}$ , está escrita de manera explícita en el apéndice.

## 5.4 Fracción de desintegración para el bosón de Higgs

En general la fracción de desintegración del proceso  $A \rightarrow B$  se define como

$$Br(A \rightarrow B) = \frac{\Gamma(A \rightarrow B)}{\Gamma_{total}(A)}, \quad (5.19)$$

donde  $\Gamma_{total}(A)$  es el ancho total de la partícula  $A$ .

Para el caso del Higgs retomamos los resultados obtenidos previamente para obtener una aproximación de su ancho total, la cual podemos escribir como

$$\begin{aligned} \Gamma_{total}(H) = & \sum_f \Gamma(H \rightarrow f \bar{f}) + \Gamma(H \rightarrow ZZ) + \Gamma(H \rightarrow W^+ W^-) \\ & + \Gamma(H \rightarrow W^+ W^{*-}) + \Gamma(H \rightarrow Z^+ Z^{*-}). \end{aligned} \quad (5.20)$$

Las figuras (5.4), (5.5), (5.6), (5.7) muestran las fracciones de desintegración para cada uno de los casos tratados.

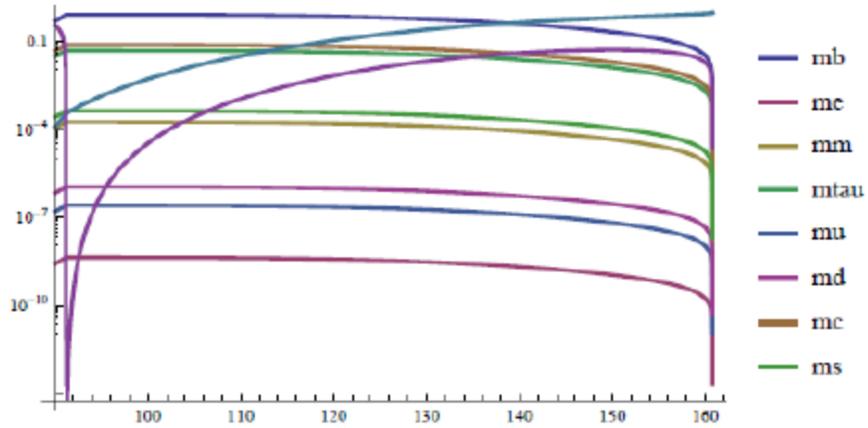


Figura 5.4: Fracciones de desintegración del bosón de Higgs ( $90 \text{ GeV} < m_h < 2m_w$ )

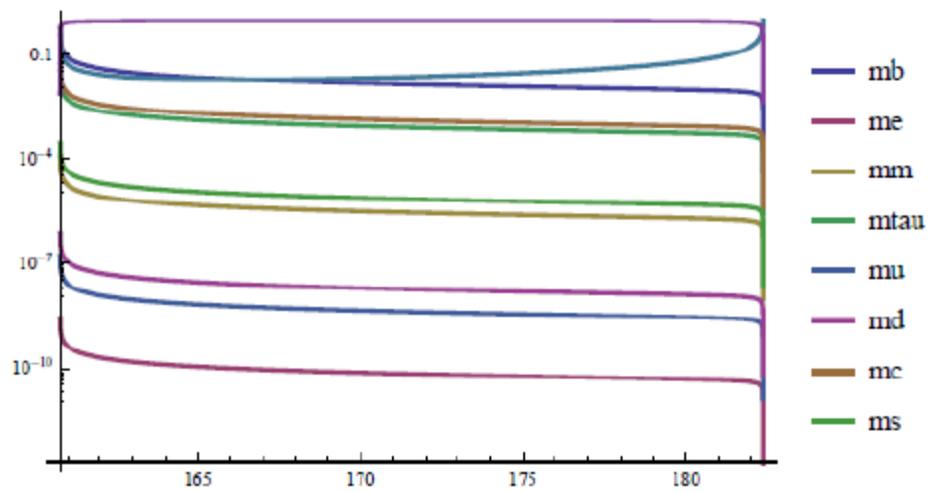


Figura 5.5: Fracciones de desintegración del bosón de Higgs ( $2m_w < m_h < 2m_z$ )

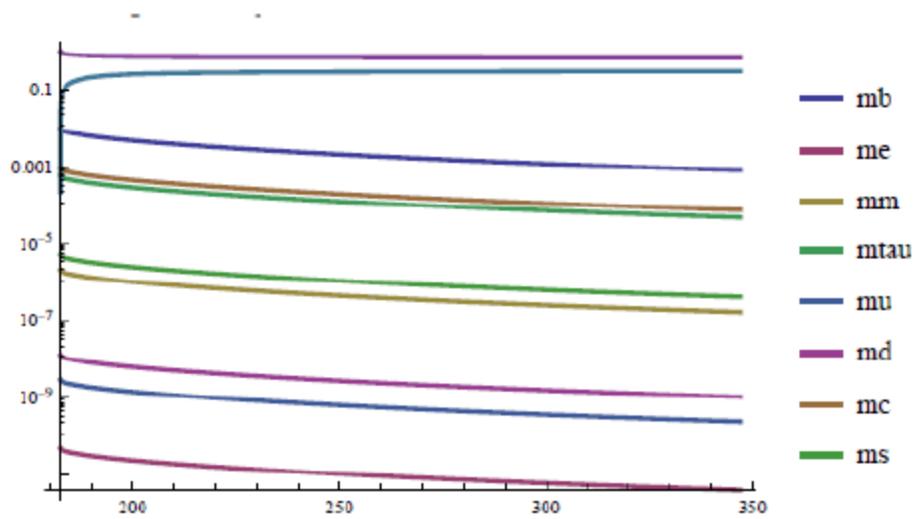


Figura 5.6: Fracciones de desintegración del bosón de Higgs ( $2m_z < m_h < 2m_t$ )

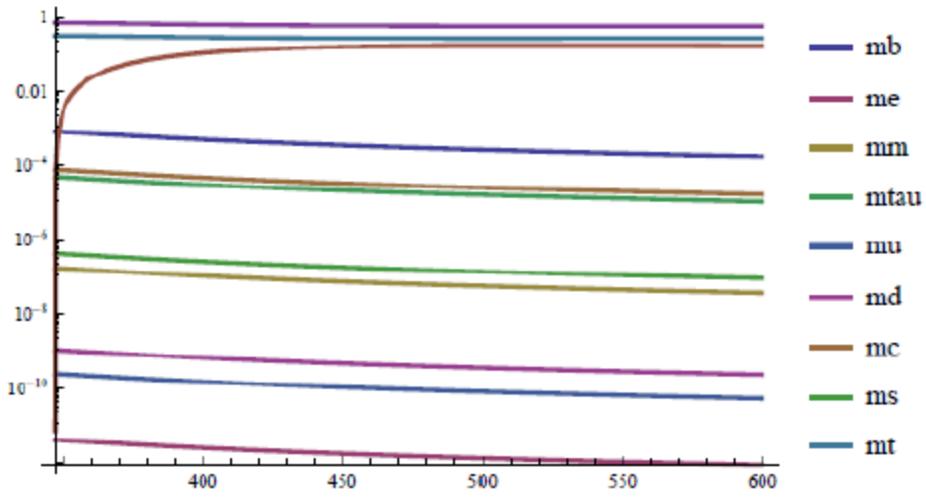


Figura 5.7: Fracciones de desintegración del bosón de Higgs ( $2m_t < m_h < 600 \text{ GeV}$ )

## Conclusiones

Trabajando con Feyncalc se recomienda la lectura del manual que va incluido en la carga del programa, con el fin de no confundir las variables y obtener resultados no deseados y confusos.

Se procedió a iniciar la ejecución de *FEYN CALC* calculando y comprobando los teoremas de Trazas comparandolos con la teoría a fin de asegurar la habilidad en el manejo del programa y la obtención de resultados fiables.

Las fracciones de desintegración para el bosón de Higgs fueron graficadas con *MATHEMATICA* cuyas herramientas permitieron efectuar dichas gráficas por secciones. Es importante comentar que para el manejo de datos y presentación de gráficas, existen herramientas computacionales que mejoran la calidad de un trabajo. En esta tesis solo se empleó *MATHEMATICA* tanto para cálculos como para graficar los resultados.

Los calculos se efectuaron usando los parametros de las partículas que contribuyen al análisis de la desintegración del bosón de Higgs incluyendo los bosones virtuales.

El programa *MATHEMATICA* arrojó calculos y gráficas muy cercanos a los ya descritos en la literatura por lo que se considera una herramienta fiable para realizar análisis en el campo de las Altas Energías.

Los resultados obtenidos para las razones de desintegración son en la aproximación del orden mas bajo, la cual se conoce como nivel árbol.

La precisión de las razones de desintegración pueden realizarse en los siguientes ordenes de aproximación. Sin embargo estos cálculos salen de las metas del presente trabajo debido a que requieren un conocimiento mas profundo de la teoría cuántica de campos. Esto se puede realizar como una continuación de este trabajo. Uno de los procesos al siguiente orden de perturbación es la desintegración de Higgs  $\rightarrow$  fotón + fotón. Considerar este proceso ayuda a mejorar los resultados numéricos obtenidos en el presente trabajo.

# Apéndice

## Desintegración del Higgs en el Modelo Estándar

### Valores experimentales

Constante de Fermi,  $\text{GeV}^{-2}$

$$GF = 1.66 \cdot 10^{-5}$$

0.0000166

Masa del W, [GeV]

$$m_W = 80.385$$

80.385

Masa del Z [GeV]

$$m_Z = 91.1876;$$

El valor de expectación en el vacío, GeV

$$v = 246$$

246

Angulo débil

$$\theta_W = \text{ArcSin}[\sqrt{0.23}]$$

0.50018

$$s_W = \text{Sin}[\theta_W]$$

0.479583

$$c_W = \text{Cos}[\theta_W]$$

0.877496

$$g = \sqrt{\frac{16 \cdot m_W^2 \cdot GF}{2\sqrt{2}}}$$

0.778963

Masas de partículas GeV

Masas de los leptones cargados [GeV]

$$m_e = \frac{0.511}{1000} \text{ mm} = \frac{105.65}{1000} \text{ mtau} = 1.776$$

0.000511

0.10565

1.776

Masas de los quarks [GeV]

$$m_u = \frac{2.3}{1000} \text{ md} = \frac{4.8}{1000} \text{ ms} = \frac{95}{1000} \text{ mc} = 1.275 \text{ mb} = 4.18 \text{ mt} = 173.5$$

0.0023

0.0048

$\frac{19}{1000}$

$\frac{19}{200}$

1.275  
4.18  
173.5

## Desintegración

Desintegración del higgs a un par fermion - antifermion [GeV]

$$f[mf\_ , mh\_ , Nc\_ ] = \frac{Nc * GF}{4 * Pi * \sqrt{2}} mf^2 * mh * \left(1 - 4 \frac{mf^2}{mh^2}\right)^{\left(\frac{3}{2}\right)} ;$$

Desintegración del higgs a un par W+W- [GeV], válida para masa del Higgs > 2 masa del W

$$w[mw\_ , mh\_ ] = \frac{GF}{8 * Pi * \sqrt{2}} mh^3 \left(1 - 4 \frac{mw^2}{mh^2}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)} \left(12 \left(\frac{mw^2}{mh^2}\right)^2 - 4 \frac{mw^2}{mh^2} + 1\right) ;$$

Desintegración del higgs a un par ZZ [GeV], válida para masa del Higgs > 2 masa del Z

$$z[mz\_ , mh\_ ] = \frac{GF}{16 * Pi * \sqrt{2}} mh^3 \left(1 - 4 \frac{mz^2}{mh^2}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)} \left(12 \left(\frac{mz^2}{mh^2}\right)^2 - 4 \frac{mz^2}{mh^2} + 1\right) ;$$

Desintegración del higgs a un par WW [GeV], válida para masa del Higgs < 2 masa del W

$$FM[a] = \frac{3(1 - 8a^2 + 20a^4)}{\sqrt{(4a^2 - 1)}} \text{ArcCos} \left[ \frac{3a^2 - 1}{2a^3} \right] - (1 - a^2) \left( \frac{47}{2} a^2 - 13/2 + \frac{1}{a^2} \right) - 3(1 - 6a^2 + 4a^4) \text{Log}[a];$$

$$w_{ww}[mh\_ ] = \frac{3g^4 mh}{512Pi^3} FM \left[ \frac{mw}{mh} \right];$$

$$z_{zz}[mh\_ ] = \frac{g^4 mh}{2048Pi^3 cw} \left( 7 - \frac{40}{3} sw^2 + \frac{160}{9} sw^4 \right) FM \left[ \frac{mz}{mh} \right];$$

Desintegración del higgs a un par ZZ [GeV], válida para masa del Higgs < 2 masa del Z

## Ancho de leptones

$$total1[mh\_ ] = f[me, mh, 1] + f[mm, mh, 1] + f[mtau, mh, 1];$$

## Ancho de quarks

$$total2[mh\_ ] = f[me, mh, 1] + f[mm, mh, 1] + f[mtau, mh, 1] + f[mu, mh, 3] + f[md, mh, 3] + f[ms, mh, 3] + f[mc, mh, 3] + f[mb, mh, 3] + f[mt, mh, 3];$$

## Branching

### Region 1 (90 GeV < mh < 2mw)

```

totalr1[mh_] = f[me, mh, 1] + f[mm, mh, 1] + f[mtau, mh, 1] +
f[mu, mh, 3] + f[md,
mh, 3] + f[ms, mh, 3] + f[mc, mh, 3] +
f[mb, mh, 3] + wvw[mh] + zzv[mh];
para mf = me, mm, mtau, mu, md, ms, mc, mb
br1f[mf_, mh_, Nc_] = f[mf, mh, Nc] totalr1[mh];
br1w[mh_] = wvw[mh] totalr1[mh];
br1z[mh_] = zzv[mh] totalr1[mh];

```

```
LogPlot[{br1f[mb, mh, 3], br1f[me, mh, 1], br1f[mm, mh, 1], br1f[mtau, mh, 1], br1f[mu, mh, 3],
```

```
br1f[md, mh, 3], br1f[mc, mh, 3],
```

```
br1f[ms, mh, 3], br1w[mh], br1z[mh]}, {mh, 90, 2mw},
```

```
PlotStyle -> Thick, PlotLegends -> {'`mb"`, ``me"`, ``mm"`, ``mtau"`, ``mu"`, ``md"`, ``mc"`, ``ms"}`}]
```

### Integral para obtener $F(\varepsilon)$

$$\text{In}[2] = \int \frac{((x^2 - 4e^2)^{1/2})}{(1-x)^2(x^2 - 12e^2x + 8e^2 + 12e^4)} dx$$

$$\text{Out}[2] = \left( \frac{\sqrt{-4e^2 + x^2}(-6 - 24e^4 + 3x + x^2 - 8e^2(-4 + 3x))}{2(-1+x)} + \frac{3(1 - 8e^2 + 20e^4)\text{Log}[-1+x]}{\sqrt{1-4e^2}} \right. \\ \left. - \frac{3(1 - 8e^2 + 20e^4)\text{Log}\left[-4e^2 + x + \sqrt{1-4e^2}\sqrt{-4e^2 + x^2}\right]}{\sqrt{1-4e^2}} \right) \\ + 3(1 - 6e^2 + 4e^4)\text{Log}\left[x + \sqrt{-4e^2 + x^2}\right]$$

## Valores calculados para los modos de desintegración Br(125GeV)

Modo de desntegración	Br(125 GeV)
$h \rightarrow ee$	$3.49 \times 10^{-9}$
$h \rightarrow \mu\mu$	0.0001
$h \rightarrow \tau\tau$	0.0422
$h \rightarrow uu$	$2.12 \times 10^{-7}$
$h \rightarrow dd$	$9.26 \times 10^{-7}$
$h \rightarrow cc$	0.0653
$h \rightarrow ss$	0.0003
$h \rightarrow bb$	0.6977
$h \rightarrow ZZ^*$	0.0134
$h \rightarrow WW^*$	0.1808
$h \rightarrow \gamma\gamma$	0.07

## Referencias

- [1] Griffiths, D. "Introduction to Elementary Particles", Wiley-VCH, Germany (2008)
- [2] "Physical Review D", American Physical Society, Regents of the University of California, U. S. A. (2013)
- [3] Barger, V. "Collider Physics" Addison-Wesley Publishing Company.
- [4] Kashif, K. arXiv: 1109.4747v2 [hep-ex] (2011).
- [5] Mertig, R., "FeynCalc 8.0, Tools for quantum field theory calculations"
- [6] P. W. Higgs, Phys. Rev. Lett. Vol. 13, 508 (1964).
- [7] Lawden, F., "The Mathematical Principles of Quantum Mechanics", Dover edition, U.S.A. (2005).
- [8] Cottingham, W. N. and Greenwood D. A., "An introduction to the standard model of particle physics", Cambridge, U. K. (2007).
- [9] Patrick, T., "A physicist's guide to Mathematica", Academic press, second edition, U. S. A. (2008).
- [10] Heath, M., "Scientific Computing, An Introductory Survey", The McGraw-Hill Companies, U. S. A. (1997).
- [11] Nagashima, Y., "Elementary Particle Physics" "Volume 2: Foundations of the Standard Model", WILEY-VCH Verlag GmbH and Co. KGaA, (2013).
- [12] Egger, Brut., Phys. Rev. Lett. Vol. 13, 321 (1964).
- [13] Wai-Yee Keung and William J. Marciano, Physical Review D 30, 248 (1984)
- [14] C. Schwan. Final project: Higgs decay,  
*<http://www.students.uni-mainz.de/cschwan/higgsfinalproject.pdf>*.
- [15] Paschos, E., "Electroweak Theory", Cambridge University Press, U. S. A. (2007)