



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLÁN

**APLICACIÓN DE ÍNDICES DE VEGETACIÓN PARA
OBTENER MODELOS PREDICTIVOS DEL RENDIMIENTO
EN PRADERAS ASOCIADAS**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
INGENIERA AGRÍCOLA

P R E S E N T A:
VIRIDIANA BARRETO AGUILLÓN

ASESORA:
M. en I. MARTHA ELENA DOMÍNGUEZ HERNÁNDEZ

CUAUTITLÁN IZCALLI, ESTADO DE MÉXICO 2015



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

**FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLÁN
UNIDAD DE ADMINISTRACIÓN ESCOLAR
DEPARTAMENTO DE EXÁMENES PROFESIONALES**

U. N. A. M.
FACULTAD DE ESTUDIOS
SUPERIORES CUAUTITLÁN
ASUNTO: VOTO APROBATORIO

**M. en C. JORGE ALFREDO CUÉLLAR ORDAZ
DIRECTOR DE LA FES CUAUTITLÁN
PRESENTE**

**ATN: M. en A. ISMAEL HERNÁNDEZ MAURICIO
Jefe del Departamento de Exámenes
Profesionales de la FES Cuautitlán.**



Con base en el Reglamento General de Exámenes, y la Dirección de la Facultad, nos permitimos comunicar a usted que revisamos **La Tesis:**

Aplicación de índices de vegetación para obtener modelos predictivos del rendimiento en praderas asociadas.

Que presenta la pasante: **VIRIDIANA BARRETO AGUILLÓN**
Con número de cuenta: **40907298-7** para obtener el Título de: **Ingeniera Agrícola**

Considerando que dicho trabajo reúne los requisitos necesarios para ser discutido en el **EXAMEN PROFESIONAL** correspondiente, otorgamos nuestro **VOTO APROBATORIO**.

ATENTAMENTE
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPÍRITU"
Cuautitlán Izcalli, Méx. a 07 de mayo de 2015.

PROFESORES QUE INTEGRAN EL JURADO

	NOMBRE	FIRMA
PRESIDENTE	Ing. Adolfo José Manuel Ochoa Ibarra	
VOCAL	Dra. Gloria Herrera Vázquez	
SECRETARIO	M.I. Martha Elena Domínguez Hernández	
1er SUPLENTE	M.C. Ana María Martínez García	
2do SUPLENTE	Ing. Minerva Edith Téllez Ordaz	

NOTA: Los sinodales suplentes están obligados a presentarse el día y hora del Examen Profesional (art. 127).
En caso de que algún miembro del jurado no pueda asistir al examen profesional deberá dar aviso por anticipado al departamento.
(Art 127 REP)

HHA/Vc

*Dedicado a mis amados sobrinos : Gusi y Chio,
que a pesar de la distancia, en mi corazón y en mi mente,
siempre los llevo conmigo.*

Agradecimientos

A Dios, por que en mis días de soledad tu supiste como guiarme.

A ti mamá que eres mi apoyo y mi impulso, me has enseñado que las cosas tienen que hacerse bien, que no basta un intento más bien nunca hay que rendirse. Por ti soy lo que soy y me siento tan orgullosa que tu Ivonne Aguillón seas mi madre.

Papá que a pesar que nunca llegue a entenderte del todo, siempre estuviste conmigo y al pendiente que nada me faltara, eres un gran ejemplo a seguir, Te quiero.

A mi asesora de Tesis: M. I Martha Elena Domínguez Hernández, por todo el apoyo y la confianza que me brindaste para realizar este trabajo, la paciencia con la que me enseñaste y más que ser una asesora encontré una amiga.

A mis amigos que sin excluir a ninguno quisiera agradecer especialmente a:

Berenice Hernández y Brenda Escutia, por los momentos memorables y divertidos que hemos vivido en estos 7 años de amistad, gracias por escucharme y entenderme, las quiero amigas, más bien dicho, hermanas.

Héctor Escobar, la vida da mil vueltas y aunque no terminamos esta meta juntos, fuiste y serás parte importante en mi vida, gracias por los lindos recuerdos, siempre te recordare con cariño.

Mi carrera Ingenieria Agrícola, por que las mejores personas y los mejores momentos los encuentre aquí, como por ejemplo, ustedes mis queridos compañeros: Karina Mora, Selene Aguilar, Angel Villarreal y Francisco Gonzalez.

A la UNAM porque desde el momento que me entere que fui aceptada en esta prestigiosa institución fui la persona más feliz del mundo.

A mis sinodales de Tesis: Dra. Gloria Herrera, Ing. Adolfo José Manuel Ochoa, Ing. Minerva Téllez, M.C Ana María Martínez, por los consejos y comentarios para mejorar y complementar este trabajo.

Y por ultimo pero no menos importante al Proyecto Análisis de sistemas de producción agrícola con herramientas de percepción remota, sistemas de información, técnicas de laboratorio y de campo PIAPIV C22 por los recursos aportados para el apoyo de este proyecto.

Contenido

Índice de figuras, tablas y gráficas	ii
Introducción	1
<i>Objetivos</i>	2
Marco conceptual	3
<i>Espectro electromagnético</i>	3
Regiones del Espectro Electromagnético	4
<i>Sensores</i>	7
Sensor Field Scout TCM 500 NDVI	8
<i>Aspectos fisiológicos para la absorción de la luz en plantas</i>	10
<i>Índices de vegetación</i>	12
Índice de Vegetación de Diferencia Normalizada (NDVI)	15
<i>Manejo agronómico de una asociación gramínea-leguminosa</i>	16
Especies Utilizadas	17
<i>Modelos matemáticos utilizados en la agricultura</i>	19
Función exponencial	20
Función Lineal	21
Metodología	23
<i>Contexto físico</i>	23
<i>Diseño experimental</i>	23
Trabajo de campo	25
Establecimiento de las parcelas para validación	29
Trabajo de gabinete	31
Ajuste de datos mediante Maple®	33
Resultados y discusión	34
Análisis de los modelos	41
Conclusiones	45
Bibliografía	46

Índice de figuras, cuadros y gráficas

Figura 1 .Radiación electromagnetica	3
Figura 2. Longitud de Onda y su frecuencia	4
Figura 3. Regiones del espectro electromagnético.	5
Figura 4. Esquema de la interacción de la luz con la materia y la gravedad.	6
Figura 5. Partes del sensor.	9
Figura 6 .Absorción de la luz visible, reflexión de la radiación del infrarrojo.	11
Figura 7 . Absorción de la luz visible por los fotopigmentos	12
Figura 8. Cálculo del NDVI a partir de la luz visible y del infrarrojo cercano	16
Figura 9. Función exponencial	20
Figura 10. Función Lineal	21
Figura 11. Preparación de las unidades experimentales	25
Figura 12. Germinación del trébol blanco	26
Figura 13. Germinación del rye grass	26
Figura 14. Riego de las unidades experimentales	27
Figura 15. Aplicación de fertilización con las 3 diferentes dosis. (T7 fertilizacion baja, T2 fertilizacion media, T6 fertilizacion alta).	27
Figura 16. Medición del NDVI mediante el sensor Field Scout TCM 500.	28
Figura 17. Corte de las unidades experimentales	28
Figura 18. Peso de las unidades experimentales	29
Figura 19. Preparación y siembra del terreno	29
Figura 20. Pesaje del abono	30
Figura 21. Aplicación del abono en Campo.	30
Figura 22 . Medición del NDVI mediante el sensor Field Scout TCM 500	31
Figura 23. Ventana principal del menu del software.	32
Figura 24. Datos en formato texto obtenidos desde el sensor	32
Figura 25. Procesamiento en Maple para ajuste de datos.	33
Figura 26. Hoja de cálculo para el análisis de cada uno de los modelos potenciales.	41
Cuadro 1. Longitud de onda de los colores del espectro visible.	5
Cuadro 2. Especificaciones del sensor Field Scout TCM 500 NDVI	9
Cuadro 3. Factores y niveles del experimento	23
Cuadro 4. Tratamientos trabajados en invernadero	24
Cuadro 5. Promedio de NDVI y Rendimiento por tratamiento de cada uno de los cortes	34
Cuadro 6. Modelos obtenidos mediante el procesamiento en Maple®	35
Cuadro 7. Comparación de medias por el metodo de Tukey.	37
Cuadro 8. Grupos generados con la comparacion de medias por el método de Tukey.	38

Cuadro 9. Valores de error relativo, RMSE, MAE y MBE para cada uno de los modelos seleccionados.	42
Gráfica 1. Firmas espectrales de la planta saludable y estresada	14
Gráfica 2. Gráfica de los efectos principales para NDVI en los tres cortes.	36
Gráfica 3. Gráfica de los efectos principales para Peso fresco (ton/ha) en el corte 1.	37
Gráfica 4. Gráfica de interacción para Peso fresco (ton/ha).	38
Gráfica 5. Gráfica de los efectos principales para Peso fresco (ton/ha) en el corte 3.	39
Gráfica 6. Primer Modelo	42
Gráfica 7. Segundo modelo	43
Gráfica 8. Tercer Modelo	44

Introducción

Una cubierta vegetal en buen estado, tiene una firma espectral que se caracteriza por el contraste entre la banda del rojo, cuya longitud de onda está entre 0.6 y 0.7 μm y del infrarrojo cercano, cuya longitud de onda está entre 0.7 y 1.1 μm . La banda del rojo es absorbida en gran parte por la clorofila, mientras que la infrarroja es reflectada; esta cualidad de la vegetación permite realizar una valoración cualitativa de dicha información. En percepción remota existe un conjunto de parámetros numéricos que permiten estimar y evaluar el estado de salud y, por lo tanto, el rendimiento de la vegetación con base en la medición de la radiación que las plantas emiten o reflejan; estos parámetros permiten la construcción de índices de vegetación, dentro de los cuales el más utilizado es el Índice de vegetación de diferencia normalizada, NDVI, por sus siglas en inglés. (SINAVEF, 2010)

Los índices de vegetación, se basan en los valores digitales de brillo y en las relaciones entre bandas espectrales; son parámetros que permiten medir la biomasa y el vigor vegetativo. Un índice de vegetación, se genera con la combinación de muchos valores espectrales que son sumados, divididos o multiplicados en forma tal que generen un valor único que indique la cantidad o el vigor de la vegetación que está contenida en el área que se midió (Campbell, 2011). Entonces, un índice de vegetación puede ser definido como un parámetro calculado a partir de los valores de la reflectancia a distintas longitudes de onda, y que es particularmente sensible a la cubierta vegetal (Gilbert *et al.* 1997).

Entonces, la utilización de sensores en la agricultura permite realizar diagnósticos del estado de la vegetación en forma rápida y sencilla, sin embargo, la respuesta espectral de las diferentes especies puede variar de acuerdo con las condiciones ambientales y de manejo, por ello, es importante determinar modelos que permitan hacer predicciones de rendimiento y de manejo, por ejemplo riegos y fertilizaciones, en forma confiable. En este trabajo, se generó un modelo para una asociación gramínea leguminosa con el fin de proporcionar una base sólida para determinar rendimientos a partir de datos espectrales que podrían ser obtenidos con diversos sistemas de percepción remota, en particular con el sensor Field Scout TCM 500 NDVI.

Objetivos

Los objetivos de este trabajo fueron:

General

- Generar un modelo, a partir del índice de vegetación de diferencia normalizada (NDVI), para el cálculo y la predicción de rendimiento en praderas asociadas de rye grass (*Lolium multiflorum* Lam) y trébol blanco (*Trifolium repens* L.) bajo diferentes condiciones de riego y fertilización.

Específicos

- Obtener los índices de vegetación de diferencia normalizada (NDVI) para asociaciones de rye grass y trébol blanco bajo diferentes condiciones de riego y fertilización con el sensor Field Scout TCM 500 NDVI.
- Determinar el modelo matemático adecuado para la predicción del rendimiento de rye grass y trébol blanco bajo diferentes condiciones de riego y fertilización a partir del NDVI.
- Evaluar el modelo generado en parcelas experimentales para determinar la precisión en la predicción del rendimiento.

Marco conceptual

En los siguientes apartados, se presenta una revisión bibliográfica de los conceptos básicos que fundamentan teóricamente el trabajo realizado, se presenta información referente al espectro electromagnético, los sensores, los aspectos fisiológicos de la absorción de la luz en plantas, las generalidades de los índices de vegetación, el manejo agronómico de las asociaciones gramíneas leguminosas y algunos de los modelos matemáticos más utilizados en la agricultura.

Espectro electromagnético

El espectro electromagnético se define como el rango de todas las radiaciones electromagnéticas posibles. La radiación electromagnética, está formada por un campo eléctrico (E) y un campo magnético (H), ambos perpendiculares entre sí como se muestra en la figura siguiente:

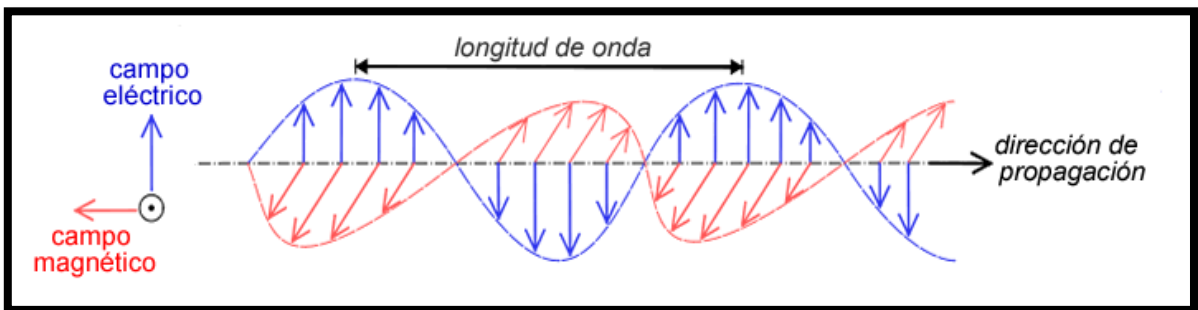


Figura 1 .Radiación electromagnetica

Fuente: www.radiansa.com

La energía electromagnética, de acuerdo con Campbell (2011), tiene tres propiedades básicas:

- Longitud de onda (λ), que se define como la distancia entre dos crestas adyacentes.
- Frecuencia, definida como el número de crestas que pasan en un segundo.
- Amplitud, que es equivalente a la altura de cada pico.

Una onda electromagnética es la perturbación simultánea de los campos eléctricos y magnéticos existentes en una misma región (Estrada, 2011) por lo tanto, al conjunto de todos estos tipos de ondas o radiaciones se denomina espectro electromagnético. En general, los diversos tipos de ondas electromagnéticas difieren en el valor de sus frecuencias, y también por la forma en que se producen. (Montoya, 2008)

En la figura siguiente se muestra una representación gráfica de la longitud de onda y de la frecuencia.

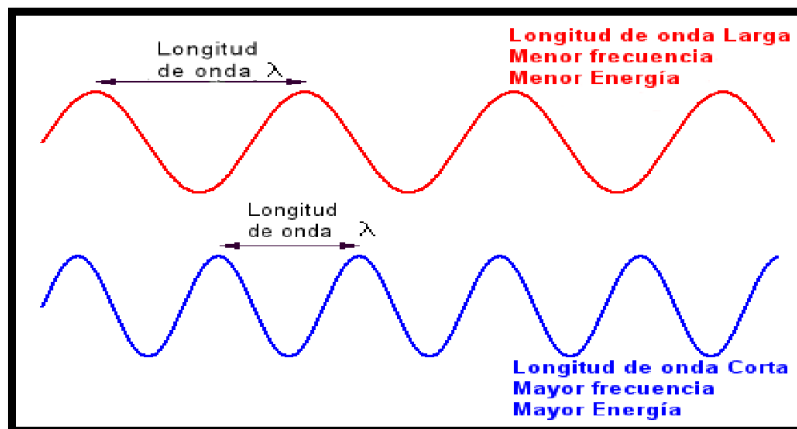


Figura 2. Longitud de Onda y su frecuencia

Fuente: www.grupo2radiobiologiayradioproteccion2.wordpress.com

Regiones del Espectro Electromagnético

El espectro electromagnético ha sido dividido en diferentes regiones cuyos límites son más o menos arbitrarios y dependen en buena medida en nuestra capacidad de poder producir o detectar esas regiones del espectro (Fontal, 2005). Generalmente, la radiación electromagnética se clasifica por su longitud de onda en ondas de radio, microondas, infrarroja y región visible, rayos ultravioleta, rayos X y rayos gamma; la región visible es lo que percibimos como luz. El comportamiento de la radiación electromagnética depende de su longitud de onda por lo tanto, frecuencias más altas tienen longitudes de onda más cortas, y las frecuencias inferiores tienen longitudes de onda más largas. (Pérez, 2010)

En la figura 3, se presenta un esquema del espectro electromagnético con las longitudes de onda en cada una de las bandas.

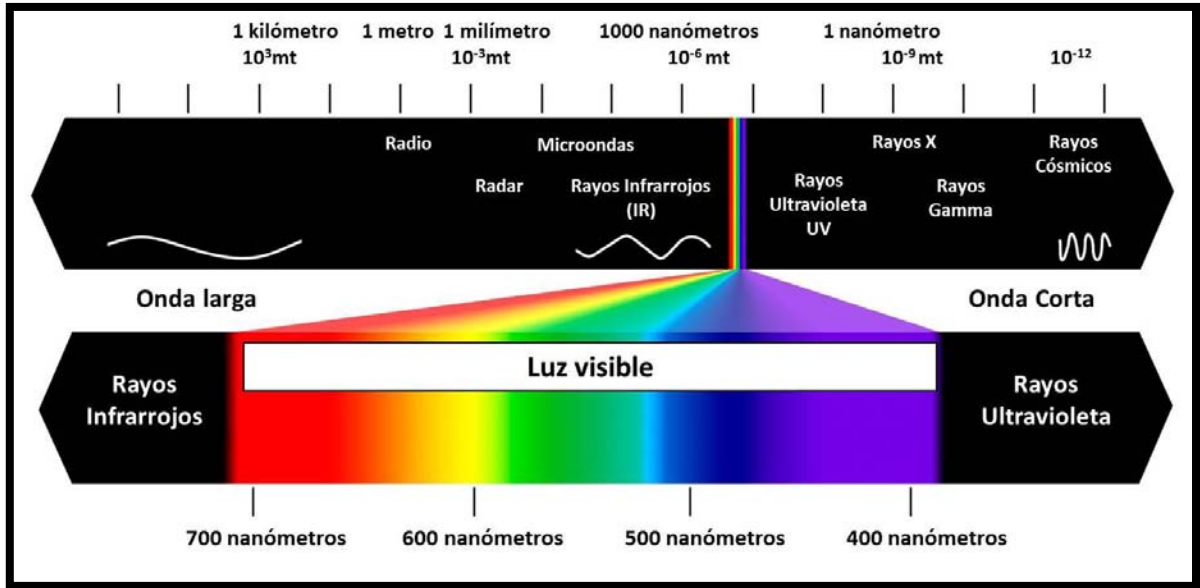


Figura 3. Regiones del espectro electromagnético.
Fuente: www.artinaid.com

El espectro visible es una porción pequeña del espectro electromagnético. Cualquier energía producida en esta estrecha banda producirá la sensación de visión cuando estimula el ojo humano normal (Fontal, 2005). En la cuadro 1, se muestran los rangos de longitud de onda en nanómetros (nm) para los diferentes colores del espectro visible.

Cuadro 1. Longitud de onda de los colores del espectro visible.

Color	Longitud de onda (nm)
Rojo	630-760
Naranja	590-630
Amarillo	560-590
Verde	490-560
Azul	440-490
Índigo	420-440
Violeta	380-420

Fuente: Fontal (2005)

La luz, interactúa con la materia y la gravedad, y por tanto puede ser reflejada, difractada, esparcida, absorbida o transmitida dependiendo de las condiciones en las que se da dicha interacción (Artinad, 2013). En la figura 4, se muestra una representación gráfica de estos fenómenos.

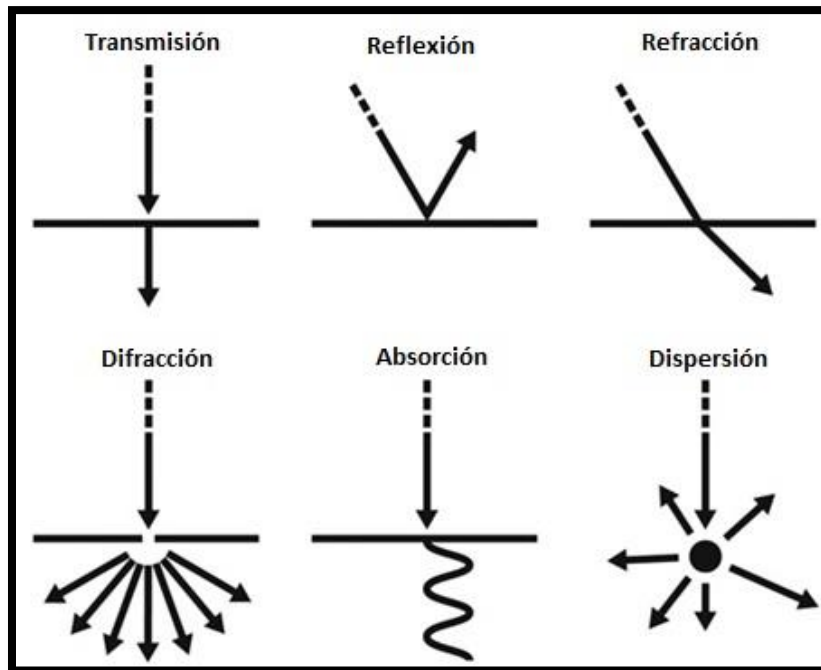


Figura 4. Esquema de la interacción de la luz con la materia y la gravedad.
Fuente: Artinad (2013)

De acuerdo a con Luminotecnia (2002), los fenómenos que tienen lugar por la interacción de la luz con la materia y la gravedad, son:

- Reflexión: sucede cuando ondas de cualquier tipo inciden sobre una barrera plana como un espejo, esto hace que se generen nuevas ondas que se mueven alejándose de dicha barrera.
- Transmisión: es el paso de radiación a través de un medio sin sufrir algún cambio en su frecuencia.
- Refracción: al pasar de un medio a otro, el rayo de luz puede cambiar su dirección; dicho cambio se produce por una alteración en la velocidad de la luz. Esta disminuye si la densidad del nuevo medio es mayor y aumenta si es menor.
- Absorción: es la transformación de la energía radiante en otra forma de energía, generalmente en forma de calor.
- Dispersión: es la separación de un rayo de luz en sus componentes monocromáticos debido a un diferente índice de refracción; la mayor desviación la sufre la luz violeta y la menor la luz roja.
- Difracción: es un fenómeno característico de las ondas, éste se basa en la curvatura y forma en que se esparcen las ondas cuando encuentran un obstáculo o al atravesar una hendidura.

La luz puede ser captada mediante dispositivos que la convierten en información, estos dispositivos se conocen como sensores.

Sensores

Un sensor se define como un dispositivo que está capacitado para detectar acciones o estímulos externos y responder en consecuencia; entonces, estos aparatos pueden transformar magnitudes físicas y/o químicas en magnitudes eléctricas que pueden ser procesadas e interpretadas por otros dispositivos como las computadoras. Existen varios tipos de sensores que se clasifican por la naturaleza de su fuente de energía en activos y pasivos según Muñoz (2005).

- **Sensores activos:** Estos sensores son capaces de iluminar un objeto con su propia fuente de radiación, esta energía va a inducir al objeto para emitir radiación (fluorescencia) o va a causar que refleje la radiación producida por el sensor. Los sistemas de percepción activa generan una señal que rebota en un objeto, con el fin de medir las características de la señal reflejada. Un ejemplo de este tipo de sensor es el Radar.
- **Pasivos:** Estos reciben las señales emitidas naturalmente y reflejadas por los objetos percibidos; dentro de los sensores pasivos están los sensores fotográficos, óptico-electrónicos que combinan una óptica similar a la fotográfica y un sistema de detección electrónica (detectores de barrido y empuje), espectrómetros de imagen y de antena (radiómetros de microondas).

En percepción remota, se utilizan sensores remotos que están a bordo de satélites y registran energía electromagnética emitida o reflejada por un objeto o superficie en distintas bandas del espectro electromagnético. Esta energía detectada se convierte en imágenes satelitales que proveen datos cuantitativos y espacialmente continuos de la superficie y, en tal sentido, son mucho más que una fotografía. (Revista científica y técnica de ecología y medio ambiente, 2008). Los primeros satélites de observación terrestre comenzaron a operar a principios de la década de 1970, desde entonces el sistema científico-técnico ha puesto a disposición de la sociedad herramientas y modelos conceptuales que traducen los datos registrados por los sensores remotos en conocimiento útil para la toma de decisiones en múltiples áreas incluyendo las ciencias ambientales y la conservación. Las imágenes generadas pueden considerarse como una matriz de mediciones de una determinada variable física, realizadas a intervalos regulares, de acuerdo a la resolución espacial del sensor. Esa variable puede ser directamente

detectada por el sensor o estar indirectamente relacionada con ella, en la medida en que influye en la radiancia o distancia; estas últimas se denominan variables indirectas en teledetección, y son las de mayor interés para el usuario (Yebrá , 2008). La información derivada de los datos recogidos por los sensores a bordo de satélites puede representar de forma adecuada atributos funcionales de los ecosistemas como la productividad primaria (Paruelo, 2008).

Además de los sensores remotos, en agricultura se utilizan otros sensores como los medidores de color, esto permite contar con información puntual de las unidades de producción sin necesidad de tener acceso a imágenes satelitales que podrían resultar costosas o de difícil acceso para la mayoría de los agricultores.

Sensor Field Scout TCM 500 NDVI

El sensor utilizado en este trabajo, es un medidor de color que refleja la luz del pasto en dos bandas: rojo e infrarrojo cercano, en la figura 5 se muestra una imagen de dicho dispositivo. La clorofila absorbe la banda roja, cuya longitud de onda es de 660nm de la radiación entrante, la reflectancia a esa longitud de onda es relativamente baja debido a la fuerte absorción de la luz por los pigmentos de la planta. La alta reflectancia en la banda del infrarrojo cercano (IR) es causada por la estructura celular de las hojas, particularmente por el mesófilo esponjoso (Spectrum Technologies, 2009).

El dispositivo utilizado calcula el NDVI considerando la fórmula:

$$NDVI = \frac{IR - R}{IR + R}$$

Donde:

NDVI= índice de vegetación de diferencia normalizada

IR= Reflectancia en la banda del infrarrojo (850 nanómetros)

R= Reflectancia en la banda del rojo (660 nanómetros)



Figura 5. Partes del sensor.

Fuente: Spectrum Technologies, 2009

En la Cuadro 2 se presentan las especificaciones técnicas del sensor de acuerdo con información del fabricante. El tamaño del área de medición es de 7.6 cm; el dispositivo funciona enviando un haz de luz que impacta sobre el dosel vegetal, detecta la reflectancia en las bandas roja e infrarroja cercana y calcula el porcentaje de dicha reflectancia para generar el índice de vegetación de diferencia normalizada.

Cuadro 2. Especificaciones del sensor Field Scout TCM 500 NDVI

Características del sensor Field Scout TCM 500 NDVI	
Muestra de medición	Dosel del pasto
Sistema de Medición	La reflectancia de color rojo (660 nm) y NIR (850 nm)
Necesidades de luz	El medidor TCM 500 tiene su fuente de luz interior.
Área de medición	Aproximadamente 3.0 pulgadas (7.6 cm)
Unidades de medida	a) Porcentaje de reflectancia (0.0 a 99.9) de rojo y NIR (infrarrojo cercano) b) NDVI (0.000-1.000) c) Índice de Pasto (1.00-9.00)
Intervalo de medición	a) Un segundo por medición sin GPS b) De dos a cuatro segundos por medición con GPS

Características del sensor Field Scout TCM 500 NDVI	
Repetibilidad	± 5 % de la medición
Descarga de Archivo	Archivo de texto delimitado por comas
Rango de temperatura	32 ° a 104 ° F (0 ° a 40 ° C)

Fuente: Spectrum Technologies (2009)

Como impulsora de la fotosíntesis, la luz es fundamental para la producción de los cultivos, esto es debido a que el desarrollo y crecimiento de la planta son influenciados significativamente tanto por la cantidad como por la calidad de la luz.

Aspectos fisiológicos para la absorción de la luz en plantas

La luz, es uno de los factores más heterogéneos, tanto espacial como temporalmente, de entre los que afectan a las plantas; por su naturaleza energética, representa además un factor de riesgo añadido porque es requerida para el proceso fotosintético.

Las clorofilas son las sustancias capaces de captar energía lumínica y de transformarla en energía química mediante la fotosíntesis. Hay dos tipos de clorofila según se trate de organismos fotosintéticos procariontes o eucariontes bacterioclorofila *a* y clorofila *a* respectivamente, además están acompañados de otros pigmentos accesorios como la clorofila *b*, *c*, *d*, y en algunos organismos como las algas y protistas la clorofila *e* además existen los carotenoides, como el beta caroteno y las xantofilas (carotenoide de color amarillo), cuya función es por una parte ampliar el espectro de absorción de los pigmentos primarios y por otra de servirles como sistemas de protección frente a la luz excesiva. (Manrique, 2003)

El comportamiento espectral de la vegetación depende de las propiedades y orientación de las hojas y de la estructura del dosel vegetal. Al nivel de la hoja, la radiación que llega se refleja, se absorbe o se transmite. La proporción de la radiación que es reflejada, en las diferentes partes del espectro depende de la pigmentación de la hoja, del grosor y la composición, es decir de la estructura celular; así como de la cantidad de agua libre dentro del tejido foliar. Dado que estos parámetros varían en función de la especie y el tiempo, el patrón espectral de las hojas presenta una gran variación. (Ahumada, 1997)

En las longitudes de onda azul y roja del espectro, la radiación es fuertemente absorbida por los pigmentos presentes en los cloroplastos. En la porción verde, la absorbancia es menor y la reflectancia mayor que en las longitudes de onda del azul y del rojo. La radiación en el infrarrojo es fuertemente reflejada por el aire presente en el mesófilo de

las hoja, entonces, mientras más desarrollados estén estos tejidos con aire, mayor será la reflectancia (Ahumada, 1997). En la figura siguiente se muestra una representación de la forma en que interactúa la luz con las estructuras de la vegetación.

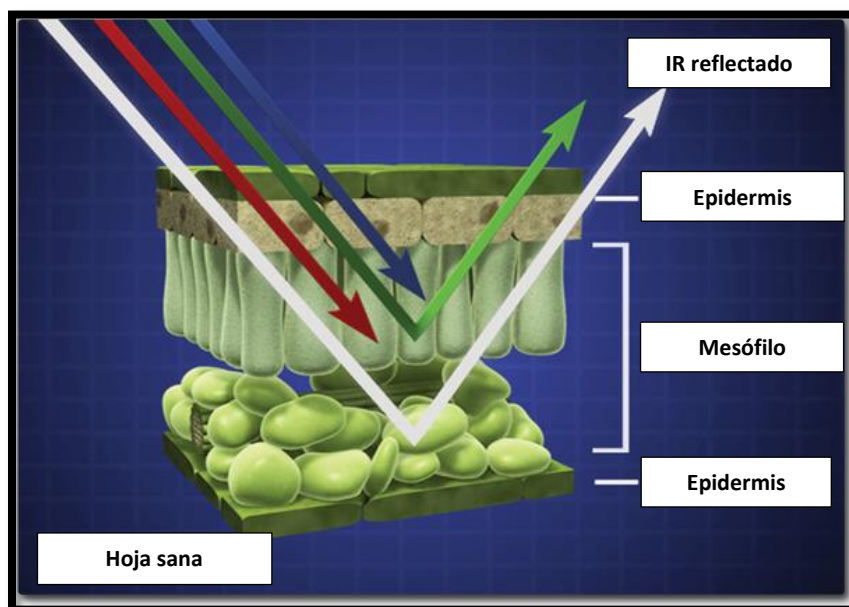


Figura 6 .Absorción de la luz visible, reflexión de la radiación del infrarrojo.
Fuente Artinad, (2013)

La senescencia de las hojas implica la desaparición de la clorofila y la aparición de otros pigmentos que le dan colores amarillentos o rojizos entre estos están los los carotenoides, como el beta caroteno y las xantofilas, que causan un fuerte incremento de la reflectancia en el rojo.

Existen diversos factores que alteran la reflectancia de las hojas, Ahumada (1997) reporta los siguientes:

- Las plagas que afectan directamente a la clorofila y por lo tanto la tasa fotosintética a partir de la desaparición de los espacios de aire.
- Las enfermedades; especialmente las esporas y las hifas de los hongos que cubren la superficie de las hojas con consecuencias en el comportamiento espectral.
- El tipo, la densidad, el grado de desarrollo y el estado fenológico de las plantas.
- La naturaleza del suelo entre las plantas, es decir, si está desnudo o si posee materia orgánica, o si esta húmedo o seco, entre otras características.

Este comportamiento espectral diferenciado permite generar datos de reflectancia que pueden ser usados para determinar parámetros que describan numéricamente dichos comportamientos, entre estos están los Índices de vegetación.

Índices de vegetación

En términos ecológicos, un índice de vegetación tiene un gran valor porque es un buen estimador de la fracción de la radiación fotosintética activa interceptada por la vegetación (Paruelo, 2008). Esta estimación puede realizarse porque las clorofilas, pigmentos de los cloroplastos, están capacitadas para absorber luz visible en las membranas de los tilacoides durante la fotosíntesis. Los cloroplastos poseen clorofila *a* y *b*, con estructuras policíclicas planas, cuya posición central está ocupada por Mg^{+2} coordinados por 4 átomos de N de la protoporfirina (Jensen, 2000). En la siguiente figura se muestra la absorción de cada uno de los fotopigmentos en el espectro visible, esto permite que la planta absorba luz en diferentes longitudes de onda lo que hace más eficiente el proceso fotosintético.

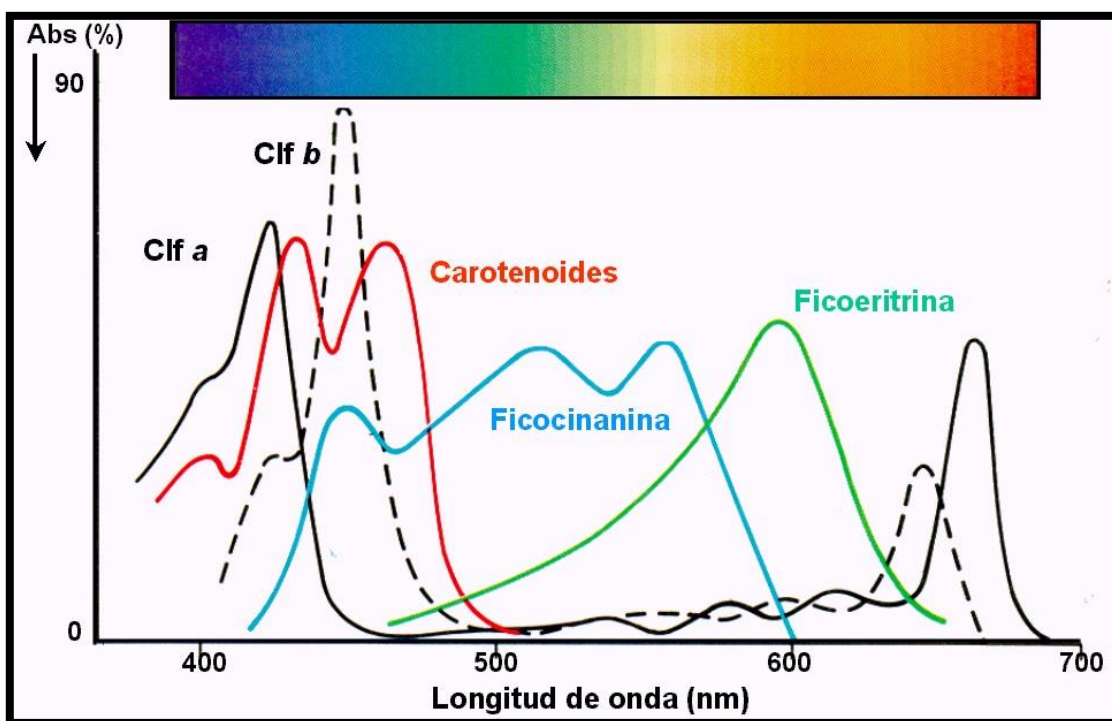


Figura 7 . Absorción de la luz visible por los fotopigmentos
www.biologia.edu.ar

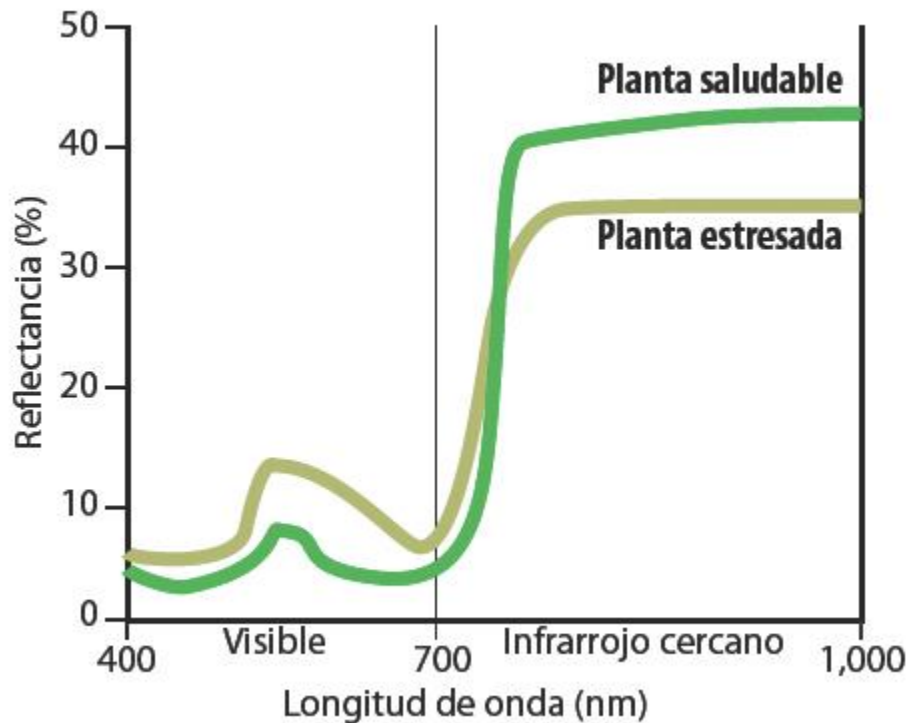
La vegetación, el suelo y el agua tienen comportamientos espectrales diferentes, lo que permite calcular índices de vegetación que hacen posible deducir el estado de desarrollo de los cultivos e identificar cuando hay problemas con el crecimiento (Lee *et al.*, 2011). Esto indica que hay una relación estrecha entre el desarrollo de los cultivos y la variación en los índices de vegetación, por ello es posible utilizarlos para predecir los rendimientos de cultivos como lo reportan para el maíz Claverie *et al.* (2011) y estudios realizados para el mismo cultivo por el INIFAP como el reportado por Soria *et al.* (2000) en la ocurrencia y predicción de rendimientos de maíz a través de índices de vegetación

En la Universidad de Nevada, Baghzouz *et al.* (2006) evaluaron la respuesta espectral del dosel vegetal en rye grass anual (*Lolium multiflorum* Lam.) cultivado bajo diferentes combinaciones de nitrógeno y riego, entre los resultados encontrados se determinó que, la reflectancia espectral tiene un potencial importante para realizar el seguimiento del cultivo en lo referente al contenido de nitrógeno y humedad, además permitió captar la variabilidad espectral temporal durante el mismo período de crecimiento y de un año a otro.

Otro estudio, en la Universidad de Tianjin China, Yimei *et al.* (2008) se estudió la correlación entre el contenido relativo de agua en hoja, la temperatura de dosel y la reflectancia espectral en Rye grass perenne bajo condiciones de déficit de riego. Los resultados indicaron que la calidad del pasto se correlacionó positivamente con la humedad del suelo, el Índice de Vegetación de Diferencia Normalizada (NDVI), y en forma negativa con el dosel vegetal y la diferencia de temperaturas ambientales.

Mkhabela *et al.* (2010) utiliza el sensor MODIS para predecir el rendimiento de cebada, canola, soya y trigo con el fin de identificar el mejor momento para hacer el pronóstico del rendimiento de manera confiable a partir de el Índice de Vegetación de Diferencia Normalizada (NDVI) obtenido de las imágenes satelitales generadas por este sensor. Además de las imágenes satelitales, los autores utilizaron estadísticas de rendimiento de los cultivos estudiados; dichos datos y los índices de vegetación se procesaron matemáticamente para generar diferentes modelos, eligiendo los de mejor ajuste para cada cultivo en cada zona de la región de Canadá donde se hizo el estudio. En conclusión, este estudio demuestra que es posible utilizar índices de vegetación obtenidos con imágenes de MODIS para predecir rendimientos de los cultivos mencionados realizando las mediciones uno o dos meses antes de la cosecha.

Los resultados de los estudios antes mencionados se basan en que el follaje de las plantas verdes absorbe la radiación en la banda roja (R) y refleja gran parte de la radiación en la banda del infrarrojo cercano (IR), en la gráfica 1 se muestra este comportamiento y se puede observar la reflectancia de la planta saludable y la planta estresada. El porcentaje de reflectancia en el espectro visible para la planta saludable es menor a la planta estresada, mientras que la planta saludable, refleja más en el espectro del Infrarrojo.



Gráfica 1. Firmas espectrales de la planta saludable y estresada
Fuente: www.scanterra.com

Este comportamiento de la vegetación puede medirse a través de índices de vegetación, los cuales permiten evaluar la proporción de radiación captadas en diferentes bandas, normalmente en el rojo e infrarrojo, con esto se puede determinar la cantidad de follaje verde que cubre la superficie explorada por el sensor. Entre los índices de vegetación más utilizados se encuentra el índice de vegetación de diferencia normalizada (NDVI) cuya variación se encuentra en el intervalo entre -1 y 1. (Palacios, 2011)

Índice de Vegetación de Diferencia Normalizada (NDVI)

La cantidad de radiación reflejada en las longitudes de onda correspondientes al rojo (R) y al infrarrojo cercano (IR) muestra una estrecha relación con la actividad fotosintética de las plantas. Esto se debe a que los tejidos fotosintéticamente activos absorben una proporción alta de la radiación incidente en la banda del rojo y reflejan una gran proporción de la radiación en la banda del infrarrojo (Paruelo, 2008).

Esta reflexión diferencial en las bandas del rojo y el infrarrojo cercano permite la construcción de índices espectrales. Uno de los más usados es el Índice de Vegetación de Diferencia Normalizada (NDVI, por sus siglas en inglés), calculado a partir de la reflectancia en las porciones roja (R) e infrarroja (IR) del espectro electromagnético $NDVI = (IR - R)/(IR + R)$. La reflectancia en el rojo se relaciona con la absorción por parte de pigmentos fotosintéticos y la del infrarrojo con la estructura foliar. El NDVI presenta una relación estrecha y positiva con la fracción de Radiación Fotosintéticamente Activa Absorbida (fRFAA) por la vegetación verde y por tanto con la productividad (Paruelo, 2008). Este índice espectral muestra una relación positiva y lineal con la fracción de la radiación fotosintéticamente activa absorbida por el dosel, por tanto el NDVI puede ser un buen estimador de la productividad primaria (Paruelo, 2008).

El índice de vegetación de diferencia normalizada (NDVI) se calcula con la fórmula siguiente:

$$NDVI = \frac{IR - R}{IR + R}$$

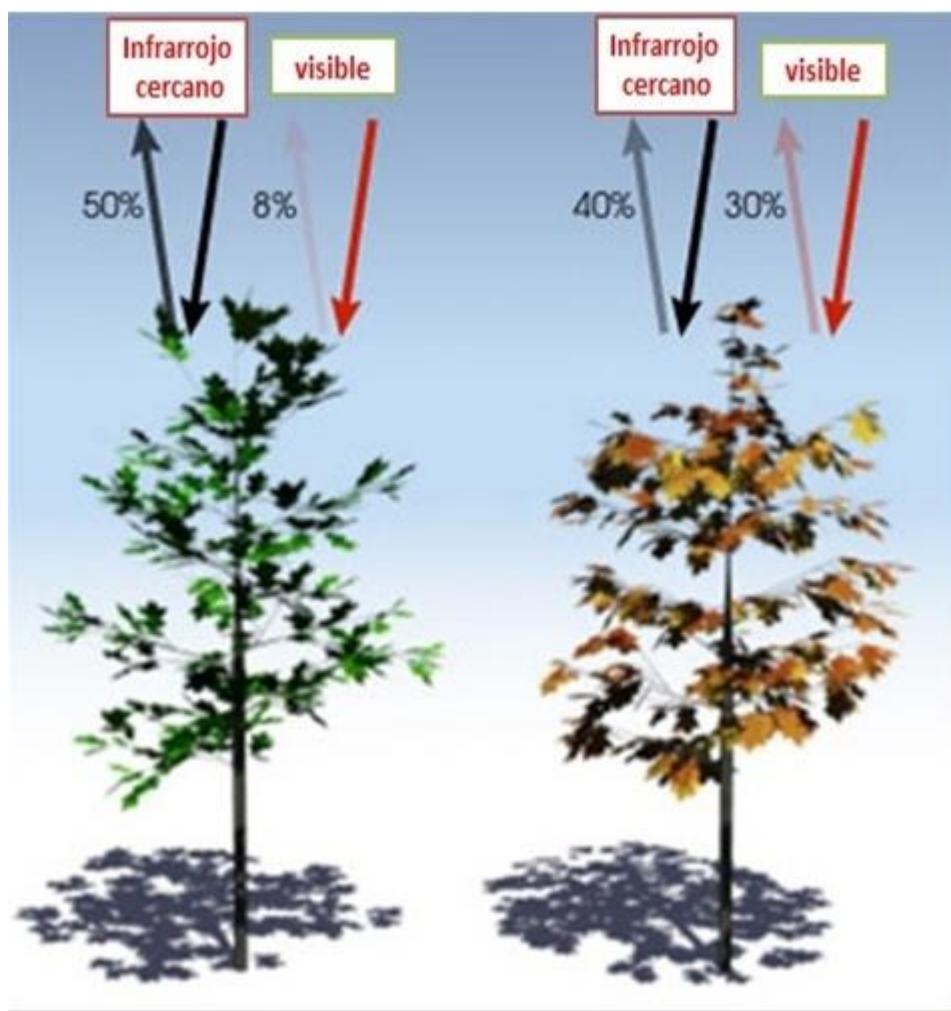
Dónde:

NDVI= índice de vegetación de diferencia normalizada

IR= Reflectancia en la banda del infrarrojo, alrededor de 850 nanómetros

R= Reflectancia en la banda del rojo, alrededor de 660 nanómetros.

Cuando el NDVI presenta valores cercanos a 1 es posible decir que existe un desarrollo muy vigoroso del follaje y que éste cubre por completo el suelo, mientras que un valor cercano a cero indica que no hay vegetación o que ésta se encuentra en muy mal estado. En la figura siguiente se puede observar la variación de dicho índice y una representación visual de la condición de la planta:



$$NDVI = \frac{(0.50 - 0.08)}{(0.50 + 0.08)} = 0.72$$

$$NDVI = \frac{(0.40 - 0.30)}{(0.40 + 0.30)} = 0.14$$

Figura 8. Cálculo del NDVI a partir de la luz visible y del infrarrojo cercano

Fuente: www.esa.int

Manejo agronómico de una asociación gramínea-leguminosa

Las asociaciones, se pueden definir como la interrelación armónica y equilibrada entre dos o más especies de gramíneas y leguminosas. Estas asociaciones se pueden realizar con leguminosas nativas, que se encuentran en el pastizal o con especies introducidas y aprobadas. (REDVET, 2013)

La mezcla de gramíneas y leguminosas es de gran importancia ya que con ellas se logra un mejor balance nutritivo y una mejor distribución de la producción durante el año (Romero, 1989).

Existen diferentes tipos de mezclas forrajeras, adecuadas para los distintos objetivos que se persigan, pero, conviene tener en cuenta que la elección de los constituyentes de la asociación está en función del suelo y del clima, mientras que la forma de utilización depende de la capacidad de las especies involucradas para establecerse y producir al mismo tiempo. La mezcla de dos o más especies forrajeras, constituye una asociación de plantas con exigencias y características diferentes, pero que pueden ser complementarias y su producción más importante que el cultivo puro de cada uno de los constituyentes. (Soto, 1996).

Especies Utilizadas

Rye grass (*Lolium multiflorum* Lam)

El rye grass anual, también conocido como rye grass italiano es un pasto amacollado anual de clima fresco y nativo del sur de Europa (INIFAP, 2003). Es una gramínea de ciclo corto, sabor agradable y alta digestibilidad, lo que lo hace una especie forrajera con alto valor para la alimentación del ganado. Esta especie es utilizada en muchos ambientes cuando se requiere rápida cobertura o alimento. Sus características incluyen:

- Potencial productivo alto
- Establecimiento rápido
- Adecuado para labranza mínima
- Buena respuesta en suelos pesados y con poco drenaje

Requerimientos edafoclimáticos

Los suelos donde crece deben ser de media a alta fertilidad, con un drenaje adecuado y pH superior a 5.5; es exigente a la nutrición de nitrógeno, fósforo y potasio. (Oregon State University, 1999). El ryegrass se adapta mejor a regiones de clima fresco y húmedo, su mejor crecimiento ocurre a temperaturas entre 20 y 25°C, debido a esto, el ryegrass anual crece bien en invierno y principios de primavera en la mayoría de las regiones áridas y templadas del país (INIFAP, 2003).

Pastoreo

De acuerdo con Donaghy (2001), el manejo adecuado del pastoreo permite producir grandes cantidades de forraje de alta calidad, aprovechable para los animales y que puede persistir por más tiempo. La persistencia de la pastura se optimiza a través de la intensidad de pastoreo reflejado en la altura de los rastrojos pos-pastoreo y la carga animal utilizada, el período de recuperación o rebrote y el de ocupación.

El objetivo de adecuar los períodos de recuperación de las pasturas con el número de hojas verdes es evitar que la planta llegue a un estado de senescencia tal que su valor nutricional disminuya y no se pueda aprovechar una proporción de la materia seca disponible por muerte de hojas (Fulkerson W., 2002).

El número de hojas es un indicador de campo lógico, práctico y conveniente de la recuperación de las reservas de carbohidratos y de la madurez de la hoja, o de la preparación de la planta para ser pastoreada. El conocimiento del patrón de evolución del número de hojas puede ser usado como una base para el diseño de un sistema de pastoreo controlado. Idealmente, se debería utilizar tanto el criterio de la disponibilidad de materia seca como el número de hojas con el fin de ajustar el tiempo de pastoreo (Fulkerson W. J., 2002)

De acuerdo con Donaghy (2001), la utilización promedio de las pasturas perennes en condiciones de clima templado es de 50-60% y la pérdida de persistencia es una de las principales limitantes para la producción ganadera.

Trébol blanco (*Trifolium repens* L.)

El trébol blanco, es una especie de clima templado que se encuentra en lugares donde la humedad del suelo permite su desarrollo; se distribuye extensamente desde el Ártico hasta los subtrópicos en un amplio rango de altitud; puede ser encontrado a más de 6000 metros sobre el nivel del mar, por ejemplo en los Himalayas. (Williams, 1987).

Muslera (1992), menciona que es una especie perenne de ciclo invernal, con tallos rastreros que enraízan en los nudos; este hábito estolonífero es el que la caracteriza y define como la leguminosa perenne de mejor adaptación a las praderas de pastoreo de las zonas templadas.

Requerimientos Edafoclimáticos

El trébol blanco se adapta a una amplia gama de suelos, incluyendo los de textura liviana y los de textura pesada, resiste zonas de baja humedad y tolera condiciones climáticas variadas (Aguila, 1990). López (1996), menciona que aunque se adapta a todo tipo de suelos, prospera mejor en suelos fértiles, particularmente los arcillosos con niveles adecuados de fósforo; tolera un rango de pH entre 5.0 y 7.0.

Spedding (1972) señala que, muy pocos factores de clima o de la planta misma, pueden limitar su distribución, aunque se adapta, mejor a un clima moderadamente húmedo y frío que a uno cálido y seco.

Pastoreo

El trébol tiene un hábito de crecimiento estolonífero y rastrero, posee tallos horizontales que se desarrollan a nivel de la superficie del suelo y son frecuentemente enterrados por el efecto del pisoteo de los animales o por la acción de las lombrices. Desde los nudos de estos estolones, se forman tanto raíces que mejoran habilidad de las plantas ante problemas de estrés hídrico y permiten la repoblación de cercos descubiertos. El trébol blanco beneficia el pastoreo debido a:

- Un mayor contenido energético y de proteína cruda.
- Mayor palatabilidad.

Esta gramínea, al mezclarse con leguminosas permite el pastoreo y favorece la obtención de forrajes de alta calidad proteínica.

Modelos matemáticos utilizados en la agricultura

La investigación en el área agrícola utiliza cada vez más los modelos matemáticos como herramientas predictivas, por ejemplo, la regresión no lineal sirve para describir sistemas biológicos y físicos (Rebolledo, 1994). Ostle (1986) y Montgomery (1991), propusieron, que si el modelo lineal no es el adecuado, se debe considerar el ajuste de algún modelo no lineal. Los modelos no lineales pueden convertirse en lineales utilizando alguna transformación apropiada de la variable de respuesta, las variables de predicción, los parámetros o la combinación de estos. Algunos modelos no lineales incluyen al logístico, exponencial, Michaelis-Menten y el monomolecular. (Rodríguez, 1989)

Por otra parte, el modelo logístico, puede expresar adecuadamente el crecimiento o desarrollo en función del tiempo, se caracteriza por tener forma sigmoïdal, un punto de inflexión y dos asíntotas, una superior y otra inferior (Calvo , 1994). El modelo exponencial es válido para crecimientos o decrecimientos continuos en los que las condiciones son siempre favorables. El modelo de Michaelis-Menten se ha utilizado para describir el comportamiento de poblaciones de insectos y el modelo monomolecular puede ser aplicado en agronomía, medicina y veterinaria, entre otras áreas. (Rojas, 2002).

Función exponencial

Oaxaca, *et al* (2007), indican que las funciones reciben su nombre de acuerdo al comportamiento de la variable independiente, de ahí que, si esta variable está como exponente, la función se llamará exponencial y se denota como $y = a^x$, donde $a \in \mathbb{R}$, o bien:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = a^x, \quad \text{donde } a \in \mathbb{R}$$

En la figura siguiente se muestra una representación general de esta función.

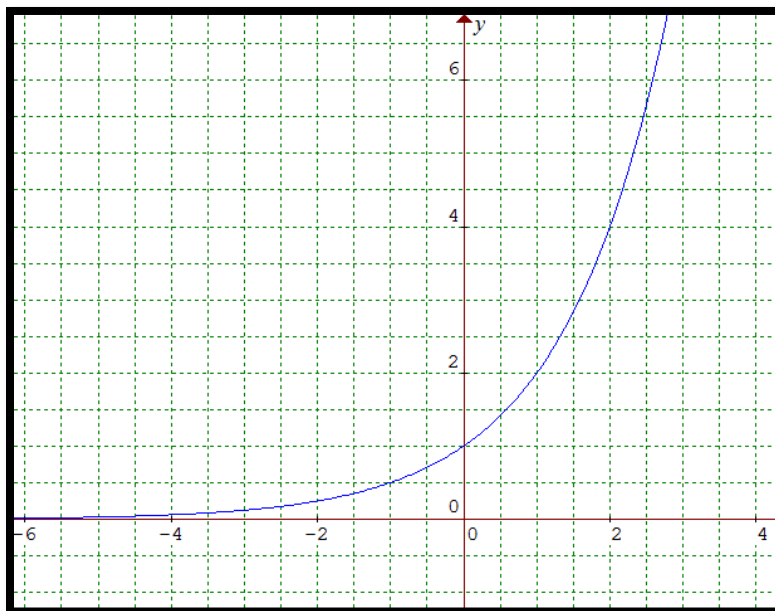


Figura 9. Función exponencial

Es posible observar que, el comportamiento creciente es lento al principio, es decir con valores menores de x que una vez superado el punto de inflexión el crecimiento es rápido, esto sucede en algunas etapas fenológicas, como el desarrollo vegetativo de casi todas las especies vegetales.

Función Lineal

Una función lineal, de acuerdo con Demana (2007), es una función polinomial de grado 1 y por lo tanto tiene la forma:

$$f(x) = ax + b$$

Donde: a y b son constantes y $a \neq 0$

En la figura 10 se presenta la función identidad. Una función lineal puede usarse para predecir rendimiento únicamente en ciertas etapas del cultivo, es decir, como en la regresión lineal, las predicciones serán válidas en el intervalo de experimentación utilizado para el desarrollo del modelo.

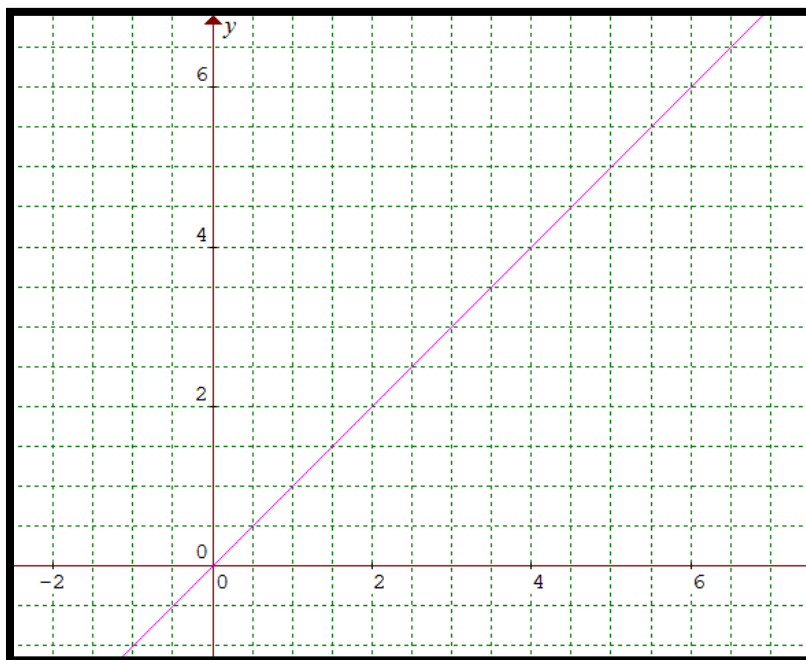


Figura 10. Función Lineal

Cuando se realizan mediciones o se obtienen modelos para explicar un fenómeno en forma matemática, es necesario determinar que tan precisos son los resultados, esto puede hacerse a través de coeficientes de determinación (R^2) o bien utilizando el error absoluto o el error relativo. En el caso de los modelos matemáticos para predicción de rendimiento se utilizan la raíz del cuadrado medio del error (RMSE), el error medio absoluto (MAE) y el error medio sistémico (MBE).

La RMSE proporciona los residuales, es decir, las variaciones de los errores entre los valores medidos o reales (M_i) y los predichos o esperados (P_i); este error se calcula con:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (P_i - M_i)^2}$$

El error medio absoluto (MAE), mide la magnitud promedio de los errores absolutos, es considerado el estadístico más común para medir la magnitud promedio del error y se calcula con:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |P_i - M_i|$$

Finalmente, el error medio sistémico (MBE), es un indicador para determinar cuando el modelo tiene una predicción baja o cuando sobrepredice los valores medidos. Un valor positivo del MBE indica que el modelo está prediciendo rendimientos mayores a los reales y un valor negativo indica que se está haciendo una predicción menor. En caso de que el MBE tenga un valor cero, el modelo tiene la misma proporción de valores positivos y negativos en la predicción.

$$MBE = \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^n (P_i - M_i) \right]$$

En todos los casos, n es el número de observaciones, P_i es el valor esperado y M_i es el valor real (MKhabela *et al* 2010).

En este trabajo se utilizaron el RMSE, MAE, MBE y el error relativo para determinar la precisión de los modelos obtenidos.

Metodología

Contexto físico

El área de estudio donde se realizó el trabajo se encuentra ubicada a 30km al norte de la Ciudad de México y 2.5 km al noreste del municipio de Cuautitlán, geográficamente se encuentra entre los paralelos 19° 39' - 19°45' N y los meridianos 99°08' -99°14' W a una altura de 2,250 metros sobre el nivel del mar (msnm). (Flores *et al*, 1981).

De acuerdo a lo reportado por la Estación Meteorológica de Sistemas Agrícolas y Recursos Naturales (EMA OSAR UNAM):

- Temperatura Media Anual: 15.2°C
- Temperatura Media máxima: 23.4°C
- Temperatura Media mínima: 8.0°C

La precipitación anual promedio es: 787.4mm y entre los meses de Agosto y Diciembre de 2014 periodo en que se llevo acabo el trabajo en campo fue de 62.94mm

Diseño experimental

Invernadero

Se realizó un experimento factorial para evaluar la influencia del riego y la fertilización sobre el índice de vegetación (NDVI) y el rendimiento de la asociación gramínea-leguminosa. Se utilizó un abonado medio de 25 ton·ha⁻¹ (control) de acuerdo con lo reportado por Livestock Production Science (2004) y un riego medio de 600mm·año⁻¹ de acuerdo con Domínguez (2005).

Los factores y niveles del experimento que se estudiaron fueron:

Cuadro 3. Factores y niveles del experimento

Factor	Nivel
Fertilización	F1= 12.5 ton·ha ⁻¹ F2= 25 ton·ha ⁻¹ (control) F3= 50 ton·ha ⁻¹

Factor	Nivel
Riego	R1= 300 mm·año ⁻¹
	R2= 600 mm·año ⁻¹ (control)
	R3= 900 mm·año ⁻¹

Es decir, se probaron nueve tratamientos con tres repeticiones; lo cual generó un total de 27 unidades experimentales que fueron arregladas completamente al azar como se muestra en el siguiente cuadro:

Cuadro 4. Tratamientos trabajados en invernadero

Tratamiento	Nivel fertilización	Nivel Riego
1	F1	R1
2	F2	R1
3	F3	R1
4	F1	R2
5	F2	R2
6	F3	R2
7	F1	R3
8	F2	R3
9	F3	R3

Campo

Adicionalmente, se establecieron parcelas en campo que permitieron probar los modelos; bajo un arreglo de bloques al azar con 3 tratamientos y 4 repeticiones, los tratamientos fueron en diferentes dosis de fertilización orgánica con estiércol de ovino con 8 meses de descomposición: F1= 12.5 ton·ha⁻¹, F2= 25 ton·ha⁻¹ (control), F3= 50 ton·ha⁻¹. El factor de bloqueo fue la preparación del suelo. El arreglo en campo de las unidades experimentales fue el siguiente:

Bloque I			Bloque II			Bloque III		
T ₂	T ₂	T ₁	T ₂	T ₂	T ₁	T ₂	T ₂	T ₂
T ₁	T ₃	T ₁	T ₃	T ₁	T ₁	T ₂	T ₁	T ₃
T ₂	T ₂	T ₃	T ₃	T ₂	T ₁	T ₃	T ₃	T ₁
T ₃	T ₁	T ₃	T ₃	T ₂	T ₃	T ₁	T ₃	T ₁

En ambos experimentos se midieron las siguientes variables de respuesta: Índice de vegetación de diferencia normalizada (NDVI) y rendimiento en fresco.

El análisis de los datos se hizo mediante un ANOVA y una prueba de medias para los tratamientos, factores e interacciones que resultaron significativos, adicionalmente, se hizo un ajuste de curvas para determinar el modelo que relaciona el rendimiento con el índice de vegetación. Las evaluaciones se llevaron a cabo a los 45, a los 75 y 105 días después del establecimiento, el criterio de corte fue el punto de saturación de las plantas, es decir, cuando las primeras hojas están senescentes.

Trabajo de campo

Las unidades experimentales dentro del invernadero se establecieron en charolas de 600cm², cada una contenía tierra previamente cernida y la asociación gramínea-leguminosa con una proporción de semilla de 7:3 por cada 10cm². Teniendo así, un total de 18 semillas de trébol blanco (*Trifolium repens* L) y 42 semillas de rye grass (*Lolium multiflorum* Lam) por cada unidad experimental. La fecha de siembra fue el 1 de Agosto del 2014. En las figuras siguientes se muestra la siembra y la germinación de las especies en las unidades experimentales.



Figura 11. Preparación de las unidades experimentales



Figura 12. Germinación del trébol blanco



Figura 13. Germinación del rye grass

El 22 de Agosto se comenzaron aplicar los riegos (figura 14), una vez por semana y la fertilización se aplicó a los 30 días, con un primer corte a 2cm para favorecer amacollamiento, este procedimiento se muestra en la figura 15.



Figura 14. Riego de las unidades experimentales



Figura 15. Aplicación de fertilización con las 3 diferentes dosis. (T7 fertilización baja, T2 fertilización media, T6 fertilización alta).

Se realizaron tres cortes y en cada uno se midió el índice de Vegetación con el sensor Field Scout TCM 500 antes de cada corte con intervalos de cada 5 segundos, con 3 repeticiones en centro y a cada lado de la charola, esto se muestra en la figura 16.



Figura 16. Medición del NDVI mediante el sensor Field Scout TCM 500.

Una vez medido el NDVI, se realizó el corte de la pastura. En la figura siguiente se muestra el corte para determinar el rendimiento a partir del peso fresco.



Figura 17. Corte de las unidades experimentales



Figura 18. Peso de las unidades experimentales

Establecimiento de las parcelas para la probación en campo.

La siembra en campo se estableció el 1 de septiembre en el área de invernaderos de la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, con una densidad de siembra de $25\text{kg} \cdot \text{ha}^{-1}$ de rye grass y $6\text{kg} \cdot \text{ha}^{-1}$ de trébol blanco (7:3) el método de siembra fue al voleo en un campo de 100m^2 . En la figura 19 se muestra la preparación y siembra del terreno.



Figura 19. Preparación y siembra del terreno

La fertilización en campo se llevó acabo 30 días después de la siembra con las siguientes dosis: F1= 12.5 ton·ha⁻¹, F2= 25 ton·ha⁻¹ (control) , F3= 50 ton·ha⁻¹ con estiércol de ovino con una descomposcion de 8 meses y un previo secado. En las figuras siguientes se muestra el pesaje y la aplicación del abono.



Figura 20. Pesaje del abono



Figura 21. Aplicación del abono en Campo.

En campo, la medición del Índice de vegetación se llevo a cabo en un solo punto, que se considero representativo de la condición general del cuadro de muestra en intervalos de 10 segundos, se utilizó un cuadro de muestreo de 900cm² como se muestra en la figura 22.



Figura 22 . Medición del NDVI mediante el sensor Field Scout TCM 500

Las muestras de cada unidad experimental se pesaron para calcular el rendimiento por hectárea.

Trabajo de gabinete

La descarga de datos se llevo a cabo desplegando el menu del software que incluye el sensor como se muestra en la figura 23.

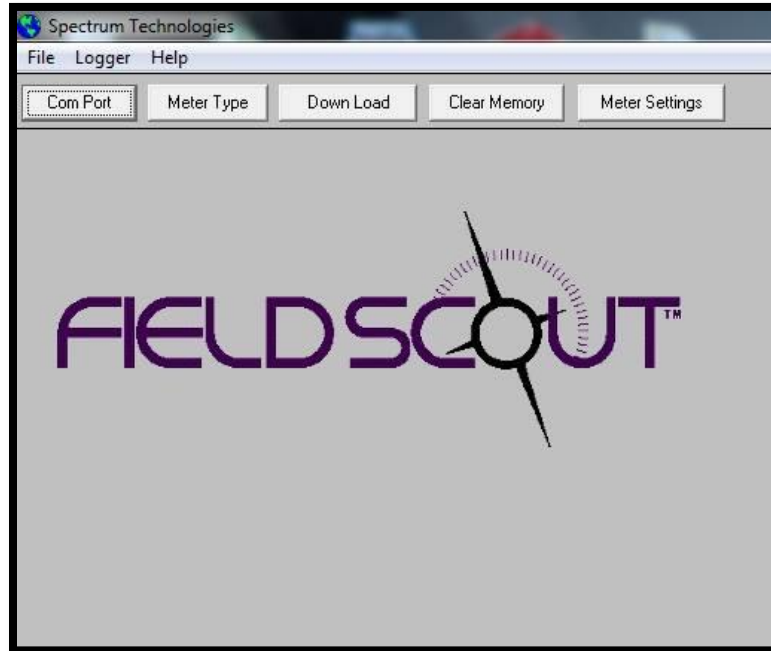


Figura 23. Ventana principal del menu del software.

Fuente: Spectrum Technologies (2009)

Los datos se descargan en un archivo de texto, en la figura 24 se muestra una de las hojas obtenidas.

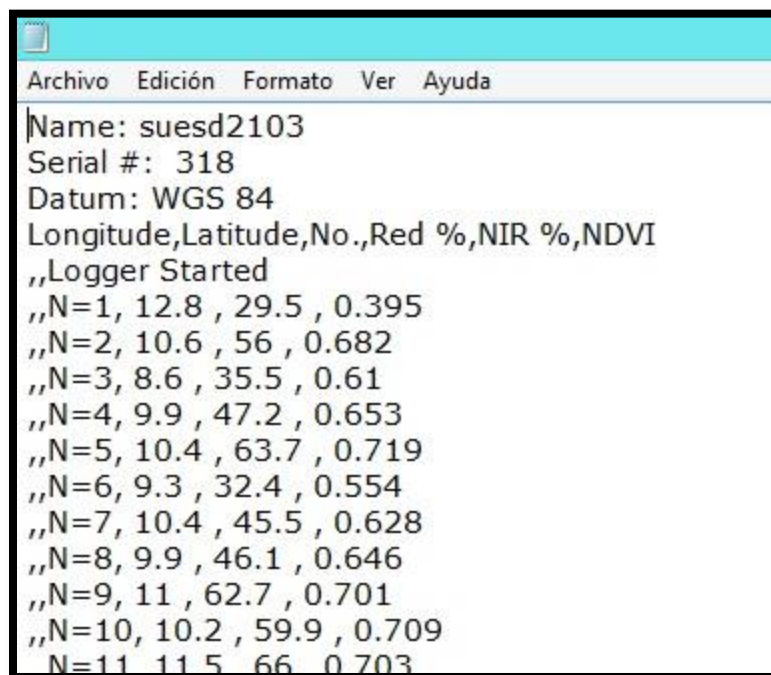
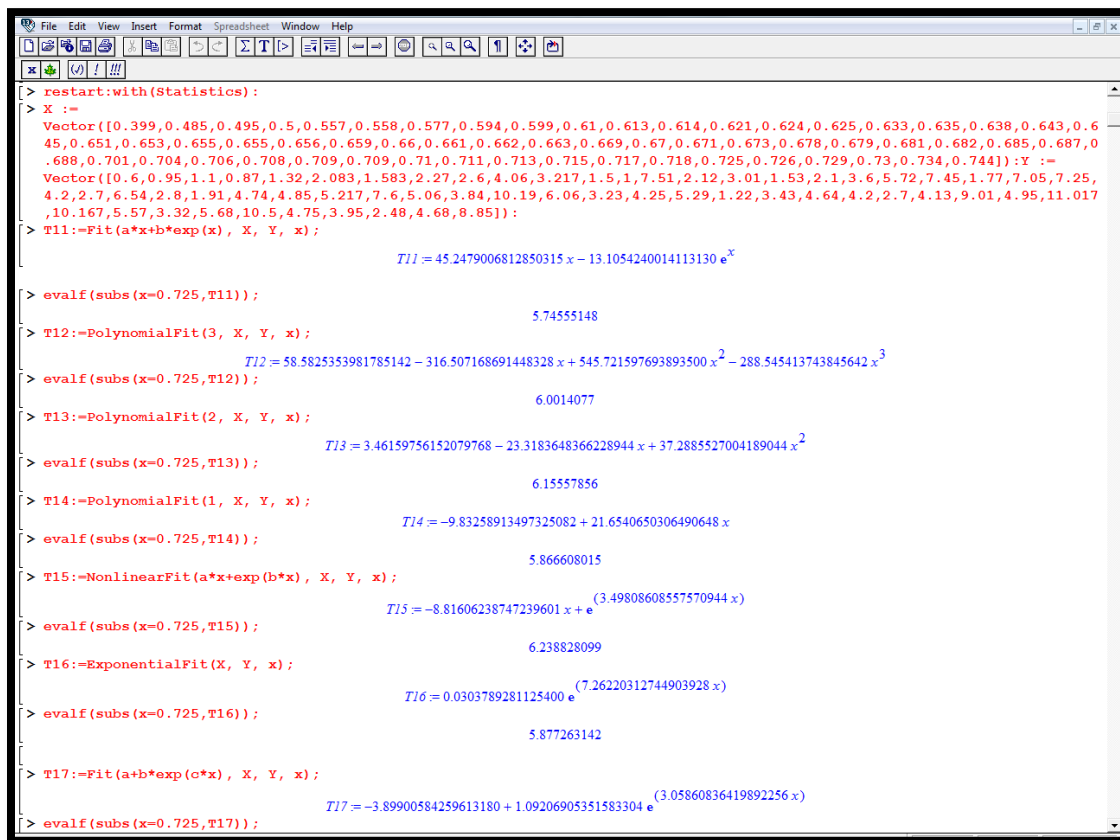


Figura 24. Datos en formato texto obtenidos desde el sensor

Estos datos se procesaron en Excel para generar tablas de información.

Ajuste de datos mediante Maple®

Con los datos obtenidos, se generaron los vectores para los índices de vegetación y los rendimientos obtenidos con el fin de realizar el ajuste mediante la librería de estadística contenida en el software de cálculo simbólico Maple®. En la figura siguiente se muestra una captura de pantalla para el procesamiento de un conjunto de datos.



```
[> restart:with(Statistics):
> X :=
Vector([0.399,0.485,0.495,0.5,0.557,0.558,0.577,0.594,0.599,0.61,0.613,0.614,0.621,0.624,0.625,0.633,0.635,0.638,0.643,0.6
45,0.651,0.653,0.655,0.655,0.656,0.659,0.66,0.661,0.662,0.663,0.669,0.67,0.671,0.673,0.678,0.679,0.681,0.682,0.685,0.687,0
.688,0.701,0.704,0.706,0.708,0.709,0.709,0.71,0.711,0.713,0.715,0.717,0.718,0.725,0.726,0.729,0.73,0.734,0.744]):Y :=
Vector([0.6,0.95,1.1,0.87,1.32,2.083,1.583,2.27,2.6,4.06,3.217,1.5,1.7,5.1,2.12,3.01,1.53,2.1,3.6,5.72,7.45,1.77,7.05,7.25,
4.2,2.7,6.54,2.8,1.91,4.74,4.85,5.217,7.6,5.06,3.84,10.19,6.06,3.23,4.25,5.29,1.22,3.43,4.64,4.2,2.7,4.13,9.01,4.95,11.017
,10.167,5.57,3.32,5.68,10.5,4.75,3.95,2.48,4.68,8.85]):
> T11:=Fit(a*x+b*exp(x), X, Y, x);
T11 = 45.2479006812850315 x - 13.1054240014113130 ex
> evalf(subs(x=0.725,T11));
5.74555148
> T12:=PolynomialFit(3, X, Y, x);
T12 = 58.5825353981785142 - 316.507168691448328 x + 545.721597693893500 x2 - 288.545413743845642 x3
> evalf(subs(x=0.725,T12));
6.0014077
> T13:=PolynomialFit(2, X, Y, x);
T13 = 3.46159756152079768 - 23.3183648366228944 x + 37.2885527004189044 x2
> evalf(subs(x=0.725,T13));
6.15557856
> T14:=PolynomialFit(1, X, Y, x);
T14 = -9.83258913497325082 + 21.6540650306490648 x
> evalf(subs(x=0.725,T14));
5.866608015
> T15:=NonlinearFit(a*x+exp(b*x), X, Y, x);
T15 = -8.81606238747239601 x + e(3.49808608557570944 x)
> evalf(subs(x=0.725,T15));
6.238828099
> T16:=ExponentialFit(X, Y, x);
T16 = 0.0303789281125400 e(7.26220312744903928 x)
> evalf(subs(x=0.725,T16));
5.877263142
> T17:=Fit(a+b*exp(c*x), X, Y, x);
T17 = -3.89900584259613180 + 1.09206905351583304 e(3.05860836419892256 x)
> evalf(subs(x=0.725,T17));
```

Figura 25. Procesamiento en Maple para ajuste de datos.

El procesamiento en Maple se realizó para cada uno de los cortes del experimento con el fin de generar una serie de modelos que pudieran ser utilizados.

Resultados y discusión

La tabla siguiente muestra los promedios por tratamiento en cada uno de los cortes realizados en la prueba establecida en el invernadero, se presentan los índices de vegetación y el rendimiento como variables de respuesta.

Cuadro 5. Promedio de NDVI y Rendimiento por tratamiento de cada uno de los cortes

Corte	Tratamiento	NDVI	Rendimiento (Ton·Ha ⁻¹)
1	1	0.637	1.622
	2	0.568	1.517
	3	0.605	2.044
	4	0.688	4.939
	5	0.626	4.778
	6	0.647	4.928
	7	0.644	6.044
	8	0.665	7.833
	9	0.704	7.65
2	1	0.562	1.256
	2	0.496	0.839
	3	0.568	1.083
	4	0.681	4.944
	5	0.663	4.639
	6	0.681	4.575
	7	0.673	5.778
	8	0.672	7.906
	9	0.710	10.62
3	1	0.583	1.311
	2	0.661	1.344
	3	0.669	2.822
	4	0.683	2.878
	5	0.673	2.956
	6	0.667	4.794
	7	0.708	2.711
	8	0.660	4.8165
	9	0.707	4.017

Los modelos obtenidos mediante el procesamiento en Maple® de los datos experimentales obtenidos en la prueba realizada en el invernadero, se muestran en la tabla siguiente:

Cuadro 6. Modelos obtenidos mediante el procesamiento en Maple®

	Modelo
1	Rendimiento = $53.233 (NDVI) - 15.540 e^{(NDVI)}$
2	Rendimiento = $58.583 - 316.507 (NDVI) + 545.722 (NDVI)^2 - 288.545 (NDVI)^3$
3	Rendimiento = $3.462 - 23.318 (NDVI) + 37.288 (NDVI)^2$
4	Rendimiento:= $-12.149 + 26.050 (NDVI)$
5	Rendimiento = $-8.816 (NDVI) + e^{(3.498 NDVI)}$
6	Rendimiento= $0.0304 e^{7.262(NDVI)}$
7	Rendimiento = $-3.899 + 1.092 e^{3.058 (NDVI)}$
8	Rendimiento= $9.701 + 12.471 \ln(NDVI)$
9	Rendimiento = $-3.420 - 0.653 (NDVI) + e^{3.181 (NDVI)}$
10	Rendimiento = $22.156 (NDVI)^{4.278}$

Donde:

e = Número de Euler.

NDVI= Índice de vegetación de diferencia normalizada obtenido en campo.

Ln= logaritmo natural.

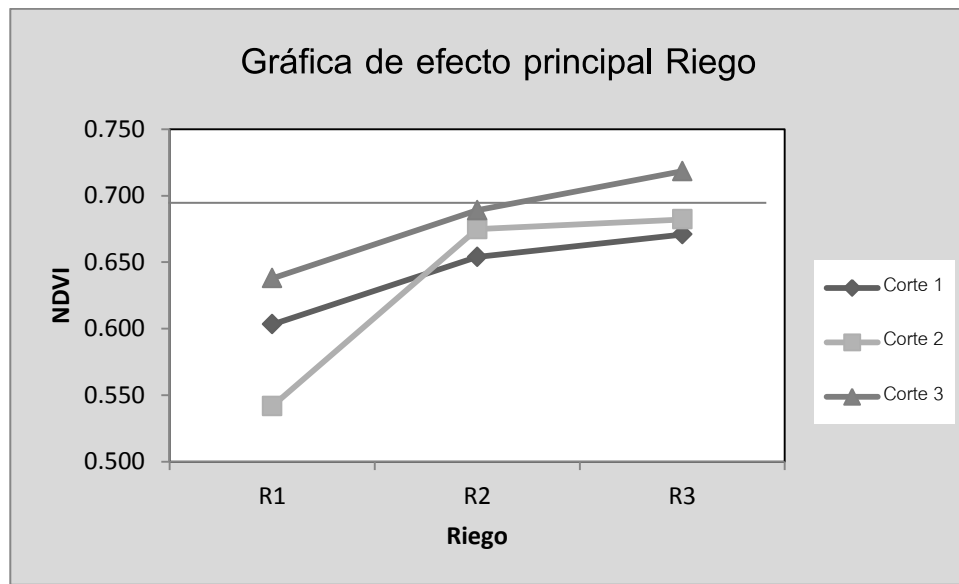
La prueba de los modelos matemáticos generados mediante la comparación de los rendimientos calculados con cada uno con los rendimientos obtenidos en las mediciones. También se determinó la raíz del cuadrado medio del error (RMSE), el error medio absoluto (MAE) y el error medio sistemático (MBE), todos estos expresados en las unidades de rendimiento.

Análisis estadístico de datos para obtención del modelo

Los resultados obtenidos se analizaron estadísticamente con un ANOVA para el modelo establecido y pruebas de Tukey en los factores e interacciones que resultaron estadísticamente significativos. En cada prueba se consideró un nivel de significancia $\alpha=0.05$. Los resultados y análisis se presentan a continuación:

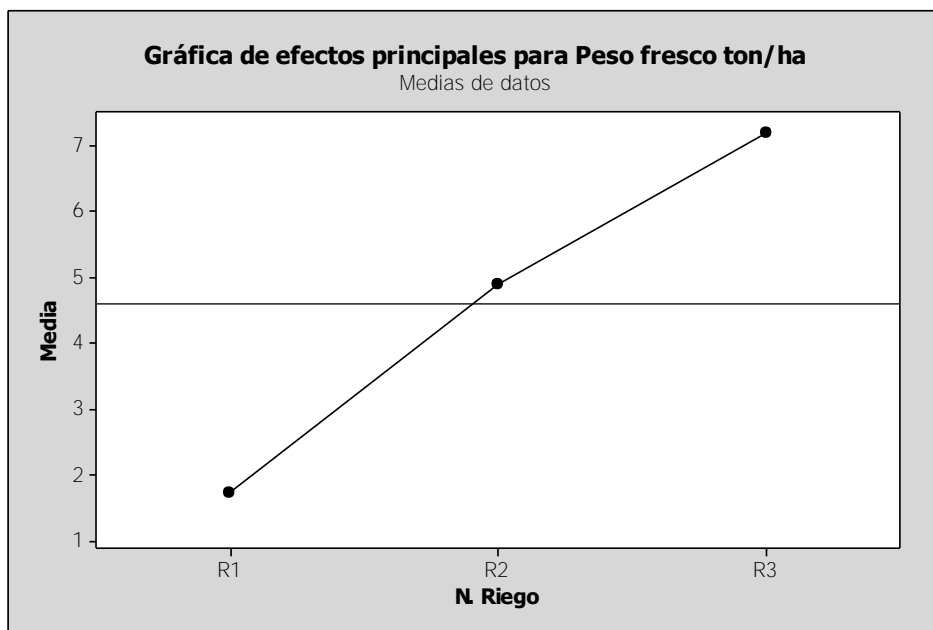
Corte 1

El índice de vegetación de diferencia normalizada (NDVI) es afectado en forma significativa por el riego, como se muestra en la gráfica 2 de efectos principales, $F_{(2, 18)}=4.68$, $p<0.05$. La comparación múltiple indica que existen diferencias entre el nivel tres (grupo A) y el uno del riego (grupo B) considerando $p<0.05$.



Gráfica 2. Gráfica de los efectos principales para NDVI en los tres cortes.

El rendimiento es modificado en forma significativa por el riego $F_{(2, 18)}=20.36$, $p<0.05$, esto se puede apreciar en la gráfica 3 de efectos principales



Gráfica 3. Gráfica de los efectos principales para Peso fresco (ton/ha) en el corte 1.

Existen diferencias estadísticamente significativas entre los tres niveles de riego ($p < 0.05$), en la tabla se muestran los grupos generados con la comparación múltiple por el método de Tukey.

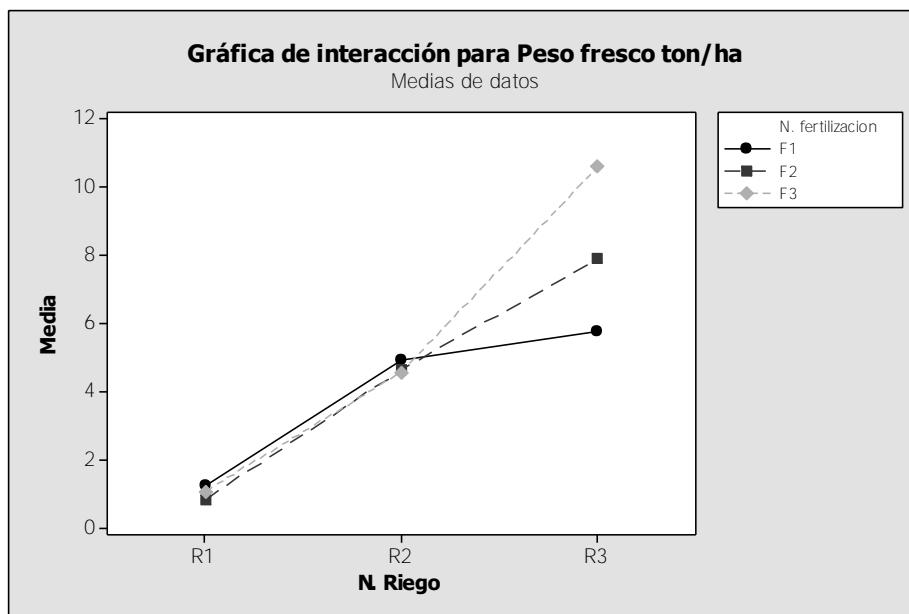
Cuadro 7. Comparación de medias por el metodo de Tukey.

Riego	Peso fresco promedio	Grupo
3	7.2	A
2	4.9	B
1	1.7	C

Corte 2

El índice de vegetación de diferencia normalizada (NDVI) es afectado en forma significativa por el riego, como se muestra en la gráfica 4 de efectos principales, $F_{(2, 16)} = 14.25$, $p < 0.05$. La comparación múltiple indica que existen diferencias entre el nivel tres (grupo A) y el uno del riego (grupo B), mientras que no existen diferencias entre el nivel tres y el dos (grupo A), considerando $p < 0.05$.

El rendimiento varía en forma significativa por la interacción Fertilización x Riego $F_{(4, 16)}=4.49$, $p<0.05$. Se puede observar que el incremento del rendimiento y que es directamente proporcional al aumento del riego y fertilización.



Gráfica 4. Gráfica de interacción para Peso fresco (ton/ha).

En la cuadro 8 se muestran los grupos generados con la comparación múltiple de medias por el método de Tukey ($p<0.05$). Existen diferencias estadísticamente significativas entre el tratamiento nueve y los tratamientos seis, uno, tres y dos. Los tratamientos ocho, siete, cuatro y seis son estadísticamente similares; y se observan diferencias entre el tratamiento seis y el dos. El mayor rendimiento promedio se obtuvo con los niveles más altos de riego fertilización.

Cuadro 8. Grupos generados con la comparación de medias por el método de Tukey.

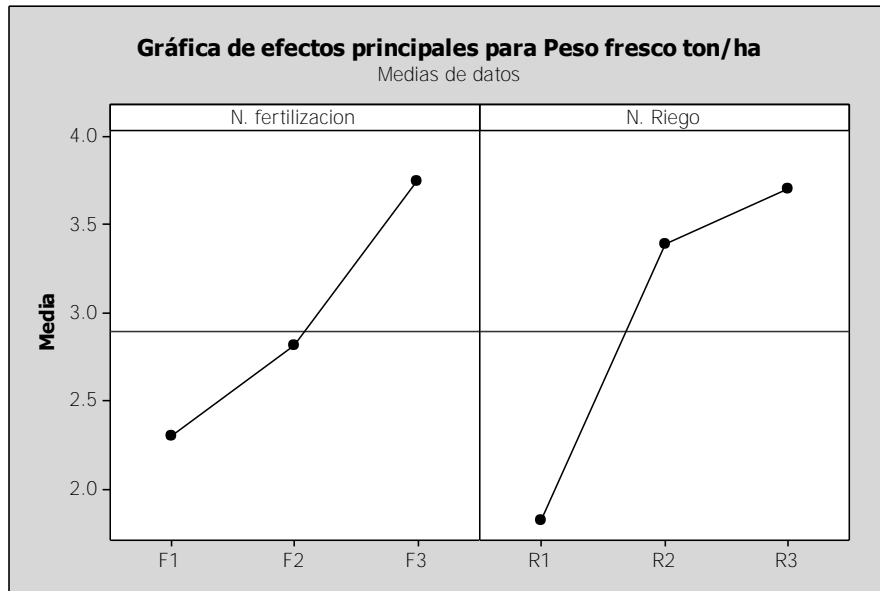
Tratamiento	Fertilización	Riego	Peso fresco promedio	Grupo
9	3	3	10.6	A
8	2	3	7.9	A B
7	1	3	5.8	B C
4	1	2	4.9	B C
5	2	2	4.6	C
6	3	2	4.6	B C D
1	1	1	1.3	D E

3	3	1	1.1	D E
2	2	1	0.8	E

Corte 3

El índice de vegetación de diferencia normalizada (NDVI) es afectado en forma significativa por el riego, como se muestra en la gráfica 4 de efectos principales, $F_{(2, 15)}= 7.78$, $p<0.05$. La comparación múltiple indica que existen diferencias entre el nivel tres (grupo A) y el uno del riego (grupo B), mientras que no existen diferencias entre el nivel tres y el dos (grupo A), considerando $p<0.05$, es decir, el valor del Índice de Vegetación que es directamente proporcional a la cantidad de riego aplicado sin que exista diferencia significativa en el nivel de riego control y el nivel alto.

El rendimiento varía en forma significativa por los factores Fertilización $F_{(2, 15)}= 4.97$, $p<0.05$ y Riego $F_{(2, 15)}=9.90$, $p<0.05$ esto se puede apreciar en la gráfica 9. En ambos casos el rendimiento es mayor con el nivel alto de ambos factores.



Gráfica 5. Gráfica de los efectos principales para Peso fresco (ton/ha) en el corte 3.

Existen diferencias estadísticamente significativas entre el nivel de fertilización tres (grupo A) y el uno (grupo B). Mientras que entre el nivel de riego tres y dos (grupo A) no hay diferencias estadísticas pero ambos son distintos al nivel uno (grupo B).

Palacios *et al* (2011), menciona que la vegetación utiliza la energía solar en varios procesos fisiológicos, como es el caso de la fotosíntesis, y que las hojas tienen la característica de absorber energía, principalmente en las bandas visibles del espectro electromagnético, aunque reflejan parte de la energía cuya longitud de onda corresponde al verde, razón por la cual, la mayoría de las plantas muestran hojas de color verde.

Los valores mínimos para el índice de vegetación (NDVI) son los que corresponden al tratamiento 1 (R1F1), se aplicó una lámina de riego de $300 \text{ mm}\cdot\text{año}^{-1}$ y una fertilización de $12.5 \text{ ton}\cdot\text{ha}^{-1}$, dichos valores están entre 0.562 y 0.637. El rendimiento promedio bajo estas condiciones de manejo estuvo entre 1.5 y 2.0 toneladas por hectárea.

El análisis estadístico de los datos indica que el factor que puede tener más influencia tanto en el rendimiento como en el índice es el riego. Martínez (1995) indica que el agua es la fuente normal de potencial reductor para los compuestos oxidados en la fotosíntesis, por tanto, se puede decir que cuando el contenido de agua en las hojas varía, la firma espectral de la planta también lo hace, principalmente en la zona de los infrarrojos. Esto crea disminución con respecto al valor del Índice de Vegetación ya que la absorción del agua está indicada en el infrarrojo medio de tal forma que con menor cantidad de agua, mayor reflectancia en la luz visible, es decir, en el rojo.

Los valores máximos del índice de vegetación son los obtenidos con el tratamiento 9, es decir, aplicando riego de $900 \text{ mm}\cdot\text{año}^{-1}$ y $50 \text{ ton}\cdot\text{ha}^{-1}$ de abono. El rango del NDVI va de 0.704 a 0.710, mientras que el rendimiento se reporta entre 7 y 8 toneladas por hectárea.

Entonces, el factor determinante para detectar cambios en el índice de vegetación es el riego, esto es porque la planta, al sufrir estrés hídrico, presenta una coloración más opaca y menos turgencia, lo cual está directamente relacionado con la cantidad de clorofila y por tanto con su comportamiento de la reflectancia en las bandas roja e infrarroja.

En cuanto al abonado se tiene que no hubo una diferencia estadísticamente significativa ya que en el primer año de aplicación de un estiércol, solamente se libera por descomposición parte del contenido total de nutrientes; la diferencia queda en forma residual para los siguientes años del cultivo. (SAGARPA, 1997)

Un índice de vegetación cercano a 0.5 significa plantas de rye grass y trébol bajo condiciones de estrés hídrico y con bajo rendimiento, mientras que; plantas que presentan NDVI mayores a 0.7 tienen altos rendimientos, coloración verde intensa y en general es posible decir que son plantas visiblemente turgentes y saludables.

Análisis de los modelos

Cada uno de los modelos potenciales fue analizado para obtener los valores de la raíz del cuadrado medio del error (RMSE), el error absoluto medio (MAE) y el error sistémico medio (MBE), una vez calculados, se seleccionaron las ecuaciones cuya magnitud del error fuera menor. En la figura siguiente se muestra una de las hojas de cálculo utilizadas para validar los modelos.

NDVI	Rendimiento obtenido	Rendimiento esperado	Error absoluto	Error relativo	Pi-Mi	(Pi-Mi) ²	RMSE	MAE	MBE
0.578	0.744	2.457	1.712	2.300	1.712	2.933	5.667	2.385	-2.385
0.629	2.133	3.482	1.349	0.632	1.349	1.820			
0.632	4.644	3.551	-1.093	-0.235	-1.093	1.195			
0.647	19.878	3.910	-15.967	-0.803	-15.967	254.957			
0.667	6.5	4.431	-2.069	-0.318	-2.069	4.282			
0.668	3.867	4.458	0.591	0.153	0.591	0.350			
0.669	6.478	4.486	-1.992	-0.308	-1.992	3.969			
0.67	29.489	4.513	-24.976	-0.847	-24.976	623.788			
0.671	1.222	4.541	3.319	2.715	3.319	11.013			
0.671	6.333	4.541	-1.792	-0.283	-1.792	3.213			
0.678	4.956	4.738	-0.217	-0.044	-0.217	0.047			
0.678	13.033	4.738	-8.295	-0.636	-8.295	68.807			
0.681	4.956	4.825	-0.131	-0.026	-0.131	0.017			
0.684	7.311	4.913	-2.398	-0.328	-2.398	5.752			
0.685	4.889	4.942	0.053	0.011	0.053	0.003			
0.686	7.556	4.972	-2.584	-0.342	-2.584	6.675			
0.686	20.144	4.972	-15.173	-0.753	-15.173	230.206			
0.687	4.9	5.002	0.102	0.021	0.102	0.010			
0.687	6.144	5.002	-1.143	-0.186	-1.143	1.306			
0.687	9.744	5.002	-4.743	-0.487	-4.743	22.494			
0.692	5.378	5.153	-0.225	-0.042	-0.225	0.051			
0.696	5.978	5.276	-0.702	-0.117	-0.702	0.492			
0.696	19.978	5.276	-14.702	-0.736	-14.702	216.141			
0.698	8.2	5.339	-2.861	-0.349	-2.861	8.188			
0.699	7.511	5.370	-2.141	-0.285	-2.141	4.584			
0.702	5.144	5.465	0.321	0.062	0.321	0.103			
0.704	6.589	5.529	-1.059	-0.161	-1.059	1.123			

Figura 26. Hoja de cálculo para el análisis de cada uno de los modelos potenciales.

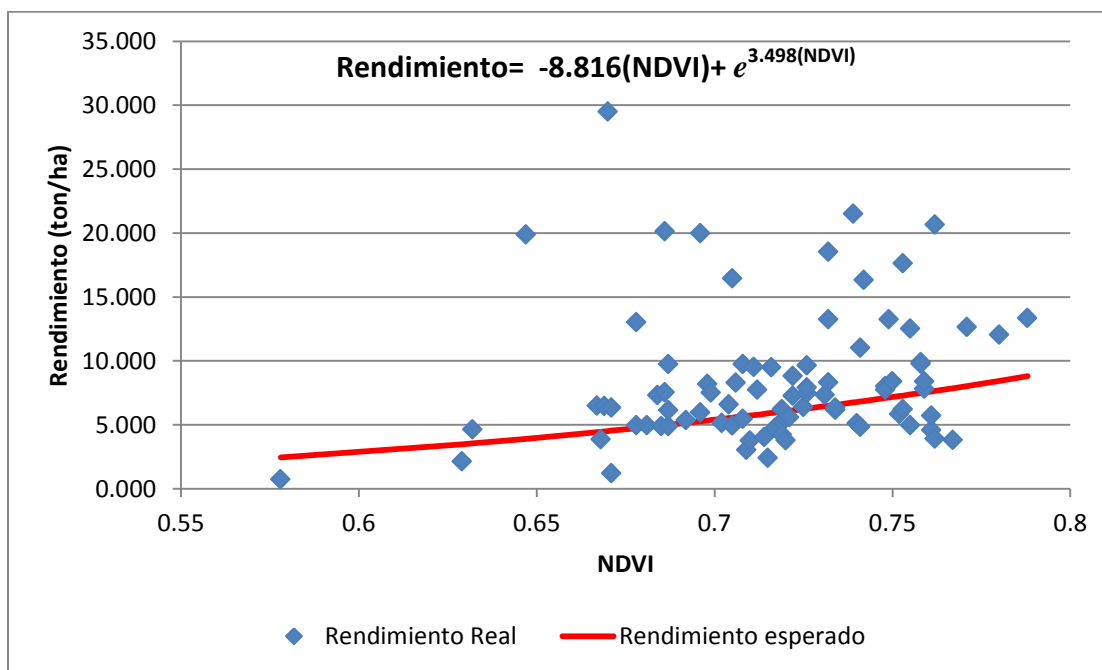
En la cuadro 9, se muestran los valores de error relativo, RMSE, MAE y MBE para cada uno de los modelos seleccionados. Es posible observar que todos los modelos hacen una predicción por abajo del rendimiento real como indican los valores negativos del MBE, estas diferencias están entre 1.3 y 2.3 toneladas por hectárea. Los mejores modelos tienen un comportamiento lineal o exponencial lo que coincide con modelos obtenidos a

partir de índices de vegetación procesados de imágenes satelitales como reporta Mkhabela et al. (2010).

Cuadro 9. Valores de error relativo, RMSE, MAE y MBE para cada uno de los modelos seleccionados.

Modelo	RMSE	MAE	MBE	Error relativo
Rendimiento= $-8.816(\text{NDVI}) + e^{3.498(\text{NDVI})}$	5.667	2.385	-2.385	-0.028
Rendimiento= $53.233 (\text{NDVI}) - 15.540e^{(\text{NDVI})}$	4.195	1.598	-1.598	-0.026
Rendimiento= $-12.149 + 26.050 (\text{NDVI})$	4.197	1.309	-1.309	0.014

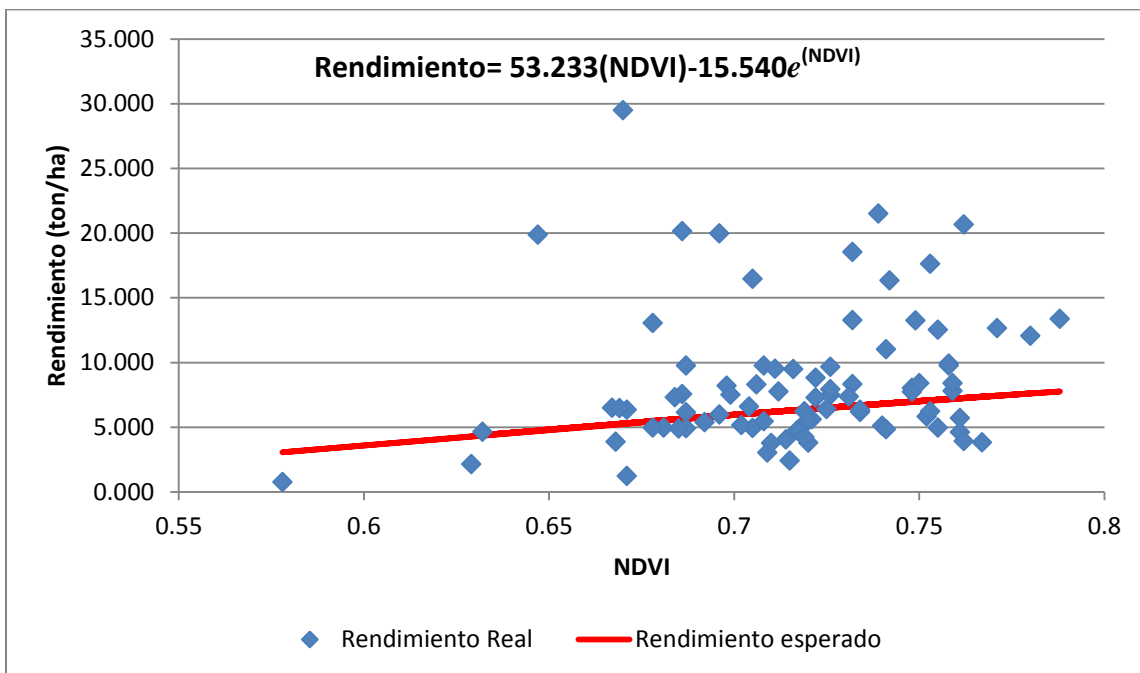
Las gráficas siguientes muestran los valores experimentales y la curva de ajuste en el rango de NDVI que va de 0.5 a 0.8. Es posible observar que, a pesar de que dos de los modelos son exponenciales (gráficas 6 y 7), todos tienen un comportamiento lineal en el rango experimental. El modelo lineal (gráfica 8) tiene el menor error relativo, sin embargo, es posible que fuera del rango experimental genere diferencias mayores que los modelos exponenciales en el rendimiento esperado.



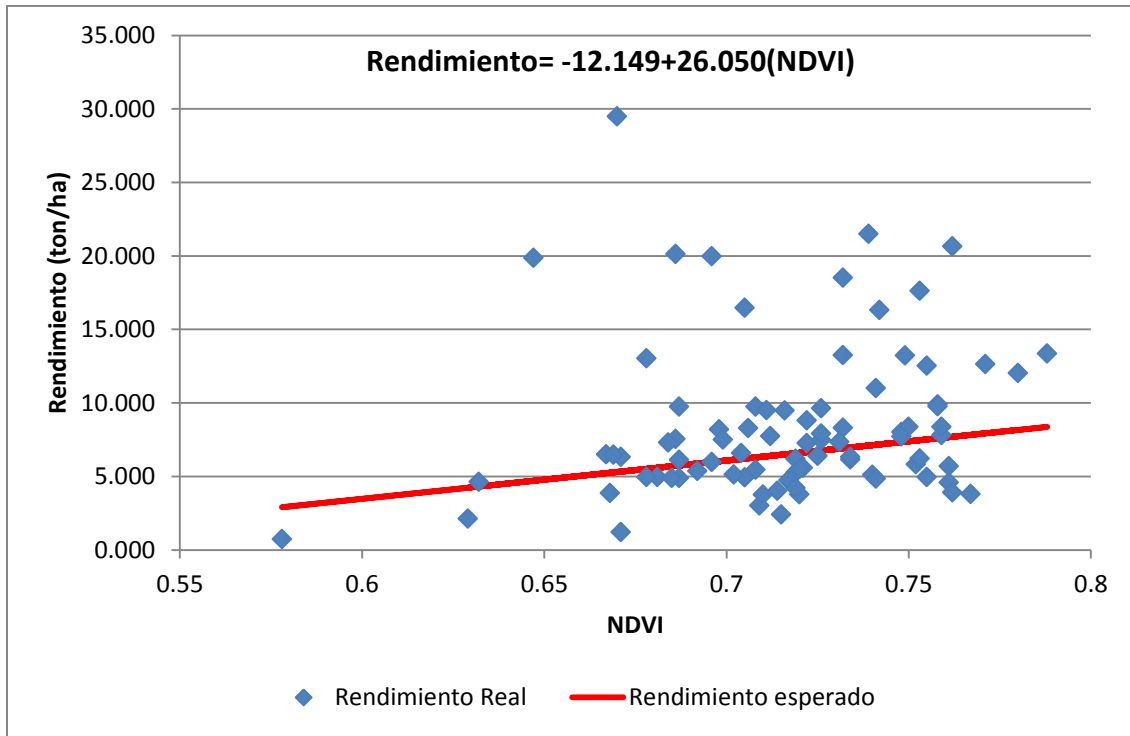
Gráfica 6. Primer Modelo

En los tres modelos es posible observar que existen algunos datos experimentales que salen del comportamiento normal, sin embargo, se determinó dejarlos para que en el

ajuste se consideraran las condiciones reales del experimento. En caso de haber quitado estos datos, el valor del MBE podría ser más cercano a cero sin embargo el modelo tendría menor flexibilidad a cambios inesperados en las condiciones de la pradera.



Gráfica 7. Segundo modelo



Gráfica 8. Tercer Modelo

Es importante mencionar que, a pesar de que los modelos tuvieron un error relativo menor al 3%, tienen limitaciones ya que el NDVI permite medir el rendimiento potencial, sin embargo si hay algún cambio después de la medición este no se verá reflejado en la estimación realizada. Por ello, es importante determinar la mejor época para hacer las mediciones con el fin de minimizar posibles variaciones.

Conclusiones

- Los datos experimentales fueron útiles en la generación de modelos potenciales para la predicción del rendimiento, en este estudio se exploraron distintas funciones encontrando que las que mejor se ajustan a los datos son las exponenciales y lineales, en ambos casos se obtuvieron errores relativos menores al tres por ciento.
- El análisis estadístico de los datos para generar el modelo permitió determinar que, el factor que más afecta al índice de vegetación en praderas asociadas de rye grass y térbol blanco es el riego; generalmente el valor del NDVI será menor en condiciones de estrés hídrico. Esto indica que también sería posible utilizar este parámetro para programación de riegos.
- En este trabajo se muestra la utilidad de los índices de vegetación para la generación de modelos para predicción de rendimiento. Sin embargo, es importante mencionar que, es necesario realizar nuevos experimentos con el fin de determinar la etapa de crecimiento en la que el NDVI permitiría obtener una estimación más precisa del rendimiento.
- Las predicciones de los modelos seleccionados están por debajo del rendimiento real lo que indica que, en caso de utilizar estos modelos para la programación del pastoreo, se tendrá un excedente de forraje de entre 1.3 y 2.3 toneladas por hectárea. Estas diferencias pueden ser corregidas si se generan nuevos modelos a partir de datos en praderas ya establecidas.
- Los valores del índice de vegetación en praderas asociadas varían entre 0.50 a 0.71, entonces, de acuerdo con los modelos obtenidos, con un índice de vegetación promedio de 0.5 los rendimientos esperados estarían entre 1.06 y 3.8 toneladas por hectárea; mientras que se esperaría un rendimiento entre 6.08 y 8.84 toneladas por hectárea cuando el índice de vegetación promedio sea de 0.71.
- La obtención de índices de vegetación de diferencia normalizada y su uso para generar modelos de predicción podrían representar una alternativa para agricultores que deseen hacer una programación del pastoreo.

Bibliografía

- Aguila, H. (1990). Pastos y empastadas. Chile : Universaria Santiago.
- Ahumada, J. A. (1997). Técnicas de muestreo para manejadores de recursos naturales. *Centro de Investigaciones científicas de Yucatan*, (pág.476-478).
- Artinad. (Abril de 2013). *Arte y Tecnología a tu servicio*. Recuperado el 23 de Febrero de 2015, de <http://www.artinaid.com>
- Baghzouz, M., Devitt, D.A & Morris, R.L (2006). Evaluating temporal variability in the spectral reflectance response of annual ryegrass to changes in nitrogen applications and leaching fractions. *International Journal of Remote Sensing*.
- Calvo, H. (1994). Manual de modelos no lineales en Ambitos agronomicos. En C. H.R.M.. Madrid, España: MInisterio de agricultura, pesca y Alimentacion.
- Campbell R.H, W. J. (2011). Introduction to remote sensing. USA: Guilford.
- Chinchillas, A. P. (2014). Comportamiento Mecánico de los Materiales. En *Determinacion de errores y tratamiento de datos* (pág. 4). España: Universidad de Almería.
- Claverie, M., Demarez,V., Duchemin, B., Hagolle, O. (2012). Maize and sunflower biomass estimation in southwest France using spatial and temporal resolution remote sensing data. *Remote sensing of enviroment*, (pág. 844-857).
- Collar, J. (1992). Evaluacion de daños en Tréboles causados por enfermedades foliares en Galicia. *Centro de Investigaciones Agrarias de Mabegondo*, (pág.164).
- Demana, F. D. (2007). *Precálculo*. Ohio: Pearson.
- Donaghy, D. (2001). Plant-soluble carbohydrate reserves and senescence key criteria for developing and effective grazing management system for ryegrass-based pastures. *Australian Journal of Experimental Agriculture* , (pág. 261-275).
- Estación Meteorológica Automática Osar UNAM. Manejo y observación de sistemas Agrícolas y Recursos Naturales. Responsable: Adolfo José Manuel Ochoa Ibarra
- Estrada, O. (2011). *Espectro electromagnetico*. CUM.
- Flores, D., Aguilera N., Flores L., (1981). Estudio edafológico de los municipios de Cuautitlán, Estado de México. Universidad Nacional Autónoma de México, (pág.2).
- Fontal, B. (2005). El espectro Electromagnetico y sus Aplicaciones. Venezuela: Escuela Venezolana para la Enseñanza de Quimica.

- Fulkerson, W. (1993). Winter pastures and crops. *Tropical Grasslands* , (pág.162-179).
- Fulkerson, W. J. (2002). Grazing Management Forages and pastures .
- Gentos. (1999). *Trebol blanco*. Recuperado el 15 de Febrero de 2015, de Produccion Animal: <http://www.produccion-animal.com>
- Gilabert, M. A., González, P.J, García, H.J (1997). Acerca de los indices de vegetacion . *Revista de teledetección*, (pág. 1-10).
- Dominguez, M. E. (2005). Manejo Sustentable de Praderas en sistemas de Producción ovina, en la región de Ahuazotepec. Pue. En M. E. Hernández. Cuautitlan Izcalli.
- Hernández, S. R. (2005). Manejo de praderas asociadas de gramíneas y leguminosas para pastoreo en tropico. *Revista Electrónica de Veterinaria* , (pág.4-5).
- INIFAP. (2003). *Guia de Manejo de Praderas de Gramineas de Clima Templado en México*. Recuperado el 16 de Febrero de 2015, de Agribiotech: <http://www.agribiotech.com.mx/folletos/Ryegrass%20Anual.pdf>
- Jensen. (2007). En *remote Seasing oof enviroment an earth resource* (pág. 592). USA: Pearson-prentice hall.
- Kim, T. (2003). P effects on N uptake and remobilization during regrowth of italian ryegrass (*Lolium multuflorum*) . *Enviromental and Experimental Botany*.
- Lara, R. (2008). Modelos matematicos para estimar el crecimiento del fruto del chile manzano. *Chapingo*, (pág.290-294).
- Lee, H., Bremer, D. J., Su, K.,(2011). Relationships between Normalized Difference Vegetation Index and Visual Quality in Turfgrasses: Effects of Mowing Height. *CROP SCIENCE* , 323.
- López, H. (1996). *Especies Forrajeras Mejoradas*. Santiago de Chile : Praderas para Chile .
- M. Claverie, V. D. (2012). Maize and sunflower biomass estimation in sothwest France using spatial and temporal resolution remote sensing data. . *Remote sensing of enviroment*.
- Makhabela M.S, Bullock P., Raj S., S. Wang. (2010). Crop Yield Forecasting on the Canadian Prairies using MODIS NDVI data. *ELSEVIER*, (pág.388-399).
- Manrique, E. (2003). Los pigmentos fotosintéticos, algo mas que la captación de luz para la fotosíntesis . *Ecosistemas*.
- Mongomery. (1991). Diseño y analisis de experimentos. En D. Mongomery. México: Iberoamerica.
- Montoya. (2008). *guias de apoyo*. Recuperado el 17 de Febrero de 2015, de www.guasdeapoyo.net

- Moore, K. (2003). Compendium of Common Forages in Barnes. En C. J. Nelson, *An introduction to Grassland Agriculture* (pág. 236). USA: Iowa State Press.
- Muñoz, J. M. (2005). Percepción Remota "Fundamentos de Teledetección espacial". *SIGO*, (pág.15-16).
- Muslera, P. (1992). *Praderas y Forrajeras, producción y aprovechamiento* . Madrid, España. : Mundi Prensa.
- Oaxaca, J. , Valderrama C., (2006). Funciones Logríticas, Exponenciales y Polinomiales. Cuautitlán Izcalli: PAPIME.
- Oregon State University (1999). *Brochure:Perennial Ryegrass Growers Seed*. Recuperado el 18 de Febrero de 2015, de www.ryegrass.com
- Ostle, B. (1986). Estadística Aplicada. México, D.F: Limusa.
- Palacios, E. (2011). *La operación de los sistemas de Riego con apoyo de las Técnicas de la Información*. Texcoco: Colegio de Postgraduados.
- Paruelo. (2008). La caracterización funcional de Ecosistemas mediante sensores remotos. *Revista científica y técnica de ecología y medio ambiente*, (pág .4-22).
- Pérez, G. (2010). *ESPECTROMETRIA.COM*. Recuperado el 16 de Febrero de 2015, de www.espectrometria.com
- Rebolledo. (1994). SAS en Microcomputadoras . En R. Rebolledo, *Análisis de experimentos con fines de optimización de insumos agrícolas* (pág. 92). Mexico: Universidad Autónoma Chapingo.
- REDVET (2005) *Manejo de praderas asociadas de gramíneas y leguminosas para pastoreo en el trópico*. Revista electrónica de Veterinaria. <http://www.veterinaria.org/revistas/redvet>
- Rodríguez. (1989). Modelos matemáticos Aplicados a la Agricultura . En A. Rodríguez, *Modelos Matemáticos aplicados a la Agricultura* (pág. 84). Texcoco, Edo. Mexico: CIDH-CAADES.
- Rojas, E. J. (2002). Cultivo de Cebolla *Allium cepa* Lin. mediante manejo integrado en terrenos de la FESC. Cuautitlán Izcalli: UNAM.
- Romero, O. (1989). Efecto residual del rezago o del pastoreo invernal sobre el rendimiento y sus componentes en una pradera. Chile : Agricultura técnica.
- SAGARPA (1997). Utilización de estiércoles . Colegio de Postgraduados campus Montecillo, Texcoco, México, (pág.5-6)
- Science, L. P. (2003). Fertilization, seed mixtures and supplementary feeding for annual legume-grass-cereal pastures in organic milk. *ELSEVIER*, (pág.113-127).

- SINAVEF. (2010). *¿Que es el NDVI?* Recuperado el 10 de Agosto de 2014, de portal.sinavef.gob.mx/documentos/Que_es_NdVI.pdf
- Soria, R. (2000). *Sitio de ocurrencia y prediccion de rendimientos de maíz a través de índices de vegetación de imágenes satelitales*. Terra.
- Soto, P. (1996). En *Manejo de Pradera* (pág. 40). Chile: INIA.
- Spectrum Technologies, i. (2009). *Patente nº 2975NDVI*. USA.
- Spedding, C. (1972). *Grasses and legumes in British Agriculture* . England : Commonwealth Agriculture Bureaux.
- Vélez, M. (2002). *Producción de ganado lechero en el Trópico*. . Honduras: Zamorano Academic >Press .
- Williams, T. (1987). *Herbage production: grasses and leguminous forage crops* . Oxford: Grassland Society by Blackwell Scientific .
- Yebra, M. (2008). Modelos de simulación de Reflectividad en ecología: potencialidades y problemas. *Revista científica y técnica de ecología y medio ambiente*, (pág.23-24).