



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICAS
INSTITUTO DE FÍSICA

EFFECTOS DE LA ESTRUCTURA DE LOS MESONES

$K^{*\pm}$ EN EL PROCESO $e^+e^- \rightarrow K^+\pi^0K^-\pi^0$.

TESIS

**QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS (FÍSICA),**

PRESENTA:

LUIS ALBERTO JIMÉNEZ PÉREZ.

TUTOR PRINCIPAL:

Dr. GENARO TOLEDO SÁNCHEZ.
(INSTITUTO DE FÍSICA, UNAM.)

MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR:

Dr. ROELOF BIJKER BIJKER.
(INSTITUTO DE CIENCIAS NUCLEARES, UNAM.)

Dr. JUAN CARLOS D'OLIVO SAEZ.
(INSTITUTO DE CIENCIAS NUCLEARES, UNAM.)

MÉXICO, D. F., NOVIEMBRE DE 2015.



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*A mis padres,
hermanas y sobrinos.
A Ana Laura.
A toda la familia, en general.
A mis amigos.*

Agradecimientos

Sé de sobra que hay muchas personas que además de mi, han sido parte importante para la culminación de este trabajo de maestría. Quiero mostrar mi agradecimiento y hacérselos llegar a todos y cada uno de ellos.

Agradezco a mi asesor principal, el Dr. Genaro Toledo Sánchez por su impresionante constancia, determinación, y paciencia. Por compartir sus conocimientos conmigo. Porque decidió ser mi tutor principal y me proporcionó un tema, mismo que ha quedado plasmado en esta tesis de maestría. Le agradezco sus asesorías, sus consejos, la motivación que me daba y por las dudas que siempre y en todo momento, me aclaró de la mejor forma e intención posibles.

Al Dr. Roelof Bijker y al Dr. Juan Carlos D´Olivo, que en todo momento estuvieron pendientes como miembros del comité tutor.

A una de las personas a quien le agradezco infinitamente, es a mi eterna amiga, compañera y el amor de mi vida, Ana Laura. Ella siempre ha estado a mi lado, con su apoyo constante e incondicional así como con su motivación, que han influido notablemente en mi persona. Sé que sin ella todo habría sido más complicado.

Agradezco a mis padres, los señores Lilia y Antonio, por su apoyo incondicional y porque siempre han creído en mí. Sé de igual forma, que sin su apoyo, no estaría aquí.

A mis hermanas, Candita y Leidy, que siempre están echándome porras y siempre están en contacto conmigo. Les agradezco su apoyo para la conclusión de este trabajo. A mis sobrinos y sobrinas: Laurita, Lilí, Jesús y David, que han sido una gran motivación para terminar este trabajo. A mi cuñado Jesús, por sus consejos, motivación, por su apoyo para culminar este trabajo.

A mi abuelita, la Sra. Candita, a mis tíos y prima, con los que siempre me divertí en vacaciones, después semestres de duro trabajo.

Parte importante en nuestras vidas también son nuestros amigos. No quiero dejar de mencionarlos, pero corro el riesgo de omitir a uno, y eso sería imperdonable. A todos, mis buenos amigos de Tabasco (Paraíso y del Tec de Comalcalco). A los que conocí en el posgrado, en especial los de la oficina 208, les agradezco su amistad y consejos. A todos, sin omisión, porque siempre estuvieron en contacto conmigo, con el buen humor que los caracteriza.

Quiero agradecer también a todos y cada uno de los sinodales por haber aceptado ser parte del jurado para el examen de maestría. Ellos son: la Dra. Gabriela Murguía Romero, el Dr. Eduardo Peinado Rodríguez, el Dr. Hermes León Vargas, el Dr. Genaro Toledo Sánchez (todos

ellos de la UNAM), y al Dr. Pablo Roig Garcés (del CINVESTAV), por leer este trabajo, por sus observaciones y comentarios que han ayudado a mejorarlo y enriquecerlo.

Agradezco también a todos los profesores que fueron parte de mi formación, en especial al Dr. Alfonso Mondragón, quien me dio muchos consejos que han sido importantes desde el inicio de la maestría; a los profesores con los que tomé cursos y han formado parte de mi formación en este posgrado: la Dra. Enriqueta Hernández, el Dr. Luis de La Peña, el Dr. Rafael Pérez, la Dra. Esbaide Adem, el Dr. Jorge Rickards, el Dr. Víctor Romero, la Dra. Rosario Paredes, el Dr. Raúl Esquivel, el Dr. Guillermo Monsiváis, la Dra. Myriam Mondragón, el Dr. Andrés Sandoval, el Dr. Lukas Nellen y el Dr. Jorge Alejandro Reyes-Esqueda.

Agradezco también al pueblo de este gran país, México, de quienes de forma indirecta he recibido su apoyo económico por medio de instituciones como CONACYT, para realización de esta maestría.

Al proyecto PAPIIT IN106913 por su apoyo económico para la culminación de la tesis.

A la UNAM, por haberme brindado la oportunidad de formar parte de ella, ya que en el período de posgrado, mi forma de pensar y ver el mundo han cambiado totalmente.

Resumen

Los mesones vectoriales son estados quark-antiquark con espín 1 y paridad negativa. Debido a su corto tiempo de vida, no hay mediciones directas para los momentos dipolar magnético y cuadrupolar eléctrico de estas partículas. Una alternativa para determinar estas cantidades es estudiar procesos que involucren la interacción electromagnética. Para el caso de los mesones vectoriales cargados $K^{*\pm}$, se propone el estudio del proceso de producción $e^+e^- \rightarrow K^+\pi^0 K^-\pi^0$. Para ello, se usa el modelo de dominancia vectorial, parametrizando el vértice que involucra tres partículas vectoriales en su forma más general posible, el cual satisface invariancia de Lorentz, de norma, simetrías discretas como P, C, T, combinaciones de ellas y hermiticidad.

La introducción de los efectos de inestabilidad de los mesones $K^{*\pm}$ se efectuó por medio del esquema de lazos de bosones, debido a que estas partículas vectoriales decaen principalmente en los mesones pseudoescalares K y π . Esto se hace incorporando las partes absorptivas a un lazo tanto al propagador como al vértice electromagnético. La parte imaginaria de la corrección a la autoenergía introduce el ancho de decaimiento en el propagador y el vértice electromagnético se construye de tal manera que la invariancia de norma es satisfecha vía la identidad de Ward, la cual es válida orden por orden en teoría de perturbaciones.

La comparación entre los esquemas de lazos de bosones y el de masa compleja, para incluir el carácter inestable, implica una redefinición tanto de la masa como del ancho de decaimiento, dependiente de la energía de la partícula. Esto introduce modificaciones en los factores de forma escalar y vectorial que describen el sistema $K\pi$.

En este trabajo se estudió la sección eficaz del proceso $e^+e^- \rightarrow K^+\pi^0 K^-\pi^0$, considerando sólo el estado intermedio $\phi^* \rightarrow K^{*+}K^{*-}$, imponiendo la invariancia de norma electromagnética, añadiendo un contratérmino a la amplitud de probabilidad. Se analizaron los efectos de: a) la estructura multipolar de los mesones $K^{*\pm}$, y b) la inestabilidad de dichas partículas. Los resultados obtenidos son comparados con los datos experimentales de la colaboración BABAR y requiriendo que los resultados de este trabajo sean menores a los valores experimentales, se obtiene una cota superior para la constante de acoplamiento $G_{\phi K^{*+}K^{*-}}$, la cual no existe en la literatura. Para los multipolos se determinaron regiones favorecidas consistentes con los mismo datos experimentales.

Dadas las limitaciones de este trabajo, para tener una descripción completa del proceso y para poder determinar los multipolos, es necesario considerar todos los estados intermedios posibles. Esto será parte de un trabajo futuro.

Índice general

Lista de acrónimos	IX
1. Revisión de partículas elementales	1
1.1. El Modelo Estándar	1
1.1.1. Las Interacciones Fundamentales y sus mediadores	1
1.1.2. Leptones y quarks	3
1.1.3. Campos e invariancia de norma	4
1.1.4. Mecanismo de Higgs	5
1.2. Hadrones	7
1.2.1. Modelo de Quarks	7
1.2.2. Bariones	10
1.2.3. Mesones	13
2. Características generales y propiedades electromagnéticas de estados de espín 1	21
2.1. Modelo de dominancia vectorial	21
2.2. Vértice γWW en el modelo estándar	23
2.2.1. Parametrización	25
2.3. Vértice electromagnético $\gamma VV'$	28
2.3.1. Parametrización de la función de vértice $\gamma VV'$	29
2.3.2. Simetrías discretas y el vértice $\gamma VV'$	29
2.3.3. Interpretación física de los coeficientes de la parametrización. Estructura Multipolar	31
2.4. Antecedentes del estudio de multipolos de K^*	33
3. Correcciones a un lazo al propagador y al vértice electromagnético de partículas de espín 1	37
3.1. Esquemas de inclusión del carácter inestable de mesones vectoriales	37
3.2. Cantidades a nivel árbol	39
3.2.1. Propagador	39
3.2.2. Vértice	39
3.2.3. Identidad de Ward a nivel árbol	40
3.3. Cantidades corregidas a un lazo	41
3.3.1. Propagador	41
3.3.2. Vértice	42
3.3.3. Identidad de Ward a primer orden	42
3.4. Construcción de los términos de la corrección al vértice	43
3.4.1. Vértice corregido	45
3.5. Interpretación de las modificaciones al propagador	46
3.5.1. Con simetría de Isoespín	46

3.5.2. Sin simetría de Isoespín	47
3.6. Distribución de Breit-Wigner	54
3.7. Factores de Forma	58
3.7.1. Elemento de matriz hadrónico	58
3.7.2. Factores de forma normalizados	59
4. El proceso $e^+e^- \rightarrow K^{*+}K^{*-}$	65
4.1. Amplitud de probabilidad del proceso $e^+e^- \rightarrow K^{*+}K^{*-}$	65
4.1.1. Amplitud al cuadrado	68
4.2. Sección eficaz diferencial	68
4.2.1. Comportamiento angular de la sección eficaz diferencial	69
4.3. Sección eficaz total	71
5. El proceso $e^+e^- \rightarrow K^+\pi^0K^-\pi^0$	73
5.1. Proceso $e^+e^- \rightarrow K^+\pi^0K^-\pi^0$	73
5.1.1. Canal I	74
5.1.2. Invariancia de norma al nivel de la parte hadrónica de la amplitud y con-	
tratérmino	77
5.1.3. Sección eficaz	79
5.1.4. Resultados	80
5.2. Otros Canales	84
6. Conclusiones	87
A. Espacio fase para procesos de producción con n partículas en el estado final	93
A.1. Matriz S	93
A.2. Integral de espacio fase	94
A.3. Caso $n = 4$	95
A.4. Comparación entre expresiones para la sección eficaz	97
B. Identidad de Ward	99
B.1. Identidad de Ward en QED	99
B.2. Identidad de Ward para los vértices γW^+W^- y γVV	101
C. Reglas de Feynman	103
C.1. Diagramas de Feynman	103
C.2. Reglas de Feynman	103
D. Constantes de acoplamiento	109
D.1. Decaimientos	109
D.1.1. Decaimiento a dos cuerpos	109
D.2. Acoplamientos	110
D.2.1. Constantes de acoplamientos	110
Bibliografía	119

Lista de acrónimos

- BABAR: B and B-bar experiment.
- CM: Centro de Masa. Marco de Referencia del Centro de Masa.
- CP: Carga-Paridad.
- CPT: Carga-Paridad-inversión temporal.
- *CT* Contra-término.
- CVC: Conserved Vector Current.
- DELPHI: DEtector with Lepton, Photon and Hadron Identification.
- EFE: Factor de Espacio Fase.
- *H*: Hamiltoniano.
- MCM: Momento Cuadrupolar Eléctrico.
- MDM: Momento Dipolar Magnético.
- ME: Modelo Estándar.
- *N*: Nucleón.
- PDG 2014: Particle Data Group 2014.
- QCD: Quantum Chromodynamics.
- QED: Quantum Electrodynamics.
- VEGAS: Adaptive Multi-dimensional Integration Program: subrutina basada en Fortran para efectuar integrales multidimensionales.
- VMD: Vector Meson Dominance (Modelo de Dominancia Vectorial).

Capítulo 1

Revisión de partículas elementales

Desde el desarrollo del modelo atómico, se han dado muchas mejoras en la investigación y comprensión de estructuras cada vez más pequeñas en el Universo. Por ejemplo, el núcleo atómico tiene una estructura *granular* o de partículas, llamadas nucleones (protones y neutrones), las cuales a su vez están compuestas por otras partículas más fundamentales, llamadas *quarks* [1]. De esta manera, se llega a la idea de partículas elementales, como los constituyentes fundamentales del Universo, es decir, como aquellas partículas que no poseen estructura interna observable dentro de los límites experimentales actuales. La idea de Partícula Elemental es un concepto ambiguo dentro de la física de altas energías, debido a que esta idea evoluciona con el tiempo como consecuencia del progreso de las técnicas experimentales y con el avance y desarrollo de la tecnología. A lo largo de la historia, se han dado muchos logros; paso a paso se ha dado origen a la siguiente secuencia de avances:

Moléculas \rightarrow Átomos \rightarrow Electrones + Núcleo \rightarrow Electrones + Protones + Neutrones \rightarrow Electrones + Quarks. [2]

No hay razón para suponer que esta serie tenga fin o que éste pueda ser alcanzado en algún momento.

En este capítulo, se presenta una revisión de las interacciones fundamentales de la naturaleza, las partículas elementales y sus propiedades, haciendo énfasis principalmente en los estados hadrónicos, cuyo estudio es de especial interés para este trabajo.

1.1. El Modelo Estándar

Los fenómenos de la física de partículas elementales son explicados por el modelo estándar (ME), una teoría de norma que los explica en términos de las propiedades y las interacciones de un pequeño número de partículas elementales: **leptones** y **quarks** que son fermiones de espín $1/2$; los **bosones de norma**, que son bosones de espín 1 , que actúan como portadores de fuerza o mediadores de interacción en la teoría, y el bosón de Higgs, de espín 0 , responsable de que las partículas adquieran masa. Estas partículas son tratadas como puntuales, sin estructura interna y sin estados excitados.

1.1.1. Las Interacciones Fundamentales y sus mediadores

La materia puede ser descrita en términos de unos pocos bloques constitutivos y, por lo mismo, es natural hacerse la siguiente pregunta: ¿es posible explicar todas las fuerzas que existen en la naturaleza en términos de interacciones fundamentales? La respuesta a esta pregunta es un sí, y a continuación se describen brevemente cada una de estas interacciones fundamentales existentes en la naturaleza:

- **Interacción electromagnética.** Es la interacción entre dos partículas cargadas eléctricamente; se da por medio de ondas electromagnéticas las cuales son continuamente emitidas y absorbidas [3]. Esta descripción es adecuada para largas distancias, pero a corta distancia debe ser tomada en cuenta la naturaleza cuántica: la interacción es transmitida por el intercambio de un **fotón**, que es un bosón de espín 1, masa nula y portador de la interacción electromagnética. La intensidad de esta interacción está dada por:

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi} \approx \frac{1}{137}, \quad (1.1)$$

donde α es la constante de estructura fina.

- **Interacción fuerte.** La interacción fuerte es la responsable de mantener unidos a los protones y neutrones dentro del núcleo atómico; también mantiene unidos a los quarks para formar partículas compuestas (hadrones, de los que se hablará más adelante). Los portadores de la interacción fuerte son **8 gluones**, y carecen de masa. El rango de alcance de la interacción fuerte es del orden de 10^{-15} m. La intensidad de la interacción fuerte disminuye con la energía asociada al proceso correspondiente. Por ejemplo, para energías alrededor de 1 GeV,

$$\alpha_s \approx 1. \quad (1.2)$$

Mientras que para energías alrededor de 100 GeV,

$$\alpha_s \approx 0.1. \quad (1.3)$$

Esta propiedad está relacionada con la libertad asintótica, misma que será mencionada más adelante, cuando se hable de los quarks.

- **Interacción débil.** Es una interacción de corto alcance, responsable de ciertos tipos de decaimientos nucleares como por ejemplo, en el decaimiento beta nuclear:

$$n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e. \quad (1.4)$$

La intensidad de la interacción débil está dada por:

$$\alpha_W \approx \frac{1}{30}. \quad (1.5)$$

Su rango de acción es de alrededor de 10^{-18} m. Los portadores de la fuerza **son los bosones** W^+ , W^- y Z que son masivos (ver Tabla 1.1).

La interacción débil fue unificada con la interacción electromagnética, dando por resultado la teoría *electrodébil*. La teoría electrodébil, formulada por Weinberg, Glashow y Salam, construida con la ayuda del principio de norma y el conocimiento de las propiedades fenomenológicas de las teorías de norma anteriores [4].

- **La fuerza de gravedad** La fuerza de gravedad entre partículas es, en la práctica, tan pequeña comparada con las otras tres que se desprecia y se consideran sólo tres fuerzas de la naturaleza para formular el modelo estándar de las partículas fundamentales.

En la Tabla 1.1, se presentan las interacciones fundamentales, sus mediadores y algunas características de éstos. En la Tabla 1.2 se presenta un resumen sobre el tipo de partículas sobre las que actúan, sus magnitudes relativas así como sus rangos de alcance.

Interacción	Mediador	Carga eléctrica, [e]	Espín, [\hbar]	Masa, [GeV/ c^2]
Electromagnética	γ	0	1	0
Débil	W^\pm	± 1	1	80.385 ± 0.015
Débil	Z	0	1	91.1876 ± 0.0021
Fuerte	$G^a; a = 1, \dots, 8$	0	1	0
Gravitacional	g	0	2	0

Tabla 1.1: Interacciones fundamentales y portadores de la fuerza. PDG (2014) [5].

Interacciones	Actúa sobre:	Magnitud	Alcance
Fuerte	Quarks y Hadrones	1	10^{-15} m
Electromagnética	Cargas eléctricas	10^{-3}	$\infty(1/r^2)$
Débil	Leptones y Hadrones	10^{-2}	10^{-18} m
Gravitación	Masas	10^{-39}	$\infty(1/r^2)$

Tabla 1.2: Interacciones fundamentales, magnitudes relativas a la fuerza fuerte así como sus alcances.

1.1.2. Leptones y quarks

Los leptones y los quarks son partículas de espín 1/2 y son las partículas de materia dentro del modelo estándar; están agrupadas en tres familias, como se muestra en la Tabla 1.3. A continuación se da una breve descripción de ellas:

Fermiones		
1a. Familia	2a. Familia	3a. Familia
neutrino del electrón, ν_e electrón, e	neutrino del muón, ν_μ muón, μ	neutrino del tau, ν_τ tau, τ
up, u down, d	charm, c strange, s	top, t bottom, b

Tabla 1.3: Familias de leptones y quarks.

Leptones. Está constituido por los electrones y sus versiones más pesadas como el muón y el tau (todos con carga $-e$), así como sus respectivos neutrinos (ver Tabla 1.4) que son partículas ligeras, neutras. Los leptones experimentan tanto la interacción electromagnética como la débil, pero no la interacción fuerte.

Quarks. Existen seis tipos de quarks: up (u), down (d), charm (c), strange (s), top (t) y bottom (b) que interactúan electromagnética, débil y fuertemente. En la Tabla 1.5, se muestran algunas de sus características fundamentales.

Tanto los quarks como los gluones nunca se han visto como partículas libres, es decir, ellos están confinados a existir como estados ligados (hadrones) en el rango de bajas energías [2]. Por otro lado, para energías mayores a 100 GeV, el acoplamiento fuerte α_S es pequeño (una propiedad de QCD conocida como libertad asintótica) y los quarks y los gluones se aproximan a estados libres [7, 8].

Leptón	Masa	Carga [e]
e^-	$0.510998928 \pm 0.000000011$ MeV	-1
ν_e	< 2 eV*	0
μ^-	$105.6583715 \pm 0.0000035$ MeV	-1
ν_μ	< 2 eV*	0
τ^-	1776.82 ± 0.16 MeV	-1
ν_τ	< 2 eV*	0

Tabla 1.4: Masas y cargas de las familias de leptones PDG (2014) [5]. *Mediciones más precisas a partir de parámetros cosmológicos han sido llevadas a cabo por la colaboración Planck, para las masas de los neutrinos, en donde $m_\nu < 0.21$ eV. [6].

Quark	Masa	Carga [e]
u	$2.3^{+0.7}_{-0.5}$ MeV	2/3
d	$4.8^{+0.5}_{-0.3}$ MeV	-1/3
c	1275 ± 25 MeV	2/3
s	95 ± 5 MeV	-1/3
t	173.5 ± 0.6 GeV	2/3
b	4.18 ± 0.03 GeV	-1/3

Tabla 1.5: Cargas y masas de quarks (PDG 2014) [5].

Antipartículas. Para cada partícula elemental en el Modelo Estándar, existe una partícula con la misma masa y valores opuestos de carga eléctrica y momento magnético, llamada **antipartícula**. Este resultado es una consecuencia directa de la combinación de la relatividad especial con la mecánica cuántica [3].

Sabor. El sabor es un nombre genérico para describir los diferentes tipos de leptones y de quarks. En el caso de los leptones, existen u , d , c , s , t y b , es decir, existen seis sabores de quarks así como también seis sabores de leptones (e , ν_e , μ , ν_μ , τ y ν_τ) [9].

Existe una diferencia muy importante entre leptones y quarks, una propiedad que los leptones no tienen y que los quarks sí poseen: el *color*.

Color. El color es una propiedad fundamental de los quarks. Es la carga de la interacción fuerte (análoga de la carga eléctrica en la interacción electromagnética) por medio de la cual los quarks interactúan [9]. Existen tres variedades de color, designados por rojo, verde y azul; los anti-quarks poseen anti-color.

1.1.3. Campos e invariancia de norma

En teoría cuántica de campos, las partículas son descritas por medio de excitaciones de un campo cuántico, las cuales satisfacen ecuaciones específicas que expresan la dinámica de la partícula; estas ecuaciones son derivadas a partir de la densidad Lagrangiana correspondiente. Por ejemplo, las partículas de espín cero, son descritas por excitaciones del campo escalar $\phi(x)$ que puede ser real (partícula escalar con carga eléctrica cero) o complejo (partícula escalar cargada y su antipartícula). A continuación, se muestra la densidad Lagrangiana y la ecuación del campo correspondiente para el caso real [7]:

$$\mathcal{L}_S = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) - \frac{1}{2}m^2 \phi^2, \quad \partial_\mu \partial^\mu \phi + m^2 \phi = 0, \quad \text{Ecuación de Klein-Gordon.} \quad (1.6)$$

En el caso de partículas de espín $\frac{1}{2}$, el campo asociado es un espinor complejo de cuatro componentes, $\psi(x)$.

La densidad Lagrangiana y la ecuación (de Dirac) están dadas por:

$$\mathcal{L}_D = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi, \quad i\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\psi = 0. \quad (1.7)$$

Para partículas vectoriales (de espín 1), masivas, el campo asociado A^μ , tiene cuatro componentes y se transforma como un vector bajo transformaciones de Lorentz. La densidad Lagrangiana y la ecuación correspondientes están dadas por:

$$\mathcal{L}_{\text{Proca}} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{2}m^2A^\mu A_\mu, \quad \partial_\mu F^{\mu\nu} - m^2A^\nu = 0 \quad (1.8)$$

donde $F^{\mu\nu} \equiv \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$.

Invariancia bajo transformaciones de fase local

Una transformación de fase local $U(1)$, está definida de la siguiente forma:

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{iq\xi(x)}\psi(x), \quad (1.9)$$

donde q es una constante y $\xi(x)$ es un parámetro que depende del espacio tiempo.

Considere el caso de la densidad Lagrangiana de Dirac, \mathcal{L}_D , la cual no es invariante ante transformaciones de fase local. Si se requiere que ésta sea invariante ante una transformación de fase local, es preciso efectuar los siguientes cambios:

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu, \quad (1.10)$$

donde D_μ es la derivada covariante y A_μ es un nuevo campo, el cual debe transformarse de la siguiente manera:

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu - \partial_\mu\xi. \quad (1.11)$$

Así, la densidad Lagrangiana que es invariante de norma, toma la siguiente forma:

$$\mathcal{L}_{QED} = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi - q\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}, \quad (1.12)$$

donde q es la carga de la partícula de espín $\frac{1}{2}$. De este resultado, se tiene la siguiente conclusión: al pedir invariancia de norma $U(1)$ a \mathcal{L}_D , se debe definir un campo A_μ sin masa (el término de masa viola invariancia de norma). Esto conduce a una nueva densidad Lagrangiana, \mathcal{L}_{QED} , que describe al fermión, al campo de norma y a las interacciones entre ellos. Este enunciado constituye el principio de norma que puede ser extendido a las interacciones débil, invariante ante transformaciones $SU(2)_L$, y fuerte, invariante ante transformaciones $SU(3)$.

Sin embargo, el principio funciona muy bien cuando los campos de norma tienen masa nula y esto es aplicable a los casos de QED y QCD, pero surge un problema con los bosones de norma W y Z , ya que las observaciones demuestran que tienen masa no nula. Para solucionar este problema, se emplea el mecanismo de la ruptura espontánea de la simetría a través del mecanismo de Higgs, descrito a continuación.

1.1.4. Mecanismo de Higgs

En el modelo estándar, las partículas adquieren masa debido a su interacción con un campo escalar llamado campo de Higgs.

Por lo general, las Lagrangianas de las teorías de campos poseen ciertas invariancias que también son poseídas por el estado de energía mas baja posible y es llamado el estado del vacío [10]. Un ejemplo es la siguiente:

$$\mathcal{L} = (\partial^\mu \phi)(\partial_\mu \phi)^* - \mu^2 \phi \phi^* - \lambda(\phi \phi^*)^2, \quad (1.13)$$

Al pedir invariancia de norma local, la densidad Lagrangiana toma la siguiente forma:

$$\mathcal{L} = (D^\mu \phi)(D_\mu \phi)^* - V(\phi, \phi^*) - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}, \quad (1.14)$$

donde $D_{\mu\nu}$ y $F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}$ ya fueron definidos con anterioridad, y:

$$V(\phi, \phi^*) \equiv \mu^2 \phi \phi^* + \lambda(\phi \phi^*)^2. \quad (1.15)$$

Para obtener el estado del vacío, se minimiza el potencial:

$$\frac{\partial V}{\partial \phi} = \mu^2 \phi^* + 2\lambda(\phi^* \phi) \phi^* = 0. \quad (1.16)$$

Es posible considerar dos casos para $\lambda > 0$: a) $\mu^2 > 0$ válida sólo para $\phi_{\text{mín}} = 0$ y es completamente simétrico y b) $\mu^2 < 0$, de lo cual se obtiene para el vacío:

$$v \equiv |\langle 0|\phi|0\rangle|^2 = -\frac{\mu^2}{2\lambda}, \quad \Rightarrow v = \pm \sqrt{\frac{-\mu^2}{2\lambda}}. \quad (1.17)$$

Al elegir el vacío como $+v$, las excitaciones del campo, las cuales describen los estados de la partícula, son obtenidos por perturbaciones del campo ϕ alrededor del vacío: $\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + \eta(x))e^{i\theta(x)/v}$, donde $\eta(x)$ y $\theta(x)$ son campos escalares, desfasados del punto simétrico. Al sustituir en la densidad Lagrangiana (1.14), se obtiene:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{1}{2} q^2 v^2 A'^\mu A'_\mu + \frac{1}{2} (\partial^\mu \eta)^2 - \lambda v^2 \eta^2 + \text{términos de acoplamiento}, \quad (1.18)$$

donde $A'^\mu = A^\mu + (1/v)\partial^\mu \theta$. Se observa de este resultado que el bosón de norma con espín 1 y el campo escalar η adquieren masa qv y $2\lambda v^2$, respectivamente [10] y que el campo θ no aparece en la Lagrangiana. El procedimiento anterior constituye el mecanismo de Higgs y puede ser extendido para generar las masas de los bosones de norma de la teoría electrodébil; W y Z adquieren masa y el fotón permanece con masa nula. Este mismo mecanismo es el responsable de dar también masa a los fermiones. La partícula asociada con el campo de Higgs es el bosón de Higgs (ver tabla 1.6), que es una partícula elemental, al igual que los leptones, los quarks y los bosones de norma [11].

Propiedad (Bosón de Higgs)	Valor
Espín [\hbar]	0
Carga eléctrica, [e]	0
Masa [GeV]	125.7 ± 0.4

Tabla 1.6: El bosón de Higgs y algunas de sus propiedades PDG (2014) [5].

1.2. Hadrones

Los hadrones no son consideradas partículas elementales en el Modelo Estándar, pero son partículas muy importantes ya que están compuestas por quarks, que se mantienen unidos por la **fuerza fuerte**.

1.2.1. Modelo de Quarks

En la década de los 60's del siglo pasado, se produjeron grandes avances en el estudio de los hadrones. Se logró acumular una gran cantidad de información relacionada con estas partículas, que condujo a la observación de ciertas regularidades entre estados hadrónicos que podrían ser explicadas en términos de los *quarks constituyentes*, partículas que componían a los hadrones.

Los quarks fueron propuestos por Gell-Mann y Zweig y pronto comenzó una intensa búsqueda para hallar evidencia experimental de su existencia. Las únicas propiedades de los quarks conocidas eran su carga fraccionaria y su confinamiento. Así, una de las conclusiones iniciales, fue que los quarks eran muy masivos. Por la misma época, en estudios de la dispersión inelástica profunda de leptones por nucleones, estos últimos parecían estar compuestos de unos constituyentes puntuales, ligeros, casi-libres llamados partones. Los estudios demostraron que los partones eran los quarks, confinados dentro de los nucleones por un potencial de confinamiento que aumenta al aumentar la distancia entre ellos, dando de este modo, origen a propiedades como la masa, el espín y el momento magnético [9]. Se consideró que los quarks confinados eran partículas casi-libres de masa efectiva m^* (e igual a un tercio de la masa de los bariones), con momento del orden de R_0^{-1} , donde R_0 es el tamaño típico de un hadrón (1 fm) [9].

Por otra parte, los hadrones se dividen en bariones y mesones. Los bariones están compuestos por tres quarks de valencia; como ejemplos, se tienen al *protón* y al *neutrón* (ambos llamados *nucleones*): el protón está compuesto por tres quarks: *uud*, y el neutrón por *udd*. Por otro lado, los mesones están compuestos por un quark y un anti-quark (antipartícula de un quark). A la categoría de los mesones pertenece la partícula que es objeto de estudio en este trabajo, el mesón vectorial K^* , del que se hablará más adelante. Cabe mencionar que estas partículas tienen carga de color global blanca o neutra (nula) y, al tener en cuenta el sabor de los quarks, se concluye que para cada sabor, hay tres posibilidades de carga de color. Tanto los bariones como los mesones serán presentados con más detalle más adelante, mientras tanto, se da un repaso de los números cuánticos necesarios para describir a los hadrones.

Isoespín

Es bien conocido que las masas del protón y del neutrón son aproximadamente iguales. Existe evidencia experimental proveniente de física nuclear relacionada con el hecho de que el neutrón y el protón tienen propiedades idénticas bajo la interacción fuerte. Este hecho importante fue formalizado por Heisenberg por medio de la introducción de una nueva simetría interna la cual consideraba a estas dos partículas como dos estados distintos de un nuevo objeto abstracto que satisface las mismas propiedades que el espín: el isoespín. Así, este número cuántico es introducido para explicar la existencia de partículas con masas aproximadamente iguales y con distinta carga eléctrica. Estas partículas pueden ser arregladas en grupos llamados *multipletes de isoespín*. Cada multiplete se caracteriza por el número cuántico interno de isoespín, denotado por I , asociado con el vector \mathbf{I} , en el espacio de isoespín, cuya tercera componente, I_3 , se asocia también a cada multiplete. Los operadores I , I_3 , I_+ y I_- satisfacen las reglas de conmutación del momento angular. El isoespín es una cantidad conservada dentro de las interacciones fuertes pero no en los procesos asociados con la interacción electrodébil.

La simetría de isospín puede ser vista también en otros hadrones como en los mesones pseudoescalares π , los cuales existen en tres posibilidades: π^\pm y π^0 . Estas partículas conforman lo que se llama *tripleto* de isospín, como el mostrado en la Tabla. 1.7.

Mesón	Masa [MeV]	Carga [e]
π^\pm	139.57018 ± 0.00035	± 1
π^0	134.9766 ± 0.0006	0

Tabla 1.7: Tripleto de piones. Se muestran su masa y su carga. Los piones son estables si se apaga la interacción electrodébil PDG (2014) [5].

En las interacciones fuertes, el concepto de simetría de isospín, conduce a resultados importantes sobre la estructura interna y sobre las interacciones de nucleones y el núcleo. Hay evidencia experimental de que las interacciones $N - N$ son independientes de las direcciones p y n del espacio de isospín. Se define el operador \vec{T} como:

$$\vec{T} = \frac{1}{2}\vec{\sigma}, \quad (1.19)$$

en donde $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ y:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (1.20)$$

son los generadores hermitianos del grupo $SU(2)$, llamadas matrices de Pauli. La simetría de isospín implica que el Hamiltoniano de la interacción fuerte conmuta con \hat{T} :

$$[H, \hat{T}] = 0. \quad (1.21)$$

Esta simetría está asociada con el hecho de que los quarks ligeros up y down tienen masas aproximadamente iguales y muy pequeñas comparadas con la escala de QCD. Además, como los gluones no se acoplan al sabor de los quarks, la interacción fuerte es independiente del sabor de ellos. La combinación de estos dos argumentos, implica que es posible reemplazar los quarks up con los down y viceversa sin cambiar la energía en el nucleón. Por lo tanto, el protón y el neutrón tienen la misma masa. Sin embargo, la simetría de isospín no es exacta y está rota debido a las siguientes hechos:

- La diferencia de masa entre los quarks u y d.
- La magnitud del rompimiento de esta simetría está suprimido por las cantidades:

$$\alpha_{em}/\alpha_S \quad \text{y} \quad (m_u - m_d)/\Lambda_{QCD}, \quad (1.22)$$

menor al uno por ciento en la mayoría de los casos, donde Λ_{QCD} es un parámetro dimensional, de tal modo que $\alpha_S(q) \rightarrow \infty$ cuando $q \rightarrow \Lambda$.

- La diferencia de cargas: el quark u tiene $+2/3$ y el quark d , $-1/3$ (que trae como consecuencia que el protón tenga carga $+1$ y el neutrón, 0).
- Que el momento magnético de ambos es diferente.

Cuando se introduce el quark s , la simetría se extiende a la simetría del sabor $SU(3)$. El efecto del rompimiento esta simetría es más grande ya que la masa del quark s es mucho más grande que la de los quarks u y d .

Número bariónico

El número bariónico es un número cuántico definido para garantizar el hecho de que el protón, el barión más ligero, es una partícula estable ($\tau > 10^{29}$ años) y que otras partículas más pesadas decaen a él [9]. El número bariónico se conserva en todos los procesos; se asigna de la siguiente manera: $\mathcal{B} = +1$ para bariones, $\mathcal{B} = -1$ para anti-bariones y $\mathcal{B} = 0$ para mesones y anti-mesones; los quarks tienen $\mathcal{B} = 1/3$ y los anti-quarks, $\mathcal{B} = -1/3$.

Extrañeza

Los mesones que están involucrados en este trabajo son los mesones extraños K y K^* ; de este último se estudiarán sus propiedades electromagnéticas, por lo que es pertinente hablar de otro número cuántico llamado *extrañeza*.

Algunos mesones y bariones se desintegran de forma “extraña”, con vidas medias demasiado grandes dentro del contexto de las interacciones fuertes, a pesar de producirse en este tipo de procesos. Por ejemplo, se tiene al barión Σ^- , el cual es producido por interacción fuerte (en tiempos del orden de 10^{-23} s), mediante,

$$\pi^- + p \rightarrow K^+ + \Sigma^-,$$

y decae débilmente vía

$$\Sigma^- \rightarrow n + \pi^-, \quad \tau(\Sigma^-) \approx 10^{-10} \text{ s.}$$

Lo mismo ocurre para el mesón K^+ :

$$K^+ \rightarrow \begin{cases} \mu^+ + \nu_\mu \\ \pi^+ + \pi^0 \end{cases}, \quad \tau(K^+) \approx 10^{-8} \text{ s,}$$

el cual es mucho mayor que los tiempos típicos de desintegración por interacción fuerte. Esta discrepancia entre el tiempo de vida de producción y el tiempo de decaimiento condujo en 1953 a Gell-Mann y Nishijima a la definición de un nuevo número cuántico aditivo llamado *extrañeza*, S , que se conserva en las interacciones fuertes y electromagnéticas pero no en las interacciones débiles, en las que se viola en una unidad. Cabe mencionar que estas partículas se producen en pares (producción asociada).

Por razones históricas, al quark s se le asocia *extrañeza* $S = -1$ y al quark \bar{s} se le asocia *extrañeza* $S = +1$; es por ese motivo que la *extrañeza* de las antipartículas es $+1$ mientras que la de las partículas es -1 . Para las partículas no extrañas, $S = 0$.

Existen otros números cuánticos asociados con los quarks, uno para cada sabor de quark (excepto para los quarks u y d); así, es posible encontrar los números cuánticos *beauty* B , *charmness* C y *topness* T ; sin embargo, sólo se ha detallado el caso del número cuántico S , debido a que la partícula que se estudia en este trabajo es una partícula extraña ($K^{*\pm}$).

Hipercarga Y

Se define un nuevo número cuántico llamado hipercarga, Y , definido como (Gell-Mann y Nishijima):

$$Y = \mathcal{B} + S, \tag{1.23}$$

en donde \mathcal{B} es el número bariónico y S es la *extrañeza*. La carga eléctrica, Q_e se relaciona con la hipercarga Y , del siguiente modo:

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2}, \tag{1.24}$$

Quark	Espín	\mathcal{B}	Q	I_3	S	Y
u	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{3}$
d	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{3}$
s	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	-1	$-\frac{2}{3}$

Tabla 1.8: Números cuánticos de los quarks u, d, s . Como puede observarse, a los quarks se les asigna número bariónico de $1/3$.

donde I_3 es la tercera componente (componente I_z) del isospín I , [9] y [12].

Al considerar los otros números cuánticos (C , B o T), la hipercarga Y esta definida como:

$$Y = \mathcal{B} + S + C + B + T, \quad (1.25)$$

de tal modo que el sabor de un quark (representado por I_3, S, C, B, T) tiene el mismo signo que la carga Q : por ejemplo, la extrañeza de K^+ es $+1$; $B = 1$ para B^+ , etc., mientras que los anti-quarks tienen signo de sabor opuestos.

Con esta breve revisión de los números cuánticos de los hadrones, se procede a dar una revisión detallada de los bariones y los mesones.

1.2.2. Bariones

En este apartado se presentan con mayor detalle los bariones, partículas con número bariónico $\mathcal{B} = 1$, compuestas por tres quarks; se trata, por tanto, de un sistema de tres cuerpos. Por lo mismo, se deben tener en cuenta dos momentos angulares orbitales l y l' . En el estado base, $l = l' = 0$, y por lo tanto, el momento angular total proviene de los espines de los quarks constituyentes [13].

Los patrones observados en la década de los 1960's, fueron interpretados en términos de teoría de grupos como representaciones de un grupo de simetría unitaria $SU(3)$. El "3" denota el hecho de que la representación fundamental del grupo es un triplete (u, d y s , los únicos quarks conocidos en ese tiempo). Pueden ocurrir transformaciones entre miembros de multipletes en el espacio tridimensional complejo. Al combinar cualesquiera dos de los estados de quark básicos q_1, q_2 y q_3 , cada representación fundamental "3" de $SU(3)$, daría un sextete y un triplete [9]:

$$\mathbf{3} \otimes \mathbf{3} = \mathbf{6} \oplus \mathbf{3}. \quad (1.26)$$

Los estados pertenecientes a $\mathbf{6}$ son simétricos bajo el intercambio de índices, como los estados q_3q_3 y $q_1q_2 + q_2q_1$; los pertenecientes a $\mathbf{3}$ son antisimétricos, tal como $q_2q_3 - q_3q_2$. Al considerar un tercer quark, se tiene:

$$\mathbf{3} \otimes \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} = \mathbf{27} = \mathbf{1}_A \oplus \mathbf{8}_M \oplus \mathbf{8}_M \oplus \mathbf{10}_S, \quad (1.27)$$

donde $\mathbf{1}_A$, denota un singlete: estado antisimétrico (subíndice A) bajo el intercambio de cualesquiera dos etiquetas de quarks; $\mathbf{10}_S$ denota un decuplete con 10 estados simétricos (subíndice S); $\mathbf{8}_M$ denota a los octetes, los cuales son 8 estados con simetría mixta (subíndice M), cada uno (8 son simétricos bajo P_{12} y 8 antisimétricos bajo P_{12}), donde P_{12} denota la permutación de los quarks 1 y 2.

La componente de sus funciones de onda asociada con el *color*, es un singlete de $SU(3)$, un estado completamente antisimétrico de los tres colores. Como los quarks son fermiones, la función de onda es antisimétrica bajo el intercambio de dos quarks de masas iguales (como u y d en el límite de la simetría de isospín). Así,

$$|qqq\rangle_A = |\text{color}\rangle_A |\text{espacial, espín, sabor}\rangle_S, \quad (1.28)$$

donde los subíndices S y A denotan simetría y antisimetría, respectivamente, bajo el intercambio de cualesquiera dos quarks con masas iguales. Por ejemplo, si se consideran solo bariones compuestos por los quarks u , d y s , los tres sabores, junto con el hecho de que sus masas son aproximadamente iguales, implican una simetría del sabor aproximada $SU(3)$, que requiere que esos bariones pertenezcan a multipletes del lado derecho de la relación (1.27). Por otro lado, las partes de la función onda asociadas con el sabor, se acoplan con estados de espín simétricos, para formar estados espín-sabor completamente simétricos. La parte espacial del vector de estado es también simétrica bajo el intercambio de cualquier par de etiquetas de quarks, ya que para los bariones se encuentran en el “estado base”, $l = 0$. Por lo tanto, para satisfacer el teorema de espín-estadística, la función de onda de color debe ser antisimétrica bajo el intercambio de pares de partículas.

Decuplete Los miembros del decuplete de $SU(3)$ son bariones de espín-paridad $J^P = 3/2^+$ de masa más baja posible, dados por combinaciones simétricas de quarks del tipo uuu , ddd , sss y otras siete combinaciones, también simétricas. De este modo y con lo mencionado en el párrafo anterior, se forman las funciones de onda para el decuplete de bariones, con $J = 3/2$. En la Fig. 1.1, se muestran los miembros del decuplete de bariones: el cuadruplete ($I = 2$) ($\Delta^-, \Delta^0, \Delta^+, \Delta^{++}$), el triplete ($I = 1$) ($\Sigma^-, \Sigma^0, \Sigma^+$), el doblete ($I = 1/2$) (Ξ^-, Ξ^+) y el singlete Ω^- . Por ejemplo, para el barión Δ^{++} , la función de onda es escrita como:

$$|\Delta^{++}\rangle = |\psi_{\frac{3}{2}\frac{3}{2}}^T\rangle \otimes |\psi_{\frac{3}{2}\frac{3}{2}}^J\rangle \otimes |\psi_{\text{color}}\rangle, \quad (1.29)$$

en donde,

- La función de onda de isoespín, está dada por:

$$|\psi_{\frac{3}{2}\frac{3}{2}}^T\rangle = |uuu\rangle. \quad (1.30)$$

- La función de onda de espín está dada por:

$$|\psi_{\frac{3}{2}\frac{3}{2}}^J\rangle = |\uparrow\uparrow\uparrow\rangle \quad (1.31)$$

- La combinación de las dos funciones de onda anteriores, puede escribirse en una sola función de onda, denominada función de onda de espín-sabor, la cual está dada por:

$$|u \uparrow u \uparrow u \uparrow\rangle. \quad (1.32)$$

Este estado es completamente simétrico bajo el intercambio de partículas.

- La función de onda de color es un singlete de $SU(3)$, es decir, si se etiqueta el índice de color de un simple quark con i , este puede tomar los valores 1, 2, 3 o en su defecto, rojo(r), verde (g), azul (b); el estado singlete puede ser normalizado a 1 mediante:

$$|\psi\rangle_{\text{color}} = \frac{1}{\sqrt{6}} \left\| \begin{pmatrix} r_1 & g_1 & b_1 \\ r_2 & g_2 & b_2 \\ r_3 & g_3 & b_3 \end{pmatrix} \right\|, \quad (1.33)$$

o, escrito de otra forma,

$$\frac{1}{\sqrt{6}} \epsilon^{i_1 i_2 i_3}, \quad (1.34)$$

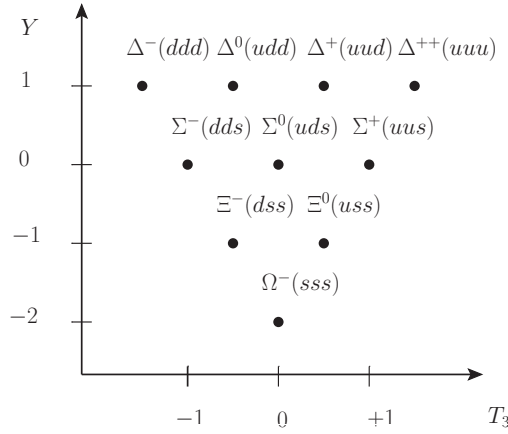


Figura 1.1: Decuplete de bariones con espín-paridad $\frac{3}{2}^+$. Se observan un cuadruplete de bariones $\Delta(1232)$ con $Y = 1$ y $I = 3/2$; un triplete de bariones $\Sigma(1384)$, con $Y = 0$, $I = 1$; un doblete de bariones $\Xi(1533)$ con $Y = -1$, $I = 1/2$ y el singlete, $\Omega^-(1672)$, con $Y = -2$, $I = 0$.

donde el primer índice denota al color del primer quark, el segundo índice, al color del segundo quark, etc. La función de onda es antisimétrica bajo el intercambio de etiquetas de partículas.

Singlete El singlete de bariones es un estado completamente antisimétrico, dado por:

$$dsu + uds + sud - usd - sdu - dus, \quad (1.35)$$

que cambia de signo bajo el intercambio de cualesquiera dos quarks. Este estado se construye al agregar el quark s a la combinación antisimétrica de dos quarks u, d :

$$(ud - du)s, \quad (1.36)$$

y efectuando combinaciones cíclicas.

Octetes Los miembros del decuplete de bariones tienen funciones de onda de espín, de sabor y espacial, simétricas. Es posible formar funciones de onda de estados de tres quarks que son simétricas simultáneamente bajo intercambio de sabor y de espín de cualesquiera dos quarks como en el decuplete, pero no separadamente. Estos estados son identificados como miembros de estados bariónicos con momento angular total J , y paridad P $J^P = \frac{1}{2}^+$ que, en conjunto, conforman el octete de bariones, Fig. 1.2 [9]. Las partículas que forman parte de este grupo son: el neutrón y el protón que forman parte de un doblete de isoespín; el triplete de isoespín $\Sigma(1193)$; el doblete de isoespín $\Xi(1318)$, y el singlete $\Lambda(1116)$.

Para construir las funciones de onda del octete de bariones, se toma como ejemplo el caso del protón, uud . Para el caso de dos quarks en un estado de espín antisimétrico (singlete), se tiene:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow). \quad (1.37)$$

Para hacer la función de onda total simétrica, se requiere una combinación antisimétrica de los sabores u y d (singlete de isoespín):

$$\frac{1}{2}(ud - du). \quad (1.38)$$

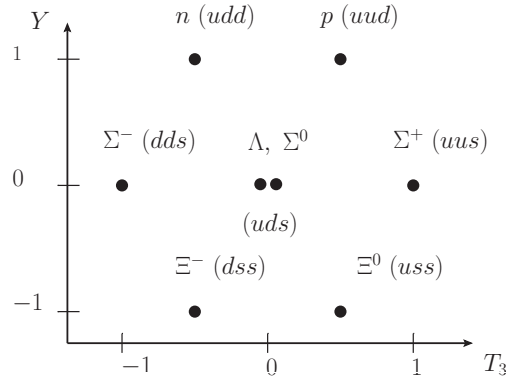


Figura 1.2: Octete de bariones con espín-paridad $\frac{1}{2}^+$.

Al tomar un tercer quark u con espín up, se obtiene:

$$(u \uparrow d \downarrow - u \downarrow d \uparrow - d \uparrow u \downarrow + d \downarrow u \uparrow)u \uparrow. \quad (1.39)$$

La expresión entre paréntesis es simétrica bajo intercambio del primer y segundo quark (sabor y espín), la expresión entera tiene que ser simetrizada a través de una permutación cíclica:

$$\begin{aligned} \phi \left(p, J_z = +\frac{1}{2} \right) &= \frac{1}{\sqrt{18}} (2u \uparrow u \uparrow d \downarrow + 2d \downarrow u \uparrow u \uparrow + 2u \uparrow d \downarrow u \uparrow \\ &\quad - u \downarrow d \uparrow u \uparrow - u \uparrow u \downarrow d \uparrow - u \downarrow u \uparrow d \uparrow \\ &\quad - d \uparrow u \downarrow u \uparrow - u \uparrow d \uparrow u \downarrow - d \uparrow u \uparrow u \downarrow) \end{aligned} \quad (1.40)$$

Si se añade el quark c , se tiene entonces un total de cuatro quarks y la simetría del sabor $SU(3)$ se extiende ahora al grupo $SU(4)$ y, de nuevo, la simetría se rompe más fuertemente debido a la mayor masa de c . En la Fig. 1.3, se muestran los multipletes correspondientes a este caso.

1.2.3. Mesones

Al igual que en el caso de los bariones, los mesones son estados de quarks. La principal diferencia con los bariones, es que los mesones son estados ligados compuestos por un q y un antiquark \bar{q}' en donde el símbolo $'$ indica que el sabor de los quarks no es necesariamente el mismo. A continuación se mencionan algunos datos generales sobre los mesones [5]:

- La paridad es

$$P = (-1)^{l+1}, \quad (1.41)$$

donde l es el momento angular orbital del mesón.

- El momento angular total J está dado por:

$$|l - s| \leq J \leq |l + s|. \quad (1.42)$$

Si $s = 0$, los espines de los quarks son anti-paralelos y si $s = 1$, los espines de los quarks son paralelos.

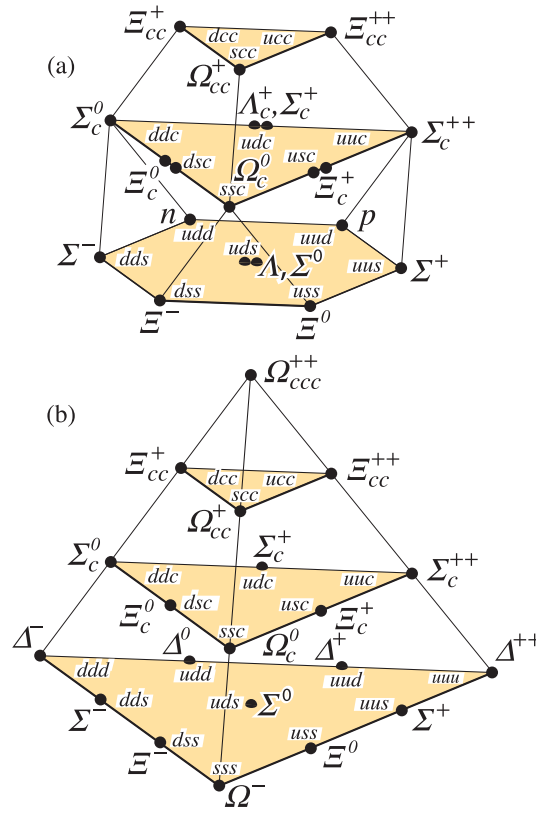


Figura 1.3: Multipletes de $SU(4)$ de bariones compuestos por los quarks u , d , s y c . (a) 20-plete con el octete de $SU(3)$. (b) 20-plete con un decuplete de $SU(3)$. PDG (2014).

- Conjugación de carga. Está definida para un sistema constituido por una partícula de espín $1/2$ y su antipartícula en una configuración con momento angular orbital l y espín s . La conjugación de carga o paridad- C , se define como:

$$C = (-1)^{l+s}, \quad (1.43)$$

se define sólo para estados de la forma $q\bar{q}$. Los eigenestados de C tienen eigenvalores $(-1)^{l+s}$.

- La paridad G , es una combinación de la transformación de carga C con una rotación en el espacio de isospín. Se define como:

$$G = (-1)^{I+l+s}, \quad (1.44)$$

para mesones compuestos por un quark y su propio antiquark, $q\bar{q}$ ($I_z = 0$) y para estados cargados $u\bar{d}$ y $d\bar{u}$ ($I = 0$).

- Los mesones son agrupados en J^{PC} multipletes.
- Estados para $l = 0$:
 - *Mesón pseudoescalar*. Se denota por 0^{-+} y corresponde a $s = 0$. Esto implica entonces $P = -1$ y $C = +1$.
 - *Mesón vectorial*. Denotado por 1^{--} para $s = 1$, con $P = -1$ y $C = -1$.

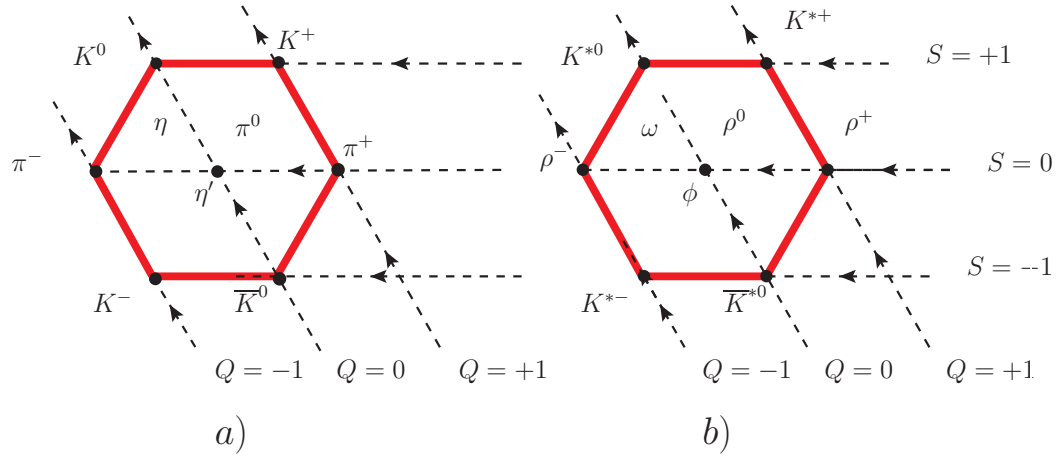


Figura 1.4: a) Estados de mesones pseudoescalares en el estado más bajo $J^P = 0^-$.
 b) Nonete de mesones vectoriales, $J^P = 1^-$, ambos en el plano cuyo eje horizontal está dado por la tercera componente de isoespín y el eje vertical, dado por la hipercarga.

■ Estados para $l = 1$:

- *Mesón escalar.* Se denota por 0^{++} y corresponde a $s = 1$: $P = +1$ y $C = +1$.
- *Mesones axiales.* Se denotan por 1^{+-} y 1^{++} . De esto se ve que $P = +1$ en ambos casos y a $C = -1$ y $C = +1$, para la conjugación de carga, respectivamente.
- *Mesones tensoriales.* Son denotados por 2^{++} . Para este caso, $s = 1$. Esto da $P = +1$ y $C = +1$.

Las nueve posibles combinaciones, conformadas por los quarks u, d y s , son agrupados en un octete y en un singlete de quarks ligeros:

$$\mathbf{3} \otimes \bar{\mathbf{3}} = \mathbf{8} \oplus \mathbf{1}. \quad (1.45)$$

Si se considera el caso $l = 0$, existen dos tipos de nonetes:

- De mesones vectoriales. Estos son estados quark-antiquark con espín-paridad $J^P = 1^-$. Los espines de los quarks tienen una configuración del tipo $(\uparrow\uparrow)$.
- De mesones pseudoescalares. Estos son estados quark-antiquark con espín-paridad $J^P = 0^-$. La configuración de los quarks es $(\uparrow\downarrow)$.

En ambos casos, el número bariónico es 0. En la Figura 1.4, se observan los nonetes de mesones pseudoescalares y vectoriales, y en las Tablas 1.9 y 1.10 se muestran algunas de sus propiedades.

En el caso de los bariones, se hizo hincapié en la simetría bajo el intercambio de quarks. En el caso de mesones, y en intercambios del tipo $q \rightarrow \bar{q}$, es necesario introducir los efectos de la operación de conjugación de carga, aplicada a las funciones de onda de los quarks. Esto trae como consecuencia la existencia de una fase. Así, bajo conjugación de carga, C

$$u \rightarrow \bar{u} \quad \Rightarrow \quad u \rightarrow \bar{u}e^{i\phi}, \quad (1.46)$$

donde la fase ϕ se elige de acuerdo con la convención de Condon-Shortley, la cual introduce un signo menos en la definición.

Por otro lado, los estados de interacción η_8 y η_0 son ortogonales y están dados por:

I	I_3	S	Mesón	Composición de quarks	Decaimiento principal	Masa [MeV]
1	1	0	π^+	$u\bar{d}$	$\pi^\pm \rightarrow \mu\nu$	139.57018 ± 0.00035
1	-1	0	π^-	$d\bar{u}$	$\pi^\pm \rightarrow \mu\nu$	139.57018 ± 0.00035
1	0	0	π^0	$\frac{1}{\sqrt{2}}(d\bar{d} - u\bar{u})$	$\pi^0 \rightarrow 2\gamma$	134.9766 ± 0.0006
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	+1	K^+	$u\bar{s}$	$K^+ \rightarrow \mu\nu$	493.667 ± 0.016
$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	+1	K^0	$d\bar{s}$	$K^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$	497.614 ± 0.024
$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	K^-	$\bar{u}s$	$K^- \rightarrow \mu\nu$	493.677 ± 0.016
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-1	\bar{K}^0	$\bar{d}s$	$\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$	497.614 ± 0.024
0	0	0	η	$\frac{1}{\sqrt{6}}(d\bar{d} + u\bar{u} - 2s\bar{s})$	$\eta \rightarrow 2\gamma$	547.862 ± 0.018
0	0	0	η'	$\frac{1}{\sqrt{3}}(d\bar{d} + u\bar{u} + s\bar{s})$	$\eta' \rightarrow \eta\pi\pi, \rightarrow 2\gamma$	957.78 ± 0.06

Tabla 1.9: Nonete de mesones pseudoescalares. Los primeros ocho renglones corresponden al octete y el último renglón, es el singlete. PDG (2014) [5].

$$\eta_8 = \frac{1}{\sqrt{6}}(d\bar{d} + u\bar{u} - 2s\bar{s}), \quad \eta_0 = \frac{1}{\sqrt{3}}(d\bar{d} + u\bar{u} + s\bar{s}). \quad (1.47)$$

Sin embargo, los verdaderos estados observados en la naturaleza son η y η' los cuales son combinaciones lineales de η_0 y η_8 :

$$\begin{pmatrix} \eta \\ \eta' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_P & -\text{sen}\theta_P \\ \text{sen}\theta_P & \cos\theta_P \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta_8 \\ \eta_0 \end{pmatrix}, \quad (1.48)$$

donde $\theta_P = -(13.3 \pm 1.0)^\circ$ es el ángulo de mezcla [14]. En el caso de configuraciones ($\uparrow\uparrow$) con $l = 0$, se obtienen los mesones vectoriales ($J^P = 1^-$).

Por otro lado, si θ_V es el ángulo de mezcla del nonete de mesones vectoriales, entonces:

$$\begin{aligned} \phi &= \phi_0 \text{sen}\theta_V - \phi_8 \cos\theta_V, \\ \omega &= \phi_8 \text{sen}\theta_V + \phi_0 \cos\theta_V, \end{aligned} \quad (1.49)$$

donde ω y ϕ denotan estados de mesones vectoriales y ϕ_0 y ϕ_8 son los estados de singlete y octete. Además, θ está dado por:

$$\tan^2\theta_V = \frac{M_\phi^2 - M_8^2}{M_8^2 - M_\omega^2}, \quad (1.50)$$

de lo que se obtiene $\theta_V \approx 35.3^\circ$.

Mesones encantados Los mesones encantados o *charmed mesons*, son mesones compuestos por un quark ligero (u , d ó s y sus antipartículas) junto con el quark c o \bar{c} . Esos mesones son identificados con el nombre genérico D . Si se considera un cuarto quark, como c , el grupo $SU(3)$, se extiende a $SU(4)$, la cual se rompe debido a la masa mucho más grande de c (ver Fig. 1.5). La descomposición de los 16 mesones está dada por:

$$4 \otimes \bar{4} = 15 \oplus 1. \quad (1.51)$$

I	I_3	S	Mesón	Composición de quarks	Decaimiento principal	Masa [MeV]
1	1	0	ρ^+	$u\bar{d}$	$\pi\pi$ ($\approx 100\%$)	775.26 ± 0.25
1	-1	0	ρ^-	$d\bar{u}$	$\pi\pi$ ($\approx 100\%$)	775.26 ± 0.25
1	0	0	ρ^0	$\frac{1}{\sqrt{2}}(d\bar{d} + u\bar{u})$	$\pi\pi$ ($\approx 100\%$)	775.26 ± 0.25
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	+1	K^{*+}	$u\bar{s}$	$K\pi$ (100%)	895.5 ± 0.8
$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	+1	K^{*0}	$d\bar{s}$	$K\pi$ (100%)	895.81 ± 0.19
$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	K^{*-}	$\bar{u}s$	$K\pi$ (100%)	895.5 ± 0.8
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-1	K^{*0}	$\bar{d}s$	$K\pi$ (100%)	895.81 ± 0.19
0	0	0	ϕ	$s\bar{s}$	K^+K^- , (48.9 ± 0.5)%	1019.461 ± 0.019
0	0	0	ω	$\frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$	$\pi^+\pi^-\pi^0$ (89.2 ± 0.7)%	782.65 ± 0.12

Tabla 1.10: Propiedades de los mesones vectoriales, miembros del nonete correspondiente. PDG (2014). Las masas para los mesones K^* son obtenidas a partir de decaimientos del τ .

Mesones de quarks ligeros y pesados Las combinaciones de quarks ligeros y pesados fueron observadas en la década de 1970's, consistiendo en:

- Mesones pseudoescalares ($J^P = 0^-$) encantados, D , tales como D^+ ($= c\bar{d}$), D^0 ($= c\bar{u}$), D_s^+ ($= c\bar{s}$), etc.
- Mesones vectoriales ($J^P = 1^-$) encantados. Ejemplos de estos, son D^{*0} ($= c\bar{u}$), D_s^{*+} ($= c\bar{s}$), etc., así como estados correspondientes a excitaciones radiales, $J^P = 2^+$, etc.

De igual modo, existen combinaciones de quarks ligeros con el quark bottom, b , llamados genéricamente mesones B :

- Mesones pseudoescalares. $B^+ = u\bar{b}$, $B^0 = d\bar{b}$, $B_s^0 = s\bar{b}$, etc.
- Mesones vectoriales: B^* , etc.

Se cree que los hadrones compuestos por un quark o antiquark t , no se llegan a formar debido a que el tiempo de hadronización es mucho más grande que el de desintegración.

Los mesones compuestos por un quark pesado y uno ligero tienen aspectos en común con el átomo de hidrógeno (la mayor parte de la masa está en el núcleo). El protón (análogo al quark pesado) tiene ligado al electrón (análogo del quark ligero).

Resonancias En física el concepto de resonancia aparece frecuentemente; puede ser observado, por ejemplo, en un oscilador armónico al cual se le aplica una fuerza externa que varía sinusoidalmente. Cuando la frecuencia de la fuerza aplicada coincide con la frecuencia natural del oscilador, la amplitud de la oscilación llega a ser máxima. El concepto se extiende de forma análoga a partículas elementales, mediante los estados denominados *estados resonantes*. Cuando la energía en una colisión es tal que iguala a la frecuencia del estado resonante, entonces la sección eficaz del proceso tiene un pico a ese valor de la energía (llamado energía resonante).

En partículas elementales existen estados resonantes o resonancias. Como ejemplo, un estado resonante puede ser excitado en la colisión de un pión y un protón cuando la energía de colisión es igual a la frecuencia natural (masa) del estado resonante. La sección eficaz de la colisión pasa por un máximo en la energía resonante [9]. Dicho en otras palabras, una resonancia es el máximo hallado en la sección eficaz de un proceso de dispersión en la vecindad de un cierto valor de la energía (o masa), quedando determinada también por el ancho característico del pico. El ancho

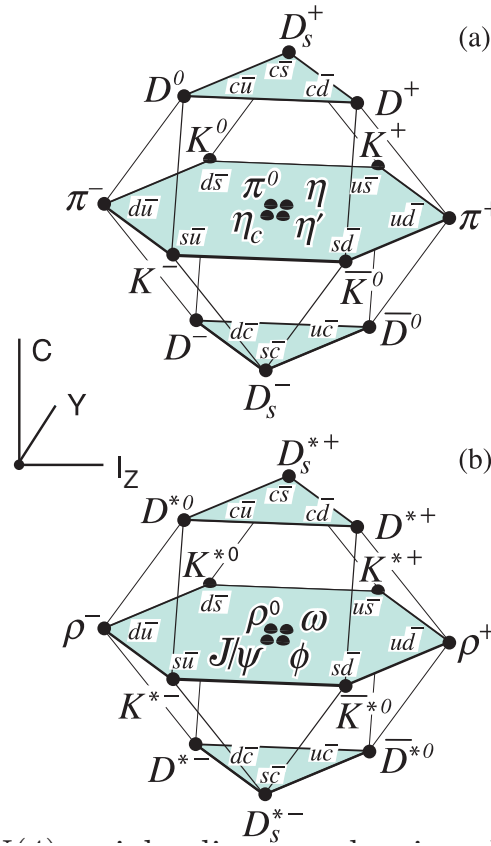


Figura 1.5: 16-pletos de $SU(4)$ de mesones compuestos por los quarks u , d , s y c , para mesones: (a) pseudoescalares; (b) vectoriales. I_z denota la tercera componente de isospín, número cuántico C e hipercarga $Y = S + B - \frac{C}{3}$. Los nonetes de mesones (tanto pseudoescalares como vectoriales) son mostrados en los planos centrales a los que los estados $c\bar{c}$ son agregados. PDG (2014).

de la resonancia, Γ , se relaciona directamente con la vida media τ de la partícula resonante del siguiente modo:

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau}. \quad (1.52)$$

Estados excitados Al igual que existen hadrones fundamentales compuestos por los quarks u , d , s , existe una gran cantidad de hadrones excitados, con la misma composición de quarks que los fundamentales. Las primeras corresponden a estados de pares quark-antiquark o de tres quarks con $l = 0$, mientras que los segundos corresponde a $l \neq 0$, que ocasionó una extensión del modelo. Las excitaciones de estas partículas con energías más altas pueden ser obtenidas por excitaciones radiales, orbitales o por la adición de pares quark-antiquark. Estos estados son muy inestables y decaen fácilmente; son observados experimentalmente como resonancias y descritos como estados ligados en el modelo de quarks [15].

Los estados excitados se pueden dividir en dos tipos dependiendo de si el cambio de estado de cada par de quarks está en un grado de libertad interno o espacial. Los estados se caracterizan por los números cuánticos (n , L , S , J , I , E , etc.) que denotan la excitación radial, el momento angular orbital, el espín, el momento angular total, el isospín, la extrañeza, la energía, etc., de éstos. Las excitaciones radiales y orbitales se expresan por una sencilla coordenada relativa y la variación del momento angular del quark activo en relación al resto del sistema, teniendo en cuenta que sólo un quark en un barión, por ejemplo, es responsable de la transición que

$^{2S+1}L_J$	J^{PC}	$I = 1$	$I = 1/2$	$I = 0$	$I = 0$
3_0_1	1^{--}	$\rho(770)$	$K^*(890)$	$\omega(782)$	$\varphi(1020)$
1_0_0	0^{-+}	$\pi(140)$	$K(495)$	$\eta(550)$	$\eta'(958)$
3_1_2	2^{++}	$a_2(1320)$	$K_2^*(1430)$	$f_2(1270)$	$f_2'(1525)$
3_1_1	1^{++}	$a_1(1260)$	$K_{1A}(1270)$	$f_1(1285)$	$f_1'(1420)$
3_1_0	0^{++}	$a_0(1450)$	$K_0^*(1430)$	$f_0(1370)$	$f_0'(1710)$
1_1_1	1^{+-}	$b_1(1325)$	$K_{1S}(1400)$	$h_1(1170)$	$E(1380)$

Tabla 1.11: Estados de mesones fundamentales y algunos estados excitados en momento angular, formados por los quarks u, d, s . Los dos primeros renglones corresponden a mesones fundamentales. En los renglones 3 a 6, se presentan los primeros estados excitados con $L = 1$, donde el sistema quark-antiquark presenta un movimiento un relativo de onda p PDG (2014) [5].

produce una resonancia con los otros dos y que permanece en el mismo estado inicial. Un rasgo característico de estas excitaciones es que alternan la paridad con el aumento del momento angular orbital [15].

Hadrones exóticos Los hadrones presentados hasta este punto han sido los mesones y los bariones, compuestos por dos y tres quarks, respectivamente. Sin embargo, los estados de combinaciones exóticas son permitidos por QCD aunque no exista evidencia experimental para ellos; ejemplos son estados de dos quarks más un gluón. En el caso de mesones, los números cuánticos J^{PC} , están dados por:

$$P = (-1)^{l+1}, \quad C = (-1)^{l+s},$$

donde el momento angular total del mesón está dado por $|l - s| \leq J \leq |l + s|$. De esta forma, los mesones no exóticos satisfacen:

$$0^{-+}, 0^{++}, 1^{--}, 1^{+-}, 1^{++}, 2^{--}, 2^{-+}, 2^{++}, \dots \quad (1.53)$$

Los mesones con espín-paridad natural $P = (-1)^J$ tienen $s = 1$ y por lo tanto $CP = +1$. Sin embargo, existen algunas combinaciones prohibidas en el modelo $q\bar{q}'$; aquellos con espín-paridad natural y $CP = -1$, que corresponden a $0^{+-}, 1^{-+}, 2^{+-}, 3^{-+}$, etc., caen dentro de esta categoría y, sin embargo, pueden existir fuera del modelo y son llamados mesones exóticos (PDG, 2014).

$$0^{--}, 0^{+-}, 1^{-+}, 2^{+-}, \dots \quad (1.54)$$

Si estos números cuánticos llegasen a ser descubiertos, el contenido mínimo de partículas sería de par de quarks y un gluón: esos estados exóticos son un buen indicio de excitaciones de gluones, llamadas *glue-balls*. En QCD, las glue-balls se mezclan fuertemente con estados quark-antiquark y no existen por sí mismos. Aún no existe evidencia experimental para estos estados. Otro ejemplo de hadrones exóticos, son los pentaquarks; éstos son hadrones compuestos por cinco quarks, generando mucho interés en los últimos años. Su existencia fue probada ya en 2015 [16], al considerar el decaimiento

$$\Lambda_b^0 \rightarrow J/\psi p. \quad (1.55)$$

Pruebas del modelo de quarks

El modelo de quarks hace un número grande de predicciones que pueden ser comprobadas experimentalmente. Se mencionan algunas de ellas:

- Secciones eficaces de piones. Estas pueden ser interpretadas como debidas a efectos aditivos de amplitudes de dispersión en colisiones entre quarks constituyentes.
- La producción de leptones en una colisión pión-nucleón es interpretada como la aniquilación de un antiquark del pión con un quark del nucleón, dando como resultado de un fotón virtual que da lugar a un par de muones. La sección eficaz del proceso es proporcional al cuadrado de la carga del quark.
- Decaimiento de mesones vectoriales a leptones. El que los mesones vectoriales estén compuestos por un par quark-antiquark y que la carga de los quarks sea fraccionaria, puede ser probado a partir de los valores de sus anchos de decaimiento parciales $\Gamma(e^+e^-)$ a pares de electrón-positrón.

Se concluye este capítulo dedicado a la revisión del modelo estándar de partículas así como de los elementos necesarios del modelo de quarks que son de interés en el desarrollo de este trabajo, en donde se ha hecho mayor énfasis en el estudio de estados hadrónicos.

Capítulo 2

Características generales y propiedades electromagnéticas de estados de espín 1

El estudio de los vértices WWZ y $WW\gamma$ surge, primeramente, para comprobar la renormalizabilidad del modelo de estándar de las interacciones electrodébiles [17] de Glashow, Weinberg y Salam, teoría que ha estado de acuerdo con los datos experimentales y que predecía la existencia de nuevos estados, tales como los bosones vectoriales W^\pm y Z , que hasta esos momentos no habían sido observados^A [18] (1979). En esta última referencia, se efectúa un estudio del vértice de los tres bosones débiles, dando una fórmula explícita para todas las amplitudes de polarización de los procesos $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ y $e^+e^- \rightarrow ZZ$. Surgió entonces el estudio de nuevas fronteras inexploradas, aptas para descubrir nueva física en el estudio del acoplamiento de tres bosones vectoriales [19]. Por otro lado, es muy importante tener en consideración que el vértice de tres bosones vectoriales VVV , no nada más puede incluir bosones de norma, sino también cualquier partícula de espín 1; éstas pueden aparecer en procesos como $e^+e^- \rightarrow \text{hadrones}$ ^B, o en colisiones entre hadrones [20]. En este capítulo se estudian las características generales y propiedades electromagnéticas de partículas de espín 1, el vértice de tres partículas vectoriales desde el punto de vista del modelo estándar así como parametrizaciones generales de éste; esto permitirá entender los fenómenos relacionados con el proceso $e^+e^- \rightarrow K^+\pi^0 K^-\pi^0$, parte central de este trabajo.

2.1. Modelo de dominancia vectorial

El desarrollo del estudio de los hadrones tuvo lugar en las décadas de los 50's y 60's, del siglo XX, mucho tiempo antes del nacimiento de la cromodinámica cuántica, QCD, la teoría que los describe. La gran regularidad en los datos sugirió que los hadrones estaban compuestos por quarks; en aquella época, la física de hadrones era estudiada con una gran variedad de modelos que suponía un verdadero reto ya que se presentaron problemas relativos a QCD no perturbativa [21].

Uno de los aspectos incluidos en el estudio de estados de hadrones, es el de la interacción entre el fotón y la materia hadrónica [22]. Esta interacción ha sido satisfactoriamente bien descrita por medio del Modelo de Dominancia Vectorial, (VMD, por sus siglas en inglés), teoría que fue propuesta por Sakurai [23], basada en la teoría no-abeliana de Yang y Mills [24]. Dentro del contexto del VMD, se asume que las componentes hadrónicas de la polarización del vacío

^A Observados experimentalmente hasta 1983, en el CERN.

^B Como los mesones π , K , K^* , etc.

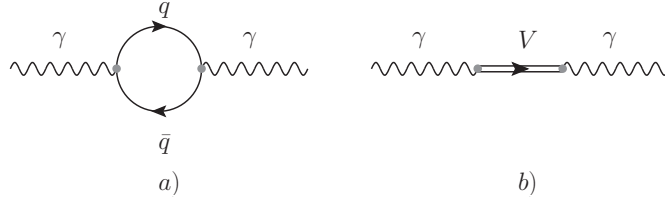


Figura 2.1: a) Contribución a un lazo al propagador del fotón (QCD) y b) representación de la contribución hadrónica del fotón al propagador del fotón.

de fotones consisten exclusivamente de mesones vectoriales neutros (ver Fig. 2.1); desde luego, este esquema es una aproximación cuya región de energías en el que es válido, corresponde a valores cercanos a las masas de los mesones vectoriales neutros [21]. De este modo, se señalaba formalmente la importancia de los mesones vectoriales en las interacciones hadrones-mesones vectoriales, en analogía con las interacciones fotón-electrón en QED [25]. Otra aproximación muy exitosa es la basada en la simetría quiral. Sin embargo, este trabajo emplea el modelo de dominancia vectorial.

Para describir la interacción entre el fotón y un mesón vectorial neutro, Kroll, Lee y Zumino [26], propusieron incorporar el VMD dentro del contexto de una teoría de campos. Dentro del modelo más simple de VMD, la contribución hadrónica a la polarización del fotón toma la forma de un mesón vectorial que se propaga. De este modo, el término relevante de la densidad Lagrangiana asociado con esta interacción, está dado por:

$$\mathcal{L}_{\gamma V} = -\frac{e}{2G_V} V_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \quad (2.1)$$

donde e es la carga del positrón, $V_{\mu\nu} = \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu$, V_μ es el vector de polarización del mesón vectorial neutro, $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$, A^μ es el campo que describe al fotón y G_V es la constante de acoplamiento entre el fotón y el mesón vectorial correspondiente. Deben mencionarse tres cosas de esta densidad Lagrangiana:

- Se asegura que el fotón no tenga masa.
- La invariancia de norma electromagnética es satisfecha en la densidad Lagrangiana completa^C (ver [21] para más detalle).
- Está asociada con el uso de propagadores no lineales [27].

Otra densidad Lagrangiana relevante^D, la cual está dado por:

$$\mathcal{L}'_{\gamma V} = -\frac{e' M_v^2}{G_V} V'_\mu A'^\mu. \quad (2.2)$$

- Introduce un término de masa imaginaria para el fotón (ver [21], [23]), al sumar todas las transiciones fotón-vector vectorial a todos los órdenes en el propagador del fotón [28].
- No satisface invariancia de norma electromagnética.

En el límite de universalidad^E, las dos representaciones son equivalentes, de tal forma que existen relaciones entre los campos primados y no primados, como puede verse en [21].

^CLa Lagrangiana completa es llamada *primera representación de VMD*.

^DForma parte de la *segunda representación de VMD*.

^EEn el caso en el que fue desarrollado inicialmente, universalidad se refiere a $G_\rho = G_{\rho\pi\pi}$ [21].

Además de la interacción del fotón con la materia hadrónica, en la década de los 1950's se llevaron a cabo experimentos con nucleones cuya interpretación de los factores de forma condujo también a la existencia de los mesones vectoriales [28]. Las interpretaciones fueron basadas en el esquema del nucleón rodeado por una nube de piones y los factores de forma fueron interpretados como evidencia empírica de la existencia de los mesones vectoriales $\omega \rightarrow 3\pi$ (isoescalar) por Nambu [29] en 1957, y $\rho^0 \rightarrow 3\pi$ (isovector) por Frazer y Fulco [30] en 1959.

La interpretación de los factores de forma fue generalizada para poder explicar todas las interacciones fotón-hadrón, formuladas en términos de un operador identidad conocido como identidad campo-corriente, CFI (current-field identity, por sus siglas en inglés)[26], [31], [32]. La corriente electromagnética j^{EM} fue interpretada como dada por una combinación lineal de dos contribuciones:

- Una contribución $\frac{1}{2}J_\mu^Y$ debida al campo isoescalar.
- Una contribución $J_\mu^{(3)}$ debida al campo isovector.

Para el caso del ρ^0 , la CFI está dada por:

$$J_\mu^{(3)} = -\frac{M_\rho^2}{G_\rho}\rho_\mu(x), \quad (2.3)$$

en donde M_ρ y $\rho_\mu(x)$ denotan la masa y el campo asociados con mesón vectorial ρ^0 , y G_ρ se define como la constante de acoplamiento entre el mesón vectorial y el fotón.

La corriente hadrónica total puede ser escrita como:

$$j_\mu^{EM} = J_\mu^{(3)} + \frac{1}{2}J_\mu^Y. \quad (2.4)$$

La consistencia de $J_\mu^{(3)}$ con la corriente electromagnética requiere que los mesones vectoriales se acoplen con corrientes hadrónicas conservadas [31]. La CFI es una herramienta poderosa para describir las interacciones fotón-hadrón.

Es así como se ha dado una revisión breve de los elementos principales del modelo de dominancia vectorial, esquema que será empleado en el proceso que se estudia en este trabajo. En la siguiente sección, se presenta un estudio del vértice electromagnético γVV .

2.2. Vértice γWW en el modelo estándar

En esta sección, se presenta una descripción breve del vértice WWV con $V = \gamma, Z$, mismo que aparece en uno de los canales del proceso $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$. Del modelo estándar, es sabido que la densidad lagrangiana asociada con los términos cinéticos de la interacción electrodébil puede ser escrita como:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}B^{\mu\nu}B_{\mu\nu} - \frac{1}{4}\vec{W}^{\mu\nu} \cdot \vec{W}_{\mu\nu}, \quad (2.5)$$

donde,

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \quad (2.6)$$

$$W_{\mu\nu}^i = \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i + g\epsilon^{ijk}W_\mu^j W_\nu^k, \quad i, j, k = 1, 2, 3. \quad (2.7)$$

En la definición del tensor $W_{\mu\nu}^i$, es posible observar que el último término está asociado con la estructura no-abeliana del grupo de simetría $SU(2)_L$, y da lugar a interacciones entre tres, o cuatro bosones de norma W .

Sin embargo, debido al proceso de rompimiento espontáneo de la simetría, los campos que tienen interpretación física, son aquellos que adquieren masa y están definidos como:

$$W_{\mu}^{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_{\mu}^1 \mp W_{\mu}^2). \quad (2.8)$$

Los otros dos campos, W_{μ}^3 y B_{μ} , tienen números cuánticos idénticos; se mezclan, resultando de ello los campos del fotón A_{μ} y el de la partícula Z , Z_{μ} , relacionados de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} A_{\mu} \\ Z_{\mu} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \theta_W & \cos \theta_W \\ \cos \theta_W & -\sin \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_{\mu}^3 \\ B_{\mu} \end{pmatrix}, \quad (2.9)$$

donde θ_W es el ángulo de Weinberg, de tal modo que:

$$\frac{g}{g'} = \tan \theta_W, \quad (2.10)$$

donde g y g' , las constantes de acoplamiento, las cuales pueden verse a partir de la derivada covariante definida para que la ecuación del movimiento sea invariante bajo transformaciones de norma local:

$$D_{\mu} = \partial_{\mu} - ig' \frac{Y}{2} B_{\mu} - ig \vec{T} \cdot \vec{W}_{\mu}, \quad (2.11)$$

con Y y \vec{T} , los generadores del grupo de las transformaciones de norma local $U(1)_Y$ y $SU(2)_L$, respectivamente.

Por otro lado, al observar la densidad lagrangiana correspondiente, ec. (2.5), se observa que este proceso involucra dos posibles acoplamientos: $\gamma W^+ W^-$ y $Z W^+ W^-$ (ver Fig. 2.2), como se observa a continuación. El vértice electromagnético que involucra tres partículas vectoriales puede obtenerse a partir de los términos cúbicos en (2.5). Los términos de interés provienen del término cinético $SU(2)$. Para identificar esos términos, se reescriben en términos de la base de eigenestados de masa. El término cinético es entonces:

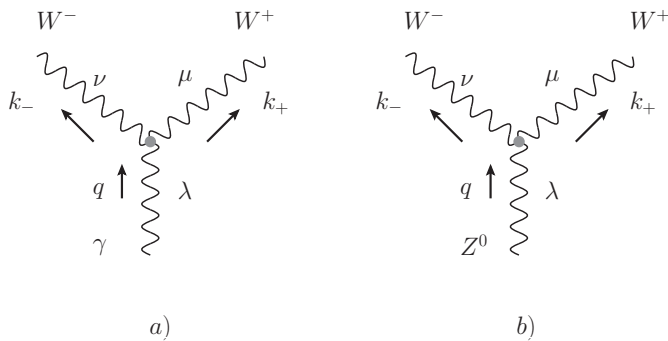


Figura 2.2: Vértices, a) γWW y b) $Z WW$, convención de momentos e índices asociados.

$$\begin{aligned} -\frac{1}{4} (F_{\mu\nu}^a)^2 &\rightarrow -\frac{1}{2} (\partial_{\mu} A_{\nu}^a - \partial_{\nu} A_{\mu}^a) g \epsilon^{abc} A^{\mu b} A^{\nu c} \\ &= ig [(\partial_{\mu} W_{\nu}^+ - \partial_{\nu} W_{\mu}^+) W^{\mu-} W^{\nu 3} - (\partial_{\mu} W_{\nu}^- - \partial_{\nu} W_{\mu}^-) W^{\mu+} W^{\nu 3}] \\ &\quad + \frac{1}{2} (\partial_{\mu} W_{\nu}^3 - \partial_{\nu} W_{\mu}^3) (W^{\mu+} W^{\nu-} - W^{\mu-} W^{\nu+}), \end{aligned} \quad (2.12)$$

donde $a, b, c = 1, 2, 3$. Al insertar $W_\mu^3 = Z_\mu \cos \theta_W + A_\mu \sin \theta_W$ y $g = e/\sin \theta_W$ en (2.12), se obtiene la expresión y simplificando, se obtienen las expresiones para los vértices:

$$\gamma(q, \lambda) W^-(k_-, \nu) W^+(k_+, \mu) \Rightarrow ie \left[g^{\mu\nu} (k_- - k_+)^{\lambda} + g^{\nu\lambda} (-q - k_-)^{\mu} + g^{\lambda\mu} (q + k_+)^{\nu} \right], \quad (2.13)$$

y

$$Z(q, \lambda) W^-(k_-, \nu) W^+(k_+, \mu) \Rightarrow ig \cos \theta_W \left[g^{\mu\nu} (k_- - k_+)^{\lambda} + g^{\nu\lambda} (-q - k_-)^{\mu} + g^{\lambda\mu} (q + k_+)^{\nu} \right], \quad (2.14)$$

cuyas convenciones de momentos se muestran en la Fig.2.2.

Para el caso de acoplamiento $WW\gamma$, vértice (2.13), es posible reescribir la expresión para el vértice en otra forma más conveniente, que permita identificar la carga eléctrica, el momento dipolar magnético y el momento cuadrupolar eléctrico, haciendo uso de la conservación de cuadrimomento, $q = k_- + k_+$, se tiene:

$$k_+ \rightarrow (q - k_+), \quad k_- \rightarrow (q - k_-), \quad (2.15)$$

para obtener la función de vértice,

$$\Gamma_0^{\lambda\mu\nu} = (k_- + k_+)^{\lambda} g^{\mu\nu} + 2 \left(q^{\nu} g^{\lambda\mu} - q^{\mu} g^{\lambda\nu} \right) + k_+^{\mu} g^{\lambda\nu} - k_-^{\nu} g^{\lambda\mu}, \quad (2.16)$$

donde se ha omitido el factor ie y el subíndice 0 indica que la función de vértice se está tomando a nivel árbol.

2.2.1. Parametrización

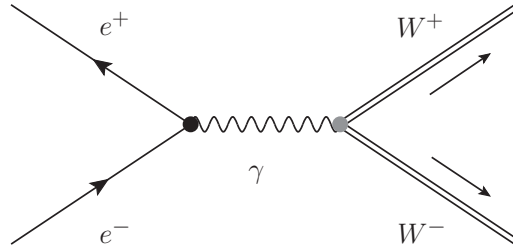


Figura 2.3: Proceso $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$, en el cual aparece el vértice γWW .

En este apartado se estudia el vértice electromagnético asociado con la interacción de tres partículas vectoriales, pero desde el punto de vista de una parametrización de la densidad Lagrangiana correspondiente, tal y como está dada en [33]. En particular, se considera el caso de producción del par W^\pm en el proceso $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$, ya que en el canal s aparece el acoplamiento de tres partículas de espín 1, a saber, γW^+W^- y ZW^+W^- (ver Figura 2.2). De igual modo, debe tenerse presente un tercer diagrama, asociado con el canal t en el cual un neutrino del electrón es intercambiado, sin embargo, el interés está relacionado con los dos primeros casos. Para llevar a cabo la descripción del acoplamiento de los tres bosones de norma, uno de ellos neutro y dos cargados, se debe tener en cuenta la densidad lagrangiana que contiene los tres bosones de norma. Esta densidad lagrangiana puede ser **generalizada** por medio de la adición de términos compatibles con la invariancia de Lorentz y con simetrías discretas C, P, T . El resultado es la lagrangiana que incluye los acoplamientos γWW y ZWW [33]:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{WWV}/g_{WWV} &= ig_1^V \left(W_{\mu\nu}^\dagger W^\mu V^\nu - W_\mu^\dagger V_\nu W^{\mu\nu} \right) + i\kappa_V W_\mu^\dagger W_\nu V^{\mu\nu} \\
 &+ \frac{i\lambda_V}{m_W^2} W_{\lambda\mu}^\dagger W_\nu^\mu V^{\nu\lambda} - g_4^V W_\mu^\dagger W_\nu (\partial^\mu V^\nu + \partial^\nu V^\mu) \\
 &+ g_5^V \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \left(W_\mu^\dagger \overleftrightarrow{\partial}_\rho W_\nu \right) V_\sigma + i\tilde{\kappa}_V W_\mu^\dagger W_\nu \tilde{V}^{\mu\nu} \\
 &+ \frac{i\tilde{\lambda}_V}{m_W^2} W_{\lambda\mu}^\dagger W_\nu^\mu \tilde{V}^{\nu\lambda}, \tag{2.17}
 \end{aligned}$$

en donde $V^\mu (= V^{\mu\dagger})$ denota ya sea el campo del fotón o del Z ; W^μ denota el campo del bosón cargado, W^- , $W_{\mu\nu} = \partial_\mu W_\nu - \partial_\nu W_\mu$, $V_{\mu\nu} = \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu$, $\tilde{V}_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} V^{\rho\sigma}$ y $A\overleftrightarrow{\partial}_\mu B = A(\partial_\mu B) - (\partial_\mu A)B$. La constante g_{VWW} puede tomar dos valores: $g_{\gamma WW} = -e$ y $g_{ZWW} = -e \cot \theta_W$. Los factores o parámetros que aparecen multiplicando a los campos en cada uno de los siete términos de la lagrangiana (2.17), son las constantes de acoplamiento entre los bosones vectoriales. Para el caso del fotón, los primeros tres acoplamientos en la ec. (2.17), satisfacen C , P y T por separado; los acoplamientos asociados con $\tilde{\kappa}_\gamma$ y $\tilde{\lambda}_\gamma$ violan paridad pero respetan conjugación de carga; ellas están asociadas con el momento dipolar eléctrico y el cuadrupolo magnético de W^\dagger ; los acoplamientos g_4^γ y g_5^γ violan la simetría de conjugación de carga, pero g_4^γ respeta paridad y g_5^γ es invariante bajo CP .

A partir de esta lagrangiana es posible obtener propiedades electromagnéticas de los bosones W^\pm . Por ejemplo, la magnitud de la carga eléctrica está dada por $Q_W = \pm e g_1^\gamma$. Debe garantizarse la invariancia de norma electromagnética, y para ello debe asignarse $g_1^\gamma = 1$; esto trae como consecuencia que $g_4^\gamma = 0$ y $g_5^\gamma = 0^F$. Las otras propiedades pueden ser derivadas de las siguientes expresiones:

$$\mu_W = \frac{e}{2m_W} (1 + \kappa_\lambda + \lambda_\gamma) \tag{2.18}$$

$$X_E = -\frac{e}{m_W^2} (\kappa_\lambda - \lambda_\gamma), \tag{2.19}$$

donde μ_W es el momento dipolar magnético y X_E es el momento cuadrupolar eléctrico. Así, por el momento, aún están presentes 12 acoplamientos: 5 para el caso γWW y 7 para el caso ZWW . Este número es muy grande aún, por lo que deben imponerse más restricciones. La mayoría de las teorías que describen fenómenos más allá del modelo estándar afectan principalmente las constantes de acoplamiento que conservan CP . Las medidas serán restringidas a esas seis constantes. Una reducción mayor de los parámetros restantes puede ser obtenida requiriendo invariancia bajo simetría $SU(2)$. Esto resulta en las siguientes relaciones entre los acoplamientos débiles y electromagnéticos [34]:

$$\kappa_Z = g_1^Z - \tan^2 \theta_W (\kappa_\gamma - 1), \quad \lambda_Z = \lambda_\gamma. \tag{2.20}$$

En el espacio de momentos, el vértice $V \rightarrow W^-(q_1)W^+(q_2)$, toma la siguiente forma [33]:

$$\begin{aligned}
 \Gamma_V^{\alpha\beta\mu}(q_1, q_2, q) &= f_1^V (q_1 - q_2)^\mu g^{\alpha\beta} - \frac{f_2^V}{m_W^2} (q_1 - q_2)^\mu q^\alpha q^\beta + f_3^V (q^\alpha g^{\mu\beta} - q^\beta g^{\mu\alpha}) \\
 &+ i f_4^V \left(q^\alpha g^{\mu\beta} + q^\beta g^{\mu\alpha} \right) + i f_5^V \epsilon^{\mu\alpha\beta\rho} (q_1 - q_2)_\rho \\
 &- f_6^V \epsilon^{\mu\alpha\beta\rho} q_\rho - \frac{f_7^V}{m_W^2} (q_1 - q_2)^\mu \epsilon^{\alpha\beta\rho\sigma} q_\rho (q_1 - q_2)_\sigma. \tag{2.21}
 \end{aligned}$$

^F Estos acoplamientos no son invariantes de norma [33].

Las cantidades κ_V , λ_V , se relacionan con las f_i^V y con las g_i^V , de siguiente modo:

$$\begin{aligned}
f_1^V &= g_1^V + \frac{2q^2}{2m_W^2} \lambda_V, \\
f_2^V &= \lambda_V, \\
f_3^V &= g_1^V + \kappa_V + \lambda_V, \\
f_i^V &= g_i^V, \text{ para } i = 4, 5, \\
f_6^V &= \tilde{\kappa}_V - \tilde{\lambda}_V, \\
f_7^V &= -\frac{1}{2} \tilde{\lambda}_V
\end{aligned} \tag{2.22}$$

Por otro lado, para el caso del acoplamiento $WW\gamma$, al comparar (2.16) con (2.21), se obtiene:

$$f_1^\gamma = 1, f_2^\gamma = 0, f_3^\gamma = 2, f_i^\gamma = 0, i = 4, \dots, 7. \tag{2.23}$$

De las ecuaciones (2.22),

$$\lambda_\gamma = 0, g_1^\gamma = 1, \kappa_\gamma = 1. \tag{2.24}$$

Con esto, se observa que la carga eléctrica está dada por $Q_W = 1^G$, como ya fue mencionado. De las ecs. (2.18), los otros multipolos están dados por:

- Momento dipolar magnético:

$$|\mu| = 2, \text{ en unidades de } \frac{e}{2m_W}. \tag{2.25}$$

- Momento cuadrupolar eléctrico:

$$|X_E| = 1, \text{ en unidades de } \frac{e}{m_W^2}. \tag{2.26}$$

De este modo, el modelo estándar predice valores para estos multipolos electromagnéticos: carga eléctrica, momento dipolar magnético y momento cuadrupolar eléctrico; estos dos últimos han sido comparados con los datos experimentales indirectos obtenidos por DELPHI [35]:

$$\Delta g_1^Z = -0.025_{-0.030}^{+0.033}, \lambda_\gamma = 0.002_{-0.0035}^{+0.035}, \Delta \kappa_\gamma = 0.024_{-0.081}^{+0.077}, \tag{2.27}$$

donde Δg_1^Z y $\Delta \kappa_\gamma$ son las desviaciones de g_1^Z y κ_γ de sus valores predichos por el Modelo Estándar.

Las constantes de acoplamiento pueden ser números complejos en donde la parte imaginaria es la parte absorbtiva de la función de vértice. Esas partes aparecen cuando las partículas en correcciones de lazos son producidas en sus capas de masa y son proporcionales a las constantes de acoplamiento de la teoría. En una teoría con una interacción fuerte de los bosones W , esas contribuciones pueden llegar a ser grandes y modificar la amplitud del proceso de producción del par W^\pm ; como esto no ha sido observado, se asume una teoría débil en la naturaleza, siendo posible despreciar las partes imaginarias de los acoplamientos, considerándolos reales [33], [36].

Para terminar esta sección, basta mencionar que se ha ejemplificado el procedimiento para hallar los multipolos electromagnéticos para el bosón de norma W ; sin embargo, cuando no hay simetrías de norma locales, no hay predicciones para estas propiedades (en el caso de los mesones vectoriales) y una forma de hacerlo es determinar indirectamente esas propiedades.

^GEn unidades de e .

2.3. Vértice electromagnético $\gamma VV'$

En esta sección se presenta el vértice electromagnético $\gamma VV'$, asociado con el proceso:

$$V(k) \rightarrow V'(k') + \gamma(q), \quad (2.28)$$

mostrado en la Figura 2.4, desde el punto de vista de otra parametrización dada en [20], referencia estándar en la literatura, para posteriormente realizar una comparación con la de la referencia [33].

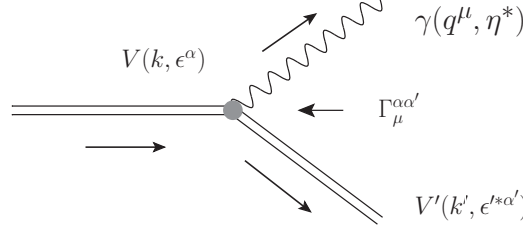


Figura 2.4: Vértice electromagnético $\gamma VV'$ e índices asociados.

Las partículas cargadas tienen espín 1 y la función de vértice electromagnético fuera de capa de masa, $\Gamma_\mu^{\alpha\alpha'}$, se define de tal modo que:

$$\langle V'(k') | J_\mu^{EM}(0) | V(k) \rangle = \epsilon_\alpha(k) \epsilon'^{*}_{\alpha'}(k') \Gamma_\mu^{\alpha\alpha'}(k, k') \equiv J_\mu(Q, q), \quad (2.29)$$

donde J_μ^{EM} es la corriente electromagnética, $\epsilon^\alpha(k)$ y $\epsilon'^{*}_{\alpha'}(k')$ son las polarizaciones de las partículas V y V' , respectivamente, $Q = k + k'$ y $q = k - k'$ es el cuadrimomento del fotón. En esta definición se deben tener en cuenta los siguientes aspectos:

- Para el caso en que V y V' son neutros, la invariancia de norma electromagnética garantiza que:

$$q^\mu \Gamma_\mu^{\alpha\alpha'} = 0. \quad (2.30)$$

- Para el caso en el que V y V' están cargados, se debe satisfacer la condición de invariancia de norma, dada por la identidad de Ward (ver Apéndice B):

$$q_\mu \Gamma^{\mu\nu\lambda} = \left[iD^{\alpha\alpha'}(k) \right]^{-1} - \left[iD^{\alpha\alpha'}(k') \right]^{-1},$$

donde $\left[iD^{\alpha\alpha'}(k) \right]^{-1}$ es el inverso del propagador^H de las partículas de espín 1. De la ecuación anterior, se obtiene

$$q^\mu J_\mu(Q, q) = 0, \quad (2.31)$$

que expresa la conservación de corriente (que a través del teorema de Noether asegura la conservación de la carga eléctrica), donde J_μ está dada por la ec. (2.29).

^HLa identidad de Ward, los propagadores y sus inversos son estudiados con más detalle en el capítulo 3.

2.3.1. Parametrización de la función de vértice $\gamma VV'$

Ya se ha definido la función de vértice en términos de la corriente electromagnética (2.29). En esta subsección, se mostrará con mayor detalle la parametrización del vértice en su forma más general posible, satisfaciendo invariancia de Lorentz, así como el hecho de que las partículas están en capa de masa y/o que las corrientes fermiónicas se conservan, así como transversalidad [20], lo que implica:

$$k \cdot \epsilon = k' \cdot \epsilon' = 0. \quad (2.32)$$

De la definición de Q y q , se obtiene:

$$Q \cdot \epsilon = -q \cdot \epsilon, \quad (2.33)$$

$$Q \cdot \epsilon' = -q \cdot \epsilon'. \quad (2.34)$$

Lo anterior expresa el hecho de que los términos proporcionales a Q_α y $Q_{\alpha'}$ pueden ser reemplazados por q_α y $q_{\alpha'}$, respectivamente. Con esto, la expresión más general posible invariante de Lorentz para el vértice $\Gamma^{\alpha\alpha'\mu}$ está dada por:

$$\begin{aligned} \Gamma_{\alpha\alpha'\mu} = & (a_1 q_\mu + a'_1 Q_\mu) g_{\alpha\alpha'} + (a_2 q_\mu + a'_2 Q_\mu) q_\alpha q_{\alpha'} + a_3 (g_{\mu\alpha'} q_\alpha - g_{\mu\alpha} q_{\alpha'}) \\ & + a_4 (g_{\mu\alpha'} q_\alpha + g_{\mu\alpha} q_{\alpha'}) + b_1 \varepsilon_{\alpha\alpha'\mu\nu} q^\nu + b'_1 \varepsilon_{\alpha\alpha'\mu\nu} Q^\nu + b_2 q_\alpha [Qq]_{\mu\alpha'} \\ & + b_3 q_{\alpha'} [Qq]_{\mu\alpha}, \end{aligned} \quad (2.35)$$

con,

$$[Qq]_{\alpha\alpha'} \equiv \varepsilon_{\alpha\alpha'\beta\gamma} Q^\beta q^\gamma, \quad (2.36)$$

donde se toma como convención $\varepsilon^{0123} = +1$.

2.3.2. Simetrías discretas y el vértice $\gamma VV'$

La función $\Gamma^{\alpha\alpha'\mu}$, debe satisfacer ciertas restricciones que son impuestas a través de los principios de simetría como la simetría de cruce, y la hermiticidad de la Lagrangiana; simetrías discretas como C , P y T y combinaciones de ellas como CP y CPT . En el caso en que $V = V'$, se verá el efecto de tales transformaciones aplicándolas al vértice original. A continuación se menciona el efecto de cada una de estas simetrías en la función de vértice $\Gamma^{\alpha\alpha'\mu}$.

Hermiticidad

Esta relación está asociada con el carácter Hermitiano de la densidad Lagrangiana y es independiente de si la partícula es neutra o cargada; se define como:

$$\Gamma_{\alpha\alpha'\mu}(k, k') = \Gamma_{\alpha'\alpha\mu}^*(k', k). \quad (2.37)$$

Esta condición trae como consecuencia que:

$$a'_1, a'_2, a_3, b_1 \text{ son reales;} \quad (2.38)$$

$$a_1, a_2, a_4, b'_1 \text{ son imaginarios;} \quad (2.39)$$

$$b_3 = b_2^*. \quad (2.40)$$

	η_P	η_T	η_C	η_{CP}	η_{CPT}
1	+	+	+	+	+
i	+	-	+	+	-
$\epsilon_{\alpha\beta\lambda\rho}$	-	-	+	-	+

Tabla 2.1: Reglas de las transformaciones (discretas) para las diferentes cantidades en $\Gamma_{\alpha\alpha'\mu}$.

Simetría de paridad, P

El efecto de la transformación de paridad se resume como sigue:

$$\{\Gamma_{\alpha\alpha'\mu}(k, k')\}^P \rightarrow \Gamma_{\alpha\alpha'\mu}^P(k, k'), \quad (2.41)$$

donde $\Gamma_{\alpha\alpha'\mu}^P$ se obtiene a partir de $\Gamma_{\alpha\alpha'\mu}$ multiplicando cada término de $\Gamma_{\alpha\alpha'\mu}$ por la fase η_P en la Tabla 2.1. Debido a que $\{\Gamma_{\alpha\alpha'\mu}\}^P = \Gamma_{\alpha\alpha'\mu}$, las constantes asociadas con los términos que contienen Levi-Civita han de ser cero, ya que éstos violan paridad, por lo cual:

$$b_1 = b'_1 = b_2 = b_3 = 0. \quad (2.42)$$

Así,

$$\begin{aligned} \Gamma^{\alpha\alpha'\mu} &= (a_1 q_\mu + a'_1 Q_\mu) g_{\alpha\alpha'} + (a_2 q_\mu + a'_2 Q_\mu) q_\alpha q_{\alpha'} \\ &+ a_3 (g_{\mu\alpha'} q_\alpha - g_{\mu\alpha} q_{\alpha'}) + a_4 (g_{\mu\alpha'} q_\alpha + g_{\mu\alpha} q_{\alpha'}). \end{aligned} \quad (2.43)$$

Conjugación de carga, C

Las transformaciones de conjugación de carga y la simetría de cruce están incluidas en este caso, y describen la amplitud del proceso

$$\bar{V} \rightarrow \bar{V}' + \gamma, \quad (2.44)$$

en términos de $\Gamma_{\alpha\alpha'\mu}$, las cuales se resumen en una sola, en la siguiente forma:

$$\{\Gamma_{\alpha\alpha'\mu}(k, k')\}^C \rightarrow -\Gamma_{\alpha'\alpha\mu}^C(-k', -k). \quad (2.45)$$

Al imponer la simetría C , se tiene que $\{\Gamma_{\alpha\alpha'\mu}\}^C = \Gamma_{\alpha\alpha'\mu}$, por lo que:

$$a_1 = a_2 = a_4 = b'_1 = 0; \quad b_2 = b_3. \quad (2.46)$$

Simetría CP

El efecto combinado de C y P , se resume en CP ; si CP es una simetría de la densidad Lagrangiana, entonces el vértice satisface:

$$\{\Gamma_{\alpha\alpha'\mu}(k, k')\}^{CP} \rightarrow -\Gamma_{\alpha'\alpha\mu}^{CP}(-k', -k). \quad (2.47)$$

Al exigir $\{\Gamma_{\alpha\alpha'\mu}(k, k')\}^{CP} = -\Gamma_{\alpha'\alpha\mu}^{CP}(-k', -k)$, se obtiene:

$$a_1 = a_2 = a_4 = 0, \quad (2.48)$$

$$b_1 = 0, \quad b_3 = -b_2. \quad (2.49)$$

Inversión temporal, T

El efecto de esta transformación está dado por:

$$\{\Gamma_{\alpha\alpha'\mu}(k, k')\}^T \rightarrow -\Gamma_{\alpha'\alpha\mu}^T(-k, -k'). \quad (2.50)$$

En este caso, se tiene nuevamente $\{\Gamma_{\alpha\alpha'\mu}\}^T = -\Gamma_{\alpha'\alpha\mu}$, se mantienen los mismos coeficientes que en el caso anterior.

Simetría CPT

El efecto de la transformación CPT está dado por:

$$\{\Gamma_{\alpha\alpha'\mu}(k, k')\}^{CPT} \rightarrow \Gamma_{\alpha'\alpha\mu}^{CPT}(k', k). \quad (2.51)$$

Al aplicar los resultados de todas las transformaciones, el vértice que satisface todas las simetrías así como hermiticidad, está dado por:

$$\Gamma^{\alpha\alpha'\mu} = a'_1 Q_\mu g_{\alpha\alpha'} + a'_2 Q_\mu q_\alpha q_{\alpha'} + a_3 (g_{\mu\alpha'} q_\alpha - g_{\mu\alpha} q_{\alpha'}), \quad (2.52)$$

con a'_1, a'_2, a_3 reales.

2.3.3. Interpretación física de los coeficientes de la parametrización. Estructura Multipolar

Los factores de forma de la parametrización (2.35) tienen una interpretación física, ya que estos están relacionados con las propiedades electromagnéticas estáticas de las partículas vectoriales [20]. En el caso clásico, las propiedades electromagnéticas como carga eléctrica, momento dipolar eléctrico, cuadrupolo eléctrico y momento dipolar magnético, están definidas, en el mismo orden, como:

$$Q_V = \int d^3x \rho^{EM}(\vec{x}), \quad (2.53)$$

$$\vec{D}_E = \int d^3x \vec{x} \rho^{EM}(\vec{x}), \quad (2.54)$$

$$X_E^{ij} = \int d^3x x^i x^j \rho^{EM}(\vec{x}), \quad (2.55)$$

$$\vec{D}_M = \frac{1}{2} \int d^3x \vec{x} \times \vec{J}^{EM}(\vec{x}), \quad (2.56)$$

en donde $\rho^{EM}(\vec{x})$ es la componente cero de la 4-corriente electromagnética, $J^{EM}(\vec{x})$. En mecánica cuántica, todas esas cantidades son reemplazadas por operadores. El procedimiento expuesto en [20], permite observar una relación entre los coeficientes de la parametrización del vértice y las propiedades electromagnéticas de las partículas:

- Carga eléctrica:

$$Q_V = -a'_1(0), \quad (2.57)$$

- Momento dipolar eléctrico:

$$d_E = \frac{b_1(0)}{2m_V}, \quad (2.58)$$

- Momento cuadrupolar eléctrico:

$$X_E = \frac{1}{3} Q_E I^{ij}, \quad (2.59)$$

donde

$$Q_E = -3 \left[a'_2(0) - \frac{a'_1(0) + 2a_3(0)}{4m_V^2} \right], \quad (2.60)$$

$$(I^{ij})_{kl} = \delta_k^i \delta_l^j + \delta_k^j \delta_l^i. \quad (2.61)$$

También, es común definir el tensor del cuadrupolo eléctrico de la siguiente manera:

$$Q_E^{ij} = 3x_E^{ij} - \delta_j^i \left(\sum_k x_E^{kk} \right) = Q_E \left(I^{ij} - \frac{2}{3} \delta_j^i \mathbf{1} \right), \quad (2.62)$$

y $\mathbf{1}$ es la matriz identidad de 3×3 .

- Momento dipolar magnético:

$$d_M = -\frac{a_3(0)}{2m_V}. \quad (2.63)$$

Estos resultados han sido obtenidos en el límite en el cual el trimomento $\vec{k} = 0$, es decir, en el límite estático¹. Por otro lado, en general, los factores de forma electromagnéticos en la expresión (2.35), son funciones de q_μ y Q^μ separadamente y el límite estático en este caso está dado por $q^0 = 0, \vec{q} \rightarrow 0, Q^\mu \rightarrow (2m_V, \vec{0})$; sin embargo, en el vacío, estos factores de forma son funciones de q^2 y el límite estático se determina mediante $q^2 = 0$ [20]; la notación $a_1(0), a_2(0), b_1(0), \dots$, etc., expresa este hecho.

Comparación con la predicción del modelo estándar

Es posible comparar el vértice obtenido en esta sección, ec. (2.52), con el de la sección 2.2, ec. (2.16), pero antes efectuando los siguientes cambios. A partir del proceso 2.13, en donde $\gamma \rightarrow W^+ W^-$, es posible obtener la expresión del vértice para el caso $W^- \rightarrow W^- \gamma$, efectuando la siguiente sustitución:

$$q \rightarrow -q, \quad k_+ \rightarrow -k_+, \quad (2.64)$$

así como la conservación de cuádrimomentos

$$k_+ \rightarrow (k_- + q), \quad k_- \rightarrow (k_+ - q), \quad (2.65)$$

para obtener,

$$\Gamma_0^{\lambda\mu\nu} = (k_- + k_+)^\lambda g^{\mu\nu} + 2 \left(q^\mu g^{\lambda\nu} - q^\nu g^{\lambda\mu} \right) - k_+^\mu g^{\lambda\nu} - k_-^\nu g^{\lambda\mu}. \quad (2.66)$$

La comparación entre las ecuaciones (2.52) y (2.66) produce los siguientes resultados para los coeficientes de la parametrización:

$$a'_1(0) = 1, \quad (2.67)$$

$$a'_2(0) = 0, \quad (2.68)$$

$$a_3(0) = 2. \quad (2.69)$$

De este modo, es posible obtener las propiedades electromagnéticas para los bosones de norma W^\pm , a partir de las ecuaciones (2.57) - (2.63):

¹En el marco de referencia en el que la partícula está en reposo.

- Carga eléctrica:

$$Q_W = -a'_1(0) = -1, \quad (2.70)$$

$$\Rightarrow |Q_W| = 1. \quad (2.71)$$

- Dipolo eléctrico:

$$d_E = \frac{b_1(0)}{2m_W} = 0, \quad (2.72)$$

$$|d_E| = 0. \quad (2.73)$$

- Cuadrupolo eléctrico:

$$Q_E = -3 \left[a'_2(0) - \frac{a'_1(0) + 2a_3(0)}{4m_W^2} \right] = 1. \quad (2.74)$$

- Dipolo magnético:

$$d_M = -\frac{a_3(0)}{2m_W} = -2 \quad (2.75)$$

En unidades de $\frac{e}{2m_V}$,

$$|d_M| = 2. \quad (2.76)$$

Vale la pena mencionar que para una partícula vectorial, el número de multipolos electromagnéticos no nulos está dado por $2s + 1$, donde s es el espín de la partícula. Como $s = 1$, para partículas vectoriales cargadas, se tienen tres multipolos no nulos; esto concuerda con los resultados anteriores.

Comparación entre parametrizaciones

En esta última sección se presenta la comparación entre la parametrización de Hagiwara, Peccei, Zeppenfeld e Hikasa [33], con la de Nieves y Pal, [20]. Estas son las ecuaciones (2.21) y (2.35) de este trabajo^J. La función vértice para el proceso $\bar{W}_\alpha(q_1) \rightarrow \gamma_\mu(P) + \bar{W}_\beta(q_2)$ es obtenida en [20], efectuando las siguientes sustituciones: $P \rightarrow -P$ y $q_1 \rightarrow -q_1$, así como $\beta \rightarrow \alpha'$ y reetiquetando los momentos adecuadamente, para obtener $\bar{W}_\alpha(k) \rightarrow \gamma_\mu(q) + \bar{W}_\beta(k')$. Así, se obtienen las siguientes correspondencias:

$$a'_1 = f_1, \quad a_4 = -if_4, \quad a_2 = \frac{f_2}{m_W^2}, \quad a_3 = -f_3.$$

$$b_1 = f_6 - \frac{Q^2}{m_W^2} f_7, \quad b_2 = -i\frac{f_5}{q^2} + \frac{f_7}{m_W^2}, \quad b_3 = i\frac{f_5}{q^2} + \frac{f_7}{m_W^2}. \quad (2.77)$$

2.4. Antecedentes del estudio de multipolos de K^*

En este trabajo, se estudian las propiedades de los mesones vectoriales $K^{*\pm}$ mediante un proceso del tipo dado por la ecuación (2.78), en el cual están involucradas estas partículas, ya que los hadrones pueden ser fácilmente observados en aniquilaciones electrón-positrón (e^-e^+):

$$e^-e^+ \rightarrow \text{Hadrones}, \quad (2.78)$$

en donde aparecen como resonancias en la sección eficaz del proceso [37].

^JEcuaciones (2.4) de [33] y (2.3) de [20], respectivamente.

Las propiedades de los mesones, tales como la masa, los anchos de decaimiento totales y leptónicos, las razones de decaimiento, vida media, etc., proporcionan información valiosa sobre las interacciones de sus quarks constituyentes.

Debido a que los mesones son muy inestables, es decir, tienen vidas medias del orden de 10^{-23} s para el caso del K^* , es imposible llevar a cabo mediciones directas de ciertas propiedades, como las del momento dipolar magnético, con procedimientos estándares que en el caso de otras partículas como el muón, incluyen la técnica de precesión de espín: al hacer pasar a la partícula por una región en donde existe un campo magnético conocido y constante; se mide el cambio en el espín de la partícula y así se obtiene información acerca del momento magnético de la partícula [38].

Estudios detallados de estas propiedades involucran teorías efectivas o modelos como 1) Teoría de perturbación quiral, 2) Modelo de dominancia vectorial, 3) Modelos de potencial, 4) Relaciones CVC ente e^+e^- y τ , cuyo poder de predicción es puesto a prueba, así como el alcance y la región de energía en cual son válidos [37].

Existen alternativas para poder estudiar propiedades como el momento dipolar magnético o el momento cuadripolar magnético de mesones vectoriales. Una de ellas es estudiar procesos que involucren la interacción electromagnética entre mesones vectoriales, como por ejemplo, el siguiente proceso:

$$e^+e^- \rightarrow K^+\pi^0 K^-\pi^0, \quad (2.79)$$

en donde aparece el vértice electromagnético entre tres partículas de espín 1, en virtud del modelo de dominancia vectorial, el cual será detallado más adelante. El proceso (2.79), se estudia en este trabajo para determinar los efectos del momento dipolar magnético del K^* .

Por otro lado, esta sección eficaz es una observable esencial en el estudio de este tipo de procesos. En el caso del muón, permite por ejemplo, determinar parte de la contribución hadrónica al momento magnético anómalo [39]. Una forma de determinar los multipolos electromagnéticos del mesón vectorial $K^{*\pm}$, es comparar la sección eficaz del proceso $e^+e^- \rightarrow K^+\pi^0 K^-\pi^0$ con la del experimento, ya que la cantidad que involucra la interacción de las tres partículas vectoriales trae consigo coeficientes asociados con las propiedades electromagnéticas [20].

Desde luego, en el proceso que se está considerando en este trabajo, es posible hallar una gran cantidad de subestructuras de las cuales se hablará más adelante, y de las cuales en este trabajo sólo se considerará una de ellas: aquella que contiene como estados intermedios a los mesones $K^{*\pm}$, cuyas propiedades se mencionan a continuación:

- Composición de quarks: $K^{*+}(u\bar{s})$ y $K^{*-}(s\bar{u})$.
- Masa: 895.5 ± 0.8 MeV (de decaimientos del τ).
- $\Gamma = 46.2 \pm 1.3$ MeV (de decaimientos del τ).
- $\tau(\text{vida} - \text{media}) = \frac{\hbar}{\Gamma} \sim 10^{-23}$ s.
- $Br(K^* \rightarrow K\pi) \equiv \frac{\Gamma_i}{\Gamma} \sim 100\%$.
- $I(J^P) = \frac{1}{2}(1^-)$.
- Tiene extrañeza ($S = -1$ para partículas y $S = +1$ para antipartículas).

Por otro lado, se han efectuado estudios similares para el caso del mesón vectorial ρ [40], en la cual se ha empleado una metodología que sirve ampliamente como base para este trabajo con el uso del modelo de dominancia vectorial. En ese trabajo, se realizó un estudio completo para el proceso:

$$e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0, \quad (2.80)$$

considerando todas las posibles subestructuras (estados intermedios) en el proceso. El resultado más importante que se ha obtenido en [38] es el valor

$$|\vec{\mu}| = 2.1 \pm 0.5, \quad (2.81)$$

en unidades de $\left[\frac{e}{2m_\rho}\right]$, para el momento dipolar magnético del ρ . Este resultado constituye la primera determinación de esta propiedad para un mesón vectorial, en general [40].

Estimaciones de momentos dipolar magnético y cuadrupolar eléctrico para el $K^{*\pm}$

El hecho de que el mesón $K^{*\pm}$ sea muy inestable y que no puedan ser medidos tanto sus momentos dipolar magnético y cuadrupolar eléctrico, no significa que que no existan modelos teóricos que puedan estimar esas propiedades. De hecho existen algunos valores determinados para los momentos dipolar magnético y cuadrupolar magnético, así como correcciones a estos mismos por introducción del ancho de decaimiento, los cuales son mostrados en la Tabla 2.2.

MDM $\left[\frac{e}{2m_{K^{*\pm}}}\right]$	MCE $\frac{e}{m_{K^{*\pm}}^2}$	Fuente
2.0 - 0.047	1 - 0.097	[41]
2.19	-	[42]
2.0 ± 0.04	-	[43]
2.08	-	[44]
2 + 0.14	1 - 0.62	[45]
2 + 0.37	1 + 0.96	[46]

Tabla 2.2: Predicciones de los momentos dipolar magnético (MDM) y cuadrupolar eléctrico (MCE) para el mesón $K^{*\pm}$. El primer resultado corresponde a una corrección por anchura.

Para terminar, basta recordar que en este capítulo, se ha presentado el vértice electromagnético entre partículas vectoriales que está relacionado con las características generales y propiedades electromagnéticas de estados de espín 1; se llevaron a cabo las comparaciones entre las expresiones dadas por el modelo estándar así como las de dos parametrizaciones [20] y [33], para el caso del acoplamiento γWW . Estos resultados serán útiles para determinar los multipolos electromagnéticos del mesón vectorial K^* , que constituyen la parte central de este trabajo de investigación.

Capítulo 3

Correcciones a un lazo al propagador y al vértice electromagnético de partículas de espín 1

La introducción del carácter inestable de mesones vectoriales puede hacerse mediante la inclusión del ancho de decaimiento en la función vértice y los propagadores [47]; sin embargo, hacer esto puede presentar algunos inconvenientes, como el rompimiento de la invariancia de norma electromagnética por parte de las amplitudes reducidas del proceso. En este capítulo se presentan los esquemas que permiten la introducción del ancho finito de decaimiento para partículas inestables.

3.1. Esquemas de inclusión del carácter inestable de mesones vectoriales

Existen varios procedimientos para llevar a cabo una adecuada inclusión del ancho de decaimiento de partículas inestables en las reglas de Feynman, específicamente, en el propagador, lo que trae como consecuencia una modificación de la función de vértice debido a que estas cantidades están relacionadas por medio de la identidad de Ward. Entre estos procedimientos, a continuación se mencionan los siguientes:

- **Ancho de decaimiento y masa constantes**

Este método consiste en la incorporación del ancho de decaimiento del mesón vectorial en su propagador, efectuado del siguiente modo:

$$\frac{1}{k^2 - M^2} \rightarrow \frac{1}{k^2 - M^2 + iM\Gamma}, \quad (3.1)$$

en donde k , M y Γ denotan el cuadrimomento, la masa y el ancho de decaimiento del mesón vectorial, respectivamente. En este caso, se toman los valores de experimentales de M y Γ .

- **Ancho de decaimiento dependiente de la energía**

Este método se asemeja al anterior con la diferencia de que ahora en la relación (3.1), se toma un ancho dependiente de la energía, $\Gamma(k^2)$ que debe poseer las siguientes características:

1.

$$\Gamma(k^2) = f(k^2) \Gamma_{\text{exp}}. \quad (3.2)$$

2.

$$\lim_{k^2 \rightarrow M^2} \{\Gamma(k^2)\} = \Gamma_{\text{exp}}, \quad (3.3)$$

A continuación se ilustra la obtención de la función $\Gamma(k^2)$ para un proceso particular: $V \rightarrow PP'$. La expresión para esta función puede ser obtenida fácilmente a partir del cálculo de la constante de acoplamiento $G_{VPP'}$ (ver apéndice D, ec. (D.24)); la expresión relevante en ese caso es:

$$\Gamma_{\text{exp}} = \frac{G_{VPP'}}{48\pi} \frac{[\lambda(M^2, m_P^2, m_{P'}^2)]^{3/2}}{M^5}. \quad (3.4)$$

Lo que interesa aquí es construir una función de la energía, y esto se lleva a cabo mediante la sustitución

$$M^2 \rightarrow k^2, \quad (3.5)$$

por lo que se obtiene:

$$\Gamma(k^2) = \frac{G_{VPP'}}{48\pi} \frac{[\lambda(k^2, m_P^2, m_{P'}^2)]^{3/2}}{(\sqrt{k^2})^5}. \quad (3.6)$$

Al pedir que se satisfaga la condición (3.3), es posible obtener $f(k^2)$:

$$f(k^2) = \left(\frac{M}{\sqrt{k^2}}\right)^5 \left[\frac{\lambda(k^2, m_P^2, m_{P'}^2)}{\lambda(M^2, m_P^2, m_{P'}^2)}\right]^{3/2}, \quad (3.7)$$

donde $\lambda(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz - 2yz$.

■ Masa compleja

El esquema de masa compleja consiste en realizar la sustitución:

$$M^2 \rightarrow M^2 - iM\Gamma$$

cada vez que se observe la presencia de M^2 en el propagador del mesón vectorial. Es posible distinguir dos casos: a) $\Gamma = \Gamma_{\text{exp}}$ y b) $\Gamma = \Gamma(k^2)$.

■ Lazos

En este método se propone introducir correcciones debidas a la parte absorbtiva de la corrección a la auto-energía, inducidas por las partículas en el lazo, tanto a los propagadores como al vértice electromagnético correspondiente; esto garantiza que se satisfaga la identidad de Ward a primer orden (a un lazo). Los lazos involucrados en estas correcciones pueden ser tanto de fermiones (lazos fermiónicos) como de bosones (lazos bosónicos).

1. **Lazos fermiónicos.** Este esquema consiste en la adición de la parte absorbtiva de las correcciones fermiónicas a un lazo al vértice electromagnético y al propagador. Un ejemplo es la corrección para el bosón W , donde la contribución dominante está dada por fermiones.
2. **Lazos bosónicos.** En este caso las partículas del lazo son bosones. El caso de interés en este trabajo es el del mesón vectorial K^* , el cual decae en los mesones pseudoescalares K y π , por lo que en el lazo aparecen estas partículas [48].

Al considerar lazos de bosones a primer orden, estas partículas inducen correcciones al mismo orden en el propagador y en el vértice electromagnético. Para lograr una descripción de este hecho, se estudian primero las cantidades mencionadas a nivel árbol.

3.2. Cantidades a nivel árbol

3.2.1. Propagador

Para el caso del mesón K^* , la primera de las cantidades a estudiar es el propagador de la partícula, el cual está dado por:

$$D_0^{\delta\lambda}(K^{*+}, q) = i \left(\frac{-g^{\delta\lambda} + \frac{q^\delta q^\lambda}{M_{K^*}^2}}{q^2 - M_{K^*}^2} \right),$$

en donde q y M_{K^*} denotan el cuadrimomento y la masa del mesón vectorial K^{*+} . En términos de las operadores transversal y longitudinal:

$$T^{\delta\lambda}(q) \equiv g^{\delta\lambda} - \frac{q^\delta q^\lambda}{q^2}, \quad L^{\delta\lambda}(q) \equiv \frac{q^\delta q^\lambda}{q^2}, \quad (3.8)$$

el propagador $D_0^{\delta\lambda}$, toma la siguiente forma:

$$D_0^{\delta\lambda}(K^{*+}, q) = -\frac{iT^{\delta\lambda}(q)}{q^2 - M_{K^*}^2} + \frac{iL^{\delta\lambda}(q)}{M_{K^*}^2}. \quad (3.9)$$

3.2.2. Vértice

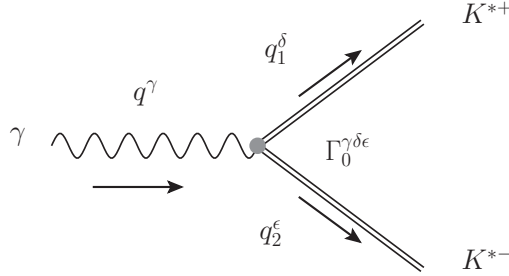


Figura 3.1: Vértice electromagnético $VV\gamma$ a nivel árbol.

La segunda cantidad a tener en cuenta es la función de vértice. A nivel árbol, esta función que involucra tres partículas vectoriales, es denotada por $\Gamma_0^{\gamma\delta\epsilon}$, y está definida por (2.52), donde $Q = k + k'$, y $q = k' - k$. Sin embargo, deben efectuarse algunos cambios para adecuarlo al proceso de la Fig. 3.1 (compare con Fig. 2.4):

$$k \rightarrow -q_1, \quad k' \rightarrow q_2 \Rightarrow q \rightarrow -q.$$

Además, para el caso en el que las partículas estén fuera de capa de masa, deben tomarse en cuenta términos que den cuenta de ello; estos términos pueden verse en la predicción dada por el modelo estándar: son los dos últimos términos de la ec. (2.16). Para tener en cuenta el momento cuadrupolar eléctrico en la parametrización, se introduce la estructura de Lorentz asociada con el coeficiente $\gamma(q^2)$ en forma invariante de norma, de tal modo que se obtiene la siguiente expresión para el vértice γVV :

$$\begin{aligned} \Gamma_0^{\gamma\delta\epsilon} = & \alpha(q^2) (q_2 - q_1)^\gamma g^{\delta\epsilon} + \beta(q^2) \left(q^\epsilon g^{\gamma\delta} - q^\delta g^{\gamma\epsilon} \right) + q_1^\delta g^{\gamma\epsilon} - q_2^\epsilon g^{\gamma\delta} \\ & - \frac{\gamma(q^2)}{\omega_{K^*}^2} \left[q^\delta q^\epsilon (q_2 - q_1)^\gamma - \frac{1}{2} \left(q^\delta g^{\gamma\epsilon} + q^\epsilon g^{\gamma\delta} \right) (q_2 - q_1) \cdot q \right], \end{aligned} \quad (3.10)$$

donde el coeficiente $\omega_{K^*}^2$ se define como

$$\omega_{K^*}^2 \equiv \frac{q_1^2 + q_2^2}{2};$$

q_1 y q_2 denotan los cuadrimomentos de los mesones K^{*+} , K^{*-} , respectivamente, y donde los factores de forma electromagnéticos $\alpha(q^2)$, $\beta(q^2)$ y $\gamma(q^2)$, están asociados con la carga eléctrica y con los momentos dipolar magnético y cuadrupolar eléctrico, respectivamente de la siguiente forma:

$$|Q| = \alpha(0), \quad |\vec{\mu}| = \beta(0), \quad |X_E| = 1 - \beta(0) + 2\gamma(0); \quad (3.11)$$

éstos corresponden a los coeficientes a'_1 , a'_2 y a_3 definidos en la sección 2.3 (ecuación (2.52)). Por ejemplo, para el caso del bosón W (apartado 2.3.3), $\alpha(0) = 1$, $\beta(0) = 2$ y $\gamma(0) = 0$, dando $|Q| = 1$, $|\vec{\mu}| = 2$ y $|X_E| = 1$. Estos valores son usados como referencia para los mesones vectoriales. Como se sabe con toda seguridad que $|Q_{K^{*\pm}}| = 1$, se mantendrá $\alpha(0) = 1$; sin embargo los otros dos parámetros, se dejan como parámetros libres. También se han incluido los términos que dan cuenta de los efectos de fuera de capa de masa, que han sido encontrados en las predicciones del modelo estándar para el caso del acoplamiento $\gamma W^+ W^-$ (ver ec. (2.16)). Así, para los fines de este trabajo, la ecuación (3.10) constituye la parametrización general para el vértice a nivel árbol.

3.2.3. Identidad de Ward a nivel árbol

Las dos cantidades anteriores, los propagadores y el vértice, están relacionadas por medio de la identidad de Ward a nivel árbol, dada de la siguiente manera (ver Fig. 3.1):

$$q_\gamma \Gamma_0^{\gamma\delta\epsilon} = \left[iD_0^{\delta\epsilon}(K^{*-}, q_2) \right]^{-1} - \left[iD_0^{\delta\epsilon}(K^{*+}, q_1) \right]^{-1}, \quad (3.12)$$

donde q denota el cuadrimomento del fotón. El inverso del propagador del mesón K^{*+} , denotado por $\left[D_0^{\delta\epsilon}(K^{*+}, q_1) \right]^{-1}$, se define de tal manera que:

$$D_0^{\rho\delta}(q_1) \left[D_0^{\rho\epsilon}(q) \right]^{-1} = g^{\delta\epsilon}. \quad (3.13)$$

Teniendo en cuenta la definición anterior, se obtiene la siguiente expresión para el inverso del propagador a nivel árbol:

$$\left[D_0^{\rho\epsilon}(q_1) \right]^{-1} = i \left[g^{\rho\epsilon} (q_1^2 - m_V^2) - q_1^\rho q_1^\epsilon \right]. \quad (3.14)$$

Al realizar la contracción del lado izquierdo de (3.12), se observa que los términos asociados con $\beta(q^2)$ y $\gamma(q^2)$ son invariantes de norma y se anulan. Esto puede verse de la ecuación (3.10) para ambos casos:

- El término asociado con $\beta(q^2)$:

$$q_\gamma \left(q^\epsilon g^{\gamma\delta} - q^\delta g^{\gamma\epsilon} \right) = \left(q^\epsilon q^\delta - q^\delta q^\epsilon \right) = 0. \quad (3.15)$$

- En el caso de $\gamma(q^2)$,

$$q_\gamma \left[q^\delta q^\epsilon (q_2 - q_1)^\gamma - \frac{1}{2} \left(q^\delta g^{\gamma\epsilon} + q^\epsilon g^{\gamma\delta} \right) (q_2 - q_1) \cdot q \right] = 0, \quad (3.16)$$

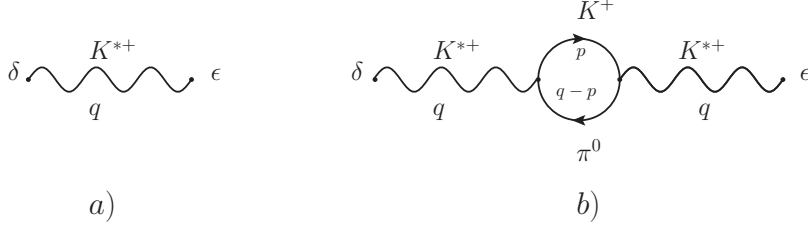


Figura 3.2: Propagador a) nivel árbol y b) la corrección un lazo.

ya que, del primer término entre corchetes de la ecuación anterior:

$$q_\gamma \left[q^\delta q^\epsilon (q_2 - q_1)^\gamma \right] = q^\delta q^\epsilon (q_2 - q_1) \cdot q,$$

y, segundo término:

$$\frac{1}{2} q_\gamma \left(q^\delta g^{\gamma\epsilon} + q^\epsilon g^{\gamma\delta} \right) (q_2 - q_1) \cdot q = \frac{1}{2} \left(q^\delta q^\epsilon + q^\epsilon q^\delta \right) (q_2 - q_1) \cdot q = q^\delta q^\epsilon (q_2 - q_1) \cdot q.$$

Así, el término total asociado con $\gamma(q^2)$ (términos entre corchetes de la ecuación (3.10)) es nulo, por lo que el lado izquierdo de (3.12) está dado por:

$$q_\gamma \Gamma_0^{\gamma\delta\epsilon} = (q_2^2 - q_1^2) g^{\delta\epsilon} + q_1^\delta q_1^\epsilon - q_2^\delta q_2^\epsilon. \quad (3.17)$$

Por otra parte, el lado derecho de (3.12), usando (3.14), está dado por:

$$\left[iD_0^{\delta\epsilon}(q_2) \right]^{-1} - \left[iD_0^{\delta\epsilon}(q_1) \right]^{-1} = (q_2^2 - q_1^2) g^{\delta\epsilon} + q_1^\delta q_1^\epsilon - q_2^\delta q_2^\epsilon. \quad (3.18)$$

Con esto, se observa que se satisface la identidad de Ward a nivel árbol, dada por la ecuación (3.12).

3.3. Cantidades corregidas a un lazo

3.3.1. Propagador

Los mesones vectoriales $K^{*\pm}$ decaen principalmente en los mesones pseudoescalares K y π . En el caso del K^{*+} , por ejemplo, esto incluye estados finales de las formas $K^+\pi^0$ y $K^0\pi^+$. En este trabajo, sin embargo, las partículas que se están considerando en el lazo son $K^+\pi^0$, para K^{*+} ($K^-\pi^0$ en el caso del K^{*-}); el efecto debido a la contribución $K^0\pi^+$ (o $\bar{K}^0\pi^0$ para K^{*-}), están siendo incluidos a través de un coeficiente de Clebsch-Gordan en la contribución a la anchura de los $K^{*\pm}$ (Apéndice D). Así, para las contribuciones a un lazo (ver Fig. 3.2), el propagador del mesón vectorial es modificado al incluir la parte imaginaria de la corrección a la auto-energía, denotada por $\text{Im}\Pi^{\mu\nu}(q)$, y definida por [48]:

$$\begin{aligned} \text{Im}\Pi^{\delta\epsilon}(q) &= -\frac{g^2 [\lambda(q^2, m_{K^+}^2, m_{\pi^0}^2)]^{1/2}}{64\pi^2 q^2} \int d\Omega (2p - q)^\delta (2p - q)^\epsilon \\ &\quad \times \theta \left[q^2 - (m_{K^+} + m_{\pi^0})^2 \right], \end{aligned} \quad (3.19)$$

donde q denota el cuadrimomento de la partícula vectorial, g es la constante de acoplamiento obtenida del proceso $V \rightarrow P_1 P_2$, (apartado D.2.1) que en este trabajo es el decaimiento $K^{*\pm} \rightarrow K^\pm \pi^0$ y θ es la función de Heaviside. La parte imaginaria de la corrección a la auto-energía puede escribirse como [48]:

$$\text{Im}\Pi^{\delta\epsilon}(q) = \text{Im}\Pi^T(q^2) T^{\delta\epsilon}(q) + \text{Im}\Pi^L(q^2) L^{\delta\epsilon}(q). \quad (3.20)$$

El propagador a este nivel toma la siguiente forma:

$$\begin{aligned} D^{\delta\epsilon}(q) &= \frac{1}{q^2 - m^2 + i\text{Im}\Pi^T(q^2)} \left\{ -g^{\delta\epsilon} + \frac{q^\delta q^\epsilon q^2 + i [\text{Im}\Pi^T(q^2) - \text{Im}\Pi^L(q^2)]}{q^2 (m^2 - i\text{Im}\Pi^L(q^2))} \right\} \\ &= -\frac{iT^{\delta\epsilon}(q)}{q^2 - m^2 + i\text{Im}\Pi^T(q^2)} + \frac{iL^{\delta\epsilon}(q)}{m^2 - i\text{Im}\Pi^L(q^2)}, \end{aligned} \quad (3.21)$$

donde se han introducido las partes transversal y longitudinal de la parte imaginaria de la corrección a la auto-energía, $\text{Im}\Pi^T$ e $\text{Im}\Pi^L$, definidos como:

$$\text{Im}\Pi^T(q^2) = \sqrt{q^2} \Gamma_V(q^2), \quad (3.22)$$

$$\Gamma_V(q^2) = \frac{g^2}{48\pi q^2} \left(\frac{\lambda(q^2, m_{K^+}^2, m_{\pi^0}^2)}{q^2} \right)^{3/2}; \quad (3.23)$$

y

$$\text{Im}\Pi^L(q^2) = -\frac{g^2 [\lambda(q^2, m_{K^+}^2, m_{\pi^0}^2)]^{1/2}}{16\pi} \left(\frac{m_{K^+}^2 - m_{\pi^0}^2}{q^2} \right)^2. \quad (3.24)$$

3.3.2. Vértice

El vértice electromagnético $VV\gamma$ también se modificará debido a la introducción del ancho de decaimiento en el propagador del mesón vectorial o, equivalentemente, por la contribución a un lazo en el propagador. De este modo, es posible escribir el vértice electromagnético de la siguiente forma:

$$\Gamma^{\gamma\delta\epsilon} = \Gamma_0^{\gamma\delta\epsilon} + \Gamma_1^{\gamma\delta\epsilon}, \quad (3.25)$$

donde $\Gamma_0^{\gamma\delta\epsilon}$, es la contribución a nivel árbol y $\Gamma_1^{\gamma\delta\epsilon}$, es la contribución debida al lazo.

Las correcciones absorbtivas al vértice electromagnético, deben incluir las posibilidades mostradas en la Fig 3.3. Sin embargo, en este trabajo se está trabajando con la *versión mínima*, es decir, aquella versión en la que se están tomando en cuenta sólo las contribuciones de la Fig. 3.3 que son requeridas usando la información del propagador en la identidad de Ward a primer orden, misma que se presenta a continuación.

3.3.3. Identidad de Ward a primer orden

En su forma general, la identidad de Ward, está dada por [48]:

$$q_\gamma \Gamma^{\gamma\delta\epsilon} = q_\gamma \left(\Gamma_0^{\gamma\delta\epsilon} + \Gamma_1^{\gamma\delta\epsilon} \right) = \left[iD^{\delta\epsilon}(K^{*-}, q_2) \right]^{-1} - \left[iD^{\delta\epsilon}(K^{*+}, q_1) \right]^{-1}, \quad (3.26)$$

en donde, nuevamente, el inverso del propagador se obtiene mediante (3.13) (pero sin los subíndices 0), $D^{\rho\delta}(q_1) [D^{\rho\epsilon}(q_1)]^{-1} = g^{\delta\epsilon}$, y está dado por:

$$\left[D^{\delta\epsilon}(K^{*+}, q_1) \right]^{-1} = ig^{\delta\epsilon} [q_1^2 - m^2 + i\text{Im}\Pi_1^T] - iq_1^\delta q_1^\epsilon \left[1 + \frac{1 + i(\text{Im}\Pi_1^T - \text{Im}\Pi_1^L)}{q_1^2} \right]. \quad (3.27)$$

De (3.26) y (3.27), se desprende la expresión para la identidad de Ward a primer orden:

$$q_\gamma \Gamma_1^{\gamma\delta\epsilon} = i\text{Im}\Pi_2^{\delta\epsilon}(q_2) - i\text{Im}\Pi_1^{\delta\epsilon}(q_1), \quad (3.28)$$

en donde se ha utilizado (3.20). Sin embargo, para hallar una expresión para $\Gamma_1^{\gamma\delta\epsilon}$ se utilizará la forma explícita en términos de sus componentes transversal y longitudinal, de tal modo que:

$$q_\gamma \Gamma_1^{\gamma\delta\epsilon} = i \left(\text{Im}\Pi_2^T T^{\delta\epsilon}(q_2) + \text{Im}\Pi_2^L L^{\delta\epsilon}(q_2) \right) - i \left(\text{Im}\Pi_1^T T^{\delta\epsilon}(q_1) + \text{Im}\Pi_1^L L^{\delta\epsilon}(q_1) \right). \quad (3.29)$$

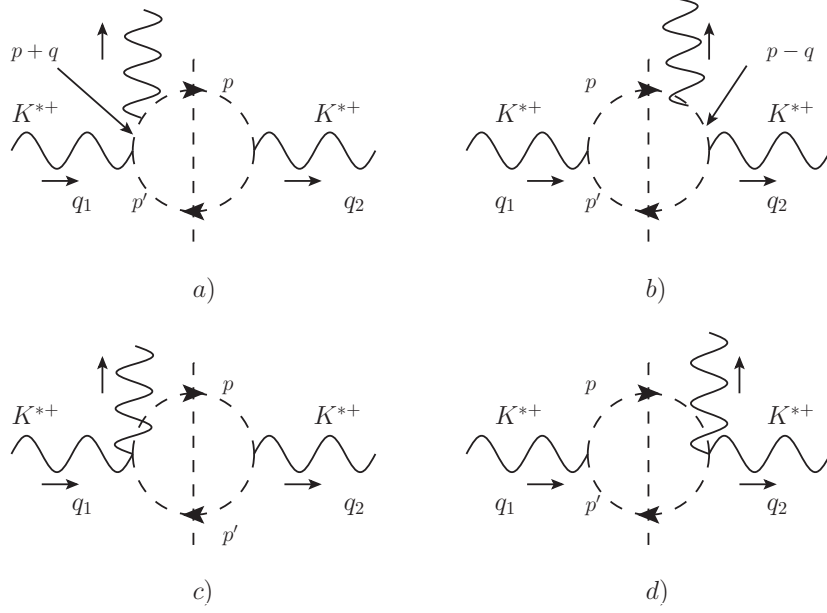


Figura 3.3: Correcciones absorptivas al vértice electromagnético del mesón vectorial K^{*+} que se generan de los diagramas a un lazo con los dos mesones pseudoescalares $K^+\pi^0$ [48].

Con ayuda de las definiciones para $T^{\delta\epsilon}(q)$ y $L^{\delta\epsilon}(q)$, es posible reescribir (3.29) como:

$$q_\gamma \Gamma_1^{\gamma\delta\epsilon} = i \left\{ g^{\delta\epsilon} [\text{Im}\Pi_2^T - \text{Im}\Pi_1^T] + \frac{q_2^\delta q_2^\epsilon}{q_2^2} [\text{Im}\Pi_2^L - \text{Im}\Pi_2^T] - \frac{q_1^\delta q_1^\epsilon}{q_1^2} [\text{Im}\Pi_1^L - \text{Im}\Pi_1^T] \right\}. \quad (3.30)$$

El resultado anterior, ecuación (3.30), constituye la identidad de Ward a primer orden en términos de las componentes transversal y longitudinal de la parte absorptiva de la corrección a la auto-energía. El vértice a primer orden puede ser determinado evaluando la integral (3.19) y considerando todas las contribuciones de la Fig. 3.3; sin embargo, en este trabajo para hallar el vértice $\Gamma_1^{\gamma\delta\epsilon}$, se utiliza la aproximación dada por la ecuación (3.30), procedimiento que se muestra en el siguiente apartado.

3.4. Construcción de los términos de la corrección al vértice

En la construcción de la corrección al vértice se ha tenido en cuenta la identidad de Ward (3.30); con esto en mente, se construyen los términos los cuales se detallan a continuación.

1. **Término de carga.** El término de carga en el caso de la corrección al vértice tiene la misma estructura que para el caso del vértice a nivel árbol:

$$iA g^{\delta\epsilon} (q_2 - q_1)^\gamma. \quad (3.31)$$

donde:

$$A = \frac{\text{Im}\Pi_2^T - \text{Im}\Pi_1^T}{(q_2 - q_1) \cdot q}. \quad (3.32)$$

2. **Momento dipolar magnético.** La corrección al vértice también incluye un término asociado con el momento dipolar magnético, que a nivel árbol está dado por:

$$\beta \left(q^\epsilon g^{\delta\gamma} - q^\delta g^{\epsilon\gamma} \right). \quad (3.33)$$

Debido a que la invariancia de norma no determina el coeficiente β , su valor es arbitrario y, en este caso, a primer orden, es posible definir un segundo coeficiente β' :

$$\beta' = i\beta A,$$

donde A es el coeficiente asociado con la corrección a la carga, dado por (3.32).

3. **Momento cuadrupolar eléctrico.** Como ya fue mencionado, el término asociado con el momento cuadrupolar eléctrico (es decir, el que está asociado con el coeficiente γ) no aparece a nivel árbol ($\gamma = 0$) en la predicción del modelo estándar, (ecuación (2.16)), pero se ha mantenido en el vértice empleado en este trabajo (ecuación (3.10)), para estimar el efecto de γ . Teniendo en cuenta esto, la estructura de Lorentz asociada con el momento cuadrupolar eléctrico, a nivel árbol está dada por:

$$-\frac{\gamma (q^2)}{\omega_{K^*}^2} \left[q^\delta q^\epsilon (q_2 - q_1)^\gamma - \frac{1}{2} \left(q^\delta g^{\gamma\epsilon} + q^\epsilon g^{\gamma\delta} \right) (q_2 - q_1) \cdot q \right]. \quad (3.34)$$

La forma del término dado en (3.34) es necesaria para garantizar la invariancia de norma electromagnética de toda la estructura [20]. Vale la pena mencionar, que el segundo término entre corchetes de la ecuación (3.34) viola CP cuando las partículas vectoriales están en capa de masa, es decir, cuando son partículas finales [20], por ejemplo, al proceso $e^+e^- \rightarrow K^{*+}K^{*-}$ ^A.

Por otro lado, en la corrección a un lazo, debe mantenerse una estructura semejante a la dada por la ecuación (3.34). Para llevar a cabo esta tarea, primero, se debe reescribir $q^\delta q^\epsilon$, con ayuda de $q = q_1 + q_2$:

$$q^\delta q^\epsilon = q_1^\delta q_1^\epsilon + q_2^\delta q_2^\epsilon + \left(q_1^\delta q_2^\epsilon + q_1^\epsilon q_2^\delta \right). \quad (3.35)$$

Considerando además (3.30), la propuesta para la corrección al cuadrupolo eléctrico es la siguiente:

$$i \left\{ \alpha_2 \frac{[\text{Im}\Pi_2^L - \text{Im}\Pi_2^T]}{q_2^2(q_2 \cdot q)} q_2^\delta q_2^\epsilon q_2^\gamma - \alpha_1 \frac{[\text{Im}\Pi_1^L - \text{Im}\Pi_1^T]}{q_1^2(q_1 \cdot q)} q_1^\delta q_1^\epsilon q_1^\gamma \right\}, \quad (3.36)$$

que puede ser reescrito como:

$$i \left(\alpha_2 B_2 q_2^\delta q_2^\epsilon q_2^\gamma - \alpha_1 B_1 q_1^\delta q_1^\epsilon q_1^\gamma \right), \quad (3.37)$$

donde

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{\text{Im}\Pi_1^L - \text{Im}\Pi_1^T}{q_1^2(q_1 \cdot q)}, \\ B_2 &= \frac{\text{Im}\Pi_2^L - \text{Im}\Pi_2^T}{q_2^2(q_2 \cdot q)}. \end{aligned} \quad (3.38)$$

Las cantidades α_1 y α_2 representan cantidades que pueden obtenerse a partir de la identidad de Ward a primer orden sustituyendo la expresión final para la corrección al vértice. Esto será mostrado más adelante cuando se tenga el vértice corregido.

Con esto, es posible notar la misma estructura de Lorentz tanto en $\Gamma_0^{\gamma\delta\epsilon}$ como en la corrección. Sin embargo, la tercera estructura en el lado derecho de la ecuación (3.35), no tiene un análogo en la expresión para la corrección, ya que no aparecen en la identidad de Ward a este orden, ec. (3.30).

^ASe menciona este hecho aquí, debido a que el vértice a nivel árbol será empleado en el proceso $e^+e^- \rightarrow K^{*+}K^{*-}$ en el capítulo 4.

4. **Efectos de fuera de capa de masa.** Los términos asociados con los efectos de fuera de capa de masa en el vértice $\Gamma_0^{\gamma\delta\epsilon}$ deben tener un análogo en la corrección al vértice, $\Gamma_1^{\gamma\delta\epsilon}$. En $\Gamma_0^{\lambda\delta\epsilon}$, tienen el mismo coeficiente que el término de carga (= 1), y por ello deben tener el mismo coeficiente que éste al ser incorporados como correcciones al vértice, por lo que las correcciones asociadas a los términos de fuera de capa de masa son:

$$iA \left(q_1^\delta g^{\gamma\epsilon} - q_2^\epsilon g^{\gamma\delta} \right). \quad (3.39)$$

Con estas consideraciones se ha llegado finalmente a la corrección $\Gamma_1^{\lambda\delta\epsilon}$, al vértice:

$$\begin{aligned} \Gamma_1^{\gamma\delta\epsilon} = & iA \left[g^{\delta\epsilon} (q_2 - q_1)^\gamma + \beta \left(q^\epsilon g^{\gamma\delta} - q^\delta g^{\gamma\epsilon} \right) + q_1^\delta g^{\gamma\epsilon} - q_2^\epsilon g^{\gamma\delta} \right] \\ & + i \left(\alpha_2 B_2 q_2^\delta q_2^\epsilon q_2^\gamma - \alpha_1 B_1 q_1^\delta q_1^\epsilon q_1^\gamma \right). \end{aligned} \quad (3.40)$$

3.4.1. Vértice corregido

Con las consideraciones anteriores, el vértice total, denotado por $\Gamma^{\gamma\delta\epsilon}$ está dado por:

$$\begin{aligned} \Gamma^{\gamma\delta\epsilon} = & (1 + iA) \left[(q_2 - q_1)^\gamma g^{\delta\epsilon} + \beta (q^2) \left(q^\epsilon g^{\gamma\delta} - q^\delta g^{\gamma\epsilon} \right) + q_1^\delta g^{\gamma\epsilon} - q_2^\epsilon g^{\gamma\delta} \right] \\ & - \frac{\gamma (q^2)}{\omega_{K^*}^2} \left[q^\delta q^\epsilon (q_2 - q_1)^\gamma - \frac{1}{2} \left(q^\delta g^{\gamma\epsilon} + q^\epsilon g^{\gamma\delta} \right) (q_2 - q_1) \cdot q \right] \\ & + i \left(\alpha_2 B_2 q_2^\delta q_2^\epsilon q_2^\gamma - \alpha_1 B_1 q_1^\delta q_1^\epsilon q_1^\gamma \right). \end{aligned} \quad (3.41)$$

Habiendo mostrado la estructura de Lorentz para la corrección al vértice, aún falta por describir el procedimiento para determinar los valores de α_1 y α_2 . Para ello, considere la parte izquierda de la identidad de Ward a primer orden, ec. (3.30), empleando las ecuaciones (3.38) y el vértice a primer orden, (3.40), obteniendo:

$$\begin{aligned} q_\gamma \Gamma_1^{\gamma\delta\epsilon} = & i \left[\text{Im}\Pi_2^T - \text{Im}\Pi_1^T \right] g^{\delta\epsilon} + iA \left(q_1^\delta q^\epsilon - q_2^\epsilon q^\delta \right) \\ & + i \left\{ \alpha_2 \frac{[\text{Im}\Pi_2^L - \text{Im}\Pi_2^T]}{q_2^2} q_2^\delta q_2^\epsilon - \alpha_1 \frac{[\text{Im}\Pi_1^L - \text{Im}\Pi_1^T]}{q_1^2} q_1^\delta q_1^\epsilon \right\}. \end{aligned} \quad (3.42)$$

Por otro lado, el lado derecho de la identidad de Ward, ec. (3.30), da:

$$i \left\{ g^{\delta\epsilon} [\text{Im}\Pi_2^T - \text{Im}\Pi_1^T] - \frac{q_1^\delta q_1^\epsilon}{q_1^2} [\text{Im}\Pi_1^L - \text{Im}\Pi_1^T] + \frac{q_2^\delta q_2^\epsilon}{q_2^2} [\text{Im}\Pi_2^L - \text{Im}\Pi_2^T] \right\},$$

por lo que al comparar los términos se observa que

$$\alpha_1 = 1 + \frac{Aq_1^2}{\text{Im}\Pi_1^L - \text{Im}\Pi_1^T}, \quad (3.43)$$

y

$$\alpha_2 = 1 + \frac{Aq_2^2}{\text{Im}\Pi_2^L - \text{Im}\Pi_2^T}. \quad (3.44)$$

3.5. Interpretación de las modificaciones al propagador

En esta sección, se hará una discusión del propagador, ecuación (3.21),

$$\begin{aligned} D^{\delta\epsilon}(q) &= \frac{i}{q^2 - m^2 + i\text{Im}\Pi^T} \left\{ -g^{\delta\epsilon} + q^\delta q^\epsilon \frac{q^2 + i(\text{Im}\Pi^T - \text{Im}\Pi^L)}{q^2(m^2 - i\text{Im}\Pi^L)} \right\} \\ &= -\frac{iT^{\delta\epsilon}(q)}{q^2 - m^2 + i\text{Im}\Pi^T} + \frac{iL^{\delta\epsilon}(q)}{m^2 - i\text{Im}\Pi^L}, \end{aligned}$$

reescribiéndolo de tal forma que pueda ser identificado el esquema de masa compleja, identificando la masa y el ancho de decaimiento. Para lograr un mejor entendimiento de las cantidades involucradas en el propagador, se introducen las siguientes definiciones:

$$\eta(q^2) \equiv \frac{\text{Im}\Pi^T(q^2)}{q^2}, \quad (3.45)$$

y

$$\zeta(q^2) \equiv \frac{\text{Im}\Pi^L(q^2)}{q^2}. \quad (3.46)$$

Tomando en cuenta estas definiciones, el propagador toma la siguiente forma:

$$D^{\delta\epsilon}(q) = \frac{i}{q^2 - m^2 + i\eta q^2} \left\{ -g^{\delta\epsilon} + q^\delta q^\epsilon \frac{1 + i(\eta - \zeta)}{m^2 - i\zeta q^2} \right\}. \quad (3.47)$$

Teniendo el propagador en términos de los coeficientes η y ζ , se han de considerar dos casos que son presentados a continuación.

3.5.1. Con simetría de Isoespín

En este caso, se considera el límite en el cual,

$$m_K = m_{\pi^0} = (m_K + m_{\pi^0})/2 \equiv m_I, \quad (3.48)$$

donde el subíndice I , denota que se está tomando el límite de masas iguales que de manera genérica es llamada simetría de isoespín^B, con lo cual $m_I = 0.31432$ GeV, lo que implica que $\zeta = 0$; esto puede verse a partir de la definición de ζ , ec. (3.46), en donde aparece la definición de $\text{Im}\Pi^L$, cantidad que es proporcional a $(m_K^2 - m_{\pi^0}^2)^2$, ecuación (3.24). La expresión para el propagador toma la siguiente forma:

$$D_I^{\delta\epsilon}(q) = \frac{i}{q^2(1 + i\eta_I) - m^2} \left\{ -g^{\delta\epsilon} + q^\delta q^\epsilon \frac{1 + i\eta_I}{m^2} \right\}, \quad (3.49)$$

en donde, a partir del ancho variable de decaimiento, ec. (3.23), efectuando $m_1 = m_2 = m_I$, se obtiene:

$$\begin{aligned} \eta_I &= \frac{\Gamma_I(q^2)}{\sqrt{q^2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{q^2}} \frac{g^2}{48\pi q^2} \left(\frac{\lambda(q^2, m_I^2, m_I^2)}{q^2} \right)^{3/2}. \end{aligned} \quad (3.50)$$

^BEn este caso, simetría de isoespín se está empleando en un sentido genérico, a nivel de hadrones, no en el sentido estricto de simetría $SU(3)$ del sabor. En adelante, al referirse a simetría de isoespín, se hará referencia a este concepto genérico.

El denominador $q^2(1+i\eta_I) - m^2$ en (3.49), puede ser llevado a una forma más útil, con el objetivo de interpretar las cantidades involucradas:

$$q^2(1+i\eta_I) - m^2 = (1+i\eta_I) \left(q^2 - \frac{m^2}{1+\eta_I^2} + i \frac{m^2\eta_I}{1+\eta_I^2} \right),$$

de tal modo que el propagador puede ser escrito en la siguiente forma:

$$D_I^{\delta\epsilon}(q) = \frac{i}{(1+i\eta_I)(q^2 - M_I^2 + iM_I\bar{\Gamma}_I)} \left\{ -g^{\delta\epsilon} + \frac{q^\delta q^\epsilon}{M_I^2 - iM_I\bar{\Gamma}_I} \right\}. \quad (3.51)$$

El denominador del propagador anterior, puede ser comparado con el denominador proveniente del esquema de masa compleja (forma de Breit-Wigner), dado por $q^2 - M_I^2 + iM_I\bar{\Gamma}_I$, de donde se obtienen las siguientes redefiniciones de la masa del mesón vectorial y de su ancho de decaimiento:

$$M_I^2 = \frac{m^2}{1+\eta_I^2}, \quad (3.52)$$

$$M_I\bar{\Gamma}_I = \frac{m^2}{1+\eta_I^2}\eta_I, \quad (3.53)$$

es decir,

$$\bar{\Gamma}_I = M_I\eta_I. \quad (3.54)$$

Así, se ha reescrito el denominador del propagador $D^{\delta\epsilon}(q)$ en el caso en el que se considera simetría de isoespín. Sin embargo, se nota una diferencia con respecto al propagador obtenido con el esquema de masa compleja: aparece el factor $(1+i\eta_I)$ en el denominador. Este resultado para el propagador puede ser visto como una renormalización del campo del mesón vectorial debido a la inclusión del ancho finito de decaimiento de dicho mesón vectorial [41]:

$$A'_\delta = Z^{1/2}A_\delta, \quad Z^{1/2} = (1+i\eta_I)^{1/2}, \quad (3.55)$$

de tal modo que en la corriente electromagnética es:

$$[A'_\delta(q_1)]^\dagger A'_\epsilon(q_2) \Gamma^{\lambda\delta\epsilon} = Z [A_\delta(q_1)]^\dagger A_\epsilon(q_2) \left[\alpha'(q^2) g^{\delta\epsilon} (q_2 - q_1)^\lambda + \dots \right]; \quad (3.56)$$

aquí, q denota el cuadrimomento del fotón, q_1 y q_2 denotan los cuadrimomentos de los mesones vectoriales; y el factor de forma de la carga eléctrica satisface

$$Z\alpha'(q^2=0) = 1, \quad (3.57)$$

de tal forma que la carga eléctrica no sufra modificaciones por efectos de renormalización. Es así como se ha visto que al introducir el ancho de decaimiento en el propagador, se deben redefinir tanto la masa del mesón vectorial como su ancho de decaimiento para que este esquema sea consistente con la forma de Breit-Wigner.

3.5.2. Sin simetría de Isoespín

En este caso, $\zeta \neq 0$ (Fig. 3.4), de tal modo que se satisface la ec. (3.47):

$$D^{\delta\epsilon}(q) = \frac{i}{q^2 - m^2 + i\eta q^2} \left\{ -g^{\delta\epsilon} + q^\delta q^\epsilon \frac{1+i(\eta-\zeta)}{m^2 - i\zeta q^2} \right\}.$$

El factor

$$\frac{1}{q^2 - m^2 + i\eta q^2} \quad (3.58)$$

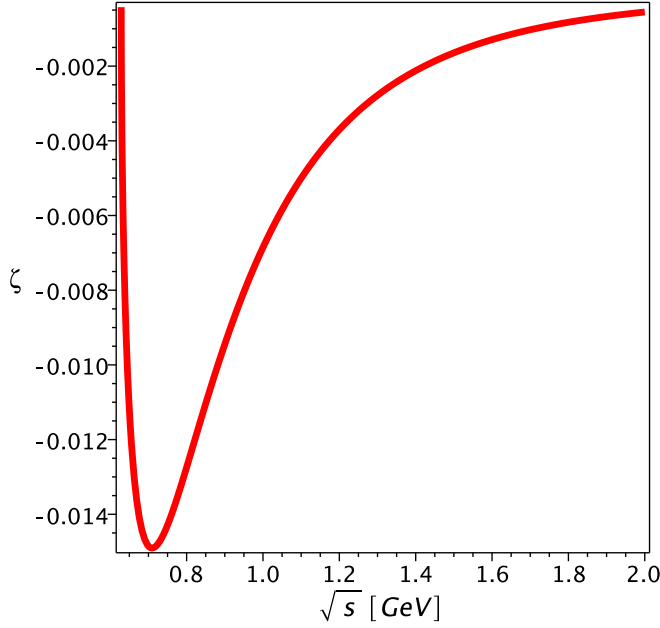


Figura 3.4: Parámetro ζ (ec. 3.46), desde el umbral de energía, $\sqrt{s} = 0.6286$ GeV, para formar un kaón cargado y un pión neutro.

de esta ecuación, es comparado con el de la forma de la distribución de Breit-Wigner:

$$\frac{1}{q^2 - M^2 + iM\bar{\Gamma}} \quad \text{o} \quad \frac{1}{q^2 - M^2 + iM^2\bar{\eta}}$$

Para ello, se suma el término $i\zeta q^2 - i\zeta q^2$ al denominador de (3.58) y tomando como factor común el término $1 + i(\eta - \zeta)$:

$$[1 + i(\eta - \zeta)] \left[q^2 - \frac{m^2 - \zeta q^2 (\eta - \zeta)}{1 + (\eta - \zeta)^2} + i \frac{m^2 (\eta - \zeta) + \zeta q^2}{1 + (\eta - \zeta)^2} \right]. \quad (3.59)$$

Al comparar con la forma de la distribución de Breit-Wigner, se observa entonces que:

$$M^2 (q^2) = \frac{m^2 - \zeta q^2 (\eta - \zeta)}{1 + (\eta - \zeta)^2}, \quad (3.60)$$

$$M\bar{\Gamma} = \frac{m^2 (\eta - \zeta) + \zeta q^2}{1 + (\eta - \zeta)^2}, \quad (3.61)$$

y

$$M^2\bar{\eta} = \frac{m^2 (\eta - \zeta) + \zeta q^2}{1 + (\eta - \zeta)^2}. \quad (3.62)$$

De las ecuaciones (3.60), (3.61) y (3.62), se obtienen:

$$\bar{\Gamma} (q^2) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\eta - \zeta)^2}} \frac{m^2 (\eta - \zeta) + \zeta q^2}{\sqrt{m^2 - \zeta q^2 (\eta - \zeta)}}, \quad (3.63)$$

$$\bar{\eta} (q^2) = \frac{m^2 (\eta - \zeta) + \zeta q^2}{m^2 - \zeta q^2 (\eta - \zeta)}. \quad (3.64)$$

Con estas redefiniciones, el propagador toma la siguiente forma:

$$D^{\delta\epsilon}(q) = \frac{i}{[1 + i(\eta - \zeta)][q^2 - M^2 + i\bar{\eta}M^2]} \left\{ -g^{\delta\epsilon} + q^\delta q^\epsilon \frac{1 + i(\eta - \zeta)}{M^2 - i\bar{\eta}M^2} \right\}. \quad (3.65)$$

El resultado anterior es semejante al término que proviene del esquema de masa compleja si se efectúa una redefinición de la masa y el ancho de decaimiento, excepto por el factor $1 + i(\eta - \zeta)$ que aparece en el denominador. Este término aparecerá en la renormalización de los campos del mesón vectorial, como ya fue mencionado para el caso con simetría de isoespín, cuyas expresiones son recobradas al efectuar $\zeta = 0$.

Como puede observarse M^2 , η y ζ son funciones de la energía de la partícula; m es una constante por determinar y es la cantidad que queda por describir. Como la masa se define como el polo del propagador, entonces

$$q^2 = M_0^2, \quad (3.66)$$

donde $M_0 = 895.5 \pm 0.8$ MeV (en decaimientos del τ) es el valor experimental de la masa del mesón vectorial. Sustituyendo esto en la expresión para $M^2(q^2)$, se obtiene

$$M_0^2 = \frac{m^2 - \zeta_0 M_0^2 (\eta_0 - \zeta_0)}{1 + (\eta_0 - \zeta_0)^2},$$

donde η_0 y ζ_0 , son los valores de η y ζ en el polo, (que son cantidades conocidas), respectivamente. Así, resolviendo para m^2 ,

$$m^2 = M_0^2 [1 + \eta_0 (\eta_0 - \zeta_0)]. \quad (3.67)$$

El valor del ancho dependiente de la energía Γ_V (dado por la ecuación (3.23)) en el polo, está dado por:

$$\Gamma_V(M_0^2) = \frac{g^2}{48\pi M_0^2} \left(\frac{\lambda(M_0^2, m_{K^+}^2, m_{\pi^0}^2)}{M_0^2} \right)^{3/2}. \quad (3.68)$$

Para determinar el valor de la constante g en la expresión (3.68), se debe tener en cuenta que:

$$\Gamma_V(q^2 = M_0^2) = \Gamma_{\text{exp}}(K^{*\pm} \rightarrow K^\pm \pi^0),$$

donde $\Gamma_{\text{exp}}(K^* \rightarrow K\pi) = 46.2 \pm 1.3$ MeV, (en decaimientos del τ). Haciendo uso de la relación $\Gamma_{\text{exp}}(K^{*\pm} \rightarrow K^\pm \pi^0) = \frac{1}{3}\Gamma_{\text{exp}}(K^{*\pm} \rightarrow K\pi)$ MeV (ver apéndice D), se tiene:

$$g^2 = 48\pi M_0^2 \Gamma_{\text{exp}}(K^{*\pm} \rightarrow K^\pm \pi^0) \left[\frac{M_0^2}{\lambda(M_0^2, m_{K^+}^2, m_{\pi^0}^2)} \right]^{3/2}. \quad (3.69)$$

El valor de esta constante es el mismo que el de $G_{K^{*\pm}K^\pm\pi^0} = 3.055$, obtenida del decaimiento $K^{*\pm} \rightarrow K^\pm \pi^0$ en el Apéndice D. Con este resultado,

$$\Gamma_V(q^2) = \Gamma_{\text{exp}}(K^{*\pm} \rightarrow K^\pm \pi^0) \left(\frac{M_0}{\sqrt{q^2}} \right)^5 \left[\frac{\lambda(q^2, m_K^2, m_{\pi^0}^2)}{\lambda(M_0^2, m_K^2, m_{\pi^0}^2)} \right]^{3/2}. \quad (3.70)$$

Así, de las definiciones de η y ζ , es posible determinar los valores de η_0 y ζ_0 :

$$\eta_0 = \frac{\Gamma_{\text{exp}}(K^{*\pm} \rightarrow K^\pm \pi^0)}{M_0}, \quad (3.71)$$

$$\zeta_0 = -3\Gamma_{\text{exp}}(K^{*\pm} \rightarrow K^\pm \pi^0) \frac{[\lambda(M_0^2, m_{K^+}^2, m_{\pi^0}^2)]^{-1}}{M_0} (m_{K^+}^2 - m_{\pi^0}^2)^2. \quad (3.72)$$

con lo que se obtiene el valor de $\eta_0 = 0.0172$. Para ζ_0 , el procedimiento es semejante, de tal modo que $\zeta_0 = -0.0096$. Con estos resultados, el valor de m es:

$$m = (895.7 \pm 0.8) \text{ MeV}.$$

De la expresión para m^2 , es posible ver que su valor es muy cercano al valor de M_0 :

$$m = M_0 \sqrt{1 + \eta_0 (\eta_0 - \zeta_0)}. \quad (3.73)$$

La diferencia entre m y M_0 , se debe a la contribución del factor $\sqrt{1 + \eta_0 (\eta_0 - \zeta_0)}$, el cual es inducido por las partículas en el lazo.

En lo que respecta a la interpretación física de m , a partir de la expresión para M^2 , ec. (3.60), se tiene que m^2 es:

$$m^2 = \lim_{\sqrt{q^2} \rightarrow m_{K^+} + m_{\pi^0}} M^2(q^2), \quad (3.74)$$

es decir, m se define como el límite de la función $M^2(q^2)$ cuando la energía de la colisión tiende a la energía mínima (umbral) para crear las partículas K^\pm y π^0 en el lazo. En este valor de energía, las funciones $\eta(q^2)$ y $\zeta(q^2)$ se anulan. Por otro lado, vale la pena mencionar que el umbral depende de las masas: si éstas tienden a cero, igualmente el umbral también tiende a cero.

En la Fig. 3.5 se muestran los comportamientos de las masas desde el umbral, $\sqrt{s_{th}} = 0.6286$ GeV, hasta 2 GeV: función de masa $M(q^2)$ (curva negra continua); función de masa $M_I(q^2)$ en límite de simetría de isoespín, $\zeta = 0$, (curva azul discontinua); el valor experimental de la masa de los $K^{*\pm}$, M_0 , obtenida de PDG 2014, [5] (curva puntos color rojo), y el valor m de $M(q^2)$ en el umbral (punto y guión color verde); éste último difiere del experimental por el factor $\sqrt{1 + \eta_0 (\eta_0 - \zeta_0)}$, como puede verse en (3.73). En el umbral de energía, todas las que dependen de la energía convergen al mismo valor: $m = 0.8957$ GeV. A medida que la energía aumenta, éstas se alejan consistentemente del valor de referencia. Se observa también el efecto por rompimiento de simetría de isoespín en las curvas azul discontinua y negra continua; este efecto es mayor a medida que crece la energía, pero es también muy pequeño en este intervalo de energía. Por último, se observa que el valor de la función de masa coincide con el experimental, $M_0 = 0.8955$ GeV, en $\sqrt{s} = 0.8955$, ya que así fue construida la función $M(q^2)$, condición expresada por la ecuación (3.66).

En la Fig. 3.6 se muestran el comportamiento del cuadrado de la función de masa (curva negra continua) y del cuadrado del cuadrimomento (curva roja discontinua) desde 0 hasta 1 GeV. $M(q^2)$ es una función creciente alrededor de las energías 0 – 0.4 GeV, creciendo de manera muy rápida en el intervalo 0.25 – 0.37 GeV, para alcanzar un máximo de aproximadamente 0.83 GeV² alrededor del valor $\sqrt{s} = 0.3750$ GeV; en el intervalo 0.4 – 0.5 GeV se comporta en forma decreciente, disminuyendo desde su valor máximo hasta ≈ 0.8 GeV²; finalmente, en 0.45 – 1 GeV, se mantiene prácticamente constante. Por otro lado, la curva q^2 se comporta siempre como una función creciente en el intervalo 0 – 1 GeV. Es posible observar que, al fijar m , se obtienen dos soluciones para la masa: una en $\sqrt{s} = 0.2367$ GeV (situada por debajo del umbral de energía, $\sqrt{s_{th}} = 0.6286$ GeV, y por tanto, en la segunda hoja de Riemann), y la otra en $\sqrt{s} = 0.8955$ GeV; este último valor corresponde al valor experimental de la masa de los $K^{*\pm}$.

Ancho de decaimiento

La redefinición del ancho de decaimiento dado por la ecuación (3.63), muestra que es posible obtener el valor del ancho de decaimiento $\Gamma_0 \equiv \Gamma(K^{*\pm} \rightarrow K^\pm \pi^0) = \frac{1}{3} \Gamma_{\text{exp}}(K^* \rightarrow K\pi)$, al evaluar en M_0 , obteniendo

$$\bar{\Gamma}_0 = \eta_0 M_0 = \Gamma_0. \quad (3.75)$$

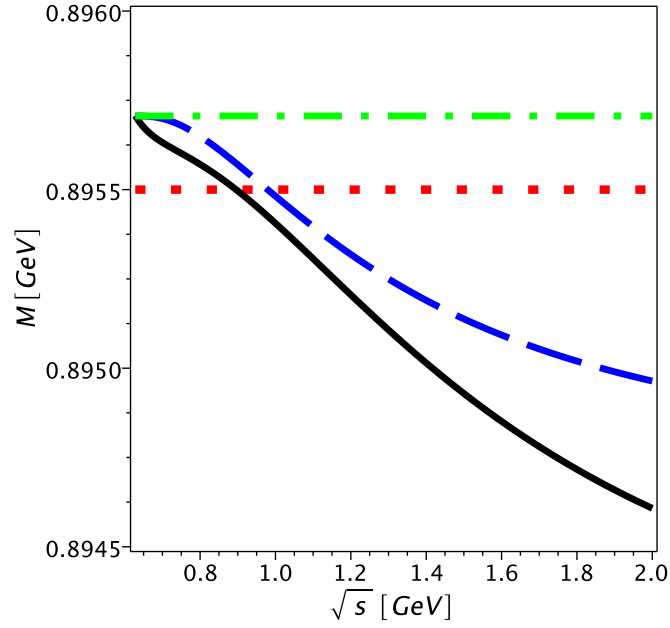


Figura 3.5: Comportamiento de la función de masa desde el umbral hasta 2 GeV. $M(q^2)$ (curva negra continua) es la función de masa obtenida en este trabajo al reescribir el propagador en la forma de masa compleja; M_I (curva azul discontinua), es la función de masa $M(q^2)$ al considerar simetría de isoespín; $M_0 = 0.8955$ GeV (puntos rojos) es el valor experimental de la masa obtenida de [5] (PDG 2014); $m = 0.8957$ GeV, es el valor de $M(q^2)$ en el umbral (curva verde discontinua-puntos).

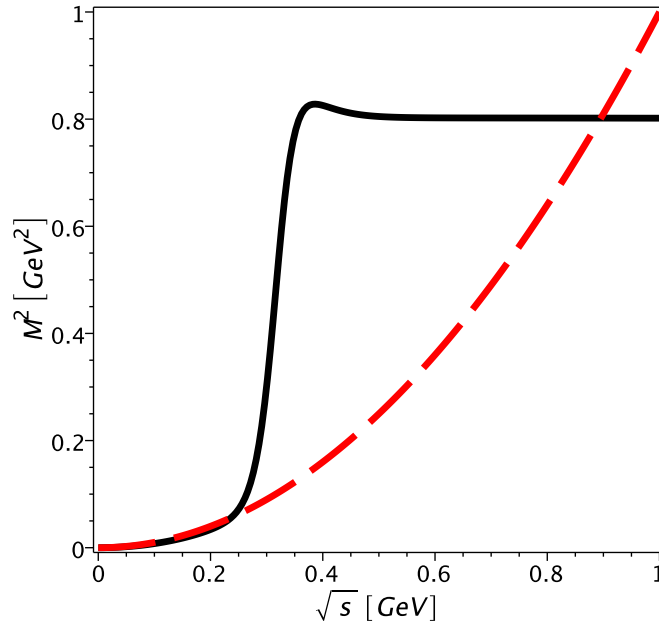


Figura 3.6: Comportamiento del cuadrado de la masa, ecuación (3.60), obtenida en este trabajo al expresar el propagador corregido en la forma de masa compleja (línea negra continua) y del cuadrado del momento (línea roja discontinua), desde 0 hasta 1 GeV. Las curvas se intersectan en $\sqrt{s} = 0.2367$ GeV y en $\sqrt{s} = 0.8955$ GeV.

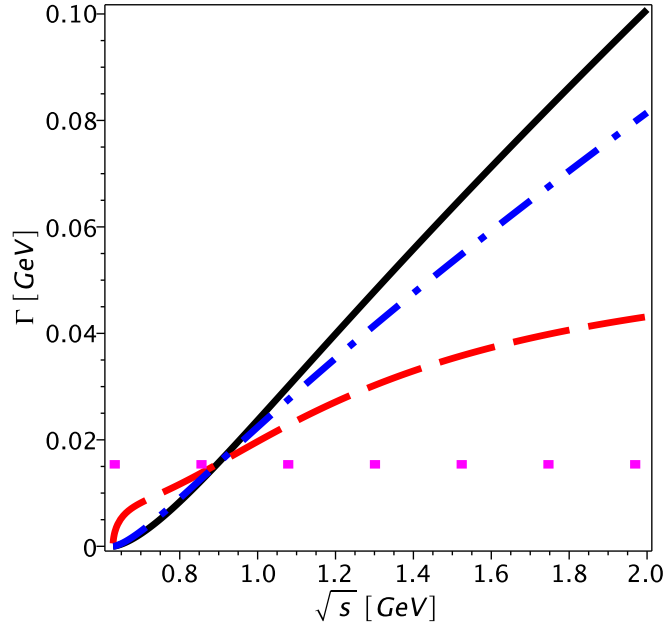


Figura 3.7: Se muestra el comportamiento de los anchos de decaimiento. Γ_V , (curva negra continua), es el ancho de la decaimiento dependiente de la energía antes de las correcciones, ec. (3.70); Γ_I (curva azul discontinua-puntos) es el ancho Γ_V al considerar simetría de isoespín; Γ_0 (curva de puntos magenta) representa el valor experimental obtenido de [5] (PDG (2014)); $\bar{\Gamma}$ (curva roja discontinua) representa el ancho de decaimiento obtenida en este trabajo al reescribir el propagador en la forma del esquema de masa compleja. Los cuatro anchos coinciden en el valor de $M = M_0 = 0.8955$ GeV.

En la Fig. 3.7, se muestra el comportamiento de los anchos de decaimiento: Γ_V , (curva negra continua), es el ancho de decaimiento dependiente de la energía antes de las correcciones, ec. (3.70); Γ_I (curva azul discontinua-puntos) es el ancho Γ_V al considerar simetría de isoespín; $\Gamma_0 = 0.01540$ GeV (curva de puntos magenta) representa el valor experimental obtenido de (PDG (2014)) [5], el cual sólo está definido para $q^2 = M_0^2$; sin embargo, se muestra una línea de puntos magenta como referencia; $\bar{\Gamma}$ (curva roja discontinua) representa el ancho de decaimiento obtenida en este trabajo al reescribir el propagador en la forma del esquema de masa compleja. Todos los anchos variables son nulos en el umbral de energía. El ancho de decaimiento con correcciones (curva roja discontinua), es mayor que los anchos de decaimiento antes de las correcciones, tanto para Γ_V (curva negra continua) como para el caso de simetría de isoespín (curva azul discontinua-puntos), en el intervalo de energías $\sqrt{s} = 0.6286$ GeV (umbral) hasta el valor de la masa experimental, $\sqrt{s} = M_{K^{*\pm}} = 0.8955$ GeV, en donde todos coinciden. Γ_I es mayor que Γ_V para energías $< \sqrt{s} = 0.8955$, invirtiéndose el comportamiento después de este valor. El valor experimental para el ancho de decaimiento, $\Gamma_{\text{exp}} = 0.0154$ GeV (curva color magenta) es mayor al de los otros tres casos, en el intervalo de energías $0.6286 - 0.8955$ GeV; este comportamiento se invierte después de $\sqrt{s} = 0.8955$ GeV. La máxima diferencia en los anchos de decaimiento, ocurre para el caso experimental y antes de las correcciones, que corresponde aproximadamente a un 0.085 GeV, del mismo orden que el ancho total del K^* , 0.0462 GeV.

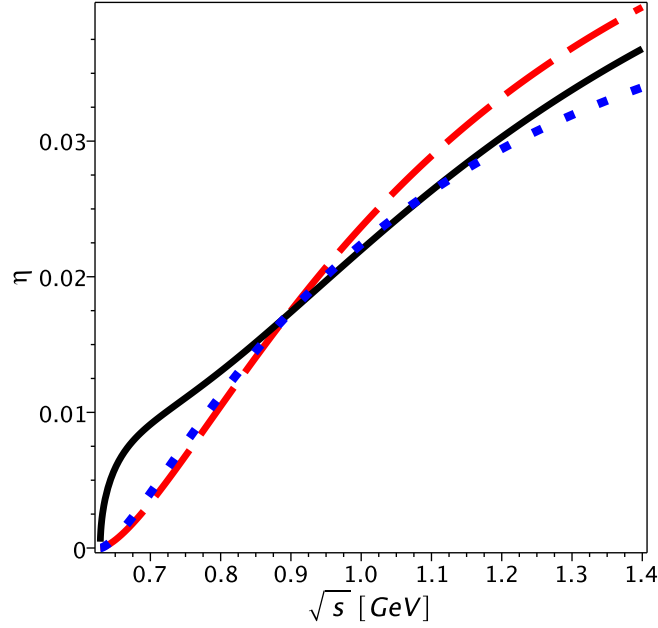


Figura 3.8: Comportamiento del parámetro η , ec. (3.45) (curva roja discontinua); el parámetro anterior para simetría de isoespín, η_I , (curva azul, puntos) y $\bar{\eta}$ (negra, sólida) obtenida en este trabajo, al llevar el propagador corregido a la forma de Breit-Wigner.

En la Fig. 3.8, se muestra el comportamiento del parámetro η para los casos: obtenido en este trabajo, $\bar{\eta}$, (curva negra continua), llevando el propagador a la forma de masa compleja; antes de expresar el propagador en la forma de masa compleja: sin simetría de isoespín, η , (curva roja discontinua) y con simetría de isoespín, η_I , (curva de puntos azules). El caso de $\bar{\eta}_I$ no es mostrado ya que a partir de la ecuación (3.65), se observa que coincide con η_I . De nuevo, al igual que en el caso de los anchos de decaimiento, el parámetro η se anula en el umbral de energía. Se observa un comportamiento creciente para todos los casos en el intervalo $0.87 - 1.4$ GeV. Coinciden también en $\sqrt{s} = 0.8955$ GeV, al igual que en el caso de los anchos de decaimiento. El efecto de rompimiento de simetría de isoespín, indicado por las curvas roja discontinua y de puntos azules, aumenta a medida que aumenta la energía, teniendo un comportamiento similar al de los anchos de decaimiento. En este punto, es pertinente proporcionar una prueba de consistencia para $\bar{\eta}_0$. A partir de la definición de $M^2(q^2)$ y de la relación entre M y $\bar{\Gamma}$, ecuaciones (3.60) y (3.61), respectivamente, se obtiene la relación:

$$M\bar{\Gamma} = M^2\bar{\eta}. \quad (3.76)$$

Al tomar la ec. (3.76) en el polo, se tiene:

$$M_0^2\bar{\eta}_0 = M_0^2 \frac{m^2(\eta_0 - \zeta_0) + \zeta_0 M_0^2}{m^2 - \zeta_0 M_0^2(\eta_0 - \zeta_0)}.$$

Con ayuda de la expresión para m^2 , ec. (3.67), y simplificando los términos, se obtiene:

$$\bar{\eta}_0 = \eta_0. \quad (3.77)$$

Lo que expresa es que los valores de $\eta(q^2)$ y $\bar{\eta}(q^2)$ en el polo coinciden. Esto puede verse en la Fig. 3.8 en la que se muestra el comportamiento de η , η_I , $\bar{\eta}$, en función de la energía $\sqrt{q^2}$.

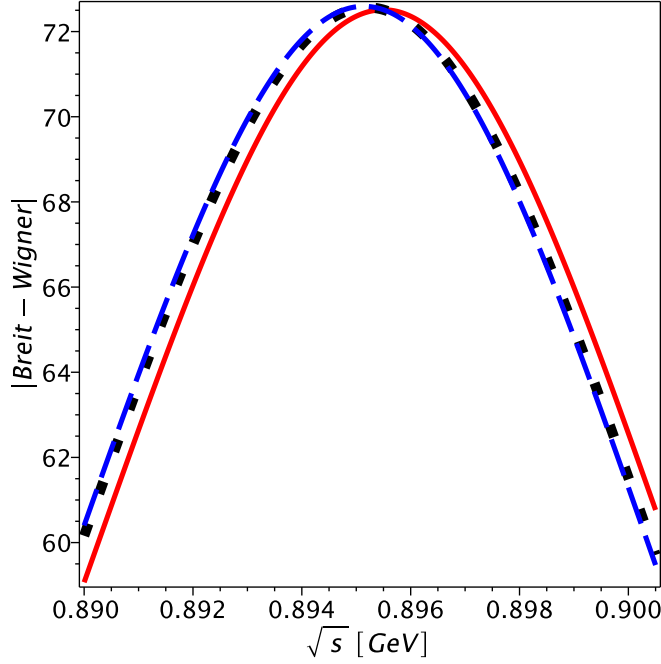


Figura 3.9: Módulos de las distribuciones de los casos: 1, en que se toma $M = M_0 = M_{K^{*\pm}}$ y $\Gamma_0 = \frac{1}{3}\Gamma_{\text{exp}}(K^{*\pm} \rightarrow K\pi)$ como las constantes experimentales [5] (PDG 2014) (curva roja, continua); caso 2, el valor de M es el experimental y el ancho de decaimiento se toma como función de la energía de la partícula, ec. 3.6 (curva negra de puntos) y caso 3 (curva azul discontinua) donde se ha usado $M \rightarrow \sqrt{q^2}$ en el término imaginario del denominador de la Breit-Wigner.

3.6. Distribución de Breit-Wigner

En mecánica cuántica relativista la amplitud de dispersión para el proceso en el cual las partículas iniciales se combinan para formar una partícula inestable (que decae), está dada por la distribución de Breit-Wigner:

$$\frac{1}{q^2 - M^2 + iM\Gamma}, \quad (3.78)$$

donde q es el cuadrimomento de la partícula inestable, M su masa y Γ es su ancho de decaimiento; la partícula inestable, es vista como un estado excitado del vacío [49].

En la vecindad de la energía de resonancia, la amplitud de dispersión es descrita adecuadamente por una distribución de Breit-Wigner. Como la sección eficaz es proporcional al módulo al cuadrado de la distribución de Breit-Wigner, un máximo de esta última es un máximo de la sección eficaz. A continuación se describe el módulo de (3.78) para varios casos:

- **Caso 1.** En este caso, se toman $M = M_0 = M_{K^{*\pm}}$ y $\Gamma_0 = \Gamma_{\text{exp}}(K^{*\pm} \rightarrow K^\pm\pi^0) = \frac{1}{3}\Gamma(K^{*\pm} \rightarrow K\pi^0)$, con $\Gamma_{\text{exp}}(K^{*\pm} \rightarrow K\pi)$ como las constantes experimentales dadas en (PDG 2104) [5].
- **Caso 2.** El valor de M es el experimental y el ancho de decaimiento se toma como Γ_V , es decir, como función de la energía de la partícula (antes de expresar el propagador en el esquema de masa compleja), ec. (3.70).
- **Caso 3.** En este caso, en el denominador de la distribución de Breit-Wigner, el segundo término toma el valor experimental de la masa de la partícula y el tercero se toma como la función $M = \sqrt{q^2}$, de tal modo que el denominador de la BW es $q^2 - M_0^2 + i\sqrt{q^2}\Gamma_V(q^2)$.

En la Fig. 3.9, se muestra el comportamiento del módulo de la distribución de Breit-Wigner para el caso 1 (curva roja continua) que representa a la Breit-Wigner con masa experimental [5] y ancho de decaimiento Γ_0 ; caso 2 (curva de puntos negros), se toma la masa experimental y ancho de decaimiento variable (ec. (3.70)) y el caso 3 (curva azul discontinua) con $q^2 - M_0^2 + i\sqrt{q^2}\Gamma_V(q^2)$. El efecto de introducción del ancho dependiente de la energía, ec. (3.70), produce un pequeño desplazamiento hacia la izquierda y un ligero aumento del módulo de la distribución de Breit-Wigner (curvas azul discontinua y de puntos negros respecto a la curva roja). La diferencia en las curvas de puntos negros (caso 2) y azul discontinua (caso 3), se debe al efecto de sustituir $M \rightarrow \sqrt{q^2}$ únicamente en el tercer término (término imaginario) del denominador de la distribución de Breit-Wigner, ecuación (3.78); como puede observarse, este efecto es muy pequeño. El efecto más visible en estos primeros tres casos, es por la introducción del ancho variable de decaimiento. Sin embargo, estos efectos aunque perceptibles, son pequeños en el rango de energía 0.89–0.90 GeV.

Si se tomara como definición de masa y ancho de decaimiento de la resonancia los valores en el polo, $\sqrt{s_0} = M_0 - \frac{i\Gamma_0}{2}$, el resultado sería el mismo (dentro de los errores asociados), para cualquier parametrización. Esto es así debido a que los valores en el polo son físicos, es decir, independientes de convenciones (no dependientes de modelo).

- **Caso 4.** En este caso se efectúan las siguientes sustituciones en la distribución de Breit-Wigner (ec. (3.78)):

$$M \rightarrow M(q^2) \quad \text{y} \quad \Gamma \rightarrow \bar{\Gamma}(q^2) = M(q^2)\bar{\eta}(q^2), \quad (3.79)$$

para obtener:

$$\frac{1}{q^2 - M^2 + iM^2\bar{\eta}}, \quad (3.80)$$

con $M(q^2)$ dado por la ecuación (3.60), $\bar{\Gamma}$ por la ecuación (3.63) y η por (3.64). Se consideran dos subcasos:

- Subcaso 1. $\eta \neq 0$, $\zeta \neq 0$.
- Subcaso 2. $\eta = \eta_I$, $\zeta = 0$ (en el límite de simetría de isoespín).

En la Fig. 3.10, se muestra el comportamiento del módulo de la Breit-Wigner para el caso 4. En los subcasos correspondientes, se observan el de simetría de isoespín (curva negra discontinua). Como puede observarse, el efecto de rompimiento de simetría de isoespín es poco apreciable en el rango de energías 0.89–0.90 GeV.

En la Fig. 3.11 se muestran los módulos de las Breit-Wigner para los casos 1 (M_0 y Γ_0 , curva roja discontinua); 2 (M_0 y $\Gamma_V(q^2)$, curva azul de puntos) y 4 ($M(q^2)$ y $\bar{\Gamma}(q^2)$ obtenidos en este trabajo, curva negra continua), este último sin simetría de isoespín, en los que se observa el efecto de introducir parámetros constantes y dependientes de la energía. El módulo de la Breit-Wigner que emplea las correcciones llevadas a cabo en este trabajo, se mantiene en una configuración intermedia respecto a los dos casos 1 y 2.

- **Caso 5.** Para este caso, la fórmula de Breit-Wigner que se usa es la del caso 4, pero multiplicada el factor de renormalización:

$$\frac{1}{1 + i(\eta - \zeta)} \quad (3.81)$$

Las expresiones para M^2 y $\bar{\eta}$ son las mismas que para el caso 4. Aquí también se consideran dos subcasos:

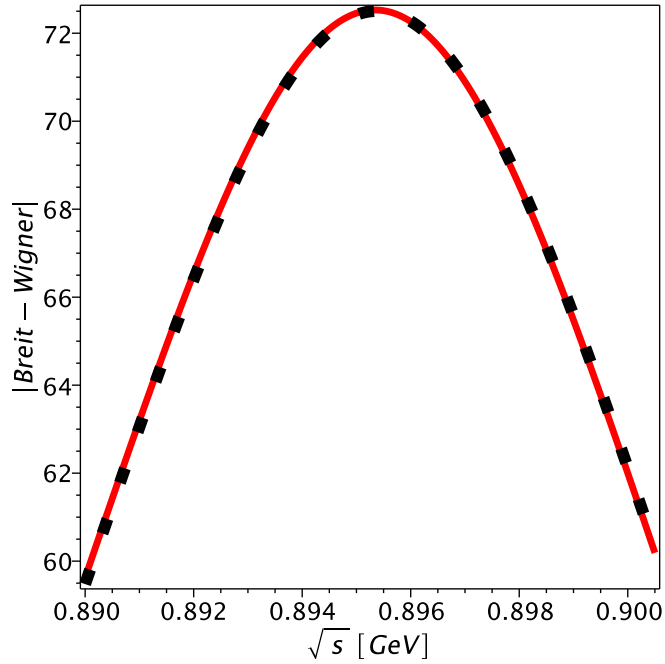


Figura 3.10: Efectos del rompimiento de simetría de isoespín en el caso 4: módulos de la distribución de Breit-Wigner para el caso 4, en el cual se utilizan las expresiones $M(q^2)$ y $\bar{\Gamma}$ obtenidas en este trabajo. Se muestran dos subcasos: sin simetría de isoespín (curva roja continua) y con simetría de isoespín (curva negra discontinua). se observa que son prácticamente indistinguibles.

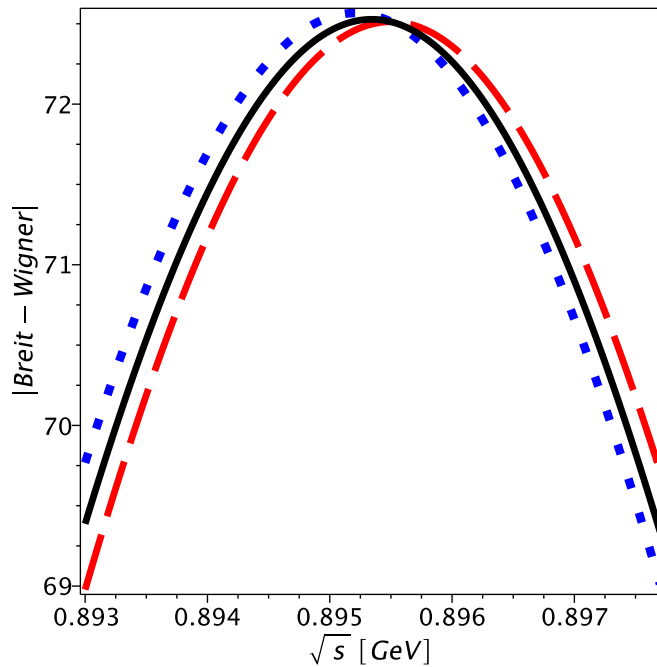


Figura 3.11: Comparación de los módulos de Breit-Wigner para los casos: 1 M_0 y Γ_{exp} (curva roja discontinua); 2, con M_0 y Γ_V (curva azul de puntos); 4, resultados obtenidos en este trabajo (curva negra continua), en un intervalo de energía cercano a la masa del $K^{*\pm}$.

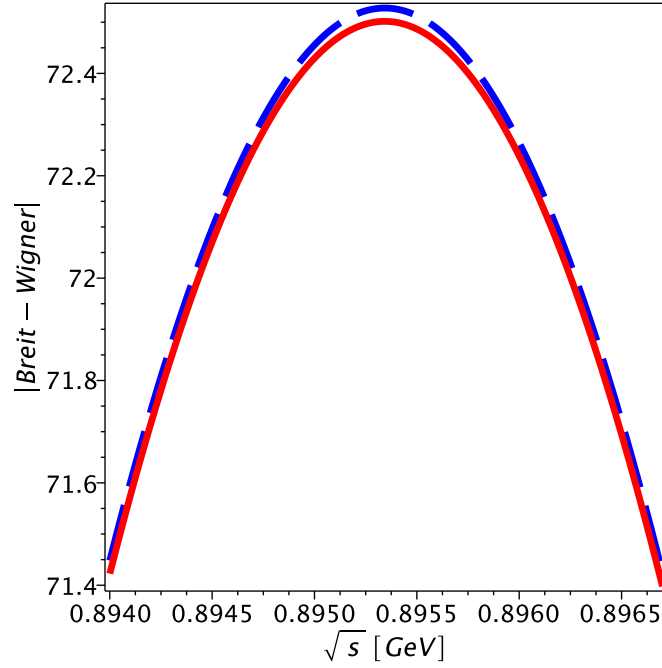


Figura 3.12: Comparación de los módulos de los casos en los que se utiliza $M(q^2)$ y $\bar{\Gamma}(q^2)$ en la Breit-Wigner sin simetría de isoespín: sin factor de renormalización, curva azul discontinua (caso 4) y con factor de renormalización, curva roja continua (caso 5).

- Subcaso 1. $\eta \neq 0$, $\zeta \neq 0$.
- Subcaso 2. $\eta = \eta_I$, $\zeta = 0$ (en el límite de simetría de isoespín).

En la Fig. 3.12 se muestran los módulos de las distribuciones de Breit-Wigner para los casos en los que se considera la función de masa $M^2(q^2)$, ec. (3.60) y el ancho de decaimiento dependiente de la energía, $\bar{\Gamma}(q^2)$, ec. (3.63), para los casos 4 (sin factor de renormalización, azul discontinua) y 5 (con factor de renormalización, roja continua). Se observa una diferencia en el tamaño de los módulos por la introducción del factor de renormalización, lo que indica que módulo de dicho factor es menor que 1, provocando una pequeña disminución en el módulo de la distribución de Breit-Wigner. El caso en el que se considera simetría de isoespín tanto en el caso 4 como en el 5, no se muestra, pero se observa un comportamiento similar por la introducción u omisión, respectivamente, del factor de renormalización.

- **Caso 6.** En este caso se emplea la fórmula de Breit-Wigner del caso 4, pero en el límite quiral específicamente en el lazo (no límite quiral global), es decir, en el límite en el que $m_{K^+} = m_\pi = 0$:

$$\eta_{chir} = \frac{\Gamma_V^{chir}(q^2)}{\sqrt{q^2}}, \quad \Gamma_V^{chir}(q^2) = \frac{g^2}{48\pi q^2} \left[\frac{\lambda(q^2, 0, 0)}{q^2} \right]^{3/2}, \quad (3.82)$$

$$\zeta_{chir} = 0, \quad M_{chir}^2 = \frac{m^2}{1 + \eta_{chir}^2}, \quad \bar{\eta}_{chir} = \eta_{chir}. \quad (3.83)$$

- **Caso 7.** Este caso es similar al caso 5, pero usando expresiones en el límite quiral, ecuaciones (3.82)-(3.83).

En la Fig. 3.13, se muestra el comportamiento del módulo de la Breit-Wigner para el caso obtenido en este trabajo, caso 4 (curva roja continua); caso 6, con simetría quiral (curva

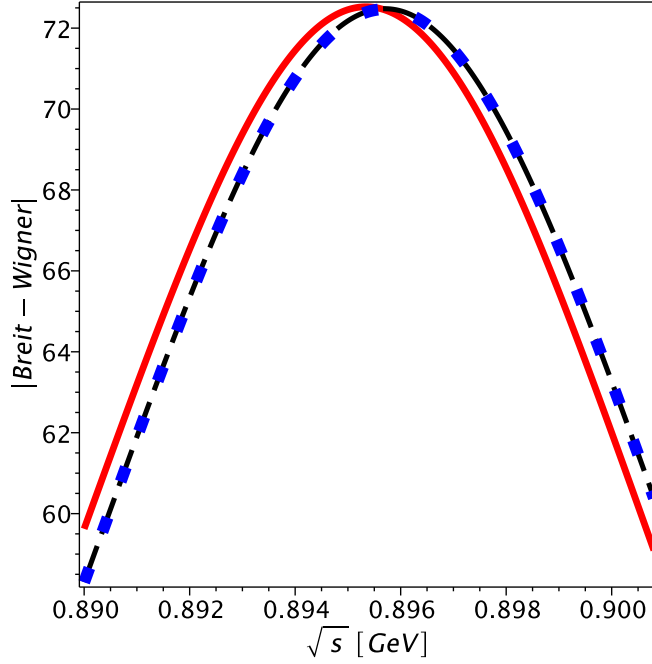


Figura 3.13: Comparación de los módulos de Breit-Wigner, para los casos: 4, con los resultados obtenidos en este trabajo (curva roja continua); 6, con simetría quiral (curva negra discontinua), y 7, con simetría quiral incluyendo el factor de renormalización (curva de puntos azules). Estos dos últimos casos son indistinguibles en el rango de energía mostrado.

negra discontinua) y caso 7, con simetría quiral incluyendo el factor de renormalización (curva de puntos azules). Se nota un efecto apreciable por rompimiento de simetría quiral. Los dos casos de simetría quiral se comportan prácticamente igual (curvas negra discontinua y puntos azules), ya que el efecto del factor de renormalización es muy pequeño en esta vecindad de $\sqrt{s} = 0.8955$ GeV.

3.7. Factores de Forma

Los resultados obtenidos en las secciones anteriores también tienen implicaciones en las expresiones para los factores de forma electromagnéticos asociados con los hadrones. Para ello, a continuación se presentan brevemente los elementos necesarios para su estudio.

3.7.1. Elemento de matriz hadrónico

Para este trabajo, el elemento de matriz para la producción de $K^+(p_1)\pi^0(p_2)$ está dada por:

$$J^\mu = \langle K^+\pi^0 | H^\mu | 0 \rangle = Ap_1^\mu + Bp_2^\mu = A'(p_1^\mu + p_2^\mu) + B'(p_1^\mu - p_2^\mu), \quad (3.84)$$

donde $|0\rangle$ y $|K^+\pi^0\rangle$ denotan los estados inicial y final del proceso, respectivamente, vía la interacción H^μ ; $A = A' + B'$ y $B = A' - B'$, son coeficientes por determinar. La expresión (3.84) se puede escribir en términos de los factores de forma, $F_+(q^2)$ y $F_0(q^2)$, de la siguiente manera:

$$\langle K^+\pi^0 | H^\mu | 0 \rangle = \sqrt{2}F_0(q^2) \frac{p_1^2 - p_2^2}{q^2} (p_1^\mu + p_2^\mu) + \sqrt{2}F_+(q^2) \left[(p_1^\mu - p_2^\mu) - \frac{p_1^2 - p_2^2}{q^2} (p_1^\mu + p_2^\mu) \right]. \quad (3.85)$$

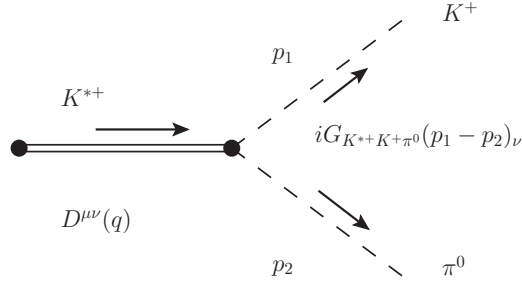


Figura 3.14: Producción resonante del estado $K^+\pi^0$ por medio del mesón vectorial K^{*+} en el modelo de dominancia vectorial.

El factor de forma $F_+(q^2)$ corresponde a la componente $J^P = 1^-$ de la corriente cargada hadrónica J^μ , y el factor de forma escalar, $F_0(q^2)$, corresponde a la componente $J^P = 0^-$. En el límite de simetría de isoespín, el factor de forma escalar se anula y la corriente vectorial se conserva.

Por otro lado, en la aproximación del modelo de dominancia vectorial, el estado $K^+\pi^0$ puede ser visto como producido en forma resonante por medio del mesón K^{*+} , Fig. 3.14; el elemento de matriz relevante está dado por:

$$D^{\mu\nu}(q)iG_{K^{*+}K+\pi^0}(p_1 - p_2)_\nu. \quad (3.86)$$

Al escribir el propagador en la forma de masa compleja, los factores de forma son escritos de la siguiente manera:

$$F_+(q^2) = \frac{G_{K^*K\pi}}{\sqrt{2}(q^2 - M^2 + iM\bar{\Gamma})}, \quad (3.87)$$

$$F_0(q^2) = -\frac{G_{K^*K\pi}}{\sqrt{2}(M^2 - iM\bar{\Gamma})}, \quad (3.88)$$

en donde $G_{K^{*\pm}K^\pm\pi^0} = 3.055$ es la constante de acoplamiento del proceso $K^{*\pm} \rightarrow K^\pm\pi^0$; $M^2(q^2)$ y $\bar{\Gamma}(q^2)$ fueron definidos con anterioridad, ecs. (3.60) y (3.63), respectivamente.

3.7.2. Factores de forma normalizados

En este apartado se presenta una breve revisión de los factores de forma normalizados definidos como:

$$\mathfrak{F}_+(q^2) \equiv \frac{M^2}{M^2 - q^2 - iM\bar{\Gamma}}, \quad (3.89)$$

$$\mathfrak{F}_0(q^2) \equiv \frac{M^2}{M^2 - iM\bar{\Gamma}}. \quad (3.90)$$

En este punto, deben considerarse tres casos:

- Caso 1. M toma un valor constante e igual al experimental y $\Gamma = \Gamma_V(q^2)$, ec. (3.23), es el ancho variable en su forma estándar. Se debe tener en cuenta que

$$\lim_{q^2 \rightarrow 0} \Gamma_V(q^2) = 0, \quad (3.91)$$

por lo que,

$$\lim_{q^2 \rightarrow 0} \mathfrak{F}_+(q^2) = 1, \quad \lim_{q^2 \rightarrow 0} \mathfrak{F}_0(q^2) = 1. \quad (3.92)$$

- Caso 2. $M^2 = M^2(q^2)$ y $\Gamma = \bar{\Gamma}(q^2)$

Tanto M como $\bar{\Gamma}$ y $\bar{\eta}$ son funciones de la energía (ver ecuaciones (3.60), (3.63) y (3.64)). En el esquema de masa compleja, al tomar el límite $q^2 \rightarrow 0$, se observa que $M^2(q^2) \rightarrow 0$ y $\bar{\Gamma}(q^2) \rightarrow 0$, y por tanto $F_+(0)$ y $F_0(0)$ son cero. En el caso de los factores de forma normalizados $\mathfrak{F}_{0,+}$, tanto el numerador como el denominador son nulos, por lo que se obtiene una indeterminación del tipo $\frac{0}{0}$ en estos dos factores de forma normalizados. Al aplicar la regla de L'Hôpital a segundo orden, se obtiene que:

$$\lim_{q^2 \rightarrow 0} \mathfrak{F}_0(q^2) = 1, \quad \lim_{q^2 \rightarrow 0} \mathfrak{F}_+(q^2) = -3.$$

La dependencia en los momentos de las cantidades M^2 (y también M), así como en el ancho es muy importante ya que en el límite en el que el momento tiende a cero, se anulan y, de no ser así, la normalización sería más elaborada.

- **Caso 3.** Este caso corresponde a los factores de forma normalizados antes de expresar el propagador en la forma de masa compleja (ec. (3.21)), es decir, conservando el propagador en términos de las partes transversal y longitudinal; estos están dados por las siguientes expresiones:

$$\mathfrak{F}'_0 = \frac{M_0^2}{M_0^2 - i \text{Im}\Pi^L}, \quad (3.93)$$

y

$$\mathfrak{F}'_+ = \frac{M_0^2}{M_0^2 - q^2 - i \text{Im}\Pi^T}, \quad (3.94)$$

donde $M_0 = 895.5$ MeV, $\text{Im}\Pi^L$ y $\text{Im}\Pi^T$, están dadas por las ecuaciones (3.24) y (3.22), respectivamente.

En la Fig. 3.15 se muestran los módulos de los factores de forma escalares normalizados: el obtenido de igual modo en el esquema de masa compleja, donde la masa toma su valor experimental, $M = 895.5$ MeV y el ancho decaimiento es dependiente de la energía y se toma en su forma estándar, ec. (3.70) (caso 1, curva azul discontinua); el obtenido en este trabajo llevando el propagador corregido a la forma de masa compleja (caso 2, curva roja continua) y sin la forma de masa compleja, ecuación (3.93) (caso 3, curva de puntos negros). Los tres módulos tienen el mismo valor en $\sqrt{s_{th}} = 0.6286$ GeV. En los casos 1 y 2 se observa un comportamiento de decrecimiento, lo que no ocurre para el caso 3 (que incluye la componente absorbtiva longitudinal), el cual exhibe una mayor diferencia de comportamiento.

En la Fig. 3.18 se muestra el módulo del factor de forma normalizado \mathfrak{F}'_+ para los mismos casos que el anterior: el caso de masa constante y ancho variable estándar (caso 1, curva azul discontinua); el obtenido en este trabajo (caso 2, curva roja continua); y con la estructura inicial del propagador corregido (caso 3, curva de puntos negros). En estos casos, se observa menor discrepancia en las curvas en el intervalo de energía $0.891 - 0.899$ GeV.

Por otro lado, cuando se efectúe el cálculo de la sección eficaz del proceso completo $e^+e^- \rightarrow K^+\pi^0 K^-\pi^0$, se presentarán interferencias entre los distintos diagramas y contribuciones; los resultados ya no serán proporcionales a los módulos $|\mathfrak{F}_{0,+}|$, sino al factor de forma complejo estrictamente. Debido a esto, es pertinente presentar las partes real e imaginaria de los factores de forma normalizados.

En las Figuras 3.16, 3.17 se muestra el comportamiento de las partes real e imaginaria del factor de forma normalizado \mathfrak{F}_0 para los tres casos. Se observa que la parte real es la parte dominante, conservando prácticamente el mismo comportamiento con respecto al módulo del factor de forma escalar. El caso obtenido en este trabajo (curva roja continua) y el caso donde

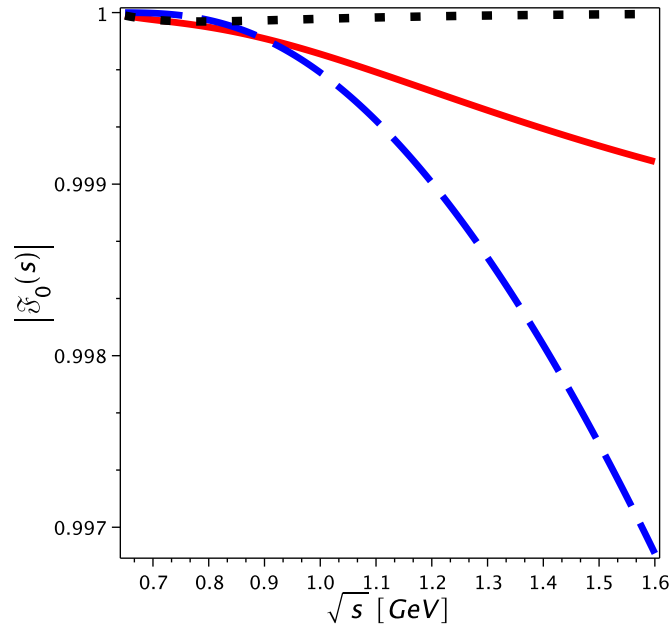


Figura 3.15: Módulos del factor de forma escalar normalizado \mathfrak{F}_0 : el obtenido en este trabajo (curva roja continua) comparado con el caso en el que la masa es constante y el ancho dependiente de la energía (curva azul discontinua) y sin hacer uso del esquema de masa compleja (curva de puntos negros).

la masa es constante y el ancho dependiente de la energía, Γ_V , coinciden en el valor de la masa de los $K^{*\pm}$. La parte imaginaria del factor de forma sin expresar en la forma de masa compleja, \mathfrak{F}'_0 , es muy pequeña y negativa en este intervalo de energías.

En las Figuras 3.19 y 3.20 se muestran las partes real e imaginaria del factor de forma vectorial normalizado. En este caso, la mayor contribución al módulo de \mathfrak{F}_+ , se observa en los puntos más cercanos a la masa del mesón $K^{*+\pm}$ (0.8955 GeV) y es debida a la parte imaginaria, mientras que en los extremos del rango de energía mostrado, disminuye; se observa el mismo comportamiento que en el módulo de $|\mathfrak{F}_+|$. La contribución de la parte real decrece pasando por cero; siendo más significativa su contribución a \mathfrak{F}_+ a medida que los valores de energía se alejan del valor de la masa de los $K^{*\pm}$.

Para finalizar este capítulo, brevemente se hace un resumen del mismo. Se ha estudiado el efecto de la introducción del ancho de decaimiento de una partícula vectorial tanto en su propagador como en el vértice con el cual se acopla en la forma γVV . El vértice a primer orden se construyó a partir de la identidad de Ward a este mismo orden, de tal modo que el vértice total^C es tomado como el vértice a nivel árbol más una contribución proveniente del lazo. Dos de los esquemas para introducir la inestabilidad de los mesones vectoriales son el esquema de masa compleja y el esquema de lazos (en este caso de bosones), tienen el mismo efecto si se llevan a cabo redefiniciones de la masa y el ancho de decaimiento. De igual modo, el elemento matriz $\langle K^\pm \pi^0 | 0 \rangle$ es parametrizado en términos de los factores de forma en el esquema de masa compleja, y se presentó una renormalización de dichos factores de forma. Con esto, se tienen los elementos necesarios para comenzar a estudiar el proceso $e^+e^- \rightarrow K^+\pi^0 K^-\pi^0$; para ello, en el siguiente capítulo, se estudia el proceso $e^+e^- \rightarrow K^{*+}K^{*-}$ que permite observar la sensibilidad de la sección eficaz en los coeficientes de la parametrización del vértice de tres partículas vectoriales.

^CSatisfaciendo, por supuesto, la identidad de Ward en el caso más general.

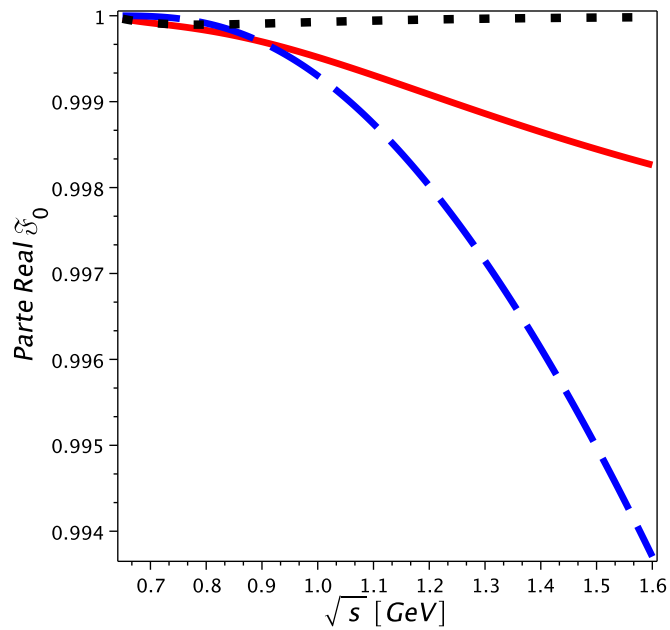


Figura 3.16: Parte real del factor de forma escalar normalizado \mathbb{F}_0 : el obtenido en este trabajo (curva roja continua) comparado con el caso en el que la masa es constante y el ancho dependiente de la energía (curva azul discontinua) y sin hacer uso del esquema de masa compleja (curva de puntos negros).

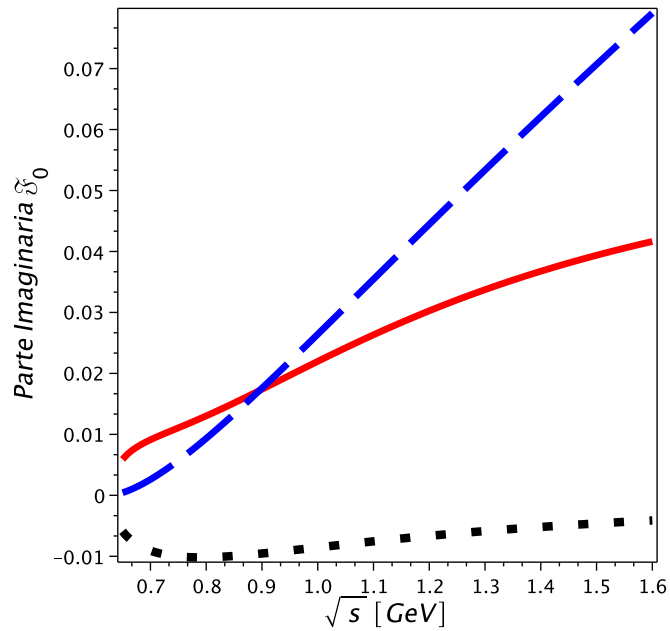


Figura 3.17: Parte imaginaria del factor de forma escalar normalizado \mathbb{F}_0 : el obtenido en este trabajo (curva roja continua) comparado con el caso en el que la masa es constante y el ancho dependiente de la energía (curva azul discontinua) y sin hacer uso del esquema de masa compleja (curva de puntos negros).

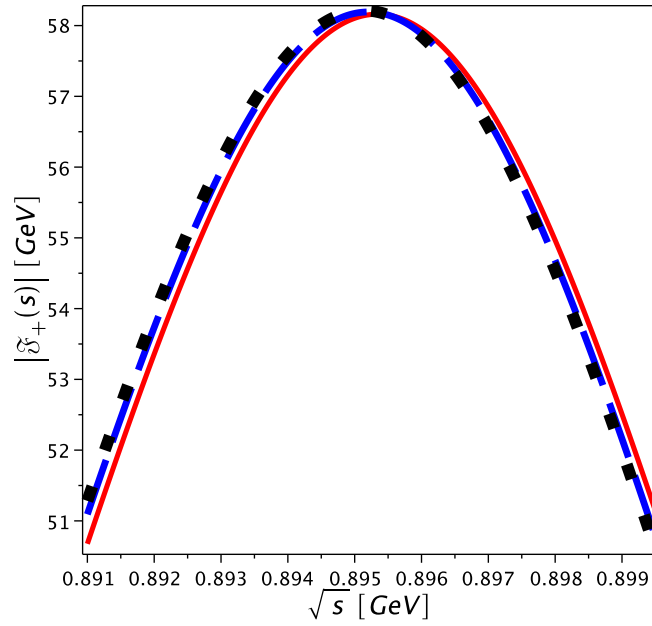


Figura 3.18: Módulos del factor de forma vectorial normalizado \mathfrak{F}_+ , obtenido en este trabajo (curva roja continua) comparado con el caso en que la masa es constante y el ancho dependiente la energía Γ_V , ec. (3.70) (curva azul, discontinua) y sin hacer uso del esquema de masa compleja (curva de puntos negros).

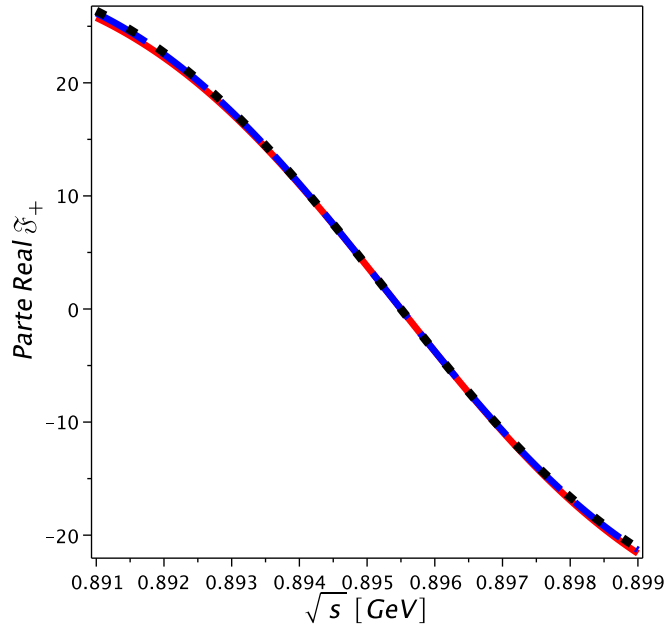


Figura 3.19: Parte real del factor de forma vectorial normalizado \mathfrak{F}_+ , obtenido en este trabajo (curva roja continua) comparado con el caso en que la masa es constante y el ancho dependiente la energía Γ_V , ec. (3.70) (curva azul, discontinua) y sin hacer uso del esquema de masa compleja (curva de puntos negros).

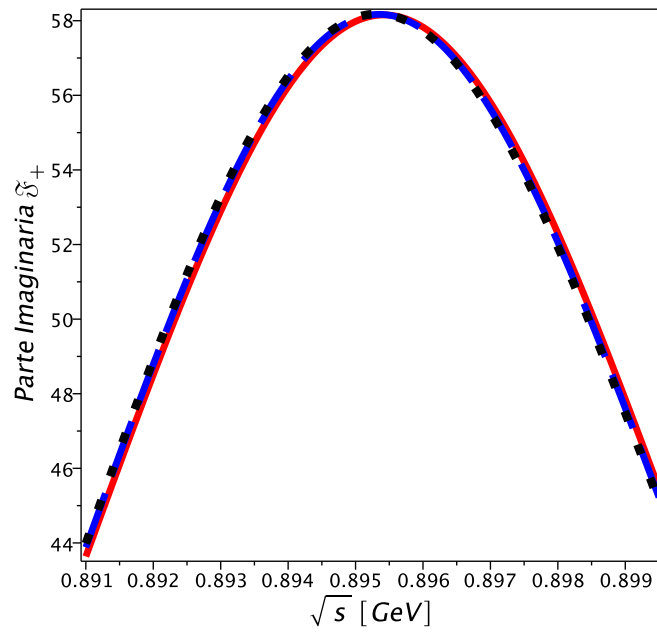


Figura 3.20: Parte imaginaria del factor de forma vectorial normalizado \mathfrak{F}_+ , obtenido en este trabajo (curva roja continua) comparado con el caso en que la masa es constante y el ancho dependiente la energía Γ_V , ec. (3.70) (curva azul, discontinua) y sin hacer uso del esquema de masa compleja (curva de puntos negros).

Capítulo 4

El proceso $e^+e^- \rightarrow K^{*+}K^{*-}$

En este capítulo se estudia el proceso $e^+e^- \rightarrow K^{*+}K^{*-}$, un proceso más simple de estudiar que el proceso completo $e^+e^- \rightarrow K^+\pi^0K^-\pi^0$. Este proceso involucra varias contribuciones intermedias, entre las que se pueden encontrar $\rho \rightarrow K^{*+}K^{*-}$, $\rho' \rightarrow K^{*+}K^{*-}$, $\omega \rightarrow K^{*+}K^{*-}$, $\phi \rightarrow K^{*+}K^{*-}$, etc. En este trabajo, sin embargo, se está interesado en la última contribución mencionada, ya que la composición de quarks del mesón ϕ es adecuada, para producir los mesones extraños $K^{*\pm}$. En dicha contribución, aparece el vértice $\phi K^{*+}K^{*-}$, que ya fue estudiado en su forma más general en el capítulo 2, dentro del contexto del modelo de dominancia vectorial. Además, de los trabajos llevados a cabo por BABAR [50] para el proceso completo $e^+e^- \rightarrow K^+\pi^0K^-\pi^0$, el estado intermedio $\phi^* \rightarrow K^{*+}K^{*-}$ aparece como una de las subestructuras estudiadas. Por ello, primeramente, se construye la amplitud del proceso con base en las reglas de Feynman, y el módulo al cuadrado de esta cantidad; se calculan las secciones eficaces diferencial y total para estudiar: a) su distribución angular, con el objetivo de determinar la orientación en la que los $K^{*\pm}$ pueden ser detectados, y b) su comportamiento respecto a la energía de la colisión, estableciendo el rango de energía adecuado y c) el efecto de los multipolos electromagnéticos en estas cantidades; esto último constituye uno de los aspectos importantes a observar en este capítulo, ya que permite establecer si existe una sensibilidad de esta cantidad con los coeficientes de la parametrización del vértice $\gamma VV'$. Todo esto permitirá establecer la viabilidad de estudiar el proceso completo, $e^+e^- \rightarrow K^+\pi^0K^-\pi^0$, presentado más adelante, en el capítulo 5.

4.1. Amplitud de probabilidad del proceso $e^+e^- \rightarrow K^{*+}K^{*-}$

En esta sección se estudia la amplitud del proceso $e^-(k_1)e^+(k_2) \rightarrow K^{*+}(p_1)K^{*-}(p_2)$, mostrado en la Figura 4.1. Primeramente, a partir de las reglas de Feynman, se calcula la amplitud de probabilidad:

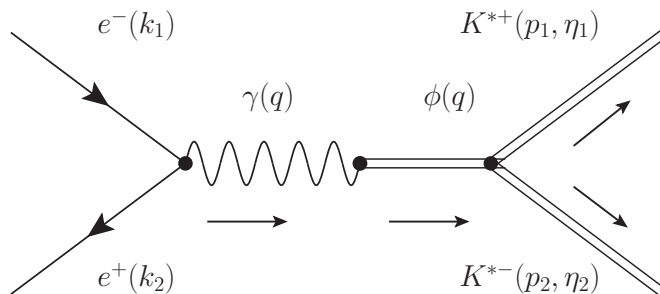


Figura 4.1: Diagrama asociado al proceso $e^-e^+ \rightarrow K^{*+}K^{*-}$.

$$\mathcal{M} = \eta_1^{*\nu} (G_{K^*K^*\phi} \Gamma_{\mu\nu\lambda}) \eta_2^\lambda \left(i \frac{-g^{\beta\mu} + \frac{q^\beta q^\mu}{M_\phi^2}}{q^2 - M_\phi^2} \right) \left(\frac{ieM_\phi^2}{G_\phi} \right) \left(\frac{-ig_{\alpha\beta}}{q^2} \right) (-ie\bar{v}(k_2)\gamma^\alpha u(k_1)), \quad (4.1)$$

en donde η_1^ν , η_2^λ son las polarizaciones asociadas con los mesones vectoriales K^{*+} y K^{*-} , respectivamente; $G_{\phi K^* K^*}$ es la constante de acoplamiento entre los mesones vectoriales ϕ y $K^{*\pm}$; $\Gamma^{\mu\nu\lambda}$, es la función de vértice de este mismo acoplamiento; e es la carga del positrón; M_ϕ es la masa del mesón ϕ ; G_ϕ es la constante de acoplamiento del mesón ϕ con el fotón; $\bar{v}(k_2)$ denota al espinor asociado con el positrón; $u(k_1)$ denota al espinor asociado con el electrón, γ^α denota a las matrices de Dirac, $g^{\alpha\mu}$ es el tensor métrico, $q = k_1 + k_2 = p_1 + p_2$ es el cuadrimomento del fotón (y del mesón ϕ) y está asociado con la energía a la que ocurre el proceso. El propagador del fotón, está dado por:

$$D_{\alpha\beta}(\gamma) = \frac{-ig_{\alpha\beta}}{q^2}, \quad (4.2)$$

y el propagador del mesón ϕ es tomado como:

$$D_0^{\beta\mu}(\phi) = i \frac{-g^{\beta\mu} + \frac{q^\beta q^\mu}{M_\phi^2}}{q^2 - M_\phi^2}, \quad (4.3)$$

donde no se ha considerado el efecto de la anchura porque la energía de umbral está o arriba de la masa del ϕ . La amplitud dada por la ecuación (4.1), puede ser escrita como:

$$\mathcal{M} = FG h^\beta l_\beta, \quad (4.4)$$

donde,

- El factor global FG está dado por:

$$FG = G_{\phi K^* K^*} \frac{e^2 M_\phi^2}{q^2 G_\phi}, \quad (4.5)$$

- La corriente leptónica definida como:

$$l_\beta = \bar{v}(k_2)\gamma_\beta u(k_1), \quad (4.6)$$

- y la parte hadrónica de la amplitud:

$$h^\beta = \eta_1^{*\nu} \Gamma_{\mu\nu\lambda} \eta_2^\lambda \left(i \frac{-g^{\beta\mu}}{q^2 - M_\phi^2} \right), \quad (4.7)$$

ya que $l_\alpha q^\alpha = 0$ (ver Apéndice B).

El vértice $\gamma VV'$, $\Gamma^{\mu\nu\lambda}$, está dado por la ec. (3.10), que relaciona a las tres partículas vectoriales. Para el caso en donde las partículas vectoriales $K^{*\pm}$ son las partículas finales, la función de vértice toma la siguiente forma:

$$\Gamma_{\mu\nu\lambda} = (p_2 - p_1)_\mu g_{\nu\lambda} + \beta (q^2) (q_\lambda g_{\nu\mu} - q_\nu g_{\lambda\mu}), \quad (4.8)$$

donde $q = k_1 + k_2 = p_1 + p_2$; k_1 y k_2 son los cuadrimomentos del electrón y positrón, respectivamente; p_1 es el cuadrimomento de K^{*+} y p_2 es el cuadrimomento de K^{*-} . El factor de forma $\beta(q^2)$ está asociado con el momento dipolar magnético. La estructura de Lorentz asociada con

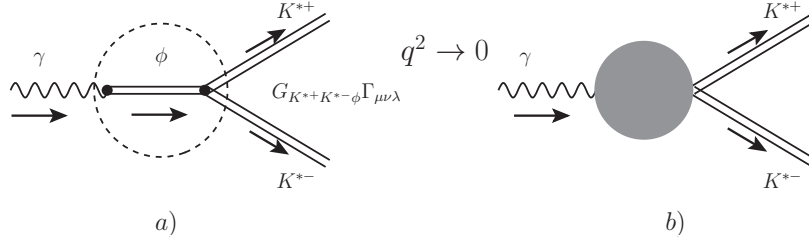


Figura 4.2: Determinación de la constante de acoplamiento $G_{\phi K^{*+}K^{*-}}$ en el proceso $e^+e^- \rightarrow K^{*+}K^{*-}$. En a), se muestra la parte hadrónica del proceso y en b) se muestra la misma parte del proceso cuando $q^2 \rightarrow 0$.

el momento cuadrupolar eléctrico no aparece en el vértice (4.8), debido a que ésta no aparece en el vértice a nivel árbol, y el cálculo llevado a cabo en este capítulo está efectuado a este nivel^A.

Es posible relacionar las constantes de acoplamiento $G_{K^*K^*\phi}$ con la constante de acoplamiento entre el fotón y el mesón ϕ , G_ϕ , con el siguiente procedimiento, el cual es ilustrado en la Fig. 4.2, considerando el factor de forma eléctrico, que en el límite estático, corresponde a la carga eléctrica. Así, en el límite $q^2 \rightarrow 0$, el propagador del ϕ puede ser escrito como:

$$D_0^{\beta\mu}(\phi, q^2 \rightarrow 0) \rightarrow i \frac{g^{\beta\mu}}{M_\phi^2}; \quad (4.9)$$

entonces, de la ec. (4.1), es posible escribir lo siguiente:

$$\frac{e}{G_\phi} G_{K^{*+}K^{*-}\phi} \left[\alpha(0) (p_2 - p_1)_\mu g_{\nu\lambda} + \beta(0) (q_\lambda g_{\nu\mu} - q_\nu g_{\lambda\mu}) + \dots \right]. \quad (4.10)$$

Debido a que en el límite estático, $\alpha(q^2 = 0) = e = 1^B$, se debe satisfacer:

$$\frac{e}{G_\phi} G_{K^{*+}K^{*-}\phi} = e \quad \Rightarrow \quad G_{K^{*+}K^{*-}\phi} = G_\phi, \quad (4.11)$$

por lo que la amplitud, ecuación (4.1), toma la siguiente forma:

$$\mathcal{M} = \eta_1^{*\nu} (G_\phi \Gamma_{\mu\nu\lambda}) \eta_2^\lambda \left(i \frac{-g^{\beta\mu} + \frac{q^\beta q^\mu}{M_\phi^2}}{q^2 - M_\phi^2} \right) \left(\frac{ieM_\phi^2}{G_\phi} \right) \left(\frac{-ig_{\alpha\beta}}{q^2} \right) (-ie\bar{v}(k_2)\gamma^\alpha u(k_1)). \quad (4.12)$$

Sin embargo, este resultado es aplicable únicamente en el caso en que se esté considerando al proceso $e^+e^- \rightarrow \phi \rightarrow K^{*+}K^{*-}$ sin otras contribuciones de estados intermedios (como $\omega \rightarrow K^{*+}K^{*-}$, $\rho^0 \rightarrow K^{*+}K^{*-}$, etc.). En este capítulo no se emplea esta aproximación (la dada por (4.11)), ya que este proceso es parte del proceso completo $e^+e^- \rightarrow K^+\pi^0 K^-\pi^0$, el cual, desde luego, incluye muchos estados intermedios. Por lo tanto, se emplea un valor de la constante de acoplamiento $G_{\phi K^{*+}K^{*-}}$, determinada a partir de los datos experimentales en el capítulo 5:

$$G_{\phi K^{*+}K^{*-}} = 1.008$$

por lo que la expresión que se utilizará en este capítulo para la amplitud, es la dada por la ec. (4.1).

^AEl factor de forma $\gamma(q^2)$ y su estructura sí son incluidos en los cálculos del proceso completo $e^+e^- \rightarrow K^+\pi^0 K^-\pi^0$, los cuales son realizados a primer orden.

^BEn unidades de e .

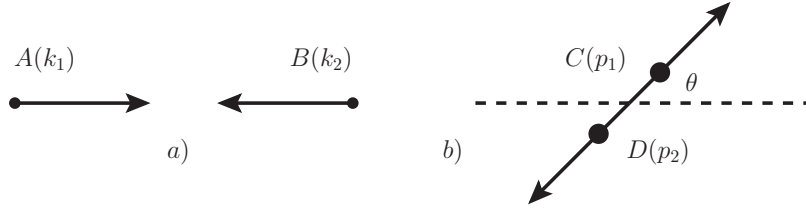


Figura 4.3: Colisión de A y B dando por resultado dos cuerpos C y D , vista desde del marco de referencia del centro de masa. a) Antes y b) después de la colisión.

4.1.1. Amplitud al cuadrado

El módulo al cuadrado de la amplitud, se obtiene mediante $|\mathcal{M}|^2 = \mathcal{M}\mathcal{M}^*$, donde \mathcal{M}^* es el complejo conjugado de \mathcal{M} . Después de promediar sobre los espines de las partículas entrantes y sumar sobre polarizaciones de las partículas salientes, se obtiene $|\overline{\mathcal{M}}|^2$:

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = \frac{1}{4} \left(\frac{e^2 M_\phi^2 G_{\phi K^{*+} K^{*-}}}{G_\phi q^2} \right)^2 \frac{1}{(q^2 - M_\phi^2)^2} L_{\nu\mu} \Gamma_{\rho\tau}^\nu \Gamma_{\gamma\lambda}^\mu P^{\rho\gamma} P^{\tau\lambda}, \quad (4.13)$$

en donde se ha utilizado la siguiente notación:

$$\begin{aligned} L_{\nu\mu} &\equiv \sum_{\text{estados espín}} [u(k_1) \gamma_\nu \bar{v}(k_2)] [\bar{v}(k_2) \gamma_\mu u(k_1)] \\ &= \text{Tr} [(k_1 + m) \gamma_\nu (k_2 - m) \gamma_\mu]. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Para el caso en que $m = 0$ (masas del electrón y del positrón nulas), se tiene:

$$L_{\nu\mu} = 2(-q^2 g_{\mu\nu} + k_{1\nu} k_{2\mu} + p_{1\mu} p_{2\nu}); \quad (4.15)$$

$$P_{\rho\gamma} \equiv \sum_a \eta_{1\rho}^{(a)*} \eta_{1\gamma}^{(a)} = \frac{p_{1\rho} p_{1\gamma}}{M_{K^*}^2} - g_{\rho\gamma}, \quad (4.16)$$

donde la suma se efectúa sobre los estados de polarización de las partículas vectoriales masivas.

4.2. Sección eficaz diferencial

En el marco de referencia del centro de masa (ver Fig. 4.3), denotado por el subíndice CM , la sección eficaz diferencial para el proceso $A(k_1)B(k_2) \rightarrow C(p_1)D(p_2)$ está dada por [12]:

$$\left[\frac{d\sigma}{d\Omega} \right]_{CM} = \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{\|\mathbf{p}_1\|}{\|\mathbf{k}_1\|} |\overline{\mathcal{M}}|^2. \quad (4.17)$$

Para la cinemática, se han empleado las variables de Mandelstam:

$$s = (k_1 + k_2)^2 = (p_1 + p_2)^2, \quad (4.18)$$

$$t = (k_1 - p_1)^2 = (k_2 - p_2)^2, \quad (4.19)$$

$$u = (k_1 - p_2)^2 = (k_2 - p_1)^2. \quad (4.20)$$

Los cuadrimomentos de las partículas del proceso, están dados por:

$$k_1 = (E_1, \mathbf{k}_1), \quad k_2 = (E_2, \mathbf{k}_2), \quad (4.21)$$

$$p_1 = (E_3, \mathbf{p}_1), \quad p_2 = (E_4, \mathbf{p}_2). \quad (4.22)$$

En el centro de masa, $\mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_2$, por lo que:

$$s = (E_1 + E_2)^2 = (E_3 + E_4)^2. \quad (4.23)$$

Es posible eliminar u del resultado para $\left[\frac{d\sigma}{d\Omega}\right]_{CM}$, al usar la identidad:

$$s + t + u = \sum_i m_i^2, \quad (4.24)$$

con lo cual:

$$u = 2M_{K^*}^2 - (s + t), \quad (4.25)$$

en donde se ha tomado el límite $m_e = 0$. La variable t puede ser expresada del siguiente modo:

$$t = (E_1 - E_3)^2 - 4\mathbf{k}_1\mathbf{p}_1 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) - (\mathbf{k}_1 - \mathbf{p}_1)^2; \quad (4.26)$$

θ es el ángulo formado por los vectores \mathbf{k}_1 y \mathbf{p}_1 . Por otro lado,

$$k_1^2 = E_1^2 - \|\mathbf{k}_1\|^2 \Rightarrow \|\mathbf{k}_1\|^2 = E_1^2, \quad (4.27)$$

$$p_1^2 = E_3^2 - \|\mathbf{p}_1\|^2 \Rightarrow \|\mathbf{p}_1\|^2 = E_3^2 - M_{K^*}^2, \quad (4.28)$$

$$E_{1,3} = \frac{1}{2\sqrt{s}} (s + m_{1,3}^2 - m_{2,4}^2), \quad m_1 = m_2 = m_e = 0, \quad m_3 = m_4 = M_{K^*}^2. \quad (4.29)$$

La expresión para la sección eficaz diferencial, está dada finalmente por:

$$\begin{aligned} \left[\frac{d\sigma}{d\theta}\right]_{CM} &= -\frac{\pi\alpha^2 G_\phi^2 M_{K^*}^8 M_\phi^4 \sin(\theta) \sqrt{s - 4M_{K^*}^2}}{128G_\phi^2 M_{K^*}^8 s^{7/2} (M_\phi^2 - s)^2} \\ &\times [16M_{K^*}^8 (s^2(4\beta^2 - 5) + 16M_\phi^2 s(-\beta + 1) + (16\beta^2 + 24)M_\phi^4) \\ &- 4M_{K^*}^4 s^2 (-8M_\phi^4(\beta - 1)^2 + s^2(\beta^2 - 2\beta + 1))] \\ &+ (4M_{K^*}^4 s^2(\beta - 1)^2 - 8M_{K^*}^6 s((\beta - 2)\beta + 2) + 48M_{K^*}^8) \\ &\times \left(8\sqrt{s} \cos(\theta) (M_{K^*} - M_\phi)(M_{K^*} + M_\phi) \sqrt{s - 4M_{K^*}^2} + s \cos(2\theta) (s - 4M_{K^*}^2)\right) \\ &- 64M_{K^*}^{10} (s(-2\beta(\beta + 1) - 1) + (8\beta^2 + 12)M_\phi^2) \\ &- 8M_{K^*}^6 s (16M_\phi^4((\beta - 1)\beta + 1) + 8M_\phi^2 s(-2\beta + 1) + s^2(\beta(\beta + 6) - 4)) \\ &+ (256\beta^2 + 384)M_{K^*}^{12}]. \end{aligned} \quad (4.30)$$

4.2.1. Comportamiento angular de la sección eficaz diferencial

Ahora se estudiará el comportamiento de la sección eficaz diferencial, ec.(4.30), con respecto a la variable angular θ para un valor fijo de la energía; se tomará el valor de la energía como $\sqrt{s} = 3$ GeV. Esta energía es suficiente para poder alcanzar la producción de dos mesones vectoriales K^* . Debe tenerse en cuenta que para realizar estos gráficos, se ha multiplicado la sección eficaz de la subsección anterior, ec. (4.30), por el factor de conversión a nb (nanobarn, PDG 2014) [5]:

$$1 \text{ GeV}^2 = 3.893793 \times 10^5 \text{ nb}. \quad (4.31)$$

Los experimentos llevados a cabo, (BABAR, ver por ejemplo [37], [50]), han realizado mediciones en el rango de energías cercano al usado en este trabajo, por lo que éstas son las energías

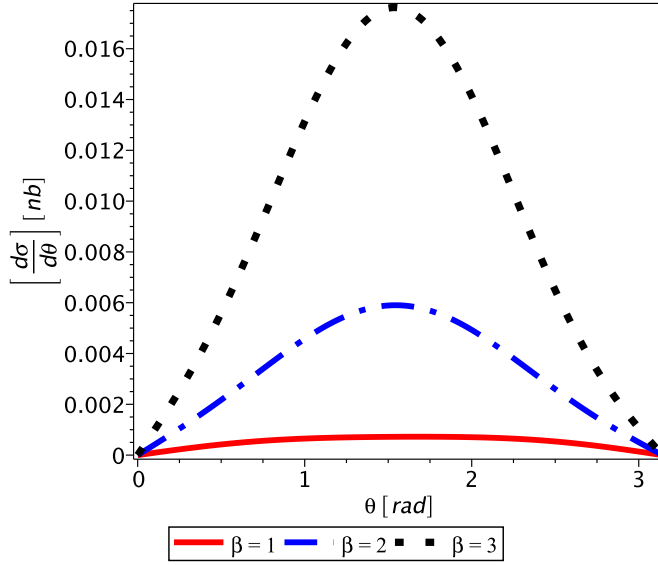


Figura 4.4: Sección eficaz diferencial vs. ángulo θ para el proceso $e^-e^+ \rightarrow K^{*+}K^{*-}$, donde θ es el ángulo formado por el electrón y el mesón K^{*+} .

de interés para llevar a cabo una comparación con los experimentos, sin olvidar que el propósito en este capítulo es ilustrar el efecto de los multipolos en las secciones eficaces diferencial y total, así como en su distribución angular.

En la Figura 4.4, se observa el comportamiento de la sección eficaz diferencial vs. θ para tres valores del parámetro β , el cual está asociado con el momento dipolar magnético de los mesones K^* . Es posible observar el máximo de la sección eficaz diferencial para cada uno de los tres valores de β , para el valor de $\theta = \pi/2$. Como θ es el ángulo formado por los vectores \mathbf{k}_1 y \mathbf{p}_1 , se concluye entonces que existe una mayor probabilidad de que uno de los mesones K^* , sea emitido en la dirección que es perpendicular a la dirección de una de las partículas incidentes [40]. Un comportamiento similar se tiene para el otro mesón. En otras palabras, la probabilidad de encontrar a los mesones K^* es máxima cuando estos son emitidos en las direcciones perpendiculares a las de las partículas incidentes.

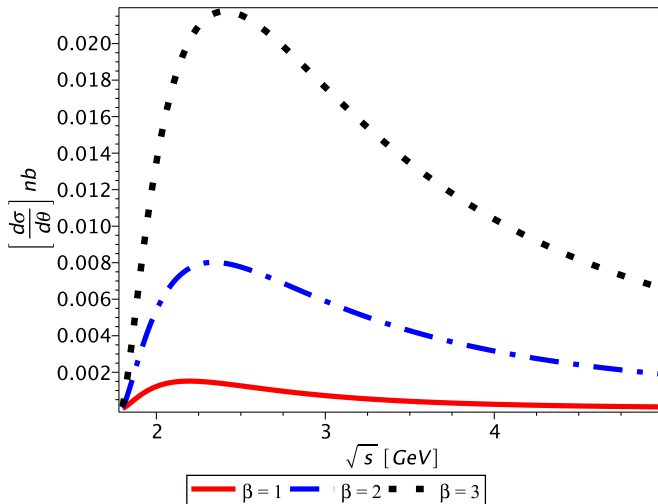


Figura 4.5: Sección eficaz diferencial vs. energía \sqrt{s} para $\theta = \frac{\pi}{2}$ para el proceso $e^-e^+ \rightarrow K^{*+}K^{*-}$.

En la Figura 4.5, se observa la sección eficaz diferencial para $\theta = \pi/2$, en función de la energía del proceso, la cual varía en el rango $\sqrt{s} = 1.8 - 5$ GeV. Este rango de energías es adecuado, como ya se mencionó, debido a que es suficiente para la producción de los mesones K^* ; por arriba de este rango, se observarían otros efectos incapaces de describir por el modelo usado en este trabajo. Esto igualmente puede ocurrir a energías más bajas. Volviendo a la Figura 4.5, se observan máximos de la sección eficaz, que se desplazan a la derecha del rango de energías, alrededor de 2 GeV - 2.5 GeV. El objetivo principal al estudiar este proceso es observar si existe diferencia significativa en la sección eficaz diferencial al variar el parámetro β . Como se observa en la Figura, sí es apreciable dicha diferencia al variar β , estando de acuerdo con los objetivos de este trabajo. Es importante mencionar que un estudio similar se ha llevado a cabo para el mesón ρ , el cual puede ser visto con detalle en [40], en donde se obtienen comportamientos similares.

4.3. Sección eficaz total

En esta sección se calcula la sección eficaz total al integrar respecto al ángulo θ , la expresión (4.30), que da la sección eficaz diferencial. De este modo,

$$\begin{aligned}
\sigma = & \frac{-G_{\phi K^*+K^*}^2 M_{\phi}^4 \alpha^2 \pi \sqrt{s - 4 M_{K^*}^2}}{12 G_{\phi}^2 s^{7/2} M_{K^*}^4 (M_{\phi}^4 - 2 M_{\phi}^2 s + s^2)} [-s^4 + 72 M_{K^*}^8 - 22 M_{K^*}^4 s^2 \\
& + 24 M_{K^*}^6 s - 48 M_{K^*}^4 M_{\phi}^2 s \beta \\
& + 6 s^2 M_{\phi}^4 \beta^2 - 12 s^2 M_{\phi}^4 \beta - 24 M_{K^*}^2 s M_{\phi}^4 \beta^2 + 24 M_{K^*}^2 s M_{\phi}^4 \beta \\
& + 24 M_{K^*}^2 s^2 M_{\phi}^2 \beta + 10 M_{K^*}^4 s^2 \beta^2 + 4 M_{K^*}^4 s^2 \beta + 24 M_{K^*}^6 s \beta^2 \\
& + 24 M_{K^*}^6 s \beta + 48 M_{K^*}^4 M_{\phi}^2 s + 48 M_{K^*}^4 M_{\phi}^4 \beta^2 + 6 s^2 M_{\phi}^4 - s^4 \beta^2 \\
& + 2 s^4 \beta - 96 M_{K^*}^6 M_{\phi}^2 \beta^2 - 24 M_{K^*}^2 s M_{\phi}^4 - 12 M_{K^*}^2 s^2 M_{\phi}^2 \\
& - 12 M_{K^*}^2 s^3 \beta + 72 M_{K^*}^4 M_{\phi}^4 - 144 M_{K^*}^6 M_{\phi}^2 + 8 M_{K^*}^2 s^3 + 48 M_{K^*}^8 \beta^2] \quad (4.32)
\end{aligned}$$

En la Figura 4.6, se observa el comportamiento de la sección eficaz total, en el rango de energías de $\sqrt{s} = 1.8 - 5$ GeV. Es importante mencionar que se mantiene la diferencia en las curvas de sección eficaz para cada valor de β , así como el mismo comportamiento que en la Fig. 4.5. Los máximos en la Fig. 4.6 se alcanzan alrededor de 2 - 2.5 GeV, con magnitudes aproximadas de: 0.005 nb para $\beta = 1$; 0.025 nb para $\beta = 2$ y 0.07 nb para $\beta = 3$.

Para terminar este capítulo, debe mencionarse que el estudio de este proceso permite determinar que existe una orientación particular en la cual detectar los mesones $K^{*\pm}$. Como estas partículas son muy inestables, sólo podrán ser detectadas las partículas en las que ellas decaen (K y π). De todos modos, este resultado da un indicio de las direcciones preferentes en dónde hallarlas. También se observó la diferencia en el comportamiento de las secciones eficaces al variar el parámetro β . Esto ha quedado de manifiesto a partir de la gráficas 4.4, 4.5 y 4.6. Este mismo comportamiento en las curvas de sección eficaz es esperado en las secciones eficaces del proceso completo $e^+ e^- \rightarrow K^+ \pi^0 K^- \pi^0$, así como el hecho de que sea clara la distinción entre las curvas correspondientes para cada valor de β , mismo que será analizado en el siguiente capítulo.

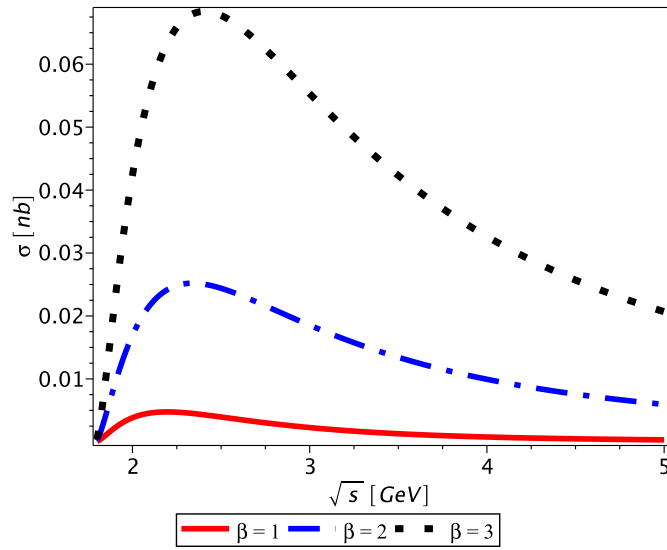


Figura 4.6: Sección eficaz total vs. energía \sqrt{s} para el proceso $e^-e^+ \rightarrow K^{*+}K^{*-}$.

Capítulo 5

El proceso $e^+e^- \rightarrow K^+\pi^0K^-\pi^0$

En los Capítulos anteriores de este trabajo, se han presentado los elementos principales que permiten tener una mejor descripción de los efectos de la estructura y de la inestabilidad del mesón K^* en el proceso $e^+e^- \rightarrow K^+\pi^0K^-\pi^0$, así como las modificaciones provenientes de un lazo en las reglas de Feynman asociadas con él. En este Capítulo, se estudian las implicaciones de tales efectos en la amplitud de probabilidad y en la sección eficaz, que es calculada en función tanto de la energía a la que ocurre el proceso como de los coeficientes de la parametrización del vértice de tres partículas vectoriales. Dentro de estos coeficientes se encuentran aquellos que están asociados con la carga eléctrica, el momento dipolar magnético y el momento cuadrupolar eléctrico; estas dos últimas cantidades juegan un papel importante en la sección eficaz, ya que ésta permite dar una estimación de estos multipolos electromagnéticos del K^* al ser comparada con los resultados experimentales dentro del rango de energía adecuado. De todos los canales posibles, sólo se está interesado en el que contiene al estado intermedio $\phi \rightarrow K^{*+}K^{*-}$, debido a la composición de quarks del mesón ϕ ($s\bar{s}$) y debido a que existen trabajos del proceso completo $e^+e^- \rightarrow K^+\pi^0K^-\pi^0$, como el llevado cabo por BABAR [50] en donde se considera, entre otros, este estado intermedio, que permitirá llevar a cabo una comparación con los datos experimentales. El que sólo se considere uno de los canales posibles trae como consecuencia que se tengan algunos parámetros libres y hace necesario introducir términos en la parte hadrónica de la amplitud, de tal manera que la invariancia de norma sea satisfecha.

5.1. Proceso $e^+e^- \rightarrow K^+\pi^0K^-\pi^0$

En esta sección se presenta de manera completa el proceso

$$e^-(k_1)e^+(k_2) \rightarrow K^+(p_1)\pi^0(p_2)K^-(p_3)\pi^0(p_4), \quad (5.1)$$

ilustrado en la Fig. 5.1, el cual entraña estados intermedios. Para estudiarlo, en las subsecciones siguientes, se presentan cada uno de los canales posibles, dando mayor interés al asociado con el $K^{*\pm}$, que aparece en el vértice $\phi K^{*+}K^{*-}$.

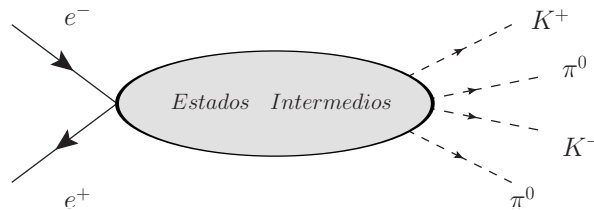


Figura 5.1: Proceso $e^+e^- \rightarrow K^+\pi^0K^-\pi^0$. Este proceso incluye varios estados intermedios.

5.1.1. Canal I

El primer canal a considerar, llamado **canal I** (ver Fig. 5.2), es el canal que contiene un vértice de tres partículas vectoriales, en donde aparece el acoplamiento $\phi K^{*+}K^{*-}$ [50], en virtud del modelo de dominancia vectorial. Haciendo referencia nuevamente a la Fig. 5.2, se observa la colisión entre un electrón y un positrón seguida por la aparición de un fotón; con la energía adecuada el fotón hadroniza, y aparece un mesón vectorial, que para este caso es el ϕ . Este proceso puede entenderse con el Modelo de Dominancia Vectorial, que establece que la interacción electromagnética entre hadrones se da por una mezcla entre el fotón y un mesón vectorial neutro, como ya fue presentado ampliamente en el Capítulo 2. Finalmente, se observa el acoplamiento del ϕ con un par de mesones $K^{*\pm}$ y el subsecuente decaimiento de éstos en mesones pseudoescalares K^\pm y π^0 . La estructura de quarks de ϕ , ($s\bar{s}$), y la producción de un par de quarks u y \bar{u} , se traduce en la aparición del par K^{*+} ($u\bar{s}$) y K^{*-} ($s\bar{u}$).

Para calcular la amplitud del proceso, considere las reglas de Feynman (apéndice C) y los resultados del Capítulo 3, para obtener:

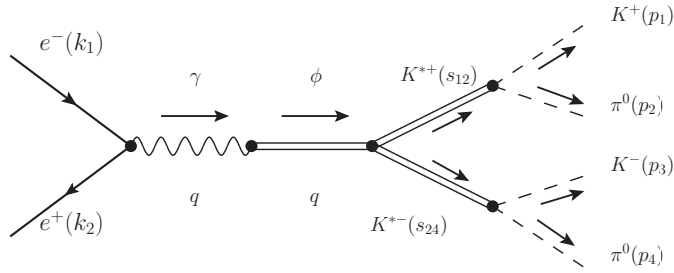


Figura 5.2: Diagrama asociado con el Canal I: $e^-e^+ \rightarrow K^+\pi^0K^-\pi^0$. Se observa el acoplamiento $\phi K^{*+}K^{*-}$.

$$\mathcal{M} = C l_\beta h^\beta. \quad (5.2)$$

Se ha usa la siguiente notación:

- Factor global:

$$C = \frac{G_{\phi K^* K^*} G_{K^* K^* \pi}^2 e^2 M_\phi^2}{G_\phi q^2}, \quad (5.3)$$

donde $G_{\phi K^* K^*}$ es la constante de acoplamiento en el vértice $\phi K^{*+}K^{*-}$; $G_{K^* K^* \pi}^2$ es la constante de acoplamiento del proceso $K^{*\pm} \rightarrow K^\pm \pi^0$; G_ϕ , la constante de acoplamiento entre el ϕ y el fotón, y M_ϕ la masa del ϕ .

- Parte leptónica:

$$l_\beta = u(k_1) \gamma_\beta \bar{v}(k_2). \quad (5.4)$$

- La parte hadrónica de la amplitud es h^β , y satisface las simetrías de Bose y de conjugación de carga [39], ya que en el estado final se encuentran dos partículas neutras, π^0 , y dos partículas cargadas, K^\pm :

$$h^\beta \equiv \mathcal{M}_r^\beta(p_1, p_2, p_3, p_4) + \mathcal{M}_r^\beta(p_1, p_4, p_3, p_2) - \mathcal{M}_r^\beta(p_3, p_2, p_1, p_4) - \mathcal{M}_r^\beta(p_3, p_4, p_1, p_2), \quad (5.5)$$

- \mathcal{M}_r es la matriz reducida, que tiene la siguiente forma:

$$\mathcal{M}_r^\beta(p_1, p_2, p_3, p_4) = (p_2 - p_1)_\lambda D^{\delta\lambda}(K^{*+}, s_{12}) \Gamma_{\gamma\delta\epsilon} D^{\epsilon\nu}(K^{*-}, s_{34}) (p_4 - p_3)_\nu D^{\beta\gamma}(\phi, q), \quad (5.6)$$

para una configuración dada (la primera en la ec. 5.5). Las otras tres posibilidades se obtienen por las permutaciones correspondientes de los cuádrimomentos. Se ha usado la siguiente notación:

$$q = k_1 + k_2 = s_{12} + s_{34} = p_1 + p_2 + p_3 + p_4, \quad (5.7)$$

$$s_{12} \equiv p_1 + p_2, \quad (5.8)$$

$$s_{34} \equiv p_3 + p_4, \quad (5.9)$$

$$r_{21} \equiv p_2 - p_1, \quad (5.10)$$

$$r_{43} \equiv p_4 - p_3. \quad (5.11)$$

Vale la pena mencionar que un cálculo similar al mencionado para h_β , ecuación, (5.5), ya fue llevado a cabo en el estudio del proceso $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ para determinar el momento dipolar magnético del mesón ρ [40], con la diferencia de que en este caso, las partículas finales son los mesones $\pi^\pm\pi^0$, los cuales tienen aproximadamente la misma masa.

En lo referente al propagador de los mesones vectoriales K^* , éste está dado por la expresión (3.21); en el caso del $K^{*+}(s_{12})$, se tiene:

$$\begin{aligned} D^{\delta\epsilon}(s_{12}) &= \frac{1}{s_{12}^2 - m^2 + i\text{Im}\Pi_{12}^T} \left\{ -g^{\delta\epsilon} + s_{12}^\delta s_{12}^\epsilon \frac{1 + i(\text{Im}\Pi_{12}^T - \text{Im}\Pi_{12}^L)}{s_{12}^2 (m^2 - i\text{Im}\Pi_{12}^L)} \right\} \\ &= -\frac{iT^{\delta\epsilon}(s_{12})}{s_{12}^2 - m^2 + i\text{Im}\Pi_{12}^T} + \frac{iL^{\delta\epsilon}(s_{12})}{m^2 - i\text{Im}\Pi_{12}^L}. \end{aligned} \quad (5.12)$$

Sin embargo, el propagador del ϕ no incluye las contribuciones longitudinales como en el caso del mesón K^* , ya que el ϕ decae principalmente en mesones K , por lo que la contribución longitudinal de las partículas en el lazo es nula. De este modo, el propagador del mesón ϕ es simplemente:

$$D_{\beta\gamma}(\phi, q) = i \left(\frac{-g^{\beta\gamma} + \frac{q^\beta q^\gamma}{M_\phi^2 - i\sqrt{q^2}\Gamma(q^2)}}{q^2 - M_\phi^2 + i\sqrt{q^2}\Gamma(q^2)} \right).$$

La función de vértice electromagnético dado entre tres partículas vectoriales, es tomada como la expresión dada por la ecuación (3.41):

$$\begin{aligned} \Gamma^{\gamma\delta\epsilon} &= (1 + iA) \left[(s_{34} - s_{12})^\gamma g^{\delta\epsilon} + \beta(q^2) \left(q^\epsilon g^{\gamma\delta} - q^\delta g^{\gamma\epsilon} \right) + s_{12}^\delta g^{\gamma\epsilon} - s_{34}^\epsilon g^{\gamma\delta} \right] \\ &\quad - \frac{\gamma(q^2)}{M_{K^*}^2} \left[q^\delta q^\epsilon (s_{34} - s_{12})^\gamma - \frac{1}{2} \left(q^\delta g^{\gamma\epsilon} + q^\epsilon g^{\gamma\delta} \right) (s_{34} - s_{12}) \cdot q \right] \\ &\quad + i \left(\alpha_2 B_2 s_{34}^\delta s_{34}^\epsilon s_{34}^\gamma - \alpha_1 B_1 s_{12}^\delta s_{12}^\epsilon s_{12}^\gamma \right) \\ &= \Gamma_0^{\gamma\delta\epsilon} + \Gamma_1^{\gamma\delta\epsilon}, \end{aligned} \quad (5.13)$$

donde α_1 , α_2 , B_1 y B_2 están definidas por las ecs. (3.38), (3.43) y (3.44):

$$B_1 = \frac{\text{Im}\Pi_1^L - \text{Im}\Pi_1^T}{q_1^2 (q_1 \cdot q)},$$

$$B_2 = \frac{\text{Im}\Pi_2^L - \text{Im}\Pi_2^T}{q_2^2 (q_2 \cdot q)}.$$

$$\alpha_1 = 1 + \frac{Aq_1^2}{\text{Im}\Pi_1^L - \text{Im}\Pi_1^T},$$

$$\alpha_2 = 1 + \frac{Aq_2^2}{\text{Im}\Pi_2^L - \text{Im}\Pi_2^T}.$$

Simplificación de la amplitud

En este apartado se presentan las simplificaciones del cálculo de la amplitud del proceso, que aparecen al realizar las contracciones de las reglas de Feynman del proceso en consideración.

Considere el caso de la amplitud reducida, $\mathcal{M}_r^\beta(p_1, p_2, p_3, p_4)$, ec. (5.6). Se efectúan las siguientes simplificaciones:

- Contracción $D_{\beta\lambda}(\phi, q)l^\beta$. Por conservación de la corriente electromagnética, se sabe que $\partial_\beta J^\beta = 0$, de lo cual se desprende que $q_\beta l^\beta = 0$, por lo que:

$$D_{\beta\lambda}(\phi, q)l_\beta = i \frac{-l^\lambda}{q^2 - M_\phi^2 + iM_\phi\Gamma_\phi} \equiv A_1 l^\lambda,$$

con

$$A_1 = \frac{-i}{q^2 - M_\phi^2 + iM_\phi\Gamma_\phi}. \quad (5.14)$$

- Contracción $r_{21\lambda}D^{\lambda\delta}(s_{12}, K^{*+})$. Por las ecuaciones (5.10) y (5.12), es posible obtener:

$$r_{21\lambda}D^{\lambda\delta}(s_{12}, K^{*+}) = B_1 r_{21}^\delta + B_2 s_{12}^\delta, \quad (5.15)$$

donde

$$B_1 = \frac{-i}{s_{12}^2 - m_{K^*}^2 + i\text{Im}\Pi_{12}^T}, \text{ y} \quad (5.16)$$

$$B_2 = \frac{is_{12} \cdot r_{12}}{s_{12}^2 - m_{K^*}^2 + i\text{Im}\Pi_{12}^T} \frac{1 + i(\text{Im}\Pi_{12}^T - \text{Im}\Pi_{12}^L)/s_{12}^2}{m_{K^*}^2 - \text{Im}\Pi_{12}^L}. \quad (5.17)$$

- Contracción $r_{43\nu}D^{\epsilon\nu}(s_{34}, K^{*-})$. Se procede de igual modo que en el caso anterior, de tal forma que:

$$r_{43\nu}D^{\epsilon\nu}(s_{34}, K^{*-}) = C_1 r_{43}^\epsilon + C_2 s_{34}^\epsilon,$$

donde

$$C_1 = \frac{-i}{s_{34}^2 - m_{K^*}^2 + i\text{Im}\Pi_{34}^T}, \text{ y} \quad (5.18)$$

$$C_2 = \frac{is_{34} \cdot r_{43}}{s_{34}^2 - m_{K^*}^2 + i\text{Im}\Pi_{34}^T} \frac{1 + i(\text{Im}\Pi_{34}^T - \text{Im}\Pi_{34}^L)/s_{34}^2}{m_{K^*}^2 - \text{Im}\Pi_{34}^L}. \quad (5.19)$$

Con estas simplificaciones, es posible reescribir la amplitud reducida, \mathcal{M}_r^γ , de la siguiente manera:

$$\mathcal{M}_r^\beta(p_1, p_2, p_3, p_4) = A_1 \left[B_1 r_{21}^\delta + B_2 s_{12}^\delta \right] \Gamma_{\gamma\delta\epsilon} [C_1 r_{43}^\epsilon + C_2 s_{34}^\epsilon]. \quad (5.20)$$

Por otro lado, al tener en cuenta la simetría de Bose y la conjugación de carga, junto con las consideraciones anteriores, se observa que [39]:

$$\mathcal{M}_r^\gamma(p_3, p_2, p_1, p_4) = -\mathcal{M}_r^\gamma(p_1, p_4, p_3, p_2) \quad (5.21)$$

$$\mathcal{M}_r^\gamma(p_3, p_4, p_1, p_2) = -\mathcal{M}_r^\gamma(p_1, p_2, p_3, p_4) \quad (5.22)$$

por lo que es posible reescribir la ecuación (5.5) de la siguiente forma:

$$h^\gamma = 2 [\mathcal{M}_r^\gamma(p_1, p_2, p_3, p_4) + \mathcal{M}_r^\gamma(p_1, p_4, p_3, p_2)]. \quad (5.23)$$

Así, sólo se efectúan los cálculos correspondientes a dos amplitudes reducidas. La segunda de ellas es obtenida de la primera al efectuar las siguientes sustituciones:

$$p_2 \leftrightarrow p_4, \quad (5.24)$$

con lo que se obtiene

$$s_{12} \rightarrow s_{14}, \quad s_{34} \rightarrow s_{32}, \quad (5.25)$$

$$r_{21} \rightarrow r_{41}, \quad r_{43} \rightarrow r_{23}. \quad (5.26)$$

5.1.2. Invariancia de norma al nivel de la parte hadrónica de la amplitud y contratérmino

Debe mencionarse que para tener una descripción completa de este proceso, ha de considerarse la invariancia de norma en la amplitud hadrónica del proceso cuya condición está dada por

$$q^\gamma h_\gamma = 0. \quad (5.27)$$

Para el caso de la amplitud hadrónica (5.5), se tiene:

$$q_\gamma h^\gamma = 2q_\gamma [\mathcal{M}_r^\gamma(p_1, p_2, p_3, p_4) + \mathcal{M}_r^\gamma(p_1, p_4, p_3, p_2)] \neq 0. \quad (5.28)$$

ya que

$$q_\gamma \mathcal{M}_r^\gamma(p_1, p_2, p_3, p_4) \neq 0, \quad (5.29)$$

y

$$q_\gamma \mathcal{M}_r^\gamma(p_1, p_4, p_3, p_2) \neq 0. \quad (5.30)$$

A continuación se muestra la violación de la invariancia de norma electromagnética al nivel de la parte hadrónica de la amplitud; esto se hará para el caso de la amplitud reducida (5.6), ya que esto se cumple de forma separada, tal y como indican las ecuaciones (5.29) y (5.30).

Contratérmino Para restaurar la invariancia de norma, se construye un *contratérmino*, haciendo uso de la ecuación (5.6) y procediendo de la siguiente manera:

$$q_\beta \mathcal{M}_r^\beta{}_{CT} = (r_{12})_\lambda (r_{43})_\nu D^{\delta\lambda}(K^{*+}, s_{12}) \Gamma_{\gamma\delta\epsilon} D^{\epsilon\nu}(K^{*-}, s_{34}) D^{\beta\gamma}(\phi, q) q_\beta. \quad (5.31)$$

En esta contracción, el término $[D^{\beta\gamma}(\phi, q)] q_\beta$ puede ser reescrito como:

$$[D^{\beta\gamma}(\phi, q) q_\beta] = q^\gamma A(\phi), \quad (5.32)$$

donde

$$A(\phi) = \frac{i}{q^2 - m_\phi^2 + im_\phi \Gamma_\phi} \left[-1 + \frac{q^2}{m_\phi^2 - im_\phi \Gamma_\phi} \right], \quad (5.33)$$

por lo que,

$$q_\beta \mathcal{M}_r^\beta{}_{CT} = A(\phi) (r_{12})_\lambda (r_{43})_\nu D^{\delta\lambda}(K^{*+}, s_{12}) \Gamma_{\gamma\delta\epsilon} D^{\epsilon\nu}(K^{*-}, s_{34}) q^\gamma. \quad (5.34)$$

Con ayuda de la identidad de Ward, ec. (3.26),

$$q_\gamma \mathcal{M}_r^\gamma = -iA(\phi) (r_{12})_\lambda \left(D^{\lambda\nu}(K^{*-}, s_{34}) - D^{\lambda\nu}(K^{*+}, s_{12}) \right) (r_{43})_\nu. \quad (5.35)$$

Se propone como contratérmino para la amplitud reducida $\mathcal{M}_r^\gamma(p_1, p_2, p_3, p_4)$ a la amplitud, \mathcal{M}_r CT , definida a partir de (5.35), como

$$\mathcal{M}_{r\ CT1}^\beta = -iA(\phi)(r_{12})_\lambda \left(D^{\lambda\nu}(K^{*-}, s_{34}) \frac{s_{34}^\beta}{s_{34} \cdot q} - D^{\lambda\nu}(K^{*+}, s_{12}) \frac{s_{12}^\beta}{s_{12} \cdot q} \right) (r_{43})_\nu. \quad (5.36)$$

Por otro lado, este mismo procedimiento debe llevarse a cabo para el caso de la amplitud reducida $\mathcal{M}_r^\gamma(p_1, p_4, p_3, p_2)$, produciendo:

$$\mathcal{M}_{r\ CT2}^\beta = -iA(\phi)(r_{41})_\lambda \left(D^{\lambda\nu}(K^{*-}, s_{32}) \frac{s_{32}^\beta}{s_{32} \cdot q} - D^{\lambda\nu}(K^{*+}, s_{14}) \frac{s_{14}^\beta}{s_{14} \cdot q} \right) (r_{23})_\nu, \quad (5.37)$$

de tal forma que el contratérmino total puede ser escrito como:

$$\mathcal{M}_{rCT}^\beta = \mathcal{M}_{r\ CT1}^\beta + \mathcal{M}_{r\ CT2}^\beta. \quad (5.38)$$

La parte hadrónica de la amplitud es escrita como:

$$h^\beta = 2 \left[\mathcal{M}_r^\beta(p_1, p_2, p_3, p_4) + \mathcal{M}_r^\beta(p_1, p_4, p_3, p_2) \right] + \mathcal{M}_{rCT}^\beta = \mathcal{M}_r^\beta + \mathcal{M}_{rCT}^\beta, \quad (5.39)$$

que es la suma de una contribución debida a la amplitud incluyendo simetría de Bose y de conjugación de carga, y la otra proveniente de la invariancia de norma a nivel de amplitud hadrónica, es decir, la proveniente de la amplitud asociada al contratérmino.

Por otro lado, sólo se ha construido la parte hadrónica de la amplitud total; la amplitud total del proceso está dada por:

$$\mathcal{M}_T = \mathcal{M} + \mathcal{M}_{CT}. \quad (5.40)$$

El módulo al cuadrado de la amplitud sumada sobre polarizaciones es denotada por $|\overline{\mathcal{M}_T}|^2$.

Cinemática

El proceso $e^-e^+ \rightarrow K^+\pi^0 K^-\pi^0$ es un proceso de producción en cuyo estado inicial hay dos partículas y cuatro partículas en el estado final. Para describir la cinemática de este tipo de procesos es necesario definir variables cinemáticas independientes invariantes de Lorentz. Para el caso $n = 4$, se tienen siete variables de este tipo, definidas como en la referencia [51], con la diferencia de que para este cálculo se ha omitido el signo de la definición original, debido a que se está usando una métrica diferente:

$$\begin{aligned} s_1 &= (q - p_1)^2, \quad s_2 = (q - p_1 - p_2)^2, \quad u_1 = (q - p_2)^2, \quad u_2 = (q - p_3)^2, \\ t_0 &= (k_1 - p_1)^2, \quad t_1 = (k_1 - p_2)^2, \quad t_2 = (k_1 - p_3)^2. \end{aligned} \quad (5.41)$$

En el Apéndice A se presenta una breve revisión de los conceptos utilizados en este trabajo, mismos que pueden ser ampliamente consultados en la referencia fuente, [51]. La ecuación (A.5), en este caso es escrita como:

$$\wp_n = \left[\prod_{i=1}^n \int d^4 p_i \delta(p_i^2 - m_i^2) \right] \delta^4 \left(q - \sum_{i=1}^n p_i \right) F(k_1, k_2; p_i). \quad (5.42)$$

La elección de estas definiciones es conveniente porque reproducen todos los productos escalares que aparecen en el proceso $e^-e^+ \rightarrow K^+\pi^0 K^-\pi^0$. Los límites de integración correspondientes están dados en el mismo Apéndice.

5.1.3. Sección eficaz

La expresión para la sección eficaz diferencial para un proceso con cuatro partículas en el estado final en términos de estas variables se encuentra con la expresión (A.39):

$$\sigma = \int_{s_{1-}}^{s_{1+}} ds_1 \int_{s_{2-}}^{s_{2+}} ds_2 \int_{u_{1-}}^{u_{1+}} du_1 \int_{u_{2-}}^{u_{2+}} du_2 \int_{t_{0-}}^{t_{0+}} dt_0 \int_{t_{1-}}^{t_{1+}} dt_1 \int_{t_{2-}}^{t_{2+}} dt_2 \frac{1}{4(2\pi)^8 \sqrt{(k_1 \cdot k_2)^2}} FEF |\mathcal{M}_T|^2, \quad (5.43)$$

en donde $s_1, s_2, u_1, u_2, t_0, t_1$ y t_2 son las variables invariantes de Lorentz del proceso (ecs. (5.41)) y los subíndices $-$ y $+$ denotan los límites inferior y superior de estas variables, respectivamente; FEF es el factor de espacio fase, definido por la ec. (A.40):

$$FEF = \frac{\pi}{2s} [\lambda(s, s_1, s'_1) \lambda(s, m_{\pi^0}^2, u_1)]^{-1/2} [\lambda(s, s_2, s'_2) \lambda(s, m_{K^+}^2, u_2)]^{-1/2} (1 - \xi_1^2) (1 - \eta_1^2) (1 - \zeta_1^2) (1 - \xi_2^2) (1 - \eta_2^2) (1 - \zeta_2^2).$$

El espacio fase como la cinemática expuesta brevemente en esta sección son presentados con mayor detalle en el Apéndice A.

Integración de la sección eficaz

La integración de (5.43) se efectúa numéricamente con ayuda de una subrutina en código Fortran llamada VEGAS [52], un código de Monte Carlo para efectuar integración numérica multidimensional. Para ello, las variables (5.41) pueden ser escritas de la siguiente manera:

$$y_i = y_{i \text{ mín}} [1 - w(i)] + y_{i \text{ máx}} w(i), \quad i = 1, \dots, 7. \quad (5.44)$$

La función $w(i)$ es una función cuyos valores están definidos entre 0 y 1, de tal modo que,

$$w(i) = 0, \implies y_i = y_{i \text{ mín}}, \quad (5.45)$$

$$w(i) = 1, \implies y_i = y_{i \text{ máx}}, \quad (5.46)$$

donde el Jacobiano incluye las siguientes derivadas parciales:

$$\frac{\partial y_i}{\partial w(j)} = 0, \quad i \neq j, \quad (5.47)$$

y,

$$\frac{\partial y_i}{\partial w(i)} = y_{i \text{ máx}} - y_{i \text{ mín}}, \quad i = j. \quad (5.48)$$

En este caso, el Jacobiano J , se simplifica notablemente, ya que,

$$\begin{aligned} \det[J] &= \prod_{i=1}^7 (y_{i \text{ máx}} - y_{i \text{ mín}}) \\ &= (s_{1 \text{ máx}} - s_{1 \text{ mín}}) (s_{2 \text{ máx}} - s_{2 \text{ mín}}) (u_{1 \text{ máx}} - u_{1 \text{ mín}}) (u_{2 \text{ máx}} - u_{2 \text{ mín}}) \\ &\quad \times (t_{0 \text{ máx}} - t_{0 \text{ mín}}) (t_{1 \text{ máx}} - t_{1 \text{ mín}}) (t_{2 \text{ máx}} - t_{2 \text{ mín}}). \end{aligned} \quad (5.49)$$

5.1.4. Resultados

En esta sección se presentan los resultados obtenidos para la sección eficaz del proceso $e^+e^- \rightarrow K^+\pi^0K^-\pi^0$.

Como la constante de acoplamiento $G_{\phi K^{*+}K^{*-}}$, no es conocida, una primera propuesta para esta constante fue tomarla igual a $G_{K^{*+}K^{*-}\pi^0}$ ^A. En la Fig. 5.3 se muestran estos resultados considerando la constante de acoplamiento $G_{\phi K^{*+}K^{*-}} = G_{K^{*+}K^{*-}\pi^0} = 3.055$, y los parámetros $\beta(0) = 2$ y $\gamma(0) = 0$ (curva roja continua). Estos últimos parámetros corresponden a los factores de forma asociados con los momentos dipolar magnético y cuadrupolar eléctrico, respectivamente, en el límite $q^2 \rightarrow 0$. También se muestran los resultados experimentales obtenidos por BABAR [50] (conjunto de puntos negros con barras de error). Es posible realizar una estimación de la cota superior de la constante $G_{\phi K^{*+}K^{*-}}$, ajustando la curva roja continua para que esté por debajo de los datos experimentales, dando como resultado la curva discontinua azul. Esta condición se toma de los datos experimentales de BABAR [50], en donde se reporta la producción de $K^{*+}(892)K^{*-}(892)$, que corresponde aproximadamente, a un 30 % de todos los eventos relacionados con el proceso $e^+e^- \rightarrow K^+\pi^0K^-\pi^0$. Con esto, se obtiene la cota superior para $G_{\phi K^{*+}K^{*-}}$:

$$G_{\phi K^{*+}K^{*-}} \leq 1.008. \quad (5.50)$$

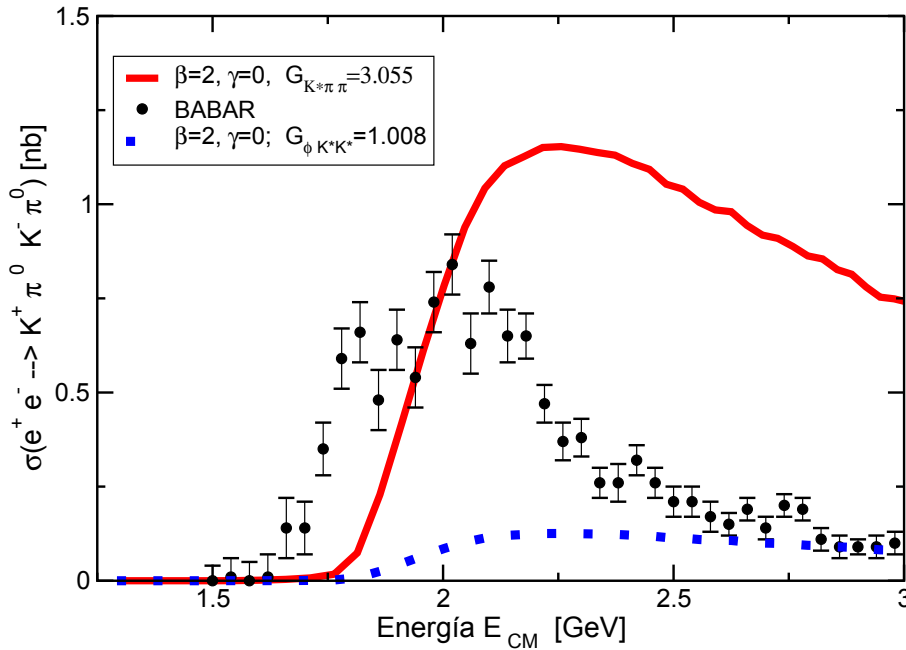


Figura 5.3: Resultados para la sección eficaz del proceso $e^+e^- \rightarrow K^+\pi^0K^-\pi^0$, para el caso en el que $\beta = 2$, $\gamma = 0$ y $G_{K^{*+}K^{*-}\pi^0} = 3.055$ (curva roja continua). También se muestran los datos experimentales obtenidos por BABAR, [50], (puntos negros con barra de error) y la sección eficaz “ajustada” (curva azul discontinua), de tal manera que ésta esté por debajo de los datos experimentales, lo que da una cota superior para la constante de acoplamiento: $G_{\phi K^{*+}K^{*-}} \leq 1.008$.

Este resultado para la cota superior es válido únicamente cuando se considera el estado intermedio $\phi^* \rightarrow K^{*+}K^{*-}$; al considerar todos los estados intermedios posibles este resultado

^ATomando como referencia el trabajo llevado a cabo para el mesón ρ en [40] y [53].

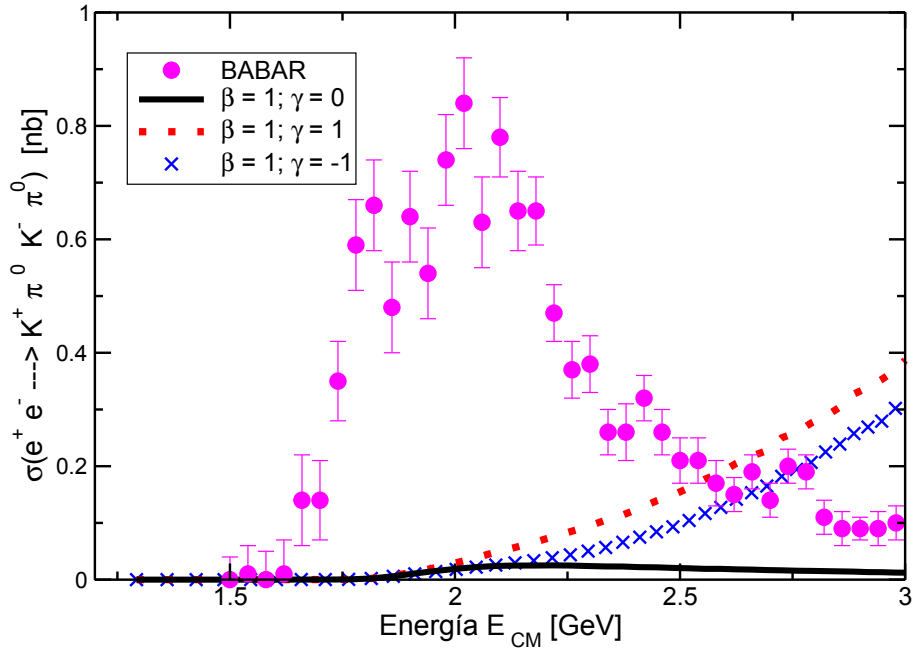


Figura 5.4: Sección eficaz en función de la energía de la colisión en el marco de referencia del centro de masa, para $\beta = 1, \gamma = 1$ (curva de puntos rojos), 0 (curva negra continua), -1 (cruces azules). En estos resultados se ha empleado la constante $G_{\phi K^{*+} K^{*-}} = 1.008$.

varía, siendo menor que el valor determinado en este trabajo, dado por la relación (5.50). Al elegir el valor de la constante de acoplamiento como el de la cota superior, se obtiene que el área bajo la curva ajustada (azul discontinua) (Fig. 5.3), representa aproximadamente un 24 % del área bajo la curva de puntos de los datos experimentales de BABAR [50].

Como puede observarse en la Fig. 5.3, la curvas obtenidas en este trabajo presentan un comportamiento parecido a la curva de los datos experimentales. Las oscilaciones que se aprecian a altas energías en las curvas roja y azul (en la cual no se aprecia por el ajuste) son numéricas.

En la Fig. 5.4, se muestra el comportamiento de la sección eficaz para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^+\pi^0 K^-\pi^0$ para $\beta = 1$ y tres valores de γ : $+1$ (curva de puntos rojos), 0 (curva negra continua), -1 (curva de cruces azules). Se observa un comportamiento muy parecido desde el umbral de energía (para producir cuatro partículas: los dos $K^{*\pm}$ y dos π^0) hasta aproximadamente 2 GeV en estos tres casos. Después de este valor, se observa un rápido crecimiento en la sección eficaz para los valores de $\gamma = +1, -1$. El caso $\gamma = 0$ exhibe un comportamiento similar hasta un poco más de 2 GeV, en donde alcanza un máximo y comienza a decrecer. En estos casos, es posible observar los efectos de variar γ .

En la Fig. 5.5 se muestra la sección eficaz para $\beta = 2$ y los mismos tres valores de γ : 0 (curva negra continua), 1 (curva de puntos rojos) y -1 (curva de cruces azules). Desde el umbral de energía hasta alrededor de 1.75 GeV, se observa prácticamente el mismo comportamiento, como en el caso $\beta = 1$ (Fig. 5.4). La diferencias son: un rápido crecimiento para $\gamma = 1$, para energías mayores de 1.75 GeV, con respecto a los casos $\gamma = 0$ y $\gamma = -1$; y que que la curva $\gamma = -1$, se mantiene por debajo de la curva $\gamma = 0$, hasta un valor menor a 2.75 GeV en donde ocurre una intersección, para comenzar a crecer de forma indefinida.

En la Fig. 5.6, se muestra la sección eficaz para $\beta = 3$ y $\gamma = 1$ (curva de puntos rojos), 0 (curva negra continua) y -1 (curva de cruces azules). Se observa un mismo comportamiento similar al caso anterior, $\beta = 2$, pero con la diferencia que la intersección entre las curvas $\gamma = 0$

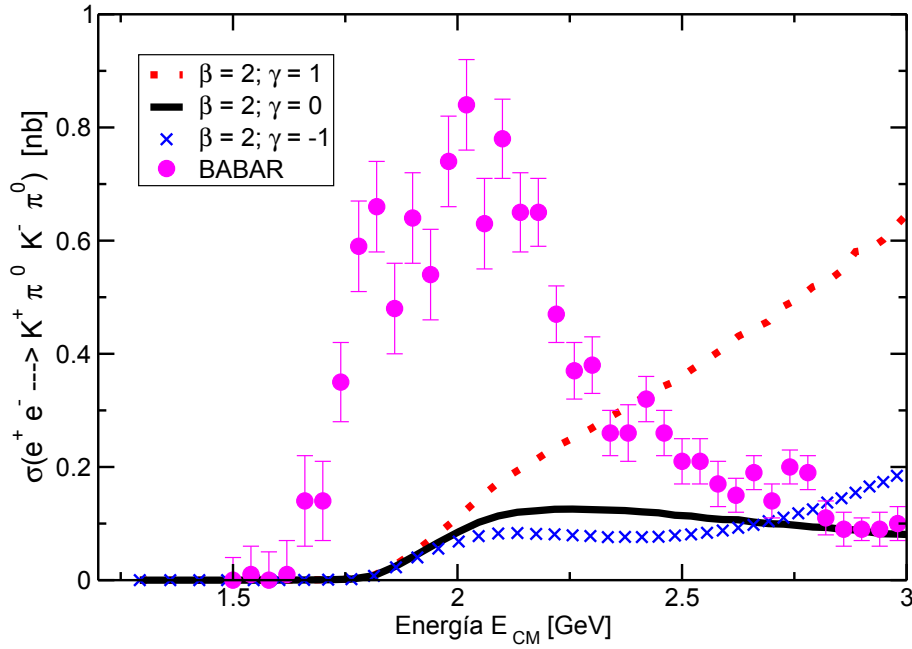


Figura 5.5: Sección eficaz en función de la energía de la colisión en el marco de referencia del centro de masa, $\beta = 2$, $\gamma = -1$ (curva de cruces azules), 0 (curva negra continua), -1 (curva roja discontinua) con $G_{\phi_{K^{*+}K^{*-}}} = 1.008$.

y $\gamma = -1$

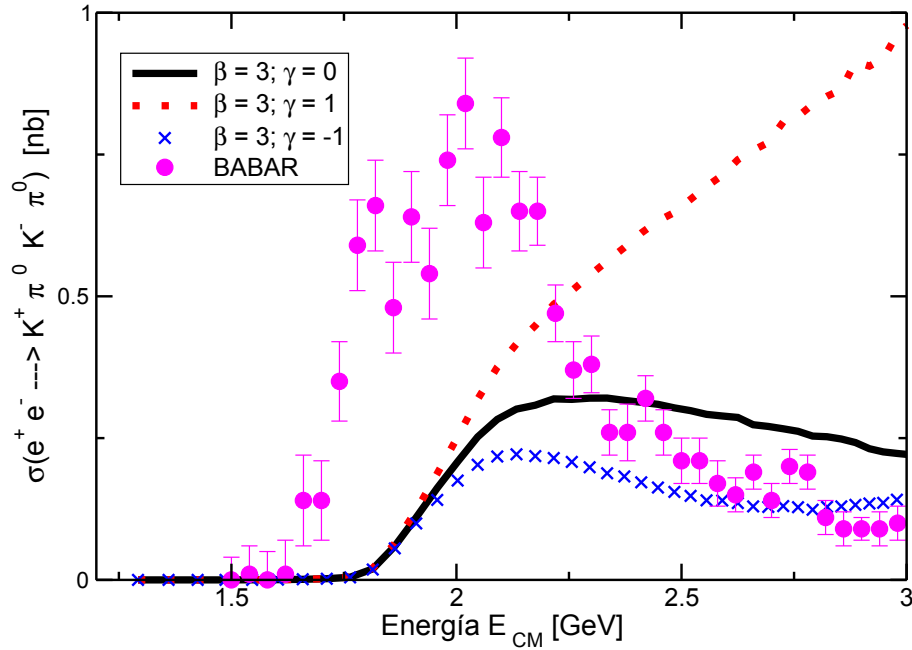


Figura 5.6: Sección eficaz en función de la energía de la colisión en el marco de referencia del centro de masa, $\beta = 3$, $\gamma = -1$ (curva de cruces azules), 0 (curva negra continua), -1 (curva de puntos rojos), donde se ha usado $G_{\phi_{K^{*+}K^{*-}}} = 1.008$.

De los resultados obtenidos en la gráficas 5.4, 5.5 y 5.6, se concluye que los valores corres-

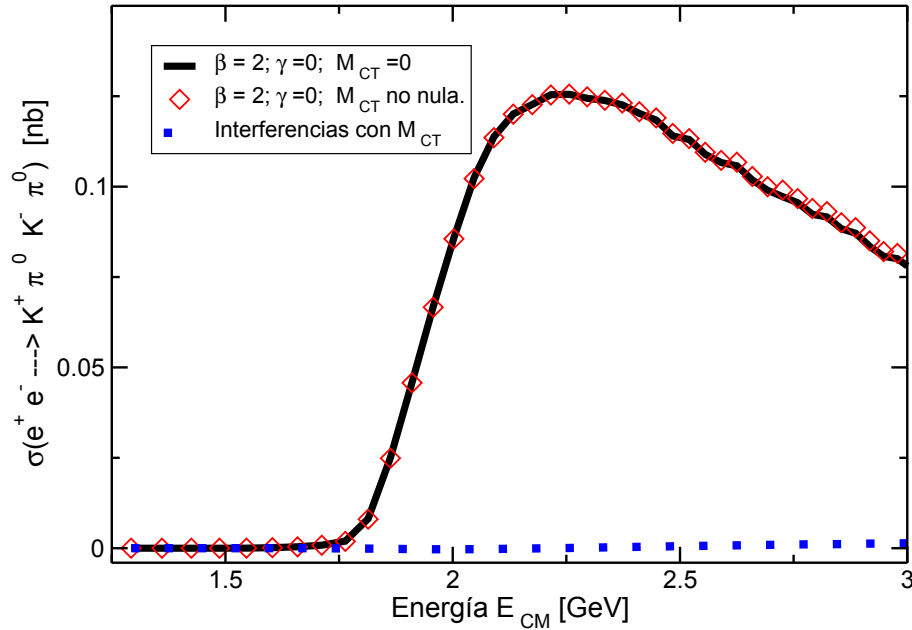


Figura 5.7: Se muestra una comparación entre las secciones eficaces total vs. energía de la colisión, con $\beta = 2$, $\gamma = 0$ (curva negra continua), con $\mathcal{M}_{CT} = 0$ (rombos de borde rojo); los efectos de interferencia asociados al contratérmino \mathcal{M}_{CT} (curva azul discontinua).

pondientes a $\gamma = -1, 1$, violan unitariedad (crecen de manera indefinida), por lo que estos valores para γ deben ser descartados. Esto se debe a que los términos proporcionales a γ , son proporcionales a q^2 , que dominan a medida que aumenta la energía. Al igual que en la Fig. 5.3, el único valor de γ que no produce dicha violación es $\gamma = 0$.

Por otro lado, en las Figs. 5.4, 5.5 y 5.6 se puede observar también el efecto de la variación del parámetro β . En los casos $\gamma = 0$, se observa el mismo comportamiento en las secciones eficaces, con la diferencia de que éstas no tienen la misma magnitud. Por ejemplo, los máximos entre ellas son alcanzados aproximadamente a 2.25 GeV, pero sus magnitudes son aproximadamente: 0.025 nb ($\beta = 1$), 0.125 nb ($\beta = 2$) y 0.32 nb ($\beta = 3$).

En los casos $\gamma = 1$ (curvas rojas discontinuas en las Figs. 5.4, 5.5 y 5.6), el comportamiento siempre es de crecimiento rápido de manera indefinida. En los casos $\gamma = -1$, existen diferencias entre el primer caso (curva de cruces azules, Fig. 5.4); los otros dos (curvas cruces azules, Figs. 5.5 y 5.6); estos últimos mantienen un comportamiento similar con intersecciones antes y después de 3 GeV, respectivamente.

Por otro lado, en la Fig. 5.7 se muestra el efecto del contratérmino proveniente del requerimiento de invariancia de norma al nivel de la parte hadrónica de la amplitud. Se muestra la sección eficaz total con $\mathcal{M}_{CT} \neq 0$ (curva negra continua); cuando $\mathcal{M}_{CT} = 0$ (rombos con bordes rojos), la sección eficaz prácticamente permanece sin cambio alguno. En el caso de las interferencias de las amplitudes (no relacionadas con el contratérmino) con \mathcal{M}_{CT} (línea discontinua azul), se observa que son despreciables, por lo que no contribuyen significativamente a la sección eficaz total.

En la Fig. 5.8 se muestra la sección eficaz cuando la parte absorptiva de la componente longitudinal de la corrección a la autoenergía, $\text{Im}\Pi^L$, es: no nula (curva negra continua) y nula (curva de círculos con borde rojo). Se observa que este término contribuye muy poco a la sección eficaz del proceso $e^+e^- \rightarrow K^+\pi^0K^-\pi^0$.

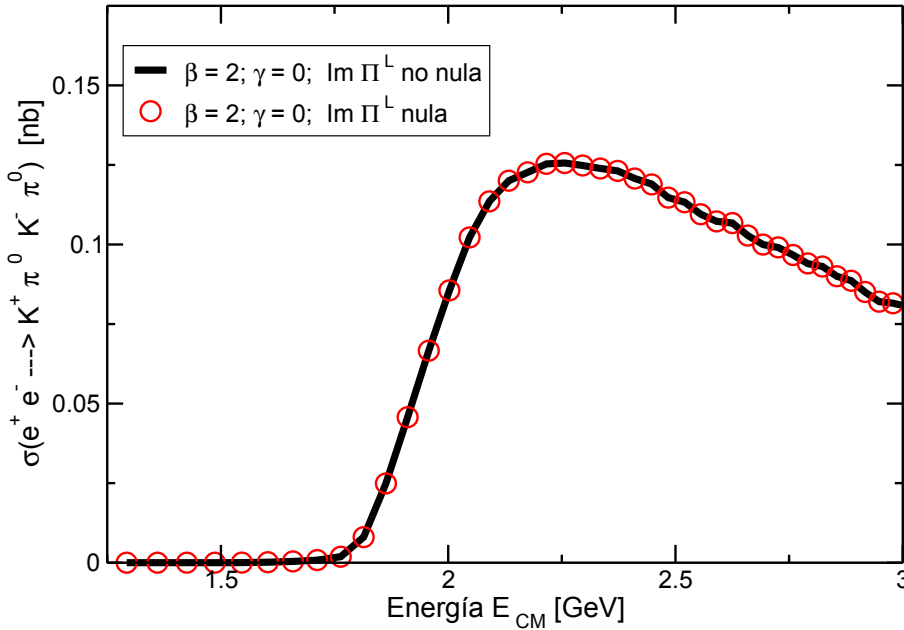


Figura 5.8: Comparación entre las secciones eficaces total vs. energía de la colisión, con $\beta = 2$, $\gamma = 0$ para los casos: $\text{Im}\Pi^L \neq 0$ (curva negra continua), y con $\text{Im}\Pi^L = 0$ (círculos contorno rojo).

5.2. Otros Canales

El proceso $e^-e^+ \rightarrow K^+\pi^0K^-\pi^0$ es un proceso complejo que incluye muchos estados intermedios. En la sección anterior ya fue estudiado este proceso considerando como estado intermedio $\phi \rightarrow K^{*+}K^{*-}$, mismo al que se ha llamado **Canal I**, que para los propósitos de este trabajo es el canal principal. A continuación, se presenta el mismo proceso con otros estados intermedios, a los que se les ha etiquetado como **Canales II** y **III**.

- **Canal II.** El canal II está dado en su forma genérica por el siguiente proceso:

$$e^+e^- \rightarrow \phi \rightarrow \phi(KK)\sigma(\pi\pi), \quad (5.51)$$

que es mostrado en la Fig. 5.9. En este canal se consideran estados intermedios en los cuales aparecen el mesón vectorial $\phi(1020)$, así como los mesones escalares σ y $f_0(980)$. El mesón ϕ da como resultado la emisión de un mesón ϕ y un mesón σ (o $f_0(980)$), como puede verse en [50]. El segundo ϕ decae finalmente en K^+K^- , mientras que $f_0(980)$ (o σ) decae en $\pi^0\pi^0$.

Este canal contribuye con dos diagramas: uno debido a $f_0(890)$ y otro debido a σ ^B; no existen contribuciones debidas a intercambios de partículas, debido a que tanto los dos piones neutros como el par de kaones cargados provienen de un mismo vértice, respectivamente. La amplitud para este canal es denotada por \mathcal{M}_{II} .

Las constantes de acoplamiento involucradas en este proceso genérico, son calculadas a partir de la ecuación (D.17) para el caso $f_0(980) \rightarrow \pi^0\pi^0$ y por la ecuación (D.24) para el caso del decaimiento $\phi(1020) \rightarrow K^+K^-$. En la referencia [50], y referencias mencionadas

^BLos mesones $f_0(980)$ y σ son mesones escalares que tienen los mismos números cuánticos, así como decaimientos principales a $\pi\pi$; la única diferencia entre ellos es la masa.

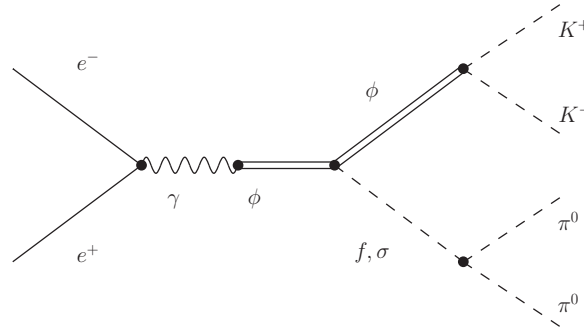


Figura 5.9: Diagrama asociado con el canal II: $e^-e^+ \rightarrow K^+\pi^0K^-\pi^0$.

allí, se puede consultar una discusión detallada de este estado intermedio así como la sección eficaz correspondiente.

Por último, debe mencionarse que la mayoría de los análisis parecen mostrar que los mesones σ y f_0 no son estados $q\bar{q}$ sino $(q\bar{q})(q\bar{q})$, es decir, mesón-mesón generados dinámicamente. Así, $\sigma \sim \pi\pi$ y $f_0 \sim \alpha(\pi\pi) + \beta(KK)$; el error de tratarlos como mesones puede llegar a ser significativo.

- **Canal III.** El canal III, dado por:

$$e^+e^- \rightarrow \phi \rightarrow KK_1 \rightarrow K\pi K^*(K\pi), \quad (5.52)$$

es mostrado en la Fig. 5.10, [54]. Se muestra cómo el proceso de aniquilación electrón-positrón da lugar a la aparición de un mesón ϕ que se acopla por un lado a a) mesones vector-axial $K_1(1270)$ y $K_2(1400)$, y por el otro b) al mesón pseudoescalar K . Los primeros se acoplan a un K y a un K^* que decae finalmente en $K\pi$, obteniéndose lo que se muestra en la Fig. 5.10.

En este caso, deben considerarse las contribuciones provenientes del intercambio tanto de piones neutros como de kaones cargados. La amplitud para este proceso será denotado por \mathcal{M}_{III} . Las constantes de acoplamiento pueden ser halladas a partir de las expresiones dadas por las ecuaciones (D.34), cuyos acoplamientos aparecen en los estados intermedios del proceso (5.52).

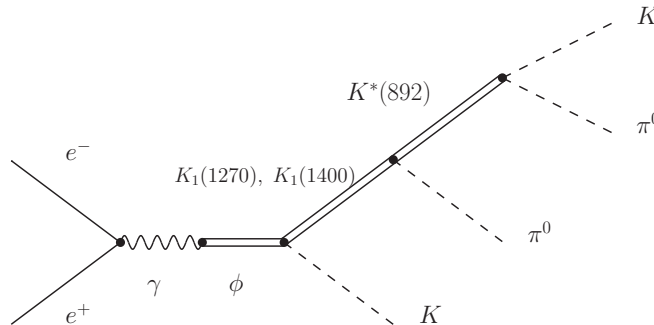


Figura 5.10: Diagrama asociado con el canal III: $e^-e^+ \rightarrow K^+\pi^0K^-\pi^0$.

De esta forma se concluye este Capítulo, dedicado al estudio del proceso $e^+e^- \rightarrow K^+\pi^0K^-\pi^0$. Como pudo verse, el estudio de este proceso incluye varios estados intermedios. Sin embargo, debido a la naturaleza del proceso, sólo se presentó el desarrollo del canal $\phi \rightarrow K^{*+}(890)K^{*-}(890)$,

ya que es de principal interés en este trabajo. Se construyó la amplitud de este canal, por medio de las reglas de Feynman tomando en cuenta las correcciones provenientes de un lazo, tal y como fue desarrollado en el Capítulo 3; se impusieron las simetrías relacionadas con las partículas en el estado final: simetría de Bose y de conjugación de carga. De igual modo, fue construido el contratérmino, necesario para satisfacer invariancia de norma al nivel de la parte hadrónica de la amplitud, interpretando este término como asociado con un diagrama efectivo; esto implica la existencia de una componente en la sección eficaz asociada con los efectos de invariancia de norma, la cual por cierto, ha contribuido de manera insignificante. Un ajuste en los datos de BABAR permitirá no sólo obtener un límite superior de $G_{\phi K^{*+}K^{*-}}$, sino ajustarlo; ajustar β (e incluso pequeñas desviaciones de $\gamma = 0$) y mostrar que la contribución debida al **canal I**, es o no dominante. Por otro lado, en este Capítulo sólo se han presentado los resultados de este trabajo, dejando la discusión detallada y las conclusiones para el siguiente Capítulo.

Capítulo 6

Conclusiones

El interés principal de este trabajo es estudiar los efectos de la estructura de los mesones $K^{*\pm}$ en el proceso $e^+e^- \rightarrow K^+\pi^0K^-\pi^0$. En esta estructura pueden ser convenientemente vistos dos aspectos: primero, el asociado con los momentos dipolar magnético y cuadrupolar eléctrico del mesón vectorial $K^{*\pm}$, y segundo, el asociado con los efectos de inestabilidad del mesón $K^{*\pm}$. Para esto, se presentó un estudio del proceso $e^+e^- \rightarrow K^+\pi^0K^-\pi^0$, dentro del esquema de dominancia vectorial (VMD), haciendo énfasis principalmente en el canal correspondiente al estado intermedio $\phi^* \rightarrow K^{*+}K^{*-}$, ya que el vértice que involucra a estas tres partículas vectoriales se parametriza en términos de los factores de forma relacionados con la carga eléctrica y los momentos dipolar magnético y cuadrupolar eléctrico del K^* . De igual modo, la introducción de los efectos de inestabilidad se efectuó por medio de la introducción del ancho de decaimiento del mesón K^* de tal manera que la invariancia de norma electromagnética no sea violada. Esto se hizo apropiadamente con el empleo del esquema de lazos de bosones.

Por ese motivo, en el Capítulo 1, se presentó una revisión de los conceptos fundamentales del modelo estándar, dando mayor relevancia a estados hadrónicos de espín 1, en especial a las partículas extrañas, en las que se encuentran el mesón pseudoescalar K y el mesón vectorial K^* , ya que éstas son parte del interés principal de este trabajo. Las características generales y propiedades electromagnéticas de estados de espín 1 fueron presentadas en el Capítulo 2. Para ello, primeramente, se dio una revisión del modelo de dominancia vectorial. Después, se incluyó el estudio del vértice $\gamma VV'$ desde el punto de vista de dos parametrizaciones estándares en literatura: una, muy utilizada y basada en el bosón en el vértice γWW , por medio de la parametrización más general posible del Lagrangiano correspondiente [33], y la otra, basada en una parametrización invariante de Lorentz más general posible de la función de vértice $\gamma VV'$ [20]. Además, este vértice debe satisfacer simetrías discretas, tales como paridad (P), conjugación de carga (C), inversión temporal (T), combinaciones de ellas, como CP, etc., así como hermiticidad. En ambos casos se mostró la relación existente entre los coeficientes de la parametrización (tanto del lagrangiano como de la función de vértice) con los multipolos electromagnéticos de los estados de espín 1, los cuales están definidos en el límite en el que $q^2 \rightarrow 0$, así como la relación existente entre ambas parametrizaciones.

En el Capítulo 3, se introdujo el carácter inestable de los mesones vectoriales (como los $K^{*\pm}$) en el propagador y en el vértice electromagnético γVV . En el caso del vértice, existen varios esquemas para la introducción del ancho de decaimiento y fue tomado el esquema de lazos. Se obtuvo una expresión para el propagador corregido a un lazo:

$$\begin{aligned}
D^{\delta\epsilon}(q) &= \frac{i}{q^2 - m^2 + i\text{Im}\Pi^T} \left\{ -g^{\delta\epsilon} + q^\delta q^\epsilon \frac{q^2 + i(\text{Im}\Pi^T - \text{Im}\Pi^L)}{q^2(m^2 - i\text{Im}\Pi^L)} \right\} \\
&= -\frac{iT^{\delta\epsilon}(q)}{q^2 - m^2 + i\text{Im}\Pi^T} + \frac{iL^{\delta\epsilon}(q)}{m^2 - i\text{Im}\Pi^L},
\end{aligned} \tag{6.1}$$

donde $\text{Im}\Pi^T$ y $\text{Im}\Pi^L$, son las partes transversal y longitudinal de la parte absorbtiva de la corrección a la autoenergía. Al expresar el propagador corregido a un lazo en la forma de masa compleja, se encontró que estos esquemas son equivalentes si la masa y el ancho de decaimiento son redefinidos, siendo necesario renormalizar los campos de los bosones vectoriales, de tal modo que en la corriente electromagnética la carga eléctrica no sufra modificaciones. Tales redefiniciones de la masa y del ancho de decaimiento están dadas por la siguientes expresiones:

- Función de masa

$$M^2(q^2) = \frac{m^2 - \zeta q^2(\eta - \zeta)}{1 + (\eta - \zeta)^2}. \tag{6.2}$$

- Ancho de decaimiento:

$$\bar{\Gamma}(q^2) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\eta - \zeta)^2}} \frac{m^2(\eta - \zeta) + \zeta q^2}{\sqrt{m^2 - \zeta q^2(\eta - \zeta)}}, \tag{6.3}$$

Las cantidades η y ζ son funciones de la energía de la partícula y están relacionadas con las componente transversal y longitudinal de la parte absorbtiva de la corrección a la autoenergía. La constante $m = 895.7 \pm 0.8$ MeV, en las redefiniciones de la masa y el ancho de decaimiento, es interpretada como el valor de la función de masa en el umbral de energía. En el caso de este trabajo, las partículas del lazo son los mesones pseudoescalares K^\pm y π^0 , de tal modo que el umbral de energía es $E_{th} = 0.6286$, GeV para formar las partículas en el lazo.

Al fijar m , es posible encontrar dos soluciones para la ecuación $q^2 = M^2(q^2)$: una por arriba del umbral e igual a la masa de los $K^{*\pm}$, 0.8955 GeV, y la otra por debajo del umbral e igual 0.2738 GeV, ubicada en la segunda hoja de Riemann.

Con respecto al vértice, haciendo uso de la identidad de Ward a primer orden, fue construida una expresión para la corrección al vértice, Γ_1 (a ese mismo orden), la cual satisface invariancia de Lorentz, las simetrías discretas C, P, T y combinaciones de ellas así como hermiticidad. El vértice total es construido como:

$$\Gamma_T^{\lambda\delta\epsilon} = \Gamma_0^{\lambda\delta\epsilon} + \Gamma_1^{\lambda\delta\epsilon}, \tag{6.4}$$

donde $\Gamma_0^{\lambda\delta\epsilon}$ es a contribución del vértice a nivel árbol.

La distribución de Breit-Wigner

$$\frac{1}{q^2 - M^2 - iM\Gamma}, \tag{6.5}$$

también fue estudiada; se consideraron los módulos de los siguientes casos (en vecindades de la masa de los $K^{*\pm}$, 0.8955 GeV):

1. La masa y el ancho de decaimiento toman su valor experimental.

2. La masa toma valor experimental y el ancho su forma dependiente de la energía, $\Gamma_V(q^2)$:

$$\Gamma_V(q^2) = \frac{g^2}{48\pi q^2} \left(\frac{\lambda(q^2, m_K^2, m_{\pi^0}^2)}{q^2} \right)^{3/2}; \quad (6.6)$$

antes de la redefiniciones a primer orden.

3. La masa toma su valor experimental, excepto en el tercer término del denominador de la distribución de Breit-Wigner, ec. (6.5), en donde se efectúa $M \rightarrow \sqrt{q^2}$. El ancho se toma como en el caso anterior, dependiente de la energía antes de las redefiniciones.

En el rango 0.890 – 0.900 GeV, se observó que el mayor efecto se debe a la introducción del ancho de decaimiento dependiente de la energía (caso 2) y no por $M_{\text{exp}} \rightarrow \sqrt{q^2}$.

4. La masa y el ancho son tomados como los obtenidos en este trabajo, ecuaciones y (6.2) y (6.3). Se estudiaron dos subcasos: 4.a) con y 4.b) sin simetría de $SU(3)$ del sabor.

El efecto por rompimiento de simetría $SU(3)$ en los módulos de las distribuciones de Breit-Wigner entre los casos 4.a) y 4.b), es despreciable en el rango de energías 0.890 – 0.900 GeV.

Al comparar el caso 4.b (sin simetría $SU(3)$ del sabor) con los casos 1) y 2) antes mencionados, se observa que el módulo de la distribución de Breit-Wigner se encuentra en una posición intermedia entre el 1) (situado por debajo de 4.b)) y el 2) (situada por arriba de 4.b)) en el rango de energías 0.875 – 0.915 GeV. Es decir, la introducción de $M(q^2)$ y $\bar{\Gamma}(q^2)$ produce una ligera disminución con respecto a M y Γ constantes, pero un ligero aumento con respecto a M constante y ancho dependiente de la energía, $\Gamma_V(q^2)$.

5. El caso 5), se toma el caso 4) anterior, pero la distribución de Breit-Wigner es multiplicada por el factor de renormalización,

$$1 + i(\eta - \zeta), \quad (6.7)$$

que surge al expresar el propagador en la forma de una distribución de Breit-Wigner. El efecto producido por dicho factor es una pequeña, pero perceptible disminución del módulo de la distribución de Breit-Wigner respecto al caso 4) en el rango de energías 0.894 – 0.896 GeV., por lo cual este factor contribuye de manera insignificante en este rango de energías.

6. El caso 6) es el similar al caso 4), pero tomando el límite quiral, $m_K = m_\pi = 0$. La simetría quiral introduce una pequeña disminución del módulo de la distribución de Breit-Wigner y un desplazamiento hacia la derecha respecto al caso 4), en el rango 0.890 – 0.900 GeV.
7. El caso 7) es el similar al caso 5), pero en el límite quiral. En el rango 0.890 – 0.900 GeV, no se aprecia diferencia perceptible con el caso 6).

Por otro lado, la corrección a un lazo en el propagador también tuvo implicaciones en las expresiones para los factores de forma normalizados escalar y vectorial. Dentro de la aproximación del esquema de dominancia vectorial, la normalización se hizo respecto a su valor en el límite en el que $q^2 \rightarrow 0$. Se mostró el comportamiento de sus módulos para tres subcasos distintos tanto para el caso vectorial como para el escalar, ya que éstos tienen comportamientos diferentes:

- a) Los factores de forma antes de ser expresados en la forma de masa compleja, en cuyo caso están dados por:

$$\mathfrak{F}'_0 = \frac{M_0^2}{M_0^2 - i \text{Im}\Pi^L}, \quad (6.8)$$

y

$$\mathfrak{F}'_+ = \frac{M_0^2}{m^2 - q^2 - i \operatorname{Im}\Pi^T}, \quad (6.9)$$

donde $M_0 = 895.5$ MeV, $\operatorname{Im}\Pi^L$ y $\operatorname{Im}\Pi^T$, son las componentes absorptivas de la corrección a la autoenergía (ecuaciones (3.24) y (3.22), respectivamente).

- b) Después de ser expresados en el esquema de masa compleja:

$$\mathfrak{F}_+(q^2) = \frac{M^2}{M^2 - q^2 - iM\bar{\Gamma}}, \quad (6.10)$$

$$\mathfrak{F}_0(q^2) = \frac{M^2}{M^2 - iM\bar{\Gamma}}, \quad (6.11)$$

donde se consideran dos subcasos:

- 1) Con la masa experimental y el ancho $\Gamma_V(q^2)$ dependiente de la energía.
- 2) Con la función de masa $M(q^2)$ y el ancho de decaimiento dependiente de la energía $\bar{\Gamma}(q^2)$, obtenidos en este trabajo, ecuaciones (6.2) y (6.3).

Se observó lo siguiente:

- Factores de forma vectoriales.

El factor de forma vectorial en el esquema de masa compleja, ec. (6.10), satisface $\mathfrak{F}_+(q^2 = 0) = -3$.

Los módulos de los factores de forma vectoriales tienen comportamientos similares. La diferencia más pronunciada se da entre el caso (a), respecto a los otros dos subcasos (b.1) y b.2) en el intervalo $0.891 - 0.899$ GeV, pero es poco apreciable.

- Factor de forma escalar.

Este caso presenta mayores diferencias en su comportamiento; sin embargo, la magnitud del factor de forma escalar es más pequeña que la del vectorial. En el umbral de energía, los tres coinciden; a medida que aumenta la energía, se observa un decrecimiento en los factores de forma del caso b.1 y del obtenido en este trabajo, b.2, donde éste último decrece más lentamente con la energía. El caso del módulo del factor de forma escalar en el caso (a), que incluye la componente longitudinal de la parte absorptiva de la autoenergía, exhibe un comportamiento marcadamente diferente: es casi constante en este intervalo, teniendo un mínimo en aproximadamente 0.85 GeV. Sin embargo, en la vecindad del valor de energía $\sqrt{s} = 0.8955$ GeV, los módulos de estos factores de forma tienen magnitudes similares, por lo que los efectos de la estructura no son muy significativos alrededor de este valor de energía, pero a medida que ésta aumenta los efectos también. La mayor diferencia observada en los módulos ocurre a 1.6 GeV y es del orden de 10^{-3} .

Como es posible observar, el elemento de matriz hadrónico puede ser parametrizado en términos de dos factores de forma: el vectorial y el escalar. En este trabajo se está empleando el modelo de dominancia vectorial y en esta aproximación, la producción del estado $K\pi$ es vista como producida en forma resonante vía el mesón vectorial $K^*(892)$. Sin embargo, existe una contribución escalar ($J^P = 0^+$), uno de cuyos candidatos podría ser $K_0^*(1430)$. También podría estar presente una resonancia vectorial, $K^*(1410)$ y, fuera de la capa de masa, también podría estar presente una contribución escalar de $K^*(892)$, que también contribuye al factor de forma escalar [55].

Se debe mencionar que aún se debe incluir el efecto del factor de forma escalar proveniente de $K\pi \rightarrow K\pi$ con $J = 0$ ($K_0, K_0^*(890)$).

En el Capítulo 4 se presentó el proceso $e^+e^- \rightarrow K^{*+}K^{*-}$. Este proceso es más sencillo de estudiar que el proceso completo $e^+e^- \rightarrow K^+\pi^0K^0\pi^0$, pero también incluye el vértice $\phi K^{*+}K^{*-}$, que permite estudiar la sensibilidad de la sección eficaz en los factores de forma $\beta(0)$ y $\gamma(0)$, asociados con los momentos dipolar magnético y cuadrupolar eléctrico. Se han tomado los valores $\beta = 1, 2, 3$ (cerca de $\beta = 2$), que han sido determinados a partir de diversos modelos: $\beta = 2.19$ con Hamiltoniano relativista derivado a partir de la integral de trayectoria de la función de Green del estado $q_1\bar{q}_2$ [42]; $\beta = 2.0 \pm 0.04$, utilizando regla de sumas de QCD [43]; $\beta = 2.08$, a partir de las ecuaciones de Schwinger-Dyson [44]. El valor $\gamma = 0$, se toma debido a que éste ha sido hallado, por ejemplo, a partir del modelo estándar, que predice este valor para los bosones W^\pm ([20] y [33]) y a partir de medidas indirectas de estos parámetros por DELPHI [35].

El comportamiento angular de la sección eficaz diferencial al valor de $\sqrt{s} = 3$ GeV, indica que ésta alcanza siempre un valor máximo para el ángulo $\theta = \pi/2$, en todos los valores $\beta = 1, 2, 3$ con $\gamma = 0$. Esto indica que la probabilidad de hallar un mesón K^* , es máxima cuando éstos salen formando un ángulo de 90° con respecto a la línea sobre la cual entra el electrón en el marco de referencia del centro de masa.

También se mostró la sección eficaz diferencial vs. energía de la colisión, para $\theta = \pi/2$ (ya que para este valor de θ existe mayor probabilidad de hallar a los $K^{*\pm}$) para valores de $\beta = 1, 2, 3$ y $\gamma = 0$. Se observaron a) una sensibilidad de la sección eficaz a la variación de β y b) máximos de la sección eficaz, aproximadamente en el intervalo $2 - 2.5$ GeV (para cada valor de β).

Con respecto a la sección eficaz total vs. energía de la colisión, se observó prácticamente el mismo comportamiento que en el caso de la sección eficaz diferencial, observándose sensibilidad de ésta a la variación de β ($= 1, 2, 3$). Los máximos tienen un magnitud aproximada de: 0.005 nb ($\beta = 1$), 0.025 nb ($\beta = 2$) y 0.07 nb ($\beta = 3$).

Todos los resultados para las secciones eficaces están ubicados en la escala de nanobarns como indican los resultados experimentales provenientes de BABAR [50].

Por otro lado, se consideró la constante de acoplamiento $G_{\phi K^{*+}K^{*-}} = 1.008$ tomada del proceso $e^+e^- \rightarrow K^{*+}K^{*-}$, fue el del valor máximo (cota superior) hallado en el procedimiento mostrado en Capítulo 5.

En el Capítulo 5 se estudió el proceso completo, $e^+e^- \rightarrow K^+\pi^0K^-\pi^0$, el cual incluye varios canales intermedios. Sin embargo, el interés de este trabajo está en el canal que incluye el vértice $\phi K^{*+}K^{*-}$ ya que se desea estudiar los efectos de la estructura de los mesones $K^{*\pm}$ en dicho proceso.

Se construyó la amplitud del proceso tomando en cuenta las correcciones a un lazo, tanto en el vértice como en el propagador, tal y como fueron presentadas en el Capítulo 3. A la parte hadrónica de amplitud se le impusieron las simetrías de Bose y de conjugación de carga; esto dio como resultado cuatro amplitudes por calcular. Al realizar las permutaciones de cuádrimomentos, este número se reduce finalmente a dos. Sin embargo, la invariancia de norma es violada y para restaurarla, se construyó un contratérmino, al nivel de la parte hadrónica de la amplitud, por medio de la identidad de Ward. Para el tratamiento de la cinemática, se eligieron siete variables independientes invariantes de Lorentz, las cuales son necesarias para reproducir todos los productos escalares de cuádrimomentos, presentes en la cinemática correspondiente de un proceso de producción con dos partículas en el estado inicial (e^+e^-) y cuatro en el estado final ($K^+\pi^0K^-\pi^0$). Estas variables son tomadas del trabajo de R. Kumar [51].

La sección eficaz se calculó numéricamente con VEGAS, una subrutina en Fortran que emplea un código de Monte Carlo para efectuar integración numérica multidimensional.

En la parte de los resultados, se mostró la sección eficaz vs. energía de colisión en el marco de referencia del centro de masa. Dicha sección eficaz contiene tres parámetros libres: dos coeficientes de la parametrización del vértice, β , (asociado con el momento dipolar magnético) y γ , (asociado con el momento cuadrupolar eléctrico) y, el tercero, es la constante de acoplamiento

$G_{\phi K^{*+} K^{*-}}$.

La elección $\beta = 2$ y $\gamma = 0$, está basada en los resultados obtenidos para el caso de los bosones W^\pm , predichos por el modelo estándar y determinados de manera indirecta por DELPHI [35], así como los resultados obtenidos por reglas de sumas en QCD [43] y por las ecuaciones de Schwinger-Dyson [44], para el caso de β . Habiendo fijando estos parámetros, se procedió a dar una estimación de la cota superior de constante de acoplamiento, tomando una restricción proveniente de los datos experimentales de BABAR [50], en donde se reporta la producción del par de mesones $K^{*+}(892)K^{*-}(892)$ en un estado intermedio, que representa un 30% de todos los eventos relacionados con el proceso completo $e^+e^- \rightarrow K^+\pi^0 K^-\pi^0$. El resultado obtenido fue:

$$G_{\phi K^{*+} K^{*-}} < 1.008. \quad (6.12)$$

Este valor de la cota superior de la constante de acoplamiento fue el que se usó en todos los cálculos de este trabajo.

En cuanto a los efectos de la estructura multipolar de los mesones $K^{*\pm}$, en el proceso $e^+e^- \rightarrow K^+\pi^0 K^-\pi^0$, se mostró el comportamiento de la sección eficaz, para los casos $\beta = 1, 2, 3$ y $\gamma = -1, 0, +1$. Los casos $\gamma = -1, +1$ crecen indefinidamente para todos los valores de β y, por lo tanto, violan unitariedad. Esto se ve del hecho de que el término del vértice asociado con γ , es proporcional al cuadrado del cuadrimomento del fotón, q^2 .

En los casos para los cuales $\gamma = 0$, la sección eficaz no viola unitariedad y para cada valor de β , se observa un máximo alrededor de 2.2 – 2.3 GeV, que son consistentes con los polos combinados de los mesones $K^{*\pm}$. Sin embargo, se apreciaron diferencias grandes en cuanto al tamaño de la sección eficaz total, por ejemplo, en el caso de los máximos de ésta, sus valores son de alrededor de: 0.025 nb para $\beta = 1$; 0.125 nb para $\beta = 2$ y 0.3 nb para $\beta = 3$. La proporción entre los máximos mencionados para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^+\pi^0 K^-\pi^0$ es aproximadamente igual a la de los máximos del proceso $e^+e^- \rightarrow K^{*+} K^{*-}$, en los casos correspondientes.

Con respecto a los efectos de no violación de invariancia de norma electromagnética, se mostró la sección eficaz vs. energía de la colisión para $\beta = 2, \gamma = 0$ para el caso en que amplitud \mathcal{M}_{CT} asociada con el contratérmino se anula, observándose que éste no contribuye significativamente a la sección eficaz del proceso $e^+e^- \rightarrow K^+\pi^0 K^-\pi^0$, al nivel de la parte hadrónica de la amplitud.

Por último, se observó también que el efecto de la introducción de la componente longitudinal de la parte absorptiva de la corrección a la autoenergía no contribuye de forma significativa a la sección eficaz para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^+\pi^0 K^-\pi^0$.

Antes de terminar este trabajo, se deben tener en cuenta dos puntos importantes: 1) que en este trabajo sólo se ha considerado la contribución del canal en donde aparecen $\phi K^{*+} K^{*-}$. Esto implica que se tengan parámetros libres como β, γ y $G_{\phi K^{*+} K^{*-}}$. Aún falta incluir las contribuciones provenientes de otros canales, por ejemplo:

$$e^+e^- \rightarrow \phi \rightarrow \phi(KK)\sigma(\pi\pi), \quad e^+e^- \rightarrow \phi \rightarrow KK_1 \rightarrow K\pi K^*(K\pi). \quad (6.13)$$

La inclusión de estos canales en el estudio del proceso $e^+e^- \rightarrow K^+\pi^0 K^-\pi^0$, permitirá tanto la determinación de la constante de acoplamiento $G_{\phi K^{*+} K^{*-}}$ como la determinación de los multipolos electromagnéticos de los mesones $K^{*\pm}$; 2) las consecuencias de este trabajo son válidas en el rango de energías desde el umbral en el que pueden ser producidas las cuatro partículas finales $K^+\pi^0 K^-\pi^0$, hasta alrededor de 3 GeV. Fuera de este rango de energías habrá contribuciones adicionales provenientes, por ejemplo, de las excitaciones del mesón ϕ , o del ω , que harían aún más complejo el estudio del proceso $e^+e^- \rightarrow K^+\pi^0 K^-\pi^0$, mismo que podría ser llevado a cabo en un futuro próximo.

Apéndice A

Espacio fase para procesos de producción con n partículas en el estado final

En este apéndice se exponen brevemente los elementos relevantes del trabajo de R. Kumar [51], importantes para el estudio y determinación de la sección eficaz para un proceso de producción con n partículas en el estado final.

A.1. Matriz S

Toda la información de los procesos de colisión y dispersión está contenida en la matriz S ; a través de la integración del cuadrado del elemento matriz de ésta sobre los estados finales permitidos, se obtienen los observables de la teoría [51]. El elemento de matriz S describe la amplitud de probabilidad para un proceso cuando el sistema efectúa una transición de un estado inicial a un estado final bajo la influencia de una interacción.

Si $|\psi(t)\rangle$ denota un estado dependiente del tiempo, en el cual $t \rightarrow -\infty$, que ha evolucionado desde estado inicial $|\phi_i\rangle$, entonces:

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} |\psi(t)\rangle = |\phi_i\rangle. \quad (\text{A.1})$$

La matriz S se define como la proyección de este estado sobre el estado final $|\phi_f\rangle$, el cual está definido por los números cuánticos f en el límite cuando $t \rightarrow +\infty$:

$$S_{fi} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \langle \phi_f | \phi(t) \rangle = \langle \phi_f | \hat{S} | \phi_i \rangle, \quad (\text{A.2})$$

donde \hat{S} es el operador definido por

$$\hat{S} = \hat{U}(-\infty, +\infty), \quad (\text{A.3})$$

con \hat{U} el operador evolución. Una descripción completa de este concepto puede verse en [56]. Por el momento, será de utilidad únicamente el concepto dado por la segunda igualdad de la ecuación (A.2). Para finalizar, la matriz S también puede ser escrita como $S = 1 + iT$, donde T es la parte de S asociada con las interacciones; su cuadrado es una cantidad invariante de Lorentz y, por tanto, es natural que tanto en ella como en la integración sobre estados finales aparezcan productos escalares de los cuádrimomentos de las partículas iniciales y finales.

A.2. Integral de espacio fase

Para **procesos de producción** en general, la integral de espacio fase a ser evaluada para el proceso

$$A(k_1) + A(k_2) \longrightarrow \sum_{i=1}^n a_i(p_i), \quad (\text{A.4})$$

está dada por:

$$\wp_n = \left[\prod_{i=1}^n \int d^4 p_i \delta(p_i^2 + m_i^2) \right] \delta^4 \left(q - \sum_{i=1}^n p_i \right) F(k_1, k_2; p_i), \quad (\text{A.5})$$

donde $q = k_1 + k_2$; $F(k_1, k_2; p_i)$ es el módulo al cuadrado de la amplitud del proceso. Se definen $(3n - 4)$ variables cinemáticas invariantes de Lorentz, que especifican un punto en el espacio fase en términos de todos los $\frac{1}{2}(n+1)(n+2)$ productos escalares del tipo $P_j \cdot P_k$ ($j \neq k$) formado con los cuádrimomentos k_1, k_2 y p_i ; estos cuádrimomentos aparecen en las definiciones de las variables invariantes de Lorentz de [51],

$$s \equiv s_0 = -q^2, \quad t_0 \equiv -(k_1 - p_1)^2, \quad (\text{A.6})$$

$$s_r = - \left(q - \sum_{i=1}^r p_i \right)^2, \quad u_r = -(q - p_{r+1})^2, \quad (\text{A.7})$$

$$t_r = -(k_1 - p_{r+1})^2, \quad 1 \leq r \leq n-2; \quad (\text{A.8})$$

p_r denota el cuádrimomento de la r -ésima partícula; u_0 y s_{n-1} se definen como:

$$u_0 \equiv s_1, \quad s_{n-1} \equiv m_n^2. \quad (\text{A.9})$$

La integral sobre el espacio fase se transforma en:

$$\begin{aligned} \wp_n &= \frac{\pi}{2} \left\{ \lambda(s, M_1^2, M_2^2) \right\}^{-1/2} \left\{ s \left[\lambda(s, M_1^2, M_2^2) \right]^{-1/2} \right\}^{n-2} \prod_{r=1}^{n-2} \int_{s_{r-}}^{s_{r+}} ds_r \\ &\times \prod_{r=1}^{n-2} \left[\int_{u_{r-}}^{u_{r+}} du_r \left[\lambda(s, s_r, s'_r) \lambda(s, m_{r+1}^2, u_r) \right]^{-1/2} \right] \\ &\times \int_{t_{0-}}^{t_{0+}} dt_0 \prod_{r=1}^{n-2} \left[\int_{t_{r-}}^{t_{r+}} dt_r \left[(1 - \xi_r^2) (1 - \eta_r^2) (1 - \zeta_r^2) \right]^{-1/2} \right] \\ &\times F(s_r; u_r; t_r), \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

en donde,

$$s'_r = - \left(\sum_{i=1}^r p_i \right)^2 = s_r + (r-1)s + \sum_{i=1}^r m_i^2 - \sum_{j=1}^r u_{j-1}, \quad (\text{A.11})$$

$$\begin{aligned} \xi_r &= \left[(s + M_1^2 - M_2^2) (s + s'_r - s_r) - 2s \left(rM_1^2 + \sum_{i=1}^r m_i^2 - \sum_{j=1}^r t_{j-1} \right) \right] \\ &\times \left[\lambda(s, M_1^2, M_2^2) \lambda(s, s_r, s'_r) \right]^{-1/2}, \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

$$\begin{aligned} \eta_r &= [2s(s_r + m_{r+1}^2 - s_{r+1}) - (s + m_{r+1}^2 - u_r)(s + s_r - s'_r)] \\ &\quad \times [\lambda(s, m_{r+1}^2, u_r) \lambda(s, s_r, s'_r)]^{-1/2}, \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

$$\zeta_r = (\omega_r - \xi_r \eta_r) [(1 - \xi_r^2)(1 - \eta_r^2)]^{-1/2}, \quad (\text{A.14})$$

$$\begin{aligned} \omega_r &= [(s + M_1^2 - M_2^2)(s + m_{r+1}^2 - u_r) - 2s(M_1^2 + m_{r+1}^2 - t_r)] \\ &\quad \times [\lambda(s, M_1^2, M_2^2) \lambda(s, m_{r+1}^2, u_r)]^{-1/2}, \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

$$\lambda(a, b, c) = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc - 2ca. \quad (\text{A.16})$$

Los límites de integración de las variables s_r, u_r y t_r son:

$$s_{r-} = \left(\sum_{i=r+1}^n m_i^2 \right)^2, \quad s_{r+} = (\sqrt{s_{r-1}} - m_r)^2, \quad 1 \leq r \leq n-2; \quad (\text{A.17})$$

$$\begin{aligned} u_{r\pm} &= s + m_{r+1}^2 - \frac{(s_r + m_{r+1}^2 - s_{r+1})(s + s_r - s'_r)}{2s_r} \pm \frac{[\lambda(s_r, m_{r+1}^2, s_{r+1}) \lambda(s, s_r, s'_r)]^{1/2}}{2s_r}, \\ &\quad 1 \leq r \leq n-2; \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

$$\begin{aligned} t_{r\pm} &= M_1^2 + m_{r+1}^2 - \frac{(s + M_1^2 - M_2^2)(s + m_{r+1}^2 - u_r)}{2s} + \frac{[\lambda(s, M_1^2, M_2^2) \lambda(s, m_{r+1}^2, u_r)]^{1/2}}{2s} X_{r\pm}, \\ &\quad 0 \leq r \leq n-2; \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

con

$$\begin{aligned} X_{r\pm} &= \xi_r \eta_r \pm [(1 - \xi_r^2)(1 - \eta_r^2)]^{1/2}, \quad r > 0 \\ &= \pm 1, \quad r = 0. \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

A.3. Caso $n = 4$.

Para el caso que corresponde a este trabajo, se observan cuatro partículas en el estado final ($n = 4$); las expresiones anteriores para las variables invariantes de Lorentz dadas en [51], con las masas de las partículas iniciales $M_1 = M_2 = 0$, se reducen a:

$$\begin{aligned} s_1 &= -(q - p_1)^2, \quad s_2 = -(q - p_1 - p_2)^2, \quad u_1 = -(q - p_2)^2, \quad u_2 = -(q - p_3)^2, \\ t_0 &= -(k_1 - p_1)^2, \quad t_1 = -(k_1 - p_2)^2, \quad t_2 = -(k_1 - p_3)^2. \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

Entonces,

$$\begin{aligned}
 \wp_4 = & \frac{\pi}{2s} \int_{s_{1-}}^{s_{1+}} ds_1 \int_{s_{2-}}^{s_{2+}} ds_2 \int_{u_{1-}}^{u_{1+}} du_1 [\lambda(s, s_1, s'_1) \lambda(s, m_{\pi^0}^2, u_1)]^{-1/2} \\
 & \times \int_{u_{2-}}^{u_{2+}} du_2 [\lambda(s, s_2, s'_2) \lambda(s, m_{K^+}^2, u_2)]^{-1/2} \int_{t_{0-}}^{t_{0+}} dt_0 \\
 & \int_{t_{1-}}^{t_{1+}} dt_1 (1 - \xi_1^2) (1 - \eta_1^2) (1 - \zeta_1^2) \\
 & \int_{t_{2-}}^{t_{2+}} dt_2 (1 - \xi_2^2) (1 - \eta_2^2) (1 - \zeta_2^2) |\mathcal{M}_T|^2, \tag{A.22}
 \end{aligned}$$

en donde

$$s'_1 = -m_{K^+}^2, \tag{A.23}$$

$$s'_2 = s_2 + s + m_{K^+}^2 + m_{\pi^0}^2 - u_0 - u_1,$$

$$\xi_1 = [s(s + s'_1 - s_1) - 2s(m_{K^+}^2 - t_0)] [\lambda(s, 0, 0) \lambda(s, s_1, s'_1)]^{-1/2}, \tag{A.24}$$

$$\xi_2 = [s(s + s'_2 - s_2) - 2s(m_{K^+}^2 + m_{\pi^0}^2 - t_0 - t_1)] [\lambda(s, 0, 0) \lambda(s, s_2, s'_2)]^{-1/2},$$

$$\eta_1 = [2s(s_1 + m_{\pi^0}^2 - s_2) - (s + m_{\pi^0}^2 - u_1)(s + s_1 - s'_1)] [\lambda(s, m_{\pi^0}^2, u_1) \lambda(s, s_1, s'_1)]^{-1/2}, \tag{A.25}$$

$$\eta_2 = [2s(s_2 + m_{K^+}^2 - s_3) - (s + m_{K^+}^2 - u_2)(s + s_2 - s'_2)] [\lambda(s, m_{K^+}^2, u_2) \lambda(s, s_2, s'_2)]^{-1/2},$$

$$\zeta_1 = (\omega_1 - \xi_1 \eta_1) [(1 - \xi_1^2) (1 - \eta_1^2)]^{-1/2}; \quad \zeta_2 = (\omega_2 - \xi_2 \eta_2) [(1 - \xi_2^2) (1 - \eta_2^2)]^{-1/2}, \tag{A.26}$$

$$\omega_1 = [s(s + m_{\pi^0}^2 - u_1) - 2s(m_{\pi^0}^2 - t_1)] [\lambda(s, 0, 0) \lambda(s, m_{\pi^0}^2, u_1)]^{-1/2}, \tag{A.27}$$

$$\omega_2 = [s(s + m_{K^+}^2 - u_2) - 2s(m_{K^+}^2 - t_2)] [\lambda(s, 0, 0) \lambda(s, m_{K^+}^2, u_2)]^{-1/2}.$$

Los límites de integración están de las variables anteriores se encuentra que están dados por:

$$\begin{aligned}
 s_{1-} &= (2m_{\pi^0} + m_{K^+}) \\
 s_{1+} &= (\sqrt{s} - m_{K^+})^2, \tag{A.28}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 s_{2-} &= (m_{\pi^0} + m_{K^+})^2, \\
 s_{2+} &= (\sqrt{s_1} - m_{\pi^0})^2, \tag{A.29}
 \end{aligned}$$

$$u_{1\pm} = s + m_{\pi^0}^2 - \frac{(s_1 + m_{\pi^0}^2 - s_2)(s + s_1 - s'_1)}{2s_1} \pm \frac{[\lambda(s_1, m_{\pi^0}^2, s_2) \lambda(s, s_1, s'_1)]^{1/2}}{2s_1}, \quad (\text{A.30})$$

$$u_{2\pm} = s + m_{K^+}^2 - \frac{(s_2 + m_{K^+}^2 - s_3)(s + s_2 - s'_2)}{2s_2} \pm \frac{[\lambda(s_2, m_{K^+}^2, s_3) \lambda(s, s_2, s'_2)]^{1/2}}{2s_2}, \quad (\text{A.31})$$

$$t_{0\pm} = m_{K^+}^2 - \frac{s + m_{K^+}^2 - u_0}{2} \pm \frac{[\lambda(s, 0, 0) \lambda(s, m_{K^+}^2, u_0)]^{1/2}}{2s}, \quad (\text{A.32})$$

$$t_{1\pm} = m_{\pi^0}^2 - \frac{s + m_{\pi^0}^2 - u_1}{2} + \frac{[\lambda(s, 0, 0) \lambda(s, m_{\pi^0}^2, u_1)]^{1/2}}{2s} \left\{ \xi_1 \eta_1 \pm [(1 - \xi_1^2)(1 - \eta_1^2)]^{1/2} \right\}, \quad (\text{A.33})$$

$$t_{2\pm} = m_{K^+}^2 - \frac{s + m_{K^+}^2 - u_2}{2} + \frac{[\lambda(s, 0, 0) \lambda(s, m_{K^+}^2, u_2)]^{1/2}}{2s} \left\{ \xi_2 \eta_2 \pm [(1 - \xi_2^2)(1 - \eta_2^2)]^{1/2} \right\}. \quad (\text{A.34})$$

A.4. Comparación entre expresiones para la sección eficaz

Sección eficaz (PDG)

Esta sección está dedicada a la sección eficaz total del proceso

$$e^-(k_1)e^+(k_2) \rightarrow K^+(p_1)\pi^0(p_2)K^-(p_3)\pi^0(p_4),$$

el cual es un proceso de aniquilación electrón-positrón con cuatro partículas en el estado final. La expresión para la sección eficaz diferencial que es utilizada en este trabajo es tomada del PDG 2014 y está dada por:

$$d\sigma = \frac{(2\pi)^4 |\mathcal{M}_T|^2}{4\sqrt{(k_1 \cdot k_2)^2 - M_1^2 M_2^2}} d\Phi_n(k; p_1, p_2, \dots, p_n), \quad (\text{A.35})$$

en donde

$$d\Phi_n(k; p_1, p_2, \dots, p_n) = \delta^4\left(k - \sum_{i=1}^n p_i\right) \prod_{i=1}^n \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3 2E_i}, \quad (\text{A.36})$$

con $k = k_1 + k_2$, el cuadrimomento total, M_1 y M_2 son las masas de las partículas incidentes.

Existe una pequeña diferencia entre la expresión para la sección eficaz dada en [51], y la sección eficaz diferencial dada en el PDG 2014 (ec. A.36). Al comparar con la expresión de [51], se observa que, para obtener resultados compatibles, esta última debe ser multiplicada por el factor

$$\frac{1}{(2\pi)^{3n} 4\sqrt{(k_1 \cdot k_2)^2 - M_1^2 M_2^2}}, \quad (\text{A.37})$$

donde n es el número de partículas en el estado final. En el caso $n = 4$, despreciando las masas del electrón y del positrón, ($M_1, M_2 \rightarrow 0$),

$$\frac{1}{4(2\pi)^{12} \sqrt{(k_1 \cdot k_2)^2}}, \quad (\text{A.38})$$

de tal modo que para poder comparar ambas expresiones, la expresión dada por [51] debe multiplicarse por el factor (A.38), para obtener

$$\begin{aligned} \sigma = & \int_{s_{1-}}^{s_{1+}} ds_1 \int_{s_{2-}}^{s_{2+}} ds_2 \int_{u_{1-}}^{u_{1+}} du_1 \int_{u_{2-}}^{u_{2+}} du_2 \\ & \int_{t_{0-}}^{t_{0+}} dt_0 \int_{t_{1-}}^{t_{1+}} dt_1 \int_{t_{2-}}^{t_{2+}} dt_2 \frac{1}{4(2\pi)^8 \sqrt{(k_1 \cdot k_2)^2}} FEF |\mathcal{M}_T|^2. \end{aligned} \quad (\text{A.39})$$

en donde $s_1, s_2, u_1, u_2, t_0, t_1$ y t_2 son las variables invariantes de Lorentz del proceso; FEF es el factor de espacio fase, definido como:

$$\begin{aligned} FEF = & \frac{\pi}{2s} [\lambda(s, s_1, s'_1) \lambda(s, m_{\pi^0}^2, u_1)]^{-1/2} [\lambda(s, s_2, s'_2) \lambda(s, m_{K^+}^2, u_2)]^{-1/2} \\ & (1 - \xi_1^2) (1 - \eta_1^2) (1 - \zeta_1^2) (1 - \xi_2^2) (1 - \eta_2^2) (1 - \zeta_2^2). \end{aligned} \quad (\text{A.40})$$

Apéndice B

Identidad de Ward

B.1. Identidad de Ward en QED

La identidad de Ward proporciona una relación entre la función de vértice en QED y los propagadores de los fermiones involucrados en el proceso (ver Fig. B.1). Para aclarar este punto, suponga que

$$\mathcal{M}(q) = \epsilon_\mu(q) \mathcal{M}^\mu(q) \quad (\text{B.1})$$

es la amplitud para algún proceso en QED que involucre un fotón real con momento q . Al reemplazar ϵ_μ con q_μ , se obtiene la siguiente expresión:

$$q_\mu \mathcal{M}^\mu(q) = 0. \quad (\text{B.2})$$

Esta identidad por lo general no es cierta para diagramas de Feynman individuales ya que deben sumarse contribuciones a $\mathcal{M}(q)$ debidas a otros diagramas; además, esta identidad se cumple orden por orden en α ($\approx 1/137$) [49].

El ejemplo más simple de aplicación de la identidad de Ward lo constituye el caso ilustrado en la Fig. B.1, que relaciona la función de vértice ya mencionada, con un electrón entrante, uno saliente y un fotón externo. El propagador del electrón entrante se denota por:

$$S(p) = \frac{i}{\not{p} - m - \Sigma(p)}, \quad (\text{B.3})$$

y el propagador del electrón saliente:

$$S(p+k) = \frac{i}{\not{p} + \not{k} - m - \Sigma(p+k)}, \quad (\text{B.4})$$

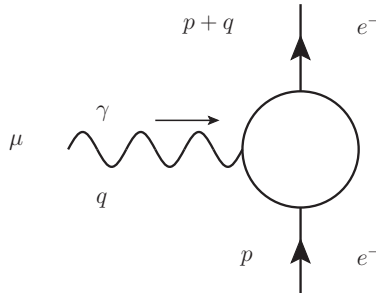


Figura B.1: Caso más simple de aplicación de la identidad de Ward.

donde $\Sigma(p)$ denota la autoenergía del electrón. Entonces, en este caso, la identidad de Ward toma la siguiente forma:

$$S(p+q) [-ieq_\mu \Gamma^\mu(p+q, p)] S(p) = e(S(p) - S(p+q)),$$

la cual puede ser reescrita del siguiente modo:

$$-iq_\mu \Gamma^\mu(p+q, p) = [S(p+q)]^{-1} - [S(p)]^{-1}, \quad (\text{B.5})$$

la cual se satisface orden por orden perturbativo. Para entender gráficamente la identidad de Ward, refiérase a la Fig. B.2.

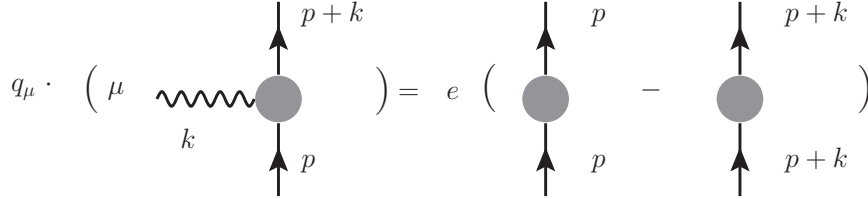


Figura B.2: Interpretación gráfica de la identidad de Ward.

La identidad de Ward, ec. (B.5), proporciona una expresión para la invariancia de norma electromagnética, que trae como consecuencia la conservación de la corriente eléctrica:

$$\partial^\mu J_\mu = 0 \quad \Rightarrow \quad q^\mu J_\mu = 0, \quad (\text{B.6})$$

en donde $J_\mu = \bar{u}(p+q) \gamma^\mu u(p)$; $u(p)$ denota el espinor del electrón entrante y $\bar{u}(p+q)$, el espinor del electrón saliente.

Invariancia de norma de la parte leptónica de la amplitud

En este apartado se demuestra que la corriente electromagnética $l^\mu = \bar{v}(k_2) \gamma^\mu u(k_1)$ es conservada [39]. Para verificar que efectivamente se cumple esta condición, considere la ec. (B.6), procediendo del siguiente modo:

$$\begin{aligned} q_\mu l^\mu &= q_\mu [\bar{v}(k_2) \gamma^\mu u(k_1)] = \bar{v}(k_2) q_\mu \gamma^\mu u(k_1) \\ &= \bar{v}(k_2) \gamma^\mu q_\mu u(k_1) = \bar{v}(k_2) \gamma^\mu (k_1 + k_2)_\mu u(k_1) \\ &= \bar{v}(k_2) \gamma^\mu k_{1\mu} u(k_1) + \bar{v}(k_2) \gamma^\mu k_{2\mu} u(k_1). \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

Utilizando la ecuación de Dirac,

$$(\gamma^\mu k_{1\mu} - m) u(k_1) = 0 \Rightarrow \gamma^\mu k_{1\mu} u(k_1) = m u(k_1) \quad (\text{B.8})$$

y,

$$(\gamma^\mu k_{2\mu} + m) v(k_2) = 0 \Rightarrow \gamma^\mu k_{2\mu} v(k_2) = -m v(k_2). \quad (\text{B.9})$$

La ecuación de Dirac para \bar{v} , está dada por:

$$\bar{v}(k_2) (\gamma^\mu k_{2\mu} + m) = 0 \Rightarrow \bar{v}(k_2) \gamma^\mu k_{2\mu} = -m \bar{v}(k_2). \quad (\text{B.10})$$

Así,

$$q_\mu l^\mu = \bar{v}(k_2) \gamma^\mu k_{1\mu} u(k_1) + \bar{v}(k_2) \gamma^\mu k_{2\mu} u(k_1) \quad (\text{B.11})$$

$$= \bar{v}(k_2) m u(k_1) - \bar{v}(k_2) m u(k_1) = 0. \quad (\text{B.12})$$

B.2. Identidad de Ward para los vértices $\gamma W^+ W^-$ y γVV

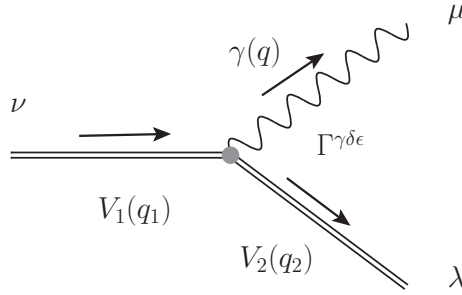


Figura B.3: Proceso $V_1(q_1, \nu) \rightarrow \gamma(q, \mu)V_2(q_2, \lambda)$

En el caso del vértice $\gamma W^+ W^-$ que aparece en el proceso $W^-(q_1, \nu) \rightarrow \gamma(q, \mu) + W^-(q_2, \lambda)$, la invariancia de norma electromagnética está dada por:

$$q_\mu \Gamma^{\mu\nu\lambda} = \left[iD^{\nu\lambda}(q_1) \right]^{-1} - \left[iD^{\nu\lambda}(q_2) \right]^{-1}, \quad (\text{B.13})$$

en donde $\Gamma^{\mu\nu\lambda}$ es la función de vértice para el acoplamiento $\gamma W^+ W^-$ y $D^{\mu\lambda}(q_1)$ y $D^{\mu\lambda}(q_2)$ son los propagadores de W^+ y W^- , respectivamente. La relación (B.13) es satisfecha también en el caso de amplitudes que involucran resonancias radiales en estados intermedios, como en el caso del proceso $V_1(q_1, \nu) \rightarrow \gamma(q, \mu)V_2(q_2, \lambda)$, mostrado en la Fig. B.3.

Apéndice C

Reglas de Feynman

C.1. Diagramas de Feynman

El teorema de Wick permite expresar cualquier expresión de la forma

$$\langle 0 | T \{ \phi_I(x_1) \phi_I(x_2) \dots \phi_I(x_n) \} | 0 \rangle \quad (\text{C.1})$$

en una suma de productos de propagadores de Feynman entre puntos espacios-temporales distintos, por lo que cada uno da una imagen física clara que admite una representación gráfica. Estos diagramas son llamados diagramas de Feynman en el espacio de posiciones.

A primer orden en teoría de perturbaciones se pueden obtener interacciones locales que involucran productos de campos en el mismo punto espacio-temporal x , que también admiten una representación gráfica sencilla en forma de diagramas de Feynman, pero ahora en el espacio de momentos. El cálculo perturbativo es muy complejo pero puede simplificarse y sistematizarse con ayuda de las llamadas reglas de Feynman.

C.2. Reglas de Feynman

Las reglas de Feynman son expresiones analíticas asociadas con cada una de las piezas de los diagramas de Feynman. Estas reglas permiten llevar a cabo una representación sistemática de los términos en la expansión perturbativa de la amplitud de transición \mathcal{M}_{ij} entre en un estado inicial i y uno final f [57]. De esta manera, para calcular la amplitud de un proceso, se deben tener en cuenta las siguientes reglas generales:

1. Dibujar los diagramas de Feynman conectados y topológicamente distintos en el orden de la teoría de perturbaciones, con sus respectivas “patas” internas y externas.
2. Asociar los cuádrimomentos a líneas externas e internas, teniendo en cuenta la conservación de cuádrimomentos.
3. Asociar los cuádrimomentos a los lazos.
4. Asignar un propagador D_F a cada línea interna.
5. A cada vértice se asigna un cantidad compuesta por los siguientes factores:
 - Constante de acoplamiento que aparezca en la densidad Lagrangiana correspondiente.
 - Por cada derivada de un campo ϕ , $\partial_\mu \phi$, asociar $-ip_\mu$ donde p es el correspondiente cuádrimomento entrante.

- Un factor de proveniente de la degeneración de partículas idénticas en cada vértice. Por ejemplo, 2 para ZZH , 4 para $ZZHH$, etc.

6. Por cada momento interno q no fijo por la conservación de cuadrimento en cada vértice (cuadrimentos en lazos), se introduce un factor

$$\int \frac{d^4q}{(2\pi)^4}, \quad (\text{C.2})$$

e integrar si es necesario, después de regularizar.

7. Multiplicar la contribución de cada diagrama por:

- Un factor -1 entre diagramas que difieren entre sí por un intercambio de fermiones.
- Un factor de simetría $1/S$ donde S es el número de permutaciones de líneas internas y vértices que deja invariante el diagrama si las líneas externas permanecen fijadas.
- Un factor -1 por cada lazo fermiónico.

8. Para cada partícula asociada con una línea externa, en capa de masa, ($p_i^2 = m_i^2$), se debe poner:

- Un espinor $u(p)$ para cada fermión o $v(p)$ para cada antifermión entrantes con momento p , respectivamente.
- Un espinor $\bar{u}(p)$ para fermiones salientes o $\bar{v}(p)$ para antifermión salientes con momentos p .
- Vectores de polarización $\epsilon_\mu(p, \lambda)$ o $\epsilon_\mu^*(p, \lambda)$ para bosones vectoriales entrantes o salientes, respectivamente, con momentos p .
- Una constante cualquiera, que conviene ser 1, para las partículas escalares y pseudo-escalares.

9. La amplitud invariante \mathcal{M} se obtiene como el producto de las cantidades anteriores, las cuales son llamadas *Reglas de Feynman*, en una forma sistemática, comenzando siempre por la punta de flecha de una línea de flujo fermiónico de derecha a izquierda en sentido contrario a las manecillas del reloj.

Estados virtuales

La fórmula de reducción de LSZ exige que todas las partículas entrantes y salientes estén sobre su capa de masa (*on-shell*), es decir, que

$$p^2 = m^2. \quad (\text{C.3})$$

La conservación de cuadrimento en los vértices, significa que la partícula intermedia que se propaga entre dos vértices estará fuera de capa de masa (*off-shell*)

$$p_{\text{interno}}^2 \neq m^2, \quad (\text{C.4})$$

por lo que son llamadas partículas virtuales.

Externas

Fermiones

$$u^{(s)}(p) \quad \longrightarrow \bullet$$

$$\bar{u}^{(s)}(p) \quad \bullet \longrightarrow$$

Antifermiones

$$\bar{v}^{(s)}(p) \quad \bullet \longleftarrow$$

$$v^{(s)}(p) \quad \bullet \longleftarrow$$

Internas

Fermiones

$$\frac{i(\not{q}+m)}{q^2-m^2} \quad \bullet \longrightarrow \bullet$$

Antifermiones

$$\frac{i(\not{q}-m)}{q^2-m^2} \quad \bullet \longrightarrow \bullet$$

Figura C.1: Reglas de Feynman para fermiones. Se muestran las líneas externas y las internas (propagadores.) A la izquierda se indica la regla de Feynman y a la derecha la representación gráfica [58].

Vectoriales ($s = 1$)

a) Líneas externas

$$\eta^\mu(p) \quad \begin{array}{c} \text{---} \rightarrow \text{---} \\ \text{---} \end{array}$$

$$\eta^{\mu*}(p) \quad \begin{array}{c} \text{---} \rightarrow \text{---} \\ \bullet \text{---} \end{array}$$

b) Líneas internas

$$\delta \quad \bullet \text{---} \bullet \quad \epsilon$$

Mesón K^*

$$D^{\delta\epsilon}(q) = \frac{i}{q^2 - m^2 + i\text{Im}\Pi^T} \left\{ -g^{\delta\epsilon} + q^\delta q^\epsilon \frac{1 + i(\text{Im}\Pi^T - \text{Im}\Pi^L)}{q^2(m^2 - i\text{Im}\Pi^L)} \right\}$$

Mesón ϕ

$$D_{\delta\epsilon}(\phi, q) = i \left(\frac{-g^{\delta\epsilon} + \frac{q^\delta q^\epsilon}{M_\phi^2 - iM_\phi\Gamma_\phi}}{q^2 - M_\phi^2 + iM_\phi\Gamma_\phi} \right)$$

Fotón

$$\frac{-ig^{\mu\nu}}{q^2}$$

Figura C.2: Reglas de Feynman y su representación gráfica para partículas con espín $s = 1$ (partículas vectoriales). En ambos casos, se muestran tanto las líneas externas como las internas (propagadores) [58].

Partículas con espín $s = \frac{1}{2}$. En la figura C.1, se muestran las reglas de Feynman para fermiones (en este caso leptones), así como para sus antipartículas.

Partículas con espín $s = 1$ y $s = 0$. En la Fig. C.2, se muestran las reglas de Feynman y la representación gráfica del tipo de partícula correspondiente. En la categoría de partículas vectoriales es posible hallar a los mesones ϕ, K^*, ω ; vale la pena destacar que las mismas reglas usadas para las vectoriales son empleadas para las partículas axiales (pseudovectoriales) tales como $K(1270)$ y $K(1400)$. En el caso de las de espín 0, se encuentran las escalares tales como σ y $f(980)$. En la Fig. C.3, se muestran las reglas de Feynman de las partículas escalares y pseudoescalares, en donde se encuentran los piones y los kaones.

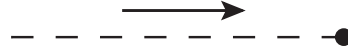
Vértices

Se muestran las reglas de Feynman asociadas con los vértices que aparecen en cada uno de los canales del proceso $e^-e^+ \rightarrow K^+\pi^0K^-\pi^0$ (ver Figs. C.4 y C.5).

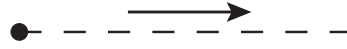
Escalares y pseudoescalares ($s = 0$)

Líneas externas

1



1



Líneas internas

$$\frac{i}{q^2 - m^2 + im\Gamma}$$

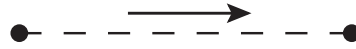


Figura C.3: Reglas de Feynman y su representación gráfica para partículas con espín $s = 0$ (escalares y pseudoescalares). En ambos casos, se muestran tanto las líneas externas como las internas (propagadores) [58].

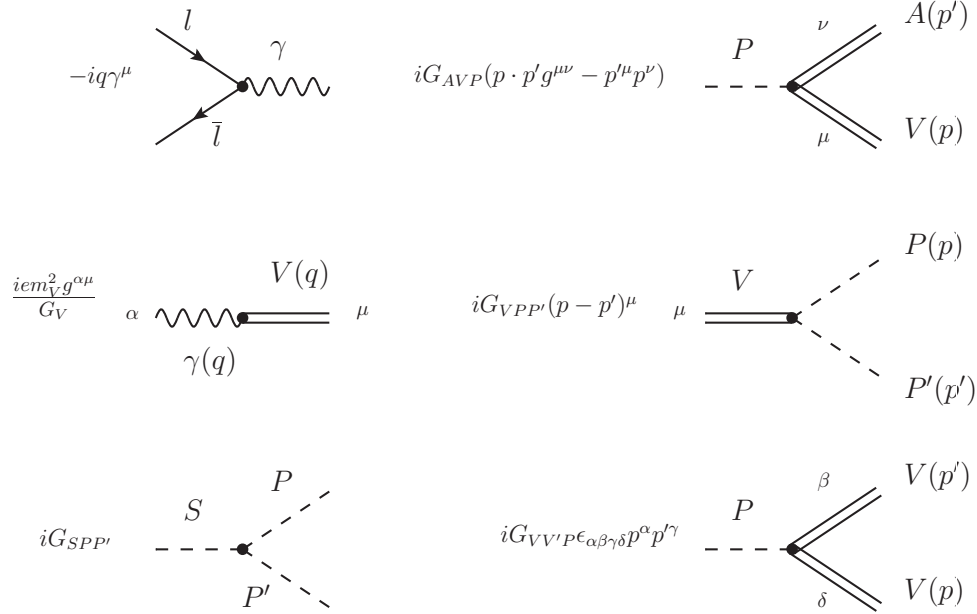
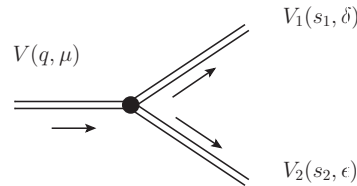


Figura C.4: Vértices genéricos que aparecen en los canales del proceso $e^- e^+ \rightarrow K^+ \pi^0 K^- \pi^0$ [40] y [58].



$$iG_{V_1 V_2 V} \Gamma^{\mu\delta\epsilon} = iG_{V_1 V_2 V} (g^{\delta\epsilon} (s_2^\mu - s_1^\mu) + \beta (q^\epsilon g^{\mu\delta} - q^\delta g^{\mu\epsilon}) + s_1^\delta g^{\mu\epsilon} - s_2^\epsilon g^{\mu\delta})$$

Figura C.5: Vértice VV_1V_2 que aparece en el Canal I específicamente como $\phi^* \rightarrow K^{*+} K^{*-}$, [20].

Apéndice D

Constantes de acoplamiento

En esta apéndice se estudian los acoplamientos entre cada una de las partículas involucradas en el proceso, así como las constantes asociadas con dichos acoplamientos para cada uno de los canales del proceso $e^-e^+ \rightarrow K^{*+}\pi^0 K^{*-}\pi^0$.

D.1. Decaimientos

El carácter inestable de las partículas se observa por medio del decaimiento de éstas en otras más ligeras; este hecho se estudia en términos de la vida media de las partículas así como en términos del ancho de decaimiento. La razón de decaimiento de una partícula en reposo de masa M en n cuerpos, está dada en términos del elemento matriz invariante de Lorentz (PDG 2014):

$$d\Gamma = \frac{(2\pi)^4}{2M} |\mathcal{M}|^2 d\Phi_n(P; p_1, p_2, \dots, p_n), \quad (\text{D.1})$$

donde $d\Phi_n$ es un elemento del espacio fase de n-cuerpos, el cual está dada por:

$$d\Phi_n(P; p_1, p_2, \dots, p_n) = \delta^4\left(P - \sum_{i=1}^n p_i\right) \prod_{i=1}^n \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3 2E_i}. \quad (\text{D.2})$$

D.1.1. Decaimiento a dos cuerpos

En el caso de decaimientos a dos cuerpos, $A(M, \mathbf{P}) \rightarrow B(m_1, \mathbf{p}_1) + C(m_2, \mathbf{p}_2)$, mostrado en la Fig. D.1 en el marco de referencia en el que M está en reposo, la expresión para la razón de decaimiento toma la forma:

$$d\Gamma = \frac{1}{32\pi^2} |\mathcal{M}|^2 \frac{\|\mathbf{p}_1\|}{M^2} d\Omega, \quad (\text{D.3})$$

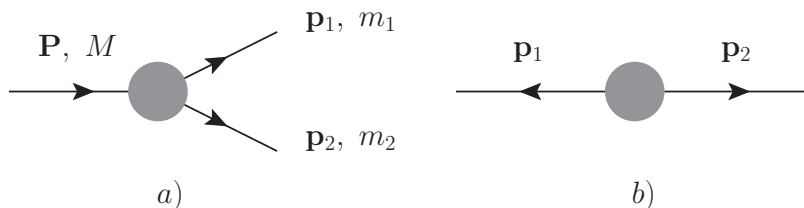


Figura D.1: Decaimiento a dos cuerpos en el marco de referencia con M en: a) movimiento y b) reposo.

donde \mathcal{M} es la amplitud de la transición; $d\Omega = d\phi_1 d(\cos\theta_1)$ es elemento de ángulo sólido de una de las partículas finales, digamos la partícula B ; \mathbf{p}_1 es el momento de una de las partículas que resultan del decaimiento. De esta manera,

$$\mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_2, \quad (\text{D.4})$$

$$\|\mathbf{p}_1\| = \frac{\left[\left(M^2 - (m_1 + m_2)^2 \right) \left(M^2 - (m_1 - m_2)^2 \right) \right]^{1/2}}{2M}, \quad (\text{D.5})$$

$$E_1 = \frac{M^2 - m_2^2 + m_1^2}{2M}, \quad (\text{D.6})$$

$$E_2 = \frac{M^2 - m_1^2 + m_2^2}{2M}. \quad (\text{D.7})$$

D.2. Acoplamientos

En esta sección se determinan las expresiones generales para las constantes de acoplamiento y, en algunos casos, la determinación de sus valores numéricos, mediante el empleo de las reglas de Feynman y de los datos experimentales obtenidos del PDG 2014.

D.2.1. Constantes de acoplamientos

Acoplamiento SPP

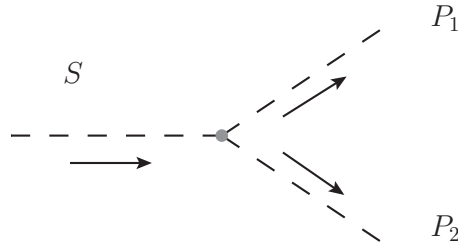


Figura D.2: Decaimiento de un mesón escalar S en dos mesones pseudoescalares P_1 y P_2 .

En este acoplamiento están involucradas una partícula escalar (S) y dos partículas pseudoescalares (P), por medio del decaimiento $S \rightarrow P_1 P_2$. En la figura D.2 se muestra el decaimiento. La constante G_{SPP} , es escogida real y positiva, y es la constante asociada con el vértice. La amplitud del proceso está dada por:

$$\mathcal{M} = iG_{SPP}. \quad (\text{D.8})$$

Al usar la ec. (D.3) e integrarla, se obtiene la razón total de decaimiento,

$$\Gamma(S \rightarrow PP) = \times \frac{1}{8\pi} \frac{G_{SPP}^2 \sqrt{\left(\left(M^2 - (m_1 + m_2)^2 \right) \left(M^2 - (m_1 - m_2)^2 \right) \right)}}{M^3}. \quad (\text{D.9})$$

Para el caso del decaimiento $f_0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$, $M = m_f = 990 \pm 20$ MeV; $m_1 = m_2 = m_{\pi^0} = 134.9766 \pm 0.0006$ MeV; $\Gamma_{f_0} = \Gamma(f_0 \rightarrow \pi\pi) = (40 - 100)$ MeV. Ha de tenerse en cuenta que el

ancho de decaimiento del PDG (2014) para $f_0 \rightarrow \pi\pi$ incluye todas las posibilidades y en el caso de este trabajo únicamente es de interés el proceso $f_0 \rightarrow \pi^0\pi^0$; para salvar esta dificultad, se emplean las siguientes expresiones:

$$\Gamma(f_0 \rightarrow \pi\pi) = \Gamma(f_0 \rightarrow \pi^0\pi^0) + \Gamma(f_0 \rightarrow \pi^+\pi^-). \quad (\text{D.10})$$

Para determinar $\Gamma(f_0 \rightarrow \pi^0\pi^0)$, se procede a calcular el elemento matriz $\langle f_0 | \pi^0\pi^0 \rangle$, escribiendo los estados $|f_0\rangle$ y $|\pi^0\pi^0\rangle$ en la base de isoespín $|I, I_3\rangle$. Como f_0 es una partícula escalar y π^0 es pseudoescalar, se tiene:

$$|f_0\rangle = |0, 0\rangle, \quad |\pi^0\rangle = |1, 0\rangle, \quad (\text{D.11})$$

por lo que,

$$|\pi^0\pi^0\rangle = \sum_{I, I_3} \langle I, I_3 | 1, 0; 1, 0 \rangle |I, I_3\rangle, \quad \text{con } I = 0, 1, 2; I_3 = 0. \quad (\text{D.12})$$

De este modo, usando la tabla de coeficientes de Clebsch-Gordan, se tiene

$$\langle f_0 | \pi^0\pi^0 \rangle = \langle 0, 0 | 1, 0; 1, 0 \rangle = -\frac{1}{\sqrt{3}}. \quad (\text{D.13})$$

De igual manera,

$$|\pi^+\pi^-\rangle = \sum_{I, I_3} \langle I, I_3 | 1, 1; 1, -1 \rangle |I, I_3\rangle, \quad \text{con } I = 0, 1, 2; I_3 = 0; \quad (\text{D.14})$$

$$\langle f_0 | \pi^+\pi^- \rangle = \langle 0, 0 | 1, 1; 1, -1 \rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}. \quad (\text{D.15})$$

Como $\Gamma \propto |\langle i | f \rangle|^2$, se obtiene:

$$\Gamma(f_0 \rightarrow \pi^0\pi^0) = \frac{1}{2} \Gamma(f_0 \rightarrow \pi\pi). \quad (\text{D.16})$$

De la ec. (D.9), al resolver para $G_{f\pi^0\pi^0}$, se obtiene la expresión para la constante de acoplamiento^A:

$$G_{f\pi^0\pi^0} = \sqrt{16\pi \frac{M^2 \Gamma(f \rightarrow \pi\pi)}{\sqrt{M^2 - 4m_1}}}, \quad (\text{D.17})$$

lo que da como resultado para $G_{f\pi^0\pi^0}$:

$$G_{f_0\pi^0\pi^0} = (1860.14 \pm 435.18) \text{ MeV}. \quad (\text{D.18})$$

^ASe debe multiplicar a la ec. D.9 por el factor $\frac{1}{2}$, proveniente del hecho de que se tienen dos partículas idénticas en el estado final.

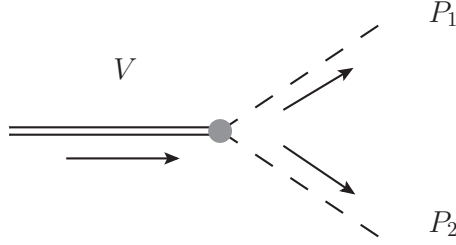
Acoplamiento VPP 

Figura D.3: Decaimiento $V \rightarrow P_1 P_2$ para determinar la constante de acoplamiento $G_{VP_1 P_2}$

Este decaimiento incluye a una partícula vectorial, V , y dos pseudoescalares, P_1 y P_2 . El proceso $V(M, \mathbf{P}) \rightarrow P_1(m_1, p_1) + P_2(m_2, p_2)$ se muestra en la Fig. D.3, y su amplitud está dada por:

$$\mathcal{M} = iG_{VP_1 P_2} \epsilon^\mu (p_2 - p_1)_\mu, \quad (\text{D.19})$$

donde $G_{VP_1 P_2}$ es la constante de acoplamiento cuando el mesón vectorial V decae en las partículas pseudoescalares P_1 y P_2 ; ϵ es el vector de polarización de la partícula V ; p_1 y p_2 denotan los cuadrimentos de las partículas P_1 y P_2 .

Para calcular probabilidad de decaimiento no polarizada, se promedia el módulo al cuadrado de la amplitud sobre los estados de espín de la partícula inicial y se suma sobre las polarizaciones de las partículas en el estado final,

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{1}{2s_V + 1} \sum_a |\mathcal{M}|^2, \quad (\text{D.20})$$

donde se usó el hecho de que

$$\sum_a \epsilon^\mu \epsilon^{*\nu} = -g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{M^2}, \quad (\text{D.21})$$

con a denotando la suma sobre los estados de polarización del mesón vectorial, y q el cuadrimento de la partícula V . En el marco de referencia del centro de masa,

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{1}{3} G_{VP_1 P_2}^2 \frac{\lambda(M^2, m_1^2, m_2^2)}{M^2}, \quad (\text{D.22})$$

en donde se ha usado la función $\lambda(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz - 2zx$. Haciendo uso de la expresión para el ancho de decaimiento, ec. (D.3), e integrando sobre el espacio fase,

$$\Gamma(V \rightarrow P_1 P_2) = \frac{G_{VP_1 P_2}^2 \lambda^{3/2}(M^2, m_1^2, m_2^2)}{48\pi M^5}. \quad (\text{D.23})$$

De esta expresión, es posible resolver para $G_{VP_1 P_2}$,

$$|G_{VP_1 P_2}| = \sqrt{\frac{48\pi M^5 \Gamma(V \rightarrow P_1 P_2)}{\lambda^{3/2}(M^2, m_1^2, m_2^2)}}. \quad (\text{D.24})$$

En el caso que corresponde a este trabajo, el decaimiento de interés es $K^* \rightarrow K\pi$, más exactamente:

$$\begin{aligned} K^{*+} &\rightarrow K^+\pi^0, \\ K^{*-} &\rightarrow K^-\pi^0. \end{aligned}$$

Por lo mencionado anteriormente, las constantes que se deben calcular son $G_{K^{*+}K^+\pi^0}$ y $G_{K^{*-}K^-\pi^0}$. Los valores experimentales para las masas M, m_1, m_2 y para el ancho de decaimiento, Γ_{K^*} , según el PDG 2014 están dados por:

$$\begin{aligned} M &= m_{K^*} = 895.5 \pm 0.8 \text{ MeV}, \\ m_1 &= m_K = 493.677 \pm 0.016 \text{ MeV}, \\ m_2 &= m_{\pi^0} = 134.9766 \pm 0.0006 \text{ MeV}, \\ \Gamma_{K^*} &= 46.2 \pm 1.3 \text{ MeV}. \end{aligned}$$

Para hallar el ancho de decaimiento $\Gamma(K^* \rightarrow K\pi)$, ha de tenerse en cuenta que la fracción de decaimiento $Br(K^* \rightarrow K\pi)$, está dado por:

$$Br(K^* \rightarrow K\pi) = \frac{\Gamma(K^* \rightarrow K\pi)}{\Gamma_{K^*}} \approx 100\%. \quad (\text{D.25})$$

El valor del ancho de decaimiento $\Gamma(K^* \rightarrow K\pi)$, es conocido; éste incluye dos posibilidades: $\Gamma(K^{*+} \rightarrow K^+\pi^0)$ y $\Gamma(K^{*-} \rightarrow K^-\pi^0)$; sin embargo, en el caso del decaimiento del K^{*+} , se tiene:

$$\Gamma(K^{*+} \rightarrow K\pi) = \Gamma(K^{*+} \rightarrow K^+\pi^0) + \Gamma(K^{*+} \rightarrow K^0\pi^+), \quad (\text{D.26})$$

y que:

$$\Gamma(K^{*+} \rightarrow K\pi) = EF \left(|\langle K^{*+} | K^+\pi^0 \rangle|^2 + |\langle K^{*+} | K^0\pi^+ \rangle|^2 \right), \quad (\text{D.27})$$

donde EF es el espacio fase, que es el mismo para cada contribución. Se cumple la siguiente relación:

$$\Gamma(K^{*+} \rightarrow K^+\pi^0) = \frac{1}{3}\Gamma(K^{*+} \rightarrow K\pi). \quad (\text{D.28})$$

Con estos resultados, se tiene entonces que:

$$G_{K^{*+}K^+\pi^0} = 3.055 \pm 0.049. \quad (\text{D.29})$$

En el caso del $\Gamma(K^{*-} \rightarrow K^-\pi^0)$, el procedimiento es el mismo y produce el mismo resultado, $G_{K^{*+}K^+\pi^0} = G_{K^{*-}K^-\pi^0}$, debido a la igualdad en las masas y en el espacio fase de las partículas involucradas en el proceso.

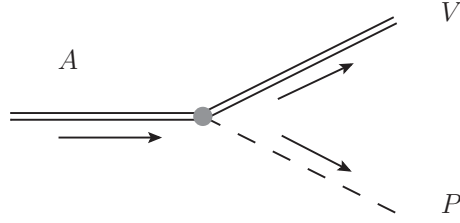
Acoplamiento AVP 

Figura D.4: Decaimiento de una partícula pseudovectorial en una vectorial y una pseudoescalar.

En el proceso $A(M, \mathbf{p}_1) \rightarrow V(m_2, p_2) + P(m_3, p_3)$ (Fig. D.4), que relaciona una partícula axial (o pseudovectorial) con una vectorial (V) y una pseudoescalar (P), se utiliza el lagrangiano efectivo [58]:

$$\mathcal{L}_{AVP}^{\text{eff}} = G_{AVP} P (\partial^\mu A^\nu) (\partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu), \quad (\text{D.30})$$

en donde nos interesa la constante de acoplamiento G_{AVP} , que involucra una partícula axial, una partícula vectorial y una pseudoescalar. La amplitud para este decaimiento está dada por:

$$\mathcal{M} = iG_{AVP} \epsilon_1^\alpha \epsilon_2^{\beta*} (p_1 \cdot p_2 g_{\alpha\beta} - p_{2\alpha} p_{1\beta}), \quad (\text{D.31})$$

en donde ϵ_1^α y p_1 son la polarización y cuadrimomento de la partícula axial, respectivamente; $\epsilon_2^{\beta*}$ y p_2 son la polarización y el cuadrimomento de la partícula vectorial respectivamente; $g_{\alpha\beta}$ es el tensor métrico.

Para el caso no polarizado,

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = \frac{1}{3} \frac{1}{2} G_{AVP}^2 [\lambda(M^2, m_2^2, m_3^2) + 6M^2 m_2^2]. \quad (\text{D.32})$$

Integrando, se obtiene la razón de decaimiento:

$$\Gamma = \frac{1}{96\pi} G_{AVP}^2 \frac{[\lambda(M^2, m_2^2, m_3^2) + 6M^2 m_2^2] \lambda^{1/2}(M^2, m_2^2, m_3^2)}{M^3}. \quad (\text{D.33})$$

Al resolver para G_{AVP} , se obtiene:

$$|G_{AVP}| = \sqrt{\frac{96\pi M^3 \Gamma(A \rightarrow VP)}{[\lambda(M^2, m_2^2, m_3^2) + 6M^2 m_2^2] \lambda^{1/2}(M^2, m_2^2, m_3^2)}} \quad (\text{D.34})$$

Para el caso de interés, $A = K_1(1270)$, $K_1(1400)$ (estos mesones se mezclan); $V = K^*(892)$ y $P = \pi^0$, con los siguientes datos del PDG 2014: $M = m_{K_1(1270)} = 1272 \pm 7$ MeV, $\Gamma_{K_1(1270)} = 90 \pm 20$ MeV, $\Gamma(K_1(1270) \rightarrow K^*(892)\pi) \approx (16 \pm 5)\%$; $M = m_{K_1(1400)} = 1403 \pm 7$ MeV, $\Gamma_{K_1(1400)} = 174 \pm 13$ MeV, $\Gamma(K_1(1400) \rightarrow K^*(892)\pi) \approx (94 \pm 6)\%$; $m_2 = m_{K^*} = 895.5 \pm 0.8$ MeV^B; $m_3 = m_{\pi^0} = 134.9766 \pm 0.0006$ MeV.

En el canal correspondiente a $K_1(1270)$, únicamente importan los procesos:

$$K_1^\pm(1270) \rightarrow K^{*\pm}(892)\pi^0,$$

mientras que para $K_1(1400)$,

^BEn decaimientos del τ .

$$K_1^\pm(1400) \rightarrow K^{*\pm}(892) \pi^0.$$

Acoplamiento VVP

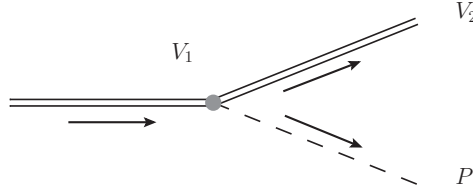


Figura D.5: Decaimiento $V_1 \rightarrow V_2 P$.

Para hallar la constante de acoplamiento G_{VVP} , se estudia el decaimiento $V_1(p_1) \rightarrow V_2(p_2)P(p_3)$, mostrado en la Fig. D.5. El lagrangiano efectivo a utilizar es [58]:

$$\mathcal{L}_{VVP}^{eff} = G_{VVP} P \varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} \partial^\alpha V_1^\beta \partial^\gamma V_2^\delta. \quad (\text{D.35})$$

La amplitud de decaimiento está dada por:

$$\mathcal{M} = iG_{VVP} \varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} p_1^\alpha \eta_1^\beta p_2^\gamma \eta_2^{\delta*}, \quad (\text{D.36})$$

en donde $\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta}$ es el símbolo de Levi-Civita; p_1 y η_1 son el cuadrimomento y polarización de partícula vectorial inicial, respectivamente; p_2 y η_2^* son el cuadrimomento y polarización de la partícula vectorial final, respectivamente.

El promedio sobre espines de partículas entrantes del módulo al cuadrado de la amplitud de decaimiento, está dada por:

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{1}{3} G_{VVP}^2 \varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} \varepsilon_{abcd} \sum_{pol} p_1^\alpha p_1^a \eta_1^\beta \eta_1^{b*} p_2^\gamma p_2^c \eta_2^{\delta*} \eta_2^d.$$

Debe tenerse en cuenta que,

$$\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} \varepsilon_{abcd} = - \begin{vmatrix} g^{\alpha a} & g^{\alpha b} & g^{\alpha c} & g^{\alpha d} \\ g^{\beta a} & g^{\beta b} & g^{\beta c} & g^{\beta d} \\ g^{\gamma a} & g^{\gamma b} & g^{\gamma c} & g^{\gamma d} \\ g^{\delta a} & g^{\delta b} & g^{\delta c} & g^{\delta d} \end{vmatrix}. \quad (\text{D.37})$$

Con lo anterior, y considerando el marco de referencia del centro de masa,

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{1}{3} G_{VVP}^2 \left[\frac{1}{2} (M_1^2 + M_2^2 - m^2)^2 - 2M_1^2 M_2^2 \right] = \frac{1}{6} G_{VVP}^2 \lambda(M_1^2, M_2^2, m^2) \quad (\text{D.38})$$

Donde M_1 es la masa de la partícula vectorial inicial, M_2 es la masa de la partícula vectorial final y m es la masa de la partícula pseudoescalar, también final. El ancho de decaimiento está dado por:

$$\begin{aligned}
\Gamma(V_1 \rightarrow V_2 P) &= \frac{G_{VVP}^2 \left[(M_1^2 - (m - M_2)^2) (M_1^2 - (m + M_2)^2) \right]^{3/2}}{96\pi M_1^3} \\
&= \frac{G_{VVP}^2 \lambda (M_1^2, M_2^2, m^2)^{3/2}}{96\pi M_1^3}.
\end{aligned} \tag{D.39}$$

Al resolver para G_{VVP} ,

$$|G_{VVP}| = \sqrt{\frac{96\pi M_1^3 \Gamma(V_1 \rightarrow VP)}{\lambda(M_1^2, M_2^2, m^2)^{3/2}}}. \tag{D.40}$$

Si se considera $M_2 = 0$, (M_2 , la masa del fotón),

$$\Gamma(V_1 \rightarrow \gamma P) = \frac{G_{V\gamma P}^2 (M_1^2 - m^2)^{3/2}}{96\pi M_1^3}. \tag{D.41}$$

Al resolver para $G_{V\gamma P}$,

$$|G_{V\gamma P}| = \sqrt{\frac{96\pi M_1^3 \Gamma(V_1 \rightarrow \gamma P)}{(M_1^2 - m^2)^{3/2}}}. \tag{D.42}$$

Acoplamiento $V\gamma$

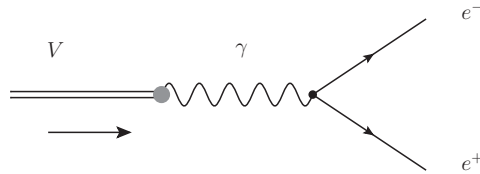


Figura D.6: Decaimiento $V \rightarrow e^- e^+$.

Para calcular la constante de acoplamiento G_V , se emplea el lagrangiano efectivo [40]:

$$\mathcal{L}_{V\gamma}^{eff} = \frac{eM_V^2}{G_V} V^\alpha A_\alpha,$$

en donde e es la carga del positrón; M_V es la masa del mesón vectorial; V^α y A_α son los campos del mesón vectorial y del fotón, respectivamente; el proceso es mostrado en la Figura D.6.

El proceso que se utiliza para calcular la constante de acoplamiento es el proceso $V \rightarrow l^+ l^-$. La amplitud de este proceso es:

$$\mathcal{M} = \frac{ie^2 M^2}{q^2 G_V} u(p_1) \gamma^\mu \bar{v}(p_2) \eta_\mu, \tag{D.43}$$

en donde $u(p_1)$ es el campo del electrón; $\bar{v}(p_2)$ es el campo del positrón; γ^μ representa a las matrices de Dirac; η_μ y M son la polarización y la masa del mesón vectorial, respectivamente y q su cuadrimomento; $e^2 = 4\pi\alpha$. De este modo,

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = \frac{64\pi^2\alpha^2(2m_e^2 + M^2)}{3G_V^2}. \quad (\text{D.44})$$

En el marco de referencia del centro de masa,

$$\Gamma(V \rightarrow e^+e^-) = \frac{4\pi\alpha^2(2m^2 + M^2)\sqrt{M^2 - 4m^2}}{3M^2G_V^2} \quad (\text{D.45})$$

Al resolver para G_V ,

$$|G_V| = \sqrt{\frac{4\pi\alpha^2(2m^2 + M^2)\sqrt{M^2 - 4m^2}}{3M^2\Gamma(V \rightarrow e^+e^-)}}. \quad (\text{D.46})$$

El caso de interés para este trabajo es el proceso $\phi \rightarrow e^+e^-$; los valores que se usan para M_ϕ y para Γ_ϕ son obtenidos del PDG 2014, y están dados por:

$$\begin{aligned} M_\phi &= 1019.461 \pm 0.019 \text{ MeV}, \\ \Gamma_\phi &= 4.266 \pm 0.031 \text{ MeV}. \end{aligned}$$

La fracción de decaimiento para este proceso, $Br(\phi \rightarrow e^+e^-)$, se obtiene de igual forma del PDG 2014,

$$Br(\phi \rightarrow e^+e^-) = 2.954 \pm 0.030 \times 10^{-4}.$$

Despreciando las masas del electrón y del positrón, el valor para G_ϕ está dada por:

$$G_\phi = 13.43 \pm 0.1171.$$

Este resultado concuerda con el obtenido en la referencia [58].

Acoplamiento VVS

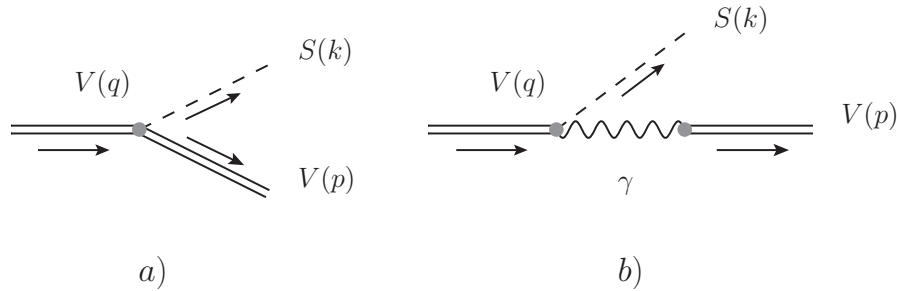


Figura D.7: a) Decaimiento $V(q) \rightarrow V(p)S(k)$. b) El mismo decaimiento en el contexto de dominancia vectorial: $V(q) \rightarrow \gamma(p)S(k)$ con la subsecuente hadronización del fotón en un mesón $V(p)$.

Para calcular la constante de acoplamiento G_{VVS} , se considera el siguiente procedimiento:

1. Se emplea primero el proceso $V(q) \rightarrow V(p)S(k)$. La amplitud para ese proceso está dada por:

$$\mathcal{M}_a = -G_{VVS}e^\mu\eta_\mu^*. \quad (\text{D.47})$$

2. Ahora se considera el proceso $V(q) \rightarrow \gamma(p)S(k)$; en virtud del modelo de dominancia vectorial, este proceso es seguido por la hadronización del fotón, lo que trae como consecuencia la aparición del mesón vectorial $V(p)$, de tal modo que en el estado final se tiene $S(k)$ y $V(p)$. La amplitud está dada por:

$$\mathcal{M}_b = G_{VPS} \left(\frac{eM_V^2}{G_V q^2} \right) \epsilon^\mu \eta_\mu^*. \quad (\text{D.48})$$

3. Se igualan las amplitudes (D.47) y (D.48) para obtener la expresión para la constante G_{VVS} :

$$G_{VVS} = -G_{VPS} \left(\frac{eM_V^2}{G_V q^2} \right). \quad (\text{D.49})$$

La expresión para la constante G_{VPS} puede ser obtenida del proceso VVP (ec. (D.40)), que ya fue descrito y cuya expresión es:

$$G_{VVP} = \sqrt{\frac{96\pi M_1^3 \Gamma(V_1 \rightarrow VP)}{\lambda(M_1^2, M_2^2, m^2)^{3/2}}}.$$

De igual modo, la constante G_V , (ec. (D.46)) ya fue calculada con anterioridad:

$$G_V = \sqrt{\frac{4\pi\alpha^2 (2m^2 + M^2) \sqrt{M^2 - 4m^2}}{3M^2 \Gamma(V \rightarrow e^+e^-)}},$$

con lo cual queda determinada la expresión para G_{VVS} .

Bibliografía

- [1] Claus Grupen: *Astroparticle Physics*. Springer, 2005.
- [2] John Iliopoulos: *Introduction to the STANDARD MODEL of the Electroweak Interactions*. arXiv:1305.6779v1, 2013.
- [3] B. R. Martin y G. Shaw: *Particle Physics*. Wiley, 1997.
- [4] M. Herrero: *The Standard Model*. arXiv:hep-ph/9812242v1, 1998.
- [5] K. A. Olive et al. (Particle Data Group): *The Review of Particle Physics*. Chin. Phys. C, 38, 090001, 2014.
- [6] Planck Collaboration: *Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters*. arXiv:1502.01589v2, 2015.
- [7] Mark Thomson: *Modern Particle Physics*. Cambridge University Press, 2013.
- [8] David J. Gross: *Twenty five years of asymptotic freedom*. arXiv:hep-th/9809060v1, 1998.
- [9] Donald H. Perkins: *Introduction to High Energy Physics*. Cambridge University Press, 2000.
- [10] M. K. Sundaresan: *Handbook of Particle Physics*. CRC Press, 2001.
- [11] Mathew Robinson: *Symmetry and the Standard Model*. Springer, 2011.
- [12] Francis Halzen y Alan D. Martin: *QUARKS AND LEPTONS: An Introductory Course in Modern Particle Physics*. JOHN WILEY AND SONS, 1984.
- [13] David Griffiths: *Introduction to Elementary Particles*. WILEY-VCI-I, 2008.
- [14] F. Ambrosino et al. , *JHEP 0907:105.2009 [arXiv:hep-ph/0906.3816]*, 2009.
- [15] Cristiane Oldoni da Silva y Paulo Laerte Natti: *Quark model and multiquarks systems*. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 29, n. 2, p. 175-187, (2007).
- [16] The LHCb Collaboration: *Observation of J/ψ p resonances consistent with pentaquark states in $\Lambda_b^0 \rightarrow J/\psi p$ decays*. arXiv:1507.03414v1, (2015).
- [17] Fernando Iguazú Ramírez Zavaleta: *Propiedades del vértice WWV ($V = \gamma, Z$) en modelos extendidos*. Tesis de Doctorado, CINVESTAV, IPN, 2007.
- [18] K. J. F. Gaemers y Gounaris G. J.: *Polarization Amplitudes for $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ and $e^+e^- \rightarrow ZZ$* . arXiv:1507.03414v1, (2015).
- [19] Joannis Papavassiliou y Kostas Philippides: *Gauge invariance and anomalous gauge boson couplings*. arXiv:hep-ph/9503246v1, 1995.

- [20] José F. Nieves y Palash B. Pal: *Electromagnetic properties of neutral and charged spin-1 particles*. Phys Rev. D 55, páginas 3118–3130, 1997.
- [21] H. B. et al O’Connell: *Rho-omega mixing, vector meson dominance and the pion form-factor*. arXiv:hep-ph/9501251v3, 1997.
- [22] W. Weise: *Hadronic Aspects of Photon-Nucleus Interactions*. Phys. Rev. 13, páginas 53–92, 1974.
- [23] J. J. Sakurai: *Theory of Strong Interactions*. Ann. Phys. (NY) 11, páginas 1–48, 1960.
- [24] C. N. Yang y F. Mills: *Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance*. Phys. Rev. 96, páginas 191–195, 1954.
- [25] Vlasios Petousis: *Hadrons to Vector Mesons - Photons and the Electromagnetic Form Factors*. arXiv:1301.4921v1, 2013.
- [26] N. M. Kroll, T. D. Lee y B. Zumino: *Neutral Vector Mesons and the Hadronic Electromagnetic Current*. Phys. Rev. 157, páginas 1376–1399, 1967.
- [27] A. R. Zerwekh: *Consequences of partial vector meson dominance for the phenomenology of colored technihadrons*. ActaPhys. Polon. B38, páginas 2077–2082, 2007.
- [28] Dieter Schildknecht: *VECTOR MESON DOMINANCE*. arXiv:hep-ph/0511090v1, 2005.
- [29] Y. Nambu: *Possible Existence of a Heavy Neutral Meson*. Phys. Rev. 106, páginas 1366–1367, 1957.
- [30] W. R. Frazer y J. R. Fulco: *Effect of a Pion-Pion Scattering Resonance in Nucleon Structure*. Phys. Rev. 2, páginas 365–368, 1959.
- [31] Murray Gell-Mann y Fredrik Zachariassen: *Form Factors and Vector Mesons*. Phys. Rev. 124, páginas 953–964, 1961.
- [32] H. Joos. *Acta Physica Austriaca, Suppl. IV*, 1967.
- [33] K. Hagiwara et al.: *Probing the Weak Boson Sector in $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$* . Nucl. Phys. B282 253, 1987.
- [34] G. Gounaris, J. L. Kneur y R. Sekulin: *Trilinear gauge couplings in Physics at LEP2*. En G. Altarelli, T. Sjöstrand y F. Zwirner (editores): *Report CERN 96-01 p. 525*, volumen 1. 1996.
- [35] The DELPHI Collaboration: *Measurements of CP-conserving trilinear gauge boson couplings WWV ($V = \gamma, Z$) in e^+e^- collisions at LEP2*. Eur. Phys. J. C. 66:35-36, (2010).
- [36] Mark Eugene Theophila Dierckxsen: *Measurement of Triple Gauge-Boson Couplings in e^+e^- Collisions at LEP*. Tesis de Doctorado, Katholieke Universiteit Nijmegen, 2004.
- [37] S. Eidelman: *Vector Mesons of Light Quarks*. Nuclear Physics B (Proc. Suppl.), páginas 179–183, (2008).
- [38] David García Gudiño y Genaro Toledo Sánchez: *Determination of the magnetic dipole moment of the rho meson*. Int. J. Mod. Phys. A 30 1550114, 2015.
- [39] G. Ecker y R. Unterdorfer: *Four pion production in e^+e^- annihilation*. Eur. Phys. J. C 24, páginas 535–545, 2002.

- [40] David García Gudiño: *EFECTOS DE INESTABILIDAD Y DETERMINACIÓN DEL MOMENTO DIPOLAR MAGNÉTICO DEL MESÓN ρ* . Tesis de Doctorado, UNAM, 2013.
- [41] David García Gudiño y Genaro Toledo Sánchez: *Finite width induced modification to the electromagnetic form factors of spin-1 particles*. Phys. Rev. D 81, 073005, 2010.
- [42] A. M. Badalian y Yu. A. Simonov: *Magnetic moments of mesons*. arXiv:1211.4349v2, 2013.
- [43] A. Ozpineci T. M. Aliev y M. Savci: *Magnetic and quadrupole moments of light spin-1 mesons in light cone QCD sum rules*. Phys. Lett. B 678, 470; arXiv: 0902.4627, 2009.
- [44] M. S. Bhagwat y P. Maris: *Vector meson form factors and their quark-mass dependence*. Phys.Rev. C 77, 025203, 2008.
- [45] J. N. Hedditch, W. Kamleh, B. G. Lasscock, D. B. Leinweber, A. G. Williams y J. M. Zanotti: *Pseudoscalar and vector meson form factors from lattice QCD*. Phys. Rev. D75 094504, 2007.
- [46] F. T. Hawes y M.A. Pichowsky: *Electromagnetic form factors of light vector mesons*. Phys. Rev. C59 1743, 1999.
- [47] Wim Beenakker et al: *The fermion-loop scheme for finite-width effects in e^+e^- annihilation into four fermions*. arXiv:hep-ph/9612260v1, 1996.
- [48] Gabriel López-Castro y Genaro Toledo-Sánchez: *Gauge invariance and finite width effects in radiative two-pion τ lepton decay*. Phys. Rev. D 61, 033007, 2000.
- [49] Michael E. Peskin y Daniel V. Schroeder: *An Introduction to Quantum Field Theory*. Perseus Books Publishing, L.L.C.
- [50] J. P. Lees: *Cross sections for the reactions $e^+e^- \rightarrow K^+K^-\pi^+\pi^-$, $K^+K^-\pi^0\pi^0$ and $K^+K^-K^+K^-$ measured using initial-state radiation events*. Phys. Rev D 86, 012008, 2012.
- [51] Rajendra Kumar: *Covariant Phase-Space Calculations of n -Body Decay and Production Processes*. Phys. Rev. 185, páginas 1865–1875, 1969.
- [52] G. P. Lepage: *VEGAS: An Adaptive Multi-dimensional Integration Program*. Cornell preprint CLNS 80-447, 1980.
- [53] Czyz Henryk, Johann H. Kühn y Agnieszka Wapienik: *Four-pion production in τ decays and e^+e^- annihilation: An update*. Phys. Rev. D 77, 114005, 2008.
- [54] Fedor Ignatov (QCD14) (editor): *Measurements of the hadronic cross sections with the CMD-3 and SND detectors at the VEPP-2000 e^+e^- collider*.
- [55] Markus Finkemeier: *The Scalar Contribution to $\tau \rightarrow K\pi\nu_\tau$* . arXiv:hep-ph/9601275v1, 1996.
- [56] Walter Greiner y Joachim Reinhardt: *Field Quantization*. Springer, 1996.
- [57] Paul Langacker: *The Standard Model and Beyond*. CRC Press, 2010.
- [58] Alain Flores Tlalpa: *Modelo de dominancia de mesones para decaimientos semileptónicos de sabores pesados*. Tesis de Doctorado, Cinvestav, IPN, 2008.