



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN ARQUITECTURA

GEOMETRÍA DE LAS SUPERFICIES DE ÁREA MÍNIMA (SAM) EN RETICULADOS ESPACIALES

SISTEMA ESTRUCTURAL DE BARRAS Y NODOS A PARTIR DE PELÍCULAS DE JABÓN

**TESIS QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE MAESTRA EN ARQUITECTURA
CAMPO DE CONOCIMIENTO DE TECNOLOGÍA**

PRESENTA

ARQ. MELISA GÁLVEZ BOHÓRQUEZ

DIRECTOR DE TESIS

DR. JUAN GERARDO OLIVA SALINAS
Facultad de Arquitectura UNAM

México, D.F. Agosto/2015



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

TESIS

GEOMETRÍA DE LAS SUPERFICIES DE ÁREA MÍNIMA (SAM) EN RETICULADOS ESPACIALES.

SISTEMA ESTRUCTURAL DE BARRAS Y NODOS A PARTIR DE PELÍCULAS DE JABÓN

PRESENTA

ARQ. MELISA GÁLVEZ BOHÓRQUEZ

DIRECTOR DE TESIS

DR. JUAN GERARDO OLIVA SALINAS
Facultad de Arquitectura UNAM

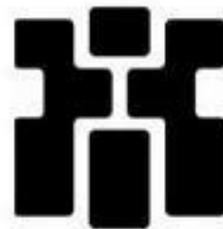
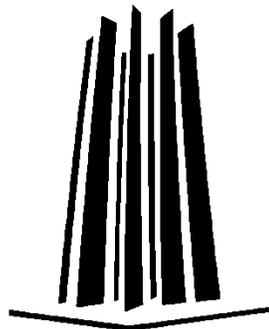
SINODALES

MTRA. PERLA SANTANA LOZADA. Facultad de Arquitectura UNAM

MTRO. ERNESTO OCAMPO RUÍZ. Facultad de Arquitectura UNAM

MTRO. JORGE RANGEL DÁVALOS. Facultad de Arquitectura UNAM

DR. ALEJANDRO SOLANO VEGA. Facultad de Arquitectura UNAM



AGRADECIMIENTOS

A todos mis seres queridos; mi familia, mis amigos, mis profesores y personas especiales con quienes me he topado en este proceso.

A mis padres y hermanos por su permanente apoyo, amor, motivación y comprensión.

A toda mi familia, tíos y primos.

A mis profesores infinitas gracias por ofrecer generosamente sus conocimientos, por su paciencia y especialmente por creer que todo es posible.

A mi tutor el Dr. Gerardo Oliva gracias por todo su apoyo.

A Tere, Irma y Rocío quienes con su valioso trabajo hacen posible este logro.

A Viri, a George, a Camilo y a Iván por su apoyo y motivación.

A Esteban se lo dedico con mucho cariño.

A mis amigos de la UNAM que tanto quiero.

A mis amigos de México y Colombia.

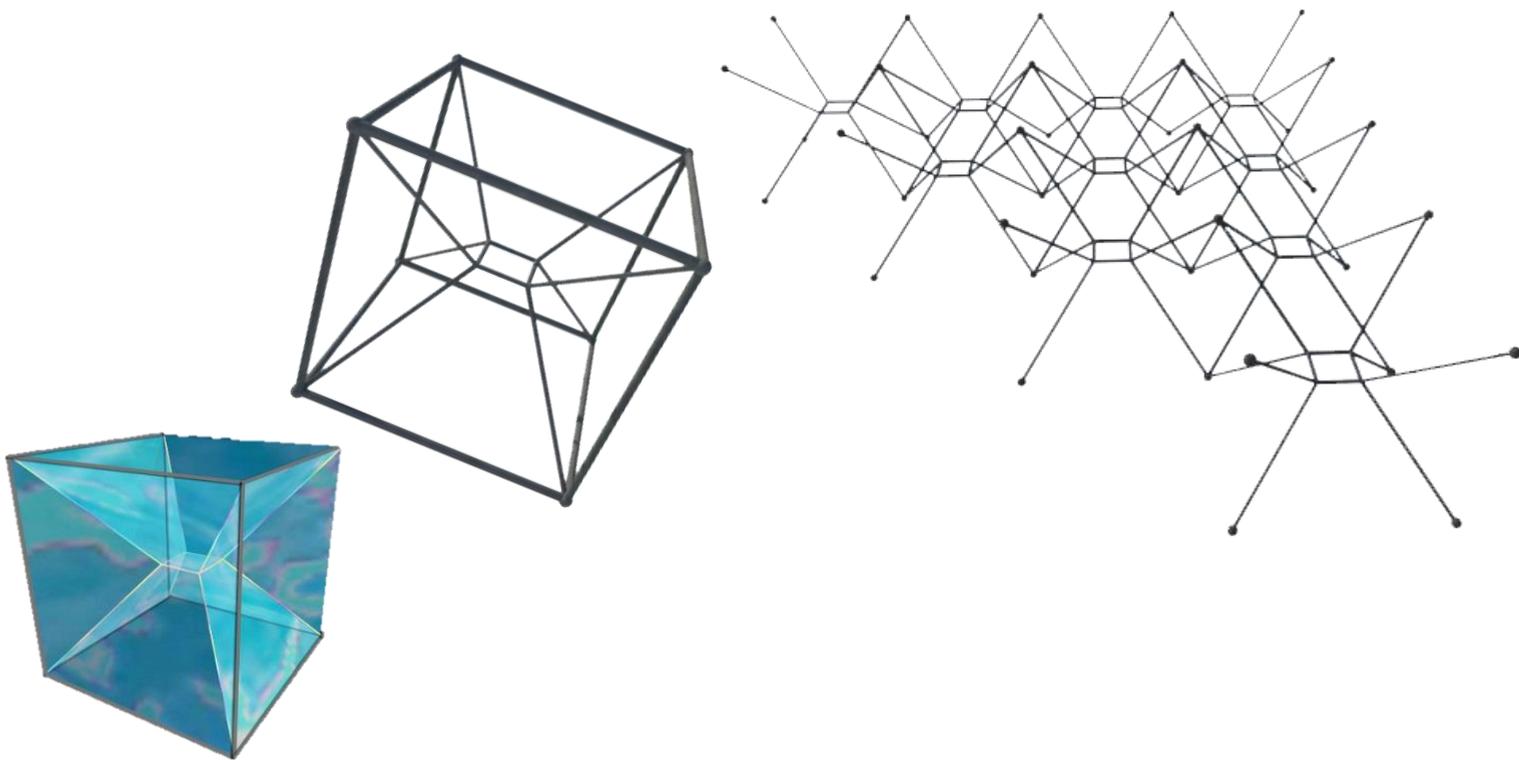
A Miriam y Enrique por su apoyo.

A Conacyt y a México!

¡Gracias!

Geometría de las Superficies de Área Mínima (SAM) en Reticulados Espaciales

SISTEMA ESTRUCTURAL DE BARRAS Y NODOS A PARTIR DE PELÍCULAS DE JABÓN



UNAM / Programa de Maestría y Doctorado en Arquitectura
Tesis de Maestría en el Campo de Tecnología
Presenta: Arq. Melisa Gálvez Bohórquez
Director de tesis: Dr. Juan Gerardo Oliva Salinas

Agosto/2015



TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN

INTRODUCCIÓN.....	1
CAPITULO I: SUPERFICIES DE ÁREA MÍNIMA.....	4
1.1. Surgimiento e Historia de SAM.....	4
1.2. Experimentos con SAM.....	5
1.3. Medios para obtener SAM con Películas de Jabón.....	7
1.4. Elementos de las SAM.....	10
1.5. Caracterización Geométrica.....	11
1.6. Propiedades Físicas de SAM obtenidas con películas de jabón.....	14
1.7. Aplicaciones de SAM en la Arquitectura.....	16
1.8. Conclusiones Capítulo I.....	19
CAPITULO II: RETICULADOS ESPACIALES.....	21
2.1. Surgimiento e Historia de los Reticulados Espaciales.....	21
2.2. Sistemas de Estructuras.....	26
2.3. Clasificación de los Sistemas Reticulados.....	28
2.4. Comportamiento Estructural de los Reticulados Espaciales.....	29
2.5. Ventajas y Desventajas de los Sistemas de Reticulados Espaciales.....	33
2.6. Uniones y Sistemas Patentados.....	34
2.7. Aplicaciones Arquitectónicas.....	41
2.8. Conclusiones Capítulo II.....	43
CAPITULO III: GEOMETRÍA SAM APLICADA A SISTEMA DE RETICULADO ESPACIAL.....	45
3.1. Experimentación No. 1: Obtención de Geometría a partir de Películas de Jabón.....	45
3.2. Experimentación No. 2: Simulaciones en Software de Estructuras.....	51
3.3. Conclusiones Capítulo III.....	78
CAPITULO IV: APLICACIÓN. GEOMETRIA SAM DEL CUBO EN COLUMNA DE RETICULADO ESPACIAL.....	81
4.1. Ficha Técnica del Producto Propuesto: Columna SAM.....	82
4.2. Resultados de los Cálculos Estructurales en Columna SAM.....	88
4.3. Estudio del material: Acero Estructural.....	92
4.4. Aplicación del TRL en creación de producto.....	96
4.5. Sustentabilidad del producto.....	97
4.6. Ejemplo de aplicación arquitectónica.....	98
4.7. Conclusiones Capítulo IV.....	102
CONCLUSIONES DE INVESTIGACIÓN.....	105
GLOSARIO.....	110
REFERENCIAS.....	113
LISTA DE TABLAS.....	116
LISTA DE FIGURAS.....	118



Resumen

Las películas de jabón permiten materializar las superficies de área mínima del borde de cualquier figura, conformadas por el mínimo material que se distribuye con la forma precisa, la más eficiente por naturaleza. Por cada figura de alambre que se introduce y se retira de una solución de agua y jabón, al interior se obtiene un conjunto de películas con un orden determinado; de las uniones entre películas de jabón surgen aristas, que se comunican entre ellas buscando *camino rápido*, los más sencillos posibles. Bajo dicho principio, si la geometría de los elementos lineales generados es retomada para el diseño y construcción de sistemas estructurales de barras y nodos, *reticulados espaciales*, ha de proporcionar formas eficientes en la transmisión de cargas de edificaciones.

Fue seleccionada la figura de un poliedro regular, el hexaedro, también conocido como *cuadro*, del cual se elaboró el bastidor de alambre hasta obtener las películas de jabón posibles de generar en el interior, de esta manera se materializaron las superficies de área mínima derivadas de la figura estudiada. La configuración geométrica de aristas formada por la unión de películas, fue aplicada al diseño de un sistema reticulado espacial, probado en simulaciones por computadora. Los resultados del comportamiento estructural ante cargas estáticas verticales, fueron positivos en el desarrollo de una columna. Como aportación final se formula el diseño de un producto tecnológico denominado *Columna SAM*, proponiendo a futuro dar continuidad a la investigación con la ulterior fabricación y comprobación de un prototipo.



Una burbuja de jabón es lo más hermoso y lo más exquisito en la naturaleza...

Mark Twain, "The Innocents Abroad".



INTRODUCCIÓN

La estructura es inherente a la obra arquitectónica, con la función primordial de sustentar la edificación; conformada por sistemas de elementos que se conectan con determinado orden, para proporcionar la rigidez, estabilidad y equilibrio requeridos. El Diccionario de Arquitectura y Construcción define la estructura como una combinación de unidades construidas e interconectadas, de una manera organizada, para proveer rigidez entre sus elementos¹ (Harris, 2006, pág. 958).

El concepto Superficie de Área Mínima (SAM) refiere a la superficie capaz de cubrir un borde determinado, con la menor área posible; fenómeno presente en las películas y burbujas de jabón, las cuales emplean el mínimo material distribuido en su superficie. Según Weire (1995, pág. 410), las películas de jabón obedecen al principio de las superficies de área mínima. Es posible obtener las películas por diversos medios, uno de los más comunes consiste en la introducción de figuras de alambre en soluciones de agua con jabón. Al retirar las figuras, funcionan como soportes que permiten sostener las películas de jabón generadas en el interior. Las películas pueden variar de sencillas, a agrupaciones de mayor complejidad, que se conectan entre sí de forma organizada. En las áreas donde concurren varias películas se generan agrupaciones de aristas.

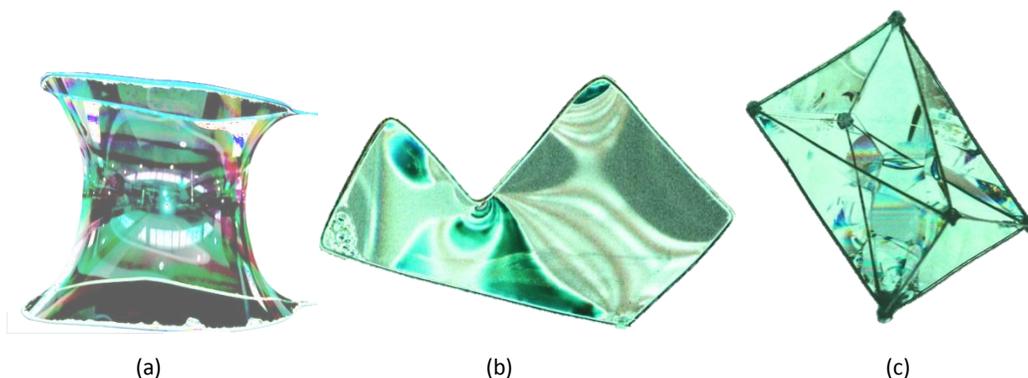


Figura 1. Superficies de Área Mínima obtenidas con la introducción de soportes en soluciones de agua y jabón. (a) Catenoide; (b) figura de marco irregular; y (c) bastidor con figura de caras triangulares.

Las aplicaciones de SAM en proyectos arquitectónicos, se han enfocado al diseño de tensoestructuras². Es decir que en los ensayos realizados con soluciones de jabón para la

¹ Traducción propia de Dictionary of architecture and construction (Harris, 2006, pág. 958).

² Las tensoestructuras son un sistema estructural de cubiertas textiles que trabajan ante el esfuerzo de tensión; también se conocen bajo el concepto de *membranas* en algunos países y *velarías* en México.



materialización de películas, solo se toman en cuenta las superficies obtenidas, para ser constituidas como estructuras arquitectónicas. Sin embargo mediante la exploración geométrica de otros elementos obtenidos, se pueden aportar nuevas alternativas de aplicación en arquitectura, que también rescaten los principios de eficiencia de SAM.

En la presente investigación se busca traducir la geometría de las aristas generadas por SAM al diseño en arquitectura, partiendo de que las películas de jabón son formas eficientes, y cuando están agrupadas se comunican bajo el principio de *camino rápido*³, obteniendo asimismo configuraciones eficientes que aplicadas al diseño de sistemas estructurales puedan permitir una adecuada transmisión de cargas y un empleo mínimo de recursos materiales. Se ha seleccionado el sistema de *reticulados espaciales*, por la analogía que existe entre los elementos rectilíneos que lo conforman, y las aristas generadas por las agrupaciones de SAM.

Se denomina reticulados espaciales al sistema estructural compuesto por barras, interconectadas en los extremos a través de nodos. El trabajo estructural de los elementos se divide en barras que trabajan al esfuerzo de compresión y barras que trabajan al esfuerzo de tracción; y con el empleo de los nodos, que son uniones articuladas, se presentan flexiones mínimas. Desde su auge a mediados del siglo XIX, los reticulados espaciales han tenido diversas aplicaciones, en el diseño de cubiertas, losas, envolventes, y en proyectos de puentes, plantas industriales, espacios deportivos y pabellones de ferias, entre otros. Explica Mainstone (2001), que en el siglo XIX se presentaban construcciones espaciales compuestas por armaduras triangulares en hierro forjado, sin embargo su uso se incrementó en el siglo XX con la aplicación del acero en la construcción.



Figura 2. (a) Cubierta exterior del edificio Centro Médico 20 de Noviembre; y (b) cubierta en el acceso del edificio Universum.

³ Los caminos rápidos son un concepto desarrollado por Jacob Steiner, referente al estudio del comportamiento de las películas de jabón, de utilidad para resolver problemas de interconectar puntos de la forma más eficiente.



En la Figura 2 se muestran las cubiertas de los espacios exteriores de dos edificaciones localizadas en el Distrito Federal de México, concebidas con el sistema estructural de reticulados espaciales.

El objetivo general de la investigación es promover una nueva vía de aplicación de las propiedades óptimas de SAM en estructuras para edificaciones, proyectando la geometría de las aristas generadas por la unión de películas, en un sistema de reticulado espacial. Se propone el estudio de la configuración obtenida al interior de un hexaedro (cubo), su transferencia y análisis de la viabilidad en el diseño de tres elementos estructurales, viga, columna y losa.

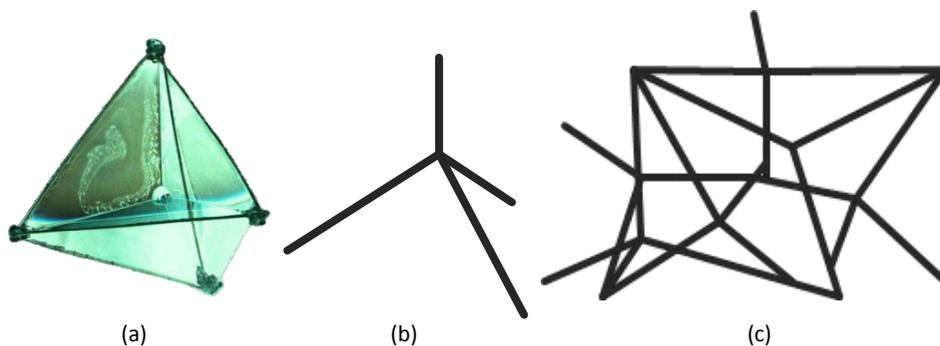


Figura 3. Ejemplo del proceso aplicado a figura obtenida con las SAM del tetraedro. (a) Figura con películas de jabón resultantes, (b) módulo compuesto por la configuración de aristas obtenidas en las películas; y (c) sucesión de módulos que generan un reticulado espacial.

El proceso de investigación se dividió en tres etapas principales, construcción del estado del arte, experimentación, y definición del sistema estructural. Se realizaron dos experimentos, en el primero se determinaron las características geométricas de las aristas y puntos de encuentro de las SAM obtenidas en el cubo. En el segundo experimento, las aristas y puntos mencionados se dispusieron como barras y nodos de articulación, respectivamente, conformando un módulo básico (MB) de reticulado espacial, para su posterior estudio en los elementos estructurales. Por medio de simulaciones en un software, se analizó la resistencia a cargas estáticas verticales y el trabajo estructural de los elementos, barras a tensión y compresión. En la última etapa de la investigación se precisó el diseño de las piezas para una columna. Adicionalmente se presenta una propuesta de aplicación arquitectónica del sistema.



CAPITULO I

SUPERFICIES DE ÁREA MÍNIMA

Al suponer una figura con un borde determinado, ya sea cuadrado, circular o irregular, y al generar en dicho contorno una superficie que emplee la cantidad mínima de material para constituirse, es a lo que se denomina superficie de área mínima. Los matemáticos por su parte han conservado la expresión *superficie minimal*, que alude al mismo concepto. Pese a su breve duración, las películas permiten conocer más sobre las configuraciones de SAM, que pueden variar desde formas sencillas de una sola superficie a formas más complejas de varias superficies que se conectan con determinado orden, atendiendo a ciertas propiedades físicas y geométricas.

Se pueden materializar SAM, con películas de jabón obtenidas en experimentos; se emplean elementos de soporte, marcos o bastidores de alambre, que al ser introducidos en una solución de agua y jabón generan finas películas en su interior. Boys señala que, “Si un marco de alambre es construido con la forma de los bordes de alguno de los sólidos geométricos regulares, figuras muy hermosas se hallaran sobre ellos después de haber sumergido los marcos en agua con jabón”¹ (1959, pág. 90).

1.1. Surgimiento e Historia de SAM

El escenario teórico de las SAM recorre una trayectoria por diferentes periodos históricos. Los conocimientos desarrollados se transmitieron a lo largo de varios siglos, comenzando desde mediados del siglo XVII con el advenimiento del *cálculo infinitesimal*; se empieza a investigar cómo resolver problemas de mínimos y máximos por medio de ecuaciones, hasta desarrollos posteriores en donde el interrogante se enfocó en la resolución de superficies cuya área fuese la mínima ante una determinada forma.

Durante el periodo del año 1666 a 1680, entre Isaac Newton y Gottfried Leibniz, cada uno por aparte, crearon el cálculo infinitesimal, posteriormente desarrollado por Jacob Bernoulli y Johann Bernoulli, tiempo después propuesto como *cálculo de variaciones* por Leonhard Euler e investigado también por Joseph-Louis de Lagrange; matemáticos que se cuestionaron sobre cuáles serían las posibles superficies resultantes que se tienden en una curva cerrada, cuya área fuese la mínima.

¹ Traducción propia de Soap bubbles. Their colours and the forces wich mold them (Boys, 1959, pág. 90).

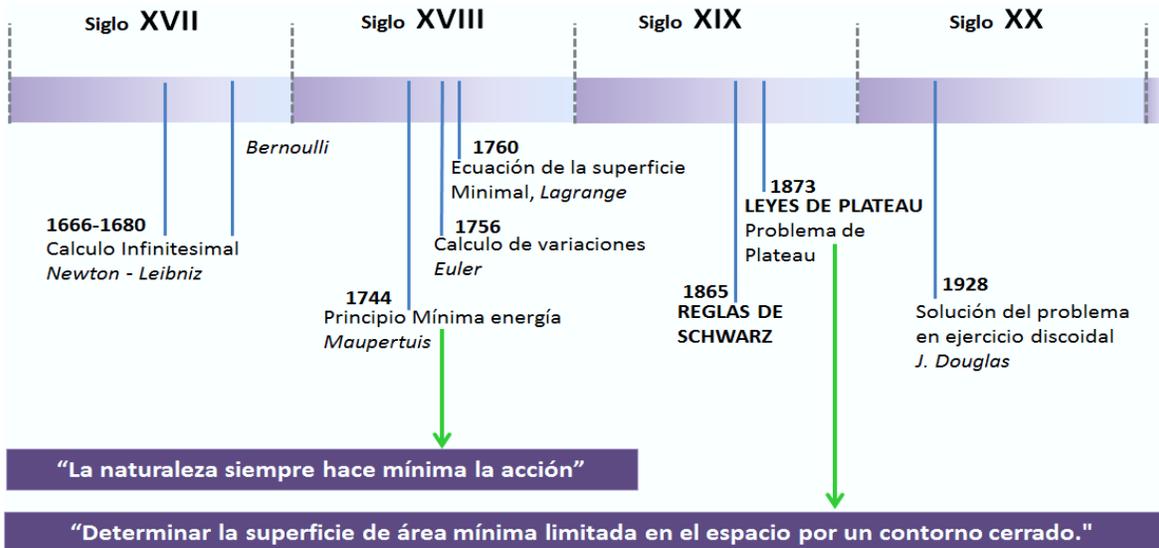


Figura 4. Línea de tiempo. Síntesis del proceso teórico que condujo al estudio de las SAM.

Hacia 1850 el científico Joseph Plateau demostró que al introducir una estructura de alambre cerrada, en una solución de agua con jabón, siempre se forma una película. La formación de una superficie de jabón exige energía, en consecuencia, la superficie tiende a contraerse para minimizar dicha energía, señalan Stefan & Tromba (1995). Plateau dedicó gran parte de sus estudios a SAM, concebidas en experimentos con películas de jabón sobre bastidores de alambre; logró determinar tres leyes. En 1873 este físico formuló el problema que lleva su nombre, el *Problema de Plateau*, "Determinar la superficie de área mínima limitada en el espacio por un contorno cerrado."

En el siglo XX, Jesse Douglas y Tibor Rad'o resolvieron los primeros problemas planteados sobre superficies minimales, y Jean Taylor demostró que las reglas de Plateau son consecuencia del principio de la mínima energía, en el pasado enunciado por Pierre Louis Maupertuis en 1744, quien explica que la naturaleza siempre hace mínima la acción, razón por la cual las películas de jabón cubren un área con la menor cantidad de superficie posible (Stefan & Tromba, 1990).

1.2. Experimentos con SAM

Plateau y el matemático Hermann Schwarz serían quienes iniciaran con el estudio de las películas de jabón comprendidas como SAM; dando aportaciones en el campo de la geometría, al determinar el orden y los ángulos con que se agrupan los elementos, por naturaleza. Con



frecuencia en las escuelas de distintos niveles de formación, en muchas partes del mundo, se realiza el ejercicio de interactuar con burbujas y películas de jabón, para explorar las formas y propiedades que las caracterizan; los ensayos suelen realizarse con una solución compuesta por agua y jabón líquido, en la que se introducen y retiran figuras de alambre o de algún material idóneo para esta actividad. Ejemplo de ello son los ejercicios impartidos en el Laboratorio de Mecametría, dirigido por el Dr. Juan Gerardo Oliva Salinas, de la Universidad Nacional Autónoma de México.

En la disciplina de la arquitectura, fue Frei Otto el precursor de la aplicación de formas provenientes de las SAM; en su búsqueda por obtener estructuras eficientes por su liviandad y por emplear el mínimo material, exploró con películas de jabón. Roland (1973) señala que Frei Otto obtuvo soluciones en su época que difícilmente se hubieran conseguido con programas de computación avanzados.

Los ensayos de Otto consistían en la inmersión de modelos a escala en la solución de jabón, compuestos por figuras de hilos cerradas, sostenidas por mástiles. Al retirar los modelos de la solución, al interior de los contornos de hilos, se conformaban superficies de películas, formas que serían la base para el diseño y construcción de cubiertas textiles. El proceso se registraba y medía con la técnica de *fotogrametría*, que se trata del cálculo de coordenadas tridimensionales a partir de fotografías. “La forma de estas superficies mínimas no se puede obtener directamente de estos pequeños modelos, debido a la facilidad de destrucción de los mismos bajo la menor presión o rozamiento; la medición fotogramétrica da resultados muy aproximados” (Roland, 1973).

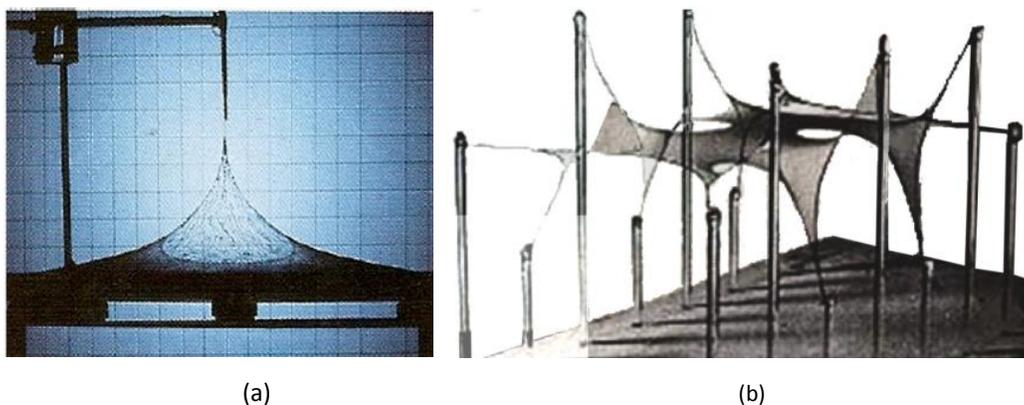
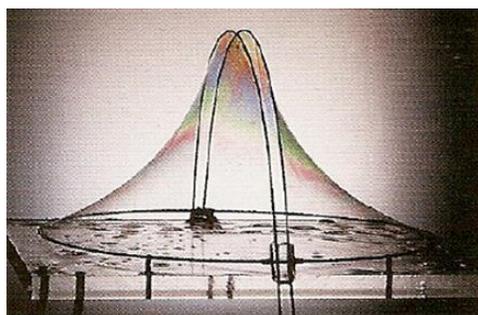


Figura 5. Ensayos con modelos a escala realizados por Frei Otto. (a) Película de jabón estirada con hilo; y (b) modelo para diseño de cubierta con superficies contenidas en hilos, a su vez, apoyados en postes.



Figura 6. Ensayo con modelo a escala realizado por Frei Otto. Películas de jabón sustentadas en sistema de hilos y postes.



(a)



(b)

Figura 7. Ensayos con modelos a escala realizados por Frei Otto. (a) Película de jabón estirada apoyada en marcos; y (b) película de jabón estirada con hilo y flor.

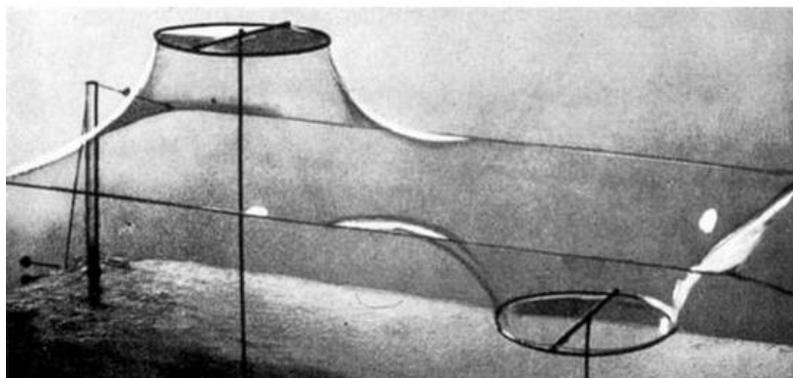


Figura 8. Ensayo con modelo a escala realizado por Frei Otto. Película de jabón contenida en sistema de marcos.

1.3. Medios para obtener SAM con Películas de Jabón

Las SAM materializadas con agua y jabón se dividen en: (a) burbujas, y (b) películas. Las burbujas son la forma más elemental de obtener SAM, y las agrupaciones de burbujas pueden variar de sencillas a complejas, equivalente a lo que ocurre con las películas como se expone en las Figuras 9 y 10. Existen varias alternativas para generar las películas, todas se caracterizan por el empleo de elementos de soporte, que deben ser sumergidos y retirados de la solución.

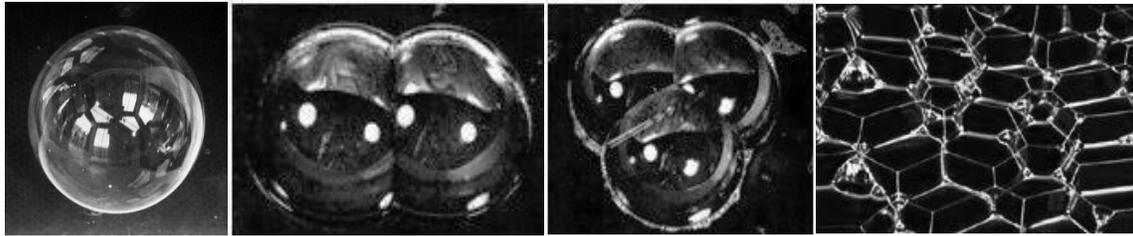


Figura 9. Diversas formas de agrupación de burbujas que varían según el grado de complejidad.

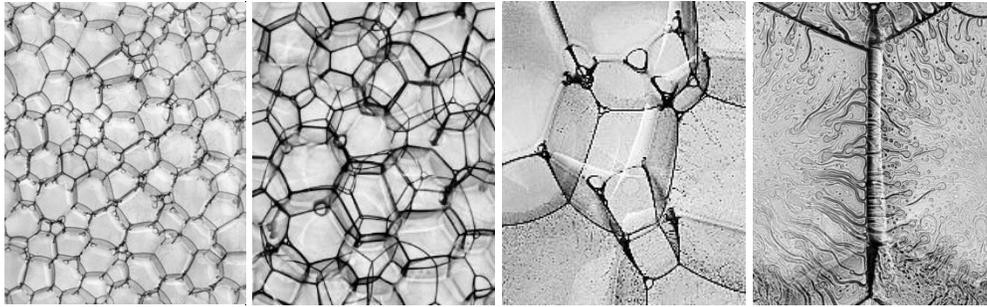


Figura 10. Serie de fotografías que destacan los detalles de las uniones entre películas de jabón.

Basándose en las fuentes literarias², esta investigación hace un compendio de las principales alternativas desarrolladas hasta ahora, para obtener películas de jabón. Todas se caracterizan por emplear elementos de soporte, que deben ser sumergidos y retirados de la solución; clasificadas en: (a) bastidores, (b) marcos, (c) hilos, y (d) láminas.

- a) Bastidores: Se denominan bastidores, a las figuras constituidas con aristas, comúnmente hechas en alambre. En el interior suelen generarse agrupaciones de películas, y por lo general, para cada bastidor existe una sola configuración, aunque en ciertos casos, pueden aparecer dos o más tipos de configuraciones dentro de una misma figura.

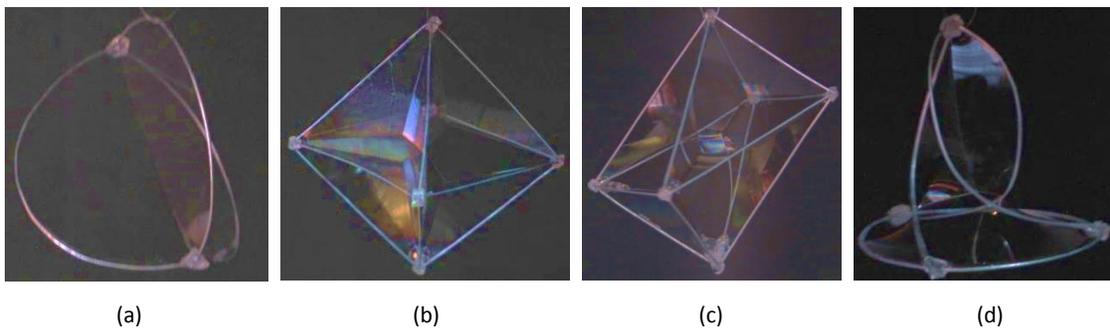


Figura 11. Ejemplos de bastidores de alambre. (a) Figura de aros inscritos en esfera; (b) sólido platónico octaedro; (c) figura de caras triangulares; y (d) figura inscrita en un cono.

² En la literatura del tema la fuente que explica de forma más completa los diversos medios que se han explorado hasta ahora para obtener y estudiar las películas de jabón es *The parsimonious universe. Shape and form in the natural world* (Stefan & Tromba, 1995).



- b) Marcos: Son figuras conformadas por aros, con formas regulares o irregulares. Las películas que de allí derivan, se adaptan a la forma comunicando todo el contorno. Como resultado en los marcos con desarrollo tridimensional se generan superficies con curvatura.

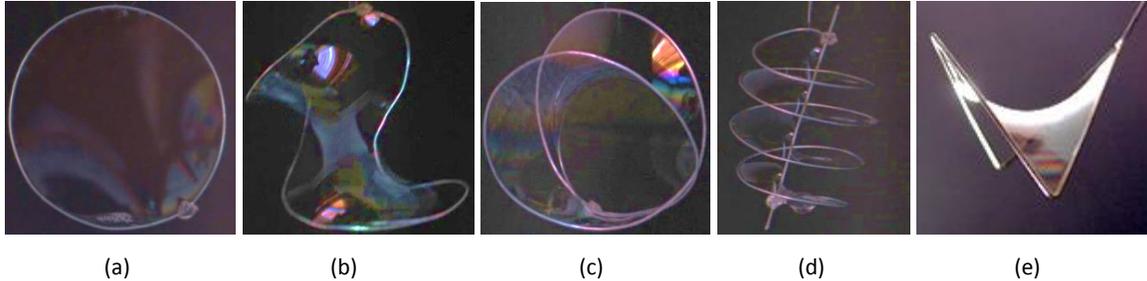


Figura 12. Ejemplos de marcos de alambre. (a) Círcunferencia; (b) marco irregular; (c) figura de aros; y (d) figura en espiral, helicoides ; y (e) paraboloides hiperbólicas.

- c) Hilos: Son elementos que sirven para delimitar contornos; no se encuentran tensados por sí solos, por lo que requieren apoyarse en otros elementos, se tensan una vez se ha generado una película en el soporte. En la Figura 13 se distinguen tres posibles maneras de obtener películas de jabón con hilos. Es posible alterar la forma final obtenida, debido a que los hilos pueden ser manipulados para lograr variaciones en las películas, por consiguiente son elementos que permiten generar superficies transformables.



Figura 13. Ensayos con hilos apoyados en marcos.

- d) Láminas: Al emplear dos láminas de un material sólido, separadas por elementos verticales, al interior se generan agrupaciones de películas que comunican a todos los elementos, como se muestra en la Figura 14. Es conveniente que las láminas sean de material transparente como el vidrio o acrílico, para poder observar el comportamiento de las películas de jabón.



Figura 14. Películas que se producen al interior de dos láminas de vidrio unidas por algunos elementos verticales.

1.4. Elementos de las SAM

Las agrupaciones de SAM se componen por tres tipos de elementos: (a) superficies, (b) aristas, y (c) puntos de encuentro. La configuración más sencilla se conforma con una sola superficie, en un segundo grado se generan aristas y en un tercer grado de complejidad, se generan puntos de encuentro; las aristas surgen en la unión de películas, y los puntos de encuentro surgen en donde confluyen aristas. En la Figura 15(a) se distingue un bastidor de una sola película, en la Figura 15(b) se generan tres películas que concurren en una arista, y en la Figura 15(c) seis películas generan cuatro aristas que a su vez concurren en un punto de encuentro. El bastidor de la Figura 16 corresponde a un octaedro, sobre el cual se genera un sistema de películas agrupadas, que reúne todos los tres tipos de elementos antes señalados.

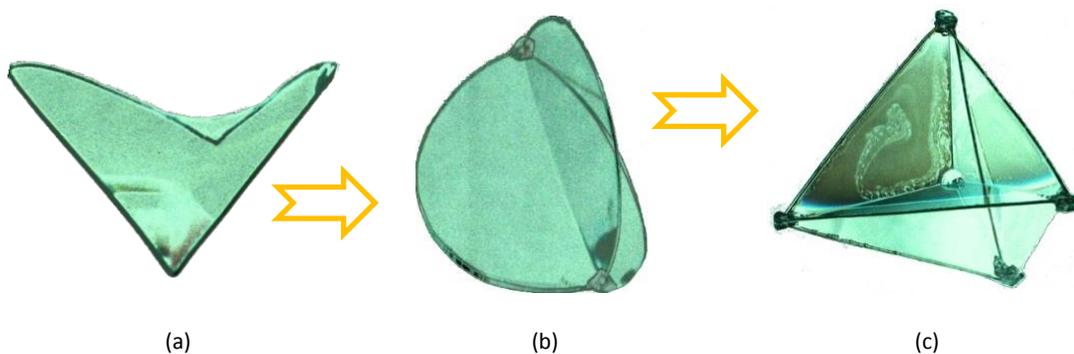


Figura 15. Incremento en el grado de complejidad de agrupaciones de SAM. (a) Paraboloides hiperbólico con una película; (b) figura de aros inscritos en esfera con tres películas y una arista; y (c) tetraedro con seis películas y cuatro aristas reunidas en un punto de encuentro.

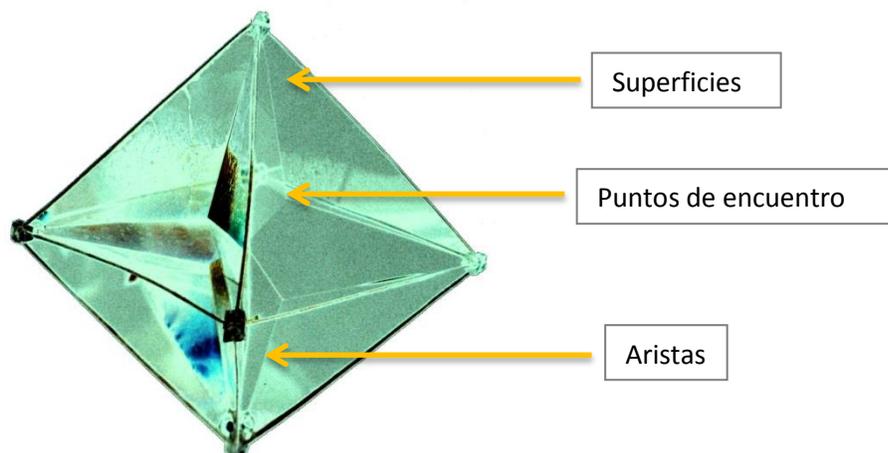


Figura 16. Elementos que se conforman con las películas de jabón.

1.5. Caracterización Geométrica

Las propiedades geométricas describen características de las figuras en relación a la forma. En las SAM se distinguen: (a) tipos de elementos, (b) número de elementos que se unen, y (c) ángulos entre elementos. Para las bases de la investigación se toman en cuenta la primera y segunda *Leyes de Plateau* y la segunda de las *Reglas de Schwarz*.

Leyes de Plateau

En 1873 Plateau publica las “Leyes de Plateau”³, conformadas por tres postulados, en los que determina las propiedades geométricas de las SAM; explica, cuántas láminas y aristas de jabón pueden unirse, y qué ángulos se forman entre estos elementos:

Primera ley: “Tres superficies de jabón se intersecan a lo largo de una línea. El ángulo formado por los planos tangenciales a dos superficies que se intersecan, en cualquier punto a lo largo de la línea de intersección de las tres superficies, es de 120° ”.

Segunda ley: “Cuatro líneas, todas formadas por la intersección de tres superficies, se intersecan en un punto y el ángulo formado por cada par de ellas es de $109^\circ 28''$ ”.

³ Leyes de Plateau tomadas de *The parsimonious universe. Shape and form in the natural world* (Stefan & Tromba, 1995).



Reglas de Schwarz

Schwarz publica en 1861 las reglas que llevan su nombre⁴, en donde describe el comportamiento de las películas de jabón, cuando están agrupadas, y describe también el comportamiento de las SAM cuando son periódicas, esto quiere decir que su forma se repite periódicamente. Sin embargo esta última propiedad no es tomada en cuenta para el caso de estudio:

Regla 2. En un sistema de láminas jabonosas que haga mínima el área total del sistema, cada terna de superficies lisas concurrentes definen en su intersección una arista, que será una línea lisa; cada par de estas laminas forma al cortarse ángulo de 120° . Tan solo pueden concurrir en este punto cuatro de tales aristas, formadas cada una por intersección de tres superficies. En dicho punto el ángulo que forman cada par de aristas concurrentes es de $109^\circ 28' 16''$.

Concordancia entre las Leyes de Plateau y Reglas Schwarz

- I. Encuentro de superficies: Se producen encuentros de máximo tres superficies, unidas a lo largo de uno de sus extremos sobre una misma arista.
- II. Ángulos entre superficies: De las tres superficies que concurren en una arista, el ángulo formado entre dos de ellas es de 120° .
- III. Encuentro de aristas: Como producto del sistema de películas que se unen, se generan aristas que concurren en un número de máximo cuatro, en un punto de encuentro.
- IV. Ángulos entre aristas: De las aristas concurrentes en un punto de encuentro, entre cada par de éstas, se forma un ángulo de $109^\circ 28' 16''$.

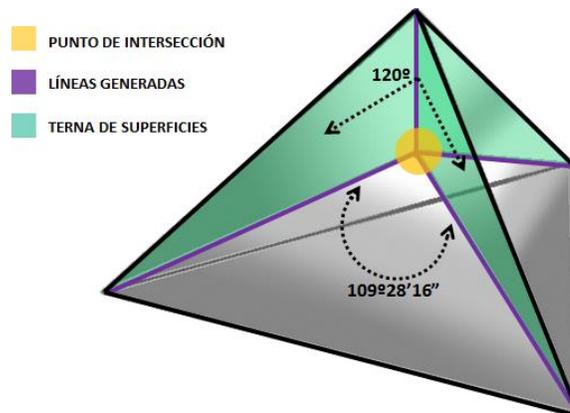


Figura 17. Representación de la caracterización geométrica descrita en las leyes de Plateau y las Reglas de Schwarz.

⁴ Reglas de Schwarz tomadas de The parsimonious universe. Shape and form in the natural world (Stefan & Tromba, 1995).



Lo planteado por Plateau y Schwarz, en cuanto a la cantidad de elementos y la forma en que pueden llegar a agruparse, se sintetiza así en las palabras de Boys (1959, pág. 91), “nunca puede haber más de tres películas reunidas en una arista, o más de cuatro aristas, o seis películas, reunidas en un punto. Además las películas y aristas solo pueden encontrarse en ángulos iguales”⁵.

Principio de Caminos Rápidos

Desde principios del siglo XIX el matemático Jacob Steiner propone el concepto de los caminos rápidos, que consiste en hallar la ruta que interconecte varios puntos de una red, siendo la mínima entre todas las posibles, a lo que se conoce como el *problema de Steiner*. Se sabe que el camino más corto entre dos puntos en el espacio es la recta que los une, pero cuando aparecen varios puntos, las posibilidades de unirlos por medio de líneas son infinitas, sin embargo solo existe una forma de conectarlos a través de un camino mínimo, conformado por un conjunto de rectas.

La propuesta de Steiner se fundamenta en ensayos con láminas, en donde al retirar el soporte de la solución líquida, se materializan películas de jabón interconectadas, entre los elementos verticales. Esta es una manera empírica, que se da por naturaleza, y sirve para determinar la ruta más eficiente que logra unir todos los elementos, que son percibidos como puntos. Stefan y Tromba (1995) exponen, en un caso hipotético, la interpretación de los puntos como ubicaciones geográficas que deben ser conectadas, y para unirlos se busca el camino más rápido de recorrer, el que emplee menos recursos, y por ende requiera menos energía en el proceso.

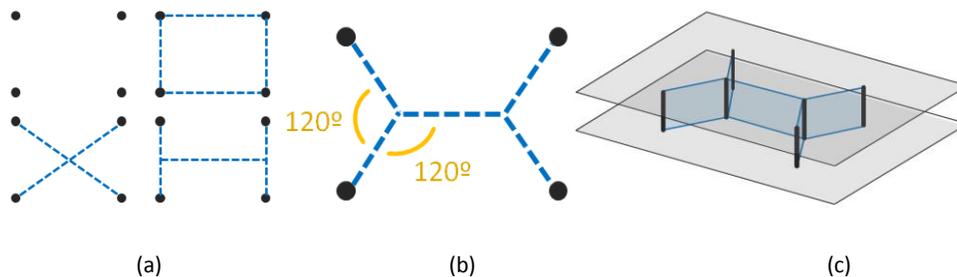


Figura 18. (a) Posibilidades de unión de cuatro puntos; (b) unión de cuatro puntos mediante el recorrido más corto empleando la solución de los caminos rápidos; y (c) esquema tridimensional de la solución.

A medida que se vuelve más complejo el sistema y se requiere unir más puntos, aparecen más películas que hacen posible analizar el comportamiento de las láminas de jabón, contemplado en dos dimensiones. Para Stefan y Tromba (1995) las películas observadas entre dos láminas transparentes, permiten comprender su comportamiento en tres dimensiones. La forma en que se

⁵ Traducción propia de Soap bubbles their colours and the forces wich mold them (Boys, 1959, pág. 91).



generan caminos rápidos con películas de jabón, y los ángulos formados por las mismas, coincide con lo señalado en la Primera Ley de Plateau y la primera parte de la Regla No. 2 de Schwarz, en donde el ángulo formado entre dos películas de jabón concurrentes es de 120° . Igualmente se precisa cómo en las áreas de concurrencia de películas, estas se reúnen en una cantidad máxima de tres.

1.6. Propiedades Físicas de SAM obtenidas con películas de jabón

Antes de adentrarse en la explicación de las propiedades físicas de las películas de jabón se pretende dar a conocer las características generales sobre el material. El jabón es un compuesto químico formado por sales sódicas o potásicas y un ácido graso. El agua por su parte es un compuesto de hidrógeno y oxígeno. La mezcla de estos dos compuestos permite generar películas de jabón, cuya breve duración obedece, a la variación del grosor de las capas que las conforman y a la rápida evaporación del material. Las moléculas del jabón, se definen como anfifílicas, quiere decir que se dividen en dos partes, una hidrofílica que es soluble en agua y otra hidrofóbica que repele al agua. Una película de jabón posee tres capas, dos superficiales cuyas moléculas hidrofílicas tienen contacto con moléculas de agua que quedan atrapadas conformando la capa del medio como se observa en la Figura 19.



Figura 19. (a) Esquema en corte de una burbuja que muestra la capa de agua atrapada entre las cabezas hidrofílicas de las partículas de jabón; y (b) esquema de partícula de jabón.

El grosor de las películas de jabón varía entre 10 a 1000 nanómetros⁶ (nm), coincidiendo en muchos casos con la medida de la longitud de onda de la luz visible, que varía entre 400 y 700 nm. Las películas dejan pasar la luz a través de ellas, pero cuando se presenta la situación antes descrita, cierta porción de luz es reflejada al exterior arrojando un color, que varía conforme al espesor de cada área de la película y la longitud de onda de luz visible con la que llega a coincidir. Explica Téllez (2003, pág. 37) “Una película de jabón rara vez tiene un grosor uniforme... cada color corresponde a regiones de la película de diferentes grosores”.

⁶ Un nanómetro es una millonésima parte de un metro, una milésima parte de un milímetro.

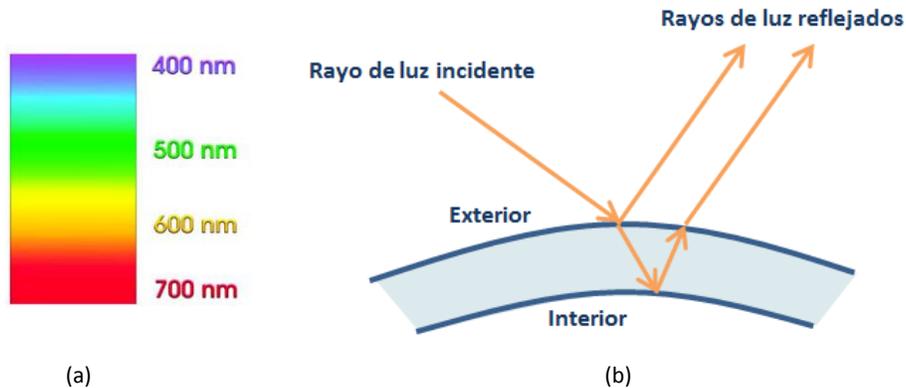


Figura 20. (a) Gama de colores de la longitud de onda de luz visible; y (b) recorrido de los rayos de luz sobre las películas de jabón, incidiendo en la capa exterior e interior.

Las propiedades físicas implican cambios en el estado de la materia, que son medibles. Las propiedades que poseen las SAM obtenidas con películas de jabón, permiten comprender el por qué se llegan a materializar, y por qué emplean la cantidad mínima del material. Las propiedades físicas presentes en las películas de jabón son: (a) tensión superficial, (b) estabilidad de la forma, y (c) energía potencial. Para el interés de estudios matemáticos, es posible conocer los valores de las propiedades físicas presentes en SAM, mediante el empleo de ciertas ecuaciones.

- a) Tensión superficial: Los líquidos poseen la propiedad de la tensión superficial; todas las moléculas de un líquido atraen y son atraídas por las demás, generando fuerzas de cohesión que se equilibran, sin embargo lo que ocurre en las moléculas de la superficie, es que las fuerzas de cohesión hacia las moléculas vecinas son mayores. En la Figura 21 se representan las fuerzas actuantes sobre las moléculas. Las películas de jabón se componen de material líquido, por lo cual la tensión superficial actúa sobre ellas generando que se comporten como membranas con la tendencia a reducir su espesor.

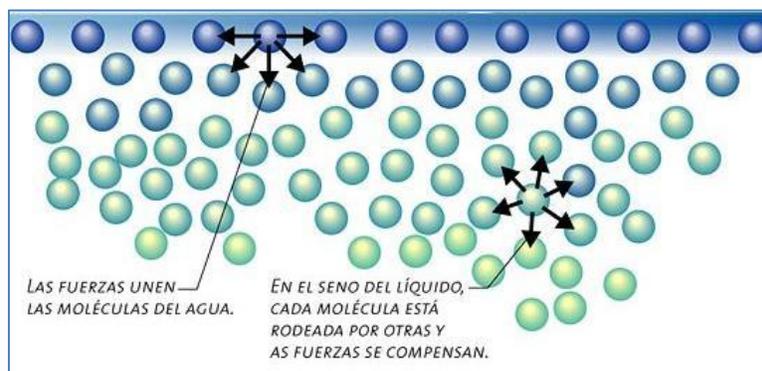


Figura 21. Atracción entre las moléculas de un líquido y tensión superficial.



- b) Estabilidad de la forma: Existen fuerzas de presión que actúan en ambas caras de las películas de jabón, producidas por la curvatura de la forma. Ya que las SAM poseen curvatura media constante, las presiones ejercidas logran un estado de equilibrio. “Se denomina curvatura media de un punto de una superficie a la media de sus curvaturas principales” (García-Asenjo Villamayor & Hernández López, 2005, pág. 462) , quiere decir que cada punto de la superficie se curva de la misma forma que los demás.
- c) Energía potencial: Es la capacidad de un sistema para realizar un trabajo. Toda acción requiere energía, y la materia es una forma de energía, por lo tanto al generarse una película de jabón existe un gasto energético. Quiere decir que si las películas de jabón ocupan un área mínima de superficie, presentan un estado de mínima energía potencial y por ende economizan material.

1.7. Aplicaciones de SAM en la Arquitectura

El estudio de SAM nace desde el campo de las matemáticas, y posteriormente es abordado con análisis geométricos; actualmente diversas investigaciones matemáticas continúan ocupándose del tema, aportando soluciones teóricas de las llamadas superficies minimales⁷, y sus ecuaciones de cálculo. Profundizando en las aplicaciones desarrolladas en el campo del diseño, existen algunos ejemplos: por un lado, instalaciones escultóricas que retoman SAM desarrolladas matemáticamente, y por otro lado, proyectos arquitectónicos de envolventes y cubiertas.

En cuanto a instalaciones escultóricas se distinguen, el Green Void, el Gyroid Exploratorium, el Trefoil Kont Minimal Surface y el Minimal Surface Pavilion, entre otros ejemplos⁸. Sin embargo para el caso, son de interés las aplicaciones en arquitectura; para hacer mención de los principales referentes, se han agrupado en: (a) el *Estadio Olímpico de Múnich*, proyecto representativo de la obra de Frei Otto, quién fuera pionero en el diseño de cubiertas textiles a partir de la exploración con SAM, (b) *Centro Acuático de Pekín*, compuesto por un sistema estructural espacial de barras, unidas de forma similar a como sucede con las burbujas de jabón y (c) otros ejemplos que

⁷ Entre las superficies minimales más conocidas se destacan el catenoide, helicoide, superficie de Enneper, superficie de Scherk y las superficies periódicas de Schwarz, entre otras.

⁸ Las esculturas mencionadas corresponden al Green Void (Sidney), el Gyroid Exploratorium (San Francisco), el Trefoil Kont Minimal Surface (Universidad en Albany en Nueva York) y el Minimal Surface Pavilion (Tokio), respectivamente.



comparten semejanzas con SAM, que se mencionan con la intención de ampliar la idea de las posibilidades de aplicación que tiene esta temática, en los campos de diseño y construcción.

- a) Estadio Olímpico de Múnich (Baviera Alemania, 1972):** El proyecto se realizó con motivo de la celebración de los juegos olímpicos de 1972; hace parte del complejo de espacios deportivos del Olimpiapark. El diseño general corresponde al arquitecto Günther Behnisch, y la cubierta al arquitecto Frei Otto (Nerdinger, Winfried, 2005). La cubierta se encuentra suspendida por cables metálicos, a su vez apoyados en 12 mástiles; es una estructura textil liviana conformada por mallas de cables metálicos pretensados. El material de recubrimiento es una lámina de poliéster revestida con PVC, compuesta por piezas de 2,9 x 2,9 m con un espesor de 4 mm, que cubre un área total de 75.000 m².

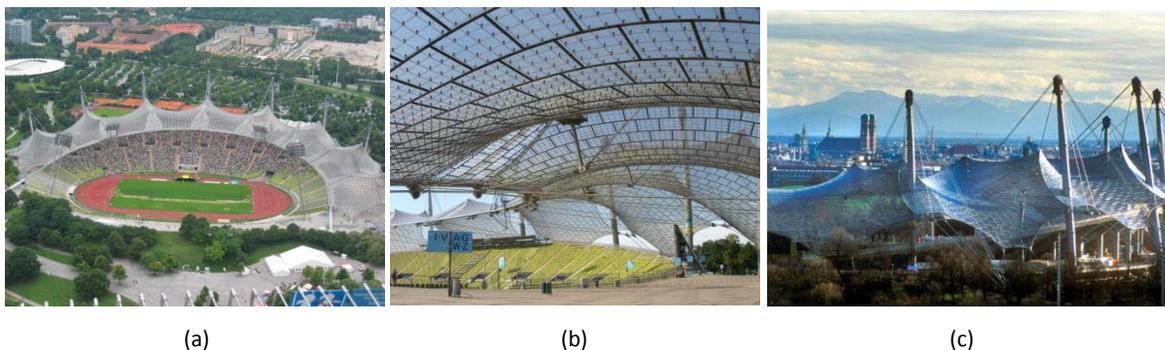


Figura 22. Proyecto Estadio Olímpico de Múnich. (a) Vista exterior del proyecto; (b) vista interior de la cubierta, se aprecian los elementos de las membranas plásticas; y (c) vista exterior, en donde se distingue el sistema de mástiles y tensores que sustenta a la cubierta.

- b) Proyecto Centro Acuático de Pekín (2008):** Este proyecto fue construido por la firma PTW Architects para los juegos olímpicos de China 2008. La edificación se inscribe en el volumen de un sólido con forma cubica. La estructura se compone por un sistema espacial de barras que recrean las conexiones generadas entre los elementos de la estructura tridimensional Weaire Phelan⁹, que constituye una respuesta al problema de Kelvin¹⁰. Los espacios libres

⁹ Estructura tridimensional compleja propuesta por Robert Phelan en 1993, que resuelve el problema de Kelvin de una forma más eficiente, llenando el espacio tridimensional con la sucesión de dos tipos de sólidos poliédricos que ocupan el mismo volumen con la menor superficie de contacto entre elementos (un dodecaedro pentagonal irregular y un tetracaidecaedro con dos hexágonos y doce pentágonos), (Weaire, 1995, pág. 414).

¹⁰ El problema de Kelvin planteado en 1887, cuestiona cómo llenar el espacio con células que tengan la menor área de contacto entre ellas. Resultado de ello es la estructura de Kelvin, conformada por una agrupación de poliedros que llenan el espacio; tetracaidecaedros compuestos "por seis caras cuadrilaterales planas y ocho caras hexagonales: éstas últimas poseen una superficie ondulada para satisfacer las reglas de Plateau" (Weaire, 1995, pág. 413).



están cubiertos con películas de EFTE¹¹, infladas con aire presurizado, imitando las formas y el comportamiento de las burbujas de jabón para proporcionar rigidez al sistema de barras.



Figura 23. Proyecto Centro Acuático de Pekín.

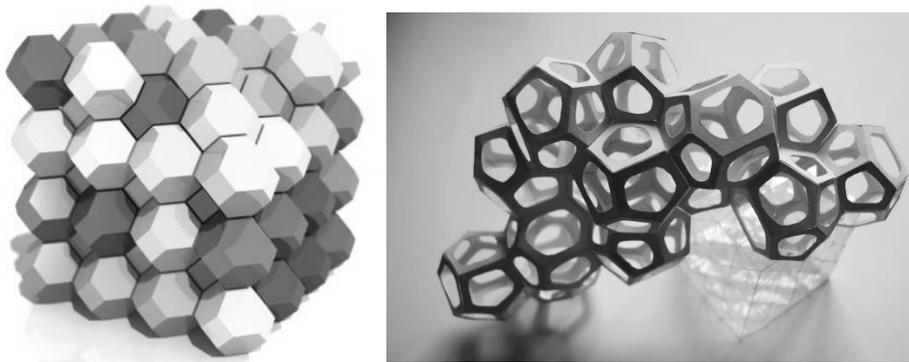


Figura 24. Estructura Weaire-Phelan.

c) **Otros Proyectos:** Se hace mención de estos ejemplos que no parecen haber sido concebidos con la idea de atender a la aplicación de SAM, sin embargo poseen geometrías que se enmarcan en la temática. La Figura 25(a) pertenece a un módulo de habitación del *Hotel Attrap-Reves*, que retoma la forma esférica de las burbujas, además la ligereza y transparencia de las mismas. En la Figura 25(b) y 25(c), se aprecian dos trabajos del artista Tomas Saraceno, quien por medio de esferas plásticas y cables recrea el efecto visual de las agrupaciones de burbujas, a la vez que genera espacialidades con los elementos que las conforman.

¹¹ El EFTE es un polímero termoplástico delgado y de alta resistencia al calor, a la corrosión y a rayos UV; se define como Copolímero de Etileno-TetraFluoroEtileno.

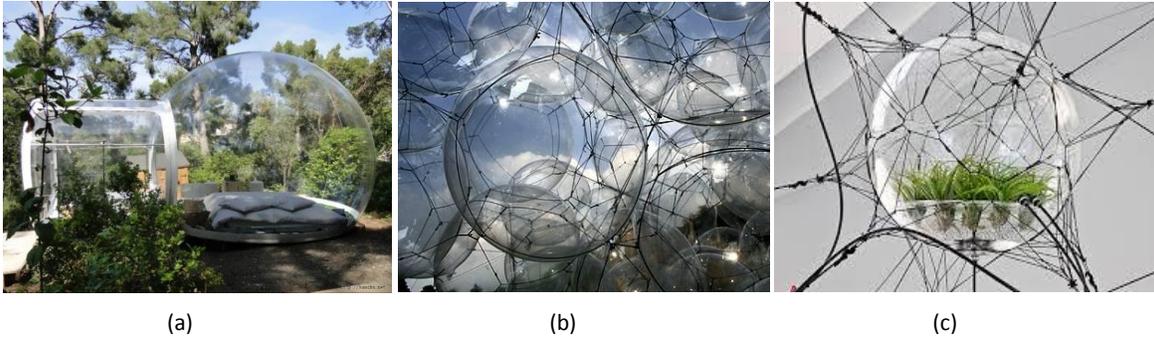


Figura 25. (a) Proyecto Hotel Attrap-Reves; (b) y (c) esferas plásticas de la obra artística Cloud Cities.

El Monumento a la Constitución ubicado en el Museo de Ciencias Naturales de Madrid, expuesto en la Figura 26(b) y 26(c), emplea la geometría del *teseracto* (también conocido como el hipercubo); cuya forma concuerda con una de las configuraciones de películas de jabón que es posible de obtener a partir del cubo como se observa en la Figura 26(a).

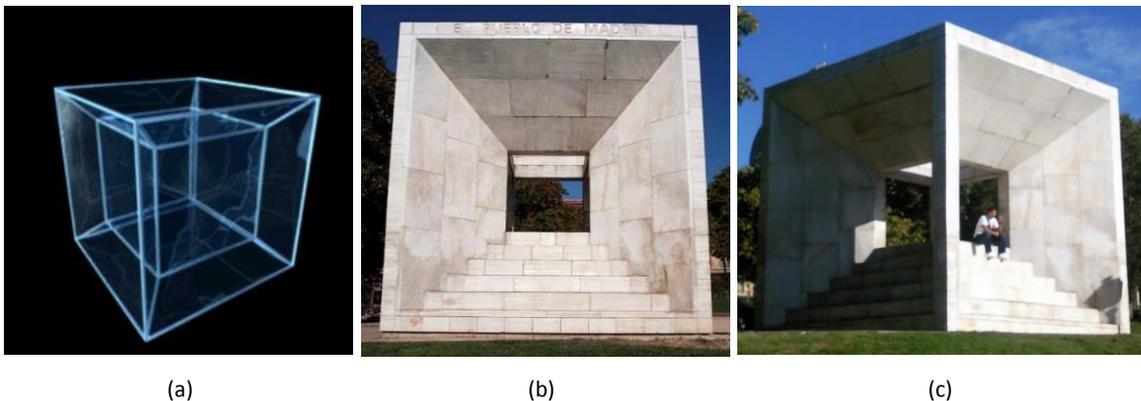


Figura 26. (a) Conjunto de películas de jabón conformando un hipercubo; (b) y (c) Monumento de la Constitución, Museo de Ciencias Naturales de Madrid.

1.8. Conclusiones Capítulo I

- Desde el siglo XVII, el estudio de SAM inicia como un problema matemático, que hasta la actualidad continúa siendo un reconocido campo de investigación, abordado teóricamente con el cálculo de variaciones. Sin embargo se puede considerar que las leyes publicadas por Plateau en 1873, marcaron un punto determinante en la historia, abocando las investigaciones hacia la física y la geometría.



- Se han catalogado los medios más distintivos para obtener películas de jabón, de los cuales cabe resaltar que puedan darse potenciales aplicaciones en la composición arquitectónica, en investigaciones futuras. La trayectoria de exploración de esta investigación, emprende con el estudio de las SAM obtenidas con la figura del bastidor de un cubo.
- Se propone la caracterización de las SAM por niveles de complejidad haciendo referencia a las posibles condiciones de agrupación que se dan, ya que un sistema SAM se conforma a partir de la existencia de una sola película o de un conjunto de películas. En el último caso, adicionalmente se presentan aristas y puntos de encuentro. Al incrementar el número de elementos los sistemas se vuelven más complejos.
- Las películas de jabón parecen formas sin orden preciso, sin embargo al estudiar el cómo se comportan los elementos que de ellas derivan, se pueden precisar ciertas características que demuestran la existencia de un orden. Fundamentalmente de las películas de jabón se pueden establecer dos aspectos, las cantidades en que convergen los elementos y los ángulos entre los mismos. Plateau y Schwarz determinaron que: se agrupan máximo tres películas sobre una arista, y solo convergen un máximo de cuatro aristas en un punto, además todos estos elementos se unen con ángulos precisos, 120° entre películas y $109^\circ 28''$ entre aristas.
- Se infiere que las películas de jabón emplean el mínimo material requerido, organizado de la forma más eficiente, debido a que se amparan en la propiedad de la mínima energía potencial y el principio de los caminos rápidos.
- Las aplicaciones arquitectónicas que han empleado SAM en su desarrollo han sido principalmente dos: los trabajos de Otto incorporando la forma de las películas orientadas a resolver cubiertas, y el proyecto del Centro Acuático de Pekín compuesto por un sistema de barras que emulan la forma de la estructura White-Phelan, que es una aproximación a cómo las burbujas de jabón se distribuyen para llenar el espacio tridimensional.



CAPITULO II

RETICULADOS ESPACIALES

Se denominan reticulados espaciales, a los sistemas estructurales que emplean barras conectadas con nodos. También se les conoce con los términos de *armaduras tridimensionales* y *mallas espaciales*. Se suelen fabricar en materiales metálicos como el acero o aluminio, no obstante se hacen aplicaciones en fibras naturales como la madera y el bambú, y en polímeros. El principio básico de los reticulados espaciales es la triangulación entre barras, que se hallan distribuidas conformando redes en el espacio, con figuras geométricas tales como, tetraedros, pirámides, octaedros, etc. o la combinación de estos.

Los elementos trabajan a compresión o tracción, según la distribución de los esfuerzos internos producidos ante la aplicación de cargas. Las uniones articuladas evitan que se presenten esfuerzos estimables de flexión en el sistema y sus elementos. “Las barras traccionadas o comprimidas colocadas y unidas de manera que formen un triángulo forman una unidad estable...” (Engel, 2006, pág. 133). Los reticulados espaciales actúan en conjunto para resistir acciones concentradas, por lo cual son sistemas eficientes en la transmisión de cargas, sin embargo presentan alto grado de hiperestaticidad¹, lo que ha demandado el empleo de programas de computación para facilitar el cálculo estructural.

2.1. Surgimiento e Historia de los Reticulados Espaciales

La aparición de la figura del triángulo en las cubiertas de edificaciones se considera el antecedente que dio luces al desarrollo de los sistemas compuestos por barras y nodos. Las primeras estructuras triangulares se realizaron con madera, aunque se desconoce la fecha exacta de su aparición, pese a ser un material de uso muy antiguo². Las representaciones hechas de los templos griegos³ demuestran el empleo de cubiertas inclinadas con estructuras triangulares en madera, conocimiento posteriormente introducido a las construcciones romanas hasta llegar a las basílicas y a las iglesias románicas.

¹ Las estructuras hiperestáticas, también conocidas como estáticamente indeterminadas, son aquellas que se encuentran en condiciones de equilibrio y sin embargo las ecuaciones conocidas son menores a la cantidad de incógnitas por resolver, siendo insuficientes para determinar los esfuerzos y reacciones presentes.

² El primer testimonio de construcción con madera aparece en los registros de Vitrubio en el siglo I a.C. (García Esteban, Historia de la tecnología de la madera, 1999).

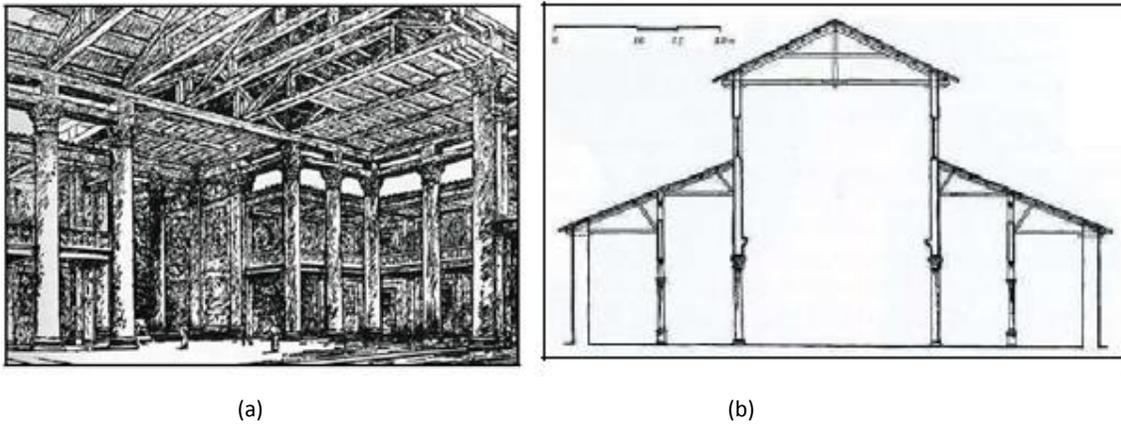


Figura 27. Representación de antiguas edificaciones (a) Basílica de Fanum hecha por Vitrubio; (b) Antigua basílica de San Pedro en Roma.

Los sistemas de cubiertas se fueron desarrollando conforme a las necesidades, entre las estructurales, se buscaba lograr mayor estabilidad y permitir claros más grandes. La Figura 30 presenta algunos ejemplos sobre la evolución de cubiertas trianguladas. Una de las primeras tipologías de cubierta, fue la de *par de hilera*, que generaba considerables empujes laterales en los muros; para contrarrestar las limitaciones, se concibieron nuevos elementos. El surgimiento del tirante o cordón inferior determinó la aparición propiamente de la cercha; surgen otros elementos como el pendolón, y así sucesivamente surgen nuevas barras intermedias, subdividiendo los espacios de las cerchas en varios triángulos. Palladio publica en 1570 *Los cuatro libros de arquitectura*, que contenían modelos de cerchas de las primeras basílicas romanas; además proyecta posibles diseños de puentes y techos.

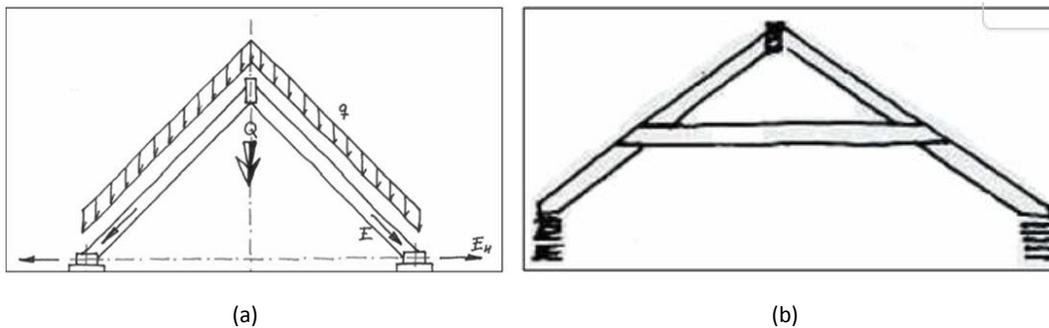


Figura 28. Representación de antiguas edificaciones (a) Cubierta de par e hilera; y (b) cubierta imperial.

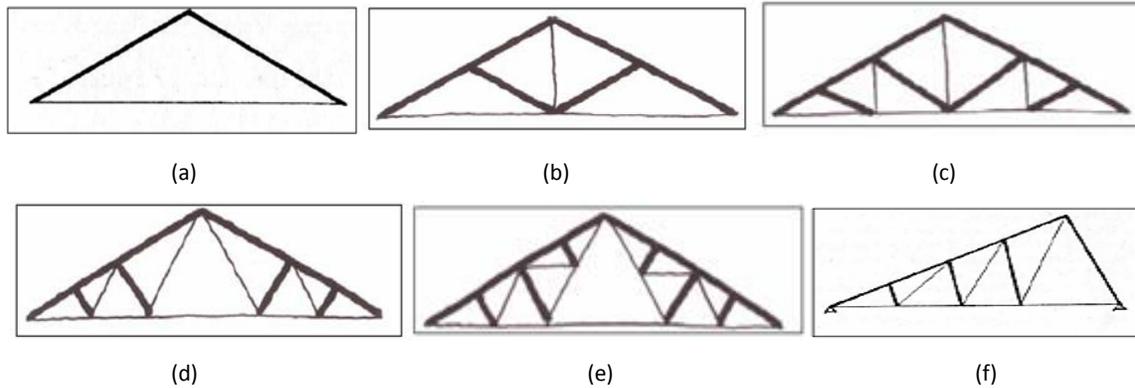


Figura 29. (a) Cercha triangular; (b) cercha española; (c) cercha inglesa; (d) cercha belga; (e) cercha Polonceau; y (f) cercha diente de sierra.

Con la evolución de nuevas técnicas de obtención del hierro, fue posible su empleo en el campo de la construcción hacia el siglo XVIII. Se hicieron diversas aplicaciones, inicialmente en puentes y posteriormente en edificaciones, como el puente Coalbrookdale, la torre Eiffel, y el Palacio de Cristal, entre otros ejemplos. Al principio las geometrías con que se trabajara el hierro, no precisamente tenían triangulaciones, sin embargo posteriormente se fueron aplicando, ejemplo de ello es la cubierta de la estación de trenes Limes Street en Liver Pool. El hierro evolucionó a un nuevo material, el acero, compuesto por hierro y tan solo un pequeño porcentaje de carbono⁴. El acero al ser un material de alta resistencia mecánica y ductilidad, se hizo idóneo para producir elementos estructurales esbeltos. De esta manera continuaron evolucionando los sistemas de barras y nodos.

“Desde que la mecánica racional, a partir del siglo XVIII encontró, con sus aplicaciones vectoriales, campo abonado para desarrollarse en la técnica de la construcción, las estructuras trianguladas fueron dejando entrever mayores posibilidades...” (Torroja Miret, 1984, pág. 163).

Se desarrollaron tipologías de vigas de celosía, caracterizadas por emplear divisiones triangulares dentro de un par de cordones paralelos, el superior y el inferior. Destacan las celosías: (a) Howe (1841): las barras verticales trabajan a tracción y las diagonales a compresión, (b) Pratt (1844): elementos verticales a compresión y diagonales a tracción, y (c) Warren (1848): barras dispuestas en diagonal trabajando a compresión y a tracción alternadamente. Otras celosías desarrolladas

⁴ El acero es una aleación compuesta por hierro y entre el 0.5% y el 2% de carbono, este material le proporciona maleabilidad, resistencia y dureza. Según las propiedades que se requieran mejorar, el acero puede tener aleaciones con otros metales.



fueron, la Long o Cruz de San Andrés con barras en diagonal cruzadas para proporcionar rigidez, produciendo incluso redundancia a la estructura⁵, y la celosía Virendeel cuyos elementos se disponen ortogonalmente, así que las uniones deben ser rigidizadas para evitar deformaciones.

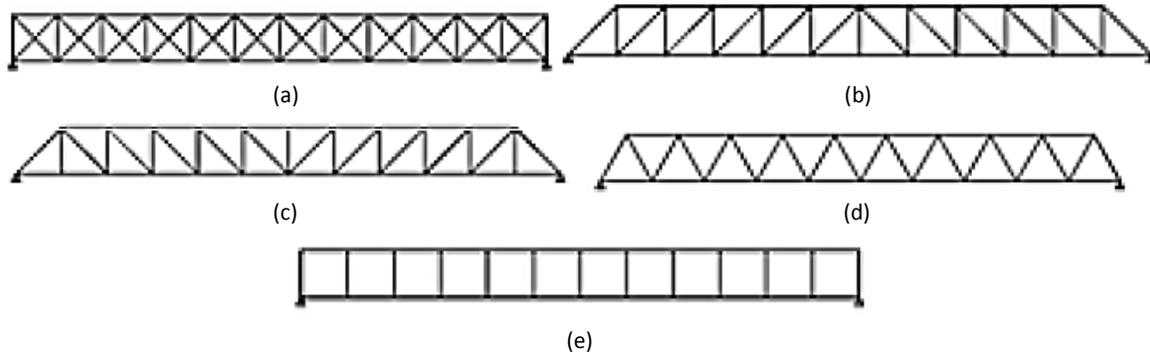


Figura 30. (a) Celosía Long; (b) celosía Howe; (c) celosía Pratt; (d) celosía Warren; y (e) celosía Virendeel.

Tanto las cerchas triangulares como las vigas de cordón paralelo trabajaban en un solo plano, así que posteriormente se emplearon rigidizándolas en el sentido perpendicular al plano de trabajo, logrando un funcionamiento espacial. Makowski (1972) destaca a Graham Bell como el iniciador de las estructuras tridimensionales de barras, prefabricadas. Bell con sus investigaciones realizadas alrededor de 1900, desarrolló estructuras para aeronaves, como alas para biplanos entre otras. Se observa en la Figura 31(a) un ejemplo de estructura para aeronave, mientras en la Figura 31(b) se aprecia una torre de observación con estructura ensamblable, la Tower Bell. Las estructuras de Bell demostraron rigidez, ligereza y la posibilidad de prefabricación e industrialización.

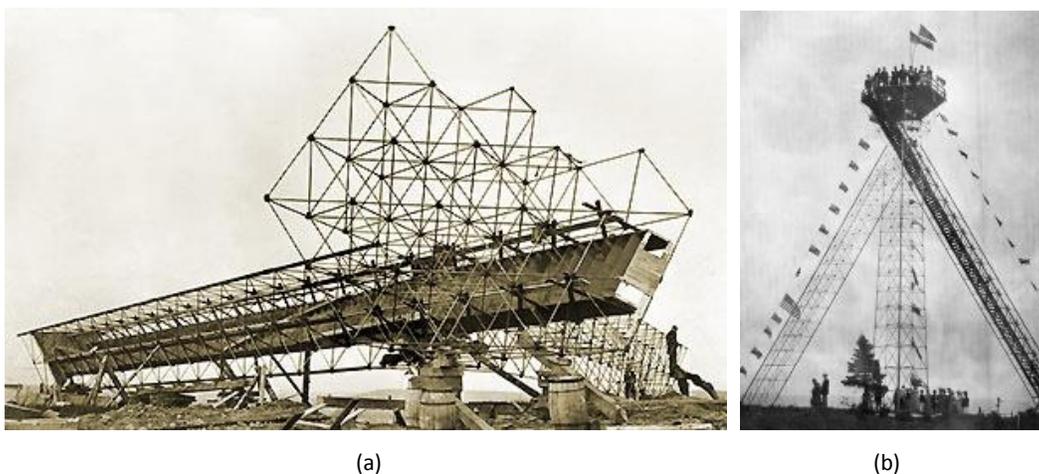


Figura 31. (a) Estructura para aeronave; y (b) torre de observación, Tower Bell.

⁵ La redundancia estructural en los sistemas de barras y nodos se produce por el exceso de elementos.



El actual edificio del Museo Universitario del Chopo en la ciudad de México, corresponde a una estructura diseñada en Alemania por Bruno Möhring, empleada en 1902 para una exposición de la industria textil, luego adquirida por la Compañía Mexicana de Exposición Permanente, actualmente le pertenece a la Universidad Autónoma de México⁶. La estructura del museo demuestra las posibilidades de desmontaje y traslado que han permitido plantear los sistemas de barras y nodos en edificaciones.

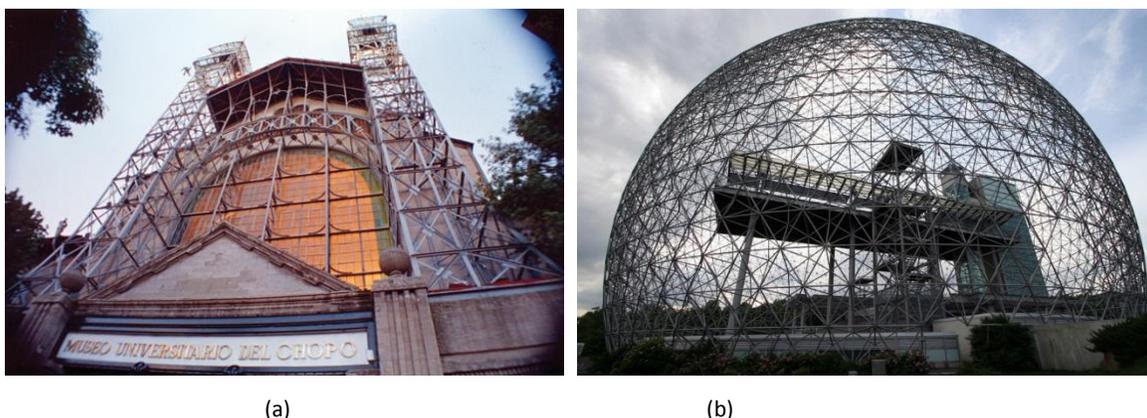


Figura 32. (a) Museo Universitario El Chopo; y (b) proyecto Bioesfera de Montreal de Buckminster Fuller (1967).

La concepción espacial en las edificaciones, igualmente se vio reflejada en el desarrollo de cúpulas geodésicas, su promotor y principal desarrollador sería Fuller. Uno de los proyectos representativos de estas estructuras, fue la cúpula realizada para el pabellón de Estados Unidos en la Exposición Universal de Montreal en 1967. Las uniones de los elementos también evolucionaron, empleando técnicas como el reblozado, tornillería y soldadura. Además a mediados del siglo XIX se comienzan a patentar los sistemas de barras y nodos, compuestos por geometrías espaciales de sólidos geométricos y por uniones especiales según los requerimientos. Se reconoce a los sistemas Mero y Unibat como los primeros patentados, además industrializados y comercializados (Bangash & Bangash, 2003).

El empleo de los reticulados espaciales se fue extendiendo, sin embargo con los métodos de cálculo que existían, se dificultaba resolver estructuras hiperestáticas. En los últimos 50 años el análisis del comportamiento de la estructuras se facilitó con el uso de programas de cálculos por computadora. El empleo de sistemas de reticulados espaciales continua vigente, con aplicaciones en cubiertas, estructuras de envolventes, losas de entepiso etc.

⁶ Capturado del sitio web <http://www.chopo.unam.mx/historia.html> (Museo Universitario del Chopo).



2.2. Sistemas de Estructuras

Las estructuras cumplen tres requisitos principales en las edificaciones, proporcionar rigidez, estabilidad y resistencia: la rigidez proviene de la geometría de los elementos y las condiciones de unión entre ellos; la estabilidad tiene que ver con las condiciones y distribución de los apoyos, también con la distribución de las cargas; y la resistencia, con las propiedades del material y la sección de los elementos. Otros requerimientos que deben cumplir las estructuras son: funcionalidad, economía, bajo peso, transmisión eficiente de cargas y poseer agradables cualidades estéticas.

Fundamentalmente una estructura debe resistir cargas. La rama de la física llamada *mecánica*, trata las acciones de las fuerzas sobre los cuerpos, como explica Parker (2002); determina las condiciones de equilibrio que deben cumplir las fuerzas actuantes. A su vez la mecánica se divide en estática y dinámica; la estática estudia los cuerpos en reposo; la dinámica estudia los cuerpos en movimiento.

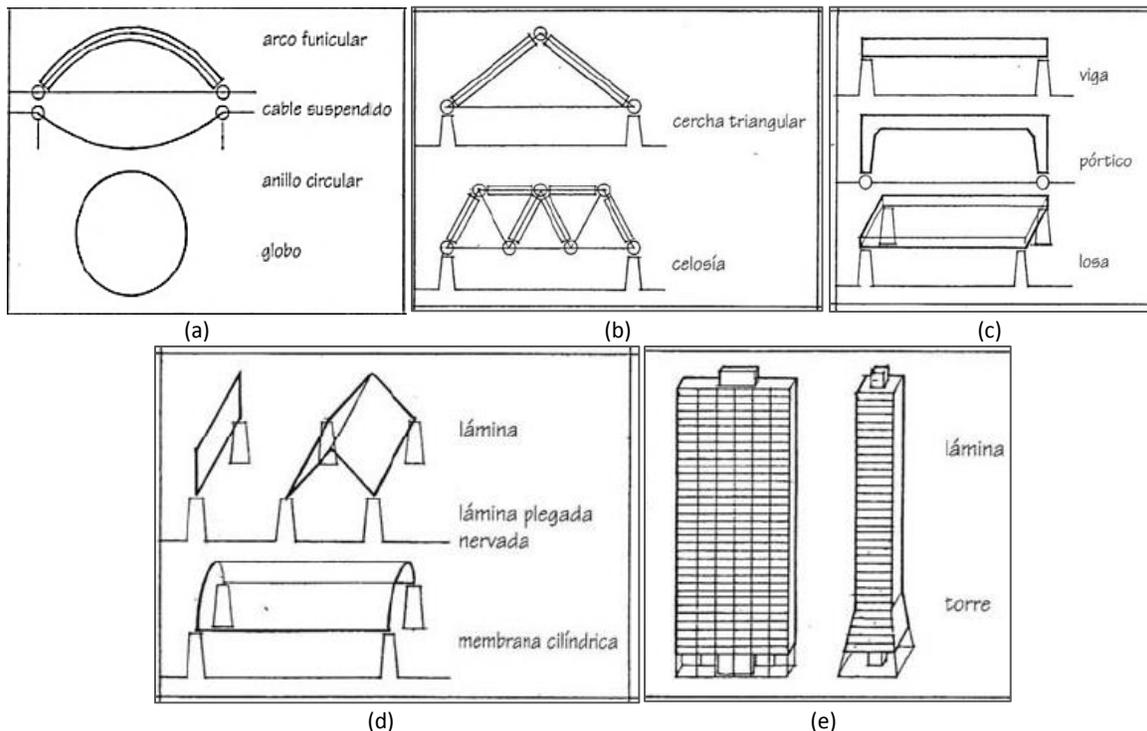


Figura 33. Clasificación de Engel sobre tipologías de estructuras (a) Forma; (b) vector; (c) sección transversal; (d) superficie; y (e) altura.

Es posible clasificar los sistemas de estructuras de diversas formas. La Figura 33 expone la clasificación que presenta Engel (2006); se divide en cinco tipos de estructuras, que actúan según



los principios de funcionamiento de la geometría, ante la transmisión de cargas: forma, vector, sección transversal, superficie y altura.

Tipologías de Apoyos

Los apoyos son los elementos del sistema encargados de soportar la estructura y transmitir las cargas al suelo. Se clasifican en: (a) apoyos de primer grado (articulado deslizable): restringe el desplazamiento en sentido vertical, permite desplazamiento horizontal y giros, (b) apoyos de segundo grado (articulado no deslizable): restringe el desplazamiento vertical y horizontal, si permite giro, y (c) apoyo de tercer grado (empotrado) restringe todos los desplazamientos y giros.

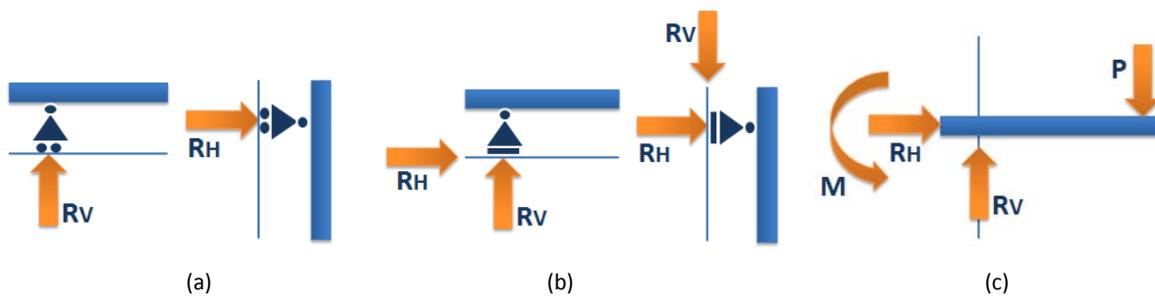


Figura 34. (a) Apoyo articulado deslizable o de primer grado, genera una reacción; (b) apoyo articulado no deslizable o de segundo grado, genera dos reacciones; y (c) empotramiento o apoyo de tercer grado, genera tres reacciones.

Sistemas de Fuerzas

Las fuerzas son las acciones causadas por las cargas que intervienen en las estructuras; se expresan como vectores con magnitud y sentido. Los lugares de incidencia de las cargas se conocen como punto de aplicación. Las fuerzas externas aplicadas generan reacciones en los apoyos de la estructura y producen fuerzas internas de resistencia, que conducen al esfuerzo y la deformación.

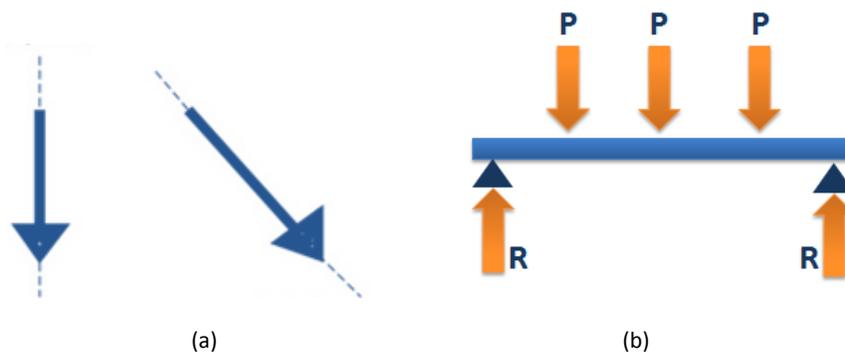


Figura 35. (a) Representación de vectores de fuerzas, poseen magnitud y sentido; y (b) fuerzas ejercidas por las cargas en una viga y reacciones en los apoyos.



Tabla 1. Clasificación de los esfuerzos generados por las cargas en un elemento estructural.

	FUERZA	ESFUERZO	DEFORMACIÓN
Axial	Convergente	Compresión	Acortamiento / Pandeo
	Divergente	Tracción	Alargamiento / Adelgazamiento
Transversal	Un solo sentido	Flexión	Deflexión
	Sentidos opuestos	Cortante / Torsión	Cizallamiento / Torcedura

Basándose en las Normas Técnicas del distrito Federal de México, las cargas se clasifican en acciones permanentes que consideran las cargas muertas (peso propio de la edificación), y cargas variables, que contemplan las cargas vivas (personas y muebles), las climáticas y las accidentales como los sismos (Gobierno del Distrito Federal, 2004). Retomando el estudio de la mecánica, las acciones permanentes son abordadas por la estática y las acciones variables por la dinámica.

2.3. Clasificación de los Sistemas Reticulados

Las estructuras de barras y nodos son planas cuando todos los elementos se desarrollan en un mismo plano o espaciales cuando los elementos no están contenidos en el mismo plano y se desarrollan en las tres dimensiones espaciales. Engel (2006) clasifica a este tipo de estructuras en, cerchas bidimensionales, sistemas de cerchas conformando superficies planas y con curvatura, cerchas sustentadas espacialmente y mallas espaciales. Engel plantea una clasificación a partir de la complejidad que caracteriza a cada sistema y las formas que permite desarrollar cada uno. En la Figura 36 se presenta una clasificación de sistemas reticulados, compuesta por dos grupos, los sistemas de reticulados planos (SRP) y los sistemas de reticulados espaciales (SRE).

Reticulados planos: Las cerchas de cordón paralelo y las cerchas triangulares de los SRP, son rígidas solo en el plano de acción que las contiene más no en el sentido lateral, así que pueden ser rigidizadas por medio de uniones horizontales entre cerchas.

Reticulados espaciales: Se dividen en los de simple pared y los compuestos por varias capas. Los SRE de simple pared adoptan formas con curvatura lo que les proporciona la rigidez. Los SRE de dos o más capas, ya sea planos o con curvatura, se componen por elementos interconectados tridimensionalmente, generando formas volumétricas con alta capacidad para resistir esfuerzos.

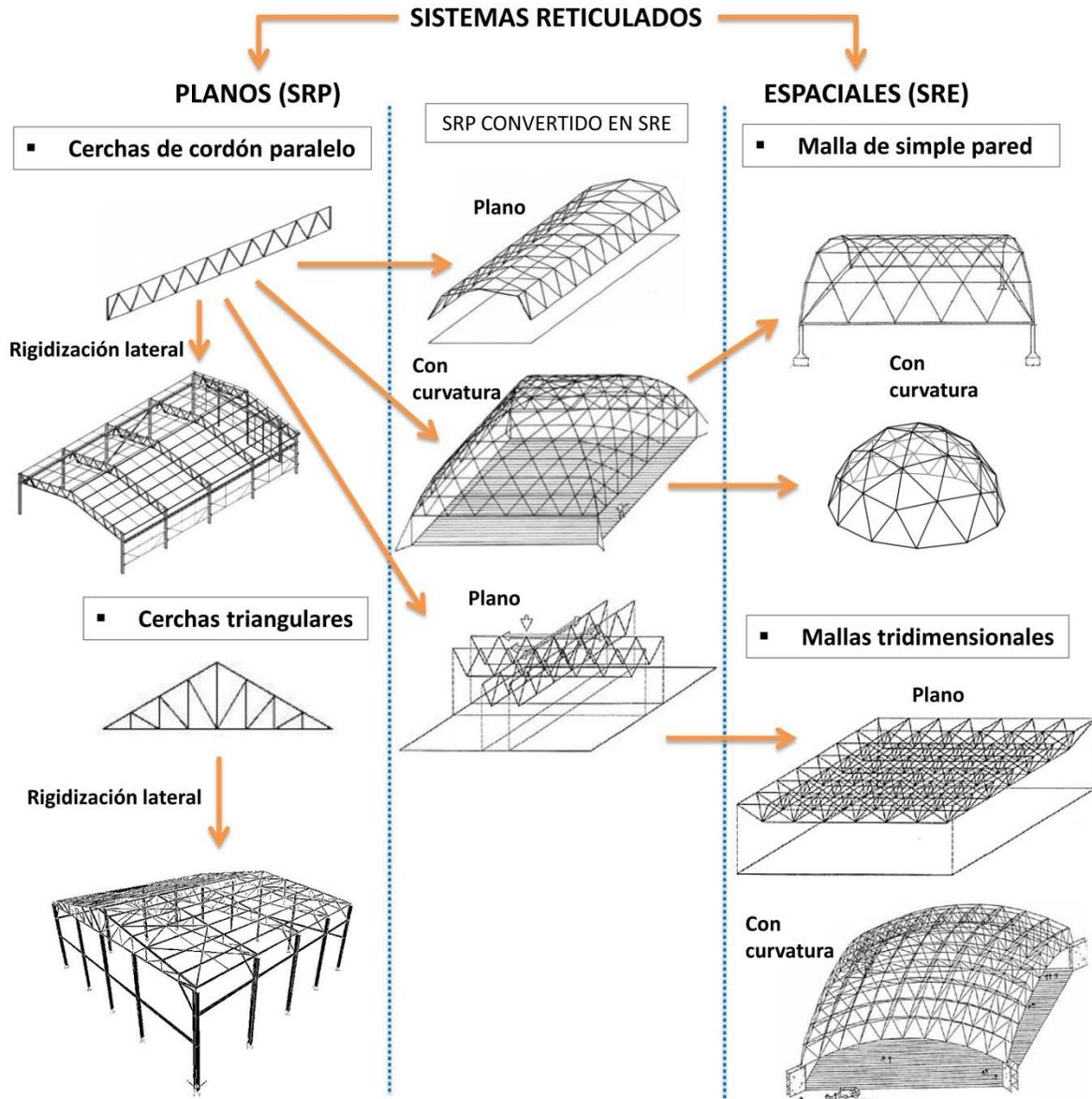


Figura 36. Clasificación propuesta de las tipologías de estructuras en el sistema de Reticulados Planos y Espaciales, con base en las clasificación ofrecida por Engel (Sistemas de estructuras, 2006).

2.4. Comportamiento Estructural de los Reticulados Espaciales

Los reticulados espaciales son sistemas de acción vectorial, “LOS SISTEMAS ... DE VECTOR ACTIVO son sistemas portantes formados por elementos lineales (barras), en los que la transmisión de las fuerzas se realiza por DESCOMPOSICIÓN VECTORIAL, es decir a través de una SUBDIVISIÓN MULTIDIRECCIONAL DE LAS FUERZAS” (Engel, 2006, pág. 135).

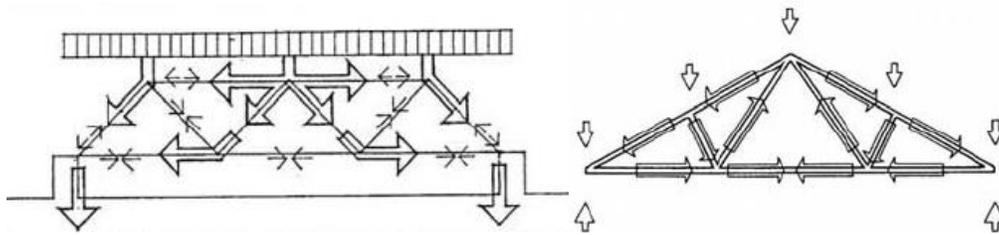


Figura 37. Recorridos vectoriales en celosías y cerchas planas.

En reticulados espaciales se busca que los apoyos de la estructura y las uniones entre elementos, sean articulaciones que restrinjan el movimiento y permitan los giros, para lo cual se deben utilizar apoyos de segundo grado.

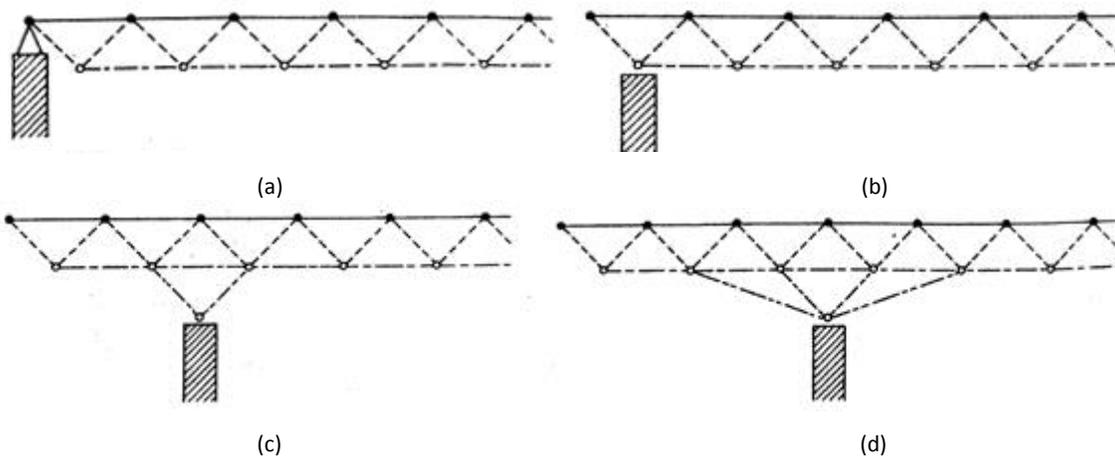


Figura 38. Ejemplos de alternativas de apoyo para reticulados planos y espaciales. (a) Apoyo en cordón superior; (b) apoyo en cordón inferior; (c) apoyo tipo pirámide; y (d) apoyo tipo abánico.

Las cargas en los sistemas de reticulados espaciales deben ser aplicadas en los nodos. Makowski (1972) señala que las cargas aisladas aplicadas en ciertos puntos de los reticulados espaciales no son sostenidas únicamente por los elementos que las reciben directamente, sino también por otros elementos a considerable distancia de la carga. Quiere decir que las cargas se reparten en el sistema por la colaboración de todos los elementos.

Trabajo Estructural

Una barra es un elemento lineal con capacidad estructural. Los elementos que componen a los reticulados espaciales son barras interconectadas. Las uniones entre las barras son nodos, articulaciones que poseen tres grados de libertad y permiten los movimientos de traslación en los ejes X, Y, Z del espacio tridimensional. Al aplicar fuerzas convergentes sobre el eje longitudinal de una barra, al interior del elemento se presenta el esfuerzo de compresión, por el contrario al



aplicar fuerzas divergentes se presenta un esfuerzo de tracción. Debido a la libertad que tienen para girar las barras en los extremos, los esfuerzos de flexión son mínimos, y los elementos realizan principalmente esfuerzos de compresión y tracción.

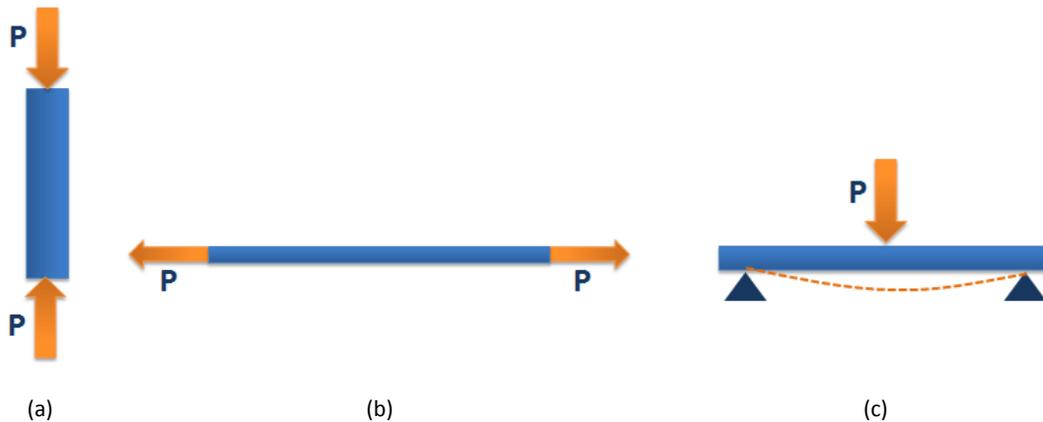


Figura 39. Esfuerzos en elementos estructurales esbeltos. (a) Compresión; (b) tracción; y (c) flexión.

Cuando las fuerzas aplicadas a una barra son transversales al eje longitudinal, se pueden presentar otro tipo de esfuerzos, flexión si las fuerzas se dirigen en el mismo sentido, torsión o cortante si las fuerzas tienen sentidos opuestos. En los elementos de reticulados espaciales es posible que se presenten esfuerzos de flexión, torsión o cortante, en dos situaciones: cuando existan cargas aplicadas en zonas diferentes a los nodos como son los tramos de las barras, cuando se emplean uniones rígidas que poseen cero grados de libertad, y limitan todos los movimientos en los extremos de las barras.

“Aunque generalmente las barras que forman la armadura, se consideran y analizan como articuladas en sus extremos es difícil llegar a construirlas con esas condiciones de apoyo, ya que las uniones soldadas o atornilladas que son las más usuales, rigidizan la junta y desarrollan momentos flexionantes que en la mayoría de los casos se desprecian.” (AHMSA, 2013, pág. 244)



Métodos de Análisis Estructural

Los valores que se desean conocer en un sistema de reticulados espaciales para verificar su funcionamiento y poder construirlo son: secciones requeridas por las barras (según geometría y material), trabajo estructural de las barras (esfuerzo que realizan), y desplazamientos de la estructura (medido en los nodos).

Antes del uso frecuente de los programas de computadora para resolver las incógnitas de las estructuras de barras y nodos, se empleaban métodos de resolución manual, tales como: el método de Ritter, el método de Cremona y el método de los nudos. Métodos que han sido apropiados para resolver estructuras isostáticas⁷ como las cerchas planas, sin embargo en reticulados espaciales no son de fácil aplicación debido a la condición de hiperestaticidad que presentan.

Actualmente las herramientas más apropiadas para aproximarse al comportamiento de los sistemas de estructuras son los programas de computadora, que se basan en cálculos matriciales del método de los elementos finitos. Explica Celigüeta, “Hasta la llegada del Método de los Elementos Finitos (MEF), los sistemas continuos se abordaban analíticamente, pero por esa vía sólo es posible obtener solución para sistemas con geometría muy sencilla, y/o con condiciones de contorno simples” (2008, pág. 2).

Para Celigüeta (2008), el MEF considera una estructura como un conjunto de piezas finitas, unidas en un número finito de puntos (nudos). Las incógnitas a resolver son los desplazamientos de los nudos, que permiten conocer la deformación de la estructura, esto se logra estableciendo los sistemas de fuerzas, concentrados en cada nudo, que equilibran las fuerzas exteriores. Se obtienen soluciones aproximadas para cada elemento apoyándose en un número finito de parámetros.

⁷ Las estructuras isostáticas, también conocidas como estáticamente determinadas son aquellas que poseen igual número de incógnitas; son estables y pueden ser calculadas con las ecuaciones de la estática. Existe una fórmula que permite establecer si un sistema de barras y nodos es un estructura estáticamente determinada, si se satisface la relación en donde el número de barras es equivalente a dos veces el número de nodos menos tres: $2n-3=b$. Debido a la condición de hiperestaticidad los reticulados espaciales no cumplen la relación descrita, solo aplica en estructuras bidimensionales.



2.5. Ventajas y Desventajas de los Sistemas Reticulados Espaciales

Tabla 2. Ventajas y desventajas en Reticulados Espaciales

VENTAJAS
<ul style="list-style-type: none"> • Son sistemas rígidos e incluso presentan la condición de hiperestaticidad. • Poseen un buen desempeño estructural ante cargas estáticas y fuerzas sísmicas. • Al recibir fuerzas externas, los esfuerzos no se concentran, sino que se reparten en los elementos próximos, por lo cual hay cooperación de toda la estructura. • En caso de sufrir sobreesfuerzos los daños son locales, evitando el colapso a toda la estructura. • Las piezas son prefabricadas, proporcionando los beneficios de la estandarización como lo es la precisión de los elementos y la rapidez del montaje en obra. • Son sistemas apropiados para cubrir grandes luces. • Poseen un bajo peso con respecto a su capacidad estructural, por lo cual economizan material. • Los espacios al interior de las barras son útiles para la incorporación de los sistemas de instalaciones. • Las dimensiones de las piezas permiten que sean transportadas y almacenadas con facilidad. • Las estructuras pueden ser desmontadas y reubicadas para su aprovechamiento, siempre que el diseño lo permita. • Los materiales metálicos como el acero y el aluminio son reciclables. • Ya que poseen un agradable aspecto estético, la estructura puede dejarse a la vista. Aunque también puede cubrirse fácilmente, con paneles ligeros por ejemplo.
DESVENTAJAS
<ul style="list-style-type: none"> • En caso de que las cargas no sean aplicadas en los nodos se pueden generar esfuerzos de flexión que no están previstos para la estructura. • Los espacios que ocupan los reticulados espaciales, por ejemplo en la altura de vigas o losas, pueden llegar a ser mayores con respecto a otros sistemas. • Si se emplean barras en madera serán menos esbeltas que las metálicas. • Los materiales metálicos tienen baja resistencia al fuego y tendencia a sufrir de corrosión en las uniones. • Los materiales metálicos tienen un alto precio y gasto energético en su producción. • No es fácil la aplicación de métodos manuales para el cálculo, se requiere el uso de software.



2.6. Uniones y Sistemas Patentados

Las estructuras de barras y nodos tienen una larga trayectoria en la construcción, lo que ha derivado en que hasta la fecha se hayan desarrollado diversidad de sistemas prefabricados. Las patentes de los sistemas contemplan, por una parte el diseño de las uniones y por otra parte el diseño de la configuración geométrica de las barras. En ciertos casos los diseños formulan tan solo el desarrollo de nuevas uniones, para geometrías ya establecidas. A continuación se exponen algunos ejemplos notables de sistemas.

Tabla 3. Descripción del Sistema MERO

Sistema: MERO - Max Mengerighausen (Alemania, 1943)	
Características de Nodo	Características de Barras
Nodo esférico con orificios roscados. Existen tres tipos de nodos: <ul style="list-style-type: none"> ○ Estándar con 18 perforaciones ○ Regulares con 10 perforaciones ○ Especiales con perforaciones en donde sean requeridas 	Barras tubulares huecas con terminación en forma cónica y pernos roscados en los extremos, para insertar en los orificios. Elementos orientados en ángulos de 45º, 60º y 90º.

Tabla 4. Descripción del Sistema UNISTRUT

Sistema: UNISTRUT – Charles W. Attwood (Estados Unidos, 1944)	
Características de Nodo	Características de Barras
Nodos compuestos por dos chapas metálicas con formas plegadas. Tienen varios orificios para unirse entre sí, y con las barras, por medio de pequeños tornillos.	Barras metálicas con perfil de canal en U, con orificios en los extremos para atornillar a los planos inclinados de las chapas.

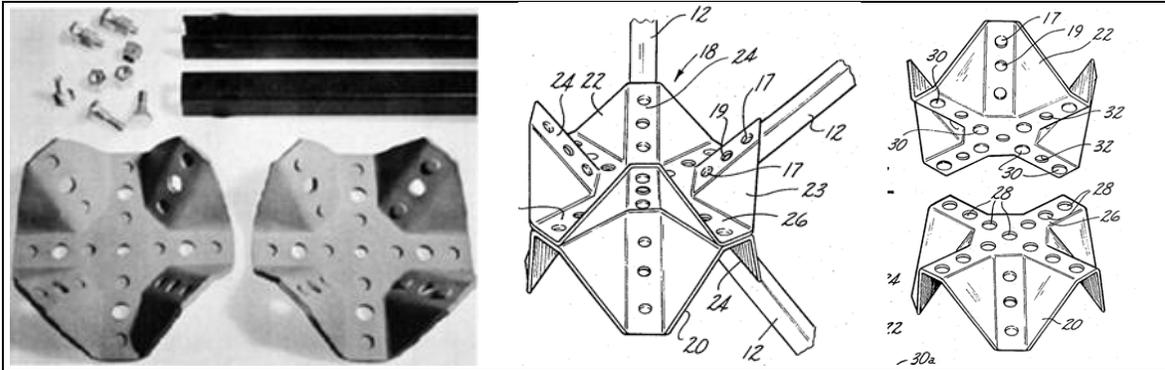


Tabla 5. Descripción del Sistema KONRAD WACHSMANN

Sistema: KONRAD WACHSMANN - Konrad Wachsmann (Estados Unidos, 1951)	
Características de los elementos	
Cuenta con barras tubulares que poseen elementos con forma de horquilla en los extremos. Al unir las barras se generan ensambles que conforman los nodos. El ajuste final se da al introducir en las horquillas ciertos elementos cilíndricos con que cuentan algunas barras.	

Tabla 6. Descripción del Sistema TRIO-DETC

Sistema: TRIO-DETC - Arthur E. F'entiman (Canadá, 1955)	
Características de Nodo	Características de Barras
Pieza cilíndrica con ranuras, generalmente extruida, en material de aluminio. Posee un tornillo de fijación para aprisionar los elementos.	Barras de aluminio o acero, con los extremos aplanados e insertados en las ranuras empleando presión suave.



Tabla 7. Descripción del Sistema TRIDIRECTIONELLE

Sistema: TRIDIRECTIONELLE - Stephane du Chateau (Francia, 1956)	
Características de Nodo	Características de Barras
Se emplean dos piezas metálicas que al unirse conforman un coraza con orificios para conectar 6 elementos.	Barras tubulares que no requieren cortes en ángulos. Las piezas se fijan con soldadura al nodo.

Tabla 8. Descripción del Sistema OKTAPLATTE

Sistema: OKTAPLATTE - Josef Fröhlich (Alemania, 1959)	
Características de Nodo	Características de Barras
Esfera metálica hueca, reforzada con un disco en el medio.	Barras huecas unidas con soldadura a las esferas.



Tabla 9. Descripción del Sistema PYRAMITEC

Sistema: PYRAMITEC - Stephane du Chateau (Francia, 1960)	
Características de Nodo	Características de Barras
<p>El sistema contempla dos tipos de nodos:</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Nodo de unión entre las barras de la retícula horizontal y las barras diagonales de las pirámides. ○ Chapas metálicas preinstaladas en los marcos de las pirámides, que se sujetan con pasadores a las chapas contiguas. 	<p>Se conforma una retícula de barras tubulares (aplastadas en los extremos) de mayor diámetro en cuyos cruces se conectan módulos de pirámides prefabricadas, las cuales poseen barras diagonales tubulares de menor diámetro y barras cuadradas que conforman marcos.</p>

Tabla 10. Descripción del Sistema NODUS

Sistema: NODUS - British Steel Corporation (Inglaterra, 1972)	
Características de Nodo	Características de Barras
<p>Poseen dos piezas que conforman una carcasa con orificios roscados para las barras, en su interior albergan una pieza de fijación. Estos elementos se aseguran finalmente con un tornillo.</p>	<p>Barras tubulares o cuadradas (roscadas en los extremos) de mayor sección para armar una retícula de base a la cual se conectan otras barras tubulares en diagonal, que conforman pirámides. Estas últimas tienen forma de horquilla en los extremos.</p>

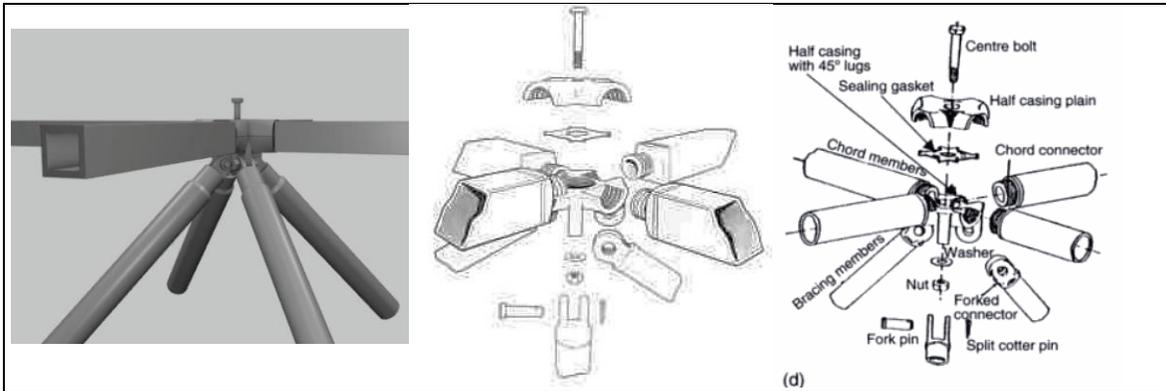


Tabla 11. Descripción del Sistema UNIBAT

Sistema: UNIBAT - Stephane du Chateau (Francia 1973)	
Características de Nodo	Características de Barras
Nodo de conexión entre barras tubulares con disposición horizontal y barras en diagonal, compuesto por un tornillo que sujeta a los extremos en forma de horquilla de las barras horizontales y a las piezas laminares que fijan todos los elementos.	Cómo en el sistema Pyramitec, se conforma una retícula de barras tubulares (aplastadas en los extremos) que se conectan con las barras en diagonal de las pirámides prefabricadas. Las pirámides se fijan entre sí con pasadores encajados en los marcos cuadrados.

Tabla 12. Descripción del Sistema VESTRUT

Sistema: VESTRUT – Ettore Ventrella (Europa, 1982)	
Características de Nodo	Características de Barras
Carcasa conformada por tres piezas principales, dos semiesferas con perforaciones, unidas con un disco central.	Barras tubulares con tornillos en los extremos, los cuales se insertan en los orificios de los nodos. Una variación del sistema contempla barras con terminación en forma de rótula.

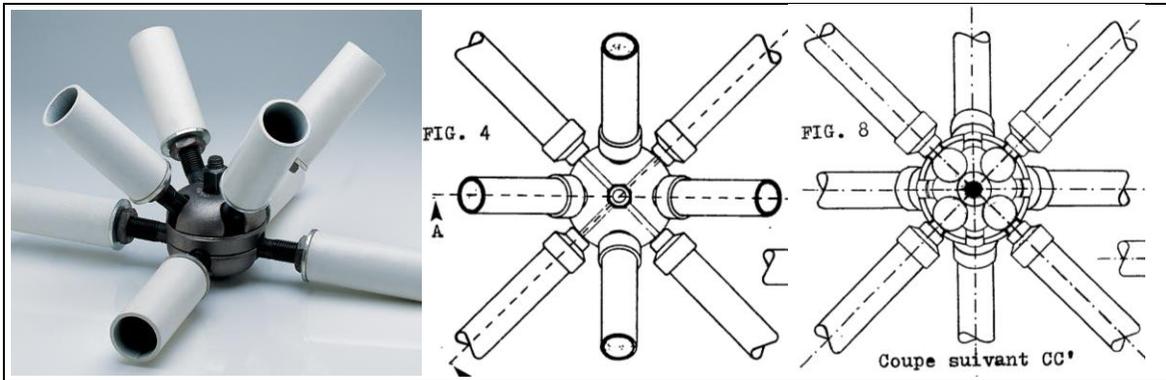


Tabla 13. Descripción del Sistema JOINT OF HAVEN

Sistema: Joint of Haven-Buch Company - Makowski Ralph F. y socios (Estados Unidos, 1989)	
Características de Nodo	Características de Barras
Esfera metálica con orificios roscados que poseen tuercas fijas en su exterior para permitir el encuentro con las barras.	Barras tubulares con pernos roscados en los extremos, que son asegurados en los orificios de las esferas por medio de tuercas.

Tabla 14. Descripción de sistema de conectores para cascarones reticulados

Sistema: MEJORAS EN UNION PARA CASCARONES RETICULADOS A BASE DE CONECTORES ESTRUCTURALES - Juan Gerardo Oliva Salinas (México, 1989)	
Características de Nodo	Características de Barras
Los nodos se componen por dos placas metálicas circulares encajadas entre sí conformando ángulos de 90°. Las placas poseen orificios en forma de surcos que permiten sujetar los extremos de las barras y orientar sus movimientos.	Las barras forman figuras de cascarones. El sistema permite hacer un montaje en el terreno, para posteriormente elevar los elementos a la posición definitiva ⁸ . Los extremos de las barras son sujetados con tornillos a los nodos.

⁸ Según se explica en la descripción de la patente, Mejoras en sistema de unión para cascarones reticulados a base de conectores estructurales (Oliva Salinas, 1989).

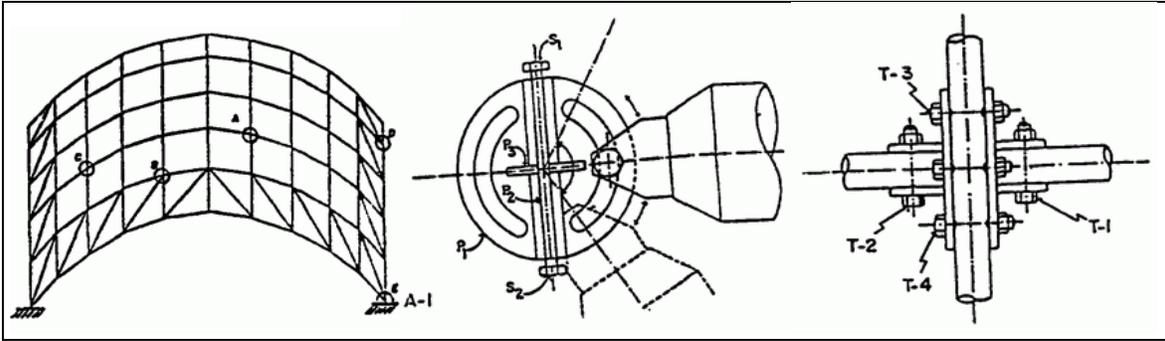
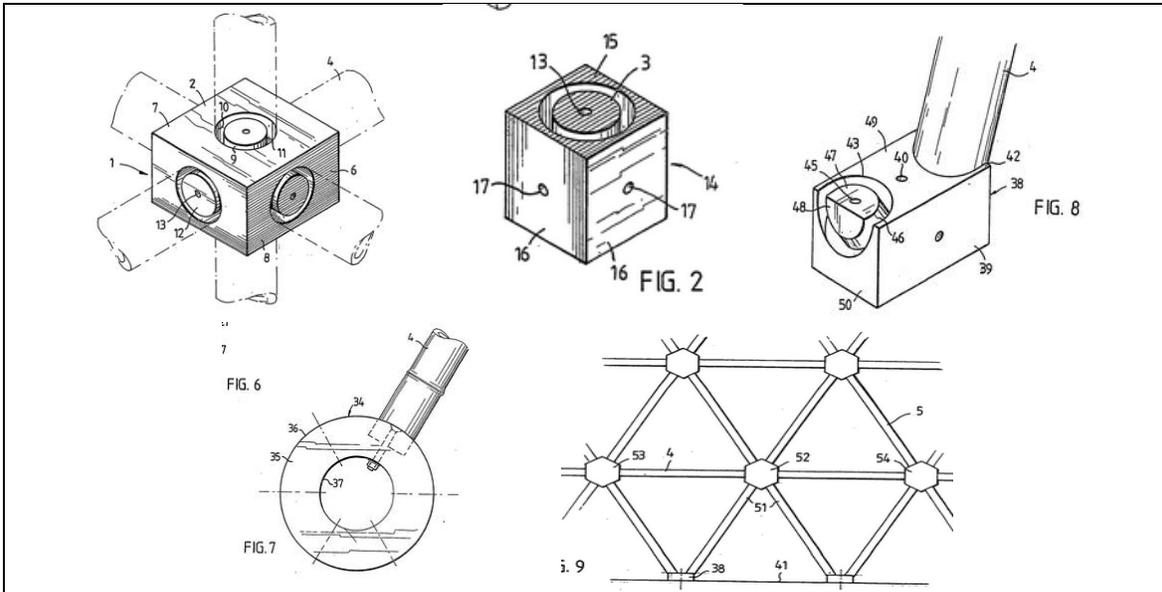


Tabla 15. Descripción de sistema MOLECULE

Sistema: MOLECULE - Matías Konstandt (Estados Unidos, 2002)	
Características de Nodo	Características de Barras
Unión compuesta por tres elementos fijados con un tornillo. Permite la conexión de 12 barras.	Barras tubulares de 30 cm en material de aluminio. Figuras piramidales que permiten conformar elementos estructurales de doble capa o volumétricos.

Tabla 16. Descripción de sistema BAMBUTEC

Sistema: BAMBUTEC - Ulrich Wallner (Alemania, 2004)	
Características de Nodo	Características de Barras
Los nodos son elementos macizos de madera, con forma cubica o similar, poseen perforaciones en anillo y un orificio central. Según la cantidad de elementos a conectar los nodos pueden variar, incluso en elementos con otras geometrías como la esfera.	Barras de material bambú cortadas en zonas que no correspondan al tabique de la planta. En los extremos de las barras se coloca un pasador, lo que permite encajar mejor las piezas en los orificios de los nodos.



Entre los sistemas presentados se observan diferentes formas de resolver los puntos de encuentro de las barras, reincidiendo los siguientes elementos: esferas, rotulas, chapas, horquillas, carcasas ensamblables, tornillos, pernos y pasadores. En algunos casos se emplea soldadura para fijar las piezas. La oferta de alternativas de uniones en el mercado es amplia. Incluso hay sistemas de referencia en otras áreas diferentes a la construcción y arquitectura, como los sistemas para tiendas de campaña o sistemas para muebles por ejemplo. Otras alternativas interesantes son los nodos que articulan sistemas mixtos compuestos por barras y tensores.

2.7. Aplicaciones arquitectónicas

- a) **Vivienda de Emergencia (Ecuador, 2009):** Proyecto creado por los diseñadores industriales Germán Navarrete y Ángel Jácome, con el propósito de ofrecer una alternativa de vivienda para familias en situaciones de emergencia. Toda la estructura de la vivienda se compone por un sistema de barras y nodos de geometrías piramidales, que puede ser armado en ocho horas por tres personas. La edificación no requiere cimentación debido a la sencillez del diseño y el empleo de los materiales mínimamente necesarios que generan un bajo peso. La base de la vivienda es una plataforma que se apoya al suelo del terreno en cuatro puntos, además cuenta con la estructura para la envolvente y el techo, que son recubiertos con material textil al interior y al exterior, generando una doble capa de aislamiento térmico. El espacio se desarrolla en 16 m^2 , con áreas para literas y servicios básicos. Se han contemplado soluciones de eficiencia para los sistemas de instalaciones con dispositivos diseñados



especialmente para las condiciones del proyecto. El sentido social de la idea llevo a concebir una escalera de acceso con mecanismo de tijera, con la opción de que funcione como una plataforma para personas en condiciones de discapacidad. Navarrete⁹ expone que el precio de un prototipo es aproximadamente de 3000 USD, pero con su fabricación en serie se podría llegar a un valor de 1200 USD.



Figura 40. Proyecto de vivienda de emergencia en Ecuador. (a) Vivienda armada; y (b) plataforma de apoyo de vivienda.



Figura 41. Modelos en 3D de proyecto de vivienda de emergencia en Ecuador.

b) Casa Molecule (Argentina, 2002): Proyecto basado en el sistema Molecule, desarrollado por Matías Konstant, quien planteo lograr la construcción de una vivienda con estructura resistente, ligera y desarmable. Se propuso el empleo de un sistema de reticulados espaciales de pirámides de base cuadrada, compuesto por barras de aluminio de 30 cm y nodos donde se ensamblan las piezas manualmente, con posibilidad de hasta 12 conexiones de barras. A partir de este sistema se generan todos los elementos estructurales y de envoltivo de la edificación, muros, columnas, losas y pérgolas. Konstant¹⁰ explica que para 100 m² de

⁹ Capturado del sitio web <http://www.elcomercio.com/tendencias/construir/casa-casos-extremos.html> (Portal El Comercio.com, Ecuador).

¹⁰ Tomado de Sistemas constructivos para los profesionales de la construcción (Comunicadores S.A.C., 2010).



estructura se tiene un peso de 298 kg. Los sistemas de instalaciones se ubican al interior de la estructura. Para dar habitabilidad a la vivienda, las partes requeridas están recubiertas con paneles ligeros. La innovación del sistema Molecule radica en que se emplea un reticulado espacial a la escala de una edificación pequeña como lo es una vivienda, y en el desarrollo de un nodo sencillo para facilitar el ensamble de piezas.



Figura 42. Sistema estructural Molecule, aplicado en la construcción de una vivienda (Buenos Aires).

2.8. Conclusiones Capítulo II

- Los reticulados espaciales cumplen con los requisitos de un sistema estructural integral, ligereza de peso con respecto a la capacidad portante, adecuada transmisión de cargas entre elementos, geometrías que proveen rigidez, funcionalidad y esteticismo.
- Es interesante que las configuraciones geométricas (formas triangulares) de los elementos provean de rigidez a los reticulados espaciales pese a que emplean uniones articuladas. Con el empleo de articulaciones en las estructuras se favorece la liberación de la energía transmitida por todo el sistema de fuerzas presentes, evitando que la flexión incida en los elementos y que por ende se presenten grandes deformaciones.



- Las uniones articuladas junto con la forma vectorial en que se descomponen los esfuerzos en las barras, hacen que los elementos realicen un trabajo estructural especializado de compresión o tracción.
- Las limitaciones de los sistemas de reticulados espaciales deben ser contempladas como características que logren tornarse en mejoras y nuevas propuestas, ejemplo de ello es que a pesar de los amplios espacios que ocupan, al interior en las zonas vacías, se pueden ubicar tuberías e instalaciones.
- Los sistemas de barras y nodos son versátiles en diversos sentidos, variedad de materiales, tipologías de uniones y composiciones geométricas, por lo cual su aplicación en arquitectura y construcción sigue vigente, además de su potencial en el campo de la investigación.
- Los reticulados espaciales han sido tradicionalmente aplicados y continúan siendo de interés, pero bajo las necesidades cambiantes de las sociedades, valdría la pena potenciar cualidades poco explotadas, tales como los sistemas dinámicos desplegables, entre otros.
- Dos cualidades que han sido exploradas con poca frecuencia son de interés en la presente investigación, la primera es que al poseer un satisfactorio desempeño estructural su aplicación no debe limitarse a grandes escalas en proyectos amplios, sino que por el contrario pueden emplearse recurrentemente en pequeñas edificaciones, esto se relaciona con la segunda cualidad, que es la posibilidad de armar las estructuras de forma manual por el usuario, con uniones fáciles y piezas de tamaño manipulable.
- A futuro, otra vía de exploración podría ser la aplicación de reticulados espaciales a escalas de superestructuras, desarrollando espacios habitables al interior de las geometrías, con el beneficio de obtener edificaciones rígidas que reaccionen convenientemente ante fuerzas sísmicas. Un ejemplo precursor de esta idea es el proyecto propuesto por Stephane du Chateau basado en el sistema Unibat, proyectado para el diseño de módulos de viviendas.



CAPITULO III

GEOMETRÍA SAM APLICADA A SISTEMA DE RETICULADO ESPACIAL

Este capítulo aborda la etapa de experimentación, en la que se verifica el comportamiento estructural de un sistema de reticulado espacial desarrollado con una geometría SAM, la cual corresponde a la forma obtenida al interior de la figura del cubo, con la técnica de inmersión de bastidores en una solución de agua con jabón. La experimentación se ha dividido en dos etapas: No. 1: Consiste en la materialización y estudio de la geometría para determinar con precisión la configuración de los elementos; que se retoma en el diseño de un módulo básico (MB) de reticulado espacial. No. 2: Se analiza el comportamiento de elementos estructurales (viga, losa y columna), compuestos por la geometría MB, aplicando procesos de simulación por computadora; se determina la capacidad estructural medida en, cargas soportadas, deflexión en claros, secciones de barras y tipologías de uniones..

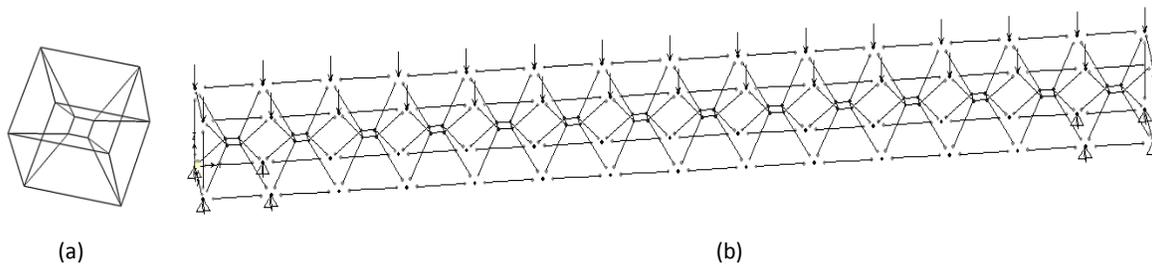


Figura 43. (a) Geometría de módulo MB; y (b) viga en sistema propuesto.

La experimentación No. 1 se fundamenta en las dos primeras *Leyes de Plateau* y la *Segunda Regla de Schwarz*, sobre las propiedades geométricas de SAM. Los análisis estructurales realizados en la experimentación No. 2 se basan en ciertos parámetros de la normativa mexicana, Normas Técnicas Complementarias para el Diseño Estructural de las Edificaciones, Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras Metálicas, asimismo el Manual de Construcción en Acero.

3.1. Experimentación No. 1: Obtención de Geometría a partir de Películas de Jabón

En la primera etapa de experimentación se establece la caracterización geométrica de las SAM tomadas como pauta para el diseño del módulo básico (MB) del sistema reticulado espacial propuesto. Se estudia la configuración de películas procedentes de un sólido regular¹, para el caso

¹ Los poliedros son cuerpos sólidos, que poseen caras, aristas y vértices. En los sólidos regulares, también conocidos como sólidos platónicos, todas las caras son idénticas y se conforman por aristas de igual longitud, que concurren en igual número en los vértices.



la figura es un hexaedro², también conocido como cubo, construido con bastidores de alambre. La materialización de SAM se obtuvo con la técnica de la inmersión y retiro de bastidores en soluciones de agua con jabón. Las configuraciones obtenidas fueron fotografiadas para una posterior medición. Tras conocer las dimensiones y proporciones de los elementos, se graficó la geometría en un software de diseño, con medidas precisas, correspondientes a la longitud y ángulos de los elementos.

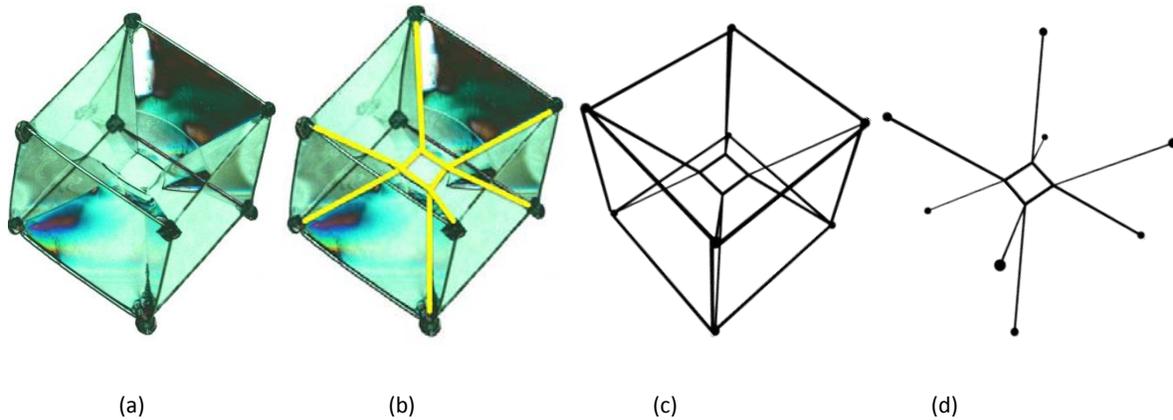


Figura 44. (a) Cubo con películas de jabón; (b) cubo con películas de jabón y aristas señaladas; (c) cubo con aristas resultantes de la unión de películas de jabón; (d) aristas resultantes al obtener las SAM del cubo con películas de jabón.

Tabla 17. Simbología utilizada en experimentación No. 1

EXPRESIONES		
B: base	cm: centímetros	B': vista auxiliar
h: altura	H: plano horizontal	P1: plano 1
L: longitud	V: plano vertical	P2: plano 2
°: grados	A: vista lateral	

3.1.1. Técnicas utilizadas

Inmersión de figuras: Procedimiento en el que se sumergen figuras en soluciones líquidas de agua con jabón, seguidamente las figuras son retiradas; se emplean formas con la capacidad de albergar películas de jabón. Para preparar la solución existen varias alternativas de mezclas. En este caso se ha utilizado una de las mezclas más reconocidas, constituida por 50% agua, 40% jabón líquido y 10% glicerina.

Fotogrametría: Esta técnica consiste en realizar mediciones sobre fotografías; tiene diversas aplicaciones, y resulta apropiada para medir la longitud de los elementos estudiados. Para obtener

² El hexaedro es un sólido regular que posee 6 caras cuadradas, 12 aristas y 8 vértices.



información tridimensional se capturan varias fotografías, que luego son medidas, logrando una aproximación a las dimensiones reales de los objetos.

Geometría descriptiva: Es una técnica de representación de figuras tridimensionales en dos dimensiones. Una de las utilidades es ayudar a obtener dimensiones de elementos y ángulos entre elementos, en su verdadera magnitud. También facilita la comprensión de la posición de las figuras en el espacio. Inicialmente se utilizan dos planos de proyección (plano vertical y plano horizontal), para representar la figura, y según la información de lo que se requiera conocer en su verdadera magnitud, surgen nuevos planos de proyección.

Comprobación 1: patrón de proporción

Las películas de jabón al interior del cubo, adoptan la configuración³ mostrada en la Figura 45, compuesta por una película con forma de cuadrado en el centro, ocho películas trapezoidales y cuatro películas triangulares como describe Barnes (2012, pág. 142). De las uniones entre películas surgen cuatro aristas que bordean al cuadrado y ocho aristas dispuestas en diagonal que bordean a las películas trapezoidales y triangulares. Conociendo que el cuadrado del interior es paralelo a dos caras del bastidor y su centro geométrico coincide con el centro geométrico del cubo, las aristas del cuadrado se han tomado como referencia para establecer un valor patrón de proporción que explica la relación entre la longitud de las aristas del bastidor (L_1) y las aristas del cuadrado (L_2).

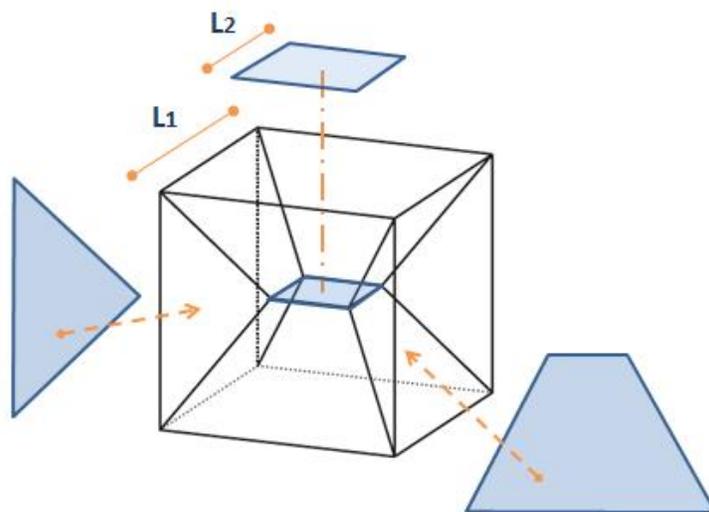


Figura 45. Configuración de películas de jabón en el cubo.

³ Las películas de jabón obtenidas al interior del cubo pueden adoptar otra posible configuración que es la figura conocida como tesseracto.

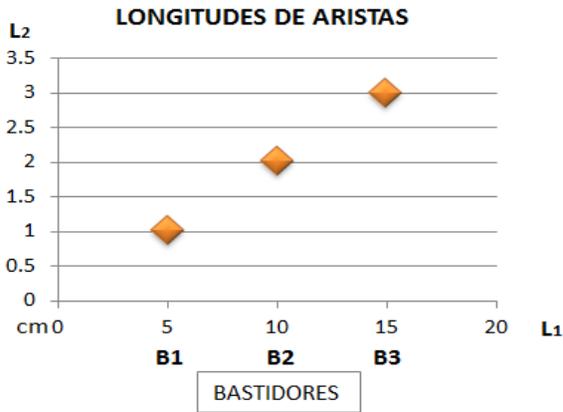


Se han probado tres bastidores de diferentes tamaños, que fueron sumergidos en la solución líquida y después retirados. Para registrar las SAM obtenidas en cada caso, se tomaron fotografías digitales y posteriormente se midieron en un software de edición de imágenes. Se reportaron las medidas de las aristas del cuadrado interior para hacer la comparativa.

Tabla 18. Dimensiones de bastidores Comprobación 1

Bastidores		
B1	B2	B3
B = 5 cm h = 5 cm L = 5 cm	B = 10 cm h = 10 cm L = 10 cm	B = 15 cm h = 15 cm L = 15 cm

Resultados Comprobación 1.



LONGITUDES	B1	B2	B3
L ₁	5 cm	10 cm	15 cm
L ₂	1 cm	2 cm	3 cm
Proporción de L₂ en L₁:	5/1 = 5	10/2 = 5	15/3 = 5
L₁/L₂			

(a)

(b)

Figura 46. (a) Gráfico de longitud de aristas L₁ del cubo y longitud obtenida en aristas L₂ de película interior en forma de cuadrado, en los tres tamaños de bastidores comparados; y (b) valores de la longitud de aristas L₁ y L₂ y relación de proporción.

La medida reportada en L₂ tuvo una variación directamente proporcional al aumento del tamaño de L₁, en los tres bastidores comparados, B1, B2 y B3. Se obtuvo un patrón de proporción donde L₂ corresponde a la quinta parte de L₁, resultando la expresión: $L_2 = 1/5 L_1$. Por consiguiente es



posible establecer el valor L_2 de cualquier figura SAM procedente del cubo, conociendo de antemano el valor L_1 .

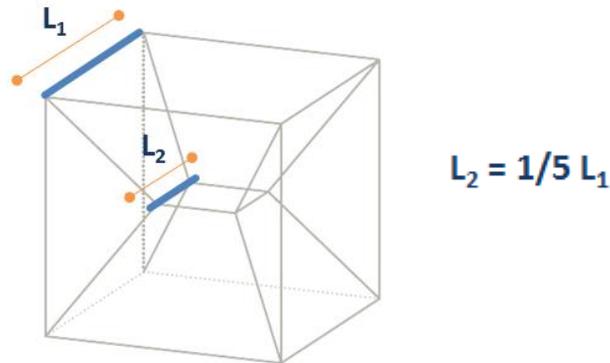


Figura 47. Relación de proporción entre longitud de aristas L_1 y L_2 .

Comprobación 2: verificación de leyes de Plateau y reglas de Schwarz

Teniendo el patrón de proporción de las aristas interiores, se han graficado las SAM del cubo en un software de dibujo a la escala del módulo básico de reticulado espacial, con dimensiones de base, altura y longitud igual a 30 cm. Con el empleo de gráficos de geometría descriptiva se obtuvieron las dimensiones en la verdadera magnitud de las aristas y ángulos entre elementos. Al conocer la cantidad de elementos convergentes en las aristas y en los puntos de encuentro, y también los valores de los ángulos entre aristas y películas, se procedió a la verificación de las Leyes de Plateau y las Reglas de Schwarz.

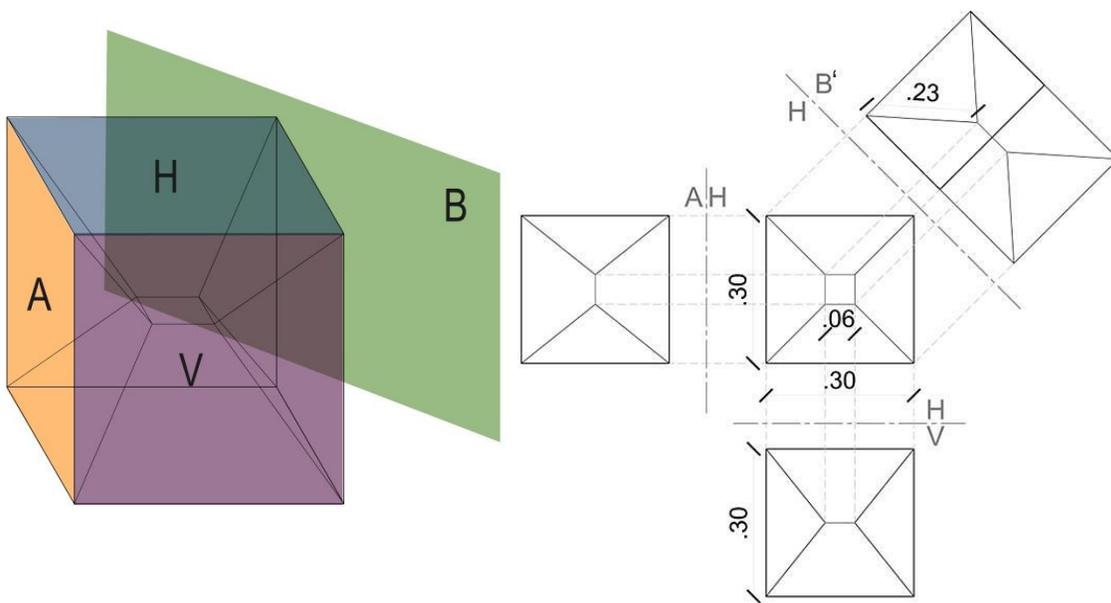


Figura 48. Planos de proyección con las dimensiones de los elementos de las SAM del cubo en su verdadera magnitud.

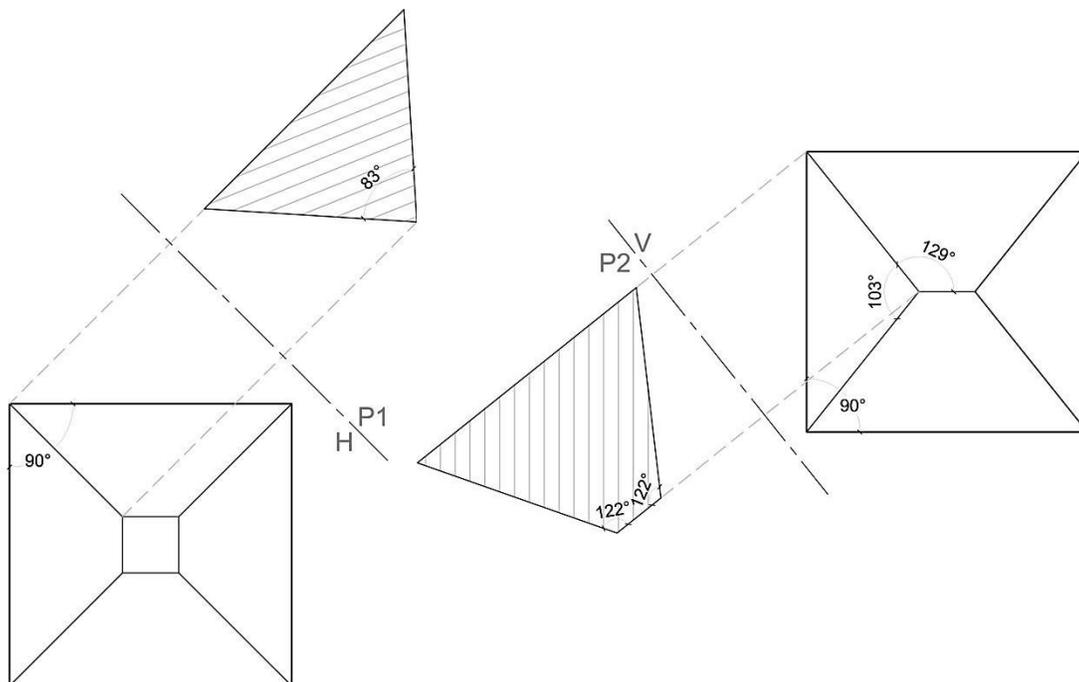


Figura 49. Planos de proyección con los ángulos de los elementos de las SAM del cubo.

Resultados Comprobación 2.

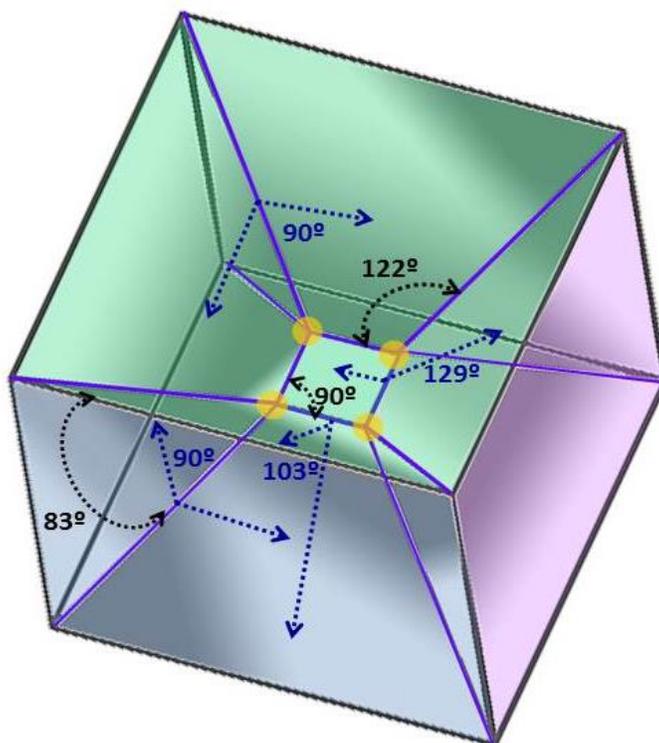


Figura 50. Esquema de cubo y valores de los ángulos en los elementos de las SAM.



La Figura 50 expone los elementos de la geometría SAM del cubo y los valores de los ángulos entre películas y aristas. Se hace la comparativa con las características previamente conocidas a través de las leyes de Plateau y las reglas de Schwarz sobre SAM, determinando dos aspectos principales: se cumplen los valores de las cantidades en que se agrupan los elementos, sin embargo los ángulos obtenidos entre películas y aristas obedecen a diversos valores. Lo que quiere decir que existen variaciones en los ángulos resultantes de las agrupaciones de elementos que dependen de la geometría de los bastidores. En los casos estudiados por Plateau y Schwarz, las leyes y reglas fueron aplicadas a las SAM obtenidas de la figura del tetraedro.

Tabla 19. Comparativa de los ángulos entre los elementos SAM del tetraedro y el cubo.

FIGURA	No. elementos concurrentes	Ángulos entre elementos
Tetraedro	3 películas concurren en una arista	Entre películas concurrentes: 120°
	4 aristas concurren en un punto	Entre aristas concurrentes: 109°
Cubo	3 películas concurren en una arista	Entre películas concurrentes: 90°, 103° y 129°
	4 aristas concurren en un punto	Entre aristas concurrentes: 83°, 90° y 122°

3.2. Experimentación No. 2: Simulaciones en Software de Estructuras

En la experimentación No. 1 se ha establecido con precisión la geometría de SAM originadas en el cubo, ahora se procede a aplicar la figura obtenida al sistema de reticulados espaciales; por medio de simulaciones en un software, se comprueba si la disposición geométrica de los elementos, es idónea para resistir cargas estáticas verticales (F), empleándose en el diseño de los siguientes elementos estructurales:

- a) Modulo básico (MB)
- b) Viga
- c) Losa
- d) Columna

Con el análisis y el diseño estructural logrados por simulación, se determinan las características de los elementos estructurales: tipologías de uniones, secciones de barras, valores de cargas, distribución y magnitud del trabajo estructural de tracción (T) y compresión (C) en las barras, valores de deflexión (en viga y losa); acortamiento y desplazamiento horizontal (en columna).



Tabla 20. Simbología utilizada en experimentación No. 2

EXPRESIONES	
b: base	m: metros
h: altura	cm: centímetros
L: longitud	mm: milímetros
Lx: longitud en eje X	F: carga estática vertical aplicada
Ly: longitud en eje Y	WG: carga total aplicada
L : claro libre	kgf: kilogramos fuerza
D: diámetro	kg: kilogramos
t : espesor de sección	T: esfuerzo de tracción
A ₁ : área sustentada	C: esfuerzo de compresión

3.2.1. Herramienta de análisis

Se emplea el software SAP2000, que es un programa de computadora para el cálculo estructural de construcciones, basado en el *método de análisis finito de los elementos (MEF)*. El proceso se divide en dos partes, la primera es la modelación de la estructura en tres dimensiones y asignación de propiedades; en la segunda etapa se efectúa la simulación del comportamiento estructural ante la aplicación de cargas. Los resultados se obtienen en diagramas con información gráfica y numérica; respectivamente diagramas de, deformación, esfuerzos, y trabajo de los elementos.

En el MEF el comportamiento estructural se calcula en un sistema de ecuaciones algebraicas. Durante la simulación el programa analiza todos los elementos del modelo y organiza las ecuaciones en una matriz, para calcular los valores desconocidos de las variables, que corresponden a las fuerzas de reacción y los esfuerzos de los elementos. El MEF permite solucionar estructuras hiperestáticas, como ocurre en los reticulados espaciales.

3.2.2. Parámetros de análisis

Para el análisis en MB se ha asignado un valor de carga vertical aplicada (F) de 1000 kgf/30 cm². En los demás casos, para la viga, columna y losa, se ha proporcionado un valor F de 500 kgf/m², tomando como base el valor promedio de carga muerta y carga viva en pequeñas edificaciones.

Se han aplicado apoyos articulados no deslizables de segundo grado en la base de los elementos, que restringen los movimientos de traslación y permiten los movimientos de rotación sobre los ejes X, Y, Z del espacio tridimensional. Las uniones articuladas, cuentan con seis grados de libertad,



puesto que permiten los movimientos de rotación y traslación sobre los ejes X, Y, Z. Las uniones rígidas restringen todos los grados de libertad por lo cual se podrían presentar esfuerzos de torsión en las barras.

Tabla 21. Tipos de uniones y apoyos utilizados en experimentación No 2.

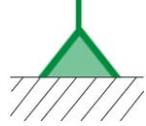
Tipo de uniones		Tipo de apoyos
Uniones Rígidas	Uniones Articuladas	Apoyos de Segundo Grado
 <p>Grados de libertad: 0</p>	 <p>Grados de libertad: 6</p>	 <p>Grados de libertad: 3</p>

Tabla 22. Secciones en acero, utilizadas en experimentación No. 2.⁴

PERFILES TUBULARES LLENOS 	<i>D</i>	<i>D</i>	PERFILES TUBULARES HUECOS 	<i>D</i>	<i>t</i>	<i>D</i>	<i>t</i>
	mm	m		mm	mm	m	m
TL1	6.3	0.0063	TH1	21	2.77	0.021	0.00277
TL2	7.9	0.0079	TH2	27	2.87	0.027	0.00287
TL3	9.5	0.0095	TH3	33	3.38	0.033	0.00338
TL4	11.1	0.0111	TH4	42	3.56	0.042	0.00356
TL5	12.7	0.0127	TH5	48	3.68	0.048	0.00368
TL6	14.3	0.0143	TH6	60	3.91	0.06	0.00391
TL7	15.9	0.0159	TH7	73	5.16	0.073	0.00516
TL8	17.5	0.0175	TH8	89	5.49	0.089	0.00549
TL9	19.1	0.0191					
L10	20.6	0.0206					

Durante el proceso se aplican cargas estáticas verticales F en los nodos superiores de los elementos, hasta establecer la sección correcta en todas las barras. El programa de computación simula el comportamiento de las estructuras ante la aplicación de fuerzas. Posteriormente se pueden considerar dos tipos de análisis, los desplazamientos de traslación de cada nodo en el espacio tridimensional, y el diagrama de esfuerzos de trabajo a tracción y compresión.

⁴ Los perfiles tubulares son tomados del Manual de Construcción en Acero (Instituto Mexicano de la Construcción en Acero A. C., 1993). Las expresiones TL para perfiles tubulares llenos y TH para perfiles tubulares huecos es propia del presente documento, para proporcionar una nomenclatura de fácil comprensión.



Tabla 23. Clasificación de grupos de aristas de la geometría y numeración de nodos.

Grupo de Aristas	Longitud de Aristas	Localización de Aristas y Nodos
No. 1	0.2265 m	
No. 2	0.06 m	
No. 3	0.2265 m	
No. 4	0.3 m	
No. 5	0.3 m	
No. 6	0.3 m	

En los nodos 9, 10, 11 y 12, que es en donde se ubican los apoyos de los módulos, no se presentan valores de desplazamiento, por lo cual no son tomados en cuenta para los cálculos de valores con promedios.

Comprobación 1: definición del tipo de uniones en MB.

Tabla 24. Tipologías de MB con variación en los tipos de unión.

TIPOLOGÍAS DE MÓDULOS		
MÓDULO A Uniones Rígidas y Articuladas (combinadas)	MÓDULO B Uniones Articuladas	MÓDULO C Uniones Rígidas

Se han dispuesto tres tipos, los módulos A, B y C, mostrados en la Tabla 24, que varían según el tipo de uniones entre barras. Se ha aplicado un valor F de 1000 kgf distribuido en los cuatro nodos



superiores de los módulos. Se busca establecer el tipo de uniones adecuadas para que MB sea capaz de resistir cargas verticales aplicadas sufriendo deformaciones mínimas.

Tabla 25. Parámetros y variables para la Comprobación 1.

PARÁMETROS FIJOS	CONDICIONES VARIABLES	INFORMACIÓN DESCONOCIDA
Medidas: $b = 30 \text{ cm}$, $h = 30$, $L = 30 \text{ cm}$ Apoyos: Segundo grado $A_1 = 30 \text{ cm}^2$ $F = 1000 \text{ kgf}$	Tipos de uniones: <ul style="list-style-type: none"> ▪ Articuladas ▪ Rígidas ▪ Combinadas (articuladas y rígidas) 	<ul style="list-style-type: none"> - Secciones de barras - Desplazamiento de nodos y acortamiento de módulos - Trabajo de esfuerzo en barras

Resultados Comprobación 1.

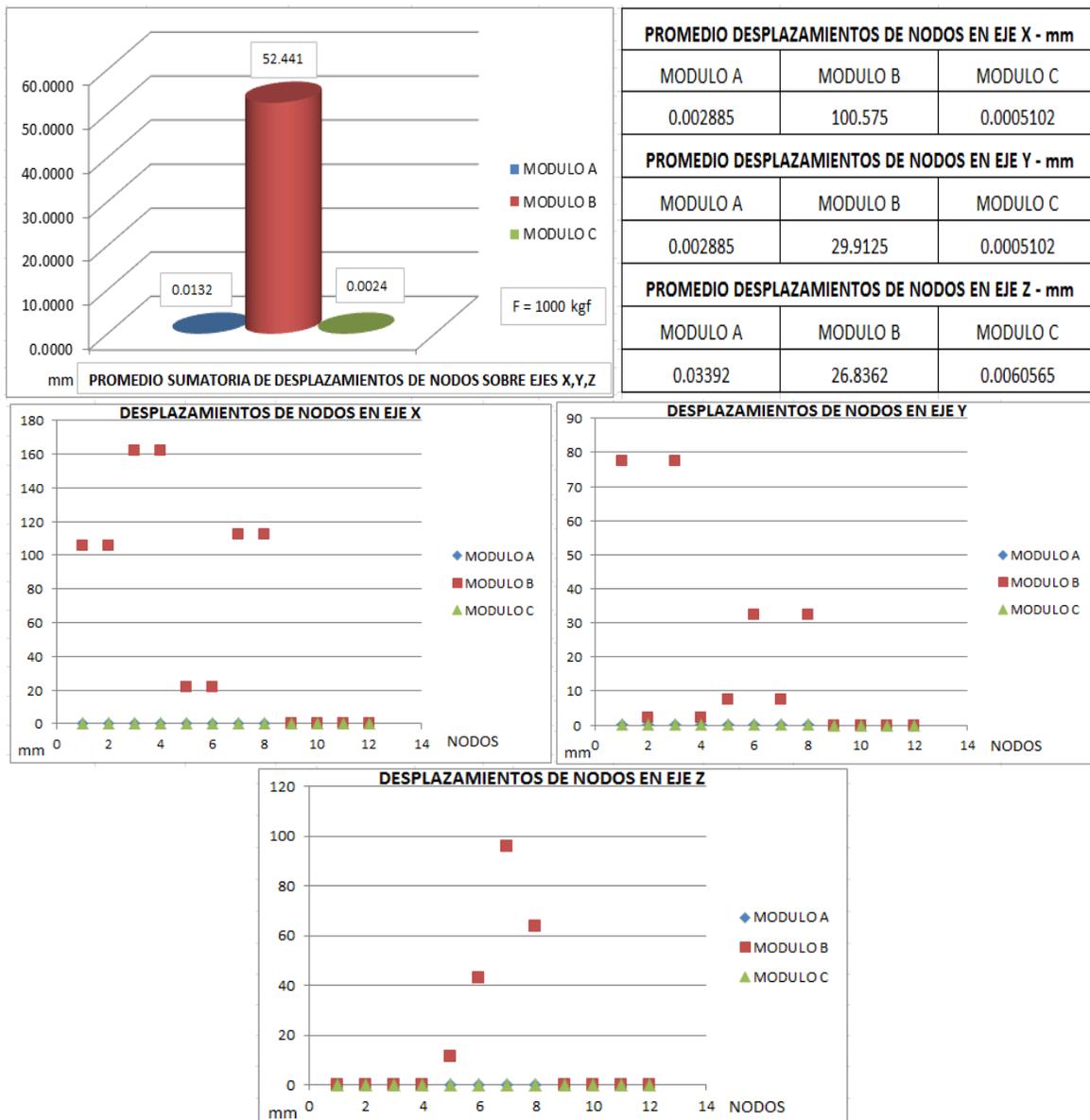


Figura 51. Gráficos de los desplazamientos en los nodos en la Comprobación 1.



En la Figura 51 se muestran los desplazamientos ocurridos en los nodos de los módulos comparados, en los ejes X, Y, Z, del espacio tridimensional, ante la aplicación de cargas. El módulo B carece de rigidez al poseer todas las uniones articuladas, arrojando los mayores desplazamientos en los ejes X, Y, Z. Los módulos A y C presentan valores de desplazamiento en los nodos, inferiores a 1 mm, siendo menores en el módulo C.

Tabla 26. Esfuerzo estructural en barras Comprobación 1.

GRUPO ARISTAS	1				2				3			
MÓDULO	Esfuerzo kgf		Sección D		Esfuerzo kgf		Sección D		Esfuerzo kgf		Sección D	
A	C	-32.97	TL1	6.3 mm	C	-34.97	TL1	6.3 mm	C	-33.09	TL1	6.3 mm
B	C	-32.98	TL1	6.3 mm	C	-34.98	TL1	6.3 mm	C	-33.08	TL1	6.3 mm
C	C	-5.86	TL1	6.3 mm	C	-6.24	TL1	6.3 mm	C	-5.96	TL1	6.3 mm
GRUPO ARISTAS	4				5				6			
MÓDULO	Esfuerzo kgf		Sección D		Esfuerzo kgf		Sección D		Esfuerzo kgf		Sección D	
A	T	17.45	TL1	6.3 mm	C	-228.43	TL3	9.5 mm	-	0	TL1	6.3 mm
B	T	17.46	TL1	6.3 mm	C	-228.44	TL3	9.5 mm	-	0	TL1	6.3 mm
C	T	3.08	TL1	6.3 mm	C	-246.24	TH4	42 mm	-	0	TL1	6.3 mm

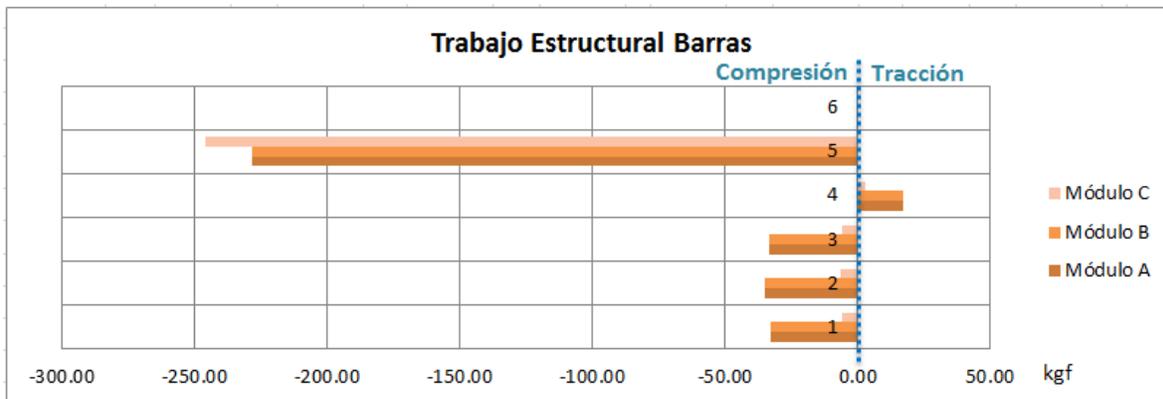


Figura 52. Gráfico del trabajo estructural realizado por cada grupo de aristas en Comprobación 1.

En la Tabla 26 se presentan los perfiles tubulares usados para conformar las barras de cada grupo de aristas. Los valores del trabajo de esfuerzo son similares en los módulos A y B, mientras que en el módulo C son inferiores, con excepción en el grupo de aristas 5, en donde el valor de trabajo a compresión se incrementa en 7.2% con respecto al caso A y B. Adicionalmente el grupo de aristas 5 es en donde las tres tipologías realizan un mayor trabajo de esfuerzo, como se expresa en la Figura 52, debido a que son los elementos encargados de transmitir las cargas a los apoyos, por lo cual requieren perfiles de mayor sección; en la Tabla 26 se observa que el módulo C requiere



secciones con mayor diámetro, lo que representa un 22,6% por encima que en el caso A y B, quiere decir que implica mayor cantidad de material y mayor peso.

Comprobación 2: comparativa entre MB y módulo con geometría de cubo.

Tabla 27. Tipología de MB y módulo de cubo Comprobación 2.

TIPOLOGÍAS DE MÓDULOS	
MÓDULO MB	MÓDULO DE CUBO (MC)

Debido a que MB está inscrito en la figura de un cubo es conveniente realizar la comparativa de las dos figuras, para establecer si la geometría de MB proporciona un mejor rendimiento estructural, así que se compara con un módulo basado en el cubo (MC). Se ha seleccionado el Módulo A de la Comprobación 1, con uniones rígidas en los nodos interiores y uniones articuladas en los nodos exteriores, debido a que representó el mejor desempeño estructural, para dar continuidad a la siguiente prueba. Además con los resultados obtenidos en la comprobación anterior, es de conocimiento que las barras del grupo de aristas No. 5 realizan el mayor trabajo de esfuerzo (para el caso esfuerzo de compresión) en todo el conjunto con respecto a los otros grupos, por ello se han tomado en cuenta dichas barras para establecer las secciones requeridas en los dos casos comparados. Además se hace la medición del desplazamiento de los módulos en el eje Z para establecer el acortamiento vertical presentado.

Tabla 28. Parámetros y variables para la Comprobación 2.

PARÁMETROS FIJOS	CONDICIONES VARIABLES	INFORMACIÓN DESCONOCIDA
Medidas: $b = 30 \text{ cm}$, $h = 30$, $L = 30 \text{ cm}$ Apoyos: Segundo grado $A_1 = 30 \text{ cm}^2$ $F = 1000 \text{ kgf}$	<ul style="list-style-type: none"> - Geometría de módulos - Tipos de uniones en MB: Combinadas (articuladas y rígidas) - Tipos de uniones en MC: Rígidas 	<ul style="list-style-type: none"> - Secciones de barras en grupo de aristas No. 5 - Desplazamiento de nodos y acortamiento de módulos.



Resultados Comprobación 2.

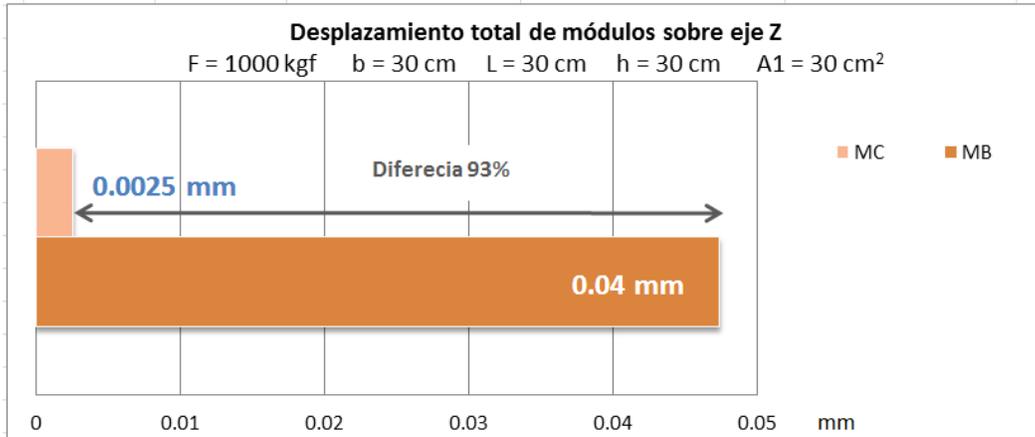


Figura 53. Gráfico del desplazamiento vertical de MB y MC en eje Z ante la aplicación de cargas.

Tabla 29. Acortamiento de módulos en eje Z y secciones requeridas en Comprobación 2.

Acortamiento en eje Z - mm		Secciones Grupo de barras No. 5			
		MB		MC	
MB	MC	Sección	D	Sección	D
0.0474	0.002572	TL1	9.5 mm	TH3	89 mm

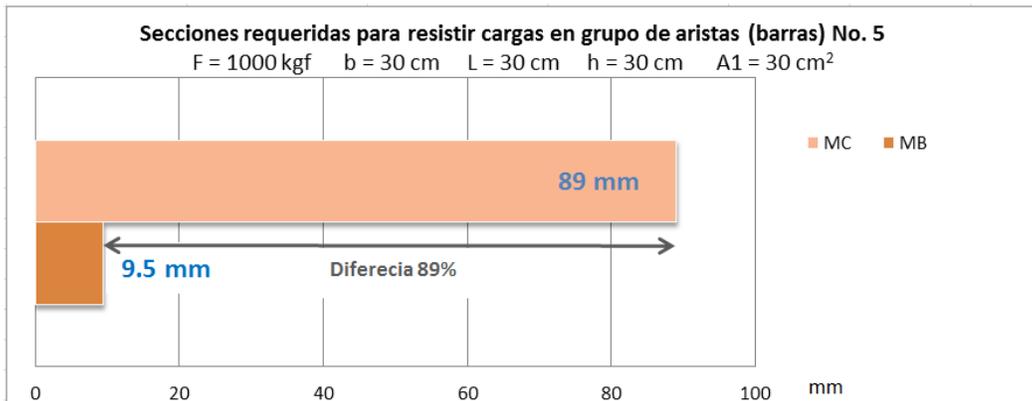


Figura 54. Gráfico de comparativa entre las secciones requeridas en MB y MC en el grupo de aristas No. 5 para resistir las cargas aplicadas.

El acortamiento, medido en el desplazamiento de los módulos en el eje Z, para el caso de MB es de 0.04 mm, 93% superior que en MC; aun así corresponde a un valor bajo, inferior a 1 mm. En cuanto a las secciones requeridas, en las barras analizadas de los módulos, en MC se obtuvo un diámetro de 89 mm, superior en 89% que en MB, lo que implica mayor requerimiento de material, mayor peso del módulo y la ocupación de más espacio. El hecho de que MC sufra un acortamiento



menor se explica debido a que sus elementos emplean uniones rígidas entre sí, ya que de otra manera las caras cuadradas serían susceptibles a sufrir deformaciones. Las barras analizadas resultan de mayor diámetro en MC debido a que dirigen las fuerzas directamente a los apoyos generando altos valores en el trabajo de esfuerzo (compresión), mientras que en MB, las fuerzas se distribuyen además, en otras barras intermedias, antes de llegar a los apoyos.

Comprobación 3: comparativa en la variación de tamaño en MB.

Tabla 30. Tipologías de módulos con variación de tamaño en Comprobación 3.

TIPOLOGÍAS DE MÓDULOS			
MÓDULO A	MÓDULO B	MÓDULO C	MÓDULO D

La prueba consiste en la comparación de cuatro módulos de diferente tamaño como se observa en la Tabla 30; se busca determinar si existen disimilitudes en el desempeño estructural. El valor de carga se ha incrementado proporcionalmente al área sustentada (A_1). Se espera que los valores calculados incrementen de forma gradual en relación al aumento en el tamaño total de los módulos.

Tabla 31. Parámetros y variables para la Comprobación 3.

PARÁMETROS FIJOS	CONDICIONES VARIABLES				INFORMACIÓN DESCONOCIDA
	A	B	C	D	
Tipo de uniones: combinadas (articuladas y rígidas)					- Secciones de barras - Desplazamiento de nodos y acortamiento de módulos
Apoyos: Segundo grado	Medidas: b = 30 cm h = 30 cm L = 30 cm $A_1 = 30 \text{ cm}^2$ F=1000 kgf	Medidas: b = 35 cm h = 35 cm L = 35 cm $A_1 = 35 \text{ cm}^2$ F=1360 kgf	Medidas: b = 40 cm h = 40 cm L = 40 cm $A_1 = 40 \text{ cm}^2$ F = 1780 kgf	Medidas: b = 45 cm h = 45 cm L = 45 cm $A_1 = 45 \text{ cm}^2$ F = 2252 kgf	- Trabajo de esfuerzo en barras



Resultados Comprobación 3.

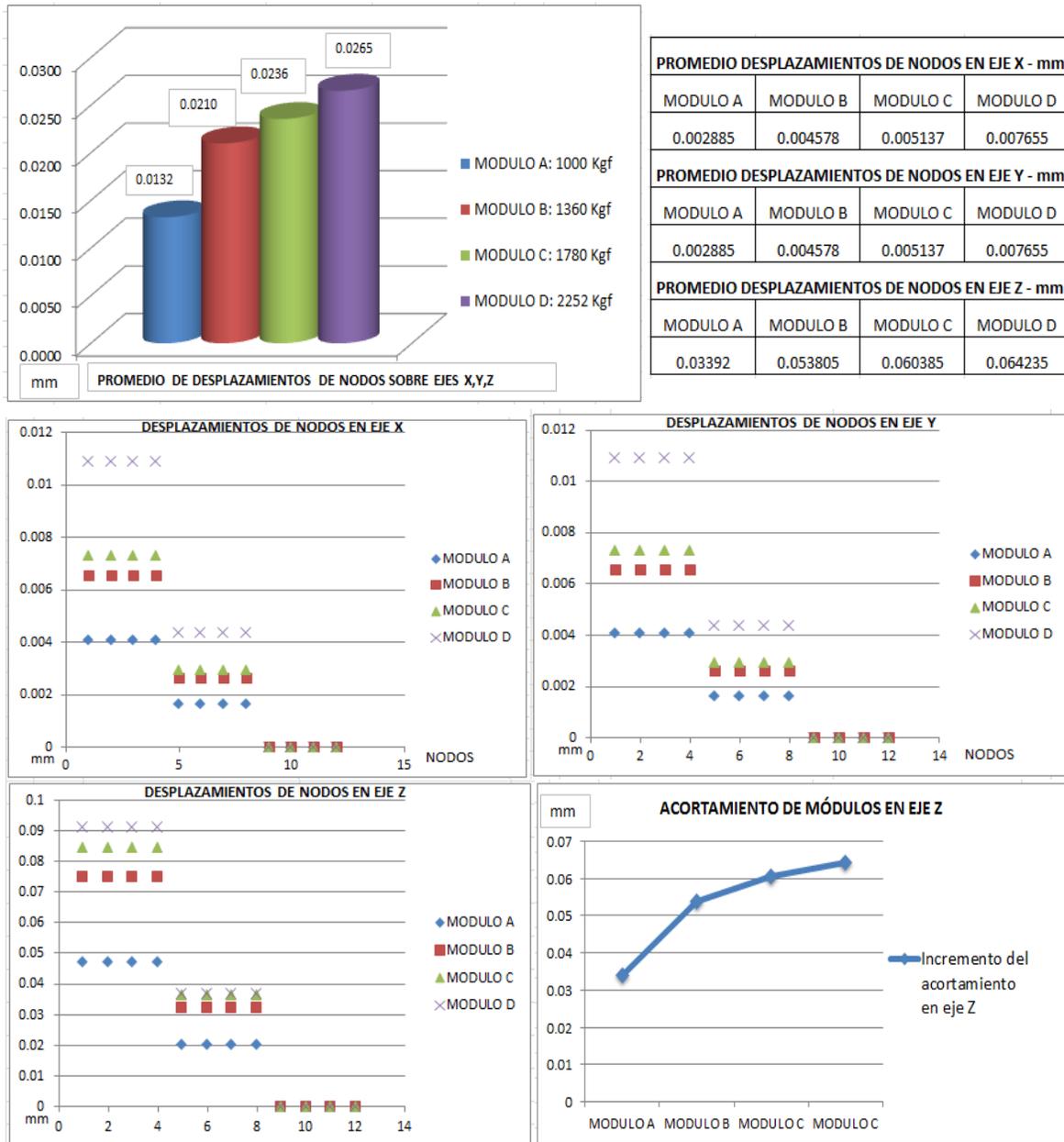


Figura 55. Gráficos de los desplazamientos en los nodos en la Comprobación 3.

La Figura 55 muestra los desplazamientos de los nodos en los ejes X, Y, Z, del espacio tridimensional. Las secciones de las barras se establecieron según el requerimiento estructural; se comprobó que los desplazamientos en los nodos incrementan proporcionalmente al aumento del tamaño de los módulos, en todos los casos los valores obtenidos fueron inferiores a 1 mm.



Tabla 32. Esfuerzo estructural de barras en Comprobación 3.

GRUPO ARISTAS	1				2				3			
MÓDULO	Esfuerzo kgf		Sección D		Esfuerzo kgf		Sección D		Esfuerzo kgf		Sección D	
A	C	-32.97	TL1	6.3 mm	C	-34.97	TL1	6.3 mm	C	-33.09	TL1	6.3 mm
B	C	-44.84	TL1	6.3 mm	C	-47.56	TL1	6.3 mm	C	-44.98	TL1	6.3 mm
C	C	-44.03	TL1	6.3 mm	C	-46.70	TL1	6.3 mm	C	-44.18	TL1	6.3 mm
D	C	-58.31	TL2	7.9 mm	C	-61.86	TL1	6.3 mm	C	-58.55	TL2	7.9 mm
GRUPO ARISTAS	4				5				6			
MÓDULO	Esfuerzo kgf		Sección D		Esfuerzo kgf		Sección D		Esfuerzo kgf		Sección D	
A	T	17.45	TL1	6.3 mm	C	-228.43	TL3	9.5 mm	-	0	TL1	6.3 mm
B	T	23.74	TL1	6.3 mm	C	-310.62	TL3	9.5 mm	-	0	TL1	6.3 mm
C	T	23.31	TL1	6.3 mm	C	-416.29	TL4	11.1 mm	-	0	TL1	6.3 mm
D	T	30.86	TL1	6.3 mm	C	-525.02	TL5	12.7 mm	-	0	TL1	6.3 mm

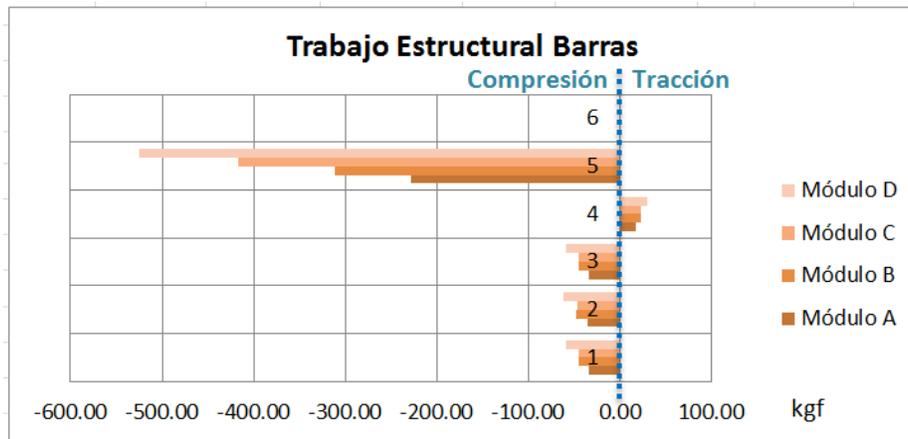


Figura 56. Trabajo estructural realizado por cada grupo de aristas en la Comprobación 3.

Los valores del trabajo de esfuerzo y las secciones requeridas por las barras se registran en la Tabla 32. A medida que se incrementa el tamaño de los módulos, también incrementan, el valor de los esfuerzos y el diámetro de las secciones requeridas en las barras. El grupo de aristas 5 demanda perfiles de mayor sección en todos los módulos, puesto que en él se presentan los mayores esfuerzos como se puede confrontar en la Figura 56.



Comprobación 4: comparativa de aumento de cargas en MB.

Tabla 33. Aumento de cargas en MB Comprobación 4.

TIPOLOGIAS DE MÓDULOS			
MÓDULO A	MÓDULO B	MÓDULO C	MÓDULO D

En esta prueba se hace la comparativa entre cuatro módulos de igual tamaño a los cuales se aplican valores de carga diferentes con el propósito de determinar si el comportamiento de la estructura sufre variaciones que no se hayan considerado previamente o si por el contrario la capacidad de resistencia se conserva aun cuando puedan requerirse secciones de mayor diámetro en las barras.

Tabla 34. Parámetros y variables para la Comprobación 4.

PARÁMETROS FIJOS	CONDICIONES VARIABLES	INFORMACIÓN DESCONOCIDA
Tipo de uniones: combinadas (rígidas y articuladas)	Modulo A: $F = 1000 \text{ kgf}$	- Secciones de barras
Apoyos: Segundo grado	Modulo B: $F = 3000 \text{ kgf}$	- Desplazamiento de nodos y acortamiento de módulos
Medidas: $b = 30 \text{ cm}$, $h = 30 \text{ cm}$, $L = 30 \text{ cm}$	Modulo C: $F = 5000 \text{ kgf}$	- Trabajo de esfuerzo en barras
$A_1 = 30 \text{ cm}^2$	Modulo D: $F = 7000 \text{ kgf}$	



Resultados Comprobación 4.

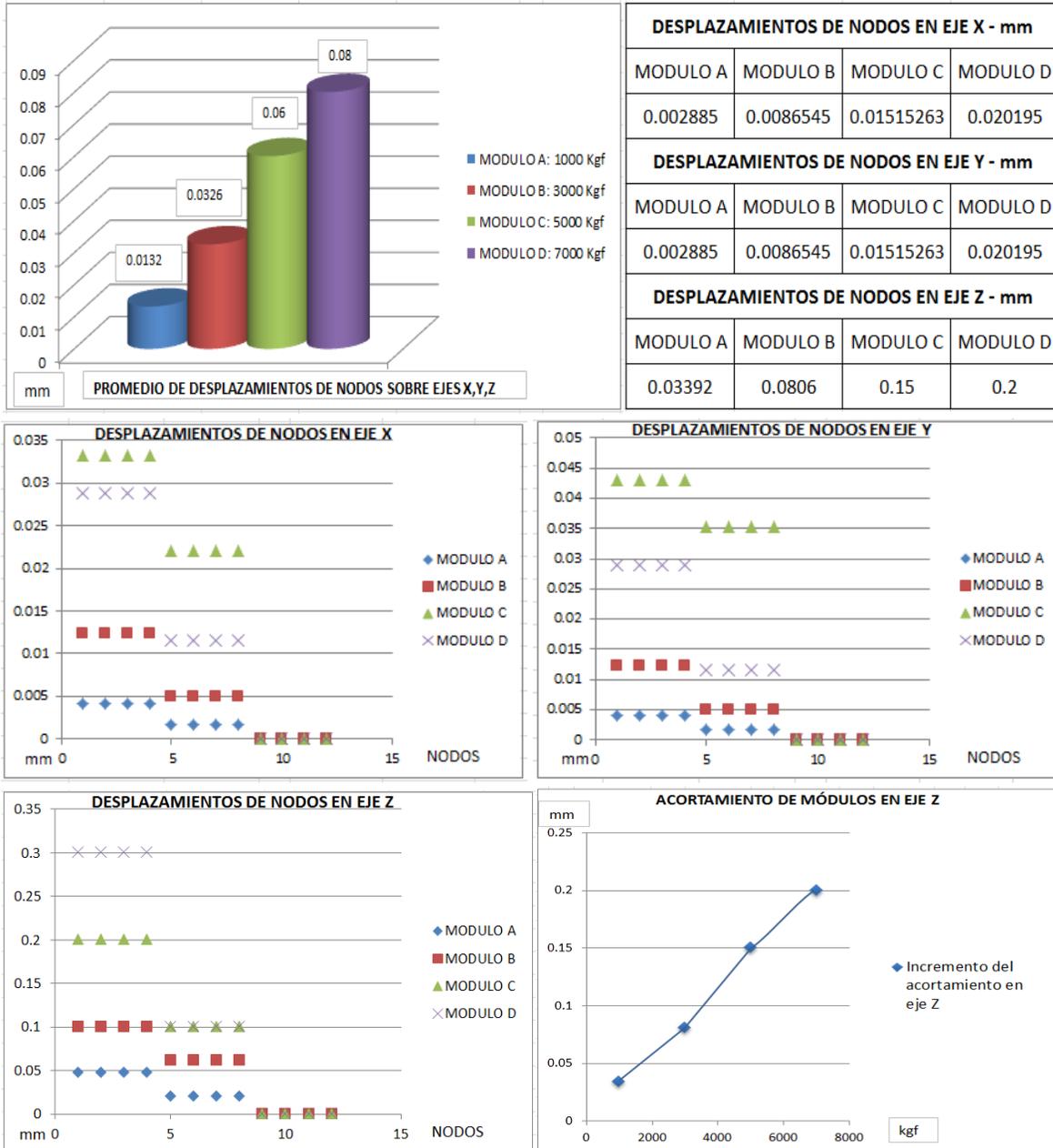


Figura 57. Gráficos de los desplazamientos en los nodos en la Comprobación 4 y acortamiento de módulos en eje Z.

Se comprobó que si existe una relación directamente proporcional entre el aumento de cargas y el acortamiento de los módulos en el eje Z; al aumentar las cargas en 2000 kgf progresivamente para cada caso, el desplazamiento en sentido vertical se incrementó en 0,02 mm aproximadamente. También se presentó un aumento proporcional en el diámetro de las secciones requeridas en las barras del grupo de aristas 5, lo cual además del incremento gradual de los diámetros, advierte que dicho grupo de aristas en todos los casos son las que realizan los mayores esfuerzos, no



obstante los demás grupos de aristas cumplen con la función de proporcionar rigidez al sistema y permitir que se realice adecuadamente la transmisión de cargas hacia los apoyos.

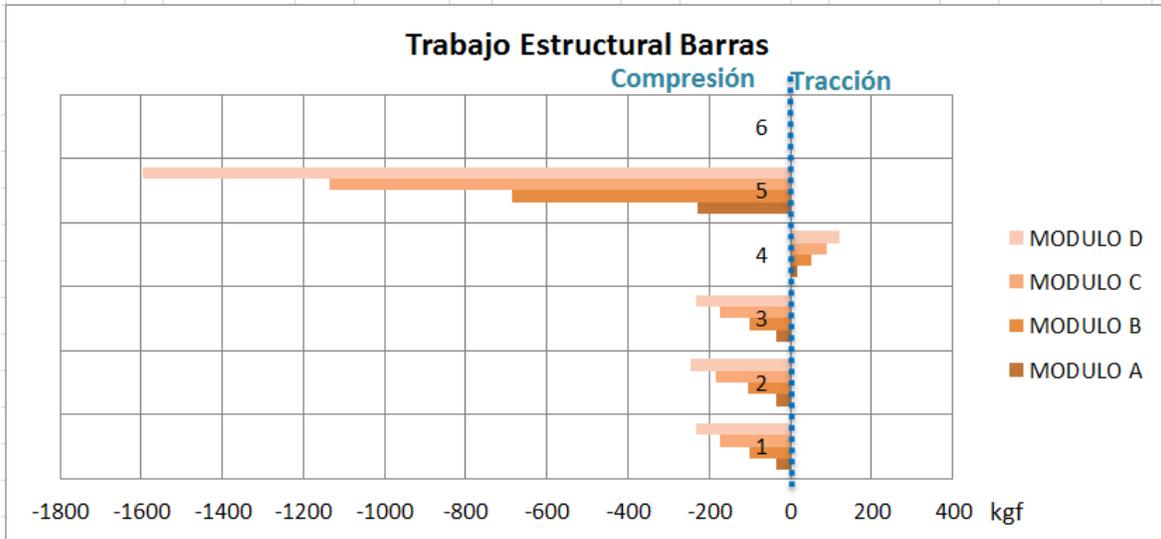


Figura 58. Gráfico de trabajo de esfuerzos de las barras en Comprobación 4.

Tabla 35. Esfuerzo estructural de barras en Comprobación 4.

GRUPO ARISTAS	1				2				3			
	MODULO	Esfuerzo Kgf	Sección D		MODULO	Esfuerzo Kgf	Sección D		MODULO	Esfuerzo Kgf	Sección D	
A	C	-32.97	TL1	6.3 mm	C	-34.97	TL1	6.3 mm	C	-33.09	TL1	6.3 mm
B	C	-98.92	TL1	6.3 mm	C	-104.84	TL1	6.3 mm	C	-99.04	TL1	6.3 mm
C	C	-173.15	TL1	6.3 mm	C	-183.48	TL1	6.3 mm	C	-173.2	TL1	6.3 mm
D	C	-230.8	TL2	7.9 mm	C	-244.58	TL1	6.3 mm	C	-230.92	TL2	7.9 mm
GRUPO ARISTAS	4				5				6			
	MODULO	Esfuerzo Kgf	Sección D		MODULO	Esfuerzo Kgf	Sección D		MODULO	Esfuerzo Kgf	Sección D	
A	T	17.45	TL1	6.3 mm	C	-228.43	TL3	9.5 mm	-	0	TL1	6.3 mm
B	T	52.38	TL1	6.3 mm	C	-684.65	TL4	11.1 mm	-	0	TL1	6.3 mm
C	T	91.7	TL1	6.3 mm	C	-1135.45	TL5	12.7 mm	-	0	TL1	6.3 mm
D	T	122.25	TL1	6.3 mm	C	-1597.24	TH1	21 mm	-	0	TL1	6.3 mm

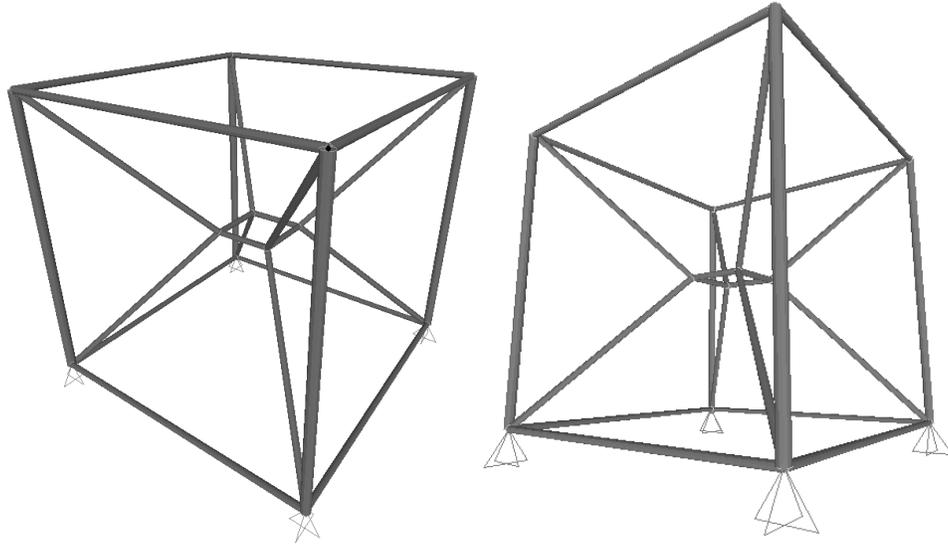
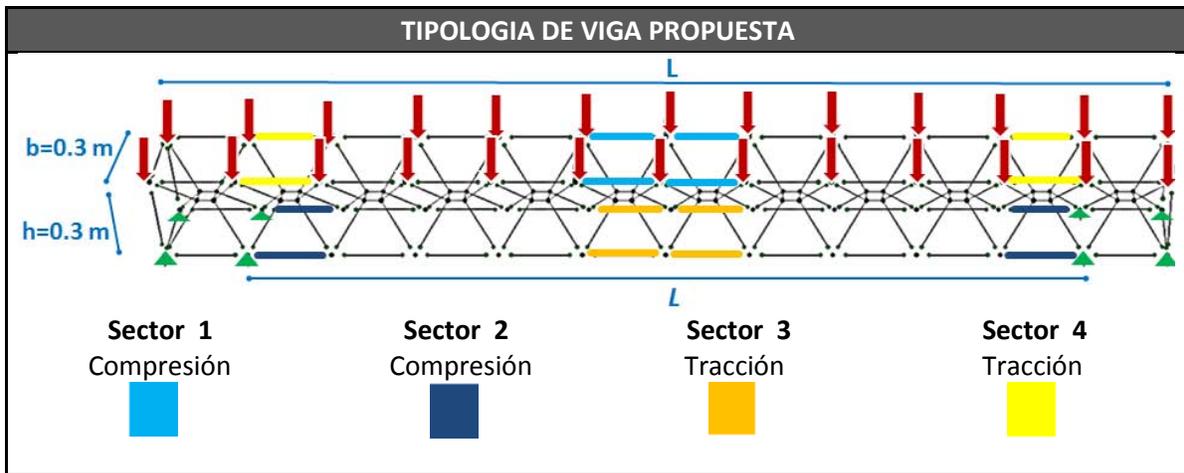


Figura 59. Visualización final de MB.

Comprobación 5: Comparativa de Longitudes en Viga

Tabla 36. Sectores con trabajo de esfuerzo crítico en tipología de viga propuesta.



La viga se compone por la sucesión del elemento MB. Los tipos de uniones que se emplean son combinadas, usando uniones rígidas en las barras internas y uniones articuladas en las barras externas. Se comparan las vigas A, B, C y D, que varían en longitud (L) y claro libre (L). Se ha asignado a cada barra la sección necesaria para cumplir con su función estructural. Se busca establecer la relación entre el aumento de la longitud y el diámetro de las secciones requeridas. También se busca establecer el desplazamiento de $L/2$ en el eje Z, y con ello el valor de deflexión en las vigas, teniendo en cuenta que el desplazamiento vertical máximo permitido en el centro de



una viga, según el estado límite de desplazamientos especificado en las normas mexicanas es equivalente a la distancia del claro dividida entre 240, más la suma de 5 mm, (Reglamento de construcciones para el Distrito Federal, 1993). El valor F aplicado en los nodos superiores de las vigas, es de 325 kgf.

Tabla 37. Parámetros y variables para la Comprobación 5.

PARÁMETROS FIJOS	CONDICIONES VARIABLES				INFORMACIÓN DESCONOCIDA
	VIGA A	VIGA B	VIGA C	VIGA D	
Uniones: combinadas (rígidas y articuladas)	Medidas: b = 30 cm h = 30 cm L = 3.6 m	Medidas: b = 30 cm h = 30 cm L = 4.2 m	Medidas: b = 30 cm h = 30 cm L = 4.8 m	Medidas: b = 30 cm h = 30 cm L = 5.4 m	- Secciones de barras - Desplazamiento en L/2 sobre eje Z - Valor de deflexión
Apoyos: Segundo grado	L = 3 m WG = 8.450 kgf	L = 3.6 m WG = 9.750 kgf	L = 4.2 m WG = 11.050 kgf	L = 4.8 m WG = 12.350 kgf	- Trabajo de esfuerzo en barras de sectores críticos
Carga en nodos: 325 kgf	Deflexión máxima permitida en L/2 = 17,5 mm	Deflexión máxima permitida en L/2 = 20 mm	Deflexión máxima permitida en L/2 = 22,5 mm	Deflexión máxima permitida en L/2 = 25 mm	

Resultados Comprobación 5.

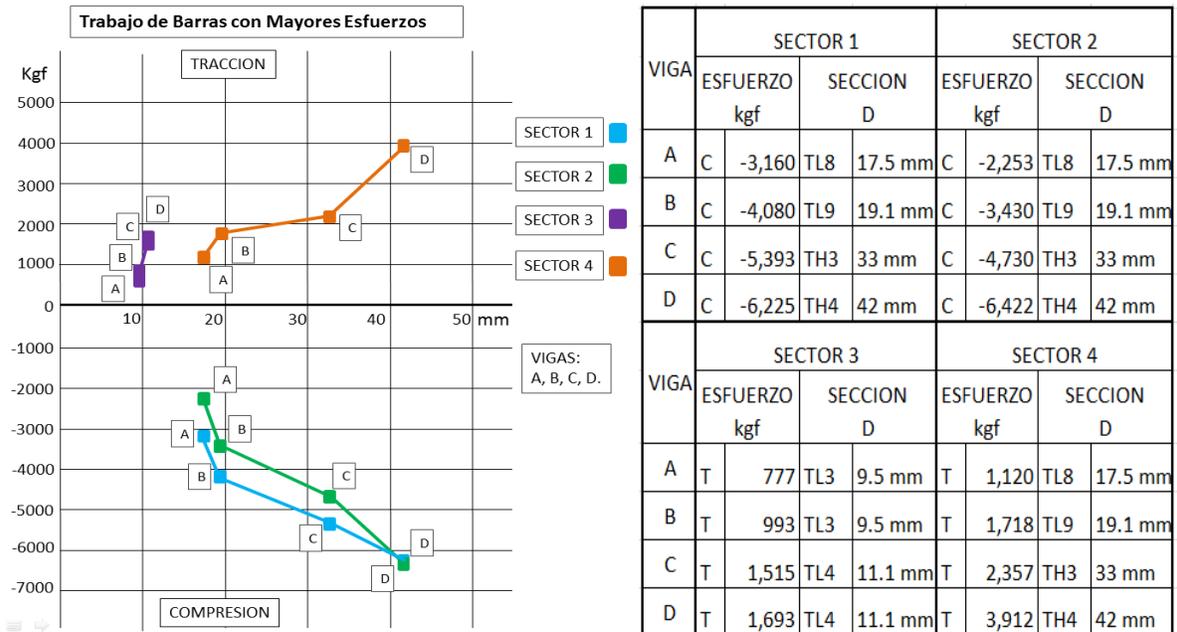


Figura 60. Trabajo estructural realizado por las barras con trabajo crítico en comprobación 5.

En el análisis de variación en la longitud de la viga, se han seleccionado los elementos que realizan el trabajo estructural de mayor esfuerzo, que corresponden a las barras señaladas en la Tabla 36,



clasificadas por sectores. En los sectores 1 y 2 se localizan los mayores valores de esfuerzo de compresión y en los sectores 3 y 4 los mayores valores de esfuerzo a tracción. En la Figura 60 se representan los esfuerzos en kgf en relación al diámetro de los perfiles requeridos. En el sector 3 las barras requieren menor sección a diferencia de los sectores 1, 2 y 4 en donde se presenta un incremento significativo en los diámetros de las secciones requeridas, puesto que deben responder a mayor trabajo de esfuerzo; situación que se presenta en las cuatro vigas.

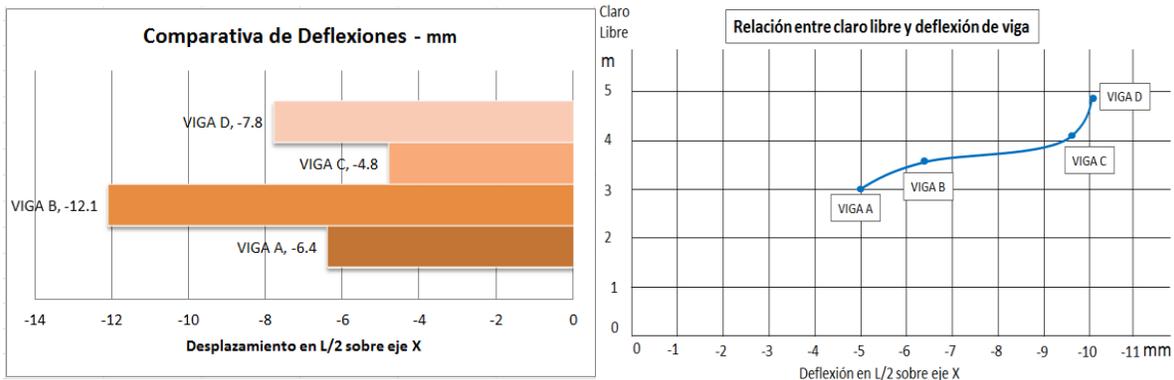


Figura 61. Deflexiones de vigas comparadas en comprobación 5.

Las deflexiones en el centro de las vigas están medidas por el desplazamiento de L/2 en el eje Z. Según los límites establecidos en el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (Asamblea Legislativa del Distrito Federal, 1993), ninguna de las vigas se excede en el valor máximo permitido. Las vigas sufren las siguientes deflexiones:

- Viga A: 5 mm, equivalente al 28.6 % del valor máximo permitido.
- Viga B: 6.4 mm, equivalente al 32 % del valor máximo permitido.
- Viga C: 9.6 mm, equivalente al 42.7 % del valor máximo permitido.
- Viga D: 10.1 mm, equivalente al 40.4 % del valor máximo permitido.



Comprobación 6: Comparación de Desempeño Estructural de Viga con otras Tipologías De Vigas

Tabla 38. Tipologías de vigas para comparación de desempeño estructural.

VIGAS COMPARADAS	
<p>A Viga propuesta</p>	
<p>B Armadura tipo viga Vierendeel</p>	
<p>C Armadura tipo Warren</p>	
<p>D Armadura compuesta por tetraedros</p>	

Dentro de los sistemas de barras y nodos se han seleccionado tres tipologías de vigas para hacer la comparación del desempeño estructural con respecto a la tipología propuesta A. La viga B se basa en la armadura Vierendeel que posee barras dispuestas ortogonalmente, la viga C está compuesta por dos cerchas unidas de la armadura Warren, que es un elemento estructural plano, compuesto por un cordón superior y un cordón inferior paralelos y en el intermedio un entramado de barras dispuestas a 45°, y por último la viga D se compone por la sucesión de figuras piramidales.



El valor WG para cada viga es de 9750 kgf. Se han asignado a las barras las secciones necesarias para cumplir su función estructural. Se establece el desplazamiento sufrido en el L/2 en el eje Z para determinar el valor de deflexión; adicionalmente se hace una cuantificación del acero requerido por cada tipología con el propósito de determinar el grado de eficiencia en el empleo del material, según los pesos tomados en las tablas sobre perfiles en acero del Manual de construcción en acero (Instituto Mexicano de la Construcción en Acero A. C., 1993, pág. 101).

Tabla 39. Parámetros y variables para la Comprobación 6.

PARÁMETROS FIJOS	CONDICIONES VARIABLES	INFORMACIÓN DESCONOCIDA
Uniones: Viga A: Combinadas Viga B: Rígidas Viga C: Articuladas Viga D: Articuladas Apoyos: Segundo grado F = 9750 kgf L = 4.2 m L = 3.6 m Desplazamiento Máximo en L/2: 20 mm	Geometría de las tipologías de vigas	- Secciones de barras - Desplazamiento en L/2 sobre eje Z - Valor de deflexión - Cantidad de acero (kg)

Resultados Comprobación 6.

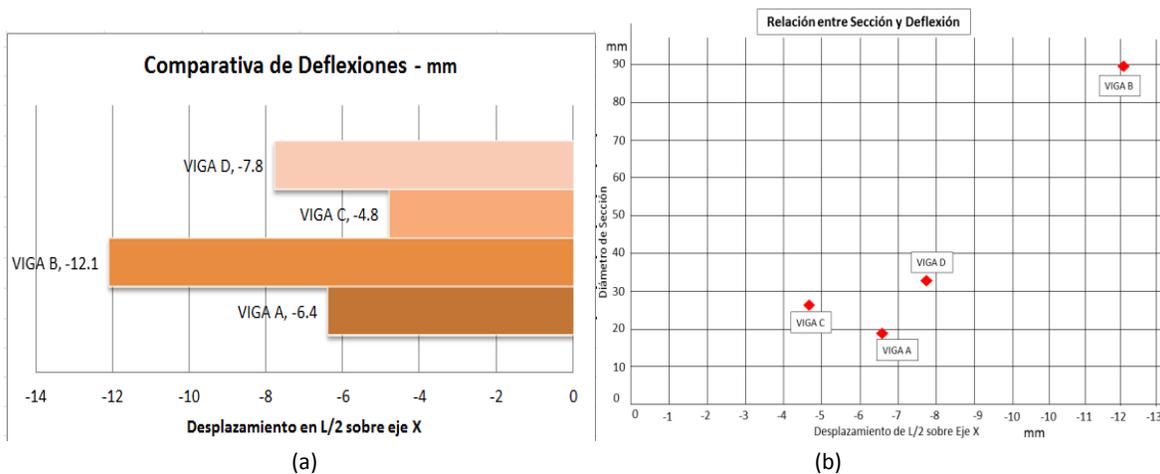


Figura 62. (a) Gráfico de deflexiones en vigas, y (b) comparación de deflexiones en relación con el diámetro de sección requerido en los elementos de las vigas en la comprobación 6.



Tabla 40. Secciones requeridas en los elementos de las vigas y cálculo de material.

VIGA	PROMEDIO SECCION USADA		CANTIDAD ACERO	DESPLAZAMIENTO
	PERFIL	DIAMETRO	kg	mm
A	TL9	19.1 mm	113	-6.4
B	TH8	89 mm	392	-12.1
C	TH2	27 mm	70	-4.8
D	TH3	33 mm	84	-7.8

Según los límites establecidos en las NTC (Gobierno del Distrito Federal, 2004), ninguna de las tipologías de vigas comparadas se excede en el valor máximo permitido de deflexión en $L/2$ en el eje Z, que para el caso corresponde a un valor máximo de 20 mm. Las vigas sufren las siguientes deflexiones:

Viga A: 6.4 mm, equivalente al 32 % del valor máximo permitido.

Viga B: 12.1 mm, equivalente al 60 % del valor máximo permitido.

Viga C: 4.8 mm, equivalente al 24 % del valor máximo permitido.

Viga D: 7.8 mm, equivalente al 39 % del valor máximo permitido.

La viga A que corresponde a la tipología propuesta tuvo un desempeño favorable en cuanto al diámetro de la sección requerida de 19.1 mm, siendo menor que en los demás casos. Además presentó el segundo valor más bajo en el cálculo de deflexión. Sin embargo la viga A obtuvo un peso mayor que en C y D, así que no demuestra ser la más eficiente en ese aspecto. Como se observa en la Tabla 40 la viga B requirió las mayores secciones y por lo tanto presenta un peso elevado.

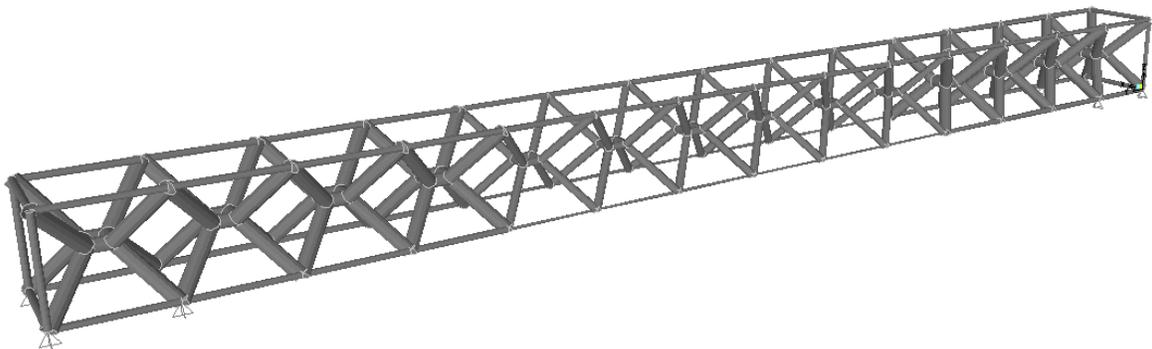
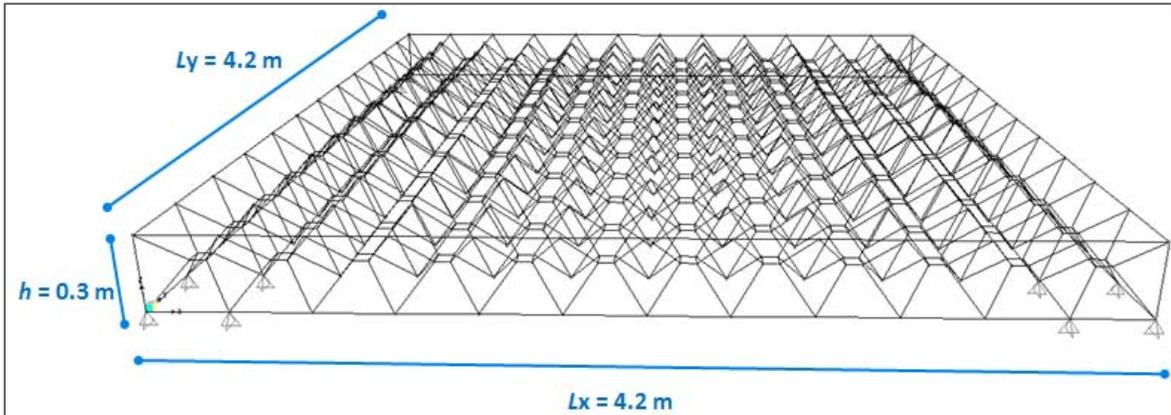


Figura 63. Visualización final de viga propuesta.



Comprobación 7: Comparación de Desempeño Estructural de Losa

Tabla 41. Dimensiones de la tipología de losa propuesta.



Se mide la deflexión sufrida en el centro de una losa diseñada con la geometría MB, con respecto a los parámetros de la normativa mexicana tomando como referencia que el valor máximo permitido es el claro dividido en 240 más 5 mm (Gobierno del Distrito Federal, 2004, pág. 5). Las cargas aplicadas corresponden al valor F de 500 kgf/m^2 . La losa se caracteriza por tener una geometría cuadrada con claros de 3.6 m entre los apoyos.

Tabla 42. Dimensiones de la tipología de losa propuesta.

PARÁMETROS FIJOS	INFORMACIÓN DESCONOCIDA
Uniones: combinadas (Rígidas y articuladas) Apoyos: Segundo grado $F = 500 \text{ kgf/m}^2$ Medidas: $L_x = 4.2 \text{ m}$ $L_y = 4.2 \text{ m}$, $h = 0.3 \text{ m}$ $L = 3.6 \text{ m}$ Desplazamiento máximo en centro: 20 mm	<ul style="list-style-type: none"> - Secciones de barras - Valor de deflexión

Resultados Comprobación 7.

El valor de deflexión obtenido en el centro de la losa fue de 70 mm, excediendo 3.5 veces el valor máximo permitido de 20 mm para el claro de 3.6 m. Por otra parte las secciones de las barras obtenidas alcanzaron grandes diámetros en la zona del perímetro de la losa, la sección de mayor medida corresponde a TH6 con diámetro de 60 mm. El empleo de grandes secciones dificulta la producción de elementos constructivos; por lo tanto con los datos del análisis de la losa, se determinó que es un elemento estructural poco eficiente al requerir una alta cantidad de material y poseer un peso elevado.

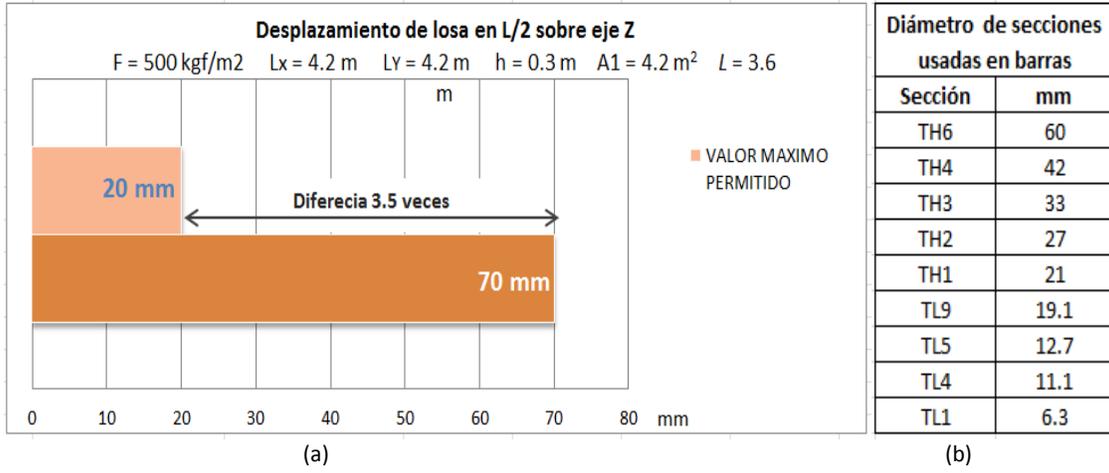


Figura 64. (a) Gráfico de la deflexión presentada en la losa, y (b) diámetro de los perfiles usados en las barras de la losa.

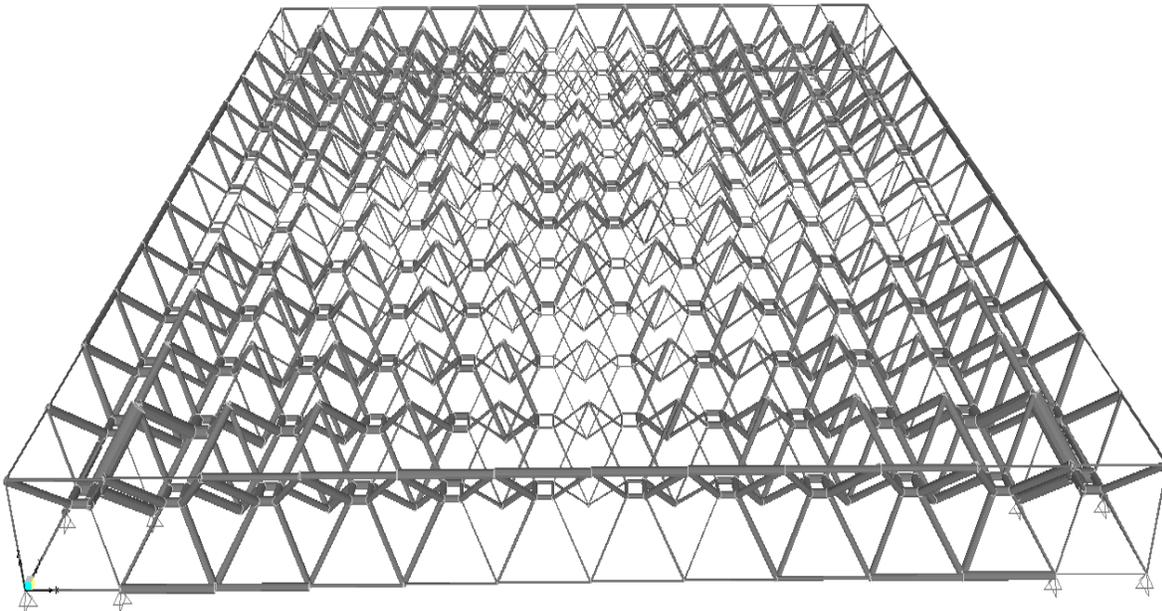
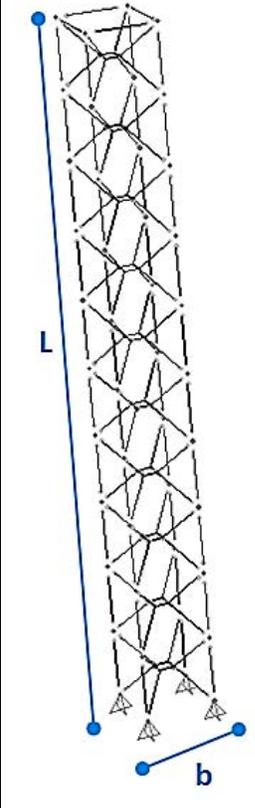
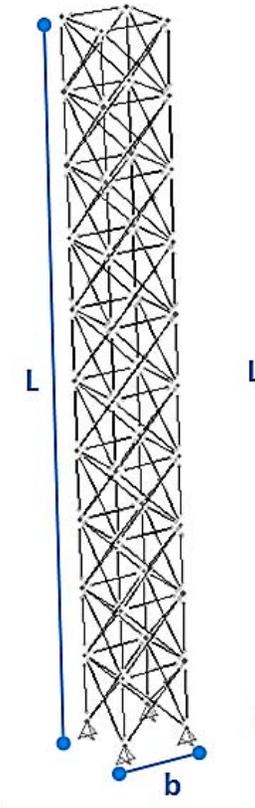
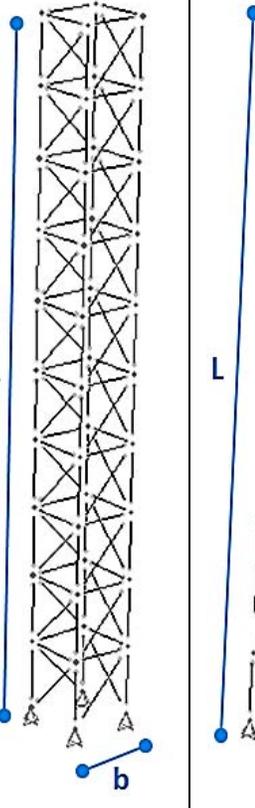
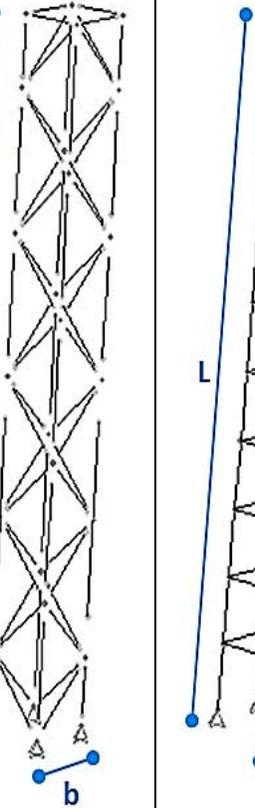
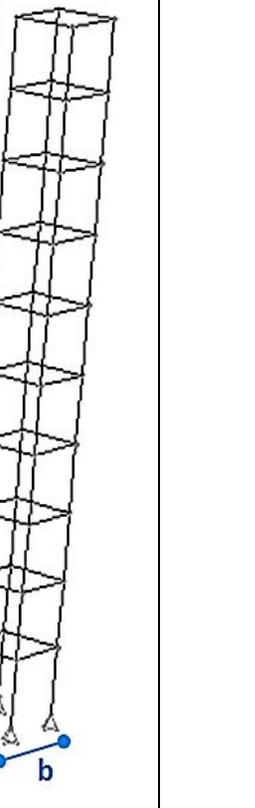


Figura 65. Visualización final de losa propuesta.



Comprobación 8: Comparación de Desempeño Estructural de Tipología de Columna Propuesta con otras columnas.

Tabla 43. Tipologías de columnas comparadas en el sistema de reticulados espaciales.

COLUMNAS COMPARADAS				
A	B	C	D	E
Geometría MB	Celosía Long	Warren compuesta	Warren	Ortogonal
				

Se compara la tipología de columna de reticulado espacial propuesta, conformada con la geometría MB, con otras tipologías de columnas conocidas en sistemas de barras y nodos. Entre ellas se destacan los siguientes tipos: (a) celosía Long, compuesta por marcos cuadrados arriostrados con barras cruzadas, (b) celosía Warren, con barras verticales y diagonales (c) celosía Warren compuesta, emplea barras diagonales y también barras horizontales, y (d) geometría ortogonal de marcos cuadrados, no utiliza triangulaciones.

Entre las mediciones que se realizan, se comprueban los desplazamientos horizontales sufridos por las columnas en L y $L/2$, tomando para el desplazamiento horizontal en L , la referencia del valor máximo permitido en las NTC, que indica la altura libre dividida entre 250 (Gobierno del Distrito Federal, 2004, pág. 5), también se mide el acortamiento total de L en el eje Z . Además se



calculan la cantidad de barras empleadas, la cantidad de acero y su peso respectivo. Con la cuantificación de los datos mencionados se establece una escala de valoración para calificar el desempeño estructural de las tipologías comparadas.

Tabla 44. Parámetros para la comprobación 8.

PARÁMETROS FIJOS	CONDICIONES VARIABLES	INFORMACIÓN DESCONOCIDA
Uniones: Columna A: Combinadas Columna B: Combinadas Columna C: Articuladas Columna D: Articuladas Columna E: Rígidas Apoyos: Segundo grado F = 8000 kgf Medidas: L = 3 m, b = 0.3 m x 0.3 m Desplazamiento horizontal máximo en L: 12 mm	Geometría de las tipologías de columnas	- Secciones de barras - Desplazamiento horizontal en L - Desplazamiento horizontal en L/2 - Acortamiento total - Cantidad de acero (kg) y peso

Resultados Comprobación 8.

En la comprobación se encontró que la tipología de columna propuesta tiene un desempeño positivo ante la aplicación de cargas verticales, y dentro de las características y propiedades que incluye es una de las más eficientes, por lo cual en el análisis fueron tomados en cuenta todos los datos posibles de cuantificar y comparar con las demás tipologías, para obtener una acertada aproximación y corroborar los beneficios de la aplicación propuesta.

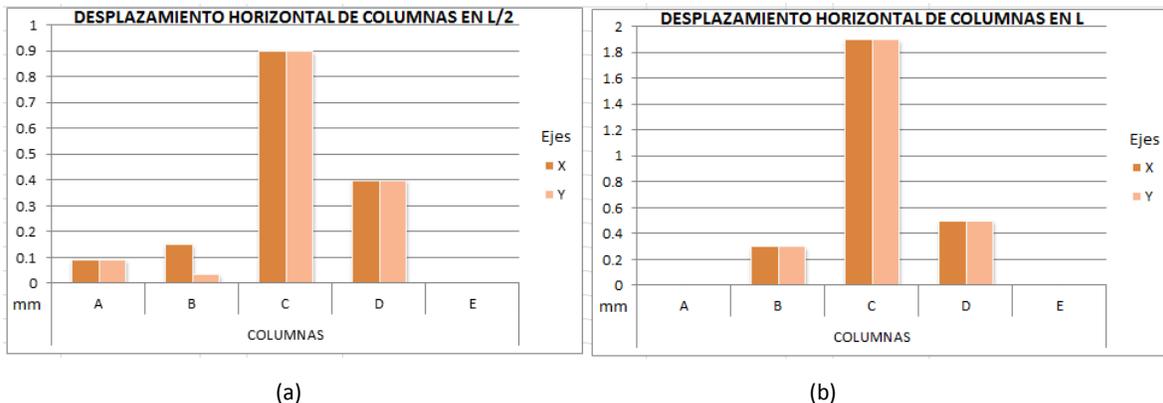


Figura 66. (a) Desplazamiento horizontal de columnas en L/2; y (b) desplazamiento horizontal de columnas en L.



Tabla 45. Valores de desplazamiento de columnas en L y L/2.

DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL DE COLUMNAS EN L/2 - mm					
EJES	COLUMNAS				
	A	B	C	D	E
X	0.09183	0.15	0.9	0.4	0.000000017
Y	0.09183	0.03532	0.9	0.4	0.000000017

DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL DE COLUMNAS EN L- mm					
EJES	COLUMNAS				
	A	B	C	D	E
X	0.00004557	0.3	1.9	0.5	0.000001801
Y	0.00004557	0.3	1.9	0.5	0.000001801

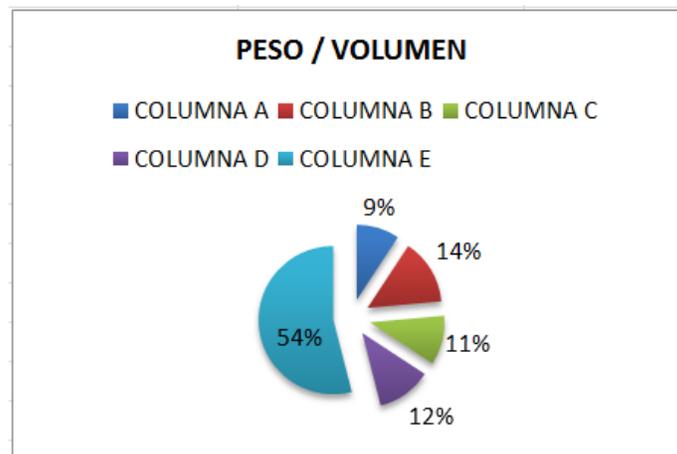


Figura 67. Gráfico de los porcentajes de peso y volumen correspondientes a las tipologías de columnas comparadas en la comprobación 8.

Al calcular los desplazamientos horizontales de las columnas a la distancia de L y de L/2 en el caso E se obtuvo el menor valor, esto se debe a que posee todas sus uniones rígidas. En segundo lugar la columna A obtuvo el siguiente valor menor en los desplazamientos horizontales. A pesar de que en los casos B, C y D se presentaron valores mayores, ninguno supera el valor máximo permitido por la normativa. En cuanto al acortamiento total de las columnas nuevamente la columna E presentó el mejor desempeño con un valor inferior a 1 mm, mientras que las demás columnas alcanzaron mayores valores que en E, sin embargo los valores no superan la medida de 2 mm, como se observa en la Figura 68.

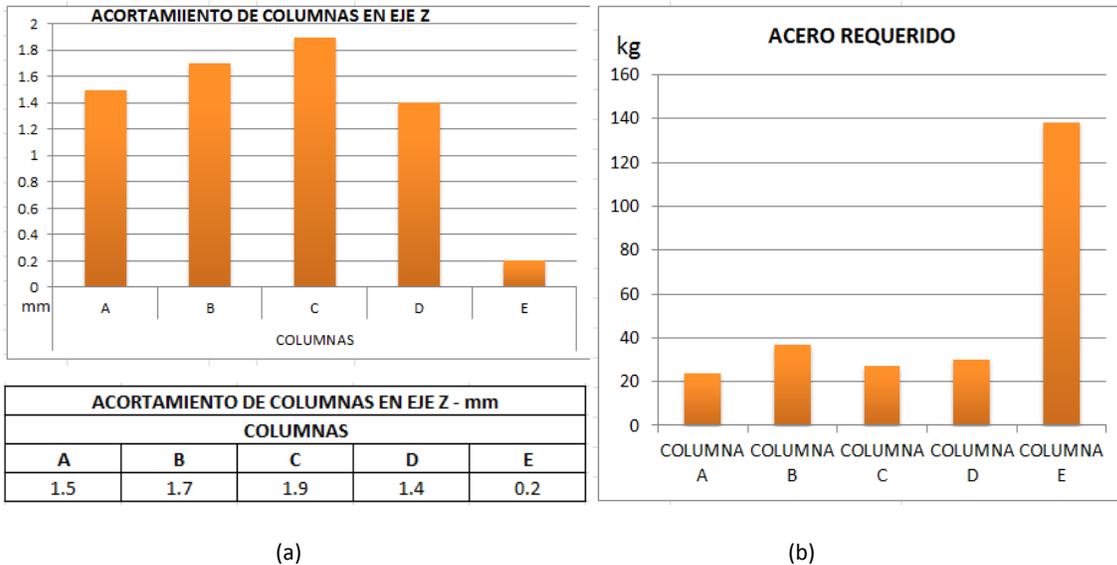


Figura 68. (a) Acortamiento de columnas compradas en eje Z; y (b) cantidad de material requerido por las columnas.

A continuación se presenta la Tabla 46 que contiene una matriz con una escala de calificación propuesta, para medir el nivel de eficiencia de cada tipología. La matriz permite conocer el desempeño de las columnas comparadas, en cada una de las propiedades y características medibles; se precisan los valores y se otorga una calificación según el rendimiento. Con la valoración de todos los datos se realizó una ponderación general hasta determinar que tipologías resultaron más eficientes. En esta caso se ha obviado tomar en cuenta la columna E⁵.

Tabla 46. Matriz de calificación del desempeño de las tipologías de columnas comparadas.

PROPIEDADES	COLUMNAS	A	B	C	D
	ACORTAMIENTO TOTAL EN L - mm	2	3	4	1
		-1.5	-1.7	-1.9	-1.4
DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL EN L (PROMEDIO EJES X Y) - mm	1	2	4	3	
		0.00004557	0.3	1.9	0.5
DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL EN L/2 (PROMEDIO EJES X Y) - mm	1	2	4	3	
		0.09183	0.09266	0.9	0.4

⁵ La tipología de columna E no se ha tomado en cuenta en la matriz de calificación debido a que por la configuración geométrica que poseen sus elementos no es por naturaleza un sistema rígido, así que requiere grandes secciones y cantidad de material.

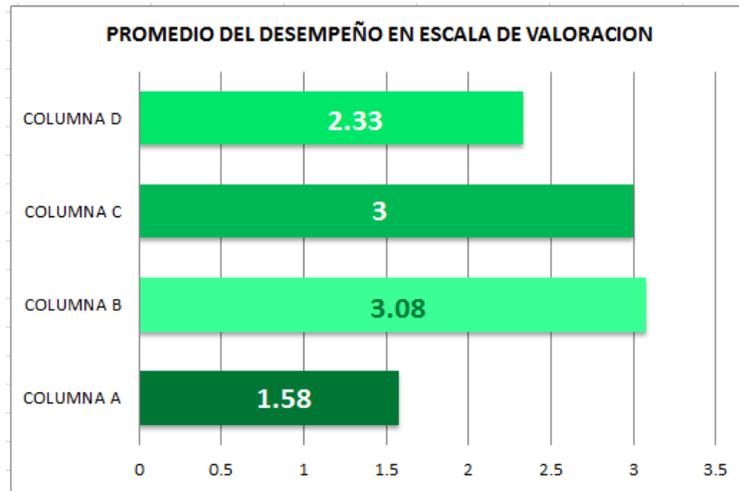


CARACTERÍSTICAS	COLUMNAS	A	B	C	D
	CANTIDAD DE BARRAS	3 - 4	3 - 4	2	1
		160	160	120	64
VOLUMEN CM3 ACERO	1	4	2	3	
		3022.343922	4683.234022	3480.502307	3850.925226
PESO MATERIAL kg	1	4	2	3	
		23.72539978	36.76338707	27.32194311	30.22976302

Tabla 47. Escala de calificación propuesta para comparativa de columnas.

ESCALA DE VALORACIÓN DEL DESEMPEÑO			
SUPERIOR		INFERIOR	
1	2	3	4

Tabla 48. Promedio de calificación del desempeño en columnas comparadas.



Dentro de los datos que se contemplaron para el análisis, la tipología propuesta obtuvo el mejor rendimiento dentro de la ponderación aplicada. En la característica correspondiente a la cantidad de barras requeridas, la columna A tuvo un valor Total de 160 elementos, por lo cual en ese aspecto se considera menos eficiente que las demás, debido a que un mayor número de piezas implica menor rendimiento en la fabricación y montaje con respecto a otras. En cuanto a las demás propiedades y características analizadas en la columna A, se obtuvo un desempeño eficiente en: mínimos desplazamiento horizontales, bajo acortamiento total, bajo requerimiento de material y por ende bajo peso.

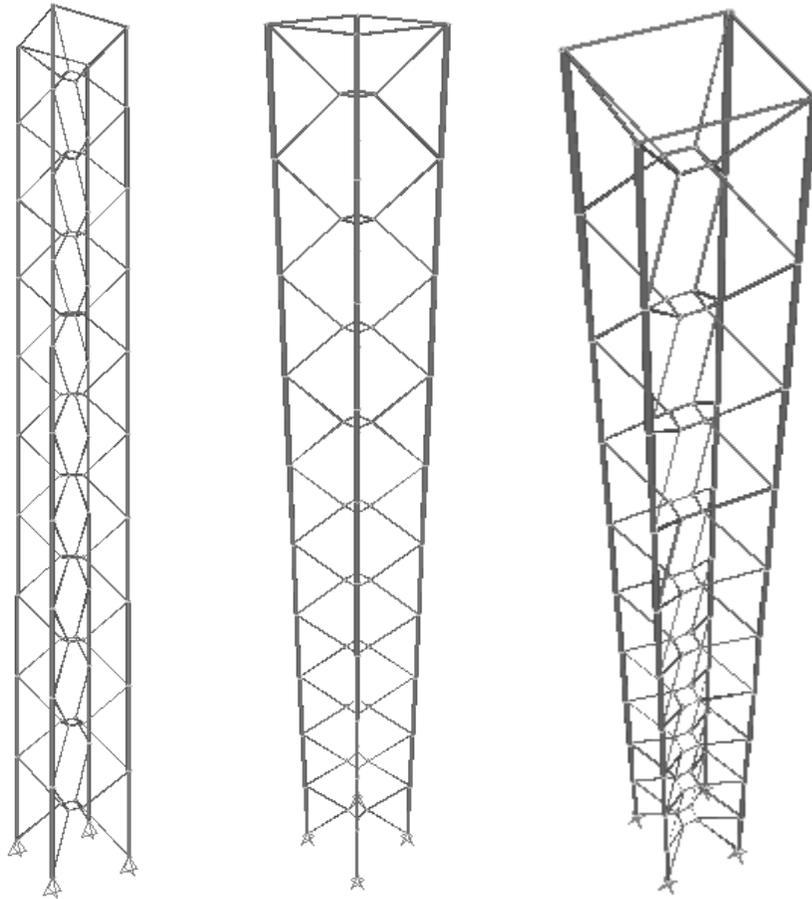


Figura 69. Visualización final de columna propuesta.

3.4. Conclusiones Capítulo III

- La geometría SAM tomada del cubo, aplicada al diseño de un módulo básico (MB), desarrollado en un sistema de barras y nodos, proporciona la capacidad de resistir cargas estáticas verticales, siempre que las uniones de los nodos internos sean rígidas y en los nodos externos articuladas. Bajo estas condiciones la estructura se mantiene rígida, emplea secciones esbeltas, en las barras del interior se presentan esfuerzos de torsión mínimos y en los nodos externos se permite el movimiento de rotación.
- La geometría SAM tomada del cubo, tiene aplicación en el diseño de elementos estructurales en el sistema de reticulados espaciales. Para cada caso se obtiene un desempeño diferente, concluyendo que hay mayor eficiencia estructural en la columna, o sea en la transmisión de cargas en elementos verticales.



- En el módulo básico (MB), las barras del grupo de aristas 5 (verticales) realizan el mayor trabajo de esfuerzo, no obstante los demás grupos de aristas cumplen con la función de proporcionar rigidez al sistema. Asimismo en la columna las barras verticales poseen mayor sección y realizan mayor trabajo de esfuerzo, por ser las encargadas de transmitir las cargas hacia los apoyos; a su vez estos elementos se rigidizan debido a la disposición geométrica de todas las barras, lo que quiere decir que existe cooperación entre las partes del sistema.
- Los esfuerzos de las barras en la losa y la viga varían según la distancia que tienen con respecto a los apoyos, por esta característica, en el diseño final se llegan a requerir perfiles con secciones muy variadas, lo cual se deberá tomar en cuenta a futuro para establecer diversas tipologías de MB al producir estos elementos estructurales.
- La viga comparada con otras tipologías, demuestra ser una alternativa viable debido a que no supera la deflexión máxima permitida por la norma y emplea en promedio secciones de pequeño diámetro, sin embargo requiere mayor cantidad de material que otras vigas, lo que deriva en mayor peso y costo.
- Con los resultados obtenidos hasta el momento en el análisis estructural de la losa y con los parámetros de cargas verticales que se le aplicaron, el elemento se excede del valor máximo de deflexión permitida por la norma, y para resistir los esfuerzos, se requieren grandes secciones en algunas barras. Se sugiere a futuro investigar más el elemento; podría reconsiderarse el empleo de la losa, en estructuras de cubiertas de bajo peso.
- El desempeño estructural en la columna es altamente eficiente en los siguientes aspectos: no excede el valor máximo de desplazamientos horizontales permitido por la norma, el acortamiento vertical en el eje Z es mínimo, requiere poca cantidad de material y emplea secciones esbeltas.
- En comparación con otras tipologías la columna propuesta, requiere un gran número de barras, en ese sentido no es eficiente. Sin embargo en la fabricación se podrían disminuir el número de piezas, al diseñar las barras internas que conforman un cuadrado, como una sola pieza; además teniendo en cuenta que poseen corta longitud y uniones rígidas, sería lo más



oportuno. De esta manera se reduciría el número de piezas a fabricar, logrando mayor eficiencia en la producción y armado.

- El sistema estructural propuesto obtuvo mejor desempeño en la columna que en la viga y la losa, a pesar de ello una de las decisiones para el empleo de los diversos elementos estructurales, podría ser el alto valor estético que proporciona su geometría en la composición arquitectónica.
- Las estructuras investigadas fueron probadas por simulación en computadora, se requiere la experimentación física en laboratorios de estructuras para realizar más comprobaciones. Además se requiere realizar pruebas de cargas dinámicas para conocer íntegramente el comportamiento estructural del sistema reticulado espacial propuesto.



CAPITULO IV

APLICACIÓN: GEOMETRIA SAM DEL CUBO EN COLUMNA DE RETICULADO ESPACIAL

“El diseño es un proceso depurador en el que primero se imagina una estructura con cierto detalle; luego se investiga con respecto a las respuestas a fuerzas que se requieren y se evalúa su funcionamiento; por último, tal vez después de varios ciclos de modificación e investigación, se deriva una forma aceptable para la estructura.” (Parker, 2002).

En la etapa de experimentación se aplicaron pruebas para determinar la capacidad de tres elementos estructurales (viga, losa y columna) ante la aplicación de cargas estáticas verticales. Las comprobaciones se realizaron por simulaciones en computadora. El análisis estructural permitió establecer un desempeño satisfactorio en la columna compuesta por la geometría SAM del cubo; en primer lugar, el elemento tiene capacidad portante ante cargas estáticas verticales, además, sufre deformaciones mínimas y emplea secciones esbeltas. A los beneficios estructurales se suman dos consideraciones arquitectónicas, el agradable aspecto estético del sistema estructural y la posibilidad de aprovechar los espacios interiores para el paso de instalaciones y tuberías.

Sobre el tema explorado y el sistema propuesto, muchos aspectos se podrían abordar a futuro. En este caso como producto final de la investigación se emprende el diseño de una columna, pasando por el análisis estructural, desarrollo de los componentes, y ejemplo de aplicación en una edificación. Otros aditamentos que se busca incorporar en esta etapa del diseño del sistema, son, que las piezas (barras y nodos) posean dimensiones manipulables para un armado manual, y que su aplicación pueda darse en edificaciones de pequeña escala, como viviendas, oficinas temporales, bodegas de obra, pabellones de exposiciones, entre otros posibles usos, con la posibilidad de desarmarse y trasladarse.



1.1. Ficha Técnica del Producto Propuesto: Columna

Tabla 49. Clasificación del elemento propuesto dentro de sistema estructural.

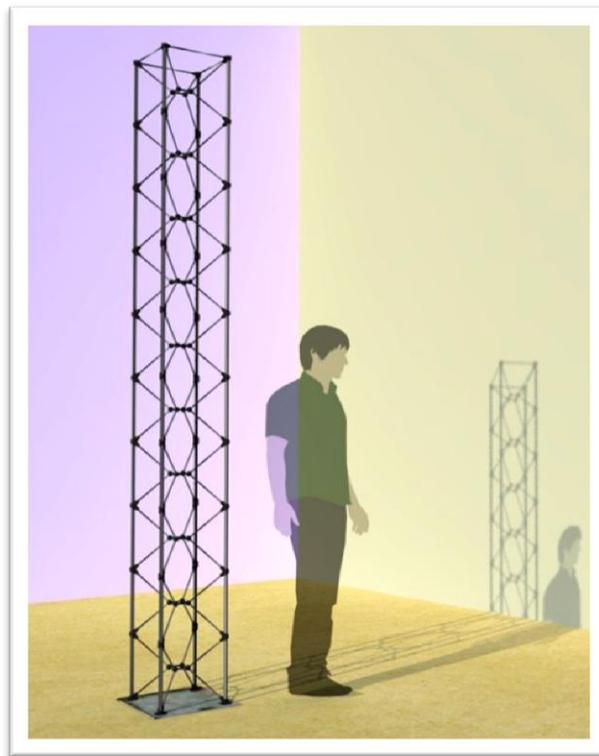
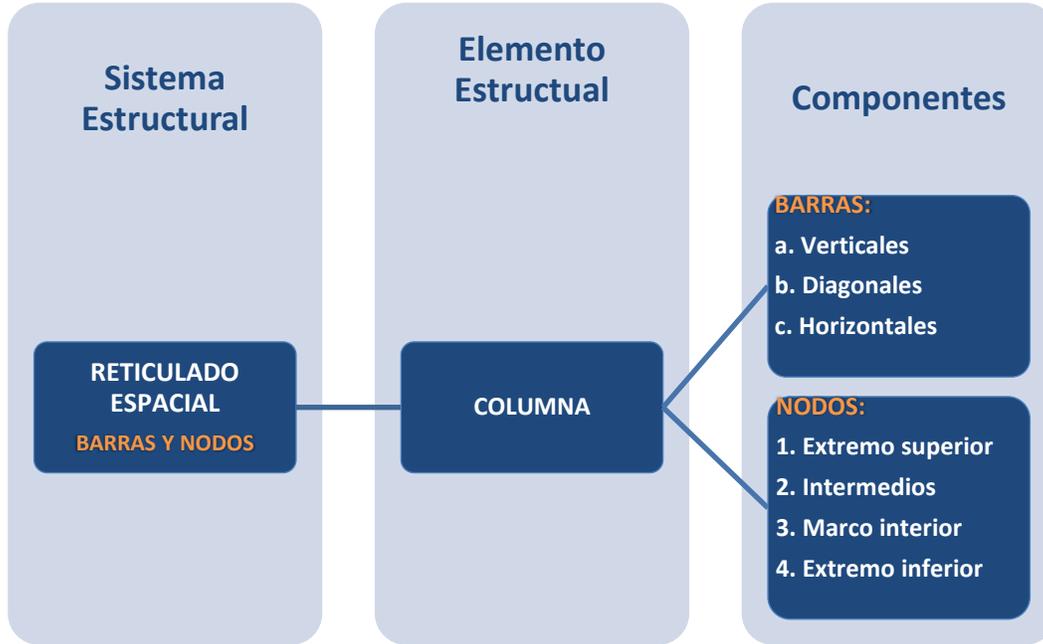


Figura 70. Producto diseñado: Columna en sistema reticulado espacial.



Nombre de Producto: Columna SAM

Nivel de desarrollo del Technology Readiness Level: TRL3¹

Descripción: Columna en sistema reticulado espacial basada en geometría SAM del cubo, compuesta por barras y nodos desarmables. El ensamble de las piezas se realiza con el armado de un módulo básico, el cual se inscribe dentro de un espacio de 30 cm^3 ($b = 30 \times 30 \text{ cm}$, $L = 30 \text{ cm}$); la columna se configura a partir de la unión sucesiva de módulos consiguiendo una altura de 3 m (10 módulos).

Uso: Se sugiere el empleo de la columna en edificaciones de pequeña escala, debido a que las dimensiones generales y las secciones de las piezas están diseñadas para valores de carga de construcciones de uno o dos pisos, siempre que no se supere la carga total equivalente a $WG = 8000 \text{ kgf}$. Adicionalmente los espacios libres entre las barras de la columna son apropiados para el paso de tuberías de máximo 4", más usualmente empleadas en pequeñas edificaciones. Como ejemplo se proponen los siguientes usos: oficinas y viviendas temporales, bodegas de almacenamiento de obra y pabellones de exposiciones, entre otros.

Carga Máxima aplicable (WG): 8000 kgf

Peso Total: 23.73 kg

Material: Acero Estructural A992

Volumen de material: 3022 cm^3

Características de los componentes:

Barras: Piezas conformadas por perfiles tubulares de sección circular. Para los requerimientos de resistencia a los valores de carga aplicados, se emplearon perfiles tubulares (redondos lisos tipo OS). Se proponen terminaciones roscadas en los extremos de las barras para la fijación en los nodos.

Nodos: Piezas diseñadas en acero por el proceso de conformación y moldeo. Se han dispuesto dos tipos de nodos en el primer tipo se incluyen los de, extremo superior, intermedios y extremo

¹ El Technology Readiness Level es un método que permite establecer el grado de madurez que posee una tecnología pasando por diferentes etapas que abarcan desde la conceptualización y comprobaciones hasta el desarrollo total en funcionamiento del producto tecnológico investigado.



inferior, en el segundo tipo se ubican los de marco interior. El primer tipo se caracteriza por el empleo de carcasas cilíndricas con terminaciones también cilíndricas que se anexan al cuerpo principal permitiendo la conexión de las barras en sus diferentes direcciones. El segundo tipo consiste en un elemento de marco cuadrado con terminaciones en esferas en sus cuatro extremos, las cuales poseen orificios roscados.

Tabla 50. Dimensiones de las Tipologías de barras en Columna SAM.

TIPOLOGÍAS DE BARRAS	DIMENSIONES
a. Verticales	L = 30.00 cm, D = 15.9 mm
b. Diagonales	L = 22.65 cm, D = 6.3 mm
c. Horizontales	L = 30.00 cm, D = 6.3 mm

Tabla 51. Cantidades totales de piezas en Columna SAM.

ELEMENTOS		CANTIDADES (Columna L = 3 m)	CANTIDAD TOTAL
BARRAS	a. Verticales	40	124
	b. Diagonales	80	
	c. Horizontales	4	
NODOS	N1. (Extremo superior)	4	54
	N2. (Intermedios)	36	
	N3. (Marco Interior)	10	
	N4. (Extremo inferior)	4	

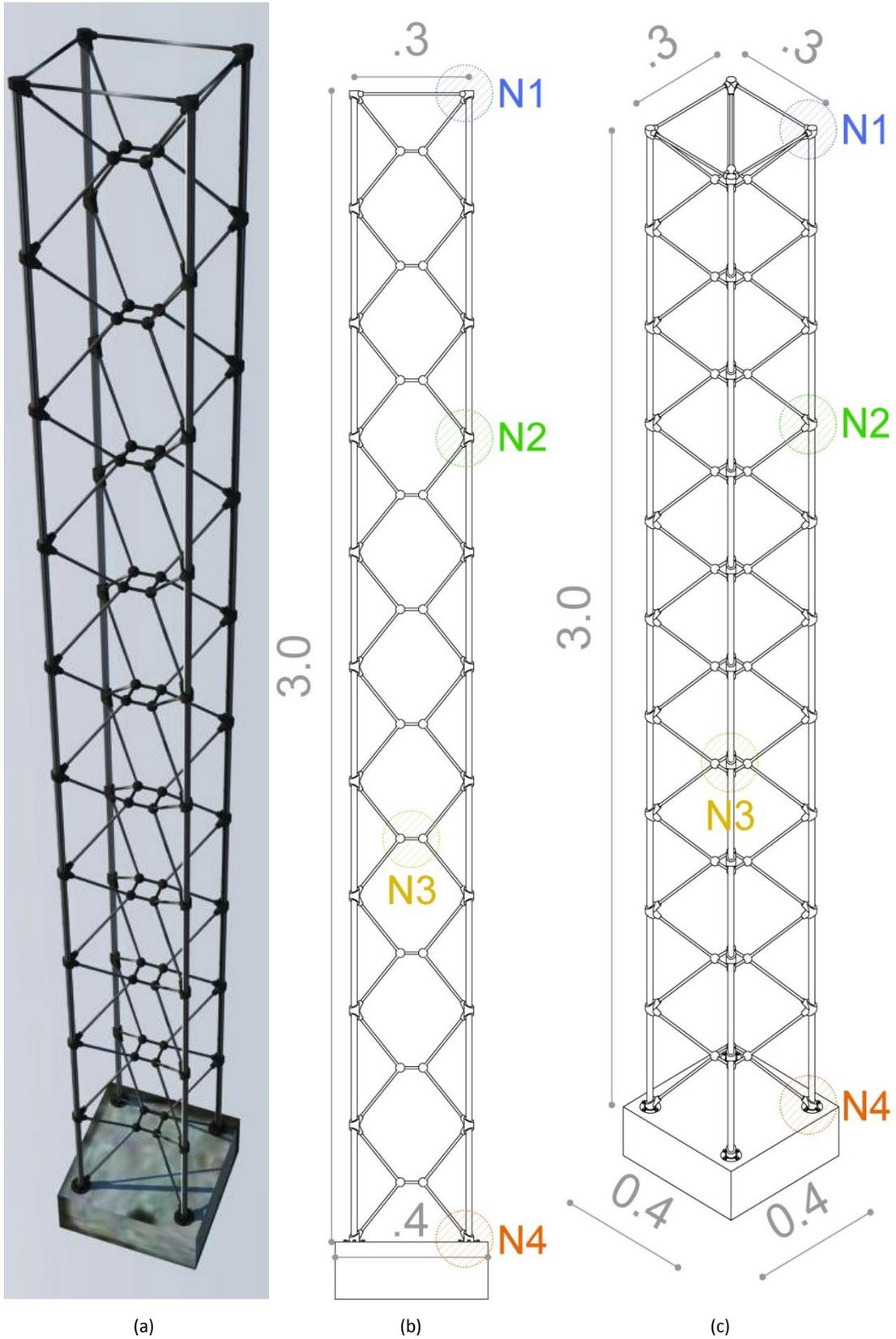


Figura 71. Vista general de Columna SAM. (a) Modelo tridimensional; (b) alzado; y (c) axonometría.

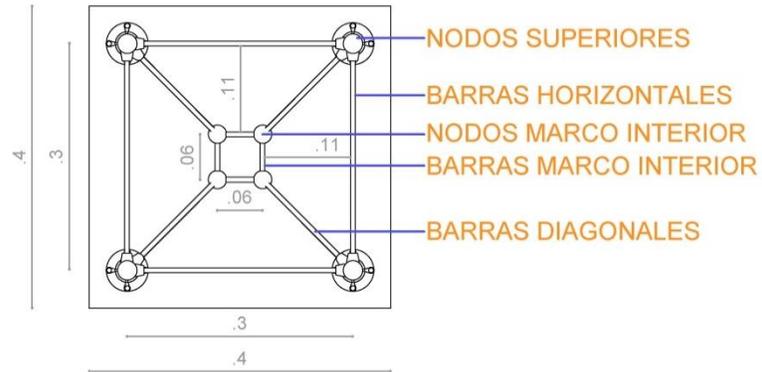


Figura 72. Vista en planta de Columna SAM.

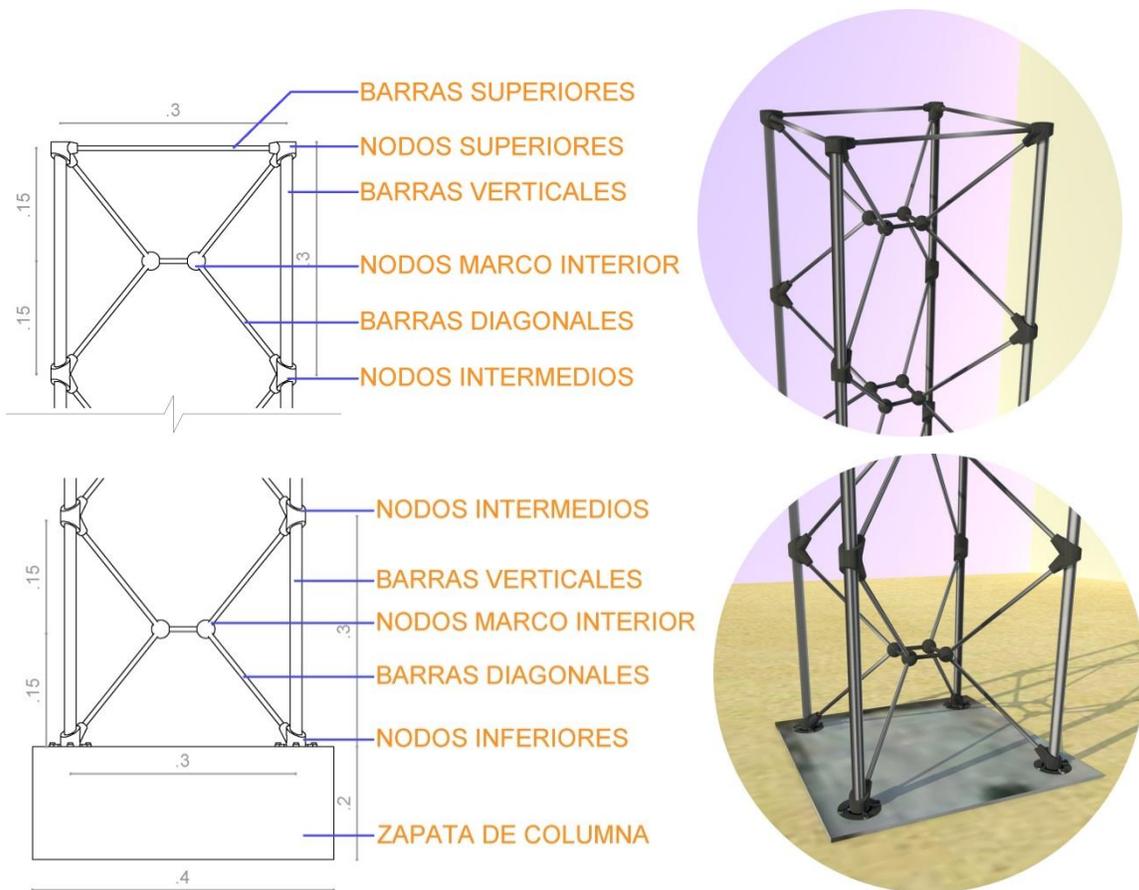


Figura 73. Columna SAM vista en detalle en extremo superior y en base.

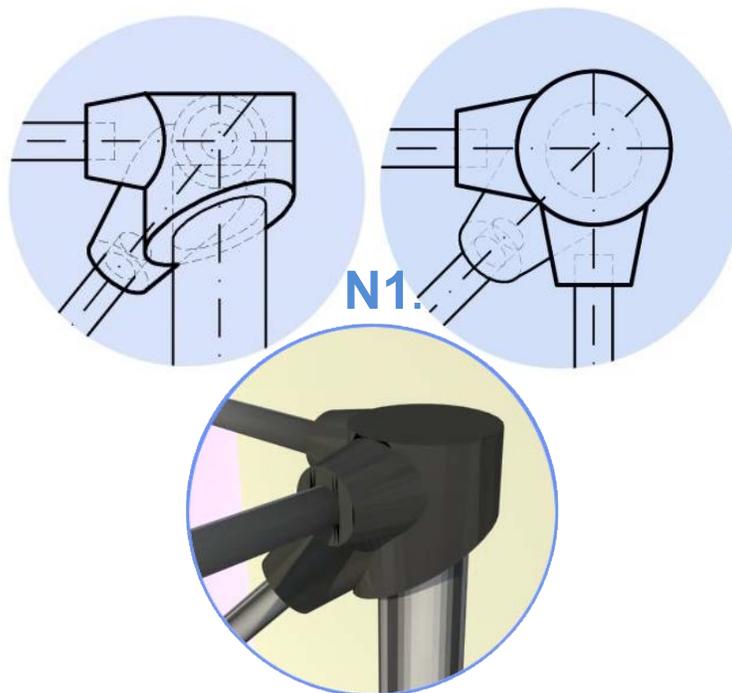


Figura 74. Detalles de alzado, planta y vista tridimensional de nodo superior.

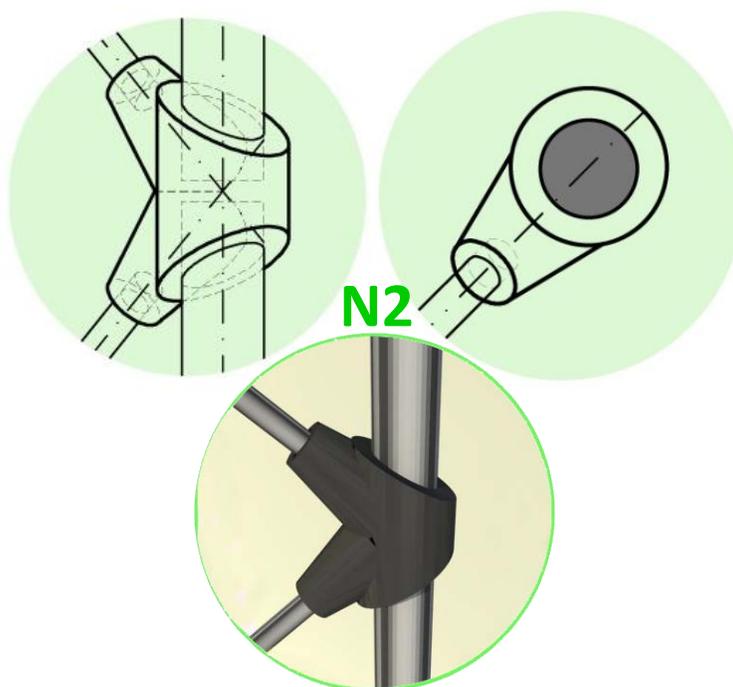


Figura 75. Detalles de alzado, planta y vista tridimensional de nodo intermedio.

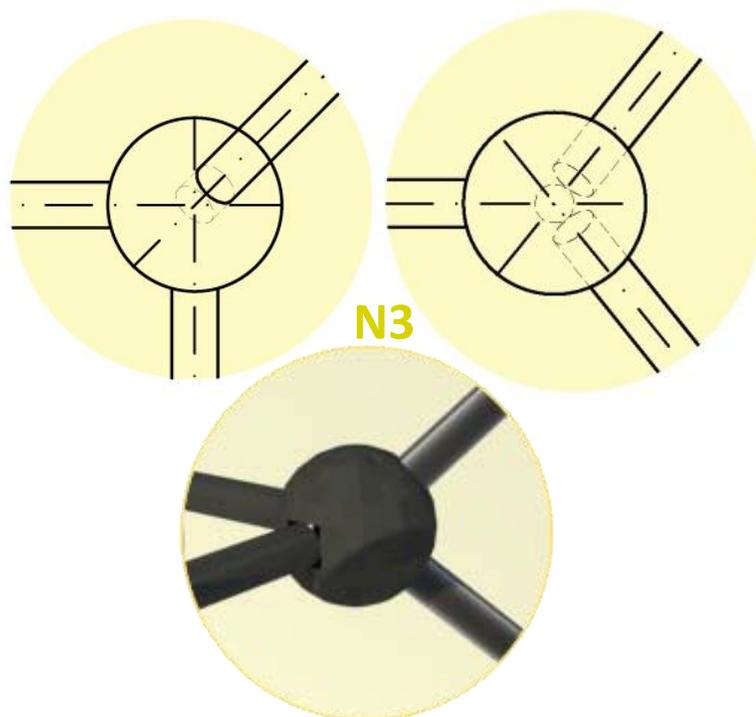


Figura 76. Detalles de alzado, planta y vista tridimensional de nodo en marco interior.

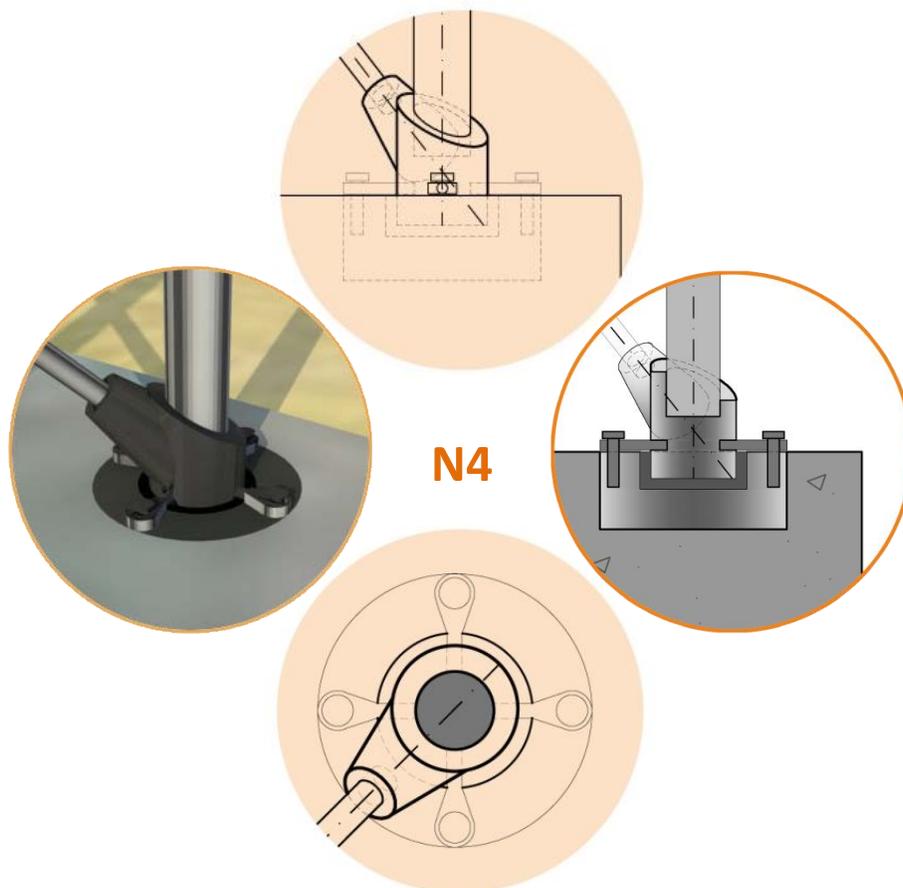


Figura 77. Detalles de alzado, corte, planta y vista tridimensional de nodo inferior y anclaje a la base.



1.2. Resultados de los Cálculos Estructurales en Columna SAM

Con las pruebas de comportamiento estructural aplicadas en SAP2000, se obtienen diagramas gráficos y datos numéricos que permiten establecer el desempeño de la estructura posteriormente a la aplicación de las cargas, que para el caso estudiado corresponden a cargas estáticas verticales de 8000 kgf distribuidos en los cuatro nodos superiores.

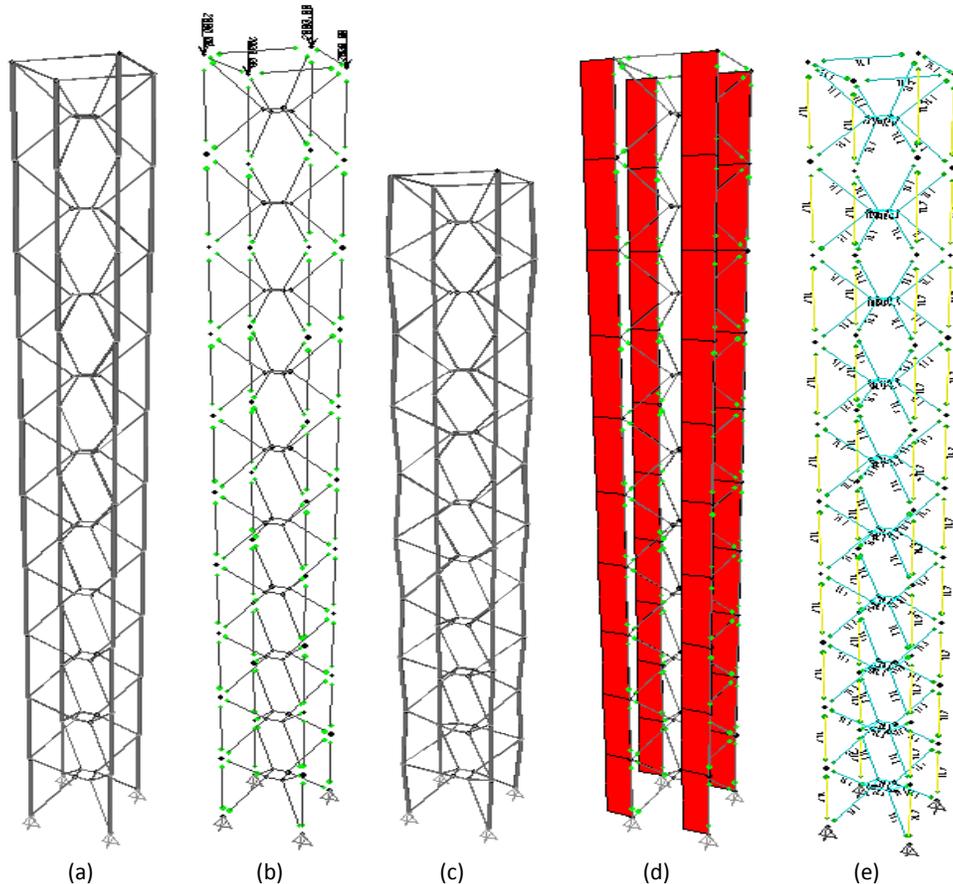


Figura 78. Esquemas del análisis estructural de la Columna SAM. (a) Visualización de secciones; (b) visualización de uniones rígidas y articuladas y de cargas aplicadas; (c) diagrama de deformación de la columna; (d) diagrama del trabajo de esfuerzo en donde destaca en rojo el mayor trabajo de esfuerzo realizado por las barras verticales a compresión; y (e) diagrama del diseño de las secciones de los elementos, el color amarillo indica una sección óptima, mientras el color azul indica un sobredimensionamiento, sin embargo dentro de las posibilidades de perfiles se aplicaron los más cercanos a las dimensiones requeridas.

1.2.1. Diagrama de deformación

Se establecen los valores de desplazamiento de la columna; el acortamiento total del elemento se mide tomando en cuenta la longitud total; el desplazamiento en sentido horizontal se mide en la longitud total y en la mitad de la longitud de la columna. Los valores que se miden con el diagrama de deformación permiten establecer la resistencia del elemento estructural para soportar cargas sin sufrir grandes deformaciones.



Resultados:

Acortamiento en $L = 1.5 \text{ mm}$

Promedio de desplazamiento horizontal en $L = 0.000046 \text{ mm}$

Promedio de desplazamiento horizontal en $L/2 = 0.092 \text{ mm}$

Observación:

El acortamiento sufrido por el elemento equivale al 0.5% de la longitud total de 3 m. El desplazamiento horizontal en L equivale al 0.0038% del valor máximo permitido por las normas NTC Mexicanas² que para el caso sería de 1.2 mm. El desplazamiento en $L/2$ arroja un valor de pandeo del elemento inferior a 1 mm.

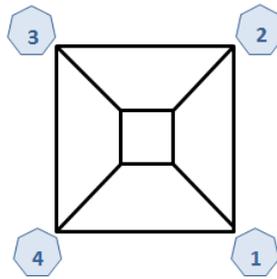


Figura 79. Esquema de la numeración dada a los nodos laterales, para el cálculo del promedio de desplazamientos horizontales sufrido por la columna en L (a 1.5 m de la base) y $L/2$ (a 3 m de la base).

1.2.2. Diagrama de trabajo estructural

Permite distinguir los esfuerzos de tracción o compresión, presentes en las distintas partes de la columna, además se obtiene la magnitud medida en kgf. A mayor valor de esfuerzo en las barras, mayor es el diámetro de la sección requerida.

Resultados: Se describen según el comportamiento, en dos grupos de componentes. En un grupo (A) se ubican las barras verticales que conforman el perímetro de la columna, y en un segundo grupo (B) se ubican las barras internas, que son las barras diagonales, las horizontales, y también se incluye el elemento que conforma el marco interior.

² Tomado de las Normas técnicas complementarias sobre criterios y acciones para el diseño estructural de las edificaciones (Gobierno del Distrito Federal, 2004, pág. 5). Valor equivalente a la altura libre dividida entre el valor de 250 que establece el valor máximo permitido de desplazamiento relativo horizontal entre dos niveles sucesivos de una estructura.



Grupo A: Se presenta el esfuerzo de compresión con un valor promedio de 2000 kgf en cada barra.

Grupo B: Se presentan esfuerzos de compresión o de tracción alternadamente en las barras, con un valor promedio de 25 kgf para cada uno de estos componentes.

Observación: En el grupo A, se presentan esfuerzos de compresión debido a que las fuerzas experimentadas por las cargas aplicadas y las reacciones en los apoyos, se desarrollan en el mismo sentido vertical de las barras perimetrales, y son fuerzas convergentes entre sí; las barras de este grupo, que son las encargadas de transmitir las cargas hacia los apoyos, asumen los mayores valores de esfuerzo. Mientras que en el grupo B, los esfuerzos en las barras son intercalados presentándose compresión y tracción simultáneamente; estas barras asumen esfuerzos de valores menores, sin embargo su función es la de proporcionar rigidez a la columna, por lo tanto se habla de un trabajo cooperativo ente los componentes.

1.2.3. Diagrama de diseño de secciones

Según la representación en colores proporcionada en el diagrama por el software, se aprecian las secciones de las barras en estado crítico, cuando la sección asignada no es suficiente para realizar su función estructural. Este tipo de diagrama permite hacer diversas comprobaciones hasta encontrar las secciones ideales para todos los componentes.

Resultados: Como se ha mencionado, en cuanto al trabajo estructural, los esfuerzos se relacionan con las secciones requeridas para los componentes. Por lo cual se conserva la clasificación de los dos grupos, el grupo (A) para las barras verticales que conforman el perímetro de la columna, y el grupo (B) que incluye las barras internas (barras diagonales, horizontales y marcos interiores).

Grupo A: Sección requerida (TL7) con valor $D = 15.9$ mm.

Grupo B: Sección requerida (TL1) con valor $D = 6.3$ mm.

Observación: En relación a los valores de trabajo estructural y las secciones requeridas, para el grupo A con valor promedio de compresión de 2000 kgf la sección requerida fue mayor que en el caso del grupo B en donde las secciones requeridas fueron notoriamente menores para valores de esfuerzos de tracción y compresión de 25 kgf en promedio.



1.3. Estudio del material: Acero Estructural

El acero se define como una aleación compuesta principalmente por hierro (Fe) y un porcentaje de carbono (C) que puede variar entre el 0.5 y el 2%; de acuerdo al uso y propiedades requeridas, a las aleaciones de acero se incorporan otros materiales. En el campo de la construcción el acero es un material valorado por su alta resistencia; soporta esfuerzos elevados de tracción y compresión, por lo cual es ampliamente aplicado en el diseño de estructuras. Asimismo el acero es un material de producción industrializada y regulada por normativas.

1.3.1. Proceso de producción.

El hierro se obtiene por la explotación de rocas con alto contenido de dicho mineral, que por lo general se encuentra presente como óxido de hierro, adquiriendo el material en minas de cielo abierto o minas subterráneas. Posteriormente las rocas son trituradas y fundidas en un alto horno a una temperatura de 1700° C, consiguiendo hierro fundido. En una segunda etapa el hierro fundido es tratado en otro horno, allí se le suministra oxígeno para reducir el contenido de carbono ya poseído, el cual es expulsado en estado gaseoso, además en esta parte del proceso se agrega la composición química de otros elementos, según los requerimientos del tipo de acero, y se retiran sustancias residuales. Finalmente, de este procedimiento se obtiene el material en forma de lingotes.

1.3.2. Procesos industriales.

Los perfiles tubulares de acero considerados para su posible aplicación en las estructuras estudiadas son los tubulares de sección circular; se clasifican en dos grupos, los perfiles redondos lisos (OS) y los tubulares circulares (OC)³. El proceso de producción común para los perfiles OS es el lamiendo en caliente, y en el caso de los perfiles OC son, el extruido y el laminado en caliente. En el proceso de laminado los lingotes de acero son calentados y sometidos a un proceso de estiramiento que se produce al interior de un sistema de cilindros.

Para la fabricación de piezas especiales en acero, como es el caso de los nodos, que son los elementos de unión entre las barras, se puede aplicar el procedimiento de fresado, en donde se emplea un maquina llamada fresa, capaz de realizar las perforaciones que sean necesarias para dar la forma a las piezas. Otro proceso ampliamente aplicado para la fabricación de piezas

³ Tomado de Manual de construcción en acero (Instituto Mexicano de la Construcción en Acero A. C., 1993).



especiales es el de conformación por fusión y moldeo, en donde el material es fundido y vertido en moldes para reproducir las formas de las piezas.

El acero es susceptible a la corrosión por oxidación, a los agentes químicos, y tiene baja resistencia al fuego, por lo cual en las estructuras, el material requiere protección y mantenimiento. Se debe considerar la aplicación de un tratamiento anticorrosivo y siendo el caso un tratamiento de protección ante el fuego.

1.3.3. Contaminación, consumo de energía y consumo de agua.

Explica da Costa (2002), como el acero es un material de difícil extracción cuando se encuentra en combinación con otros elementos, pese a ser muy abundante. En la fabricación del material se emiten gases contaminantes, correspondientes a, Dióxido de carbono, Óxido de carbono, Óxido de azufre, Óxido nitroso, Metano y sólidos suspendidos. La energía empleada en el proceso de transformación del acero es equivalente a 103.000 Kwh/m^3 , superior al aluminio, los polímeros, el cemento y la madera (García López , 2009, pág. 135). Adicionalmente el consumo de agua puede llegar a ser de $50 \text{ m}^3/\text{ton}$, dependiendo de los procesos aplicados.

Cabe destacar que el acero es un material de larga duración, es recuperable y es reciclable en su totalidad. Por medio del reciclaje para la producción de acero, disminuyen en gran medida los impactos ambientales causados; se puede lograr un ahorro de energía del 70% y un ahorro de agua del 40%.

1.3.4. Propiedades Físicas y Mecánicas.

Entre las propiedades del acero destacan la elasticidad, tenacidad, ductilidad y maleabilidad. En cuanto al módulo de elasticidad que posee el acero, teniendo en cuenta que ante un esfuerzo aplicado se presentan deformaciones menores en comparación con otros materiales, se considera un material rígido, es capaz de soportar grandes esfuerzos antes de deformarse. Incluso aun cuando el acero se deforma puede permanecer en tal estado resistiendo la carga aplicada antes de romperse, por lo cual posee un valor alto de resistencia a la fluencia. La alta resistencia del material para soportar esfuerzos de compresión y tracción, en conjunto con sus otras propiedades físicas, hacen del acero un material propicio para fabricar elementos estructurales esbeltos, como ocurre con los perfiles tubulares por ejemplo.



El ensayo a tensión es la prueba que permite establecer las propiedades mecánicas del acero, que es sometido a tal esfuerzo y llevado hasta la rotura en una probeta. Los resultados se grafican en un diagrama de deformación a tensión que contiene los valores del esfuerzo (σ) en relación a la deformación unitaria (ϵ) del material.

$$\sigma = fA$$

Figura 80. Formula de esfuerzo. σ : esfuerzo; f : esfuerzo unitario; A : área de sección transversal.

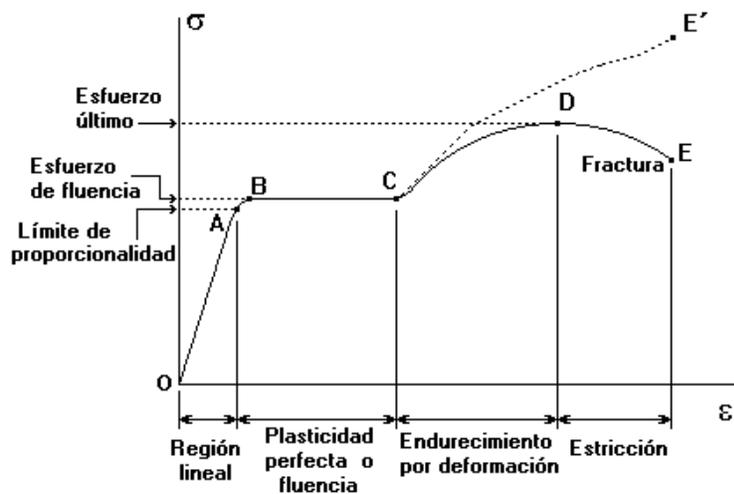


Figura 81. Diagrama de esfuerzo-deformación en materiales dúctiles sometidos a tensión.

En la Figura 81 se presenta un diagrama explicativo del comportamiento de materiales dúctiles como lo es el acero, ante el ensayo de tensión. La región que termina en A se caracteriza por que la relación entre el esfuerzo y la deformación es lineal. En la región que abarca hasta B, el elemento probado sufre un alargamiento notorio sin embargo continúa resistiendo; es la zona del esfuerzo de fluencia. Posteriormente ante la continua aplicación de carga el elemento probado se mantiene sin deformarse, entre el tramo que abarca de B a C, presentando un comportamiento plástico. En el punto D se presenta la tensión máxima soportada por el elemento y finalmente en E la fractura.

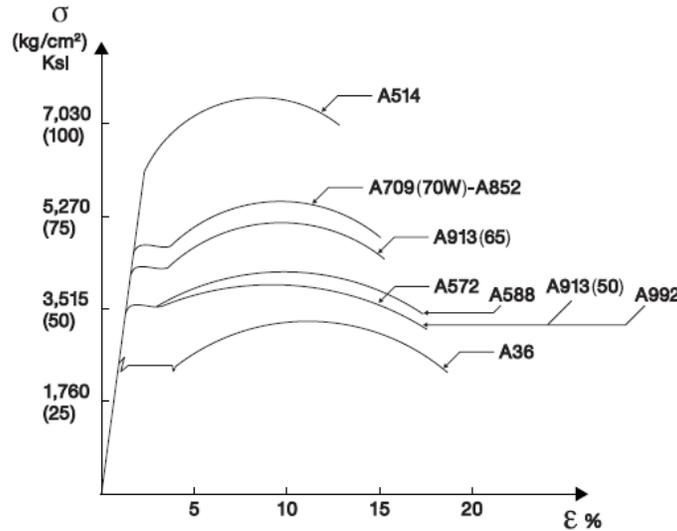


Figura 82. Diagrama de esfuerzo-deformación en diversos tipos de acero estructural.

Tabla 52. Valores de las propiedades mecánicas del acero.⁴

PROPIEDADES DEL ACERO
Módulo de elasticidad = 200.000.000 kPa; 2.040.000 kg/cm ²
Resistencia de fluencia = 36.000 (lb/pulg ²); 248.220 (kPa)
Tensión admisible = 22.000 (lb/pulg ²); 151.690 (kPa)

1.3.5. Parámetros para la propuesta.

Para la fabricación de las barras han seleccionado perfiles redondos lisos (OS) producidos por el proceso de laminado en caliente. En cuanto a la fabricación de las piezas de los nodos se propone el proceso de fusión y moldeo que permitirá lograr la forma de las piezas diseñadas con el empleo de moldes. Además se propone el empleo de un revestimiento anticorrosivo y retardante para fuego. El acero que se plantea usar es A992, que es un acero estructural al carbono, con las siguientes propiedades mecánicas:

Resistencia a la tracción: 345 MPa (50 ksi)

Resistencia última a la tracción: 450 MPa (65 ksi)

Deformación a la ruptura: en 200 mm de longitud muestra de ensayo, el 18%.

Tensión a la ruptura: en 50 mm de longitud muestra de ensayo, el 21%.

Ductilidad del material: Proporción máxima del rendimiento a resistencia a la tracción de 0,85.

⁴ Tomado de Normas técnicas complementarias sobre criterios y acciones para el diseño estructural de las edificaciones, 2004 (Gobierno del Distrito Federal, 2004).



1.4. Aplicación del TRL en creación de producto Columna SAM

1º) Principios básicos observados y reportados

Se hace la analogía entre, las aristas presentes en las películas de jabón y las barras de los sistemas reticulados espaciales; elementos que se caracterizan por poseer formas rectilíneas. Teniendo en cuenta que las películas de jabón se comportan como superficies de área mínima (SAM), y que éstas se comunican entre sí bajo el principio de los caminos rápidos, se espera que al trasladar geometrías procedentes de las aristas formadas en agrupaciones de películas de jabón al diseño de reticulados espaciales, se obtengan estructuras eficientes en dos aspectos principales, adecuada transmisión de cargas del sistema y empleo mínimo de material en sus elementos (barras).

2º) Concepto de tecnología y/o aplicación formulada: Investigación aplicada

Se toma como caso de estudio la geometría SAM obtenida en la figura del cubo, aplicada al diseño de ciertos elementos estructurales de una edificación, viga, losa y columna, en el sistema de reticulados espaciales. Para llegar al diseño de los elementos, previamente se determinó con precisión la geometría SAM; proceso que se dividió en dos etapas. En la primera etapa se usó la técnica de la inmersión de bastidores en agua con jabón, para materializar la SAM del cubo, y con el apoyo de la fotogrametría se establecieron las medidas de los elementos (aristas). La segunda etapa se desarrolló con la técnica de la geometría descriptiva, con lo cual se determinaron con exactitud las dimensiones de los elementos y los ángulos presentes entre la unión de los mismos. Al conocer detalladamente la geometría, se aplicó inicialmente en el diseño un módulo básico, y subsecuentemente en el diseño de los elementos estructurales antes descritos.

3º) Función crítica analítica y experimental y/o característica a prueba de concepto: Prueba de validación de concepto.

Se realizaron pruebas de comportamiento estructural del módulo básico, viga, losa y columna, por medio de simulaciones en computadora, empleando el software SAP2000. Se determinó



un eficiente desempeño estructural en la columna, estableciendo que la geometría estudiada aplicada en dicho elemento provee condiciones de rigidez para resistir cargas estáticas verticales, con lo cual la columna cumple con la función de transmitir las cargas a los apoyos sufriendo mínimas deformaciones y empleando secciones esbeltas en sus barras lo que representa ahorro de material. Proponiendo así una tipología de columna en el sistema de reticulados espaciales cuya innovación se fundamenta en la aplicación de una nueva geometría, que demuestra eficiencia frente a otras tipologías.

1.5. Sustentabilidad del producto

El acero es el material definido para el sistema propuesto, por tratarse de un material tradicionalmente empleado en la construcción de reticulados espaciales, que debido a la estandarización en los tipos de acero y piezas fabricadas, cuenta con normativas reguladas que trabajan con los valores estándar de las propiedades mecánicas. Partiendo del material a aplicar, como ya se ha mencionado, el acero es un material altamente contaminante en su producción, sin embargo es recuperable y totalmente reciclable, en ese sentido se pueden disminuir los impactos medioambientales.

A futuro dando continuidad a la presente investigación, se plantea el estudio de nuevas opciones de materiales aplicables al sistema diseñado. Cada material puede llegar a representar nuevas ventajas y desventajas que se evaluarán en su momento, por ejemplo pese a que la implementación de polímeros no acabe con el problema de la producción desmedida de dicho material, puede ser también una opción que ayude a dar uso a materiales plásticos desechados.

Tabla 53. Materiales para investigación a futuro.

MATERIAL PROPUESTO	VENTAJAS DE APLICACIÓN	ASPECTOS SUSTENTABLES
Polímeros	Resistencia y alta elasticidad ante esfuerzos	Posibilidad de reciclaje
Barras de bambú	Bajo peso y agradable aspecto estético	Material natural de rápido crecimiento



En la fase actual de la investigación, que contempla el estudio del acero, o incluso si posteriormente el estudio se orienta a la aplicación de otro material, se propone incorporar el concepto de *la cuna a la cuna*⁵. En términos generales, el material que se emplee deberá ser recuperado al final de su vida útil, por las empresas que lo puedan llegar a comercializar, para su reincorporación como insumo a la industria; los materiales naturales, podrán ser tratados como materia orgánica. Los materiales no degradables desde su origen deberán ser fabricados con alta calidad, para que posteriormente su reutilización para darse con los mismos fines en la fabricación de estructuras.

Por último, otro concepto de sustentabilidad propuesto para el sistema investigado, es el de alquiler de las estructuras. Teniendo en cuenta el carácter temporal del sistema, podría darse un beneficio bilateral, entre empresas que se dediquen a la renta del producto y clientes que no tengan que invertir en las estructuras, pero que, para el tiempo que las requieran tengan el interés de tomarlas en alquiler.

1.6. Ejemplo de aplicación arquitectónica

Se plantea la aplicación arquitectónica del sistema y de la Columna SAM, en una edificación de escala pequeña, desarrollada en un volumen de dos plantas con un área de 80 m². El uso de la edificación es para unas oficinas y una bodega de almacenamiento de obra, como temática para ejemplificar el empleo del sistema estructural propuesto en una construcción. La columna se integró al diseño conociendo de antemano, que es apta para resistir las cargas del tamaño de edificación planteado. Por otra parte también se empleó el sistema en el diseño de la estructura de cubierta, propuesta de análisis que sería más estudiada a futuro, pero que en principio se sabe posee la capacidad de soportar cargas de cubiertas livianas.

⁵ El concepto de sustentabilidad de *la cuna a la cuna*, se basa en la temática del libro *Cradle to Cradle: Remaking the Way We Make Things* que propone al diseño, como una acción en la cual desde el principio se debe plantear un destino final para los materiales empleados, para el caso de estudio se toma en cuenta la opción de reincorporar las materias como insumo para la industria, o sea su reciclaje y reutilización dentro de la misma actividad de producción de estructuras metálicas.



Figura 83. Render de aplicación arquitectónica, oficina y bodega de obra: vista general.

El edificio alberga en su planta baja el espacio para bodega y en el primer piso las oficinas, que cuentan con puestos de trabajo, una sala para reuniones, un área de espera y un baño. También en el primer piso se destinó un espacio de terraza con el propósito de enriquecer la experiencia de habitabilidad para los usuarios; por otra parte este espacio permite que haya una relación visual con el exterior de tal forma que se pueda estar al tanto de las actividades que se van desarrollando en una obra de construcción.



Figura 84. Render de aplicación arquitectónica, oficina y bodega de obra: vista de acceso a oficinas y terraza.



El material de los muros está pensado en paneles ligeros de tablaroca, que se integran con las grandes ventanas, próximas a las áreas de trabajo. Los acabados se combinan con la expresividad estética de la estructura de la cubierta, y en el área de la terraza, con la columna que se ha dejado al descubierto. En teoría en las demás columnas, que se encuentran recubiertas, están incorporadas las tuberías de instalaciones. Para el diseño de la losa de entrepiso se propone un sistema de estructura metálica convencional.



Figura 85. Render de aplicación arquitectónica, oficina y bodega de obra: vista interior de oficinas.

El sistema estructural aplicado en el diseño de las columnas y estructura de cubierta, se caracteriza por emplear piezas de ensamble manual, con lo cual se busca desarrollar una edificación, que funcione en su totalidad con los servicios necesarios y con las condiciones apropiadas para el bienestar de sus habitantes, a la vez que pueda ser de carácter temporal; que pueda ser desmontada y trasladada si es el caso, o que pueda permanecer por un largo periodo.

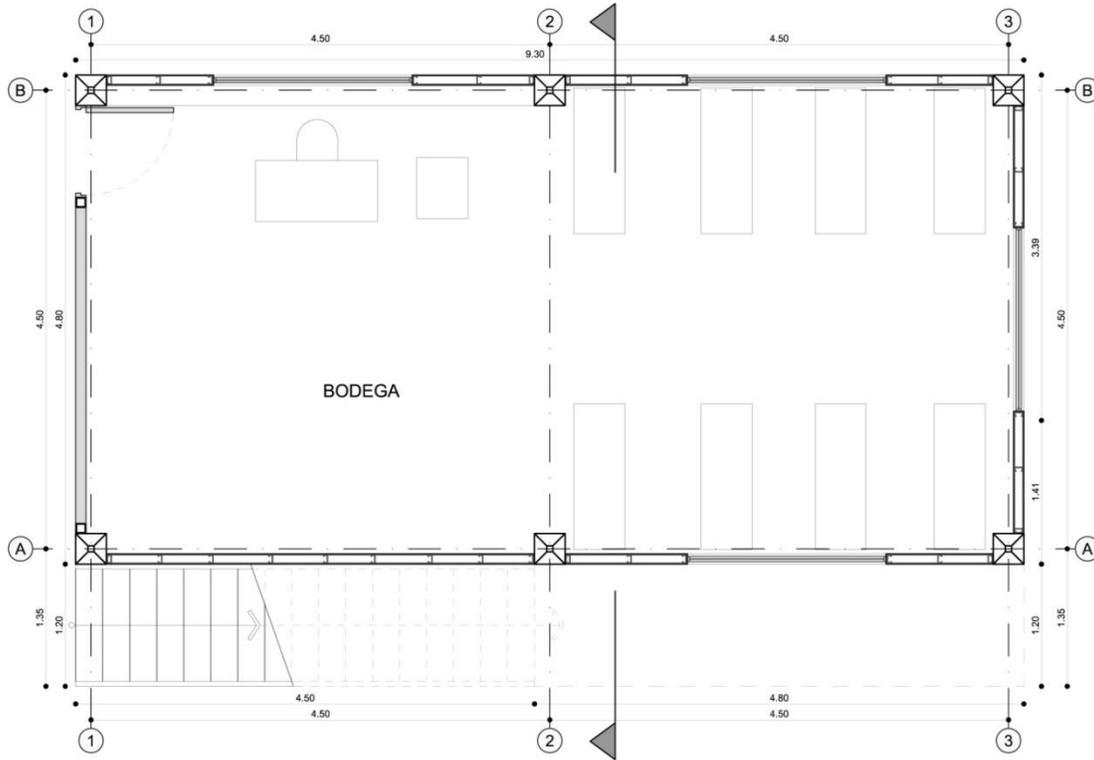


Figura 86. Aplicación arquitectónica, oficinas y bodega de obra: planta baja.

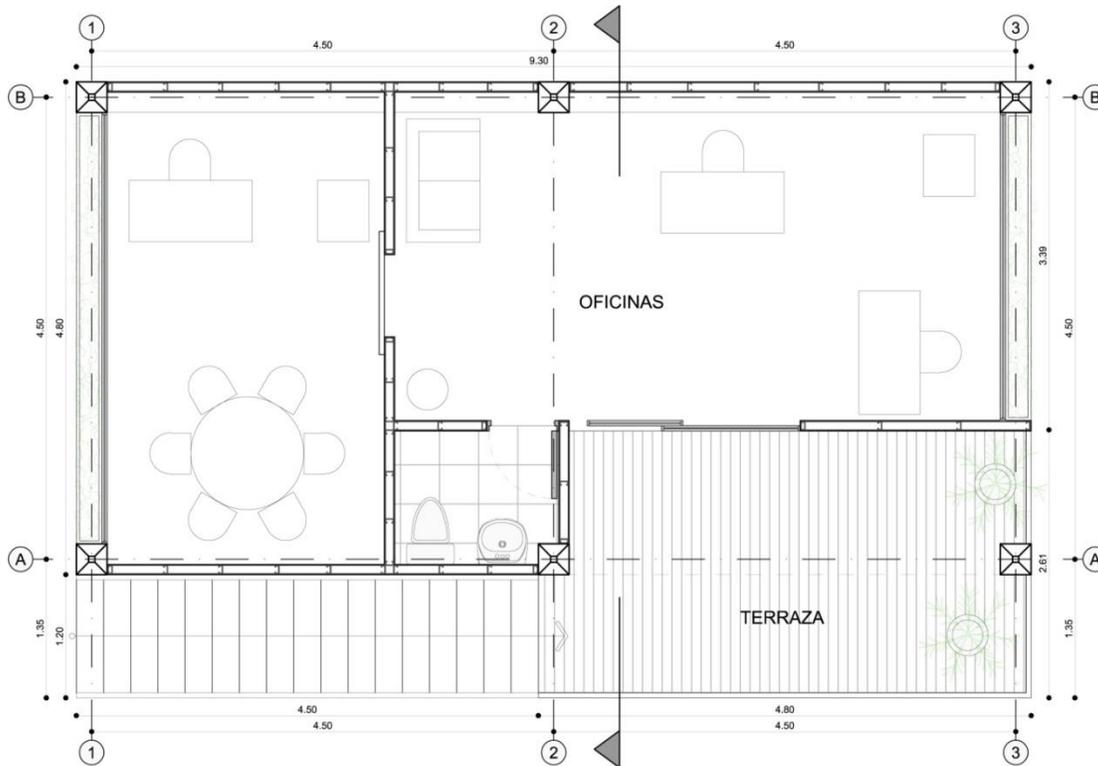


Figura 87. Aplicación arquitectónica, oficinas y bodega de obra: planta de primer piso.

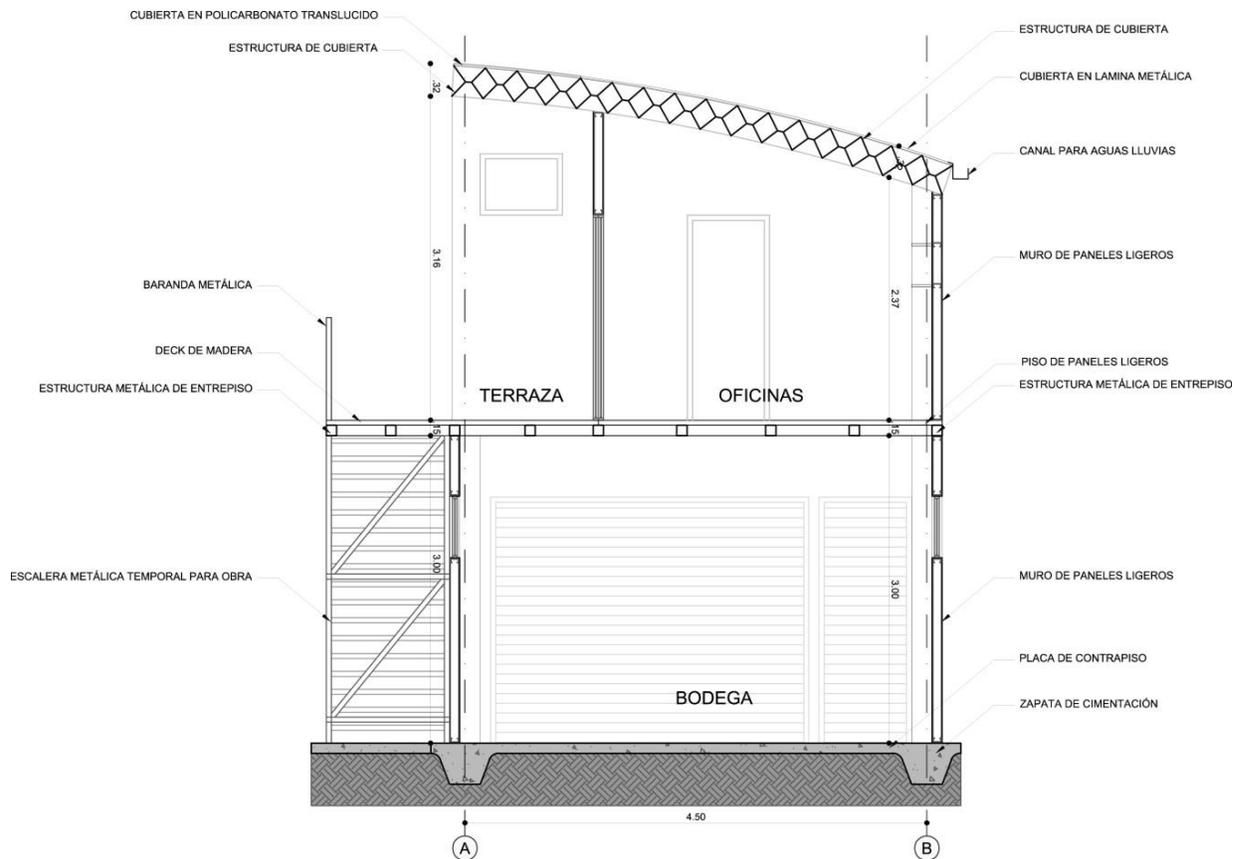


Figura 88. Aplicación arquitectónica, oficinas y bodega de obra: corte transversal.

1.7. Conclusiones Capítulo IV

- Partiendo del satisfactorio desempeño estructural de la columna propuesta en la etapa de experimentación, se establecieron las pautas de diseño de un producto tecnológico que pueda representar una aportación al campo de la arquitectura, cuya innovación se fundamenta en la aplicación de una nueva geometría, en un sistema de reticulado espacial. La columna SAM es rígida, ante la aplicación de cargas estáticas verticales no sufre grandes deformaciones ni grandes desplazamientos, y emplea menor cantidad de material que las demás tipologías de columna con que se comparó. A futuro se deben realizar pruebas de comportamiento ante fuerzas dinámicas y pruebas de laboratorio.



- En esta etapa se establecieron consideraciones de diseño, tales como, el material, los procesos de fabricación, la cantidad de piezas y la forma de las piezas en detalle:

Se seleccionó el acero, por las propiedades mecánicas que posee y por ser un material estandarizado en la industria de la construcción.

Para las necesidades estructurales de las barras se emplearon perfiles redondos lisos OS, que son tubulares llenos producidos por el proceso de laminado en caliente. Los nodos estarían compuestos por piezas fabricadas bajo el procedimiento de fusión y moldeo.

La cantidad de piezas corresponde a una cantidad de 124 barras y 54 nodos para una columna de 3 m de longitud. Valores que se obtuvieron al reducir la cantidad de piezas a fabricar tomando como una sola pieza a los elementos que hacen parte del marco interior, conformado por cuatro barras de 6 cm y cuatro nodos.

Las barras se caracterizarían por tener extremos roscados. Los nodos superiores, intermedios e inferiores se dispusieron como carcasas cilíndricas, mientras que los nodos del marco interior son esferas con orificios roscados. El diseño de las piezas está pensado para favorecer el armado y el desmontaje manual por parte del usuario.

- Entre los beneficios del acero, se encuentra que es un material abundante en el planeta, la estandarización de su producción y productos en el mercado, y la posibilidad de reciclaje. También se deben considerar las desventajas entre las cuales se conoce, que el acero es muy contaminante en su producción, es susceptible a la corrosión por oxidación y a los ataques de sustancias químicas, y tiene baja resistencia al fuego.
- Debido a la alta contaminación generada en los procesos de extracción y fabricación del acero, además del alto consumo de energía eléctrica y de agua, se propone aplicar el concepto de la cuna a la cuna; la columna SAM es desarmable y con la posibilidad de trasladarse a otros lugares para darle uso en diferentes proyectos, en caso de producirse el deterioro de las piezas, estas serían recolectadas e incorporadas a la producción de nuevas piezas del producto.



- Se ejemplifica el empleo del producto desarrollado, demostrando la aplicación de la columna en el diseño de una edificación de pequeña escala (2 pisos con 80 m²), que pueda funcionar en su totalidad con los servicios necesarios y con las condiciones apropiadas en el uso y habitar de unas oficinas y bodega de obra. Para proporcionar una envolvente se propone articular paneles ligeros de tablaroca. Además de aplicar la columna, en el diseño de la estructura de la cubierta se utilizó la geometría SAM del cubo, para proporcionar una riqueza espacial.
- A futuro sería posible diseñar una edificación completa aplicando el sistema desarrollado en todos los elementos estructurales, sin embargo esto requerirá estudios más profundos. Se deberán considerar también las limitaciones del sistema, especialmente en el diseño de elementos horizontales tales como losas y vigas.

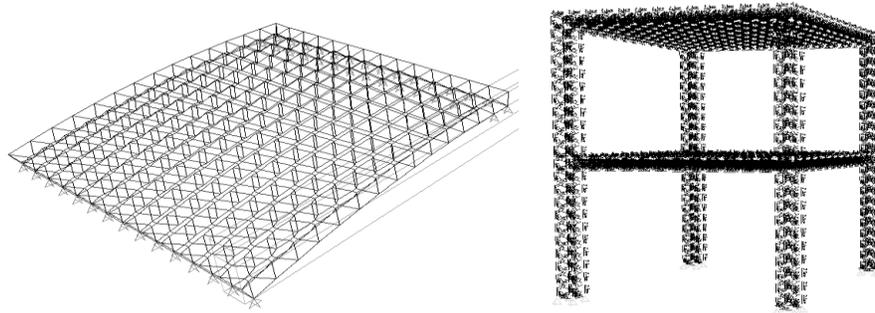


Figura 89. Ejemplos de desarrollos futuros del sistema propuesto. (a) Cubierta de media bóveda; y (b) módulo de edificación de dos pisos.



CONCLUSIONES DE INVESTIGACIÓN

- Se elaboró un catálogo de los medios más distintivos para obtener películas de jabón, que podrían ser la fuente de potenciales aplicaciones en la composición arquitectónica, con lo cual se estableció la existencia de tres tipos de elementos presentes en las SAM obtenidas con películas de jabón, películas, aristas y puntos de encuentro, que se van generando al incrementar la complejidad de la figura.
- Se comprobó que los sistemas de películas de jabón se organizan bajo un orden; destacan dos aspectos, los ángulos entre elementos y las cantidades en que convergen. Se cumplen las aseveraciones planteadas por Plateau y Schwarz, puesto que se agrupan máximo tres películas sobre una arista y solo convergen un máximo de cuatro aristas en un punto; además los elementos se reúnen en ángulos con valores precisos. Sin embargo los ángulos, 120° entre películas y $109^\circ 28''$ entre aristas, corresponden a las SAM del tetraedro, por lo cual en la figura del cubo los ángulos entre elementos dan como resultado valores diferentes a estos.
- Se concluyó que las películas de jabón emplean el mínimo material requerido, organizado de la forma más eficiente, debido a que se amparan en la propiedad de la *mínima energía potencial* y el principio de los *camino rápidos*.
- Los sistemas de películas de jabón poseen morfologías, características y propiedades interesantes; el conocimiento en profundidad del tema, permite discernir entre las posibles aportaciones a otros campos, como ha sido el caso de esta investigación enfocada hacia el desarrollo de un sistema estructural tomando como caso de estudio las SAM originadas en la figura del cubo.
- Los reticulados espaciales cumplen con los requisitos de un sistema estructural integral: ligereza, alta capacidad portante, rigidez, funcionalidad y esteticismo. La aplicación e investigación de reticulados espaciales es una temática que continúa vigente, debido a la variedad de aspectos por abordar en estos sistemas, como son: materiales, tipologías de nodos y geometrías. Por lo cual las formas obtenidas con SAM representan geometrías novedosas y eficientes, aplicables a estos sistemas.



- La geometría SAM tomada del cubo, aplicada al diseño de un módulo básico (MB), desarrollado en un sistema de barras y nodos, proporcionó la capacidad de resistir cargas estáticas verticales, utilizando uniones rígidas en los nodos internos y uniones articuladas en los nodos externos. Bajo estas condiciones la estructura se mantuvo rígida, empleó secciones esbeltas, en las barras del interior se presentaron esfuerzos de torsión mínimos y en los nodos externos se permitió el movimiento de rotación.
- Se obtuvo un desempeño diferente en cada elemento (módulo básico, viga, losa y columna) probado, concluyendo que existe mayor eficiencia estructural en la transmisión de cargas en elementos verticales:

La viga comparada con otras tipologías, demuestra ser una alternativa viable debido a que no supera la deflexión máxima permitida por la norma y emplea en promedio secciones de pequeño diámetro, sin embargo requiere mayor cantidad de material que otras vigas, lo que deriva en mayor peso y costo.

Con los resultados obtenidos hasta el momento en el análisis estructural de la losa y con los parámetros de cargas verticales que se le aplicaron, el elemento se excede del valor máximo de deflexión permitida por la norma, y para resistir los esfuerzos, se requieren grandes secciones en algunas barras. Se sugiere a futuro investigar más el elemento; podría considerarse el empleo de la losa en estructuras de cubiertas de bajo peso.

Los esfuerzos de las barras en la losa y la viga varían según la distancia que tienen con respecto a los apoyos, por esta característica, en el diseño final se llegan a requerir perfiles con secciones muy variadas, lo cual se deberá tomar en cuenta a futuro para establecer diversas tipologías de MB al producir estos elementos estructurales.

En el módulo básico (MB), las barras verticales realizan el mayor trabajo de esfuerzo, no obstante los demás grupos de aristas cumplen con la función de proporcionar rigidez al sistema. Asimismo en la columna las barras verticales poseen mayor sección y realizan mayor trabajo de esfuerzo, por ser las encargadas de transmitir las cargas hacia los apoyos; a su vez



estos elementos se rigidizan debido a la disposición geométrica de todas las barras, lo que quiere decir que existe cooperación entre las partes del sistema.

El desempeño estructural en la columna es altamente eficiente en los siguientes aspectos: no excede el valor máximo de desplazamientos horizontales permitido por la norma, el acortamiento vertical en el eje Z es mínimo, requiere poca cantidad de material y emplea secciones esbeltas.

- El sistema estructural propuesto obtuvo mejor desempeño en la columna que en la viga y la losa, a pesar de ello una de las decisiones para el empleo de los diversos elementos estructurales, podría ser el alto valor estético que proporciona la geometría en la composición arquitectónica.
- Las estructuras investigadas fueron probadas por simulación en computadora, se requiere la experimentación física en laboratorios de estructuras para realizar más comprobaciones. Además se requiere realizar pruebas de cargas dinámicas para conocer íntegramente el comportamiento estructural del sistema de reticulado espacial propuesto.
- Partiendo del satisfactorio desempeño estructural de la columna propuesta en la etapa de experimentación, se establecieron las pautas de diseño de un producto tecnológico que pueda representar una aportación al campo de la arquitectura, cuya innovación se fundamenta en la aplicación de una nueva geometría, en un sistema de reticulado espacial. La columna SAM es rígida, ante la aplicación de cargas estáticas verticales no sufre grandes deformaciones ni grandes desplazamientos, y emplea menor cantidad de material que las demás tipologías de columna con que se comparó. A futuro se deben realizar pruebas de comportamiento ante fuerzas dinámicas y pruebas de laboratorio en el elemento.
- En la etapa de diseño se establecieron consideraciones tales como, el material, los procesos de fabricación, la cantidad de piezas y la forma de las piezas en detalle, dado como resultado:

Se seleccionó el acero, por las propiedades mecánicas que posee y por ser un material estandarizado en la industria de la construcción.



Para las necesidades estructurales de las barras se emplearon perfiles redondos lisos OS, que son tubulares llenos producidos por el proceso de laminado en caliente. Los nodos estarían compuestos por piezas fabricadas bajo el procedimiento de fusión y moldeo.

La cantidad de piezas corresponde a una cantidad de 124 barras y 54 nodos para una columna de 3 m de longitud. Valores que se obtuvieron al reducir la cantidad de piezas a fabricar tomando como una sola pieza a los elementos que hacen parte del marco interior, conformado por cuatro barras de 6 cm y cuatro nodos.

Las barras se caracterizarían por tener extremos roscados. Los nodos superiores, intermedios e inferiores se dispusieron como carcasas cilíndricas, mientras que los nodos del marco interior son esferas con orificios roscados. El diseño de las piezas está pensado para favorecer el armado y el desmontaje manual por parte del usuario.

- La investigación no aborda el cálculo de costos de la columna SAM, lo cual implicaría un análisis posterior, sin embargo, sí se determinó que entre las columnas comparadas la tipología propuesta ocupó una menor cantidad de material en las barras. El volumen de acero requerido fue de 3022 cm^3 , con un peso de 23,73 kg, sin contemplar el peso de los nodos.
- Entre los beneficios del acero, se encuentra que es un material abundante en el planeta, la estandarización de su producción y productos en el mercado, y la posibilidad de reciclaje. También se deben considerar las desventajas entre las cuales se conoce, que el acero es muy contaminante en su producción, es susceptible a la corrosión por oxidación y a los ataques de sustancias químicas, y tiene baja resistencia al fuego.
- A futuro sería posible diseñar una edificación completa aplicando el sistema desarrollado en todos los elementos estructurales, sin embargo esto requerirá estudios más profundos. Se deberán considerar también las limitaciones del sistema, especialmente en el diseño de elementos horizontales tales como losas y vigas.



- A futuro, otra vía de exploración podría ser la aplicación de reticulados espaciales a escalas de superestructuras, desarrollando espacios habitables al interior de las geometrías, con el beneficio de obtener edificaciones rígidas que reaccionen convenientemente ante fuerzas sísmicas. Un ejemplo precursor de esta idea es el proyecto propuesto por Stephane du Chateau basado en el sistema Unibat, proyectado para el diseño de módulos de viviendas.
- A través de toda la investigación se ha llegado a proponer el diseño de una columna aplicada a la escala de pequeñas edificaciones, sin embargo frente a los resultados satisfactorios que se obtuvieron del desempeño estructural ante cargas estáticas verticales, se sugiere su promoción en el diseño de elementos estructurales de otras escalas y usos, por ejemplo, en el armado del acero para columnas y cimentaciones de concreto, grandes columnas en proyectos de escala mayor, y torres de instalaciones, entre otros.
- En conclusión, como aportación del producto final denominado Columna SAM, se considera, que se ofrece al gremio de la arquitectura y la construcción una tipología de reticulado espacial novedosa en su geometría, que se caracteriza por: alta capacidad de resistencia, bajo empleo de material, dimensiones manipulables para un armado manual, piezas desarmables con posibilidad de reutilización y de fácil transporte, espacios interiores propicios para el paso de instalaciones y tuberías, y por último, una agradable riqueza estética en el diseño de espacios arquitectónicos.



GLOSARIO

Acero: Aleación compuesta en su mayoría por un material metálico que es el Hierro (Fe), por Carbono (C), y otros agregados, según el uso que tendrá y las propiedades requeridas del material.

Arista: Elemento lineal que limita el contorno de una cara o marca el encuentro de dos planos.

Barra: Elemento rectilíneo en donde prevalece una mayor dimensión en la longitud del elemento con respecto al diámetro de la sección.

Bastidor: Soporte compuesto por elementos lineales, de alambre u otros materiales que permiten la construcción de figuras con elementos lineales.

Caminos rápidos: Concepto propuesto por Jacob Steiner que explica en dos dimensiones la manera como se organizan las películas de jabón.

Carcasa: Elemento que sirve como soporte o envoltorio para otras piezas.

Carga estática vertical: Peso originado por la carga muerta propia de un edificio, que no tiende a variar con el paso del tiempo, con dirección vertical en el eje Z en sentido negativo.

Comportamiento estructural: Concepto que refiere al desempeño de una estructura bajo la acción de fuerzas.

Compresión: Esfuerzo axial convergente que tiende a causar acortamiento en un elemento.

Concurrencia: Encuentro de elementos en un mismo lugar.

Cortante: Esfuerzo causado por fuerzas transversales a un elemento, con sentidos opuestos, que tienden a causar un cizallamiento.

Deflexión: Deformación causada en el centro de un elemento horizontal como consecuencia del esfuerzo de flexión.

Deformación: En una estructura es el estado en el que un elemento pierde su forma original ante la aplicación de cargas.

Desplazamiento: En una estructura es el cambio de posición del sistema o de sus partes.

Diagrama de esfuerzos: Representación gráfica de una estructura que permite visualizar el trabajo de esfuerzo realizado por los elementos ante las fuerzas causadas por las cargas.

Dinámica: Disciplina que estudia el comportamiento de las estructuras bajo el efecto de cargas que varían en el tiempo, como las fuerzas sísmicas por ejemplo.

Ductilidad: Es una propiedad presente en ciertos materiales, cuando estos tienen la capacidad de sufrir grandes deformaciones y estirarse sin llegar a la rotura.

Elasticidad: Es la propiedad que presentan los materiales con la capacidad de recuperar su forma original después de la aplicación de cargas.



Elemento estructural: Dentro de un sistema estructural se refiere a un componente tal como las columnas, vigas o losas, siempre que cumplan una función estructural.

Esfuerzo: Fuerza interna que actúa sobre un cuerpo, causada por la aplicación de una carga, posee una magnitud y dirección.

Estabilidad: Es una condición que se presenta en una estructura, cuando esta es capaz de conservar su configuración frente a la totalidad de fuerzas que intervienen en el sistema.

Flexión: Esfuerzo causado por fuerzas transversales de un mismo sentido, sobre un elemento.

Fuerzas actuantes / sistema de fuerzas: Conjunto de fuerzas que se presentan en una estructura, tanto estáticas (permanentes) como dinámicas (variables).

Fuerzas sísmicas: Acciones causadas a las edificaciones por movimientos sísmicos.

Geometría: Disciplina que estudia las propiedades y medidas de las figuras en el plano o en el espacio.

Grados de libertad: Concepto empleado para cuantificar y caracterizar los posibles movimientos o restricciones, que puede experimentar una estructura en un punto específico en el espacio.

Hiperestaticidad: Condición que se presenta en estructuras que se encuentran equilibrio a la vez que poseen redundancia en el número de componentes, lo cual hace imposible establecer un número suficiente de ecuaciones para determinar las reacciones del sistema ante los esfuerzos.

Intersección: Lugar de encuentro entre dos o más elementos. Los encuentros entre líneas generan puntos, los encuentros entre superficies generan líneas y los encuentros entre figuras sólidas generan superficies.

Maleabilidad: Propiedad de los materiales que permiten ser descompuesto en láminas delgadas sin llegar a la rotura.

Mecánica: Rama de la física que estudia el comportamiento de las estructuras bajo los efectos generados por las fuerzas.

Módulo de elasticidad: También conocido como módulo de Yong, es un parámetro medido en los materiales elásticos. Se determina mediante el ensayo de tensión.

Nodos: En reticulados espaciales corresponden a los sectores en donde concurren grupos de barras, resolviendo un encuentro de elementos mediante uniones.

Perfil: Hace referencia a la tipología de los elementos longitudinales de las estructuras metálicas, empleada en el diseño y fabricación, tomando en consideración la forma y las dimensiones de la sección transversal.



Propiedades mecánicas: Conjunto de características físicas medidas en los materiales para determinar la capacidad estructural.

Reacción: Fuerza de respuesta interna en una estructura, contraria a las fuerzas aplicadas.

Resistencia: Propiedad de los materiales que mide la capacidad para oponerse a la rotura por la acción de fuerzas.

Resistencia a la fluencia: Propiedad de los materiales para resistir esfuerzos ante cargas aplicadas, cuando ya se ha presentado la deformación en el elemento.

Reticulados espaciales: Sistema estructural compuesto por barras dispuestas tridimensionalmente, conectadas por medio de nodos.

Rigidez: Propiedad de los materiales que mide la capacidad para oponerse a la deformación y a la rotura.

Sección: Forma de un elemento medida en el sentido transversal.

Solución líquida: Sustancia en estado líquido compuesta por la mezcla de varios componentes.

Superficie de área mínima: Superficie que ante un contorno determinado posee la mínima área posible.

Tenacidad: Energía total que es capaz de absorber un material antes de llegar a la rotura.

Tipología: Forma de referirse a la clasificación de elementos con características comunes.

Torsión: Deformación que produce torcimiento en un elemento, causada por fuerzas transversales con sentidos opuestos.

Tracción: Esfuerzo axial divergente que tiende a causar alargamiento en un elemento.

Unión articulada: Unión de varios elementos en una estructura, con tres grados de libertad, lo que permite el movimiento de rotación en los ejes X, Y, Z, del espacio.



REFERENCIAS

- AHMSA. (2013). *Manual de diseño para la construcción con acero*. México: Altos Hornos de México.
- Architects, E. P. (s.f.). *Centro Aucatico de Pekín*. Recuperado el 11 de 2012, de <http://en.beijing2008.cn/46/39/WaterCube.shtml>
- Asamblea Legislativa del Distrito Federal. (1993). *Reglamento de construcciones para el Distrito Federal*. México: Comisión de Ciencia, Tecnología e Informática.
- Bangash, M. Y., & Bangash, T. (2003). *Elements of Spatial Structures. Analysis and Design*. Londres: Thomas Telford Limited.
- Barnes, J. (2012). *Gems of geometry*. Caversham, England: Springer.
- Blogger.com. (s.f.). *Concretely*. Recuperado el 12 de Abril de 2013, de <http://concretely.blogspot.com.es/2010/07/sergio-musmecis-funky-concrete-bridge.html>
- Boys, C. V. (1959). *Soap bubbles. Their colours and the forces which mold them*. New York: Dover Publications, Inc.
- Celigüeta Lizarza, J. (2008). *Método de los Elementos Finitos para Análisis Estructural*. Navarra: Escuela Superior de Ingenieros.
- Comunicadores S.A.C. (30 de Julio de 2010). *Sistemas constructivos para los profesionales de la construcción. Moleculé*. Lima, Perú.
- da Costa Bischoff, J. (2002). *Tesis de Maestría. La arquitectura y su influencia en el medio ambiente*. México Distrito Federal: Universidad Nacional Autónoma de México.
- de Magalhães, J. R., & Malite, M. (1998). *Treliças metálicas espaciais: alguns aspectos. Cadernos de engenharia de estruturas Universidade de Sao Paulo*.
- Engel, H. (2006). *Sistemas de estructuras*. Barcelona: Gustavo Gili. S. L.
- Filz, G. (2012). *Soft spaces_Analog and Digital Approaches to Membrane Architecture on the Example of Corner Solutions. Computational Design Modelling*, 107.
- García Esteban, L. (1999). *Historia de la tecnología de la madera. Aitim*, 198, 68.
- García Esteban, L. (1999). *Historia de la tecnología de la madera. AITIM*, 198, 68-71.
- García López, G. (2009). *Tesis: Origen y evolución de la cercha*. Madrid, España: Universidad Politécnica de Madrid.
- García-Asenjo Villamayor, L., & Hernández López, D. (2005). *Geodesía*. Valencia, España: Universidad Politécnica de Valencia.



Garza Hume, C. E. (2001). Caminos mínimos y burbujas de jabón. *Revista científica multidisciplinaria de la Universidad Autónoma del Estado de México*.

Gobierno del Distrito Federal. (2004). *Normas técnicas complementarias sobre criterios y acciones para el diseño estructural de las edificaciones* (Vol. II). Ciudad de México.

González Tejeda, I. (1992). *Análisis de estructuras arquitectónicas*. México D.F.: Trillas.

Harris, C. (2006). *Dictionary of architecture and construction* (Vol. Cuarta edición). New York: Mc Graw-Hill.

Instituto Mexicano de la Construcción en Acero A. C. (1993). *Manual de construcción en acero*. México: Limusa.

Konstandt, Matias (2002). *Patente nº 6378265. Estados Unidos*

Mainstone, R. (2001). *Developments in structural form*. London: Routledge.

Makowski, Z. S. (1972). *Estructuras espaciales en acero*. Barcelona: G. Gili S.A.

Malite, M., & Maia de Magalhães, J. (1998). *Treliças metálicas espaciais: alguns aspectos relativos ao projeto e à construção* (Vol. 4). Sao Carlos, Brasil: Cadernos de Engenharia de Estruturas (USP).

Martin, F., & Nikolai, N. (2006). A Jordan curve spanned by a complete minimal surface. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 184(2), 1.

Mengeringhausen, Max (1943). *Patente nº 0359126. Alemania*

Museo Universitario del Chopo. (s.f.). Recuperado el 22 de 04 de 2015, de <http://www.chopo.unam.mx/historia.html>

Nerdinger, Winfried;. (2005). *Frei Otto: complete works: lightweight construction, natural design*. Suiza.

Oliva Salinas, J. G. (1989). *Patente nº 158161. México*.

Oliva Salinas, J. G. (1989). *Estudio sobre la construcción de cascarones reticulados*. México D.F.: Universidad Nacional Autónoma de México, División de Estudios de Posgrado Facultad de Arquitectura.

Parker, H. (2002). *Ingeniería simplificada para arquitectos y constructores*. México: Limusa.

Rivas, I., Montanaro, M., & Ortega, N. (2012). Diseño de estereo estructuras considerando su comportamiento mecánico. *Asociación Argentina de Mecánica Computacional*, 1421-1431.

Roland, C. (1973). *Frei Otto: Estructuras*. Barcelona, España: Gustavo Gili.



Sistema Molecule. (s.f.). Recuperado el 12 de 2012, de http://www.taringa.net/posts/ciencia-educacion/13599739/Descubrimiento-Argentino_-Molecule.html

Solís Ávila, L. F. (2010). *Principios estructurales en la arquitectura Mexicana*. México, Distrito Federal: Trillas.

Stefan, H., & Tromba, A. (1990). *Matemáticas y formas óptimas*. Barcelona: Biblioteca Scientific American.

Stefan, H., & Tromba, A. (1995). *The parsimonious universe. Shape and form in the natural world*. New York: Springer.

Téllez, G. (2003). La física y las películas de jabón. *Revista Hipotesis*, 1-33.

Torroja Miret, E. (1984). *Razón y ser de los tipos estructurales*. Madrid: Consejo Superior de investigaciones Científicas.

Wallner, Ulrich (2004). *Patente nº 2004094842. Alemania*

Weaire, D. (1995). De la burbuja a la espuma. *Mundo científico*, 15(157), 408-414.



LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Clasificación de los esfuerzos generados por las cargas en un elemento estructural.....	28
Tabla 2. Ventajas y desventajas en Reticulados Espaciales.....	33
Tabla 3. Descripción del Sistema MERO.....	34
Tabla 4. Descripción del Sistema UNISTRUT.....	34
Tabla 5. Descripción del Sistema KONRAD WACHSMANN.....	35
Tabla 6. Descripción del Sistema TRIO-DETIK.....	35
Tabla 7. Descripción del Sistema TRIODECTIONELLE.....	36
Tabla 8. Descripción del Sistema OKTAPLATTE.....	36
Tabla 9. Descripción del Sistema PYRAMITEC.....	37
Tabla 10. Descripción del Sistema NODUS.....	37
Tabla 11. Descripción del Sistema UNIBAT.....	38
Tabla 12. Descripción del Sistema VESTRUT.....	38
Tabla 13. Descripción del Sistema JOINT OF HAVEN.....	39
Tabla 14. Descripción de sistema de conectores para cascarones reticulados.....	39
Tabla 15. Descripción de sistema MOLECULE.....	40
Tabla 16. Descripción de sistema BAMBUTEC.....	40
Tabla 17. Simbología utilizada en experimentación No. 1.....	46
Tabla 18. Dimensiones de bastidores Comprobación 1.....	48
Tabla 19. Comparativa de los ángulos entre los elementos SAM del tetraedro y el cubo.....	51
Tabla 20. Simbología utilizada en experimentación No. 2.....	52
Tabla 21. Tipos de uniones y apoyos utilizados en experimentación No. 2.....	53
Tabla 22. Secciones en acero, utilizadas en experimentación No. 2.....	53
Tabla 23. Clasificación de grupos de aristas de la geometría y numeración de nodos.....	54
Tabla 24. Tipologías de MB con variación en los tipos de unión.....	54
Tabla 25. Parámetros y variables para la Comprobación 1.....	55
Tabla 26. Esfuerzo estructural en barras Comprobación 1.....	56
Tabla 27. Tipología de MB y módulo de cubo Comprobación 2.....	57
Tabla 28. Parámetros y variables para la Comprobación 2.....	57
Tabla 29. Acortamiento de módulos en eje Z y secciones requeridas en Comprobación 2.....	58
Tabla 30. Tipologías de módulos con variación de tamaño en Comprobación 3.....	59
Tabla 31. Parámetros y variables para la Comprobación 3.....	59
Tabla 32. Esfuerzo estructural de barras en Comprobación 3.....	61
Tabla 33. Aumento de cargas en MB Comprobación 4.....	62
Tabla 34. Parámetros y variables para la Comprobación 4.....	62



Tabla 35. Esfuerzo estructural de barras en Comprobación 4.....	64
Tabla 36. Sectores con trabajo de esfuerzo crítico en tipología de viga propuesta.....	65
Tabla 37. Parámetros y variables para la Comprobación 5.....	66
Tabla 38. Tipologías de vigas para comparación de desempeño estructural.....	68
Tabla 39. Parámetros y variables para la Comprobación 6.....	69
Tabla 40. Secciones requeridas en los elementos de las vigas y cálculo de material.....	70
Tabla 41. Dimensiones de la tipología de losa propuesta.....	71
Tabla 42. Parámetros y variables para la comprobación 7.....	71
Tabla 43. Tipologías de columnas comparadas en el sistema de reticulados espaciales.....	73
Tabla 44. Parámetros para la comprobación 8.....	74
Tabla 45. Valores de desplazamiento de columnas en L y L/2.....	75
Tabla 46. Matriz de calificación del desempeño de las tipologías de columnas comparadas.....	76
Tabla 47. Escala de calificación propuesta para comparativa de columnas.....	77
Tabla 48. Promedio de calificación del desempeño en columnas comparadas.....	77
Tabla 49. Clasificación del elemento propuesto dentro de sistema estructural.....	82
Tabla 50. Dimensiones de las Tipologías de barras en Columna SAM.....	84
Tabla 51. Cantidades totales de piezas en Columna SAM.....	84
Tabla 52. Valores de las propiedades mecánicas del acero.....	95
Tabla 53. Materiales para investigación a futuro.....	97



LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Superficies de Área Mínima obtenidas con la introducción de soportes en soluciones de agua y jabón. (a) Catenoide; (b) figura de marco irregular; y (c) bastidor con figura de caras triangulares. Fuente: Propia.

Figura 2. (a) Cubierta exterior del edificio Centro Médico 20 de Noviembre. Fuente: <http://www.sinembargo.mx/21-11-2013/820847>; y (b) cubierta en acceso del edificio Universum. Fuente: <http://periodiconmx.com/actualidad/universum-se-reinventa/>

Figura 3. Ejemplo del proceso aplicado a figura obtenida con las SAM del tetraedro. (a) Figura con películas de jabón resultantes, (b) módulo compuesto por la configuración de aristas obtenidas en las películas; y (c) sucesión de módulos que generan un reticulado espacial. Fuente: Propia.

Figura 4. Línea de tiempo. Síntesis del proceso teórico que condujo al estudio de las SAM. Fuente: Propia.

Figura 5. Ensayos con modelos a escala realizados por Frei Otto. (a) Película de jabón estirada con hilo; y (b) modelo para diseño de cubierta con superficies contenidas en hilos, a su vez, apoyados en postes. Fuente: (Nerdinger, Winfried,, 2005).

Figura 6. Ensayo con modelo a escala realizado por Frei Otto. Películas de jabón sustentadas en sistema de hilos y postes. Fuente: (Nerdinger, Winfried,, 2005).

Figura 7. Ensayos con modelos a escala realizados por Frei Otto. (a) Película de jabón estirada apoyada en marcos; y (b) película de jabón estirada con hilo y flor. Fuente: <http://www.archdaily.mx/mx/tag/frei-otto>

Figura 8. Ensayo con modelo a escala realizado por Frei Otto. Película de jabón contenida en sistema de marcos. Fuente: <http://www.archdaily.mx/mx/tag/frei-otto>.

Figura 9. Diversas formas de agrupación de burbujas que varían según el grado de complejidad. Fuente: http://descubriendo.fisica.unlp.edu.ar/descubriendo/index.php/%C2%BFPor_que_se_forman_las_pompas_de_jab%C3%B3n%3F

Figura 10. Serie de fotografías que resaltan los detalles de las uniones entre películas de jabón. Fuente: (Emmer & Quarteroni, 2009)

Figura 11. Ejemplos de bastidores de alambre. (a) Figura de aros inscritos en esfera; (b) sólido platónico octaedro; (c) figura de caras triangulares; y (d) figura inscrita en un cono. Fuente: Propia.

Figura 12. Ejemplos de marcos de alambre. (a) Círcunferencia; (b) marco irregular; (c) figura de aros; y (d) figura en espiral helicoides; y (e) paraboloides hiperbólicos. Fuente: Propia.

Figura 13. Ensayos con hilos apoyados en marcos. Fuente: https://imaginary.org/sites/default/files/superficies_minimas.pdf

Figura 14. Representación de películas que se producen al interior de dos láminas de vidrio unidas por algunos elementos verticales. Fuente: Propia.

Figura 15. Incremento en el grado de complejidad de agrupaciones de SAM. (a) Paraboloides hiperbólicos con una película; (b) figura de aros inscritos en esfera con tres películas y una arista; y (c) tetraedro con seis películas y cuatro aristas reunidas en un punto de encuentro. Fuente: Propia.

Figura 16. Elementos que se conforman con las películas de jabón. Fuente: Propia.

Figura 17. Representación de la caracterización geométrica descrita en las leyes de Plateau y las Reglas de Schwarz. Fuente: Propia.

Figura 18. (a) Posibilidades de unión de cuatro puntos; (b) unión de cuatro puntos mediante el recorrido más corto empleando la solución de los caminos rápidos; y (c) esquema tridimensional de la solución. Fuente: Propia basado en (Stefan & Tromba, Matemáticas y formas óptimas, 1990).

Figura 19. (a) Esquema en corte que muestra la capa de agua atrapada entre las cabezas hidrofílicas de las partículas de jabón; y (b) esquema de partícula de jabón. Fuente: Trabajo de servicio social UNAM Experimentos con jabón, autores: Luis Eduardo González González, Gerardo Mejía Rodríguez.



Figura 20. (a) Gama de colores de la longitud de onda de luz visible; y (b) recorrido de los rayos de luz sobre las películas de jabón, incidiendo en la capa exterior e interior. Fuente: (Téllez, 2003).

Figura 21. Atracción entre las moléculas de un líquido y tensión superficial.

Fuente: http://descubriendo.fisica.unlp.edu.ar/descubriendo/index.php/%C2%BFPor_que_se_forman_las_pompas_de_jab%C3%B3n%3F

Figura 22. Proyecto Estadio Olímpico de Múnich. (a) Vista exterior del proyecto. Fuente: <http://grupohero.com.mx/2015/03/>; (b) vista interior de la cubierta, se aprecian los elementos de las membranas plásticas. Fuente: <http://www.epsilones.com/paginas/viajes/viajes-010-municholimpico.html>; y (c) vista exterior, en donde se distingue el sistema de mástiles y tensores que sustenta a la cubierta. Fuente: <http://www.carballada.com/wordpress/2006/11/abseiling-en-el-olympic-stadium>.

Figura 23. Proyecto Centro Acuático de Pekín. (a) Fuente: <https://megaconstrucciones21.wordpress.com/>; (b) Fuente: <http://blog.securibath.com/2008/07/14/water-cube-cubo-de-agua/>; y (c) Fuente: <http://emulafanzine.blogspot.mx/2008/07/preparativos-beijing-2008-fotografa.html>.

Figura 24. Estructura Weaire-Phelan. Fuente: http://reconstruirse.blogspot.mx/2012_04_01_archive.html.

Figura 25. (a) Proyecto Hotel Attrap-Reves. Fuente: <http://www.attrap-reves.com/en/transparent-bubble-bl/?c1=sleep-in-a-bubble-Zen>; (b) y (c) esferas plásticas de la obra artística Cloud Cities. Fuente: <http://tomassaraceno.com/projects/cloud-cities/>.

Figura 26. (a) Conjunto de películas de jabón conformando un hipercubo. Fuente: http://2matehumanes.blogspot.mx/2010_10_01_archive.html; (b) y (c) Monumento de la Constitución, Museo de Ciencias Naturales de Madrid. Fuente: <http://mimundodepapel-chema.blogspot.mx/2014/05/hipercubo.html>.

Figura 27. Representación de antiguas edificaciones (a) Basílica de Fanum hecha por Vitrubio; (b) Antigua basílica de San Pedro en Roma. Fuente: (García López, 2009).

Figura 28. Representación de antiguas edificaciones (a) Cubierta de par e hilera; y (b) cubierta imperial. Fuente: (García López, 2009).

Figura 29. (a) Cercha triangular; (b) cercha española; (c) cercha inglesa; (d) cercha belga; (e) cercha Polonceau; y (f) cercha diente de sierra. Fuente: (García López, 2009).

Figura 30. (a) Celosía Long; (b) celosía Howe; (c) celosía Pratt; (d) celosía Warren; y (e) celosía Virendeel. Fuente: <http://www.taringa.net/post/info/1473042/Cerchas-Cabriadas-o-celosia.html>.

Figura 31. (a) Estructura para aeronave; y (b) torre de observación, Tower Bell. Fuente: <http://tectonicablog.com/?p=87747>.

Figura 32. (a) Museo Universitario El chopo. Fuente: <http://www.chopo.unam.mx/historia.html>; y (b) proyecto Biosfera de Montreal de Buckminster Fuller (1967). Fuente: <http://www.spatialagency.net/database/buckminster.fuller>.

Figura 33. Clasificación de Engel sobre tipologías de estructuras (a) Forma; (b) vector; (c) sección transversal; (d) superficie; y (e) altura. Fuente: (Engel, 2006).

Figura 34. (a) Apoyo articulado deslizable o de primer grado, genera una reacción; (b) apoyo articulado deslizable o de segundo grado, genera dos reacciones; y (c) empotramiento o apoyo de tercer grado, genera tres reacciones. Fuente: Propia, con base en el cuaderno de apuntes Física para arquitectos, autor: Constanza Murcia.

Figura 35. (a) Representación de vectores de fuerzas, poseen magnitud y sentido; (b) Fuerzas ejercidas por las cargas en una viga y reacciones en los apoyos. Fuente: (Engel, 2006).

Figura 36. Clasificación propuesta de las tipologías de estructuras en el sistema de Reticulados Planos y Espaciales, con base en las clasificación propuesta por Engel (Sistemas de estructuras, 2006). Fuente: (Engel, 2006).

Figura 37. Recorridos vectoriales en cerchas planas. Fuente: (Engel, 2006).

Figura 38. Ejemplos de alternativas de apoyo para reticulados planos y espaciales. (a) Apoyo en cordón superior; (b) apoyo en cordón inferior; (c) apoyo tipo pirámide; y (d) apoyo tipo abánico.

Figura 39. Esfuerzos en elementos estructurales esbeltos. (a) Compresión; (b) tracción; y (c) flexión. Fuente: Propia, con base en el cuaderno de apuntes Física para arquitectos, autor: Constanza Murcia.



Figura 40. Proyecto de vivienda de emergencia en Ecuador. (a) Vivienda armada; y (b) plataforma de apoyo de vivienda. <http://blog.is-arquitectura.es/2012/07/31/dia-casas-de-emergencia-estructura-metalica/>

Figura 41. Modelos en 3D de proyecto de vivienda de emergencia en Ecuador. Fuente: <http://blog.is-arquitectura.es/2012/07/31/dia-casas-de-emergencia-estructura-metalica/>

Figura 42. Sistema estructural Molecule, aplicado en la construcción de una vivienda (Buenos Aires). Fuente: <http://www.molecule.com.ar/estereoestructura.htm>.

Figura 43. (a) Geometría de módulo MB; y (b) viga en sistema propuesto. Fuente: Propia, imagen tomada de SAP2000.

Figura 44. (a) Cubo con películas de jabón; (b) cubo con películas de jabón y aristas señaladas; (c) cubo con aristas resultantes de la unión de películas de jabón; (d) aristas resultantes al obtener las SAM del cubo con películas de jabón. Fuente: Propia.

Figura 45. Configuración de películas de jabón en el cubo. Fuente: Propia.

Figura 46. (a) Gráfico de longitud de aristas L_1 del cubo y longitud obtenida en aristas L_2 de película interior en forma de cuadrado, en los tres tamaños de bastidores comparados; y (b) valores de la longitud de aristas L_1 y L_2 y relación de proporción. Fuente: Propia.

Figura 47. Relación de proporción entre longitud de aristas L_1 y L_2 . Fuente: Propia.

Figura 48. Planos de proyección con las dimensiones de los elementos de las SAM del cubo en su verdadera magnitud. Fuente: Propia.

Figura 49. Planos de proyección con los ángulos de los elementos de las SAM del cubo. Fuente: Propia.

Figura 50. Esquema de cubo y valores de los ángulos en los elementos de las SAM. Fuente: Propia.

Figura 51. Gráficos de los desplazamientos en los nodos en la Comprobación 1. Fuente: Propia.

Figura 52. Gráfico del trabajo estructural realizado por cada grupo de aristas en Comprobación 1. Fuente: Propia.

Figura 53. Gráfico del desplazamiento vertical de MB y MC en eje Z ante la aplicación de cargas. Fuente: Propia.

Figura 54. Gráfico de comparativa entre las secciones requeridas en MB y MC en el grupo de aristas No. 5 para resistir las cargas aplicadas. Fuente: Propia.

Figura 55. Gráficos de los desplazamientos en los nodos en la Comprobación 3. Fuente: Propia.

Figura 56. Trabajo estructural realizado por cada grupo de aristas en la Comprobación 3. Fuente: Propia.

Figura 57. Gráficos de los desplazamientos en los nodos en la Comprobación 4 y acortamiento de módulos en eje Z. Fuente: Propia.

Figura 58. Gráfico de trabajo de esfuerzos de las barras en Comprobación 4. Fuente: Propia.

Figura 59. Visualización final de MB. Fuente: Propia, imagen tomada de SAP2000.

Figura 60. Trabajo estructural realizado por las barras con trabajo crítico en comprobación 5. Fuente: Propia.

Figura 61. Deflexiones de vigas comparadas en comprobación 5. Fuente: Propia.

Figura 62. (a) Gráfico de deflexiones en vigas, y (b) comparación de deflexiones en relación con el diámetro de sección requerido en los elementos de las vigas en la comprobación 6. Fuente: Propia.

Figura 63. Visualización final de viga propuesta. Fuente: Propia, imagen tomada de SAP2000.

Figura 64. (a) Gráfico de la deflexión presentada en la losa, y (b) diámetro de los perfiles usados en las barras de la losa. Fuente: Propia.

Figura 65. Visualización final de losa propuesta. Fuente: Propia, imagen tomada de SAP2000.



Figura 66. (a) Desplazamiento horizontal de columnas en $L/2$; y (b) desplazamiento horizontal de columnas en L . Fuente: Propia.

Figura 67. Gráfico de los porcentajes de peso y volumen correspondientes a las tipologías de columnas comparadas en la comprobación 8. Fuente: Propia.

Figura 68. (a) Acortamiento de columnas compradas en eje Z ; y (b) cantidad de material requerido por las columnas. Fuente: Propia.

Figura 69. Visualización final de columna propuesta. Fuente: Propia, imagen tomada de SAP2000.

Figura 70. Producto diseñado: Columna en sistema reticulado espacial. Fuente: Propia.

Figura 71. Vista general de Columna SAM. (a) Modelo tridimensional; (b) alzado; y (c) axonometría. Fuente: Propia.

Figura 72. Vista en planta de Columna SAM. Fuente: Propia.

Figura 73. Columna SAM vista en detalle en extremos superior y en base. Fuente: Propia.

Figura 74. Detalles de alzado, planta y vista tridimensional de nodo superior. Fuente: Propia.

Figura 75. Detalles de alzado, planta y vista tridimensional de nodo intermedio. Fuente: Propia.

Figura 76. Detalles de alzado planta y vista tridimensional de nodo en marco interior. Fuente: Propia.

Figura 77. Detalles de alzado, corte, planta y vista tridimensional de nodo inferior y anclaje a la base. Fuente: Propia.

Figura 78. Esquemas del análisis estructural de la Columna SAM. Fuente: Propia, imagen tomada de SAP2000.

Figura 79. Esquema de la numeración dada a los nodos laterales, para el cálculo del promedio de desplazamientos horizontales sufrido por la columna en L (a 1.5 m de la base) y $L/2$ (a 3 m de la base). Fuente: Propia.

Figura 80. Formula de esfuerzo. σ : esfuerzo; f : esfuerzo unitario; A : área de sección transversal. Fuente: (AHMSA , 2013).

Figura 81. Diagrama de esfuerzo-deformación en materiales dúctiles en tensión. Fuente: (AHMSA , 2013).

Figura 82. Diagrama de esfuerzo-deformación en diversos tipos de acero estructural. Fuente: <http://materialesparaconstruir.blogspot.mx/2009/03/el-acero.html>

Figura 83. Render de aplicación arquitectónica, oficina y bodega de obra: vista general. Fuente: Propia.

Figura 84. Render de aplicación arquitectónica, oficina y bodega de obra: vista de acceso a oficinas y terraza. Fuente: Propia.

Figura 85. Render de aplicación arquitectónica, oficina y bodega de obra: vista interior de oficinas. Fuente: Propia.

Figura 86. Aplicación arquitectónica, oficinas y bodega de obra: planta baja. Fuente: Propia.

Figura 87. Aplicación arquitectónica, oficinas y bodega de obra: planta de primer piso. Fuente: Propia.

Figura 88. Aplicación arquitectónica, oficinas y bodega de obra: corte transversal. Fuente: Propia.

Figura 89. Desarrollos futuros del sistema propuesto. (a) Cubierta de media bóveda; y (b) módulo de edificación de dos pisos. Fuente: Propia.

De la naturaleza provenimos, y si a ella recurrimos, seguramente encontraremos muchas respuestas; el desarrollo de la tecnología, y como tal de la humanidad, no debe distanciarnos de saber cuidarla y apreciarla...

