



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELÉCTRICA – CONTROL

SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIAS PARA UN ROBOT BÍPEDO
POR MODOS DESLIZANTES CONTINUOS

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
LAURO FERNANDO VÁZQUEZ ALBERTO

TUTOR
DR. LEONID FRIDMAN,
FACULTAD DE INGENIERÍA

MÉXICO, D. F. ENERO 2016



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: DR. MORENO PÉREZ JAIME ALBERTO
Secretario: DR. ARTEAGA PÉREZ MARCO ANTONIO
Vocal: DR. FRIDMAN LEONID
1^{er}. Suplente: DR. DÁVILA MONTOYA JORGE ÁNGEL
2^{do}. Suplente: DR. SAVAGE CARMONA JESÚS

Lugar donde se realizó la tesis:
Universidad Nacional Autónoma de México, D.F., Facultad de Ingeniería

TUTOR DE TESIS:

DR. LEONID FRIDMAN

FIRMA

AGRADECIMIENTOS

A la Universidad Nacional Autónoma de México y al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología.
A los profesores del Colegio de Control de la UNAM, especialmente al Dr. Leonid Fridman.
A mis padres, abuela y hermana.
A mis amigos. Al proyecto PAPIIT IN113613 por el apoyo otorgado para el desarrollo de este trabajo de tesis.

TABLA DE CONTENIDO

| | |
|--|-----------|
| 1. Introducción | 1 |
| 1.1. Objetivo | 3 |
| 1.2. Contribución | 3 |
| 1.3. Organización de la tesis | 4 |
| 2. Antecedentes | 5 |
| 2.1. Estado del arte | 5 |
| 2.1.1. Controladores clásicos | 7 |
| 2.1.2. Controladores robustos | 7 |
| 2.1.3. Controladores por Modos Deslizantes | 8 |
| 3. Base teórica | 17 |
| 3.1. Robots Humanoides | 17 |
| 3.2. Robots Bípedos | 18 |
| 3.2.1. Conceptos básicos de robótica | 19 |
| 3.2.2. Ejes de movimiento y Planos de referencia | 20 |
| 3.2.3. Cinemática | 20 |
| 3.2.4. Modelo dinámico | 23 |

| | | |
|-----------|---|-----------|
| 3.2.5. | Trayectoria | 26 |
| 3.2.6. | Locomoción | 27 |
| 4. | Descripción del robot bípedo | 29 |
| 4.1. | Descripción | 29 |
| 4.1.1. | Estructura | 29 |
| 4.1.2. | Mecánica | 31 |
| 4.1.3. | Electrónica, Hardware de control | 31 |
| 4.1.4. | Espacio de trabajo | 32 |
| 4.2. | Modelo matemático | 32 |
| 4.2.1. | Análisis cinemático | 35 |
| 4.3. | Error de seguimiento | 41 |
| 5. | Super-Twisting de tercer orden | 42 |
| 5.1. | Diferenciador | 43 |
| 5.2. | Trayectorias | 46 |
| 5.2.1. | Seguimiento de trayectorias | 46 |
| 5.2.2. | Trayectorias propuestas | 47 |
| 5.2.3. | Polinomios de quinto orden | 47 |
| 6. | Simulaciones | 54 |
| 6.1. | Descripción de experimentos | 54 |
| 6.1.1. | Seguimiento de trayectorias | 54 |
| 6.1.2. | Seguimiento de trayectorias en dos planos | 58 |
| 6.1.3. | Seguimiento de trayectorias en el espacio | 68 |
| 6.2. | Ganancias del controlador | 77 |
| 6.2.1. | Ganancia adaptable | 78 |
| 7. | Experimentos | 83 |
| 7.1. | Descripción de experimento | 83 |
| 7.2. | Prototipo de implementación | 84 |
| 7.2.1. | Seguimiento de trayectorias | 85 |
| 7.2.2. | Seguimiento de trayectorias en dos planos | 90 |
| 7.2.3. | Seguimiento de trayectorias en el espacio | 101 |

| | |
|--|------------|
| 8. Conclusiones | 113 |
| A. Apéndices | 115 |
| A.1. Tarjeta CM-700 | 115 |
| A.2. Servomotores | 116 |
| A.3. Entorno de programación C | 116 |
| Bibliografía | 117 |
| Índice de figuras | 122 |

PRÓLOGO

Este trabajo se realizó en el contexto del *Laboratorio de Modos deslizantes* de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, dirigido por el Dr. Leonid Fridman, donde se desarrollan algoritmos de control por Modos Deslizantes.

En el año 2007 en el *Laboratorio de Bio-Robótica* de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, dirigido por el Dr. Jesús Savage Carmona surgió un proyecto de investigación orientado a la robótica humanoide, cuyo objetivo principal se basó en el desarrollo de robots humanoides contemplando las diferentes ramas de conocimiento que ésta involucra, visión computacional, inteligencia artificial y control. Una de las principales motivaciones para la investigación sobre robótica humanoide fue una competencia de carácter internacional denominada ROBOCUP, cuyo objetivo principal es que para el año 2050 se desarrolle un equipo de robots humanoides que logren vencer en un partido de fútbol al equipo campeón de la FIFA. Si es posible desarrollar un robot con estas características muchos de los problemas actuales de la vida cotidiana se solucionarían.

La investigación necesaria para cumplir con el objetivo planteado es inmensa, pero cumpliendo con objetivos a corto plazo se puede lograr que un robot pueda jugar fútbol mejor que un ser humano y es entonces cuando se ha creado una máquina parecida al ser humano en apariencia y en capacidades fisiológicas, incluso superior.

En un principio el desarrollo se enfocó en plataformas comerciales de robots humanoides desarrollando algoritmos de control, de visión y de inteligencia. Al pasar de los años se inició con el completo desarrollo de los robots contemplando el diseño mecánico y la fabricación de las piezas, al igual que la construcción de las tarjetas controladoras.

CAPÍTULO

1

INTRODUCCIÓN

Desde sus inicios, los humanos han construido herramientas que les permitan realizar su trabajo más fácilmente o con mayor eficiencia. Esta práctica sigue vigente e incluso más pronunciada, gracias al rápido avance de la tecnología y a que ésta ha permeado en distintos niveles de la sociedad. Esto produjo una vertiente en la cual se persigue la creación de sistemas cada vez más independientes que realicen tareas de complejidad cada vez mayor, hasta llegar a crear sistemas autónomos que ayuden a llevar a cabo algunas actividades que cualquier persona podría hacer.

El ser humano ha intentado crear máquinas semejantes a él, máquinas que imitan las partes del cuerpo humano, incluso en su totalidad, dotadas de la capacidad de actuar con autonomía y un propósito específico. El diseño de máquinas inteligentes y autómatas para desarrollar tareas que sean tediosas, repetitivas o peligrosas, o que requieran de cierta fuerza o destreza, es el objetivo principal de la robótica.

En los últimos años, los robots se han hecho cada vez más comunes en la vida diaria de los seres humanos. Desde que el término robot fue utilizado por primera vez en 1920 por el escritor checo Karel Capek para su obra Robots Universales de Rossum, éstos han evolucionado hasta sustituir a los humanos en actividades que requieren de una alta precisión, largos periodos de trabajo o conllevan un alto riesgo, como la manufactura de alta tecnología o la exploración espacial. Al ser

claros los beneficios que los robots aportan a los humanos, nace la inquietud de llevar a los robots a los lugares donde las personas se desenvuelven normalmente en sus labores cotidianas, en el hogar, en el trabajo y en espacios de recreación.

El desarrollo de la robótica humanoide principalmente se enfoca en intereses sociológicos y comerciales, en el ámbito de la asistencia en la vida cotidiana reemplazando a los humanos en ocupaciones peligrosas, así mismo, el alcance y complejidad de las tareas que realice el robot depende de la estructura que lo forme que de ser similar a la del humano sus límites serán mínimos en el ambiente en el que se desarrolle.

Conforme los robots se han hecho capaces de realizar acciones cada vez más complejas, la necesidad de un desempeño eficiente se hace más tangible, con ambientes dinámicos y poco controlados.

El desarrollo de robots humanoides va encaminado a que estos mismos puedan interactuar con humanos. La investigación se centra en el desarrollo de un robot inteligente con capacidades iguales, incluso mejores que las del ser humano.

El objetivo principal de algunos investigadores en robótica es construir robots a imagen y semejanza del ser humano tanto en lo físico como en su comportamiento. La ventaja principal de la utilización de robots humanoides reside en que pueden trabajar directamente en el mismo entorno que los seres humanos sin que se deban hacer modificaciones en tal entorno, al contrario de lo que ocurre con los robots manipuladores y móviles. El aspecto más importante de los robots humanoides es que su medio de locomoción se puede adaptar a su entorno pero es el principal problema.

La investigación sobre la locomoción bípeda ha sido desarrollada durante varios años pero cabe destacar que esta forma de desplazamiento no ha sido resuelta totalmente y no existen robots humanoides de tamaño real ya que la complejidad del problema de la caminata aumenta con el número de articulaciones, la estructura, la altura y peso del robot humanoide [1].

El control de un robot humanoide es una tarea difícil debido a la dinámica del mismo ya que los movimientos de cada articulación influyen directamente en los movimientos que se desean lograr. Como el robot es un modelo simplificado de las piernas del hombre, hay grados de libertad que no se han tomando en cuenta. Esto lleva a la conclusión inmediata de que el prototipo va a caminar con menor eficiencia que un hombre realizando un movimiento estándar de la caminata. Esto se verá reflejado en un mayor trabajo por parte de los actuadores (motores) del prototipo cuando se implemente ya que la diferencia entre el sistema real y el modelo matemático utilizado implica la aparición de parámetros desconocidos, perturbaciones externas y principalmente dinámicas no modeladas.

Se espera que un robot humanoide de propósito general sea capaz de realizar un gran número de actividades de alto nivel con la menor ayuda posible, que se pueda desenvolver en cualquier ambiente sin la necesidad de que esté controlado; estas actividades involucran comportamientos como el desplazamiento en cualquier terreno e interacción con el medio.

Se ha definido un estándar de la caminata humana, ya que para cada persona la forma de caminar es diferente, porque para poder desplazarse de esta forma, una gran cantidad de parámetros se ven involucrados, la complejión física, el peso, el tamaño de los huesos, la fuerza y el tamaño de los músculos, articulaciones y ligamentos, incluso factores psicológicos se pueden ver involucrados en la locomoción bípeda. La caminata humana se describe mediante distintos movimientos físicos que involucran gran parte de la estructura del cuerpo humano junto a la gran complejidad dinámica que ésta posee.

La característica principal de los robots bípedos es desplazarse mediante sus dos piernas, lo cual se logra mediante el movimiento sincronizado de sus articulaciones que producen el movimiento cíclico de la caminata.

1.1. Objetivo

El objetivo de este trabajo de tesis es implementar un controlador continuo de quinta generación utilizando la técnica de modos deslizantes para lograr el seguimiento de trayectorias que forman parte fundamental junto con otros algoritmos de la caminata de un robot bípedo, basándose en algoritmos de alto orden, tomando en consideración que el sistema está sujeto a dinámicas no modeladas y a perturbaciones acotadas y Lipschitz, garantizando convergencia en tiempo finito; como objetivo secundario es implementar un algoritmo de control no utilizado comúnmente en el área de robótica.

1.2. Contribución

La contribución es el resultado obtenido del trabajo experimental realizado sobre el robot bípedo mediante la implementación de un control por modos deslizantes de orden superior. Con el resultado obtenido experimentalmente se sabe que el Super-Twisting de tercer orden es una herramienta más para el seguimiento de trayectorias en robots bípedos bajo perturbaciones y dinámicas no modeladas.

1.3. Organización de la tesis

Este trabajo está conformado de ocho capítulos. En el primer capítulo se presenta la introducción con la descripción del problema. El capítulo dos presenta el estado actual del tema y las publicaciones y trabajos relevantes relacionados al igual se introducen las bases teóricas de los modos deslizantes, en él se abordan las distintas generaciones que se han desarrollado. En el capítulo tres se presentan las bases de la robótica humanoide, bípeda, los términos y las formas matemáticas aplicadas a lo largo de este trabajo. El capítulo cuatro expone la descripción del sistema físico utilizado para aplicar el algoritmo de control. El capítulo cinco se enfoca en la descripción del algoritmo de control Super-twisting de tercer orden junto al diferenciador de tercer orden a utilizar en el sistema, también se muestran los métodos utilizados para el seguimiento de trayectorias del robot bípedo. El capítulo seis muestra los resultados obtenidos de las simulaciones numéricas. El capítulo siete presenta los resultados experimentales conseguidos de la implementación y finalmente el capítulo ocho contiene las conclusiones y comentarios finales de este trabajo de tesis.

También se cuenta con una sección de anexos en la que se describen los componentes y herramientas utilizadas en la implementación que cumplen con el objetivo de este trabajo.

CAPÍTULO

2

ANTECEDENTES

2.1. Estado del arte

En años recientes los robots humanoides han llamado la atención dadas las ventajas que ofrecen respecto a los manipuladores [1], [2], [3] y los robots móviles [4], [5]; [6]. Su utilización en diversos campos los ha convertido en un área de investigación y desarrollo importante.

Ejemplos de trabajos donde se implementan algoritmos de control por modos deslizantes se pueden ver en [7], en el cual se asegura la robustez del movimiento de una pierna neumática a pesar de las perturbaciones e incertidumbres, también en un sistema electromecánico de segundo orden [8] se asegura la estabilidad acotada del sistema de lazo cerrado con el objetivo de evitar el efecto de resonancia y atenuar las oscilaciones en el sistema.

En el área de la robótica el seguimiento de trayectorias mediante la técnica de modos deslizantes se ha utilizado en diferentes tipos de robots, en [9] se muestran los resultados obtenidos de utilizar el control por modos deslizantes de alto orden en un robot paralelo accionado de forma neumática. En [10] se realiza el seguimiento de trayectorias para robots móviles. En [11] se implementan distintos controladores continuos por modos deslizantes en un robot paralelo de dos grados de libertad.

Trabajos realizados en especial sobre robots bípedos los algoritmos de control basados en SMC

se han implementado en [12] se considera el control en la generación de movimientos estables y periódicos como la caminata, el balanceo de su estructura, el movimiento de correr, garantizando la estabilidad del movimiento de los actuadores de un robot bípedo de siete grados de libertad que considera su desplazamiento en el eje sagital, y en [13], donde se controla un robot bípedo con tres grados de libertad por pierna, y de forma similar al trabajo anterior contempla el desplazamiento del robot solo en el eje sagital, mediante el control por modos deslizantes la parte superior del robot realiza un seguimiento de trayectorias para proveer un movimiento estable para el robot bípedo realizando movimientos básicos de la caminata.

El seguimiento de trayectorias para los pies de un robot humanoide es uno de los puntos claves para lograr su desplazamiento [14], al igual, una vez alcanzado el objetivo de *caminar*, aún el seguimiento de trayectorias omnidireccionales para todo el robot es el problema que se ha tratado de solucionar como [15], [16] lo especifican. Para obtener mayor estabilidad y eficiencia en la caminata de robots humanoides se ha optado por métodos que garantizan esos objetivos, en [17] se utiliza el movimiento de brazos para estabilizar el seguimiento de trayectorias del centro de gravedad del robot haciendo uso de técnicas de control predictivo.

Para generar una trayectoria continua que minimice el error de seguimiento se han utilizado diferentes técnicas de control como el control predictivo [18] que hace uso de algoritmos de optimización. Incluso para lograr los objetivos hay trabajos realizados en diferentes áreas, como en [19] en donde se utilizan redes neuronales junto a la técnica de modos deslizantes para realizar el seguimiento de trayectorias de robots manipuladores.

En todos los trabajos anteriores, lo que se desea es obtener una alta eficiencia en el seguimiento de trayectorias deseadas en términos de la minimización del error de posición bajo perturbaciones e incertidumbres.

El punto clave es el seguimiento de trayectorias bajo incertidumbres e insensible ante perturbaciones para los pies del robot, al lograr esto se puede continuar con los métodos de control posteriores, ya que las trayectorias descritas por los pies van a determinar el movimiento de la parte superior del robot, en este caso el centro de gravedad, a partir de este equilibrio se pueden implementar otros sistemas de control los cuales garanticen la estabilidad y eficiencia de la caminata del robot.

El problema en común que tratan de solucionar los trabajos anteriores es la incertidumbre y en general las perturbaciones que aparecen en el sistema.

Para lograr el objetivo deseado se hace uso de las técnicas de control por modos deslizantes. La

teoría clásica del control por modos deslizantes está detallada por el Prof. Utkin en [20]. Para los algoritmos de segundo orden se aborda el algoritmo Twisting [21] el cual asegura la convergencia en tiempo finito de los estados de sistema, en este caso posición y velocidad par un sistema de segundo orden, pero el problema al que se enfrenta es el *chattering*, el cual crea un daño directo sobre los actuadores en su implementación. [22]

Parte de la literatura acerca del control por modos deslizantes se encuentra en [23], [24].

2.1.1. Controladores clásicos

El modelo dinámico de un manipulador describe un sistema de ecuaciones diferenciales de segundo orden, no lineales y acopladas. Por lo tanto en un control clásico, el que la mayoría de los robots industriales que se utilizan en procesos de manufactura requieren por lo general, que el efector final se desplace, siguiendo una trayectoria deseada, para lograrlo utilizan un algoritmo de control clásico tipo PID. Las ventajas de este algoritmo son la facilidad de implementación y el pequeño costo computacional. Las desventajas principales son que la respuesta del robot varía según su configuración, se producen sobreoscilaciones e imprecisión en los movimientos rápidos, no son robustos ante perturbaciones y presentan bajo desempeño en presencia de incertidumbre en los parámetros del manipulador, debido a estas características es necesario utilizar controladores robustos.

Algunos algoritmos de control [4], [5] que se han utilizado comúnmente son el Control Proporcional de realimentación de velocidad, el control Proporcional Derivativo *PD*, Control por Par Calculado, Control *PD+*, Control Proporcional Derivativo con compensador de gravedad, Control *PD* con compensación precalculada de gravedad; Control basado en la estructura pasiva de los robots rígidos como el algoritmo de Control con modelo conocido, el Control adaptable y el Control Robusto.

2.1.2. Controladores robustos

Las estrategias de control robusto se desarrollan con el fin de estabilizar sistemas que presentan errores en el modelo y dinámicas no modeladas. En robótica modelos con incertidumbre están presentes con frecuencia, éstas se deben a cambios en la carga del robot, simplificación del modelo dinámico y fuerzas de fricción, entre otras. La incertidumbre hace que los parámetros de desempeño del sistema y el error de seguimiento se vean afectados [25], [26], por lo tanto, es importante el diseñar esquemas de control robusto contemplando la no linealidad de la dinámica de

los manipuladores.

Algunos autores han aplicado estrategias de control robusto en el seguimiento de trayectorias, control de sistemas neumáticos, de vehículos no tripulados y de motores, obteniendo muy buenos resultados. Por tal motivo, este trabajo busca una ley de control robusta eficiente con respecto de los esfuerzos de control en el caso de la incertidumbre paramétrica.

Para sistemas de grado relativo uno, el problema de incertidumbre paramétrica y dinámicas no modeladas en la implementación física se ha solucionado mediante el uso del control por modos deslizantes [20], entre otras. Para sistemas de grado relativo dos el problema para los controladores es mayor pero el control por modos deslizantes garantiza la compensación exacta de las incertidumbres y la convergencia de los estados en tiempo finito. La única desventaja que se puede dar en la implementación de estos algoritmos es la naturaleza del sistema, las características físicas de actuadores y sensores.

2.1.3. Controladores por Modos Deslizantes

El concepto de control por modos deslizantes (CMD) fue propuesto en Rusia [20], el control es reconocido como una herramienta para sistemas complejos de alto orden no lineales que operan bajo incertidumbres y perturbaciones externas e internas tanto para regulación, control de trayectorias, diferenciación y observación. El control por modos deslizantes es una de las más eficientes técnicas de control robusto para sistemas bajo fuertes condiciones de incertidumbre e insensible ante perturbaciones acopladas a la señal de control. Por estas características que lo definen el control por modos deslizantes se ha aplicado en la solución de infinidad de problemas.

El objetivo principal del controlador es compensar de forma exacta incertidumbres acopladas a la señal de control manteniendo las variables de deslizamiento en cero. Para lograr el objetivo, se necesita una conmutación de frecuencia infinita. Desde el punto de vista de implementación, este control convencional no es deseable ya que las oscilaciones causadas por la conmutación de alta frecuencia conduce al problema del *chattering* [27], [24] (castaño u oscilación) que es un efecto causado por dinámicas no modeladas en cascada las cuales incrementan el grado relativo del sistema y perturban el modo deslizante del sistema; pero gracias a nuevas generaciones de controladores por modos deslizantes, este problema se ha disminuido significativamente.

Distintas estrategias de control por modos deslizantes CMD se han implementado para sistemas de grado relativo dos, con un problema en común, el *chattering*, el cual deteriora al sistema; en el caso de los robots se produce en los actuadores de cada articulación. Para la implementación se

busca y es necesario evitar el *chattering* generando una señal de control continua y suave pero sin perder la robustez del algoritmo de control que hace frente a las perturbaciones e incertidumbres del modelo.

Los controladores por modos deslizantes de orden superior [24], [21] recientemente propuestos garantizan la estabilidad en tiempo finito de los estados de sistemas SISO a pesar de las perturbaciones o incertidumbres acopladas. Los modos deslizantes de orden superior tienen como principal característica la disminución del *chattering* [27], [24] ya que los controladores de orden superior por modos deslizantes son continuos en general.

A continuación se muestran las principales ventajas de las generaciones de control por modos deslizantes.

Sistema de segundo orden con incertidumbre acoplada

Se considera un sistema de segundo orden con incertidumbre acoplada al control para los algoritmos mencionados:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= u + \delta(t, x_1 x_2)\end{aligned}\tag{2-1}$$

Primera generación

Primera generación de Modos Deslizantes de primer orden [24].

Algoritmo convencional de primer orden.

$$\begin{aligned}u_1 &= -\rho \operatorname{sign}(s) \\ \rho &= D + \frac{\alpha}{\sqrt{2}}\end{aligned}\tag{2-2}$$

con $D > |\delta(z, \dot{z})|$ y $\alpha > 0$ garantiza convergencia en tiempo finito a la superficie deslizante y convergencia asintótica de los estados del sistema.

La condición de convergencia está dada por la función de Lyapunov

$$V = \frac{1}{2}s^2\tag{2-3}$$

$$\dot{V} = V^{\frac{1}{2}}, \alpha > 0\tag{2-4}$$

$$s = x + q\dot{x} \quad (2-5)$$

(2-5) es la superficie de deslizamiento

$$u_1 = -qx_2 - \rho \text{sign}(s) \quad (2-6)$$

$$\rho = D + \frac{\alpha}{\sqrt{2}} \quad (2-7)$$

(6-10) es la ganancia con la cual la ley de control (2-6) hace que la superficie deslizante converja a cero en tiempo finito.

Ventajas:

- Precisión.
- Convergencia en tiempo finito a la superficie deslizante.
- Incertidumbres acotadas.

Desventajas:

- “Chattering” (castaño u oscilación).
- Salidas con grado relativo 1.
- Convergencia asintótica de las variables deslizables.
- Garantiza insensibilidad solo ante perturbaciones acopladas.

Segunda generación

Twisting El twisting [21] es un algoritmo de control por modos deslizantes de segundo orden que no requiere de una superficie de deslizamiento.

Considerando el sistema:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= u + f(x, t) \\ \sigma &= x_1 \end{aligned} \quad (2-8)$$

donde $f(x, t)$ indica perturbaciones e incertidumbres desconocidas.

Se diseña el control u

$$u = -\alpha \text{sign}(e) - \beta \text{sign}(\dot{e}) \quad (2-9)$$

con $D > |\delta(z, \dot{z})|$ y $\alpha - D > \beta > D$ garantiza convergencia en tiempo finito de los estados de sistemas mecánicos de segundo orden.

La condición de convergencia está dada por la función de Lyapunov

$$V(x_1, x_2) = \alpha^2 x^2 + \gamma |x_1|^{\frac{2}{3}} \text{sign}(x_1) x_2 + \alpha |x_1| x_2^2 + \frac{1}{4} x_2^4 \quad (2-10)$$

$$\gamma < \frac{4\sqrt{2}}{3} (\beta - D) \sqrt{\alpha}, / \alpha - D > \beta > D \quad (2-11)$$

Ventajas:

- Garantiza precisión cuadrática de convergencia respecto a la salida deslizante.
- No requiere de una superficie deslizante para sistemas mecánicos de grado relativo 1.
- Para sistemas de grado relativo r : el orden de la dinámica deslizante se reduce hasta $(r - 2)$.
Aún es necesario el diseño de la superficie de deslizamiento de orden $(r - 2)$.

Tercera generación

El algoritmo Super-Twisting [28] (*STA* por sus siglas en inglés) genera una señal de control continua y requiere de una superficie de deslizamiento.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, t) + g(x, t)u \\ u &= -k_1 |x|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(x) + v \\ \dot{v} &= -k_2 \text{sign}(x) \end{aligned} \quad (2-12)$$

$x \in \mathbb{R}$, $\Delta > |\frac{d}{dt}\delta(t)|$, $k_1 = 1.5\sqrt{\Delta}$ y $k_2 = 1.1\Delta$ $f(x(t), t)$ es *Lipschitz*.

Garantiza convergencia exponencial de los estados del sistema y convergencia en tiempo finito de las superficies.

El STA tiene las siguientes ventajas

- Señal de control continua.
- Asegura la convergencia de los estados en tiempo finito.
- Atenuación del *Chattering* (castañeo u oscilación).

- El diferenciador se obtiene usando el algoritmo Super-Twisting.
- Compensa perturbaciones Lipschitz [29] exactamente.
 - Estimación exacta en tiempo finito de las derivadas con ausencia de ruido.

El STA tiene las siguientes desventajas

- Grado relativo $r \geq 2$. Necesita una superficie deslizante. Los estado convergen asintóticamente al origen.
- Es insensible ante perturbaciones cuya derivada sea acotada.

Cuarta generación

Controladores por modos deslizantes de orden arbitrario [30]

$$\begin{aligned}\dot{X} &= F(t, X) + G(t, X)u, X \in R^n, u \in R \\ \sigma &= \sigma(X, t) \in R\end{aligned}\tag{2-13}$$

σ su grado relativo r es fijo y conocido.

El problema de control se convierte en la estabilización en tiempo finito de la ecuación diferencial incierta

$$\sigma^{(r)} = f(t, X) + g(t, X)u\tag{2-14}$$

y la inclusión diferencial

$$\sigma^{(r)} \in [-C, C] + [K_m, K_M]u\tag{2-15}$$

donde C , K_m y K_M son constantes conocidas.

Controladores anidados "Nested" por modos deslizantes de orden arbitrario

Estos controladores resuelven el problema de la estabilización exacta en tiempo finito para una salida con grado relativo arbitrario.

Garantizan la estabilización de $\sigma = 0$ y de sus sucesivas derivadas hasta $r - 1$.

Nested Third Order Singular Terminal Algorithm

$$u = -\alpha \text{sign}(\ddot{\sigma} + 2(|\dot{\sigma}|^3 + |\sigma|^2)^{\frac{1}{6}} \text{sign}(\dot{\sigma} + |\sigma|^{\frac{2}{3}} \text{sign}(\sigma))) \quad (2-16)$$

Nested Fourth Order Singular Terminal Algorithm

$$u = -\alpha \text{sign}(\ddot{\sigma} + 3(\ddot{\sigma}^6 + \dot{\sigma}^4 + \sigma^3)^{\frac{1}{12}} \times \text{sign}(\ddot{\sigma} + (\dot{\sigma}^4 + |\sigma|^3)^{\frac{1}{6}} \text{sign}(\dot{\sigma} + 0.5|\sigma|^{\frac{3}{4}} \text{sign}(\sigma)))) \quad (2-17)$$

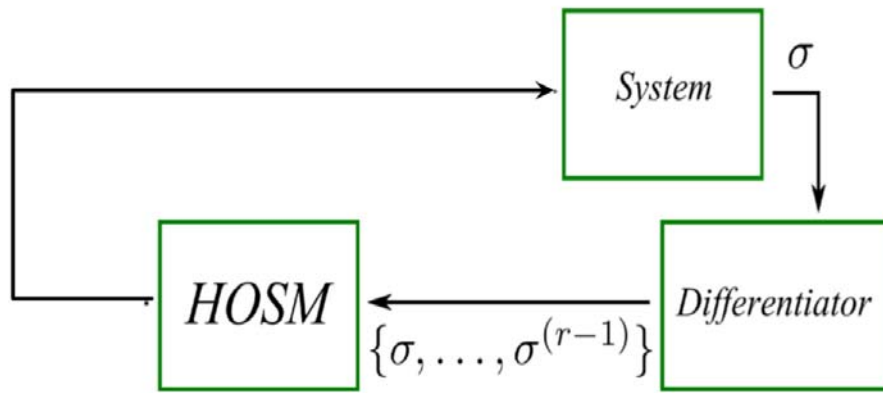


Figura 2-1: Implementación del controlador *HOSM* anidado de realimentación de salida.

Ventajas sobre "Nested" *HOSM*

- Asegura $\sigma = \dot{\sigma} = \ddot{\sigma} = \dots = \sigma^{(r-1)} = 0$ en tiempo finito.
- Compensación exacta de perturbaciones para sistemas SISO (Single Input-Single Output) con grado relativo r .
- Asegura la precisión r -ésima para la salida de deslizamiento con respecto al paso de discretización y las dinámicas parasitas rápidas.
- No necesita una superficie deslizante.

Desventajas:

- Produce una señal de control discontinua.
- La estrategia contra el chattering requiere la reconstrucción de la perturbación ($\sigma^{(r)}$)

Quinta generación

Controladores por modos deslizantes continuos de orden arbitrario [31].

Algoritmo Twisting continuo (CTA)

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= u + f(x, t) \\ \sigma &= x_1\end{aligned}\tag{2-18}$$

$$u = -k_1|x_1|^{\frac{1}{3}} - k_2|x_2|^{\frac{1}{2}} - \int_0^t k_3|x_1|^0 + k_4|x_2|^0 d\tau\tag{2-19}$$

donde k_1, k_2, k_3 y k_4 son ganancias positivas.

considerando la notación $|z|^P = |z|^P \text{sgn}(z)$

Sistema de lazo cerrado

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -k_1|x_1|^{\frac{1}{3}} - k_2|x_2|^{\frac{1}{2}} + x_3 \\ \dot{x}_3 &= -k_3|x_1|^0 - k_4|x_2|^0 + \rho\end{aligned}\tag{2-20}$$

$$\rho = \frac{\partial f}{\partial x} \dot{x} + \frac{\partial f}{\partial t} \text{ y } |\rho| \leq \Delta$$

Ventajas:

- Algoritmos homogéneos de grado $\delta_f = -1$ con pesos de homogeneidad $\rho = 3, 2, 1$
- La única información que necesita para garantizar la convergencia en tiempo finito de las tres variables x_1, x_2 y x_3 es la salida (x_1) y su derivada (x_2).
- La precisión corresponde al modo deslizante de tercer orden.

Algoritmo por modos deslizantes continuos singular terminal (CSTSMA)

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= u + f(x, t) \\
\sigma &= x_1
\end{aligned} \tag{2-21}$$

$$u = -k_1[\phi]^{\frac{1}{2}} - k_3 \int_0^t [\phi]^0 d\tau \tag{2-22}$$

donde $\phi = (x_2 + k_2[x_1]^{\frac{2}{3}})$ y k_1, k_2, k_3 son ganancias positivas.

Sistema de lazo cerrado

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= -k_1[\phi]^{\frac{1}{2}} + x_3 \\
\dot{x}_3 &= -k_3[\phi]^0 + \rho
\end{aligned} \tag{2-23}$$

$$\rho = \frac{\partial f}{\partial x} \dot{x} + \frac{\partial f}{\partial t} \text{ y } |\rho| \leq \Delta$$

Algoritmo por modos deslizantes continuos no singular terminal (CNTSMA)

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= u + f(x, t) \\
\sigma &= x_1
\end{aligned} \tag{2-24}$$

$$u = -k_1[\phi_N]^{\frac{1}{3}} - k_3 \int_0^t [\phi_N]^0 d\tau \tag{2-25}$$

donde $\phi_N = (x_1 + k_2[x_1]^{\frac{3}{2}})$ y k_1, k_2, k_3 son ganancias positivas.

Sistema de lazo cerrado

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= -k_1[\phi_N]^{\frac{1}{3}} + x_3 \\
\dot{x}_3 &= -k_3[\phi_N]^0 + \rho
\end{aligned} \tag{2-26}$$

$$\rho = \frac{\partial f}{\partial x} \dot{x} + \frac{\partial f}{\partial t} \text{ y } |\rho| \leq \Delta$$

Ventajas:

- Algoritmos homogéneos de grado $\delta_f = -1$ con pesos $\rho = 3, 2, 1$
- La única información que necesita para garantizar la convergencia en tiempo finito de las tres variables x_1 , x_2 y x_3 es la salida (x_1) y su derivada (x_2).
- La precisión corresponde al modo deslizante de tercer orden.

CAPÍTULO

3

BASE TEÓRICA

En este capítulo se presentan de forma general los términos y las formas matemáticas aplicadas a lo largo de este trabajo.

3.1. Robots Humanoides

Un robot humanoide no solo es una estructura electromecánica antropomórfica basada en el cuerpo humano, también es un autómata capaz de interactuar como una persona con otros individuos, es una máquina móvil controlada por una inteligencia artificial, que puede decidir y aprender de su experiencia. Estos robots comparten características físicas similares con los humanos, así como comportamientos similares.

La ventaja principal de la utilización de robots humanoides es que este tipo de robots puede trabajar en el mismo entorno que los humanos a diferencia de lo que ocurre con los robots manipuladores y móviles con ruedas, este tipo de robots se caracterizan por ser la solución más simple, eficiente y permite mayor velocidad de movilidad en terrenos planos. Los robots con ruedas se utilizan en lugares ambientados específicamente bajo sus características de desplazamiento lo cual dificulta su uso en ambientes reales.

Cuentan con una gran capacidad para desplazarse en terrenos irregulares e incluso la capacidad de evadir obstáculos. Para este tipo de locomoción se debe tomar en cuenta aspectos como posición, velocidad y equilibrio, usando únicamente el movimiento de las articulaciones. El diseño de este tipo de robots presenta ciertas dificultades debido a su gran número de grados de libertad, mientras que el algoritmo de control presenta cierta complejidad debido al gran número de movimientos a coordinar.

Un ser humano posee cuatro grandes miembros, dos superiores y dos inferiores.

Definición 1. GDL: Grados de libertad o por su término en inglés DOF: Degrees of freedom, se refiere a los movimientos independientes que puede tener un cuerpo. Los diferentes tipos de articulación que existen son: Revolutiva (de revolución), prismática, cilíndrica, planar y esférica.

Cada uno de ellos posee 7 grados de libertad (GDL) distribuidos en tres grandes articulaciones. Éstas son, esféricas (S) en los hombros, muñecas, juntas pélvicas y tobillos. Las otras son de revolución simples (R), las cuales se encuentran en los codos y las rodillas. Además, el torso y la zona pélvica se unen y articulan a través de movimientos tipo esfera, con 3 GDL entre el borde inferior de las últimas costillas y la cresta ilíaca, en la parte superior e inferior del tronco o zona lumbar. La cabeza se orienta en las tres direcciones, lo cual implica 3 GDL. El total de grados de libertad en el sistema motor de un ser humano es 34.

Un robot humanoide puede ser calificado como tal desde que posee atributos de aspecto y funcionalidad humanos. Las funciones que puede realizar dependen de su capacidad para realizar movimientos, sin embargo la estructura con la que cuentan sigue siendo frágil, en especial por los actuadores que forman sus articulaciones, de este problema surge la estrategia de minimizar el riesgo de caídas generando una forma de desplazamiento suficientemente estable.

La teoría disponible acerca de robots humanoides es grande, por ejemplo [1], [32], [33], [34], [35].

3.2. Robots Bípedos

Los robots humanoides son máquinas bastante complejas con un gran número de grados de libertad y el diseño de controladores para esta clase de robots es un reto de alta complejidad ya que su única forma de desplazamiento es mediante la caminata.

Una de las formas para simplificar la resolución del problema de la caminata humana es considerar al robot humanoide como un robot bípedo, una subclase de robots con piernas (patas), el

cual es un robot formado por dos extremidades inferiores, piernas, las cuales están fijas a una base, en este caso el torso.

Los robots bípedos son robots capaces de desplazarse mediante dos extremidades inferiores emulando la caminata del ser humano. A diferencia de los robots manipuladores o robots fijos, los móviles se encuentran en constante cambio de su posición y orientación de acuerdo a su eje de coordenadas base.

Existen dos formas de clasificar a los robots bípedos respecto a su desplazamiento:

Robot Bípedo Dinámico Su sistema de desplazamiento se basa en dos extremidades y es capaz de moverse sin necesidad de interrumpir su avance.

Robot Bípedo Estático Su sistema de desplazamiento se basa en dos extremidades y es capaz de moverse interrumpiendo su avance garantizando su equilibrio.

En el campo de la robótica existe grandes avances en el desarrollo de robots bípedos como el robot ASIMO de Honda [36].

El prototipo en el cual se realiza la implementación del trabajo de esta tesis es un robot bípedo tridimensional ya que el movimiento de sus articulaciones tiene lugar en el plano sagital y en el plano coronal (frontal), es un robot activo ya que para realizar un movimiento controla la posición de cada uno de los actuadores que forman sus articulaciones.

3.2.1. Conceptos básicos de robótica

Grado relativo de un sistema

El *grado relativo* es el número entero positivo igual al número de veces que la variable de salida es sucesivamente diferenciada con respecto al tiempo para que el control de entrada u aparezca por primera vez.

Definición 2. El sistema

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x)\end{aligned}\tag{3-1}$$

donde f , g y h , definidas en un dominio $D \subset \mathbb{R}^n$, son suficientemente suaves, tiene grado relativo r , con $1 \leq r \leq n$, en una región $D_0 \subset D$ si

$$\frac{\partial \psi_i}{\partial x} g(x) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, r-1; \quad \frac{\partial \psi_r}{\partial x} g(x) \neq 0\tag{3-2}$$

para todo $x \in D_0$, donde $\psi_1(x) = h(x)$ y $\psi_{i+1}(x) = \frac{\partial \psi_i}{\partial x} f(x)$, $i = 1, 2, \dots, r - 1$

Si el sistema tiene grado relativo r entonces es linealizable entrada-salida; si su grado relativo es n , es linealizable tanto entrada-salida como entrada-estado.

Definición 3. El sistema SISO (Single-Input Single-Output)

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x)\end{aligned}\tag{3-3}$$

tiene grado relativo r , en x^0 si

$$L_g L_f^k h(x) = 0\tag{3-4}$$

para toda x en la vecindad de x^0 y para toda $k < r - 1$

$$L_g L_f^{r-1} h(x^0) \neq 0\tag{3-5}$$

3.2.2. Ejes de movimiento y Planos de referencia

Un eje es una línea recta alrededor de la cual se puede girar y un plano es una superficie que contiene un número infinito de puntos y rectas.

Existen tres planos que corresponden a las tres dimensiones del espacio y cada plano es perpendicular a los otros dos, estos son el plano sagital, coronal y transversal, Figura 3-1.

Estos planos [37] se definen como:

Un plano hecho del eje de partida y el eje vertical se llama plano sagital, otra forma de definirlo es un plano vertical que pasa desde el frente hacia atrás a través de un cuerpo, dividiéndolo por la mitad. Un plano hecho del eje lateral y el eje vertical se llama plano coronal, que es un plano vertical que pasa de lado a lado a través de un cuerpo dividiéndolo en dos partes, una anterior y una posterior. El plano transversal es aquel que divide al plano coronal en una parte superior y otra inferior.

3.2.3. Cinemática

La cinemática estudia los movimientos que puede realizar un mecanismo sujeto, por un lado, a las restricciones geométricas del mismo, y por otro, a las restricciones que imponen las articulaciones

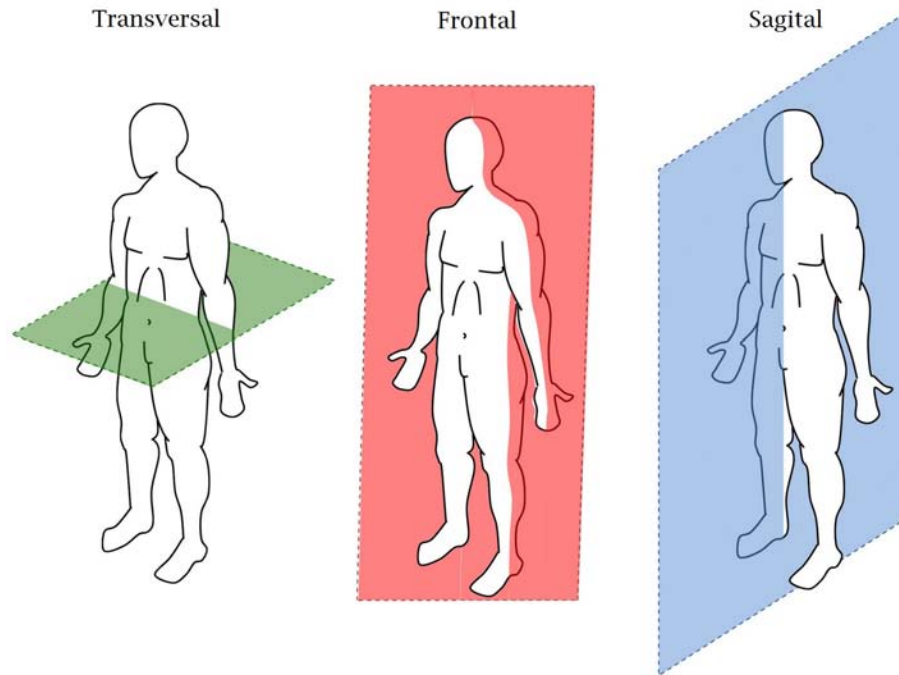


Figura 3-1: Plano transversal, coronal (frontal) y sagital

que unen los cuerpos que lo constituyen. El análisis cinemático resuelve dos problemas, el problema cinemático inverso y el problema cinemático directo. El análisis cinemático en el espacio de sistemas mecánicos con un elevado número de grados de libertad implica cierta complejidad. La cinemática en la robótica se refiere a todas las propiedades geométricas basadas en los movimientos.

Cinemática directa

La cinemática directa se refiere a obtener la posición y orientación del efector final dados los ángulos de rotación de cada grado de libertad de la cadena cinemática y los parámetros de los elementos del sistema. Se trata de obtener un modelo geométrico que permita relacionar los grados de libertad con las posiciones cartesianas de cada articulación que constituye al robot. El efector final de la cadena cinemática que forma la pierna es el pie y la base se encuentra en la cadera del robot.

Mediante el método de Denavit-Hartenberg [38] se obtiene la cinemática directa de un manipulador. El método plantea que la configuración cinemática del robot puede describirse al definir cuatro magnitudes para cada articulación, representando las relaciones de traslación y rotación entre los enlaces adyacentes de éstas. A partir de los parámetros anteriores se crea la matriz de

transformación homogénea de 4×4 , que representa la relación de la posición y orientación relativa entre los distintos sistemas asociados a dos eslabones consecutivos del robot.

$$\begin{bmatrix} R_{3 \times 3} & p_{3 \times 1} \\ f_{1 \times 3} & 1 \times 1 \end{bmatrix} \quad (3-6)$$

Donde la submatriz $R_{3 \times 3}$ representa la matriz de rotación, la submatriz $p_{3 \times 1}$ es el vector de posición respecto al sistema de referencia, $f_{1 \times 3}$ representa la transformación de perspectiva y el último elemento es el factor de escala global.

El método desarrollado por Denavit y Hartenberg establece de forma sistemática un sistema de coordenadas para cada elemento de una cadena articulada, ésta representación resulta la matriz de transformación homogénea que representa cada uno de los sistemas de coordenadas de cada articulación respecto al sistema de coordenadas del elemento anterior, representa tanto la posición como la orientación.

Se obtiene la matriz de transformación homogénea ${}^{i-1}A_i$ a partir de las transformaciones básicas (rotaciones y transformaciones) para el movimiento de los ejes coordenados.

$${}^{i-1}A_i = Trans(z, d_i)Rot(z, \theta_i)Trans(x, a_i)Rot(x, \alpha_i) \quad (3-7)$$

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} \cos q_i & -\cos \alpha_i \sin q_i & \sin \alpha_i \sin q_i & a_i \cos q_i \\ \sin q_i & \cos \alpha_i \cos q_i & -\sin \alpha_i \cos q_i & a_i \sin q_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-8)$$

donde θ_i , a_i , d_i y α_i son parámetros asociados con cada eslabón i y cada articulación i del robot. Se denomina matriz T a la matriz 0A_n .

De esta forma la cinemática directa de un manipulador de n grados de libertad es dada por la transformación 0T_n que relaciona al último sistema de coordenadas con la base y es definida como

$${}^0T_n(q_1, \dots, q_n) = {}^0A_1(q_1) {}^1A_2(q_2) \dots {}^{n-1}A_n(q_n) \quad (3-9)$$

Cinemática inversa

La cinemática inversa se refiere a, dada la posición y orientación del efector final se calculan los ángulos de rotación correspondientes a cada grado de libertad. Consiste en determinar los ángulos

de giro de cada articulación que satisfagan condiciones deseadas de posición en el espacio cartesiano.

La obtención de la cinemática inversa depende fuertemente de la configuración del robot:

Elección que minimice los movimientos desde la posición actual.

Concepto de solución más cercana.

Mover los eslabones de menor peso.

Considerar obstáculos evitando colisiones.

Para obtener la cinemática inversa de una cadena cinemática se utilizan métodos que existen para resolverla como cadena cerrada, con esto se obtienen expresiones de las variables articulares con diversas funciones no lineales, de esta forma se llega a expresiones con menos términos y con menor tiempo de cálculo, además se tiene la ventaja de resolver sólo las variables articulares de las juntas activas.

El método geométrico y el analítico [38], [39] son los métodos más utilizados. El método geométrico como su nombre lo indica, trata de obtener ecuaciones a partir del estudio geométrico de la cadena cinemática. El método analítico obtiene expresiones que dan solución a ecuaciones no lineales trigonométricas a partir de igualar posición y orientación del efector final respecto a la base.

Con base al método analítico, si se asigna un sistema $O_0X_0Y_0Z_0$ a la base y un sistema $O_nX_nY_nZ_n$ al efector final, se puede definir la posición y orientación deseadas por medio de

$${}^0H_{n_d} = \begin{bmatrix} R_d & O_d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-10)$$

para obtener la solución de la cinemática inversa mediante este método se tendrían que resolver doce ecuaciones no lineales para obtener las n variables articulares. La importancia de la solución del problema cinemático inverso es fundamental para codificar las instrucciones precisas de los actuadores ya que la planificación de los movimientos requiere una transformación de coordenadas cartesianas a coordenadas articulares.

3.2.4. Modelo dinámico

El modelo dinámico trata de las formulaciones matemáticas de las ecuaciones de movimiento del robot las cuales son un conjunto de ecuaciones que describen su estructura dinámica, se obtiene

a partir de las leyes de la mecánica Newtoniana y Lagrangiana. Métodos convencionales como las formulaciones de Euler-Lagrange y Newton-Euler se pueden aplicar para el desarrollo de las ecuaciones de movimiento del robot.

Las ecuaciones de movimiento dinámico para un robot bípedo son fuertemente no lineales y constan de carga inercial, fuerzas de reacción de acoplamiento (Coriolis y centrífuga) entre las articulaciones, al igual se presentan distintos problemas para el cálculo de la cinemática inversa. Las ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange proporcionan ecuaciones de estado implícitas para la dinámica del robot, se utilizan para resolver el problema de la dinámica directa e inversa, se calculan las fuerzas generalizadas; el cálculo de estos coeficientes requieren una gran cantidad de operaciones aritméticas. Por lo tanto las ecuaciones de Euler-Lagrange son muy difíciles de utilizar con fines de implementación de control en tiempo real.

La relación entre el movimiento del robot y las fuerzas implicadas en el mismo se definen por sus variables articulares, velocidad y aceleración, las fuerzas y pares que se aplican en las articulaciones y los parámetros dimensionales del robot.

De acuerdo al método Euler-Lagrange las ecuaciones de movimiento que gobiernan a un robot rígido de n grados de libertad están determinadas por un modelo de cadena cinemática abierta ya que es posible derivar las ecuaciones de movimiento general del robot de forma sistemática mediante la siguiente expresión:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L(q, \dot{q}_i)}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L(q, \dot{q}_i)}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = \tau_i \quad (3-11)$$

donde q_i es la coordenada generalizada, \dot{q}_i es la primera derivada respecto al tiempo de q_i , D es la función de disipación de Rayleigh, τ_i es la fuerza o par generalizado aplicado en la i -ésima articulación, L (función lagrangiana) es la diferencia entre la energía cinética K y la energía potencial P .

siendo $q(t) = [q_1(t), \dots, q_n(t)]^T$ y $\dot{q}(t) = [\dot{q}_1(t), \dots, \dot{q}_n(t)]^T$ la posición y la velocidad angular de los eslabones.

Para un robot de n grados de libertad se deben resolver n ecuaciones de la forma anterior.

$L(q, \dot{q})$ denota el lagrangiano del sistema, definido por la diferencia entre la energía cinética $K(q(t), \dot{q}(t))$ y la energía potencial del robot rígido $P(q(t))$:

$$L(q(t), \dot{q}(t)) = K(q(t), \dot{q}(t)) - P(q(t)) \quad (3-12)$$

Las ecuaciones de movimiento para el robot tras el uso del método de Euler-Lagrange quedan determinadas por

$$M_i(q)\ddot{q} + C_i(q, \dot{q})\dot{q} + f_i(\dot{q}) = \tau_i \quad (3-13)$$

donde:

- $M_i(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matriz de inercia.
- $C_i(q, \dot{q})\dot{q} \in \mathbb{R}^n$ es el vector de fuerzas centrífugas y de Coriolis.
- $f_i(\dot{q}) \in \mathbb{R}^n$ describe las fuerzas de fricción y gravitatoria.
- $\tau_i \in \mathbb{R}^n$ es el vector de fuerzas externas y torques aplicados a las articulaciones.
- Los vectores $q, \dot{q}, \ddot{q} \in \mathbb{R}^n$ denotan la posición, velocidad y aceleración de cada articulación.

En el desarrollo de este trabajo se considera un robot formado por eslabones rígidos como se describe en la ecuación 5-2, con el objetivo de obtener una representación en el espacio de estados se considera la siguiente designación de variables de estado referente a las posiciones y velocidades articulares:

$$x_p = \begin{bmatrix} x_{p1} \\ x_{p2} \\ \vdots \\ x_{pn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix} \quad (3-14)$$

$$x_v = \begin{bmatrix} x_{v1} \\ x_{v2} \\ \vdots \\ x_{vn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} \quad (3-15)$$

Bajo esta designación, un modelo de estado para el robot, tomando como salidas las posiciones articulares, se expresa como

$$\begin{aligned} \dot{x}_p &= x_v \\ \dot{x}_v &= -M^{-1}(x_p) (C(x_p, x_v)x_v + f(x_v) - \tau) \\ y &= x_p \end{aligned} \quad (3-16)$$

A partir de las definiciones de grado relativo y de la representación en el espacio de estados (3-16) del modelo dinámico se puede verificar que el sistema utilizado es de grado relativo dos.

3.2.5. Trayectoria

Se define trayectoria como una secuencia de puntos en el espacio cartesiano en el cual el efector final de un robot irá de un punto inicial a otro final, o puede estar completamente definida por funciones polinómicas, este tipo de trayectorias se utiliza cuando el efector final del robot debe seguir un camino determinado o en presencia de obstáculos.

Se puede dividir el control del movimiento del robot en dos partes: la planificación del movimiento y su seguimiento. La planificación se centra en la generación de trayectorias y el seguimiento se ocupa de alcanzar la señal de referencia.

El robot debe moverse desde un punto inicial hasta un punto final siguiendo un número infinito de trayectorias espaciales. El seguimiento de trayectorias para manipuladores se suele describir con movimientos rectilíneos en el espacio de trabajo evitando colisiones y configuraciones singulares. La planificación de la trayectoria se hace fuera de línea, en este caso es predefinida; generando la secuencia necesaria de ángulos articulares por parte de la cinemática inversa, a continuación se realiza el seguimiento de trayectoria en línea.

Para asegurar un movimiento factible y evitar el desgaste de los actuadores es necesario respetar los límites cinemáticos del robot a lo largo de toda la trayectoria. La cadena cinemática está sujeta a limitaciones físicas impuestas al movimiento de cada una de las articulaciones, así como restricciones en las entradas debidas a las limitaciones electrónicas de los actuadores. Las trayectorias deben ser optimizadas en el tiempo y respetar las limitaciones del sistema. Dada la trayectoria predefinida es necesario planificar movimientos concretos y controlarlos para mantener al efector final en la trayectoria deseada.

Las trayectorias pueden ser:

Trayectorias punto a punto Cada articulación inicia su movimiento de su posición inicial a la final sin considerar el estado de las demás articulaciones. Cada actuador trata de llegar a la posición deseada en el menor tiempo posible.

Trayectorias coordinadas El movimiento de las articulaciones está coordinado, terminan su movimiento a la vez.

Trayectorias contínuas Trayectoria definida en coordenadas cartesianas.

Partiendo del modelo (3-16) se debe encontrar un vector de pares externos τ de modo que las n articulaciones del robot produzcan un movimiento tal que lleve al efector final a una posición deseada iniciando desde una configuración inicial definida por

$$x(0) = \begin{bmatrix} x_p(0) \\ x_v(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(0) & q_2(0) & \dots & q_n(0) \end{bmatrix}^T \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}^T \end{bmatrix} \quad (3-17)$$

a una configuración final

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} \bar{x}_p(T_1) \\ \bar{x}_v(T_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{q}_1 & \bar{q}_2 & \dots & \bar{q}_n \end{bmatrix}^T \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}^T \end{bmatrix} \quad (3-18)$$

La forma para generar las trayectorias de las articulaciones del robot es mediante la planificación de la posición y orientación de sus efectores finales, el método utilizado para las trayectorias se detallan en el capítulo seis.

3.2.6. Locomoción

La locomoción es la capacidad que tiene un cuerpo para desplazarse de un punto a otro, para robots con piernas es un movimiento cíclico de los pies [34], la caminata. El proceso que involucra el caminar es demasiado arduo ya que para mover los pies se ve involucrado todo el cuerpo.

Los robots humanoides son máquinas muy complejas que tienen el potencial para desplazarse en el mismo espacio en el que el ser humano lo hace. Por desgracia esa complejidad limita a los algoritmos de control en el aspecto computacional. Estos robots tienen la capacidad de evitar obstáculos en su camino pasando por encima y avanzar de manera omnidireccional, lo que permite la posibilidad de una mayor versatilidad y agilidad en comparación con los robots con ruedas ya que para estos últimos el problema para desplazarse se considera como un problema de baja dimensión, es decir el problema se acota a dos dimensiones. A diferencia de los robots con ruedas que para cambiar de dirección solo necesitan girar sus ruedas, en los robots humanoides se necesita que los movimientos de todos los grados de libertad que forman al robot se muevan de forma coordinada.

La caminata estándar se describe con dos fases:

Fase de soporte simple Ocurre cuando el pie al que se le hace referencia del soporte, es el que se encuentra apoyado sobre el suelo y relativamente estacionario. Es el encargado de mantener el peso del cuerpo, de ahí su nombre, “soporte”. El comienzo de esta fase se puede distinguir

cuando la otra pierna (la que no va a hacer el soporte) deja el suelo y termina cuando esa misma pierna vuelve a tocar el suelo.

Fase de soporte doble Se caracteriza porque los dos pies se encuentran en contacto con el suelo compartiendo el soporte del cuerpo. El comienzo de esta fase se reconoce cuando el pie de una pierna toca por primera vez el suelo y termina cuando el pie de la otra pierna se despega del suelo. La duración de esta fase es bastante corta, pero indispensable ya que durante ella se hace el traspaso del soporte del cuerpo de una pierna a otra; se considera instantánea.

Al analizar el proceso de acuerdo a lo que hace cada pierna por separado, se debe tener en cuenta que cada pierna es vista como un proceso independiente, por lo tanto estaría dividido en fase de postura (stance phase) y fase de balanceo (swing phase).

Fase de Postura (Stance Phase). Esta fase representa el periodo de tiempo durante el cual la pierna analizada se encuentra en contacto con el suelo. Comienza cuando el pie toca el suelo y termina cuando se aleja del suelo.

Fase de Balanceo (Swing Phase). Esta fase se distingue porque es el periodo de tiempo durante el cual la pierna analizada se encuentra en el aire balanceándose hacia el frente.

Por lo tanto estas fases de movimiento se pueden describir mediante trayectorias sinusoidales.

Un robot humanoide es el sistema más flexible que se adapta a un gran número de movimientos como es el caminar, correr, gatear, saltar, nadar, subir escaleras...

El proceso que describe el inicio de la caminata a partir de una posición erguida para el robot y el fin de la caminata en la misma posición erguida es otro gran problema para el desplazamiento del robot bípedo que no se toma en cuenta para el seguimiento de trayectorias que emulan la caminata. El equilibrio es un factor importante en la caminata, de cierta forma este desplazamiento en dos piernas se ha llegado a considerar como una caída controlada.

CAPÍTULO

4

DESCRIPCIÓN DEL ROBOT BÍPEDO

4.1. Descripción

Robot humanoide de 20 grados de libertad, 6 por pierna, 3 por brazo y 2 en el cuello y cada articulación está formada por un servomotor (actuador). Mide $0.72[m]$ de altura. Para el desarrollo de esta tesis se contempla al robot humanoide como un robot bípedo, tomando en cuenta al torso, la cabeza y los brazos del robot como una masa concentrada. Se considera un robot bípedo es decir, el torso y los brazos se aprecian como una masa en común ubicada en la parte superior de las dos piernas de 6 grados de libertad cada una.

4.1.1. Estructura

La estructura del robot humanoide se muestra en la Figura 4-1, se describe el robot humanoide con las 5 extremidades principales de un humano, dos piernas, dos brazos y una cabeza unidas al torso.

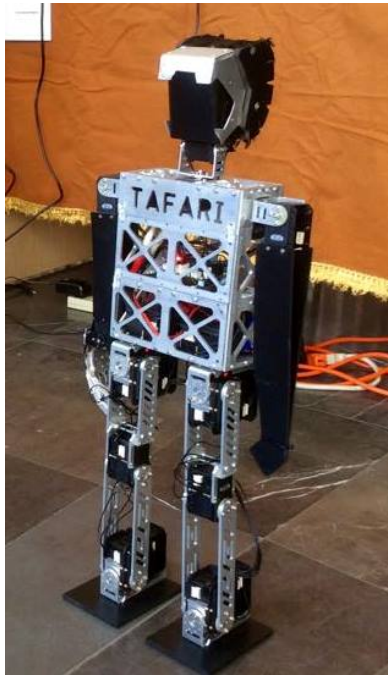


Figura 4-1: Robot humanoide Tafari

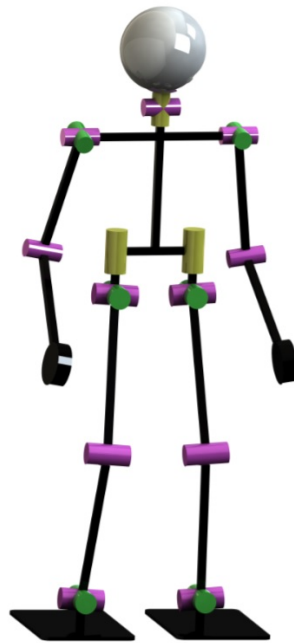


Figura 4-2: Diagrama del robot humanoide

4.1.2. Mecánica

El prototipo construido y algunos componentes de la estructura mecánica del robot bípedo se muestran en la Figura 4-1, está formado por eslabones rígidos de aluminio y cada una de sus articulaciones está formada por un servomotor, es decir es completamente actuado.

Los actuadores son los encargados de accionar cada una de las articulaciones con el fin de posicionar y orientar el efector final. Los sensores que se utilizan están integrados en cada servomotor y son los encargados de medir las variables de interés para el control del robot, proveen el reconocimiento del estado mecánico del manipulador, en este caso sensores de posición, velocidad, temperatura y par, y permiten una retroalimentación del entorno del manipulador.

Servomotores Dynamixel

Los servomotores Dynamixel Figura A-2 son actuadores inteligentes de alta potencia y precisión especialmente diseñados para aplicaciones de robótica. Su fuente de poder es la energía eléctrica (AC) y su sistema de transmisión está formado por engranes. Cada servo contiene un microcontrolador que permite la comunicación y control sobre los datos que proporcionan cada uno de los sensores, tales como posición angular, velocidad angular, temperatura, carga y voltaje.

A diferencia de motores de corriente directa que son controlados por la variación del voltaje, estos servomotores se controlan mediante el envío de comandos lógicos e instrucciones que cada servomotor interpreta para así realizar la acción deseada, son actuadores totalmente programables. Tienen la capacidad de programarse con una gran cantidad de comandos (de 50 a 57) para definir su comportamiento. Se puede adquirir la información de las lecturas de sus sensores embebidos en tiempo real y procesar dicha información.

El par se puede configurar en 1024 niveles, desde el máximo par hasta el mínimo (punto muerto) con movimiento libre.

Poseen un diseño mecánico de alta rigidez y un diseño óptimo.

4.1.3. Electrónica, Hardware de control

Se utiliza una tarjeta electrónica CM-700 Figura A-1, la cual consiste en una CPU con el protocolo de comunicación RS485. En ella se ejecutan: el protocolo de comunicación con los servomotores, el cálculo del modelo cinemático de las extremidades del robot, así como la implementación del algoritmo de control. Permite supervisar las estrategias de control y seguir la evolución de las variables

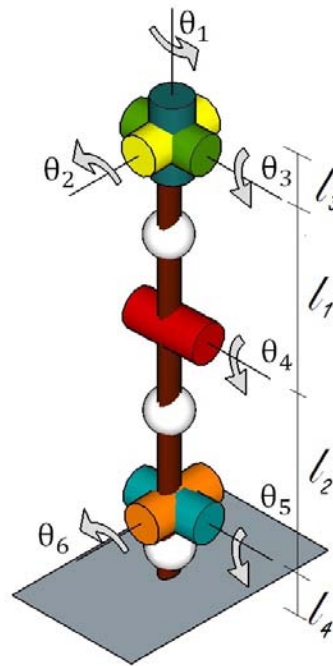


Figura 4-3: Diagrama de una pierna del robot humanoide

relevantes del sistema.

4.1.4. Espacio de trabajo

El espacio de trabajo de cualquier robot es el subconjunto del espacio cartesiano (Conjunto de todos los puntos definidos respecto a un sistema de referencia, sistema coordinado cartesiano) que puede ser alcanzado por el efector final. La determinación del espacio de trabajo de cada una de las piernas del robot bípedo es crítica, ya que las trayectorias que se desean seguir deben estar incluidas en el espacio de trabajo para que el punto de interés que en este caso es el pie (efector final) le sea posible llegar, de lo contrario se puede producir un daño físico al robot.

4.2. Modelo matemático

Bajo la premisa que las extremidades de un robot humanoide se pueden contemplar como manipuladores el análisis matemático de éstos se realizan mediante el uso de métodos clásicos considerados de la robótica. Para obtener el modelo matemático del robot y debido a la simetría del robot solo es necesario analizar una pierna del robot Figura 4-3 y realizar un cambio de coordenadas para la otra pierna tomando en cuenta la configuración de cada articulación.

Tomando en cuenta dos cadenas cinemáticas, una de tres grados de libertad y la otra de dos

| | Masa [kg] | Longitud de eslabones [m] | r_i [m] | J_i [kgm ²] |
|--------------|-----------|---------------------------|-----------|---------------------------|
| $q_{1,3GDL}$ | 0.143 | 0.14 | 0.0559 | 0.02002 |
| $q_{2,3GDL}$ | 0.277 | 0.14 | 0.0724 | 0.03878 |
| $q_{3,3GDL}$ | 0.259 | 0.035 | 0.017 | 0.009065 |
| $q_{1,2GDL}$ | 0.67 | 0.28 | 0.1383 | 0.1876 |
| $q_{2,2GDL}$ | 0.009 | 0.035 | 0.017 | 0.000315 |

Tabla 4-1: Parámetros dinámicos de la pierna del robot bípedo

grados de libertad, el espacio de trabajo y movimiento se contempla en el plano sagital para la primera cadena cinemática (3 GDL) y para la segunda (2 GDL) en el plano coronal (frontal). Se presentan los parámetros del sistema, en la Tabla 4-1 se muestran los valores de la dinámica de cada cadena cinemática, donde $q_{1,3GDL}$, $q_{2,3GDL}$, $q_{3,3GDL}$ son las articulaciones que forman la cadena cinemática de 3 GDL y $q_{1,2GDL}$, $q_{2,2GDL}$ son las articulaciones que forman la cadena cinemática de 2 GDL, r_i representa la distancia entre el centro de masa con la unión y J_i es el momento de inercia relativo al centro de masa.

El modelo dinámico que se contempla para las simulaciones es un modelo de cadena cinemática abierta con el enfoque de Euler-Lagrange.

$$M_i(q) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \quad (4-1)$$

donde

$$\begin{aligned}
M_{11} &= m_1 l_{c1}^2 + I_{n1} + I_{n2} + I_{n3} + m_3 (l_1^2 + 2 \cos(q_2) l_1 l_2 + 2 \cos(q_2 + q_3) l_1 l_{c3} + l_2^2 \\
&\quad + 2 \cos(q_3) l_2 l_{c3} + l_{c3}^2) + m_2 (l_1^2 + 2 l_2 \cos(q_2) l_1 + l_{c2}^2) \\
M_{12} &= I_{n2} + I_{n3} + m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_2 \cos(q_2)) \\
&\quad + m_3 (l_2^2 + 2 \cos(q_3) l_2 l_{c3} + l_1 \cos(q_2) l_2 + l_{c3}^2 + l_1 \cos(q_2 + q_3) l_{c3}) \\
M_{13} &= I_{n3} + m_3 (l_{c3}^2 + l_2 l_{c3} \cos(q_3) + l_1 l_{c3} \cos(q_2 + q_3)) \\
M_{21} &= I_{n2} + I_{n3} + m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_2 \cos(q_2)) \\
&\quad + m_3 (l_2^2 + 2 \cos(q_3) l_2 l_{c3} + l_1 \cos(q_2) l_2 + l_{c3}^2 + l_1 \cos(q_2 + q_3) l_{c3}) \\
M_{22} &= m_2 l_{c2}^2 + I_{n2} + I_{n3} + m_3 (l_2^2 + 2 l_{c3} \cos(q_3) l_2) \\
M_{23} &= I_{n3} + m_3 (l_{c3}^2 + l_2 \cos(q_3) l_{c3}) \\
M_{31} &= I_{n3} + m_3 (l_{c3}^2 + l_2 l_{c3} \cos(q_3) + l_1 l_{c3} \cos(q_2 + q_3)) \\
M_{32} &= I_{n3} + m_3 (l_{c3}^2 + l_2 \cos(q_3) l_{c3}) \\
M_{33} &= m_3 l_{c3}^2 + I_{n3}
\end{aligned}$$

$$C_i(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \quad (4-2)$$

donde

$$\begin{aligned}
C_{11} &= -l_1 \dot{q}_2 (\sin(q_2) (l_2 m_3 + l_{c2} m_2) + l_{c3} m_3 \sin(q_2 + q_3)) - l_{c3} m_3 \dot{q}_3 (l_1 \sin(q_2 + q_3) + l_2 \sin(q_3)) \\
C_{12} &= -l_{c3} m_3 (l_2 \dot{q}_3 \sin(q_3) + l_1 \sin(q_2 + q_3) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3)) - l_1 \sin(q_2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) (l_2 m_3 + l_{c2} m_2) \\
C_{13} &= -l_{c3} m_3 (l_1 \sin(q_2 + q_3) + l_2 \sin(q_3)) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) \\
C_{21} &= l_1 \dot{q}_1 (\sin(q_2) (l_2 m_3 + l_{c2} m_2) + l_{c3} m_3 \sin(q_2 + q_3)) - l_2 l_{c3} m_3 \dot{q}_3 \sin(q_3) \\
C_{22} &= l_2 l_{c3} m_3 \dot{q}_3 \sin(q_3) \\
C_{23} &= -l_2 l_{c3} m_3 \sin(q_3) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) \\
C_{31} &= l_{c3} m_3 (\dot{q}_1 (l_1 \sin(q_2 + q_3) + l_2 \sin(q_3)) + l_2 \dot{q}_2 \sin(q_3)) \\
C_{32} &= l_2 l_{c3} m_3 \sin(q_3) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\
C_{33} &= 0
\end{aligned}$$

$$g(q) = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{bmatrix} \quad (4-3)$$

donde

$$\begin{aligned} g_1 &= g(m_3 (l_2 \sin(q_1 + q_2) + l_1 \sin(q_1) + l_{c3} \sin(q_1 + q_2 + q_3)) + m_2 (l_{c2} \sin(q_1 + q_2) + l_1 \sin(q_1)) \\ &\quad + l_{c1} m_1 \sin(q_1)) \\ g_2 &= g(m_3 (l_2 \sin(q_1 + q_2) + l_{c3} \sin(q_1 + q_2 + q_3)) + l_{c2} m_2 \sin(q_1 + q_2)) \\ g_3 &= g l_{c3} m_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3) \end{aligned}$$

donde m_i indica la masa de cada eslabón, l_{ci} indica la distancia del centro de giro al centro de masas de los eslabones, l_i la longitud de cada eslabón, I_{ni} el momento de inercia del i -ésimo eslabón, g el término de gravedad, q_i , \dot{q}_i y \ddot{q}_i las coordenadas generalizadas y derivadas.

4.2.1. Análisis cinemático

La cinemática directa consiste en obtener la posición del efector final $p = (p_x, p_y)$ en este caso el pie de cada una de las piernas del robot, a partir de los valores de posición angular de cada articulación reescribiendo $q_1 = \theta_1$, $q_2 = \theta_2$, $q_3 = \theta_3$, $q_4 = \theta_4$, $q_5 = \theta_5$, [38].

Para obtener la cinemática directa de las piernas del robot se inicia con un modelo que describe la ubicación de los actuadores que forman cada una de las principales articulaciones (grados de libertad) de las piernas. Se considera a la pierna como un manipulador, cuyo efector final será el pie. Se obtienen los mismos resultados de la cinemática directa para cada pierna ya que tienen la misma configuración.

La cinemática inversa consiste en obtener los valores de posición angular de cada articulación θ_i , a partir de la posición del efector final $p = (p_x, p_y)$ en este caso el pie de cada una de las piernas del robot.

Dado que cada una de las piernas del robot están formadas por seis grados de libertad, el cálculo de la cinemática inversa utilizando el método geométrico, se complica demasiado ya que por la configuración que tiene la cadena cinemática no se puede usar el método de desacople cinemático [38] para simplificar la obtención de la cinemática inversa. Debido a que el objetivo de

este trabajo de tesis solo contempla el seguimiento de trayectorias que emulan la caminata humana en línea recta sólo se contemplan 5 grados de libertad por cada pierna ya que la sexta articulación se utiliza para darle dirección al robot cuando camina.

Se considera a la pierna del robot en el plano sagital y el plano coronal (frontal), es decir, se hace un desacople para una cadena cinemática de dos grados de libertad en el plano coronal y para una cadena cinemática de tres grados de libertad en el plano sagital. El motivo principal del desacople para los movimientos en dos planos es que, facilita la implementación de controladores robustos para lograr una caminata estable ya que el objetivo de esta tesis va encaminado al trabajo futuro de lograr la caminata del robot.

El algoritmo que se sigue para obtener de manera sistemática la cinemática directa es el de Denavit-Hartenberg [38].

En la Figura 4-3 se muestran los parámetros correspondientes a la pierna del robot; la longitud l_1 y l_2 de los dos eslabones que unen las tres articulaciones en el plano sagital es de $0.14[m]$, la longitud l_3 del eslabón que une la pierna a la cadera y la longitud l_4 del eslabón que une el tobillo al pie en el plano coronal (frontal) es de $0.035[m]$.

A partir de lo anterior se obtienen los parámetros de Denavit-Hartenberg del efector final de cada pierna para cada cadena cinemática partiendo de la cadera.

Los parámetros de Denavit-Hartenberg se presentan en las siguientes tablas.

Para la cadena cinemática de 2 DOF:

| Articulación | a | d | α | θ |
|--------------|-------|---|----------|------------|
| 1 | l_1 | 0 | 0 | θ_1 |
| 2 | l_2 | 0 | 0 | θ_2 |

Para la cadena cinemática de 3 DOF:

| Articulación | a | d | α | θ |
|--------------|-------|---|----------|------------|
| 1 | l_1 | 0 | 0 | θ_1 |
| 2 | l_2 | 0 | 0 | θ_2 |
| 3 | l_3 | 0 | 0 | θ_3 |

Con base a los parámetros de Denavit-Hartenberg obtenidos las matrices de transformación homogénea de la cadena cinemática de 3 (GDL) son las siguientes:

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & -\sin(\theta_1) & 0 & l_1 \cos(\theta_1) \\ \sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) & 0 & l_1 \sin(\theta_1) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-4)$$

$$T_2^1 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) & 0 & l_2 \cos(\theta_2) \\ \sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) & 0 & l_2 \sin(\theta_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-5)$$

$$T_3^2 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_3) & -\sin(\theta_3) & 0 & l_3 \cos(\theta_3) \\ \sin(\theta_3) & \cos(\theta_3) & 0 & l_3 \sin(\theta_3) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-6)$$

$$T_3^0 = \begin{bmatrix} T_{311}^0 & T_{312}^0 & 0 & T_{314}^0 \\ T_{321}^0 & T_{322}^0 & 0 & T_{324}^0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-7)$$

donde

$$\begin{aligned} T_{311}^0 &= \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) - \sin(\theta_1) \sin(\theta_2) \\ T_{312}^0 &= -\cos(\theta_1) \sin(\theta_2) - \cos(\theta_2) \sin(\theta_1) \\ T_{314}^0 &= l_1 \cos(\theta_1) + l_2 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) - l_2 \sin(\theta_1) \sin(\theta_2) \\ T_{321}^0 &= l_1 \cos(\theta_1) + l_2 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) - l_2 \sin(\theta_1) \sin(\theta_2) \\ T_{322}^0 &= \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) - \sin(\theta_1) \sin(\theta_2) \\ T_{324}^0 &= l_1 \sin(\theta_1) + l_2 \cos(\theta_1) \sin(\theta_2) + l_2 \cos(\theta_2) \sin(\theta_1) \end{aligned}$$

Las matrices de transformación homogénea de la cadena cinemática de 2 (GDL) son las siguientes

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & -\sin(\theta_1) & 0 & l_1 \cos(\theta_1) \\ \sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) & 0 & l_1 \sin(\theta_1) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-8)$$

$$T_2^1 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) & 0 & l_2 \cos(\theta_2) \\ \sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) & 0 & l_2 \sin(\theta_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-9)$$

$$T_2^0 = \begin{bmatrix} T_{211}^0 & T_{212}^0 & 0 & T_{214}^0 \\ T_{221}^0 & T_{222}^0 & 0 & T_{224}^0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-10)$$

donde

$$\begin{aligned} T_{311}^0 &= \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) - \sin(\theta_1) \sin(\theta_2) \\ T_{312}^0 &= -\cos(\theta_1) \sin(\theta_2) - \cos(\theta_2) \sin(\theta_1) \\ T_{314}^0 &= l_1 \cos(\theta_1) + l_2 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) - l_2 \sin(\theta_1) \sin(\theta_2) \\ T_{321}^0 &= \cos(\theta_1) \sin(\theta_2) + \cos(\theta_2) \sin(\theta_1) \\ T_{322}^0 &= \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) - \sin(\theta_1) \sin(\theta_2) \\ T_{324}^0 &= l_1 \sin(\theta_1) + l_2 \cos(\theta_1) \sin(\theta_2) + l_2 \cos(\theta_2) \sin(\theta_1) \end{aligned}$$

La cinemática inversa para la cadena cinemática de tres grados de libertad está dada por

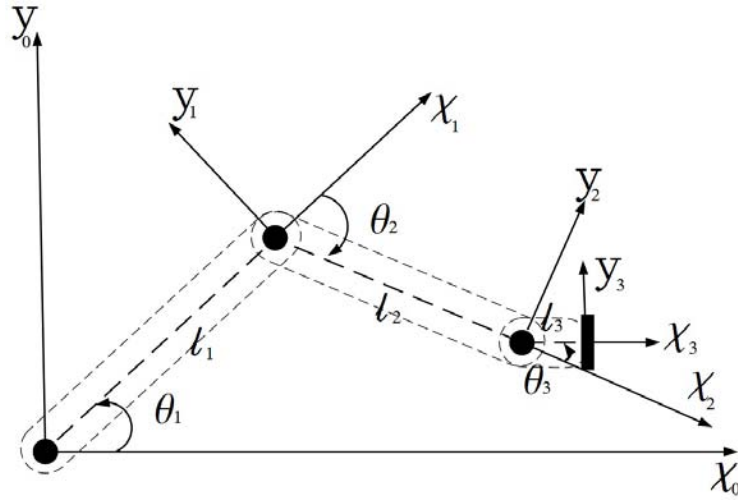


Figura 4-4: Cadena cinemática de 3 grados de libertad

$$x = x_e - l_3 \cos(\phi)$$

$$y = y_e - l_3 \sin(\phi)$$

$$\alpha = \arctan(y, x)$$

$$\theta_1 = \alpha + \cos^{-1} \left(\frac{x^2 + y^2 + l_1^2 - l_2^2}{2l_1 \sqrt{x^2 + y^2}} \right) \quad (4-11)$$

$$\theta_2 = -\phi + \cos^{-1} \left(\frac{l_1^2 + l_2^2 - x^2 - y^2}{2l_1 l_2} \right)$$

$$\theta_3 = \phi - \theta_1 - \theta_2$$

Se considera la solución de *codo arriba* de la cinemática inversa, ya que se contempla las limitaciones que tiene el ser humano en los movimientos de la pierna, en especial la articulación que forma la rodilla, ésta no puede realizar un movimiento hacia atrás. Estas consideraciones se toman ya que se pretende crear robots humanoides con movimientos y restricciones similares a las que el hombre posee.

La cinemática inversa para la cadena cinemática de dos grados de libertad está dada por

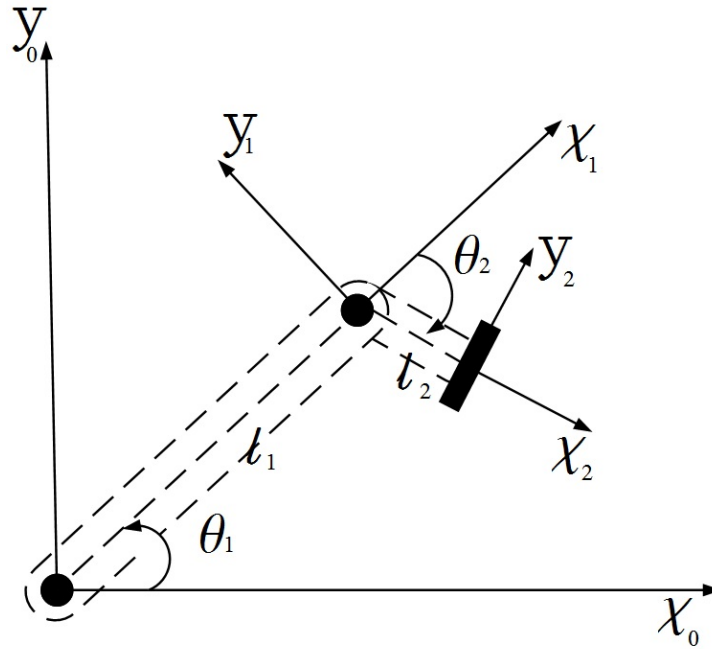


Figura 4-5: Cadena cinemática de 2 grados de libertad

$$\begin{aligned}
 x &= x_e \\
 y &= y_e \\
 d &= \frac{x^2 + y^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1l_2} \\
 \theta_2 &= \arctan(\sqrt{1 - d^2}, d) \\
 \alpha &= \arctan(y, x) \\
 \theta_1 &= \alpha + \phi
 \end{aligned} \tag{4-12}$$

El sentido de giro para cualquiera de los ángulo se rige por la regla de la mano derecha. A diferencia de las simulaciones, en la implementación el sentido de giro no va en contra de esta regla pero depende de la posición del servomotor de cada articulación. La obtención de la cinemática inversa y directa va encaminada al control cinemático, el cual recibe el punto inicial, punto final o trayectoria deseada y por medio de los cálculos anteriores establece los movimientos para cada articulación como funciones del tiempo.

4.3. Error de seguimiento

Se considera $q_d(t)$ como la posición angular deseada de cada una de las articulaciones del robot, y $q(t)$ como la posición angular real de cada servomotor. Se define el error de seguimiento como:

$$e(t) = q_d(t) - q(t) \quad (4-13)$$

El error de seguimiento converge a una vecindad acotada del origen $e(t) = 0$

El objetivo de control es llevar al sistema a posiciones angulares deseadas siguiendo una trayectoria propuesta.

CAPÍTULO

5

SUPER-TWISTING DE TERCER ORDEN

El algoritmo Super Twisting de tercer orden [40] (*3-STA* por sus siglas en inglés) tiene la estructura:

$$\begin{aligned}U &= -k_1|\phi|^{\frac{1}{2}}\text{sign}(\phi) + L \\ \dot{L} &= -k_3\text{sign}(\phi) \\ \phi &= \dot{e} + k_2|e|^{\frac{2}{3}}\text{sign}(e) \\ e &= z_d - z \\ \dot{e} &= \dot{z}_d - \dot{z}\end{aligned}\tag{5-1}$$

las ganancias k_1 , k_2 y k_3 son positivas y su diseño radica en que el controlador lleve a la variable $e, \dot{e}, \ddot{e} \rightarrow 0$ en tiempo finito.

El *3-STA* es un algoritmo diseñado para sistemas con grado relativo $r = 2$

Considerando el modelo (3 – 41) se tiene el siguiente sistema bajo incertidumbres paramétricas:

$$M_i(q)\ddot{q} + C_i(q, \dot{q})\dot{q} + f_i(\dot{q}) = \tau_i + \delta(t, q, \dot{q})\tag{5-2}$$

- Convergencia en tiempo finito. Estabilización de la salida de la planta σ y de sus primeras

dos derivadas ($\dot{\sigma}, \ddot{\sigma}$).

- Genera una señal de control continua, en consecuencia los efectos del *chattering* se minimizan.
- Compensa de forma exacta las incertidumbres/perturbaciones Lipschitz [29] en tiempo sobre las trayectorias del sistema.
- Requiere solo conocer la salida σ y su primer derivada ($\dot{\sigma}$).
- Robustez ante perturbaciones e incertidumbres $\delta(t, q, \dot{q})$, acotadas $D > |\delta|$ y Lipschitz $\Delta > \left| \frac{d}{dt} \delta \right|$.
- Para su implementación requiere del conocimiento de la salida σ y de su primera derivada $\dot{\sigma}$.

5.1. Diferenciador

Uno de los problemas principales en la instrumentación de control es la diferenciación en tiempo real, el problema de diseño de este diferenciador radica entre la exactitud y robustez con respecto al ruido y al muestreo en la señal de entrada y exacto en ausencia de ellos.

La implementación de *HOSMC* requiere de la estimación de las $(r - 1)$ derivadas sucesivas de la superficie de deslizamiento, con respecto al tiempo.

Para obtener la señal de velocidad requerida por el algoritmo de control, una de las opciones es utilizar un diferenciador de tercer orden. Para poder estimar $\dot{f}_0(t), \ddot{f}_0(t), \dots, f_0^k(t)$ en tiempo real se utiliza el siguiente diferenciador [41] propuesto por Levant, que es un esquema recursivo que cuenta con la propiedad de ser exacto en tiempo finito.

Dada la función acotada $f(t)$ definida en el intervalo $[0, \infty]$, con mediciones desconocidas pero acotadas y señal $f_0(t)$ desconocida el diferenciador [24] se define

$$\begin{aligned}
 \dot{z}_0 &= v_0, v_0 = -\lambda_k L^{1/(k+1)} |z_0 - f(t)|^{k/(k+1)} \text{sign}(z_0 - f(t)) + z_1 \\
 \dot{z}_1 &= v_1, v_1 = -\lambda_k L^{1/k} |z_1 - v_0|^{(k+1)/k} \text{sign}(z_1 - v_0) + z_2 \\
 &\vdots \\
 \dot{z}_{k-1} &= v_{k-1}, v_{k-1} = -\lambda_1 L^{1/2} |z_{k-1} - v_{k-2}|^{1/2} \text{sign}(z_{k-1} - v_{k-2}) + z_k \\
 \dot{z}_k &= -\lambda_0 L \text{sign}(z_k - v_{k-1})
 \end{aligned} \tag{5-3}$$

A. Levant propuso en [42] el valor de las ganancias para el diferenciador (5-3), las cuales se calcularon mediante métodos computacionales.

$$\begin{aligned}
v_0 &= -2 |z_0 - f|^{\frac{2}{3}} \text{sign}(z_0 - f) + z_1 \\
v_1 &= -1.5 |z_1 - v_0|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(z_1 - v_0) + z_2 \\
v_2 &= -1.1 \text{sign}(z_2 - v_1) \\
\dot{z}_0 &= v_0 \\
\dot{z}_1 &= v_1 \\
\dot{z}_2 &= v_2
\end{aligned} \tag{5-4}$$

El diferenciador entrega la estimación de sus derivadas sucesivas $z_0 = f(t)$, $z_1 = \dot{f}(t)$, \dots , $z_k = f^{(k)}(t)$.

La viabilidad de la implementación de los modos deslizantes para el desarrollo de controladores radica en las siguientes ventajas.

Robustez frente a incertidumbres del sistema.

Seguimiento perfecto de trayectorias dadas.

Sencilla implementación.

Uso de recursos computacionales bajo.

No es necesaria una identificación perfecta del sistema.

Implementación rápida y sencilla.

Para la implementación del algoritmo de control Super-Twisting de tercer orden no se busca implementar un algoritmo completamente nuevo y desconocido, sino una metodología bien conocida con las propiedades de robustez de los modos deslizantes. Se considera que existen varias clases de incertidumbres en un sistema robótico como

Incertidumbre paramétrica.

Acoplamiento dinámico.

Dinámicas no modeladas.

Ruido en la medición.

Las incertidumbres del sistema se encuentran siempre presentes a diferencia de las perturbaciones externas que se dan entre el robot y el ambiente en el que se desarrolla.

En general, ningún modelo puede representar todas las posibles características y configuraciones de operación del sistema físico real. De esta manera, si se busca un modelo aproximado lineal se tiende a depreciar efectos no lineales y modos de alta frecuencia.

La utilización de este algoritmo de control tiene como propósito que el sistema controlado permanezca estable a pesar de las incertidumbres y de las perturbaciones sobre la planta y ruido en los sensores y actuadores.

5.2. Trayectorias

5.2.1. Seguimiento de trayectorias

El problema del seguimiento de trayectorias en robots ha sido abordado aplicando una amplia variedad de controladores, desde controladores PD hasta controladores adaptables y robustos, su importancia radica en las aplicaciones reales que tienen estos algoritmos. Para robots manipuladores el problema del movimiento se ha abordado tradicionalmente con controladores PID(Proporcional Integral Derivativo), PD(Proporcional Derivativo) con compensación de gravedad, técnicas basadas en control dinámico inverso e incluso basadas en control difuso.

Se desea que la salida y del sistema siga una señal de referencia $r(t)$, se considera $q_d(t)$ como la posición angular deseada de cada una de las articulaciones del robot, y $q(t)$ como la posición angular real de cada servomotor. Se define el error de seguimiento como:

$$e(t) = q_d(t) - q(t) \quad (5-5)$$

entonces la dinámica del error se define como

$$\dot{e}(t) = \dot{q}_d(t) - \dot{q}(t) \quad (5-6)$$

Particularmente, las características buscadas en el seguimiento de trayectorias son las siguientes:

- Seguimiento de trayectorias predefinidas.
- Convergencia asintótica en tiempo finito a esas trayectorias.
- Rechazo a perturbaciones e incertidumbres (Dinámica no modelada).

El seguimiento de las trayectorias para el caminado es uno de los problemas clave. Por lo anterior, primero se sigue una trayectoria deseada para la parte inferior del cuerpo por polinomios adecuados de ajuste en los puntos de quiebre, lo que alivia los impactos debidos al contacto con el suelo.

El seguimiento de trayectorias se implementó utilizando un control continuo por modos deslizantes de alto orden específicamente el Super-Twisting de tercer orden, de forma que cada una de las articulaciones se traslade de su posición inicial a la final, siguiendo primeramente un proceso de aceleración, luego desacelerando para detenerse exactamente en la posición final deseada, todo ello en un periodo de tiempo definido por un tiempo inicial t_i y un tiempo final t_f .

A partir de una trayectoria predefinida el efector final de cada pierna seguirá los distintos puntos de dicha trayectoria mediante las posiciones que cada articulación describe definidas por la cinemática inversa, ésta inicia de una posición inicial a una final que en conjunto con las demás articulaciones que forman la pierna; con la señal de control descrita por el algoritmo Super-Twisting de tercer orden, cada articulación llegará a la posición de referencia haciendo que el efector final siga la trayectoria predefinida en un tiempo t_f , en el cual la señal de control llega a un valor de estado estacionario que mantiene las posiciones finales para cada articulación.

5.2.2. Trayectorias propuestas

Se proponen trayectorias que simulan el movimiento de la caminata para cada uno de los pies del robot. Una técnica clásica que emula la caminata de un robot se logra mediante el seguimiento de trayectorias sinusoidales para cada efector final. Por lo tanto la generación de trayectorias se simplifica considerablemente.

El seguimiento de trayectorias sinusoidales se considera en el espacio para cada pierna.

5.2.3. Polinomios de quinto orden

Los polinomios de quinto orden son los de menor orden para los cuales es posible especificar condiciones finales de posición, velocidad y aceleración. Sus ventajas principales de implementación son la suavidad y su rapidez computacional. Las limitaciones en la implementación se acotan a las restricciones del sistema, en este caso son las limitaciones cinemáticas de los actuadores.

Se considera una trayectoria de quinto orden:

$$q(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4 + a_5t^5 \quad (5-7)$$

Se tienen seis restricciones:

- Dos de ellas dadas por las configuraciones inicial y final q_0 y q_f
- Dos por las velocidades inicial y final v_0 y v_f
- Dos debidas a las restricciones de aceleración inicial y final α_0 y α_f

De (5-7) sustituyendo las restricciones y derivando se obtiene

$$\begin{aligned}
q_0 &= a_0 + a_1 t_0 + a_2 t_0^2 + a_3 t_0^3 + a_4 t_0^4 + a_5 t_0^5 \\
v_0 &= a_1 + 2a_2 t_0 + 3a_3 t_0^2 + 4a_4 t_0^3 + 5a_5 t_0^4 \\
\alpha_0 &= 2a_2 + 6a_3 t_0 + 12a_4 t_0^2 + 20a_5 t_0^3 \\
q_f &= a_0 + a_1 t_f + a_2 t_f^2 + a_3 t_f^3 + a_4 t_f^4 + a_5 t_f^5 \\
v_f &= a_1 + 2a_2 t_f + 3a_3 t_f^2 + 4a_4 t_f^3 + 5a_5 t_f^4 \\
\alpha_f &= 2a_2 + 6a_3 t_f + 12a_4 t_f^2 + 20a_5 t_f^3
\end{aligned} \tag{5-8}$$

en forma matricial este sistema de ecuaciones se escribe como

$$\begin{bmatrix} 1 & t_0 & t_0^2 & t_0^3 & t_0^4 & t_0^5 \\ 0 & 1 & 2t_0 & 3t_0^2 & 4t_0^3 & 5t_0^4 \\ 0 & 0 & 2 & 6t_0 & 12t_0^2 & 20t_0^3 \\ 1 & t_f & t_f^2 & t_f^3 & t_f^4 & t_f^5 \\ 0 & 1 & 2t_f & 3t_f^2 & 4t_f^3 & 5t_f^4 \\ 0 & 0 & 2 & 6t_f & 12t_f^2 & 20t_f^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_0 \\ v_0 \\ \alpha_0 \\ q_f \\ v_f \\ \alpha_f \end{bmatrix} \tag{5-9}$$

Haciendo la suposición que en el tiempo t_i la n -ésima variable de articulación satisface

$$\begin{aligned}
q_n(t_i) &= q_i \\
\dot{q}_n(t_i) &= 0 \\
\ddot{q}_n(t_i) &= 0
\end{aligned} \tag{5-10}$$

deseando que llegue a los valores en t_f generando una trayectoria suave

$$\begin{aligned}
q_n(t_f) &= q_f \\
\dot{q}_n(t_f) &= 0 \\
\ddot{q}_n(t_f) &= 0
\end{aligned} \tag{5-11}$$

(5-9) se reescribe como

$$\begin{bmatrix} 1 & t_0 & t_0^2 & t_0^3 & t_0^4 & t_0^5 \\ 0 & 1 & 2t_0 & 3t_0^2 & 4t_0^3 & 5t_0^4 \\ 0 & 0 & 2 & 6t_0 & 12t_0^2 & 20t_0^3 \\ 1 & t_f & t_f^2 & t_f^3 & t_f^4 & t_f^5 \\ 0 & 1 & 2t_f & 3t_f^2 & 4t_f^3 & 5t_f^4 \\ 0 & 0 & 2 & 6t_f & 12t_f^2 & 20t_f^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_0 \\ 0 \\ 0 \\ q_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5-12)$$

El problema se reduce a encontrar los valores de los coeficientes a_i , que dan solución a la ecuación matricial. La solución del sistema es:

$$a_0 = \frac{q_i t_f^3 (t_f^2 - 5t_f t_i + 10t_i^2)}{(t_f - t_i)^5} - \frac{q_f t_i^3 (10t_f^2 - 5t_f t_i + t_i^2)}{(t_f - t_i)^5} \quad (5-13)$$

$$a_1 = \frac{30q_f t_f^2 t_i^2}{(t_f - t_i)^5} - \frac{30q_i t_f^2 t_i^2}{(t_f - t_i)^5} \quad (5-14)$$

$$a_2 = \frac{30q_i t_f^2 t_i + 30q_i t_f t_i^2}{(t_f - t_i)^5} - \frac{30q_f t_f^2 t_i + 30q_f t_f t_i^2}{(t_f - t_i)^5} \quad (5-15)$$

$$a_3 = \frac{q_f (10t_f^2 + 40t_f t_i + 10t_i^2)}{(t_f - t_i)^5} - \frac{q_i (10t_f^2 + 40t_f t_i + 10t_i^2)}{(t_f - t_i)^5} \quad (5-16)$$

$$a_4 = \frac{q_i (15t_f + 15t_i)}{(t_f - t_i)^5} - \frac{q_f (15t_f + 15t_i)}{(t_f - t_i)^5} \quad (5-17)$$

$$a_5 = \frac{6q_f}{(t_f - t_i)^5} - \frac{6q_i}{(t_f - t_i)^5} \quad (5-18)$$

se considera

$$\begin{aligned}
a_0 &= 0.315 \\
a_1 &= 0 \\
a_2 &= 0 \\
a_3 &= -3 \\
a_4 &= 45 \\
a_5 &= -180
\end{aligned}
\tag{5-19}$$

Las condiciones finales de los polinomios de quinto orden deben ser especificadas de forma cuidadosa con el único fin de evitar posiciones finales monótonas. Se puede encontrar una trayectoria suave que une dos puntos en el espacio asumiendo condiciones iniciales y finales adecuadas; la trayectoria se forma como una serie de polinomios unidos, cada uno teniendo unas condiciones iniciales iguales a las condiciones finales del predecesor, así la trayectoria tiene continuidad C^2 .

Las trayectorias se dan con condiciones finales e iniciales iguales a cero para velocidades y aceleraciones. Se tienen seis restricciones, una para cada configuración inicial y final, velocidades y aceleraciones iniciales y finales.

Las condiciones necesarias para el seguimiento de trayectorias se describen como

Posición inicial:

- Posición (conocida)
- Velocidad (conocida, normalmente cero)
- Aceleración (conocida, normalmente cero)

Posición final:

- Posición (conocida)
- Velocidad (conocida, normalmente cero)
- Aceleración (conocida, normalmente cero)

Posiciones intermedias:

- Posición (conocida, continua respecto al segmento anterior de la trayectoria)
- Velocidad (continua respecto al segmento anterior de la trayectoria)

- Aceleración (continua respecto al segmento anterior de la trayectoria)

El problema es encontrar una trayectoria que conecte una posición inicial a una posición final satisfaciendo las restricciones de las posiciones finales. Se considera el seguimiento de trayectorias solo para el efector final ya que las posiciones angulares para toda la cadena cinemática se calculan mediante la cinemática inversa.

El controlador recibe la referencia de las variables asociadas a la trayectoria que seguirá el efector final. De acuerdo a la información entregada por los sensores, se generan las acciones de control adecuadas para cada actuador según el algoritmo de control empleado. La asignación de una trayectoria a seguir es para suavizar el movimiento sobre una serie de puntos predefinida.

A partir de las posiciones que describe el polinomio se obtiene la velocidad (primera derivada 5-2 de la posición con respecto al tiempo), aceleración (segunda derivada 5-3 de la posición con respecto al tiempo) y jerk (tercera derivada 5-4 de la posición respecto al tiempo).

La tercera derivada 5-4 es discontinua pero acotada:

$$M^- \leq |\ddot{q}(t)| \leq M^+ \quad (5-20)$$

donde $M^- \approx -0.5896$ y $M^+ \approx 0.5482$

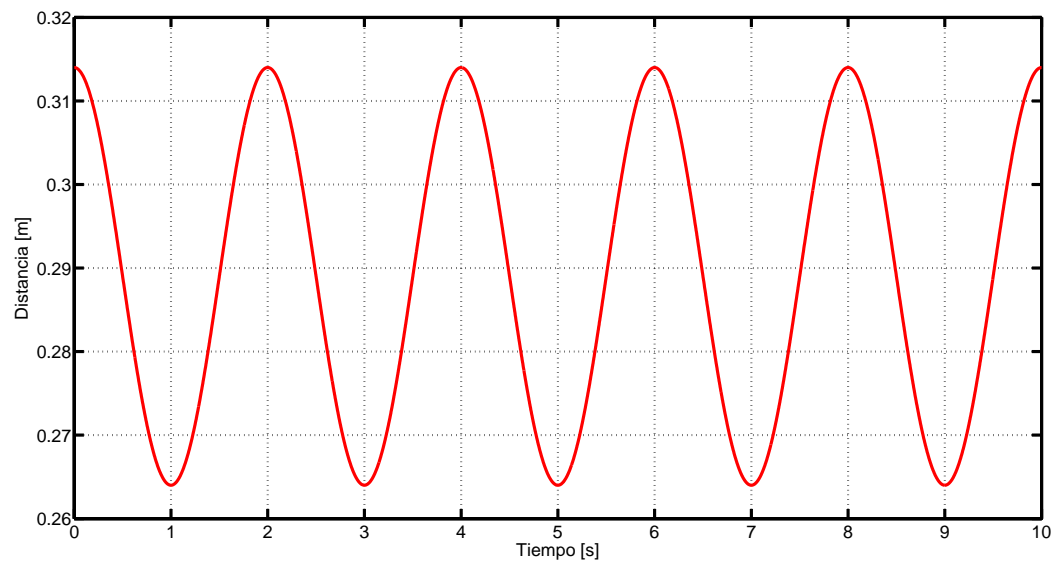


Figura 5-1: Polinomio.

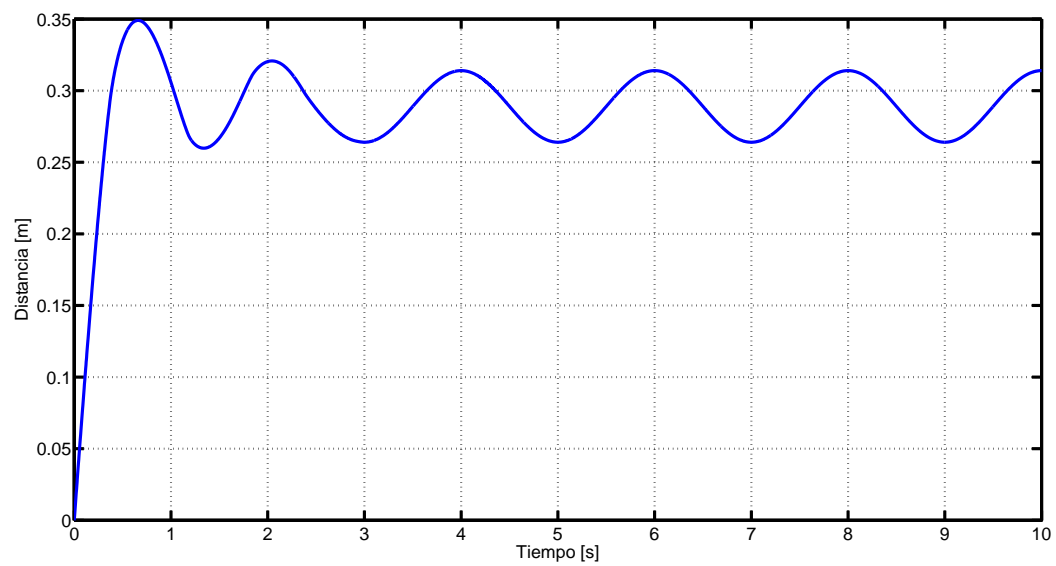


Figura 5-2: Primera derivada del polinomio.

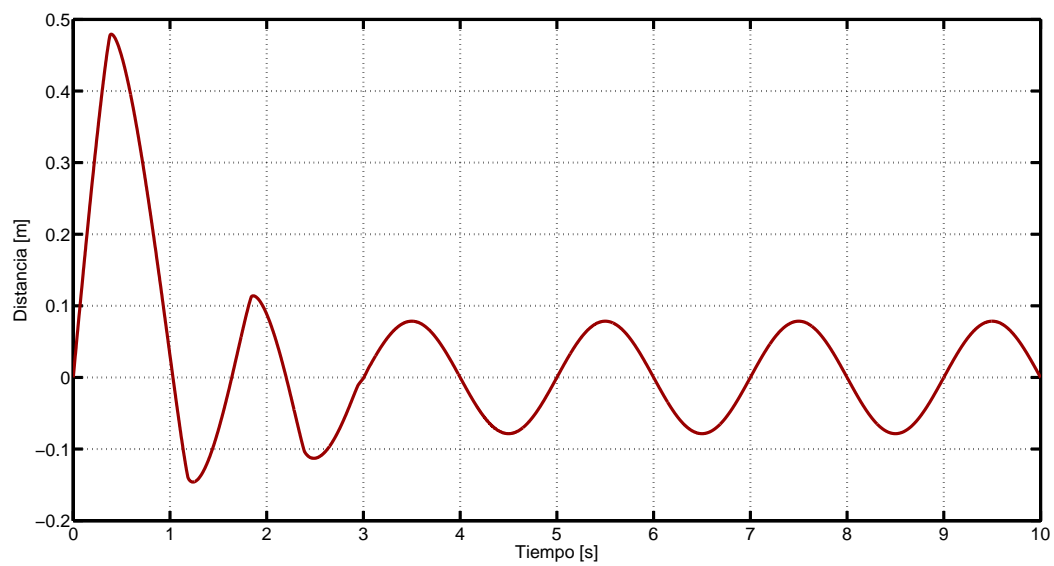


Figura 5-3: Segunda derivada del polinomio.

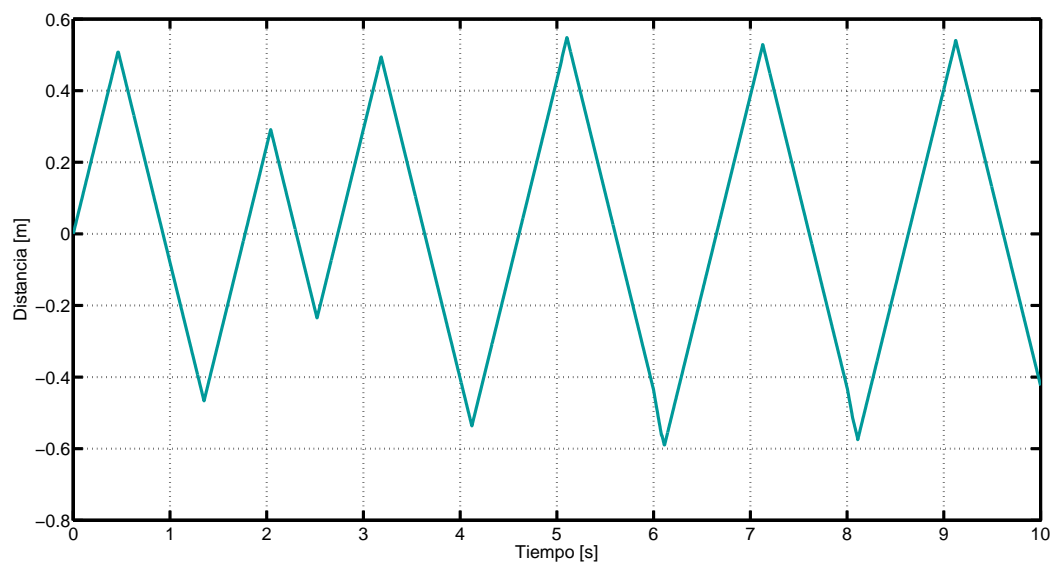


Figura 5-4: Tercera derivada del polinomio.

CAPÍTULO

6

SIMULACIONES

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos por simulación. El entorno de simulación utilizado es *MATLAB simulink*.

6.1. Descripción de experimentos

Los experimentos en simulación consisten en el seguimiento de trayectorias varias y las que emulan los movimientos de la caminata. Se realizan experimentos con trayectorias rectas y trayectorias sinusoidales en distintos planos del espacio. Los experimentos tanto en simulación como en implementación consisten en el seguimiento de trayectorias.

En esta simulación se contempla el modelo dinámico para cada cadena cinemática.

6.1.1. Seguimiento de trayectorias

En esta sección se muestran los resultados de la simulación del seguimiento de una trayectoria recta para cada cadena cinemática de dos y tres grados de libertad. El resultado deseado es que el efector final de cada cadena cinemática siga la trayectoria propuesta con un error mínimo.

El seguimiento de una trayectoria recta definida por un punto inicial y uno final, se genera

en términos de posiciones cartesianas y mediante transformaciones equivalentes se obtienen las posiciones angulares de cada articulación.

La curva a seguir para la cadena cinemática de tres grados de libertad se muestra en la Figura: 6-1, el efector final sigue la trayectoria recta definida en el eje z . Trayectoria lineal entre los puntos $(0.315[m])$ y $(0.265[m])$. Los perfiles deseados y los perfiles obtenidos mediante la simulación para la posición se muestran en las Figuras 6-2, 6-3, 6-4. La posición del efector final durante el seguimiento de la trayectoria recta a lo largo del eje z y el error de seguimiento se aprecia en la Figura 6-5. El tiempo final para seguir la trayectoria indicada fue de $0.5[s]$.

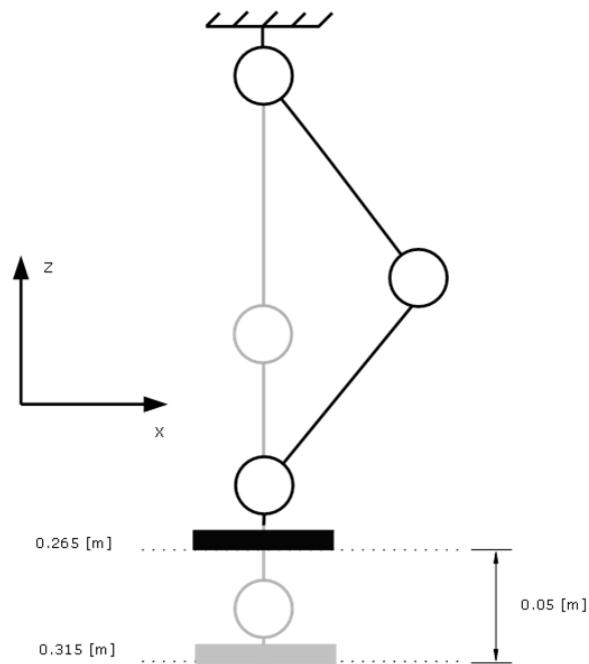


Figura 6-1: Seguimiento de trayectoria recta en el eje z . Cadena cinemática 3 GDL

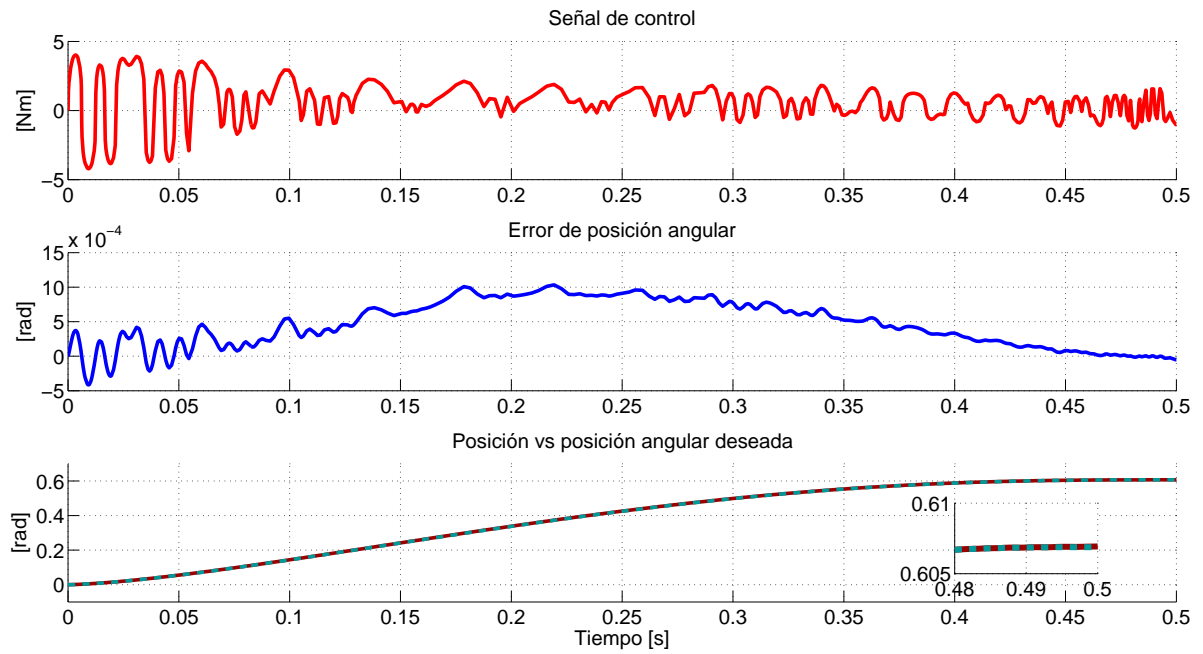


Figura 6-2: Primer articulación. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria recta en el eje z .

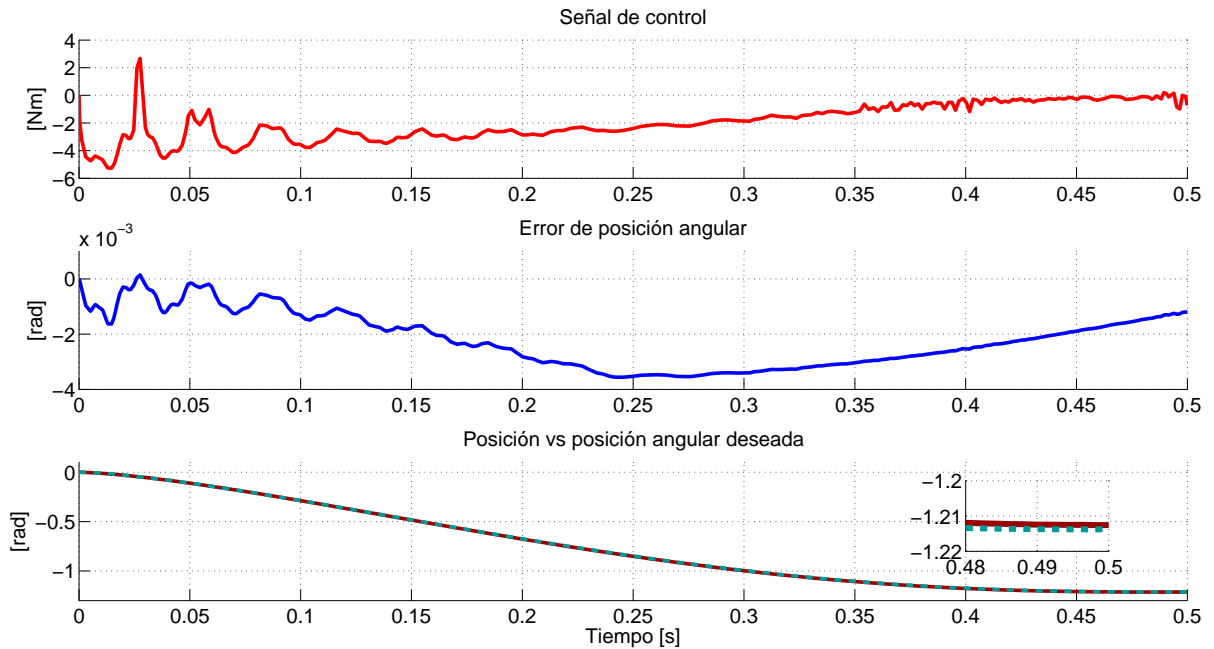


Figura 6-3: Segunda articulación. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria recta en el eje z .

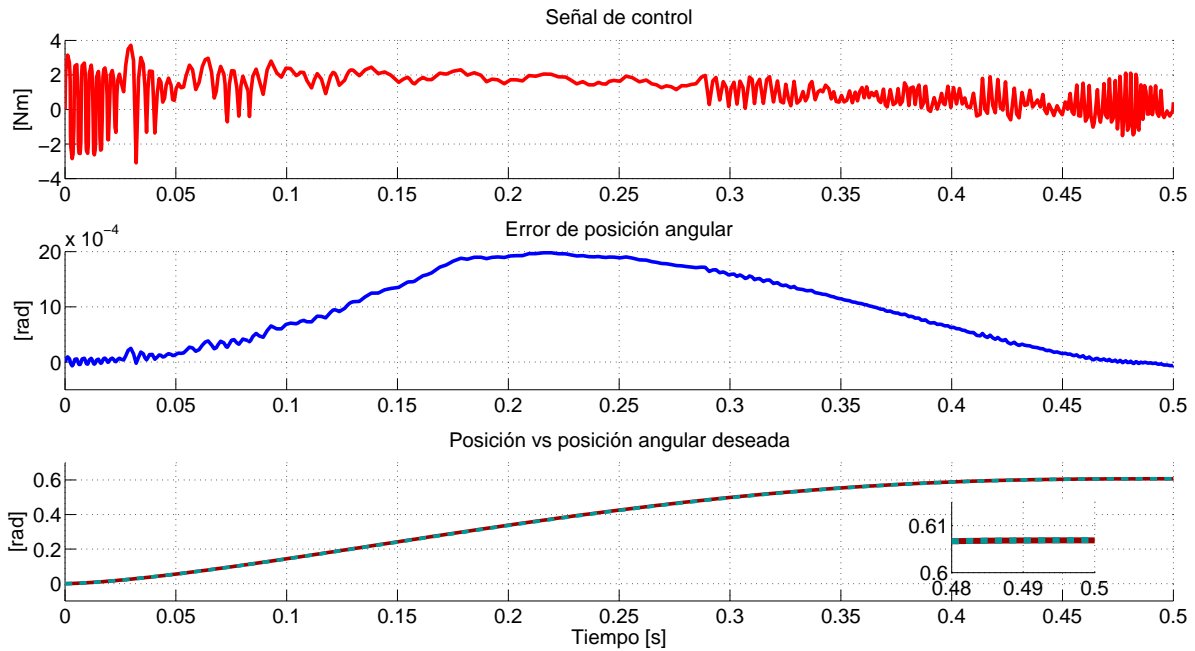


Figura 6-4: Tercer articulación. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria recta en el eje z .

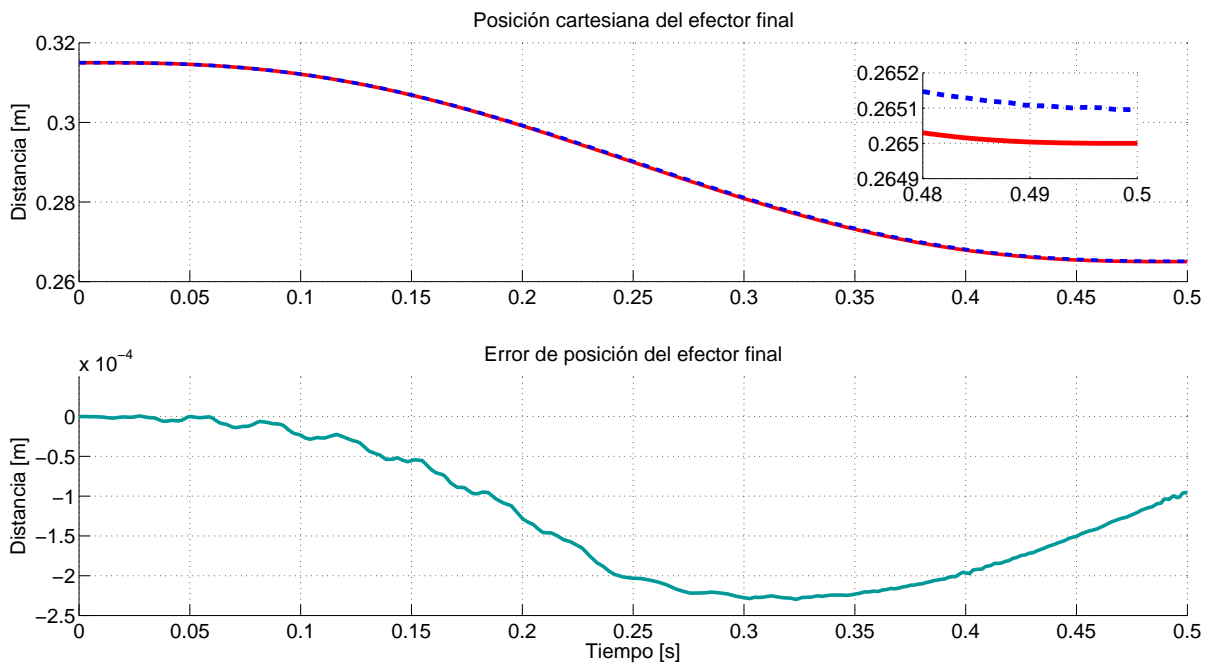


Figura 6-5: Posición del efector final a lo largo de la trayectoria recta definida sobre el eje z . Cadena cinemática 3 GDL

6.1.2. Seguimiento de trayectorias en dos planos

En esta sección se muestran los resultados de la simulación del seguimiento de una trayectoria recta tomando en cuenta el movimiento de las dos cadenas cinemáticas como uno solo. El resultado deseado es que el efector final de cada cadena cinemática siga la trayectoria propuesta con un error mínimo. La trayectoria recta a seguir para la cadena cinemática de tres grados de libertad se muestra en la Figura: 6-6, el efector final sigue la trayectoria recta definida en el plano xz . Trayectoria lineal entre los puntos $(0.315[m])$ y $(0.265[m])$ sobre el eje z y sobre el eje x entre los puntos $(0.0[m])$ y $(0.05[m])$. Los perfiles deseados y los perfiles obtenidos mediante la simulación para la posición se muestran en las Figuras 6-7, 6-8, 6-9. La posición del efector final durante el seguimiento de la trayectoria recta a lo largo del eje z y el error de seguimiento se aprecia en la Figura 6-10 y el seguimiento de la trayectoria recta a lo largo del eje x y el error de seguimiento se aprecia en la Figura 6-11.

El tiempo final para seguir las trayectorias indicadas fue de $0.5[s]$.

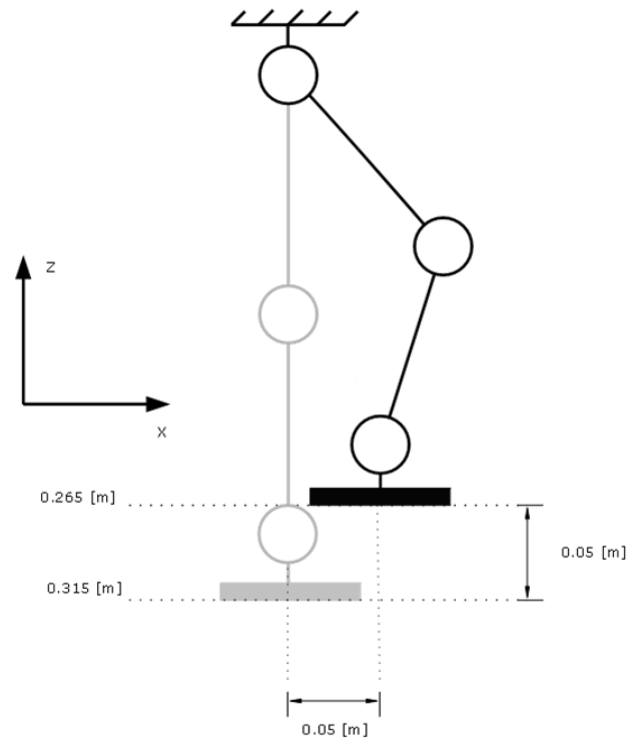


Figura 6-6: Trayectoria recta en el eje z y eje x .

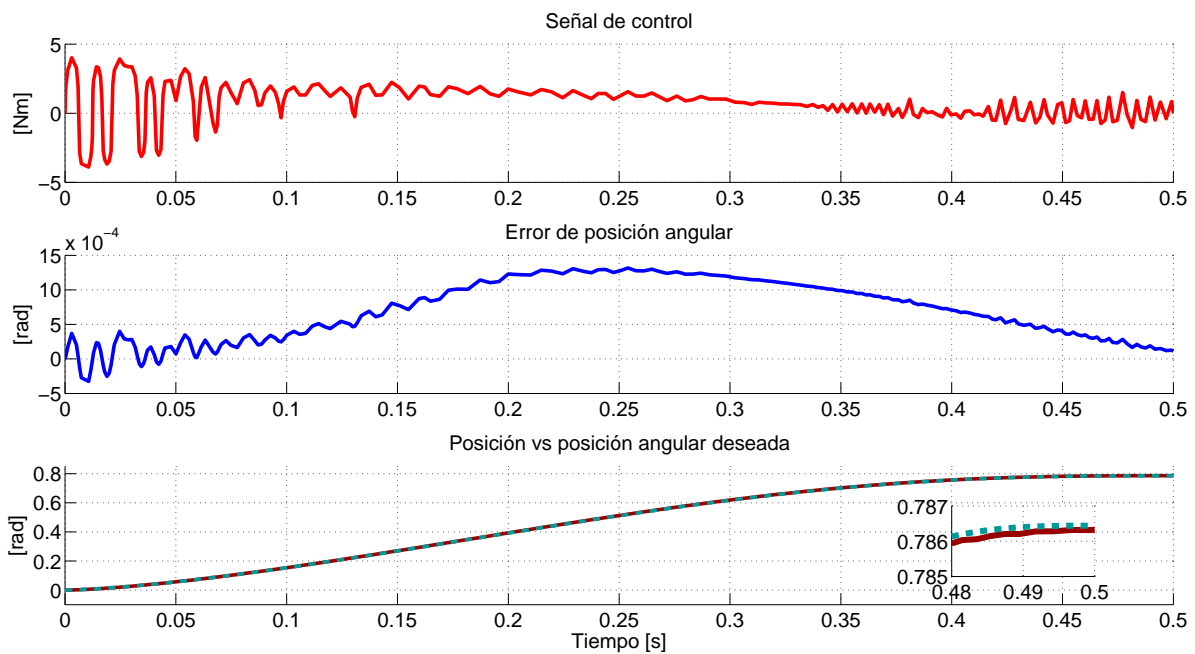


Figura 6-7: Primer articulación. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria recta en el eje z y eje x .

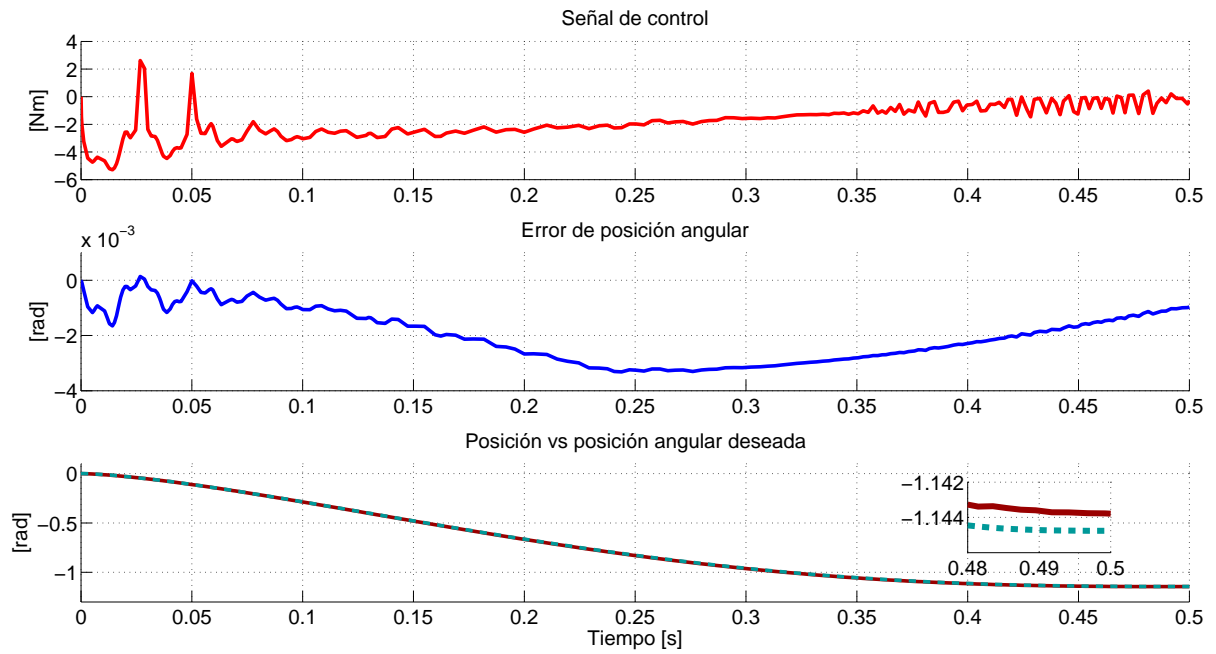


Figura 6-8: Segunda articulación. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria recta en el eje z y eje x .

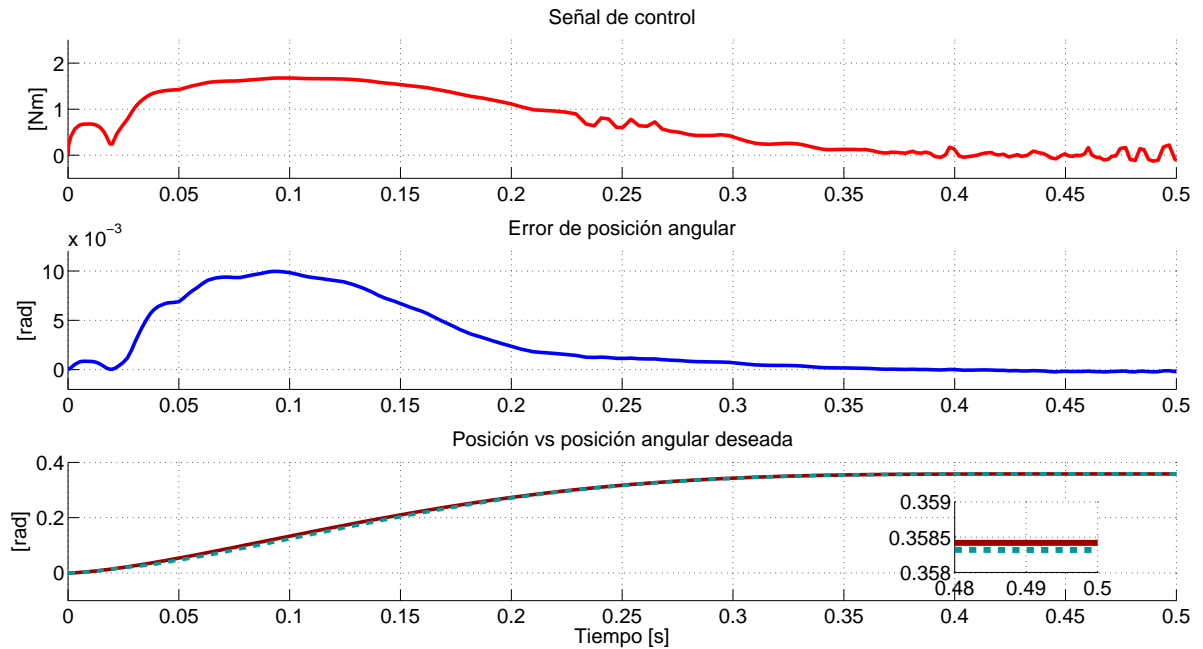


Figura 6-9: Tercer articulación. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria recta en el eje z y eje x .

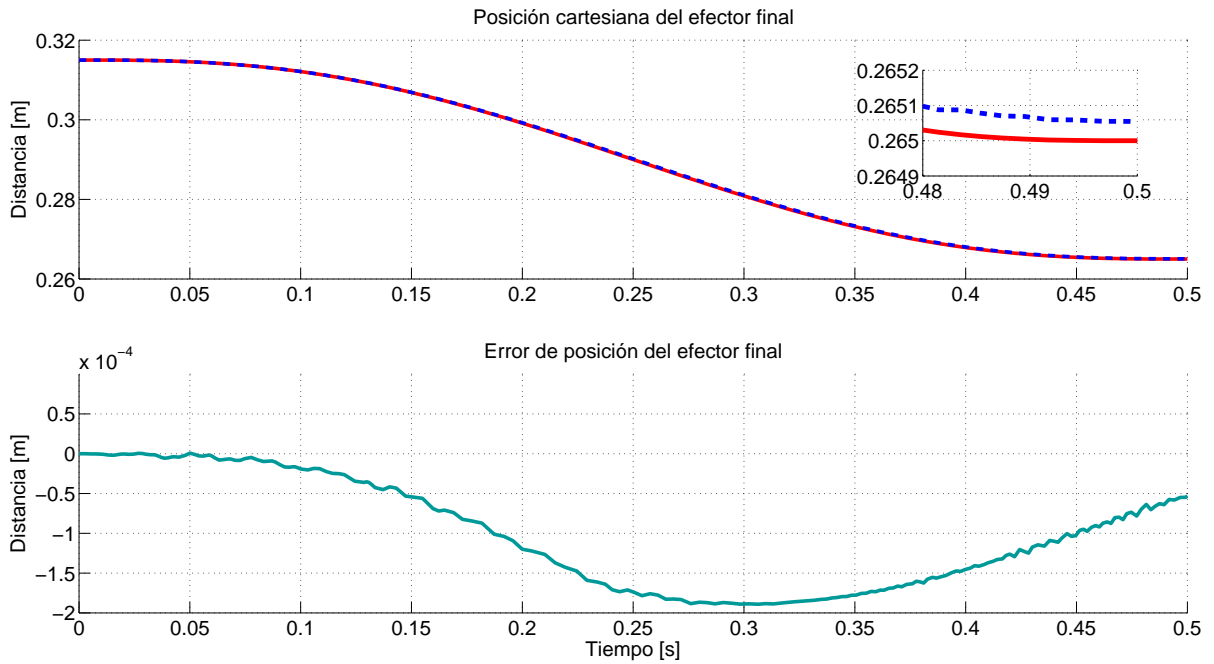


Figura 6-10: Posición z del efector final. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria recta en el eje z y eje x .

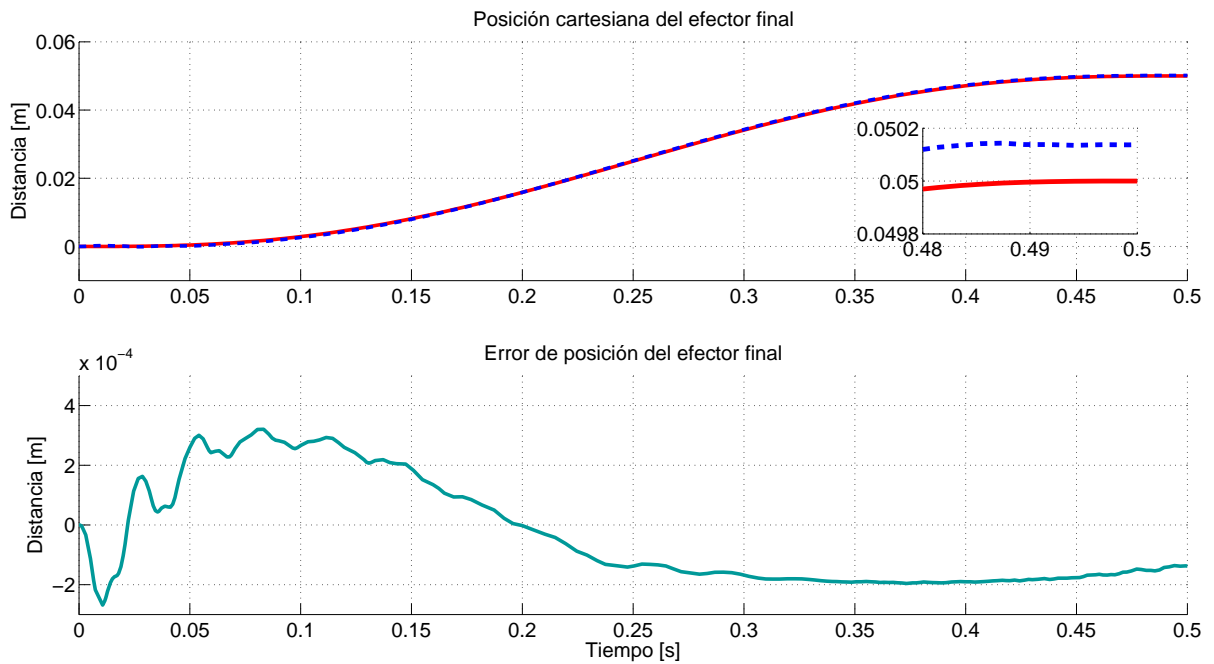


Figura 6-11: Posición x del efector final. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria recta en el eje z y eje x .

La curva a seguir para la cadena cinemática de dos grados de libertad se muestra en las Figuras: 6-12, 6-13, el efector final sigue las trayectorias rectas definidas en el plano yz .

En el seguimiento de trayectorias para esta cadena cinemática se toma en cuenta ambas soluciones de la cinemática inversa 4-12, *codo arriba* y *codo abajo*, ya que para alcanzar posiciones positivas a lo largo del eje y se utiliza la solución de *codo abajo* y para posiciones negativas a lo largo del eje y se utiliza la solución de *codo arriba*.

La trayectoria lineal definida entre los puntos $(0.315[m], 0.295[m])$ sobre el eje z y $(0.0[m], 0.1[m])$ sobre el eje y . Los perfiles deseados y los perfiles obtenidos mediante la simulación para la posición se muestran en las Figuras 6-14, 6-15, mientras que para la trayectoria lineal entre los puntos $(0.315[m], 0.295[m])$ sobre el eje z y $(0.0[m], -0.1[m])$ sobre el eje y los perfiles deseados y los perfiles obtenidos mediante la simulación para la posición se muestran en las Figuras 6-18, 6-19.

La posición del efector final durante el seguimiento de la trayectoria recta a lo largo del eje z y el error de seguimiento se aprecia en la Figura 6-16 y el seguimiento de la trayectoria recta a lo largo del eje y para posiciones positivas y el error de seguimiento se aprecia en la Figura 6-17. De forma similar la posición del efector final en el seguimiento de la trayectoria recta a lo largo del eje z y el error de seguimiento se aprecia en la Figura 6-20 y el seguimiento de la trayectoria recta a lo largo del eje y para posiciones negativas y el error de seguimiento se aprecia en la Figura 6-21.

Los parámetros de simulación utilizados para el seguimiento de trayectorias en dos planos:

Tiempo de simulación: 0.5 [s]

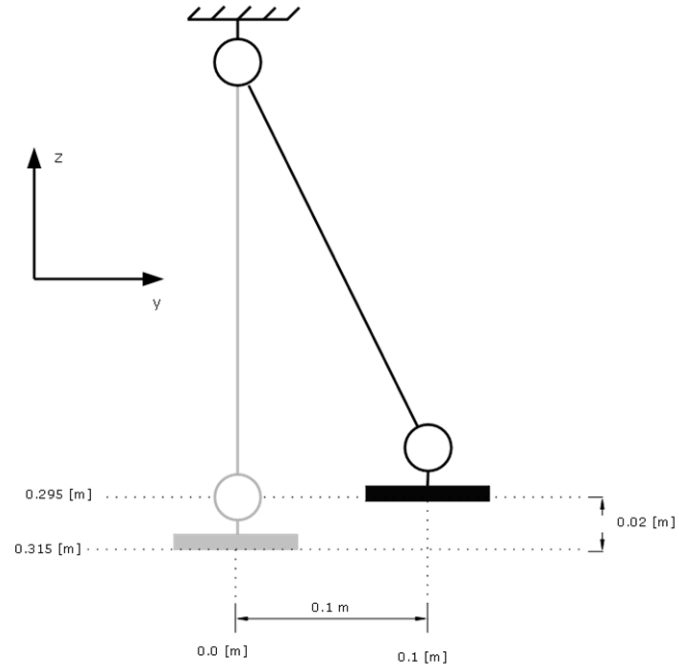


Figura 6-12: Trayectoria recta en el eje z y eje y .

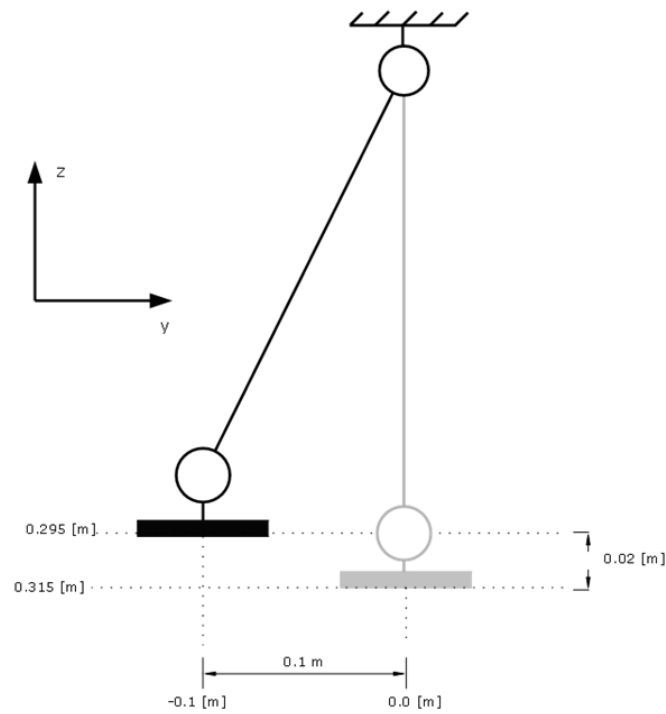


Figura 6-13: Trayectoria recta en el eje z y eje y .

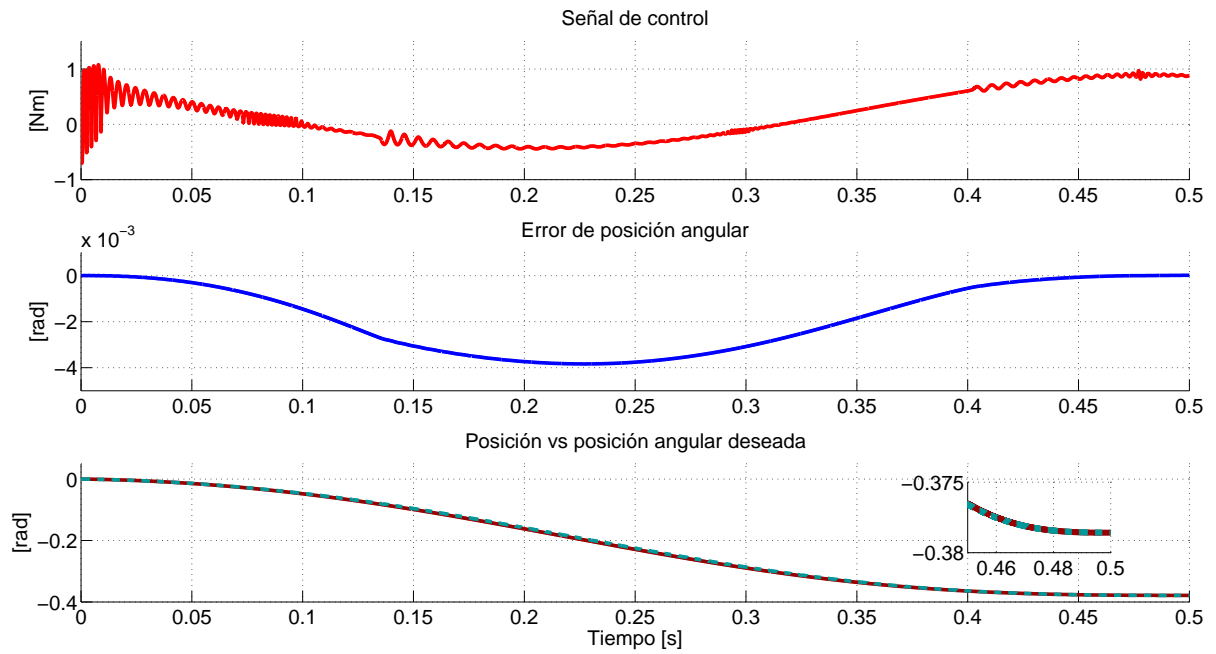


Figura 6-14: Primer articulación. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectoria recta en el eje z y eje y .

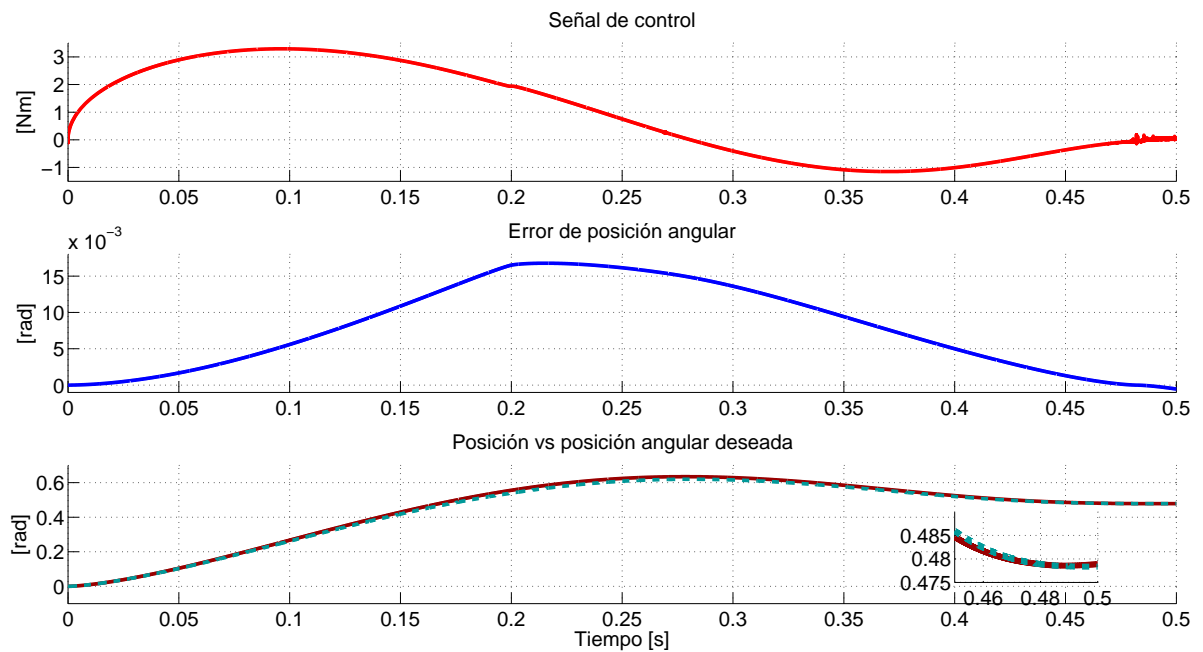


Figura 6-15: Segunda articulación. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectoria recta en el eje z y eje y .

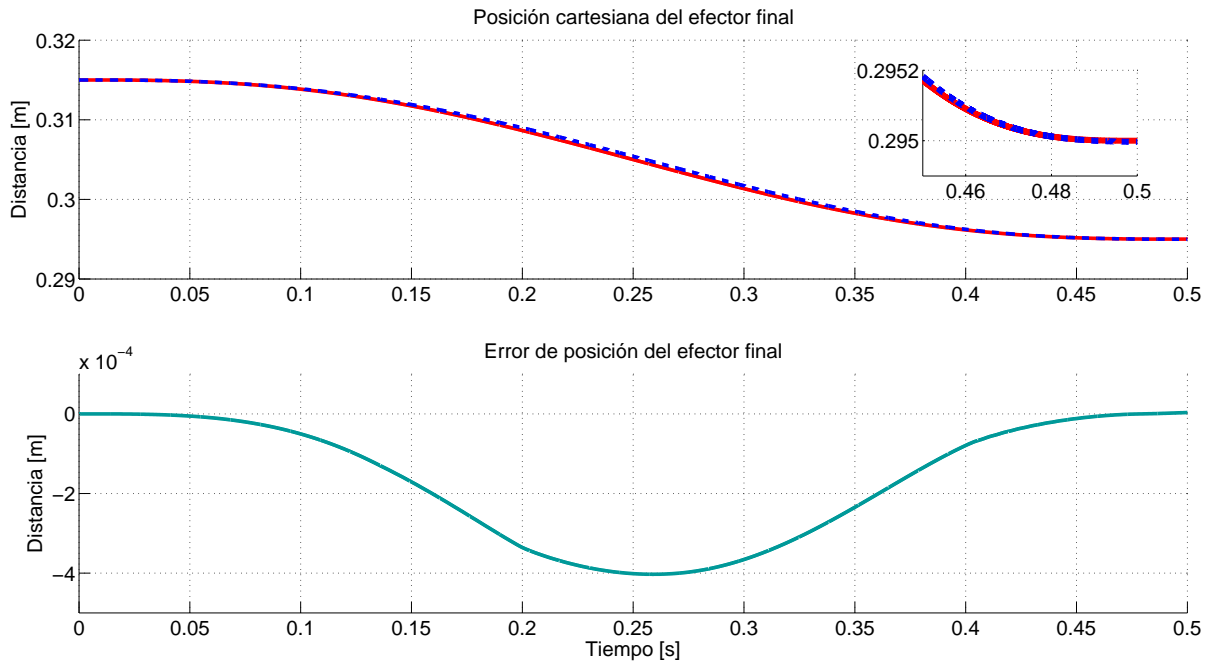


Figura 6-16: Posición z del efector final. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectoria recta en el eje z y eje y .

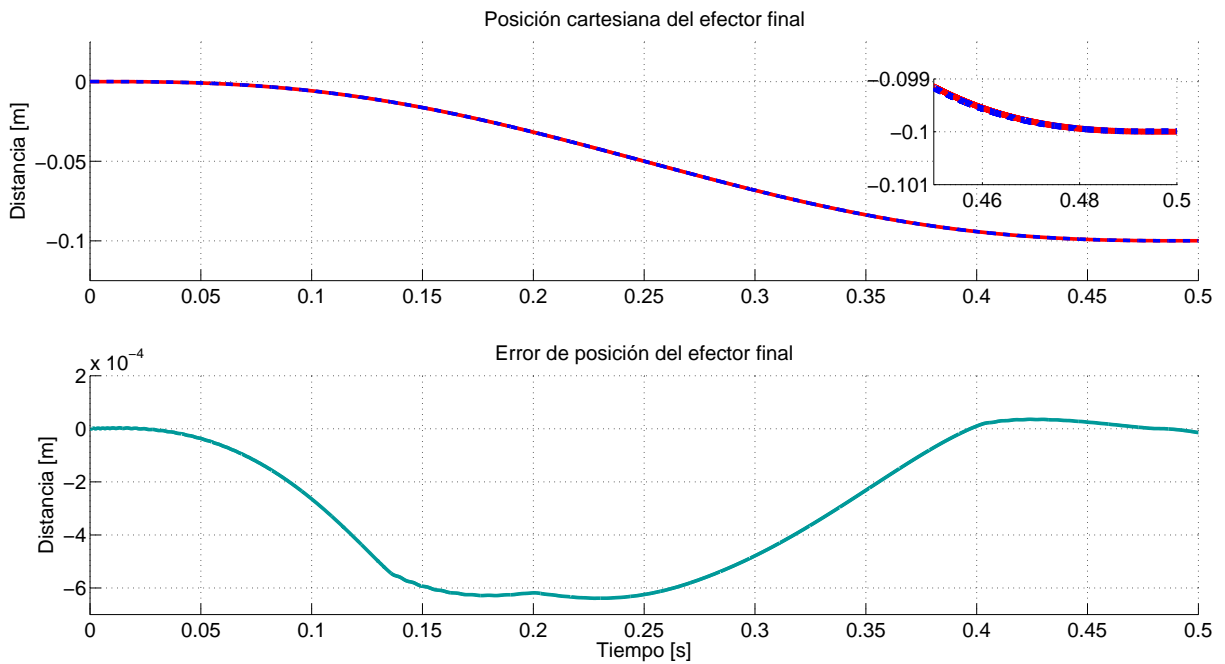


Figura 6-17: Posición y del efector final. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectoria recta en el eje z y eje y .

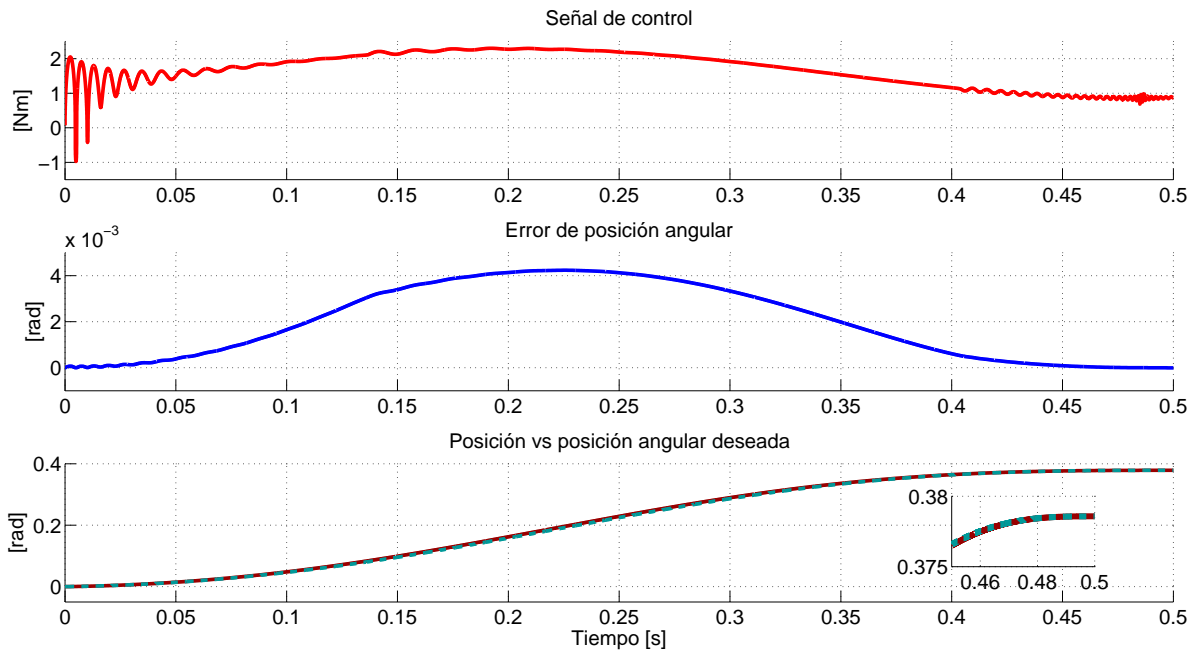


Figura 6-18: Primer articulación. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectoria recta en el eje z y eje y .

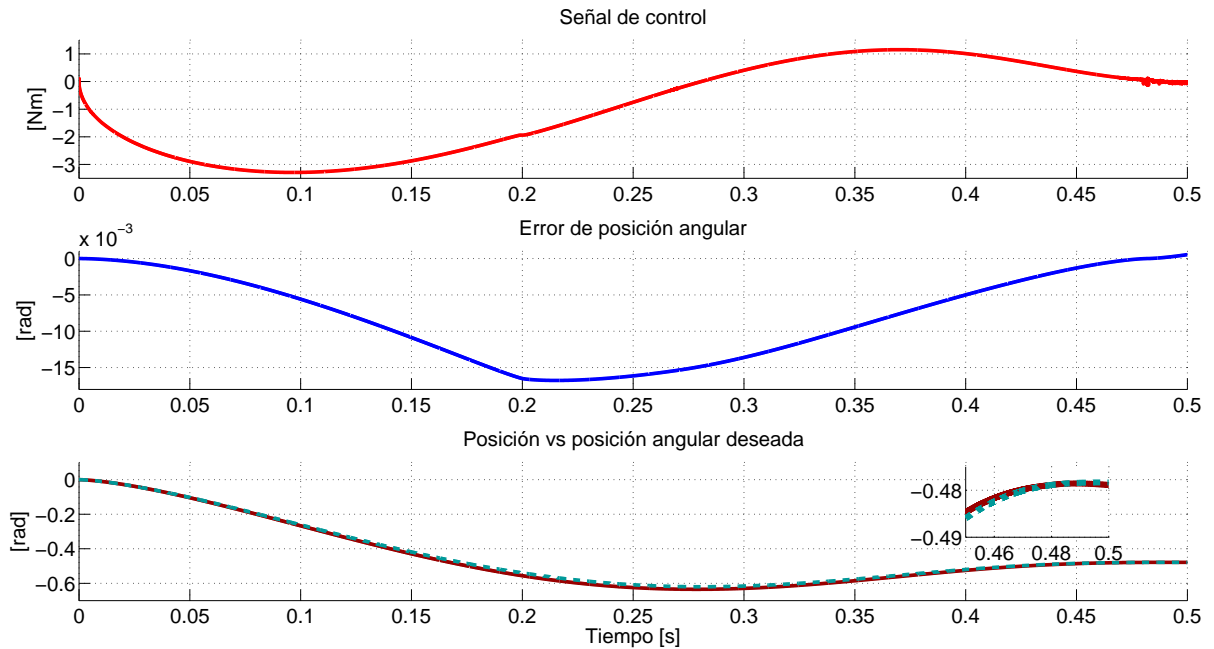


Figura 6-19: Segunda articulación. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectoria recta en el eje z y eje y .

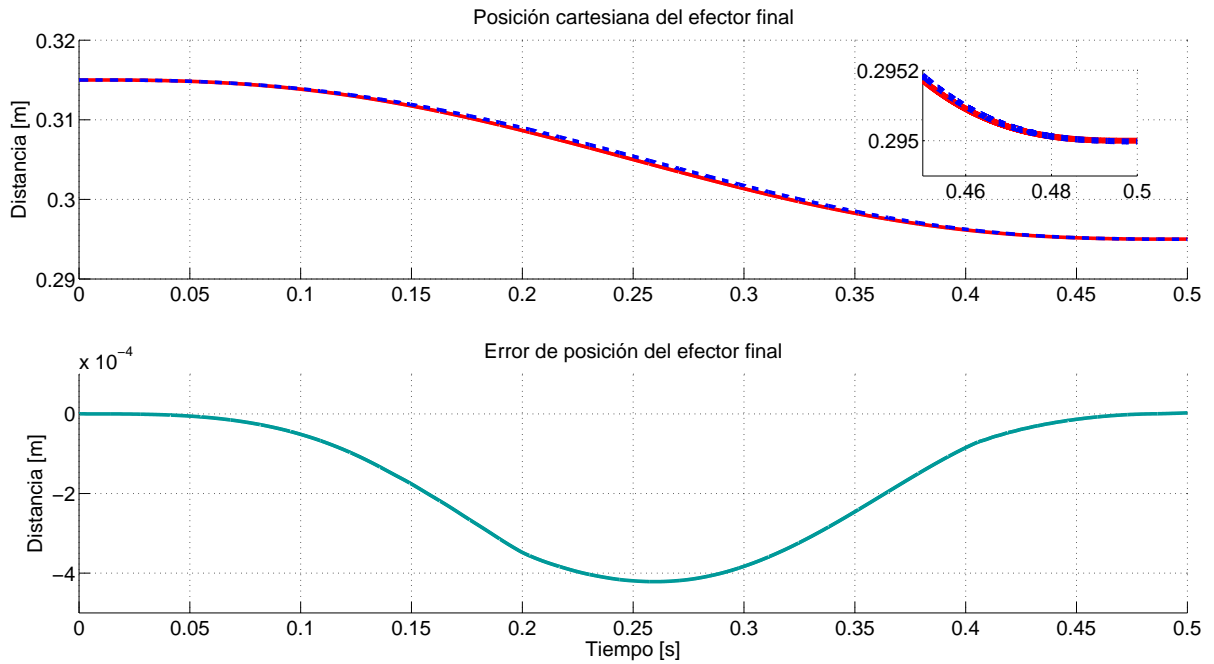


Figura 6-20: Posición z del efector final. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectoria recta en el eje z y eje y .

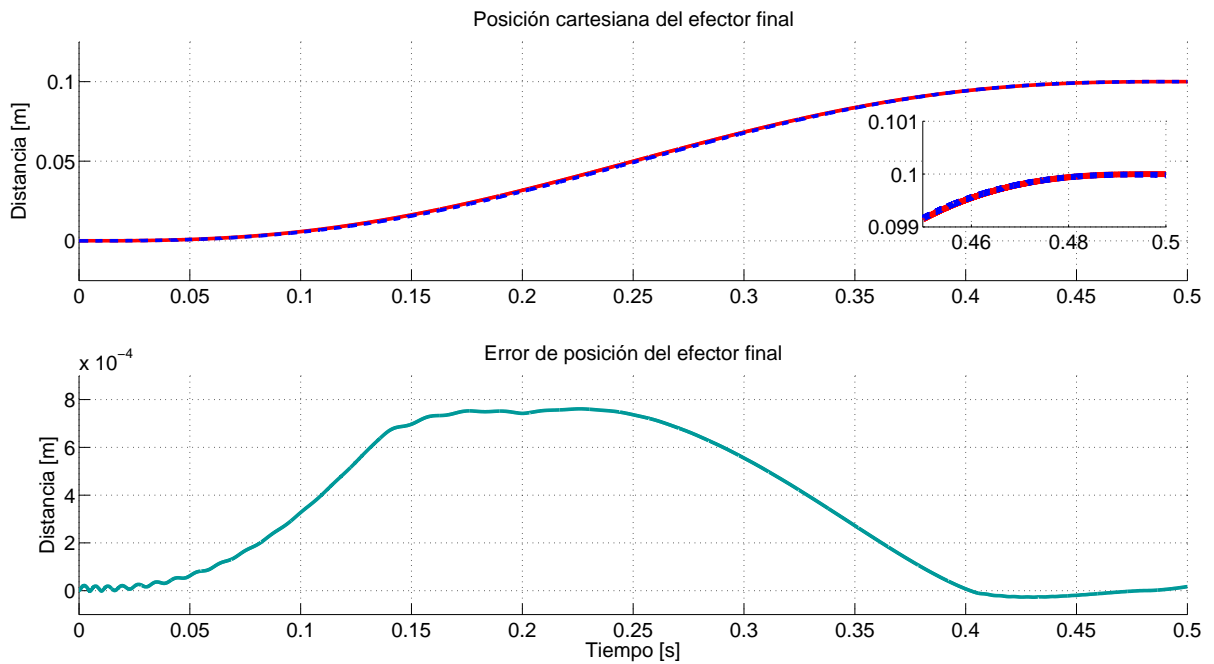


Figura 6-21: Posición y del efector final. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectoria recta en el eje z y eje y .

6.1.3. Seguimiento de trayectorias en el espacio

Existen 5 aspectos fundamentales en la planificación del movimiento: orientación, inclinación, elevación, ladeo y balanceo. Como resultado del estudio de estos aspectos, se obtiene una trayectoria para el centro de masas y otra para la configuración del movimiento de los pies. El seguimiento de las trayectorias para el caminado es el problema clave. Una técnica clásica para la caminata de un robot se logra mediante el seguimiento de trayectorias sinusoidales [43],[44] para cada pie del robot como para su centro de masa. Por lo tanto la generación de trayectorias se simplifica considerablemente. El seguimiento de trayectorias para cada pie es el punto importante que da paso al seguimiento de trayectorias del centro de masa, por lo tanto este trabajo de tesis se centra en el seguimiento de trayectorias de los pies del robot. Para el seguimiento de esas trayectorias se opta por el control por modos deslizantes de alto orden, en este caso el Super-Twisting de tercer orden [40]. La implementación del seguimiento de trayectorias mediante el algoritmo de control Super-Twisting de tercer orden [40] se lleva a cabo en un robot humanoide, cuya altura es de 0.70[m] y está formado por 20 grados de libertad, 6 por pierna, 3 por brazo y 2 en el cuello. Se considera al robot humanoide como un robot bípedo, es decir, el torso y los brazos se aprecian como una masa en común ubicada en la parte superior de las dos piernas de 6 grados de libertad cada una.

El seguimiento combinado de trayectorias sinusoidales del efector final de cada pierna del robot bípedo en dirección de los ejes x , y y z dan paso a los movimientos que emulan la caminata del robot; este seguimiento de trayectorias de diferentes amplitudes, frecuencias y fases genera como resultado movimientos rápidos y precisos que cumplen con parte importante del proceso de desplazamiento del robot. La Figura 6-22 muestra las trayectorias a seguir para ambos pies del robot respecto al tiempo.

Se definen las trayectorias sinusoidales como:

$$f(t) = A \sin(\omega t + \varphi) + \delta \quad (6-1)$$

con $A = 0.05[m]$, $\omega = 0.01$, $\varphi = 0$ y $\delta = 0.0[m]$ para el movimiento en x .

$$f(t) = A \sin(\omega t + \varphi) + \delta \quad (6-2)$$

con $A = 0.1[m]$, $\omega = 0.02$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$ y $\delta = 0.0[m]$ para el movimiento en y .

$$f(t) = A \sin(\omega t + \varphi) + \delta \quad (6-3)$$

con $A = 0.025[m]$, $\omega = 0.01$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$ y $\delta = 0.29[m]$ para el movimiento en z .

El seguimiento de trayectorias senoidales para cada una de las piernas se describen mediante 4 puntos importantes que se muestran en las Figuras 6-23, 6-24 y 6-25 estos cuatro puntos describen el inicio y fin del seguimiento de las trayectorias.

El pie de la pierna izquierda inicia en el punto P_1 Figura 6-23, el cual está en el punto $[x = 0.0[m], z = 0.315[m]]$, y la cadena cinemática de tres grados de libertad se encuentra totalmente erguida (posiciones angulares $q_i = 0[rad]$) en la posición cartesiana $[x = 0.0[m], z = 0.315[m]]$, la cadena cinemática de dos grados de libertad se encuentra en la posición cartesiana $[y = -0.1[m], z = 0.02[m]]$.

El pie de la pierna derecha inicia en el punto P_1 Figura 6-24, el cual está a una distancia sobre el eje z del pie derecho y la cadena cinemática de tres grados de libertad se encuentra en posiciones angulares $q_i \neq 0[rad]$ en la posición cartesiana $[x = 0.0[m], z = 0.265[m]]$, la cadena cinemática de dos grados de libertad se encuentra en la posición cartesiana $[y = -0.1[m], z = 0.02[m]]$.

En las Figuras 6-26 y 6-27 se visualizan de mejor forma los 4 puntos antes descritos, los cuatro movimientos del robot en el plano sagital xz y en el plano frontal yz .

De las posiciones iniciales descritas, da inicio el seguimiento de trayectorias para cada pie de ambas piernas. En el punto P_1 la cadena cinemática de tres grados de libertad izquierda está totalmente erguida, el efector final de la cadena cinemática de dos grados de libertad se encuentran en el punto el pie de la pierna derecha se encuentra a una distancia del pie izquierdo sobre el eje z , en el punto P_2 el pie izquierdo se dirige hacia atrás sobre el eje x y el pie derecho se dirige hacia adelante sobre el eje x , en el punto P_3 la pierna derecha está totalmente erguida, el pie de la pierna izquierda se encuentra a una distancia del pie derecho sobre el eje z y en el punto P_4 el pie derecho se dirige hacia atrás sobre el eje x y el pie izquierdo se dirige hacia adelante sobre el eje x , el último punto es la postura inicial del punto P_1 .

Los parámetros de simulación utilizados para el seguimiento de trayectorias en el espacio:

Tiempo de simulación: 10 [s]

Se muestra la señal de control, posición angular y posición angular deseada de la articulación, y el error de posición angular del motor durante el seguimiento de la trayectoria. Sólo se utiliza información de la posición y la velocidad de para articulación, no es necesario el uso de una superficie deslizante.

La utilización del algoritmo de control Super-Twisting de tercer orden y el diferenciador de tercer orden tiene efectos notables en el seguimiento de las trayectorias.

Se observa un buen seguimiento de la trayectoria libre de chattering, el error de seguimiento llega a una vecindad de cero en el intervalo de tiempo deseado para la trayectoria.

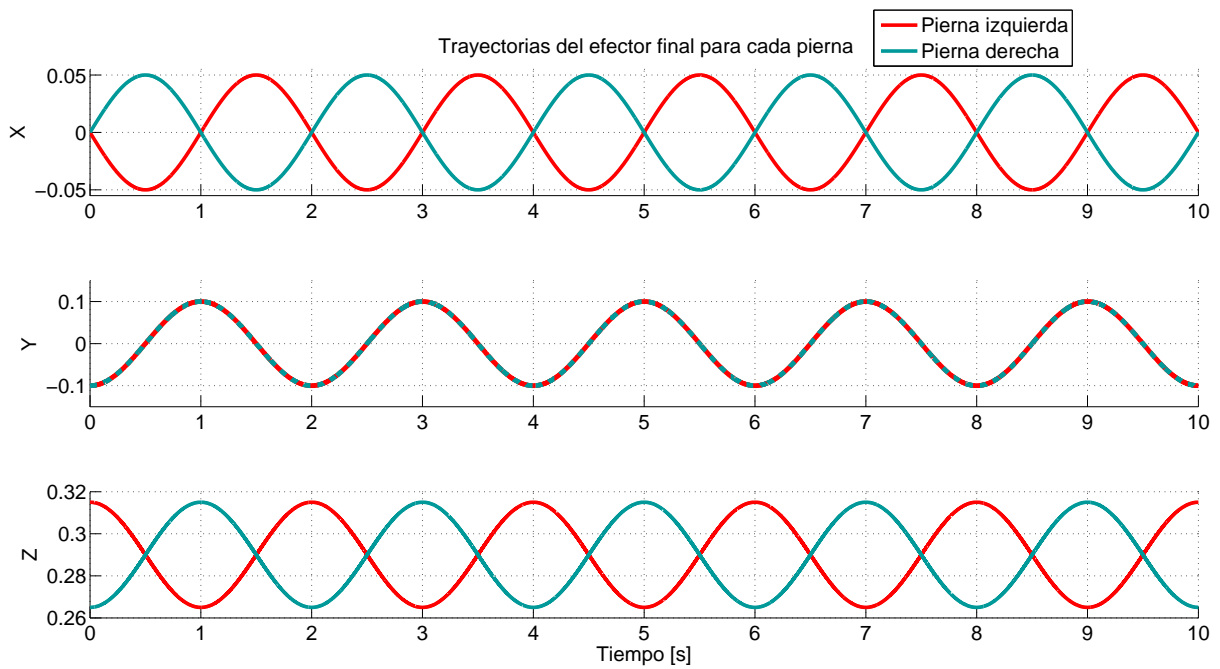


Figura 6-22: Seguimiento de trayectorias en el espacio que emulan los movimientos de la caminata para el robot bípodo

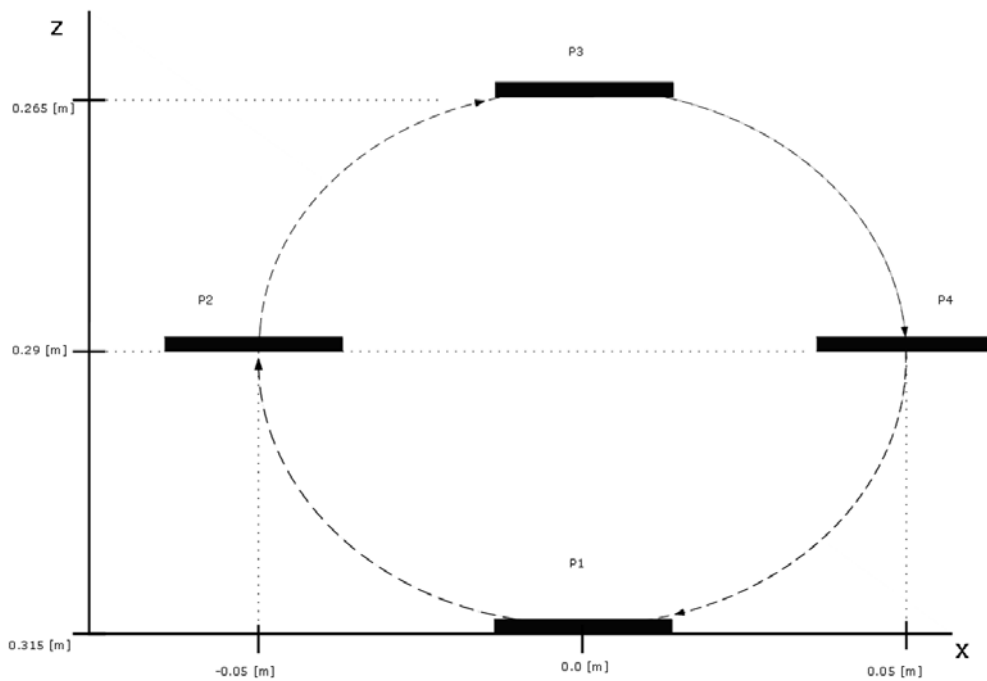


Figura 6-23: Principales puntos del seguimiento de trayectorias senoidales para la pierna izquierda del robot bípodo. Cadena cinemática de 3 GDL.

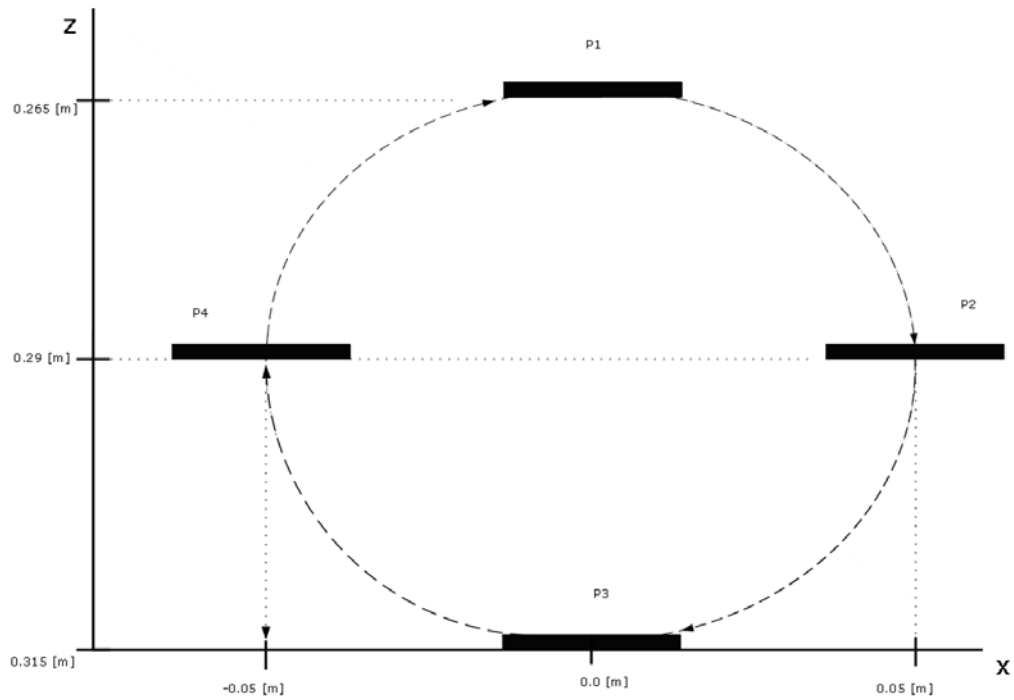


Figura 6-24: Principales puntos del seguimiento de trayectorias senoidales para la pierna derecha del robot bípodo. Cadena cinemática de 3 GDL.

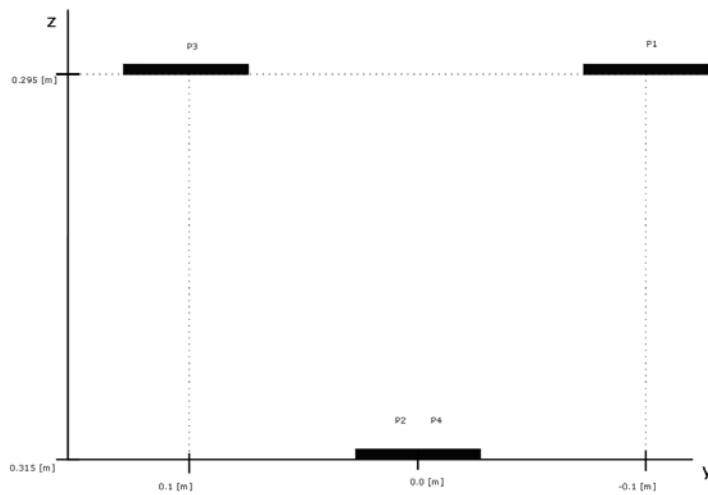
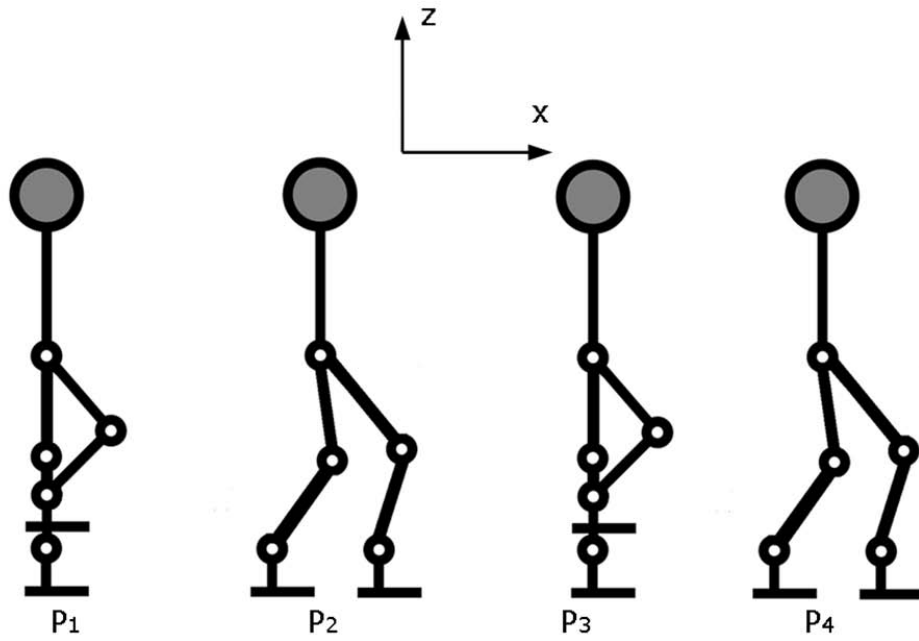
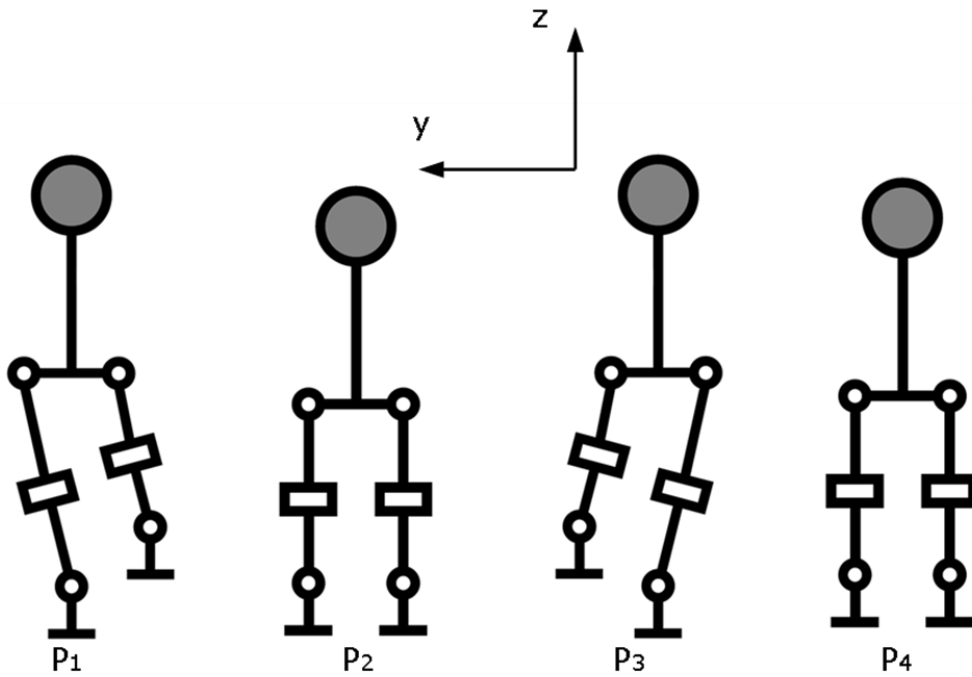


Figura 6-25: Principales puntos del seguimiento de trayectorias senoidales para la pierna izquierda y derecha del robot bípodo. Cadena cinemática de 2 GDL.

Figura 6-26: Principales puntos del seguimiento de trayectorias del robot bípodo. Plano xz Figura 6-27: Principales puntos del seguimiento de trayectorias del robot bípodo. Plano yz

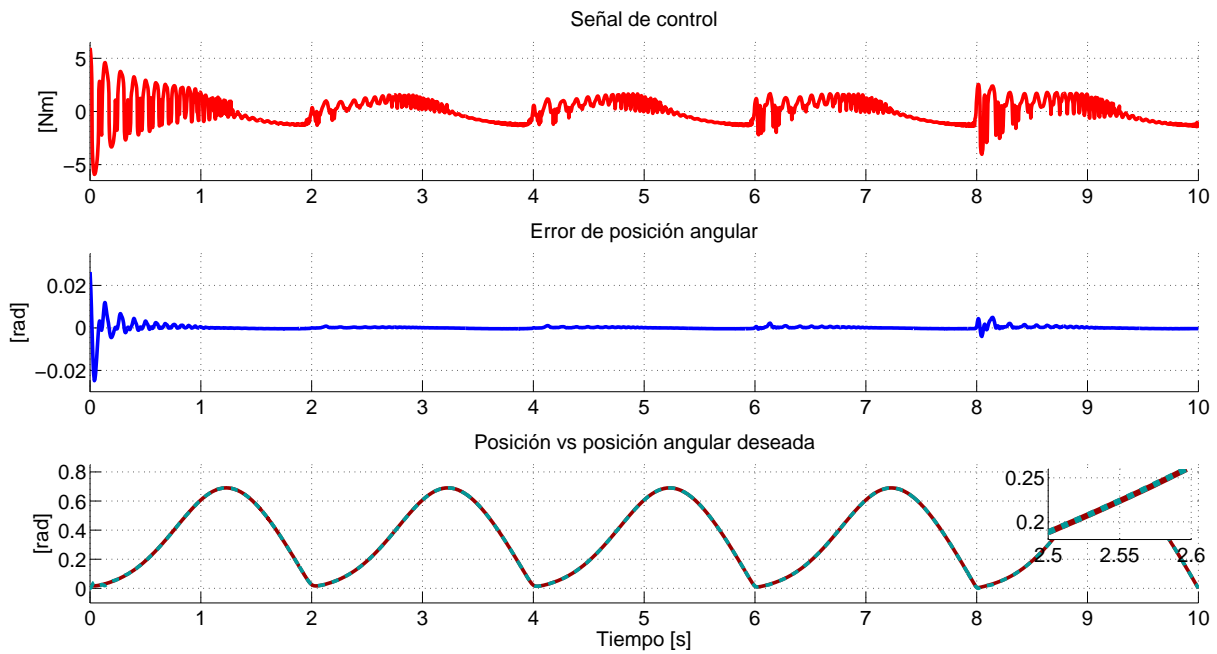


Figura 6-28: Seguimiento de trayectoria senoidal. Primer articulación. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectorias en el eje z y eje x .

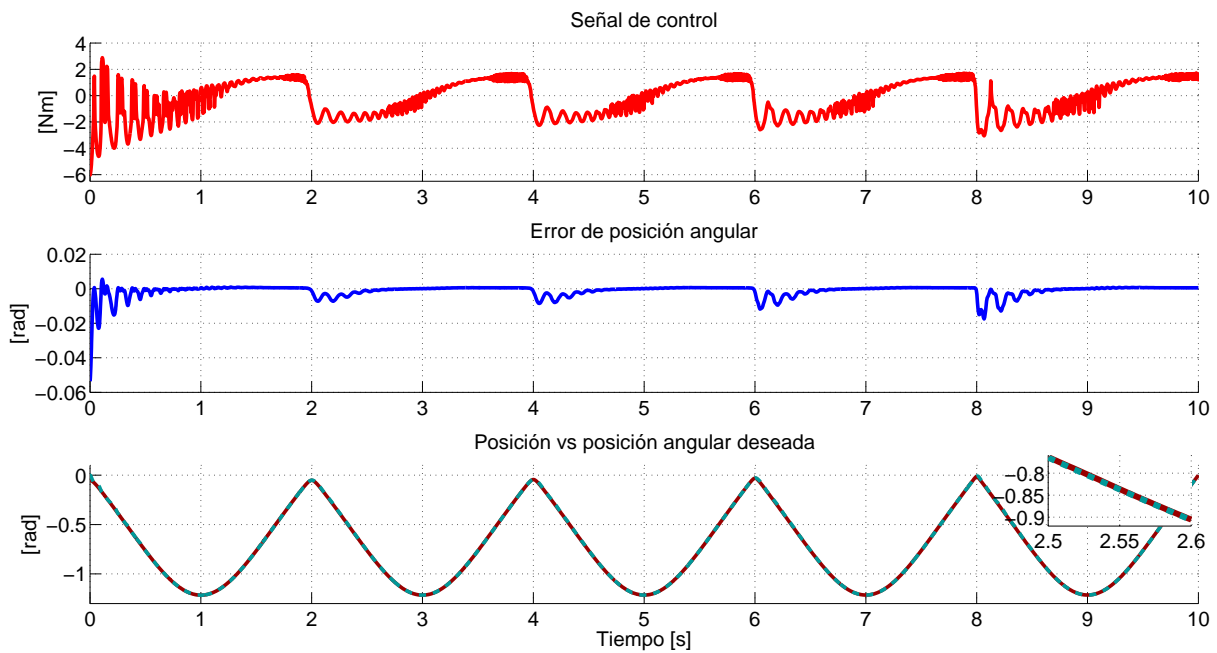


Figura 6-29: Seguimiento de trayectoria senoidal. Segunda articulación. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectorias en el eje z y eje x .

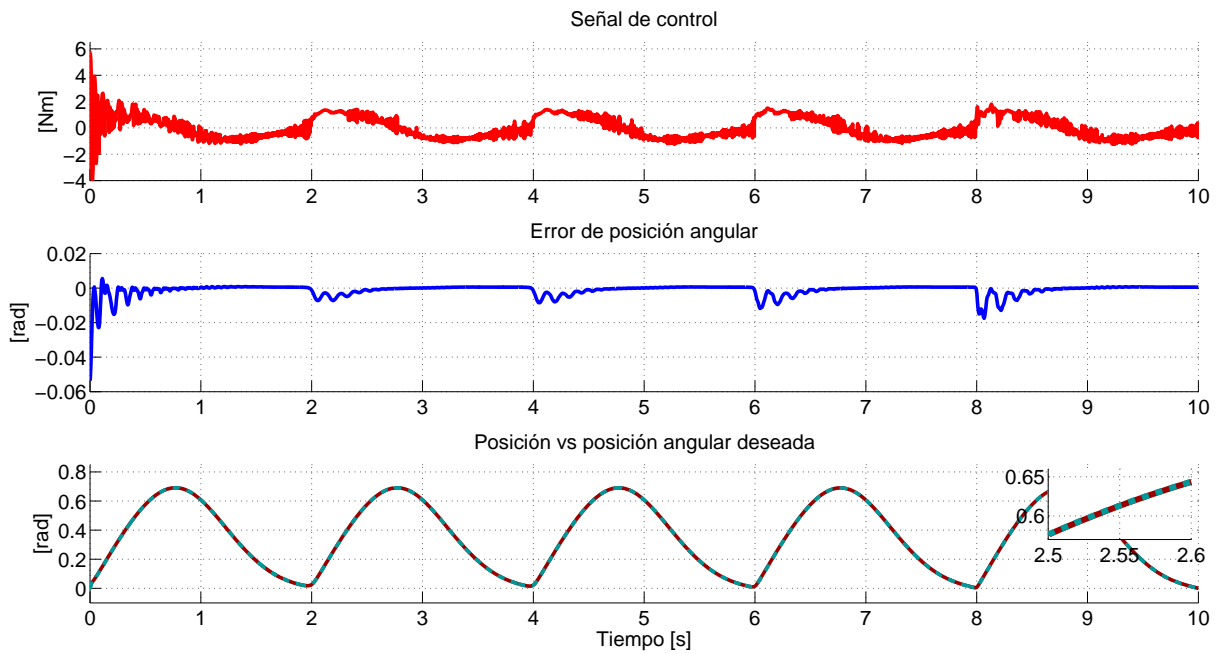


Figura 6-30: Seguimiento de trayectoria senoidal. Tercer articulación. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectorias en el eje z y eje x .

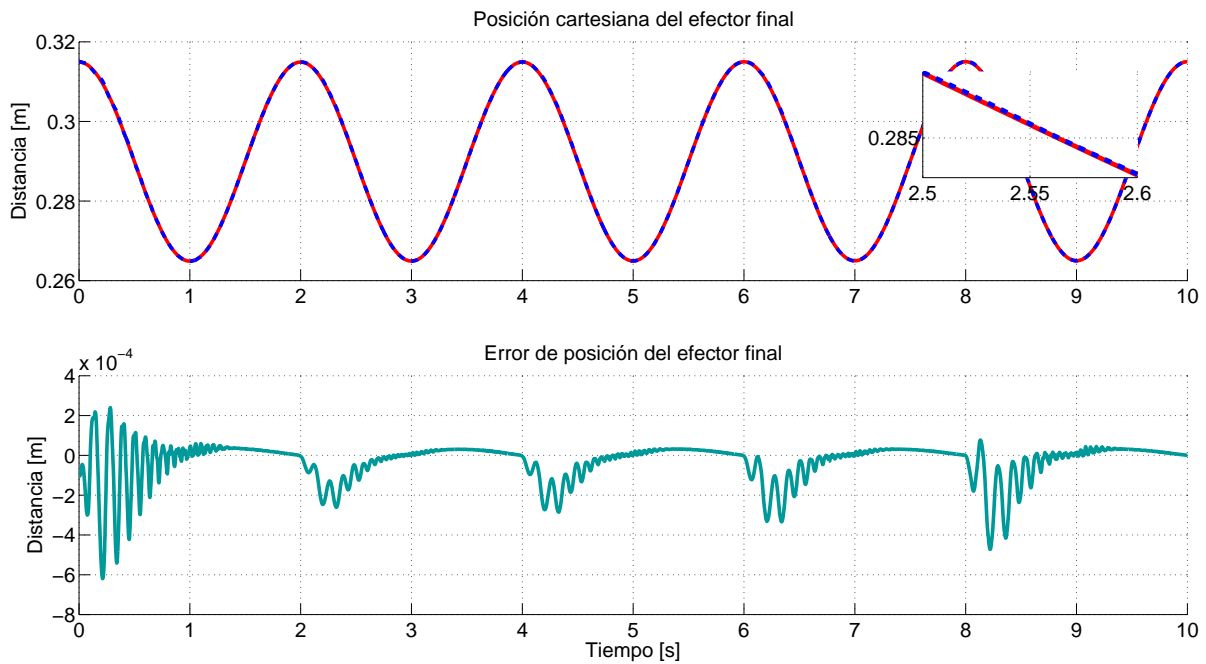


Figura 6-31: Seguimiento de trayectoria senoidal. Posición del efector final en el eje z . Cadena cinemática 3 GDL.

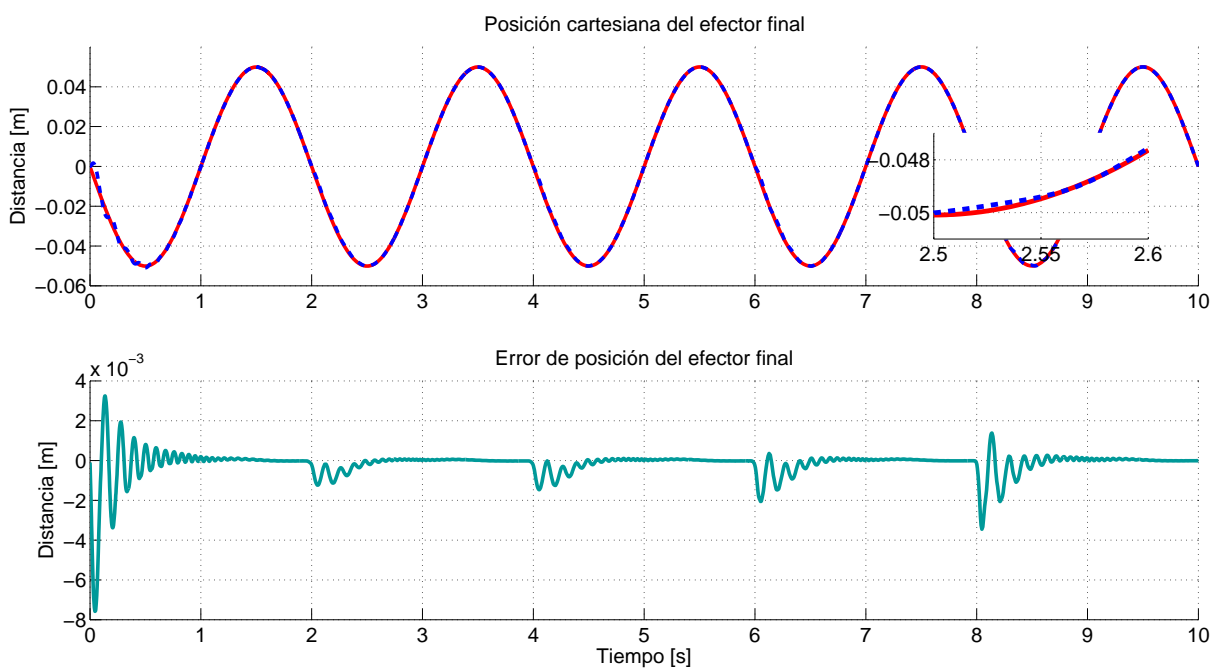


Figura 6-32: Seguimiento de trayectoria senoidal. Posición del efector final en el eje x . Cadena cinemática 3 GDL.

6.2. Ganancias del controlador

El algoritmo de control por modos deslizantes Super-twisting de tercer orden (5-1) tiene la estructura:

$$\begin{aligned} u &= -k_1|\phi|^{\frac{1}{2}}\text{sign}(\phi) + L \\ \dot{L} &= -k_3\text{sign}(\phi) \end{aligned} \quad (6-4)$$

donde $\phi = x_2 + k_2|x_1|^{\frac{2}{3}}\text{sign}(x_1)$ y k_1 , k_2 y k_3 son ganancias positivas.

reescribiéndolo como

$$\dot{x}_1 = x_2\dot{x}_2 = -k_1|\phi|^{\frac{1}{2}}\text{sign}(\phi) + x_3\dot{x}_3 = -k_3\text{sign}(\phi) + \rho \quad (6-5)$$

donde $\rho = \left(\frac{d}{dt}f(t, x_1(t), x_2(t)) + \varrho(t)\right)$ con $\frac{d}{dt}f(t, x_1(t), x_2(t))$ es la dinámica del sistema y $\varrho(t)$ indica las perturbaciones del sistema, $|\rho| \leq \Delta$ el controlador garantiza la estabilidad del sistema en tiempo finito. Δ es la cota máxima de la perturbación.

El controlador diseñado para sistemas inciertos de grado relativo dos adiciona un término $\text{sign}(\phi)$ como término integral el cual es capaz de reconstruir la perturbación y eliminarla.

La estabilidad en tiempo finito implica

$$f(x_1, x_2) = -L = \int_T^t k_3\text{sign}(x_2 + k_2|x_1|^{\frac{2}{3}}\text{sign}(x_1))d\tau \quad (6-6)$$

donde T es el tiempo de convergencia $x_1 = x_2 = x_3 = 0$

Es necesario que la perturbación sea *Lipschitz* continua.

Considerando la función candidata de Lyapunov [40] para el análisis de la estabilidad

$$\begin{aligned} V(x) &= p_1|x_1|^{\frac{3}{4}} - p_{12}[x_1]^{\frac{2}{3}}(x_2 + k_2[x_1]^{\frac{2}{3}}) + p_2|x_2 + k_2[x_1]^{\frac{2}{3}}|^2 \\ &\quad + p_{13}[x_1]^{\frac{2}{3}}[x_3]^2 - p_{23}(x_2 + k_2[x_1]^{\frac{2}{3}})[x_3]^2 + p_3|x_3|^4 \end{aligned} \quad (6-7)$$

su expresión en forma cuadrática se expresa como

$$V(x) = \Xi^T P \Xi, \text{ donde } P = \begin{bmatrix} p_1 & -\frac{1}{2}p_{12} & \frac{1}{2}p_{13} \\ -\frac{1}{2}p_{12} & p_2 & -\frac{1}{2}p_{23} \\ \frac{1}{2}p_{13} & -\frac{1}{2}p_{23} & p_3 \end{bmatrix} \quad (6-8)$$

las condiciones para que 6-8 sea una función de Lyapunov para el sistema son las siguientes:

$$\begin{aligned}
p_1 > 0, \quad p_1 p_2 > \frac{1}{4} p_{12}^2, \\
p_1(p_2 p_3 - \frac{1}{4} p_{23}^2) + \frac{p_{12}}{2} \left(-\frac{p_{12} p_3}{2} + \frac{p_{13} p_{23}}{4} \right) + \frac{p_{13}}{2} \left(\frac{p_{12} p_{23}}{4} - \frac{p_2 p_{13}}{2} \right) > 0
\end{aligned} \tag{6-9}$$

si

$$\begin{aligned}
p_1 + p_2 k_2^2 &> k_2 p_{12} \\
p_{12} &= 2 p_2 k_2 \\
p_{23} k_2 &= p_{13} \\
p_{12} &> 2 p_{13} k_3 \\
2 p_2 &> 2 p_{23} k_3 \\
k_3 &> 0
\end{aligned} \tag{6-10}$$

satisface $\rho = 0$ dada \dot{V} negativa definida para cada valor de la perturbación.

$V(x)$ satisface la desigualdad diferencial

$$\dot{V} \leq -\kappa V^{\frac{3}{4}} \tag{6-11}$$

para alguna κ positiva garantiza la convergencia de las trayectorias del sistema al origen en tiempo finito.

Se proporcionan condiciones suficientes para la existencia de una función de Lyapunov pero no es trivial obtener las ganancias k_1 , k_2 y k_3 junto al conjunto de parámetros p_1 , p_2 , p_3 , p_{12} , p_{13} , p_{23} en el caso nominal, la obtención de estos parámetros se describen en [40].

Es necesario conocer la cota de ρ , para esta implementación es desconocida, se puede considerar la variación de la fricción viscosa como se consideró en [11] pero en este caso la perturbación principal está dada por las dinámicas no modeladas, por lo anterior la obtención de ganancias para la implementación considera el desarrollo anterior y la adaptación para estimar las ganancias.

La primer ganancia que se debe ajustar es k_3 , a partir de ésta se deben sintonizar las ganancias k_2 y k_1 de tal manera que se obtenga una respuesta deseada para el sistema.

6.2.1. Ganancia adaptable

Se propone una ganancia adaptable $k_3 = L(t)$ ya que no se conoce la dinámica del sistema.

Donde la ley de adaptación $L(t)$ está dada por

$$\dot{L}(t) = \begin{cases} l, & \text{if } T_e(t) \neq 0 \text{ or } \|\bar{x}(t)\| \neq 0 \\ 0, & \text{if } T_e(t) = 0 \text{ and } \|\bar{x}(t)\| = 0 \end{cases} \quad (6-12)$$

donde $\bar{x} = (e, \dot{e})$ y $l > 0$ es una constante positiva. La función $T_e(t)$ representa un temporizador con su comportamiento dado por

$$T_e(t) = \begin{cases} t_i + \tau - t & \text{if } t_i \leq t \leq t_i + \tau \\ 0, & \text{if } t > t_i + \tau \end{cases} \quad (6-13)$$

con $\tau > 0$ es una constante. Los tiempos t_i están definidos como los instantes de tiempo cuando $\|x(t)\|$ cambia de un valor cero a otro diferente de cero. La ley de adaptación se basa en dejar que la ganancia adaptable crezca hasta $\|x(t) = 0\|$ al menos en un tiempo fijo τ . Cada instante t_i cuando \bar{x} se desvía de cero dado por el incremento de la perturbación, la ganancia crecerá hasta que regrese a cero nuevamente.

Para implementar el algoritmo, para las condiciones necesarias que requiere (6-12) la condición ideal $x = 0$ se reemplaza por una pequeña vecindad de cero 6-14.

$$\sqrt{x_1^2(t) + x_2^2(t)} < 0.005 \quad (6-14)$$

La relación que existe entre las tres ganancias a partir de la estimación de k_3 se obtiene a partir de hacer una semejanza con el método empleado en [40], a partir de esto se obtiene:

$$\begin{aligned} 1.2L(t)^{\frac{1}{3}} &= k_1 \\ 0.5L(t)^{\frac{1}{2}} &= k_2 \\ 0.1L(t) &= k_3 \end{aligned} \quad (6-15)$$

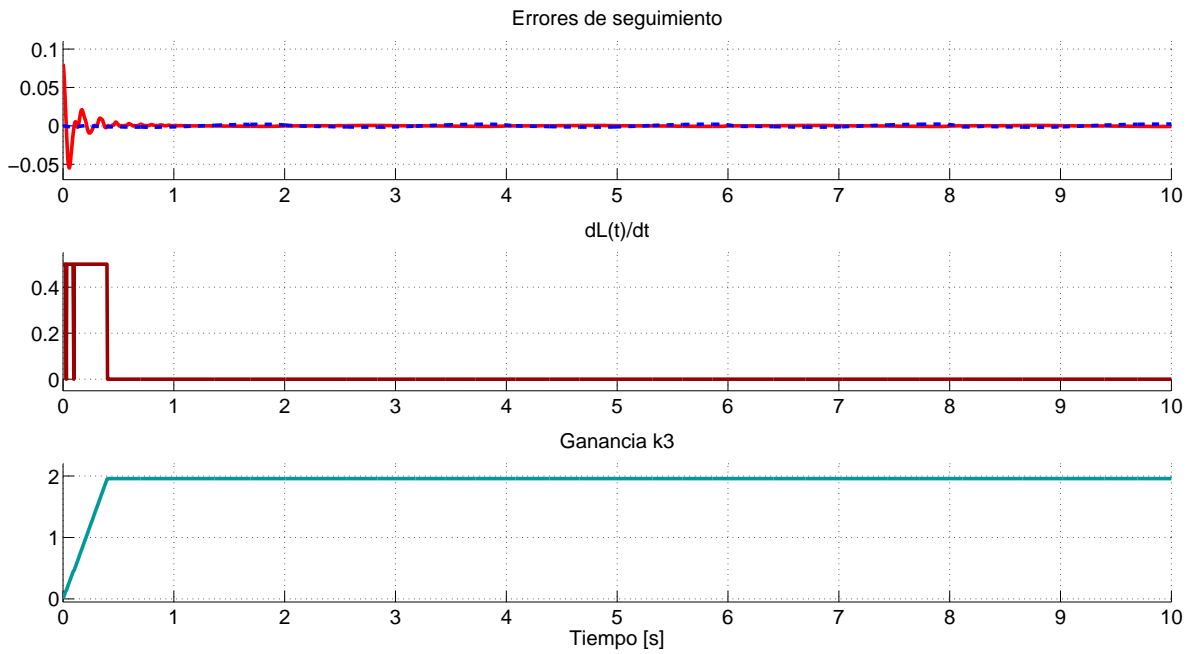


Figura 6-33: Ganancia adaptable para la primera articulación.

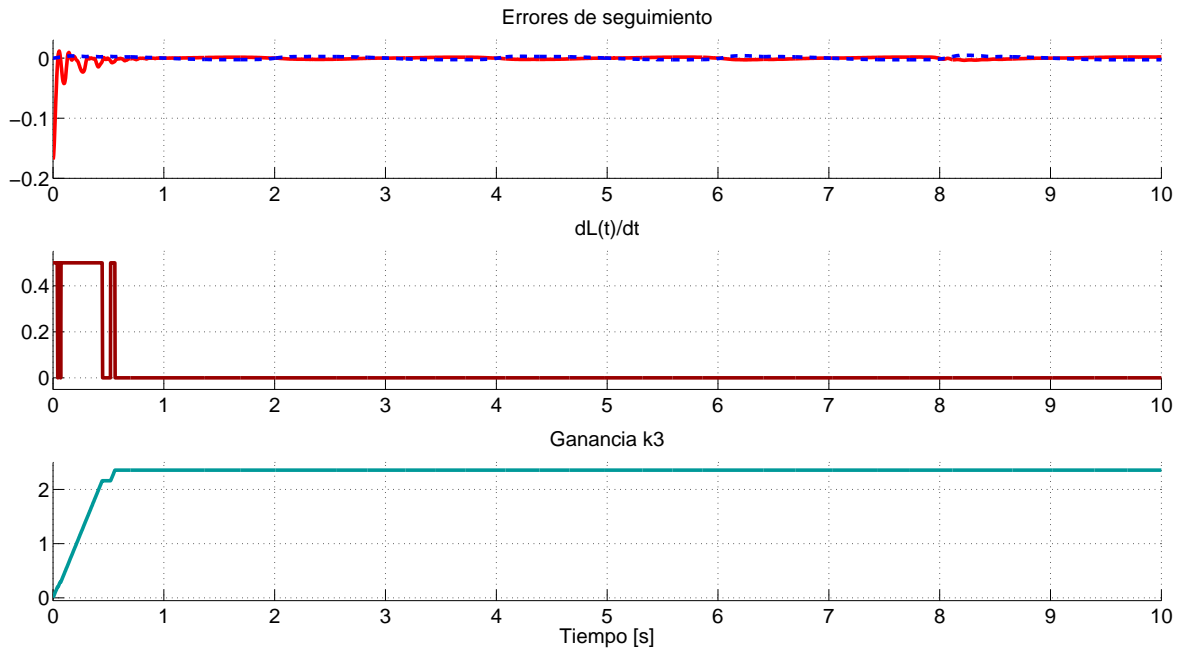


Figura 6-34: Ganancia adaptable para la segunda articulación.

Las Figuras 6-33, 6-34 y 6-35 muestran la adaptación de la ganancia k_3 a partir de los errores de seguimiento de los estados del sistema y de la ley de adaptación.

Las ganancias propuestas que cumplen con el objetivo son

Para la cadena cinamática de 3 GDL:

Primer articulación: $k_1 = 9.3$, $k_2 = 5.1$ y $k_3 = 1.9$

Segunda articulación $k_1 = 8.1$, $k_2 = 4.2$ y $k_3 = 2.3$

Tercer articulación $k_1 = 11.1$, $k_2 = 3.5$ y $k_3 = 1.8$

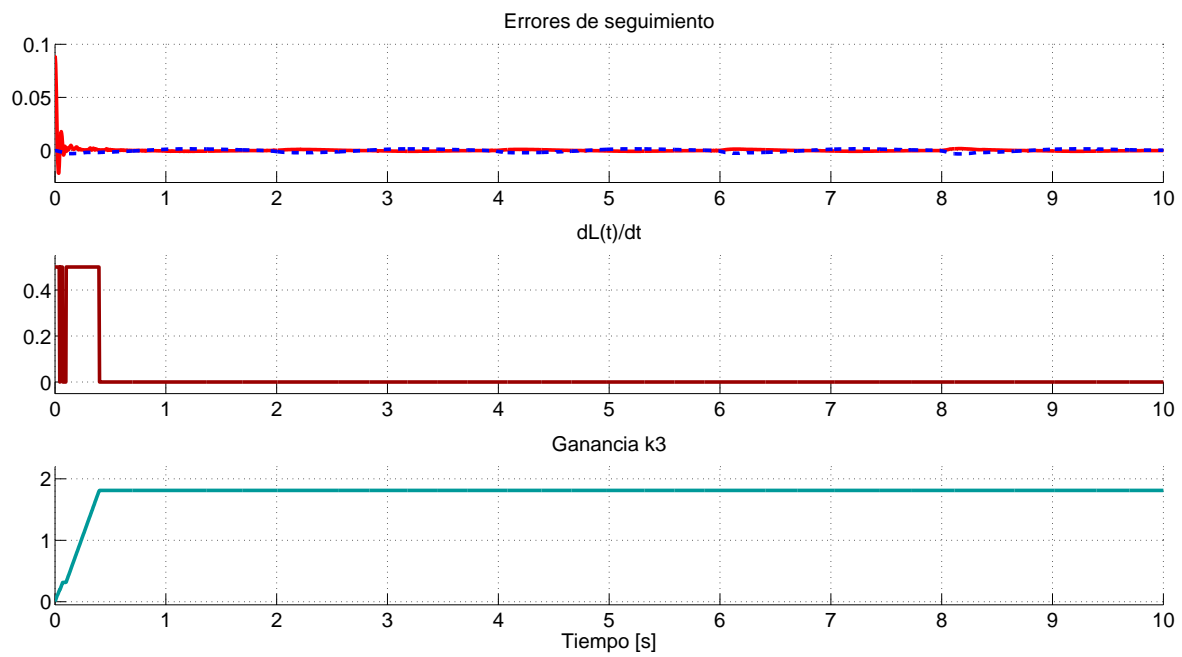


Figura 6-35: Ganancia adaptable para la tercera articulación.

CAPÍTULO

7

EXPERIMENTOS

Este capítulo se enfoca a los resultados obtenidos experimentalmente del seguimiento de trayectorias predefinidas en el robot bípedo, probando distintas trayectorias y especialmente las que emulan la caminata humana.

7.1. Descripción de experimento

En esta sección se presentan los resultados experimentales con el prototipo construido. Distintos factores influyen en el sistema real como el ruido, dinámicas no modeladas y específicamente características de los actuadores como el tiempo de muestreo, el tiempo de respuesta, la resolución que manejan y las instrucciones necesarias mediante codificación para controlar estos servomotores.

Se realizan los mismos experimentos con trayectorias rectas y trayectorias sinusoidales en distintos planos del espacio tal como se indicó en el capítulo ocho de simulaciones.

Los experimentos en la implementación consisten en el seguimiento de trayectorias, en especial las que simulan los movimiento de la caminata. El procedimiento del seguimiento consiste en: a partir las funciones que describen el movimiento del efector final de cada pierna en el espacio de coordenadas x , y , z , evaluar los diferentes puntos mediante el polinomio de quinto orden y el

modelo cinemático inverso para obtener las coordenadas articulares q_i las cuales utiliza el algoritmo de control por modos deslizantes para generar el movimiento de cada actuador. A diferencia de las simulaciones el seguimiento de trayectorias se realiza sin contemplar el modelo dinámico de las dos cadenas cinemáticas que forman cada una de las piernas del robot. El algoritmo de control Super-Twisting de tercer orden solo utiliza la posición de cada articulación que es adquirida mediante los sensores con los que cuenta cada actuador, y la velocidad se obtiene del diferenciador de tercer orden.

7.2. Prototipo de implementación

En la Figura 7-1 se presenta el diagrama de bloques que describe el sistema a implementar.

El proceso de implementación consta de los siguientes pasos:

Codificación del método de comunicación de la tarjeta controladora *CM-700 A-1* con todos los servomotores *Dynamixel A-2* mediante el protocolo *RS-485*

Caracterización de los servomotores.

Envío y recepción de comandos.

Lectura y procesamiento de datos obtenidos a partir de sus sensores embebidos en tiempo real.

Identificación de los servomotores que forman las articulaciones del robot mediante un número específico para distinguirlo uno del otro.

Configuración Máximos y mínimos para el rango de giro, torque, velocidad, temperatura, voltaje, resolución.

Sentido de giro, cero lógico respecto al cero físico de cada articulación.

Transformación de bits a radianes para la posición de cada servomotor.

Codificación Diferenciador de tercer orden.

Método de integración *Simpson 3/8*.

Algoritmo de control *Super-Twisting de tercer orden* para cada servomotor.

Algoritmo para el cálculo de la cinemática inversa.

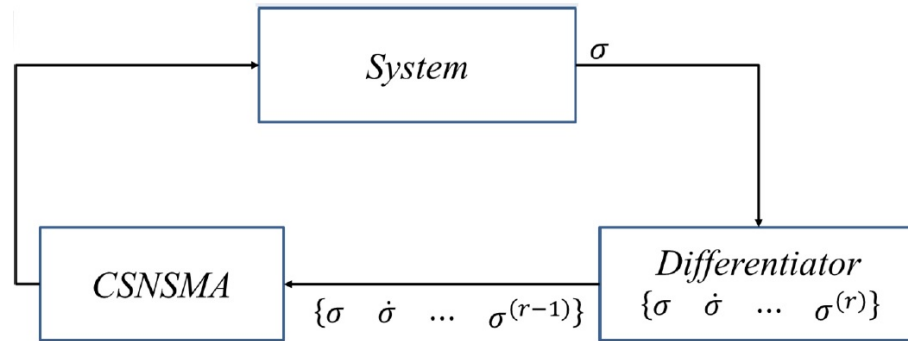


Figura 7-1: Diagrama de implementación [31]

Polinomios de quinto orden.

Seguimiento de trayectorias Asignación del perfil de movimiento articular deseado al efector final mediante la codificación de trayectorias senoidales

Adquisición de datos del microcontrolador.

Representación gráfica de resultados a partir de los datos adquiridos utilizando Matlab.

7.2.1. Seguimiento de trayectorias

En esta sección se muestran los resultados de la implementación del seguimiento de una trayectoria recta para cada cadena cinemática de dos y tres grados de libertad. El resultado deseado es que el efector final de cada cadena cinemática siga la trayectoria propuesta con un error mínimo.

El efector final de cada pierna sigue la trayectoria recta definida en el eje z . Trayectoria lineal entre los puntos $(.315[m])$ y $(.265[m])$. Los perfiles deseados y los perfiles obtenidos de la implementación para la posición de la pierna izquierda se muestran en las Figuras 7-2, 7-3, 7-4, los resultados obtenidos del seguimiento de la trayectoria para la pierna derecha se observan en las Figuras 7-6, 7-7, 7-8. La posición del efector final de la pierna izquierda durante el seguimiento de la trayectoria recta a lo largo del eje z y el error de seguimiento se aprecia en la Figura 7-5. De la misma forma la posición del efector final de la pierna derecha durante el seguimiento de la trayectoria recta a lo largo del eje z y el error de seguimiento se aprecia en la Figura 7-9.

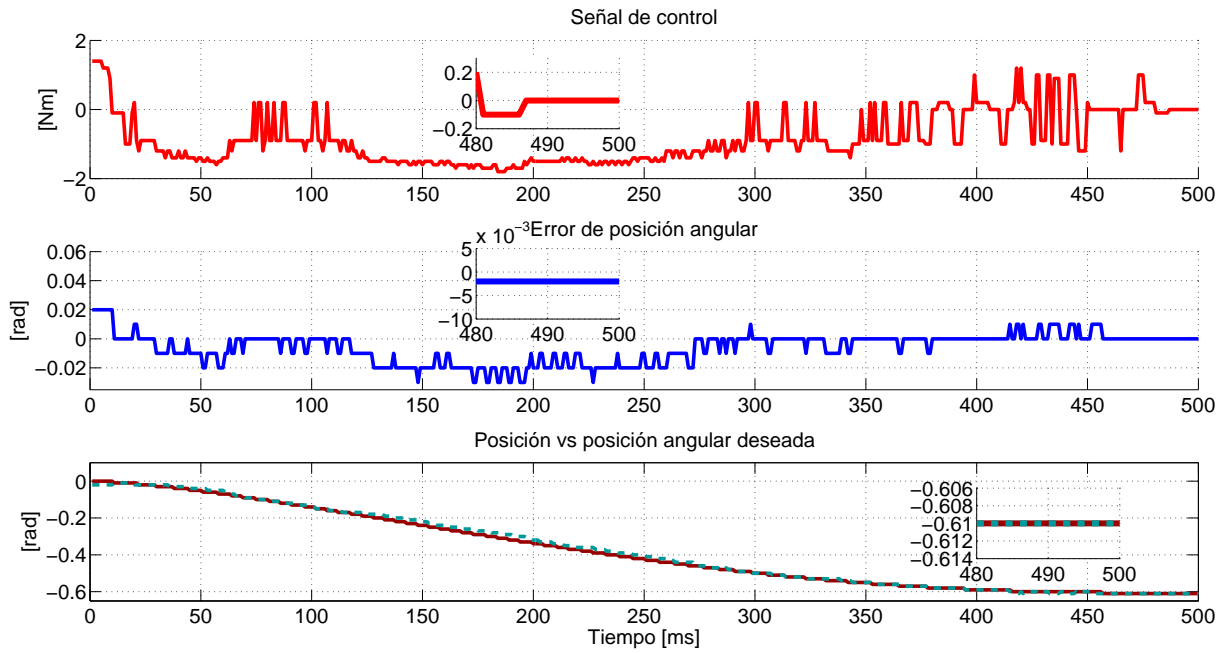


Figura 7-2: Primera articulación izquierda. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria recta en el eje z .

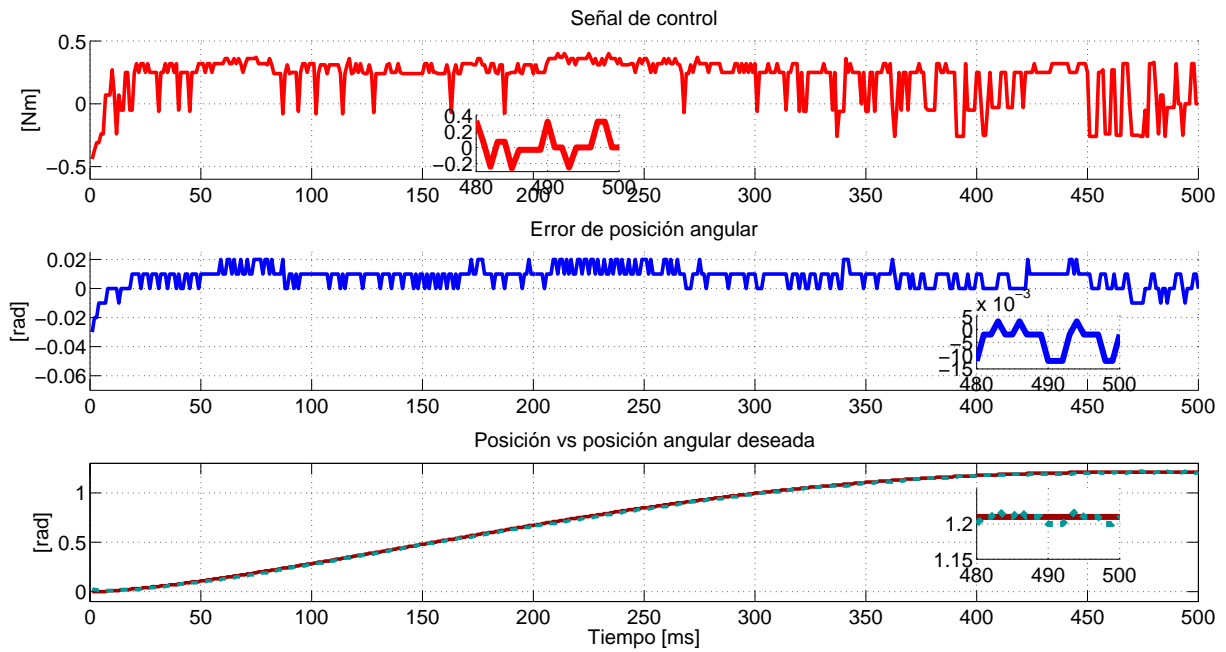


Figura 7-3: Segunda articulación izquierda. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria recta en el eje z .

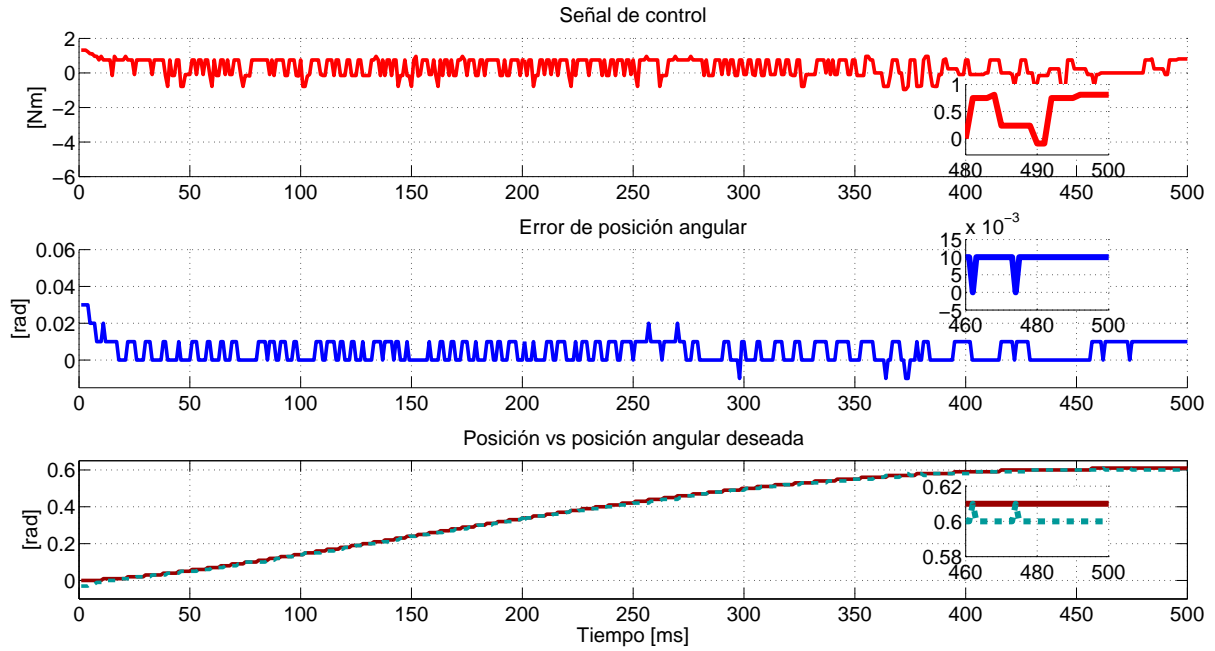


Figura 7-4: Tercer articulación izquierda. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria recta en el eje z .

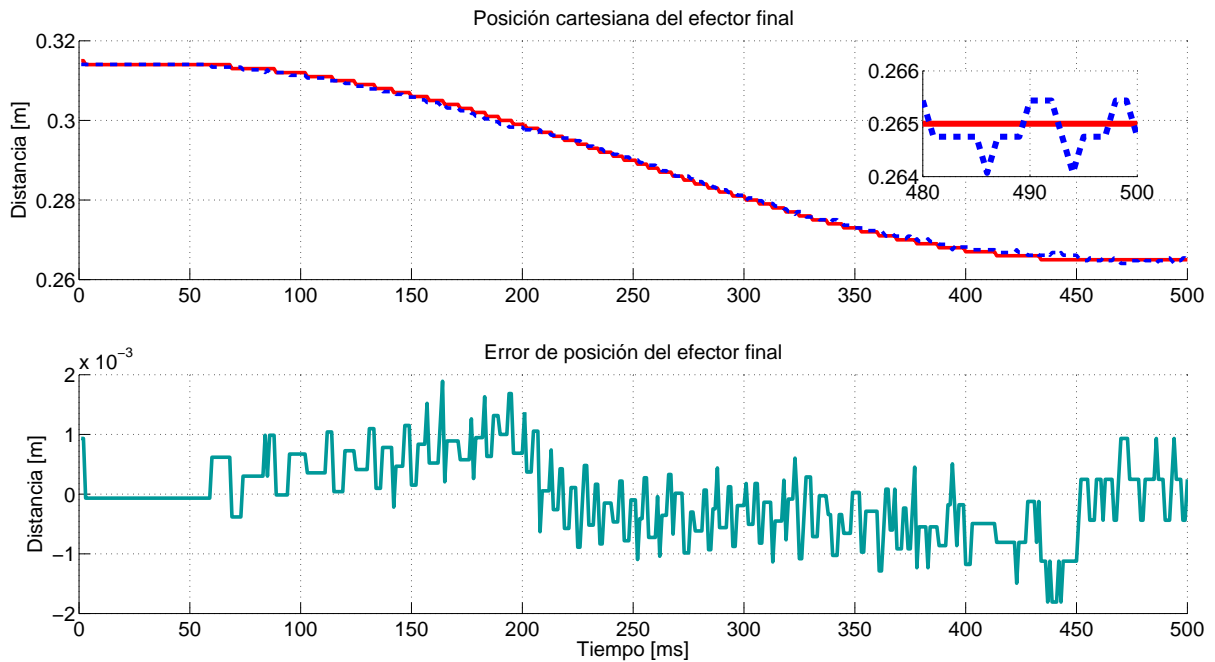


Figura 7-5: Posición del efector final pierna izquierda a lo largo de la trayectoria recta definida sobre el eje z . Cadena cinemática 3 GDL.

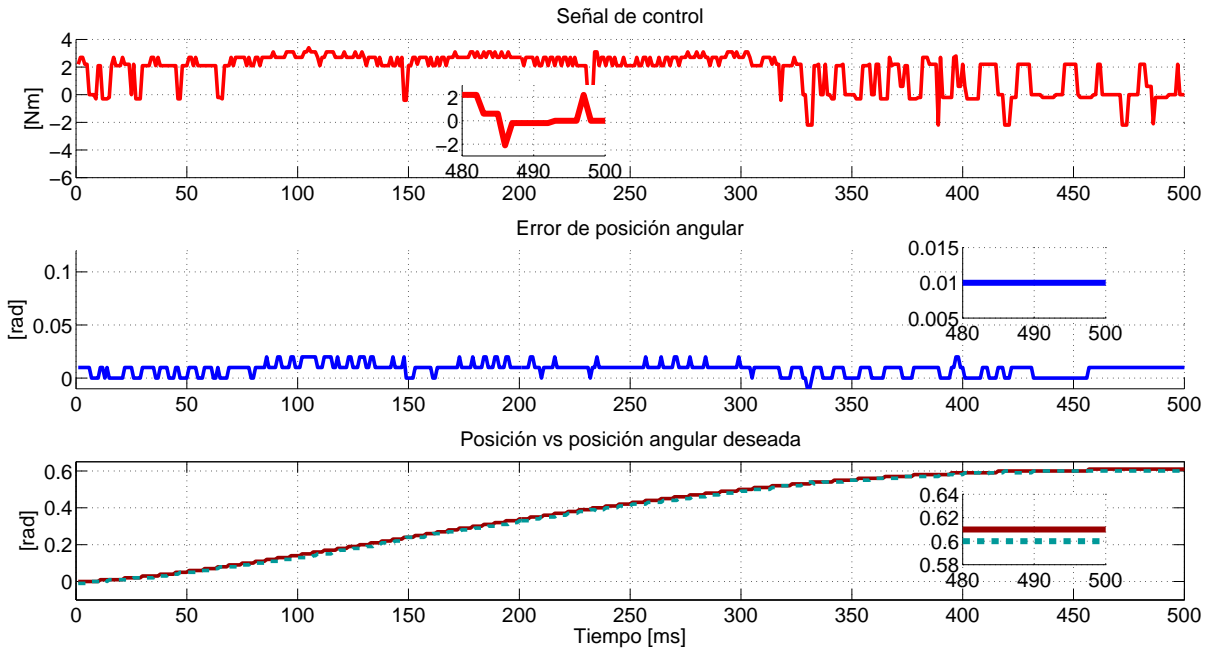


Figura 7-6: Primer articulación derecha. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria recta en el eje z .

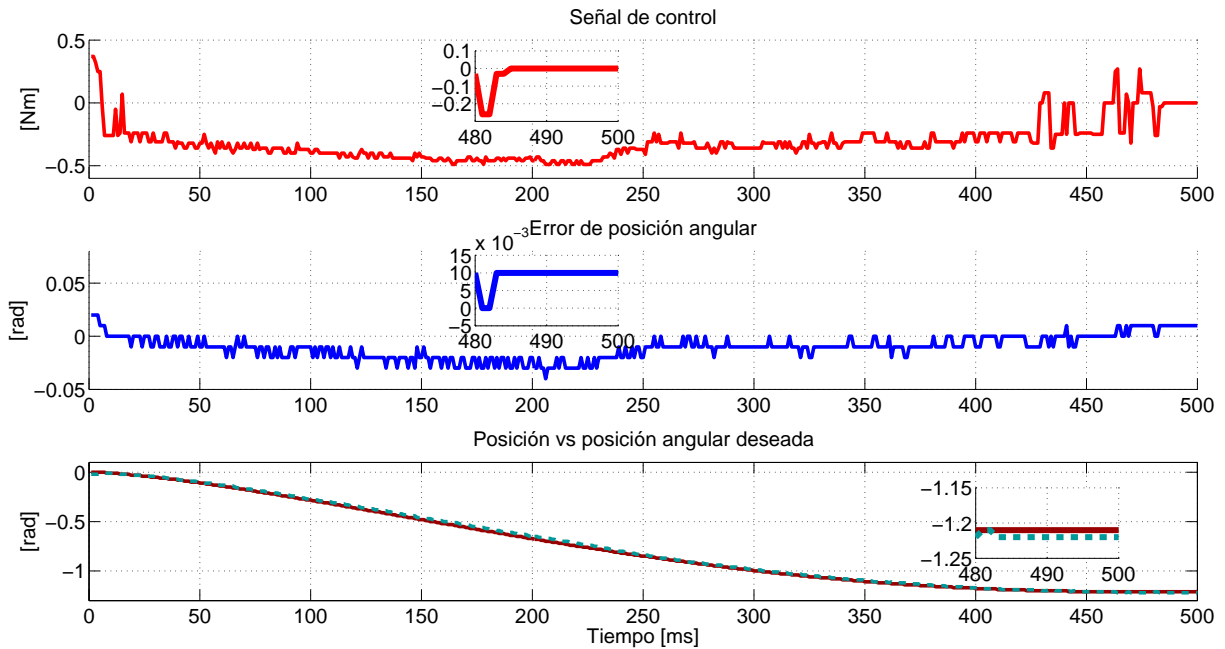


Figura 7-7: Segunda articulación derecha. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria recta en el eje z .

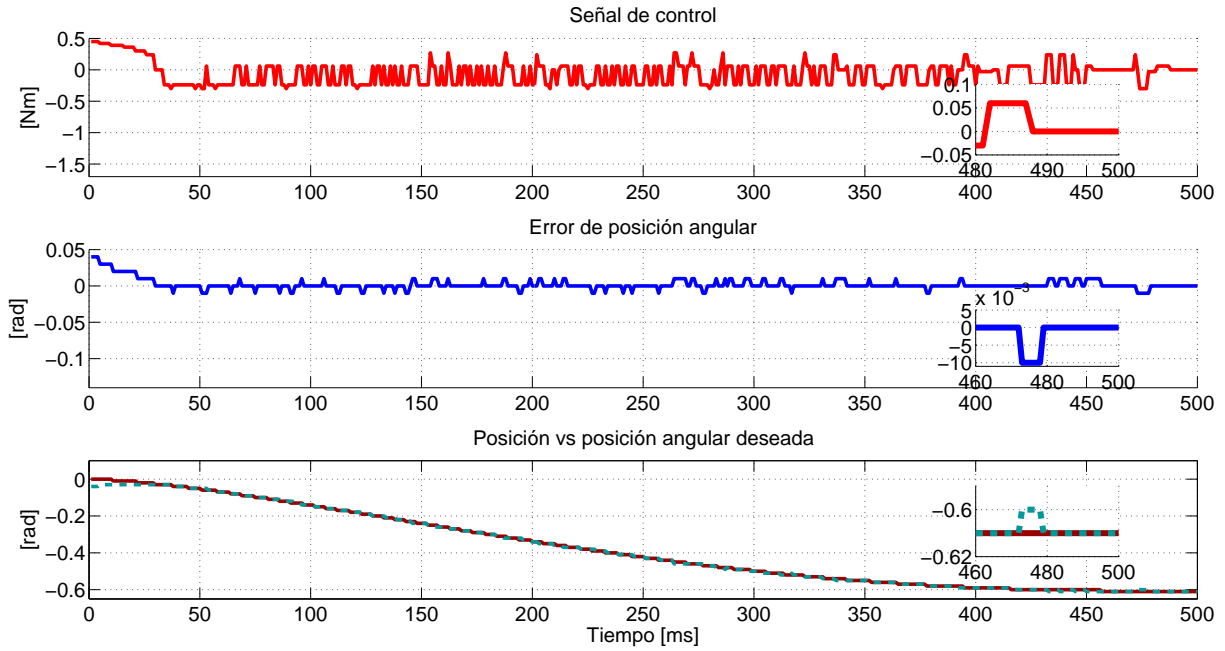


Figura 7-8: Tercer articulación derecha. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria recta en el eje z .

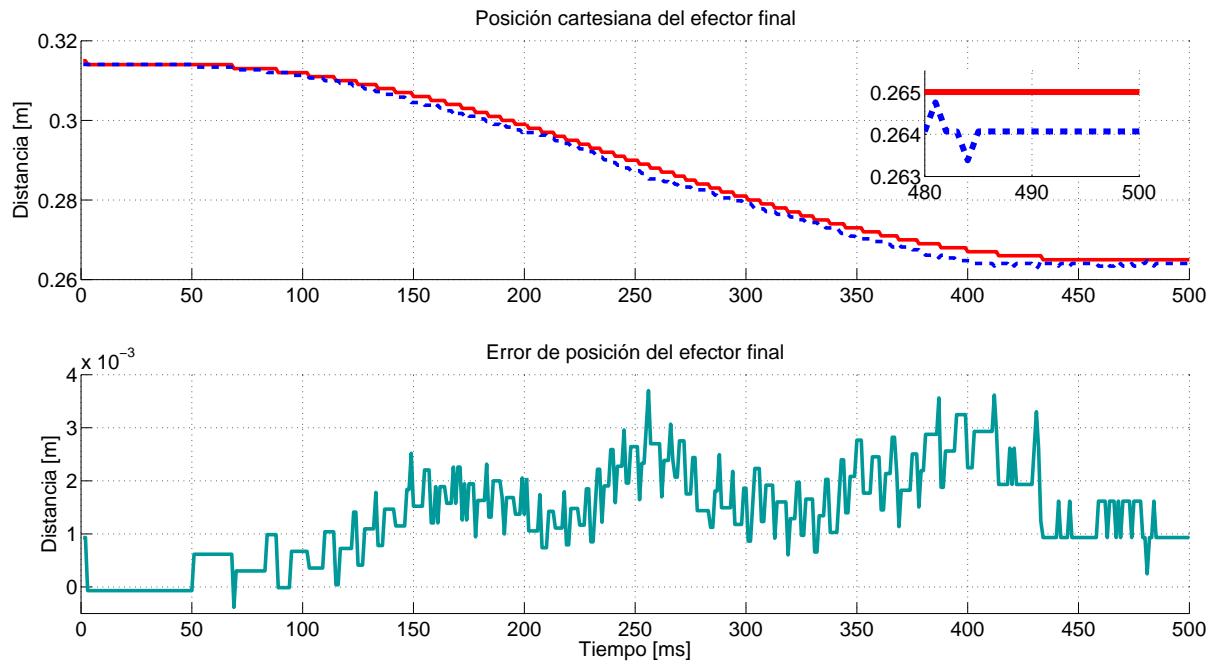


Figura 7-9: Posición del efector final pierna derecha a lo largo de la trayectoria recta definida sobre el eje z . Cadena cinemática 3 GDL.

7.2.2. Seguimiento de trayectorias en dos planos

En esta sección se muestran los resultados de la implementación del seguimiento de una trayectoria recta tomando en cuenta el movimiento de las dos cadenas cinemáticas como uno solo. El resultado deseado es que el efector final de cada cadena cinemática siga la trayectoria propuesta con un error mínimo.

Las trayectorias rectas a seguir para el efector final de ambas cadenas cinemáticas de tres grados de libertad se define entre los puntos $(0.315[m])$ y $(0.265[m])$ a lo largo del eje z , entre los puntos $(0.0[m])$ y $(0.05[m])$ a lo largo del eje x , para el efector final de ambas cadenas cinemáticas de dos grados de libertad se define entre los puntos $(0.0[m])$ y $(0.1[m])$ a lo largo del eje y y entre los puntos $(0.315[m])$ y $(0.295[m])$ a lo largo del eje z .

Los perfiles deseados y los perfiles obtenidos mediante la implementación para la posición de la cadena cinemática izquierda de 3 GDL se muestran en las Figuras 7-10, 7-11, 7-12, los resultados obtenidos de la cadena cinemática derecha de 3 GDL se muestran en las Figuras 7-15, 7-16, 7-17. La posición del efector final durante el seguimiento de la trayectoria recta a lo largo del eje z y el error de seguimiento para la cadena cinemática izquierda de 3 GDL se aprecia en la Figura 7-13 y el seguimiento de la trayectoria recta a lo largo del eje x junto al error de seguimiento se aprecia en la Figura 7-19. De igual forma en la Figura 7-18 se observa la posición del efector final durante el seguimiento de la trayectoria recta a lo largo del eje z y el error de seguimiento para la cadena cinemática derecha de 3 GDL y el seguimiento de la trayectoria recta a lo largo del eje x junto al error de seguimiento se aprecia en la Figura 7-19.

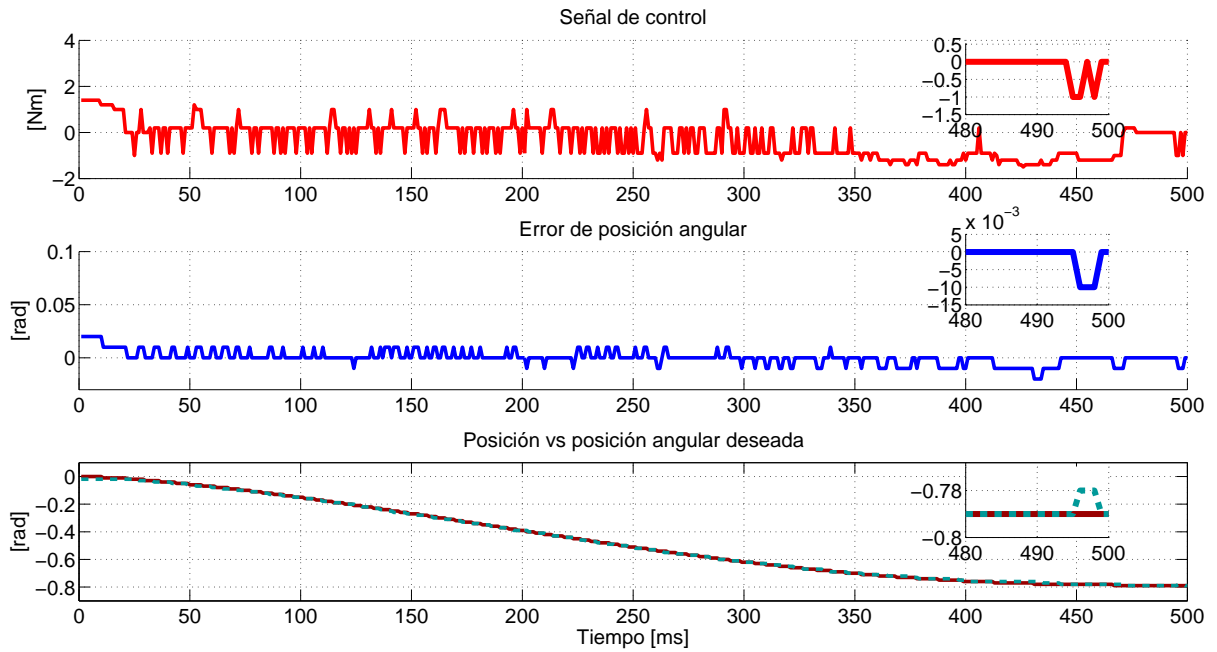


Figura 7-10: Primer articulación izquierda. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria en el eje z y eje x .

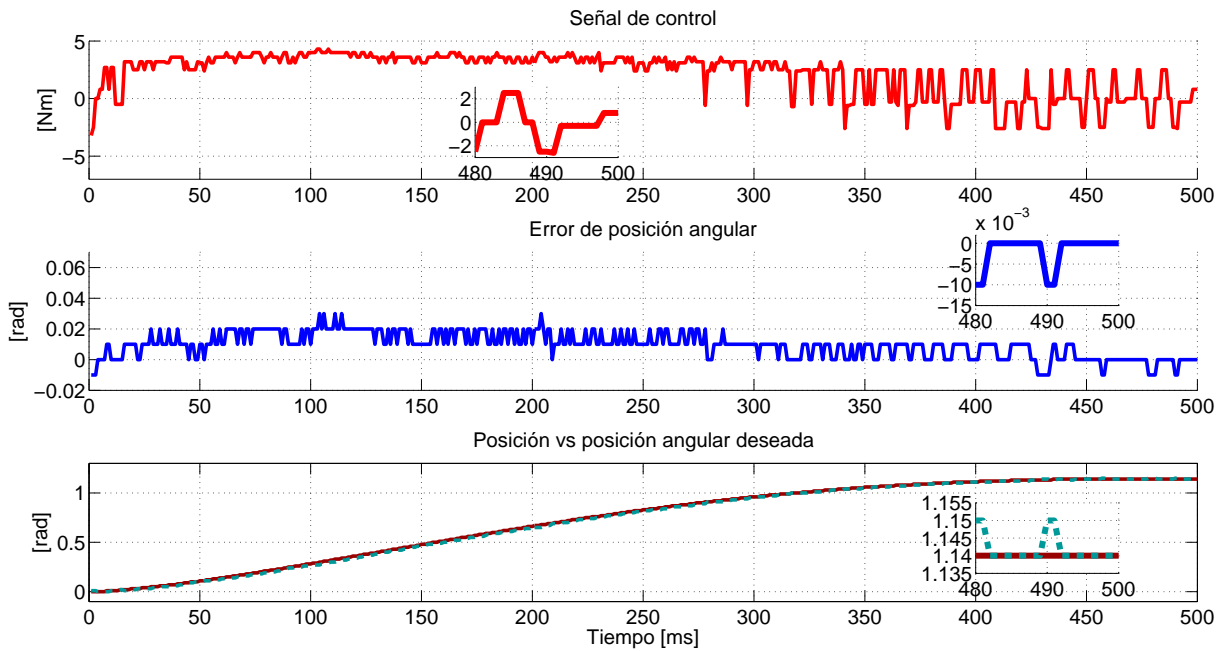


Figura 7-11: Segunda articulación izquierda. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria en el eje z y eje x .

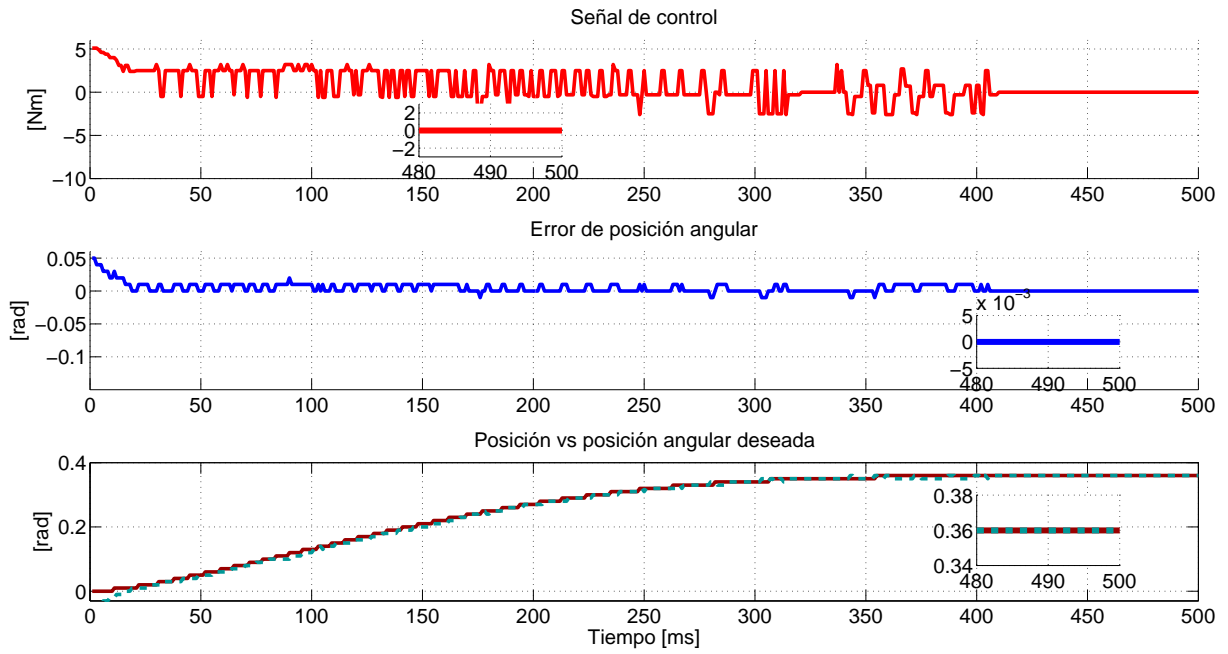


Figura 7-12: Tercer articulación izquierda. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria en el eje z y eje x .

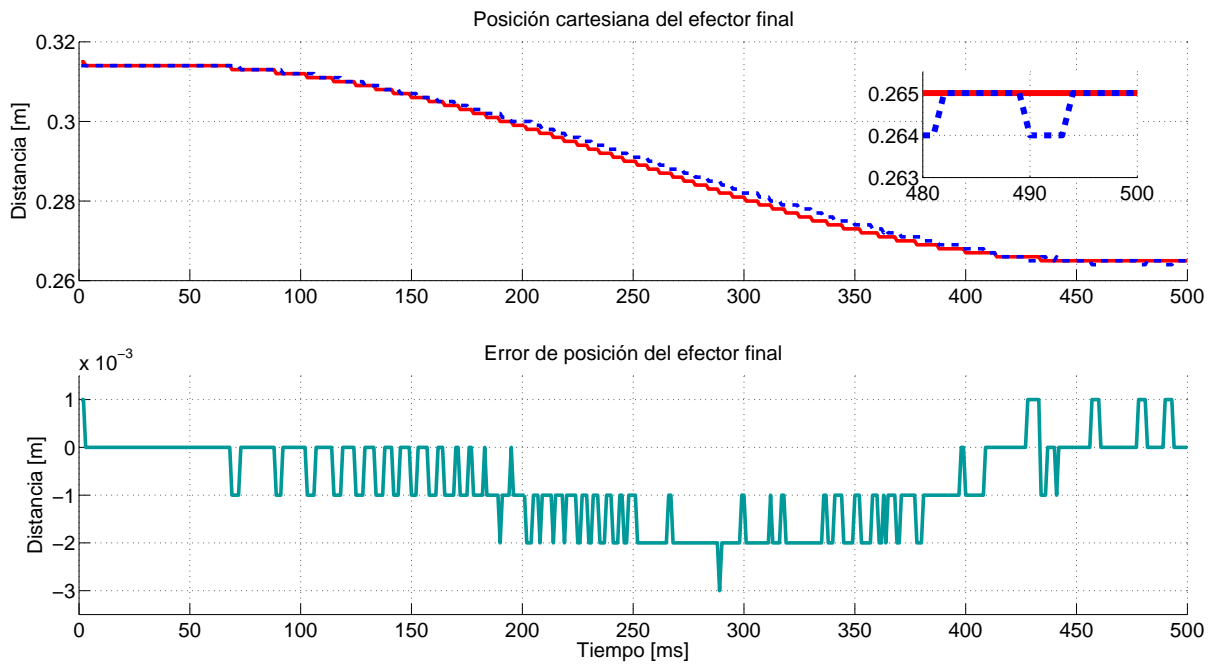


Figura 7-13: Posición z del efector final pierna izquierda. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria en el eje z y eje x .

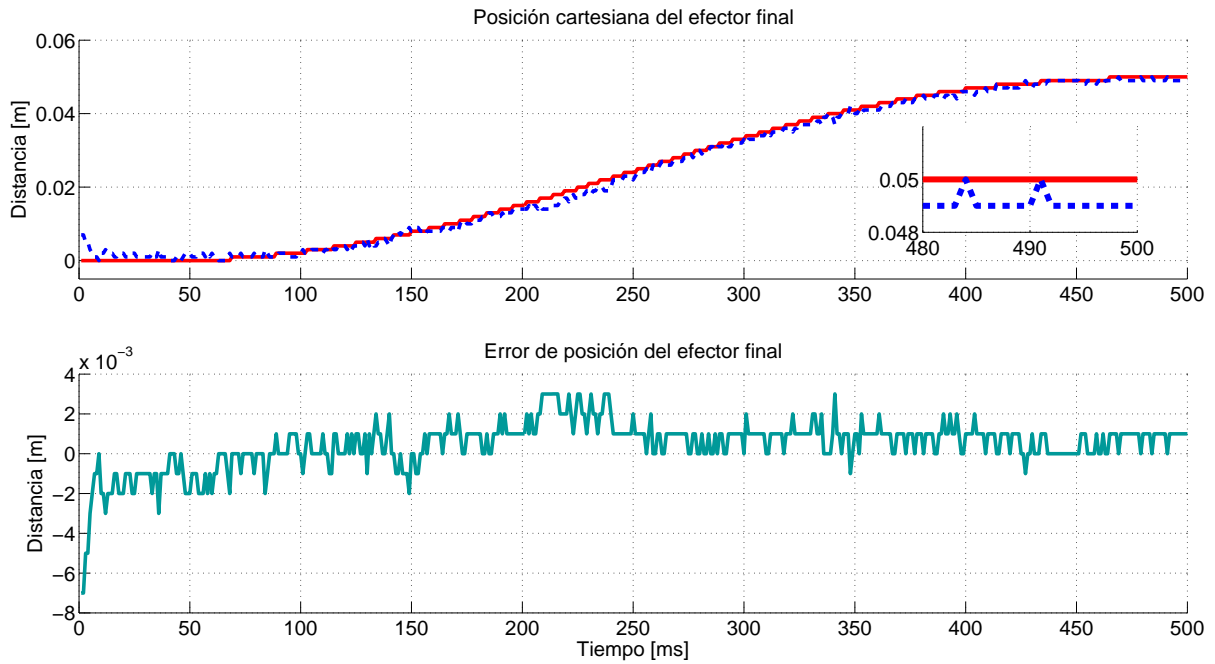


Figura 7-14: Posición x del efector final pierna izquierda. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria en el eje z y eje x .

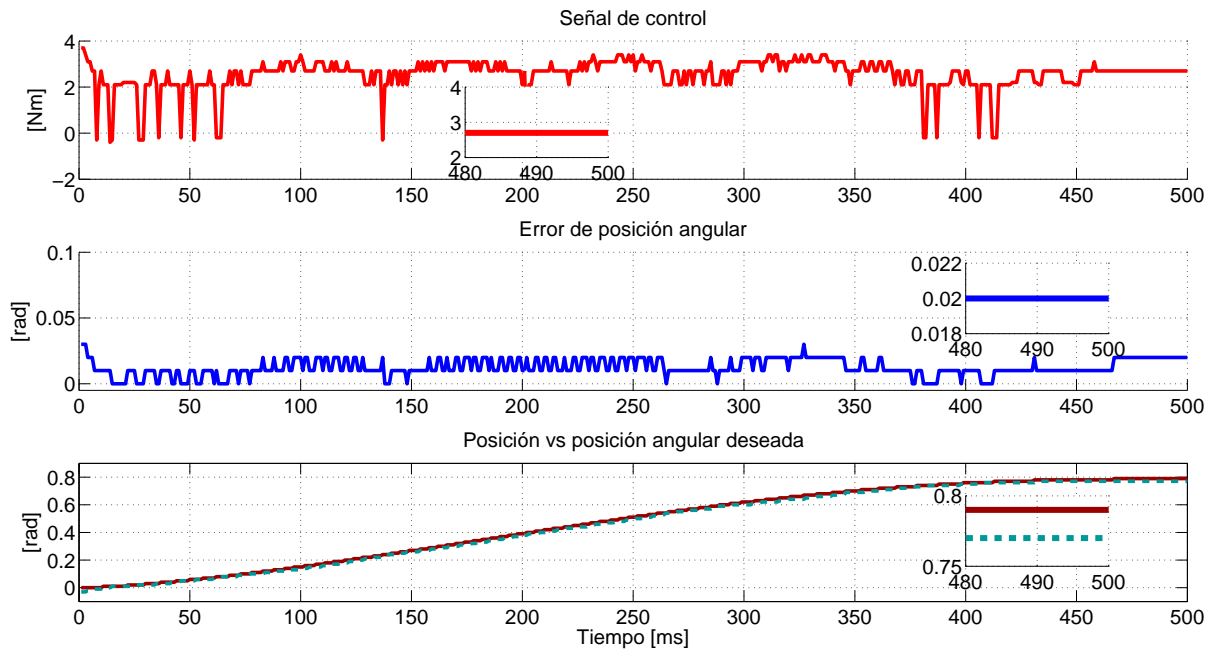


Figura 7-15: Primer articulación derecha. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria en el eje z y eje x .

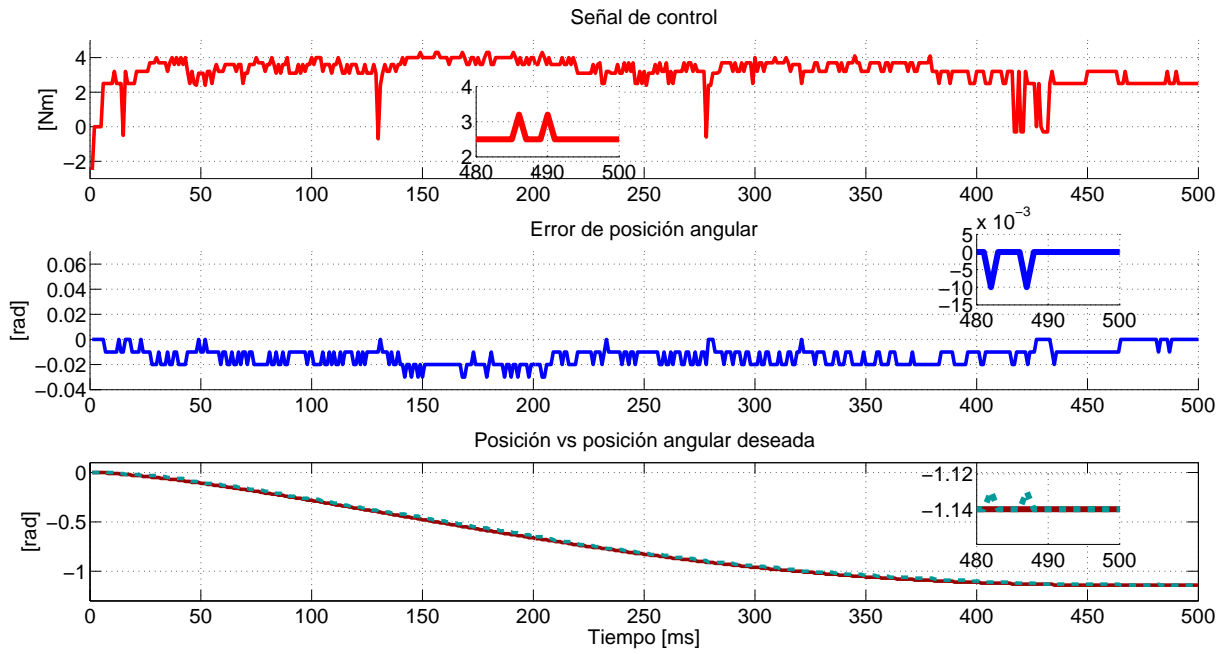


Figura 7-16: Segunda articulación derecha. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria en el eje z y eje x .

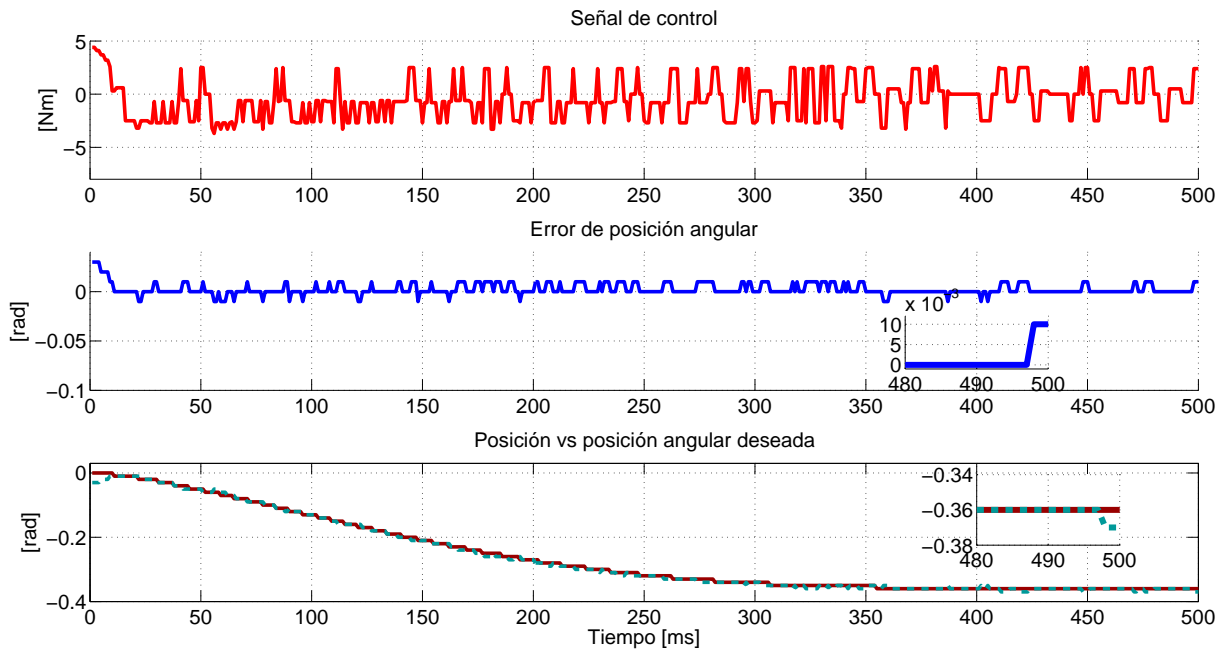


Figura 7-17: Tercer articulación derecha. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria en el eje z y eje x .

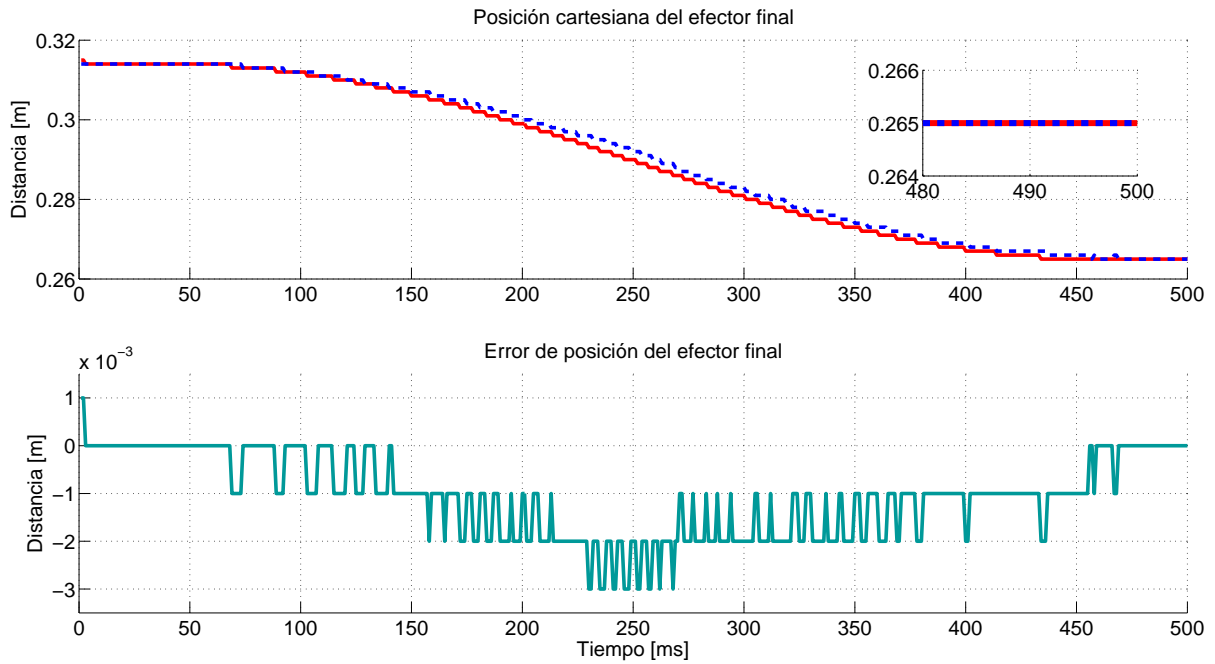


Figura 7-18: Posición z del efector final pierna derecha. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria en el eje z y eje x .

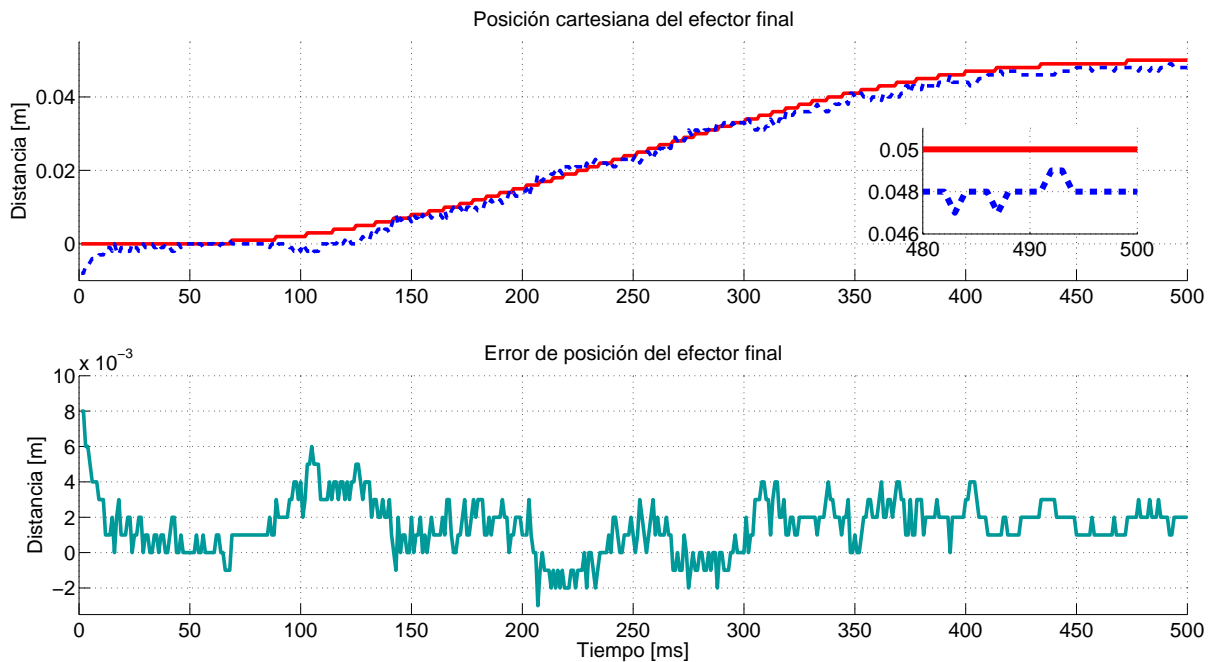


Figura 7-19: Posición x del efector final pierna derecha. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria en el eje z y eje x .

Los resultados del seguimiento de la trayectoria lineal definida entre los puntos $(0.315[m])$ y $(0.295[m])$ a lo largo del eje z y entre los puntos $(0.0[m])$ y $(0.1[m])$ a lo largo del eje y para cada articulación de la cadena cinemática de dos grados de libertad de la pierna izquierda se muestran en las Figuras 7-20, 7-21.

Los resultados del seguimiento de la trayectoria lineal definida entre los puntos $(0.315[m])$ y $(0.295[m])$ a lo largo del eje z y entre los puntos $(0.0[m])$ y $(-0.1[m])$ a lo largo del eje y para cada articulación de la cadena cinemática de dos grados de libertad de la pierna derecha se muestran en las Figuras 7-24, 7-25.

La posición del efector final de la pierna izquierda y el error de seguimiento de la trayectoria a lo largo del eje z se muestran en la Figura 7-22 y el seguimiento de la trayectoria a lo largo del eje y se aprecian en la Figura 7-23. En la Figura 7-26 se ven los resultados del seguimiento de la trayectoria a lo largo del eje z para el efector final de la pierna derecha, de la misma forma para el seguimiento de la trayectoria a lo largo del eje y la posición del efector final y el error de seguimiento se muestran en la Figura 7-27.

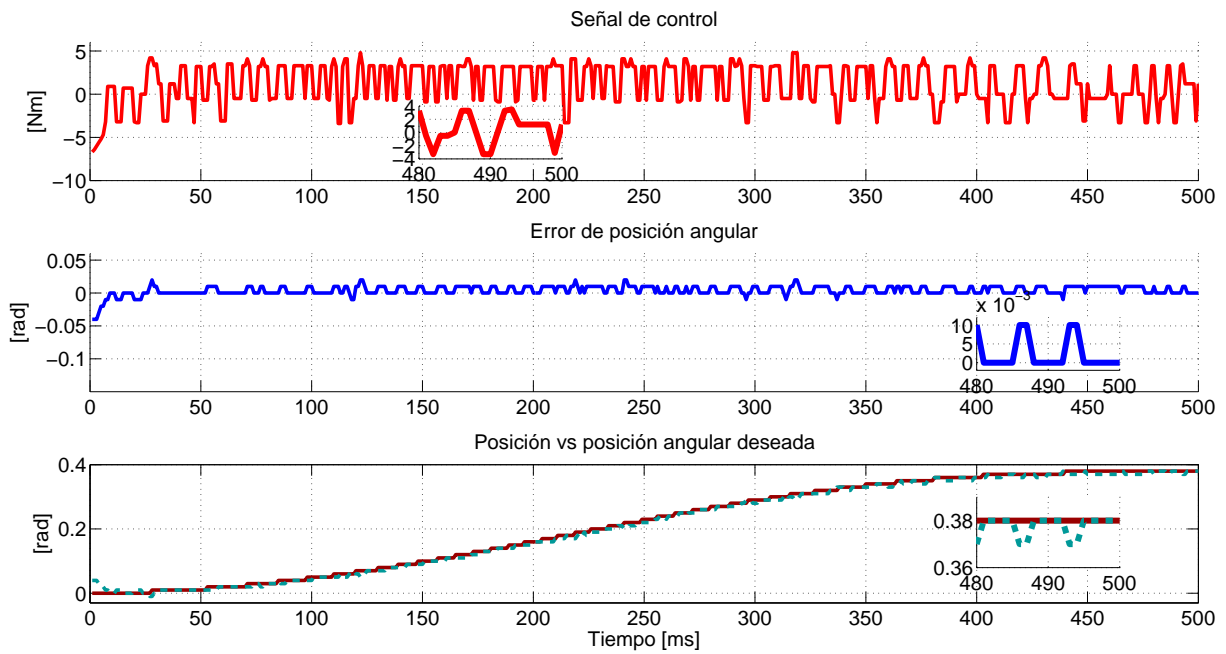


Figura 7-20: Primer articulación izquierda. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectoria recta en el eje z y eje y .

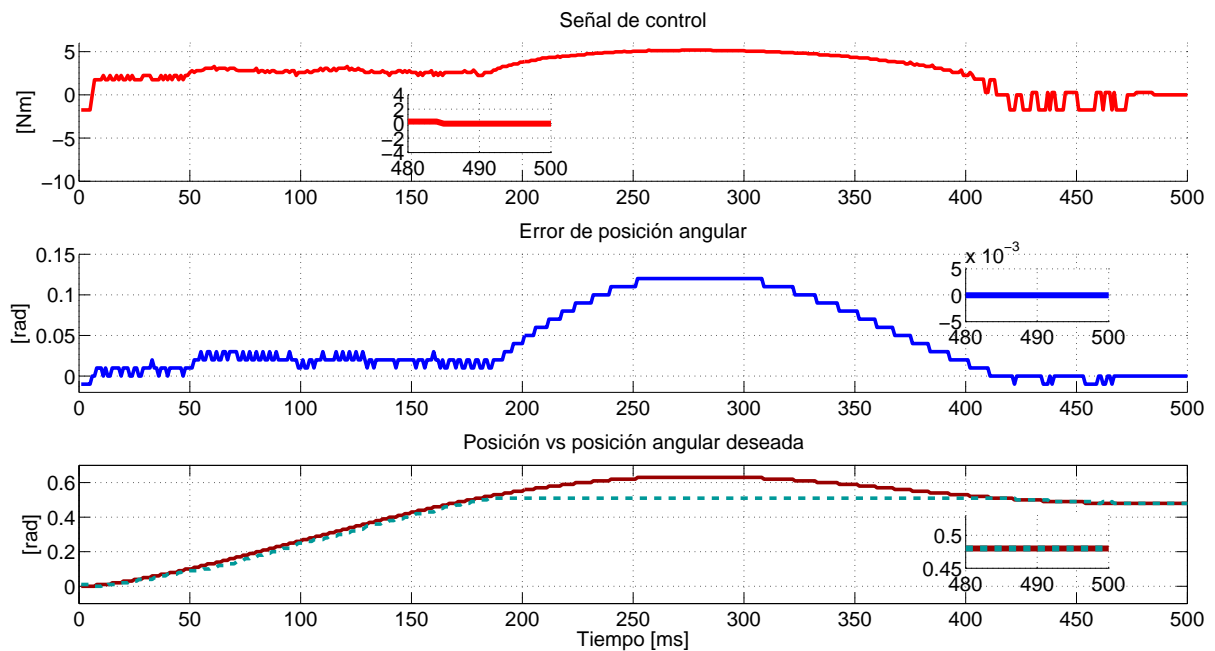


Figura 7-21: Segunda articulación izquierda. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectoria recta en el eje z y eje y .

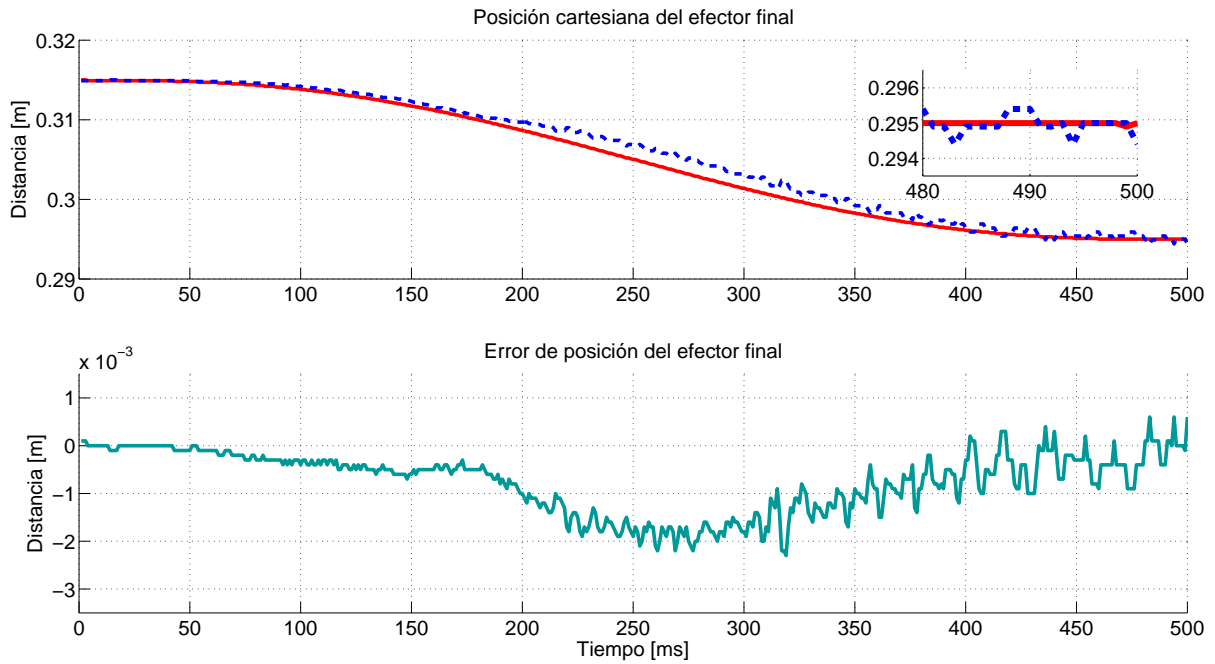


Figura 7-22: Posición z del efector final pierna izquierda. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectoria recta en el eje z y eje y .

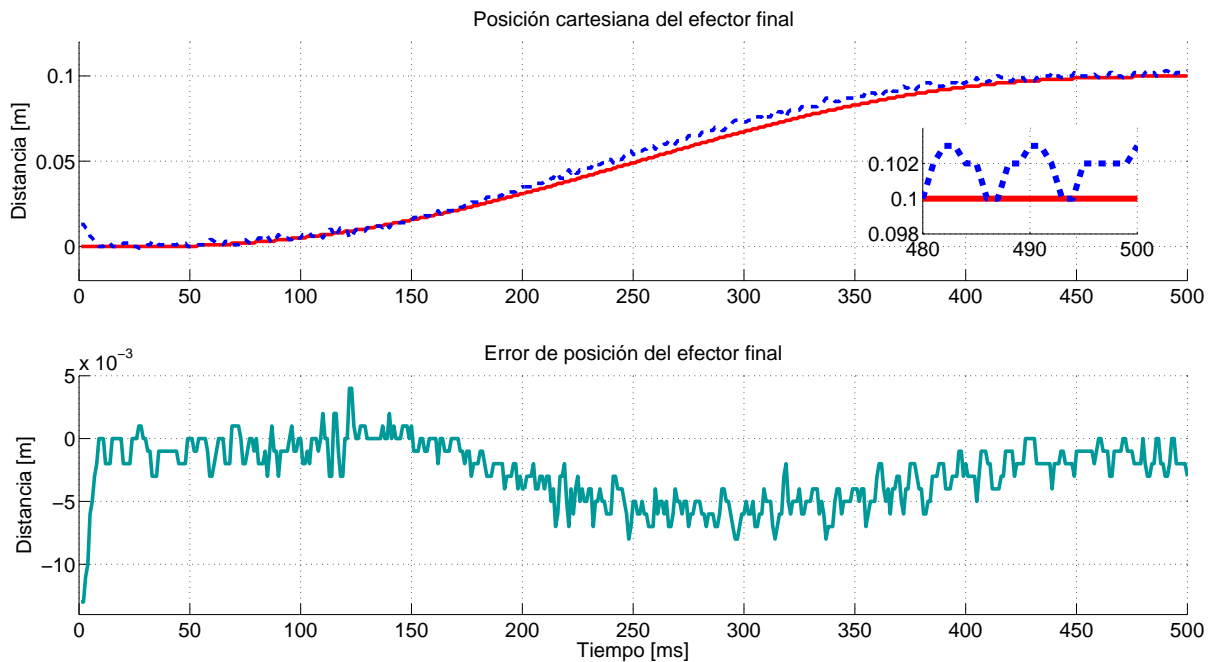


Figura 7-23: Posición y del efector final pierna izquierda. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectoria recta en el eje z y eje y .

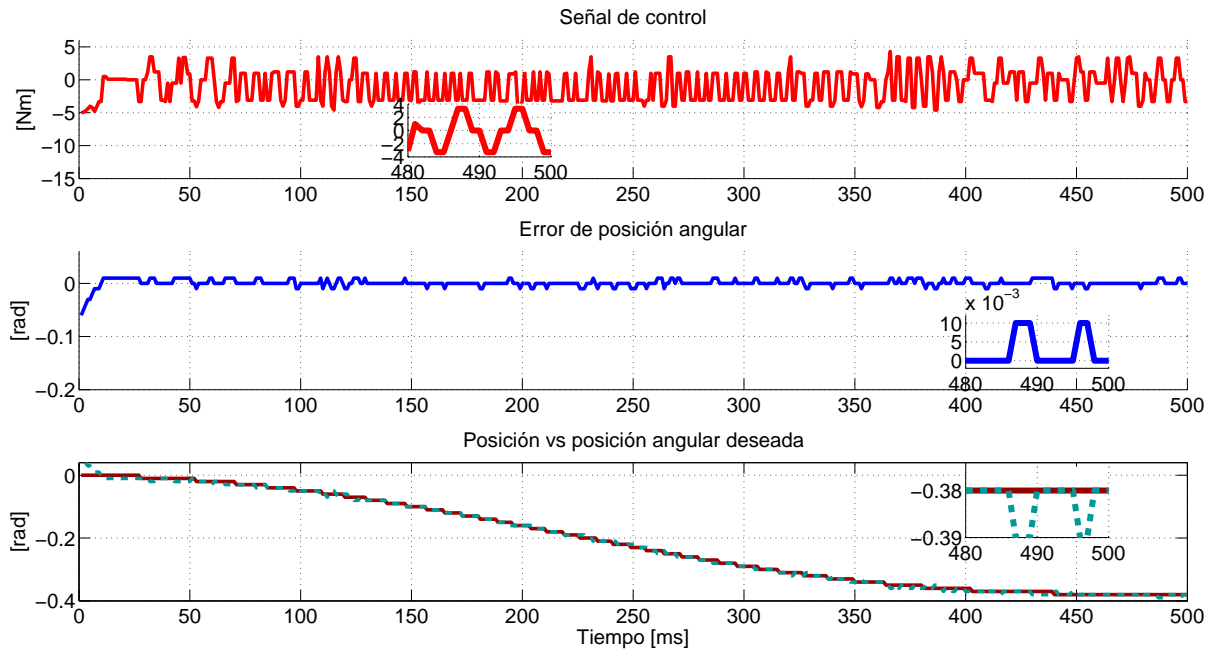


Figura 7-24: Primer articulación derecha. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectoria recta en el eje z y eje y .

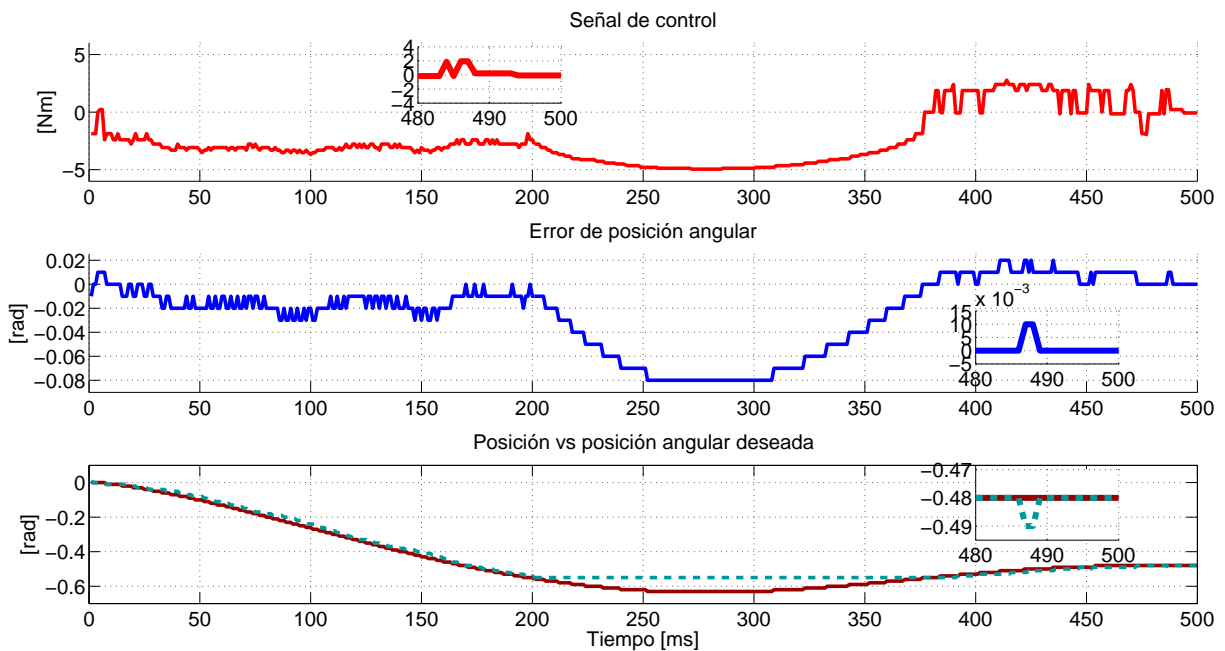


Figura 7-25: Segunda articulación derecha. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectoria recta en el eje z y eje y .

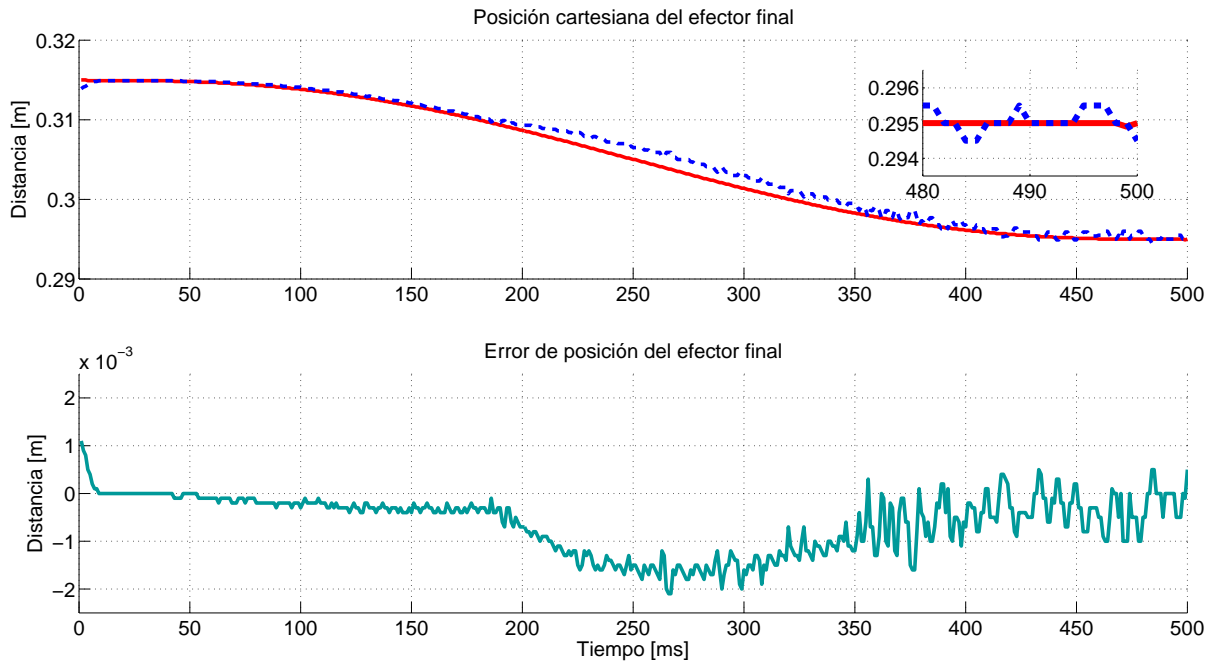


Figura 7-26: Posición z del efector final pierna derecha. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectoria recta en el eje z y eje y .

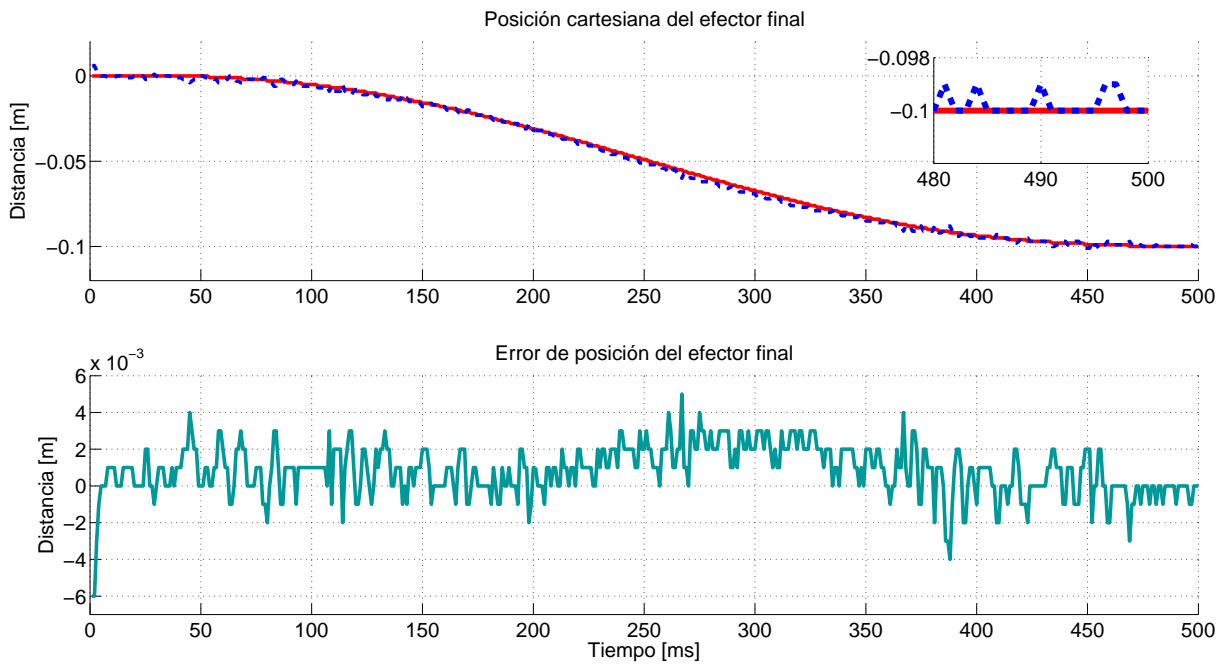


Figura 7-27: Posición y del efector final pierna derecha. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectoria recta en el eje z y eje y .

7.2.3. Seguimiento de trayectorias en el espacio

El seguimiento combinado de trayectorias senoidales del efector final de cada pierna del robot bípedo en dirección de los ejes x , y y z , detalladas en el Capítulo ocho de simulaciones, Figura 6-22 dan paso a los movimientos que emulan la caminata del robot; este seguimiento de trayectorias de diferentes amplitudes, frecuencias y fases, descritas en el capítulo anterior genera como resultado movimientos rápidos y precisos que junto con otros algoritmos de control son capaces de lograr el desplazamiento del robot bípedo.

Las trayectorias sinusoidales a seguir para el efector final de ambas cadenas cinemáticas de tres grados de libertad son las mismas definidas en el capítulo de simulaciones cuyos máximos y mínimos se definen entre los puntos $(0.315[m])$ y $(0.265[m])$ a lo largo del eje z , con una amplitud de $0.1[m]$, entre los puntos $(-0.05[m])$ y $(0.05[m])$ a lo largo del eje x , para el efector final de ambas cadenas cinemáticas de dos grados de libertad con máximos y mínimos entre los puntos $(-0.1[m])$ y $(0.1[m])$ a lo largo del eje y y entre los puntos $(0.315[m])$ y $(0.295[m])$ a lo largo del eje z .

Para el seguimiento de las trayectorias sinusoidales las posiciones iniciales de cada actuador son $q_i \approx 0$, las cuales son diferentes a las posiciones iniciales del ciclo de trayectorias sinusoidales descritas por los cuatro puntos principales en 6-23 y 6-24.

Los perfiles deseados y los perfiles obtenidos mediante la implementación para la posición de la cadena cinemática izquierda de 3 GDL se muestran en las Figuras 7-28, 7-29, 7-30, los resultados obtenidos de la cadena cinemática derecha de 3 GDL se muestran en las Figuras 7-33, 7-34, 7-35, en las cuales claramente se puede apreciar el seguimiento de las trayectorias a partir de posiciones iniciales diferentes a las nominales. En cada figura se muestra la señal de control, la posición angular y la posición angular deseada de la articulación, y el error de posición angular del motor durante el seguimiento de la trayectoria.

La posición del efector final durante el seguimiento de la trayectoria a lo largo del eje z y el error de seguimiento para la cadena cinemática izquierda de 3 GDL se aprecia en la Figura 7-31 y el seguimiento de la trayectoria recta a lo largo del eje x junto al error de seguimiento se aprecia en la Figura 7-32. De igual forma en la Figura 7-36 se observa la posición del efector final durante el seguimiento de la trayectoria recta a lo largo del eje z y el error de seguimiento para la cadena cinemática derecha de 3 GDL, el seguimiento de la trayectoria recta a lo largo del eje x junto al

error de seguimiento se aprecia en la Figura 7-37.

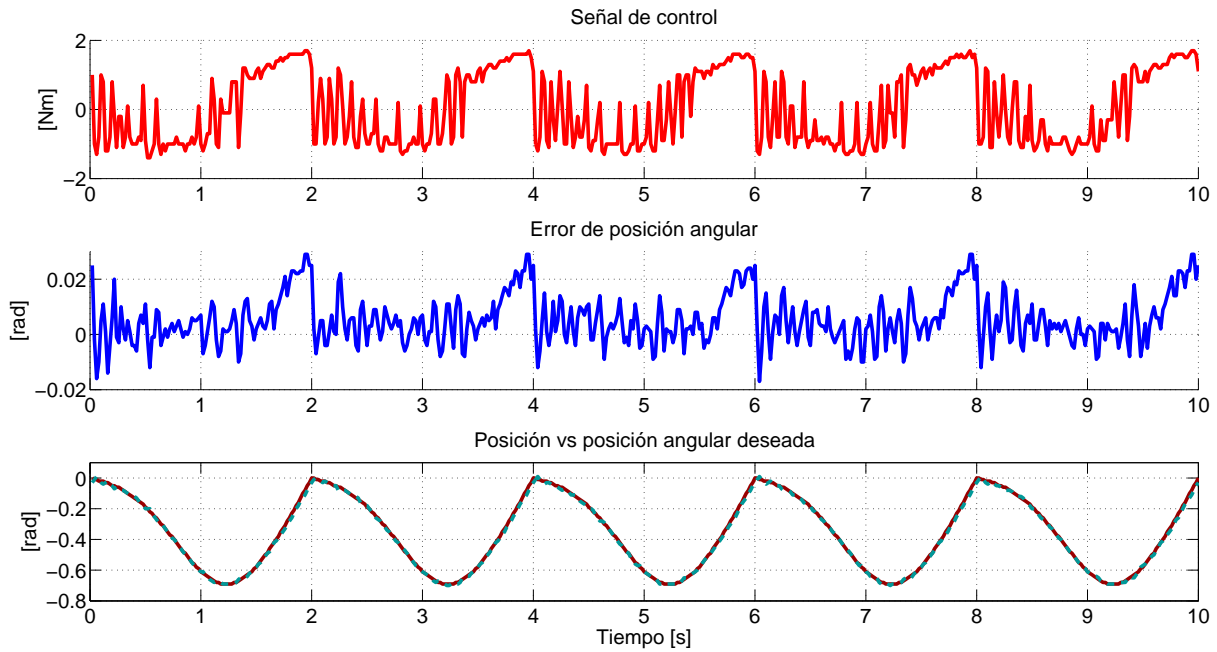


Figura 7-28: Seguimiento de trayectoria senoidal. Primer articulación izquierda. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectorias en el eje z y eje x .

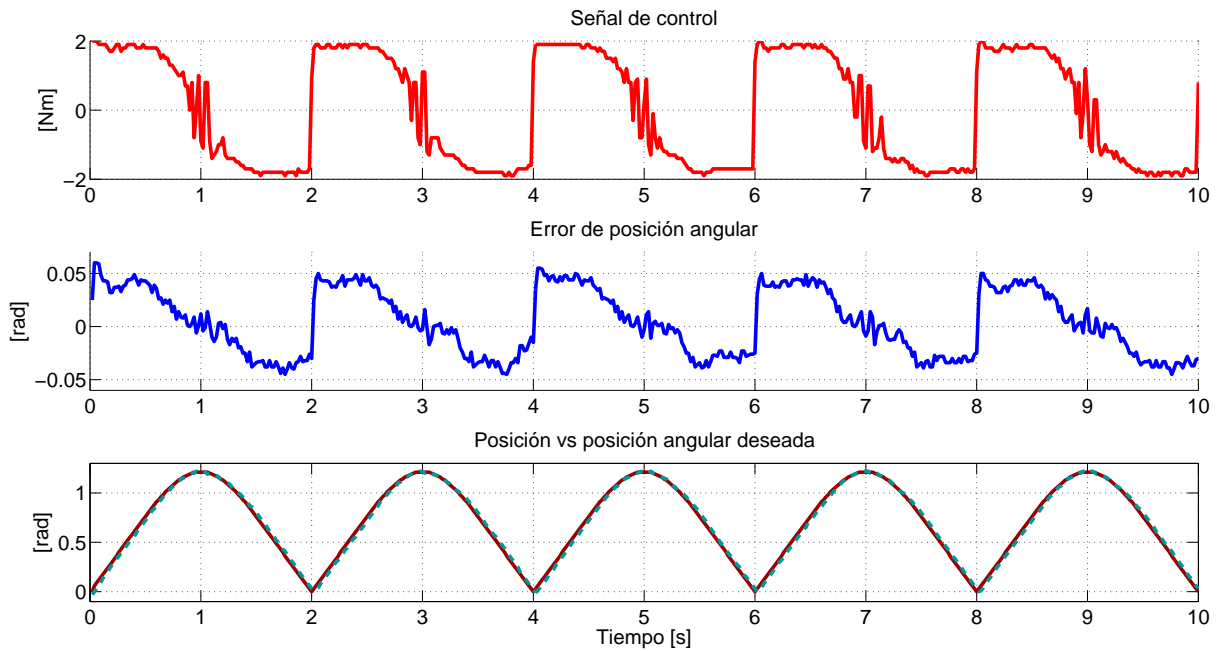


Figura 7-29: Seguimiento de trayectoria senoidal. Segunda articulación izquierda. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectorias en el eje z y eje x .

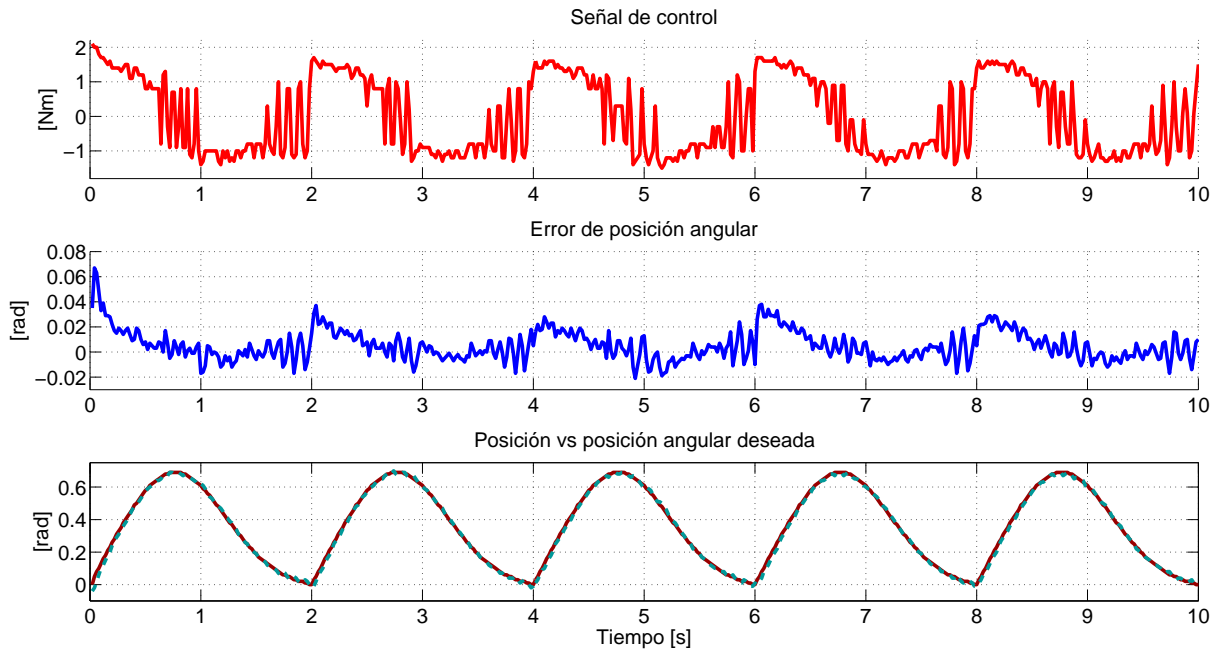


Figura 7-30: Seguimiento de trayectoria senoidal. Tercer articulación izquierda. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectorias en el eje z y eje x .

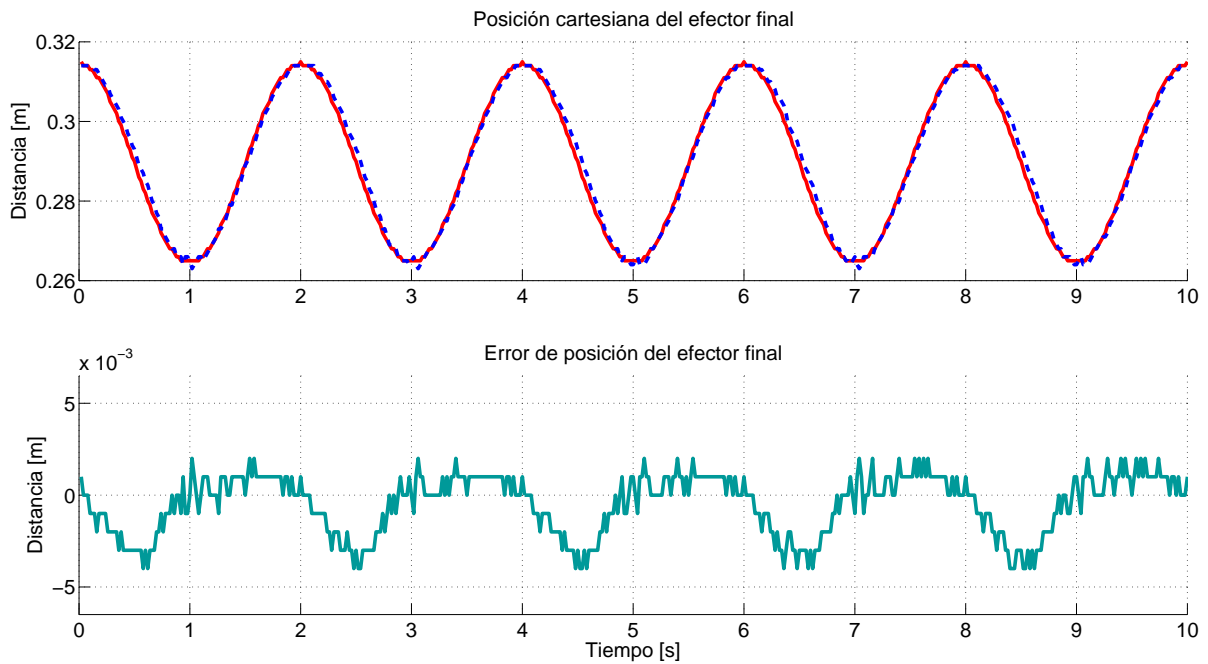


Figura 7-31: Seguimiento de trayectoria senoidal. Posición del efector final izquierdo en el eje z . Cadena cinemática 3 GDL.

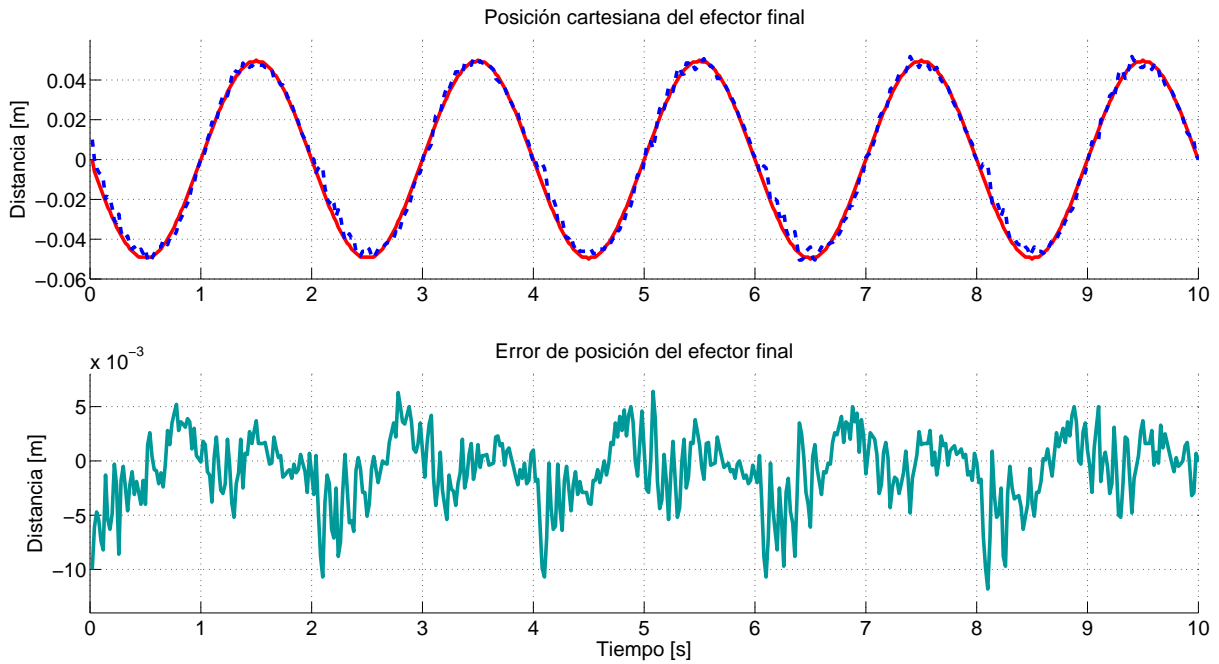


Figura 7-32: Seguimiento de trayectoria senoidal. Posición del efector final izquierdo en el eje x . Cadena cinemática 3 GDL.

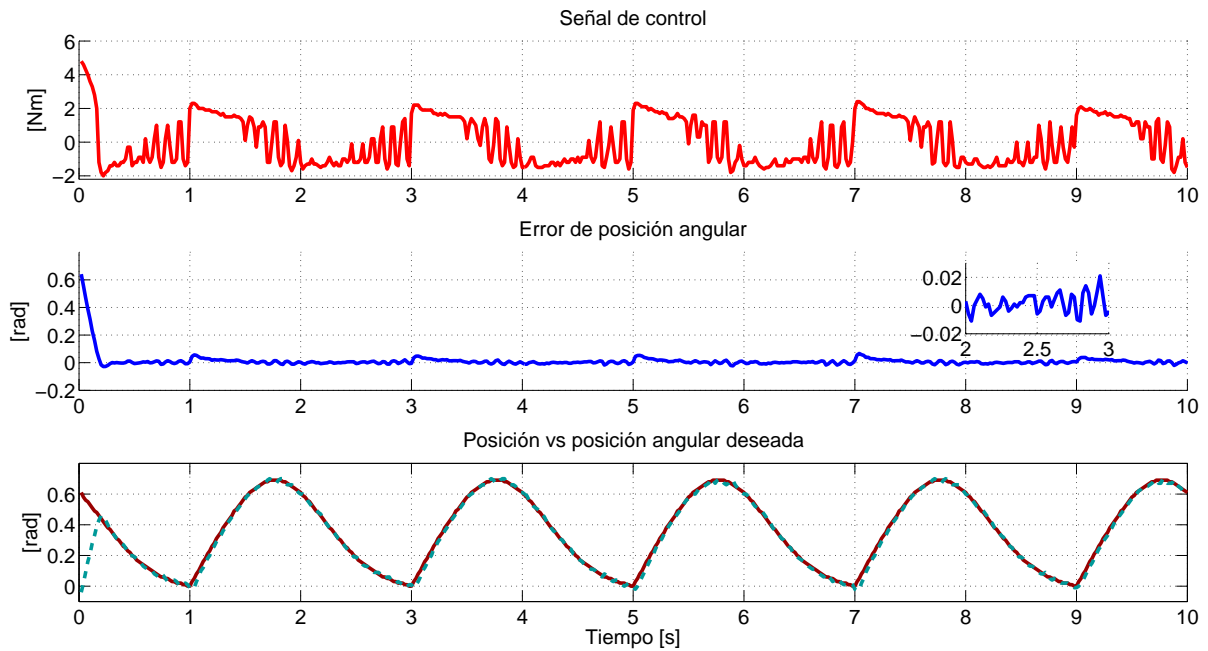


Figura 7-33: Seguimiento de trayectoria senoidal. Primer articulación derecha. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectorias en el eje z y eje x .

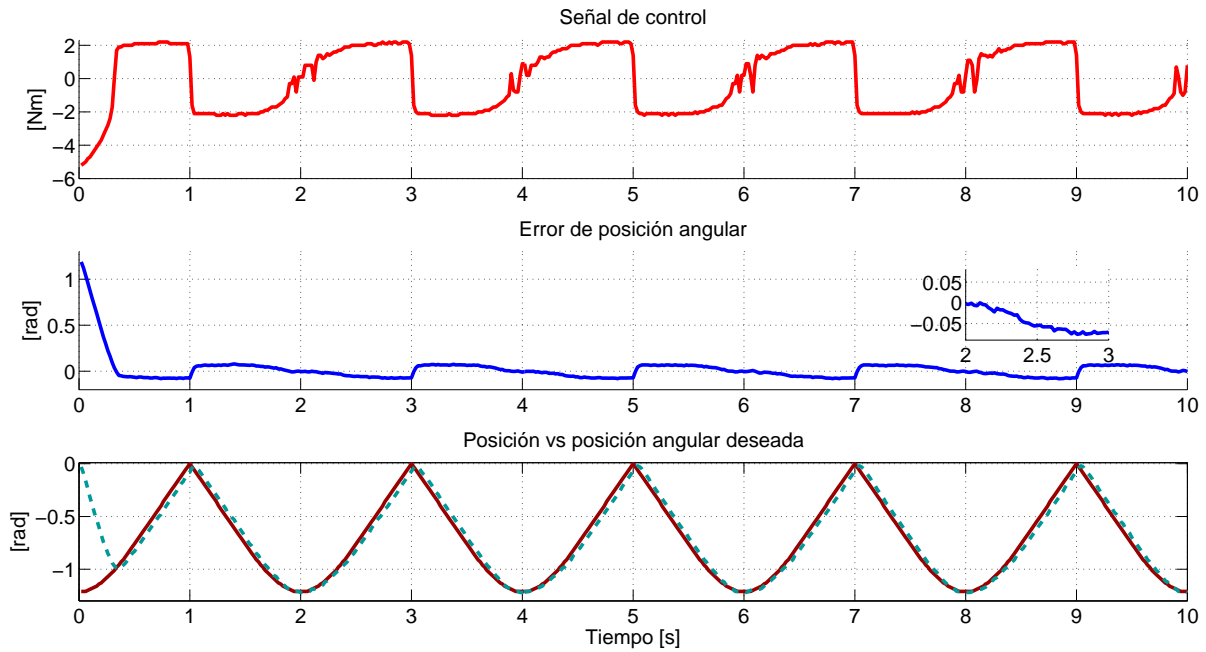


Figura 7-34: Seguimiento de trayectoria senoidal. Segunda articulación derecha. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectorias en el eje z y eje x .

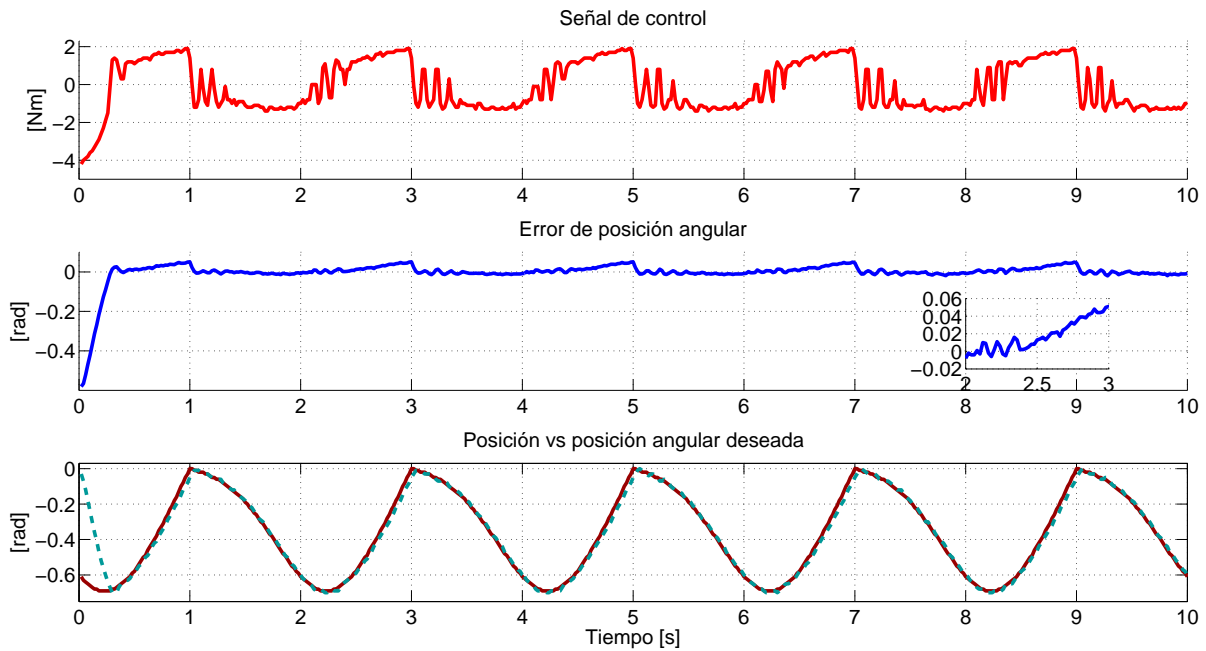


Figura 7-35: Seguimiento de trayectoria senoidal. Tercer articulación derecha. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectorias en el eje z y eje x .

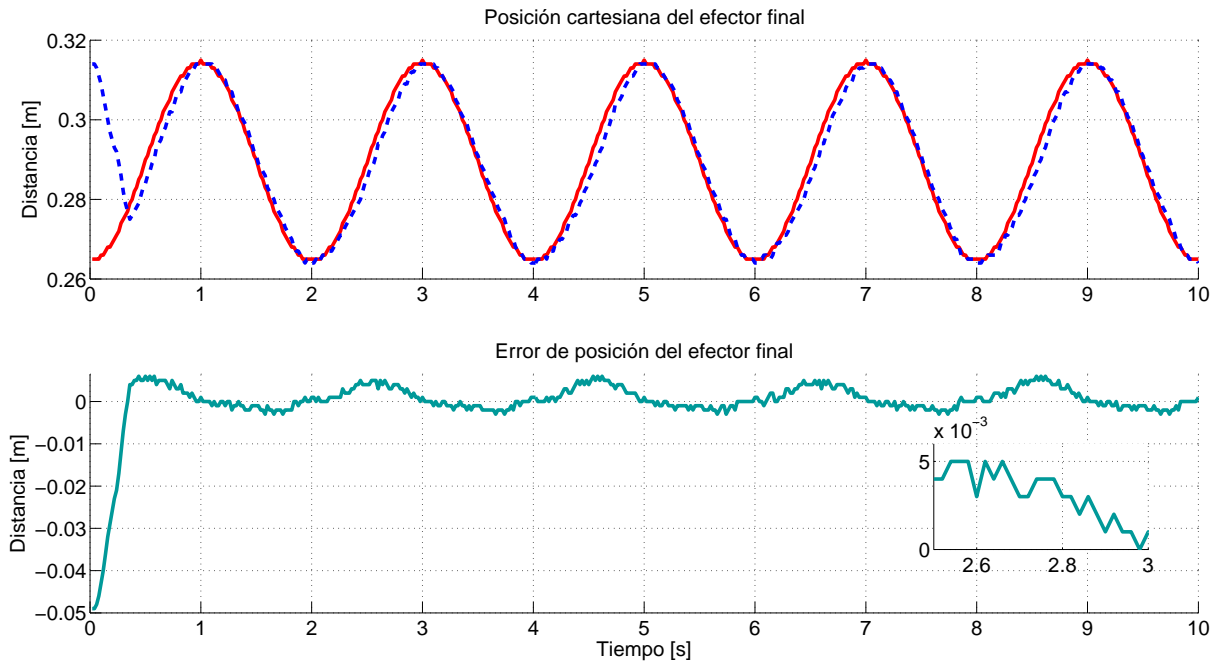


Figura 7-36: Seguimiento de trayectoria senoidal. Posición del efector final derecho en el eje z . Cadena cinemática 3 GDL.

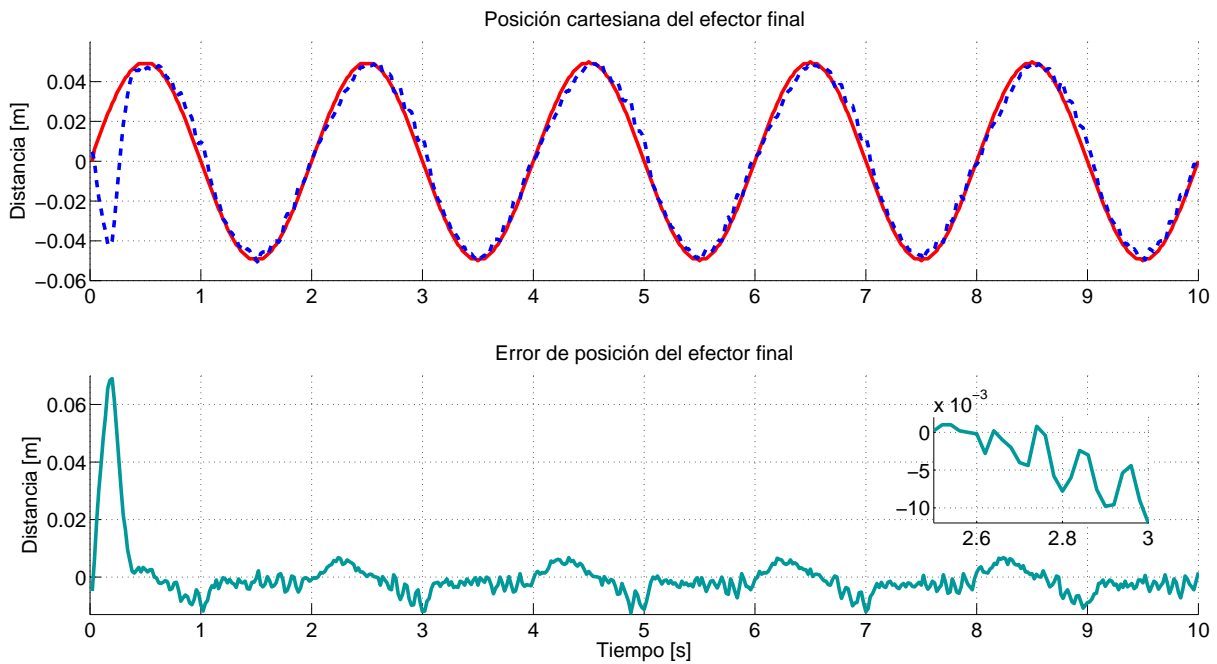


Figura 7-37: Seguimiento de trayectoria senoidal. Posición del efector final derecho en el eje x . Cadena cinemática 3 GDL.

Los perfiles deseados y los perfiles obtenidos mediante la implementación para la posición de la cadena cinemática izquierda de 2 GDL se muestran en las Figuras 7-38, 7-39, los resultados obtenidos de la cadena cinemática derecha de 2 GDL se muestran en las Figuras 7-42, 7-43. En cada figura se muestra la señal de control, la posición angular y la posición angular deseada de la articulación, y el error de posición angular del motor durante el seguimiento de la trayectoria.

La posición del efector final durante el seguimiento de la trayectoria a lo largo del eje z y el error de seguimiento para la cadena cinemática izquierda de 2 GDL se aprecia en la Figura 7-40 y el seguimiento de la trayectoria recta a lo largo del eje y junto al error de seguimiento se aprecia en la Figura 7-41. De igual forma en la Figura 7-44 se observa la posición del efector final durante el seguimiento de la trayectoria recta a lo largo del eje z y el error de seguimiento para la cadena cinemática derecha de 3 GDL y el seguimiento de la trayectoria recta a lo largo del eje y junto al error de seguimiento se aprecia en la Figura 7-45.

El problema principal de los movimientos en la dirección z es el cambio de trayectoria que se genera en los puntos máximos y mínimos de las señales sinusoidales, en estos puntos aparece un fenómeno parecido al impacto de choque, sin embargo el uso de polinomios de quinto orden para generar las trayectorias disminuye en gran medida el problema.

En base a las trayectorias de cada pie, las posiciones angulares son calculadas mediante la cinemática inversa para la cadena cinemática de tres grados de libertad 4-11 y de dos grados de libertad 4-12.

Para la implementación se utilizó el método de integración *Simpson 3/8* ya que los resultados obtenidos que éste brinda fueron los óptimos en comparación a otros métodos de integración.

Los experimentos realizados muestran la eficacia del algoritmo de control implementado en el robot bípedo. El objetivo de dichos experimentos fue el seguimiento de trayectorias por parte del efector final, el pie de cada pierna, simulando el movimiento de caminata sin tomar en cuenta el modelo dinámico del robot.

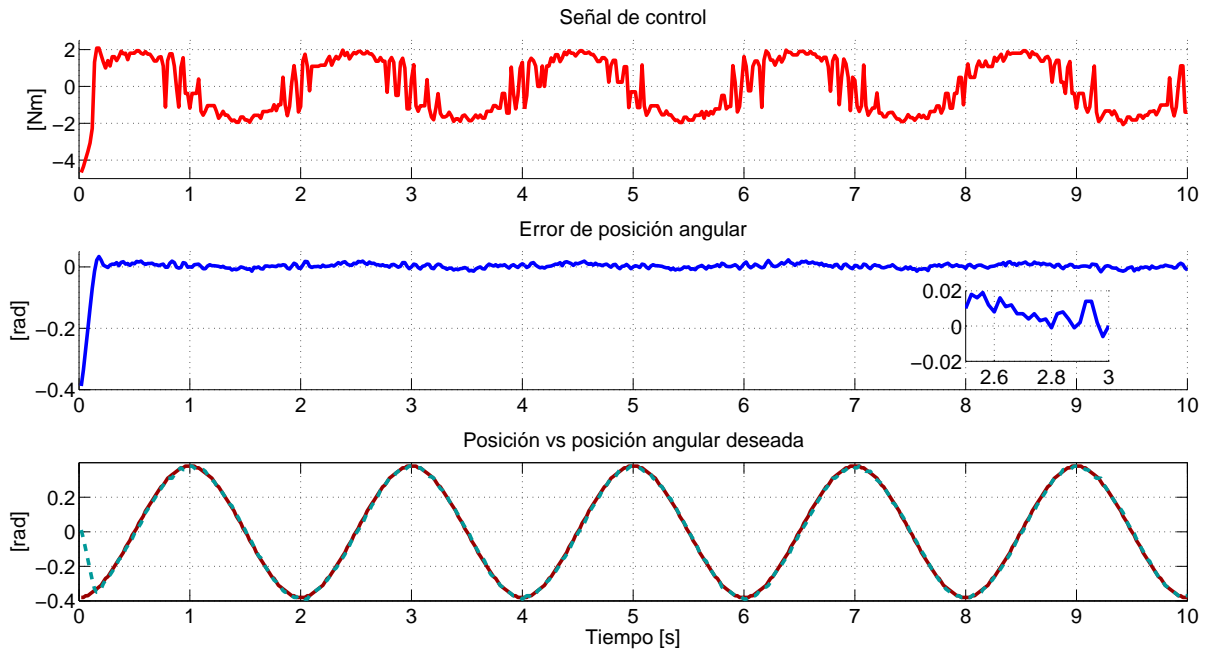


Figura 7-38: Seguimiento de trayectoria senoidal. Primer articulación izquierda. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectorias en el eje z y eje y .

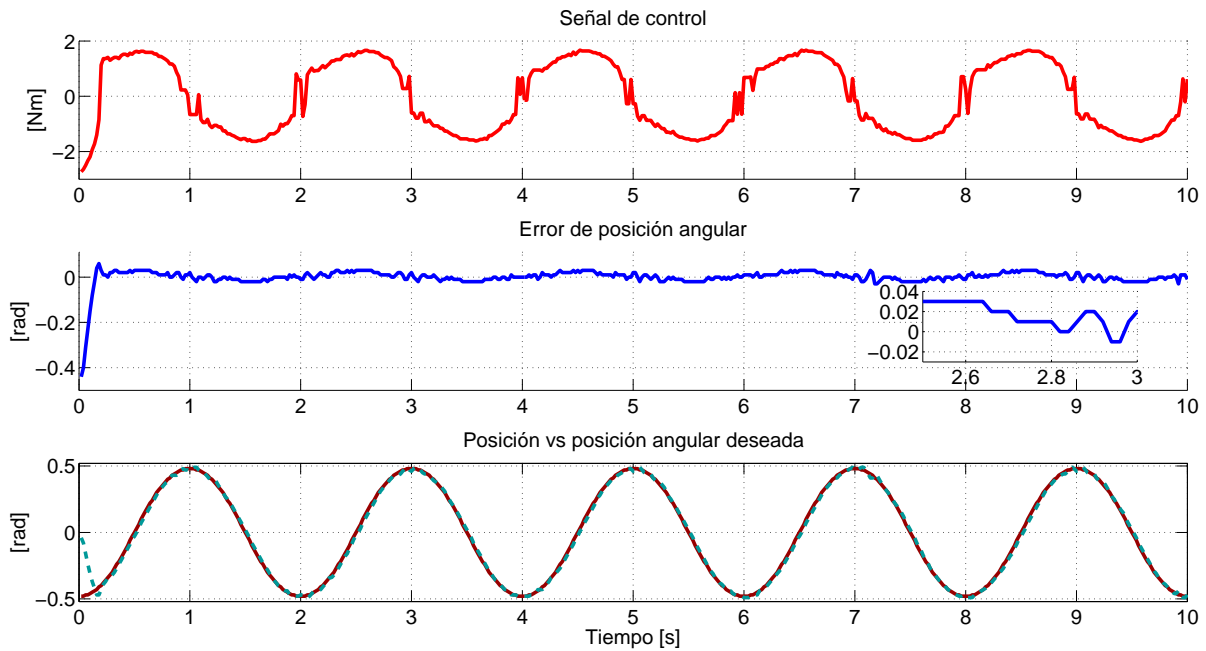


Figura 7-39: Seguimiento de trayectoria senoidal. Segunda articulación izquierda. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectorias en el eje z y eje y .

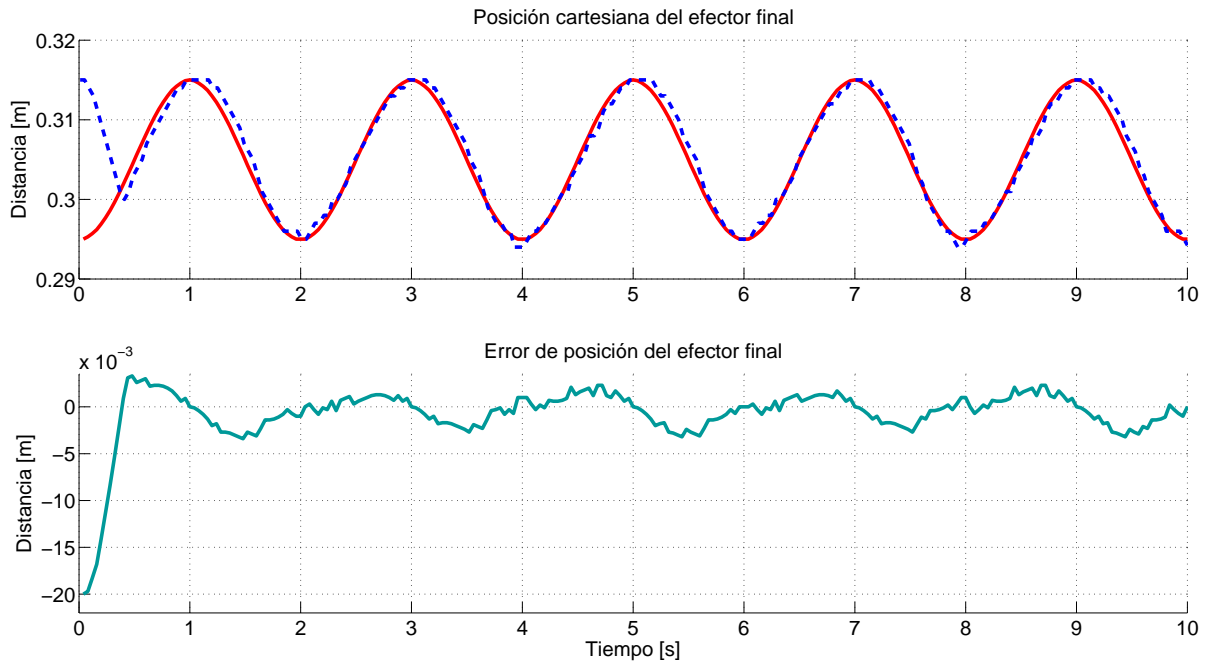


Figura 7-40: Seguimiento de trayectoria senoidal. Posición del efector final izquierdo en el eje z . Cadena cinemática 2 GDL.

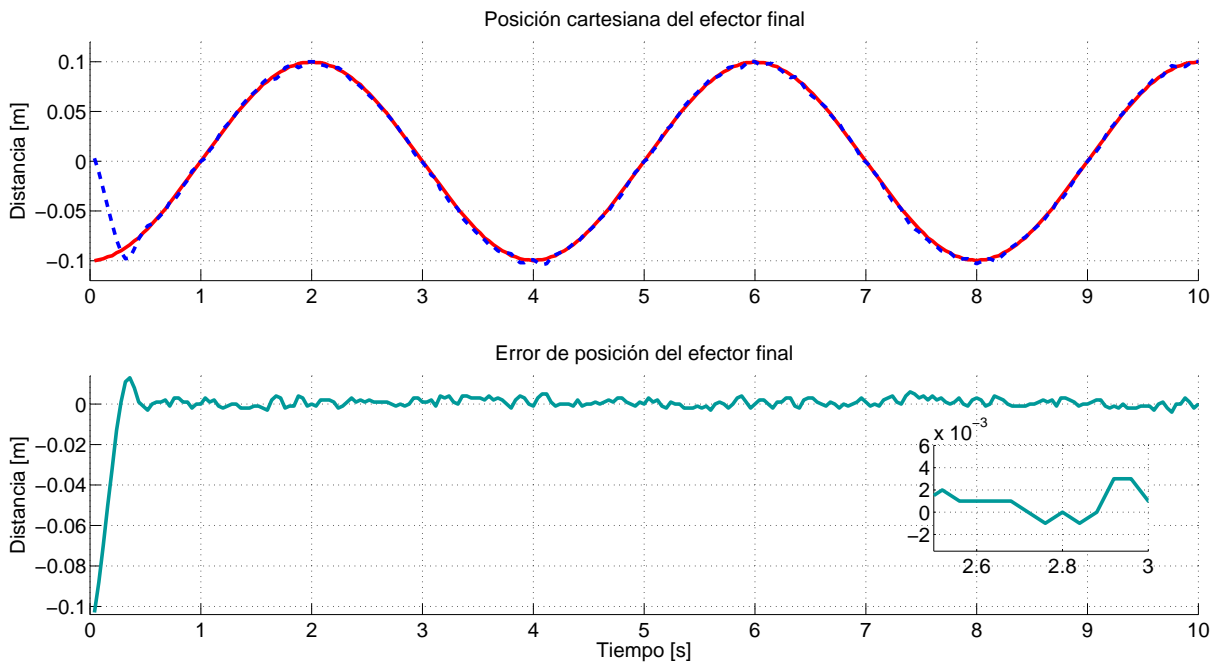


Figura 7-41: Seguimiento de trayectoria senoidal. Posición del efector final izquierdo en el eje y . Cadena cinemática 2 GDL.

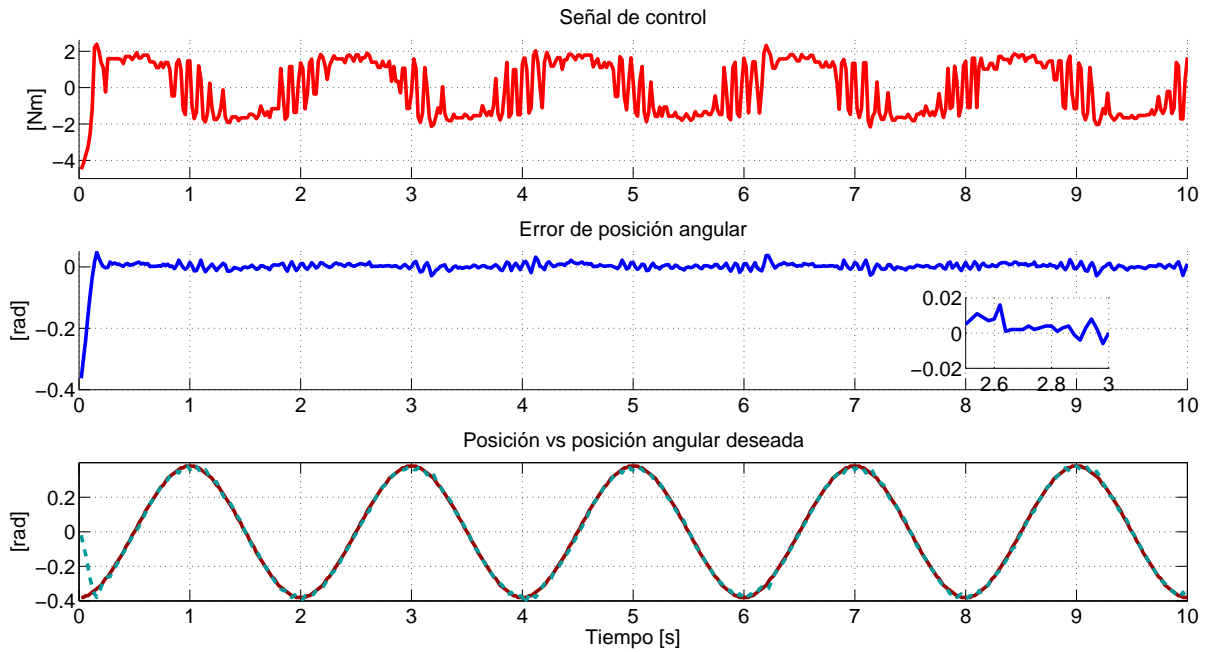


Figura 7-42: Seguimiento de trayectoria senoidal. Primer articulación derecha. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectorias en el eje z y eje y .

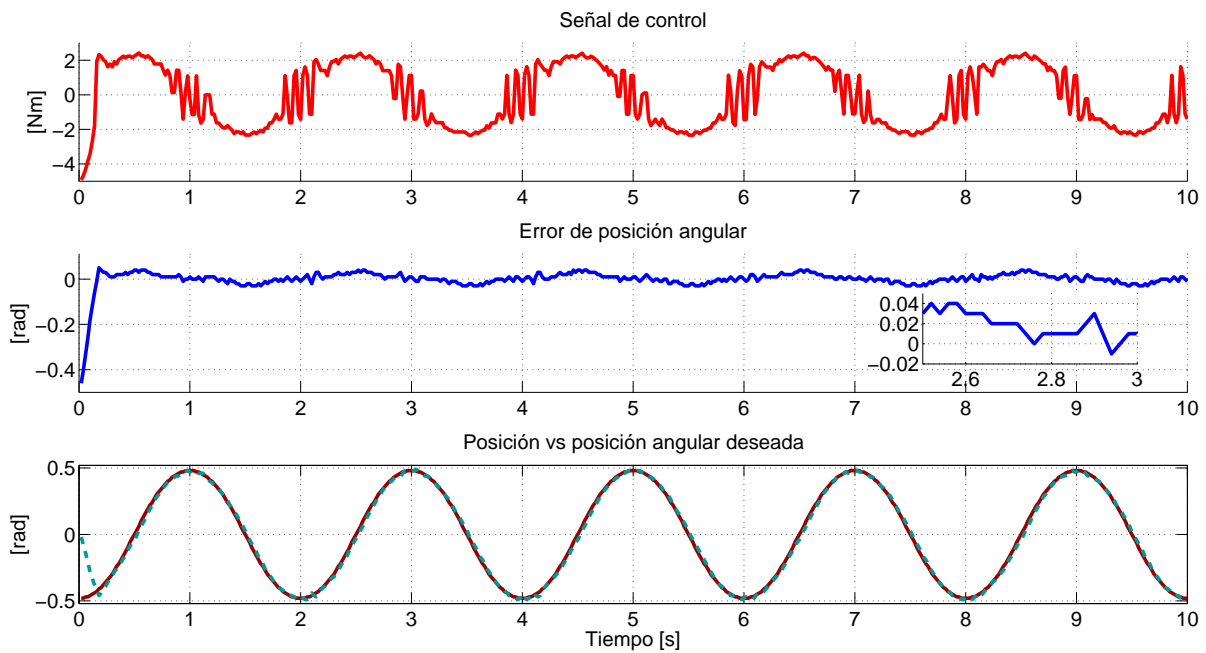


Figura 7-43: Seguimiento de trayectoria senoidal. Segunda articulación derecha. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectorias en el eje z y eje y .

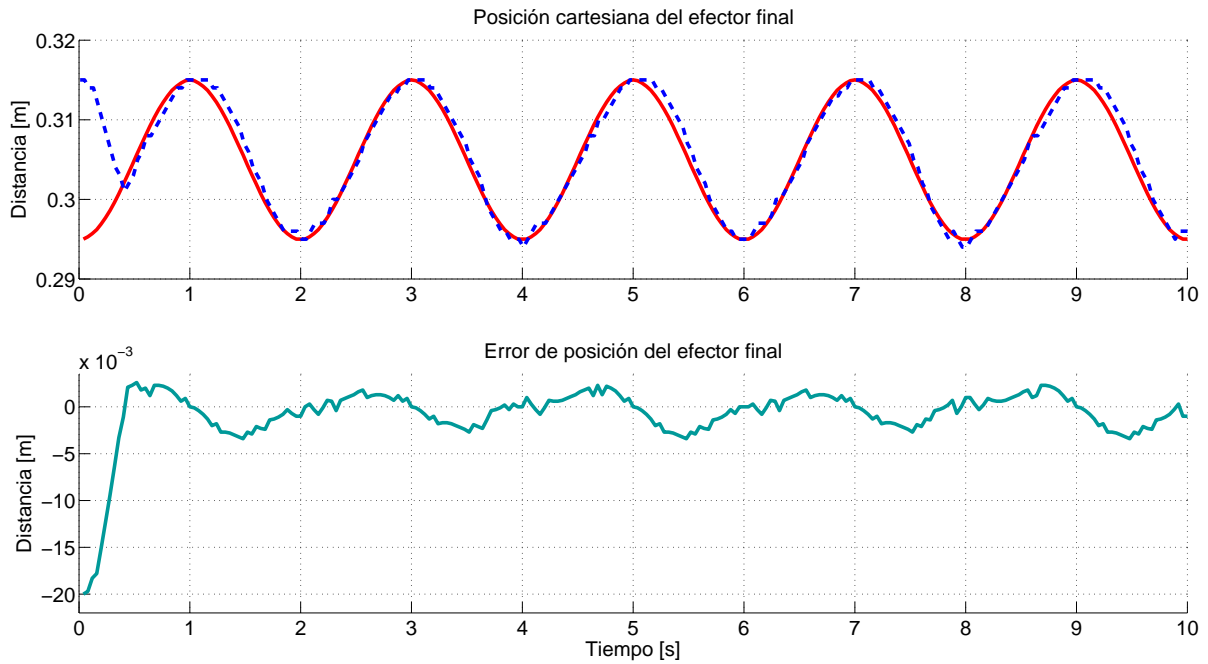


Figura 7-44: Seguimiento de trayectoria senoidal. Posición del efector final derecho en el eje z . Cadena cinemática 2 GDL.

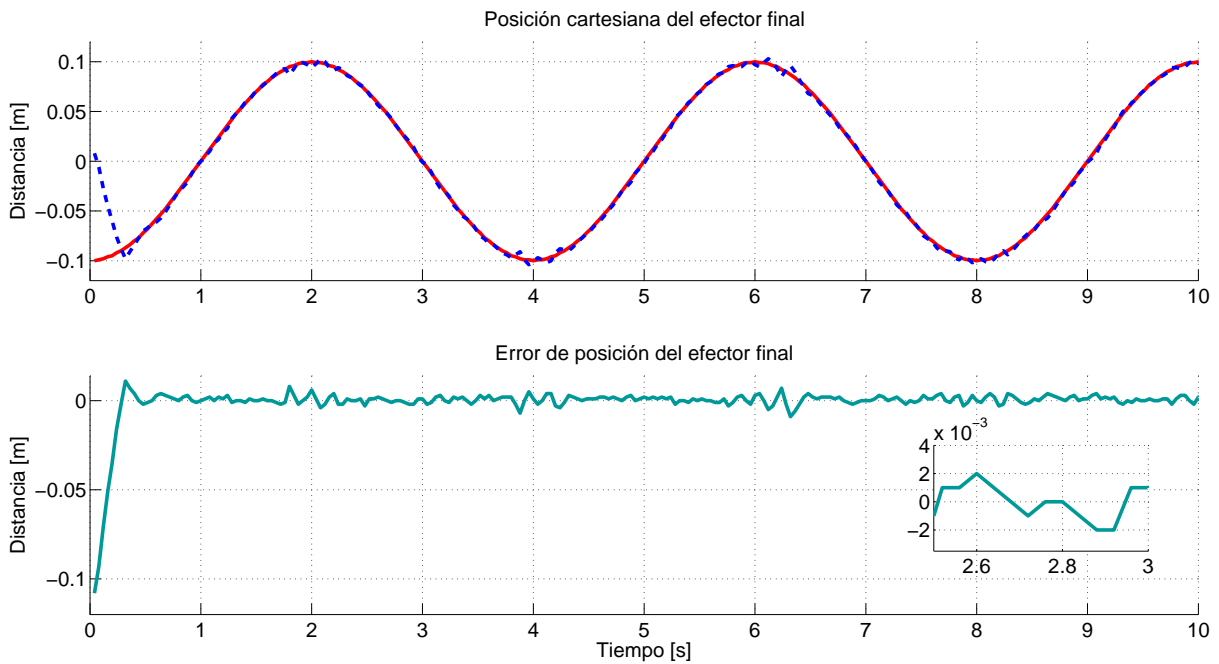


Figura 7-45: Seguimiento de trayectoria senoidal. Posición del efector final derecho en el eje y . Cadena cinemática 2 GDL.

CAPÍTULO

8

CONCLUSIONES

En el presente trabajo ha presentado la implementación de un algoritmo de control robusto para el seguimiento de trayectorias que en específico emulan los movimiento de caminata en un robot bípedo. Este prototipo robótico fue construido con el propósito de desarrollar herramientas de investigación en el campo de robots humanoides específicamente en el área del control de la caminata. Para demostrar la versatilidad del algoritmo de control utilizado, se implementa en una plataforma en la cual no es común hacer uso de esta técnica de control. Los resultados obtenidos son satisfactorios, y se demuestra la capacidad que tiene el algoritmo de control en aplicaciones con alto grado de incertidumbre en el sistema para el seguimiento de trayectorias. Se estudia el problema cinemático del robot tomando en cuenta el trabajo futuro mediante la implementación de diferentes algoritmos que en conjunto logren su desplazamiento. Se desarrollan todas las herramientas computacionales necesarias para la implementación que permiten solucionar el problema planteado y cumplir con el objetivo de esta tesis.

Se implementa el control articular para cada uno de los actuadores del robot bípedo que permiten su movimiento independiente. Se describe la arquitectura de control del sistema y los procedimientos de implementación de control de posición y de movimiento del robot. Diferentes trayectorias han sido programadas y ejecutadas sobre el prototipo demostrando la versatilidad que logra el se-

guimiento de cualquier trayectoria. Los resultados experimentales muestran que el sistema es capaz de seguir las trayectorias deseadas para un conjunto de puntos del efector final en tiempo finito, contemplando únicamente este seguimiento de trayectorias no se garantiza la caminata estable del robot bípedo, se cumple con uno de los principales puntos en el desarrollo del desplazamiento mediante dos piernas pero sin lograrlo ya que se requieren de otros algoritmos para cumplir con el objetivo de caminar.

Para el algoritmo utilizado el Super-Twisting de tercer orden se puede observar la convergencia del error de seguimiento a una vecindad cercana a cero y el aumento del desempeño. Las señales de control continuo para cada articulación que se obtuvieron mediante el 3-STA atenuaron los efectos del *chattering*, con esto el seguimiento de trayectorias fue el deseado a pesar de las perturbaciones y dinámicas no modeladas, las posiciones angulares de cada actuador deseadas se alcanzaron en el tiempo definido para el seguimiento de las trayectorias con movimientos suaves debido a la convergencia garantizada por el algoritmo de control, sin embargo el error de seguimiento se vio afectado debido a las propiedades físicas de los actuadores en varios segmentos sin alterar el seguimiento en secciones finales de la trayectoria las cuales se consideran de mayor interés. El uso del diferenciador de tercer orden contribuyó a la eficiencia obtenida en los resultados ya que obtuvo una buena estimación de las señales continuas de velocidad de cada articulación utilizando solo la información de la posición.

Para el controlador utilizado si se desea mayor exactitud es necesario programar diferenciadores exactos y robustos pero éstos conllevan un cálculo matemático más complejo y por lo tanto un mayor procesamiento por parte del microcontrolador.

El algoritmo de control utilizado es robusto ante incertidumbres y perturbaciones acotadas y acopladas a la señal de control por lo tanto permite compensar errores de imprecisión en específico dinámicas no modeladas, al igual permitió comprobar la robustez de la metodología de control por modos deslizantes ya que sin contemplar un modelo dinámico del sistema logró el objetivo propuesto a pesar del *desacople* en dos cadenas cinemáticas que permitió implementar leyes de control por separado pero poniendo énfasis en que la dinámica entre ambas cadenas es fuertemente acoplada, esto se pudo observar en los errores de seguimiento de trayectorias sinusoidales.

Con base a los resultados obtenidos se especifican las características más importantes del algoritmo utilizado con lo que se puede tener un panorama más amplio si se desea implementar esta metodología en la robótica.

APÉNDICE

A

APÉNDICES

A.1. Tarjeta CM-700

Tarjeta controladora diseñada específicamente para el uso de servomotores Dynamixel A-2, cuenta con la capacidad de desarrollar distintas aplicaciones haciendo uso de las librerías de instrucciones que tiene como recursos o crear propios algoritmos para implementación.



Figura A-1: Tarjeta controladora CM-700

A.2. Servomotores

Actuadores inteligentes Dynamixel de alto rendimiento en red diseñado específicamente para robots completamente integrado con retroalimentación y programable que forman cada articulación del bípedo utilizado.



Figura A-2: Servomotor Dynamixel RX-64

A.3. Entorno de programación C

Para la implementación de los algoritmos de control en la tarjeta CM-700 A-1, se utilizó el lenguaje C como herramienta principal en la plataforma Atmel Studio.

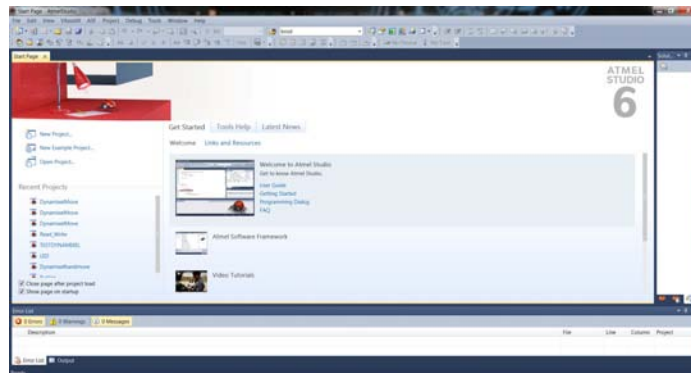


Figura A-3: Atmel Studio 6.2

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Bruno Siciliano and Oussama Khatib. *Springer Handbook of Robotics*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008.
- [2] Bruno Siciliano, Lorenzo Sciavicco, Luigi Villani, and Giuseppe Oriolo. *Robotics Modeling, Planning and Control*. Springer-Verlag, 2009.
- [3] John J. Craig. *Introduction to Robotics: Mechanics and Control*. Prentice Hall, 3 edition., 2004.
- [4] Lorenzo Sciavicco and Bruno Siciliano. *Modelling and Control of Robot Manipulators*. Springer-Verlag., 2008.
- [5] Rafael Kelly y Víctor Santibáñez. *Control de movimiento de robots manipuladores*. Ed. Pearson Prentice-Hall., 2003.
- [6] Anibal Ollero Baturone. *Robótica Manipuladores y robots móviles*. MARCOMBO, S.A., 2001.
- [7] N. Manamani, N. Nadjar Gauthier, and N.K. M'Sirdi. *Sliding mode control for a pneumatic robot leg*. European Control Conference (ECC), 1997.

- [8] Carlos Vázquez, Leonid Fridman, and Joaquin Collado. *Second Order Sliding Mode Control of an Overhead-Crane in the Presence of External Perturbations*. IEEE Conference on Decision and Control., 2013.
- [9] Schindele D. and Aschemann H. Trajectory tracking of a pneumatically driven parallel robot using higher-order smc. In *Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR), 2010 15th International Conference on*, pages 387–392, Aug 2010.
- [10] Dongkyoung Chwa. Sliding-mode tracking control of nonholonomic wheeled mobile robots in polar coordinates. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 12(4):637–644, July 2004.
- [11] Ruiz Gasca Marco Antonio. Implementación de controladores continuos por modos deslizantes a un robot paralelo de 2-gdl. Master’s thesis, UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO, 2014.
- [12] C. Chevallereau, G. Abba, Y. Aoustin, F. Plestan, E.R. Westervelt, Carlos Canudas-de Wit, and J.W. Grizzle. Rabbit: a testbed for advanced control theory. *Control Systems, IEEE*, 23(5):57–79, Oct 2003.
- [13] S. Ali A. Moosavian, Amir Takhmar, and Mansoor Alghooneh. *Regulated Sliding Mode Control on a Biped Robot*. IEEE Int. Conf. on Mechatronics and Automation., 2007.
- [14] Koichi Nishiwaki, Satoshi Kagami, James J. Kuffner, Masayuki Inaba, and Hirochika Inoue. Online humanoid walking control system and a moving goal tracking experiment. In *In IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA)*., pages 911–916, 2003.
- [15] Shuuji Kajita, Mitsuharu Morisawa, Kanato Miura, Shinichiro Nakaoka, Kensuke Harada, Kenji Kaneko, Fumio Kanehiro, and Kazuhito Yokoi. Biped walking stabilization based on linear inverted pendulum tracking. In *In IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems (IROS)*., pages 4489–4496, 2010.
- [16] S. Behnke. Online trajectory generation for omnidirectional biped walking. In *Robotics and Automation, 2006. ICRA 2006. Proceedings 2006 IEEE International Conference on*, pages 1597–1603, May 2006.

- [17] Taisuke Kobayashi, Kosuke Sekiyama, Tadayoshi Aoyama, Yasuhisa Hasegawa, and Toshio Fukuda. *Support of COG Trajectory Tracking by Arm-Swing with Bipedal Walking*. IEEE Micro-NanoMechatronics and Human Science (MHS)., 2014.
- [18] Pierre-Brice Wieber. Trajectory free linear model predictive control for stable walking in the presence of strong perturbations. pages 137–142, 2005.
- [19] Dong Xu, Dongbin Zhao, Jianqian Yi, and Xiangmin Tan. *Trajectory tracking control of omnidirectional wheeled mobile manipulators: robust neural network-based sliding mode approach*. IEEE Transactions on systems, man, and cybernetics-part B: cybernetics, vol., 39, no. 3, 2009.
- [20] Utkin V. *Sliding modes in control and optimization*. Springer (1992), (translated from Russian edition 1981).
- [21] A. Levant. Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control. *International Journal of Control* 58(6)., pages 1247–1263, 1993.
- [22] V. Utkin and Hoon Lee. Chattering problem in sliding mode control systems. In *Variable Structure Systems, 2006. VSS'06. International Workshop on*, pages 346–350, June 2006.
- [23] V. Utkin, J. Guldner, and J. Shi. *Sliding Mode control in Electro-Mechanical Systems*. CRC Press, 2009.
- [24] Y. Shtessel, C. Edwards, L. Fridman, and A. Levant. *Sliding Mode control and Observation*. Springer, 2013.
- [25] H. G. Sage, M. F. De Mathelin, and E. Ostertag. Robust control of robot manipulators: A survey. *International Journal of Control*, 72(16):1498–1522, 1999.
- [26] Recep Burkan and Ibrahim Uzman. Logarithmic based robust approach to parametric uncertainty for control of robot manipulators. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 15(10):427–436, 2005.
- [27] Wilfrid Perruquetti. *Sliding Mode Control in Engineering*. Marcel Dekker, Inc., New York, NY, USA, 2002.
- [28] Moreno J. A. and Osorio M. Strict lyapunov functions for the super-twisting algorithm. *IEEE Transactions On Automatic Control*, 57(4):1035–1040, (2012).

- [29] A. S. Poznyak. *Advanced Mathematical Tools for Automatic Control Engineers*. Elsevier, 2008.
- [30] Yuri Shtessel, Christopher Edwards and Leonid Fridman, and Arie Levant. *Sliding Mode control and Observation*. Springer, 2014.
- [31] Leonid Fridman, Jaime A. Moreno, Bijan Bandyopadhyay, Shyam Kamal, and Asif Chalanga. Continuous nested algorithms : The fifth generation of sliding mode controllers. In Xinghuo Yu and Mehmet Önder Efe, editors, *Recent Advances in Sliding Modes: From Control to Intelligent Mechatronics*, volume 24 of *Studies in Systems, Decision and Control*, pages 5–35. Springer International Publishing, 2015.
- [32] Shuuji Kajita, Hirohisa Hiraoka, Kensuke Harada, and Kazuhito Yokoi. *Introduction to Humanoid Robotics*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg., 2014.
- [33] Hubert Gattlinger and Johannes Gerstmayr. *Multibody System Dynamics, Robotics and Control*. Springer-Verlag Wien., 2013.
- [34] Kensuke Harada, Eiichi Yoshida, and Kazuhito Yokoi. *Motion Planning for Humanoid Robots*. Springer-Verlag London, 2010.
- [35] Richard M. Murray, Zeigang Li, and S. Shankar Sastry. *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*. CRC Press, 1994.
- [36] K. Hirai, M. Hirose, Y. Haikawa, and T. Takenaka. The development of honda humanoid robot. In *Robotics and Automation, 1998. Proceedings. 1998 IEEE International Conference on*, volume 2, pages 1321–1326 vol.2, May 1998.
- [37] Halim Hicheur, Alexander V. Terekhov, and Alain Berthoz. Intersegmental coordination during human locomotion: Does planar covariation of elevation angles reflect central constraints? *Journal of Neurophysiology*, 96(3):1406–1419, 2006.
- [38] M. W. Spong, S. Hutchinson, and M. Vidyasagar. *Robot Modeling and Control*. Wiley, New York, 2005.
- [39] John J. Craig. *Robótica*. Pearson Prentice Hall, 3era. Edición, México, 2006.
- [40] S. Kamal, A. Chalanga, B. Bandyopadhyay, J. A. Moreno, and L. Fridman. Third order sliding mode super-twisting algorithm. 2014.

-
- [41] Arie Levant. Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control. *International journal of Control*, pages 76(9–10):924–941, 2003.
- [42] A. Levant. Higher order sliding modes and arbitrary-order exact robust differentiation. In *Control Conference (ECC), 2001 European*, pages 996–1001, Sept 2001.
- [43] Moosavian S.A.A., Tahkmar A., and Alghooneh. *Regulated Sliding Mode Control of a Biped Robot, Humanoid Robots*. 7th IEEE-RAS International, Mechatronics and Automation, 2007. ICMA., 2007.
- [44] Van Heerden Kirill and Kawamura Atsuo. An investigation on robust biped walking using compliant force control and a online walking pattern generator. In *IECON 2010-36th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*, pages 1453–1458. IEEE, 2010.

ÍNDICE DE FIGURAS

| | |
|---|----|
| 2-1. Implementación del controlador <i>HOSM</i> anidado de realimentación de salida. | 13 |
| 3-1. Plano transversal, coronal (frontal)y sagital | 21 |
| 4-1. Robot humanoide Tafari | 30 |
| 4-2. Diagrama del robot humanoide | 30 |
| 4-3. Diagrama de una pierna del robot humanoide | 32 |
| 4-4. Cadena cinemática de 3 grados de libertad | 39 |
| 4-5. Cadena cinemática de 2 grados de libertad | 40 |
| 5-1. Polinomio. | 52 |
| 5-2. Primera derivada del polinomio. | 52 |
| 5-3. Segunda derivada del polinomio. | 53 |
| 5-4. Tercera derivada del polinomio. | 53 |
| 6-1. Seguimiento de trayectoria recta en el eje z . Cadena cinemática 3 GDL | 55 |
| 6-2. Primer articulación. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria recta en el eje z | 56 |
| 6-3. Segunda articulación. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria recta en el eje z | 56 |
| 6-4. Tercer articulación. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria recta en el eje z | 57 |

6-5. Posición del efector final a lo largo de la trayectoria recta definida sobre el eje z .
 Cadena cinemática 3 GDL 57

6-6. Trayectoria recta en el eje z y eje x 59

6-7. Primer articulación. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria recta en el eje z y eje x . 59

6-8. Segunda articulación. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria recta en el eje z y eje x . 60

6-9. Tercer articulación. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria recta en el eje z y eje x . 60

6-10. Posición z del efector final. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria recta en el eje z
 y eje x 61

6-11. Posición x del efector final. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria recta en el eje z
 y eje x 61

6-12. Trayectoria recta en el eje z y eje y 63

6-13. Trayectoria recta en el eje z y eje y 63

6-14. Primer articulación. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectoria recta en el eje z y eje y . 64

6-15. Segunda articulación. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectoria recta en el eje z y eje y . 64

6-16. Posición z del efector final. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectoria recta en el eje z
 y eje y 65

6-17. Posición y del efector final. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectoria recta en el eje z
 y eje y 65

6-18. Primer articulación. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectoria recta en el eje z y eje y . 66

6-19. Segunda articulación. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectoria recta en el eje z y eje y . 66

6-20. Posición z del efector final. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectoria recta en el eje z
 y eje y 67

6-21. Posición y del efector final. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectoria recta en el eje z
 y eje y 67

6-22. Seguimiento de trayectorias en el espacio que emulan los movimientos de la caminata
 para el robot bípedo 71

6-23. Principales puntos del seguimiento de trayectorias senoidales para la pierna izquierda
 del robot bípedo. Cadena cinemática de 3 GDL. 71

6-24. Principales puntos del seguimiento de trayectorias senoidales para la pierna derecha
 del robot bípedo. Cadena cinemática de 3 GDL. 72

6-25. Principales puntos del seguimiento de trayectorias senoidales para la pierna izquierda
 y derecha del robot bípedo. Cadena cinemática de 2 GDL. 72

| | |
|---|----|
| 6-26. Principales puntos del seguimiento de trayectorias del robot bípedo. Plano xz | 73 |
| 6-27. Principales puntos del seguimiento de trayectorias del robot bípedo. Plano yz | 73 |
| 6-28. Seguimiento de trayectoria senoidal. Primer articulación. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectorias en el eje z y eje x | 74 |
| 6-29. Seguimiento de trayectoria senoidal. Segunda articulación. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectorias en el eje z y eje x | 74 |
| 6-30. Seguimiento de trayectoria senoidal. Tercer articulación. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectorias en el eje z y eje x | 75 |
| 6-31. Seguimiento de trayectoria senoidal. Posición del efector final en el eje z . Cadena cinemática 3 GDL. | 75 |
| 6-32. Seguimiento de trayectoria senoidal. Posición del efector final en el eje x . Cadena cinemática 3 GDL. | 76 |
| 6-33. Ganancia adaptable para la primera articulación. | 80 |
| 6-34. Ganancia adaptable para la segunda articulación. | 80 |
| 6-35. Ganancia adaptable para la tercera articulación. | 82 |
| 7-1. Diagrama de implementación [31] | 85 |
| 7-2. Primer articulación izquierda. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria recta en el eje z . 86 | |
| 7-3. Segunda articulación izquierda. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria recta en el eje z | 86 |
| 7-4. Tercer articulación izquierda. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria recta en el eje z . 87 | |
| 7-5. Posición del efector final pierna izquierda a lo largo de la trayectoria recta definida sobre el eje z . Cadena cinemática 3 GDL. | 87 |
| 7-6. Primer articulación derecha. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria recta en el eje z . 88 | |
| 7-7. Segunda articulación derecha. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria recta en el eje z . 88 | |
| 7-8. Tercer articulación derecha. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria recta en el eje z . 89 | |
| 7-9. Posición del efector final pierna derecha a lo largo de la trayectoria recta definida sobre el eje z . Cadena cinemática 3 GDL. | 89 |
| 7-10. Primer articulación izquierda. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria en el eje z y eje x | 91 |
| 7-11. Segunda articulación izquierda. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria en el eje z y eje x | 91 |

7-12. Tercer articulación izquierda. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria en el eje z y eje x 92

7-13. Posición z del efector final pierna izquierda. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria en el eje z y eje x 92

7-14. Posición x del efector final pierna izquierda. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria en el eje z y eje x 93

7-15. Primer articulación derecha. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria en el eje z y eje x 93

7-16. Segunda articulación derecha. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria en el eje z y eje x 94

7-17. Tercer articulación derecha. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria en el eje z y eje x . 94

7-18. Posición z del efector final pierna derecha. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria en el eje z y eje x 95

7-19. Posición x del efector final pierna derecha. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectoria en el eje z y eje x 95

7-20. Primer articulación izquierda. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectoria recta en el eje z y eje y 97

7-21. Segunda articulación izquierda. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectoria recta en el eje z y eje y 97

7-22. Posición z del efector final pierna izquierda. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectoria recta en el eje z y eje y 98

7-23. Posición y del efector final pierna izquierda. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectoria recta en el eje z y eje y 98

7-24. Primer articulación derecha. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectoria recta en el eje z y eje y 99

7-25. Segunda articulación derecha. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectoria recta en el eje z y eje y 99

7-26. Posición z del efector final pierna derecha. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectoria recta en el eje z y eje y 100

7-27. Posición y del efector final pierna derecha. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectoria recta en el eje z y eje y 100

7-28. Seguimiento de trayectoria senoidal. Primer articulación izquierda. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectorias en el eje z y eje x 103

7-29. Seguimiento de trayectoria senoidal. Segunda articulación izquierda. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectorias en el eje z y eje x 103

7-30. Seguimiento de trayectoria senoidal. Tercer articulación izquierda. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectorias en el eje z y eje x 104

7-31. Seguimiento de trayectoria senoidal. Posición del efector final izquierdo en el eje z . Cadena cinemática 3 GDL. 104

7-32. Seguimiento de trayectoria senoidal. Posición del efector final izquierdo en el eje x . Cadena cinemática 3 GDL. 105

7-33. Seguimiento de trayectoria senoidal. Primer articulación derecha. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectorias en el eje z y eje x 105

7-34. Seguimiento de trayectoria senoidal. Segunda articulación derecha. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectorias en el eje z y eje x 106

7-35. Seguimiento de trayectoria senoidal. Tercer articulación derecha. Cadena cinemática 3 GDL. Trayectorias en el eje z y eje x 106

7-36. Seguimiento de trayectoria senoidal. Posición del efector final derecho en el eje z . Cadena cinemática 3 GDL. 107

7-37. Seguimiento de trayectoria senoidal. Posición del efector final derecho en el eje x . Cadena cinemática 3 GDL. 107

7-38. Seguimiento de trayectoria senoidal. Primer articulación izquierda. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectorias en el eje z y eje y 109

7-39. Seguimiento de trayectoria senoidal. Segunda articulación izquierda. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectorias en el eje z y eje y 109

7-40. Seguimiento de trayectoria senoidal. Posición del efector final izquierdo en el eje z . Cadena cinemática 2 GDL. 110

7-41. Seguimiento de trayectoria senoidal. Posición del efector final izquierdo en el eje y . Cadena cinemática 2 GDL. 110

7-42. Seguimiento de trayectoria senoidal. Primer articulación derecha. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectorias en el eje z y eje y 111

7-43. Seguimiento de trayectoria senoidal. Segunda articulación derecha. Cadena cinemática 2 GDL. Trayectorias en el eje z y eje y 111

| | |
|---|-----|
| 7-44. Seguimiento de trayectoria senoidal. Posición del efector final derecho en el eje z . | |
| Cadena cinemática 2 GDL. | 112 |
| 7-45. Seguimiento de trayectoria senoidal. Posición del efector final derecho en el eje y . | |
| Cadena cinemática 2 GDL. | 112 |
| A-1. Tarjeta controladora CM-700 | 115 |
| A-2. Servomotor Dynamixel RX-64 | 116 |
| A-3. Atmel Studio 6.2 | 116 |