



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
ENERGÍA – ENERGÍA Y MEDIO AMBIENTE

**DISEÑO Y ANÁLISIS EXPERIMENTAL DE DIFERENTES TIPOS DE
RECEPTORES EN UN CONCENTRADOR PARABÓLICO COMPUESTO**

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRA EN INGENIERÍA

PRESENTA:
MEXITLI EVA SANDOVAL REYES

TUTOR PRINCIPAL
Dr. Víctor Hugo Gómez Espinoza, IER-UNAM

COMITÉ TUTORAL
Dra. Naghelli Ortega Ávila, IER-UNAM
Dr. Carlos Octavio Rivera Blanco, PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN
INGENIERÍA
Dr. Octavio García Valladares, IER-UNAM
Dr. Roberto Best y Brown, IER-UNAM

TEMIXCO, MORELOS, JULIO, 2015



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Roberto Best y Brown
Secretario: Dr. Octavio García Valladares
Vocal: Dr. Víctor Hugo Gómez Espinoza
1 er. Suplente: Dr. Naghelli Ortega Ávila
2 do. Suplente: Dr. Carlos Octavio Rivera Blanco

Lugar donde se realizó la tesis: IER-UNAM

TUTOR DE TESIS:

DR. VÍCTOR HUGO GÓMEZ ESPINOZA

FIRMA

DEDICATORIA

*A mis papás y hermanos, con todo mi amor...
porque son y siempre serán mi estrella polar.*

*A mis amigos Jorge, Erika, Liz,
Moni y Tenoch (mi amigo), Lulú, Miriam y JJ...
por el cariño y los momentos que me han brindado.*

A Salvador, por ser la persona que es y estar a mi lado.

*A mi hermano Tenoch...
porque es de los mejores ingenieros que conozco
y el que más me ha inspirado.*

Al lector, por dedicar a esta tesis lo más valioso para alguien, su tiempo...

*“Lo importante es no dejar de hacerse preguntas”
Albert Einstein*

AGRADECIMIENTOS

Al Instituto de Energías Renovables IER-UNAM por permitirme trabajar en sus instalaciones.

Al CONACyT y los proyectos CEMIESOL Proyecto 12, PAPIIT IT100812, FORDECYT 190603 y SENER-CONACyT 117914, por proporcionar los recursos necesarios para este trabajo. A la empresa Módulo Solar por su ayuda en la fabricación de los prototipos.

A los doctores Naghelli Ortega, Víctor Gómez y Octavio García, por sus asesorías teóricas y experimentales. Y a los cinco sinodales por el tiempo dedicado a la revisión de este trabajo.

A Amaia y Ricardo Pérez, por las asesorías con Tonatiuh.

A Jesús Quiñones, por el apoyo con datos técnicos de Irradiancia y su disponibilidad y amabilidad.

Al Dr. Eduardo Venegas por su ayuda y disponibilidad con el tema de Constante de Tiempo y Factor Modificador de Eficiencia de acuerdo al ángulo de incidencia solar para colectores.

A Tenoch González por su ayuda con el formato de la tesis y presentación.

A Pedro Soto y al Dr. Ángel de la Vega, por la valiosa información y pláticas que tanto me sirvieron para el Capítulo 1 de la tesis.

A Paco Hernández, Salvador Escobar, Emmanuel Salazar y Tenoch Sandoval, por las excelentes ideas, asesorías técnicas y por su amistad siempre.

A los alumnos como Yuri Ramos, que colaboraron con el proyecto como parte de sus estancias.

A los amigos del Depto. de Refrigeración y Posgrado, porque hicieron el desarrollo de este trabajo, más ameno.

A Alex Ordaz, Víctor Gómez e Iris Santos, porque ellos fueron los que se acordaron de ¡tomar fotos!

Agradezco de manera especial a Iris Santos, por las excelentes sesiones de discusión de ideas y por las interminables horas de trabajo ¡es un placer trabajar contigo mi querida Iris!

Resumen

En este trabajo se realiza el comparativo entre tres diferentes receptores para un Concentrador Parabólico Compuesto. El primero es un receptor cilíndrico convencional desplazado un milímetro hacia arriba para evitar que toque la involuta reflectora. El segundo es una variante del primero, ya que es el mismo receptor cilíndrico desplazado, pero con una aleta de 30 milímetros de ancho soldada en la parte superior del tubo; esta aleta tiene el objetivo de captar la radiación solar perdida por el receptor cilíndrico debido al desfase de un milímetro hacia arriba para evitar tocar la lámina reflectora y los que sufre por imperfecciones de manufactura. El tercer receptor evaluado es uno en forma de V invertida completamente iluminado y está conformado por un tubo el cual tiene soldada en la parte media superior una aleta en forma de V invertida, este receptor fue planteado por primera vez por Collares-Pereira en Portugal.

Para comparar los tres receptores, fue necesario realizar ajustes en los cálculos ya que el área de captación y diámetro de los tubos por los que fluye el fluido de trabajo eran diferentes en cada caso. Se condujeron pruebas de eficiencia térmica instantánea con el objetivo de obtener la curva de eficiencia térmica de cada receptor, así como el factor modificador del ángulo de incidencia y constante del tiempo.

Finalmente, se concluyó que el receptor cilíndrico convencional es el mejor de los tres, primordialmente porque su tasa de pérdida de energía térmica comparada con los otros dos colectores es significativamente menor, especialmente conforme la temperatura de entrada al colector se aleja de la temperatura ambiente. Sin embargo, los aprendizajes respecto a los tres receptores fueron diversos y se presentan a detalle a lo largo del trabajo y en las conclusiones del mismo.

DISEÑO Y ANÁLISIS EXPERIMENTAL DE DIFERENTES TIPOS DE RECEPTORES EN UN CONCENTRADOR PARABÓLICO COMPUESTO

Contenido

Capítulo 1. Introducción y panorama de la energía termosolar	17
1.1 Panorama energético internacional	19
1.1.1 Prospectiva internacional de las energías renovables.....	22
1.1.2 Prospectiva internacional de la energía termosolar.....	24
1.2 Panorama energético en México.....	25
1.2.1 Prospectiva de las energías renovables en México	27
1.2.2 Prospectiva de la energía termosolar en México	28
1.3 Objetivos de la tesis.....	30
1.3.1 Objetivo general	30
1.3.2 Objetivos específicos	30
Capítulo 2. Principios teóricos.....	31
2.1 Radiación solar.....	31
2.2 El movimiento aparente del Sol.....	33
2.3 Concentradores solares	37
2.4 Concentradores Parabólicos Compuestos - CPC.....	38
2.4.1 CPC con receptor cilíndrico.....	40
2.4.2 CPC con receptor en V invertida completamente iluminado	45
2.5 Técnica de trazado de rayos para la evaluación óptica de los sistemas térmicos solares	51
2.6 Evaluación de la eficiencia térmica de los concentradores CPC.....	53
2.6.1 Eficiencia térmica instantánea de un colector CPC de baja concentración.....	54
2.6.2 Constante del tiempo	58
2.6.3 Factor modificador de eficiencia de acuerdo al ángulo de incidencia solar para colectores solares planos.....	59
Capítulo 3. Diseño de la geometría reflectora para los diferentes tipos de CPC.....	61
3.1 CPC con receptor cilíndrico convencional.....	61
3.1.1 Diseño y simulaciones ópticas	61
3.1.2 Receptor cilíndrico aletado.....	63
3.2 CPC con receptor en V invertida completamente iluminado	66
3.2.1 Análisis del diseño.....	66

Capítulo 4. Construcción y banco experimental para los colectores CPC	69
4.1 Construcción y armado del colector CPC con receptor cilíndrico convencional	69
4.1.1 Manufactura y ensamble de las láminas reflectoras	69
4.1.2 Manufactura de receptor y su ensamble con el reflector	71
4.1.3 Ensamble final y características del prototipo	72
4.2 Armado y características del colector CPC con receptor cilíndrico aletado	73
4.3 Características del colector CPC con receptor en V invertida completamente iluminado	73
4.4 Características del banco experimental en el IER-UNAM	74
Capítulo 5. Resultados experimentales y discusión	79
5.1 Curvas de eficiencia térmica vs. número de Reynolds.....	79
5.1.1 Ajuste lineal	80
5.1.2 Ajuste polinomial de segundo grado	97
5.2 Diferencia de presión.....	98
5.3 Cálculo de constante del tiempo para los diferentes receptores.....	100
5.4 Cálculo del factor modificador de eficiencia de acuerdo al ángulo de incidencia solar para los diferentes colectores	103
Conclusiones y perspectivas	107
Bibliografía	109
ANEXO 1. Cálculo de bandas de incertidumbre para las pruebas experimentales individuales	113
ANEXO 2. Ajuste de modelos de regresión lineal simple	119
ANEXO 3. Pruebas de hipótesis y coeficientes calculados en la regresión lineal simple y múltiple	121
ANEXO 4. Intervalos de confianza y predicción en la regresión.....	125

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1 PRECIO EN USD POR BARRIL PARA EL CRUDO WTI 40 API DESDE 1960 HASTA 2015 (PRECIO AJUSTADO POR INFLACIÓN) 17

FIGURA 2 EMISIONES ANUALES DE CO₂ [1000 TONELADAS MÉTRICAS DE CO₂], USO DE ENERGÍA PRIMARIA TOTAL [TPE] Y USO DE ENERGÍA/CÁPITA [TPE] EN DIFERENTES PAÍSES AL 2010..... 18

FIGURA 3 USO DE ENERGÍA/CÁPITA [TPE], GDP/CÁPITA [USD], HDI Y POBLACIÓN TOTAL EN DIFERENTES PAÍSES AL 2010 19

FIGURA 4 CONSUMO ENERGÉTICO MUNDIAL POR SECTOR PRODUCTIVO EN EL 2012..... 20

FIGURA 5 CONTRIBUCIÓN POR FUENTE DE ENERGÍA A LA PRODUCCIÓN MUNDIAL DE ENERGÍA PRIMARIA EN EL 2012 20

FIGURA 6 ÍNDICE DE PRODUCCIÓN/OFERTA ENERGÉTICA Y SU RELACIÓN CON EL PIB/CÁPITA PARA DIFERENTES PAÍSES AL 2010..... 21

FIGURA 7 ENERGÍA PRIMARIA PRODUCIDA CON FUENTES RENOVABLES EN 2011 [MTPE] 22

FIGURA 8 IRRADIANCIA PROMEDIO MUNDIAL ANALIZADA EN 2006 [W/M²]..... 24

FIGURA 9 ESTRUCTURA DE LA PRODUCCIÓN DE ENERGÍA PRIMARIA EN MÉXICO, 2013 25

FIGURA 10 CONSUMO FINAL DE ENERGÍA DISTRIBUIDO POR SECTOR PRODUCTIVO Y ENERGÉTICO PARA MÉXICO, 2013..... 26

FIGURA 11 APORTACIÓN DE LA ENERGÍA SOLAR POR SECTOR PRODUCTIVO EN MÉXICO PARA 2010..... 26

FIGURA 12 SUPERFICIE INSTALADA DE CALENTADORES SOLARES PLANOS EN MÉXICO DURANTE EL 2010 [M²] 27

FIGURA 13 MAPA DE IRRADIACIÓN SOLAR GLOBAL DIARIA PROMEDIO ANUAL EN MÉXICO [KWH/M²] 28

FIGURA 14 ESPECTRO DE RADIACIÓN ELECTROMAGNÉTICA 31

FIGURA 15 DISTRIBUCIÓN ESPECTRAL DE RADIACIÓN DIRECTA Y LOS COMPONENTES DE DISPERSIÓN Y ABSORCIÓN ATMOSFÉRICA 32

FIGURA 16 DIAGRAMA DECLINACIÓN DE LA TIERRA RESPECTO AL SOL PARA DIFERENTES ESTACIONES DEL AÑO..... 33

FIGURA 17 VARIACIÓN DE LA ECUACIÓN DEL TIEMPO A LO LARGO DEL AÑO..... 35

FIGURA 18 DESCRIPCIÓN GRÁFICA DE LOS ÁNGULOS SOLARES..... 36

FIGURA 19 ÓPTICA DE IMAGEN Y DE NO IMAGEN..... 37

FIGURA 20 CPC CON RECEPTOR PLANO 39

FIGURA 21 CPC CON DIFERENTES TIPOS DE RECEPTORES..... 40

FIGURA 22 DIAGRAMA ESQUEMÁTICO DEL CPC ANALIZADO TÉRMICAMENTE POR HSIEH EN 1981..... 41

FIGURA 23 RELACIÓN DE COORDENADAS CARTESIANAS Y POLARES PARA CPC CON RECEPTOR CILÍNDRICO ($\vartheta = \pi/2 + \theta_a$) 43

FIGURA 24 TRUNCAMIENTO DE CPC CON RECEPTOR CILÍNDRICO 44

FIGURA 25 DISEÑO DE CPC CON RECEPTOR EN V INVERTIDA PROPUESTO POR BAUM Y GORDON EN 1985..... 45

FIGURA 26 PERFIL LATERAL DEL DISEÑO DE CPC CON RECEPTOR EN V INVERTIDA PROPUESTO POR CARVALHO ET AL. EN 1995..... 46

FIGURA 27 (A) CPC AoSol C = 1.5 Y CON $\theta_a=56^\circ$ 46

FIGURA 28 GEOMETRÍA COMPUESTA POR UNA INVOLUTA CIRCULAR Y TRES SEGMENTOS PARABÓLICOS 48

FIGURA 29 GEOMETRÍA COMPUESTA POR UNA INVOLUTA CIRCULAR Y DOS SEGMENTOS PARABÓLICOS 48

FIGURA 30 UBICACIÓN DE LOS TRES FOCOS PARA LOS SEGMENTOS PARABÓLICOS..... 49

FIGURA 31 ILUSTRACIÓN DE LA LEY DE REFLEXIÓN Y LA LEY DE REFRACCIÓN DE SNELL..... 51

FIGURA 32 SIMULACIÓN EN TONATIUH® DE LOS RAYOS INCIDENTES SOBRE EL COLECTOR SOLAR (PÁGINA ANTERIOR). GRÁFICA DE DISTRIBUCIÓN DE ENERGÍA TÉRMICA SOBRE EL TUBO RECEPTOR (ARRIBA) 53

FIGURA 33 EJEMPLO DEL AJUSTE LINEAL PARA LA CURVA DE EFICIENCIA TÉRMICA INSTANTÁNEA DE UN COLECTOR 56

FIGURA 34 EJEMPLO DEL AJUSTE POLINOMIAL PARA LA CURVA DE EFICIENCIA TÉRMICA INSTANTÁNEA DE UN COLECTOR 58

FIGURA 35 LA CONSTANTE DEL TIEMPO (A) DE ACUERDO A LA ISO 9806-1:1994; (B) DE ACUERDO A LA ASHRAE 93:2003 59

FIGURA 36 EJEMPLO DE GRÁFICA DEL FACTOR MODIFICADOR [K₀] PARA DIFERENTES ÁNGULOS DE INCIDENCIA SOLAR SOBRE EL COLECTOR 60

FIGURA 37 DISEÑO DEL LADO DERECHO DEL REFLECTOR PARA EL CPC CON RECEPTOR CILÍNDRICO CONVENCIONAL C_T = 1.5, $\theta_a=30^\circ$ Y R=0.008M 62

FIGURA 38 POSICIONAMIENTO DE LA ALETA SOBRE EL RECEPTOR CILÍNDRICO 64

FIGURA 39 VALORES DE INCREMENTO EN LA ENERGÍA TOTAL CAPTADA CON CADA MILÍMETRO EXTRA DE ALETA (LA DERIVADA DE LA PENDIENTE) PARA LAS CUATRO POSICIONES DE DESFASE CRÍTICO 65

FIGURA 40 DISEÑO DEL LADO DERECHO DEL REFLECTOR PARA EL CPC CON RECEPTOR EN V INVERTIDA COMPLETAMENTE ILUMINADO	67
FIGURA 41 PROTOTIPO EN NYLAMID A 10CMS DE LARGO PARA EL DADO-PRENSA QUE DEFORMA LAS LÁMINAS DE ALANOD® (IZQ); DADO-PRENSA QUE DEFORMA LAS LÁMINAS DE ALANOD® DE 1.95M DE LARGO (EN MEDIO); PARTE HEMBRA DEL DADO-PRENSA CON LÁMINAS DE ALANOD® YA DEFORMADA (DER).....	69
FIGURA 42 MOLDE DE MADERA PARA LOS CANALES REFLECTORES (IZQUIERDA); COLOCACIÓN MANUAL DE LOS CANALES REFLECTORES EN EL MOLDE DE MADERA (DERECHA)	70
FIGURA 43 ESPUMA DE POLIURETANO PARA FIJAR LOS CANALES REFLECTORES ENTRE ELLOS (IZQUIERDA); CAPA FINAL DE ESPUMA DE POLIURETANO PARA RIGIDEZ Y AISLAMIENTO TÉRMICO (DERECHA)	70
FIGURA 44 REMOCIÓN DE LA CAMA DE REFLECTORES DEL MOLDE DE MADERA (IZQUIERDA); POSICIONAMIENTO DE LA CAMA DE REFLECTORES EN EL BASTIDOR FINAL (DERECHA).....	70
FIGURA 45 ENREJADO DE COBRE SIN RECUBRIMIENTO (IZQUIERDA); TUBO CON RECUBRIMIENTO UTILIZADO (DERECHA).....	71
FIGURA 46 COSTILLAS DE MADERA AUXILIARES PARA LA CORRECTA POSICIÓN DEL TUBO RECEPTOR SOBRE EL REFLECTOR.....	71
FIGURA 47 COLECTOR CPC CON RECEPTOR CILÍNDRICO CONVENCIONAL Y FACTOR DE CONCENTRACIÓN 1.5 MONTADO EN EL BANCO EXPERIMENTAL.....	72
FIGURA 48 DETALLE DE LAS ALETAS EN EL CPC CON RECEPTOR CILÍNDRICO ALETADO RECUBIERTO CON SOLKOTE HI/SORB-II®	73
FIGURA 49 COLECTOR CPC CON RECEPTOR EN V INVERTIDA COMPLETAMENTE ILUMINADO Y FACTOR DE CONCENTRACIÓN 1.5 MONTADO EN EL BANCO EXPERIMENTAL.....	74
FIGURA 50 BANCO EXPERIMENTAL DEL IER-UNAM CON LOS PRINCIPALES COMPONENTES	76
FIGURA 51 EJEMPLO DE LA PANTALLA MOSTRADA EN EL PROGRAMA VEE-PRO 9.3 DURANTE LA PRUEBA EXPERIMENTAL	78
FIGURA 52 AJUSTE LINEAL PARA LAS CURVAS DE EFICIENCIA TÉRMICA INSTANTÁNEA CR, CA Y V	81
FIGURA 53 AJUSTE LINEAL PARA LAS CURVA DE EFICIENCIA TÉRMICA INSTANTÁNEA DE CR A RE=1500 Y M=6.8 KG/MIN	85
FIGURA 54 AJUSTE LINEAL PARA LAS CURVA DE EFICIENCIA TÉRMICA INSTANTÁNEA DE CA A RE=1500 Y M=6.8 KG/MIN.....	86
FIGURA 55 AJUSTE LINEAL PARA LAS CURVA DE EFICIENCIA TÉRMICA INSTANTÁNEA DE V A RE=1500 Y M=2 KG/MIN	87
FIGURA 56 AJUSTE LINEAL PARA LAS CURVA DE EFICIENCIA TÉRMICA INSTANTÁNEA DE CR A RE=3000 Y M=13.56 KG/MIN	88
FIGURA 57 AJUSTE LINEAL PARA LAS CURVA DE EFICIENCIA TÉRMICA INSTANTÁNEA DE CA A RE=3000 Y M=13.56 KG/MIN.....	89
FIGURA 58 AJUSTE LINEAL PARA LAS CURVA DE EFICIENCIA TÉRMICA INSTANTÁNEA DE V A RE=3000 Y M=4 KG/MIN	90
FIGURA 59 AJUSTE LINEAL PARA LAS CURVA DE EFICIENCIA TÉRMICA INSTANTÁNEA DE CR A RE=4200 Y M=19 KG/MIN	91
FIGURA 60 AJUSTE LINEAL PARA LAS CURVA DE EFICIENCIA TÉRMICA INSTANTÁNEA DE CA A RE=4200 Y M=19 KG/MIN.....	92
FIGURA 61 AJUSTE LINEAL PARA LAS CURVA DE EFICIENCIA TÉRMICA INSTANTÁNEA DE V A RE=4200 Y M=5.6 KG/MIN.....	93
FIGURA 62 AJUSTE LINEAL PARA LAS CURVA DE EFICIENCIA TÉRMICA INSTANTÁNEA DE CR A RE=6500 Y M=29.4 KG/MIN	94
FIGURA 63 AJUSTE LINEAL PARA LAS CURVA DE EFICIENCIA TÉRMICA INSTANTÁNEA DE CA A RE=6500 Y M=29.4 KG/MIN.....	95
FIGURA 64 AJUSTE LINEAL PARA LAS CURVA DE EFICIENCIA TÉRMICA INSTANTÁNEA DE V A RE=6500 Y M=8.74 KG/MIN	96
FIGURA 65 AJUSTE POLINOMIAL DE SEGUNDO ORDEN PARA LAS CURVAS DE EFICIENCIA TÉRMICA INSTANTÁNEA CR, CA Y V	97
FIGURA 66 DIFERENCIA DE PRESIÓN VS. FLUJO MÁSSICO Y VS. REYNOLDS PARA CR - CA Y V	99
FIGURA 67 LA CONSTANTE DEL TIEMPO DE ACUERDO A LA ISO 9806-1:1994	100
FIGURA 68 GRÁFICA DE LA DIFERENCIA DE TEMPERATURAS, PARA EL CÁLCULO DE LA CONSTANTE DEL TIEMPO EL DÍA 6 DE MARZO DE 2014.....	102
FIGURA 69 FACTOR MODIFICADOR DE EFICIENCIA DE ACUERDO AL ÁNGULO DE INCIDENCIA SOLAR PARA CR - CA Y V	104
FIGURA 70 DIAGRAMA DE DISPERSIÓN PARA LOS PARES (X _i ,Y _i) DE UN EXPERIMENTO QUE MUESTRA TENDENCIA LINEAL	119
FIGURA 71 ERROR ALEATORIO DEL Y CON DISTRIBUCIÓN N~(0,σ ²) PARA UN VALOR DADO DE X	120
FIGURA 72 PATRONES PARA GRÁFICAS DE RESIDUOS A) IDEAL, B) EN EMBUDO, C) DOBLE ARCO, Y D) NO LINEAL.....	121
FIGURA 73 RELACIÓN ENTRE F ₀ , A Y EL VALOR P	123
FIGURA 74 ESTRUCTURA DE LA TABLA DE ANÁLISIS DE VARIANZA PARA LA PRUEBA DE SIGNIFICANCIA DE LA REGRESIÓN	123
FIGURA 75 ESTRUCTURA DE LA TABLA DE ANÁLISIS DE LA REGRESIÓN	124
FIGURA 76 EJEMPLO DE UN MODELO DE REGRESIÓN LINEAL CON SUS CORRESPONDIENTES INTERVALOS DE CONFIANZA Y PREDICCIÓN	126

ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 1 PRODUCCIÓN DE USO MUNDIAL DE ENERGÍA RENOVABLE POR TIPO Y ESCENARIO..... 23

TABLA 2 TIPOS DE CPC CON RECEPTOR EN V INVERTIDA COMPLETAMENTE ILUMINADO 48

TABLA 3 ENERGÍA RECIBIDA EN EL RECEPTOR DE UN CPC CON $C_1=1.5$ PARTIENDO DE CPC CON $C=2$ O PARTIENDO DE UN CPC CON $C=1.65$
..... 62

TABLA 4 CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DEL CPC CON RECEPTOR CILÍNDRICO CONVENCIONAL 62

TABLA 5 COMPARACIÓN DE LA ENERGÍA RECIBIDA EN EL RECEPTOR DEL CPC CON DIFERENTES POSICIONES Y DIÁMETROS DEL MISMO..... 63

TABLA 6 CANTIDAD DE ENERGÍA RECIBIDA Y PERDIDA EN EL RECEPTOR DEL CPC CON DIFERENTES DESFASES DE MANUFACTURA..... 63

TABLA 7 ENERGÍA TOTAL QUE INCIDE SOBRE EL RECEPTOR [W] PARA DIFERENTES POSICIONES DEL TUBO RESPECTO AL VÉRTICE DE LA
INVOLUTA REFLECTORA Y DIFERENTES TAMAÑOS DE ALETA 65

TABLA 8 CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DEL CPC CON RECEPTOR CILÍNDRICO ALETADO 66

TABLA 9 PARÁMETROS PARA LA GEOMETRÍA DEL REFLECTOR DEL CPC CON RECEPTOR EN V INVERTIDA 66

TABLA 10 CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DEL CPC CON RECEPTOR EN V INVERTIDA 66

TABLA 11 FLUJO MÁSIKO [KG/MIN] DE LAS PRUEBAS EXPERIMENTALES CORRESPONDIENTES A CADA COLECTOR 80

TABLA 12 COEFICIENTES DE REGRESIÓN LINEAL PARA LAS CURVAS DE EFICIENCIA TÉRMICA INSTANTÁNEA Cr, CA Y V..... 82

TABLA 13 DATOS PARA EL CÁLCULO DE LA EFICIENCIA TÉRMICA INSTANTÁNEA DE Cr CON RE=1500 EL DÍA 1 DE NOVIEMBRE DE 2013 ... 83

TABLA 14 CÁLCULOS DE LA EFICIENCIA TÉRMICA INSTANTÁNEA DE Cr CON RE=1500 EL DÍA 1 DE NOVIEMBRE DE 2013 84

TABLA 15 FECHAS DE OBTENCIÓN DE DATOS PARA LAS CURVAS DE EFICIENCIA TÉRMICA INSTANTÁNEA 84

TABLA 16 COEFICIENTES DE REGRESIÓN POLINOMIAL DE SEGUNDO ORDEN PARA LAS CURVAS DE EFICIENCIA TÉRMICA INSTANTÁNEA Cr, CA
Y V..... 97

TABLA 17 COMPARACIÓN DE $R^2_{AJUSTADA}$ PARA EL AJUSTE LINEAL Y EL POLINOMIAL DE SEGUNDO ORDEN 98

TABLA 18 VALORES P PARA LA PRUEBA DE HIPÓTESIS T, QUE INDICA QUE β_2 ES DIFERENTE DE CERO PARA EL AJUSTE POLINOMIAL..... 98

TABLA 19 ECUACIONES POLINOMIALES DE SEGUNDO ORDEN QUE DESCRIBEN EL AJUSTE A LAS CURVAS DE PRESIÓN..... 99

TABLA 20 FLUJO MÁSIKO DE LA PRUEBA EXPERIMENTAL PARA LA CONSTANTE DEL TIEMPO [KG/MIN]..... 100

TABLA 21 RESULTADOS DE LA CONSTANTE DEL TIEMPO [s] PARA Cr - CA Y V 101

TABLA 22 TABLA DE DATOS PARA EL CÁLCULO DE LA CONSTANTE DEL TIEMPO EL DÍA 6 DE MARZO DE 2014 102

TABLA 23 VALORES DEL FACTOR MODIFICADOR DE EFICIENCIA DE ACUERDO AL ÁNGULO DE INCIDENCIA SOLAR PARA Cr - CA Y V..... 104

TABLA 24 EFICIENCIA ÓPTICA CON EL FACTOR MODIFICADOR DE EFICIENCIA DE ACUERDO AL ÁNGULO DE INCIDENCIA SOLAR PARA Cr - CA Y
V 105

TABLA 25 DATOS PARA EL CÁLCULO DEL FACTOR MODIFICADOR DE EFICIENCIA DE ACUERDO AL ÁNGULO DE INCIDENCIA SOLAR DEL DÍA 17
DE ENERO DE 2014 PARA 30° DE INCIDENCIA 106

TABLA 26 CÁLCULO DEL FACTOR MODIFICADOR DE EFICIENCIA DE ACUERDO AL ÁNGULO DE INCIDENCIA SOLAR DEL DÍA 17 DE ENERO DE
2014 PARA 30° DE INCIDENCIA..... 106

TABLA 27 ESTABLECIMIENTO DE LAS FUENTES DE INCERTIDUMBRE Y SU VARIABILIDAD 114

TABLA 28 CÁLCULO DE LA INCERTIDUMBRE ESTÁNDAR PARA CADA FUENTE DE INCERTIDUMBRE 115

TABLA 29 DERIVADAS PARCIALES DEL MESURANDO RESPECTO A CADA UNA DE LAS FUENTES DE INCERTIDUMBRE..... 115

TABLA 30 CÁLCULO DEL COEFICIENTE DE SENSIBILIDAD PARA CADA FUENTE DE INCERTIDUMBRE..... 116

TABLA 31 CÁLCULO DE LA INCERTIDUMBRE ESTÁNDAR COMBINADA PARA CADA FUENTE DE INCERTIDUMBRE..... 116

NOMENCLATURA

A	Área [m ²]
A_a	Área de apertura del concentrador [m ²]
A_g	Área bruta o total [m ²]
A_r	Área del receptor [m ²]
AM	Masa de aire [adimensional]
C	Factor de Concentración Solar [adimensional]
C_t	Factor de Concentración Solar después de truncamiento [adimensional]
CA	Receptor cilíndrico aletado
c_p	Calor específico $\left[\frac{J}{kg \text{ } ^\circ C}\right]$
Cr	Receptor cilíndrico convencional
d	Diámetro del receptor [m]
E	Ecuación del tiempo [min]
G	Radiación solar o Irradiancia $\left[\frac{W}{m^2}\right]$
G_b	Radiación solar directa $\left[\frac{W}{m^2}\right]$
G_d	Radiación solar difusa $\left[\frac{W}{m^2}\right]$
G_g	Radiación solar proveniente de los rebotes con el piso $\left[\frac{W}{m^2}\right]$
G_h	Radiación solar hemisférica o total $\left[\frac{W}{m^2}\right]$
I	Irradiación $\left[\frac{J}{m^2}\right]$
L	Largo de canal en el CPC [m]
n	Número de día juliano
n^*	Número de muestras

\dot{m}	Flujo másico $\left[\frac{kg}{s}\right]$
Q	Calor útil [W] o [kW]
r	Radio del receptor [m]
Re	Número de Reynolds [adimensional]
T_{amb}	Temperatura ambiente [$^{\circ}C$]
T_i	Temperatura de entrada al colector [$^{\circ}C$]
T_m	Temperatura media o promedio del colector [$^{\circ}C$]
T_o	Temperatura de salida del colector [$^{\circ}C$]
V	Receptor en V invertida
v	Velocidad del viento [m/s]
$x - y$	Coordenadas del reflector en el eje de las abscisas y ordenadas [m]

Letras griegas

α	Absortancia [adimensional]
α_s	Altura solar [grados]
β	Ángulo de inclinación de la superficie [grados]
γ_s	Angulo acimutal solar [grados]
γ	Ángulo acimutal de la superficie [grados]
γ	Ángulo vértice del receptor en V invertida [grados]
δ	Declinación solar [grados]
ε	Emitancia [adimensional]
η	Eficiencia térmica instantánea [adimensional]
η_a	Ef. térmica instantánea basada en área de apertura [adimensional]
θ	Ángulo de incidencia [grados]
θ_a	Ángulo medio de aceptación [grados]
θ_s	Ángulo medio subtendido desde el receptor hacia el Sol [grados]

θ_z	Ángulo cenital solar [grados]
λ	Longitud de onda [nm]
ρ	Reflectancia [adimensional]
τ	Transmitancia [adimensional]
ϕ	Latitud [grados]
ω	Ángulo horario [grados]

UNIDADES UTILIZADAS

°C	Grados Celsius
in H ₂ O	Pulgadas de agua
J	Joules
PJ	Peta Joules
K	Kelvin
kg	kilogramos
m	metro
mm	milímetro
nm	nanómetro
Pa	Pascales
ppm	Partes por millón
s	segundo
min	minuto
ton	toneladas
tpe	Toneladas equivalentes de petróleo
Mtpe	Millones de toneladas equivalentes de petróleo
TWe	Tera-Watt de energía eléctrica
USD	Dólares de Estados Unidos
W	Watt
kW	kilo Watt
Wh	Watt-hora
TWh	Tera Watt-hora

ACRÓNIMOS Y ABREVIATURAS

ANES	Asociación Nacional de Energía Solar
API	American Petroleum Institute
CDIAC	Carbon Dioxide Information Analysis Center
CENER	Centro Nacional de Energías Renovables (España)
GDP	Producto interno bruto –Gross Domestic Product
GEI	Gases de efecto invernadero
HDI	Índice de Desarrollo Humano – Human Development Index
ICP	Programa de Comparación Internacional – International Comparison Program
IEA	Agencia Internacional de Energía – International Energy Agency
IIE	Instituto de Investigaciones Eléctricas
ISCCP	International Satellite Cloud Climatology Project
LAERFTE	Ley para el Aprovechamiento de Energías Renovables y el Financiamiento de la Transición Energética
LNEG	Laboratorio Nacional de Energía y Geología (antes INETI)
NREL	Laboratorio Nacional de Energía Renovable – National Renewable Energy Laboratory
OCDE	Organización para la Cooperación Económica y el Desarrollo –Organization for Economic Cooperation and Development
PPP	Paridad en el Poder de Compra –Purchase Power Parity
Procalso	Programa para la Promoción de Calentadores Solares de Agua en México
SENER	Secretaría de Energía, México
SI	Sistema Internacional de Medición
UNDP	Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo – United Nations Development Program
WTI	West Texas Intermediate
PV	Fotovoltaica

Capítulo 1. Introducción y panorama de la energía termosolar

En las últimas décadas, nuestra sociedad ha experimentado y sido partícipe del encarecimiento global de las fuentes fósiles de energía y de las tendencias de cambio climático debido a la generación antropogénica de gases de efecto invernadero (GEI).

La Figura 1 muestra la evolución de los precios promedios del barril del petróleo crudo, tomando como referencia el WTI (West Texas Intermediate) 40 grados API. Es bueno saber que los tres principales crudos de referencia en el mercado son WTI cuya área de influencia es el mercado estadounidense, North Sea Brent con influencia en Europa, y Dubái cuya zona de influencia es la región Asia-Pacífico–, los precios varían entre ellos, pero las tendencias son las mismas.

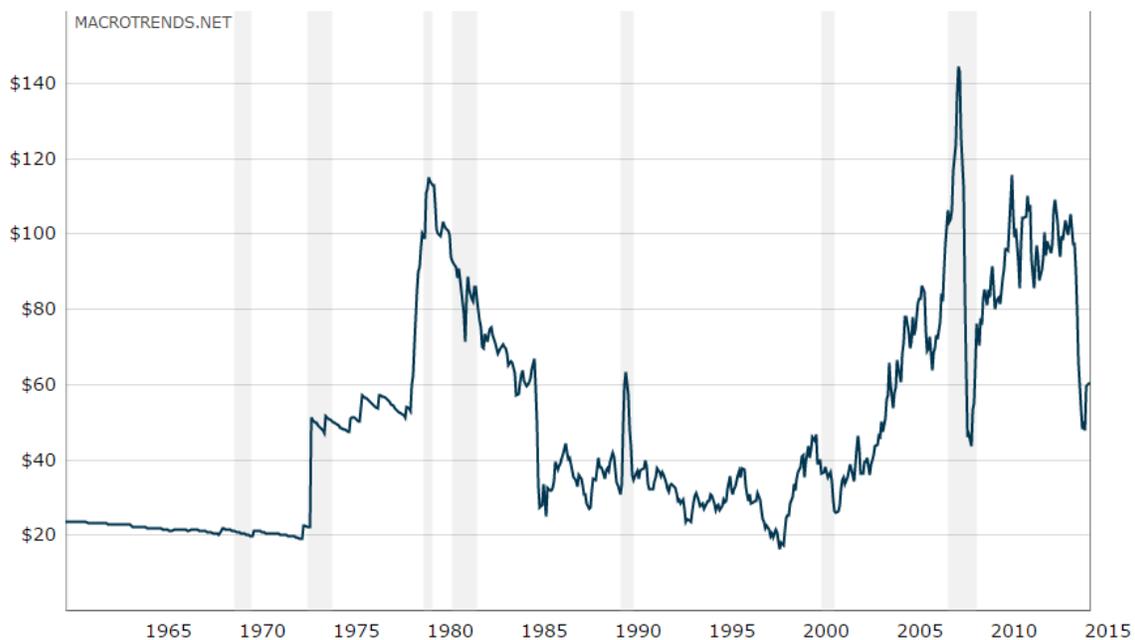


Figura 1 Precio en USD por barril para el crudo WTI 40 API desde 1960 hasta 2015 (precio ajustado por inflación)
 FUENTES: Imagen tomada de www.macrotrends.net con datos de US Energy Information Administration - Bureau of Labor Statistics

En la Figura 2 se observan datos de 2010 que expresan que la relación entre las emisiones de CO₂ y el consumo de energía es lineal. Es claro que los mayores consumidores de energía y por tanto los mayores emisores de CO₂ son China y Estados Unidos, pero lo que falta considerar es el tamaño de la población en cada país y por ello en la misma gráfica se muestra el consumo de energía per cápita mediante el código de colores y tamaño de la burbuja; cuando se introduce este tercer indicador, es claro que Estados Unidos consume más energía por habitante que China. Un caso interesante es el Islandia – Iceland en inglés– que tiene el mayor uso de energía per cápita, pero la menor cantidad de emisiones de CO₂, hecho que se explica porque para el 2012, el 84.7% de la energía producida en Islandia proviene de

fuentes renovables de energía, primordialmente geotérmica, hidráulica¹ y en menor medida eólica (Organisation for Economic Co-operation and Development).



Figura 2 Emisiones anuales de CO₂ [1000 toneladas métricas de CO₂], uso de energía primaria total [tpe] y uso de energía/cápita [tpe] en diferentes países al 2010

FUENTES: Imagen tomada de www.gapminder.org con datos del Banco Mundial, CDIAC (Carbon Dioxide Information Analysis Center) y estadísticas oficiales internacionales

Pese a estos problemas, la demanda energética no puede ser frenada, ya que tiene un estrecho vínculo con la calidad de vida de la sociedad. La Figura 3 muestra que hay una relación prácticamente lineal entre el uso de energía y el producto interno bruto per cápita –GDP–, así como entre el uso de energía y el Índice de Desarrollo Humano² –HDI– que se muestra mediante un código de colores; adicional y simplemente informativo, el tamaño de la burbuja indica la densidad de población del país. Se sabe que para el 2012 y en promedio global, se requirieron 0.16 tpe / 1000 USD de GDP (Secretaría de Energía, 2013 pág. 19), ello medido en dólares de 2005.

¹ La hidroeléctrica aporta aproximadamente el 15% de la energía primaria producida

² El HDI es un indicador que conglomerar el bienestar social y económico de un país. Se obtiene tomando en cuenta cinco indicadores: promedio en la esperanza de vida al nacer, tasa de alfabetización de adultos, tasa bruta combinada de matriculación en educación primaria, secundaria y superior, años de duración de la educación obligatoria, y GDP per cápita expresado en términos de paridad de poder de compra.

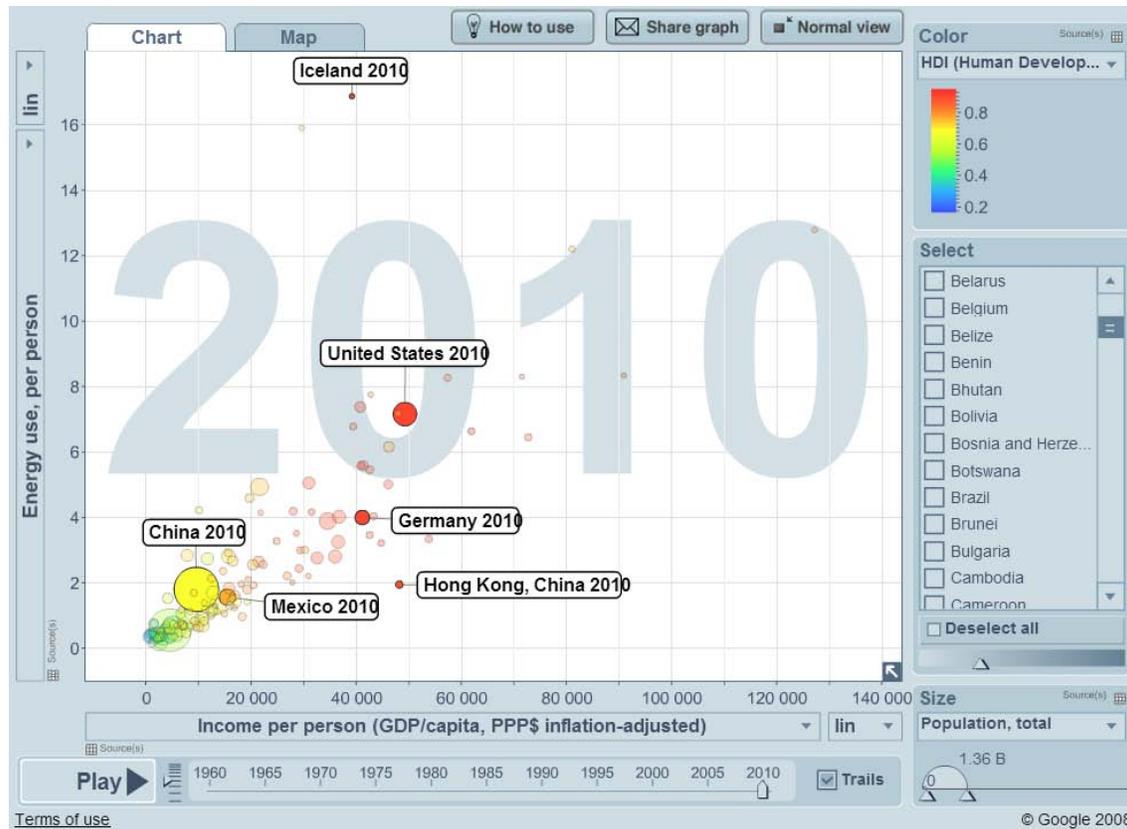


Figura 3 Uso de energía/cápita [tpe], GDP/cápita [USD], HDI y población total en diferentes países al 2010

FUENTES: Imagen tomada de www.gapminder.org con datos del Banco Mundial, UNDP y estadísticas oficiales internacionales

NOTA: El GDP/cápita está expresado en términos de paridad de poder de compra –PPP– ajustado por la inflación de cada país y basado en datos tomados por el ICP 2005–International Comparison Program–

Por todo esto, las energías renovables han sido el foco de atención en varios foros internacionales, ya que su uso proporciona ventajas sociales, económicas y ambientales, no sólo mitiga la generación de GEI y partículas que dañan al ambiente y la salud pública, sino que además reduce la dependencia de energéticos importados mediante el aprovechamiento de recursos renovables locales y detona el desarrollo y comercialización de nuevas tecnologías y empleos.

En contraparte, el área de oportunidad de las energías renovables se centra en el costo de inversión que aún es alto comparado con la energía a partir de fuentes convencionales.

1.1 Panorama energético internacional

El consumo total de energía primaria a nivel mundial fue de 8,978.76 Mtpe en 2012 y la Figura 4 muestra la proporción de consumo energético por sector productivo; se considera energía primaria a la que no ha sido sometida a transformación para convertirla a otro combustible para su uso final.

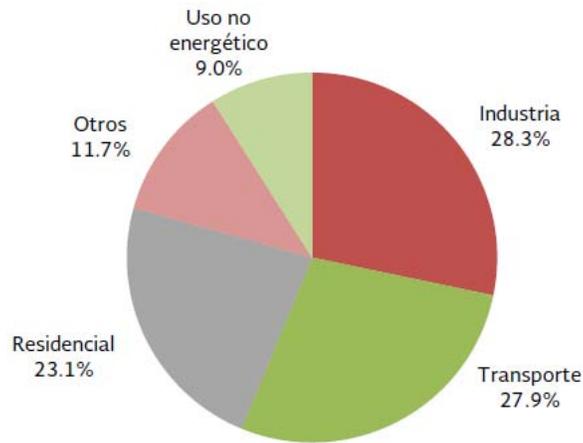


Figura 4 Consumo energético mundial por sector productivo en el 2012

FUENTE: Imagen tomada del Balance Nacional de Energía BNE 2013 de la SENER con datos de World Energy Balances 2014 de la International Energy Agency

Por otro lado, la producción total de energía primaria en el mundo en 2012 fue 13,371 Mtp. La Figura 5 indica que de esta cifra, el 1.1% fuentes eólica, solar y geotérmica. Por otra parte, el 10% proviene de biocombustibles y biomasa tradicional como la leña, la cual genera GEI al utilizarse.

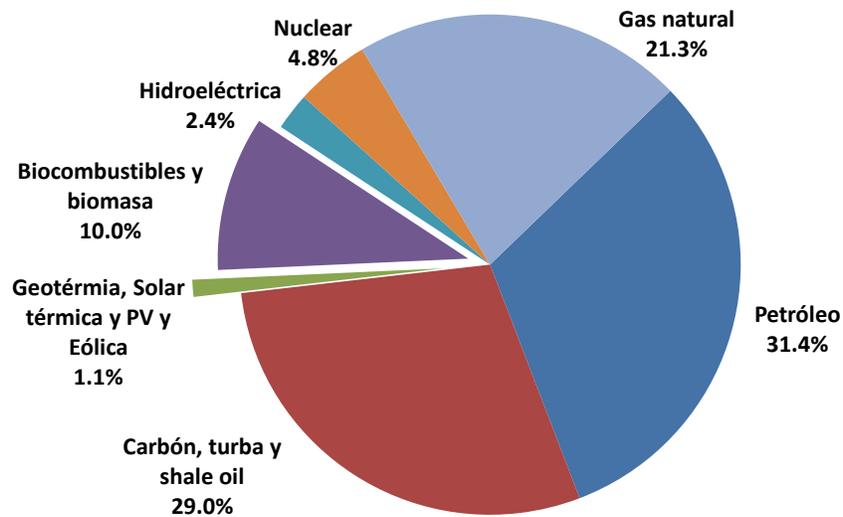


Figura 5 Contribución por fuente de energía a la producción mundial de energía primaria en el 2012

FUENTE: Imagen tomada y adaptada del World Energy Balances 2014 de la International Energy Agency

De acuerdo con cifras del BNE 2013, los mayores productores de energía para el 2012 fueron China con el 18.8% de la producción energética primaria mundial, Estados Unidos con el 13.4%, Rusia con 9.9%, Arabia Saudita con 4.6% e India con 4%. México ocupa el puesto 12 con el 1.6% (Secretaría de Energía, 2013 pág. 16). Desde 2010 China rebasó a EU en consumo y producción de energía.

La Figura 6 muestra un índice interesante que expresa la relación entre la producción y oferta de energía interna bruta en cada país al 2012; los países cuyo índice producción/oferta es menor que 1, son países importadores de energía. Así, se puede apreciar que a pesar de que China y EU son los mayores productores de energía, aún siguen siendo importadores de la misma.

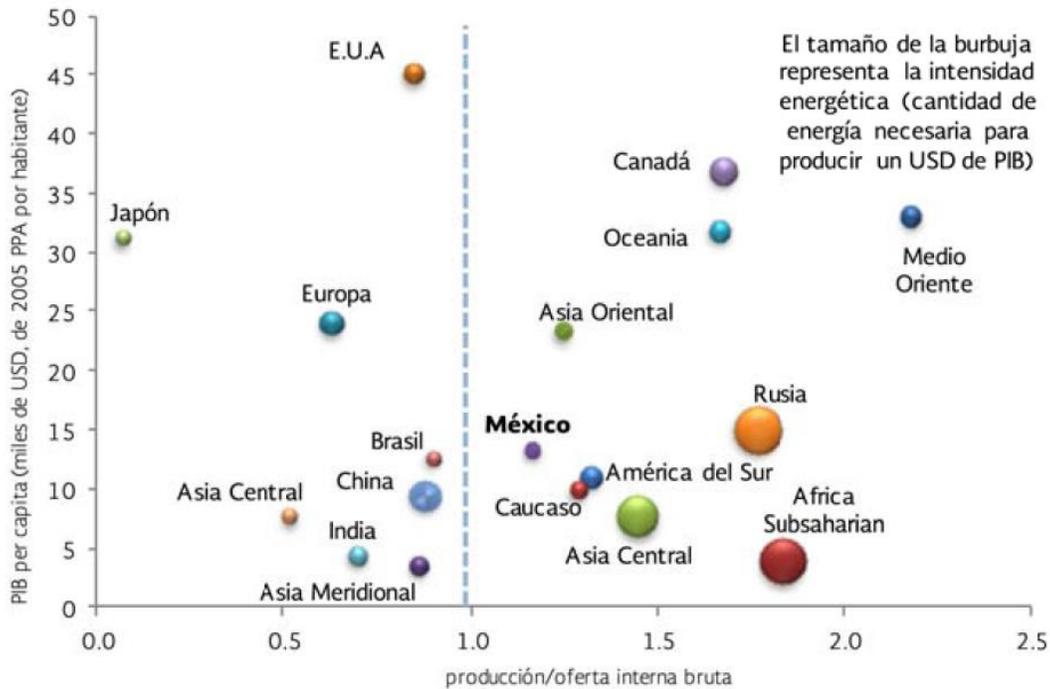


Figura 6 Índice de producción/oferta energética y su relación con el PIB/cápita para diferentes países al 2010

FUENTES: Imagen tomada del Balance Nacional de Energía BNE 2013 de la SENER Balances de Energía de los países de la OECD (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos) y no-OECD, a través del Balance Nacional de Energía 2011, SENER, México.

Recientemente, Estados Unidos ha despuntado en la producción de petróleo y gas debido a las nuevas tecnologías de exploración-producción; por lo que se proyecta que se convierta en el mayor productor mundial de petróleo hacia el 2020 y exportador neto hacia 2030 (International Energy Agency, 2012).

Hablando específicamente de la cantidad de energía producida mediante fuentes renovables en los diferentes países al 2011, se observa en la Figura 7 que China aparece como el mayor colaborador; es decir, es el mayor emisor de CO₂, pero también es el productor mundial líder de energía renovable. En cuanto a México, los reportes de la OCDE, indican que las fuentes renovables aportaron 9.3% de la producción energética primaria, pero esta cifra es engañosa porque incluye hidroeléctricas y biomasa tradicional. En la sección 1.2 se detalla la fracción de energía por fuente.

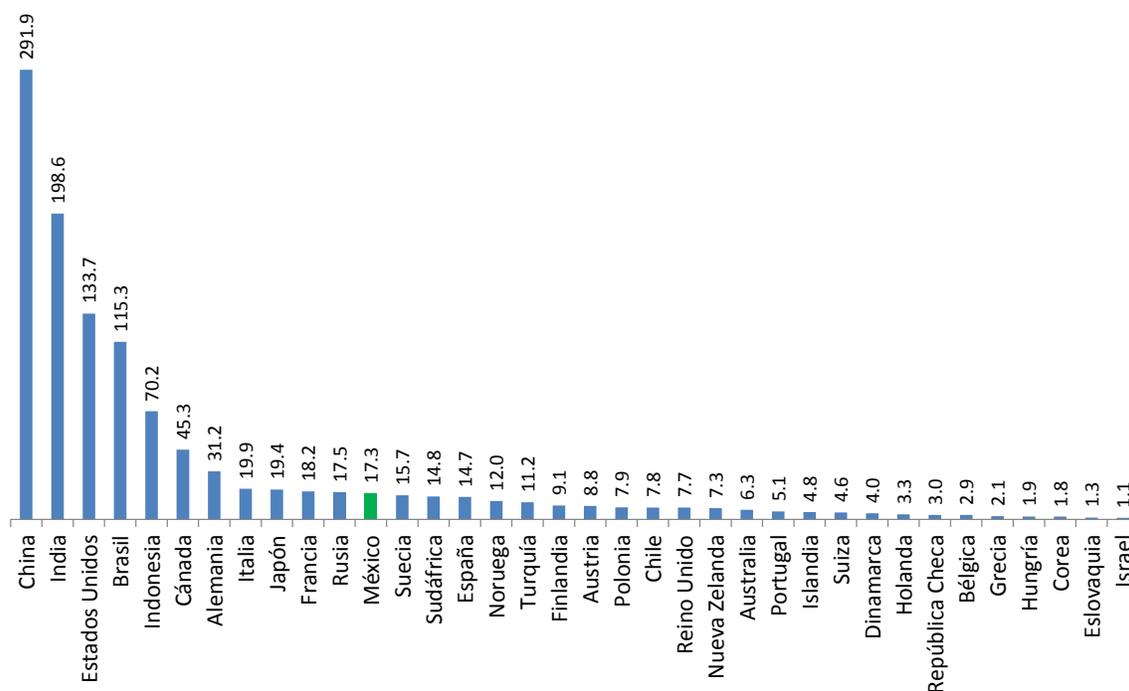


Figura 7 Energía primaria producida con fuentes renovables en 2011 [Mtpce]

FUENTE: Datos de <http://www.oecd-ilibrary.org/> consultado en Junio, 2015

1.1.1 Prospectiva internacional de las energías renovables

Continuamente en las convenciones internacionales celebradas –G8³ en 2009 en L’Aquila, Italia, convención de Copenhague en 2010, y G20⁴ en Los Cabos, México en 2012–, se ha acordado limitar el calentamiento global a un aumento de 2°C respecto a la época preindustrial, sabiendo que aún con este límite las catástrofes naturales y sociales son severas. Sin embargo, el mayor problema es que realizando una proyección hacia el 2035, se sabe que cerca de cuatro quintas partes de las emisiones permitidas por este acuerdo ya están “comprometidas” por centrales eléctricas, fábricas, edificios e infraestructura ya existente.

La IEA (International Energy Agency) ha planteado tres escenarios energéticos posibles (International Energy Agency):

Escenario de Políticas Actuales–CPS– .- Este escenario asume que no habrá cambios en las políticas energéticas actuales y se considera la mitad del año de publicación del documento, en este caso, el 2012. Éste es el Escenario de Referencia.

³ El G8 a un grupo de países cuyo peso político, económico y militar es internacionalmente. Incluye a Rusia (temporalmente excluida por la crisis de Crimea), Canadá, Estados Unidos, Francia, Italia, Alemania, Reino Unido y Japón

⁴ El G20 es un grupo que incluye al G8, a la Unión Europea como bloque y 11 países industrializados de todas las regiones del mundo (México está incluido). Este grupo se reúne regularmente desde 1999 para discutir temas del sistema financiero internacional.

Escenario de Nuevas Políticas–NPS–.- Este escenario toma en cuenta las políticas y compromisos que los países han anunciado para reducir las emisiones de GEI y sustituir fuentes fósiles de energía, incluso si aún no han establecido medidas y estrategias para implementarlas. Con este escenario, las emisiones calculadas se reducen en 4.1 Gton. para 2035, que corresponden a un aumento de la temperatura media global a largo plazo de 3.6°C y requiere una inversión de USD \$6.4 trillones en el periodo 2012-2035.

Escenario 450.- Este escenario está en línea con el objetivo de limitar el aumento de la temperatura media global a largo plazo a 2°C, lo que implica emisiones calculadas de 450ppp de CO₂.

En la Tabla 1 se describe la participación de las fuentes renovables de energía para cada escenario. Es visible que el mayor crecimiento se espera en el ámbito de generación de electricidad; donde las fuentes energéticas que más impactan en orden descendente son Hidroenergía, Eólica, Bioenergía, Fotovoltaica, Geotérmica, Concentración Solar y Energía Marina.

	2010	NPS		CPS		Escenario 450	
		2020	2035	2020	2035	2020	2035
Biomasa tradicional [Mtp]	751	761	687	764	697	748	653
<i>% de participación de la biomasa total</i>	59%	50%	37%	51%	40%	48%	29%
Generación de electricidad [TWh]	4,206	6,999	11,342	6,648	9,627	7,443	15,293
Bioenergía	331	696	1,487	668	1,212	750	2,033
<i>% generación eléctrica con Bioenergía</i>	1.57%	2.49%	4.06%	2.31%	3.02%	2.82%	6.38%
Hidroenergía	3,431	4,513	5,677	4,390	5,350	4,658	6,263
<i>% generación eléctrica con Hidroenergía</i>	16.31%	16.12%	15.52%	15.19%	13.34%	17.52%	19.66%
Eólica	342	1,272	2,681	1,148	2,151	1,442	4,281
<i>% generación eléctrica con Eólica</i>	1.63%	4.54%	7.33%	3.97%	5.36%	5.42%	13.44%
Geotérmica	68	131	315	118	217	150	449
<i>% generación eléctrica con Geotérmica</i>	0.32%	0.47%	0.86%	0.41%	0.54%	0.56%	1.41%
Fotovoltaica	32	332	846	282	524	376	1,371
<i>% generación eléctrica con Fotovoltaica</i>	0.15%	1.19%	2.31%	0.98%	1.31%	1.41%	4.30%
Concentración Solar	2	50	278	39	141	61	815
<i>% generación eléctrica con Concentración S.</i>	0.01%	0.18%	0.76%	0.13%	0.35%	0.23%	2.56%
Marina §	1	5	57	3	32	6	82
<i>% generación eléctrica con Marina</i>	0.00%	0.02%	0.16%	0.01%	0.08%	0.02%	0.26%
<i>% de participación en la generación total</i>	20%	25%	31%	23%	24%	28%	48%
Demanda de energía térmica [Mtoe]	337	447	604	429	537	461	715
Industria	207	263	324	258	308	263	345
<i>% demanda térmica ind. con renovables</i>	6.14%	7.06%	7.51%	6.62%	6.88%	7.42%	9.17%
Climatización de espacios* y agricultura	131	184	280	170	229	198	370
<i>% de participación en la producción total</i>	10%	12%	14%	11%	12%	13%	19%
Bioenergéticos*** [mboe/d]	1.3	2.4	4.5	2.1	3.7	2.8	8.2
Transporte terrestre	1.3	2.4	4.4	2.1	3.6	2.8	6.8
Aviación			0.1		0.1		0.8
Otros**			0.0		0.0		0.6
<i>% de participación en el transporte total</i>	2%	4%	6%	4%	5%	5%	14%

* excluye biomasa tradicional

**incluye transportes internacionales

***expresado en volúmenes energéticamente equivalentes de gasolina y diesel

§ La energía marina incluye la proveniente de las olas y mareas

Tabla 1 Producción de uso mundial de energía renovable por tipo y escenario

Tomado y adaptado del World Energy Outlook 2012 – Renewable Outlook, IEA

De acuerdo al World Energy Outlook 2012, se espera una disminución considerable en los costos de la tecnología solar fotovoltaica en grandes centrales, plantas solares de concentración, parques eólicos marinos y sistemas integrados en edificios. Para las tecnologías más maduras como la eólica terrestre y la geotermia, se pronostica una mínima caída en los costos; y los de la energía hidroeléctrica ya no tendrán cambios significativos.

1.1.2 Prospectiva internacional de la energía termosolar

La Figura 8 muestra el mapa de la irradiancia promedio mundial de los años 1991 a 1993 calculado con el algoritmo Bishop y Rossow (Bishop, y otros, 1991), utilizando datos del ISCCP (International Satellite Cloud Climatology Project) y tomando en cuenta factores climáticos como nubes y noche. Es posible apreciar las zonas de mayor potencial de aprovechamiento del recurso solar.

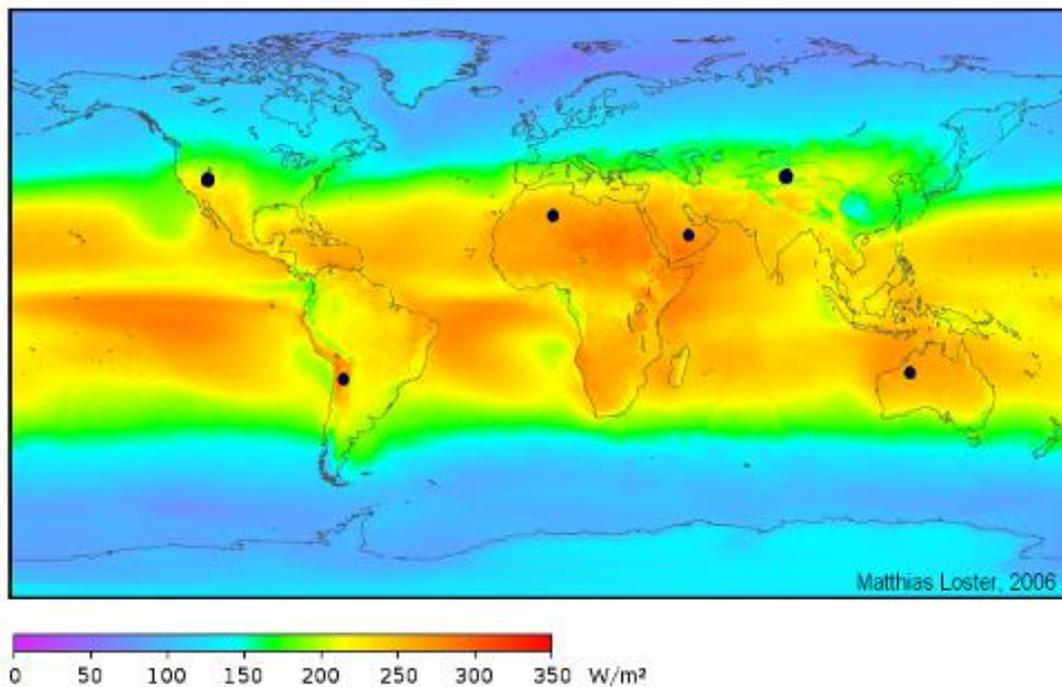


Figura 8 Irradiancia promedio mundial analizada en 2006 [W/m²]

FUENTE: Imagen tomada del documento Total Primary Energy Supply – From Sunlight (Loster)

De acuerdo al World Energy Outlook 2012 de la IEA, en cuanto a la **generación de electricidad mediante Concentración Solar**, en el escenario NPS se considera que la generación aumenta desde 1.6 TWh hasta 280 TWh en el periodo 2010-2035. Las plantas que actualmente se encuentran en operación están basadas primordialmente en Canal Parabólico, sin embargo, se requiere mejorar la tecnología y reducir sus costos para hacerla competitiva a gran escala. Por otra parte, la mayoría de los proyectos a mediano plazo están considerados en Estados Unidos y España, pero, ya existe cierto desarrollo en regiones como el Norte de África, Europa, India, Australia, Sudáfrica, China y Medio Oriente.

Respecto a la **obtención de energía térmica mediante tecnología solar**, su uso se ha enfocado principalmente al calentamiento de agua y climatización de edificaciones y se espera un crecimiento mundial de 19 a 70 Mtpe en el periodo 2010-2035. De estos 70 Mtpe esperados para el 2035, 30 Mtpe provienen de China y 7 Mtpe de Estados Unidos, mientras que Europa se centra en el uso de Geotermia para estos fines. Es bueno mencionar que sólo en el 2011, China creó el 68% de la capacidad mundial de

calentamiento de agua a bajas temperaturas mediante energía solar (International Energy Agency, 2012).

1.2 Panorama energético en México

De acuerdo al Balance Nacional de Energía 2013 de la SENER, la producción de energía primaria en México para el 2013 fue 9,020.21 PJ, de los cuales 635.8 PJ provienen de fuentes renovables de energía, sin embargo, es importante resaltar que de la fracción de energía a partir de fuentes renovables, el 60% se debe al uso de leña y bagazo de caña como biomasa, el 20.6% proviene de geotermia, 15.8% de hidroenergía –incluyendo las grandes hidroeléctricas–, 2.4% proviene de la energía eólica y tan sólo el 1.2% proviene de energía solar, combinando Solar Fotovoltaica y Solar Fototérmica (ver Figura 9).

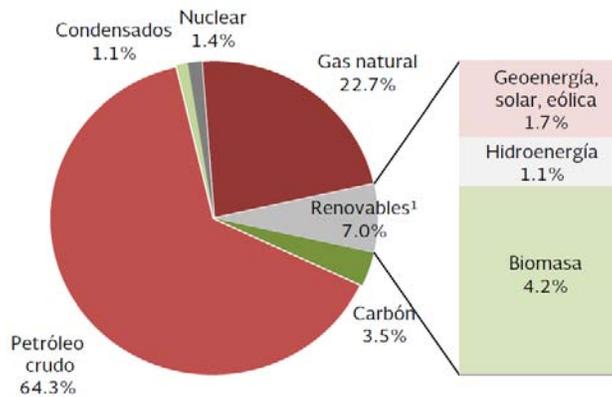


Figura 9 Estructura de la producción de energía primaria en México, 2013
FUENTE: Imagen tomada de (Secretaría de Energía, 2013 pág. 25)

NOTA: La fracción de ENERGÍA SOLAR se refiere a la utilizada para calentamiento de agua o generación de electricidad, a partir de calentadores solares y módulos fotovoltaicos. No se incluye la energía solar pasiva para calefacción e iluminación directas.

Por otra parte, el consumo nacional de energía para el 2013 fue 9,011.83 PJ, sin embargo, de esta cifra el 43.1% corresponde al consumo del sector energético, recirculaciones y diferencias y el 2.1% corresponde al consumo no energético como el de los procesos que emplean los energéticos como materias primas para la elaboración de bienes no energéticos, por ejemplo la elaboración de plásticos, solventes, polímeros, cauchos, etc. (Secretaría de Energía, 2013 pág. 33 y 35). Es decir, el consumo final de energía realizado por los diferentes sectores productivos –excluyendo el sector energético– fue de 4,941.41 PJ y se distribuyó como muestra la Figura 10.

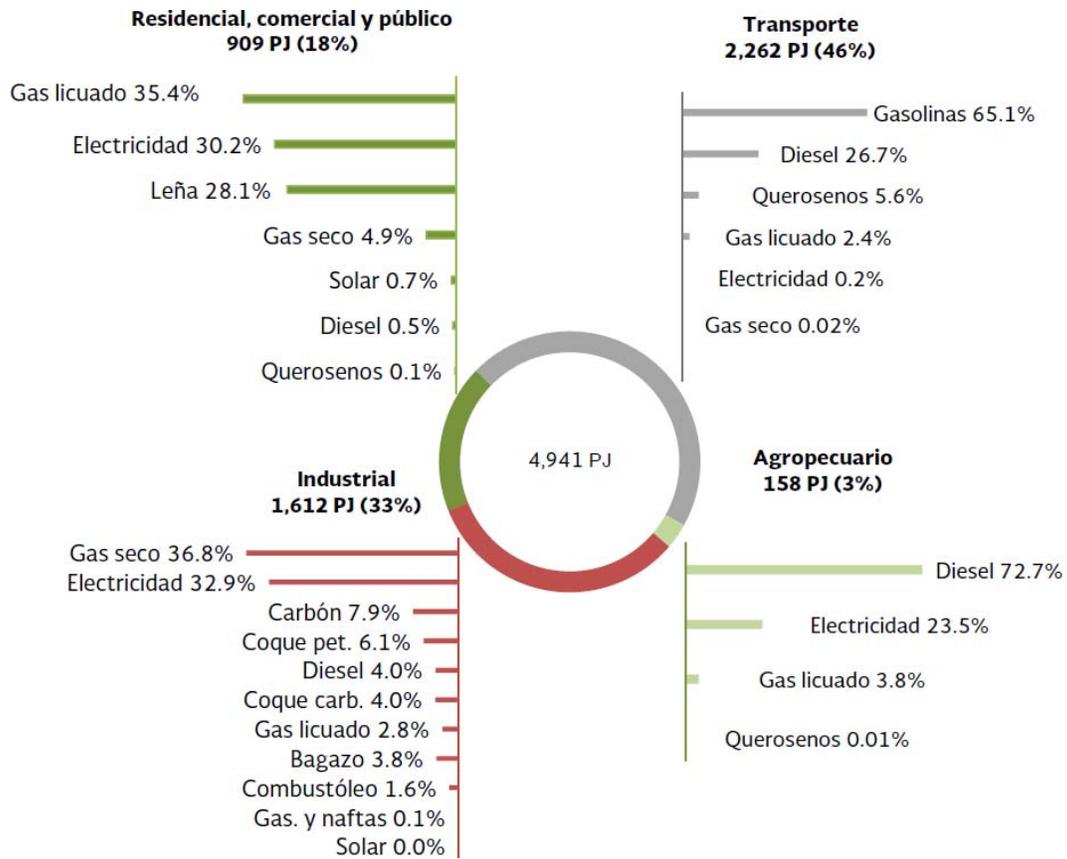


Figura 10 Consumo final de energía distribuido por sector productivo y energético para México, 2013
FUENTE: Imagen tomada de (Secretaría de Energía, 2013 pág. 36)

Por el momento, los sectores en los que la Energía Solar tiene participación son:

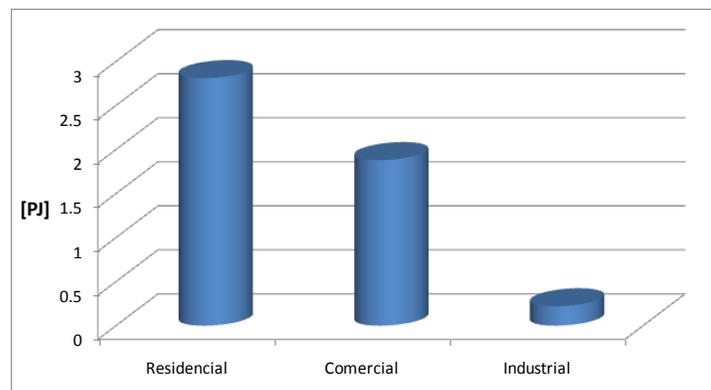


Figura 11 Aportación de la Energía Solar por sector productivo en México para 2010
FUENTE: Datos tomados del Balance Nacional de Energía 2011, SENER

De la Figura 11 es posible ver que la energía solar, incluyendo Fotovoltaica y Fototérmica, se ocupa primordialmente en el sector Residencial, aportando 2.81 PJ que representan el 0.37% de la energía

consumida en este sector. Por su parte, en el Comercial aporta 1.88 PJ, representando el 1.47% y en el sector Industrial apenas representa el 0.017% del consumo con 0.22 PJ.

Si se habla específicamente de la **tecnología solar térmica para su uso en sistemas de calentamiento de agua**, en 2007 se estableció la meta de instalar 1.8 millones de m² de calentadores solares de agua en México durante el período 2008-2012 mediante el programa Procalsol (Programa para la Promoción de Calentadores Solares de Agua en México); este programa fue creado como iniciativa de la CONUEE (Comisión Nacional para el Uso Eficiente de la Energía), la ANES (Asociación Nacional de Energía Solar) y la GIZ (Agencia Alemana de Cooperación Técnica). De acuerdo a información de la ANES, para el 2010 ya se tenían instalados 1.66 millones de m² y para el 2011, 1.97 millones de m². De la capacidad instalada en el 2010, se sabe que la distribución en el uso es como se muestra en la Figura 12.



Figura 12 Superficie instalada de calentadores solares planos en México durante el 2010 [m²]

FUENTE: Reporte Prospectiva de Energías Renovables 2012-2026 con información de la ANES y SENER

1.2.1 Prospectiva de las energías renovables en México

Para México, la importancia de la diversificación energética radica en el hecho de que de acuerdo al informe de Exploración y Producción de PEMEX al 1o de Enero de 2012, las reservas probadas de crudo sólo ascienden a 10.2 años (PEMEX, 1o de Enero de 2012).

En general, el análisis prospectivo de las energías renovables tiene contemplada la expansión de la infraestructura de aprovechamiento de estas energías en forma de electricidad, calor y biocombustibles en México. Dicho análisis se basa en la Estrategia Nacional de Energía, el Programa Especial para el Aprovechamiento de las Energías Renovables, el Procalsol, los programas en materia de bioenergéticos y la propia evolución o tendencia del mercado energético en los próximos años

La Estrategia Nacional de Energía 2012-2026, establece que la generación eléctrica a partir de energías limpias debe alcanzar una participación de 35% de la generación total en 2026 o la meta establecida en la LAERFTE – la Ley para el Aprovechamiento de Energías Renovables y el Financiamiento de la Transición Energética–, que es contar con al menos 35% de participación en generación de tecnologías no fósiles al año 2024.

1.2.2 Prospectiva de la energía termosolar en México

México está entre los 14° y 33° de latitud septentrional y su irradiación global diaria promedio anual es 5.5 kWh/m². El mapa de la Figura 13 describe esta característica.

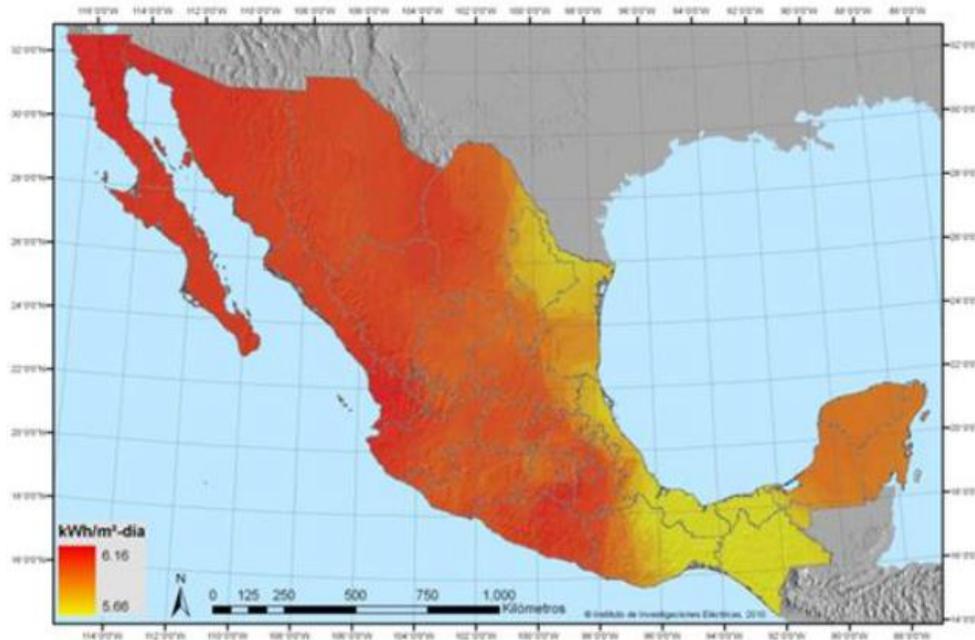


Figura 13 Mapa de Irradiación solar global diaria promedio anual en México [kWh/m²]

FUENTE: IIE (Instituto de Investigaciones Eléctricas) a través de Prospectiva de Energías Renovables 2012-2026, SENER

En este momento, México no cuenta con **centrales de concentración solar para la generación de electricidad** en operación, pero CFE (Comisión Federal de Electricidad) está desarrollando un proyecto de ciclo combinado llamado 171 CC Agua Prieta II en Sonora. El proyecto incluye turbogeneradores de gas y vapor, así como un campo de canales parabólicos que generará vapor adicional. Se espera producir 535.64MW con el ciclo combinado y 25MW con el campo de canales parabólicos (Comisión Federal de Electricidad, 2006).

El IIE condujo un estudio y estimó 1,653 MW de aprovechamiento potencial promedio de energía solar térmica de concentración durante los siguientes 5 años en el norte y noroeste del país considerando un escenario medio. Los escenarios propuestos para este estudio son (Berumen, 2010):

Escenario bajo .- Plantas de plato parabólico para sustituir máquinas de combustión interna.

Escenario medio .- Plantas de receptor central y de canal parabólico para cubrir capacidad adicional y retiros de plantas convencionales de CFE.

Escenario alto .- Plantas de receptor central, de canal parabólico y platos parabólicos para cubrir el 30% de la capacidad no comprometida en plantas de CFE.

Respecto a la **tecnología solar térmica para su uso en sistemas de calentamiento de agua**, gracias al desarrollo de Procalsol, la implementación de normatividades a los equipos y los nuevos esquemas de financiamiento, se estima que para el periodo 2011-2026 se instalen 12.3, 17.9 y 26.7 millones de m² de calentadores solares en escenarios de planeación bajo, medio y alto, respectivamente. También se prevé que el 75% de esa capacidad será instalada en el sector residencial.

En cuanto a la formación de recursos humanos, a finales de este año se aprobó la creación de Centro Mexicano de Innovación en Energía Solar liderado por el Instituto de Energías Renovables IER-UNAM con el objetivo de impulsar el desarrollo de la industria solar y crear capacidades técnicas y de emprendimiento. Adicionalmente, otras instituciones que investigan acerca de la concentración solar de mediana y alta temperatura en México son Instituto de Ingeniería II-UNAM, Facultad de Ingeniería FI-UNAM, Universidad Autónoma Metropolitana UAM, Universidad de Sonora UNISON, Instituto de Investigaciones Eléctricas IIE, Instituto de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Baja California UABC, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica ESIME-IPN, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico CENIDET, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla BUAP, Centro de Investigación en Materiales Avanzados CIMAV-Durango, etc.

Las aplicaciones primordiales de la concentración solar de mediana temperatura son el calentamiento de agua primordialmente para el sector residencial, refrigeración solar por absorción y fotocátalisis para la purificación de agua contaminada.

A lo largo del capítulo, se han presentado datos que sostienen que el uso de las energías renovables es importante para alcanzar un desarrollo social y económico sustentable. En los últimos años, México ha impulsado la comercialización de colectores solares planos, pero es bueno saber que los Concentradores Parabólicos Compuestos (CPC) de baja concentración, son una alternativa a los colectores planos con la ventaja de mayor temperatura de operación; sin embargo, la manufactura de los CPC para fines comerciales aún está en desarrollo y esta tesis pretende contribuir a este fin.

1.3 Objetivos de la tesis

1.3.1 Objetivo general

Comparar experimentalmente tres receptores diferentes para un Concentrador Parabólico Compuesto (CPC) e identificar el que arroje mejores resultados en cuanto a eficiencia, constante de tiempo y factor modificador de eficiencia de acuerdo al ángulo de incidencia solar.

1.3.2 Objetivos específicos

- Diseñar o describir la geometría del reflector correspondiente a cada receptor de CPC
- Construir o describir las características del colector correspondientes a cada receptor
- Analizar experimentalmente el colector correspondiente a cada receptor
 - Obtener las curvas de eficiencia térmica para cada colector y compararlas, con el objetivo de saber cuál es más eficiente y bajo qué condiciones
 - Obtener la constante del tiempo para cada colector y compararlas, con el objetivo de saber cuánto tiempo tarda cada uno en alcanzar condiciones cuasi-estables para la realización de pruebas
 - Obtener el factor modificador de eficiencia de acuerdo al ángulo de incidencia solar para cada colector y compararlos, con el objetivo de estimar la eficiencia óptica del colector a lo largo del día

Capítulo 2. Principios teóricos

Este capítulo presenta la base teórica de concentración solar y con mayor detalle la de los concentradores parabólicos compuestos CPC, sus distintos tipos de receptores, la técnica de trazado de rayos para su evaluación óptica y algunos estándares de pruebas experimentales para su evaluación de desempeño térmico. Todos estos conceptos son el sustento teórico de los capítulos 3 y 4.

2.1 Radiación solar

El **Sol** es una estrella que a través de reacciones de fusión nuclear produce una pérdida de masa que se transforma en energía. Esta energía es transmitida mediante **radiación solar**, la cual forma parte del espectro de radiaciones electromagnéticas (ver Figura 14). A su vez, la **radiación electromagnética** es una combinación de campos eléctricos y magnéticos oscilantes que se propagan en el espacio (incluso el vacío) transportando energía.

Una de las formas en las que la radiación electromagnética se manifiesta es a través de la **radiación térmica o calorífica**, que es la emitida por un cuerpo en virtud de su temperatura y sucede cuando sus átomos se encuentran en estado de excitación y llegan súbitamente a un estado de menor energía, liberando así energía electromagnética propagada a través del espacio a la velocidad de la luz (Duffie, 2013 p. 138). El rango de longitudes de onda $[\lambda]$ para la radiación térmica se encuentra entre $0.5\mu\text{m}$ y $1000\mu\text{m}$, mientras que el **espectro de la energía solar** abarca de 0.25 a $25\mu\text{m}$, es decir, casi todo el espectro solar pertenece al de radiación térmica, lo cual es bastante conveniente para los sistemas solares de calentamiento. Un dato interesante es que el 96.8% de la radiación solar que se recibe en la superficie terrestre, se encuentra concentrada entre los 0.25 a $2.5\mu\text{m}$, lo cual acota bastante bien los rangos del espectro en el que se deben hacer mejoras a los materiales.

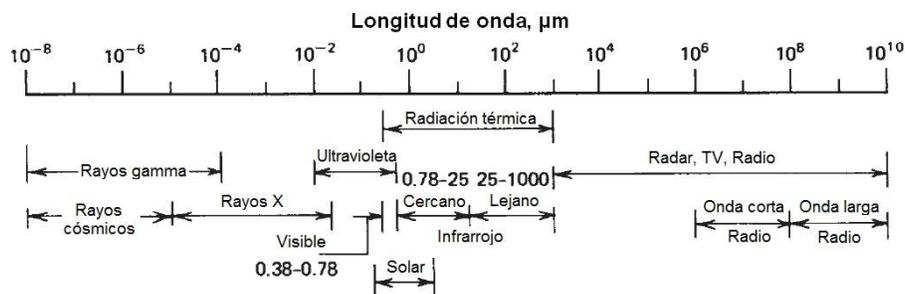


Figura 14 Espectro de radiación electromagnética
FUENTE: Imagen adaptada de (Duffie, 2013 pág. 139)

La radiación solar extraterrestre o fuera de la atmósfera (medida perpendicular a la dirección de propagación de la misma) tiene una intensidad de $1367\text{ W/m}^2 \pm 1\%$; este valor es llamado **constante solar** $[G_{sc}]$. De esta cantidad, las longitudes de onda que se concentran entre 0.25 y $2.5\mu\text{m}$ se

distribuyen de la siguiente forma: el 6.4% pertenece a la región ultravioleta –de 0.25 a 0.38 μm –, el 48% pertenece al espectro de luz visible –de 0.38 a 0.78 μm – y el 45.6% es parte del cercano infrarrojo –de 0.78 a 2.5 μm – (Duffie, 2013 págs. 5--7). Sin embargo, no toda la radiación alcanza la superficie terrestre debido a la dispersión y absorción atmosférica.

La **dispersión atmosférica o esparcimiento** es causada por la interacción con moléculas de aire, polvo, agua en vapor y gotitas. Se explica primordialmente mediante la dispersión Rayleigh, que es la causada por partículas cuyo tamaño es mucho menor que la longitud de onda de los fotones dispersados; de acuerdo a la Ley de Rayleigh, el coeficiente de dispersión e intensidad de la luz dispersada depende inversamente de la cuarta potencia de la longitud de onda. La Figura 15 muestra la fracción de radiación directa que se dispersa antes de llegar a la superficie terrestre; pero el grado de dispersión no sólo depende del tamaño de las moléculas y su relación con la longitud de onda de la radiación [λ], sino también de la cantidad de moléculas que existen y eso está directamente relacionado con la distancia de la atmósfera que los rayos deben recorrer. Así llegamos al concepto de **masa de aire [AM]** que es la relación entre la masa de atmósfera que atraviesan los rayos solares directos y la masa de atmósfera que atravesarían cuando el Sol está en cenit (perpendicular a la superficie terrestre) y a nivel del mar (AM=1). Cuando el ángulo cenital solar está entre 0° y 70° (en la siguiente sección se explica a detalle el significado y cálculo del ángulo cenital solar), la siguiente fórmula representa una buena aproximación para el cálculo de la masa de aire (Duffie, 2013 pág. 10).

Ecuación 2-1
$$AM = \frac{1}{\cos \theta_z}$$

Por otra parte, la **absorción atmosférica** en el ultravioleta se debe a la interacción con el ozono (O_3) que absorbe casi por completo los rayos con longitudes de onda menores a 0.29 μm y su absorción decrece conforme λ aumenta, así, para cuando $\lambda = 0.35 \mu\text{m}$ ya no hay absorción y finalmente vuelve a haber una débil absorción a $\lambda = 0.6 \mu\text{m}$. Por otra parte, la absorción en el infrarrojo se debe primordialmente a la interacción con vapor de agua y dióxido de carbono, los cuales absorben a $\lambda = 1.0, 1.4, 1.8$ y de 2.5 μm en adelante. Nuevamente, en la Figura 15 se pueden observar las secciones correspondientes a la absorción atmosférica, marcadas como fracciones en negro.

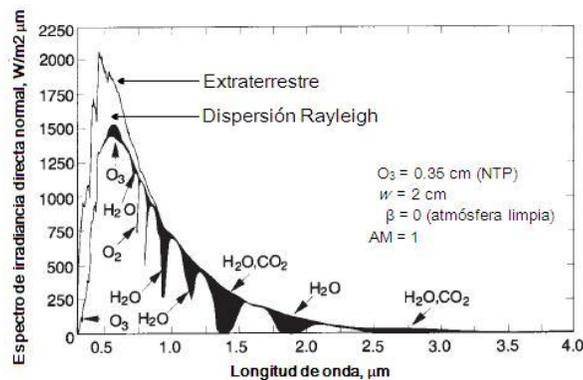


Figura 15 Distribución espectral de radiación directa y los componentes de dispersión y absorción atmosférica

AM=0.0 (extraterrestre) – La curva corresponde a la distribución espectral de un cuerpo negro a 5800K

AM=1.0 [NTP – Normal Temperature and Pressure (20°C y 1 atm); β – coeficiente de turbiedad de Angström, y w – nivel de agua precipitable]

FUENTE: Imagen adaptada de (Duffie, 2013 pág. 61)

Ahora que se ha definido la dispersión y absorción atmosférica, es posible hablar de las componentes de la radiación solar. La **radiación solar directa** [G_b] es la que se recibe del Sol directamente y sin ser dispersada por la atmósfera; por otra parte, la radiación que ha sido dispersada y su dirección se ha modificado, pero aún llega a la superficie terrestre es conocida como **radiación solar difusa** [G_d]. Hay una tercera componente y es la **radiación solar reflejada por la tierra** [G_g]; la suma de las tres conforma la **radiación solar hemisférica o total** [G_h]. Incluso en un día despejado, la radiación directa representa máximo el 90% de la radiación total (Rabl, 1985 pág. 85).

Ecuación 2-2
$$G_h = G_b + G_d + G_g$$

2.2 El movimiento aparente del Sol

Con el objetivo de conocer el movimiento solar aparente durante el año, se crea el concepto de la **declinación solar** [δ], que es el ángulo que hay entre el plano de la elíptica (el plano donde se posicionan los centros de la Tierra y el Sol) y el plano ecuatorial terrestre (ver Figura 16). Este ángulo depende exclusivamente del día del año y no tiene nada que ver con la localidad, varía cada día del año debido al movimiento rotacional y traslacional de la Tierra y va de $-23.45^\circ < \delta < 23.45^\circ$; por convención, es positivo cuando se mide hacia el norte terrestre y negativo hacia el sur. Se puede calcular con la fórmula (Duffie, 2013 pág. 13):

Ecuación 2-3
$$\delta = 23.45^\circ \text{sen} \left[\frac{360}{365} (284 + n) \right]$$

donde n es el número de día juliano (por ejemplo, $n = 1$ para el 1º de enero) y el argumento del seno está expresada en grados.

La declinación será positiva durante primavera y verano (del día $n=82$ –aprox. 22/marzo– al $n=263$ –aprox. 20/septiembre–) y negativa el resto del año.

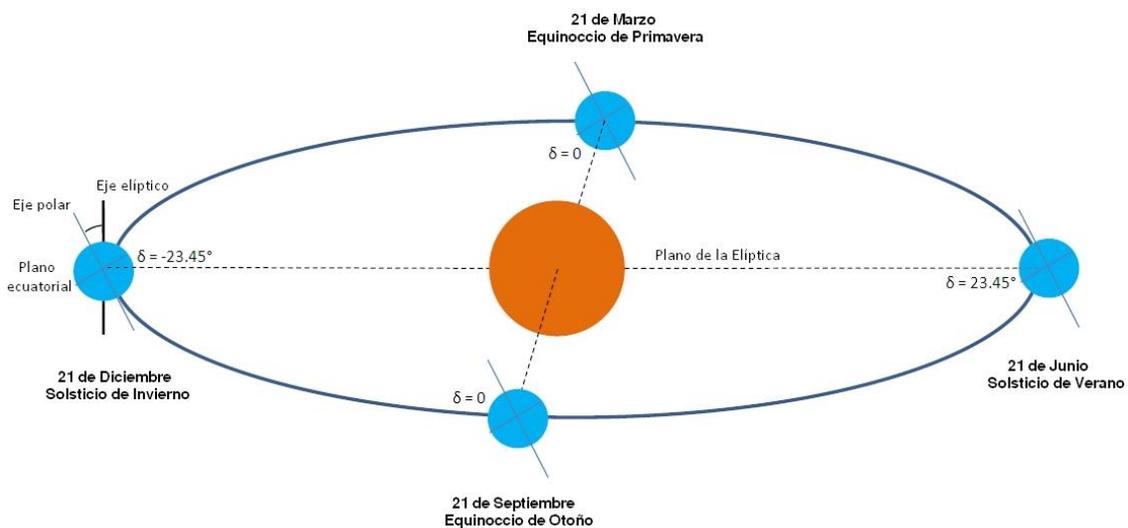


Figura 16 Diagrama declinación de la Tierra respecto al Sol para diferentes estaciones del año

FUENTE: Imagen tomada y adaptada de (Arancibia Bulnes, 2012 pág. 6)

Es precisamente la declinación terrestre en combinación con la traslación de la Tierra, lo que permite el cambio de estaciones en los diferentes lugares; así, aproximadamente el 21 de junio se alcanzan las mayores temperaturas en el extremo norte de la Tierra (verano) y el extremo sur se encuentra en temporada invernal, por el contrario, alrededor del 21 de diciembre es verano en el extremo sur e invierno en el extremo norte.

Otro concepto solar importante es la referencia de tiempo utilizada.

Hora estándar. Horario local del lugar de análisis.

Hora Solar. Horario basado en el movimiento aparente del Sol respecto al observador y toma como referencia el **medio día solar**, que es el momento en el que el Sol va pasando por el meridiano del lugar de análisis, es decir, el momento en el que el Sol se encuentra más cerca del observador y la sombra de un poste perfectamente horizontal apunta hacia el sur o el norte geográfico o simplemente no hay sombra.

Casi nunca coinciden la hora estándar y la solar debido a tres fenómenos:

- 1) la hora estándar está sincronizada respecto a meridianos de referencia y no necesariamente respecto al meridiano del lugar de análisis;
- 2) la hora estándar se adelanta 60 min durante el verano en los países que utilizan el horario de verano para ahorrar energía eléctrica consumida; y
- 3) el día solar no dura exactamente 24 horas debido a las variaciones en la velocidad de rotación de la Tierra; dichas variaciones se compensan con la **Ecuación del Tiempo [E]**

Las variaciones en la velocidad de rotación de la Tierra se debe a un combinación de factores; primero, la Tierra que gira respecto a su eje polar, está inclinada 23.45°; segundo, la Tierra se traslada alrededor del Sol en una ruta casi elíptica. Estos dos fenómenos combinados causan que la proyección de la velocidad angular de rotación en el plano de la eclíptica varíe con la declinación solar, es decir, día con día. Para calcular la **Ecuación del Tiempo [E]** existen varias estimaciones, pero esta tesis ocupa la de Spencer (1971) con la Ecuación 2-4 y Figura 17 (Duffie, 2013 pág. 11):

Ecuación 2-4

$$E = 229.2[0.000075 + 0.001868 \cos B - 0.032077 \sin B - 0.014615 \cos 2B - 0.04089 \sin 2B]$$

y

$$B = (n - 1) \frac{360}{365}$$

Las unidades resultantes de esta fórmula son minutos y el argumento de las funciones trigonométricas utilizadas está expresado en grados.

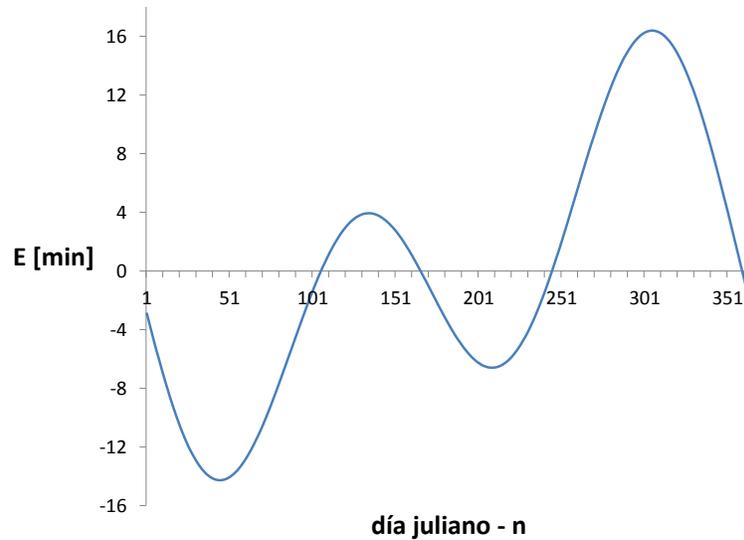


Figura 17 Variación de la ecuación del tiempo a lo largo del año

Ya detalladas las tres diferencias entre la hora estándar y la solar, se presenta una relación de conversión entre ambas:

$$\text{Ecuación 2-5 } \textit{Hora Solar} - \textit{Hora Estándar} = \frac{60}{15}(L_{st} - L_{local}) + E - HV \quad [\text{min}]$$

donde L_{st} – Huso horario o meridiano estándar del lugar

L_{local} – Longitud del lugar o meridiano local

E – Ajuste por la Ecuación de Tiempo

HV – Ajuste por horario de verano

$$HV = \begin{cases} 0 & \text{si es horario de invierno} \\ 60 & \text{si es horario de verano} \end{cases}$$

Para concluir el tema del movimiento solar aparente durante el día, lo cual es importante para conocer la dirección de la radiación solar directa, con ayuda de la Figura18, se definen los siguientes conceptos (Duffie, 2013 págs. 12-13):

Latitud [ϕ]. Localización angular de un lugar a partir del Ecuador donde $\phi > 0$ hacia el Norte y $-90^\circ \leq \phi \leq 90^\circ$.

Ángulo horario [ω]. Es el ángulo formado debido al desplazamiento solar a lo largo del día con respecto al este u oeste del meridiano local. El Sol se desplaza a una velocidad de 15° cada 60 minutos; por convención $\omega < 0$ durante la mañana y $\omega > 0$ durante la tarde, siendo $\omega = 0$ al medio día solar.

Ángulo cenital solar [θ_z]. Ángulo formado entre el vector normal a una superficie horizontal en el lugar de análisis y la línea que describe el Sol hacia la misma superficie. Este ángulo se utiliza para describir la dirección de incidencia de la radiación directa en una localidad y varía a cada momento del día debido al

desplazamiento aparente del Sol en el cielo, pero su menor valor tiene lugar durante el mediodía solar. Un valor de $\theta_z = 0$ se alcanza solamente al medio día solar de los días cuando $\phi = \delta$, y esto sólo es posible en las localidades cuya $-23.45^\circ \leq \phi \leq 23.45^\circ$.

La fórmula para el cálculo del ángulo cenital solar es:

Ecuación 2-6 $\cos \theta_z = \sin \delta \sin \phi + \cos \delta \cos \phi \cos \omega$

Altura solar [α_s]. Es el complemento a 90° de θ_z .

Ángulo acimutal solar [γ_s]. Ángulo que describe la desviación respecto al Sur geográfico de la proyección en el plano horizontal de la radiación directa. Por convención, $\gamma_s = 0$ cuando la proyección está hacia el Sur, pudiendo $-180^\circ \leq \gamma_s \leq 180^\circ$ y una desviación hacia el este implica γ_s negativo, mientras que una desviación hacia el oeste implica γ_s positivo.

Ángulo de incidencia [θ]. Ángulo formado entre el vector normal a una superficie y la línea que describe la radiación directa del Sol hacia la misma superficie. Su cálculo se realiza con la fórmula:

Ecuación 2-7

$$\cos \theta = \sin \delta \sin \phi \cos \beta - \sin \delta \cos \phi \sin \beta \cos \gamma + \cos \delta \cos \phi \cos \beta \cos \omega + \cos \delta \sin \phi \sin \beta \cos \gamma \cos \omega + \cos \delta \sin \beta \sin \gamma \sin \omega$$

donde, β – ángulo de inclinación de la superficie

Ángulo acimutal de la superficie [γ]. Ángulo que describe la desviación respecto al Sur geográfico de la proyección (sobre el plano horizontal) de la normal de una superficie. Por convención, $\gamma = 0$ hacia el Sur, $-180^\circ \leq \gamma \leq 180^\circ$ y una desviación hacia el este implica $\gamma < 0$.

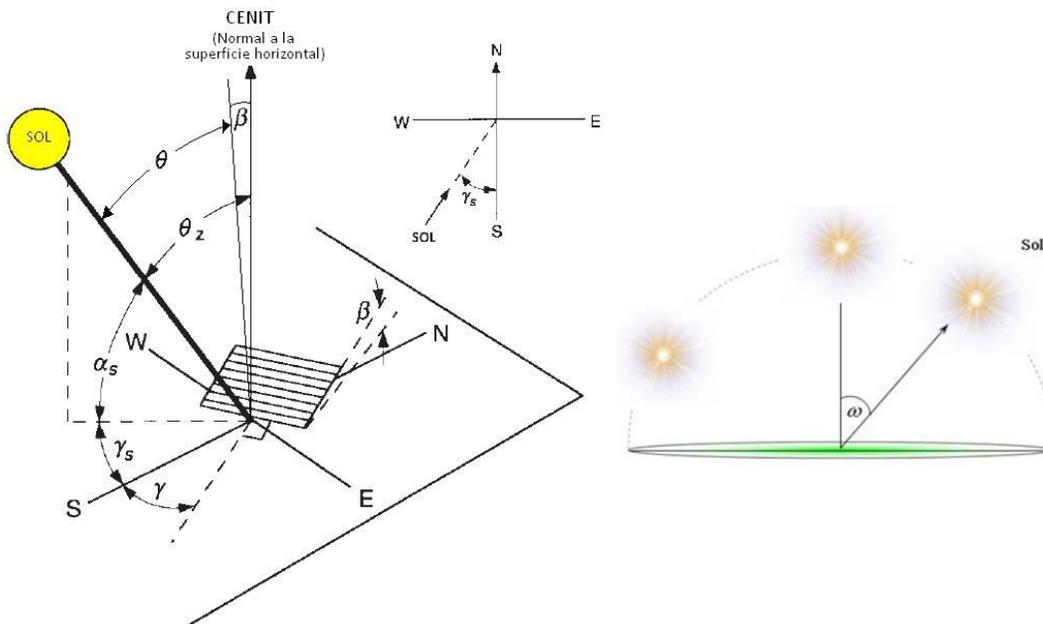


Figura18 Descripción gráfica de los ángulos solares

FUENTE: Imágenes tomadas y adaptadas de (Duffie, 2013 pág. 13) y (Arancibia Bulnes, 2012 pág. 13)

2.3 Concentradores solares

Un **colector** es un sistema de capta la energía solar y la convierte en energía térmica. Los colectores pueden ser de concentración o planos.

Un **concentrador** es un dispositivo óptico capaz de alcanzar mayores temperaturas y/o intensidad de energía térmica, comparado con un colector plano. Esto se logra colocando una superficie que refleje o refracte la radiación solar incidente hacia una pequeña área llamada **receptor o absorbedor**. Entre menor sea el área receptora en proporción con la superficie reflectora, la cantidad de energía por unidad de área es mayor y la proporción de pérdidas de calor con respecto al calor útil total, disminuye. De acuerdo a Kalogirou, la pérdida de energía térmica en un colector es inversamente proporcional a su razón de concentración (Kalogirou, 2009 pág. 223).

Hay **concentradores de imagen** y **concentradores de no imagen**, dependiendo de sus características ópticas. Los primeros forman la imagen del Sol (fuente) en el receptor, mientras que los segundos, en vez de formar la imagen, transmiten la radiación de todo el disco solar y la distribuyen en el receptor (ver Figura 19).

Dado que los concentradores de no imagen no tiene la restricción óptica de formar una imagen y sólo procesan el flujo radiativo sin conservar información acerca de sus direcciones, les es posible alcanzar el **límite termodinámico para el factor de concentración**, concepto que se explicará más adelante. Su diseño se basa en el **principio del rayo extremo**, en el cual, si se asegura que los rayos lumínicos proveniente de los extremos de la fuente se direcciona a los extremos del receptor, entonces es posible saber que todos los rayos de la fuente estarán dirigidos a alguna parte del receptor.

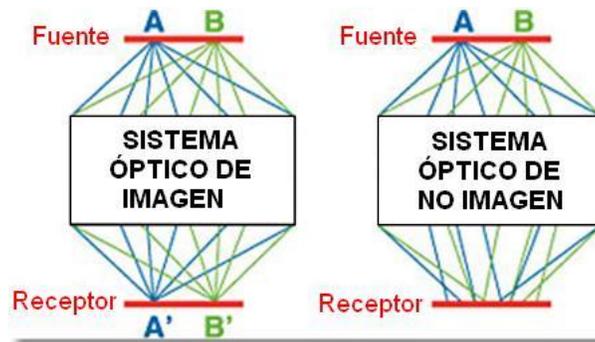


Figura 19 Óptica de imagen y de no imagen

FUENTE: Imagen tomada y adaptada de la SPIE –International Society for Optics and Photonics– a través de la web <http://spie.org/x15796.xml>

La capacidad de un concentrador se mide por su **factor de concentración**, que es el número de veces que es posible elevar el flujo radiativo incidente en el receptor respecto al flujo radiativo incidente en una superficie plana sin concentración.

El factor de concentración se define usualmente de forma geométrica como el número de veces que el área de apertura es mayor que el área receptora. El concepto de **factor de concentración geométrico [C]**, es el que se utilizará en esta tesis, porque para sistemas solares térmicos es suficiente.

$$\text{Ecuación 2-8} \quad C = C_{\text{geométrico}} = \frac{A_a}{A_r}$$

Sin embargo, también se puede definir como un factor de intensidad de flujos energéticos incidentes en las diferentes superficies de apertura y receptor. Esta definición es mucho más útil para sistemas fotovoltaicos y toma en cuenta geometría y efectos de pérdidas ópticas.

$$\text{Ecuación 2-9} \quad C_{\text{flujo}} = \frac{G_a}{G_r}$$

Existe un **límite termodinámico para el factor de concentración** (Rabl, 1985 pág. 126), este límite se basa en la Segunda Ley de la Termodinámica aplicada al intercambio radiativo entre el Sol y una superficie receptora –considerando que ambos son cuerpos negros, emisores y receptores perfectos y que la distribución de la radiación es isotrópica–. Los límites termodinámicos para los factores de concentración de los **concentradores circulares** –aquellos cuyo reflector es una superficie de revolución y tienen foco puntual– y de los **concentradores lineales** –aquellos cuyo reflector es una superficie cilíndrica y foco lineal–, son respectivamente:

$$\text{Ecuación 2-10} \quad \left(\frac{A_a}{A_r}\right)_{\text{circular,máx}} = C_{\text{circular,máx}} = \frac{1}{\sin^2 \theta_a}$$

$$\text{Ecuación 2-11} \quad \left(\frac{A_a}{A_r}\right)_{\text{lineal,máx}} = C_{\text{lineal,máx}} = \frac{1}{\sin \theta_a}$$

Donde θ_a es el **ángulo medio de aceptación**, que indica el área de apertura del concentrador y permite la entrada de rayos solares, es decir, los rayos cuyo ángulo de incidencia sea menor o igual a θ_a , son aceptados por el área de apertura del concentrador.

Debido a su diseño óptico, la particularidad de los sistemas de concentración de no imagen es que pueden alcanzar su límite termodinámico para el factor de concentración, porque TODOS los rayos que sean aceptados por el área de apertura del concentrador, es decir, que estén dentro del ángulo medio de aceptación θ_a , llegarán al receptor, ya sea directamente o mediante rebotes. Esta es precisamente la razón por la que los concentradores de no imagen no necesitan de seguimiento solar y les es posible aprovechar la radiación solar directa [G_b], difusa [G_d] y la que rebota de la tierra [G_g]. Los concentradores de imagen sí requieren un sistema de seguimiento para que los rayos solares incidan en dirección normal a su área de apertura y alcancen su foco.

2.4 Concentradores Parabólicos Compuestos - CPC

El desarrollo del Concentrador Parabólico Compuesto (CPC) comenzó a mediados de la década de 1960. Tres diferentes investigadores trabajaban en el desarrollo de un concentrador de no imagen; V. K. Baranov en la URSS, Martin Ploke en Alemania y Roland Winston en EU. Finalmente, Winston logró

publicar en 1974 "Principles of solar concentrators of a novel design" comunicando el desarrollo del CPC, también llamado "colector solar Winston" o "cono de Winston" (Duffie, 2013 pág. 338). Posteriormente en 1975 Baranov publica el artículo "Parabolocylindric reflecting unit and its properties".

Originalmente, el CPC fue desarrollado para detectar radiación Cherenkov (radiación electromagnética producida por el paso de partículas en un medio a velocidades superiores a las de la luz) durante experimentos físicos de alta energía. Posteriormente se utilizó para la concentración solar porque en general es capaz de aprovechar la energía solar directa y difusa hasta 8 horas al día y tener un factor de concentración [C] de hasta 10 sin seguimiento solar. Las partes que característicamente lo componen se muestran y describen a continuación.

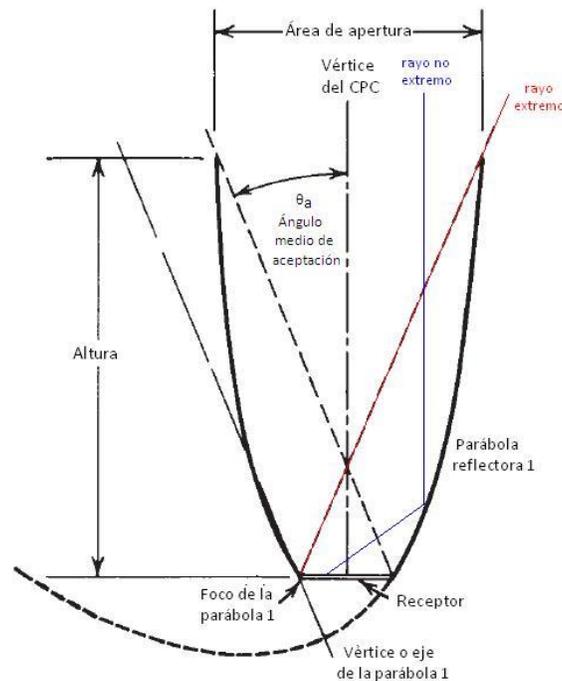


Figura 20 CPC con receptor plano

FUENTE: Imagen tomada y adaptada de (Duffie, 2013 pág. 338)

La geometría de un CPC de receptor plano, como la que se muestra en la Figura 20, está basada en la combinación de dos parábolas, que pueden ser completamente diferentes o iguales, pero se acomodan inversamente para formar una cavidad que será el **área reflectora o reflector** del concentrador. El reflector es el componente que dirige los rayos solares hacia el **área receptora o receptor**. Éste, a su vez, es el componente que recibe la radiación incidente y la transforma en energía térmica y puede estar compuesto por el **absorbedor**, sus cubiertas asociadas y sus sistemas de aislamiento. Es realmente el absorbedor el que trasmite la energía radiativa hacia un fluido de trabajo para transformarla en energía térmica –puede ser una placa o incluso el mismo fluido de trabajo–. En la Figura 20 sólo se muestra la parte del receptor que recibe los rayos solares, pero falta la sección que extrae y trasmite la energía radiativa hacia un fluido de trabajo.

El **área de apertura** es el área del concentrador que permite la entrada de la radiación solar y como se mencionó en la sección 2.3, ésta está limitada por el **ángulo medio de aceptación del concentrador** [θ_a].

Una de las bondades del CPC es que puede tener diferentes tipos de receptores, como se muestra en la Figura 21 – cilíndricos, planos, planos bifaciales, receptores en forma de cuña, etc.– y dependiendo de la geometría del receptor, se define la geometría del reflector.

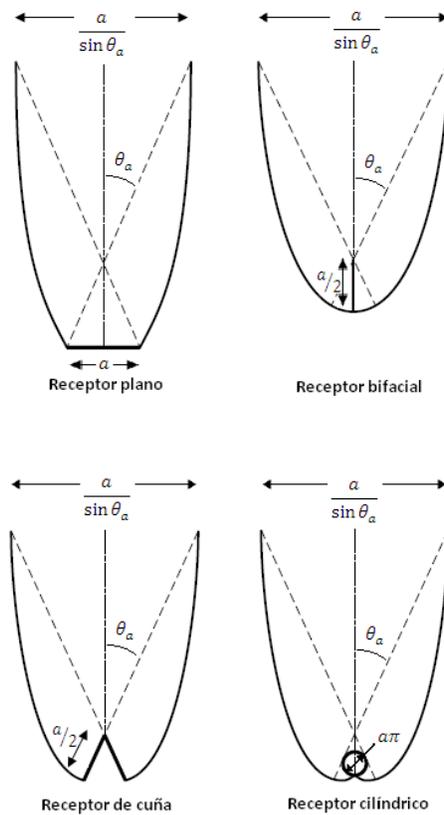


Figura 21 CPC con diferentes tipos de receptores

FUENTE: Imagen tomada y adaptada de (Rabl, 1985 pág. 149)

Como se mencionó en la sección 2.3, el CPC tiene la capacidad de alcanzar su límite termodinámico para el factor de concentración porque transmite hacia el receptor todos los rayos solares que inciden en el reflector a un ángulo menor o igual al ángulo medio de aceptación del concentrador $[\theta_a]$. Por supuesto esto es cierto cuando se asume que no hay truncamiento ni imperfecciones en la construcción del reflector y receptor, y más adelante se verá que en la práctica eso es bastante complicado de alcanzar.

2.4.1 CPC con receptor cilíndrico

2.4.1.1 Antecedentes

En 1975 Winston y Hinterberger hablan por primera vez del CPC con receptor cilíndrico (Winston, y otros, 1975) y de ello se derivan varias publicaciones donde diversos autores analizan el diseño óptico y la eficiencia térmica del mismo.

En 1981, Hsieh realiza un análisis térmico detallado para el diseño de CPC con receptor cilíndrico evacuado vigente en la época y crea varios conceptos que se utilizan hoy en día (Hsieh, 1981), como es el factor unidimensional de remoción de calor que se detalla en la sección 2.6.1 (ver Figura 22).

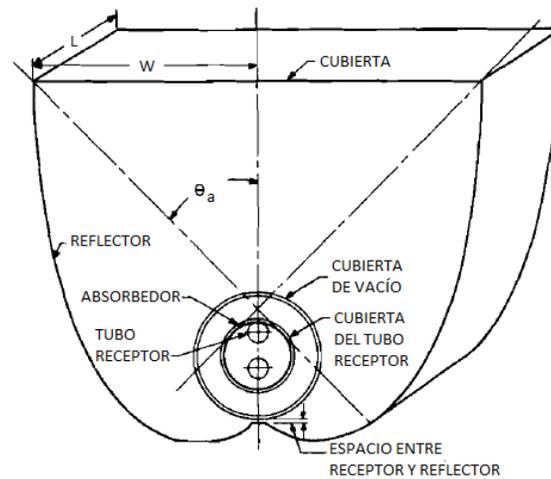


Figura 22 Diagrama esquemático del CPC analizado térmicamente por Hsieh en 1981

FUENTE: Imagen tomada y adaptada de (Hsieh, 1981 pág. 19)

Posteriormente en Lisboa Portugal en 1985, Collares-Pereira comparó la eficiencia promedio anual de un CPC no evacuado con $C=1.5$, un colector plano con recubrimiento selectivo y un colector plano evacuado (Collares-Pereira, 1985). Concluyó que a temperaturas de operación entre 35°C y 100°C el CPC tiene mejor desempeño y lo deja como una buena opción para aplicaciones residenciales en el calentamiento de agua.

Para 1978, los autores ya habían llegado al consenso de que era importante tener una separación entre el absorbedor y el reflector, primero para evitar pérdidas conductivas de calor desde el tubo absorbedor hacia la lámina reflectora, que puede actuar como disipador de calor si existe contacto entre ellos; y segundo, para dejar espacio a la dilatación que sufre el tubo absorbedor diametral y longitudinalmente, debido al aumento de temperatura. Dos aproximaciones diferentes se utilizaron para resolver este reto. La primera fue cuando Winston en 1978 recomendó diseñar los reflectores basándose en un receptor cilíndrico virtual más grande que el real (Winston, 1978), sin embargo, esta técnica implica mayor área de apertura que sacrifica eficiencia a cambio de mantener la concentración máxima; este método es retomado por Shah (Shah, y otros, 1990) y Muschaweck (Muschaweck, y otros, 2000) siendo el segundo el que concluye que la separación, proporcionada por el receptor virtual, puede ser 0.52 veces el radio del absorbedor. La segunda aproximación fue cuando diversos autores como McIntire (McIntire, 1979) sugirieron modificar la forma del reflector en la base para convertirla en una cavidad en forma de W o V, siendo la de V la que combinó menores pérdidas ópticas y menor reducción de la concentración.

2.4.1.2 Principios de diseño óptico para el reflector de un CPC con receptor cilíndrico

En la práctica, para diseñar un CPC con receptor cilíndrico es necesario determinar el diámetro del receptor y el factor de concentración deseada (estos dos parámetros se establecen de acuerdo a las necesidades de extracción de energía que tenemos para el sistema). Entonces se calcula el ángulo de aceptación con la Ecuación 2-11.

Una vez que θ_a se conoce, la geometría del reflector de un CPC con receptor cilíndrico, se determina mediante una ecuación diferencial de primer orden cuya única condición de frontera es que los rayos extremos (que llevan una incidencia de θ_a), pasen rasando al receptor.

Al generar la geometría del reflector, que se muestra en la Figura 23, es importante mencionar que se divide en dos secciones y se construyen con las siguientes fórmulas;

- a) La primera, en la base del receptor, es una **involuta** y para conocer su geometría en coordenadas cartesianas, es necesario expresarlas en función de sus coordenadas polares.

$$\text{Ecuación 2-12} \quad x = r(\text{sen } \vartheta - \vartheta \text{ cos } \vartheta)$$

$$\text{Ecuación 2-13} \quad y = -r(\vartheta \text{ sen } \vartheta + \text{cos } \vartheta)$$

donde,

$$0 \leq \vartheta \leq \frac{\pi}{2} + \theta_a$$

- b) Las secciones superiores que forman una cavidad cóncava y cuyas fórmulas son

$$\text{Ecuación 2-14} \quad x = r(\text{sen } \vartheta - A \text{ cos } \vartheta)$$

$$\text{Ecuación 2-15} \quad y = -r(A \text{ sen } \vartheta + \text{cos } \vartheta)$$

con,

$$\text{Ecuación 2-16} \quad A = \frac{\frac{\pi}{2} + \theta_a + \vartheta - \text{cos}(\vartheta - \theta_a)}{1 + \text{sen}(\vartheta - \theta_a)}$$

donde,

$$\frac{\pi}{2} + \theta_a \leq \vartheta \leq \frac{3\pi}{2} - \theta_a$$

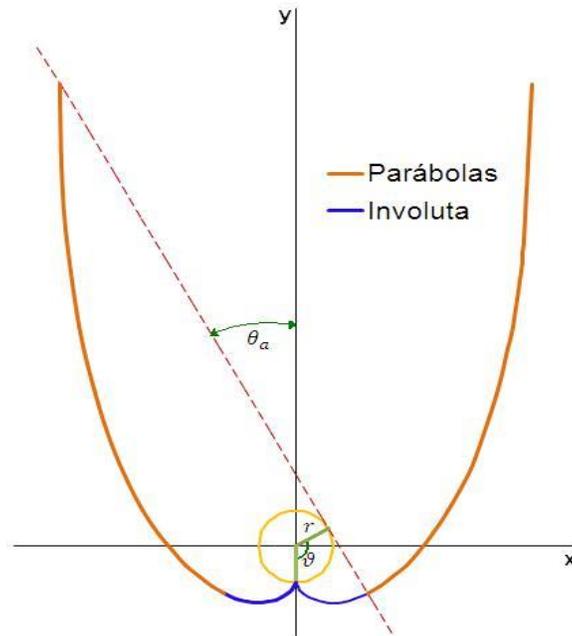


Figura 23 Relación de coordenadas cartesianas y polares para CPC con receptor cilíndrico ($\vartheta = \frac{\pi}{2} + \theta_a$)

2.4.1.3 Truncamiento de un CPC con receptor cilíndrico

Los CPC se vuelven muy altos a medida que el factor de concentración aumenta y es importante observar que las partes superiores de las parábolas reflectoras contribuyen poco con la concentración; de acuerdo a N. Ortega, 2008 (Ortega Ávila, 2008 pág. 55), al truncar el CPC en estudio, se ahorró el 46.5% del material y disminuyó apenas 10.6% del calor útil. Entonces, una práctica común es truncar el CPC, es decir, recortar sus extremos; con ello, se ahorra material, se compacta el concentrador, se aumenta θ_a para recibir mayor cantidad de radiación directa y difusa y a cambio el sacrificio en desempeño es bajo.

Ya que ésta práctica es bastante usual se han diseñado diversos métodos como el de Mc Intire, 1979 descrito en (Rivera Blanco, 2006 págs. 59-60) e incluso existen tablas de truncamiento de CPC de acuerdo a su factor de concentración (Duffie, 2013 págs. 340-341). En este trabajo se utiliza el método de de Mc Intire, 1979 adaptado por Naghelli Ortega (Ortega Ávila, 2008 págs. 55-57). El método es:

- a. Diseñar el CPC con un factor de concentración 10% mayor al que se desea, utilizando de la Ecuación 2-11 a la Ecuación 2-15. Por ejemplo, si la concentración deseada es $C_{deseada}=C_t=1.8$, entonces la concentración de diseño es $C_{diseño}=C=2$.
 - i. Del inciso (a), se obtiene la coordenada en eje de abscisas que indica un medio del ancho en el área de apertura del CPC, que es el valor de la Ecuación 2-14 cuando $\vartheta \leq \frac{3\pi}{2} - \theta_a$.

Ecuación 2-17
$$x = r \left(\text{sen} \left(\frac{3\pi}{2} - \theta_a \right) - A \cos \left(\frac{3\pi}{2} - \theta_a \right) \right)$$

- b. Calcular la nueva coordenada en eje de abscisas que indica un medio del ancho en el área de apertura del CPC, pero ahora a partir de la Ecuación 2-19.

Ecuación 2-8 $C = C_{geométrico} = \frac{A_a}{A_r}$

entonces,

Ecuación 2-18 $C_{deseada} = \frac{2x_{nva}L}{\pi dL} = \frac{2x_{nva}}{\pi d}$

así,

Ecuación 2-19 $x_{nva} = \frac{C_{deseada}\pi d}{2} = C_{deseada}\pi r$

$$\left(x \left(\frac{3\pi}{2} - \theta_a \right), y \left(\frac{3\pi}{2} - \theta_a \right) \right)$$

$$(x_{nva}, y_{nva})$$

- c. Identificar la coordenada en el eje de las ordenadas (altura de truncamiento) correspondiente a x_{nva} como se muestra en la Figura 24.
- i. Ya que se tiene x_{nva} de la Ecuación 2-19, se identifica este valor x en el diseño realizado del inciso (a) y se ubica el valor y_{nva} correspondiente.

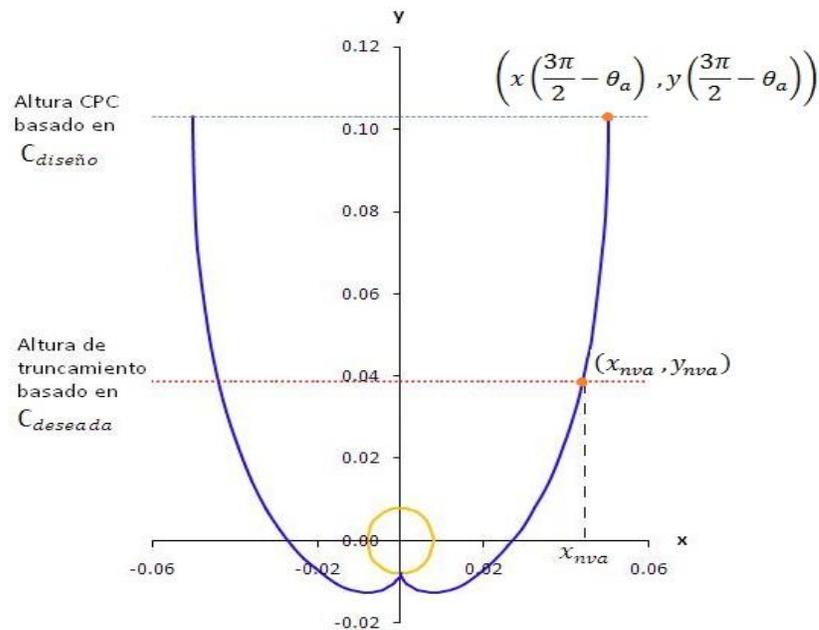


Figura 24 Truncamiento de CPC con receptor cilíndrico

Posteriormente, si se desea calcular la longitud del arco que se está truncando, se puede utilizar la Ecuación 2-20 (Ortega Ávila, 2008 pág. 25).

$$\text{Ecuación 2-20} \quad L_{arc} = \int_a^b \sqrt{1 - y'^2} dx$$

2.4.2 CPC con receptor en V invertida completamente iluminado

2.4.2.1 Antecedentes

El origen de este diseño surge en 1985, cuando Baum y Gordon (Baum, y otros, 1985) proponen el CPC de la Figura 25 con receptor en V invertida embebido en la estructura del reflector e iluminado sólo en la parte superior. Esto surge como una variante al CPC con receptor plano horizontal y se logra reducir entre 4 y 11% la superficie reflectora.

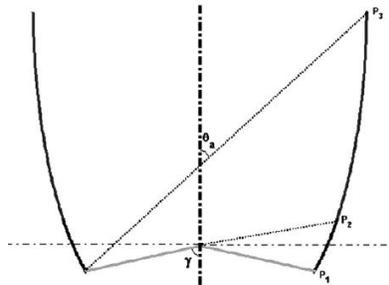


Figura 25 Diseño de CPC con receptor en V invertida propuesto por Baum y Gordon en 1985

FUENTE: Imagen tomada y adaptada de (Fraidenraich, y otros, 2008 pág. 134)

En 1995 (Carvalho, y otros, 1995) se propone un diseño de CPC estacionario cuya óptica permite iluminar el receptor de forma ideal y aún se tuviera una separación considerable entre éste y el reflector (Figura 26). Este diseño es una respuesta a la problemática presentada en el CPC con receptor cilíndrico, en el que la óptica ideal indica que el receptor toque la involuta del reflector, lo cual provoca pérdidas de calor por conducción y daño a la estructura del concentrador debido a la dilatación de los materiales. Carvalho aborda también la inclusión de dos mecanismos de supresión de convección (capa de teflón y aislamiento transparente en forma de panel TIM) que disminuyen la pérdida convectiva hasta en 30%. Finalmente, se reportó que a temperaturas mayores a 100°C, este colector supera la eficiencia térmica de los colectores planos y los tubos evacuados.

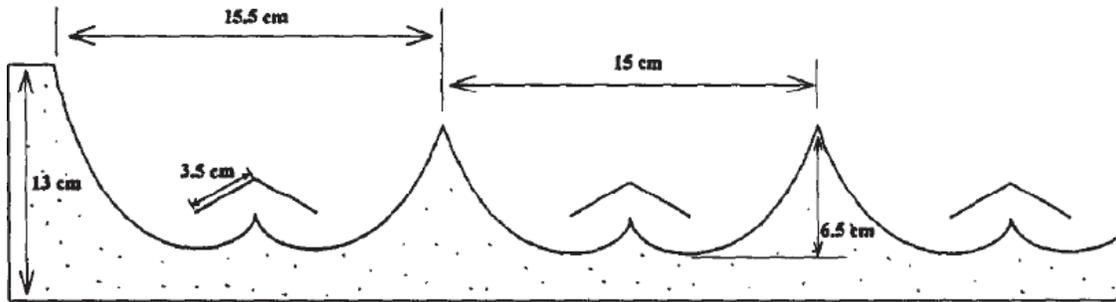


Figura 26 Perfil lateral del diseño de CPC con receptor en V invertida propuesto por Carvalho et al. en 1995

FUENTE: Imagen tomada y adaptada de (Carvalho, y otros, 1995 pág. 178)

En 2003, Collares-Pereira y Carvalho (Collares-Pereira, y otros, 2003) presentan como parte del proyecto AQUASOL, la propuesta de usar materiales más baratos en este CPC con receptor en V invertida completamente iluminado, de esa forma sugieren trabajar en el umbral de temperatura de estancamiento sin comprometer la integridad de la estructura del CPC y sus materiales. Así mismo, en 2005, el grupo de trabajo del INETI (ahora LNEG) publica el colector estacionario CPC de AoSol como parte de un estudio del estado del arte de los colectores de mediana temperatura (Rommel, Mayo 2005). Este es justamente uno de los CPC que se compara como parte de este trabajo y se muestra en la Figura 27.

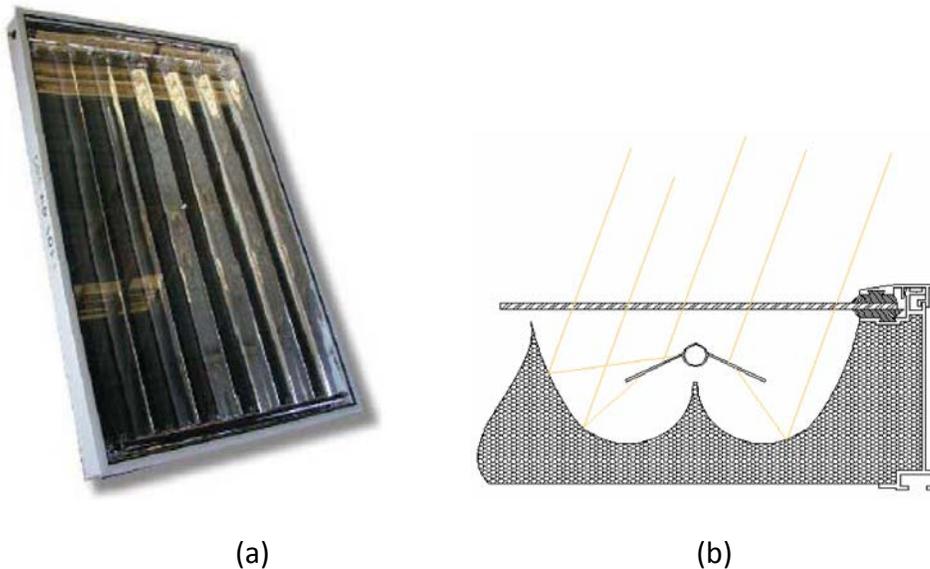


Figura 27 (a) CPC AoSol $C = 1.5$ y con $\theta_a = 56^\circ$

(b) Vista transversal del receptor en V invertida con CPC no truncado (óptica ideal)

FUENTE: Imágenes tomadas respectivamente de (Rommel, Mayo 2005 pág. 10) y (Collares-Pereira, 2005 pág. 122)

En 2008, Fraidenraich et al. (Fraidenraich, y otros, 2008) publican un artículo en el que se detallan las soluciones analíticas cerradas para las propiedades ópticas y geométricas del reflector del CPC con receptor en V invertida completamente iluminado, siempre que su ángulo vértice sea mayor que el

ángulo de aceptación ($\gamma \geq \theta_a$). Así, obtienen ecuaciones para la geometría, apertura, altura, y longitud del reflector, número de reflexiones, ángulo de aceptación y grado de truncamiento. Los mismos autores, en 2011 (Tíba, y otros, 2011), hicieron un análisis numérico para este tipo de CPC con factor de concentración entre 1 y 2, con el que fueron capaces de calcular, para una concentración final deseada, cuál es el θ_a óptimo para minimizar las relaciones longitud-apertura, altura-apertura y el número de reflexiones.

2.4.2.2 Principios de diseño óptico para el reflector de un CPC con receptor en V invertida completamente iluminado

La geometría del reflector en un CPC con receptor en V invertida completamente iluminado y sometido a truncamiento, se define por tres parámetros (Fraidenraich, y otros, 2008 pág. 135):

- Θ_a – Ángulo medio de aceptación
- Θ_t – Ángulo de aceptación del rayo extremo⁵ o ángulo de truncamiento
- γ – Ángulo vértice del receptor en V invertida completamente iluminado

Conociendo estos tres parámetros, se puede saber que los CPC con receptor en V invertida completamente iluminado, están clasificados como en la Tabla 2:

Parámetro	Descripción de la geometría	Diseño de Convergencia
$\gamma \geq \theta_a$	<p>El lado derecho de la Figura 28 se compone de una involuta circular $\overline{P_1P_2}$ y tres segmentos parabólicos $\overline{P_2P_3}$, $\overline{P_3P_4}$, y $\overline{P_4P_5}$.</p> <p>La involuta circular⁶ tiene su centro en F_1 y radio $\frac{r}{2}$.</p> <p>Cada segmento parabólico tiene foco y eje parabólico F_1 y e_1, F_2 y e_2, y F_3 y e_3 respectivamente.</p> <p>El ángulo de truncamiento se define con Θ_t y T.</p>	<p>Cuando $\gamma = 90^\circ$, este diseño se convierte en un CPC con receptor horizontal completamente iluminado.</p>

⁵ Θ_t es considerado el ángulo de mayor incidencia al cuál puede ir un rayo solar y aún llegar directamente al receptor

⁶ El principio general de desarrollo de involutas se explica en Rabl, A., 1976a. Solar concentrators with maximal concentration for cylindrical absorbers. Applied Optics 15, 1871–1873

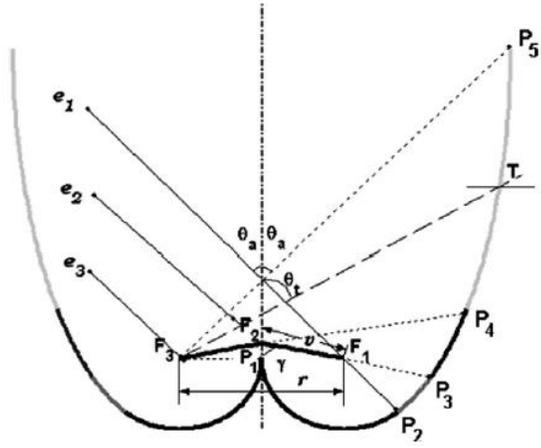
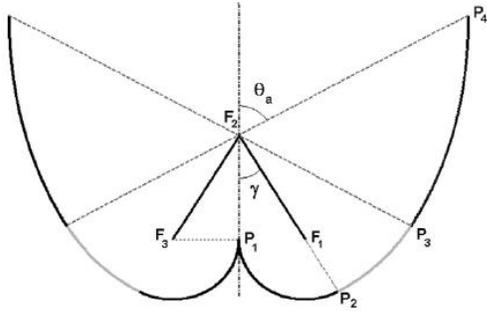
	 <p>Figura 28 Geometría compuesta por una involuta circular y tres segmentos parabólicos FUENTE: Imagen tomada de (Fraidenraich, y otros, 2008 pág. 135)</p>	
<p>$\gamma < \theta_a$</p>	<p>EL lado derecho de la Figura 29 se compone de una involuta circular $\overline{P_1P_2}$ y dos segmentos parabólicos $\overline{P_2P_3}$, $\overline{P_3P_4}$, y $\overline{P_4P_5}$. Comparado con el diseño anterior, en éste, el 1er segmento parabólico desaparece.</p>  <p>Figura 29 Geometría compuesta por una involuta circular y dos segmentos parabólicos FUENTE: Imagen tomada de (Fraidenraich, y otros, 2008 pág. 135)</p>	<p>Cuando $\gamma = 0^\circ$, este diseño se convierte en un CPC con receptor vertical completamente iluminado.</p>

Tabla 2 Tipos de CPC con receptor en V invertida completamente iluminado
Creada con información del (Fraidenraich, y otros, 2008 pág. 135)

A continuación, se enlistan las ecuaciones para construir el reflector cuando $\gamma \geq \theta_a$ y se muestra en la Figura 30, tomando como origen del plano cartesiano al punto F1.

r – longitud de la base del absorbedor

φ – ángulo medido en contra de las manecillas del reloj a partir del eje x

Θ_t – ángulo de truncamiento, medido conforme a las manecillas de reloj partiendo del eje y positivo.

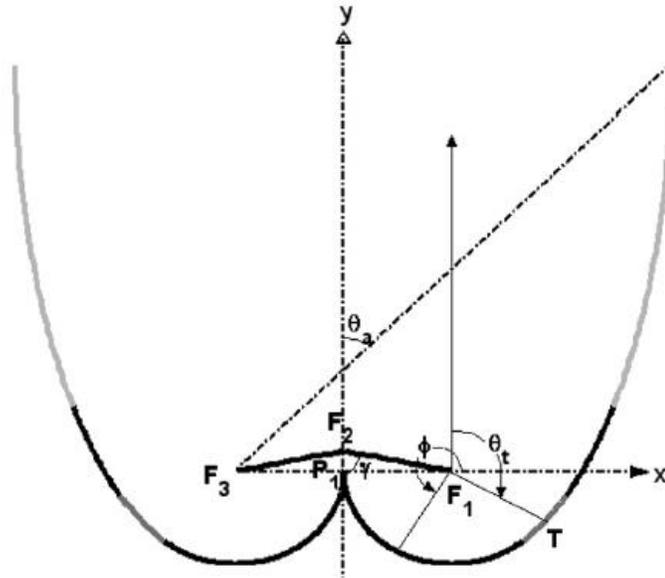


Figura 30 Ubicación de los tres focos para los segmentos parabólicos
 FUENTE: Imagen tomada de (Fraidenaich, y otros, 2008 pág. 135)

- Involuta

Ecuación 2-21 $x = \frac{r}{2} [1 + \cos \varphi]$

Ecuación 2-22 $y = \frac{r}{2} \text{sen } \varphi$ para $\pi \leq \varphi \leq \left(\frac{3\pi}{2} + \theta_a\right)$

Si el truncamiento se ejecuta en la involuta, el factor de concentración se calcula con

Ecuación 2-23 $C = \frac{1 + \text{sen } \theta_t}{1 + \frac{1}{\text{sen } \gamma}}$ para $(\pi - \theta_a) \leq \theta_t \leq \frac{3\pi}{2}$

- Primer segmento parabólico

Su distancia focal es $f_1 = \frac{r}{2}$, mientras que sus coordenadas cartesianas son:

Ecuación 2-24 $x = \frac{r}{2} \left[1 + \frac{2 \cos \varphi}{1 + \text{sen}(\theta_a - \varphi)} \right]$

Ecuación 2-25 $y = \frac{r \text{sen } \varphi}{1 + \text{sen}(\theta_a - \varphi)}$ para $\left(\frac{3\pi}{2} + \theta_a\right) < \varphi \leq \left(\frac{3\pi}{2} + \gamma\right)$

Si el truncamiento se ejecuta en el primer segmento parabólico, el factor de concentración se calcula con

Ecuación 2-26

$$C = \left[1 + \frac{2 \operatorname{sen} \theta_t}{1 - \cos(\theta_a + \theta_t)}\right] \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{\operatorname{sen} \gamma}\right)} \quad \text{para } (\pi - \gamma) \leq \theta_t < (\pi - \theta_a)$$

- Segundo segmento parabólico

Su distancia focal es $f_2 = \frac{r}{2} \left[1 + \left(\frac{1 + \cos(\gamma - \theta_a)}{2 \operatorname{sen} \gamma}\right)\right]$, mientras que sus coordenadas cartesianas son:

$$\text{Ecuación 2-27} \quad x = \frac{2f_2}{1 + \operatorname{sen}(\theta_a - \varphi)} \cos \varphi$$

$$\text{Ecuación 2-28} \quad y = \frac{r \cos \gamma}{2 \operatorname{sen} \gamma} + \frac{2f_2}{1 + \operatorname{sen}(\theta_a - \varphi)} \operatorname{sen} \varphi \left(\frac{3\pi}{2} + \gamma\right) < \varphi \leq \left(\frac{\pi}{2} - \gamma\right)$$

Si el truncamiento se ejecuta en el segundo segmento parabólico, el factor de concentración se calcula con

Ecuación 2-29

$$C = \frac{2 \operatorname{sen} \theta_t \left(1 + \frac{1}{\operatorname{sen} \gamma}\right) + \frac{\operatorname{sen} \theta_t}{\operatorname{sen} \gamma} [\cos(\gamma - \theta_a) - 1]}{\left(1 + \frac{1}{\operatorname{sen} \gamma}\right) (1 - \cos(\theta_a + \theta_t))}$$

$$\text{para } \gamma \leq \theta_t < (\pi - \gamma)$$

- Tercer segmento parabólico

Su distancia focal es $f_3 = f_2 + \frac{r[1 - \cos(\gamma + \theta_a)]}{4 \operatorname{sen} \gamma}$, mientras que sus coordenadas cartesianas son:

$$\text{Ecuación 2-30} \quad x = \frac{2f_3 \cos \varphi}{1 + \operatorname{sen}(\theta_a - \varphi)} - \frac{r}{2}$$

$$\text{Ecuación 2-31} \quad y = \frac{2f_3 \operatorname{sen} \varphi}{1 + \operatorname{sen}(\theta_a - \varphi)} \quad \text{para } \left(\frac{\pi}{2} - \gamma\right) \leq \varphi \leq \left(\frac{\pi}{2} - \theta_t\right)$$

Si el truncamiento se ejecuta en el tercer segmento parabólico, el factor de concentración se calcula con

$$\text{Ecuación 2-32} \quad C = \frac{2 \operatorname{sen} \theta_t \left(1 + \frac{1}{\operatorname{sen} \gamma}\right) + \cos(\theta_a - \theta_t) - 1}{\left(1 + \frac{1}{\operatorname{sen} \gamma}\right) (1 - \cos(\theta_a + \theta_t))} \quad \text{para } \theta_a \leq \theta_t < \gamma$$

2.5 Técnica de trazado de rayos para la evaluación óptica de los sistemas térmicos solares

El **trazado de rayos** es comúnmente utilizado al analizar el sistema óptico de los concentradores y consiste en simular gran cantidad de rayos solares que inciden en el sistema óptico, para determinar la distribución e intensidad de los mismos sobre la superficie receptora (Kalogirou, 2009 pág. 197). Este método es una alternativa a la solución analítica (Fraidenraich, et al., 2008 p. 134) y hace uso de las leyes de reflexión y la ley de refracción de Snell, tratando a los rayos como vectores (Ver Figura 31). Las leyes de reflexión establecen que el rayo incidente, el reflejado y la normal de la superficie, se encuentran en el mismo plano y que el ángulo de incidencia θ_1 y el de reflexión son iguales (Rabl, 1985 pág. 116); mientras que la ley de Snell establece que es posible calcular el ángulo de refracción θ_2 de un rayo que incide a un ángulo θ_1 y pasa de un medio con índice de refracción n_1 a otro con índice n_2 ; la relación de la ley de Snell se muestra en la Ecuación 2-33.

Ecuación 2-33

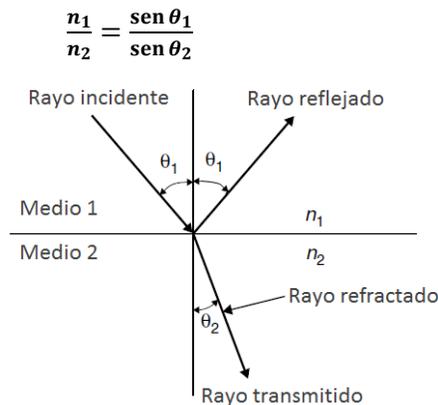


Figura 31 Ilustración de la ley de reflexión y la ley de refracción de Snell

FUENTE: Imagen tomada y adaptada de (Kalogirou, 2009 pág. 80)

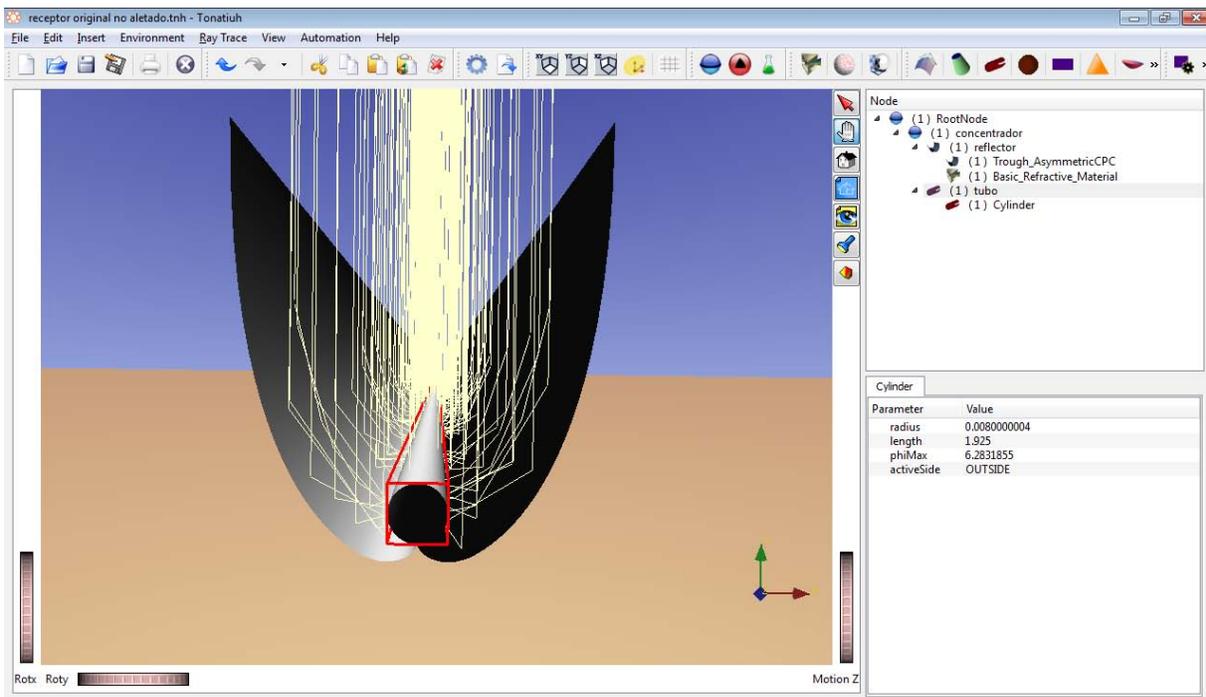
La ganancia óptica de un concentrador depende de las características de los materiales utilizados (índices de transmitancia del vidrio $[\tau]$, reflectancia de la lámina reflectora $[\rho]$ y absortancia del receptor $[\alpha]$), así como de la geometría del concentrador y las imperfecciones ocasionadas durante su construcción (Kalogirou, 2009 pág. 194). Los errores asociados con las imperfecciones pueden ser aleatorios o no aleatorios; los primeros pueden ser representados mediante una distribución estadística y son por ejemplo las variaciones en la forma solar, dispersión causada por ráfagas de viento sobre la superficie reflectora, etc.; los segundos sólo pueden ser representados mediante un conocimiento previo de la constante del error y están asociados con los errores de manufactura u operación del concentrador, como por ejemplo imperfecciones del reflector, desalineación del reflector o receptor, etc. (Kalogirou, 2009 pág. 196).

Existen varios software para realizar simulaciones ópticas de sistemas de concentración solar, entre ellos, Sol Trace[®] creado por la NREL (National Renewable Energy Laboratory) y ampliamente validado contra resultados experimentales y Tonatiuh[®] creado por la CENER (Centro Nacional de Energías Renovables) (Bode, y otros, 2012 pág. 5). Como parte del proyecto Tonatiuh, se condujeron pruebas de

validación (Blanco, 2009) que comparan los resultados que se éste contra Sol Trace® y se concluye que ambos software son comparables en cuanto a los resultados obtenidos.

En este trabajo se utiliza Tonatiuh®, que es un software de código libre para la simulación óptica de sistemas de colección solar basado en el trazado de rayos mediante el método de generación aleatoria de Monte Carlo, permite editar características ópticas de los materiales, introducir factores de imperfección como la distribución del disco solar y trae la geometría del reflector de CPC como parte de sus opciones predeterminadas, sin necesidad de programarla. Este software también tiene una interfaz gráfica en 3D, los resultados se generan en un archivo .dat que pueden ser interpretados posteriormente mediante algún lenguaje de programación y tiene la ventaja de correr en los sistemas operativos Windows, Linux y Mac OS-X.

Al utilizar Tonatiuh® en combinación con un lenguaje de programación para analizar alguna superficie de interés en un colector solar, es posible obtener información como la fracción de rayos solares incidentes en la superficie, el valor energético de cada rayo y por tanto la energía térmica promedio, mínima y máxima captada, así como una gráfica que ilustra la distribución de energía térmica sobre la superficie de análisis (ver Figura 32).



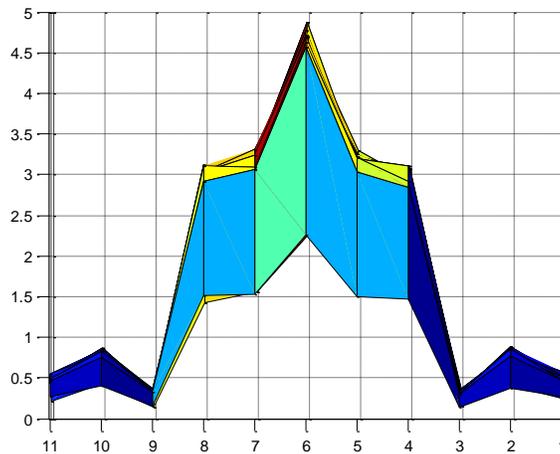


Figura 32 Simulación en Tonatiuh® de los rayos incidentes sobre el colector solar (página anterior). Gráfica de distribución de energía térmica sobre el tubo receptor (arriba)

2.6 Evaluación de la eficiencia térmica de los concentradores CPC

El desempeño térmico de un colector puede ser definido mediante el análisis teórico de sus características ópticas y de transferencia de calor o mediante pruebas experimentales bajo condiciones ambientales y de operación controladas con el objetivo de generar un estado estable o cuasi-estable⁷ (Kalogirou, 2009 pág. 219). En varios países, para poder comercializar cualquier colector es requisito contar con las pruebas experimentales hechas por laboratorios acreditados.

Existe una serie de estándares NMX voluntarios en México para ejecutar pruebas experimentales a los colectores solares planos, los cuales están basados en los estándares internacionales ISO 9806-1:1994 y ANSI/ASHRAE 93-2010⁸, que también pueden ser utilizados para concentradores. Una de las diferencias entre las pruebas para colectores planos y concentradores radica en cómo se calcula la eficiencia térmica; para los primeros se utiliza la radiación solar total (G_h), mientras que para los segundos sólo se utiliza la componente directa (G_b).

Sin embargo, hay que recordar que los colectores CPC de bajo factor de concentración, como los que se manejan en esta tesis, aprovechan una fracción elevada de la radiación difusa y aunque no hay un consenso claro entre los autores para determinar la componente de radiación que se debe utilizar al calcular la eficiencia de los CPC, Rabl (Rabl, 1985 p. 85) recomienda utilizar la componentes directa (G_b) cuando $C > 2$ y la radiación hemisférica o total (G_h) cuando se trata de un CPC con $C \leq 2$, mientras que Kalogirou (Kalogirou, 2009 pág. 224) muestra una gráfica comparativa de dos colectores planos, un CPC estacionario y un colector de tubos evacuados, y utiliza G_h para calcular la eficiencia instantánea en todos los casos.

⁷ Este tipo de pruebas se pueden conducir en lugares geográficos donde el cielo es despejado –sin nubes–.

⁸ Aplican con sistemas cuya acumulación de energía interna es despreciable y el fluido que usan es a una sola fase

2.6.1 Eficiencia térmica instantánea de un colector CPC de baja concentración

La **eficiencia térmica instantánea** de un colector o concentrador solar es un índice adimensional que indica la cantidad de energía útil obtenida a través del fluido de trabajo entre unidad de radiación solar total incidente.

$$\text{Ecuación 2-34} \quad \eta = \frac{Q}{AG_h}$$

A su vez, el calor útil se puede estimar como una función del calor específico, flujo másico y la diferencia entre la temperatura de entrada y salida del fluido de trabajo del colector (recordar que el calor específico del agua es $c_p=4,186 \text{ J/kg } ^\circ\text{C}$).

$$\text{Ecuación 2-35} \quad Q = \dot{m}c_p(T_o - T_i)$$

Así,

$$\text{Ecuación 2-36} \quad \eta_a = \frac{\dot{m}c_p(T_o - T_i)}{A_a G_h}$$

Por otro lado, el calor útil también se puede definir como la cantidad de energía solar que capta el fluido de trabajo, menos las pérdidas de calor hacia el ambiente por conducción, convección o radiación. Un aspecto importante de mencionar es que, para esta definición de calor útil, los estándares ISO 9806-1:1994 y ANSI/ASHRAE 93-2010 se basan en la diferencia ($T_i - T_{amb}$), mientras que el estándar europeo EN 12975:2006 se basa en ($T_m - T_{amb}$); en esta tesis se utiliza el primer caso.

La Ecuación 2-37 y Ecuación 2-38 son válidas para condiciones cuasi-estables, un colector con tubos receptores paralelos cuyo flujo másico es uniforme, gradientes de temperatura alrededor de los receptores despreciables, la pérdida de calor por la superficie trasera del colector considerada unidimensional y la temperatura de cielo igualada a la temperatura ambiente (Kalogirou, 2009 pág. 166). La primera de ellas es aplicable para un colector sin concentración, mientras que la segunda es para un concentrador sin seguimiento.

$$\text{Ecuación 2-37} \quad Q = A_a F_R [\underbrace{G_h (\tau \alpha)_n}_{\text{Absorción solar}} - \underbrace{U_L (T_i - T_{amb})}_{\text{Pérdida de calor}}]$$

$$\text{Ecuación 2-38} \quad Q = A_a F_R [\underbrace{G_h [(\tau \alpha) \rho \gamma]_n}_{\text{Absorción solar}} - \underbrace{U_L (T_i - T_{amb})}_{\text{Pérdida de calor}}]$$

donde:

F_R [adimensional] es un factor adimensional de remoción de calor y representa la fracción de energía útil obtenida por el colector comparada con la que se obtendría si la temperatura de entrada del fluido de trabajo fuera igual a la temperatura ambiente

$(\tau\alpha)_n$ [adimensional] es una aproximación práctica para fracción de energía solar que llega al fluido de trabajo después de atravesar la cubierta de vidrio y ser absorbida por el receptor, cuando la incidencia solar es normal a la cubierta del colector [adimensional]

$((\tau\alpha)\rho\gamma)_n$ [adimensional] es una aproximación práctica para fracción de energía solar que llega al fluido de trabajo después de atravesar la cubierta de vidrio, reflejarse sobre la lámina reflectora y ser absorbida por el receptor, cuando la incidencia solar es normal a la cubierta del colector [adimensional]

U_L [W /m² °C] es un coeficiente que consolida todas las posibles pérdidas de calor por conducción, convección o radiación hacia el ambiente

Ahora, si la expresión anterior de Q se divide entre $A_a G$, se obtiene otra forma de representar a la eficiencia térmica instantánea en función de su área de apertura:

$$\text{Ecuación 2-39} \quad \eta_a = F_R [(\tau\alpha)\rho\gamma]_n - F_R U_L \left(\frac{T_i - T_{amb}}{G_h} \right)$$

Esta última expresión de la eficiencia térmica instantánea es muy útil al explicar el comportamiento de la curva de ajuste lineal que se obtiene de las pruebas experimentales.

2.6.1.1 Ajuste lineal para la curva de eficiencia térmica instantánea

Con el objetivo de predecir la eficiencia térmica instantánea de un colector a diferentes condiciones climáticas, se obtiene la **curva de eficiencia térmica** – exclusiva para cierto flujo másico–. La razón por la que es posible ajustar la eficiencia térmica instantánea a una línea recta radica en que si se considera que durante las pruebas experimentales cuasi-estables la radiación [G_h] y flujo másico [\dot{m}] son constantes, entonces es posible asumir que la ganancia y pérdida de calor (expresada mediante F_R , $[(\tau\alpha)\rho\gamma]_n$ y U_L) son prácticamente constantes también. Así, como muestra la Figura 33, la eficiencia térmica instantánea [η] es función de $\frac{(T_i - T_{amb})}{G_h}$, con pendiente $\widehat{\beta}_1 = F_R U_L$ y ordenada al origen $\widehat{\beta}_0 = F_R [(\tau\alpha)\rho\gamma]_n$.

$$\text{Ecuación 2-40} \quad \eta = F_R [(\tau\alpha)\rho\gamma]_n - F_R U_L \left(\frac{T_i - T_{amb}}{G_h} \right)$$

$$\text{Ecuación 2-41} \quad \eta = \widehat{\beta}_0 - \widehat{\beta}_1 \left(\frac{T_i - T_{amb}}{G_h} \right)$$

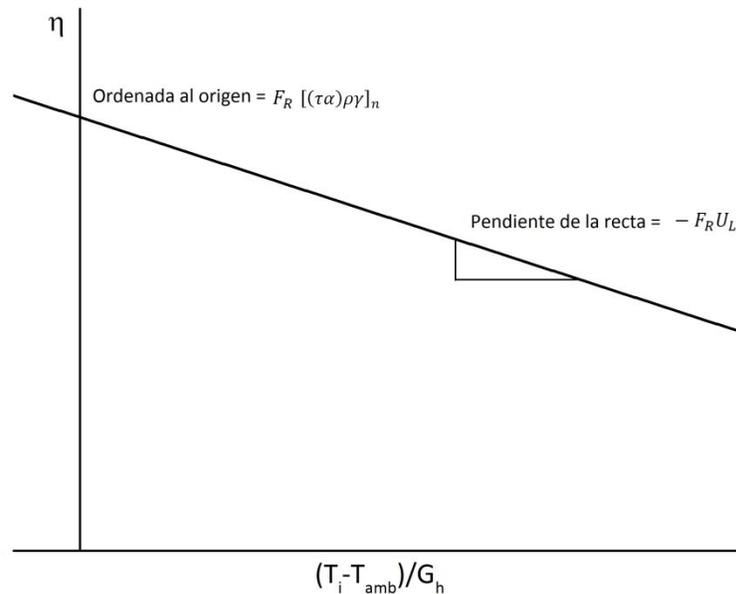


Figura 33 Ejemplo del ajuste lineal para la curva de eficiencia térmica instantánea de un colector

La ordenada al origen $\widehat{\beta}_0$ representa la eficiencia que se puede obtener cuando $T_i \sim T_{amb}$ y $G \rightarrow \infty$. Éste término es comúnmente llamado “la eficiencia óptica” del sistema, ya que depende primordialmente de las propiedades ópticas del colector, aunque cabe aclarar que sí tienen cierta influencia del resto de las variables debido a la presencia del término F_R .

Por otro lado, el valor de la pendiente describe la pérdida de energía térmica en el colector T_i se aleja de la T_{amb} o cuando $G \rightarrow 0$; es decir, cuando la pérdida de energía térmica desde el colector hacia el ambiente comienza a acercarse o superar la absorción de calor solar. Si la curva de eficiencia térmica se extiende hacia valores de $x < 0$, significa que la prueba se realizó con $T_i < T_{amb}$ que es cuando la pérdida de calor hacia el ambiente es prácticamente nula y por ello la eficiencia es superior al resto de la curva.

En el Anexo 2 se presenta información sobre el método de ajuste para un modelo de regresión lineal simple.

2.6.1.2 Ajuste polinomial de segundo orden para la curva de eficiencia térmica instantánea

Cuando el ajuste aparenta no ser lineal, se introducen al modelo componentes no lineales. Este trabajo se basa en el estándar ISO 9806-1:1994 para reportar el ajuste polinomial de segundo orden a la curva de eficiencia térmica del colector. La justificación para esta herramienta es que se sabe que U_L no es precisamente constante (Kalogirou, 2009 pág. 224), entonces se expresa $F_R U_L$ dependiente de la temperatura ambiente y la de entrada del fluido (Ecuación 2-42), para poder expresar la eficiencia instantánea $[\eta]$ en función de $\frac{(T_i - T_{amb})}{G_h}$.

$$\text{Ecuación 2-42} \quad F_R U_L = \beta_1 + \beta_2(T_i - T_{amb})$$

y a partir de la Ecuación 2-40, la eficiencia es

$$\text{Ecuación 2-40} \quad \eta = F_R [(\tau\alpha)\rho\gamma]_n - F_R U_L \left(\frac{T_i - T_{amb}}{G_h} \right)$$

Sustituyendo la Ecuación 2-42 en la Ecuación 2-40 y considerando $\beta_0 = F_R [(\tau\alpha)\rho\gamma]_n$, se llega a la Ecuación 2-43.

$$\text{Ecuación 2-43} \quad \eta = \beta_0 - [\beta_1 + \beta_2(T_i - T_{amb})] \left(\frac{T_i - T_{amb}}{G_h} \right)$$

$$\text{Ecuación 2-44} \quad \eta = \beta_0 - \beta_1 \left(\frac{T_i - T_{amb}}{G_h} \right) - \beta_2 \left(\frac{(T_i - T_{amb})^2}{G_h} \right)$$

Para facilidad de la notación, en esta sección los regresores se representarán con x_1 y x_2 .

$$\text{Ecuación 2-45} \quad x_1 = \frac{T_i - T_{amb}}{G_h} \quad \gamma \quad x_2 = \frac{(T_i - T_{amb})^2}{G_h}$$

El cálculo de los coeficientes de los regresores se realiza mediante el método de mínimos cuadrados que se refleja en las siguientes ecuaciones:

$$\text{Ecuación 2-46} \quad \beta_1 = \frac{S_{x_2, x_2} S_{x_1, \eta} - S_{x_1, x_2} S_{x_2, \eta}}{S_{x_1, x_1} S_{x_2, x_2} - [S_{x_1, x_2}]^2}$$

$$\text{Ecuación 2-47} \quad \beta_2 = \frac{S_{x_1, x_1} S_{x_2, \eta} - S_{x_1, x_2} S_{x_1, \eta}}{S_{x_1, x_1} S_{x_2, x_2} - [S_{x_1, x_2}]^2}$$

$$\text{Ecuación 2-48} \quad \beta_0 = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n \eta_i - \beta_1 \sum_{i=1}^n x_{1i} - \beta_2 \sum_{i=1}^n x_{2i} \right)$$

donde,

$$\text{Ecuación 2-49} \quad S_{a,b} = \left(\sum_{i=1}^n a_i b_i \right) - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n a_i \right) \left(\sum_{i=1}^n b_i \right)$$

Ahora, si la eficiencia instantánea $[\eta]$ de la Ecuación 2-44 se grafica respecto a $\frac{(T_i - T_{amb})}{G_h}$, queda una gráfica como la de la Figura 34.

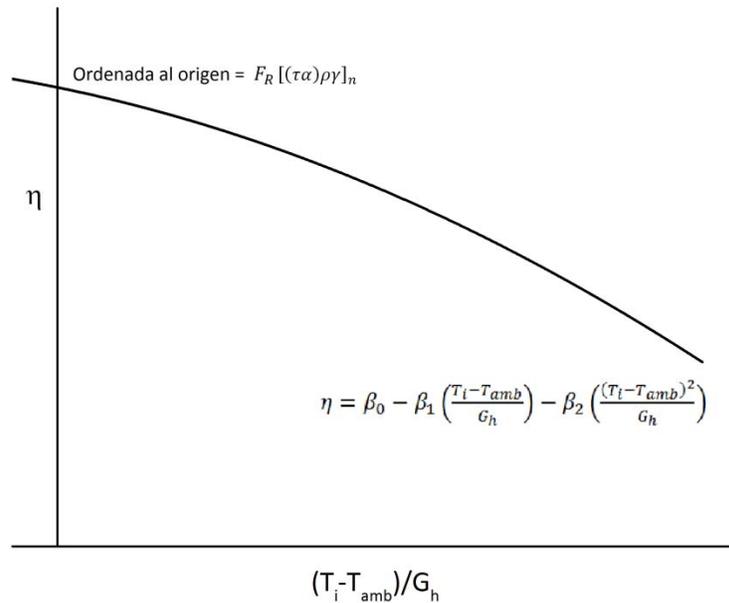


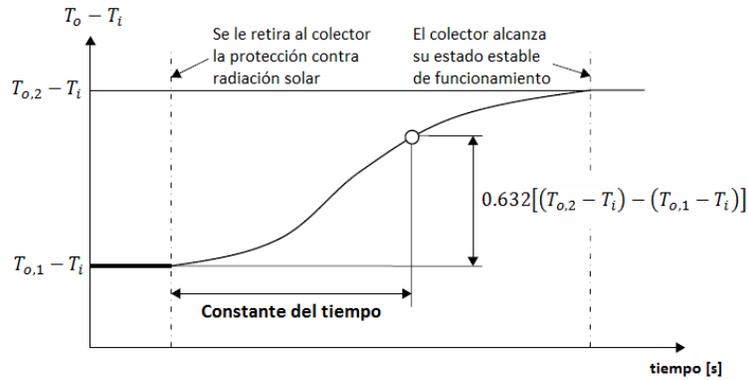
Figura 34 Ejemplo del ajuste polinomial para la curva de eficiencia térmica instantánea de un colector

En este caso, la interpretación de la gráfica ya no es tan evidente, pero para efectos de simplicidad, se puede mencionar que el término β_0 refleja la eficiencia óptica, mientras que los términos β_1 y β_2 (siendo β_1 el más representativo) reflejan la pérdida de calor conforme T_i se aleja de T_{amb} .

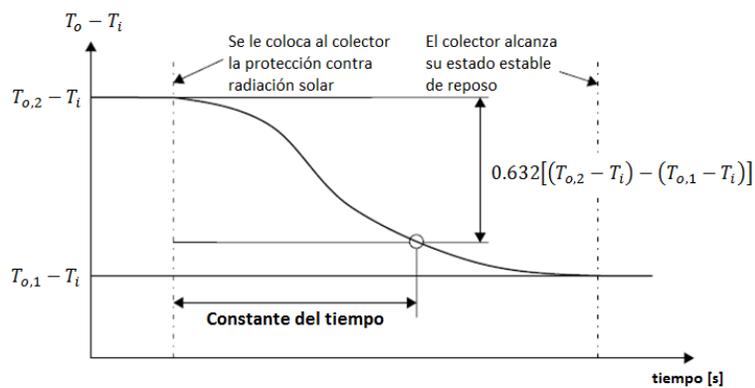
2.6.2 Constante del tiempo

La constante del tiempo permite determinar el tiempo que le toma al colector alcanza su estado estacionario después de un cambio de condiciones—nublados y soleados intermitentes—; se define como el tiempo necesario para que el fluido de trabajo alcance el 63.2% de su temperatura de salida final estable (Kalogirou, 2009 pág. 233). Estas pruebas se conduce con $T_i \cong T_{amb}$.

Dependiendo de la norma que se utilice como referencia, es el procedimiento que se utiliza para calcular la constante del tiempo. Por ejemplo, la norma ISO 9806-1:1994 supone que el colector está protegido de la radiación solar (simulando periodos de nubes) y de repente se somete a ésta; en este caso la constante solar representa el 63.2% del tiempo que el colector tarda en calentar y llegar a su estado estacionario de funcionamiento (ver Figura 35-a). Por otro lado, la ASHRAE 93:2003 supone que el colector está sometido a radiación solar y de repente se protege; aquí la constante del tiempo es el 63.2% del tiempo que el colector tarda en enfriar y llegar a su estado estacionario de reposo (Kalogirou, 2009 pág. 234) (ver Figura 35-b).



(a)



(b)

Figura 35 La constante del tiempo (a) de acuerdo a la ISO 9806-1:1994; (b) de acuerdo a la ASHRAE 93:2003

FUENTE: Imagen tomada y adaptada de (Kalogirou, 2009 págs. 234-235)

2.6.3 Factor modificador de eficiencia de acuerdo al ángulo de incidencia solar para colectores solares planos

Al analizar la Ecuación 2-40 de la eficiencia térmica instantánea, la expresión que representa la eficiencia óptica del colector contiene el término $[(\tau\alpha)\rho\gamma]_n$ indicando que el Sol es perpendicular al plano del colector; pero en la operación cotidiana, esto no se cumple, por lo que el término utilizado debería ser $[(\tau\alpha)\rho\gamma]$, lo que requiere que se agregue un factor que considere el ángulo de incidencia solar sobre el colector.

Dicho factor, llamado **factor modificador de eficiencia de acuerdo al ángulo de incidencia solar para el colector $[K_0]$** , considera que el ángulo de incidencia solar sobre un colector varía a cada momento del día, y ello provoca que la eficiencia instantánea en estado estable lo haga de la misma manera. El ángulo de incidencia se mide entre el vector normal al área de apertura del colector y la componente directa de radiación solar. Así, K_0 se define como la relación entre la eficiencia del colector cuando tiene cierto

ángulo de incidencia solar y cuando dicho ángulo es cero, es decir, cuando el Sol es perpendicular al colector (ver Figura 36).

Ecuación 2-50

$$K_{\theta} = \frac{\eta_{a,\theta}}{\eta_a} = \frac{F_R[(\tau\alpha)\rho\gamma] - F_R U_L \left(\frac{T_i - T_{amb}}{G_h} \right)}{F_R[(\tau\alpha)\rho\gamma]_n - F_R U_L \left(\frac{T_i - T_{amb}}{G_h} \right)}$$

Con el objetivo de simplificar la ecuación anterior, las pruebas experimentales para determinar K_{θ} son ejecutadas con $T_i \cong T_{amb}$, de tal suerte que los términos $F_R U_L \left(\frac{T_i - T_{amb}}{G_h} \right)$ tanto en el denominador como en el numerador, se simplifican y la Ecuación 2-50 queda:

Ecuación 2-51

$$K_{\theta} = \frac{F_R[(\tau\alpha)\rho\gamma]}{F_R[(\tau\alpha)\rho\gamma]_n} = \frac{[(\tau\alpha)\rho\gamma]}{[(\tau\alpha)\rho\gamma]_n}$$

Así, la Ecuación 2-40 queda

Ecuación 2-52

$$\eta_{a,\theta} = F_R K_{\theta} [(\tau\alpha)\rho\gamma]_n - F_R U_L \left(\frac{T_i - T_{amb}}{G_h} \right).$$

La norma ANSI/ASHRAE 93-1986 sugiere calcular K_{θ} para $\theta=0^{\circ}$, 30° , 45° , y 60° con el objetivo de obtener una gráfica como la que sigue, que indique el valor de K_{θ} dependiendo del ángulo de incidencia θ .

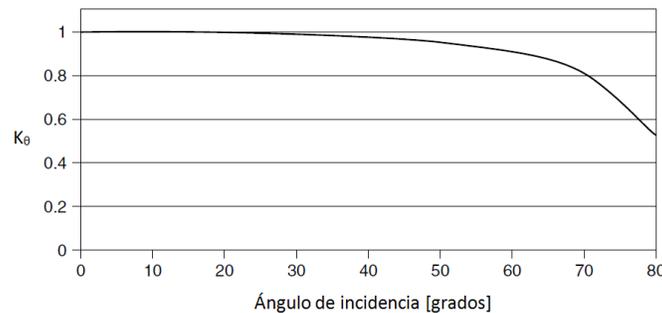


Figura 36 Ejemplo de gráfica del Factor Modificador [K_{θ}] para diferentes ángulos de incidencia solar sobre el colector

FUENTE: Imagen tomada y adaptada de (Kalogirou, 2009 pág. 230)

Capítulo 3. Diseño de la geometría reflectora para los diferentes tipos de CPC

En este capítulo se describe el diseño geométrico de los reflectores para cada tipo de receptor y el modo en el que se homologa el factor de concentración alcanzado con cada uno de ellos.

3.1 CPC con receptor cilíndrico convencional

3.1.1 Diseño y simulaciones ópticas

Ya que la intención de esta tesis es comparar experimentalmente los receptores de CPC entre sí, es importante que sean equivalentes en términos de factor de concentración. El CPC con receptor en V invertida que se aborda en la sección 3.2 y la Figura 40 tiene $C=1.5$, por lo que el CPC con receptor cilíndrico convencional de esta sección, se homologó al mismo factor de concentración.

En el Instituto de Energías Renovables, se construye un CPC con receptor cilíndrico convencional hecho de tubo de cobre comercial de 16 mm de diámetro externo y factor de concentración $C=2$, como parte de un proyecto departamental. Se pretende acoplar este CPC ajustando pedazos de papel que tapan el área no deseada, con el objetivo de lograr un $C_t=1.5$; sin embargo antes de tomar esa decisión, se condujeron corridas en Tonatiuh para verificar que el resultado óptico no se modifique si se parte de un colector de $C=2$ para llegar a $C_t=1.5$ (se sabe que si se sigue el procedimiento de la sección 2.4.1.3, la recomendación es partir de un CPC con $C=1.65$ y posteriormente truncarlo a $C_t=1.5$). Estas corridas en Tonatiuh se condujeron tomando que no hay cubierta de vidrio, el Sol está en posición cenital con $G=1000 \text{ W/m}^2$, el receptor pegado al vértice de la involuta reflectora y el reflector con propiedades $\rho=1$ y $\tau=0$.

	CPC con $C_t=1.5$ partiendo de $C=2$ y $\theta_a=30^\circ$	CPC con $C_t=1.5$ partiendo de $C=1.65$ y $\theta_a=37.3^\circ$
Energía recibida en el receptor antes de truncar [W]	193.3	159.7
Energía recibida en el receptor después de truncar [W]	146.6	145.3
% de energía perdida por el truncamiento	$1 - \frac{146.6}{193.3} 100 = 24.16\%$	$1 - \frac{145.3}{159.7} 100 = 90.98\%$
Material ahorrado con el truncamiento [cm] ⁹	8.43	3.13
% de energía perdida por cm de material ahorrado	$\frac{24.16\%}{8.43\text{cm}} = 2.87\%$	$\frac{90.98\%}{3.13\text{cm}} = 2.88\%$

⁹ Usando la Ecuación 2-20

Tabla 3 Energía recibida en el receptor de un CPC con $C_t=1.5$ partiendo de CPC con $C=2$ o partiendo de un CPC con $C=1.65$
 La Tabla 3 muestra que la energía total recibida cuando el CPC está truncado es prácticamente la misma en ambas opciones, por lo que se puede concluir que desde el punto de vista óptico, si el CPC tiene el mismo factor de concentración después de truncamiento [C_t], se recibe la misma cantidad de energía. En conclusión, es posible acoplar el CPC con receptor cilíndrico y $C=2$ para llegar al CPC de $C_t=1.5$ que se requiere para las pruebas experimentales de este trabajo. Así, la geometría queda como se muestra en la Figura 37 y la Tabla 4.

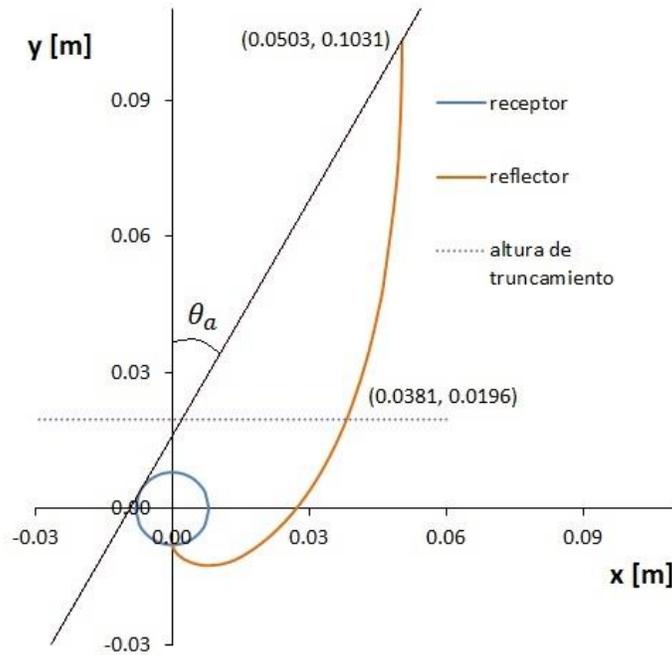


Figura 37 Diseño del lado derecho del reflector para el CPC con receptor cilíndrico convencional $C_t = 1.5$, $\theta_a=30^\circ$ y $r=0.008m$

Factor de Concentración final	Ancho total del canal CPC [m]	Altura total del canal CPC [m]	Radio del tubo receptor [m]
1.5	0.0762	0.0322	0.008

Tabla 4 Características geométricas del CPC con receptor cilíndrico convencional

Como se mencionó en la secc. 2.4.1.1, aunque el diseño óptico óptimo indique que el receptor cilíndrico debe tocar el vértice de la involuta reflectora, esto provoca problemas en términos de eficiencia en la transferencia de calor o integridad del concentrador.

Ante ésta problemática, diversos autores sugieren diseñar los reflectores basándose en un receptor cilíndrico virtual más grande que el real. Como parte de este trabajo, se condujo una simulación de trazado de rayos con Tonatiuh®, para comparar si ópticamente era mejor esa opción, o simplemente desplazar el receptor de diseño un milímetro hacia arriba.

Para la simulación de un receptor virtual mayor que el real, se diseña el reflector para un receptor de 0.008 m de diámetro, pero en su lugar se coloca uno 0.00635 m de diámetro (ambos tubos de cobre comercialmente disponibles). Por otra parte, para la simulación del receptor desplazado un milímetro hacia arriba, se diseña el reflector para un receptor de 0.008 m de diámetro, el cual se coloca desplazado un milímetro de su lugar óptimo.

La Tabla 5 muestra los resultados de simulaciones con Tonatiuh, nuevamente tomando en cuenta el Sol en posición cenital con $G=1000 \text{ W/m}^2$ y las propiedades del reflector como $\rho=1$ y $\tau=0$; los resultados incluyen la cantidad de energía solar captada en cada caso.

Energía recibida en el receptor cilíndrico del CPC [W]		
Receptor de DISEÑO	Receptor virtual mayor que el real	Receptor de DISEÑO desplazado 1 mm hacia arriba
<i>Diámetro=0.008m pegado al vértice de la involuta</i>	<i>Diámetro=0.00635m</i>	<i>Diámetro=0.008m desplazado 1mm arriba del reflector</i>
146.6	116.7	137.3

Tabla 5 Comparación de la energía recibida en el receptor del CPC con diferentes posiciones y diámetros del mismo

Se concluye que al utilizar el receptor de diseño desplazado un milímetro hacia arriba se capta 17.6% más de radiación solar que si se diseña el CPC con un receptor virtual mayor que el real.

3.1.2 Receptor cilíndrico aletado

En el capítulo 4, durante la sección 4.1.2 se abordan las dificultades de manufactura al posicionar el receptor cilíndrico convencional en su posición objetivo (dejando una separación de 1mm entre el tubo receptor y el vértice de la involuta reflectora). Los desfases de manufactura son de naturaleza horizontal y vertical que varía entre 1 y 5mm, lo que provoca que los rayos solares no lleguen al receptor y se pierda energía térmica. En la Tabla 6 se muestra la cantidad de energía recibida y perdida¹⁰ con los diferentes desfases de manufactura (cuando se habla de un desfase a la derecha, se hace referencia a un desfase horizontal hacia cualquier lado).

	POSICIÓN OBJETIVO 1mm arriba	5mm arriba 5mm derecha	5mm arriba	1mm arriba 5mm derecha	5mm derecha	1mm arriba 1mm derecha	1mm derecha
Energía total en el receptor cilíndrico [W]	137.30	74.54	99.02	115.33	116.81	133.53	140.38
% de pérdida de energía respecto a 1mm arriba		45.71%	27.88%	16.00%	14.92%	2.74%	-2.25%

Tabla 6 Cantidad de energía recibida y perdida en el receptor del CPC con diferentes desfases de manufactura

¹⁰ En la tabla 6, el porcentaje de energía perdida se calcula tomando como referencia la posición objetivo

Los primeros cuatro desfases de la Tabla 6 son los que muestran mayor disminución en la cantidad de energía total en el receptor cilíndrico, de aquí en adelante llamados **desfases críticos**.

Como una alternativa y primera aproximación para interceptar los rayos solares a pesar de los desfases mencionados, surge el receptor cilíndrico aletado, en el que se coloca una aleta horizontal soldada con ultrafrecuencia a la parte superior del tubo receptor, como se muestra en la Figura 38. En la siguiente sección, se detalla cómo se decidió el tamaño de esta aleta.

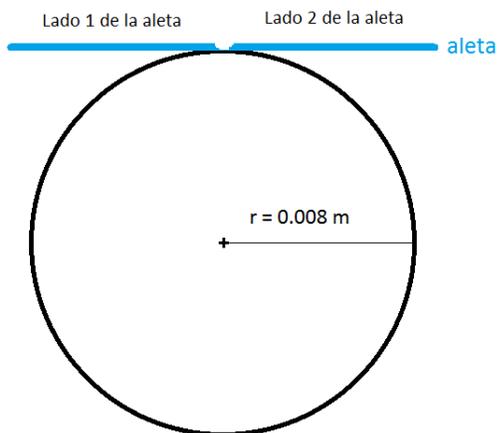


Figura 38 Posicionamiento de la aleta sobre el receptor cilíndrico

3.1.2.1 Establecimiento del tamaño de la aleta

Mediante Tonatiuh, se realizó un análisis óptico con el objetivo de definir el tamaño de la aleta y los resultados se reportan en la Tabla 7.

Este análisis calcula la cantidad de energía total que incide sobre el receptor (la primera fila reporta el receptor cilíndrico convencional y el resto de las filas el receptor cilíndrico aletado con diez diferentes tamaños de aleta) en cada posición (siendo 1mm hacia arriba el objetivo y las otras seis son las posiciones de desfase analizadas en la Tabla 6).

La Tabla 7 muestra que entre más grande es la aleta, mayor es la cantidad de energía total captada, sin embargo, hay que tener cuidado con esta conclusión porque la energía que captan las aletas aún tiene que ser transferida por conducción al tubo y posteriormente por conducción y convección al fluido de trabajo, por lo que la energía captada por la aleta llega con menor eficiencia al fluido que la captada por el tubo. Con este concepto claro, hay que mantener en mente el objetivo de que la aleta sea del menor tamaño posible, sólo lo suficientemente grande para captar los rayos perdidos debido al desfase del receptor cilíndrico. Así es como surge la Figura 39 que calcula el incremento de energía total captada con cada milímetro extra de aleta (es decir la derivada de la pendiente), con el objetivo de encontrar los puntos máximos en los cuatro desfases críticos de los que se habla en la sección 3.1.2.



	1mm arriba	5mm arriba 5mm derecha	5mm arriba	1mm arriba 5mm derecha	5mm derecha	1mm arriba 1mm derecha	1mm derecha
Sin aleta	137.30	74.54	99.02	115.33	116.81	133.53	140.38
Aleta 11mm por lado	137.00	76.08	99.18	117.83	119.92	134.44	141.30
Aleta 12mm por lado	137.39	79.16	98.97	121.08	123.27	136.92	143.79
Aleta 13mm por lado	137.24	81.95	98.86	124.17	126.48	137.06	143.92
Aleta 14mm por lado	137.19	86.90	99.03	127.51	129.63	137.24	143.97
Aleta 15mm por lado	137.35	91.79	99.09	130.83	133.63	137.25	144.07
Aleta 16mm por lado	137.49	96.75	98.82	134.44	136.72	137.10	143.86
Aleta 17mm por lado	137.02	99.33	99.95	134.62	137.00	137.12	144.07
Aleta 18mm por lado	137.41	101.61	100.17	134.87	137.87	137.15	143.92
Aleta 19mm por lado	137.24	103.98	101.05	137.13	137.96	136.90	143.68
Aleta 20mm por lado	137.42	111.35	101.11	137.83	138.44	137.46	144.21

Tabla 7 Energía total que incide sobre el receptor [W] para diferentes posiciones del tubo respecto al vértice de la involuta reflectora y diferentes tamaños de aleta

NOTA: La condición base es el tubo sin aleta y a 1mm arriba del vértice

Para ejemplificar el cálculo de las gráficas en la Figura 39, se describe el del punto correspondiente al desfase 5mm derecha (línea naranja) con una aleta de 15mm: de la Tabla 7 tomar los valores de la aleta de 14mm y 15mm correspondientes a 5mm derecha y realizar el cálculo de la Ecuación 3-1.

Ecuación 3-1

$$\frac{(133.63-129.63)W}{(15-14)mm} = 4 \frac{W}{mm}$$

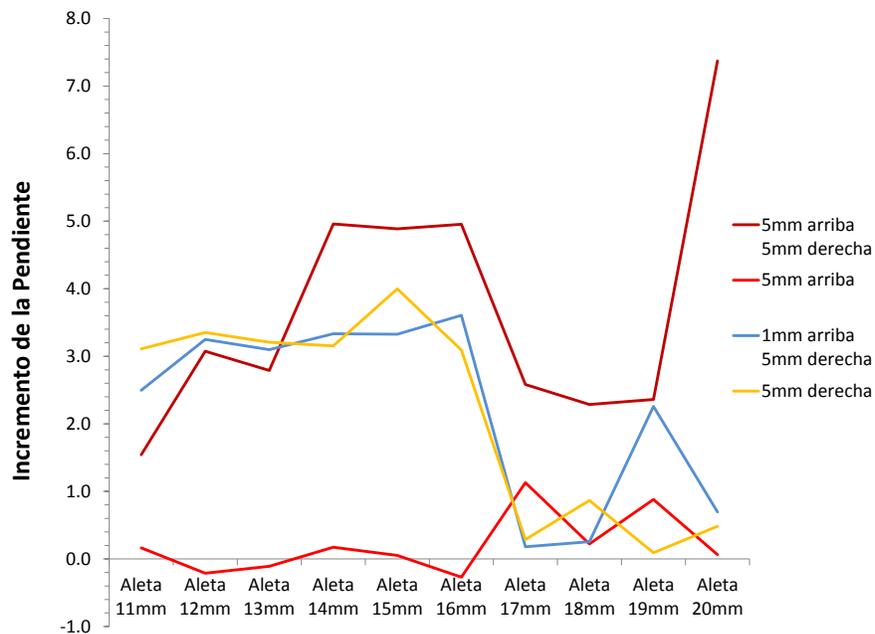


Figura 39 Valores de incremento en la energía total captada con cada milímetro extra de aleta (la derivada de la pendiente) para las cuatro posiciones de desfase crítico

De la Figura 39, se nota para corregir una desviación de 5mm arriba se necesita una aleta muy grande, por lo que se puede inferir que las aletas son más eficientes al corregir desviaciones horizontales que verticales. También es importante notar que la mayor cantidad de máximos se concentran en aletas en el intervalo de 14-16mm por lado, pero en el caso de la gráfica color vino (5mm arriba – 5mm derecha) y azul (1mm arriba – 5mm derecha), la diferencia entre 15 y 16mm es mínima, por lo que se concluye que la mejor elección es una aleta de 15mm por lado.

Para resumir, las características geométricas finales del reflector para el CPC con receptor cilíndrico aletado no cambian respecto a las del receptor cilíndrico convencional, la única diferencia es que se suelda una aleta de 15mm por lado al tubo receptor mediante ultrafrecuencia.

Factor de Concentración final	Ancho total del canal CPC [m]	Altura total del canal CPC [m]	Radio del tubo receptor [m]	Ancho total de la aleta en el receptor [m]
1.5	0.0762	0.0322	0.0080	0.0300

Tabla 8 Características geométricas del CPC con receptor cilíndrico aletado

3.2 CPC con receptor en V invertida completamente iluminado

3.2.1 Análisis del diseño

En la sección 2.4.2.2 se mencionó que los tres parámetros que definen la geometría del reflector en este tipo de CPC son el ángulo de aceptación, el de truncamiento y el ángulo vértice. Para el colector CPC AoSol® se toma como referencia, son los siguientes:

θ_a	θ_t	γ
37°	56°	48°

Tabla 9 Parámetros para la geometría del reflector del CPC con receptor en V invertida

Así, la geometría del reflector y el receptor en V invertida completamente iluminado queda como se muestran la Figura 40 y la Tabla 10, con un factor de concentración $C=1.7$ sin truncamiento y $C=1.5$ considerando truncamiento.

Factor de Concentración final	Ancho total del canal CPC [m]	Altura total del canal CPC [m]	Radio del tubo receptor [m]	Ancho a en la base del receptor [m]
1.5	0.1920	0.1128	0.0059	0.0550

Tabla 10 Características geométricas del CPC con receptor en V invertida

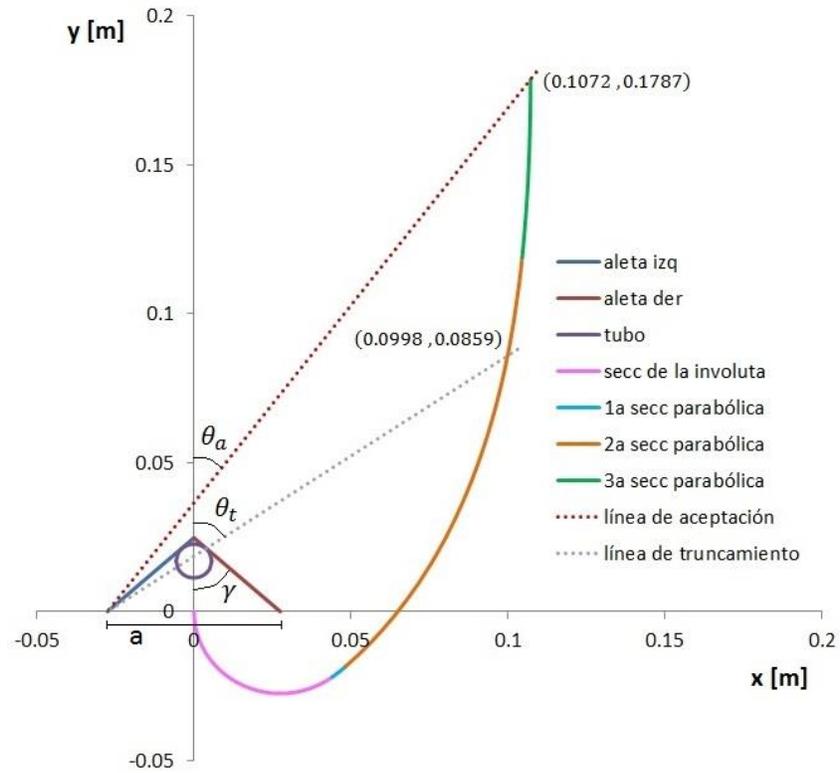


Figura 40 Diseño del lado derecho del reflector para el CPC con receptor en V invertida completamente iluminado
 $C = 1.5$, $\theta_a = 37^\circ$, $\theta_t = 56^\circ$, $\gamma = 48^\circ$

Capítulo 4. Construcción y banco experimental para los colectores CPC

En este capítulo se describen las características de los módulos experimentales que se ocuparon para probar cada tipo de receptor, así como la estrategia utilizada para realizar las pruebas experimentales con el objetivo de que los resultados fueran comparables a pesar de la diferencia en el diámetro del tubo para el receptor en V invertida completamente iluminado.

4.1 Construcción y armado del colector CPC con receptor cilíndrico convencional

Una vez que definimos la geometría del reflecto para el CPC con receptor cilíndrico convencional, el siguiente desafío fue construir el colector para su análisis experimental, lo cual fue realizado completamente en el IER-UNAM y a lo largo de este capítulo se describen las diferentes etapas.

4.1.1 Manufactura y ensamble de las láminas reflectoras

El primer reto fue la manufactura de las láminas reflectoras de 1.95 m de largo. Para ello se ocuparon láminas de Alanod MIRO-SUN® reflectivo 90 de 0.35 mm de espesor y 90% de reflectancia total en el rango solar. Éstas láminas fueron deformadas con el dado-prensa de la Figura 41 que fue diseñado en el IER-UNAM por Iris Santos y Mexitli Sandoval.



Figura 41 Prototipo en nylamid a 10cms de largo para el Dado-Prensa que deforma las láminas de Alanod® (izq); Dado-Prensa que deforma las láminas de Alanod® de 1.95m de largo (en medio); parte hembra del Dado-Prensa con láminas de Alanod® ya deformada (der)

Una vez que las láminas fueron deformadas y cortadas al tamaño requerido, se posicionan en un molde de madera que permite colocar 12 canales reflectores uno junto a otro, como muestra la Figura 42. Ya posicionados los 12 reflectores, se fijan entre ellos con espuma de poliuretano y se coloca una capa final de la misma para darle rigidez y proporcionar aislamiento térmico al colector final (Figura 43).



Figura 42 Molde de madera para los canales reflectores (izquierda); Colocación manual de los canales reflectores en el molde de madera (derecha)



Figura 43 Espuma de poliuretano para fijar los canales reflectores entre ellos (izquierda); capa final de espuma de poliuretano para rigidez y aislamiento térmico (derecha)

Finalmente, se despegra del molde de madera la cama de láminas reflectoras unidas por la espuma de poliuretano y se colocan en el bastidor final (ver Figura 44).



Figura 44 Remoción de la cama de reflectores del molde de madera (izquierda); posicionamiento de la cama de reflectores en el bastidor final (derecha)

4.1.2 Manufactura de receptor y su ensamble con el reflector

Una vez que ya se tiene la cama de reflectores lista, el siguiente paso es manufacturar el enrejado de receptores.

Como receptores cilíndricos convencionales del CPC, se utilizan 12 tubos de cobre M con diámetro nominal de $\frac{1}{2}$ "¹¹, diámetro externo de 16mm¹¹ y 1.95m de longitud. Estos receptores están unidos mediante soldadura a dos cabezales, uno de entrada y otro de salida para el fluido; para los cabezales se utilizan tubos de cobre M con diámetro nominal de $\frac{3}{4}$ " y 22mm de diámetro externo (Figura 45 izquierda). Adicional se cuenta con coples de cobre para realizar las conexiones correspondientes hacia el resto del banco experimental. Finalmente, se recubre el enrejado con pintura selectiva comercial SOLKOTE HI/SORB-II® de $0.88 < \alpha < 0.94$ y $0.20 < \epsilon < 0.49$ (Figura 45 derecha).



Figura 45 Enrejado de cobre sin recubrimiento (izquierda); Tubo con recubrimiento utilizado (derecha)

Posteriormente, se acomoda el enrejado de receptores en la cama de reflectores y para cuidar la alineación de los tubos, se diseñaron unas costillas de madera que se colocan a todo lo ancho del colector, con un orificio para posicionar los tubos receptores (ver Figura 46).

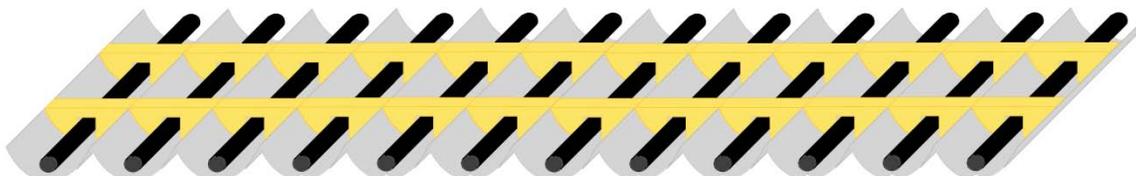


Figura 46 Costillas de madera auxiliares para la correcta posición del tubo receptor sobre el reflector

¹¹ Medida correspondiente a la norma internacional ASTM

4.1.3 Ensamble final y características del prototipo

Una vez que se han ensamblado los reflectores y receptores dentro del bastidor, se sella y se coloca el vidrio solar (bajo contenido en hierro) con el objetivo de proteger el colector de las condiciones ambientales y para evitar pérdida de calor de los absorbedores. El vidrio es marca Cangjia New Energy y tiene una transmitancia solar $\tau \geq 0.916$



Figura 47 Colector CPC con receptor cilíndrico convencional y factor de concentración 1.5 montado en el banco experimental

Para resumir, el colector CPC con receptores cilíndricos convencionales (Figura 47), es estacionario y sin vacío. Sus características son:

- Área de apertura de 1.78 m^2
- Doce canales con reflectores simétricos que miden 1.95 m. de largo
 - Fabricados con Alanod MIRO-SUN® reflectivo 90 de 0.35 mm de espesor y 90% de reflectancia total en el rango solar
- Receptores de tubo de cobre M con diámetro nominal de $\frac{1}{2}$ " y diámetro externo de 16mm (medida correspondiente a la norma internacional ASTM)
 - Recubrimiento con pintura selectiva comercial SOLKOTE HI/SORB-II® de $0.88 < \alpha < 0.94$ y $0.20 < \epsilon < 0.49$.
 - Dos cabezales de cobre tipo M para la entrada y salida del fluido con 22mm de diámetro externo y $\frac{3}{4}$ " de diámetro nominal.
- Bastidor de lámina pintro dimensiones $2.1 \times 1.280 \times 0.094 \text{ m}$

- Aislamiento térmico de espuma de poliuretano en la parte posterior del colector con aproximadamente 3cm de espesor
- Cerrado en la parte superior con vidrio de transmitancia solar $\tau = 0.916$ y sello de polímero

4.2 Armado y características del colector CPC con receptor cilíndrico aletado

El armado de este colector es exactamente igual que el anterior, con la única diferencia de que se utilizan como receptores los tubos de cobre M con diámetro nominal de $\frac{1}{2}$ ", a los cuáles se les suelda con ultrafrecuencia una aleta de cobre de 0.2mm de espesor y 15mm en cada lado. Tanto las aletas como el tubo receptor están cubiertos con pintura selectiva comercial SOLKOTE HI/SORB-II® de $0.88 < \alpha < 0.94$ y $0.20 < \epsilon < 0.49$. La Figura 48 muestra el detalle de un receptor cilíndrico aletado.

Un detalle importante de mencionar es que debido a las aletas, no fue posible utilizar las costillas auxiliares en la alineación de los receptores y los reflectores.

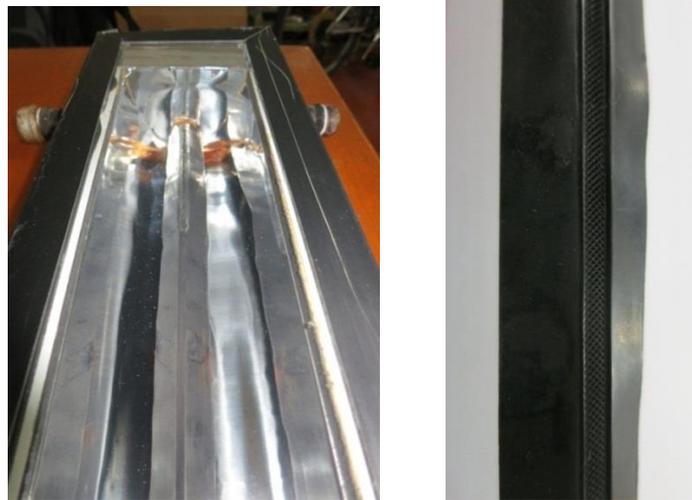


Figura 48 Detalle de las aletas en el CPC con receptor cilíndrico aletado recubierto con SOLKOTE HI/SORB-II®

4.3 Características del colector CPC con receptor en V invertida completamente iluminado

El colector CPC con receptor en V invertida completamente iluminado (Figura 49), está diseñado para ser un CPC estacionario y sin vacío. Sus características son (Rommel, Mayo 2005 p. 10):

- Área de apertura de 2.16 m^2
- Seis canales con reflectores simétricos que miden 1.88 m. de largo
 - Hechos con Aluminio de alta reflectancia de 0.3mm de espesor y 90% de reflectancia total en el rango solar.

- Receptor de cobre en forma de V invertida completamente iluminada con tubo de cobre de 6 mm de diámetro externo nominal¹² adherido en el centro
 - Recubrimiento con pintura selectiva comercial de $0.92 < \alpha < 0.96$ a 100°C (AoSol)
 - Dos conexiones de agua de 22mm de diámetro externo, una para la entrada y otra para la salida
- Bastidor de aluminio con dimensiones 2.095 x 1.280 x 0.165 m
- Aislamiento térmico de poliuretano expandido libre de CFCs de aproximadamente 3cm de espesor en la parte posterior
- Sellado en la parte superior con vidrio templado transparente de transmitancia solar $\tau \approx 0.916$



Figura 49 Colector CPC con receptor en V invertida completamente iluminado y factor de concentración 1.5 montado en el banco experimental

4.4 Características del banco experimental en el IER-UNAM

El banco experimental fue diseñado por Iris Santos, Mexitli Sandoval y Víctor Gómez en el IER-UNAM. Sus componentes se describen a continuación y mediante la numeración de referencian a la Figura 50.

1. Base para el colector que mediante ruedas permite orientarlo hacia el Sur geográfico y su estructura también admite modificar el ángulo de inclinación del mismo.

¹² Medida correspondiente a la Norma Europea EN1057

2. Piranómetro clase II Kipp&Zonen CMP3 colocado sobre una base que permite modificar el ángulo de inclinación para que esté en el mismo plano que el colector. Está diseñado para medir en el rango espectral de 300-2800nm y radiación de hasta 2000 W/m² con una exactitud de ±1% de la medición.
3. Sensor de flujo másico MicroMotion Elite Coriolis CMF025M que mide el flujo másico a la entrada del colector. Funciona mediante efecto Coriolis, y tiene un rango de operación 0 a 32 kg/min con una exactitud de ±0.1% de la medición en líquidos.
4. Sensor diferencial de presión Rosemount 3051CD/CG que mide la diferencia de presión entre la entrada y la salida del colector. Tiene un rango de operación de 0 a 11.4 pulgadas de agua¹³ o 2836.78 Pa y una exactitud de ±0.15% de la medición.
5. Sistema de adquisición de datos, integrado por el adquisidor de datos AGILENT 34970A y computadora con el programa Agilent VEE-Pro 9.3 conectados a un no-break Micro SR480. Adicional, se incluye una fuente de poder regulada marca STEREN de 13.8V y 3A a la que se conecta los dispositivos alimentados con corriente DC como los sensores (3) y (4).
6. Termotanque de agua con capacidad de 300 litros, una resistencia para elevar la temperatura del fluido de trabajo y un termopar tipo K para detectar la temperatura del mismo. El termopar tipo K tiene un rango de operación de -50 a 1200°C y exactitud ±0.3°C en su rango de operación. La resistencia cuenta con un controlador digital Honeywell DC1010 que es retroalimentado a través del termopar tipo K.
7. Tanque de agua con capacidad de 450 litros para recibir el agua de salida del colector, para recircular el agua y no desperdiciarla.
8. Motobomba centrífuga SIEMENS 3HME0100A con capacidad de 1 HP. La velocidad del motor está controlada por un variador de frecuencia YASKAWA CIMR-VU2A0006F AA.
9. Termistores Cole-Parmer YSI-400 que tienen un rango de operación de -40 a 150°C y con exactitud ±0.1°C en el rango 0-70°C, utilizados para medir las temperaturas ambiente, la del fluido de entrada y salida al colector.

¹³ Una pulgada de agua equivale a 248.84 Pascales.



Figura 50 Banco experimental del IER-UNAM con los principales componentes

Básicamente, los pasos que se siguen para ejecutar una prueba estándar en el banco de pruebas, son los siguientes:

- i. Se monta el colector en el banco de pruebas y se realiza una prueba de fugas.
- ii. Se ajusta la inclinación del piranómetro (2) y la base para el colector (1) de acuerdo al protocolo de cada prueba. Estos protocolos se establecen en el siguiente capítulo.
- iii. Se verifica que el programa del adquirente de datos contiene todas las ecuaciones de calibración de los instrumentos y todos los instrumentos tienen su certificación de calibración vigente.
- iv. En el tanque (6) se adecúa la temperatura del fluido de trabajo (agua) mediante la resistencia y su controlador.
 - a. Utilizando la motobomba (8), el agua está recirculando constantemente dentro del tanque para romper la estratificación térmica.
- v. Una vez que el agua está a la temperatura deseada, se cierra la válvula de globo que permite la recirculación en el tanque y se abre la válvula de compuerta que permite el paso del agua través del colector.
 - a. Se activa el sistema de adquisición de datos (5) para que registre todos los datos del piranómetro (2), los sensores (3) y (4) y los sensores de temperatura (9).
 - b. El flujo másico se mide mediante el sensor (3) y se gradúa mediante la válvula de compuerta.
- vi. El fluido de trabajo se hace pasar por el colector.
 - a. Los termistores (9) a la entrada y salida del colector miden la temperatura del agua y envía la señal al sistema de adquisición de datos.
 - b. El sensor (4) mide la diferencia de presión entre la entrada y salida del colector y envía la señal al sistema de adquisición de datos.
- vii. El agua que sale del colector es almacenada temporalmente en el tanque (7).
- viii. Al finalizar la prueba y/o el agua disponible en el tanque (6), se detiene el sistema de adquisición de datos (Figura 51), se cierra la válvula de compuerta que permite el paso de agua al colector y se abre la válvula de esfera que permite retornar el agua desde el tanque (7) hacia el tanque (6) para ejecutar otra prueba.

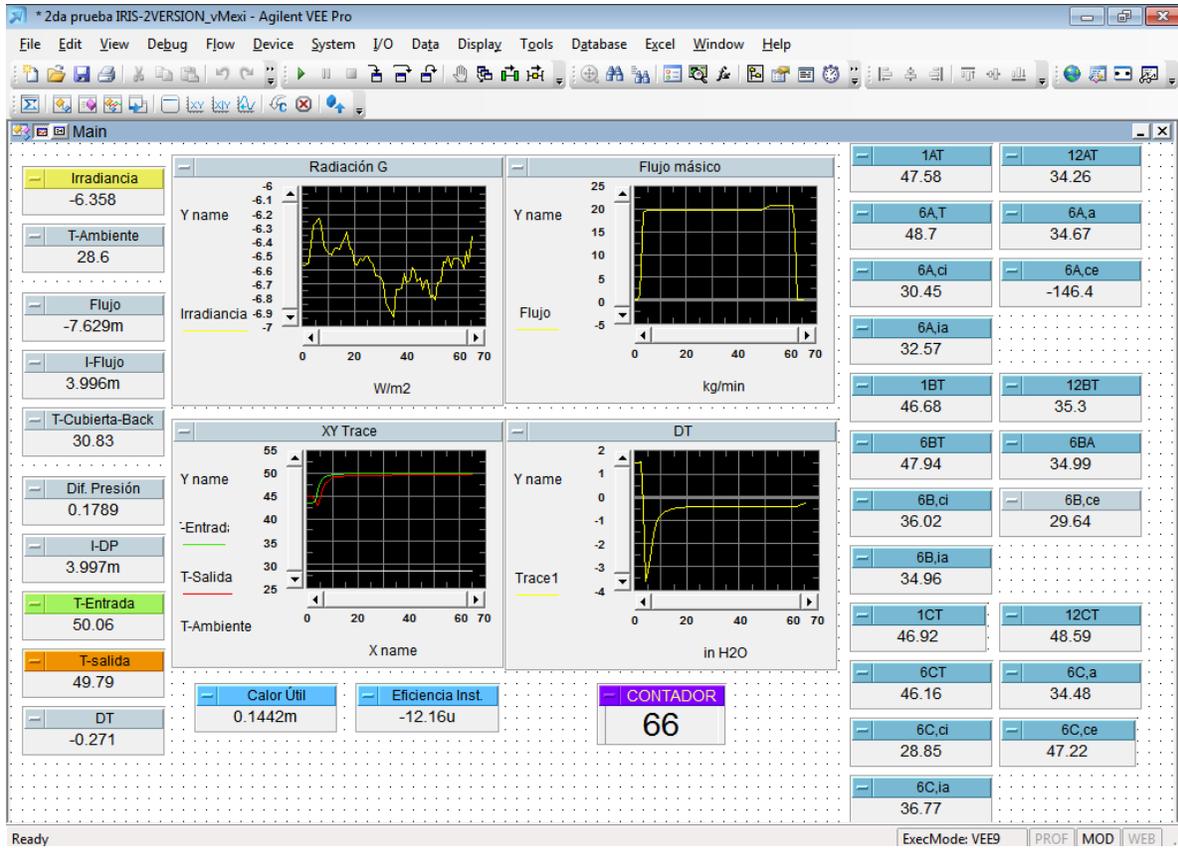


Figura 51 Ejemplo de la pantalla mostrada en el programa VEE-Pro 9.3 durante la prueba experimental

Capítulo 5. Resultados experimentales y discusión

Al reportar los resultados se utilizaron siglas y colores para identificar los colectores fácilmente:

- Cr** – Colector CPC con receptor cilíndrico convencional.
- CA** – Colector CPC con receptor cilíndrico aletado.
- V** – Colector CPC con receptor en V invertida completamente iluminado.

Es bueno mencionar que el fluido de trabajo utilizado durante las pruebas experimentales fue agua estándar de la red municipal.

5.1 Curvas de eficiencia térmica vs. número de Reynolds

Para comenzar esta sección, es importante establecer que los colectores CPC a comparar tienen las siguientes diferencias entre sí.

	Radio del tubo receptor [m]	Área de apertura del colector [m ²]	Altura / ancho del canal [m]	Diagrama
Cr	0.0080	1.7831	0.0322 / 0.0762	
CA	0.0080	1.7831	0.0322 / 0.0762	
V	0.0059	2.1658	0.1128 / 0.1920	

Si ahondamos un poco en la diferencia del radio, se nota que si se conducen pruebas experimentales con el mismo flujo másico en un tubo de 0.0080m. de radio y otro de 0.0059m., el fluido de trabajo pasa más tiempo en el primer tubo, teniendo oportunidad de elevar más su temperatura. Para homologar esta diferencia, se decidió conducir las pruebas experimentales en función del número de Reynolds [Re], en

vez del flujo másico, así, se aseguró que al comparar los diferentes reflectores, la cantidad de fluido de trabajo en cada colector es proporcional al tamaño de su tubo receptor.

Así, el flujo másico a probar en cada colector se presenta en la Tabla 11 y con ello se obtuvieron cuatro gráficas (una por cada número de Reynolds) comparando los tres diferentes colectores.

	Cr	CA	V
<i>Re = 1500</i>	6.80	6.80	2.00
<i>Re = 3000</i>	13.56	13.56	4.00
<i>Re = 4200</i>	19.00	19.00	5.60
<i>Re = 6500</i>	29.40	29.40	8.74

Tabla 11 Flujo másico [kg/min] de las pruebas experimentales correspondientes a cada colector

5.1.1 Ajuste lineal

Para construir una curva de eficiencia con ajuste lineal, se necesitan correr pruebas experimentales a partir de las cuales se realiza la regresión; a su vez, de cada prueba experimental se obtiene un punto experimental que es el promedio de mínimo 30 observaciones en estado cuasi-estable.

El procedimiento que se siguió para la obtención de cada curva de eficiencia de un colector a cierto flujo másico es el siguiente:

- a. Determinar el flujo másico de interés con el que se correrán todas las pruebas (ver Tabla 11).
- b. Determinar el rango de temperatura de entrada del fluido en el que se realizan las pruebas experimentales: Este parámetro fue igual para todos los colectores y para todos los flujos que se prueben. Varía entre 25°C y 65°C con pasos de 5°C¹⁴.
- c. Realizar por lo menos cuatro pruebas experimentales para poder realizar la regresión (ASHRAE Standards Committee, 1986 pág. 16), cada una con diferente temperatura de entrada del fluido. Durante cada prueba se debe revisar que:
 - i. El colector está orientado en un eje Este-Oeste y su ángulo de inclinación corresponde al ángulo cenital mínimo (alcanzado al medio día) del día de la prueba.
 - ii. La prueba se ejecuta en estado estable o cuasi-estable asegurando:
 - 1º. Radiación solar $G_h \geq 700 \text{ W/m}^2$ y cielo despejado para evitar variaciones importantes en la radiación solar incidente sobre el colector.
 - 2º. Velocidad del viento $v \leq 3 \text{ m/s}$
 - iii. Capturar por lo menos 30 observaciones de cada prueba experimental, para asegurar una distribución normal en los promedios de los siguientes datos:
 - 1º. Flujo másico [\dot{m}].
 - 2º. Temperatura de entrada del fluido [T_i].

¹⁴ No es necesario ser estricto en la precisión de este parámetro, ya que el único objetivo es que los puntos que representan cada prueba experimental estén distribuidos a lo largo de la curva de regresión

- 3º. Temperatura de salida del fluido [T_o].
 - 4º. Radiación solar incidente [G_h]¹⁵.
 - 5º. Temperatura ambiente [T_{amb}].
 - 6º. Diferencia de presión entre la entrada y salida del colector [dP].
- d. Calcular el promedio de cada uno de los seis datos mencionados (usando por lo menos 30 observaciones) y calcular la eficiencia instantánea para cada prueba experimental, utilizando la Ecuación 2-36
 - e. Graficar la eficiencia instantánea para cada prueba experimental vs. $\frac{(T_i - T_{amb})}{G_h}$.
 - f. Finalmente, usando la gráfica de las pruebas experimentales, realizar la regresión para obtener la ecuación de la curva de eficiencia térmica instantánea ajustada.

Al obtener las curvas de los tres colectores para los cuatro valores de número de Reynolds establecido, se obtiene las gráficas comparativas de la Figura 52.

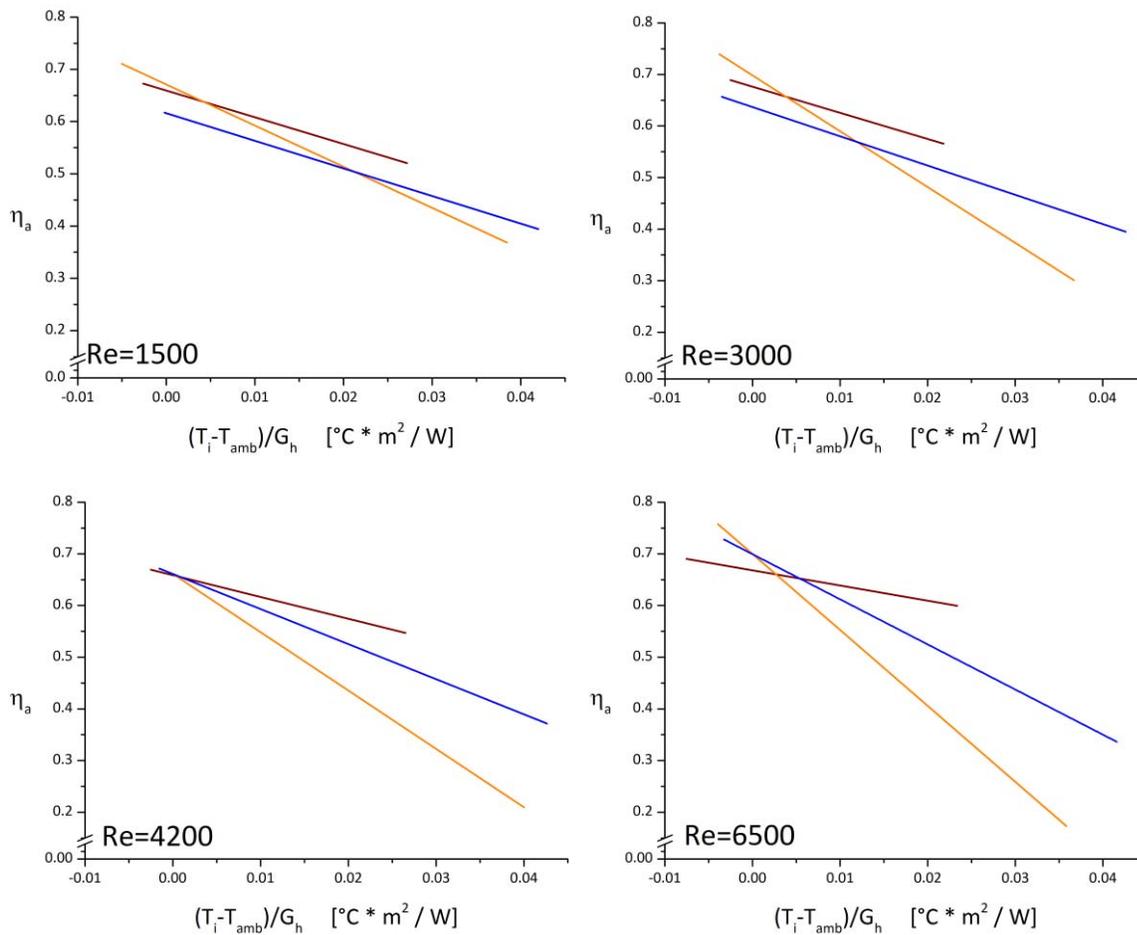


Figura 52 Ajuste lineal para las curvas de eficiencia térmica instantánea Cr, CA y V

¹⁵ Se utiliza G_h para calcular la eficiencia térmica instantánea, ya que como se mencionó en la sección 0, un CPC de bajo factor de concentración provecha gran cantidad de radiación difusa; tanto Kalogirou como Rabl sugieren basarse en protocolos de pruebas para colectores solares planos, por lo que se tomará el de la sección 9.6 de la NMX-ES-001-NORMEX-2005.

Número de Reynolds	Cr			CA			V		
	$\widehat{\beta}_0$	$\widehat{\beta}_1$	$R^2_{ajustada}$	$\widehat{\beta}_0$	$\widehat{\beta}_1$	$R^2_{ajustada}$	$\widehat{\beta}_0$	$\widehat{\beta}_1$	$R^2_{ajustada}$
	1500	0.66 ± 0.01	-5.12 ± 0.62	0.87	0.67 ± 0.01	-7.87 ± 0.57	0.96	0.62 ± 0.01	-5.28 ± 0.45
3000	0.68 ± 0.01	-5.07 ± 0.73	0.84	0.7 ± 0.02	-10.83 ± 0.8	0.95	0.64 ± 0.01	-5.67 ± 0.52	0.91
4200	0.66 ± 0.01	-4.22 ± 0.6	0.86	0.66 ± 0.02	-11.29 ± 0.8	0.96	0.66 ± 0.01	-6.79 ± 0.44	0.97
6500	0.67 ± 0.01	-2.94 ± 0.41	0.89	0.7 ± 0.03	-14.7 ± 1.67	0.89	0.7 ± 0.01	-8.73 ± 0.82	0.92

Tabla 12 Coeficientes de regresión lineal para las curvas de eficiencia térmica instantánea Cr, CA y V

Si se compara la pendiente, es decir el término $\widehat{\beta}_1 = F_R U_L$, que indica la pérdida de energía térmica conforme T_i se va alejando de T_{amb} y/o $G_h \rightarrow \infty$, se puede observar que tanto en CA como V la pendiente se acentúa conforme el número de Reynolds aumenta, a diferencia de **Cr que tiene mejor desempeño a mayor flujo másico o número de Reynolds**; esto sucede en CA y V porque **cuando el flujo másico aumenta, las aletas actúan como disipadores en vez de captadores de energía solar**. En general, en este aspecto Cr se desempeña mucho mejor que cualquiera de sus dos competidores; si hablamos Cr vs. V, su pendiente es entre 2% y 66% menor; si hablamos de Cr vs. CA, su pendiente es entre 35% y 80% menor.

Por otro lado, si abordamos el tema de la ordenada al origen, es decir el término $\widehat{\beta}_0 = F_R(\tau\alpha)_n$, que refleja “la eficiencia óptica” del colector, es interesante notar que la ordenada al origen de CA es ligeramente mayor o igual a la de Cr en todos los casos, lo que significa que **colocar la aleta al receptor cilíndrico convencional efectivamente aumenta su captación de energía solar cuando $T_i \approx T_{amb}$** . En el caso de V, su eficiencia óptica aumenta conforme el Reynolds incrementa, y eso es porque a mayor flujo másico, mayor F_R .

Analizando tanto el desempeño óptico como la pérdida de energía térmica, es posible concluir de esta sección que **el colector Cr tiene el mejor compromiso**, incluso a pesar de que al manufacturarlo es complicado centrar su receptor y ello implica pérdidas ópticas por diseño. En cuanto a los diseños aletados, se desempeñan mejor con flujos másicos bajos y cuando $T_i \approx T_{amb}$.

En la Figura 53 a la Figura 64 es posible consultar a detalle el ajuste lineal de cada curva de eficiencia térmica instantánea para los diferentes colectores, sus respectivos intervalos de confianza y de predicción con $\alpha=0.05$, prueba de significancia de la regresión (ANOVA y prueba F), pruebas a cada coeficiente de regresión (pruebas t) y las gráficas de sus residuales correspondientes. Como información adicional se presentan las barras de incertidumbre a la eficiencia en cada prueba experimental que da origen a la regresión; estas barras de incertidumbre se originan por la desviación estándar de las observaciones individuales y variación en la exactitud de los sensores utilizados. En los Anexo 1-4 se muestra la teoría estadística de los resultados presentados en las siguientes gráficas.

A continuación y simplemente con fines de rastreabilidad en los cálculos de la curva de eficiencia térmica instantánea, se ejemplifica el procedimiento para una de las observaciones del CPC con receptor cilíndrico convencional Cr a un $Re=1500$. La prueba se realizó el viernes 1 de noviembre de 2013 a las 13:12:57hrs, obteniéndose los datos de la Tabla 13 y los cálculos de la Tabla 14.

Fecha	T_{amb}	T_i	T_o	G_h	Flujo
Fri 01/Nov/2013 13:12:57	32.074	42.206	44.485	1037.281	6.708
Fri 01/Nov/2013 13:13:00	32.066	42.208	44.506	1037.089	6.704
Fri 01/Nov/2013 13:13:03	32.088	42.211	44.511	1037.180	6.721
Fri 01/Nov/2013 13:13:06	32.129	42.213	44.514	1037.403	6.700
Fri 01/Nov/2013 13:13:09	32.155	42.215	44.508	1037.038	6.700
Fri 01/Nov/2013 13:13:12	32.169	42.218	44.508	1036.815	6.710
Fri 01/Nov/2013 13:13:15	32.191	42.220	44.514	1037.068	6.750
Fri 01/Nov/2013 13:13:18	32.204	42.222	44.548	1036.906	6.764
Fri 01/Nov/2013 13:13:21	32.215	42.227	44.561	1036.622	6.753
Fri 01/Nov/2013 13:13:24	32.217	42.232	44.559	1035.953	6.778
Fri 01/Nov/2013 13:13:27	32.194	42.234	44.551	1035.345	6.783
Fri 01/Nov/2013 13:13:30	32.181	42.237	44.540	1035.081	6.772
Fri 01/Nov/2013 13:13:33	32.184	42.241	44.532	1034.939	6.805
Fri 01/Nov/2013 13:13:36	32.197	42.244	44.535	1035.050	6.856
Fri 01/Nov/2013 13:13:39	32.228	42.246	44.543	1035.385	6.858
Fri 01/Nov/2013 13:13:42	32.263	42.248	44.548	1035.375	6.854
Fri 01/Nov/2013 13:13:45	32.296	42.251	44.548	1035.598	6.842
Fri 01/Nov/2013 13:13:48	32.322	42.256	44.551	1035.537	6.845
Fri 01/Nov/2013 13:13:51	32.329	42.258	44.553	1035.689	6.844
Fri 01/Nov/2013 13:13:54	32.313	42.263	44.559	1036.217	6.841
Fri 01/Nov/2013 13:13:57	32.300	42.267	44.582	1036.419	6.836
Fri 01/Nov/2013 13:14:00	32.301	42.272	44.582	1035.882	6.832
Fri 01/Nov/2013 13:14:03	32.310	42.274	44.575	1035.791	6.840
Fri 01/Nov/2013 13:14:06	32.303	42.279	44.572	1035.385	6.837
Fri 01/Nov/2013 13:14:09	32.287	42.284	44.572	1035.121	6.836
Fri 01/Nov/2013 13:14:12	32.296	42.286	44.593	1034.777	6.831
Fri 01/Nov/2013 13:14:15	32.317	42.289	44.593	1034.422	6.837
Fri 01/Nov/2013 13:14:18	32.332	42.291	44.585	1034.462	6.830
Fri 01/Nov/2013 13:14:21	32.329	42.293	44.577	1034.564	6.839
Fri 01/Nov/2013 13:14:24	32.324	42.296	44.577	1034.138	6.841
Fri 01/Nov/2013 13:14:27	32.304	42.298	44.604	1034.422	6.837
Fri 01/Nov/2013 13:14:30	32.297	42.300	44.604	1034.381	6.836
Fri 01/Nov/2013 13:14:33	32.300	42.303	44.598	1034.412	6.838
Fri 01/Nov/2013 13:14:36	32.314	42.307	44.609	1034.118	6.836
Fri 01/Nov/2013 13:14:39	32.307	42.310	44.609	1033.459	6.836
Fri 01/Nov/2013 13:14:42	32.291	42.310	44.620	1032.445	6.839
Fri 01/Nov/2013 13:14:45	32.283	42.312	44.633	1031.552	6.853
Fri 01/Nov/2013 13:14:48	32.286	42.314	44.630	1030.376	6.851
Fri 01/Nov/2013 13:14:51	32.306	42.314	44.630	1029.879	6.845
Fri 01/Nov/2013 13:14:54	32.341	42.314	44.622	1030.224	6.850
Promedios	32.254	42.264	44.566	1034.995	6.809

Tabla 13 Datos para el cálculo de la eficiencia térmica instantánea de Cr con Re=1500 el día 1 de noviembre de 2013

n	T _{amb}	Desv. T _{amb}	T _i	Desv. T _i	T _o	Desv. T _o	G _h	Desv. G _h	Flujo másico	Desv. Flujo	dT	Desv. dT
	°C		°C		°C		[W/m ²]		kg/min		°C	
40	32.254	0.077	42.264	0.036	44.566	0.039	1034.995	1.896	6.809	0.052	2.302	0.012

$Q = \text{Flujo} * C_p * (T_o - T_i)$	$A_a * G_h$	eficiencia	$(T_i - T_{amb}) / G_h$	$(T_i - T_{amb})^2 / G_h$
[kW]	[kW]		[°C m ² / W]	[°C ² m ² / W]
1.094	1.845	0.593	0.010	0.097

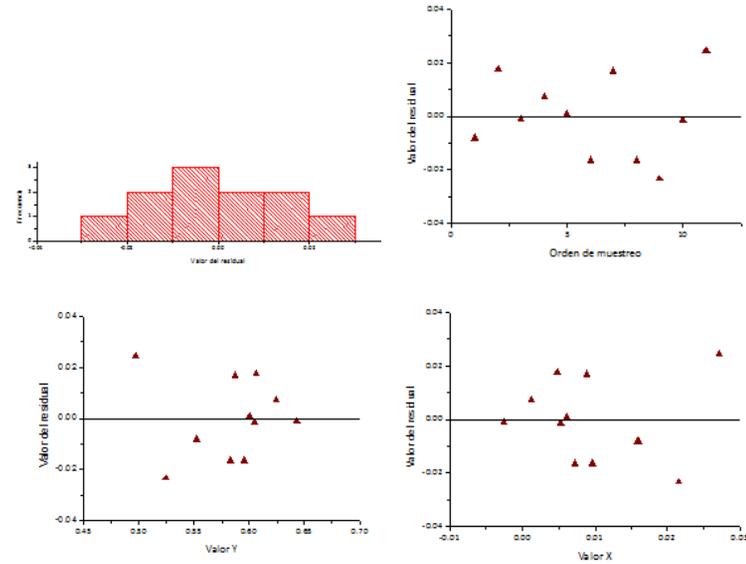
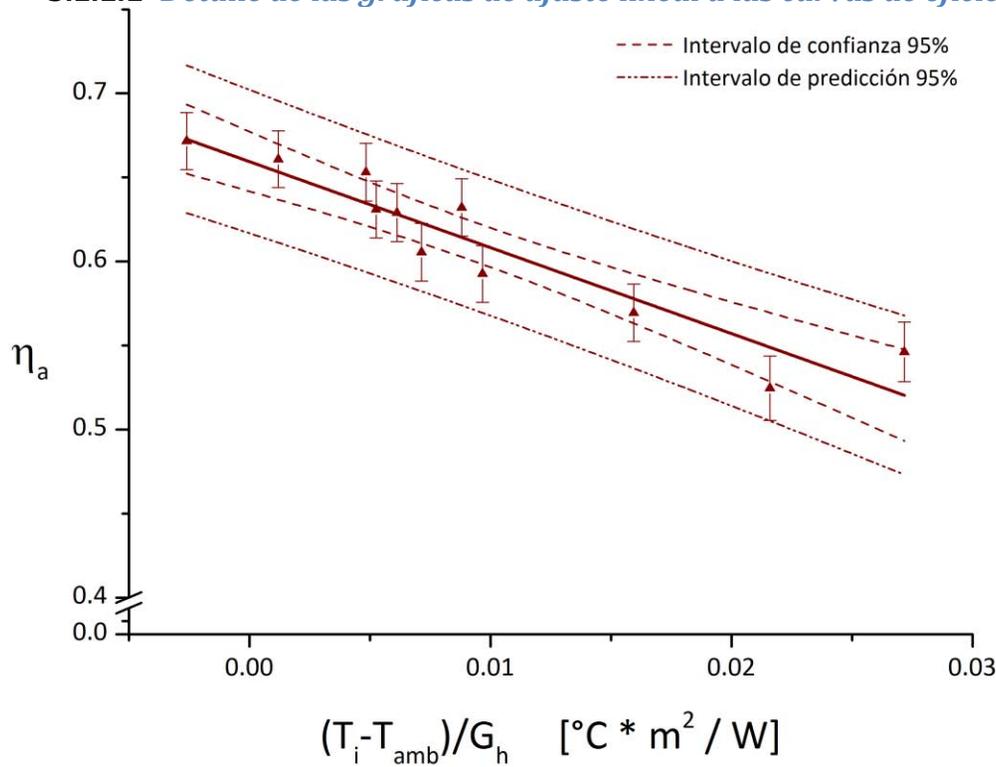
Tabla 14 Cálculos de la eficiencia térmica instantánea de Cr con Re=1500 el día 1 de noviembre de 2013

Por otra parte, la Tabla 15 muestra la lista de las fechas en las que se obtuvieron los datos para las curvas de eficiencia térmica instantánea que se presentan a continuación.

	Cr	CA	V
Re=1500	Sep 30, 2013 Oct 3 y 5, 2013 Oct 25-26, 2013 Nov 1,3 y 7, 2013	Dic 17-21, 2013	Ago 6-7, 2013 Ago 12 y 14, 2013 Mar 11-14, 2014
Re=3000	Sep 30, 2013 Oct 3 y 5, 2013 Oct 25-26, 2013 Nov 1 y 3, 2013	Dic 17-21, 2013	Jul 26,2013 Ago 6-7, 2013 Ago 12, 13 y 16, 2013 Mar 11-14, 2014
Re=4200	Oct 3 y 5, 2013 Oct 25-26, 2013 Nov 1, 3 y 7, 2013	Dic 17-20, 2013	Mar 11-14, 2014
Re=6500	Oct 5, 11 y 26, 2013	Dic 17-20, 2013	Jul 26,2013 Ago 6 y 12, 2013 Mar 11-14, 2014

Tabla 15 Fechas de obtención de datos para las curvas de eficiencia térmica instantánea

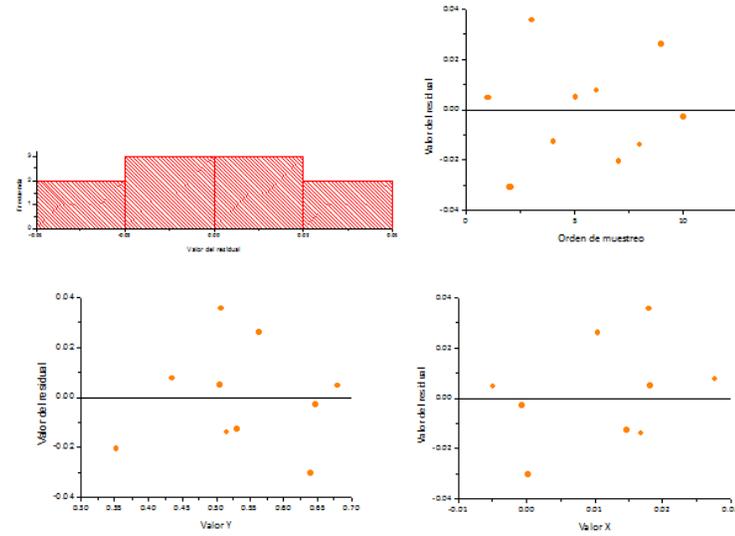
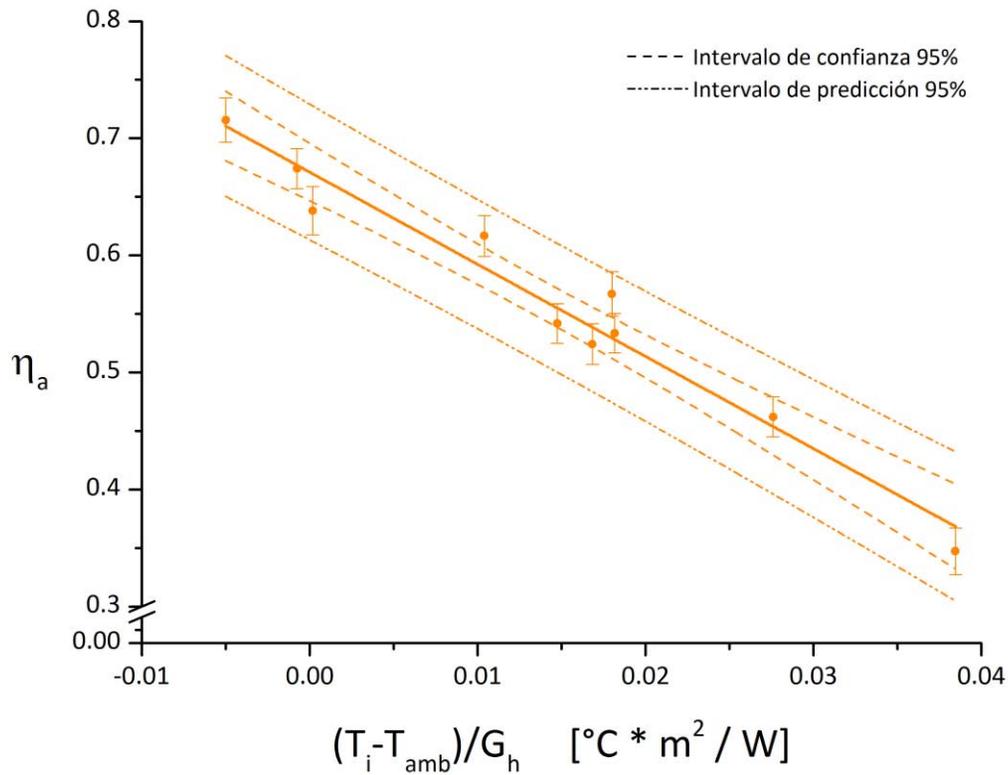
5.1.1.1 *Detalle de las gráficas de ajuste lineal a las curvas de eficiencia térmica instantánea*



Ajuste del modelo para regresión lineal simple									
	Estimador	Error		t_0	valor P	LCI 95%	LCS 95%	R^2	$R^2_{ajustada}$
		insesgado	estándar						
Cr	$\widehat{\beta}_0$	0.6594	0.0078	84.0823	2.42E-14	0.6417	0.6771	0.8843	0.8715
	$\widehat{\beta}_1$	-5.1159	0.6168	-8.2939	1.66E-05	-6.5112	-3.7205		

ANOVA					
	g.l.	SS	MS	F_0	valor P
Modelo	1	0.0202	0.0202	68.79	1.66E-05
Cr Error	9	0.0027	0.0003		
Total	10	0.0229			

Figura 53 Ajuste lineal para las curva de eficiencia térmica instantánea de Cr a Re=1500 y m=6.8 kg/min

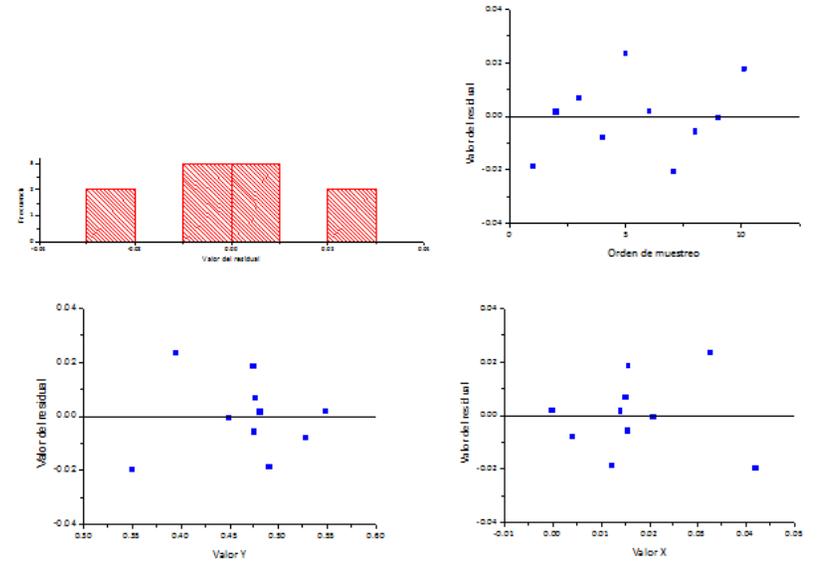
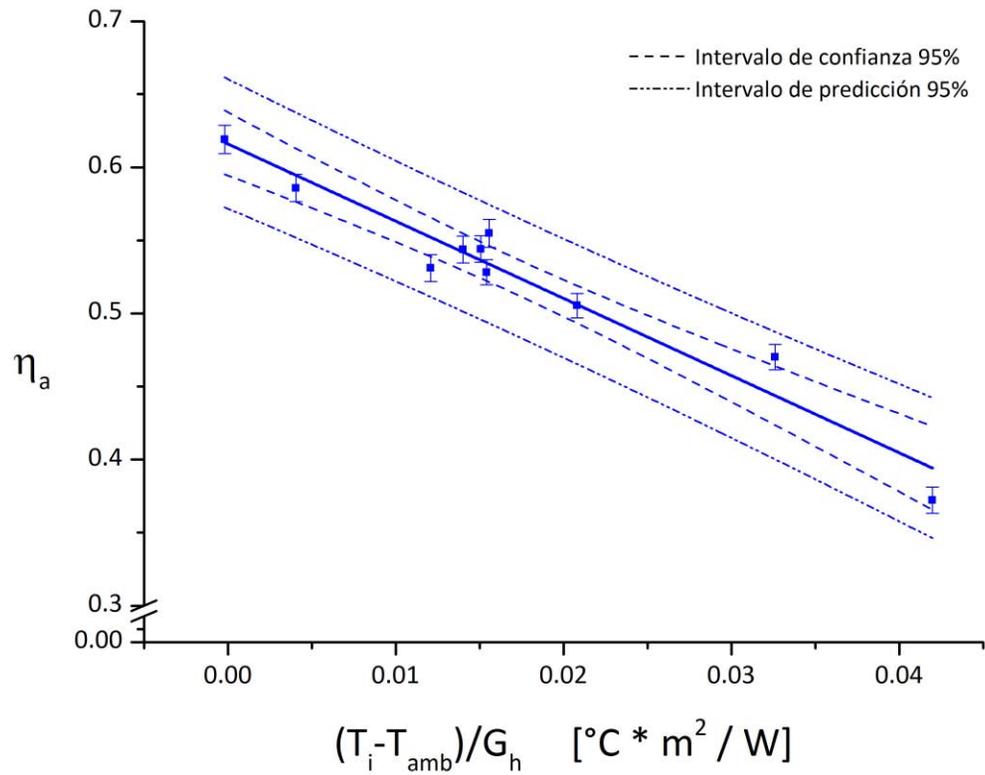


Ajuste del modelo para regresión lineal simple									
	Estimador	Error inesgado estándar	t ₀	valor P	LCI 95%	LCS 95%	R ²	R ² _{ajustada}	
									CA
	$\hat{\beta}_1$	-7.8714	0.5670	-13.8823	7.01E-07	-9.1790	-6.5639		

ANOVA					
	g.l.	SS	MS	F ₀	valor P
Modelo	1	0.0996	0.0996	192.72	7.01E-07
CA Error	8	0.0041	0.0005		
Total	9	0.1037			

Figura 54 Ajuste lineal para las curva de eficiencia térmica instantánea de CA a Re=1500 y m=6.8 kg/min

CAPÍTULO 5. RESULTADOS EXPERIMENTALES Y DISCUSIÓN

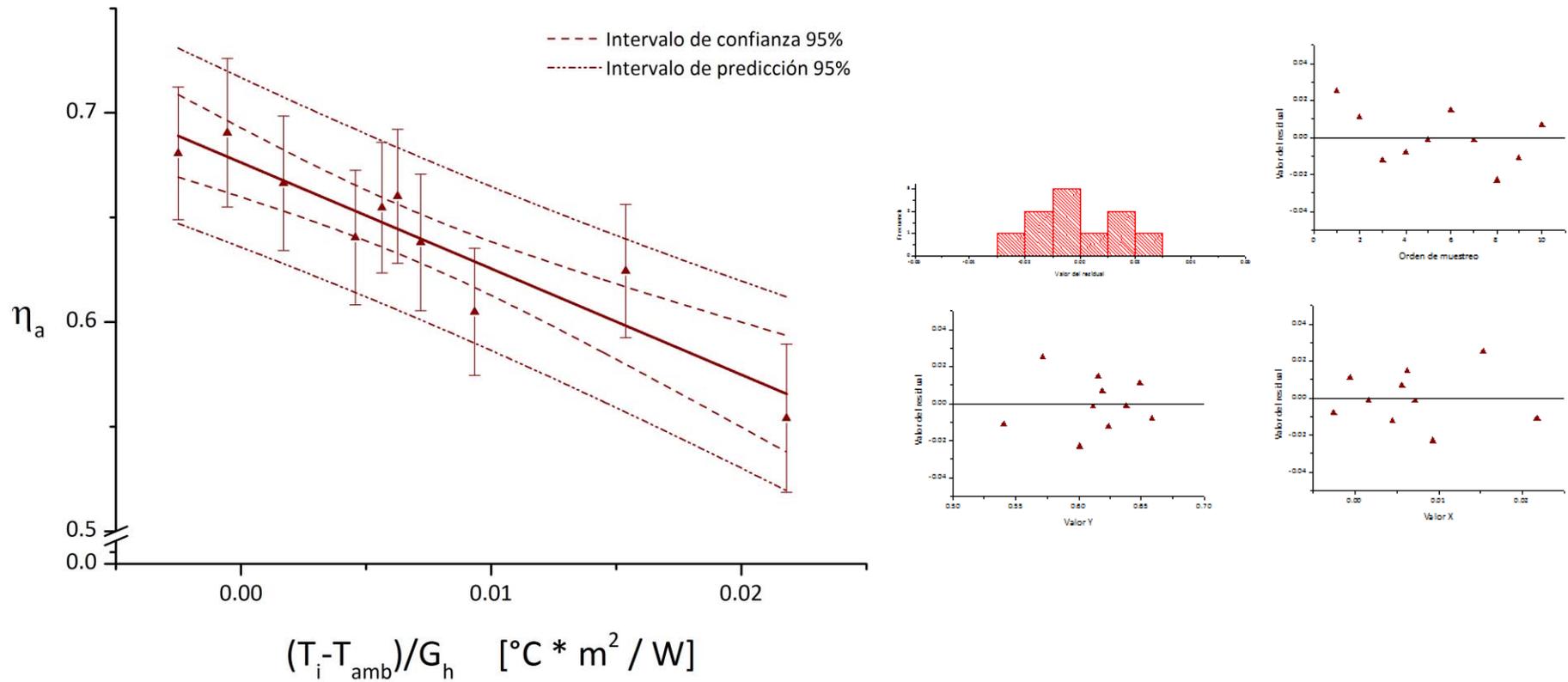


Ajuste del modelo para regresión lineal simple									
	Estimador	Error	t_0	valor P	LCI 95%	LCS 95%	R^2	$R^2_{ajustada}$	
	insesgado	estándar							
V	$\hat{\beta}_0$	0.6160	0.0094	65.7663	3.18E-12	0.5944	0.6376	0.9450	0.9382
	$\hat{\beta}_1$	-5.2824	0.4504	-11.7278	2.55E-06	-6.3211	-4.2438		

ANOVA					
	g.l.	SS	MS	F_0	valor P
Modelo	1	0.0387	0.0387	137.54	2.55E-06
V Error	8	0.0023	0.0003		
Total	9	0.0409			

Figura 55 Ajuste lineal para las curva de eficiencia térmica instantánea de V a Re=1500 y m=2 kg/min

CAPÍTULO 5. RESULTADOS EXPERIMENTALES Y DISCUSIÓN

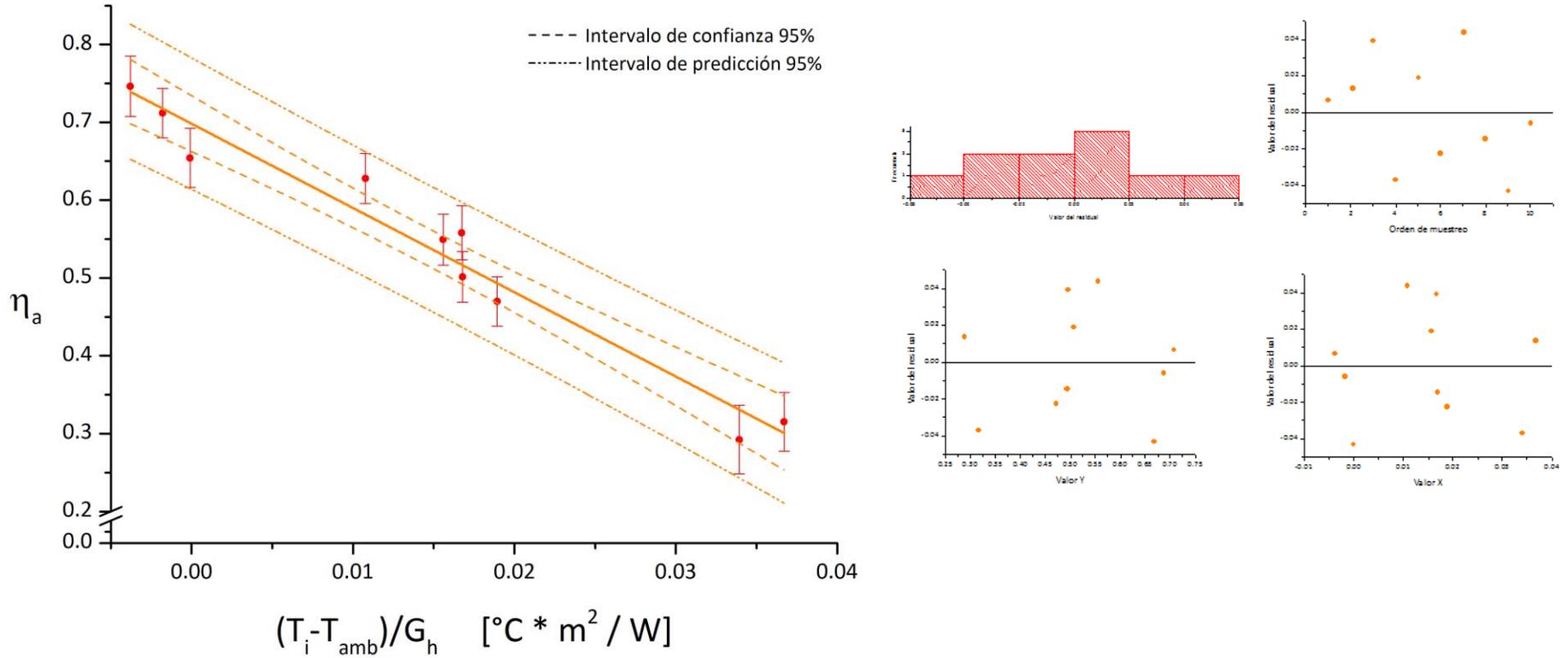


Ajuste del modelo para regresión lineal simple									
	Estimador	Error estándar	t_0	valor P	LCI 95%	LCS 95%	R^2	$R^2_{ajustada}$	
Cr	$\widehat{\beta}_0$	0.6762	0.0072	94.4827	1.76E-13	0.6597	0.6928	0.8566	0.8386
	$\widehat{\beta}_1$	-5.0697	0.7335	-6.9115	1.23E-04	-6.7612	-3.3782		

ANOVA					
	g.l.	SS	MS	F_0	valor P
Modelo	1	0.0123	0.0123	47.77	1.23E-04
Cr Error	8	0.0021	0.0003		
Total	9	0.0144			

Figura 56 Ajuste lineal para las curva de eficiencia térmica instantánea de Cr a $Re=3000$ y $m=13.56$ kg/min

CAPÍTULO 5. RESULTADOS EXPERIMENTALES Y DISCUSIÓN

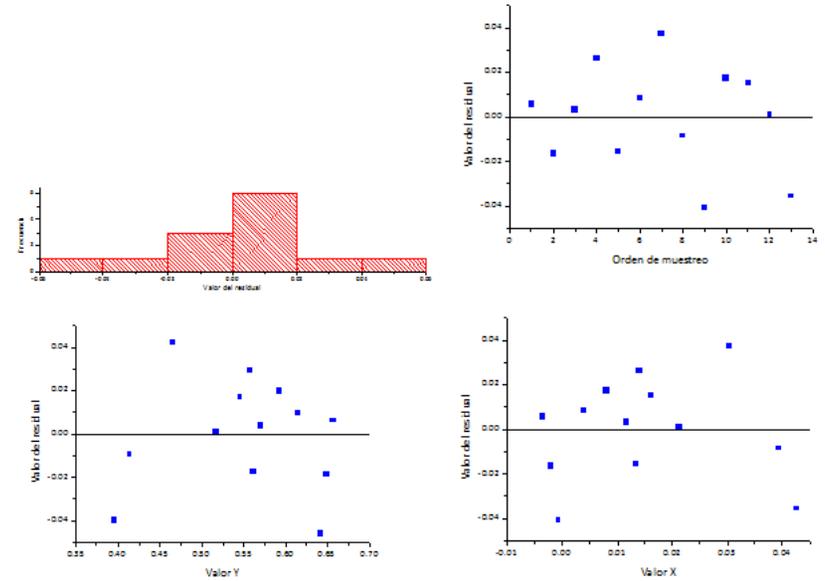
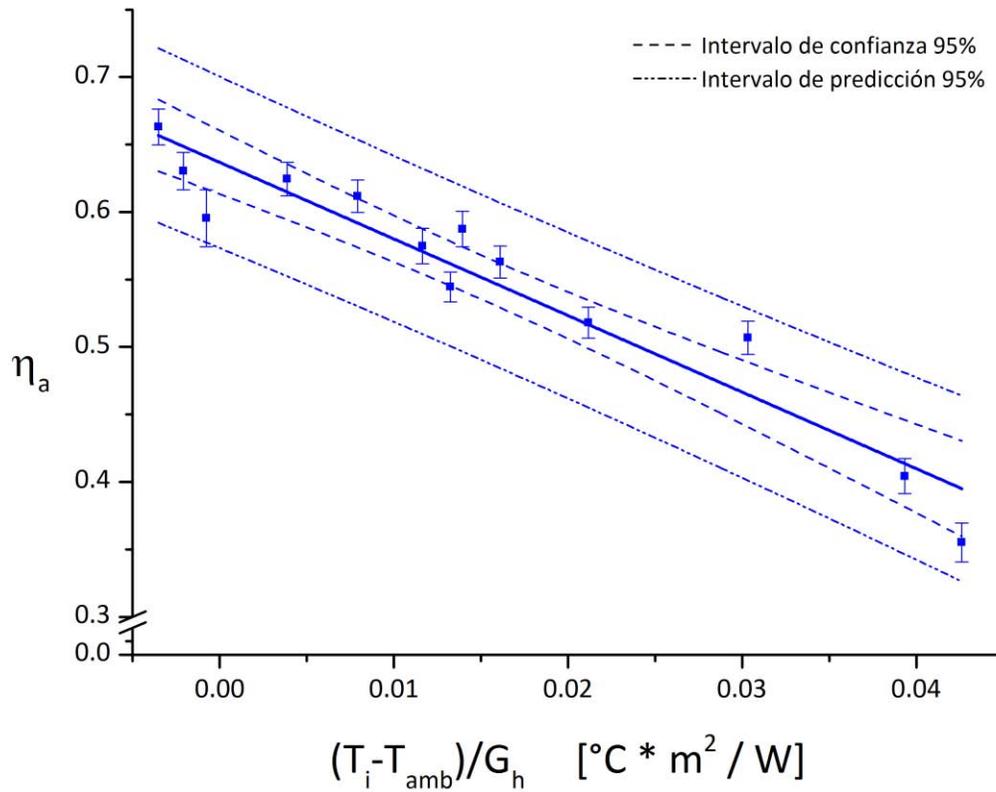


Ajuste del modelo para regresión lineal simple								
	Estimador	Error	t_0	valor P	LCI 95%	LCS 95%	R^2	$R^2_{ajustada}$
	insesgado	estándar						
CA $\widehat{\beta}_0$	0.6982	0.0155	44.9503	6.62E-11	0.6624	0.7341	0.9584	0.9532
CA $\widehat{\beta}_1$	-10.8256	0.7973	-13.5785	8.32E-07	-12.6641	-8.9871		

ANOVA					
	g.l.	SS	MS	F_0	valor P
Modelo	1	0.2026	0.2026	184.38	8.32E-07
CA Error	8	0.0088	0.0011		
Total	9	0.2114			

Figura 57 Ajuste lineal para las curva de eficiencia térmica instantánea de CA a Re=3000 y m=13.56 kg/min

CAPÍTULO 5. RESULTADOS EXPERIMENTALES Y DISCUSIÓN

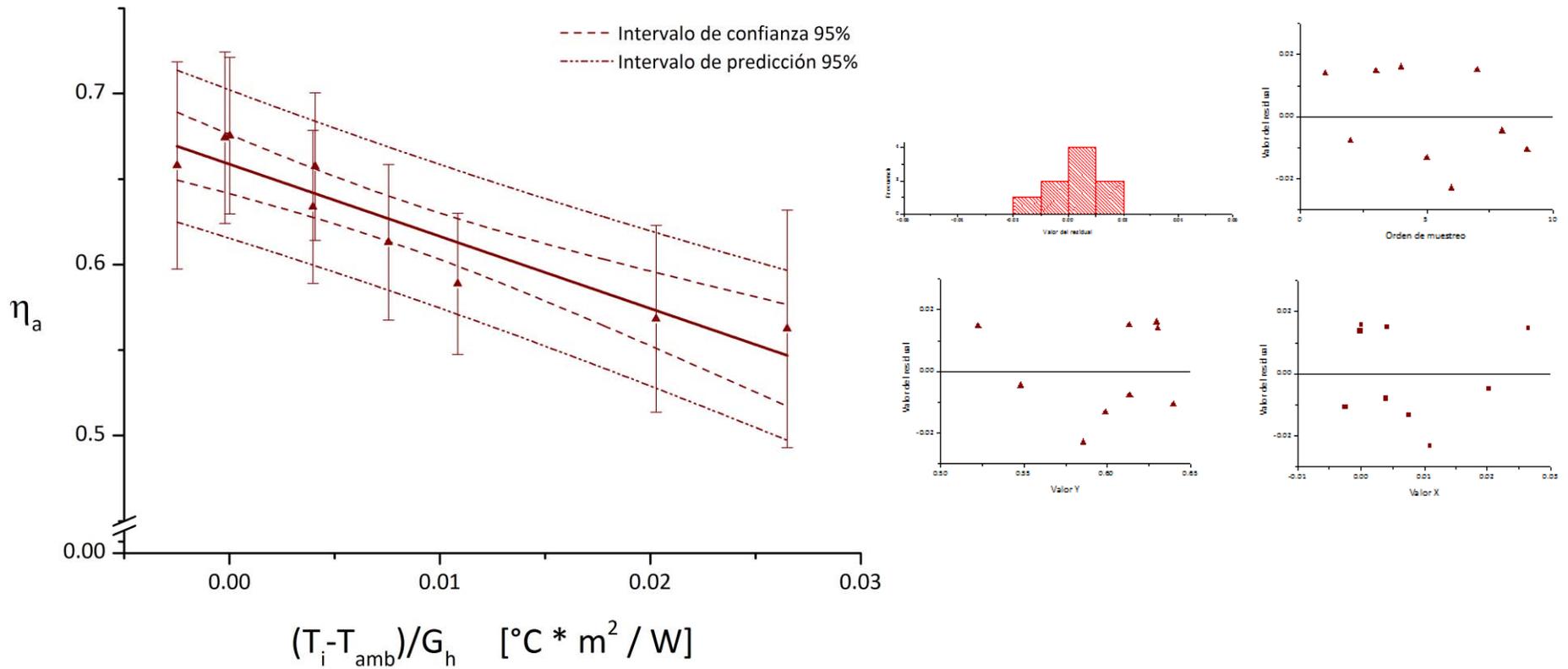


Ajuste del modelo para regresión lineal simple								
V	Estimador	Error	t ₀	valor P	LCI 95%	LCS 95%	R ²	R ² _{ajustada}
	$\hat{\beta}_0$	insesgado estándar						
	$\hat{\beta}_0$	0.6368	59.5472	3.77E-15	0.6132	0.6603	0.9167	0.9091
	$\hat{\beta}_1$	-5.6732	-11.0013	2.83E-07	-6.8082	-4.5382		

ANOVA					
	g.l.	SS	MS	F ₀	valor P
Modelo	1	0.0869	0.0869	121.03	2.83E-07
Error	11	0.0079	0.0007		
Total	12	0.0948			

Figura 58 Ajuste lineal para las curva de eficiencia térmica instantánea de V a Re=3000 y m=4 kg/min

CAPÍTULO 5. RESULTADOS EXPERIMENTALES Y DISCUSIÓN

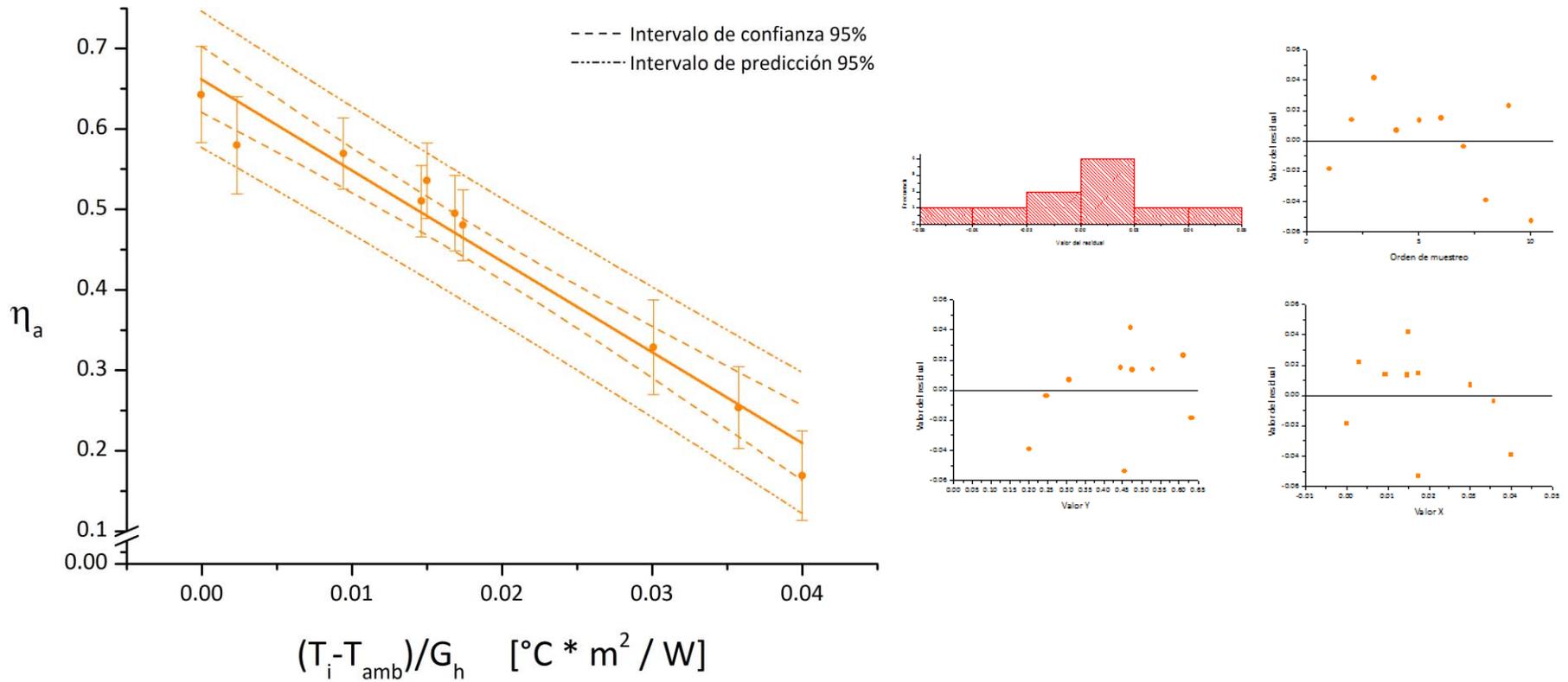


Ajuste del modelo para regresión lineal simple									
	Estimador	Error estándar	t_0	valor P	LCI 95%	LCS 95%	R^2	$R^2_{ajustada}$	
Cr	$\widehat{\beta}_0$	0.6587	0.0073	89.7888	5.60E-12	0.6414	0.6761	0.8744	0.8565
	$\widehat{\beta}_1$	-4.2194	0.6044	-6.9816	2.15E-04	-5.6484	-2.7903		

ANOVA					
	g.l.	SS	MS	F_0	valor P
Modelo	1	0.0138	0.0138	48.74	2.15E-04
Cr Error	7	0.0020	0.0003		
Total	8	0.0158			

Figura 59 Ajuste lineal para las curva de eficiencia térmica instantánea de Cr a Re=4200 y m=19 kg/min

CAPÍTULO 5. RESULTADOS EXPERIMENTALES Y DISCUSIÓN

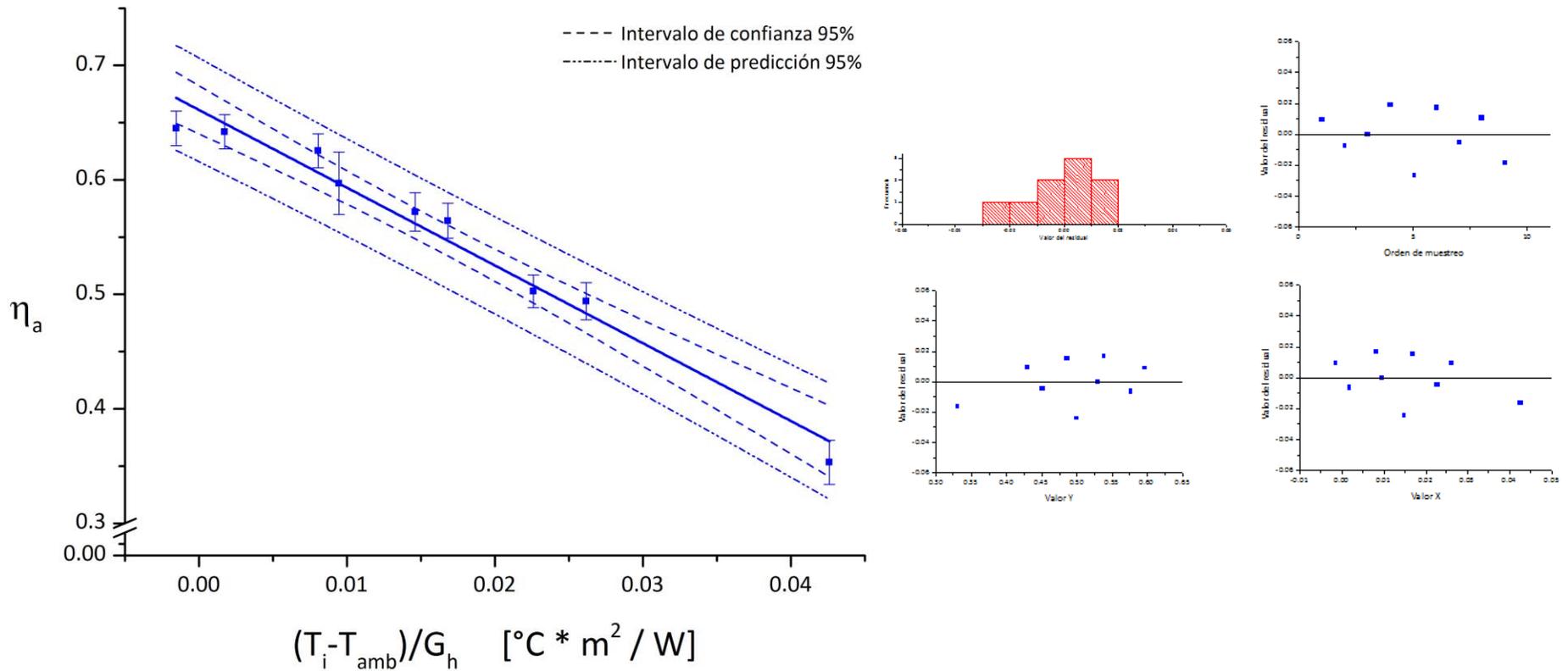


Ajuste del modelo para regresión lineal simple									
	Estimador		t_0	valor P	LCI 95%	LCS 95%	R^2	$R^2_{ajustada}$	
	insesgado	estándar							
CA	$\widehat{\beta}_0$	0.6614	0.0178	37.2271	2.97E-10	0.6204	0.7023	0.9612	0.9563
	$\widehat{\beta}_1$	-11.2930	0.8024	-14.0748	6.31E-07	-13.1432	-9.4428		

ANOVA					
	g.l.	SS	MS	F_0	valor P
Modelo	1	0.2055	0.2055	198.10	6.31E-07
CA Error	8	0.0083	0.0010		
Total	9	0.2138			

Figura 60 Ajuste lineal para las curva de eficiencia térmica instantánea de CA a Re=4200 y m=19 kg/min

CAPÍTULO 5. RESULTADOS EXPERIMENTALES Y DISCUSIÓN

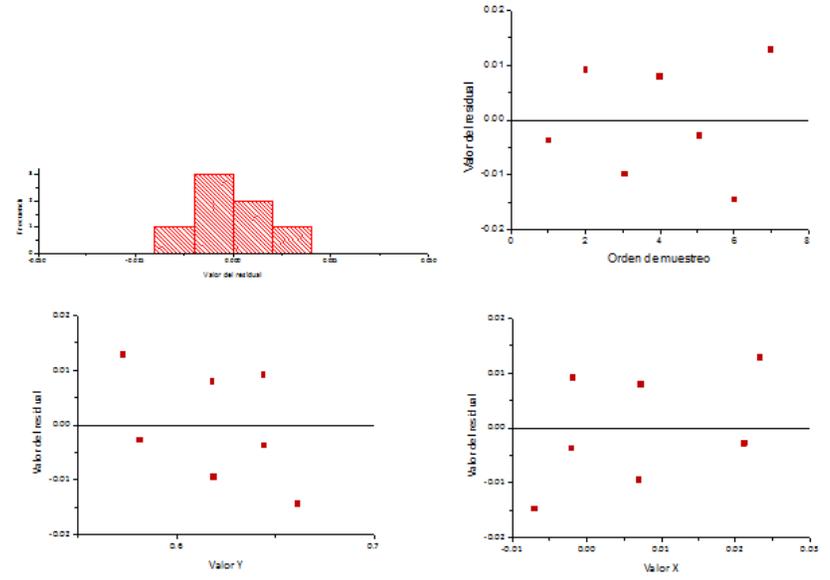
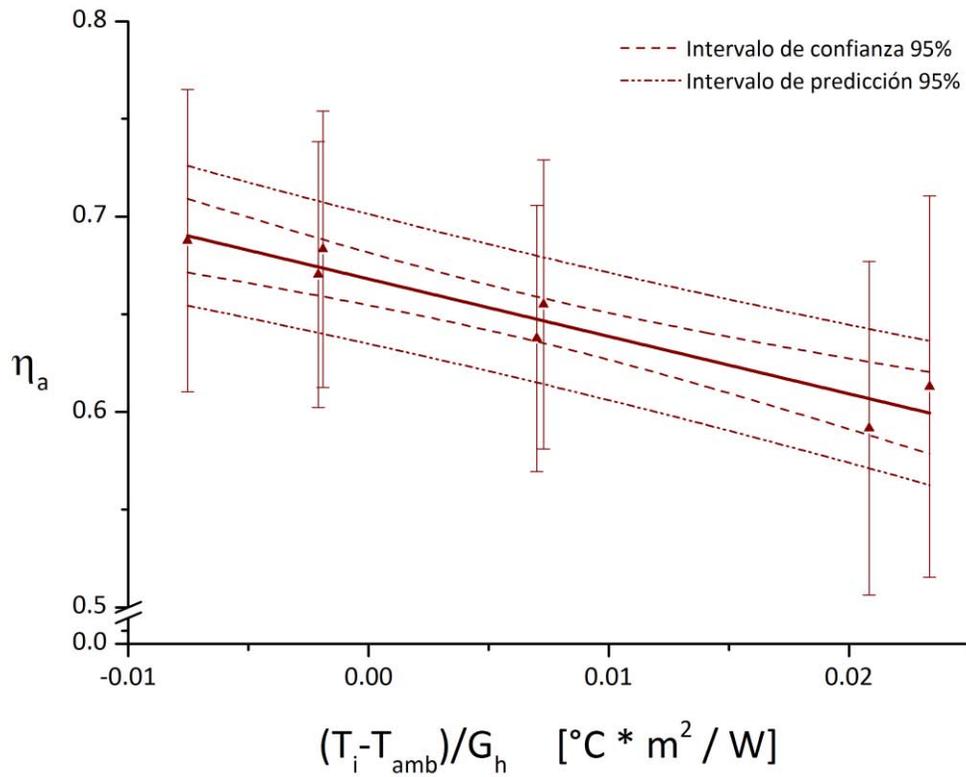


Ajuste del modelo para regresión lineal simple									
v	Estimador	Error insesgado	Error estándar	t_0	valor P	LCI 95%	LCS 95%	R^2	$R^2_{ajustada}$
$\hat{\beta}_1$	-6.7913	0.4414	-15.3870	1.18E-06	-7.8349	-5.7476			

ANOVA					
	g.l.	SS	MS	F_0	valor P
Modelo	1	0.0679	0.0679	236.76	1.18E-06
Error	7	0.0020	0.0003		
Total	8	0.0699			

Figura 61 Ajuste lineal para las curva de eficiencia térmica instantánea de V a Re=4200 y m=5.6 kg/min

CAPÍTULO 5. RESULTADOS EXPERIMENTALES Y DISCUSIÓN

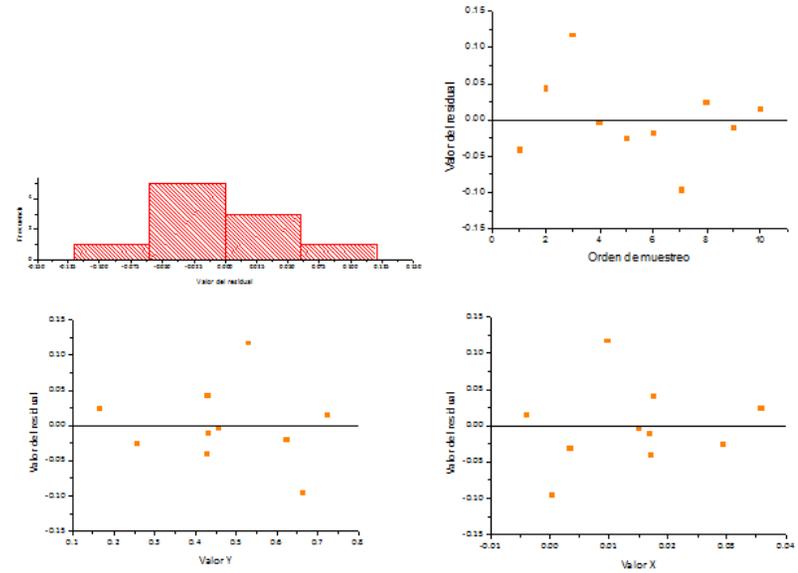
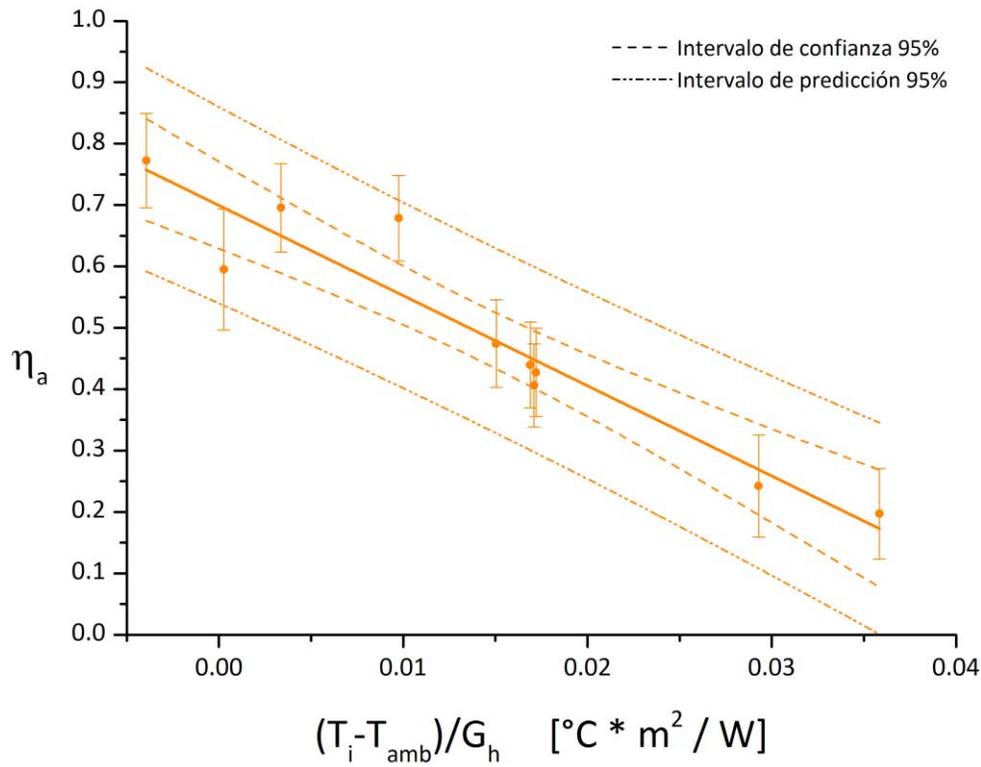


Ajuste del modelo para regresión lineal simple									
	Estimador	Error estándar	t_0	valor P	LCI 95%	LCS 95%	R^2	$R^2_{ajustada}$	
Cr	$\hat{\beta}_0$	0.6681	0.0052	127.4971	5.63E-10	0.6546	0.6815	0.9116	0.8939
	$\hat{\beta}_1$	-2.9391	0.4094	-7.1792	8.16E-04	-3.9915	-1.8868		

ANOVA					
	g.l.	SS	MS	F_0	valor P
Modelo	1	0.0072	0.0072	51.54	8.16E-04
Cr Error	5	0.0007	0.0001		
Total	6	0.0079			

Figura 62 Ajuste lineal para las curva de eficiencia térmica instantánea de Cr a Re=6500 y m=29.4 kg/min

CAPÍTULO 5. RESULTADOS EXPERIMENTALES Y DISCUSIÓN

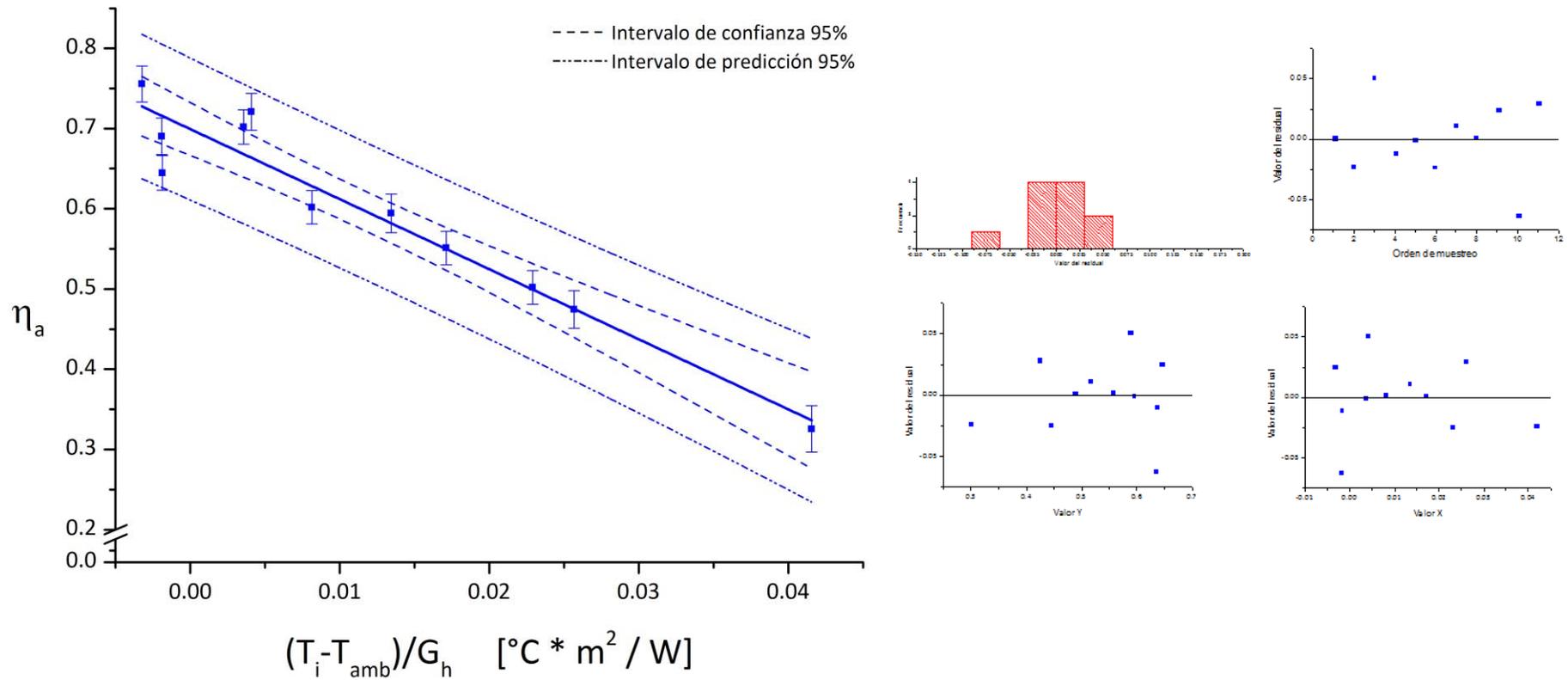


Ajuste del modelo para regresión lineal simple									
CA	Estimador	Error	t_0	valor P	LCI 95%	LCS 95%	R^2	$R^2_{ajustada}$	
	$\hat{\beta}_0$	insesgado estándar							
	$\hat{\beta}_0$	0.6997	0.0307	22.8002	1.45E-08	0.6290	0.7705	0.9060	0.8943
	$\hat{\beta}_1$	-14.6951	1.6731	-8.7831	2.22E-05	-18.5533	-10.8369		

ANOVA					
	g.l.	SS	MS	F_0	valor P
Modelo	1	0.2983	0.2983	77.14	2.22E-05
CA Error	8	0.0309	0.0039		
Total	9	0.3293			

Figura 63 Ajuste lineal para las curva de eficiencia térmica instantánea de CA a Re=6500 y m=29.4 kg/min

CAPÍTULO 5. RESULTADOS EXPERIMENTALES Y DISCUSIÓN



Ajuste del modelo para regresión lineal simple								
V	Estimador	Error	t ₀	valor P	LCI 95%	LCS 95%	R ²	R ² _{ajustada}
	insesgado	estándar						
$\hat{\beta}_0$	0.6993	0.0146	48.0063	3.70E-12	0.6664	0.7323	0.9270	0.9189
$\hat{\beta}_1$	-8.7310	0.8168	-10.6887	2.05E-06	-10.5788	-6.8831		

ANOVA					
	g.l.	SS	MS	F ₀	valor P
Modelo	1	0.1505	0.1505	114.25	2.05E-06
V Error	9	0.0119	0.0013		
Total	10	0.1623			

Figura 64 Ajuste lineal para las curva de eficiencia térmica instantánea de V a Re=6500 y m=8.74 kg/min

5.1.2 Ajuste polinomial de segundo grado

En la sección 2.6.1.2 se mencionó la norma ISO 9806-1:1994 como un estándar para reportar la curva de eficiencia con ajuste polinomial de segundo orden y es este estándar en el que se basan las gráficas de la Figura 65. El comportamiento es muy parecido al que se observa con las curvas de ajuste lineal y en párrafos posteriores se planteará que para los colectores de esta tesis, el ajuste polinomial no es tan relevante porque no implica una gran mejora respecto al lineal; de cualquier modo es un buen ejercicio académico obtenerlas.

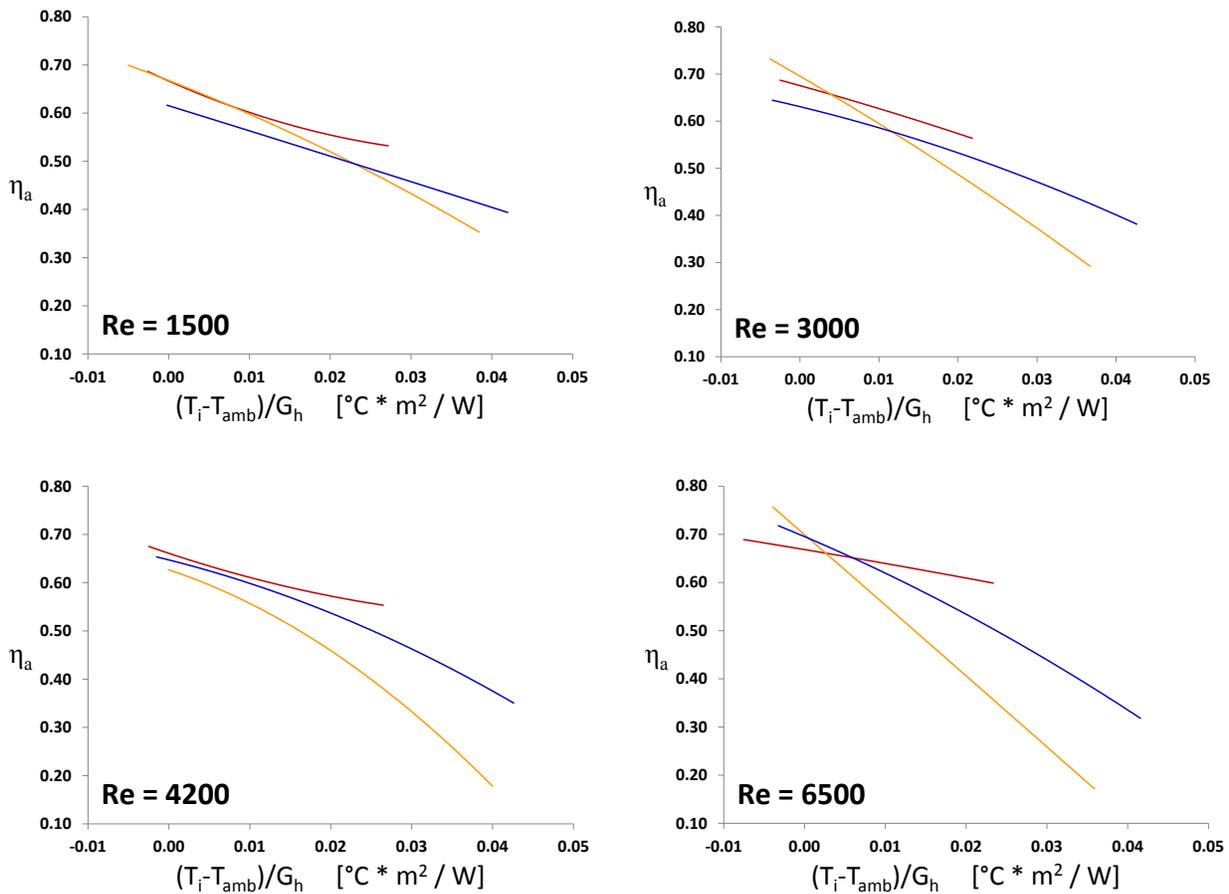


Figura 65 Ajuste polinomial de segundo orden para las curvas de eficiencia térmica instantánea Cr, CA y V

Número de Reynolds	Cr				CA				V			
	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$R^2_{ajustada}$	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$R^2_{ajustada}$	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$R^2_{ajustada}$
1500	0.67 ± 0.01	-7.45 ± 1.75	0.1 ± 0.07	0.88	0.67 ± 0.01	-6.29 ± 1.51	-0.06 ± 0.05	0.96	0.62 ± 0.01	-5.13 ± 2.15	-0.01 ± 0.07	0.93
3000	0.68 ± 0.01	-4.61 ± 2.22	-0.03 ± 0.12	0.82	0.7 ± 0.02	-9.53 ± 2.43	-0.05 ± 0.09	0.95	0.63 ± 0.01	-3.31 ± 1.85	-0.08 ± 0.06	0.92
4200	0.66 ± 0.01	-6.36 ± 2.69	0.13 ± 0.16	0.85	0.63 ± 0.02	-4.68 ± 1.98	-0.2 ± 0.06	0.98	0.64 ± 0.01	-2.73 ± 0.9	-0.14 ± 0.03	0.99
6500	0.67 ± 0.01	-2.81 ± 1.09	-0.01 ± 0.08	0.87	0.7 ± 0.04	-14.59 ± 4.73	0 ± 0.16	0.88	0.7 ± 0.02	-6.36 ± 2.94	-0.09 ± 0.11	0.92

Tabla 16 Coeficientes de regresión polinomial de segundo orden para las curvas de eficiencia térmica instantánea Cr, CA y V

Como ya se mencionó al principio de esta sección, este ajuste no implica una gran mejora en la $R^2_{ajustada}$ comparado con la regresión lineal y justamente la Tabla 17 muestra esta comparación y sólo se nota una mejora mínima del 2.5% en los casos CA y V con $Re=4200$.

Número de Reynolds		$R^2_{ajustada} - Cr$		$R^2_{ajustada} - CA$		$R^2_{ajustada} - V$	
		Ajuste lineal	Ajuste polinomial	Ajuste lineal	Ajuste polinomial	Ajuste lineal	Ajuste polinomial
		1500	0.8715	0.8844	0.9552	0.9567	0.9382
3000	0.8386	0.8169	0.9532	0.9489	0.9091	0.9150	
4200	0.8565	0.8494	0.9563	0.9815	0.9672	0.9918	
6500	0.8939	0.8679	0.8943	0.8792	0.9189	0.9161	

Tabla 17 Comparación de $R^2_{ajustada}$ para el ajuste lineal y el polinomial de segundo orden

Por otra parte, si se analizan las pruebas de hipótesis t, para confirmar que los coeficientes β_2 son diferentes de cero en la regresiones polinomiales (y representativos para la regresión), la Tabla 18 muestra que esto se puede aseverar con una significancia en el error tipo I, $\alpha = 0.05$, solamente para los casos CA y V con $Re=4200$.

Prueba de hipótesis $H_0: \beta_2=0$ con $\alpha=0.05$ $H_1: \beta_2 \neq 0$									
	Re=1500		Re=3000		Re=4200		Re=6500		
	β_2	valor P							
Cr	0.0985	0.1939	-0.0260	0.8302	0.1298	0.4448	-0.0103	0.9004	
CA	-0.0600	0.2959	-0.0509	0.5881	-0.2027	0.0107	-0.0039	0.9810	
V	-0.0050	0.9457	-0.0797	0.2137	-0.1383	0.0034	-0.0890	0.4260	

Tabla 18 Valores P para la prueba de hipótesis t, que indica que β_2 es diferente de cero para el ajuste polinomial

En conclusión, un ajuste lineal es suficiente para las curvas de eficiencia de esta tesis.

Simplemente con fines de rastreabilidad en los cálculos, en la Tabla 13 y la Tabla 14 de la sección 5.1.1, es posible consultar los datos para el cálculo de la eficiencia térmica instantánea del CPC con receptor cilíndrico convencional Cr a un $Re=1500$ (prueba realizada el viernes 1 de noviembre de 2013 a las 13:12:57hrs).

5.2 Diferencia de presión

Otro parámetro importante a tomar en cuenta al trabajar y construir colectores solares es la diferencia de presión que hay entre la entrada y salida del mismo. Esta medida mucho depende del diámetro del tubo receptor y el flujo másico utilizado. Las ecuaciones que describen las curvas de la Figura 66, son:

Colector	Ecuación
Cr - CA	$dP = 0.00428 \dot{m}^2 + 0.00458 \dot{m} + 0.02201$
V	$dP = 0.01239 \dot{m}^2 + 0.06377 \dot{m} - 0.08396$

Tabla 19 Ecuaciones polinomiales de segundo orden que describen el ajuste a las curvas de presión

Ya que el tubo de Cr y CA tiene el mismo diámetro, su reporte se consolida en una sola curva. Algo que llama la atención es que cuando se compara la diferencia de presión en función del flujo másico, es mucho mayor para el tubo en V invertida y eso se debe a que el radio del tubo receptor en V es de 5.9mm, mientras que el de Cr es 8mm. Pero igual que en el reporte de eficiencia, para poder homologar estas diferencias, la gráfica debe ser en función del Reynolds, donde se observa que la mayor caída de presión se sufre en los tubos de Cr y CA.

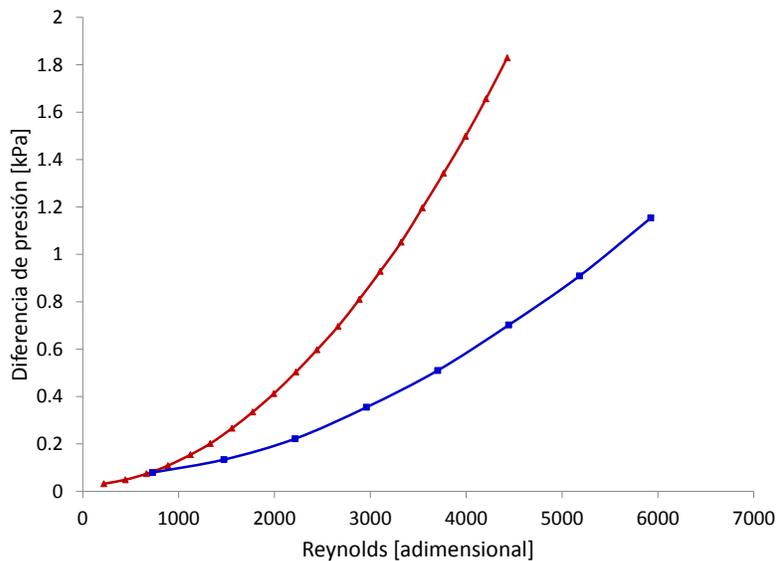
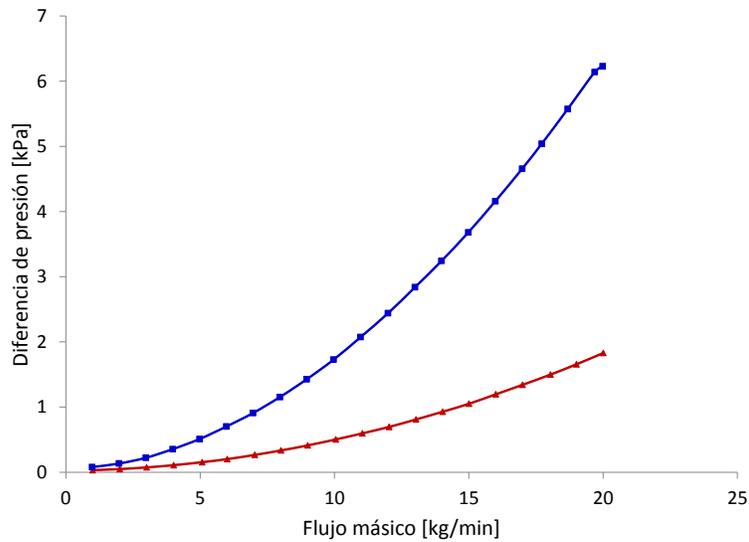


Figura 66 Diferencia de presión vs. Flujo másico y vs. Reynolds para Cr - CA y V

5.3 Cálculo de constante del tiempo para los diferentes receptores

Como se mencionó en la sección 2.6.2, la constante del tiempo se calcula dependiendo de la norma que se tome como referencia. Para esta tesis tomaremos la ISO 9806-1:1994 que supone que el colector está protegido de la radiación solar (simulando periodos de nubes) y de repente se somete a ésta. En este caso, la constante solar representa el 63.2% del tiempo que el colector tarda en calentarse y llegar a su estado estacionario de funcionamiento (Figura 67).

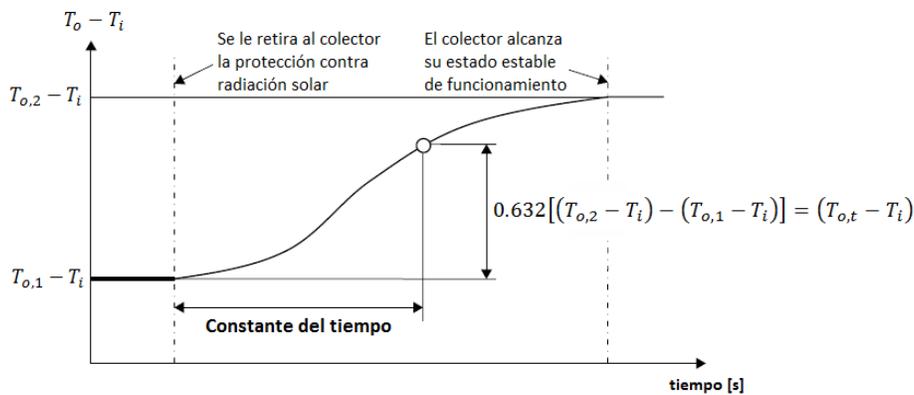


Figura 67 La constante del tiempo de acuerdo a la ISO 9806-1:1994
 FUENTE: Imagen tomada y adaptada de (Kalogirou, 2009 pág. 234)

El procedimiento para calcular la constante del tiempo consiste en correr pruebas experimentales y calcular el tiempo que toma en llegar desde $(T_{o,1} - T_i)$ hasta $(T_{o,t} - T_i)$, donde se asume que $T_{o,1} \cong T_i$ y asegurando las siguientes condiciones:

- a. Determinar el flujo másico de interés. Para cada colector se corre el flujo másico correspondiente a $Re=2355$, que fue elegido arbitrariamente.

Cr	CA	V
10.65	10.65	3.17

Tabla 20 Flujo másico de la prueba experimental para la constante del tiempo [kg/min]

- b. $T_i \cong T_{amb}$ con $\pm 1^\circ C$ de diferencia
- c. El colector está orientado Este-Oeste y su ángulo de inclinación corresponde al ángulo cenital mínimo (alcanzado al medio día) del día de la prueba
- d. Radiación solar $G_h \geq 790 \text{ W/m}^2$ y cielo despejado para evitar variaciones importantes en la radiación solar incidente sobre el colector

- e. El dispositivo con el que se evite que la radiación solar incida sobre el colector, debe estar suspendido para permitir el paso del aire
- f. Velocidad del viento $v \leq 3$ m/s
- g. El estado cuasi-estable se alcanza cuando valor $T_{0,2}$ no varía más de $\pm 0.5^\circ\text{C}/\text{min}$ (ASHRAE Standards Committee, 1986 pág. 16)

Al realizar la prueba de constante del tiempo a un colector, el analista se debe asegurar de que el colector estaba en operación antes de la prueba, ya que si la prueba se realiza a un colector que llevaba más de 30 min sin funcionar, la constante del tiempo resulta mayor.

La siguiente tabla consolida la constante del tiempo, expresada en segundos, para cada colector.

	Cr	CA	V
Promedio [s]	40.38	39.86	28.00
Desv. Std.	8.27	6.64	3.27
Error Std.	2.88	2.58	1.81
n	13	7	7
Fechas de obtención de datos	Oct 28, 2013 Nov 11, 2013 Nov 20-23, 2013	Ene 17-18, 2014	Mar 4-6, 2014
Inclinación del panel	30.60° 39.29°	38.99°	19.25°

Tabla 21 Resultados de la constante del tiempo [s] para Cr - CA y V

Se concluye que la constante del tiempo es prácticamente la misma para Cr y Ca, mientras que **es 31% menor para V.**

A continuación y simplemente con fines de rastreabilidad en los cálculos de la constante del tiempo, se ejemplifica el procedimiento para una de las siete observaciones del CPC con receptor en V invertida. La prueba se realizó el sábado 6 de marzo de 2014 de las 14:15:03hrs a las 14:19:35hrs, obteniéndose los datos de la Tabla 22 y la Figura 68.

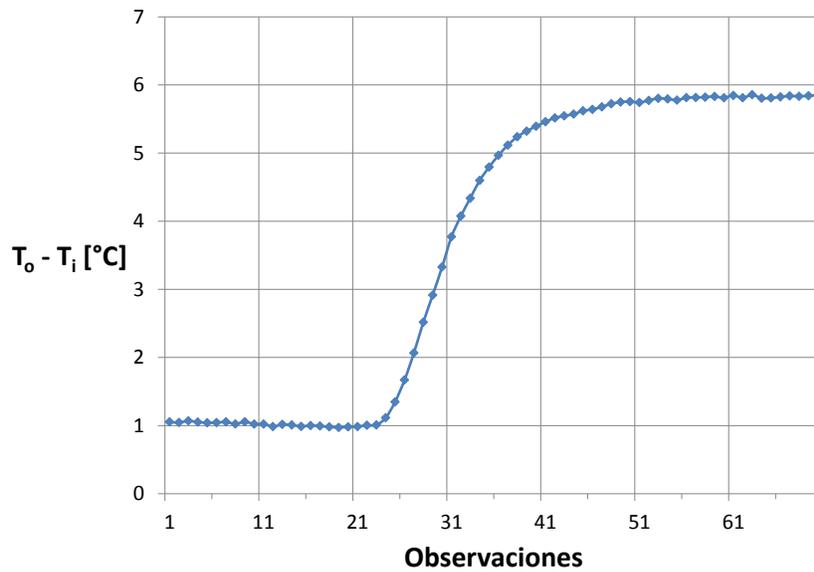


Figura 68 Gráfica de la diferencia de temperaturas, para el cálculo de la constante del tiempo el día 6 de marzo de 2014

Obs	Fecha	Irradiancia	Flujo	Tamb	Ti	To	dT	
1	Thu 06/Mar/2014 14:15:03	967.449	3.177	32.737	32.950	34.004	1.054	Periodo de $T_{o,1} - T_i = 1.018\text{ °C}$
2	Thu 06/Mar/2014 14:15:07	967.631	3.174	32.816	32.953	33.998	1.045	
23	Thu 06/Mar/2014 14:16:31	947.919	3.169	33.126	32.944	33.954	1.010	
24	Thu 06/Mar/2014 14:16:35	948.487	3.170	33.097	32.941	34.057	1.116	se destapa el colector y arrenca la prueba
25	Thu 06/Mar/2014 14:16:39	948.598	3.169	33.046	32.937	34.286	1.349	alcanza $0.632 * [(T_{o,2} - T_i) - (T_{o,1} - T_i)] = 2.982\text{ °C}$
26	Thu 06/Mar/2014 14:16:43	947.453	3.174	33.013	32.943	34.612	1.669	
27	Thu 06/Mar/2014 14:16:47	945.780	3.175	33.028	32.947	35.013	2.066	
28	Thu 06/Mar/2014 14:16:51	944.522	3.177	33.025	32.931	35.448	2.517	
29	Thu 06/Mar/2014 14:16:55	944.127	3.175	33.017	32.960	35.875	2.915	
30	Thu 06/Mar/2014 14:16:59	944.188	3.173	33.052	32.991	36.319	3.328	
31	Thu 06/Mar/2014 14:17:03	944.431	3.171	33.076	32.949	36.720	3.771	
32	Thu 06/Mar/2014 14:17:07	943.599	3.163	33.017	32.985	37.061	4.076	
33	Thu 06/Mar/2014 14:17:11	942.880	3.160	32.963	33.005	37.343	4.338	
34	Thu 06/Mar/2014 14:17:15	942.018	3.162	33.017	32.988	37.586	4.598	
35	Thu 06/Mar/2014 14:17:19	940.912	3.163	33.026	33.013	37.807	4.794	
36	Thu 06/Mar/2014 14:17:23	939.868	3.160	33.008	33.019	37.986	4.967	
37	Thu 06/Mar/2014 14:17:27	939.179	3.162	32.987	33.014	38.131	5.117	
38	Thu 06/Mar/2014 14:17:31	938.134	3.159	33.010	33.010	38.250	5.240	
39	Thu 06/Mar/2014 14:17:35	937.211	3.154	33.111	33.025	38.347	5.322	
40	Thu 06/Mar/2014 14:17:39	936.704	3.155	33.170	33.037	38.430	5.393	Periodo de $T_{o,2} - T_i = 5.737\text{ °C}$
69	Thu 06/Mar/2014 14:19:35	932.791	3.171	33.034	33.078	38.919	5.841	
Promedios		944.238	3.167	33.030	32.999	36.661	3.662	

Tabla 22 Tabla de datos para el cálculo de la constante del tiempo el día 6 de marzo de 2014

La Tabla 22 muestra un fragmento de la obtención de datos, siendo entre la observación 1 y 23 el periodo cuasi-estable en el que el colector está cubierto de la radiación (pero antes estuvo funcionando en operación normal) y la diferencia de temperaturas corresponde a $T_{o,1} - T_i$; posteriormente, es en la observación 24 en la que el colector se destapa y comienza a incrementar la diferencia de temperatura hasta llegar al estado cuasi-estable $T_{o,2} - T_i$ comprendida de la observación 40 a 69 con $T_{o,2} - T_i$. Es la observación 31 la que corresponde a $0.632 * [(T_{o,2} - T_i) - (T_{o,1} - T_i)] = 2.982\text{ °C}$ y ya que cada observación equivale a 4 segundos y son 7 observaciones (desde la 24 hasta la 31), entonces la constante del tiempo es $(7\text{ observaciones})(4\text{ segundos}) = 28\text{ segundos}$.

5.4 Cálculo del factor modificador de eficiencia de acuerdo al ángulo de incidencia solar para los diferentes colectores

Para calcular el factor modificador de eficiencia se debe calcular la eficiencia instantánea del colector para cada ángulo de incidencia a probar, utilizando el procedimiento establecido en la sección 5.1.1. Por tanto, los pasos son los siguientes y cumplen los requerimientos de la norma ANSI/ASHRAE 93-1986 Método para prueba en exteriores y sobre una base en la que sólo se puede modificar la inclinación del colector de la sección 8.3.4.1 para colectores concentradores estacionarios.

- Determinar el flujo másico de interés. Para cada colector se corre el flujo másico correspondiente a $Re=2355$ ¹⁶

Flujo másico de la prueba experimental [kg/min]		
Cr	CA	V
10.65	10.65	3.17

- Asegurar que $T_i \cong T_{amb}$ con diferencia máxima de $\pm 1^\circ\text{C}$
- Orientar el colector Este-Oeste con ángulo de inclinación hacia el Sur correspondiente al ángulo cenital mínimo (alcanzado al medio día) del día de la prueba
- Determinar los horarios en los que se van a ejecutar las pruebas para los diferentes ángulos de incidencia ($\theta = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, \text{ y } 60^\circ$)¹⁷, investigando en qué momento el ángulo cenital del colector inclinado alcanza el ángulo de incidencia deseado. De acuerdo a ASHRAE sección 8.3.4.1, se permite que el ángulo de incidencia varíe hasta $\pm 2.5^\circ$ durante la prueba.
- Asegurar cielo despejado para evitar variaciones importantes en la radiación solar incidente sobre el colector
- Seguir los pasos c y d del procedimiento establecido en la sección 5.1.1
- Obtener varias pruebas experimentales, por lo menos 3, para cada ángulo de incidencia y posteriormente obtener promedios
- Una vez que se tenga la eficiencia promedio de cada colector a los diferentes ángulos de incidencia, calcular el factor modificador de acuerdo a la tabla siguiente

Ángulo de incidencia	Eficiencia promedio	K_θ
$\theta = 0^\circ$	$\bar{\eta}_{a,\theta=0^\circ}$	1
$\theta = 30^\circ$	$\bar{\eta}_{a,\theta=30^\circ}$	$\eta_{a,\theta=30^\circ} / \eta_{a,\theta=0^\circ}$
$\theta = 45^\circ$	$\bar{\eta}_{a,\theta=45^\circ}$	$\eta_{a,\theta=45^\circ} / \eta_{a,\theta=0^\circ}$
$\theta = 60^\circ$	$\bar{\eta}_{a,\theta=60^\circ}$	$\eta_{a,\theta=60^\circ} / \eta_{a,\theta=0^\circ}$

¹⁶ Esta cantidad se definió de modo arbitrario.

¹⁷ La eficiencia para cada ángulo de incidencia, se calcula en pares, es decir, es el promedio de la observación antes de mediodía y después del medio día para ese ángulo específico. Es recomendable que todas las pruebas para todos los ángulos de incidencia, se conduzcan durante el mismo día.

La Figura 69 consolida el factor modificador de eficiencia de acuerdo al ángulo de incidencia solar para los diferentes colectores, mientras que la Tabla 23 muestra los valores numéricos.

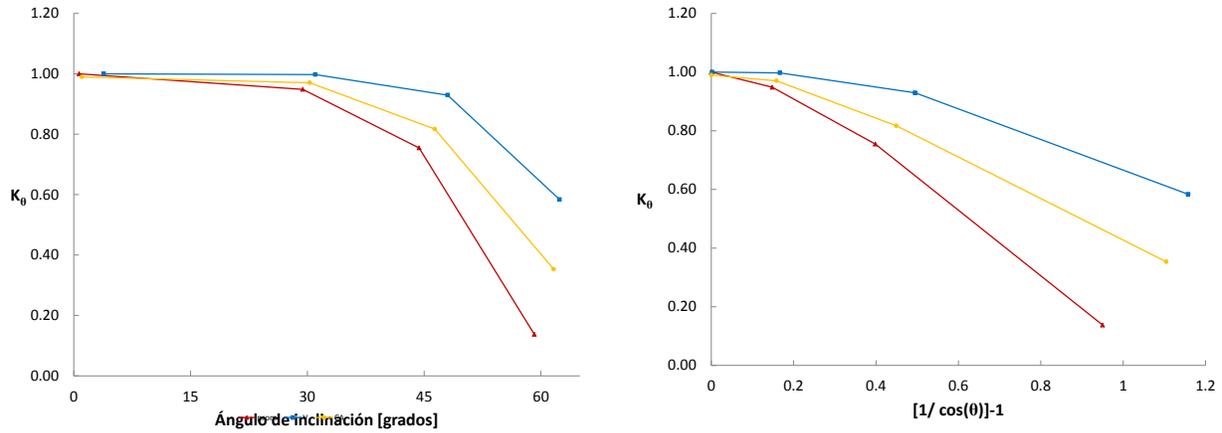


Figura 69 Factor Modificador de Eficiencia de acuerdo al Ángulo de Incidencia Solar para Cr - CA y V

θ [grados]	$\left[\frac{1}{\cos \theta} - 1 \right]$	$K_\theta - Cr$	n	Fechas
0.696	0.000	0.999	5	Oct 28, 2013 Nov 22-25, 2013
29.422	0.148	0.948		
44.352	0.398	0.755		
59.150	0.950	0.138		

θ [grados]	$\left[\frac{1}{\cos \theta} - 1 \right]$	$K_\theta - CA$	n	Fechas
1.043	0.000	0.990	3	Ene 17-19, 2014
30.310	0.158	0.970		
46.367	0.449	0.817		
61.633	1.105	0.353		

θ [grados]	$\left[\frac{1}{\cos \theta} - 1 \right]$	$K_\theta - V$	n	Fechas
2.480	0.001	0.999	3	Mar 4-6, 2014
31.017	0.167	0.997		
47.440	0.478	0.929		
62.390	1.158	0.584		

Tabla 23 Valores del Factor Modificador de Eficiencia de acuerdo al ángulo de incidencia Solar para Cr - CA y V

Es posible apreciar que el colector al que más le afecta el incremento en el ángulo de incidencia es al colector Cr, mientras que V es al que menos le afecta. La Tabla 24 muestra que cuando se agrega el Factor Modificador a la eficiencia óptica de los diferentes receptores, en general se alcanzan mejores índices de eficiencia óptica con el receptor en V invertida.

Reynolds	θ	Cr		CA		V	
		$\widehat{\beta}_0$	$K_\theta \widehat{\beta}_0$	$\widehat{\beta}_0$	$K_\theta \widehat{\beta}_0$	$\widehat{\beta}_0$	$K_\theta \widehat{\beta}_0$
1500	30°		0.6259		0.6501		0.6184
	45°	0.66	0.4980	0.67	0.5474	0.62	0.5761
	60°		0.0908		0.2367		0.3619
3000	30°		0.6449		0.6792		0.6383
	45°	0.68	0.5131	0.7	0.5719	0.64	0.5947
	60°		0.0935		0.2473		0.3736
4200	30°		0.6259		0.6404		0.6583
	45°	0.66	0.4980	0.66	0.5393	0.66	0.6133
	60°		0.0908		0.2332		0.3852
6500	30°		0.6354		0.6928		0.6982
	45°	0.67	0.5055	0.7	0.6792	0.7	0.6505
	60°		0.0922		0.5719		0.4086

Tabla 24 Eficiencia óptica con el Factor Modificador de Eficiencia de acuerdo al ángulo de incidencia Solar para Cr - CA y V

A continuación y simplemente con fines de rastreabilidad en los cálculos del factor modificador de eficiencia de acuerdo al ángulo de incidencia solar, se ejemplifica el procedimiento para una de las observaciones del CPC con receptor cilíndrico aletado. La prueba se realizó el viernes 17 de enero de 2014 de las 15:04:47hrs a las 14:05:50hrs, con un ángulo de incidencia entre 32° y 32.49°, obteniéndose así los datos de la Tabla 25 y posteriormente los cálculos de la Tabla 26.

Fri 17/Jan/2014 1	27.865	27.936	28.947	672.816	10.587
Fri 17/Jan/2014 1	27.862	27.919	28.940	680.117	10.614
Fri 17/Jan/2014 1	27.853	27.915	28.938	698.845	10.608
Fri 17/Jan/2014 1	27.846	27.940	28.931	710.962	10.598
Fri 17/Jan/2014 1	27.837	27.919	28.929	716.083	10.610
Fri 17/Jan/2014 1	27.834	27.918	28.931	717.097	10.600
Fri 17/Jan/2014 1	27.842	27.914	28.933	716.438	10.599
Fri 17/Jan/2014 1	27.854	27.929	28.943	714.359	10.596
Fri 17/Jan/2014 1	27.868	27.929	28.947	710.790	10.596
Fri 17/Jan/2014 1	27.884	27.933	28.954	706.724	10.599
Fri 17/Jan/2014 1	27.907	27.919	28.962	702.607	10.597
Fri 17/Jan/2014 1	27.942	27.925	28.966	696.736	10.599
Fri 17/Jan/2014 1	27.972	27.944	28.973	693.623	10.587
Fri 17/Jan/2014 1	27.978	27.907	28.982	699.068	10.591
Fri 17/Jan/2014 1	27.924	27.931	28.981	706.318	10.607
Fri 17/Jan/2014 1	27.869	27.950	28.984	712.939	10.599
Fri 17/Jan/2014 1	27.856	27.942	28.977	717.543	10.604
Fri 17/Jan/2014 1	27.835	27.924	28.977	720.139	10.603
Fri 17/Jan/2014 1	27.811	27.948	28.979	718.405	10.596
Fri 17/Jan/2014 1	27.805	27.919	28.981	713.619	10.595
Fri 17/Jan/2014 1	27.818	27.922	28.981	709.167	10.595
Fri 17/Jan/2014 1	27.839	27.931	28.984	695.022	10.594
Fri 17/Jan/2014 1	27.872	27.946	28.988	662.301	10.577
Fri 17/Jan/2014 1	27.910	27.918	28.991	653.895	10.596
Fri 17/Jan/2014 1	27.931	27.936	28.999	643.309	10.593
Fri 17/Jan/2014 1	27.955	27.948	28.993	625.666	10.623
Fri 17/Jan/2014 1	27.976	27.941	28.982	626.792	10.622
Fri 17/Jan/2014 1	27.993	27.954	28.979	629.316	10.627
Fri 17/Jan/2014 1	28.003	27.933	28.971	612.099	10.624
Fri 17/Jan/2014 1	28.017	27.941	28.966	576.782	10.620
Promedios	27.892	27.931	28.966	685.319	10.602

Tabla 25 Datos para el cálculo del Factor Modificador de Eficiencia de acuerdo al ángulo de incidencia Solar del día 17 de enero de 2014 para 30° de incidencia

	ángulo de incidencia [θ]	$Q = \text{flujo} * C_p * (T_o - T_i)$ [kW]	$A_a * G_h$ [kW]	eficiencia	K(θ)
Fri 17/Jan/2014 12:46:20	1.33°	1.107	1.748	0.633	0.990
Fri 17/Jan/2014 15:04:47	32°	0.766	1.222	0.627	

Tabla 26 Cálculo del Factor Modificador de Eficiencia de acuerdo al ángulo de incidencia Solar del día 17 de enero de 2014 para 30° de incidencia

Conclusiones y perspectivas

El objetivo de esta tesis fue describir el diseño de tres receptores distintos para un Concentrador Parabólico Compuesto, lo cual se realiza ampliamente durante el capítulo 3 de este trabajo, pero se puede resumir en que el primero es un receptor cilíndrico convencional desplazado un milímetro hacia arriba respecto a su reflector; el segundo es un receptor cilíndrico aletado que también tiene un desplazamiento vertical; y el tercero es un receptor en forma de V invertida completamente iluminada.

El objetivo primordial de esta tesis fue la comparación experimental de tres receptores de CPC, para saber cuál es más eficiente. Para ello, se obtuvo la curva de eficiencia térmica, la constante del tiempo y el factor modificador a la eficiencia óptica para cada receptor. Las observaciones fueron las siguientes.

- Respecto a la pérdida de energía térmica conforme T_i se va alejando de T_{amb} , indicado por el factor $F_R U_L$,
 - o El receptor cilíndrico, tiene mejor desempeño a mayor flujo másico.
 - o Los receptores cilíndrico aletado y en V invertida tienen menor desempeño conforme aumenta el flujo másico porque las aletas actúan como disipadores en vez de captadores de energía solar.
- En relación a la eficiencia óptica del colector, expresada por el término $F_R(\tau\alpha)_n$, el receptor cilíndrico aletado presenta resultados ligeramente mejores que los otros dos, porque sus aletas actúan como captadores solares, pero su desempeño térmico es el peor de todos.
- Acerca del factor modificador a la eficiencia óptica, que describe la forma en la que cambia la eficiencia conforme el día transcurre, se encontró que el colector al que más le afecta el incremento en el ángulo de incidencia es al que tiene el receptor cilíndrico convencional, mientras que el colector con el receptor en V invertida es en el que menos repercute el cambio en el ángulo de incidencia y en general se obtienen se alcanzan mejores índices de eficiencia óptica con éste último.
- En cuanto a la constante del tiempo, que indica el tiempo que un colector tarda en recuperar sus condiciones óptimas de operación después de una interrupción de la radiación solar, es prácticamente la misma para los receptores cilíndrico y cilíndrico aletado, pero es 31% menor para el receptor en V invertida.

En general, se puede decir que el receptor cilíndrico convencional desplazado un milímetro hacia arriba respecto a su reflector, es el que tiene mejor combinación entre eficiencia óptica y pérdida de energía térmica, incluso a pesar de que al manufacturarlo es complicado centrar su receptor y ello implica pérdidas ópticas por diseño. Sin embargo, el receptor en V invertida tiene la ventaja de tener mayor estabilidad de eficiencia conforme el ángulo de incidencia aumenta, pero es importante puntualizar que

se desempeña mejor con flujos másicos bajos y cuando $T_i \approx T_{amb}$. De cualquier modo, si se decide utilizar un receptor aletado, se debe tomar en cuenta que el costo de manufactura se incrementa por el proceso de manufacturar y soldar la aleta.

Otros aprendizajes durante el desarrollo de este trabajo fueron respecto a las bandas de incertidumbre. El primero es que la variable que mayor impacto tiene sobre el ancho de las bandas es la resolución de los sensores y dado que los sensores de flujo másico y radiación solar que se tienen, gozan de buena resolución, el impacto que más se ve reflejado es el de la resolución de sensor de temperatura a la entrada y salida del colector, por lo que cualquier mejora en este instrumento puede reducir la incertidumbre del experimento en general. El segundo aprendizaje es que el ancho de las bandas está directamente relacionado con el incremento en el flujo másico.

Perspectivas

En trabajos futuros se sugiere

- Probar los mecanismos de supresión convectiva que se describen en el Carvalho et al. 1995 (Carvalho, y otros, 1995).
- Desarrollar dispositivo para fijar y centrar los tubos receptores sobre los reflectores, con el objetivo de aumentar la eficiencia óptica de los colectores CPC.
- Explorar la idea de un desplazamiento horizontal en vez de vertical para que el receptor cilíndrico convencional no toque a la involuta de su reflector. Esta idea surge del análisis de la Tabla 7 del presente trabajo.

Bibliografía

Alanod-Solar GmbH & Co. KG Catálogo de Alanod Solar en español. - Ennepetal, Alemania : [s.n.]. - www.alanod-solar.com.

AoSol Ficha técnica de CPC AoSol.

Arancibia Bulnes Camilo A. Notas del Curso "Aplicaciones térmicas de la Energía Solar". - Temixco, Morelos : [s.n.], 2012. - Centro de Investigación en Energía-UNAM.

ASHRAE Standards Committee Norma ASHRAE/ANSE: Methods of testing to determine the thermal performance of solar collectors. - 1986.

Baum H.P. y Gordon J.M. Optimal design of nonimaging solar concentrators with wedge receivers [Publicación periódica]. - [s.l.] : Applied Optics, 1985. - Vol. 24. - págs. 2596–2599.

Berumen Dr. Carlos Ramos [Informe] : Comunicación personal / Instituto de Investigaciones Eléctricas. - 2010. - A través del Reporte de Prospectiva de Energías Renovables 2012-2026 SENER.

Bishop James K. B. y Rossow William B. Spatial and temporal variability of global surface solar irradiance [Publicación periódica] // Journal of Geophysical Research. - 1991. - C9 : Vol. 96. - págs. 16839–16858.

Blanco Manuel J. Preliminary validation of Tonatiuh [Conferencia] // International Energy Agency's SolarPACES Symposium. - Berlin, Alemania : [s.n.], 2009. - Disponible en <http://code.google.com/p/tonatiuh/>.

Bode Sebastian-James y Gauché Paul Review of optical software for use in Concentrating Solar Power Systems [Conferencia] // SASEC 2012. - Sudáfrica : [s.n.], 2012.

Carvalho M.J. [y otros] Optical and thermal testing of a new 1.12X CPC solar collector [Publicación periódica] // Solar Energy Materials and Solar Cells. - [s.l.] : Elsevier Science B.V., 1995. - Vol. 37. - págs. 175-190.

Centro Nacional de Metrología Curso de Introducción a la metrología y estimación de la incertidumbre. - Querétaro : [s.n.], 2013.

Collares-Pereira M. Description and Testing of a Non-Evacuated 1.5×CPC Collector Thermal Performance Comparison With Other Collector Types [Publicación periódica]. - Lisboa, Portugal : Solar Energy Engineering, 1985. - 4 : Vol. 107. - págs. 277-280.

Collares-Pereira M. y Carvalho J. M. New low concentration CPC type collector with convection controlled by a honeycomb TIM material: a compromise with stagnation temperature control and survival of cheap fabrication materials [Conferencia] / ed. 2003 ISES Solar World Congress. - Göteborg, Suecia : [s.n.], 2003.

Collares-Pereira Manuel Capítulo 8. Energía Solar y Óptica sin Imagen para la Producción de Agua Limpia [Sección de libro] // Solar Safe Water / aut. libro Blesa Miguel A y Blanco Galvez Julián. - Puerto Iguazú : Escuela de Posgrado UNSAM, 2005.

Comisión Federal de Electricidad Estudio de Riesgo Nivel 2 del proyecto CC Agua Prieta II (con campo solar) [En línea]. - 2006. - 03 de Diciembre de 2013. - sinat.semarnatgob.mx/dgiraDocs/documentos/son/estudios/2006/26SO2006E0013.pdf.

Duffie A. John and Beckman, A. William Solar Engineering of thermal processes [Libro]. - Hoboken : John Wiley & Sons, Inc., 2013. - Fourth edition.

Fraidenraich Naum [y otros] Analytic solutions for the geometric and optical properties of stationary compound parabolic concentrators with fully illuminated inverted V receiver [Publicación periódica]. - Pernambuco, Brasil : Solar Energy, 2008. - Vol. 82. - págs. 132–143.

Hsieh C. K. Thermal Analysis of CPC collectors [Publicación periódica] // Solar Energy. - Florida, Gainesville : Pergamon Press Ltd., 1981. - Vol. 27. - págs. 19-29.

International Energy Agency Key World Energy Statistics [Informe]. - 2013. - Disponible en www.iea.org/statistics/.

International Energy Agency Scenarios and Projections [En línea]. - 09 de Diciembre de 2013. - <http://www.iea.org/publications/scenariosandprojections/>.

International Energy Agency World Energy Outlook [Informe]. - París, Francia : IEA Publications, 2012.

Kalogirou Soteris A. Solar Energy Engineering. Processes and systems [Libro]. - EUA : Academic Press - Elsevier, 2009. - Primera edición. - ISBN 978-0-12-374501-9.

Loster Matthias [En línea]. - 5 de Dic. de 2013. - http://www.ez2c.de/ml/solar_land_area/.

McIntire W.R. Truncation of nonimaging cusp concentrators [Publicación periódica] // Solar Energy. - 1979. - 4 : Vol. 23. - págs. 351–355.

Montgomery Douglas C. Diseño y análisis de experimentos [Libro]. - México : Limusa Wiley, 2002. - 2a Edición.

Montgomery Douglas C. y Runger George C. Probabilidad y estadística aplicadas a la ingeniería [Libro]. - México : Mc Graw Hill, 1996. - 1a Edición. - ISBN 0-471-54041-2.

Muschaweck Julius [y otros] Optimized reflectors for non-tracking solar collectors with tubular absorbers [Publicación periódica] // Solar Energy. - 2000. - 2 : Vol. 68. - págs. 151-159.

Organisation for Economic Co-operation and Development OECDiLibrary [En línea]. - 11 de Junio de 2015. - http://www.oecd-ilibrary.org/energy/renewable-energy/indicator/english_aac7c3f1-en?isPartOf=/content/indicatorgroup/379b6cdc-en.

Ortega Ávila Naghelli TESIS "Estudio teórico de un colector CPC acoplado al generador de un sistema de refrigeración por absorción". - Temixco, Morelos : CIE-UNAM, 2002.

Ortega Ávila Naghelli Tesis "Validación experimental del modelo de transferencia de calor en un Concentrador Parabólico Compuesto aplicado a la refrigeración solar". - Temixco, Morelos : CIE-UNAM, 2008.

PEMEX Exploración y Producción Las reservas de hidrocarburos de México [Informe]. - México : [s.n.], 10 de Enero de 2012.

Rabl Ari Active solar collectors and their applications [Libro]. - New York : Oxford University Press, 1985.

Rivera Blanco Carlos Octavio TESIS "Simulación, diseño y evaluación de un refrigerador solar intermitente usando un CPC como generador-absorbedor". - Temixco, Morelos : CIE-UNAM, 2006.

Rommel Werner Weiss and Matthias Medium Temperature Collectors. State of the Art within Task 33/IV Subtask C [Informe] / International Energy Agency. - Gleisdorf, Austria : AEE INTEC, Mayo 2005.

Secretaría de Energía Balance Nacional de Energía [Informe]. - México, DF : [s.n.], 2013. - pág. 138.

SENER Prontuario Energético Agosto 2013 [En línea]. - <http://www.sener.gob.mx/res/380/Prontuario.pdf>.

SENER Prospectiva de Energías Renovables 2012-2026 [Informe]. - México : [s.n.], 2012.

Shah P.K., Srinivasan K. y Srinivasa Murthy S. Geometry of Ideal CPC collectors with gap between absorber and reflector [Publicación periódica] // International Journal of Sustainable Energy. - 1990. - Vol. 9. - págs. 13-21.

Tíba Chigueru y Fraidenaich Naum Optical and thermal optimization of stationary non-evacuated CPC solar concentrator with fully illuminated wedge receivers [Publicación periódica]. - Pernambuco, Brasil : Renewable Energy, 2011. - Vol. 36. - pág. 2547e2553.

Winston R. Ideal flux concentrators with reflector gaps [Publicación periódica] // Applied Optics. - 1978. - 11 : Vol. 17. - págs. 1668-1669.

Winston R. y Hinterberger H, Principles of cylindrical concentrators for solar energy [Publicación periódica] // Solar Energy. - Septiembre de 1975. - 4 : Vol. 17. - págs. 255-258.

www.gapminder.org [En línea]. - Mayo de 2015. - <http://www.gapminder.org/data/>.

ANEXO 1. Cálculo de bandas de incertidumbre para las pruebas experimentales individuales

Para realizar la evaluación de la eficiencia térmica de los colectores CPC descrita en la sección 2.6.1.1, es necesario conducir pruebas experimentales en estado cuasi-estable y así determinar la eficiencia térmica instantánea promedio a diferentes condiciones. Esta eficiencia térmica instantánea promedio es el resultado de por lo menos 30 observaciones obtenidas en un periodo de aproximadamente 2 minutos (después del periodo necesario para la estabilización del equipo, llamado constante del tiempo) y monitoreadas con diferentes tipos de sensores, por lo que implican cierta incertidumbre en el resultado de cada prueba experimental.

El objetivo de este anexo es describir y ejemplificar el método para obtener la incertidumbre de la eficiencia térmica instantánea promedio de una prueba experimental (Centro Nacional de Metrología, 2013). En general, para calcular la incertidumbre estándar combinada de la eficiencia $[u_c(\eta)]$ se debe calcular primero la incertidumbre estándar de cada fuente $[u(x_i)]$ y calcular la ponderación de cada una sobre $u_c(\eta)$, eso se hace con el coeficiente de sensibilidad de la fuente $[c(x_i)]$.

Los pasos detallados son los siguientes:

1. Definir la variable (eficiencia térmica instantánea promedio basada en el área de apertura) y establecer una ecuación matemática que la relacione con las magnitudes de entrada (en este caso, c_p y A_a se consideran constantes para cada colector, por lo que no se toman como magnitudes de entrada).

Ecuación 8-1
$$\bar{\eta}_a = \frac{\dot{m}c_p(T_o - T_i)}{A_a G_h}$$

2. Enlistar las fuentes de incertidumbre (incluye la fuente de incertidumbre por la variabilidad en la medición de cada magnitud de entrada - \dot{m} , T_i , T_o , G_h - y la variabilidad por la exactitud de los sensores).
3. Estimar los valores de variabilidad de cada fuente e identificar la distribución que siguen:
 - a. TIPO A. Cantidades cuyos valores e incertidumbres se determinan mediante mediciones repetidas. Normalmente tienen una distribución normal.
 - b. TIPO B. Cantidades cuyos valores e incertidumbres se obtienen a través de fuentes externas como informes, certificados de calibración, especificaciones de fabricantes de instrumentos, normas, etc. Puede tener distribución normal, rectangular o triangular; normalmente cuando se trata de resoluciones o exactitudes de sensores que miden $\pm a$, se trata de una distribución rectangular donde la desviación estándar se calcula como

$$s = \frac{(a_+ - a_-)}{\sqrt{12}}.$$

Fuente de incertidumbre $[x_i]$	Tipo de variabilidad y distribución	Variabilidad			
		Leyenda Certificado	Media $[\bar{x}_i]$	Desv. Std. $[s_i]$	n
Mediciones de flujo $[\dot{m}]$	Tipo A (dist. Normal)		0.11263	0.00061	124
Resolución del sensor de flujo $[\varepsilon_{\dot{m},r}]$	Tipo B (dist. Rectangular)	$\pm 0.1\%$ (Rango de operación 0 a 32 kg/min)	0.00000	0.00007	
Mediciones de temperatura de salida $[T_o]$	Tipo A (dist. Normal)		35.72507	0.02154	124
Resolución del sensor de temperatura $[\varepsilon_{T_o,r}]$	Tipo B (dist. Rectangular)	$\pm 0.1^\circ\text{C}$ (Rango de operación -40 a 150°C)	0.00000	0.05774	
Mediciones de temperatura de entrada $[T_i]$	Tipo A (dist. Normal)		33.06637	0.03014	124
Resolución del sensor de temperatura $[\varepsilon_{T_i,r}]$	Tipo B (dist. Rectangular)	$\pm 0.1^\circ\text{C}$ (Rango de operación -40 a 150°C)	0.00000	0.05774	
Mediciones de Irradiancia $[G_h]$	Tipo A (dist. Normal)		1.04687	0.00468	124
Resolución del sensor de Irradiancia $[\varepsilon_{G_h,r}]$	Tipo B (dist. Rectangular)	$\pm 1\%$ (Rango de operación 285 a 2800 nm)	0.00000	0.01632	

Tabla 27 Establecimiento de las fuentes de incertidumbre y su variabilidad

En la Tabla 27, las unidades del flujo son [kg/s], las de las temperaturas son [°C] y las de irradiancia son [kW/m²]; la razón por las que se manejan estas unidades es para que al realizar el análisis dimensional de los cálculos, las unidades se multipliquen y simplifiquen apropiadamente.

4. Calcular la incertidumbre estándar de cada fuente $[u(x_i)]$, es decir, representar las incertidumbres originales en términos de la desviación estándar de su distribución. En el caso de las distribuciones normales es $u(x_i) = s_i/k$ (siendo k el índice de expansión para la desviación estándar de x_i , pero en este caso k=1). Para las distribuciones rectangulares $u(x_i) = s_i$.

Fuente de incertidumbre [x_i]	Variabilidad			Incertidumbre estándar [$u(x_i)$]
	Media [\bar{x}_i]	Desv. Std. [s_i]	n	
Mediciones de flujo [\dot{m}]	0.11263	0.00061	124	0.00005 kg/s
Resolución del sensor de flujo [$\varepsilon_{\dot{m},r}$]	0.00000	0.00007		0.00007 kg/s
Mediciones de temperatura de salida [T_o]	35.72507	0.02154	124	0.00193 °C
Resolución del sensor de temperatura [$\varepsilon_{T_o,r}$]	0.00000	0.05774		0.05774 °C
Mediciones de temperatura de entrada [T_i]	33.06637	0.03014	124	0.00271 °C
Resolución del sensor de temperatura [$\varepsilon_{T_i,r}$]	0.00000	0.05774		0.05774 °C
Mediciones de Irradiancia [G_h]	1.04687	0.00468	124	0.00042 kW/m ²
Resolución del sensor de Irradiancia [$\varepsilon_{G_h,r}$]	0.00000	0.01632		0.01632 kW/m ²

Tabla 28 Cálculo de la incertidumbre estándar para cada fuente de incertidumbre

5. Calcular el coeficiente de sensibilidad [$c(x_i)$] obteniendo las derivadas parciales de la variable respecto a cada una de las fuentes, de esa forma se estima cómo cambia la eficiencia con cada modificación en las fuentes. Las ecuaciones que describen las derivadas parciales en cada caso son:

$\frac{\partial \eta}{\partial \dot{m}} = \frac{C_p([T_{out} - \varepsilon_{T_{out},r}] - [T_{in} - \varepsilon_{T_{in},r}])}{[G - \varepsilon_{G,r}]A}$	$\frac{\partial \eta}{\partial \varepsilon_{\dot{m},r}} = - \frac{C_p([T_{out} - \varepsilon_{T_{out},r}] - [T_{in} - \varepsilon_{T_{in},r}])}{[G - \varepsilon_{G,r}]A}$
$\frac{\partial \eta}{\partial T_{out}} = \frac{[\dot{m} - \varepsilon_{\dot{m},r}]C_p}{[G - \varepsilon_{G,r}]A}$	$\frac{\partial \eta}{\partial \varepsilon_{T_{out},r}} = - \frac{[\dot{m} - \varepsilon_{\dot{m},r}]C_p}{[G - \varepsilon_{G,r}]A}$
$\frac{\partial \eta}{\partial T_{in}} = - \frac{[\dot{m} - \varepsilon_{\dot{m},r}]C_p}{[G - \varepsilon_{G,r}]A}$	$\frac{\partial \eta}{\partial \varepsilon_{T_{in},r}} = \frac{[\dot{m} - \varepsilon_{\dot{m},r}]C_p}{[G - \varepsilon_{G,r}]A}$
$\frac{\partial \eta}{\partial G} = - \frac{[\dot{m} - \varepsilon_{\dot{m},r}]C_p([T_{out} - \varepsilon_{T_{out},r}] - [T_{in} - \varepsilon_{T_{in},r}])}{[G - \varepsilon_{G,r}]^2 A}$	$\frac{\partial \eta}{\partial \varepsilon_{G,r}} = \frac{[\dot{m} - \varepsilon_{\dot{m},r}]C_p([T_{out} - \varepsilon_{T_{out},r}] - [T_{in} - \varepsilon_{T_{in},r}])}{[G - \varepsilon_{G,r}]^2 A}$

Tabla 29 Derivadas parciales del mesurando respecto a cada una de las fuentes de incertidumbre

Fuente de incertidumbre [x_i]	Variabilidad			Incertidumbre estándar [$u(x_i)$]	Coeficiente de sensibilidad de la fuente [$c(x_i)$]
	Media [\bar{x}_i]	Desv. Std. [s_i]	n		
Mediciones de flujo [\dot{m}]	0.11263	0.00061	124	0.00005 kg/s	4.360289 s/kg
Resolución del sensor de flujo [$\varepsilon_{\dot{m},r}$]	0.00000	0.00007		0.00007 kg/s	-4.360289 s/kg
Mediciones de temperatura de salida [T_o]	35.72507	0.02154	124	0.00193 °C	0.184717 1/°C
Resolución del sensor de temperatura [$\varepsilon_{T_o,r}$]	0.00000	0.05774		0.05774 °C	-0.184717 1/°C
Mediciones de temperatura de entrada [T_i]	33.06637	0.03014	124	0.00271 °C	-0.184717 1/°C
Resolución del sensor de temperatura [$\varepsilon_{T_i,r}$]	0.00000	0.05774		0.05774 °C	0.184717 1/°C
Mediciones de Irradiancia [G_h]	1.04687	0.00468	124	0.00042 kW/m ²	-0.469119 m ² /kW
Resolución del sensor de Irradiancia [$\varepsilon_{G_h,r}$]	0.00000	0.01632		0.01632 kW/m ²	0.469119 m ² /kW

Tabla 30 Cálculo del coeficiente de sensibilidad para cada fuente de incertidumbre

6. Calcular la contribución de cada fuente a la incertidumbre estándar combinada [$u_i(\eta)$]:

$$\text{Ecuación 8-2} \quad u_i(\eta) = [c(x_i)] * [u(x_i)]$$

7. Determinar la incertidumbre estándar combinada [$u_c(\eta)$]:

$$\text{Ecuación 8-3} \quad u_c(\eta) = \sqrt{\sum_i [u_i(\eta)]^2}$$

Fuente de incertidumbre [x_i]	Variabilidad			Incertidumbre estándar [$u(x_i)$]	Coeficiente de sensibilidad de la fuente [$c(x_i)$]	Contribución de la fuente a la incertidumbre [$u_i(\eta)$]	Incertidumbre estándar combinada [u_c]
	Media [\bar{x}_i]	Desv. Std. [s_i]	n				
Mediciones de flujo [\dot{m}]	0.11263	0.00061	124	0.00005 kg/s	4.360289 s/kg	0.0002378	5.65656E-08
Resolución del sensor de flujo [$\varepsilon_{\dot{m},r}$]	0.00000	0.00007		0.00007 kg/s	-4.360289 s/kg	-0.0002835	8.03954E-08
Mediciones de temperatura de salida [T_o]	35.72507	0.02154	124	0.00193 °C	0.184717 1/°C	0.0003574	1.27726E-07
Resolución del sensor de temperatura [$\varepsilon_{T_o,r}$]	0.00000	0.05774		0.05774 °C	-0.184717 1/°C	-0.0106646	0.00011373
Mediciones de temperatura de entrada [T_i]	33.06637	0.03014	124	0.00271 °C	-0.184717 1/°C	-0.0005000	2.49994E-07
Resolución del sensor de temperatura [$\varepsilon_{T_i,r}$]	0.00000	0.05774		0.05774 °C	0.184717 1/°C	0.0106646	0.00011373
Mediciones de Irradiancia [G_h]	1.04687	0.00468	124	0.00042 kW/m ²	-0.469119 m ² /kW	-0.0001972	3.88760E-08
Resolución del sensor de Irradiancia [$\varepsilon_{G_h,r}$]	0.00000	0.01632		0.01632 kW/m ²	0.469119 m ² /kW	0.0076556	0.00005861
							0.016930174

Tabla 31 Cálculo de la incertidumbre estándar combinada para cada fuente de incertidumbre

Es posible expresar la incertidumbre estándar combinada como una incertidumbre expandida; si se quiere abarcar al 68% de los datos $k^{18}=1$, $k=2$ para el 95% y $k=3$ para el 99%. En tal caso,

Ecuación 8-4
$$U = k * u_c(\eta)$$

Del ejemplo anterior, que fue tomado del cálculo real de incertidumbre estándar combinada para una de las pruebas experimentales del colector CPC con receptor cilíndrico convencional, se puede observar que las fuentes con mayor impacto se relacionan con la resolución del sensor de temperatura.

¹⁸ k representa en número de sigmas que se consideran en la distribución normal

ANEXO 2. Ajuste de modelos de regresión lineal simple

El análisis de regresión es una técnica estadística para el modelado matemático de la relación existente entre una **variable dependiente o de respuesta** y **k variables independientes o regresores**.

En la regresión lineal simple se considera un solo regresor x y una sola variable de respuesta y .

Tomemos el ejemplo de la Figura 70 que muestra un diagrama de dispersión para cada par (x_i, y_i) de un experimento; se observa que si bien una curva no pasa por todos los puntos, sí existe una evidencia visual de que los puntos están dispersos de manera aleatoria alrededor de una línea recta.

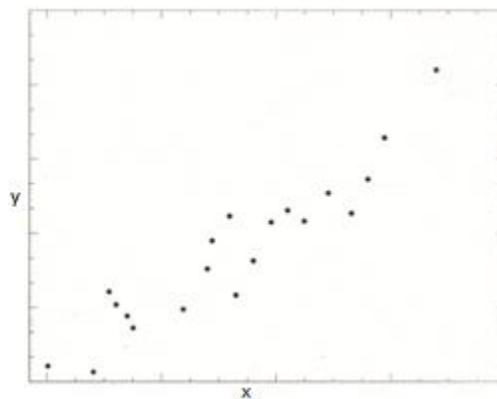


Figura 70 Diagrama de dispersión para los pares (x_i, y_i) de un experimento que muestra tendencia lineal

FUENTE: Imagen tomada y adaptada de (Montgomery, y otros, 1996 pág. 473)

Entonces se puede decir que la **media de la variable aleatoria Y** tiene una relación lineal con x . La media de Y se representa como $\mu_{(Y|x)}$ y su estimador insesgado es $E(Y|x)$.

$$\text{Ecuación 9-1} \quad \mu_{(Y|x)} \cong E(Y|x) = \beta_0 + \beta_1 x$$

En este caso, β_0 y β_1 son los **coeficientes de regresión** donde el primero representa la ordenada al origen y el segundo la pendiente de la recta.

Una vez que se defina la recta $\beta_0 + \beta_1 x$, se ve que existe cierta diferencia entre el **valor real observado** de la variable Y [y_i] y su **valor predicho o ajustado** [\hat{y}_i]; a esta diferencia se le llama **residual** [e_i] y el conjunto de estas diferencias dan origen al **error aleatorio del Y** [ϵ]. Para que el modelo de regresión sea válido ϵ debe tener una distribución normal e independiente con media cero y varianza constante σ^2 , es decir, $\epsilon \sim N(0, \sigma^2)$.

Ahora, para un valor x establecido, Y es una variable aleatoria resultante de la suma de la constante $\beta_0 + \beta_1 x$ y la variable aleatoria $\epsilon \sim N(0, \sigma^2)$, por tanto Y también es una variable aleatoria con distribución normal $Y \sim N(\beta_0 + \beta_1 x, \sigma^2)$ para todo valor de x .

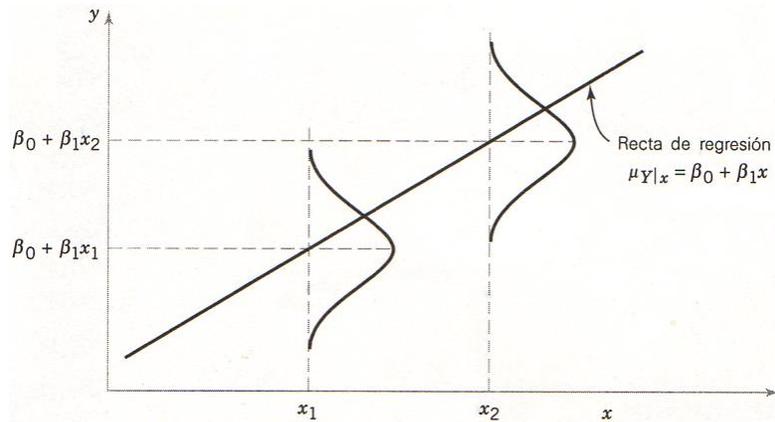


Figura 71 Error aleatorio del Y con distribución $N(0, \sigma^2)$ para un valor dado de x
FUENTE: Imagen tomada y adaptada de (Montgomery, y otros, 1996 pág. 474)

En situaciones reales, los valores β_0 , β_1 y σ^2 se desconocen, por lo que a continuación se describen las herramientas estadísticas para estimarlos a partir de los datos muestrales y probar su significancia.

Método de ajuste por mínimos cuadrados

Karl Gauss en 1809 publicó la propuesta de estimar β_0 , β_1 con el método de mínimos cuadrados, en el que se minimiza la sumatoria de los errores aleatorios al cuadrado, es decir,

$$\text{Ecuación 9-2} \quad \min \sum_{i=1}^n \epsilon_i^2 = \min \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \min \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x)^2$$

Utilizando este método, los estimadores insesgados para la media y varianza de los coeficientes de regresión, cuya distribución también es normal, son (Montgomery, y otros, 1996 pág. 476 y 487):

$$\text{Ecuación 9-3} \quad \hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i x_i - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)(\sum_{i=1}^n x_i)}{n}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n}} \quad \text{y} \quad V(\hat{\beta}_1) = \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n}}$$

$$\text{Ecuación 9-4} \quad \hat{\beta}_0 = \bar{y} - \beta_1 \bar{x} \quad \text{y} \quad V(\hat{\beta}_0) = \sigma^2 \left[\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n}} \right]$$

donde...

$$\text{Ecuación 9-5} \quad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} \quad ; \quad \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad \text{y} \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \epsilon_i^2}{n-2}$$

ANEXO 3. Pruebas de hipótesis y coeficientes calculados en la regresión lineal simple y múltiple

Al realizar un modelo de regresión, se deben conducir ciertas pruebas para saber si el modelo es útil al describir la relación entre los regresores y la variable de respuesta. En esta sección se describen las pruebas que se utilizan para un modelo de regresión lineal simple¹⁹ o múltiple²⁰, ya que el principio es el mismo para ambas.

Gráficas para comprobar normalidad de los residuales

Con el objetivo de asegurar que el error es una variable aleatoria con distribución normal de media cero y varianza constante, es decir, $\epsilon \sim N(0, \sigma^2)$, se grafican los residuales y se buscan anomalías. Es bueno mencionar que esta prueba es cualitativa y mucho depende de la experiencia del analista, pero esta sección provee una guía de decisión.

La primera aproximación para saber si los residuales tienen una distribución normal, es construir un histograma de frecuencias o una gráfica de probabilidad normal de los residuos. En ocasiones, el histograma no muestra una tendencia normal clara debido al tamaño de la muestra.

Posteriormente es útil graficar residuales vs. valor ajustado $[\hat{y}_i]$, residuales vs. orden de muestreo, y finalmente residuales vs. variables independiente $[x_i]$. Las gráficas idealmente deben verse como la del inciso (a) de la Figura 72; si alguna tiene la forma de (b) significa que la varianza depende del incremento de \hat{y}_i , x_i o el orden de muestreo, mientras que si tienen la forma de (c) indica que la varianza no es constante, finalmente una forma como (d) muestra que el modelo es inadecuado y debe ser de orden superior (Montgomery, y otros, 1996 págs. 506-507).

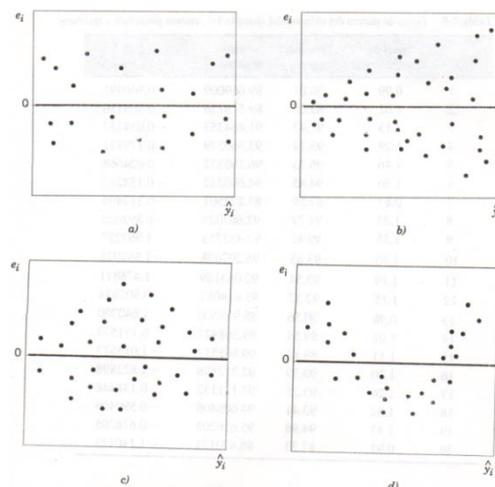


Figura 72 Patrones para gráficas de residuos a) ideal, b) en embudo, c) doble arco, y d) no lineal

FUENTE: Imagen tomada de (Montgomery, y otros, 1996 pág. 507)

¹⁹ Aquella que tiene un solo regresor

²⁰ Aquella que tiene dos o más regresores

Finalmente, si se tiene oportunidad de estandarizar los residuos con la fórmula $d_i = e_i/\sqrt{\sigma^2}$, se puede verificar que el 95% de ellos caigan en el intervalo (-2, +2), ya que un valor fuera de este rango puede indicar un valor atípico.

Prueba para la significancia de la regresión

El objetivo de esta prueba es medir la utilidad del modelo y verificar si realmente existe relación entre las variables de respuesta y un conjunto de regresores (Montgomery, 2002 págs. 409-410). Para ejecutar estas pruebas se requiere de antemano que los residuales tengan una distribución normal $\epsilon \sim N(0, \sigma^2)$.

Se plantea

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$$

$$H_1: \beta_j \neq 0 \text{ para al menos una } j$$

Si se rechaza H_0 , significa que por lo menos uno de los regresores es diferente de cero y contribuye significativamente al modelo.

El estadístico de prueba es

Ecuación 10-1

$$F_0 = \frac{MS_R}{MS_E} = \frac{SS_R/k}{SS_E/(n-k-1)}$$

y H_0 se rechaza si $F_0 > F_{\alpha, k, n-k-1}$ o si el valor P es mayor a 0.05.

donde,

SS_R – Suma de cuadrados de la regresión, con $SS_R = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2$ y k grados de libertad.

SS_E – Suma de cuadrados del error o residual, con $SS_E = \sum_{i=1}^n e_i^2$ y $n-k-1$ grados de libertad.

SS_T – Suma de cuadrados total, con $SS_T = SS_R + SS_E$ y $n-1$ grados de libertad.

MS_R – Cuadrado medio de la regresión, con $MS_R = SS_R/k$.

MS_E – Cuadrado medio del error, con $MS_E = SS_E/(n-k-1)$.

k – número de regresores.

n – número de observaciones de y_i con sus respectivos regresores.

α – nivel de significancia o error tipo I (probabilidad con la que el analista está dispuesto a rechazar H_0 cuando es verdadera a cambio de un equilibrio en la cantidad del muestreo).

valor P – probabilidad de se rechace H_0 cuando es verdadera, dado el estadístico de prueba [F_0] (Montgomery, y otros, 1996 pág. 388).

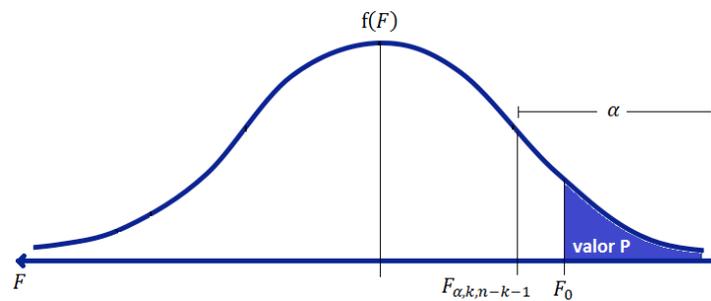


Figura 73 Relación entre F_0 , α y el valor P

La prueba para la significancia de la regresión se consolida en la tabla ANOVA (Análisis de la Varianza). El analista debe prestar especial atención al valor P, que indica la probabilidad de cometer el error tipo I; en general se prefiere que este error ser menor que el 1% o 0.01.

Tabla ANOVA					
Fuente de variación	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Media de cuadrados	F_0	valor P
Modelo	k	SS_R	MS_R	MS_R / MS_E	valor P para F_0
Error	n-k-1	SS_E	MS_E		
Total	n-1	SS_T			

Figura 74 Estructura de la tabla de Análisis de Varianza para la prueba de significancia de la regresión

Pruebas de los coeficientes de regresión individuales

Esta prueba de hipótesis se conduce a cada coeficiente de la regresión para definir si el modelo sería más efectivo aumentando o removiendo alguno de los regresores, por ejemplo, incluir un regresor no representativo puede ocasionar que MS_E incremente y disminuya la utilidad del modelo. Para estas pruebas también es necesario asegurar que los residuales tengan distribución $\epsilon \sim N(0, \sigma^2)$.

Se plantea

$$H_0: \beta_j = 0$$

$$H_1: \beta_j \neq 0$$

Si no se rechaza H_0 , entonces puede eliminarse x_j del modelo porque significa que no hay ninguna relación significativa entre x_j y Y .

El estadístico de prueba es

$$\text{Ecuación 10-2} \quad t_0 = \frac{\beta_j}{\sqrt{V(\beta_j)}}$$

y H_0 se rechaza si $|t_0| > t_{\alpha/2, n-k-1}$ o si el valor P es mayor a 0.05.

Esta prueba es hasta cierto punto parcial porque el coeficiente de regresión β_j depende de los demás regresores del modelo, pero es un buen punto de partida.

A partir de este análisis se obtiene la tabla de análisis de la regresión. El analista debe prestar especial atención al valor P, que indica la probabilidad de cometer el error tipo I; en general se prefiere que este error ser menor que el 1% o 0.01.

Tabla de Análisis de la regresión				
Regresor	Coficiente	Error estándar	t_0	valor P
Constante	$\widehat{\beta}_0$	$\sqrt{V(\widehat{\beta}_0)}$	$t_0(\widehat{\beta}_0)$	valor P para $t_0(\beta_0)$
x_j	$\widehat{\beta}_j$	$\sqrt{V(\widehat{\beta}_j)}$	$t_0(\widehat{\beta}_j)$	valor P para $t_0(\beta_j)$

Figura 75 Estructura de la tabla de Análisis de la Regresión

Coficiente de determinación R^2 y Coeficiente de determinación ajustada $R^2_{ajustada}$

Otros dos estadísticos representativos de la modelación mediante regresión son R^2 y $R^2_{ajustada}$.

R^2 es la proporción de variabilidad de los datos explicada por el modelo de análisis de varianza, es decir, si $R^2=0.8$, x explica el 80% de la variabilidad de y .

$$\text{Ecuación 10-3} \quad R^2 = \frac{SS_R}{SS_T} = 1 - \frac{SS_E}{SS_T}$$

Sin embargo, una R^2 grande no necesariamente significa que el modelo sea eficiente, porque entre más regresores se tengan, mayor será al R^2 , incluso si los regresores son no significativos; para ello se ocupa el estadístico $R^2_{ajustada}$, que se considera una mejor aproximación a la proporción de variabilidad de los datos explicada por el modelo de análisis de varianza.

$$\text{Ecuación 10-4} \quad R^2_{ajustada} = 1 - \frac{SS_E/(n-k)}{SS_T/(n-1)} = 1 - \left(\frac{n-1}{n-k}\right) [1 - R^2]$$

ANEXO 4. Intervalos de confianza y predicción en la regresión

Al generar un modelo de regresión, es posible también calcular el **intervalo de confianza del 100(1- α)% alrededor de la respuesta media para el valor de $x=x_0$** , es decir, el intervalo que limita la zona en la que podría ubicarse la curva resultante del modelo de regresión.

Ecuación 11-1

$$\hat{\mu}_{(Y|x_0)} - t_{\alpha/2, n-2} \sqrt{\hat{\sigma}^2 \left[\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}} \right]} \leq \mu_{(Y|x_0)} \leq \hat{\mu}_{(Y|x_0)} + t_{\alpha/2, n-2} \sqrt{\hat{\sigma}^2 \left[\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}} \right]}$$

con

Ecuación 11-2

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n}$$

Es bueno notar que el intervalo de confianza es una función de x_0 (siendo x_0 cualquier valor x que se pueda tomar a lo largo de la curva), esa es la razón por la que el ancho del intervalo es menor cuando x_0 y crece a medida que aumenta (Montgomery, y otros, 1996 pág. 500).

Por otro lado, también se puede calcular el **intervalo de predicción del 100(1- α)% para una observación futura y_0 en el valor x_0** . La razón por la que el intervalo de predicción es mayor que el de confianza es porque el primero incluye tanto el error del modelo ajustado, como el de las predicciones futuras (Montgomery, y otros, 1996 pág. 502).

Ecuación 11-3

$$\hat{y}_0 - t_{\alpha/2, n-2} \sqrt{\hat{\sigma}^2 \left[1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}} \right]} \leq y_0 \leq \hat{y}_0 + t_{\alpha/2, n-2} \sqrt{\hat{\sigma}^2 \left[1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}} \right]}$$

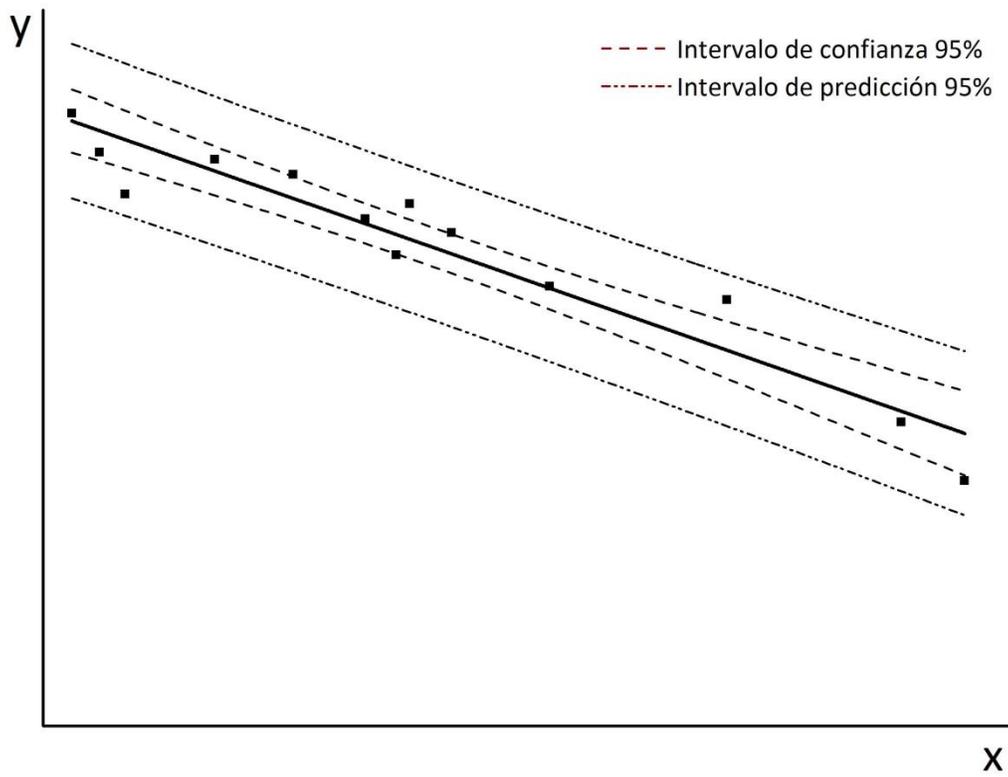


Figura 76 Ejemplo de un modelo de regresión lineal con sus correspondientes intervalos de confianza y predicción