



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

EL EXPERIMENTO DE
ELECCIÓN RETARDADA DE
WHEELER REVISITADO

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

F Í S I C O

P R E S E N T A:

EDGAR OMAR RODRÍGUEZ ROJAS

DIRECTOR DE TESIS:

DR. VÍCTOR MANUEL VELÁZQUEZ AGUILAR



2015

Ciudad Universitaria, D. F.



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Resumen

Esta tesis debe ser autocontenida.

Introduzco el tema mediante una explicación de carácter general del experimento pensado de elección retardada que originalmente propuso John Wheeler. Cabe mencionar que dicha idea fue publicada por primera ocasión por el físico alemán Karl Friedrich von Weizsäcker en el año de 1931 [1], mientras que la serie de experimentos de elección retardada se retomaron con el físico estadounidense John Wheeler en 1978.

Para la parte siguiente muestro la cuantización de un campo de radiación monomodal.

A fin de complementar las herramientas matemáticas, explico posteriormente el álgebra de los divisores de haz, donde realizo cálculos importantes para su futuro uso de dicho tema principal.

En la parte siguiente realizo el análisis de un artículo en donde se muestra una realización experimental del experimento de elección retardada, mostrando la importancia de la física experimental para la confirmación, en este caso, de experimentos “pensados”, y que a partir de este tipo de realizaciones experimentales pueden surgir herramientas que ayudan a aclarar o a mejorar el manejo de conceptos complejos, como lo es la *dualidad onda-partícula* y sobre todo el manejo de estados de *superposición*.

Más adelante, abordo el importante problema que ha tenido la Mecánica Cuántica sobre la *medición*. Desde la interpretación física, pasando por el uso de artefactos matemáticos, se trata de dar explicación a dicho problema, proponiendo a la *matriz de densidad* como principal artefacto para dar una descripción más general de los sistemas cuánticos.

En la siguiente parte discuto sobre los detectores cuánticos y los detectores clásicos, analizando su funcionamiento dando una explicación física, con sus debidas herramientas

matemáticas. Aplicando ésto al experimento pensado de Wheeler.

Posteriormente reproduje experimentalmente la interferencia de Hong-Ou-Mandel, ésto con el fin de relacionar y comparar los resultados obtenidos, con los del experimento de Wheeler.

Finalmente, plasmo una discusión y las conclusiones a las que llegué en este trabajo.

Índice general

Resumen	3
Índice general	5
I INTRODUCCIÓN	7
1. EL EXPERIMENTO PENSADO DE WHEELER	9
1.1. LEY SIN LEY	9
1.1.1. El divisor de Haz	9
1.1.2. El Experimento de Elección Retardada	11
1.1.3. “El Fenómeno”	11
1.1.4. Resultado Cuántico: ¿Gobernado por Variables Ocultas?	11
II CUANTIZACIÓN DEL CAMPO	13
2. CUANTIZACIÓN DEL CAMPO	15
2.1. Cuantización de un campo monomodal	15
2.2. Fluctuaciones cuánticas de un campo monomodal	22
2.3. Operadores de Cuadratura para un campo monomodal	24
III ÁLGEBRA DE LOS DIVISORES DE HAZ	26
3. ÁLGEBRA DE LOS DIVISORES DE HAZ	28
3.1. Introducción	28
3.2. El Divisor de Haz Cuántico	29
3.3. Interferencia Cuántica	30
3.4. Conclusiones	34

IV	REALIZACIONES EXPERIMENTALES	35
4.	REVISIÓN DE UN EXPERIMENTO RECIENTE	37
4.1.	Realización experimental del experimento pensado de elección retardada de Wheeler [12]	37
V	El enredamiento y la Medida	42
5.	PROPUESTA DE ZUREK SOBRE LA TRANSFERENCIA DE INFORMACION DE UN SISTEMA AL MEDIO AMBIENTE	44
VI	DETECTORES	53
6.	Propuesta sobre el Experimento de Elección Retardada de Wheeler	55
6.1.	Introducción	55
6.2.	El Experimento Pensado de Elección Retardada de Wheeler revisitado	55
7.	DETECTORES CLÁSICOS Y DETECTORES CUÁNTICOS	58
VII	PROPUESTA Y EXPERIMENTO	65
8.	INTERFERENCIA DE HONG-OU-MANDEL	67
VIII	DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES	74
9.	DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES	76
	Bibliografía	81
A.	APÉNDICE	83
A.1.	Expresión de los fotones	83
A.2.	Estados de entrada y estados de salida	83
A.3.	Probabilidades	84
A.4.	Detectores	85

Parte I

INTRODUCCIÓN

Cualquier persona que no luzca sorprendida por la Teoría Cuántica es que no la ha entendido.

– Niels Bohr

El que ha llegado tan lejos como para dejar de confundirse, ya ha dejado también de trabajar.

– Max Karl Ernst Ludwig Planck

Capítulo 1

EL EXPERIMENTO PENSADO DE WHEELER

1.1. LEY SIN LEY

Einstein trató de mostrar que la teoría cuántica – en el sentido de que lo que sucede depende de lo que el observador elija medir – es incompatible con cualquier idea razonable de la realidad. La respuesta de Bohr, brevemente resumida fue la siguiente: *Su concepto de realidad es demasiado limitado* [2].

1.1.1. El divisor de Haz

De todos los experimentos idealizados tomados por los dos amigos, en su esfuerzo para ganar concordancia, ninguno es más sencillo que el divisor de haz de la figura 1.1. La figura muestra un espejo semiplatedado mostrado en la parte inferior derecha, y enseguida los fotodetectores que hacen click conforme llegan los fotones, en ese caso el contador adyacente no registra nada. Esto es evidencia de que existe interferencia entre los haces $4a$ y $4b$; o, en lenguaje de los fotones, es evidencia de que cada cuanto de luz ha llegado por ambas trayectorias, A **y** B. En dichos experimentos, Einstein originalmente argumentó que no es razonable para un fotón individual, trasladarse de manera simultánea por ambas trayectorias. Se quita el espejo semiplatedado, como se muestra en la parte inferior izquierda, y uno encontrará que se apaga un contador, o el otro. Por tanto el fotón se ha movido siguiendo solo *una* trayectoria. El fotón viaja solo por una trayectoria, pero éste también viaja por ambas trayectorias, éste se desplaza por ambas trayectorias pero sólo sigue *una* trayectoria. ¡Absurdo! ¡Es obvio que la teoría cuántica es inconsistente!

Bohr hizo hincapié en que no hay inconsistencia. Estamos tratando con dos experimentos distintos. Uno es el que no tiene el espejo semiplateado y nos indica la trayectoria. El otro, que tiene el espejo semiplateado, nos proporciona la evidencia de que el fotón ha viajado por ambas trayectorias. Pero es imposible realizar ambos experimentos al mismo tiempo. Uno puede observar una característica de la naturaleza, o su característica complementaria pero no ambas características simultáneamente. Lo que elijamos medir tiene una irreparable consecuencia con lo que encontraremos.

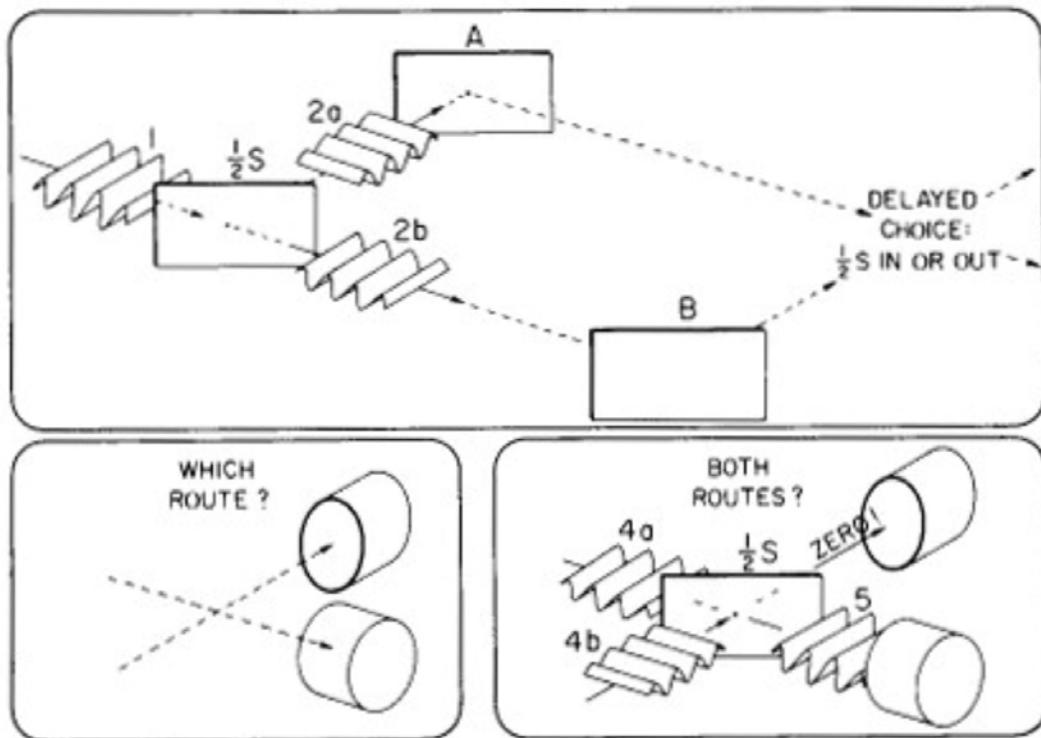


Figura 1.1 El divisor de haz (parte superior) y su uso en un experimento de elección retardada (parte inferior). Una onda electromagnética incide en 1 y se encuentra con el espejo semiplateado marcado como $\frac{1}{2}S$, el cual divide a la onda en dos haces, 2a y 2b, de igual intensidad y son reflejadas por los espejos A y B a un punto en el que se cruzan, en la parte derecha. Los contadores (en la parte inferior izquierda) son posicionados después de que hayan cruzado los haces, indicándonos por cuál trayectoria ha llegado el fotón. En el arreglo alternativo (parte inferior derecha), se coloca un espejo semiplateado en el punto del cruce. De un lado, se llevan a los haces 4a y 4b a interferir destructivamente, así que el contador localizado en ese lado nunca registra nada. En el otro lado, los haces son llevados a interferir constructivamente para reconstituir un haz, numerado 5, idéntico al original, haz 1. Cada fotón que incide en 1 se detecta en alguno de los contadores, en el caso idealizado de tener espejos perfectos y 100% de eficiencia en los detectores. En un

arreglo (parte inferior derecha), tenemos la evidencia de que el fotón incidente viajó por ambas trayectorias. En la nueva versión de “elección retardada”, uno decide si pone o quita el espejo semiplateado en el último instante. Así, se decide si el fotón “debe viajar por una trayectoria, o por ambas” después de que éste “haya terminado su trayecto”.

1.1.2. El Experimento de Elección Retardada

Con respecto a la elección retardada, nos referimos a que nosotros tomamos la decisión de poner el espejo semiplateado final, o de quitarlo en el último picosegundo, antes de que el fotón ha terminado su trayecto. En este sentido, tenemos una extraña inversión del orden normal del tiempo. Al quitar o dejar el espejo tenemos un efecto inevitable en lo que tenemos derecho a decir sobre la historia *ya* pasada de ese fotón.

1.1.3. “El Fenómeno”

La idea de que lo observado dependiera del arreglo experimental hizo infeliz a Einstein. Él tenía conflicto con la visión de que el Universo existiera “allá afuera” independiente de todos los actos de observación. En contraste Bohr subrayó que aquí nos encontramos con una inevitable nueva característica de la naturaleza. El punto de Bohr en palabras actuales es: “Ningún fenómeno elemental es un fenómeno hasta que es un fenómeno registrado (observado)”. Es incorrecto hablar de la “trayectoria” del fotón en el experimento del divisor de haz. Es incorrecto atribuirle tangibilidad al fotón en toda su trayectoria desde el punto donde incide hasta el último instante de su vuelo. Un fenómeno aún no es un fenómeno hasta que es llevado a un acto irreversible de amplificación, tal como la detección en un fotodetector. En términos más amplios, encontramos que la naturaleza a nivel cuántico no es una máquina que funciona por su cuenta. En lugar de eso, la respuesta que tenemos depende de la pregunta que hagamos del experimento que realicemos, del dispositivo de medición que elijamos. Estamos ineludiblemente involucrados en lograr el entendimiento de lo que parece estar sucediendo.

1.1.4. Resultado Cuántico: ¿Gobernado por Variables Ocultas?

¿Existirá alguna maquinaria que nos muestre el funcionamiento del mundo, la cual pueda uno descubrir para asegurar una indicación de avance en el resultado?, ¿algún determinador secreto, algunas “variables ocultas”? Cada intento, teórico o experimental, para defender tal hipótesis ha sido fulminado. No se ha encontrado jamás la más mínima evidencia de que se arrojen dudas en el campo, la predicción directa de la mecánica cuántica, la predicción de

que la predicción no es posible. ¿Probabilidad? Sí. ¿Un pronóstico definitivo? No. Einstein no estaba feliz en que “Dios jugara a los dados”; pero por eso Bohr le dijo en broma, “Einstein, deja de decirle a Dios qué debe hacer”.

Parte II

CUANTIZACIÓN DEL CAMPO

Las ideas no son responsables de lo que los hombres hacen de ellas.

– Werner Karl Heisenberg

Einstein me dijo una vez: “El hecho de que puedas observar una cosa o no, depende de la teoría que uses. Es la teoría la que decide lo que puede ser observado”.

– Werner Karl Heisenberg

Capítulo 2

CUANTIZACIÓN DEL CAMPO

En este capítulo presento una discusión sobre la cuantización del campo electromagnético y discuto algunas de sus propiedades con atención particular a la interpretación del fotón como una excitación elemental de un modo normal del campo [3]. Empiezo con el caso de un campo monomodal confinado por paredes conductoras en una cavidad unidimensional, y luego generalizo a campos multimodales en el espacio libre.

2.1. Cuantización de un campo monomodal

Empiezo con el caso bastante simple pero muy importante, de un campo de radiación confinado a una cavidad unidimensional a lo largo del eje z con paredes perfectamente conductoras en $z = 0$ y $z = L$, como se muestra en la figura 2.1.

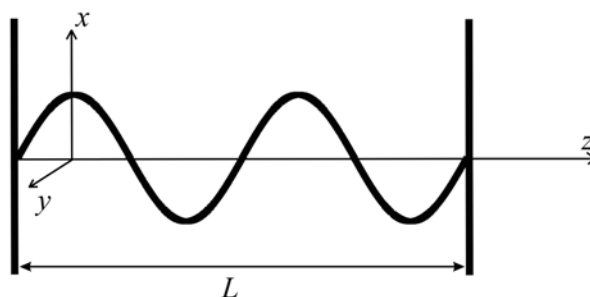


Figura 2.1 Cavidad con paredes perfectamente conductoras, localizadas en $z=0$ y $z=L$. El campo eléctrico es polarizado a lo largo de la dirección x .

El campo eléctrico debe desaparecer en las fronteras y tomará la forma de una onda estacionaria. Supongo que no hay fuentes de radiación, *i.e.* no hay corrientes o cargas ni

algún medio dieléctrico en la cavidad. El campo se supone que está polarizado a lo largo de la dirección x , $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{e}_x E_x(z, t)$, donde \mathbf{e}_x es un vector unitario de polarización. Las ecuaciones de Maxwell, en el SI (Sistema Internacional) de unidades, en su forma diferencial, en el vacío, son:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (\text{Ley de Gauss}) \quad (2.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (\text{No existencia de monopolos magneticos}) \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{Ley de Faraday - Lenz}) \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (\text{Ley de Ampere - Maxwell}) \quad (2.4)$$

Un campo monomodal que satisface las ecuaciones de Maxwell y las condiciones de frontera está dado por:

$$E_x(z, t) = \left(\frac{2 \omega^2}{V \epsilon_0} \right)^{1/2} q(t) \text{sen}(kz) \quad (2.5)$$

donde ω es la frecuencia del modo y k es el número de onda relacionado a la frecuencia de acuerdo con $k = \omega/c$. La condición de frontera en $z = L$ ofrece las frecuencias permitidas $\omega_m = c(m\pi/L)$, $m = 1, 2, \dots$. Supongo que ω , en la ecuación (2.5), es una de estas frecuencias e ignoro al resto por ahora. V en la ecuación (2.5) es el volumen efectivo de la cavidad y $q(t)$ es un factor dependiente del tiempo que tiene dimensión de longitud. El campo magnético dentro de la cavidad, de las ecuaciones (2.5) y (2.2), es $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{e}_y B_y(z, t)$, donde:

$$B_y(z, t) = \left(\frac{\mu_0 \epsilon_0}{k} \right) \left(\frac{2 \omega^2}{V \epsilon_0} \right)^{1/2} \dot{q}(t) \text{cos}(kz) \quad (2.6)$$

Aquí, $\dot{q}(t)$ jugará el papel de un momento canónico para una "partícula" de masa unitaria, *i.e.* $p(t) = \dot{q}(t)$.

La energía del campo clásica, o *Hamiltoniano* H , del campo monomodal está dado por:

$$\begin{aligned}
H &= \frac{1}{2} \int dV \left[\varepsilon_0 \mathbf{E}^2(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B}^2(\mathbf{r}, t) \right] \\
&= \frac{1}{2} \int dV \left[\varepsilon_0 E_x^2(z, t) + \frac{1}{\mu_0} B_y^2(z, t) \right]
\end{aligned} \tag{2.7}$$

De las ecuaciones (2.5) y (2.6) es sencillo mostrar que:

$$H = \frac{1}{2}(p^2 + \omega^2 q^2) \tag{2.8}$$

a partir de la cual es evidente que un campo monomodal es formalmente equivalente a un oscilador armónico de masa unitaria, donde los campos eléctrico y magnético, a parte de algunos factores de escala, juegan los papeles de posición y momento canónicos, respectivamente.

Para ver ésto muchas veces se discute la cuantización del oscilador armónico unidimensional pero aquí uso el enfoque de que habiendo identificado las variables canónicas q y p para el sistema clásico, simplemente uso la regla de correspondencia de reemplazarlas por sus operadores equivalentes \hat{q} y \hat{p} , donde los operadores serán distinguidos de los c -números por el símbolo superior “ $\hat{}$ ”. Estos operadores deben satisfacer la relación canónica de conmutación (o conmutador):

$$[\hat{q}, \hat{p}] = i \hbar \hat{I} \tag{2.9}$$

De aquí en adelante omito la escritura del operador identidad \hat{I} , teniendo entonces: $[\hat{q}, \hat{p}] = i \hbar$. Entonces, los campos eléctrico y magnético del monomodo se convierten en los operadores:

$$\hat{E}_x(z, t) = \left(\frac{2 \omega^2}{V \varepsilon_0} \right)^{1/2} \hat{q}(t) \text{sen}(kz) \tag{2.10}$$

y

$$\hat{B}_y(z, t) = \left(\frac{\mu_0 \varepsilon_0}{k} \right) \left(\frac{2 \omega^2}{V \varepsilon_0} \right)^{1/2} \hat{p}(t) \text{cos}(kz) \tag{2.11}$$

respectivamente. El Hamiltoniano se convierte en:

$$\hat{H} = \frac{1}{2}(\hat{p}^2 + \omega^2 \hat{q}^2) \tag{2.12}$$

Los operadores \hat{q} y \hat{p} son *Hermitianos* (o Hermíticos) y, por lo tanto, corresponden a cantidades observables. Sin embargo, es conveniente introducir los operadores no Hermitianos (y por tanto no observables) de *creación* (\hat{a}^\dagger) y *aniquilación* (\hat{a}) de la siguiente manera:

$$\hat{a} = (2\hbar\omega)^{-1/2} (\omega\hat{q} + i\hat{p}) \quad (2.13)$$

$$\hat{a}^\dagger = (2\hbar\omega)^{-1/2} (\omega\hat{q} - i\hat{p}) \quad (2.14)$$

Entonces, reescribiendo los operadores de campos eléctrico y magnético tengo que:

$$\hat{E}_x(z, t) = \mathcal{E}_0(\hat{a} + \hat{a}^\dagger)\text{sen}(kz) \quad (2.15)$$

$$\hat{B}_y(z, t) = \mathcal{B}_0 \frac{1}{i}(\hat{a} - \hat{a}^\dagger)\text{cos}(kz) \quad (2.16)$$

donde $\mathcal{E}_0 = (\hbar\omega/\varepsilon_0V)^{1/2}$ y $\mathcal{B}_0 = (\mu_0/k)(\varepsilon_0\hbar\omega^3/V)^{1/2}$ representan los campos eléctrico y magnético “*por cada fotón*”, respectivamente. Estas amplitudes son medidas útiles de las fluctuaciones del campo cuantizado. Los operadores \hat{a} y \hat{a}^\dagger satisfacen la relación de conmutación siguiente:

$$[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1 \quad (2.17)$$

y, como resultado, el operador Hamiltoniano queda escrito en términos de los operadores de creación y aniquilación como sigue:

$$\hat{H} = \hbar\omega \left(\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2} \right) \quad (2.18)$$

Hasta ahora, no he dicho nada de la dependencia respecto del tiempo de los operadores \hat{a} y \hat{a}^\dagger . Para un operador arbitrario \hat{O} que no dependa explícitamente del tiempo, la ecuación de Heisenberg me dice que:

$$\frac{d\hat{O}}{dt} = \frac{i}{\hbar}[\hat{H}, \hat{O}] \quad (2.19)$$

Lo cual, aplicado al operador de aniquilación \hat{a} , me da como resultado:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\hat{a}}{dt} &= \frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{a}] \\
 &= \frac{i}{\hbar} \left[\hbar\omega \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right), \hat{a} \right] \\
 &= i\omega (\hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{a} - \hat{a} \hat{a}^\dagger \hat{a}) \\
 &= i\omega [\hat{a}, \hat{a}^\dagger] \hat{a} = -i\omega \hat{a}
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

la cual tiene la siguiente solución:

$$\hat{a}(t) = \hat{a}(0) e^{-i\omega t} \tag{2.21}$$

Por el mismo método, o simplemente tomando el conjugado de la ecuación (2.21), tengo que:

$$\hat{a}^\dagger = \hat{a}^\dagger(0) e^{i\omega t} \tag{2.22}$$

Una forma alternativa de obtener estas soluciones es escribir la solución formal de la ecuación (2.19) en la forma:

$$\hat{O}(t) = e^{i\hat{H}t/\hbar} \hat{O}(0) e^{-i\hat{H}t/\hbar} \tag{2.23}$$

y después usar el Lema de *Baker-Hausdorff* [4] para obtener:

$$\begin{aligned}
 \hat{O}(t) &= \hat{O}(0) + \frac{it}{\hbar} [\hat{H}, \hat{O}(0)] \\
 &\quad + \frac{1}{2!} \left(\frac{it}{\hbar} \right)^2 [\hat{H}, [\hat{H}, \hat{O}(0)]] + \dots \\
 &\quad + \frac{1}{n!} \left(\frac{it}{\hbar} \right)^n [\hat{H}, [\hat{H}, [\hat{H}, \dots [\hat{H}, \hat{O}(0)]]]] + \dots
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

Aplicando esto al operador \hat{a} tengo:

$$\begin{aligned}\hat{a}(t) &= \hat{a}(0) \left[1 - i\omega t - \frac{\omega^2 t^2}{2!} + i\frac{\omega^3 t^3}{3!} + \dots \right] \\ &= \hat{a}(0) e^{-i\omega t}\end{aligned}\tag{2.25}$$

El producto de los operadores $\hat{a}^\dagger \hat{a}$ tiene un significado especial y es llamado *operador número*, el cual denoto como \hat{n} . El *ket* $|n\rangle$ denota un eigenestado de la energía del campo monomodal, con eigenvalores de energía E_n , tales que:

$$\hat{H}|n\rangle = \hbar\omega \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right) |n\rangle = E_n |n\rangle\tag{2.26}$$

Si multiplico la ecuación (2.26) por \hat{a}^\dagger entonces puedo generar una nueva ecuación de eigenvalores:

$$\hbar\omega \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{a} + \frac{1}{2} \hat{a}^\dagger \right) |n\rangle = E_n \hat{a}^\dagger |n\rangle\tag{2.27}$$

Usando el conmutador, ecuación (2.17), puedo reescribir lo anterior como:

$$\hbar\omega \left[(\hat{a}^\dagger \hat{a} - \hat{a}^\dagger) + \frac{1}{2} \hat{a} \right] |n\rangle = E_n \hat{a}^\dagger |n\rangle\tag{2.28}$$

o

$$\hbar\omega \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right) (\hat{a}^\dagger |n\rangle) = (E_n + \hbar\omega) (\hat{a}^\dagger |n\rangle)\tag{2.29}$$

lo cual es el problema de eigenvalores para el eigenestado $(\hat{a}^\dagger |n\rangle)$ con el eigenvalor de energía $E_n + \hbar\omega$. Ahora debe ser claro por qué \hat{a}^\dagger es llamado el operador de creación: éste **crea** un “cuanto” de energía $\hbar\omega$. También se podría decir que un “fotón” de energía $\hbar\omega$ es creado por \hat{a}^\dagger . Similarmente, si multiplico la ecuación (2.26) por el operador \hat{a} y uso el conmutador, ecuación (2.17), obtengo:

$$\hat{H}(\hat{a}|n\rangle) = (E_n - \hbar\omega)(\hat{a}|n\rangle)\tag{2.30}$$

de donde es evidente que el operador \hat{a} destruye o aniquila un cuanto de energía o un fotón, el eigenestado $(\hat{a}|n\rangle)$ tiene el eigenvalor de energía $E_n - \hbar\omega$. Evidentemente, repitiendo el procedimiento en la ecuación (2.30) obtendré como resultado la disminución del eigenvalor de energía mediante múltiplos enteros de $\hbar\omega$. Pero la energía del oscilador armónico siempre debe ser positiva, entonces debe existir un mínimo eigenvalor de energía, $E_0 > 0$, con su

correspondiente eigenestado $|0\rangle$ tal que:

$$\hat{H}(\hat{a}|0\rangle) = (E_0 - \hbar\omega)(\hat{a}|0\rangle) = 0 \quad (2.31)$$

por que:

$$\hat{a}|0\rangle = 0 \quad (2.32)$$

Por tanto, el problema de eigenvalores para el estado base del oscilador armónico es:

$$\hat{H}|0\rangle = \hbar\omega \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right) |0\rangle = \frac{1}{2} \hbar\omega |0\rangle \quad (2.33)$$

entonces el valor más bajo para el eigenvalor de energía es la llamada *energía del punto cero*, cuyo valor es $\hbar\omega/2$. Ya que $E_{n+1} = E_n + \hbar\omega$, los eigenvalores de la energía son:

$$E_n = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.34)$$

(Estos niveles de energía se encuentran graficados, para el potencial del oscilador armónico, en la figura 2.2.)

Por tanto, para el operador número $\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$ tengo que:

$$\hat{n}|n\rangle = n|n\rangle \quad (2.35)$$

Estos estados número deben ser normalizados de acuerdo a $\langle n|n\rangle = 1$. Para el estado $\hat{a}|n\rangle$ tengo:

$$\hat{a}|n\rangle = c_n|n-1\rangle \quad (2.36)$$

donde c_n es una constante a ser determinada.

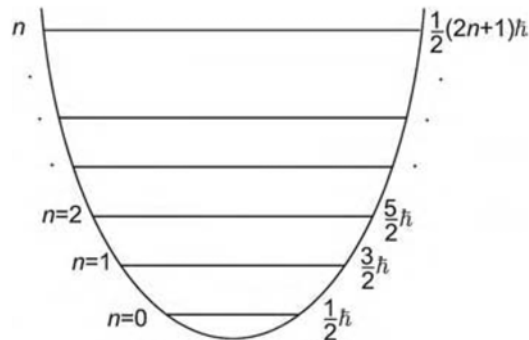


Figura 2.2 Niveles de energía del oscilador armónico de frecuencia ω .

Entonces el producto interior de $\hat{a}|n\rangle$ consigo mismo es:

$$\begin{aligned} \langle n|\hat{a}^\dagger(\hat{a}|n\rangle) &= \langle n|\hat{a}^\dagger\hat{a}|n\rangle = n \\ &= \langle n-1|c_n^*c_n|n-1\rangle = |c_n^2| \end{aligned} \quad (2.37)$$

y por tanto $|c_n^2| = n$, entonces puedo tomar $c_n = \sqrt{n}$. Así:

$$\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n} |n-1\rangle \quad (2.38)$$

De la misma manera llego a que:

$$\hat{a}^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1} |n+1\rangle \quad (2.39)$$

De este último resultado veo que los estados de número $|n\rangle$ pueden ser generados desde el estado base $|0\rangle$ mediante la acción repetida del operador de creación \hat{a} :

$$|n\rangle = \frac{(\hat{a}^\dagger)^n}{\sqrt{n!}} |0\rangle \quad (2.40)$$

Debido a que los operadores \hat{H} y \hat{n} son Hermitianos, los estados con número distinto son ortogonales, *i.e.* $\langle n'|n\rangle = \delta_{nn'}$ y además, los estados de número forman un conjunto completo, *i.e.*

$$\sum_{n=0}^{\infty} |n\rangle\langle n| = 1 \quad (2.41)$$

Los únicos elementos de matriz del operador de aniquilación que no son nulos son:

$$\langle n-1|\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}\langle n-1|n-1\rangle = \sqrt{n} \quad (2.42)$$

y del operador de creación son:

$$\langle n+1|\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n+1}\langle n+1|n+1\rangle = \sqrt{n+1} \quad (2.43)$$

2.2. Fluctuaciones cuánticas de un campo monomodal

El estado de número $|n\rangle$ es un estado con energía bien definida pero no es un estado con campo eléctrico bien definido ya que:

$$\langle n | \hat{E}_x(z, t) | n \rangle = \mathcal{E}_0 \text{sen}(kz) [\langle n | \hat{a} | n \rangle + \langle n | \hat{a}^\dagger | n \rangle] = 0 \quad (2.44)$$

i.e. la media del campo es **cero**. Pero la media del cuadrado de este campo, la cual contribuye a la densidad de energía, **no es cero**:

$$\begin{aligned} \langle n | \hat{E}_x^2(z, t) | n \rangle &= \mathcal{E}_0^2 \text{sen}^2(kz) \langle n | (\hat{a}^\dagger)^2 + \hat{a}^2 + \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hat{a} \hat{a}^\dagger | n \rangle \\ &= \mathcal{E}_0^2 \text{sen}^2(kz) \langle n | (\hat{a}^\dagger)^2 + \hat{a}^2 + 2\hat{a}^\dagger \hat{a} + 1 | n \rangle \\ &= 2 \mathcal{E}_0^2 \text{sen}^2(kz) \left(n + \frac{1}{2} \right) \end{aligned} \quad (2.45)$$

Las fluctuaciones dentro del campo eléctrico pueden ser caracterizadas por la varianza:

$$\langle (\Delta \hat{E}_x(z, t))^2 \rangle = \langle \hat{E}_x^2(z, t) \rangle - \langle \hat{E}_x(z, t) \rangle^2 \quad (2.46)$$

o por la desviación estándar $\Delta E_x = \langle (\Delta E_x(z, t))^2 \rangle^{1/2}$, la cual a veces es referida como la incertidumbre del campo. Para el estado de número $|n\rangle$ tengo:

$$\Delta E_x = \sqrt{2\mathcal{E}_0} \text{sen}(kz) \left(n + \frac{1}{2} \right)^{1/2} \quad (2.47)$$

Hay que notar que incluso cuando $n = 0$, el campo tiene fluctuaciones, también llamadas *fluctuaciones del vacío*. Ahora, los estados número $|n\rangle$ representarán un estado del campo, conteniendo n fotones. Sin embargo, como hemos visto, el promedio del campo es cero. Todo esto está en concordancia con el principio de incertidumbre por que el operador número \hat{n} no conmuta con el campo eléctrico:

$$[\hat{n}, \hat{E}_x] = \mathcal{E}_0 \text{sen}(kz) (\hat{a}^\dagger - \hat{a}) \quad (2.48)$$

Por tanto \hat{n} y \hat{E}_x son cantidades complementarias para las cuales sus respectivas incertidumbres me dan la desigualdad¹:

$$\Delta n \Delta E_x \geq \frac{1}{2} \mathcal{E}_0 |\text{sen}(kz)| |\langle \hat{a}^\dagger - \hat{a} \rangle| \quad (2.49)$$

Para un estado número $|n\rangle$, el lado derecho de la desigualdad desaparece pero $\Delta n = 0$ también. Si el campo fuera conocido de manera precisa entonces el número de fotones sería incierto. Aquí hay una conexión a la noción de la fase del campo eléctrico. En la Física Clásica, la amplitud y fase de un campo pueden ser bien definidas de manera simultánea.

¹Recordar que para operadores \hat{A} y \hat{B} que satisfacen $[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{C}$, $\Delta \hat{A} \Delta \hat{B} \geq \frac{1}{2} |\langle \hat{C} \rangle|$.

Esto no es así en Mecánica Cuántica. Tomo un punto de vista para el cual la fase es, en cierto sentido, complementaria al número, más en la forma en que el tiempo es complementario a la energía. En analogía con la relación de incertidumbre entre el tiempo y la energía, debe haber una relación de incertidumbre entre el número y la fase, de la forma:

$$\Delta n \Delta \phi \geq 1 \quad (2.50)$$

De lo anterior uno podría argumentar que para una fase bien definida (conocida con precisión) el número de fotones es incierto y, de hecho, la fase es distribuida de manera aleatoria en el intervalo $0 < \phi < 2\pi$.

2.3. Operadores de Cuadratura para un campo modal

Cuando incluyo explícitamente la dependencia temporal en el operador de campo eléctrico, tengo que:

$$\hat{E}_x = \mathcal{E}_0(\hat{a}e^{-i\omega t} + \hat{a}^\dagger e^{i\omega t})\text{sen}(kz) \quad (2.51)$$

donde $\hat{a}(0) \equiv \hat{a}$ y $\hat{a}^\dagger(0) \equiv \hat{a}^\dagger$. Entonces ahora introduzco los *operadores de cuadratura*:

$$\hat{X}_1 = \frac{1}{2}(\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \quad (2.52)$$

$$\hat{X}_2 = \frac{1}{2i}(\hat{a} - \hat{a}^\dagger) \quad (2.53)$$

y reescribiendo el operador de campo eléctrico en términos de estos operadores de cuadratura obtengo:

$$\hat{E}_x(t) = 2\mathcal{E}_0\text{sen}(kz)[\hat{X}_1\cos(\omega t) + \hat{X}_2\text{sen}(\omega t)] \quad (2.54)$$

Es evidente que \hat{X}_1 y \hat{X}_2 están asociados con las amplitudes del campo, las cuales difieren una de la otra por 90° (y por tanto están en cuadratura). Hay que notar que \hat{X}_1 y \hat{X}_2 son los operadores de posición y momento que se obtienen de las ecuaciones (2.13) y (2.14), pero están escalados para hacerlos adimensionales. Estos operadores satisfacen la regla de conmutación siguiente:

$$[\hat{X}_1, \hat{X}_2] = \frac{i}{2} \quad (2.55)$$

de lo cual se sigue que:

$$\langle (\Delta \hat{X}_1)^2 \rangle \langle (\Delta \hat{X}_2)^2 \rangle \geq \frac{1}{16} \quad (2.56)$$

Para los estados de número sucede que $\langle n | \hat{X}_1 | n \rangle = 0 = \langle n | \hat{X}_2 | n \rangle$, pero:

$$\begin{aligned} \langle n | \hat{X}_1^2 | n \rangle &= \frac{1}{4} \langle n | \hat{a}^2 + (\hat{a}^\dagger)^2 + \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hat{a} \hat{a}^\dagger | n \rangle \\ &= \frac{1}{4} \langle n | \hat{a}^2 + \hat{a}^\dagger 2 + 2\hat{a}^\dagger \hat{a} + 1 | n \rangle \\ &= \frac{1}{4} (2n + 1) \end{aligned} \quad (2.57)$$

y de forma análoga obtengo:

$$\langle n | \hat{X}_2^2 | n \rangle = \frac{1}{4} (2n + 1) \quad (2.58)$$

Por tanto, para un estado de número las incertidumbres en ambas cuadraturas son las mismas, y, además, el estado de vacío ($n = 0$) minimiza el producto de las incertidumbres ya que:

$$\langle (\Delta \hat{X}_1)^2 \rangle_{vac} = \frac{1}{4} = \langle (\Delta \hat{X}_2)^2 \rangle_{vac} \quad (2.59)$$

De forma concluyente puedo decir que los “*cuantos*” de la cavidad del campo monomodal son las excitaciones de la energía, que vienen en paquetes discretos de cantidad $\hbar\omega$. Estos cuantos, mundialmente llamados fotones, son partículas no localizadas, o mejor dicho, están extendidas a lo largo de todo el volumen del modo.

Parte III

ÁLGEBRA DE LOS DIVISORES DE
HAZ

Hay que tener la mente abierta. Pero no tanto como para que se te caiga el cerebro al suelo.

– Richard Feynman

Para las personas creyentes, Dios está al principio. Para los científicos, está al final de todas sus reflexiones.

– Max Karl Ernst Ludwig Planck

Capítulo 3

ÁLGEBRA DE LOS DIVISORES DE HAZ

En la óptica cuántica existen dos conceptos fundamentales muy útiles para la explicación de experimentos en mecánica cuántica, el *divisor de haz cuántico* y el *interferómetro cuántico*, en términos de dos funciones de onda de estados cuánticos [5]. Ambos se manipulan mediante un método que es consistente con el concepto de *enredamiento*, y por tanto el álgebra necesitada para describir estos conceptos se reduce a sumas y productos de las componentes de los estados cuánticos. Además, bajo las premisas de este método, es posible estudiar estados cuánticos de mayor complejidad, como aquellos que surgen de la suma y el producto de estados de fotones individuales.

3.1. Introducción

La situación que se experimenta en las aulas, a nivel licenciatura, es el problema en el entendimiento del papel que juegan los estados *vacíos* para describir algunos conceptos y experimentos cuánticos como el efecto Cassimir, el desplazamiento Lamb, ortonormalidad de estados cuánticos coherentes y, ruido y distorsión del vacío, por mencionar algunos. En la mayoría de textos usados para cursos introductorios en óptica cuántica [6], a los estudiantes se les familiariza con conceptos como divisor de haz cuántico e interferómetro cuántico mediante el uso del estado del vacío $|0\rangle$. La razón detrás de esto es que el álgebra de operadores de escalera no conserva las propiedades usuales, en otras palabras, la transformación matemática impuesta por el divisor de haz no es unitaria, y, por lo tanto, es necesario introducir el estado extra que permite conservar la transformación.

En este capítulo se describe y se discute la interacción entre fotones individuales y medios lineales, tal como el divisor de haz, basado exclusivamente en sencillas operaciones algebraicas como sumas y multiplicaciones de las componentes cuánticas de estados de fotones individuales, sin la necesidad de usar operadores de creación y aniquilación, pero siguiendo un riguroso análisis matemático [6, 7].

3.2. El Divisor de Haz Cuántico

En esta sección se describe el divisor de haz cuántico en términos de dos componentes cuánticas.

Para desarrollar cierta intuición de nuestro método comenzamos por estudiar el caso de dos estados cuánticos que pasan através de un divisor de haz. Cuando un fotón pasa através de un divisor de haz su salida (ver figura 3.2.1) puede ser descrita de la siguiente manera:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\psi^T\rangle + |\psi^R\rangle) \quad (3.1)$$

donde T y R indican la componente transmitida y reflejada, respectivamente, las cuales son suficientes para denotar la dirección de cada salida posible.

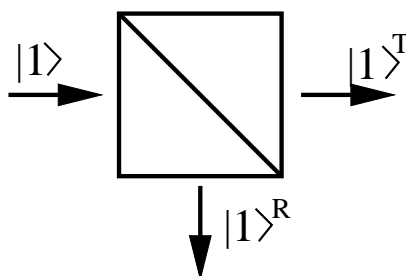


Figura 3.2.1 Componentes de un fotón individual que pasa através de un divisor de haz 50:50.

De la figura anterior vemos que la probabilidad de que el fotón sea transmitido o reflejado es de 50%. La ecuación (3.1) se puede reescribir en términos del fotón individual incidente $|\Psi\rangle_e = |1\rangle$ como:

$$|\Psi\rangle_e = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1\rangle + i|1\rangle) \quad (3.2)$$

donde $i = \sqrt{-1}$ indica el cambio de fase debido a la reflexión y el subíndice e denota al fotón de entrada. Este es el caso con dos trayectorias donde cada una tiene asociada una

amplitud de probabilidad, cuyas implicaciones están bien discutidas en otros trabajos, por ejemplo en los de Feynman [8]. Para mayor comodidad diremos que el estado $|\Psi\rangle_e$ es un *estado onda*, y lo usaremos para identificar la combinación lineal de estados. Basta con decir que si ponemos un detector en cualquiera de las trayectorias de salida observaríamos una anticorrelación [9, 10], lo cual significa que el fotón incidente será reflejado o transmitido, pero no ambos.

3.3. Interferencia Cuántica

Para analizar el caso de la interferencia con fotones individuales consideramos un interferómetro Mach-Zehnder, ver figura 3.3.1, donde se ha agregado un control de fase θ para marcar la trayectoria del fotón a lo largo del brazo T . En esta configuración en particular hay dos divisores de haz que pueden ser descritos, cada uno, mediante la ecuación (3.2). Por tanto, la salida del segundo divisor de haz $|\Psi\rangle_s$ puede ser escrita de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle_s &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\frac{e^{i\theta}}{\sqrt{2}} |\Psi\rangle_e^T + \frac{i}{\sqrt{2}} |\Psi\rangle_e^R \right] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\frac{e^{i\theta}}{\sqrt{2}} (|1\rangle_t^T + i|1\rangle_r^T) + \frac{i}{\sqrt{2}} (|1\rangle_t^R + i|1\rangle_r^R) \right] \end{aligned} \quad (3.3)$$

donde los índices t y r denotan las componentes transmitida y reflejada, respectivamente, del segundo divisor de haz.

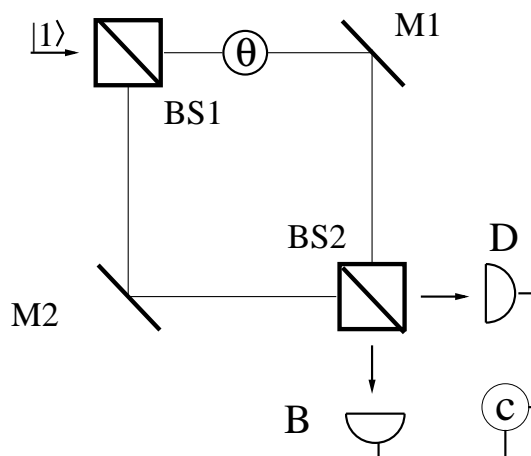


Figura 3.3.1 Diagrama del interferómetro Mach-Zehnder. El estado de fotón individual $|1\rangle$ incide en el primer divisor de haz, BS1 por su significado en inglés. El estado que sale,

$|\Psi\rangle_e$, incide en un segundo divisor de haz, BS2. El estado que sale, $|\Psi\rangle_s$, es analizado y correlacionado por D , B y C . $M1$ y $M2$ son los espejos.

Reordenando los términos de la ecuación (3.3) podemos definir dos funciones de onda, la reflejada $|D\rangle$, y la transmitida $|B\rangle$:

$$|\Psi\rangle_B = \frac{1}{2} (e^{i\theta}|1\rangle_t^T - |1\rangle_r^R) = \frac{1}{2} (e^{i\theta} - 1) |1\rangle_B \quad (3.4)$$

$$|\Psi\rangle_D = \frac{i}{2} (e^{i\theta}|1\rangle_r^T + |1\rangle_t^R) = \frac{i}{2} (e^{i\theta} + 1) |1\rangle_D \quad (3.5)$$

Así, la probabilidad de que el fotón tome cualquiera de las salidas B o D , está dada por:

$$P_B = \left| \frac{1}{2} (e^{i\theta} - 1) \right|^2 = \frac{1}{2} (1 - \cos(\theta)) \quad (3.6)$$

$$P_D = \left| \frac{i}{2} (e^{i\theta} + 1) \right|^2 = \frac{1}{2} (1 + \cos(\theta)) \quad (3.7)$$

Ahora, estudiamos más de cerca al segundo divisor de haz. En este caso, dos estados inciden en el divisor de haz, cada uno en cada entrada. Sin pérdida de generalidad podemos suponer que estos dos estados entrantes son fotones individuales, como se ilustra en la figura 3.3.2.

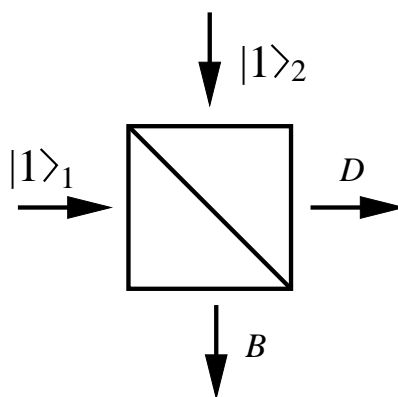


Figura 3.3.2 Dos fotones idénticos que inciden en cada una de las entradas del divisor de haz. Los distinguimos mediante la etiqueta 1 y 2, respectivamente.

Suponiendo que ambos estados llegan simultáneamente al divisor de haz, podemos escribir los estados de salida como el producto de dos estados, descritos en la ecuación (3.8):

$$|\Psi\rangle_s = \frac{1}{2} (|1\rangle^{T_1} + i|1\rangle^{R_1}) (|1\rangle^{T_2} + i|1\rangle^{R_2}) \quad (3.8)$$

expandiendo el producto obtenemos:

$$|\Psi\rangle_s = \frac{1}{2} (|1\rangle^{T_1}|1\rangle^{T_2} + i|1\rangle^{T_1}|1\rangle^{R_2} + i|1\rangle^{R_1}|1\rangle^{T_2} - |1\rangle^{R_1}|1\rangle^{R_2}) \quad (3.9)$$

Pero como el primer y el cuarto término son indistinguibles, la ecuación se reduce a:

$$|\Psi\rangle_s = \frac{i}{2} (|1\rangle^{T_1}|1\rangle^{R_2} + |1\rangle^{R_1}|1\rangle^{T_2}) \quad (3.10)$$

y escribiéndola en términos de las direcciones de propagación B y D , y recordando que los estados de fotones individuales son indistinguibles, las ecuaciones anteriores se reducen a:

$$|\Psi\rangle_s = \frac{i}{2} (|2\rangle_B + |2\rangle_D) \quad (3.11)$$

la cual, si se interpreta de la misma manera que la ecuación (3.2), implicaría que el estado descrito por la ecuación (3.11) se refiere al caso donde dos fotones salen por cualquiera de los lados B o D con una probabilidad de 50%. Sin embargo, si calculamos la probabilidad de tener el par de fotones excitados a través de cada lado obtenemos:

$$|\Psi\rangle_B = |\Psi\rangle_D = \left| \frac{i}{2} \right|^2 = \frac{1}{4} \quad (3.12)$$

De donde concluimos que el estado de salida descrito por la ecuación (3.11) no está normalizado. Por tanto, introducimos un factor de normalización definido de la siguiente manera (para cada polarización):

$$|n\rangle \rightarrow \sqrt{n!} |n\rangle \quad (3.13)$$

Usando este factor en la ecuación (3.11) tenemos entonces:

$$|\Psi\rangle_s = \frac{i}{\sqrt{2}} (|2\rangle_B + |2\rangle_D) \quad (3.14)$$

y así, la probabilidad en la ecuación (3.12) es la que se espera, 50%.

Vale la pena señalar que cualquier factor de normalización introducido debe ser aplicado a los estados tanto inicial como final.

Subsiguientemente con nuestra afirmación anterior, observamos que en el caso de un

número arbitrario de fotones indistinguibles, n_1 y n_2 , que inciden en cada lado del divisor de haz, la normalización inicial debe ser $\sqrt{n_1!} \sqrt{n_2!}$. Para probar esto, usamos la regla algebraica para el caso donde dos estados de dos fotones cada uno, inciden por los lados del divisor de haz. Entonces, sin normalización tenemos:

$$|2\rangle_1 |2\rangle_2 \rightarrow \frac{1}{4} \left[(|1\rangle^1 + i|1\rangle^1)^2 (|1\rangle^2 + i|1\rangle^2)^2 \right] \quad (3.15)$$

y por tanto, el estado de salida es:

$$|\Psi\rangle_s = -\frac{1}{4} (|4\rangle_B + |4\rangle_D - |2\rangle_B |2\rangle_D) \quad (3.16)$$

Si por el contrario, usamos la normalización mencionada anteriormente, obtenemos:

$$|\Psi\rangle_s = -\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \left(\sqrt{24} |4\rangle_B + \sqrt{24} |4\rangle_D + 2 |2\rangle_B |2\rangle_D \right) \quad (3.17)$$

donde el primer factor es el inverso de la normalización inicial, por tanto:

$$|\Psi\rangle_s = -\sqrt{\frac{3}{8}} (|4\rangle_B + |4\rangle_D) - \frac{1}{2} |2\rangle_B |2\rangle_D \quad (3.18)$$

el cual es el estado normalizado de manera correcta [11]. Realizando una observación más detallada de la ecuación (3.18) notamos que, así como sucede para el caso de un fotón individual, la interferencia cuántica destruye las combinaciones de salida $|1\rangle_B |3\rangle_D$ y $|3\rangle_B |1\rangle_D$.

Resumiendo las reglas algebraicas relacionadas al divisor de haz cuántico:

- a) Cada fotón que entra al divisor de haz posee un estado de salida, el cual es la combinación lineal de las componentes cuánticas transmitida y reflejada.
- b) Si el estado inicial tiene más de un fotón que incida simultáneamente entonces el estado de salida es el producto de los *estados de onda* de cada fotón. En el caso de que los fotones entren al divisor de haz con cierto retraso aleatorio, el estado de salida será una combinación lineal (adición) de cada *estado de onda* de salida.
- c) Una vez que son calculados los productos y adiciones de los estados de salida, éstos pueden ser normalizados mediante la ecuación (3.13) si, y sólo si, los estados son indistinguibles. De lo contrario, cada grupo distinguible debe ser tratado por separado.

3.4. Conclusiones

De manera concluyente se puede decir que, usando un método basado totalmente en *estados de onda* [de *Schrödinger*], combinaciones lineales de estados de fotones individuales a través de un divisor de haz, se han podido obtener los resultados acerca de la interferencia con fotones individuales y múltiples fotones.

Podemos entender de manera clara la interacción cuántica de fotones con un divisor de haz.

Parte IV

REALIZACIONES
EXPERIMENTALES

El espacio le dice a la materia cómo debe de moverse; la materia con su gravedad le dice al espacio cómo debe curvarse.

– John Wheeler

Si he hecho descubrimientos invaluables ha sido más por tener paciencia que cualquier otro talento.

– Isaac Newton

Capítulo 4

REVISIÓN DE UN EXPERIMENTO RECIENTE

A continuación se realiza la revisión de un artículo publicado recientemente (en el año 2007), acerca de dicho experimento de Wheeler, de elección retardada.

4.1. Realización experimental del experimento pensado de elección retardada de Wheeler [12]

El fenómeno de la interferencia, interpretado como una onda que sigue dos trayectorias simultáneamente, es compatible con nuestra percepción común de una partícula cuántica que sigue una trayectoria u otra, pero no ambas. Cuando se tiene un interferómetro Mach-Zehnder, en su configuración cerrada (con el segundo divisor de haz), aparece la interferencia como una modulación de las probabilidades de detección en los dos puertos de salida, siendo estas probabilidades $\cos^2 \Phi$ y $\sin^2 \Phi$, respectivamente. Este resultado es el esperado para una onda, y tal como Wheeler lo indicó, “[ésto] es la evidencia.....de que cada *cuanto* de luz que atraviesa el interferómetro ha viajado por ambas trayectorias”. Si se quita el segundo divisor de haz, cada detector D_1 o D_2 en los puertos de salida, es asociado con una trayectoria dada en el interferómetro, y esto nos garantiza que se están usando fotones individuales. Así, el fotón ha viajado sólo por una trayectoria. Tal experimento apoya la idea de Bohr de que el comportamiento de un sistema cuántico está determinado mediante el tipo de medición realizada sobre él. Más aún, es claro que para las dos mediciones complementarias consideradas aquí, los arreglos experimentales correspondientes son mutuamente exclusivos; esto es, que el segundo divisor de haz (BS_{output}) no puede estar simultáneamente

presente y ausente.

Cuando el fotón entra al interferómetro, éste pudo haber recibido cierta *información oculta* sobre la configuración experimental elegida y pudo entonces haber ajustado su comportamiento a dicha configuración. Para descartar esta interpretación de la complementariedad en mecánica cuántica, Wheeler propuso el experimento pensado de la “elección retardada” en el cual la elección de la propiedad a observar se hace después de que el fotón ha atravesado el primer divisor de haz (BS_{input}): “Así, uno decide que el fotón haya llegado por un camino o por ambos después de haber hecho su recorrido”.

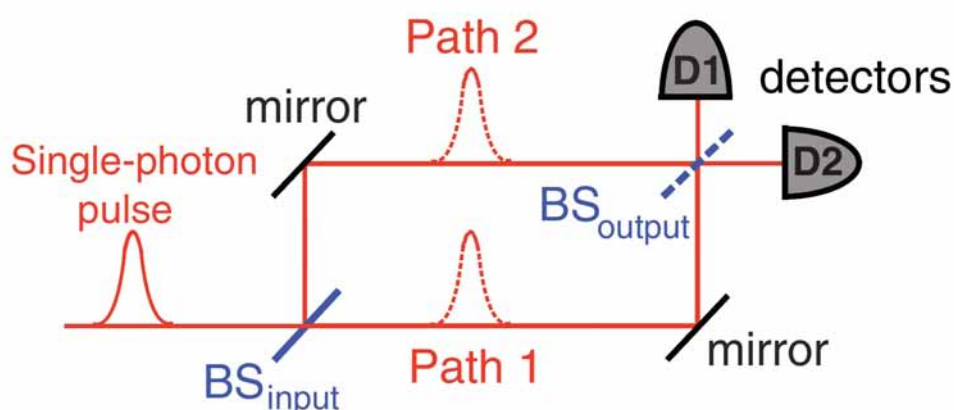


Figura 4.1.1 Propuesta de experimento pensado de Wheeler de elección retardada. La elección de introducir o quitar el segundo divisor de haz BS_{output} se hace una vez que haya pasado el fotón por el primer divisor de haz BS_{input} , entonces el fotón que entra al interferómetro **no puede saber** cuál de los dos experimentos complementarios será ejecutado al final de su recorrido.

Desde que Wheeler propuso la primera versión de su experimento pensado en 1978, se han reportado varios experimentos de elección retardada entre 1980 y el año 2000. Sin embargo, ninguno de ellos ha seguido completamente el esquema original, el cual requiere el uso del estado cuántico de una partícula individual así como de la separación espacial relativista entre la elección de la configuración del interferómetro y la entrada de la partícula al interferómetro. Aquí se reporta la realización de tal experimento de elección retardada en un esquema muy cercano a la propuesta original, figura 4.1.1. La elección de dejar o quitar el segundo divisor de haz BS_{output} se hace mediante el uso de un *generador cuántico de números aleatorios*, o *QRNG* por sus siglas en inglés. Dicho generador se localiza cerca del segundo divisor de haz pero lo suficientemente lejos del primer divisor de haz como para que ninguna información acerca de la elección de la configuración del interferómetro llegue al fotón antes de que éste pase por el primer divisor de haz.

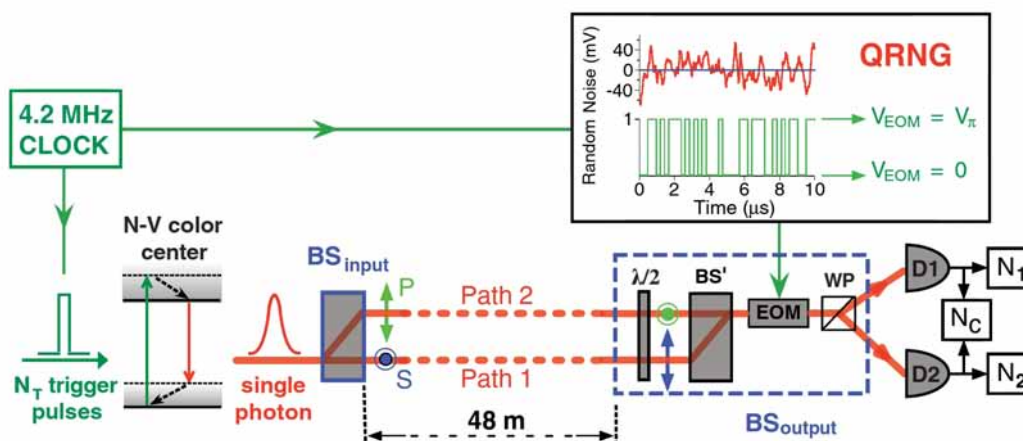


Figura 4.1.2 Realización experimental del experimento pensado de Wheeler. Fotones individuales son enviados a través de un interferómetro con extensión de 48 m, equivalente a un tiempo de vuelo de 160 ns. Un número binario aleatorio 0 o 1, generado por el QRNG, acciona el voltaje del modulador electro-óptico (EOM) entre $V = 0$ y $V = V_\pi$ en 40 ns, después de un retraso electrónico de 80 ns. Se usan dos señales sincronizadas desde el reloj para disparar la emisión de fotones individuales y el generador (QRNG). En el sistema de referencia del laboratorio, la elección aleatoria entre la configuración abierta y cerrada del interferómetro se hace en el momento en que el fotón entra a dicho interferómetro. Debido a que el generador QRNG está localizado en la salida del interferómetro, se puede garantizar que el fotón entra a la parte futura del cono de luz de la elección aleatoria cuando éste se encuentra aproximadamente a la mitad del interferómetro, poco después de haber pasado por el primer divisor de haz BS_{input} .

El esquema de la elección retardada es implementado de la siguiente manera. Los fotones individuales linealmente polarizados son enviados por un divisor de haz BS_{input} , a través de un interferómetro (con una extensión de 48 m) con dos trayectorias espacialmente separadas, asociadas con las polarizaciones ortogonales S y P , figura 4.1.2. El segundo divisor de haz BS_{output} , movable, consiste de la combinación de una placa de media longitud de onda, un divisor de haz BS' , un modulador electro-óptico (E O M por sus siglas en inglés) con su eje óptico orientado a $22,5^\circ$ con respecto a las polarizaciones de entrada, y un prisma. Los dos haces del interferómetro, los cuales están espacialmente separados y polarizados ortogonalmente, se superponen en el divisor BS' , por lo cual al pasar por este divisor ya no pueden seguir identificándose por su polarización. Entonces, la elección entre las dos configuraciones (interferómetro cerrado o abierto) es realizada por el modulador E O M, el cual puede ser cambiado entre dos configuraciones distintas en 40 ns mediante un cierto controlador: ya sea que se aplique o no un voltaje V_π al modulador E O M. En el caso de que no se aplique dicho voltaje, la situación corresponde a quitar el segundo divisor

de haz BS_{output} y entonces las dos trayectorias permanecen sin combinarse (interferómetro abierto). Debido a que las polarizaciones originales S y P de las dos trayectorias están orientadas a lo largo de los estados propios de polarización del prisma, cada “click” de un detector, $D1$ o $D2$, localizados en los puertos de salida, está asociado con una trayectoria específica (trayectoria 1 o trayectoria 2, respectivamente). Cuando se aplica el voltaje V_π , el modulador E O M es equivalente a tener una placa de media longitud de onda que le aplica una rotación de 45° a las polarizaciones de entrada. El prisma recombina las dos polarizaciones rotadas que han viajado a lo largo de cada una de las trayectorias, y entonces aparece la interferencia en los dos puertos de salida. En este caso tenemos la configuración cerrada del interferómetro.

Para asegurar la separación espacial relativista entre la elección de la configuración del interferómetro y el paso del fotón por el divisor BS_{input} , se configuró el proceso de cambio del modulador E O M para que fuera ejecutado de manera aleatoria, en tiempo real, por el generador QRNG, el cual se situó cerca de la salida del interferómetro (a 48 m del divisor BS_{input}). Los números aleatorios son generados mediante el muestreo de la amplificación del ruido de disparo de un haz de luz blanca. El ruido de disparo es un proceso intrínseco cuántico aleatorio, y su valor a un tiempo dado no puede ser predecido. La sincronización del experimento garantiza la separación espacial relativista que se requiere. Por tanto, ninguna información sobre la elección de la configuración del interferómetro puede alcanzar al fotón antes de que éste entre a dicho interferómetro.

El experimento de elección retardada se realizó en sí con el modulador E O M, cambiando aleatoriamente para cada fotón introducido en el interferómetro, lo cual corresponde a una elección aleatoria entre las configuraciones abierta y cerrada.

La realización del experimento pensado de elección retardada de Wheeler demuestra que el comportamiento del fotón dentro del interferómetro depende de la elección de la observable que es medida, incluso cuando la elección se hace a una posición y a un tiempo tales que esté separada (dicha elección) de la entrada del fotón al interferómetro por un intervalo espacial. Como ninguna señal que viaja a una velocidad menor que la de la luz puede conectar estos dos eventos, (en palabras de Wheeler) “tenemos una inversión extraña del orden normal del tiempo. Nosotros, ahora, moviendo el espejo hacia dentro o hacia afuera tenemos un efecto inevitable en lo que tenemos derecho a decir sobre la historia ya pasada de ese fotón”. Una vez más, encontramos que la naturaleza se comporta de acuerdo a las predicciones de la Mecánica Cuántica, incluso en situaciones donde parece surgir una

contradicción con la Relatividad.

Otras realizaciones experimentales y propuestas

Posterior al artículo antes analizado, se han escrito distintos artículos, tratándose ya sea de reproducciones experimentales ó propuestas de experimentos, naturalmente todos sobre el experimento de elección retardada de Wheeler [13], [14], [15], [16], [17], [18].

Parte V

El enredamiento y la Medida

A mí me enseñaron en la escuela que nunca se debe empezar una frase sin saber el final de la misma.

– Paul Dirac

Odiar es estudiar, estudiar es entender, entender es apreciar, apreciar es amar. Así que tal vez terminaré amando a su teoría.

– John Wheeler

Capítulo 5

PROPUESTA DE ZUREK SOBRE LA TRANSFERENCIA DE INFORMACION DE UN SISTEMA AL MEDIO AMBIENTE

La Mecánica Cuántica trabaja muy bien en todas sus aplicaciones. Por ejemplo, sirve para explicar el comportamiento de los sólidos, la estructura y el funcionamiento del ADN, el color de las estrellas, la acción de los láseres, las propiedades de los superfluidos, etc. Sin embargo, desde su concepción, continua el debate sobre la relación entre la física cuántica y el mundo físico que nos es familiar [19].

La única “falla” de la teoría cuántica es su incapacidad para proporcionar un marco natural para nuestros prejuicios sobre el comportamiento del Universo. Los estados de los sistemas cuánticos evolucionan de acuerdo a la ecuación de Schrödinger, la cual es lineal y determinista:

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\psi\rangle = H |\psi\rangle \quad (5.1)$$

Entonces, justo como en Mecánica Clásica, dado el estado inicial de un sistema y su Hamiltoniano H , podemos, en principio, calcular el estado a cualquier tiempo. Esta evolución determinista de $|\psi\rangle$ ha sido comprobada en experimentos cuidadosamente controlados. Más aún, no hay algo que nos indique la frontera entre lo cuántico y lo clásico en la que pudiera fallar la ecuación (5.1). A menudo se ha aceptado la identificación de lo clásico con lo macroscópico.

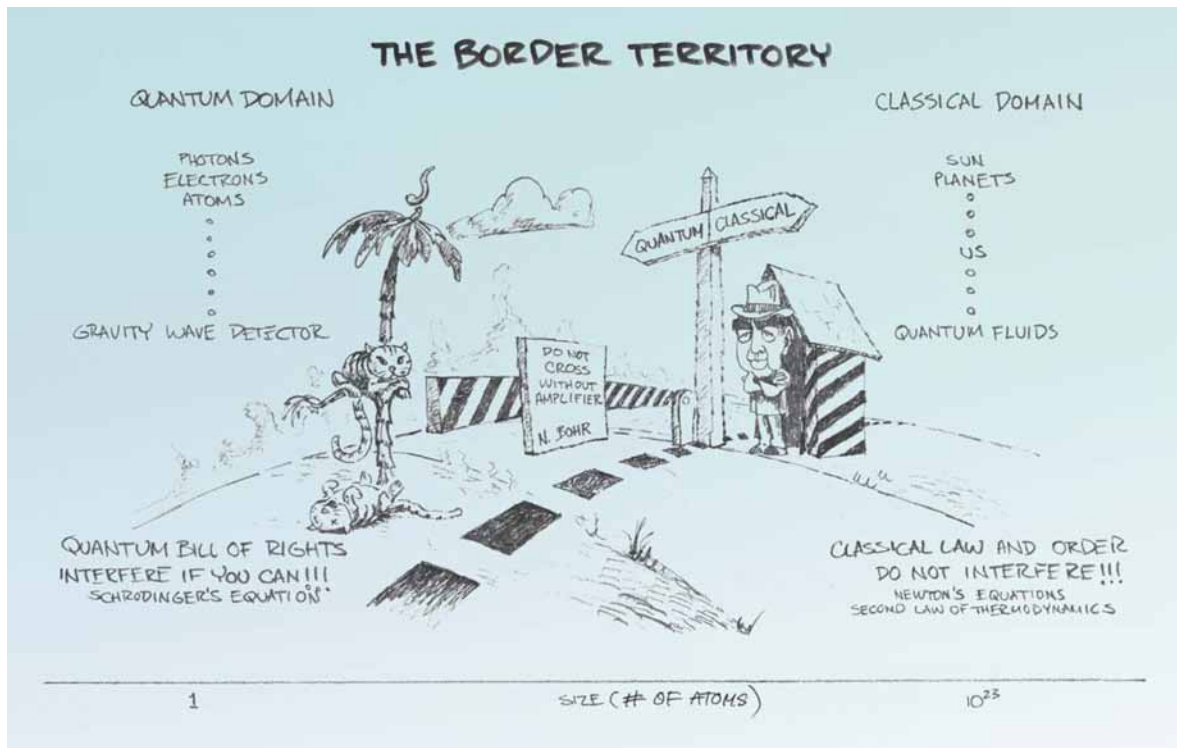


Figura 5.1 Bosquejo de la frontera entre el mundo cuántico y el clásico.

Si los sistemas macroscópicos no siempre se pudieran colocar en la escala macroscópica entonces podría no existir una frontera absoluta. La *interpretación de muchos Universos* (o interpretación de muchos mundos), desarrollada por Hugh Everett III, con el impulso y apoyo de John Archibald Wheeler en los años 1950's, afirma prescindir del límite. En esta interpretación, el Universo entero está descrito por la teoría cuántica. Las superposiciones evolucionan siempre de acuerdo a la ecuación de Schrödinger. En cada momento se lleva a cabo una interacción adecuada entre cualesquiera dos sistemas cuánticos, la función de onda del Universo se divide, desarrollando cada vez más ramificaciones.

La interpretación de muchos Universos es una elección natural para la cosmología cuántica, la cual describe al Universo entero mediante un vector de estado. No hay nada más macroscópico que el Universo. Éste puede no tener subsistemas clásicos *a priori*. Puede no haber un observador "afuera". En esta configuración del Universo, lo clásico debe ser una propiedad emergente de las observables o sistemas seleccionados.

Es conveniente tomar como punto inicial para la discusión del problema de la medición en mecánica cuántica, y aún más general, del surgimiento del comportamiento clásico a partir de la dinámica cuántica, el análisis de las mediciones cuánticas debidas a John von Neumann (en 1932). En contraste con Bohr, quien supuso desde un inicio que el aparato de

medición debe ser clásico (perdiendo por lo tanto las afirmaciones de que la teoría cuántica es universal), von Neumann analizó el caso de un aparato cuántico.

A continuación se reproduce el análisis de von Neumann para el caso más simple: una medición sobre un sistema \mathcal{S} de dos estados (el cual puede ser pensado como un átomo con spin $1/2$), dentro del cual un detector cuántico de dos estados registra el resultado. El espacio de Hilbert del sistema $\mathcal{H}_{\mathcal{S}}$ es generado por los estados ortonormales $|\uparrow\rangle$ y $|\downarrow\rangle$, mientras que los estados $|d_{\uparrow}\rangle$ y $|d_{\downarrow}\rangle$ generan al espacio de Hilbert $\mathcal{H}_{\mathcal{D}}$ del detector. Un espacio de Hilbert dos dimensional $\mathcal{H}_{\mathcal{D}}$ es lo que mínimamente se necesita para registrar los posibles resultados. Uno puede idear un detector cuántico, ver figura 5.2, que haga “clic” sólo cuando el spin del átomo se encuentre en el estado $|\uparrow\rangle$, es decir

$$|\uparrow\rangle |d_{\downarrow}\rangle \rightarrow |\uparrow\rangle |d_{\uparrow}\rangle \quad (5.2)$$

y que permanezca inalterable lo demás.

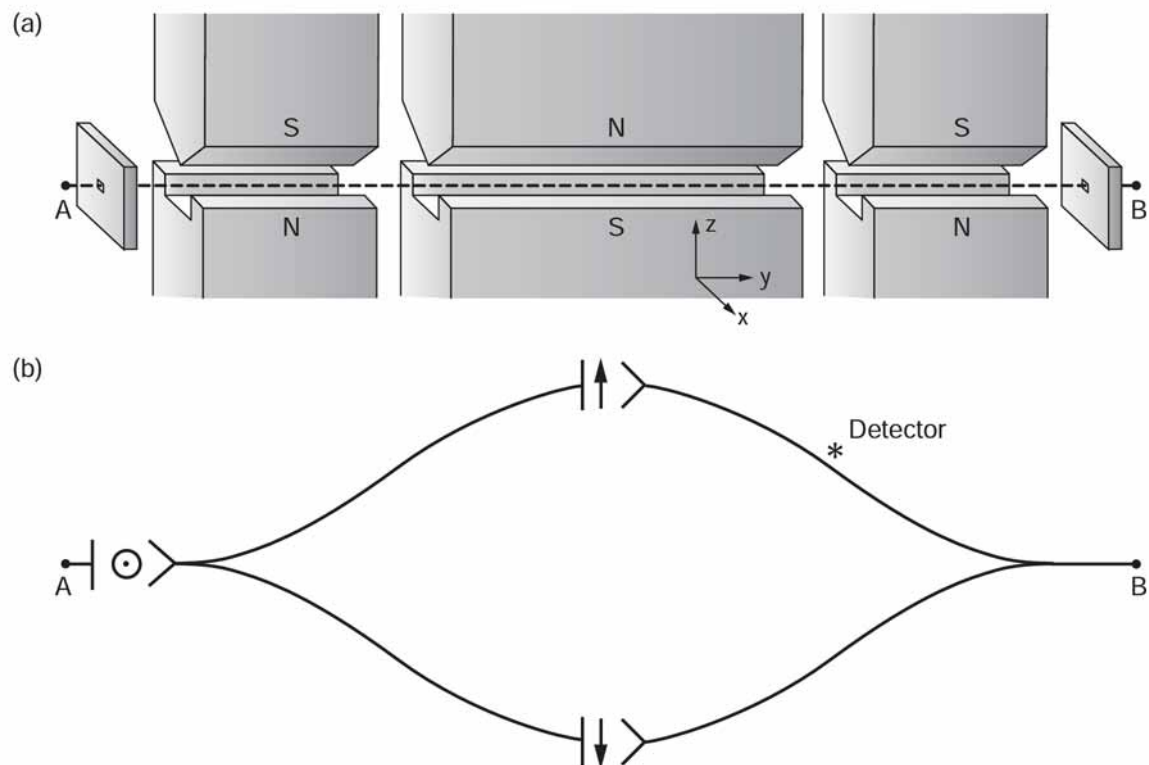


Figura 5.2 **Un aparato Stern-Gerlach invertible** El aparato pensado (“gedanken”) Stern-Gerlach invertible en (a), divide un haz de átomos en dos ramificaciones que están correlacionadas con la componente de spin de los átomos en (b), y luego las ramificaciones se vuelven a unir antes de que los átomos dejen el dispositivo.

La introducción de un detector cuántico de un bit (o dos estados) que cambia su estado cuando el átomo pasa cerca, impide la inversión de que el detector herede la correlación entre el spin y la trayectoria, *i. e.* el aparato Stern-Gerlach ya no puede deshacer la correlación.

Supondremos que, antes de la interacción, el sistema estaba en un estado puro $|\psi_S\rangle$ dado por:

$$|\psi_S\rangle = \alpha |\uparrow\rangle + \beta |\downarrow\rangle \quad (5.3)$$

tal que sus coeficientes complejos cumplan: $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. El sistema compuesto empieza como:

$$|\Phi^i\rangle = |\psi_S\rangle |d_\downarrow\rangle \quad (5.4)$$

La interacción resulta en la evolución de $|\Phi^i\rangle$ en un estado correlacionado $|\Phi^c\rangle$:

$$|\Phi^i\rangle = (\alpha |\uparrow\rangle + \beta |\downarrow\rangle) |d_\downarrow\rangle \implies \alpha |\uparrow\rangle |d_\uparrow\rangle + \beta |\downarrow\rangle |d_\downarrow\rangle = |\Phi^c\rangle \quad (5.5)$$

Esta primera etapa, esencial y no controversial, del proceso de medición puede ser realizada mediante una ecuación de Schrödinger con la interacción apropiada. Podría ser tentador detener la discusión sobre las mediciones, con la ecuación (5.5). Después de todo, el vector correlacionado de estado $|\Phi^c\rangle$ implica que, si el detector es visto en el estado $|d_\uparrow\rangle$, se garantiza que el sistema se halla en el estado $|\uparrow\rangle$.

Podríamos no preguntarnos nada más, pero el problema de tomar al estado $|\Phi^c\rangle$ como una descripción de una medición completa es que, en el mundo real no conocemos las alternativas posibles, incluso cuando no conocemos el resultado de una medición, entonces podemos actuar de manera segura como si sólo una de esas alternativas haya ocurrido.

Es ahora cuando introducimos la matriz de densidad, la cual puede ser usada para describir la distribución de probabilidad de los resultados alternativos.

Von Neumann era muy consciente de estas dificultades. De hecho, él postuló en 1932 que, además de la evolución unitaria dada por la ecuación (5.1), debe haber un proceso apropiado, que le llamaremos “proceso 1” (y que sea una reducción no unitaria del vector de estado), el cual lleve al estado puro y correlacionado a una apropiada mezcla. Este proceso hace que los resultados sean independientes uno del otro, tomando la matriz de densidad del estado puro como:

$$\begin{aligned} \rho^c = |\Phi^c\rangle \langle \Phi^c| = & |\alpha|^2 |\uparrow\rangle \langle \uparrow| |d_\uparrow\rangle \langle d_\uparrow| + \alpha\beta^* |\uparrow\rangle \langle \downarrow| |d_\uparrow\rangle \langle d_\downarrow| + \\ & + \alpha^*\beta |\downarrow\rangle \langle \uparrow| |d_\downarrow\rangle \langle d_\uparrow| + |\beta|^2 |\downarrow\rangle \langle \downarrow| |d_\downarrow\rangle \langle d_\downarrow| \end{aligned} \quad (5.6)$$

entonces cancelamos los productos cruzados, es decir, los términos que se encuentran fuera de la diagonal y que expresan las correlaciones puramente cuánticas. Surge entonces la matriz de densidad reducida, la cual sólo tiene correlaciones clásicas:

$$\rho^r = |\alpha|^2 |\uparrow\rangle \langle \uparrow| |d_\uparrow\rangle \langle d_\uparrow| + |\beta|^2 |\downarrow\rangle \langle \downarrow| |d_\downarrow\rangle \langle d_\downarrow| \quad (5.7)$$

Entonces ahora podemos preguntarnos, ¿por qué ρ^r es más fácil de interpretarse como una descripción de una medición completa en comparación con ρ^c ? Después de todo ρ^r y ρ^c contienen los mismos elementos en su diagonal y, por tanto, ambos resultados aún permanecen potencialmente presentes. Además, ¿qué ganamos al haber introducido un proceso no unitario (proceso 1)?

La ventaja principal de ρ^r sobre ρ^c es que sus coeficientes pueden ser interpretados como probabilidades clásicas. La matriz de densidad ρ^r puede ser usada para describir los estados alternativos de un sistema compuesto spin-detector que tiene correlaciones clásicas. Cuando los términos fuera de la diagonal están ausentes, uno puede mantener con seguridad que el aparato, así como el sistema, está cada uno por separado en un estado definido pero desconocido, y que la correlación entre ambos aún existe en la base preferida, definida por los estados que aparecen en la diagonal.

Analizamos ahora el caso en el que $\alpha = -\beta = 1/\sqrt{2}$, entonces la matriz de densidad ρ^c es un operador de proyección construido a partir del estado correlacionado:

$$|\Phi^c\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle |d_\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle |d_\downarrow\rangle) \quad (5.8)$$

Este estado es invariante bajo las rotaciones de la base. Por ejemplo, en lugar de usar los eigenestados $|\uparrow\rangle$ y $|\downarrow\rangle$ de $\hat{\sigma}_z$, podemos reescribir a $|\Phi^c\rangle$ en términos de los eigenestados de $\hat{\sigma}_x$:

$$|\odot\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle) \quad (5.9)$$

$$|\otimes\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle) \quad (5.10)$$

De esta representación obtenemos que:

$$|\Phi^c\rangle = -\frac{1}{\sqrt{2}}(|\odot\rangle |d_\odot\rangle - |\otimes\rangle |d_\otimes\rangle) \quad (5.11)$$

donde:

$$|d_\odot\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|d_\downarrow\rangle - |d_\uparrow\rangle) \quad (5.12)$$

$$|d_\otimes\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|d_\uparrow\rangle + |d_\downarrow\rangle)$$

son, como una consecuencia del principio de superposición, estados perfectamente “legales” en el espacio de Hilbert del detector cuántico. Por lo tanto, la matriz de densidad

$$\rho^c = |\Phi^c\rangle \langle \Phi^c|$$

podría tener muchos, o de hecho una infinidad de diferentes estados, de los subsistemas de la diagonal.

El vector de estado $|\Phi^c\rangle$ es el mismo que en la función de onda de un par de sistemas máximamente correlacionados, de spin $\frac{1}{2}$, en la versión de David Bohm en 1951 de la paradoja Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) que surgió en 1935. Y los experimentos que muestran que tales correlaciones cuánticas no separables violan las desigualdades de Bell (propuestas por Bell en 1964), están demostrando el siguiente aspecto clave: Los estados de los dos spins en un sistema descrito por $|\Phi^c\rangle$ no solo son desconocidos, sino que no pueden existir antes de la medición “real” (idea que mencionan Aspect et al en 1981 y 1982). Se concluye entonces que cuando un detector es cuántico, existe una superposición de registros y es el registro de una superposición de resultados.

La evolución unitaria condena a cada sistema cuántico cerrado a la “pureza”. Sin em-

bargo, si los resultados de una medición se van a convertir en eventos independientes, con consecuencias que pueden ser exploradas por separado, se debe encontrar una manera para deshacernos del exceso de información y así permitir que cualquier base ortogonal (cualquier evento en potencia y sus superposiciones) sea también correlacionada. Anteriormente se analizaron las correlaciones cuánticas desde el punto de vista de su papel en la obtención de la información. Ahora, se discutirá la otra cara de la historia: Las correlaciones cuánticas también dispersan la información a través de los grados de libertad, que de hecho son inaccesibles para el observador. La interacción con los grados de libertad externos del sistema (a los que nos referiremos como *ambiente*) ofrece dicha posibilidad.

La reducción del vector de estado, $\rho^c \implies \rho^r$, disminuye la información disponible para el observador respecto del sistema compuesto \mathcal{SD} . La pérdida de información es necesaria si los resultados se convierten en clásicos y, por tanto, son disponibles como condiciones iniciales para predecir el futuro. El efecto de esta pérdida es disminuir la entropía $\mathcal{H} = -\text{Tr} \rho \lg \rho$ mediante la cantidad:

$$\Delta \mathcal{H} = \mathcal{H}(\rho^r) - \mathcal{H}(\rho^c) = -(|\alpha|^2 \lg |\alpha|^2 + |\beta|^2 \lg |\beta|^2) \quad (5.13)$$

La entropía debe incrementar debido a que el estado inicial descrito por ρ^c era puro, $\mathcal{H}(\rho^c) = 0$, y el estado reducido es una mezcla. La información que se gana (el objetivo de la medición), se acompleta sólo cuando el observador interactúa y se correlaciona con el detector en el estado ya pre-colapsado ρ^r .

Para ilustrar el proceso de la decoherencia inducida por el ambiente, consideremos un sistema \mathcal{S} , un detector \mathcal{D} , y un ambiente \mathcal{E} (por su sigla en el inglés: *environment*). El ambiente también es un sistema cuántico. Siguiendo el primer paso del proceso de medición, que es el establecimiento de una correlación como se muestra en la ecuación (5.5), el ambiente interactúa del mismo modo y se correlaciona con el aparato:

$$|\Phi^c\rangle |\mathcal{E}_0\rangle = (\alpha |\uparrow\rangle |d_\uparrow\rangle + \beta |\downarrow\rangle |d_\downarrow\rangle) |\mathcal{E}_0\rangle \implies \alpha |\uparrow\rangle |d_\uparrow\rangle |\mathcal{E}_\uparrow\rangle + \beta |\downarrow\rangle |d_\downarrow\rangle |\mathcal{E}_\downarrow\rangle = |\Psi\rangle \quad (5.14)$$

El estado final de los sistemas correlacionados combinados \mathcal{SDE} (“cadena de *von Neumann*”), extiende la correlación más allá del par \mathcal{SD} . Cuando los estados del ambiente $|\mathcal{E}_\uparrow\rangle$, correspondientes a los estados $|d_\uparrow\rangle$ y $|d_\downarrow\rangle$ del detector, son ortogonales, $\langle \mathcal{E}_\uparrow | \mathcal{E}_\downarrow \rangle = \delta_{ii'}$, la matriz de densidad para la combinación detector-sistema se obtiene **ignorando** (o **trazando sobre**) la información en los grados de libertad no controlados (y

desconocidos):

$$\rho_{\mathcal{D}\mathcal{S}} = \text{Tr}_{\mathcal{E}} |\Psi\rangle \langle\Psi| = \sum_i \langle \mathcal{E}_i | \Psi \rangle \langle\Psi| \mathcal{E}_i \rangle = |\alpha|^2 |\uparrow\rangle \langle\uparrow| d_{\uparrow} \rangle \langle d_{\uparrow}| + |\beta|^2 |\downarrow\rangle \langle\downarrow| d_{\downarrow} \rangle \langle d_{\downarrow}| = \rho^r \quad (5.15)$$

Y ρ^r es precisamente *la matriz de densidad reducida*, nombrada así por von Neumann. Ahora, en contraste con la situación descrita por las ecuaciones (5.9) a (5.12), una superposición de registros de los estados del detector ya no es más un registro de una superposición del estado del sistema. Entonces emerge una base preferida del detector, a veces llamada *la base puntero*. Más aún, se ha obtenido esta base (o eso es lo que parece) sin tener que recurrir al proceso no unitario de von Neumann (proceso 1) o a cualquier otra cosa fuera de lo común, la evolución unitaria de Schrödinger. La base del detector preferida, o de hecho para cualquier sistema cuántico abierto, es seleccionada por la dinámica.

No todos los aspectos de este proceso están completamente claros. Sin embargo, es cierto que el Hamiltoniano de la interacción detector-ambiente juega un papel decisivo. En particular, cuando domina la interacción con el ambiente, los eigenespacios de cualquier observable Λ que conmutan con el Hamiltoniano de interacción,

$$[\Lambda, H_{int}] = 0 \quad (5.16)$$

invariablemente terminan sobre la diagonal de la matriz de densidad reducida (mencionado por Zurek en 1981 y 1982). Este conmutador tiene una implicación física simple: Garantiza que la observable puntero Λ será una constante de movimiento, una cantidad conservada bajo la evolución generada por el Hamiltoniano de interacción. Por tanto, cuando un sistema se encuentre en un eigenestado de Λ , la interacción con el ambiente lo dejará sin ser perturbado.

En el mundo real es prácticamente inevitable la propagación de correlaciones cuánticas. Por ejemplo, mientras se mide el estado de un átomo con spin $\frac{1}{2}$ (ver figura 5.2 b), se ha dispersado un fotón del átomo mientras éste se movía por uno de sus dos caminos alternativos. Esta interacción hubiera resultado en una correlación con el ambiente y necesariamente hubiera llevado a una pérdida de coherencia cuántica. La matriz de densidad del par \mathcal{SD} habría perdido sus términos fuera de la diagonal. Más aún, dado esto, es imposible alcanzar al fotón, dicha pérdida de coherencia habría sido irreversible. La irreversibilidad también podría surgir de causas estadísticas más familiares: Los ambientes son conocidos por tener grandes números de grados de libertad que interactúan, haciendo a la extracción

de información perdida tan difícil como invertir las trayectorias en el gas de Boltzmann.

Parte VI

DETECTORES

En matemáticas uno no entiende las cosas, se acostumbra a ellas.

– John von Neumann

Vivimos en una isla rodeada por un mar de ignorancia. A medida que nuestra isla de conocimiento crece, también lo hace la orilla de nuestra ignorancia

– John Wheeler

Capítulo 6

Propuesta sobre el Experimento de Elección Retardada de Wheeler

6.1. Introducción

Hasta aquí, he revisado el experimento pensado de acción retardada de Wheeler. He mostrado que se han realizado experimentos convincentes sobre dicho experimento pensado y que no dejan lugar a dudas de que el comportamiento del fotón depende del tipo de experimento que se esté realizando. Después introduje la versión de Zurek sobre la importancia de los estados del medio ambiente en la transferencia de información de un sistema cuántico. Ahora reuniré todos estos ingredientes para mostrar de una manera diferente que la teoría cuántica es consistente, pero no es necesario hablar de que los fotones se comportan de manera distinta con dependencia del tipo de experimento que se le presente.

6.2. El Experimento Pensado de Elección Retardada de Wheeler revisitado

Partiremos de una sola proposición. **El estado de la partícula en el experimento pensado de Wheeler siempre es un estado de onda. Es decir una superposición de estados de las dos opciones que tiene el fotón al cruzar el primer divisor de haz.** No hay otra opción. En la propuesta de Zurek el medio ambiente debe ser incluido en la contabilidad de la información que obtenemos del sistema. El medio ambiente puede ser considerado el dispositivo experimental y/o el sistema de detección, ya que ambos tienen la capacidad de interactuar con nuestro sistema. El sistema que nos ocupa son estados de un sólo fotón.

En ambos caso del experimento pensado: dispositivo con o sin segundo divisor de haz, los fotones se detectan sólo en uno de los dos detectores. Ambos experimentos son consistentes en la detección (y por tanto en la conservación de la energía). Lo que implica la suposición es que en ambos casos el estado del fotón llega a ambos detectores. Pero únicamente uno de los dos lo registrará. Dicho de otra manera, ambas componentes cuánticas tocarán a las puertas de los dos detectores pero una sola abrirá. Qué es lo que decide la apertura de una de las dos puertas? Se puede recurrir al concepto de colapso de la función de onda, pero ésta es independiente del medio ambiente. No hay ninguna propiedad de los detectores que genere el colapso.

En el caso del dispositivo sin segundo divisor de haz, el estado será

$$|\Phi^c\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle^t|d_t\rangle + i|1\rangle^r|d_r\rangle) \quad (6.1)$$

donde $|1\rangle^t$ y $|1\rangle^r$ son los estados del detector cuando se acopla a un fotón transmitido y un fotón reflejado, respectivamente. Para el caso del dispositivo que incluye el segundo divisor de haz, introduzco además una fase, por lo que el dispositivo se convierte en un interferómetro de Mach-Zehnder cuyo estado es el siguiente:

$$|\Phi^c\rangle = \sqrt{\frac{1 + \cos(\theta)}{2}}|1\rangle^D|d_D\rangle + \sqrt{\frac{1 - \cos(\theta)}{2}}|1\rangle^B|d_B\rangle \quad (6.2)$$

donde he indicado los estados $|d_D\rangle$ y $|d_B\rangle$ como los correspondientes estados de los detectores cuando detectan un fotón saliendo hacia la derecha y un fotón saliendo hacia abajo, respectivamente, siguiendo la preescripción de Zurek.

La Ec. 6.2 contiene las amplitudes de probabilidad de un fotón que sale de un interferómetro de Mach-Zehnder calculada en el capítulo sobre el álgebra de los divisores de haz.

Ahora, en el caso en que el ángulo de desfase en el interferómetro de Mach-Zehnder es $\theta = 0$, recobro el caso del dispositivo con el segundo divisor de haz. Existe una interferencia que permite que exista un puerto privilegiado, es decir la combinación $|1\rangle^D|d_D\rangle$.

Por otra parte existe el caso en que $\theta = \frac{\pi}{2}$, en cuyo caso se recobra el dispositivo sin el segundo divisor de haz (incluyéndolo!). En el caso de la Ecuación 6.1, contiene una fase i en la parte reflejada, pero esta no afecta la probabilidad en el momento de la detección. De esta forma ambos casos del experimento pensado de Wheeler son equivalentes partiendo de la suposición de que el estado del fotón es siempre una superposición de los dos estados posibles (es decir una onda).

Según la demostración anterior el primer caso de Wheeler es un caso particular del segundo. Aún se podría argumentar que entonces el estado del fotón dependería del ángulo de fase

del interferómetro, para valores $\theta = \frac{(2n+1)\pi}{2}$ sería una partícula y para cualquier otro valor sería una onda. Sin embargo, las probabilidades para las fases $\theta = \frac{(2n+1)\pi}{2}$ representan un conjunto de probabilidades pertenecientes al conjunto de probabilidades del mismo patrón de interferencia. La salida para esta condición también es una superposición de dos estados.

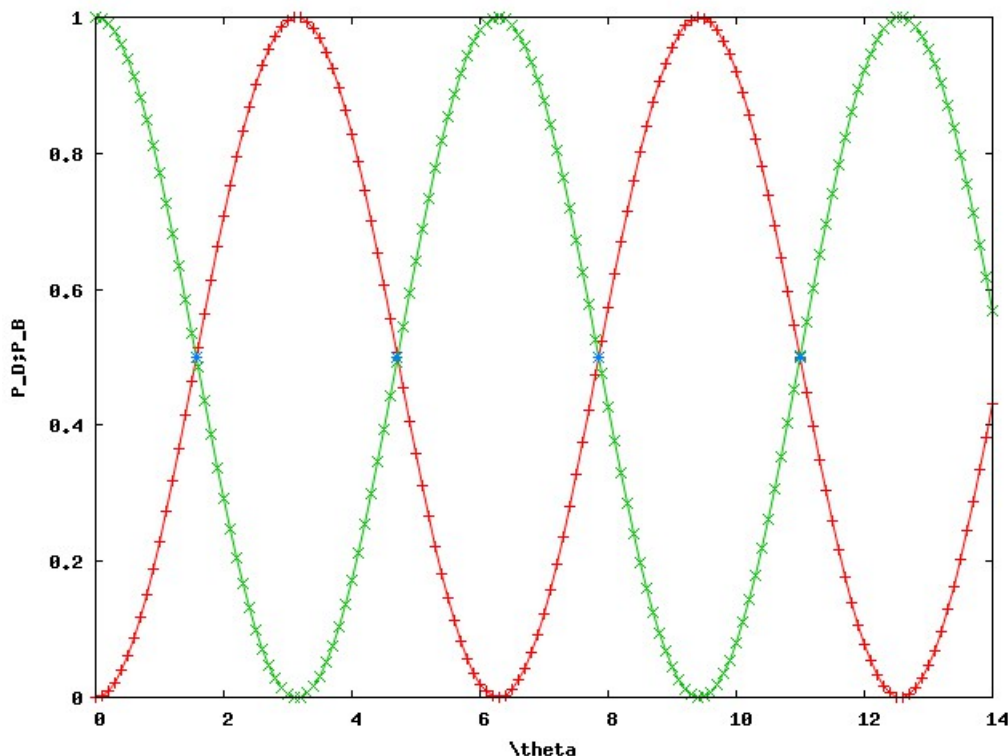


Figura 6.1 **Patrón de interferencia en el IMZ** Las probabilidades de detección de un fotón en el dispositivo Mach-Zehnder en las salidas D y B. Las intersecciones de las dos probabilidades (puntos azules) son el resultado para la probabilidad del dispositivo sin el segundo divisor de haz.

Si nos hemos convencido de que el estado del fotón es siempre una onda, entonces nos queda pendiente el problema de la decisión sobre los detectores. Si el estado es una onda ambas componentes cuánticas tocan a la puerta de un detector. La solución es el enredamiento cuántico. El estado de onda del fotón queda enredado con el estado "de onda" del detector. Este enredamiento es dependiente de la fase en el interferómetro. La condición de mínimo enredamiento se da para $\theta = 0$. El máximo enredamiento viene en $\theta = \frac{\pi}{2}$. Por tanto la interpretación de la selección del detector es equivalente a la transmisión de correlación de dos fotones enredados (en polarización por ejemplo). La detección en uno de los dos detectores inhabilita en tiempo cero al otro detector.

En el siguiente capítulo hago una proposición sobre la diferencia que existe entre los detectores clásicos y cuánticos.

Capítulo 7

DETECTORES CLÁSICOS Y DETECTORES CUÁNTICOS

Un estado puro queda descrito de la siguiente manera:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[|1\rangle_s + |1\rangle_t] \quad (7.1)$$

donde $|\psi\rangle$ es el estado del sistema. Al detector, en general, podemos describirlo de la siguiente manera:

$$|d\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[|d\rangle_s + |d\rangle_t] \quad (7.2)$$

donde $|d\rangle$ me describe a la combinación lineal de los detectores involucrados. Los sub-índices significan: s de *señal*, y t de *testigo*.

Ahora, podemos dar un nuevo estado (cuántico) que describa tanto al sistema como al detector, de la forma siguiente:

$$|S\rangle = |\psi\rangle |d\rangle = \frac{1}{2}[|1\rangle_s |d\rangle_s + |1\rangle_t |d\rangle_t] \quad (7.3)$$

donde, por construcción, tenemos estados ortonormales, *i.e.*, no tenemos los términos cruzados que se obtienen de hacer el producto de ambos estados (sistema y detector). Este último estado, es un estado enredado, el cual es una combinación lineal de las componentes de los estados del sistema y del detector.

Si tenemos un detector, el cual, por supuesto, está formado por átomos, de tal manera que cuando le llegue uno o varios fotones, éstos excitarán a los respectivos átomos del

detector (al que hayan llegado), y continuará así una cadena de efectos para que se pueda registrar la detección. La figura 7.1 muestra lo que llamamos un *detector clásico*.

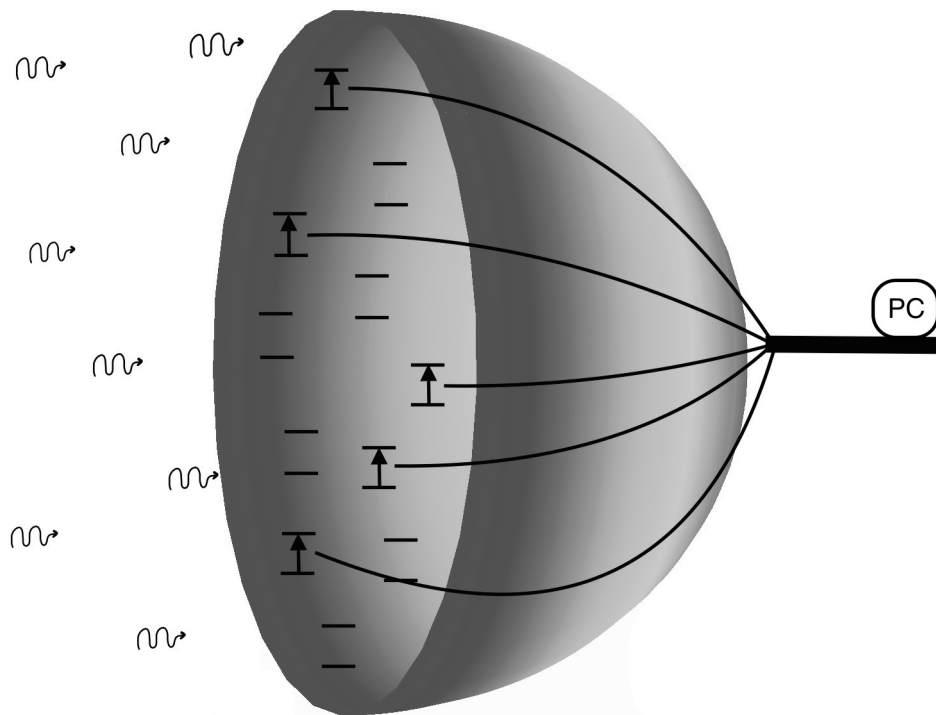
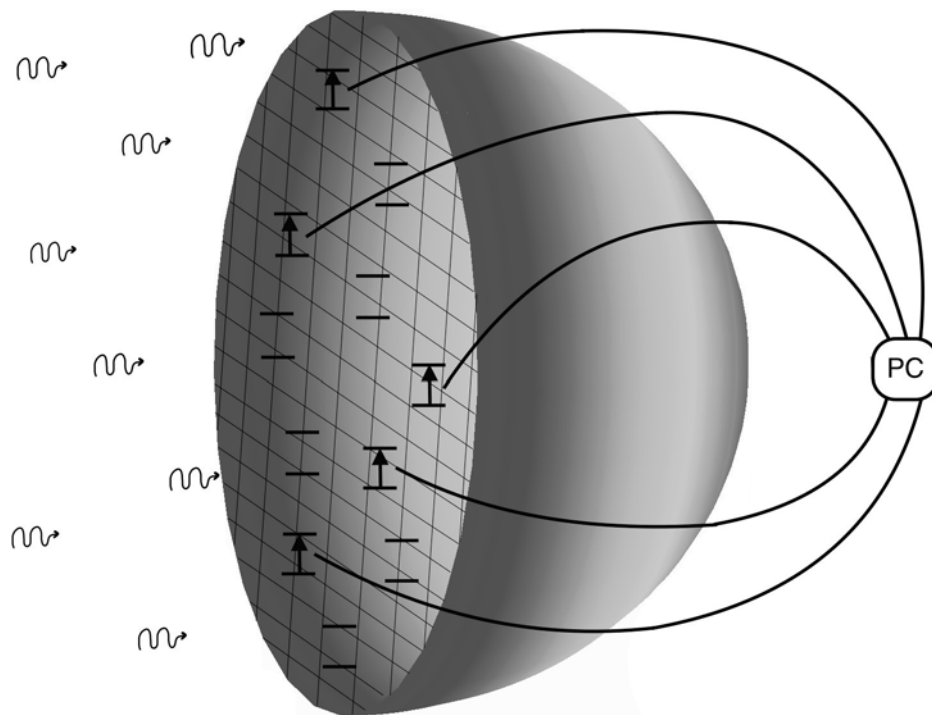


Figura 7.1 Detector Clásico. Uno o varios fotones llegan a un detector, excitan a algunos de sus átomos, pero las señales se juntan en un mismo cable, el cual va conectado a la PC.

El cable que junta las señales promedia los *cuantos* de energía $\hbar\omega$ que han llegado al detector, de tal manera que hace un promedio de esos *cuantos*. Como consecuencia, no se puede saber cuántos fotones exactamente han llegado al detector, por tanto, tenemos un *detector clásico* debido a que se está siguiendo la visión de Bohr, de que hay que usar detectores clásicos para realizar cualquier medición.

Como contraparte, von Neumann dijo que para hacer mediciones en Mecánica Cuántica, había que utilizar aparatos *cuánticos* para realizar las correspondientes mediciones. A esto le podemos llamar la visión de von Neumann. La figura 7.2 muestra lo que llamamos un *detector cuántico*.



*Figura 7.2 **Detector Cuántico.** Los fotones que llegan al detector y excitan a sus correspondientes átomos, se registran individualmente para así, ser analizados en la PC.*

La diferencia entre un detector clásico y uno cuántico es que en el cuántico, como estamos registrando individualmente a cada fotón que llega al detector, entonces podemos saber con exactitud cuántos fotones han arribado al detector. Es decir, un detector cuántico es aquel en el que cada átomo que lo conforma es un detector.

Los detectores cuánticos pueden tener tantas componentes que registren a los átomos excitados, como fotones que lleguen al detector. Es decir, no importa la fuente que usemos. Podemos usar un láser (fuente clásica) donde a veces llegarán pocos fotones y a veces llegarán muchos, o bien, podemos hacer pasar al láser a través de un cristal no lineal, para tener así pares de fotones (fuente cuántica) de tal manera que siempre estarán llegando fotones individuales a los detectores. La idea principal es que no se promedien los cuantos de energía para poder determinar cuántos fotones llegan al detector.

Aplicando este razonamiento al experimento de Wheeler, manejamos primero la secuencia normal del experimento, es decir, se envía un fotón a través del primer divisor de haz, se genera un estado con dos componentes, una reflejada y la otra transmitida, en un brazo

del interferómetro se coloca un desfasador, al final del recorrido, el fotón pasa a través del segundo divisor de haz. Es en este momento donde se realiza la detección, cuando el fotón excita a un átomo de alguno de los detectores, figura 7.3.

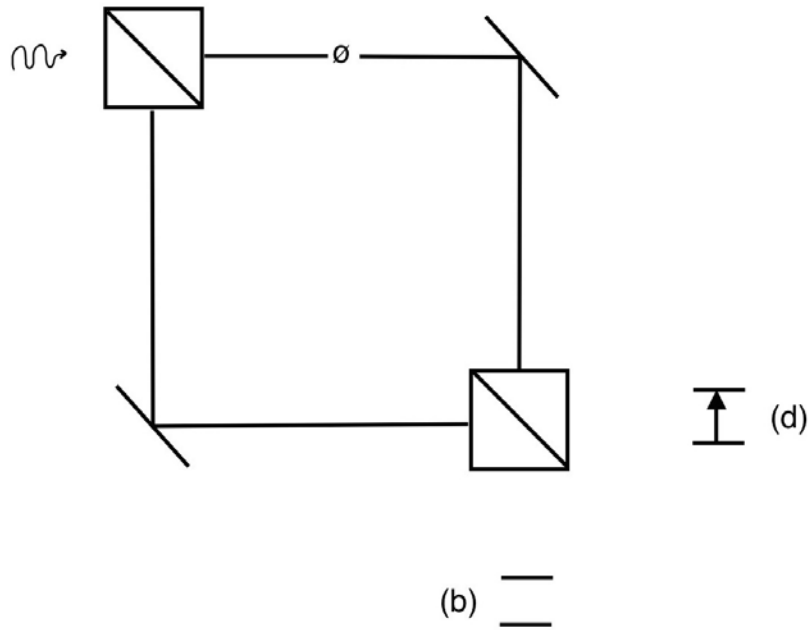


Figura 7.3 Viaje normal del fotón a través del interferómetro.

Entonces tendremos que el detector quedará descrito mediante el siguiente estado:

$$|d\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[c_b |\bar{\uparrow}\rangle + c_d |\bar{\uparrow}\rangle] \quad (7.4)$$

donde $|\bar{\uparrow}\rangle$ representa al átomo excitado, y los coeficientes dependen del ángulo de inclinación del desfasador ϕ . Se cumple que: $|c_b|^2 + |c_d|^2 = 1$. Entonces, si colocamos al desfasador a un cierto ángulo, por ejemplo: $\phi_0 = \pi/2$ tendremos que un coeficiente será 0 y el otro 1, por ejemplo: $c_b(\phi) = 0$ y $c_d(\phi) = 1$. Por tanto, siempre detectaremos al fotón en (d) , cuando $\phi = \phi_0$.

Si ahora, proponemos una inversión en el tiempo, tendremos que en (d) decae un átomo, emitiendo un fotón. Para esto, se debe excitar al átomo con la energía adecuada para que emita un fotón idéntico al que había llegado inicialmente, figura 7.4

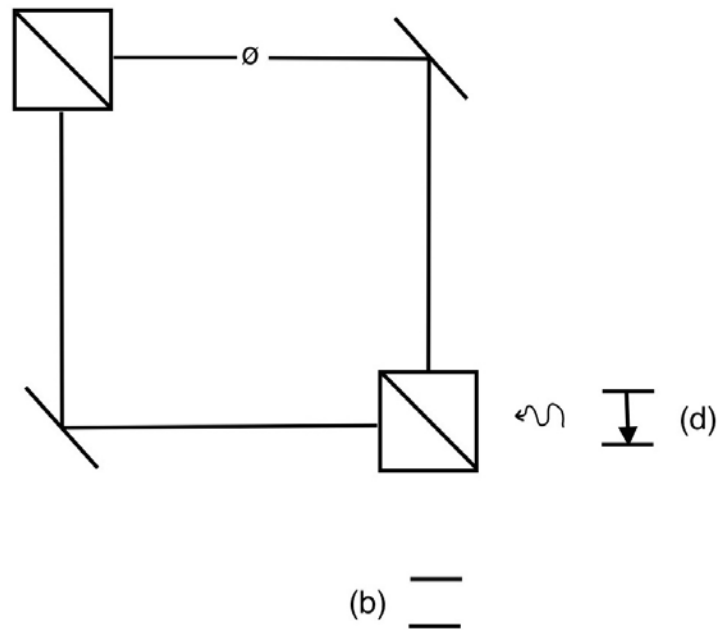


Figura 7.4 Inversión temporal en el experimento de Wheeler.

Entonces ahora mi detector se convierte en emisor, quedando representado mediante el estado siguiente:

$$\langle e| = \frac{1}{\sqrt{2}}[c_b^* \langle \downarrow| + c_d^* \langle \downarrow|] \tag{7.5}$$

donde $\langle \downarrow|$ representa al átomo que decae. Si ahora colocamos al desfaseador a un ángulo de $\phi = 45^\circ$, no sabremos de dónde se emitió el fotón, si de (b) o de (d). Es decir, al invertir en el tiempo, las componentes que no se habían detectado, ya sea en (b) o en (d), se “regresan”, de tal manera que se junten con las componentes que sí se emitieron, ya sea de (b) o de (d), para que así se complete el fotón que saldrá ahora por el primer divisor de haz, obteniendo el mismo fotón de salida.

Entonces vemos que los detectores juegan un papel importante en el proceso de medición. A continuación se muestran dos tablas, en las que se compara el tipo de fuente, el tipo de detector y el tipo de información que se obtiene al efectuar la medición.

	Fuente	Detector	Información
$ L\rangle$	Luz Clásica	Clásico	Clásica
$ L\rangle$	Luz Clásica	Cuántico (ideal)	Clásica
$ n\rangle$	Luz Cuántica	Clásico	Clásica
$ n\rangle$	Luz Cuántica	Cuántico (ideal)	Cuántica
$ n\rangle$	Luz Cuántica	Cuántico (real)	Clásica

Tabla 1. En esta opción estamos introduciendo más de 1 fotón.

Donde $|L\rangle = \sum_n c_n |n\rangle$, es decir, la luz que estamos introduciendo la expresamos como una suma en términos de la base de Fock. Al detector también lo expresamos en términos de la base de Fock, de la siguiente manera $|D\rangle = \sum c'_n |n\rangle$.

	Fuente	Detector	Información
$ L\rangle$, con $\bar{n} = 1$	Luz Clásica	Clásico	Clásica
$ L\rangle$, con $\bar{n} = 1$	Luz Clásica	Cuántico (real)	Clásica
$ 1\rangle$	Luz Cuántica	Clásico	Clásica
$ 1\rangle$	Luz Cuántica	Cuántico (real)	Cuántica

Tabla 2. Ahora introducimos 1 fotón.

El detector cuántico “real” es el que actualmente tenemos en el laboratorio. Sólo podemos detectar fuentes de fotones individuales, pero no podemos detectar 2 o más fotones simultáneamente cuando entran en nuestro experimento, con 1 sólo detector, para esto si queremos detectar 2 fotones necesitamos usar 2 detectores, si queremos detectar 3 fotones tenemos que implementar 3 detectores, y así sucesivamente, hasta que para que detectar n fotones necesitamos correlacionarlos con los n detectores y entonces estaremos promediando la información que tenemos de tal manera que nuestro detector (compuesto por los n detectores) ahora será clásico. La forma en que funcionaría el detector cuántico “ideal” (ideal por que aún no contamos con un detector construido de esta manera, ver figura 6.2), es que cada átomo del detector funcionará como 1 detector, de tal manera que la información que reciba será específica de cuántos fotones me han llegado y en qué región del detector se han

registrado.

Si ahora colocamos nuestro detector (cuántico real) *antes* de un divisor de haz, no podremos reproducir la información que me llega, por ejemplo si se trata de 2 fotones individuales.

Por otro lado, si generamos pares de fotones individuales y obtenemos las coincidencias, nuestros detectores (*cuánticos reales*) registran la señales que llegan pero como si hubiera llegado sólo 1 fotón, es decir, si tengo dos detectores para registrar dos fotones individuales, cuando éstos sean detectados sólo tendré 1 pulso de esas señales, y es como si hubiera registrado 1 fotón, lo mismo aplica para más fotones, usando más detectores.

Por tanto, la acción de los detectores es crucial en el proceso de medición. Necesitamos detectores que sean realmente cuánticos para poder determinar con exactitud la información que a éstos llega.



Parte VII

PROPUESTA Y EXPERIMENTO

...los fenómenos cuánticos no ocurren en un espacio de Hilbert, ocurren en un laboratorio.

– Asher Peres

En cuestiones de ciencia, la autoridad de mil no vale lo que el humilde razonamiento de un sólo individuo.

– Galileo Galilei

Capítulo 8

INTERFERENCIA DE HONG-OU-MANDEL

Un aspecto de gran interés es el de corroborar el comportamiento de la naturaleza a escala atómica, de acuerdo a lo predicho por la teoría cuántica.

En este capítulo se explora la *interferencia de Hong-Ou-Mandel*, se analiza un artículo sobre dicha interferencia [20] pero también se constata la información realizando el experimento.

En el interferómetro de Hong-Ou-Mandel se hace incidir a dos fotones por los lados perpendiculares de un divisor de haz 50 : 50. Si se introdujera un sólo fotón, el estado inicial o incidente quedará expresado de la siguiente manera:

$$|\psi_i\rangle = |1\rangle_R |0\rangle_D \quad (8.1)$$

Donde los subíndices indican el lado hacia donde viaja cada fotón, es decir, *R* de *right* en inglés, por que ese fotón viaja hacia el lado derecho; *D*: de *down* por que ese fotón viaja hacia el lado inferior. En el caso de la ecuación anterior, el fotón incide por el lado izquierdo del divisor de haz. Es necesario, por mero formalismo del campo cuantizado de radiación, escribir el estado inicial o incidente en términos del *vacío*. El estado final o de salida, después de que el fotón haya viajado a través del divisor de haz quedará expresado de la siguiente manera:

$$|\psi_f\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle_R |0\rangle_D + i |0\rangle_R |1\rangle_D) \quad (8.2)$$

El arreglo experimental de dicho experimento de la interferencia de Hong-Ou-Mandel

se muestra en la siguiente figura:

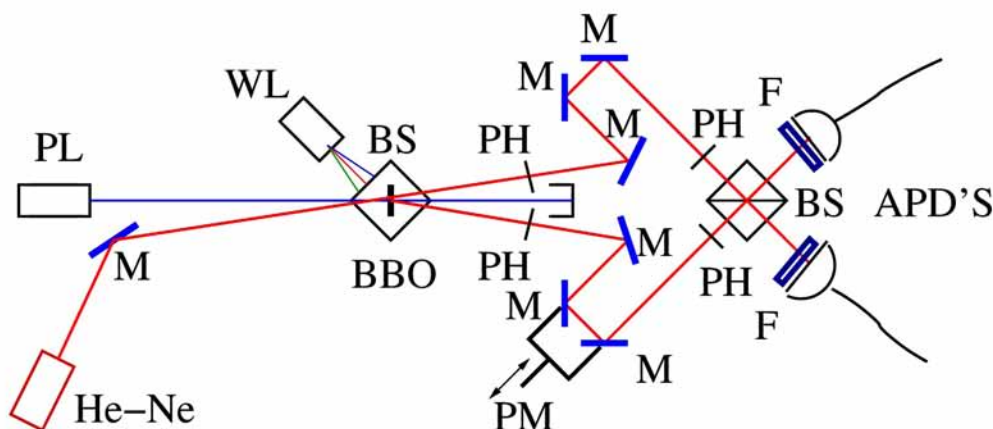


Figura 8.1 Interferencia de Hong-Ou-Mandel (interferencia cuántica). Arreglo experimental para constatar la interferencia cuántica de Hong-Ou-Mandel. Se analiza la distinguibilidad e indistinguibilidad de las trayectorias de dos fotones incidentes. M: Espejo. WL: Lámpara de luz blanca. PL: láser de bombeo. BBO: cristal no lineal, bario borato. BS: divisor de haz, PH: pinhole. PM: motor a pasos. F: filtros, APD's: fotodiodos de avalancha. Los pares de fotones creados en el cristal no lineal son redirigidos mediante espejos hacia un divisor de haz. Un motor de pasos sintoniza la diferencia de camino óptico de forma que se puede controlar la simultaneidad de llegada de los fotones en el BS. El láser He-Ne se introduce para alinear las trayectorias de los fotones que cuya longitud de onda es en el infrarrojo, 810nm, el doble de la longitud de onda del láser de bombeo (405nm). Los pares de fotones forman un estado en la base de Fock. La lámpara de luz blanca se requiere para llevar el interferómetro a una diferencia de camino óptico cercana a cero. Para ello se utiliza el divisor de haz auxiliar que está por debajo del cristal no lineal.

El estado final de los dos fotones introducidos en el divisor de haz, queda escrito de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 |\psi_f\rangle &= \frac{1}{2}(|1\rangle_R |0\rangle_D + i|0\rangle_R |1\rangle_D)(|1\rangle_D |0\rangle_R + i|0\rangle_D |1\rangle_R) \\
 &= \frac{i}{2}(|2\rangle_R |0\rangle_D + |0\rangle_R |2\rangle_D)
 \end{aligned} \tag{8.3}$$

donde: $|1\rangle_R |1\rangle_R = |2\rangle_R$, y de igual manera para D . Los términos combinados $|1\rangle_R |1\rangle_D$ se cancelan cuando las trayectorias son indistinguibles. Si se colocan detectores en las dos

salidas del interferómetro no se obtendrán coincidencias, debido a que la interferencia es destructiva. Por otra parte, cuando los fotones tienen un desfase uno respecto del otro entonces se hacen distinguibles, desaparece la interferencia, y los fotones llegan a los dos detectores, en este caso obtenemos coincidencias.

La interferencia se debe a la indistinguibilidad de las trayectorias de los dos fotones que inciden en el divisor de haz. Entonces **ambos** fotones se detectan en un detector **ó** en otro, pero no existe la combinación de las trayectorias, todo esto sin tener una fase entre las trayectorias, tal como se ve de la ecuación (8.3). Este resultado se ilustra en la figura 8.2:

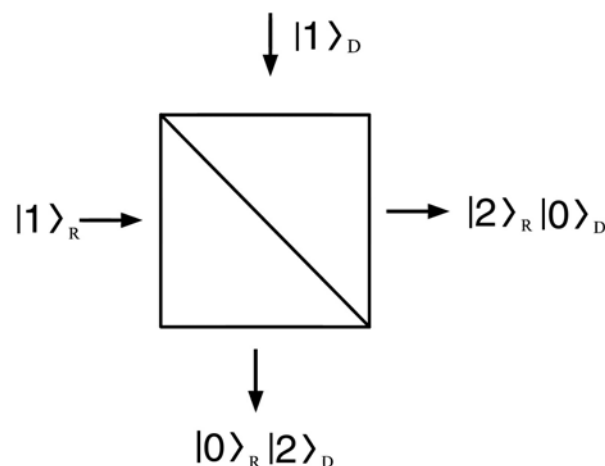


Figura 8.2 Dos fotones indistinguibles inciden en un divisor de haz. Ambos fotones se detectan ya sea en una salida ó en otra pero no existe la combinación de las trayectorias.

Introduciendo una fase podemos hacer distinguibles a los fotones. La introducción de la fase la manejamos desplazando $20 \mu m$ el desfasador. Obtuvimos la gráfica característica de la interferencia de Hong-Ou-Mandel, en donde se observa el pozo o “*dip*” de Hong-Ou-Mandel (HOM), tal como se muestra en la siguiente figura 8.3.

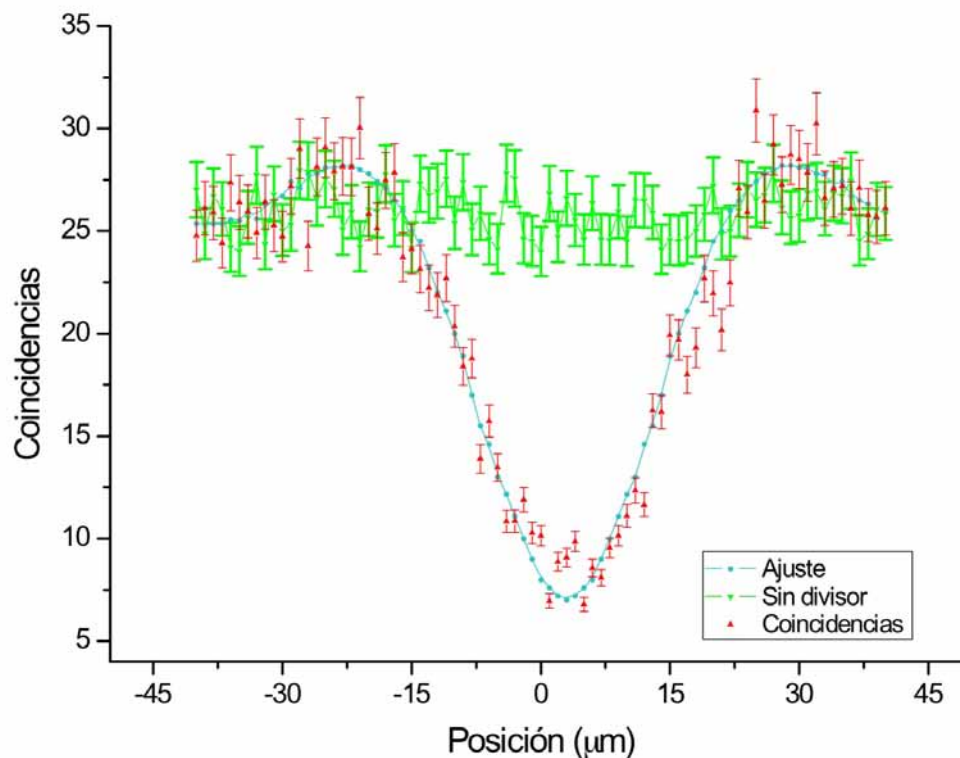


Figura 8.3 En la gráfica de color azul la fase se introduce moviendo el desfasador $20 \mu\text{m}$ hacia un lado, regresándolo a su posición inicial, y desplazándolo de nuevo $20 \mu\text{m}$ hacia el otro lado. La interferencia aparece cuando el desfasador se posiciona en su origen y las coincidencias se minimizan. Cuando se mueve el desfasador aumentan las coincidencias y desaparece la interferencia. En la gráfica de color verde se prescindió del divisor de haz, obteniéndose coincidencias. La incertidumbre que se manejó es del 5%.

La gráfica de color verde corresponde a la realización del experimento pero en ausencia del divisor de haz. Se obtuvieron coincidencias pero no hubo interferencia entre los fotones. Lo mismo ocurre si se coloca el divisor de haz de forma que la diferencia de camino óptico supera la longitud de coherencia de los fotones que viene del cristal no lineal. Si la diferencia de camino óptico es menor a $20 \mu\text{m}$ entonces aparece la interferencia cuántica y por tanto la disminución de las coincidencias. Triángulos en rojo. La curva continua en azul es el ajuste teórico.

Hay que hacer notar que los resultados obtenidos cuando no tenemos el divisor de haz, coinciden muy bien con los resultados obtenidos cuando sí tenemos el divisor de haz pero una vez que hayamos movido el desfasador, es decir, en la región donde movimos el desfa-

sador $20 \mu m$ hacia un lado o hacia el otro, del origen.

Los pares de fotones individuales se redireccionan de tal manera que se hagan incidir cada uno en cada lado perpendicular de un divisor de haz. Al introducir la fase entre los fotones (y desaparece la interferencia) podemos decir que es como si hubiéramos quitado el divisor de haz. Si “no tenemos el divisor de haz”, las trayectorias de los fotones se hacen distinguibles, registrando a cada fotón en cada detector de salida y, por tanto, teniendo un número grande de coincidencias.

Podemos relacionar los experimentos de Hong-Ou-Mandel con el experimento de Wheeler si sustituimos el *primer* divisor de haz en el experimento de Wheeler por un cristal no lineal que me genere pares de fotones individuales. De tal manera que al introducir una fase podré hacer o no distinguibles a los fotones introducidos, observando o no interferencia. Y si cambio ahora el cristal no lineal por un divisor de haz entonces tengo un interferómetro de Mach-Zehnder y por tanto podré reproducir ahora el experimento de Wheeler. Estos experimentos son equivalentes más no iguales, debido a la cantidad de fotones involucrados. Pero la equivalencia en sus resultados me ayuda a usarlos como complementarios, para finalmente formular una propuesta interesante.

Ahora, tomando en cuenta que el desfasador se desplaza $20 \mu m$ entonces tarda cierto tiempo en regresar a su posición de origen. Si pensamos en “engañar” a los fotones, manejando una distancia entre el cristal no lineal (BBO) y el divisor de haz, lo suficientemente grande¹ como para que los fotones **no** se den cuenta de la presencia o ausencia del desfasador, lo que obtendríamos es simplemente la aparición o desaparición de la interferencia, es decir, obtenemos los mismos resultados aún siendo lo suficientemente rápidos como para engañar a los fotones.

En el experimento de Wheeler se incide 1 fotón en el divisor de haz, se crea entonces un estado de superposición pero, a éste lo correlaciono con los detectores, tengo entonces

$$|\Psi\rangle = |\psi\rangle |D\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[|0\rangle + |1\rangle] \frac{1}{\sqrt{2}}[|d_1\rangle + |d_2\rangle] \quad (8.4)$$

y mi estado de salida es de la siguiente forma

¹Si colocamos el cristal BBO respecto del divisor de haz, a $d = 48 m \implies t = 160 ns$, que es el tiempo que tardarán en llegar los fotones al divisor de haz. Para el cálculo simplemente se usó: $t = \frac{d}{c}$

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|0\rangle |d_1\rangle + |1\rangle |d_2\rangle] \quad (8.5)$$

en el caso de no tener el segundo divisor de haz.

En el experimento de Hong-Ou-Mandel se inciden 2 fotones en el divisor de haz, y obtengo lo mostrado en la figura 6.3. Mi estado de salida es el expresado en el primer renglón de la ecuación (7.3), *i. e.* el estado más general es el que involucra los términos cruzados, pues éstos son las expresiones de la distinguibilidad de los dos fotones (cuando los hicimos indistinguibles a los fotones, expresamos el estado como el segundo renglón de dicha ecuación). Los cálculos no los repito, pues ya están hechos en el tercer capítulo.

Dicho lo anterior, es claro ver que no se necesita el colapso del estado, pues esa información se la introduje al estado $|\Psi\rangle$, al correlacionar el sistema con los detectores. Lo cual implica que no existe “información oculta” por parte de los fotones. Dicho estado es de la siguiente forma

$$|\Psi\rangle = |2\rangle_A |A_2\rangle |0\rangle_B |B_0\rangle + |0\rangle_A |A_0\rangle |2\rangle_B |B_2\rangle + |1\rangle_A |A_1\rangle |1\rangle_B |B_1\rangle + |1\rangle_A |A_1\rangle |1\rangle_B |B_1\rangle \quad (8.6)$$

donde A es la parte inferior del divisor de haz, y B es la parte derecha. Vemos de manera clara que en el estado descrito por la pasada ecuación (7.6), he escrito todas las posibilidades que tienen los fotones, *i. e.* en este estado, incluyo las opciones tanto cuando son distinguibles como cuando no lo son. En este sentido he aplicado lo que menciona Zurek [19], pero al experimento de Hong-Ou-Mandel. Cabe mencionar entonces que este experimento de Hong-Ou-Mandel también puede verse como un experimento de elección retardada.

Propongo entonces que no variarán los resultados en los experimentos de elección retardada de Wheeler, sin importar cuánto se modifiquen. Es decir, siempre que le den opciones de caminos al fotón, éste siempre los tomará (por eso es una onda cuántica), pero cuando interactúe con los detectores, lo hará de manera discreta, como partícula. Por tanto, el experimento que hicieron en [12] llega a una conclusión obvia, pero además mi propuesta es que no hay necesidad de reproducir experimentalmente (y con mayor precisión) el experimento de Wheeler (y en general cualquier experimento de elección retardada), siempre se obtendrán los mismos resultados: el fotón viaja como onda y es detectado como partícula; agregando que no sabe de antemano nada acerca del experimento en cuestión, antes de

entrar a éste.



Parte VIII

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Mecánica Cuántica: Realmente Cálculo de Magia Negra.

– Albert Einstein

Si buscas resultados distintos no hagas siempre lo mismo.

– Albert Einstein

He sido un hombre afortunado; en la vida nada me ha sido fácil.

– Sigmund Freud

Capítulo 9

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Entendemos que un problema en la Mecánica Cuántica es el problema de la medición. Este problema radica en la concepción que se tenga de qué es *medir* en Mecánica Cuántica. Han surgido varios esquemas de mediciones, tales como: Mediciones Proyectivas, Mediciones Indirectas, Mediciones POVM (mediciones de valores de operadores positivos), Mediciones Débiles [21], etc.

A veces pueden haber confusiones para concebir estados de superposición, incluso a pocos años de surgir la teoría cuántica se llegó a proponer que la elección o el colapso de la función de onda habría podido depender de nuestra conciencia [19], pero conforme se fueron realizando experimentos cada vez mejor controlados, se vió que más bien la elección o colapso sucede mucho antes de que pudiera intervenir nuestra conciencia. Este tipo de ideas surgen de analizar el famoso experimento de Young sobre la doble rendija, de tal manera que se pensaba que los objetos cuánticos se enteraban qué propiedad se les iba a medir antes de que sucediera el experimento, lo cual introdujo ideas que no se complementan con la lógica cotidiana. Para dar explicación a dicho comportamiento extraño, Bohr enunció su principio de complementariedad, en el cual menciona que las propiedades que se les miden a los objetos cuánticos dependen más bien del arreglo experimental, de tal manera que no existe dicha información oculta. El problema es que, hablando a nivel cuántico, el hecho de realizar una medición implica perturbar al sistema en cuestión.

Por otra parte, también se pensó que hacer una medición más general implicaba incluir más términos en la función de onda de tal manera que se tendría eventualmente que incluir dentro del sistema de medición, al dispositivo de medición, luego, al “humano” que esté midiendo, etc., hasta llegar a contemplar a todo el Universo para dar una *función de onda del Universo* y obtener nuestra medición general. Sería realmente un gran lío optar por esta

opción, dificultando enormemente las mediciones.

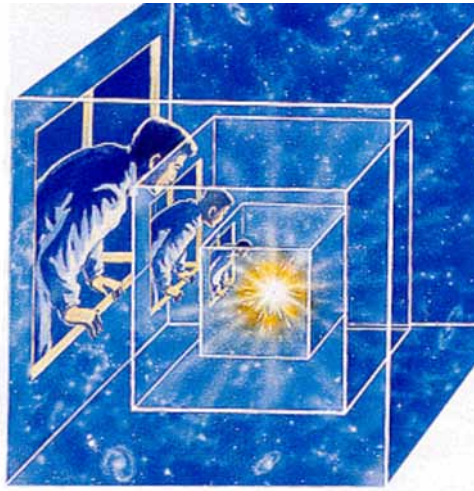


Figura 9.1 Problema de la medición en Mecánica Cuántica. Se ha llegado a enunciar que para hacer una medición totalmente correcta, se debe entonces considerar la interacción del observador con el aparato mismo de medición, lo que nos lleva a encadenar las interacciones y llegar a considerar al Universo mismo dentro de la medición.

También surgió una interpretación muy distinta, la interpretación de Everett sobre los Universos múltiples, la cual realmente no suprime la frontera entre lo cuántico y lo clásico, sino que más bien empuja todo hacia la frontera entre el Universo físico y la conciencia. Y debido a que en esta interpretación no se pueden comunicar entre Universos, se ha descartado como una fuerte teoría a seguir, pues faltan muchos argumentos que la puedan sustentar.

Podemos decir, en general, que las mediciones son interacciones. A escala macroscópica, las interacciones que se experimentan en una medición son despreciables, de tal manera que la medición no afecta al sistema. Los estados en Mecánica Cuántica están dados por superposiciones como:

$$|\psi\rangle = \sum_n c_n |n\rangle \quad (9.1)$$

Es decir, son combinaciones lineales en términos de una base¹.

Si representamos a los detectores involucrados mediante una combinación lineal, damos el estado del *detector* de la siguiente manera:

¹En el caso de 1 fotón no podemos localizarlo puntualmente en el espacio, de tal manera que no existe la función de onda de 1 fotón sino que más bien los expresamos como superposiciones de los estados de número, o base de Fock, tal como se expresa en el apéndice

$$|d\rangle = \sum_{n'} D_{n'} |d_{n'}\rangle \quad (9.2)$$

Siguiendo el razonamiento de Zurek [19] de tal manera que, para realizar una medición más general de un sistema, tenemos que enredar al sistema con el detector, teniendo un estado:

$$|S\rangle = |\psi\rangle |d\rangle = \sum_{n,n'} c_n D_{n'} |n\rangle |d_{n'}\rangle \quad (9.3)$$

Ahora, con respecto a los detectores, podemos decir que son clásicos, pero en el sentido de que no podemos extraer de manera controlada la información de cada uno de sus átomos.

Cuando se aplica la inversión en el tiempo, en el experimento de Wheeler, puedo concluir que *siempre deben existir las dos componentes*, es decir, cuando el fotón atraviesa el primer divisor de haz, éste le da opciones de caminos al fotón, por lo que siempre viajará por donde se le permita hacerlo. Después de atravesar el segundo divisor de haz, hasta que llegue a los detectores, es cuando sólo excita a uno de los átomos de **un** detector. Por lo tanto, concluyo que:

“El fotón vive (viaja) como onda pero muere (es detectado) como partícula”.

Discutiendo el resultado sobre la interferencia de Hong-Ou-Mandel y aplicando las ideas aquí propuestas, puedo decir que los fotones viajan por ambos caminos hasta justo antes de llegar a los detectores, de tal manera que su probabilidad de ser detectados en una salida será 1, y 0 en el otro lado a detectar, y viceversa. Es decir, ambos fotones se detectan en una salida o en otra pero ambos viajan por ambos caminos, variando su probabilidad de ser detectados.

De manera concluyente puedo decir que, a escala atómica, la naturaleza maneja comportamientos que no serán modificados por el hecho de mejorar la precisión en los aparatos de medición. Tal como mencioné en un capítulo anterior, concluyo el mismo resultado sobre el comportamiento de los fotones, en comparación con las realizaciones experimentales del experimento de Wheeler:

- Los fotones pueden interferir consigo mismos (tal como dijo Dirac).

- Dos fotones que sean indistinguibles pueden producir interferencia (cero coincidencias). Dirac dijo que dos fotones distintos no podrían interferir entre ellos pero que 1 sólo fotón sí puede interferir consigo mismo, más nunca mencionó este caso, en el que los fotones son idénticos (indistinguibles).
- En Wheeler, la fase que se introduce en uno de los brazos del interferómetro, me determina la salida del fotón (probabilidad que muestro en el apéndice A.3). Por otro lado, en Hong-Ou-Mandel, al introducir una fase, los fotones se hacen distinguibles y desaparece la interferencia, obteniendo coincidencias; mientras que las coincidencias se minimizan (teóricamente deberían ser cero) cuando los fotones son indistinguibles, a causa de anular el desfase entre ellos.
- Si se pudiera manipular el experimento de Hong-Ou-Mandel de tal manera que *durante el vuelo* de los fotones se decidiera introducir o no el divisor de haz, se obtienen los mismos resultados sin importar qué tan rápidos seamos como para “engañar” a los fotones.
- El experimento de Hong-Ou-Mandel reproduce el resultado obtenido en el experimento de Wheeler: un divisor de haz (segundo divisor en el caso de Wheeler) genera interferencia, exhibiendo el comportamiento ondulatorio de la luz, lo cual es algo propuesto en este trabajo, es decir, que así siempre viajan los fotones; mientras que en presencia de una fase (o ausencia del divisor de haz, segundo divisor en el caso de Wheeler), se borra el patrón de interferencia, lo cual exhibe que los fotones interactúan de manera discreta con los detectores, o bien, los fotones se detectan como partículas. Es decir, Wheeler y Hong-Ou-Mandel son equivalentes, pues en Wheeler se usa 1 fotón mientras que en Hong-Ou-Mandel se inciden 2 fotones en el divisor de haz.
- Existió una primer propuesta sobre el comportamiento de los fotones: que sabían el arreglo experimental antes de entrar al dispositivo de medición, por ejemplo un interferómetro, de tal manera que así decidían qué comportamiento exhibir. No obstante, por un lado, analizamos las realizaciones experimentales sobre el experimento pensado de Wheeler, mientras que por el otro lado, realizamos el experimento sobre interferencia cuántica de Hong-Ou-Mandel. Concluyo que, aunque se quiera modificar el experimento pensado de Wheeler, a fin de modificarlo, entonces se obtendrán los **mismos** resultados, argumentando ésto en base a la propuesta que mencioné en el séptimo capítulo.

Concluyo el siguiente resultado: El fotón **no** conoce de antemano el arreglo experimental, y viaja como onda *cuántica*² hasta que llega a algún detector y se registra entonces de manera discreta, o bien, como partícula.

²En el sentido de que una onda en la visión clásica se propaga en todo el espacio, mientras que un fotón cuando tiene opciones de caminos, por ejemplo en el experimento de Wheeler, el estado que viaja por el interferómetro viaja por *ambos* caminos hasta justo antes de llegar a alguno de los detectores: Por tanto, una onda *cuántica* no necesariamente se propaga por todo el espacio sino que sólo por los caminos permitidos.

Bibliografía

- [1] von Weizsäcker, C. F. Ortsbestimmung eines elektrons durch ein mikroskop. *Z. Phys.* **70**, 114-130 (1931).
- [2] John Archibald Wheeler and Wojciech Hubert Zurek, “John Archibald Wheeler: Law Without Law, *Quantum Theory and Measurement*”, Princeton University Press, 1983.
- [3] Christopher Gerry and Peter Knight, “Introductory Quantum Optics”, Cambridge University Press (November 22, 2004).
- [4] N. Bohr, “Das Quantenpostulat und die neuere Entwicklung der Atomistik”, *Naturwiss.*, **16**, 245-257 (1928).
- [5] Damián San Román Alerigi, “The quantum beam splitter revisited”, Facultad de Ciencias, UNAM, 2013.
- [6] Leonard Mandel and Emil Wolf, “Optical Coherence and Quantum Optics”, Cambridge U. P. 2005.
- [7] C. H. Holbrow, E. Galvez and M. E. Parks, “Photon Quantum Mechanics and Beam Splitters”, *American Journal of Physics* **70**, 260-265 (2002).
- [8] Richard P. Feynman, “Lectures on Physics”, Vol. 3, Academic Press, 1994.
- [9] J. J. Thorn, M. S. Neel, V. W. Donato, G. S. Bergreen, R. E. Davies and M. Beck, *American Journal of Physics* **72**, 1210-1219 (2004).
- [10] Damián San Román Alerigi, “La Naturaleza Cuántica de la Luz: Anticorrelación Experimental”, Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias UNAM, 2009.
- [11] Z. Y. Yeff Ou, “Multiphoton quantum interference”, Springer (2006).
- [12] A. Aspect, P. Grangier, V. Jacques, E. Wu, F. Grosshans, F. Treussart, Jean-François Roch, ‘Experimental Realization of Wheeler’s Delayed-Choice Gedanken Experiment’, *Science* Vol. 315, 16 February 2007.

-
- [13] Travis Norsen, Comment on ‘Experimental realization of Wheeler’s delayed-choice GedankenExperiment’, *Marlboro College*, Nov. 2, 2006.
- [14] Vladan Pankovic, Milan Predojevic, “A variant and explanation of the delayed choice experiment”, Department of Physics, Faculty of Sciences, Serbia, Dec. 11, 2006.
- [15] Ionicioiu & Terno, “Proposal for a Quantum Delayed-Choice Experiment”, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 230406 (2011).
- [16] M Bozic *et al*, “On Wheeler’s delayed-choice *Gedankenexperiment* and its laboratory realization”, Feb. 28, 2011.
- [17] Jian-Shun Tang, Yu-Long Li, Xiao-Ye Xu, Guo-Yong Xiang, Chuan-Feng Li and Guang-Can Guo, “Realization of quantum Wheeler’s delayed-choice experiment”, *Nature Photonics*, 19 August 2012.
- [18] Anton Zeilinger, Johannes Kofler, Xiao-song Ma, “Delayed-choice gedanken experiments and their realizations”, July 10, 2014.
- [19] W. H. Zurek, “Decoherence and the Transition from Quantum to Classical—Revisited”, *Los Alamos Science* Number 27, 2002.
- [20] Jorge Cravioto-Lagos, Gustavo Armendariz P., Víctor Velázquez, Enrique López Moreno, M. Grether and E. J. Galvez, “The Hong-Ou-Mandel Interferometer in the undergraduate laboratory”, *stacks.iop.org/EJP/33/1843*, *Eur. J. Phys.* **33** (2012) 1843-1850.
- [21] Anahi Alvarado Sánchez, “Mediciones Débiles en Mecánica Cuántica”, Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias, UNAM, 2015.
- [22] Nouredine Zettili, “**Quantum Mechanics** *Concepts and Applications*, Edit. John Wiley & SONS, LTD, p. 231, 2002.

Apéndice A

APÉNDICE

A.1. Expresión de los fotones

Podemos expresar a los fotones usando el operador de aniquilación \hat{a}^\dagger [22]. Aplicamos n veces el operador \hat{a}^\dagger y los fotones quedan entonces expresados como una combinación lineal, a los cuales se les llama también *estados de Fock*. Quedando expresados los fotones, o estados de número (o de Fock) de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} |1\rangle &= \hat{a}^\dagger |0\rangle \\ |2\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{a}^\dagger |1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2!}} (\hat{a}^\dagger)^2 |0\rangle \\ |3\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}} \hat{a}^\dagger |2\rangle = \frac{1}{\sqrt{3!}} (\hat{a}^\dagger)^3 |0\rangle \\ &\vdots \\ |n\rangle &= \frac{1}{\sqrt{n}} \hat{a}^\dagger |n-1\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}} (\hat{a}^\dagger)^n |0\rangle \end{aligned} \tag{A.1}$$

A.2. Estados de entrada y estados de salida

Cuando hacemos pasar 1 fotón a través de un divisor de haz, la relación entre el estado de entrada $|1\rangle$ y el estado de salida es la siguiente:

$$|1\rangle \xrightarrow{BS} \frac{1}{\sqrt{2}} (|1\rangle_R |0\rangle_D + i |0\rangle_R |1\rangle_D) \quad (\text{A.2})$$

Ahora, agregando la fase al estado que viaja por los brazos del interferómetro, tengo lo siguiente:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|1\rangle_R |0\rangle_D + i |0\rangle_R |1\rangle_D) \xrightarrow{\theta} \frac{1}{\sqrt{2}} (e^{i\theta} |1\rangle_R |0\rangle_D + i |0\rangle_R |1\rangle_D) \quad (\text{A.3})$$

Donde a los términos reflejados se les agrega una i y al término que se desfasa se le agrega $e^{i\theta}$.

A.3. Probabilidades

El cálculo de las probabilidades mostradas en el capítulo 3, ecuación (3.6), es el siguiente:

$$\begin{aligned} P_B &= \left| \frac{1}{2}(e^{i\theta} - 1) \right|^2 \\ &= \left[\frac{1}{2}(e^{i\theta} - 1) \right] \left[\frac{1}{2}(e^{i\theta} - 1) \right]^* \\ &= \frac{1}{4} (e^{i\theta} - 1)(e^{-i\theta} - 1) \\ &= \frac{1}{4} (1 - e^{i\theta} - e^{-i\theta} + 1) = \frac{1}{4} [2 - (e^{i\theta} + e^{-i\theta})] \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{2}{2} - \left(\frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2} \right) \right] = \frac{1}{2} (1 - \cos \theta) \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Para la ecuación (3.7) tengo que:

$$\begin{aligned}
P_D &= \left| \frac{1}{2}(e^{i\theta} + 1) \right|^2 \\
&= \left[\frac{1}{2}(e^{i\theta} + 1) \right] \left[\frac{1}{2}(e^{i\theta} + 1) \right]^* \\
&= \frac{1}{4} (e^{i\theta} + 1)(e^{-i\theta} + 1) \\
&= \frac{1}{4} (1 + e^{i\theta} - e^{-i\theta} + 1) = \frac{1}{4} [2 + (e^{i\theta} - e^{-i\theta})] \\
&= \frac{1}{2} \left[\frac{2}{2} + \left(\frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2} \right) \right] = \frac{1}{2} (1 + \cos \theta) \tag{A.5}
\end{aligned}$$

A.4. Detectores

Respecto a los detectores, éstos también manifestarán un comportamiento, dependiendo del tipo de fotones que les llegue, es decir, si tenemos fotones que a veces lleguen pocos y a veces lleguen muchos (es decir, de manera aleatoria o siguiendo una distribución Poissoniana) entonces los detectores también serán perturbados de la misma manera, en magnitud, a veces se excitarán pocos de sus átomos y a veces muchos. O bien, si tenemos una fuente cuántica (donde puedo controlar cuántos fotones emito, es decir, que siempre viajen por ejemplo 7 fotones, en intervalos iguales de tiempo), los átomos de los detectores serán estimulados en la misma proporción. O también puedo tener una fuente clásica (donde los fotones viajan en grandes cúmulos o al azar, pero variando su cantidad de fotones, o su densidad de fotones), y por tanto los átomos del detector también se verán estimulados en la misma proporción. Entonces podemos decir que los detectores tienen opciones de comportamiento.