



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERIA ELECTRICA – SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA

ESTUDIO DE LAS PÉRDIDAS ELÉCTRICAS DE CORRIENTE ALTERNA EN
CINTAS SUPERCONDUCTORAS COMERCIALES DE ALTA TEMPERATURA
CRÍTICA PARA SU USO EN GENERADORES EÓLICOS

MODALIDAD DE GRADUACIÓN: TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
CARLOS ROBERTO VARGAS LLANOS

TUTORES PRINCIPALES:
DR. FREDERIC TRILAUD
INSTITUTO DE INGENIERÍA
DR. VÍCTOR MANUEL RODRÍGUEZ ZERMEÑO
KARLSRUHE INSTITUTE OF TECHNOLOGY

MÉXICO, D. F. AGOSTO 2015



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Ángeles Camacho César
Secretario: Dr. Maya Ortiz Paul Rolando
1^{er}. Vocal: Dr. Trillaud Frédéric
2^{do}. Vocal: Dr. Escarela Pérez Rafael
3^{er}. Vocal: Dr. Rodríguez Zermeño Víctor Manuel

Lugar donde se realizó la tesis: Ciudad Universitaria, México D.F., y Karlsruhe, Alemania.

TUTORES DE TESIS:

Dr. Trillaud Frédéric

Dr. Rodríguez Zermeño Víctor Manuel

FIRMA

FIRMA

AGRADECIMIENTOS

A Dios que siempre me ha acompañado, y ayudado a superar todos los obstáculos. A mi familia con cariño y respeto, a ellos debo todo lo que soy y tengo. En especial a mis padres y a mi hermano, siempre serán mi ejemplo a seguir. A mi novia y fiel compañera Vanessa Alexandra, por su solidaridad, compañía y apoyo en todo momento, gracias por impulsarme a ser cada día mejor.

Al Dr. Frederic Trillaud del *Instituto de Ingeniería* de la UNAM y al Dr. Víctor Manuel Rodríguez Zermeño investigador del *Karlsruhe Institute of Technology*; gracias a su esfuerzo, dedicación y profesionalismo se pudo realizar este trabajo de investigación. Estaré siempre agradecido por todas las horas dedicadas a mi formación, por todos los consejos y apoyos. Sin duda alguna grandes investigadores.

A la *Universidad Nacional Autónoma de México* (UNAM) y al *Instituto de Ingeniería* de la UNAM, por recibirme como estudiante de maestría y apoyarme en la realización de mis estudios. Especialmente a todos los doctores que participaron en mi formación como maestro. Espero siempre dejar en alto el nivel académico de esta casa de estudios.

Al *Consejo Nacional de Ciencias y Tecnología* (CONACYT), y la *Coordinación de Estudios de Posgrado* (CEP), por el apoyo económico recibido. Sin este apoyo hubiese sido muy difícil la realización de esta meta.

Al *Karlsruhe Institute of Technology* (KIT), especialmente al Dr. Francesco Grilli, por recibirme en su grupo de investigación, y apoyarme con el uso de herramientas, instalaciones y equipos para la realización de este trabajo de investigación.

A la empresa española, *Tecnia Research and Innovation*, especialmente a los doctores Santiago Sanz Castillo, Gustavo Sarmiento Muñoz y Ainhoa Pujana Goitia por toda la información suministrada del proyecto SUPRAPOWER. Gracias a su colaboración se pudo realizar este trabajo de investigación.

Al comité tutorial por su interés en revisar este documento, y el apoyo relacionado a la obtención del grado de maestro.

RESUMEN

En este trabajo de investigación se presenta el cálculo de pérdidas en cintas superconductoras de multifilamentos de MgB₂. En el cálculo de pérdidas se hizo uso del método de los elementos finitos (MEF) y se empleó la formulación basada en intensidad de campo magnético (\vec{H}). Se validó la técnica de modelado a través de comparación con fórmulas analíticas desarrolladas por W. T. Norris [1].

Este trabajo se inscribe en un esfuerzo europeo para diseñar y construir un generador eólico de 10 MW. El proyecto denominado SUPRAPOWER es liderado por la empresa española *Tecnalia Research and Innovation*[2]. La investigación presentada permitió realizar los primeros pasos para estimar las pérdidas eléctricas debido a corriente CD y campo magnético externo con rizado, en cintas superconductoras ubicadas en el devanado del rotor del generador. Esta estimación fue usada por colegas del *Karlsruhe Institute of Technology* en el diseño del sistema de enfriamiento del rotor.

ABSTRACT

Calculation of electric losses in MgB₂ superconducting tapes is presented in this thesis. Finite Elements Method (FEM) and magnetic field intensity (\vec{H}) formulation is used to compute the losses in the superconducting tape. Analytic expressions developed by W. T. Norris are used to validate the modeling technique [1]. AC and DC transport current losses are calculated, losses due to transport current with external applied magnetic field with ripples are also computed as a synchronous generator operating condition.

The estimation of losses presented in this research was a collaboration with the European project named SUPRAPOWER [2] (coordinated by the Spanish company *Tecnalia Research and Innovation*), which main objective is the design and construction of a 10MW wind synchronous generator. The first estimation of losses in the superconducting coil presented in this document was used by the *Karlsruhe Institute of Technology* (KIT) to design the cryogenic system.

INDICE GENERAL

AGRADECIMIENTOS.....	iii
RESUMEN.....	iv
ABSTRACT.....	v
INDICE GENERAL.....	vi
INDICE DE FIGURAS.....	ix
INDICE DE TABLAS.....	xiii
NOMENCLATURA.....	xiv
INTRODUCCIÓN.....	xvii
CAPITULO 1 CONTEXTO GENERAL DEL ESTUDIO.....	19
1.1.- Justificación de la investigación.....	19
1.2.- Máquinas eléctricas superconductoras.....	21
1.3.- Formulación del Problema.....	24
1.4.- Objetivos de la investigación.....	25
1.5.- Metas.....	26
1.6.- Metodología.....	26
CAPITULO 2 ANTECEDENTES Y MARCO TEÓRICO.....	28
2.1.- Antecedentes de la investigación.....	28
2.2.- Materiales superconductores.....	29
2.3.- Modelo de estado crítico de Bean.....	29
2.4.- J_c Como función de B y modelo de estado crítico de Kim.....	30

2.5.-	Pérdidas en materiales superconductores.....	31
2.6.-	Cálculo de pérdidas en materiales superconductores.....	33
CAPITULO 3 GEOMETRÍA Y DESARROLLO DE UNA SECCIÓN TRANSVERSAL ESTÁNDAR.....		35
3.1.-	Descripción de la cinta.....	35
3.2.-	Geometría a estudiar y mallado.....	36
3.2.1.-	Desarrollo de una sección transversal estándar.....	37
3.2.2.-	Sección transversal elíptica.....	41
CAPITULO 4 MODELOS ELECTROMAGNÉTICOS USANDO MEF.....		43
4.1.-	Ley de potencia usada para la representación de la relación $\mathbf{E} - \mathbf{J}$	43
4.2. -	Modelo basado en la formulación en potencial magnético vectorial \mathbf{A}	44
4.3.-	Modelo basado en la formulación en campo magnético \mathbf{H}	47
CAPITULO 5 CASOS DE ESTUDIO Y VALIDACIÓN DEL MODELO.....		50
5.1.-	Casos de transposición y cálculo de la corriente crítica sin campo externo aplicado 50	
5.2.-	Sección transversal elíptica y comparación con la formula de Norris.....	52
5.3.-	Sección transversal original y sección transversal estándar.....	56
5.4.-	Cálculo de las pérdidas.....	58
CAPITULO 6 ANÁLISIS DE CINTA CON CORRIENTE DE TRANSPORTE CD Y CAMPO EXTERNO UNIFORME CON RIZADO APLICADO EN DIRECCIÓN ORTOGONAL.....		59
6.1.-	Metodología para el cálculo de las pérdidas debido al rizado.....	59

6.2.- Pérdidas instantáneas para corriente CD y campo magnético uniforme aplicado en la dirección perpendicular sin rizado	61
6.3.- Incorporación del rizado en campo magnético	62
CAPITULO 7 ESTIMACIÓN DE PÉRDIDAS ELÉCTRICAS EN CINTAS BAJO CONDICIÓN DE OPERACIÓN DE ROTOR DE MÁQUINA SÍNCRONA	65
7.1.- Geometría y configuración de cintas.....	65
7.2.- Análisis del contenido armónico en la frontera de la bobina	67
7.3.- Estudio estacionario (CD).....	70
7.4.- Análisis de la magnitud del rizado	71
7.5.- Estimación de las pérdidas en cinta bajo condición de operación de rotor de generador síncrono	72
CAPITULO 8 CONCLUSIONES	77
8.1.- Conclusiones	77
8.2.- Trabajo futuro.....	79
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	81
ANEXO A	88

INDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 Estimación dimensiones y peso de aerogenerador superconductor [9]	20
Figura 1.2: Ejemplo de rotor con devanado superconductor y núcleo de aire. 1-Devanado superconductor, 2-Tubo de par, 3-Pantalla electromagnética, 4-Fin del eje, 5-Colector y fin del eje, 6- Acople [14].....	22
Figura 1.3: Ejemplo de rotor con devanado superconductor y núcleo de hierro. 1-Devanado superconductor, 2-Cuerpo del rotor, 3-Recinto al vacío, 4-Pantalla electromagnética, 5-Espaciadores, 6-Sellos de aceite, 7-Rodamientos, 8-Brida de acople, 9-10 Final de rotor de turbina, 11- Colector y conexiones criogénicas [14].....	22
Figura 2.1: Lámina de material superconductor con campo magnético aplicado (izquierda) [34], campo magnético (centro) y corriente dentro y fuera de la lámina (derecha); líneas verticales marcan el interior de la lámina [35]	32
Figura 2.2: Campo magnético (izquierda) y corriente (derecha) dentro y fuera de la lámina para campo magnético externo aplicado (H_0) y luego removido (líneas verticales marcan el interior de la lámina) [35]	33
Figura 2.3: Ciclo de histéresis, magnetización M vs intensidad de campo magnético normalizada respecto al campo magnético crítico (H_0/H_c) [36]	33
Figura 3.1: Micrografía de la sección transversal de la cinta de MgB_2 [3]	35
Figura 3.2: Geometría asociada a la sección transversal de la cinta proveniente de micrografía.....	36
Figura 3.3: Mallado asociada a la sección transversal de la cinta proveniente de micrografía	36
Figura 3.4: Alambre de MgB_2 usado en la fabricación de la cinta sin filamentos rotos (imagen superior), y con filamentos rotos (imagen inferior) [39]	37
Figura 3.5: De izquierda a derecha proceso de deformación elastoplástica de cilindro macizo de níquel, sin tomar en cuenta cinta de cobre adosada en la parte superior [40].....	38

Figura 3.6: Geometría asociada a la cuarta parte del cilindro macizo de níquel (Izquierda), mallado empleado en la deformación elastoplástica de cilindro macizo de níquel (Derecha) [40].....	40
Figura 3.7: Geometría de la sección transversal estándar; filamentos de MgB ₂ color azul, matriz de níquel color gris, cinta adosada de cobre color naranja.....	40
Figura 3.8: Mallado de la sección transversal estándar.....	40
Figura 3.9: Geometría de la sección transversal elíptica.....	41
Figura 3.10: Mallado de la sección transversal elíptica.....	42
Figura 4.1: Campo externo aplicado en dirección perpendicular a la sección transversal estándar del conductor (flechas en color rojo), empleado para el cálculo de los parámetros J_{C0} , B_0 , B_1 y α	46
Figura 4.2: Corriente crítica - Densidad de flujo magnético aplicado en la dirección perpendicular [3].....	46
Figura 5.1: Representación de la transposición de filamentos; transposición parcial (a), transposición total (b) y sin transposición (c).....	52
Figura 5.2: Comportamiento de la relación $E - J$ para valores de $n = 201$ y $n = 20$. Asumiendo una densidad de corriente crítica constante y uniforme.	55
Figura 5.3: Comparativa de las pérdidas en el MgB ₂ con formula analítica desarrollada por W. T. Norris [1].....	55
Figura 5.4: Distribución de corriente normalizada (J/J_c) en sección transversal elíptica, para un instante de tiempo correspondiente al cruce por cero de la señal de corriente.....	56
Figura 5.5: Densidad de corriente normalizada (J/J_c) para un instante de tiempo correspondiente al cruce por cero de la señal de corriente, en sección transversal original (izquierda) y estándar (derecha) con transposición total.....	57
Figura 5.6: Densidad de corriente normalizada (J/J_c) para un instante de tiempo correspondiente al cruce por cero de la señal de corriente, en sección transversal original (izquierda) y estándar (derecha) con transposición parcial.....	57
Figura 5.7: Densidad de corriente normalizada (J/J_c) para un instante de tiempo correspondiente al cruce por cero de la señal de corriente, en sección transversal original (izquierda) y estándar (derecha) sin transposición.....	57

Figura 5.8: Pérdidas totales por ciclo en la cinta para secciones transversales elíptica, original y estándar; transposición total, parcial y nula; ante distintos porcentajes de corriente crítica.	58
Figura 6.1: Densidad de flujo magnético (\mathbf{B}) en el tiempo aplicada en la dirección perpendicular a la cinta para el estudio de CD y CD con rizado en campo magnético.....	60
Figura 6.2: Corriente de transporte en el tiempo aplicada en la dirección longitudinal a la cinta para el caso de CD, y estudio de CD con rizado en campo magnético.....	61
Figura 6.3: Pérdidas instantáneas en cinta estándar con transposición parcial, para el caso de rampa de corriente CD hasta 95 A y campo magnético externo hasta 1 T.	62
Figura 6.4: Pérdidas instantáneas en cinta, para el caso de corriente CD 95 A y campo magnético uniforme 1 T aplicado en la dirección perpendicular con rizado de 1 mT, 10 mT y 100 mT.....	63
Figura 6.5: Pérdidas promedio en cinta, para el caso de corriente de transporte CD 95 A y campo magnético uniforme 1 T aplicado en la dirección perpendicular, en función de la amplitud del rizado	64
Figura 7.1: Estructura base DP (<i>Double Pancake</i>) empleada en Proyecto SUPRAPOWER (izquierda), sección transversal de bobina de rotor de máquina síncrona analizada para estimación de pérdidas (derecha) [54]	66
Figura 7.2: Mallado de cada una de las cintas empleado para el análisis de la bobina (izquierda), mallado de la geometría completa asociada a la sección transversal de la bobina (derecha).....	67
Figura 7.3: Frontera empleada en el estudio de la sección transversal de la bobina (resaltada en color rojo), y distancia del contorno de esta frontera recorrido desde el punto 1 hacia el punto 4 (color azul)	68
Figura 7.4: Espectros de magnitud de la componente en \mathbf{y} de la densidad de flujo magnético (\mathbf{B}_y), en función a la distancia recorrida en el contorno cerrado de la frontera desde el punto 1 (0mm) hacia el punto 4 (295.4mm)	69
Figura 7.5: Espectros de magnitud de la componente en \mathbf{x} de la densidad de flujo magnético (\mathbf{B}_x), en función a la distancia recorrida en el contorno cerrado de la frontera desde el punto 1 (0mm) hacia el punto 4 (295.4mm)	69

Figura 7.6: Modulo de la densidad de flujo magnético $\mathbf{B}(\mathbf{T})$ en el interior de la bobina tomando en cuenta componente CD en los puntos de la frontera, sin incluir rizado en campo magnético	71
Figura 7.7: Magnitud del rizado normalizado respecto a la componente CD de la densidad de flujo magnético, en función a la distancia recorrida en el contorno de la frontera (desde el punto 1 hacia el punto 4)	72
Figura 7.8: Metodología para estimación de pérdidas en bobina. Estudio de CD donde se extrae valor de campo en frontera (izquierda); estudio individual de cinta donde se introduce condición de frontera y rizado(derecha).....	73
Figura 7.9: Pérdidas en cintas bajo condición de operación de rotor de generador síncrono, en cada una de las pilas (pancakes) que componen la sección transversal del devanado del rotor.	75
Figura 7.10:Representación 2D de las pérdidas en bobina superconductora, en función del número de cinta dentro de la pila (<i>pancake</i>), y el número de pila (<i>pancake</i>)......	75

INDICE DE TABLAS

Tabla 1.1: Comparativa de tipos de rotor en máquinas síncronas superconductoras [13] ...	22
Tabla 1.2: Comparativa de tipos de estator en máquinas síncronas superconductoras [13]	23
Tabla 3.1: Dimensiones de la cinta de MgB ₂ [3]	35
Tabla 4.1: Ajuste de los parámetros relacionados a la expresión de densidad de corriente crítica	47
Tabla 5.1: Corrientes críticas de las cintas sin campo externo aplicado para los casos de estudio * <i>Fr</i> = 0.464 , ** <i>Frr</i> = 0.90267	52

NOMENCLATURA

Símbolo	Descripción
\vec{A}	Potencial magnético vectorial
\vec{B}	Densidad de flujo magnético
B_{\parallel}	Componente de la densidad de flujo magnético paralela a la cinta
B_{\perp}	Componente de la densidad de flujo magnético perpendicular a la cinta
B'	Densidad de flujo magnético característica
B_x	Componente en x de la densidad de flujo magnético
B_y	Componente en y de la densidad de flujo magnético
$ \vec{B}_{\text{rizado}} $	Magnitud del rizado de la densidad de flujo magnético
$ \vec{B}_{CD} $	Magnitud de la componente CD de la densidad de flujo magnético
b	Exponente de dependencia de la densidad de corriente crítica de la densidad de flujo magnético
C	Tensor de cuarto orden de elasticidad
CA	Corriente alterna
CD	Corriente directa
CO ₂	Dióxido de carbono
Cu	Cobre
DP	<i>Double Pancake</i>
\vec{E}	Campo eléctrico
E_c	Campo eléctrico crítico
E_z	Componente en z del campo eléctrico
F	Tensor del gradiente de deformación
F_r	Factor de caracterización de la densidad de corriente crítica para la sección transversal elíptica
F_{rr}	Factor de caracterización de la densidad de corriente crítica para la sección transversal original proveniente de micrografía
F_v	Fuerza por unidad de volumen

\vec{H}	Intensidad de campo magnético
H_c	Intensidad de campo magnético crítico
H_x	Componente en x de la intensidad de campo magnético
H_y	Componente en y de la intensidad de campo magnético
HTS	<i>High temperature superconductor</i>
I	Corriente
I_c	Corriente crítica
I_i	Corriente en el i -ésimo filamento de una cinta multifilamentos
I_p	Valor pico de señal senoidal de corriente
J	Densidad de corriente
J_c	Densidad de corriente crítica
J_{c0}	Densidad de corriente crítica intrínseca a campo magnético cero
k	Parámetro de anisotropía
KIT	<i>Karlsruhe Institute of technology</i>
L_c	Pérdidas por unidad de longitud en cinta completamente superconductoras
LTS	<i>Low temperature superconductor</i>
MEF	Método de los elementos finitos
MgB ₂	Diboruro de magnesio
n	Exponente de la ley de potencia asociada a la resistividad del superconductor en estado mixto
Q	Pérdidas por ciclo por unidad de longitud
S	Tensor de esfuerzos
S_0	Esfuerzo inicial
SAT	Superconductor de alta temperatura
SBT	Superconductor de baja temperatura
SENER	Secretaría de Energía

SQUID	<i>Superconducting Quantum Interference Devices</i>
SUPRAPOWER	Superconducting, reliable, lightweight, and more powerful offshore wind turbine
T	Período de señal
t	Tiempo
T_c	Temperatura crítica
u	Gradiente del vector de desplazamiento
W_v	Pérdidas por unidad de volumen para un ciclo de histéresis
ε	Tensor de deformación
ε_0	Deformación inicial
ε_{inel}	Deformación inelástica
ρ	Resistividad
ρ_s	Resistividad de material superconductor
μ	Permeabilidad magnética
μ_0	Permeabilidad magnética del vacío
μ_r	Permeabilidad relativa
ξ	Pérdidas instantáneas en cinta

INTRODUCCIÓN

Desde su descubrimiento hasta el presente, el estudio de la superconductividad ha sido un campo de investigación en continuo crecimiento y desarrollo. A la fecha, existen varias empresas que desarrollan, fabrican y venden kilómetros de cintas y alambres superconductores comerciales como por ejemplo *American Superconductor Corporation*, *Superpower* y *Columbus Superconductors*, fabricante de la cinta empleada en este trabajo de investigación [3], entre otras.

En la actualidad, la superconductividad se encuentra bien establecida en varias aplicaciones entre las que se incluyen: resonadores magnéticos, imanes para aceleradores de partículas y magnetómetros basados en SQUIDS (*Superconducting Quantum Interference Devices*, *Dispositivos Superconductores de Interferencia Cuántica*) [4]. Desde hace 15 años, debido a la necesidad de mejorar continuamente la generación, distribución y transmisión de energía eléctrica, así como reducir la emisión de CO₂ en la atmósfera, los materiales superconductores han encontrado un nicho muy importante con grandes oportunidades de desarrollo dentro del área de potencia eléctrica [5]. Prototipos de limitadores de corriente de falla y cables de potencia superconductores empiezan a entrar en redes eléctricas nacionales de algunos países [6]. Otras aplicaciones en las que la superconductividad encuentra un posible mercado a mediano plazo (10-20 años) son los sistemas de almacenamiento de energía y máquinas eléctricas como transformadores, motores y generadores [4]. En particular, los generadores eléctricos síncronos, a pesar de encontrarse todavía en sus primeros pasos de desarrollo tecnológico, son de gran interés para aplicaciones en generación eólica costa afuera, entre otras [4].

Un proyecto bastante ambicioso a nivel internacional es el proyecto vigente SUPRAPOWER [2], en el cual se basa este trabajo de maestría. El proyecto es coordinado por la empresa española *Tecnalia Research and Innovation*, y pretende diseñar, construir y probar un prototipo de generador eólico híbrido de 10 MW, con un estator convencional y un rotor superconductor, en colaboración con diversos institutos, universidades y empresas [2]. Este proyecto requiere de varios estudios, algunos de ellos aplicables a otros sistemas superconductores. Uno de los estudios más importantes para definir la aplicabilidad de los

superconductores empleados, es el estudio de las pérdidas en cintas superconductoras bajo las condiciones de operación de la máquina. Este estudio es fundamental para permitir realizar un diseño confiable del sistema de enfriamiento y asegurar la fiabilidad de la máquina para su uso comercial [7], esto tomando en cuenta que en todo momento es necesario mantener la temperatura del material superconductor por debajo de un cierto valor (temperatura crítica, T_c) [4]. En el presente trabajo de investigación de maestría se estiman las pérdidas eléctricas en cinta comercial de MgB_2 (diboruro de magnesio), usadas en la fabricación del devanado del rotor del generador eólico del proyecto europeo SUPRAPOWER.

En el primer capítulo se presenta la justificación junto con la formulación del problema y los objetivos de la investigación. En el capítulo dos se exponen los antecedentes y un breve marco teórico que sustenta la investigación realizada. A continuación en el capítulo tres se proporciona información sobre la cinta a analizar, se describe la geometría y el mallado empleados en el estudio y se obtiene una sección transversal estándar, que cumple con las especificaciones reportadas (proporciones, número de filamentos...). Es muy importante indicar que en este estudio no se toma en cuenta las posibles rupturas y unión de filamentos dentro de las cintas. En el capítulo cuatro se presentan los modelos electromagnéticos empleados con el Método de los Elementos Finitos (MEF). Este método, hoy en día usado en diferentes áreas de la ingeniería, permite modelar y simular con detalles geométricos finos el comportamiento de las cintas en el generador durante su operación. Posteriormente, en el capítulo cinco se estudia el caso de corriente de transporte CA (Corriente Alterna) sin campo magnético externo aplicado, y se valida la técnica de modelado empleando formulas analíticas. A continuación en el capítulo seis, se presentan las pérdidas en la cinta ante corriente de transporte y campo magnético CD (Corriente Directa), incorporando rizado en el campo magnético a través de funciones senoidales de amplitudes 1mT, 2mT, 3mT, 4mT, 10mT, 100mT. En el capítulo siete se estudia el ambiente electromagnético al que estará expuesta la cinta en el rotor de la máquina síncrona, y se realiza el cálculo de las pérdidas en cinta bajo estas condiciones de operación. Finalmente, un último capítulo presenta las conclusiones de este estudio y denota el trabajo futuro.

CAPITULO 1

CONTEXTO GENERAL DEL ESTUDIO

1.1.- Justificación de la investigación

De acuerdo a la Prospectiva del Sector Eléctrico Mexicano 2013-2027, elaborada por la Secretaria de Energía (SENER) [8], se espera para el período 2014-2020 que alrededor del 28% de la capacidad adicional provenga de centrales que usen fuentes energéticas no fósiles, estimándose una participación de las fuentes de energía renovables del 23.7% sobre el total de la capacidad efectiva para el final del período 2012-2027. Se resalta dentro de las energías renovables el crecimiento que ha tenido la capacidad eólica a nivel mundial[8].

Dentro de la generación eólica es de gran relevancia la generación costa afuera. Según el reporte UpWind de Marzo del 2011 [9], de acuerdo a las aspiraciones de la Comisión Europea, se necesitará una capacidad eólica para el 2020 de 265 GW incluyendo 55 GW de generación costa afuera en Europa. De igual forma para el 2030 el objetivo es alcanzar una capacidad instalada de generación eólica de 400 GW, incluyendo 150 GW de generación costa afuera [9].

Tomando en cuenta que el desarrollo de la energía eólica no solo está relacionado con los requerimientos energéticos del mercado y la necesidad de reducir la emisión de contaminantes, sino también con el costo tanto de equipos como de instalación, es relevante realizar y proponer mejoras que lleven a una mayor eficiencia y posible disminución de costos. En este sentido, la incorporación de materiales superconductores en máquinas rotatorias permitirá responder a esas necesidades mostrando la posibilidad real de [10]:

- Reducir tamaño y peso.
- Lograr una alta eficiencia, a carga plena y carga parcial.
- Reducir pérdidas.

Entre otros, *American Superconductor Corporation*, un fabricante estadounidense de cintas y equipos superconductores, estima que la aplicación de superconductores de alta temperatura en la generación eólica puede llevar a una reducción significativa en las dimensiones y peso del generador, tal como se puede apreciar en la Figura 1.1 donde se comparan las dimensiones y masas de aerogeneradores convencionales, con y sin caja de engranajes, respecto a uno superconductor. En esta figura se puede notar que un aerogenerador convencional de 5 MW tiene un peso estimado cercano a uno superconductor de 10 MW [11]. Esto ayudaría a reducir costos de instalación en general para sistemas de alta energía, maximizando la potencia generada por cada turbina [12].

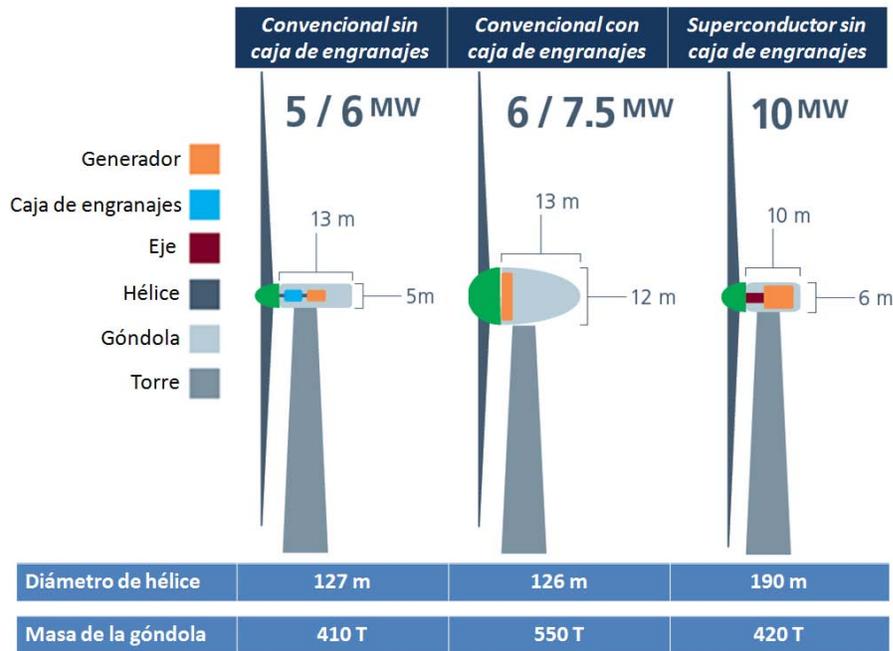


Figura 1.1 Estimación dimensiones y peso de aerogenerador superconductor [9]

Tomando en cuenta los requerimientos energéticos y el aumento de la generación eólica en México y a nivel mundial, es conveniente realizar mejoras que maximicen la potencia generada por cada turbina facilitando la explotación de la energía eólica. En este sentido, el uso de superconductores de alta temperatura crítica y de bajo costo, como el diboruro de magnesio

(MgB₂), plantea un cambio relevante que permitirá impulsar el uso de aerogeneradores tanto en tierra firme como en costa afuera.

1.2.- Máquinas eléctricas superconductoras

En potencia eléctrica se puede encontrar una amplia variedad de aplicaciones de la superconductividad. En lo relacionado a máquinas eléctricas superconductoras, en [13] se indica que como las cintas de SAT son sensibles a corrientes CA, su uso en máquinas eléctricas es en la actualidad económicamente viable solamente en los devanados de CD del rotor de una máquina síncrona. Por otra parte, en [14] se resalta que las máquinas síncronas con devanados superconductores de excitación en el rotor pueden traer a futuro las siguientes ventajas:

- Reducción de volumen y peso.
- Aumento en la eficiencia de la máquina, a través de una reducción en las pérdidas de hasta un 50%, comparado con máquinas eléctricas convencionales.
- Disminución de niveles de ruido.
- Reducción en el mantenimiento, comparado con una máquina síncrona clásica.

A continuación, se detalla brevemente los rotores y estatores típicos para máquinas síncronas superconductoras.

Diseños de rotor

Debido a su alta densidad de corriente, los devanados superconductores compactos pueden producir altos campos magnéticos. En este orden de ideas podemos encontrar dos diseños básicos de rotores: sin material magnético en el rotor (devanado con núcleo de aire) Figura 1.2 y con material ferromagnético en el mismo Figura 1.3, observándose en este último dos opciones dependiendo de si el núcleo del rotor se mantiene a temperatura criogénica (rotor frío) o a temperatura ambiente (rotor caliente) [13][14]. Una breve comparación de ambos diseños se muestra en la Tabla 1.1.

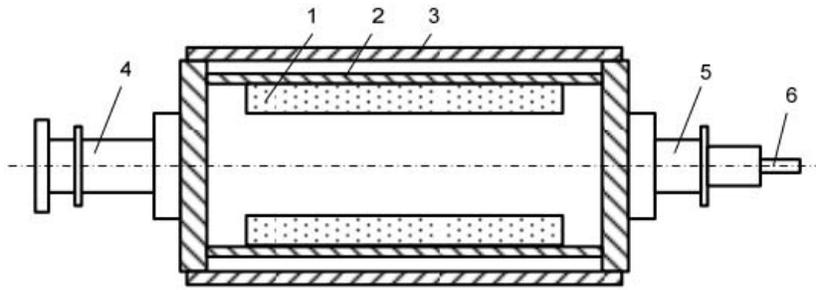


Figura 1.2: Ejemplo de rotor con devanado superconductor y núcleo de aire. 1-Devanado superconductor, 2-Tubo de par, 3-Pantalla electromagnética, 4-Fin del eje, 5- Colector y fin del eje, 6- Acople [14]

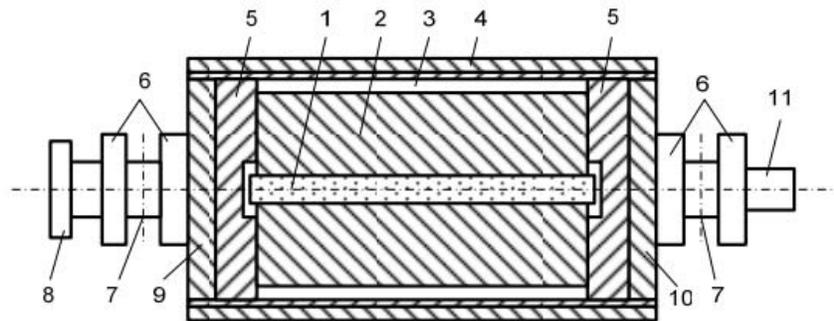


Figura 1.3: Ejemplo de rotor con devanado superconductor y núcleo de hierro. 1-Devanado superconductor, 2- Cuerpo del rotor, 3-Recinto al vacío, 4-Pantalla electromagnética, 5-Espaciadores, 6-Sellos de aceite, 7- Rodamientos, 8-Brida de acople, 9-10 Final de rotor de turbina, 11- Colector y conexiones criogénicas [14]

Rotor con núcleo de aire	Rotor con material magnético	
	Rotor frío	Rotor caliente
-Tiene menor masa en el rotor.	-Tiene alta inercia térmica.	-Requiere menor tiempo de enfriamiento.
-Es posible alcanzar altas densidades de flujo magnético.	-Uso eficiente de material magnético limita el flujo.	
-Requiere más material superconductor debido a alta reluctancia.	-Requiere menor cantidad de material superconductor, debido a que el material magnético ayuda a la magnetización de la máquina.	

Tabla 1.1: Comparativa de tipos de rotor en máquinas síncronas superconductoras [13]

Diseños de estator

Dentro de este marco, resaltan dos diseños fundamentales indicados por [13], uno aplicable a una máquina de "*baja densidad de flujo magnético*" en la cual se puede utilizar un diseño de estator convencional con devanados de cobre embebidos en los dientes de material magnético del estator, en este caso la densidad de flujo estaría limitada por la saturación del material del estator. Sin embargo, con devanados superconductores en el rotor es posible el diseño de máquinas de "*alta densidad de flujo magnético*", con densidades de flujo que superarían los límites de saturación del hierro, en este caso los devanados del estator se ubicarían en el entrehierro de la máquina. Algunas ventajas y desventajas de ambos diseños se presentan en la Tabla 1.2.

Estator convencional, con dientes de material magnético	Devanados de estator en entrehierro, sin dientes de material magnético
-Diseño probado, de amplio uso y fácil manufactura.	-Diseño no comercializado, poca experiencia y potencialmente costoso.
-Densidad de flujo magnético limitada por la saturación de los dientes de material magnético.	-Densidad de flujo magnético no limitada por la saturación de los dientes de material magnético.
-Mayor presencia de armónicos, debido a la alternancia entre las ranuras y los dientes de material magnético.	-Menor presencia de armónicos, debido a gran entrehierro.

Tabla 1.2: Comparativa de tipos de estator en máquinas síncronas superconductoras [13]

En esta perspectiva, la adaptación de un rotor superconductor en un estator convencional representa el primer paso en el desarrollo de generadores potentes, más ligeros y pequeños [13]. Sin embargo, en aras de aprovechar todo el potencial de los devanados superconductores, se deben hacer mejoras en el estator, por lo cual un siguiente paso evolutivo en el diseño de máquinas síncronas superconductoras podría ser el uso de estatores con núcleo de aire.

1.3.- Formulación del Problema

Dentro de los principales retos y costos en la instalación de generación eólica costa afuera están las cimentaciones y bases de las turbinas [15], con lo cual una reducción en las dimensiones y pesos del generador pueden ser de gran interés. También la interconexión a la red y el mantenimiento surgen como aspectos relevantes [15], al respecto la instalación de pocas turbinas de mayor potencia en vez de muchas pequeñas puede facilitar labores de mantenimiento [15]. Sin embargo, el aumento de la potencia en las turbinas trae consigo un correspondiente incremento en el peso y la masa que eleva los costos y la dificultad en la instalación, pudiendo introducir de esta forma un límite económico en la implementación de grandes generadores eólicos mar adentro [15]. Es por ello que la generación eólica costa fuera surge como una aplicación notable de la superconductividad, permitiendo una reducción significativa de masa y volumen así como un cierto incremento en la eficiencia. No obstante, hasta la fecha son pocas las máquinas superconductoras construidas y probadas, en [13] y [14] se puede apreciar un compendio de las mismas. La tecnología aun es muy joven y todavía son necesarios muchos estudios teóricos, experimentales y prácticos para validarla.

Uno de los puntos críticos para el uso de superconductores comerciales en máquinas es la estimación de las pérdidas eléctricas en las cintas o alambres que conforman los devanados superconductores. Esta estimación permite elegir el sistema de enfriamiento adecuado para mantener las condiciones favorables de operación del material superconductor asegurando la confiabilidad de la máquina eléctrica. Se recuerda que el superconductor necesita ser enfriado a temperaturas criogénicas para ser usado. Tomando en cuenta la característica del superconductor y la aplicación, la elección del sistema de enfriamiento está basada sobre la factibilidad de alcanzar la temperatura de operación para el uso óptimo del superconductor, así como el margen de operación que podrá tener la máquina debido a cambios de temperatura a fin de evitar la pérdida del estado superconductor. Debido a su importancia, el cálculo de pérdidas en cintas superconductoras bajo distintas condiciones de operación ha sido objeto de estudio con anterioridad. El desarrollo matemático de modelos de pérdidas ha sido un problema de alta complejidad. Antes del uso de métodos numéricos, se han obtenido algunas ecuaciones analíticas para

cintas aisladas bajo regímenes particulares de operación (como por ejemplo las presentadas en [1] y [16]). Estas fórmulas demostraron ser de poca relevancia en sistemas complejos. Para superar las limitaciones que ofrecen las fórmulas analíticas y alcanzar una mayor precisión en la estimación de las pérdidas eléctricas en arreglos de cintas y alambres superconductores, trabajos recientes han propuesto la aplicación del Método de los Elementos Finitos (MEF) como una herramienta adecuada para resolver el cálculo de pérdidas en sistemas superconductores. Sin embargo, analizar arreglos de cientos o miles de cintas de multifilamentos no es trivial, ya que demanda demasiado tiempo y capacidad de cómputo. Adicionalmente, la incorporación de materiales no lineales en las cintas y arreglos de cintas, requiere ligeras modificaciones en las ecuaciones empleadas en los modelos electromagnéticos típicamente usados en el cálculo de pérdidas en cintas superconductoras.

En este trabajo de investigación se estiman pérdidas eléctricas en cinta superconductora comercial de multifilamentos de MgB_2 , sin tomar en cuenta las posibles fracturas y uniones de filamentos. Para el cálculo de pérdidas se empleó MEF a través del software comercial Comsol Multiphysics [®]. Se validó el modelo, y la técnica empleada para el cálculo de pérdidas, a través de las ecuaciones desarrolladas por W. T. Norris [1]. Las condiciones de operación bajo las cuales se realizó el cálculo de pérdidas fueron: corriente CA, y corriente CD con campo magnético externo con y sin rizado. También se realizó estimado de pérdidas en un devanado del rotor de la máquina síncrona empleada en el proyecto SUPRAPOWER, este primer estimado de pérdidas será empleado en el diseño del sistema de refrigeración de la máquina.

1.4.- Objetivos de la investigación

El objetivo general es la estimación de las pérdidas eléctricas en cintas superconductoras usadas en el devanado del rotor de un generador eólico síncrono. Los objetivos específicos son:

1. Elaboración de un modelo para el cálculo de pérdidas por corriente de transporte alterna en una cinta individual de multifilamentos de MgB_2 , a fin de comparar la metodología empleada con ecuaciones analíticas existentes.

2. Simulación y cálculo de las pérdidas en cinta individual de multifilamentos de MgB_2 con corriente de transporte CD y campo magnético externo aplicado.
3. Cálculo de pérdidas en cinta de multifilamentos de MgB_2 a causa de rizado en campo magnético usando el modelo previamente desarrollado.
4. Estimación de pérdidas por histéresis en cintas de multifilamentos de MgB_2 en condiciones de operación de rotor de una máquina síncrona.

1.5.- Metas

La principal meta alcanzada en este proyecto de investigación es el desarrollo y validación a través de formulas analíticas, de una metodología para el cálculo de pérdidas en cintas superconductoras comerciales. Adicionalmente, se logró realizar estimación de pérdidas en un devanado del rotor de la máquina híbrida del proyecto europeo SUPRAPOWER. Estos resultados serán usados por colegas del KIT para el diseño del sistema de enfriamiento. Otras metas alcanzadas en el desarrollo de este proyecto de investigación son:

- Estimación de pérdidas en cintas superconductoras de multifilamentos de MgB_2 embebidas en una matriz de níquel por corriente de transporte CA.
- Cálculo de pérdidas en cintas superconductoras de multifilamentos de MgB_2 embebidas en una matriz de níquel, por corriente de transporte CD y con campo magnético uniforme externo con y sin rizado.
- Estimación de la distribución de pérdidas en devanado superconductor del rotor de una máquina síncrona.

1.6.- Metodología

La metodología empleada en el presente trabajo de investigación para alcanzar los objetivos y metas propuestas fue la siguiente:

- a) Revisión bibliográfica del estado superconductorivo y cálculo de pérdidas en cintas superconductoras, para comprender los fenómenos asociados y ser capaz de

elaborar modelos de cintas haciendo uso del Método de los Elementos Finitos a través del software Comsol Multiphysics ®.

- b) Recopilación de información relacionada a la cinta de multifilamentos de MgB_2 empleada en el proyecto SUPRAPOWER, y desarrollo de geometría y mallado con el objeto de elaborar modelos para el cálculo de pérdidas.
- c) Elaboración de modelos haciendo uso del MEF a través del software Comsol Multiphysics ®, para el cálculo de pérdidas en cintas superconductoras debido a corriente de transporte CA, y validación de la técnica de modelado comparando con formulas analíticas.
- d) Cálculo de pérdidas en cinta superconductora de multifilamentos de MgB_2 , ante corriente de transporte CD y campo magnético externo uniforme con y sin rizado, empleando el modelo y procedimiento antes validado.
- e) Análisis del campo magnético en la frontera de un devanado del rotor de la máquina síncrona diseñada en el proyecto europeo SUPRAPOWER.
- f) Estimación de pérdidas en devanado superconductor del rotor de la máquina síncrona diseñada en el proyecto europeo SUPRAPOWER.

CAPITULO 2

ANTECEDENTES Y MARCO TEÓRICO

2.1.- Antecedentes de la investigación

Máquinas rotatorias superconductoras:

El primer prototipo de generador superconductor fue desarrollado por Westinghouse Electric Corporation en los años 70s, a partir de materiales Superconductores de Baja Temperatura (SBT o LTS de sus siglas en inglés, *Low Temperature Superconductors*) [14]. Años más tarde (1999), Siemens Alemania logra diseñar y construir una máquina síncrona superconductor de cuatro polos 400 kW con SAT (Superconductores de Alta Temperatura) [13],[14]. En el año 2004 NII Electromach (Rusia) y Rockwell Automation (U.S.A) también logran cada uno por separado la construcción de prototipos de máquinas eléctricas superconductoras. En este ámbito resalta el motor síncrono superconductor de 36.5 MW, construido en el 2006 por American Superconductor Corporation, para ser probado como motor de propulsión de barcos para la naval de los Estados [13],[14].

En lo que respecta a las aplicaciones del diboruro de magnesio (MgB_2) en el año 2005 R. Musenich *et al.* presentan la construcción y ensayo de bobinas elaboradas con cintas superconductoras de MgB_2 [17]. Mediciones de las pérdidas de CA en cintas multifilamentares de este material fueron presentadas en el año 2007 [18], y más recientes estudios de cintas de multifilamentos de MgB_2 fueron presentados en el 2015 estudiando su aplicación en devanados cilíndricos [19] y tolerancia a esfuerzos [20].

Cálculos de pérdidas:

En la actualidad son varios los esfuerzos realizados para el cálculo de pérdidas y otras variables de interés haciendo uso de métodos numéricos, como el MEF, tal como se puede apreciar en [21] y [22]. De igual forma se han empleado algunas herramientas

adicionales de multi-escala [23] y homogeneización [24] junto con MEF para facilitar el cálculo y disminuir tiempos de cómputo.

En el 2013 Grigorii Mikitiki *et al.* presentan nuevamente fórmulas y métodos analíticos adicionales para modelar superconductores de alta temperatura [25]; sin embargo, para cálculo de pérdidas y otras variables de interés en configuraciones más complejas como una máquina síncrona superconductoras el MEF sigue siendo una herramienta esencial. Tal como se puede apreciar en [10], en donde se realiza el cálculo de pérdidas en cintas superconductoras de alta temperatura en un generador eléctrico.

2.2.- Materiales superconductores

El descubrimiento de la superconductividad se remonta al año 1911, época en la cual el físico holandés Kamerlingh Onnes, midiendo la resistividad eléctrica del mercurio a medida que lo enfriaba, notó que esta repentinamente disminuía a un valor no medible con la instrumentación disponible a una temperatura de 4.2 K [26]. Sin embargo, no fue sino hasta el año 1957 que el físico ruso Alexei Abrikosov reportara la existencia de materiales superconductores que exhiben un estado mixto entre el efecto Meissner y el estado normal, manteniendo así características superconductoras a campos magnéticos más altos [26],[27].

Años más tarde (1986) J. George Bednorz y Karl Müller del laboratorio de IBM en Zúrich (Suiza) encontraron indicios de superconductividad a 30 K en óxidos de cobre lantano bario (LBCO), surgiendo así los superconductores de alta temperatura crítica (SAT) [27],[5]. Por su parte el grupo de investigación de Jun Akimitsu reporta el descubrimiento de estado superconductor en una masa de MgB_2 en el año 2001, con mediciones de magnetización y resistividad establecieron una temperatura de transición de 39 K, superior a la del LBCO que marcó el inicio de los SAT [28]. En el capítulo III, se presenta en detalle las características de la cinta estudiada en este trabajo.

2.3.- Modelo de estado crítico de Bean

El modelo de estado crítico - uno de los más simples para describir el comportamiento de superconductores en estado mixto - fue introducido por C. P. Bean en

1962 [29], [30]. Desde un punto de vista muy básico, el modelo establece que la densidad de corriente en el superconductor toma el valor de 0 o $\pm J_c$ (la densidad de corriente crítica); es decir, la corriente en el superconductor solo fluye con una densidad equivalente a la densidad de corriente crítica. De esta forma, si se aplica un campo magnético al superconductor, se inducirá una densidad de corriente crítica en su superficie que se opone a la penetración del mismo, si el campo no es lo suficientemente fuerte como para penetrar toda la muestra podremos notar en el interior del superconductor la ausencia de corriente (densidad de corriente 0) mientras por su superficie circula una corriente a densidad de corriente crítica (J_c).

Finalmente las dos suposiciones principales del modelo de Bean son [30]:

- a) El campo eléctrico E es paralelo a la densidad de corriente J .
- b) La densidad de corriente crítica J_c fluye en las zonas del material que se encuentren en estado crítico, matemáticamente esto significa que:

$$J(x, y) = \pm J_c \quad \text{si } |\vec{E}(x, y)| \neq 0 \quad (2.1)$$

$$J(x, y) = 0 \quad \text{si } |\vec{E}(x, y)| = 0 \quad (2.2)$$

2.4.- J_c Como función de \vec{B} y modelo de estado crítico de Kim

Mientras Bean reconoció el hecho de que la densidad de corriente crítica debía ser dependiente del campo magnético local, él aún la asumía constante en su teoría. El primer modelo en incorporar una dependencia del campo fue el modelo de Kim *et al.* [31], relacionando la densidad de corriente crítica J_c con la magnitud de la densidad de flujo magnético B [32].

Adicional a este simple enfoque, dependiendo del material y la geometría bajo observación, es a veces necesario tomar en consideración las componentes del campo magnético de forma independiente [32]. Un acuerdo razonable con las mediciones para la mayoría de los casos se logra usando la ecuación (2.3) con la densidad de corriente crítica

intrínseca a campo cero J_{c0} , el parámetro de anisotropía k , la componente en paralelo de la densidad de flujo magnético B_{\parallel} , la componente perpendicular de la densidad de flujo magnético B_{\perp} , la densidad de flujo magnético característica B' , y el exponente de dependencia del campo b [32]:

$$J_c(B_{\parallel}, B_{\perp}) = \frac{J_{c0}}{\left(1 + \frac{\sqrt{k^2 B_{\parallel}^2 + B_{\perp}^2}}{B'}\right)^b} \quad (2.3)$$

Otra expresión generalmente utilizada para modelar J_c como función de \vec{B} se presenta en (2.4), en donde se realiza un ajuste a datos experimentales de los parámetros J_{c0} , B_0 , B_1 y α ; esta expresión ha sido utilizada para aplicaciones con MgB₂, como por ejemplo [33]:

$$J_c(B) = J_{c0} \left(1 - \frac{B}{B_1}\right) \left(1 + \frac{B}{B_0}\right)^{-\alpha} \quad (2.4)$$

2.5.- Pérdidas en materiales superconductores

Una de las formas más sencillas de comprender el origen de las pérdidas en materiales superconductores es a través del análisis del problema en una geometría de una sola dimensión, una lámina de material superconductor de ancho D , con un campo magnético aplicado variable en tiempo, como se puede observar en la Figura 2.1 [34]. La corriente que fluye dentro de la lámina, de acuerdo al modelo de estado crítico de C.P. Bean, fluiría a la densidad de corriente crítica, $J = J_c$ y con un sentido que correspondería al sentido de la fuerza electromotriz correspondiente al último cambio local de campo. Adicionalmente, por aquellas zonas que no han experimentado campo magnético no fluiría corriente, $J = 0$ [35].

Como indica C. P. Bean [35], el campo magnético dentro del material superconductor decrecería linealmente con la distancia como una consecuencia de la ley de Ampere. El campo magnético y la corriente dentro de la lámina, para aumentos progresivos

de campo externo aplicado, se muestran en la Figura 2.1. En esta figura se puede apreciar que para las primeras etapas de magnetización la corriente fluye en capas superficiales cuyo espesor es lo suficientemente grande como para reducir el campo interno local a cero.

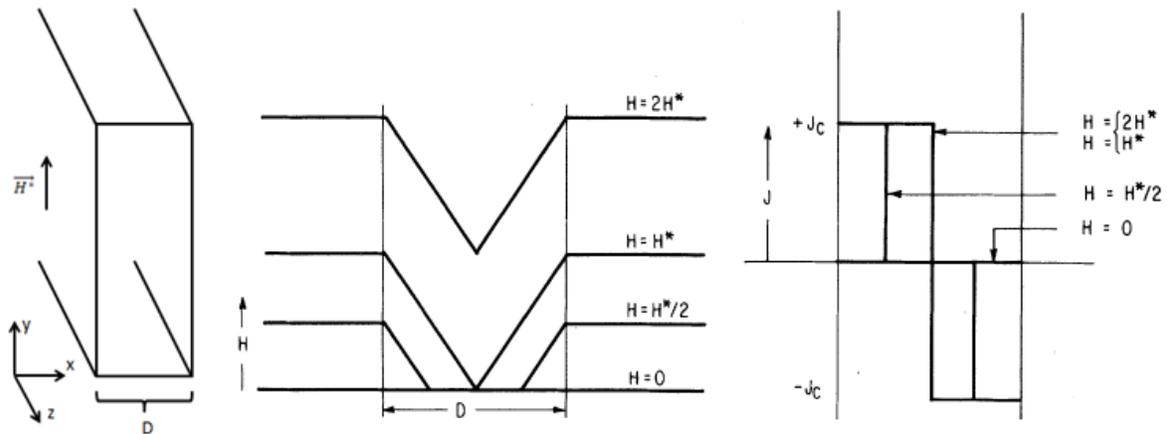


Figura 2.1: Lámina de material superconductor con campo magnético aplicado (izquierda) [34], campo magnético (centro) y corriente dentro y fuera de la lámina (derecha); líneas verticales marcan el interior de la lámina [35]

Si analizamos ahora el caso de campo magnético externo H^* aplicado a una lámina virgen, y luego removido, obtendríamos las imágenes de corriente y campo magnético mostradas en la Figura 2.2. Al ser removido el campo, la superficie experimenta una fuerza electromotriz con dirección opuesta a la que experimentó cuando el campo incrementaba; y por lo tanto, la superficie de corriente cambia de sentido. Al ser el campo externo aplicado igual a cero en la cercanía de ambas caras de la lámina podremos notar dos superficies de corriente de igual magnitud pero de sentido contrario. De igual forma se puede apreciar una densidad de flujo remanente atrapada [35]. Si continuamos, aplicando campo externo en sentido contrario ($-H_0$), y luego lo variamos hasta H_0 completaremos un ciclo de histéresis como el que se puede apreciar en la Figura 2.3 [36].

Debido a que tenemos un ciclo de histéresis, las pérdidas por unidad de volumen por ciclo (W_p), pueden ser calculadas como el área encerrada por el mismo (2.5). Sin embargo, se puede obtener la distribución de las pérdidas considerando que dentro del material se generan campos eléctricos locales durante el cambio de magnetización. De esta forma, las

pérdidas locales vendrían dadas por el producto de estos campos eléctricos y la densidad de corriente local [35].

$$W_v = \oint H dM \quad (2.5)$$

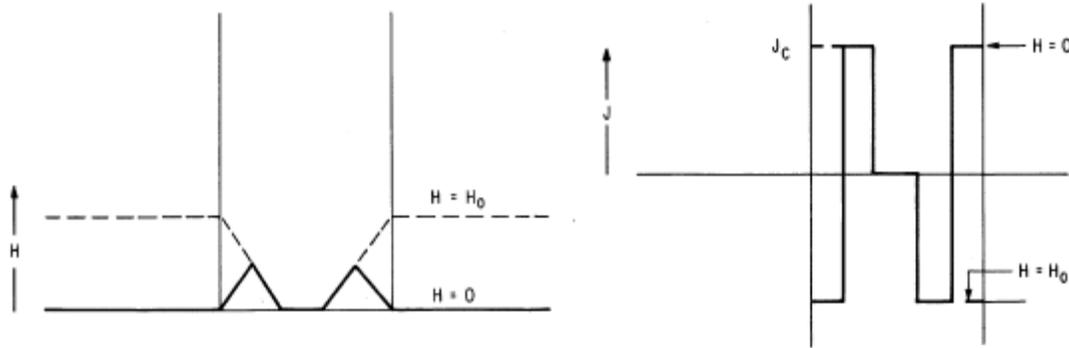


Figura 2.2: Campo magnético (izquierda) y corriente (derecha) dentro y fuera de la lámina para campo magnético externo aplicado (H_0) y luego removido (líneas verticales marcan el interior de la lámina) [35]

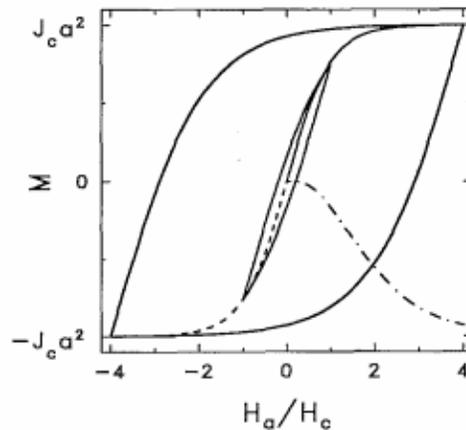


Figura 2.3: Ciclo de histéresis, magnetización M vs intensidad de campo magnético normalizada respecto al campo magnético crítico (H_0/H_c) [36]

2.6.- Cálculo de pérdidas en materiales superconductores

En el año 1969, W. T. Norris publica expresiones analíticas relacionadas a las pérdidas en CA (Corriente Alterna) en cintas y alambres de sección transversal elíptica totalmente superconductores, que llevan una cierta corriente de transporte sin campo magnético externo aplicado [1]. En este desarrollo se realizan dos suposiciones, primero se asume, simplificando el modelo, que la densidad de corriente crítica es independiente del

campo magnético en el ambiente, aún cuando es bien conocido que la corriente crítica depende no solo de la magnitud sino también de la dirección del campo. Luego se asume que la resistencia sube muy abruptamente cuando la corriente intenta incrementarse por encima de su valor crítico. Sin embargo, el error introducido por esta segunda suposición es insignificante comparado con la primera, y el error introducido por la primera no es significativo hasta frecuencias de 1 kHz [1].

Según W. T. Norris las pérdidas (L_c) en una cinta completamente superconductora cuya corriente crítica es I_c y por la cual circula una corriente de transporte I_o , viene dada por la ecuación (2.6) [1].

$$L_c = \frac{I_c^2 \mu_0}{\pi} \left[\left(1 - \frac{I_o}{I_c}\right) \ln \left(1 - \frac{I_o}{I_c}\right) + \left(2 - \frac{I_o}{I_c}\right) \frac{I_o}{2I_c} \right] \quad (2.6)$$

Se han publicado diferentes planteamientos analíticos para el cálculo de pérdidas en cintas superconductoras de diversas secciones transversales [1], [16], [25], [37]. Sin embargo, aún no existen ecuaciones analíticas que expresen de manera exacta las pérdidas en cintas bajo regímenes de operación particulares como por ejemplo corriente de transporte y campo magnético externo, aplicado en dirección perpendicular y paralelo, al mismo tiempo en cintas de sección transversal elíptica. Adicionalmente son pocos los desarrollos analíticos publicados hasta el momento que como en [25] tomen en cuenta la presencia de materiales no superconductores en el dominio de estudio para el cálculo de pérdidas. Tomando esto en cuenta, se hace necesario emplear otra metodología que permita calcular las pérdidas en cintas superconductoras en regímenes particulares de operación, es por ello que en esta investigación se hace uso del Método de los Elementos Finitos (MEF) (anexo A).

CAPITULO 3

GEOMETRÍA Y DESARROLLO DE UNA SECCIÓN TRANSVERSAL ESTÁNDAR

3.1.- Descripción de la cinta

La cinta a estudiar fue diseñada y fabricada por *Columbus Superconductors* para su uso en el proyecto *SUPRAPOWER* y está compuesta por filamentos de MgB_2 dentro de una matriz de níquel, con una cinta adicional de cobre agregada en la parte superior de la misma, una micrografía de esta se puede apreciar en la Figura 3.1 [3].

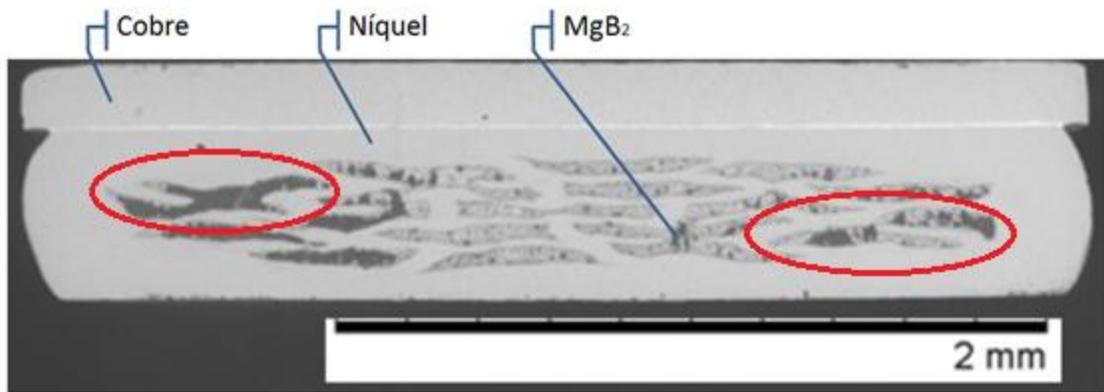


Figura 3.1: Micrografía de la sección transversal de la cinta de MgB_2 [3]

Tabla 3.1: Dimensiones de la cinta de MgB_2 [3]

Descripción	Ancho (mm)	Alto (mm)
Sin la cinta de cobre	3.00	0.50
Cinta de Cobre	3.00	0.20

Las proporciones de material reportadas por el fabricante, sin incluir la cinta de cobre ubicada en la parte superior, son 21.5% de MgB_2 y un 78.5% de níquel [3]. Las dimensiones de la cinta están indicadas en la Tabla 3.1.

Para su manufactura se emplea el procedimiento conocido como *Powder in Tube* (Polvo en tubo), y luego se compacta el alambre para formar la cinta [38]. Es importante señalar que durante el compactado algunos autores han reportado la posibilidad de fractura de los filamentos [39], tal como en nuestro caso donde podemos notar filamentos rotos y unidos en la parte superior izquierda e inferior derecha de la micrografía, Figura 3.1.

3.2.- Geometría a estudiar y mallado

A partir de la imagen presentada en la Figura 3.1, podemos implementar una geometría en el software Comsol Multiphysics en aras de emplear MEF y estimar las pérdidas de CA. Sin embargo, como en este trabajo de investigación no se toma en cuenta las posibles rupturas y unión de filamentos, se procedió a separar los filamentos unidos obteniéndose así la geometría presentada en la Figura 3.2, donde los filamentos de MgB_2 están resaltados con el color azul. Para el mallado de esta geometría se utilizaron elementos triangulares en todos los dominios, tal como se puede apreciar en la Figura 3.3.

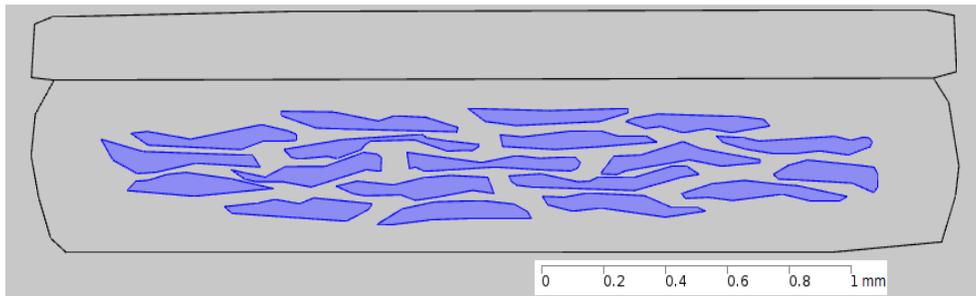


Figura 3.2: Geometría asociada a la sección transversal de la cinta proveniente de micrografía

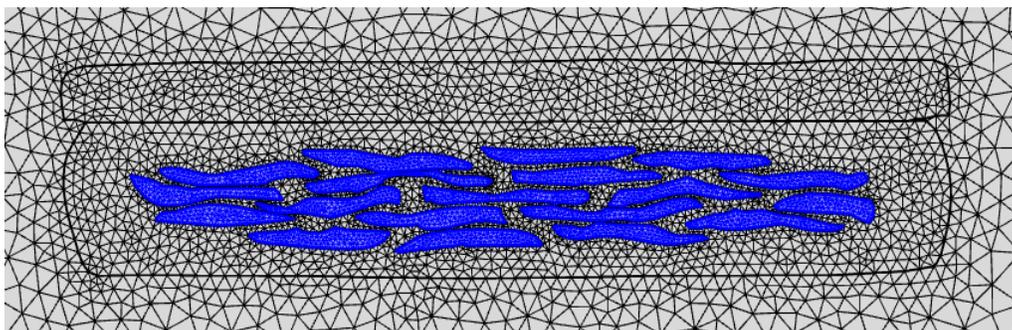


Figura 3.3: Mallado asociada a la sección transversal de la cinta proveniente de micrografía

A partir de una inspección visual, se puede notar que la cinta está conformada por 19 filamentos, 12 ubicados en una capa exterior, 6 en una capa en medio y uno en el centro. Al medir las proporciones de material, sin tomar en cuenta el cobre, tenemos un 25.32% de MgB_2 y un 74.68% de níquel lo cual difiere de los valores reportados por el fabricante. La causa de esta diferencia puede estar asociada al corte realizado a la cinta (no es totalmente perpendicular a la dirección longitudinal de la misma), aunado a la ruptura y unión de filamentos. Por este motivo, se procede a desarrollar una geometría que represente de forma más exacta la sección transversal de la cinta.

3.2.1.- Desarrollo de una sección transversal estándar

Una representación de la sección transversal del alambre antes de ser compactado para formar la cinta se muestra en la Figura 3.4, de acuerdo a [39] durante el proceso de deformación isotrópica de la sección transversal, realizado en la fabricación del alambre, se puede presentar también ruptura de filamentos tal como se puede apreciar en la parte inferior de la misma figura. En ella también se evidencia directamente la necesidad de obtener una representación estándar pues la distribución, proporciones y forma de la sección transversal cambian en función de la ubicación de la ruptura de los filamentos.

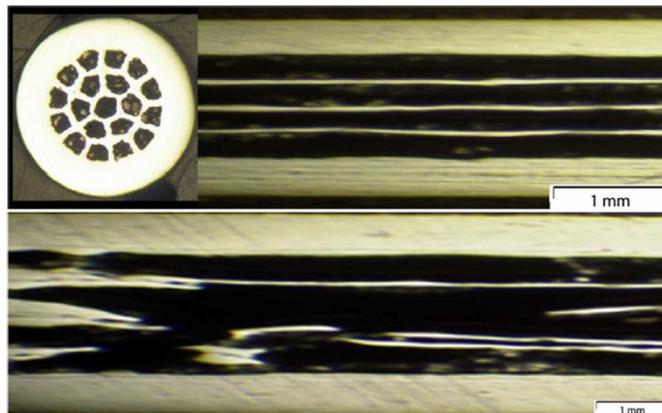


Figura 3.4: Alambre de MgB_2 usado en la fabricación de la cinta sin filamentos rotos (imagen superior), y con filamentos rotos (imagen inferior) [39]

Con la finalidad de obtener una representación estándar, se procedió a estudiar la deformación elastoplástica de un cilindro macizo de níquel, para ello se utilizaron dos placas rectangulares que se acercan entre sí comprimiendo el cilindro que se encuentra entre ellas (haciendo uso del modelo de deformación elastoplástica de la librería de COMSOL Multiphysics® [40]) tal como se puede apreciar en la Figura 3.5. En la Figura 3.6 se puede observar la geometría y mallado, para la solución de este problema empleamos solo una cuarta parte de su geometría y fijamos una condición de simetría de las cargas asociadas a la deformación en el extremo izquierdo e inferior de la cuarta parte del cilindro como se puede apreciar en la Figura 3.6.

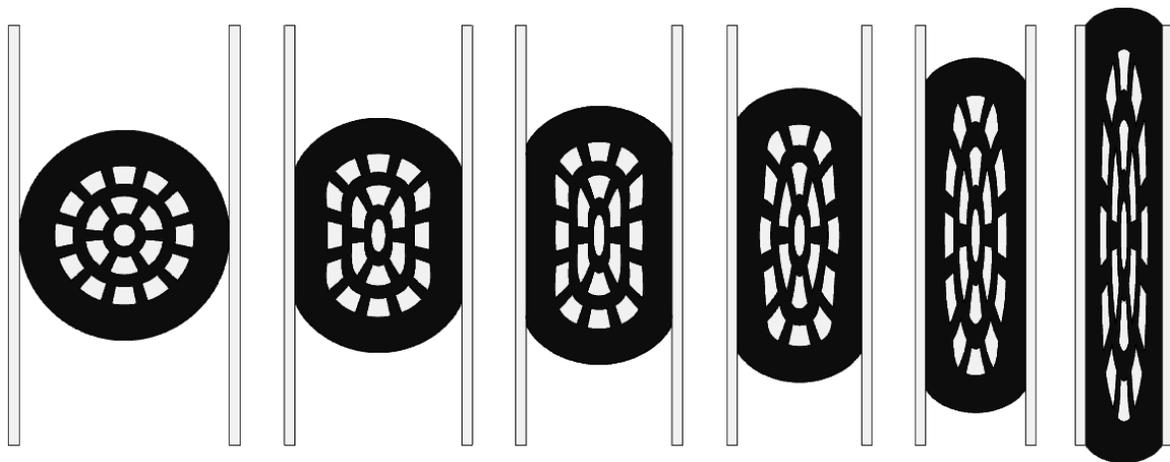


Figura 3.5: De izquierda a derecha proceso de deformación elastoplástica de cilindro macizo de níquel, sin tomar en cuenta cinta de cobre adosada en la parte superior [40]

La ecuación que modela la deformación, empleada por COMSOL Multiphysics®, se presenta en (3.1) en donde F_v es la fuerza en el cuerpo por unidad de volumen, F es el tensor de gradiente de deformación (que puede ser expresado en función del gradiente del vector de desplazamiento u como (3.2)) y S el tensor de esfuerzos que puede ser representado en función al tensor de cuarto orden de elasticidad (C), tensor de deformación (ϵ), esfuerzo inicial (S_0), deformación inicial (ϵ_0) y deformación inelástica (ϵ_{inel}) como (3.3)) [41].

$$0 = \nabla \cdot (FS) + F_v \quad (3.1)$$

$$F = \mathbb{I} + \nabla u \quad (3.2)$$

$$S = S_0 + C: (\varepsilon - \varepsilon_0 - \varepsilon_{inel}) \quad (3.3)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2}(\nabla u + (\nabla u)^T + (\nabla u)^T \nabla u) \quad (3.4)$$

Es importante indicar que en las figuras expuestas los dominios donde estarían ubicados los filamentos fueron resaltados con un color distinto solo con el objeto de visualizar mejor la deformación en estas zonas, el cilindro estudiado se consideró compuesto en su totalidad por níquel. También es importante resaltar que este modelo de deformación no representa de forma exacta la mecánica asociada a la fabricación de la cinta, y tampoco fue empleado con esta finalidad, a partir de él solo se espera obtener una geometría aproximada lo suficientemente precisa como para conseguir un primer estimado de las pérdidas en este tipo de cintas, manteniendo las proporciones de los materiales y sin tomar en cuenta la ruptura y unión de filamentos, ni las posibles deformaciones en filamentos vecinos debido a la ruptura de un filamento.

Para finalizar el desarrollo de la sección transversal estándar del conductor, procedemos a agregar la cinta de cobre adosada en la parte superior, de acuerdo a las dimensiones y características indicadas por el fabricante, Figura 3.7.

Para el mallado de esta geometría, se utilizaron nuevamente elementos triangulares en todos los dominios, tal como se puede apreciar en la Figura 3.8

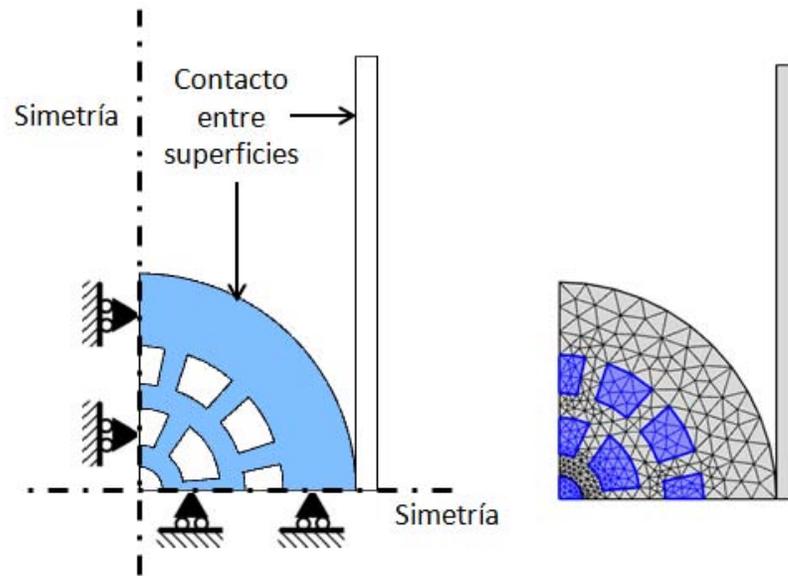


Figura 3.6: Geometría asociada a la cuarta parte del cilindro macizo de níquel (Izquierda), mallado empleado en la deformación elastoplástica de cilindro macizo de níquel (Derecha) [40]

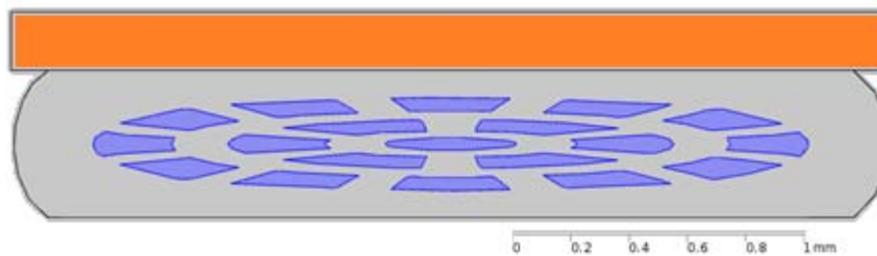


Figura 3.7: Geometría de la sección transversal estándar; filamentos de MgB_2 color azul, matriz de níquel color gris, cinta adosada de cobre color naranja

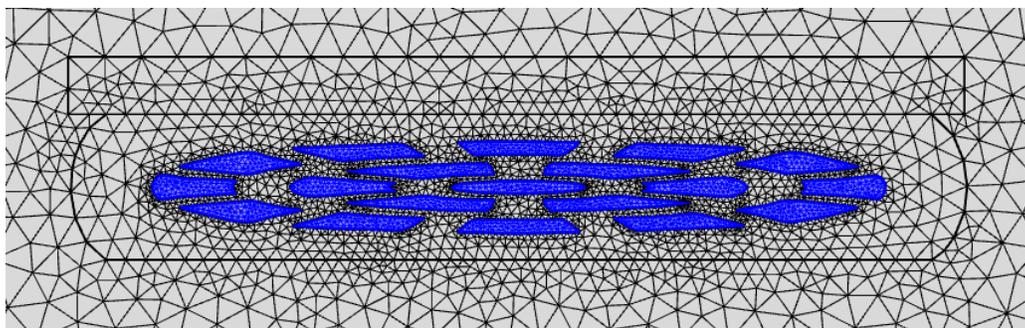


Figura 3.8: Mallado de la sección transversal estándar

3.2.2.- Sección transversal elíptica

Adicional a las dos geometrías ya presentadas, se incluye una tercera sección transversal en donde los filamentos han sido representados a través de una elipse Figura 3.9. Para poder realizar esta homogeneización de los filamentos se distribuyó la corriente crítica en la elipse, multiplicando la densidad de corriente crítica por un factor F_r (3.5) [24]. Esta sección permitirá validar la técnica de modelado comparando con formulas analíticas, pues a la fecha no existen ecuaciones analíticas desarrolladas para cintas de multifilamentos superconductores. Esta sección transversal también puede ser utilizada en análisis de arreglos de gran cantidad de cintas, pues debido a su geometría requiere un mallado menos denso. Realizando el mallado con elementos triangulares, obtenemos la malla presentada en la Figura 3.10

$$J_c = F_r \cdot J_c(\vec{B}) \quad (3.5)$$

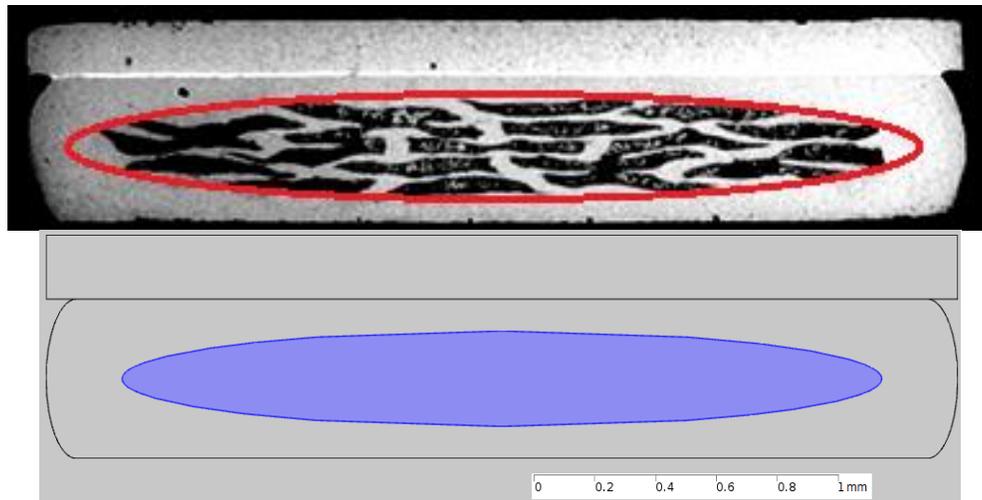


Figura 3.9: Geometría de la sección transversal elíptica

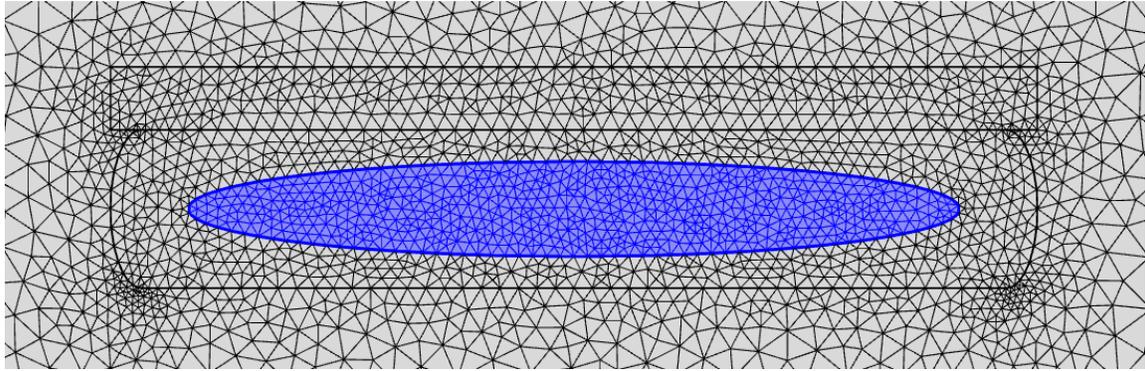


Figura 3.10: Mallado de la sección transversal elíptica

CAPITULO 4

MODELOS ELECTROMAGNÉTICOS USANDO MEF

4.1.- Ley de potencia usada para la representación de la relación $\vec{E} - \vec{J}$

De acuerdo a [10], el modelo de estado crítico propuesto por Kim et al. [31] provee una forma de calcular las pérdidas de CA en superconductores; sin embargo, este modelo considera una relación $\vec{E} - \vec{J}$ discontinua, y no es capaz de considerar corrientes supercríticas. Al estar en estado mixto los superconductores exhiben una resistencia distinta de cero que incrementa para corrientes de transporte y campo magnético lo suficientemente altos. Una forma, ampliamente usada, de modelar este comportamiento es presentada por Jakob Rhyner [42], quien utiliza una ley de potencia para representar la característica corriente-voltaje.

$$\vec{E} = Ec \left| \frac{\vec{J}}{J_c(\vec{B})} \right|^{n(B)-1} \frac{\vec{J}}{J_c(\vec{B})} \quad (4.1)$$

Esta ley de potencia que relaciona el campo eléctrico (\vec{E}) con la densidad de corriente (\vec{J}) haciendo uso de la densidad corriente crítica (J_c) se puede apreciar en (4.1); en ella el valor de Ec es típicamente tomado como $1\mu V/cm$, lo cual significa que en condiciones de CD la corriente crítica se alcanza en 1 cm de muestra del conductor una vez que se observa una caída de tensión de $1\mu V$. En esta expresión desde un punto de vista teórico, se puede notar como en función del exponente ($n(B)$) se interpola entre el conductor óhmico normal y el superconductor tipo II descrito por el modelo de estado crítico. Por consistencia con otros materiales, esta relación $\vec{E} - \vec{J}$ puede escribirse como se observa en (4.2)-(4.3).

$$\vec{E} = \rho_s \vec{J} \quad (4.2)$$

$$\rho_s = \left| \frac{\vec{J}}{J_c(\vec{B})} \right|^{n(\vec{B})-1} \frac{Ec}{J_c(\vec{B})} \quad (4.3)$$

4.2.- Modelo basado en la formulación en potencial magnético vectorial \vec{A}

Una formulación comúnmente usada para modelar el campo magnético creado por una distribución de corriente se basa en el uso del potencial magnético vectorial \vec{A} , definido a partir de la densidad de flujo magnético (\vec{B}) de acuerdo a la expresión (4.4) [43].

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (4.4)$$

Tomando en cuenta la relación constitutiva que corresponde la intensidad de campo magnético (\vec{H}) con la densidad de flujo magnético (\vec{B}) a través de la permeabilidad del medio (μ) (4.5), y haciendo uso de la ecuación de Maxwell-Ampere para el caso estático (4.6) obtenemos (4.7).

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (4.5)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \quad (4.6)$$

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} \right) = \vec{J} \quad (4.7)$$

En donde \vec{J} es la densidad de corriente de conducción o transporte (carga eléctrica en movimiento en una región con densidad neta de carga nula). De esta forma, podemos hallar una distribución de campo magnético correspondiente a una determinada densidad de corriente haciendo uso de la ecuación (4.7) y empleando algún método numérico, como por ejemplo diferencias finitas o elementos finitos [43], [44]. Una metodología empleada para el cálculo de la corriente crítica basada en la formulación en potencial magnético vectorial \vec{A} se presenta en [45]. Tomando en cuenta que el estudio realizado es en CD, para una solución en régimen permanente, se reemplaza el término de la derecha de la ecuación (4.7) por una expresión de densidad de corriente crítica dependiente del campo magnético, multiplicada por una variable P, ecuación (4.8). La corriente en cada filamento se puede calcular usando la ecuación (4.9) y la variable P está definida en cada dominio superconductor por la ecuación (4.10). De esta forma, si la corriente I_i en el i-esimo filamento toma el valor correspondiente a la corriente crítica local en ese filamento, el valor de P_i corresponderá a 1. Definiendo la corriente crítica del conductor como la corriente a la

cual por lo menos uno de los filamentos llega a su corriente crítica local, la corriente del conductor alcanzará su corriente crítica cuando el valor de P en al menos un filamento sea igual a 1.

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} \right) = J_c(B) \cdot \hat{k} \cdot P \quad (4.8)$$

$$I_i = \int_{\Omega_i} P_i \cdot J_c(B) dx dy \quad (4.9)$$

$$P_i = I_i / \int_{\Omega_i} J_c(B) dx dy \quad (4.10)$$

$$J_c(B) = J_{c0} \left(1 - \frac{B}{B_1} \right) \left(1 + \frac{B}{B_0} \right)^{-\alpha} \quad (4.11)$$

Antes de proceder a calcular la corriente crítica para el caso de campo propio de la cinta, debemos realizar primero un ajuste de curva de la densidad de corriente crítica como función del campo magnético, para ello disponemos de valores experimentales de corriente crítica medidos ante campo magnético aplicado en dirección perpendicular al conductor. En este ajuste de curva se empleó la ecuación (4.11), pues ya fue usada en [33] para caracterizar el material permitiendo una buena interpolación y extrapolación de los datos experimentales. Como se realiza un ajuste de $J_c(B)$ ecuación (4.11), a valores experimentales de $I_c(B)$ a través de los parámetros J_{c0} , B_0 , B_1 y α , se empleó un modelo basado en MEF que empleando (4.11) permitiera calcular la corriente crítica y realizar el ajuste de $J_c(B)$ ante distintos campos magnéticos aplicados en dirección perpendicular. Dicho campo externo aplicado fue implementado a través de una condición de frontera de Dirichlet en el modelo geométrico de la sección transversal estándar previamente desarrollado, ya que esta representación cumple con las especificaciones reportadas en [3] y no toma en cuenta posibles rupturas y unión de filamentos causados por manejo inadecuado de la cinta. La Figura 4.1 muestra la condición simulada para obtener los valores de los parámetros J_{c0} , B_0 , B_1 y α ; campo externo aplicado (flechas en color rojo) en la dirección perpendicular a la cinta usando la sección transversal estándar.

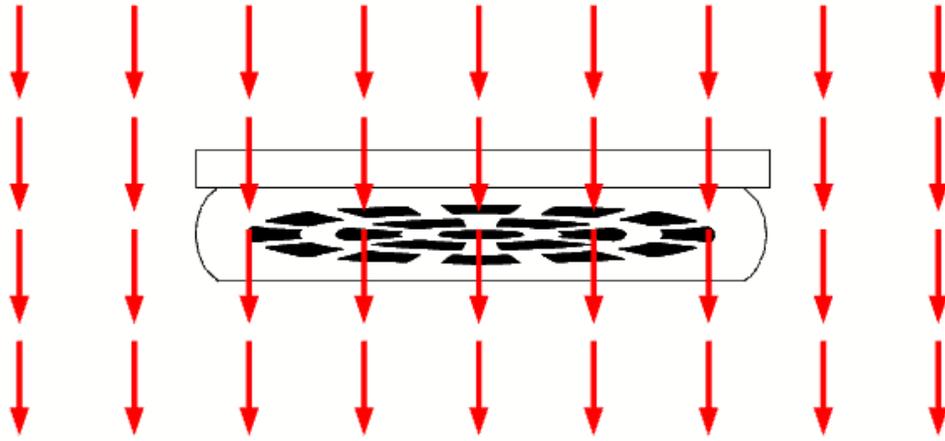


Figura 4.1: Campo externo aplicado en dirección perpendicular a la sección transversal estándar del conductor (flechas en color rojo), empleado para el cálculo de los parámetros J_{C0} , B_0 , B_1 y α

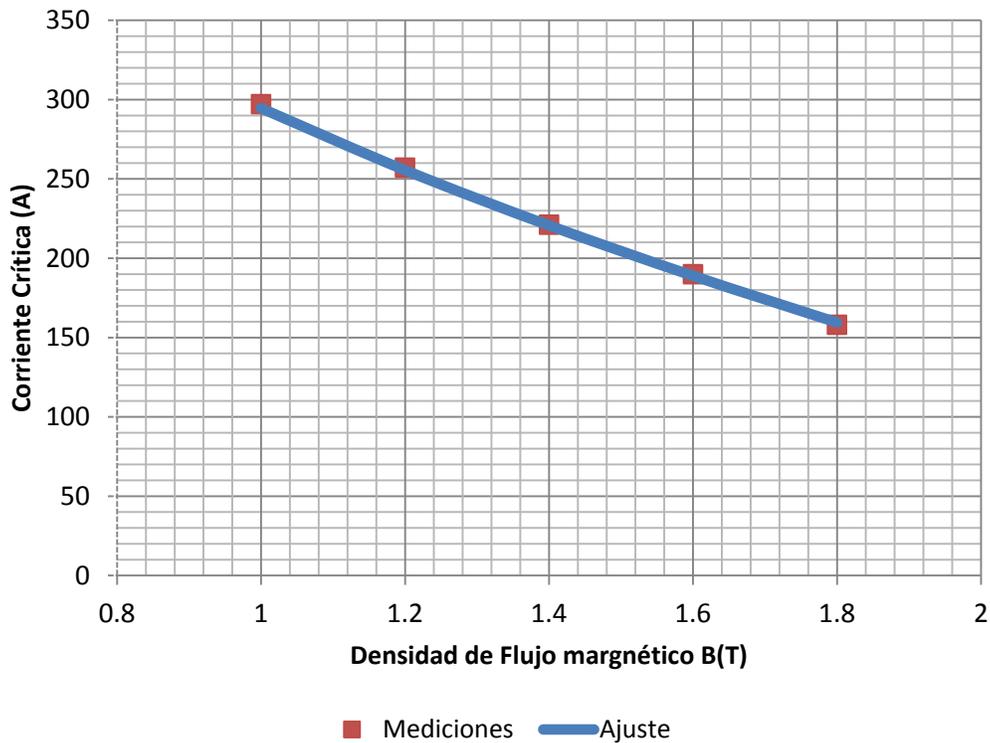


Figura 4.2: Corriente crítica - Densidad de flujo magnético aplicado en la dirección perpendicular [3]

Los valores de los parámetros mencionados que permitieron un mejor ajuste con respecto a los datos experimentales son presentados en la Tabla 4.1. De igual forma, en la Figura 4.2 se puede apreciar una gráfica de corriente crítica (I_C en Ampère) en función de la densidad de flujo magnético aplicado (B en Tesla) en la dirección perpendicular a la

cinta, en esta los valores experimentales disponibles están resaltados con el color rojo mientras que el ajuste realizado se presenta en color azul. Es importante indicar que el ajuste realizado tiene un error relativo porcentual inferior al 1% para todo el rango de valores medidos.

Una metodología similar se empleará más adelante para calcular la corriente crítica en el conductor sin campo externo aplicado, solo campo propio producido por corriente de transporte. Es importante indicar que para emplear esta formulación se usó el módulo AC/DC del software COMSOL Multiphysics®.

Tabla 4.1: Ajuste de los parámetros relacionados a la expresión de densidad de corriente crítica

Parámetro	Valor
J_{c0}	$3.4874 \times 10^9 A/m^2$
B_0	0.034469 T
B_1	3.1213 T
α	0.25

4.3.- Modelo basado en la formulación en campo magnético \vec{H}

Para modelar los distintos casos de operación del conductor de multifilamentos de MgB₂ se empleó la formulación en campo magnético \vec{H} , ampliamente usada por diversos autores en estudios electromagnéticos de materiales superconductores [10], [21], [46], [47].

Como se expone en [10], para aplicaciones de potencia eléctrica se puede asumir régimen de baja frecuencia. Comenzando por las ecuaciones de Maxwell, el problema se reduce a calcular las corrientes inducidas por un material con resistividad no lineal. Por lo tanto, el campo electromagnético se puede obtener resolviendo las ecuaciones cuasi-estáticas relacionadas (4.5),(4.12),(4.13),(4.14),(4.15).

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} \quad (4.12)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (4.13)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (4.14)$$

$$\vec{E} = \rho \vec{J} \quad (4.15)$$

Sustituyendo (4.5) en la ecuación de Gauss para campo magnético (4.13) y en la ecuación de Maxwell-Faraday (4.14), tomando en cuenta la relación expresada en (4.15) obtenemos (4.16) y (4.17). Al emplear la ecuación de Maxwell-Ampère (4.12) en la ecuación (4.17) obtenemos finalmente (4.18).

$$\nabla \cdot (\mu \vec{H}) = 0 \quad (4.16)$$

$$\nabla \times \rho \vec{J} = -\frac{\partial (\mu \vec{H})}{\partial t} \quad (4.17)$$

$$\nabla \times \rho (\nabla \times \vec{H}) = -\frac{\partial (\mu \vec{H})}{\partial t} \quad (4.18)$$

Sin embargo, se puede notar que la solución simultánea de las ecuaciones (4.16) y (4.18) podría causar inconveniente pues solo tenemos como incógnita la intensidad de campo magnético \vec{H} y tenemos dos ecuaciones distintas relacionadas a la misma variable. Una manera de evitar este inconveniente se presenta en [24], [48] y [49]. Tomando la divergencia de la ecuación (4.18) obtenemos (4.19), en donde el lado izquierdo de la ecuación es idénticamente cero. En el lado derecho de la ecuación (4.19) podemos intercambiar las derivadas espaciales y temporales, con lo cual se puede notar fácilmente que el término $\nabla \cdot (\mu \vec{H})$, ó $\nabla \cdot \vec{B}$, es constante en tiempo (ecuación (4.20)). Por lo tanto, si $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ para un determinado instante de tiempo, entonces $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ para cualquier instante de tiempo. Si se toma una condición inicial para un tiempo t_0 tal que $\nabla \cdot \vec{B}|_{t_0} = 0$, entonces se asegura que $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ para cualquier instante de tiempo. Es por ello que solo resolvemos la ecuación (4.18), ya que (4.16) se resuelve de manera implícita con una condición inicial para un tiempo t_0 tal que $\nabla \cdot \vec{B}|_{t_0} = 0$.

$$\nabla \cdot (\nabla \times \rho (\nabla \times \vec{H})) = -\nabla \cdot \left(\frac{\partial (\mu \vec{H})}{\partial t} \right) \quad (4.19)$$

$$0 = \left(\frac{\partial (\nabla \cdot \vec{B})}{\partial t} \right) \quad (4.20)$$

Para emplear la formulación en campo magnético \vec{H} usando MEF, se hizo uso nuevamente el software COMSOL Multiphysics[®], módulo *Mathematics- General Form PDE*. En este caso, es necesario desarrollar las ecuaciones diferenciales a estudiar para el caso 2D. Es importante indicar que debido a la no linealidad en la permeabilidad del Níquel, se debe tener cuidado en el manejo de las ecuaciones, al respecto estudios iniciales en superconductores usando la formulación en \vec{H} con materiales de permeabilidad variable fueron presentados en [46] y [47], en esta última publicación tomando en cuenta una permeabilidad relativa ($\mu_r(H)$) que depende de la magnitud del campo magnético (H) se desarrolla la ecuación de Maxwell-Faraday (4.21) para el caso 2D con corriente solo en dirección del eje z, y campo magnético en el plano x-y, resultando así las ecuaciones (4.22) y (4.23); en donde E_z representa la componente en la dirección del eje z del campo eléctrico, H_x y H_y las componentes del campo magnético en las direcciones de los ejes "x" y "y" respectivamente. Siguiendo un procedimiento similar, se desarrolla la ecuación de Maxwell-Ampere obteniendo (4.24), y con las ecuaciones (4.22), (4.23) y (4.24) junto con la ley de potencia que expresa la no linealidad en la resistividad del superconductor (4.25), y la relación constitutiva entre el campo eléctrico (\vec{E}) y la densidad de corriente (\vec{J}) a través de la resistividad del medio ($\vec{E} = \rho\vec{J}$), podemos elaborar nuestro modelo usando MEF estableciendo las condiciones iniciales y de frontera pertinentes.

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial(\mu_0 \cdot \mu_r(H) \cdot \vec{H})}{\partial t} \quad (4.21)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = \mu_0 \left[\frac{\partial \mu_r(H)}{\partial t} H_y + \mu_r(H) \frac{\partial H_y}{\partial t} \right] \quad (4.22)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} = -\mu_0 \left[\frac{\partial \mu_r(H)}{\partial t} H_x + \mu_r(H) \frac{\partial H_x}{\partial t} \right] \quad (4.23)$$

$$J_z = \frac{\partial H_x}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial x} \quad (4.24)$$

$$\rho_s = \left| \frac{\vec{J}}{J_c(\vec{B})} \right|^{n(B)-1} \frac{Ec}{J_c(\vec{B})} \quad (4.25)$$

CAPITULO 5

CASOS DE ESTUDIO Y VALIDACIÓN DEL MODELO

Considerando las geometrías y mallados anteriormente expuestos, podemos iniciar el estudio de la cinta empleando MEF. Para el análisis de una cinta individual, sin campo externo aplicado, es necesario calcular primero la densidad de corriente crítica ante campo propio, considerando la transposición de filamentos.

Posteriormente validamos la técnica de modelado empleando fórmulas analíticas y la sección transversal elíptica. Y finalmente, establecemos la sección transversal a emplear en análisis posteriores, tomando en cuenta las proporciones de materiales y el comportamiento de pérdidas de CA. Ya validada la técnica de modelado y con una sección transversal de cinta definitiva, podemos proceder a estimar las pérdidas en cintas bajo condición de operación de rotor de generador síncrono.

5.1.- Casos de transposición y cálculo de la corriente crítica sin campo externo aplicado

El uso de múltiples cintas o filamentos transpuestos en cables y conductores puede ayudar a reducir pérdidas e incrementar la capacidad de corriente [50]. De acuerdo a [51] y [52] la transposición de filamentos es un factor que impacta el comportamiento electromagnético de cintas superconductoras de multifilamentos, es por esto que debe ser considerado en el cálculo de pérdidas.

Para incluir la transposición de filamentos, se consideró que al transponer dos o más filamentos logramos que estos sean electromagnéticamente equivalentes, están sometidos a un mismo ambiente electromagnético cuando intercambian de posición. Tomando esto en cuenta, la cantidad de corriente que fluye en estos filamentos que intercambian de posición sería la misma.

Para estudiar la transposición de los filamentos se consideran tres casos de transposición expresados con colores en la Figura 5.1; un caso de no transposición en el cual ninguno de los filamentos intercambia de posición entre sí por lo tanto todos serían electromagnéticamente distintos, un caso de transposición total en el que todos los filamentos intercambian posición siendo todos electromagnéticamente iguales y un caso de transposición parcial en el cual los únicos filamentos que intercambian posición entre sí son los que se encuentran en una misma capa, tomando en cuenta que los filamentos se encuentran organizados en 3 capas una externa de 12 filamentos, una media de 6 filamentos y una interna de un filamento.

Considerando los casos de transposición y las secciones transversales a estudiar expuestas, organizamos nuestro estudio en 7 casos tomando transposición total, parcial y nula para la cinta estándar y la original, y analizando de forma independiente la sección transversal elíptica pues para ella no existe ningún caso de transposición.

Para calcular la corriente crítica en el caso de corriente de transporte sin campo externo aplicado, se empleó la técnica expuesta en el capítulo anterior en el ajuste de la densidad de corriente crítica, solo que esta vez se tomaron los parámetros obtenidos de este ajuste como entrada en el modelo y no se agregó ningún campo externo aplicado por lo cual el único campo existente en el dominio de estudio es el propio de la cinta, de esta forma se obtuvieron los valores de corrientes críticas expresados en Tabla 5.1.

Es importante indicar que para el caso de las secciones transversales elíptica y original se multiplicó la expresión de J_c como función de \vec{B} por los factores F_r y F_{rr} respectivamente, con la intención de realizar un ajuste del valor de la corriente crítica de estas secciones con los valores experimentales presentados en el capítulo anterior, considerando un error relativo porcentual inferior al 1%.

También es relevante acotar que para el desarrollo de los modelos presentados a continuación se emplearon las geometrías y mallados expresados en el capítulo 3, así como la formulación basada en intensidad de campo magnético \vec{H} considerando permeabilidad relativa en función de \vec{H} , descrita previamente en el Capítulo 4.

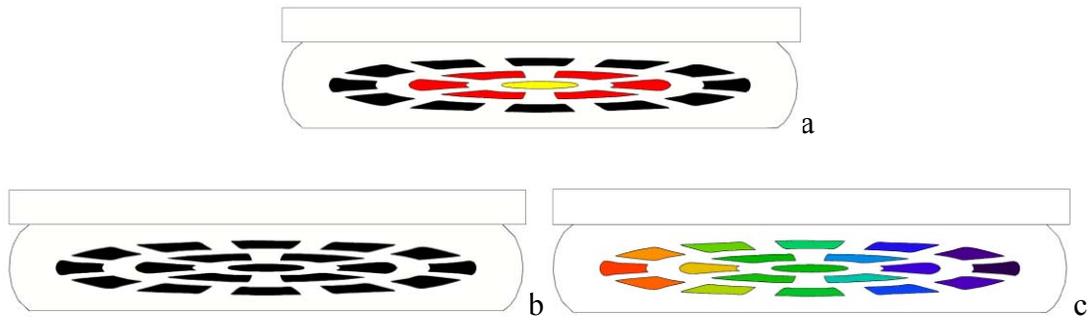


Figura 5.1: Representación de la transposición de filamentos; transposición parcial (a), transposición total (b) y sin transposición (c)

Sección transversal	Transposición	Corriente crítica (A)
Estándar	<i>No</i>	687.53
	<i>Parcial</i>	649.24
	<i>Total</i>	623.18
Original	<i>No</i>	738.99**
	<i>Parcial</i>	648.98**
	<i>Total</i>	626.20**
Elíptica	<i>No</i>	649.24*

Tabla 5.1: Corrientes críticas de las cintas sin campo externo aplicado para los casos de estudio * ($F_r = 0.464$), ** ($F_{rr} = 0.90267$)

5.2.- Sección transversal elíptica y comparación con la formula de Norris

A continuación procedemos a modelar el caso de corriente de transporte alterna sin campo externo aplicado para la sección transversal elíptica, simulándose un ciclo completo de la señal sinusoidal de corriente para cálculo de pérdidas, y considerando varias amplitudes desde 10% hasta 100% de la corriente crítica, en pasos de 10% a una frecuencia de operación de 4.05 Hz.

Para realizar el cálculo de las pérdidas instantáneas (ξ) en la cinta procedemos a integrar sobre la sección transversal de la misma el producto escalar entre el campo eléctrico (\vec{E}) y la densidad de corriente (\vec{J}) en un instante de tiempo, tal como se muestra en la ecuación (5.1). Posteriormente, podemos integrar estas pérdidas instantáneas en un ciclo de la señal senoidal de corriente (ó en medio ciclo, y multiplicar las pérdidas por dos aprovechando la periodicidad de la señal de pérdidas), para de esta forma obtener las pérdidas por ciclo por unidad de longitud (Q), ecuación (5.2) siendo T el período de la señal senoidal de corriente.

$$\xi = \int_S \vec{E} \cdot \vec{J} ds \quad (5.1)$$

$$Q = 2 \int_{T/2}^T \xi dt \quad (5.2)$$

En la Figura 5.3, se puede observar una gráfica de las pérdidas en el material superconductor (MgB_2) por unidad de longitud y por ciclo para distintos valores de corriente expresados a través de la relación entre el valor pico de corriente y la corriente crítica. Antes de proceder a realizar una comparación con las expresiones desarrolladas por W. T. Norris es necesario recordar las condiciones bajo las cuales fueron desarrolladas las ecuaciones presentadas en [1]. Allí se asume primero que la densidad de corriente crítica es independiente del campo magnético en el ambiente; segundo, se asume un cambio muy abrupto en la resistencia cuando la corriente intenta incrementarse por encima de su valor crítico; y tercero, no se toma en cuenta la presencia de otros materiales cercanos al superconductor. Es por ello que nuestro análisis comparativo inicia con un modelo que si bien utiliza la formulación en \vec{H} tal cual como se describió anteriormente, no considera la presencia del cobre y del níquel, considera una densidad de corriente crítica constante, y un valor elevado de n ($n = 201$, el exponente indicado en la relación de potencia descrita en capítulos anteriores - ecuación (4.25)). Al comparar este caso (color negro) con la

expresión analítica de Norris (color rojo), podemos notar en la Figura 5.3 que ambos coinciden en el valor de las pérdidas a lo largo de todo el rango de valores de corriente.

Como se puede apreciar en la Figura 5.2, el valor de $n = 201$ (color azul) modela un cambio brusco en la relación $E - J$ (campo eléctrico - densidad de corriente). Esto es consistente con la suposición realizada por W.T. Norris en su publicación [1] (cambio muy abrupto en la resistividad cuando la corriente intenta incrementarse por encima de su valor crítico).

A continuación, se procedió a disminuir el valor de n a 20, valor experimental reportado [20], manteniendo la densidad de corriente crítica constante y se obtuvo la gráfica de color verde que empieza a alejarse de la ecuación analítica expresada por Norris (color rojo) Figura 5.3, puesto que empezamos a tomar en cuenta condiciones más reales, que difieren de las asumidas por Norris, para el cálculo de las pérdidas. Como se puede apreciar en la Figura 5.2, un valor de $n = 20$ (color rojo) ya no modela un cambio abrupto en la resistividad cuando la corriente intenta incrementarse por encima de su valor crítico. Luego introducimos una corriente crítica que depende de la densidad de flujo magnético \vec{B} , a través de la expresión cuyos parámetros fueron obtenidos en el capítulo anterior. Finalmente se procede a agregar el níquel, de permeabilidad variable, y el cobre con sus resistividades respectivas a una temperatura de operación de 20 K ($\rho_{ni}|_{20K} = 0.0140 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$, y $\rho_{Cu}|_{20K} = 0.0280 \times 10^{-9} \Omega \cdot m$) [53]. Paso a paso se puede notar cómo se aleja la curva de pérdidas del modelo de la gráfica asociada a la expresión analítica de W.T. Norris, esencialmente debido a que las condiciones tomadas en cuenta por W.T. Norris para el cálculo son distintas a las condiciones y características reales de operación del material superconductor.

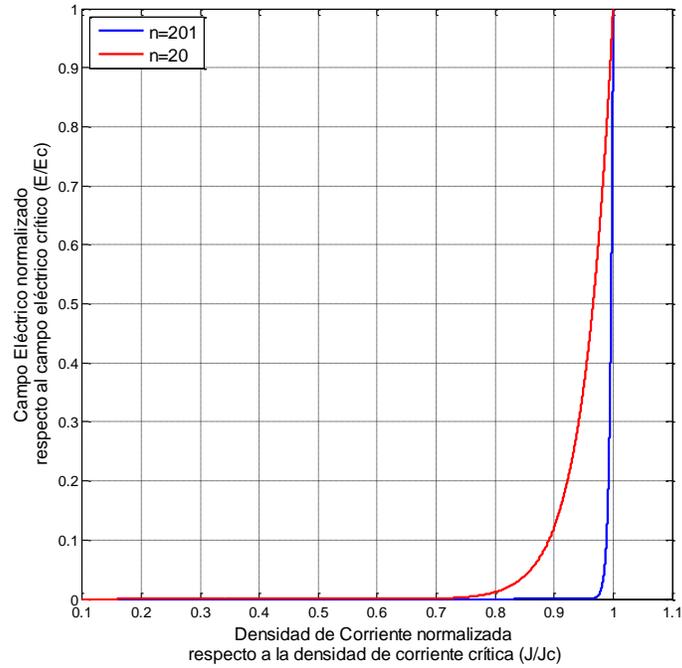


Figura 5.2: Comportamiento de la relación $E - J$ para valores de $n = 201$ y $n = 20$. Asumiendo una densidad de corriente crítica constante y uniforme.

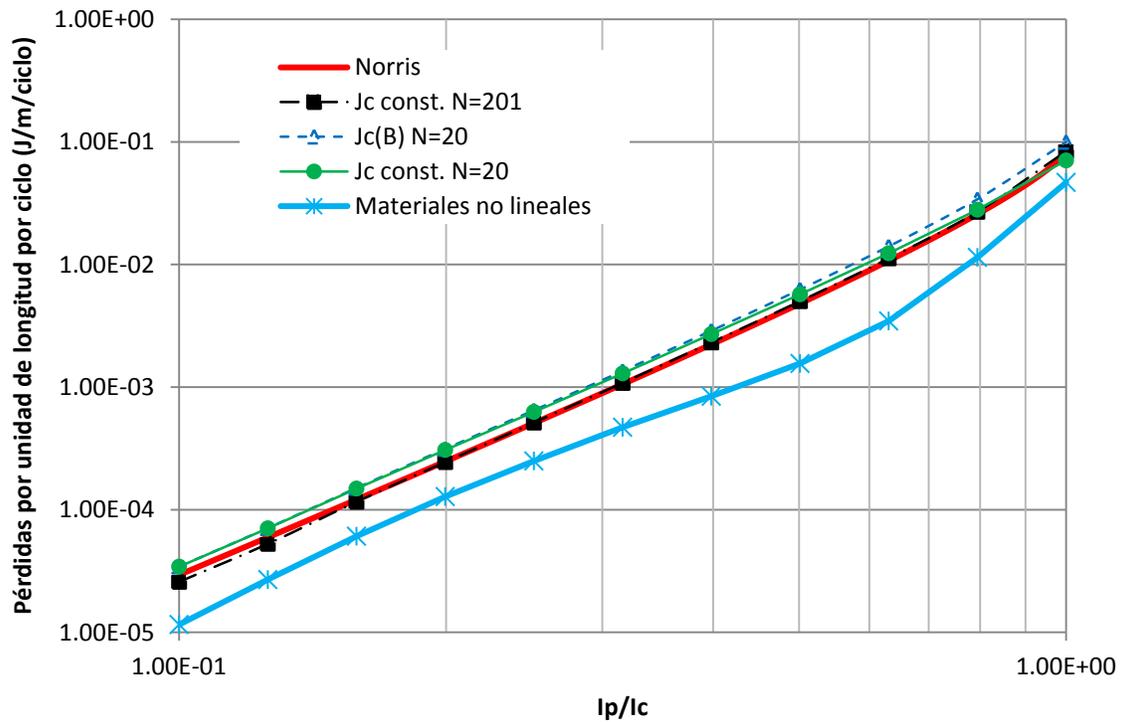


Figura 5.3: Comparativa de las pérdidas en el MgB_2 con formula analítica desarrollada por W. T. Norris [1]

En la Figura 5.4 se presenta la densidad de corriente normalizada respecto a J_c (J/J_c) en la cinta, durante el cruce por cero de la señal de corriente. En ella los colores cálidos (rojos, naranjas...) representan flujo de corriente en dirección saliente al plano de la cinta, los colores fríos (azules...) en sentido contrario, y el color verde a zonas donde no hay presencia de corriente; tal como se puede apreciar en la barra de colores localizada al costado derecho de la imagen, que muestra los valores de J/J_c asociados a la escala de colores. En esta figura se pueden notar tonos amarillentos en la lámina de cobre adosada en la parte superior, lo que muestra presencia de corriente en esta zona. También se puede apreciar flujo de corriente en dirección saliente al plano de la cinta en las zonas más externas de la elipse, y en sentido contrario en el interior de la misma, aún cuando la corriente neta es cero. Esto se debe a la magnetización del material superconductor, zonas que experimentaron campo eléctrico distinto de cero mantienen circulación de corriente aún cuando la corriente neta en la cinta valga cero.

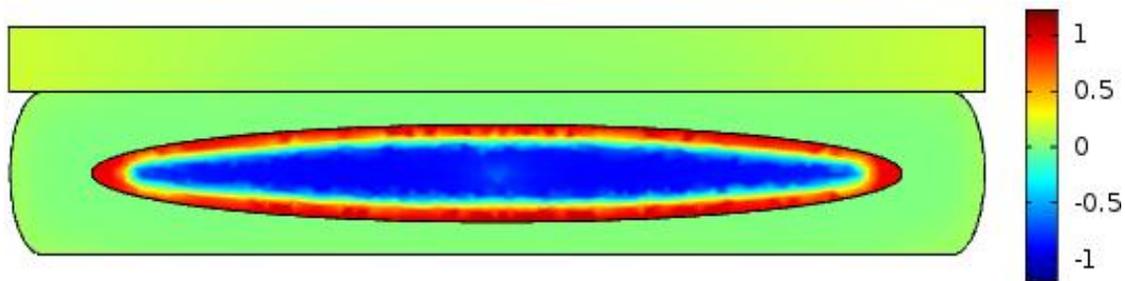


Figura 5.4: Distribución de corriente normalizada (J/J_c) en sección transversal elíptica, para un instante de tiempo correspondiente al cruce por cero de la señal de corriente

5.3.- Sección transversal original y sección transversal estándar

En esta etapa se modela el comportamiento de la sección transversal original, proveniente de una micrografía, y de la sección transversal estándar, proveniente del modelo de deformación elastoplástica. Nuevamente, se simula un ciclo completo de la señal senoidal de corriente para cálculo de pérdidas, y se consideran varias amplitudes desde 10% hasta 100% de la corriente crítica, en pasos de 10% a una frecuencia de operación de 4.05 Hz.

En las figuras 5.5, 5.6 y 5.7 se presenta la densidad de corriente normalizada respecto a J_c (J/J_c) en la cinta para las secciones estándar y original, durante el cruce por cero de la señal de corriente. De nuevo los colores cálidos (rojos, naranjas...) representan flujo de corriente en dirección saliente al plano de la cinta, los colores fríos (azules...) en sentido contrario, y el color verde a zonas donde no hay presencia de corriente; tal como se puede apreciar en la barra de colores localizada al costado derecho de cada imagen, que muestra los valores de J/J_c asociados a la escala de colores. En estas figuras se pueden notar tonos verdosos en el filamento central de la cinta, para los casos de transposición parcial y nula, lo cual indica que en estos casos fluye muy poca corriente por el filamento central, en comparación con el resto de los filamentos que muestran tonalidades cálidas y frías más intensas. También destaca una leve similitud en la distribución de corriente por filamento entre las secciones estándar y original.

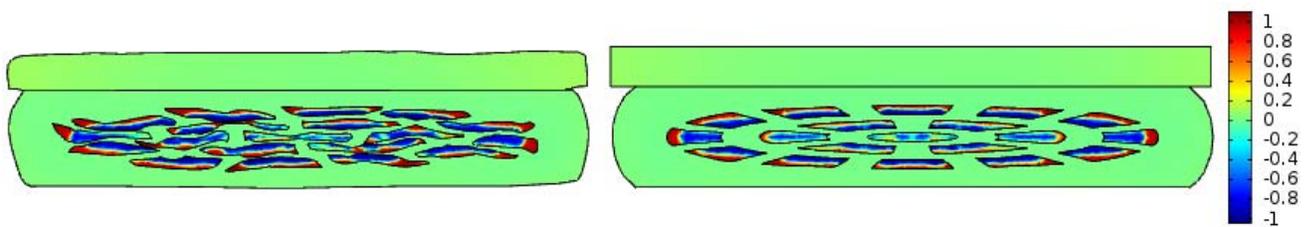


Figura 5.5: Densidad de corriente normalizada (J/J_c) para un instante de tiempo correspondiente al cruce por cero de la señal de corriente, en sección transversal original (izquierda) y estándar (derecha) con transposición total

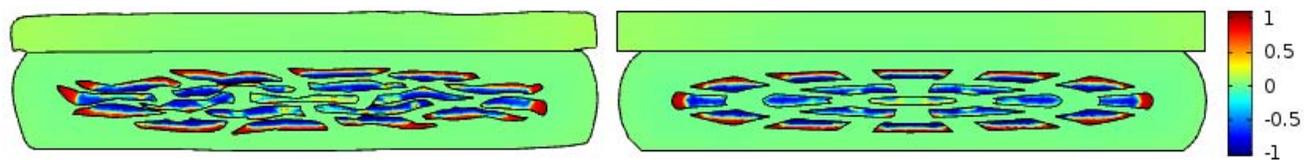


Figura 5.6: Densidad de corriente normalizada (J/J_c) para un instante de tiempo correspondiente al cruce por cero de la señal de corriente, en sección transversal original (izquierda) y estándar (derecha) con transposición parcial

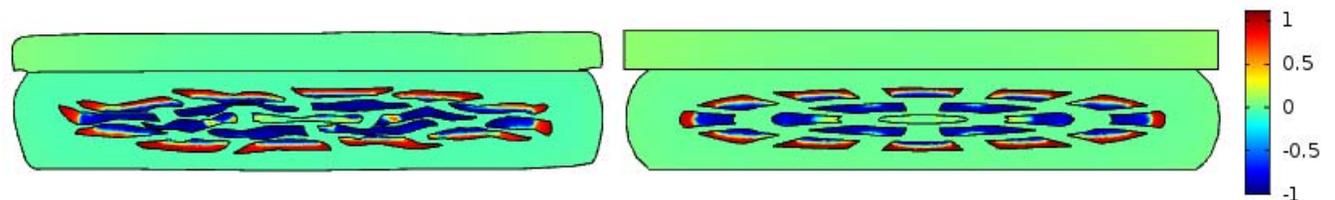


Figura 5.7: Densidad de corriente normalizada (J/J_c) para un instante de tiempo correspondiente al cruce por cero de la señal de corriente, en sección transversal original (izquierda) y estándar (derecha) sin transposición

5.4.- Cálculo de las pérdidas

Empleando la metodología antes descrita para el cálculo de las pérdidas instantáneas (ξ ecuación (5.1)) y por ciclo por unidad de longitud (Q ecuación (5.2)), obtenemos la gráfica de pérdidas totales presentada en la Figura 5.8. En ella el color rojo representa la sección transversal estándar, el azul la original, y el negro la elipse. Se emplearon distintas tramas en líneas para cada caso de transposición, y se usó escala logarítmica en ambos ejes. Es importante indicar que en este estimado no se tomó en cuenta las pérdidas por histéresis en el níquel, pero si las pérdidas debido a corrientes inducidas en este material.

A partir de la Figura 5.8 se puede notar que, para rangos de corriente superiores al 50% de la corriente crítica las secciones estándar y original presentan pérdidas con comportamiento similar. Lo cual coincide con la similitud observada en la sección anterior. Tomando en cuenta que en este trabajo de investigación no se considera las posibles rupturas y uniones de filamentos, y la similitud en pérdidas entre las secciones estándar y original, se decide emplear para los siguientes análisis la sección transversal estándar (transposición parcial) pues requiere un mallado con menor cantidad de elementos y cumple con las especificaciones reportadas en [3].

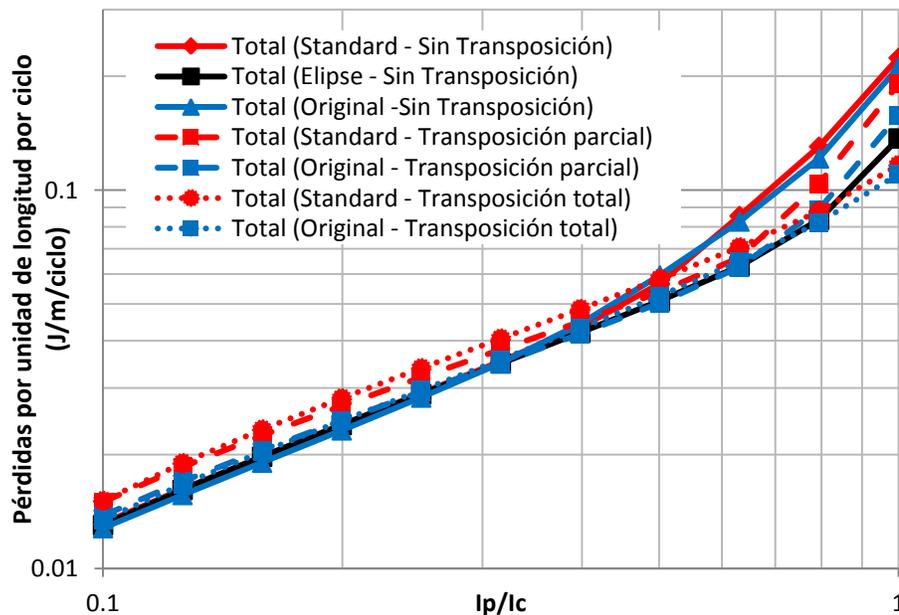


Figura 5.8: Pérdidas totales por ciclo en la cinta para secciones transversales elíptica, original y estándar; transposición total, parcial y nula; ante distintos porcentajes de corriente crítica.

CAPITULO 6

ANÁLISIS DE CINTA CON CORRIENTE DE TRANSPORTE CD Y CAMPO EXTERNO UNIFORME CON RIZADO APLICADO EN DIRECCIÓN ORTOGONAL

El estudio de una cinta individual con corriente de transporte CD, y campo magnético externo uniforme con rizado aplicado en dirección ortogonal, representa un primer estimado de las pérdidas en cinta bajo condición de operación de rotor de generador síncrono. Para realizar este análisis, es necesario estudiar primero el comportamiento de la cinta ante corriente CD, y campo magnético uniforme. Posteriormente, se incluirá rizado de distintas amplitudes en campo magnético y se calcularán las pérdidas.

A partir de este primer análisis, se pueden estimar pérdidas en arreglos de cintas, que se encuentren bajo las condiciones de operación mencionadas en este capítulo. También se puede obtener una cota superior del valor de pérdidas, estimando las mismas a partir del comportamiento de la cinta sometida a una mayor amplitud de rizado. Sin embargo, para obtener valores más exactos de las pérdidas, se debe estudiar el arreglo de cintas, lo cual dada la capacidad de cómputo actual requiere el uso de multiescala, la cual será desarrollada en el próximo capítulo con el objeto de comparar ambos estimados.

6.1.- Metodología para el cálculo de las pérdidas debido al rizado

En el análisis de una cinta individual con corriente de transporte CD, y campo magnético externo uniforme con rizado aplicado en dirección ortogonal, se procedió a aplicar una densidad de flujo magnético uniforme de 1 T perpendicular a la cinta, con una corriente de transporte CD, de 95 A (valor de corriente fluyendo a través de los conductores del devanado del rotor de la máquina síncrona durante su operación). Para calcular las pérdidas debido a rizado en campo magnético, se hace necesario primero estudiar la condición de operación de CD, incorporando una rampa en campo magnético y en corriente (en simultáneo) hasta alcanzar los valores antes especificados. Una vez transcurrido el

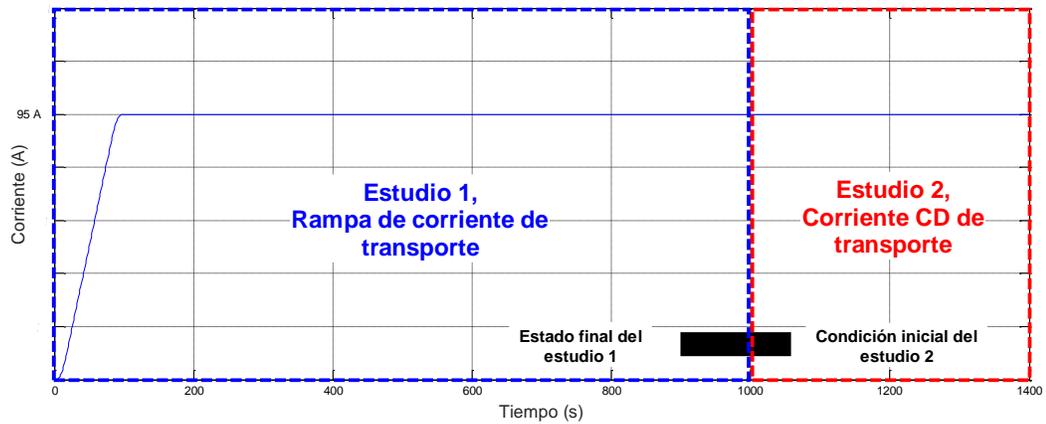


Figura 6.2: Corriente de transporte en el tiempo aplicada en la dirección longitudinal a la cinta para el caso de CD, y estudio de CD con rizado en campo magnético

Es importante resaltar que tanto el inicio como el fin de las rampas en corriente y campo magnético se encuentran suavizados, evitando cambios abruptos en la derivada que puedan afectar la resolución del problema, empleando MEF a través de COMSOL Multiphysics. Adicionalmente el valor del exponente que modela la resistividad no lineal del superconductor (n) a partir de esta sección toma el valor 10, el cual coincide con el valor (n) en bobina de rotor de máquina síncrona.

6.2.- Pérdidas instantáneas para corriente CD y campo magnético uniforme aplicado en la dirección perpendicular sin rizado

A partir del primer estudio (1), podemos calcular las pérdidas en CD para la condición de operación de rampa en corriente y campo magnético. En la Figura 6.3, se pueden apreciar las pérdidas instantáneas en cada uno de los materiales, en ella podemos notar que el material superconductor presenta mayores pérdidas comparado con los otros materiales, en casi todo el período de estudio. Esto se debe a que hay mayor corriente circulando por el superconductor, y el mismo se encuentra operando en estado mixto. Dicho estado es modelado por una resistividad no lineal (ley de potencia usada para representar la relación $\vec{E} - \vec{J}$), cuyo valor pese a ser muy bajo es distinto de cero.

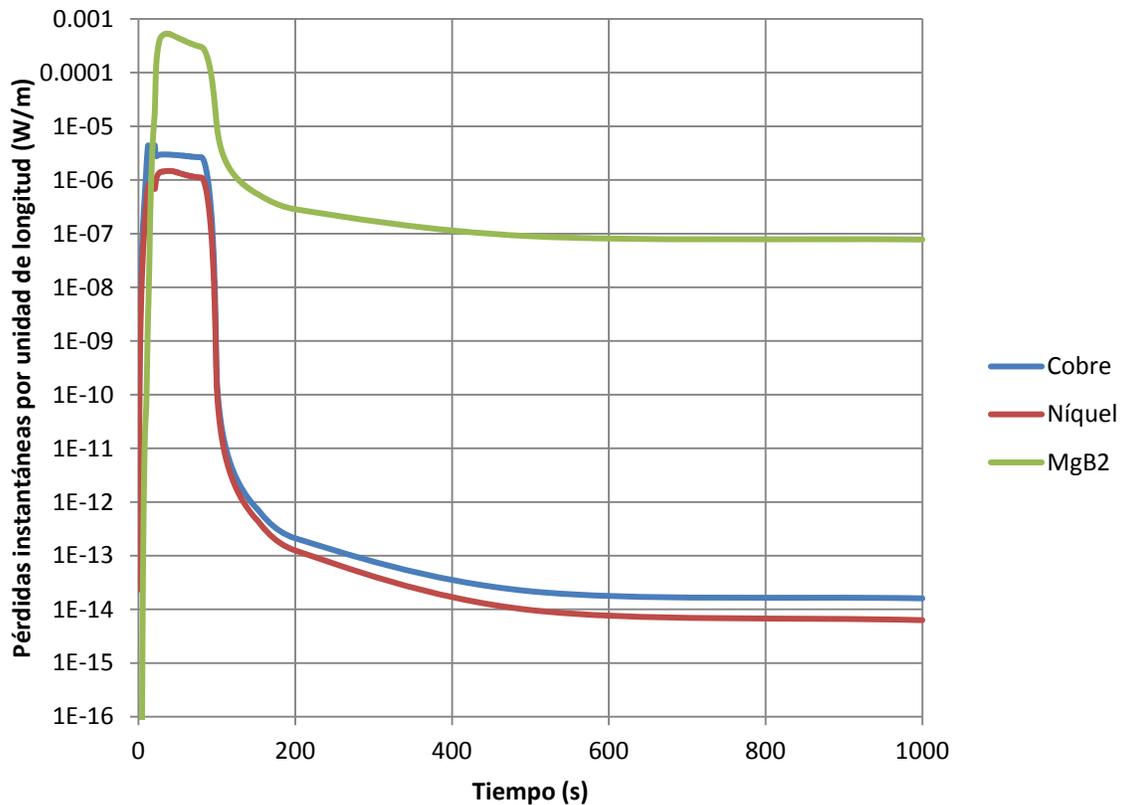


Figura 6.3: Pérdidas instantáneas en cinta estándar con transposición parcial, para el caso de rampa de corriente CD hasta 95 A y campo magnético externo hasta 1 T.

De igual forma en la Figura 6.3 se puede notar que el transitorio, relacionado a las rampas en corriente y campo magnético, decae más rápidamente entre 100 s y 200 s, luego continua decayendo lentamente. Las pérdidas en el MgB₂ durante este período pueden deberse a corrientes inducidas durante las rampas, que decaerán lentamente debido a la baja resistividad del material superconductor.

6.3.- Incorporación del rizado en campo magnético

Una vez transcurrido el transitorio asociado a las rampas en campo magnético y corriente, podemos incorporar el rizado en el campo magnético. Para este caso se modelaron rizados de 1 mT, 2 mT, 3 mT, 4 mT, 10 mT y 100 mT; a través de funciones sinusoidales de frecuencia 24.3 Hz. Como se podrá notar en el capítulo siguiente, a esta frecuencia surge el armónico de mayor amplitud en \vec{B} , para el devanado analizado en el proyecto SUPRAPOWER. En la Figura 6.4, se pueden apreciar las pérdidas instantáneas

totales en la cinta. Nuevamente se incorpora una rampa suavizada en ambos extremos para introducir el rizado, evitando cambios abruptos en las derivadas que puedan afectar la resolución del problema. En esta figura se puede notar que rizados de magnitudes 1 mT, 10 mT y 100 mT; causan pérdidas cuantificables para la condición de operación descrita. De igual forma se puede apreciar que las pérdidas, para las magnitudes analizadas, aumentan al incrementar la magnitud del rizado.

Integrando en un periodo de tiempo, podemos calcular las pérdidas promedio por ciclo por unidad de longitud para la cinta estándar con transposición parcial, debido a corriente de transporte CD y campo magnético aplicado en la dirección perpendicular. En la Figura 6.5 se puede apreciar una gráfica de las pérdidas promedio ante rizados de distinta amplitud. A partir de esta gráfica considerando rizado en densidad de flujo magnético a la frecuencia estudiada (24.3 Hz), y conociendo la longitud total de la cinta se puede obtener una primera aproximación de pérdidas en función de la amplitud del rizado; así como, expresar una estimación de la amplitud máxima de rizado permitido para una determinada potencia de enfriamiento.

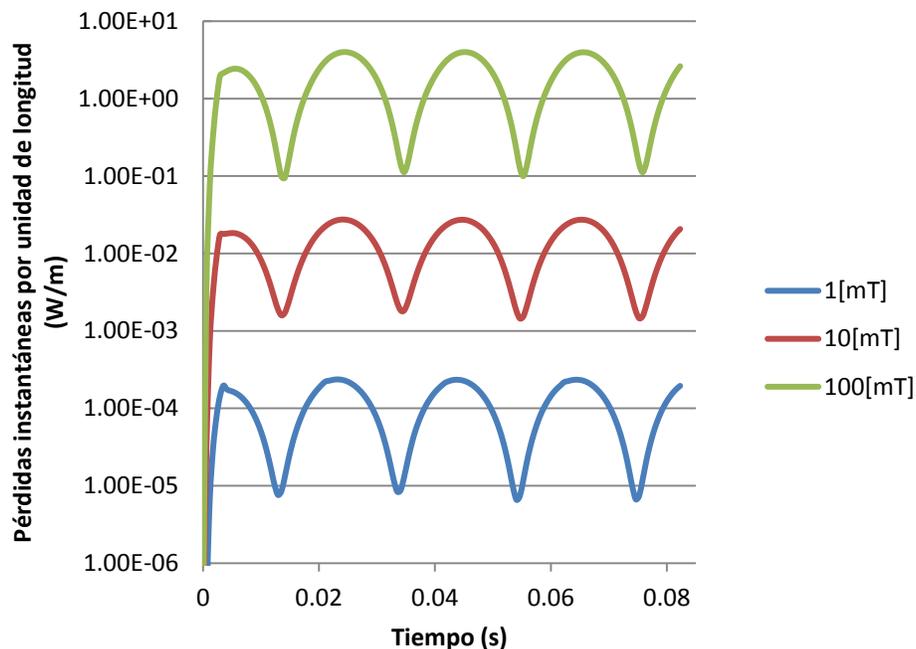


Figura 6.4: Pérdidas instantáneas en cinta, para el caso de corriente CD 95 A y campo magnético uniforme 1 T aplicado en la dirección perpendicular con rizado de 1 mT, 10 mT y 100 mT

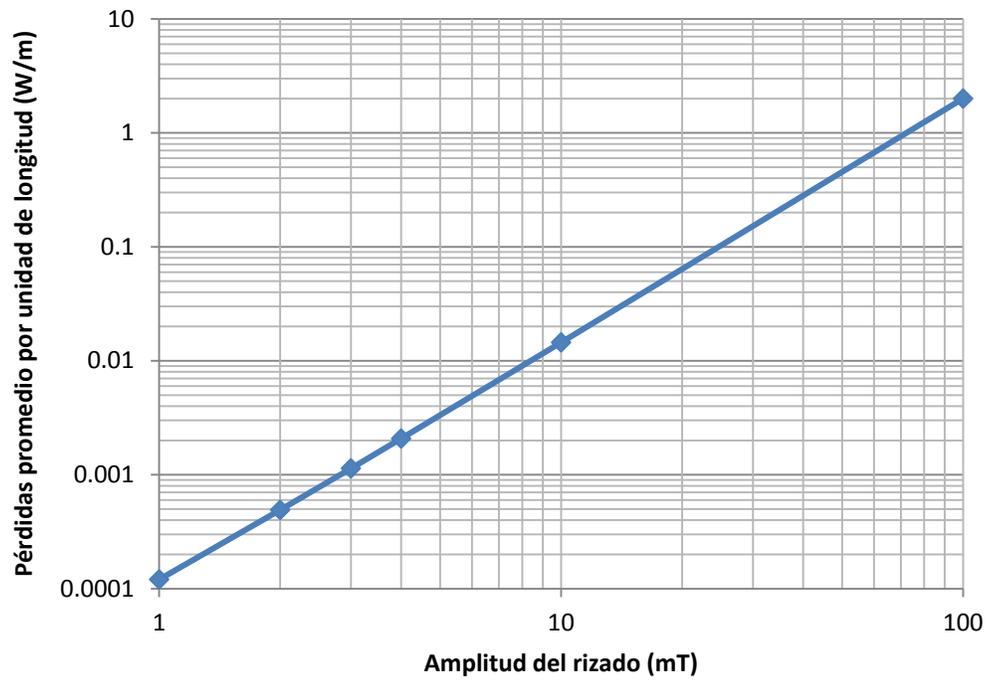


Figura 6.5: Pérdidas promedio en cinta, para el caso de corriente de transporte CD 95 A y campo magnético uniforme 1 T aplicado en la dirección perpendicular, en función de la amplitud del rizado

CAPITULO 7

ESTIMACIÓN DE PÉRDIDAS ELÉCTRICAS EN CINTAS BAJO CONDICIÓN DE OPERACIÓN DE ROTOR DE MÁQUINA SÍNCRONA

En esta sección se realiza un estudio de la sección transversal de una bobina del devanado del rotor del generador síncrono, para obtener un estimado más real de las pérdidas. Inicialmente se muestra la geometría a estudiar, y se realiza el mallado de la misma para poder elaborar un modelo empleando MEF. Posteriormente, se inicia el análisis de la sección transversal, para ello se cuenta con la densidad de flujo magnético en la frontera de la bobina. Esta señal se descompone en componente CD y rizado, y se realiza un breve análisis del rizado de la señal. Tomando en cuenta que con la capacidad de cómputo actual es muy difícil analizar un arreglo de cintas tan grande, es necesario emplear multiescala. Para emplear una técnica de multiescala, se elabora un modelo de CD del devanado a gran escala usando la componente CD de la densidad de flujo magnético. A partir del modelo a gran escala, se extrae el campo magnético en la frontera de cada una de las cintas, y se incorpora como condición de frontera en un modelo de menor escala de una cinta individual donde se ha de adicionar el rizado y calcular las pérdidas.

7.1.- Geometría y configuración de cintas

Para analizar las pérdidas en cintas en condición de operación de rotor de máquina síncrona, se procedió estudiar la sección transversal de una bobina del rotor del generador diseñado en el proyecto Suprapower [54], [2]. La estructura base empleada en este diseño se denomina DP (por sus siglas en inglés, *Double Pancake*), y como se puede notar en la Figura 7.1, consta de dos pilas de cintas organizadas una al lado de la otra y separadas entre sí por una lámina de cobre, cada pila recibe el nombre de *Pancake* y está conformada por un total de 75 cintas [54].

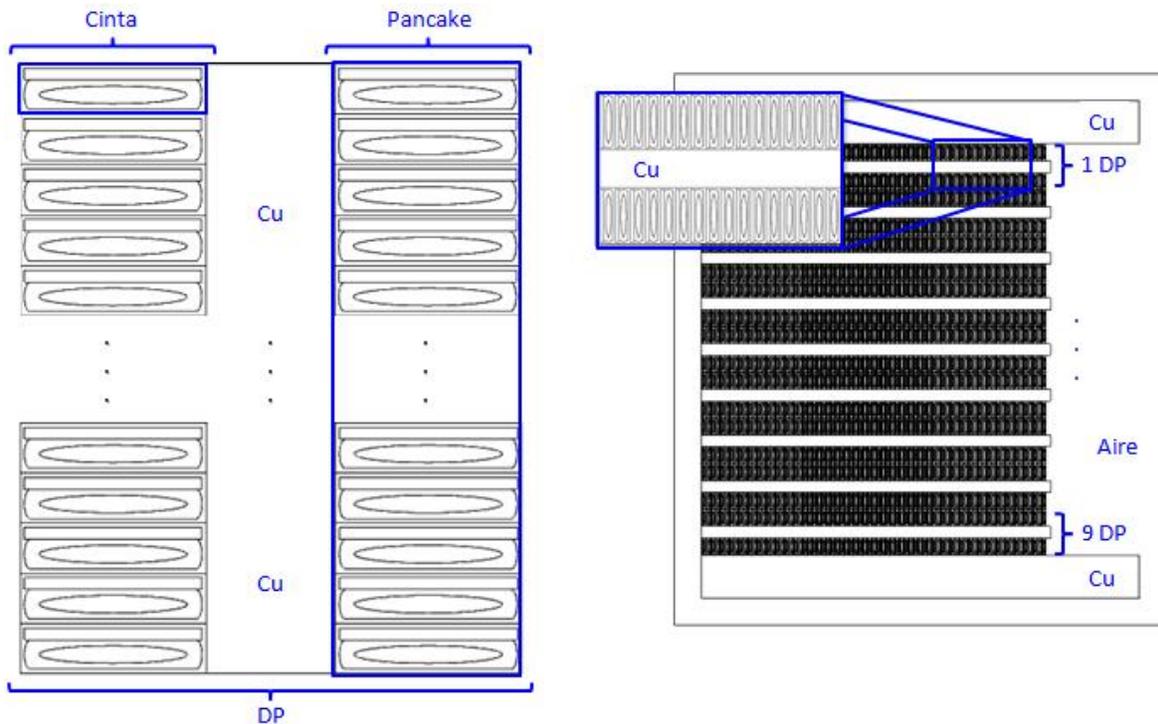


Figura 7.1: Estructura base DP (*Double Pancake*) empleada en Proyecto SUPRAPOWER (izquierda), sección transversal de bobina de rotor de máquina síncrona analizada para estimación de pérdidas (derecha) [54]

La bobina analizada está conformada por un total de 9 DP colocados uno al lado del otro, con un par de láminas de cobre adicionales agregadas en ambos extremos del arreglo, tal como se puede apreciar en la Figura 7.1. Tomando en cuenta la capacidad de cómputo disponible, no es posible analizar un arreglo de 1350 cintas de multifilamentos empleando MEF. Es por ello que en el estudio del arreglo completo se empleó la geometría de la cinta de sección transversal elíptica.

En la elaboración del mallado de esta geometría se emplearon arreglos triangulares, tanto en las cintas como en el resto de los dominios. Es importante indicar que todas las cintas cuentan exactamente con el mismo mallado, tal como se puede apreciar en la Figura 7.2, en donde también se puede notar el mallado de la geometría completa.

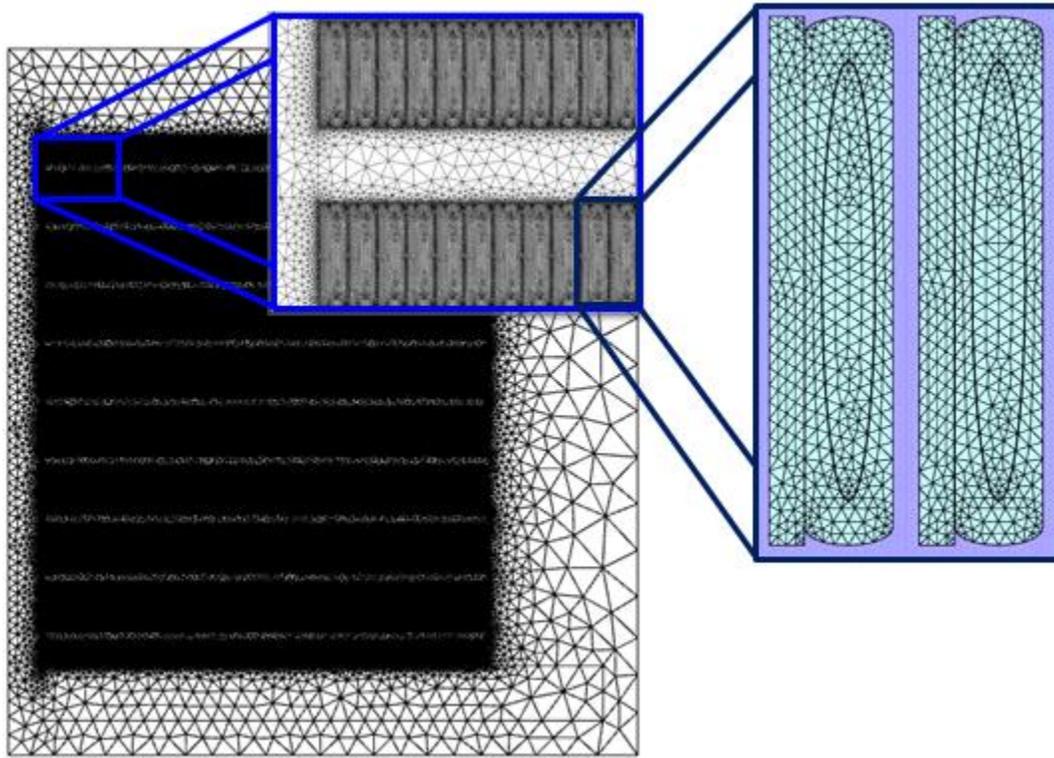


Figura 7.2: Mallado de cada una de las cintas empleado para el análisis de la bobina (izquierda), mallado de la geometría completa asociada a la sección transversal de la bobina (derecha).

7.2.- Análisis del contenido armónico en la frontera de la bobina

Para el análisis de la sección transversal de la bobina se contó con el valor de la densidad de flujo magnético $\vec{B}(t)$ (suministrado por *Tecnalia Research & Innovation*) en función del tiempo t en una frontera exterior rectangular, resaltada en color rojo en la Figura 7.3, como función de la longitud recorriendo el camino cerrado asociado a la frontera desde el punto 1 hacia el 4.

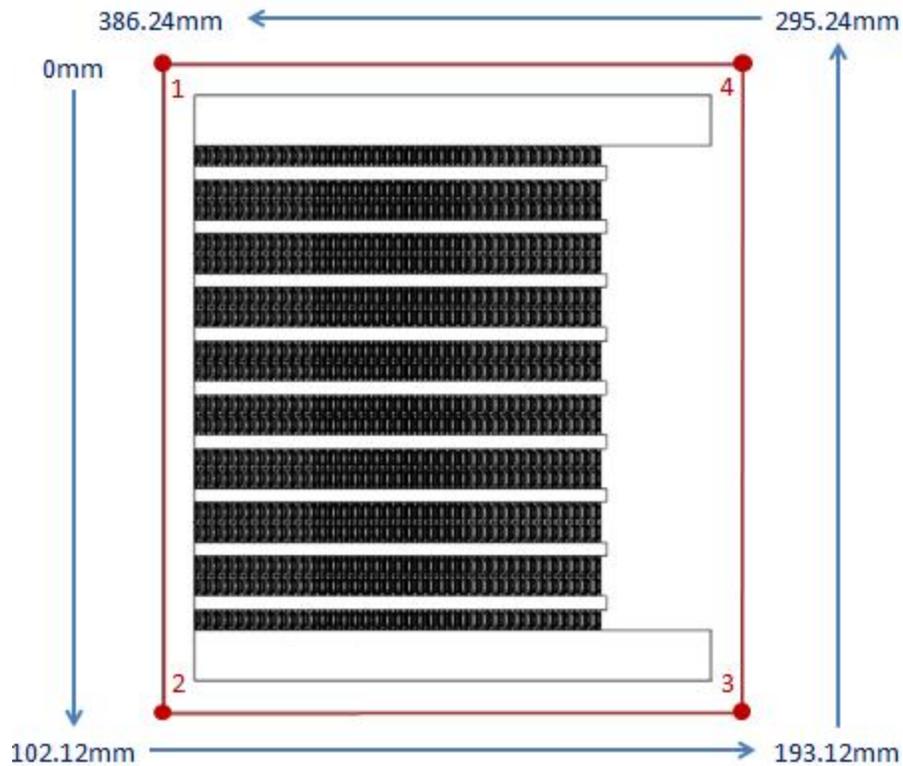


Figura 7.3: Frontera empleada en el estudio de la sección transversal de la bobina (resaltada en color rojo), y distancia del contorno de esta frontera recorrido desde el punto 1 hacia el punto 4 (color azul)

En aras de estudiar el contenido armónico, se procedió a retirar la componente CD en los datos suministrados de $\vec{B}(t)$, para luego calcular la transformada de Fourier de las componentes en x y y de la densidad de flujo magnético, en cada uno de los puntos de la frontera. En las figuras 7.4 y 7.5, se pueden apreciar los espectros de magnitud de las componentes B_x y B_y , en función a la distancia recorrida en el camino cerrado, desde el punto 1 hacia el punto 4.

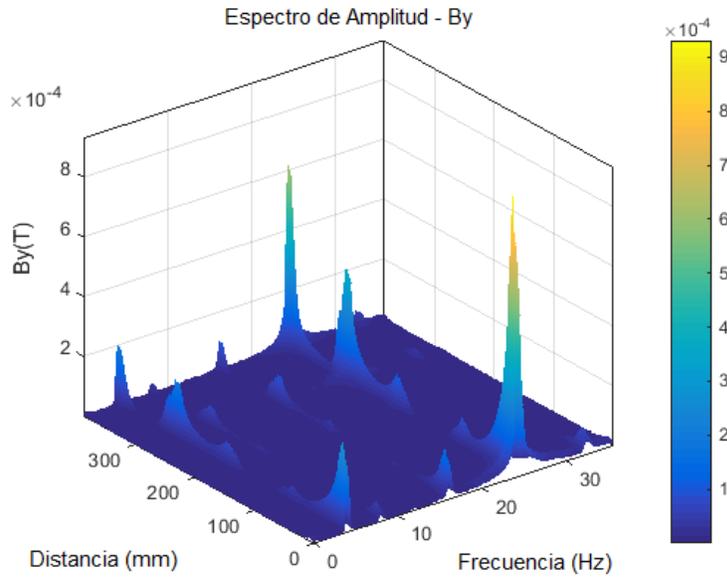


Figura 7.4: Espectros de magnitud de la componente en y de la densidad de flujo magnético (B_y), en función a la distancia recorrida en el contorno cerrado de la frontera desde el punto 1 ($0mm$) hacia el punto 4 ($295.4mm$)

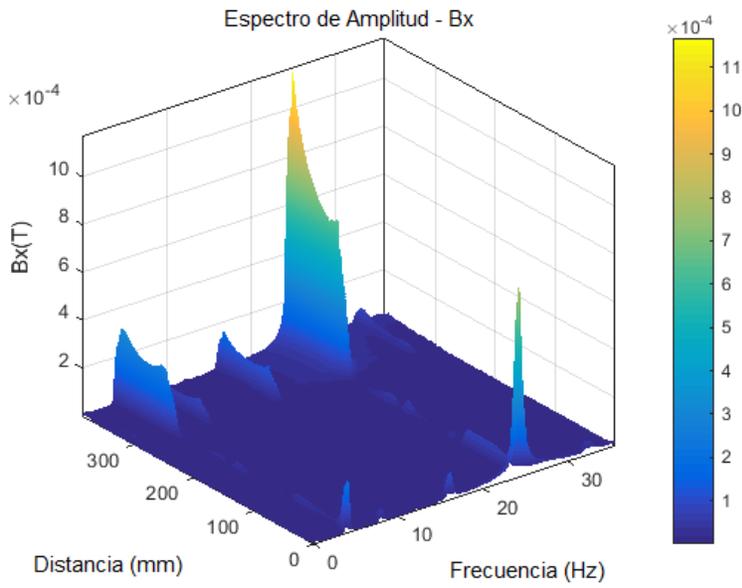


Figura 7.5: Espectros de magnitud de la componente en x de la densidad de flujo magnético (B_x), en función a la distancia recorrida en el contorno cerrado de la frontera desde el punto 1 ($0mm$) hacia el punto 4 ($295.4mm$)

Considerando una frecuencia de operación de 4.05 Hz, se puede notar la presencia de armónicos pares en ambas componentes de la densidad de flujo magnético. Dentro de este grupo de armónicos pares resalta la presencia de 6° armónico (a una frecuencia de 24.3 Hz), como armónico que mantiene una mayor amplitud en ambas componentes. En las figuras 7.4 y 7.5, también se observa un mayor contenido armónico en el segmento de recta definido por los puntos 4 y 1, en donde se presentan los valores máximos en 6° armónico, tanto en componente x (1.1680mT) como en componente y (0.9309mT). Considerando que las cintas superconductoras experimentan pérdidas por histéresis, las pérdidas en las cintas cercanas a esta frontera pueden verse significativamente afectadas por el contenido armónico.

7.3.- Estudio estacionario (CD)

Haciendo uso de la componente CD de la densidad de flujo magnético en cada uno de los puntos de la frontera, podemos calcular la distribución en campo magnético en la bobina, sin tomar en cuenta el rizado, empleando una condición de frontera de Dirichlet en un estudio estacionario.

En la Figura 7.6 se puede apreciar el módulo de la densidad de flujo magnético en la sección transversal de la bobina, en ella se puede notar que las cintas expuestas a mayor campo magnético están ubicadas en la parte superior izquierda. Empleando nuevamente la componente CD de la densidad de flujo magnético en cada uno de los puntos de la frontera, se puede calcular la corriente neta encerrada por el contorno haciendo uso de la forma integral de la ley de Ampère, con lo cual tendríamos una corriente neta de 128 kA. Considerando que todos los DP se encuentran conectados en serie, la corriente en cada una de las cintas sería igual a 95 A.

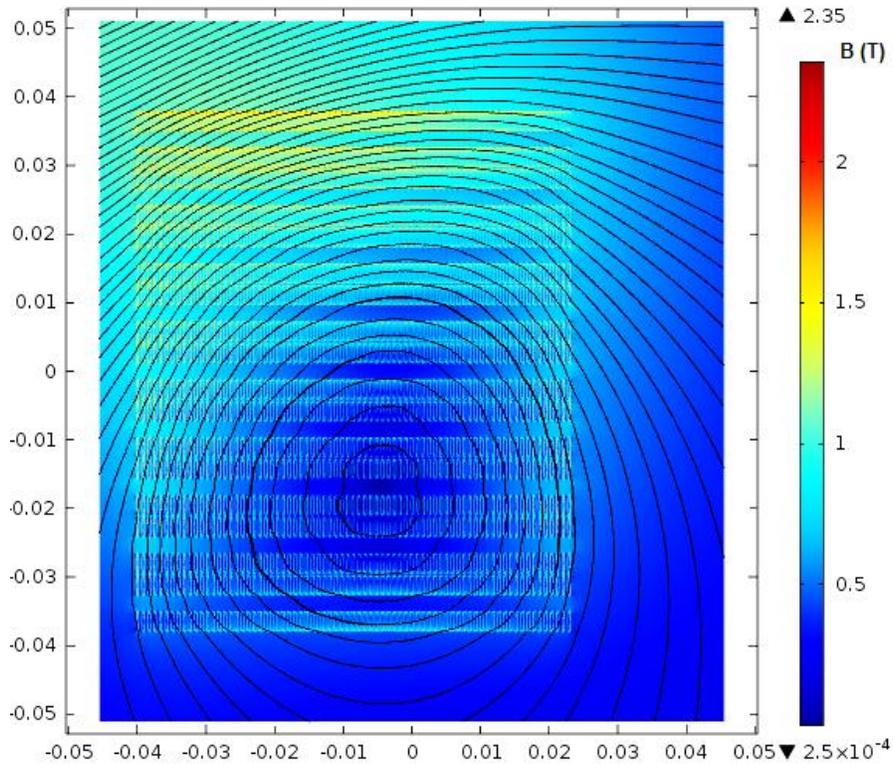


Figura 7.6: Modulo de la densidad de flujo magnético $|\vec{B}(T)|$ en el interior de la bobina tomando en cuenta componente CD en los puntos de la frontera, sin incluir rizado en campo magnético

7.4.- Análisis de la magnitud del rizado

En la Figura 7.7, se puede apreciar una gráfica de la magnitud del rizado ($|\vec{B}|_{\text{rizado}}$) normalizado respecto a la componente CD del campo ($|\vec{B}|_{CD}$) en función a la distancia recorrida en el contorno de la frontera (desde el punto 1 hacia el punto 4). En esta figura, se puede notar una zona de mayor rizado, frontera superior definida por el segmento de recta entre los puntos 4 y 1, y otra zona de menor rizado, frontera inferior definida por el segmento de recta entre los puntos 2 y 3.

Para incorporar el rizado en el cálculo de las pérdidas, se procedió a tomar el valor promedio en las zonas de menor y mayor rizado, frontera inferior (valor medio 1.3624×10^{-4}) y superior (valor medio 7.3664×10^{-4}) respectivamente. Y se realizó una aproximación lineal entre estos dos valores, para asignar el rizado a la componente CD del campo magnético en el resto de los puntos. De esta forma en el estudio realizado la pila de

cintas ubicada en el extremo superior fue sometida a un rizado de $7.3664 \times 10^{-4}(\vec{B}_{CD})$, la del extremo inferior a un rizado de $1.3624 \times 10^{-4}(\vec{B}_{CD})$, y las de en medio a un rizado producto de una interpolación lineal entre estos dos valores.

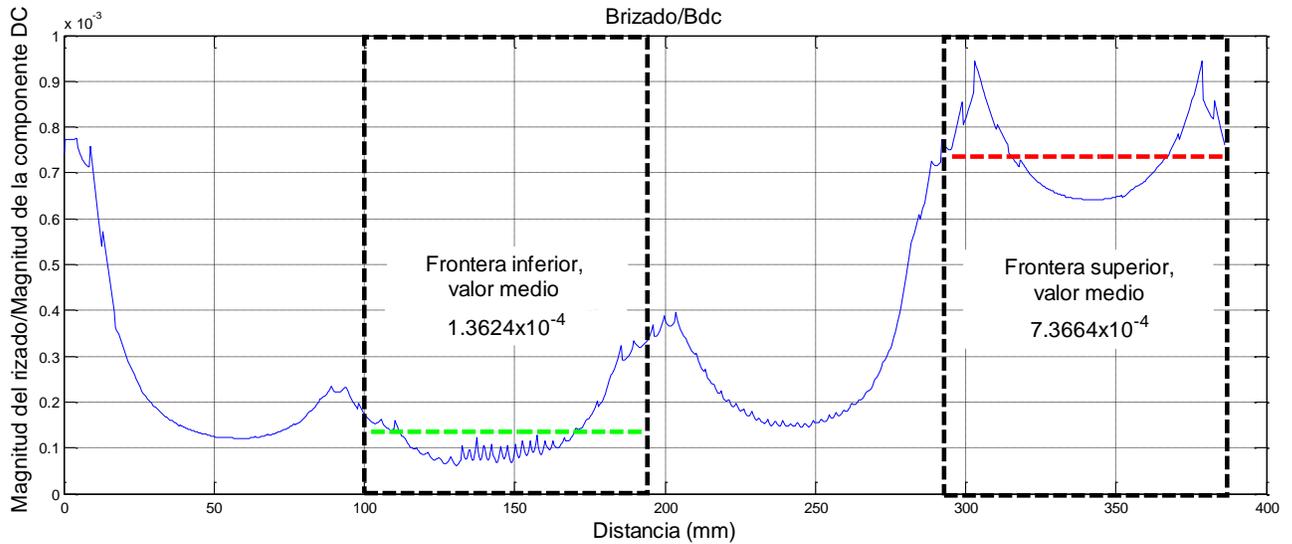


Figura 7.7: Magnitud del rizado normalizado respecto a la componente CD de la densidad de flujo magnético, en función a la distancia recorrida en el contorno de la frontera (desde el punto 1 hacia el punto 4)

7.5.- Estimación de las pérdidas en cinta bajo condición de operación de rotor de generador síncrono

Antes de realizar la estimación de pérdidas en cintas en el rotor del generador síncrono se debe tomar en cuenta que; no es realista con la tecnología a la mano realizar estudios dependientes en el tiempo, empleando MEF y secciones que consideran todos los detalles de las cintas dentro de la geometría completa de la sección transversal del devanado del rotor, ya que requiere mucha capacidad y tiempo de cómputo. También se debe tomar en cuenta que enlazar dos estudios a distinta escala, empleando técnicas de homogeneización y multiescala [55] [56], no es sencillo pues se debe considerar la dependencia temporal, o periodicidad, del rizado en la señal de densidad de flujo magnético y trasladarlo a la frontera de cada dominio, en un segundo estudio a una escala más pequeña. Adicionalmente se debe tener cuidado en la exactitud y posibles transitorios ligados a ambos estudios. En esta investigación para el cálculo de pérdidas en cintas se emplea una estrategia de multiescala [55] [56]. Haciendo uso del estudio de CD, realizado a

una escala grande, se extrae el campo magnético en la frontera de las cintas. Este valor de campo es introducido como condición de frontera en un estudio de una cinta individual (de menor escala), en el cual se han de calcular las pérdidas. En este estudio individual de cada una de las cintas, se incorporó un rizado cuya magnitud proviene de la interpolación lineal expresada en la sección anterior. La frecuencia del rizado fue de 24.3 Hz (6° armónico) por ser esta la frecuencia predominante en los espectros de ambas componentes, los armónicos a otras frecuencias tienen una amplitud menor a la del 6° armónico. Adicionalmente las principales pérdidas en materiales superconductores son debido a histéresis, y por ello están directamente relacionadas con la frecuencia (armónicos de mayor frecuencia causan mayores pérdidas que armónicos de menor frecuencia, con la misma amplitud para un mismo período de tiempo). El rizado incorporado mantiene la misma dirección y sentido del campo magnético del estudio de CD.

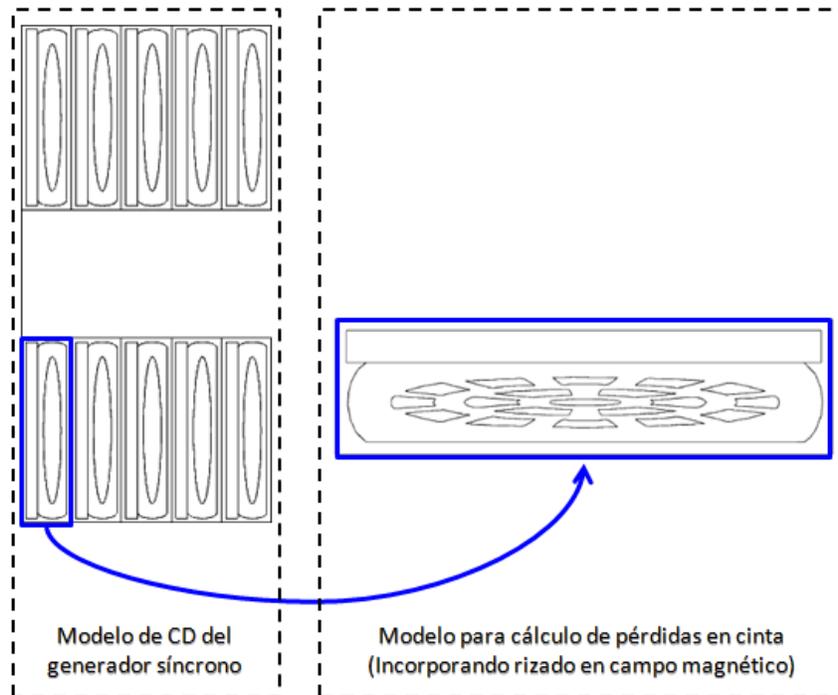


Figura 7.8: Metodología para estimación de pérdidas en bobina. Estudio de CD donde se extrae valor de campo en frontera (izquierda); estudio individual de cinta donde se introduce condición de frontera y rizado(derecha)

En la Figura 7.8, se puede apreciar una imagen explicativa del procedimiento realizado, en ella la frontera donde se ha de extraer el valor del campo magnético fue resaltada con color azul, y una flecha indica la inclusión de estos datos como condición de frontera en otro estudio individual en donde se ha de agregar el rizado en campo magnético y se calcularán las pérdidas. Las pérdidas se han de calcular en 40 cintas por pila (*pancake*), y a partir de esto se podrá estimar las pérdidas en otras cintas usando funciones de interpolación.

Para evitar que el transitorio ligado a la inclusión de la condición de frontera en el estudio individual afecte el cálculo de las pérdidas, se empleó un procedimiento similar al desarrollado en el capítulo anterior. Se incluyó la condición de frontera a través de una rampa suavizada de duración 100 s, y se mantuvo esta condición de operación (establecida por la condición de frontera) por un período adicional de 900 s. Posteriormente, se incluyó el rizado ya especificado.

En la Figura 7.9 se puede apreciar una gráfica de las pérdidas promedio en función a la ubicación de cada cinta en el *pancake*, numerando las cintas de izquierda a derecha, desde 1 hasta 75. Las pérdidas promedio fueron resaltadas con un color distinto para cada *pancake*, y la numeración de cada pila se realizó de abajo hacia arriba, desde 1 hasta 18. En esta gráfica, se puede apreciar que las cintas que registran mayores pérdidas están ubicadas en la pila más superior del arreglo (*pancake 18*). Esto se debe a que estas cintas están sometidas a rizados de mayor amplitud.

En la Figura 7.10 se muestra una representación 2D en colores de las pérdidas promedio en cada cinta, manteniendo la misma numeración de cintas y *pancakes* empleada en la figura anterior. En esta gráfica los colores cálidos (rojos...) representan zonas de mayores pérdidas, y los colores fríos (azules...) zonas de menores pérdidas. En esta figura se puede notar que la zona superior del arreglo presenta mayores pérdidas, y la inferior menores pérdidas. Por lo cual los *pancakes* superiores del arreglo pueden requerir una mejor refrigeración, con respecto a los inferiores, puesto que a mayores pérdidas mayor es la disipación de calor.

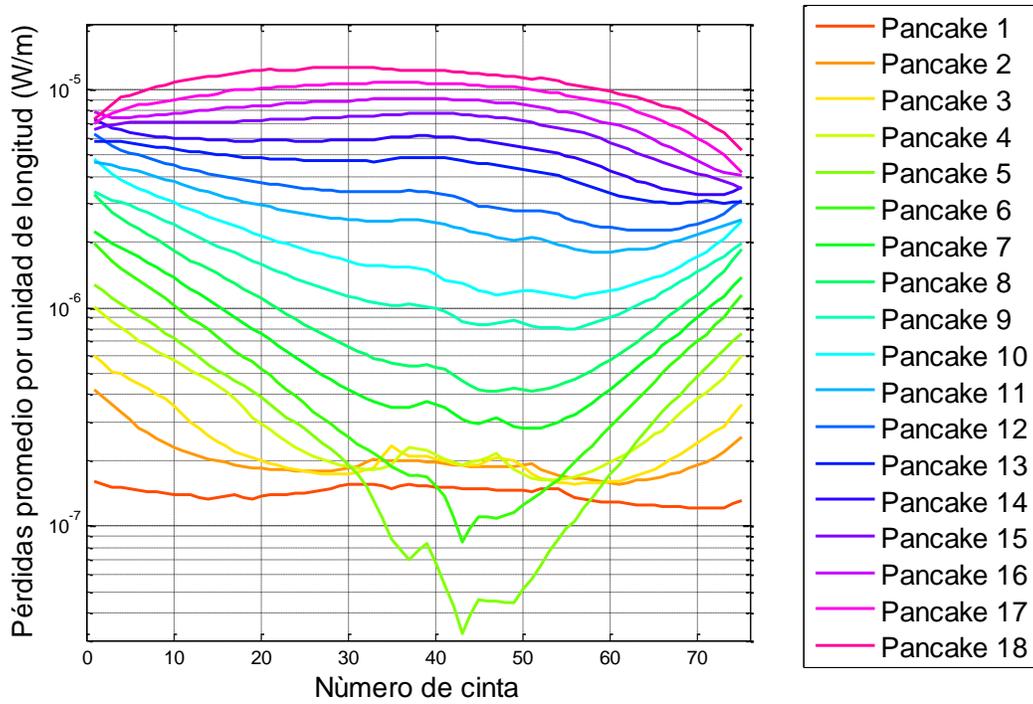


Figura 7.9: Pérdidas en cintas bajo condición de operación de rotor de generador síncrono, en cada una de las pilas (pancakes) que componen la sección transversal del devanado del rotor.

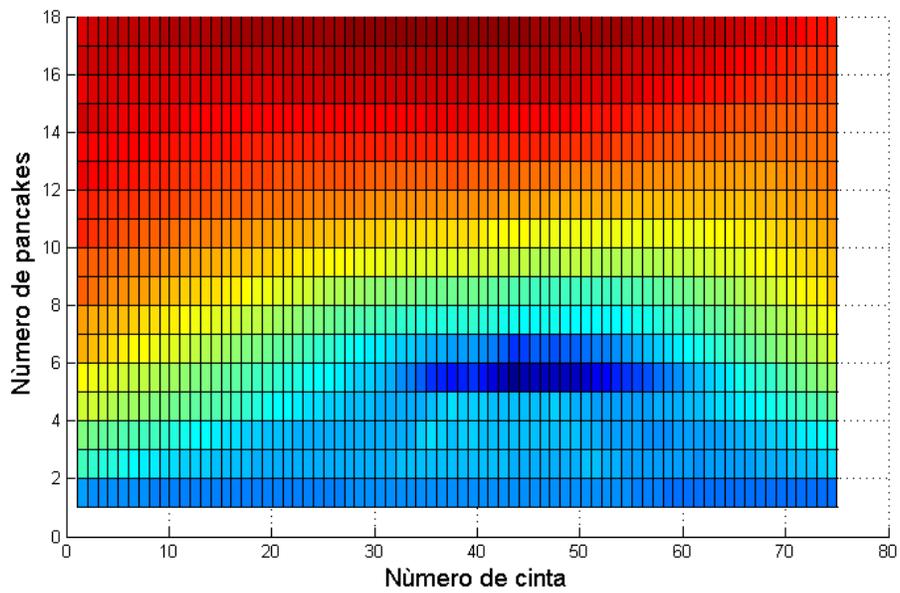


Figura 7.10: Representación 2D de las pérdidas en bobina superconductora, en función del número de cinta dentro de la pila (pancake), y el número de pila (pancake).

Comparando la Figura 7.9 con la Figura 7.6, se puede notar una marcada relación entre el campo magnético y las pérdidas, cintas ubicadas en zonas de mayor campo magnético registran mayores pérdidas y cintas ubicadas en zonas de menor campo magnético registran menores pérdidas. Esta relación también se puede apreciar en la Figura 7.10, en donde se aprecia claramente que la zona de mayor pérdida es la superior (donde el campo y el rizado son mayores), y la de menor pérdida está ubicada en la parte inferior derecha dentro del devanado (donde se registra el menor campo magnético, pero no el menor rizado).

Un primer estimado de las pérdidas se podría realizar considerando la cinta que registra mayores pérdidas promedio (0.013 mW/m), ubicada en la zona de mayor campo magnético y mayor rizado. Tomando en cuenta una longitud total del devanado del rotor de 3200 m [54], las pérdidas totales serían de 40.6 mW. Por otra parte, considerando que se calcularon las pérdidas en 40 de las 75 cintas de cada pila (*pancake*), podríamos emplear una función de interpolación para estimar las pérdidas en las cintas restantes. Sumando la contribución individual de cada cinta las pérdidas totales serían de 10.1 mW, un valor más real de pérdidas.

Una aproximación adicional podría realizarse a través de los resultados expresados en el capítulo anterior, considerando las pérdidas en una cinta con corriente CD de 95A, y campo magnético externo uniforme de 1 T con rizado de 1mT aplicado en la dirección perpendicular. Las pérdidas en una cinta individual bajo estas condiciones de operación serían de 0.121 mW/m . Tomando en cuenta una longitud total del devanado del rotor de 3200 m [54], las pérdidas totales serían de 0.39 W. Esta metodología sobrestima el valor de pérdidas por considerar un rizado de mayor amplitud en dirección perpendicular, lo cual no coincide con las condiciones reales de operación. Sin embargo, podría emplearse como una estimación inicial, tomando en cuenta que se sobrestima el valor de pérdidas.

Es importante indicar que en este estudio no se tomó en cuenta las pérdidas por histéresis en la matriz de níquel que rodea los filamentos, las cuales han de impactar el valor final de pérdidas totales.

CAPITULO 8

CONCLUSIONES

8.1.- Conclusiones

En este trabajo de investigación se presenta el cálculo de pérdidas usando el Método de los Elementos Finitos (MEF) bajo condición de operación de rotor de generador síncrono en cintas de multifilamentos de MgB_2 , embebidas en una matriz de níquel y con una cinta de cobre adosada en la parte superior. Primero, se estudió el caso de corriente de transporte CA y se validó la técnica de modelado, empleando fórmulas analíticas. A continuación, se estudió el caso de corriente CD y campo magnético uniforme aplicado en la dirección perpendicular, para posteriormente incluir rizado en la señal de campo magnético. Finalmente, se estudiaron las pérdidas en cintas bajo condición de rotor de generador síncrono, tomando como referencia el generador desarrollado en el proyecto SUPRAPOWER, liderado por la empresa española *Tecnia Research and Innovation*. A partir del presente trabajo de investigación se concluye:

- La representación estándar de la cinta cumple con las especificaciones reportadas en [3], y no toma en cuenta posibles rupturas y unión de filamentos. Adicionalmente, requiere un mallado menos denso, por lo cual el tiempo de cómputo es menor.
- La técnica de modelado fue verificada correctamente con las fórmulas analíticas desarrolladas por W.T. Norris, para el caso de corriente de transporte sin campo externo aplicado en una elipse totalmente superconductora (sin presencia de otros materiales en el dominio de estudio). Sin embargo, al incluir condiciones reales de operación, se observa una diferencia entre las pérdidas reportadas por el modelo de MEF y las fórmulas analíticas, debido a que las condiciones reales difieren de las premisas consideradas por W.T. Norris en [1].

- La cinta estudiada presenta pérdidas bajo la condición de operación de corriente CD (95 A) con campo magnético uniforme (1 T) aplicado en la dirección perpendicular. Esto se debe a que el material superconductor está operando en estado mixto, modelado por una resistividad no lineal expresada a través de una ley de potencia, y la resistividad pese a ser muy baja es distinta de cero.
- Para los rizados estudiados de 1 mT, 10 mT y 100 mT aplicados en dirección perpendicular a la cinta, se concluye que a mayor rizado en campo magnético mayores son las pérdidas. Esto es congruente con pérdidas de histéresis en materiales superconductores.
- A partir del análisis del contenido armónico en la frontera de la bobina del rotor del generador síncrono, se concluye que el armónico predominante en magnitud en ambas componentes del campo magnético es el 6° (a una frecuencia de 24.3 Hz). Adicionalmente se puede notar un mayor contenido armónico en la parte superior del devanado.
- En cuanto a las pérdidas en el devanado del rotor del generador síncrono, se puede notar una relación directa entre la magnitud del campo magnético y las pérdidas. En zonas de mayor campo magnético las cintas experimentan mayores pérdidas, en zonas de menor campo magnético las cintas experimentan menores pérdidas. Esto puede facilitar la elaboración de cálculos aproximados de pérdidas en futuros devanados superconductores, permitiendo conocer también posibles zonas críticas (zonas de mayor pérdidas, y por ende mayor calentamiento).
- Con la capacidad de cómputo disponible actualmente, es difícil analizar un arreglo completo como el mostrado en este trabajo de investigación, considerando los filamentos transpuestos de las cintas. Adicionalmente, realizar cálculos con dos modelos a distinta escala, empleando técnicas de homogeneización y multiescala, no es sencillo pues se debe tener especial cuidado en los transitorios y exactitudes

de ambos modelos. Es por ello que la técnica empleada en este trabajo de investigación, análisis de condición de CD con modelo estacionario y posterior análisis de cinta individual introduciendo condición de operación a través de condiciones de frontera, surge como una herramienta útil para análisis de aplicaciones de gran escala.

8.2.- Trabajo futuro

- Debido a que en este trabajo de investigación no se tomaron en cuenta las posibles rupturas y unión de filamentos, se plantea como trabajo futuro el desarrollo de una metodología, que tomando en cuenta el proceso de fabricación, permita incluir estos factores en el cálculo de pérdidas.
- Tomando en cuenta que la transposición de filamentos afecta las pérdidas en cintas superconductoras, es necesario realizar como trabajo futuro un análisis del comportamiento electromagnético de cintas ante distintos casos de transposición a lo largo de su longitud, considerando un modelo tridimensional que permita observar distribuciones de corriente y campo magnético.
- En este trabajo de investigación, se consideró una función de interpolación para la inclusión del rizado en campo magnético. Un estudio de la penetración del rizado en la bobina permitiría mejorar la exactitud en el cálculo de las pérdidas, y al mismo tiempo verificar si la presencia de láminas de cobre y otros materiales efectivamente amortiguan el rizado en la señal de campo magnético.
- Con el objeto de disminuir las pérdidas debido al rizado en campo magnético, se propone como trabajo futuro el diseño de una pantalla electromagnética. De igual forma se plantea la evaluación de la misma de acuerdo a su efectividad, tomando en cuenta los estimados presentados de pérdidas por bobina.

- En el estudio realizado, se consideraron las pérdidas debido a corrientes inducidas pero no debido a histéresis en el níquel, queda como trabajo futuro incluirlas en el estimado de pérdidas considerando una función de pérdidas u otra metodología.
- En esta investigación no se toma en cuenta el impacto de ambos extremos del devanado para el cálculo de pérdidas. Se propone como trabajo futuro estudiar el fenómeno relacionado a los extremos de los devanados, y su impacto en el cálculo de pérdidas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] W. Norris, «Calculation of hysteresis losses in hard superconductors carrying ac: isolated conductors and edges of thin sheets,» *J. Phys. D: Appl. Phys.*, vol. 3, n° 4, pp. 489-507, 1970.
- [2] SUPRAPOWER Project, «D6.1 Dissemination Plan,» 07 Junio 2013. [En línea]. Available: <http://www.suprapower-fp7.eu/docs.php?pag=3>. [Último acceso: Mayo 2015].
- [3] SUPRAPOWER Project, «Report on Deliverable D2.1: Improved MgB2 wire,» 09 Diciembre 2013. [En línea]. Available: <http://www.suprapower-fp7.eu/docs.php?pag=3>. [Último acceso: Mayo 2014].
- [4] F. Trillaud, *Class Lecture 1, Topic: Applied Superconductivity*, Mexico D.F: Posgrado en Ingeniería Eléctrica, Universidad Nacional Autónoma de México, 2014.
- [5] T. Sheahen, *Introduction to High-Temperature Superconductivity*, Boston, MA: Kluwer Academic Publishers, 2002, pp. 3-14.
- [6] G. Templeton, «World's first superconducting power line paves the way for billions of dollars in savings, more nuclear power stations,» Mayo 2014. [En línea]. Available: <http://www.extremetech.com/extreme/182278-the-worlds-first-superconducting-power-line-paves-the-way-for-billions-of-dollars-in-savings>. [Último acceso: Mayo 2015].
- [7] Y. Iwasa, «Cryogenics,» de *Case Studies in Superconducting Magnets: Design and Operational Issues*, Springer, 2009, pp. 219-312.
- [8] J. E. Estrada *et al*, «Prospectiva del Sector Eléctrico 2013-2027,» 2013. [En línea]. Available: sener.gob.mx/res/.../Prospectiva_del_Sector_Electrico_2013-2027.pdf. [Último acceso: Febrero 2015].

- [9] European Wind Energy Association, UpWind - Design limits and solutions for very large turbines, EWEA, 2011.
- [10] V. Zermeño, "Computation of Superconducting Generators for Wind Turbine Applications". Tesis para obtener el grado de PhD, DTU Mathematics, Technical University of Denmark, Copenhagen, 2012.
- [11] American SuperConductor, «American SuperConductor,» 2011. [En línea]. Available: <http://www.amsc.com/library/index.html>. [Último acceso: Febrero 2015].
- [12] M. Fischer, «Superconductors on the High Sea,» *Wind Systems*, vol. 3, n° 21, pp. 76-84, Mayo 2011.
- [13] J. Fraunhofer *et al*, «Basics Concepts, Status, Opportunities, and Challenges of Electrical Machines utilizing High-Temperature Superconducting (HTS) Windings,» *8th European Conference on Applied Superconductivity (EUCAS 2007). Journal of Physics Conf. Ser. 97 012189*, 2008.
- [14] J. Gieras, «Superconducting Electrical Machines. State of the Art,» *Przegląd elektrotechniczny*, vol. 85, n° 12, pp. 1-19, 2009.
- [15] W. Cao, «High-Temperature Superconducting Wind Turbine Generators,» 2011. [En línea]. Available: <http://www.intechopen.com/books/wind-turbines/high-temperature-superconducting-wind-turbine-generators>.
- [16] E. H. Brandt, «Thin superconductors in a perpendicular magnetic AC field: General formulation and strip geometry,» *Phys. Rev. B*, vol. 49, n° 3, pp. 9024-9040, 1994.
- [17] R. Musenich *et al*, «Behavior of MgB₂ React and Wind Coils Above 10 K,» *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 15, n° 2, pp. 1452-1456, 2015.
- [18] E. A. Young *et al*, «Characteristics of AC Loss in Multifilamentary MgB₂ Tapes,» *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 17, n° 2, pp. 2945-2948, 2007.

- [19] J. Pitel *et al*, «Study of the potential of three different MgB₂ tapes for application in cylindrical coils operating at 20 K,» *Superconductor Science and Technology*, vol. 28 , n° 5, 2015.
- [20] P. Kovac *et al*, «Tensile and Bending Strain Tolerance of Ex Situ MgB₂/Ni/Cu Superconductor Tape,» *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 25, n° 2, 2015.
- [21] R. Brambilla, F. Grilli y L. Martini, «Development of an edge-element model for AC loss computation of high-temperature superconductors,» *Superconductor Science and Technology*, vol. 20, n° 1, pp. 16-24, 2006 .
- [22] F. Trillaud y L. Santiago, «Modeling of Current-Ramped 2G-HTS Solenoids under Different Cooling Conditions,» *IEEE Trans. Appl. Supercond.* , vol. 25, n° 3, 2015.
- [23] V. Zermeño *et al*, «Fast 2D Simulation of Superconductors: a Multiscale Approach,» de *Proc. of the COMSOL Conf.*, Milán, 2009.
- [24] V. Zermeño *et al*, «Calculation of alternating current losses in stacks and coils made of second generation high temperature superconducting tapes for large scale applications,» *Journal of Applied Physics*, vol. 114, n° 17, p. 173901, 2013.
- [25] G. P. Mikitik *et al*, «Analytical Methods and Formulas for Modeling High Temperature Superconductors,» *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 23, n° 2, p. 8001920, 2013.
- [26] A. W. Taylor, «The Superconductivity State,» de *Superconductivity*, London, The Wykeham Science Series, 1970, pp. 1-11.
- [27] V. D. Hunt, «Overview of Superconductivity,» de *Superconductivity Sourcebook*, New York, Wiley, 1989.
- [28] J. Nagamatsu *et al*, «Superconductivity at 39 K in magnesium diboride,» *Nature* , vol. 410, n° 6824, pp. 63-64, 2001.

- [29] C. Bean, «Magnetization of Hard Superconductors,» *Phys. Rev. Lett.*, vol. 8, n° 6, pp. 250-253, 1962.
- [30] M. Ainslie, "Transport AC loss in high temperature superconducting coils", Tesis para obtener el grado de PhD, King's College, University of Cambridge, 2012.
- [31] Y. Kim, C. Hempstead y A. Strand, «Magnetization and Critical Supercurrents,» *Physical Review*, vol. 129, n° 2, pp. 528-535, 1963.
- [32] P. Krüger, «Modelling Superconductors,» de *Optimisation of hysteretic losses in high-temperature superconducting wires*, Germany, Karlsruhe, KIT Scientific Publishing, 2014.
- [33] F. Grilli *et al*, «Numerical modeling of MgB₂ conductors for high power AC transmission,» *Physica C: Superconductivity*, vol. 504, pp. 167-171, 2014.
- [34] M. N. Wilson, «Flux Jumping,» de *Superconducting Magnets*, New York, Oxford University Press, 1989.
- [35] C. P. Bean, «Magnetization of High-Field Superconductors,» *Reviews of Modern Physics*, vol. 36, n° 1, pp. 31-39, 1964.
- [36] E. Brandt y M. Indenbom, «Type-II-superconductor strip with current in a perpendicular magnetic field,» *Physical Review B*, vol. 48, n° 17, pp. 12893-12906, 1993.
- [37] B. ten Haken, J. Rabbers y H. H. ten Kate, «Magnetization and AC loss in a superconductor with an elliptical cross-section and arbitrary aspect ratio,» *Physica C: Superconductivity*, vol. 377, n° 1-2, pp. 156-164, 2002.
- [38] Columbus Superconductors, «Production Process,» 2014. [En línea]. Available: http://www.columbussuperconductors.com/process_2.asp. [Último acceso: Marzo 2015].

- [39] M. H. Hancock y N. Bay, «Effect on Deformation Process of Adding a Copper Core to Multifilament MgB₂ Superconducting Wire,» *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 17, nº 2, pp. 3054 - 3058, 2007.
- [40] COMSOL Multiphysics, «Compression of an Elastoplastic Pipe,» 2015. [En línea]. Available: <http://www.comsol.com/model/compression-of-an-elastoplastic-pipe-12691>.
- [41] COMSOL Multiphysics, Nonlinear Structural Materials Module User's Guide v.4.3, E.E.U.U, 2014.
- [42] J. Rhyner, «Magnetic properties and AC-losses of superconductors with power law current-voltage characteristics,» *Physica C*, vol. 212, nº 3-4, pp. 292-300, 1993.
- [43] J. Jin, «Basic Electromagnetic Theory,» de *The Finite Element Method in Electromagnetics*, New York, John Wiley & Sons, 2002.
- [44] W. H. Hayt y J. A. Buck, «Time-Varying Fields and Maxwell's Equations,» de *Engineering Electromagnetics*, New York, Mc Graw Hill, 2001.
- [45] V. Zermeño *et al*, «A self-consistent model for estimating the critical current of superconducting devices,» *Superconductor Science and Technology*, vol. 28, nº 8, p. 085004, 2015.
- [46] N. Nguyen *et al*, «A new finite-element method simulation model for computing AC loss in roll assisted biaxially textured substrate YBCO tapes,» *Superconductor Science and Technology*, vol. 23, nº 2, p. 025001, 2010.
- [47] M. D. Ainslie *et al*, «An improved FEM model for computing transport AC loss in coils made of RABiTS YBCO coated conductors for electric machines,» *Superconductor Science and Technology*, vol. 24, nº 4, p. 045005, 2011.
- [48] K. Kajikawa *et al*, «Numerical evaluation of AC losses in HTS wires with 2D FEM formulated by self magnetic field,» *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 3, nº 2, pp.

3630-3633, 2003.

- [49] V. Zermeño, F. Grilli y F. Sirois, «A full 3D time-dependent electromagnetic model for Roebel cables,» *Superconductor Science and Technology*, vol. 26, nº 5, p. 052001, 2013.
- [50] S. Terzieva *et al*, «Transport and magnetization ac losses of ROEBEL assembled coated conductor cables: measurements and calculations,» *Superconductor Science and Technology*, vol. 23, nº 1, pp. 14-23, 2010.
- [51] M. Lyly *et al*, «Finite Element Simulations of Twisted NbTi Conductors,» *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 23, nº 3, p. 6000105, 2013.
- [52] V. Lahtinen y A. Stenvall, «Toward Two-Dimensional Simulations of Hysteresis Losses in Partially Coupled Superconducting Wires,» *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 24, nº 3, pp. 1-5, 2014.
- [53] D. Lide, CRC handbook of chemistry and physics, Boca Raton, FL: CRC Press, 1994.
- [54] Suprapower, «D2.3 Report on Design and manufacturing of an MgB2 coil,» 2014. [En línea]. Available: <http://www.suprapower-fp7.eu/docs.php?pag=2..> [Último acceso: Marzo 2015].
- [55] K. Quéval y H. Ohsaki, «AC Losses of a Grid-Connected Superconducting Wind Turbine Generator,» *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 23, nº 3, p. 5201905, 2013.
- [56] T. Tonsho *et al*, «Numerical Evaluation of AC Loss in High Temperature Superconducting Coil,» *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 14, nº 2, pp. 674 - 677, 2004.
- [57] F. Roy, “Modeling and Characterization of Coated Conductors Applied to the Design of Superconducting Fault Current Limiters”, Tesis para obtener el grado de PhD, Laboratoire de Systèmes Non Linéaires, Faculté Informatique et Communications,

École Polytechnique Fédérale de Lausa, 2010.

[58] W. B. Zimmerman, «Comsol multiphysics and the basis of numerical analysis,» de *Multiphysics Modelling with Finite Element Methods*, Londres, World Scientific, 2006, pp. 27-63.

[59] Y. Wang, *Fundamental Elements of Applied Superconductivity in Electrical Engineering*, Singapour: John Wiley & Sons, 2013.

ANEXO A

En esencia el MEF es un método numérico que permite aproximar la solución de un problema dado ($u(x)$) en términos de una combinación lineal de funciones conocidas ($\varphi_i(x)$) y coeficientes indeterminados (u_i) [57]. En el MEF para resolver la ecuación diferencial mostrada en (0.1) procedemos a descomponer nuestra variable de interés ($u(x)$) como una sumatoria de funciones bases ($\varphi_i(x)$) que multiplican a un conjunto de coeficientes (u_i), ecuación (0.2). La ecuación diferencial es multiplicada por una función de prueba que viene definida como otra sumatoria de las funciones bases multiplicadas por coeficientes (v_i) (0.3), con lo cual se logra discretizar por completo el problema en el espacio y la ecuación diferencial anterior se puede integrar directamente sobre el dominio de estudio (Ω) como se muestra en la ecuación (0.4) [58]. A partir de esta integral podemos obtener un sistema de ecuaciones sobre los valores de nuestra variable de interés en el espacio; el cual puede ser resuelto empleando método de Newton.

$$\nabla \cdot (\Gamma(u)) = F(u) \quad (0.1)$$

$$u(x) = \sum_i u_i \varphi_i(x) \quad (0.2)$$

$$v(x) = \sum_i v_i \varphi_i(x) \quad (0.3)$$

$$\int_{\Omega} v \cdot \nabla \cdot \Gamma(u) dA = \int_{\Omega} v \cdot F(u) dA \quad (0.4)$$

Para tomar en cuenta las condiciones de frontera definidas en nuestro problema el software Comsol Multiphysics las incorpora a través de multiplicadores de Lagrange resolviendo el sistema de ecuaciones anteriormente mencionado como un problema de optimización con restricciones de igualdad [58]. Para problemas dependientes en tiempo esta dimensión es discretizada de forma individual, y las condiciones iniciales son incluidas en la resolución del sistema de ecuaciones en el primer instante de tiempo, para los siguientes instantes se puede hacer uso de soluciones anteriores.