



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA CIVIL – HIDRÁULICA

ANÁLISIS DE FRECUENCIAS DE ESCURRIMIENTOS EN SITIOS CON ESCASA
INFORMACIÓN HIDROMÉTRICA

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE
DOCTOR EN INGENIERÍA

PRESENTA:
LUIS FERNANDO ORSINI ZEGADA

TUTOR PRINCIPAL
CARLOS AGUSTÍN ESCALANTE SANDOVAL, FACULTAD DE INGENIERÍA
COMITÉ TUTOR
JESÚS GRACIA SÁNCHEZ, INSTITUTO DE INGENIERÍA
EDGAR GERARDO MENDOZA BALDWIN, INSTITUTO DE INGENIERÍA
LILIA REYES CHÁVEZ, FACULTAD DE INGENIERÍA
RODOLFO SILVA CASARÍN, INSTITUTO DE INGENIERÍA

MÉXICO, D. F. MAYO 2015



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Rodolfo Silva Casarín
Secretario: Dra. Lilia Reyes Chávez
1er. Vocal: Dr. Carlos Agustín Escalante Sandoval
2do. Vocal: Dr. Jesús Gracia Sánchez
3er. Vocal: Dr. Edgar Gerardo Mendoza Baldwin

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: FACULTAD DE INGENIERÍA, UNAM

TUTOR DE TESIS:
CARLOS AGUSTÍN ESCALANTE SANDOVAL

FIRMA

Dedicatoria

A mi amada esposa, Irma Evelyn Palacios de Luis, y a nuestroorado hijo, Thiago Salvatore Orsini Palacios.

Agradecimientos

A Dios y la virgen María.

A mi esposa, Irma Evelyn Palacios de Luis.

A mis padres, Nancy Mercedes Zegada de Orsini y Félix Orsini Puente.

A mis suegros, Petra Hortensia de Luis Dolores y Manuel Jesús Palacios González.

A mi tutor principal, el Dr. Carlos Agustín Escalante Sandoval.

A mi comité tutor, el Dr. Rodolfo Silva Casarín, la Dra. Lilia Reyes Chávez, el Dr. Jesús Gracia Sánchez y el Dr. Edgar Gerardo Mendoza Baldwin.

A mis compañeros, el Dr. Leonardo Daniel Amores Roveló y el Dr. Jorge Luis Torres Cadena.

A la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM).

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT).

A los Estados Unidos Mexicanos.

Resumen

El *análisis de frecuencias de escurrimientos* es de gran importancia en la práctica de la hidrología debido a la interacción que tienen los ríos con los ecosistemas, el desarrollo de las ciudades y las actividades humanas. La precisión en el *análisis de frecuencias de escurrimientos* es fundamental cuando se evalúa la factibilidad de una obra para el control de inundaciones o el aprovechamiento de los recursos hídricos pues, influye directamente en la estimación de la disponibilidad de aguas superficiales y en la valoración del impacto ambiental, social y económico que genera una obra de este tipo. Sin embargo, cuando se practica un análisis puntual de frecuencias en sitios con escasa información hidrométrica, ésta precisión se reduce drásticamente. En esta tesis se propuso una nueva metodología para el *análisis de frecuencias de escurrimientos* en sitios con escasa información hidrométrica, la cual consiste en generar, a partir de los gastos medios anuales, una cantidad suficiente de eventos sintéticos de la variable de gastos en estudio para recrear su propia distribución de frecuencias. Se comparó la incertidumbre en la estimación de cuantiles de (1) gastos de pico máximos anuales, (2) gastos diarios mínimos anuales y (3) gastos medios mensuales a través de (a) un análisis puntual de frecuencias convencional, (b) un análisis regional de frecuencias convencional y (c) la metodología propuesta. Los resultados obtenidos sugieren que la metodología propuesta logra reducir la incertidumbre en el *análisis de frecuencias de escurrimientos* en sitios con escasa información hidrométrica.

Palabra claves: análisis de frecuencias, escurrimientos, escasa información hidrométrica, incertidumbre.

Abstract

Streamflow frequency analysis is very important in hydrology due to the interaction between rivers and ecosystems, cities development and human activities. Precision in streamflow frequency analysis is fundamental when evaluating the feasibility of a flood control structure and water resource availability. However, when a streamflow frequency analysis is performed in sites with small samples, this precision reduces drastically. In this thesis a new approach is proposed for streamflow frequency analysis in sites with small samples, which consists in simulate, through mean annual flows, synthetic samples of the studied variable to reproduce its own frequency distribution. The uncertainty in quantiles estimation of (1) maximum annual peak flows, (2) minimum annual daily flows and (3) mean monthly flows, by the application of (a) a conventional frequency analysis, (b) a conventional regional frequency analysis and (c) the proposed method, were contrasted. The results suggests that the proposed method can reasonable reduce the uncertainty in streamflow frequency analysis from small samples.

Keywords: frequency analysis, streamflows, small samples, uncertainty.

Índice General

INTRODUCCIÓN	1
I. Problemática	1
II. Estado del Arte	2
III. Propuesta	3
IV. Hipótesis	3
V. Justificación	3
VI. Objetivos	3
VII. Desarrollo	4

MARCO TEÓRICO

1. ANÁLISIS PUNTUAL DE FRECUENCIAS DE ESCURRIMIENTOS	7
1.1. FORMALISMO MATEMÁTICO	7
1.1.1. Distribución Teórica de Frecuencias	7
1.1.2. Distribución Empírica de Frecuencias	9
1.1.3. Período de Retorno	10
1.1.4. Estimación de Cuantiles	10
1.1.5. Independencia	11
1.1.6. Homogeneidad	11
1.2. TÉCNICAS DE ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS	11
1.2.1. Técnica de los Mínimos Cuadrados	11
1.2.2. Técnica de los Momentos Ordinarios	12
1.2.3. Técnica de la Máxima Verosimilitud	12
1.2.4. Técnica de los Momentos de Probabilidad Pesada	13
1.2.5. Técnica de los Momentos-L	13
1.2.6. Técnica de la Máxima Entropía	14
1.3. CRITERIOS DE BONDAD DE AJUSTE	14
1.3.1. Criterio de Información de Akaike	15
1.3.2. Criterio de Información Bayesiano	15
1.3.3. Criterio del Error Estándar de Ajuste	15
1.4. ANÁLISIS PUNTUAL DE FRECUENCIAS CONVENCIONAL	16
1.4.1. Procedimiento	16

2. ANÁLISIS REGIONAL DE FRECUENCIAS DE ESCURRIMIENTOS	19
2.1. FORMALISMO MATEMÁTICO	19
2.1.1. Distribución Regional de Frecuencias	19
2.1.2. Homogeneidad	19
2.2. TÉCNICAS DE ANÁLISIS REGIONAL DE FRECUENCIAS	20
2.2.1. Técnica de Estaciones-Año	20
2.2.2. Técnica de la Avenida Índice	21
2.2.3. Técnica de los Momentos de Probabilidad Pesada Regionales	22
2.2.4. Técnica de la Transformación Regional de Box-Cox	22
2.2.5. Técnica de los Momentos-L Regionales	24
2.3. ANÁLISIS REGIONAL DE FRECUENCIAS CONVENCIONAL	25
2.3.1. Procedimiento	25

MARCO EXPERIMENTAL

3. METODOLOGÍA PROPUESTA	30
3.1. DESARROLLO DE LA METODOLOGÍA	30
3.1.1. Razonamiento	30
3.1.1.1. Variable Auxiliar	30
3.1.1.2. Esquema de Simulación	30
3.1.1.3. Ancho de Ventana	31
3.1.2. Hipótesis	31
3.2. FORMALISMO MATEMÁTICO	31
3.2.1. Procedimiento	31
4. EVALUACIÓN DE LA METODOLOGÍA	38
4.1. MATERIAL DE ESTUDIO	39
4.1.1. Zona de Estudio	39
4.1.2. Datos de Estudio	39
4.2. FORMALISMO MATEMÁTICO	39
4.2.1. Incertidumbre en el Análisis Puntual de Frecuencias Convencional	39
4.2.2. Incertidumbre en el Análisis Regional de Frecuencias Convencional	40
4.2.3. Incertidumbre en la Metodología Propuesta	41

RESULTADOS

5. CASOS DE ESTUDIO	43
5.1. ANÁLISIS DE FRECUENCIAS DE GASTOS DE PICO MÁXIMOS ANUALES	43
5.1.1. Series Históricas de Gastos de Pico Máximos Anuales	43
5.1.2. Incertidumbre en el Análisis de Frecuencias de Gastos de Pico Máximos Anuales	44
5.2. ANÁLISIS DE FRECUENCIAS DE GASTOS DIARIOS MÍNIMOS ANUALES	46
5.2.1. Series Históricas de Gastos Diarios Mínimos Anuales	46
5.2.2. Incertidumbre en el Análisis de Frecuencias de Gastos Diarios Mínimos Anuales	47
5.3. ANÁLISIS DE FRECUENCIAS DE GASTOS MEDIOS MENSUALES	49
5.3.1. Series Históricas de Gastos Medios Mensuales	49
5.3.2. Incertidumbre en el Análisis de Frecuencias de Gastos Medios Mensuales	55
CONCLUSIONES	58
REFERENCIAS	60

Índice de Tablas

Tabla 1.1.	Funciones de probabilidad acumulada comunes en el análisis puntual de frecuencias de escurrimientos.	8
Tabla 1.2.	Probabilidad empírica de no excedencia de escurrimientos.	9
Tabla 1.3.	Funciones de probabilidad acumulada para el análisis puntual de frecuencias de escurrimientos convencional.	17
Tabla 2.1.	Funciones de probabilidad acumulada para el análisis regional de frecuencias de escurrimientos convencional.	27
Tabla 3.1.	Funciones de probabilidad acumulada para el análisis puntual de frecuencias de gastos medios anuales.	33
Tabla 5.1.	Características de las series históricas de gastos de pico máximos anuales.	43
Tabla 5.2.	Características de las series históricas de gastos diarios mínimos anuales.	46
Tabla 5.3.	Características de las series históricas de gastos medios de octubre.	49
Tabla 5.4.	Características de las series históricas de gastos medios de noviembre.	50
Tabla 5.5.	Características de las series históricas de gastos medios de diciembre.	50
Tabla 5.6.	Características de las series históricas de gastos medios de enero.	51
Tabla 5.7.	Características de las series históricas de gastos medios de febrero.	51
Tabla 5.8.	Características de las series históricas de gastos medios de marzo.	52
Tabla 5.9.	Características de las series históricas de gastos medios de abril.	52
Tabla 5.10.	Características de las series históricas de gastos medios de mayo.	53
Tabla 5.11.	Características de las series históricas de gastos medios de junio.	53
Tabla 5.12.	Características de las series históricas de gastos medios de julio.	54
Tabla 5.13.	Características de las series históricas de gastos medios de agosto.	54
Tabla 5.14.	Características de las series históricas de gastos medios de septiembre.	55

Índice de Figuras

Figura 1.1.	Función de probabilidad acumulada.	7
Figura 1.2.	Función de densidad de probabilidad.	8
Figura 1.3.	Probabilidad empírica de no excedencia.	9
Figura 1.4.	Período de retorno.	10
Figura 1.5.	Estimación de cuantiles.	11
Figura 1.6.	Serie de observaciones de la variable de gasto en estudio en el sitio de interés.	16
Figura 1.7.	Distribución empírica de frecuencias de la serie de observaciones de la variable de gasto en estudio.	16
Figura 1.8.	Mejor función de probabilidad acumulada de la variable de gasto en estudio.	17
Figura 1.9.	Estimación de cuantiles de la variable de gasto en estudio.	18
Figura 2.1.	Función de probabilidad acumulada regional.	19
Figura 2.2.	Series de observaciones de la variable de gasto en estudio en la región.	25
Figura 2.3.	Serie Estaciones-Año de la variable de gasto regional.	26
Figura 2.4.	Distribución empírica de frecuencias de la serie Estaciones-Año.	26
Figura 2.5.	Mejor función de probabilidad acumulada de la variable de gasto regional.	27
Figura 2.6.	Estimación de cuantiles de la variable de gasto regional.	28
Figura 2.7.	Estimación de cuantiles de la variable de gasto en estudio.	28
Figura 3.1.	Serie de observaciones de los gastos medios anuales en el sitio de interés.	32
Figura 3.2.	Serie de observaciones de la variable de gasto en estudio en el sitio de interés.	32
Figura 3.3.	Relación entre los gastos medios anuales y la variable de gasto en estudio.	32
Figura 3.4.	Relación entre los gastos medios anuales y los radios de gasto en estudio.	33
Figura 3.5.	Distribución empírica de frecuencias de la serie de observaciones de los gastos medios anuales.	33
Figura 3.6.	Mejor función de probabilidad acumulada de los gastos medios anuales.	34
Figura 3.7.	Generación sintética de gastos medios anuales.	34
Figura 3.8.	Radio de gasto en estudio más cercano al gasto medio anual generado.	34
Figura 3.9.	Vector de radios de gasto en estudio más cercanos al gasto medio anual generado.	35
Figura 3.10.	Función de probabilidad acumulada de los radios de gasto en estudio.	35
Figura 3.11.	Extracción de radios de gasto en estudio.	36
Figura 3.12.	Valores sintéticos de la variable de gasto en estudio.	36
Figura 3.13.	Estimación de cuantiles de la variable de gasto en estudio.	37
Figura 4.1.	Sitios de estudio en la cuenca del río Susquehanna.	38
Figura 5.1.	Coefficiente de variación para muestras de 10 años en el análisis de frecuencias de gastos de pico máximos anuales.	44

Figura 5.2.	Coeficiente de variación para muestras de 20 años en el análisis de frecuencias de gastos de pico máximos anuales.	44
Figura 5.3.	Coeficiente de variación para muestras de 30 años en el análisis de frecuencias de gastos de pico máximos anuales.	45
Figura 5.4.	Coeficiente de variación para muestras de 40 años en el análisis de frecuencias de gastos de pico máximos anuales.	45
Figura 5.5.	Coeficiente de variación para muestras de 50 años en el análisis de frecuencias de gastos de pico máximos anuales.	45
Figura 5.6.	Coeficiente de variación en el análisis de frecuencias de gastos de pico máximos anuales.	46
Figura 5.7.	Coeficiente de variación para muestras de 10 años en el análisis de frecuencias de gastos diarios mínimos anuales.	47
Figura 5.8.	Coeficiente de variación para muestras de 20 años en el análisis de frecuencias de gastos diarios mínimos anuales.	47
Figura 5.9.	Coeficiente de variación para muestras de 30 años en el análisis de frecuencias de gastos diarios mínimos anuales.	48
Figura 5.10.	Coeficiente de variación para muestras de 40 años en el análisis de frecuencias de gastos diarios mínimos anuales.	48
Figura 5.11.	Coeficiente de variación para muestras de 50 años en el análisis de frecuencias de gastos diarios mínimos anuales.	48
Figura 5.12.	Coeficiente de variación en el análisis de frecuencias de gastos diarios mínimos anuales.	49
Figura 5.13.	Coeficiente de variación para muestras de 10 años en el análisis de frecuencias de gastos medios mensuales.	55
Figura 5.14.	Coeficiente de variación para muestras de 20 años en el análisis de frecuencias de gastos medios mensuales.	56
Figura 5.15.	Coeficiente de variación para muestras de 30 años en el análisis de frecuencias de gastos medios mensuales.	56
Figura 5.16.	Coeficiente de variación para muestras de 40 años en el análisis de frecuencias de gastos medios mensuales.	56
Figura 5.17.	Coeficiente de variación para muestras de 50 años en el análisis de frecuencias de gastos medios mensuales.	57
Figura 5.18	Coeficiente de variación en el análisis de frecuencias de gastos medios mensuales.	57

INTRODUCCIÓN

El *análisis de frecuencias de escurrimientos* es de gran importancia en la práctica de la hidrología debido a la interacción que tienen los ríos con los ecosistemas, el desarrollo de las ciudades y las actividades humanas. Por ejemplo, el análisis de frecuencias de gastos máximos anuales es utilizado para el diseño de presas, puentes, alcantarillas y otras estructuras destinadas al control de inundaciones (**Chow et al., 1988**). La capacidad hidráulica de estas estructuras se define a través del gasto de diseño. Así también, el análisis de frecuencias de gastos mínimos anuales es utilizado para el diseño de plantas de tratamiento; para describir la capacidad de un río de satisfacer los requerimientos de transporte fluvial, abastecimiento de agua potable, sistemas de riego, generación de energía eléctrica, dispersión de contaminantes y para evaluar el impacto de sequías prolongadas a ecosistemas acuáticos (**Escalante 2009**). En **Smakhtin (2001)** y **Pyrce (2004)** se describen diferentes índices para analizar los regímenes de flujos mínimos. La generación estocástica de gastos medios mensuales es utilizada en la planeación y administración de los recursos hídricos porque permite simular condiciones futuras de disponibilidad de aguas superficiales (**Salas et al., 1980**). La base para la generación estocástica de gastos medios mensuales es el análisis de frecuencias de gastos medios mensuales.

El objetivo del *análisis de frecuencias de escurrimientos* es determinar una relación entre la magnitud de los eventos de la variable de gasto en estudio y la probabilidad de que éstos sean igualados o excedidos en un cierto período de tiempo. Ésta relación se formaliza a través de una función de distribución de frecuencias, bajo la hipótesis de que la variable de gasto en estudio es independiente e idénticamente distribuida. Es decir, que su distribución de frecuencias es única y no cambia con el tiempo.

La precisión en el *análisis de frecuencias de escurrimientos* es fundamental cuando se evalúa la factibilidad de una obra para el control de inundaciones o el aprovechamiento de los recursos hídricos pues, influye directamente en la estimación de la disponibilidad de aguas superficiales y en la valoración del impacto ambiental, social y económico que genera una obra de este tipo.

I. Problemática

En la práctica, la distribución de frecuencias de la variable de gasto en estudio se estima a través del ajuste de una función de distribución de frecuencias al conjunto de observaciones disponibles en el sitio de interés. Pero, debido a la variabilidad de los escurrimientos, los

ajustes a partir de muestras registradas en diferentes períodos de tiempo también varían. Esta variación se entiende por incertidumbre y cuanto se logra reducirla, por precisión. Entonces, sucede que cuando se practica un análisis puntual de frecuencias en sitios con escasa información hidrométrica, la precisión se reduce drásticamente.

II. Estado del Arte

Una alternativa para reducir la incertidumbre en el *análisis de frecuencias de escurrimientos* en sitios con escasa información hidrométrica es el análisis regional de frecuencias. En el análisis regional de frecuencias se utiliza la información disponible en varios sitios de una región homogénea para determinar una distribución de frecuencias regional, a partir de la cual se obtienen los cuantiles para el sitio de interés.

El *análisis regional de frecuencias de escurrimientos* nace con el método de la *Avenida Índice* propuesto por **Darlymple (1960)**. **Chander et al. (1978)** sugieren la transformación regional de Box-Cox. **Wallis (1980)** sugiere el uso de los Momentos de Probabilidad Pesada como estimadores regionales. **Rossi et al. (1984)** proponen el uso de la distribución de Valores Extremos de dos Componentes. **Hosking y Wallis (1993)** introducen un conjunto de medidas de discordancia, heterogeneidad y bondad de ajuste, basadas en los momentos-L regionales, para determinar la distribución de frecuencias regional. A diferencia de éstas técnicas, que promedian los estadísticos de las series, la técnica *Estaciones-Año* combina las series para formar una sola de mayor longitud (**Cunnane 1988**). **Sveinsson et al. (2001)** proponen el método de la *Avenida Índice Poblacional* para corregir el uso de la media de los datos como *Avenida Índice*.

La técnica propuesta por **Hosking y Wallis (1993)** parece ser la técnica con mayor aceptación en el *análisis regional de frecuencias de escurrimientos*. Su aplicación en el análisis regional de frecuencias de gastos máximos anuales se puede encontrar en **Lim (2007)**, **Saf (2009)**, **Noto & La Loggia (2009)**, **Hussain (2011)** y **Rostami (2013)**; en el análisis regional de frecuencias de gastos mínimos anuales en **Chen et al. (2006)**, **Modarres (2008)** y **Shi et al. (2010)** y en el análisis regional de frecuencias de gastos medios mensuales en **Yerdelen et al. (2010)**.

Otra alternativa para el *análisis de frecuencias de escurrimientos* en sitios con escasa información hidrométrica son los *métodos de transferencia*. Los *métodos de transferencia* sugieren la transferencia de diferentes tipos de información de una cuenca “donadora” a la cuenca en estudio u “objetivo”.

Zaidman et al. (2003) proponen dos *métodos de transferencia*; en el primer método, se transfiere la forma estandarizada de la *función de probabilidad acumulada*; mientras que en el segundo, se transfiere la probabilidad empírica de no excedencia de los eventos del mismo

año. **Dong et al. (2013)** proponen una metodología de transferencia no paramétrica que consiste en aplicar un procedimiento iterativo para aproximar gradualmente la *función de probabilidad acumulada* a través de una transformación trigonométrica.

III. Propuesta

En esta tesis se propone una nueva metodología para el *análisis de frecuencias de escurrimientos* en sitios con escasa información hidrométrica, la cual consiste en generar, a partir de los gastos medios anuales, una cantidad suficiente de eventos sintéticos de la variable de gasto en estudio para recrear su propia distribución de frecuencias.

IV. Hipótesis

Existe una metodología que logra reducir la incertidumbre en el *análisis de frecuencias de escurrimientos* en sitios con escasa información hidrométrica.

V. Justificación

Una metodología que logre reducir la incertidumbre en el *análisis de frecuencias de escurrimientos* en sitios con escasa información hidrométrica permitirá que se evalúe con mayor precisión la disponibilidad de aguas superficiales, se realice un diseño óptimo de las obras hidráulicas y se practique un manejo sostenible de los recursos hídricos.

VI. Objetivos

Objetivo General

Desarrollar una metodología que logre reducir la incertidumbre en el *análisis de frecuencias de escurrimientos* en sitios con escasa información hidrométrica.

Objetivos Específicos

Para alcanzar el objetivo general se plantearon los siguientes objetivos específicos:

- a) Revisar las técnicas de *análisis puntual de frecuencias de escurrimientos*.
- b) Revisar las técnicas de *análisis regional de frecuencias de escurrimientos*.
- c) Establecer un *análisis puntual de frecuencias de escurrimientos* convencional.
- d) Establecer un *análisis regional de frecuencias de escurrimientos* convencional.

- e) Desarrollar un esquema de simulación condicional de la variable de gasto en estudio a partir de los gastos medios anuales.
- f) Definir una zona de estudio con series históricas de escurrimientos con una longitud de registro mayor a 70 años.
- g) Recolectar y analizar las series históricas de escurrimientos.
- h) A partir de las series históricas de escurrimientos, simular escenarios de escasa información hidrométrica.
- i) A partir de los escenarios de escasa información hidrométrica, medir la incertidumbre en la estimación de cuantiles de la variable de gasto en estudio a través del análisis puntual de frecuencias convencional.
- j) A partir de los escenarios de escasa información hidrométrica, medir la incertidumbre en la estimación de cuantiles de la variable de gasto en estudio a través del análisis regional de frecuencias convencional.
- k) A partir de los escenarios de escasa información hidrométrica, medir la incertidumbre en la estimación de cuantiles de la variable de gasto en estudio a través de la metodología propuesta.

VII. Desarrollo

La investigación se desarrolla en tres etapas; (1) marco teórico, (2) marco experimental y (3) resultados.

El marco teórico consta de dos capítulos. El primer capítulo (capítulo 1), formaliza matemáticamente el *análisis puntual de frecuencias de escurrimientos*, describe algunas técnicas de estimación de parámetros, detalla algunos criterios de bondad de ajuste y conviene un análisis puntual de frecuencias para su evaluación. El segundo (capítulo 2), formaliza matemáticamente el *análisis regional de frecuencias de escurrimientos*, describe algunas técnicas de análisis regional de frecuencias y conviene un análisis regional de frecuencias para su evaluación.

El marco experimental también consta de dos capítulos. El primero (capítulo 3), desarrolla y formaliza matemáticamente la metodología propuesta. El segundo (capítulo 4), describe los materiales de estudio y formaliza matemáticamente el procedimiento para la evaluación de la metodología. La evaluación consiste en comparar la incertidumbre en la estimación de cuantiles a través de; (1) el análisis puntual de frecuencias convencional, (2) el análisis regional de frecuencias convencional y (3) la metodología propuesta. La incertidumbre se mide como el coeficiente de variación de los cuantiles estimados a partir de los escenarios de escasa información hidrométrica, los cuales se simulan a partir de las series históricas de

escurrimientos de 13 sitios de estudio en la cuenca del río Susquehanna en la costa este de los Estados Unidos.

Los resultados se exponen en un solo capítulo (capítulo 5). Este presenta los valores de coeficiente de variación obtenidos en el proceso de evaluación de la metodología propuesta a través de tres casos de estudios; (a) análisis de frecuencias de gastos de pico máximos anuales, (b) análisis de frecuencias de gastos diarios mínimos anuales y (c) análisis de frecuencias de gastos medios mensuales.

MARCO TEÓRICO

CAPÍTULO 1

ANÁLISIS PUNTUAL DE FRECUENCIAS DE ESCURRIMIENTOS

El *análisis puntual de frecuencias de escurrimientos* tiene la finalidad de establecer una relación entre la magnitud de los eventos de la variable de gasto en estudio y su probabilidad de no excedencia en el sitio de interés.

Si la variable de gasto en estudio es independiente e idénticamente distribuida, ésta relación se puede formalizar a través de una *función de probabilidad acumulada*.

1.1. FORMALISMO MATEMÁTICO

1.1.1. Distribución Teórica de Frecuencias

Sean X la variable de gasto en estudio y x los eventos de X que pueden ocurrir en el sitio de interés, la relación entre su magnitud y probabilidad de no excedencia queda definida a través de una *función de probabilidad acumulada* (figura 1.1):

$$F_X(x; \theta) = f.X \rightarrow \Pr[X \leq x] \quad (1.1)$$

Donde θ es el vector de parámetros de la distribución.

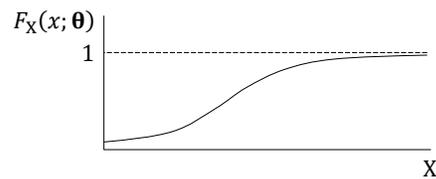


Figura 1.1. Función de probabilidad acumulada.

La probabilidad de ocurrencia de un evento x queda definida para la probabilidad de no excedencia entre dos eventos x y $x + \Delta x$. El límite de ésta probabilidad cuando Δx tiende a cero se conoce como *función de densidad de probabilidad* (figura 1.2):

$$f_X(x; \theta) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F_X(x + \Delta x; \theta) - F_X(x; \theta)}{\Delta x} \quad (1.2)$$

Donde θ es el vector de parámetros de la distribución.

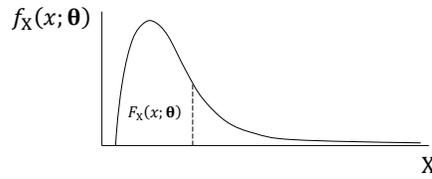


Figura 1.2. Función de densidad de probabilidad.

Se han propuesto diferentes funciones de probabilidad acumulada para el *análisis puntual de frecuencias de escurrimientos*. A continuación se exponen las más comunes (tabla 1.1):

Distribución	Fórmula	Restricciones
Normal	$F_X(x; \theta) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{t\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{t-\mu}{\sigma}\right]^2\right\} dt$	$\sigma > 0$
Log-Normal	$F_X(x; \theta) = \int_{\xi}^x \frac{1}{(t-\xi)\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{\ln(t-\xi)-\mu}{\sigma}\right]^2\right\} dt$	$x \geq \mu$ $\sigma > 0$
Pearson III	$F_X(x; \theta) = \int_{\xi}^x \frac{1}{\mu^\sigma \Gamma(\sigma)} \left(\frac{t-\xi}{\mu}\right)^{\sigma-1} \exp\left(-\frac{t-\xi}{\mu}\right) dt$	$x \geq \xi$ $\mu > 0; \sigma > 0$
Log-Pearson III	$F_X(x; \theta) = \int_{\xi}^x \frac{1}{t\mu^\sigma \Gamma(\sigma)} \left[\frac{\ln(t-\xi)}{\mu}\right]^{\sigma-1} \exp\left[-\frac{\ln(t-\xi)}{\mu}\right] dt$	$\ln(x) \geq \xi$ $\mu > 0; \sigma > 0$
Exponencial	$F_X(x; \theta) = 1 - \exp\left(-\frac{x-\xi}{\mu}\right)$	$x \geq \xi$ $\mu > 0$
Valores Extremos tipo I	$F_X(x; \theta) = \exp\left[-\exp\left(-\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right]$	$\sigma > 0$
Valores Extremos Generalizada	$F_X(x; \theta) = \exp\left\{-\left[1 + \sigma\left(\frac{x-\xi}{\mu}\right)\right]^{-\frac{1}{\sigma}}\right\}$	$x \geq \xi + \frac{\mu}{\sigma}$ $\mu > 0$
Valores Extremos de dos Componentes	$F_X(x; \theta) = \exp\left[-\sigma_1 \exp\left(-\frac{x}{\mu_1}\right) - \sigma_2 \exp\left(-\frac{x}{\mu_2}\right)\right]$	$\sigma_1 > \sigma_2 > 0$ $\mu_2 > \mu_1 > 0$
Weibull	$F_X(x; \theta) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x-\xi}{\mu}\right)^\sigma\right]$	$x \geq \xi$ $\mu > 0; \sigma > 0$
Pareto Generalizada	$F_X(x; \theta) = 1 - \left[1 + \sigma\left(\frac{x-\xi}{\mu}\right)\right]^{-\frac{1}{\sigma}}$	$x \geq \xi$ $\mu > 0; \sigma > 0$
Kappa	$F_X(x; \theta) = \left\{1 - \gamma \left[1 - \sigma\left(\frac{x-\xi}{\mu}\right)\right]^{\frac{1}{\sigma}}\right\}^{\frac{1}{\gamma}}$	$x \geq \xi + \frac{\mu}{\sigma}(1 - \gamma^{-\sigma})$ $\xi > 0; \mu > 0; \sigma < 0$

Tabla 1.1. Funciones de probabilidad acumulada comunes en el análisis puntual de frecuencias de escurrimientos.

1.1.2. Distribución Empírica de Frecuencias

La distribución empírica de frecuencias de una muestra ordenada de manera ascendente $\mathbf{X} = \{x_{(1)} \leq \dots \leq x_{(n)}\}$ queda definida a través de la probabilidad empírica de no excedencia de los eventos $x_{(i)}$ (figura 1.3):

$$p_{(i)} = f \cdot \mathbf{X} \rightarrow \Pr[X \leq x_{(i)}] \quad (1.3)$$

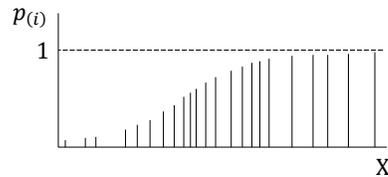


Figura 1.3. Probabilidad empírica de no excedencia.

Se han propuesto diferentes expresiones para estimar la probabilidad empírica de no excedencia de escurrimientos. A continuación se exponen algunas de ellas (tabla 1.2):

Autor	Año	Fórmula
California	1923	$p_{(i)} = \frac{i}{n}$
Hazen	1930	$p_{(i)} = \frac{i - 0.5}{n}$
Weibull	1939	$p_{(i)} = \frac{i}{n + 1}$
Beard	1943	$p_{(i)} = \frac{i - 0.31}{n + 0.38}$
Chegodayev	1955	$p_{(i)} = \frac{i - 0.3}{n + 0.4}$
Blom	1958	$p_{(i)} = \frac{i - 0.375}{n + 0.25}$
Tukey	1962	$p_{(i)} = \frac{i - 0.33}{n + 0.33}$
Gringorten	1963	$p_{(i)} = \frac{i - 0.44}{n + 0.12}$
Cunnane	1978	$p_{(i)} = \frac{i - 0.4}{n + 0.2}$
Adamowski	1981	$p_{(i)} = \frac{i - 0.25}{n + 0.5}$

Tabla 1.2. Probabilidad empírica de no excedencia de escurrimientos.

1.1.3. Período de Retorno

La probabilidad de no excedencia de un evento x se puede expresar en términos de su período de retorno T . Éste se define como el valor esperado del tiempo τ que transcurre entre eventos de igual o mayor magnitud (figura 1.4):

$$T = E[\tau] \tag{1.4}$$

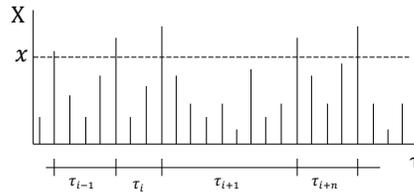


Figura 1.4. Período de retorno.

Si X es independiente, la probabilidad de no excedencia de un evento x se relaciona con su período de retorno T de la siguiente manera:

$$\Pr[X \leq x] = 1 - \frac{1}{T} \tag{1.5}$$

1.1.4. Estimación de Cuantiles

Sea $F_X(x; \theta)$ la *función de probabilidad acumulada* de X , los eventos x asociados a una probabilidad de no excedencia q o período de retorno T se pueden estimar a través de la siguiente expresión (figura 1.5):

$$x(q; \theta) = \inf\{x \in \mathbb{R}: q \leq F_X(x; \theta)\} \tag{1.6}$$

Para:

$$q = 1 - \frac{1}{T} \tag{1.7}$$

Donde la función $\inf\{ \}$ devuelve el valor inferior que cumple con el argumento $\{ \}$.

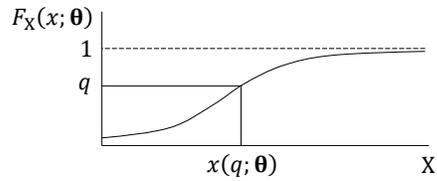


Figura 1.5. Estimación de cuantiles.

1.1.5. Independencia

Sean X una variable continua y x_t los eventos de X que pueden ocurrir en un tiempo t , se entiende por independencia cuando la dependencia que existe entre los eventos x_t y x_{t+k} es nula o despreciable:

$$\Pr[X \leq x_t, X \leq x_{t+k}] = \Pr[X \leq x_t] \cdot \Pr[X \leq x_{t+k}] \quad (1.8)$$

1.1.6. Homogeneidad

Sean X una variable continua y x_t los eventos de X que pueden ocurrir en un tiempo t , se entiende por homogeneidad temporal cuando los eventos x_t y x_{t+k} siguen una misma distribución de frecuencias. Es decir, la variable es idénticamente distribuida:

$$\Pr[X \leq x_t] = \Pr[X \leq x_{t+k}] \quad (1.9)$$

1.2. TÉCNICAS DE ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS

Como se describió en la sección 1.3, la *función de probabilidad acumulada* $F_X(x; \theta)$ de una variable aleatoria X queda definida a través de sus parámetros θ . Se han propuesto diferentes técnicas para estimar los parámetros de una función de distribución de frecuencias. A continuación se describen alguna de ellas.

1.2.1. Técnica de los Mínimos Cuadrados

El método de los mínimos cuadrados fue publicado inicialmente por A. M. Legendre en 1805 (**Merriman 1877**). Los parámetros se estiman al minimizar la Sumatoria de los Cuadrados de los Errores entre los eventos observados y aquellos estimados con la función de cuantiles de la distribución.

Dada una serie de eventos ordenados de manera ascendente $\mathbf{X} = \{x_{(1)} \leq \dots \leq x_{(n)}\}$ con probabilidad empírica de no excedencia $p_{(i)}$ y una función de cuantiles $x(q; \boldsymbol{\theta})$, la Sumatoria de los Cuadrados de los Errores se calcula como:

$$SSE(x; \boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^n [x_{(i)} - x(p_{(i)}; \boldsymbol{\theta})]^2 \quad (1.9)$$

1.2.2. Técnica de los Momentos Ordinarios

La técnica de los Momentos Ordinarios fue introducida por K. Pearson en 1902 (Chow et al., 1988). Los parámetros de la distribución se obtienen al igualar los Momentos Ordinarios de la distribución con sus estimadores obtenidos a partir de la muestra.

Los Momentos Ordinarios de una variable aleatoria X con función de densidad $f_X(x; \boldsymbol{\theta})$ se definen como (Chow et al., 1988):

$$M^r = \int_{-\infty}^{+\infty} x^r f_X(x; \boldsymbol{\theta}) dx \quad (1.10)$$

Dada una muestra $\mathbf{X} = \{x_1, \dots, x_n\}$, los Momentos Ordinarios se pueden estimar como (Chow et al., 1988):

$$m^r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^r \quad (1.11)$$

Entonces, se construye un sistema de ecuaciones de igual número de parámetros por estimar:

$$M^r = m^r \quad (1.12)$$

1.2.3. Técnica de la Máxima Verosimilitud

La técnica de la Máxima Verosimilitud fue propuesta inicialmente por R. A. Fisher en 1922 (Chow et al., 1988). Los parámetros de la distribución se obtienen al maximizar la probabilidad conjunta (o verosimilitud) de la muestra.

Dada una muestra $\mathbf{X} = \{x_1, \dots, x_n\}$ con función de densidad $f_X(x; \boldsymbol{\theta})$, la verosimilitud se calcula como (Chow et al., 1988):

$$L_X(x; \boldsymbol{\theta}) = \prod_{i=1}^n f_X(x_i; \boldsymbol{\theta}) \quad (1.13)$$

1.2.4. Técnica de los Momentos de Probabilidad Pesada

En ésta técnica los parámetros de la distribución se obtienen al igualar los Momentos de Probabilidad Pesada de la distribución con sus estimadores obtenidos a partir de la muestra.

Los Momentos de Probabilidad Pesada de una variable aleatoria \mathbf{X} con función de cuantiles $x(q; \boldsymbol{\theta})$ se definen como (Greenwood et al. 1979):

$$M_{rst} = \int_0^1 [x(q; \boldsymbol{\theta})]^r q^s (1 - q)^t dq \quad (1.14)$$

Usualmente, se utiliza la siguiente expresión simplificada:

$$\beta_k = \int_0^1 [x(q; \boldsymbol{\theta})]^k q dq \quad (1.15)$$

Dada una serie de eventos ordenados de manera ascendente $\mathbf{X} = \{x_{(1)} \leq \dots \leq x_{(n)}\}$ con probabilidad empírica de no excedencia $p_{(i)}$, los Momentos de Probabilidad Pesada se pueden estimar como (Greenwood et al. 1979):

$$b_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{(i)}^k p_{(i)}^k \quad (1.16)$$

Entonces, se construye un sistema de ecuaciones de igual número de parámetros por estimar:

$$\beta_k = b_k \quad (1.17)$$

1.2.5. Técnica de los Momentos-L

En ésta técnica los parámetros de la distribución se obtienen al igualar los Momentos-L de la distribución con sus estimadores obtenidos a partir de la muestra.

Hosking (1990), introduce los Momentos-L de una variable aleatoria \mathbf{X} como combinaciones lineales de los Momentos de Probabilidad Pesada β_k :

$$\lambda_{r+1} = \sum_{i=0}^r (-1)^{r-i} \binom{r}{i} \binom{r+i}{i} \beta_i \quad (1.18)$$

Dado los estimadores de Momentos de Probabilidad Pesada b_k , los Momentos-L se pueden estimar de manera similar Hosking (1990):

$$l_{r+1} = \sum_{i=0}^r (-1)^{r-i} \binom{r}{i} \binom{r+i}{i} b_i \quad (1.19)$$

Entonces, se construye un sistema de ecuaciones de igual número de parámetros por estimar:

$$\lambda_{r+1} = l_{r+1} \quad (1.20)$$

1.2.6. Técnica de la Máxima Entropía

Para una variable aleatoria continua X con función de densidad $f_X(x; \theta)$, la entropía se define como (Shannon 1948a & 1948b):

$$H[f_X(x; \theta)] = \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x; \theta) \ln[f_X(x; \theta)] dx \quad (1.21)$$

El Principio de Máxima Entropía fue formulado por Jaynes (1957a & 1957b). Sugiere que la mejor distribución es aquella que maximiza la entropía bajo ciertas restricciones.

Dada una función de densidad $f_X(x; \theta)$ y ciertas $m + 1$ restricciones lineales de la forma:

$$C_i = \int_{-\infty}^{+\infty} y_i(x) f_X(x; \theta) dx \quad (1.22)$$

Donde $y_i(x)$ es alguna función de x con promedio sobre $f_X(x; \theta)$ definido. El máximo de $H[f_X(x; \theta)]$ se consigue cuando:

$$f_X(x; \lambda) = \exp \left[-\lambda_0 - \sum_{i=1}^m \lambda_i \cdot y_i(x) \right] \quad (1.23)$$

Donde λ son multiplicadores de LaGrange. Éstos se obtienen al resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$C_i - \int_{-\infty}^{+\infty} y_i(x) \exp \left[-\lambda_0 - \sum_{i=1}^m \lambda_i \cdot y_i(x) \right] dx = 0 \quad (1.24)$$

En ésta técnica los parámetros de la distribución se obtienen al construir ciertas relaciones con los multiplicadores de LaGrange que permitan su estimación:

$$f \cdot \lambda \rightarrow \theta \quad (1.25)$$

Es aquí donde radica la complejidad del método. En Sing (1998) se desarrollan éstas relaciones para estimar los parámetros de diferentes distribuciones.

1.3. CRITERIOS DE BONDAD DE AJUSTE

Existen diferentes funciones de probabilidad acumulada $F_X(x; \theta)$ que pueden estimar la distribución de frecuencias de una variable aleatoria X , la selección de alguna de ellas se basa

en la bondad de su ajuste. Se han propuesto diferentes criterios de bondad de ajuste. Los siguientes criterios otorgan una penalización a la bondad del ajuste según el número de parámetros de la distribución.

1.3.1. Criterio de Información de Akaike

Akaike (1977), en base a la teoría de la información, desarrolla el Criterio de Información de Akaike. Éste criterio intenta estimar la cantidad relativa de información perdida al ajustar un modelo a la serie de datos:

Dada una serie de eventos ordenados de manera ascendente $\mathbf{X} = \{x_{(1)} \leq \dots \leq x_{(n)}\}$ con verosimilitud $L_{\mathbf{X}}(x; \boldsymbol{\theta})$, el Criterio de Información de Akaike se calcula como:

$$AIC(x; \boldsymbol{\theta}) = 2k - \ln[L_{\mathbf{X}}(x; \boldsymbol{\theta})] \quad (1.26)$$

Donde k es el número de parámetros del modelo. La distribución con el menor Criterio de Información de Akaike se considera la mejor.

1.3.2. Criterio de Información Bayesiano

Schwarz (1978), argumenta el uso del Criterio de Información Bayesiano. Está relacionado con el Criterio de Información de Akaike.

Dada una serie de eventos ordenados de manera ascendente $\mathbf{X} = \{x_{(1)} \leq \dots \leq x_{(n)}\}$ con verosimilitud $L_{\mathbf{X}}(x; \boldsymbol{\theta})$, el Criterio de Información Bayesiano se calcula como:

$$BIC(x; \boldsymbol{\theta}) = -2 \ln[L_{\mathbf{X}}(x; \boldsymbol{\theta})] + k \cdot \ln(n) \quad (1.27)$$

Donde k es el número de parámetros del modelo. La distribución con el menor Criterio de Información Bayesiano se considera la mejor.

1.3.3. Criterio del Error Estándar de Ajuste

Kite (1989) propone el Error Estándar de Ajuste.

Dada una serie de eventos ordenados de manera ascendente $\mathbf{X} = \{x_{(1)} \leq \dots \leq x_{(n)}\}$ con Sumatoria del Cuadrado de los Errores $SSE(x; \boldsymbol{\theta})$, el Error Estándar de Ajuste se calcula como:

$$SFE(x; \boldsymbol{\theta}) = \sqrt{\frac{SSE(x; \boldsymbol{\theta})}{n - k}} \quad (1.28)$$

Donde k es el número de parámetros del modelo. La distribución con el menor Error Estándar de Ajuste se considera la mejor.

1.4. ANÁLISIS PUNTUAL DE FRECUENCIAS CONVENCIONAL

1.4.1. Procedimiento

Sean X la variable de gasto en estudio y $\mathbf{X}_n = \{x_1, \dots, x_n\}$ la serie de observaciones de X en el sitio de interés (figura 1.6), el procedimiento del *análisis puntual de frecuencias de escurrimientos* convencional se desarrolla mediante los siguientes pasos:

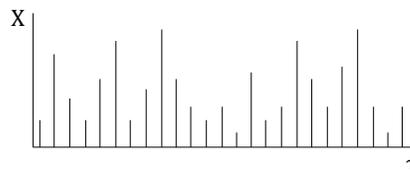


Figura 1.6. Serie de observaciones de la variable de gasto en estudio en el sitio de interés.

Paso 1. Ordenar de manera ascendente \mathbf{X} , *i.e.*, $\mathbf{X} = \{x_{(1)} \leq \dots \leq x_{(n)}\}$.

Paso 2. Estimar la distribución empírica de frecuencias de \mathbf{X} (figura 1.7) a través de la fórmula de Weibull (tabla 1.1):

$$p_{(i)} = \frac{i}{n + 1} \quad (1.29)$$

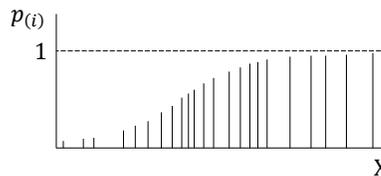


Figura 1.7. Distribución empírica de frecuencias de la serie de observaciones de la variable de gasto en estudio.

Paso 3. Definir la k -ésima *función de probabilidad acumulada* de \mathbf{X} de cada una de las distribuciones en competencia (tabla 1.3):

$$F_X^k(x; \boldsymbol{\theta}^k) = f \cdot X \rightarrow \Pr[X \leq x] \quad (1.30)$$

Donde los parámetros de la distribución $\boldsymbol{\theta}$ se estiman a través de la técnica de los Mínimos Cuadrados (sección 1.2.1).

Distribución	Fórmula	Restricciones
Log-Normal	$F_X(x; \boldsymbol{\theta}) = \int_{\xi}^x \frac{1}{(t - \xi)\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{\ln(t - \xi) - \mu}{\sigma}\right]^2\right\} dt$	$x \geq \xi$ $\sigma > 0$
Pearson III	$F_X(x; \boldsymbol{\theta}) = \int_{\xi}^x \frac{1}{\mu^{\sigma}\Gamma(\sigma)} \left(\frac{t - \xi}{\mu}\right)^{\sigma-1} \exp\left(-\frac{t - \xi}{\mu}\right) dt$	$x \geq \xi$ $\mu > 0; \sigma > 0$
Log-Pearson III	$F_X(x; \boldsymbol{\theta}) = \int_{\xi}^x \frac{1}{t\mu^{\sigma}\Gamma(\sigma)} \left[\frac{\ln(t) - \xi}{\mu}\right]^{\sigma-1} \exp\left[-\frac{\ln(t) - \xi}{\mu}\right] dt$	$\ln(x) \geq \xi$ $\mu > 0; \sigma > 0$
Weibull	$F_X(x; \boldsymbol{\theta}) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x - \xi}{\mu}\right)^{\sigma}\right]$	$x \geq \xi$ $\mu > 0; \sigma > 0$

Tabla 1.3. Funciones de probabilidad acumulada para el análisis puntual de frecuencias de escurrimientos convencional.

Paso 4. Seleccionar como la mejor función de probabilidad acumulada de X (figura 1.8) aquella con el menor Error Estándar de Ajuste (sección 1.3.3):

$$F_X(x; \boldsymbol{\theta}) = f. \rightarrow \Pr[X \leq x] \tag{1.31}$$

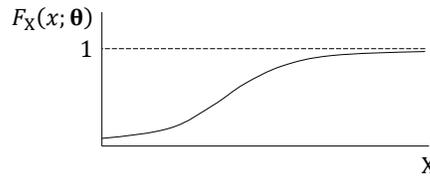


Figura 1.8. Mejor función de probabilidad acumulada de la variable de gasto en estudio.

Paso 5. Estimar los cuantiles de X (para diferentes períodos de retorno T) a partir de su función de cuantiles (figura 1.9):

$$x(q; \boldsymbol{\theta}) = \inf\{x \in \mathbb{R}: q \leq F_X(x; \boldsymbol{\theta})\} \tag{1.32}$$

Para:

$$q = 1 - \frac{1}{T} \tag{1.33}$$

Donde la función $\inf\{ \}$ devuelve el valor inferior que cumple con el argumento $\{ \}$.

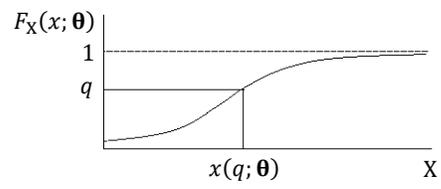


Figura 1.9. Estimación de cuantiles de la variable de gasto en estudio.

CAPÍTULO 2

ANÁLISIS REGIONAL DE FRECUENCIAS DE ESCURRIMIENTOS

El *análisis regional de frecuencias de escurrimientos* tiene la finalidad de establecer una relación entre la magnitud de los eventos de la variable de gasto en estudio y su probabilidad de no excedencia en los sitios de una región.

Si la variable de gasto en estudio es independiente, idénticamente distribuida y homogénea en la región, ésta relación se puede formalizar a través de la *función de probabilidad acumulada* de una variable de gasto regional.

2.1. FORMALISMO MATEMÁTICO

2.1.1. Distribución Regional de Frecuencias

Sean X la variable de gasto en estudio y x^j , para $j = 1, \dots, M$, los eventos de X que pueden ocurrir en M sitios de una región homogénea, la relación entre su magnitud y probabilidad de no excedencia queda definida a través de la *función de probabilidad acumulada* de una variable de gasto regional Y (figura 2.1):

$$F_Y(y; \theta) = f.X \rightarrow \Pr[X \leq x^j]; \forall j \in \{1, \dots, M\} \quad (2.1)$$

Donde θ es el vector de parámetros de la distribución.

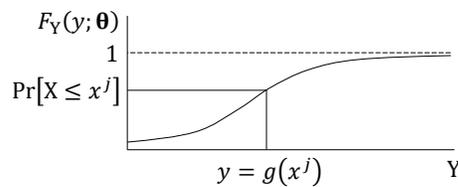


Figura 2.1. Función de probabilidad acumulada regional.

2.1.3. Homogeneidad

Sean X la variable de gasto en estudio y x^j , para $j = 1, \dots, M$, los eventos de X que pueden ocurrir en M sitios de una región, se entiende por homogeneidad espacial cuando los eventos x^j , bajo cierta estandarización $y^j = g(x^j)$, siguen una misma distribución de frecuencias:

$$F_Y(y; \theta) = f.Y \rightarrow \Pr[Y \leq y^j]; \forall j \in \{1, \dots, M\} \quad (2.2)$$

2.2. TÉCNICAS DE ANÁLISIS REGIONAL DE FRECUENCIAS

Se han propuesto diferentes técnicas de *análisis regional de frecuencias de escurrimientos*. A continuación se describen algunas de ellas.

2.2.1. Técnica de Estaciones-Año

Ésta técnica sugiere que la variable de gasto regional queda definida a través de una serie *Estaciones-Año* (Cunnane 1998).

Sean X la variable de gasto en estudio y $\mathbf{X}^j = \{x_1^j, \dots, x_{n_j}^j\}$, para $j = 1, \dots, M$, las series de observaciones de X en los M sitios de la región homogénea, éstas se modulan entre la media de cada sitio \bar{x}^j :

$$y_i^j = \frac{x_i^j}{\bar{x}^j} \quad (2.3)$$

Donde:

$$\bar{x}^j = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} x_i^j \quad (2.4)$$

Así se obtienen M series de gastos estandarizados $\mathbf{Y}^j = \{y_1^j, \dots, y_{n_j}^j\}$ que se combinan en una sola serie *Estaciones-Año* $\mathbf{Y} = \{\mathbf{Y}^1 | \dots | \mathbf{Y}^M\}$.

A partir de esta serie *Estaciones-Año* \mathbf{Y} queda definida la variable de gasto regional Y .

Entonces, se estiman los cuantiles de Y (para diferentes períodos de retorno T) a través de su distribución de frecuencias:

$$y(q; \boldsymbol{\theta}) = \inf\{x \in \mathbb{R}: q \leq F_Y(y; \boldsymbol{\theta})\} \quad (2.5)$$

Para:

$$q = 1 - \frac{1}{T} \quad (2.6)$$

Finalmente, para obtener los q -ésimos cuantiles de X se multiplican los q -ésimos cuantiles $y(q; \boldsymbol{\theta})$ por la media de cada sitio \bar{x}^j :

$$x^j(q) = y(q; \boldsymbol{\theta}) \cdot \bar{x}^j \quad (2.7)$$

2.2.2. Técnica de la Avenida Índice

Ésta técnica fue propuesta por **Darlymple (1960)** y sugiere que la variable de gasto en estudio sigue una distribución de Valores Extremos tipo I.

Sean X la variable de gasto en estudio y $\mathbf{X}^j = \{x_{(1)}^j \leq \dots \leq x_{(n)}^j\}$, para $j = 1, \dots, M$, las series de observaciones de X , ordenadas de manera ascendente, en los M sitios de la región homogénea, se estiman los cuantiles de X a través de la distribución de Valores Extremos tipo I de cada sitio:

$$x^j(T_i; \boldsymbol{\theta}^j) = \mu^j - \sigma^j \ln[-\ln(p_{(i)})] \quad (2.8)$$

Donde $p_{(i)}$ es la probabilidad empírica de no excedencia de los eventos $x_{(i)}^j$.

Luego, se modulan entre la avenida índice de cada sitio $\bar{x}^j(\boldsymbol{\theta}^j)$:

$$y^j(p_{(i)}; \boldsymbol{\theta}^j) = \frac{x^j(p_{(i)}; \boldsymbol{\theta}^j)}{\bar{x}^j(\boldsymbol{\theta}^j)} \quad (2.9)$$

Donde:

$$\bar{x}^j(\boldsymbol{\theta}^j) = \mu^j - \sigma^j \ln[-\ln(0.5782)] \quad (2.10)$$

Luego, se calculan las medianas de los cuantiles $y^j(p_{(i)}; \boldsymbol{\theta}^j)$ correspondientes a una misma probabilidad empírica de no excedencia $p_{(i)}$ para obtener los cuantiles regionales:

$$y(p_{(i)}) = \text{med}\{y^1(p_{(i)}; \boldsymbol{\theta}^1), \dots, y^M(p_{(i)}; \boldsymbol{\theta}^M)\} \quad (2.11)$$

Donde la función $\text{med}\{ \}$ devuelve la mediana del argumento $\{ \}$.

A partir de los cuantiles regionales $y(p_{(i)})$ queda definida la variable de gasto regional Y .

Entonces, se estiman los cuantiles de Y (para diferentes períodos de retorno T) a partir de su distribución de Valores Extremos tipo I:

$$y(q; \boldsymbol{\theta}) = \mu - \sigma \ln[-\ln(q)] \quad (2.12)$$

Para:

$$q = 1 - \frac{1}{T} \quad (2.13)$$

Finalmente, para obtener los q -ésimos cuantiles de X se deben multiplicar los q -ésimos cuantiles $y(q; \boldsymbol{\theta})$ por la avenida índice de cada sitio \bar{x}^j :

$$x^j(q) = y(q; \boldsymbol{\theta}) \cdot \bar{x}^j \quad (2.14)$$

2.2.3. Técnica de los Momentos de Probabilidad Pesada Regionales

Ésta técnica fue propuesta por **Wallis (1980)** y sugiere que la variable de gasto regional queda definida a través de sus Momentos de Probabilidad Pesada.

Sean X la variable de gasto en estudio y b_k^j , para $j = 1, \dots, M$, los estimadores muestrales de los Momentos de Probabilidad Pesada de X en los M sitios de la región homogénea, éstos se modulan entre el primer Momento de Probabilidad Pesada de cada sitio b_0^j :

$$t_k^j = \frac{b_k^j}{b_0^j}; k > 0 \quad (2.15)$$

Luego, los Momentos de Probabilidad Pesada Estandarizados t_k^j del mismo orden k se promedian para obtener los Momentos de Probabilidad Pesada Regionales:

$$\bar{t}_k = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M t_k^j \quad (2.16)$$

A partir de los Momentos de Probabilidad Pesada Regionales \bar{t}_k queda definida la variable de gasto regional Y y se estiman los parámetros de su distribución de frecuencias.

Entonces, se estiman los cuantiles de Y (para diferentes períodos de retorno T) a partir de su distribución de frecuencias:

$$y(q; \theta) = \inf\{x \in \mathbb{R}: q \leq F_Y(y; \theta)\} \quad (2.17)$$

Para:

$$q = 1 - \frac{1}{T} \quad (2.18)$$

Finalmente, para obtener los q -ésimos cuantiles de X se multiplican los q -ésimos cuantiles $y(q; \theta)$ por el Primer Momento de Probabilidad Pesada de cada sitio b_0^j :

$$x^j(q) = y(q; \theta) \cdot b_0^j \quad (2.19)$$

2.2.4. Técnica de la Transformación Regional de Box-Cox

Ésta técnica fue propuesta por **Chander et al. (1978)** y sugiere el uso de la transformación de Box-Cox para la estandarización de la variable de gasto en estudio.

Sean X la variable de gasto en estudio y $\mathbf{X}^j = \{x_1^j, \dots, x_n^j\}$, para $j = 1, \dots, M$, las series de observaciones de X en los M sitios de la región homogénea, estas se normalizan a través de la transformación de Box-Cox (Box & Cox 1964):

$$y_i^j = \frac{(x_i^j)^{\lambda^j} - 1}{\lambda^j} \quad (2.20)$$

De esta manera se obtienen M series normalmente distribuidas $\mathbf{Y}^j = \{y_1^j, \dots, y_n^j\}$ con media y desviación estándar:

$$\mu^j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^j \quad (2.21)$$

$$\sigma^j = \left[\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i^j - \mu^j)^2 \right]^{0.5} \quad (2.22)$$

Éstas series \mathbf{Y}^j pertenecen a una variable de gasto regional Y .

Luego, los exponentes λ^j se promedian para obtener un solo exponente regional λ :

$$\lambda = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \lambda^j \quad (2.23)$$

Entonces, se estiman los cuantiles de Y (para diferentes períodos de retorno T) a través de la distribución Normal de cada sitio:

$$y^j(q; \theta^j) = \inf\{x \in \mathbb{R}: q \leq F_Y^j(y^j; \theta^j)\} \quad (2.24)$$

Para:

$$q = 1 - \frac{1}{T} \quad (2.25)$$

Donde:

$$F_Y^j(y^j; \theta^j) = \int_{-\infty}^{y^j} \frac{1}{\sigma^j \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{t - \mu^j}{\sigma^j} \right)^2 \right] dt \quad (2.26)$$

Finalmente, para obtener los q -ésimos cuantiles de X se des-normalizan los q -ésimos cuantiles $y^j(q; \theta^j)$ a través del exponente regional de Box-Cox λ :

$$x^j(q) = [\lambda \cdot y^j(q; \theta^j) + 1]^{\frac{1}{\lambda}} \quad (2.27)$$

2.2.5. Técnica de los Momentos-L Regionales

Ésta técnica fue propuesta por **Hosking y Wallis (1993)** y sugiere el uso de los Momentos-L Regionales para definir la distribución de frecuencias de la variable de gasto regional.

Sean X la variable de gasto en estudio y l_{r+1}^j , para $j = 1, \dots, M$, los estimadores muestrales de los Momentos-L de X en los M sitios de la región homogénea, estos se modulan para obtener los radios de Momentos-L:

$$t_{r+1}^j = \frac{l_{r+1}^j}{l_1^j}; r = 1 \quad (2.28)$$

$$t_{r+1}^j = \frac{l_{r+1}^j}{l_2^j}; r > 1 \quad (2.29)$$

Luego, los radios de Momentos-L t_{r+1}^j del mismo orden $r + 1$ se promedian para obtener los Momentos-L Regionales:

$$\bar{t}_{r+1} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M t_{r+1}^j \quad (2.30)$$

A partir de los Momentos-L Regionales \bar{t}_{r+1} queda definida la variable de gasto regional Y y se estiman los parámetros de su distribución de frecuencias. Para seleccionar la mejor distribución en competencia se comparan las Curtosis-L τ_4 de cada una de ellas con sus estimadores muestrales \bar{t}_4 :

$$Z^k = \frac{\tau_4^k - \bar{t}_4}{\sigma_4} \quad (2.31)$$

Donde σ_4 es la desviación estándar de los estimadores muestrales \bar{t}_4 . Para calcularla se simulan N muestras a partir de la distribución en competencia:

$$\sigma_4 = \left[\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (t_4^i - \bar{t}_4)^2 \right]^{0.5} \quad (2.32)$$

Donde t_4^i es el estimador de τ_4 a partir de la i -ésima muestra simulada.

Entonces, se estiman los cuantiles de Y (para diferentes períodos de retorno T) a partir de su distribución de frecuencias:

$$y(q; \theta) = \inf\{x \in \mathbb{R}: q \leq F_Y(y; \theta)\} \quad (2.33)$$

Para:

$$q = 1 - \frac{1}{T} \quad (2.34)$$

Finalmente, para obtener los q -ésimos cuantiles de \mathbf{X} se multiplican los q -ésimos cuantiles $y(q; \boldsymbol{\theta})$ por el primer Momento-L de cada sitio l_1^j :

$$x^j(q) = y(q; \boldsymbol{\theta}) \cdot l_1^j \quad (2.35)$$

2.3. ANÁLISIS REGIONAL DE FRECUENCIAS CONVENCIONAL

2.3.1. Procedimiento

Sean X la variable de gasto en estudio y $\mathbf{X}^j = \{x_1^j, \dots, x_{n_j}^j\}$, para $j = 1, \dots, M$, las series de observaciones de X en los M sitios de la región homogénea (figura 2.2), el procedimiento del *análisis regional de frecuencias de escurrimientos* convencional se desarrolla mediante los siguientes pasos:

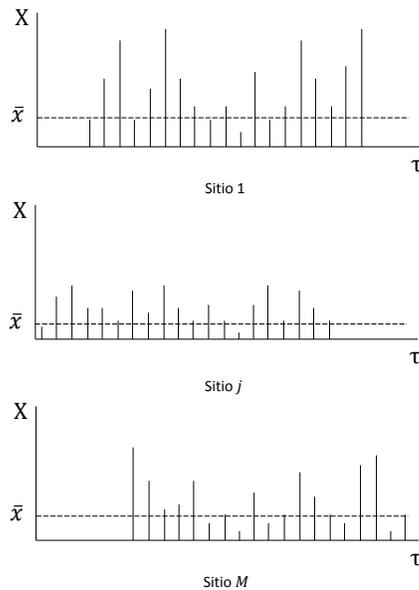


Figura 2.2. Series de observaciones de la variable de gasto en estudio en la región.

Paso 1. Modular cada \mathbf{X}^j entre la media de cada sitio \bar{x}^j :

$$y_i^j = \frac{x_i^j}{\bar{x}^j} \quad (2.36)$$

Donde:

$$\bar{x}^j = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} x_i^j \quad (2.37)$$

Así se obtienen M series de gastos estandarizados $\mathbf{Y}^j = \{y_1^j, \dots, y_{n_j}^j\}$ que se combinan en una sola serie *Estaciones-Año* $\mathbf{Y} = \{\mathbf{Y}^1 | \dots | \mathbf{Y}^M\}$ (figura 2.3).

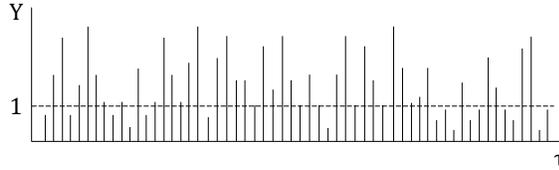


Figura 2.3. Serie Estaciones-Año de la variable de gasto regional.

Paso 2. Ordenar de manera ascendente \mathbf{Y} , *i.e.*, $\mathbf{Y} = \{y_{(1)} \leq \dots \leq y_{(N)}\}$.

Paso 3. Estimar la distribución empírica de frecuencias de \mathbf{Y} (figura 2.4) a través de la fórmula de Weibull (tabla 1.1):

$$p_{(i)} = \frac{i}{N + 1} \quad (2.38)$$

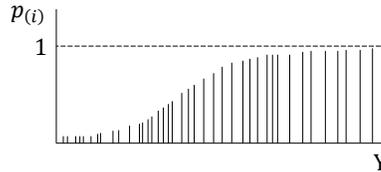


Figura 2.4. Distribución empírica de frecuencias de la serie Estaciones-Año.

Paso 4. Estimar la k -ésima *función de probabilidad acumulada* de \mathbf{Y} de cada una de las distribuciones en competencia (tabla 2.1):

$$F_Y^k(y; \boldsymbol{\theta}^k) = f.Y \rightarrow \Pr[Y \leq y] \quad (2.39)$$

Donde los parámetros de la distribución $\boldsymbol{\theta}$ se estiman a través de la técnica de los Mínimos Cuadrados (sección 1.2.1).

Distribución	Fórmula	Restricciones
Log-Normal	$F_Y(y; \boldsymbol{\theta}) = \int_{\xi}^x \frac{1}{(t - \xi)\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{\ln(t - \xi) - \mu}{\sigma}\right]^2\right\} dt$	$x \geq \mu$ $\sigma > 0$
Pearson III	$F_Y(y; \boldsymbol{\theta}) = \int_{\xi}^x \frac{1}{\mu^{\sigma}\Gamma(\sigma)} \left(\frac{t - \xi}{\mu}\right)^{\sigma-1} \exp\left(-\frac{t - \xi}{\mu}\right) dt$	$x \geq \xi$ $\mu > 0; \sigma > 0$
Log-Pearson III	$F_Y(y; \boldsymbol{\theta}) = \int_{\xi}^x \frac{1}{t\mu^{\sigma}\Gamma(\sigma)} \left[\frac{\ln(t) - \xi}{\mu}\right]^{\sigma-1} \exp\left[-\frac{\ln(t) - \xi}{\mu}\right] dt$	$\ln(x) \geq \xi$ $\mu > 0; \sigma > 0$
Weibull	$F_Y(y; \boldsymbol{\theta}) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{y - \xi}{\mu}\right)^{\sigma}\right]$	$x \geq \xi$ $\mu > 0; \sigma > 0$

Tabla 2.1. Funciones de probabilidad acumulada para el análisis regional de frecuencias de escurrimientos convencional.

Paso 5. Seleccionar como la mejor *función de probabilidad acumulada* de Y (figura 2.5) aquella con el menor Error Estándar de Ajuste (sección 1.3.3):

$$F_X(x; \boldsymbol{\theta}) = f.Y \rightarrow \Pr[Y \leq y] \quad (2.40)$$

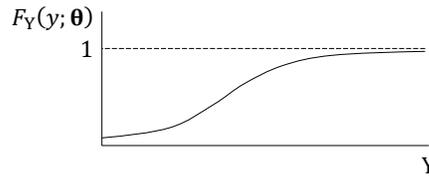


Figura 2.5. Mejor función de probabilidad acumulada de la variable de gasto regional.

Paso 6. Estimar los cuantiles de Y (para diferentes períodos de retorno T) a partir de su función de cuantiles (figura 2.6):

$$y(q; \boldsymbol{\theta}) = \inf\{y \in \mathbb{R}: q \leq F_Y(y; \boldsymbol{\theta})\} \quad (2.41)$$

Para:

$$q = 1 - \frac{1}{T} \quad (2.42)$$

Donde la función $\inf\{ \}$ devuelve el valor inferior que cumple con el argumento $\{ \}$.

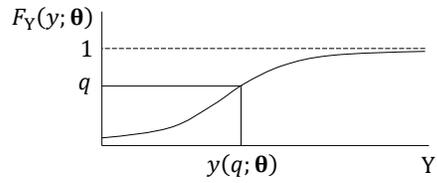


Figura 2.6. Estimación de cuantiles de la variable de gasto regional.

Paso 7. Obtener los cuantiles de X (para los mismos períodos de retorno T) multiplicando los cuantiles $y(q; \theta)$ por la media de cada sitio \bar{x}^j (figura 2.7):

$$x^j(q) = y(q; \theta) \cdot \bar{x}^j \quad (2.43)$$

Para:

$$q = 1 - \frac{1}{T} \quad (2.44)$$

Donde la función $\text{inf}\{ \}$ devuelve el valor inferior que cumple con el argumento $\{ \}$.

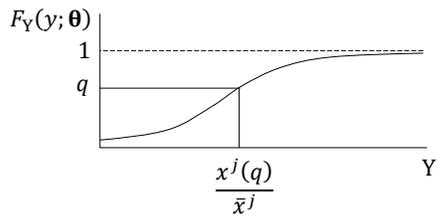


Figura 2.7. Estimación de cuantiles de la variable de gasto en estudio.

MARCO EXPERIMENTAL

CAPÍTULO 3

METODOLOGÍA PROPUESTA

La metodología propuesta consiste en generar, a partir de los gastos medios anuales, una cantidad suficiente de eventos sintéticos de la variable de gasto en estudio para recrear su propia distribución de frecuencias.

3.1. DESARROLLO DE LA METODOLOGÍA**3.1.1. Razonamiento**

Si la cantidad de observaciones de la variable de gasto en estudio, disponible en el sitio de interés, no es representativa de su propia distribución de frecuencias, se podrían generar eventos sintéticos para producir información adicional sobre la verdadera distribución de frecuencias de la variable de gasto en estudio.

3.1.1.1. Variable Auxiliar

Para que se produzca información adicional sobre la verdadera distribución de frecuencias de la variable de gasto en estudio, los eventos se deben generar a partir de una variable auxiliar. Las series de observaciones de ésta variable auxiliar deben ser representativas de su propia distribución de frecuencias y su variación en el tiempo menor a la de la variable de gasto en estudio. Es decir, la variable auxiliar debe ser una variable “menos variable”. En la metodología propuesta se considerará la variable gasto medio anual.

3.1.1.2. Esquema de Simulación

Si se quisieran simular eventos sintéticos de la variable de gasto en estudio a través de un esquema de simulación condicional paramétrico, sería necesario conocer previamente su distribución de frecuencias (Nelsen, 2006). Sin embargo, Lall & Sharma (1996), propusieron la generación de variables hidrológicas a través de la repetición con reemplazo de los vecinos más cercanos. En éste esquema de simulación no es necesario conocer previamente la distribución de frecuencias de la variable de gasto en estudio.

En un esquema de simulación condicional de los vecinos más cercanos (e.g. Mehrotra & Sharma 2006), cuando se generase un gasto medio anual, se repetiría alguno de los eventos observados de la variable de gasto en estudio, el cual se seleccionaría de un conjunto de eventos más próximos (vecinos más cercanos) al gasto medio anual generado.

En el esquema de simulación propuesto, para no solo repetir los eventos observados de la variable de gasto en estudio, en su lugar, se repetirán los radios observados entre los eventos de la variable de gasto en estudio y los gastos medios anuales. De ésta manera, al multiplicar los gastos medios anuales generados por los radios observados, se producirán nuevos eventos de la variable de gasto en estudio.

3.1.1.3. Ancho de Ventana

En el esquema de simulación propuesto, el conjunto de radios más próximos al gasto medio anual generado se concentrará en una ventana de ancho definido. Seleccionar los radios a partir de ésta ventana permite considerar la relación que existe entre la variable de gasto en estudio y los gastos medios anuales.

Si el ancho de ventana es demasiado corto, se podrían generar eventos con una distribución de frecuencias muy flexible pero una incertidumbre elevada. Por el contrario, si el ancho de ventana es demasiado largo, se podrían generar eventos con una incertidumbre menor pero una flexibilidad insuficiente para reproducir la verdadera forma de la distribución de frecuencias de la variable de gasto en estudio. En la propuesta se considerará un ancho de ventana fijo en función del tamaño de la muestra.

3.1.2. Hipótesis

La metodología propuesta se basa en las siguientes hipótesis:

- a) La variable gastos medios anuales es independientes e idénticamente distribuida.
- b) Las series de gastos medios anuales son representativas de su propia distribución de frecuencias.
- c) La variable de gasto en estudio es independientes e idénticamente distribuida.
- d) Existe una relación entre los gastos medios anuales y la variable de gasto en estudio.
- e) La generación de eventos sintéticos de la variable de gasto en estudio permite recrear su propia distribución de frecuencias.

3.2. FORMALISMO MATEMÁTICO

3.2.1. Procedimiento

Sean X la variable gasto medio anual, $\mathbf{X} = \{x_1, \dots, x_n\}$ una serie de observaciones de X en el sitio de interés (figura 3.1), Y la variable de gasto en estudio y $\mathbf{Y} = \{y_1, \dots, y_n\}$ una serie de observaciones de Y en el mismo sitio durante el mismo período de tiempo (figura 3.2), la metodología propuesta se desarrolla a través de los siguientes pasos:

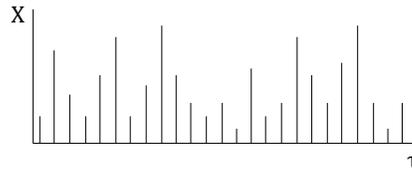


Figura 3.1. Serie de observaciones de los gastos medios anuales en el sitio de interés.

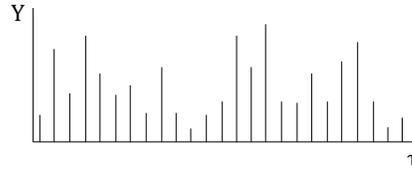


Figura 3.2. Serie de observaciones de la variable de gasto en estudio en el sitio de interés.

Paso 1. Ordenar de manera ascendente \mathbf{X} , *i.e.*, $\mathbf{X} = \{x_{(1)} \leq \dots \leq x_{(n)}\}$, conservando cada valor Y_{t_i} que ocurra el mismo tiempo t_i que $x_{(i)}$. De este modo se establece una relación entre \mathbf{X} y \mathbf{Y} (figura 3.3):

$$f. \mathbf{X} \rightarrow \mathbf{Y} = \{(x_{(1)}, y_{t_1}), \dots, (x_{(n)}, y_{t_n})\} \quad (3.2)$$

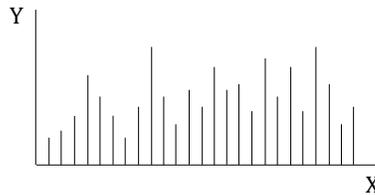


Figura 3.3. Relación entre los gastos medios anuales y la variable de gasto en estudio.

Paso 2. Obtener los radios de gasto en estudio, $\Theta = \{\theta_1, \dots, \theta_n\}$, como la razón entre los valores de y_{t_i} y $x_{(i)}$:

$$\theta_i = y_{t_i}/x_{(i)} \quad (3.3)$$

De este modo se establece una relación entre \mathbf{X} y Θ (figura 3.4):

$$f. \mathbf{X} \rightarrow \Theta = \{(x_{(1)}, \theta_1), \dots, (x_{(n)}, \theta_n)\} \quad (3.4)$$

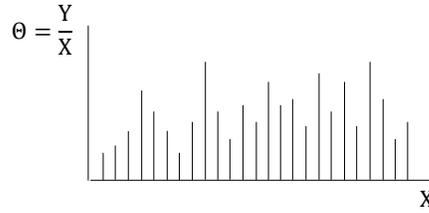


Figura 3.4. Relación entre los gastos medios anuales y los radios de gasto en estudio.

Paso 3. Estimar la distribución empírica de frecuencias de \mathbf{X} (figura 3.5) a través de la fórmula de Weibull (tabla 1.1):

$$p_{(i)} = \frac{i}{n + 1} \quad (3.5)$$

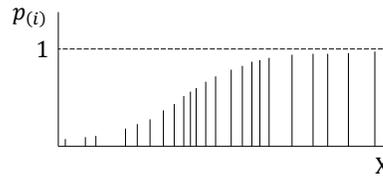


Figura 3.5. Distribución empírica de frecuencias de la serie de observaciones de los gastos medios anuales.

Paso 4. Definir la k -ésima función de probabilidad acumulada de \mathbf{X} (figura 3.6) de cada una de las distribuciones en competencia (tabla 3.1):

$$F_X^k(x; \theta^k) = f.X \rightarrow \Pr[X \leq x] \quad (3.6)$$

Donde los parámetros de la distribución θ se estiman a través de la técnica de los Mínimos Cuadrados (sección 1.2.1).

Distribución	Fórmula	Restricciones
Log-Normal	$F_X(x; \theta) = \int_{\xi}^x \frac{1}{(t - \xi)\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{\ln(t - \xi) - \mu}{\sigma}\right]^2\right\} dt$	$x \geq \mu$ $\sigma > 0$
Pearson III	$F_X(x; \theta) = \int_{\xi}^x \frac{1}{\mu^\sigma \Gamma(\sigma)} \left(\frac{t - \xi}{\mu}\right)^{\sigma-1} \exp\left(-\frac{t - \xi}{\mu}\right) dt$	$x \geq \xi$ $\mu > 0; \sigma > 0$
Log-Pearson III	$F_X(x; \theta) = \int_{\xi}^x \frac{1}{t\mu^\sigma \Gamma(\sigma)} \left[\frac{\ln(t) - \xi}{\mu}\right]^{\sigma-1} \exp\left[-\frac{\ln(t) - \xi}{\mu}\right] dt$	$\ln(x) \geq \xi$ $\mu > 0; \sigma > 0$
Weibull	$F_X(x; \theta) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x - \xi}{\mu}\right)^\sigma\right]$	$x \geq \xi$ $\mu > 0; \sigma > 0$

Tabla 3.1. Funciones de probabilidad acumulada para el análisis puntual de frecuencias de gastos medios anuales.

Paso 5 Seleccionar como la mejor *función de probabilidad acumulada* de X (figura 3.6) aquella con el menor Error Estándar de Ajuste (sección 1.3.3):

$$F_X(x; \theta) = f.X \rightarrow \Pr[X \leq x] \quad (3.7)$$

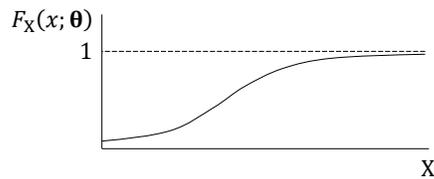


Figura 3.6. Mejor función de probabilidad acumulada de los gastos medios anuales.

Paso 6. A partir de $F_X(x; \theta)$, generar un valor de X (figura 3.7):

$$x_t(u; \theta) = \inf\{x \in \mathbb{R}: u \leq F_X(x; \theta)\} \quad (3.8)$$

Donde la función $\inf\{ \}$ devuelve el valor inferior que cumple con el argumento $\{ \}$ y u sigue una distribución uniforme entre 0 y 1, *i.e.*, $u \sim U[0,1]$.

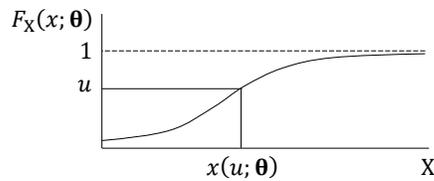


Figura 3.7. Generación sintética de gastos medios anuales.

Paso 7. Identificar en $f.X \rightarrow \theta$ el par $\{x_{(i)}, \theta_i\}$ con el valor de $x_{(i)}$ más cercano al valor $x_t(u)$ (figura 3.8).

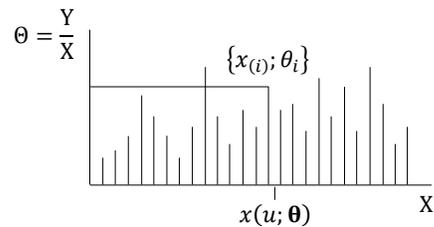


Figura 3.8. Radio de gasto en estudio más cercano al gasto medio anual generado.

Paso 8. Extraer un vector de k valores de Θ , $\Phi = \{\phi_1, \dots, \phi_k\}$, a través de una ventana de ancho $2h$ con centro en el valor de θ_i (figura 3.9):

$$\phi_j = \theta_{\max\{1, i-h\}+j-1}; \forall j \in \{1, \dots, k\} \quad (3.9)$$

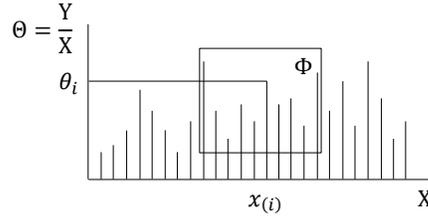


Figura 3.9. Vector de radii de gasto en estudio más cercanos al gasto medio anual generado.

Se propone adoptar un ancho de ventana tal que:

$$h = \llbracket n^{2/3} \rrbracket \quad (3.10)$$

Donde la función $\llbracket \dots \rrbracket$ devuelve el entero más cercano.

Paso 9. Sean entonces ϕ_j , para $j = \{1, \dots, k\}$, los valores que puede tomar Φ , definir su *función de probabilidad acumulada* (figura 3.10):

$$F_{\Phi}(\phi_j; \theta) = \sum_{j=1}^k f_{\Phi}(\phi_j; \theta) \quad (3.11)$$

Para:

$$f_{\Phi}(\phi_j; \theta) = \Pr[\Phi = \phi_j] \quad (3.12)$$

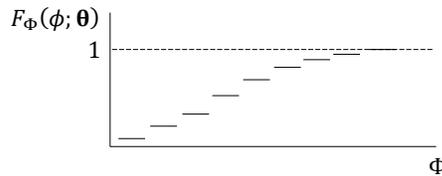


Figura 3.10. Función de probabilidad acumulada de los radii de gasto en estudio.

Se propone adoptar una distribución uniforme discreta:

$$f_{\Phi}(\phi_j; \theta) = \frac{1}{k} \quad (3.13)$$

Paso 10. A partir de $F_{\Phi}(\phi_j; \theta)$, extraer un valor de Φ (figura 3.11):

$$\phi_t(v; \theta) = \sup\{\phi_j \in \Phi: v \leq F_{\Phi}(\phi_j; \theta)\} \quad (3.14)$$

Donde la función $\sup\{ \}$ devuelve el valor superior que cumple con el argumento $\{ \}$ y v sigue una distribución uniforme entre 0 y 1, *i.e.*, $v \sim U[0,1]$.

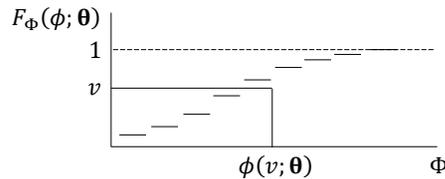


Figura 3.11. Extracción de radios de gasto en estudio.

Paso 11. Generar un valor de Y como el producto de los valores de $x_t(u)$ y $\phi_t(v)$:

$$y_t(u, v) = x_t(u) \cdot \phi_t(v) \quad (3.15)$$

Repetir los pasos 4 a 10 hasta generar una cantidad suficientes de valores sintéticos de Y , $\mathbf{Y} = \{y_1, \dots, y_N\}$, para recrear su propia distribución de frecuencias (figura 3.12):

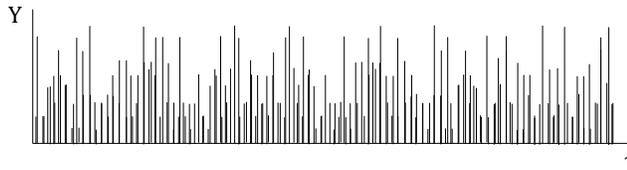


Figura 3.12. Valores sintéticos de la variable de gasto en estudio.

Se propone generar 100.000 valores sintéticos.

Paso 12. Ordenar de manera ascendente \mathbf{Y} , *i.e.*, $\mathbf{Y} = \{y_{(1)} \leq \dots \leq y_{(N)}\}$. Los cuantiles de Y se pueden obtener como los q -ésimos percentiles de \mathbf{Y} (figura 3.13):

$$y(q) \approx y_{(\lfloor q \cdot N \rfloor)} \quad (3.16)$$

Para:

$$q = \Pr[Y \leq y] \quad (3.17)$$

Donde la función $\lfloor \dots \rfloor$ devuelve el entero más cercano.

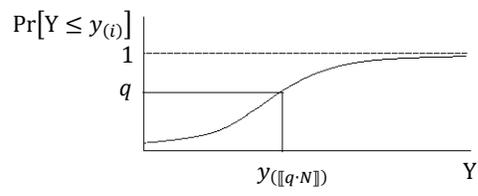


Figura 3.13. Estimación de cuantiles de la variable de gasto en estudio.

CAPÍTULO 4

EVALUACIÓN DE LA METODOLOGÍA

La evaluación consistió en comparar la incertidumbre en la estimación de cuantiles en sitios con escasa información hidrométrica a través de; (1) el análisis puntual de frecuencias convencional (sección 1.4), (2) el análisis regional de frecuencias convencional (sección 2.3) y (3) la metodología propuesta (sección 3.2).

La incertidumbre se midió a través del coeficiente de variación de los cuantiles estimados a partir de escenarios de escasa información hidrométrica, los cuales fueron simulados a partir de las series históricas de escurrimientos de 13 sitios de estudio en la cuenca del río Susquehanna en la costa este de los Estados Unidos (figura 4.1).

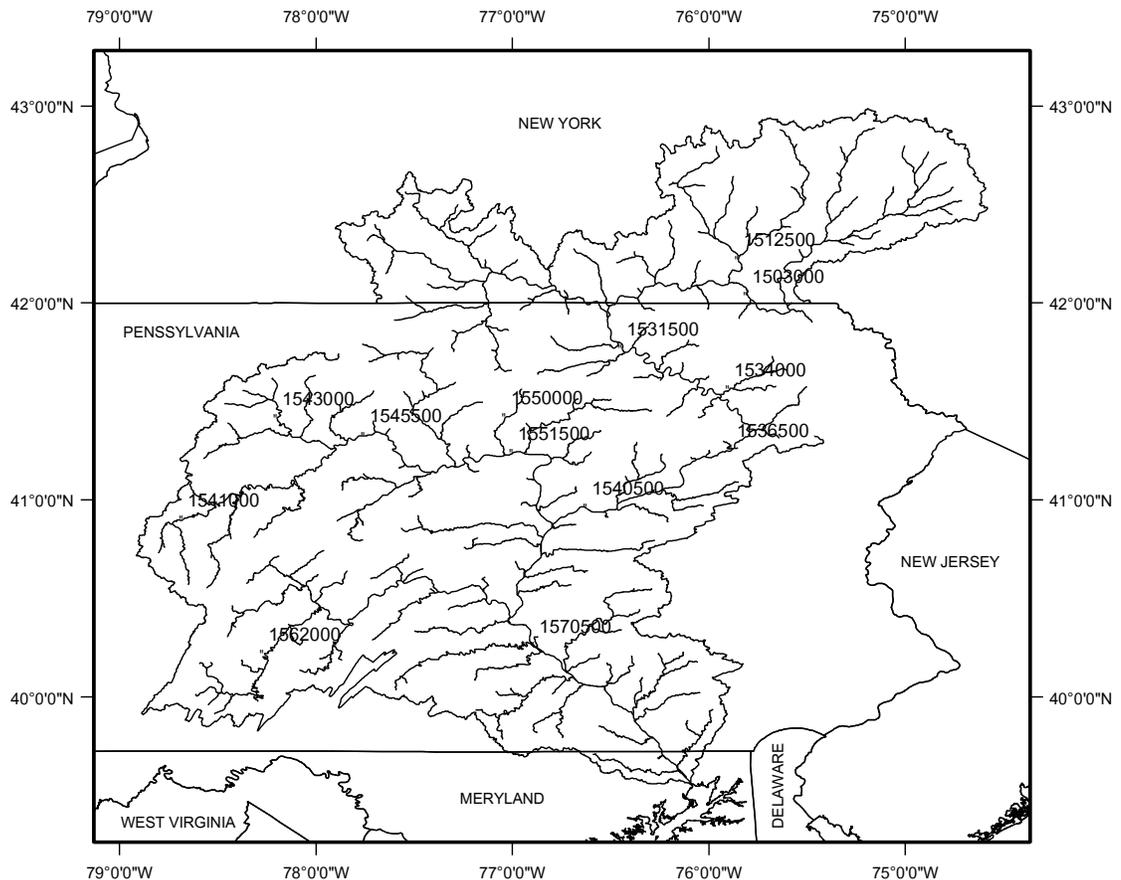


Figura 4.1. Sitios de estudio en la cuenca del río Susquehanna.

4.1. MATERIAL DE ESTUDIO

4.1.1. Zona de Estudio

El río Susquehanna se ubica en el noreste de los Estados Unidos. Con 715 kilómetros de longitud es uno de los ríos con mayor extensión en la costa este. Fluye desde el lago Otsego en el estado de New York a través del estado de Pennsylvania al estado de Maryland donde desaloja sus aguas al océano atlántico a través de la bahía de Chesapeake. Tiene un escurrimiento normal de 15.926 millones de metros cúbicos al año en Havre the Grace, Maryland (SRBC 2013).

La cuenca del río Susquehanna tiene un área de 71.244 kilómetros cuadrados y está dividida en seis sub-cuencas: Lower Susquehanna, Middle Susquehanna, Upper Susquehanna, Juniata, West Branch Susquehanna y Chemung. Forma parte de la región hidrológica II o Middle Atlantic. Con un 63% de bosques es una de las zonas más propensas a inundarse en los Estados Unidos (SRBC 2013).

4.1.2. Datos de Estudio

Las series históricas de escurrimientos fueron recolectadas a través del Sistema de Información de Aguas Nacionales (NWIS 2013) del Servicio Geológico de los Estados Unidos (USGS 2013).

Para evaluar la independencia de las series se contrastaron los valores de la Función de Auto-Correlación (ACF) con los límites propuestos por Anderson (1942). Para evaluar la homogeneidad de las series se efectuaron las pruebas de Pettitt (1979) y de Mann-Kendall (Mann 1938 & Kendall 1945).

4.2. FORMALISMO MATEMÁTICO

4.2.1. Incertidumbre en el Análisis Puntual de Frecuencias Convencional

Sean Y la variable de gasto en estudio y $\mathbf{Y}^j = \{y_1^j, \dots, y_{n_j}^j\}$ las series históricas de Y en los M sitios de estudio, el procedimiento para medir la incertidumbre del análisis puntual de frecuencias convencional se desarrolló a través de las siguientes etapas:

Etapla 1. A través del análisis puntual de frecuencias convencional (sección 1.6) de \mathbf{Y}^j , para $j = 1, \dots, M$ sitios, se calcularon los cuantiles de Y para diferentes probabilidades de no excedencia q , *i.e.*, $y^j(q)$.

Etapla 2. A partir de \mathbf{Y}^j , para $j = 1, \dots, M$ sitios, se extrajeron $d_j = n_j - m + 1$ muestras $\mathbf{Y}^{j,i} = \{y_i^j, \dots, y_{i+m-1}^j\}$ de longitud m igual a 10, 20, 30, 40 y 50 años.

Etapa 3. A través del análisis puntual de frecuencias convencional (sección 1.6) de $\mathbf{Y}^{j,i}$, para $j = 1, \dots, M$ sitios e $i = 1, \dots, d_j$ muestras, se estimaron los cuantiles de Y para las mismas probabilidades de no excedencia q (de la etapa 1), *i.e.*, $y^{j,i}(q)$.

Etapa 4. Los coeficientes de variación de $y^{j,i}(q)$, para $j = 1, \dots, M$ sitios, se calcularon como $CV^j(q) = \sqrt{[\bar{y}^j(q)]^2 + [S_y^j(q)]^2} / y^j(q)$, donde $\bar{y}^j(q)$ y $S_y^j(q)$ son la media y desviación estándar de $y^{j,i}(q)$.

Etapa 5. Se calculó la media geométrica de todos los valores de $CV^j(q)$, obtenidos en cada uno de los M sitios de la región, para los diferentes tamaños de muestra m .

4.2.2. Incertidumbre en el Análisis Regional de Frecuencias Convencional

Sean Y la variable de gasto en estudio y $\mathbf{Y}^j = \{y_1^j, \dots, y_{n_j}^j\}$ las series históricas de Y en los M sitios de estudio, el procedimiento para medir la incertidumbre del análisis regional de frecuencias convencional se desarrolló a través de las siguientes etapas:

Etapa 1. A través del análisis puntual de frecuencias convencional (sección 1.6) de \mathbf{Y}^j , para $j = 1, \dots, M$ sitios, se calcularon los cuantiles de Y para diferentes probabilidades de no excedencia q , *i.e.*, $y^j(q)$.

Etapa 2. A partir de \mathbf{Y}^j , para $j = 1, \dots, M$ sitios, se extrajeron $d_j = n_j - m + 1$ muestras $\mathbf{Y}^{j,i} = \{y_i^j, \dots, y_{i+m-1}^j\}$ de longitud m igual a 10, 20, 30, 40 y 50 años.

Etapa 3. Se seleccionaron 500 combinaciones de 3 $\mathbf{Y}^{j,i}$ al azar.

Etapa 4. A través del análisis regional de frecuencias convencional (sección 2.3) de estas combinaciones, se estimaron los cuantiles de Y para las mismas probabilidades de no excedencia q (de la etapa 1), *i.e.*, $y^{j,i}(q)$.

Etapa 5. Los coeficientes de variación de $y^{j,i}(q)$, para $j = 1, \dots, M$ sitios, se calcularon como $CV^j(q) = \sqrt{[\bar{y}^j(q)]^2 + [S_y^j(q)]^2} / y^j(q)$, donde $\bar{y}^j(q)$ y $S_y^j(q)$ son la media y desviación estándar de $y^{j,i}(q)$.

Etapa 6. Se calculó la media geométrica de todos los valores de $CV^j(q)$, obtenidos en cada uno de los M sitios de la región, para los diferentes tamaños de muestra m .

4.2.3. Incertidumbre en la Metodología Propuesta

Sean X la variable gasto medio anual, $\mathbf{X}^j = \{x, \dots, x_{n_j}^j\}$ las series históricas de X en los M sitios de estudio, Y la variable de gasto en estudio y $\mathbf{Y}^j = \{y_1^j, \dots, y_{n_j}^j\}$ las series históricas de Y en los M sitios de estudio, el procedimiento para medir la incertidumbre de la metodología propuesta se desarrolló a través de las siguientes etapas:

Etapas 1. A través de la aplicación de la metodología propuesta (sección 3.2.2.) en \mathbf{X}^j y \mathbf{Y}^j , para $j = 1, \dots, M$ sitios, se calcularon los cuantiles de Y para diferentes probabilidades de no excedencia q , *i.e.*, $y^j(q)$.

Etapas 2. A partir de \mathbf{X}^j y \mathbf{Y}^j , para $j = 1, \dots, M$ sitios, se extrajeron $d_j = n_j - m + 1$ muestras $\mathbf{X}^{j,i} = \{x_i^j, \dots, x_{i+m-1}^j\}$ y $\mathbf{Y}^{j,i} = \{y_i^j, \dots, y_{i+m-1}^j\}$ de longitud m igual a 10, 20, 30, 40 y 50 años.

Etapas 3. A través de la aplicación de la metodología propuesta (sección 3.2.2.) en $\mathbf{X}^{j,i}$ y $\mathbf{Y}^{j,i}$, para $j = 1, \dots, M$ sitios e $i = 1, \dots, d_j$ muestras, se estimaron los cuantiles de Y para las mismas probabilidades de no excedencia q (de la etapa 1), *i.e.*, $y^{j,i}(q)$.

Etapas 4. Los coeficientes de variación de $y^{j,i}(q)$, para $j = 1, \dots, M$ sitios, se calcularon como $CV^j(q) = \sqrt{[\bar{y}^j(q)]^2 + [S_y^j(q)]^2} / y^j(q)$, donde $\bar{y}^j(q)$ y $S_y^j(q)$ son la media y desviación estándar de $y^{j,i}(q)$.

Etapas 5. Se calculó la media geométrica de todos los valores de $CV^j(q)$, obtenidos en cada uno de los M sitios de la región, para los diferentes tamaños de muestra m .

RESULTADOS

CAPÍTULO 5

CASOS DE ESTUDIO

Se desarrolló el procedimiento de evaluación de la metodología propuesta, en el *análisis de frecuencias de escurrimientos* en sitios con escasa información hidrométrica, a través de tres casos de estudios:

- a) Análisis de frecuencias de gastos de pico máximos anuales.
- b) Análisis de frecuencias de gastos diarios mínimos anuales.
- c) Análisis de frecuencias de gastos medios mensuales.

En cada caso se evaluó la incertidumbre en la estimación de cuantiles a través de; (1) el análisis puntual de frecuencias convencional (sección 4.2.1), (2) el análisis regional de frecuencia convencional (sección 4.2.2) y (3) la metodología propuesta (sección 4.2.3).

5.1. ANÁLISIS DE FRECUENCIAS DE GASTOS DE PICO MÁXIMOS ANUALES

5.1.1. Series Históricas de Gastos de Pico Máximos Anuales

En la tabla 5.1 se describen algunos estadísticos de las series históricas de gastos de pico máximos anuales. Además se resumen los resultados de las pruebas de independencia y homogeneidad (sección 4.1.2).

Sitio	Longitud [años]	ESTADÍSTICA DE DISPERSIÓN			INDEPENDENCIA			HOMOGENEIDAD	
		Coeficiente de			Auto-Correlación de			Pettitt [p-valor]	Mann Kendall [p-valor]
		Variación [ad]	Sesgo [ad]	Curtosis [ad]	Retraso-1 [ad]	Retraso-2 [ad]	Retraso-3 [ad]		
1503000	100	0.36	1.12	4.72	0.05	0.04	-0.01	0.05	0.09
1512500	100	0.45	3.32	21.40	0.14	-0.02	-0.04	0.04	0.06
1531500	100	0.40	1.44	6.68	-0.09	-0.11	0.06	0.20	0.23
1534000	99	0.49	0.91	4.05	-0.04	0.12	0.01	0.55	0.32
1536500	114	0.40	1.27	5.53	-0.13	-0.05	0.03	0.65	0.46
1540500	108	0.39	1.41	6.01	-0.10	-0.07	0.06	0.38	0.36
1541000	100	0.51	2.55	12.21	-0.14	0.04	-0.13	0.48	0.24
1543000	100	0.69	2.30	10.60	-0.08	-0.11	-0.05	0.35	0.34
1545500	104	0.56	2.46	11.77	-0.07	-0.02	0.06	0.00	0.00
1550000	99	0.66	1.99	7.94	-0.05	0.03	0.00	0.13	0.04
1551500	118	0.45	1.35	5.60	-0.14	-0.04	0.06	0.03	0.01
1562000	100	0.62	3.24	19.54	0.05	-0.04	-0.14	0.29	0.39
1570500	123	0.44	2.31	11.98	-0.16	-0.07	0.05	0.24	0.08

Tabla 5.1. Características de las series históricas de gastos de pico máximos anuales.

5.1.2. Incertidumbre en el Análisis de Frecuencias de Gastos de Pico Máximos Anuales

Se aplicaron los procedimientos para medir la incertidumbre en la estimación de cuantiles de gastos de pico máximos anuales a través de; (1) el análisis puntual de frecuencias convencional (sección 4.2.1), (2) el análisis regional de frecuencias convencional (sección 4.2.2) y (3) la metodología propuesta (sección 4.2.3). En las figuras 5.1 a 5.5 se muestran los valores de coeficientes de variación obtenidos para diferentes probabilidades de no excedencia.

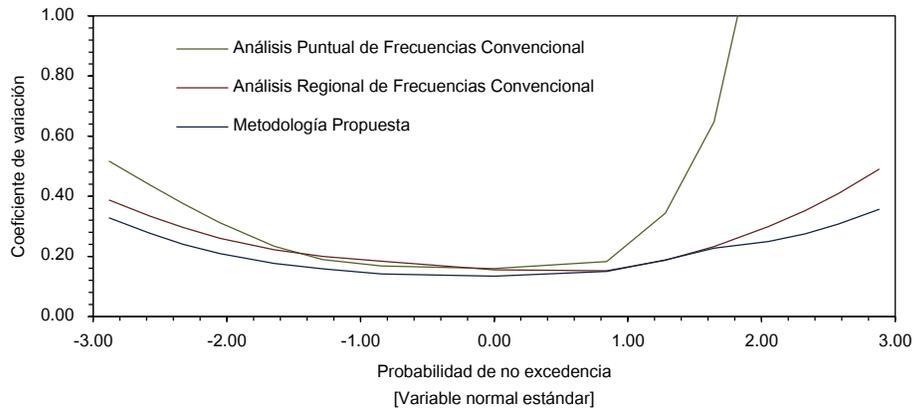


Figura 5.1. Coeficiente de variación para muestras de 10 años en al análisis de frecuencias de gastos de pico máximos anuales.

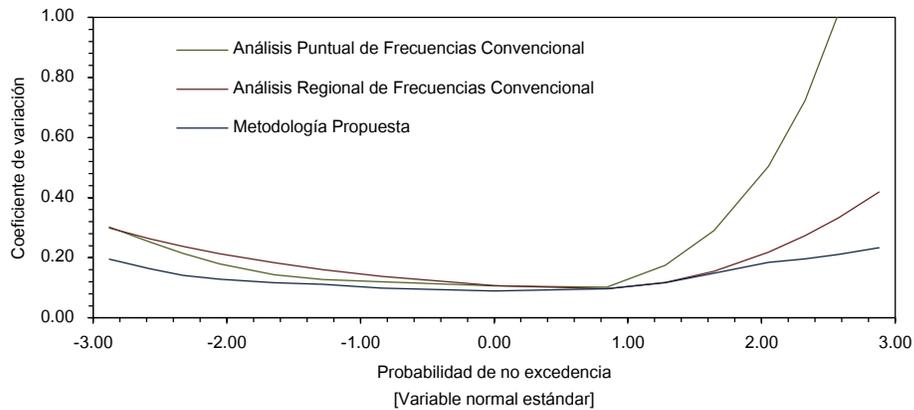


Figura 5.2. Coeficiente de variación para muestras de 20 años en al análisis de frecuencias de gastos de pico máximos anuales.

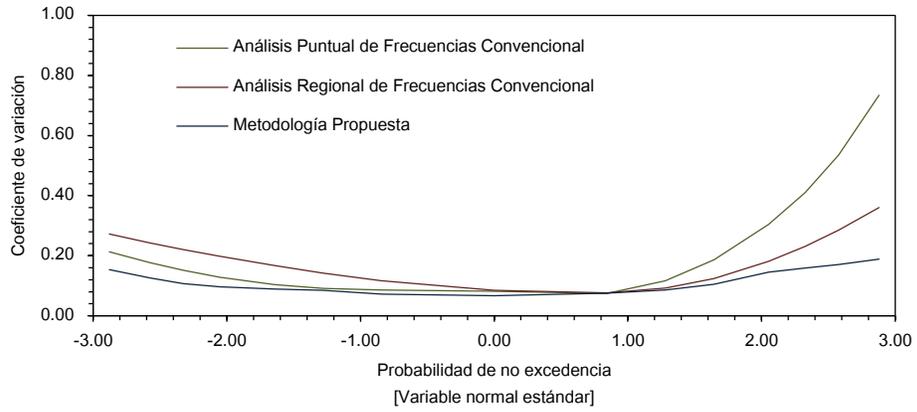


Figura 5.3. Coeficiente de variación para muestras de 30 años en el análisis de frecuencias de gastos de pico máximos anuales.

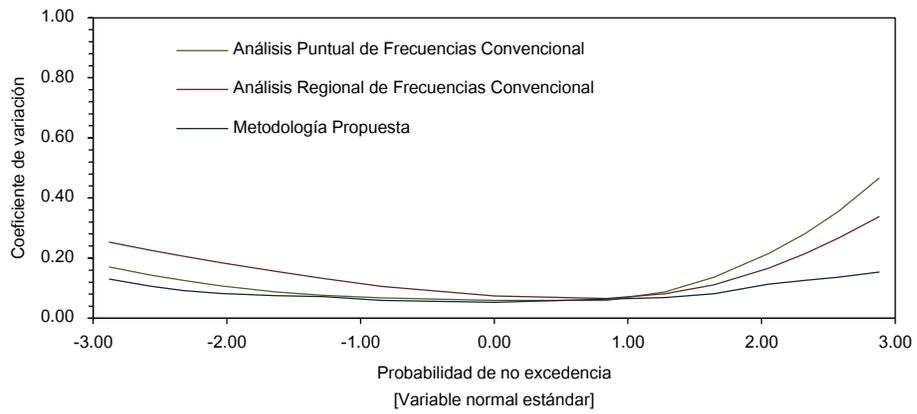


Figura 5.4. Coeficiente de variación para muestras de 40 años en el análisis de frecuencias de gastos de pico máximos anuales.

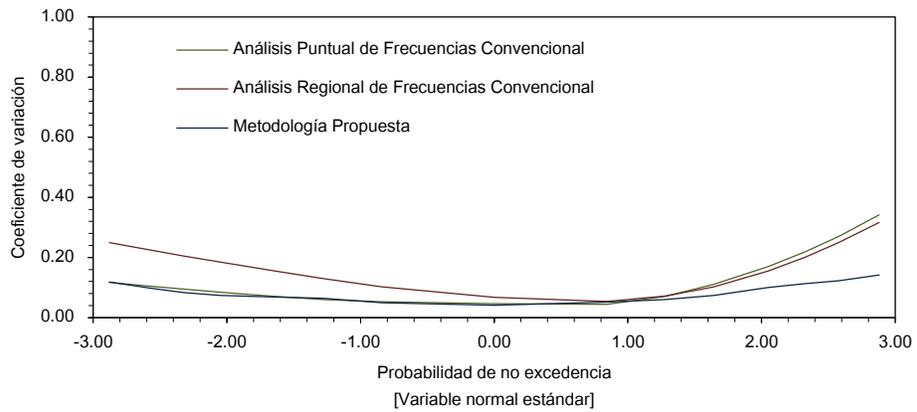


Figura 5.5. Coeficiente de variación para muestras de 50 años en el análisis de frecuencias de gastos de pico máximos anuales.

En la figura 5.6 se muestran los valores de la media geométrica de los coeficientes de variación obtenidos para los diferentes tamaños de muestra.

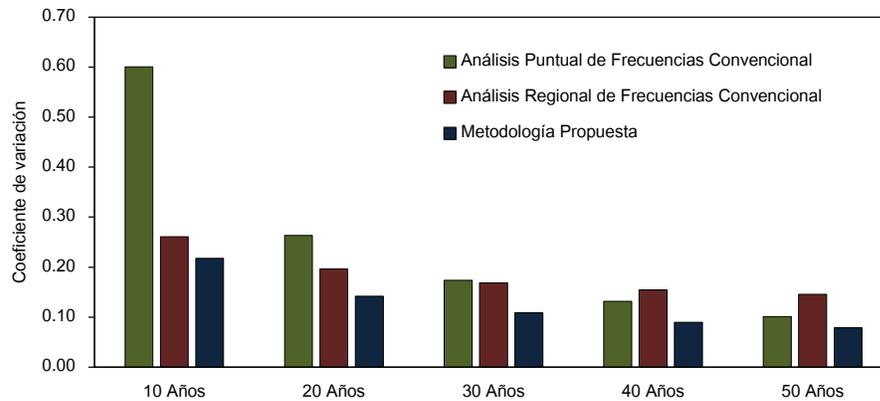


Figura 5.6. Coeficiente de variación en el análisis de frecuencias de gastos de pico máximos anuales.

5.2. ANÁLISIS DE FRECUENCIAS DE GASTOS DIARIOS MÍNIMOS ANUALES

5.2.1. Series Históricas de Gastos Diarios Mínimos Anuales

En la tabla 5.2 se describen algunos estadísticos de las series históricas de gastos diarios mínimos anuales. Además se resumen los resultados de las pruebas de independencia y homogeneidad (sección 4.1.2).

Sitio	Longitud [años]	ESTADÍSTICA DE DISPERSIÓN			INDEPENDENCIA			HOMOGENEIDAD	
		Coeficiente de			Auto-Correlación de			Pettitt [p-valor]	Mann Kendall [p-valor]
		Variación [ad]	Sesgo [ad]	Curtosis [ad]	Retraso-1 [ad]	Retraso-2 [ad]	Retraso-3 [ad]		
1503000	100	0.36	1.12	4.72	0.05	0.04	-0.01	0.05	0.09
1512500	100	0.45	3.32	21.40	0.14	-0.02	-0.04	0.04	0.06
1531500	100	0.40	1.44	6.68	-0.09	-0.11	0.06	0.20	0.23
1534000	99	0.49	0.91	4.05	-0.04	0.12	0.01	0.55	0.32
1536500	114	0.40	1.27	5.53	-0.13	-0.05	0.03	0.65	0.46
1540500	108	0.39	1.41	6.01	-0.10	-0.07	0.06	0.38	0.36
1541000	100	0.51	2.55	12.21	-0.14	0.04	-0.13	0.48	0.24
1543000	100	0.69	2.30	10.60	-0.08	-0.11	-0.05	0.35	0.34
1545500	104	0.56	2.46	11.77	-0.07	-0.02	0.06	0.00	0.00
1550000	99	0.66	1.99	7.94	-0.05	0.03	0.00	0.13	0.04
1551500	118	0.45	1.35	5.60	-0.14	-0.04	0.06	0.03	0.01
1562000	100	0.62	3.24	19.54	0.05	-0.04	-0.14	0.29	0.39
1570500	123	0.44	2.31	11.98	-0.16	-0.07	0.05	0.24	0.08

Tabla 5.2. Características de las series históricas de gastos diarios mínimos anuales.

5.2.2. Incertidumbre en el Análisis de Frecuencias de Gastos Diarios Mínimos Anuales

Se aplicaron los procedimientos para medir la incertidumbre en la estimación de cuantiles de gastos diarios mínimos anuales a través de; (1) el análisis puntual de frecuencias convencional (sección 4.2.1), (2) el análisis regional de frecuencias convencional (sección 4.2.2) y (3) la metodología propuesta (sección 4.2.3). En las figuras 5.7 a 5.11 se muestran los valores de coeficientes de variación obtenidos para diferentes probabilidades de no excedencia.

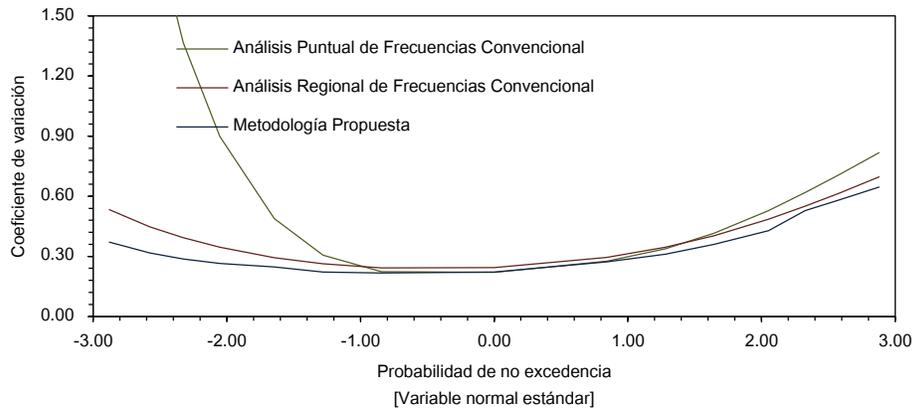


Figura 5.7. Coeficiente de variación para muestras de 10 años en el análisis de frecuencias de gastos diarios mínimos anuales.

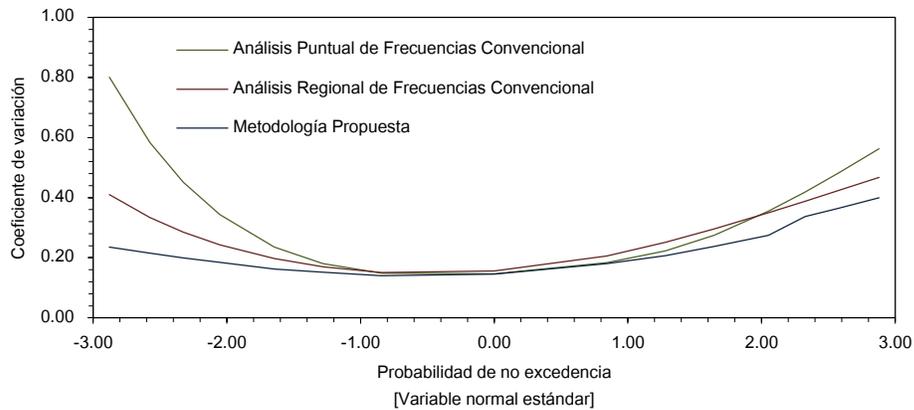


Figura 5.8. Coeficiente de variación para muestras de 20 años en el análisis de frecuencias de gastos diarios mínimos anuales.

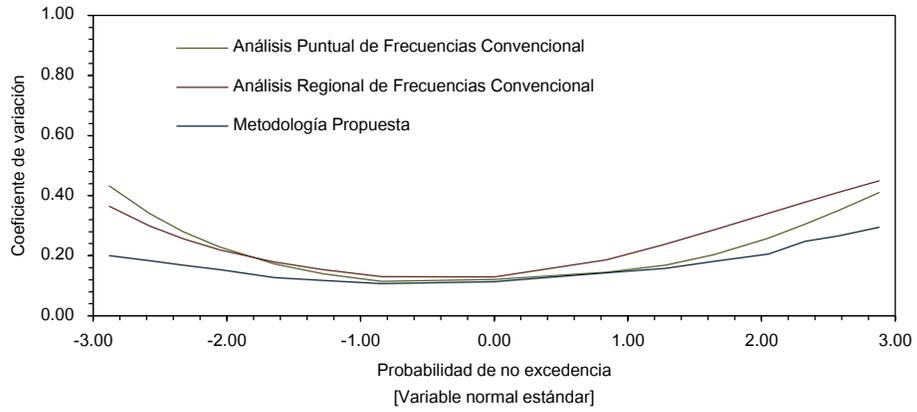


Figura 5.9. Coeficiente de variación para muestras de 30 años en el análisis de frecuencias de gastos diarios mínimos anuales.

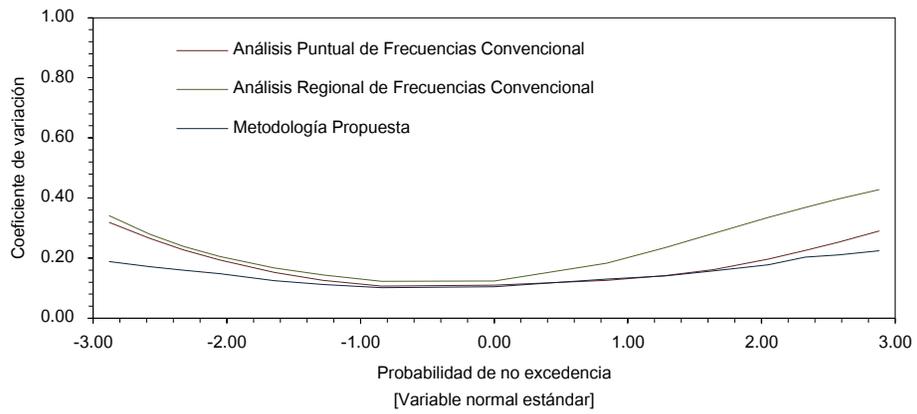


Figura 5.10. Coeficiente de variación para muestras de 40 años en el análisis de frecuencias de gastos diarios mínimos anuales.

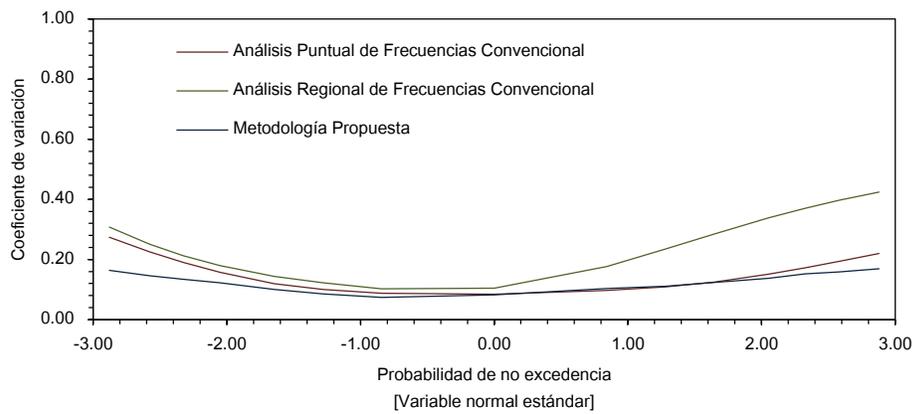


Figura 5.11. Coeficiente de variación para muestras de 50 años en el análisis de frecuencias de gastos diarios mínimos anuales.

En la figura 5.12 se muestran los valores de la media geométrica de los coeficientes de variación obtenidos para los diferentes tamaños de muestra.

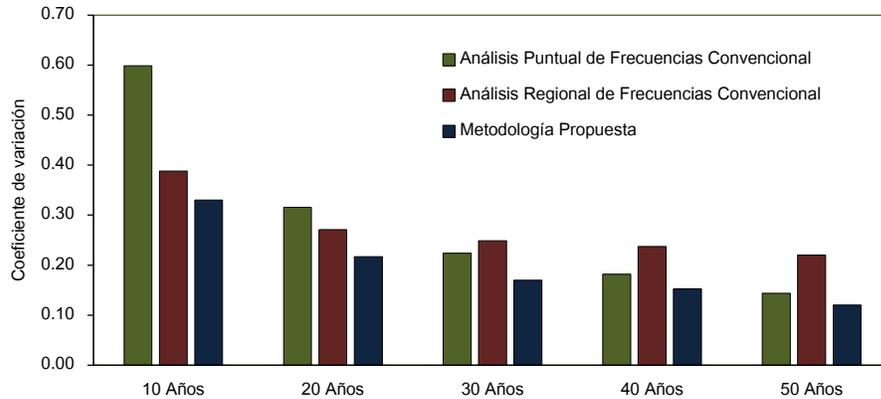


Figura 5.12. Coeficiente de variación en el análisis de frecuencias de gastos diarios mínimos anuales.

5.3. ANÁLISIS DE FRECUENCIAS DE GASTOS MEDIOS MENSUALES

5.3.1. Series Históricas de Gastos Medios Mensuales

En las tablas 5.3 a 5.14 se describen algunos estadísticos de las series históricas de gastos medios mensuales. Además se resumen los resultados de las pruebas de independencia y homogeneidad (sección 4.1.2).

Sitio	Longitud [años]	ESTADÍSTICA DE DISPERSIÓN			INDEPENDENCIA			HOMOGENEIDAD	
		Coeficiente de			Auto-Correlación de			Pettitt [p-valor]	Mann Kendall [p-valor]
		Variación [ad]	Sesgo [ad]	Curtosis [ad]	Retraso-1 [ad]	Retraso-2 [ad]	Retraso-3 [ad]		
1503000	100	0.36	1.12	4.72	0.05	0.04	-0.01	0.05	0.09
1512500	100	0.45	3.32	21.40	0.14	-0.02	-0.04	0.04	0.06
1531500	100	0.40	1.44	6.68	-0.09	-0.11	0.06	0.20	0.23
1534000	99	0.49	0.91	4.05	-0.04	0.12	0.01	0.55	0.32
1536500	114	0.40	1.27	5.53	-0.13	-0.05	0.03	0.65	0.46
1540500	108	0.39	1.41	6.01	-0.10	-0.07	0.06	0.38	0.36
1541000	100	0.51	2.55	12.21	-0.14	0.04	-0.13	0.48	0.24
1543000	100	0.69	2.30	10.60	-0.08	-0.11	-0.05	0.35	0.34
1545500	104	0.56	2.46	11.77	-0.07	-0.02	0.06	0.00	0.00
1550000	99	0.66	1.99	7.94	-0.05	0.03	0.00	0.13	0.04
1551500	118	0.45	1.35	5.60	-0.14	-0.04	0.06	0.03	0.01
1562000	100	0.62	3.24	19.54	0.05	-0.04	-0.14	0.29	0.39
1570500	123	0.44	2.31	11.98	-0.16	-0.07	0.05	0.24	0.08

Tabla 5.3. Características de las series históricas de gastos medios de octubre.

Sitio	Longitud [años]	ESTADÍSTICA DE DISPERSIÓN			INDEPENDENCIA			HOMOGENEIDAD	
		Coeficiente de			Auto-Correlación de			Pettitt [p-valor]	Mann Kendall [p-valor]
		Variación [ad]	Sesgo [ad]	Curtosis [ad]	Retraso-1 [ad]	Retraso-2 [ad]	Retraso-3 [ad]		
1503000	100	0.36	1.12	4.72	0.05	0.04	-0.01	0.05	0.09
1512500	100	0.45	3.32	21.40	0.14	-0.02	-0.04	0.04	0.06
1531500	100	0.40	1.44	6.68	-0.09	-0.11	0.06	0.20	0.23
1534000	99	0.49	0.91	4.05	-0.04	0.12	0.01	0.55	0.32
1536500	114	0.40	1.27	5.53	-0.13	-0.05	0.03	0.65	0.46
1540500	108	0.39	1.41	6.01	-0.10	-0.07	0.06	0.38	0.36
1541000	100	0.51	2.55	12.21	-0.14	0.04	-0.13	0.48	0.24
1543000	100	0.69	2.30	10.60	-0.08	-0.11	-0.05	0.35	0.34
1545500	104	0.56	2.46	11.77	-0.07	-0.02	0.06	0.00	0.00
1550000	99	0.66	1.99	7.94	-0.05	0.03	0.00	0.13	0.04
1551500	118	0.45	1.35	5.60	-0.14	-0.04	0.06	0.03	0.01
1562000	100	0.62	3.24	19.54	0.05	-0.04	-0.14	0.29	0.39
1570500	123	0.44	2.31	11.98	-0.16	-0.07	0.05	0.24	0.08

Tabla 5.4. Características de las series históricas de gastos medios de noviembre.

Sitio	Longitud [años]	ESTADÍSTICA DE DISPERSIÓN			INDEPENDENCIA			HOMOGENEIDAD	
		Coeficiente de			Auto-Correlación de			Pettitt [p-valor]	Mann Kendall [p-valor]
		Variación [ad]	Sesgo [ad]	Curtosis [ad]	Retraso-1 [ad]	Retraso-2 [ad]	Retraso-3 [ad]		
1503000	100	0.36	1.12	4.72	0.05	0.04	-0.01	0.05	0.09
1512500	100	0.45	3.32	21.40	0.14	-0.02	-0.04	0.04	0.06
1531500	100	0.40	1.44	6.68	-0.09	-0.11	0.06	0.20	0.23
1534000	99	0.49	0.91	4.05	-0.04	0.12	0.01	0.55	0.32
1536500	114	0.40	1.27	5.53	-0.13	-0.05	0.03	0.65	0.46
1540500	108	0.39	1.41	6.01	-0.10	-0.07	0.06	0.38	0.36
1541000	100	0.51	2.55	12.21	-0.14	0.04	-0.13	0.48	0.24
1543000	100	0.69	2.30	10.60	-0.08	-0.11	-0.05	0.35	0.34
1545500	104	0.56	2.46	11.77	-0.07	-0.02	0.06	0.00	0.00
1550000	99	0.66	1.99	7.94	-0.05	0.03	0.00	0.13	0.04
1551500	118	0.45	1.35	5.60	-0.14	-0.04	0.06	0.03	0.01
1562000	100	0.62	3.24	19.54	0.05	-0.04	-0.14	0.29	0.39
1570500	123	0.44	2.31	11.98	-0.16	-0.07	0.05	0.24	0.08

Tabla 5.5. Características de las series históricas de gastos medios de diciembre.

Sitio	Longitud [años]	ESTADÍSTICA DE DISPERSIÓN			INDEPENDENCIA			HOMOGENEIDAD	
		Coeficiente de			Auto-Correlación de			Pettitt [p-valor]	Mann Kendall [p-valor]
		Variación [ad]	Sesgo [ad]	Curtosis [ad]	Retraso-1 [ad]	Retraso-2 [ad]	Retraso-3 [ad]		
1503000	100	0.36	1.12	4.72	0.05	0.04	-0.01	0.05	0.09
1512500	100	0.45	3.32	21.40	0.14	-0.02	-0.04	0.04	0.06
1531500	100	0.40	1.44	6.68	-0.09	-0.11	0.06	0.20	0.23
1534000	99	0.49	0.91	4.05	-0.04	0.12	0.01	0.55	0.32
1536500	114	0.40	1.27	5.53	-0.13	-0.05	0.03	0.65	0.46
1540500	108	0.39	1.41	6.01	-0.10	-0.07	0.06	0.38	0.36
1541000	100	0.51	2.55	12.21	-0.14	0.04	-0.13	0.48	0.24
1543000	100	0.69	2.30	10.60	-0.08	-0.11	-0.05	0.35	0.34
1545500	104	0.56	2.46	11.77	-0.07	-0.02	0.06	0.00	0.00
1550000	99	0.66	1.99	7.94	-0.05	0.03	0.00	0.13	0.04
1551500	118	0.45	1.35	5.60	-0.14	-0.04	0.06	0.03	0.01
1562000	100	0.62	3.24	19.54	0.05	-0.04	-0.14	0.29	0.39
1570500	123	0.44	2.31	11.98	-0.16	-0.07	0.05	0.24	0.08

Tabla 5.6. Características de las series históricas de gastos medios de enero.

Sitio	Longitud [años]	ESTADÍSTICA DE DISPERSIÓN			INDEPENDENCIA			HOMOGENEIDAD	
		Coeficiente de			Auto-Correlación de			Pettitt [p-valor]	Mann Kendall [p-valor]
		Variación [ad]	Sesgo [ad]	Curtosis [ad]	Retraso-1 [ad]	Retraso-2 [ad]	Retraso-3 [ad]		
1503000	100	0.36	1.12	4.72	0.05	0.04	-0.01	0.05	0.09
1512500	100	0.45	3.32	21.40	0.14	-0.02	-0.04	0.04	0.06
1531500	100	0.40	1.44	6.68	-0.09	-0.11	0.06	0.20	0.23
1534000	99	0.49	0.91	4.05	-0.04	0.12	0.01	0.55	0.32
1536500	114	0.40	1.27	5.53	-0.13	-0.05	0.03	0.65	0.46
1540500	108	0.39	1.41	6.01	-0.10	-0.07	0.06	0.38	0.36
1541000	100	0.51	2.55	12.21	-0.14	0.04	-0.13	0.48	0.24
1543000	100	0.69	2.30	10.60	-0.08	-0.11	-0.05	0.35	0.34
1545500	104	0.56	2.46	11.77	-0.07	-0.02	0.06	0.00	0.00
1550000	99	0.66	1.99	7.94	-0.05	0.03	0.00	0.13	0.04
1551500	118	0.45	1.35	5.60	-0.14	-0.04	0.06	0.03	0.01
1562000	100	0.62	3.24	19.54	0.05	-0.04	-0.14	0.29	0.39
1570500	123	0.44	2.31	11.98	-0.16	-0.07	0.05	0.24	0.08

Tabla 5.7. Características de las series históricas de gastos medios de febrero.

Sitio	Longitud [años]	ESTADÍSTICA DE DISPERSIÓN			INDEPENDENCIA			HOMOGENEIDAD	
		Coeficiente de			Auto-Correlación de			Pettitt [p-valor]	Mann Kendall [p-valor]
		Variación [ad]	Sesgo [ad]	Curtosis [ad]	Retraso-1 [ad]	Retraso-2 [ad]	Retraso-3 [ad]		
1503000	100	0.36	1.12	4.72	0.05	0.04	-0.01	0.05	0.09
1512500	100	0.45	3.32	21.40	0.14	-0.02	-0.04	0.04	0.06
1531500	100	0.40	1.44	6.68	-0.09	-0.11	0.06	0.20	0.23
1534000	99	0.49	0.91	4.05	-0.04	0.12	0.01	0.55	0.32
1536500	114	0.40	1.27	5.53	-0.13	-0.05	0.03	0.65	0.46
1540500	108	0.39	1.41	6.01	-0.10	-0.07	0.06	0.38	0.36
1541000	100	0.51	2.55	12.21	-0.14	0.04	-0.13	0.48	0.24
1543000	100	0.69	2.30	10.60	-0.08	-0.11	-0.05	0.35	0.34
1545500	104	0.56	2.46	11.77	-0.07	-0.02	0.06	0.00	0.00
1550000	99	0.66	1.99	7.94	-0.05	0.03	0.00	0.13	0.04
1551500	118	0.45	1.35	5.60	-0.14	-0.04	0.06	0.03	0.01
1562000	100	0.62	3.24	19.54	0.05	-0.04	-0.14	0.29	0.39
1570500	123	0.44	2.31	11.98	-0.16	-0.07	0.05	0.24	0.08

Tabla 5.8. Características de las series históricas de gastos medios de marzo.

Sitio	Longitud [años]	ESTADÍSTICA DE DISPERSIÓN			INDEPENDENCIA			HOMOGENEIDAD	
		Coeficiente de			Auto-Correlación de			Pettitt [p-valor]	Mann Kendall [p-valor]
		Variación [ad]	Sesgo [ad]	Curtosis [ad]	Retraso-1 [ad]	Retraso-2 [ad]	Retraso-3 [ad]		
1503000	100	0.36	1.12	4.72	0.05	0.04	-0.01	0.05	0.09
1512500	100	0.45	3.32	21.40	0.14	-0.02	-0.04	0.04	0.06
1531500	100	0.40	1.44	6.68	-0.09	-0.11	0.06	0.20	0.23
1534000	99	0.49	0.91	4.05	-0.04	0.12	0.01	0.55	0.32
1536500	114	0.40	1.27	5.53	-0.13	-0.05	0.03	0.65	0.46
1540500	108	0.39	1.41	6.01	-0.10	-0.07	0.06	0.38	0.36
1541000	100	0.51	2.55	12.21	-0.14	0.04	-0.13	0.48	0.24
1543000	100	0.69	2.30	10.60	-0.08	-0.11	-0.05	0.35	0.34
1545500	104	0.56	2.46	11.77	-0.07	-0.02	0.06	0.00	0.00
1550000	99	0.66	1.99	7.94	-0.05	0.03	0.00	0.13	0.04
1551500	118	0.45	1.35	5.60	-0.14	-0.04	0.06	0.03	0.01
1562000	100	0.62	3.24	19.54	0.05	-0.04	-0.14	0.29	0.39
1570500	123	0.44	2.31	11.98	-0.16	-0.07	0.05	0.24	0.08

Tabla 5.9. Características de las series históricas de gastos medios de abril.

Sitio	Longitud [años]	ESTADÍSTICA DE DISPERSIÓN			INDEPENDENCIA			HOMOGENEIDAD	
		Coeficiente de			Auto-Correlación de			Pettitt [p-valor]	Mann Kendall [p-valor]
		Variación [ad]	Sesgo [ad]	Curtosis [ad]	Retraso-1 [ad]	Retraso-2 [ad]	Retraso-3 [ad]		
1503000	100	0.36	1.12	4.72	0.05	0.04	-0.01	0.05	0.09
1512500	100	0.45	3.32	21.40	0.14	-0.02	-0.04	0.04	0.06
1531500	100	0.40	1.44	6.68	-0.09	-0.11	0.06	0.20	0.23
1534000	99	0.49	0.91	4.05	-0.04	0.12	0.01	0.55	0.32
1536500	114	0.40	1.27	5.53	-0.13	-0.05	0.03	0.65	0.46
1540500	108	0.39	1.41	6.01	-0.10	-0.07	0.06	0.38	0.36
1541000	100	0.51	2.55	12.21	-0.14	0.04	-0.13	0.48	0.24
1543000	100	0.69	2.30	10.60	-0.08	-0.11	-0.05	0.35	0.34
1545500	104	0.56	2.46	11.77	-0.07	-0.02	0.06	0.00	0.00
1550000	99	0.66	1.99	7.94	-0.05	0.03	0.00	0.13	0.04
1551500	118	0.45	1.35	5.60	-0.14	-0.04	0.06	0.03	0.01
1562000	100	0.62	3.24	19.54	0.05	-0.04	-0.14	0.29	0.39
1570500	123	0.44	2.31	11.98	-0.16	-0.07	0.05	0.24	0.08

Tabla 5.10. Características de las series históricas de gastos medios de mayo.

Sitio	Longitud [años]	ESTADÍSTICA DE DISPERSIÓN			INDEPENDENCIA			HOMOGENEIDAD	
		Coeficiente de			Auto-Correlación de			Pettitt [p-valor]	Mann Kendall [p-valor]
		Variación [ad]	Sesgo [ad]	Curtosis [ad]	Retraso-1 [ad]	Retraso-2 [ad]	Retraso-3 [ad]		
1503000	100	0.36	1.12	4.72	0.05	0.04	-0.01	0.05	0.09
1512500	100	0.45	3.32	21.40	0.14	-0.02	-0.04	0.04	0.06
1531500	100	0.40	1.44	6.68	-0.09	-0.11	0.06	0.20	0.23
1534000	99	0.49	0.91	4.05	-0.04	0.12	0.01	0.55	0.32
1536500	114	0.40	1.27	5.53	-0.13	-0.05	0.03	0.65	0.46
1540500	108	0.39	1.41	6.01	-0.10	-0.07	0.06	0.38	0.36
1541000	100	0.51	2.55	12.21	-0.14	0.04	-0.13	0.48	0.24
1543000	100	0.69	2.30	10.60	-0.08	-0.11	-0.05	0.35	0.34
1545500	104	0.56	2.46	11.77	-0.07	-0.02	0.06	0.00	0.00
1550000	99	0.66	1.99	7.94	-0.05	0.03	0.00	0.13	0.04
1551500	118	0.45	1.35	5.60	-0.14	-0.04	0.06	0.03	0.01
1562000	100	0.62	3.24	19.54	0.05	-0.04	-0.14	0.29	0.39
1570500	123	0.44	2.31	11.98	-0.16	-0.07	0.05	0.24	0.08

Tabla 5.11. Características de las series históricas de gastos medios de junio.

Sitio	Longitud [años]	ESTADÍSTICA DE DISPERSIÓN			INDEPENDENCIA			HOMOGENEIDAD	
		Coeficiente de			Auto-Correlación de			Pettitt [p-valor]	Mann Kendall [p-valor]
		Variación [ad]	Sesgo [ad]	Curtosis [ad]	Retraso-1 [ad]	Retraso-2 [ad]	Retraso-3 [ad]		
1503000	100	0.36	1.12	4.72	0.05	0.04	-0.01	0.05	0.09
1512500	100	0.45	3.32	21.40	0.14	-0.02	-0.04	0.04	0.06
1531500	100	0.40	1.44	6.68	-0.09	-0.11	0.06	0.20	0.23
1534000	99	0.49	0.91	4.05	-0.04	0.12	0.01	0.55	0.32
1536500	114	0.40	1.27	5.53	-0.13	-0.05	0.03	0.65	0.46
1540500	108	0.39	1.41	6.01	-0.10	-0.07	0.06	0.38	0.36
1541000	100	0.51	2.55	12.21	-0.14	0.04	-0.13	0.48	0.24
1543000	100	0.69	2.30	10.60	-0.08	-0.11	-0.05	0.35	0.34
1545500	104	0.56	2.46	11.77	-0.07	-0.02	0.06	0.00	0.00
1550000	99	0.66	1.99	7.94	-0.05	0.03	0.00	0.13	0.04
1551500	118	0.45	1.35	5.60	-0.14	-0.04	0.06	0.03	0.01
1562000	100	0.62	3.24	19.54	0.05	-0.04	-0.14	0.29	0.39
1570500	123	0.44	2.31	11.98	-0.16	-0.07	0.05	0.24	0.08

Tabla 5.12. Características de las series históricas de gastos medios de julio.

Sitio	Longitud [años]	ESTADÍSTICA DE DISPERSIÓN			INDEPENDENCIA			HOMOGENEIDAD	
		Coeficiente de			Auto-Correlación de			Pettitt [p-valor]	Mann Kendall [p-valor]
		Variación [ad]	Sesgo [ad]	Curtosis [ad]	Retraso-1 [ad]	Retraso-2 [ad]	Retraso-3 [ad]		
1503000	100	0.36	1.12	4.72	0.05	0.04	-0.01	0.05	0.09
1512500	100	0.45	3.32	21.40	0.14	-0.02	-0.04	0.04	0.06
1531500	100	0.40	1.44	6.68	-0.09	-0.11	0.06	0.20	0.23
1534000	99	0.49	0.91	4.05	-0.04	0.12	0.01	0.55	0.32
1536500	114	0.40	1.27	5.53	-0.13	-0.05	0.03	0.65	0.46
1540500	108	0.39	1.41	6.01	-0.10	-0.07	0.06	0.38	0.36
1541000	100	0.51	2.55	12.21	-0.14	0.04	-0.13	0.48	0.24
1543000	100	0.69	2.30	10.60	-0.08	-0.11	-0.05	0.35	0.34
1545500	104	0.56	2.46	11.77	-0.07	-0.02	0.06	0.00	0.00
1550000	99	0.66	1.99	7.94	-0.05	0.03	0.00	0.13	0.04
1551500	118	0.45	1.35	5.60	-0.14	-0.04	0.06	0.03	0.01
1562000	100	0.62	3.24	19.54	0.05	-0.04	-0.14	0.29	0.39
1570500	123	0.44	2.31	11.98	-0.16	-0.07	0.05	0.24	0.08

Tabla 5.13. Características de las series históricas de gastos medios de agosto.

Sitio	Longitud [años]	ESTADÍSTICA DE DISPERSIÓN			INDEPENDENCIA			HOMOGENEIDAD	
		Coeficiente de			Auto-Correlación de			Pettitt [p-valor]	Mann Kendall [p-valor]
		Variación [ad]	Sesgo [ad]	Curtosis [ad]	Retraso-1 [ad]	Retraso-2 [ad]	Retraso-3 [ad]		
1503000	100	0.36	1.12	4.72	0.05	0.04	-0.01	0.05	0.09
1512500	100	0.45	3.32	21.40	0.14	-0.02	-0.04	0.04	0.06
1531500	100	0.40	1.44	6.68	-0.09	-0.11	0.06	0.20	0.23
1534000	99	0.49	0.91	4.05	-0.04	0.12	0.01	0.55	0.32
1536500	114	0.40	1.27	5.53	-0.13	-0.05	0.03	0.65	0.46
1540500	108	0.39	1.41	6.01	-0.10	-0.07	0.06	0.38	0.36
1541000	100	0.51	2.55	12.21	-0.14	0.04	-0.13	0.48	0.24
1543000	100	0.69	2.30	10.60	-0.08	-0.11	-0.05	0.35	0.34
1545500	104	0.56	2.46	11.77	-0.07	-0.02	0.06	0.00	0.00
1550000	99	0.66	1.99	7.94	-0.05	0.03	0.00	0.13	0.04
1551500	118	0.45	1.35	5.60	-0.14	-0.04	0.06	0.03	0.01
1562000	100	0.62	3.24	19.54	0.05	-0.04	-0.14	0.29	0.39
1570500	123	0.44	2.31	11.98	-0.16	-0.07	0.05	0.24	0.08

Tabla 5.14. Características de las series históricas de gastos medios de septiembre.

5.3.2. Incertidumbre en el Análisis de Frecuencias de Gastos Medios Mensuales

Se aplicaron los procedimientos para medir la incertidumbre en la estimación de cuantiles de gastos medios mensuales a través de; (1) el análisis puntual de frecuencias convencional (sección 4.2.1), (2) el análisis regional de frecuencias convencional (sección 4.2.2) y (3) la metodología propuesta (sección 4.2.3). En las figuras 5.13 a 5.17 se muestran los valores de coeficientes de variación obtenidos para diferentes probabilidades de no excedencia.

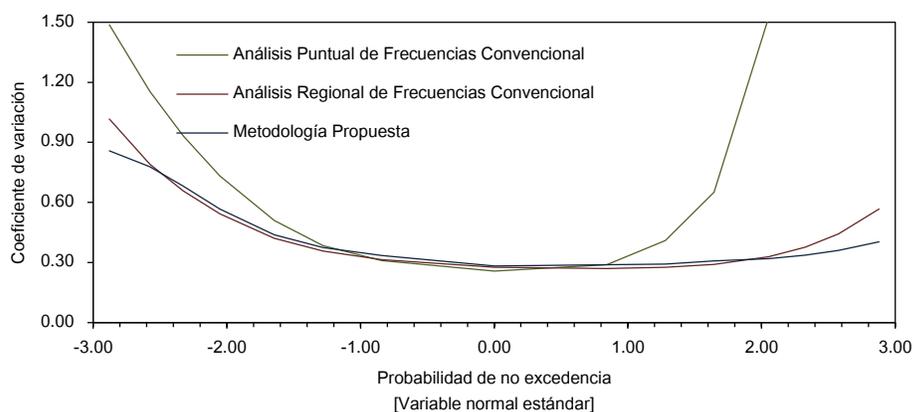


Figura 5.13. Coeficiente de variación para muestras de 10 años en el análisis de frecuencias de gastos medios mensuales.

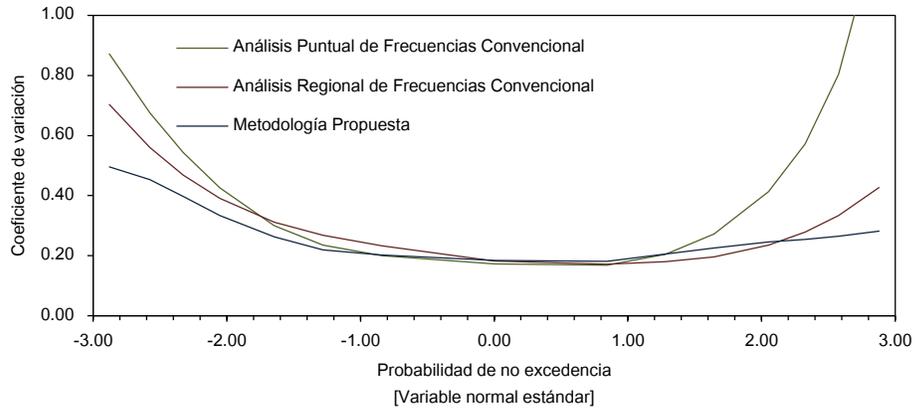


Figura 5.14. Coeficiente de variación para muestras de 20 años en el análisis de frecuencias de gastos medios mensuales.

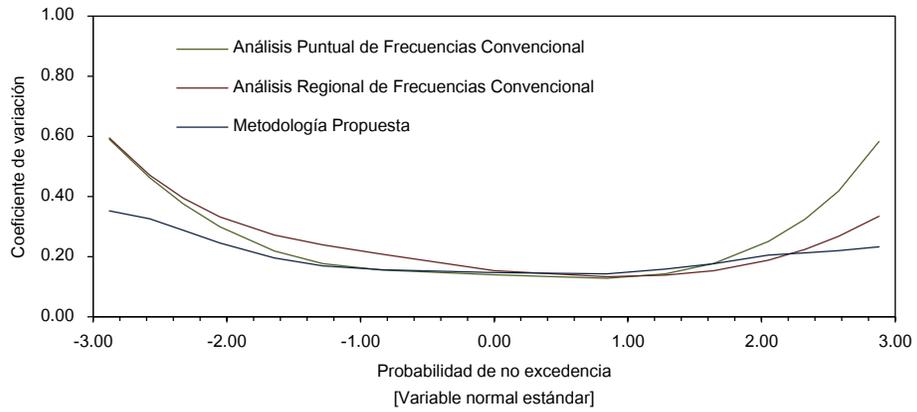


Figura 5.15. Coeficiente de variación para muestras de 30 años en el análisis de frecuencias de gastos medios mensuales.

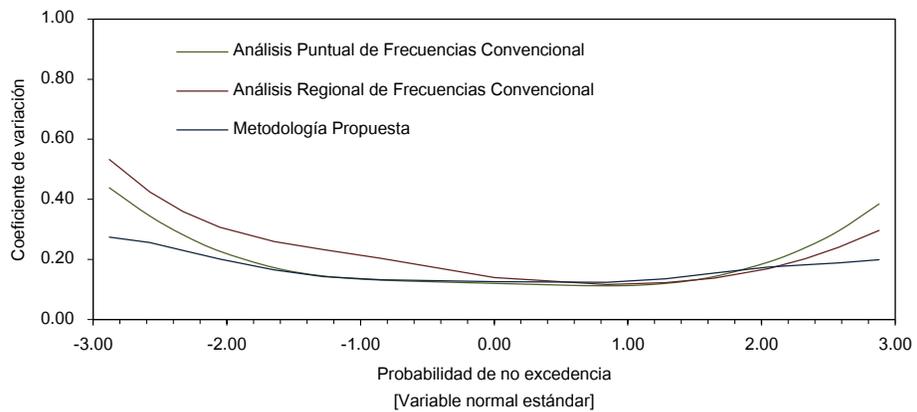


Figura 5.16. Coeficiente de variación para muestras de 40 años en el análisis de frecuencias de gastos medios mensuales.

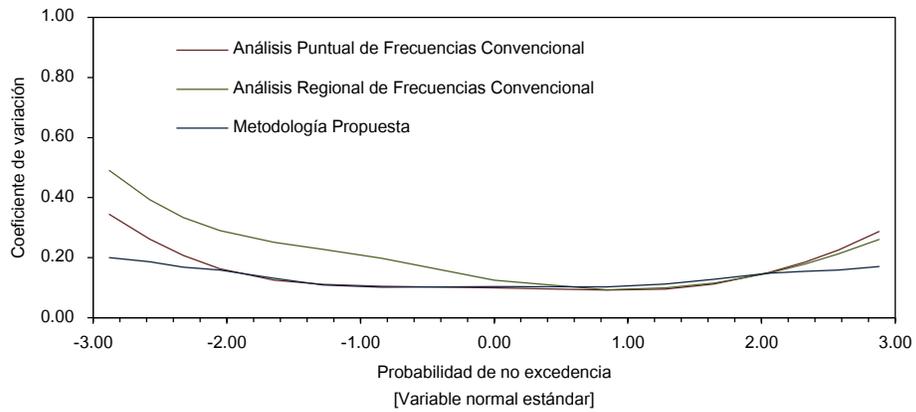


Figura 5.17. Coeficiente de variación para muestras de 50 años en el análisis de frecuencias de gastos medios mensuales.

En la figura 5.18 se muestran los valores de la media geométrica de los coeficientes de variación obtenidos para los diferentes tamaños de muestra.

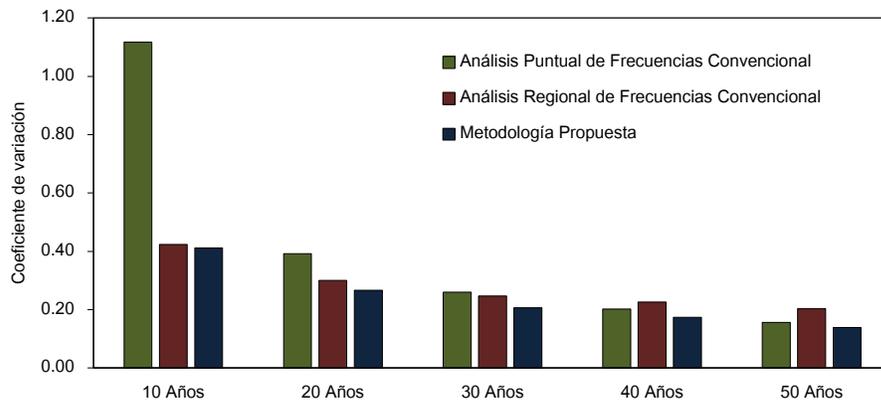


Figura 5.18. Coeficiente de variación en el análisis de frecuencias de gastos medios mensuales.

CONCLUSIONES

Se propuso una nueva metodología para el *análisis de frecuencias de escurrimientos* en sitios con escasa información hidrométrica, la cual consistió en generar, a partir de los gastos medios anuales, una cantidad suficiente de eventos sintéticos de la variable de gasto en estudio para recrear su propia distribución de frecuencias.

Se comparó la incertidumbre en la estimación de cuantiles a través de; (1) un análisis puntual de frecuencias convencional, (2) un análisis regional de frecuencias convencional y (3) la metodología propuesta. Se establecieron tres casos de estudio; (a) análisis de frecuencias de gastos de pico máximos anuales, (b) análisis de frecuencias de gastos diarios mínimos anuales y (c) análisis de frecuencias de gastos medios mensuales.

La incertidumbre se midió como el coeficiente de variación de los cuantiles estimados a partir de escenarios de escasa información hidrométrica, los cuales fueron simulados a partir de las series históricas de escurrimientos de 13 sitios ubicados en la cuenca del río Susquehanna en la costa este de los Estados Unidos.

Los resultados obtenidos sugieren que:

1. La metodología propuesta logra reducir la incertidumbre en la estimación de cuantiles de gastos de pico máximos anuales a través del análisis puntual de frecuencias convencional.
2. La metodología propuesta logra reducir la incertidumbre en la estimación de cuantiles de gastos de pico máximos anuales a través del análisis regional de frecuencias convencional.
3. La metodología propuesta logra reducir la incertidumbre en la estimación de cuantiles de gastos diarios mínimos anuales a través del análisis puntual de frecuencias convencional.
4. La metodología propuesta logra reducir la incertidumbre en la estimación de cuantiles de gastos diarios mínimos anuales a través del análisis regional de frecuencias convencional.
5. La metodología propuesta logra reducir la incertidumbre en la estimación de cuantiles de gastos medios mensuales a través del análisis puntual de frecuencias convencional.
6. La metodología propuesta consigue igualar la incertidumbre en la estimación de cuantiles de gastos medios mensuales a través del análisis regional de frecuencias convencional.

Por ello se puede concluir lo siguiente:

1. La metodología propuesta es una mejor alternativa para el análisis puntual de frecuencias de gastos de pico máximos anuales en sitios con escasa información hidrométrica.
2. La metodología propuesta puede sustituir un análisis regional de frecuencias de gastos de pico máximos anuales en sitios con escasa información hidrométrica.
3. La metodología propuesta es una mejor alternativa para el análisis puntual de frecuencias de gastos diarios mínimos anuales en sitios con escasa información hidrométrica.
4. La metodología propuesta puede sustituir un análisis regional de frecuencias de gastos diarios mínimos anuales en sitios con escasa información hidrométrica.
5. La metodología propuesta es una mejor alternativa para el análisis puntual de frecuencias de gastos medios mensuales en sitios con escasa información hidrométrica.
6. La metodología propuesta es una alternativa más para el análisis regional de frecuencias de gastos medios mensuales en sitios con escasa información hidrométrica.

REFERENCIAS

- Akaike, H. (1974) A new Look at the Statistical Model Identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 19 (6). p. 716-723.
- Anderson, R. L. (1942) Distribution of the Serial Correlation Coefficients. *Annals of Mathematical Statistics*. 13 (1). p. 1-13.
- Box, G.E.P. & Cox, D.R. (1964) An Analysis of Transformations. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*. 26 (2). p. 211–252.
- Chander, S., Spolia, S. k. & Krumar, A. (1978) Flood Frequency Analysis by Power Transformation. *Journal of Hydraulic Engineering*. 104 (11). p. 1495-1504.
- Chen, Y. D., Huang, G., Shao, Q. & Xu C. Y. (2006) Regional Analysis of Low Flow Using L-moments for Dongjiang Basin, South China. *Hydrological Sciences Journal*. 51 (6). p. 1051-1064.
- Chow, V. T., Maidment, D. R. & Mays, L. W. (1988) *Applied Hydrology*. New York: McGraw-Hill.
- Cunnane, C. (1998) Methods and Merits of Regional Flood Frequency Analysis. *Journal of Hydrology*. 100. p. 269-290.
- Darlymple, T. (1960) Flood Frequency Methods. *U.S.G.S. Water Supply Paper*. 1543 (A). p. 11-51.
- Dong, J., Diao, Y. & Wang, G. (2013) Flood Frequency Analysis Transformed Model for Small Sample. *Advanced Materials Research*. 610-613. p. 2635-2639.
- Escalante, C. A. (2009) Mixed Distribution in Low-Flow Frequency Analysis. *Ingeniería Investigación y Tecnología*. 10 (3). p. 247-253.
- Greenwood, J. A., Landwehr, J. M. & Wallis, J. R. (1979) Probability Weighted Moments: Definition and Relation to Parameters of Several Distributions Expressible in Inverse Form. *Water Resource Research*. 15 (5). p. 1049-1054.
- Hosking, J. M. R. (1990) L-moments: Analysis and Estimation of Distribution Using Linear Combinations of Order Statistics. *Journal of the Royal Statistics Society Series B*. 52 (1). p. 105-124.
- Hosking, J. M. R. & Wallis, J. (1993) Some Statistics Useful in Regional Frequency Analysis. *Water Resources Research*. 29 (2). p. 271-282.

- Hussain, Z. (2011) Application of the Regional Flood Frequency Analysis to the Upper and Lower Basins of the Indus River, Pakistan. *Water Resources Management*. 25 (1). p. 2797-2822.
- Jaynes, E. T. (1957a) Information Theory and Statistical Mechanics I. *Physical Review*. 106. p. 620-630.
- Jaynes, E. T. (1957b) Information Theory and Statistical Mechanics II. *Physical Review*. 108. p. 171-190.
- Kendall, M. (1938) A new Measure of Rank Correlation. *Biometrika*. 30 (1-2). p. 81-89.
- Kite, G. W. (1977) *Frequency and Risk Analyses in Hydrology*. California: Water Resource Publication.
- Lall, U. & Sharma A. (1996) A Nearest Neighbour Bootstrap for Resampling Hydrological Series. *Water Resources Research*. 32 (3). p. 679-693.
- Lim, Y. (2007) Regional Flood Frequency Analysis of the Red River Basin Using L-moments Approach. in *World Environmental and Water Resources Congress 2007: Restoring Our Natural Habitat*. Florida, Tuesday 15th to Saturday 19th May 2007. Florida: ASCE. pp. 1-10.
- Mann, H. B. (1945) Non-Parametric Tests against Trend. *Econometrica*. 13. p. 163-171.
- Mehrotra, R. & Sharma, A. (2006) Conditional Resampling of Hydrological Time Series Using Multiple Predictor Variables: A K-Nearest Neighbour Approach. *Advances in Water Resources*. 29. p. 987-999.
- Merriman, M. (1877) On the History of the Method of Least Squares. *The Analyst*. 4 (2). p. 33-36.
- Modarres, R. (2008) Regional Frequency Distribution type of Low Flow in North of Iran by L-moments. *Water Resources Management*. 22 (7). p. 823-841.
- Nelsen, R. B. (2006) *An Introduction to Copulas*. New York: Springer.
- Noto, L. V. & La Loggia, G. (2009) Use of L-moments Approach for Regional Flood Frequency Analysis in Sicily, Italy. *Water Resources Management*. 23 (11). p. 2207-2229.
- NWIS (2013) *National Water Information System*. [Online] Available from: waterdata.usgs.gov/nwis [Acceded: January 2013].
- Pettitt, A. N. (1979) A Non-Parametric Approach to the Change Point Problem. *Journal of the Royal Statistical Society Series C. Applied Statistics*. 28 (2). p. 126-135.
- Pyrce, R. S. (2004) *Hydrological Low Flow Indices and their Uses*. Peterborough, Ontario: Watershed Science Centre Report No.04-2004.

- Rossi, F., Fiorentino, M. & Versace, P. (1984) Two-Component Extreme Value Distribution for Flood Frequency Analysis. *Water Resources Researches*. 20 (7). p. 847-856.
- Rostami, R. (2013) Regional Flood Frequency Analysis based on L-moment Approach (Case Study West Azarbayjan Basins). *Journal of Civil Engineering and Urbanism*. 3 (3). p. 107-113.
- Saf, B. (2009) Regional Flood Frequency Analysis Using L-moments for the West Mediterranean Region of Turkey. *Water Resources Management*. 23. p. 531-551.
- Schwarz, G. E. (1978) Estimating the Dimension of a Model. *Annals of Statistics*. 6 (2). p. 461-464.
- Shannon, C. E. (1948a) The Mathematical Theory of Communication I and II. *Bell System Technology Journal*. 27 (1). p. 379-423.
- Shannon, C. E. (1948b) The Mathematical Theory of Communication III and IV. *Bell System Technology Journal*. 27 (1). p. 623-656.
- Shi, P., Chen, X., Qu, S., Zhang, Z. & Ma, J. (2010) Regional Frequency Analysis of Low Flow Based on L-moments: Case Study in Karst Area, Southwest China. *Journal of Hydrology Engineering*. 15 (5). p. 370–377.
- Smakhtin, V. U. (2001) Low Flow Hydrology: a Review. *Journal of Hydrology*. 240 (3-4). p. 147-186.
- Singh, V. P. (1998) *Entropy-Based Parameter Estimation in Hydrology*. Louisiana: Water Science and Technology Library.
- SRBC (2013) *Susquehanna River Basin Commission*. [Online] Available from: <http://www.srbc.net> [Acceded: January 2013].
- Sveinsson, O. G. B., Boes, D. C. & Salas, J. D. (2001) Population Index Flood Method for Regional Frequency Analysis. *Water Resources Research*. 37 (11). p. 2733-2748.
- USGS (2013) *United States Geological Survey*. [Online] Available from: <http://www.usgs.gov> [Acceded: January 2013].
- Wallis, J. R. (1980) Risk and Uncertainties in the Evaluation of Flood Events for the Design of Hydrological Structures. in *Seminar on Hydrological Extreme Events-Flood and Droughts*. Erice, Saturday 22th to Thursday 25th March 1980. Erice. pp. 33.
- Yerdelen, C., Karimi, Y., Kahya, E. (2010) Frequency Analysis of Mean Monthly Streamflow in Çoruh Basin, Turkey. *Fresenius Environmental Bulletin*. 19 (7). p. 1300-1311.
- Zaidman, M. D., Keller, V., Young, A. R. & Wall, A. (2003) Adapting Low-Flow Frequency Analysis for Use with Short-Period Record. *The Journal*. 17 (2). p. 73-79.