



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS

**RESISTENCIA A FLEJO - COMPRESIÓN Y CAPACIDAD DE DEFORMACIÓN LATERAL  
DE MUROS RECTANGULARES DE CONCRETO REFORZADO EN ZONAS SÍSMICAS**

**TESIS**  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN INGENIERÍA

**PRESENTA**  
MARCELO ANDRÉS IÑIGUEZ ALVARADO

**TUTOR**  
DR. MARIO EMILIO RODRÍGUEZ RODRÍGUEZ  
INSTITUTO DE INGENIERÍA

MÉXICO, D.F. SEPTIEMBRE 2015



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dr. Meli Piralla Roberto  
Secretario: Dr. López Bátiz Oscar Alberto  
Vocal: Dr. Rodríguez Rodríguez Mario Emilio  
1<sup>er.</sup> Suplente: Dr. Terán Gilmore Amador  
2<sup>d o.</sup> Suplente: Dr. Restrepo Posada José Ignacio

INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM

**TUTOR DE TESIS:**

MARIO EMILIO RODRÍGUEZ RODRÍGUEZ

-----  
**FIRMA**



“Todos tus sueños pueden hacerse realidad si tienes el coraje de perseguirlos” decía Walt Disney. Hoy con este trabajo se ve plasmado un sueño más de mi vida. Dedico esta tesis a mis padres que me dieron vida, educación y apoyo en todo momento, a mis hermanas que siempre me dieron ánimos para seguir y a Cristina Vázquez quien estuvo a mi lado siempre apoyándome y me alentó a continuar luchando por este sueño en todo instante.





## RESUMEN

Se estudia una base de datos de 20 muros de concreto de sección rectangular ensayados ante cargas laterales por diversos autores. Con base el empleo de un procedimiento propuesto anteriormente en la literatura para columnas de concreto reforzado, y con el empleo de la base de datos de muros, se propone una expresión sencilla para la predicción de la resistencia probable a flexo-compresión de muros de concreto. Se estudia además el problema del pandeo de barras de refuerzo en muros sometidos a cargas laterales, y se demuestra que las deformaciones del tipo cíclico de tracción y compresión en las barras de refuerzo longitudinal en los bordes de los muros, llevan al pandeo de estas barras cuando se alcanza una deformación crítica. Con base en los resultados de esta investigación se propone un criterio de predicción de curvatura y desplazamiento último de un muro ante cargas laterales considerando el modo de falla de pandeo de barras de refuerzo. En esta predicción se desarrolla también una teoría para el cálculo de la longitud plástica de los muros e interviene también la predicción propuesta para la resistencia probable de muros de concreto. Se comparan los resultados obtenidos para la predicción de resistencia probable a flexo-compresión y capacidad de desplazamiento lateral de muros con los valores medidos de resistencia a flexión y desplazamientos laterales últimos, respectivamente, empleando la base de datos estudiada.







## ABSTRACT

A database of 20 RC rectangular walls tested by several authors under cyclic reversal lateral loading is studied in this paper. To compute the probable moment strength of rectangular RC walls, this study uses this database and an extension of a procedure proposed in the literature for computing the probable moment strength of rectangular RC columns. This paper also studies a common failure mode in ductile structural elements subjected to lateral loads such as buckling of reinforcing bars. It is shown that cyclic axial deformation in reinforcing bars in tension and compression leads to buckling of reinforcing bars. Based on the results of this study, expressions are proposed to compute the curvature and lateral displacement in a wall at onset of buckling of reinforcing bars in a wall subjected to cyclic reversal lateral loading. These expressions use also the proposed approach for computing the probable moment strength of rectangular RC walls. This prediction is also developed a theory to calculate the plastic length of the walls and intervenes also proposed for predicting the probable resistance of concrete walls. Results obtained with the proposed expressions for predicting the probable moment strength and lateral displacement of rectangular RC walls at onset of buckling of reinforcing bars for the test units of the database are compared with the measured moment strength and measured ultimate lateral displacements of these test units.





# ÍNDICE DE CONTENIDO

RESUMEN.....	i
ABSTRACT .....	iii
ÍNDICE DE CONTENIDO.....	v
ÍNDICE DE FIGURAS .....	vii
ÍNDICE DE TABLAS .....	ix
Capítulo 1 INTRODUCCIÓN .....	1
1.1.    Objetivo general.....	2
1.2.    Objetivos específicos.....	2
Capítulo 2 DESCRIPCIÓN DE LOS ESPECÍMENES DE ESTUDIO .....	3
2.1.    Tipos de ensayos en muros.....	4
2.2.    Tipos de fallas en muros rectangulares .....	5
2.3.    Geometría y armado de los especímenes .....	6
2.4.    Propiedades de los materiales.....	10
Capítulo 3 RESULTADOS EXPERIMENTALES.....	13
3.1.    Resumen de resultados experimentales .....	26
Capítulo 4 CAPACIDAD A FLEXO - COMPRESIÓN DE LOS MUROS RECTANGULARES DE CONCRETO REFORZADO .....	29
4.1.    Momento resistente probable.....	30
4.2.    Resultados obtenidos del momento resistente probable .....	34
Capítulo 5 DEFORMACIÓN ASOCIADA AL PANDEO DE BARRAS.....	37
5.1.    Análisis propuesto por Rodríguez et al. (1999). .....	37
5.2.    Modelo propuesto para la medición de la deformación asociada al pandeo de barras .....	39
5.3.    Deformación de pandeo medida en barras de columnas Kowalsky et al. (2015).....	40
5.4.    Deformación de pandeo medida en muros.....	41
5.5.    Expresión para el cálculo de la deformación asociada al pandeo de barra .....	42
Capítulo 6 DESPLAZAMIENTO ÚLTIMO EN MUROS RECTANGULARES DE CONCRETO REFORZADO .....	45
6.1.    Desplazamiento último de muros rectangulares de concreto reforzado.....	45
6.2.    Desplazamiento de fluencia ( $\Delta_y$ ).....	47
6.3.    Longitud plástica de los muros ( $L_p$ ).....	48



6.4.	Longitud de deformación inelástica en el refuerzo longitudinal ( $L_{pr}$ ) .....	49
6.5.	Resultados obtenidos de la longitud plástica del refuerzo longitudinal ( $L_{pr}$ ).....	54
6.6.	Longitud de penetración de deformaciones en el elemento ( $L_{sp}$ ) .....	57
6.7.	Curvatura última en muros rectangulares de concreto reforzado ( $\phi_u$ ).....	58
6.8.	Desplazamiento plástico ( $\Delta_p$ ) .....	59
6.9.	Comparación de desplazamientos últimos calculados y desplazamientos últimos experimentales, de muros rectangulares de concreto reforzado .....	61
CONCLUSIONES.....		65
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....		67
APÉNDICE.....		69
A-1.	Detalle geométrico y de armado de los muros ensayados por Dazio et al. (2009).....	69
A-2.	Detalle geométrico y de armado de los muros ensayados por Ghorbani – Renani et al. (2009).70	
A-3.	Detalle geométrico y de armado de los muros ensayados por Oesterle et al. (1976).....	71
A-4.	Detalle geométrico y de armado de los muros ensayados por Riva y Franchi (2001) .....	72
A-5.	Detalle geométrico y de armado de los muros ensayados por Shiu et al. (1981).....	73
A-6.	Detalle geométrico y de armado de los muros ensayados por Thomsen y Wallace (1995)....	74
A-7.	Detalle geométrico y de armado de los muros ensayados por Tran (2012) .....	75
A-8.	Detalle geométrico y de armado de los muros ensayados por Villalobos (2014).....	76
A-9.	Detalle geométrico y de armado de los muros ensayados por Zhang y Wang (2000).....	77



## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2-1. Tipos de Ensayo en Muros .....	4
Figura 2-2. Muro rectangular tipo. ....	7
Figura 3-1. Curva de Fuerza-Desplazamiento del muro WSH1.....	13
Figura 3-2. Curva Fuerza – Desplazamiento del muro WSH2. ....	14
Figura 3-3. Curva Fuerza – Desplazamiento del muro WSH3. ....	15
Figura 3-4. Curva Fuerza – Desplazamiento del muro WSH4. ....	15
Figura 3-5. Curva Fuerza – Desplazamiento del muro WSH5. ....	16
Figura 3-6. Curva Fuerza – Desplazamiento del muro WSH6. ....	17
Figura 3-7. Curva Esfuerzo – Deformación del muro A2C. ....	17
Figura 3-8. Curva Esfuerzo – Deformación del muro B2C. ....	18
Figura 3-9. Curva Fuerza – Desplazamiento del muro R2. ....	19
Figura 3-10. Curva Fuerza – Desplazamiento del muro B16R8-1.....	19
Figura 3-11. Curva Fuerza – Desplazamiento del muro RW1.....	20
Figura 3-12. Curva Fuerza – Desplazamiento del muro RW2.....	21
Figura 3-13. Curva Fuerza – Desplazamiento del muro RW-A20-P10-S38. ....	21
Figura 3-14. Curva Fuerza – Desplazamiento del muro RW-A20-P10-S63 ....	22
Figura 3-15. Curva Fuerza – Desplazamiento del muro W-MC-C.....	23
Figura 3-16. Curva Fuerza – Desplazamiento del muro W-MC-N. ....	23
Figura 3-17. Curva Fuerza – Desplazamiento del muro CI-1. ....	24
Figura 3-18. Curva Fuerza – Desplazamiento del muro SW7. ....	25
Figura 3-19. Curva Fuerza – Desplazamiento del muro SW8. ....	25
Figura 3-20. Curva Fuerza – Desplazamiento del muro SW9. ....	26
Figura 4-1. Relación $M_{MAX}/M_{CD}$ , calculada con el procedimiento del ACI-318 para columnas por Restrepo y Rodríguez (2013). ....	29
Figura 4-2. Fuerzas aplicadas y fuerzas resistentes internas, en el modelo de muro rectangular de concreto reforzado propuesto. ....	30
Figura 4-3. Relación entre el momento máximo medido experimentalmente y el momento máximo calculado. ....	35
Figura 4-4. Relación $M_{max}/M_{cd}$ calculada con el método propuesto y el método del ACI 318. ....	36
Figura 5-1. Parámetros que definen el pandeo de una barra sometida a cargas cíclicas reversibles (Rodríguez et al. 1999). ....	37
Figura 5-2. Resultados de ensayos en barras (Rodríguez et al. 1999). ....	38
Figura 5-3. Modelo propuesto para el pandeo de una barra de refuerzo (Rodríguez, 2014). ....	39
Figura 5-4. Valor de $\epsilon_p^*$ medido en las barras de las columnas ensayadas por Kowalsky et al. (2015). ....	41
Figura 5-5. Valor de $\epsilon_p^*$ medido en las barras longitudinales de los muros. ....	42
Figura 5-6. Curva de predicción de la deformación asociada al pandeo $\epsilon_p^*$ . ....	43
Figura 6-1. Deformación de un muro bajo fuerza lateral Neuenhofer (2006). ....	45



**Figura 6-2. Contribución relativa de la deformación a flexión y a cortante en la deformación total de un muro Neuenhofer (2006).**..... 46

**Figura 6-3. Desplazamiento último de los muros.**..... 46

**Figura 6-4. Modelo de distribución de curvatura propuesta por Hines et al. (2004).** ..... 49

**Figura 6-5. Modelo propuesto para el cálculo de la longitud plástica del refuerzo longitudinal (Restrepo, 2014).**..... 50

**Figura 6-6. Fuerzas actuantes en el nudo i.** ..... 51

**Figura 6-7. Modelo propuesto para la determinación de  $j_d$ .**..... 53

**Figura 6-8. Relación entre la longitud plástica del refuerzo longitudinal medida y la calculada con  $\lambda_{fsu}$ .**56

**Figura 6-9. Relación entre la longitud plástica del refuerzo longitudinal medida y la calculada con  $\lambda=1.15$ .**..... 57

**Figura 6-10. Curvatura última en muros.**..... 58

**Figura 6-11. Relación entre el desplazamiento último medido y el desplazamiento último calculado con  $\lambda_{fsu}$ .**..... 62

**Figura 6-12. Relación entre el desplazamiento último medido y el desplazamiento último calculado con  $\lambda=1.15$ .**..... 64

**Figura A-0-1. Detalle geométrico y de armado de los muros ensayados por Dazio et al. (2009).** ..... 69

**Figura A-0-2. Detalle geométrico y de armado de los muros ensayados por Ghorbani – Renani et al. (2009).**..... 70

**Figura A-0-3. Detalle geométrico y de armado de los muros ensayados por Oesterle et al. (1976).** ..... 71

**Figura A-0-4. Detalle geométrico y de armado de los muros ensayados por Riva y Franchi (2001).**..... 72

**Figura A-0-5. Detalle geométrico y de armado de los muros ensayados por Shiu et al. (1981).** ..... 73

**Figura A-0-6. Detalle geométrico y de armado de los muros ensayados por Thomsen y Wallace (1995).** ..... 74

**Figura A-0-7 Detalle geométrico y de armado de los muros ensayados por Tran (2012).** ..... 75

**Figura A-0-8. Detalle geométrico y de armado de los muros ensayados por Villalobos (2014).**..... 76

**Figura A-0-9. Detalle geométrico y de armado de los muros ensayados por Zhang y Wang (2000).** ..... 77



## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2-1. Tipo de ensayo realizado en especímenes.....	5
Tabla 2-2. Descripción del tipo de fallas observadas en especímenes.....	5
Tabla 2-3. Tipo de falla registrado en especímenes.....	6
Tabla 2-4. Datos geométricos de los especímenes. ....	8
Tabla 2-5. Detalle del refuerzo longitudinal en los muros.....	8
Tabla 2-6. Detalle del refuerzo transversal en los muros. ....	9
Tabla 2-7. Carga axial, relación de esbeltez y relación $s/d_b$ en los muros.....	10
Tabla 2-8. Propiedades de los materiales en los muros. ....	11
Tabla 3-1. Momento máximo y desplazamiento último medidos. ....	27
Tabla 4-1. Relación entre la cuantía en la zona confinada a la cuantía total de los muros.....	33
Tabla 4-2 . Cálculo del momento máximo probable. ....	35
Tabla 5-1. Valor medido de $\epsilon_p^*$ en barras de las columnas ensayadas por Kowalsky et al. (2015). ....	40
Tabla 5-2. Valor de $\epsilon_p^*$ medido en las barras longitudinales de los muros. ....	41
Tabla 6-1. Desplazamiento de fluencia en los muros. ....	48
Tabla 6-2. Cálculo de la longitud plástica del refuerzo longitudinal con un factor de endurecimiento por deformación $\lambda_{fsu}$ . ....	55
Tabla 6-3. Cálculo de la longitud plástica del refuerzo longitudinal con un factor de endurecimiento por deformación $\lambda=1.15$ . ....	56
Tabla 6-4. Cálculo de la longitud de esfuerzo por penetración del elemento, $L_{sp}$ . ....	58
Tabla 6-5. Cálculo de la curvatura última en los muros.....	59
Tabla 6-6. Longitud plástica y deformación plástica calculada en los muros con $\lambda_{fsu}$ . ....	60
Tabla 6-7. Longitud plástica y deformación plástica calculada en los muros con $\lambda=1.15$ . ....	61
Tabla 6-8. Cálculo del desplazamiento último calculado con $\lambda_{fsu}$ . ....	62
Tabla 6-9. Cálculo del desplazamiento último calculado con $\lambda=1.15$ . ....	63







## Capítulo 1 INTRODUCCIÓN

Los muros de concreto reforzado son uno de los elementos de mayor importancia para la construcción de edificaciones, debido a que proporcionan rigidez y resistencia lateral adecuadas para resistir las fuerzas laterales causadas por la acción de los sismos. No es viable diseñar muros estructurales que permanezcan en el intervalo elástico durante un sismo de gran magnitud, por lo tanto se espera que ante un evento como éste, los muros incurrieren en el intervalo inelástico.

Se ha demostrado que los edificios altos de concreto reforzado diseñados de manera correcta con muros estructurales se han comportado en general bien ante los eventos sísmicos recientes que se han suscitado en distintas partes de mundo, debido a que éstos limitan considerablemente los daños en los marcos estructurales cuando se tiene un sistema dual. Debido a esto, la importancia de contar con un procedimiento aceptable para el diseño de los muros, buscando siempre el control del modo de falla de pandeo del refuerzo longitudinal.

Por lo expuesto se hace necesario continuar con su estudio y análisis para lograr un correcto diseño, debido a que cuando los muros estructurales no son correctamente diseñados, pueden producirse, en caso de un evento catastrófico como un sismo de gran intensidad, fuertes daños en las edificaciones que conlleven a un colapso de éstas, afectando la vida de sus ocupantes.

Es por esta razón que en el presente documento, se buscará obtener expresiones para el momento probable resistente y un procedimiento que ayude a calcular de manera aproximada el desplazamiento último de muros rectangulares de concreto reforzado que se validarán con resultados medidos experimentalmente en distintos ensayos de muros rectangulares bajo cargas cíclicas, realizados en varias partes del mundo.

Se decidió profundizar el estudio del momento probable resistente, debido a que los reglamentos como el ACI-318 y las NTCDF, con sus procedimientos, subestiman el valor de resistencia máxima a flexión de un muro de concreto reforzado, lo que produce que se subestime de igual manera el cortante último que puede llegar a actuar en un muro en caso de un evento sísmico. Por esta razón se hace necesario proponer expresiones sencillas que nos ayuden a predecir de manera más aproximada, la resistencia a flexión de estos muros y que estén de acuerdo a los principios de diseño por capacidad, para con esto poder valorar de mejor manera su fuerza cortante sísmica y lograr un diseño adecuado.

Por otra parte, el comportamiento sísmico observado de edificios con muros estructurales de concreto reforzado, en particular en el terremoto de Chile, 2010, ha mostrado la importancia de contar con un procedimiento aceptable para el diseño sísmico de los muros, haciendo énfasis en el modo de falla de pandeo de barras de refuerzo, el cual es un modo de falla esperado en muros estructurales dúctiles. En el presente documento, se buscará proponer el desarrollo de un proceso de diseño en base al cálculo de desplazamientos últimos en muros de concreto reforzado, vinculados al fenómeno del pandeo del refuerzo longitudinal.



Para esto, con base en mediciones de deformaciones en el acero de refuerzo longitudinal, obtenidas de los resultados experimentales, se buscará identificar las deformaciones correspondientes al pandeo de barras y en base a esto se propondrá expresiones que permitan predecir la curvatura última de los muros y su desplazamiento último ante cargas laterales.

Además, en el desarrollo de este tema se buscará también el proponer una expresión para el cálculo de la longitud plástica de los muros, basado en un modelo físico de ésta. Así mismo se comparan los resultados obtenidos para la predicción de resistencia probable a flexo-compresión y capacidad de desplazamiento lateral de muros de sección rectangular con los valores medidos de resistencia a flexión y desplazamientos laterales últimos, respectivamente, que se encuentran en la base de datos estudiada.

### **1.1. Objetivo general**

- Obtener expresiones de cálculo de momento resistente probable y capacidad de desplazamiento lateral de muros rectangulares de concreto reforzado.

### **1.2. Objetivos específicos**

- Proponer una expresión para el cálculo del momento resistente probable en muros rectangulares de concreto reforzado.
- Proponer una expresión para el cálculo de la capacidad de desplazamiento lateral de muros rectangulares de concreto reforzado.
- Proponer una expresión para el cálculo de la deformación en la barra de refuerzo longitudinal asociada al pandeo de una barra de refuerzo.
- Obtener una expresión para el cálculo de la longitud plástica de muros rectangulares de concreto reforzado.



## Capítulo 2 DESCRIPCIÓN DE LOS ESPECÍMENES DE ESTUDIO

Para el estudio realizado se estudiaron un total de 20 muros de sección rectangular, ensayados bajo cargas laterales cíclicas en distintas partes del mundo.

Estos muros se tomaron de la base de datos del ACI 445B Structural Wall Database que se puede consultar en la siguiente dirección ([http://nees.org/groups/aci445b\\_structural\\_wall\\_database/wiki](http://nees.org/groups/aci445b_structural_wall_database/wiki)). Las características geométricas y propiedades de los materiales de cada uno de estos muros se describirán en las secciones 2.3 y 2.4 respectivamente.

Estos muros fueron elegidos para cumplir los siguientes criterios:

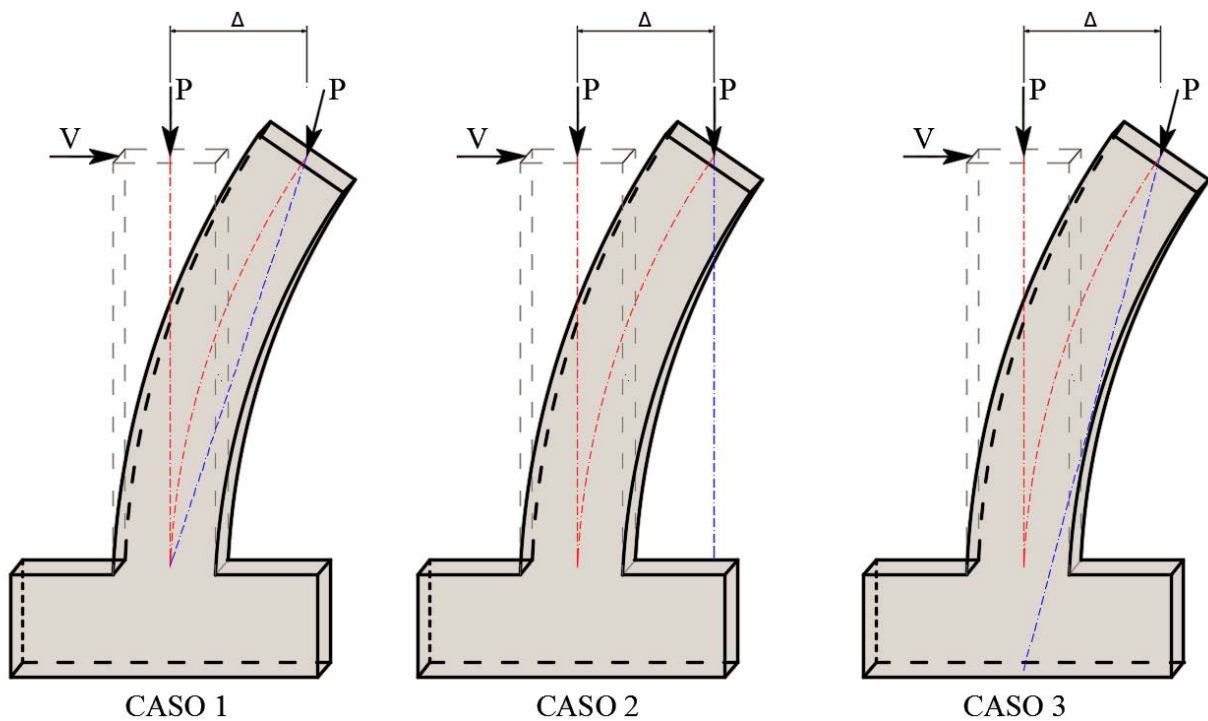
- Tener una relación de claro de cortante a peralte,  $h_w/l_w$ , mayor que 2, esto debido a que este estudio esta guiado a muros que fallan por flexión y se sabe que muros con una relación de aspecto menor que 1.0 presentan un comportamiento dominado por cortante lo cual es no deseable en zonas sísmicas ya que representa una falla del tipo no dúctil. Por esto con relaciones de aspecto mayores que 2.0, se buscará que los muros tengan un comportamiento dominado por flexión con fluencia del acero primeramente y luego aplastamiento del concreto.
- Resistencia mínima del concreto  $f'_c = 21MPa$ , debido a que el ACI 318 establece este valor como límite inferior para el concreto estructural.
- Esfuerzo de fluencia mínimo en el acero igual a  $f_y = 375MPa$ .
- El espesor del muro es como mínimo  $84mm$ , para que el estudio refleje muros típicos construidos en zonas sísmicas, con distribuciones del refuerzo longitudinal en dos capas, como se realiza normalmente en la práctica profesional.
- La cuantía mínima en los muros debe ser la indicada el capítulo 18 del ACI 318-14, 0.0025, tanto para el refuerzo transversal como para el longitudinal.
- Los muros deben ser construidos con barras de acero y no con mallas debido a su poca ductilidad.
- Los muros no deben tener traslapes en la zona de la base, que es donde se puede formar la articulación plástica. Esto se debe a que el fenómeno de traslapes es un fenómeno distinto al que se está estudiando en esta investigación.



## 2.1. Tipos de ensayos en muros

En los muros que se estudiaron, es importante distinguir el tipo de ensayo que se realizó, ya que esto nos ayuda a cuantificar el momento producido por el efecto  $P\Delta$  en dichos muros. En los muros estudiados se distinguieron 3 tipos de ensayos, los cuales se muestran en la *Figura 2-1*.

Como se observa en la *Figura 2-1*, el único tipo de ensayo en el cual no es necesario evaluar los efectos  $P\Delta$ , será en los ensayos que sean de la forma mostrada en el caso 1, ya que en los otros dos casos, la línea de acción de la carga axial,  $P$ , no pasa por el punto A, que pertenece a la sección donde se calcula el momento y cortante del muro.



*Figura 2-1. Tipos de Ensayo en Muros*

Bajo este criterio y en base a fotografías de los ensayos, se determinó el tipo de ensayo realizado en cada uno de los muros de la base de datos. El tipo de ensayo realizado en cada espécimen, se describe a continuación en la *Tabla 2-1*.



N°	Designación	Descripción	Tipo de Ensayo
1	B16R8-1	Riva and Franchi (2001)	1
2	WSH4	Dazio et al. (2009)	1
3	WSH2	Dazio et al. (2009)	1
4	WSH3	Dazio et al. (2009)	1
5	RW-A20-P10-S38	Tran (2012)	3
6	W-MC-N	Villalobos (2014)	1
7	RW1	Thomsen y Wallace (1995)	1
8	RW2	Thomsen y Wallace (1995)	1
9	WSH6	Dazio et al. (2009)	1
10	WSH5	Dazio et al. (2009)	1
11	B2C	Ghorbani-Renani (2009)	1
12	CI-1	Shiu et al. (1981)	-
13	A2C	Ghorbani-Renani (2009)	1
14	R2	Oesterle et al. (1976)	2
15	WSH1	Dazio et al. (2009)	1
16	RW-A20-P10-S63	Tran (2012)	3
17	W-MC-C	Villalobos (2014)	1
18	SW7	Zhang y Wang (2000)	2
19	SW9	Zhang y Wang (2000)	2
20	SW8	Zhang y Wang (2000)	2

*Tabla 2-1. Tipo de ensayo realizado en especímenes.*

## 2.2. Tipos de fallas en muros rectangulares

El modo de falla de un muro, describe el mecanismo físico de deterioro que éste presenta, debido principalmente a un comportamiento predominante o a una combinación de varios aspectos adicionales. El comportamiento que pueda tomar un muro, depende principalmente de diversas propiedades mecánicas del concreto y del acero así como de otros parámetros como la relación de aspecto del muro, la cantidad de refuerzo longitudinal y transversal, su tipo de sección, etc. Los muros que se estudiaron, presentaron 5 tipos de fallas distintas en los ensayos realizados, estas fallas se describen en la *Tabla 2-2*.

TIPOS DE FALLA	DESCRIPCIÓN
1	Pandeo de la barra
2	Pandeo del muro fuera de plano
3	Aplastamiento del concreto en los bordes
4	Falla por deslizamiento
5	Fractura de las barras longitudinales del borde

*Tabla 2-2. Descripción del tipo de fallas observadas en especímenes.*



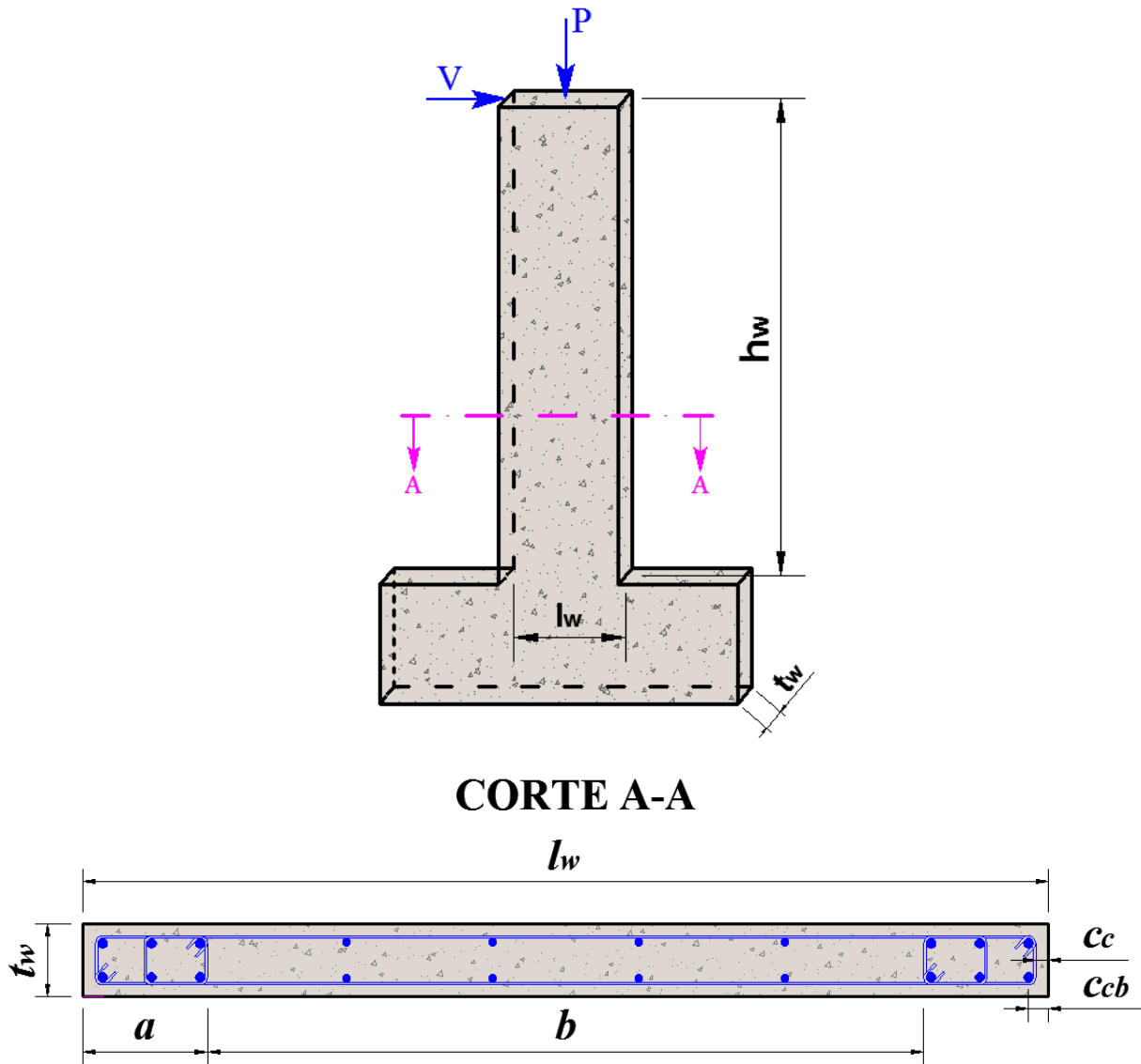
Es importante mencionar que el estudio de la deformación última de los muros, se enfocará a aquellos muros cuyo tipo de falla sea la número 1, debido a que ésta es la falla que se desea constatar. Los muros cuya falla es distinta a la de pandeo, se utilizarán únicamente para la validación de las expresiones propuestas. Bajo el criterio antes mencionado y basado en los reportes de los diferentes ensayos, se determinó el tipo de falla que presenta cada muro, aspecto que se detalla en la *Tabla 2-3*.

N°	Designación	Descripción	Tipo de Falla
1	B16R8-1	Riva and Franchi (2001)	1
2	WSH4	Dazio et al. (2009)	1
3	WSH2	Dazio et al. (2009)	1
4	WSH3	Dazio et al. (2009)	1
5	RW-A20-P10-S38	Tran (2012)	1
6	W-MC-N	Villalobos (2014)	1
7	RW1	Thomsen y Wallace (1995)	1
8	RW2	Thomsen y Wallace (1995)	1
9	WSH6	Dazio et al. (2009)	1
10	WSH5	Dazio et al. (2009)	1
11	B2C	Ghorbani-Renani (2009)	4
12	CI-1	Shiu et al. (1981)	4
13	A2C	Ghorbani-Renani (2009)	4
14	R2	Oesterle et al. (1976)	2
15	WSH1	Dazio et al. (2009)	5
16	RW-A20-P10-S63	Tran (2012)	2
17	W-MC-C	Villalobos (2014)	2
18	SW7	Zhang y Wang (2000)	3
19	SW9	Zhang y Wang (2000)	3
20	SW8	Zhang y Wang (2000)	2

*Tabla 2-3. Tipo de falla registrado en especímenes.*

### 2.3. Geometría y armado de los especímenes

Como se mencionó con anterioridad, todos los muros de la base de datos del presente trabajo son de sección rectangular, éstos presentan características similares a las que se muestran en la *Figura 2-2*.



*Figura 2-2. Muro rectangular tipo.*

Como se observa en la *Figura 2-2*,  $h_w$  es la altura del muro,  $l_w$  es la longitud del muro,  $t_w$  es el espesor del muro,  $c_c$  representa el recubrimiento al extremo exterior del estribo,  $c_{cb}$  es el recubrimiento al centro de la barra de refuerzo longitudinal,  $a$  es la dimensión del extremo confinado y  $b$  es la dimensión del alma del muro; sus valores se presentan en la *Tabla 2-4*, para cada uno de los muros.



N°	Designación	$h_w$	$t_w$	$l_w$	$C_{cb}$	$c_c$	$a$	$b$
		Altura del muro	Espesor del muro	Longitud del muro	Recubrimiento al centro de la barra longitudinal	Recubrimiento al extremo exterior del estribo	Dimensión del extremo confinado muro	Dimensión del alma del muro
		mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
1	B16R8-1	2500	150	1200	27	11	260	572
2	WSH4	4560	150	2000	30	18	200	1480
3	WSH2	4560	150	2000	25	14	150	1600
4	WSH3	4560	150	2000	30	18	200	1480
5	RW-A20-P10-S38	2438	152	1219	29	16	152	800
6	W-MC-N	3658	203	1524	43	21	327	870
7	RW1	3658	102	1219	19	9	152	839
8	RW2	3658	102	1219	19	9	152	839
9	WSH6	4560	150	2000	30	19	325	1230
10	WSH5	4560	150	2000	30	22	200	1480
11	B2C	1140	84	548	24	14	35	382
12	CI-1	5486	102	1905	25	13	222	1359
13	A2C	2700	200	1300	55	33	95	890
14	R2	4572	102	1905	24	11	140	1530
15	WSH1	4560	150	2000	25	14	150	1600
16	RW-A20-P10-S63	2438	152	1219	29	13	152	800
17	W-MC-C	3658	203	1524	43	24	327	870
18	SW7	1500	100	700	22	9	90	432
19	SW9	1500	100	700	25	9	90	420
20	SW8	1500	100	700	22	10	90	432

Tabla 2-4. Datos geométricos de los especímenes.

N°	Designación	$d_{ba}$	$d_{bb}$	# bar <sub>a</sub>	# bar <sub>b</sub>	# bar <sub>tot</sub>	$\rho_a$	$\rho_b$	$\rho_l$
		Diámetro de barras longitudinales en bordes confinados	Diámetro de barras longitudinales en el centro	# de barras longitudinales en la zona confinada	# de barras longitudinales en el alma	# de barras longitudinales totales	Cuantía de acero longitudinal en el borde confinado	Cuantía de acero longitudinal en el alma	Cuantía de acero longitudinal Total
		mm	mm	u	u	u	%	%	%
1	B16R8-1	16	8	6	10	22	0.67%	0.28%	1.62%
2	WSH4	12	8	6	22	34	0.23%	0.37%	0.82%
3	WSH2	10	6	6	24	36	0.16%	0.23%	0.54%
4	WSH3	12	8	6	22	34	0.23%	0.37%	0.82%
5	RW-A20-P10-S38	13	6	8	12	28	0.55%	0.18%	1.27%
6	W-MC-N	25	13	4	6	14	0.66%	0.25%	1.56%
7	RW1	10	6	8	8	24	0.46%	0.21%	1.12%
8	RW2	10	6	8	8	24	0.46%	0.21%	1.12%
9	WSH6	11	8	8	18	34	0.25%	0.30%	0.81%
10	WSH5	8	6	6	20	32	0.10%	0.19%	0.39%
11	B2C	10	10	4	3	11	0.62%	0.46%	1.69%
12	CI-1	13	6	12	12	36	0.79%	0.18%	1.75%
13	A2C	22	16	4	6	14	0.61%	0.46%	1.68%
14	R2	13	6	6	14	24	0.39%	0.20%	0.99%
15	WSH1	10	6	6	24	36	0.16%	0.23%	0.54%
16	RW-A20-P10-S63	19	10	8	10	26	1.23%	0.38%	2.85%
17	W-MC-C	25	13	4	6	14	0.65%	0.25%	1.55%
18	SW7	14	8	4	6	14	0.88%	0.43%	2.19%
19	SW9	20	8	4	6	14	1.80%	0.43%	4.02%
20	SW8	12	8	4	6	14	0.65%	0.43%	1.72%

Tabla 2-5. Detalle del refuerzo longitudinal en los muros.





En la *Tabla 2-5*, se presenta el detalle del refuerzo longitudinal, donde  $d_{ba}$  representa el diámetro de las barras longitudinales en los bordes confinados,  $d_{bb}$  es el diámetro de las barras longitudinales en el alma, además se presenta el número de barras de refuerzo longitudinal en el borde confinado, en el alma y totales,  $\#bar_a$ ,  $\#bar_b$ ,  $\#bar_{tot}$  respectivamente y por último se presenta las cuantías en el borde confinado, en el alma y total de refuerzo longitudinal  $\rho_a$ ,  $\rho_b$  y  $\rho$  respectivamente.

En la *Tabla 2-6*, se presenta las características del refuerzo transversal como son el diámetro de los estribos en el borde confinado,  $d_{bta}$ , el diámetro del refuerzo transversal en el alma,  $d_{btb}$ , la separación de estribos en el borde confinado y en el alma  $s_a$ ,  $s_b$  respectivamente para cada uno de los muros.

N°	Designación	$d_{bta}$	$d_{btb}$	$s_a$	$s_b$
		<i>Diámetro de estribos de borde confinado</i>	<i>Diámetro de estribos en el alma</i>	<i>Separación de estribos de borde confinado entre extremos</i>	<i>Separación de estribos del alma entre extremos</i>
		mm	mm	mm	mm
1	B16R8-1	8	8	100	100
2	WSH4	6	6	150	150
3	WSH2	6	6	75	150
4	WSH3	6	6	75	150
5	RW-A20-P10-S38	6.4	6	51	140
6	W-MC-N	9.5	9.5	127	127
7	RW1	4.76	6.4	76	190
8	RW2	4.76	6.4	51	190
9	WSH6	6	6	50	150
10	WSH5	4.2	6	50	150
11	B2C	4.8	9.5	42	127
12	CI-1	6	6	34	152
13	A2C	11.3	15	100	300
14	R2	6	6	34	203
15	WSH1	6	6	75	150
16	RW-A20-P10-S63	6.4	9.5	51	152
17	W-MC-C	6.35	9.5	64	127
18	SW7	6	8	50	100
19	SW9	6	9	75	75
20	SW8	6	8	50	100

*Tabla 2-6. Detalle del refuerzo transversal en los muros.*

En la *Tabla 2-7*, se pueden ver otras características importantes de los muros como la relación de carga axial,  $P/(A_g f_c)$ , donde  $P$  es la carga axial y  $A_g$  es el área de la sección, la relación entre la separación de estribos y el diámetro de la barra longitudinal  $s/d_b$  y la relación de esbeltez  $h_w/l_w$ .



N°	Designación	$P/f'_c * A_g$	$s/db$	$h_w/l_w$
		<i>Relación de la carga axial</i>	<i>Relación de la separación de los estribos y el diámetro de la barra longitudinal</i>	<i>Relación de esbeltez del muro</i>
1	B16R8-1	0.000	6.25	2.08
2	WSH4	0.057	12.50	2.28
3	WSH2	0.057	7.50	2.28
4	WSH3	0.058	6.25	2.28
5	RW-A20-P10-S38	0.073	4.00	2.00
6	W-MC-N	0.088	5.00	2.40
7	RW1	0.088	8.00	3.00
8	RW2	0.089	5.35	3.00
9	WSH6	0.108	4.55	2.28
10	WSH5	0.128	6.25	2.28
11	B2C	0.000	4.42	2.08
12	CI-1	0.000	2.67	2.88
13	A2C	0.000	4.46	2.08
14	R2	0.004	2.66	2.40
15	WSH1	0.051	7.50	2.28
16	RW-A20-P10-S63	0.073	2.66	2.00
17	W-MC-C	0.087	2.50	2.40
18	SW7	0.240	3.57	2.14
19	SW9	0.240	3.75	2.14
20	SW8	0.350	4.17	2.14

Tabla 2-7. Carga axial, relación de esbeltez y relación  $s/d_b$  en los muros.

Es importante mencionar que en estas tablas se presenta un resumen de las principales características de los muros estudiados, en el APÉNDICE de este documento se presenta de manera más detallada las características de cada uno de los muros que se presentan en este estudio.

## 2.4. Propiedades de los materiales

En la *Tabla 2-8* se presenta las propiedades de los materiales de construcción de los muros que fueron medidas previo a realizar los ensayos, entre ellos se encuentra el esfuerzo medido de compresión del concreto,  $\widehat{f}'_c$ , el esfuerzo medido de fluencia del acero de refuerzo longitudinal colocado en los extremos,  $\widehat{f}_y$ , el esfuerzo medido de fluencia del acero de refuerzo transversal,  $\widehat{f}_{yt}$ , el esfuerzo último medido en el acero de refuerzo longitudinal en los extremos,  $\widehat{f}_{su}$  y la relación  $\widehat{f}_{su}/\widehat{f}_y$ .



N°	Designación	$\widehat{f}'_c$	$\widehat{f}_y$	$\widehat{f}_{su}$	$\widehat{f}_{yt}$	$\widehat{f}_{su}/\widehat{f}_y$
		<i>Esfuerzo medido de compresión del concreto</i>	<i>Esfuerzo de fluencia del acero longitudinal del borde confinado</i>	<i>Esfuerzo último medido del acero longitudinal del borde confinado</i>	<i>Esfuerzo de fluencia medido del acero transversal en el borde confinado</i>	<i>Endurecimiento por deformación del acero longitudinal</i>
		MPa	MPa	MPa	MPa	
1	B16R8-1	40	540	635	450	1.18
2	WSH4	40.9	576	674.9	518.9	1.17
3	WSH2	40.5	583.1	747.4	484.9	1.28
4	WSH3	39.2	601	725.5	489	1.21
5	RW-A20-P10-S38	47.1	472	613	500	1.30
6	W-MC-N	32.68	461.94	655	455.1	1.42
7	RW1	36.5	434	641	448	1.48
8	RW2	34.28	434	641	448	1.48
9	WSH6	45.6	576.98	679.97	518.9	1.18
10	WSH5	38.3	583.7	714.4	518.9	1.22
11	B2C	47	450	597	450	1.33
12	Cl-1	23.27	476.4	761.9	473	1.60
13	A2C	28.3	427.6	579	452	1.35
14	R2	46.44	450.2	708.11	535.05	1.57
15	WSH1	45	547.3	619.9	583.6	1.13
16	RW-A20-P10-S63	48.6	477	637	414	1.34
17	W-MC-C	33.09	461.9	682.58	455.05	1.48
18	SW7	29.7	405	-	305	-
19	SW9	35.4	375	-	318.39	-
20	SW8	32	432	-	305	-

Tabla 2-8. Propiedades de los materiales en los muros.





### Capítulo 3 RESULTADOS EXPERIMENTALES

En este capítulo se detalla los resultados obtenidos de las curvas de fuerza lateral – desplazamiento de los ensayos realizados en cada uno de los muros que se incluyen en este trabajo; es importante mencionar que cada una de estas curvas que se presentan a continuación, fueron tomadas de los reportes en los cuales se describe dichos ensayos.

A continuación se procede a presentar las curvas fuerza-desplazamiento de cada uno de los muros estudiados, en estas además se muestra el valor de la fuerza máxima lateral aplicada,  $F_{MAX}$ , el desplazamiento en la parte superior del muro en el instante en el que se aplica la fuerza máxima sobre el muro,  $\Delta_{FMAX}$ , y el desplazamiento último en el momento que se presenta la falla descrita en la *Tabla 2-3*,  $\Delta_U$ , que serán los valores con los cuales se compararán los resultados de momento máximo probable y desplazamiento último de los muros, que se calculan en el Capítulo 4 y Capítulo 6 respectivamente.

- WSH1 - Dazio et al. (2009).

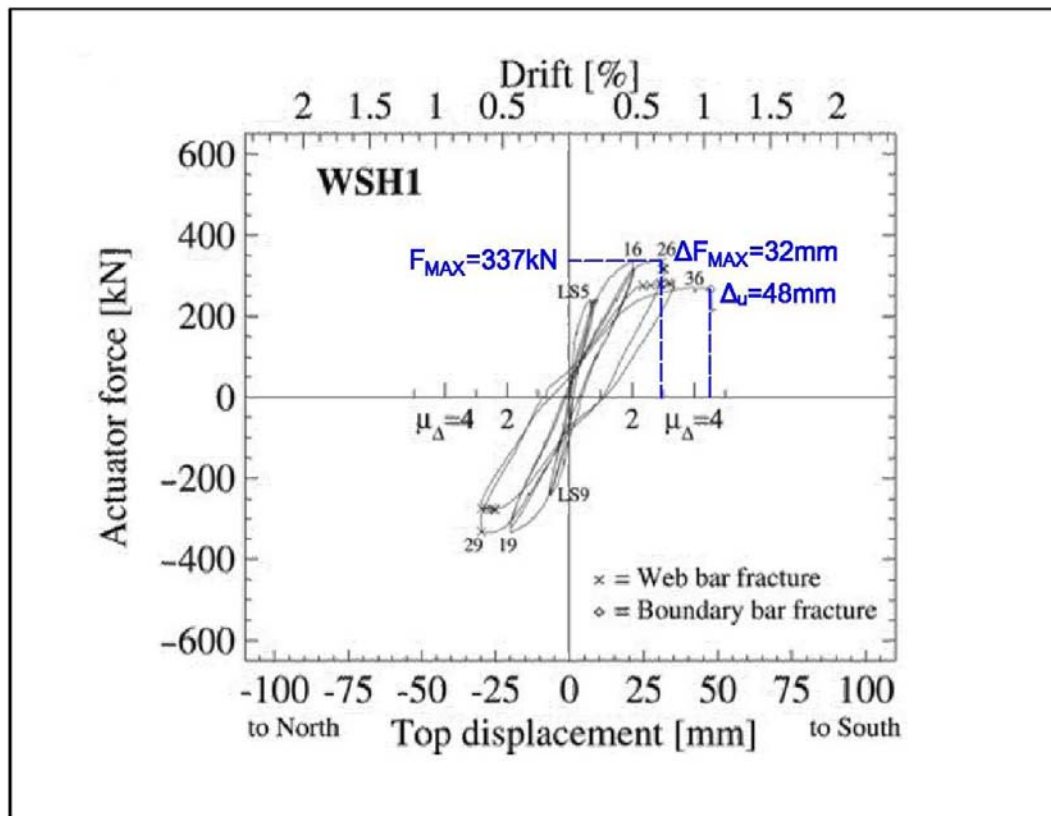


Figura 3-1. Curva de Fuerza-Desplazamiento del muro WSH1.



El desplazamiento último ocurrió cuando se presentó la fractura del refuerzo longitudinal de borde. Es importante indicar que en el reporte no está claro si éste pandea o no con anterioridad, razón por la cual su falla se considera que es del tipo 5, como se indica en la *Tabla 2-3*.

- WSH2 - Dazio et al. (2009).

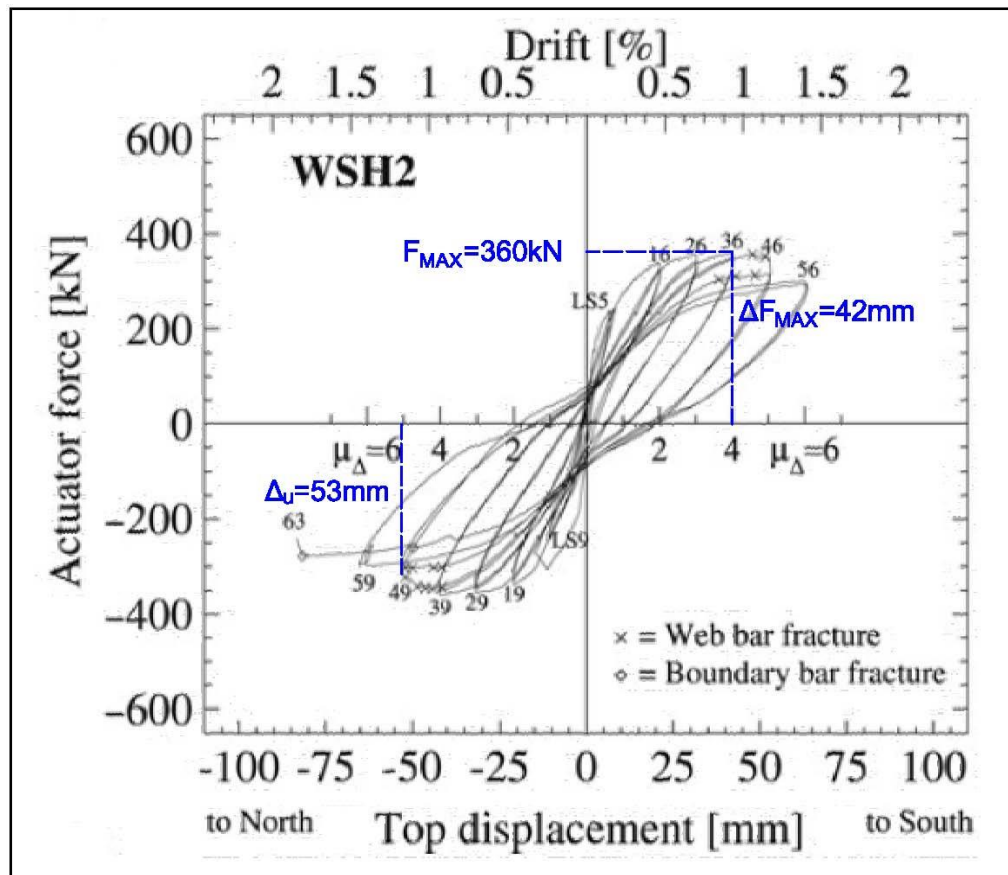


Figura 3-2. Curva Fuerza – Desplazamiento del muro WSH2.

El desplazamiento último ocurrió cuando se presentó el pandeo de las barras de refuerzo longitudinal del borde confinado, lo cual, basados en el reporte, ocurre en el ciclo 53. Por lo mencionado su falla se considera que es del tipo 1, como se indica en la *Tabla 2-3*.

- WSH3 - Dazio et al. (2009).

El desplazamiento último de éste muro ocurrió cuando se presentó el pandeo de las barras de refuerzo longitudinal del borde confinado que se presenta, según lo que detalla su reporte, en el ciclo 51. Por lo mencionado su falla se considera que es del tipo 1, como se indica en la *Tabla 2-3*.

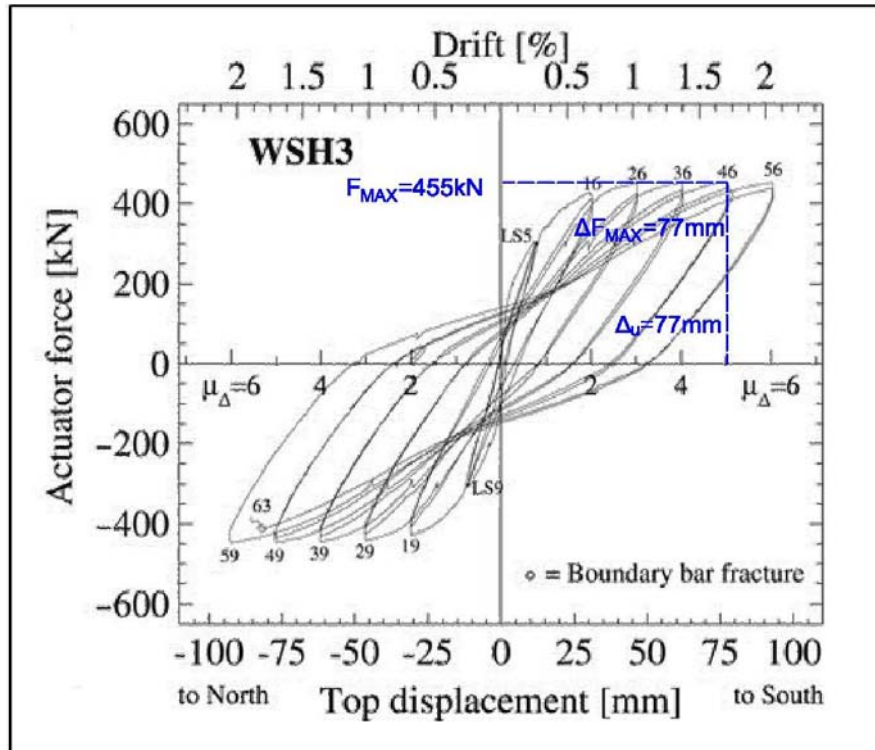


Figura 3-3. Curva Fuerza – Desplazamiento del muro WSH3.

- WSH4 - Dazio et al. (2009).

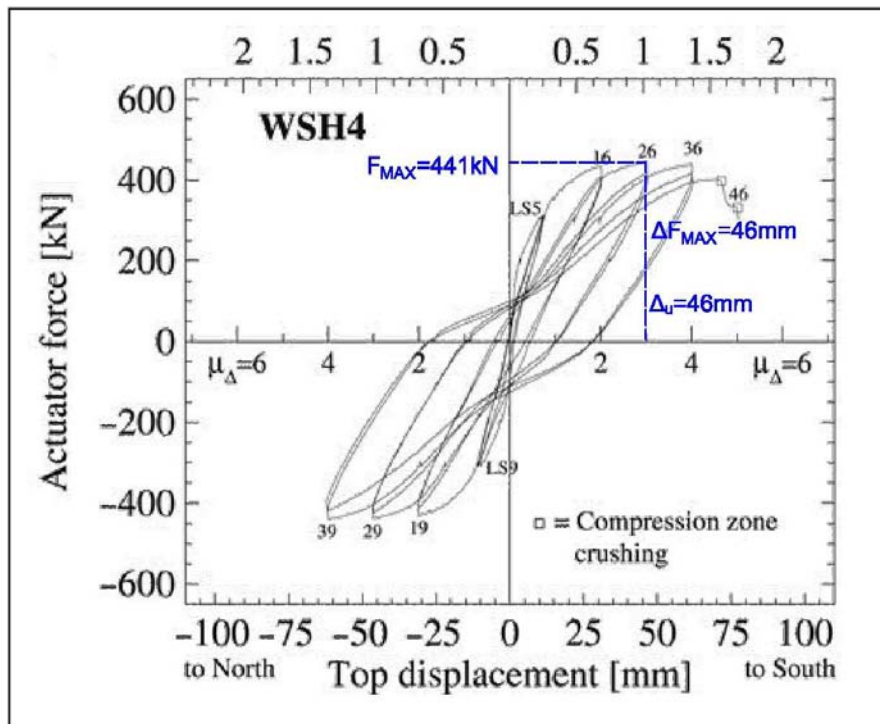


Figura 3-4. Curva Fuerza – Desplazamiento del muro WSH4.



El desplazamiento último en éste muro, ocurrió cuando se presentó el pandeo de las barras de refuerzo longitudinal del borde confinado, lo cual, basados en su reporte, ocurre en el ciclo 31. Por lo mencionado su falla se considera que es del tipo 1, como se indica en la *Tabla 2-3*.

- WSH5 - Dazio et al. (2009).

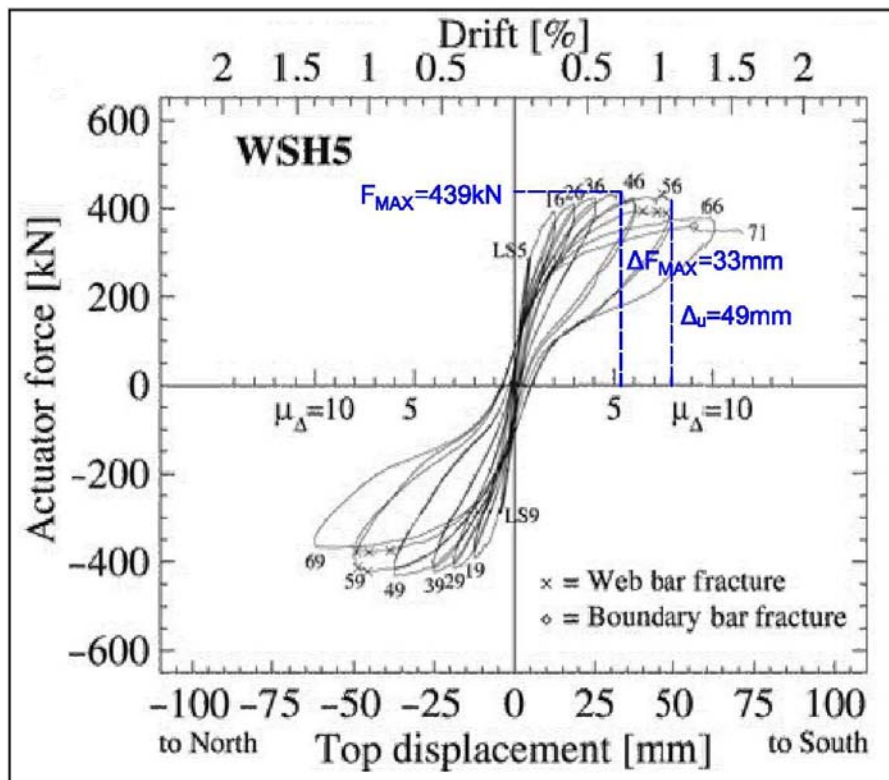


Figura 3-5. Curva Fuerza – Desplazamiento del muro WSH5.

El desplazamiento último ocurrió cuando se presentó el pandeo de las barras de refuerzo longitudinal del borde confinado que ocurre en el ciclo 56. Por lo mencionado su falla se considera que es del tipo 1, como se indica en la *Tabla 2-3*.

- WSH6 - Dazio et al. (2009).

El desplazamiento último de éste muro, ocurrió cuando se presentó el pandeo de las barras de refuerzo longitudinal del borde confinado, lo cual, basados en su reporte, ocurre en el ciclo 59. Por lo mencionado su falla se considera que es del tipo 1, como se indica en la *Tabla 2-3*.



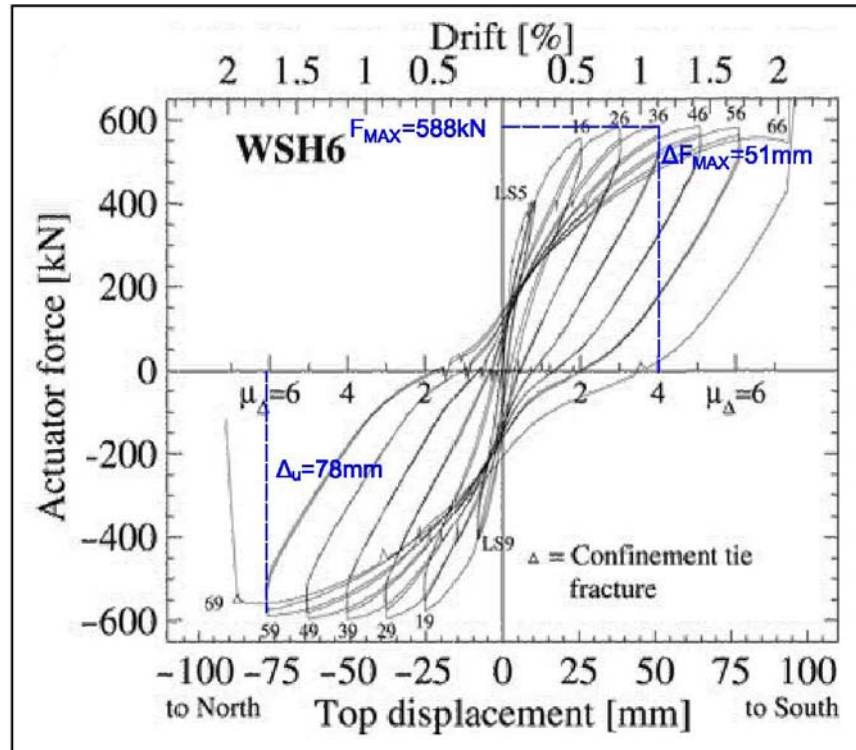


Figura 3-6. Curva Fuerza – Desplazamiento del muro WSH6.

- A2C – Ghorbani-Renani et al. (2009).

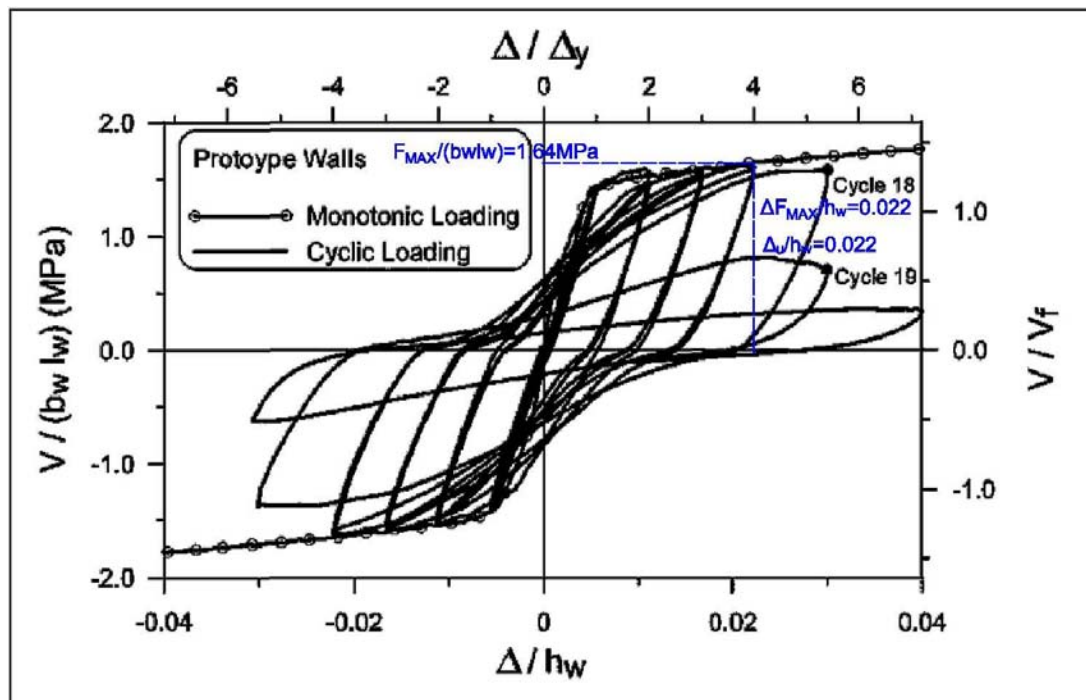


Figura 3-7. Curva Esfuerzo – Deformación del muro A2C.



El desplazamiento último ocurrió cuando se presentó la falla por deslizamiento del muro como se indica en su reporte. Por lo mencionado su falla se considera que es del tipo 4, como se indica en la *Tabla 2-3*.

- B2C – Ghorbani-Renani et al. (2009).

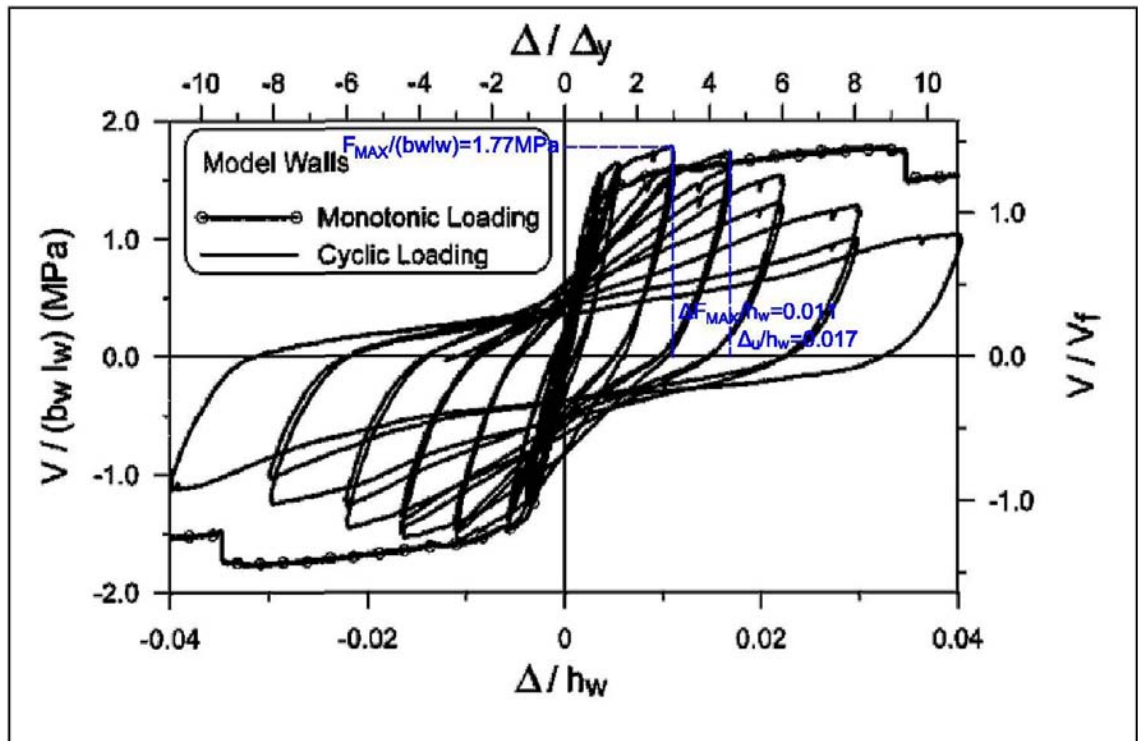


Figura 3-8. Curva Esfuerzo – Deformación del muro B2C.

El desplazamiento último de este muro, ocurrió cuando se presentó la falla por deslizamiento del muro como se indica en su informe. Por lo mencionado su falla se considera que es del tipo 4, como se indica en la *Tabla 2-3*.

- R2 – Oesterle et al. (1976).

El desplazamiento último ocurrió cuando se presentó la falla por pandeo del muro fuera de su plano como se indica en su informe. De esta manera, la falla se considera que es del tipo 2, como se indica en la *Tabla 2-3*.

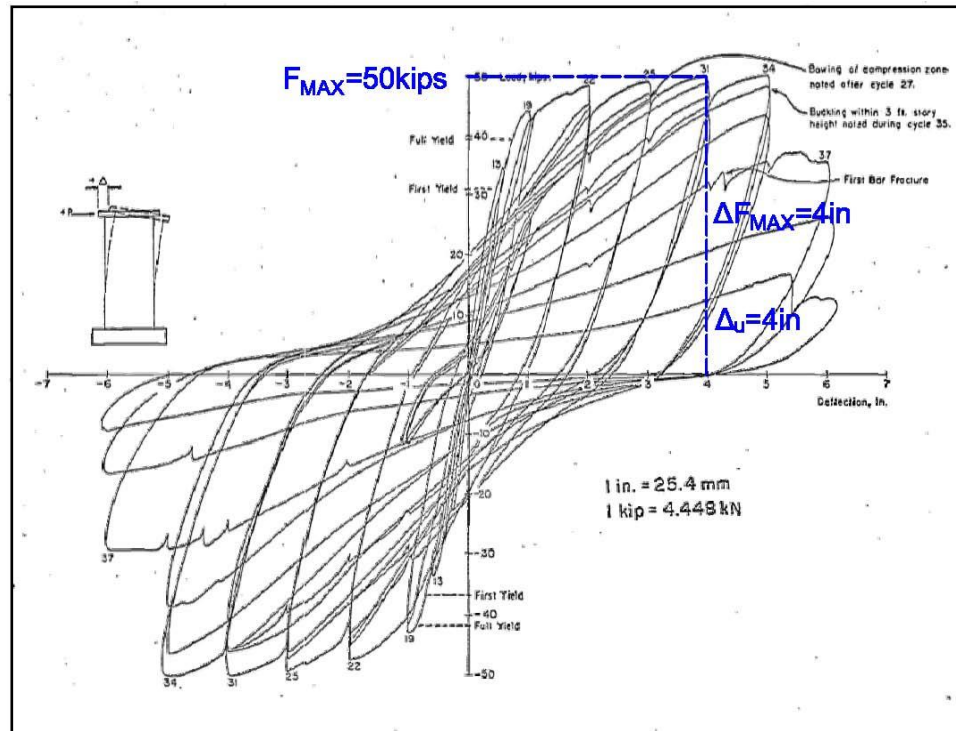


Figura 3-9. Curva Fuerza – Desplazamiento del muro R2.

- B16R8-1 – Riva y Franchi (2001).

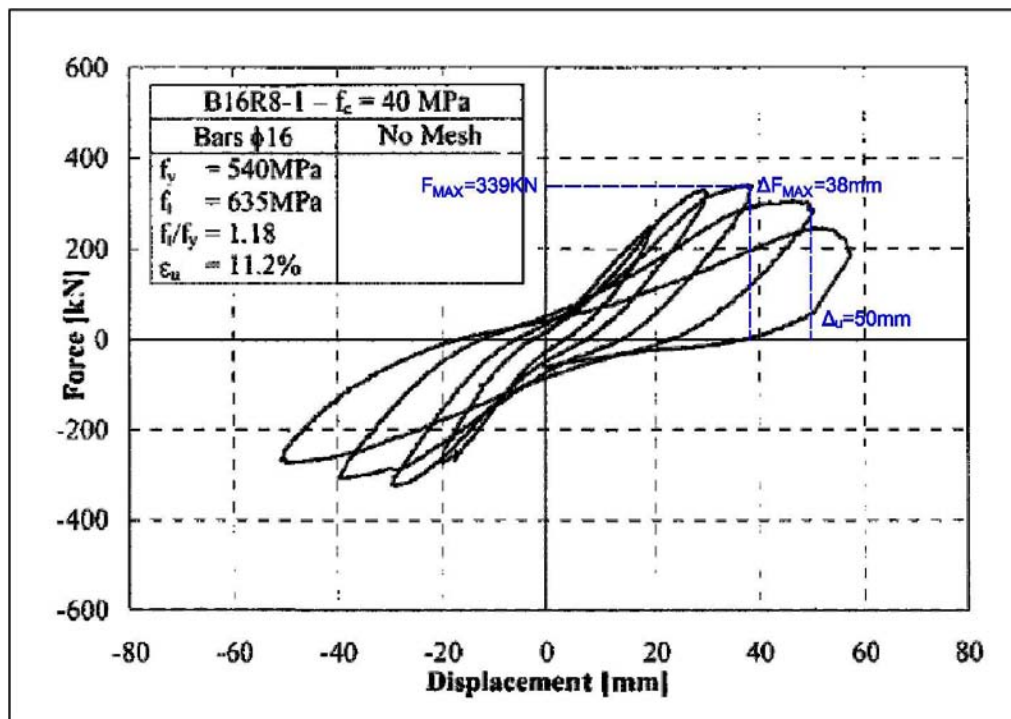


Figura 3-10. Curva Fuerza – Desplazamiento del muro B16R8-1.



El desplazamiento último ocurrió cuando se presentó la falla por pandeo de las barras del refuerzo longitudinal del borde confinado. Por esta razón, su falla se considera que es del tipo 1, como se indica en la *Tabla 2-3*.

- RW1 – Thomsen y Wallace (1995).

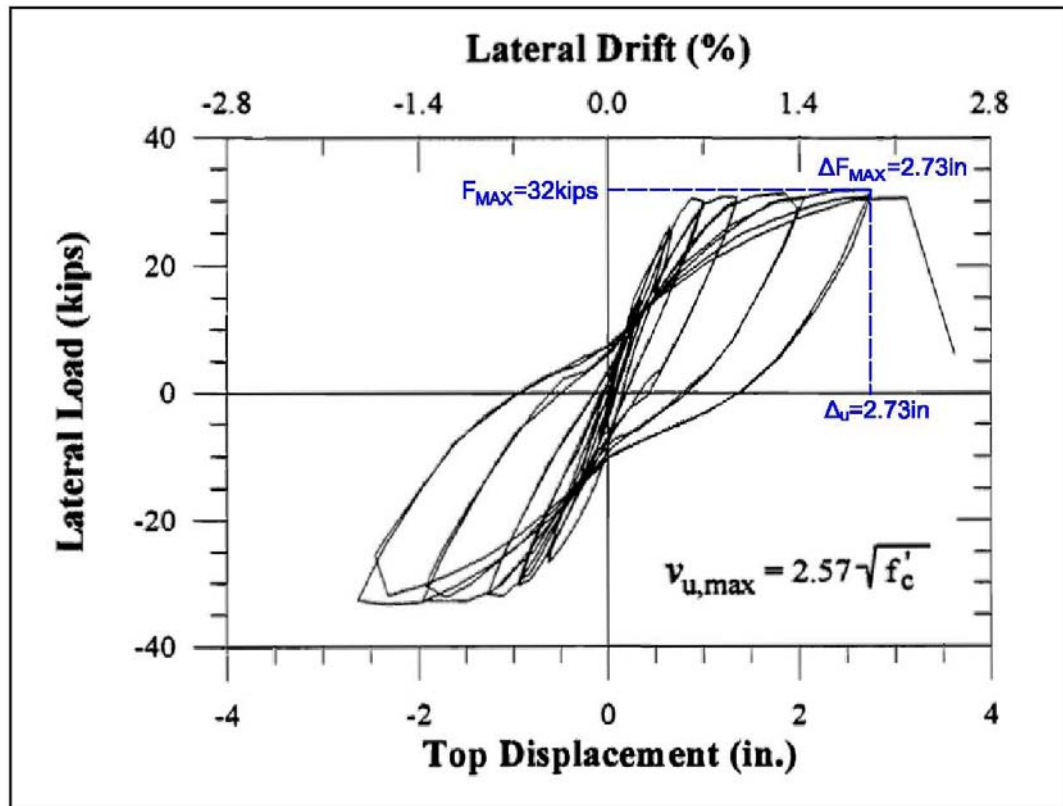


Figura 3-11. Curva Fuerza – Desplazamiento del muro RW1.

El desplazamiento último ocurrió cuando se presentó la falla por pandeo de las barras de refuerzo longitudinal del borde confinado. Por esta razón, su falla se considera que es del tipo 1, como se indica en la *Tabla 2-3*.

- RW2 - Thomsen y Wallace (1995).

El desplazamiento último en este muro ocurrió cuando se presentó la falla por pandeo de las barras de refuerzo longitudinal del borde confinado. Por esta razón su falla se considera que es del tipo 1, como se indica en la *Tabla 2-3*.

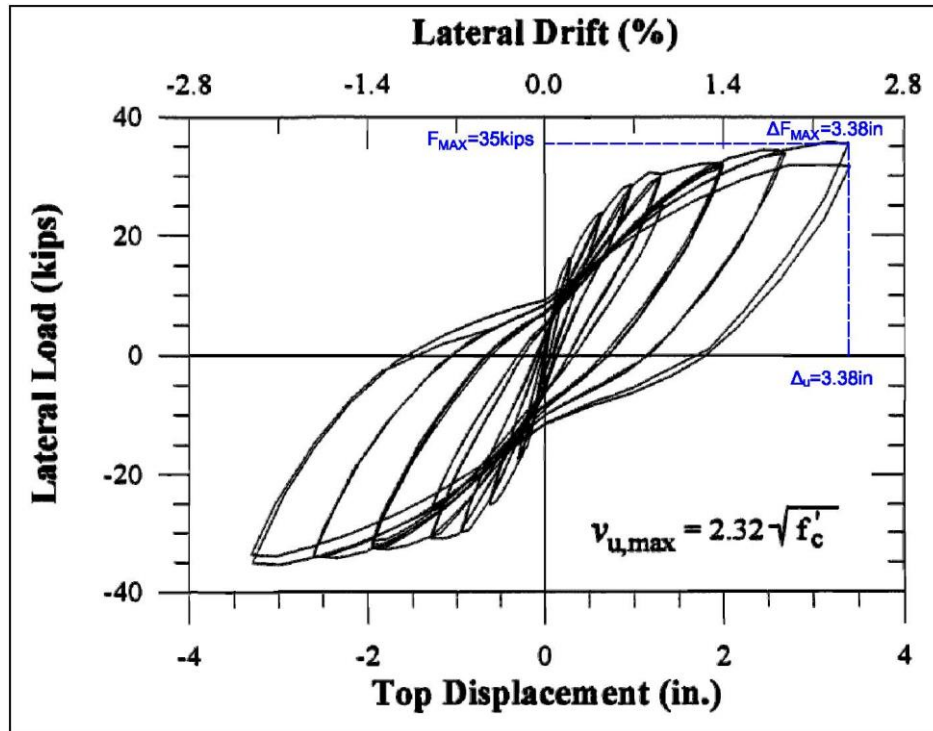


Figura 3-12. Curva Fuerza – Desplazamiento del muro RW2

- RW-A20-P10-S38 – Tran (2012).

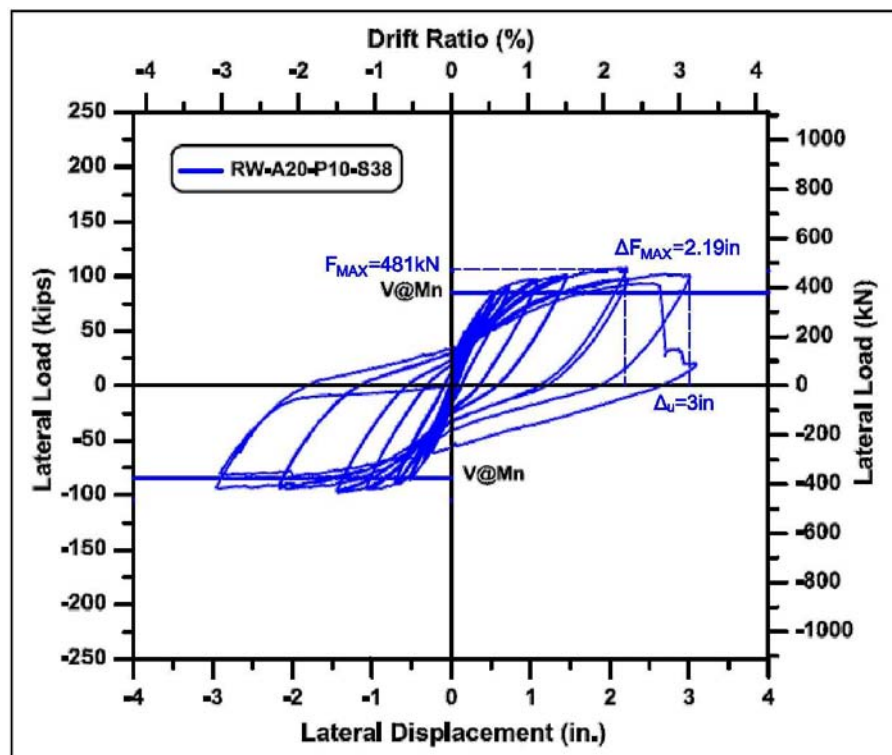


Figura 3-13. Curva Fuerza – Desplazamiento del muro RW-A20-P10-S38.



El desplazamiento último en este muro ocurrió cuando se presentó la falla por pandeo de las barras de borde. Por lo mencionado su falla se considera que es del tipo 1, como se muestra en la *Tabla 2-3*.

- RW-A20-P10-S63 – Tran (2012).

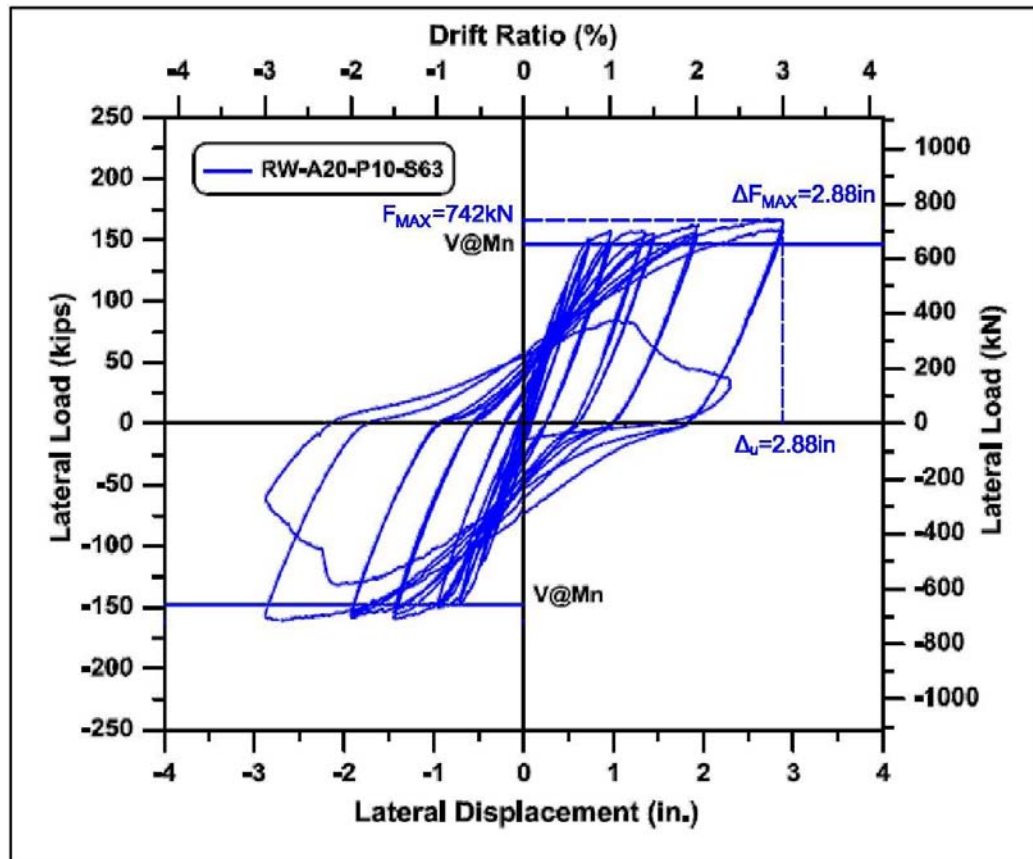


Figura 3-14. Curva Fuerza – Desplazamiento del muro RW-A20-P10-S63

El desplazamiento último en este muro ocurrió cuando se presentó el pandeo lateral del muro fuera de su plano. Por lo indicado su falla se considera que es del tipo 2, como se muestra en la *Tabla 2-3*.

- W-MC-C – Villalobos (2014).

El desplazamiento último ocurrió cuando se presentó el pandeo lateral del muro fuera de su plano. Por esta razón su falla se considera que es del tipo 2, como se indica en la *Tabla 2-3*.

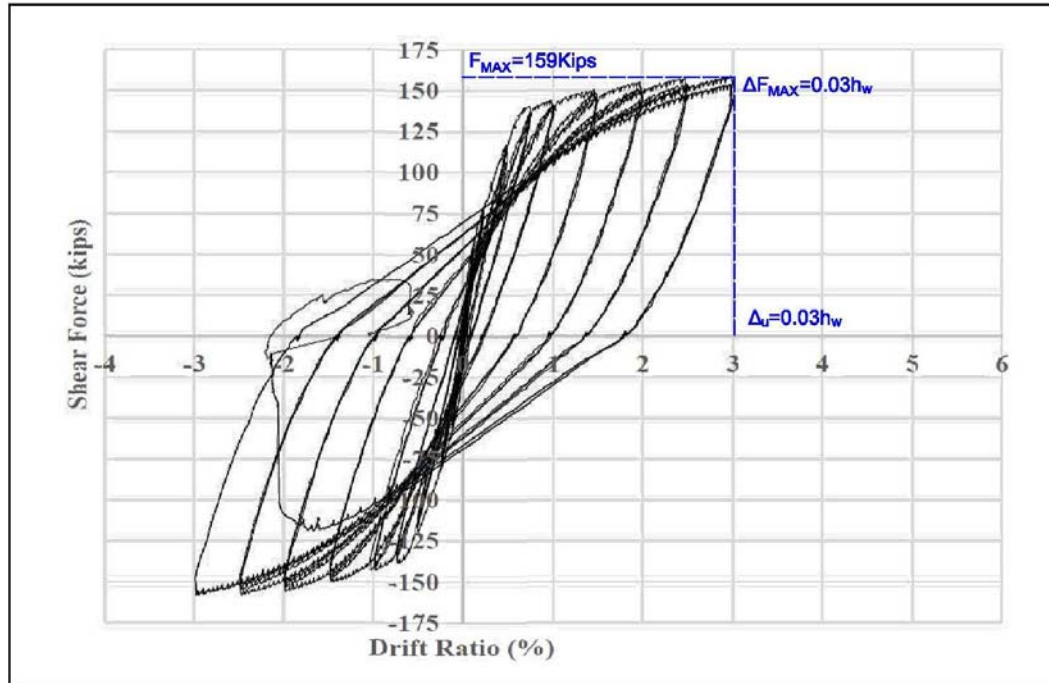


Figura 3-15. Curva Fuerza – Desplazamiento del muro W-MC-C.

- W-MC-N – Villalobos (2014).

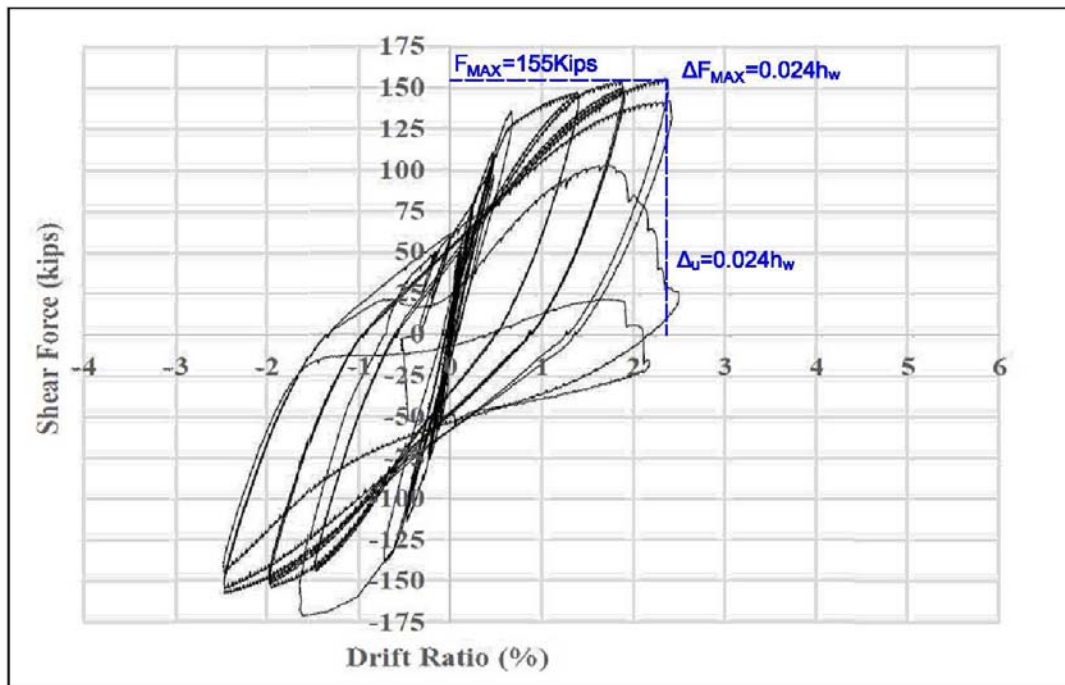
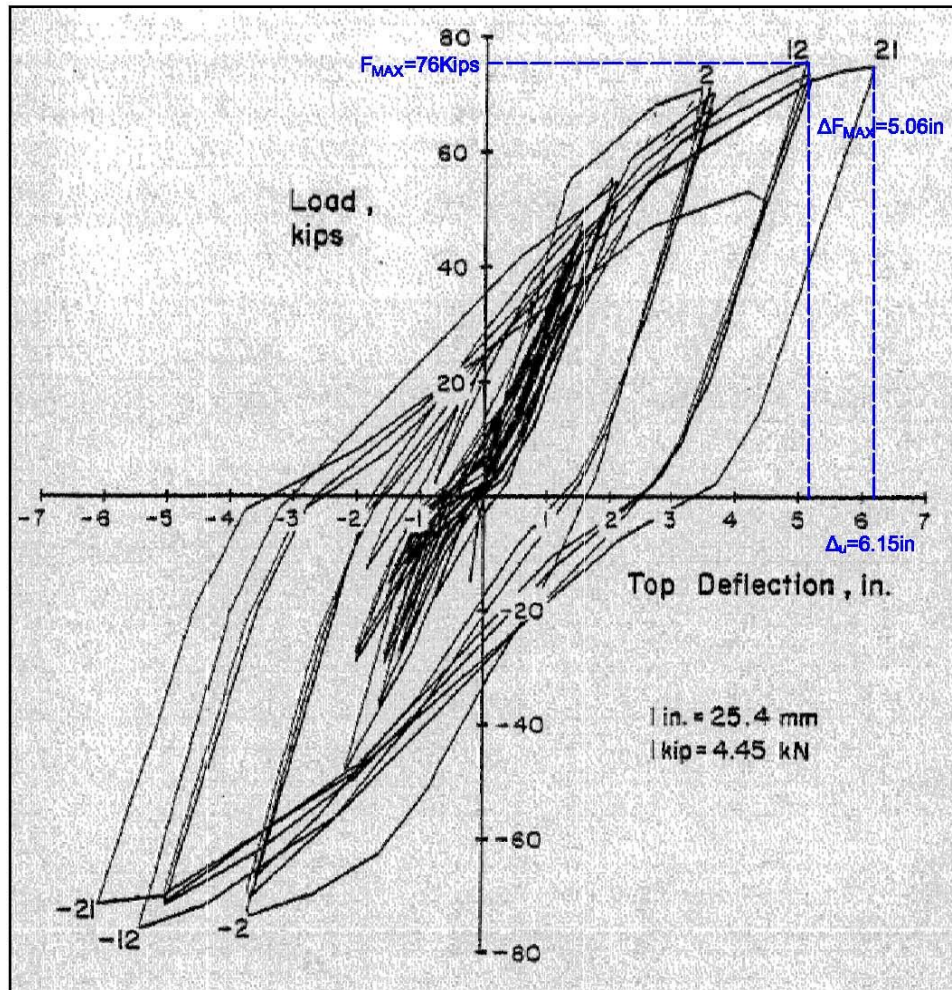


Figura 3-16. Curva Fuerza – Desplazamiento del muro W-MC-N.



El desplazamiento último en este muro ocurrió cuando se presentó el pandeo de las barras de refuerzo longitudinal del borde confinado. Por esta razón, su falla se considera que es del tipo 1, como se indica en la *Tabla 2-3*.

- CI-1 – Shiu et al. (1981).



El desplazamiento último en este muro ocurrió cuando se presentó la falla por deslizamiento, según lo descrito en su reporte. Por lo mencionado su falla se considera que es del tipo 4, como se muestra en la *Tabla 2-3*.

- SW7 – Zhang y Wang (2000).

El desplazamiento último en este muro ocurrió cuando se presentó el aplastamiento del concreto en los bordes, según lo descrito en su reporte. Por lo mencionado su falla se considera que es del tipo 3, como se indica en la *Tabla 2-3*.



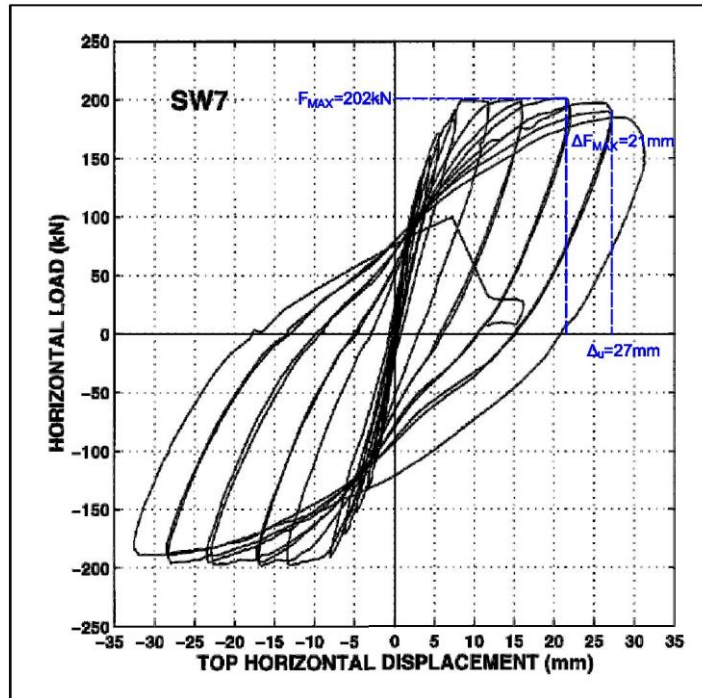


Figura 3-18. Curva Fuerza – Desplazamiento del muro SW7.

- SW8 – Zhang y Wang (2000).

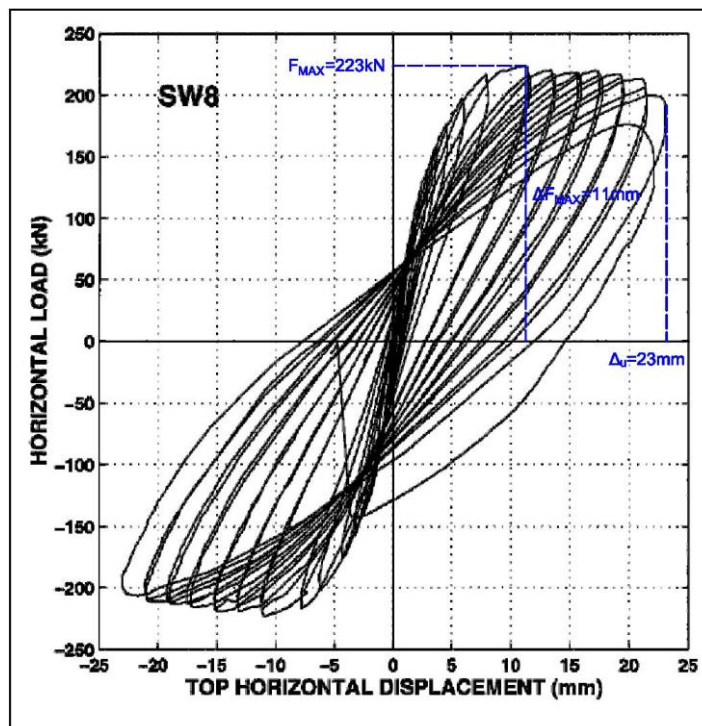


Figura 3-19. Curva Fuerza – Desplazamiento del muro SW8.



El desplazamiento último en este muro ocurrió cuando se presentó el pandeo fuera del plano del muro, según lo descrito en su reporte. Por esta razón su falla se considera que es del tipo 2, como se indica en la *Tabla 2-3*.

- SW9 – Zhang y Wang (2000).

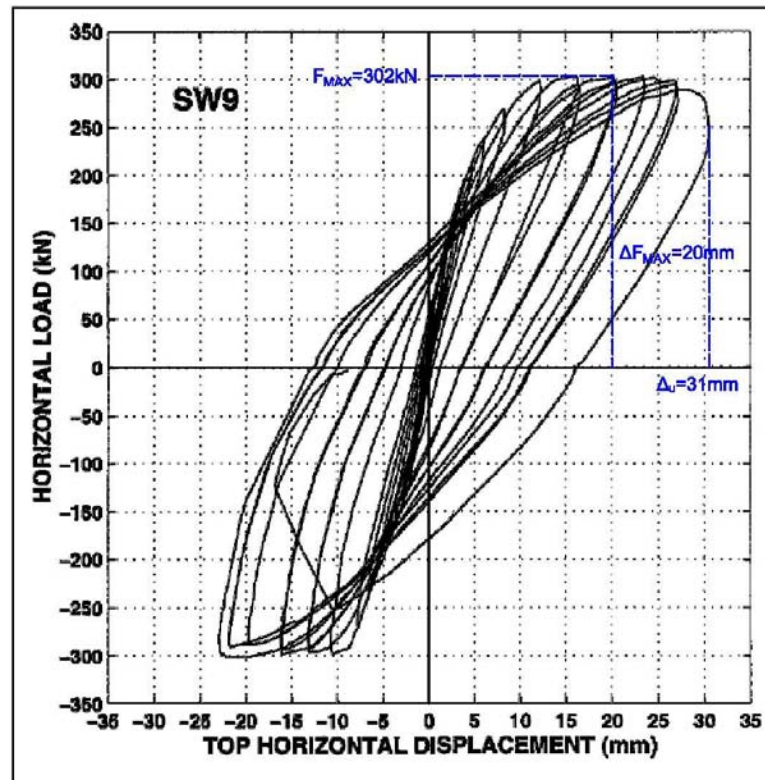


Figura 3-20. Curva Fuerza – Desplazamiento del muro SW9.

El desplazamiento último en este muro ocurrió cuando se presentó el aplastamiento del concreto en las esquinas, según lo descrito en su reporte. Por lo indicado su falla se considera que es del tipo 3, como se muestra en la *Tabla 2-3*.

### 3.1. Resumen de resultados experimentales

Con los datos medidos de cada muro, se calculó el momento máximo medido del ensayo mediante la ecuación (3-1). Cabe mencionar que el efecto  $P\Delta$  para el cálculo del momento, solo se tomó en cuenta en los muros que tuvieron un ensayo del tipo 2, que es el único caso en el que se presenta este efecto.



$$M_{MAX} = F_{MAX} h_w + P \Delta F_{MAX} \tag{3-1}$$

Los resultados del momento máximo resistente y del desplazamiento último en el borde superior del muro medido experimentalmente se presentan en la *Tabla 3-1*. Estos serán los datos con los cuales se comparará los resultados de momento máximo probable y desplazamiento último calculados en los Capítulo 4 y Capítulo 5 respectivamente.

N°	Designación	<i>Mmax</i>	$\Delta_u$ Medido	$\Delta_{u\ MED} / h_w$
		<i>Momento máximo medido</i>	<i>Desplazamiento último medido</i>	
		KN.m	mm	
1	B16R8-1	847,50	50	0,020
2	WSH4	2010,96	46	0,010
3	WSH2	1641,60	53	0,012
4	WSH3	2074,80	77	0,017
5	RW-A20-P10-S38	1179,54	76	0,031
6	W-MC-N	2520,36	88	0,024
7	RW1	519,38	69	0,019
8	RW2	570,59	86	0,024
9	WSH6	2681,28	78	0,017
10	WSH5	2001,84	49	0,011
11	B2C	92,91	19	0,017
12	CI-1	1854,40	156	0,028
13	A2C	1154,25	59	0,022
14	R2	1018,66	76	0,017
15	WSH1	1536,72	48	0,011
16	RW-A20-P10-S63	1817,88	73	0,030
17	W-MC-C	2585,92	110	0,030
18	SW7	313,48	27	0,018
19	SW9	464,89	31	0,021
20	SW8	343,12	23	0,015

*Tabla 3-1. Momento máximo y desplazamiento último medidos.*





## Capítulo 4 CAPACIDAD A FLEXO - COMPRESIÓN DE LOS MUROS RECTANGULARES DE CONCRETO REFORZADO

El momento resistente probable ( $M_{pr}$ ), es la resistencia teórica que puede alcanzar un elemento estructural, cuando con o sin carga axial se le somete a flexión en una dirección dada. El ACI 318 calcula la resistencia probable usando una teoría simplificada para flexión en la cual considera una relación esfuerzo-deformación elasto-plástica para el acero de refuerzo, un bloque rectangular a compresión para el concreto y acepta la hipótesis de que las secciones se mantienen planas después de la deformación. Además el ACI 318 considera un esfuerzo en el acero igual a  $1.25 f_y$ , siendo  $f_y$  la resistencia especificada de fluencia del acero de refuerzo. Por otra parte, el ACI 318 no considera el incremento probable en la resistencia del concreto debido a su confinamiento.

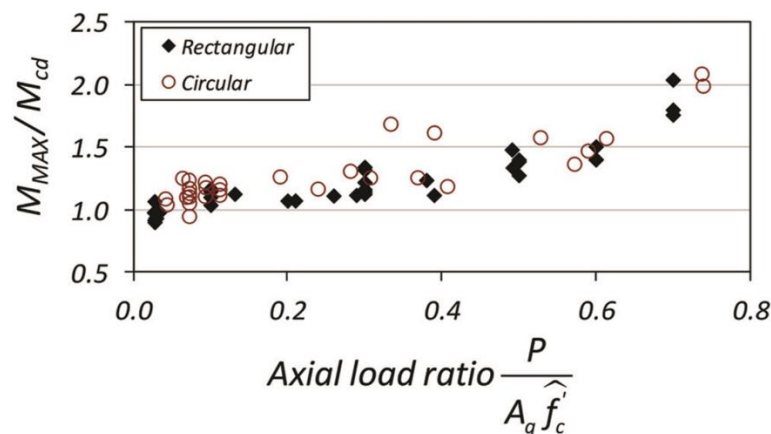


Figura 4-1. Relación  $M_{MAX}/M_{CD}$ , calculada con el procedimiento del ACI-318 para columnas por Restrepo y Rodríguez (2013).

Por todo lo expuesto y por lo demostrado por Restrepo y Rodríguez (2013) para columnas como se puede ver en la Figura 4-1, el procedimiento que propone el ACI 318 subestima el momento máximo que puede resistir un elemento que trabaja a flexo-compresión conforme la carga axial en éste se incrementa. Esta situación es correcta si el diseño del muro es a flexión ya que se está del lado de la seguridad, pero produce que se subestime el cortante sísmico actuante en el muro, ocasionando de ésta manera que el muro pueda fallar a corte ya que su capacidad a ésta es menor que su capacidad a flexión, lo cual, considerando el concepto de diseño por capacidad es no deseable en zonas de alta sismicidad.

Por esta razón, se hace necesario un procedimiento muy simple que estime de mejor manera el momento máximo resistente en los muros, lo cual se desarrollará en este capítulo basado en la teoría que fue desarrollada para columnas por Restrepo y Rodríguez (2013).



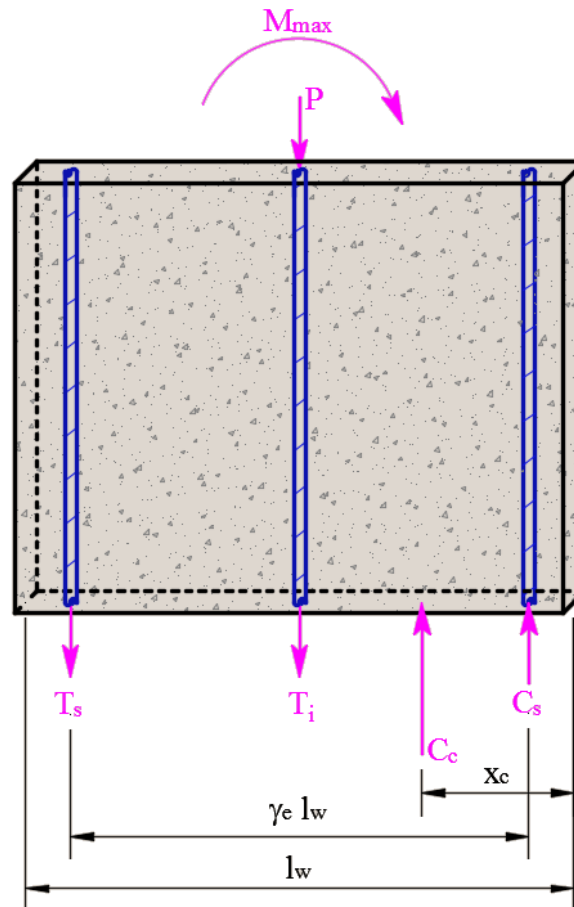
#### 4.1. Momento resistente probable

El desarrollo de una expresión para el cálculo del momento resistente probable se realiza con base en la teoría desarrollada para columnas por Restrepo y Rodríguez (2013).

Se parte primero de la consideración de que el refuerzo longitudinal de los muros rectangulares se concentra en tres lechos de barras, dos laterales y uno central como se muestra en la *Figura 4-2*. Como se puede observar en esta figura, en los lechos extremos actúan las fuerzas de tracción y compresión,  $T_s$  y  $C_s$ , respectivamente, y en el lecho central una fuerza de tracción igual a  $T_i$ . Se considera además la hipótesis de que las barras centrales y de borde fluyen, lo cual es aceptable cuando la relación  $P/(A_g f'_c)$  es menor a 0.5 ya que su bloque a compresión como lo demuestra Restrepo y Rodríguez (2013), siendo  $A_g$  el área bruta de la sección y  $f'_c$  la resistencia especificada a compresión del concreto. Esta hipótesis es bastante aceptable en muros debido a que la carga axial de la mayoría de los especímenes es muy baja como se puede observar en la *Tabla 2-7*. Debido a que las barras los bordes fluyen tanto en compresión como en tensión se tiene que:

$$T_s = C_s$$

(4-1)



*Figura 4-2. Fuerzas aplicadas y fuerzas resistentes internas, en el modelo de muro rectangular de concreto reforzado propuesto.*



Con las hipótesis mencionadas y basados en la *Figura 4-2*, se plantea el equilibrio de fuerzas que se muestra en la ecuación (4-2).

$$T_s + T_i + P = C_c + C_s \quad (4-2)$$

Si se reemplaza la ecuación (4-1) en la ecuación (4-2), se puede deducir que la fuerza resultante a compresión en concreto,  $C_c$ , viene dada por:

$$C_c = P + T_i \quad (4-3)$$

Planteando ahora el equilibrio de momentos, se llega a la ecuación (4-4).

$$M_{cd} = T_s (\gamma_e l_w) + (P + T_i) \left( \frac{l_w}{2} - x_c \right) \quad (4-4)$$

Donde  $l_w$  representa la longitud del muro y  $x_c$  es la distancia del borde del muro a la resultante de las fuerzas de compresión en el concreto  $C_c$ . Como las barras que producen la fuerza de tensión  $T_s$  fluyen, ésta se puede expresar de la siguiente manera:

$$T_s = \kappa \lambda A_{st} f_y \quad (4-5)$$

Como se puede observar en la ecuación anterior  $T_s$  está en función del área de acero total,  $A_{st}$ , de su esfuerzo a fluencia medido,  $f_y$ , del endurecimiento por deformación,  $\lambda$ , y de un factor  $\kappa$  cuyo valor depende de cómo se distribuye el acero en la sección ya que expresa que fracción del acero total de la sección se concentra en los bordes confinados del muro.

Como se indicó anteriormente, se considera la hipótesis que las barras que producen la fuerza de tensión interior,  $T_i$ , también fluyen, haciendo que ésta sea igual a:

$$T_i = (1 - 2\kappa) \lambda A_{st} f_y \quad (4-6)$$

Reemplazando la ecuación (4-5) y la ecuación (4-6) en la ecuación (4-4), se tiene:

$$M_{cd} = \lambda A_{st} f_y l_w \left( \kappa \gamma_e + (2\kappa - 1) \left( \frac{1}{2} - \frac{x_c}{l_w} \right) \right) + P l_w \left( \frac{1}{2} - \frac{x_c}{l_w} \right) \quad (4-7)$$



El parámetro  $\gamma_e$  de esta ecuación, dependerá del valor del diámetro equivalente de las barras que se emplee,  $d_{be}$ . Para la obtención de estos dos parámetros se plantea lo siguiente:

$$A_{st} = A_g \rho_l \quad (4-8)$$

Donde  $A_g$  es el área bruta de la sección y  $\rho_l$  la cuantía longitudinal de acero. Ahora esta área de acero total,  $A_{st}$ , se puede plantear en función de un diámetro de barras equivalente,  $d_{be}$ , como sigue:

$$A_{st} = \left(\frac{d_{be}}{2}\right)^2 \pi n_b \quad (4-9)$$

Donde  $n_b$  es el número de barras equivalente, que como se propone en nuestro modelo será igual a 3, dos de borde y una central, como se muestra en la *Figura 4-2*. De esta manera igualando la ecuación (4-8) a ecuación (4-9), despejando  $d_{be}$  y reemplazando el valor de  $n_b$  se tiene:

$$d_{be} = 2 \sqrt{\frac{\rho_l A_g}{3 \pi}} \quad (4-10)$$

El parámetro  $\gamma_e$  estará en función del diámetro del refuerzo longitudinal equivalente  $d_{be}$ , el diámetro del refuerzo transversal en el borde confinado del muro,  $d_{bt}$ , el recubrimiento del concreto al extremo del estribo,  $c_c$ , y la longitud del muro,  $l_w$ . De ésta manera  $\gamma_e$  se obtiene de la siguiente igualdad:

$$\gamma_e l_w = l_w - d_{be} - 2c_c - 2d_{bt} \quad (4-11)$$

Despejando  $\gamma_e$  de la ecuación (4-11) se tiene que:

$$\gamma_e = 1 - \frac{1}{l_w} (d_{be} + 2(c_c + d_{bt})) \quad (4-12)$$

El valor de  $\lambda$ , que representa el endurecimiento por deformación en el acero longitudinal es igual a 1.15.

El valor del parámetro  $\kappa$ , como se mencionó anteriormente representa el cómo se distribuye el acero en la sección, para esto, se analizó la relación entre la cuantía de los bordes confinados de los muros,  $\rho_a$  y la cuantía total de los muros,  $\rho$ . Como se puede observar en la *Tabla 4-1* el valor  $\kappa$  promedio en los muros es 0.37 por lo que se considerará para  $\kappa$  el valor de 1/3. Esto nos quiere decir que para el muro rectangular del modelo propuesto que se observa en la *Figura 4-2*, se asumirá por facilidades de cálculo que en cada barra se concentra aproximadamente un área de acero igual a 1/3 del área de acero total del muro real, esto debido a que la mayoría de los muros estudiados presentan aproximadamente esta relación.





N°	Designación	$\rho_a$	$\rho_l$	$\kappa = \rho_a / \rho_l$
		Cuantía de acero longitudinal en el borde confinado	Cuantía de acero longitudinal total	Relación de cuantía de zona confinada a cuantía total
		%	%	
1	B16R8-1	0.67%	1.62%	0.41
2	WSH4	0.23%	0.82%	0.28
3	WSH2	0.16%	0.54%	0.29
4	WSH3	0.23%	0.82%	0.28
5	RW-A20-P10-S38	0.55%	1.27%	0.43
6	W-MC-N	0.66%	1.56%	0.42
7	RW1	0.46%	1.12%	0.41
8	RW2	0.46%	1.12%	0.41
9	WSH6	0.25%	0.81%	0.31
10	WSH5	0.10%	0.39%	0.26
11	B2C	0.62%	1.69%	0.36
12	CI-1	0.79%	1.75%	0.45
13	A2C	0.61%	1.68%	0.36
14	R2	0.39%	0.99%	0.40
15	WSH1	0.16%	0.54%	0.29
16	RW-A20-P10-S63	1.23%	2.85%	0.43
17	W-MC-C	0.65%	1.55%	0.42
18	SW7	0.88%	2.19%	0.40
19	SW9	1.80%	4.02%	0.45
20	SW8	0.65%	1.72%	0.38
PROMEDIO:				0.37
MAXIMO:				0.45
MINIMO:				0.26
DESVIACIÓN ESTANDAR:				0.06
COEFICIENTE DE VARIACIÓN:				17.2%

Tabla 4-1. Relación entre la cuantía en la zona confinada a la cuantía total de los muros.

Reemplazando el valor de los parámetros  $\lambda$  y  $\kappa$  en la ecuación (4-7), se llega a la ecuación final del momento máximo probable para muros rectangulares de concreto reforzado, la cual se expresa como sigue:

$$M_{cd} = \frac{1.15}{3} A_{st} f_y l_w \left( \gamma_e - \left( \frac{1}{2} - \frac{x_c}{l_w} \right) \right) + P l_w \left( \frac{1}{2} - \frac{x_c}{l_w} \right)$$

(4-13)

Como se observa en la ecuación, el único parámetro que se desconoce es la relación  $x_c/l_w$ . Siguiendo lo propuesto por Restrepo y Rodríguez, (2013), para columnas, se buscó minimizar el cociente entre el momento máximo medido de ensayos,  $M_{max}$ , que se expresa en la *Tabla 3-1* y el momento máximo probable,  $M_{cd}$ , calculado con la ecuación (4-13), mediante la variación del cociente  $x_c/l_w$ , el cual estará en función de los siguientes parámetros:



$$\frac{x_c}{l_w} = \alpha \frac{P}{f'_c A_g} + \beta \quad (4-14)$$

Los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  que minimizaron el cociente  $M_{max}/M_{cd}$  fueron 0.45 y 0.05 respectivamente, resultando:

$$\frac{x_c}{l_w} = 0.45 \frac{P}{f'_c A_g} + 0.05 \quad (4-15)$$

## 4.2. Resultados obtenidos del momento resistente probable

Con la aplicación de las expresiones desarrolladas en la sección 4.1 se obtuvieron los valores del momento máximo probable que se muestran en la *Tabla 4-2*. La media y el coeficiente de variación obtenidos para  $M_{max}/M_{cd}$  fueron de 1.00 y 8.5% respectivamente. Además en la *Figura 4-3* se muestra de manera gráfica esta relación en función de  $P/A_g f'_c$ .

En esta sección se muestra también de manera gráfica en la *Figura 4-4* la relación del momento máximo medido,  $M_{max}$ , y el momento máximo probable,  $M_{cd-ACI}$ , calculado mediante el método que propone el ACI-318-14. Como se puede observar claramente, este procedimiento, del ACI-318-14, subestima el valor del momento probable en mayor medida que con el método propuesto en este trabajo. Esto nos demuestra, considerando el concepto de diseño por capacidad, que al calcular el momento máximo tal como lo propone el ACI-318-14 se estará subestimando el cortante actuante.

Es importante indicar que para el cálculo de momento máximo con el método que propone el ACI-318-14, se consideró que debido a que se conoce el esfuerzo de fluencia medido del acero,  $\hat{f}_y$ , el factor de amplificación que propone la norma de 1.25 no podría ser usado en los cálculos ya que ese factor además de considerar el endurecimiento del acero, toma también en cuenta la relación entre la resistencia de fluencia medida y la especificada. Por lo tanto solo se debe tener una estimación del endurecimiento del acero. Basados en Restrepo y Rodríguez (2013), se utilizó el valor de 1.15 para tomar en cuenta el efecto de endurecimiento por deformación del acero para el cálculo del momento máximo mediante el método de deformaciones del código del ACI 318-14 al cual por esta variación descrita en su factor de endurecimiento se lo llamará  $M_{cd-ACI}$ .



N°	Designación	d <sub>be</sub>	γ <sub>e</sub>	x <sub>c</sub> /I <sub>w</sub>	M <sub>cd</sub>	M <sub>max</sub> /M <sub>cd</sub>
		Diámetro de barras equivalente			Momento máximo probable	
		mm			kN.m	
1	B16R8-1	35.18	0.94	0.050	1005.91	0.84
2	WSH4	32.33	0.96	0.075	2095.77	0.96
3	WSH2	26.23	0.97	0.076	1594.78	1.03
4	WSH3	32.33	0.96	0.076	2151.58	0.96
5	RW-A20-P10-S38	31.69	0.94	0.083	1033.01	1.14
6	W-MC-N	45.20	0.93	0.090	2298.11	1.10
7	RW1	24.30	0.96	0.090	585.84	0.89
8	RW2	24.30	0.96	0.090	574.66	0.99
9	WSH6	32.08	0.96	0.099	2645.11	1.01
10	WSH5	22.27	0.96	0.108	1865.13	1.07
11	B2C	18.19	0.90	0.050	99.25	0.94
12	CI-1	37.87	0.96	0.050	1657.89	1.12
13	A2C	43.01	0.90	0.050	1255.08	0.92
14	R2	28.52	0.97	0.052	921.97	1.10
15	WSH1	26.23	0.97	0.073	1536.58	1.00
16	RW-A20-P10-S63	47.40	0.93	0.083	1924.46	0.94
17	W-MC-C	45.20	0.93	0.089	2299.37	1.12
18	SW7	25.51	0.92	0.158	329.83	0.95
19	SW9	34.56	0.91	0.158	496.37	0.94
20	SW8	22.63	0.92	0.208	330.36	1.04
					PROMEDIO:	1.00
					MAXIMO:	1.14
					MINIMO:	0.84
					DESVIACIÓN ESTANDAR:	0.08
					COEFICIENTE DE VARIACIÓN:	8.5%

Tabla 4-2 . Cálculo del momento máximo probable.

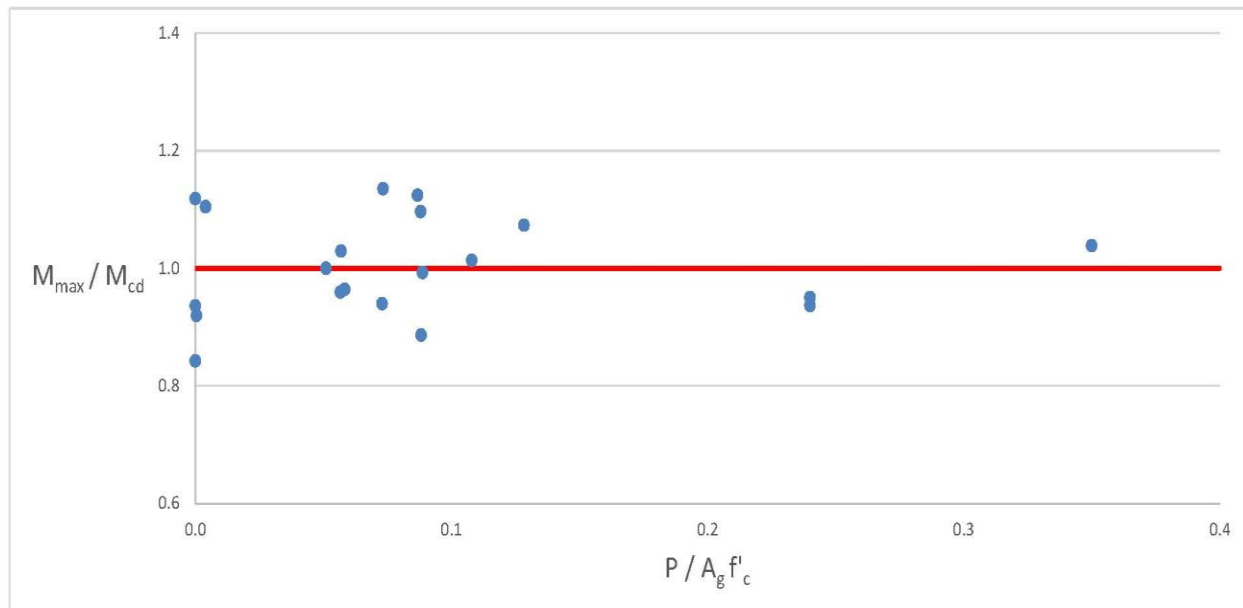


Figura 4-3. Relación entre el momento máximo medido experimentalmente y el momento máximo calculado.

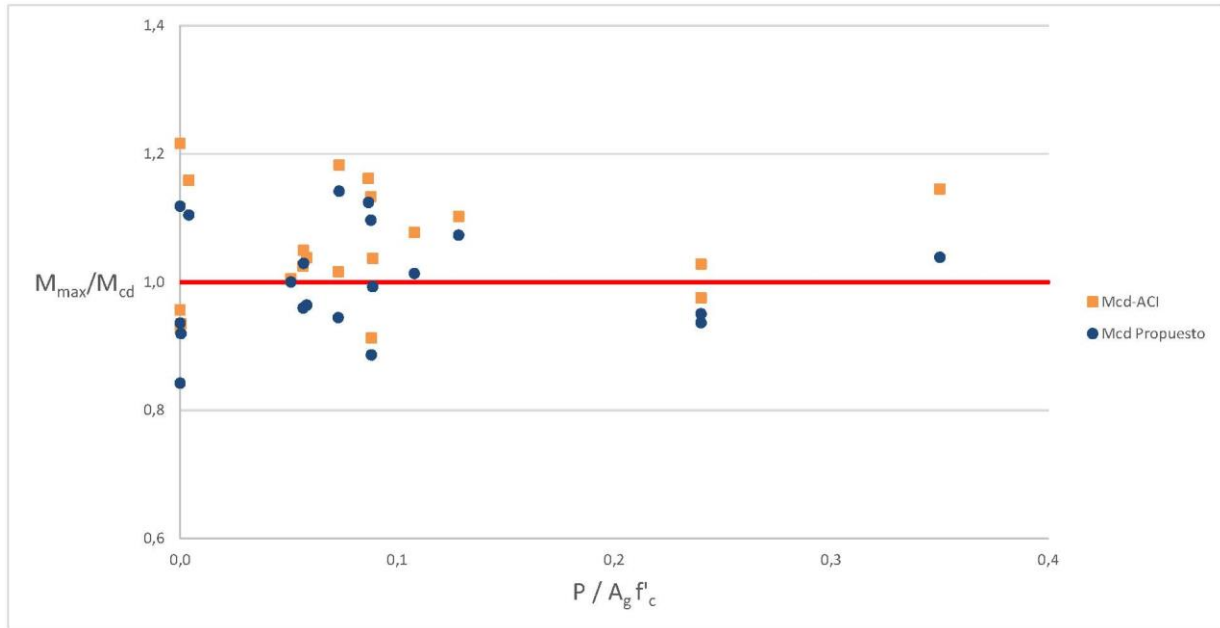


Figura 4-4. Comparación de  $M_{max}/M_{cd}$  calculado con el método propuesto y con  $M_{cd-ACI}$ .



## Capítulo 5 DEFORMACIÓN ASOCIADA AL PANDEO DE BARRAS

Varios autores, Paulay y Priestley (1993), Chai y Kunnath (2005), Chai y Elayer (1999), coinciden en que las fisuras que se causan en el concreto por la tracción del acero de borde de los muros, dejan en un estado vulnerable esa zona, lo cual produce que cuando la inversión de fuerzas que causa un sismo provoca que esa zona se comprima, el riesgo de pandeo de las barras de refuerzo aumentará significativamente.

En este capítulo se buscará obtener una expresión simplificada que ayude a predecir la deformación asociada al pandeo de una barra de refuerzo longitudinal, basados en la teoría desarrollada por Rodríguez et al. (1999) y en resultados de la medición de las deformaciones de las barras de refuerzo longitudinal en el ciclo previo a su pandeo. El poder predecir mediante una expresión simple el valor de esta deformación asociada al pandeo nos servirá, como se verá más adelante, para el cálculo de la curvatura última en muros rectangulares de concreto reforzado, lo cual ayudará a su vez al cálculo del desplazamiento último de un muro de concreto reforzado que falla por pandeo de su refuerzo longitudinal.

### 5.1. Análisis propuesto por Rodríguez et al. (1999).

El fenómeno del pandeo de barras de refuerzo sometidas a acciones del tipo sísmicas fue estudiado por Rodríguez et al. (1999). Estos autores propusieron un modelo de predicción de pandeo de barras sometidas a cargas cíclicas reversibles. En este modelo a la deformación asociada al pandeo de barra se la conoce como,  $\varepsilon_p^*$ , y se la determina mediante el proceso que se describirá a continuación.

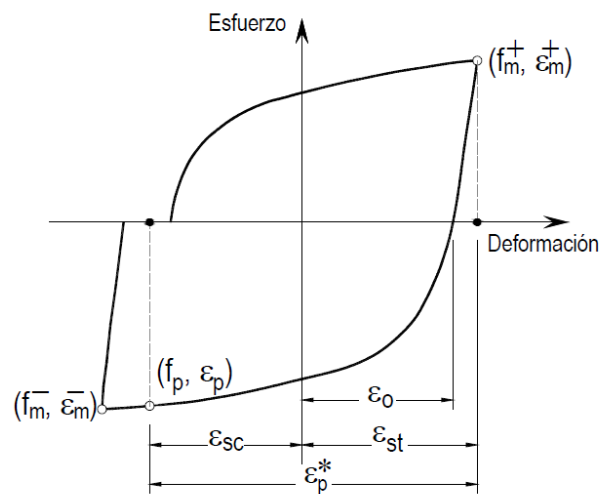


Figura 5-1. Parámetros que definen el pandeo de una barra sometida a cargas cíclicas reversibles (Rodríguez et al. 1999).



El estudio de Rodríguez et al. (1999) se presenta la *Figura 2-1*, en esta figura se muestra los dos últimos ciclos asociados al pandeo de la barra. Inicialmente en estos semiciclos, la barra alcanza en tracción la deformación máxima  $\epsilon_{st}$ , antes de empezar el semiciclo de descarga, para el cual ocurre el pandeo para la deformación  $\epsilon_{sc}$ , de esta manera  $\epsilon_p^*$  se expresa como:

$$\epsilon_p^* = \epsilon_{sc} + \epsilon_o \tag{5-1}$$

Estos autores ensayaron con cargas cíclicas reversibles un grupo de barras sueltas y lisas de refuerzo con diferentes relaciones  $s/d_b$ , hasta llegar al su pandeo y obtuvieron de ésta manera valores para  $\epsilon_p^*$  con la ecuación (5-1) mediante mediciones de  $\epsilon_o$  y  $\epsilon_{sc}$  obtenidas en estos ensayos. Estudios más recientes han mostrado que para fines de diseño es más conveniente que se utilice el parámetro  $\epsilon_{st}$  en vez de  $\epsilon_o$ . Con esta modificación la ecuación (5-1) se convierte en:

$$\epsilon_p^* = \epsilon_{sc} + \epsilon_{st} \tag{5-2}$$

Rodríguez et al. (1999) llegaron a los resultados experimentales que se muestran en la *Figura 5-2*, lo que se obtiene con la ecuación (5-2). Esta figura también muestra con líneas continuas, los valores de deformaciones axiales en barras versus  $s/d_b$ , cuando se inicia el pandeo de la barra bajo carga de compresión monotónica empleando la teoría del módulo reducido. En esta figura  $K$  es el parámetro que permite encontrar la longitud efectiva de pandeo de una barra, que para el caso de una barra de refuerzo sería llamado  $K_s$ .

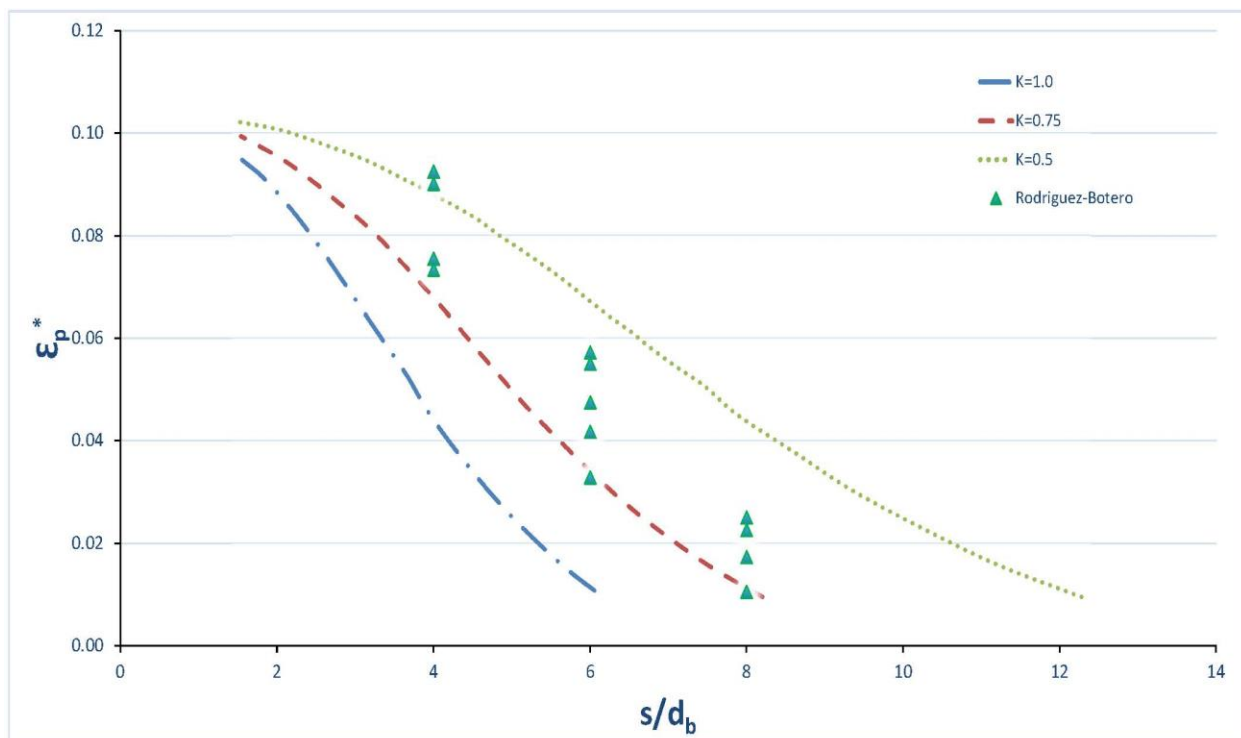


Figura 5-2. Resultados de ensayos en barras Rodríguez et al. (1999).



## 5.2. Modelo propuesto para la medición de la deformación asociada al pandeo de barras

El modelo que se propone en el presente trabajo para la medida de la deformación asociada al pandeo en una barra de refuerzo,  $\epsilon_p^*$ , se basa en la *Figura 5-3* y consiste en ubicar el ciclo de compresión en el cual ocurre el pandeo de barra de los ensayos en los cuales esto sea posible. Una vez ubicado este ciclo se toma el medio ciclo anterior al de pandeo (medio ciclo A-B de tracción a compresión en la barra) y se procede a medir la deformación en compresión que la barra alcanza en el punto B, que será el valor de  $\epsilon_{sc}$ . Una vez obtenido este valor se procede a medir en el medio ciclo de pandeo (medio ciclo B-C de compresión a tracción en la barra) la deformación a tracción que alcanza la barra al llegar al punto C, que será el valor de  $\epsilon_{st}$ . Una vez obtenido estos dos valores, se aplica la ecuación (5-2) y se obtiene el valor de  $\epsilon_p^*$  para esta barra.

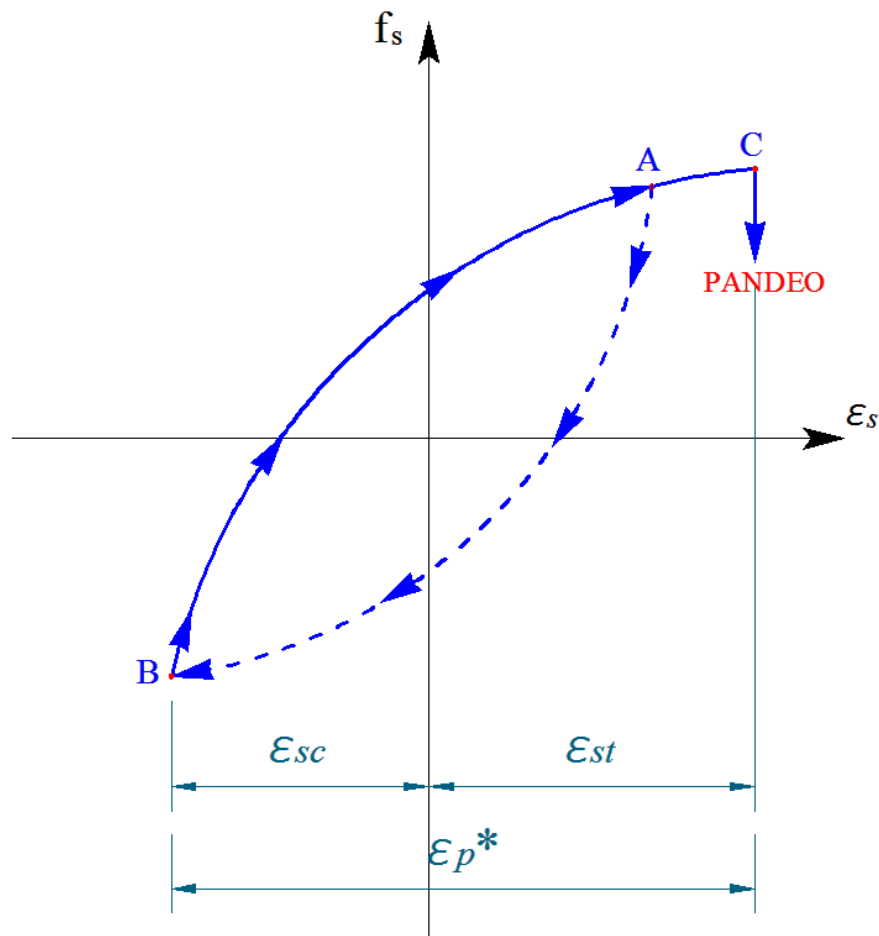


Figura 5-3. Modelo propuesto para el pandeo de una barra de refuerzo Rodríguez, (2014).



Cabe mencionar que para poder aplicar este proceso es necesario que los ensayos tengan una descripción muy detallada de las deformaciones en las barras de refuerzo longitudinal. Por esta razón no se pudo medir el valor de  $\epsilon_p^*$  de todos los ensayos de muros que se presentan en este trabajo ya que pocos tenían este requerimiento. Para ampliar la base de datos para una mayor precisión de la medida de  $\epsilon_p^*$  se utilizaron también las columnas ensayadas por Kowalsky et al. (2015), utilizando el mismo criterio de medida descrito en esta sección, lo que se demuestra a continuación.

### 5.3. Deformación de pandeo medida en barras de columnas Kowalsky et al. (2015).

Aplicando el procedimiento descrito en la sección anterior, se logró medir las deformaciones en las barras de 17 columnas que fallaron por pandeo de las barras de un total de 22 columnas ensayadas por Kowalsky et al. (2015). Los resultados de estas medidas se presentan en la *Tabla 5-1* y de manera gráfica en la *Figura 5-4*. Es importante indicar que no se pudo medir la deformación asociada al pandeo en todas las 22 columnas debido a que en éstas, las barras no llegaban a pandear y antes de que ocurra el pandeo las columnas presentaban otros tipos de fallas como la fractura del refuerzo longitudinal.

N°	Descripción	$d_{bl}$	$s$	s/db	Barra que primero pandea (N=norte, S=Sur)	$\epsilon_{st}$	$\epsilon_{sc}$	$\epsilon_p^*$ MEDIDO
		Diámetro de barras longitudinales	Separación de estribos					
		cm	cm					
1	Kowalsky N-9	1.9	5.08	2.67	N	0.043	0.018	0.061
2	Kowalsky N-13	1.9	6.98	3.66	N	0.043	0.007	0.05
3	Kowalsky N-14	1.9	10.16	5.33	N	0.0347	0.011	0.0457
4	Kowalsky N-15	1.9	7	3.67	S	0.037	0.011	0.048
5	Kowalsky N-16	1.9	3.81	2.00	S	0.051	0.012	0.063
6	Kowalsky N-19	1.9	5.08	2.67	S	0.032	0.022	0.054
7	Kowalsky N-20	1.9	5.08	2.67	S	0.036	0.0154	0.0514
8	Kowalsky N-21	1.9	5.08	2.67	S	0.035	0.024	0.059
9	Kowalsky N-22	1.9	5.08	2.67	N	0.037	0.019	0.056
10	Kowalsky N-23	1.9	5.08	2.67	N	0.052	0.006	0.058
11	Kowalsky N-24	1.9	5.08	2.67	N	0.03	0.022	0.052
12	Kowalsky N-25	2.2	5.08	2.29	S	0.033	0.019	0.052
13	Kowalsky N-26	2.2	5.08	2.29	S	0.023	0.027	0.05
14	Kowalsky N-27	1.9	5.08	2.67	S	0.03	0.0318	0.0618
15	Kowalsky N-28	1.9	5.08	2.67	S	0.036	0.022	0.058
16	Kowalsky N-29	1.9	5.08	2.67	S	0.023	0.032	0.055
17	Kowalsky N-30	2.5	5.08	2.00	N	0.037	0.009	0.046

**Tabla 5-1. Valor medido de  $\epsilon_p^*$  en barras de las columnas ensayadas por Kowalsky et al. (2015).**



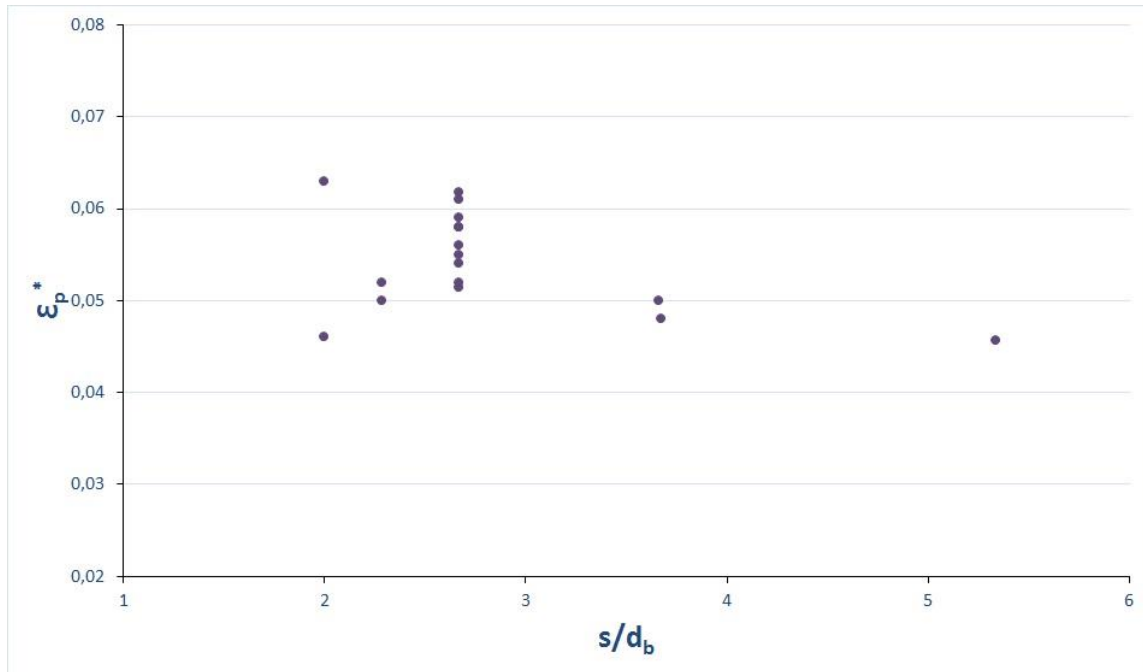


Figura 5-4. Valor de  $\epsilon_p^*$  medido en las barras de las columnas ensayadas por Kowalsky et al. (2015).

### 5.4. Deformación de pandeo medida en muros

Aplicando el procedimiento descrito en el capítulo 5.2, se midió la deformación en las barras de un total de 9 muros, 8 rectangulares y 1 muro tipo T ensayado por (Thomsen y Wallace 1995). En la *Tabla 5-2* se presenta los datos de  $\epsilon_p^*$ , además en la *Figura 5-5* se presenta esta medida de manera gráfica de cada uno de los especímenes en función de  $s/d_b$ .

N°	Designación	Descripción	$d_{bl}$	$s_a$	s/db	$\epsilon_{st}$	$\epsilon_{sc}$	$\epsilon_p^*$ MEDIDO
			Diámetro de Barras longitudinales en bordes confinados	Separación de Estribos en bordes confinados				
			mm	mm				
1	WSH3	Dazio et al.	12	75	6.3	0.026	0.006	0.032
2	WSH2	Dazio et al.	10	75	7.5	0.023	0.005	0.028
3	WSH4	Dazio et al.	12	150	12.5	0.017	0.003	0.020
4	WSH5	Dazio et al.	8	50	6.3	0.026	0.005	0.031
5	WSH6	Dazio et al.	11	50	4.5	0.025	0.014	0.039
6	RW1	Thomson & Wallace	9.5	76	8.0	0.022	0.009	0.031
7	RW2	Thomson & Wallace	9.5	50.8	5.3	0.030	0.010	0.040
8	W-MC-N	Villalobos	25.4	127	5.0	0.034	0.015	0.049
9	TW1	Wallace	9.5	76	8.0	0.019	0.002	0.021

Tabla 5-2. Valor de  $\epsilon_p^*$  medido en las barras longitudinales de los muros.

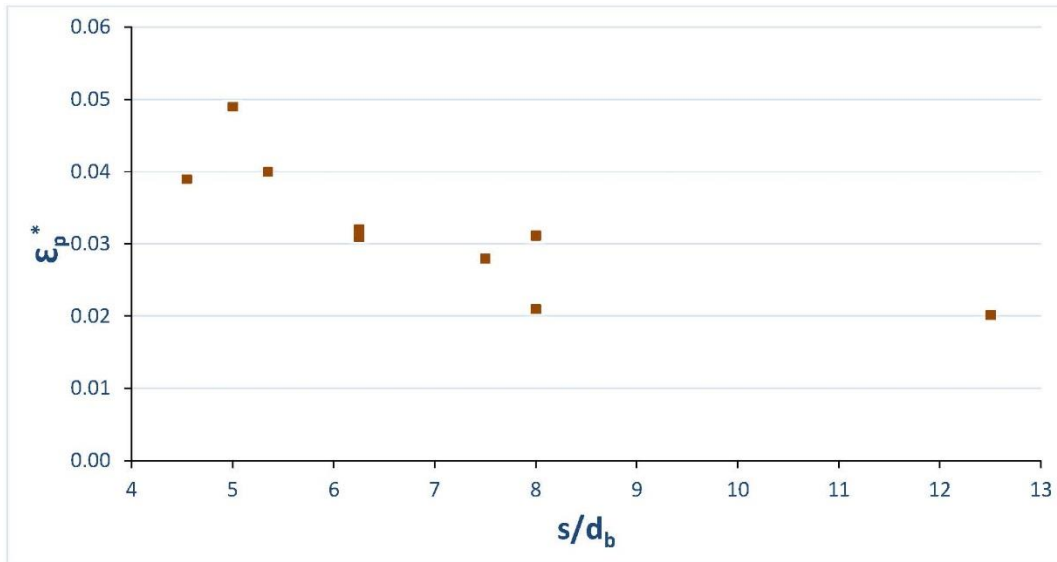


Figura 5-5. Valor de  $\varepsilon_p^*$  medido en las barras longitudinales de los muros.

## 5.5. Expresión para el cálculo de la deformación asociada al pandeo de barra

Con las medidas de las deformaciones de pandeo en las barras obtenidas de todos los ensayos antes descritos se realiza una aproximación lineal para la predicción del valor de la deformación asociada al pandeo,  $\varepsilon_p^*$ , esta aproximación se muestra en la *Figura 5-6* en línea continua color negro. Es importante mencionar que para la aproximación lineal que se plantea, se tomaron en cuenta principalmente las deformaciones medidas en las barras de los muros rectangulares y las medidas en las barras de las columnas de Kowalsky et al (2015), debido a que éstas son de barras de acero corrugadas que se encuentran dentro de elementos estructurales y representan de mejor manera lo que sucede en la realidad. Por esta razón, el estudio de Rodríguez et al. (1999) no se considera en la aproximación debido a que como se indicó anteriormente éste representa ensayos de barras lisas y sueltas que no representan exactamente el comportamiento de una barra de acero corrugado dentro de un elemento estructural. La expresión a la cual responde esta aproximación se presenta a continuación:

$$0.02 < \varepsilon_p^* = \frac{11 - \frac{s}{d_b}}{150} < 0.06$$

(5-3)

Es importante indicar que en la *Figura 5-6*, se puede observar los valores de  $\varepsilon_p^*$  de las columnas ensayadas por Kowalsky et al. (2015), en forma de círculos, el valor de  $\varepsilon_p^*$  de las barras de los muros en forma de cuadrados y el valor de  $\varepsilon_p^*$  de las barras ensayadas por Rodríguez et al. (1999) en forma de triángulos.

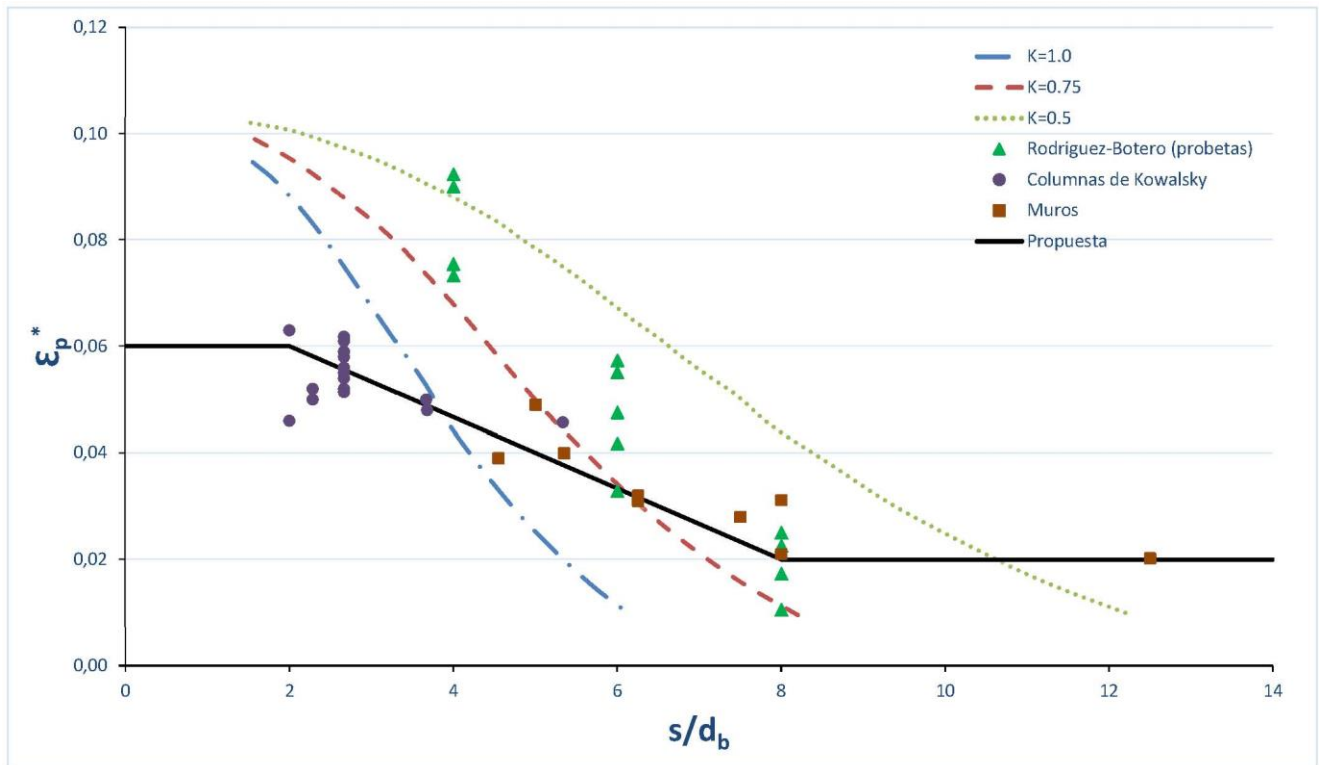


Figura 5-6. Curva de predicción de la deformación asociada al pandeo  $\epsilon_p^*$ .





## Capítulo 6 DESPLAZAMIENTO ÚLTIMO EN MUROS RECTANGULARES DE CONCRETO REFORZADO

En el presente capítulo se busca obtener un método de cálculo del desplazamiento último al que puede llegar un muro rectangular de concreto reforzado y cuya falla es por efecto del pandeo del refuerzo longitudinal. De los 20 especímenes presentados en el *Capítulo 2* se emplea un total de 10 muros que fallan por pandeo de refuerzo para validar los resultados de predicción y se utilizará los restantes 10 muros, cuyo tipo de falla es distinto al de pandeo de refuerzo, para validar la predicción propuesta. Con base en los resultados del *Capítulo 5* de esta investigación se propone un criterio de predicción de la curvatura última además interviene también la predicción propuesta para la resistencia probable de muros de concreto.

### 6.1. Desplazamiento último de muros rectangulares de concreto reforzado

El comportamiento de los muros de concreto reforzado está estrechamente relacionado a su relación de aspecto,  $h_w/l_w$ . Se sabe que los muros con relación menor que 1.0 presentan un comportamiento rígido por cortante, mientras que los muros con relación de aspecto mayor que 2.0, el comportamiento será dominado por la flexión. Como se indicó anteriormente, se buscó que los muros de este documento cumplan con el segundo caso debido a que ésta es una falla del tipo dúctil que es lo que se busca en zonas sísmicas.

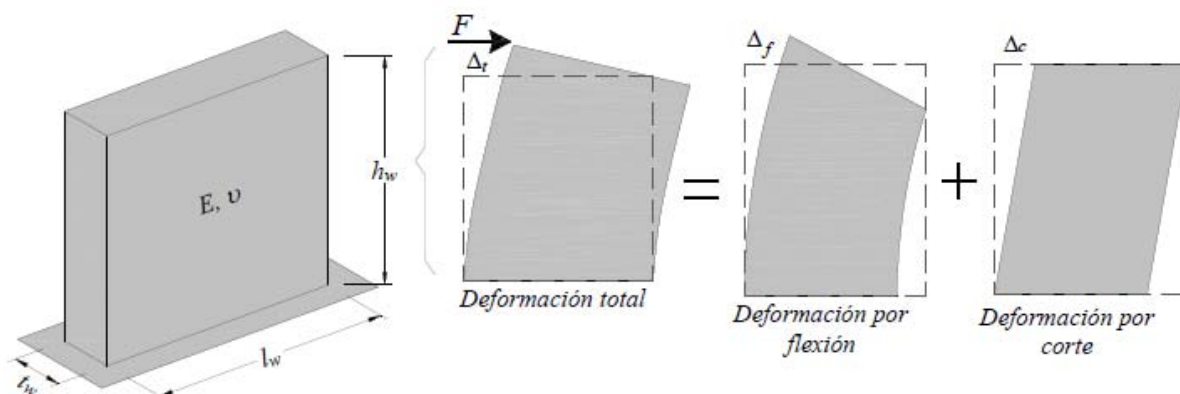


Figura 6-1. Deformación de un muro bajo fuerza lateral Neuenhofer (2006).

En la *Figura 6-1*, se muestra el comportamiento de un muro frente a cargas horizontales, en ésta se observa que la deformación total de un muro está compuesta de dos deformaciones una de flexión y una de cortante. En el artículo de Neuenhofer (2006), el autor obtiene las curvas indicadas en la *Figura 6-2*, en la cual se indica la contribución relativa que tienen las deformaciones a flexión y de corte para cualquier



valor de relaciones de aspecto. Como se puede observar en esta figura, para relaciones de aspecto mayores que 2.0, la deformación a cortante influye muy poco, por esta razón en este documento esta será despreciada y se supondrá que la deformación última que alcanza un muro con relación de aspecto mayor de 2.0, será sólo debido a flexión.

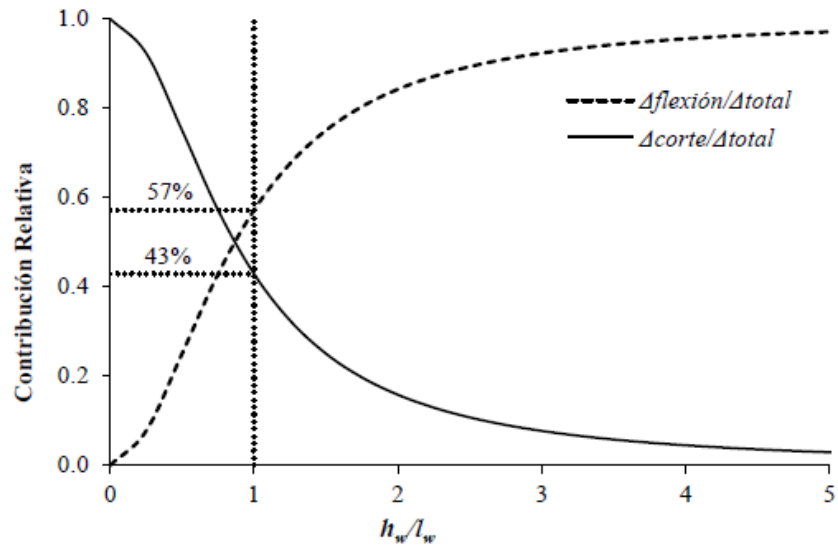


Figura 6-2. Contribución relativa de la deformación a flexión y a cortante en la deformación total de un muro Neuenhofer (2006).

El desplazamiento último de un muro es igual a la suma de la desplazamiento de fluencia,  $\Delta_y$ , y un desplazamiento plástico del muro,  $\Delta_p$ , como se observa en la Figura 6-3. De esta manera:

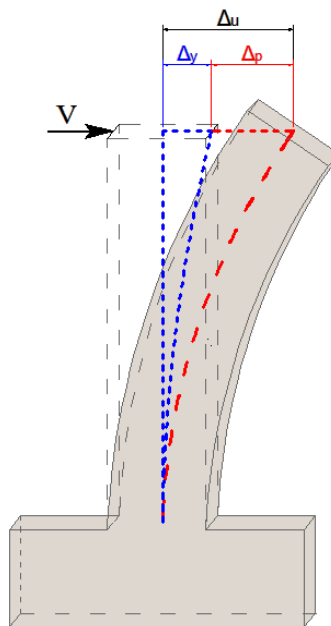


Figura 6-3. Desplazamiento último de los muros.



$$\Delta_u = \Delta_p + \Delta_y \quad (6-1)$$

El problema radicaré entonces en proponer expresiones para el cálculo de ambos desplazamientos, para esto se supondrá una distribución de curvaturas aproximada, igual a la mostrada con línea más resaltada en la *Figura 6-4 (b)*. Como se puede observar en esta distribución se supone que el muro tiene una curvatura constante en una altura  $L_p$  denominada longitud plástica del muro y que en el resto de la altura su distribución será triangular. Basados en esta aproximación propuesta para la curvatura de los muros se desarrollarán, en los capítulos siguientes, expresiones para el cálculo de los desplazamientos asociados a la curvatura de fluencia,  $\varphi_y$ , y a la curvatura plástica,  $\varphi_p$ .

## 6.2. Desplazamiento de fluencia ( $\Delta_y$ )

La expresión para el cálculo de la curvatura de fluencia,  $\varphi_y$ , fue desarrollada por Priestley et al. (2007). En este estudio, se demuestra que la curvatura de fluencia es independiente de la cantidad de acero en la sección y de la carga axial, esta curvatura depende directamente de la deformación de fluencia del acero,  $\varepsilon_y$ , y de la longitud del muro,  $l_w$ . De ésta manera Priestley et al. (2007) propone la siguiente expresión para muros rectangulares de concreto reforzado:

$$\varphi_y = \frac{2 \varepsilon_y}{l_w} \quad (6-2)$$

Se puede notar que esta expresión da una aproximación bi-lineal a la curva de momento curvatura de un muro rectangular de concreto reforzado. Para estimar el desplazamiento lateral de fluencia, Priestley et al. (2007) a través de proponer un modelo de la demanda sísmica como una carga triangular distribuida en la altura propone la ecuación (6-3) para muros rectangulares de concreto reforzado la cual se encuentra en función de la altura del muro,  $h_w$ , y de la curvatura de fluencia,  $\varphi_y$ .

$$\Delta_y = \frac{11}{40} \varphi_y h_w^2 \quad (6-3)$$

En la *Tabla 6-1* se presenta el resultado del desplazamiento lateral de fluencia,  $\Delta_y$ , de cada uno de los especímenes en estudio.



N°	Designación	$\phi_y$	$\Delta_y$
		Angulo de rotación de fluencia	Desplazamiento de fluencia
		mm <sup>-1</sup>	mm
1	B16R8-1	4.29E-06	7
2	WSH4	3.00E-06	17
3	WSH2	2.90E-06	17
4	WSH3	3.00E-06	17
5	RW-A20-P10-S38	3.87E-06	6
6	W-MC-N	2.89E-06	11
7	RW1	3.56E-06	13
8	RW2	3.56E-06	13
9	WSH6	3.01E-06	17
10	WSH5	3.00E-06	17
11	B2C	8.21E-06	3
12	CI-1	2.78E-06	23
13	A2C	3.13E-06	6
14	R2	2.55E-06	15
15	WSH1	2.70E-06	15
16	RW-A20-P10-S63	3.91E-06	6
17	W-MC-C	2.89E-06	11
18	SW7	5.54E-06	3
19	SW9	5.20E-06	3
20	SW8	5.74E-06	4

Tabla 6-1. Desplazamiento de fluencia en los muros.

### 6.3. Longitud plástica de los muros ( $L_p$ )

La longitud plástica de un muro, es la altura del muro en la cual se considera que la curvatura del muro es constante. Para el cálculo de esta longitud se tomará en cuenta lo propuesto por Hines et al. (2004), en el cual propone pasar del modelo aproximado de curvatura mostrado en la *Figura 6-4 (a)*, al modelo de curvatura aproximado de la *Figura 6-4 (b)*.

De esta manera si igualamos el área correspondiente a la curvatura plástica,  $\phi_p$ , de la *Figura 6-4 (a)* al de la *Figura 6-4 (b)* se tiene que:

$$L_p \phi_p = L_{sp} \phi_p + \frac{L_{pr} \phi_p}{2} \quad (6-4)$$

Donde  $L_{pr}$ , es la longitud de deformación inelástica del refuerzo longitudinal medido desde la base de la columna al punto de la columna donde empieza la fluencia del acero, el parámetro  $L_{sp}$ , es la longitud de penetración de deformaciones del elemento. Simplificando la ecuación (6-4) se llega a la ecuación (6-5).

$$L_p = L_{sp} + \frac{L_{pr}}{2} \quad (6-5)$$



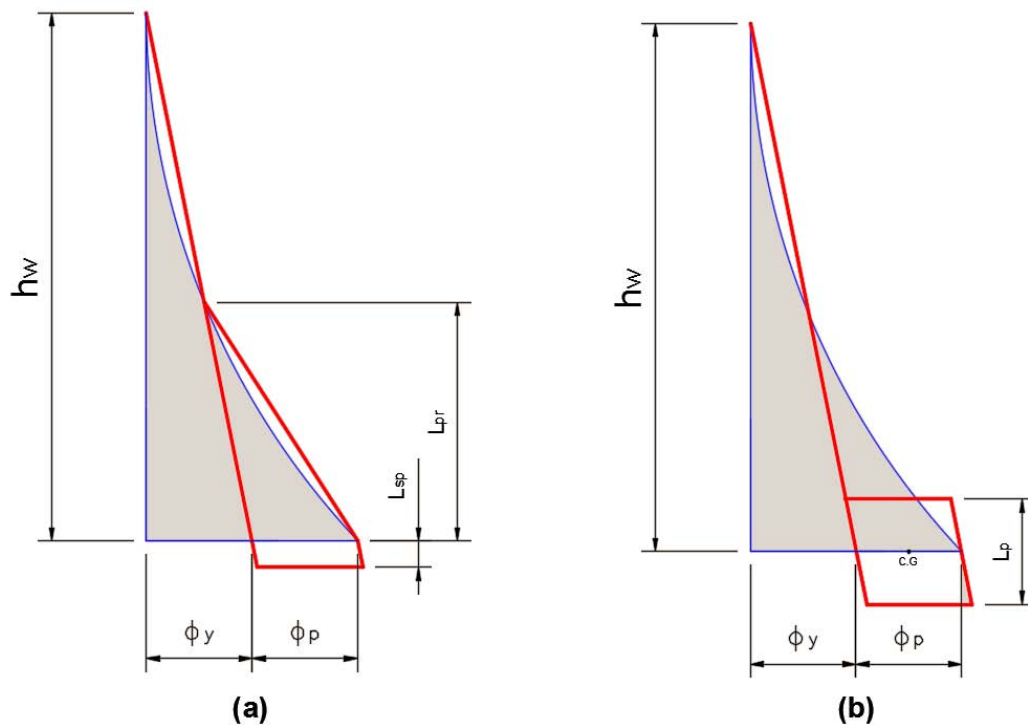


Figura 6-4. Modelo de distribución de curvatura propuesta por Hines et al. (2004).

En los capítulos 6.4 y 6.6, se propondrán expresiones para el cálculo de  $L_{pr}$  y  $L_{sp}$  respectivamente para con estas poder calcular la longitud plástica mediante la aplicación de la ecuación (6-5).

#### 6.4. Longitud de deformación inelástica en el refuerzo longitudinal ( $L_{pr}$ )

Se definirá como longitud de deformación inelástica del refuerzo,  $L_{pr}$ , a la dimensión longitudinal del acero de refuerzo en la cual pasa de un estado de tensión equivalente ( $T_e$ ) de endurecimiento por deformación, al estado de tensión de fluencia del acero ( $T_y$ ). Esta diferencia de fuerzas en la altura del muro se produce por efecto de la componente vertical de los puntales de compresión causados por acción de la resultante de las fuerzas de compresión,  $C$ , que se producen en el otro extremo del muro, como se observa en la Figura 6-5.

Basados en lo expuesto en el párrafo anterior, se tiene que las fuerzas en la barra en tracción de la Figura 6-5 se expresan como:

$$T_e = \lambda A_{se} f_{yl} \quad (6-6)$$



$$T_y = A_{se} f_{yt}$$

(6-7)

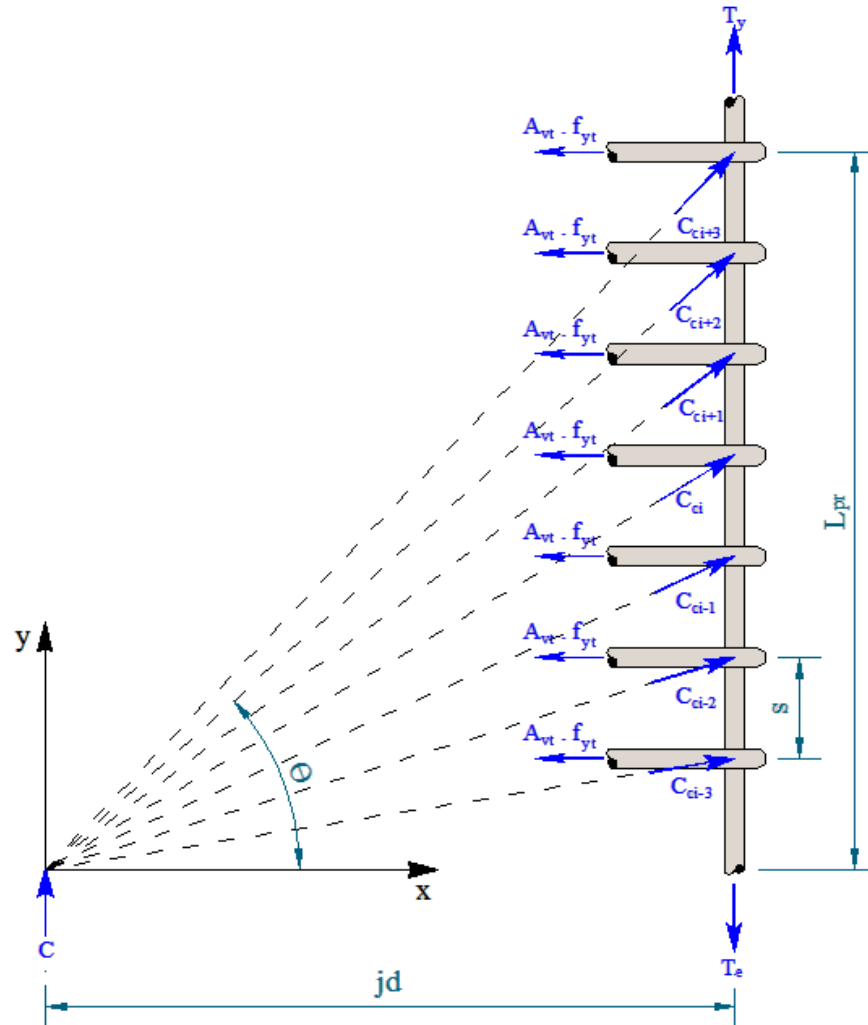


Figura 6-5. Modelo propuesto para el cálculo de la longitud plástica del refuerzo longitudinal (Restrepo, 2014).

Donde  $\lambda$  representa el endurecimiento por deformación en el acero,  $A_{se}$  representa el área de acero de refuerzo longitudinal equivalente y  $f_{yt}$  el esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo longitudinal. En la Figura 6-6 se puede observar las fuerzas que actúan en el nodo  $i$ , suponiendo que el acero transversal fluye en todas las barras transversales que se encuentran en una altura  $L_{pr}$ . En esta figura,  $A_{vt}$  es el área de refuerzo transversal del alma del muro y  $f_{yt}$  es el refuerzo de fluencia del acero transversal. Si planteamos el equilibrio en el nudo  $i$  tanto en el eje  $x$  como en el eje  $y$ , se tiene respectivamente:

$$C_{ci} \cos \theta_i = A_{vt} f_{yt}$$

(6-8)



$$T_{ei} - T_{yi} = C_{ci} \sin \theta_i \quad (6-9)$$

Donde  $C_{ci}$  es el puntal de compresión en el nudo  $i$  y  $\theta_i$  es el ángulo que dicha fuerza forma con la horizontal.

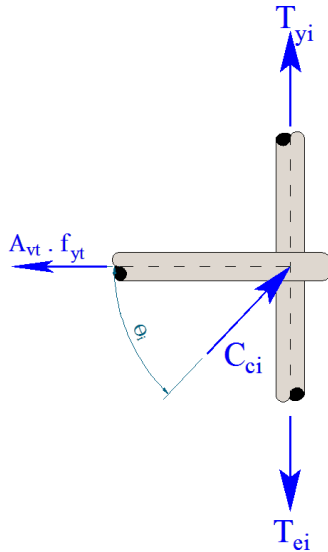


Figura 6-6. Fuerzas actuantes en el nudo  $i$ .

Si despejamos  $C_{ci}$  de la ecuación (6-8) y se reemplaza en la (6-9) se tiene que:

$$T_{ei} - T_{yi} = A_{vt} f_{yt} \tan \theta_i \quad (6-10)$$

Si llamamos  $d_{Ti}$  a la componente vertical del puntal de compresión, se tiene:

$$T_{ei} - T_{yi} = d_{Ti} \quad (6-11)$$

Se puede entonces generalizar el equilibrio en el eje  $y$  de todos los nudos que se encuentran en la longitud  $L_{pr}$  mediante las siguientes expresiones.

$$T_e - T_y = \sum d_{Ti} \quad (6-12)$$

Combinando la ecuación (6-10) en la (6-12) se tiene:

$$T_e - T_y = \sum A_{vt} f_{yt} \tan \theta_i \quad (6-13)$$



Por simple inspección de la *Figura 6-5* se puede deducir la ecuación (6-14).

$$\tan \theta_i = \frac{y_i}{jd} \quad (6-14)$$

Donde  $y_i$  es la distancia desde la base del muro al nodo  $i$  y  $jd$  es la distancia entre la resultante de las fuerzas  $C$  y  $T_e$ . Si se discretiza el valor de  $d_{\pi}$ , en una longitud  $s$ , que representa a la separación entre estribos y reemplazando el valor de la  $\tan \theta_i$ , se puede expresar la ecuación (6-13) como sigue:

$$T_e - T_y = \int_0^{L_{pr}} \frac{A_{vt} f_{yt}}{s} \frac{y}{jd} dy \quad (6-15)$$

Reemplazando las ecuaciones (6-6) y (6-7) en la ecuación (6-15) se tiene que:

$$(\lambda - 1) A_{se} f_{yl} = \int_0^{L_{pr}} \frac{A_{vt} f_{yt}}{s} \frac{y}{jd} dy \quad (6-16)$$

De ésta manera resolviendo la integral de la ecuación anterior, y despejando  $L_{pr}$  se llega a la ecuación para la longitud plástica del refuerzo buscada que se expresa como sigue.

$$L_{pr} = \sqrt{\left(\frac{A_{se} f_{yl}}{A_{vt} f_{yt}}\right) \frac{(\lambda - 1) s jd}{0.5}} \quad (6-17)$$

De esta ecuación se conocen todos los términos, menos  $A_{se}$  que es el área de acero equivalente y  $jd$  que es la distancia entre la fuerza resultante de compresión  $C$  y la tensión equivalente  $T_e$  como se muestra en la *Figura 6-5*.

Para determinar los valores de  $jd$  y  $A_{se}$  es necesario pasar del modelo que se encuentra representado en la *Figura 6-7 (a)* a un modelo equivalente representado por una sola fuerza a tensión  $T_e$  y una sola en compresión  $C$ , como se muestra en la *Figura 6-7 (b)*. Para esto es necesario recordar que el primer modelo equivalente (*Figura 6-7 (a)*), se obtuvo mediante el proceso descrito en el capítulo 4.1. Se puede por simple inspección decir que para que los dos modelos sean equivalentes se debe cumplir que:

$$T_e = T_s + T_i \quad (6-18)$$

$$C = C_s + C_c \quad (6-19)$$

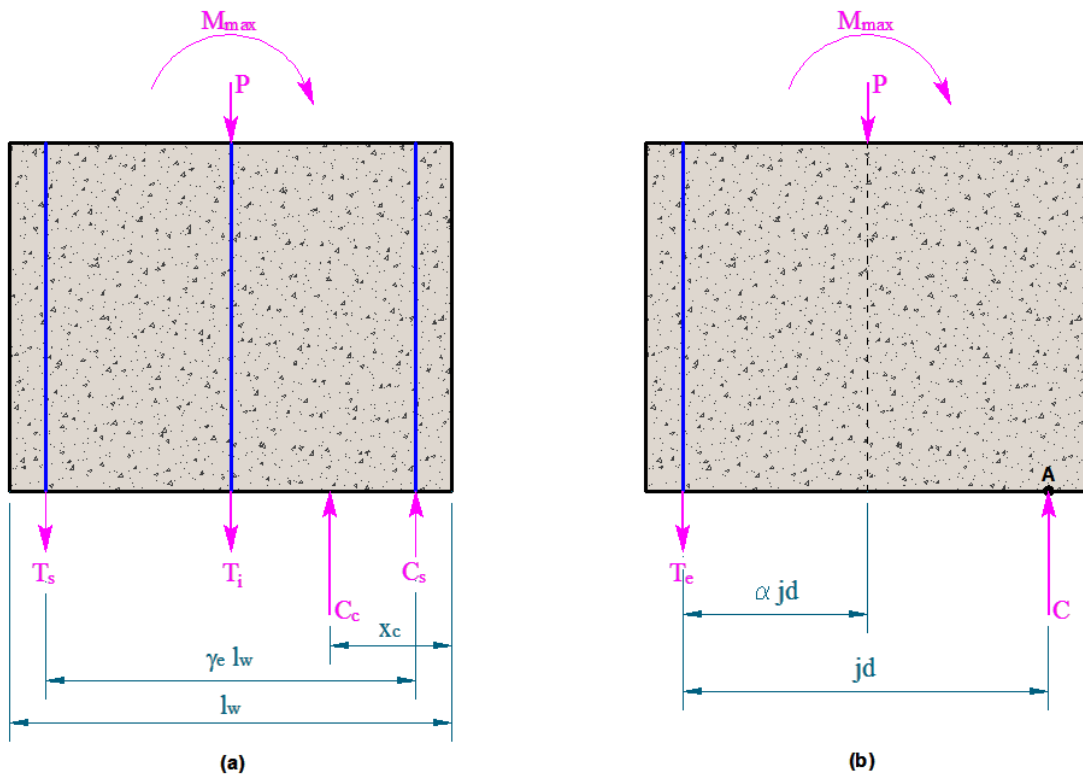


Figura 6-7. Modelo propuesto para la determinación de  $jd$ .

Como en los bordes y en el centro del muro de la *Figura 6-7* (a) se concentra la misma cantidad de acero y ambos por hipótesis se considera que fluyen se puede decir que:

$$T_s = T_i \tag{6-20}$$

Por lo tanto en la ecuación (6-18):

$$T_e = 2 T_s \tag{6-21}$$

El área de acero equivalente,  $A_{se}$ , viene dada por la ecuación (6-22).

$$A_{se} = \frac{2 T_s}{f_{yl}} \tag{6-22}$$

Tomando momentos con respecto al punto A, del muro representado en la *Figura 6-7* (b) se tiene que:

$$M_{cd} = T_e jd + P(jd - \alpha jd) \tag{6-23}$$



Para que el modelo propuesto en la *Figura 6-7 (b)* sea equivalente al modelo de la *Figura 6-7 (a)*, los momentos resistentes en ambas deben ser iguales, de ésta manera igualando la ecuación (6-23) a la (4-4), se tiene que:

$$T_e jd + P(jd - \alpha jd) = T_s (\gamma_e l_w) + (P + T_i) \left( \frac{l_w}{2} - x_c \right) \quad (6-24)$$

$$T_e jd + P(jd - \alpha jd) = T_s (\gamma_e l_w) + P \left( \frac{l_w}{2} - x_c \right) + T_i \left( \frac{l_w}{2} - x_c \right) \quad (6-25)$$

De las ecuaciones (6-21) y (6-25) se obtiene:

$$T_e jd = T_s (\gamma_e l_w) + T_i \left( \frac{l_w}{2} - x_c \right) \quad (6-26)$$

Reemplazando la ecuación (6-21) y despejando  $jd$  se llega a la expresión buscada para  $jd$  que se representa en la ecuación (6-27).

$$jd = \frac{\gamma_e l_w + \frac{l_w}{2} - x_c}{2} \quad (6-27)$$

Los valores de  $\gamma_e$  y  $x_c$  se obtienen con las ecuaciones (4-15) y (4-12) respectivamente.

## 6.5. Resultados obtenidos de la longitud plástica del refuerzo longitudinal ( $L_{pr}$ )

Para comprobar la efectividad del método propuesto en el capítulo anterior para el cálculo de la longitud plástica del refuerzo longitudinal,  $L_{pr}$ , donde por la ecuación (6-17) se midió, en un total de 10 muros de nuestra base de datos, la altura del muro en la cual el refuerzo pasa de una deformación superior a la de fluencia, a la deformación de fluencia. Cabe mencionar que esto se pudo hacer solamente en 10 muros debido a que solo en éstos se conocía en detalle las deformaciones medidas en el refuerzo en función de la altura del muro.

Posteriormente se procedió a calcular, mediante el método presentado en el capítulo anterior, la longitud plástica del refuerzo longitudinal,  $L_{pr}$ , tomando un factor de endurecimiento por deformación  $\lambda$  igual al



cociente entre el esfuerzo máximo en el acero y el esfuerzo de fluencia de éste al cual llamaremos,  $\lambda_{fsu}$ . Los resultados de estos valores se presentan en la *Tabla 6-2* y de manera gráfica, se presenta en la *Figura 6-8* el cociente entre la longitud plástica del refuerzo medida y la calculada con  $\lambda_{fsu}$ , en función de la cuantía longitudinal.

Como se puede observar en la *Tabla 6-2*, al utilizar el factor de endurecimiento por deformación indicado en el párrafo anterior, el promedio entre la longitud plástica del acero de refuerzo medida entre la calculada da de 0.9 con un coeficiente de variación del 8.34%, estos son valores bastante aceptables pero el proceso es poco práctico debido a que en el diseño es difícil conocer el valor del esfuerzo último del acero de refuerzo y lo único que se conoce en realidad es el esfuerzo de fluencia, por esta razón se propone tomar un valor conservador del endurecimiento por deformación en el acero de refuerzo de 1.15. Los resultados obtenidos con este factor se presentan en la *Tabla 6-3* y de manera gráfica se presenta en la *Figura 6-9* el cociente entre la longitud plástica del refuerzo medida y la calculada con  $\lambda=1.15$ , en función de la cuantía longitudinal.

N°	Designación	$X_c/A_w$	$\gamma_e$	Ase	jd	$\lambda_{fsu}$	L <sub>PR</sub> calculado con $\lambda_{fsu}$	Lpr medido	Lpr Medido / Lpr Calculado con $\lambda_{fsu}$
				Área de barra equivalente	Brazo de palanca	Endurecimiento por deformación medido en el acero de refuerzo			
				mm <sup>2</sup>	mm		mm	mm	
1	B16R8-1	0.050	0.94	1944	833	1.18	857	-	-
2	WSH4	0.075	0.96	1642	1384	1.17	1546	1400	0.91
3	WSH2	0.076	0.97	1081	1391	1.28	1677	1377	0.82
4	WSH3	0.076	0.96	1642	1384	1.21	1786	1630	0.91
5	RW-A20-P10-S38	0.083	0.94	1577	826	1.30	1376	-	-
6	W-MC-N	0.090	0.93	3209	1022	1.42	1637	1372	0.84
7	RW1	0.090	0.96	928	833	1.48	1477	-	-
8	RW2	0.090	0.96	928	833	1.48	1476	-	-
9	WSH6	0.099	0.96	1617	1361	1.18	1552	1451	0.93
10	WSH5	0.108	0.96	779	1355	1.22	1211	1122	0.93
11	B2C	0.050	0.90	520	369	1.33	491	-	-
12	CI-1	0.050	0.96	2253	1343	1.60	3199	3213	1.00
13	A2C	0.050	0.90	2906	877	1.35	1234	-	-
14	R2	0.052	0.97	1277	1348	1.57	2478	2521	1.02
15	WSH1	0.073	0.97	1081	1394	1.13	1017	890	0.88
16	RW-A20-P10-S63	0.083	0.93	3529	821	1.34	1599	-	-
17	W-MC-C	0.089	0.93	3209	1022	1.48	1750	1372	0.78
18	SW7	0.158	0.92	1022	442	-	-	-	-
19	SW9	0.158	0.91	1877	437	-	-	-	-
20	SW8	0.208	0.92	804	425	-	-	-	-
PROMEDIO:								0.90	
MAXIMO:								1.02	
MINIMO:								0.78	
DESVIACIÓN ESTANDAR:								0.08	
COEFICIENTE DE VARIACIÓN:								8.3%	

*Tabla 6-2. Cálculo de la longitud plástica del refuerzo longitudinal con un factor de endurecimiento por deformación  $\lambda_{fsu}$ .*

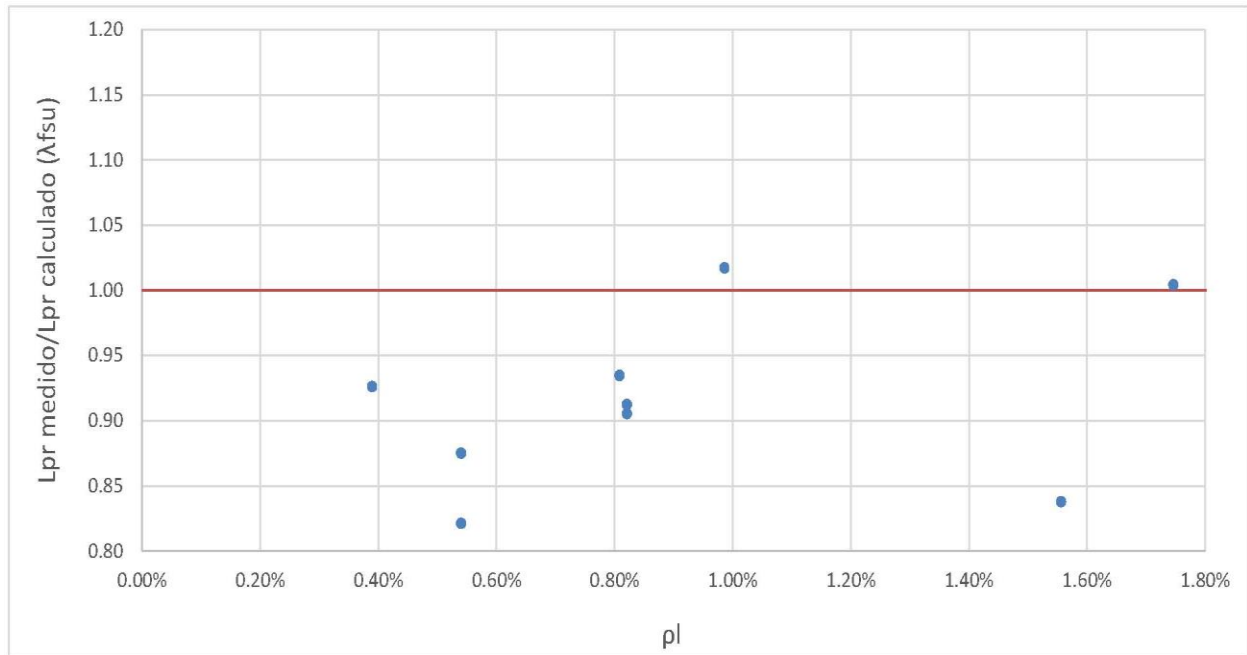


Figura 6-8. Relación entre la longitud plástica del refuerzo longitudinal medida y la calculada con  $\lambda_{fsu}$ .

N°	Designación	$x_c/A_w$	$\gamma_e$	Ase	jd	L <sub>PR</sub> Calculado con $\lambda=1.15$	Lpr medido	Lpr Medido/Lpr Calculado con $\lambda=1.15$
				Área de barra equivalente	Brazo de palanca			
				mm <sup>2</sup>	mm	mm	mm	
1	B16R8-1	0.05	0.94	1944	833	791	-	-
2	WSH4	0.08	0.96	1642	1384	1445	1400	0.97
3	WSH2	0.08	0.97	1081	1391	1223	1377	1.13
4	WSH3	0.08	0.96	1642	1384	1520	1630	1.07
5	RW-A20-P10-S38	0.08	0.94	1577	826	975	-	-
6	W-MC-N	0.09	0.93	3209	1022	981	1372	1.40
7	RW1	0.09	0.96	928	833	828	-	-
8	RW2	0.09	0.96	928	833	828	-	-
9	WSH6	0.10	0.96	1617	1361	1423	1451	1.02
10	WSH5	0.11	0.96	779	1355	991	1122	1.13
11	B2C	0.05	0.90	520	369	333	-	-
12	CI-1	0.05	0.96	2253	1343	1600	3213	2.01
13	A2C	0.05	0.90	2906	877	803	-	-
14	R2	0.05	0.97	1277	1348	1268	2521	1.99
15	WSH1	0.07	0.97	1081	1394	1081	890	0.82
16	RW-A20-P10-S63	0.08	0.93	3529	821	1070	-	-
17	W-MC-C	0.09	0.93	3209	1022	981	1372	1.40
18	SW7	0.16	0.92	1022	442	440	-	-
19	SW9	0.16	0.91	1877	437	438	-	-
20	SW8	0.21	0.92	804	425	395	-	-

PROMEDIO: 1.29  
 MAXIMO: 2.01  
 MINIMO: 0.82  
 DESVIACIÓN ESTANDAR: 0.41  
 COEFICIENTE DE VARIACIÓN: 31.8%

Tabla 6-3. Cálculo de la longitud plástica del refuerzo longitudinal con un factor de endurecimiento por deformación  $\lambda=1.15$ .



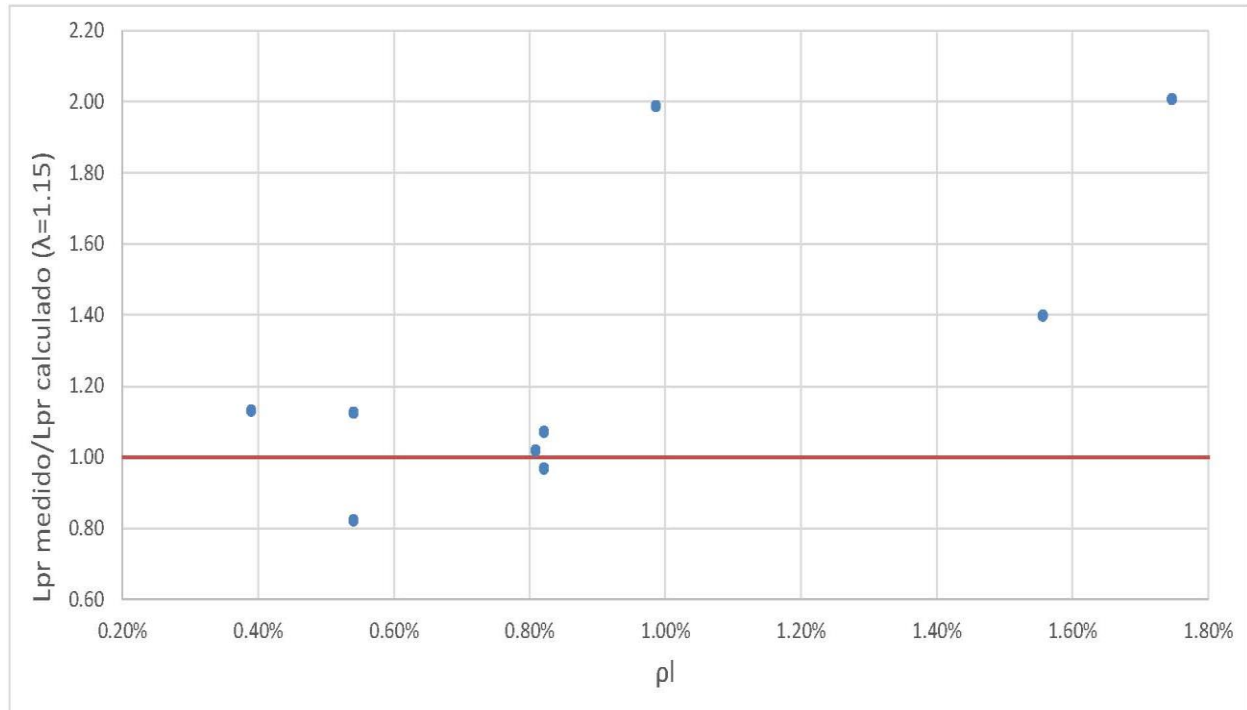


Figura 6-9. Relación entre la longitud plástica del refuerzo longitudinal medida y la calculada con  $\lambda=1.15$ .

Como se observa en la *Figura 6-9*, la dispersión del cociente entre  $L_{pr}$  medido entre calculado es mayor que la que se observa en la *Figura 6-8*. Esto se debe al cambio del factor de endurecimiento en el acero de  $\lambda_{fsu}$  a 1.15 para todos los especímenes. Como se verá más adelante ésta simplificación nos ayudará a estar del lado de la seguridad en la predicción de la deformación última en los muros.

## 6.6. Longitud de penetración de deformaciones en el elemento ( $L_{sp}$ )

La distribución de curvaturas de un muro, se extiende una profundidad bajo la base por efecto de la penetración de las deformaciones en el elemento, a esta longitud se la denomina,  $L_{sp}$ , y para su cálculo se utilizó la expresión propuesta por Priestley et al. (2007):

$$L_{sp} = 0.022 f_y d_{bl} \quad (6-28)$$

Donde  $d_{bl}$  el diámetro de las barras longitudinales y  $f_y$  es el esfuerzo de fluencia del acero. Los resultados obtenidos mediante esta expresión se presentan en la *Tabla 6-4*.



N°	Designación	$d_{bl}$	
		Diámetro barras longitudinales en los bordes	
		mm	mm
1	B16R8-1	16	190
2	WSH4	12	152
3	WSH2	10	128
4	WSH3	12	159
5	RW-A20-P10-S38	12.7	132
6	W-MC-N	25.4	258
7	RW1	9.5	91
8	RW2	9.5	91
9	WSH6	11	140
10	WSH5	8	103
11	B2C	9.5	94
12	CI-1	12.7	133
13	A2C	22.4	211
14	R2	12.7	126
15	WSH1	10	120
16	RW-A20-P10-S63	19.1	200
17	W-MC-C	25.4	258
18	SW7	14	125
19	SW9	20	165
20	SW8	12	114

Tabla 6-4. Cálculo de la longitud de esfuerzo por penetración del elemento,  $L_{sp}$ .

### 6.7. Curvatura última en muros rectangulares de concreto reforzado ( $\phi_u$ )

Para el cálculo de la curvatura última de un muro rectangular de concreto reforzado que falla por pandeo del refuerzo longitudinal, utilizamos el modelo de predicción de pandeo de barras sujetas a cargas reversible, desarrollado en el Capítulo 5. En este modelo, esta deformación asociada al pandeo se conoce como  $\epsilon_p^*$ , y se calcula con la ecuación (5-3). Basándonos en la Figura 6-10, por simple geometría y dado que es una sección simétrica, se puede calcular con base en la longitud asociada al pandeo de la barra de refuerzo del lecho extremo, la curvatura última,  $\phi_u$ , mediante la siguiente expresión:

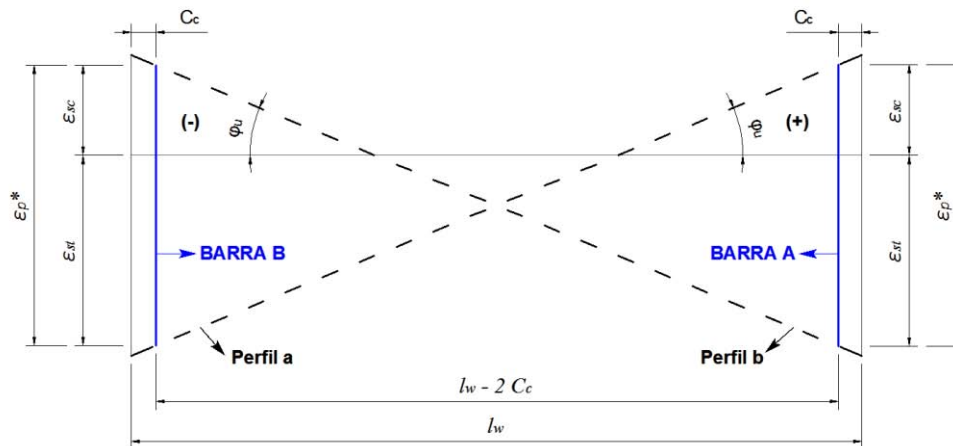


Figura 6-10. Curvatura última en muros.



$$\varphi_u = \frac{\varepsilon_p^*}{l_w - 2 c_c}$$

(6-29)

En la *Tabla 6-5*, se presenta el resultado del cálculo de la predicción de la curvatura última de los muros estudiados, mediante la aplicación de las ecuaciones antes mencionadas.

N°	Designación	$\varepsilon_p^*$	$\Phi_u$ calculado
		<i>Deformación de pandeo de barra</i>	<i>Angulo de rotación última calculada</i>
1	B16R8-1	0.032	2.76E-05
2	WSH4	0.020	1.03E-05
3	WSH2	0.023	1.20E-05
4	WSH3	0.032	1.63E-05
5	RW-A20-P10-S38	0.047	4.02E-05
6	W-MC-N	0.040	2.78E-05
7	RW1	0.020	1.69E-05
8	RW2	0.038	3.19E-05
9	WSH6	0.043	2.22E-05
10	WSH5	0.032	1.63E-05
11	B2C	0.044	8.77E-05
12	CI-1	0.056	3.00E-05
13	A2C	0.044	3.66E-05
14	R2	0.056	2.99E-05
15	WSH1	0.023	1.20E-05
16	RW-A20-P10-S63	0.056	4.78E-05
17	W-MC-C	0.057	3.94E-05
18	SW7	0.050	7.55E-05
19	SW9	0.048	7.44E-05
20	SW8	0.046	6.94E-05

*Tabla 6-5. Cálculo de la curvatura última en los muros.*

Es importante indicar que las barras mostradas en la **Figura 6-10. Curvatura última en muros.** *Figura 6-10*, son las barras longitudinales reales del muro no las equivalentes y que el parámetro  $c_c$  de la ecuación (6-29) representa el recubrimiento al extremo exterior del estribo.

## 6.8. Desplazamiento plástico ( $\Delta_p$ )

El desplazamiento plástico,  $\Delta_p$ , de un muro rectangular de concreto reforzado, se basa en la propuesta de distribución de curvaturas dada por Hines et al. (2004), esta distribución aproximada de curvaturas, como ya se mencionó anteriormente es igual a la mostrada en la *Figura 6-4 (b)*, con base en esta figura se propone que:



$$\Delta_p = L_p \varphi_p h_w \tag{6-30}$$

donde la curvatura plástica,  $\varphi_p$ , se calcula con la siguiente ecuación:

$$\varphi_p = \varphi_u - \varphi_y \tag{6-31}$$

Como se puede observar en la *Figura 6-4 (b)*, para proponer la ecuación (6-30), se considera la hipótesis de que el centro del rectángulo de curvatura de dimensiones  $\varphi_p \times L_p$  se encuentra en la base del muro, esta hipótesis fue propuesta por Hines et al. (2004) y se comprobó que era correcta ya que al calcular el desplazamiento último con la distribución de curvaturas propuesta en la *Figura 6-4 (b)* los resultados no variaban en casi nada con respecto a los calculados con la distribución de curvaturas de la *Figura 6-4 (a)*. Con este criterio y aplicando las expresiones antes mencionadas, se calcula el desplazamiento plástico de los muros en su parte superior. Es importante mencionar que se realizaron dos cálculos del desplazamiento plástico por cada muro, el primero utilizando una longitud plástica,  $L_p$ , calculada con un factor de endurecimiento por deformación  $\lambda_{fsu}$  y la segunda utilizando un  $L_p$  calculado con un factor de endurecimiento conservador de  $\lambda=1.15$ . Los resultados se presentan en la *Tabla 6-6* y *Tabla 6-7* respectivamente.

N°	Designación	$L_p \lambda_{fsu}$	$L_p \lambda_{fsu} / l_w$	$\Delta_p$
		Longitud plástica calculada con $\lambda_{fsu}$		Desplazamiento plástico calculado con $\lambda_{fsu}$
		mm		mm
1	B16R8-1	619	0,52	36
2	WSH4	925	0,46	31
3	WSH2	967	0,48	40
4	WSH3	1052	0,53	64
5	RW-A20-P10-S38	820	0,67	73
6	W-MC-N	1077	0,71	98
7	RW1	829	0,68	41
8	RW2	829	0,68	86
9	WSH6	916	0,46	80
10	WSH5	708	0,35	43
11	B2C	340	0,62	31
12	CI-1	1733	0,91	258
13	A2C	828	0,64	75
14	R2	1365	0,72	171
15	WSH1	629	0,31	27
16	RW-A20-P10-S63	1000	0,82	107
17	W-MC-C	1133	0,74	151
18	SW7	436	0,62	46
19	SW9	474	0,68	49
20	SW8	393	0,56	38

**Tabla 6-6. Longitud plástica y deformación plástica calculada en los muros con  $\lambda_{fsu}$ .**



N°	Designación	$L_p \lambda_{rsu}$	$L_p \lambda_{=1.15} / l_w$	$\Delta_p$
		(Longitud plástica calculada con $\lambda=1.15$ )		(Desplazamiento plástico calculado con $\lambda=1.15$ )
		mm		mm
1	B16R8-1	586	0,49	34
2	WSH4	875	0,44	29
3	WSH2	740	0,37	31
4	WSH3	919	0,46	56
5	RW-A20-P10-S38	619	0,51	55
6	W-MC-N	748	0,49	68
7	RW1	505	0,41	25
8	RW2	505	0,41	52
9	WSH6	851	0,43	74
10	WSH5	598	0,30	36
11	B2C	260	0,48	24
12	CI-1	933	0,49	139
13	A2C	612	0,47	55
14	R2	760	0,40	95
15	WSH1	661	0,33	28
16	RW-A20-P10-S63	735	0,60	79
17	W-MC-C	748	0,49	100
18	SW7	345	0,49	36
19	SW9	384	0,55	40
20	SW8	312	0,45	30

Tabla 6-7. Longitud plástica y deformación plástica calculada en los muros con  $\lambda=1.15$ .

### 6.9. Comparación de desplazamientos últimos calculados y desplazamientos últimos experimentales, de muros rectangulares de concreto reforzado

En el presente capítulo, se desarrollaron expresiones para el cálculo del desplazamiento último de muros rectangulares de concreto reforzado, cuya falla está asociada al pandeo de las barras de refuerzo longitudinal, esto debido a que la curvatura última de los muros está asociada al valor de la deformación que produce el pandeo de una barra,  $\epsilon_p^*$ , como se explicó en el capítulo 6.7.

Los resultados obtenidos del cálculo de ésta deformación se presentan en la Tabla 6-8 y de manera gráfica en la Figura 6-11, en esta figura se presenta el cociente del desplazamiento último medido experimentalmente y el desplazamiento último calculado de los muros. Como se puede observar, la predicción del desplazamiento último es bastante aproximada para los muros que fallan por pandeo del refuerzo longitudinal dando un promedio del coeficiente entre desplazamiento último medido entre desplazamiento último calculado de 0.95 y un coeficiente de variación de 16.4%. Se nota también en la Figura 6-11, que los muros cuya falla es distinta a la de pandeo de barra, fallan a desplazamientos mucho menores que el calculado como fuera de esperarse para validar el procedimiento de cálculo presentado en este capítulo.



TIPOS DE FALLAS	N°	Designación	$\Delta_y$	$\Delta_p$	$\Delta_u$ Calculado	$\Delta_u$ Medido	$\Delta_u$ Medido / $\Delta_u$ Calculado
			Desplazamiento de fluencia	Desplazamiento plástico calculado con $\lambda_{fsu}$	Deformación última calculada con $\lambda_{fsu}$	Desplazamiento último medido	
			mm	mm	mm	mm	
FALLA POR PANDEO DE REFUERZO LONGITUDINAL	1	B16R8-1	7	36	43	50	1.15
	2	WSH4	17	31	48	46	0.96
	3	WSH2	17	40	57	53	0.94
	4	WSH3	17	64	81	77	0.95
	5	RW-A20-P10-S38	6	73	79	76	0.96
	6	W-MC-N	11	98	109	88	0.81
	7	RW1	13	41	54	69	1.29
	8	RW2	13	86	99	86	0.87
	9	WSH6	17	80	97	78	0.80
	10	WSH5	17	43	60	49	0.81
OTROS TIPOS DE FALLAS	11	B2C	3	31	34	19	0.56
	12	CI-1	23	258	281	156	0.55
	13	A2C	6	75	81	59	0.73
	14	R2	15	171	185	76	0.41
	15	WSH1	15	27	42	48	1.14
	16	RW-A20-P10-S63	6	107	114	73	0.64
	17	W-MC-C	11	151	162	110	0.68
	18	SW7	3	46	49	27	0.55
	19	SW9	3	49	52	31	0.59
	20	SW8	4	38	41	23	0.56

Tabla 6-8. Cálculo del desplazamiento último calculado con  $\lambda_{fsu}$ .

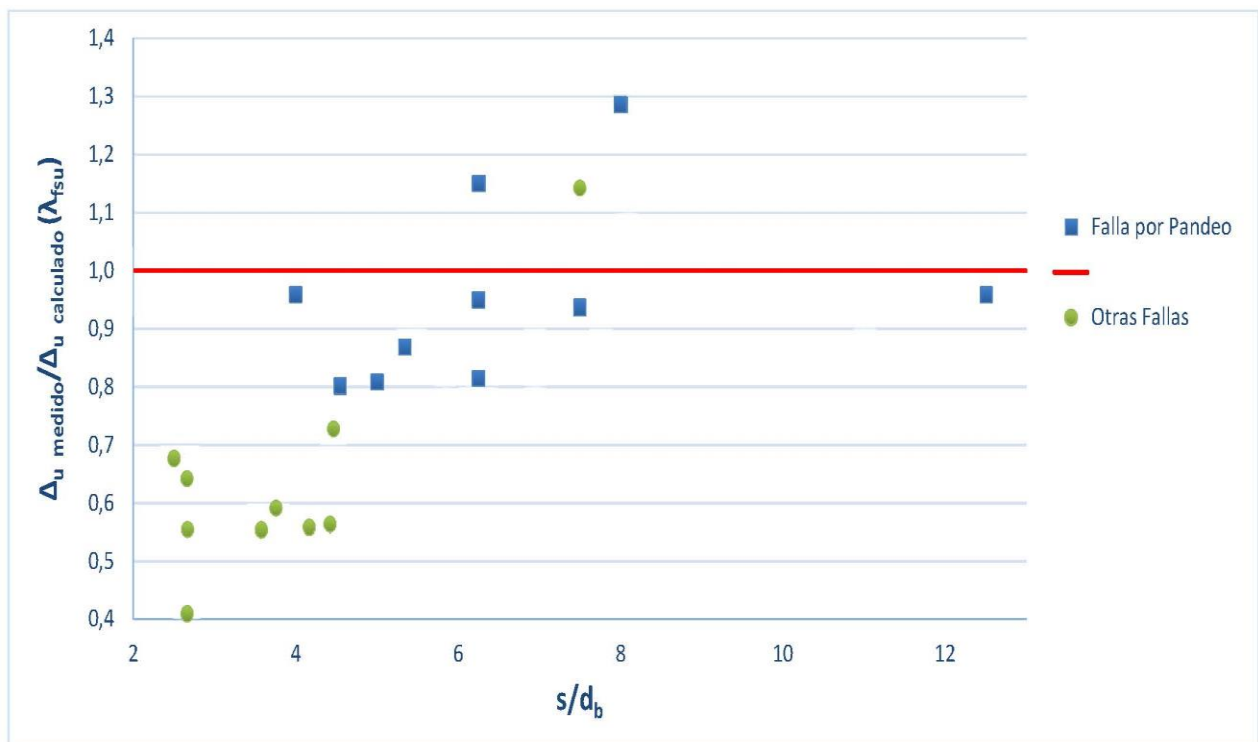


Figura 6-11. Relación entre el desplazamiento último medido y el desplazamiento último calculado con  $\lambda_{fsu}$ .



Es importante observar que en la *Figura 6-11* y *Tabla 6-8*, el cálculo de la deformación última se realiza con el  $L_{pr}$  de la *Tabla 6-2* que considera un factor de endurecimiento por deformación en el acero igual cociente entre el esfuerzo máximo medido y el esfuerzo de fluencia del acero. Esto, como se explicó antes, es poco práctico debido a que por lo general no se conoce el esfuerzo máximo en el acero. Por esta razón en la *Tabla 6-9* y *Figura 6-12* se presenta el cálculo del desplazamiento último con un factor de endurecimiento en el acero conservador de  $\lambda=1.15$ . La predicción del desplazamiento último medido entre el desplazamiento último calculado con esta consideración da un promedio de 1.16 y un coeficiente de variación de 23.5%.

TIPOS DE FALLAS	N°	Designación	$\Delta_y$	$\Delta_p$	$\Delta u$ Calculado	$\Delta u$ Medido	$\Delta u$ Medido / $\Delta u$ Calculado
			Desplazamiento de fluencia	Desplazamiento plástico calculado con $\lambda=1.15$	Deformación Última Calculada con $\lambda=1.15$	Desplazamiento último medido	
			mm	mm	mm	mm	
FALLA POR PANDEO DE REFUERZO LONGITUDINAL	1	B16R8-1	7	34	42	50	1.20
	2	WSH4	17	29	46	46	0.99
	3	WSH2	17	31	47	53	1.12
	4	WSH3	17	56	73	77	1.06
	5	RW-A20-P10-S38	6	55	61	76	1.24
	6	W-MC-N	11	68	79	88	1.12
	7	RW1	13	25	38	69	1.83
	8	RW2	13	52	65	86	1.31
	9	WSH6	17	74	92	78	0.85
	10	WSH5	17	36	54	49	0.92
OTROS TIPOS DE FALLAS	11	B2C	3	24	27	19	0.72
	12	CI-1	23	139	162	156	0.96
	13	A2C	6	55	62	59	0.96
	14	R2	15	95	110	76	0.69
	15	WSH1	15	28	43	48	1.11
	16	RW-A20-P10-S63	6	79	85	73	0.86
	17	W-MC-C	11	100	111	110	0.99
	18	SW7	3	36	40	27	0.69
	19	SW9	3	40	43	31	0.72
	20	SW8	4	30	33	23	0.69

**Tabla 6-9. Cálculo del desplazamiento último calculado con  $\lambda=1.15$ .**

Como se observa en la *Figura 6-12*, en general el procedimiento propuesto lleva a resultados conservadores para la predicción de desplazamiento últimos considerando el modo de falla de pandeo de la barra de refuerzo en los muros estudiados. El factor principal de la diferencia entre los resultados de la predicción y los medidos es principalmente el factor conservador de endurecimiento por deformación en el acero de 1.15. Además, el modelo propuesto considera el inicio del pandeo, lo cual en general es conservador, ya que la identificación visual del pandeo tiende a ocurrir después del inicio mencionado. Se puede también observar que los muros cuyo tipo de falla es distinto al de pandeo de refuerzo continúan fallando en desplazamientos menores que el calculado, lo que valida el procedimiento de cálculo propuesto.

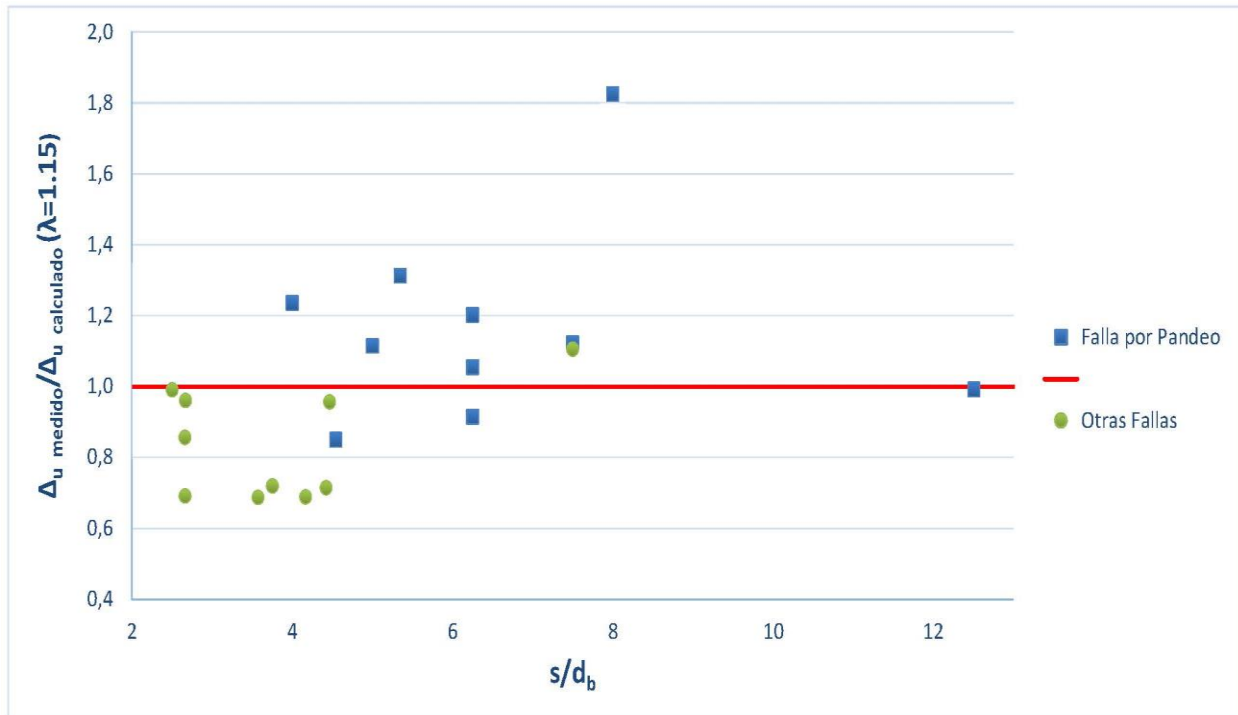


Figura 6-12. Relación entre el desplazamiento último medido y el desplazamiento último calculado con  $\lambda=1.15$ .





## CONCLUSIONES

1. El procedimiento propuesto para el cálculo de momento máximo probable de muros rectangulares de concreto reforzado sometidos a cargas laterales cíclicas reversibles del *Capítulo 4*, es un método sencillo para su uso en el ámbito académico que produce resultados muy aproximados a los valores experimentales como se observa en la *Figura 4-3*. Por esta razón se recomienda aplicar este método para la predicción del momento probable resistente de un muro, debido a que de ésta manera se podrá conocer de forma más aproximada la resistencia a flexión de un muro. Esto nos permite a su vez conocer su cortante sísmico máximo, evitando así que éste sea subestimado.
2. Se amplía en el *Capítulo 5*, el estudio del fenómeno de pandeo de barras iniciado por Rodríguez et al. (1999) y se llega a proponer una ecuación para predecir la deformación asociada al pandeo de barras, en base a medidas experimentales de deformaciones en barras de refuerzo. Esta ecuación propuesta se ajusta correctamente y de manera conservadora a los resultados obtenidos como se puede observar en la *Figura 5-6*. Este valor además nos permite calcular de manera aproximada una curvatura última de muros en el momento del pandeo de su refuerzo.
3. La ecuación propuesta para el cálculo de la longitud plástica del refuerzo longitudinal que se propone en el capítulo 6.4 da resultados muy aproximados a los medidos con base en el perfil de deformaciones del refuerzo longitudinal, como se muestra en la *Figura 6-8*. Esto ocurre para un factor de endurecimiento por deformación igual a la relación entre el esfuerzo máximo en el acero de refuerzo y el esfuerzo de fluencia en éste. De esta manera se demuestra que la teoría utilizada para la obtención de la ecuación propuesta es correcta. Sin embargo se ha decidido optar por un valor de endurecimiento por deformación de 1.15, debido a la dificultad de conocer en la práctica el esfuerzo máximo del acero y debido además a que de esta manera se estará tomando un factor conservador.
4. La predicción de los desplazamientos últimos de los muros de la base de datos seleccionada, en la que se considera el modo de falla de pandeo de barras, del *Capítulo 6*, nos lleva a resultados en su mayoría conservadores respecto a los observados experimentalmente. Se puede concluir que el procedimiento propuesto para el cálculo del desplazamiento último en muros rectangulares de concreto reforzado cuya falla está asociada al pandeo de barras de refuerzo longitudinal es aceptable con un promedio del desplazamiento último medido entre el desplazamiento último calculado de 1.16 y un coeficiente de variación de 23.5%. El factor principal de la diferencia entre los resultados de la predicción y los medidos es principalmente el factor conservador que se toma del endurecimiento por deformación en el acero de 1.15, además, el modelo propuesto considera el inicio del pandeo lo cual en general siempre es conservador.





## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Chai, Y. H., y D. T. Elayer. «Lateral Stability of Reinforced Concrete Columns under Axial Reversed Cyclic Tension and Compression.» *ACI Structural Journal*, 1999: 83-96.
- Chai, Y. H., y S. K. Kunnath. «Minimum Thickness for Ductile RC Structural Walls.» *Engineering Structures*, 2005: 1052-1063.
- Dazio, A., K. Beyer, and H. Bachmann. "Quasi-static cyclic tests and plastic hinge analysis of RC structural walls." *Engineering Structures*, 2009: 1556-1571.
- Ghorbani-Renani, I., N. Velez, R. Tremblay, D. Palermo, D. Massicotte, y P. Léger. «Modeling and Testing Influence of Scaling Effects on Inelastic Response of Shear Walls.» *ACI Structural Journal*, 2009: 358-367.
- Hines, E., J. I. Restrepo, y F. Seible. «Force-Displacement Characterization of Well-Confined Bridge Piers.» *ACI Structural Journal*, 2004: 537-548.
- Kowalsky, M., J. C. Goodnight, Y. Feng, y J. Naw. *The Effects of Load History and Design Variables on Performance Limit States of Circular Bridge Columns*. North Carolina, 2015.
- Neuenhofer, A. «Lateral Stiffness of Shear Walls with Openings.» *Structural Engineering*, 2006: 1846-1851.
- Oesterle, R. G., A. E. Fiorato, L. S. Johal, J. E. Carpenter, H. G. Russell, and W. G. Corley. "Earthquake Resistant Structural Walls - Test of Isolated Walls." *National Science Foundation*, 1976.
- Paulay, T. «The displacement capacity of reinforced concrete coupled walls.» *Engineering Structures*, 2002: 1165 - 1175.
- Paulay, T., y M. J. N. Priestley. *Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings*. New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore: John Wiley and Sons Inc., 1990.
- Paulay, T., y M. J. N. Priestley. «Stability of Ductile Structural Walls.» *ACI Structural Journal*, 1993: 385-392.
- Priestley, M. J. N. «Myths and Fallacies in Earthquake Engineering, Revisited .» Pravia, Italia, 2003.
- Priestley, M. J. N., G. M. Calvi, y M. J. Kowalsky. *Displacementbased seismic design of structures*. Pavia, Italy: IUSS Press, 2007.
- Restrepo, J. I., y M. Rodríguez. «On the Probable Moment Strength of Reinforced Concrete Columns.» *ACI Structural Journal*, 2013: 681- 690.



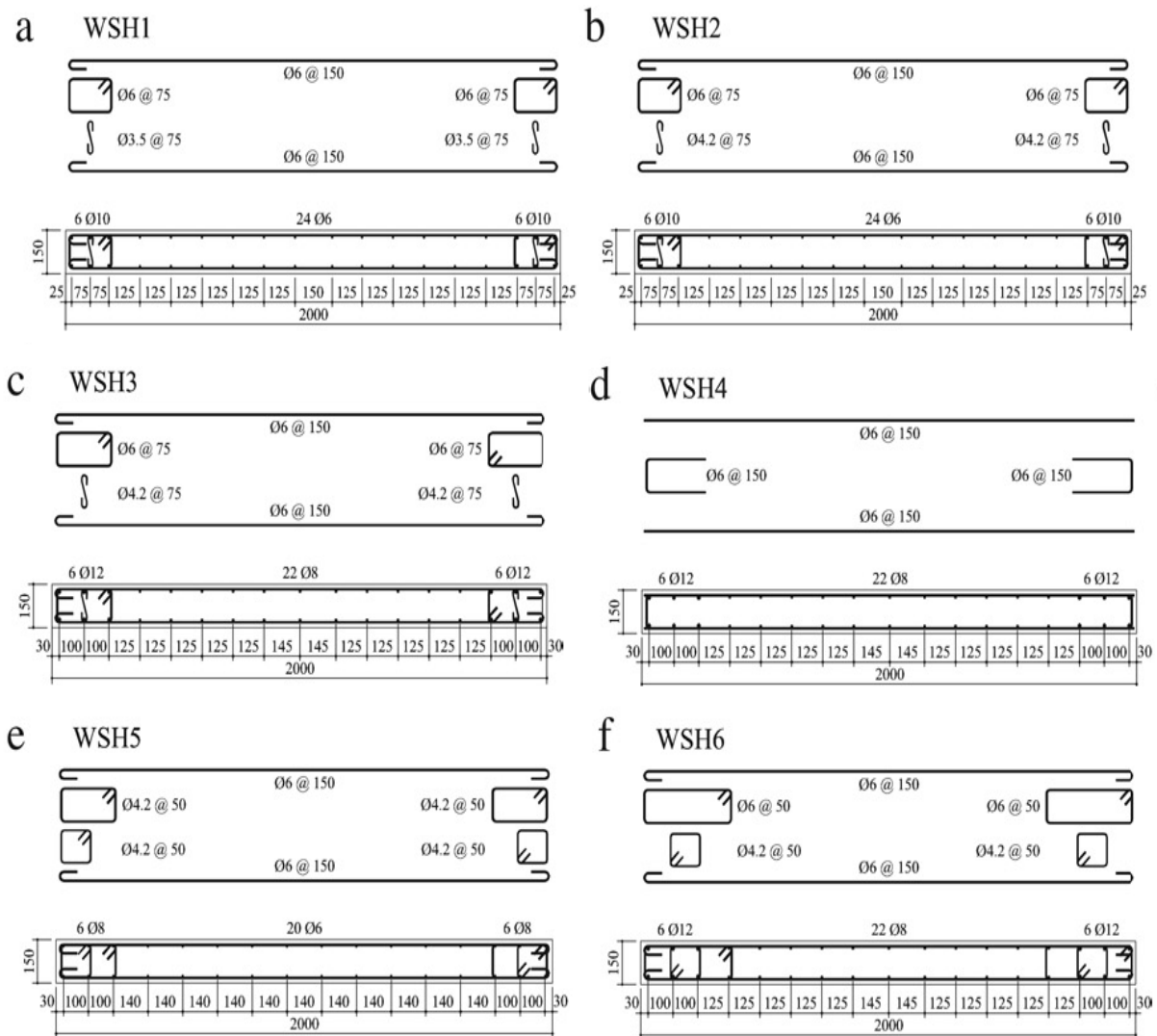
- Restrepo, J. «Comunicación Personal», 2014.
- Riva, P., y A. Franchi. «Behavior of Reinforced Concrete Walls with Welded Wire Mesh Subjected to Cyclic Loading.» *ACI Structural Journal*, 2001: 324-334.
- Rodríguez, M. , J. C. Botero, y J. Villa. «Cyclic Stress Strain Behavior of Reinforcing Steel Including the Effect of Buckling.» *Structural Engineering*, 1999: 605-612.
- Rodríguez, M., M. Torres, y A. Ortiz. «Diseño sísmico de muros de concreto reforzado basado en desplazamientos.» Veracruz, México, 2013.
- Rodríguez, M. «Comunicación Personal», 2014.
- Shiu, K. N., J. I. Daniel, y J. D. Aristizabal Ochoa. «Earthquake Resistant Structural Walls - Test of Walls with and Without Openings.» Washington D.C., 1981.
- Thomsen, J. H., y J. W. Wallace. «Displacement - Based Design of Reinforced Concrete Structural Walls: An Experimental Investigation of Walls with Rectangular and T-Shaped Cross Sections.» *National Science Foundation*, 1995.
- Tran, T. A. «Experimental and Analytical Studies of Moderate Aspect Ratio Reinforced Concrete Structural Walls.» Los Angeles California, 2012.
- Villalobos, E. J. «Seismic Response of Structural Walls with Geometric and Reinforcement Discontinuities.» *Tesis*, 2014.
- Zhang, Y., y Z. Wang. «Seismic Behavior of Reinforced Concrete Shear Walls Subjected to High Axial Loading.» *ACI Structural Journal*, 2000: 739-750.



## APÉNDICE

### A-1. Detalle geométrico y de armado de los muros ensayados por Dazio et al. (2009).

De esta investigación se utilizaron, para la base de datos de este estudio, 6 muros rectangulares cuyas características geométricas y de armado se muestran en la *Figura A-0-1*.

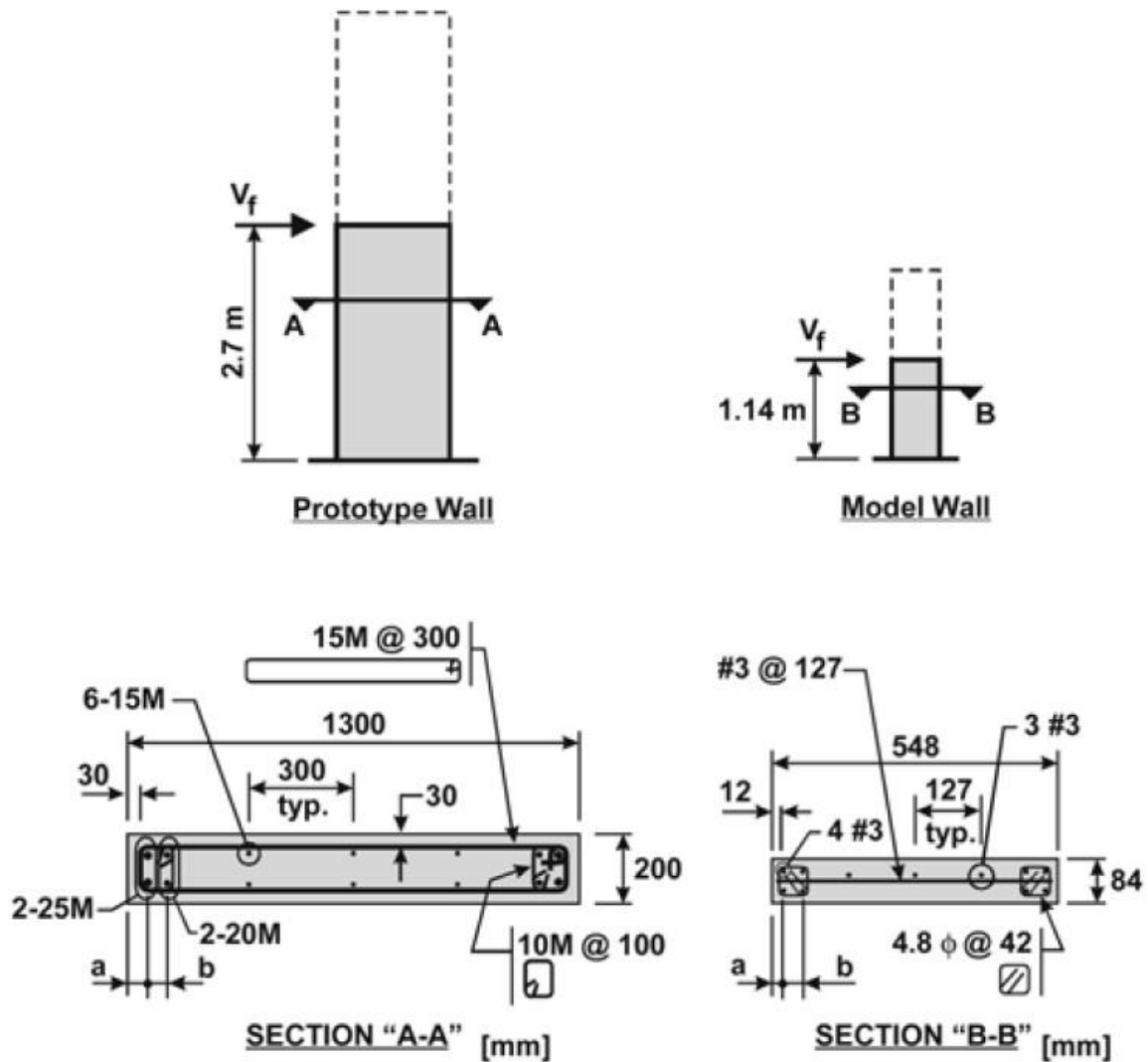


*Figura A-0-1. Detalle geométrico y de armado de los muros ensayados por Dazio et al. (2009).*



## A-2. Detalle geométrico y de armado de los muros ensayados por Ghorbani – Renani et al. (2009).

De esta investigación se utilizaron 2 muros rectangulares para la base de datos de este estudio cuyas características geométricas y de armado se muestran en la *Figura A-0-2*.

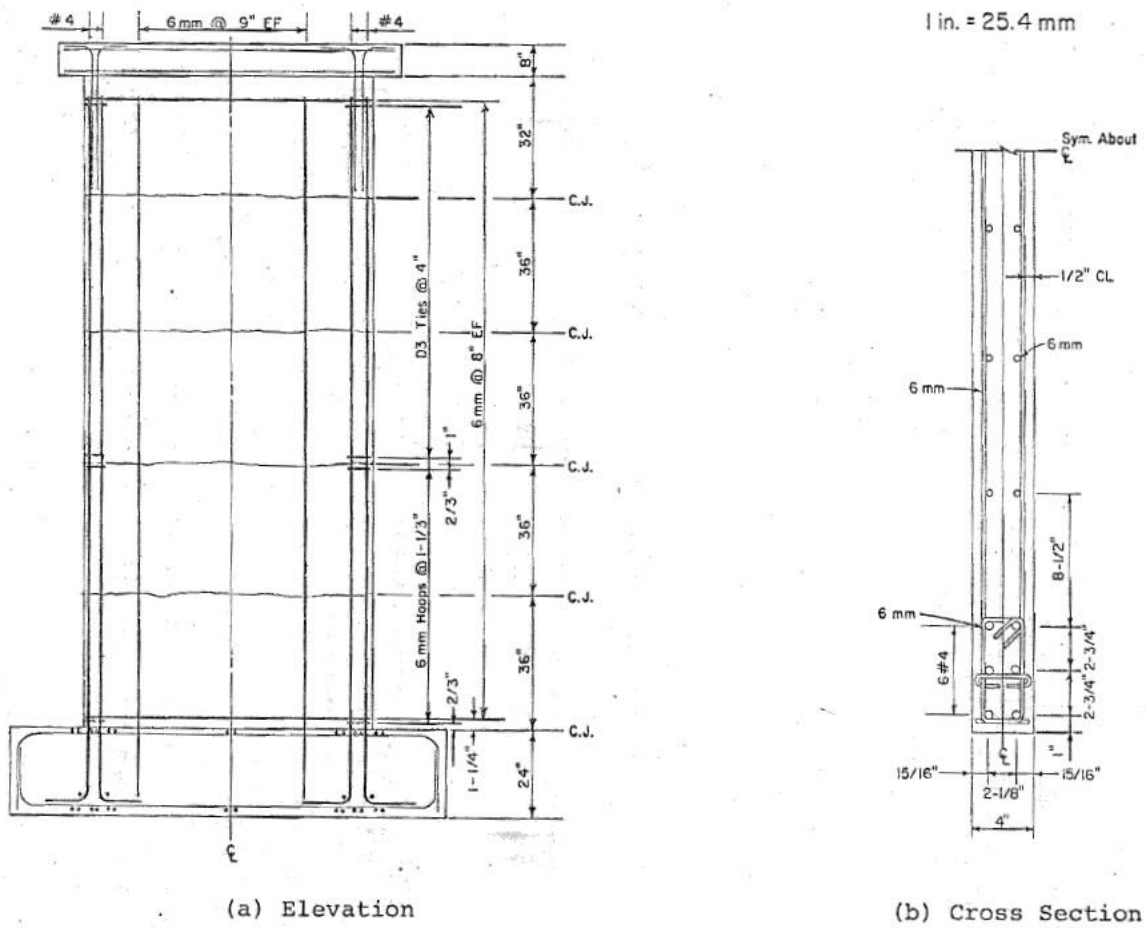


*Figura A-0-2. Detalle geométrico y de armado de los muros ensayados por Ghorbani – Renani et al. (2009).*



### A-3. Detalle geométrico y de armado de los muros ensayados por Oesterle et al. (1976)

De esta investigación se utilizó, para la base de datos de este estudio, un muro rectangular cuyas características geométricas y de armado se muestran en la *Figura A-0-3*.



*Figura A-0-3. Detalle geométrico y de armado de los muros ensayados por Oesterle et al. (1976).*



### A-4. Detalle geométrico y de armado de los muros ensayados por Riva y Franchi (2001)

De esta investigación se utilizó, para la base de datos de este estudio, un muro rectangular cuyas características geométricas y de armado se muestran en la Figura A-0-4.

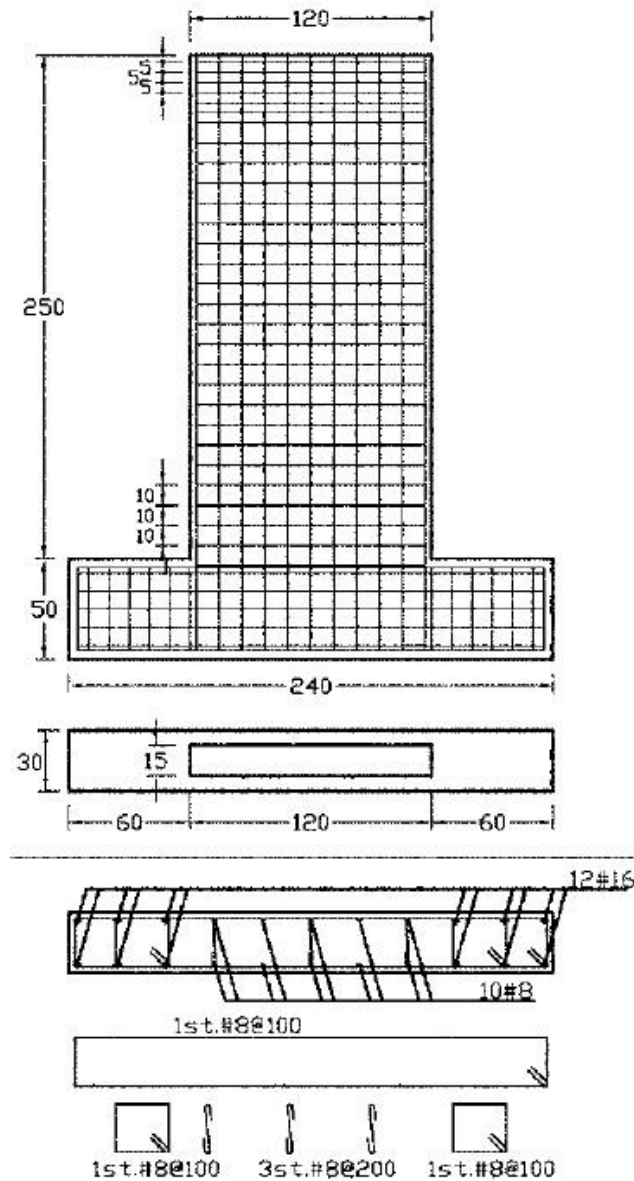


Figura A-0-4. Detalle geométrico y de armado de los muros ensayados por Riva y Franchi (2001).





### A-5. Detalle geométrico y de armado de los muros ensayados por Shiu et al. (1981)

De esta investigación se utilizó, para la base de datos de este estudio, un muro rectangular cuyas características geométricas y de armado se muestran en la *Figura A-0-5*.

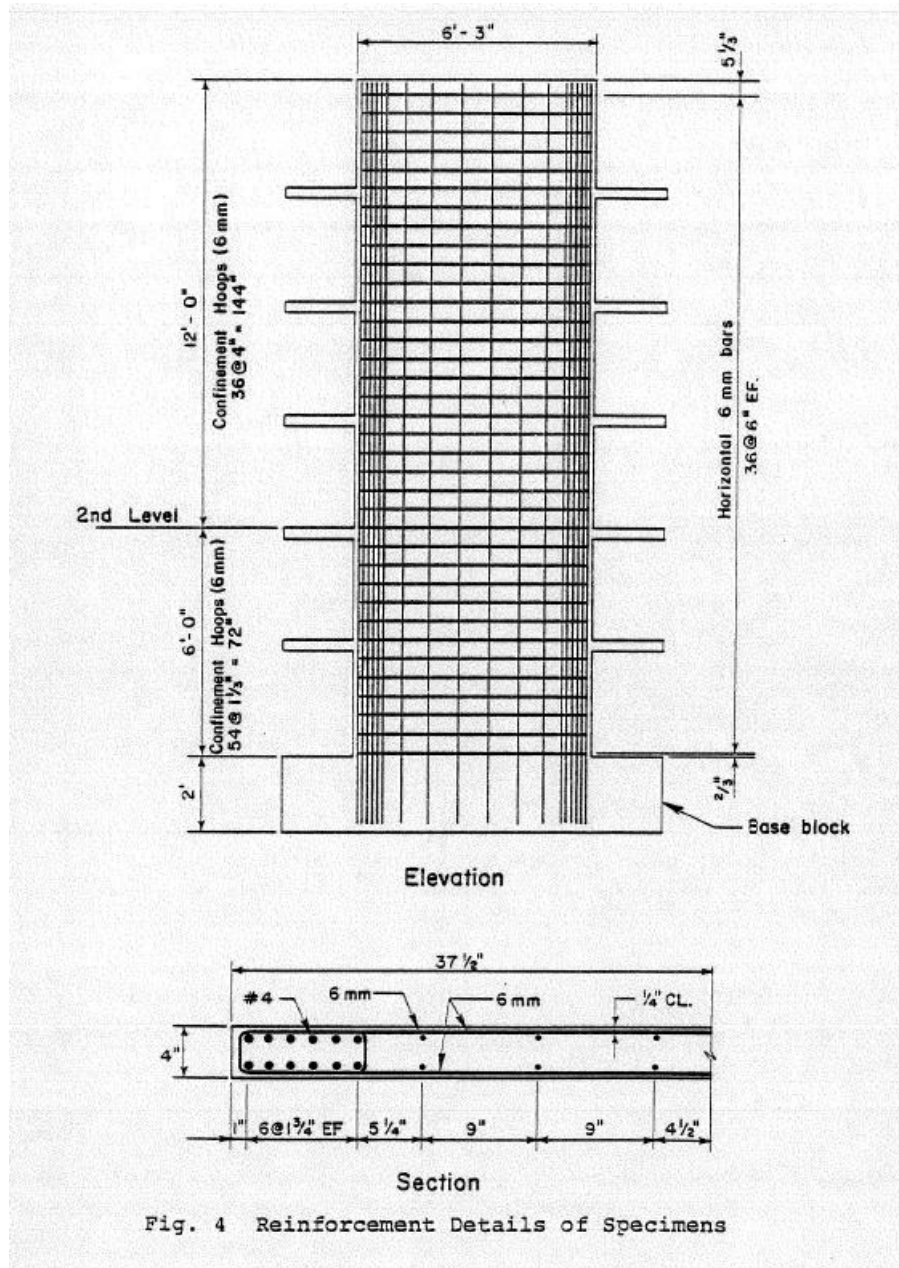


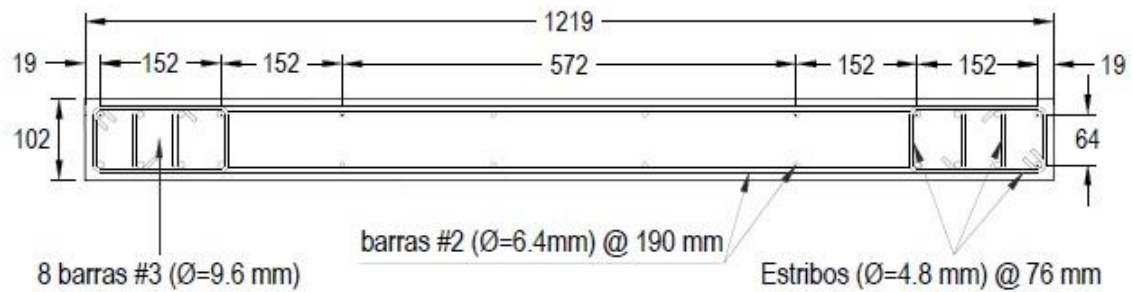
Figura A-0-5. Detalle geométrico y de armado de los muros ensayados por Shiu et al. (1981).



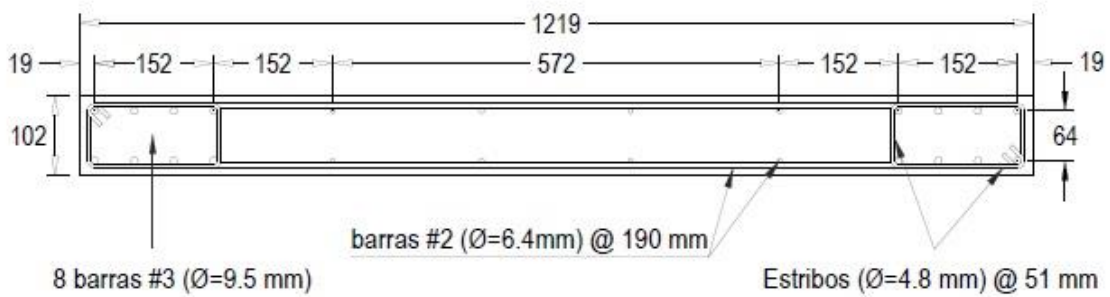
## A-6. Detalle geométrico y de armado de los muros ensayados por Thomsen y Wallace (1995)

De esta investigación se utilizaron, para la base de datos de este estudio, 2 muros rectangulares cuyas características geométricas y de armado se muestran en la *Figura A-0-6*.

### MURO RW1



### MURO RW2



*Figura A-0-6. Detalle geométrico y de armado de los muros ensayados por Thomsen y Wallace (1995).*



### A-7. Detalle geométrico y de armado de los muros ensayados por Tran (2012)

De esta investigación se utilizó, para la base de datos de este estudio, dos muros rectangulares cuyas características geométricas y de armado se muestran en la *Figura A-0-7*.

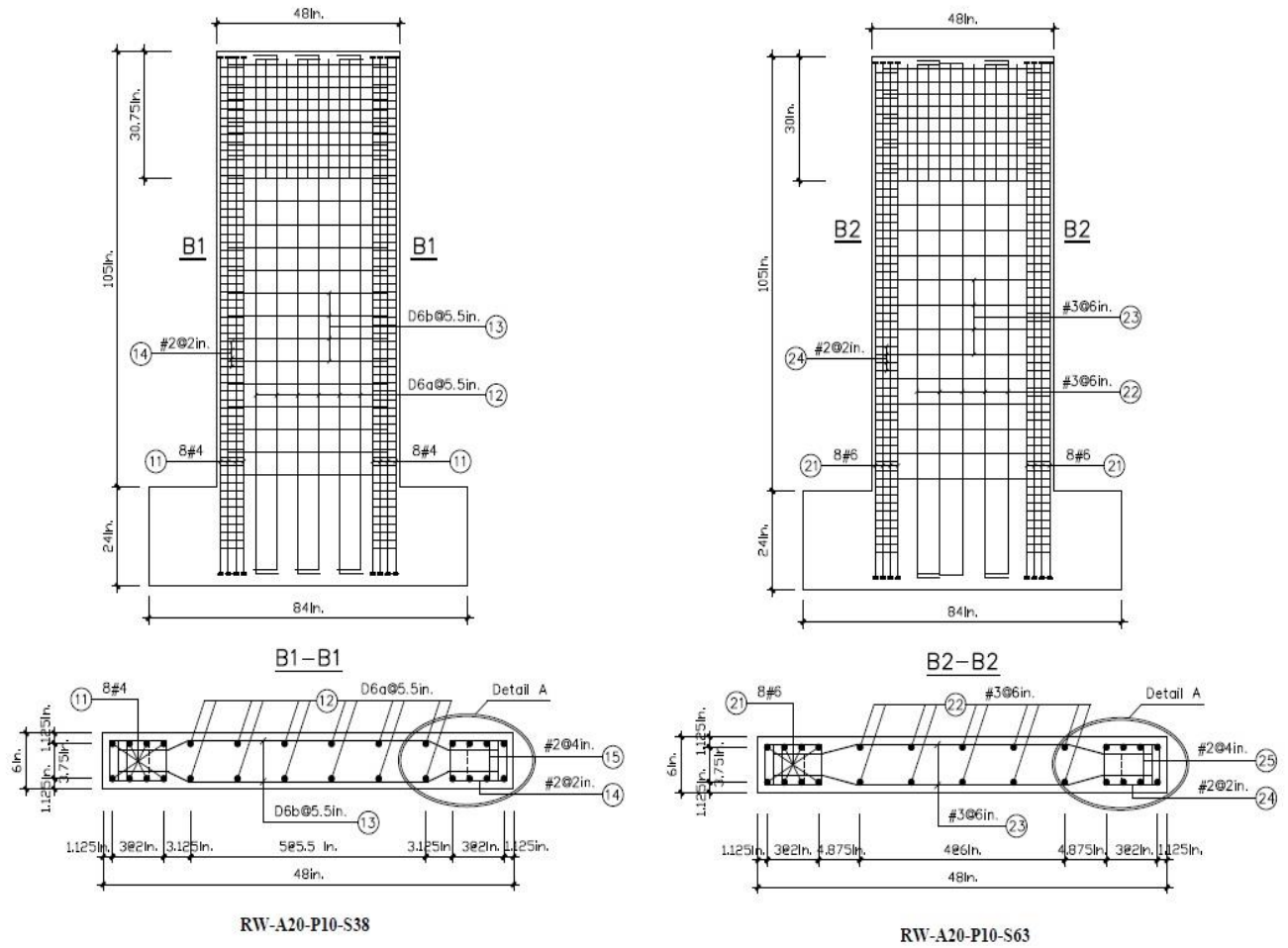
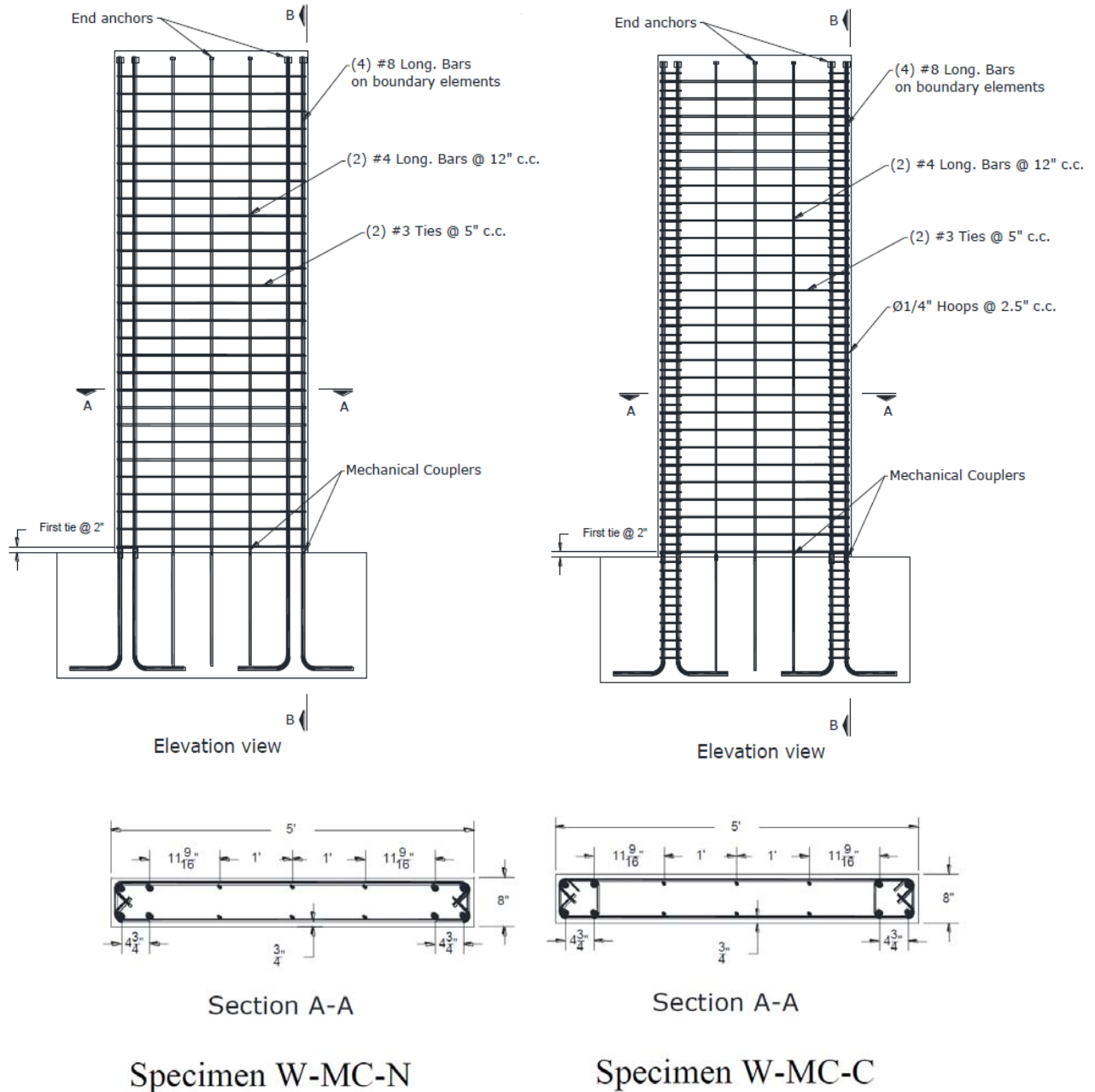


Figura A-0-7 Detalle geométrico y de armado de los muros ensayados por Tran (2012).



### A-8. Detalle geométrico y de armado de los muros ensayados por Villalobos (2014)

De esta investigación se utilizaron, para la base de datos de este estudio, 2 muros rectangulares cuyas características geométricas y de armado se muestran en la *Figura A-0-8*.



*Figura A-0-8. Detalle geométrico y de armado de los muros ensayados por Villalobos (2014).*



### A-9. Detalle geométrico y de armado de los muros ensayados por Zhang y Wang (2000)

De esta investigación se utilizaron, para la base de datos de este estudio, 3 muros rectangulares cuyas características geométricas y de armado se muestran en la *Figura A-0-9*.

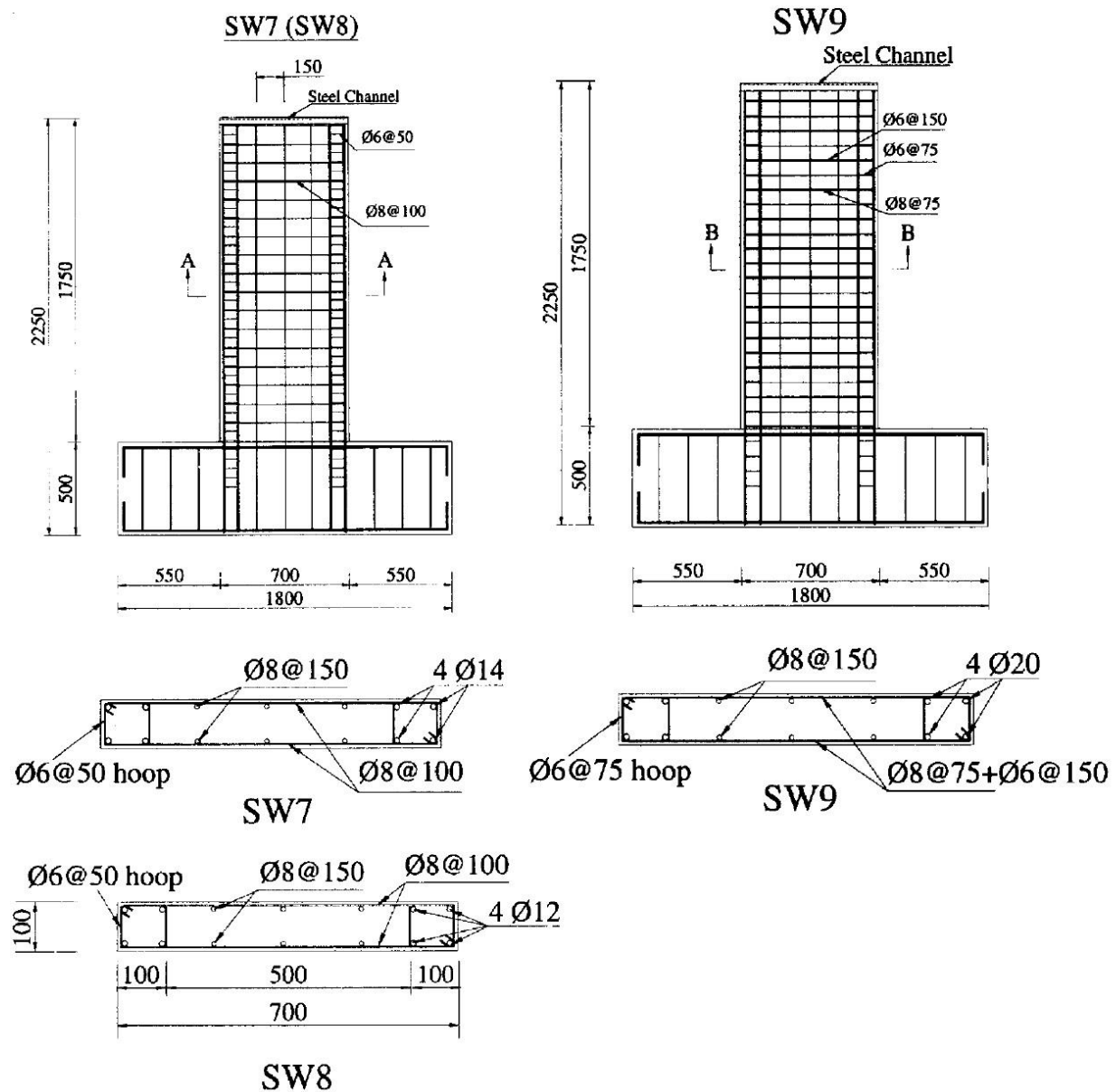


Figura A-0-9. Detalle geométrico y de armado de los muros ensayados por Zhang y Wang (2000).