



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE  
MÉXICO**

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**Tesis que para obtener el grado de:**

**Ingeniero Geofísico**

**Estudio sobre la existencia de un flujo regional en el acuífero de la Ciudad de  
México**

**Presentan:**

**Arrona López Brenda**

**González Reynaga José Daniel**

**Director:**

**Ing. Arias Paz Alberto**

**Abril del 2015**

**Ciudad Universitaria, D. F.**





Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## **Agradecimientos**

***Queremos agradecer antes que nada a nuestras familias, que sin todo su apoyo, y preocupaciones no estaríamos en este momento tan importante de nuestras vidas.***

Al profesor Jorge Ebert Espinoza por darnos todas las facilidades para acceder al pozo del Peñón.

A todos nuestros amigos y compañeros, Eduardo, Santiago, Carlitos, Normita Valdez Reséndiz, Paola, Benja, Diana y a todos aquellos que nos apoyaron y no perdieron la fe en que este proyecto tuviera conclusión.

Al profesor Héctor Luis Macías González ya que la idea original del trabajo fue dada por él.

Al ingeniero Alberto Arias Paz por aceptar dar continuidad al trabajo del profesor Macías y tener la mejor disposición para realizar este trabajo y por toda su ayuda incondicional.

Al Ingeniero Javier Arellano Gil por todo su apoyo incondicional.

A la Santa Virgen de la Macarena por estar ahí en los momentos más difíciles.

Al Santo Niño de Atocha por su apoyo incondicional en los momentos más oscuros.

Y finalmente, a Chucho Benites por hacer al América campeón (dedicatoria especial para Carlitos).

## Índice

Resumen	i		
Abstract	ii		
1	Introducción.	1	
	1.1	Objetivos y Alcances.	1
2	Zona de estudio.	2	
	2.1	Localización	2
	2.2	Historia Geológica.	4
		2.2.1 Faja Volcánica Transmexicana	4
	2.3	Geología Estructural.	9
3	Marco Teórico.	20	
	3.1	Conceptos de hidrogeología	20
	3.2	Agua subterránea.	28
4	Funcionamiento Hidrodinámico de la Cuenca de México.	32	
	4.1	Aspectos hidráulicos.	32
	4.2	Zonificación geotécnica y antecedentes Geofísicos.	37
	4.3	Indicadores.	44
	4.4	Flujo Regional.	53
5	Metodología	59	
	5.1	Paquete LPF de propiedades de flujo de capas	59
	5.2	Modelo de flujo	89
6	Resultados y conclusiones.	112	
	6.1	Conclusiones.	132
	6.2	Recomendaciones.	133

Brenda Arrona López  
José Daniel González Reynaga

Estudio sobre la existencia de un flujo regional  
en el acuífero de la Ciudad de México

7	Anexos	134
	7.1 Anexo A	134
	7.2 Anexo B	137
8	Referencias.	155

## **Resumen**

En la presente tesis se muestra una compilación de información hidrogeológica referente a la zona del Peñón de los Baños, sitio en el que se encuentra el pozo termal, con la finalidad de integrar elementos que permitan complementar la información existente sobre el flujo regional en la cuenca de la Ciudad de México. Para realizar esto, se utilizaron datos de la geología, geotecnia, tanto como datos geoquímicos, para poder hacer una comparación del comportamiento del pozo a lo largo del tiempo.

Se tiene como premisa que el flujo de agua en esta zona ocurre de manera regional, ya que algunos indicadores como los carbonatos en este pozo en particular no han variado a lo largo del tiempo de estudio, por lo que el flujo de agua es constante por un mismo medio. Pero a diferencia de algunas fuentes donde se menciona que el termalismo es debido al calentamiento por una caldera volcánica, se propone que el termalismo es debido a la filtración del agua a través de una serie de fracturas en la zona por la actividad volcánica de la región.

Para confirmar una u otra teoría, se realizó un modelo teórico sintético del flujo de agua para este pozo, esto a manera de integrar la información recabada para poder darle validez a las afirmaciones sobre el origen del agua.

## **Abstract**

In this thesis, a compendium of hydrogeological information around the area of the Peñón de los Baños, place where the thermal well is located, in order to integrate elements to supplement existing information about regional flow in the Basin of Mexico City. To achieve this, geological, geotechnical, as well as geochemical data were used in order to make a comparison of this well over time.

It is premised that the water flow in this area is given regionally, as the concentration of carbonate in this particular well remain unchanged over time, so the water flow must be constant for a same medium. But unlike some sources where it is mentioned that the thermal water is due to heating by a volcanic caldera, it is proposed that the thermal water is due to filtration of water through a series of fractures in the area by volcanic activity in the region.

To confirm either this or other theory, a synthetic theoretical model of water flow of the well is placed, so that the information collected will be integrated to give validation to the claims about the origin of the well.

## **Introducción**

Los estudios hidrogeológicos realizados en la zona del Peñón de los Baños en la Ciudad de México, indican que el posible origen del agua subterránea proviene de un flujo regional de la Sierra de las Cruces, a través de un medio carbonatado

Los modelos de flujo sirven para caracterizar un acuífero, calibrarlo con las condiciones reales y predecir su comportamiento con diferentes escenarios, en este caso, nos ayuda a tener una representación local gráfica del pozo y su comportamiento con respecto del acuífero en esa zona.

### **Objetivos y Alcances.**

Investigar la existencia de un posible flujo regional en el área del Peñón de los Baños utilizando información disponible del pozo que lleva el mismo nombre.

Contar con la información disponible para soportar la tesis de la posible existencia de un flujo regional sin descartar un origen volcánico.

Contar con un modelo de simulación sintético que represente las condiciones locales de suelo.

La información del flujo regional en esta zona, puede ser un indicativo de que el agua procede de un estrato profundo de caliza, lo que en algún momento dado se podría explotar para su consumo humano. Esta teoría podría revelar una fuente de agua subterránea aun sin explotar en la Cuenca de México.



## 2 Zona de estudio

### 2.1 Localización de la zona de estudio.

La zona de estudio se encuentra en la ciudad de México Distrito Federal, en la delegación Venustiano Carranza. (fig.1)



Fig. 1. División política del Distrito Federal. (IEDF 2015)



Este pozo se ha venido utilizando a lo largo del tiempo como baños medicinales por las propiedades del agua, como su contenido en carbonatos, magnesio, sodio, etc., a lo cual se le atribuyen propiedades curativas y por ser consideradas aguas termales, ya que la temperatura del agua es de 46 grados al ser extraída.

## **2.2 Historia Geológica**

### **2.2.1 Faja Volcánica Transmexicana.**

#### ***Extensión***

De un ancho que varía de 20 a 70 km la Faja Volcánica Transmexicana (FVT) atraviesa con marcada expresión morfológica la Republica en dirección poniente-oriente desde el Pacífico hasta el Atlántico, estando coronada por los grandes volcanes.

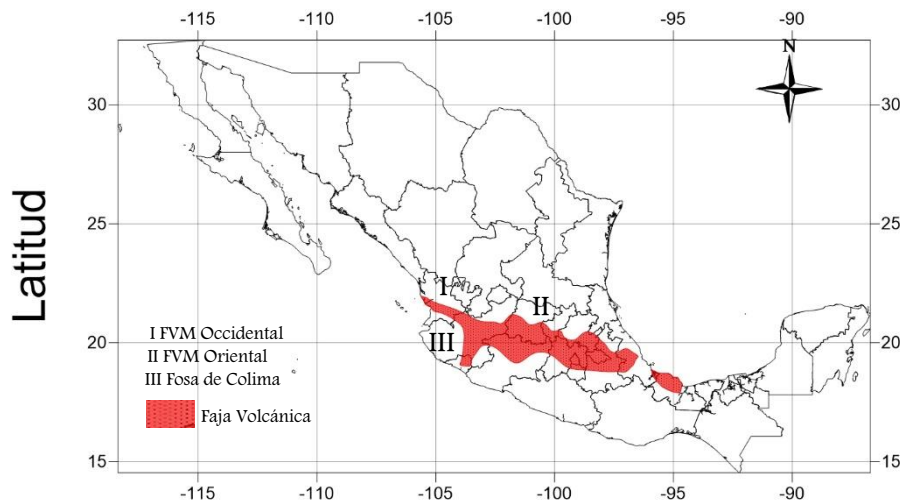


Fig. 4 Extensión de la Faja Volcánica Transmexicana.

Representa una acumulación de rocas volcánicas de edad cenozoica. Su desarrollo principal comenzó hace unos 25 millones de años, siendo posterior a la formación de la riolitas de México.

Es posible dividir la FVT en dos: la parte occidental, que es relativamente angosta y corta y la parte oriental, que es de mayor desarrollo y complejidad. (Tomado de Dr. Rios Elizondo, 1975)

## Origen

La presencia de centenares de volcanes comprueba que la corteza terrestre (unos 40 km de espesor debajo de la Cuenca de México) esta quebrada, a tal grado que en varios puntos de la FVT han surgido, especialmente en el cuaternario, ciertos volúmenes de basaltos, originados probablemente en el manto superior. Sin embargo, la gran mayoría de volcanes consiste de lavas intermedias, es decir, andesíticas, este vulcanismo es derivado de la desintegración termal de la corteza marina (Placa de Cocos), la cual esta en constante proceso de hundimiento o disolución debajo del continente en la fosa de Acapulco, esto genera los frecuentes temblores de la zona.

Con lo que sabemos, puede pensarse que la FVT coincide con una cicatriz (geosutura) que marca la unión de dos antiguas masas, meridional y septentrional, unión que habrá ocurrido en el Paleozoico o anterior. Es además posible, considerando la división, reconocer una subdivisión del "Cratón meridional" de México en cinco fragmentos. El cratón septentrional, sin embargo, no es diferenciable aun por estar cubierto en gran parte por vulcanitas del Paleogeno (Fig.5).

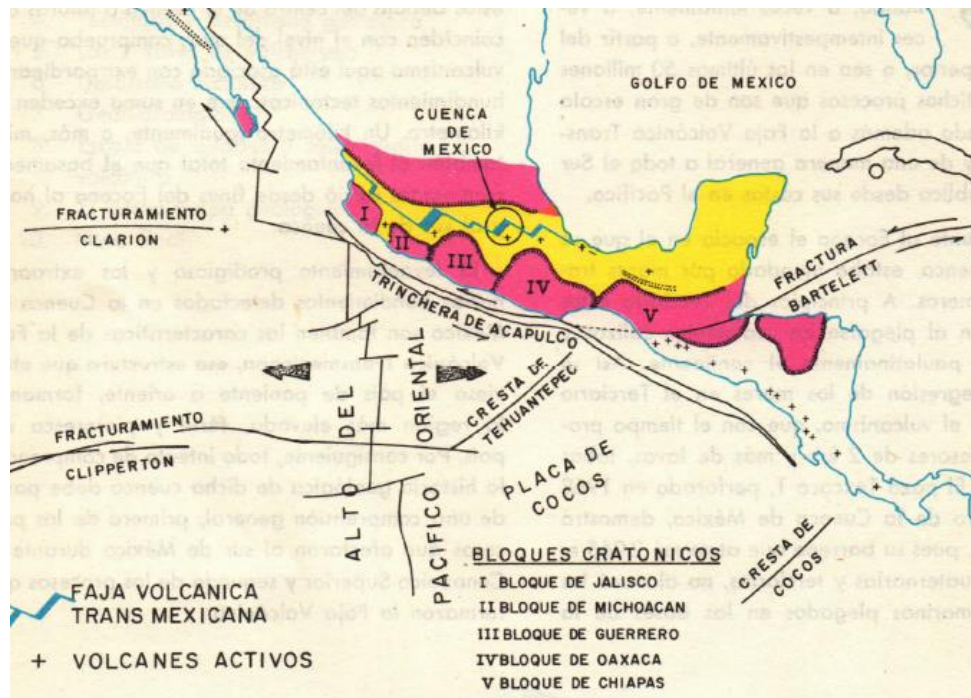


Fig. 5 La Faja Volcánica Transmexicana, el sur. (Dr. Roberto Elizondo, 1975)

Por otro lado, también es posible que la FTV represente simplemente la proyección a la superficie, desde el manto superior a unos 200 km de profundidad, del frente complejo de la Placa de Cocos, donde ésta se desintegra parcialmente por calor en burbujas magmáticas, algunas de las cuales ascienden a la corteza creando en la superficie el vulcanismo. El arreglo en forma de zigzag, refleja que la Placa de Cocos después de su hundimiento en la Trinchera de Guerrero se divide en fragmentos, ligeramente traslapados y también zigzageando. Fig. 6.

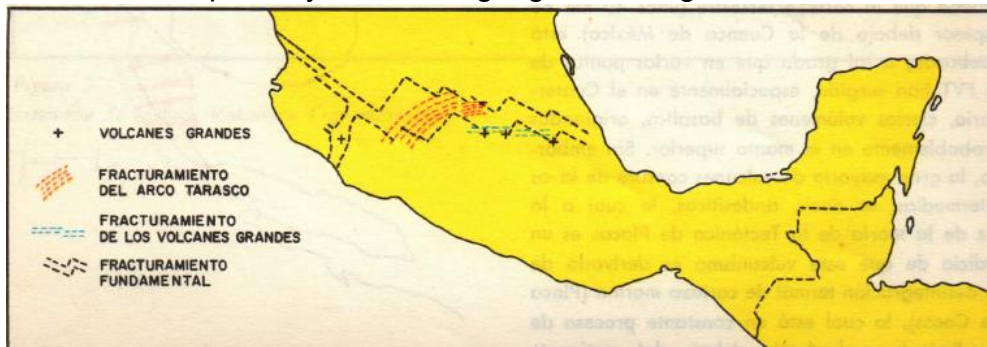


Fig. 6 Los tres fracturamientos individuales de la Faja Volcánica Transmexicana. (Dr. Roberto Elizondo, 1975)

### Morfología de la cuenca

Según Santoyo (2005), la Cuenca de México se localiza en la parte central de la Faja Volcánica Transmexicana, mide en la dirección norte-sur aproximadamente 90 km y en la dirección este-oeste casi 100 km mientras que en la sur sólo alcanza unos 50 km; su área es de aproximadamente 9600 km<sup>2</sup>. El espesor de estas formaciones se comprobó con el sondeo a 2000 m de profundidad que se realizó en el lago de Texcoco y se ratificó después con los cinco sondeos que se realizaron como parte de los estudios para comprender y evaluar los efectos de los sismos de 1985. La interpretación de las edades de las formaciones volcánicas permitió inferir que la Cuenca de México originalmente drenaba hacia el Océano Pacífico y que la erupción basáltica de la sierra Chichinautzin la cerró.

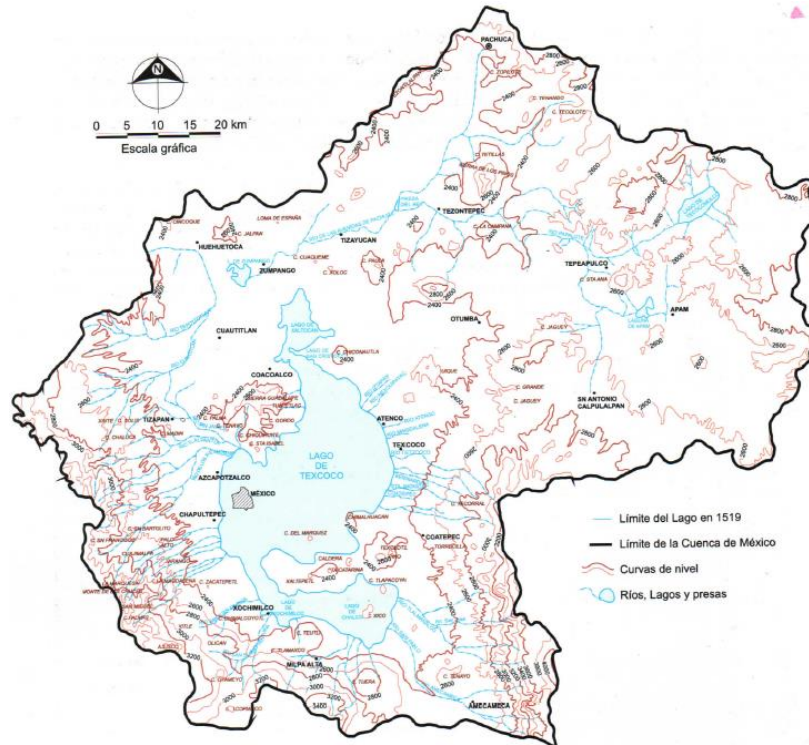


Fig. 7 Topografía e hidrología de la Cuenca de México.  
(Síntesis Geotécnica, 2005)

### Formación de suelos.

**Origen de los suelos.** Los suelos de la planicie lacustre de la Cuenca de México se formaron durante los periodos Pleistoceno y Holoceno. El primer periodo duró más de un millón de años y el segundo, también reciente, tuvo 10 000 años de duración.

Los glaciares provocaron grandes transformaciones en las latitudes tropicales. Sus bosques se expandían en épocas húmedas y se reducían en las épocas secas. El nivel del mar llegó a tener descensos hasta de 90 m y ascensos hasta de 25 m, con respecto al nivel actual. En la Fig. 8 se resumen las interpretaciones para el proceso geológico además se integra la correlación de los climas con los suelos lacustres. (Santoyo, 2005)

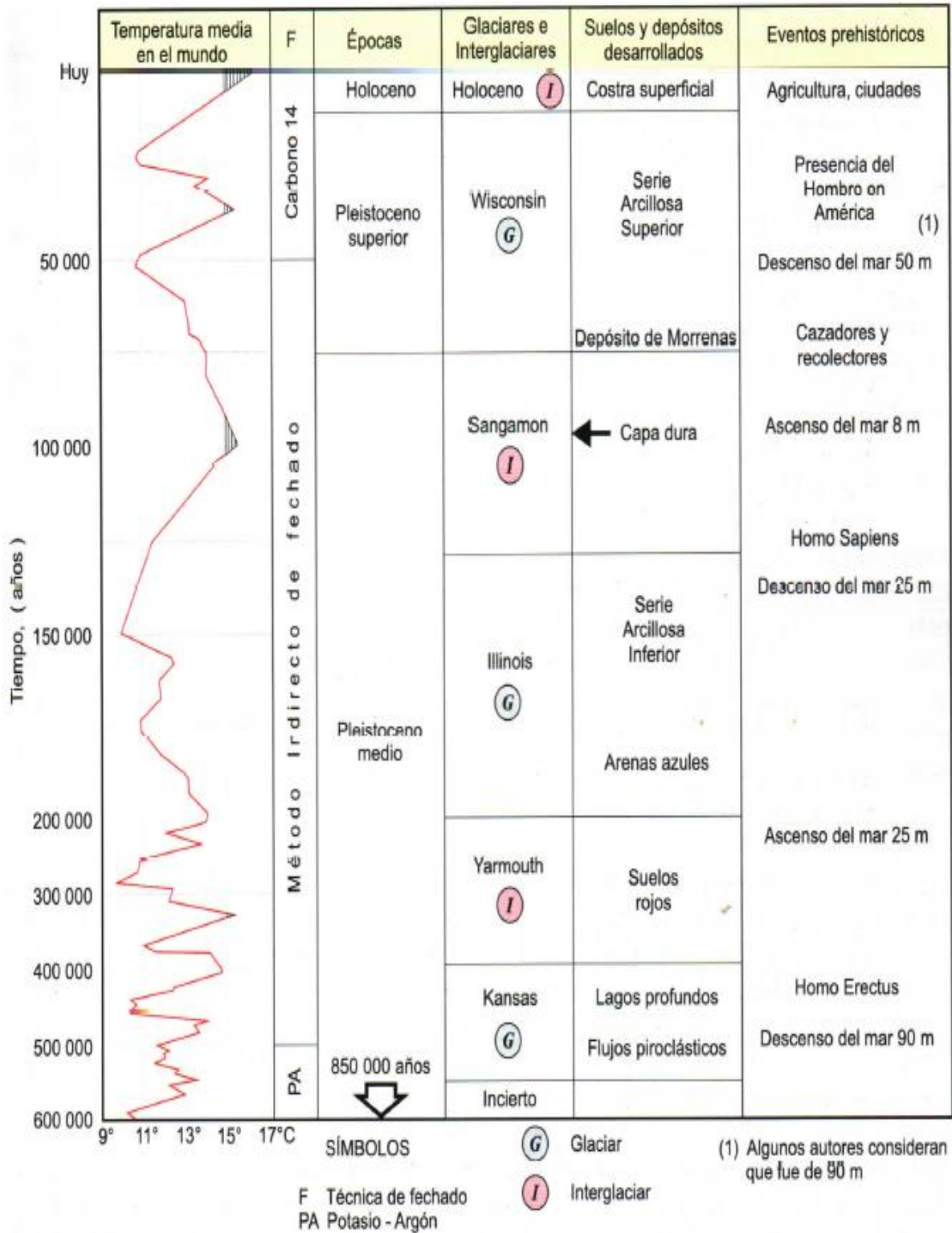


Fig. 8 Eventos geológicos ambientales durante el Holeceno y Pleistoceno. (Dr. Roberto Elizondo, 1975)

### **2.3 Geología Estructural.**

#### **Estratigrafía de la zona del lago.**

**Generalidades.** De acuerdo con el modelo estratigráfico inicialmente propuesto por Marsal y Mazari (1959), la secuencia de los suelos de la antigua zona lacustre está integrada por:

- a) La costa superficial, la cual en muchas partes está cubierta con rellenos artificiales de espesor variable. Los más gruesos se encuentran en el Centro Histórico y tienen varios metros de espesor. Es prácticamente inexistente en las orillas del lago.
- b) La formación arcillosa superior, con arcillas blandas a muy blandas.
- c) La capa dura, que separa las dos formaciones arcillosas.
- d) La formación arcillosa inferior, con arcillas más consolidadas.
- e) Los depósitos profundos, constituidas por materiales granulares.

Para definir la estratigrafía de un sitio se recurre con mayor frecuencia al uso de sondeos de resistencia de punta con herramienta eléctrica los cuales permiten visualizarla rápidamente. Incluso se pueden observar los cambios que han sufrido los suelos por el efecto de descargas sostenidas o por los abatimientos de la presión de agua intersticial inducidos por el bombeo regional (Santoyo et al, 1989). El orden, la uniformidad de los estratos así como las características principales del subsuelo se ilustran en las figuras 9 y 10.





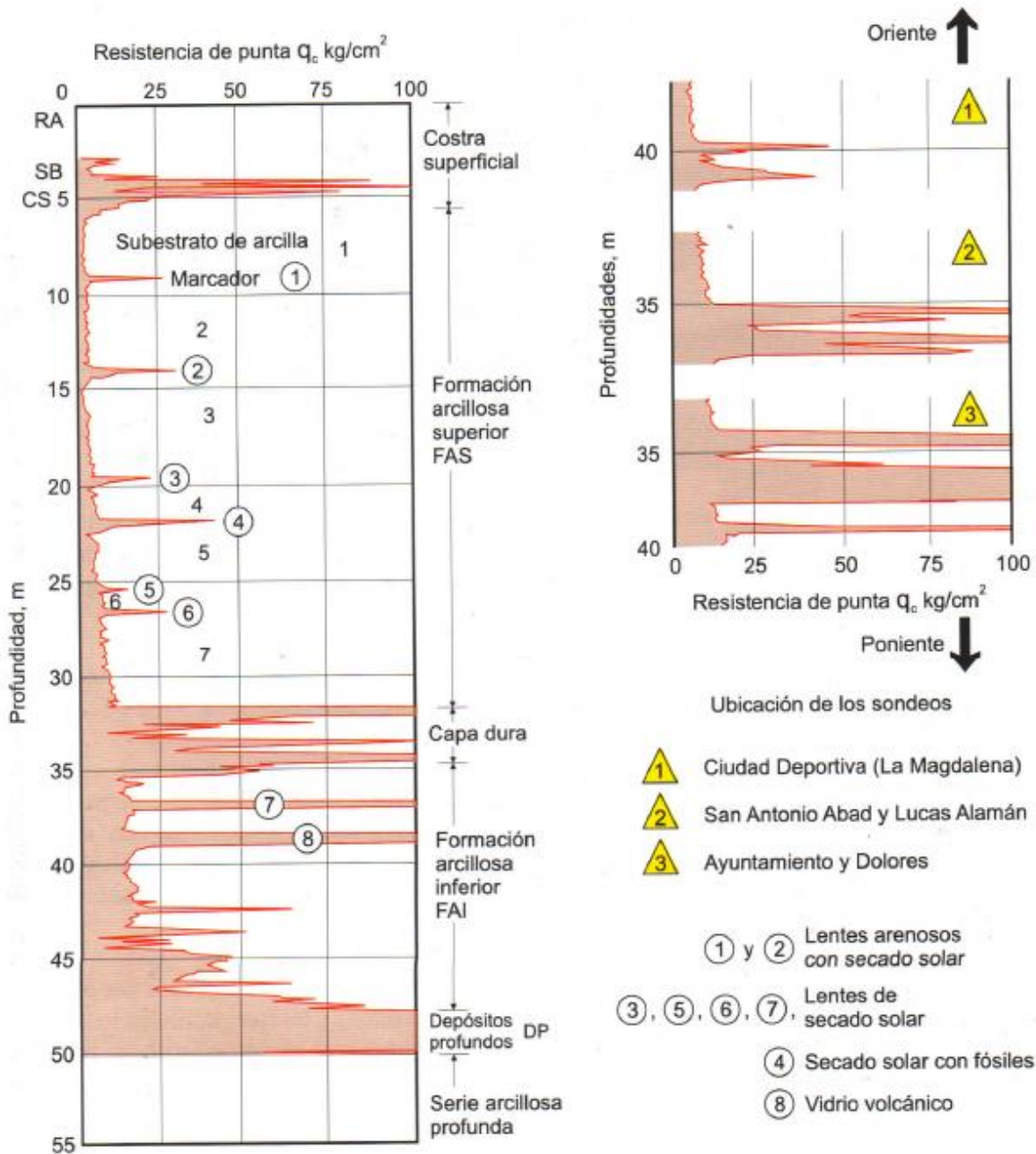
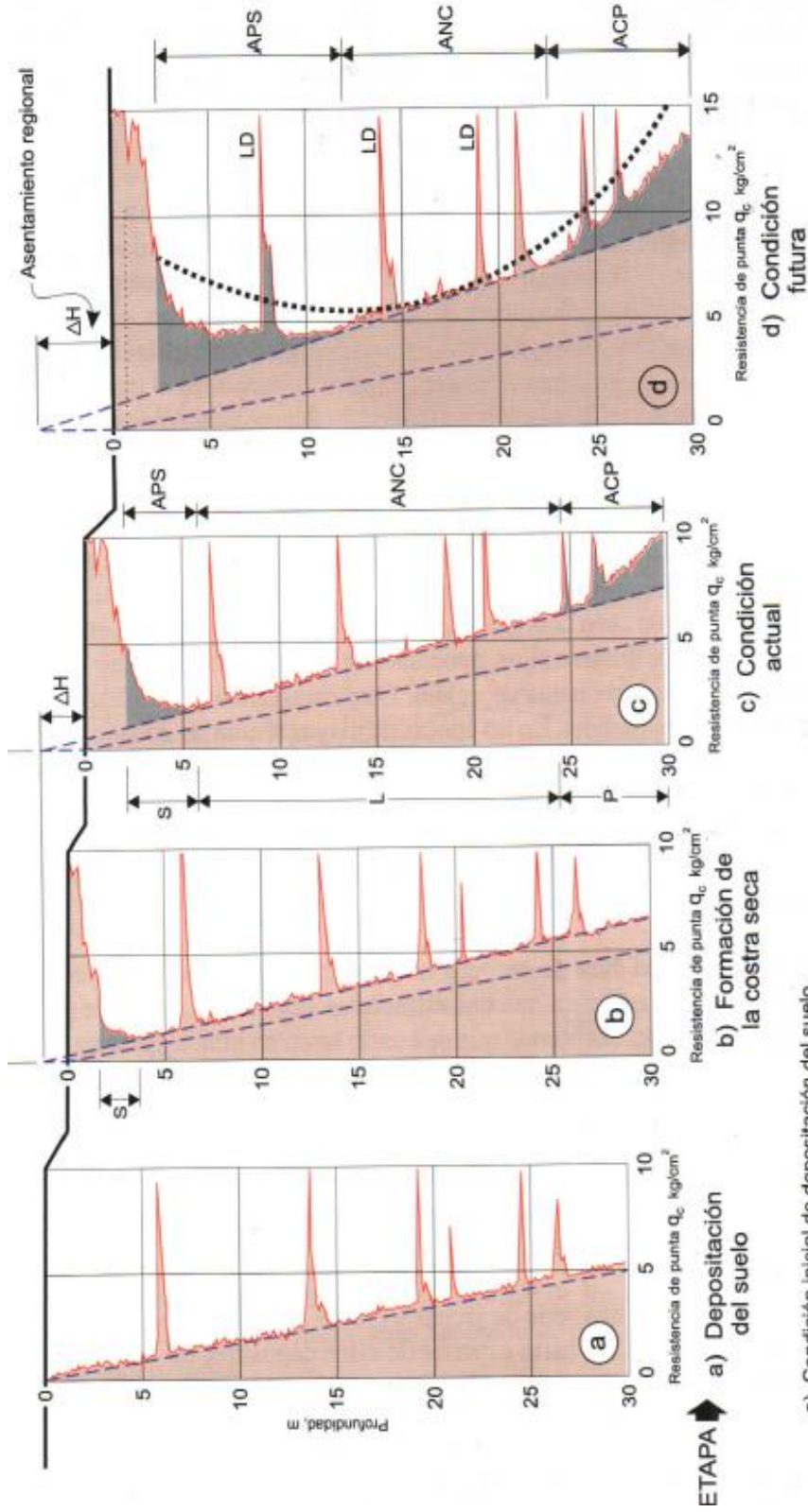


Fig. 10 Sondeo que ilustra los estratos marcados y las variaciones de resistencia de la capa dura. (Santoyo 1990)

Con la ayuda de sondeos de resistencia de punta con herramienta eléctrica. Los cambios de resistencia mecánica a la penetración que ocurren en concordancia con las variaciones con el contenido de agua y cargas aplicadas se ejemplifican en la figura 11.



- a) Condición inicial de deposición del suelo.
- b) Etapa de formación de la costra dura superficial, se incrementa el esfuerzo vertical y aumenta la resistencia al corte en el sector S abajo de la costra.
- c) Condición actual en la que advierte mayor influencia de la carga vertical, mayor espesor del sector S y aparición de la influencia del bombeo profundo en el sector P, el suelo alcanza mayor resistencia en los sectores S y P. En el sector L la resistencia tiene una ley lineal.
- d) Condición futura, se incrementan los sectores S y P y el tramo lineal se acorta.

Fig. 11 Variación de la resistencia al corte con el tiempo y cargas aplicadas. (Santoyo 1990)

**Costra superficial (CS).** En general está formada por tres substratos, que constituyen una secuencia de materiales naturales cubiertos por un relleno artificial heterogéneo (Santoyo, 2005), los cuales son:

- a) Relleno artificial (RA). Constituido por restos de construcción y por relleno arqueológico, su espesor varía entre 1 y 7 m en el centro de la ciudad aunque bajo la Catedral de la Ciudad de México en ocasiones excede los 15 m. Este relleno es de unos 2 metros en el resto del Centro Histórico y casi inexistente en la parte central y las orillas del lago.
- b) Suelo Blando (SB). Se le puede describir como un depósito aluvial blando de tan pequeño espesor que a veces pasa desapercibido. Fue el sedimento fangoso que se depositó en el fondo del último lago; suele tener intercalados lentes de material eólico, que en muchos sitios quedó atrapado bajo el relleno artificial.
- c) Costra Seca (CS). Se formó como consecuencia de un descenso del nivel del lago durante el cual quedaron expuestas algunas zonas del fondo a los rayos solares con lo cual la Costra Seca quedó fuertemente consolidada.

**Formación arcillosa superior (FAS).** Esta serie tiene un espesor que varía entre 25 y 50 m. Aunque es muy uniforme, se pueden identificar cuatro estratos principales, de acuerdo con su origen geológico y con los efectos de la consolidación inducida por sobrecargas superficiales y por el bombeo profundo. Dichos estratos tienen intercalados lentes duros que se pueden considerar como estratos secundarios.

- a) Arcilla preconsolidada superficial (APS). Este estrato superficial se ha endurecido por efecto del secado solar, por el ascenso capilar del agua, las sobrecargas externas y las que producen los rellenos. Los árboles también han contribuido a consolidarlo pues sus raíces absorben humedad, particularmente en las áreas pavimentadas en donde se dificulta la infiltración de agua pluvial.

- b) Arcillas normalmente consolidadas (ANC). Se localizan por debajo de la profundidad afectada por las sobrecargas superficiales y por arriba de los suelos consolidados por el bombeo profundo. Es importante aclarar que estos suelos se han identificado como normalmente consolidados para las sobrecargas actuales, porque continúan expuestas a un proceso de consolidación a partir de su condición inicial.
- c) Arcilla consolidada profunda (ACP). El bombeo para abastecer a la ciudad de agua potable ha generado un fenómeno de consolidación, más significativo en las arcillas profundas que en las superficiales. Se debe aclarar que se trata de arcillas normalmente consolidadas en virtud de la pérdida continua de presión de agua que prevalece. Sólo en el remoto caso de que se recuperara la presión en el agua serían arcillas preconsolidadas.
- d) Lentes Duros (LD). Los estratos de arcilla están interrumpidos o intercalados por lentes que pueden ser costras de secado solar, arena basáltica o vidrio pómez cuyo espesor va desde unos centímetros hasta 2 m. es importante ubicarlos dentro de la secuencia estratigráfica debido a que: a) son marcadores de la estratigrafía lo cual permite diferenciar los substratos arcillosos, información útil para guiar el muestreo selectivo y para correlacionar los resultados de laboratorio; b) su presencia y la medición de su resistencia son de interés en la determinación de la hincabilidad de pilotes y en la definición de la perforación previa necesaria; c) en general, son más permeables que las arcillas, por lo que influyen en la velocidad de consolidación de éstas; d) su presencia debe tomarse en cuenta en la definición del bombeo en excavaciones y para cuantificar la subpresión.

Los cambios de resistencia mecánica de la arcilla como consecuencia del bombeo se ilustran en la Fig. 8, como un incremento de resistencia en la parte inferior.

**Capa dura (CD).** Es un depósito heterogéneo que se desarrolló en el periodo climático del interglacial Sangammon, en el cual predominan limos arenosos con algo de arcilla y ocasionales gravas. Tiene una cementación muy errática y su espesor variable; es muy delgada en la zona central del lago Texcoco que no llegó

a secarse y alcanza unos 5 m en lo que fueron sus orillas. A continuación se discuten algunos rasgos distintivos de la capa dura:

- a) Peculiaridades de la capa dura. Tiene intercaladas, lentes de arcilla que se formaron en los ciclos húmedos del periodo interglaciar Sangammon. Al interpretar los sondeos de cono de la Fig. 11 se infiere que durante la formación de esta capa ocurrieron dos ciclos de sequía los cuales endurecieron los materiales que quedaron expuestos durante ellos, generándose suelos limosos y limo-arenosos, a veces erráticamente cementados con carbonatos de calcio. Otra característica peculiar de la capa dura es su variabilidad en espesor y resistencia. En las épocas de mayor sequía las zonas centrales del lago, las más bajas, se expusieron parcial o intermitentemente a los rayos solares mientras que la exposición de las orillas durante estos periodos fue total. Consecuentemente, dentro de la actual zona urbana, el espesor de la Capa Dura y su resistencia mecánica aumentan gradualmente hacia el poniente y se reducen hacia el oriente. Adicionalmente, la erosión de los cauces superficiales adelgazó el espesor de la capa dura lo que también dio lugar a cierta erraticidad local.
- b) Importancia de la capa dura. La capa dura desempeña un papel importante en las cimentaciones profundas de la Ciudad de México, ya que para muchas estructuras sirve como apoyo de pilotes de punta, de control y de punta penetrante. Sorprende que se confíe tanto en ella, a pesar de la escasa información disponible sobre sus características mecánicas.

**Formación arcillosa inferior (FAI).** Es una secuencia de estratos de arcilla separados por lentes duros, en un arreglo semejante al de la serie arcillosa superior. Su espesor es de unos 15 m al centro del lago y prácticamente desaparece en sus orillas.

**Depósitos profundos (DP).** Constituyen una serie de arenas y gravas aluviales limosas, cementadas con arcillas duras y carbonatos de calcio. La parte superior de

estos depósitos, de 1 a 5 m, está más endurecida que la inferior, en donde se encuentran estratos menos cementados y hasta arcillas preconsolidadas.

**Resumen estratigráfico.** La Fig. 11 es un perfil estratigráfico que muestra el relleno artificial, la costra superficial, las dos formaciones arcillosas, la capa dura y los depósitos profundos; abajo hay otras dos formaciones arcillosas a las que se les presta poca atención porque suelen estar muy preconsolidadas y por ello influyen poco en el comportamiento de las cimentaciones. Por ello se le da importancia a la frontera superior de los depósitos profundos como la frontera de mayor interés, la cual se muestra como curvas de igual profundidad de los depósitos profundos de la figura 12.

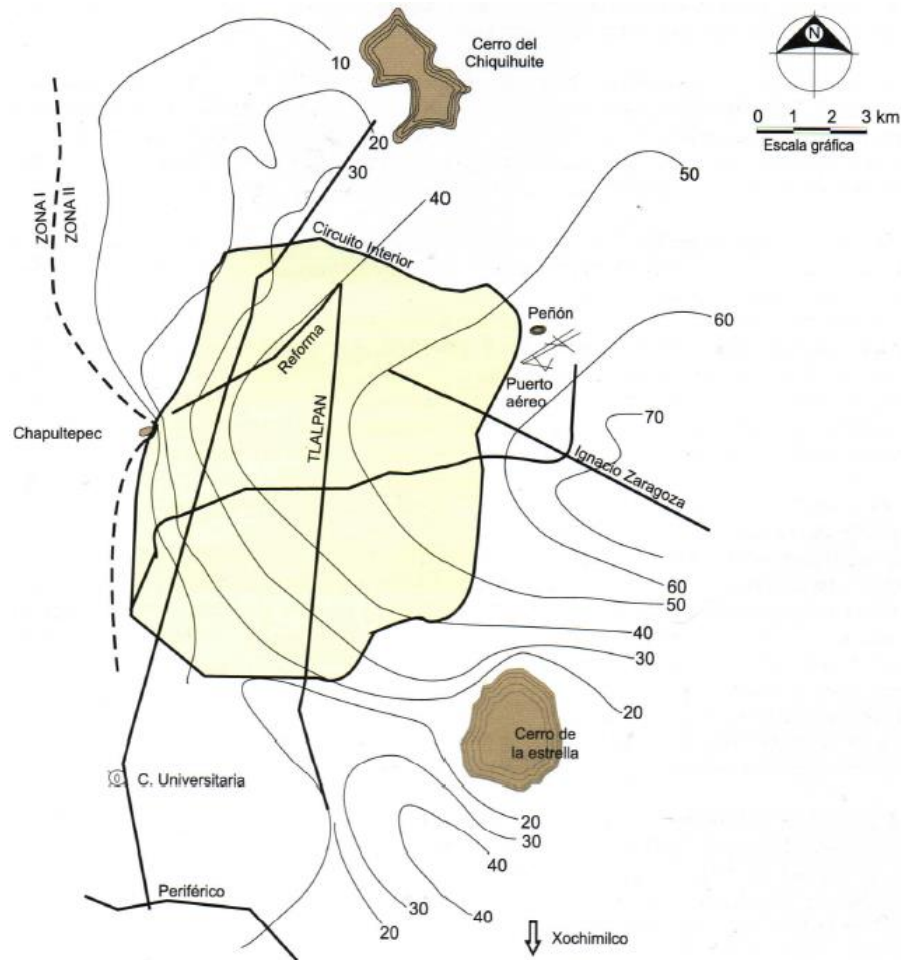


Fig. 12 Curvas de igual profundidad de los depósitos profundos. (Santoyo, 2005)

Estas formaciones arcillosas profundas sólo se evalúan para casos complejos de cimentaciones de estructuras muy pesadas. (Santoyo, 2005)

### Estratigrafía de las zonas de transición.

**Generalidades.** Los depósitos de transición forman una franja entre los suelos lacustres y las sierras que rodean el valle o los aparatos volcánicos que se sobresalen en la zona del lago. Como el lago central nunca fue profundo, los arroyos que bajaban por las barrancas y desembocaban en la planicie formaron deltas poco extensos que se introdujeron en el cuerpo lacustre. Consecuentemente, los clastos fluviales se acumularon en el quiebre morfológico y se intercalaron localmente con las series arcillosas. Las transiciones pueden clasificarse como interestratificada y abrupta; ambas se ilustran esquemáticamente en la Fig.13 y se describen en lo siguiente.

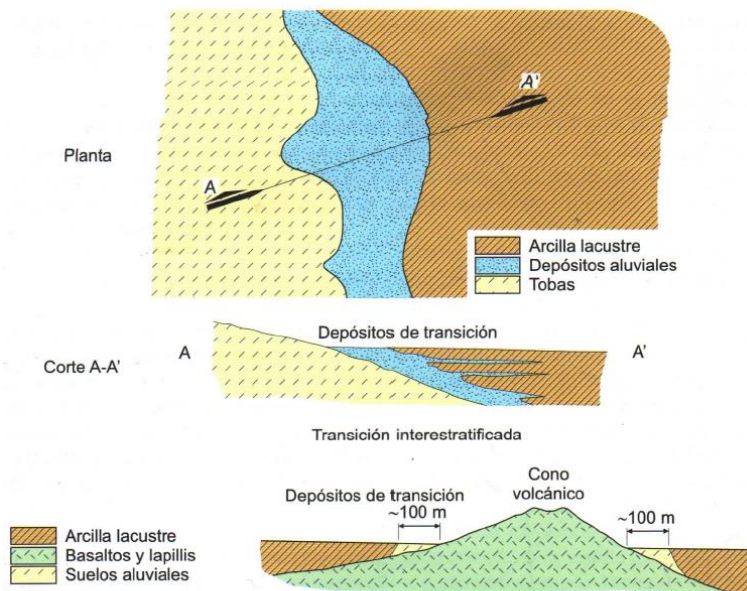


Fig.13 Transiciones típicas. (Santoyo, 2005)

**Transición interestratificada.** Esta condición se presenta en los suelos que se originaron en las barrancas, donde se acumularon los acarreo fluviales que descendieron de Las Lomas a la planicie. Se asemejan a los depósitos deltáicos



aunque solamente se extendieron hasta la orilla del antiguo lago de Texcoco por lo cual se formaron intercalaciones de arcillas lacustres con arenas y gravas de río. La zona de transición interestratificada al pie de Las Lomas contiene en sus partes más profundas la llamada Capa Dura, depósitos glaciares, laháres y fluvio-glaciares pero también pueden encontrarse depósitos aluviales recientes.

***Transición abrupta.*** Esta es una transición o contacto de las arcillas lacustres con roca volcánica; se le encuentra en el Peñón de los Baños, el Peñón del Marqués, el cerro de la Estrella y el cerro del Tepeyac. La estratigrafía típica de estas zonas está integrada por la serie arcillosa lacustre, interrumpida por numerosos lentes duros de los materiales erosionados de los cerros vecinos. Es interesante mencionar que en la cercanía del Peñón de los Baños se encuentran intercalaciones de lentes delgados de travertino silicificado, producto de las emanaciones de manantiales de aguas termales.

#### **Estratigrafía de la zona de lomas.**

***Generalidades.*** La mayor parte de la zona de lomas se localiza al poniente de la ciudad, hasta los límites con el Estado de México. En el sur incluye las faldas de la Sierra de Chichinautzin, hasta el valle de Chalco y en el norte el Peñón de los Baños, la Sierra de Guadalupe, los cerros del Chiquihuite y del Tigre así como el cerro de La Estrella y la Sierra de Santa Catarina los cuales separan a la subcuenca de Xochimilco-Chalco de la México- Texcoco.

En la formación de Las Lomas del poniente se observan elementos litológicos producto de erupciones de grandes volcanes andesíticos estratificados. Los depósitos más antiguos presentan fracturamientos y fallamientos tectónicos que en general no están asociados a inestabilidades locales, dirigidos principalmente al NE, dirección que mantiene la mayoría de las barrancas de la zona. El hombre ha modificado esta zona con grandes rellenos artificiales no compactados, utilizados para nivelar terrenos cerca de las barrancas y para obturar accesos y galerías de minas antiguas. Los materiales naturales que se encuentran en Las Lomas del poniente son:

- a) Tobas y laháres fracturados. Estos materiales pueden presentar fracturas en direcciones concurrentes que generaban bloques potencialmente inestables los cuales pueden activarse bajo la acción de un sismo o por efecto de la alteración de las superficies de fracturamiento, al estar sometidos a humedecimiento por la infiltración de escurrimientos no controlados. En algunos casos las fallas locales en la superficie del corte podrían generar taludes invertidos de estabilidad precaria. Un aspecto significativo de las tobas es que algunas de ellas son muy resistentes al intemperismo e incluso se endurecen al exponerse al ambiente, mientras que otras son fácilmente degradables y erosionables.
- b) Depósitos de arenas pumíticas y laháres de arenas azules. Estos suelos se encuentran en estado compacto, semicompacto y en ocasiones están ligeramente cementados. Su cohesión generada por la tensión superficial asociada a su bajo contenido de agua, permite hacer cortes verticales en estos depósitos pero los ciclos de humedecimiento y secado pueden hacerlos fallar.
- c) Lahares poco compactados y depósitos glaciales y fluvioglaciales. La cementación y la compacidad de estos depósitos son muy erráticas, suelen variar de muy cementadas a sueltas. La erosión progresiva de origen eólico y fluvial ha generado depósitos de talud crecientes cuyo avance sólo se detiene cuando alcanzan el ángulo de reposo del suelo granular en estado suelto.

**Basaltos.** Tradicionalmente sólo se consideraban a los que se encuentran en los pedregales generados por el Xitle, formados por coladas lávicas que presentan discontinuidades como fracturas y cavernas, ocasionalmente rellenas de escoria. Conforme ha crecido la ciudad, también ha comenzado a estudiarse las formaciones basálticas del Ajusco y las de las faldas de Chichinautzin. La estabilidad de

excavaciones de estos basaltos debe analizarse en función de los planos principales de fracturamiento y no de la resistencia intrínseca de la roca. En el caso de las cavernas grandes y túneles naturales, debe estudiarse la estabilidad de los techos. (Tomado de Santoyo, 2005)

### **3 Marco Teórico**

#### **3.1 Conceptos de hidrogeología.**

**Acuífero** (de latín *fero*, llevar): Formación geológica que contiene agua en cantidad apreciable y que permite que circule a través de ella con facilidad; como ejemplo encontramos arenas y gravas.

**Acuicludo** (de latín *cludo*, encerrar): Formación geológica que contiene agua en cantidad apreciable y que no permite que el agua circule a través de ella; como ejemplo tenemos limos y arcillas.

**Acuitardo** (de latín *tardo*, retardar, impedir): Formación geológica que contiene agua en cantidad apreciable pero que el agua circula a través de ella con dificultad; este es un concepto intermedio entre los dos anteriores; como ejemplo tenemos, arenas arcillosas, areniscas, rocas compactas con alteración y/o fracturación moderadas.

**Unidad hidrogeológica** es un conjunto de formaciones geológicas de características hidrogeológicas similares cuyo funcionamiento conviene considerar conjuntamente. A veces se habla de un sistema hidrogeológico como el conjunto de formaciones geológicas (uno o varios acuíferos y quizá acuitardos) que pueden considerarse agrupados, de modo que su funcionamiento (entradas, salidas, balance) hay que estudiarlo de un modo conjunto.

#### **Porosidad total y eficaz**

**Porosidad total** ( $m_t$ ):  $m_t = \text{Volumen de huecos} / \text{volumen total}$

Puedes expresarse en % o en tanto por 1 (en cualquier caso es adimensional)

**Porosidad eficaz** ( $m_e$ ):  $m_e = \text{Volumen de agua drenada por gravedad} / \text{volumen total}$ .

El numerador de esta expresión representa el volumen de los poros que se ha vaciado. Se expresa igual que la porosidad total (% o en tanto por 1).

También se define la porosidad eficaz como el volumen de huecos disponibles para el flujo respecto del volumen total. Aproximadamente son cantidades iguales: el agua que queda adherida a los granos y que no puede extraerse tampoco permite el flujo; en la figura se representa en rayado el agua adherida a los granos lo huecos que quedan (en blanco en el dibujo) representan tanto el agua extraíble como la sección utilizable por el flujo del agua subterránea.

### Porosidad eficaz para el flujo

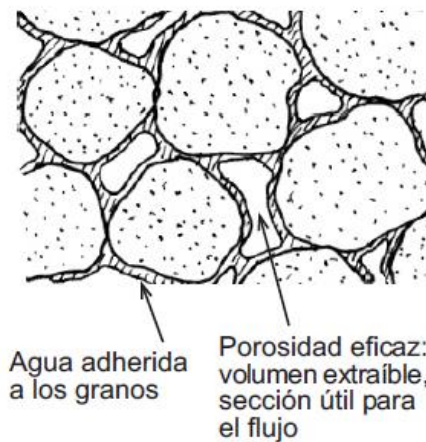


Fig. 14 Vista de los poros entre granos. (Sánchez, F. J. 2011)

La diferencia entre ambas porosidades eficaces serían “las calles sin salida”, grupos de poros que disponen de posible salida del agua que contienen, pero no por ambos lados para permitir el flujo a través de ellos.

### Porosidad intergranular y por fisuración.

Al hablar de porosidad normalmente se piensa en los poros de materiales detríticos como arenas, pero las rocas compactas también pueden contener cierta proporción de agua en su interior en sus *fisuras*. Normalmente, estas fisuras son fracturas producidas por esfuerzos tectónicos, pero pueden deberse a otras causas:

enfriamiento (rocas volcánicas), planos de descompresión o discontinuidades sedimentarias, etc. Tras su formación, estas fisuras pueden ser ocluidas por los minerales arcillosos resultantes de la alteración, o por el contrario la disolución hace aumentar la abertura a veces hasta formar amplios conductos (especialmente en calizas).

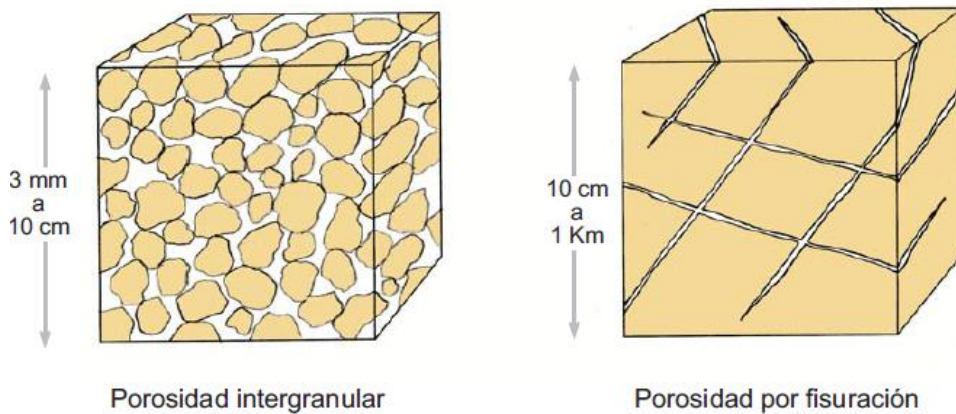


Fig. 15 Tipos de porosidad. (Sánchez, F. J. 2011)

Las escalas señaladas en el dibujo son meramente indicativas, para mostrar que la porosidad por fisuración se representa a escalas muy diversas.

También hablamos de *porosidad primaria*, la cual es la resultante al originarse la formación geológica, la *porosidad secundaria* será cualquier abertura que se produzca posteriormente.

### **Superficie o nivel freático.**

Los poros o fisuras del terreno están llenos de agua ("saturados") hasta un determinado nivel que se denomina *superficie freática* (water table), siempre que exista infiltración procedente de las precipitaciones. Cuando esta superficie es cortada por un pozo, en este nivel del agua coincidirá con la superficie freática: se habla del **nivel freático** en ese punto.

El concepto de superficie freática no es tan simple: sobre ella existe una franja de terreno saturada (poros llenos de agua), ya que el agua ha ascendido por

capilaridad. El espesor de esta **franja capilar** puede ser inapreciable en gravas hasta alcanzar varios metros en arcillas.

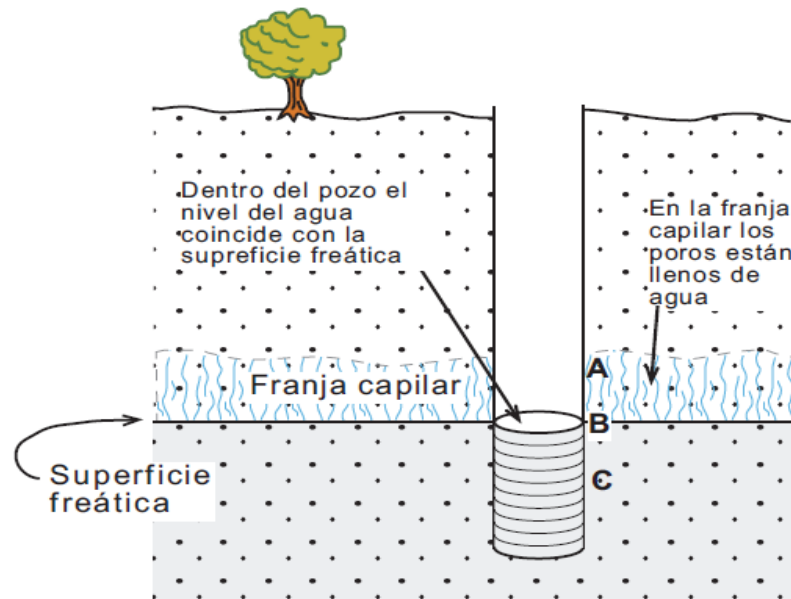


Fig. 16 Ejemplo de la vista de un nivel freático. (Sánchez, F. J. 2011)

La *superficie freática* es la superficie formada por los puntos con una presión igual a la presión atmosférica.

En B, la presión del agua es igual a la presión atmosférica; por encima (punto A) la presión es inferior a la atmosférica: por eso el agua asciende succionada contra la gravedad; y por debajo (C) es superior, ya que soporta la presión de la columna del agua BC.

### **Tipos de acuíferos: libres, confinados y semiconfinados.**

Se denominan **acuíferos libres** aquellos que su límite superior (superficie freática) está a presión atmosférica. Si extraemos agua, descenderá la superficie freática igual que descende el nivel cuando extraemos agua de una piscina. (Tomado de Sánchez, F. J. 2011)

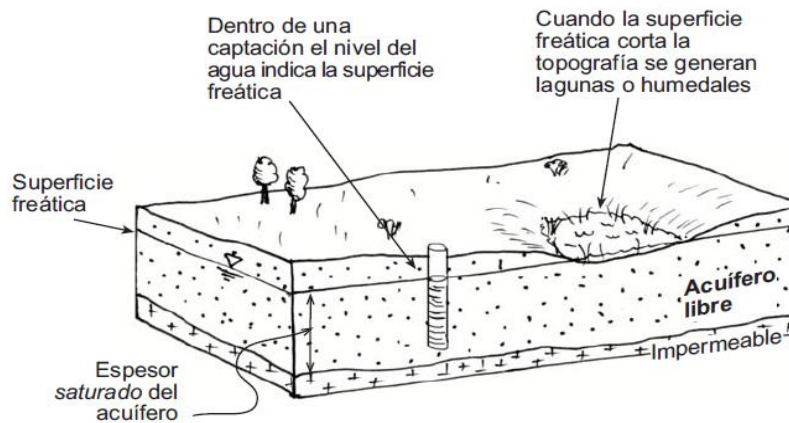


Fig. 17 Acuífero libre. (Sánchez, F. J. 2011)

Los **acuíferos confinados**, su límite superior se encuentra a presión superior a la atmosférica: es una capa impermeable; si extraemos agua de él, ningún poro se vacía, la extracción procede de la descompresión del agua y en menor medida de la compresión de la matriz sólida. Si esa compresión del acuífero es notoria y no es reversible, llegan a producirse asentamientos y subsidencia del terreno.

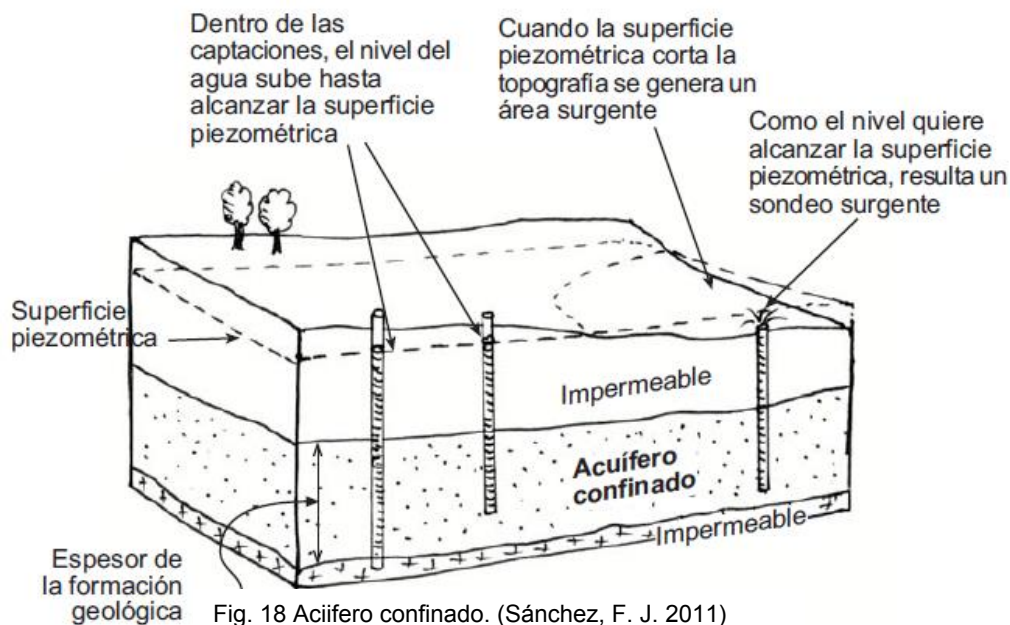


Fig. 18 Acuífero confinado. (Sánchez, F. J. 2011)

Los **acuíferos semiconfinados** son acuíferos a presión (por tanto entrarían en la definición anterior de acuíferos confinados), pero que alguna de las capas confinantes son semipermeables, acuitardos, y a través de ellas le llegan filtraciones o rezumes (en inglés: *leak*=rezume).

Vemos en la figura un acuífero libre y un semiconfinado separados por un acuitardo. Se aprecia que el nivel del agua en el libre es más alto que en el sondeo que corta el acuífero profundo.

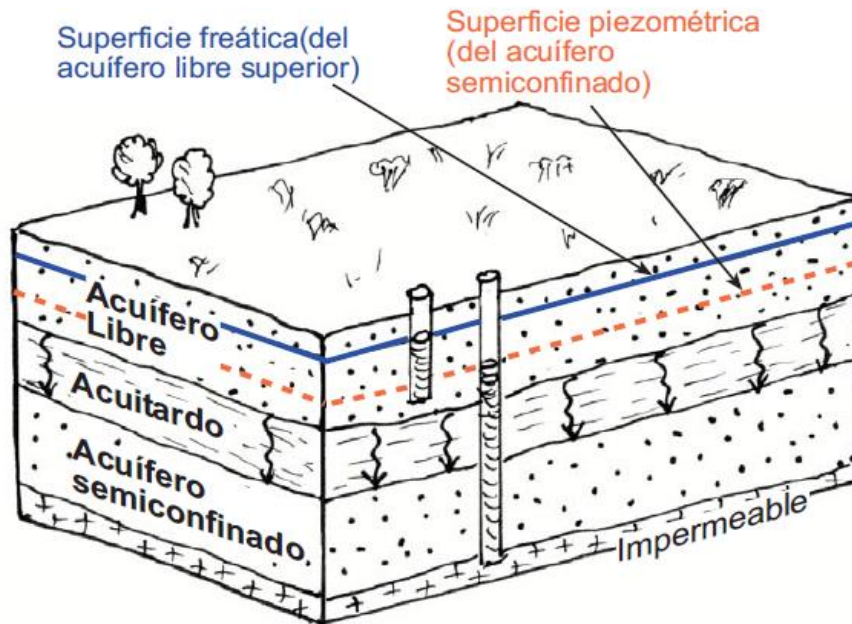


Fig. 19. Comportamiento de los acuíferos. (Sánchez, F. J. 2011)

### Coeficiente de almacenamiento

Es un parámetro que indica el agua liberada al disminuir la presión en el acuífero este se define como sigue:

$$s = \frac{\text{Volumen de agua liberado}}{\text{Volumen total que ha bajado la superficie piezométrica}}$$

Con ayuda de la siguiente figura es posible explicar de una mejor manera; en la figura (a) vemos una columna de 1 m<sup>2</sup> de base de un acuífero confinado, en la que la superficie piezométrica ha bajado 1 m. El pequeño volumen de agua obtenido es **S**. esta definición refleja también el concepto de porosidad eficaz: en la figura (b) una columna de 1 m<sup>2</sup> de base de un acuífero libre en la que la superficie freática ha bajado un metro; el volumen de agua obtenido es la porosidad eficaz. Pero son dos conceptos distintos:

En el libre, solo aporta agua (por vaciado) el m<sup>3</sup> superior, entre las dos posiciones sucesivas de la superficie freática.



En el confinado aporta agua (por descompresión) toda la columna vertical de acuífero; por tanto, su magnitud depende del espesor geológico del acuífero.

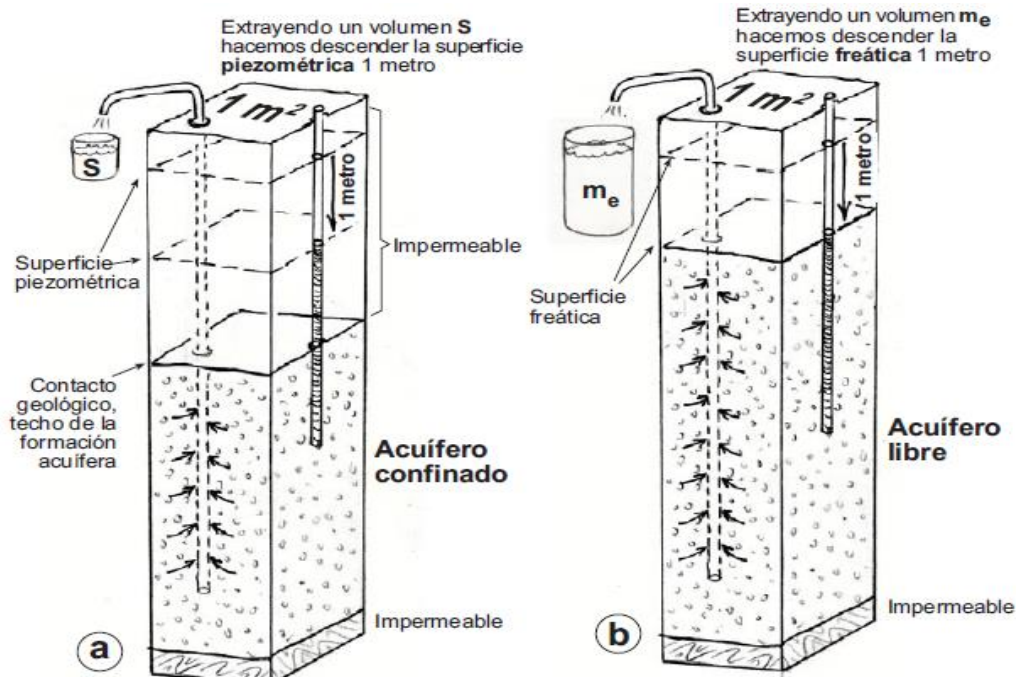


Fig. 20 Tipo de extracción para distintos acuíferos (Sánchez, F. J. 2011)

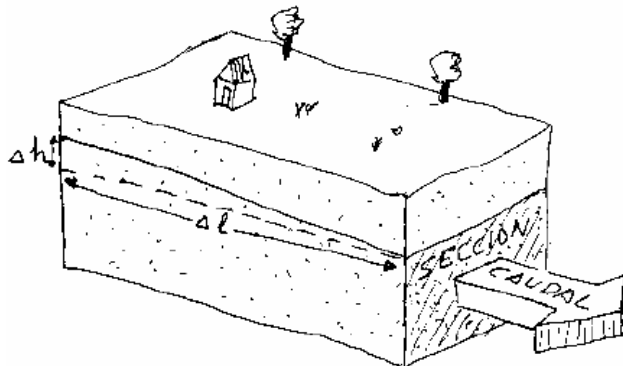
El coeficiente de almacenamiento es adimensional (volumen/volumen), y los valores que presenta son mucho más bajos en los confinados perfectos que en los semiconfinados. Los valores típicos serían estos:

Acuíferos libres (porosidad eficaz): 0,3 a 0,01 ( $3 \cdot 10^{-1}$ a $10^{-2}$ )	El agua proviene del vaciado de los poros
Acuíferos semiconfinados (coef. de almacenamiento): $10^{-3}$ a $10^{-4}$	El agua proviene de descompresión y de los rezumes desde las capas confinantes
Acuíferos confinados (coef. de almacenamiento): $10^{-4}$ a $10^{-5}$	El agua proviene de descompresión

## Permeabilidad y transmisividad

**La permeabilidad** (o mejor dicho conductividad hidráulica, K) es la constante de proporcionalidad lineal entre el caudal y el gradiente hidráulico:

*Caudal por unidad de sección = K . gradiente hidráulico*



$$\frac{\text{Caudal}(\text{m}^3 / \text{día})}{\text{Sección}(\text{m}^2)} = K \cdot \frac{\Delta h (\text{m.})}{\Delta l (\text{m.})}$$

El caudal que atraviesa el medio poroso perpendicularmente a la sección señalada es linealmente proporcional al gradiente  $\Delta h / \Delta l$

Fig. 21 Ecuación del caudal. (Sánchez, F. J. 2011)

## Transmisividad

Si observamos la figura 22 intuimos que los dos estratos acuíferos deben proporcionar el mismo caudal: la conductividad hidráulica del derecho es la mitad que el izquierdo, pero su espesor es el doble.

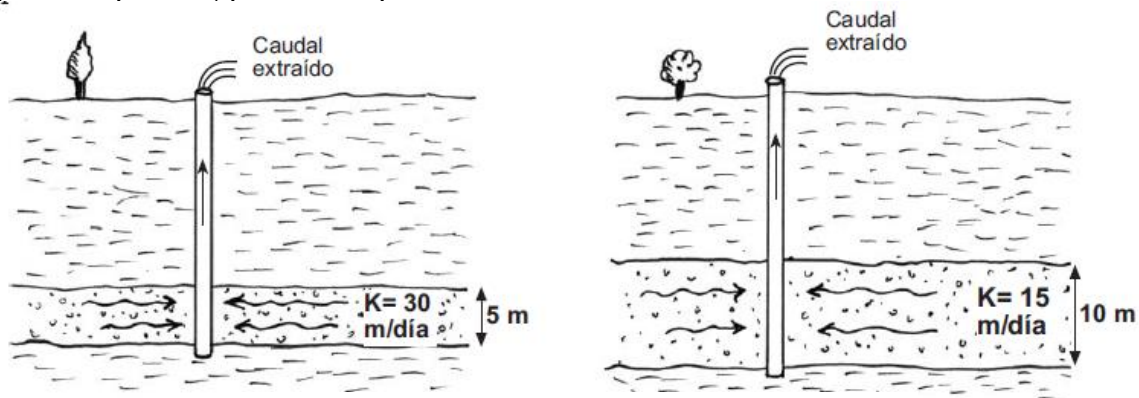


Fig. 22 Ejemplo de transmisividad. (Sánchez, F. J. 2011)

Efectivamente, el parámetro que nos indica la facilidad del agua para circular horizontalmente por una formación geológica es una combinación de la Conductividad Hidráulica y del espesor:

**Transmisividad = Conductividad hidráulica \*Espesor**

La transmisividad es variable en acuíferos libres:

En un confinado su espesor es constante, luego la Transmisividad también es constante.

En un acuífero libre su *espesor saturado* varía con las oscilaciones de la superficie freática (por ejemplo, invierno-verano), con lo que varía también su transmisividad.

### 3.2 Agua Subterránea

**Potencial hidráulico:** El agua se mueve de los puntos en los que tiene más energía hacia aquellos en los que tiene menor energía, esa energía se denomina *potencial hidráulico* y veremos que queda reflejada precisamente por la altura de la columna de agua en ese punto.

La energía mecánica total de una unidad será la suma de la energía potencial (debida a su posición en el espacio), la energía cinética (debida a su velocidad), la energía de presión (como la energía que almacena un muelle cuando esta comprimido).

En el flujo del agua subterránea la velocidad es tan lenta que la energía cinética es despreciable frente a la energía potencial y la energía de la presión.

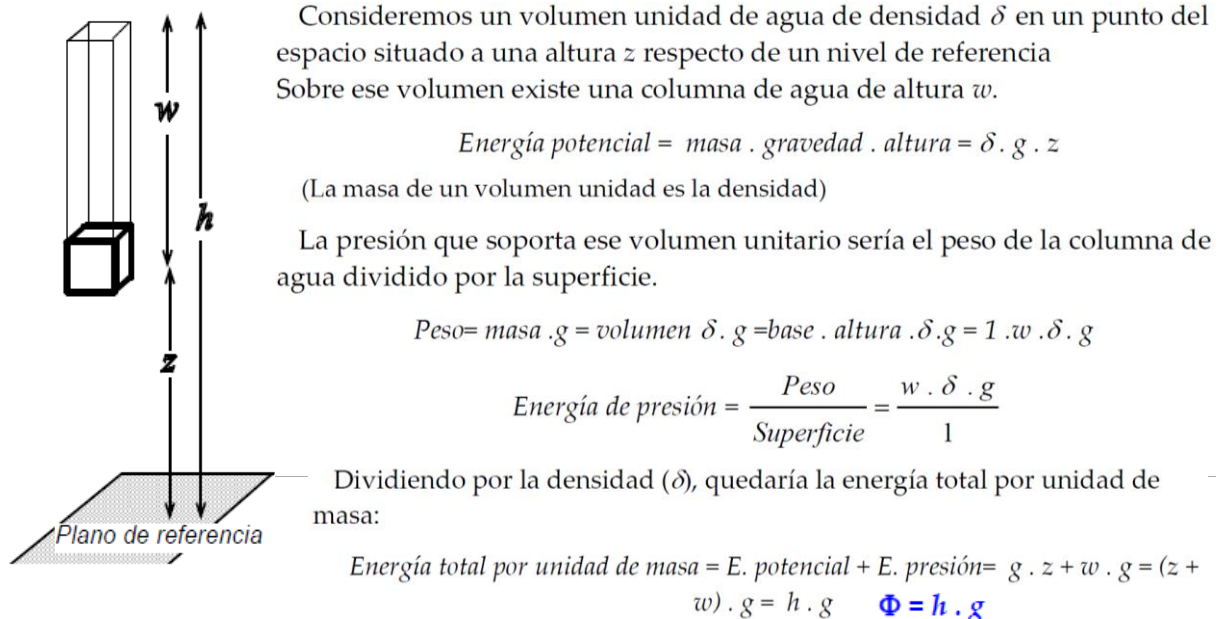


Fig. 23. Cálculo de la energía. (Sánchez, F. J. 2011)

La energía total por unidad de masa se denomina potencial hidráulico, y es igual a la altura de la columna de agua (respecto del nivel de referencia considerado) multiplicada por la aceleración de la gravedad.

Como  $g$  es prácticamente constante,  $h$  refleja exactamente el potencial hidráulico  $\phi$ .

### Régimen permanente y régimen variable.

Cuando un sistema de flujo no varía con el tiempo se dice que está en régimen **permanente**, estacionario o en equilibrio. Cuando el flujo varía con el tiempo, estamos en régimen no permanente o **variable**.

Por ejemplo en los alrededores de un sondeo y en las primeras horas tras el comienzo del bombeo, el flujo varía constantemente: estamos en régimen variable. Puede ser que transcurrido un tiempo se alcance el régimen permanente; esto se aprecia cuando los niveles en el pozo que bombea y en puntos próximos no bajan más aunque el bombeo continúe.

### Líneas de flujo y superficies equipotenciales.

Una línea de flujo es la envolvente de los vectores de velocidad en un instante determinado.

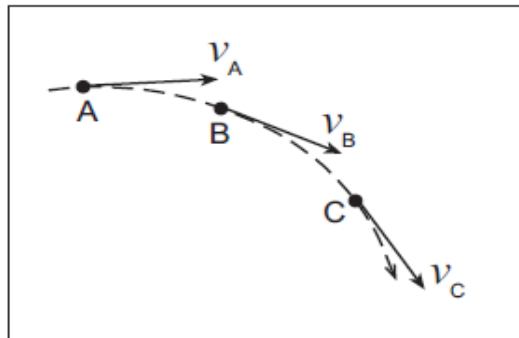
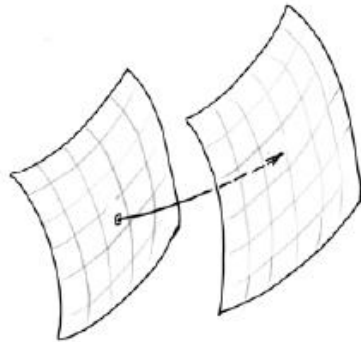


Fig. 24 ABC es una línea (Sánchez, F. J. 2011)

Trayectorias son los caminos seguidos por las partículas de agua en su recorrido. En régimen permanente las trayectorias coinciden con las líneas de flujo, en régimen variable pueden no coincidir.

Una **superficie equipotencial** es el lugar geométrico de los puntos del espacio que tienen un mismo potencial hidráulico. Por tanto el flujo se producirá perpendicularmente a las superficies equipotenciales, buscando el máximo gradiente, igual que una pelota rueda por una ladera perpendicularmente a las curvas de nivel buscando la máxima pendiente. (Sánchez, F. J. 2011)



Las superficies equipotenciales pueden presentar cualquier forma y disposición, y la dirección del flujo será perpendicular.

Fig. 25 Superficies equipotenciales. (Sánchez, F. J. 2011)

### Redes de flujo.

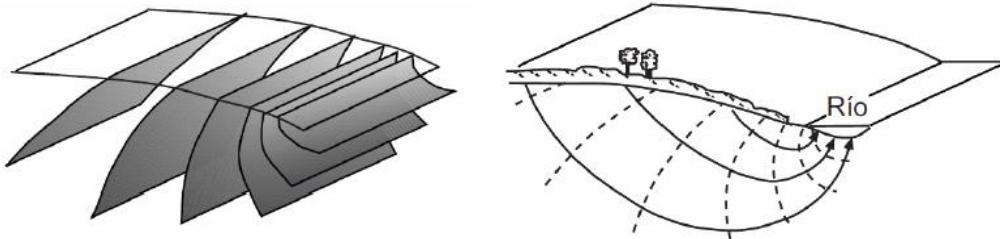


Fig. 26 Superficies equipotenciales bajo una ladera y el correspondiente perfil con red de flujo. (Sánchez, F. J. 2011)

En la figura vemos (a la izquierda) las superficies equipotenciales que podrían existir debajo de una ladera, suponiendo que la distribución de la permeabilidad en el subsuelo fuera isótropa y homogénea.

Este tipo de representaciones en tres dimensiones pueden ser didácticas pero imposibles de manejar en casos reales. Se hace necesario utilizar representaciones en dos dimensiones: redes de flujo, frecuentemente en perfiles verticales y mapas de isopiezas.

Una red de flujo (figura derecha) es una representación esquemática del flujo en un plano mediante líneas de flujo y líneas equipotenciales. Líneas equipotenciales son la traza de las superficies equipotenciales al ser cortadas por el plano en que se dibuja la red de flujo. El flujo siempre es tridimensional, así que las redes de flujo, de dos dimensiones, pueden trazarse en un plano horizontal o en un corte vertical.

El trazado de una red de flujo debe cumplir estas condiciones:

- (Necesario) Ambas familias de líneas tienen que cortarse perpendicularmente.
- (Conveniente) Los espacios resultantes deben ser “cuadrados” (aunque sean trapecios curvilíneos o incluso triángulos; han de ser proporcionados para que se aproximen lo más posible a cuadrados; un círculo inscrito debería ser tangente a los cuatro lados).

Frecuentemente se utilizan las redes de flujo para representar un entorno artificial, en escenarios relacionados con obras, por ejemplo el flujo relacionado con una presa:

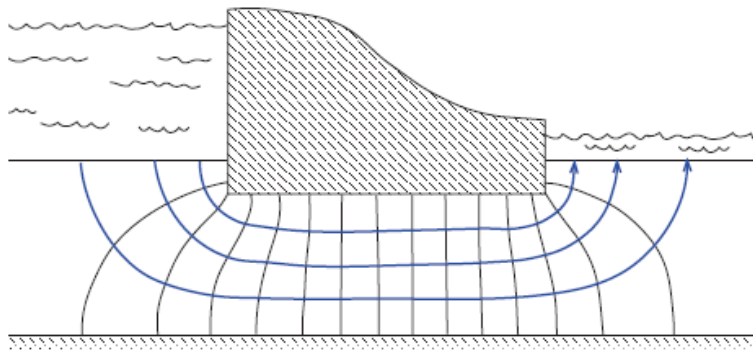


Fig. 27 Red e flujo para una presa. (Sánchez, F. J. 2011)

En este ejemplo observamos que los límites impermeables se comportan como líneas de flujo y las líneas de comienzo y al final del flujo (el fondo del agua superficial a ambos lados de la presa) son líneas equipotenciales.

En ocasiones como en este ejemplo de la presa, una red de flujo permite calcular cuantitativamente el caudal circulante, simplemente aplicando la Ley de Darcy. (Sánchez, F. J. 2011)

## 4 Funcionamiento Hidrodinámico de la Cuenca de México.

### 4.1 Aspectos Hidráulicos.

Parte de la información presente fue tomada de la Memoria de las Obras del Sistema de Drenaje Profundo del Distrito Federal (Dr. Rios Elizondo, 1975)).

Es importante mencionar que la cuenca de México es bastante extensa, de casi 100km, está conformada por varias sierras y cadenas montañosas y en su interior existen sierras aisladas. La parte más plana de la cuenca convencionalmente se denomina el Valle de México que en pasado fue un enorme lago que al secarse se dividió en varios cuerpos lacustres, uno de estos fue el lago de Texcoco, del cual el área confinada por el albaradón de Nezahualcóyotl en el oriente y por los terrenos elevados de las lomas del poniente se le conoció como el Lago de México.

La identificación de playas antiguas en el enorme lago permite poder inferir que en los periodos geológicos de mayor precipitación llegó a tener unos 80 km, de norte a sur y unos 45 km de oriente al poniente.

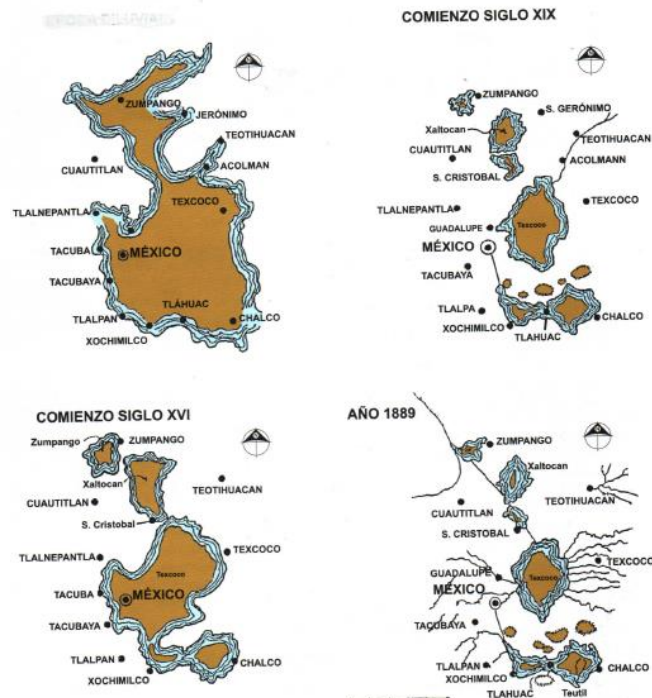


Fig. 28 Evolución de los lagos. (Santoyo, 2005)

Las más importantes eran las de Tenochtitlán, Tlatelolco, Nonoalco, Mixhuac y Tlalpan. Alimentaban al lago numerosos ríos, decenas de arroyos y gran cantidad de manantiales; siempre fue poco profundo y su fondo ascendió gradualmente a medida que se fueron depositando materiales. La parte más profunda es lo que ahora conocemos como el lago de Texcoco, razón por la cual se concentró la salinidad en su vaso, que según lo midió Humboldt, tenía una densidad relativa de 1.025, similar a la del agua del mar, con 33000 ppm, de sales. Esta peculiaridad permitió que desde la época prehispánica se evaporara el agua en estanques para producir sal en su riberas nororiente y donde todavía en 1912 se obtenían 1000 t de sal para consumo humano. En esa orilla nororiente del lago también se obtenía el tequesquite, un carbonato de calcio que se empleaba para transformar el maíz en nixtamal. Humboldt midió también la densidad de las aguas de Xochimilco y encontró que era de 1.0009 y la calificó de excelente calidad.

Cuando el clima calentaba demasiado, las aguas del gran lago bajaban de nivel y se formaban lagos separados. Ya desde 1824 se llevaba un registro de las elevaciones de los lagos más importantes y en 1864 se hizo una determinación más precisa de las elevación de los cinco lagos principales con relación al de Texcoco, al que se le asignó la cota 0.00 m. El lago de Zumpango, vecino al de San Cristóbal tenía 5.06 m de elevación relativa; drenaba al Xaltocan que se elevaba 3.00 m sobre el nivel del lago de Texcoco, el cual era el más bajo de todos. El nivel del lago de Chalco estaba a 2.57 m y se unía al de Xochimilco cuya elevación relativa era de 2.60 m y ambos drenaban al de Texcoco. Los ciclos de inundación y sequía los unían o separaban.





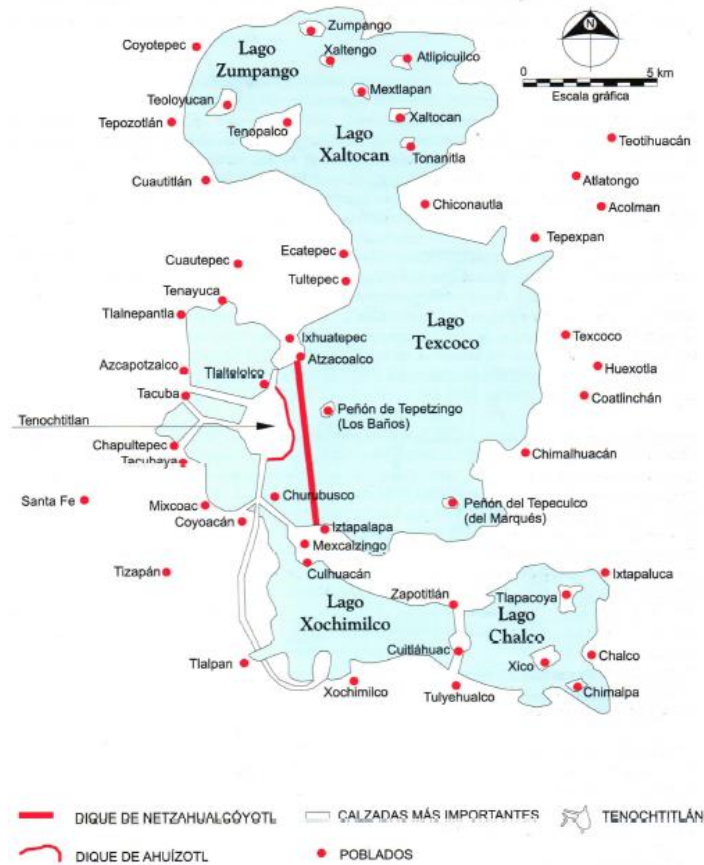


Fig. 30 Lagos del Valle de México a principios del siglo XVI, obras de defensa (Dr. Ríos Elizondo, 1975)

Cuando los niveles de sus efectos eran catastróficos para los pobladores de sus márgenes y de los islotes pero las grandes sequías de 1454 y 1556, fueron un desastre todavía mayor.

La cuenca es tan grande que tiene diversos climas y su régimen pluvial varía zonalmente. Actualmente para la parte norte la lluvia media es de 400 mm, en cambio en el sur del Valle es hasta de 1400 mm. Se puede también decir que en el Valle llueve durante todos los días del año aunque en la época de estiaje las lluvias son locales y pequeñas.

## Ríos principales.

Entre los ríos que alimentan al lago, ocho son los principales.

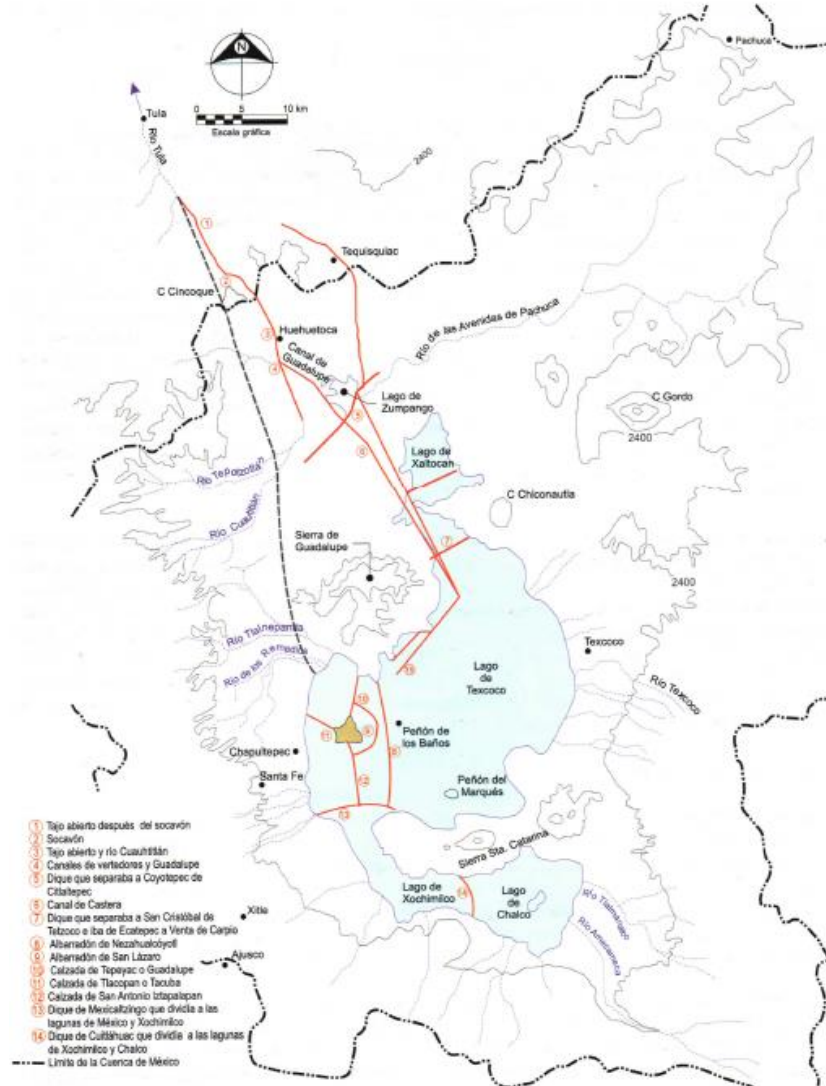


Fig. 31 Ríos, lagos, albardones y desagüe. (Dr. Rios Elizondo, 1975)

Que son los que a lo largo de la historia han tenido las mayores crecientes por precipitaciones de temporales los cuales son los ríos del poniente como el Cuautitlán, el Tepozotlán y el de la Magdalena Contreras. El primero fue el más temido por los españoles porque fue el causante de las grandes inundaciones del siglo XVII. En orden de importancia le siguen los río de Tlalnepanitla y el de Los Remedios. El único que llega por el norte, el de las avenidas de Pachuca, en general conduce poca agua al igual que los del lado oriente, como el Texcoco. Por su parte,

el Amecameca y el Tlalmanalco, que se alimentan de los deshielos de los volcanes Popocatepetl e Iztaccihualt hasta ahora no han sido peligrosos aunque es interesante anotar que Humboldt los califico como de riesgo, porque podría ocurrir un deshielo rápido de los volcanes. Para subrayar este riesgo vale recordar las erupciones que ha tenido el Popocatepetl desde 1994 siempre conllevan ese riesgo.

### **Manantiales.**

Dentro de la cuenca afloraban numerosos manantiales con abundante gasto; unos diez brotaban en Chalco y Xochimilco, otros seis al poniente y unos cinco en el norte y poniente, además de otros varios de aguas termales. Los manantiales se pueden clasificar en: a) de agua dulce, como los de Chapultepec, Xochimilco, Churubusco, Coyoacán y Santa Fe; b) los de aguas salobres o amargas, como los de Iztapalapa y c) de aguas termales, como los del Peñón de los Baños y el Pocito de Guadalupe. (Véase fig. 31.)

## **4.2 Zonificación geotécnica y antecedentes geofísicos**

### **Generalidades**

La última versión del plano de zonas geotécnicas se incorporo a las Normas Técnicas en el año 2004 y entro en vigor en octubre de ese mismo año. A continuación se discute la zonificación del Manual de Diseño Geotécnico del Metro, COVITUR.

**Plano de zonificación.** En la fig. 32 se muestra la zonificación de COVITUR con alguna correcciones derivadas de un buen número de sondeos de cono eléctrico que precisan mejor las ubicaciones de las zonas consolidadas de las arcillas del lago. (Tomado de Santoyo 2005).

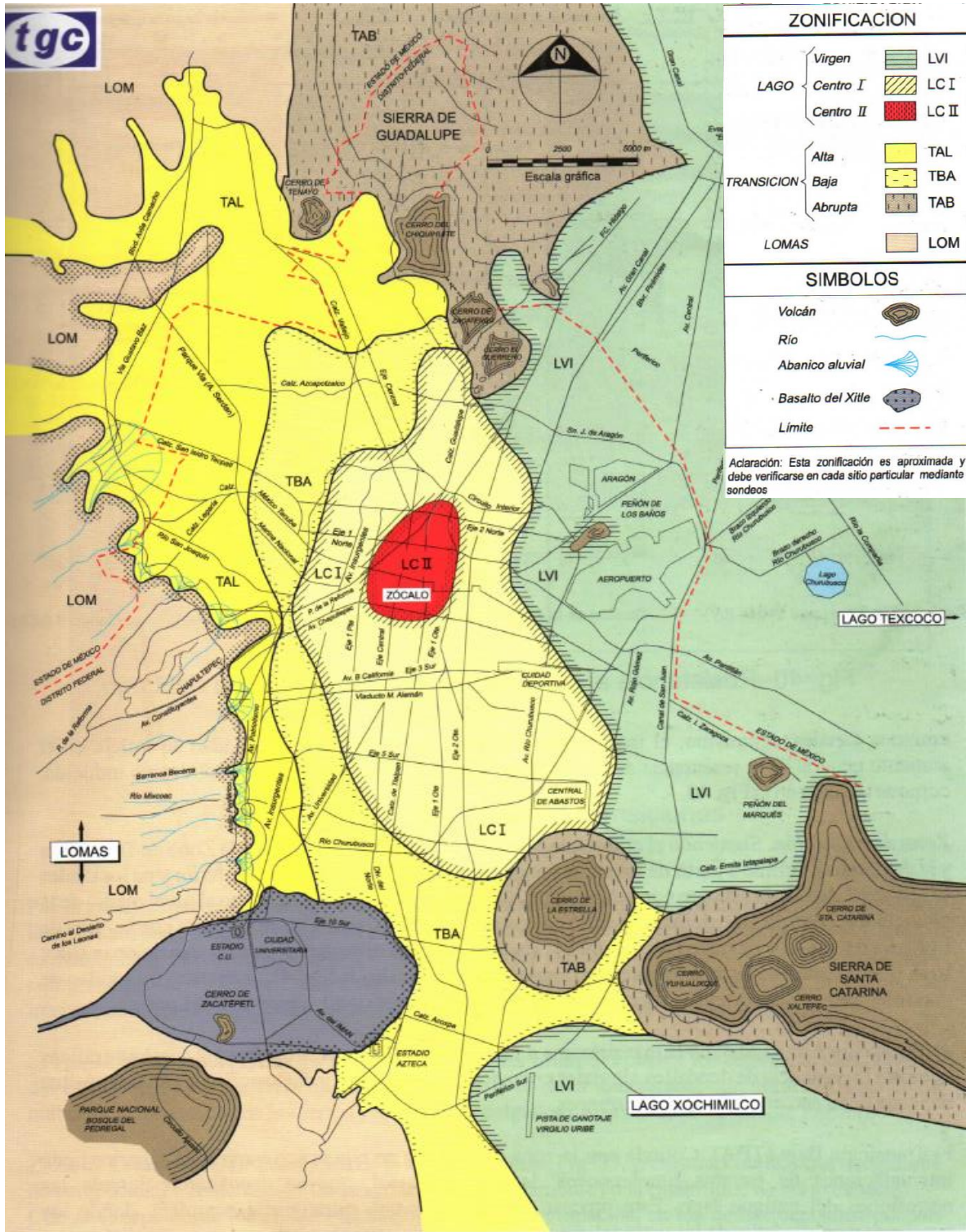


Fig. 32. Zonificación geotécnica de la Ciudad de México. (COVITUR 1987)

**Zona del lago.** Se caracteriza por que en ella las arcillas blandas tienen grandes espesores. De acuerdo con la localización e historia de cargas se ha dividido en tres subzonas, atendiendo a la importancia relativa de dos factores independientes: 1) el espesor y propiedades de la costra superficial y 2) la consolidación inducida en cada sitio. En la Fig. 33 se pueden comparar las resistencias que alcanzan los suelos de las tres subzonas.

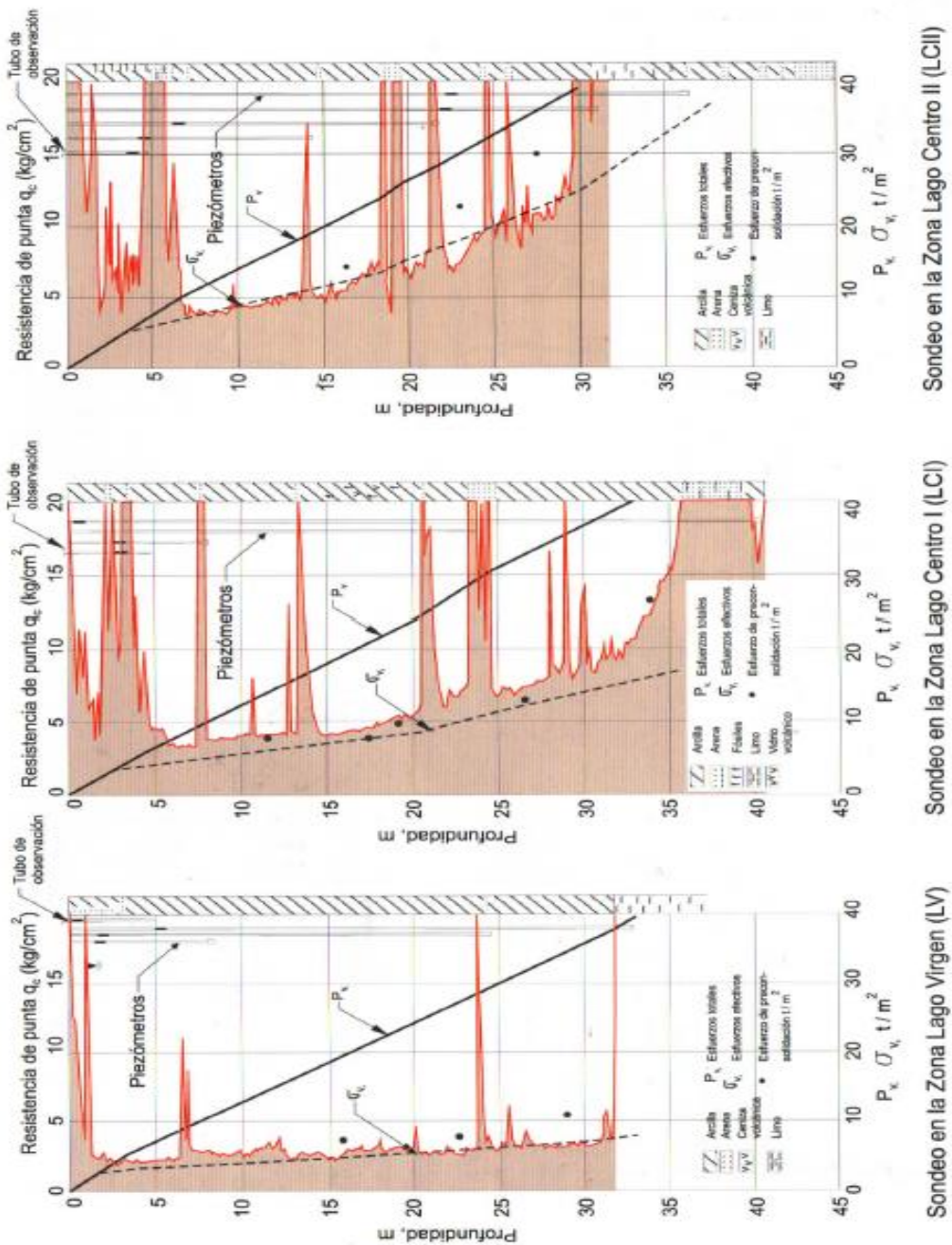


Fig. 33 Resistencia al corte de las arcillas en la Zona del Lago. (Santoyo, 2005)

- a) Lago Virgen (LV). Aunque, a consecuencia de las acciones del hombre, ya no existen arcillas tan blandas como las que existieron hace 400 años, resulta razonable identificar como arcillas en condición virgen a las más blandas de lo que ahora es el vaso del exlago de Texcoco. Sin embargo, como consecuencia del reciente desarrollo de esa zona las sobrecargas en la superficie se han incrementado e intensificado el bombeo profundo.
- b) Lago Centro (LCI). Corresponde al sector no colonial de la ciudad el cual se desarrolló a partir de principios de este siglo y ha estado sujeto a las sobrecargas generadas por construcciones pequeñas y medianas. Las propiedades mecánicas del subsuelo en esta zona representan una condición intermedia entre las del Lago Virgen y las del Lago Centro II. La resistencia de punta del cono eléctrico se ha incrementado por las sobrecargas.
- c) Lago Centro II (LCII). Esta subzona está limitada por la antigua taza de la ciudad y en el la historia de cargas aplicadas en la superficie ha sido muy variable por lo cual se presentan las siguientes condiciones extremas: 1) arcillas fuertemente consolidadas por rellenos y grandes sobrecargas de construcciones aztecas y coloniales; 2) arcillas blandas, asociadas a lugares que han alojado plazas y jardines durante largos períodos de tiempo, y 3) arcillas muy blandas en los cruces de antiguos canales. Asimismo, el intenso bombeo para surtir de agua a la ciudad se refleja en el aumento general de la resistencia de los estratos de arcilla por efecto de la consolidación inducida, como se observa en la Fig. 80.
- d) **Zona de transición.** Siguiendo el criterio de Marsal y Mazari, la frontera entre la Zona de Transición y la del Lago definió a partir de los sitios donde desaparece la serie arcillosa inferior y en los cuales la Primera Capa Dura está aproximadamente a 20 m de profundidad con respecto al nivel medio de la planicie. La Zona de Transición se dividió en dos subzonas, en función de su cercanía con la Zona de Lomas y del espesor de suelos relativamente blandos. Las dos subzonas, llamadas transiciones alta y baja, tienen características diferentes de resistencia al corte. En la Fig. 34 se muestra un sondeo de cono eléctrico efectuado en los suelos que sobreyacen a los depósitos propios de Las Lomas.

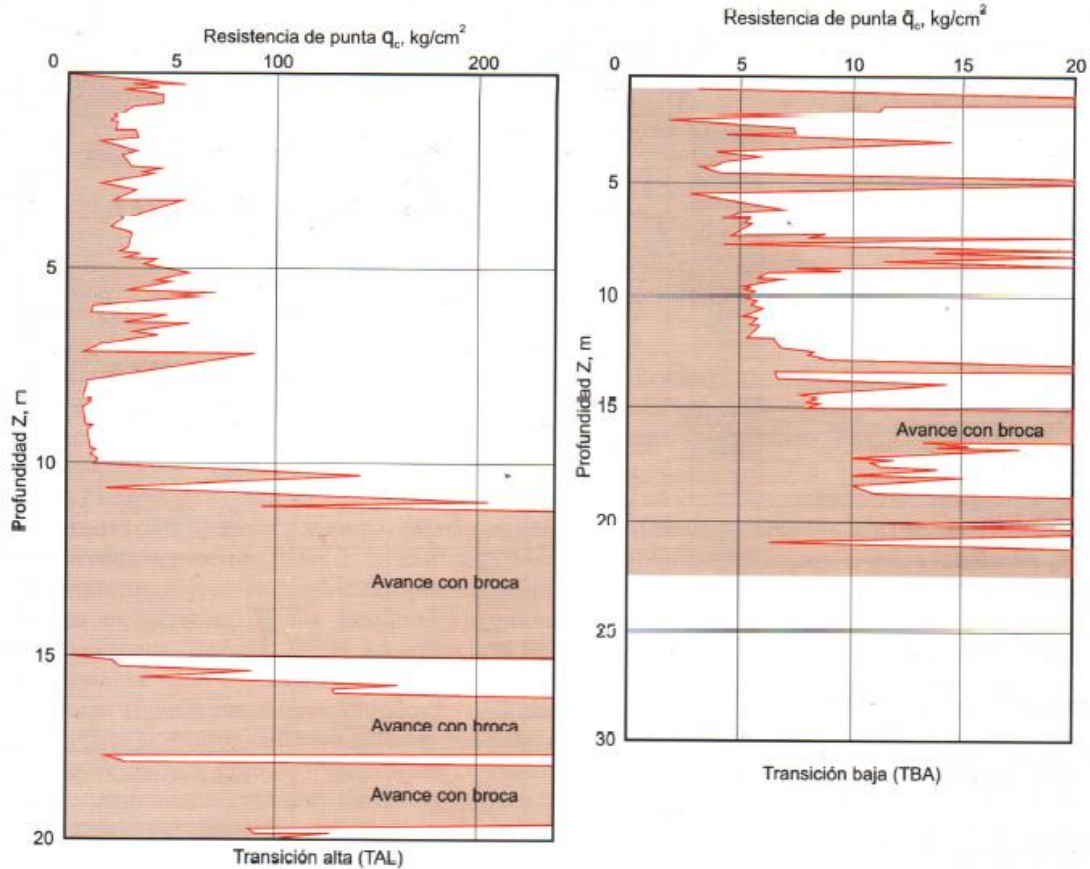


Fig. 34 Sondeos típicos en las transiciones. (Santoyo, 2005)

- a) Transición Alta (TAL). Es la más próxima a Las Lomas y presenta irregularidades estratigráficas debido a la presencia de depósitos aluviales cruzados. La frecuencia y disposición de estos depósitos depende de su cercanía a antiguas barrancas.
- b) Transición Baja (TBA). Colinda con la zona del Lago y en ella la serie arcillosa superior tiene intercalaciones de estratos limoarenosos de origen aluvial que se depositaron durante las regresiones del antiguo lago. Este proceso dio origen a una estratigrafía compleja, donde los espesores y propiedades de los materiales pueden tener variaciones importantes en cortas distancias, dependiendo de la ubicación de sitio en estudio con respecto a las barrancas, a los cauces de antiguos ríos y sus abanicos aluviales, Fig.32.

Por lo anterior, puede decirse que la estratigrafía de la parte superior de la transición baja es similar a la de la subzona de Lago Centro I o Centro II, excepto por que: 1)



la costra superficial está formada esencialmente por depósitos aluviales con capacidad de carga no uniforme, 2) los materiales compresibles se extienden únicamente a profundidades máximas de unos 20 m, 3) existe interestratificación de arcillas y suelos limoarenosos, y 4) se presentan mantos colgados.

- c) Transición abrupta (TAB). Es la transición entre las zonas del Lago y los cerros aislados como el del Peñón de los Baños, en que las arcillas lacustres están intercaladas con numerosos lentes de material erosionado de los cerros y hasta lentes delgados de travertino silicificado, Fig. 32.
- d) **Zona de Lomas (LOM)**. Los suelos de la Zona de Lomas, Fig.32, presentan condiciones irregulares de capacidad y cementación las cuales inciden directamente en la estabilidad de las excavaciones. Con la excepción de los cortes efectuados en lahares compactos, en los demás depósitos pueden desarrollarse mecanismos de falla. En la Fig. 35 se da un corte estratigráfico de un sitio de Las Lomas, en cuya parte superior aparecen suelos de pradera. Este sondeo se realizó con la técnica de medición de parámetros de perforación.

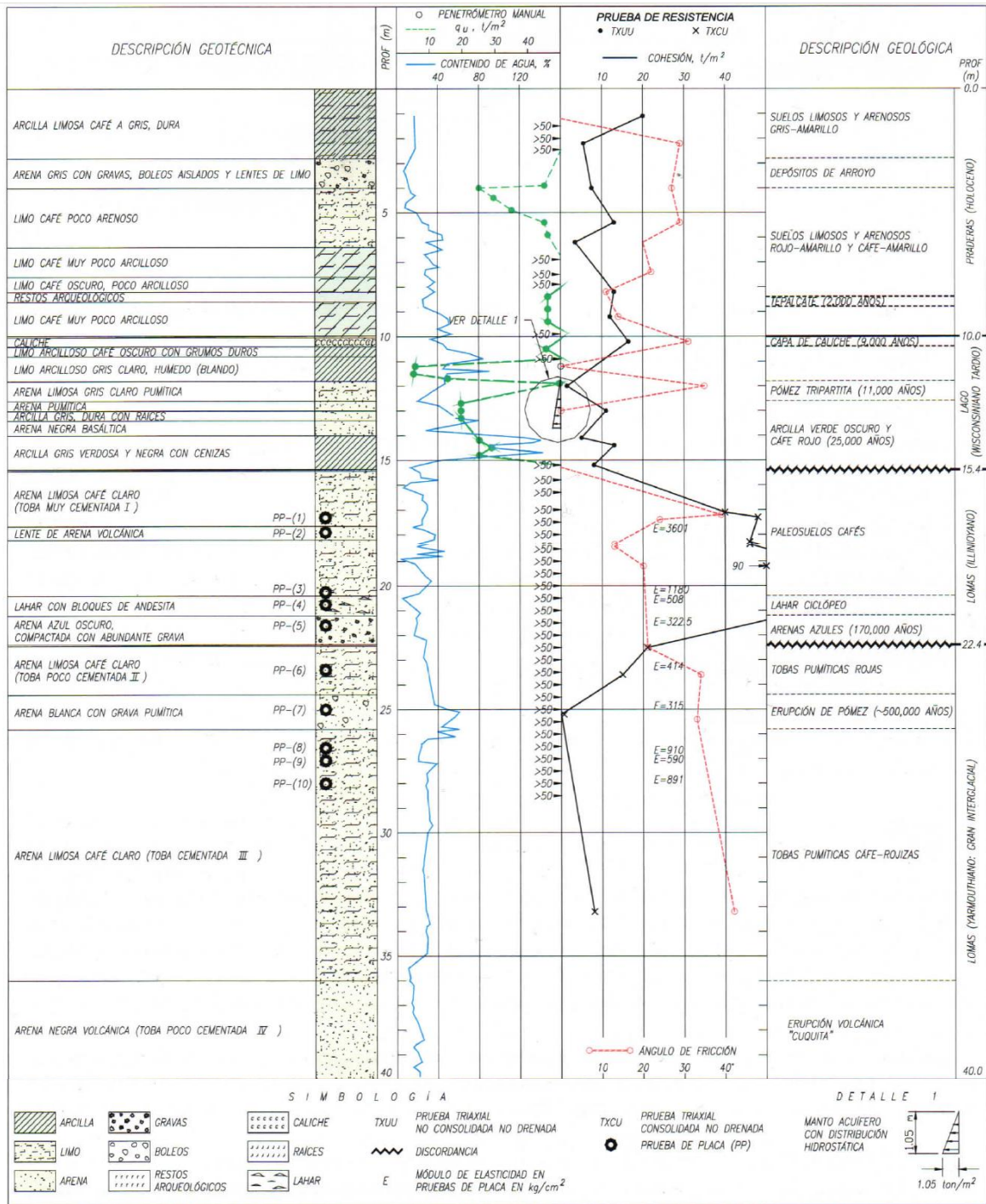


Fig. 35 Perfil estratigráfico Hotel Nikko, México. (Santoyo, 2005)

### 4.3 Indicadores

Tomamos como indicadores aquella información recopilada del estudio de la zona, así como los trabajos previos a este proyecto, los cuales nos proporcionan herramientas para poder señalar que efectivamente es debido a la presencia del flujo regional en la zona y una serie de fallas y fracturas las que provocan que el agua de la zona del Peñón de los Baños sea termal.

El primer indicador utilizado para este trabajo es el realizado por W.M. Edmunds, J.J. Carrillo-Rivera y A. Cardona en el artículo “Geochemical evolution of groundwater beneath Mexico City” donde de manera teórica presentan un corte estratigráfico de la Ciudad de México en el cual en la zona del cerro del Peñón de los Baños, muestran que esa zona en particular tiene un sistema de fallas que alcanza la profundidad de 2000 m, lugar donde nosotros decimos que se encuentra el acuífero profundo, y una posible capa de calizas, siendo ahí donde se obtiene el agua para el pozo.

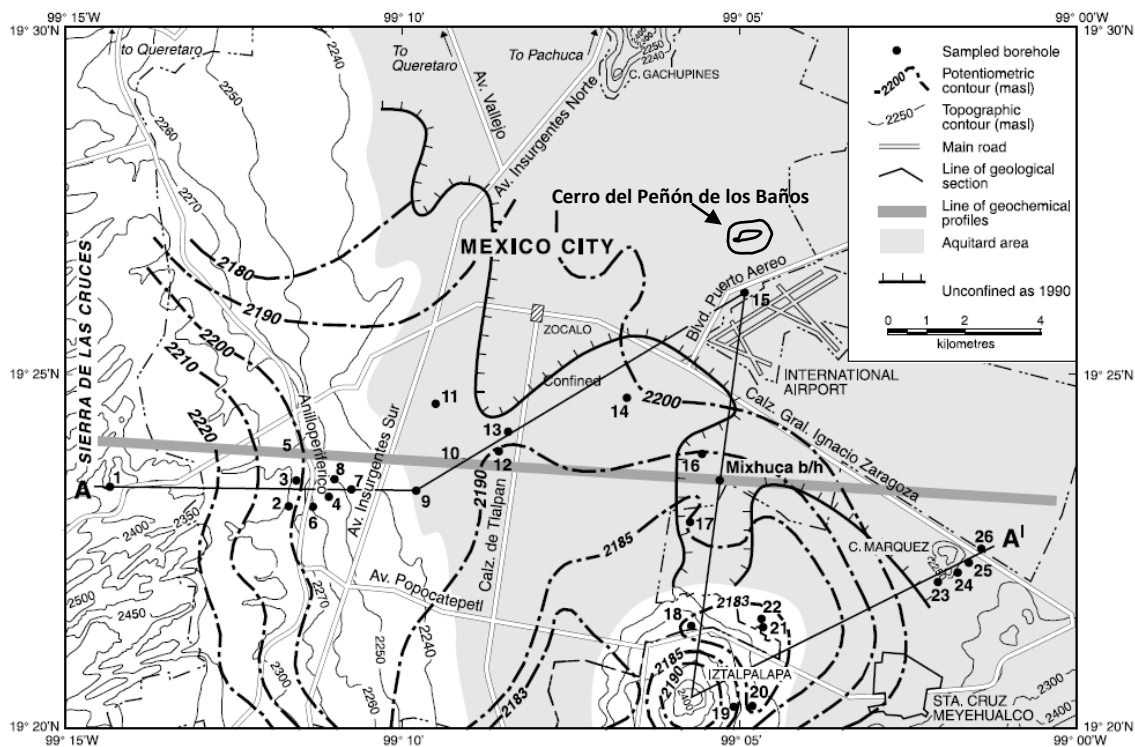


Fig. 36 Plano de la Ciudad de México. (W.M. Edmunds, 2002)

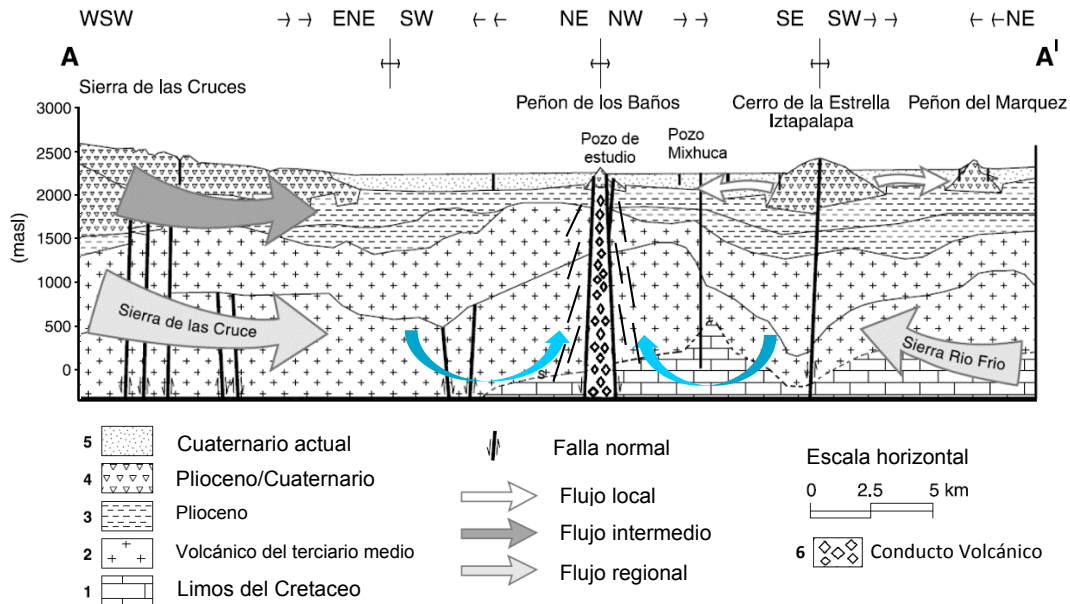


Fig. 37. Corte estratigráfico de la zona de estudio. (W.M. Edmunds. 2002)

Viendo de cerca la imagen podemos apreciar el supuesto de una fractura o falla que se conecta con la falla principal del Peñón, por lo que el agua asciende hasta un nivel de 60 metros bajo de la superficie.



Fig. 38. Imagen aumentada de la zona del Peñón. (Modificado de W.M. Edmunds 2002)

Teniendo en mente esta información, utilizamos datos de fracturas y fallas de reciente adquisición. Al revisar el trabajo de Palma (2012), nos percatamos de un apartado donde se realizaron mediciones en los alrededores de la zona de estudio (Anexo A), por lo que procedemos a analizar la información del trabajo en cuestión.

A continuación se presentará la figura que muestra el marco conceptual de funcionamiento hidrogeológico

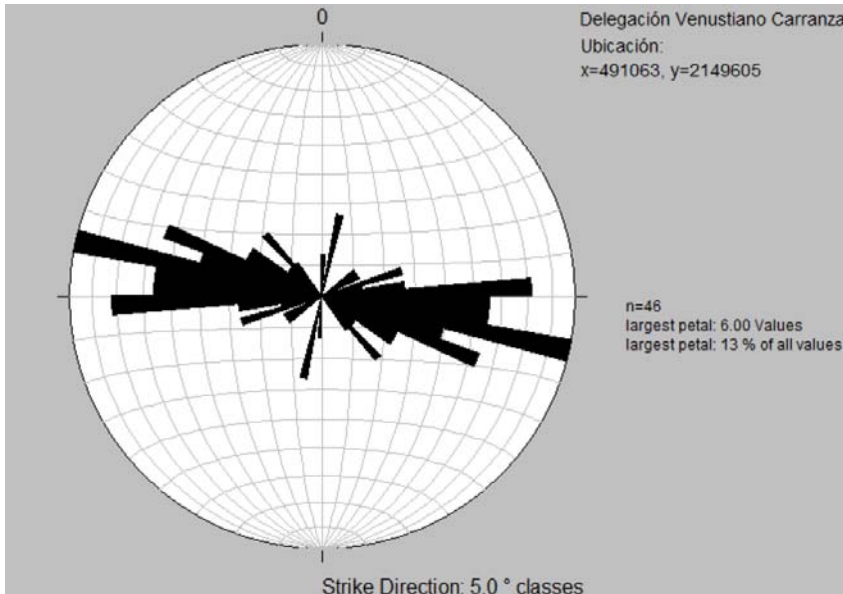


Fig. 39. Roseta de rumbos de fracturas medidas en el afloramiento del Peñon de los Baños. (Palma, 2012)

Existen dos direcciones preferenciales en el cerro del Peñón, 75NW y 85NE, esto indica que ambas direcciones se encuentran muy cerca de los 90°. Estos fracturamientos son locales, medidos superficialmente en los afloramientos de la zona.

Para la calle Oriente 35, la cual se encuentra junto al pozo de estudio, se observan gran cantidad de fallas, las cuales tienen una tendencia NE; y para la calle Oriente 37, existen fallas con tendencias SW.

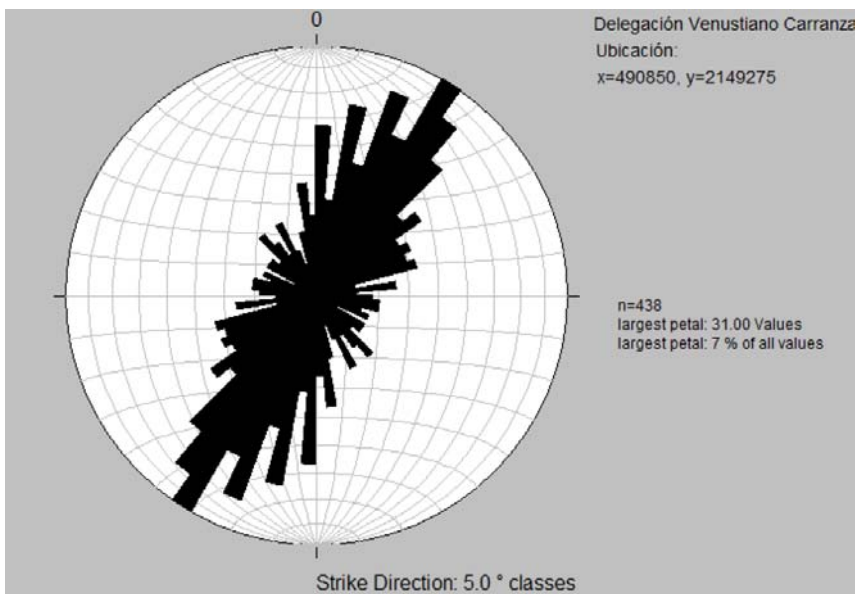


Fig. 40. Roseta de rumbos de fracturas medidas en la calle Oriente 37. (Palma, 2012)

A continuación mostramos un fragmento de los datos utilizados para la orientación de las fallas de la zona, el listado completo se encuentra en el Anexo A.

Datos Palma (2012)			
Dato	Rumbo	Longitud (cm)	Apertura (cm)
1	130	38	1.5
2	110	43	2
3	112	40	3
4	112	26	3
5	80	30	3
6	100	20	2
7	92	70	5
8	100	68	3
9	65	44	2
10	80	40	1

Datos Propios			
Dato	Rumbo	Longitud (cm)	Apertura (cm)
1	131	38	3
2	110	43	4
3	110	40	3
4	112	26	3
5	82	30	3
6	101	20	2
7	90	70	5
8	100	68	3
9	65	46	2
10	80	37	2

Tabla1. Tablas comparativas de los datos obtenidos por Palma en 2012 y Algunos medidos por nosotros.

Como se puede observar en las tablas, existen datos que son perfectamente compatibles y algunos no, estos últimos puede deberse a los trabajos de mantenimiento, ya que estas fallas constituyen un problema urbano para las personas que habitan la zona; pero en general, la tendencia de las fallas es la misma.

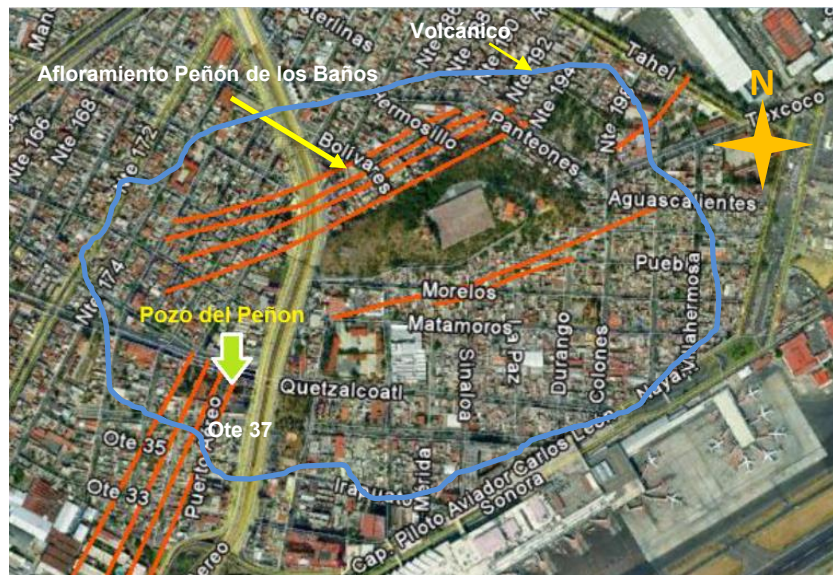


Fig. 40 Fracturas que se alinean en el contorno del Peñon de los Baños. (Palma, 2012)

Viendo que esta información es compatible con lo antes descrito, procedemos a realizar una visita a la zona de estudio para comprobar parte de estas mediciones.



Fig. 41 y 42. Visita a la zona de estudio donde se observaron varias fracturas, algunas de estas rellenas de carbonatos.

Yendo a la zona de estudio pudimos observar que algunas fracturas están rellenas de un material carbonatado lo cual es un indicador del hidrotermalismo de la zona y la probable de calizas a profundidad.

Tomando esta información en consideración, procedemos a realizar una medición del nivel piezométrico actual del pozo, el cual nos arrojó un nivel de 60 metros con respecto del nivel del suelo.

En esta visita también obtuvimos el dato de la cantidad de agua que se extrae en este pozo, el cuál es de aproximadamente  $10 \text{ m}^3$  por día.

Como parte de la investigación, obtuvimos el dato de la recarga del acuífero de la Cuenca de la Ciudad de México que es de aproximadamente  $1.824^{15} \text{ mm/año}$  (siga, cna.gob.mx, última revisión 20 de abril 2015 ).

Tomamos en cuenta está y otra información recabada para llevar acabo el protocolo de modelación (Metodología).



Fig. 43 y 44 Fotografías que muestran la toma de datos con sonda eléctrica.


También hicimos un comparativo de las características físico-químicas del pozo de estudio, para ver si ha habido alguna alteración, o disminución de la concentración de minerales en el agua.



El dato más antiguo que se pudo localizar es de 1956, y el más actual es del 2003. Al hacer la revisión de la concentración, pudimos observar que no existen cambios en las concentraciones de ambas mediciones, por lo que podemos decir que a pesar de la baja del nivel freático del pozo, la concentración de minerales es la misma, esto nos sirve como un indicador ya que para que no exista variaciones en las concentraciones, las condiciones de transporte e infiltración del agua tiene que ser las mismas, y una de las maneras en que se consigue esto es que el agua fluya por una falla o fractura, la cual hace que el caudal del agua no se desvíe y sea constante en su medio.

**CONTROL QUIMICO**

RAFAEL ALESCAS FERRER  
 QUIMICO TECNICO  
 ALBERTO CONTRA ANDOLA  
 QUIMICO QUINERO  
 RAFAEL MACORDO SARAMENI  
 QUIMICO

  
 MEXICO, D. F.  
 - 2 -

SIS # 16,256 (continuación)

	Miligramos por litro.	Mil.
Nitrógeno amoniacal en nitrógeno.	0.16	0
Nitrógeno proteico en nitrógeno .	0.08	0
Óxido de silicio en SiO <sub>2</sub> . . . . .	19.695	0
<u>Análisis de los gases disueltos:</u>		
Óxido de carbono . . . . .	63.30 %	
Nitrógeno . . . . .	33.76 %	
Óxígeno . . . . .	1.24 %	
Indeterminado . . . . .	98.30 %	
	1.70 %	
<u>Aniones y Cationes:</u>		
	Miligramos por litro.	Miliequ. por l.
Nitratos (NO <sub>3</sub> <sup>-</sup> ) . . . . .	0.31	0.00
Fluoruros (F <sup>-</sup> ) . . . . .	0.01	0.00
Cloruros (Cl <sup>-</sup> ) . . . . .	671.00	18.90
Bromuros (Br <sup>-</sup> ) . . . . .	0.30	0.003
Bicarbonatos (HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup> ) . . . . .	1550.24	25.41
Sulfatos (SO <sub>4</sub> <sup>-</sup> ) . . . . .	19.70	0.410
Arsenatos (HASO <sub>4</sub> <sup>-</sup> ) . . . . .	0.0003	0.0000
Litio (Li <sup>+</sup> ) . . . . .	17.00	2.4300
Sodio (Na <sup>+</sup> ) . . . . .	320.00	14.2000
Potasio (K <sup>+</sup> ) . . . . .	44.30	1.1000
Magnesio (Mg <sup>++</sup> ) . . . . .	199.00	10.0000
Calcio (Ca <sup>++</sup> ) . . . . .	200.00	10.0000
Estroncio (Sr <sup>++</sup> ) . . . . .		

Fig. 45 Tabla de Control Quimico de 1956

CARACTERISTICAS FISICO-QUIMICAS DEL AGUA DEL POZO DEL PEÑOS DE LOS BAÑOS.

Parámetro	Contenido en mg / l
Temperatura °C	46
pH	6.42
Calcio Ca <sup>2+</sup>	192
Magnesio Mg <sup>2+</sup>	221
Sodio Na <sup>+</sup>	377
Potasio K <sup>+</sup>	95.3
Bicarbonatos HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	1454
Cloruro Cl <sup>-</sup>	709
Sulfatos SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	18
Nitratos NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	0.9
Oxido de Silice SiO <sub>2</sub>	20.03
Aluminio Al	0.018
Boro B	0.004
Cromo Cr	0.01
Fluor F	0.01
Hierro Fe	9.0
Litio Li	15.70
Manganeseo Mn	0.002
Elementos Radiactivos :	
Radón Rn en (Pci)	10.5
Uranio U	0.001
Radio Ra	0.002
Gases	
Bióxido de Carbono	89.23
Ácido sulfhídrico	1.02

Análisis elaborado por el Instituto de Geología de la UNAM.  
 21 Diciembre de 2003

Fig. 46 Tabla de Características Físico-Químicas del 2003.

Tabla de 1956	
Parámetro	Contenido (mg/l)
Temperatura	48C°
Bicarbonato de Calcio (Ca(HCO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> )	784.25
Bicarbonato de Magnesio (Mg(HCO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> )	1098
Cloruro de Sodio (NaCl)	829.52
Cloruro de Potasio (KCl)	81.70
Oxido de Aluminio Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	1.87

Tabla de 2003	
Parámetro	Contenido (mg/l)
Temperatura	46 C°
Calcio (Ca <sup>2+</sup> )	192
Magnesio (Mg <sup>2</sup> )	221
Sodio (Na <sup>+</sup> )	377
Potasio (K <sup>+</sup> )	95.3
Bicarbonatos (HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup> )	1454
Aluminio (Al)	0.018

En las tablas se pueden observar algunos de los parámetros medidos, existen diferencias entre ambos proyectos pero esto se debe en gran parte a que se tomaron de manera distinta las muestras; por ejemplo, en el trabajo de 1956, se desglosan los distintos tipos de carbonatos con mezcla de cierto tipo de mineral, como calcio. En cambio, para el trabajo del 2003, el bicarbonato se tomó como una variable propia, y los otros minerales se midieron de manera individual.

A pesar de esto, se puede notar cierta tendencia de los minerales, en cuanto a las saturaciones elevadas de cierto tipo, como el sodio, los bicarbonatos y magnesio, así como la temperatura, la cual sólo tiene una variación de dos grados para estas mediciones que tienen cerca de 50 años de diferencia.

Tomando en cuenta que la profundidad de la capa de calizas es de 2000 m y que la concentración de carbonatos es muy elevada, procedemos a calcular la altura del nivel freático respecto del mar.

LITOLOGÍA	MATERIAL-TIPO	PROFUNDIDADES (m)
ARCILLAS	I	00.00 a 40.00
ARCILLA CON ARENA	I	40.00 a 80.00
BASALTOS	III	80.00 a 110.00
ARENAS CON GRAVA	I	110.00 a 140.00
ARENAS	I	140.00 a 200.00
ARENAS CON GRAVA	I	200.00 a 250.00
BASALTOS	III	250.00 a 300.00
TOBAS	I	300.00 a 400.00
CONGLOMERADO	II	400.00 a 550.00
TOBAS	I	550.00 a 600.00
BASALTOS Y TOBAS	III	600.00 a 750.00
BASALTOS Y CONGLOMERADO	III	750.00 a 950.00
BASALTOS Y TOBAS	III	950.00 a 1250.00
BASALTOS Y CONGLOMERADO	III	1250.00 a 1550.00
CALIZA	III	1550.00 a 2000.00

Columna litológica inferida. (CONAGUA 2014)

Al hacer la medición, obtuvimos que el nivel freático para ese día era de 60 metros, teniendo esto en mente, restamos a la altura del pozo (2248 metros) los 60 metros y tenemos que el nivel freático es de 2188 metros. Estos datos son indicadores de que el flujo de agua es a nivel regional ya que el mantener una concentración así de carbonatos y esa temperatura, nos indica que el agua tiene su origen a esas profundidades y su termalismo puede ser ocasionado por las grandes fallas de la zona.

#### 4.4 Flujo regional

El flujo natural del agua subterránea en una región también se esquematiza mediante redes de flujo. En la siguiente figura esquematizamos el flujo subterráneo suponiendo el subsuelo homogéneo e isótropo. La forma de la superficie freática es la que gobierna toda la red.

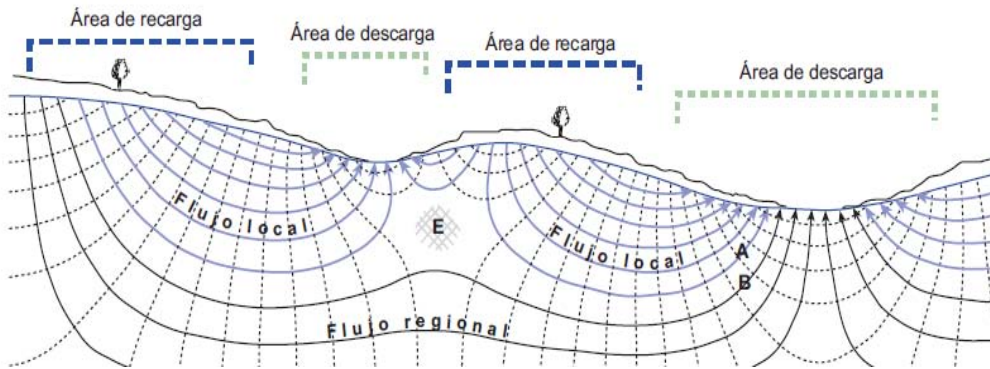


Fig.47 Red de flujo que esquematiza el flujo subterráneo natural en una región de conductividad hidráulica homogénea. (Sánchez, 2011)

Si la geología es compleja, nuestra representación será solamente una simplificación de la realidad; en la figura anterior se observan algunos aspectos fundamentales:

**Áreas de recarga y de descarga:** las áreas de recarga son aquellas en que el flujo subterráneo presenta una componente vertical descendente, y las áreas de descarga, ascendente. Aunque en este esquema tienen escasa entidad, también existen áreas intermedias en las que el flujo es prácticamente horizontal.

**Flujos locales y regionales.** La diferenciación es relativa, depende de la escala que consideremos. Los flujos locales normalmente están asociados a valles de menor entidad y los flujos regionales a los valles principales de una región.

En la misma vertical dos sondeos pueden encontrar aguas de calidad química muy distinta, como en los puntos marcados como **A** y **B** en la figura. El agua en B procede de un flujo regional (mayor recorrido, tiempo de permanencia mucho mayor), por lo que será más salina y su composición química puede ser muy diferente.

**Puntos de estacionamiento:** Zonas de la red de flujo que no están sometidas a ningún gradiente, por lo que el agua no se moverá, como el marcado en la figura con E.

No olvidamos que una sección vertical pertenece a una realidad tridimensional. La red de flujo de la figura anterior podría corresponder a este entorno:

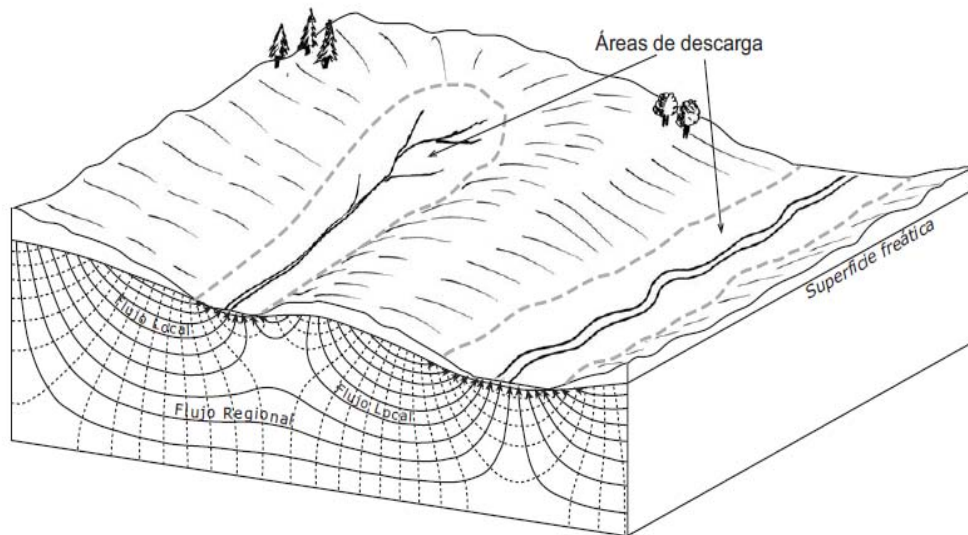


Fig. 48 Red de flujo para una figura en tres dimensiones. (Sánchez, 2011)

Como indicábamos, el cauce menor genera un área de descarga con el correspondiente flujo local y el cauce principal recibe flujos locales y regionales. Puede observarse que la divisoria subterránea entre ambos cauces no coincide con la divisoria topográfica, ni tampoco con el punto más alto de la superficie freática.

### **Flujo descendente y ascendente: áreas de recarga y descarga**

Volvamos a considerar una red similar al caso presentado en la Figura que ejemplificaba superficies equipotenciales bajo una ladera y el correspondiente perfil con red de flujo; o una de las laderas de la figura que ejemplifica la red de flujo que esquematiza el flujo subterráneo natural en una región de conductividad hidráulica homogénea. Suponemos dos piezómetros abiertos en dos superficies piezométricas distintas. El nivel del tubo A sube más arriba que el nivel de B: A está abierto en una superficie de mayor potencial que el tubo B. La altura a la que subiría en cada uno de ellos puede deducirse gráficamente.

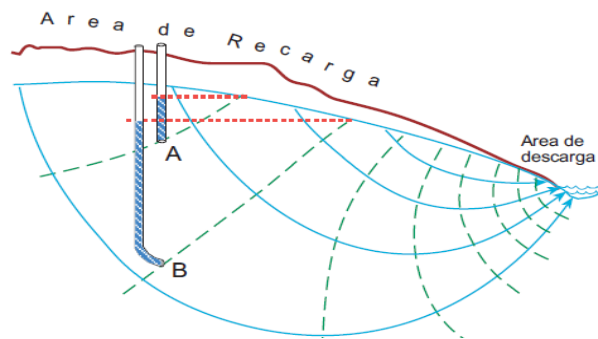


Fig. 49 Variación del nivel piezométrico respecto a la red de flujo. (Sánchez, F. J. 2011)

En un caso real, lo normal es que no dispongamos del esquema de la red de flujo que existe bajo nuestros pies. Para saber si nos encontramos en una zona de recarga (flujo con componente vertical descendente), de descarga (flujo ascendente) o bien si el flujo subterráneo es horizontal, hay que medir el nivel en dos sondeos próximos abiertos a diferente profundidad.

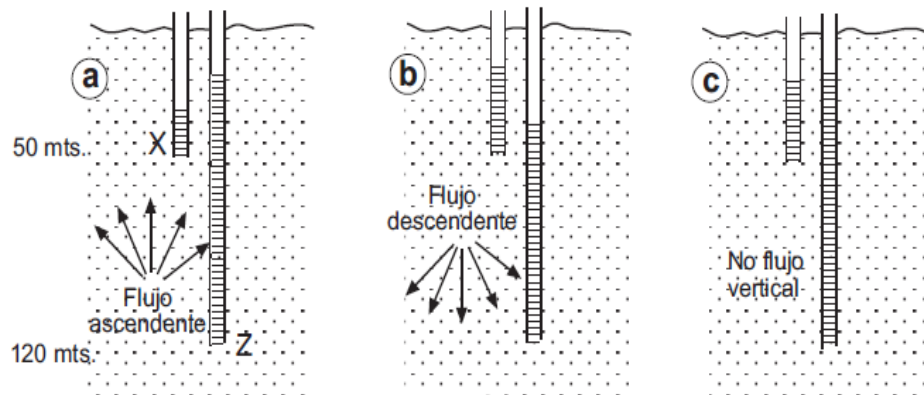


Fig. 50. Diferentes potenciales hidráulicos. (Sánchez, F. J. 2011)

- Apreciamos que el potencial hidráulico en Z es mayor que en X, por lo que el flujo será ascendente, en alguna de las direcciones indicadas en las flechas.
- Sucede lo contrario: el pozo menos profundo tiene más potencial que el profundo, el flujo tendrá una componente vertical descendente. (Los dos piezómetros de la Figura serían un caso equivalente a éste).
- Finalmente no existiría flujo vertical, ya que los potenciales en el pozo somero y en el profundo son similares.

Estas parejas de piezómetros nos indican la componente **vertical** del flujo. Para conocer la componente **horizontal** lógicamente hay que comparar varios niveles en sondeos de profundidades similares y distantes.

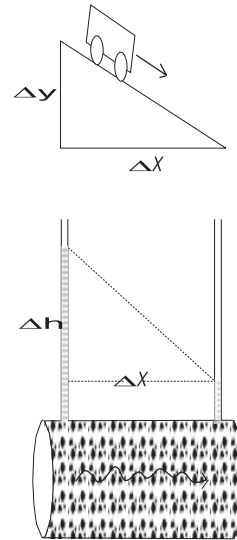
## Ley de Darcy

Darcy encontró que *el caudal que atravesaba el permeámetro era linealmente proporcional a la sección y al gradiente hidráulico*

*Gradiente* es el incremento de una variable entre dos puntos del espacio, en relación con la distancia entre esos dos puntos. Si la variable considerada fuera la altitud de cada punto, el gradiente sería la pendiente entre los dos puntos considerados.

O bien, si entre dos puntos situados a 2 metros de distancia existe una diferencia de temperatura de 8°C, diremos que hay entre ellos un gradiente térmico de 4°C/metro. Cuanto mayor sea ese gradiente térmico, mayor será el flujo de calorías de un punto a otro.

Análogamente la diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos se puede expresar como un gradiente que produce el flujo eléctrico entre esos puntos, etc.



Es decir: variando el caudal con un grifo y/o moviendo el depósito elevado, los niveles del agua en los tubos varían. Podemos probar también con permeámetros de distintos diámetros y midiendo la altura de la columna de agua en puntos más o menos próximos. Pues bien: cambiando todas la variables, **siempre que utilicemos la misma arena**, se cumple que:

$$Q = K \cdot \text{Sección} \frac{\Delta h}{\Delta l} \quad (1)$$

(K = constante)

Si utilizamos otra arena (más gruesa o fina, o mezcla de gruesa y fina, etc.) y jugando de nuevo con todas las variables, se vuelve a cumplir la ecuación anterior, pero la constante de proporcionalidad lineal es otra distinta. Darcy concluyó, por tanto, que esa constante era propia y característica de cada arena. Esta constante se llamó *permeabilidad (K)* aunque su denominación correcta actual es *conductividad hidráulica*.

Como las unidades del caudal  $Q$  son  $L^3/T$ , la sección es  $L^2$ , e  $\Delta h$  e  $\Delta l$  son longitudes, se comprueba que las **unidades** de la permeabilidad ( $K$ ) son las de

una velocidad (L/T).

La expresión correcta de la Ley de Darcy es la siguiente:

$$q = -K \cdot \left( \frac{dh}{dl} \right) \quad (2)$$

donde:

$q = Q$  /sección (es decir: caudal que circula por  $m^2$  de sección)

$K$  = Conductividad Hidráulica

$dh/dl$  = gradiente hidráulico expresado en incrementos infinitesimales

(el signo menos se debe a que el caudal es una magnitud vectorial, cuya dirección es hacia los  $\Delta h$  decrecientes; es decir, que  $\Delta h$  o  $dh$  es negativo y, por tanto, el caudal será positivo)

### Cálculo del caudal

Una superficie freática real no responde a una ecuación, pero en unas condiciones idealmente simplificadas sí podemos hallarla, lo que resulta aplicable en situaciones reales.

Consideremos un bloque de material poroso, isótropo y homogéneo, representado en la figura. Vamos a considerar una lámina de 1 m de espesor.

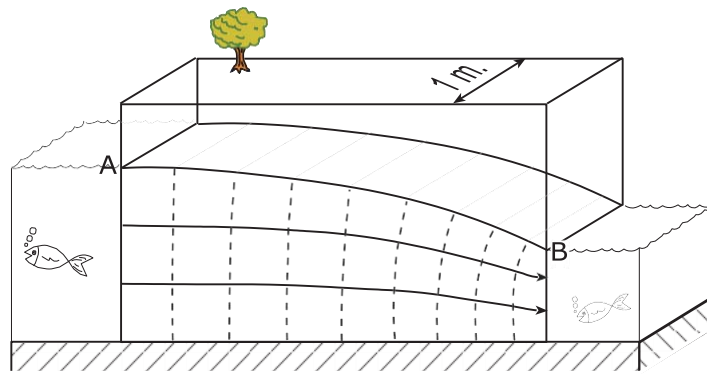


Fig. 51 Flujo entre dos masas de agua de nivel constante (AB: superficie freática) (Sánchez, 2011)



La pendiente de la superficie freática (AB) se va incrementando hacia la derecha debido a la ley de Darcy: (Caudal= sección · K · gradiente).

Efectivamente, si suponemos un régimen permanente, el mismo caudal que entra por la izquierda sale por la derecha. De los tres factores que hemos indicado en Darcy, como  $K$  es constante, como la sección va disminuyendo de izquierda a derecha, el gradiente debe ir aumentando en la misma proporción para que el producto (sección ·  $K$  · gradiente = caudal) sea constante.

El caudal que atraviesa la sección vertical indicada en la figura, según la ley de Darcy será:

$$Q = [\text{sección}] \cdot K \cdot \text{gradiente}$$

$$Q = -[h \cdot 1] \cdot K \cdot \frac{dh}{dx} \quad (1)$$

$$Q \cdot dx = -h \cdot K \cdot dh \quad (2)$$

Integrando, resulta:

$$Q \cdot x = -K \cdot \frac{h^2}{2} + C \quad (3)$$

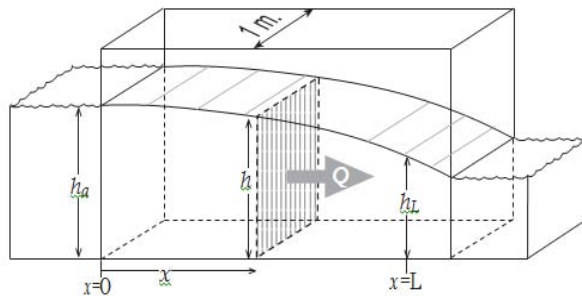


Fig. 52 Cálculo del caudal (Sánchez, 2011)

$C$  es la constante de integración, y podemos obtener su valor aplicando unos valores concretos en (3):  $x=0$  y  $h = h_0$  (ver en fig.52), resultando:

$$0 = -K \cdot \frac{h_0^2}{2} + C \quad ; \quad C = K \cdot \frac{h_0^2}{2} \quad (4)$$

Introduciendo este valor de  $C$  en la ecuación (3) resulta:

$$Q \cdot x = -K \cdot \frac{h^2}{2} + K \cdot \frac{h_0^2}{2} = \frac{K}{2} (h_0^2 - h^2) \quad (5)$$

Finalmente, despejando el caudal:

$$Q = \frac{K}{2x} (h_0^2 - h^2) \quad (6)$$

Para calcular el caudal basta aplicar en (6) una altura conocida  $h$  a cualquier distancia  $x$ ; por ejemplo, en la figura conocemos la pareja de valores:  $x = L$  ;  $h = h_L$

:

## 5 Metodología

### 5.1 Paquete LPF (propiedades de flujo de capas)

El paquete de propiedades de flujo de capas (LPF por sus siglas en inglés) calcula las componentes de la conductancia y la tasa de movimiento de entrada y salida del almacenamiento del agua, también calcula las componentes de la conductancia para la ecuación de diferencias finitas, la cual determina el flujo entre las celdas adyacentes. Calcula los términos del flujo de corrección, los cuales son agregados a las ecuaciones diferenciales cuando un acuífero subyacente se vuelve parcialmente saturado. Necesita que los nodos se localicen en el centro de las celdas; Todos los datos de entrada para el LPF que definen las propiedades hidráulicas son independientes de las dimensiones de las celdas. Es un paquete de flujo interno del software Visual Modflow.

El paquete LPF siempre lee las conductividades hidráulicas (incluyendo vertical) y calcula las conductancias entre nodos.

#### Información básica

Ecuaciones básicas de conductividad

Definición de la ley de Darcy para el flujo unidimensional:

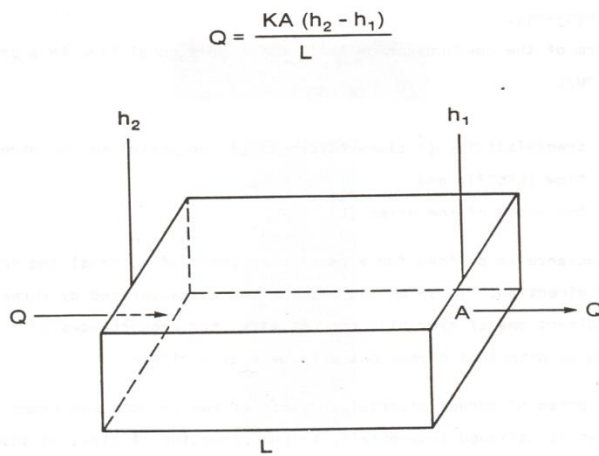
$$Q = KA \frac{h_2 - h_1}{L} \quad (1)$$

La conductancia es definida como:

$$C = \frac{KA}{L} = \frac{TW}{L} \quad (2)$$

Entonces la ley de Darcy se reescribe como:

$$Q = C(h_2 - h_1) \quad (3)$$



- K Conductividad hidráulica
- $h_2$  Carga en la esquina izquierda del prisma
- $h_1$  Carga en la esquina derecha del prisma
- Q Tasa de flujo de la esquina izquierda a derecha
- L Longitud del recorrido del flujo
- A Area perpendicular de la sección transversal a la dirección del flujo.

Fig. 53 Calculo de la tasa de flujo. (Modflow, 2005)

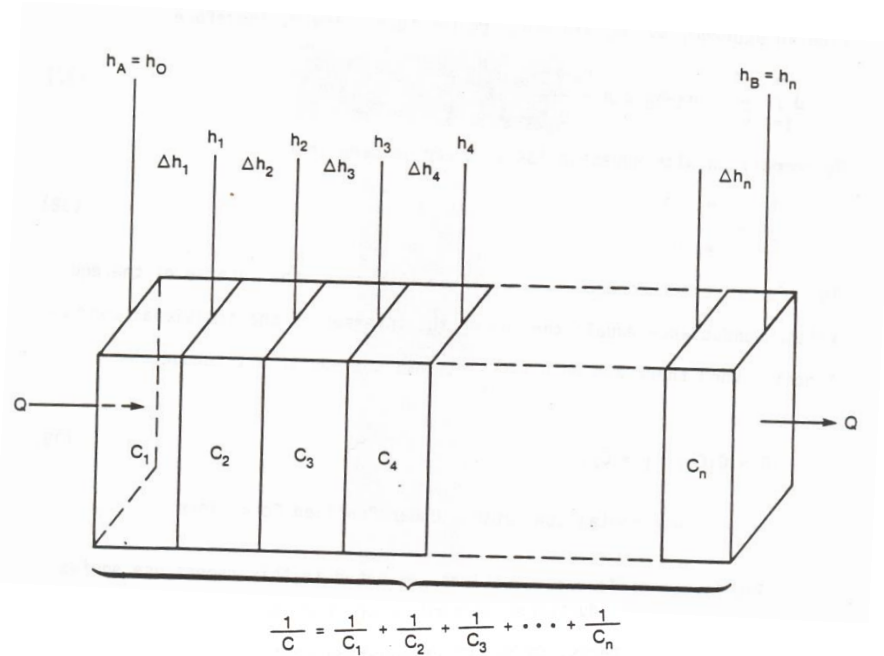
Para unas conductancias ordenadas en forma de serie, el equivalente inverso de la conductancia es igual a la suma de los inversos de cada conductancia individual.

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i} \quad (4)$$

Cuando solo hay dos secciones, la conductancia equivalente se reduce a:

$$C = \frac{C_1 C_2}{(C_1 + C_2)} \quad (5)$$

Nótese que la ecuación anterior se le conoce como media armónica de las conductancias  $C_1$  y  $C_2$

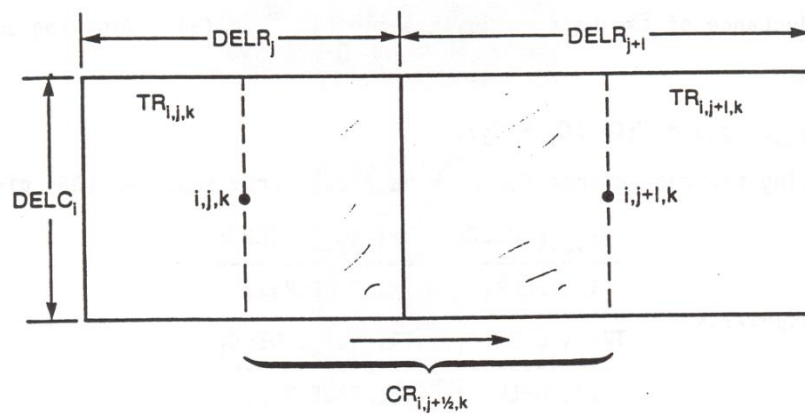


- Q Tasa de flujo
- $C_m$  Conductancia del prisma m
- $h_m$  Carga del lado derecho del prisma m
- $\Delta h_m$  Cambio en la carga a lo largo del prisma m
- C Conductancia del prisma entero

Fig. 54 Calculo de la conductancia en serie. (Modflow 2005)

### Conductancia horizontal

Las conductancias se definen entre los nodos de las celdas adyacentes en lugar del centro de la celda, CR (conductancia de las filas) y CC (conductancia de las columnas) se calculan entre nodos adyacentes horizontales; el subíndice ½ sirve para designar la conductancia entre nodos (CR<sub>i,j+1/2,k</sub> representa las conductancias entre nodos (i,j,k) y i,j+1,k)



$$\frac{1}{CR_{i,j+1/2,k}} = \frac{1}{\left(\frac{TR_{i,j,k} DELC_i}{\left(\frac{DELR_j}{2}\right)}\right)} + \frac{1}{\left(\frac{TR_{i,j+1,k} DELC_i}{\left(\frac{DELR_{j+1}}{2}\right)}\right)}$$

$$CR_{i,j+1/2,k} = 2 DELC_i \times \frac{TR_{i,j,k} TR_{i,j+1,k}}{TR_{i,j,k} DELR_{j+1} + TR_{i,j+1,k} DELR_j}$$

TR<sub>(i,j,k)</sub> Transmisividad con dirección de la fila en la celda (i,j,k).

CR<sub>i,j+1/2,k</sub> Conductancia entre nodos (i,j,k) e i,j+1,k con dirección de la fila

Fig. 55. Calculo de la conductancia horizontal. Modflow, 2005

## Derivación de la Ecuación en diferencias finitas

### Modelo Matemático

El movimiento tridimensional de agua subterránea, con densidad constante a través de material poroso puede ser descrito por la ecuación diferencial parcial:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_{zz} \frac{\partial h}{\partial z} \right) + W = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (6)$$

$K_{xx}$ ,  $K_{yy}$ , and  $K_{zz}$  son valores de conductividad hidráulica a lo largo de los ejes (x, y, z), los cuales se supone son paralelos a los ejes principales de la conductividad hidráulica (L/T);

$h$  es la carga potenciométrica (L);

$W$  es el flujo volumétrico por unidad de volumen, representa las fuentes y / o hundimientos de agua, con  $W < 0,0$  para el flujo fuera del sistema de aguas subterráneas, y  $W > 0,0$  para el flujo en el sistema de ( $T^{-1}$ );

$S$  es el almacenamiento específico de materiales porosos ( $L^{-1}$ );

$t$  es el tiempo (T).

Para una derivación de la ecuación (Rushton y Redshaw, 1979). En general,  $S_s$ ,  $K_{xx}$ ,  $K_{yy}$ , and  $K_{zz}$  puede ser funciones espaciales ( $S_s = S_s(x, y, z)$ ,  $K_{xx} = K_{xx}(x, y, z)$ , y así sucesivamente) y  $W$  puede ser una función de espacio y tiempo ( $W = W(x, y, z, t)$ ). La ecuación (6) describe el flujo de agua subterránea en condiciones de no equilibrio en un medio heterogéneo y anisótropo, siempre y cuando que los ejes principales de la conductividad hidráulica están alineados al eje coordenado. La ecuación, junto con la especificación de las condiciones de flujo y/o de la carga en los límites de un acuífero y la especificación de las condiciones iniciales de la carga, constituye una representación matemática de un flujo de agua subterránea.

Una solución de la ecuación, en un sentido analítico, es una expresión algebraica, dado que  $h(x, y, z, t)$  tal que, cuando las derivadas de  $h$  con respecto al espacio y el tiempo se sustituyen en la ecuación, esta y sus condiciones iniciales y de frontera se satisfacen. Una carga de distribución variable en el tiempo de esta naturaleza, caracteriza al sistema de flujo, en ese sentido, mide tanto la energía de flujo como el volumen de agua almacenado, y se puede utilizar para calcular direcciones y tasas de movimiento.

A excepción de los sistemas muy simples, las soluciones analíticas de la ecuación son raramente posibles, por lo que varios métodos numéricos deben ser empleados para obtener soluciones aproximadas. Uno de ellos es el método de diferencias finitas, en el que el sistema continuo descrito por la ecuación, se sustituye por un conjunto finito de puntos discretos en el espacio y el tiempo, y las derivadas parciales se sustituyen por los términos calculados a partir de las diferencias en los valores de la carga en estos puntos. El proceso nos lleva a sistemas de ecuaciones en diferencias algebraicas lineales simultáneas; su solución proporciona valores de la carga en puntos y tiempos específicos. Estos valores constituyen una aproximación a la carga de distribución variable en el tiempo, dada por una solución analítica de la ecuación diferencial parcial de flujo. (Tomado de Modflow, 2005)

## Discretización

En la figura 56 se muestra la discretización espacial para un acuífero con un mallado de bloques llamados celdas, su localización está descrita en términos de renglones, columnas y capas. Se utiliza un sistema de subíndices  $(i,j,k)$ . Para un sistema que consiste de NROW renglones, NCOL columnas y NLAY capas, el subíndice  $i$  es para  $n$ -renglones,  $j$  para  $n$ -columnas y  $k$  para  $n$ -capas. Por ejemplo, en la figura se muestra un sistema de NROW = 5, NCOL = 9, y NLAY = 5. Al realizar las ecuaciones del modelo, se asume que las capas corresponden de manera general a una unidad hidrogeológica horizontal o intervalos. Aunque, en términos de coordenadas cartesianas, el subíndice  $k$  denota cambios a lo largo del eje vertical  $z$ ; Por qué la convención que se utiliza para este modelo es que la numeración de las capas sea de arriba hacia abajo, con incrementos en el valor del subíndice  $k$  conforme disminuye la elevación.

De manera similar, los renglones se consideran paralelos al eje  $x$ , dado así que el incremento en el subíndice  $i$  corresponderá al decremento en  $y$ ; y las columnas se consideraran paralelas al eje  $y$ , esto hace que incremente en el subíndice  $j$  corresponda al incremento en  $x$ . Estas convenciones se siguieron para construir la figura, sin embargo, la aplicación del modelo sólo requiere que los renglones y las columnas a lo largo de las direcciones ortogonales consistentes dentro de las capas, y no requiere de los ejes coordenados  $x,y,z$ .

Dentro de cada celda hay un punto llamado nodo en el cual se calcula el valor de la carga. Se pueden utilizar distintos modelos para la localización de los nodos en las celdas.



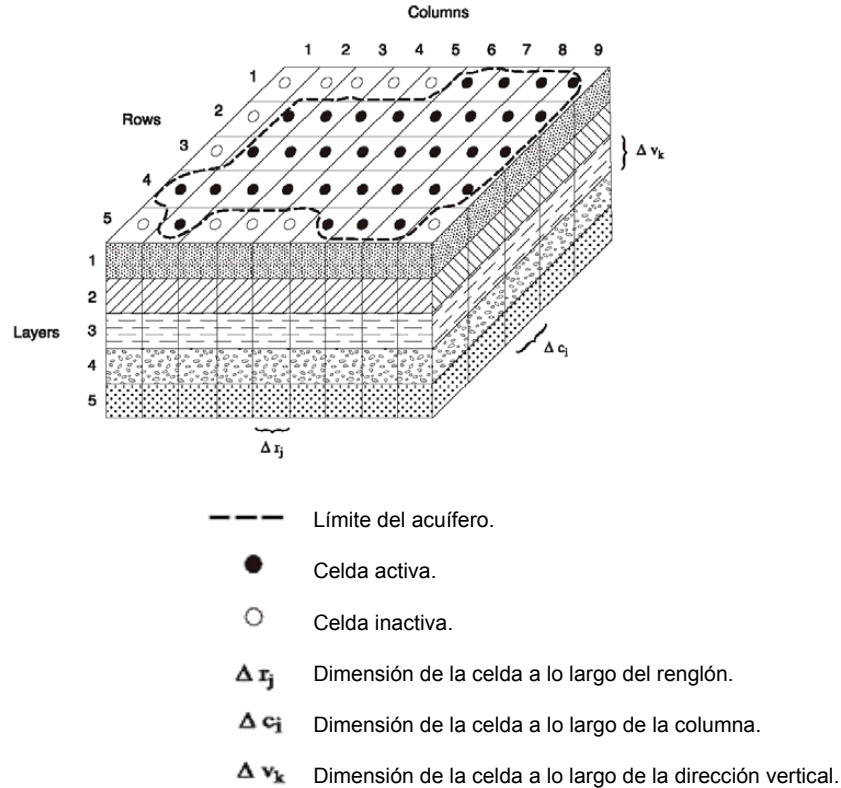


Figura 56. Discretización hipotética del acuífero (Modflow, 2005.)

### La ecuación de diferencias finitas

El desarrollo de la ecuación de flujo del agua subterránea en forma de diferencias finitas viene de la aplicación de la ecuación de continuidad: la suma de todos los flujos de entrada y salida de una celda debe ser igual a la tasa de cambio en el almacenamiento dentro de la celda. Bajo el supuesto de que la densidad del agua del suelo es constante, la ecuación de continuidad que expresa el balance de flujo para una celda es:

$$\sum Q_i = SS \frac{\Delta h}{\Delta t} \Delta V \quad (7)$$

Donde:

$Q_i$  es tasa de flujo dentro de la celda ( $L^3T^{-1}$ )

$SS$  se introduce como la notación para el almacenamiento específico en la formulación de las diferencias finitas, su definición es equivalente a la de  $S_s$  de la ecuación, esto es sí,  $SS$  es el volumen de agua que puede ser inyectado por unidad de volumen en el material del acuífero por unidad de carga ( $L^{-1}$ ).

$\Delta V$  es el volumen de la celda ( $L^3$ )

$\Delta h$  es la variación de la carga en cierto intervalo de tiempo.  $\Delta t$ .

El término del lado derecho es equivalente al volumen de agua en almacenamiento durante un intervalo de tiempo  $\Delta T$  dado a un cambio en la carga de  $\Delta h$ . La ecuación se expresa en términos de flujo de entrada y ganancia en almacenamiento. El caudal de salida y la pérdida se representan mediante la definición de un flujo de salida como una entrada negativo y la pérdida como ganancia negativa.

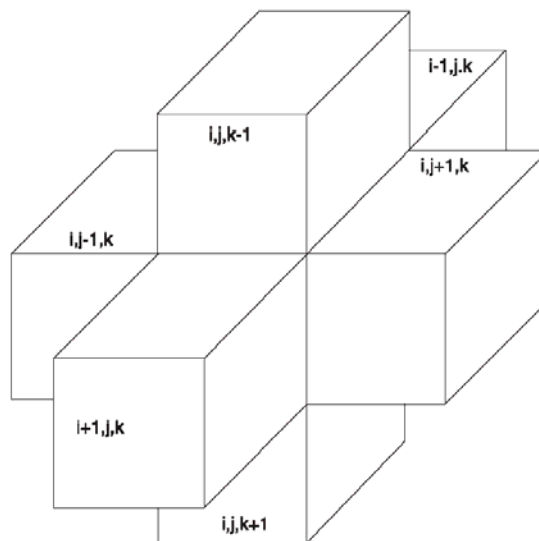


Figura 57. Indices para las seis celdas adyacentes que rodean la celda  $(i,j,k)$  (el centro). (Modlfow, 2005)

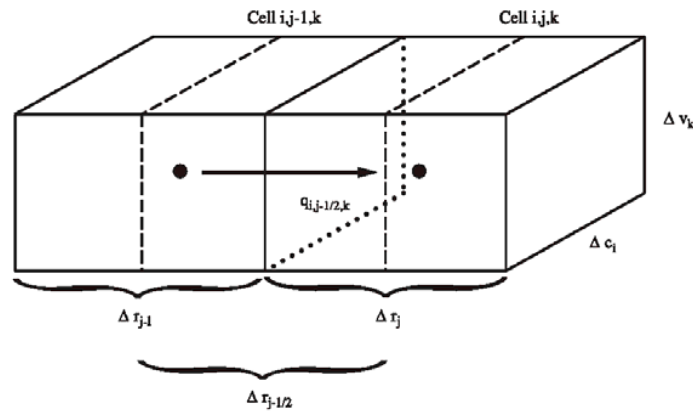


Figura.58 Flujo dentro de la celda (i,j,k) desde la celda (i,j-1,k). (Modflow, 2005)

La figura 57 representa seis celdas del acuífero adyacentes a la celda (i, j, k); (i-1, j, k); (i+1, j, k); (i, j-1, k); (i, j+1, k); (i, j, k-1); y (i, j, k+1). Para simplificar el siguiente desarrollo, los flujos se consideran positivos si están entrando a la celda (i, j, k); el signo negativo generalmente incorporado en la ley de Darcy, se ha eliminado de todos los términos. A raíz de estas convenciones, el flujo dentro de la celda i, j, k en la dirección de la fila de la celda (i, j-1, k) (figura 39), está dada por la ley de Darcy como:

$$q_{i,j-1/2,k} = KR_{i,j-1/2,k} \Delta c_i \Delta v_k \frac{(h_{i,j-1,k} - h_{i,j,k})}{\Delta r_{j-1/2}} \quad (8)$$

Donde:

$H_{(i,j,k)}$  es la carga del nodo ((i,j,k)) y  $h_{(i,j-1,k)}$  es la carga del nodo (i,j-1,k)

$Q_{i,j-1/2,k}$  es la tasa de flujo volumétrico a través de la cara entre las celdas (i,j,k) y (i,j-1,k) ( $L^3T^{-1}$ );

$KR_{i,j-1/2,k}$  es la conductividad hidráulica a lo largo de la fila entre los nodos (i,j,k) y (i,j-1,k) ( $LT^{-1}$ );

La ecuación 8 da el flujo exacto para un ejemplo de estado estacionario unidimensional a través de un bloque de acuífero que se extiende desde el nodo (i, j-1, k) hacia el nodo (i, j, k) y que tiene un área de sección transversal  $\Delta c_i \Delta v_k$ .  $KR_{i, j-1/2, k}$  es la conductividad del material entre los nodos (i, j, k) y (i, j-1, k), la cual es la conductividad hidráulica efectiva para toda la región entre los nodos, normalmente se calcula como una media armónica para este tipo de ejemplo.

El subíndice (i, j-1/2, k) se utiliza en la ecuación 8 para designar la región entre los nodos (i, j-1, k) y (i, j, k). El "1/2" no especifica un punto intermedio entre los nodos. Por lo tanto,  $q_{i, j-1/2, k}$  indica que el flujo desde el nodo (i, j-1, k) hacia el nodo (i, j, k);  $\Delta r_{j-1/2}$  es la distancia entre los nodos (i, j, k) y (i, j-1/2, k), y  $KR_{i, j-1/2, k}$  es la conductividad hidráulica efectiva entre los nodos. El término "1/2" se utiliza de la misma manera para indicar la región entre los nodos en muchas de las ecuaciones. Expresiones similares se pueden escribir para aproximar el flujo dentro de la celda a través de las cinco caras restantes, por ejemplo, para el flujo en la dirección de la fila a través de la cara entre las celdas i, j, k y i, j + 1, k.

$$q_{i, j+1/2, k} = KR_{i, j+1/2, k} \Delta c_i \Delta v_k \frac{(h_{i, j+1, k} - h_{i, j, k})}{\Delta r_{j+1/2}} \quad (9)$$

Mientras que en la dirección de la columna, el flujo dentro del bloque a través de la cara frontal es:

$$q_{i+1/2, j, k} = KR_{i+1/2, j, k} \Delta c_i \Delta v_k \frac{(h_{i+1, j, k} - h_{i, j, k})}{\Delta c_{i+1/2}} \quad (10)$$

Y el flujo dentro del bloque a través de la cara trasera es:

$$q_{i-1/2, j, k} = KR_{i-1/2, j, k} \Delta c_i \Delta v_k \frac{(h_{i-1, j, k} - h_{i, j, k})}{\Delta c_{i-1/2}} \quad (11)$$

Para la dirección vertical, el flujo de entrada a través de la cara del fondo es:

$$q_{i, j, k+1/2} = KR_{i, j, k+1/2} \Delta c_i \Delta v_k \frac{(h_{i, j, k+1} - h_{i, j, k})}{\Delta v_{k+1/2}} \quad (12)$$

Mientras que el flujo de entrada a través de la cara superior es dado por:

$$q_{i,j,k-1/2} = KR_{i,j,k-1/2} \Delta c_i \Delta v_k \frac{(h_{i,j,k-1} - h_{i,j,k})}{\Delta v_{k-1/2}}$$

Cada una de estas ecuaciones (8-13) expresa un flujo de entrada a través de una cara de la celda  $i, j, k$  en términos de cargas, las dimensiones de la cuadrícula, y la conductividad hidráulica. La notación se puede simplificar mediante la combinación de las dimensiones de la cuadrícula y la conductividad hidráulica en una sola constante, la "conductancia hidráulica" o, de manera más sencilla, la "conductancia". Por ejemplo:

$$CR_{i,j-1/2,k} = \frac{KR_{i,j-1/2,k} \Delta c_i \Delta v_k}{\Delta r_{j-1/2}} \quad (14)$$

Donde  $CR_{i,j-1/2,k}$  es la conductancia en el renglón  $i$  y la capa  $k$ , entre los nodos  $(i,j-1,k)$  y  $(i,j,k)$  ( $L^2T^{-1}$ ).

Por lo tanto, la conductancia es el producto de la conductividad hidráulica y el área de la sección transversal del flujo dividida por la longitud de la trayectoria de flujo (en este caso, la distancia entre los nodos).

Sustituyendo la conductancia de la ecuación 14 en la ecuación 8, se obtiene:

$$q_{i,j-1/2,k} = CR_{i,j-1/2,k} (h_{i,j-1,k} - h_{i,j,k}) \quad (15)$$

De forma similar, las ecuaciones se pueden reescribir a:

$$q_{i,j+1/2,k} = CR_{i,j+1/2,k} (h_{i,j+1,k} - h_{i,j,k}) \quad (16)$$

$$q_{i-1/2,j,k} = CR_{i-1/2,j,k} (h_{i-1,j,k} - h_{i,j,k}) \quad (17)$$

$$q_{i+1/2,j,k} = CR_{i+1/2,j,k} (h_{i+1,j,k} - h_{i,j,k}) \quad (18)$$

$$q_{i,j,k-1/2} = CR_{i,j,k-1/2} (h_{i,j,k-1} - h_{i,j,k}) \quad (19)$$

$$q_{i,j,k+1/2} = CR_{i,j,k+1/2} (h_{i,j,k+1} - h_{i,j,k}) \quad (20)$$

Donde las conductancias se definen analógicamente para  $CR$  en la ecuación 14.

De las ecuaciones 15 a 20 cuentan para el flujo en la celda  $i, j, k$  de las seis celdas adyacentes. Para tomar en cuenta los flujos de entrada de la celda de funciones o procesos externos al acuífero, como ríos, drenajes, áreas de recarga, evapotranspiración, o pozos, se requieren terminos adicionales. Estos flujos pueden ser dependientes de la carga en la celda receptora, pero independiente de todas las otras celdas en el acuífero, o pueden ser totalmente independiente de la carga en la celda receptora. El flujo desde fuera del acuífero puede ser representado por la expresión:

$$a_{i,j,k,n} = p_{i,j,k,n} h_{i,j,k} + q_{i,j,k,n} \quad (21)$$

Donde

$a_{(i,j,k),n}$  representa el flujo de la Fuente externa  $n$ ésima dentro de la celda  $(i,j,k)$  ( $L^3T^{-1}$ )

$p_{(i,j,k),n}$  y  $q_{(i,j,k),n}$  son constantes ( $(L^2T^{-1})$  y  $(L^3T^{-1})$ , respectivamente).

Por ejemplo, supongamos que una celda está recibiendo el flujo de dos fuentes, la recarga de un pozo y la infiltración a través de un lecho de río. Para la primera fuente ( $n=1$ ), porque el flujo del pozo se supone que es independiente de la carga,  $p_{(i,j,k),1}$  es cero y  $q_{(i,j,k),1}$  es la tasa de recarga para el pozo. En este caso:

$$a_{i,j,k,1} = q_{i,j,k,1} \quad (22)$$

Para la segunda fuente ( $n = 2$ ), se hace la suposición de que la interconexión río-acuífero puede ser tratada como una simple conductancia, de modo que la filtración es proporcional a la diferencia de carga entre la etapa del río y la carga en la celda  $i, j, k$  (figura 59); así tenemos:

$$a_{i,j,k,2} = CRIV_{i,j,k} (R_{i,j,k} - h_{i,j,k}) \quad (23)$$

Donde

$R_{(i,j,k)}$  es la carga en el río (L)

$CRIV_{(i,j,k)}$  es la conductancia ( $L^2T^{-1}$ ) controlando el flujo del río hacia la celda (i,j,k).

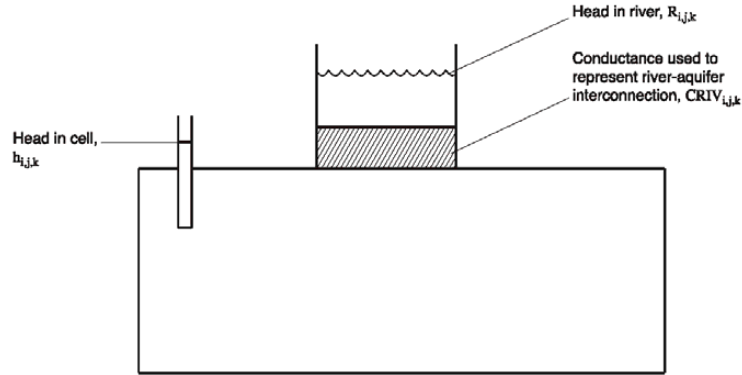


Figura 59. Representación conceptual del filtrado a través de un lecho de río dentro de la celda. (Modflow. 2005)

Por ejemplo, en la situación que se muestra en la figura 59, CRIV sería dada por el producto de la conductividad hidráulica vertical del material de lecho del río y la zona del lecho del río a su paso por la celda, dividido por el espesor del material de lecho del río. La ecuación 23 se puede escribir como:

$$a_{i,j,k,2} = -CRIV_{i,j,k} h_{(i,j,k)} + CRIV_{i,j,k} R_{i,j,k} \quad (24)$$

El término conductancia negativa,  $-CRIV_{i,j,k}$  corresponde a  $p_{i,j,k,2}$  de la ecuación 21, mientras que el término  $CRIV_{i,j,k} R_{i,j,k}$  corresponde a  $q_{i,j,k,2}$ . Del mismo modo, todas las demás fuentes o tensiones externas pueden ser representadas por una expresión de la forma de la ecuación 21. En general, si hay N cantidad de fuentes o tensiones externas afectando a una sola celda, el flujo combinado se expresa por:

$$\sum_{n=1}^N a_{i,j,k,n} = \sum_{n=1}^N (p_{i,j,k,n} h_{i,j,k}) + \sum_{n=1}^N q_{i,j,k,n} \quad (25)$$

Definiendo a  $P_{(i,j,k)}$  y  $Q_{(i,j,k)}$  por la expresión

$$P_{i,j,k} = \sum_{n=1}^N p_{i,j,k,n}$$

Y

$$Q_{i,j,k} = \sum_{n=1}^N q_{i,j,k,n}$$

El término del flujo externo general para la celda (i,j,k) es

$$\sum_{n=1}^N a_{i,j,k,n} = P_{i,j,k} h_{i,j,k} + Q_{i,j,k} \quad (26)$$

Aplicando la ecuación de continuidad (7) a la celda (i,j,k), y tomando en cuenta los flujos de las seis celdas adyacentes, variación del almacenamiento y el rendimiento de la tasa de flujo externo

$$\begin{aligned} & q_{i,j-1/2,k} + q_{i,j+1/2,k} + q_{i-1/2,j,k} + q_{i+1/2,j,k} \\ & + q_{i,j,k-1/2} + q_{i,j,k+1/2} + P_{i,j,k} h_{i,j,k} + Q_{i,j,k} = SS_{(i,j,k)} (\Delta r_j \Delta c_i \Delta v_k) \frac{\Delta h_{i,j,k}}{\Delta t} \quad (27) \end{aligned}$$

Donde

$\Delta h_{(i,j,k)}/\Delta t$  es la aproximación en diferencias finitas para la derivada de la carga respecto del tiempo ( $LT^{-1}$ ).

$SS_{(i,j,k)}$  representa el almacenamiento específico de la celda (i,j,k) ( $L^{-1}$ )

$\Delta r_j \Delta c_i \Delta v_k$  es el volumen de la celda (i,j,k) ( $L^3$ ).



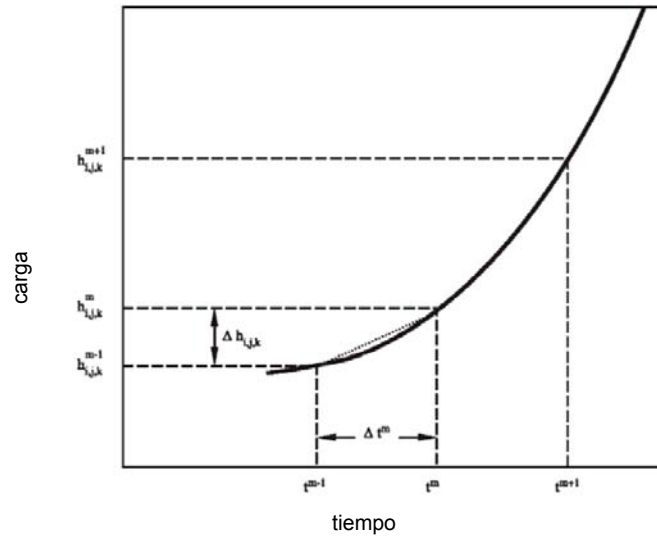
Las ecuaciones 15 a 20 se pueden sustituir en la ecuación 27 para obtener la aproximación en diferencias finitas de la celda (i,j,k) como:

$$\begin{aligned}
 & CR_{i,j-1/2,k}(h_{i,j-1,k} - h_{i,j,k}) + CR_{i,j+1/2,k}(h_{i,j+1,k} - h_{i,j,k}) \\
 & + CC_{i-1/2,j,k}(h_{i-1,j,k} - h_{i,j,k}) + CC_{i+1/2,j,k}(h_{i+1,j,k} - h_{i,j,k}) \quad (28) \\
 & + CV_{i,j,k-1/2}(h_{i,j,k-1} - h_{i,j,k}) + CV_{i,j,k+1/2}(h_{i,j,k+1} - h_{i,j,k}) \\
 & + P_{i,j,k}h_{i,j,k} + Q_{i,j,k} = SS_{(i,j,k)}(\Delta r_j \Delta C_i \Delta V_k) \frac{\Delta h_{i,j,k}}{\Delta t}
 \end{aligned}$$

La aproximación de diferencias finitas para la derivada respecto del tiempo de la carga,  $\Delta h_{(i,j,k)} / \Delta t$  debe expresarse en términos de cargas específicas y tiempos. La figura 60 muestra un hidrograma de valores de carga en el nodo i, j, k. Dos valores de tiempo se muestran en el eje horizontal  $t^m$ , el momento en que los términos del flujo de la ecuación (28) se evalúan; y  $T^{m-1}$ , un tiempo que precede  $t^m$ . Los valores de carga en el nodo i, j, k asociado con estos tiempos son designados por superíndice como  $h_{(i,j,k)}^m$  y  $h_{i,j,k}^{m-1}$  respectivamente. Una aproximación a la derivada en el tiempo de la carga en el tiempo  $t^m$  se obtiene dividiendo la diferencia  $h_{(i,j,k)}^m - h_{(i,j,k)}^{m-1}$  por el intervalo de tiempo  $t^m - t^{m-1}$ ; es decir:

$$\frac{\Delta h_{i,j,k}}{\Delta t} = \frac{h_{(i,j,k)}^m - h_{(i,j,k)}^{m-1}}{t^m - t^{m-1}}$$

Por lo tanto la pendiente del hidrograma, o derivada en el tiempo, se aproximan utilizando el cambio de la carga en el nodo durante un intervalo de tiempo, y termina con el momento en que el flujo es evaluado. Esto se denomina un enfoque de diferencia hacia atrás, en el cual  $\Delta h / \Delta t$  es aproximada durante un intervalo de tiempo que se extiende hacia atrás en el tiempo desde  $t^m$ , este es, el tiempo en que se calculan los términos del flujo.



- $t^m$  tiempo al final del periodo  $m$
- $h_{(i,j,k)}^m$  carga en el nodo  $(i,j,k)$  en tiempo  $t^m$
- ..... Aproximación de la diferencia  
atrasada al desfase del hidrograma  
en el tiempo  $t^m$

Fig. 60. Hidrograma de la celda  $(i,j,k)$  (Modflow,

La derivada en el tiempo de la carga podría ser aproximada de otras maneras; Por ejemplo, podríamos aproximar la derivada en el tiempo de la carga durante un intervalo de tiempo que comienza en el momento de la evaluación de flujo y se extiende hasta algún tiempo después; o durante un intervalo de tiempo que se centra en el momento de la evaluación del flujo, que se extiende tanto hacia delante y hacia atrás de ella.

Estas alternativas, sin embargo, pueden causar inestabilidad numérica, es decir, el crecimiento o la propagación del error en el cálculo de las cargas en tiempos sucesivos en una simulación. En una situación inestable, los errores que entran en el cálculo por cualquier razón en un tiempo determinado se incrementarán en cada tiempo exitoso con forme el cálculo progresa, hasta que finalmente los errores dominan completamente el resultado. Por el contrario, el enfoque de diferencias finitas hacia atrás es siempre estable numéricamente, es decir, los errores introducidos en cualquier tiempo disminuyen progresivamente en tiempos sucesivos. Por esta razón, la aproximación de diferencias hacia atrás es preferible

aunque esta aproximación conduce a grandes sistemas de ecuaciones que deben resolverse simultáneamente para cada paso en el tiempo.

La ecuación 28 puede reescribirse de la forma de diferencia hacia atrás especificando los términos de flujo a el tiempo  $t^m$ , el final del intervalo de tiempo, y la aproximación de la derivada en el tiempo de la carga durante el intervalo  $t^{m-1}$  a  $t^m$ ; es decir:

$$\begin{aligned}
 & CR_{i,j-1/2,k}(h_{i,j-1,k} - h_{i,j,k}) + CR_{i,j+1/2,k}(h_{i,j+1,k} - h_{i,j,k}) \\
 & + CC_{i-1/2,j,k}(h_{i-1,j,k} - h_{i,j,k}) + CC_{i+1/2,j,k}(h_{i+1,j,k} - h_{i,j,k}) \quad (29) \\
 & + CV_{i,j,k-1/2}(h_{i,j,k-1} - h_{i,j,k}) + CV_{i,j,k+1/2}(h_{i,j,k+1} - h_{i,j,k}) \\
 & + P_{i,j,k}h_{i,j,k}^m + Q_{i,j,k} = SS_{i,j,k}(\Delta r_j \Delta c_i \Delta v_k \frac{h_{i,j,k}^m - h_{i,j,k}^{m-1}}{t^m - t^{m-1}}
 \end{aligned}$$

La ecuación 29 es una ecuación de diferencias hacia atrás que se puede utilizar como la base para una simulación de la ecuación diferencial parcial del flujo de agua subterránea, la ecuación 6. Al igual que el término  $Q_{(i,j,k)}$ , los coeficientes de los diversos términos de la carga en la ecuación 29 son todos conocidos, así como lo es la carga al inicio del lapso de tiempo  $h_{(i,j,k)}^{m-1}$ . Las siete cargas en el tiempo  $t^m$ , el final de los lapsos de tiempo, son desconocidos; es decir, que son parte de la distribución de carga a obtener. Por ello, la ecuación 29 no se puede resolver de manera independiente, ya que representa una única ecuación con siete incógnitas. Una ecuación de este tipo, sin embargo, puede ser escrita para cada celda activa en la malla; y, porque existe una sola carga desconocido para cada celda, nos quedamos con un sistema de "n" ecuaciones con "n" incógnitas. Tal sistema puede ser resuelto simultáneamente.

El objetivo de la simulación transitoria es generalmente para predecir las distribuciones de carga en tiempos sucesivos, dada la distribución de carga inicial, las condiciones de frontera, los parámetros hidráulicos, y las tensiones externas. La distribución de carga inicial proporciona un valor de  $h_{i,j,k}^0$  en cada punto en la malla,

es decir, la carga inicial proporciona los valores de la carga al inicio del primer paso de los tiempo discretos en el que el eje de tiempo se divide en el proceso de las diferencias finitas. El primer paso en el proceso de solución es calcular los valores de  $h_{i,j,k}^1$ , es decir, cargas en el tiempo  $t^1$ , el cual marca el final de la primera etapa de tiempo. En la ecuación 29, por lo tanto, el superíndice de la carga  $m$  es dado como 1, mientras que el superíndice  $m-1$ , que aparece en un solo término de la carga, se toma como 0. La ecuación 29 se convierte entonces:

$$\begin{aligned}
 & CR_{i,j-1/2,k}(h_{i,j-1,k}^1 - h_{i,j,k}^1) + CR_{i,j+1/2,k}(h_{i,j+1,k}^1 - h_{i,j,k}^1) \\
 & + CC_{i-1/2,j,k}(h_{i-1,j,k}^1 - h_{i,j,k}^1) + CC_{i+1/2,j,k}(h_{i+1,j,k}^1 - h_{i,j,k}^1) \\
 & + CV_{i,j,k-1/2}(h_{i,j,k-1}^1 - h_{i,j,k}^1) + CV_{i,j,k+1/2}(h_{i,j,k+1}^1 - h_{i,j,k}^1) \\
 & + P_{i,j,k}h_{i,j,k}^m + Q_{i,j,k} = SS_{i,j,k}(\Delta r_j \Delta c_i \Delta v_k) \frac{h_{i,j,k}^1 - h_{i,j,k}^0}{t^1 - t^0}
 \end{aligned} \tag{30}$$

Donde de nuevo, los superíndices 0 y 1 se refieren al tiempo en que las cargas son medidas y no deben ser interpretados como exponentes.

Una ecuación de esta forma está escrita para cada celda de la malla en la que la carga es libre de variar con el tiempo (celdas de carga variable), y el sistema de ecuaciones se resuelve simultáneamente para las cargas en el tiempo  $t^1$ . Cuando estos se obtienen, el proceso se repite para obtener cargas en el tiempo  $t^2$ , el final del segundo paso en el tiempo. Para ello, la ecuación 29 se vuelve a aplicar, ahora usando 1 como el tiempo, de superíndice  $m-1$  y 2 como el tiempo superíndice  $m$ . Una vez más, un sistema de ecuaciones se formula, en donde las incógnitas son ahora las cargas en el tiempo  $t^2$ ; y este conjunto de ecuaciones se resuelve simultáneamente para obtener la distribución de la carga en el tiempo  $t^2$ . Este proceso se continúa durante tantos pasos de tiempo como sea necesario para cubrir el rango de tiempo de interés.

El conjunto de ecuaciones en diferencias finitas se reformula en cada paso del tiempo; es decir, en cada paso de tiempo hay un nuevo sistema de ecuaciones simultáneas a resolver. Las cargas al final del paso de tiempo representan las incógnitas para el que este sistema debe ser resuelto; las cargas al comienzo del periodo están entre los términos conocidos en las ecuaciones. El proceso de solución se repite en cada paso del tiempo produciendo una nueva serie de cargas para el final del periodo.

La ecuación de flujo de diferencias finitas para una celda es una representación del flujo volumétrico de todas las fuentes en unidades de  $L^3/T$ , donde L es una unidad de longitud y T es una unidad de tiempo. Se ha demostrado que las unidades de longitud y de tiempo utilizadas para todos los términos pueden variar. Por ejemplo, las unidades de longitud podrían ser pies y las unidades de tiempo podrían ser días, o las unidades de longitud podrían ser metros y las unidades de tiempo podrían ser segundos. Esto da una cierta cantidad de libertad al usuario, pero se debe tener cuidado para evitar la mezcla de unidades al especificar los datos de entrada. El uso de unidades inconsistentes no puede ser detectado. Por ejemplo, si se especifica la conductancia en unidades de metros cuadrados por día y una tasa de recarga externa se da en unidades de metros cúbicos por segundo, la ecuación de flujo resultante no tendrá sentido.

## EL MÉTODO DE GRADIENTES CONJUGADOS PRECONDICIONADO

Los métodos iterativos como herramientas para resolver sistemas de ecuaciones lineales han ganado popularidad en años recientes, hasta mediados de los 80s se preferían los métodos directos debido a que los iterativos existentes eran muy lentos, y en el caso no simétrico no existían métodos convergentes de buena velocidad. En los últimos años han surgido una cantidad de algoritmos iterativos, especialmente la llegada del método GC y sus variantes recientes tipo Krylov (Andres M 2011) han producido un cambio. Estos han demostrado ser confiables, eficientes, con capacidad de resolver los problemas cada vez más grandes, que presentan las aplicaciones actuales y tienen la gran ventaja que pueden ser acelerados con técnicas de preconditionamiento. En muchas aplicaciones se ha visto la tendencia en adoptar métodos iterativos sobre los directos, especialmente cuando el sistema lineal asociado al problema se considera grande.

Cuando se resuelve el problema de aproximar una superficie con el método de elementos finitos de Powell-Sabin (Andres M 2011), se requiere resolver un sistema lineal de ecuaciones donde la matriz del sistema tiene una estructura muy particular.

Con la idea de proponer un método que no solo logre resolver el sistema asociado sin limitación de tamaño sino que también logre aprovechar la estructura de dicha matriz como es la simetría, se propone el método de Gradientes Conjugados (GC) enriquecido con un ingrediente importante: el preconditionamiento.

El método de GC es el método de Krylov de preferencia para el caso de matriz simétrica positivo definida (SPD). Inicialmente, el método fue desarrollado por Hestenes y Stiefel en 1952 como un método directo ya que teóricamente se encuentra la solución el sistema lineal  $Ax = b$  en  $n$  iteraciones. Lamentablemente, si no se trabaja con aritmética exacta el método no encuentra la solución en  $n$  pasos. El método fue redescubierto como un método iterativo. El método se considera muy atractivo porque tiene un costo de almacenamiento muy bajo, requiere un número

razonable de operaciones por iteración y tiene una condición de minimización del error en el sentido de la norma de A en cada iteración.

El método de GC es un procedimiento iterativo para resolver sistemas lineales de la forma

$$Ax = b \quad (2.1)$$

donde la matriz A es SPD. La idea fundamental del método es minimizar el funcional cuadrático

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} q(x) = \frac{1}{2} x^T A x - x^T b + c \quad (2.2)$$

donde  $x$  y  $b \in \mathbb{R}^n$ . Dado que A es SPD, resolver (2.1) y (2.2) son problemas equivalentes.

Con la idea de resolver (2.2) supondremos de manera hipotética que se dispone de un conjunto de direcciones A-conjugadas

$$\{u_1, u_2, \dots, u_n \mid \forall i \neq j \Rightarrow u_i^T A u_j = 0\}$$

el cual es linealmente independiente en  $\mathbb{R}^n$ . Ahora, si se usan estos vectores como direcciones de búsqueda en un esquema de minimización iterativa, del tipo

$$x_k = x_{k-1} + \alpha u_k$$

entonces el mínimo global del funcional  $q(x)$  se obtiene a lo sumo en n pasos, sin importar el iterado inicial  $x_0$  escogido. Por suerte, en este contexto, la búsqueda lineal que se realiza en cada iteración tiene solución conocida

$$\alpha^* = \operatorname{argmin}_{\alpha > 0} q(x + \alpha u) = \frac{r(x)^T u}{u^T A u} \quad r(x) = -\nabla q(x) = b - Ax \quad (2.3)$$

**Teorema 1.1.** Sea  $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  un conjunto A-conjugado de vectores no nulos,  $x_0 \in \mathbb{R}^n$  arbitrario y

$$x_k = x_{k-1} + \alpha_k^* u_k \quad 1 \leq k \leq n$$

donde  $\alpha_k^*$  se escoge como se indica en (2.3), entonces

1.  $\mathbf{Ax}_n = \mathbf{b}$

2. para cada  $0 < k \leq n$ , se cumple

$$q(x_k) = \min_{x \in \Omega} q(x), \quad \Omega = \{x_0 + \exp\{u_1, \dots, u_k\}\} \quad (2.4)$$

En cada iteración se cumple que

$$r(x_k)^T u_j = 0, \quad \forall 1 \leq j \leq k$$

además, también se cumple

$$q(x_k) = q(x_{k-1}) - \frac{1}{2} \frac{(u_k^T r(x_{k-1}))^2}{u_k^T A u_k}$$

y como A es SPD las direcciones  $u_k$  son de descenso siempre que  $(u_k^T r(x_{k-1}))^2 \neq 0$ .

La propiedad óptima de  $\alpha_k^*$  y la A-conjugada garantizan que cada  $x_k$  minimiza  $q(x_k)$  sobre la variedad lineal del sub-espacio expandido por los vectores  $u_1, \dots, u_k$

$$x_0 + \exp\{u_1, \dots, u_k\}$$

Claramente la terminación del método es un resultado que depende fuertemente de la **A**-conjugada. Desde el punto de vista numérico, los errores de redondeo hacen imposible que se puedan generar vectores ortogonales y en consecuencia no es posible construir el conjunto **A**-conjugado. Dado lo anterior, considerar la terminación finita del método CG no es un resultado práctico, además, si n se considera grande, tampoco es deseable iterar muchas veces.

Si se entiende el método GC como un método iterativo, en el sentido clásico, entonces se disponen de propiedades que lo rinden, muy atractivo para problemas grandes y matriz hueca (matriz con muchos ceros o sparse). Una de las propiedades



más importantes relaciona la velocidad de convergencia y la distribución de los autovalores de la matriz  $A$ .

**Teorema 1.2.** Si  $A = I + B$  es positivo definida y rango  $(B) = p < n$ , entonces el método

GC termina en, a lo sumo,  $p$  iteraciones.

Este teorema es fundamental y permite concluir que si la matriz  $A$  es una pequeña perturbación de rango bajo de la identidad, o si  $A$  posee pocos autovalores distintos, entonces el método GC converge en pocas iteraciones. Más adelante se retoma este punto y como obtener el máximo provecho a este resultado.

Con el fin de poder hacer estimaciones sobre la velocidad de convergencia, se presenta el siguiente teorema.

**Teorema 1.3.** El  $k$ -ésimo iterado del método GC satisface

$$\|x_k - x^*\|_A \leq 2 \|x_0 - x^*\|_A \left( \frac{\sqrt{K_2(A)} - 1}{\sqrt{K_2(A)} + 1} \right)^k$$

Un resultado directo de este teorema es que si  $k_2(A) \approx 1$  la convergencia del método es muy rápida. Similarmente, si  $k_2(A)$  es grande, la convergencia es muy lenta.

Para nuestra aplicación, la matriz asociada al sistema lineal de ecuaciones es SPD y así es natural escoger el método GC para resolverlo. Por otro lado, generalmente estas matrices tienden a ser muy mal condicionadas, razón por la cual en forma pura el método no sería competitivo. Sin embargo, lo anterior se puede solventar ya que se dispone de información detallada de la estructura de la matriz. Utilizando los resultados portentosos de los Teoremas 1.2 y 1.3 se puede acelerar la convergencia convirtiéndolo en un método competitivo, aquí es donde entra el ingrediente de preconditionar.

## Precondicionamiento

La convergencia de la mayoría de los métodos iterativos depende de las propiedades espectrales de la matriz de coeficientes del sistema de ecuaciones. Un método basado en una matriz mal condicionada va a requerir de muchas iteraciones, lo que no mejoraría el inconveniente de los métodos directos, porque incluso el método iterativo puede llegar a ser más lento que un método directo. En el caso particular del CG tenemos que cuando  $\frac{\sqrt{k}-1}{\sqrt{k+1}} \rightarrow 1$ , con  $k = \text{Cond}_2(A) = \frac{\lambda_n}{\lambda_1}$ , la convergencia es lenta y eso sucede cuando  $k \rightarrow \infty$ . Lo que significa que cuando el condicionamiento de la matriz es alto, el número de iteraciones requeridas es también alto y no necesariamente el algoritmo converge, debido a los problemas al trabajar con precisión finita. Por tal razón se usan técnicas de precondicionamiento que tienen por objetivo reducir el condicionamiento de la matriz del sistema, logrando una reducción en el número de iteraciones necesarias para alcanzar la convergencia.

Un precondicionador  $M$  es una matriz no singular que transforma el sistema  $Ax = b$  en un nuevo sistema  $M^{-1}Ax = M^{-1}b$ , donde el radio espectral del nuevo sistema es menor que el del sistema original. En estas condiciones, la solución del sistema transformado es equivalente a la solución del original, pero sus propiedades espectrales permiten alcanzar más rápido la convergencia. Así que el objetivo del precondicionamiento es la reducción del número de iteraciones requerido para la convergencia, sin incrementar significativamente la cantidad de cálculos por iteración.

Nótese que si  $M = A$ , el algoritmo converge en exactamente una iteración. Lo que lleva a concluir que mientras  $M$  aproxime mejor a la matriz  $A$ , más rápida es la convergencia. En este trabajo  $M$  es definida por medio de la factorización incompleta de Cholesky (Geisel Y. Alpfzar B, 2013), la cual se explica a continuación.

## Factorización incompleta de Cholesky

Según Geisel Y. Alpizar B, 2013, la factorización de Cholesky, definida para matrices simétricas definidas positivas, (s.d.p) consiste en descomponer A como el producto de una matriz triangular inferior y su transpuesta. Es decir,

$$A = LL^T$$

Por su parte, la factorización la factorización incompleta de Cholesky presenta ligeras diferencias, lo que requiere algunos conceptos previos, los cuales se detallan a continuación.

### Definición 1.1 (Esparcidad y llenado).

Patrón de esparcidad o de no nulos de la matriz A es el conjunto K de todas las posiciones (i, j) para las cuales  $a_{ij} \neq 0$ .

Entenderemos por llenado (fill-in) cuando por medio de una transformación sobre la matriz una entrada nula se convierte en no nula, es decir, el patrón de esparcidad de la matriz aumenta.

El problema de la factorización de Cholesky al aplicarla a una matriz esparcida es que no necesariamente el resultado, L, es una matriz esparcida. Es decir, se puede producir llenado (fill-in) sobre las filas de L. Por tal razón, se recurren a técnicas de factorización incompletas con el objetivo de conservar el patrón de esparcidad de la matriz original, obteniendo una factorización de la forma

$$A = \tilde{L}\tilde{L}^T - R$$

$\tilde{L}$  es una matriz esparcida y R una matriz densa conocida como el error en la factorización. En la práctica se desestima R y se aproxima A por  $\tilde{L}\tilde{L}^T$ . Si bien es cierto, esta factorización no es igual a A pero la aproxima, por lo cual puede ser usada para preconditionar el sistema, tomando  $M = \tilde{L}\tilde{L}^T$ . La factorización incompleta no siempre existe, el hecho de que sea una heurística hace que no siempre se tenga

una factorización posible ya que se puede tener raíces negativas en el procedimiento de obtener la factorización.

Existen cuatro formas fundamentales de factorizaciones de Cholesky incompletas:

- 1. Factorizaciones sin llenado IC (0):** Resulta de la aproximación de  $A$  por una factorización incompleta IC, guardando las mismas entradas nulas de la matriz  $A$  en la matriz triangular  $L$ . Es decir, la factorización incompleta tiene la misma cantidad de elementos no nulos y en las mismas posiciones que en la matriz  $A$ .
- 2. Factorizaciones con llenado:** Usando como criterio para la introducción del llenado la posición dentro de la matriz: IC ( $k$ ). Consiste en rellenar alguna entrada de la matriz  $L$  de la descomposición, que en IC (0) sería nula.
- 3. Factorizaciones con llenado:** Usando como criterio para la introducción del llenado umbrales numéricos: IC ( $t$ ). En este tipo de factorización los elementos no diagonales son eliminados durante la descomposición si ellos están por debajo de una cierta tolerancia o umbral. Es decir, se eliminan los valores pequeños o poco significativos en cada fila.
- 4. Factorizaciones con llenado modificadas IC ( $p, \tau$ ):** Además de la regla de eliminación descrita en la factorización anterior, retiene los  $p$  elementos más grandes en magnitud en cada fila de  $L$  [2]. En otras palabras, no se permite más de cierta cantidad  $p$  de entradas distintas de cero por fila, esto con el objetivo de mantener un adecuado almacenamiento en memoria para matrices grandes.

## CG preconditionador

Para acelerar la convergencia del método de CG en la resolución de  $Ax = b$  se pueden utilizar técnicas de preconditionamiento.

Para ello, tomaremos como preconditionador la matriz obtenida mediante la técnica de factorización incompleta de Cholesky, es decir,  $M = \tilde{L}\tilde{L}^T$ . Así como  $A$  es s.d.p entonces  $\tilde{A} = \tilde{L}^{-1}A\tilde{L}^T$  también lo es, por lo que puede aplicarse el método del CG al sistema:

$$(\tilde{L}^{-1}A\tilde{L}^T)(\tilde{L}^T x) = \tilde{L}^{-1}b$$

cuya solución es equivalente a la solución del sistema original  $Ax = b$ .

En la práctica  $\tilde{L}^{-1}A\tilde{L}^T$  no se calcula explícitamente, como CG lo que requiere es multiplicar la matriz por un vector lo que se hace es multiplicar dicho vector de manera individual resolviendo un sistema triangular inferior y un sistema triangular superior.

Se utilizó la factorización incompleta de Cholesky con llenado modificada IC  $(p, \tau)$ .

Para obtener dicha factorización la implementación se basó en un algoritmo, dicho algoritmo se muestra a continuación.

---

**Algoritmo 1.1:** Factorización incompleta de Cholesky  $IC(A, \tau, p)$ 

---

**Datos:**  $A = (a_{ij})_{n \times n}$ ,  $\tau$ ,  $p$   
**Salida:**  $L$

```
1 for  $i = 1, \dots, n$  do
2    $w = a_{i,1:i}$ 
3   for  $j = 1, \dots, i - 1$  do
4     for  $k = 1, \dots, j - 1$  do
5        $w_{ij} = w_{ij} - l_{ik}l_{jk}$ 
6      $w_{ij} = w_{ij}/l_{jj}$ ;
7    $\tau_i = \tau \cdot \|w\|_2$ ;
8   for  $k = 1, \dots, i - 1$  do
9      $w_{ik} = 0$  cuando  $|w_{ik}| < \tau_i$ 
10  Se mantienen los índices  $I = (i_k)_{k=1 \dots p}$  de los  $p$  elementos más grandes  $|w_{ij}|$  para  $j = 1$  hasta  $i - 1$ 
11  for  $k = 1, \dots, p$  do
12     $l_{ikj} = w_{ikj}$ 
13  for  $k = 1, \dots, i - 1$  do
14     $a_{ii} = a_{ii} - l_{ik}^2$ 
15     $l_{ii} = \sqrt{a_{ii}}$ 
16 return  $L = (l_{ij})_{n \times n}$ 
```

Todos los algoritmos se utilizaron para matrices en formato compressed sparse row (CSR), el cual se utiliza comúnmente para el almacenamiento de matrices esparcidas; se implementaron dos algoritmos para resolver los sistemas: el gradiente conjugado y el gradiente conjugado preconditionador, en ambos casos para matrices en formato CSR. Para lo cual también se implementó la multiplicación matriz por vector para matrices en formato CSR.

---

**Algoritmo 1.2:** Gradiente conjugado  $GCCSR(A, b, x_0, tol, Max)$ 

---

**Datos:**  $A, b, x_0, tol, Max$   
**Salida:**  $x$

```
1  $r = b - Ax;$ 
2  $d = -r;$ 
3  $z = Ad;$ 
4  $a = (r' \cdot d) / (d' \cdot z);$ 
5  $x = x_0 + a \cdot d;$ 
6  $k = 1;$ 
7 while  $\|r_k\|_2 \leq tol \cdot \|r_0\|_2$  and  $k \leq Max$  do
8    $r = r - a \cdot z;$ 
9    $B = (r' \cdot z) / (d' \cdot z);$ 
10   $d = -r + B \cdot d;$ 
11   $a = (r' \cdot d) / (d' \cdot z);$ 
12   $x = x + a \cdot d;$ 
13   $k = k + 1;$ 
14 return  $x$ 
```

El algoritmo del CG preconditionador tiene un parámetro más, la matriz L de la factorización de Cholesky.

---

**Algoritmo 1.3:** Gradiente conjugado Precondicionado  $GCPrec(A, L, b, x_0, tol, Max)$ 

---

**Datos:**  $A, L, b, x_0, TOL, Max$   
**Salida:**  $x$

```
1  $r = b - Ax;$ 
2 Resolver el sistema  $LL^T q = r;$ 
3  $d = -q; z = Ad;$ 
4  $a = (r' \cdot d) / (d' \cdot z);$ 
5  $x = x_0 + a \cdot d;$ 
6  $k = 1;$ 
7 while  $\|r_k\|_2 \leq tol \cdot \|r_0\|_2$  and  $k \leq Max$  do
8    $r = r - a \cdot z;$ 
9    $B = (r' \cdot z) / (d' \cdot z);$ 
10  Resolver el sistema  $LL^T q = r;$ 
11   $d = -q + B \cdot d;$ 
12   $a = (r' \cdot d) / (d' \cdot z);$ 
13   $x = x + a \cdot d;$ 
14   $k = k + 1;$ 
15 return  $x$ 
```

Para resolver  $LL^T q = r$ , primero se resuelve un sistema triangular inferior  $Ly = r$  y luego se resuelve el sistema triangular superior  $L^T q = y$ . Para resolver el segundo sistema se implementó de forma tal que no sea necesario calcular  $L^T$ .

## **5.2 Modelo de flujo**

De acuerdo con el protocolo de modelación (Karamouz, 2011) se intentó seguir una serie de pasos para poder realizar un modelo de flujo que cumpliera con todos los requisitos indispensables. Estos pasos son los siguientes.

1. Identificar la caracterización del marco físico de los parámetros del acuífero y el sistema de condiciones.
2. Estimar los parámetros hidrogeológicos utilizando datos de campo en puntos específicos del área de estudio.
3. Estimar los parámetros de la distribución espacial utilizando métodos de interpolación y extrapolación.
4. Utilizar todos los parámetros estimados y datos de campo para realizar un modelo conceptual.
5. Desarrollar un modelo matemático para describir el modelo conceptual al expresar el sistema de condiciones utilizando ecuaciones de flujo subterráneo.
6. Transformar el modelo matemático a un modelo numérico para encontrar la respuesta del acuífero incluyendo cargas hidráulicas y concentración de contaminantes.
7. El modelo generado se resuelve por una solución de métodos numéricos.
8. El modelo es calibrado para predecir el comportamiento del sistema al simular los datos de campo disponibles.
9. Se verifica el modelo al eliminar los errores resultantes de las aproximaciones numéricas.
10. Se crea un análisis de sensibilidad para seleccionar los coeficientes de estimación del modelo, los cuales necesitan ser estimados de manera más precisa, y también descifrar los errores en la frontera del modelo.
11. Se sugieren estrategias de manejo para la restauración del acuífero y un uso óptimo de los recursos del agua subterránea.

Tomando en cuenta este protocolo, se procede a la realización del modelo de flujo.



### **Construcción del modelo**

Para este proyecto, se utilizó el software “Visual Modflow Flex 2012.1” (fig.61) de la compañía Schlumberger ya que es un programa integral con el cual se puede utilizar toda la información recabada para poder crear el modelo del flujo de agua.

A continuación se mostrara la metodología utilizada en el uso de este software.

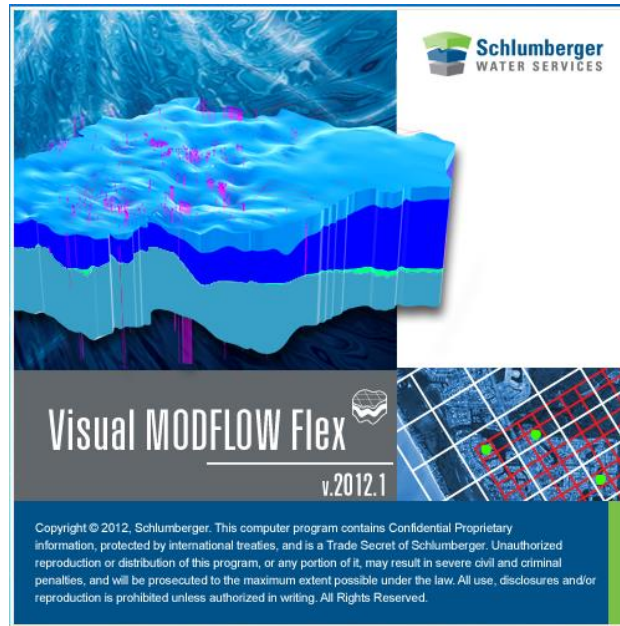


Figura 61. Software empleado

Para empezar, se debe crear un proyecto nuevo.

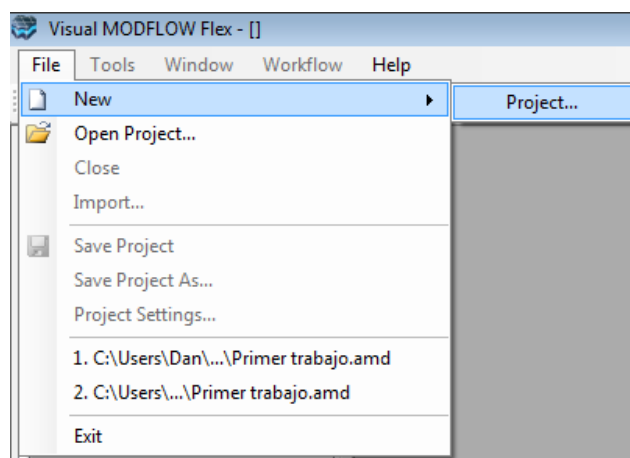
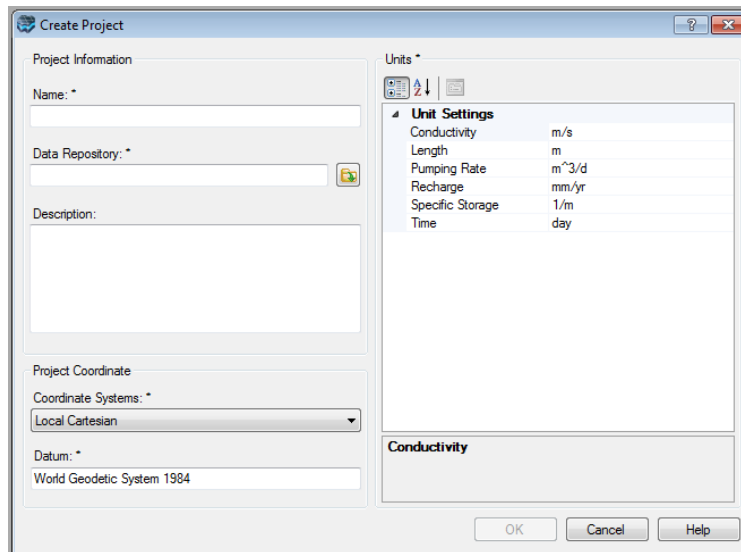


Figura 62 Creación de un proyecto nuevo

Al seleccionarlo, se abre una ventana en la cual debemos darle el nombre del proyecto, ubicación donde se crearan y almacenaran los archivos necesarios;

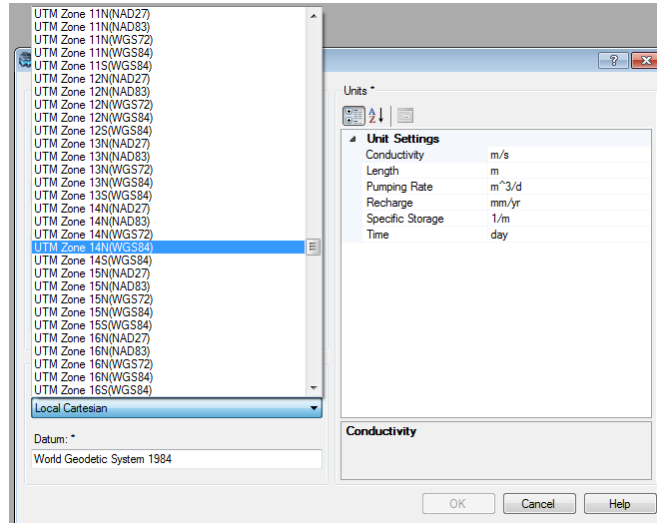
además en este punto debemos considerar las unidades para los distintos elementos del proyecto, como por ejemplo, conductividad (m/s), distancias (m), tasa de bombeo ( $m^3/día$ ), recarga (mm/año), almacenamiento específico (1/m) y tiempo (día) (fig. 63).



**Figura 63 Ajuste de datos de entrada**

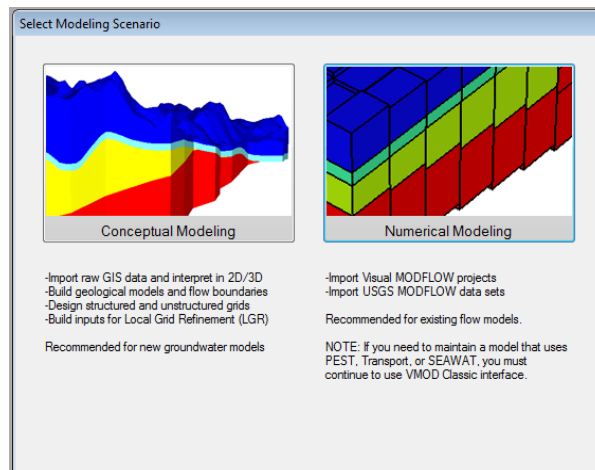
Aquí mismo seleccionamos el sistema coordinado que regirá a todo el proyecto, es importante tener en cuenta que esta selección debe mantenerse en todos los archivos a utilizar, de lo contrario obtendremos resultados erróneos. Para este proyecto, utilizamos el sistema UTM con datum WGS84 para la zona 14N por la ubicación de la zona de estudio.

Para el primero punto del protocolo (Karamouz, 2011) se cumplió dado que al realizar la visita de campo se determinaron las condiciones para delimitar la zona de estudio.



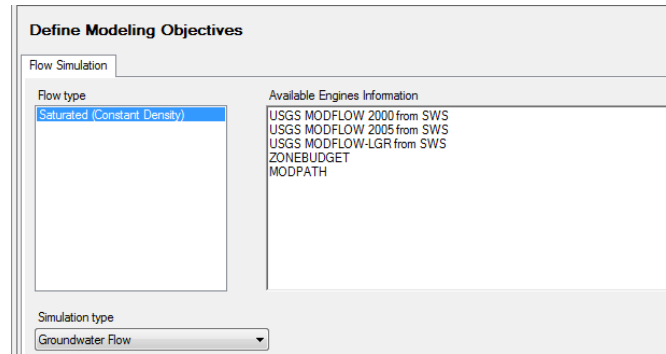
**Figura 64 Selección del sistema coordinado**

Ya que hicimos esto, procedemos a crear el modelo, para este software existen dos tipos, el modelo conceptual y el numérico; ya que el modelo numérico es un modelo ya existente, seleccionamos el modelo conceptual, por qué vamos a crearlo desde cero.



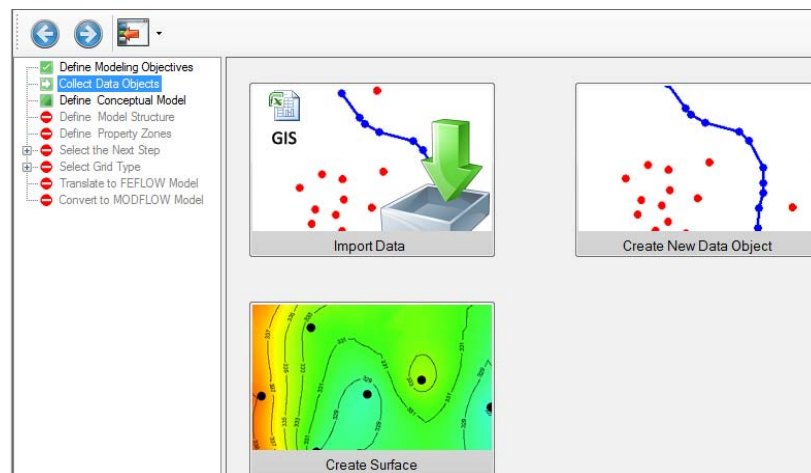
**Figura 65 Seleccionar el tipo de modelo**

Después definimos el tipo de modelo y simulación, en este programa sólo es posible crear de flujo de agua subterránea y de densidad constante.



**Figura 66 Visualización del tipo de simulación de flujo**

Al darle en la flecha azul, pasamos al siguiente paso, el cual es importar datos o crear superficies y objetos a partir de datos, ya que contamos con los archivos necesarios, importaremos la información seleccionando esa opción, estos datos se encuentran en el anexo B.



**Figura 67 Importar datos**

Al seleccionar esta parte, podemos elegir el tipo de datos a importar (Anexo B), para crear nuestras superficies, debemos seleccionar datos del tipo “surface” estos datos se cargan en una hoja de Excel ordenados de la forma X,Y,Z, donde X y Y son las coordenadas en UTM y Z es la altura de la superficie, si se va a generar más de una superficie, se deberá de cargar el archivo para cada una de estas, con su variación de altura correspondiente, siendo que el nivel del mar se considera como el cero. Para pozos “well se deben de cargar tanto los pozos de observación como los de bombeo que se quieran utilizar; de tener un río se puede importar como una polilínea que recorra o que se encuentre parcialmente dentro de la zona de estudio, y de preferencia seguir la topografía de la superficie para que tenga mayor certidumbre.

El segundo punto del protocolo (Karamouz 2011) se cumple ya que se tuvo acceso al pozo de interés y se pudo realizar la medición de nivel piezométrico, se obtuvo el gasto total por día del mismo pozo y se pudo definir la zona de estudio.

También debemos definir los límites del proyecto, para esto debemos importar datos del tipo polígono, de preferencia una zona cuadrada o rectangular que cubra la superficie del proyecto, o en su caso, generar el polígono a partir de los límites de esta superficie. En este paso se importa la forma del acuífero de acuerdo a la información previamente adquirida, para muchos trabajos, se crea el polígono del mismo tamaño del proyecto, pero si se conoce su forma real o se está experimentando, se puede crear de distinta forma para obtener distintos resultados, esto es a criterio del usuario.

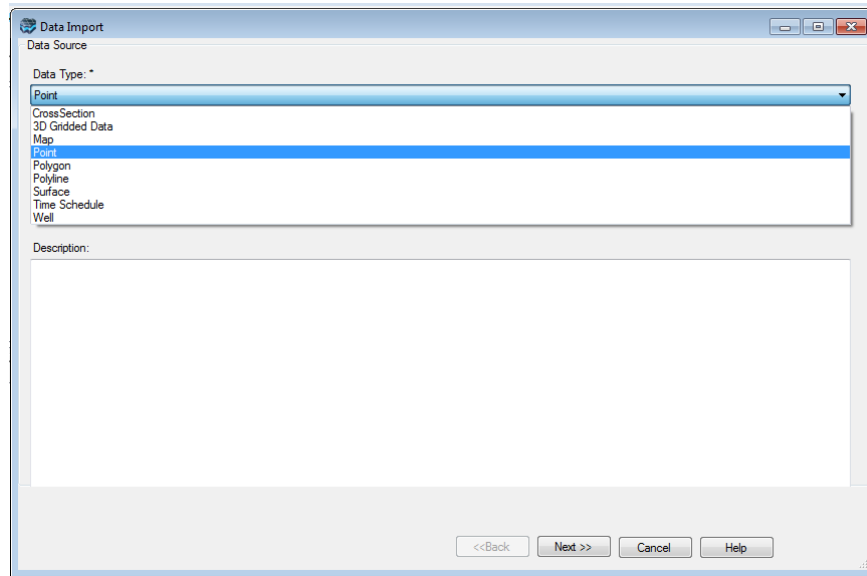


Figura 68 Seleccionar tipo de dato a importar

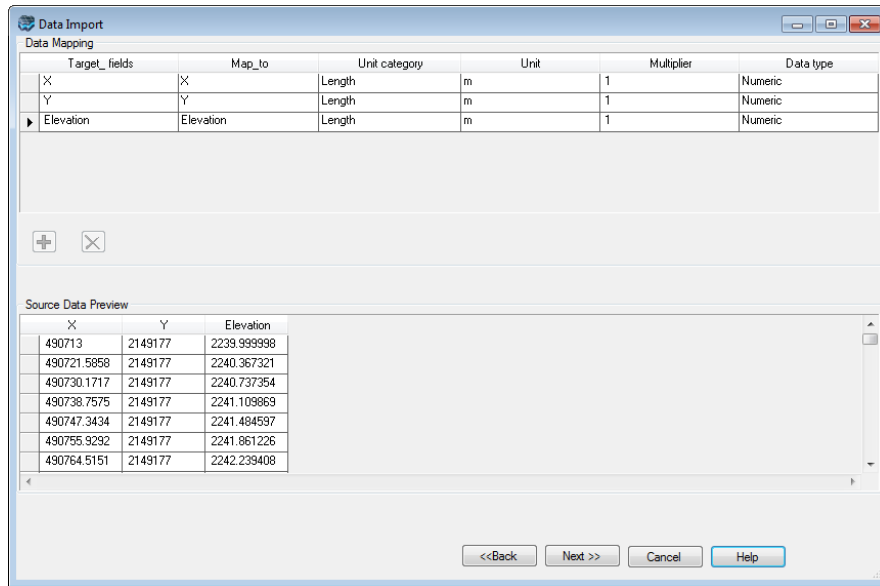


Fig. 69. Carga de datos de una superficie.

En la figura 69 se muestra la carga de datos de superficie tomados de la zona de estudio, estos datos deben de tomarse en coordenadas UTM, ya que así fue como se diseñó el modelo y se necesitan datos de elevación para cada punto que se utilice, esto se debe a que sin ellos el modelo se mostrara como una zona plana y no se podrían generar estratos debajo de la capa superficial.

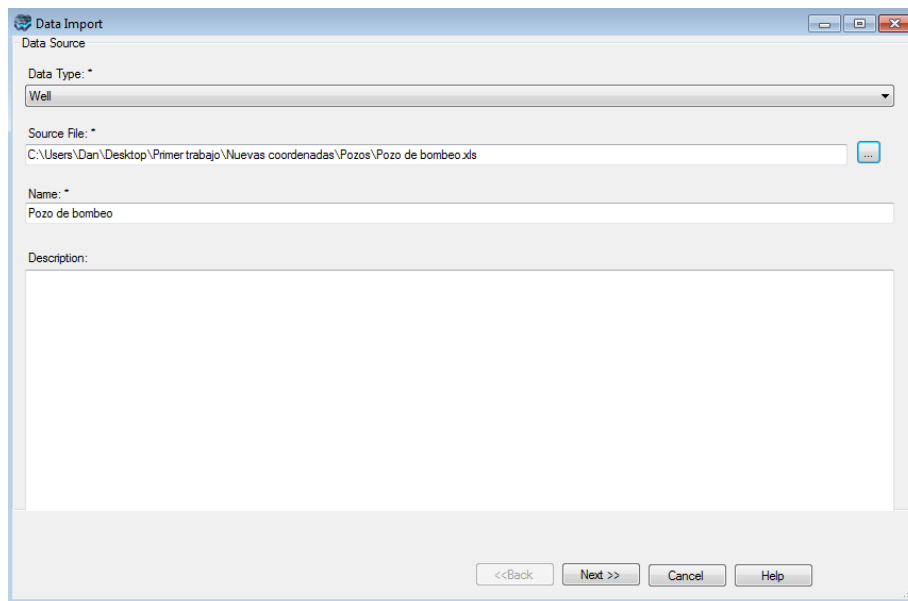


Fig. 70. Inicio carga de datos de un pozo.

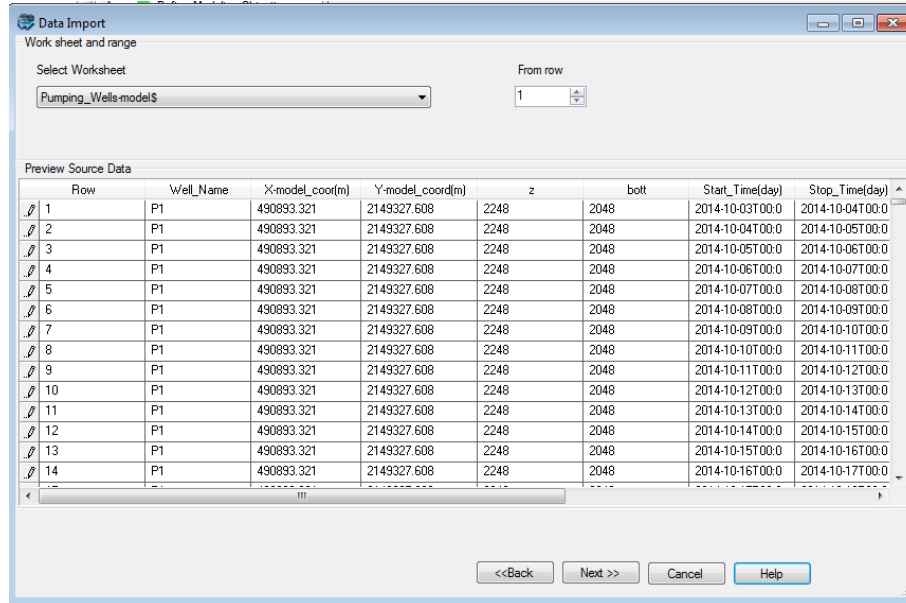


Fig. 71 Visualización de datos del pozo

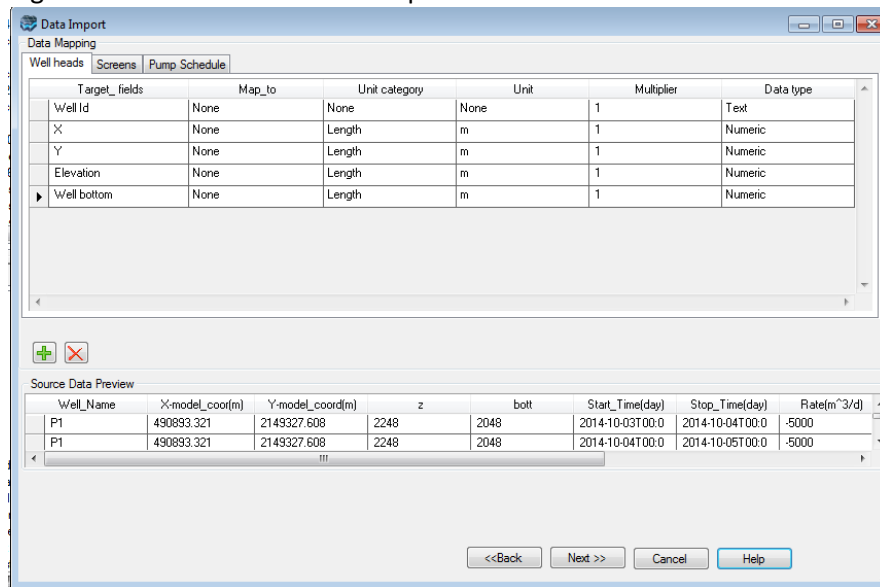


Fig. 72 Ajustes de datos del pozo

En la figura 71 y 72, se observan los datos que carga el programa del pozo, en este punto podemos revisar que los datos estén ordenados de manera correcta así como bien ingresados para que el programa pueda utilizarlos de forma correcta.

Para este punto, los datos deben estar ordenados de preferencia en una hoja de Excel, empezando por el nombre que se asignó al pozo, sus coordenadas en X y Y respectivamente, su elevación, la profundidad total del pozo, el día y hora de inicio de la medición (de ser mas de un día, sólo se requiere de la fecha) día y hora final

de la medición, la tasa de bombeo en  $m^3$  por día, el número de medición para cada pozo, esto con el fin de identificarlos por separado, y finalmente la profundidad donde se realiza la medición.

De haber algún error en los datos al momento de ingresarlos, el programa mostrará una advertencia y no los cargará para no experimentar errores en el procesado, esto se ve en la figura 73.

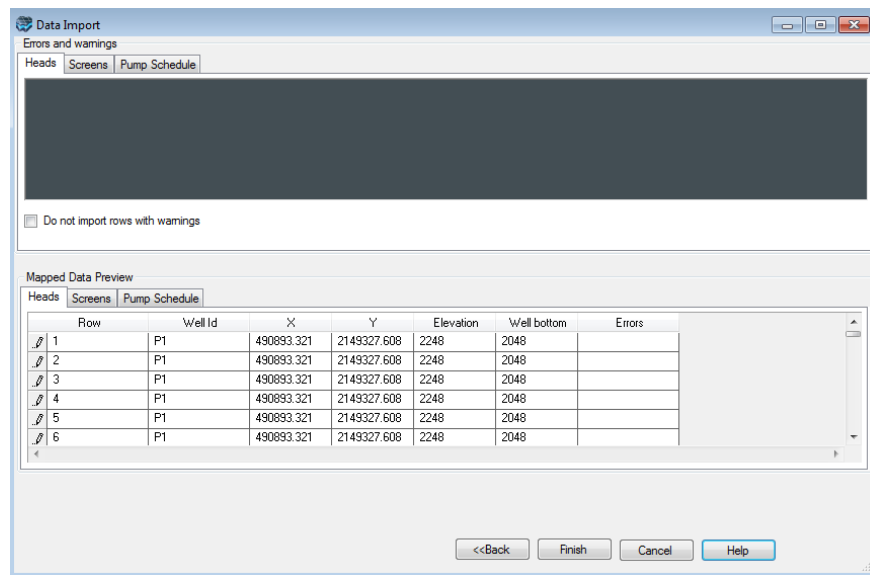


Fig. 73 Última revisión antes de cargar los datos

Ya que hemos seleccionado todos los datos que vamos a usar para el modelo, damos en siguiente y procedemos a definir el nombre de nuestro modelo, la fecha en que se inicia el proceso (ya que si estamos reproduciendo un trabajo anterior, podemos seleccionar la fecha en que se tomaron las mediciones y así poder proyectarlo al presente o en un tiempo futuro), el área que cubre al modelo y alguna descripción que deseemos anotar. Después de hacer esto, damos en salvar (save) y siguiente (flecha azul).



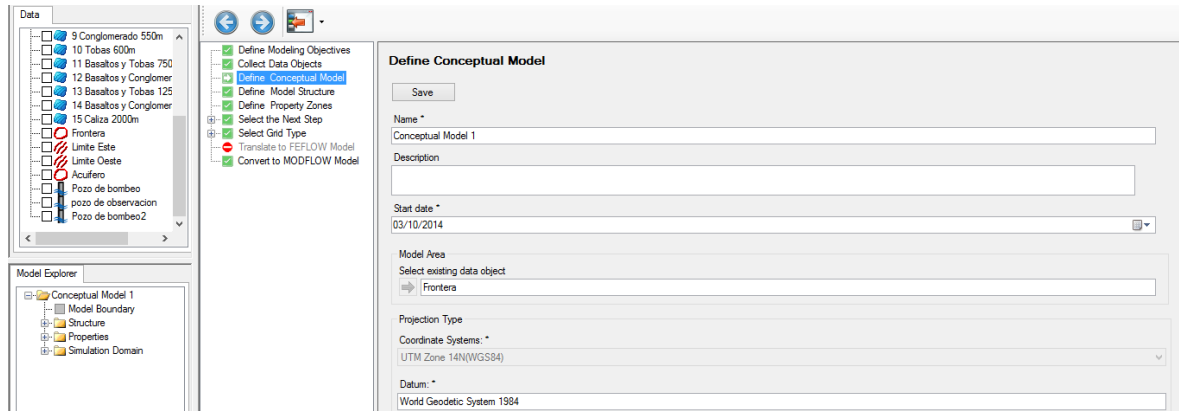


Figura 74 Definiendo el modelo conceptual.

Ahora procedemos a definir la estructura del modelo, esto se hace al crear horizontes los cuales son representaciones de las capas del modelo, dependiendo de la cantidad de superficies que hayamos importado es la cantidad de horizontes a crear; en este caso, como tenemos 16 superficies, las cuales son desde el suelo hasta el último estrato del acuífero (basaltos a 2000 m) crearemos 16 horizontes, uno para cada superficie. Esta información fue obtenida de un informe técnico (CONAGUA 2014).

Define Conceptual Model Structure			
Horizon Information			
Surfaces	Name	Type	
Superficie	Horizon1	Erosional	
1 Arcillas 40m	Horizon2	Conformable	
2 Arcillas con arena 80m	Horizon3	Conformable	
3 Basaltos 110m	Horizon4	Conformable	
4 Arenas con gravas 140m	Horizon5	Conformable	
5 Arenas 200m	Horizon6	Conformable	
6 Arenas con gravas 250m	Horizon7	Conformable	
7 Basaltos 300m	Horizon8	Conformable	
8 Tobas 400m	Horizon9	Conformable	
9 Conglomerado 550m	Horizon10	Conformable	
10 Tobas 600m	Horizon11	Conformable	
11 Basaltos y Tobas 750m	Horizon12	Conformable	
12 Basaltos y Conglomerado 950m	Horizon13	Conformable	
13 Basaltos y Tobas 1250m	Horizon14	Conformable	
14 Basaltos y Conglomerado 1550m	Horizon15	Conformable	
15 Caliza 2000m	Horizon16	Conformable	

Figura 75 Definiendo las capas del modelo llamadas horizontes.

Si tenemos alguna incertidumbre sobre si están correctas las cantidades de superficies y horizontes, podemos ver una imagen previa (preview) y de ser correcto, creamos el modelo (create) y siguiente (fig. 76).

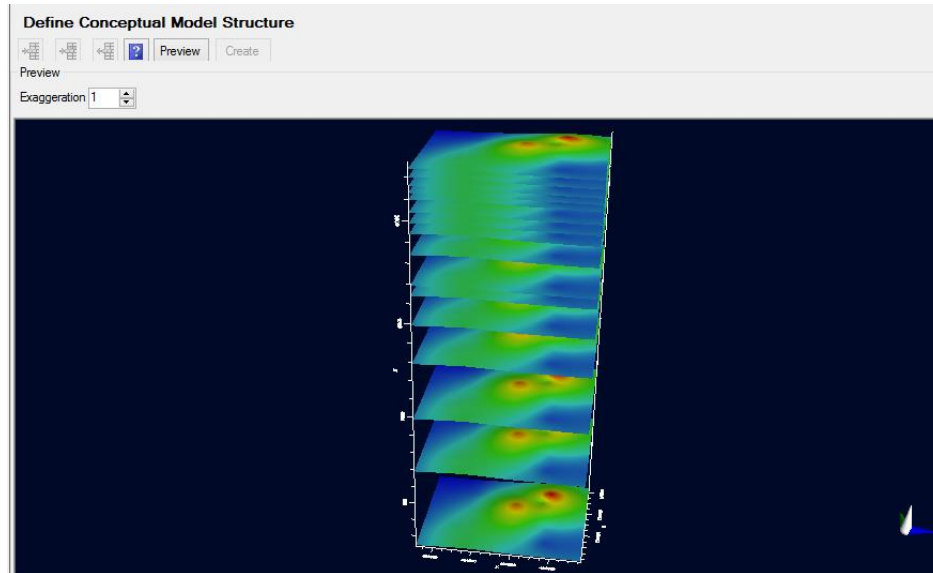


Figura 76 Visualización de las estructuras antes de generarlas

Al crear este modelo, se generan las distintas zonas del trabajo, a las cuales debemos asignarles sus valores propios de conductividad, almacenamiento y carga inicial, esta información debemos de tenerla de preferencia antes de crear el modelo, para poder proseguir de manera rápida con el mismo. Para este punto, se utilizó información de tablas estandarizadas (Anexo B) para las propiedades de las rocas de cada capa de las cuales son el Fetter (2001), Cherry (1979) y Custodio (1976). Sería preferible contar con información de la zona de estudio, esto es, contar con datos de algún registro de pozo de la zona o de pozo de exploración, ya que con estos datos, podemos generar un modelo con una mayor calibración y menos sintético.

Seleccionamos la zona a la cual queremos agregarle sus propiedades, así mismo podemos darle un nombre distinto a cada zona, para nuestra comodidad.

El cuarto punto del protocolo (Karamouz 2011) se realizó ya que se recolecto desde datos teóricos como tablas de conductividades, datos de recarga, carga hidráulica, porosidad, hasta el valor piezométrico medido en campo y el gasto diario del pozo y toda la información se utiliza para crear un modelo conceptual.

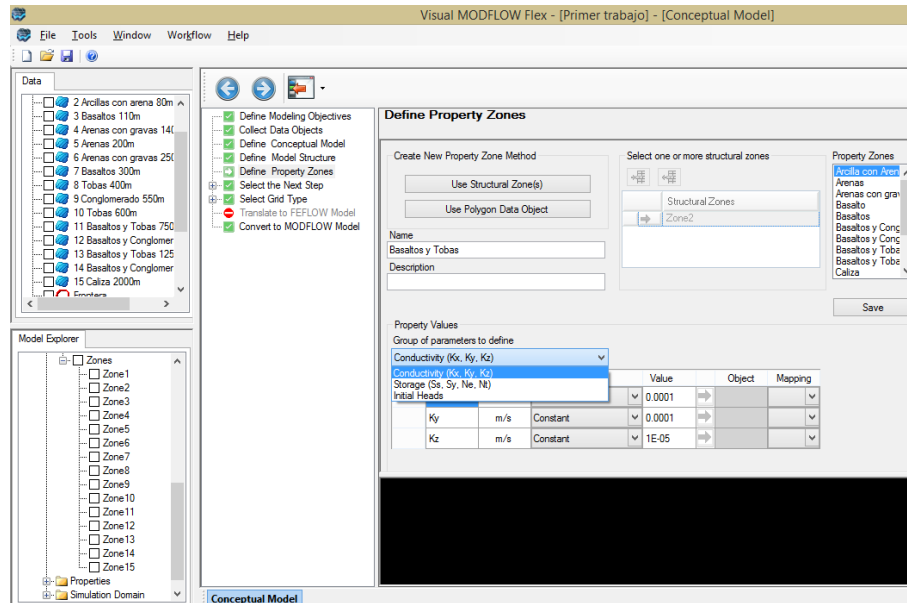


Figura 77 Introduciendo datos de las capas

Después de guardar esta información y seleccionar siguiente, podemos agregar datos de condiciones de frontera o ir directamente a seleccionar el tipo de malla, ya que tenemos datos para las condiciones de frontera, seleccionamos esta opción.



Figura 78 Selección del tipo de malla y condiciones de frontera

Al hacer esto sale una ventana con las diferentes opciones, en este caso, definiremos un pozo de bombeo (Define Pumping Well) previamente cargado al programa y condiciones de frontera (Define Boundary Conditions) por lo que seleccionaremos estas dos.

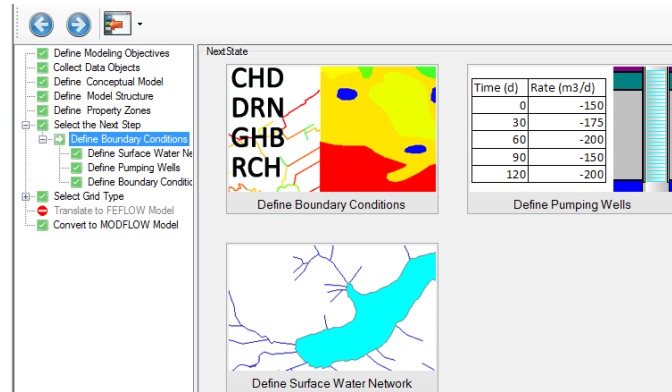


Figura 79 Tipo de condiciones de frontera.

Si seleccionamos primero las condiciones de frontera, nos saldrá una ventana con distintas opciones, aquí nos interesa la recarga del modelo, así que seleccionaremos esta. Introducimos la cantidad real de agua que se recarga en el acuífero. (1.824<sup>15</sup> mm/año, [siga.cna.gob](http://siga.cna.gob)) De tener una mayor información para el modelo también es recomendable agregarla.

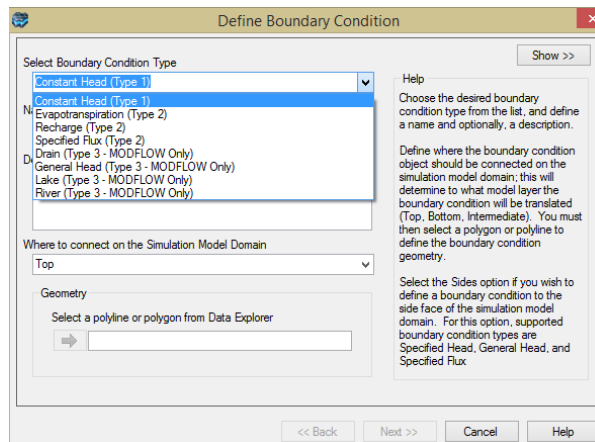


Figura 80 Seleccionando el tipo de condición de frontera

Se podía agregar información de carga constante, pero se decidió utilizar la recarga como única fuente para este modelo, ya que la zona de trabajo es muy pequeña en comparación con todo el acuífero de la Cuenca; se descartó la evotranspiración como método de pérdida de agua, ya que al hacer un modelo de prueba se notó que el modelo se secaba muy rápido por su parte superior y esto hacía que me modelo se truncara con muy pocas iteraciones (Proceso de Modelación, Karamouz, 2011). Para otras opciones como flujo específico, drenaje, lagos o ríos, no se tiene

la información necesaria para hacer uso de estas opciones, ya que parte de esta no se encuentra disponible para hacer un modelo más completo de la zona de estudio, y como esta es muy pequeña, ciertos datos como los de ríos o lagos no se presentan dentro de esta zona, por lo que son descartados.

Posteriormente, seleccionamos la opción del pozo de bombeo, ahí podemos agregar alguno de los pozos que tengamos guardados de la carga de datos que se hizo previamente, si todo está bien, se generara una imagen previa con la longitud total del pozo seleccionado (figura 81), así como su ubicación en la zona de estudio. Para este punto, se utilizó la información de bombeo real del pozo el cual extrae aproximadamente 10 m<sup>3</sup> de agua al día, esta información fue proporcionada por el encargado del pozo, el profesor Jorge Ebert Espinoza. Al terminar damos en siguiente y se guardara la información.

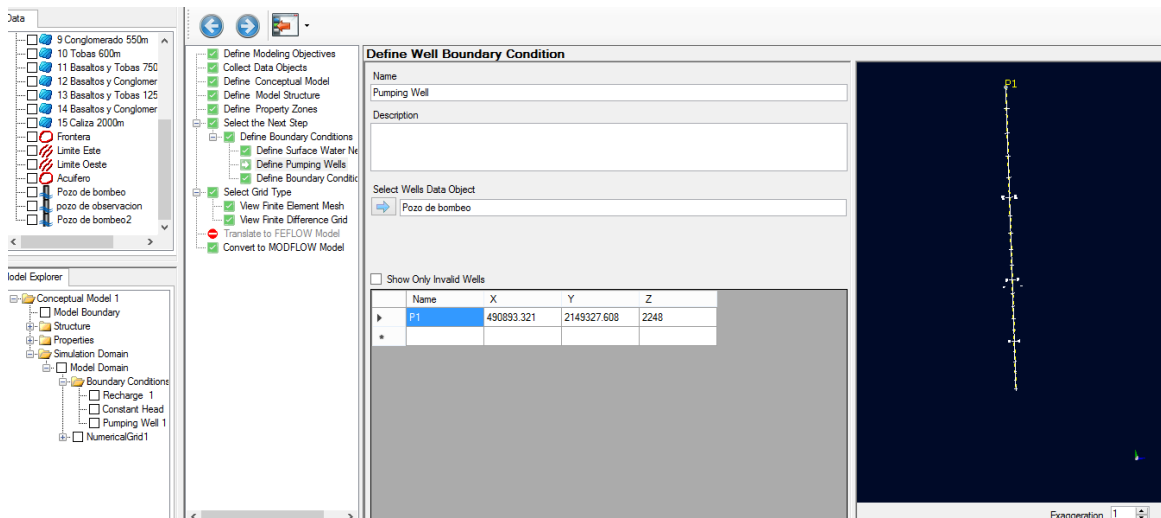


Figura 81 Agregando el pozo de bombeo

Al terminar, se nos da la opción de seleccionar el tipo de malla, para este trabajo seleccionamos el tipo de malla de diferencias finitas. No utilizamos el método de elementos finitos, ya que la topografía de la zona así como su tamaño son muy pequeños, por lo que una zona de forma definida (rectangular) es la mejor opción para este trabajo, de ser una zona más amplia con muchas variaciones topográficas, se recomendaría usar la malla de elementos finitos.

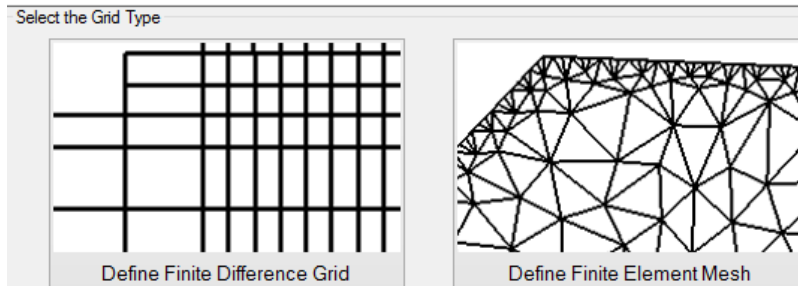


Figura 82. Diferentes tipos de malla a seleccionar

Esto nos genera una vista previa del mallado para nuestro análisis y consideración. Entre mayor se haga el mallado, más detalle habrá en el comportamiento del agua que transcurre por cada capa previamente definida, pero para nuestro estudio no es necesario un detalle tan preciso ya que el modelo sintético que estamos realizando es para ejemplificar que con un solo pozo y la información mínima se puede realizar un modelo de este tipo. Así que utilizaremos la información definida por el programa (fig. 83).

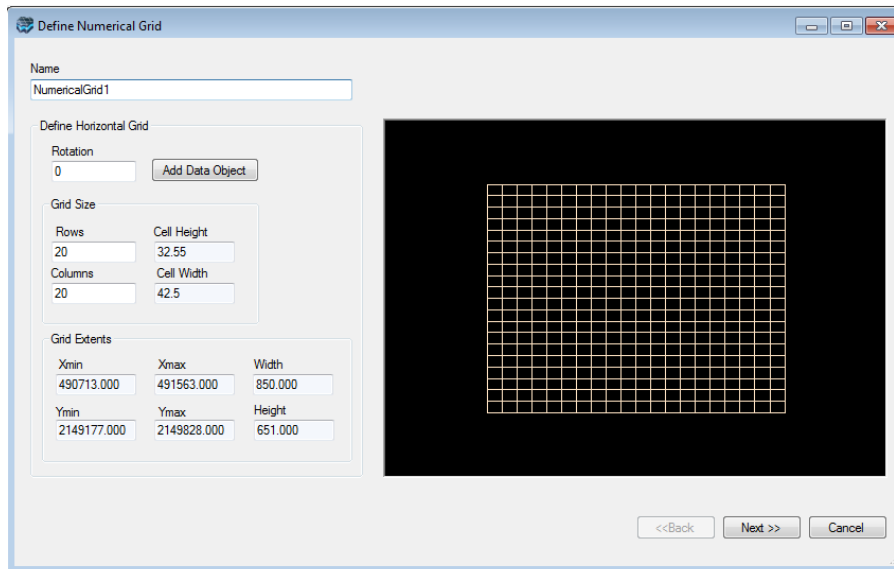
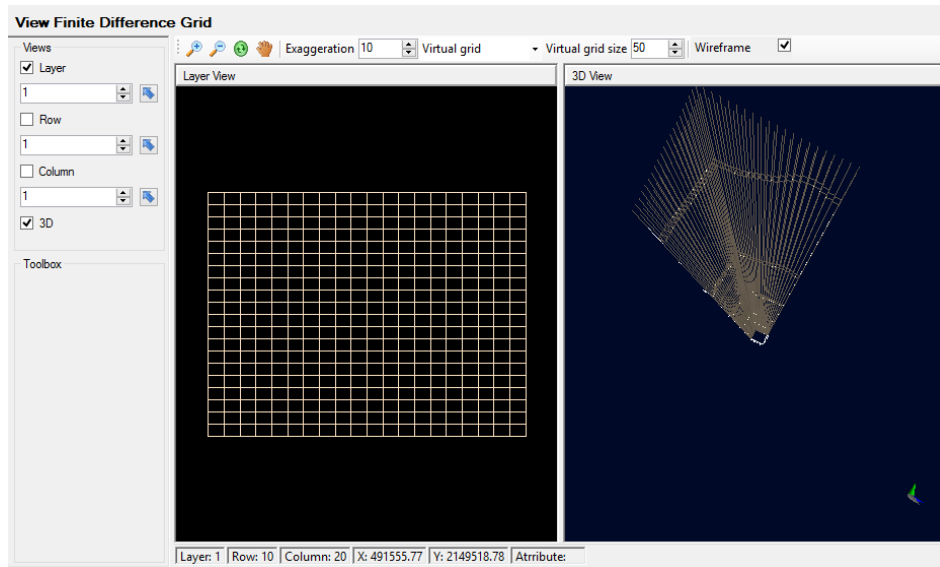


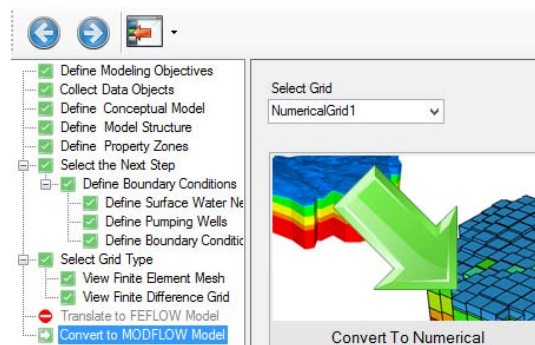
Figura 83. Definiendo el tamaño de malla



**Figura 84 Malla generada**

Al darle siguiente, se genera una malla con toda la información introducida para poder crear el modelo numérico a partir del conceptual. Cuando aparezca la siguiente ventana, seleccionamos el mallado que se haya creado y convertimos a modelo numérico.

El punto cinco del protocolo (Karamouz 2011) se cumplió debido a que el software utilizado genera este tipo de modelo de manera automática y del mismo modo se cumple con el sexto punto ya que el programa genera un modelo numérico y no se necesitó usar algún tipo de contaminante ya que ese no es el objetivo del proyecto.



**Figura 85 Convirtiendo a modelo numérico**

Haciendo esto, sale una consola con la información siendo leída y en caso de existir algún error, aquí mismo se nos informará (fig. 86); cuando termine, damos en siguiente para ir a la sección del modelo numérico.

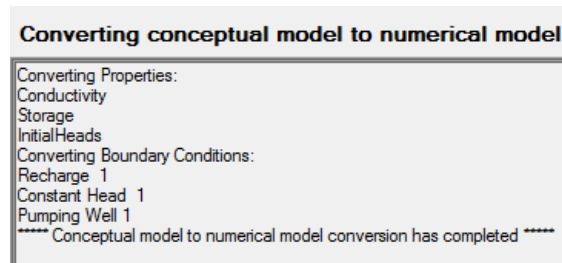


Figura 86 Consola de monitoreo

Pasando al modelo numérico, se nos muestra una ventana donde podemos inspeccionar y definir ciertas propiedades del modelo, ya sea que se nos haya pasado algún dato de la conductividad, carga inicial o almacenamiento, pero de ser posible hay que evitar hacer esta edición ya que no sabemos si el programa arrojará resultados distintos a los que debería.

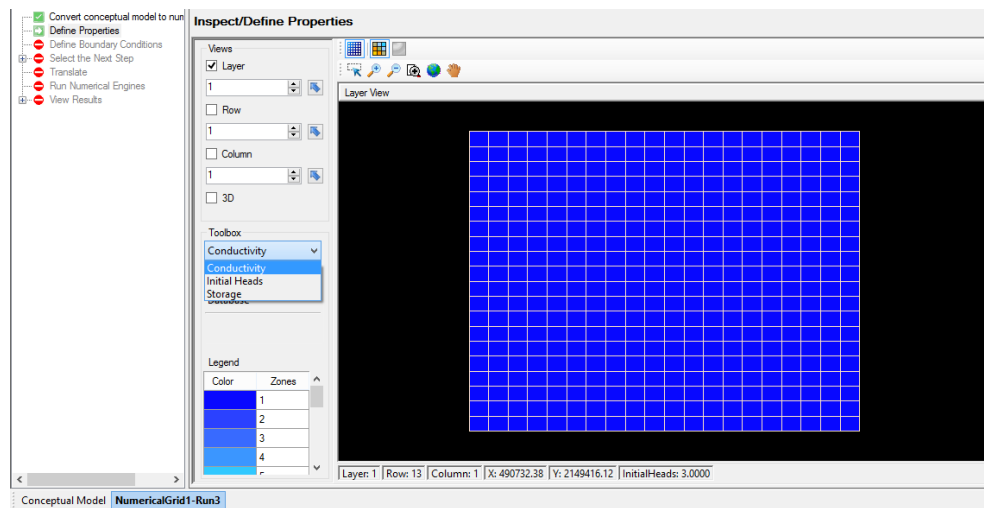


Figura 87 Inspección de datos y definiendo propiedades.

Al dar en siguiente, se nos muestra una ventana donde podemos ver y definir las condiciones de frontera que ya se han ingresado, con el objetivo de visualizar que se hayan convertido a un modelo numérico sin ningún problema



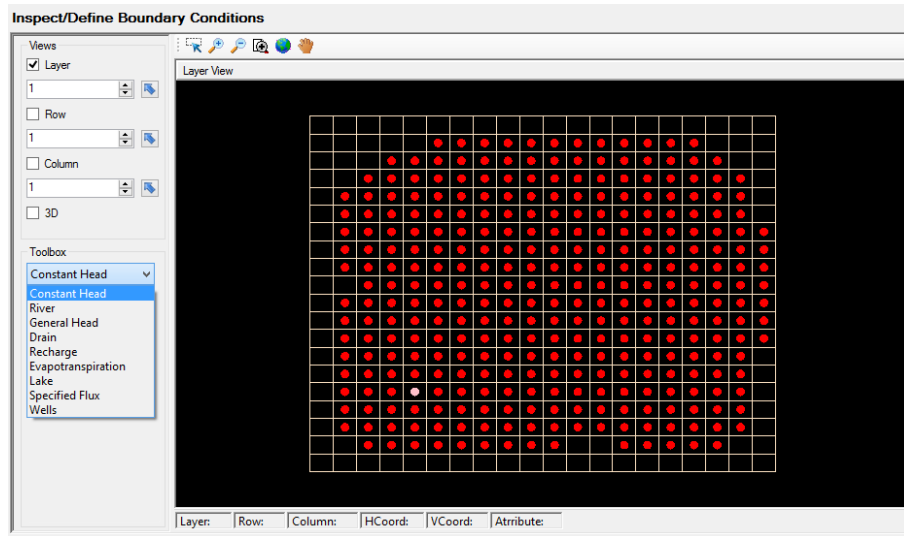


Figura 88 Inspección de datos de condiciones de frontera

Cuando damos en siguiente, nos aparecen algunas opciones ya sea para correr el modelo, o para definir algunos elementos finales, en nuestro caso, definimos un pozo de observación, el cual nos dará información sobre el volumen del agua que pasa por ese punto de la zona de estudio.

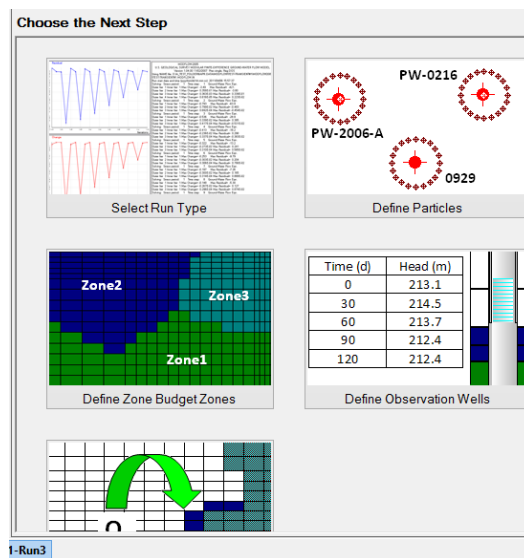
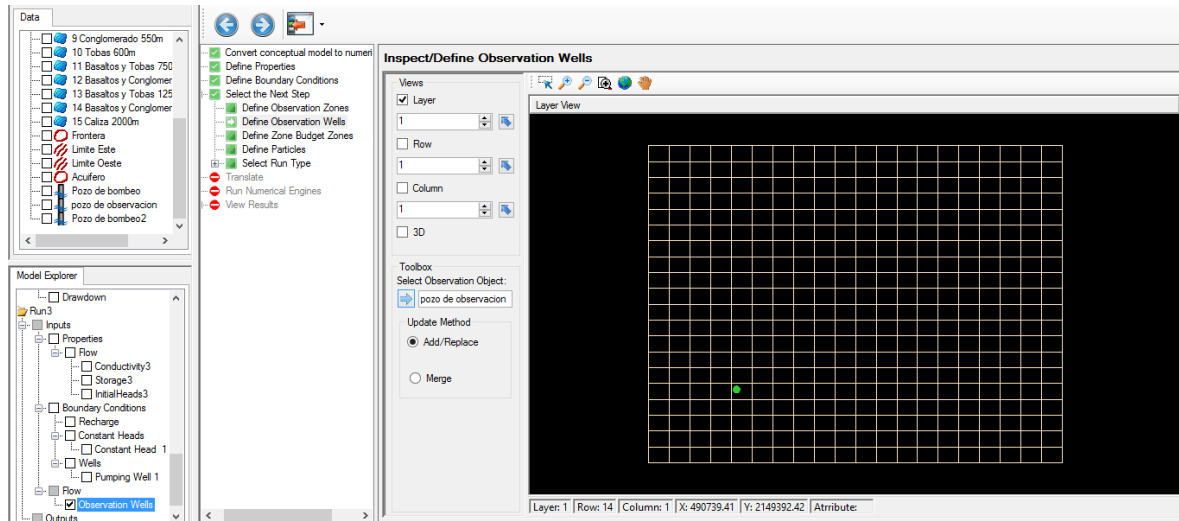


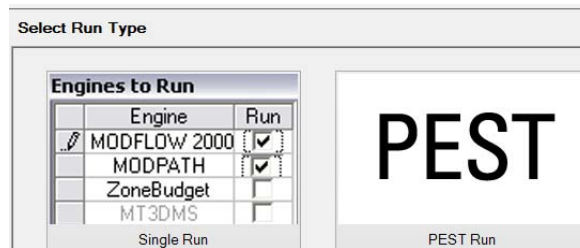
Figura 89 Menú para cargar otra información

Cuando seleccionamos el pozo de observación, se nos muestra una ventana donde cargamos la información de este pozo y se puede observar el punto donde se colocará dentro del mallado, o zona de estudio.



**Figura 90 Cargando el pozo de observación**

Cuando terminemos y al dar en siguiente, se nos abre una ventana donde seleccionamos el tipo de motor o paquete de datos que se usara para correr el modelo, para este caso damos en una corrida simple (single run).



**Figura 91 Seleccionando el motor para correr el modelo.**

Aquí seleccionamos el motor MODFLOW 2005, ya que es el más nuevo y estable para este tipo de trabajos.

Compose Engines			
	TypeOfEngine	Run	Description
▶	MODFLOW-2000	<input type="checkbox"/>	USGS MODFLOW 2000 from SWS
	MODFLOW-2005	<input checked="" type="checkbox"/>	USGS MODFLOW 2005 from SWS
	MODFLOW-LGR	<input type="checkbox"/>	USGS MODFLOW-LGR from SWS
	ZONEBUDGET	<input type="checkbox"/>	ZONEBUDGET
	MODPATH	<input type="checkbox"/>	MODPATH

**Figura 92 Verificando el motor a usar**

Al hacer esto, sale la ventana donde seleccionamos por último el tipo de solución al sistema de diferencias finitas (Metodología).

El séptimo punto del protocolo (Karamouz 2011) se realiza de la misma manera que los dos anteriores, porque el programa utiliza métodos numéricos para la solución de las ecuaciones.

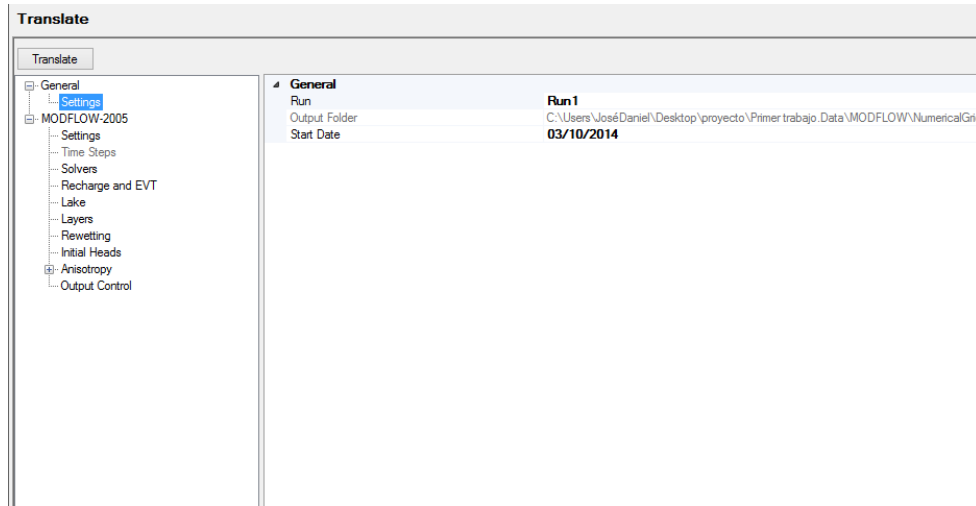


Figura 93 Ajustando la información final antes de correr el modelo

Para este proyecto, primero seleccionamos el tipo de paquete de datos para la solución (Metodología), así como el tipo de simulación, para este caso usaremos un modelo variable (transient) ya que utilizamos la premisa de que hay una mayor pérdida de agua que recarga por lo que el régimen no entra en equilibrio con el tiempo.

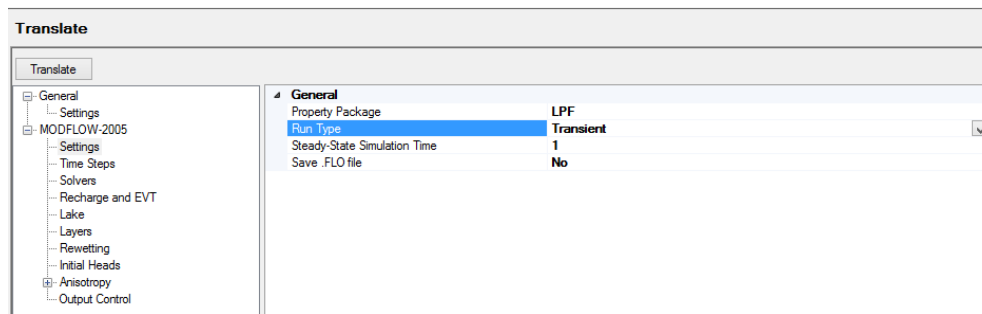


Figura 94 Ajustando a modelo transitorio

Luego en “solvers” podemos elegir qué tipo de solución general utilizaremos para el modelo, en este caso usaremos la solución del gradiente conjugado (PCG por su abreviatura en inglés).

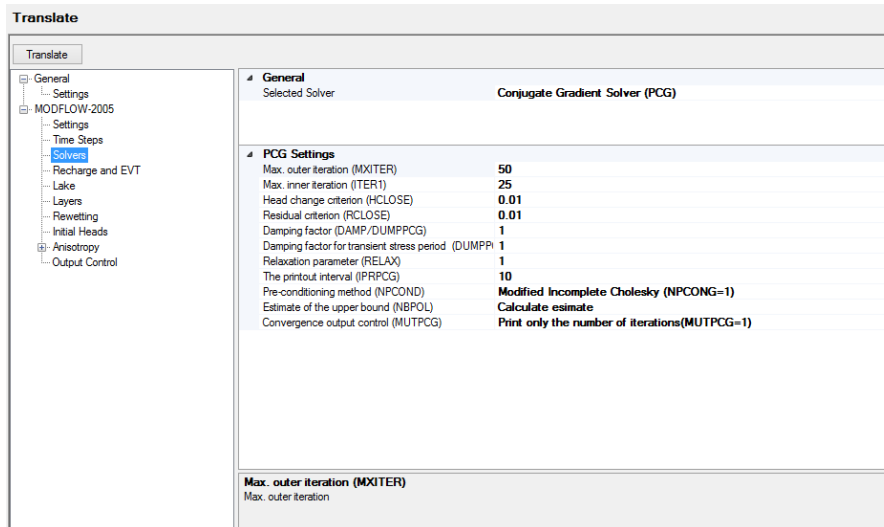


Figura 95 Seleccionando el método de solución de las ecuaciones

De ser necesario, podemos revisar otra información como la recarga, los lagos o las capas, el tiempo para cada iteración, etc. Después de revisar esto, traducimos la información para generar las ecuaciones del modelo en “translate”. Cuando seleccionemos aquí, el programa nos mostrara un registro para poder observar si se genera algún tipo de error.

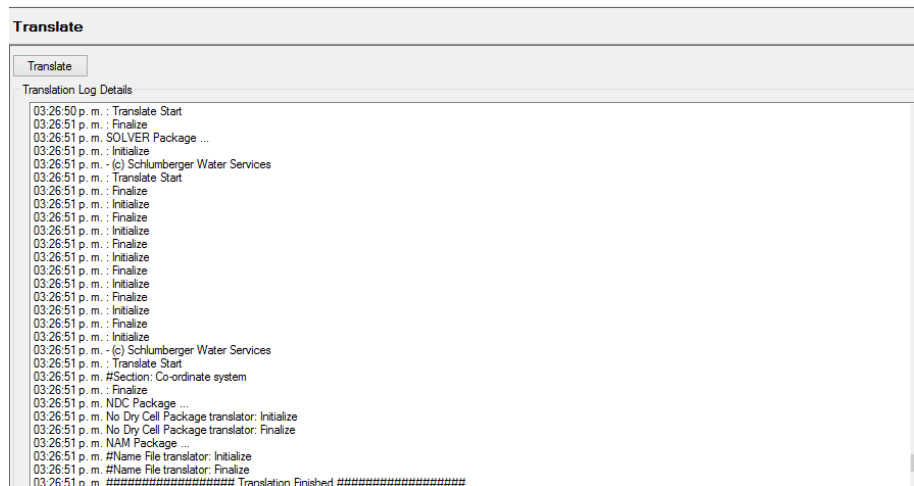


Figura 96 Consola mostrando como se carga y lee la información introducida.

De no haber algún error, saldrá la ventana para correr el modelo, le damos en la pequeña flecha azul para iniciar y resolver las ecuaciones en diferencias finitas.

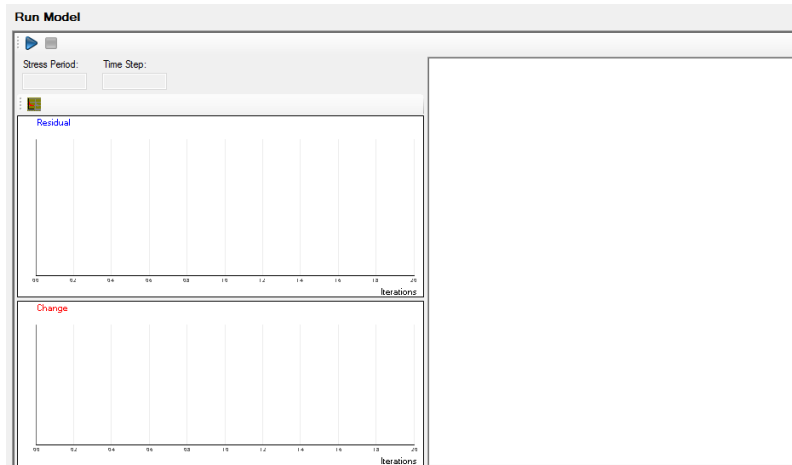


Figura 97 Pantalla antes de correr el modelo creado.

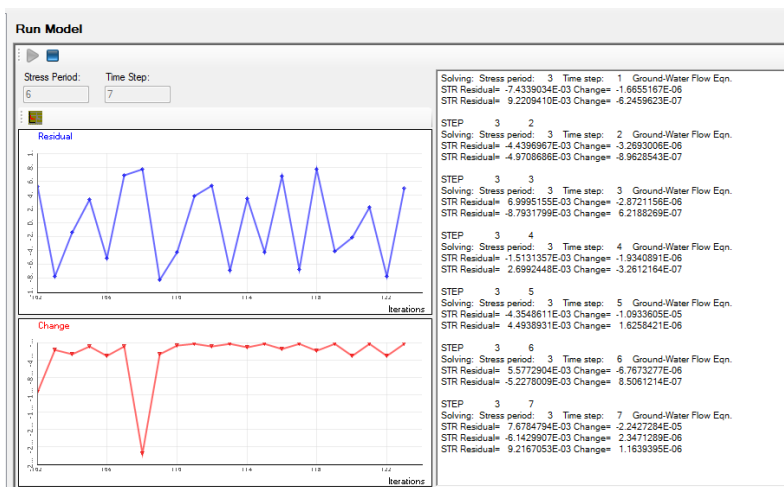


Figura 98 Consola mientras corre el modelo

Aquí podemos ver cuando el programa está corriendo y resolviendo las ecuaciones, hay que tomar en cuenta que dependiendo el tipo de maquina con la que se trabaje y lo complejo del modelo, o la cantidad de celdas de la malla será lo que se tarde el programa en obtener todas las soluciones para el periodo de tiempo que se designó.

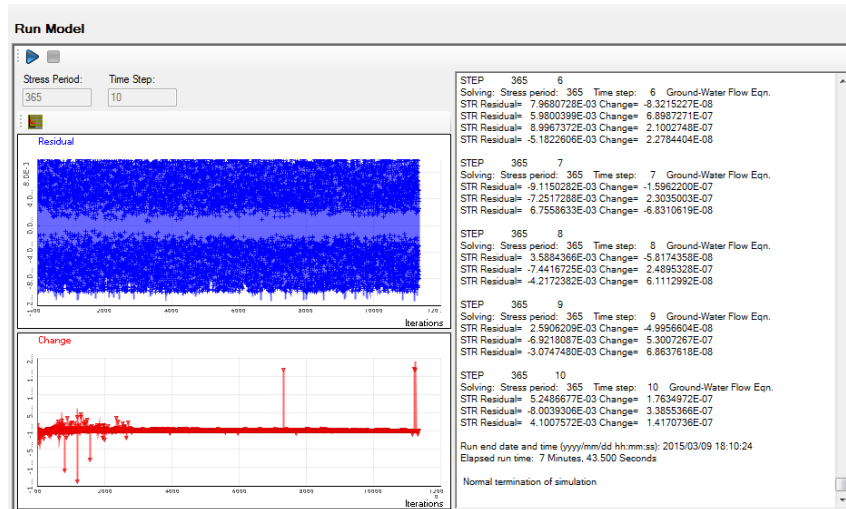


Figura 99 Pantalla final mostrando los resultados de las iteraciones

Cuando se termina podemos ver los resultados en forma de tablas o el mapa de la zona de estudio.

## 6. Resultados y conclusiones

La primera imagen (fig. 100) Nos muestra el porcentaje de error para cada lectura en el modelo.

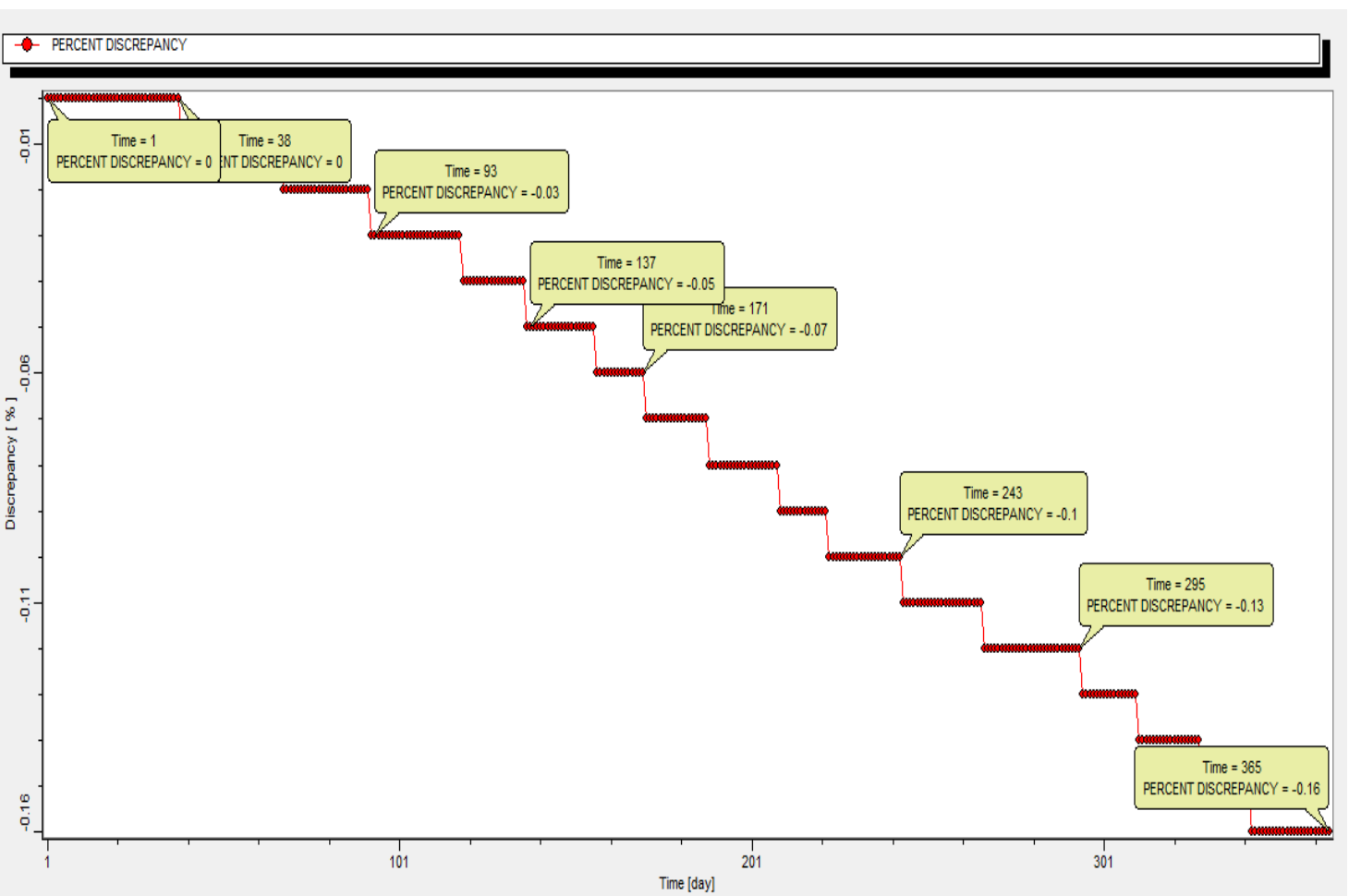


Fig.100 Porcentaje de error por día

El porcentaje de error varía entre 0% y 0.16%, lo que nos indica que para este modelo, no hay errores significativos.

Para el noveno punto del protocolo (Karamouz 2011) no se eliminó ningún dato con error ya que las aproximaciones arrojaron porcentajes muy bajos para este trabajo en particular.

La figura 101 nos muestra la entrada contra la salida de agua en el modelo, para éste, la tendencia de la gráfica es de una pérdida de volumen de agua constante, lo cual se corrobora con los datos de extracción y almacenamientos reales del acuífero en donde el nivel estático siempre va en descenso en la zona de estudio.



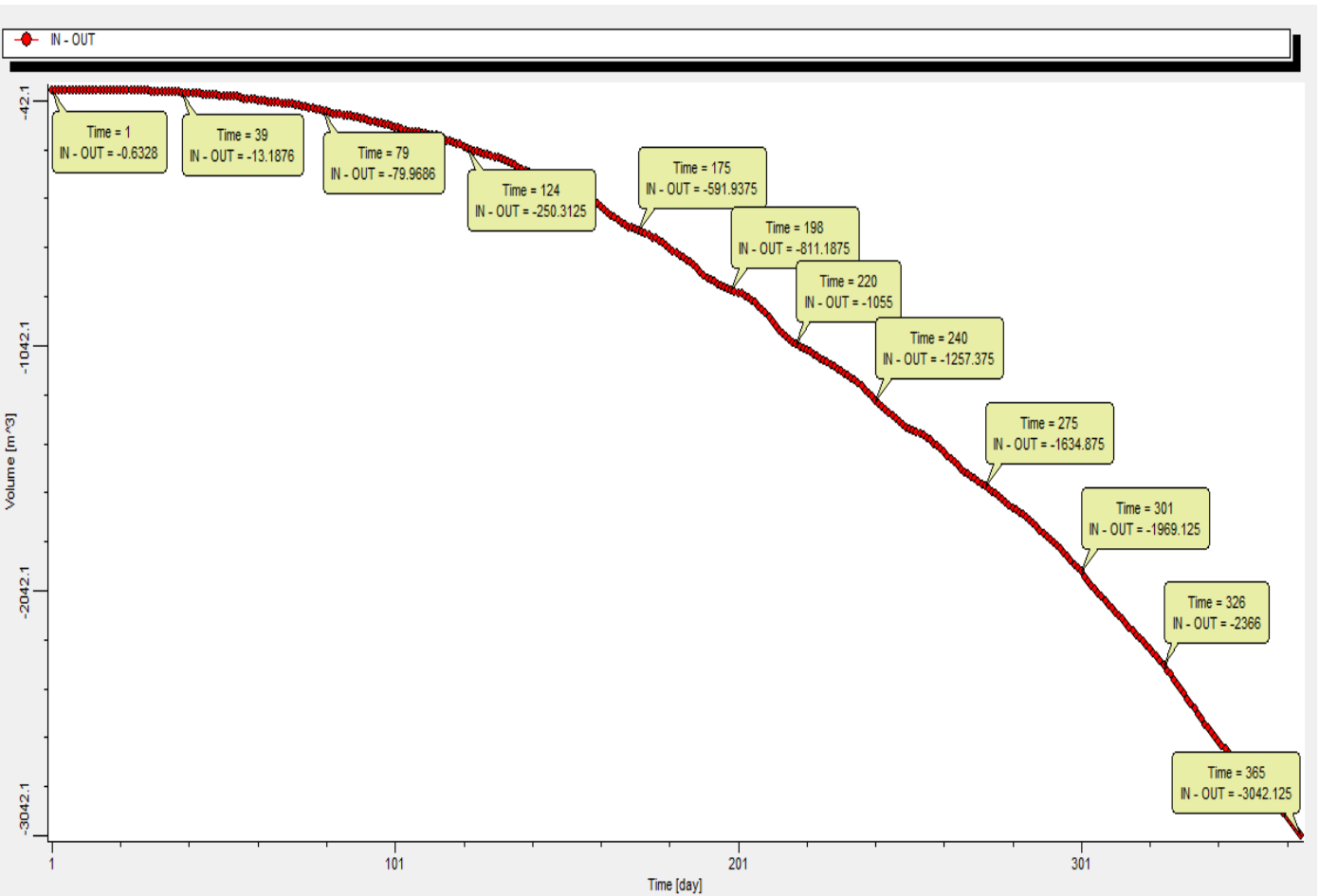


Fig. 101 Grafica de salida del agua contra entradas

En estas gráficas, el volumen de agua se mide por día en miles de m³ en el periodo de un año.

Para la figura 102 lo que observamos, son las variaciones del volumen ( $m^3$ ) con respecto del periodo de tiempo de estudio (365 días).

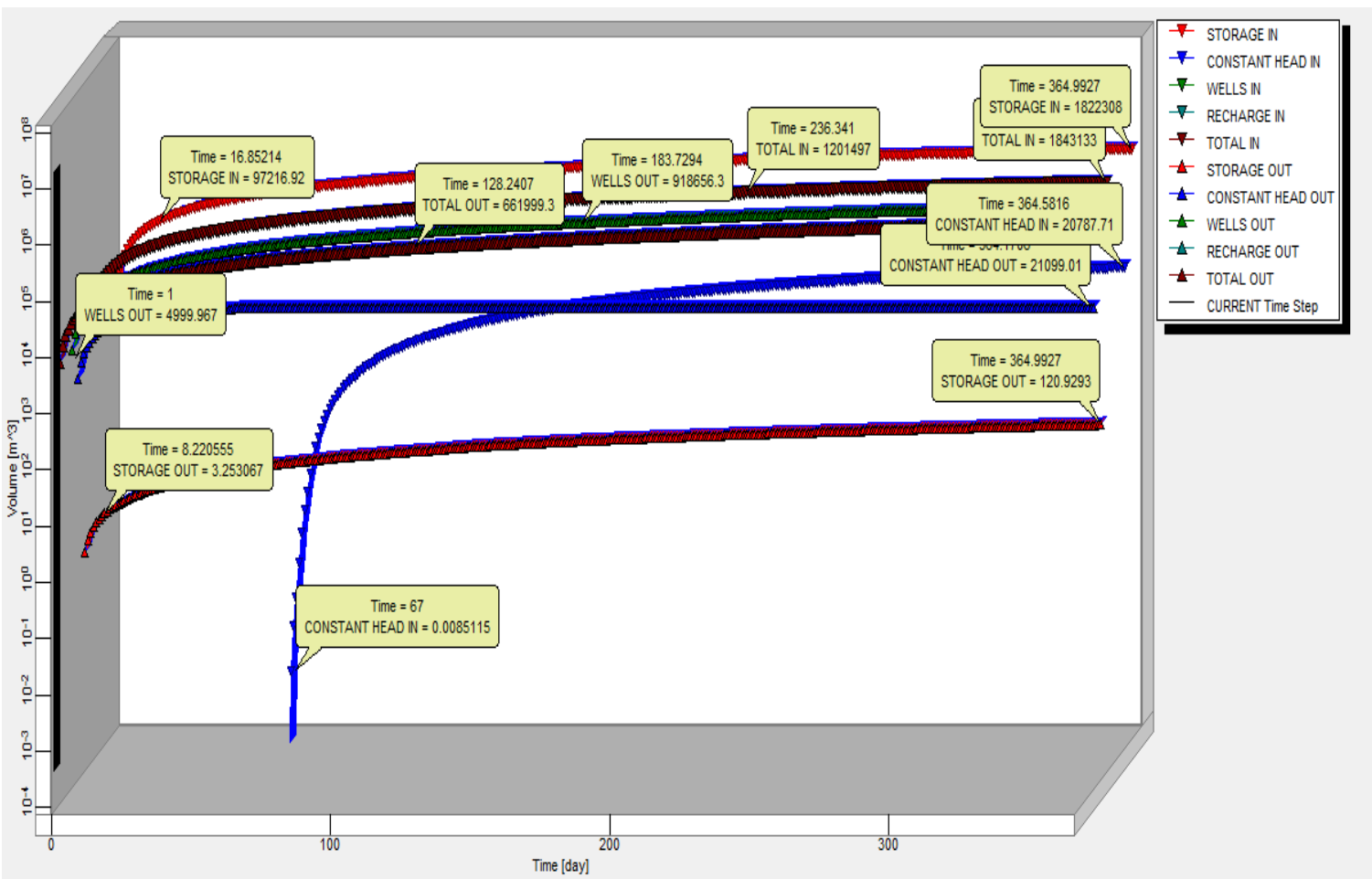
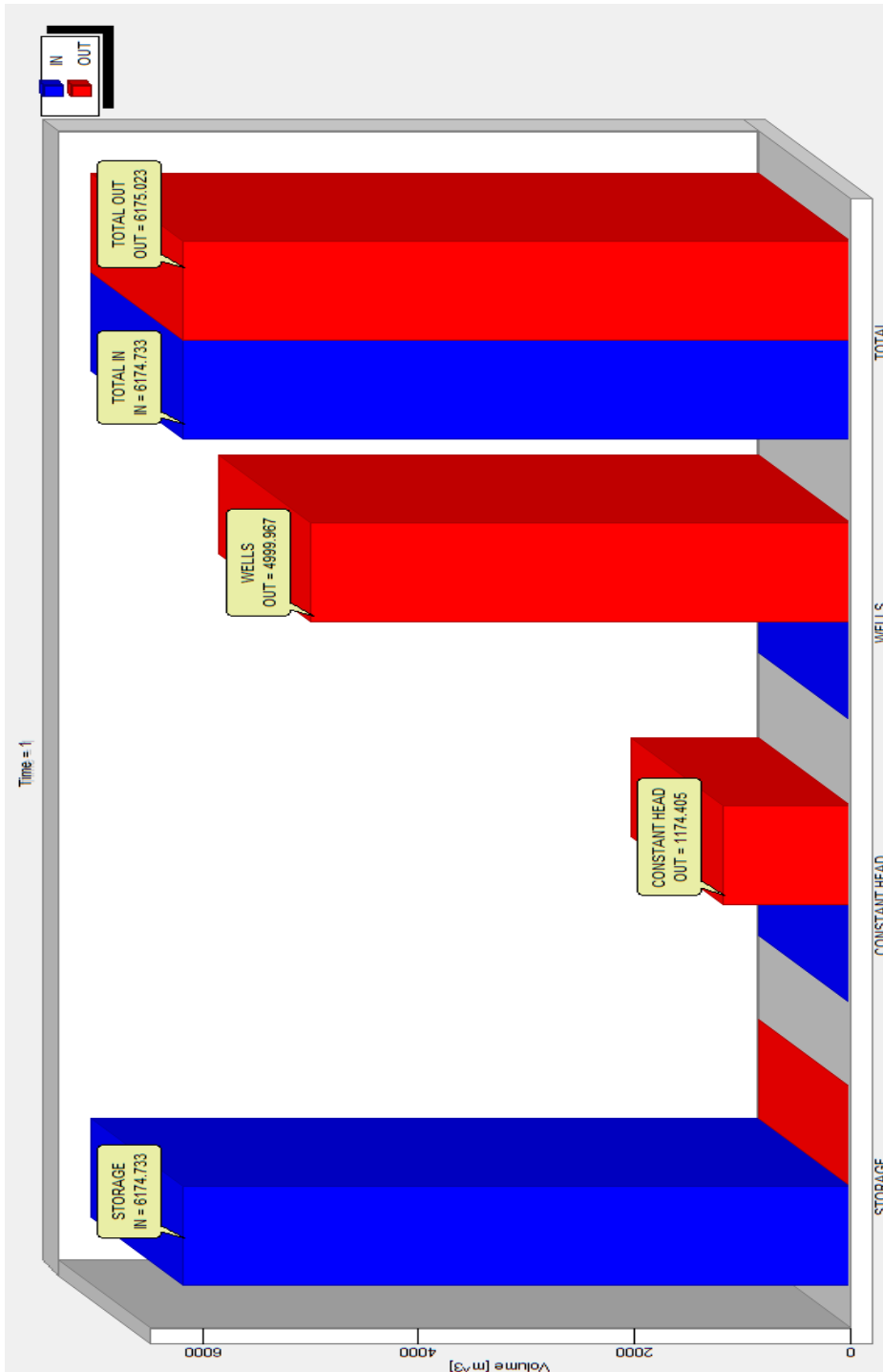


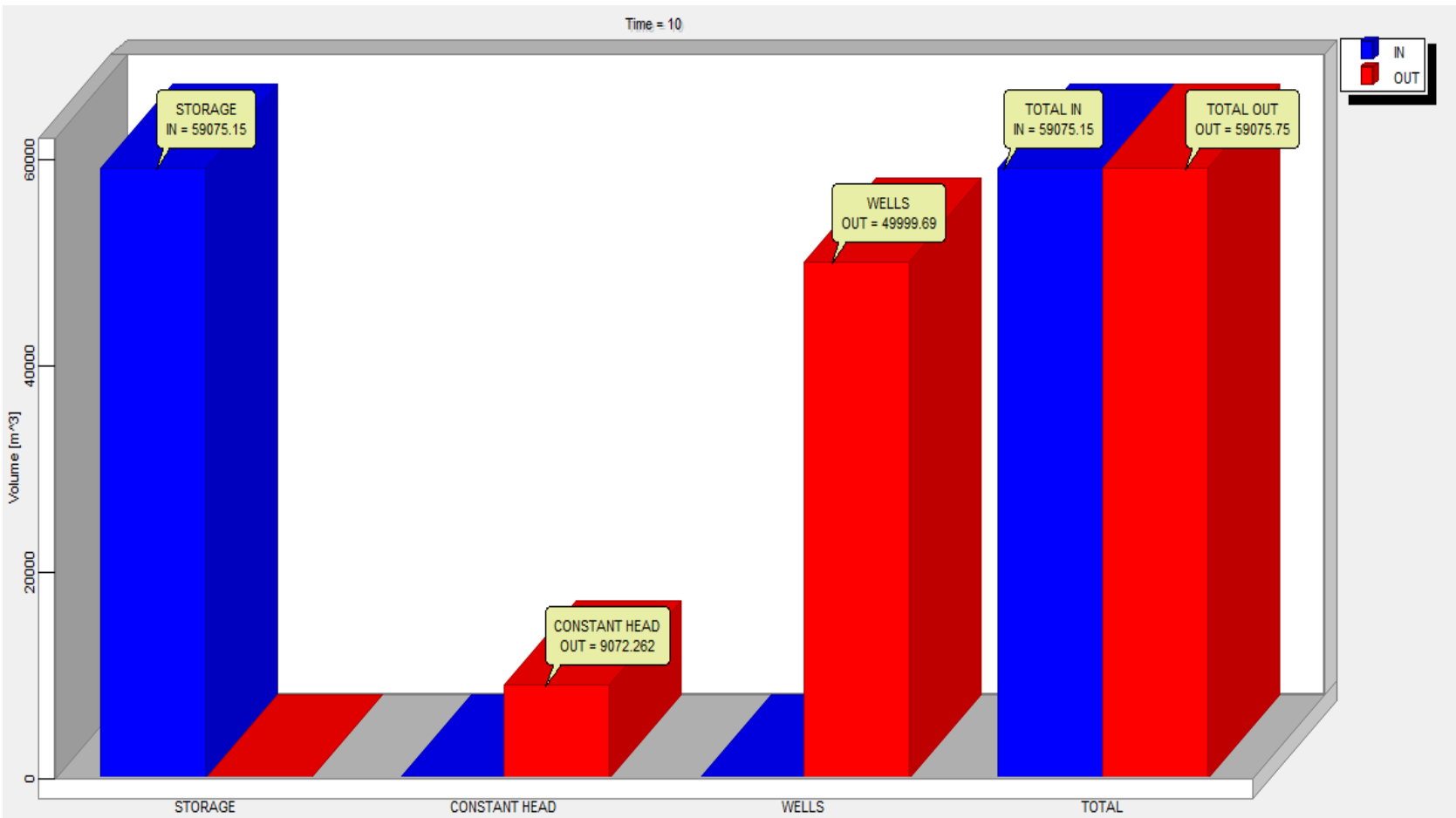
Fig.102 Variaciones de volumen para un año

Aquí vemos las diferencias de entradas contra las salidas de agua para el modelo, donde podemos apreciar que las entradas siempre se encuentran por debajo de las salidas, cosa que es conocida en el acuífero de la Zona Metropolitana de la Ciudad.

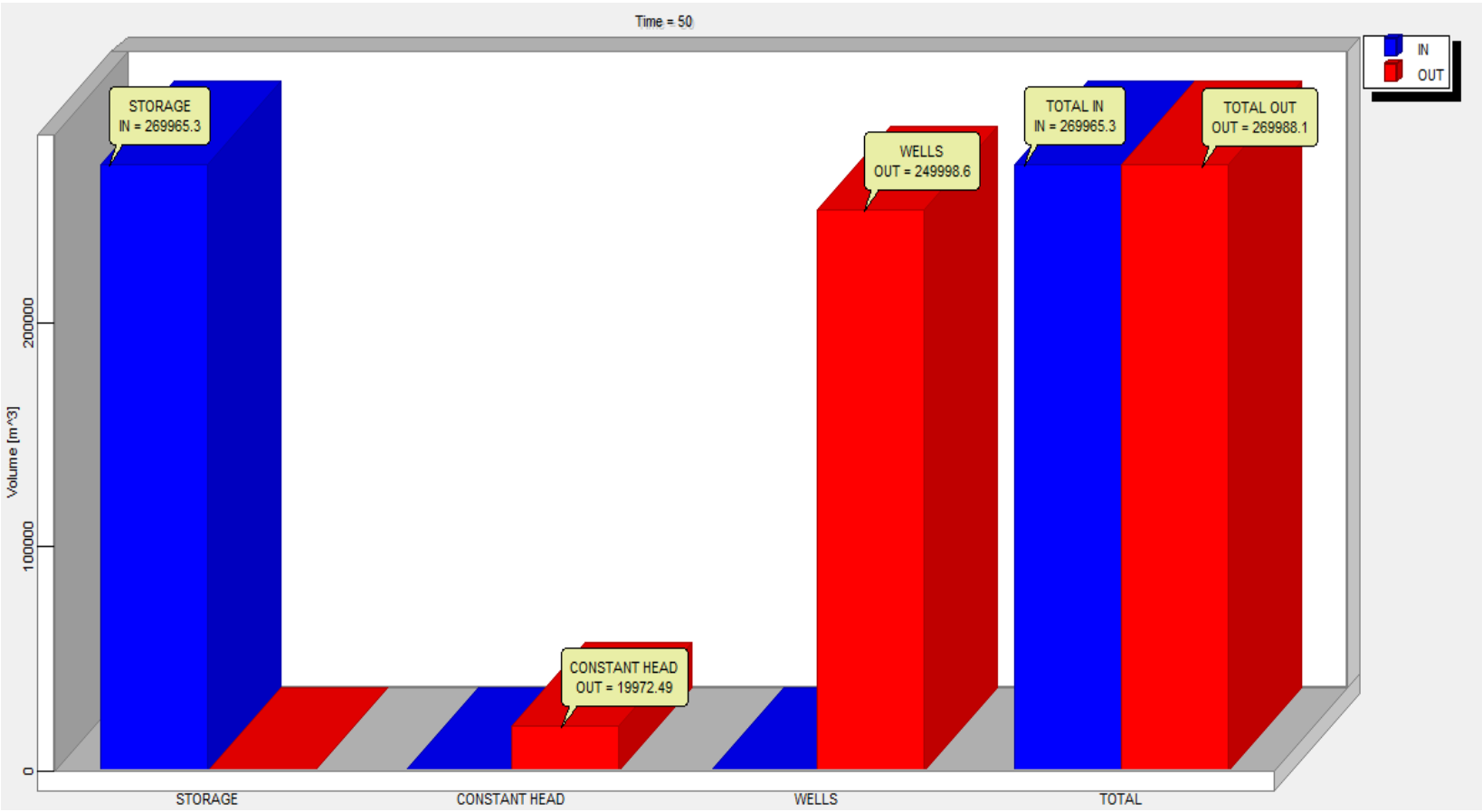
En la siguiente secuencia de imágenes (103-111) se muestra la variación del volumen total de agua para todo el periodo de medición, corresponde para un año.



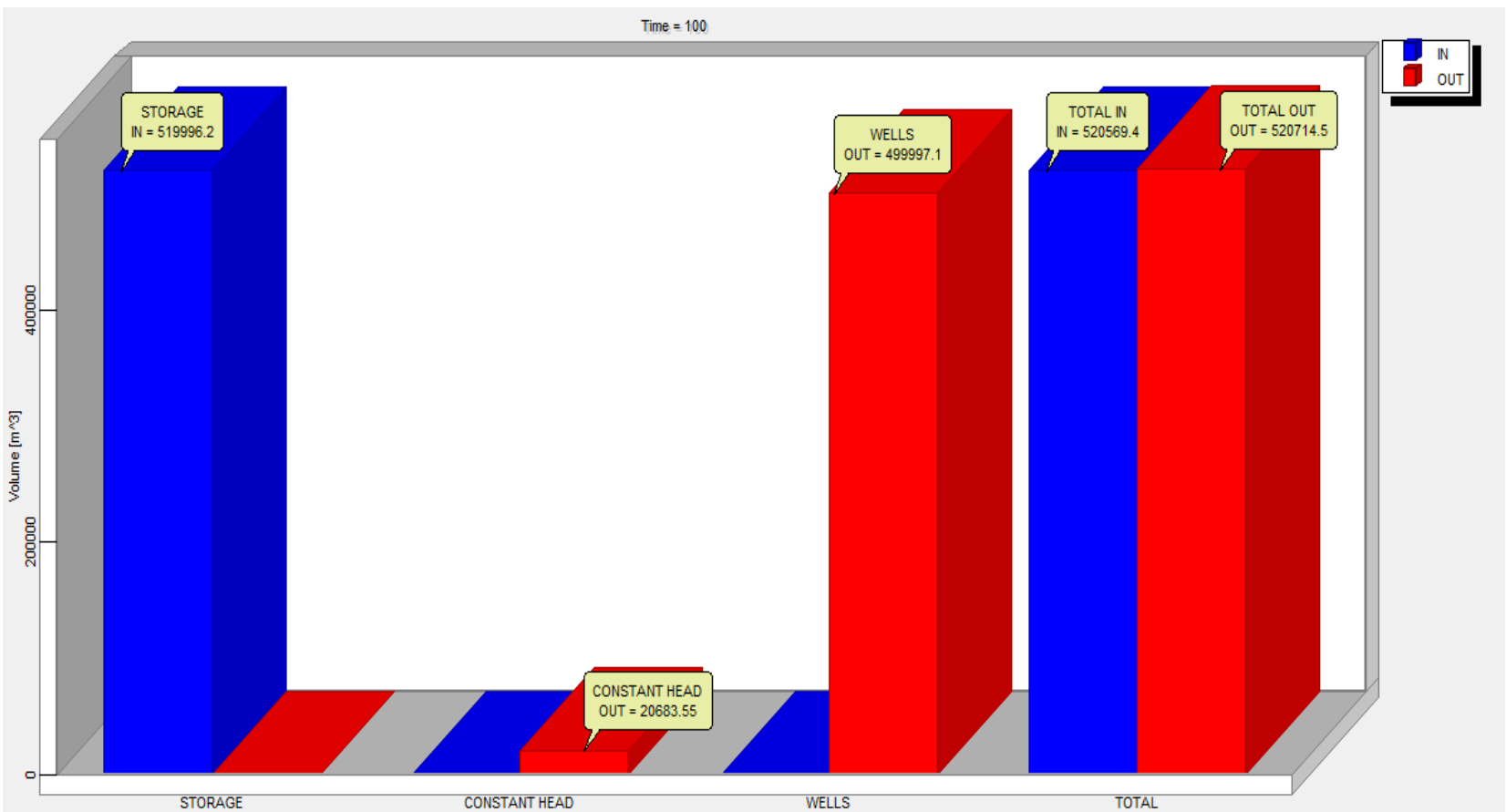
Figuras 103 Variación del volumen para el primer día.



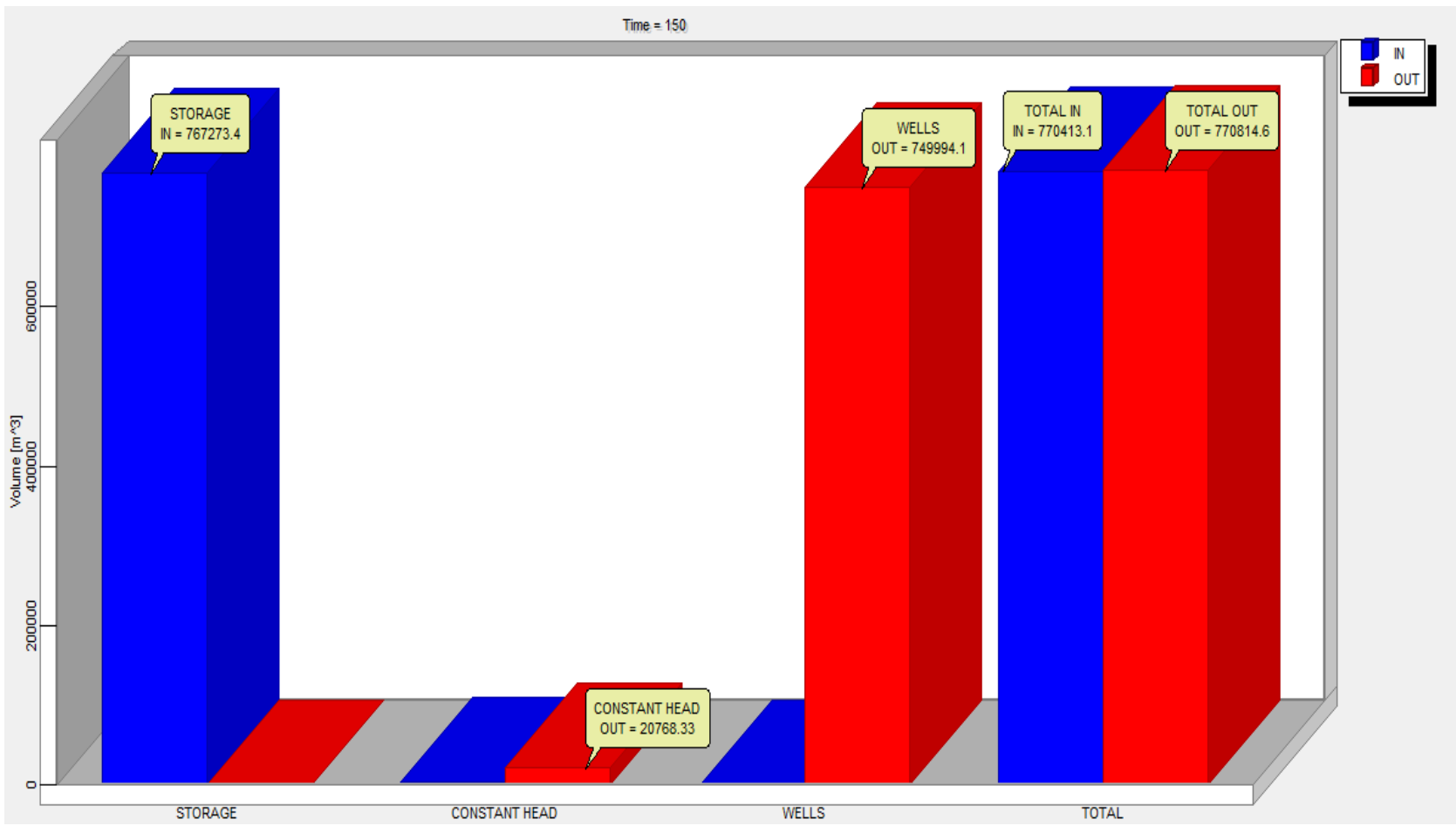
Figuras 104 Variación del volumen para el décimo día.



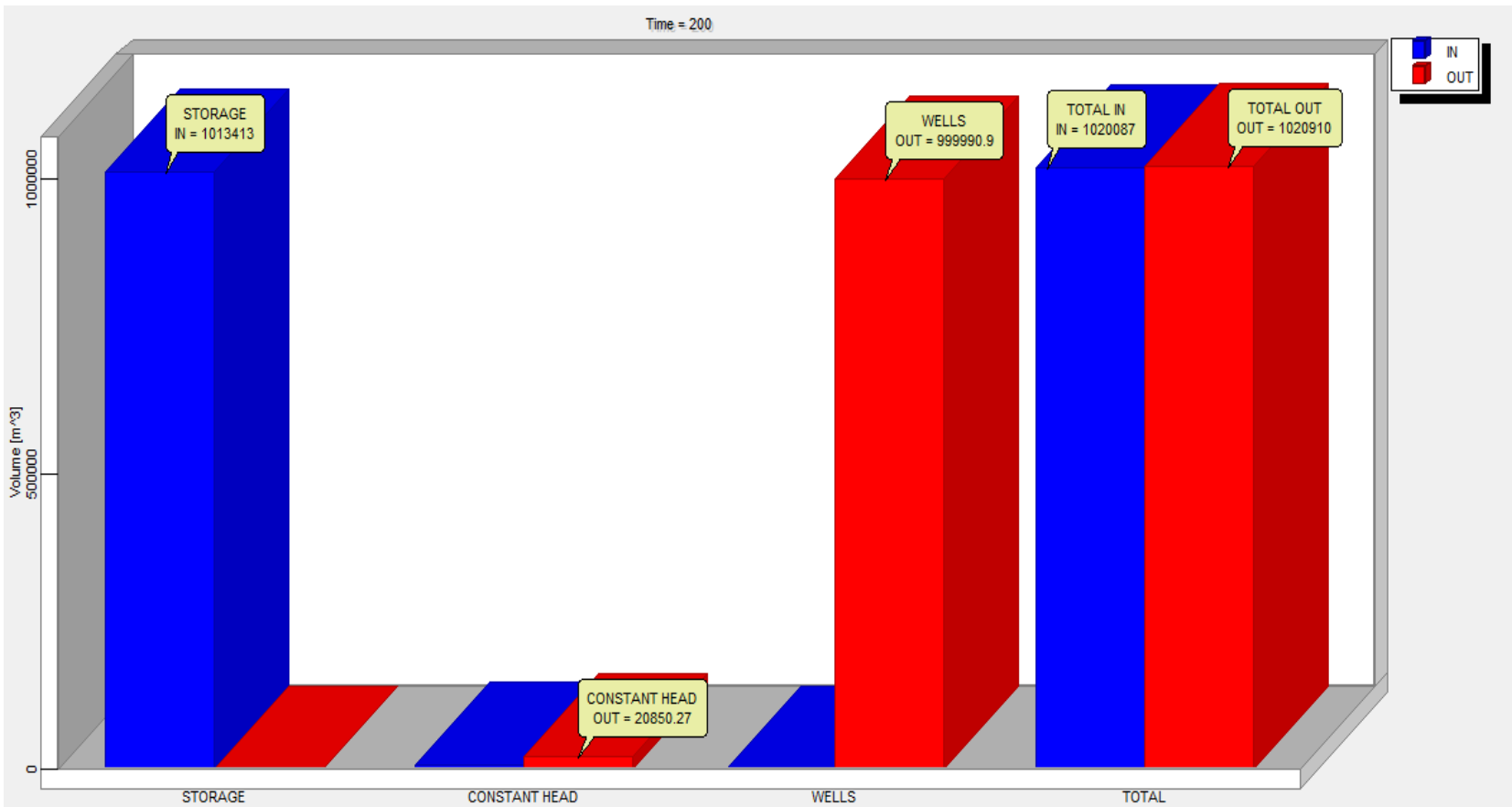
Figuras 105 Variación del volumen para el día cincuenta.



Figuras 106 Variación del volumen para el día cien.

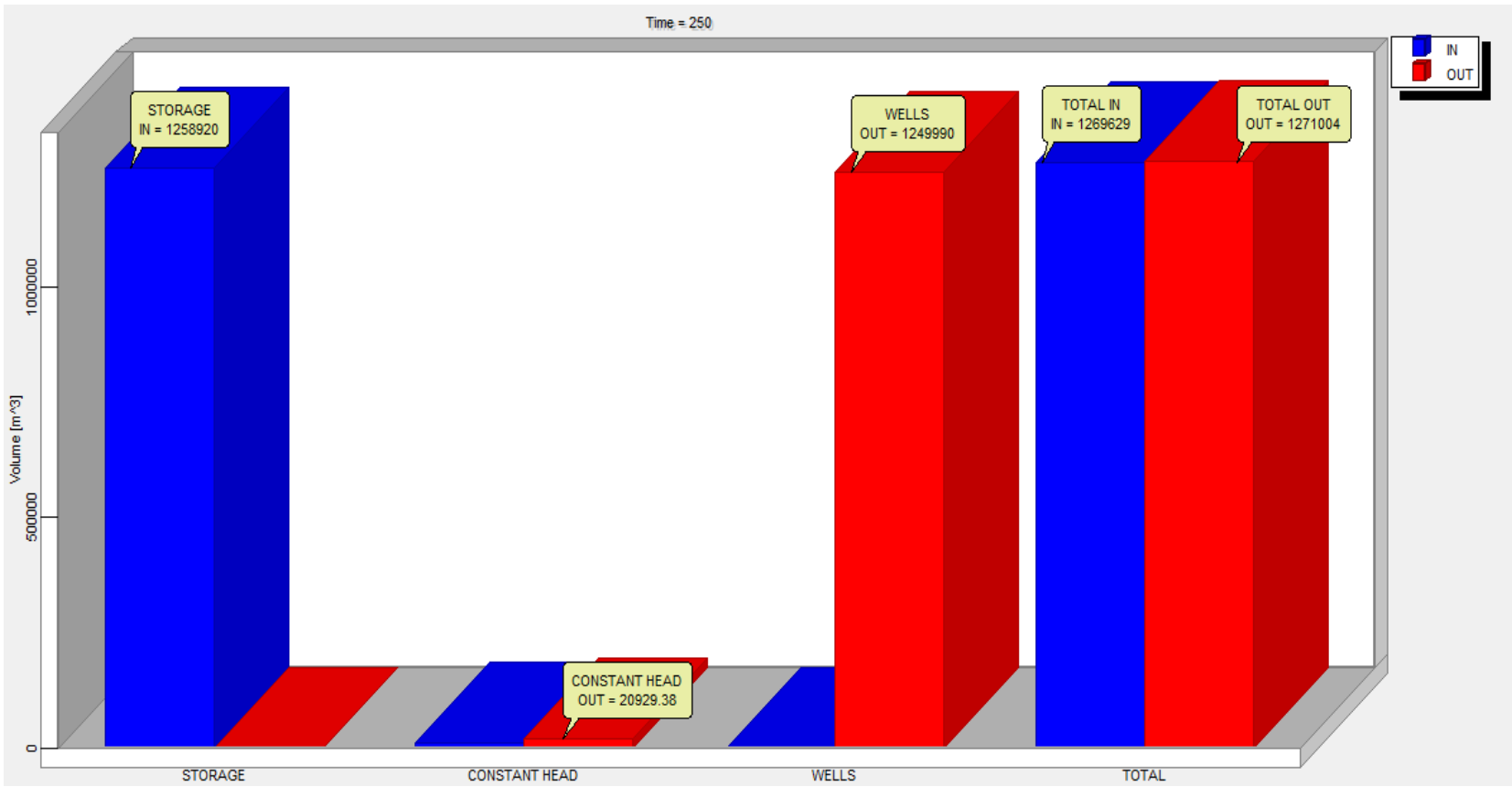


Figuras 107 Variación del volumen para el día ciento cincuenta.

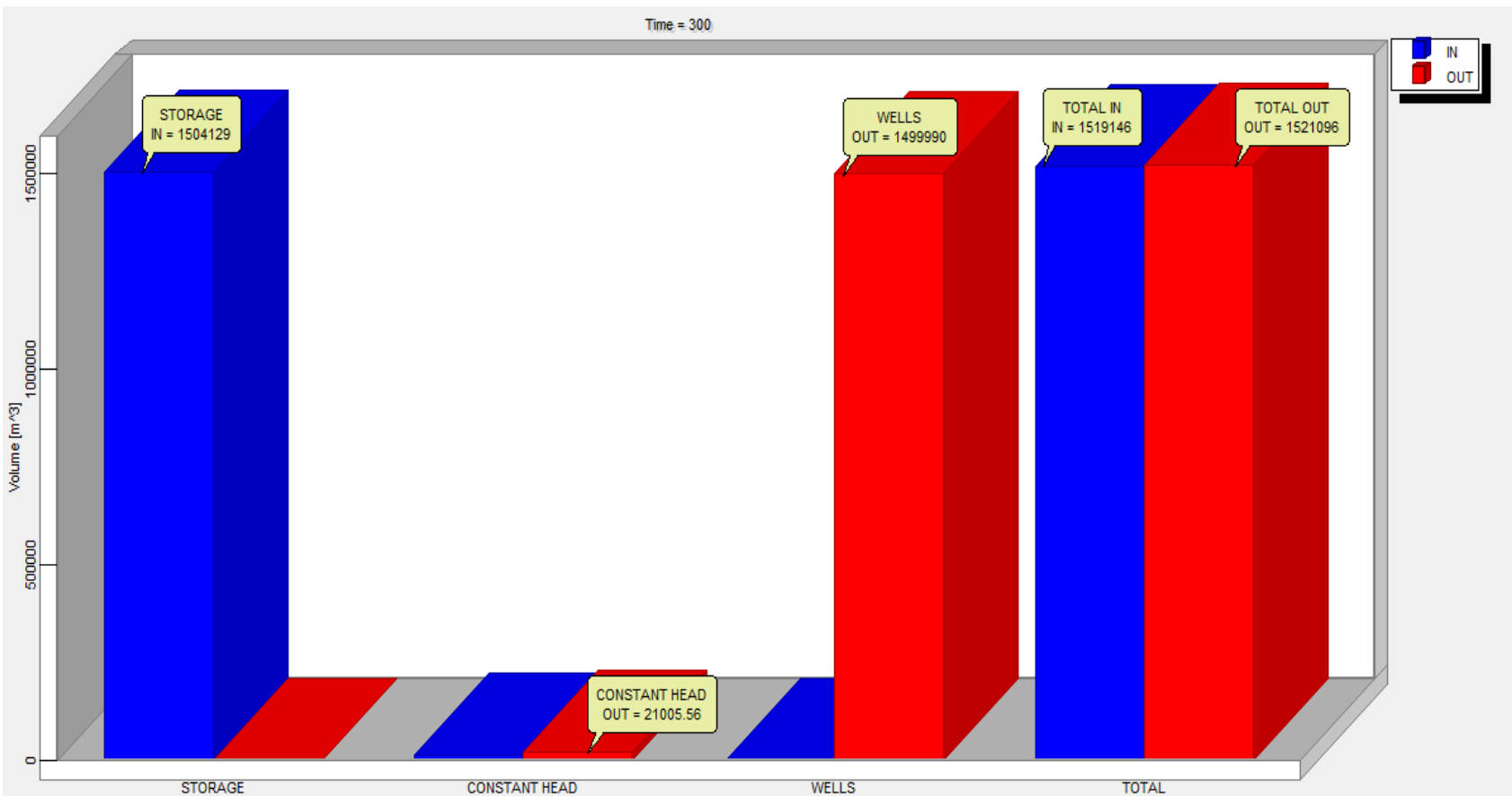


Figuras 108 Variación del volumen para el día doscientos.

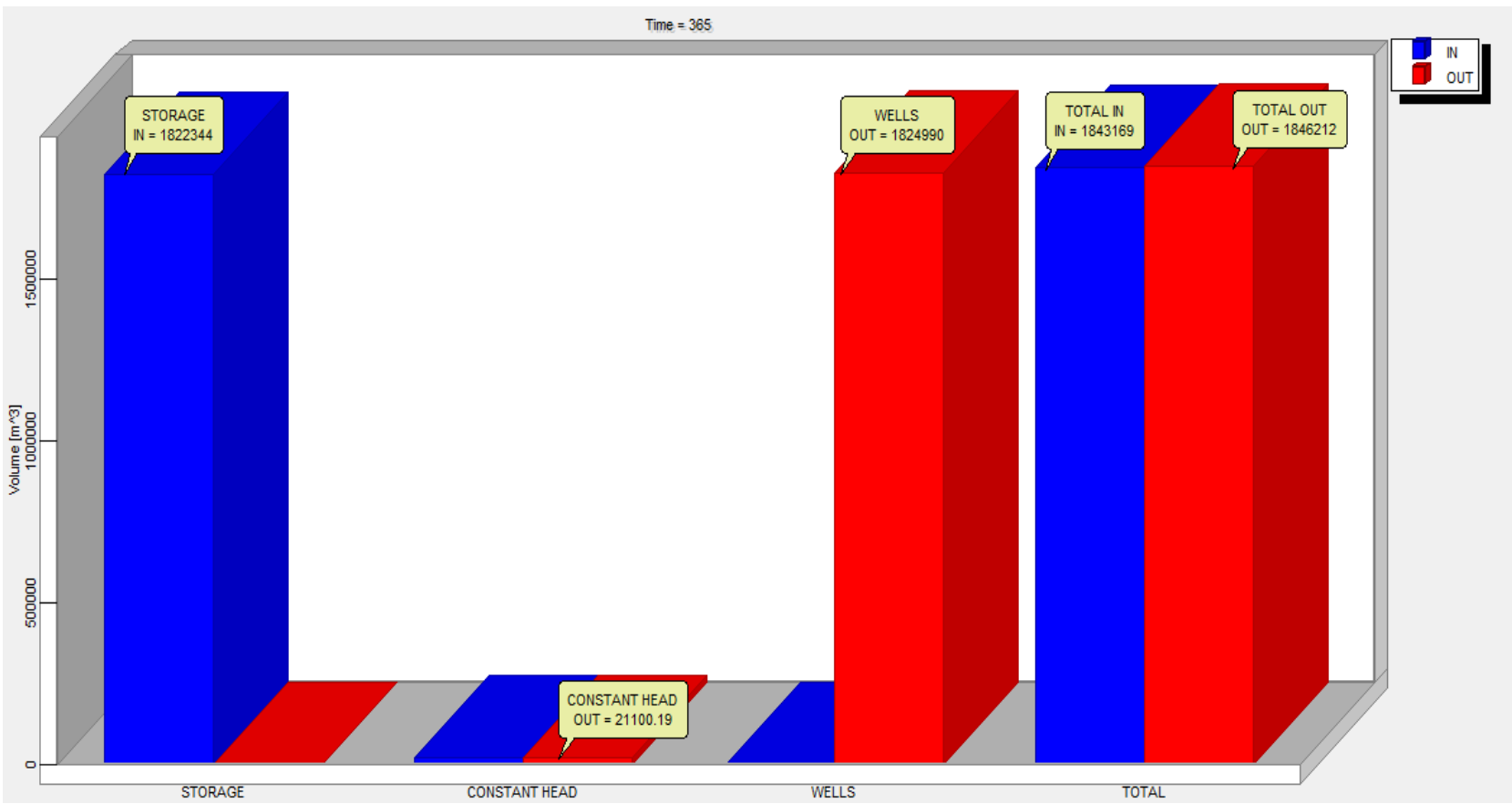




Figuras 109 Variación del volumen para el día doscientos cincuenta

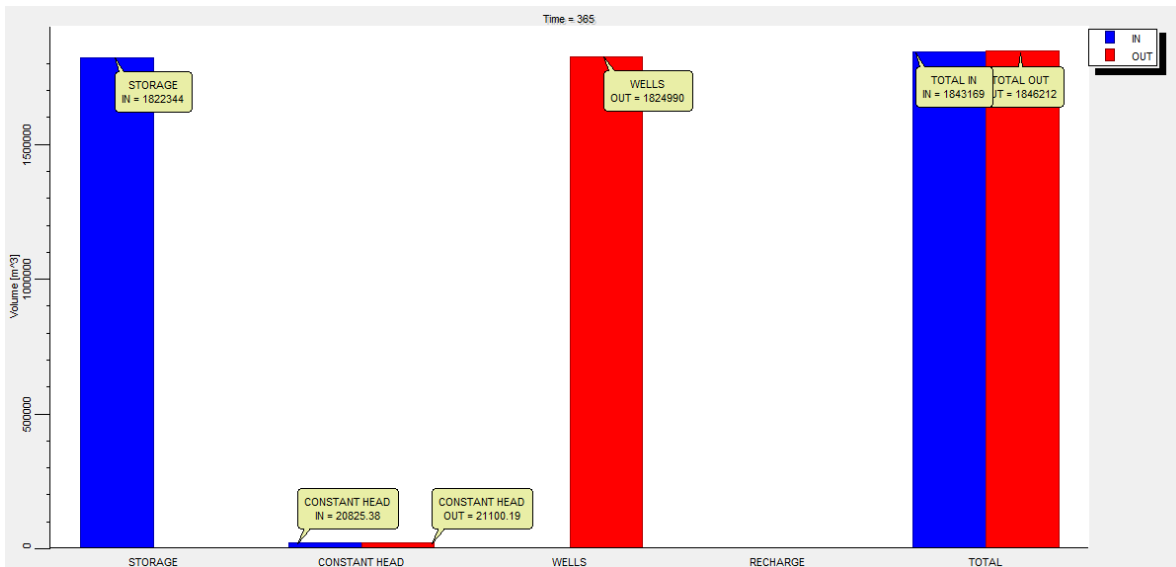


Figuras 110 Variación del volumen para el día trescientos

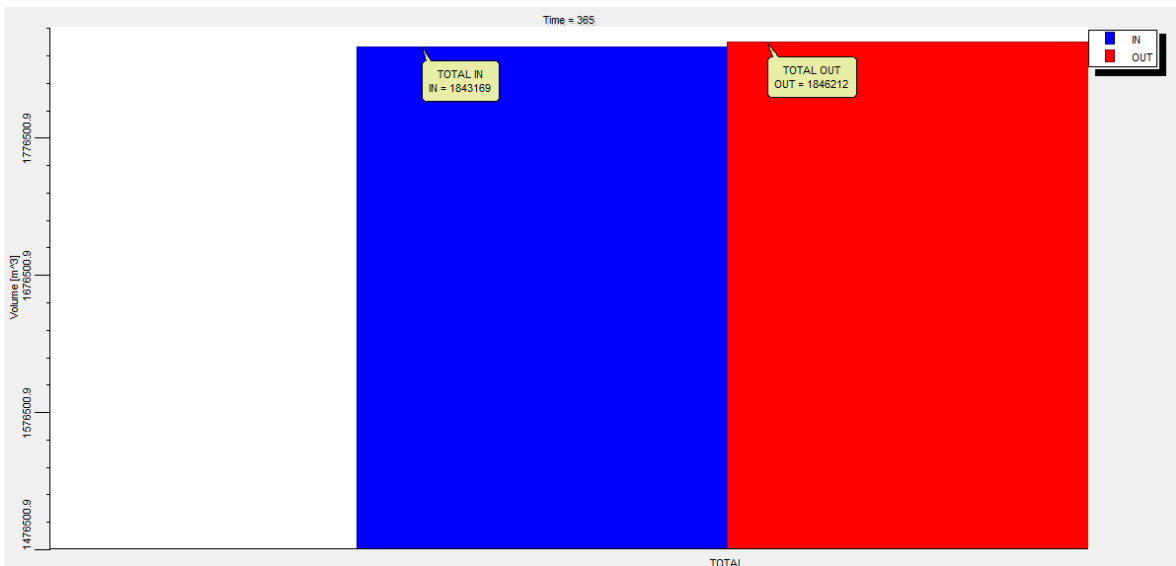


Figuras 111 Variación del volumen para el día trescientos sesenta y cinco.

En el día 365 del modelo, vemos que la entrada total es inferior a la salida, siendo esto un indicador más de que el modelo fue hecho de manera acertada, utilizando algunos datos reales, tales como la recarga del acuífero y el gasto del pozo.



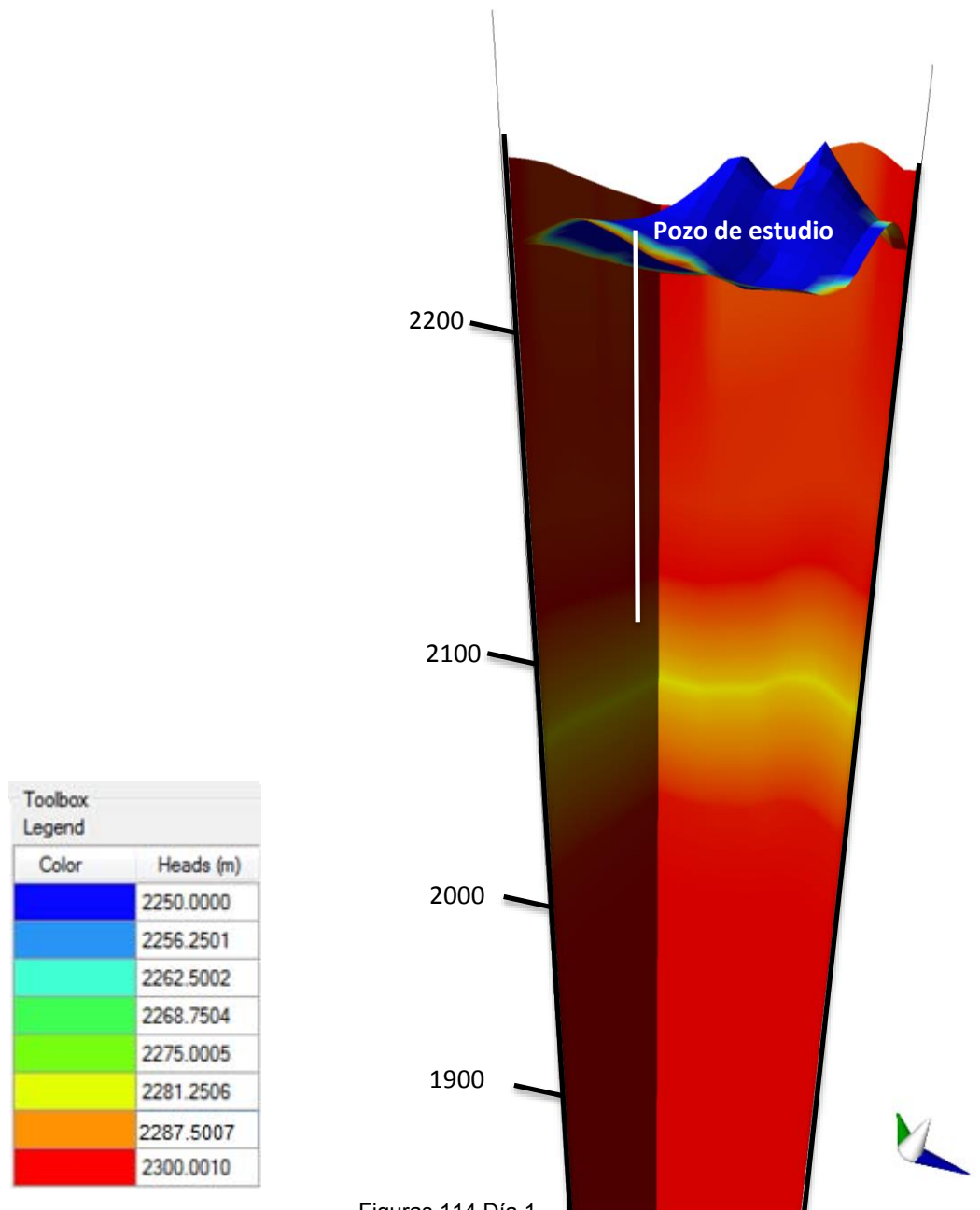
Figuras 112 Vista en dos dimensiones del día 365.



Figuras 113 Imagen con acercamiento del total de entradas contra salidas de agua.

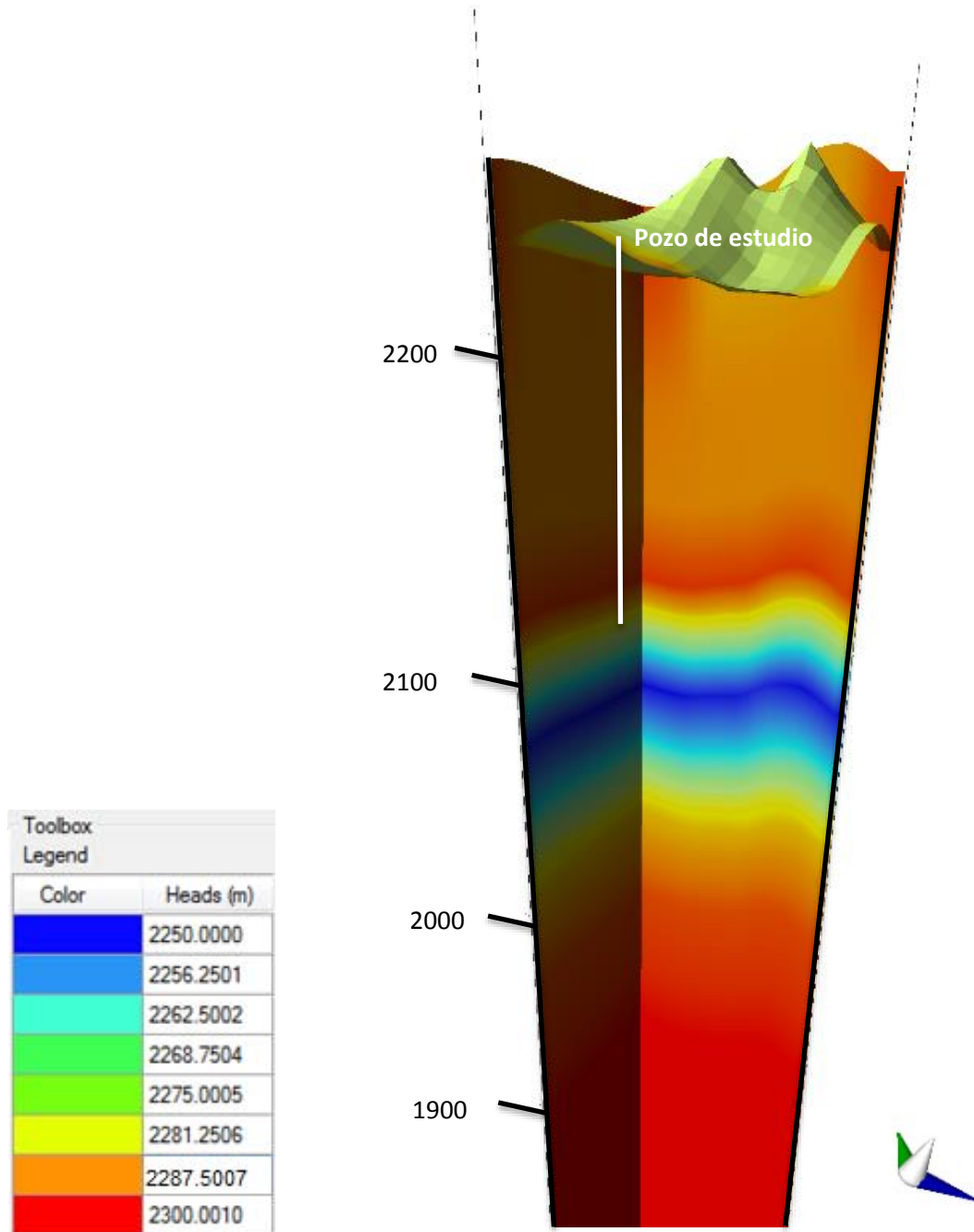
Ahora mostraremos unos mapas (figuras 114 a 119) para ver el comportamiento de la carga del agua con respecto al pozo, cabe destacar que al último día la carga de

agua se concentra en la zona del final del pozo, el cual está a 200 metros de profundidad.



Figuras 114 Día 1

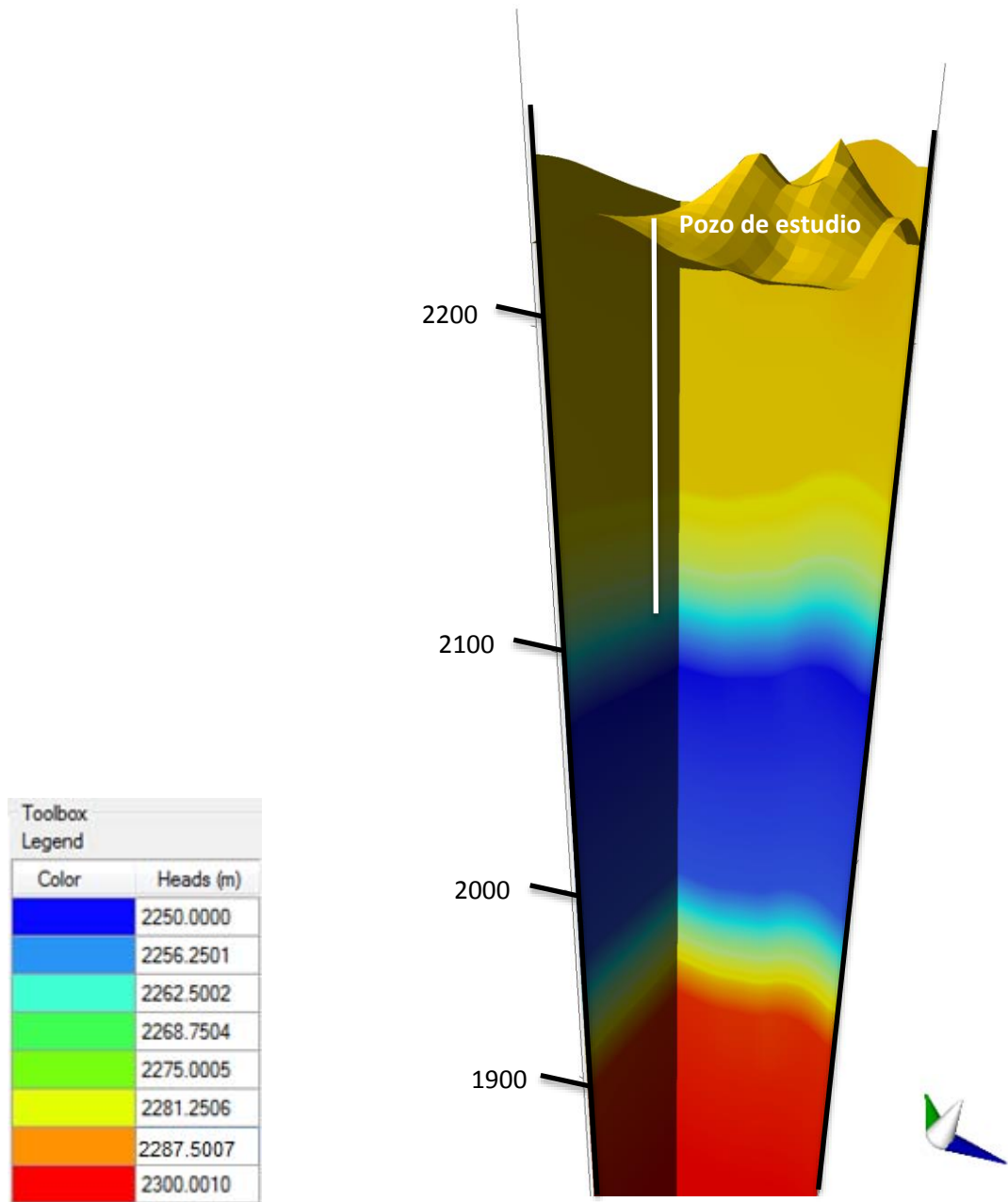
En el primer día, se observa que la saturación de agua se encuentra en la parte superior del modelo, ya que todavía no se bombea agua en el pozo, por lo que la carga está saturada en esa zona.



Figuras 115 Día 10

Para el día 10, se puede apreciar que toda la zona superior al pozo de bombeo se ha secado, y la parte por debajo de este se empieza a saturar de agua, debido a que se manejó la recarga total para el acuífero, esto se debió a que no se pudo calcular la cantidad de agua del acuífero solo para esta zona de estudio.

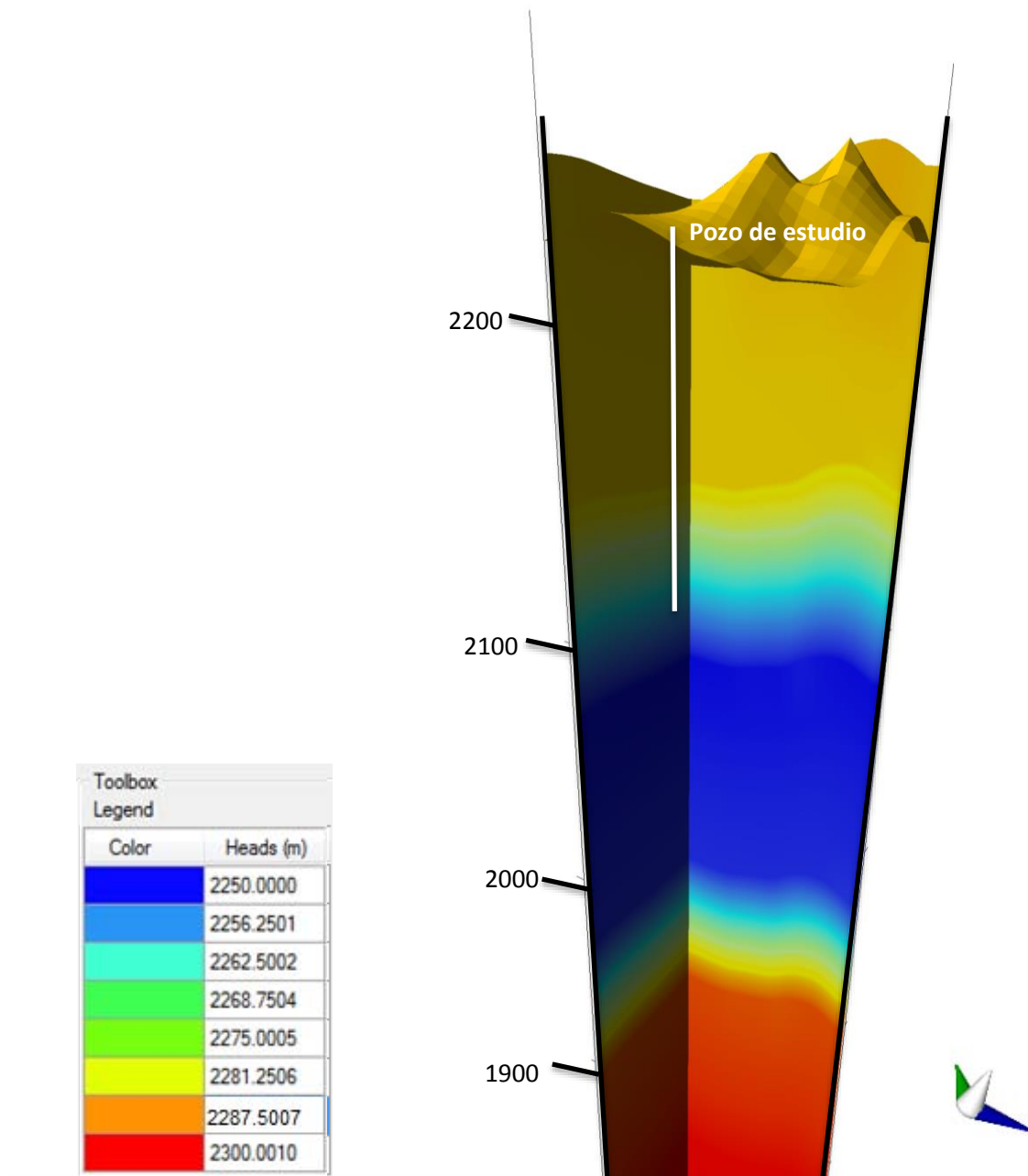




Figuras 117 Día 100

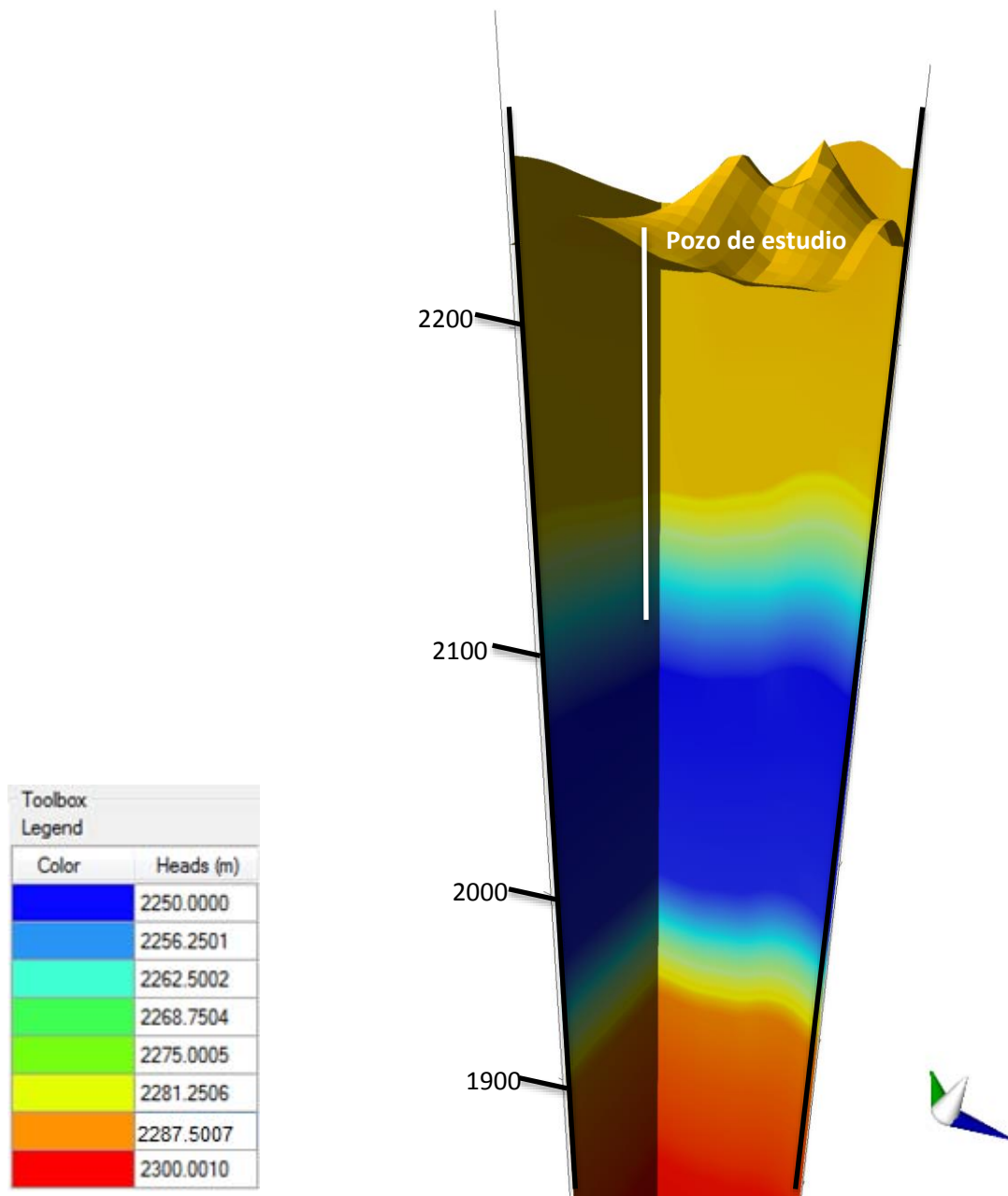
Para el día 100, se muestra la saturación aún más marcada, y con una variación del resto del mapa casi nula





Figuras 118 Día 200

En el día 200, se observa que las pequeñas capas intermedias, de azul claro, se empiezan a extender, posiblemente por la falta de un pozo aledaño que extraiga agua del resto de la zona.



Figuras 119 Día 365

Para el ultimo día, no se muestran cambios significativos en el mapa, porque las variaciones han sido muy sutiles, para este caso es mejor observar las imágenes anteriores (103-113) para poder notar los cambios en la cantidad de volumen de agua que hay de entrada y salida.

Para el octavo punto del protocolo (Karamouz 2011), se tiene una calibración pero sólo para la medición de un pozo en las condiciones que se describen, en caso de querer simular con mayor cantidad de datos, se debe de recolectar dicha información la cual es necesaria para complementar este protocolo de modelación.

El onceavo punto se cumple ya que se hacen las sugerencias pertinentes para el aprovechamiento del recurso hidrológico mencionado en el trabajo (Recomendaciones).

## 6.1 Conclusiones

Existe una evidencia relacionada con la presencia de flujo regional:

- Cuando se obtuvo el nivel piezométrico del pozo Peñón de los Baños.
- Un caudal constante con un gasto menor dado que su explotación se debe a un uso comercial moderado.
- La calidad del agua en la que se indica la presencia de Bicarbonatos ( $\text{HCO}_3^-$ ), magnesio ( $\text{Mg}^{2+}$ ), calcio ( $\text{Ca}^{2+}$ ), sodio ( $\text{Na}^+$ ), potasio ( $\text{K}^+$ ) y aluminio (Al).

En la generación del modelo sintético se utilizó el protocolo de modelación hasta el punto donde la disponibilidad de datos nos permitió, ya que por ejemplo; para el tercer punto (Karamouz 2011) no se pudo estimar una distribución espacial por interpolación o extrapolación ya que los datos tomados son de manera puntual.

No se realizó la sensibilidad de los parámetros, ya que para poder tener unas estimaciones más precisas se necesita de una mayor cantidad de datos en una zona de trabajo mayor a la utilizada. Se tiene una calibración pero sólo para la medición de un pozo en las condiciones que se describen.

Con la información hidrogeológica utilizada y el uso del software Visual Modflow 2012 de la compañía Schlumberger, se calibró un modelo en donde la posición del agua subterránea en el punto del pozo Peñón de los Baños se midió; los indicadores de e (entradas) y s (salidas) coinciden con que el acuífero está sobreexplotado

(e<<<s). El modelo nos demostró que se tiene un conocimiento bien encaminado de la zona de estudio, ya que los parámetros caen dentro de lo conocido para este lugar de trabajo.

Para este trabajo se maneja la premisa de que el agua proviene de un sistema de fallas por el cual fluye agua que se concentra en un basamento carbonatado, de hecho, en años recientes se perforó un pozo en la central de abastos de casi 2000 metros, con la finalidad de investigar el acuífero, desafortunadamente no se llegó a las calizas y en junio de este año se inició la perforación de otro con el mismo objetivo. No se descarta la idea de que la concentración de carbonatos registrada en el agua del pozo puede tener origen en la zona de lago y que la recarga sea de manera local y el termalismo se deba a un origen volcánico.

Con los indicadores de flujo, carga (h), calidad del agua y el modelo de flujo sintético, se propone que dicha tesis es factible y puede pensarse en la posible existencia de un flujo regional siempre que existan estructuras como fallas que conecten el basamento con la superficie. .

## **6.2 Recomendaciones**

Para poder comprobar alguna de las teorías sobre el origen del agua del pozo, se requiere caracterizar localmente la zona de estudio con métodos más avanzados de trabajo, como métodos sísmicos, los cuales sirven para caracterizar con mayor detalle los sistemas de falla; o gravimetría para comprobar o refutar que el origen del agua sea de una fuente local, esto se debe a que se podría caracterizar una posible fuente de agua que se encuentre a menor profundidad de lo que se cree.

Se recomienda realizar un modelo en el cual se utilice un mayor número de pozos aledaños, ya sean nuevas perforaciones o pozos actuales, para ver el comportamiento del acuífero en esta región y poder realizar sensibilidad de parámetros y predicciones del comportamiento de tal acuífero.

## 7 Anexos

### 7.1 Anexo A

Tabla de datos de fallas y fracturas de la zona del Peñon de Palma 2012

DATO	RUMBO	LONGITUD[cm]	APERTURA[cm]
1	130	38	1.5
2	110	43	2
3	112	40	3
4	112	26	3
5	80	30	3
6	100	20	2
7	92	70	5
8	100	68	3
9	65	44	2
10	80	40	1
11	75	50	2
12	30	35	1
13	92	15	2
14	55	34	2
15	63	20	3
16	85	20	3
17	120	15	3
18	85	24	3
19	60	48	4
20	90	15	5
21	46	50	4
22	110	24	1
23	100	20	1
24	40	184	5
25	125	87	4
26	130	10	1
27	140	18	1
28	125	58	2
29	145	15	1
30	85	30	1
31	65	30	1
32	105	34	2
33	70	40	1
34	30	27	0.5
35	30	55	3
36	300	106	3

37	90	44	4
38	110	49	3
39	78	44	3
40	50	26	4
41	265	133	10
42	33	72	3
43	40	36	3
44	75	23	1
45	115	16	3
46	142	37	5
47	130	30	0.5
48	185	30	0.5
49	245	105	5
50	245	39	4
51	200	16	1
52	90	52	2
53	320	14	1
54	260	23	0.5
55	240	30	3
56	245	26	0.5
57	225	32	0.5
58	322	15	0.5
59	320	20	1
60	180	10	2
61	82	30	3
62	95	32	3
63	95	15	1
64	120	12	1
65	100	14	1
66	70	15	0.5
67	120	30	2
68	50	30	3
69	45	36	3
70	90	16	1
71	70	16	0.5
72	90	34	1
73	90	30	1
74	125	20	4
75	285	140	5
76	285	87	4
77	90	30	5
78	258	36	2

79	265	53	2
80	280	28	1.5
81	205	20	1
82	225	24	2
83	260	97	2
84	265	37	0.5
85	275	44	1
86	258	14	2
87	280	33	2
88	285	13	1
89	220	22	2
90	240	65	3
91	145	40	3
92	230	40	4
93	355	19	2
94	180	19	2
95	245	25	3
96	280	20	0.5
97	265	30	3
98	290	20	2
99	190	14	2.5
100	190	15	1.5
101	275	72	2.5
102	290	30	4
103	320	29	4
104	90	74	4
105	230	24	1
106	315	50	4
107	320	34	2
108	15	26	7
109	30	44	3
110	35	14	3
111	85	30	4
112	45	38	3
113	128	29	1
114	137	28	1
115	214	57	6
116	243	26	6
117	102	24	1
118	72	8	0.5
119	78	12	1
120	98	22	1

## 7.2 Anexo B

Datos de conductividad, porosidad, resistividad.

Unidad	Litología principal	Rango de conductividades hidráulicas (m/s)	Rango de resistividad (Ohm/m)	Espesor	Ambiente
1	Arcillas	$10^{-7}$ a $10^{-8}$	1-4	1-20 m	Fluvial
2	Arena, arena arcillosa, arcilla y gravilla	$10^{-3}$ a $10^{-4}$	18-32	20-200 m	Fluvio-aluvial
3	Arena, grava, boleto, gravilla y ocasional arcilla	$10^{-4}$ a $10^{-5}$	8-15	20-180 m	Fluvial
4	Arena, arena arcillosa, gravilla y ocasional arcilla	$10^{-3}$ a $10^{-5}$	6-12	15-150 m	Fluvio-aluvial
5	Arena, grava, gravilla, arena arcillosa y arcilla	$10^{-3}$ a $10^{-4}$	16-30	50-150 m	Aluvial-fluvial
Basamento	Granito y roca volcánica	$10^{-12}$ a $10^{-14}$	200-1000	Desconocido	Ígneo intrusivo

Tipo de suelo	Conductividad hidráulica cm/s
Grava limpia	1 a 100
Arena y grava mezclada	$10^{-2}$ a 10
Arena gruesa limpia	$10^{-2}$ a 1
Arena fina	$10^{-2}$ a $10^{-1}$
Arena limosa	$10^{-3}$ a $10^{-2}$
Arena arcillosa	$10^{-4}$ a $10^{-2}$
Limo	$10^{-8}$ a $10^{-2}$
Arcilla	$10^{-10}$ a $10^{-6}$

Clases Texturales	Porosidad efectiva ( $\theta_e$ )	Conductividad Hidráulica (K) (cm/h)
A. Arcilla	0.385	0.06
B. Arcilla limosa	0.423	0.09
C. Arcilla arenosa	0.321	0.12
D. Migajón arcillo limoso	0.423	0.15
E. Migajón arcilloso	0.309	0.23
F. Migajón arcillo arenoso	0.330	0.43
G. Limo	0.460	0.25
H. Migajón limoso	0.486	0.68
I. Migajón	0.434	1.32
J. Migajón arenoso	0.412	2.59
K. Arena migajonosa	0.401	6.11
L. Arena	0.417	22.1



Datos de entrada del modelo

Ubicación de la zona de estudio		
X	Y	ELEV
490713	2149432	2238
490713	2149572	2236
490713	2149690	2235
490713	2149828	2233
490953	2149432	2247
490953	2149572	2243
490953	2149690	2238
490953	2149828	2234
491182	2149432	2258
491182	2149572	2270
491182	2149690	2252
491182	2149828	2241
490713	2149304	2240
490949	2149304	2249
491182	2149304	2247
490713	2149177	2240
490953	2149177	2250
491182	2149177	2242
491355	2149177	2241
491355	2149304	2237
491355	2149432	2243
491355	2149572	2262
491355	2149690	2276
491355	2149828	2250
491563	2149177	2240
491563	2149304	2238
491563	2149432	2240
491563	2149572	2249
491563	2149690	2253
491563	2149828	2245
490893	2149327	2248
491318	2149635	2255

Para crear los distintos horizontes, se restó a la elevación la profundidad a la cual se encuentran cada una de las capas, como se ve en la siguiente tabla.

LITOLOGÍA	MATERIAL-TIPO	PROFUNDIDADES (m)
ARCILLAS	I	00.00 a 40.00
ARCILLA CON ARENA	I	40.00 a 80.00
BASALTOS	III	80.00 a 110.00
ARENAS CON GRAVA	I	110.00 a 140.00
ARENAS	I	140.00 a 200.00
ARENAS CON GRAVA	I	200.00 a 250.00
BASALTOS	III	250.00 a 300.00
TOBAS	I	300.00 a 400.00
CONGLOMERADO	II	400.00 a 550.00
TOBAS	I	550.00 a 600.00
BASALTOS Y TOBAS	III	600.00 a 750.00
BASALTOS Y CONGLOMERADO	III	750.00 a 950.00
BASALTOS Y TOBAS	III	950.00 a 1250.00
BASALTOS Y CONGLOMERADO	III	1250.00 a 1550.00
CALIZA	III	1550.00 a 2000.00

#### Datos del pozo de observación

Well_Name	X-model_coord[m]	Y-model_coord[m]	z	bott	Screen_ID	Screen_Elevation	ObsTime	head
P2	490893.321	2149327.608	2248	2048	1	2048	03/10/2014	2048.00
P3	490893.321	2149327.608	2248	2048	2	2048	04/10/2014	2048.00
P4	490893.321	2149327.608	2248	2048	3	2048	05/10/2014	2048.00
P5	490893.321	2149327.608	2248	2048	4	2048	06/10/2014	2048.00
P6	490893.321	2149327.608	2248	2048	5	2048	07/10/2014	2048.00
P7	490893.321	2149327.608	2248	2048	6	2048	08/10/2014	2048.00
P8	490893.321	2149327.608	2248	2048	7	2048	09/10/2014	2048.00
P9	490893.321	2149327.608	2248	2048	8	2048	10/10/2014	2048.00
P10	490893.321	2149327.608	2248	2048	9	2048	11/10/2014	2048.00
P11	490893.321	2149327.608	2248	2048	10	2048	12/10/2014	2048.00
P12	490893.321	2149327.608	2248	2048	11	2048	13/10/2014	2048.00
P13	490893.321	2149327.608	2248	2048	12	2048	14/10/2014	2048.00
P14	490893.321	2149327.608	2248	2048	13	2048	15/10/2014	2048.00
P15	490893.321	2149327.608	2248	2048	14	2048	16/10/2014	2048.00
P16	490893.321	2149327.608	2248	2048	15	2048	17/10/2014	2048.00
P17	490893.321	2149327.608	2248	2048	16	2048	18/10/2014	2048.00
P18	490893.321	2149327.608	2248	2048	17	2048	19/10/2014	2048.00
P19	490893.321	2149327.608	2248	2048	18	2048	20/10/2014	2048.00
P20	490893.321	2149327.608	2248	2048	19	2048	21/10/2014	2048.00
P21	490893.321	2149327.608	2248	2048	20	2048	22/10/2014	2048.00
P22	490893.321	2149327.608	2248	2048	21	2048	23/10/2014	2048.00

P23	490893.321	2149327.608	2248	2048	22	2048	24/10/2014	2048.00
P24	490893.321	2149327.608	2248	2048	23	2048	25/10/2014	2048.00
P25	490893.321	2149327.608	2248	2048	24	2048	26/10/2014	2048.00
P26	490893.321	2149327.608	2248	2048	25	2048	27/10/2014	2048.00
P27	490893.321	2149327.608	2248	2048	26	2048	28/10/2014	2048.00
P28	490893.321	2149327.608	2248	2048	27	2048	29/10/2014	2048.00
P29	490893.321	2149327.608	2248	2048	28	2048	30/10/2014	2048.00
P30	490893.321	2149327.608	2248	2048	29	2048	31/10/2014	2048.00
P31	490893.321	2149327.608	2248	2048	30	2048	01/11/2014	2048.00
P32	490893.321	2149327.608	2248	2048	31	2048	02/11/2014	2048.00
P33	490893.321	2149327.608	2248	2048	32	2048	03/11/2014	2048.00
P34	490893.321	2149327.608	2248	2048	33	2048	04/11/2014	2048.00
P35	490893.321	2149327.608	2248	2048	34	2048	05/11/2014	2048.00
P36	490893.321	2149327.608	2248	2048	35	2048	06/11/2014	2048.00
P37	490893.321	2149327.608	2248	2048	36	2048	07/11/2014	2048.00
P38	490893.321	2149327.608	2248	2048	37	2048	08/11/2014	2048.00
P39	490893.321	2149327.608	2248	2048	38	2048	09/11/2014	2048.00
P40	490893.321	2149327.608	2248	2048	39	2048	10/11/2014	2048.00
P41	490893.321	2149327.608	2248	2048	40	2048	11/11/2014	2048.00

### Datos del pozo de bombeo

Well_Name	X-model_coord[m]	Y-model_coord[m]	z	bott	Start_Time[day]	Stop_Time[day]	Rate[m <sup>3</sup> /d]	Number_of_Screen	Screen_Top1[m]	Screen_Bot1[m]
P1	490893.321	2149327.608	2248	2048	03/10/2014	04/10/2014	-5000.00	1.00	2048.00	2048.00
P1	490893.321	2149327.608	2248	2048	04/10/2014	05/10/2014	-5000.00	2.00	2048.00	2048.00
P1	490893.321	2149327.608	2248	2048	05/10/2014	06/10/2014	-5000.00	3.00	2048.00	2048.00
P1	490893.321	2149327.608	2248	2048	06/10/2014	07/10/2014	-5000.00	4.00	2048.00	2048.00
P1	490893.321	2149327.608	2248	2048	07/10/2014	08/10/2014	-5000.00	5.00	2048.00	2048.00
P1	490893.321	2149327.608	2248	2048	08/10/2014	09/10/2014	-5000.00	6.00	2048.00	2048.00
P1	490893.321	2149327.608	2248	2048	09/10/2014	10/10/2014	-5000.00	7.00	2048.00	2048.00
P1	490893.321	2149327.608	2248	2048	10/10/2014	11/10/2014	-5000.00	8.00	2048.00	2048.00
P1	490893.321	2149327.608	2248	2048	11/10/2014	12/10/2014	-5000.00	9.00	2048.00	2048.00
P1	490893.321	2149327.608	2248	2048	12/10/2014	13/10/2014	-5000.00	10.00	2048.00	2048.00

P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	13/10/20 14	14/10/20 14	- 5000.0 0	11.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	14/10/20 14	15/10/20 14	- 5000.0 0	12.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	15/10/20 14	16/10/20 14	- 5000.0 0	13.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	16/10/20 14	17/10/20 14	- 5000.0 0	14.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	17/10/20 14	18/10/20 14	- 5000.0 0	15.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	18/10/20 14	19/10/20 14	- 5000.0 0	16.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	19/10/20 14	20/10/20 14	- 5000.0 0	17.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	20/10/20 14	21/10/20 14	- 5000.0 0	18.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	21/10/20 14	22/10/20 14	- 5000.0 0	19.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	22/10/20 14	23/10/20 14	- 5000.0 0	20.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	23/10/20 14	24/10/20 14	- 5000.0 0	21.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	24/10/20 14	25/10/20 14	- 5000.0 0	22.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	25/10/20 14	26/10/20 14	- 5000.0 0	23.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	26/10/20 14	27/10/20 14	- 5000.0 0	24.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	27/10/20 14	28/10/20 14	- 5000.0 0	25.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	28/10/20 14	29/10/20 14	- 5000.0 0	26.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	29/10/20 14	30/10/20 14	- 5000.0 0	27.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	30/10/20 14	31/10/20 14	- 5000.0 0	28.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	31/10/20 14	01/11/20 14	- 5000.0 0	29.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	01/11/20 14	02/11/20 14	- 5000.0 0	30.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	02/11/20 14	03/11/20 14	- 5000.0 0	31.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	03/11/20 14	04/11/20 14	- 5000.0 0	32.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	04/11/20 14	05/11/20 14	- 5000.0 0	33.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	05/11/20 14	06/11/20 14	- 5000.0 0	34.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	06/11/20 14	07/11/20 14	- 5000.0 0	35.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	07/11/20 14	08/11/20 14	- 5000.0 0	36.00	2048.00	2048.00

P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	08/11/20 14	09/11/20 14	- 5000.0 0	37.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	09/11/20 14	10/11/20 14	- 5000.0 0	38.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	10/11/20 14	11/11/20 14	- 5000.0 0	39.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	11/11/20 14	12/11/20 14	- 5000.0 0	40.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	12/11/20 14	13/11/20 14	- 5000.0 0	41.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	13/11/20 14	14/11/20 14	- 5000.0 0	42.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	14/11/20 14	15/11/20 14	- 5000.0 0	43.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	15/11/20 14	16/11/20 14	- 5000.0 0	44.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	16/11/20 14	17/11/20 14	- 5000.0 0	45.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	17/11/20 14	18/11/20 14	- 5000.0 0	46.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	18/11/20 14	19/11/20 14	- 5000.0 0	47.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	19/11/20 14	20/11/20 14	- 5000.0 0	48.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	20/11/20 14	21/11/20 14	- 5000.0 0	49.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	21/11/20 14	22/11/20 14	- 5000.0 0	50.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	22/11/20 14	23/11/20 14	- 5000.0 0	51.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	23/11/20 14	24/11/20 14	- 5000.0 0	52.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	24/11/20 14	25/11/20 14	- 5000.0 0	53.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	25/11/20 14	26/11/20 14	- 5000.0 0	54.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	26/11/20 14	27/11/20 14	- 5000.0 0	55.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	27/11/20 14	28/11/20 14	- 5000.0 0	56.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	28/11/20 14	29/11/20 14	- 5000.0 0	57.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	29/11/20 14	30/11/20 14	- 5000.0 0	58.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	30/11/20 14	01/12/20 14	- 5000.0 0	59.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	01/12/20 14	02/12/20 14	- 5000.0 0	60.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	02/12/20 14	03/12/20 14	- 5000.0 0	61.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	03/12/20 14	04/12/20 14	- 5000.0 0	62.00	2048.00	2048.00

P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	04/12/20 14	05/12/20 14	- 5000.0 0	63.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	05/12/20 14	06/12/20 14	- 5000.0 0	64.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	06/12/20 14	07/12/20 14	- 5000.0 0	65.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	07/12/20 14	08/12/20 14	- 5000.0 0	66.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	08/12/20 14	09/12/20 14	- 5000.0 0	67.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	09/12/20 14	10/12/20 14	- 5000.0 0	68.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	10/12/20 14	11/12/20 14	- 5000.0 0	69.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	11/12/20 14	12/12/20 14	- 5000.0 0	70.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	12/12/20 14	13/12/20 14	- 5000.0 0	71.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	13/12/20 14	14/12/20 14	- 5000.0 0	72.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	14/12/20 14	15/12/20 14	- 5000.0 0	73.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	15/12/20 14	16/12/20 14	- 5000.0 0	74.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	16/12/20 14	17/12/20 14	- 5000.0 0	75.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	17/12/20 14	18/12/20 14	- 5000.0 0	76.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	18/12/20 14	19/12/20 14	- 5000.0 0	77.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	19/12/20 14	20/12/20 14	- 5000.0 0	78.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	20/12/20 14	21/12/20 14	- 5000.0 0	79.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	21/12/20 14	22/12/20 14	- 5000.0 0	80.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	22/12/20 14	23/12/20 14	- 5000.0 0	81.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	23/12/20 14	24/12/20 14	- 5000.0 0	82.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	24/12/20 14	25/12/20 14	- 5000.0 0	83.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	25/12/20 14	26/12/20 14	- 5000.0 0	84.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	26/12/20 14	27/12/20 14	- 5000.0 0	85.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	27/12/20 14	28/12/20 14	- 5000.0 0	86.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	28/12/20 14	29/12/20 14	- 5000.0 0	87.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	29/12/20 14	30/12/20 14	- 5000.0 0	88.00	2048.00	2048.00

P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	30/12/20 14	31/12/20 14	- 5000.0 0	89.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	31/12/20 14	01/01/20 15	- 5000.0 0	90.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	01/01/20 15	02/01/20 15	- 5000.0 0	91.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	02/01/20 15	03/01/20 15	- 5000.0 0	92.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	03/01/20 15	04/01/20 15	- 5000.0 0	93.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	04/01/20 15	05/01/20 15	- 5000.0 0	94.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	05/01/20 15	06/01/20 15	- 5000.0 0	95.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	06/01/20 15	07/01/20 15	- 5000.0 0	96.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	07/01/20 15	08/01/20 15	- 5000.0 0	97.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	08/01/20 15	09/01/20 15	- 5000.0 0	98.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	09/01/20 15	10/01/20 15	- 5000.0 0	99.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	10/01/20 15	11/01/20 15	- 5000.0 0	100.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	11/01/20 15	12/01/20 15	- 5000.0 0	101.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	12/01/20 15	13/01/20 15	- 5000.0 0	102.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	13/01/20 15	14/01/20 15	- 5000.0 0	103.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	14/01/20 15	15/01/20 15	- 5000.0 0	104.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	15/01/20 15	16/01/20 15	- 5000.0 0	105.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	16/01/20 15	17/01/20 15	- 5000.0 0	106.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	17/01/20 15	18/01/20 15	- 5000.0 0	107.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	18/01/20 15	19/01/20 15	- 5000.0 0	108.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	19/01/20 15	20/01/20 15	- 5000.0 0	109.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	20/01/20 15	21/01/20 15	- 5000.0 0	110.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	21/01/20 15	22/01/20 15	- 5000.0 0	111.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	22/01/20 15	23/01/20 15	- 5000.0 0	112.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	23/01/20 15	24/01/20 15	- 5000.0 0	113.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	24/01/20 15	25/01/20 15	- 5000.0 0	114.00	2048.00	2048.00

P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	25/01/20 15	26/01/20 15	- 5000.0 0	115.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	26/01/20 15	27/01/20 15	- 5000.0 0	116.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	27/01/20 15	28/01/20 15	- 5000.0 0	117.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	28/01/20 15	29/01/20 15	- 5000.0 0	118.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	29/01/20 15	30/01/20 15	- 5000.0 0	119.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	30/01/20 15	31/01/20 15	- 5000.0 0	120.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	31/01/20 15	01/02/20 15	- 5000.0 0	121.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	01/02/20 15	02/02/20 15	- 5000.0 0	122.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	02/02/20 15	03/02/20 15	- 5000.0 0	123.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	03/02/20 15	04/02/20 15	- 5000.0 0	124.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	04/02/20 15	05/02/20 15	- 5000.0 0	125.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	05/02/20 15	06/02/20 15	- 5000.0 0	126.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	06/02/20 15	07/02/20 15	- 5000.0 0	127.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	07/02/20 15	08/02/20 15	- 5000.0 0	128.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	08/02/20 15	09/02/20 15	- 5000.0 0	129.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	09/02/20 15	10/02/20 15	- 5000.0 0	130.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	10/02/20 15	11/02/20 15	- 5000.0 0	131.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	11/02/20 15	12/02/20 15	- 5000.0 0	132.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	12/02/20 15	13/02/20 15	- 5000.0 0	133.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	13/02/20 15	14/02/20 15	- 5000.0 0	134.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	14/02/20 15	15/02/20 15	- 5000.0 0	135.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	15/02/20 15	16/02/20 15	- 5000.0 0	136.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	16/02/20 15	17/02/20 15	- 5000.0 0	137.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	17/02/20 15	18/02/20 15	- 5000.0 0	138.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	18/02/20 15	19/02/20 15	- 5000.0 0	139.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	19/02/20 15	20/02/20 15	- 5000.0 0	140.00	2048.00	2048.00



P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	20/02/20 15	21/02/20 15	- 5000.0 0	141.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	21/02/20 15	22/02/20 15	- 5000.0 0	142.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	22/02/20 15	23/02/20 15	- 5000.0 0	143.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	23/02/20 15	24/02/20 15	- 5000.0 0	144.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	24/02/20 15	25/02/20 15	- 5000.0 0	145.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	25/02/20 15	26/02/20 15	- 5000.0 0	146.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	26/02/20 15	27/02/20 15	- 5000.0 0	147.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	27/02/20 15	28/02/20 15	- 5000.0 0	148.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	28/02/20 15	01/03/20 15	- 5000.0 0	149.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	01/03/20 15	02/03/20 15	- 5000.0 0	150.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	02/03/20 15	03/03/20 15	- 5000.0 0	151.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	03/03/20 15	04/03/20 15	- 5000.0 0	152.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	04/03/20 15	05/03/20 15	- 5000.0 0	153.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	05/03/20 15	06/03/20 15	- 5000.0 0	154.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	06/03/20 15	07/03/20 15	- 5000.0 0	155.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	07/03/20 15	08/03/20 15	- 5000.0 0	156.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	08/03/20 15	09/03/20 15	- 5000.0 0	157.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	09/03/20 15	10/03/20 15	- 5000.0 0	158.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	10/03/20 15	11/03/20 15	- 5000.0 0	159.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	11/03/20 15	12/03/20 15	- 5000.0 0	160.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	12/03/20 15	13/03/20 15	- 5000.0 0	161.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	13/03/20 15	14/03/20 15	- 5000.0 0	162.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	14/03/20 15	15/03/20 15	- 5000.0 0	163.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	15/03/20 15	16/03/20 15	- 5000.0 0	164.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	16/03/20 15	17/03/20 15	- 5000.0 0	165.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	17/03/20 15	18/03/20 15	- 5000.0 0	166.00	2048.00	2048.00

P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	18/03/20 15	19/03/20 15	- 5000.0 0	167.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	19/03/20 15	20/03/20 15	- 5000.0 0	168.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	20/03/20 15	21/03/20 15	- 5000.0 0	169.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	21/03/20 15	22/03/20 15	- 5000.0 0	170.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	22/03/20 15	23/03/20 15	- 5000.0 0	171.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	23/03/20 15	24/03/20 15	- 5000.0 0	172.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	24/03/20 15	25/03/20 15	- 5000.0 0	173.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	25/03/20 15	26/03/20 15	- 5000.0 0	174.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	26/03/20 15	27/03/20 15	- 5000.0 0	175.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	27/03/20 15	28/03/20 15	- 5000.0 0	176.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	28/03/20 15	29/03/20 15	- 5000.0 0	177.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	29/03/20 15	30/03/20 15	- 5000.0 0	178.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	30/03/20 15	31/03/20 15	- 5000.0 0	179.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	31/03/20 15	01/04/20 15	- 5000.0 0	180.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	01/04/20 15	02/04/20 15	- 5000.0 0	181.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	02/04/20 15	03/04/20 15	- 5000.0 0	182.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	03/04/20 15	04/04/20 15	- 5000.0 0	183.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	04/04/20 15	05/04/20 15	- 5000.0 0	184.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	05/04/20 15	06/04/20 15	- 5000.0 0	185.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	06/04/20 15	07/04/20 15	- 5000.0 0	186.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	07/04/20 15	08/04/20 15	- 5000.0 0	187.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	08/04/20 15	09/04/20 15	- 5000.0 0	188.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	09/04/20 15	10/04/20 15	- 5000.0 0	189.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	10/04/20 15	11/04/20 15	- 5000.0 0	190.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	11/04/20 15	12/04/20 15	- 5000.0 0	191.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	12/04/20 15	13/04/20 15	- 5000.0 0	192.00	2048.00	2048.00

P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	13/04/20 15	14/04/20 15	- 5000.0 0	193.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	14/04/20 15	15/04/20 15	- 5000.0 0	194.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	15/04/20 15	16/04/20 15	- 5000.0 0	195.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	16/04/20 15	17/04/20 15	- 5000.0 0	196.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	17/04/20 15	18/04/20 15	- 5000.0 0	197.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	18/04/20 15	19/04/20 15	- 5000.0 0	198.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	19/04/20 15	20/04/20 15	- 5000.0 0	199.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	20/04/20 15	21/04/20 15	- 5000.0 0	200.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	21/04/20 15	22/04/20 15	- 5000.0 0	201.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	22/04/20 15	23/04/20 15	- 5000.0 0	202.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	23/04/20 15	24/04/20 15	- 5000.0 0	203.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	24/04/20 15	25/04/20 15	- 5000.0 0	204.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	25/04/20 15	26/04/20 15	- 5000.0 0	205.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	26/04/20 15	27/04/20 15	- 5000.0 0	206.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	27/04/20 15	28/04/20 15	- 5000.0 0	207.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	28/04/20 15	29/04/20 15	- 5000.0 0	208.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	29/04/20 15	30/04/20 15	- 5000.0 0	209.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	30/04/20 15	01/05/20 15	- 5000.0 0	210.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	01/05/20 15	02/05/20 15	- 5000.0 0	211.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	02/05/20 15	03/05/20 15	- 5000.0 0	212.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	03/05/20 15	04/05/20 15	- 5000.0 0	213.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	04/05/20 15	05/05/20 15	- 5000.0 0	214.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	05/05/20 15	06/05/20 15	- 5000.0 0	215.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	06/05/20 15	07/05/20 15	- 5000.0 0	216.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	07/05/20 15	08/05/20 15	- 5000.0 0	217.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	08/05/20 15	09/05/20 15	- 5000.0 0	218.00	2048.00	2048.00

P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	09/05/20 15	10/05/20 15	- 5000.0 0	219.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	10/05/20 15	11/05/20 15	- 5000.0 0	220.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	11/05/20 15	12/05/20 15	- 5000.0 0	221.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	12/05/20 15	13/05/20 15	- 5000.0 0	222.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	13/05/20 15	14/05/20 15	- 5000.0 0	223.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	14/05/20 15	15/05/20 15	- 5000.0 0	224.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	15/05/20 15	16/05/20 15	- 5000.0 0	225.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	16/05/20 15	17/05/20 15	- 5000.0 0	226.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	17/05/20 15	18/05/20 15	- 5000.0 0	227.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	18/05/20 15	19/05/20 15	- 5000.0 0	228.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	19/05/20 15	20/05/20 15	- 5000.0 0	229.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	20/05/20 15	21/05/20 15	- 5000.0 0	230.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	21/05/20 15	22/05/20 15	- 5000.0 0	231.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	22/05/20 15	23/05/20 15	- 5000.0 0	232.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	23/05/20 15	24/05/20 15	- 5000.0 0	233.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	24/05/20 15	25/05/20 15	- 5000.0 0	234.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	25/05/20 15	26/05/20 15	- 5000.0 0	235.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	26/05/20 15	27/05/20 15	- 5000.0 0	236.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	27/05/20 15	28/05/20 15	- 5000.0 0	237.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	28/05/20 15	29/05/20 15	- 5000.0 0	238.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	29/05/20 15	30/05/20 15	- 5000.0 0	239.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	30/05/20 15	31/05/20 15	- 5000.0 0	240.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	31/05/20 15	01/06/20 15	- 5000.0 0	241.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	01/06/20 15	02/06/20 15	- 5000.0 0	242.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	02/06/20 15	03/06/20 15	- 5000.0 0	243.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	03/06/20 15	04/06/20 15	- 5000.0 0	244.00	2048.00	2048.00

P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	04/06/20 15	05/06/20 15	- 5000.0 0	245.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	05/06/20 15	06/06/20 15	- 5000.0 0	246.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	06/06/20 15	07/06/20 15	- 5000.0 0	247.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	07/06/20 15	08/06/20 15	- 5000.0 0	248.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	08/06/20 15	09/06/20 15	- 5000.0 0	249.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	09/06/20 15	10/06/20 15	- 5000.0 0	250.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	10/06/20 15	11/06/20 15	- 5000.0 0	251.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	11/06/20 15	12/06/20 15	- 5000.0 0	252.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	12/06/20 15	13/06/20 15	- 5000.0 0	253.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	13/06/20 15	14/06/20 15	- 5000.0 0	254.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	14/06/20 15	15/06/20 15	- 5000.0 0	255.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	15/06/20 15	16/06/20 15	- 5000.0 0	256.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	16/06/20 15	17/06/20 15	- 5000.0 0	257.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	17/06/20 15	18/06/20 15	- 5000.0 0	258.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	18/06/20 15	19/06/20 15	- 5000.0 0	259.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	19/06/20 15	20/06/20 15	- 5000.0 0	260.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	20/06/20 15	21/06/20 15	- 5000.0 0	261.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	21/06/20 15	22/06/20 15	- 5000.0 0	262.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	22/06/20 15	23/06/20 15	- 5000.0 0	263.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	23/06/20 15	24/06/20 15	- 5000.0 0	264.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	24/06/20 15	25/06/20 15	- 5000.0 0	265.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	25/06/20 15	26/06/20 15	- 5000.0 0	266.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	26/06/20 15	27/06/20 15	- 5000.0 0	267.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	27/06/20 15	28/06/20 15	- 5000.0 0	268.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	28/06/20 15	29/06/20 15	- 5000.0 0	269.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	29/06/20 15	30/06/20 15	- 5000.0 0	270.00	2048.00	2048.00

P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	30/06/20 15	01/07/20 15	- 5000.0 0	271.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	01/07/20 15	02/07/20 15	- 5000.0 0	272.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	02/07/20 15	03/07/20 15	- 5000.0 0	273.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	03/07/20 15	04/07/20 15	- 5000.0 0	274.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	04/07/20 15	05/07/20 15	- 5000.0 0	275.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	05/07/20 15	06/07/20 15	- 5000.0 0	276.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	06/07/20 15	07/07/20 15	- 5000.0 0	277.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	07/07/20 15	08/07/20 15	- 5000.0 0	278.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	08/07/20 15	09/07/20 15	- 5000.0 0	279.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	09/07/20 15	10/07/20 15	- 5000.0 0	280.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	10/07/20 15	11/07/20 15	- 5000.0 0	281.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	11/07/20 15	12/07/20 15	- 5000.0 0	282.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	12/07/20 15	13/07/20 15	- 5000.0 0	283.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	13/07/20 15	14/07/20 15	- 5000.0 0	284.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	14/07/20 15	15/07/20 15	- 5000.0 0	285.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	15/07/20 15	16/07/20 15	- 5000.0 0	286.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	16/07/20 15	17/07/20 15	- 5000.0 0	287.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	17/07/20 15	18/07/20 15	- 5000.0 0	288.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	18/07/20 15	19/07/20 15	- 5000.0 0	289.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	19/07/20 15	20/07/20 15	- 5000.0 0	290.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	20/07/20 15	21/07/20 15	- 5000.0 0	291.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	21/07/20 15	22/07/20 15	- 5000.0 0	292.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	22/07/20 15	23/07/20 15	- 5000.0 0	293.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	23/07/20 15	24/07/20 15	- 5000.0 0	294.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	24/07/20 15	25/07/20 15	- 5000.0 0	295.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	25/07/20 15	26/07/20 15	- 5000.0 0	296.00	2048.00	2048.00

P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	26/07/20 15	27/07/20 15	- 5000.0 0	297.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	27/07/20 15	28/07/20 15	- 5000.0 0	298.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	28/07/20 15	29/07/20 15	- 5000.0 0	299.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	29/07/20 15	30/07/20 15	- 5000.0 0	300.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	30/07/20 15	31/07/20 15	- 5000.0 0	301.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	31/07/20 15	01/08/20 15	- 5000.0 0	302.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	01/08/20 15	02/08/20 15	- 5000.0 0	303.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	02/08/20 15	03/08/20 15	- 5000.0 0	304.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	03/08/20 15	04/08/20 15	- 5000.0 0	305.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	04/08/20 15	05/08/20 15	- 5000.0 0	306.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	05/08/20 15	06/08/20 15	- 5000.0 0	307.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	06/08/20 15	07/08/20 15	- 5000.0 0	308.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	07/08/20 15	08/08/20 15	- 5000.0 0	309.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	08/08/20 15	09/08/20 15	- 5000.0 0	310.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	09/08/20 15	10/08/20 15	- 5000.0 0	311.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	10/08/20 15	11/08/20 15	- 5000.0 0	312.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	11/08/20 15	12/08/20 15	- 5000.0 0	313.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	12/08/20 15	13/08/20 15	- 5000.0 0	314.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	13/08/20 15	14/08/20 15	- 5000.0 0	315.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	14/08/20 15	15/08/20 15	- 5000.0 0	316.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	15/08/20 15	16/08/20 15	- 5000.0 0	317.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	16/08/20 15	17/08/20 15	- 5000.0 0	318.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	17/08/20 15	18/08/20 15	- 5000.0 0	319.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	18/08/20 15	19/08/20 15	- 5000.0 0	320.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	19/08/20 15	20/08/20 15	- 5000.0 0	321.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	20/08/20 15	21/08/20 15	- 5000.0 0	322.00	2048.00	2048.00

P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	21/08/20 15	22/08/20 15	- 5000.0 0	323.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	22/08/20 15	23/08/20 15	- 5000.0 0	324.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	23/08/20 15	24/08/20 15	- 5000.0 0	325.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	24/08/20 15	25/08/20 15	- 5000.0 0	326.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	25/08/20 15	26/08/20 15	- 5000.0 0	327.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	26/08/20 15	27/08/20 15	- 5000.0 0	328.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	27/08/20 15	28/08/20 15	- 5000.0 0	329.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	28/08/20 15	29/08/20 15	- 5000.0 0	330.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	29/08/20 15	30/08/20 15	- 5000.0 0	331.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	30/08/20 15	31/08/20 15	- 5000.0 0	332.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	31/08/20 15	01/09/20 15	- 5000.0 0	333.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	01/09/20 15	02/09/20 15	- 5000.0 0	334.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	02/09/20 15	03/09/20 15	- 5000.0 0	335.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	03/09/20 15	04/09/20 15	- 5000.0 0	336.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	04/09/20 15	05/09/20 15	- 5000.0 0	337.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	05/09/20 15	06/09/20 15	- 5000.0 0	338.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	06/09/20 15	07/09/20 15	- 5000.0 0	339.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	07/09/20 15	08/09/20 15	- 5000.0 0	340.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	08/09/20 15	09/09/20 15	- 5000.0 0	341.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	09/09/20 15	10/09/20 15	- 5000.0 0	342.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	10/09/20 15	11/09/20 15	- 5000.0 0	343.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	11/09/20 15	12/09/20 15	- 5000.0 0	344.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	12/09/20 15	13/09/20 15	- 5000.0 0	345.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	13/09/20 15	14/09/20 15	- 5000.0 0	346.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	14/09/20 15	15/09/20 15	- 5000.0 0	347.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	15/09/20 15	16/09/20 15	- 5000.0 0	348.00	2048.00	2048.00



P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	16/09/20 15	17/09/20 15	- 5000.0 0	349.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	17/09/20 15	18/09/20 15	- 5000.0 0	350.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	18/09/20 15	19/09/20 15	- 5000.0 0	351.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	19/09/20 15	20/09/20 15	- 5000.0 0	352.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	20/09/20 15	21/09/20 15	- 5000.0 0	353.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	21/09/20 15	22/09/20 15	- 5000.0 0	354.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	22/09/20 15	23/09/20 15	- 5000.0 0	355.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	23/09/20 15	24/09/20 15	- 5000.0 0	356.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	24/09/20 15	25/09/20 15	- 5000.0 0	357.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	25/09/20 15	26/09/20 15	- 5000.0 0	358.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	26/09/20 15	27/09/20 15	- 5000.0 0	359.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	27/09/20 15	28/09/20 15	- 5000.0 0	360.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	28/09/20 15	29/09/20 15	- 5000.0 0	361.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	29/09/20 15	30/09/20 15	- 5000.0 0	362.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	30/09/20 15	01/10/20 15	- 5000.0 0	363.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	01/10/20 15	02/10/20 15	- 5000.0 0	364.00	2048.00	2048.00
P1	490893.3 21	2149327.6 08	2248	2048	02/10/20 15	03/10/20 15	- 5000.0 0	365.00	2048.00	2048.00

Frontera del modelo con elevación

X	Y	ELEV
490713	2149828	2233
491563	2149828	2245
490713.743	2149177.99	2240
491563	2149177	2240

## **8 Referencias**

- 1. Andres M. Sajo Castelli, Gradientes conjugados precondicionados para aproximar superficies mediante elementos finitos de powell-sabin, 2001.**
- 2. Características Fisicoquímicas del agua del Pozo del Peñón de los Baños. Análisis elaborado por el Instituto de Geología de la UNAM, 21 de Diciembre del 2003.**
- 3. CONAGUA Anexo Técnico de convenio de colaboración, Reposición del pozo profundo agrícola oriental No.2 2014**
- 4. Custodio y Llamas, Hidrología Subterránea, OMEGA, 1976.**
- 5. Dr. Ríos Elizondo Roberto, Lic. García Servín Fernando. Historia del desagüe de la Cuenca. Memoria de las obras del sistema de drenaje profundo del Distrito Federal. Tomo I. Departamento del Distrito Federal, Secretaría de Obras y Servicios, México D.F. 1975.**
- 6. Fetter, C. W. (Charles Willard), Applied hydrogeology 1942, Upper Saddle River, New Jersey : Prentice Hall, c2001, 4th ed. pp 85.**
- 7. Geisel Y. Alpfzar B, , Factorización incompleta de Cholesky como tecnica de Precondicionamiento, 2013.**
- 8. J. Marsal Raúl y Mazari Marcos, El subsuelo de la ciudad de mexico 1959.**
- 9. Karamouz Mohammad, Azadeh Ahmadi, Masih Akhbari, Groundwater hydrology : Engineering, planning, and management, Boca Raton, Florida, CRC Press, 2011, pp 331-232.**
- 10. M. Hestenes y E. Stiefel. Methods of Conjugate Gradients for Solving Linear Systems. Journal of Research of the National Bureau of Standards, 1952.**
- 11. Manual de Diseño Geotécnico. Volumen 1. Comisión de Vialidad y Transporte Urbano del Distrito Federal (COVITUR, 1987).**
- 12. MODFLOW-2005, The U.S. Geological Survey Modular Ground-Water Model—the Ground-Water Flow Process**

- 13. Palma Maya Dzoara Talía, Análisis estructural de las zonas topográficamente altas del Distrito Federal para evaluar susceptibilidades de contaminación 2012.**
- 14. R. Allan Freeze, John A. Cherry. Groundwater, Englewood cliffs, N. J. Prentice Hall, c1979 pp 29**
- 15. Rushton, K.R., and Redshaw, S.C., Seepage and groundwater flow: Numerical analysis by analogue and digital methods, 1979, 339 p**
- 16. Sánchez, F. J. (2011).- Medidas puntuales de permeabilidad. Universidad de Salamanca, 13 pp. (En: <http://hidrologia.usal.es>)**
- 17. Santoyo Enrique, Riqing Lin Xue, Efraín Ovando; Ed. Carlos E. Gutiérrez, El cono en la exploración geotécnica, México, Tgc, geotecnia, 1989**
- 18. Santoyo Villa Enrique, Ovando Shelley Efraín, Mooser Federico, León Plata. Síntesis Geotécnica de la Cuenca del Valle de México. TGC Geotécnica S.A. de C.V., México, 2005. Pp 26 – 80.**
- 19. Vázquez-Sánchez E, Jaimes-Palomera R, Geología de la cuenca de México: Geofísica Internacional, Simposio realizado en la Ciudad de México, Abril 1989 vol. 28-2 pp 133-190**
- 20. W.M. Edmunds, J.J. Carrillo-Rivera, A. Cardona, Geochemical evolution of groundwater beneath Mexico City, Journal of Hydrology, 2002.**
- 21. [http://siga.cna.gob.mx/SIGA/Regionales/Valle\\_Mexico/Region-xiii/html/Diagnostico3.html](http://siga.cna.gob.mx/SIGA/Regionales/Valle_Mexico/Region-xiii/html/Diagnostico3.html) (20 de Abril 2015).**
- 22. <http://www.iedf.org.mx/secciones/elecciones/estadisticas/2006/IEDF-16delegaciones.gif> (3 de Marzo 2015).**