



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRIA Y DOCTORADO EN FILOSOFIA  
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES FILOSOFICAS  
FACULTAD DE FILOSOFIA Y LETRAS  
AREA: LOGICA, FILOSOFIA DEL LENGUAJE Y FILOSOFIA DE LA MENTE.

“De lo inefable en Frege y el primer Russell”

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN FILOSOFIA  
(LOGICA Y FILOSOFIA DEL LENGUAJE)

PRESENTA:  
Rosa Maria Espinoza Coronel

TUTOR: Dr. Eduardo Garcia Ramirez  
IIFs-UNAM

MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR

Dr. Mario Gómez Torrente  
(IIFs-UNAM)

Dr. Alessandro Torza  
(IIFs-UNAM)

Dr. Ricardo Mena  
(IIFs-UNAM)

Dr. Axel Arturo Barceló  
(IIFs-UNAM)

CIUDAD UNIVERSITARIA, MÉXICO, D. F. ENERO 2016



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## Tabla de contenido

### CAPITULO 1

<b>1 Introducción</b> .....	4
-----------------------------	---

### CAPITULO 2

<b>1 Frege y la paradoja del Concepto Caballo</b> .....	9
1.1 Introducción .....	9
1.2 Análisis Función- Argumento .....	9
1.3 Conceptos .....	15
1.4 Sobre la distinción entre objeto y concepto en Frege.....	18
1.5 El diagnostico de Ian Proops.....	23

### CAPITULO 3

<b>1 Russell y la Elegía de Gray</b> .....	38
1 La teoría de la denotación de 1903.....	38
1.1 Introducción.....	38
1.2 Elementos gramaticales.....	39
1.3 Significado y denotación.....	43
<b>2 La teoría de la denotación de 1905</b> .....	50
2.1 Introducción.....	50
2.2 Frases denotativas.....	50
2.3 Los enigmas.....	55
<b>3 50 Sombras de Gray</b> .....	60
3.1 Introducción.....	60
3.2 La Elegía de Gray.....	61
3.3 Las interpretaciones del pasaje.....	64
3.3.1 Guideon Makin y su interpretación de la “Elegía de Gray” .....	64
3.3.2 Hylton y su interpretación de la “Elegía de Gray” .....	69
3.3.3 Searle y su interpretación de la “Elegía de Gray” .....	73

### CAPITULO

<b>Conclusiones</b> .....	78
---------------------------	----

<b>BIBLIOGRAFIA</b> .....	83
---------------------------	----

Para algunas referencias bibliográficas utilizaré las siguientes abreviaturas.

(CP)= Frege, G. *Collected Papers on Mathematics, Logic and Philosophy*, (editado por Brian McGuinness), Basil Blackwell, 1984.

(PW)= Frege, G, *Posthumous Writings*, (editado por Hans Kermes, Friedrich Kambartel y Friedrich Kaulbach), The University of Chicago Press, 1979.

(TPM)= Russell, Bertrand, *Los Principios de las Matemáticas*, traducción por Juan Carlos Grinberg, Espasa-Calpe, Madrid, 1948.

(OD)= Russell, Bertrand, "On Denoting". *Mind XIV*, 1905.

## CAPITULO 1

### INTRODUCCION

Primeramente trataré de delimitar mi tema acercándome a él en círculos concéntricos. Podría decir que se trata de investigar ciertas limitaciones expresivas del lenguaje. En lógica se investiga con frecuencia la incapacidad de un lenguaje para expresar un concepto o describir una estructura. Un lenguaje es más expresivo que otro cuando puede describir lo mismo que éste, pero no a la inversa: hay un par de estructuras que el primero puede distinguir, pero no el segundo. En ese sentido la incapacidad para expresar un concepto o una distinción estructural es relativa a un lenguaje dado, tal problemática es el origen del presente trabajo. El ejemplo más célebre es quizás el teorema de Tarski que establece que un lenguaje de un cierto tipo no puede contener su propio predicado de verdad, aunque éste puede estar contenido en un lenguaje más poderoso. Si el lenguaje en cuestión fuese un lenguaje universal, es decir, para todas las ciencias, la investigación de lo que no puede ser dicho en él se convierte, por supuesto, en el estudio de lo inefable. Lo que traspasa su capacidad expresiva es absolutamente inefable. La presente investigación se sitúa en este contexto en la medida en que Frege y Russell pretendieron construir lenguajes de este tipo, aunque el desarrollo de mi tema no requerirá ahondar en estas consideraciones.

Sin embargo, lo que trasciende los límites del lenguaje universal parece ajeno a toda posibilidad de investigación. ¿Cómo podríamos saber y aún decir que algo no puede ser dicho, descrito o expresado? En principio no se ve cómo podría investigarse esa región inaccesible a un lenguaje universal o a todo lenguaje. Si pudiésemos averiguarlo, ¿no deberíamos concluir que el lenguaje en cuestión no era después de todo universal? Algunos filósofos han sostenido que hay regiones de la realidad o de la experiencia que son refractarias a toda descripción pero no inaccesibles a nuestras facultades intelectuales. Mi investigación se centra en los albores de la filosofía analítica, especialmente en las obras de Frege y Russell, en donde el análisis lógico es un instrumento primordial para investigar la realidad. Ahora bien, en este contexto se

plantea de nuevo la pregunta: ¿En qué sentido podemos entonces investigar y hablar de lo que está más allá de los alcances de un lenguaje universal?

Para responder a la pregunta anterior me concentraré a lo largo de éste trabajo en dos ejemplos de inefabilidad presentes en la filosofía. El primero es expuesto en Frege y es conocido como “la paradoja del concepto caballo”. Un punto importante será señalar porqué se considera que en la obra de Frege hay un problema de inefabilidad, para ello revisaré algunos de sus artículos más importantes como “Función y Concepto” (1891), “Sobre Concepto y Objeto” (1892), “Comentarios sobre Sentido y Referencia” (1892), “Sobre Sentido y Referencia” (1892). Un problema de inefabilidad puede presentarse ya en la necesidad de postular para cada término una infinidad de sentidos con el objeto de resolver el problema a que dan lugar los contextos indirectos. Sin embargo, la dificultad que aquí me interesa tratar se origina a partir de ciertas nociones presentes a lo largo de su obra, tales como función y argumento, concepto y objeto. Explícitamente aparece planteado y tratado en el artículo “Sobre Concepto y Objeto” de 1892. De forma breve diré que en tal texto se muestran algunos argumentos para decir que no podemos referirnos a los conceptos por medio de nombres, es decir, hay cierta incapacidad para expresar un concepto mediante una expresión referencial de este tipo.

En segundo lugar mi trabajo tendrá como otro de sus autores centrales a Bertrand Russell. Específicamente revisaré el conocido pasaje de la “Elegía de Gray” que expone las principales razones por las que Russell abandonó su teoría de la denotación de 1903 por la más conocida teoría de “On Denoting” presentada en 1905. Sin embargo para tratar con profundidad el tema será necesario revisar otros aspectos de la obra de Russell, entre los cuales destaca su noción de proposición, su mencionada teoría de la denotación de 1903, además de diversas interpretaciones del mencionado pasaje. La intención es ver en qué punto de dicho pasaje podemos señalar un problema de inefabilidad y de ser así en qué medida es el mismo problema que se le presenta a Frege. Cabe observar que en Russell el problema se plantea en el contexto de la teoría de la denotación de 1903,

específicamente cuando trata de dar cuenta de enunciados cuyo sujeto gramatical es una expresión denotativa. Esto representa un problema si pensamos como Russell que las frases denotativas tienen como significado a un concepto denotativo. En cambio, en “On Denoting” una frase denotativa no tiene significado pero si contribuye a determinar el significado de la oración en que ocurre, con lo cual el problema a que daban lugar los conceptos denotativos desaparece.

Aunque que el problema de lo inefable suele asociarse con la obra del primer Wittgenstein, me gustaría tratarlo desde la perspectiva de Frege y Russell y argumentar que en ellos se trata de que no logramos decir lo que queremos, sea porque un término singular (en el contexto de un enunciado) no se refiere a lo que aparentemente es su referencia, sea porque hay algo para lo cual no tenemos medio de referirnos en nuestro lenguaje. Me parece que el fenómeno de la inefabilidad y otros relacionados con él ha sido muy tratado en Wittgenstein pero poco en la de sus precursores. Con respecto al enigma del concepto *caballo* y la dificultad expuesta en el pasaje de la Elegía de Gray, intentaré responder a las siguientes preguntas:

- a) ¿ilustran ambos el mismo fenómeno?
- b) ¿cómo se relacionan con el problema de los límites expresivos de un lenguaje?
- c) ¿qué diagnóstico y solución les dieron respectivamente Frege y Russell?
- d) ¿qué otros diagnósticos y soluciones pudieron haberles dado en su respectivo marcos filosóficos?
- e) ¿por qué Russell se mostró insatisfecho con el diagnóstico que Frege dio a la paradoja del concepto *caballo* y qué consecuencia tuvo eso para su filosofía?

A todas estas preguntas subyace una más fundamental, a saber: ¿cuál es la manera correcta de tratar el fenómeno de los límites expresivos del lenguaje?

Para responder a estas preguntas en el segundo capítulo revisaré parte de la teoría de Frege, la cual tiene como trasfondo una serie de distinciones que deben tomarse en

cuenta para saber por qué el enunciado: “El concepto caballo no es un concepto” representa un problema para la teoría fregeana. Además se revisara la solución que Ian Proops da a tal problema, es importante señalar que la solución de Proops se sustenta en otras posibles soluciones que otros autores han dado al problema.

El tercer capítulo, dedicado a Bertrand Russell, comienza con una descripción de la teoría de la denotación presentada en 1903, el motivo de dicha descripción es revisar en que punto de dicha teoría se presenta un problema con los conceptos denotativos que Russell detectó en 1905. Otra parte del mismo capítulo está dedicada a la teoría de la denotación de 1905. La intención es contrastar ambas teorías para señalar el problema específico que llevó a Russell a abandonar la teoría de 1903 y a adoptar la teoría de 1905. Tal problema se plasma en el pasaje “La elegía de Gray” que, igualmente, será revisada en éste capítulo. Para concluir el capítulo 3 se presentaran distintas interpretaciones del mencionado pasaje, las cuales me permitirán desarrollar con más amplitud la idea de inefabilidad en la teoría russelliana.

El capítulo 4 está dedicado a las conclusiones. Al principio de dicho capítulo se hace un breve resumen de los capítulos anteriores de donde se desprenden algunas disertaciones sobre el tema. En general, se trata de responder a la pregunta de si el problema fregeano del *concepto caballo* es el mismo que el que Russell detecta en TPM y plasma más adelante en *On Denoting*, específicamente en el pasaje de la Elegía de Gray. Para responder a tal cuestión nos valemos tanto de las aportaciones de Proops como de los intérpretes del pasaje. De la misma manera, se analiza si los problemas que detecta Proops en realidad se le presentan a Frege.

#### **AGRADECIMIENTOS:**

Particularmente quiero agradecer a mi director de tesis el Doctor Eduardo García Ramírez por haber adoptado este proyecto a medio camino y llevarlo a buen término. A sí mismo agradezco al revisor de este trabajo el Doctor Mario Gómez Torrente y a cada uno de los miembros del comité sinodal. Dr. Axel Barceló, Dr. Alessandro Torza y Dr. Ricardo Mena.

De manera personal agradezco el apoyo incondicional de mi familia, en especial a mi padre y a mis hermanos Javier y Juan Pablo. Dedico este trabajo a tres personas que de



maneras distintas han influido en mi vida: a José por todo su amor y compañía. A mi mamá porque su partida me enseñó la tristeza permanente y a mi pequeño Emiliano porque aunque a sus cuatro años sabe poco de lo aquí escrito, él ha sido la motivación de origen para esta tesis.

Esta tesis fue realizada gracias al programa de becas CONACyT y al proyecto PAPIIT IN-400915.

## CAPITULO 2

### 1.-FREGE Y LA PARADOJA DEL CONCEPTO *CABALLO*

#### 1.1 Introducción.

Una manera de introducirnos en la obra de Frege es señalar la importancia que el proyecto logicista tuvo en sus investigaciones. Como sabemos, dicho proyecto consiste en mostrar que las verdades de la aritmética pueden demostrarse únicamente a partir de las leyes de la lógica o, en otras palabras, que la aritmética es una parte de la lógica. Teniendo esto en mente Frege formuló un sistema lógico que le permitiera demostrar algunas proposiciones aritméticas. Otro punto importante a destacar es que de dicho proyecto se derivan distinciones que serán cruciales para la obra fregeana y que de éstas surgirán otro tipo de problemáticas, tal será el caso de la paradoja del concepto *caballo*. Para centrarnos específicamente en esta última explicaré la distinción Argumento-Función, la cual da lugar a un nuevo tipo de análisis lógico, y me parece que comenzar por esta distinción me permitirá aclarar otras nociones igualmente importantes.

#### 1.2 Análisis Función-Argumento.

Frege piensa en el análisis que divide un enunciado o juicio en función y argumento (o argumentos) como un tipo de análisis sintáctico para las oraciones del lenguaje natural sustituyendo al análisis clásico en términos de sujeto y predicado. Recordemos que en este último las oraciones se pueden descomponer en un sujeto y un predicado en donde el sujeto es aquello sobre lo que versa la oración. Por ejemplo la oración: 'Emilio es amigo de Enrique' tiene como sujeto a 'Emilio' y como predicado a 'es amigo de Enrique'. Un problema con este tipo de análisis es que no siempre se puede capturar la información relevante en el caso de una inferencia pues como vemos de la oración deberíamos poder inferir algo con respecto a Enrique y no sólo acerca de Emilio. Las frases 'los griegos

derrotaron a los persas en Salamina' y 'los persas fueron derrotados por los griegos en Salamina' proveen la misma información lógica, pero son muy diferentes bajo el análisis tradicional sujeto-predicado. Para Frege una oración puede considerarse como formada de dos tipos de componentes, uno fijo al que, en un primer momento, llama 'función' y otro, u otros, variables a los que llama 'argumentos'. Por ejemplo, en la frase mencionada anteriormente 'Emilio' y 'Enrique' pueden ser argumentos y '\_\_\_es amigo de\_\_\_' la función, aunque otro tipo de descomposiciones son posibles. Esta forma de analizar un enunciado fue una de las grandes contribuciones de Frege a la lógica. En *La Conceptografía* las funciones eran expresiones que tenían uno o varios espacios vacíos, como es el caso anterior, sin embargo, después de 1891, cuando Frege introduce la distinción sentido-referencia, distingue también entre el nivel de las expresiones, el de sus sentidos y de sus referencias. Ahora las funciones son la referencia de las expresiones con lugares vacíos (que ahora llama 'términos funcionales'). Por ejemplo, '\_\_\_es amigo de\_\_\_' no es una función sino una expresión cuya referencia es una función.

En términos contemporáneos una función puede ser vista como un tipo de operación o proceso de transformación que dado un objeto arroja otro. Frege tomó la noción de 'función' de las matemáticas de su tiempo, la extendió y precisó. Mientras que para un matemático ' $x^3$ ' es nombre de una función que a cada número asocia su cubo, ' $x > 5$ ' no lo es. Sin embargo, si pensamos como Frege lo hizo que los valores de verdad son objetos, entonces ' $x < 5$ ' es el nombre de una función que produce lo verdadero para números mayores que 5 y lo falso para los demás. Otras funciones pueden arrojar otro tipo de objetos, por ejemplo, la función denotada por 'la madre de  $x$ '. A las funciones de un argumento que siempre producen valores de verdad, Frege las llamó 'conceptos'. Por ejemplo, si al término '\_\_\_\_\_ es futbolista' le introducimos en el espacio vacío el argumento 'Carlos Vela' produce una oración verdadera, mientras que si ponemos como argumento a 'Octavio Paz' esto arrojaría una oración falsa. La función denotada por esa expresión es un concepto que subsume a Carlos Vela pero no a Octavio Paz. Por otra parte a las expresiones que tienen varios "huecos" susceptibles de ser "llenados" por nombres y que al hacerlo producen oraciones Frege las llamó términos relacionales y a sus

referencias relaciones. Así, ‘\_\_\_ es hermano de \_\_\_’ es un término relacional que relaciona a Ted y a John (Kennedy).

Ahora bien, según Frege la distinción entre función y objeto está fundada en otra. En el lenguaje existen dos tipos de expresiones significativas: las saturadas y las insaturadas. Un componente importante de las primeras una cierta independencia o completud semántica. Entre ellas se encuentran los nombres propios (lo que incluye para Frege las que ahora llamamos ‘descripciones definidas’) y los enunciados. Según lo anterior diremos que ‘Luis González’, ‘El señor de los cielos’ y ‘Luis González es amigo de Juan’ son expresiones saturadas porque, aunque no conozcamos a los referentes de los nombres propios, es característico de estas frases que al escucharlas podemos parcialmente entender a qué se refieren.

Por contraste las expresiones insaturadas son dependientes o incompletas, porque portan uno o varios lugares vacíos susceptibles de ser llenados por otras expresiones para producir una expresión saturada. Entre estas se encuentran lo que en el lenguaje ordinario serían los adjetivos, los adverbios, los verbos, etc. Un ejemplo de expresión insaturada podría ser ‘\_\_\_\_\_ es amigo de \_\_\_\_\_’. En contraste con las expresiones saturadas, las insaturadas por si solas no permiten entenderlas por completo hasta que se completan con expresiones saturadas.

Vamos a recapitular un poco lo que se ha dicho hasta ahora. Desde la *Conceptografía* Frege ve un enunciado como ‘Julio César cruzó el Rubicón’ como formado por una parte fija, a saber, ‘... cruzó el Rubicón’ y una parte móvil, a saber, ‘César’, susceptible de ser cambiada por otra de la misma categoría gramatical. En este texto llama a la parte fija ‘función’. Más tarde, Frege distinguirá entre el lenguaje y el nivel de la referencia y, como consecuencia, el término ‘función’ lo aplicará a la referencia del “término funcional” ‘...cruzó el Rubicón’. Las líneas de puntos indican, lo que Frege llamó la insaturación del término, es decir, la necesidad de un complemento. Frege supondrá sin más que a esta diferencia gramatical corresponde una diferencia en el nivel de la referencia, que la función denotada por el término ‘... cruzó el Rubicón’ es ella misma insaturada, que la

referencia de 'Julio César' es saturada y que la saturación de la función por Julio César produce algo saturado, en este caso un valor de verdad:

Las dos partes en las cuales una expresión matemática es así separada, el signo del argumento y la expresión de la función, son disimilares; pues el argumento es un número, un todo completo en sí mismo, mientras que la función no lo es... Damos el nombre 'el valor de la función para un argumento' al resultado de completar la función con el argumento. (Frege, 1879. CP. P. 141)

Así que una primera distinción es la que separa el universo en dos partes sin traslape posible: los objetos, por un lado; las funciones, por otro. Cabe señalar que en Frege las distinciones son absolutas y no admiten excepciones, es decir, si algo es función no puede ser objeto, si algo es objeto no es posible que en algún momento sea considerado como función.

¿Por qué es importante esta distinción? Al nivel del lenguaje, lo he mencionado, porque con ella Frege puede hacer otro tipo de análisis de gran fecundidad para la lógica. A nivel de la referencia, porque con ella Frege resuelve un problema central en la filosofía que había aparecido en la obra de Kant y reaparece en filósofos posteriores a Frege, a saber: el problema de la unidad de la proposición. Frege lo resuelve con una metáfora tomada de la química: lo que permite ensamblar los elementos de la proposición es la instauración de las funciones. Los objetos se adhieren a los huecos que la función tiene. Lo señala con acierto Hylton: "Una razón por la que Frege hace esta aseveración [que los conceptos son incompletos] tiene que ver con lo que Russell llama "la unidad de la proposición"- cómo los términos se combinan para formar proposiciones. Una lista de términos, digamos Sócrates, mortalidad, predicación, no forma una proposición; ni parece ayudar a decir que la proposición es los términos con alguna relación, digamos la predicación, entre ellos- pues se requiere de una explicación de por qué esto no nos da una lista más grande". (Hylton, 1990, p. 76) En un escrito sobre Schoenflies de 1906 Frege lo explica así: "así como él mismo [el término conceptual] aparece como insaturado, y

corresponde en el dominio de la referencia asimismo algo insaturado. Esta insaturación de uno de los constituyentes es necesaria porque, sin ella, las partes no pueden adherirse la una a la otra”. (Frege. VFr. p. 210).

Ahora bien, una manera de formular el tema de la unidad de la proposición en Frege es citando a Russell. En Russell el problema de la unidad de la proposición se puede plantear a partir de su propia noción de proposición. Debido a que Russell no ofrece una definición como tal de dicha entidad, voy a tomar una caracterización dada por Landini acerca de la proposición, cabe mencionar que dicha definición se ajusta a lo que en general diversos autores caracterizan como proposición russelliana: “La visión Russelliana de proposición es semejante a una noción moderna de estado de cosas –una entidad, estructurada, mental e independiente del lenguaje-. Una proposición russelliana puede contener objetos físicos” (LANDINI 2012).

Asumiendo las características anteriores podemos decir que un ejemplo de proposición sería que Manuel es profesor, la cual tiene como constituyentes a Manuel y al concepto ser profesor. Sin embargo, así enlistados los constituyentes no forman una proposición, Russell señala al respecto lo siguiente: “Consideremos, por ejemplo, la proposición <<A diferencia de B>>, si analizamos los constituyentes de esta proposición parece ser A, diferencia, B. Sin embargo, estos constituyentes así colocados el uno al lado del otro no reconstituyen la proposición (...) en realidad una proposición es esencialmente una unidad y cuando el análisis ha destruido la unidad, ninguna unidad de los constituyentes puede unir a la proposición” (79,TPM) Veamos que el problema que se plantea es ¿sobre qué descansa la unidad de la proposición?, en otras palabras ¿Qué forma a la proposición?

Una posible solución para Russell hubiera sido aceptar ciertas distinciones fregeanas como que existen entidades saturadas y entidades insaturadas, sabemos que las entidades saturadas son los objetos y las entidades insaturadas son las funciones. Ahora bien, Russell pudo haber sugerido que la proposición se forma por la combinación de tales entidades y que lo saturado es el complemento de lo insaturado. Pero, ¿por qué a Russell no le parece adecuada ésta solución? Una respuesta es que para Russell una entidad

insaturada, tal como un concepto, puede figurar en una proposición como término y como concepto, no así para Frege. Russell señala lo siguiente: “ Podría pensarse que debería realizarse una distinción entre un concepto como tal y un concepto usado como termino, por ejemplo, entre pares tales como *es* y *ser*, *humano* y *humanidad*, uno en una proposición tal como <<este es uno>> y 1 en <<1 es un numero>>. Pero si damos cabida a tal punto de vista nos veremos envueltos en intrincadas dificultades”. (TPM 75). Los problemas a los que alude son los que ya he revisado a propósito de EL CONCEPTO CABALLO.

Pero ¿Cómo podemos plantear el problema de la unidad de la proposición en términos fregeanos? Primero, hay que decir que lo que en Russell es una proposición, en Frege se desdobra en dos valores semánticos: el sentido y la referencia. Supongamos que tenemos un enunciado que expresa una proposición, dicho enunciado, según Frege, tendrá como sentido un pensamiento y como referencia un valor de verdad. Ahora, parece que al nivel del sentido es adecuada la solución saturado-insaturado, hablando metafóricamente, pues parece que nuestra mente es capaz de unir estos elementos, saturados e insaturados, para formar una sola entidad, en este caso un pensamiento. Ahora ¿funciona la misma solución al nivel de la referencia?, ¿sería valido decir que el valor de verdad es un objeto compuesto por elementos saturados e insaturados?, y si es que está compuesto, ¿Qué tipo de composición debemos plantear para una proposición en los términos de Frege? Primero, al nivel de la referencia de un enunciado tenemos a los elementos saturados (objetos) e insaturados (funciones). Segundo, me parece que no debemos pensar en un tipo de composición análogo al de composición material, por ejemplo, del tipo que responde a la pregunta ¿de qué está compuesto un lápiz? Podemos responder diciendo que de madera, grafiti y goma. Sin embargo, suena extraño decir que el valor de verdad está compuesto de objetos y funciones. Pero pensemos en otro tipo de composición, más bien lógica.

Ahora volvamos a la distinción objeto-función para dar un panorama más amplio del universo fregeano.

En un primer nivel tendremos entonces objetos. El resto del universo se encuentra en niveles superiores (o de orden superior). Comprende sólo funciones y se halla a su vez subdividido en distintas categorías. Por ejemplo, en una parte estarán las funciones que toman dos argumentos del primer nivel y en otras las que toman sólo uno. Para lo que diremos, sólo nos interesan cierto tipo de funciones, las que al saturarse por entidades adecuadas generan un valor de verdad, es decir, las que son referencia de expresiones que al saturarse por expresiones adecuadas dan lugar a un enunciado. Son los conceptos y las relaciones. Así ‘\_\_ cruzó el Rubicón’ denota un concepto y ‘\_\_<...’ denota una relación en tanto que debe ser completada con dos argumentos y por ende se establece una relación entre éstos, mientras que en el caso de los conceptos solo estamos denotando una característica del objeto y no estableciendo algún tipo de relación entre objetos.

### **1.3 Conceptos.**

Los conceptos y relaciones se encuentran a su vez categorizados según el número y tipo de argumentos que pueden aceptar. ‘\_\_cruzó el Rubicón’ se refiere a un concepto de primer nivel (u orden) que puede ser saturado por objetos, mientras que ‘existe al menos un...’ denota un concepto de segundo nivel (o segundo orden) que puede ser saturado por un concepto de primer nivel. La intersección entre cualesquiera dos de estas categorías es vacía. Diríamos, si esto tuviera sentido, que ningún objeto es concepto, o que ningún concepto de primer nivel es un concepto de segundo nivel. Frege lo formula de la siguiente manera:

Ahora así como las funciones son fundamentalmente diferentes de los objetos, así también las funciones cuyos argumentos son y deben ser funciones son fundamentalmente diferentes de



funciones cuyos argumentos son objetos y no pueden ser nada más. Yo llamo a las últimas funciones de primer nivel, a las últimas funciones de segundo nivel. Del mismo modo, distingo entre conceptos de primer nivel y conceptos de segundo nivel. (Frege, CP, p. 153).

Otra cosa es importante agregar a este breve esbozo del mapa ontológico de Frege. Este autor parece suponer, sin enunciarlo explícitamente, que cada vez que en un enunciado un nombre es eliminado o reemplazado por una línea puntuada el resultado es un término conceptual, es decir, un término cuya referencia es un concepto. Por ejemplo, si de 'Bruto mató a César con un puñal' eliminamos 'César' obtenemos la expresión 'Bruto mató a \_\_\_ con un puñal' que se refiere al concepto que subsume a todos los individuos asesinados por Bruto con un puñal y sólo a ellos. De igual manera si de este modo dos términos saturados son eliminados en un enunciado obtenemos un término relacional de dos variables. Si en cambio eliminamos de un enunciado un término funcional obtenemos un término funcional de orden superior. Si de 'hay al menos un pez espada en la piscina' eliminamos el término conceptual 'pez espada' obtenemos un término conceptual de orden superior.

Ahora bien, Frege piensa que cada función tiene asociado a ella un objeto llamado su "rango de valores". La idea viene de la matemática, una función puede ser representada por su gráfica o por el conjunto de pares de argumentos y valores correspondientes:

El método de la geometría analítica nos provee con un medio de intuitivamente representar los valores de una función para diferentes argumentos. Si consideramos el argumento como el valor numérico de una abscisa y el correspondiente valor de la función como el valor numérico de la ordenada de un punto, obtenemos un conjunto de puntos que se presenta a sí mismo en la intuición (en casos ordinarios) como una curva (Frege PW. P. 141).

Más adelante Frege agrega con respecto a la ecuación  $x^2-4x=x(x-4)$ :

no hemos formulado que una ecuación es igual a otra, sino sólo que los valores de una son iguales a los de la otra. Y si así entendemos esta ecuación que debe mantenerse para cualquier argumento que pueda sustituirse por 'x', entonces hemos expresado de ese modo que una igualdad se mantiene generalmente. Pero podemos también decir: 'el rango de valores de la función  $x(x-4)$  es igual al de la función  $x^2-4x$ ', y tenemos aquí una igualdad entre rangos de valores. La posibilidad de considerar la igualdad manteniéndose generalmente entre rangos de valores como una igualdad particular, es decir, una igualdad entre rangos de valores es, yo pienso, indemostrables, debe ser considerada una ley fundamental de la lógica (Frege PW. P. 142).

En el caso de un concepto, el objeto correspondiente se llama la extensión de ese concepto. Así, por ejemplo, en lugar de decir que cualquier objeto es bípodo implume si y sólo si es humano, podemos decir que la extensión del concepto *bípodo implume* es igual a la extensión del concepto *humano*. Esto tiene importancia para lo que veremos enseguida porque una predicación de orden superior puede ser traducida a una predicación de primer orden gracias al uso de las extensiones de concepto. Por ejemplo, si un concepto de segundo orden C solo se aplica a los conceptos de primer orden f, g y h, entonces debe haber un concepto de primer orden, c, que sólo se aplique a las extensiones de f, de g, y de h. Entonces decir que C es verdadero de f (o que Cf) es equivalente a decir que c se aplica a la extensión de f, la cual es ya una predicación ordinaria de primer orden. De este modo la predicación de segundo orden puede ser imitada por la predicación de primer orden. De igual manera la predicación de orden mayor que el segundo podrá ser "rebajada" al primer orden.

Frege da una importancia extrema a estas distinciones categóricas. La prueba es que pudiendo definir cada número como un concepto de segundo nivel (por ejemplo, el 1

podría haber sido definido como el concepto de segundo nivel denotado por ‘hay uno y sólo un...’), insiste en que hablamos de ‘el número 1’ y no concebimos que pueda haber varios números uno, por lo que no puede tratarse más que de un objeto. Sin embargo, las distinciones anteriores y los criterios empleados para hacerlas contradicen el principio de que las categorías son disjuntas, como lo señaló B. Kerry. Este autor en un artículo de 1887 lo muestra con un argumento que puede ser resumido de la siguiente manera. Por un lado, debe ser cierto que el concepto *caballo* es un concepto, de la misma manera que el buque-escuela *Juárez* es un buque-escuela. Por otro lado, el concepto *caballo* no es un concepto porque el término ‘el concepto *caballo*’ es saturado y su referencia sólo puede ser un objeto. La conclusión de Kerry es que la distinción objeto-concepto es relativa, lo que a veces aparece como un concepto, bajo otra perspectiva es un objeto. Una respuesta minuciosa de Frege se encuentra en su artículo “Sobre Concepto y Objeto”<sup>1</sup> de 1892.

#### **1.4 Sobre la distinción entre objeto y concepto en Frege**

En el mencionado artículo Frege recuerda que hay criterios muy específicos para establecer la distinción objeto/concepto. Lo hace en respuesta a la referida objeción de Benno Kerry. Otra parte importante del artículo da lugar a problemas que, aunque no están reconocidos en el texto, han sido desarrollados por diversos autores. Mi interés al escribir las siguientes notas es presentar la objeción de Kerry, analizar las respuestas de Frege y plantear algunas preguntas.

Frege comienza su respuesta a Kerry señalando que las dificultades que este autor encuentra se deben a una equivocidad en el uso del término ‘concepto’. Frege lo utiliza en su acepción puramente lógica, esto supone que Kerry no contempla dicha distinción, “La palabra ‘concepto’ es usada de varias maneras su sentido es algunas veces psicológico, algunas veces lógico y algunas veces una mezcla confusa de ambos. Yo decidí mantener un uso puramente lógico”(Frege, CP. P. 182). Pero, ¿a qué se refiere Frege con un “uso

---

<sup>1</sup>FREGE. *On Concept and Object*. 1892

estrictamente lógico”? Una respuesta que considero correcta es que Frege contempla a los conceptos como funciones y no como representaciones mentales de un objeto, por ejemplo.

¿Qué pasaría si pensáramos que el concepto sí puede ser una representación mental? Primero, si contemplamos al concepto como una representación mental entonces le estaríamos atribuyendo un rol psicológico puesto que dependería del sujeto, esto haría que la distinción objeto/concepto no fuera absoluta, un concepto sería como un objeto dentro de nuestra mente y que, por tanto, podría variar de un individuo a otro. Por ello Frege es cuidadoso en marcar la distinción entre un uso lógico y un uso psicológico del término ‘concepto’. Probablemente atribuyó a Kerry el uso de una connotación psicológica del vocablo porque un ejemplo que este autor utiliza en uno de sus argumentos es ‘el concepto “caballo” es fácilmente asequible’, el cual contiene una clara referencia psicológica.

Por otro lado, Kerry se había referido a la “definición” fregeana de ‘concepto’ a lo que Frege responde que ciertos términos, uno de los cuales es ‘concepto’, no son susceptibles de definición, sino que son la base sobre la cual otros términos serán definidos. Esta distinción entre definibles e indefinibles no es arbitraria. Corresponde a los límites del análisis: “lo lógicamente simple no puede tener una definición propia” (Frege, CP. p. 182). La indefinibilidad de un término no impide que puedan darse indicaciones al lector para que sepa a qué refiere. Así más adelante Frege da una caracterización del concepto mostrando en que difiere de un objeto: “Un concepto –como entiendo la palabra- es predicativo. Por otro lado, un nombre de un objeto, un nombre propio es incapaz de ser usado como un predicado gramatical” (Frege, CP. p. 183). La distinción que señala Frege se da a nivel del lenguaje, es decir, una forma de ubicar a un concepto es mediante un predicado, mientras que los objetos son señalados mediante nombres propios. Considero que los planteamientos que Frege hace a lo largo del artículo se dedican a establecer que los conceptos difieren de los objetos de acuerdo a este criterio lingüístico, sin embargo, tal criterio gramatical tiene que ser acorde con una distinción lógica entre funciones y objetos. Dicho de otra forma, los criterios que distinguen

conceptos de objetos aluden a diferencias gramaticales entre los términos que los designan, pero la diferencia que señalan es más profunda, llega al nivel de la referencia. Esto deja claro que de acuerdo a estos criterios no podríamos referirnos a un concepto mediante un nombre propio o una descripción definida.

No obstante podría pensarse que lo mismo sucede con los términos funcionales. Si son insaturados ¿cómo es que podemos referirnos a ellos usando nombres? La respuesta es que el término funcional, en tanto que mera expresión sintáctica, es saturado. Si digo a un grabador que le faltó poner la expresión ‘ama a’ en su grabado, él entiende perfectamente a qué me estoy refiriendo. La insaturación se da primeramente a nivel del sentido. Si yo escucho “Ana ama a” me quedaría esperando un complemento de objeto directo que me indicará quién es favorecido con el amor de Ana. La distinción saturado-insaturado se da en el nivel del sentido<sup>2</sup> y Frege la extiende a la referencia. Como dije, con eso resuelve el problema de la unidad de la proposición. Sólo de forma muy secundaria los términos mismos de lenguaje son llamados saturados o insaturados.

Sin embargo, en el sistema de Frege podemos atribuir a un concepto una propiedad mediante una predicación de segundo orden. Recordemos primeramente, como lo hace Frege al final del artículo, una distinción que aparece ya en sus *Fundamentos de la Aritmética*, a saber, la distinción entre propiedades de un concepto y sus marcas o notas. Estas últimas son las propiedades que un objeto debe tener para caer bajo el concepto. Así la definición de ‘tigre’ comienza con ‘mamífero de 250 a 400 cm. de longitud de pelaje amarillo...’. El ser de pelaje amarillo es una marca del concepto, el concepto no es de pelaje amarillo, sino los objetos que caen bajo el concepto. Para ser un tigre es necesario ser de pelaje amarillo. Por otro lado, podemos decir que el concepto *Tigre* es fácilmente asequible. Con ello enunciamos una propiedad del concepto, no de los tigres:

---

<sup>2</sup>Frege lo formula así: “Pues no todas las partes de un pensamiento pueden ser completas; al menos una debe ser insaturada; de otro modo no se mantendrían juntas. Por ejemplo, el sentido de la frase ‘el número 2’ no se mantiene junto con ese de la expresión ‘el concepto *número primo*’ sin un vínculo.” (CP. P. 193) Nótese que Frege habla de pensamiento y de sentidos.

Por propiedades predicadas de un concepto, no entiendo naturalmente las notas que componen al concepto. Estas son propiedades de las cosas que caen bajo el concepto, no propiedades del concepto. (Frege, 1884. p. 163)

Ahora bien, las propiedades que se pueden atribuir a un concepto son conceptos de orden superior. Un ejemplo frecuente en Frege es el concepto de existencia que puede atribuirse a un concepto de primer orden si algo cae bajo este último. En la cita siguiente y por razones tipográficas sustituyo la notación de Frege con un equivalente moderno: “si usamos la letra funcional  $f$  como una indicación indefinida de un concepto, entonces  $(\exists x)fx$  nos da la forma que incluye los últimos ejemplos (si abstraemos del signo de aserción). Las expresiones  $(\exists x)x^2=1$ ,  $(\exists x)x \geq 0$ ,  $(\exists x)x < 0$ ,  $(\exists x)x^2-3x^2+2x=0$  resultan de esta forma en una manera análoga a esa en la cual  $x^2$  da lugar a ‘1<sup>2</sup>’, ‘2<sup>2</sup>’, ‘3<sup>2</sup>’. Ahora así como en  $x^2$  tenemos una función cuyo argumento es indicado por ‘ $x$ ’, yo también concibo  $(\exists x)fx$  como la expresión de una función cuyo argumento es indicado por  $f$ .” (Frege, CP. p. 153)

¿Podemos decir que un concepto insaturado es saturado por otro concepto insaturado? Algo así dice Frege:

Pero claramente hay una gran diferencia entre el lugar lógico del número 2 cuando aseveramos del último que es un número primo y el concepto de número primo cuando decimos que hay algo que es un número primo. Sólo objetos pueden estar en el primer lugar, sólo conceptos en el último... El *hay algo que*, por lo tanto, es también insaturado, pero de una manera completamente diferente de esa de *es un número primo*. En el primer caso, la complementación puede ocurrir sólo a través de un concepto; en el último sólo a través de un objeto. (Frege, CP. pp. 282-3).

Así Frege dice que un concepto de primer orden cae, no bajo, sino dentro (*within*) de un concepto de segundo orden. En el lenguaje de la *Conceptografía (1879)* esto se hace mediante una predicación de segundo orden. No hay necesidad de nombres. De la misma manera un término relacional insaturado de orden superior puede ser saturado por dos

términos insaturados. Por ejemplo, el cuantificador “para todo  $x$  \_\_\_\_:=\_\_\_\_” puede ser visto como un término relacional de orden superior que aplicado a las funciones denotadas por ‘ $(x^2-4x)$ ’ y ‘ $x(x-4)$ ’ da lo verdadero. Podemos decir que esas dos funciones caen dentro de esa relación de segundo orden. Pero podemos decir lo mismo usando una relación de primer orden (es decir, aplicable a objetos) de la siguiente manera: “el rango de valores de  $(x^2-4x)$ = el rango de valores de  $x(x-4)$ ”. Como vimos, es justamente con este ejemplo que Frege introdujo los rangos de valores.

En lo que sigue del artículo Frege aclara más la distinción objeto/concepto a nivel del lenguaje ahora especificando un cierto criterio que me parece importante porque es en dicho criterio que se enmarcan los ejemplos de Kerry. Comentándolos Frege dice: “Esto está en completo acuerdo con el criterio que he dado – que un artículo singular definido siempre indica un objeto, mientras que el indefinido acompaña al término conceptual” (CP, P. 184). Así, ‘la estrella más cercana a la Tierra’ funciona como un nombre, su referencia es un objeto. Aunque esa expresión puede ser parte de un predicado nunca será por sí sola un predicado. En cambio, en ‘una estrella’ el artículo indefinido acompaña al término conceptual ‘estrella’. ‘Una estrella’ es un término conceptual de primer orden y no puede ser sujeto de una predicación de primer orden.

Hechas estas aclaraciones podemos pasar a examinar el argumento de Benno Kerry<sup>3</sup>. Podríamos formularlo de la siguiente manera. Las premisas son

1) Las frases de la forma ‘el K F es un K’ son verdaderas. ‘K’ representa aquí un nombre común o un término general y ‘F’ un nombre de algún objeto del que K es verdadero. Por ejemplo, ‘el papa Francisco es un papa’. Ese tipo de frases expresan proposiciones lógicamente verdaderas.

2) ‘El concepto *caballo* es un concepto’ es verdadera. Por (1).

3) Una descripción definida denota a un objeto (por comenzar con un artículo definido).

4) ‘El concepto *caballo*’ se refiere a un objeto. Por (3)

---

<sup>3</sup>KERRY. *On intuition and its psychical elaboration*. 1887

5) Nada es objeto y concepto.

6) 'El concepto *caballo*' no se refiere a un concepto. De (4) y (5).

7) 'El concepto caballo no es un concepto' es verdadera. Reformulación de (6).

8) Contradicción entre (2) y (7).

Para Kerry el argumento es una reducción al absurdo. A su juicio debemos rechazar la premisa (5). Frege responde explícitamente que si tenemos en mente la acepción psicológica de 'concepto', entonces claramente el concepto caballo no es un concepto (en el sentido lógico). Sin embargo, esta réplica no es de mucho peso porque el argumento de Kerry puede ser reformulado en términos de conceptos lógicos. Frege insiste en los criterios con que distingue conceptos de objetos en apoyo de la quinta premisa. Por supuesto, si tiene razón, entonces la solución de Kerry es equivocada, pero el argumento sigue mostrando que hay alguna inconsistencia en la concepción fregeana, excepto que podamos desechar alguna otra premisa.

### 1.5 El diagnostico de Ian Proops

En esta sección revisaré el diagnostico que al respecto hace Ian Proops<sup>4</sup> el cual permite analizar diferentes problemas que se podrían desprender del argumento anterior. El primero es el que llama "la desviación de la costumbre"<sup>5</sup>, expresión que el mismo Frege emplea a este propósito: "debe reconocerse que nos enfrentamos a una rareza del lenguaje, la cual admito no puede ser evitada, si decimos que el concepto *caballo* no es un concepto... El lenguaje está aquí en una dificultad que justifica la desviación de la costumbre" (Frege, CP. p. 186). Tal como lo entiendo, la dificultad estriba en que a pesar de que Frege respeta las formulaciones ordinarias del lenguaje ordinario, debe aseverar algo que en este lenguaje suena evidentemente falso. Es decir, Frege acepta (7) como un

---

<sup>4</sup>Proops. *What is Frege's 'concept horse problem'?* 2012

<sup>5</sup>La expresión usada por Proops es "The Breach of Custom". Sin embargo, la frase empleada por el traductor de Frege en "On Concept and Object" es "The Departure from Custom". Pag. 185.



efecto no deseado de su filosofía, pero inocuo en la medida en que lo usamos con la debida precaución. El segundo problema es de la frustración de las intenciones referenciales (Proops, 2012. p. 85): queremos hablar de algo y fatalmente terminamos hablando de otra cosa. Quisimos hablar de un concepto pero terminamos hablando de un objeto. El tercer problema surge de una posible generalización del ejemplo de Kerry. La frase 'el concepto *caballo* no es un concepto' es una instancia del enunciado universal 'ningún concepto es objeto' o (al que corresponde la regla: 'ningún término conceptual es un nombre propio'). Pudo haber sido dicha durante la enseñanza del lenguaje de la conceptografía a un aprendiz. Sin embargo, es una frase que no puede decirse en ese mismo lenguaje. Las distinciones de las categorías lógicas que subyacen al lenguaje lógico de la conceptografía son inexpresables en él. Es uno de los temas centrales del *Tractatus*.

Primeramente revisaré siguiendo la guía de Proops las soluciones propuestas a estas cuestiones por exégetas de Frege en el curso de las cuales Proops las formula con mayor precisión y, más adelante, volveré a al análisis de la relevancia que esto tiene para el tópico central de mi trabajo.

Revisaré enseguida las diversas soluciones que a estos problemas se han propuesto en la literatura, a veces inspiradas en las propias palabras de Frege, aunque no siempre. La primera es propuesta por Parsons y se basa en una frase un tanto enigmática de Frege según la cual para decir algo de un concepto "un objeto debe representarlo". La idea sería que "el concepto *caballo*" denota a un objeto que representa al mencionado concepto. Frege compara el caso anterior con el siguiente: 'el concepto hombre no es vacío' que contiene como sujeto gramatical un nombre propio. Lo que es interesante de este enunciado es que parece decir en el lenguaje coloquial una proposición que es expresable en el lenguaje de la conceptografía. Sin embargo, podría ser expresada por al menos dos fórmulas que representan predicaciones de muy diferente categoría. La primera y más sencilla podríamos esquematizarla de esta forma: 'hay un x tal que x es un hombre', donde la expresión 'hay un x tal que...' denota un concepto de segundo orden que se satura con el concepto de primer orden 'x es un hombre'.

La segunda es más compleja porque recurre a las extensiones de conceptos y representa una predicación de primer orden equivalente a la anterior de orden superior. Podríamos representarla así: ‘La extensión de *x es un hombre* es no vacía’, donde ‘no es vacía’ es un predicado de primer orden verdadero de un objeto E si E es la extensión de un concepto (de primer orden) que subsume por lo menos un objeto. Es verdad que aquí hacemos una hipótesis extra: que ‘el concepto F’ denota lo mismo que ‘la extensión del concepto F’, hipótesis que ha sido defendida por varios autores. En su defensa podemos aducir que Frege llama a la extensión de un concepto su “representante”. Es decir, para volver a la propuesta de Parsons, el objeto que debe representar al concepto es la extensión de ese concepto. Pero la hipótesis sería más plausible si suponemos que ‘la extensión del concepto F’ tiene la misma *Bedeutung* que ‘El concepto F’ pues así concordaría con la cita de Frege. No entremos en el tema en este momento y examinemos la cuestión con esta presuposición en mente.

La segunda posibilidad parece más cercana al ejemplo de Frege, si atendemos al sujeto ‘el concepto hombre’ que ciertamente es un nombre propio. La primera opción en cambio se aproxima más al enunciado original en lo que atañe al predicado. ‘no es vacía’ parece un predicado de segundo orden. Así es que cada una de las dos fórmulas se asemeja sólo parcialmente al enunciado correspondiente en lengua española. Lo que importa es que ese enunciado traduce una fórmula de la conceptografía. Ahora bien, ¿ocurre lo mismo con ‘el concepto *caballo* no es un concepto’? De ser así, el problema planteado por Kerry desaparece pues estaríamos hablando del concepto *caballo* por medio de un término singular (‘el concepto *caballo*’) que no lo denota a él (un término saturado no puede denotar un concepto) pero sí a su representante (la extensión del concepto *caballo*).

Para Proops la plausibilidad de esta propuesta de Parsons depende de dos factores: a) de si realmente es posible formular este enunciado en el lenguaje de la conceptografía, y b) de si es consistente con el resto de la filosofía fregeana. Observa que Frege trata el enunciado ‘Julio César es no vacío’ como falso y no como sinsentido. Eso

significa que concibe 'no vacío' como un predicado de primer orden, lo que descarta la posibilidad de formularlo como una predicación de orden superior. Queda entonces la formulación en primer orden con las extensiones como representantes de los conceptos de primer orden. ¿Cómo entonces expresar en la conceptografía el predicado 'es un concepto' como predicado de primer orden verdadero sólo de las extensiones de concepto? Proops propone una solución que, para evitar formalismos, esquematizaremos así:

(\*) Hay una función  $f$  ( $x$  es la extensión de  $f$  y  $f$  es un concepto de primer nivel)

Ahora la pregunta es si hay tal predicado como "\_\_\_ es un concepto de primer nivel". Proops constata que no lo hay en las dos conceptografías desarrolladas efectivamente por Frege, pero la pregunta es si podría haberlo en consonancia con el resto de la obra de nuestro autor. Esta vez la respuesta de Proops es positiva. Consideremos la siguiente expresión:

(\*\*)  $\forall y f(y) \& \text{ para todo } z (fz = -fz)$

la expresión '-x' denota una función que asigna el objeto verdadero a sí mismo y a cualquier otro objeto el falso. La letra 'f' en (\*\*) es una variable. Si representa un concepto entonces 'fz = -fz' siempre será verdadero, pues si fz es el verdadero, -fz también será el verdadero (y lo mismo con el falso). En cambio si 'f' toma el valor de una función que no es un concepto para algún valor de 'z', 'fz' no denotará un valor de verdad, mientras que '-fz' denotará lo falso, por lo tanto, 'fz = -fz' denotará lo falso para ese valor de z. Es decir que 'para todo z (fz = -fz)' denotará lo verdadero cuando 'f' tome como valor un concepto y sólo entonces. Por último ' $\forall y f(y)$ ' denota el curso de valores de la función que 'f' represente. En resumen, la expresión:

$x = \forall y f(y) \& \text{ para todo } z (fz = -fz)$

equivaldrá a:

$x$  es la extensión de  $f$  y  $f$  es un concepto de primer nivel.

Sin embargo, según Proops esta propuesta es insatisfactoria porque “la expresión ‘... es un concepto’ es tratada como significando ‘... es el rango de valores de un concepto de primer nivel de un argumento’, y –dada la definición de Frege de ‘número’ en *Las Leyes Básicas de la Aritmética*- esto se mantiene, entre otras cosas, del número 1. Así los números resultarían ser conceptos... lo que precisamente es un resultado que Frege no desea”<sup>6</sup> (Proops, 2012. p. 83). Es decir, al usar la predicación de primer orden subrogativa de la correspondiente de segundo orden llegamos, en este caso particular, a resultados indeseados. Para hablar de los conceptos en una predicación de primer orden hemos recurrido a sus representantes, lo que es lícito en el lenguaje de la *Conceptografía* sólo que, en este caso, somos llevados a traducir en retorno la fórmula correspondiente con un enunciado del español que dice lo que no queríamos: que un cierto objeto es un concepto.

Aunque este fallido intento de solución se dirigía, de acuerdo a Proops, al problema de la desviación de la costumbre, parecería que podría ser generalizado. Si no es posible decir “el concepto caballo no es un concepto” en el lenguaje formal de la conceptografía, lo mismo valdría entonces para el enunciado falso ‘el concepto caballo es un concepto’ y tal vez, también para el enunciado ‘Julio César es un objeto’ que no es de ninguna manera paradójico. ¿Sería válido emplear un predicado como ‘... es un objeto’? No entraré en este tema.

Un segundo intento de solución parece indicado por Frege cuando compara su paradoja con las frases del tipo ‘La ciudad de Berlín es una ciudad’ y agrega: “la peculiaridad de nuestro caso es indicada por el mismo Kerry por medio del entrecomillado de ‘caballo’; yo uso itálicas para el mismo fin. No habría razón para marcar ‘Berlín’ o ‘Vesubio’ en un modo similar.” (Frege, CP. p. 186) La idea es que la puesta en itálicas de ‘caballo’ en ‘el concepto *caballo* no es un concepto’, es para indicar que se trata de un nombre con la misma denotación que ‘el concepto *caballo*’. En tal caso, la frase en cuestión no es un ejemplo del esquema ‘el K T es un K’. El que lee la palabra en itálicas ya

---

<sup>6</sup>Proops. *What is Frege’s ‘concept horse problem’?*

sabe que es un nombre para lo que de manera redundante podemos denotar con 'el concepto *caballo*'. Esta observación no es, sin embargo, de mucha ayuda porque si '*caballo*' es un nombre propio, podemos considerarla como una abreviatura de 'el concepto *caballo*' y así replantear el problema. Lo mismo ocurriría si simplemente suponemos que tienen la misma denotación y no el mismo sentido con la dificultad adicional de explicar en qué podría consistir que no fuesen sinónimas.

La siguiente posibilidad de resolver el problema (o los problemas) consiste en apelar a una posible excepción a los criterios gramaticales empleados en la distinción entre nombre y términos funcionales (o conceptuales). De nuevo esta tentativa se inspira en otros pasajes de Frege en donde sugiere, por ejemplo, que en 'la ballena es un mamífero', la expresión 'la ballena', a pesar del artículo definido, no se refiere a un objeto. La frase para Frege es más bien de la forma del categórico 'todas las ballenas son mamíferos' o, mejor aún, 'para cualquier cosa si es una ballena es un mamífero'. Sin embargo, este recurso no parece ser aplicable a nuestro caso. Basta apelar a nuestras intuiciones lingüísticas para saber que la frase 'la ballena es un mamífero' es sinónima, una mera abreviatura, del categórico mencionado. En cambio no se ve que 'el concepto *caballo* no es un concepto' pueda ser considerado sinónimo de algún otro enunciado en que no figure un término singular. En los *Grundlagen* se sostiene que el categórico 'cada ballena es un animal' no trata de Wally, aunque Wally sea una ballena, sino que establece una predicación de orden superior acerca del concepto de primer orden *Ballena*. También podría ser considerada como afirmando que una relación de orden superior se da entre dos conceptos. Tal vez algo así podríamos decir de 'el concepto caballo no es un concepto', pero el símil no se sostiene. Por un lado parecería que el categórico sobre las ballenas habla de Wally (Frege intenta combatir esa ilusión gramatical) mientras que nadie pensaría que una frase que tiene como sujeto 'el concepto caballo' sea acerca del caballo Tornado. Por otro lado, si 'el concepto caballo' se refiere a un concepto la frase en cuestión sería falsa, siendo que la consideramos verdadera.

Otro posible diagnóstico del problema de Frege con la frase tan mencionada en este capítulo es el que denomina Proops “la frustración de las intenciones referenciales”.(Proops 2012, p. 85). Un pasaje de “Sobre Concepto y Objeto”(Frege 1892) atinentes a los términos ‘concepto’ y ‘objeto’ es particularmente iluminador a este respecto: “[...] con el uso de mis términos he hecho una distinción de la más alta importancia. Admito que hay un obstáculo peculiar para hacerme entender de mi lector. Por un tipo de necesidad del lenguaje, mis expresiones, tomadas literalmente, algunas veces no aciertan a mi pensamiento, en la medida en que yo menciono un objeto cuando lo que pretendo es un concepto. Me doy cuenta cabalmente de que en tales casos estoy confiando en un lector que está dispuesto a encontrarme a medio camino...” (Frege, CP. p. 193) Agrega Proops que el problema no tiene que ver con pensamientos inexpresables sino en que la expresión correspondiente “no acierta a referirse a lo que pretendía”.

Enseguida hace este comentarista dos observaciones interesantes. La primera es que el problema aquí tratado tiene que ver con ciertas frases que contienen términos singulares. En efecto, el problema surge por la naturaleza insaturada de los conceptos, lo que impide referirse a ellos con términos singulares. Inclusive antes de figurar en un enunciado, el término ‘el concepto *caballo*’ es engañoso. Falsamente parece referirse a un concepto. La segunda es que este fenómeno aparece incluso en los casos en que un pensamiento es expresado como en ‘el concepto *caballo* no es vacío’. Como vimos, lo que queremos expresar con este enunciado puede ser expresado por fórmulas de la (segunda) conceptografía, sea como una predicación de orden superior o una equivalente de primer orden. El pensamiento en cuestión está claro, pero el enunciado expresa otra cosa. En el caso de enunciados del tipo ‘el concepto *caballo* no es vacío’ el problema no es que estemos sugiriendo algo que en realidad trasciende los límites del lenguaje. Más bien, estamos frente a un caso en el que un enunciado que parece expresar un cierto pensamiento expresa otro. ¿Se puede aplicar el mismo diagnóstico a ‘el concepto *caballo* no es un concepto’? No es fácil decirlo pues no encontramos una fórmula de la conceptografía que exprese lo que supuestamente este enunciado pretende decir sin

conseguirlo (expresando algo distinto). En ese aspecto los enunciados 'el concepto *caballo* no es un concepto' y 'el concepto *caballo* no es vacío' no son similares, pero regresaré a esta cuestión un poco más adelante.

El último diagnóstico al problema del concepto *caballo* que propone Proops es el de la inexpresabilidad de las distinciones de categorías lógicas. Lo introduce de la siguiente manera: si descartamos por el momento el recurso que consiste en imitar una predicación de orden superior con una de primer orden, el término conceptual de primer orden '\_\_\_ es un concepto' es falso de todo argumento. Sin embargo la frase 'ningún objeto es concepto' parece expresar una proposición verdadera que no puede ser, por tanto, la que textualmente expresa. Hay varios ejemplos de frases similares con que Frege en su obra pretende explicar las diferentes categorías lógicas de su sistema y sus mutuas relaciones. Como señala Proops mientras que Wittgenstein tematiza la imposibilidad de aseverar las distinciones lógicas que subyacen a un lenguaje universal en ese mismo lenguaje, Frege no parece estar consciente de ella. Respecto a lo que distingue a las formas lógicas se lee: en el *Tractatus*: "uno no puede distinguir las formas entre sí diciendo que una tiene esta propiedad y la otra esa; pues esto supone que tiene sentido aseverar cada propiedad de cada forma" (4.1241). La idea es que no podemos, por ejemplo, decir que lo que distingue a los objetos de las funciones es que los primeros son saturados y los segundos no, porque para que esta frase tuviera sentido debería tenerlo el adscribir la propiedad *saturado* tanto a funciones como a objetos, pero eso es justamente lo que la frase en cuestión intenta proscribir. Tiene sentido decir 'lo que distingue a las grasas saturadas de las insaturadas es que en su constitución cada átomo de carbón está unido a un átomo de hidrógeno' porque tiene sentido atribuir la propiedad *en su constitución cada átomo de carbón está unido a un átomo de hidrógeno* tanto a grasas saturadas como a insaturadas. Lo primero genera una proposición verdadera y lo segundo una falsa. En cambio las propiedades *saturado* e *insaturado* no pueden atribuirse al mismo tipo de entidades. Si algo es saturado, no es que sea falso decir de eso que es insaturado, es simplemente que no tiene sentido.

Para comentar las observaciones de Proops, quisiera empezar por el problema de la infabilidad de las distinciones categoriales que está ejemplificada con la cita anterior del *Tractatus*. Consideremos el ejemplo, “las funciones son insaturadas, los objetos no son insaturados”. Alguien podría decir que este caso es similar al del ejemplo ‘las ballenas son mamíferos’. Esta enuncia una propiedad (de segundo orden) del concepto *Ballena*, aunque esa propiedad la tenga en función de las propiedades (de primer orden) de los objetos que subsume, a saber, el de ser todos mamíferos. Siguiendo esa analogía, cuando decimos “los objetos no son insaturados” enunciamos una propiedad (de segundo orden) del concepto *objeto*, propiedad que tiene en función de las propiedades de los individuos que subsume. Hasta allí no hay ninguna dificultad, pero también quisiéramos decir que las funciones son insaturadas. Con esa aseveración atribuiríamos una propiedad al concepto *función*, salvo que éste no puede ser un concepto de primer orden y, por tanto, la propiedad que estamos atribuyéndole no es de segundo orden. Por lo tanto, en el mejor de los casos, al decir “las funciones son insaturadas mientras que los objetos no son insaturados”, estamos usando la palabra ‘insaturado’ en dos sentidos distintos, pero claramente eso no era lo que pretendíamos. Deseábamos decir que hay una cierta propiedad que tienen las funciones y no los objetos. No lo conseguimos.

Otros ejemplos similares podrían darse en la exposición de las categorías lógicas del sistema de Frege. De hecho, este problema ha aparecido ya en mi exposición. Al explicar las sutilezas de la gramática fregeana, he dicho que el concepto *caballo* es subsumido por (o cae en) el concepto *existencia*. Aunque la frase anterior parece expresar una verdad empírica (a saber, que hay caballos), tomada literalmente es falsa. Ambas expresiones ‘el concepto *caballo*’ y ‘el concepto *existencia*’ son, si acaso, nombres de objetos y un objeto no puede subsumir a otro. Mi reserva en la formulación anterior vendrá explicada más adelante.

De aquí concluyo que el último problema que señala Proops sí aparece en la exposición de la gramática de Frege y no solamente cuando están involucrados términos singulares. Es verdad que en la paradoja del concepto *caballo* interviene una peculiaridad de los términos singulares y que, en ese sentido, es un problema específico de esta



categoría gramatical, pero un problema muy similar aparece en el resto de la gramática fregeana. En la versión más general, el recurso a representantes de conceptos no está disponible, aún si hubiese sido útil en el caso específico. Ahora bien, también aquí encontramos una frustración de las intenciones semánticas, puesto que, tampoco logramos decir lo que pretendíamos. Sin embargo, una frase así podría ser útil en un contexto de aprendizaje del lenguaje lógicamente perfecto. Si alguien, por ejemplo, no hubiese entendido la gramática del lenguaje fregeano y dijese algo como “¿y qué pasa con las funciones cuando ya están saturadas?” deberíamos responderle “no puede haber funciones saturadas. Lo que distingue a los objetos de las funciones es que los primeros son saturados”. Es decir que la regla gramatical se expresa con un enunciado que viola esa misma regla u otra similar.

No hay duda de que con las dos frases: ‘el concepto caballo no es un concepto’, ‘los objetos no son insaturados, las funciones sí’ se logra comunicar algo al estudiante que puede llevarlo a comprender la gramática fregeana y sus correspondientes categorías ontológicas. Sin embargo, no hay manera de comunicarle directamente lo que se pretende y por ello es interesante que Frege diga “me doy cuenta cabalmente de que en tales casos estoy confiando en un lector que está dispuesto a encontrarme a medio camino...”. No es simplemente que el autor haya abreviado su expresión por pereza o porque expresarse con precisión le tomaría mucho espacio. En ese sentido podemos decir que se trata de una dificultad insalvable.

En resumen, en la expresión de diferencias categoriales entre las entidades que componen el universo fregeano aparece una dificultad similar a la “paradoja” del concepto *caballo*. De nuevo hay una desviación de la costumbre y una frustración de las intenciones referenciales. Sin embargo, es cierto, como dice Proops, que la paradoja del concepto *caballo* no es un caso particular del problema más general porque está generada por una especificidad de los términos singulares. Adviértase que esta dificultad no tiene que ver con la supuesta pretensión de que los lenguajes formales de Frege sean universales (en el sentido en que sus variables recorran el universo entero sea de la *Bedeutung* o de todas las entidades, las funciones incluidas). Nada he asumido al

respecto. Lo que sí he supuesto es que las categorías gramaticales de las conceptografías corresponden a diferencias ontológicas insalvables. Lo importante es que habiendo entidades insaturadas y entidades saturadas no podemos decir que son idénticas ni tampoco que son distintas, porque esto supondría que hay una propiedad aplicable a ambas, lo que constituye una transgresión. Podría preguntarse por qué no hay una propiedad aplicable a más de una categoría ontológica. Admitir tal cosa sería equivalente a suponer que algo puede ser concepto y objeto a la vez, con lo cual el problema desaparecería junto con la solución fregeana al problema de la unidad de la proposición. Tiraríamos al niño con todo y el agua de la tina.

Ahora regreso al tema de la frustración de las intenciones referenciales en la paradoja del concepto *caballo*. 'El concepto *caballo* no es un concepto' no dice lo que pretendíamos. Consideremos el caso de 'el concepto *caballo* no es vacío' (1). Como vimos ésta puede ser considerada una abreviatura de un enunciado de los *Grundgesetze* que asevera la existencia de caballos o bien que la extensión del concepto *x es un caballo* cae bajo el concepto de primer orden *no es vacío*. En cualquier caso, está claro lo que queremos decir, sólo que la frase 'el concepto *caballo* no es vacío' es ambigua, además de engañosa en la primera lectura. Podemos decir algo similar de 'el concepto *caballo* no es un concepto', a saber, que está claro lo que queremos decir pero la frase dice otra cosa. Surgen aquí dos cuestiones: a) ¿por qué no decir lo que pretendemos directamente? b) ¿qué es lo que la frase sí dice? La frase quiere decir X pero dice Y. La pregunta es ¿qué son X y Y? En el caso de (1) podemos precisar qué es lo que realmente queremos decir y por qué la frase no lo dice.

Vayamos al primer punto. ¿Qué es X? ¿Qué quisiera decir la frase sin conseguirlo? Con 'el concepto *caballo*' queremos referirnos efectivamente a un concepto, a saber, al que es la denotación de una cierta expresión insaturada. Por supuesto, no podemos escapar a la paradoja. Si decimos que el término se refiere a la referencia de la expresión '*x es un caballo*' tenemos el mismo problema. La expresión 'la referencia de la expresión '*x es un*

caballo” es saturada y debe denotar un objeto. Sin embargo, el lector sabe de qué estoy hablando (si está dispuesto a encontrarme a medio camino). En ese caso, sería falso decir de esa entidad que no es un concepto. La posibilidad de hablar en el lenguaje ordinario de esa entidad se da, por ejemplo, en el marco de la filosofía de Russell en 1903: ‘humanidad’ y ‘humano’ significan el mismo concepto (como veremos) y, en ese caso, podemos decir: “humanidad es un concepto” y la paradoja no se produce. En el caso de Frege tenemos una dificultad en el lenguaje ordinario, a saber, no logramos hablar de lo que quisiéramos, es decir de ‘el concepto *caballo* no es vacío’ ¿Qué pasa en el lenguaje de la conceptografía? Vimos que no hay una fórmula que expresara el pensamiento pretendido, pero esta dificultad es accidental. Quiero decir con ello que las propiedades de un concepto pueden, en general, ser aseveradas en el lenguaje de la conceptografía con predicaciones de orden superior. Podemos decir de un concepto particular que no es vacío y también podríamos en principio decir que es un concepto, salvo que este predicado es válido de todos los conceptos del mismo nivel. Después de todo, Proops ha encontrado una fórmula para expresarlo, recordemos que tal fórmula era:  $x = \lambda y f(y) \& \text{ para todo } z (fz = -fz)$ . El mismo objeto que eso lleva a resultados indeseados cuando consideramos la noción fregeana de número, pero está claro que esa fórmula dice lo que pretendíamos. El problema que Proops detecta es que según la definición fregeana de ‘numero’, un número satisface su fórmula, es decir, un número sería un concepto, lo que es indeseable. Sin embargo, la definición fregeana de numero en términos de extensiones de conceptos es una parte muy débil del programa fregeano, algo a lo que él mismo renunció a raíz del descubrimiento de la paradoja de Russell. Si dejamos fuera esta definición (que, además no se relaciona con mi tema) la fórmula de Proops parece aceptable, por otra parte, Proops eligió el camino de la predicación subrogativa (con extensiones de conceptos), pero también pudo optar por una predicación de orden superior. Así es que allí no hay infabilidad, toda vez que en las predicaciones de orden superior sí podemos hablar de conceptos.

Ahora bien ¿qué es lo que dice textualmente ‘el concepto *caballo* no es un concepto’? Parece decir algo de un objeto atrapado por el sentido de la frase ‘el concepto *caballo*’.

Cuando formamos una descripción definida como ‘el actual presidente de Nigeria’, el sentido de la expresión es una guía para encontrar al referente. Debemos ir a Nigeria y buscar en la silla presidencial. Sabemos que el individuo en cuestión debe ser presidente, residir en Nigeria, etc. Pero ¿qué objeto es aprehendido por la expresión ‘el concepto *caballo*’? De acuerdo al sentido del término singular se trata de un objeto que tiene la propiedad de ser un concepto, pero eso no puede ser. Pensemos en un caso similar, a saber, en el sentido de la expresión ‘el mayor número primo’. A la tendencia a buscarle un referente se opone la aritmética. Sabemos que no hay un número primo mayor. Ese término singular tiene sentido, pero no referente. Análogamente a la tendencia a buscar un referente al término ‘el concepto *caballo*’ se opone la gramática. No hay un concepto que pueda designarse con una expresión que comienza con un artículo definido en singular. Al contraponerse a la gramática tal vez no sólo carezca de *Bedeutung* sino también de sentido. En todo caso, no tiene referente. En conclusión, si queremos hablar de la referencia del término ‘el concepto *caballo*’ y decir de ella que no es un concepto, entonces no sabemos realmente de qué objeto estamos hablando, si es que estamos hablando de alguno. Recordemos que, tiempo después de aparecida la paradoja de Russell, Frege vino a pensar que las frases de la forma “la extensión del concepto F” son engañosas porque nos hacen creer que estamos hablando de un objeto cuando en realidad carecen de referencia:

“Una propiedad del lenguaje que amenaza la seguridad del pensamiento es su tendencia a formar nombres propios a los cuales ningún objeto corresponde... Un ejemplo particularmente notable de esto es la construcción de un nombre propio con el modelo ‘la extensión del concepto a’, por ejemplo, ‘la extensión del concepto estrella’. Esta expresión parece designar un objeto debido al artículo definido, pero no hay objeto que pueda ser lingüísticamente así definido”. (Frege, PW, pp. 269-70)

Creo que lo mismo podemos decir de ‘el concepto *caballo*’ si lo tomamos como un término saturado que debiera denotar un objeto. No tenemos ninguna indicación de cómo encontrar a su denotación, ni de si realmente ésta existe.

Concluyo que en el marco fregeano sí hay un problema de inefabilidad (ejemplificado por la imposibilidad de expresar la diferencia entre conceptos y objetos, y, más aún en la imposibilidad misma de expresar algo acerca de los conceptos). En el caso particular del enunciado ‘el concepto *caballo* no es un concepto’ primero, tenemos que lo que se quiere decir, aunque es claro, resulta inefable en lenguaje ordinario, no así en el de la conceptografía y, en segundo lugar, lo que la frase supuestamente dice, de lo que he argumentado se trata de una ilusión gramatical porque creemos falsamente estar hablando de algo cuando en realidad parece sensato sostener que la expresión ‘el concepto *caballo*’ no tiene referente.

De forma general puedo decir que en el universo fregeano no hay entidades a las que no podamos referirnos. A lo largo de este trabajo eh planteado un punto de análisis en dos horizontes distintos, uno el del lenguaje natural y otro el de la conceptografía. Ahora bien, en relación a las distintas problemáticas que ha planteado Proops (2012), con respecto al enigma del concepto caballo, dos de ellas, “La frustración de las intenciones referenciales” y “La desviación de la costumbre”, surgen en el lenguaje natural, no en el de la conceptografía. Se puede hablar de un concepto en el lenguaje formal de la conceptografía pues podemos recurrir a la solución del objeto representante. Un concepto puede ser representado por su extensión, sin embargo tal solución no funcionaba para el lenguaje ordinario (o esquemas de enunciados) y tratemos de formularlos suponiendo que intentan referirse a entidades insaturadas:

[1] El concepto F subsume solo tres objetos.

[2]  $\exists x \exists y \exists z \ x \neq y \ \& \ x \neq z \ \& \ y \neq z \ \& \ Fx \ \& \ Fy \ \& \ Fz \ \& \ \forall w \ (Fw \rightarrow w=x \vee w=y \vee w=z)$

[3] El concepto satélite de la tierra es fácilmente ascequible.

[4]  $\forall F \exists x \ (x = \text{la luna} \ \& \ Fx \ \& \ \forall y \ (Fy \rightarrow y=x) \rightarrow A(F))$

Con (1) quisiéramos decir lo que (2) expresa. Allí no hay ningún problema de inefabilidad, el problema es que (1) no dice lo que quisiéramos porque su sujeto gramatical “El concepto F” es un nombre propio y por lo tanto se refiere a un objeto (no sabemos cuál).

Sin embargo, en el último problema mencionado por Proops, “La inexpresabilidad de la distinción de las categorías lógicas”, si concierne al lenguaje de la conceptografía. Por ejemplo, al hablar de lo que distingue a los objetos de las funciones queremos decir que los primeros son saturados y los segundos no, pero no hay ningún predicado que pueda predicarse con sentido a la vez a los términos funcionales y a los nombres de objetos.

## Capítulo 3

### RUSSELL Y LA ELEGIA DE GRAY.

#### 1.- Russell: La teoría de la denotación de 1903.

##### 1.1.- Introducción.

La idea central de este capítulo es exponer la teoría de la denotación de Bertrand Russell para examinar “ciertas curiosas dificultades” (Russell, *On Denoting* 1905) a que da lugar. Consideraré, primero, las partes 4 y 5 de la primera parte de “The Principles of Mathematics” de 1903, segundo, el artículo “On Denoting” de 1905. En un primer momento se analiza el contenido de esos textos por separado para luego establecer un contraste entre ambos que permita tener un panorama completo. La motivación principal para revisar la teoría de la denotación en Russell es explorar la existencia de un posible problema de infabilidad en una de sus teorías semánticas. Dicho problema es expuesto en el célebre y oscuro pasaje “de la Elegía de Gray” en que se pone en cuestión la teoría de la denotación que era central al pensamiento de Russell en 1903.

En “The Principles of Mathematics” (TPM<sup>7</sup>) Russell va a sostener, al igual que Frege, que las matemáticas, en específico la aritmética, pueden ser demostradas a partir de las leyes de la lógica. Según Russell la matemática se compone de enunciados verdaderos que pueden ser traducidos a un lenguaje lógico, es decir, si tomamos un enunciado matemático verdadero podemos expresar este mismo enunciado en el lenguaje de la lógica solo con ayuda de los símbolos lógicos. Una vez así traducido puede ser demostrado a partir de los principios lógicos fundamentales. “The Principles of Mathematics” es un libro que enfrenta distintas problemáticas para las que el autor explora posibles

---

<sup>7</sup> En lo sucesivo las referencias a páginas o párrafos de “The Principles of Mathematics” aluden a la versión castellana (ver bibliografía).

soluciones sin adquirir compromisos con algunas de éstas. A veces sus soluciones son sólo tentativas y dan paso a otras dificultades que sólo quedan señaladas.

## 1.2.- Elementos gramaticales

Antes de comenzar a exponer la teoría de la denotación, es importante hacer una precisión terminológica en cuanto a la noción de “proposición” empleada por Russell. A lo largo de esta exposición será evidente un uso deliberado de la palabra ‘proposición’ para denotar tanto lo que llamamos “enunciado” como lo que más tradicionalmente se conoce como proposición (o sea el contenido o aquello que se expresa con un enunciado). Por ejemplo, Russell dice: “Pero a menos que una proposición sea lingüística no contiene palabras: contiene las entidades indicadas por esas palabras”.(TPM, párrafo 51) Sin embargo, en otros párrafos Russell parece entender por ‘proposición’ algo que pertenece al lenguaje. Por ejemplo, dice “En una proposición relacional, por ejemplo, “A es mayor que B” podemos considerar a A como el sujeto y “es mayor que B” como aserción” (TPM, p.74). Por lo anterior diremos que Russell utiliza la palabra a veces en un sentido lingüístico, cuando se refiere a una expresión gramatical de cierta estructura, y a veces en otra acepción (diré “real” para etiquetarla de alguna manera), cuando alude con ella a algo que contiene objetos o individuos. Una proposición “real” sería algo así como un evento. Por ejemplo, diremos que una proposición en sentido lingüístico sería ‘Juan López bebe vino’ mientras que una proposición en sentido real sería Juan López bebiendo vino. Desde luego que esto genera un problema si consideramos las proposiciones en sentido lingüístico que son falsas. ¿Cuál sería la proposición real correspondiente a ‘Sócrates murió en un accidente automovilístico’? Russell no tenía una solución clara a este problema en 1903.

Al comienzo del capítulo 4 de la parte 1 de la obra que examino (TPM, párrafo 46) Russell señala uno de los principios básicos de toda su investigación, a saber, que la gramática es una guía para afrontar ciertos problemas filosóficos. Especialmente, como veremos, servirá para conocer los componentes de una proposición “real” a partir de los elementos



de la proposición lingüística que la expresa. Dice Russell. “El estudio de la gramática, de acuerdo con mi opinión, es capaz de aportar más luz a los problemas filosóficos de lo que comúnmente suponen los filósofos. Aunque no pueda admitirse sin crítica que una distinción gramatical corresponda a una diferencia filosófica genuina, sin embargo, la una es *prima facie* evidencia de la otra... Debe admitirse además, creo, que toda palabra que figura en un enunciado debe poseer algún significado...” (TPM, p.71).

Los párrafos siguientes contienen una intrincada discusión de las partes que constituyen una oración y que son relevantes desde el punto de vista filosófico. Señalaré solamente lo que considero esencial a mi tema. Russell introduce la palabra ‘término’ para referirse a “todo lo que puede ser objeto del pensamiento o que puede figurar en cualquier proposición falsa o verdadera o que puede contarse como uno”. (TPM, p. 72) Aunque de extrema generalidad, el vocablo no es inútil porque Russell sostendrá, por ejemplo, que los términos son inmutables e indestructibles y también porque reconoce ciertas “entidades”<sup>8</sup> que posiblemente no son términos, a saber, ciertos complejos que son objeto de la denotación (de los que hablaré enseguida). Por otro lado, llama “términos de una proposición” a “aquellos que figuran en la misma y que pueden considerarse como sujetos respecto a los cuales se establece la proposición”. (TPM, p. 74).

Partiendo del análisis gramatical, pero no guiándose exclusivamente por él, distingue dos clases de términos, a saber, *cosas* y *conceptos*. “Los primeros son los términos indicados (*indicated*) por los nombres propios, los últimos los indicados por todas las demás palabras” (Ibid., p. 73). Los conceptos, a su vez, son de dos tipos: los indicados por adjetivos y los indicados por verbos. En este punto aparece una diferencia con respecto a Frege. Aparentemente ‘la humanidad’ y ‘humano’ significan diferentes entidades, pues una es un nombre propio y la otra un adjetivo. Sin embargo, aquí Russell se aparta de la gramática. En su opinión estamos aludiendo al mismo concepto con ambas palabras. Lo que cambia cuando esas palabras figuran en oraciones (por ejemplo, ‘Sócrates es humano’

---

<sup>8</sup>Para Russell ‘término’, ‘entidad’, ‘unidad’ son sinónimos. Indican todo lo que tiene ser. Sin embargo, no todas las entidades existen. Yo utilizaré ‘entidad’ en un sentido más amplio que abarcará además de todos los términos esas combinaciones de términos que son denotadas por los conceptos denotativos.

y 'la humanidad pertenece a Sócrates') es, en todo caso, el modo de figuración. Importa menos a nuestro tema en dónde Russell cree advertir la diferencia que la razón por la cual afirma la identidad de las entidades indicadas por 'humano' y 'humanidad'. La razón es simple: distinguirlas nos llevaría a una paradoja (similar o idéntica a la del concepto *caballo*). Al respecto dice: "Podría pensarse que debería realizarse una distinción entre un concepto como tal y un concepto usado como término, por ejemplo, entre pares tales como *es* y *ser*, *humano* y *humanidad*, uno en una proposición tal como "este es uno" y 1 en "1 es un número". Pero si damos cabida a tal punto de vista nos veremos envueltos en intrincadas dificultades" (TPM, p. 75). Lo mismo dice más adelante con respecto a los verbos y allí repite esencialmente su tesis y el argumento con que la defiende: "...todo constituyente de toda proposición debe, bajo pena de auto-contradicción, ser susceptible de transformarse en sujeto lógico. Si decimos "*mata* no quiere decir lo mismo que *matar*", ya hemos hecho de *mata* un sujeto, y no podemos decir que el concepto expresado por la palabra *mata* no puede transformarse en sujeto. El problema es ¿qué diferencia lógica se halla expresada en la diferencia de forma gramatical? Y resulta claro que la diferencia debe hallarse en las relaciones externas." (TPM, pp. 77-8) Es decir, afirmar que un objeto X no puede ser un término es auto contradictorio porque en la proposición expresada por 'X no es un término' X es un término. Por ello Russell no acepta la distinción fregeana entre entidades saturadas e insaturadas, como dos categorías ajenas.

¿De qué manera distingue entonces entre cosas y conceptos? En que las cosas sólo pueden figurar en una proposición como términos, es decir, como aquello de lo que trata la proposición, mientras que los conceptos pueden aparecer como términos de la proposición pero también como predicados (TPM, p. 74). En general, los conceptos indicados por los adjetivos y los verbos intransitivos son los conceptos tradicionales de la filosofía (*ser*, *humano*, *mortal*, etc) y los indicados por los verbos (transitivos) son relaciones. De los primeros destaca Russell su conexión (que veremos enseguida) con lo que llama "denotar" y de los segundos su fuerza asertiva.

En este punto su opinión aunque sólo tentativa, y tal vez confusa, es relevante a mi tema. Por un lado reaparece brevemente el problema de Frege: al discurrir sobre qué distingue

la proposición 'César murió' de 'La muerte de César', Russell reconoce que el elemento asertivo de la primera se ha perdido en la segunda y que, por tanto, algo no puede aparecer como término: "De este modo la contradicción que debía haberse evitado –una entidad que no puede aparecer como sujeto lógico-, aparece aquí como inevitable." (TPM, p. 78) La dificultad queda consignada pero no resuelta.

Dejando de lado esta salvedad, Russell ha rechazado la solución fregeana al problema de la unidad de la proposición y por ello la cuestión vuelve a aparecer cuando trata el tema de los verbos (o grupos verbales) que pueden aparecer como tales o bien sustantivados. La diferencia es entre una relación que relaciona y una relación en sí misma. En la proposición 'A difiere de B' el verbo indica una relación que relaciona *A* con *B* (en ese orden), mientras que 'La relación de A y B' indica la misma relación considerada en sí misma, como término, susceptible de ser sujeto de una predicación. Ahora bien, para Russell, la primera contiene la clave de la unidad de la proposición. *A difiere de B* puede ser descompuesta en sus elementos *A*, *B*, *diferencia*, o bien *A*, *relato*, *diferencia*, *B*, *referente*, pero esa enumeración no es la proposición. La proposición sólo se forma cuando el verbo aparece en ella relacionando, es decir, como tal, no como término: "En realidad, una proposición es esencialmente una unidad, y cuando el análisis ha destruido la unidad, ninguna enumeración de los constituyentes puede reconstruir la proposición. El verbo, cuando se usa como verbo, encierra la unidad de la proposición, y por lo tanto, es distinguible del verbo considerado como término, aunque no puedo dar una explicación clara de la naturaleza precisa de esta distinción" (TPM, pp. 79-80). Viene después una densa discusión de este problema que, al final del capítulo, es dejado a los lógicos.

En este punto es conveniente hacer una breve recapitulación de las nociones que hemos visto hasta ahora para entender mejor los puntos siguientes. Primero, Russell distingue tres elementos gramaticales en el discurso filosófico: sustantivos o nombres propios, adjetivos (o nombres comunes) y verbos transitivos e intransitivos. Los sustantivos indican cosas, los adjetivos y verbos intransitivos, conceptos y los verbos transitivos relaciones. Término es aquello de lo que podemos hablar o pensar y que también puede ser sujeto lógico de una proposición. Las cosas sólo pueden aparecer como términos, mientras que

los conceptos y relaciones tienen otras figuraciones. Lo que constituye la unidad de la proposición es el verbo cuando figura en la misma pero no como término. Por supuesto que aquí utilizo las palabras con ambigüedad. Me refiero al elemento de la proposición real que corresponde al verbo gramatical.

Ahora bien, en lo que sigue revisaré cómo es que para Russell podemos comprender el significado de una proposición.

### **1.3.- Significado y denotación.**

Según Russell todas las partes de un enunciado deben tener un significado, Russell dice: "Todas las palabras tienen significado, en el sentido simple de que representan algo distinto de ellas. Pero a menos que una proposición sea lingüística no contiene palabras: contiene las entidades indicadas por las palabras". (TPM, p. 77).

Para Russell la proposición en sentido lingüístico 'Abebe Bikila es corredor' tiene por significado una proposición en sentido real. A cada parte de la primera corresponde una parte de la segunda. Al nombre 'Abebe Bikila' corresponde el corredor etíope así llamado y al predicado 'es corredor' corresponde el concepto *ser corredor*. Si un enunciado E tiene como significado la proposición P y un nombre, verbo o adjetivo N ocurre en E, a aquello que en P corresponde a N es el significado de N. Para entender una proposición hay que tener conocimiento de sus diversos componentes. Así alguien que no conozca a Abebe Bikila no podrá comprender el significado de la proposición anterior de acuerdo a Russell. Volvamos al enunciado 'Abebe Bikila es corredor'. El significado del sujeto, es decir, Abebe Bikila cumple un doble papel: epistémico y semántico. Por un lado es parte de lo que debemos conocer para entender la proposición. Por otro, es aquello de lo que la proposición trata.

Parece sorprendente el principio de que debemos conocer a los componentes de la proposición para entenderla. ¿Qué significa aquí 'conocer'? Russell pensó que no podría tratarse de estar en contacto directo con algún intermediario entre la mente y el objeto conocido, porque eso conduciría de nuevo al idealismo (al que no deseaba volver). Como

lo dice Landini: “La revuelta de Russell contra el idealismo lo guió a la opinión radical de que una mente puede tener contacto directo con objetos físicos y puede tener actitudes tales como creencia y aserción directamente a estados de cosas (proposiciones) conteniendo esos constituyentes” (Landini (2012), p. 40). Por un lado, parece natural pensar que si ‘Adolfo Gutiérrez’ es un nombre que representa al individuo así llamado, éste es su significado. La palabra está por el individuo, es un sucedáneo del mismo. Entonces para entender el nombre hay que conocer a Adolfo Gutiérrez. Por otro lado, todos entendemos que César cruzó el Rubicón, pero no conocimos a César. No entraré en la manera en que Russell enfrenta esta dificultad y me quedaré con los casos más sencillos que serán suficientes para exponer la teoría de la denotación.

Ahora bien, ¿qué pasa con las proposiciones del tipo ‘cada número primo mayor que dos es non’? Puedo entender dicha proposición y eso implica que conozco cada uno de los términos que la conforman, pero ¿cuáles son estos? Nadie conoce a cada número primo. Un problema similar generan algunas oraciones singulares, por ejemplo, ‘El presidente de Rusia es buen orador’ ¿Cómo puedo entender tal oración sin haber estado en presencia de Putin? Según Russell estos problemas surgen cuando en el enunciado en cuestión aparecen expresiones que él llama “denotativas” y que se forman por la concatenación de un predicado o término general y alguna de las siguientes palabras: ‘todo’, ‘cada’, ‘cualquier’, ‘algún’, el artículo indefinido ‘un’ (o ‘una’) y el artículo definido ‘el’ (o ‘la’). Así ‘la mejor escritora mexicana’ o ‘algún asesino serial’ son expresiones denotativas. La teoría de la denotación está diseñada para resolver los problemas a que estas expresiones dan lugar y que pueden sintetizarse en la pregunta siguiente: si una de estas expresiones aparece en un enunciado E que expresa la proposición P ¿qué figura en P correspondiente a esa expresión?

¿Cómo podemos entender la proposición ‘cada hombre es mortal’ sin que ello requiera conocer a cada hombre? La solución de Russell en TPM es que esto se debe a que en la proposición expresada hay un concepto (que Russell llama “denotativo”) correspondiente a la expresión ‘cada hombre’ y que sí conocemos, pero la proposición no trata de ese concepto pues ese concepto no es mortal, sino de una cierta entidad en el mundo. La

relación entre el concepto denotativo y esa entidad es la denotación. El concepto denotativo denota una cierta pluralidad<sup>9</sup>(o “combinación”, como Russell la llama) de términos. “Un concepto denota cuando, al figurar en una proposición, la proposición no se refiere a ese concepto, sino a un término conectado de un cierto modo peculiar con dicho concepto”. ( TPM, p. 83) Advertamos que la denotación para Russell no es una relación semántica, ni un proceso psicológico, sino una operación lógica en la cual se involucran un cierto tipo de conceptos y términos. De acuerdo a lo anterior en la proposición que es el significado de ‘encontré a un hombre’, ‘un hombre’ tiene por significado lo que Russell llamará el concepto denotativo “un hombre”, pero la proposición no trata de él sino de su denotación. Ahora bien, el problema con estas expresiones es que decimos que, por ejemplo, entendemos ‘cada alumno de primero’ porque conocemos al concepto denotativo *cada alumno de primero* pero la proposición en la cual figura ésta expresión no es acerca del concepto. ¿Cómo podemos decir, entonces que entendemos una proposición, en sentido lingüístico, porque contiene a un concepto denotativo si la proposición misma no es acerca de dicho concepto? Aunque Russell no es muy claro a este respecto (muchas de sus propuestas en 1903 son sólo tentativas) podemos asimilar su solución a la de Frege. En el caso de las expresiones denotativas hay un desdoblamiento similar al del sentido y la referencia, un elemento cognitivo y uno referido, el concepto denotativo y su respectiva denotación.

Trataré de ejemplificar lo anterior de la siguiente manera. Supongamos que tenemos una oración en la que ocurre una expresión denotativa, por ejemplo: ‘el hijo mayor de Luis Villoro fue futbolista’. La proposición real correspondiente está constituida de los significados de ‘El hijo mayor de Luis Villoro’ y de ‘Fue futbolista’. No conocemos a Juan Villoro, pero entendemos la oración porque sí conocemos al concepto denotativo *el hijo mayor de Luis Villoro*. Algo muy importante es que el concepto denotativo, en este caso, denota a una persona (Juan Villoro) pero la relación entre el concepto denotativo y Juan Villoro, en el caso de nuestro ejemplo, no se da por algún tipo de regla lingüística, es decir,

---

<sup>9</sup>Es un tanto obscuro la manera en que Russell concibe estas “entidades” *relata* de la denotación. Los ejemplos aclaran un poco sus ideas o, al menos, el problema que intenta resolver postulando diversos tipos de combinaciones.

la relación entre el objeto denotado y el concepto denotativo se da más allá del terreno del lenguaje. Diré que se da en la realidad, con lo cual al menos quiero decir que es una relación objetiva, no arbitraria, ni convencional, es decir, que no depende de la intervención humana. Russell dice que es una relación lógica.

Ahora revisaré la solución de Russell para otro tipo de expresiones, a saber: aquellas que contienen frases con cuantificadores. Cabe recordar cuál es el problema que se plantea, tanto con las descripciones definidas como con las frases que contienen cuantificadores, a saber: ¿cómo entendemos las proposiciones, en sentido lingüístico, que contienen frases con cuantificadores o aquellas con artículos definidos e indefinidos? Si decimos que para Russell es necesario conocer a los sujetos de una proposición para entenderla, ¿cómo es que entendemos la expresión ‘Todas las mujeres son bonitas’ sin que ello implique conocer a todas las mujeres que habitan el planeta tierra? La respuesta es que conocemos al concepto denotativo *todas las mujeres* el cual, a su vez denota una cierta “combinación” de términos. Este concepto es distinto del concepto denotativo *cada mujer* el cual denota otra combinación de términos.

¿Qué ocurre cuando formamos una expresión denotativa con un predicado que no es satisfecho por ningún objeto? Aquí Russell da dos distintas explicaciones según que la expresión denotativa sea o no una descripción definida. Veamos primeramente el segundo caso. ¿Qué ocurre con la expresión ‘cada mexicana que ha pisado la luna’? Russell dice que significa un concepto denotativo, pero éste no denota nada:

“Todos los conceptos denotantes, como vimos, son derivados de conceptos-clase; y  $a$  es un concepto-clase cuando ‘ $x$  es un  $a$ ’ es una función proposicional. Los conceptos denotantes asociados con  $a$  no denotarán nada cuando y sólo cuando ‘ $x$  es un  $a$ ’ es falsa para todos los valores de  $x$ ” (TPM, pp. 105-6).

La explicación para las descripciones definidas es diferente a este respecto. ¿Qué ocurre, por ejemplo, con ‘el actual rey de Francia’? Russell parece decir que no es una expresión bien formada: “La palabra *el*, en singular, se emplea correctamente sólo en relación con un concepto-clase del que exista solamente un caso” (TPM. p. 93). Es decir, ‘el actual rey

de Francia' no es una expresión que pudiera emplearse correctamente en 1905. Sólo si hay un objeto y sólo uno que satisface la función proposicional  $Fx$ , podemos propia y correctamente usar la descripción definida 'el  $F$ '. Este es seguramente un detalle de la teoría de la denotación muy poco satisfactorio, pero Russell no dice más al respecto.

En cuanto a las combinaciones denotadas por los complejos denotativos mismos, Russell da un ejemplo en que trata con clases finitas y en el que, por lo tanto, el concepto puede sustituirse por una conjunción o una disyunción. Lo expondré con ligeras modificaciones. Supongamos que  $A$  es un concepto que sólo subsume a Luis y a Ángel.

- (1) Luis y Ángel son dos de los pretendientes de Josefina. (Todo  $A$ )
- (2) Luis y Ángel pretenden a Josefina. (Cada  $A$ )
- (3) Si encontraste a Luis o a Ángel, encontraste a un enamorado muy ardiente.  
(Cualquier  $A$ )
- (4) Si era uno de los pretendientes de Josefina tenía que ser Luis o Ángel. (Un  $A$ )
- (5) Josefina se casará con Luis o con Ángel. (Algún  $A$ ).

Por el momento dejo de lado las descripciones definidas que Russell no introduce en este ejemplo. Entre 'todo  $A$ ' y 'cada  $A$ ' se da una relación similar a la que tienen 'un  $A$ ' y 'Algún  $A$ '. Los dos primeros representan una conjunción, los segundos una disyunción, pero mientras que 'cada  $A$ ' y 'algún  $A$ ' son distributivas, 'todo  $A$ ' y 'Un  $A$ ' no lo son. Es decir, un enunciado que contiene 'todo  $A$ ' será equivalente a una conjunción de enunciados y un enunciado en que figura 'cada  $A$ ' será equivalente a una disyunción de enunciados. Es decir, podemos decir de todo  $A$  (en el sentido colectivo de 'todo') que es dos, o equivalentemente que Luis y Ángel son dos (pero Ángel no es dos ni Luis es dos). Por otro lado, podemos decir que cada  $A$  pretende a Josefina o que Luis y Ángel pretenden a Josefina, lo que equivale a declarar que Luis pretende a Josefina y que Ángel pretende a Josefina. Así una frase con 'cada' puede dar lugar a una conjunción proposicional, mientras que una frase con 'todo' no lo hace. De la misma manera 'si era uno de los pretendientes de Josefina tenía que ser Luis o Ángel' no dice lo mismo que 'si era uno de los pretendientes de Josefina tenía que ser Luis o si era uno de los pretendientes de



Josefina tenía que ser Ángel'. Por otro lado, si Josefina se casará o con Luis o con Ángel entonces es claro que o se casará con Luis o se casará con Ángel. El caso de 'cualquier A' es intermedio entre la conjunción y la disyunción porque la disyunción del antecedente puede convertirse en una conjunción de proposiciones. Russell intenta explicar estas cuestiones en términos de las combinaciones denotadas. Así, por ejemplo, dice que *todo A* denota "la conjunción numérica de las A's". La segunda *Cada A* denota la conjunción proposicional de las A's la cual recae sobre todos los miembros de la clase, es decir, sobre Luis y sobre Ángel, para el caso de nuestro ejemplo. *Un A* denota la disyunción variable de las A's. Por último *Algún A* denota la disyunción constante de las A's. No he dicho que la expresión "algún A" denote pues la denotación no es una relación semántica. La denotación es la relación de un concepto con una combinación de entidades. He usado itálicas para referirme al concepto pero eso conlleva un problema que veremos en la siguiente sección. Los ejemplos anteriores ilustran los casos más sencillos. Las cosas se complican cuando varias frases denotativas aparecen en una misma frase o cuando figuran no como sujetos gramaticales sino como predicados.

Hasta este punto he señalado que, según Russell, para entender una proposición debemos tener conocimiento de sus distintos componentes. Por ejemplo, la proposición en sentido lingüístico "Julieta Fierro es astrónoma" tiene como componentes a la mexicana Julieta Fierro y al concepto 'ser astrónoma' alguien que no conozca a la persona no podrá entender la proposición. Vemos que el significado del nombre cumple dos funciones, primero es importante para entender la proposición y segundo, es aquello sobre lo que la proposición trata. Sin embargo, surgía un problema cuando en una proposición lingüística aparece una expresión denotativa (una frase cuantificada o una descripción definida). No conocemos a todos los astronautas mexicanos pero entendemos la proposición en sentido lingüístico "Cada astronauta mexicano es inteligente". Para resolver este problema Russell postula la teoría de la denotación. Según ésta en la proposición expresada por dicho enunciado aparece como sujeto el concepto denotativo *Cada astronauta mexicano* que sí conocemos (lo que nos permite comprender la

proposición) pero la proposición no es acerca de él sino acerca de su denotación. La denotación para Russell es una relación lógica entre conceptos y términos.

Ahora bien, ¿qué postula la teoría de la denotación en el caso de las descripciones definidas? Se trata de expresiones denotativas y cabría esperar, que el componente de la proposición que corresponde a ellas sea un concepto denotativo. Así, ‘el primer hombre que pisó la luna se volvió dipsómano’ expresa o significa una proposición que contiene al concepto denotativo *el primer hombre que pisó la luna* y es lo que debemos conocer para entender esa proposición. Además, ese concepto denota a Neil Armstrong, así es que, en este caso, la entidad denotada no es nada misterioso. Así es, en efecto, salvo para las descripciones definidas que tienen un predicado que nada satisface, como ya dije.

Esta teoría según la cual la denotación es una relación lógica entre un concepto denotativo y una combinación de entidades fue postulada por Russell en 1903 para explicar cómo podemos entender cierto tipo de proposiciones. La relación en cuestión es un tanto misteriosa como lo son también las entidades que son los *relata* de esta relación (tanto los conceptos denotativos como las combinaciones denotadas). Sin embargo, Russell la aceptó como una solución tentativa. En 1905 postuló una nueva teoría semántica (la llamada teoría de las descripciones definidas) que elimina algunas de estas oscuridades y da cuenta de ciertos fenómenos semánticos. La razón principal para abandonar la teoría de 1903 se encuentra expuesta en el célebre pasaje de “On Denoting” (1905) donde se trata de la Elegía de Gray, pasaje a cuya interpretación dedicaré una parte de este capítulo.

Ahora haré una breve revisión la teoría de las descripciones definidas de “On Denoting” de 1905 con la intención de contrastar ambas semánticas. Con “ambas semánticas” me refiero a la teoría de 1903, en la cual una expresión denotativa tenía un significado independientemente de la frase en que ocurría y a la de 1905 en la que tales frases carecen de significado. Cabe anticipar que el diagnóstico de inefabilidad que me interesa plantear, en el caso de Russell, está señalado en la teoría de 1903 y es un problema que el

autor detecta en 1905 en el pasaje de la “Elegía de Gray” y por ello renuncia a la teoría de la denotación y adopta la teoría de las descripciones definidas.

## 2.- LA TEORIA DE LA DENOTACION DE 1905.

### 2.1 Introducción.

Antes de analizar el pasaje de “La Elegía de Gray”, expondré la teoría de la denotación 1905. Con ello mostraré que dicho pasaje contiene el argumento central de Russell contra su teoría de los conceptos denotativos.

### 2.2 Frases denotativas.

Al inicio Russell señala que las frases de la forma: ‘un hombre’, ‘algún hombre’, ‘cualquier hombre’, ‘cada hombre’, ‘todo hombre’, ‘el actual Rey de Francia’, ‘el actual Rey de Inglaterra’, son todas frases denotativas a las que podemos distinguir por su forma<sup>10</sup>. Agrega que hay tres casos en los que podemos encontrar una frase denotativa. Primero: una frase puede ser denotativa y no denotar nada, por ejemplo, ‘el actual Rey de Francia’. Segundo: una frase puede denotar a un objeto definido, ‘el actual Rey de Inglaterra’. Tercero una frase puede denotar ambiguamente, ‘un hombre’. Nótese que, en este caso, Russell habla de una relación semántica de denotación que no es, por tanto, aquella de que era cuestión en el quinto capítulo de *The Principles of Mathematics*.

La importancia de la denotación, dice Russell, se revela no solo en la lógica y en las matemáticas, sino por igual en la teoría del conocimiento. Enseguida introduce una distinción que si bien es vaga en “On Denoting”, formulará con más detalle en obras posteriores.<sup>11</sup> Russell distingue entre “conocimiento directo” y “conocimiento por descripción”. El primero se da de forma directa, por ejemplo, de los *sense data* y nace del simple contacto con los ítems conocidos sin que implique una relación de mayor complejidad. Mientras que hay otro tipo de conocimiento (*knowledge about*) que se da

<sup>10</sup> Véase “On Denoting” pag. 1

<sup>11</sup> En “On Denoting” Russell distingue entre *Knowledge by acquaintance and knowledge about*. En 1911 Russell publica un artículo llamado *Knowledge by acquaintance and knowledge by description* el cual contiene ideas sustanciales para establecer tal distinción.

mediante la denotación y es exclusivo para aquellos objetos con los cuales no tenemos un contacto directo. Russell señala tal distinción en artículos como “On Denoting” y “Conocimiento directo y conocimiento por descripción”, entre otros. En el primer texto Russell dice algo como: “La distinción entre *conocimiento directo* y *conocimiento por descripción* es la distinción entre las cosas que tenemos presentes y las cosas que obtenemos solo por medio de frases denotativas” (OD p. 1).

Es importante recordar tres puntos que hasta ahora hemos mencionado. El primero de estos es la forma en que están compuestas las frases denotativas, por un cuantificador (o un artículo definido en singular) y un término general, por ejemplo: ‘alguna mujer’, ‘toda mujer’, ‘ninguna mujer’, ‘una mujer’, ‘la mujer’. Aunque la teoría de Russell es considerada como una propuesta sobre las descripciones definidas el artículo trata de todas las expresiones denotativas. Lo que sucede es que, con respecto a las otras expresiones de este tipo, la paráfrasis que su teoría propone es un análisis similar al ofrecido por Frege muchos años antes. En Segundo lugar, Russell explica la forma en que dichas frases denotan (en un sentido semántico), es decir, si denotan de forma definida o de forma ambigua. Por ejemplo, según Russell, la frase ‘la mujer’ denota definidamente, mientras que la frase ‘una mujer’ lo hace ambiguamente. En tercer lugar, Russell resalta la importancia de la denotación diciendo que esta operación nos permite conocer aquellos objetos que no podemos señalar directamente.

¿Cómo trata Russell las frases denotativas en 1905? Propone entender las oraciones que contengan frases denotativas de tal manera que podamos asignarles valores de verdad y, además, que nos permita ver la forma lógica de tales oraciones. Veamos cómo distingue Russell la forma lógica de un enunciado del lenguaje natural y, además, le asigna condiciones de verdad. Revisemos cómo se expone la interpretación de enunciados que contienen cuantificadores como ‘todo’, ‘nada’ y ‘algo’.

6) ‘C (todo)’ significa que  $C(x)$  es siempre verdadera.

Russell emplea, como se ve, la locución ‘...es siempre verdadera’, pero podemos formular su propuesta en términos más modernos usando cuantificadores.

Supongamos que tenemos una expresión como 'Todo es juguete de madera'. De acuerdo a Russell la forma lógica de éstas expresiones sería 'Para todo x, x es juguete de madera'.  $(\forall x) Mx$ .

- 7) 'C (nada)' significa que 'C (x) es falsa' es siempre verdadera"

Tomemos el mismo ejemplo solo que con diferente cuantificador: 'Nada es juguete de madera' su forma lógica sería: Para todo x, x no es juguete de madera.  $(\forall x) \neg Mx$ .

- 8) 'C (algo)' significa que es falso que 'C (x) es falso' es siempre verdadera'.

Por ejemplo, 'Algo es juguete de madera'. La forma lógica de esta expresión sería: 'Existe un x tal que x es juguete de madera'.  $(\exists x) Mx$ .

La nueva teoría postula que las frases denotativas carecen de significado por sí mismas pero contribuyen al significado cuando ocurren en un enunciado pues contribuyen a determinar el significado de tal enunciado. Este punto es muy importante para el tema que estoy tratando. Primero en la teoría de 1903 las frases denotativas sí tenían significado por sí mismas y era un concepto denotativo. Me refiero a la noción de significado que Russell ha defendido según la cual una expresión tiene significado siempre y cuando haya una entidad que correspondiera a dicha expresión en cada proposición en cuya expresión ocurre esa expresión. En 1905 cuando Russell postula que las expresiones denotativas carecen de significado lo que quiere decir es que cuando una de tales expresiones aparece en un enunciado ningún componente de la proposición expresada por ese enunciado les corresponde. Segundo, cuando Russell en 1905 dice que las expresiones denotativas no tienen significado por sí mismas pero son relevantes para las oraciones en que aparecen lo que se implica es que aunque nada les corresponda en la realidad contribuyen a determinar la proposiciones correspondientes a esas oraciones. Es decir son relevantes en la medida en que ayudan a determinar qué proposición expresa el enunciado que las contiene. Russell expone lo anterior de la siguiente manera:

"No se asume que todo, nada y algo tengan significado aisladamente, pero un significado es asignado a cada proposición en que ocurren. Este es el principio de la teoría de la denotación que deseo defender: que una frase denotativa nunca tiene significado por sí

misma pero cada proposición en cuya expresión verbal ocurren tiene un significado” ( Russell, On Denoting, 1905. P.p 2)

Si atendemos a dicho principio diremos que la frase ‘Toda mujer’ no tiene significado, mientras que ‘Toda mujer es audaz’ contiene una expresión denotativa que contribuye al significado del enunciado. Russell establece lo anterior como un principio básico para su teoría. Además, según Russell, con esta teoría quedan resueltos problemas a los que Frege y Meinong ofrecieron respuestas insatisfactorias. Para Russell el significado de una oración es la proposición que expresa y una expresión E tiene significado si cuando aparece en una oración O hay un elemento de la proposición expresada por O que corresponde a E. Por ejemplo, si decimos “La actual presidenta de Brasil es una buena política” nada hay en la proposición expresada por esa oración que corresponda a la expresión ‘La actual presidenta de Brasil’, sin embargo la oración tiene un significado (es decir expresa una proposición).

Las virtudes de tal principio están plasmadas en los enigmas que según Russell se pueden resolver con éste. De acuerdo con el análisis de Russell podemos interpretar la oración: ‘Yo conocí un hombre’ como “‘Yo conocí a x y x es humano’ no es siempre falso’. Esta fórmula deja desprovista de significado a la expresión ‘un hombre’, pero la frase denotativa cumple un papel dentro del enunciado: contribuye al significado del mismo. Ahora bien, las paráfrasis para las otras expresiones denotativas es la siguiente:

‘Todos los hombres son mortales’ significa que ‘si x es humano, x es mortal’ es siempre verdadera.

‘C (ningún hombre)’ significa que ‘Si x es humano, entonces C (x) es falso’ es siempre verdadera.

‘C (algunos hombres)’ significa lo mismo que ‘C (un hombre)’, y ‘C (un hombre)’ significa que es falso que ‘C (x) y x es humano’ es siempre falso.

‘C (cada hombre)’ puede significar lo mismo que ‘C (todo hombre)’.

Según Russell el artículo definido 'El' conlleva expresar existencia y unicidad, por ejemplo, 'El padre de Carlos II fue ejecutado' puede parafrasearse como 'x fue el padre de Carlos II y x fue ejecutado', en donde la frase 'x fue el padre de Carlos II' significa que hay un objeto x que tuvo una cierta relación con Carlos II pero también nos dice que nadie más tuvo esa relación. Russell propone dos paráfrasis de enunciados en que aparecen descripciones definidas:

'C (el presidente de México)' significa lo mismo que 'hay uno y sólo un presidente de México y es C'.

'Existe (el presidente de México)' significa lo mismo que 'hay uno y sólo un presidente de México'.

Antes de continuar con la teoría de Russell es preciso hacer una aclaración importante para entenderla un poco más. Recordemos que para Frege las expresiones del lenguaje natural podían analizarse como teniendo un sentido y una referencia. Russell sostiene que las expresiones sólo tienen significado el cual consiste, en el caso de un nombre, en el objeto al que éste se refiere. Sin embargo, según la teoría semántica de TPM, una bifurcación similar a la que proponía Frege se da para el caso de expresiones denotativas. Donde había sentido y referencia para Frege, Russell propuso concepto denotativo y denotación. Desde luego había diferencias importantes entre ambos autores pero en este punto se aproximaban. Sin embargo, en 1905 esta similitud desaparece. Para Russell sólo hay significado y las expresiones denotativas no son significativas. Los conceptos denotativos, que jugaban un papel parecido al sentido fregeano, han desaparecido. ¿Qué quiere decir Russell cuando propone en 1905 que las frases denotativas no tienen significado? Significa que no hay un componente de la proposición (real) que corresponda a ellos. Es decir a la cuestión de qué corresponde en la proposición expresada por el enunciado 'toda mujer es sabia' al componente gramatical 'toda mujer', la respuesta es "nada". Pero entonces ¿cómo puede ser que a un componente de la oración (la proposición lingüística) no corresponda un constituyente de la proposición real? La respuesta es que la gramática nos ha engañado. En realidad, desde el análisis lógico las

frases 'Juana de Asbaje es sabia' y 'toda mujer es sabia' no tienen la misma estructura. 'Toda mujer' es un componente de esta última frase sólo desde el punto de vista de una gramática superficial, no lógica. La verdadera estructura o forma lógica de ese enunciado es la propuesta anteriormente.

Las razones por las que Russell abandona su semántica de 1903 por la de 1905 aparecerán en lo sucesivo. Una de ellas es que la teoría de TPM postula entidades misteriosas como los conceptos denotativos, mientras que la teoría de 1905 es, en sentido, más económica. Pero tal vez la razón más importante del cambio es la dificultad que se encuentra expuesta en el pasaje de la Elegía de Gray y que examinaré más adelante. Antes veré que la nueva teoría resuelve ciertas dificultades.

### 2.3 Los Enigmas.

Una de las motivaciones centrales de "On Denoting" es la de resolver ciertos enigmas ya conocidos en la literatura filosófica pero que según Russell no habían encontrado una solución satisfactoria. El sostiene que su teoría de la denotación soluciona tales enigmas. Los enigmas son los siguientes:

(9) Si  $a$  es idéntico a  $b$  cualquier cosa que sea verdad de uno deberá ser verdad del otro. Por ello en una proposición en que ocurra ' $a$ ', podemos sustituir ' $a$ ' por ' $b$ ' sin alterar el valor de verdad de dicha proposición. Por ejemplo:

P1: Jorge IV deseaba saber si Scott fue el autor de Waverley.

P2: Scott fue el autor de Waverley.

C: Por lo tanto, Jorge IV quería saber si Scott era Scott.

Pero evidentemente hay aquí un problema pues P1 es verdadera y C falsa.

(10) Por la ley del tercero excluido ' $A$  es  $B$ ' o ' $A$  no es  $B$ ' debe ser verdadero, por ello de los enunciados:

'El actual Rey de Francia es calvo' o 'el actual Rey de Francia no es calvo' uno debe ser alguna verdadera. Si enumeramos las cosas que son calvas y las que no lo son



podríamos no encontrar al rey de Francia en estas listas. Tal parece entonces que se viola la ley del tercero excluido.

- (11) Consideremos una proposición verdadera 'A difiere de B'. Puede ser expresada en la forma 'La diferencia entre A y B subsiste' pero si es falso que A es diferente de B entonces no hay diferencia entre A y B que pueda expresarse como 'La diferencia entre A y B no subsiste' ¿pero cómo puede una no entidad ser sujeto de una proposición?

Un elemento importante de la nueva teoría es que una descripción definida es una especie de operador lógico y cuando interactúa con otro dentro de la misma oración pueden ocurrir ambigüedades de alcance. Según Russell en "On Denoting", las descripciones definidas pueden ocurrir de forma primaria o secundaria dentro de ciertas oraciones. En realidad, estas ambigüedades se dan siempre que dos operadores gramaticales o lógicos interactúan. Por ejemplo, supongo que tengo un predicado tal como "maduro" ahora lo niego y obtengo "inmaduro", ahora se lo atribuyo a alguien como "Luisa", el resultado es "Luisa es inmadura", en este caso la predicación ocurre de forma primaria y la negación de forma secundaria. En otra situación puedo decir: "No es cierto que Luisa es madura", en este caso la predicación ocurre de forma secundaria y la negación de forma primaria. El mismo fenómeno se dará con las descripciones definidas, según la teoría de *On Denoting*, como veremos ahora en la solución de los enigmas:

#### PRIMER ENIGMA.

P1: Jorge IV quería saber si Scott fue el autor de Waverley.

P2: El autor de Waverley es Scott.

C: Jorge IV quería saber si Scott era Scott.

Russell señala que este argumento tiene al menos dos lecturas distintas:

12) P1: Jorge IV quería saber si había uno y sólo un autor de Waverley y si ese individuo era Scott.

P2: Hay uno y sólo un autor de Waverley y ese individuo es Scott

C: por lo tanto, (3) Jorge IV quería saber si Scott era Scott.

13) La segunda es:

P1.-Hay uno y sólo un autor de Waverley y Jorge IV quería saber si ese individuo era Scott.

P2.-Hay uno y sólo un autor de Waverley y ese individuo es Scott

C: Por lo tanto, (3) Jorge IV quería saber si Scott era Scott.

La solución de Russell a este enigma puede resumirse en los siguientes puntos:

14) La proposición 'Scott fue el autor de Waverley' se interpreta como expresando que una y solo una entidad escribió Waverley y Scott es idéntico a esa entidad.

15) La proposición 'Scott es el autor de Waverley' no tiene ningún constituyente correspondiente a 'el autor de Waverley' por lo cual no nos autoriza a sustituir *salva veritate* a 'Scott' por 'el autor de Waverley' en ningún enunciado.

16) En esencia Russell distingue la forma gramatical de la forma lógica del argumento, con la primera paráfrasis tenemos que el argumento, en general, es inválido, aunque las premisas sean verdaderas. En la segunda paráfrasis el argumento es válido, sin embargo, la primera premisa es falsa.

## SEGUNDO ENIGMA:

El enigma era el siguiente:

(17) El actual rey de Francia es calvo.

(18) El actual rey de Francia no es calvo.

Según Russell (17) y (18) son falsas. En el caso de (18) es falsa si con ello queremos decir:

(19) 'El actual Rey de Francia es calvo' o 'El actual Rey de Francia no es calvo' una de las dos debe ser verdadera. Si enumeramos las cosas que son calvas y las que no lo son podríamos no encontrar al Rey de Francia en estas listas. Tal parece que se viola la ley del tercer excluido.

De acuerdo a la teoría que Russell propone, hay dos posibles paráfrasis o lecturas del enunciado (18) que son las siguientes:

(20) Hay uno y solo un actual rey de Francia y no es calvo.

(21) Es falso que hay una entidad que es ahora rey de Francia y este es calvo.

Según Russell las paráfrasis están determinadas según el tipo de ocurrencia de las descripciones definidas en las oraciones en que ocurren. En el caso del segundo enigma, la premisa (19) es falsa pues su ocurrencia es primaria, mientras que en (20) la ocurrencia es secundaria. Si elegimos (20) los dos enunciados en cuestión (17) y (18) son falsos pero uno es la negación del otro. Si elegimos (21) entonces sí obtenemos la negación de (17) pero entonces el enunciado (18) es verdadero. Así que el enigma se resuelve.

### TERCER ENIGMA:

El tercer enigma es el de los existenciales negativos. ¿Cómo puede una no-entidad ser sujeto de una proposición? Como podemos expresar mediante la oración 'el tal o cual no existe'. La dificultad a que tales locuciones dan lugar puede ser resumida de la siguiente manera: Si digo "A no existe" y es verdadero, entonces parece que estoy hablando de algo y diciendo de eso que no existe, pero si predico de él algo, de alguna manera debe de existir. En TPM encontramos la siguiente formulación de esta cuestión: "Ser es eso que pertenece a cada término concebible, a cada objeto posible del pensamiento... dicho brevemente a todo lo que puede ocurrir en una proposición, verdadera o falsa, y a todas las proposiciones. El ser pertenece a cualquier cosa que pueda ser contada. Si A es cualquier término que pueda ser contado como uno, es claro que A es algo, y por lo tanto que A es. "A no es" debe ser siempre falso o sin sentido. Pues sí A no

fuera nada, no podría ser dicho de ella que no es; “A no es” implica que hay un término A cuyos ser es negado y, por lo tanto, que A es. Así excepto que “A no es” sea un sonido vacío, debe ser falso -cualquier cosa que A pueda ciertamente ser. Los números, los dioses homéricos, las relaciones, las quimeras y los espacios de cuatro dimensiones todos tienen ser, pues si no fueran entidades de un tipo, no podríamos hacer ninguna proposición acerca de ellas. Así ser es un atributo general de todo, y mencionar cualquier cosa es mostrar que es” (TPM, p. 508).

¿Cómo la teoría de las descripciones definidas resuelve este enigma que Russell tenía en 1903? En el caso de que tengamos un enunciado como ‘el actual rey de Francia no existe’, la paráfrasis que Russell recomienda es ‘no hay uno y sólo un rey de Francia’ y en ésta no hay un sujeto del que podamos decir que estamos aseverando de él una propiedad, como hacíamos en el argumento anterior. Por otro lado, si decimos “Enrique Peña Nieto no existe”, aparentemente no puede aplicarse el mismo expediente porque la frase no contiene una descripción definida. Pero Russell tiene otras razones, que no examinaremos, para sostener que un nombre propio ordinario es una abreviatura de una descripción definida. Si, por ejemplo, ‘Enrique Peña Nieto’ sólo es una abreviatura de ‘el actual presidente de México’ entonces el recurso anterior para resolver el enigma puede ser aplicado a la frase ‘Enrique Peña Nieto no existe’. Varias razones tiene Russell para sostener que los nombres propios del lenguaje ordinario son abreviaturas de descripciones definidas. Entre ellas se encuentran la distinción entre conocimiento directo y conocimiento por descripción y la presuposición russelliana de que el primero sólo abarca datos sensoriales y algunos universales. Así se explica que podamos tener conocimiento de Enrique Peña Nieto y que podamos decir que ha muerto sin caer en el sinsentido.

### 3.- 50 SOMBRAS DE GRAY.

#### 3.1.- Introducción.

Trataré de exponer de forma minuciosa el célebre pasaje de Russell “La Elegía de Gray” presentado en el artículo “On Denoting”. Una de las características de dicho pasaje es su obscuridad que contrasta con el resto del artículo, por ello es susceptible de distintas interpretaciones, muchas de ellas con distintas conclusiones. La complejidad de este extracto lo llevó a ser ignorado durante ciertos periodos, mi intención al exponerlo es plantear si de entre los problemas que subyacen a este pasaje está el de la infabilidad y, de paso, si aplica a la semántica de Frege.

En este pasaje Russell enuncia su objeción central y definitiva contra la teoría de la denotación que había propuesto dos años antes y que, como dijimos, era central a su filosofía del lenguaje y de las matemáticas. El pasaje comienza con la siguiente afirmación: “la relación del significado y de la denotación conlleva (implies) ciertas dificultades más bien curiosas que parecen ellas mismas suficientes para probar que la teoría que conduce a tales dificultades debe estar equivocada”. A este diagnóstico le siguen tres páginas más bien densas en que la letra “C” sola aparece 36 veces. Mi intención es examinar las diversas interpretaciones que se han dado de este pasaje, favorecer alguna de ellas y comparar la dificultad con la que aquí se topa Russell frente a la que Frege encontró a propósito del concepto *caballo*.

Para un mejor análisis de esta parte del texto de “On Denoting” voy a citar el pasaje completo en castellano, clasificaré cada párrafo con números para que en lo siguiente pueda referirme a él. Al hacerlo no sigo las convenciones tipográficas que he empleado hasta aquí sino las que aparecen en el texto original. Cambiarlas podría conducir a una deformación del pensamiento expresado en esas líneas.

### 3.2 “La Elegía de Gray”

- 1) La relación del significado con la denotación implica ciertas, más bien, curiosas dificultades, que podrían por sí mismas, ser suficientes para probar que la teoría que conduzca a tales dificultades debe ser errónea.
- 2) Cuando deseamos hablar del *significado* de una frase denotativa, como opuesta a su *denotación*, el modo más natural de hacerlo es por medio de comas invertidas, entonces decimos:

El Centro de masa del Sistema Solar es un punto, no un complejo denotativo.

‘El Centro de masa del Sistema Solar’ es un complejo denotativo, no un punto.

O nuevamente:

La primera línea de la Elegía de Gray afirma una proposición.

“La primera línea de la Elegía de Gray” no afirma una proposición.

Entonces tomando cualquier frase denotativa, digamos C, deseamos considerar la relación entre C y “C”, en donde la diferencia entre los dos es del tipo ejemplificado arriba por las dos instancias.

3) Decimos, para iniciar, que cuando C ocurre es de la *denotación* de lo que estamos hablando; pero cuando “C” ocurre es del *significado*. Ahora la relación del significado y la denotación no es únicamente lingüística a través de la frase: debe haber una relación lógica implicada, que expresamos diciendo que el significado denota a la denotación. Pero la dificultad que enfrentamos es que no podemos tener éxito en *ambas*, preservar la conexión del significado y denotación y prevenirlos de ser uno y el mismo, al igual que el significado no puede ser entendido excepto por medio de una frase denotativa. Esto sucede como sigue:

4) Una frase C debería tener significado y denotación. Pero si queremos hablar de “el significado de C” esto nos da el significado (si lo hay) de la denotación. “El significado de la primera línea de la Elegía de Gray” es el mismo que “el significado de ‘el toque de queda

que anuncia la muerte del día que termina” y no es el mismo que “El significado de ‘La primera línea de la Elegía de Gray’”. Entonces para obtener el significado que queremos debemos hablar no de “el significado de C”, sino de “el significado de ‘C’” que es igual al de “C” en sí mismo. Igualmente “La denotación de C” no es la denotación que queremos, pero se refiere a algo que, si denota algo, denota lo que es denotado por la denotación que queremos. Por ejemplo, digamos “C” es “el complejo denotativo que ocurre en la segunda de las instancias de arriba”. Entonces:

C=“la primera línea de la Elegía de Gray”, y,

la denotación de = El toque de queda que anuncia la muerte del día que termina. Pero lo que *queríamos* tener como denotación es “la primera línea de la Elegía de Gray”. Por lo tanto hemos fallado en obtener lo que queríamos.

**5)** La dificultad para hablar del significado de un complejo denotativo puede ser enunciada así: el momento en que ponemos un complejo en una proposición, la proposición es acerca de la denotación; y si queremos hacer una proposición cuyo sujeto sea “el significado de C” el sujeto es el significado (si lo hay) de la denotación que no era lo que queríamos. Esto nos lleva a decir que cuando distinguimos significado y denotación, debemos estar tratando con el significado: el significado tiene denotación y es un complejo, y no hay alguna otra cosa como el significado, que pueda ser llamado el complejo, y que se pueda decir que *tiene* ambos significado y denotación. La frase correcta, en el punto en cuestión es que algunos significados tienen denotaciones.

**(6)** Pero esto solo hace más evidente la dificultad para hablar de significados. Porque supongamos que C es nuestro complejo, entonces vamos a decir que C es el significado del complejo. Sin embargo, en cuando sea que C ocurra sin comas invertidas, lo que es dicho no es verdad acerca del significado, sino solo de la denotación, como cuando hemos dicho: El centro de masa del Sistema Solar es un punto. Entonces para hablar de C mismo, i.e. para hacer una proposición acerca del significado, el sujeto no puede ser C, sino algo que denote a C. Entonces “C” que es lo que usamos cuando queremos hablar del significado, no puede ser el significado, sino algo que denota al significado. Y C no puede ser un constituyente de este complejo (como lo es “el significado de C”), pues si C ocurre en el complejo esto debe ser su denotación, no su significado lo que ocurre, y no hay camino de regreso de las denotaciones a los significados, porque cada objeto puede ser denotado por un número infinito de frases denotativas diferentes.

**(7)** Entonces parece que “C” y C son entidades diferentes, tal que “C” denota a C; pero esto no es una explicación porque la relación de “C” con C permanece en completo misterio, ¿en donde encontraremos un complejo denotativo “C” que denote a C? Además, cuando C ocurre en una proposición, no es *solo* la denotación lo que ocurre (como veremos en el siguiente párrafo), todavía, sobre el asunto en cuestión, C es solo la denotación, el significado está completamente relegado a “C”. Esto es un enredo inexplicable, y parece probar que la distinción general entre significado y denotación ha sido concebida equivocadamente.

**(8)** Que el significado es relevante cuando una frase denotativa ocurre en una proposición es formalmente probado por el enigma del autor de *Waverley*. La proposición “Scott fue el



autor de *Waverley*” tiene una propiedad que no posee “Scott es Scott”, digamos la propiedad que Jorge IV deseaba saber si esto era verdad. Entonces ambas no son proposiciones idénticas; por lo tanto el significado de “el autor de *Waverley*” puede ser relevante tanto como la denotación, si estamos de acuerdo, el punto de vista al que la distinción pertenece. Además, como hemos señalado, si nos adherimos a éste punto de vista, estamos comprometidos a sostener que solo la denotación es relevante. Este punto de vista debe ser abandonado.

### **3.3 Las interpretaciones del pasaje**

#### **3.3.1.- Gideon Makin y su interpretación de la “Elegía de Gray”.**

En un primer momento presentaré una interpretación que es de Gideon Makin. Más adelante la compararé con otras interpretaciones, de Peter Hylton (1989) y la de Searle (1958), sucesivamente. La razón por la que no expongo las interpretaciones siguientes en un orden cronológico es, como se verá, que la primera, más extensa y detallada, podrá guiarnos en la lectura de las otras.

Enseguida expongo las que me parecen ser las partes centrales de la interpretación de Makin, tal vez un tanto simplificada en beneficio del lector. Para Makin el argumento tiene dos partes. La segunda es simplemente una versión “simbólica” de la primera y al final la ilustraré con un diagrama del propio autor. Supongamos que queremos decir algo a propósito no de cualquier animal, por ejemplo, que es mortal, sino del concepto denotativo que aparece en la proposición que es el significado del enunciado ‘cualquier animal es mortal’. Podemos, pongamos por caso, querer decir de ese concepto denotativo que es un concepto denotativo. No podemos decir “cada animal es mortal” y a la vez

“cada animal es un concepto denotativo”. Russell introduce comillas para hacer esta distinción. Yo usaré itálicas en acuerdo con las convenciones que empleé desde el primer capítulo: ‘cada animal es mortal’ y ‘*cada animal* es un concepto denotativo’.

Ahora bien, la pregunta es: ¿la expresión ‘*cada animal*’ es un nombre del concepto denotativo en cuestión? Así parece. Entonces la oración “*cada animal* es un concepto denotativo” tiene como significado una proposición en que el concepto denotativo en cuestión aparece. Pero entonces esa proposición no es acerca de ese concepto denotativo sino de la denotación del mismo, que es una multiplicidad de seres vivos. Así es que no logramos hablar de lo que queríamos. Otra posibilidad es que *cada animal* no sea un nombre del concepto denotativo en cuestión (del que queremos hablar y no podemos) sino un concepto denotativo que lo denote. En ese caso el problema, si Makin está en lo correcto, es que si ya era oscuro el concepto denotativo original, el nuevo que lo denota lo es aún más. Es decir, un problema que se presenta nuevamente es: ¿cómo logramos hablar del significado. ¿Por qué? La razón es que no está claro qué relación podrían tener esos dos conceptos denotativos para que uno denotara al otro.

Tomemos el ejemplo de Russell y su notación para facilitar la detección de estos argumentos en el texto original:

- (1) El centro de masa del Sistema Solar es un punto, no un complejo denotativo.
- (2) < El centro de masa del Sistema Solar > es un complejo denotativo, no un punto.

Ahora usemos C1 para referir a la entidad que ocurre en la posición del sujeto en la proposición expresada por (1), y C2 para la entidad que ocurre en la posición del sujeto en la proposición expresada por (2), siendo así que: C1 es el significado o complejo denotativo que denota un punto particular. Mientras que (2) expresa una proposición acerca de C1. Sin embargo, queda en completo misterio qué es C2.

¿Cuál es la relación entre estos dos conceptos? Al respecto Russell mismo plantea dos posibilidades. La primera es que C2 sea una entidad idéntica a C1. El punto central es ¿cómo podría C1 ser idéntico a C2, si C1 denota un punto y C2 no? Para hacer éste

ejemplo verosímil Makin usa otro ejemplo de Russell en *The Principles of Mathematics*, al que ya me he referido con anterioridad, a saber, (3) *Sócrates es humano* y (4) *La Humanidad pertenece a Sócrates*. Como ya dijimos, para Russell el mismo concepto ocurre en ambas proposiciones, pero sólo la segunda expresión es acerca de ese concepto (*Humanidad*). Esto puede explicarse apelando a los distintos tipos de ocurrencia que tendría el constituyente de una proposición. En éste caso, el concepto en (4) ocurre como término y en (1) como predicado, aún así la identidad de los constituyentes permanecería intacta. Ahora bien, si ponemos el ejemplo anterior en término de C1 y C2, ¿podemos explicar a C2 como un tipo de ocurrencia distinta de C1 siendo ambos idénticos? Parece que no porque gramaticalmente ambos aparecen como sujetos de (1) y (2) respectivamente. Además, si C1 fuera igual a C2 entonces (1) y (2) serían contradictorias pues ambas serían acerca de la misma denotación.

Ahora consideremos la posibilidad de que C1 fuera no idéntico a C2 sino un constituyente de C2. Makin recurre a un ejemplo similar: consideremos al complejo denotativo <El primer ministro>. Cuando éste ocurre como constituyente de otro complejo denotativo, como en <El padre del primer ministro> sólo la denotación del primero, y no su significado, es importante para determinar la denotación del todo, esto implica que la denotación de un complejo denotativo que contiene a otro es una función sólo de la denotación del segundo y no de su significado. Si C1 fuese un constituyente de C2, entonces:

(\*) Sólo la denotación de C1 será relevante para determinar la denotación de C2.

(\*\*) La denotación de C2=C1.

Por ende, podemos sustituir 'la denotación de C2' por 'C1' en (\*) para obtener:

(\*\*\*) Sólo la denotación de C1, y no su significado, será relevante para determinar C1.

Pero es imposible dado que (como aceptan tanto Frege como Russell) no hay camino de regreso de la denotación al significado. No podemos determinar un complejo denotativo sólo sabiendo cuál es su denotación. Por ello Makin concluye que C2 no puede contener a C1 como constituyente.

Después de haber explorado las posibilidades anteriores Makin retoma al mismo Russell para decir que “esto no puede ser una explicación”. La razón para señalar lo anterior es que casi nada sabemos de C2, lo único que podemos concluir es que C1 y C2 son entidades distintas y que C1 no es un constituyente de C2, ambas consecuencias son negativas. Ahora bien, recordemos la cuestión central: ¿cómo puede una proposición ser acerca de un complejo denotativo? Una alternativa puede ser la que nos ofrecería un complejo denotativo de segundo nivel, pero no sabemos qué complejo sería éste.

La segunda parte del argumento, según Makin, la parte simbólica, es la que aparece primero en el pasaje (más claramente en el párrafo (4)). Se desarrolla a partir de la necesidad de introducir un símbolo para hablar del significado de una frase denotativa. Sabemos que una frase denotativa que ocurre en una proposición tiene significado y denotación, Russell necesita un símbolo para decir que de lo que hablamos es del significado de una frase denotativa y no de la denotación. En este caso de lo que queremos hablar es del significado de ‘La primera línea de la Elegía de Gray’. El símbolo que Russell elige es el de las comillas invertidas, y, entonces, lo que queremos es “El significado de ‘La primera línea de la Elegía de Gray’” pero aquí ocurre algo que Makin llama “los fenómenos mellizos”, y es que cuando queremos hablar del significado de La primera línea de la Elegía de Gray en realidad estamos hablando del significado de la denotación de dicha frase a saber: el significado de ‘El toque de queda del día que termina’. En el diagrama siguiente, como se aprecia en el recuadro superior de la izquierda, una frase es representada con un rectángulo, el significado con un triángulo y la denotación con un círculo. Las flechas hacia abajo indican la relación de una frase a su denotación (es decir, la denotación de su significado), mientras que las flechas horizontales la relación entre una frase y su significado.

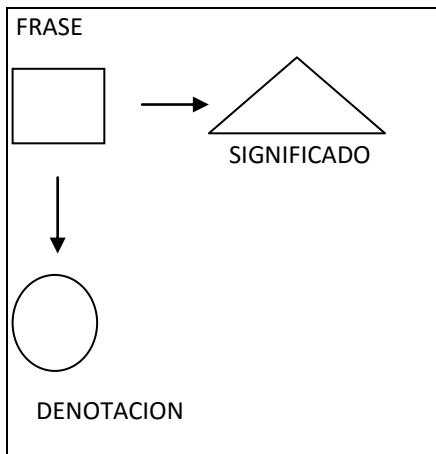


FIGURA 1.

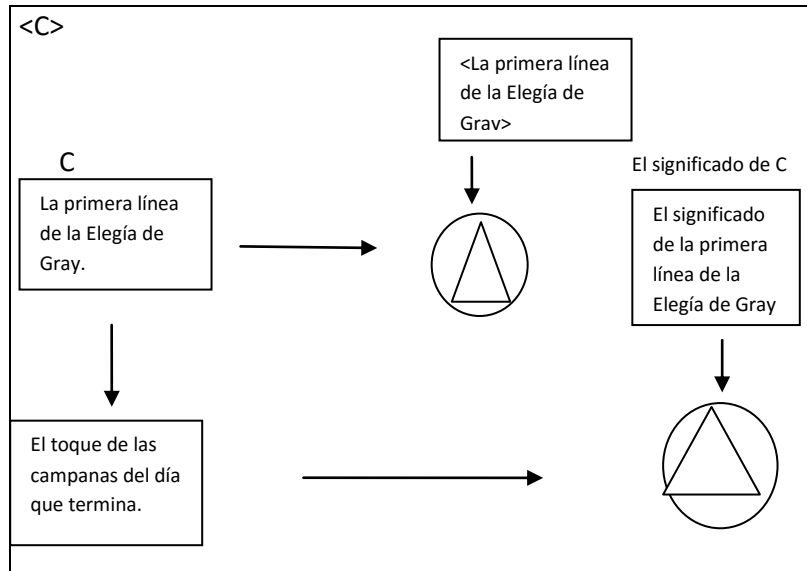


FIGURA 3

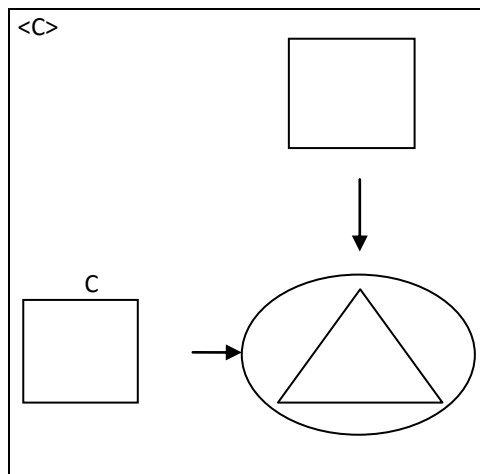


FIGURA 2.

La idea es la siguiente. Queremos aclarar la relación que existe entre las entidades referidas por 'C' y '<C>'. Uso las convenciones tipográficas que aparecen en el dibujo. Para saber qué relación tienen y por qué usamos una notación en la cual una parece depender de la otra, tenemos dos opciones. Cito a Makin: "debería ser posible introducir '<C>' como equivalente a una expresión conteniendo 'C'. Russell considera dos propuestas. La primera y quizás más natural es 'el significado de 'C'....[y la otra es] 'el significado de <C>'". (Makin,

2000, p. 34). De la segunda posibilidad explica que no funciona porque contiene la expresión ('<C>') que queríamos introducir. Es decir, es circular. Para ver por qué la primera no nos es de utilidad utiliza el diagrama. Queremos hablar del significado de '<C>' (el triángulo que aparece debajo del rectángulo que tiene al interior '<la primera línea de la Elegía de Gray>') pero al decir 'el significado de C' nos referimos a lo que está representado por el triángulo que figura abajo del rectángulo con la inscripción 'el significado de la primera línea de la Elegía de Gray' que es también el significado de 'el toque de queda que anuncia el día que termina'. De nuevo no logramos hablar de lo que queríamos.

La conclusión de Makin es que efectivamente la teoría de los complejos denotativos conllevaba una dificultad que llevó a Russell a su abandono.

### 3.3.2 Hylton y su interpretación de la "Elegía de Gray".

Ahora revisaré la interpretación de Hylton (1990) sobre el pasaje de la Elegía de Gray, para luego contrastarla con la interpretación de Makin y ver si ambas interpretaciones plasman un mismo problema o si, por el contrario, presentan distintas problemáticas. Me parece que, aunque la lectura de Hylton sobre el pasaje es breve, extrae una idea esencial de éste y además que dicha interpretación es muy precisa en cuanto al argumento que desea presentar. Veamos en qué consiste.

Hylton comienza su interpretación del pasaje de La Elegía de Gray apuntando a una distinción y a un cuestionamiento central en Russell. La primera, la distinción consiste en separar lo que llama "Teoría de los conceptos denotativos", por un lado y, por otro, la teoría de "On Denoting". Como ya vimos, las diferencias entre ambas pueden presentarse de forma temporal, es decir, la primera es defendida por Russell en su libro TPM de 1903, mientras que la segunda es expuesta en el artículo "On Denoting" de 1905. Hylton subraya que la teoría de "On Denoting" explica las descripciones analizando las proposiciones en que las expresiones denotativas ocurren. Hay dos resultados importantes de dicho análisis. El primero es que no hay una entidad en la proposición que corresponda a la descripción, es decir, las descripciones en general (incluyendo las definidas) no son

expresiones referenciales. El segundo resultado es que, la denotación es una relación lingüística entre una expresión lingüística y algo que está en el mundo (sin mediar un concepto denotativo como lo suponía en 1903). Por otro lado, en la teoría de los conceptos denotativos, en primer lugar sí había una entidad, una única entidad atrapada por la expresión denotativa y que formaba parte de la proposición, y, en segundo lugar, la denotación era una relación lógica entre un concepto denotativo y una combinación en el mundo, relación en la cual no estaba involucrado el lenguaje.

Hylton considera las razones por las que Russell abandonó su teoría de los conceptos denotativos y una de las cuales tiene que ver directamente con el pasaje de *La Elegía de Gray*. El mismo Russell contempla la importancia de este pasaje cuando dice que los problemas entre el significado y la denotación son tales que pueden hacer que una teoría fracase. En los términos de Hylton, ¿cuáles son estos problemas? Supongamos que tenemos la oración: '*El maestro de Platón* denota a Sócrates', la expresión en itálicas indica al concepto denotativo correspondiente, pero ¿la proposición es acerca de ese concepto como sujeto? La respuesta es negativa porque en dicha proposición aparece un concepto denotativo y cuando en una proposición aparece un concepto denotativo, de acuerdo a la teoría de 1903, dicha proposición no expresa algo de dicho concepto sino de una entidad denotada por éste mismo, es pues acerca de su denotación. Pero ¿cómo puedo formular una proposición acerca de un concepto denotativo sin que esto me conduzca más bien a su denotación? Reformulemos la conclusión del argumento anterior: no podemos tener una proposición acerca de un concepto denotativo si esa misma proposición contiene al concepto denotativo (al menos como sujeto).

Para Hylton éste es un problema que tiene que ver con que no podemos tener una proposición acerca del concepto denotativo a menos que se apele a distintos niveles de predicación superior lógica. Su formulación es la siguiente: "Empezábamos con la idea de que *El maestro de Platón* denota a Sócrates. Una proposición que establece esto, como vimos, no puede contener al concepto denotativo de que trata. Si hay tal proposición, debe contener otro concepto denotativo, un concepto denotativo de segundo nivel, podríamos decir, que denote al concepto denotativo *el maestro de Platón*. Pero ahora es

claro que nos enfrentamos a una jerarquía infinita de conceptos denotativos. Debe haber una proposición que establezca que el concepto denotativo de segundo nivel denota al concepto denotativo de primer nivel.” (Hylton p. 250). Es decir queremos establecer la relación que se da entre un concepto denotativo y su denotación. Si la proposición correspondiente contuviese al concepto denotativo mismo como sujeto, sería acerca de su denotación. Debe, por lo tanto, contener un concepto denotativo de segundo orden, pero entonces debe haber otra proposición de la misma estructura que la primera que establezca la relación entre el concepto de segundo orden y su denotación y hemos regresado al punto del que partimos.

Pero, ¿Por qué sería problemático tal regreso? Para responder a la pregunta anterior cabe recordar la razón por la cual nos interesamos en los conceptos denotativos. Según Russell 1903, para entender expresiones como ‘todos los hombres son mortales’ basta conocer a los conceptos denotativos que expresan, no a las entidades que éstos denotan. Dada la importancia del concepto denotativo podría pensarse que también podemos hablar de dicho concepto denotativo. Sin embargo, parece que solo podemos hablar de los conceptos denotativos apelando a un concepto denotativo de segundo orden que denote al concepto denotativo de primer orden, pero ¿cómo entendemos la proposición de segundo orden que nos habla de un concepto denotativo de primer orden? Según la teoría es porque conocemos al concepto denotativo de segundo orden. Pero, ¿Cómo conocemos al concepto de segundo orden? La respuesta vuelve a ser la misma, mediante un concepto denotativo de tercer orden y así sucesivamente, *ad infinitum*. Lo anterior implica que no podremos conocer ningún concepto denotativo porque cada concepto de primer orden nos lleva a una jerarquía infinita.

Hylton explica el problema anterior a partir de una distinción que el mismo Russell hace (TPM 55) entre “regreso de implicación” y “regreso de análisis”. El primero, Russell cree, es benigno. Este tipo de regreso consiste en que en el mundo puede haber hechos que se impliquen unos a otros de forma infinita sin que se afecte nuestro entendimiento sobre el mundo. Por otra parte el “regreso de análisis” que para Russell es vicioso, puede



describirse de la siguiente manera: supongamos que queremos entender un concepto 1 pero para entenderlo tenemos que comprender un concepto 2 y para entender al concepto 2 debemos saber de qué trata el concepto 3 y así hasta el infinito. Russell llama a tal regreso “vicioso” porque entonces nunca lograríamos comprender al concepto 1. Ahora bien la relación que tendríamos entre C1 y C2 requeriría que la misma relación se diera entre un concepto de tercer nivel C3 y C2 y así sucesivamente. De acuerdo a Hylton éste sería un regreso de análisis y por ende un regreso vicioso.

Otros autores como Hurtado, (Hurtado 2005, *Proposiciones Russellianas*) han puesto en duda ésta afirmación. Podría pensarse que una proposición que estableciera la relación de denotación de C2 a C1 requeriría de la existencia de una cadena infinita de proposiciones, es decir, algo así como una infinidad de hechos, pero esto no es vicioso. Sin embargo, creo que la dificultad subsiste. Recordemos que los conceptos denotativos fueron postulados para explicar cómo podemos entender proposiciones acerca de, por ejemplo, todas las mujeres zurdas, sin tener conocimiento de cada una de ellas. La teoría de Russell es que aunque nos las conocemos a todas ellas, sí conocemos al concepto denotativo *todas las mujeres zurdas* y que eso es suficiente para entender proposiciones como ‘todas las mujeres zurdas son inteligentes’. Ahora bien si tenemos conocimiento de ese concepto denotativo entonces deberíamos poder hablar de él y entender proposiciones en que aparezca como sujeto lógico. Sin embargo, ahora resulta que para hablar de ese complejo denotativo requerimos conocer otro y, para ello, a un tercero y así sucesivamente. El resultado sería que ningún ser humano puede comprender ninguna proposición.

Otra interpretación alternativa, según Hylton, puede darse a partir de un principio llamado “Principio de dependencia del valor de verdad”, que para los fines de la interpretación del pasaje dicho principio señala lo siguiente: para que una proposición A que contiene un concepto denotativo B sea acerca de la denotación de B, su valor de verdad debe depender del valor de verdad de la proposición obtenida de ella al reemplazar el concepto denotativo por la entidad denotada. Por ejemplo según éste principio: tenemos a la proposición A

*El maestro de Platón es filósofo*

que será verdadera si y solo si es verdadera la proposición B siguiente (que contiene a la denotación del concepto denotativo *El maestro de Platón*, es decir, a Sócrates):

*Sócrates es filósofo.*

Ahora vamos al ejemplo de Hylton,

(1) El concepto denotativo *el maestro de Platón* denota a Sócrates.

Esta es una proposición de la teoría de Russell, ahora sustituimos su sujeto por la denotación de ese sujeto

(2) *El maestro de Platón* denota a Sócrates

Si de nuevo sustituimos al concepto denotativo: *El maestro de Platón* por la entidad denotada obtenemos:

(3) Sócrates denota a Sócrates.

Es claro que la proposición resultante es absurda. Según Hylton si se recurre al Principio de Dependencia al Valor de Verdad se estaría mostrando que no puede haber una proposición de la forma *A denota B* que sea verdadera. También podría haber concluido que una proposición no puede ser acerca de un concepto denotativo. Entonces la teoría apela a conceptos denotativos sobre los cuales no es posible hablar (a pesar de que la teoría misma habla de ellos) o bien la teoría supone un regreso al infinito que hace imposible la comprensión humana.

### **3.3.3 Searle y su interpretación de la “Elegía de Gray”**

Searle (1958) comenta el pasaje de la Elegía de Gray interpretándolo como un ataque directo a la semántica fregeana del sentido y la referencia. Según él, Russell malinterpretó la teoría de Frege y, por ello, encontró en ella una inconsistencia en realidad inexistente.

Veamos brevemente los argumentos de Russell a la luz de esta interpretación. Según Searle, el argumento de Russell parte de las premisas siguientes:

(1) Cuando deseamos referirnos al sentido de una oración referencial (*referencial expresión*) lo hacemos encerrando la expresión en comas invertidas.

Aplicado a la teoría de los conceptos denotativos diríamos:

(1') Cuando deseamos referirnos al significado de una expresión denotativa lo hacemos encerrando la expresión en comas invertidas.

(2) El sentido de una expresión referencial refiere a su referente.

De nuevo en términos de Russell:

(2') El significado de un complejo denotativo denota su denotación.

La primera conclusión de Russell es entonces:

(2<sup>a</sup>) Siempre que el sentido de una expresión ocurre en una proposición, la proposición se refiere al referente de ese sentido.

Una vez formulado en términos russellianos, el enunciado anterior expresa la misma conclusión que los intérpretes anteriores derivan en primera instancia. Antes de continuar Searle critica severamente la exposición de Russell y la tilda de confusa e inconsistente por no seguir las mismas directrices que impuso al principio del artículo: "Es más en algunas ocasiones Russell no usa comillas en donde el contexto indica que deberían haber sido usadas" (Searle, 1958, p.137) Para evitar dificultades de expresión Searle usa el símbolo "\$", de tal manera que

el sentido de la expresión "el perro"

sería igual a

\$el perro\$.

Con esta convención reformula los argumentos de Russell. Según él la conclusión de los mismos es: "En la teoría de Frege resulta imposible referirse al sentido de una expresión referencial", o, en nuestra traducción: en la teoría de los complejos denotativos resulta imposible referirnos al significado de una expresión denotativa.

Veamos ahora el argumento que consiste en examinar y sucesivamente eliminar las diversas expresiones que podrían pensarse que son candidatas para referir al sentido de una expresión referencial. La primera es

“el sentido del perro”

Pero evidentemente esta expresión no funciona porque los objetos concretos (como los perros) no tienen sentido fregeano, solo las expresiones. Por otro lado, podría funcionar

el sentido de “el perro”

que es sinónima de

§el perro§

Pero ésta tampoco funciona “pues si el sentido en cuestión fuese genuinamente referido se volvería un constituyente de la proposición y por (2ª) entonces se haría referencia al referente de ese sentido, por ejemplo, al perro” (Searle, 1958, p. 139) y, por supuesto, esto no es lo que pretendíamos. Creo que Searle se refiere a que esa expresión efectivamente podría servir para referirse al concepto que queremos pero en el momento en que es puesta en una oración la proposición correspondiente contiene al concepto denotativo en cuestión y entonces la proposición es sobre la denotación del mismo y eso no era lo que queríamos.

Veámoslo con otros ejemplos. Searle compara ahora las expresiones:

- (1) La referencia del perro.
- (2) La referencia de “el perro”
- (3) La referencia de §el perro§

La primera no se refiere a nada, (2) se refiere al perro (del mismo modo que Juan es la referencia de “Juan”). Con respecto a (3) Searle sostiene algo muy extraño. Después de aclarar que (2) se refiere al perro agrega “y, por (2ª), así lo hace (3) excepto que es lo mismo que (1) y no tiene referencia” (Searle 139). Una manera de entender lo que sostiene Searle es tomarlo como afirmando que la expresión §el perro§ al formar parte de (3), se refiere a su denotación, por lo que (3) se refiere a lo mismo que (1).

Más adelante Searle examina la cuestión de introducir lo que hemos llamado una expresión denotativa de 2do orden, es decir, una expresión “Y” cuya referencia sea \$X\$. Entonces dice: “Y ahora ¿cuál es la relación entre “Y” y su referencia?” “\$X\$” no puede ser un constituyente de la definición que pudiéramos dar de “Y”, pues vimos que cuando “\$Y\$” aparece sin comas invertidas a lo que nos referíamos no era al sentido sino a la referencia del sentido, y, desde luego, no puede haber camino de regreso de la referencia al sentido” (Searle). Este párrafo parece referirse a uno de los argumentos formulados por Makin, según el cual el concepto denotativo de primer orden no puede ser parte del concepto denotativo de 2do orden que pretende denotarlo, solo que está formulado en términos de las expresiones que hacen referencia a ellos.

La conclusión a la que llega Searle, es que hay una mala interpretación de Russell de la teoría de Frege por ello su argumento –el de Russell- parece confuso e inconsistente, pues supone que no solo la referencia de una expresión ocurre en una proposición sino también su sentido, tal postura no le permite distinguir entre la noción de ocurrir como parte de una proposición (*occurring as a part of a proposition*) y referirse a mediante una proposición (*being referred to by a proposition*). Ahora bien, porqué Searle concluye tal problema? En palabras del propio Searle: “Russell expresa el principio de Frege diciendo que el sentido de una expresión referencial refiere a la referencia. Ahora estrictamente hablando eso no es lo que Frege dice. De acuerdo a Frege, no es el sentido, sino el signo es el que refiere y refiere en virtud de su sentido, el sentido provee un modo de presentación del referente. Un signo expresa su sentido y refiere a su referente” (Searle. 1958. 141)

Aunque es un poco entreverado el lenguaje de Searle creo que sus argumentos pueden leerse en consonancia con algunas de las interpretaciones que examinamos anteriormente. Por ello decidí exponerlo en último lugar a pesar de ser una de las interpretaciones más antiguas.

Concluyo que Russell abandonó su teoría semántica de 1903 porque ésta, por un lado, postula la existencia de esas entidades ya de suyo misteriosas que son los conceptos

denotativos, los cuáles de manera lógica y sin intervención humana tienen una función vicaria, subrogativa, porque representan otras entidades a su vez un tanto abstrusas (pluralidades, algunas de las cuales no son ni uno ni muchos), pero por otro, implica una dificultad, quizás imposibilidad, para hablar de esas entidades, que es justamente lo que la teoría hace. Una consecuencia de la teoría es que no podemos referirnos a un complejo denotativo por medio de un nombre porque al aparecer un nombre en el enunciado, la proposición expresada comprende al concepto denotativo mismo y es, entonces, fatalmente, acerca de otra cosa y no acerca de lo que queríamos hablar. Pero vimos que tampoco es claro que podamos referirnos a un concepto denotativo usando otro. El hecho de que este concepto denotativo de segundo orden no sea función del primero (que pretende ser su denotación) lo convierte en una entidad misteriosa. La teoría de los conceptos denotativos se ofrecía como una manera de resolver una dificultad epistémica y semántica pero nos deja envueltos en un misterio aún mayor. Podríamos, desde luego, aceptar este estado de cosas y decir que los conceptos denotativos son inefables, pero Russell no aceptaba esta conclusión contradictoria (después de todo la teoría misma habla de esos conceptos). Por eso Russell prefiere la teoría de las descripciones definidas.

#### CAPITULO 4. CONCLUSIONES.

Haré ahora una breve recapitulación de lo hecho en los últimos dos capítulos para subrayar los puntos más sobresalientes y poner en relación los problemas de inefabilidad que hemos encontrado respectivamente en Frege y Russell.

Revisé en primer lugar la forma en que Frege analiza los enunciados en función y argumentos y cómo la diferencia entre saturado e insaturado, que se da primariamente a nivel del sentido, genera una diferencia análoga al nivel de la referencia, a saber, la distinción entre objeto y función. A su vez las funciones están distribuidas en muy diferentes categorías según su nivel y su aridad (i.e el número de variables o espacios vacíos en el término funcional correspondiente). Todas esas subdivisiones son ajenas o mutuamente excluyentes, es decir, nada comparten. De aquí se genera un problema cuya primera manifestación aparece en la objeción de B. Kerry a Frege: parece imposible hablar de un concepto particular porque al ponerle un nombre, éste, al ser saturado, sólo puede tener por referencia un objeto, no una función. En este punto sigo a Proops quien señala que hay diferentes problemas involucrados en la paradoja de *concepto* caballo y que conviene tratarlos por separado. De ellos me fijo particularmente en dos problemas. Uno de ellos, el más general, se da cuando queremos enunciar qué distingue a entidades del universo fregeano pertenientes a diferentes categorías. No podemos decir que los objetos son saturados y las funciones insaturadas, no al menos si pretendemos estar afirmando que los objetos tienen una propiedad de la que carecen los conceptos. Si tiene sentido decir que una propiedad F pertenece o no a objetos, entonces esa propiedad es de primer nivel y, por lo tanto, no es falso ni verdadero (sino carente de sentido) decir que no la poseen los conceptos de primer nivel. Cualquier propiedad G de la que podemos decir que carecen los conceptos de primer nivel es de segundo nivel y, por lo tanto, no puede ser F. Como señala Proops, Frege fue poco sensible a esta dificultad.

Otro problema señalado por este autor es el de la frustración de las intenciones referenciales y que se produce con el uso de frases cuyo sujeto gramatical es del tipo “el concepto caballo”. Al respecto, mi diagnóstico es que podemos querer hablar de dos diferentes cosas. Si utilizo una flecha para indicar la Bedeutung de un nombre, permítaseme ilustrar lo que quiero decir de la siguiente manera:

‘... es un caballo’->Ç

‘el concepto caballo’->@

De lo que Ç representa quisiéramos decir que es un concepto. Pero no lo podemos decir utilizando para ello un nombre en el lenguaje ordinario. Sin embargo, en el lenguaje de las conceptografías freganas no hay ninguna dificultad especial. Podemos atribuir propiedades de segundo orden a conceptos de primer orden usando predicaciones de orden superior. Proops constata que en los lenguajes formales construidos por Frege no hay un predicado de segundo orden que sea verdadero sólo de conceptos de primer orden, luego construye uno y lo rechaza fundado en la filosofía fregeana de la aritmética. Pero mientras la fórmula en cuestión parece perfectamente adecuada a nuestros fines, la asimilación de números con extensiones de conceptos que hace Frege es muy dudosa, así es que no me parece correcta la conclusión de Proops en este punto en particular. Recordemos que la conclusión de Proops con respecto a esta fórmula consistía en señalar que no era válida porque chocaba con la concepción de número en Frege, pues trataba a los números como conceptos y esa era una postura que Frege no aceptaba. Me parece que la dificultad en el primer caso al que me estoy refiriendo afecta al lenguaje ordinario, no al formal. Sin embargo una dificultad permanece cuando inquirimos cómo podemos explicar usando el lenguaje ordinario cómo funciona el lenguaje formal. El lenguaje formal es el lenguaje del pensamiento que debe ayudarnos a “romper el dominio de la palabra sobre el espíritu humano” (Conceptografía 7), pero depende para su aprendizaje del engañoso lenguaje ordinario. No consideraré esta cuestión y me limitaré al lenguaje de las conceptografías fregeanas.

Por otro lado, de @ quisiéramos decir que no es un concepto porque es la referencia de un término saturado. Al respecto he argumentado que no tenemos razones para suponer



que la expresión 'el concepto *caballo*' tenga referencia y que Frege debió decir de ella lo que más tarde afirmó de todas las expresiones de la forma 'La extensión del concepto F', a saber, que son engañosas, que parecen hablar de algo cuando en realidad carecen de denotación.

En resumen, no hay entidad del universo fregeano a la que no podamos hacer referencia. En cambio, creo que la inefabilidad de las distinciones categoriales afecta a todo lenguaje de tipos (o a todo lenguaje, en general, si es que Frege tiene razón al proyectar sobre el mundo la distinción saturado-insaturado). Como vimos, esta idea contiene un esbozo de solución del problema de la unidad de la proposición. Pero tiene otras ventajas que mencionaré más adelante.

En el último capítulo expuse la primera semántica de Russell, la de 1903, y muy especialmente su teoría de los conceptos denotativos. Esa teoría era central a toda su filosofía de las matemáticas y podía resolver muchos enigmas semánticos. Su idea central es que cuando una expresión denotativa (lo que incluye las descripciones definidas) aparece en una oración la proposición correspondiente contiene un concepto denotativo, el cual tiene una relación, no semántica, sino lógica con un término o con una combinación de términos y esta combinación es aquello de lo que la proposición (o el enunciado) trata. El problema que esta semántica genera es que resulta muy misterioso cómo podemos hablar de un concepto denotativo en particular. No podemos simplemente ponerle un nombre porque ninguna proposición en que aparezca el concepto denotativo del que queremos hablar trata de ese concepto denotativo sino de su denotación. ¿Podremos hablar de un concepto denotativo C1 utilizando otro C2 que lo denote? Siguiendo a Making veíamos que el pasaje de la "Elegía de Gray" parece argumentar que C1 no puede ser idéntico a C2 ni tampoco puede ser un constituyente de C2. Por lo tanto es un misterio qué es C2 y qué relación tiene con C1. La teoría de los complejos denotativos surgió para explicar cómo podemos hablar de todos los números primos pero no nos explica cómo podemos hablar de los complejos denotativos mismos. El misterio sólo se ha trasladado. Adviértase además que no ocurre aquí como en el caso

de la paradoja de Frege que no podamos hablar de un concepto denotativo determinado pero sí de los conceptos denotativos en general. El problema surge con 'el concepto denotativo F' pero también con 'cada concepto denotativo F'. Por eso el principal atractivo de la teoría de 'On Denoting' es justamente la desaparición de la relación de denotación en el sentido lógico con una teoría que resuelve de manera más económica los mismos acertijos semánticos.

Ahora bien, ¿pueden los argumentos de la "Elegía de Gray" ser aplicados a la semántica fregeana? Creo que Searle tiene razón al sostener que no, al menos no directamente. Consideremos la oración 'El más grande soldado francés murió envenenado'. La expresión 'el más grande soldado francés' tiene sentido y referencia. Se refiere a Napoleón Bonaparte. Para fijar ideas diremos que el sentido "capta" la referencia. Entonces podemos decir "el sentido de 'el más grande soldado francés' capta a Napoleón Bonaparte". El problema de Russell no surge aquí porque no tenemos una proposición que contenga como constituyente al sentido de 'el más grande soldado francés' y que, por lo tanto, sea acerca de su referencia. Lo que tenemos es que la frase 'el sentido de 'el más grande soldado francés' capta a Napoleón Bonaparte' tiene a su vez sentido, formado en parte por el sentido de la expresión 'el sentido de 'el más grande soldado francés''. En todo caso podría decirse que es misterioso qué objeto es el referente del nombre 'el sentido de la expresión 'el sentido de 'el más grande soldado francés''. Ciertamente es un objeto un tanto abstruso, pero no estamos completamente en la oscuridad respecto a su identidad. Sabemos que el sentido de una expresión es aquello que entendemos al escucharla y también tenemos condiciones de identidad de sentidos. De acuerdo a la semántica de Frege, si una expresión aparece en un contexto indirecto, su referencia es ahora lo que en contextos ordinarios (directos) es su sentido. 'Cicerón' no tiene el mismo sentido que 'el autor de "Las Catilnarias"' porque Juan cree que el autor de "Las Catilnarias" escribió "Las Catilnarias", pero no cree que Cicerón escribió esa obra. Así es que una expresión tendrá el mismo sentido que 'Cicerón' si es intercambiable *salva veritate* en todo contexto de este tipo (con Juan un hablante competente del lenguaje). Es

verdad que poco dice Frege respecto a los sentidos y que los criterios para identificarlos son de difícil aplicación, pero algo podemos decir de ellos.

Sin embargo, es posible ver al pasaje de la Elegía de Gray como señalando cierta obscuridad en la noción de sentido. Volvamos al primer argumento de este pasaje. Supone la teoría de Russell que:

(\*) si un concepto denotativo aparece en una proposición la proposición es acerca de la denotación de ese concepto.

Por tanto, si el nombre de una expresión denotativa C aparece en un enunciado, éste (o la proposición correspondiente) es acerca de la denotación del concepto denotativo que es el significado de C. En la teoría de Frege no hay nada similar a la proposición russelliana. Ni suscribe Frege nada similar a (\*). Puede ocurrir, por ejemplo, que una descripción definida figure en un enunciado y que éste sea sobre el sentido de esta descripción (si el contexto es oblicuo, por ejemplo). Así es que, por allí el argumento no puede seguir. Sin embargo, hay otra parte del argumento, ¿es aplicable a Frege? La primera parte conducía a la conclusión que una proposición que trate de un concepto denotativo no lo puede contener como constituyente. Por lo tanto, la proposición en cuestión debe tener como constituyente otro concepto denotativo. Esto parece aplicable a Frege. De acuerdo a este autor, en la oración 'Juan cree que Napoleón murió envenenado', 'Napoleón' es un nombre no de Napoleón mismo, sino del sentido del nombre 'Napoleón'. Para ello el nombre tuvo que adquirir un nuevo sentido. Tenemos un nuevo sentido para "captar" el viejo sentido, como en el argumento de la Elegía de Gray postulábamos un nuevo concepto denotativo que denotaba al originario. Claramente los dos sentidos fregeanos no pueden ser idénticos porque entonces su referencia sería la misma (Napoleón sería idéntico con el sentido del nombre 'Napoleón'). El segundo argumento, según el cual el concepto denotativo originario no puede ser un constituyente del segundo aparentemente también podría aplicarse a los sentidos fregeanos. En todo caso, es verdad que hay una dificultad para entender cómo puede un sentido "captar" otro.

Esta dificultad podemos apreciarla mejor, si retomamos el argumento de Hylton sobre el pasaje de la elegía de Gray en cuanto a que se produce un regreso al infinito del análisis<sup>12</sup>. Recordemos brevemente la explicación de Hylton sobre el pasaje. Hylton señala que uno de los problemas que podemos derivar del pasaje es que al hablar de conceptos denotativos caemos en un regreso infinito nocivo para el análisis. El ejemplo de Hylton era el siguiente: la expresión “*El maestro de Platón* denota a Sócrates” en donde “el maestro de Platón es un concepto denotativo y ayuda a determinar la denotación (en el sentido semántico) de la expresión en que ocurre. Entonces ¿cómo podemos hablar del significado del concepto denotativo en cuestión? Como ya vimos, podríamos recurrir a un concepto denotativo de segundo nivel. Ahora bien, ¿podemos aplicar el mismo proceso a la teoría del sentido y la referencia? A diferencia de los conceptos denotativos, los sentidos no son parte de la proposición expresada en una oración en que ocurren. Sin embargo, Frege sostiene que para comprender una oración debemos entender su sentido. Entonces para entender la oración ‘El maestro de Platón denota a Sócrates requiero entender su sentido, pero, ¿cuál es su sentido?. Comúnmente señalamos a los sentidos como modos de presentación de un objeto o como el pensamiento que expresa una oración, y cuando queremos hablar del sentido de una expresión lo decimos de la siguiente manera: “el sentido de ‘el maestro de Platón denota a Sócrates’”, pero para comprender la expresión anterior requiero comprender su sentido y si quiero hablar de éste sería mediante una expresión tal como ‘el sentido de ‘el sentido de ‘el maestro de Platón denota a Sócrates’”. Por lo anterior parece que hay una dificultad en la semántica fregeana. Tal vez pueda resumirse así la dificultad: la comprensión de una palabra X requiere no sólo comprender su sentido, sino el sentido de ‘el sentido de X’, que es el que tendrá la palabra en contextos oblicuos, pero esto parece conducir a un regreso infinito. En conclusión, una parte del argumento de Russell señala una dificultad en la teoría de Frege.

---

<sup>12</sup> Una idea similar se encuentra en un artículo del Doctor Eduardo García Ramírez (2014).

Por otro lado podemos tener una semejanza externa entre los problemas respectivos a Frege y Russell si comparamos las oraciones:

El concepto *caballo blanco de Napoleón* no es un concepto (según la semántica de Frege) y El concepto (denotativo) *el caballo blanco de Napoleón* no es un concepto (según la semántica de Russell de 1903). Ambas oraciones son verdaderas y paradójicas pero lo son por razones diferentes. En el primer caso es porque el término 'El concepto *caballo blanco de Napoleón*' es saturado y no puede referirse a un concepto. En el segundo es porque la figuración de 'El concepto (denotativo) *el caballo blanco de Napoleón*' (si lo consideramos como nombre) en la oración indica que en la proposición correspondiente aparece un concepto denotativo y que, por tanto, es acerca de la denotación de este concepto, que no es un concepto sino un equino.

He dicho que el lenguaje formal fregeano presenta un problema de inefabilidad: no podemos expresar en él qué distingue a las diferentes categorías gramaticales. Es una dificultad inevitable en toda teoría de tipos. A esta subyace la idea de que hay diferencias en el léxico de un lenguaje que se fundan en distintos clases de sentido. R. Truemann en un artículo reciente en que intenta justificar la distinción saturado-insaturado en términos modernos lo explica así: "Es obvio que podemos expresar un pensamiento combinando (adecuadamente) una expresión que tiene el sentido de un término con una expresión que tiene el sentido de un predicado. Pero parece igualmente obvio que no podemos expresar un pensamiento combinando dos expresiones que tienen ambas los sentidos de términos o dos expresiones que tienen ambas los sentidos de predicados... Podríamos formular esto diciendo que es imposible sustituir términos y predicados al nivel del sentido." (p. 1892) Creo que ésta es la idea que subyace a las distinciones de tipos. Una ventaja de tener lenguajes tipados, además de recoger esta intuición, es el tener una garantía contra las paradojas. Si 'humano' puede aparecer como sujeto, entonces puede ser predicada de sí mismo y podemos considerar el predicado 'no ser predicable de sí mismo' y preguntarnos si puede predicarse de sí mismo.

Hemos visto cómo Russell no acepta la distinción fregeana entre funciones y objetos. Para él, decir que un determinado concepto no puede ser sujeto de una proposición conduce a una auto-contradicción. Para evitarla postula que los conceptos pueden ocurrir de dos distintas maneras, como términos o como cópulas de la proposición. Sin embargo, admite que algo se pierde cuando el verbo que fungía como cópula aparece como término, aunque no desarrolla más el tema. Como resultado de su paradoja buscará otras soluciones hasta volver a la teoría de tipos. En ésta el problema de la infabilidad de las distinciones lógico-gramaticales reaparecerá con más claridad.

## Bibliografía

BEANEY, Michael (2003). *Russell and Frege*, in Nicholas Griffin (ed.), *The Cambridge Companion to Bertrand Russell*, Cambridge: Cambridge University Press, 128–170.

--- (1996), *Frege: Making Sense*. Duckworth.

BLACKBURN, S. & CODE, A.(1978). *The Power of Russell's criticism of Frege: "On Denoting"*. *Analysis*, 38 65-77.

CHURCH, A. (1978). *A Comparison of Russell's Resolution of the Semantical Antinomies with that of Tarski*, *Journal of Symbolic Logic*, 41: 747–760; repr. in A.D. Irvine, *Bertrand Russell: Critical Assessments*, vol. 2, New York and London: Routledge, 1999, 96–112.

DUMMETT, (1973) *Frege Philosophy of Language*. London, Harper .

----(1981) *The interpretation of Frege's Philosophy*, London: Duckworth.

FREGE, G.

---- (1893) *Grundgesetze der Arithmetik*, vol. 1. Part translated by M. Furth as *The Basic Laws of Arithmetic*. Berkeley and Los Angeles: University of California Press, 1964.

----(1884) *Die Grundlagen der Arithmetik*. Translated by J. L. Austin as *The Foundations of Arithmetic*. Evanston, Ill.: Northwestern University Press, 2nd revised edition 1978.

---- (1892) *Comments on Sense and Meaning*. En *The Frege Reader* (1997) pp 172-80. Michael Beaney. Blackwell Publishing.

---- ( 1891) *Function and Concept*. En *The Frege Reader* (1997) pp 130-48. Michael Beaney. Blackwell Publishing.

---- (1892) *On Concept and Object*. En *The Frege Reader* (1977) pp 181-93. Michael Beaney Blackwell Publishing.

---- ( 1892) *On Sense and Meaning*. En *The Frege Reader* (1997) pp 151-71. Michael Beaney. Blackwell Publishing.

---- (PW) (1979) *Posthumous Writings*, (editado por Hans Kermes, Friedrich Kambartel y Friedrich Kaulbach), The University of Chicago Press

---- (CP) (1984) *Collected Papers on Mathematics, Logic, and Philosophy*, (editado por Brian McGuinness), Basil Blackwell.

--- (1980) *Philosophical and Mathematical Correspondence*, (editado por Hans Kermes, Friedrich Kambartel, Friedrich Kaulbach, Christian Thiel y Albert Veraart). The University of Chicago Press.

GEACH. P.T. (1956) *On Frege's Way Out*. *Mind* 65, pp 408-9

GARCIA, Ramírez, Eduardo. (2014) *On fregean sense and mental content*. *Análisis filosófico* XXXIV, N° 1. SADAF.

HYLTON, Peter, (1989). *The Significance of "On Denoting"*, in Savage, C. W. and Anderson, C.A (eds) *Reareding Russell*. (Minnesota Studies in the Philosophy of Science, Volume 12), Minneapolis: University of Minnesota Press.

1990a, *Russell, Idealism, and the Emergence of Analytic Philosophy*, Oxford: Clarendon.

---1990b, "Logic in Russell's Logicism," in David Bell and Neil Cooper (eds), *The Analytic Tradition: Philosophical Quarterly Monographs*, Vol. 1, Cambridge: Blackwell, 137–172.

----(2005), *Propositions, Functions, and Analysis: Selected Essays on Russell's Philosophy*, Oxford: Oxford University Press.

HURTADO, G. (1998) *Proposiciones Russellianas*. UNAM. Instituto de Investigaciones Filosóficas.

KENNY, A. (1995). *Frege*. Penguin Books.

KLEMENT, Kevin, (2004). *Putting Form Before Function: Logical Grammar in Frege, Russell and Wittgenstein*, *Philosopher's Imprint*, 4: 1–47

----2005. *The Origins of the Propositional Functions Version of Russell's Paradox*, *Russell*, 24: 101–132

KREMER, M. (1994) *The argument of "On Denoting"*. *Philosophical Review* 103, 249-97.

LANDINI, Gregory, 1998, *Russell's Hidden Substitutional Theory*, New York and Oxford: Oxford University Press.

---- 2011, *Russell*, London and New York: Routledge.

---- 2012, *Frege's Notations, What They Are and What They Mean*, Palgrave Macmillan.



MAKIN Guideon, (2000) *The Metaphysicians of Meaning*. Routledge London and Newyork.

MOTA P. Silvio, (2008) *Bertrand Russell y el análisis filosófico de "On Denoting"*. Signos. México.

NOONAN, H. (1996). *The "Gray's Elegy" argument and others*. En Palmer, A. Y Monk R. (eds) *Russell and the Origins of Analytical Philosophy*, Bristol: Thoemmes Press.

PARSONS, Terence (1986) 'Why Frege should not have said "The concept horse is not a concept"', *History of Philosophy Quarterly* 2, 449–65.

--- 1981, 'Frege's Hierarchies of Indirect Senses and the Paradox of Analysis', *Midwest Studies in Philosophy: VI*, Minneapolis: University of Minnesota Press, 37–57.

PROOPS, I. *What is Frege's 'Concept Horse Problem'*.

(2011) *Russell On Substitutivity and the Abandonment of Propositions*. *Philosophical Review*. Vol 120. Numero 2.

( 2006) *Russell's Reasons for Logicism*, *Journal of the History of Philosophy*, 44, 267-292.

QUINE, W.V.O (1972) *Russell's ontological development*, En Pears, D. (ed) "Bertrand Russell: A collection of Critical Essays", New York: Doubleday (originalmente publicado en 1966).

RUSSELL, B. (1903) *The Principles of Mathematics*. Cambridge University Press.

---- (1903) *On the Meaning and Denotation of Phrases*. En CPR, Volumen 4.

---- (1903) *Points about Denoting*. En CPR, Volumen 4.

---- (1903) *On Meaning and Denotation*. CPR, Volumen 4.

----- (1905) *On Denoting*. *Mind* XIV.

---- (1905) *On Fundamentals*. CPR Volumen 4

--- (TPM) (1948) *Los Principios de las Matemáticas*, traducción por Juan Carlos Grinberg, Espasa-Calpe, Madrid.

SAINSBURY, R.M, (1979) *Russell*. London: Routledge and Kegan Paul.

SEARLE, J.R, (1958) *Russell's objections to Frege's theory of Sense and Reference*. *Analysis* 18, 137-43.

SLUGA, H. (1980) *Glottob Frege*, London, Boston and Henley: Routledge and Kegan Paul.

TRUEMAN, R. (2014) *The concept 'Horse' with no name*. Springer. Science + Business Media Dordrecht

WIENER, J. (2011) *Frege Explained*. Open Court.

--- (1990) *Frege in Perperspective*. Cornell University Press.

WIITTGENSTEIN, L. (1961) *Tractatus Logicus-Philosopicus*. Traducido por Luis M. Valdés Villanueva ( 2002). Tecnos.