

#### UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA INGENIERÍA ELÉCTRICA - CONTROL

#### CONTROL BASADO EN PASIVIDAD DE UN CONVERTIDOR DE FUENTE DE CORRIENTE

T E S I S QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE: MAESTRO EN INGENIERÍA

> P R E S E N T A: EDGAR BERROSPE JUÁREZ

T U T O R DR. GERARDO RENÉ ESPINOSA PÉREZ Facultad de Ingeniería

MÉXICO, D.F., ENERO 2015



Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

#### DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor. Jurado asignado:

Presidente:	DR. JAIME ALBERTO MORENO PÉREZ
Secretario:	DR. PAUL ROLANDO MAYA ORTIZ
Vocal:	DR. GERARDO RENÉ ESPINOSA PÉREZ
1. <sup>er</sup> suplente:	DR. FRÉDÉRIC TRILLAUD PIGHI
2.° suplente:	DR. VÍCTOR MANUEL CÁRDENAS GALINDO

Tesis realizada en la División de Estudios de Pos<br/>grado de la Facultad de Ingeniería, Ciudad Universitaria, México, D.F.

Tutor de tesis:

DR. GERARDO RENÉ ESPINOSA PÉREZ

La realización de este trabajo fue posible gracias a los apoyos económicos otorgados por

- Consejo Nacional de la Ciencia y Tecnología (CONACYT) a través de la beca otorgada durante el período Agosto 2012- Julio 2014
- Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT) a través del proyecto IN114513.

A mi madre por ser esa fuente de amor infinita e incondicional.

A mi padre por la paciencia y las palabras adecuadas.

A mi hermana por el apoyo y el amor.

A Gerardo Espinosa por su enseñanza, por el esfuerzo puesto en este trabajo y sobretodo por haber creído en mí y haberme apoyado para entrar al programa de maestría.

A Marcos Ángel González por seguir siendo un consejero profesional en quien confiar.

A mis primos Mona, Marco y Rubén; por ser la intersección más clara de los conjuntos familia y amigos.

A mis amigos Arturo, Benjamín, Daniel, Eblin, Héctor, Hiram, Hoover, Indi, José Luis, Luis Alberto, Michel, Misael, Missie, Nelson, NINI, Noria, Pablo, Paco, Raúl, Roberto y Sofía; por el tiempo, por los años, por la música, por el rock, por el blues, por la guitarra, por la cerveza, por el mezcal, por los tacos, por las palabras, por las ideas, por el cine, por los libros, por el beis; pero sobre todo porque todo eso no tiene sentido sin ustedes.

## Índice

1.	Intro	oducción	3
	1.1.	Motivación	3
	1.2.	Antecedentes	5
	1.3.	Formulación del Problema	7
	1.4.	Contribuciones	8
	1.5.	Organización del Trabajo	9
2	Ма	lala dal Campatidan	11
2.	NIOC	leio dei Convertidor	11
	2.1.	Convertidor de Fuente de Corriente	11
	2.2.	Modelado del Convertidor	14
		2.2.1. Modelado del Puente H	15
		2.2.2. Modelos Discontinuos	19
		2.2.3. Modelos Continuos	23
3.	Con	trol Durante el Proceso de Descarga	29
	3.1.	Control con Resistencia de Carga Conocida	30
	3.2.	Control con Resistencia de Carga Desconocida	33
4.	Con	trol Durante el Proceso de Carga	37

#### ÍNDICE

	4.1.	Planteamiento del Problema	37
	4.2.	Análisis de Factibilidad	39
	4.3.	Diseño del Controlador	44
5.	Eval	uación Numérica	51
	5.1.	Proceso de Descarga con Carga Conocida	52
	5.2.	Proceso de Descarga con Carga Desconocida	54
	5.3.	Proceso de Carga	59
6.	Con	clusiones y Trabajo Futuro	69
	6.1.	Conclusiones	69
	6.2.	Trabajo Futuro	71
Bi	iblio	grafía	73

#### 2

## Capítulo 1

## Introducción

#### 1.1. Motivación

Desde la invención del transistor en 1947, la electrónica ha jugado un papel protagónico en el desarrollo de la humanidad, propiciando avances en diversas áreas del conocimiento. Los sistemas eléctricos de potencia también han experimentado una evolución en sus paradigmas debido a la aplicación de la electrónica. De esta forma, no solo se ha sustituido el uso de las válvulas de mercurio por dispositivos de estado sólido; sino que al día de hoy son de uso común equipos basados en convertidores de potencia, como los CEV (Compensador Estático de VAR), STATCOM (por las siglas en inglés de Static Synchronous Compensator) y demás FACTS (del inglés Flexible AC Transmission System).

El trabajo de los convertidores de electrónica potencia es transformar energía eléctrica de una naturaleza a otra, por ejemplo, de Corriente Directa (DC, por sus siglas en inglés) a Corriente Alterna (AC, por sus siglas en inglés), de AC a DC, o de AC a AC con distinta frecuencia. La energía se puede obtener de elementos almacenadores o generadores como son: bancos de baterías, celdas solares, bancos de capacitores, bobinas superconductoras (SMES, por las siglas en inglés de Superconducting Magnetic Energy Storage), volantes de inercia, generadores eólicos o las unidades generadoras tradicionales.

Los llamados inversores son convertidores DC-AC en los cuales la energía proviene de una fuente de tensión o de corriente que se encuentra en el lado de DC. Cuando se tiene fuente de tensión el convertidor de conoce como convertidor de fuente de voltaje, mientras que cuando se cuenta con una fuente de corriente el convertidor se conoce como convertidor de fuente de corriente. Las respectivas fuentes pueden sustituirse por elementos almacenadores de energía, capacitores en el caso de los convertidores de fuente de voltaje, e inductores en el caso de los convertidores de fuente de corriente. Los bancos de capacitores y las bobinas superconductoras pueden ser modelados por medio de capacitores e inductores, respectivamente. Desde el punto de vista de control, el problema principal de utilizar elementos almacenadores para extraer energía eléctrica es que éstos deben ser cargados para tener la capacidad de entregar energía en los momentos que se les demande.

Desde la perspectiva del diseño de esquemas de control basados en modelo, los convertidores imponen sistemas no lineales para los cuales se plantea una tarea multiobjetivo, ya que se deben garantizar propiedades de estabilidad, objetivos de regulación y objetivos de seguimiento (algunas veces) de manera simultánea. Adicionalmente, el desempeño es importante, pues se deben satisfacer estándares en respuesta dinámica (deben ser respuestas rápidas y precisas) y en contenido armónico (debe ser el menor posible). Dentro de este contexto, el convertidor analizado en este trabajo es un convertidor de fuente de corriente, se considera que el elemento almacenador es un inductor y se considera el caso monofásico. Durante el proceso de carga la señal de control no aparece de forma afín y esta embebida en la matriz de interconexión del sistema, de tal forma que a primera vista puede pensarse que modificando la señal de control solamente es posible incidir en las propiedades de interconexión, no así en las propiedades de disipación. Problemas similares son abordados en [1] y [2], demostrando que a pesar de esta situación es posible imponer amortiguamiento al sistema. La solución generalizada para el control de este tipo de estructuras establece un problema abierto en el área, lo cual resalta la importancia de los resultados presentados en este trabajo. Una complicación adicional de la aplicación abordada es que se trata de un problema de seguimiento. En general, este tipo de problemas son complicados de resolver, por lo que nuevamente, la solución presentada en este trabajo cobra importancia.

#### 1.2. Antecedentes

Durante las últimas décadas la electrónica de potencia ha jugado un papel fundamental en la solución de problemas relacionados con la calidad de la energía y el desarrollo de fuentes limpias de energía eléctrica, entre otras aplicaciones. La teoría de control y en particular los enfoques que aprovechan las propiedades disipativas de los sistemas, como el llamado *Control Basado en Pasividad* (PBC, por sus siglas en inglés), han demostrado ser herramientas útiles para resolver los problemas que emergen en la operación de los convertidores de potencia.

Son diversas las fuentes en las que se aborda el control de convertidores de potencia con la metodología PBC. En [1] se presenta el diseño controladores para convertidores DC-DC. Los convertidores abordados en [1] son el convertidor Boost y el convertidor Buck-Boost, y las tareas resueltas son tareas de regulación. Los modelos de ambos convertidores son modelos de dos estados, y la señal de control aparece embebida en la matriz de interconexión, después de hacer un análisis de las propiedades de los modelos se logra sintetizar una ley de control para regular un estado a través del otro.

En fuentes como [3] y [2] se aborda el problema de convertidores AC-DC; siendo los convertidores con estructuras multinivel. Cabe destacar que el problema de seguimiento surge de manera natural cuando se trabaja con convertidores AC-DC. En el lado de DC del convertidor estudiado en [3] se encuentran fuentes de tensión, mientras que en caso del convertidor mostrado en [2] se encuentran capacitores.

En el caso de [2] se persigue un objetivo relacionado con la calidad de la energía, lograr que el convertidor suministre las corrientes armónicas necesarias para el funcionamiento de una carga no lineal. Dado que en el lado de DC existen elementos dinámicos (capacitores), el modelo del convertidor tiene la señal de control embebida en la matriz de interconexión y se hace necesario un análisis de las trayectorias que son factibles para el sistema, previo al diseño de la ley de control.

Algunas veces es posible la aplicación de técnicas que permiten transformar los problemas de seguimiento a problemas de regulación, como se muestra en [4]. En esta referencia se resuelve un problema combinado de seguimiento y regulación para un convertidor *Back to Back*. El problema se reduce a uno de seguimiento gracias a la aplicación de la técnica de modelado conocida como *Promediación Generalizada en Espacio de Estados* (GSSA, por sus siglas en inglés).

El convertidor que se aborda en este trabajo es un convertidor de fuente de corriente, debido a que en el lado de DC se encuentra un inductor. Este hecho contrasta con los convertidores de fuente de voltaje como los mostrados en [3], [2] y [4], en los cuales en el lado de DC se encuentran, ya sea capacitores o fuentes de tensión.

#### 1.3. Formulación del Problema

En términos generales el problema que se aborda en este trabajo tiene tres etapas. La primera etapa es la elección de un convertidor cuya topología permita el intercambio de energía bidireccional entre el lado de AC y el lado de DC del convertidor, teniendo muy en cuenta que el elemento que almacena energía en el lado de DC es un inductor. La siguiente etapa consiste en encontrar un modelo matemático continuo que describa el comportamiento del convertidor. La etapa final consiste en el diseño de las políticas de conmutación para los interruptores electrónicos o leyes de control, que permitan realizar el intercambio de energía entre ambos lados del convertidor.

Una vez elegido el tipo de convertidor el modelo continuo del mismo se obtiene a partir de la técnica de *Promediación en Espacio de Estados* (SSA, por sus siglas en inglés); mientras que la metodología desde la que se aborda el diseño del controlador es el control basado en pasividad.

Existen dos escenarios que requieren cada uno su propio modelo, su propio objetivo de control y su propia ley de control:

- Proceso de carga. Es el proceso en el cual la energía fluye de un bus de AC hacía una carga y hacia el inductor del lado de DC, donde es almacenada. Durante este proceso el objetivo de control es alcanzar una corriente constante en el inductor del lado de DC, además se debe limitar la derivada de esta corriente durante el proceso.
- Proceso de descarga. Es el proceso en el cual la energía almacenada en el inductor del lado de DC es transferida a la carga y ocurre durante los periodos en que el bus de AC no es capaz de suministrar la energía requerida por la carga.

#### 1.4. Contribuciones

En [5] se plantea el uso de dos interruptores de un polo dos tiros para el modelado de un puente H en un convertidor de fuente de voltaje, este modelado permite la aplicación de la técnica SSA de la forma en que es presentada en [1]. En este trabajo se realiza la adecuación del modelado presentado en [5], de tal forma que sea posible modelar un puente H en un convertidor de fuente de corriente, y posteriormente aplicar la técnica SSA para encontrar modelos continuos del convertidor. La adecuación es posible debido a la dualidad existente entre los convertidores de fuente de voltaje y los convertidores de fuente de corriente (ver [6]).

Una vez obtenidos los modelos continuos, se realiza el diseño de dos controladores para el proceso de descarga. El primer controlador resuelve el problema cuando la carga es conocida. El segundo controlador parte del primero y adiciona un estimador de carga, para poder resolver el problema de descarga cuando la carga es modelada por una resistencia lineal de valor desconocido. El problema de la descarga con una carga no lineal, es un problema más complicado que requiere mayor análisis y está fuera del alcance de este trabajo.

Dado que durante el proceso de carga la señal de control está embebida en la matriz de interconexión del sistema, el diseño del controlador para este proceso requiere un análisis detallado de los comportamientos factibles para el sistema, para posteriormente hacer un replanteamiento del objetivo de control. De manera específica, el esquema de control presentado permite garantizar que la trayectoria para la corriente del inductor del lado de DC es alcanzada en *valor promedio*, es decir, que existirán armónicos superpuestos al valor promedio. Existe un caso en el cual se puede afirmar que dichos armónicos no estarán presentes, este caso también es analizado. Una vez analizados los comportamientos que el convertidor puede realizar, se aborda el diseño del controlador, imponiendo condiciones de amortiguamiento para garantizar que se alcanza el comportamiento factible deseado.

#### 1.5. Organización del Trabajo

El presente trabajo se organiza de la siguiente forma. El Capítulo 2 se inicia con una revisión de las diferentes topologías de los convertidores de fuente de corriente, planteando sus ventajas y desventajas, posteriormente se deducen los modelos del convertidor de fuente de corriente durante el proceso de carga y durante el proceso de descarga.

El diseño de los controladores para el proceso de descarga se presenta en el Capítulo 3. En el Capítulo 4 se presenta el diseño del controlador para el proceso de carga. El Capítulo 4 inicia con un replanteamiento de los objetivos de control y el análisis de factibilidad, para posteriormente abordar el diseño del controlador.

En el Capítulo 5 se muestra la evaluación numérica de los controladores diseñados en los Capítulos 3 y 4, con la correspondiente discusión de los resultados obtenidos. Finalmente en el Capítulo 6 se marcan directivas para el trabajo futuro acerca de este tema y se presentan las conclusiones.

#### CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

### Capítulo 2

## Modelo del Convertidor

#### 2.1. Convertidor de Fuente de Corriente

Las tres principales topologías de convertidores de potencia utilizadas en aplicaciones con inductores en el lado de DC son las siguientes:

- . Convertidor basado en Tiristores.
- . Convertidor basado en VSC (por las siglas en inglés de Voltage Source Converter).
- . Convertidor basado en CSC (por las siglas en inglés de Current Source Converter).

En las Figuras 2.1, 2.2 y 2.3 se muestran las tres topologías antes mencionadas. En el convertidor basado en tiristores el inductor del lado de DC es sometido a una tensión, que puede ser positiva o negativa dependiendo del ángulo de disparo de los tiristores. Si la tensión a la que se somete al inductor es positiva el convertidor funciona instantáneamente como rectificador, cargando al inductor. Mientras que si





Figura 2.1: SMES basado en Tiristores.



Figura 2.2: SMES basado en VSC.



la tensión es negativa el convertidor funciona instantáneamente como inversor, descargando al inductor.

El convertidor basado en VSC, hace uso de interruptores electrónicos capaces de realizar una conmutación forzada, tales como IGBT o MOSFET. Esta topología contiene un convertidor AC-DC capaz de mantener una tensión de DC en el capacitor de enlace, y un convertidor DC-DC con el cual es posible ajustar la tensión promedio en el inductor de DC, logrando así su carga o descarga.

El convertidor basado en CSC, es similar al convertidor basado en VSC, solo que en este caso no existe el capacitor de enlace, y el convertidor AC-DC realiza directamente la carga o descarga del inductor de DC.

En el Cuadro 2.1, extraído de [7], se consignan algunas de las características más relevantes de las tres topologías.

	1			
Convertidor basado en CSC	Controla la potencia real y reac- tiva de un modo independiente, además esta topología es capaz de proporcionar un alto nivel de potencia reactiva capacitiva	Posee solo un circuito AC-DC	Distorsión armónica baja	La tensión de rizo es menor, esto implica que las pérdidas de AC en el inductor de DC son meno- res; hecho de gran relevancia en aplicaciones con SMES
Convertidor basado en VSC	Controla de manera indepen- diente la potencia activa y reac- tiva. Puede proporcionar un res- paldo de potencia reactiva inclu- so con corrientes muy bajas en el inductor de DC	Incluye un circuito AC-DC y un Chopper DC-DC de 2 cuadran- tes lo que hace que el control de este sistema sea complicado	Distorsión armónica baja	Existe tensión de rizo con el uso de este convertidor
Convertidor basado en Tiristo- res	Controla potencia real, cuan- do se quiere controlar potencia reactiva el sistema presenta pro- blemas ya que no es inherente del convertidor controlar poten- cia reactiva, el control de ambas potencias no es independiente	Implementación sencilla	Distorsión armónica muy alta	Existe tensión de rizo con el uso de este convertidor
Criterio	Control de potencia real y reacti- va	Implementación del Converti- dor	Distorsión Armónica Total (THD)	Tensión de Rizo en el inductor de DC

Cuadro 2.1: Principales características de los convertidores con inductores en el lado de DC [7].

Tanto el convertidor basado en VSC como el basado en CSC ofrecen mayores prestaciones en cuanto al control debido a que los interruptores con los que se implementan permiten la conmutación forzada. El convertidor con el que se decide trabajar es el convertidor de fuente de corriente. La elección se basa en que su implementación es más sencilla debido a que requiere un menor número de interruptores y sobre todo a que las pérdidas debidas a la tensión de rizo en el inductor de DC son menores. Las pérdidas en el inductor de DC son una gran ventaja cuando se piensa en la aplicación propuesta en [8], donde se implementa una UPS basada en un  $\mu - SMES$ .

#### 2.2. Modelado del Convertidor

El diagrama esquemático del convertidor de fuente de corriente que se estudia en el presente trabajo se muestra en la Figura 2.4. En el lado de DC hay un inductor  $L_s$ , el elemento v es un bus infinito,  $v = V_b \sin(\omega t)$ . Las pérdidas en el convertidor se modelan como una resistencia lineal R que se coloca en serie con el inductor L. Es importante notar que en este tipo de convertidor es posible establecer un intercambio de potencia bidireccional dando lugar a dos escenarios. El proceso de carga, en el cual la potencia fluye del bus de AC v hacia el inductor  $L_s$  y la carga N, y el proceso de descarga, en el cual la potencia fluye del inductor  $L_s$  hacia la carga.

Los interruptores electrónicos están representados por medio de un transistor en serie con un diodo, a diferencia de los convertidores de fuente de voltaje, en donde los diodos de enclavamiento están conectados en paralelo con los transistores. La posición de los diodos se debe a la dualidad existente entre los convertidores de fuente de corriente y los convertidores de fuente de voltaje [6]. En los convertidores de fuente de voltaje los interruptores deben permitir que en el lado de DC exista flujo de corriente en ambas direcciones y tensiones solamente con polaridad positiva. Mien-



Figura 2.4: Convertidor de fuente de corriente.

tras que en los convertidores de fuente de corriente los interruptores deben permitir que en el lado de DC existan tensiones de ambas polaridades y corrientes en una sola dirección.

Si se piensa en la aplicación como UPS propuesta en [8], al colapso del bus de AC, el interruptor T se abre para que la energía almacenada en el inductor  $L_s$  sea transferida a la carga N. Mientras que el interruptor permanezca cerrado, el bus de AC puede suministrar la potencia necesaria para alimentar a la carga N y para almacenar energía en el inductor  $L_s$ .

#### 2.2.1. Modelado del Puente H

Los interruptores electrónicos del convertidor de la Figura 2.4 se modelan como interruptores ideales, los cambios en el estado de estos interruptores tienen como consecuencia cambios en la estructura del circuito, lo cual da como resultado que el modelo matemático del convertidor sea de naturaleza discontinua. El siguiente análisis se realiza basado en el análisis presentado en [5] y considerando la dualidad entre convertidores de fuente de voltaje y convertidores de fuente de corriente [6].

En la Figura 2.5 se muestra el puente H del convertidor, remplazando los interruptores electrónicos por interruptores ideales. Para facilitar el análisis se considera



Figura 2.5: Puente H.

al puente conformado por dos niveles (superior e inferior), y dos piernas (izquierda y derecha). Los interruptores 1 y 2 pertenecen al nivel superior, y los interruptores 3 y 4 conforman el nivel inferior. Mientras que los interruptores 1 y 3 pertenecen a la pierna izquierda, y los interruptores 2 y 4 conforman la pierna derecha. El estado de un interruptor se representa con un 0 o con un 1, dependiendo de si se encuentra encendido o apagado, por lo tanto, existen dieciséis posibles combinaciones para los estados de los cuatro interruptores.

De las dieciséis posibles combinaciones, siete son prohibidas. Las siete combinaciones prohibidas son aquellas en las que no existe un camino para el flujo de la corriente del lado de DC. Dado que en el lado de DC se encuentra el inductor  $L_s$ , la interrupción instantánea de la corriente generaría una delta de tensión. Estas condiciones deben ser analizadas a detalle cuando se diseñan los circuitos de encendido y apagado de los interruptores electrónicos, de tal forma que siempre exista un camino para la corriente de DC, ya sea a través del circuito del lado de AC o a través de los interruptores de una misma pierna.

De las restantes nueve combinaciones no prohibidas, se consideran de interés las cuatro combinaciones en las que existe operación complementaria de los interrupto-

#### 2.2. MODELADO DEL CONVERTIDOR

$sw_1$	$sw_2$	$sw_3$	$sw_4$	i <sub>ac</sub>	$V_{dc}$
0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	$-i_{dc}$	$-V_{ac}$
1	0	0	1	$i_{dc}$	$V_{ac}$
1	0	1	0	0	0

Cuadro 2.2: Combinaciones de interés

res de un mismo nivel. Las cinco combinaciones que no son de interés son aquellas en las que se ofrece un camino para el flujo de la corriente del lado de DC a través de una de las piernas y además se encuentra cerrado uno o dos interruptores de la otra pierna, dichas combinaciones no son prohibidas, pero no aportan información al presente análisis.

En la Tabla 2.2 se muestran las cuatro combinaciones de interés, así como la corriente en el lado de AC como función de la corriente del lado de DC y la tensión en el lado de DC como función de la tensión en el lado de AC.

Del Cuadro 2.2 se puede advertir que dada la operación complementaria de los interruptores de un mismo nivel se cumple,  $sw_1 = \overline{sw_2}$  y  $sw_3 = \overline{sw_4}$ ; donde la barra indica negación. Para simplificar el análisis se definen las siguientes funciones,

$$sw_{A} = \begin{cases} 0 & \text{si } sw_{1} = 0 \quad \text{y} \quad sw_{2} = 1 \\ 1 & \text{si } sw_{1} = 1 \quad \text{y} \quad sw_{2} = 0 \end{cases}$$
(2.1)  
$$sw_{B} = \begin{cases} 0 & \text{si } sw_{3} = 0 \quad \text{y} \quad sw_{4} = 1 \\ 1 & \text{si } sw_{3} = 1 \quad \text{y} \quad sw_{4} = 0 \end{cases}$$
(2.2)

La definición de sw<sub>A</sub> y sw<sub>B</sub> permiten representar al puente H por el circuito equi-



Figura 2.6: Puente H.

$sw_A$	$sw_B$	i <sub>ac</sub>	$V_{dc}$
0	0	0	0
0	1	$-i_{dc}$	$-V_{ac}$
1	0	i <sub>dc</sub>	Vac
1	1	0	0

Cuadro 2.3: Combinaciones de interés

valente mostrado en la Figura 2.6, donde los cuatro interruptores han sido sustituidos por dos interruptores de un polo dos tiros. En la Tabla 2.3 se muestran la corriente en el lado de AC y la tensión en el lado de DC para cada configuración de los interruptores  $sw_A$  y  $sw_B$ .

A partir de la información del Cuadro 2.3 es posible definir una función *sw* que representa el estado del puente H. La función *sw* está dada por

$$sw = sw_A - sw_B \tag{2.3}$$

A partir de la función anterior se obtiene la relación entre las corrientes y tensiones



Figura 2.7: Convertidor durante el proceso de carga.

del lado de AC, con las del lado de DC; de esta manera

$$i_{ac} = sw \cdot i_{dc} \tag{2.4}$$

$$V_{dc} = sw \cdot V_{ac} \tag{2.5}$$

#### 2.2.2. Modelos Discontinuos

Se comienza el análisis considerando el circuito durante el proceso de carga, el interruptor T de la Figura 2.4 se encuentra cerrado, en estas condiciones no es necesario analizar la corriente que fluye del bus de AC a la carga N. Este modelo será utilizado para analizar el proceso de carga del inductor  $L_s$ . Considerando las corrientes y las tensiones con las direcciones y polaridades mostradas en la Figura 2.7 procedemos a encontrar el modelo del convertidor.

Usando la ecuación (2.5) y considerando la relación constitutiva de un inductor se observa que en el lado de DC se debe cumplir

$$V_{Ls} = sw \cdot V_{ac} \tag{2.6}$$

$$L_s \frac{di_{Ls}}{dt} = -sw \cdot V_C \tag{2.7}$$

Aplicando la ley de corrientes de Kirchhoff en el nodo P, obtenemos

$$i_{ac} - i_C - i_L = 0 \tag{2.8}$$

$$C\frac{dV_C}{dt} = sw \cdot i_{Ls} - i_L \tag{2.9}$$

Aplicando la ley de corrientes de Kirchhoff en la malla M, se obtiene

$$-V_C + V_L + V_R + v = 0 (2.10)$$

$$L\frac{di_L}{dt} = V_C - Ri_L - v \tag{2.11}$$

Las ecuaciones (2.7), (2.9) y (2.11) constituyen el modelo matemático del convertidor

$$L_s \dot{x}_1 = -sw \cdot x_2 \tag{2.12}$$

$$C\dot{x}_2 = sw \cdot x_1 - x_3 \tag{2.13}$$

$$L\dot{x}_3 = x_2 - Rx_3 - v \tag{2.14}$$

donde  $x_1$  es la corriente en el inductor  $L_s$ ,  $x_2$  es la tensión en el capacitor,  $x_3$  es la corriente en el inductor L.

Con el objetivo de hacer evidentes las propiedades estructurales del modelo del convertidor y posteriormente facilitar el diseño del controlador, el conjunto anterior de ecuaciones se reescribe en su forma lagrangiana

$$\mathbf{D}\dot{x} - [\mathbf{J}(sw) - \mathbf{R}]x = \varepsilon \tag{2.15}$$

donde

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \quad \varepsilon = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -v \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} L_s & 0 & 0 \\ 0 & C & 0 \\ 0 & 0 & L \end{pmatrix}$$
$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R \end{pmatrix}, \quad \mathbf{J}(sw) = \begin{pmatrix} 0 & -sw & 0 \\ sw & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

La matriz **D** tiene la propiedad de ser simétrica y positiva definida. La matriz **R** es simétrica y positiva semidefinida y contiene al único elemento que inyecta amortiguamiento al sistema. La matriz J(sw) es una matriz antisimétrica que contiene los términos de interconexión del sistema y depende de *sw*. Aparentemente modificando *sw* solo podemos modificar las propiedades de interconexión del sistema, no así las propiedades de amortiguamiento. Más adelante se mostrará cómo, explotando la información disponible acerca del comportamiento del sistema, es posible inyectar el amortiguamiento necesario para lograr el comportamiento deseado en lazo cerrado.

Para analizar el proceso de descarga del inductor  $L_s$ , o sea la operación del sistema como UPS, se considera que se ha colapsado el bus de AC v y el interruptor Tde la Figura 2.4 se encuentra abierto. Por simplicidad de análisis, en el presente trabajo, se considera que la carga N es modelada por una resistencia lineal  $R_c$ , y que el inductor  $L_s$  se comporta como una fuente de corriente ideal. Por lo tanto, en el presente trabajo no se considera la condición operativa de que al transferirse energía a la carga, la corriente en el inductor del lado de DC se reduce. Las dos simplificaciones anteriores se realizan para poder dar una primera solución al problema. El diagrama del convertidor durante el proceso de descarga se muestra en la Figura 2.8.

Aplicando las leyes de Kirchhoff de manera similar a como se hizo anteriormente,



Figura 2.8: Convertidor durante el proceso de descarga.

obtenemos el siguiente modelo

$$C\dot{x}_2 = sw \cdot i_f - x_3 \tag{2.16}$$

$$L\dot{x}_3 = x_2 - (R + R_c)x_3 \tag{2.17}$$

Mismo que se puede reescribir en su forma lagrangiana

$$\overline{\mathbf{D}}\dot{\overline{x}} - [\overline{\mathbf{J}} - \overline{\mathbf{R}}]\overline{x} = sw \cdot \overline{\varepsilon} \tag{2.18}$$

donde

$$\bar{x} = \begin{pmatrix} x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \quad \bar{\varepsilon} = \begin{pmatrix} i_f \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \overline{\mathbf{D}} = \begin{pmatrix} C & 0 \\ 0 & L \end{pmatrix}$$
$$\overline{\mathbf{R}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & R + R_c \end{pmatrix}, \quad \overline{\mathbf{J}} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

La matriz  $\overline{D}$  es simétrica y positiva definida, la matriz  $\overline{R}$  es simétrica y positiva semidefinida, y la matriz  $\overline{J}$  es una matriz antisimétrica.

En el caso en que la carga  $R_c$  sea infinita, es decir, que el lado de AC este en circuito abierto, no circula corriente a través de la inductancia L. Por lo tanto la inductancia L no interactúa con el resto del sistema, quedando el sistema conformado solamente por la fuente  $i_f$ , el puente H y la capacitancia C.

Los modelos representados en (2.15) y en (2.18) son de naturaleza discontinua, debido a que ambos dependen de sw, la cual es una función discontinua. En la siguiente sección se deducen modelos continuos a partir de estos modelos discontinuos.

#### 2.2.3. Modelos Continuos

Para lograr que los estados de los modelos (2.15) y (2.18) sigan las referencias deseadas es necesario plantear una política de apertura y cierre de los interruptores del puente H. Para satisfacer estos requerimientos se plantea el uso de una modulación por ancho de pulso (PWM por sus siglas en inglés). Existen diversas técnicas de modulación PWM, las cuales han sido mayormente estudiadas para el caso de los convertidores de fuente de voltaje, dada la dualidad de los convertidores, estas técnicas pueden ser adecuadas para su aplicación a convertidores de fuente de corriente (ver [6]).

Los modelos continuos de los sistemas controlados usando modulación PWM han sido usados como sustitutos simples y útiles de los modelos discontinuos exactos. A continuación se aplica la técnica conocida como *promediación en variables de estado* (ver [1]) para deducir versiones continuas de los modelos (2.15) y (2.18). Es importante subrayar que los modelos promedio son aproximaciones de los modelos discontinuos, que en casos como el que se analiza en este trabajo facilitan el diseño de políticas de control.

Considerando  $sw_A$  definido a través de una modulación PWM con un periodo



Figura 2.9:  $sw_A$  definido a través de una modulación PWM.

 $T_{PWM}$ , como se muestra en la Figura 2.9, entonces se define de la siguiente forma

$$sw_{A}(t) = \begin{cases} 1 & t_{0} \le t < \mu_{A}T_{PWM} \\ 0 & \mu_{A}T_{PWM} \le t < T_{PWM} \end{cases}$$
(2.19)

donde  $\mu_A$  se conoce como ciclo de trabajo, y se define como

$$\mu_A = \frac{t_{on}}{T_{PWM}} \tag{2.20}$$

Se reescribe el modelo (2.15) de la siguiente manera

$$\dot{x} = \mathbf{D}^{-1}[sw_A \mathbf{J}_s - sw_B \mathbf{J}_s + \mathbf{J}_c - \mathbf{R}]x + \mathbf{D}^{-1}\varepsilon$$
(2.21)

donde

$$\mathbf{J}_{s} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{J}_{c} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

La expresión integral de (2.21) es

$$x_i(t_0 + T_{PWM}) - x_i(t_0) = \int_{t_0}^{t_0 + T_{PWM}} \left\{ \mathbf{D}^{-1}[(sw_A \mathbf{J}_s - sw_B \mathbf{J}_s + \mathbf{J}_c - \mathbf{R})x + \varepsilon] \right\}_i dt$$
(2.22)

donde i = 1, 2, 3, para poder representar a los tres elementos de x. La integral del en el intervalo  $[t_0, t_0 + T_{PWM}]$  se puede expresar como la suma de las integrales en los intervalos  $[t_0, t_0 + \mu_A T_{PWM}]$  y  $[t_0 + \mu_A T_{PWM}, t_0 + T_{PWM}]$ ,

$$x_{i}(t_{0} + T_{PWM}) - x_{i}(t_{0}) = \int_{t_{0}}^{t_{0} + \mu_{A}T_{PWM}} \left\{ \mathbf{D}^{-1}[(sw_{A}\mathbf{J}_{s} - sw_{B}\mathbf{J}_{s} + \mathbf{J}_{c} - \mathbf{R})x + \varepsilon] \right\}_{i} dt + \int_{t_{0} + \mu_{A}T_{PWM}}^{T_{PWM}} \left\{ \mathbf{D}^{-1}[(sw_{A}\mathbf{J}_{s} - sw_{B}\mathbf{J}_{s} + \mathbf{J}_{c} - \mathbf{R})x + \varepsilon] \right\}_{i} dt$$
(2.23)

debido a que  $sw_A = 1$  en el intervalo  $[t_0, t_0 + \mu_A T_{PWM}]$  y  $sw_A = 0$  en el intervalo  $[t_0 + \mu_A T_{PWM}, t_0 + T_{PWM}]$ , la expresión anterior se convierte en

$$x_{i}(t_{0} + T_{PWM}) - x_{i}(t_{0}) = \int_{t_{0}}^{t_{0} + \mu_{A}T_{PWM}} \left\{ \mathbf{D}^{-1}[(\mathbf{J}_{s} - sw_{B}\mathbf{J}_{s} + \mathbf{J}_{c} - \mathbf{R})x + \varepsilon] \right\}_{i} dt$$
$$+ \int_{t_{0} + \mu_{A}T_{PWM}}^{T_{PWM}} \left\{ \mathbf{D}^{-1}[-sw_{B}\mathbf{J}_{s} + \mathbf{J}_{c} - \mathbf{R})x + \varepsilon] \right\}_{i} dt$$
(2.24)

ahora se reagrupan los términos que están presentes durante todo el intervalo $[t_0, t_0 + \mu_A T_{PWM}]$ ,

$$x_{i}(t_{0} + T_{PWM}) - x_{i}(t_{0}) = \int_{t_{0}}^{t_{0} + T_{PWM}} \left\{ \mathbf{D}^{-1}[(-sw_{B}\mathbf{J}_{s} + \mathbf{J}_{c} - \mathbf{R})x + \varepsilon] \right\}_{i} dt + \int_{t_{0}}^{t_{0} + \mu_{A}T_{PWM}} \left\{ \mathbf{D}^{-1}\mathbf{J}_{s}x \right\}_{i} dt$$
(2.25)

Para regresar a una expresión diferencial se divide entre el período  $T_{PWM}$ 

$$\frac{x_i(t_0 + T_{PWM}) - x_i(t_0)}{T_{PWM}} = \frac{1}{T_{PWM}} \int_{t_0}^{t_0 + T_{PWM}} \left\{ \mathbf{D}^{-1} [(-sw_B \mathbf{J}_s + \mathbf{J}_c - \mathbf{R})x + \varepsilon] \right\}_i dt + \frac{1}{T_{PWM}} \int_{t_0}^{t_0 + \mu_A T_{PWM}} \left\{ \mathbf{D}^{-1} \mathbf{J}_s x \right\}_i dt$$
(2.26)

tomando el límite cuando  $T_{PWM} \longrightarrow 0$ 

$$\lim_{T_{PWM}\to 0} \frac{x_{i}(t_{0}+T_{PWM})-x_{i}(t_{0})}{T_{PWM}} = \\
\lim_{T_{PWM}\to 0} \frac{1}{T_{PWM}} \int_{t_{0}}^{t_{0}+T_{PWM}} \left\{ \mathbf{D}^{-1}[(-sw_{B}\mathbf{J}_{s}+\mathbf{J}_{c}-\mathbf{R})x+\varepsilon] \right\}_{i} dt \qquad (2.27) \\
+ \lim_{T_{PWM}\to 0} \frac{1}{T_{PWM}} \int_{t_{0}}^{t_{0}+\mu_{A}T_{PWM}} \left\{ \mathbf{D}^{-1}\mathbf{J}_{s}x \right\}_{i} dt$$

Recurriendo a la definición de la derivada, se encuentra

$$\dot{x}_{i} = \left\{ \mathbf{D}^{-1} [-sw_{B}\mathbf{J}_{s} + \mathbf{J}_{c} - \mathbf{R}]x + \mathbf{D}^{-1}\varepsilon + \mathbf{D}^{-1}[\mu_{A}\mathbf{J}_{s}]x \right\}_{i}$$

$$= \left\{ \mathbf{D}^{-1} [\mu_{A}\mathbf{J}_{s} - sw_{B}\mathbf{J}_{s} + \mathbf{J}_{c} - \mathbf{R}]x + \mathbf{D}^{-1}\varepsilon \right\}_{i}$$

$$\dot{x} = \mathbf{D}^{-1} [\mu_{A}\mathbf{J}_{s} - sw_{B}\mathbf{J}_{s} + \mathbf{J}_{c} - \mathbf{R}]x + \mathbf{D}^{-1}\varepsilon$$
(2.28)

donde  $\mu_A$  es una función continua en el intervalo [0,1].

Repitiendo el proceso realizado con  $sw_A$ , ahora con la función que determina el estado de los interruptores del nivel inferior  $sw_B$ , es posible obtener el modelo continuo

$$\dot{x} = \mathbf{D}^{-1}[\mathbf{J}_c - \mathbf{R}]x + \mathbf{D}^{-1}\varepsilon + \mathbf{D}^{-1}[\mu_A \mathbf{J}_s]x - \mathbf{D}^{-1}[\mu_B \mathbf{J}_s]x$$
(2.29)

$$\dot{x} = \mathbf{D}^{-1}[(\mu_A - \mu_B)\mathbf{J}_s + \mathbf{J}_c - \mathbf{R}]x + \mathbf{D}^{-1}\varepsilon$$
(2.30)

donde  $\mu_B$  es una función continua que representa el ciclo de trabajo de  $sw_B$  y se

encuentra en el intervalo [0, 1].

Si se define  $\mu = \mu_A - \mu_B$ , el modelo continuo (2.32) toma la siguiente forma

$$\dot{x} = \mathbf{D}^{-1}[\mu \mathbf{J}_s + \mathbf{J}_c - \mathbf{R}]x + \mathbf{D}^{-1}\varepsilon$$
(2.31)

$$\mathbf{D}\dot{x} - [\mathbf{J}(\mu) - \mathbf{R}]x = \varepsilon \tag{2.32}$$

donde  $\mu$  es una función continua que se encuentra en el intervalo [-1, 1].

Siguiendo esta metodología que nos llevo a un modelo continuo para el convertidor durante el proceso de carga, se puede obtener el siguiente modelo continuo del convertidor durante el proceso de descarga

$$\overline{\mathbf{D}}\dot{\bar{x}} - [\overline{\mathbf{J}} - \overline{\mathbf{R}}]\bar{x} = \mu\bar{\varepsilon}$$
(2.33)

Tomar el límite cuanto el periodo  $T_{PWM}$  tiende a cero (tal cual se hace en la ecuación (2.27)) implica suponer que la frecuencia de conmutación de la modulación PWM tiende a infinito, lo cual es imposible de lograr. Es aquí donde se hace evidente que los modelos continuos son una aproximación de los modelos discontinuos. Dicha aproximación resulta satisfactoria siempre y cuando la frecuencia de conmutación sea suficientemente alta, en este tipo de circuitos se considera que una frecuencia suficientemente alta es aquella que es diez veces mayor a la frecuencia de corte  $f_c = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ , donde L y C son la inductancia y capacitancia del inductor y capacitor del lado de AC.

## Capítulo 3

# Control Durante el Proceso de Descarga

El objetivo de control durante el proceso de descarga es lograr que la tensión en la resistencia de carga  $R_c$  alcance un estado sinusoidal permanente con una amplitud determinada, bajo la suposición de que es posible medir todo el estado. En las siguientes secciones se plantean dos escenarios con sus respectivas soluciones, realizar el control con una resistencia de carga conocida y con una resistencia de carga desconocida. En el segundo escenario se implementa un estimador para la resistencia de carga. En ambos escenarios y tal cual se explico en el capítulo anterior, el inductor del lado de DC se modela como una fuente de corriente ideal  $i_f$ , por lo tanto los efectos de la reducción en la corriente del inductor del lado de DC, al transferirse energía a la carga.

#### 3.1. Control con Resistencia de Carga Conocida

El primer paso en el diseño del control es analizar las propiedades de pasividad del modelo durante el proceso de descarga. La energía almacenada por el sistema (2.33) es

$$\overline{H} = \frac{1}{2} \bar{x}^T \overline{\mathbf{D}} \bar{x}$$
(3.1)

La derivada de la función anterior evaluada a lo largo de las trayectorias del sistema es

$$\overline{H} = \overline{x}^T \overline{\mathbf{D}} \overline{\dot{x}}$$

$$= \overline{x}^T [\overline{\mathbf{J}} - \overline{\mathbf{R}}] \overline{x} + \overline{x}^T \mu \overline{\varepsilon}$$

$$= -\overline{x}^T \overline{\mathbf{R}} \overline{x} + \overline{x}^T \mu \overline{\varepsilon}$$
(3.2)

El término  $\bar{x}^T \bar{J} \bar{x} = 0$  ya que  $\bar{J}$  es antisimétrica.

Si se reescribe la ecuación anterior en forma integral obtenemos

$$\overline{H}(t_1) - \overline{H}(t_0) = -\int_{t_0}^{t_1} \overline{x}^T \overline{\mathbf{R}} \overline{x} dt + \int_{t_0}^{t_1} \overline{x}^T \mu \overline{\varepsilon} dt$$
(3.3)

El término  $\bar{x}^T \mu \bar{\varepsilon}$  es la potencia que entra al sistema. El primer término del lado derecho de la ecuación anterior es la energía disipada por el sistema, mientras que el segundo término del lado derecho es la energía que ha sido suministrada al sistema. El sistema no es capaz de generar energía y define un sistema pasivo de la entrada  $\mu \bar{\varepsilon}$ a la salida  $\bar{x}$ .

Desde el punto de vista del control este balance energético es importante, ya que si la entrada  $\mu \bar{\varepsilon}$  se iguala a cero el punto de equilibrio  $\bar{x} = 0$  es estable.

Una vez analizadas las propiedades de pasividad del sistema (2.33), se procede a aplicar la metodología del control basado en pasividad. Primero se define el error de
seguimiento de la siguiente manera

$$\check{x} = \bar{x} - \bar{x}_d = \begin{pmatrix} \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 - x_{2d} \\ x_3 - x_{3d} \end{pmatrix}$$
(3.4)

donde  $\bar{x}_d$  es el estado deseado.

Ahora recurrimos a (2.33) para escribir la dinámica del error

$$\overline{\mathbf{D}}\dot{x} - [\overline{\mathbf{J}} - \overline{\mathbf{R}}]\dot{x} = \mu\bar{\varepsilon} - \{\overline{\mathbf{D}}\dot{x}_d - [\overline{\mathbf{J}} - \overline{\mathbf{R}}]\dot{x}_d\}$$
(3.5)

La expresión anterior se puede reescribir como

$$\overline{\mathbf{D}}\dot{\tilde{x}} - [\overline{\mathbf{J}} - \overline{\mathbf{R}}]\tilde{x} = \overline{\Phi}$$
(3.6)

donde

$$\overline{\Phi} = \mu \overline{\varepsilon} - \{ \overline{\mathbf{D}} \dot{\overline{x}}_d - [\overline{\mathbf{J}} - \overline{\mathbf{R}}] \overline{x}_d \}$$
(3.7)

La dinámica  $\check{x}$  tiene la misma estructura de la dinámica de x, por lo tanto, (3.6) hereda las propiedades de pasividad de (2.33). Ahora se realiza el paso correspondiente al moldeo de energía, para lo cual se considera la siguiente función de almacenamiento para la dinámica del error

$$\overline{H}_d = \frac{1}{2}\check{x}^T\overline{\mathbf{D}}\check{x}$$
(3.8)

La derivada de (3.8) evaluada a lo largo de las trayectorias del sistema, toma la siguiente forma

$$\dot{\overline{H}}_d = -\check{x}^T \overline{\mathbf{R}} \check{x} + \check{x}^T \overline{\Phi}$$
(3.9)

Si se logra que  $\overline{\Phi} = 0$ , entonces el punto de equilibrio  $\check{x} = 0$  es estable.

El siguiente paso en el diseño del controlador consiste en mejorar las propiedades de estabilidad al realizar la inyección de amortiguamiento, para lo cual se obliga a  $\overline{\Phi}$ a tomar la siguiente estructura

$$\overline{\Phi} = -\overline{K}\check{x} \tag{3.10}$$

por lo tanto

$$\mu[\bar{\varepsilon}] - \{\overline{\mathbf{D}}\dot{\bar{x}}_d - [\overline{\mathbf{J}} - \overline{\mathbf{R}}]\bar{x}_d\} = -\overline{K}\check{x}$$
(3.11)

donde

$$\overline{K} = \left( \begin{array}{cc} \bar{k}_1 & 0 \\ \\ 0 & \bar{k}_2 \end{array} \right)$$

con  $\bar{k}_1 > 0$  y  $\bar{k}_2 > 0$ , por lo tanto  $\overline{K}$  es positiva definida.

La derivada de la función de almacenamiento se convierte en

$$\dot{\overline{H}}_d = -\check{x}^T (\overline{K} + \overline{\mathbf{R}}) \check{x}$$
(3.12)

Debido a que K es positiva definida y  $\overline{\mathbf{R}}$  es positiva semidefinida, entonces  $(\overline{K}+\overline{\mathbf{R}})$ es una matriz positiva definida. Esto garantiza que  $\dot{\overline{H}}_d < 0$ , por lo tanto el punto de equilibrio  $\check{x} = 0$  es asintóticamente estable.

La ecuación (3.11) se puede reescribir como el siguiente sistema de ecuaciones

$$\mu i_f - C\dot{x}_{2d} - x_{3d} = -\bar{k}_1(x_2 - x_{2d}) \tag{3.13}$$

$$-L\dot{x}_{3d} + x_{2d} - (R + R_c)x_{3d} = -\bar{k}_2(x_3 - x_{3d})$$
(3.14)

A partir de (3.13) podemos conocer a  $\mu$ 

$$\mu = \frac{1}{i_f} [C\dot{x}_{2d} + x_{3d} - \bar{k}_1(x_2 - x_{2d})]$$
(3.15)

La implementación de la ley de control anterior, requiere del conocimiento de  $\dot{x}_{2d}$ y  $x_{3d}$ , si fijamos la trayectoria deseada  $x_{2d}$ , entonces  $x_{3d}$  queda definida a partir de la ecuación (3.14) como

$$\dot{x}_{3d} = \frac{1}{L} [x_{2d} - (R + R_c) x_{3d} + \bar{k}_2 (x_3 - x_{3d})]$$
(3.16)

En este trabajo se ha preferido fijar  $x_{2d}$ . Si se opta por fijar  $x_{3d}$  se haría necesario el conocimiento de  $\dot{x}_3$ , para conocer  $\dot{x}_{2d}$ .

Recordemos que el objetivo es alcanzar una tensión sinusoidal en la carga  $R_c$ , por lo tanto se define a  $x_{2d}$  como

$$x_{2d} = \frac{V_{Rcd}R_c}{\sqrt{(R+R_c)^2 + (\omega L)^2}}\sin(\omega t + \alpha)$$
(3.17)

donde  $V_{Rcd}$  es la amplitud deseada para la tensión en la carga y  $\alpha$  es un ángulo arbitrario.

En el caso en que la resistencia de carga  $R_c$  tienda a infinito, la corriente deseada  $x_{3d}$  se tiene que hacer igual a cero, mientras que  $x_{2d} = V_{Rcd} \sin(\omega t + \alpha)$ . Pero es necesario tomar en cuenta que lo que se logaría en este caso es alcanzar una tensión sinusoidal en el capacitor C, mientras que el objetivo inicial de alcanzar una tensión sinusoidal en  $R_c$  carece de sentido.

#### 3.2. Control con Resistencia de Carga Desconocida

En esta sección se aborda el problema del control durante el proceso de descarga en condiciones en las que se desconoce la resistencia de la carga  $R_c$ . Una vez más el objetivo de control es lograr que la tensión en la carga alcance un estado sinusoidal permanente con un una amplitud determinada. Para lo cual se implementa un estimador para la resistencia de carga.

Para diseñar un estimador de la resistencia de carga  $R_c$  se advierte que la ecuación (3.16) puede cumplir la función de la ecuación del *modelo serie paralelo* para la estimación de parámetros (ver [9], sección 4.2.2).

Se define el error de estimación  $\tilde{R}_c = \hat{R}_c - R_c$ , donde  $\hat{R}_c$  es el valor estimado de  $R_c$ . Se reescribe la ecuación (3.16) usando  $\hat{R}_c$ ,

$$\dot{x}_{3d} = \frac{1}{L} [x_{2d} - (R + \hat{R}_c) x_{3d} + \bar{k}_2 (x_3 - x_{3d})]$$
(3.18)

Se conserva la definición de  $\mu$  dada por (3.15), entonces la dinámica de  $\check{x}$  queda descrita por

$$C\dot{\tilde{x}}_2 = -\bar{k}_1 \tilde{x}_2 - \tilde{x}_3 \tag{3.19}$$

$$L\dot{\tilde{x}}_3 = -(R + \bar{k}_2)\tilde{x}_3 + \tilde{x}_2 + \hat{R}_c x_{3d} - R_c x_3$$
(3.20)

Se propone la siguiente función cuadrática candidata de Lyapunov

$$H_{Rc} = \frac{1}{2} (C\tilde{x}_2^2 + L\tilde{x}_3^2 + \frac{1}{\gamma}\tilde{R}_c^2)$$
(3.21)

La derivada de  $H_{Rc}$  es

$$\dot{H}_{Rc} = \tilde{x}_2 C \dot{\tilde{x}}_2 + \tilde{x}_3 L \dot{\tilde{x}}_3 + \frac{1}{\gamma} \tilde{R}_c f_{Rc}$$
(3.22)

$$\dot{H}_{Rc} = -\bar{k}_1 \tilde{x}_2^2 - (R + \bar{k}_2) \tilde{x}_3^2 + \hat{R}_c \tilde{x}_3 x_{3d} - R_c \tilde{x}_3 x_3 + \frac{1}{\gamma} \tilde{R}_c f_{Rc}$$
(3.23)

donde  $f_{Rc} = \dot{\tilde{R}}_c = \dot{\tilde{R}}_c$ .

Para facilitar el diseño de  $f_{Rc}$ , se propone realizar una modificación a la ecuación (3.18), la nueva definición de  $x_{3d}$  es

$$\dot{x}_{3d} = \frac{1}{L} [x_{2d} - Rx_{3d} - \hat{R}_c x_3 + \bar{k}_2 (x_3 - x_{3d})]$$
(3.24)

La dinámica de  $\check{x}$  cuando  $\mu$  y  $x_{3d}$  se definen como (3.15) y (3.24), respectivamente, es la siguiente

$$C\dot{\tilde{x}}_2 = -\bar{k}_1 \tilde{x}_2 - \tilde{x}_3 \tag{3.25}$$

$$L\dot{x}_3 = -(R + \bar{k}_2)\tilde{x}_3 + \tilde{x}_2 + \tilde{R}_c x_3 \tag{3.26}$$

La derivada de  $H_{Rc}$  se transforma en

$$\dot{H}_{Rc} = -\bar{k}_1 \tilde{x}_2^2 - (R + \bar{k}_2)\tilde{x}_3^2 + \tilde{R}_c \tilde{x}_3 x_3 + \frac{1}{\gamma} \tilde{R}_c f_{Rc}$$
(3.27)

Definiendo  $f_{Rc}$  de la siguiente manera

$$\dot{\hat{R}}_c = f_{Rc} = -\gamma \tilde{x}_3 x_3 \tag{3.28}$$

se garantiza que

$$\dot{H}_{Rc} = -k_1 \tilde{x}_2^2 - (R + \bar{k}_2) \tilde{x}_3^2 \le 0 \tag{3.29}$$

por lo tanto, la función  $H_{Rc}$  es una función de Lyapunov del sistema (3.25), (3.25), (3.28); y el punto de equilibrio  $\tilde{x} = 0$ ,  $\tilde{R}_c = 0$  es estable.

De (3.29) se puede concluir que se cumple el objetivo de control, para analizar el cumplimiento del objetivo de estimación de  $R_c$  se recurre a la definición de  $x_{2d}$ . A partir de (3.17) se concluye que  $x_{2d}$  es *suficientemente rica de orden* 2 (ver [9], capítulo

## 36 CAPÍTULO 3. CONTROL DURANTE EL PROCESO DE DESCARGA

5), y por lo tanto,  $\tilde{R}_c \rightarrow 0$  cuando  $t \rightarrow \infty$ .

# Capítulo 4

# Control Durante el Proceso de Carga

### 4.1. Planteamiento del Problema

El objetivo de control durante el proceso de carga es lograr que la corriente en el inductor del lado de DC alcance un valor deseado constante siguiendo un perfil de carga impuesto, bajo la suposición de que es posible medir todo el estado. Durante el proceso de carga la derivada de esta corriente debe estar acotada, por lo tanto se debe imponer un perfil de carga, convirtiendo el problema en uno de seguimiento. La necesidad de considerar una derivada acotada surge de las aplicaciones donde las bobinas superconductoras son usadas para implementar UPS, en este caso es necesario limitar la derivada de la corriente en la bobina ya que las pérdidas de energía en la bobina dependen de esta derivada.

Para ganar conocimiento del comportamiento del sistema, se realiza el análisis considerando que el valor deseado para la corriente en el inductor  $L_s$  es constante.

De la ecuación (2.12) es posible observar, que si se desea que la corriente en el inductor  $L_s$  tenga un valor constante, es necesario cumplir con la condición

$$\mu x_2 = 0 \tag{4.1}$$

El término sinusoidal v en la ecuación (2.14) induce una componente sinusoidal en  $x_3$ , la cual a su vez induce una componente sinusoidal en  $x_2$  a través de la ecuación (2.13); por lo tanto para satisfacer (4.1) se requeriría que  $\mu = 0$ . Si consideramos  $\mu = 0$ , las ecuaciones (2.12) a (2.14) indican que el sistema está constituido por el inductor  $L_s$  en corto circuito y un circuito RLC, aislados uno del otro; entonces no sería posible incidir en el comportamiento de  $x_2$  y  $x_3$ , ni forzar una constante especifica en  $x_1$ .

Por lo tanto, se considera que  $\mu$  tiene la siguiente estructura

$$\mu = \mu_T \sin(\omega t + \phi_\mu) \tag{4.2}$$

y se supone por el momento que  $x_2$  contiene solamente la componente sinusoidal de frecuencia angular  $\omega$  provocada por el bus infinito v. La ecuación (2.12) se convierte en

$$L_s \dot{x}_1 = -\mu_T \sin(\omega t + \phi_\mu) |x_2| \sin(\omega t + \phi_{x2})$$
(4.3)

$$L_s \dot{x}_1 = -\frac{1}{2} \mu_T |x_2| \left[ \cos(\phi_\mu - \phi_{x2}) - \cos(2\omega t + \phi_\mu + \phi_{x2}) \right]$$
(4.4)

Se puede ver que  $\dot{x}_1$  contiene una componente constante y una componente armónica de frecuencia  $2\omega$ . Es posible llevar a  $x_1$  a un valor promedio constante, forzando que la parte constante de  $\dot{x}_1$  sea igual a cero. Así mismo,  $x_1$  contiene una componente armónica de frecuencia  $2\omega$ , la cual tiene una amplitud pequeña, debido a que al realizar el proceso de integración del término de frecuencia  $2\omega$  en  $\dot{x}_1$  es necesario multiplicar por  $\frac{1}{2\omega}$ .

Para continuar el análisis se considera que  $x_1$  tiene una componente constante y una componente armónica de frecuencia  $2\omega$ , vemos que el producto  $\mu x_1$  en la ecuación (2.13) forzará la aparición de componentes de frecuencia  $3\omega$  en  $x_2$  y en  $x_3$ . La componente de frecuencia  $3\omega$  en  $x_2$ , dada la ecuación (2.12), forzará a su vez la aparición de una componente de frecuencia  $4\omega$  en  $x_1$ ; y así sucesivamente.

Resumiendo el análisis anterior, podemos replantear el objetivo de control como alcanzar un valor promedio constante deseado en la corriente  $x_1$  y dejar que sus armónicos tomen la forma que la dinámica del sistema les imponga. De forma análoga,  $x_2$  y  $x_3$  tendrán componentes a frecuencia fundamental deseadas, mientras que sus armónicos tomarán la forma que la dinámica del sistema les imponga.

#### 4.2. Análisis de Factibilidad

Una vez que se ha determinado el comportamiento que se va a imponer al estado del sistema, se realiza el análisis para saber cuáles son las características específicas que deben satisfacer la componente constante de  $x_1$  y las componentes fundamentales de  $x_2$  y  $x_3$ .

Suponemos que  $\mu$  cumple con la ecuación (4.2), para facilitar el análisis reescribimos  $\mu$  de la siguiente manera

$$\mu = \mu_T \sin(\omega t + \phi_\mu) = \mu_c \cos(\omega t) - \mu_s \sin(\omega t)$$
(4.5)

donde

$$\mu_T = \sqrt{\mu_c^2 + \mu_s^2} \tag{4.6}$$

$$\phi_{\mu} = \arctan\left(-\frac{\mu_s}{\mu_c}\right) \tag{4.7}$$

De esta forma los estados alcanzan un estado permanente

$$x_{1d} = \bar{x}_{1d} + \Sigma_1 \tag{4.8}$$

$$x_{2d} = x_{2cd}\cos(\omega t) - x_{2sd}\sin(\omega t) + \Sigma_2$$
(4.9)

$$x_{3d} = x_{3cd}\cos(\omega t) - x_{3sd}\sin(\omega t) + \Sigma_3 \tag{4.10}$$

donde  $\bar{x}_{1d}$ ,  $x_{2cd}$ ,  $x_{2sd}$ ,  $x_{3cd}$  y  $x_{3sd}$  son constantes; mientras que los términos  $\Sigma_i$  contienen los armónicos de los respectivos estados.

Sustituyendo las expresiones anteriores en (2.15), se obtienen las siguientes tres ecuaciones

$$L_s \dot{\Sigma}_1 = [\mu_c \cos(\omega t) - \mu_s \sin(\omega t)]$$

$$[x_{2cd} \cos(\omega t) - x_{2sd} \sin(\omega t) + \Sigma_2]$$
(4.11)

$$-C\omega x_{2cd}\sin(\omega t) - C\omega x_{2sd}\cos(\omega t) = \bar{x}_{1d}[\mu_c\cos(\omega t) - \mu_s\sin(\omega t)] + \Sigma_1[\mu_c\cos(\omega t) - \mu_s\sin(\omega t)]$$

$$- x_{3cd}\cos(\omega t) + x_{3cd}\sin(\omega t) - \Sigma_3$$
(4.12)

#### 4.2. ANÁLISIS DE FACTIBILIDAD

$$-L\omega x_{2cd}\sin(\omega t) - L\omega x_{2sd}\cos(\omega t) = x_{2cd}\cos(\omega t) - x_{2sd}\sin(\omega t) + \Sigma_2$$
$$-R[x_{3cd}\cos(\omega t) - x_{3cd}\sin(\omega t) + \Sigma_3] \quad (4.13)$$

$$-R[x_{3cd}\cos(\omega t) - x_{3cd}\sin(\omega t) + \Sigma_3]$$
 (4.13)

$$-V_b\sin(\omega t)$$

Es prudente recordar que anteriormente se definió el bus infinito como  $v = V_b \sin(\omega t)$ , por lo tanto V<sub>b</sub> corresponde al valor máximo de la tensión en dicho bus. De (4.11) se puede extraer una ecuación que involucre solamente los términos constantes. Agrupando los coeficientes de los términos  $sin(\omega t)$  y  $cos(\omega t)$  de las ecuaciones (4.12) y (4.13) podemos extraer cuatro ecuaciones que describen a las componentes fundamentales de  $x_{2d}$  y  $x_{3d}$ . Estas cinco ecuaciones se muestran a continuación.

$$0 = \mu_c x_{2cd} + \mu_s x_{2sd} \tag{4.14}$$

$$C\omega x_{2cd} = \bar{x}_{1d}\mu_s - x_{3sd} \tag{4.15}$$

$$C\omega x_{2sd} = -\bar{x}_{1d}\mu_c + x_{3cd}$$
(4.16)

$$L\omega x_{3sd} = Rx_{3cd} - x_{2cd} \tag{4.17}$$

$$L\omega x_{3cd} = -Rx_{3sd} + x_{2sd} + V_b \tag{4.18}$$

#### Estas 5 ecuaciones pueden representarse de forma matricial como

$$\begin{pmatrix} 0 & \mu_c & \mu_s & 0 & 0 \\ \mu_c & 0 & C\omega & -1 & 0 \\ \mu_s & -C\omega & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -R & L\omega \\ 0 & 0 & 1 & -L\omega & -R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{x}_{1d} \\ x_{2cd} \\ x_{2sd} \\ x_{3cd} \\ x_{3sd} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -V_b \end{pmatrix}$$
(4.19)

El determinante de la matriz cuadrada de la ecuación anterior es  $R(\mu_c^2 + \mu_s^2)$ , por lo tanto para cualesquiera  $\mu_c$  y  $\mu_s$ , ambos distintos de cero, existe una solución única para el sistema de ecuaciones anterior. En el caso en que  $\mu_c = \mu_s = 0$ , la matriz pierde rango y existe un infinito de valores posibles para  $\bar{x}_{1d}$ ; lo cual físicamente representa la situación en la que el inductor del lado de DC se pone en cortocircuito, pudiendo circular a través de él cualquier corriente constante.

De las ecuaciones (4.17) y (4.18), se obtiene

$$x_{2cd} = Rx_{3cd} - L\omega x_{3sd} \tag{4.20}$$

$$x_{2sd} = Rx_{3sd} + L\omega x_{3cd} - V_b \tag{4.21}$$

sustituyendo las expresiones anteriores en (4.15) y (4.16) se encuentra

$$\bar{x}_{1d}\mu_s = x_{3sd} + C\omega(Rx_{3cd} - L\omega x_{3sd})$$
(4.22)

$$\bar{x}_{1d}\mu_c = x_{3cd} - C\omega(Rx_{3sd} + L\omega x_{3cd} - V_b)$$
(4.23)

multiplicando (4.14) por  $\bar{x}_{1d}$ 

$$\bar{x}_{1d}\mu_c x_{2cd} + \bar{x}_{1d}\mu_s x_{2sd} = 0 \tag{4.24}$$

sustituyendo (4.20), (4.21), (4.22) y (4.23) en la expresión anterior, se obtiene

$$0 = [x_{3cd} - C\omega(Rx_{3sd} + L\omega x_{3cd} - V_b)][Rx_{3cd} - L\omega x_{3sd}] + [x_{3sd} + C\omega(Rx_{3cd} - L\omega x_{3sd})][Rx_{3sd} + L\omega x_{3cd} - V_b]$$
(4.25)

la cual después de ser simplificada se convierte en

$$V_b x_{3sd} - R(x_{3cd}^2 + x_{3sd}^2) = 0 (4.26)$$

La ecuación (4.26) es una restricción que debe cumplir la componente fundamental de  $x_{3d}$ . La Figura 4.1 es la representación gráfica de la ecuación (4.26). El hecho de que el círculo este en el semiplano derecho implica que en estado permanente el bus infinito no puede absorber potencia real. Mientras que el hecho de que el círculo ocupe espacio a ambos lados del eje horizontal, implica que en estado permanente el bus puede absorber o suministrar potencia reactiva.

De esta manera, elegir  $x_{3cd}$  determina dos valores posibles para  $x_{3sd}$  y viceversa. De (4.20) y (4.21) se puede observar que la fundamental de  $x_3$  determina la fundamental de  $x_2$ . Por otra parte, una vez fijo  $\bar{x}_{1d}$  podemos encontrar  $\mu$  a través de (4.22) y (4.23).

Existe un par de valores  $x_{3cd}$  y  $x_{3sd}$ , tales que las ecuaciones (4.22) y (4.23) se igualan a cero. Si  $\bar{x}_{1d} \neq 0$ , entonces  $\mu_s = \mu_c = \mu = 0$ , en ese caso no existe contenido armónico en  $x_1$ . Lográndose el objetivo inicial de hacer  $x_1$  una constante.



Figura 4.1: Valores posibles para  $x_{3cd}$  y  $x_{3sd}$ .

El análisis anterior no contempla dos detalles en los que es necesario poner atención. El primer detalle es que  $\bar{x}_{1d}$  no puede tomar valores negativos dada la naturaleza del convertidor de fuente de corriente. El segundo detalle es que la amplitud de  $\mu$ no puede ser mayor de 1. Este no es un detalle menor, pues implica el tratamiento de sistemas con entrada saturada, lo cual está fuera del alcance de este trabajo.

## 4.3. Diseño del Controlador

Consideremos el modelo en la forma de la ecuación (2.15), la energía almacenada por el sistema es

$$H_e = \frac{1}{2} x^T \mathbf{D} x \tag{4.27}$$

La derivada de la función anterior evaluada a lo largo de las trayectorias del sis-

tema es

$$\dot{H}_e = x^T \mathbf{D}\dot{x}$$

$$= x^T [\mathbf{J}(\mu) - \mathbf{R}] x + x^T \varepsilon$$

$$= -x^T \mathbf{R} x + x^T \varepsilon$$
(4.28)

El término  $x^T \mathbf{J}(\mu) x = 0$  ya que  $\mathbf{J}(\mu)$  es antisimétrica.

De manera análoga a cómo se realizó en el capítulo anterior, se puede concluir que el sistema no es capaz de generar energía y define un sistema pasivo de la entrada  $\varepsilon$ a la salida *x*.

Se define el error de seguimiento de la siguiente manera

$$\tilde{x} = x - x_d \tag{4.29}$$

Recurriendo a (2.15) para escribir la dinámica del error

$$\mathbf{D}\dot{\tilde{x}} - [\mathbf{J}(\mu) - \mathbf{R}]\tilde{x} = \Phi$$
(4.30)

donde

$$\Phi = \varepsilon - \{ \mathbf{D}\dot{x}_d - [\mathbf{J}(\mu) - \mathbf{R}]x_d \}$$
(4.31)

Ahora se considera la siguiente función de almacenamiento para la dinámica del error

$$H_d = \frac{1}{2}\tilde{x}^T \mathbf{D}\tilde{x} \tag{4.32}$$

La derivada de (4.32) toma la siguiente forma

$$\dot{H}_d = -\tilde{x}^T \mathbf{R} \tilde{x} + \tilde{x}^T \Phi \tag{4.33}$$

Si  $\Phi = 0$  el punto de equilibrio  $\tilde{x} = 0$  es estable. El proceso de hacer  $\Phi = 0$  es equivalente al proceso de encontrar la  $\mu$  adecuada para el estado deseado, tal como hizo en la sección anterior.

Si se satisface

$$\Phi = -K\tilde{x} \tag{4.34}$$

con

$$K = \left( \begin{array}{rrrr} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

tal que  $k_1 > 0$  y  $k_2 > 0$ , entonces la derivada de la función de almacenamiento se convierte en

$$\dot{H}_d = -\tilde{x}^T (K + \mathbf{R}) \tilde{x} \tag{4.35}$$

debido a que  $(K + \mathbf{R})$  es positiva definida, se garantiza que el punto de equilibrio  $\tilde{x} = 0$  es asintóticamente estable.

La ecuación (4.34) representa al siguiente sistema de ecuaciones

$$L_s \dot{x}_{1d} + \mu(x_{2d}) = k_1 (x_1 - x_{1d}) \tag{4.36}$$

$$C\dot{x}_2 - \mu(x_1) + x_3 = k_2(x_2 - x_{2d})$$
(4.37)

$$L\dot{x}_{3d} - x_{2d} + Rx_{3d} + v = 0 \tag{4.38}$$

Se consideran los estados deseados definidos de acuerdo a (4.9) y (4.10), con la diferencia de que ahora  $\bar{x}_{1d}$  no es una constante sino el perfil de carga que se desea imponer a la corriente del inductor  $L_s$ . Después de reescribir las ecuaciones anteriores como se realiza en (4.11),(4.12) y (4.13) se pueden extraer cinco ecuaciones similares a

#### 4.3. DISEÑO DEL CONTROLADOR

las ecuaciones (4.14) a (4.18),

$$\mu_c x_{2cd} + \mu_s x_{2sd} = 2k_1(\bar{x}_1 - \bar{x}_{1d}) - 2L_s \dot{\bar{x}}_{1d}$$
(4.39)

$$C\omega x_{2cd} = \bar{x}_{1d}\mu_s - x_{3sd} - k_2(x_{2s} - x_{2sd})$$
(4.40)

$$C\omega x_{2sd} = -\bar{x}_{1d}\mu_c + x_{3cd} - k_2(x_{2c} - x_{2cd})$$
(4.41)

$$L\omega x_{3sd} = Rx_{3cd} - x_{2cd} \tag{4.42}$$

$$L\omega x_{3cd} = -Rx_{3sd} + x_{2sd} + V_b \tag{4.43}$$

donde  $x_{2c}$  y  $x_{2s}$  son los coeficientes de la componente fundamental de  $x_2$ .

Se procede de manera similar a como se procedió en la sección anterior para encontrar la restricción con la que debe cumplir la fundamental de  $x_{3d}$ . De las ecuaciones (4.42) y (4.43), se obtiene

$$x_{2cd} = Rx_{3cd} - L\omega x_{3sd} \tag{4.44}$$

$$x_{2sd} = Rx_{3sd} + L\omega x_{3cd} - V_b \tag{4.45}$$

De sustituir las expresiones anteriores en (4.41) y (4.43) se encuentra

$$\bar{x}_{1d}\mu_s = x_{3sd} + C\omega(Rx_{3cd} - L\omega x_{3sd}) + k_2[x_{2s} - (Rx_{3sd} + L\omega x_{3cd} - V_b)]$$
(4.46)

$$\bar{x}_{1d}\mu_c = x_{3cd} - C\omega(Rx_{3sd} + L\omega x_{3cd} - V_b) - k_2[x_{2c} - (Rx_{3cd} - L\omega x_{3sd})]$$
(4.47)

mientras de que multiplicar (4.39) por  $\bar{x}_{1d},$  se obtiene

$$\bar{x}_{1d}\mu_c x_{2cd} + \bar{x}_{1d}\mu_s x_{2sd} = 2\bar{x}_{1d}[k_1(\bar{x}_1 - \bar{x}_{1d}) - L_s \dot{\bar{x}}_{1d}]$$
(4.48)

por otro lado, sustituyendo (4.44), (4.45), (4.46) y (4.47) en la expresión anterior, se obtiene que

$$\{x_{3sd} + C\omega(Rx_{3cd} - L\omega x_{3sd}) + k_2[x_{2s} - (Rx_{3sd} + L\omega x_{3cd} - V_b)]\}\{Rx_{3sd} + L\omega x_{3cd} - V_b\}$$
  
+ 
$$\{x_{3cd} - C\omega(Rx_{3sd} + L\omega x_{3cd} - V_b) - k_2[x_{2c} - (Rx_{3cd} - L\omega x_{3sd})]\}\{Rx_{3cd} - L\omega x_{3sd}\}$$
  
= 
$$2\bar{x}_{1d}[k_1(\bar{x}_1 - \bar{x}_{1d}) - L_s \dot{\bar{x}}_{1d}]$$
  
(4.49)

La expresión anterior se puede reescribir como

$$[R + k_2(L^2\omega^2 - R^2)]x_{3sd}^2 + [-V_b + k_2(L\omega x_{2c} + Rx_{2s} + 2RV_b - 4RL\omega x_{3cd})]x_{3sd}$$
$$+ [R + k_2(L^2\omega^2 - R^2)]x_{3cd}^2 + k_2[-Rx_{2c} + L\omega x_{2s} + 2L\omega V_b + RV_b]x_{3cd}$$
$$- k_2(V_b^2 + V_b x_{2s}) - 2\bar{x}_{1d}[k_1(\bar{x}_1 - \bar{x}_{1d}) - L_s \dot{\bar{x}}_{1d}] = 0$$
(4.50)

de donde es posible recuperar (4.26) si se hace  $k_1 = k_2 = 0$ .

Fijando  $x_{3cd}$ , la expresión (4.50) anterior nos arroja dos soluciones para  $x_{3sd}$ , de las cuales se elige la que sea menor en magnitud, para que la potencia disipada por la resistencia R sea menor, es decir

$$x_{3sd} = \frac{-b_x - \sqrt{b_x^2 - 4a_x c_x}}{2a_x} \tag{4.51}$$

donde

$$a_x = R + k_2 (L^2 \omega^2 - R^2) \tag{4.52}$$

$$b_x = -V_b + k_2(L\omega x_{2c} + Rx_{2s} + 2RV_b - 4RL\omega x_{3cd})$$
(4.53)

у

$$c_{x} = [R + k_{2}(L^{2}\omega^{2} - R^{2})]x_{3cd}^{2} + k_{2}[-Rx_{2c} + L\omega x_{2s} + 2L\omega V_{b} + RV_{b}]x_{3cd} - k_{2}(V_{b}^{2} + V_{b}x_{2s}) - 2\bar{x}_{1d}[k_{1}(\bar{x}_{1} - \bar{x}_{1d}) - L_{s}\dot{\bar{x}}_{1d}]$$

$$(4.54)$$

Ya que  $\bar{x}_{1d}$  tiende a una constante,  $x_{3cd}$  debe estar dentro del intervalo  $\left[-\frac{V_b}{2R}, \frac{V_b}{2R}\right]$ , tal cual se observa en la Figura 4.1. La ecuación (4.51) contiene una raíz cuadrada cuyo argumento no debe tomar valores negativos, en cada caso se debe analizar el valor máximo del error  $(\bar{x}_1 - \bar{x}_{1d})$ , para elegir  $x_{3cd}$ ,  $k_1$  y  $k_2$  con un margen de seguridad adecuado.

Una vez elegidos  $\bar{x}_{1d}$  y  $x_{3cd}$ , y encontrado  $x_{3sd}$  a partir de (4.51) se puede encontrar  $\mu_c$  y  $\mu_s$  a partir de siguientes expresiones

$$\mu_s = \frac{x_{3sd} + C\omega(Rx_{3cd} - L\omega x_{3sd}) + k_2[x_{2s} - (Rx_{3sd} + L\omega x_{3cd} - V_b)]}{\bar{x}_{1d}}$$
(4.55)

$$\mu_c = \frac{x_{3cd} - C\omega(Rx_{3sd} + L\omega x_{3cd} - V_b) - k_2[x_{2c} - (Rx_{3cd} - L\omega x_{3sd})]}{\bar{x}_{1d}}$$
(4.56)

Se debe notar que es posible elegir  $x_{3cd}$  tal que las ecuaciones (4.22) y (4.23) se igualen a cero. En este caso  $\mu_c$  y  $\mu_s$  tenderán a cero lográndose el objetivo inicial de tener una constante en  $x_1$ , sin tener ambigüedad en el valor de esta constante debido al término de amortiguamiento  $k_1(x)(\bar{x}_1 - \bar{x}_{1d})$ .

# Capítulo 5

# Evaluación Numérica

En este capítulo se muestran y analizan resultados de las simulaciones numéricas que se realizaron para evaluar los esquemas de control sintetizados en las secciones anteriores. Las simulaciones se realizaron usando los modelos continuos del convertidor. Los esquemas de control evaluados son los dos esquemas desarrollados para el proceso de descarga, con carga conocida y con carga desconocida; y el esquema desarrollado para el proceso de carga.

Para la realización de la evaluación se consideran que el valor de la inductancia del lado de AC es  $L = 600 \ [\mu H]$ , mientras que la capacitancia es  $C = 110 \ [\mu F]$  (Dr.



Figura 5.1: Convertidor de fuente de corriente.

Víctor M. Cárdenas Galindo, comunicación personal, Mayo 2014). Estos valores de Ly C se eligieron para que el filtro tenga una frecuencia de corte en  $f_c = 600 \ [Hz]$ , considerando que se usa una modulación PWM con una frecuencia de  $f_s = 6060 \ [Hz]$ . Se considera que la resistencia que modela las perdidas es  $R = 1 \ [m\Omega]$ . Para el proceso de descarga con carga conocida, se considera una carga *nominal* de  $R_c = 3 \ [\Omega]$ , lo que implica una potencia nominal de 4,18  $\ [kW]$ , considerando que la carga opera a una tensión *rms* de 112  $\ [V]$ . Mientras que para el proceso de descarga con carga desconocida, se emplea una carga con un perfil que se explica en la sección correspondiente. En el proceso de descarga se considera que el inductor de DC tiene una inductancia de  $L_S = 100 \ [H]$ ; mientras que el bus de AC se considera como  $v = \sqrt{2}112 \sin \omega t \ [V]$ , donde  $\omega = 2\pi 60 \ [s^{-1}]$ .

#### 5.1. Proceso de Descarga con Carga Conocida

La ley de control que se evalúa a continuación es la descrita en (3.15), con  $x_{3d}$ dada por (3.16). La fuente de corriente  $i_f$  se considera con una un valor constante igual a 100 [A].Los parámetros usados son  $\bar{k}_1 = 0,1$  y  $\bar{k}_2 = 0,1$ , de forma heurística se determinó que con este par de parámetros se tiene un desempeño adecuado. El objetivo es lograr que la amplitud en el tensión de la carga conocida  $R_c = 3$  [ $\Omega$ ], sea  $V_{Rcd} = \sqrt{2}112$  [V] = 158,4 [V]; por lo tanto y de acuerdo la ecuación (3.17),  $x_{2d} =$ 158,9 cos  $\omega t$  [V]. Además se considera la condición inicial  $\bar{x} = 0$ , ya que esta condición representa el peor escenario posible.

En la Figura 5.2 se muestran  $\mu$ ,  $x_2$  y  $x_3$ , de donde se puede apreciar que  $x_2$  y  $x_3$ alcanza un estado sinusoidal y que  $|\mu| > 1$ . De la Figura 5.3 se muestran los errores de seguimiento y es posible observar que a partir de t = 2 [ms] los errores  $\tilde{x}_2$  y  $\tilde{x}_3$ tiene valor absolutos menores a 0,5 [V] y 0,2 [A], respectivamente. La Figura 5.4 se



Figura 5.2:  $\mu$ ,  $x_2$  y  $x_3$  durante el proceso de descarga.



Figura 5.3: Errores  $\tilde{x}_2$  y  $\tilde{x}_3$  durante el proceso de descarga.



Figura 5.4: Tensión en la resistencia de carga durante el proceso de descarga.

incluye con el afán de hacer evidente cómo se logra el objetivo de alcanzar un estado sinusoidal en la resistencia de carga con la amplitud deseada, por lo tanto, cuando la carga es conocida, es posible controlar la tensión en la carga indirectamente, a través de la tensión en el capacitor.

## 5.2. Proceso de Descarga con Carga Desconocida

La ley de control que se evalúa en esta sección es (3.15); pero ahora se supone desconocida la carga, y además de considerar una ley de adaptación para la carga estimada dada por (3.28), se define  $x_{3d}$  a través de (3.24). Una vez más se considera  $i_f = 100 \ [A]$ , se ocupan los parámetros  $\bar{k}_1 = 0.1$  y  $\bar{k}_2 = 0.1$ , mientras que la  $\gamma$  con la que se obtiene un desempeño satisfactorio es  $\gamma = 100$ . Se considera la condición inicial  $\bar{x} = 0$ , ya que esta es la peor condición inicial para los estados; mientras que el valor inicial de la carga estimada es  $\hat{R}_c = 3 \ [\Omega]$ , ya que este es el valor nominal de la carga. La tensión deseada en el capacitor se vuelve a definir como  $x_{2d} = 158.9 \cos \omega t \ [V]$ .

En la Figura 5.5 se muestran  $R_c$ ,  $\hat{R}_c$  y  $\hat{R}_c$ . La resistencia de carga  $R_c$  se hace variar de forma escalón para evaluar el desempeño del estimador ante cambios abruptos en la resistencia de carga. El valor mínimo que toma la resistencia de carga es de 1,6 [ $\Omega$ ], lo cual representa 0,53 veces el valor nominal, que a su vez implica un consumo de



Figura 5.5:  $R_c$ ,  $\hat{R}_c$  y  $\tilde{R}_c$ .



Figura 5.6: Acercamientos a  $\tilde{R}_c$ .



Figura 5.7:  $\mu$ ,  $x_2$  y  $x_3$  durante el proceso de descarga con  $R_c$  variable.



Figura 5.8: Errores  $\tilde{x}_2$  y  $\tilde{x}_3$  durante el proceso de descarga con  $R_c$  variable.



Figura 5.9: Tensión en la resistencia de carga durante el proceso de descarga con  $R_c$  variable.

potencia de 7,85 [kW], o sea 1,87 veces la potencia nominal. El valor máximo que toma la resistencia de carga es de 10 [ $\Omega$ ], 3,33 veces el valor nominal, lo cual equivale a un consumo de potencia de 1,25 [kW], 0,3 veces el valor de carga nominal. Este perfil se impone a la resistencia de carga con el afán de evaluar el desempeño la ley de control ante la peor condición posible. Si la resistencia de carga baja más allá de 1,6 [ $\Omega$ ], se la ley de control genera una  $\mu$  con amplitud mayor a uno, lo cual carece de sentido; mientras que si la resistencia se hace tender a infinito, la carga deja de demandar potencia y no tienen sentido hablar de un voltaje sinusoidal o de otra naturaleza en la carga, aunque sigue siendo posible controlar el voltaje en el capacitor.

En la Figura 5.6 se muestran acercamientos al error de estimación  $\hat{R}_{c}$ , podemos concluir que la estimación de la resistencia de carga se realiza exitosamente, ya que el error de estimación  $\tilde{R}_{c}$  toma valores absolutos menores a 0,5 [ $\Omega$ ] a partir de 2 [ms] después de que ocurren los cambios en la resistencia  $R_{c}$ . En la Figura 5.7 se muestran  $\mu$ ,  $x_{2}$  y  $x_{3}$ , se puede apreciar que  $x_{2}$  permanece con una amplitud constante, esto es consecuencia de que  $x_{2d}$  se define con una amplitud determinada. Por otra parte,

se aprecia que  $\mu$  y de  $x_3$  aumentan su amplitud para poder mantener una amplitud constante en la tensión de la resistencia de carga al reducirse ésta. Los errores  $\tilde{x}_2$  y  $\tilde{x}_3$ se muestran en la Figura 5.8, se puede observar que los cambios en la carga inducen errores que se aproximan a cero una vez que actúa el estimador de carga y la ley de control.

En la sección anterior se mostró que cuando se conoce la resistencia de carga es posible controlar la tensión en ésta a partir de la tensión en el capacitor. De la ecuación (3.17) se observa que la definición de la referencia para  $x_2$  requiere del conocimiento de  $R_c$ , en la presente evaluación se hace caso omiso de esta ecuación y se define  $x_{2d}$ considerando una carga nominal de  $R_c = 3$  [ $\Omega$ ]. De la Figura 5.9 podemos observar que variaciones en la resistencia de carga de 1,6 [ $\Omega$ ] a 10 [ $\Omega$ ], provocan desviaciones permanentes en la amplitud de la tensión en la carga de 157,23 [V] (0,992 veces el valor nominal) a 158,84 [V] (1,003 veces el valor nominal). Las variaciones anteriores en la tensión cumplen sobradamente con la tolerancia del 10 % establecida en el Reglamento de la Ley del Servicio Público de Energía Eléctrica. Por otra parte, resistencias de carga menores a 1,6 [ $\Omega$ ] provocan que la ley de control arroje  $\mu$  con amplitudes mayores a 1.

#### 5.3. Proceso de Carga

Como ya se mencionó con anterioridad el objetivo de control durante el proceso de descarga es lograr que la corriente en el inductor  $L_s$  alcance un valor promedio deseado. En esta sección se muestran los resultados de dos simulaciones. En la primera simulación se muestra que es posible seguir un perfil de carga determinado y que existe un caso en el que es posible alcanzar un valor constante en la corriente  $x_1$ . En la segunda simulación se muestra que también es posible regular la amplitud de

#### CAPÍTULO 5. EVALUACIÓN NUMÉRICA



Figura 5.10: Perfil de carga para el inductor  $L_s$ .

la componente  $x_{3c}$  y además se evalúa el contenido armónico de x.

El perfil de carga para la primera simulación es el mostrado en la Figura 5.10, esta referencia inicia en  $\bar{x}_{1d} = 0.5$  debido a que la ley de control está definida a partir de (4.55) y (4.56), por lo tanto se debe cumplir  $\bar{x}_{1d} \neq 0$ . Se define la referencia  $x_{3cd} = -6.63$ , este es el valor de  $x_{3c}$  para el cual se cumple que  $\mu_c = \mu_s = 0$ , una vez alcanzada la referencia constante en  $x_1$ , por lo tanto no habrá armónicos en  $x_1$ . Los parámetros  $k_1$  y  $k_2$  se definen como  $k_1 = 100$  y  $k_2 = 0.001$ , ya que con estos parámetros se obtuvo un desempeño adecuado. Mientras que, para esta primera simulación la condición inicial se elige como x(0) = 0, para representar el peor escenario posible.

En la Figura 5.11 se muestran  $\mu_c$  y  $\mu_s$ , se puede observar que gracias a la elección de  $x_{3cd}$ , tanto  $\mu_c$  como  $\mu_s$  tienden a cero cuando se alcanza el valor constante en  $x_1$ . En la Figura 5.12 se puede apreciar el transitorio inicial de  $\mu_c$  y  $\mu_s$ , cuyos valores son tales que  $\mu$  no alcanza la saturación.

En la Figura 5.13 se muestran  $x_1$ ,  $x_{2c}$ ,  $x_{2s}$ ,  $x_{3c}$  y  $x_{3s}$ , de donde se puede concluir que se logra el objetivo de llevar a la corriente  $x_1$  a un valor constante deseado siguiendo un perfil de carga determinado. También se puede observar que  $x_{3c}$  alcanza el valor de  $x_{3cd} = -6,63$ . Mientras que, una vez se alcanzado el valor constante en  $x_1$ , se alcanzan los valores deseados  $x_{2c}$ ,  $x_{2s}$  y  $x_{3s}$  dados por (4.20), (4.21) y (4.26), siendo



Figura 5.11: Componentes  $\mu_c$  y  $\mu_s$  de  $\mu,$  durante el proceso de carga.



Figura 5.12: Componentes  $\mu_c$  y  $\mu_s$  de  $\mu$ , durante el proceso de carga.

éstas -0,0067, -159,8917 y  $277,57 * 10^{-6}$ , respectivamente. Los errores  $\tilde{x}_1, \tilde{x}_{2c}, \tilde{x}_{2s}, \tilde{x}_{3c}$ y  $\tilde{x}_{3s}$  durante el transitorio inicial se muestran en la Figura 5.14.

En la Figura 5.15 se muestran  $\mu$ ,  $x_1$ ,  $x_2$  y  $x_3$  en la parte final de la primera simulación, se puede observar que  $\mu = 0$  y  $x_1 = 100$ . Por otra parte la amplitud de  $x_2$  es  $\sqrt{0,0067^2 + 159,89^2} = 159,89$ , mientras que la amplitud de  $x_3$  es  $\sqrt{6,63^2 + (277,57 * 10^{-6})^2} =$ 6,63. Para finalizar con la primera simulación en la Figura 5.16 se muestra el discriminante de la ecuación (4.51), el cual nunca toma valores negativos.

La segunda simulación de esta sección considera como condición inicial  $x(0) = [100, 0, 0]^T$  como condiciones iniciales. En vez de considerar el perfil de carga de la Figura 5.10, se considera simplemente  $\bar{x}_{1d} = 100$ , mientras que  $x_{3cd} = 50$ . En la Figura 5.17 se muestran  $\mu$ ,  $x_1$ ,  $x_2$  y  $x_3$ . En este caso no se alcanza  $\mu = 0$ , por lo tanto se puede apreciar una componente de frecuencia  $2\omega$  superpuesta a el valor promedio de 100 en  $x_1$ .

También es posible observar que se alcanzan los valores deseados  $x_{2c} = 0,0464$ ,  $X_{2s} = -147,0822$  y  $x_{3s} = 0,0158$  dados por las ecuaciones (4.20), (4.21) y (4.26), ya que la amplitud de  $x_2$  es  $\sqrt{0,0464^2 + 147,08^2} = 147,08$ , mientras que la amplitud de  $x_3$  es  $\sqrt{50^2 + 0,0158^2} = 50$ .

Para evaluar el contenido armónico de x, en la Figura 5.18 se muestra la distorsión armónica total (THD, por sus siglas en inglés) de  $x_2$  y  $x_3$ . Se puede observar que en ambos casos la distorsión es menor a  $3 \times 10^{-3}$ %. Por lo tanto, aunque la existencia de armónicos en la solución impone una desventaja de la solución propuesta, esta simulación demuestra que, con los parámetros usados aquí, el efecto de los armónicos no es significativo.



Figura 5.13:  $x_1$ ,  $x_{2c}$ ,  $x_{2s}$ ,  $x_{3c}$ ,  $x_{3s}$  durante el proceso de carga.



Figura 5.14:  $\tilde{x}_1$ ,  $\tilde{x}_{2c}$ ,  $\tilde{x}_{2s}$ ,  $\tilde{x}_{3c}$ ,  $\tilde{x}_{3s}$  durante el proceso de carga.



Figura 5.15:  $\mu$ ,  $x_1$ ,  $x_2$  y  $x_3$  durante el proceso de carga.







Figura 5.17:  $\mu$ ,  $x_1$ ,  $x_2$  y  $x_3$ , regulando  $x_{3c} = 50$ .


Figura 5.18: Distorsión armónica de  $x_2$  y  $x_3$ , regulando  $x_{3c}=50$  .

### Capítulo 6

## **Conclusiones y Trabajo Futuro**

#### 6.1. Conclusiones

Se realizó del diseño de los esquemas de control para los procesos de carga y descarga del inductor  $L_s$ , y se realizó la evaluación numérica de los mismos. El diseño de los controladores para el proceso de descarga fue sensiblemente más sencillo que el diseño del controlador para el proceso de carga. La complejidad no radica en el número de estados, dos en el caso del proceso de descarga, tres en proceso de carga. El problema radica en que la señal de control se encuentra de manera afín en el modelo para el proceso de descarga; mientras que en el proceso de carga, la entrada de control se encuentra embebida en la matriz de interconexión. Con lo cual, aparentemente durante el proceso de carga, la manipulación de la señal de control sólo permite incidir en las propiedades de interconexión, no así en las propiedades de amortiguamiento.

Los resultados de las simulaciones muestran que los controladores para el proceso de descarga realizan satisfactoriamente la tarea para la cual fueron diseñados y logran que el error de seguimiento tienda a cero en un lapso que equivale a un octavo del periodo de la señal  $cos(\omega t)$ . El resultado obtenido con el controlador con carga conocida se robustece con la adición del estimador de carga. En este último caso, la definición de una señal de referencia sinusoidal propicia que se satisfaga la condición de excitación persistente, lo cual permite que el error de estimación de la resistencia de carga tienda a cero.

A partir del trabajo realizado para el diseño del controlador en el proceso de carga, además de los resultados reportados en [1] y [2], se puede concluir que el análisis de factibilidad es un paso fundamental en el diseño de controladores para sistemas en los que la señal de control se encuentra embebida en la matriz de interconexión. La solución generalizada a este tipo de problemas sigue siendo un problema abierto.

En el presente trabajo el análisis de factibilidad motivó la imposición de una estructura sinusoidal a  $\mu$ , y además motivó el replanteamiento del objetivo de control, enfocándose en el valor promedio de  $x_1$  y permitiendo la presencia componentes de corriente alterna. La estructura sinusoidal impuesta a  $\mu$  permite la aparición de un grado de libertad adicional, a través del cual es posible imponer un comportamiento a una de las componentes de la corriente  $x_3$ . El análisis final demuestra que bajo la elección adecuada de esta componente es posible lograr el objetivo de control inicial, de tal forma que en estado permanente  $\mu$  tiende a cero y no se presentan armónicos en  $x_1$ ; situación que fue corroborada a través de la simulación correspondiente.

Por otra parte, si se decide incidir solamente en el valor promedio de  $x_1$  es posible conservar el grado de libertad adicional para regular la amplitud de una de las componentes de  $x_3$ , logrando así manipular el intercambio de potencia reactiva. En este caso, las simulaciones permitieron corroborar que los armónicos son despreciables.

Un factor que debe tomarse en cuenta es el discriminante de la ecuación (4.51). La

simulación muestra que para los parámetros elegidos, el discriminante toma valores mayores a 25000. Pero para otros casos, principalmente aquellos donde R y  $(\bar{x}_1 - \bar{x}_{1d})$ tomen valores mayores, deberá ponerse cuidado en la elección de  $x_{3cd}$ ,  $k_1$  y  $k_2$ .

#### 6.2. Trabajo Futuro

El trabajo futuro tiene dos vertientes una experimental y la otra teórica. Dentro del trabajo futuro en cuanto a la parte experimental se tiene pensado realizar es la evaluación experimental de los controladores para el proceso de descarga usando una maqueta que se encuentra en el Laboratorio de Control del Posgrado de la Facultad de Ingeniería y cuyo diseño esta reportado en [10]. Se espera que en esta maqueta se pueda evaluar el desempeño del los controladores en condiciones en las que la carga no solo es desconocida, sino que es no lineal.

Como parte del trabajo experimental, pero en un plazo más largo, se podrá realizar la evaluación experimental del los controladores para los procesos de carga y descarga, como parte de un proyecto de colaboración entre el Instituto de Ingeniería - UNAM, la Facultad de Ingeniería - UNAM y el Centro de Investigación y Estudios de Posgrado - UASLP. En dicho proyecto se planea la construcción de un  $\mu$  – *SMES* que sirva como fuente de respaldo para equipos de computo. El diseño conceptual de dicho  $\mu$  – *SMES* ha sido reportado en [8].

En cuanto a la parte teórica el trabajo que se plantea es analizar el diseño de un esquema de control para el proceso de carga en el cual la estructura impuesta a  $\mu$  contenga armónicos, para explorar si de esta forma es posible reducir la amplitud de las primeras armónicas en los estados. También se plantea trabajar en el diseño de un controlador donde no se imponga estructura alguna a  $\mu$ .

Por otra parte, queda abierto el análisis de las implicaciones de saturar a  $\mu$ , ya que

#### CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

 $\mu$  debe tener un magnitud menor a 1. Así mismo también queda pendiente el análisis del proceso de descarga sin considerar al inductor de DC como una fuente ideal de corriente.

# Bibliografía

- Ortega, R., Loría, A., Nicklasson, P. J., Sira-Ramírez H. (1998). Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems. Springer.
- [2] Sandoval, G., Miranda, H., Espinoza-Perez, G., Cárdenas, V. (2012). Passivitybased control of an asymmetric nine-level inverter for harmonic current mitigation. *Power Electronics, IET*, volume 5, 237–247.
- [3] Noriega-Pineda, D., Espinosa-Pérez, G., Cárdenas, V., Alvarez-Ramírez, J. (2009). Passivity-based control of multilevel cascade inverters: High-performance with reduced switching frequency. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, volume 20.
- [4] Martinez-Perez, I., Espinosa-Perez, G., Sandoval-Rodriguez, G., Doria-Cerezo, A.
  (2008). IDA passivity-based control of single phase back-to-back converters. *Industrial Electronics, ISIE 2008. IEEE International Symposium on.*
- [5] Sandoval Rodríguez Gonzalo, (2010). Compensación de potencia reactiva en sistemas eléctricos de potencia. UNAM, Tesis doctoral.
- [6] Kolar, J. W., Ertl, H., Zach, F.C. (1989). Analysis of the Duality of Tree Phase PWM Converters with DC Voltage Link and DC current Link. *Industry Applications Society Annual Meeting*, 1989., Conference Record of the 1989 IEEE.

- [7] Hasan, A. M., Bin Wu, Dougal, R. A. (2010). An Overview of SMES Applications in Power and Energy Systems. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, volume 1.
- [8] Trillaud, F., Santiago Cruz, L. (2014). Conceptual Design of a 200-kJ 2G-HTS Solenoidal μ – SMES. IEEE Transactions on Applied Superconductivity, volume 24.
- [9] Ioannou P., Sun J. (1996). Roboust Adaptive Control. Prentice Hall.
- [10] Rojas García, Michael Jossue, (2014). Diseño de un almacenador de energía basado en un superconductor. *UNAM*, Tesis de licenciatura.
- [11] Khalil Hassan. (2002). Nonlinear Systems. Prentice Hall, 3rd edition.
- [12] Ortega, R., Jiang, Z. P., Hill, D. J. (1997). Pasivity-based control of nonlinear systems: a tutorial. *American Control Conferece*, volume 5.
- [13] Olle L. Elgerd. (1981). Control of Electric Power Systems. IEEE.
- [14] William, V. H (1983). Superconducting Magnetic Energy Storage Proceedings of the IEEE September 1983, Vol. 71, No. 9.
- [15] Luongo, C. A. (1996). Superconducting storage systems: an overview. IEEE Transactions on Magnetics, volume 32.
- [16] Xiaohua Jiang, Xu Chu; Xuezhi Wu, Wei Liu, Yongchuan Lai, Zanji Wang, Yingming Dai, Heli Lan. (2001). SMES system for study on utility and customer power applications. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, volume 11.