



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE INGENIERÍA

**ESTUDIO DE TOMOGRAFÍA ELÉCTRICA
RESISTIVA 2D PARA LOCALIZAR LA MURALLA
LIMÍTROFE DE LA GRAN TENOCHTITLÁN;
CENTRO HISTÓRICO, CD. DE MÉXICO.**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

INGENIERO GEOFÍSICO

P R E S E N T A:

FRANCISCO JAVIER SEQUERA JIMÉNEZ



**DIRECTOR DE TESIS:
DR. ANDRÉS TEJERO ANDRADE**

CIUDAD UNIVERSITARIA, D.F.

2015



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENIDA DE
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE INGENIERÍA EN
CIENCIAS DE LA TIERRA
OFICIO/FING/DICT/529/2015

SR. FRANCISCO JAVIER SEQUERA JIMÉNEZ

Presente

En atención a su solicitud, me es grato hacer de su conocimiento que la opción de titulación: **POR TESIS**, así como el tema y contenido propuestos por el **Dr. Andrés Tejero Andrade** en calidad de **Director de Tesis**, han sido aprobados por el comité de titulación de la carrera de **Ingeniería Geofísica** y se muestran a continuación

ESTUDIO DE TER 2D PARA LOCALIZAR LA MURALLA LÍMITROFE DE LA GRAN TENOCHTILÁN; CENTRO HISTÓRICO, CD. DE MÉXICO

- I INTRODUCCIÓN
- II MARCO HISTÓRICO
- III MARCO TEÓRICO
- IV METODOLOGÍA
- V RESULTADOS
- VI CONCLUSIONES

Por otra parte, le comunico que le ha sido asignado el siguiente jurado que tendrá como función básica, avalar su trabajo escrito y autorizar la réplica oral requerida para la obtención del título profesional, de acuerdo al Reglamento de Opciones de Titulación vigente

PRESIDENTE: ING. FRANCISCO A. ARROYO CARRASCO
VOCAL: DR. ANDRÉS TEJERO ANDRADE
SECRETARIO: DR. RENÉ CHÁVEZ SEGURA
1ER. SUPLENTE: M.C. DAVID ESCOBEDO ZENIL
2DO. SUPLENTE: ING. ALEJANDRO GARCÍA SERRANO

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de Administración Escolar, en el sentido que se imprima en lugar visible de cada ejemplar del trabajo escrito, el título de este.

Asimismo, le recuerdo que para optar por el título profesional, es necesario haber acreditado el 100% de los créditos establecidos en el plan de estudios, haber realizado el Servicio Social de acuerdo con la Legislación Universitaria y haber aprobado el examen de comprensión de lectura de un idioma extranjero, en términos de lo dispuesto por el Consejo Técnico.

Atentamente

"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"

CD. Universitaria, D. F. a 22 de Mayo de 2015

El Presidente del Comité de Titulación de Ingeniería Geofísica

DR. JOSÉ ANTONIO HERNÁNDEZ ESPRIÚ

ccp Coordinador de la Carrera
ccp Interesado

AGRADECIMIENTOS

A mi familia por su amor y cariño, por sembrar en mí esas ganas de siempre salir adelante y superarme.

A Emmanuel por haberme apoyado en mis tiempos difíciles y caminar a mi lado.

A mis amigos Martín, Cristóbal y Miguel por esos días de escuela llenos de risas.

A mis amigos y compañeros de la Departamento de Geofísica Pablo, Sandra, Alejandro y Mayra por los buenos momentos en campo y todas sus enseñanzas.

Al Dr. Andrés Tejero por su invaluable apoyo en este trabajo, al M.C. David Escobedo por sus observaciones, al Ing. Alejandro Arroyo y Dr. Rene Chávez por las correcciones y el tiempo dedicado en este trabajo.

Al Dr. Pedro Paz Arellano y al Arq. José Álvaro Barrera Rivera por todo el apoyo y la información que me brindaron.

A mis amigos Iván, Erudiel, Vico, David, Miguel Alexander, Leonardo, Lyz, Paty, Laura, Luis Angel, Pablo, Victoria, gracias por haber cruzado sus caminos con el mío.

A mis compañeros geólogos y geofísicos.

A todas esas personas que aunque no nombre, directa o indirectamente han contribuido a formar la persona que soy el día de hoy.

"We're all stories in the end...just make it a good one, eh?"
Eleventh Doctor, Doctor Who

INDICE

RESUMEN	2
ABSTRACT	3
CAPITULO I	4
INTRODUCCIÓN	4
Objetivos	5
CAPITULO II	6
MARCO HISTÓRICO	6
Cultura Mexica	6
Ubicación Geográfica	8
Geología	9
Muralla Limítrofe	11
Plaza de Santo Domingo	16
Origen Español	17
Origen Prehispánico	17
CAPITULO III	19
MARCO TEÓRICO	19
Fundamentos Teóricos del Método de Tomografía Eléctrica Resistiva	19
Teoría de Inversión	30
CAPITULO IV	36
METODOLOGÍA	36
Adquisición.....	36
Filtros.....	41
CAPITULO V	46
RESULTADOS	46
Procesamiento de Datos	46
Análisis de Resultados.....	47
CAPITULO VI	59
CONCLUSIONES	59
REFERENCIAS	60

RESUMEN

La geofísica resulta una herramienta muy importante para la arqueología ya que puede proporcionar información sobre algún sitio de interés sin necesidad de realizarse una excavación y sin comprometer la integridad del material arqueológico.

En este trabajo se realizaron estudios de Tomografía Eléctrica Resistiva 2D como parte del proyecto “*Estudio de tomografía eléctrica 2D de la plaza y el templo de Santo Domingo de Guzmán, del Centro Histórico de la Ciudad de México*” del Instituto Nacional de Antropología e Historia (INAH), para localizar la esquina norponiente de la antigua muralla limítrofe de la ciudad de Tenochtitlán. La zona de estudio fue la Plaza de Santo Domingo, la cual se ubica en el Centro Histórico, se eligió esta ubicación debido a que los arqueólogos proyectan que debajo de esta plaza se encuentran los restos de los muros norte y poniente del recinto ceremonial de la antigua ciudad.

Se realizaron 4 líneas de tomografía eléctrica resistiva con 81 electrodos en cada una y utilizando arreglos Wenner-Schlumberger en todas ellas. Debido a que la adquisición fue en una zona urbana, se aplicaron filtros media móviles ponderados para tratar de reducir el ruido presente en los datos.

Finalmente de encontrarse evidencia de la presencia de restos de la muralla limítrofe, esto ayudaría a resolver una discusión histórica acerca del origen de la Plaza de Santo Domingo, si el espacio de esta plaza existía desde antes de la llegada de los españoles o si tiene su origen durante la época colonial.

ABSTRACT

Geophysics is a very important science for archeology because it can provide information about a site of interest neither excavating nor ruining the archaeological material.

In this paper Electrical Resistivity Tomography 2D studies were made as part of a project for the National Institute of Anthropology and History (INAH) to locate the northwest corner of the boundary wall of the ancient city Tenochtitlan. The area of interest was the “Plaza de Santo Domingo”, located at the Historical Center of Mexico City, this site was chosen because archeologists predict that beneath this square are the remains of north and west walls the ancient city had.

Four lines of Electrical Resistivity Tomography were made; in each one was used 81 electrodes and Wenner-Schlumberger arrays. Because the acquisition was in an urban area, weighted moving average filters were applied trying to reduce the noise on the data.

Finally, if evidence of the boundary wall is found, this would help to resolve an historical discussion about the origin of the Plaza de Santo Domingo, had this space existed before the arrival of Spanish people or it had its origin during the colony.

CAPITULO I

INTRODUCCIÓN

Históricamente, se considera que la primera aplicación de métodos geofísicos en arqueología ocurrió casi simultáneamente en Inglaterra y en México, en el primer país fue realizada por J. Atkinson y en nuestro país por Terra (García et al., 1984), ambos utilizando métodos eléctricos en los años 1946-1947. Sin embargo, es hasta las últimas décadas que los métodos de prospección geofísica aplicados a la arqueología han tenido un papel muy importante, todo esto gracias al desarrollo de la tecnología y de la electrónica en los instrumentos geofísicos, permitiendo obtener mediciones más precisas y exactas de las diferentes propiedades físicas del subsuelo.

La geofísica como un método no destructivo puede proporcionar información en un sitio que permita evaluar el potencial arqueológico de la zona antes de iniciar una excavación, esto conlleva un ahorro de dinero y tiempo.

Actualmente los métodos geofísicos más utilizados en la arqueología son: tomografía eléctrica resistiva 2D y 3D, magnetometría, Georadar o Radar de Penetración Terrestre (GroundPenetrating Radar – GPR), la elección del método dependerá de la zona de estudio así como del objetivo o estructuras que se deseen caracterizar.

En el presente trabajo, el sitio de interés fue la Plaza de Santo Domingo, ubicada en el centro histórica de la Cd. De México, en las inmediaciones de la plaza se realizaron estudios de tomografía eléctrica resistiva 2D como parte del proyecto “*Estudio de tomografía eléctrica 2D de la plaza y el templo de Santo Domingo de Guzmán, del Centro Histórico de la Ciudad de México*” del INAH, con el objetivo de localizar el cruce de los muros norte y poniente del Recinto Ceremonial de la antigua Tenochtitlan (1486-1521), ya que de acuerdo a estudios del arqueólogo José Álvaro Barrera Rivera, debajo de la Plaza se debe hallar la esquina norponiente de este muro limítrofe. De encontrarse evidencia del muro, se resolvería una discusión histórica sobre si la plaza tiene un origen español o prehispánico.

Objetivos

- Determinar mediante estudios de tomografía eléctrica resistiva 2D la presencia de vestigios arqueológicos del cruce de los muros norte y poniente del Recinto Ceremonial de Tenochtitlan (1486-1521).
- Reducir el ruido presente en datos de Tomografía Eléctrica Resistiva 2D con el arreglo Wenner – Schlumberger adquiridos en una zona urbana mediante la aplicación de filtros de promedios móviles ponderados.
- Ayudar a discernir sobre el origen español o prehispánico de la Plaza de Santo Domingo ubicada en el Centro Histórico de la Ciudad de México.

CAPITULO II

MARCO HISTÓRICO

Cultura Mexica

Los mexicas, llamados tradicionalmente aztecas, fundaron Tenochtitlan sobre una isla en una gran laguna, la cual hacia el siglo XV en el periodo posclásico tardío se convirtió en la capital del poderoso imperio azteca y en el centro político, religioso y económico de toda Mesoamérica.

La planificación urbana y la arquitectura mexica mantienen rasgos observables en toda Mesoamérica, en Tenochtitlan se tiene una planificación con un eje principal oriente poniente, con el Templo Mayor orientado hacia el poniente; una delimitación del espacio sagrado y división de la ciudad en cuatro barrios principales.

Los arqueólogos consideran que la ciudad de México-Tenochtitlán en el momento de su conquista era una isla con una población aproximada de 235,000 habitantes. En toda la extensión de la isla se podía circular por canales o por calzadas, existían puentes levadizos y varios embarcaderos, un acueducto por el que llegaba agua dulce desde los manantiales de Chapultepec y un gran albardón al oriente de la isla que protegía de inundaciones y del flujo de aguas saladas.

Entre los diferentes barrios de la ciudad existieron espacios ceremoniales o templos, de los que destacaba el Recinto Sagrado de México-Tenochtitlan, delimitado en sus cuatro costados por un gran **muro**, el cual en algunos tramos tenía hasta 20 metros de ancho, con comunicación al exterior a través de cuatro puertas, desde donde partían cuatro calzadas, la del norte hacia el Tepeyac, al sur con Coyoacán e Iztapalapa, al poniente con Tlacopa y la del rumbo oriente se dirigía a un embarcadero, donde se podía navegar por barca hasta Texcoco.

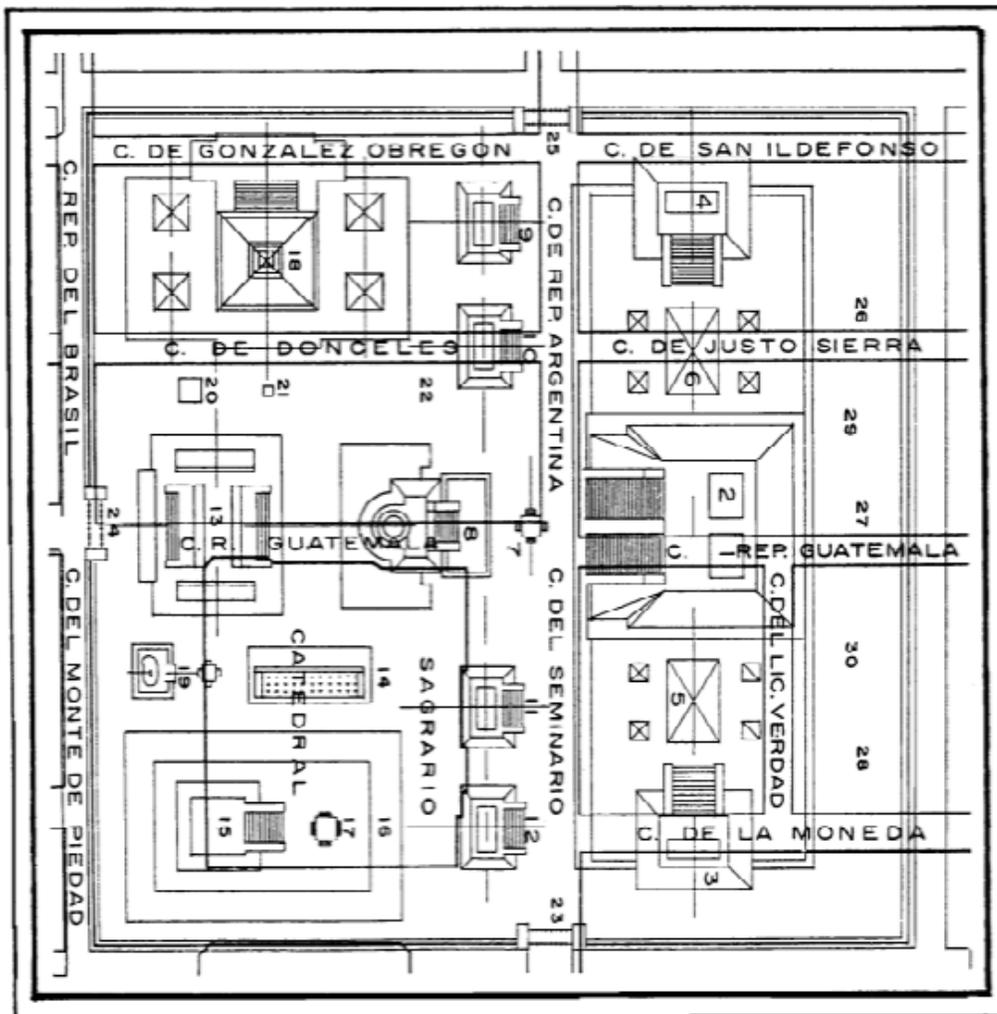


Figura (2.1). Ilustración del Recinto Sagrado de México-Tenochtitlán según Ignacio Marquina. (Modificado de Tesis: “Arqueología urbana en la reconstrucción arquitectónica recinto sagrado México-Tenochtitlan”).

En la figura 2.1 se muestra una reconstrucción de antiguos edificios del recinto sagrado de Tenochtitlan, sobre lo que son las calles del actual centro histórico de la ciudad de México.

Ubicación Geográfica

El marco geográfico en el que se estableció la cultura mexicana, es un valle endorreico, cuya extensión es de aprox. 8000 km². Los lagos, lagunas y pantanos cubrían, hacia comienzos del siglo XVI cerca de un octavo de la superficie total.

El valle de México tiene un perímetro de 169 km, con una forma semejante a un pentágono, orientado de norte a sur, cuya altitud es de aprox. 2240 msnm.

En este espacio han existido grupos humanos desde hace 22 mil años, sobre todo por lo favorable de su clima y por la diversidad de especies animales y vegetales.

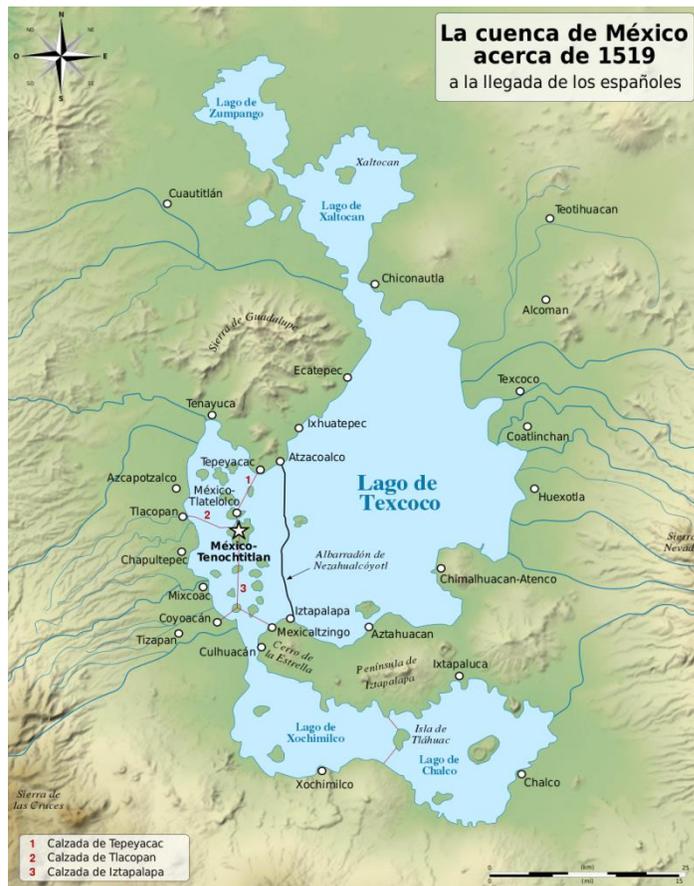


Figura (2.2). La cuenca de México en 1519 (Modificado de Arqueología mexicana, Julio-Agosto 2007).

Geología

El valle de México se encuentra limitado por elevaciones topográficas de origen volcánico como son la Sierra de Guadalupe al norte, la Sierra de las Cruces al poniente, la Sierra de Chichinautzin al sur, el volcán del Ajusco al suroeste y la Sierra Nevada al oriente.

El basamento de la Cuenca de México está conformado por los pliegues Larimídicos del Paleoceno inferior y el arco de pliegues Oaxaqueños del Mioceno inferior, que están ocultos por rocas vulcano-sedimentarias.

Los suelos de la planicie lacustre del Valle de México se formaron durante los periodos Pleistoceno y Holoceno. La secuencia estratigráfica está formada por depósitos arcillosos y arcillosos-arenosos.

Se incluyen capas de cenizas volcánicas y capas de pómez producidas por la actividad volcánica. La secuencia lacustre se puede dividir en superior e inferior separada alrededor de los 33 a 37 m de profundidad por una capa dura que resulta de dos erupciones volcánicas pumíticas. También se reconocen depósitos fluviales, así como zonas de transición que forman abanicos aluviales.¹

El aluvión Qhoal (como se muestra en la Carta Geológico-Minera de la Ciudad de México E14-2) que rellena los valles de México, Toluca y Puebla, está conformado por gravas, arenas, cenizas y arcillas, el espesor varía de 30 a 300 m.

¹Santoyo et al. (2005), Síntesis geotécnica de la Cuenca del Valle de México

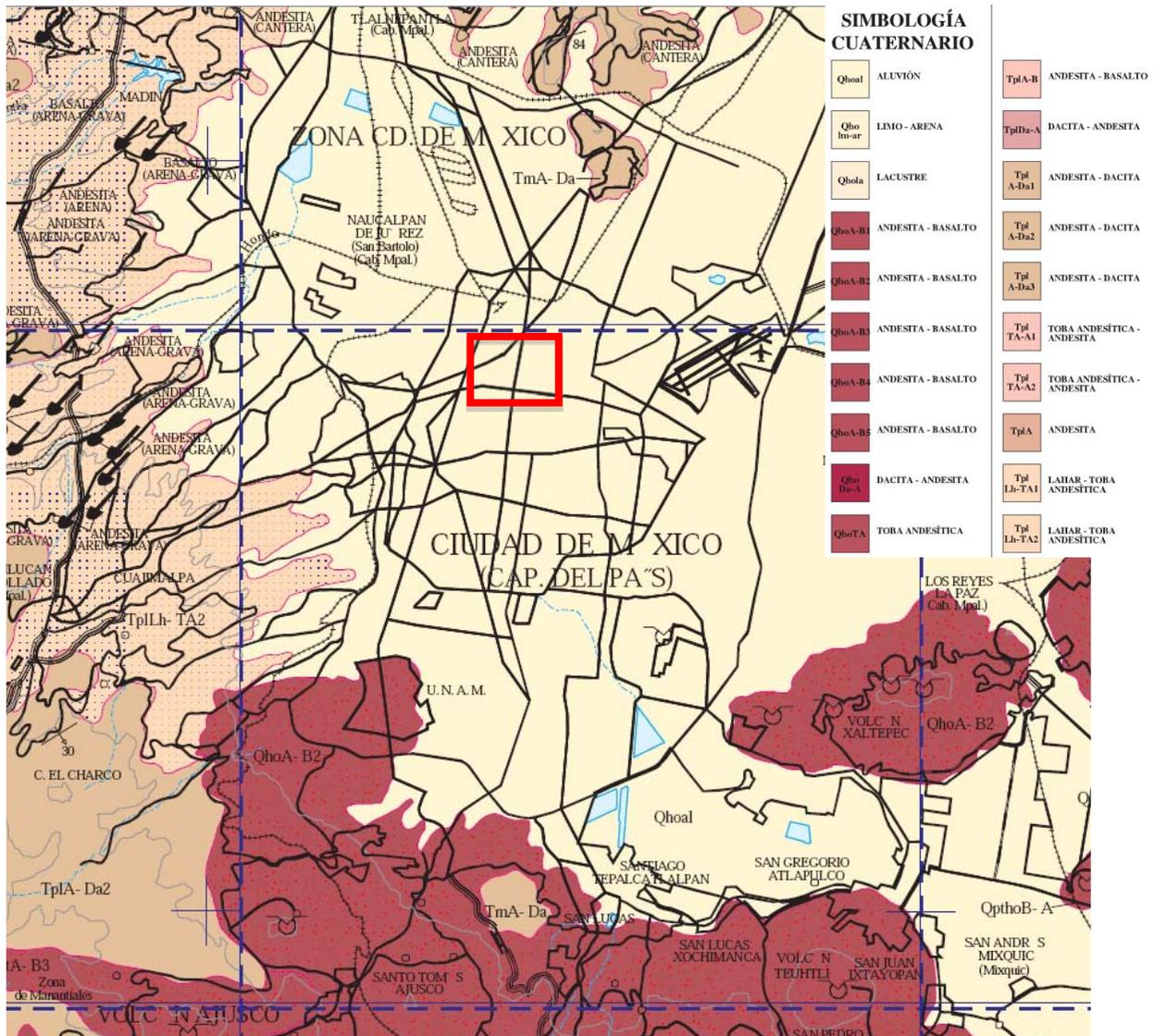


Figura (2.3) En el cuadro rojo la zona del Centro Histórico, Delegación Cuauhtémoc, D.F. Mapa de la Geología de la Cd. De México. (Modificado de la Carta Geológico-Minera Ciudad de México E14-2)

La zona de estudio, la cual se encuentra en el centro histórico de la ciudad de México, se ubica en la parte más superficial de la Cuenca, con un espesor promedio de 70 m, en esta zona se tiene una capa no consolidada de depósitos lacustres, producto del depósito en el sistema de lagos que en la antigüedad se ubicaba en la cuenca. La litología de esta unidad consta de sedimentos finos (limos y arcillas) intercalados con depósitos aluviales.

Muralla Limítrofe

Para el estudio de la muralla límite los arqueólogos han dividido al muro en cuatro secciones: oriente, poniente, norte y sur. En la figura (2.4) se muestra la proyección del muro hecha por el arqueólogo José Álvaro Barrera Rivera y se resaltan con colores las diferentes secciones del muro perimetral.



Figura (2.4). Proyección del muro perimetral (Modificado de Tesis: “Arqueología urbana en la reconstrucción arquitectónica recinto sagrado México-Tenochtitlan)

Muro Oriente: esta parte del muro se conoce desde que se excavó con el Proyecto Templo Mayor, y actualmente se puede observar unas partes en la zona arqueológica (Figura 2.6) donde presenta un ancho de 41 metros aproximadamente.

En excavaciones efectuadas por motivo de la renovación del drenaje que va al centro de la calle de Licenciado Verdad, se detecta el piso superior de este muro por lo cual se piensa que este penetra por debajo del Palacio Nacional, el muro norte del Palacio presenta grietas con una separación de aprox. 20 metros como se muestra en la figura (2.5).



Figura (2.5) Pared norte de Palacio Nacional, las flechas indican las grietas a ambos lados de la puerta.

Estas grietas se asocian a la presencia del muro debajo del palacio por lo que se puede deducir que existe un cambio en el ancho del muro de 41 m a 20 m.

Muro Poniente: en la calle de 5 de mayo se localizaron muros y pisos de la época prehispánica, dos de estos muros suponen los arqueólogos fueron las fachadas oriente y poniente del muro perimetral de aquel rumbo.

Muros sur y norte: en cuanto a los muros que delimitaban al Recinto en sus extremos norte y sur, no se cuentan con datos arqueológicos que informen de su presencia, sin embargo los arqueólogos correlacionan los datos obtenidos en diferentes crónicas sobre los aspectos simétricos que algunas vez ocuparon los constructores mexicas.



Figura (2.6). El muro perimetral oriente del Recinto, el cual se puede observar en la zona arqueológica del templo Mayor. (Modificado de Tesis: “Arqueología urbana en la reconstrucción arquitectónica recinto sagrado México-Tenochtitlan”)

En la figura 2.6 se observan diferentes etapas constructivas en la parte interior del muro, (a) Etapa constructiva más antigua (b) Etapas Posteriores, (c) Última etapa visible.

El arqueólogo José Álvaro Barrera Rivera coordinador del Programa de Arqueología Urbana en el Centro Histórico de la Ciudad de México, elaboró un esquema donde ubica los edificios del recinto sagrado de Tenochtitlan descubiertos hasta 2006. Barrera trazó también en un plano el muro perimetral del recinto, según el cual, debajo de la Plaza de Santo Domingo se halla la esquina norponiente de este espacio sacro, formada por el cruce de su muro norte que mide 380 metros de longitud y el muro oriente que tiene 440 metros de largo, ambos con una sección de 20 metros de ancho. Dadas estas dimensiones nuestras anomalías de interés deben rondar los 20 metros de longitud aproximadamente.



Figura (2.7). Proyección de la muralla limítrofe (Modificada de Tesis: “Arqueología urbana en la reconstrucción arquitectónica recinto sagrado México-Tenochtitlan”).

En la figura 2.7 se presenta la proyección de cómo estarían ubicados diferentes templos (El templo mayor, el Templo Rojo Poniente, el altar-tumba de los Xiuhmopilli) en relación con el muro perimetral.



Figura (2.8). Vista en planta de la muralla limítrofe (Modificada de Tesis: “Arqueología urbana en la reconstrucción arquitectónica recinto sagrado México-Tenochtitlan”).

En la figura 2.8 se muestran una vista en planta de los templos y el muro perimetral, así como también se observa que la esquina norponiente del muro se encontraría en lo que hoy corresponde a la Plaza de Santo Domingo.

Plaza de Santo Domingo



Figura (2.9). Ilustración de la Plaza de Santo Domingo en la época colonial. (Modificada de Tesis: “Metáforas sin palabras y voces de piedra en la Plaza de Santo Domingo”).

La Plaza de Santo Domingo del Centro Histórico de la Ciudad de México, figura (2.9), es considerada como la segunda plaza más importante de la Ciudad de México, después de Zócalo, tanto por su ubicación, como por estar delimitada con los edificios históricos que durante el Virreinato desempeñaron una considerable función económica, religiosa, política o comercial; sin embargo esta plaza nunca ha sido explorada arqueológicamente a diferencia de otros edificios ubicados también el Centro Histórico.

En el ámbito histórico existe una discusión acerca del origen de la plaza, algunos confiriéndole un origen español, mientras que otros aseguran que era un espacio que ya existía desde antes de la llegada de los españoles.

Origen Español

La Plaza de Santo Domingo tiene su origen según diversos documentos de la época en el año de 1527, nace formando parte del templo y convento de la Orden de Predicadores de Santo Domingo de Guzmán. El rey Carlos I de España dispuso por cédula real entregar a los dominicos los terrenos suficientes para construir su templo, convento y plaza.

La permuta, donación y compra de terrenos fueron los medios empleados para establecer la nueva ubicación y dimensiones del convento; para esto las autoridades fusionaron tres manzanas y dos calles en una sola superficie, cuyo tamaño se compara con el de la catedral metropolitana, en este terreno se fabricó el conjunto religioso con su plaza en tan solo tres años.

Una razón que refuerza el origen español de esta Plaza, es el sistema de medidas español que tiene en su trazo, 100 varas de largo por 50 varas de ancho (aproximadamente 83.8 por 41.9 metros).²

Origen Prehispánico

Pedro Álvarez y Gasca considera que la Plaza de Santo Domingo, ya existía en la antigua Ciudad de Tenochtitlán. El supone que “el trazo de los grandes centros ceremoniales debió influir en los planeadores españoles... es muy posible que la Plaza haya existido como espacio abierto rodeado de edificios, pues esta característica se encuentra en el trazo de las ciudades prehispánicas”³

² Pedro Paz Arellano, Tesis: “Metáforas sin palabras y voces de piedra en la Plaza de Santo Domingo”, México 2012.

³ Pedro Álvarez y Gasca, La plaza de Santo Domingo de México, siglo XVI, México, Instituto Nacional de Antropología e Historia

Álvarez y Gasca concuerda con el Dr. Ignacio Alcocer, el cual en su libro “Apuntes sobre la Antigua México Tenochtitlán”, llega a la conclusión de que la Plaza formaba parte de los jardines y estanques de las casas del antiguo emperador azteca Cuauhtémoc, debido a su cercanía con el Templo Mayor.

En caso de que efectivamente se encuentren restos de la muralla limítrofe debajo de la plaza de santo domingo, esto le conferiría a la plaza un origen español, ya que si el espacio de la Plaza de Santo Domingo hubiese sido prehispánico, debería haberse encontrado dentro del límite de la muralla.

CAPITULO III

MARCO TEÓRICO

Fundamentos Teóricos del Método de Tomografía Eléctrica Resistiva

Ecuaciones Fundamentales del Método

El método de prospección eléctrica parte de las ecuaciones de Maxwell:

$$\nabla \times \vec{E}(\vec{r}) = -\frac{\partial \vec{B}(\vec{r})}{\partial t} \quad ; \text{ Ley de Faraday} \quad (3.1)$$

$$\nabla \times \vec{H}(\vec{r}) = \vec{J}(\vec{r}) + \frac{\partial \vec{D}(\vec{r})}{\partial t} \quad ; \text{ Ley de Ampère} \quad (3.2)$$

El método considera un campo estacionario, un medio homogéneo, anisótropo y lineal. Por lo cual las derivadas temporales se anulan en las ecuaciones anteriores quedando:

$$\nabla \times \vec{E}(\vec{r}) = 0 \quad (3.3)$$

$$\nabla \times \vec{H}(\vec{r}) = \vec{J}(\vec{r}) \quad (3.4)$$

De la ecuación 3.3 al ser el rotacional de \vec{E} igual con cero, el teorema de Helmholtz permite expresar el campo el campo eléctrico \vec{E} como:

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\nabla\varphi(\vec{r}) \quad (3.5)$$

El campo eléctrico \vec{E} es opuesto al gradiente del potencial $\varphi(\vec{r})$, las líneas del campo eléctrico señalan hacia la máxima disminución de la función potencial.

El campo eléctrico \vec{E} y el vector de densidad de corrientes \vec{J} están ligados a través de la ecuación de Ohm:

$$\vec{J}(\vec{r}) = \sigma(\vec{r})\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{E}(\vec{r})}{\rho(\vec{r})} \quad (3.6)$$

La ecuación (3.6) nos dice que la densidad de corriente J en un punto, tiene la misma dirección y sentido que el campo E en el mismo punto, y es proporcional a él. El factor de proporcionalidad es la conductividad σ cuyo inverso es la resistividad ρ .

En todos los puntos se cumplirá la ecuación de continuidad:

$$\nabla \cdot J = - \frac{\partial q}{\partial t} \quad (3.7)$$

La ecuación (3.7) se reduce a

$$\nabla \cdot J = 0 \quad (3.8)$$

La ecuación (3.8) es válida para cualquier punto en el espacio incluyendo donde se inyecta la corriente al subsuelo ya que se considera como una fuente puntual.

La integral de flujo de balance entre la corriente I que entra al subsuelo y el vector de densidad de corriente debe ser igual a cero, esto se expresa en la ecuación (3.9).

$$\int_V \nabla \cdot \vec{J}(\vec{r}) = \int_S \vec{J}(\vec{r}) \cdot \vec{ds} = I \quad (3.9)$$

Considerando que la variación de la carga con el tiempo es la intensidad de corriente, la corriente I se puede representar como:

$$I = \int I\delta(\vec{r}) dV \quad (3.10)$$

Al sustituir la ecuación (3.10) en la ecuación (3.9)

$$\int_V \nabla \cdot \vec{J}(\vec{r}) = \int_V I\delta(\vec{r}) dV \quad (3.11)$$

De acuerdo a la ecuación (3.11) se puede establecer que la divergencia \vec{J} es:

$$\nabla \cdot \vec{J}(\vec{r}) = I\delta(\vec{r}) \quad (3.12)$$

Sustituyendo las ecuaciones (3.5) y (3.6) en la ecuación (3.12):

$$\nabla \cdot [\sigma(\vec{r})\nabla\varphi(\vec{r})] = -I\delta(\vec{r}) \quad (3.13)$$

La ecuación (3.13) define la ecuación diferencial que satisface el potencial eléctrico (φ) debido a una fuente puntual. Si se utiliza el principio de superposición se puede obtener el potencial total producido por todas las fuentes puntuales utilizadas.

En el método eléctrico se mide una diferencia de potencial entre dos puntos en la superficie, lo cual se puede describir en la siguiente ecuación:

$$\Delta\varphi(\vec{r}) = \int_{r_1}^{r_2} \vec{E}(\vec{r}) \cdot \vec{dl} \quad (3.14)$$

Sustituyendo la ecuación (3.6) en la ecuación (3.14):

$$\Delta\varphi(\vec{r}) = \int_{r_1}^{r_2} \rho(\vec{r}) \vec{J}(\vec{r}) \cdot \overline{d\vec{l}} \quad (3.15)$$

La ecuación (3.15) fundamenta el método bajo el régimen de corriente estacionaria, donde $\vec{J}(\vec{r})$ representa a las corrientes primarias más las secundarias que se originan por la heterogeneidad del subsuelo, $\rho(\vec{r})$ es la resistividad en cualquier punto del subsuelo heterogéneo.

De lo anterior, es necesario establecer un medio de referencia que permita definir un parámetro anómalo para así obtener información del subsuelo mediante las medidas de diferencia de potencial $\Delta\varphi$.

Resistividad Aparente

Si se considera una fuente puntual y dos electrodos en los cuales se observa una diferencia de potencial en un punto sobre un espacio homogéneo, figura (3.1), la corriente fluye radialmente desde la fuente y el potencial varía inversamente a la distancia de éste.

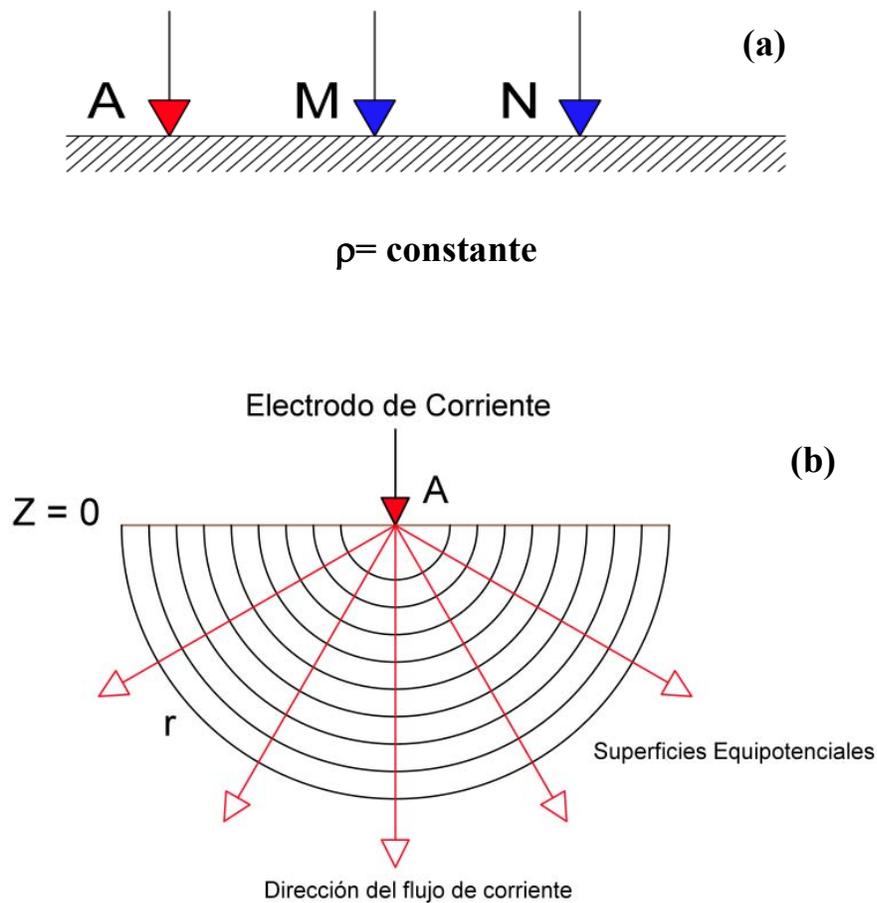


Figura (3.1). (a) Representación de una fuente puntual (A) y dos electrodos (M,N) en un medio homogéneo. (b) Fuente puntual (electrodo de corriente) en un semiespacio homogéneo

Para el medio homogéneo, al aplicar la ecuación (3.10) en el electrodo A, el vector de densidad de corrientes se expresa como (Orellana, 1972):

$$J(\vec{r}) = \frac{I\vec{r}_u}{2\pi r^2} = \frac{I}{2\pi} \frac{\vec{r}}{r^3} \dots (3.16)$$

La diferencia de potencial $\Delta\varphi$ que se medirá entre los electrodos M y N en un medio homogéneo e isotrópico será:

$$\Delta\varphi = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\rho I}{2\pi} \frac{\vec{r}}{r^3} d\vec{l} = \frac{\rho I}{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \vec{r} \cdot \frac{d\vec{x}}{r^3} \dots (3.17)$$

Al estar midiendo solo en la dirección X la ecuación (3.17) se simplifica a:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= \frac{\rho I}{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \frac{x}{x^3} dx = \frac{\rho I}{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \vec{r} \cdot \frac{dx}{x^2} = \frac{\rho I}{2\pi} \left[-\frac{1}{x} \right]_{r_1}^{r_2} = -\frac{\rho I}{2\pi} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) \\ \Delta\varphi &= \frac{\rho I}{2\pi} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \dots (3.18) \end{aligned}$$

De la ecuación (18) se define al factor geométrico:

$$k = 2\pi \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)^{-1} \dots (3.19)$$

De las ecuaciones anteriores se puede encontrar el valor de la resistividad en el semiespacio como:

$$\rho = \frac{\Delta\varphi}{I} k \dots (3.20)$$

Esta resistividad es constante en un medio homogéneo, sin embargo, en un medio heterogéneo, el valor de resistividad no sería constante, tomando en cuenta la resistividad en función del vector r , tenemos:

$$\rho = \frac{k}{I} \int \rho(\vec{r}) J(\vec{r}) \cdot d\vec{l} \dots (3.21)$$

El valor de $\rho(\vec{r})$ es la resistividad en cualquier punto del subsuelo y J el vector de densidad de corriente, se define entonces la ecuación para la resistividad aparente:

$$\rho_a(\vec{r}) = \frac{\Delta\varphi(\vec{r})}{I} k \dots (3.22)$$

La resistividad aparente es un parámetro abstracto que representa el valor constante de resistividad que el semiespacio debería tener para generar la diferencia de potencial medida (Hallof, 1957), es decir indica el valor del parámetro anómalo medido que no es debido a un semiespacio homogéneo e isotrópico.

TOMOGRAFÍA RESISTIVA ELÉCTRICA 2D

La técnica de Tomografía de Resistividad Eléctrica (TRE) es la integración de los métodos de Sondeo Eléctrico Vertical y Calicata Eléctrica cuyas mediciones nos permiten observar cambios de resistividad aparente laterales y verticales sobre un perfil. En el método de TRE se ocupan generalmente cuatro electrodos, dos electrodos de corriente, los cuales como su nombre lo indica son los que inyectan corriente eléctrica al subsuelo y dos electrodos de potencial, que miden la diferencia de potencial entre dos puntos.

Las mediciones obtenidas nos permiten construir una pseudo-sección en dos dimensiones que muestra una primera aproximación de los cambios de resistividad en el subsuelo. Después, se usa un algoritmo de inversión para obtener una imagen que nos muestre la distribución de resistividades. Esta imagen o perfil nos ayuda a dar una interpretación física y geológica de la zona de estudio.

El método de tomografía eléctrica presenta muchas ventajas:

- Tiene un proceso de adquisición de datos automatizado lo que nos permite procesar grandes cantidades de información
- El estudio tiene una naturaleza no destructiva y poco invasiva, ya que el mayor daño lo podría ocasionar la colocación de electrodos.
- La implementación y diseño de un estudio es relativamente sencillo
- Bajo costo y tiempo de levantamiento de tan solo unas horas, esto dependiendo de la longitud del tendido y el número de datos que se requieran.

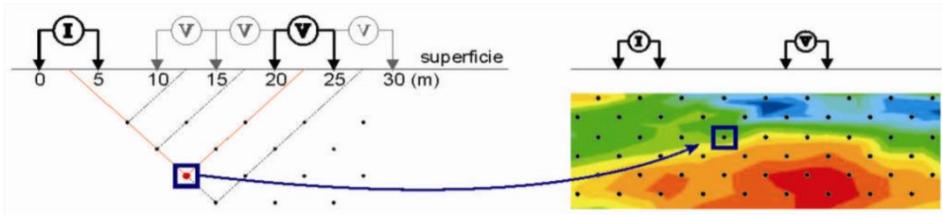


Figura (3.2). Representación simplificada de un estudio de Tomografía Eléctrica para un arreglo dipolo-dipolo. (Modificado de Chávez et al., 2011)

Arreglos Electrónicos

Un arreglo electrónico en TRE es la configuración geométrica de los electrodos utilizada para realizar un perfil. En este apartado la nomenclatura utilizada para los electrodos de corriente es A y B, mientras que para los electrodos de potencial serán M y N; se presentan los arreglos más comunes y sus características.

Wenner.

Es un arreglo formado por dos electrodos de potencial y dos electrodos de corriente. Existen tres tipos de arreglo Wenner: alpha, beta y gamma. El arreglo usualmente ocupado es el alpha o Wenner "normal", el cual fue utilizado por primera vez por un grupo de investigación de la Universidad de Birmingham.

Los electrodos se mantienen a una misma distancia, con una longitud "a", al moverse los electrodos de manera conjunta se aumenta el espaciamiento "n x a" donde "n" es el nivel de estudio.

Este arreglo presenta una mayor resolución a cambios de resistividad verticales, por lo que es ideal para detectar estructuras horizontales.

Arreglos tipo Wenner

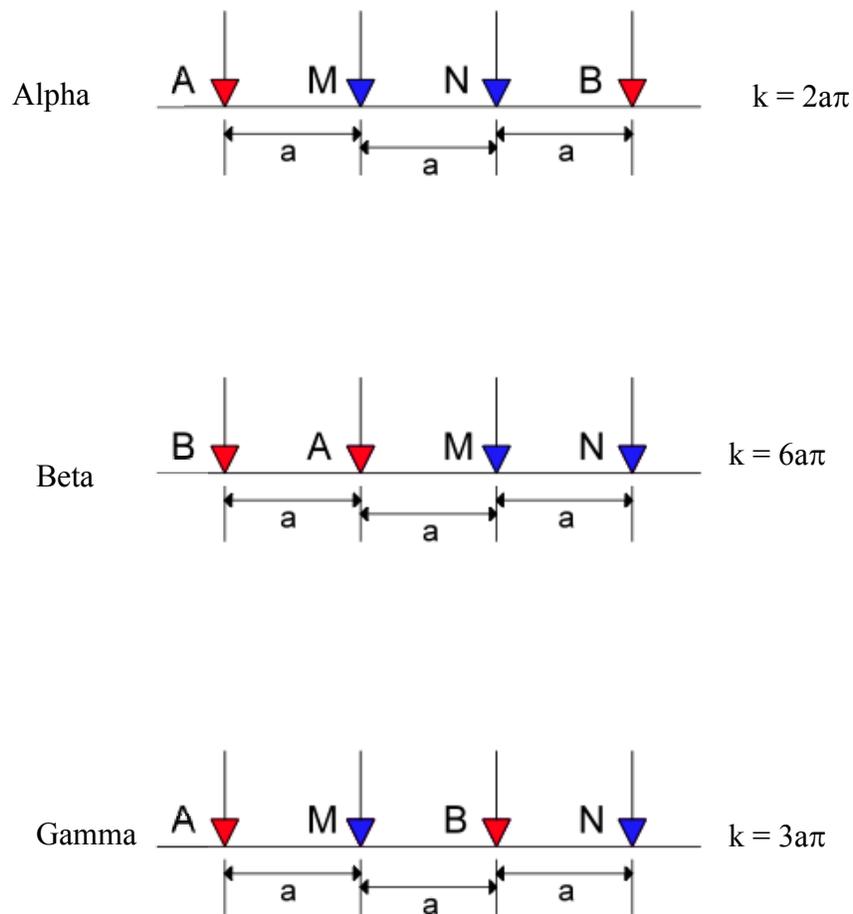


Figura (3.3). Esquemas de los tres tipos de arreglo Wenner con sus respectivos factores geométricos k .

Wenner-Schlumberger

Como su nombre lo indica es una combinación de los arreglos Wenner y Schlumberger. En este, la configuración de los electrodos es casi la misma que en Wenner alpha con la diferencia de que la distancia entre electrodos A-M o N-B esta multiplicada por un factor "n".

Al ser la combinación de dos arreglos toma las mejores características de ambos, haciéndolo sensible tanto a cambios de resistividades horizontales y verticales.

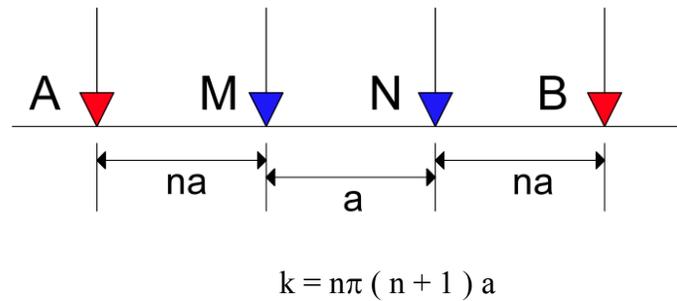


Figura (3.4). Esquema del arreglo Wenner-Schlumberger

Dipolo-Dipolo

Este arreglo ha sido usado en estudios de resistividad y de Polarización Inducida (IP), debido al bajo acoplamiento entre los electrodos de corriente y potencial.

Presenta el mismo espaciamiento "a" entre A-B y M-N, sin embargo la distancia A-M se va incrementando por el factor de separación "n", el cual incrementa conforme aumenta la profundidad de investigación.

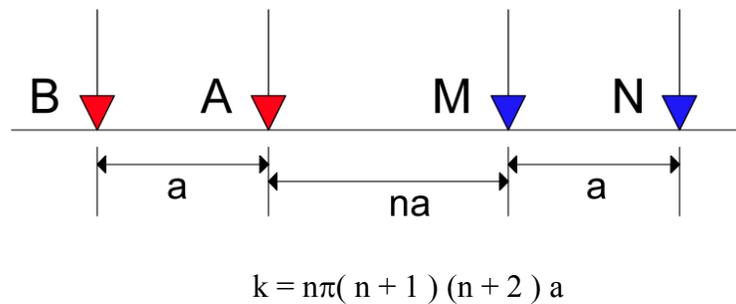


Figura (3.5). Esquema del arreglo Dipolo-Dipolo

Teoría de Inversión

El estudio de la Tierra como un sistema físico puede dividirse de manera arbitraria en tres pasos:

- 1) Parametrización del sistema: esto es el hallar el menor conjunto de parámetros del modelo, cuyos valores puedan caracterizar por completo a un sistema.
- 2) Modelado Directo: descubrir las leyes de la física que nos permitan, dados valores de los parámetros del modelo, hacer predicciones de los resultados de las mediciones sobre algunos parámetros observados.
- 3) Modelado Inverso: consiste en usar los resultados de algunas mediciones de parámetros observados para inferir los valores actuales de los parámetros del modelo.

Existe una muy intensa retroalimentación entre estos tres pasos, y mientras que los primeros dos son mayormente inductivos, la inversión es un paso deductivo.

En la ciencia, los experimentos nos llevan a la teoría sobre el comportamiento de un fenómeno físico, y las teorías físicas nos ayudan a predecir el resultado de experimentos. Es así como la comparación entre los resultados predichos y los observados nos permiten perfeccionar la teoría.

En la geofísica los problemas que se presentan son indeterminados, esto debido a la falta de datos y a los errores presentes tanto en las mediciones como en los modelos. Como resultado el problema inverso no tiene una solución única, es decir puede haber más de una solución o conjunto de parámetros que satisfagan los datos observados.

Problema directo

El problema directo en el método eléctrico consiste en hallar una expresión para obtener la diferencia de potencial entre cualquier par de puntos en el espacio en función de la distribución de resistividades del medio, de la configuración utilizada y de la corriente inyectada al medio (Lascano, 2000).

La resolución del problema directo permite obtener los valores de resistividad aparente del medio, de nuevo se asume que el medio es isotrópico y se define para un punto de corriente I en la superficie la siguiente ecuación:

$$\nabla \cdot \vec{j} = \sigma \nabla^2 U = -I \delta(x - x_A) \delta(y - y_A) \delta(z - z_A) \quad (3.23)$$

Despejando el Laplaciano del potencial:

$$\nabla^2 U = -I \rho \delta(x - x_A) \delta(y - y_A) \delta(z - z_A) \quad (3.24)$$

Para obtener una solución de los valores de resistividad aparente existen tres métodos principales: método analítico, método de elementos de contorno, métodos de diferencias finitas y elemento finito. Los inconvenientes de los dos primeros es que se restringen a geometrías relativamente simples y a un número limitado de regiones con diferentes valores de resistividad.

El método de diferencias finitas consiste en discretizar el subsuelo en bloques rectangulares, utilizando una rejilla y determinando el potencial en cada nodo de esta. En la técnica de elementos finitos se divide el volumen del terreno en elementos de resistividad constante, no necesariamente de una forma cubica, y de igual manera que en el método anterior se obtiene el potencial en cada uno de los nodos.

Problema inverso

Como geofísicos tratamos de comprender las características del subsuelo a partir de los datos recabados por las prospecciones sobre la superficie de la tierra.

Para Menke (1989) el problema inverso es un conjunto de métodos usados para extraer información útil de nuestro entorno físico a partir de datos medidos. La información vendrá como valores numéricos de una propiedad en específico del medio, estas propiedades serán los parámetros del modelo.

El objetivo del problema inverso es obtener un modelo de la distribución de resistividades “reales” del subsuelo que, dado un determinado arreglo eléctrico, genere una respuesta similar a los valores de resistividad medidos.

Para un medio heterogéneo, la solución del problema inverso parte de un modelo inicial del subsuelo ya sea 2D o 3D, en el cual se ha definido una malla con un número determinado de celdas (m, n). En cada celda se define un valor de resistividad “real” y con el arreglo eléctrico utilizado se calculan los valores de resistividad aparentes. En la primera iteración se parte del vector (\vec{g}) el cual es la diferencia entre las resistividades aparentes observadas (\vec{y}) y las resistividades aparentes generadas por el modelo inicial (\vec{f}):

$$\vec{g} = \vec{y} - \vec{f} = (y_1 - f_1, y_2 - f_2, \dots, y_m - f_m) \quad (3.25)$$

Para problemas de resistividad, es una práctica común el usar el logaritmo de los valores de resistividad aparente para los datos observados y los del modelo. Los parámetros del modelo se pueden representar por el vector:

$$\vec{q} = \text{col}(q_1, q_2, \dots, q_m) \quad (3.26)$$

En el método de mínimos cuadrados, el modelo inicial es modificado tal que la suma de los errores cuadrados E de las diferencias entre la respuesta del modelo y los valores de los datos observados sea minimizada.

$$E = g^T g \quad (3.27)$$

La ecuación (3. 27) representa una forma sencilla de parametrizar las perturbaciones E que deben aplicarse a cada celda del modelo.

Para reducir el error se utiliza la ecuación de Gauss-Newton (3.28) para determinar el cambio de los parámetros del modelo que reduzcan la suma de los errores cuadráticos:

$$J^T J \Delta q_i = J^T g \quad (3.28)$$

Donde Δq el vector de cambios de los parámetros del modelo, J es la matriz Jacobiana (m x n) de derivadas parciales, los elementos de esta matriz están dados por:

$$J_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial q_j} \quad (3.29)$$

La ecuación (3. 29) representa el cambio de i en la respuesta del modelo debido a un cambio j en los parámetros del modelo. Después de calcular el vector que proporciona las diferencias entre las medidas experimentales y calculadas, un nuevo modelo es obtenido a través de:

$$q_{k+1} = q_k + \Delta q_k \quad (3.30)$$

La ecuación 3.28 es usada raramente en una inversión, ya que en algunas situaciones el producto $J^T J$ resulta en una matriz que puede ser singular, y por lo tanto la ecuación de mínimos cuadrados sólo tiene una solución para Δq . Un método para evitar este problema es la modificación de Marquardt-Levenberg (Lines and Treitel 1984) a la ecuación de Gauss-Newton resultando en:

$$(J^T J + \lambda I) \Delta q_k = J^T g \quad (3.31)$$

En la ecuación (3. 31) I es la matriz identidad, λ es conocida como el factor Marquardt o factor de amortiguamiento, λ limita el rango de valores que puede tomar el vector de cambio de los parámetros del modelo. Mientras que el método Gauss-Newton se obtiene un único vector de diferencias g como solución de minimizar el error, con la modificación Marquardt-Levenberg se minimiza con g una combinación de su magnitud.

La modificación de Marquardt-Levenberg ha sido utilizada con éxito en la inversión de resistividades en las cuales el modelo consiste en un pequeño número de capas. Sin embargo cuando el número de parámetros del modelo es grande, como es el caso en la inversión de modelos 2D y 3D el método producido por este método puede arrojar una distribución de resistividades errática, con zonas falsas de alta o baja resistividad.

Para solucionar este problema, la ecuación Gauss-Newton se ve modificada una vez más, para minimizar las variaciones espaciales en los parámetros del modelo., es decir, los valores de resistividad del modelo cambian de una manera gradual y de forma suave. El método Smoothness – constrained least - square (Ellis and Oldenburg, 1994) tiene la siguiente ecuación:

$$(J^T J + \lambda F) \Delta q_k = J^T g - \lambda F q_k \quad (3.32)$$

Donde $F = \alpha_x C_x^T C_x + \alpha_y C_y^T C_y + \alpha_z C_z^T C_z$

C_x, C_y, C_z son las matrices de suavizado en las direcciones x, y, z, $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$ son los pesos relativos dados a los filtros de suavizado en las direcciones respectivas.

Los modelos que produce este método solo son aceptables cuando la resistividad real del subsuelo no varía de forma abrupta. Si en el modelo se presentaran variaciones importantes, la ecuación (32) se modifica para controlar los valores absolutos de resistividad del modelo, esto se conoce como el método de inversión robusta (Wolke y Schwetlick, 1988). La ecuación modificada queda como:

$$(J^T J + \lambda F_R) \Delta q_k = J^T R_d g - \lambda F_R q_k \quad (3.33)$$

Donde $F_R = \alpha_x C_x^T R_m C_x + \alpha_y C_y^T R_m C_y + \alpha_z C_z^T R_m C_z$

R_d y R_m son matrices de ponderación introducidas con el fin de que los diferentes elementos del desajuste entre los datos y los vectores más heterogéneos tengan pesos iguales en el proceso de inversión. La ecuación (33) provee un método general que puede llegar a ser modificado si es necesario incluir información acerca de la geología.

CAPITULO IV

METODOLOGÍA

Adquisición.

Un estudio de Tomografía Eléctrica Resistiva (TER) se puede dividir en dos etapas:

- La adquisición de datos
- El procesado de datos y su inversión

Todo para estimar la resistividad verdadera del subsuelo (Tejero et al., 2002).

En este trabajo se realizó un estudio de Tomografía eléctrica con el objetivo de localizar el cruce de los muros norte y poniente de la muralla limítrofe de la antigua Tenochtitlan, en las inmediaciones de la Plaza de Santo Domingo, en el Centro Histórico de la Ciudad de México.

En total, el estudio conto con 4 perfiles de tomografía, adquiridos durante el periodo de septiembre de 2013 a febrero de 2014, el diseño de la líneas de adquisición de TER se hizo con base en las investigaciones arqueológicas que suponen que debajo de la plaza de Santo Domingo se encuentra los restos de lo que fue la esquina norponiente del antiguo muro perimetral.

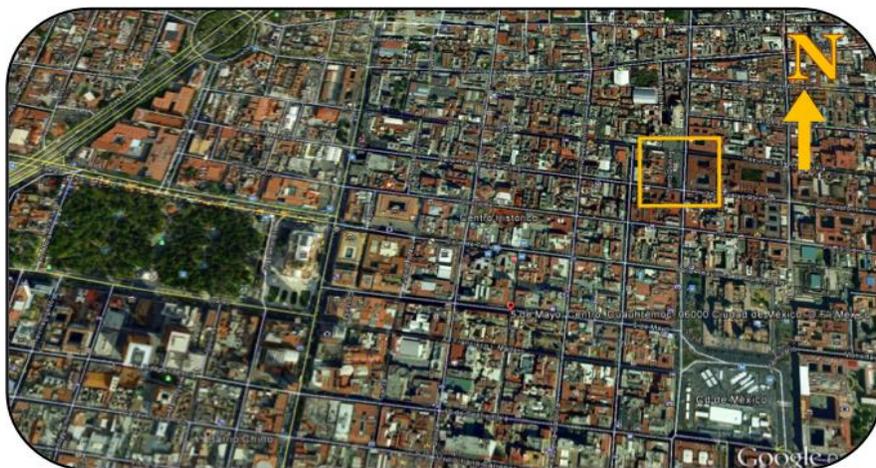


Figura (4.1). En el recuadro amarillo se señala la zona de estudio, Plaza de Santo Domingo. (Modificado de Google Earth).

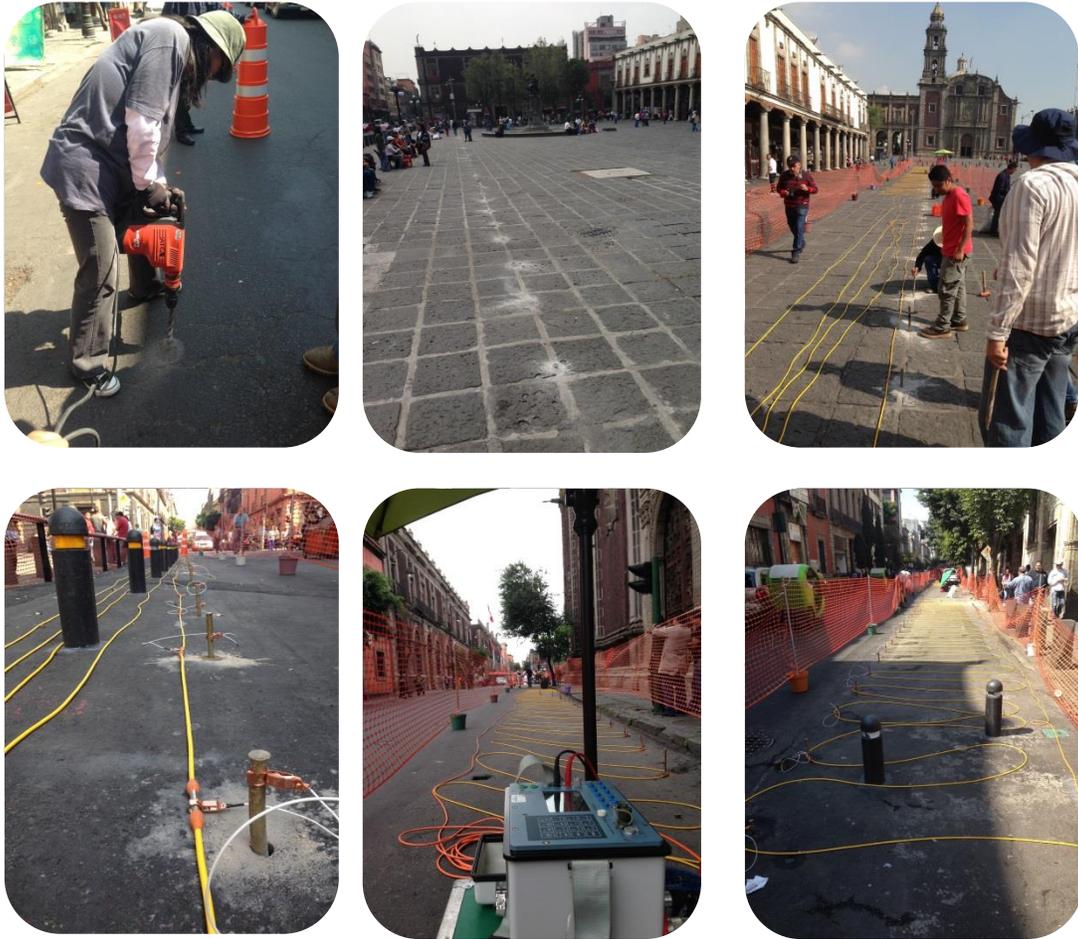


Figura (4.2). Se muestra el proceso de tendido seguido en las diferentes líneas de TER

Como se muestra en la Figura (4.2) fue necesario perforar el pavimento para poder colocar el electrodo en contacto con el suelo natural. Dado la naturaleza del suelo se requirió en algunos casos colocar una pequeña cantidad de sulfato de cobre y agua a los electrodos para mejorar la conductividad del terreno.

Uno de los retos que se enfrentó en la adquisición de los datos, fue que el estudio se realizó en una zona urbana, las líneas no podían atravesar las calles de alrededor de la plaza ya que esto hubiese generado problemas viales. Sin embargo dado que el objetivo arqueológico es somero, no hubo necesidad de realizar líneas de tomografía de una amplitud mayor a 100 metros.

La longitud de las 4 líneas de tomografía eléctrica fue de 80 metros con una separación entre electrodos de 1 metro. La adquisición de los datos se llevó a cabo mediante el equipo Syscal Pro de la marca Iris Instruments el cual es un resistivímetro que cuenta con 48 canales y que pertenece a la Facultad de Ingeniería de la UNAM. En las 4 líneas se utilizó un arreglo Wenner-Schlumberger.



Figura (4.3). Resistivímetro Syscal Pro Switch 48.



Figura(4.4). Ubicación de las líneas de tomografía eléctrica 1, 2 y 4.

La finalidad de las líneas 1 y 2 fue comprobar, tal como lo sugiere el arqueólogo José Álvaro Barrera que debajo de la plaza se encuentre una anomalía que podamos asociar a los restos del muro.

La línea 1 tuvo una orientación norte-sur, los 81 electrodos de esta línea, se colocaron a un costado de la Plaza de Santo Domingo de manera paralela a la calle de Republica de Brasil.

La línea 2 de igual manera tuvo una orientación norte-sur y fue paralela a la línea 1, separadas aprox. 15 metros, los electrodos se colocaron a un costado de la fuente sobre la plaza.

La línea 4 tuvo una orientación este-oeste y fue perpendicular a las Líneas 1 y 2. Los 81 electrodos de esta línea se colocaron de forma paralela a la calle de república de Cuba.

Adicionalmente a las líneas 1,2 y 4 se realizó la línea 3 de tomografía a un costado de la iglesia de Santo Domingo, esto fue debido a ciertas fracturas y hundimientos que presenta ese recinto en su parte central y que daba idea a los arqueólogos que posiblemente los restos del antiguo muro se encontrasen enterrados debajo de la iglesia, explicando así los daños estructurales que presenta el edificio.



Figura (4.5). Ubicación de la línea 3 de tomografía eléctrica, a un costado de la iglesia de Santo Domingo.

La línea 3 tuvo una dirección norte-sur, los 81 electrodos de esta línea se ubicaron a un costado de la Iglesia de Santo Domingo de forma paralela a la calle de Republica de Brasil.

Filtros

El estudio al ser realizado en la ciudad y en una zona altamente comercial, es lógico el pensar que los datos muestren inconsistencias dado las diferentes fuentes de ruido presentes en el levantamiento.

El ruido aleatorio se encuentra prácticamente en cualquier estudio de Tomografía Eléctrica Resistiva, sin embargo si el ruido es alto se puede afectar la imagen geoelectrica llevando a una interpretación errónea del modelo obtenido.

Un filtro, es un proceso matemático que modifica una señal de entrada, dando como resultado una nueva señal. Generalmente es necesario aplicar un filtro digital cuando la señal de interés se encuentra contaminada con algún tipo de interferencia, inconsistencia, ruido u otra señal.

En el procesamiento de señales digitales, existe una gran variedad de tipos de filtros, los cuales resultan óptimos dado un determinado propósito, mientras que para otros casos, estos mismos filtros pueden llegar a ser de poca o nula utilidad, y llegar incluso a dar resultados erróneos.

En esta tesis se aplicó un filtro media móvil ponderado de tres puntos de los datos de las 4 líneas de tomografía eléctrica para mejorar la imagen final de los modelos geoelectricos obtenidos. Esto con base en la tesis de Análisis y eliminación de ruido en Tomografía Eléctrica Resistiva (Aguirre y Esteves, 2014).

FILTRO MEDIA MOVIL

El filtro media móvil es un filtro lineal y uno de los más utilizados en diversas ramas de las matemáticas. Este filtro promedia un cierto número de puntos de la señal de entrada para producir un punto a la señal de salida. Su ecuación es:

$$y[i] = \frac{1}{M} \sum_{j=0}^{M-1} x[i+j] \quad (4.1)$$

Donde x representa la señal de entrada, y la señal de salida y M es el número de puntos usados para realizar el promedio móvil. Aunque el filtro parezca muy simple, este es óptimo para reducir el ruido blanco y además de conservar la forma de la señal.

La parte recursiva del filtro de promedios móviles, en este caso la M es nuevamente el número de puntos del filtro y deberá ser un número impar.

En este trabajo, se utilizó un filtro de promedio móvil de tres puntos, el cual tiene al forma:

$$y[i] = \frac{1}{3} (x[i-1] + x[i] + x[i+1]) \quad (4.2)$$

El filtro media móvil es eficiente para la reducción de ruido aleatorio, ya que en este se trata a todos los puntos por igual, considerando el mismo nivel de ruido para todos los puntos. El objetivo al promediar los valores de una señal de forma local, consiste en que las componentes rápidas de alta frecuencia serán promediadas y las variaciones más lentas de frecuencia serán mantenidas, lo que corresponde a un filtro pasa bajas. Sin embargo se debe tener cuidado en la selección del número de muestras para el filtro, ya que entre más grande sea el orden, se puede llegar a perder la forma de la señal de entrada.

PROMEDIO PONDERADO O PESADO

El uso de un promedio ponderado o pesado es apropiado cuando se desea obtener la mejor estimación de una cantidad física, basado en un determinado número de muestras, este filtro se realiza cuando se quiere resolver el problema de combinar dos o más mediciones separadas e independientes de una misma cantidad física.

Si se suponen dos muestras A y B con mediciones de una determinada parámetro x , se obtienen los resultados siguientes:

$$\text{Muestra A: } x = x_A \pm \sigma_A \quad (4.3)$$

$$\text{Muestra B: } x = x_B \pm \sigma_B \quad (4.4)$$

Las muestras son el resultado de varias mediciones donde x_A y x_B será la media de todas las mediciones de A y B, σ_A y σ_B son las desviaciones estándar de sus respectivas medias.

Para el uso del método se asume que los errores sistemáticos fueron identificados y reducidos a un nivel despreciable, quedando así únicamente los errores aleatorios o el ruido aleatorio y la mediciones de x son distribuidas normalmente alrededor del valor verdadero de X .

Si se consideran las Muestras A, ecuación (4.3) y las Muestras B, ecuación (4.4), consistentes, es decir que la diferencia $|x_A - x_B|$ no sea significativamente mas grande que sus respectivas desviaciones estándar σ_A y σ_B , realizar un promedio simple otorga un buen resultado. Pero si las ecuaciones no son consistentes, se deberá dar mayor importancia a ciertas mediciones más que a otras.

Aplicando el principio de máxima verosimilitud se asume que las mediciones son gobernadas por una distribución gaussiana y se denota el valor verdadero de x por X .

Dicho esto, la probabilidad de que una muestra A obtenga un valor particular x_A es:

$$Prob_X(x_A) \propto \frac{1}{\sigma_A} e^{-\frac{(x_A - X)^2}{2(\sigma_A)^2}} \quad (4.5)$$

La probabilidad para x_B en la muestra B queda como:

$$Prob_X(x_B) \propto \frac{1}{\sigma_B} e^{-\frac{(x_B - X)^2}{2(\sigma_B)^2}} \quad (4.6)$$

El subíndice X indica que estas probabilidades dependen de un valor actual desconocido. La probabilidad que A encuentre el valor x_A y B el valor x_B se reduce al producto de las probabilidades en las ecuaciones (4.5) y (4.6), quedando:

$$Prob_x(x_A, x_B) = Prob_x(x_A) Prob_x(x_B) \propto \frac{1}{\sigma_A \sigma_B} e^{-\frac{X^2}{2}} \quad (4.7)$$

Donde X^2 (Ji cuadrada) es:

$$X^2 = \left(\frac{x_A - X}{\sigma_A} \right)^2 + \left(\frac{x_B - X}{\sigma_B} \right)^2 \quad (4.8)$$

La ecuación (4.8) representa la suma de los cuadrados de las desviaciones de X de ambas muestras, cada una dividida por su correspondiente incertidumbre.

El mejor estimador para X es aquel valor para el cual las observaciones x_A, x_B son más parecidas o en su caso que su probabilidad sea mayor lo que ocurre cuando X^2 es mínimo, este método de estimar X, es conocido como el de mínimos cuadrados.

Para encontrar el mejor estimador para X, se deriva la ecuación (4.8) con respecto de X y se iguala la derivada a cero, quedando:

$$2 \left(\frac{x_A - X}{\sigma_A^2} \right) + 2 \left(\frac{x_B - X}{\sigma_B^2} \right) = 0 \quad (4.9)$$

La solución de la ecuación (4.9) es el mejor estimador de X (\bar{X}):

$$\bar{X} = \frac{\left(\frac{x_A}{\sigma_A^2} + \frac{x_B}{\sigma_B^2}\right)}{\left(\frac{1}{\sigma_A^2} + \frac{1}{\sigma_B^2}\right)} \quad (4.10)$$

Si se definen los pesos del filtro como:

$$w_A = \frac{1}{\sigma_A^2} \quad y \quad w_B = \frac{1}{\sigma_B^2}$$

Sustituyendo los pesos, en la ecuación (4.10):

$$\bar{X} = x_{wav} = \left(\frac{w_A x_A + w_B x_B}{w_A + w_B}\right) \quad (4.11)$$

La notación x_{wav} denota al promedio pesado

Se puede generalizar a la ecuación (4.11) para cubrir cualquier número de muestras:

$$x_{wav} = \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i} \quad (4.12)$$

CAPITULO V

RESULTADOS

Procesamiento de Datos

Los datos obtenidos de las 4 líneas se descargaron del resistivímetro Syscal, una vez descargados se pasan a una hoja de cálculo en Excel para facilitar su manejo, este archivo contiene el nombre del arreglo utilizado, la posición de los electrodos de corriente y potencial, la resistividad aparente, la desviación estándar de los datos, el voltaje medido y la corriente inyectada.

Con estos datos se procedió a crear un archivo .URF (Universal Resistivity Files) el cual es necesario para procesar los datos en el software EarthImager. Este programa también requiere un archivo de topografía de las líneas, sin embargo como los levantamientos se hicieron sobre pavimento y es una zona prácticamente plana, se obvio el generar los archivos de topografía.

El modelo de inversión se obtuvo con el software EarthImager 2D, en este programa se escogió el método de elemento finito para la solución del problema directo, y como método de inversión se eligió el de suavizado o Smooth Model ya que es una inversión estable y robusta, y se eligió un máximo de 15 iteraciones.

El procesamiento de los datos consistió primero en invertir los datos sin filtrar, para poder después compararlos con las inversiones de los datos filtrados con el filtro media móvil ponderado. Las inversiones de los datos filtrados y sin filtrar mantienen la misma escala de color para así poder observar las diferencias y similitudes que pudieran presentarse en las imágenes.

Análisis de Resultados

En las siguientes imágenes se muestran primero las inversiones de los datos sin filtrar, y después la imagen de la inversión de los datos filtrados con un media móvil ponderado.

Línea 1

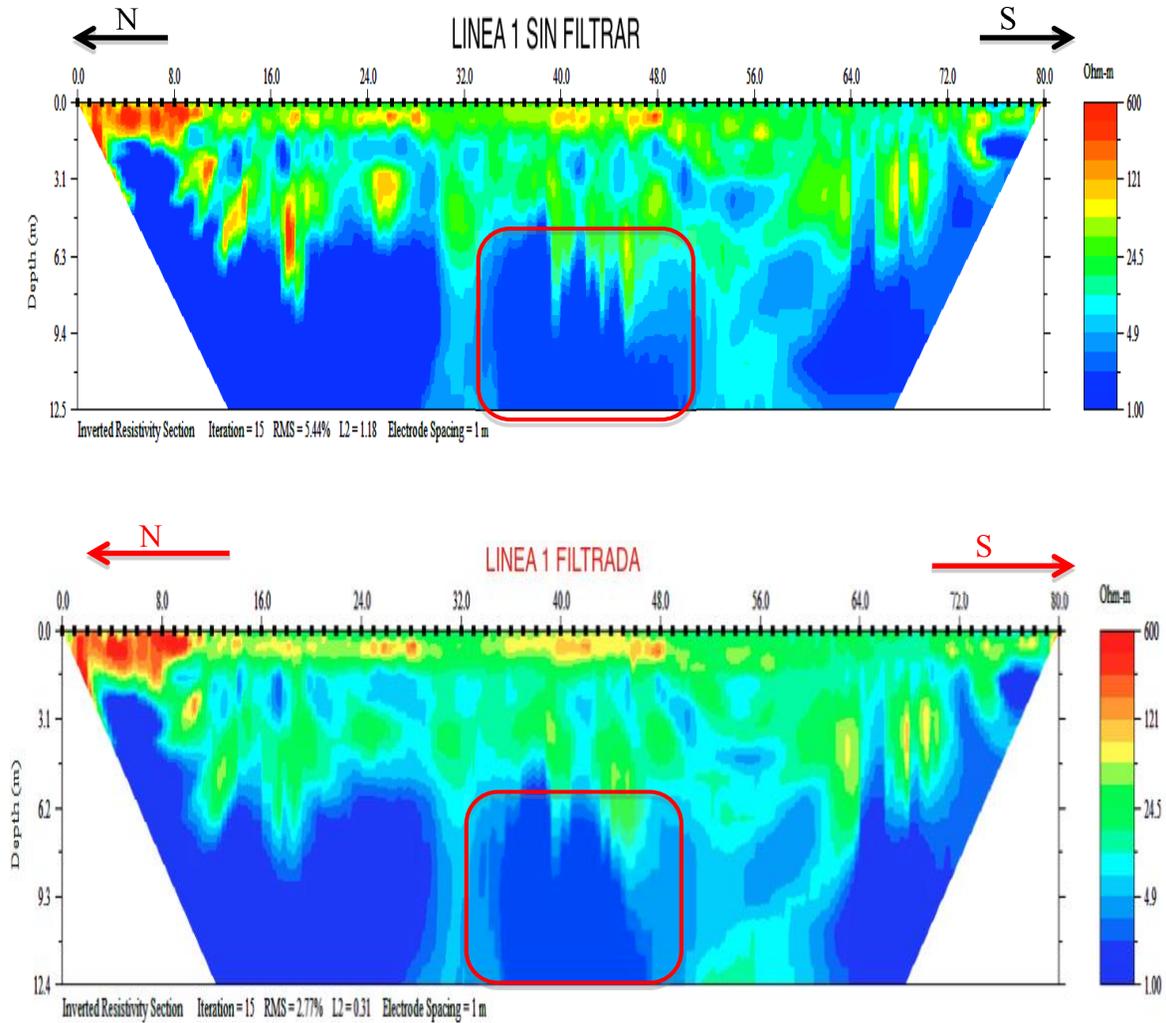


Figura (5.1). Secciones de resistividad de la Línea 1 sobre la Plaza de Santo Domingo. En el recuadro rojo se muestra una anomalía de interés de baja resistividad.

Al observar la figura (5.1) vemos que al utilizar el filtro se atenúan anomalías de alta resistividad presentes a partir de los 16 [m] y a una profundidad de 8 [m] aprox. Sin embargo vemos que en ambas imágenes, se mantiene una anomalía de baja resistividad (1 [Ω m]) en la parte central de la línea, con una longitud 16 [m] aproximadamente y una altura de 7 [m] aprox. Esta anomalía resulta de nuestro interés ya que su longitud se aproxima al valor del ancho del muro propuesto por los arqueólogos y su ubicación a la mitad de la plaza, corresponde a la proyección hecha por el arqueólogo Álvaro Barrera.

Como se observa en la figura (5.1) el valor del RMS para el modelo obtenido con los datos filtrados disminuye a 2.77 % comparándolo con el 5.44 % del modelo de los datos sin filtrar.

Los valores alto resistivos mayores a 120 [Ω m] que se encuentran cerca de la superficie al inicio de la línea, se mantienen visibles en ambos perfiles, por lo que se supone son producto de los registros de CFE ubicados dentro de la Plaza de Santo Domingo.

También se observa que existe un aumento de resistividades en el contorno de la anomalía central, lo cual podría deberse a un cambio en los materiales en el subsuelo.

Línea 2

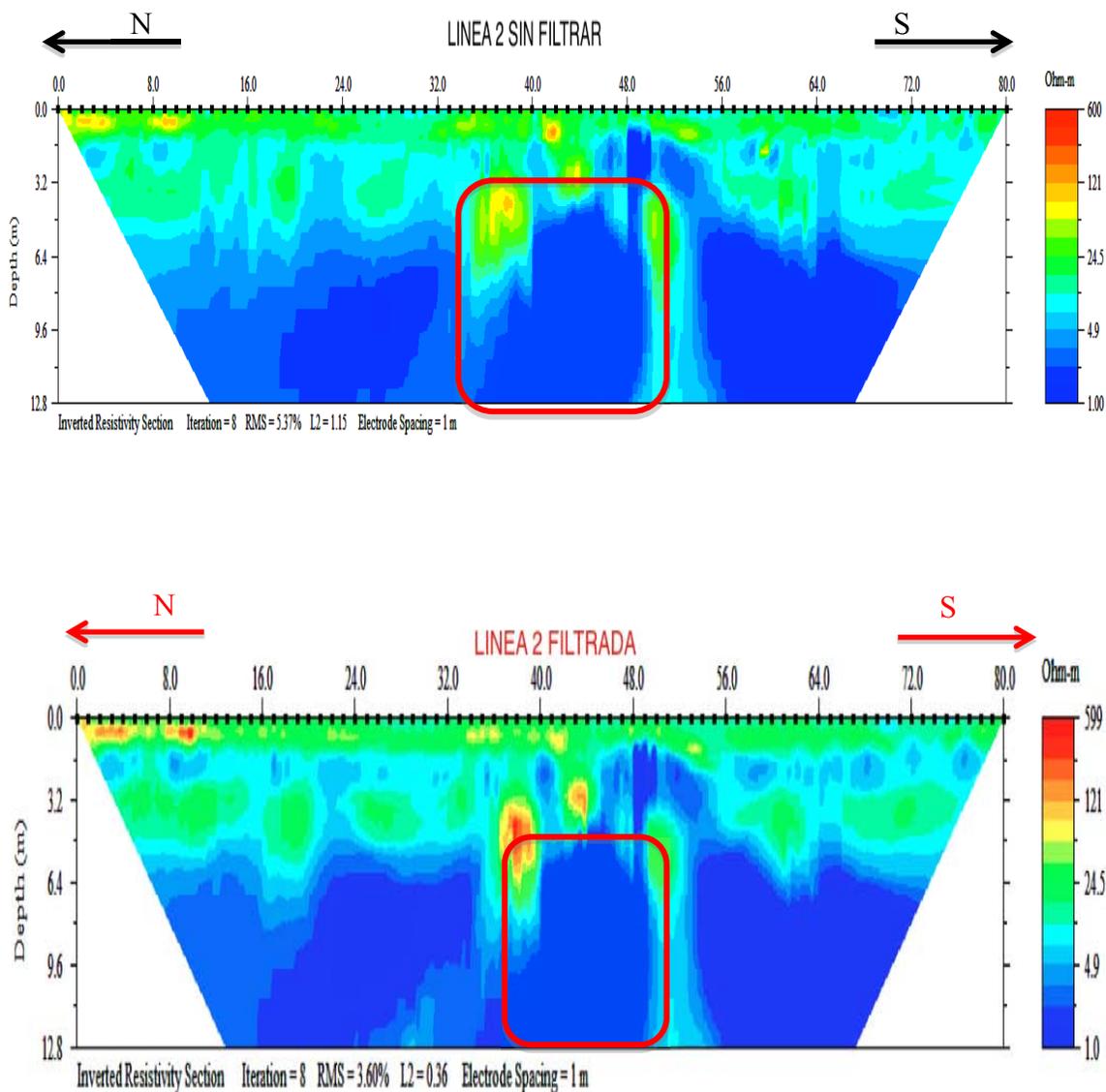


Figura (5. 2). Secciones de resistividad de la Línea 2 sobre la Plaza de Santo Domingo. En el recuadro rojo se muestra una anomalía de interés de baja resistividad.

De la figura 5.2 se observa que no hay un cambio significativo de la inversión sin filtrar a la inversión obtenida de los datos filtrados, se ve que en ambos modelos aparece una anomalía de baja resistividad, esta anomalía llega a tomar una forma casi rectangular, en este caso la anomalía presenta dimensiones parecidas a las de la Línea 1 con 15 [m] de longitud y 8

[m] de altura, con un valor igual de 1 [Ωm]. Algo que cabe mencionar es que en el modelo obtenido con los datos filtrados se resaltan unas pequeñas anomalías alto resistivas que se ubican arriba de la anomalía de interés.

Nuevamente el modelo obtenido con los datos a los que se le aplico un filtro media móvil ponderado presenta un valor de RMS de 3.6 %, el cual es menor al obtenido en el modelo de los datos sin filtrar. Se observa que en el contorno de la anomalía central al igual que en la Línea 1 existe un aumento en las resistividades.

Línea 3

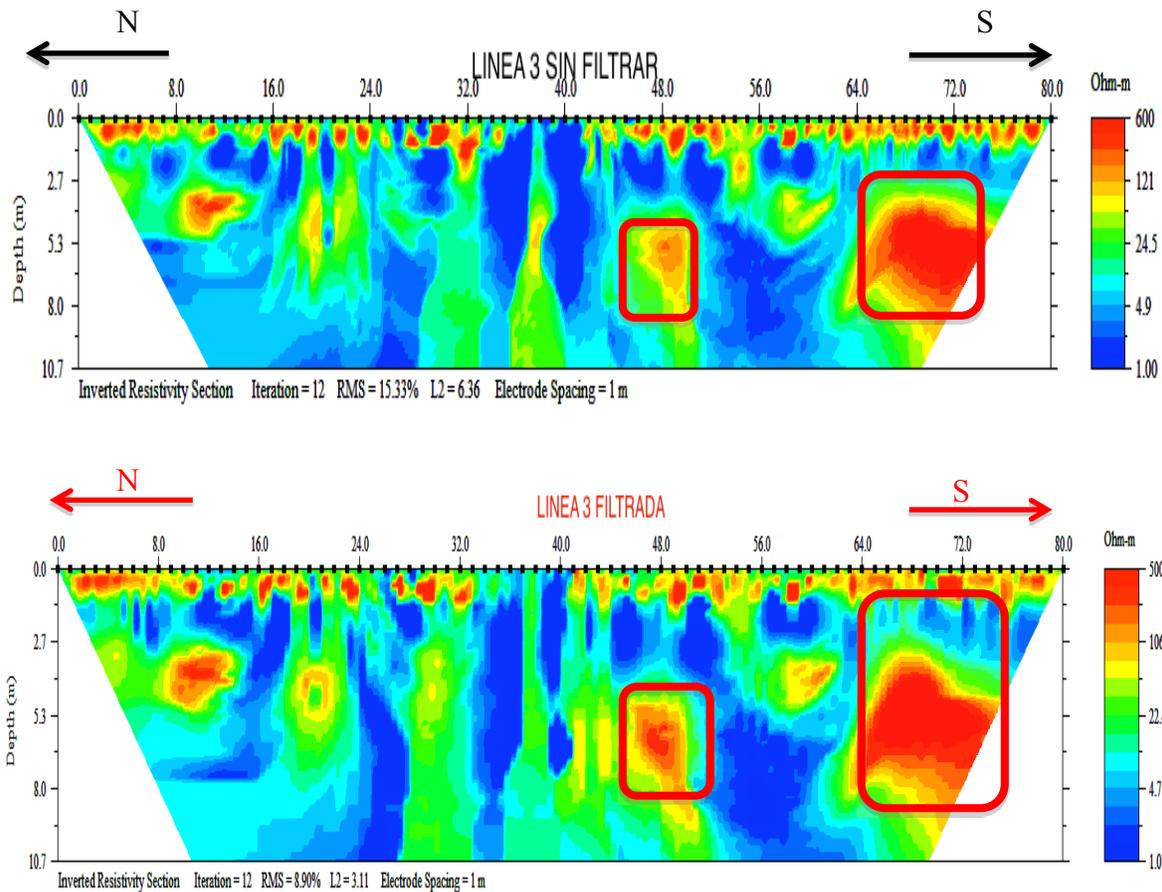


Figura (5.3) Secciones de resistividad de la Línea 3 sobre un costado de la Iglesia de Santo Domingo. En los recuadros rojos se muestran anomalías de alta resistividad.

En la línea 3 se observa una anomalía de alta resistividad en la parte final del tendido a partir del metro 55, esta anomalía se observa en las inversiones de los datos sin filtrar y filtrados, también vemos una pequeña anomalía de alta resistividad en la parte central del tendido a una profundidad de 6 [m] aproximadamente, esta anomalía se acentúa con el filtro, se nota que al lado izquierdo de esta última anomalía se presentan unos rasgos verticales de baja resistividad los cuales al ocupar el filtro pierden definición.

Un rasgo que cabe resaltar es que no se observa una anomalía de baja resistividad en la parte central del tendido como se vio en las líneas 1 y 2, por lo que se piensa que no hay una anomalía en esta línea que se pueda relacionar a restos de la muralla que se buscan.

La anomalía más grande de alta resistividad se asocia al concreto que se dispersó en el subsuelo por un accidente ocurrido mientras se reforzaba uno de los pilares de la iglesia de Santo Domingo. Aunque el valor de RMS del modelo con datos filtrados es alto (8.9 %) sigue siendo menor al obtenido en el modelo sin datos filtrados (15.33%).

Línea 4

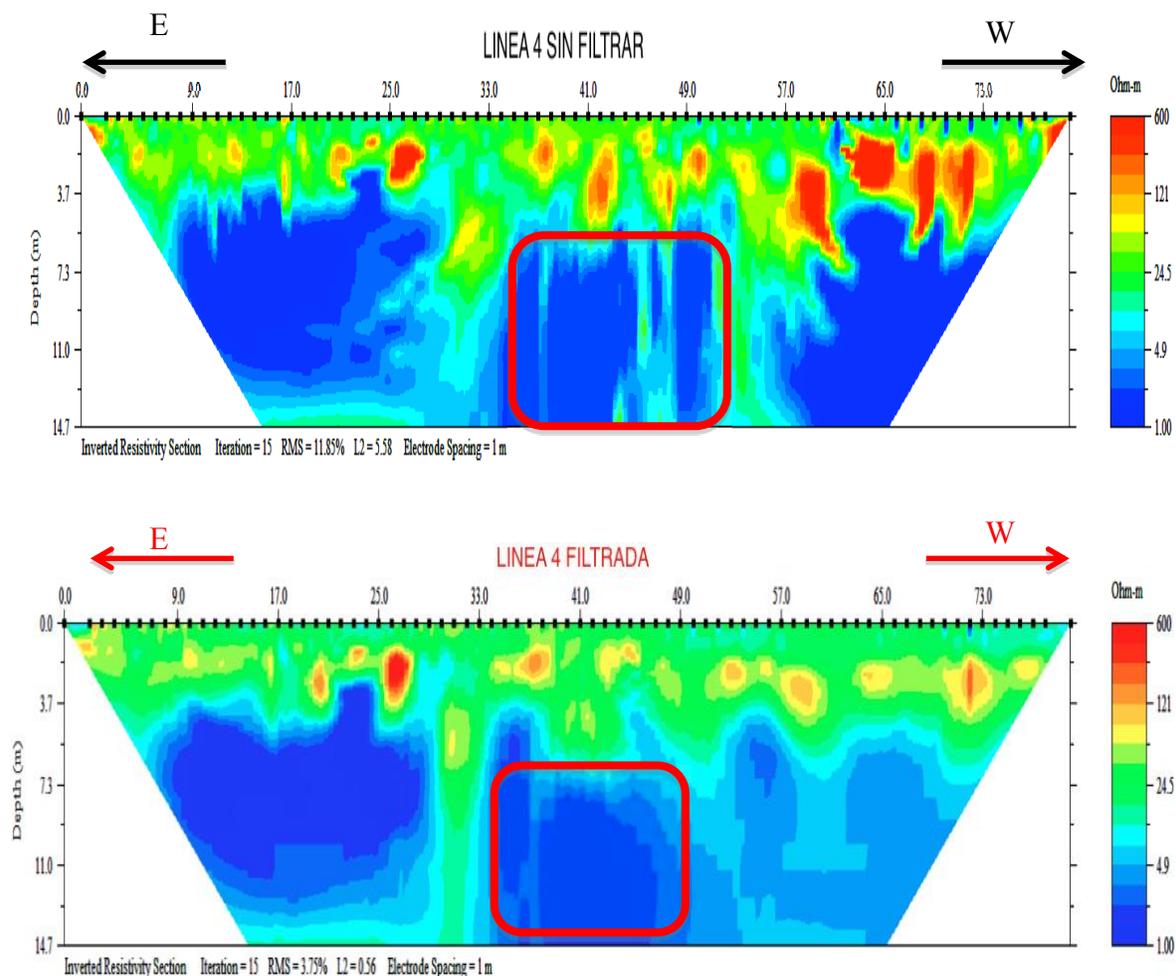


Figura (5.4) Secciones de resistividad de la Línea 4 sobre la calle de República de Cuba. En el recuadro rojo se muestra una anomalía de baja resistividad.

Para la línea 4, la cual es perpendicular a las líneas 1 y 2, se observa nuevamente una anomalía de baja resistividad en la parte central, esta anomalía se ve mejor delimitada en la inversión de los datos filtrados. Para esta línea la anomalía de interés presenta dimensiones de 15 [m] de longitud y 8 [m] de altura, valores similares a los vistos en las líneas 1 y 2. También se observa que con el filtro se atenúan anomalías alto resistivas las cuales se observan a partir del metro 50 en el perfil sin filtrar. En esta línea hay una clara diferencia en el valor del RMS en los modelos, el primero tiene 11.85 % y el segundo 3.75 %.

En la línea 4 se observa claramente una mejoría del modelo obtenido con los datos filtrados ya que las anomalías presentan una mejor continuidad y definición.

Observando los perfiles invertidos de las líneas filtradas 1, 2 y 4 vemos que en las 3 líneas a los lados de la anomalía de interés de baja resistividad en la parte central, se encuentran zonas que también presentan un valor de resistividad bajo, sin embargo estas no forman parte de la anomalía de interés ya que presentan un contacto con un valor de resistividad mayor, que asocio a un cambio en los materiales constructivos de la muralla.

La anomalía central presente en las líneas 1, 2 y 4 como ya se menciona es la anomalía de interés ya que su ubicación y dimensiones corresponde con la proyección que hicieron los arqueólogos de donde debían estar los restos del antiguo muro límite de la antigua Tenochtitlan.

Para tener una mejor visión de la ubicación de esta anomalía se procedió a realizar una proyección en 3D de las líneas 1,2 y 4. Estas proyecciones se muestran en las figuras (5.5) y (5.6)

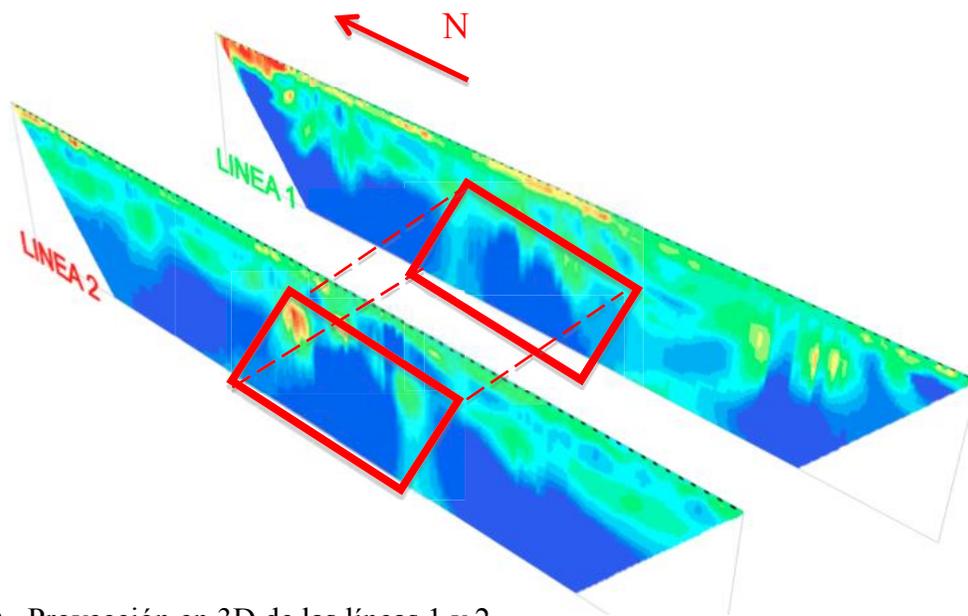


Figura (5.5). Proyección en 3D de las líneas 1 y 2.

Los recuadros rojos muestran la anomalía de interés relacionada con el muro en ambos perfiles.

En la figura (5.5), al comparar las imágenes de la línea 1 y 2 en una proyección 3D vemos que presentan una anomalía de baja resistividad en la parte central, estas líneas al ser paralelas en la plaza, nos sugiere que la anomalía presente en ambos perfiles es producida por la misma fuente.

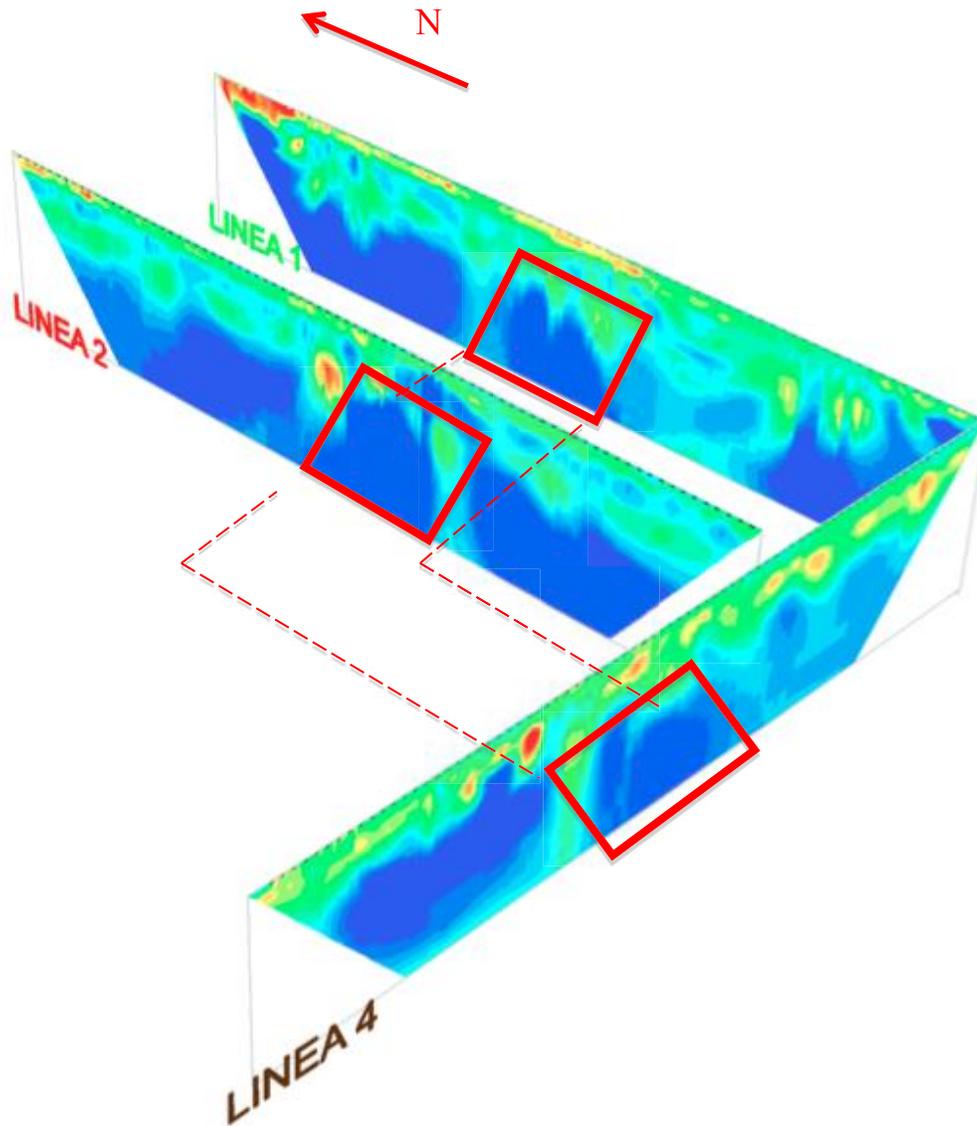


Figura (5.6). Proyección en 3D de las líneas 1, 2 y 4. Los recuadros rojos muestran las anomalías de interés relacionadas con el muro perimetral.

Como se muestra en la figura (5.6) al colocar las líneas 1,2, y 4 en una proyección 3D, se observa que la anomalía central en las 3 líneas se puede correlacionar y llegar a decir que se trata de una anomalía producto de la misma fuente, en este caso esta anomalía sería producto de los restos del muro limítrofe.

Ya que lo que se buscaba era la esquina norponiente de este muro, se procedió a realizar una proyección con base en las dimensiones de las anomalías encontradas para recrear la esquina de este.

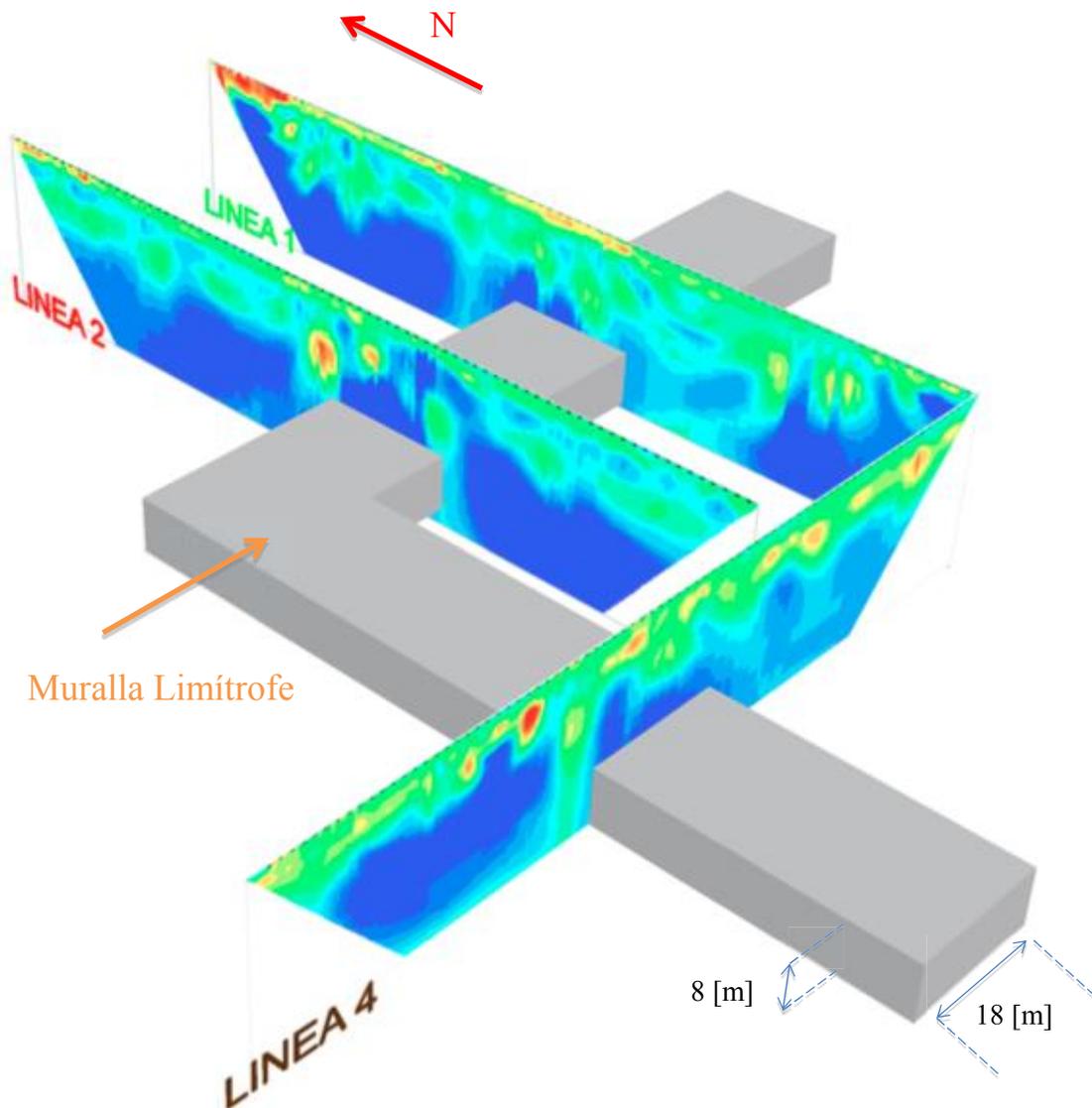


Figura (5.7) Proyección de la esquina norponiente del muro limítrofe, correlacionado con las anomalías de baja resistividad encontradas en las líneas 1,2 y 4.

Como se observa en la Figura (5.7) la proyección del muro tiene 18 metros de ancho y 8 metros de alto, el valor del ancho se aproxima al valor de 20 metros dado por los arqueólogos al ancho del muro perimetral de la antigua Tenochtitlan. En cuanto al valor de la altura, este está en un rango aceptable que correspondería dado las diferentes etapas constructivas a las que pudo haber sido sometido el muro en sus diferentes rumbos.



Figura (5.8). Vista en planta de proyección del muro con base en la localización de las anomalías bajo resistivas en las líneas 1,2 y 4.

La figura (5.8) muestra una vista en planta de la nueva ubicación de la esquina norponiente del antiguo muro limítrofe de Tenochtitlan, en esta nueva proyección la esquina se encuentra una decena de metros hacia el oeste de la ubicación que concebían los arqueólogos.

La explicación del porque los restos del muro se relacionan con una anomalía de baja resistividad ($1 \text{ } [\Omega\text{m}]$) se debe al material con el que fue construido esta estructura.

Como se muestra en la figura (5.9) los principales materiales constructivos de las estructuras arqueológicas de la zona corresponden a rocas ígneas, las rocas presentes en la zona arqueológica del Templo Mayor son los tezontles, los basaltos, las andesitas y las calizas. Se les encuentran en tamaños y formas sumamente variables y por lo general cumpliendo diversas funciones arquitectónicas.

En el Templo Mayor y en los edificios aledaños se observa una marcada variabilidad en el tamaño y la forma de las rocas, esto sucede inclusive en aquellas porciones de los edificios donde las piedras provienen del mismo yacimiento o se encuentran en la misma esta constructiva.

Uno de los principales materiales utilizado en todas las etapas constructivas era el tezontle. El tezontle o tezontli es el material constructivo predominante en la arquitectura religiosa de Tenochtitlán, de Tlatelolco y de muchos otros sitios arqueológicos de la región; es una roca ígnea intrusiva, piroclástica y de tonalidades rojizas, violáceas y negruzcas. Se caracteriza por su textura afanítica y su estructura vesicular. El uso de esta roca en tiempos prehispánicos, se explica no solo por su gran abundancia en la cuenca de México, sino también por sus magníficas cualidades físicas, combina características ideales para la construcción como la ligereza, la tenacidad, la resistencia a la intemperie y la buena liga con la argamasa.



Figura (5.9) Fotografías de escalinatas y pisos en edificios de la zona Arqueológica del Templo Mayor.

En la arquitectura prehispánica de la Cuenca de México, el tezontle se encuentra por doquier, en su estado natural o tallado, forma parte invariablemente de los rellenos constructivos y de las fachadas de los edificios religiosos.

En el tezontle, sus poros son vesículas son esféricas no conectadas; existen estudios en sistemas donde utilizan tezontle como substrato y se obtienen valores de porosidad de entre 38% y 43 % y una alta conductividad hidráulica entre 1000-1500 m/d.

La muralla limítrofe al haber estado construida con tezontle, y esta roca al llegar a ser porosa es una excelente medio que permite el almacenamiento de agua, es decir los restos del muro se encuentran saturados, ya que como se observó en las imágenes a ambos lados de la anomalía de interés se encuentran zonas saturadas que podrían corresponder con el nivel freático de la zona. Es debido a las propiedades del tezontle que la anomalía de interés presenta entonces valores bajo resistivos (1 [Ω m]). El cambio de valor de resistividades entre la anomalía de interés y las anomalías bajo resistivas a un lado se debería a un cambio en los materiales constructivos del muro, ya que si bien el interior y relleno sería tezontle, los pisos y acabados del muro corresponderían a otro tipo de rocas ígneas como granitos, presentando así un cambio en sus resistividades.

CAPITULO VI

CONCLUSIONES

Después de realizar este estudio se comprueba como la geofísica puede llegar a ser una herramienta muy importante en diversas ramas de las ciencias, en este caso en un ambiente arqueológico.

Los estudios de Tomografía Eléctrica Resistiva 2D nos muestran anomalías asociadas a la muralla limítrofe dentro de las inmediaciones de la Plaza de Santo Domingo, tal vez la esquina norponiente no se encuentre exactamente debajo de ella como se creía dado las proyecciones arqueológicas que se tenían del muro, si no algunos metros hacia el poniente, por lo que se concluye que los restos de esta esquina de la muralla se encuentran por debajo de lo que hoy es el Edificio de los Portales.

Estos estudios brindan a los arqueólogos mayor certeza para poder realizar una excavación y así corroborar los modelos obtenidos con la TER 2D.

De los resultados obtenidos en las líneas 1 y 4 se concluye que al aplicar el filtro media móvil ponderado se obtiene una disminución en el ruido y se mejora la definición de la anomalía de interés bajo resistiva. Para las líneas 2 y 3 no se presenta un cambio significativo en el modelo obtenido con los datos filtrados en comparación de los datos sin filtrar. Sin embargo en las 4 líneas con los datos filtrados se obtuvo un valor del error cuadrático medio (RMS) menor que en comparación con los datos sin filtrar. Se concluye que la efectividad de los filtros dependerá del nivel de ruido presente en los datos así como también del tamaño de la ventana del filtro.

Finalmente se cumple el último objetivo de este estudio, ya que al determinar que existen restos del muro debajo de las inmediaciones de la Plaza de Santo Domingo, esto le confiere a la Plaza un origen español, dado que si el espacio de la Plaza como tal hubiese existido desde tiempos prehispánicos la muralla tendría que haber estado algunas decenas de metros hacia el norponiente.

REFERENCIAS

AGI, 2008. Instruction Manual for EarthImager 2D Resistivity Inversion Software. Austin, Texas.

Aguirre Díaz Juan Pablo, Esteves Robles Sandra, Análisis y eliminación de ruido en Tomografía Eléctrica Resistiva. Tesis de Licenciatura, UNAM.

Alvarez Barrientos Eunice, tomografía Eléctrica Resistiva 3D en la caracterización del subsuelo bajo estructuras civiles. Tesis de Licenciatura, UNAM.

Barrera Rivera Álvaro, Alicia Islas Domínguez, *Arqueología urbana en la reconstrucción arquitectónica recinto sagrado México-Tenochtitlan*, Tesis de arqueología, México, ENAH, 2010.

Barrera Rivera José Álvaro, “El programa de arqueología urbana del Museo de Templo Mayor”, en Arqueología e Historia del Centro de México. México, INAH, 2006

Brito Schimmel Paula, Carreras Cesar, Metodología para la prospección geofísica en arqueología: Apuntes a partir de los trabajos de Iesso, Cantacó, MolinsNous y el Goleró. Universidad Autónoma de Barcelona

Delgado Solórzano, Cecilia, 2013. Arreglo en L y en esquina para tomografía eléctrica en 3D en ciudad. Tesis de Licenciatura, UNAM.

Loke, M. H., 2000. Electrical imaging surveys for environmental and engineering studies: A practical guide to 2-D and 3-D surveys. www.geotomosoft.com.

López Luján, Leonardo, Los materiales constructivos del templo mayor de Tenochtitlan. Sobretiro de estudios de cultura Náhuatl, Volumen 34, 2003.

Menke, W., 1984. Geophysical data analysis: Discrete Inverse Theory. Academic Press, Inc.

Orellana, E., 1982. Prospección Geoeléctrica por Corriente Continua. Paraninfo, Madrid.

Paz Arellano Pedro, Metáforas sin palabras y voces de piedra en la plaza de Santo Domingo. Estudio morfológico del siglo XVI al XXI a través de citas Metamórficas. Tesis de Doctorado. INAH

Sánchez Vásquez, Viridiana, 2013. Estudio de Tomografía de resistividad eléctrica previo a una excavación arqueológica. Tesis de Licenciatura, UNAM.

Servicio Geológico Mexicano, 2002. Carta geológico – minera, Ciudad de México E14-2. Escala 1:250000.

Tarantola, A., 1987. Inverse Problem Theory and methods for Model Parameter Estimation, SIAM.

Tejero, A., Chávez, R. E., Urbieto, J., y Flores-Márquez, E. L., 2002. Cavity detection in the south-western hilly portion of Mexico City by resistivity imaging: Journal of Engineering and Environmental Geophysics (Great Britain), 7-3, 130-139

Taylor, John R., 1997. An Introduction to Error Analysis, Segunda Edición, University Science Books.