



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA MECÁNICA – MECÁNICA APLICADA

CINEMÁTICA DEL REMATE DE BÁDMINTON

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
ADRIÁN JEFTÉ ELÍAS JIMÉNEZ

TUTOR PRINCIPAL
DR. ALEJANDRO CUAUHTÉMOC RAMÍREZ REIVICH
FACULTAD DE INGENIERIA

MÉXICO, D. F. A NOVIEMBRE DEL 2014



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. López Parra Marcelo

Secretario: Dr. Cuenca Jiménez Francisco

Vocal: Dr. Ramírez Reivich Alejandro Cuauhtémoc

1 er. Suplente: Dr. Castañeda Galván Adrián Antonio

2 d o. Suplente: Dra. Corona Lira María del Pilar

Lugar donde se realizó la tesis: Posgrado de Ingeniería Mecánica, UNAM

TUTOR DE TESIS:

NOMBRE

FIRMA

Dedicatoria

Este trabajo va dedicado a mi familia: Mirna, David, Augusto y Axel que me ha dado fuerzas y me ha dado el ejemplo para ser tenaz, paciente y tolerante. Con todo su cariño, lealtad y empatía qué me han entregado para formarme integralmente.

Agradecimientos

Agradezco a mi familia por recibirme siempre con los brazos abiertos y a la UNAM que ha sido mi fuente de conocimiento, a mis sinodales, profesores y tutores; en especial al Dr. Alejandro Ramírez y a el Dr. Adrián Castañeda. A la licenciada Selene Luna por entregar su experiencia, apoyo y cariño fuerte para darle contundencia a cada idea que he plasmado en el texto. A los amigos de Gimnasia de la UNAM y a la AGUNAM por confiar en mí y ayudarme a ser parte de la máxima casa de estudios como deportista y profesionista. Agradezco también a Conacyt por el apoyo económico durante estos dos años. Esta investigación no hubiera sido posible sin el apoyo de los deportistas, y entrenadores que aportaron con su precisión y voluntad: Mauricio Casillas, Arturo Hernández, Andrés Ramírez, Alejandra Colina, Jesús Lozada, Luís Gonzales, Alfredo Carsi, David Elías, Gabriel Aguilar, Jorge Aguilar, Carlos Maravilla, y al entrenador Luís Suárez. A mis colaboradores académicos: Gersaín Barrón, Osiris Ricardo, Carlos Canchola, Rodolfo Vilchis, Rodrigo Lechuga, Nayeli Chavez, Marisela Arizmendi y Francisco Nambo, así como al Lic. Enrique Bravo por compartirme su experiencia como profesionista del deporte y motivarme a aplicar mi conocimiento hacia el beneficio del atleta.

Resumen

En este trabajo de tesis se explica el desarrollo y aplicación de un proceso de medición para entender el estado temporal de capacidades físicas específicas de un grupo de deportistas. Se estudia un remate de Bádminton, en particular se mide la posición, velocidad y aceleración (lineal y angular) de los segmentos superiores del cuerpo humano: Espalda, Brazo, Antebrazo y Mano.

Esta investigación se desarrolló a través de la conjunción de distintas disciplinas como son: anatomía, electrónica, computación y deporte, todas ellas analizadas a través de la mecánica espacial (tridimensional) para desarrollar un estudio de estas variables con resultados numéricos.

Con los resultados obtenidos es posible evaluar y comparar atletas de diferentes niveles así como encontrar las mejores distribuciones de las velocidades lineales y angulares para cada individuo con el fin de aumentar la velocidad del proyectil. Es un método para hacer la transición de una evaluación cualitativa a una cuantitativa para lograr la obtención de un mejor desempeño del deportista.

En el capítulo I se explica la estructura de la tesis así como el conocimiento básico para entender el tema de tesis para ser una guía al lector de diferentes disciplinas.

En el capítulo II se muestra el proceso que se llevó en la investigación basado en la teoría y procedimientos que fueron necesarios para entender las bases matemáticas, de fisiología articular y de las características de los instrumentos de medición que se usaron para analizar a los deportistas.

En el capítulo III se muestran los resultados experimentales que se obtuvieron a partir de la medición y de la evaluación de la mecánica del movimiento de las capacidades y desempeño del atleta durante el entrenamiento, la competencia y en las pruebas de laboratorio. Así mismo se evalúan las capacidades de los atletas nacionales e internacionales basados en el análisis cinemático.

En el capítulo IV se muestra un resumen y comparación de todos los criterios evaluados en entrenamiento y competencia así como la importancia de distintos factores que influyen en lograr un remate para que favorezca ganar puntos en un partido. Se explican las variables mecánicas más importantes para poder generar un remate que el jugador contrario no pueda contestar.

Tabla de contenido

1	Capítulo I. Introducción	9
1.1	Motivación principal.....	9
1.1.1	La importancia del estudio de los segmentos superiores del cuerpo (SSC)	10
1.2	Marco teórico	11
1.2.1	Biomecánica	11
1.2.2	Bádminton	11
1.2.3	Cinemática	12
1.3	Antecedentes	12
1.3.1	Evaluación Clínica del movimiento humano	12
1.3.2	Estudios de biomecánica de los segmentos superiores del cuerpo en deportes de raqueta	12
1.3.3	Biomecánica del deporte en México	15
1.4	Objetivo	15
1.5	Hipótesis	15
2	Capítulo II. Proceso	16
2.1	Resumen del proceso para análisis del movimiento	16
2.2	Detección de la necesidad en el deporte competitivo	17
2.3	Detección de las variables cinemáticas en Bádminton	18
2.4	Selección de la instrumentación y procedimiento de análisis	19
2.11	Fotogrametría	19
2.4.1	Acelerometría	19
2.4.2	Electromiografía (EMG)	20
2.4.3	Costo de instrumentos para la biomecánica	20
2.4.4	Sensores seleccionados: Acelerómetros Xsense MTx	21
2.4.5	Uso de la aceleración de la gravedad para estabilizar la medida de la Inclinación (roll / pitch)	21
2.4.6	Principio de funcionamiento de cámaras de alta velocidad	22
2.4.7	Software inspector de datos Versión 1.0	23
2.4.8	Principios matemáticos para la descripción del movimiento	24
2.4.9	Matriz de Rotación	25
2.5	Mecánica de cuerpos rígidos.....	25

2.6	Lenguaje para la Fisiología articular	26
2.6.1	Modos de representación del movimiento en la biomecánica	27
2.7	Orientación y Dirección	29
2.7.1	Elección de la representación de orientación y rotación	30
2.7.2	El teorema de la Rotación de Euler	30
2.7.3	Ángulos de Euler	30
2.8	Gimbal Lock (Bloqueo de Eje).....	31
2.9	Ángulos de Euler para ejes móviles	31
2.9.1	Velocidad	34
2.9.2	Velocidad Angular	34
2.9.3	Cambio del sistema coordenado para Acelerómetros Xsense.....	35
2.9.4	Obtención de la velocidad a partir de la aceleración para acelerómetros	35
2.9.5	Integración con métodos numéricos para la obtención de la velocidad	36
2.10	Filtros para acelerómetros (Alcances y limitaciones).....	37
2.11	Uso de la cámara de videos para análisis del movimiento con acelerómetros	37
2.12	Sistemas coordenados en la Biomecánica.....	38
2.12.1	Sistema Global de Referencia (Laboratorio).....	38
2.12.2	Sistema local de referencias (cuerpo humano)	39
2.12.3	Sistema de referencias de los acelerómetros	39
2.13	Selección de segmentos y extremos	40
2.14	Tablas de Dempster para cálculo de centro de masa.....	42
2.14.1	Colocación de acelerómetros	43
2.15	Grados de libertad de los segmentos superiores del cuerpo humano	44
2.16	Importancia del análisis del Remate del Bádminton.....	45
3	Resultados	46
3.1.1	Análisis durante el entrenamiento y competencia	46
3.1.2	Identificación de técnicas	46
3.1.3	Colocación de cámaras de video	46
3.1.4	Detección de puntos en video.....	47
3.1.5	Estadística y análisis de resultados.....	47
3.2	Materiales.....	47

3.3	Importancia del remate para ganar puntos juvenil mexicano, mexicano mayor e internacional extranjero.....	47
3.4	Efectividad del remate	49
3.5	Tiempos de vuelo del proyectil en un remate.....	51
3.6	Etapa experimental en el laboratorio	52
3.6.1	Aplicación en el Bádminton: Proceso Experimental.....	52
3.7	Estudios preliminares en laboratorio	53
3.7.1	Experimento A (Movimiento lineal)	53
3.7.2	Experimento B (Movimiento angular).....	57
3.7.3	Ángulos de Euler de rotaciones de ángulos fijos obtenidos con giroscopios.....	57
3.7.4	Resultados Análisis en el laboratorio para jugadores de bádminton.....	62
3.7.5	Resultados en atletas de nivel competitivo dentro de condiciones de laboratorio	66
3.8	Antropometría.....	69
3.8.1	Mauricio.....	70
3.8.2	Velocidades del proyectil	70
3.9	Comparación de velocidades para el gallito.....	71
3.9.1	Velocidad lineal de centro de masa de (SSC) y del gallito para dos pruebas distintas para Mauricio 71	
3.9.2	Velocidad angular con velocidad máxima y mínima del proyectil	73
3.9.3	Aceleración Lineal de los Centros de masa de los (SSC) con la prueba con mayor y menor velocidad.....	74
3.9.4	Velocidad Linear con Angular de los extremos distales de los SSC de Mauricio.....	75
3.9.5	Fuerza que puede producir el atleta Mauricio con sus piernas	77
3.10	Atleta Arturo.....	78
3.10.1	Velocidad lineal de centro de masa de (SSC) y del proyectil para dos pruebas distintas 79	
3.10.2	Velocidad Angular	79
3.10.3	Rangos de Movimiento Arturo.....	81
3.10.4	Aceleración lineal de centro de masa de (SSC) y del proyectil para dos pruebas distintas 82	
3.10.5	Velocidad Linear con Angular de los extremos distales de los SSC	83
3.11	Salto largo de Arturo	84
3.12	Atletas de Categoría Sub-19 estudio de variables fundamentales	85

3.12.1	Antropometría	85
3.12.2	Velocidad Linear con Angular de los extremos distales de los SSC: atleta 14 (Alejandra) 85	
3.12.3	Velocidad Linear con Angular de los extremos distales de los SSC: Atleta 13(Erick)....	87
3.12.4	Velocidad Linear con Angular de los extremos distales de los SSC: Atleta 12(Sebastián) 88	
3.12.5	Velocidad Linear con Angular de los extremos distales de los SSC: Atleta 11(Andrés)	89
3.13	Comparación entre atletas.....	90
3.13.1	Comparación entre la velocidad del proyectil de atletas sub 19.....	91
3.14	Comparación de la velocidad del remate para jugadores de categoría abierta	92
3.14.1	Relación del a velocidad del Gallito con la velocidad del extremo distal de la mano en atletas Adultos	93
3.15	Relación del a velocidad del Gallito con la velocidad distal de la mano en atletas juveniles	94
3.16	Comparación de la capacidad de salto y simetría de piernas para los atletas y su importancia en el remate del bádminton	94
4	Discusión.....	99
5	Conclusión	102
6	Recomendaciones para un trabajo a futuro.....	103
7	Lecciones aprendidas en la investigación	103
8	Bibliografía.....	104
9	Índice de ilustraciones.....	105
10	Apéndice.....	108

Nomenclatura y Unidades

GPX – Giga Pixeles

ω_x [rad/s] – Velocidad angular respecto al eje fijo x

ω_y [rad/s] – Velocidad angular respecto al eje fijo y

ω_z [rad/s] – Velocidad angular respecto al eje fijo z

\emptyset [grados] – Ángulo respecto al eje móvil X

θ' [grados] – Ángulo respecto al eje móvil y

Ψ [grados] – Ángulo respecto al eje móvil z

A_{local} [m/s^2] – Aceleración respecto al sistema de referencias local del acelerómetro

A_T [m/s^2] – Aceleración en coordenadas globales del acelerómetro

$a_{rotacional}$ [m/s^2] – Componente de rotación de la aceleración global A_T

a_{lineal} [m/s^2] – Componente de traslación de aceleración global A_T

V_{max} [m/s] – Velocidad máxima de la mano antes de rematar

A_{max} [m/s^2] – Aceleración máxima de la mano antes del remate

$V_{max_{gallito}}$ [m/s] – Velocidad máxima del gallito

$V_{prom_{gallito}}$ [m/s] – Velocidad promedio en 0.1 segundos

Angulo [$^\circ$] – Angulo inicial del gallito despues del remate

$\% \frac{V_f}{V_i}$ – Relación entra la velocidad final e inicial del gallito

t_{cont} [s] – tiempo de contacto entre gallito y raqueta

H_{rem} – altura que salta el atleta cuando remata

$F_{rel} = \frac{mg}{F_{salto}}$ – Es el peso entre la fuerza producida en un salto largo

D [m] – Distancia máxima que salta el atleta desde reposo

$\frac{D}{F_{rel}}$ [m] – Distancia que salta respecto a fuerza relaiva

$\%E$ – Efectividad que tienen en sus remates durante entrenamiento

$t_{reaccion}$ [s] – es el tiempo de reacción para hacer un remate exitoso

t_{vuelo} [s] – es el tiempo de vuelo del gallito durante un remate

1 Capítulo I. Introducción

1.1 Motivación principal

Cada vez que se desea perfeccionar una actividad deportiva debe existir conciencia del estado en que esta se encuentra y como se desea efectuar. Es por ello que se define el entrenamiento deportivo como un proceso de dirección y de control (Zatziorky, 1989). Es necesario que el atleta y el entrenador tengan claros sus objetivos y puedan tener parámetros para seguir su estado deportivo. Para ello se requiere de conocimientos de más de una disciplina. Cada una de ellas aporta una parte importante para lograr entender y desarrollar los gestos motores del cuerpo humano; sin embargo, es importante definir qué actividad se desea estudiar y qué disciplina o ciencia será útil para visualizar, describir y comprender un conjunto de fenómenos que están sucediendo.

El deporte es una actividad que apasiona tanto a sus practicantes como a aquellos que lo observan. Algunos deportistas logran alcanzar tal grado de perfección y adiestramiento en un deporte, juego o práctica que llega a ser admirable su actuación. Para el deporte competitivo se define como ganador aquél que logra desempeñarse con ventaja numérica. Esto conduce a la pregunta ¿Qué hace un deportista destacado o exitoso?

"El ingeniero es un hombre que partiendo de conocimientos, ideas, recursos, medios y material humano, construye objetos o productos tecnológicos, realiza proyectos técnicos o desarrolla procesos tecnológicos; su objetivo fundamental es, como planteo general, mejorar la calidad de vida del ser humano" (Aquiles, 1995).

Desde el enfoque de la ingeniería es necesario comprender todos los elementos que componen el sistema que se desea estudiar. Podría decirse que el deportista está aplicando la física de manera cualitativa y requiere de un entrenamiento para comprender y desarrollar todas sus habilidades para lograr su objetivo. Por mencionar algunos casos, un ciclista no observa los vórtices que se generan atrás de su espalda, ni el clavadista llega a localizar su centro de gravedad durante su ejecución en el aire, pero utilizando toda su experiencia y siendo guiado por un entrenador y un equipo multidisciplinario el atleta puede mejorar su técnica deportiva e inclusive puede ser una punta de lanza dentro de su deporte.

Con un análisis sistemático, un experto de la mecánica puede definir la precisión, fuerza y velocidad que requiere dicho atleta para lograr desempeñarse en su área. El especialista debe estar consciente de todos los fenómenos que está manipulando y controlando un atleta. Por ejemplo cuando el futbolista brasileño Roberto Carlos metió un "gol olímpico" jugando en la Copa Mundial de Fútbol 1998 contra Francia, el futbolista fue capaz de generar usar a su favor varios fenómenos físicos, entre ellos el efecto Magnus; el uso de la propiedad elástica y fricción en un balón para que este proyectil genere una deformación; así como una rotación y traslación en el espacio. Este tiro impidió que el portero y los defensas pudieran predecir la trayectoria del balón. Con esta visión no sólo sobresale lo asombroso que es lo que sucede en una actividad, sino el proceso para entender los movimientos, fuerzas y desplazamientos que existen afuera y dentro del cuerpo humano para lograr que un deportista pueda

hacer la diferencia. Se invita al lector a ver un ejemplo de lo anterior (<http://www.youtube.com/watch?v=K9Q4j9aUTxE&spfreload=10>).

Para un entrenador y deportista es de vital importancia comprender los factores que promueven la mejor técnica y estrategia. Es por ello que el ingeniero mecánico enfocado al cuerpo humano usa la tecnología para facilitar el proceso didáctico dentro de una actividad deportiva. La biomecánica del deporte ayuda a optimizar la actividad del cuerpo humano para lograr un objetivo específico. Cada atleta tiene características únicas que requieren ser estudiadas con la finalidad de encontrar transformaciones de la técnica adecuadas que ayudarán a desarrollar al máximo sus habilidades.

Por último, es importante retroalimentarse con los deportistas y entrenadores para generar propuestas en la técnica para integrar la experiencia deportiva con las aportaciones de la mecánica. Esta combinación ayuda al preparador a tener objetivos cuantificables para un óptimo desarrollo del plan de entrenamiento. Por otro lado, una correcta descripción del cuerpo humano logra dar herramientas a los instructores para entender la técnica deportiva para la enseñanza y rediseño del movimiento. Todo lo cual tiene repercusiones más allá del resultado deportivo, sino también en la salud de los atletas, lo cual está asociado con el bienestar de los individuos en su vida diaria.

1.1.1 La importancia del estudio de los segmentos superiores del cuerpo (SSC)

Dentro de la biomecánica existen distintas propuestas de diferentes recursos matemáticos para describir el movimiento de cadenas cinemáticas de los extremos superiores del cuerpo (SSC). Es necesario entender las posibilidades y limitantes de los instrumentos de medición necesarios para medir variables dentro del cuerpo humano. El desarrollo de expresiones para estudiar el movimiento se ha efectuado principalmente para el estudio de la robótica, los mecanismos y la biomecánica. Es por ello que es necesario considerar el contexto de la fisiología articular y elegir las mejores expresiones matemáticas para poder comunicarse con el ámbito teórico de la biomecánica.

Comenzando con el hombro es una articulación que requiere estudio profundo tanto a nivel mecánico como fisiológico, se puede modelar como una junta esférica coordinada por articulaciones múltiples tridimensionales. Para un ingeniero es un reto generar un brazo robótico con las capacidades y rangos de movimiento que tiene un brazo humano. Sin embargo las velocidades y fuerzas que es capaz de generar un brazo humano han hecho que los deportes requieran de instrumentación y análisis de movimiento para comprender dicha cinemática. Estos fenómenos pueden ser observados en artes marciales, trabajos pesados y tareas diarias complejas o elaboradas. En el deporte del Bádmiton existe una de estas tareas en las cuales se somete a todo el cuerpo humano a una transmisión de energía. Es por ello que el **Record Guinness** ha logrado medir hasta aproximadamente 480 Km/h para la velocidad de un proyectil durante un remate en condiciones de laboratorio.

En México es necesario motivar que colaboren los investigadores y especialistas del deporte a superar las marcas personales de velocidad del proyectil de los atletas. Para ello es necesario innovar dentro de la técnica y la interpretación del movimiento humano. Esto se debe a que el investigador del deporte debe proponer criterios objetivos para la mejora de la técnica deportiva y a proporcionarles herramientas a los entrenadores y atletas con material didáctico de apoyo.

Es necesario analizar al cuerpo humano con principios de la física para entender que magnitudes y direcciones que tiene cada uno de los atletas analizados. Esto da las bases para que las velocidades de los segmentos del atleta puedan ser comparados con la velocidad a la que somete al proyectil. Dicha velocidad del proyectil es su mayor amenaza para tener la victoria.

1.2 Marco teórico

1.2.1 Biomecánica

La biomecánica difiere de la mecánica industrial; si olvidamos esto el ser humano se reduciría a un robot perfeccionado (KAPANDJI & A, 1990). El análisis matemático permite elaborar los modelos mecánicos para evaluar parcialmente las condiciones del funcionamiento. Nos proporciona una idea del comportamiento de una región del cuerpo en un esquema de posturas, conductas, o gestos del que se pueden deducir aspectos funcionales (Michel & Michel, 2006).

Una de las principales funciones de la biomecánica es entender las funciones motoras del cuerpo humano. A esta rama se le llama análisis del movimiento. Puede acercarse al estudio clínico con el apoyo de un médico o experto en salud y con un protocolo de investigación apto para comprender los fenómenos del cuerpo humano. Como se muestra en la Ilustración 1. Ramas del análisis del cuerpo humano. El estudio del movimiento se descompone en el área del análisis de fenómenos físicos catalogados en la biomecánica y el área clínica (kinesiología).

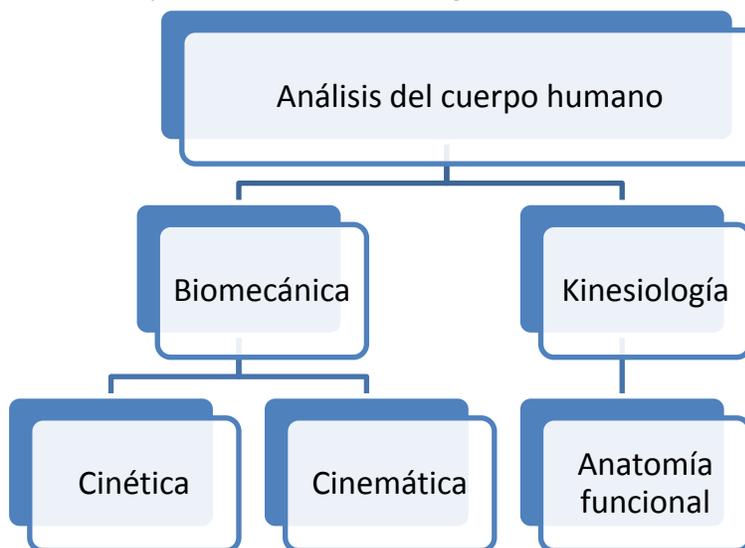


Ilustración 1. Ramas del análisis del cuerpo humano. (A, R, & Meagherd, 2008)

1.2.2 Bádminton

El **bádminton** es un deporte de raqueta en el que dos jugadores individuales o dos parejas (dobles). Los jugadores o parejas se sitúan en las mitades opuestas de una pista rectangular dividida por una red.

A diferencia de otros deportes de raqueta, en el bádminton no se juega con pelota, sino con un objeto con forma de ortoedro llamado volante o gallito, el cual consta de un “semiortoedro”, debido a

que es una esfera circundada en su base por plumas. Tal diseño ofrece resistencia del aire durante el trayecto del proyectil. En términos de mecánica de fluidos el proyectil no sigue una parábola ya que tiene una asíntota debido a la fuerza de arrastre y el alto número de Reynolds que tiene (Baptiste, 2012). El proyectil toma una trayectoria en el principal plano de acción con una caída vertical en su última fase.

Los jugadores deben golpear el gallito con sus raquetas para que este cruce la pista por encima de la red y caiga en el sector oponente. El punto finaliza cuando el volante o gallito toca el suelo, para sobrepasar la red dentro del área del oponente enmarcada con un rectángulo.

El bádminton es un deporte olímpico desde 1992 en cinco modalidades: individuales masculino y femenino, dobles masculino y femenino, y dobles mixto, donde la pareja está compuesta por un hombre y una mujer. Para un alto nivel de juego, este deporte requiere resistencia aeróbica, fuerza y velocidad. También es un deporte técnico, con altas exigencias de coordinación y habilidad con la raqueta.

1.2.3 Cinemática

La **cinemática** (del griego *κινεω*, *kineo*, movimiento) es la rama de la física que estudia las leyes del movimiento de los cuerpos sin considerar las causas que lo originan (las fuerzas).

1.3 Antecedentes

1.3.1 Evaluación Clínica del movimiento humano

El movimiento humano es complejo con muchos factores: fisiológicos, mecánicos, psicológicos y otros más. El objetivo es mejorar la cantidad o calidad del movimiento tiene el potencial para proveer una fuente de conocimiento al diagnóstico clínico de condiciones médicas. El movimiento humano se ha relacionado a muchos desórdenes. La mayoría de estos han sido enfocados a osteoartritis, obesidad, accidente cerebro vascular, enfermedades crónicas pulmonares, multiesclerosis, y la enfermedad de Parkinson. En la enfermedad crónica pulmonar, por ejemplo para las enfermedades con limitaciones en la amplitud de la respiración es necesario la rehabilitación para mejorar las condiciones físicas y mejorar la calidad de vida (A, R, & Meagherd, 2008).

1.3.2 Estudios de biomecánica de los segmentos superiores del cuerpo en deportes de raqueta

Estudiar el hombro lleva a muchas preguntas; sin embargo, se ha encontrado que con un estudio de posiciones lineales y angulares se puede describir un cuerpo en el espacio, tal como un segmento del cuerpo humano. Encontrar que la contribución de la velocidad de raqueta de rotaciones de los segmentos antebrazo y mano dependen de la velocidad angular y la posición instantánea de la cabeza de la raqueta con respecto a los ejes de rotación, es por ello que la investigación se menciona que es necesario un estudio cinemático tridimensional para brazo y antebrazo con 10 marcas y el uso de cámaras para el estudio un servicio de Tenis por (SPRINGINGS, MARSHALL, ELLIOTT, & JENNINGS, 1994) como se observa en la Ilustración 2.

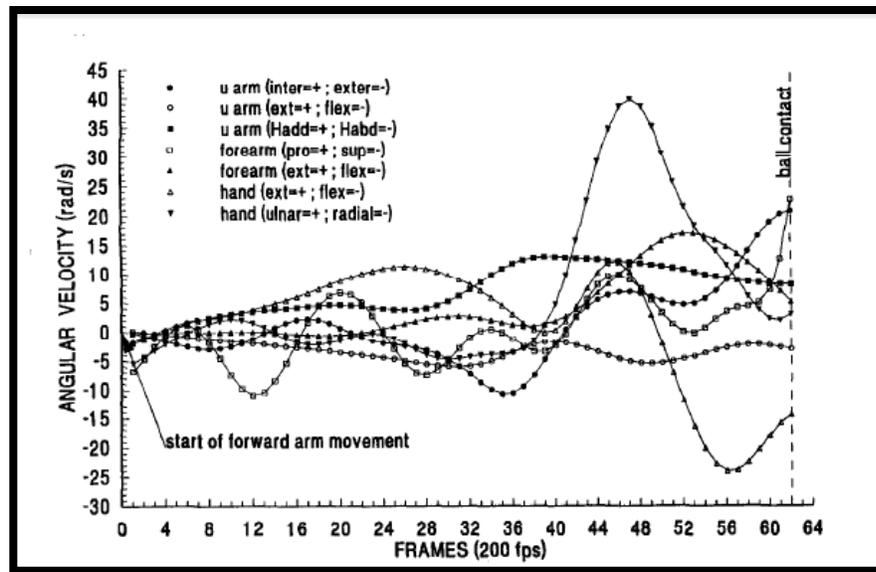


Ilustración 2. Resultados de velocidades angulares por (SPRIGINGS, MARSHALL, ELLIOTT, & JENNINGS, 1994).

En aplicaciones de Bádmin-ton (Koon, Wangdo, & John, 2005) hicieron pruebas con goniómetros digitales y análisis de cámara de video obteniendo gráficas de la velocidad lineal de la raqueta y angular de antebrazo y mano donde se puede ver la colocación de los sensores en la Ilustración 3.



Ilustración 3. Método experimental para medir ángulos de Euler para brazo (Koon, Wangdo, & John, 2005)

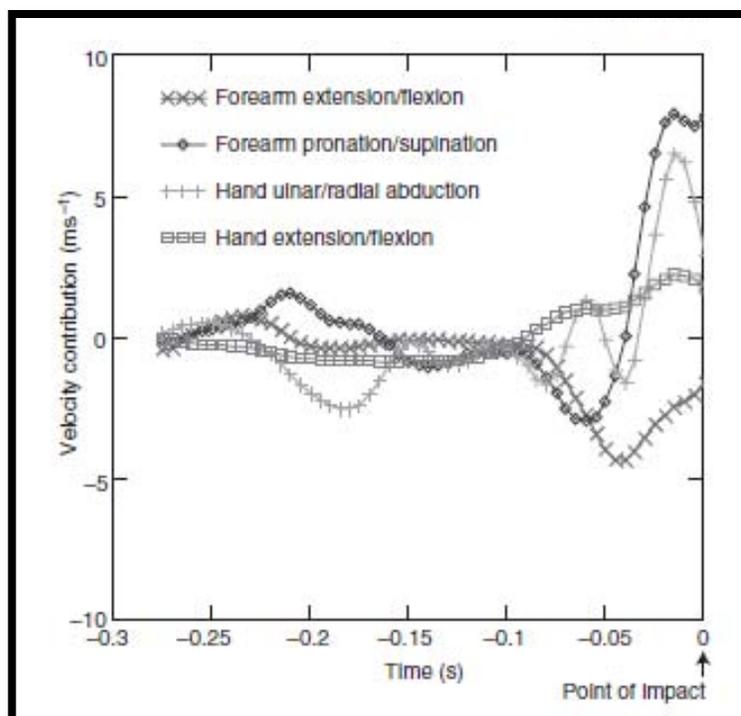


Ilustración 4. Gráfica para rotaciones para mano y antebrazo (Koon, Wangdo, & John, 2005)

Es también importante las aportaciones de (Wan & A.S, Research of Badminton games, past and present , 2008) véase Ilustración 5, en las cuales se relacionan las velocidades de articulaciones con la de el gallito (shuttlecock). Es importante observar que no existe un estudio comparativo intervalo por intervalo de un atleta durante todo el remate y su expresión gráfica.

Table 1 Mean (\pm SD) racket-head linear velocity contributions of the upper limb joint in a badminton smash (n = 84)

	Peak (ms^{-1})		Time (s)		Impact (ms^{-1})
	x	SD	x	SD	x
Shoulder	4.5	1.6	0.08	0	2.5
Elbow	8.3	1.4	0.08	0	3.2
Wrist	11.7	2.6	0.03	0	9.2
Tor head	37.5	3.8	0.01	0	34.6
Shuttlecock	57.4	8.7	-0.02	0	37.1

Ilustración 5. Relación de velocidades durante un remate (Wan & A.S, Research of Badminton games, past and present , 2008)

1.3.3 Biomecánica del deporte en México

Existen esfuerzos de las instituciones de las empresas y las instituciones para la generación de la investigación de los fenómenos mecánicos en los deportistas. Entre las instituciones están CONADE (Comisión Nacional del Deporte), INR (Instituto Nacional de Rehabilitación), INB (Instituto Nacional de Neurobiología en Juriquilla, Querétaro) y en el área privada existe una empresa como CEREBRO, CRIT, IB (Instituto de biomecánica) y TELETÓN. Los cuales tienen laboratorios para el análisis biomecánico. En el caso de las investigaciones existen por parte de la UNAM y el CINVESTAV se tiene innovación en los métodos e incluso desarrollo de software, hardware y nuevas propuestas para el análisis del deportista. La vinculación de las instituciones educativas y las deportivas han trabajado en proyectos de corta y mediana duración con resultados con poca difusión. Una tesis de Doctorado que sirvió como ejemplo y motivación para esta investigación fue hecha por el Dr. Adrián Antonio Castañeda Galván la cual describe el método experimental para diseñar un acelerómetro y un equipo completo para el análisis para los deportistas de gimnasia artística. El uso de acelerómetros es una propuesta para el trabajo en campo debido a que no se necesita una distancia mayor a la del espacio donde se generan los entrenamientos y competencias. Es por ello que en esta investigación se aprovechó esta ventaja para seguir la investigación y profundizar con el área de la mecánica con acelerómetros. Este método híbrido (cámara de video y acelerómetro) fue descrito en el mes de Abril del 2012 como tema de tesis de doctorado. Esta opción se recomienda como una opción de menor costo a los laboratorios especializados de biomecánica (basados en la fotogrametría). El uso de acelerómetros tiene un alcance fuerte y una clara descripción del movimiento tridimensional.

1.4 Objetivo

Esta investigación está enfocada en medir y comparar las variables cinemáticas de los extremos superiores del cuerpo humano en el espacio euclidiano \mathbb{R}^3 para un grupo de deportistas durante un remate de Bádminton.

1.5 Hipótesis

Es posible generar un método de medición de la cinemática de los segmentos superiores del cuerpo humano con el fin de evaluar las capacidades específicas de un deportista en el laboratorio y asociarlos con su desempeño en el entrenamiento con conocimientos y material de la ingeniería.

2 Capítulo II. Proceso

En este capítulo se formularán y explicarán los principios y bases que se necesitaron para hacer viable la medición del cuerpo humano. Desde se explica el proceso desde la investigación a nivel general hasta las características principales de cada uno de los pasos para evaluar a un atleta.

2.1 Resumen del proceso para análisis del movimiento

Lo primero que se detectó, es que existen deportes en los cuales no existen parámetros de evaluación para atletas mexicanos. Por otro lado no existen pruebas (visto desde la perspectiva de la biomecánica) para evaluar cuál es su estado deportivo respecto a los mejores atletas previo a una competencia internacional o nacional. Este protocolo está diseñado para apoyar a los encargados del medio deportivo a poder tener metas específicas dentro de su deporte sin la necesidad de llevar a sus atletas a competir a otros países. Sin embargo también esta investigación tiene como meta estudiar a un atleta en entrenamiento y/o competencia. La fortaleza de este trabajo radica en la unión entre entrenamiento, competencia y laboratorio. El proceso para generar esta investigación se puede observar en la Ilustración 6.

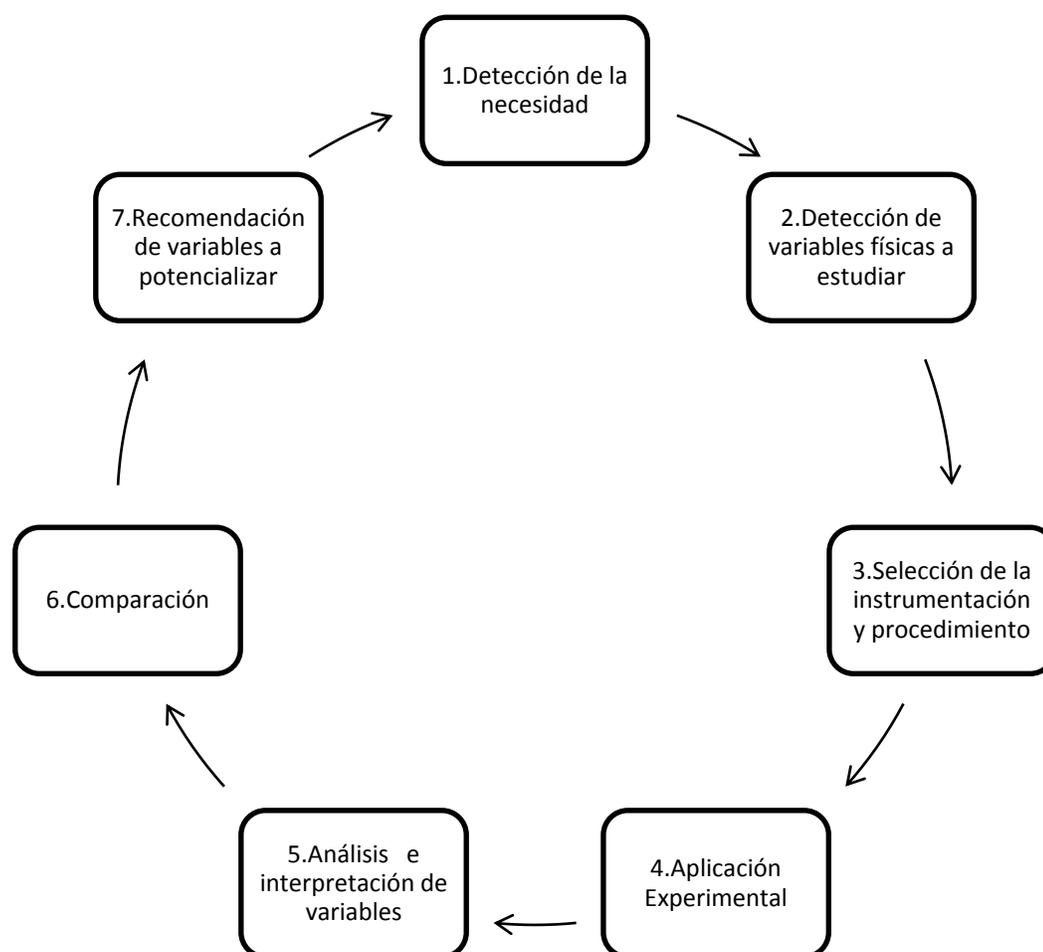


Ilustración 6. Resumen del proceso para evaluar a un atleta

Ahora en la etapa experimental para el análisis e interpretación de variables principales se tuvo otro proceso el cual también llevó un proceso racional para detectar el gesto motor a estudiar así como las variables que se quieren entender de cada atleta evaluado.



Ilustración 7. Desarrollo de la etapa experimental para estudio biomecánico de los atletas

En la Ilustración 7 se observa el procedimiento para encontrar las variables que se necesitan mejorar para cada atleta. Se basa en un protocolo que está basado en el contexto del deportista mexicano, en donde no siempre es viable competir con el mejor atleta del mundo en cada disciplina durante un ciclo completo.

2.2 Detección de la necesidad en el deporte competitivo

El entrenador deportivo es el guía principal del atleta para alcanzar sus objetivos, el estudio de diversas áreas del conocimiento lleva al entrenador a tomar decisiones dentro de la planeación deportiva. Una de las áreas de conocimiento que favorece la dirección y control del atleta es el uso de la tecnología y la innovación para la mejora del desempeño humano. En el caso de la ingeniería mecánica, esta se puede aplicar hacia el diseño del material deportivo así como el del perfeccionamiento de la técnica. En todo caso, cualquier actividad física depende de la interacción del cuerpo humano con el entorno y su herramienta que utiliza. Para un proceso de entrenamiento él atleta lleva una adaptación a diferentes actividades al que se le somete. En todo este proceso, el objeto director (Entrenador) requiere conocer el seguimiento de su atleta, por ello nace la metrología deportiva (Disciplina que fue enseñada en los

institutos de la URSS). Esta disciplina lleva al entrenador a medir a su atleta para conocer el estado temporal de sus atletas para poderlos guiar hacia un resultado deportivo.

En esta disciplina se tienen 4 temas principales (Zatziorky, 1989):

- Medición y control en la educación física y del deporte
- Métodos matemáticos estadísticos para análisis de resultados
- Medios técnicos para el control del deporte
- Tecnología y los procedimientos metodológicos del registro

El problema más común que se detectó en el deporte mexicano es la falta de vinculación entre investigadores de la biomecánica y los especialistas deportivos. Existen métodos de medición en México; desde la tecnología básica hasta laboratorios de movimiento comerciales. Sin embargo, después de aplicar la tecnología, los medios técnicos y los métodos matemáticos para interpretar los resultados, estos no se aterrizan para entender cuáles son las capacidades que debe potencializar cada uno de los atletas. Recomendar estas variables a los entrenadores requiere de un método que está basado en los principios de la metrología deportiva y se finaliza comunicando al entrenador de manera comprensible y lógica los resultados obtenidos.

2.3 Detección de las variables cinemáticas en Bádminton

El problema principal es la comunicación entre investigador y entrenador, por lo cual se necesita detectar las variables cinemáticas principales que aumentan la probabilidad de generar un remate veloz. Es por ello que lo primero es hacer un análisis inicial basado en la observación de los atletas nacionales e internacionales. En el caso del bádminton la primera variable que se detectó fue la velocidad del proyectil (gallito), estudiando artículos científicos y parámetros deportivos. Al hacer una búsqueda respecto a otros deportes, el Bádminton es el deporte que ha conseguido la velocidad más alta para deportes competitivos donde se efectúa la transmisión de velocidad hacia un proyectil. Sin embargo solo se menciona la medición de estas velocidades del gallito pero no se tienen artículos científicos al respecto. Lo que si se encontró fue como se comportan los segmentos superiores del cuerpo durante el remate. Este estudio llevó a detectar las siguientes variables en artículos científicos:

- Velocidad angular de la mano, antebrazo, brazo y hombro
- Velocidad lineal de raqueta, muñeca, codo y hombro
- Velocidad pico de raqueta, mano, antebrazo y gallito

A partir de estudios hechos por velocidad máxima de proyectil se tienen:

- Record Guinness de velocidad de proyectil del Bádminton
- Velocidades máximas en competencia medidas por la Federación Internacional de Bádminton

Es por ello que para hacer un estudio sistemático se tiene que escoger las variables que se pueden medir así como las que dan información al entrenador y atleta para poder compararse o evaluarse para una actividad.

A partir de esta información, se planteó medir las siguientes variables:

- Velocidad angular y lineal de la mano, antebrazo, brazo y espalda
- Velocidad del proyectil
- Capacidad de salto

2.4 Selección de la instrumentación y procedimiento de análisis

Existen diferentes instrumentos y técnicas para la descripción del movimiento. Existen empresas que se han dedicado a generar tanto los programas de computadora (software) y el equipo (hardware) para generar protocolos para tener un estudio cuantitativo.

Existen diferentes recursos matemáticos y tecnológicos. Los métodos más comunes para la colección de datos cinemáticos es el uso de imágenes o de captura secuencial del movimiento para seguir marcadores en un espacio de una persona en movimiento. El objetivo principal es encontrar las coordenadas de los segmentos del sujeto de estudio. En el caso de la cinemática y análisis del movimiento existen para la colección de datos cinemáticos y para el análisis del movimiento. Los más comunes son fotogrametría, acelerometría y electromiografía (D. Gordon & Caldwell, 2004).

2.11 Fotogrametría.

Existen sistemas de carga acoplada (equivalencia de impedancia) para sistemas de captura de imágenes comerciales como: (APAS, Elite, Motion Analysis Peak Performance, Qualisys y Simi). Así como otros sistemas que usan cámaras infrarrojas para ubicar los marcadores (Vicon, Optotrack y BTS Engineering) como se observa en la Tabla 1. Estos estudios requieren para una captura precisa de 6 cámaras para el estudio en 3 dimensiones. Según explica (D. Gordon & Caldwell, 2004) los sistemas de fotogrametría ya no son frecuentemente usados por investigadores debido a su alto costo y por los largos tiempos de procesamiento. En el caso de la digitalización de estos sistemas se pierde calidad en el video lo cual complica la detección y seguimiento de los marcadores. En el caso de las personas que se dedican a la biomecánica graban los videos con una frecuencia de muestreo entre 500 y 1000 cuadros por segundo. En el caso de las grabaciones en cámara lenta se debe considerar:

- La exposición debido a que el tiempo para que se capture la luz es inversamente proporcional a los cuadros por segundo a los que se almacena.
- La profundidad del campo, ya que es la distancia que se tiene para poder enfocar al sujeto analizado. Se debe enfocar correctamente para que la cámara no enfoque el fondo donde se mueve el sujeto de prueba.
- Apertura del lente. Esta variable debe ser considerada para ajustar la cantidad de luz que entra al lente.
- Distancia Focal. La cual se mide desde el lente y el movimiento que se quiere filmar.

2.4.1 Acelerometría

Otro método común es el uso de acelerómetros el cual consta de tres diferentes tipos:

- **Medidores de deformación (extensómetro)**

Se usan frecuentemente para el estudio dinámico de deformación de sólidos como vigas, estructuras, etc. Así con estos se pueden obtener aceleraciones durante un periodo determinado de tiempo. NO son resistentes al impacto.

- **Piezoresistivos**

Se deben calibrar respecto a la gravedad y son resistentes al impacto.

- **Piezoeléctricos**

Se usan con cristales que generan un cambio de voltaje con la aplicación de un esfuerzo mecánico. Estos tienen una frecuencia mayor que los medidores de deformación por lo cual no se recomiendan para movimientos lentos por lo cual no generan una respuesta estática para periodos de inactividad.

2.4.2 Electromiografía (EMG)

(EMG) es una técnica para la evaluación y registro de la actividad eléctrica producida por los **músculos esqueléticos**. El EMG se desarrolla utilizando un instrumento electrónico llamado *electromiógrafo*, para producir un registro que se denomina *electromiograma*. Un electromiógrafo detecta la diferencia de potencial eléctrico que activa las células musculares, cuando éstas son activadas neuralmente o eléctricamente, las señales pueden ser analizadas para detectar anomalías y el nivel de activación o analizar la **biomecánica** del movimiento de un humano o un animal. Aunque no es una variable cinemática se usa para detectar la activación muscular y se asocia con el análisis cinemático.

2.4.3 Costo de instrumentos para la biomecánica

Sistema	Costo	Objetivo
Visual -3D por C-MOTION	-\$40,000 us	Solución para el análisis preciso y riguroso del movimiento en 3D ; acepta de EMGs, plataformas de fuerza.y hasta 6 cámaras de video.
KINESCAN por IBV	\$20,000 ---	Sistema completo para análisis de movimiento en 2D y 3D basado en el uso de técnicas de registro digital de imagenes.
APAS de ARIEL DYNAMICS	\$30,000 us	Sistema de análisis de movimiento en 3D por medio de video hasta 6 cámaras de video
Vicon MX GIGANET por VICON	\$80,000 us --- \$320000us	Capaz de coordinar la conexión de hasta 244 cámaras , EMGs y plataformas de fuerza, es uno de los mejores sistemas para el análisis biomecánico en 3D.
MOVEN por XSENS	\$42575 us	Solución flexible sin cámaras para el análisis en 3D del movimiento de todo el cuerpo por medio 10 acelerómetros 3D. Puede usarse en campo y es capaz de capturar hasta 17 sensores y transmitirlos de forma inalámbrica

Tabla 1. Análisis de costos hecho en el 2012 para la comparación de sistemas de análisis del movimiento (Dr.Castañeda, 2012)

Otro factor que determina la selección de la instrumentación es el costo del equipo para el análisis de movimiento visibles en la Tabla 1. Se observa que el uso de cámaras de video para la representación tridimensional tiene un costo mayor a los acelerómetros.

2.4.4 Sensores seleccionados: Acelerómetros Xsense MTx

A partir de estos análisis se seleccionó el acelerómetro MTx (*"Motion Tracker"*) es un sensor de medición inercial con magnetómetros 3D integrados, con un procesador integrado capaz de calcular *'roll'*, *'pitch'* y *'yaw'* en tiempo real, así como, la salida calibrada 3D de aceleración lineal, velocidad angular (giroscopio) y los datos del campo magnético terrestre.

Las características típicas del rendimiento del MTx de la salida de orientación son:

- Rango dinámico: todos los ángulos en 3D
- Resolución angular: 0.05°
- Repetitividad: 0.2°
- Precisión estática (*'roll'* / *'pitch'*): 0.5°
- Precisión estática (*'yaw'*): 1.0°
- Precisión dinámica: 2° RMS (root mean square)
- Frecuencia: configurable por el usuario, máximo de 120 Hz

Las aplicaciones de estos sensores pueden ser:

- Deportes y actividad física
- Biomecánica
- Realidad virtual
- Animación
- Captura de movimiento

2.4.4.1 Filtro Kalman de Xsense para el modelo MTx

La orientación del MTx se calcula por el filtro de Kalman de 3 grados de libertad (XKF-3 por sus siglas en inglés). XKF-3 utiliza las señales de los giroscopios, acelerómetros y magnetómetros para calcular una estimación estadística óptima de la orientación en 3D en alta precisión sin la interferencia de los desvíos tanto estáticos como dinámicos. El diseño del algoritmo XKF-3 puede ser explicado como un algoritmo de fusión sensorial donde la medición de la gravedad (por los acelerómetros 3D) y el norte magnético de la Tierra (por los magnetómetros 3D) se compensan mutuamente lentamente, pero sin límites, incrementando (por deriva de voltaje) de errores de la integración de datos de tasa de giro.

2.4.5 Uso de la aceleración de la gravedad para estabilizar la medida de la Inclinación (roll / pitch)

XKF-3 estabiliza las medidas de inclinación (por ejemplo, combinando los ángulos *roll* y *pitch* conocemos la posición utilizando las señales del acelerómetro. Un acelerómetro mide la aceleración de la gravedad, más la aceleración debida al movimiento del objeto con respecto a su entorno. XKF-3 utiliza la hipótesis de que el promedio de la aceleración debida al movimiento es cero. Suponiendo esta hipótesis, la dirección de la gravedad puede ser observada y utilizada para estabilizar la medida de la posición. La clave aquí es la cantidad de tiempo durante la cual debe ser la aceleración promedio para que la hipótesis sea cierta. Durante este tiempo, los giroscopios deben ser capaces de seguir la orientación con un alto grado de precisión. En la práctica, esto limita la cantidad de tiempo durante el cual el supuesto es cierto.

Para los giroscopios utilizados en el MTx, este periodo de tiempo es de aproximadamente 10-20 segundos como máximo.

2.4.5.1 *Uso del campo magnético terrestre para estabilizar el heading (YAW)*

Por defecto, el '*heading*' está estabilizado usando el campo magnético local, el campo magnético medido, se utiliza como una brújula. Si el campo magnético de la Tierra local se encuentra temporalmente perturbado, XKF-3 hará un seguimiento de esta alteración en vez de asumir incorrectamente que no hay perturbación. Sin embargo, en caso de perturbaciones estructurales magnéticas (> 10 a 20 segundos), el '*heading*' calculara lentamente una solución con el nuevo norte magnético local. Tenga en cuenta que el campo magnético no tiene efecto directo en la estimación de inclinación.

En el caso especial de que el MTx este rígidamente atado a un objeto que contiene materiales ferro magnéticos, entonces las perturbaciones magnéticas estarán presentes. El uso de un '*magnetic field mapping*' hace que las perturbaciones magnéticas sean eliminadas, permitiendo que el MTx pueda ser utilizado como si no estuviera unido a un objeto que contiene materiales ferromagnéticos.

2.4.6 Principio de funcionamiento de cámaras de alta velocidad

El término "Cámara lenta" o "Slow motion" como se utiliza en inglés, se refiere a la reproducción de una secuencia de cine o video que no corresponde a la velocidad real en la que fue registrada, sino que corre cientos o miles de veces más lento y permite apreciar con más precisión la acción de la escena.

Esta técnica de reproducción se utiliza comúnmente en las transmisiones deportivas para analizar las características de la jugada o también en secuencias narrativas donde se busca aumentar la atención de alguna acción específica.

2.4.6.1 *Cámara Seleccionada: Phantom Miro 340*

La cámara que fue seleccionada por su aplicación en la ingeniería y la evaluación de maquinarias con altas velocidades de operación así como su calidad en el video. Las cámaras comparten un sensor de 4 Mpx (2560x1600), así como todas las demás características Miro comunes. El M140 tiene una capacidad de 1,6 GPX / s dando 410 cuadros por segundo a resolución completa. El M340 tiene una capacidad de 3,2 GPX / s y una velocidad de 800 cuadros por segundo con su resolución completa.

Esta cámara tiene un tiempo de exposición mínimo de 1 μ s y un tiempo para montar a lapsos de tiempo de 1.4 μ s. Estos se consideran las cámaras especializadas porque ni tiene una capacidad de salida de vídeo. Las imágenes deben ser vistas usando software PCC o el software de control de cámara de 3^a parte compatible. Por esta razón, es usada entre los integradores que escriben su propio software de captura y procesamiento de imágenes, para aplicaciones tales como PIV , DIC , etc. En la Tabla 2 se observa la relación entre la resolución y la cantidad máxima de cuadros por segundo a la que se puede filmar.

Resolución	Cuadros por segundo
2560 x 1600	800
2048 x 1600	980

1920 x 1080	1540
1152 x 1152	2240
1280 x 1024	2310
1280 x 800	2950
896 x 720	4390
640 x 480	8450
512 x 512	9290
256 x 256	27200
128 x 128	66600
128 x 64	114700
64 x 8	250000

Tabla 2. Asociación de cuadros por segundo y Resolución en pixeles tomada de la página oficial de PHANTOM

2.4.7 Software inspector de datos Versión 1.0

Este sistema generado por (Dr.Castañeda, 2012) en el CINVESTAV fue diseñado para coordinar datos de acelerómetro con el video para poder visualizar el fenómeno instrumentado con el apoyo visual en donde se observa la gráfica en color rojo y en el video en la Ilustración 8.



Ilustración 8 Uso del inspector de datos V1.0 para la gimnasia artística de alto rendimiento

2.4.8 Principios matemáticos para la descripción del movimiento

2.4.8.1 Transformaciones homogéneas para cuerpos rígidos

Para definir un movimiento en el espacio es necesario entender la teoría de los cuerpos rígidos y de las transformaciones homogéneas. La cinemática se encarga de utilizar varios sistemas coordinados para representar las posiciones u orientaciones de objetos rígidos y con transformaciones entre estos sistemas.

El uso de matrices para representar una rotación y una traslación define este tipo de movimientos. Comenzamos por examinar representaciones de puntos y vectores en un espacio euclidiano equipado con múltiples sistemas de referencias. Entonces se define la matriz de rotación para representar orientaciones relativas entre sistemas de coordenadas. Entonces combinamos estos conceptos para generar matrices de transformaciones homogéneas. Así podemos expresar varias cantidades en diferentes sistemas de referencias (Spong, 2005).

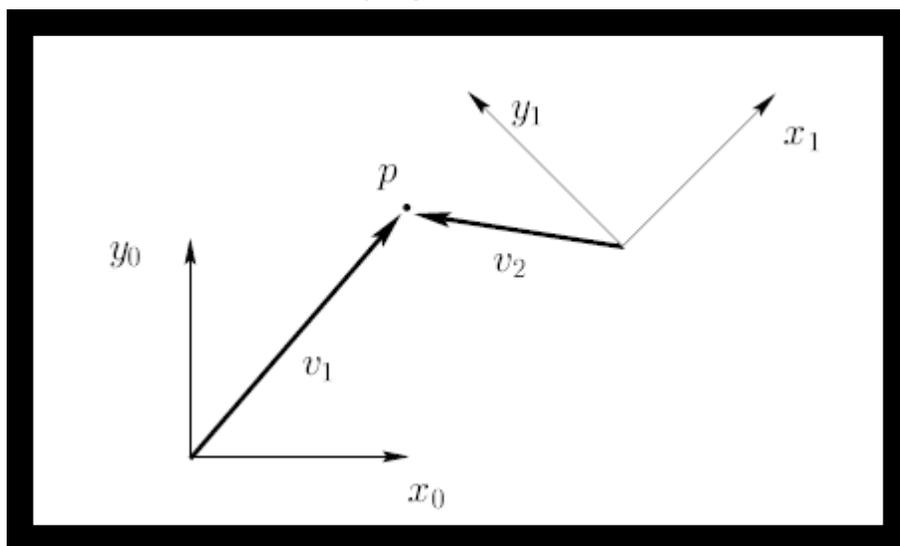


Ilustración 9. Vector posición con 2 sistemas de referencias distintos (Spong, 2005)

2.4.8.2 Razonamiento sintético y analítico

Antes de desarrollar la forma de representar vectores y puntos, es necesario saber que hay dos formas de estudiarlo, con el razonamiento sintético y el razonamiento analítico. En el razonamiento sintético se trabaja sobre las entidades geométricas, sin embargo en la parte analítica se resuelve usando coordenadas y ecuaciones con una manipulación algebraica.

En la ilustración 6 se puede observar que hay dos sistemas de referencias que varían por 45 grados. Usando el razonamiento sintético uno puede decir que x_0 es perpendicular a y_0 , o que $v_1 \times v_2$ define un vector perpendicular a un plano conteniendo a v_1 y v_2 en este caso perpendicular a la página de este texto. En muchos casos usamos más el razonamiento analítico debido a que en el caso de los robots estos funcionan con coordenadas cartesianas. Y para asignar estas coordenadas es necesario encontrar un sistema de referencia. Considerando la Ilustración 9 podemos observar que con los sistemas de referencia $(0_0, X_0, Y_0)$ y $(0_1, X_1, Y_1)$ de esta manera podemos asignar el vector $(1,1)^T$ y en otro caso el vector es $(-2.8, 4.2)^T$ entonces podemos escribir claramente con la notación siguiente los vectores:

$$o_1^0 = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \end{bmatrix} \quad o_0^1 = \begin{bmatrix} -10.6 \\ 3.5 \end{bmatrix}$$

En los casos donde sólo hay un sistema de coordenadas o cuando es obvio, omitimos el índice superior. Esto es un abuso pequeño de la notación, y el lector es informado para que este pueda conocer la diferencia entre la entidad geométrica p y el vector que lo representa. Existen vectores y puntos localizados con vectores, la diferencia es que los vectores pueden estar en cualquier lugar del espacio mientras los puntos solo pueden estar en un mismo lugar. Cuando asignamos coordenadas a vectores usamos la misma convención que asignando coordenadas a puntos, un vector puede ser invariables en el espacio cambiando el sistema de referencias pero su representación depende de la elección del sistema de referencias.

2.4.9 Matriz de Rotación

En la parte teórica podremos describir las transformaciones homogéneas con el razonamiento analítico. Dado un vector de posición S , se desea hallar la relación existente entre dos bases, una base unida al cuerpo en movimiento llamada base local y otra fija llamada base inercial.

2.4.9.1 Base local y base inercial (Sistema local y global)

Las matrices de rotación que usaremos en esta investigación son:

$$\begin{aligned}
 [R_{\theta,x}] &= \begin{bmatrix} i_1 \cdot i_0 & j_1 \cdot i_0 & k_1 \cdot i_0 \\ i_1 \cdot j_0 & j_1 \cdot j_0 & k_1 \cdot j_0 \\ i_1 \cdot k_0 & j_1 \cdot k_0 & k_1 \cdot k_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\theta & -s\theta \\ 0 & s\theta & c\theta \end{bmatrix} \dots\dots\dots 1 \\
 [R_{\theta,y}] &= \begin{bmatrix} i_1 \cdot i_0 & j_1 \cdot i_0 & k_1 \cdot i_0 \\ i_1 \cdot j_0 & j_1 \cdot j_0 & k_1 \cdot j_0 \\ i_1 \cdot k_0 & j_1 \cdot k_0 & k_1 \cdot k_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\theta & 0 & s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix} \dots\dots\dots 2 \\
 [R_{\Psi,z}] &= \begin{bmatrix} i_1 \cdot i_0 & j_1 \cdot i_0 & k_1 \cdot i_0 \\ i_1 \cdot j_0 & j_1 \cdot j_0 & k_1 \cdot j_0 \\ i_1 \cdot k_0 & j_1 \cdot k_0 & k_1 \cdot k_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\Psi & -s\Psi & 0 \\ s\Psi & c\Psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots 3
 \end{aligned}$$

Usando la nomenclatura

$$\begin{aligned}
 c\theta &= \cos\theta \\
 s\theta &= \sin\theta
 \end{aligned}$$

La demostración de las matrices de rotación se encuentra en el **apéndice** de esta investigación.

2.5 Mecánica de cuerpos rígidos

Debemos tomar en cuenta que las propiedades mecánicas que tomaremos para el cuerpo humano es que los segmentos se tomarán como cuerpos rígidos, es decir que la distancia entre puntos del cuerpo en estudio no cambiará con el tiempo.

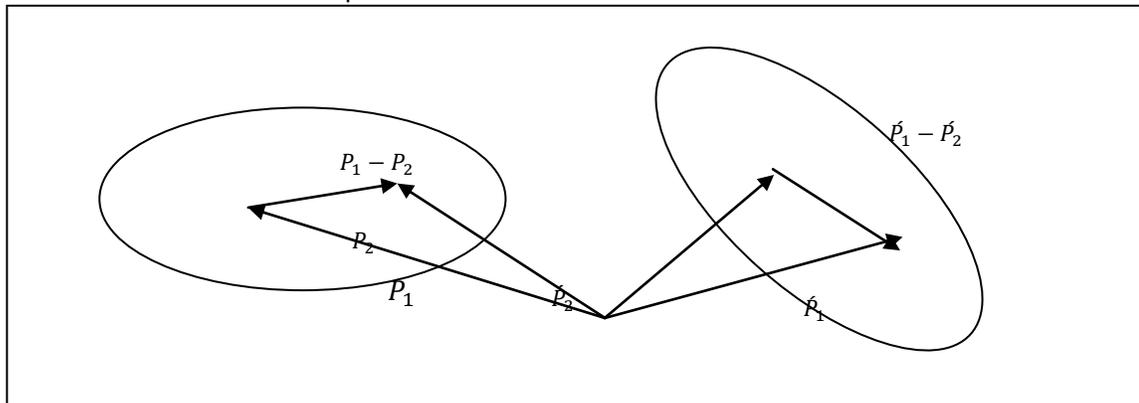


Ilustración 10. Transformación homogénea para un cuerpo rígido

Frontal; Corresponde a la tercera dimensión del espacio véase en la Ilustración 14: dirige los movimientos de flexión y extensión realizados en el plano horizontal, el brazo en abducción de 90 grados.

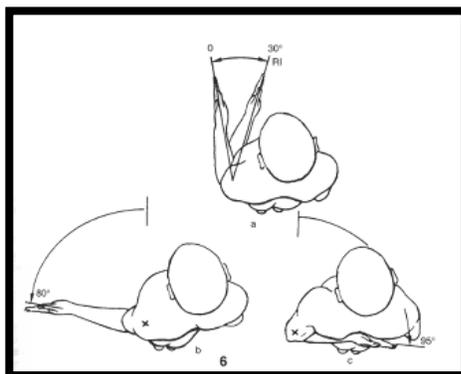


Ilustración 14. Plano horizontal y giro sobre el eje vertical (Kapandji A. I., 1997)

2.6.1 Modos de representación del movimiento en la biomecánica

Existen diferentes herramientas para representar el movimiento es por ello que se debe conocer las fortalezas y debilidades de cada una de ellas y así mismo utilizar la que pueda definir de mejor manera el movimiento de los segmentos del cuerpo humano que se visualizan en la Tabla 3 y Tabla 4.

Representación	Definición	Problemas	Ventajas	Notas/Conversiones
Coseno Director con matrices (transformación, rotación)	a_{11}, a_{12}, a_{13}	Interpretación redundante	NO hay bloqueo del cardán (bloqueo de eje)	Representación más completa
	a_{21}, a_{22}, a_{23}			
	a_{31}, a_{32}, a_{33}			
Cardan (Tait-Bryant)	roll, pitch, yaw	Depende de la secuencia	Interpretación en términos de movimiento anatómico (sagital, frontal, transversal)	A veces agrupados con ángulos de Euler [Grood & Suntay, 1983]
	(somersault, tilt, twist)	Sensible a la medición de errores cerca del bloqueo de eje cuando rotación = 90° o 270°		
	ningún eje se repite			
	cíclicos: (Xyz (ejes fijos - longitud/latitud, Fick), Yzx (Helmholz), Zxy, o anti cíclicos: Zyx, Xzy, Yxz)	tercer eje paralelo (e.g. tierra para ejes de fick, Abducción de hombro a 90°, <i>falsa torsión</i> en movimientos oculares Fick & Helmholtz)		

Representación	Definición	Problemas	Ventajas	Notas/Conversiones
Euler	Como cardan, pero la primera y última rotación son con el mismo eje	Dependiente de la secuencia	Interpretación en términos de movimiento anatómico (sagital, frontal, transversal)	[Craig, 1989 tiene conversión de matrices ante todas las secuencias de combinaciones de Euler]
	Xyx, Yzy, Zxz, Xzx, Yxy	Bloqueo de ejes cuando la segunda rotación es de 0 o de 180°, i.e. Cuando el primer y tercer ejes son paralelos	NO hay falsa torsión para movimientos de ojos Xzx	

Tabla 3. Parámetros para estudiar la biomecánica con diferentes representaciones matemáticas

Representación	Definición	Problemas	Ventajas	Notas/Conversiones	
Parámetros de Euler (Cuaterniones, ángulos y ejes de Euler, eje rotacional finito)	$q = q_4 + iq_1 + jq_2 + kq_3$	Interpretación en términos de movimiento anatómico	Independiente de la secuencia	Convertibles desde ángulos de Euler	
	Donde $i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$			Insensible a errores de redondeo	$q_1 = \cos(\text{yaw}/2) \cos(\text{pitch}/2) \sin(\text{roll}/2) - \sin(\text{yaw}/2) \sin(\text{pitch}/2) \cos(\text{roll}/2)$
	$q_1 = e_x \sin(f/2)$			$q_2 = \cos(\text{yaw}/2) \sin(\text{pitch}/2) \cos(\text{roll}/2) + \sin(\text{yaw}/2) \cos(\text{pitch}/2) \sin(\text{roll}/2)$	
	$q_3 = e_z \sin(f/2)$			$q_3 = \sin(\text{yaw}/2) \cos(\text{pitch}/2) \cos(\text{roll}/2) - \cos(\text{yaw}/2) \sin(\text{pitch}/2) \sin(\text{roll}/2)$	
	where:			$q_4 = \cos(\text{yaw}/2) \cos(\text{pitch}/2) \cos(\text{roll}/2) + \sin(\text{yaw}/2) \sin(\text{pitch}/2) \sin(\text{roll}/2)$	
	f = rotación total del ángulo			Para ángulos pequeños	
	Insensibles a errores de redondeo			$q_1 \sim \text{roll} / 2$	
				$q_2 \sim \text{pitch} / 2$	
				$q_3 \sim \text{yaw} / 2$	
				$q_4 \sim 1$	
				Conversión de cuaternión a Euler	
				$\tan(\text{yaw}) = \frac{2(q_1q_2 + q_4q_3)}{(q_4^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)}$	
$\sin(\text{pitch}) = -2(q_1q_3 - q_4q_2)$					
$\tan(\text{roll}) = \frac{2(q_4q_1 + q_2q_3)}{(q_4^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2)}$					
[Haug, 1989; Kuipers, 1999]					

Representación	Definición	Problemas	Ventajas	Notas/Conversiones
Ejes para ángulos	$q_1 = U_x$			Conversión desde los ángulos de Euler
	$q_2 = U_y$			
	$q_3 = U_z$			
	$q_4 = f$			
Vector de rotación (Benati, Rodriguez-Hamilton)	$q_1 = e_x \tan(f/2)$	Bloqueo de ejes cuando hay 180°		
	$q_2 = e_y \tan(f/2)$			
	$q_3 = e_z \tan(f/2)$			
ángulos helicoidales (ejes finitos helicoidales, "screw theorie", Woltring)	$h_1 = A \cdot U_x$	Sensible a la medición de errores y ruido	Combina la descripción de localización y altitud (absoluta y relativa) o desplazamientos de localización y altitud	[Ball, 1900; Woltring 19
	$h_2 = A \cdot U_y$			
	$h_3 = A \cdot U_z$			

Tabla 4. Representaciones matemáticas para definir la orientación de un cuerpo

Al analizar la Tabla 3 y Tabla 4 se puede observar diferentes expresiones que se usan en la biomecánica. Para los acelerómetros lo más viable es el uso de acelerómetros, esto se explicará en los temas siguientes.

2.7 Orientación y Dirección

Al hablar de rotación y orientación en la literatura, dentro de un contexto matemático, muchas veces se utilizan ambos conceptos sin establecer una diferencia entre ellos. Sin embargo, existe una distancia sutil entre ambos significados que es importante aclarar.

Una rotación, es la acción que transforma un vector en otro. Por definición, una rotación preserva tanto la magnitud del vector como la dirección del producto cruz entre los vectores base.

La rotación es una transformación rígida que se puede generalizar a un espacio n-dimensional. Este trabajo se centra principalmente en el estudio de espacios con $n = 3$. Una rotación en un espacio de dimensión $n = 3$ tiene tres grados de libertad, lo que significa que al menos son necesarios tres números para representarla.

Por otro lado, una orientación, es la actitud de un cuerpo rígido en el espacio. Ambos términos son a menudo usados sin distinción, debido a que las orientaciones suelen ser representadas, como una rotación con respecto a un eje de coordenadas (conocido también como marco inercial o bases). Frecuentemente el término desplazamiento angular, se utiliza para hacer clara la distinción entre rotación y orientación, ya que desplazamiento implica una acción sobre un cuerpo rígido.

2.7.1 Elección de la representación de orientación y rotación

Idealmente, se busca que la elección de la mejor representación, cumpla con algunas propiedades importantes:

Eficiencia: La representación debe utilizar el mínimo espacio en la memoria en el caso de computación.

Robustez: Evitar discontinuidades o redundancias.

Manipulación y visualización: Utilizar la menor cantidad de operaciones para generar la rotación utilizada (Rotación de Euler).

2.7.2 El teorema de la Rotación de Euler

El principio fundamental de la orientación de un cuerpo rígido es el teorema de la rotación de Euler (Resendiz, 2009). El cual afirma lo siguiente:

Teorema1.

Teorema de la rotación de Euler. Dadas dos orientaciones O y $\hat{O} \in \mathbb{R}^3$. Existe un eje $\gamma \in \mathbb{R}^3$ y un ángulo de rotación $\theta \in]-\pi, \pi]$, tal que podemos transformar O en \hat{O} rotando un ángulo θ alrededor del eje γ

Interpretando el teorema de Euler, la orientación de un objeto en \mathbb{R}^3 se encuentra establecida para un vector normal, mientras que una rotación se define a partir de un eje y un ángulo, y si se desea alcanzar una orientación diferente de dicho objeto, siempre existe un eje γ del cual es posible rotar un ángulo θ para alcanzar esta nueva orientación. Es decir que el eje γ dice que camino utilizar para rotar un ángulo θ así como que tanto rotarlo. Una rotación espacial requiere dos grados de libertad para especificar el eje (porque está normalizado) y un grado más para el ángulo. Es decir que para representar una rotación se necesitan 3 parámetros.

Dos rotaciones pueden estar compuestas por la aplicación consecutiva de otra y el teorema de Euler asegura que la rotación creada por la composición de ambas rotaciones, tiene su propio eje y ángulo de rotación, los cuales se obtienen a partir de los componentes de las primeras, donde sí importa el orden de aplicación de las rotaciones, dado que, las rotaciones en general no conmutan bajo la composición. Para \mathbb{R}^2 sí existe la composición donde los ángulos pueden ser sumados sin importar el orden (Resendiz, 2009).

2.7.3 Ángulos de Euler

Euler originalmente desarrolló sus ángulos como una herramienta para resolver ecuaciones diferenciales, su aplicación ha sido común en la representación de orientaciones. El espacio de orientaciones puede ser parametrizado por los ángulos de Euler. Para esto, una orientación se describe como una serie de rotaciones alrededor de tres ejes mutuamente ortogonales junto con un ángulo para cada rotación. Usualmente los ejes $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$ son usados de coordenadas cartesianas con una tripleta Ψ, θ y ϕ para determinar una orientación. Las rotaciones son usualmente llamadas X-roll, Y-Pitch y Z-Yaw. Estas rotaciones pueden ser con ejes fijos y ejes móviles.

Eje fijo. Indica que se debe rotar el objeto alrededor del eje \hat{z} , después respecto al eje \hat{Y} y por último del eje \hat{x} .

Eje móvil. Un punto de vista de eje móvil, refiere a rotaciones que se deben realizar con respecto a los ejes locales del cuerpo.

2.8 Gimbal Lock (Bloqueo de Eje)

Existe una singularidad matemática inherente a cualquier parametrización mínima. Es evidente que no existe una singularidad en el grupo de rotaciones, dado que es posible girar un cuerpo rígido en el espacio sin caer en ninguna singularidad. Esta singularidad resulta de la pérdida de un grado de libertad en la representación en sí misma, llamada singularidad coordinada. También es conocida como bloqueo de eje, bloqueo de cardán o en inglés gimbal lock.

2.9 Ángulos de Euler para ejes móviles

Los ángulos de Euler son con frecuencia introducidos en la dinámica de cuerpos giratorios (en nuestro caso la aplicaremos para los giroscopios de los acelerómetros). El desplazamiento del cuerpo rígido estará en función de tres ángulos de desplazamiento relativo Ψ, θ y ϕ . El termino relativo implica que los ángulos x, y, z que están definidos en el cuerpo y ya no respecto a los ejes fijos X, Y, Z . En un inicio ambos sistemas coinciden.

Los dos primeros son conocidos como ángulos Ψ, θ que son de precisión y de nutación sirven para orientar el eje "z" eje de giro (spin). Con el giro ϕ el cuerpo completa su desplazamiento angular. Para obtener la nueva posición de un vector r después de tres giros se procede como:

$$R = [R_{\phi z''}][R_{\theta x'}][R_{\Psi, z}]r \dots \dots \dots 5$$

$$R = [R_{\Psi \theta \phi}]$$

Es necesario tener las propiedades de las matrices R:

$$|R| = |Q||R||Q|^T \dots \dots \dots 6$$

$$|R||R|^T = I$$

$$|R|^T |A|^T = (|A||R|)^T$$

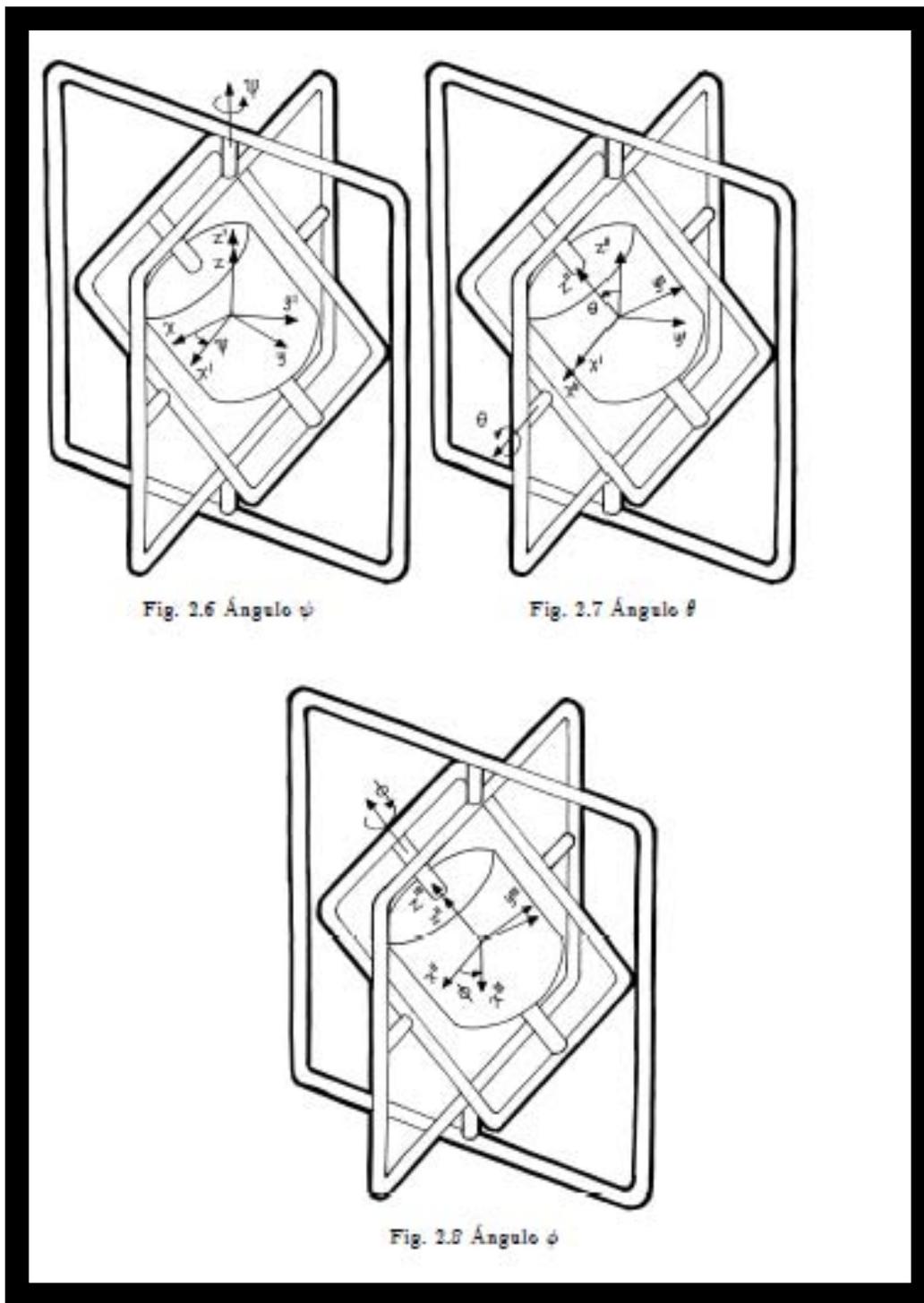


Ilustración 15. Representación de los ángulos de Euler (Dr. Cuenca, 2014)

Aplicamos la primera rotación $[R_{\psi}, z]$ formamos los ejes (x', y', z') siguiendo el orden en el que se encuentran los ejes en la Ilustración 15 comenzando la primera rotación con las ecuaciones:

$$\begin{aligned} \hat{x} &= [R_{\psi}, z]x \quad \dots \dots \dots 7 \\ \hat{y} &= [R_{\psi}, z]y \quad \dots \dots \dots 8 \\ \hat{z} &= [R_{\psi}, z]z = z \quad \dots \dots \dots 9 \end{aligned}$$

Al sustituir se puede representar como la primera rotación puede contribuir la rotación de los ángulos Ψ y \emptyset :

$$[R_{\theta,\dot{x}}] = [R_{\Psi,z}][R_{\theta,x}][R_{\Psi,z}]^T \dots\dots\dots 10$$

$$[R_{\emptyset,\dot{z}}] = [R_{\Psi,z}][R_{\emptyset,z}][R_{\Psi,z}]^T \dots\dots\dots 11$$

Se puede percibir que al sustituir los ejes actuales \dot{x} y \dot{z} en las matrices respectivas , estos equivalen a multiplicar la matriz original $[R_{\theta,x}]$ y $[R_{\emptyset,z}]$ por la matriz que produce el giro $[R_{\Psi,z}]$ y formamos los ejes (x'', y'', z'') , matricialmente se tiene:

$$[R_{\emptyset,z''}] = [R_{\theta,x'}][R_{\emptyset,z'}][R_{\theta,x'}]^T$$

$$[R_{\emptyset,z''}] = ([R_{\Psi,z}][R_{\theta,x}][R_{\Psi,z}]^T)([R_{\emptyset,z}])([R_{\Psi,z}][R_{\emptyset,z}][R_{\Psi,z}]^T)^T$$

$$[R_{\emptyset,z''}] = [R_{\Psi,z}][R_{\theta,x}][R_{\emptyset,z}][R_{\theta,x}]^T[R_{\Psi,z}]^T \dots\dots\dots 12$$

En la ecuación 12 se empleó la ecuación 10 y se escribió como desarrollamos la ecuación 3 de manera matricial:

$$[R_{\Psi\theta\emptyset}] = [R_{\Psi,z}][R_{\theta,x}][R_{\emptyset,z}][R_{\theta,x}]^T[R_{\Psi,z}]^T([R_{\Psi,z}][R_{\theta,x}][R_{\Psi,z}]^T)[R_{\Psi,z}]$$

$$[R_{\Psi\theta\emptyset}] = [R_{\Psi,z}][R_{\theta,x}][R_{\emptyset,z}]$$

$$[R_{\Psi\theta\emptyset}] = \begin{bmatrix} c\Psi c\emptyset - s\Psi c\theta s\emptyset & -c\Psi s\emptyset - s\Psi c\theta c\emptyset & s\Psi s\theta \\ s\Psi c\emptyset + c\Psi c\theta s\emptyset & -s\Psi s\emptyset + c\Psi c\theta c\emptyset & -c\Psi s\theta \\ s\theta s\emptyset & s\theta c\emptyset & c\theta \end{bmatrix} \dots\dots\dots 13$$

Para obtener la ecuación la ecuación 13 se utilizó la ecuación 1,2 y 3.

Existe una convención para las 24 combinaciones:

Matrices de rotación de ángulos de Euler Móviles	Matrices de rotación de ángulos de Euler fijos
$R_{X.Y.Z}(\Psi, \theta, \emptyset)$	$R_{XYZ}(\Psi, \theta, \emptyset)$
$R_{X.Z.Y}(\Psi, \theta, \emptyset)$	$R_{XZY}(\Psi, \theta, \emptyset)$
$R_{Y.X.Z}(\Psi, \theta, \emptyset)$	$R_{YXZ}(\Psi, \theta, \emptyset)$
$R_{Y.Z.X}(\Psi, \theta, \emptyset)$	$R_{YZX}(\Psi, \theta, \emptyset)$
$R_{Z.X.Y}(\Psi, \theta, \emptyset)$	$R_{ZXY}(\Psi, \theta, \emptyset)$
$R_{Z.Y.X}(\Psi, \theta, \emptyset)$	$R_{ZYX}(\Psi, \theta, \emptyset)$
$R_{X.Y.X}(\Psi, \theta, \emptyset)$	$R_{XYX}(\Psi, \theta, \emptyset)$
$R_{X.Z.X}(\Psi, \theta, \emptyset)$	$R_{XZX}(\Psi, \theta, \emptyset)$
$R_{Y.X.Y}(\Psi, \theta, \emptyset)$	$R_{YXY}(\Psi, \theta, \emptyset)$
$R_{Y.Z.Y}(\Psi, \theta, \emptyset)$	$R_{YZY}(\Psi, \theta, \emptyset)$
$R_{Z.X.Z}(\Psi, \theta, \emptyset)$	$R_{ZXX}(\Psi, \theta, \emptyset)$
$R_{Z.Y.Z}(\Psi, \theta, \emptyset)$	$R_{ZYZ}(\Psi, \theta, \emptyset)$

Tabla 5. 24 combinaciones para ángulos de Euler (en rojo se visualiza como se usará en esta investigación)

La misma demostración para la ecuación 13 la podemos aplicar para el orden en el que están colocados los ejes para los sensores . Para ello es necesario aplicar las mismas operaciones para la demostración de la ecuación 13 para 3 rotaciones simultaneas empezando por Z despues por Y y despues por X. Con la notación de la empresa de los acelerómetros que se usarán en esta investigación:

$$[R_{Z.Y.X}](\Psi, \theta, \emptyset) = R_{GS} = R_{\Psi}^Z R_{\theta}^Y R_{\emptyset}^X$$

Escribiendo en la misma notación las matrices de rotación en cada eje:

$$\begin{aligned}
 [R_\phi^X] = [R_{\phi,x}] &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & s\phi \\ 0 & s\phi & c\phi \end{bmatrix} \dots\dots\dots 1 \\
 [R_\theta^Y] = [R_{\theta,y}] &= \begin{bmatrix} c\theta & 0 & s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix} \dots\dots\dots 2 \\
 [R_\Psi^Z] = [R_{\Psi,z}] &= \begin{bmatrix} c\Psi & -s\Psi & 0 \\ s\Psi & c\Psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots 3
 \end{aligned}$$

El producto de las ecuaciones 1,2 y 3 es:

$$R_{GS} = \begin{bmatrix} c\Psi & -s\Psi & 0 \\ s\Psi & c\Psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta & 0 & s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi & c\phi \end{bmatrix} =$$

El cual equivale a:

$$[R_{Z.Y.X.}](\Psi, \theta, \phi) = \begin{bmatrix} c\Psi c\theta & s\phi s\theta c\Psi - c\phi s\Psi & c\phi s\theta c\Psi + s\phi s\Psi \\ c\theta s\Psi & s\phi s\theta s\Psi + c\phi c\Psi & c\phi s\theta s\Psi - s\phi c\Psi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\phi c\theta \end{bmatrix} \text{Ecuación 14}$$

2.9.1 Velocidad

La posición se escribe como:

$$R = [R]r \dots\dots\dots 15$$

Para obtener la velocidad derivamos respecto al tiempo:

$$\dot{R} = [\dot{R}]r + [R]\dot{r} \dots\dots\dots 16$$

Después con la demostración de la **ecuación 16** vista en el **apéndice** al final de la investigación:

$$V = [W]R + [R]v \dots\dots\dots 17$$

A la matriz $[W]$ la llamaremos la matriz de la velocidad en función de $(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ que produce el efecto tangencial en lo cual se puede obtener la ecuación de la aceleración:

$$[\dot{R}] = [W][R]$$

2.9.2 Velocidad Angular

Podemos definir la velocidad a partir de nuestra matriz R:

$$[R_{Z.X.Z.}](\Psi, \theta, \phi) = \begin{bmatrix} c\Psi c\phi - s\Psi c\theta s\phi & -c\Psi s\phi - s\Psi c\theta c\phi & s\Psi s\theta \\ s\Psi c\phi + c\Psi c\theta s\phi & -s\Psi s\theta + c\Psi c\theta c\phi & -c\Psi s\theta \\ s\theta s\phi & s\theta c\phi & c\theta \end{bmatrix} \dots\dots\dots 18$$

Definimos $[W] = ([R_{\Psi,Z}][R_{\theta,X}][R_{\phi,Z}])([R_{\Psi,Z}][R_{\theta,X}][R_{\phi,Z}])^T$

Para el sensor es:

$$[R_{Z.Y.X.}](\Psi, \theta, \phi) = \begin{bmatrix} c\Psi c\theta & s\phi s\theta c\Psi - c\phi s\Psi & c\phi s\theta c\Psi + s\phi s\Psi \\ c\theta s\Psi & s\phi s\theta s\Psi + c\phi c\Psi & c\phi s\theta s\Psi - s\phi c\Psi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\phi c\theta \end{bmatrix} \dots\dots\dots 19$$

En el apéndice de esta investigación se puede ver la demostración para obtener $[W]$, las ecuaciones que definen las velocidades angulares para los ángulos de Euler son:

$$\begin{aligned}
 [W_{\dot{\psi},z}] &= [\dot{R}_{\psi,z}][R_{\psi,z}]^T = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\psi} & 0 \\ \dot{\psi} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots 20 \\
 [W_{\dot{\phi},x}] &= [\dot{R}_{\phi,x}][R_{\phi,x}]^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\phi} \\ 0 & \dot{\phi} & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots 21 \\
 [W_{\dot{\theta},y}] &= [\dot{R}_{\theta,y}][R_{\theta,y}]^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dot{\theta} \\ 0 & 0 & 0 \\ \dot{\theta} & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots 22
 \end{aligned}$$

Desde las ecuaciones 1 hasta la 22 son tomadas de los apuntes de análisis de mecanismos espaciales (Dr. Cuenca, 2014) aplicado para la configuración de los sensores Xsense.

2.9.3 Cambio del sistema coordenado para Acelerómetros Xsense

El acelerómetro Xsens tiene la capacidad de obtener aceleraciones en 3 ejes y velocidades angulares en 3 ejes también. Gracias al campo magnético los sensores pueden calcular 3 ángulos de Euler (Roll, Pitch y Yaw). Sin embargo los giroscopios obtienen la velocidad angular la cual está basada en ejes fijos. Las fórmulas siguientes son obtenidas a partir de los ángulos de Euler para la ecuación 23.

Es necesario utilizar la fórmula 1, 2, 3 y 14 para determinar la aceleración en el sistema de coordenadas global.

$$A_{local} = \begin{bmatrix} \hat{A}_x \\ \hat{A}_y \\ \hat{A}_z \end{bmatrix}$$

$$A_T(\text{aceleración en coordenadas globales}) = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix}$$

Usando la ecuación 14 se obtiene la aceleración en el sistema de referencias global:

$$A_T = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi & c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi \\ c\theta s\psi & s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\phi c\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{A}_x \\ \hat{A}_y \\ \hat{A}_z \end{bmatrix} \dots\dots\dots 23$$

2.9.4 Obtención de la velocidad a partir de la aceleración para acelerómetros

Se obtiene A_T de los sensores y se puede descomponer en la suma de dos vectores:

$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \\ G_z \end{bmatrix} \dots\dots\dots 24$$

A partir de la fórmula 17.3 se puede explicar los términos de la aceleración en términos de $[W], [R], v, [\dot{W}]$ y G .

$$A_T = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \\ G_z \end{bmatrix} = \dot{V} = [\dot{W}]R + [W]\dot{R} + [\dot{R}]v + [R]\dot{v} + G \dots\dots\dots 25$$

$$\text{De las cuales } A = a_{lineal} + a_{rotacional} + G \dots\dots\dots 26$$

Donde $a_{lineal} = [\dot{R}]v + [R]\dot{v}$ las cuales se obtienen con el acelerómetro Y con lo cual obtenemos $[W]$ del giroscopico y lo aplicamos en:

$$a_{rotacional} = [\dot{W}]R + [W]\dot{R} \dots \dots \dots 27$$

Para ver la demostración de la ecuación 28. Esta se encuentra en el **apéndice** de esta investigación

$$\int_{t_1}^{t_2} A_{lineal} = [R]v|_{t_1}^{t_2} = [R(t_2)v(t_2)] - [R(t_1)v(t_2)] \dots \dots \dots 28$$

Como estamos manejando variables discretas este proceso se hará con el método de integración del trapecio para obtener la velocidad

Entonces Integrando la aceleración total y restando la gravedad respecto al tiempo tenemos:

$$\frac{dv}{dt} = A_T - G = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \\ G_z \end{bmatrix} = [\dot{W}]R + [W]\dot{R} + [\dot{R}]v + [R]\dot{v} \dots \dots \dots 29$$

Aplicando el proceso para integrar con la ecuación 28 a la 29:

$$V = [W]R|_{t_1}^{t_2} + [R]v|_{t_1}^{t_2} \dots \dots \dots 30$$

Donde llamaremos V a la integración de la aceleración libre de gravedad. Para llegar a la ecuación 30 se requirió usar integrales. Sin embargo este proceso para los sensores está hecho con datos discretos por lo cual se efectuará con el método del trapecioide.

2.9.5 Integración con métodos numéricos para la obtención de la velocidad

Utilizando el método de integración del trapecioide se puede obtener la velocidad, sin embargo es importante conocer las limitantes de estos métodos así como entender que señales del acelerómetro arrojan error para tener la velocidad para las pruebas con acelerómetros.

2.9.5.1 Formula del trapecio

El método fue elegido gracias a su eficiencia para reducir el número de operaciones. Este método se utiliza para calcular la integral definida de la función f(x) en el intervalo comprendido entre x_0 y x_1 , dividimos este intervalo en pequeños intervalos de longitud $h = x_{i+1} - x_i$. Sustituimos la función por la recta que une los puntos (x_i, y_i) y (x_{i+1}, y_{i+1}) que son de el área sombreada en la figura es la suma del área de un rectángulo y el de un triángulo.

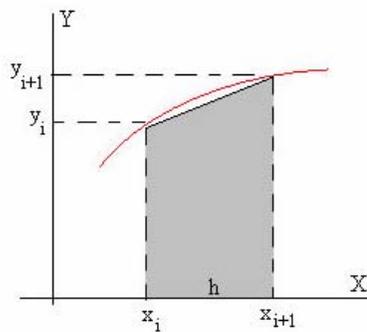


Ilustración 16. Representación gráfica de la integración con fórmula del trapecio

$$hy_1 + \frac{1}{2}h(y_{i+1} - y_i) = \frac{1}{2}h(y_{i+1} + y_i)$$

Donde la integral total es: $\sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{2}h(y_{i+1} + y_i) = \frac{1}{2}h(y_1 + y_2) + \frac{1}{2}h(y_2 + y_3) + \dots + \frac{1}{2}h(y_n + y_{n+1}) \dots \dots 31$

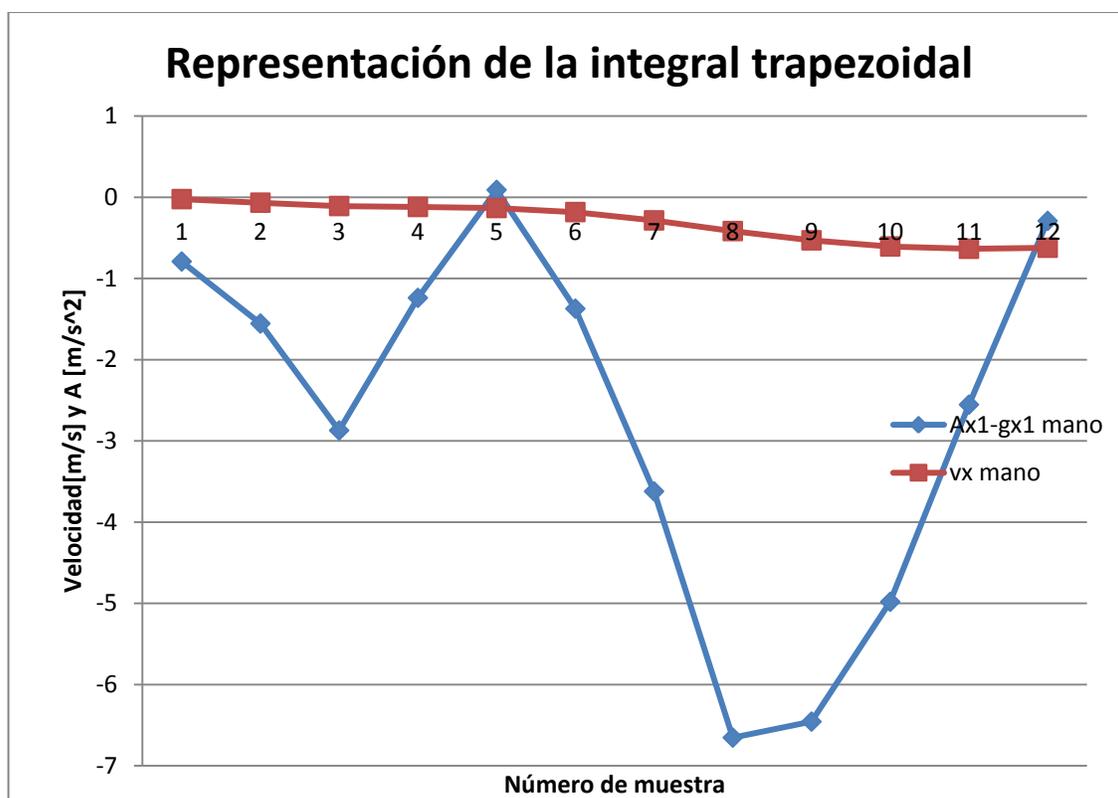


Ilustración 17. Integración para la aceleración

2.10 Filtros para acelerómetros (Alcances y limitaciones)

Un filtro eléctrico o filtro electrónico es un elemento que discrimina una determinada frecuencia o gama de frecuencias de una señal eléctrica que pasa a través de él. Pudiendo modificar su amplitud y su fase. Para el deporte del Bádmiton no usaremos filtros debido a los pocos datos que se usan durante un remate (50 muestras) y una frecuencia de muestre de 50 muestras por segundo. En el caso de los filtros la modificación de la amplitud y de la fase en acelerómetros no permite la coordinación con la cámara de video para el análisis mixto usado con el inspector de datos versión 1.0.

2.11 Uso de la cámara de videos para análisis del movimiento con acelerómetros

En cualquier modalidad deportiva, el deportista ejecuta un determinado número de movimientos técnicos a una velocidad que no siempre es visible a velocidad natural. Esta velocidad de ejecución, representa un problema para la observación del gesto por parte del entrenador. Se debe a que las capacidades atencionales se encuentran limitadas por esta temporalidad, dificultando la identificación de los aspectos clave del gesto (Knudson y Morrison, 2002). El resultado es que es difícil para establecer como se ha realizado el movimiento y las causas de que este sea técnicamente correcto o incorrecto.

Los programas de análisis del movimiento (ej. Dartfish, Kinovea, CineViewer, etc.) permiten estudiar la técnica deportiva a nivel cualitativo y cuantitativo. El análisis cualitativo describe el movimiento sin la ayuda de valores numéricos (en nuestro caso con el apoyo de acelerómetros). Este tipo

de análisis describe el movimiento a partir de si se cumplen una serie de criterios de ejecución del movimiento.

El análisis cuantitativo describe el movimiento con la ayuda de valores numéricos. Este tipo de análisis aporta un valor específico y hace concreto su estudio sobre un aspecto de la ejecución del deportista. Ambos tipos de análisis tienen ventajas e inconvenientes, por ello lo ideal es combinar ambos métodos al analizar a los atletas.

2.12 Sistemas coordenados en la Biomecánica

Existen dos sistemas coordenados, el sistema global de referencia o de laboratorio (GCS) y el sistema local de referencia (LCS).

2.12.1 Sistema Global de Referencia (Laboratorio)

Según la ISB (International Society of biomechanics) y la robótica podemos colocar el sistema de referencias como se observa de color rojo en la Ilustración 18. Colocación de los sistemas de referencias locales. Los sistemas de referencias son de mano derecha.

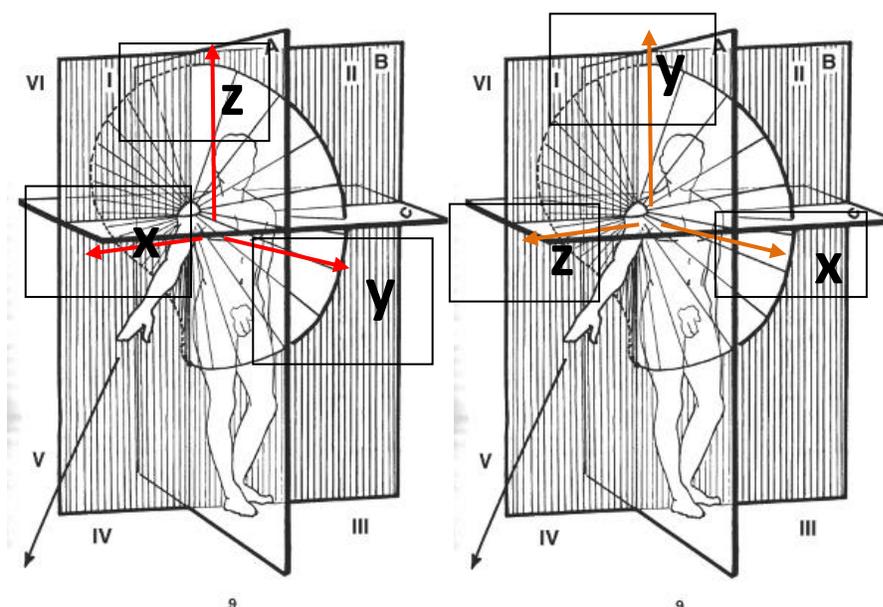


Ilustración 18. Colocación de los sistemas de referencias locales

EJE del sistema global	Ejes sistema robótica	Eje anatómico
X	Z	Medio lateral
Y	X	Anterior posterior
Z	Y	Vertical

Tabla 6. Colocación del sistema de referencias local.

Es necesario usar el lenguaje de la fisiología articular para ubicar en que eje se colocará el sistema de referencias. Es por ello que la Tabla 6 describe las dos formas de colocar el sistema de referencias de la Ilustración 18 el sistema de la ISB (en rojo) del lado izquierdo, y el sistema de la robótica del lado derecho (color naranja).

2.12.2 Sistema local de referencias (cuerpo humano)

El sistema de coordenadas local (Local coordinate system) es un sistema que se mueve con el cuerpo o con el segmento, igual que el sistema de referencia global es de mano derecha, generalmente en el centro de gravedad del segmento o del cuerpo humano. En la biomecánica este sistema es colocado de tal manera que:

Eje del sistema local	Eje del cuerpo humano o segmento
X	Medio lateral
Y	Antero posterior
Z	Vertical

Tabla 7. Sistema de referencia local

Para visualizar la Tabla 6. Colocación del sistema de referencias local. Tabla 6 se tomó la Ilustración 19 que muestra cual es el eje medio lateral, anteroposterior y axial.

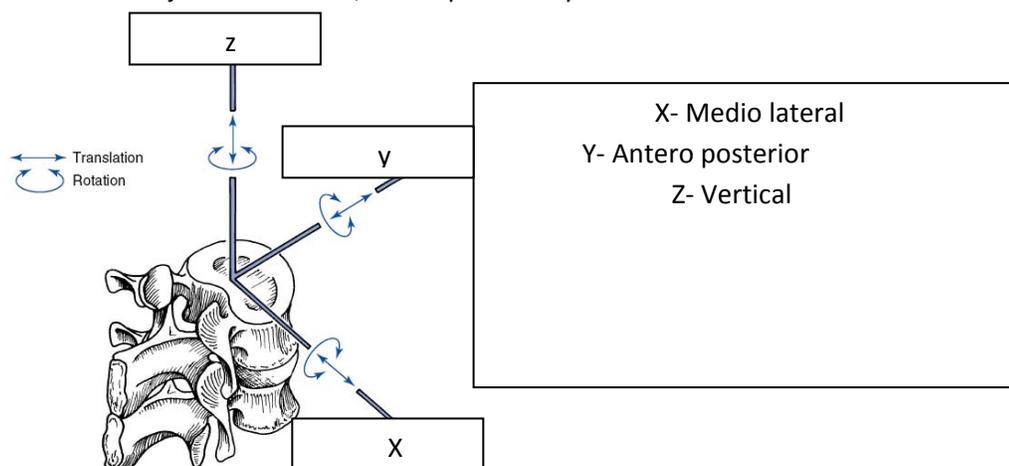


Ilustración 19. Los 3 ejes de rotación de un segmento del cuerpo

Es muy importante recalcar como en la Ilustración 18 aunque debido a que la sociedad internacional de biomecánica recomienda un sistema, nosotros podemos colocar el sistema según la colocación de los sensores, es por ello que es importante describir esto en el trabajo para que pueda ser interpretado en la literatura. En la mayoría de los casos se usa el sistema de referencias de la robótica ya que es donde podemos encontrar más herramientas mecánicas en la literatura como se observa en la Ilustración 18.

2.12.3 Sistema de referencias de los acelerómetros

En el caso de los acelerómetros MTx usados en este estudio se usa el sistema de coordenadas de la Ilustración 20.

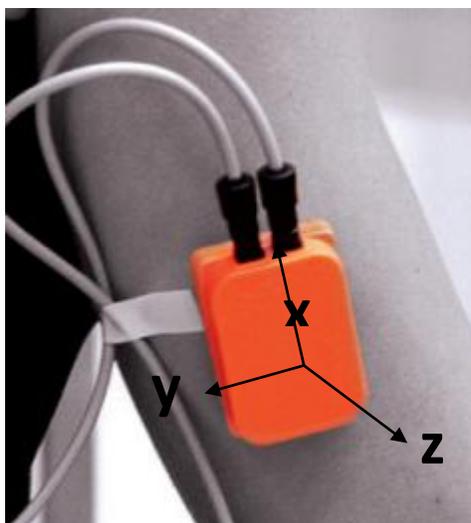


Ilustración 20. Sistema de Referencias del acelerómetro

Eje del acelerómetro	Eje del cuerpo humano
X	Vertical
Y	Mediolateral
Z	Anteroposterior

Tabla 8. Disposición de los ejes del acelerómetro respecto a los ejes anatómicos del movimiento

2.13 Selección de segmentos y extremos

Es importante definir los segmentos que estudiaremos con sus ejes. Cada uno de los segmentos que conformarán a nuestro análisis se encuentra en la Tabla 9. Es muy importante definir donde empieza y termina cada uno de los segmentos que estudiaremos en esta investigación. En la Tabla 9 se puede observar los segmentos que se medirán durante este análisis biomecánico.

Segmento	Puntos finales	
	Proximal (próximo al eje)	Distal (distante al eje)
Antebrazo	Codo	Centro de muñeca
Mano	Centro de muñeca	Segundo nudillo de tercer dedo
Brazo	Articulación Glenohumeral	Centro de Codo
Abdomen y Pelvis	T12-L1	

Tabla 9. Articulaciones y segmentos principales para el remate del Bádminton con puntos distales y proximales.

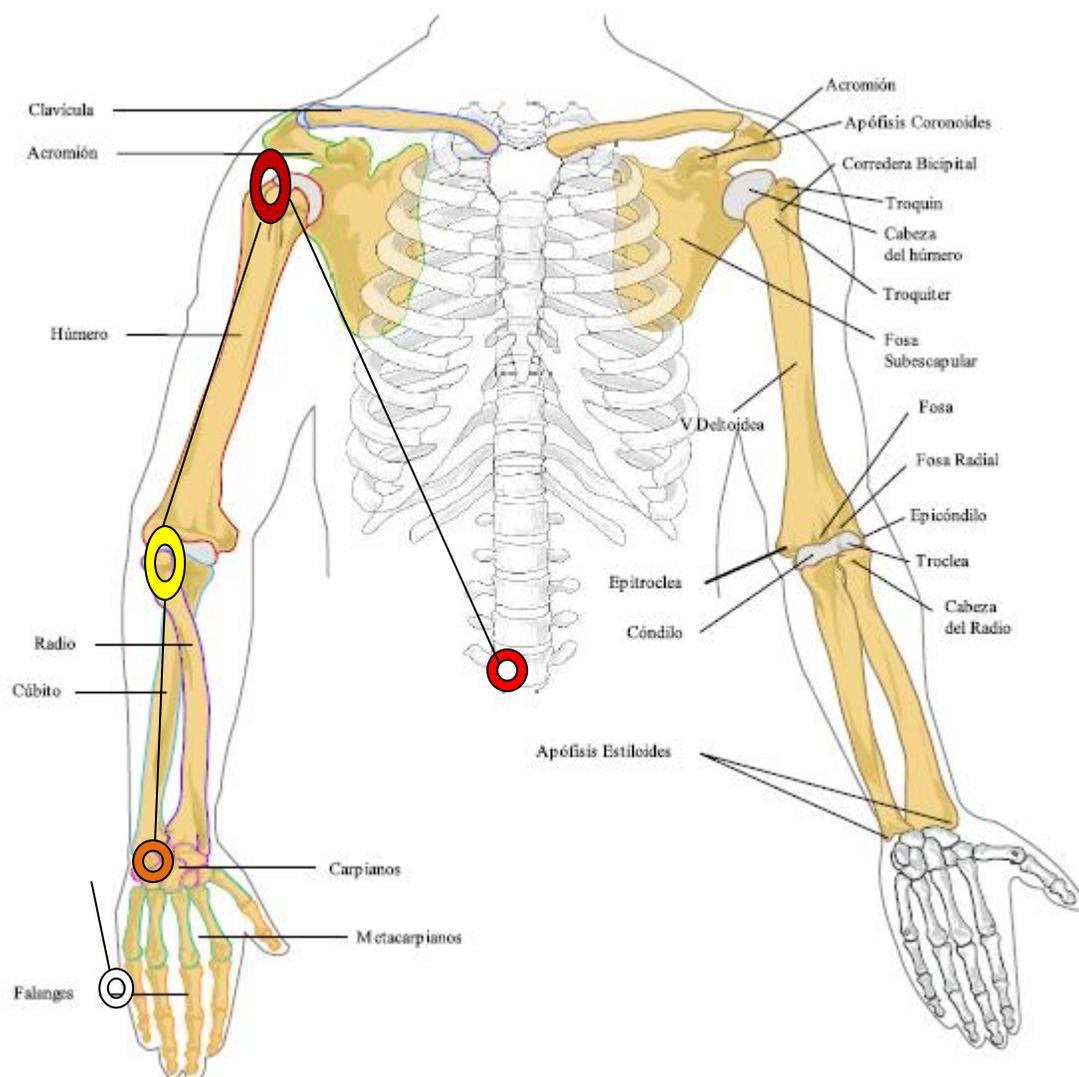


Ilustración 21. Articulaciones y segmentos referidos a la tabla 1. (D. Gordon & Caldwell, 2004)

Para visualizar donde se encuentran los extremos del cuerpo tenemos la Ilustración 21. Es importante definir donde se encuentran el final de cada segmento en una imagen. Los círculos de colores de los puntos de la Tabla 9 que muestran el extremo distal y proximal se pueden ver en la Ilustración 21.

Es importante definir los dos extremos de cada segmento que analizaremos:

- **Distal.** Lo más lejano al Esternón en posición anatómica
- **Proximal.** Lo más cercano al esternón en posición anatómica.

En la Ilustración 23 se observa donde se encuentra el extremo de la columna vertebral entre T12 y L1.

Después de definir los puntos proximales y distales según la Tabla 10 se puede encontrar el centro de masa de aproximado de cada segmento.

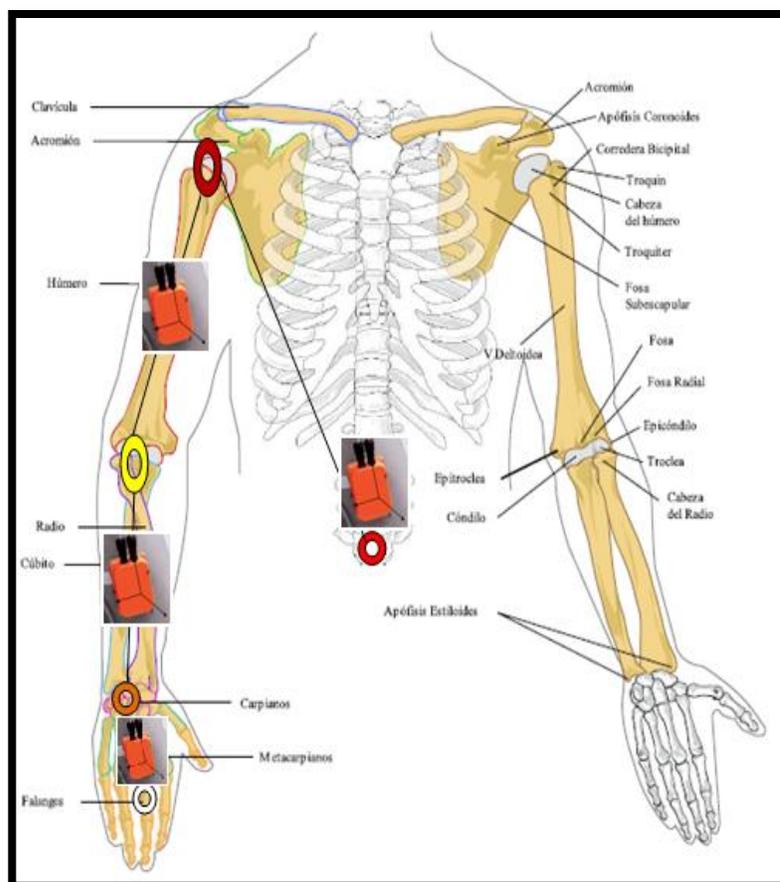


Ilustración 22. Colocación de los sensores (aproximación gráfica de la colocación del centro de masa)

2.14 Tablas de Dempster para cálculo de centro de masa

Las tablas de Dempster están basadas en un estudio estadístico para localizar el centro de masa de un segmento de manera aproximada respecto al extremo distal. Las masas están calculadas según el porcentaje que tiene cada segmento respecto a la masa total (véase Tabla 10).

Segmento	Puntos finales (Distal Proximal)	y	Masa total (P) ^B	Centro de Masa/longitud de segmento		Radio de giro/ longitud de segmento		
				(R _{proximal}) ^c	(R _{distal}) ^c	(K _{cg}) ^c	(K _{proximal}) ^c	(K _{distal}) ^c
Mano	Centro de muñeca a segundo nudillo de tercer dedo	0	.0060	0.506	0.4	0	0.587	0.577
Antebrazo	De codo a centro de muñeca	0	.0160	0.430	0.5	0	0.526	0.647
Brazo	Articulación Glenohumeral a centro de muñeca	0	.0280	0.436	0.5	0	0.542	0.645
Extremidad superior	Articulación Glenohumeral a centro de muñeca	0	.05	0.682	0.3	0	0.827	0.565

Tabla 10. Parámetros de segmentos de cuerpo de Dempster traducida y recortada para segmentos superiores (D. Gordon & Caldwell, 2004)

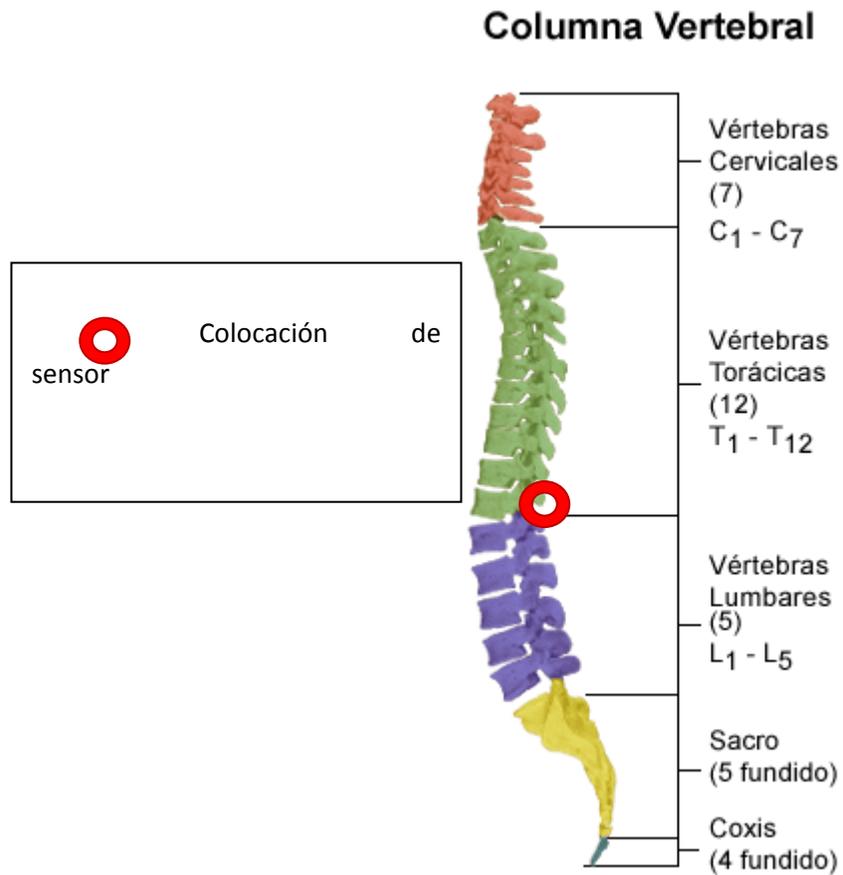


Ilustración 23. Figura donde se enmarca con un círculo rojo donde se tomará el sistema de referencias.

2.14.1 Colocación de acelerómetros

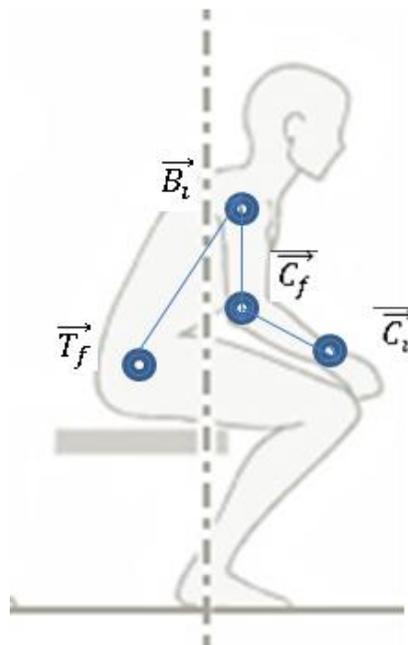


Ilustración 24. Ejemplo de la manera en que se colocarán los puntos para un análisis biomecánico.

En la Ilustración 24 se observa cómo se verían estos sensores con una persona sentada. Ya que se ejemplifica como se puede aplicar este protocolo para estudiar actividades de la vida diaria.

2.15 Grados de libertad de los segmentos superiores del cuerpo humano

Nuestros elementos del cuerpo humano serán estudiados encontrado los grados de libertad de cada segmento. Por ejemplo para una recta en R^3 se puede representar de la siguiente manera:

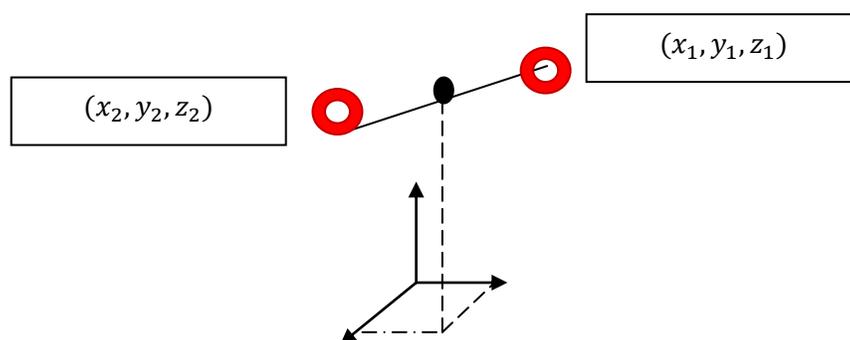


Ilustración 25. Localización de los puntos de una recta respecto a el centro de masa

En la cual se tiene que estudiar 3 ángulos y 3 coordenadas. En la Ilustración 25 se ve un punto negro que representan el centro geométrico de la recta en el caso del cuerpo humano será el centro geométrico entre las articulaciones de la Tabla 10 lo cual se ve en la Ilustración 22 y la Ilustración 23.

Segmento	Posiciones			Ángulos		
Brazo				α_1	β_1	γ_1
Antebrazo				α_2		
Mano				α_3	β_3	γ_3

Tabla 11. Coordenadas de los centros geométricos de las rectas y sus ángulos respecto a los tres ejes.

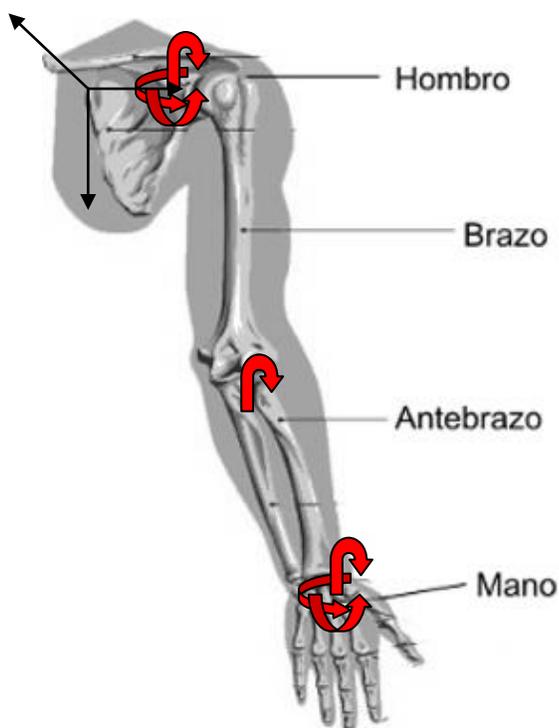


Ilustración 26. Grados de libertad en un brazo humano (Yee & Oyong, 2009)

La Tabla 11 muestra los datos necesarios para explicar el comportamiento de los 3 segmentos del brazo y sus respectivos grados de libertad. En la Ilustración 26 se puede observar la forma gráfica de expresar los 7 grados de libertad que estudiaremos. En el modelo para mecanismos de la fórmula 32.

$$GDL = 6(L - 1) - 5(J_1) - 4(J_2) - 3(J_3) - 2(J_4) - 1(J_5) \dots \dots \dots 32$$

$$GDL = 6(4 - 1) - 5(1) - 4(0) - 3(2) - 2(0) - 1(0) = 18 - 5 - 6 - 0 = 7$$

2.16 Importancia del análisis del Remate del Bádmin-ton

Es importante generar un protocolo de investigación para tener un método no intrusivo que esté diseñando para medir los movimientos durante el remate del Bádmin-ton. Es por ello que se necesita saber que en el Bádmin-ton se requiere un remate potente. En este se debe transmitir la energía al gallito (proyectil) para lograr que tome una velocidad lo suficientemente alta para que el oponente no pueda responder (véase Ilustración 27).

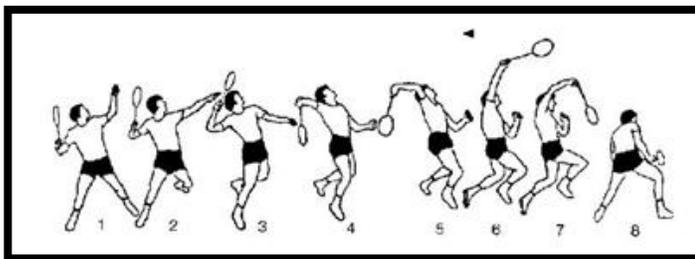


Ilustración 27. Transmisión de energía a un proyectil (gallito) de un deportista con la ayuda de una raqueta.

Debido a esta necesidad requerimos instrumentar al deportista para capturar datos con uso de la tecnología (acelerómetros y cámara de alta velocidad) y analizar la información con herramientas matemáticas para encontrar los agentes causales cinemáticos principales para un remate veloz.

3 Resultados

Esta investigación consiste en 2 etapas:

- **Análisis durante el entrenamiento y competencia**

En esta etapa se explica la razón por la cual se decidió el uso del remate respecto a otras técnicas como objeto de estudio en esta investigación y se justifica la importancia de este para ganar un partido para 3 niveles competitivos distintos.

- **Análisis dentro del laboratorio**

Se estudiará para 2 niveles distintos las velocidades de los segmentos superiores del cuerpo relacionados a la velocidad del gallito.

3.1.1 Análisis durante el entrenamiento y competencia

Con el uso de 2 cámaras de video de alta definición, se grabó un entrenamiento respecto a 2 planos distintos de movimiento. Con el apoyo de un jugador experto en arbitraje de bádminton se estudió la puntuación de 2 jugadores juveniles y 2 jugadores mayores en condiciones de entrenamiento y se analizó en videos de juegos internacionales un partido entre el campeón panamericano (Kevin Cordón) y el campeón mundial (Chen Long). De esta manera se hizo un estudio inicial para definir qué tipo de golpe o tiro es el que tenía mayor contundencia para ganar un partido de Bádminton.

Se analizarán las siguientes técnicas para transmitir energía a un proyectil (tiros):

- Remate
- Saque
- Globo
- Revés

3.1.2 Identificación de técnicas

Con el apoyo de un atleta experimentado se identificaron las técnicas en entrenamiento, es así como en los 3 videos que se grabaron simultáneamente coordinando los tiempos de los 3 videos cuando sucedió cada uno de los golpes durante un partido.

3.1.3 Colocación de cámaras de video

Se colocaron 2 cámaras en 2 planos perpendiculares como se observa en la Ilustración 28.

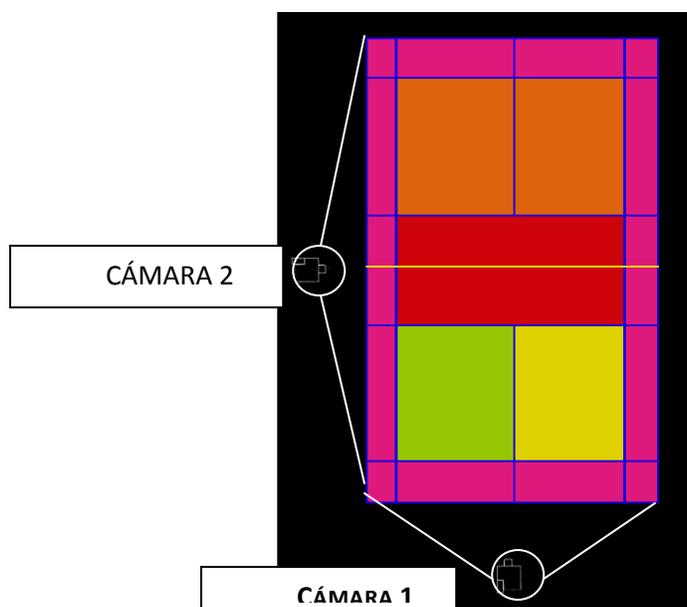


Ilustración 28. Cancha de Bádminton Grabada por 2 cámaras perpendiculares

3.1.4 Detección de puntos en video

Se detectaron los puntos que se lograron de manera ofensiva así como la técnica utilizada para cada uno de ellos durante un partido. Se marcaron las zonas donde se generaron los remates y donde cayeron. Para los atletas internacionales se usó en video de una competencia oficial de la Federación Internacional de Bádminton y se analizó con Kinovea 6.0 con 2 cámaras simultáneas. El objetivo de esta investigación inicial es conocer los intervalos de tiempo aproximados en los que reacciona un jugador de Bádminton en diferentes niveles competitivos, así como conocer la importancia del remate para ganar un partido.

3.1.5 Estadística y análisis de resultados

En la tercera etapa se hizo el análisis de los resultados para los atletas juveniles, los de categoría abierta y los de competitividad internacional.

3.2 Materiales

- 3 Cámaras de Alta definición
- 6 jugadores mexicanos con equipo deportivo
- Software Matlab
- 3 Tripes
- Computadora con Internet

3.3 Importancia del remate para ganar puntos juvenil mexicano, mexicano mayor e internacional extranjero.

Para entender la estructura de la investigación es necesario conocer los atletas que se estudiaron en entrenamiento y competencia. En este trabajo analizamos a 2 atletas de categoría abierta de competitividad internacional, 2 atletas de competitividad nacional y 2 atletas sub19 como se observa en la Tabla 12.

Jugador	Edad	País	Peso	Categoría	Nivel
Kevin	28	Guatemala	68	Abierta	Campeón Panamericano
Lon	25	China	79	Abierta	Campeón Mundial
Arturo	23	Mexicana	75	Abierta	Seleccionado Nacional
Mauricio	23	Mexicana	72	Abierta	Seleccionado Nacional
Andrés	16	Mexicana	64	Sub - 19	Selección Distrital
Sebastián	17	Mexicana	68	Sub -19	Selección Distrital

Tabla 12. Deportistas para estudio durante el juego

De los 3 golpes principales que existen en el Bádminton es necesario entender cuál define en mayor proporción la victoria por predominancia en puntos. Es así donde se estudió en video a 3 diferentes grupos; sub 19, mayor, mayor internacional.

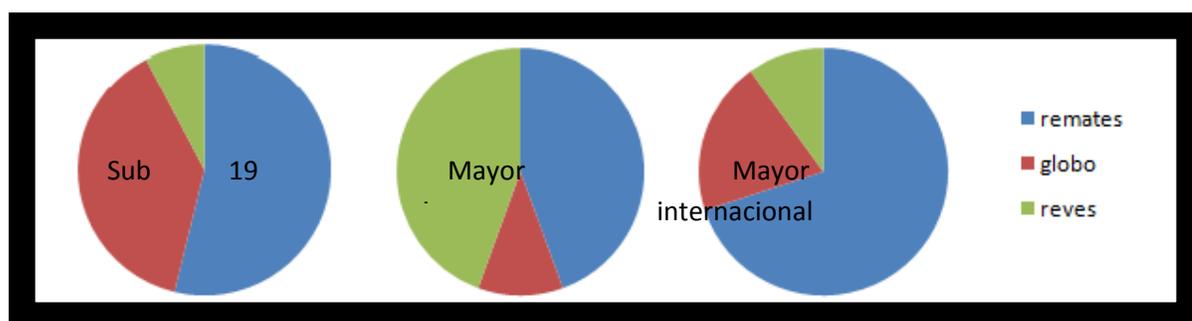


Ilustración 29. Distribución de los remates ofensivos exitosos de los jugadores con mayor puntuación

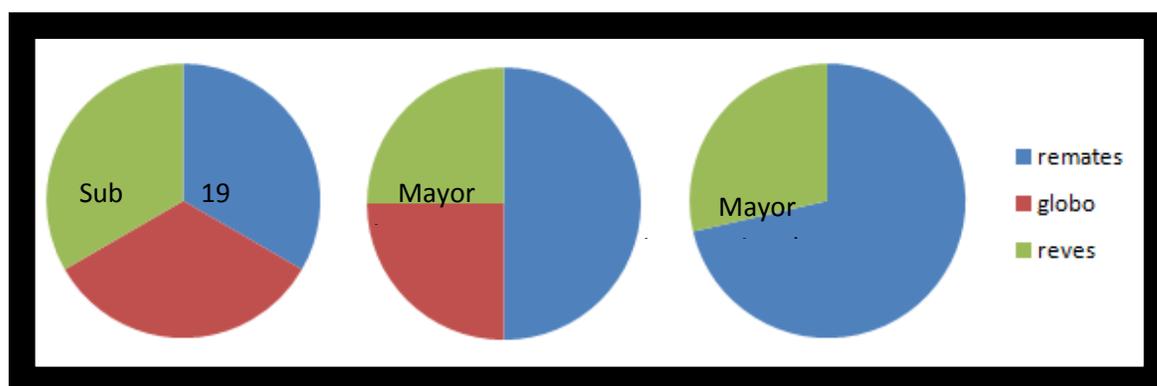


Ilustración 30. Distribución de los remates ofensivos exitosos de los jugadores con menor puntuación.

Como se ven en las Ilustración 29 y en la Ilustración 30, el remate es el golpe con mayor contundencia en un partido de 21 puntos. Por lo cual también en nivel internacional se observa esto con mayor proporción. Lo cual debe ser la tendencia nacional en jugadores juveniles y mayores. Gracias al estudio de puntos es posible generar una estadística de los errores del jugador, un ejemplo son los resultados visibles en la Tabla 15.

Comparando a dos jugadores sub 19 en su faceta ofensiva:

	Punto	Ofensivo	Remate	globo	Revés	saque	Error contrario
Andrés	21	13	7	5	1	0	8
Sebastián	14	6	2	2	2	0	8

Tabla 13. Distribución de puntos en un juego de dos atletas juveniles.

	Puntos	Ofensivo	Remates	globo	Revés	saque	error contrario
Arturo	19	9	4	1	4	0	10
Mauricio	16	8	4	2	2	0	8

Tabla 14. Distribución de puntos en juego de atletas mayores de preselección nacional mexicana

	Puntos	Ofensivo	Remates	globo	Revés	saque	error del otro
Kevin	21	10	7	2	1	0	11
Chen Long	18	7	4	2	2	0	12

Tabla 15. Distribución de puntos en juego atletas mayores internacionales

3.4 Efectividad del remate

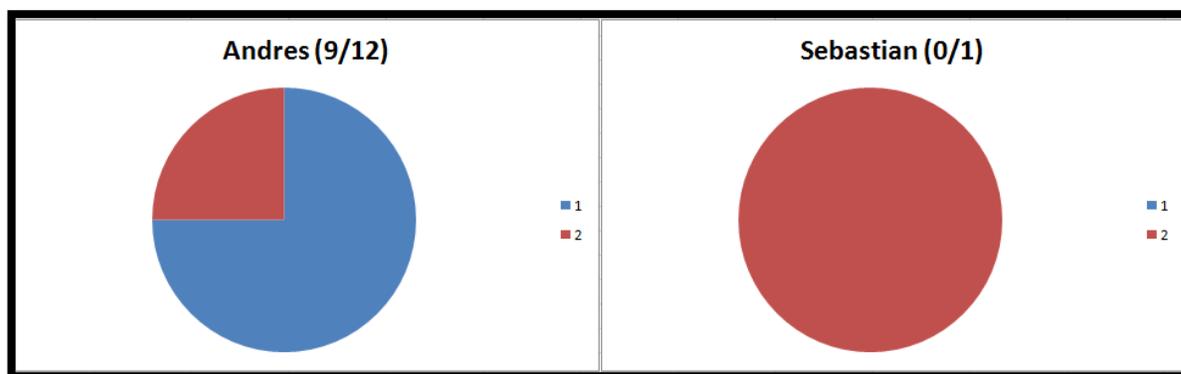


Ilustración 31. Efectividad del remate representación gráfica de atletas juveniles

En la Ilustración 31 se observa la proporción de remates fallados (rojos) y exitosos (azules) de 2 atletas sub 19 para generar puntos por remate. En la Tabla 16 se observa la cantidad de remates exitosos, fallidos y la efectividad.

Andrés	Sebastián	
9	0	remates exitosos
3	1	remates fallidos
0.75	0	efectividad

Tabla 16. Comparación entre 2 atletas sub 19 en su efectividad del remate

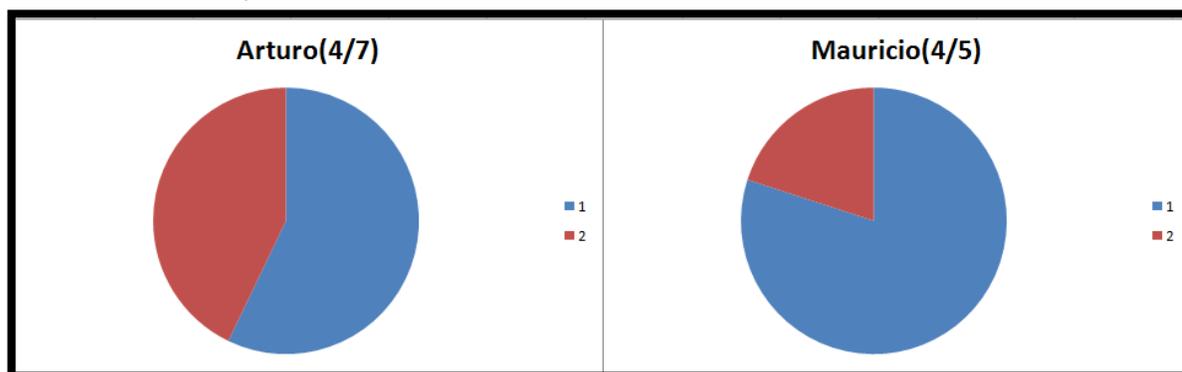


Ilustración 32. Comparación porcentual entre el atleta ganador (Arturo) y Mauricio (no ganador). Para los remates

En la Ilustración 32 se observa la proporción de remates fallados (rojos) y exitosos (azules) de 2 atletas mayores (categoría abierta) para generar puntos por remate. En la Tabla 17 se observa la cantidad de remates exitosos, fallidos y su respectiva efectividad.

Arturo	Mauricio	Atleta
4	4	remates exitosos
3	1	remates fallidos
0.57	0.8	efectividad

Tabla 17. Efectividad del remate para dos atletas de nivel internacional mexicanos

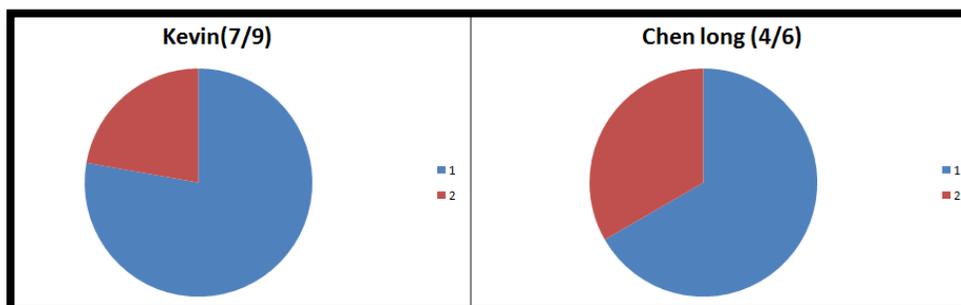


Ilustración 33. Comparación porcentual para el campeón mundial (Chen Long) y el campeón panamericano en su efectividad en su remate.

En la Ilustración 33 se observa la proporción de remates fallados (rojos) y exitosos (azules) de 2 atletas mayores (categoría abierta) de atletas internacionales para generar puntos por remate. En la Tabla 17 se observa la cantidad de remates exitosos, fallidos y su respectiva efectividad.

Kevin Cordón	Chen Long	
7	4	remates exitosos
2	2	remates fallidos
0.77	0.66	Efectividad

Tabla 18. Tabla que muestra la efectividad de Kevin (jugador con mayor puntuación) y Chen Long (jugador que perdió el juego)

También se puede observar que los jugadores que ganan tienen un remate más efectivo con mayor y estoy está relacionado con mayores puntos. Esto fue estudiando los partidos de los jugadores mexicanos y de otros países. Esto se puede observar en los gráficos y tablas 16,17 y 18.

3.5 Tiempos de vuelo del proyectil en un remate

Se puede observar en la Ilustración 34 el tiempo que tardan los remates en llegar de un jugador a otro después del golpe. Este experimento es la fase inicial para entender los intervalos de tiempo en los que tendría que reaccionar el jugador para poder contestar el remate.

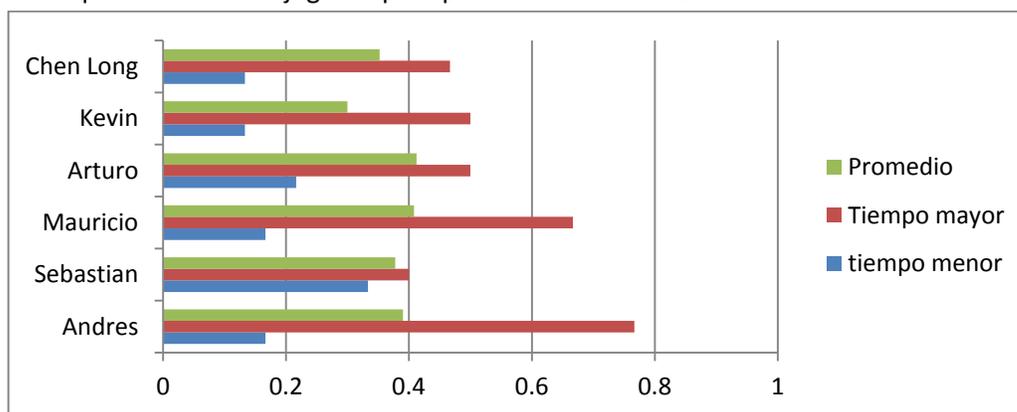


Ilustración 34. Gráfica que muestra el tiempo promedio, el mayor y el menor en el que duran los remates para jugadores durante un remate con direcciones aleatorias.

Atleta	tiempo menor [s]	tiempo mayor [s]	Tiempo promedio [s]
Andrés	0.16	0.76	0.39
Sebastián	0.33	0.40	0.37
Mauricio	0.16	0.66	0.40
Arturo	0.21	0.50	0.41
Kevin	0.13	0.50	0.30
Chen Long	0.13	0.46	0.35

Tabla 19. Tiempo de reacción mayor, menor y promedio de 6 diferentes atletas durante un juego individual.

Ahora otro factor es el tiempo que dura un remate. Entre mayor es el nivel menos tiempo que dan para reaccionar cuando el gallito está en el aire. Es comportamiento se plasma en la Ilustración 34 y la Tabla 19. Aunque es una tabla muy general si demuestra la capacidad estratégica de los jugadores.

Es por ello que con estos resultados en entrenamiento y en video se justifica el remate con el golpe más contundente para generar un punto dentro de los tiempos que se observan en la Tabla 19. La investigación estará enfocada a entender por qué los atletas pueden generar un remate más rápido en menor tiempo y con mayor velocidad debido a sus movimientos de los segmentos superiores del cuerpo.

3.6 Etapa experimental en el laboratorio

Se analizará con acelerómetros y cámaras de video para su interpretación coordinada de estas 2 tecnologías para la descripción de la mejor técnica para el remate del Bádminton. Pero para esto se usó el siguiente procedimiento:

- Estudios preliminares en laboratorio
- Aplicación entre jugadores de bádminton y no jugadores de bádminton
- Aplicación en seleccionados regionales y nacionales

3.6.1 Aplicación en el Bádminton: Proceso Experimental

En la introducción se comenta que el uso de acelerómetros se puede usar para el diagnóstico clínico o para la descripción del movimiento. En este caso se usará para él análisis del movimiento. Se usaron 4 acelerómetros triaxiales a una frecuencia de 50 Hz, la cámara Exilim de Casio grabó a 420 cuadros por segundo y la cámara Phantom a 700 cuadros por segundo.

Por ello se seguirá el procedimiento:

1. Definir el sistema de referencia global y local del sensor.
2. Decidir si se utilizará un sistema de referencias de la robótica o la biomecánica.
3. Detectar los extremos proximales y distales de cada segmento (espalda, brazo, antebrazo y mano)
4. Encontrar el centro de masas con ayuda de la Tabla 10 y para saber en cual ubicación colocar los acelerómetros.
5. Conectar los sensores a la computadora y al atleta que se requiere evaluar.
6. Captura de información
7. Análisis con el apoyo de las ecuaciones de mecánica espacial para eliminar la gravedad de la aceleración medida y el cambio hacia el sistema de coordenadas global.

3.6.1.1 Materiales

- 2 Cámaras de Alta velocidad
- Software Matlab 2012
- 4 Acelerómetros con 10 grados de Libertad (3 aceleraciones, 3 ángulos, 3 magnetómetros y temperatura)
- 4 Tripiés
- Cancha de Bádminton
- Software Cine Viewer
- Software Anacin Inspector de datos versiónn 1.0
- Equipo deportivo de Bádminton (Raquetas, Gallitos y Redes)

- Plataforma de fuerza uniaxial
- Microsoft Excel 2010
- Software Kinovea 6.0
- MtManager Suite 4.15

3.7 Estudios preliminares en laboratorio

Antes de analizar el cuerpo humano fue necesario entender la relación entre las ecuaciones y los resultados de los sensores. En esta etapa se coordinó el video con los sensores para interpretar los datos obtenidos con una idea directa del fenómeno como se observa en la Ilustración 35.

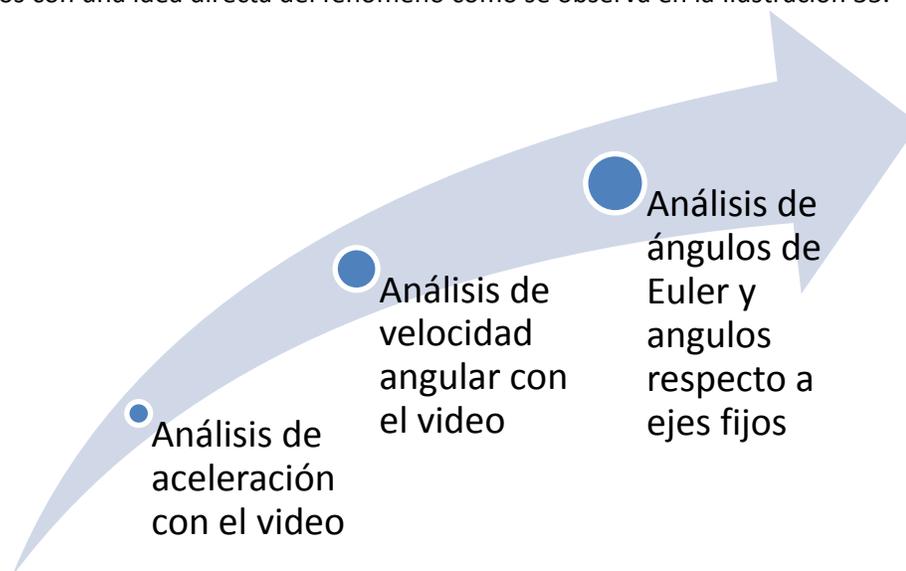


Ilustración 35. Desarrollo del análisis del acelerómetro Xsens

3.7.1 Experimento A (Movimiento lineal)

Para el estudio del laboratorio se explicará la metodología para todos los experimentos siguientes. En los cuales se parte de la información total que se obtiene de los acelerómetros. Esto es exportando la información desde el programa MTmanager de la compañía Xsense a un archivo de texto delimitado por columnas. La gráfica de este fenómeno se puede ver en Ilustración 36.

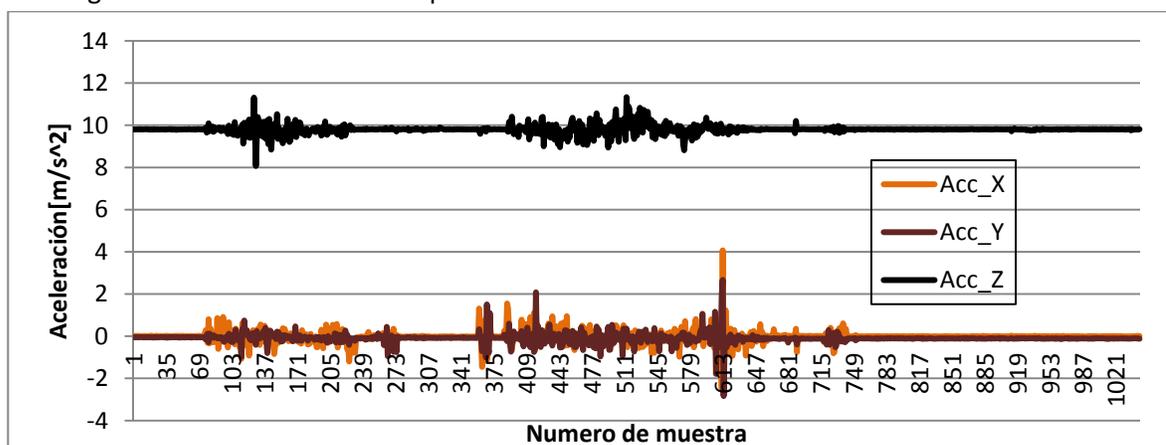


Ilustración 36. Señal completa de los acelerómetros en los ejes "X", "Y" y "Z".

La metodología es coordinar la señal del acelerómetro con el video con la ayuda del inspector de datos V 1.0 y de Kinovea 6.0 con Microsoft Excel el cual nos ayuda a coordinar el video con las gráficas de los 3 ejes (En este caso para la aceleración y velocidad angular).

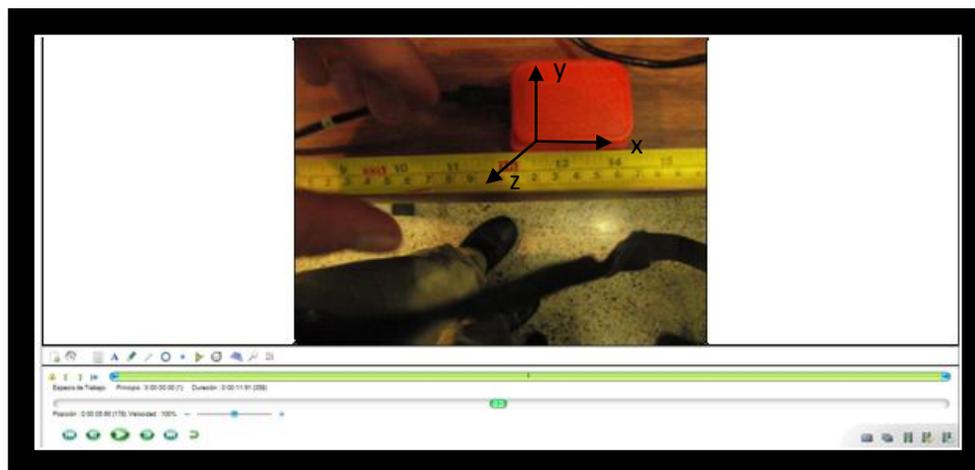


Ilustración 37. Imagen de Software Kinovea para análisis de video.

Con la ayuda de (Inspector de datos de “Anacin” software diseñado por el Doctor Adrian Castañeda) se puede encontrar la información que es fundamental para hacer el análisis en el cual se puede coordinar el video con la gráfica de la señal del acelerómetro. En la Ilustración 37 se muestra el sensor, el sistema de coordenadas y el programa para observar cuadro a cuadro como se avanza este sensor con el tiempo.

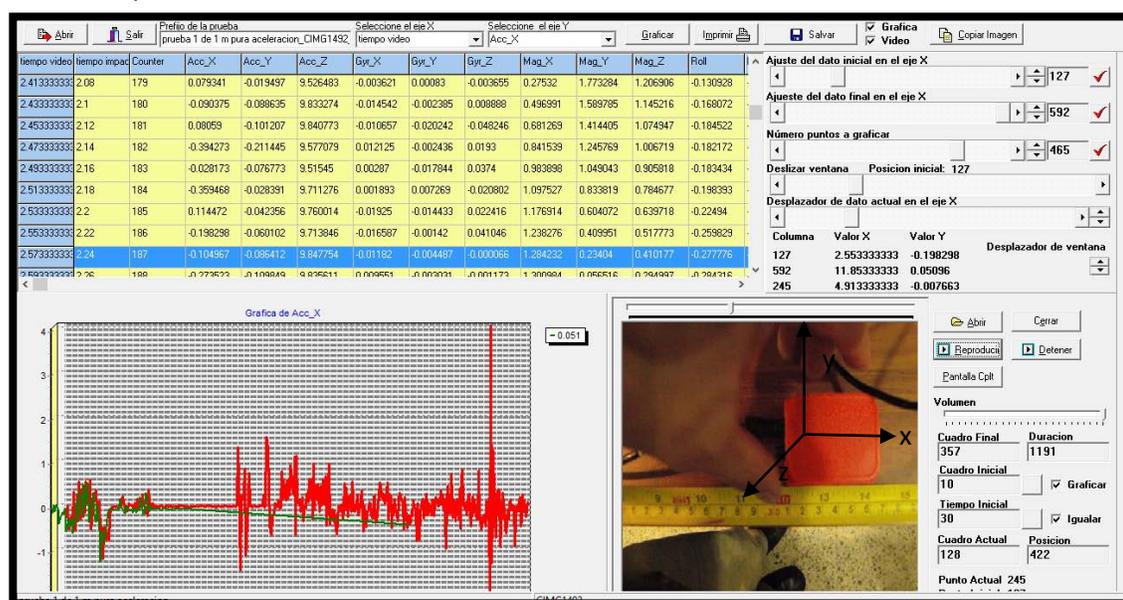


Ilustración 38. (Análisis cinemático) Con inspector de datos V1.0 para detectar los datos de acción

En la Ilustración 38 se observa un método generado con el Inspector de datos V1.0 para coordinar un video con la señal generada con sensores (acelerómetros).

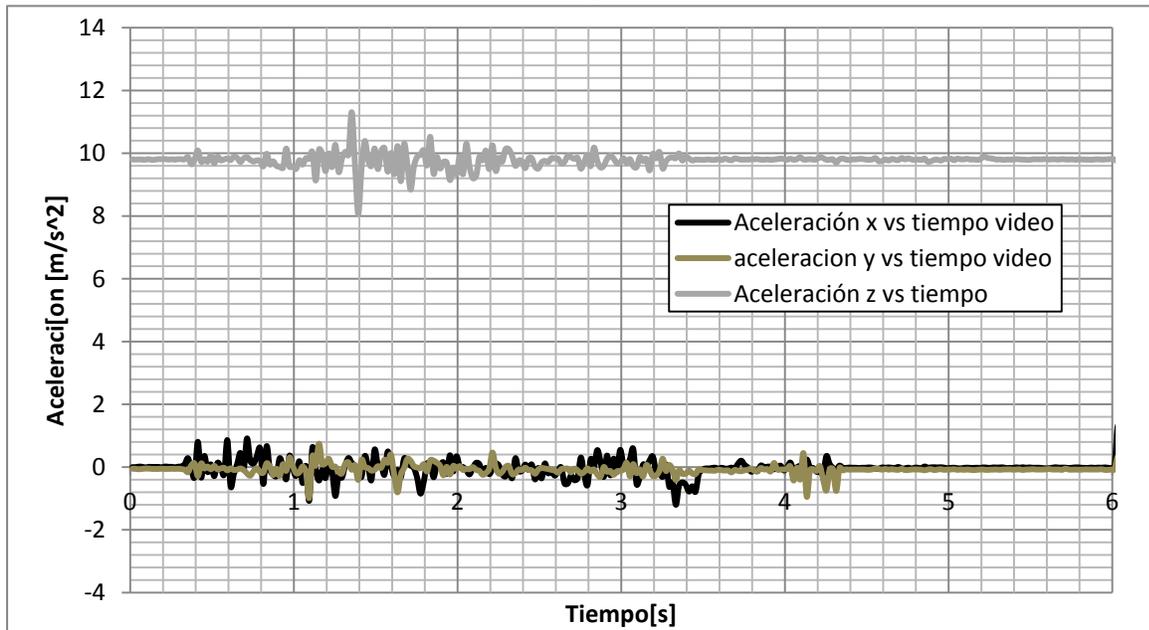


Ilustración 39. Uso de acelerómetros para un desplazamiento para los primeros 6 segundos

Después aplicamos las transformaciones homogéneas para rotar la matriz al sistema de coordenadas local al global. Posteriormente se le resta la gravedad como se puede ver en las ecuaciones 29 y 30 con lo cual se elimina la componente de la gravedad en la aceleración. Es por eso que la Ilustración 39 a comparación de la Ilustración 40 tiene todas las aceleraciones sobre el eje horizontal.

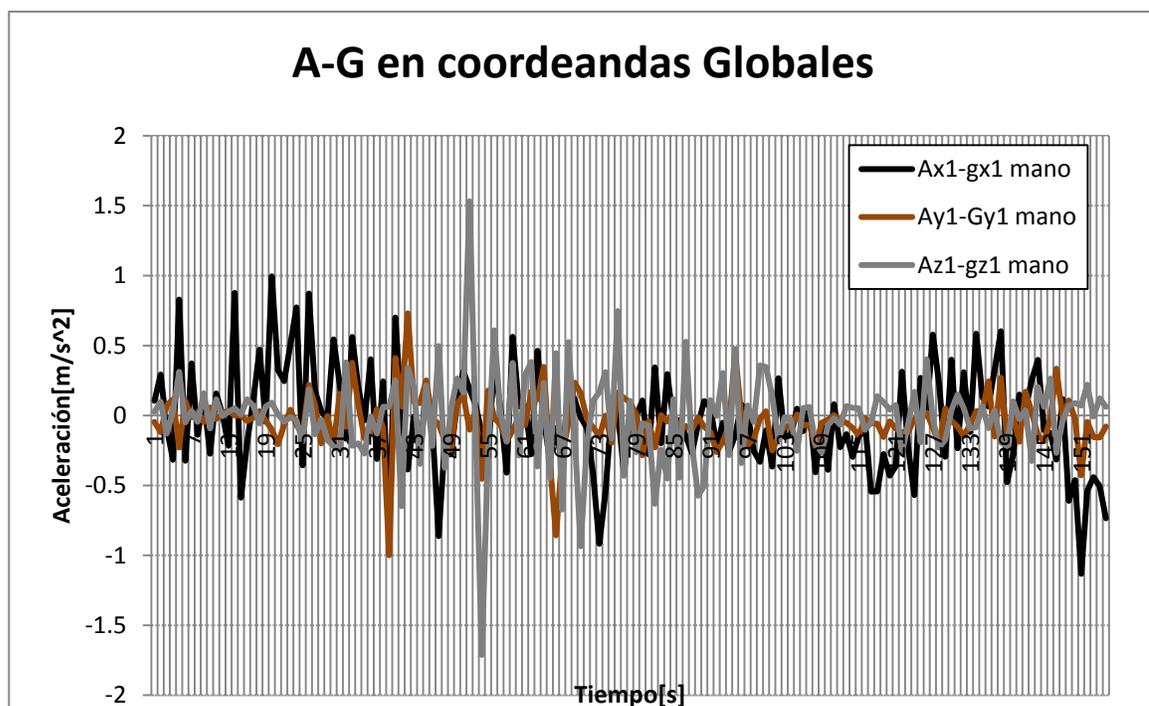


Ilustración 40. Gráficas del acelerómetro después de la rotación a la base global

Después se aplica la ecuación 31 para la integración numérica con la frecuencia de 50 Hertzios para obtener la velocidad vista en la Ilustración 41 integrada de los datos de la Ilustración 40.

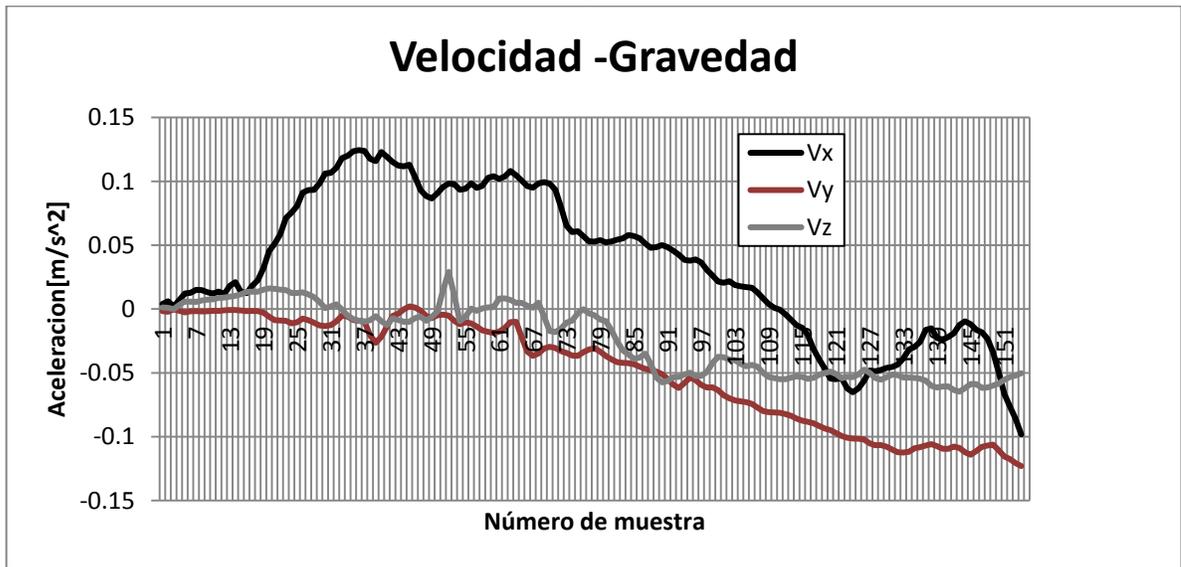


Ilustración 41. Integración de la señal para obtener la velocidad.

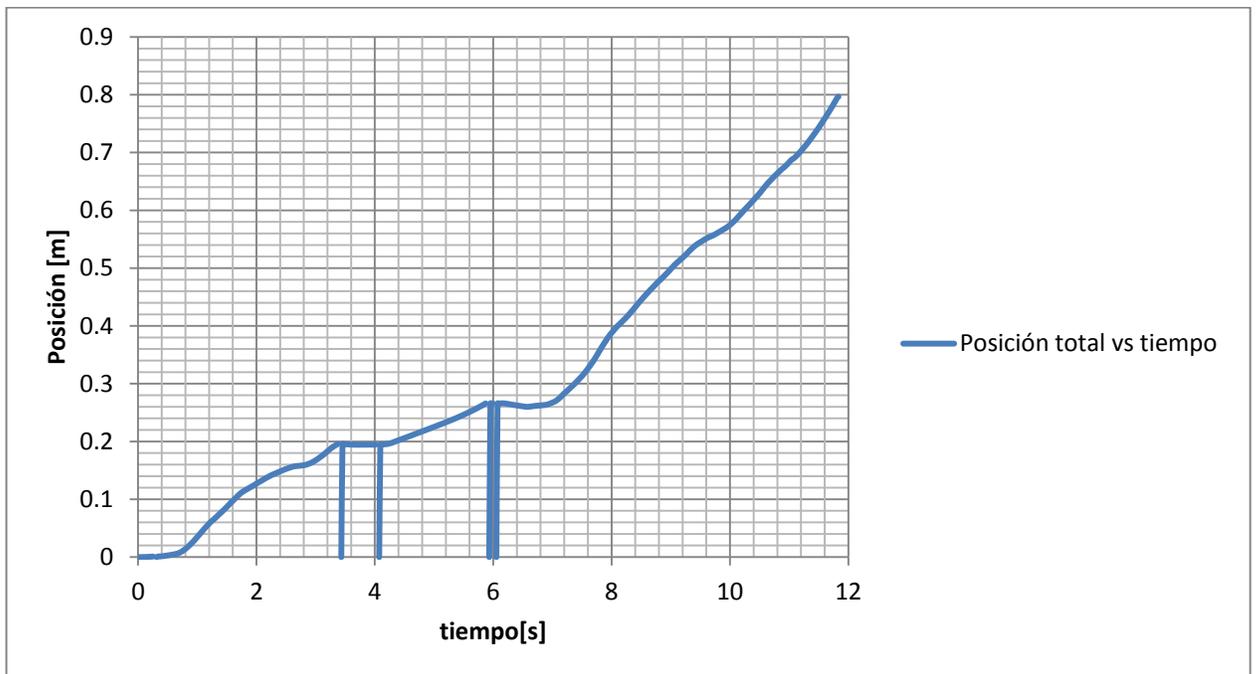


Ilustración 42. Posición durante el recorrido de un acelerómetro en una cinta métrica sobre el eje "x"

En la Ilustración 42 se observa la integración numérica con la fórmula 31 aplicada a la velocidad visible sobre los datos de la Ilustración 41. De esta manera se puede tener la información con integrales numéricas divididas en intervalos de tiempos para evitar la integración de los impactos que se vieron en el video y otras vibraciones externas. En la Ilustración 42 se observan las líneas verticales donde existieron impactos, información que no será analizada.

3.7.2 Experimento B (Movimiento angular)

El sensor que usamos en esta investigación tiene la capacidad de medir:

- Aceleración en X,Y y Z
- Velocidad Angular en X,Y y Z
- Ángulos de Euler
- Orientación magnética

Es por ello que en los siguientes experimentos se explicará brevemente el comportamiento de los ángulos de Euler comparado con las rotaciones respecto a un eje fijo.

3.7.3 Ángulos de Euler de rotaciones de ángulos fijos obtenidos con giroscopios

En esta fase de las pruebas de visualización se giró respecto a 3 ejes fijos, en X, Y y Z con lo cual se describe de manera gráfica cómo se comportan los giroscopios y los ángulos de Euler.

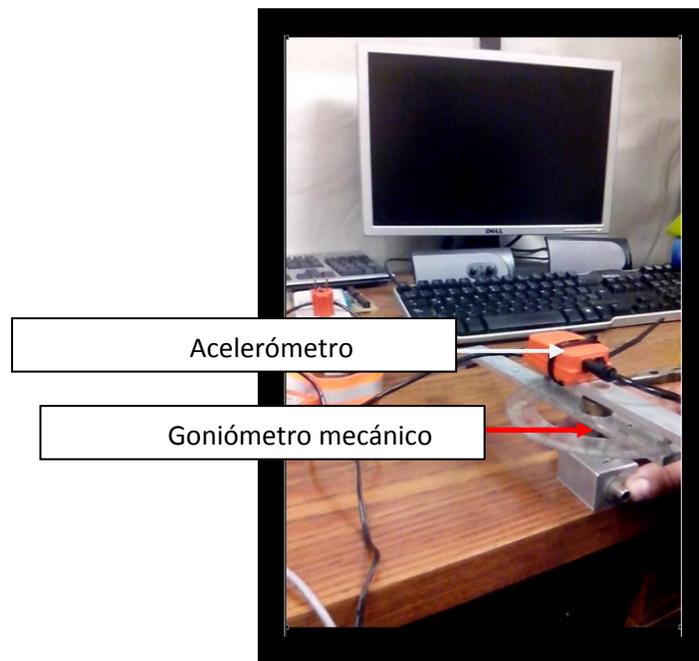


Ilustración 43. Colocación de un acelerómetro para el análisis de ángulos en tiempo real y captura para la descripción de ángulos de Euler.

En la Ilustración 43 se observan las condiciones en las que se hicieron las pruebas para las velocidades angulares en las cuales se tuvo un error de 2% como máximo respecto a la medición con el goniómetro manual.

3.7.3.1 Giro en el eje "Y" comparado con "Pitch"

Como se explicó en la teoría en las ecuaciones 1,2, 3 se puede describir el movimiento con los ángulos de Euler respecto a ejes móviles. La ecuación 14 toma una configuración donde la primera rotación es en el eje "Z" en **YAW**, después en el eje "Y" en **Pitch** y al final en el eje "X" en **ROLL** como se observa en la Ilustración 44. Es importante saber que la posición inicial de este giroscopio es con 3 ejes perpendiculares sin embargo se puede tener una pérdida de un grado de libertad en este caso cuando se

tiene un giro respecto al eje "Y" PITCH de 90 grados y se encima el eje "Z" YAW con el eje "X" ROLL. Es por ello que el sistema de ángulos de Euler que se usa en esta investigación se conoce como de ejes móviles.

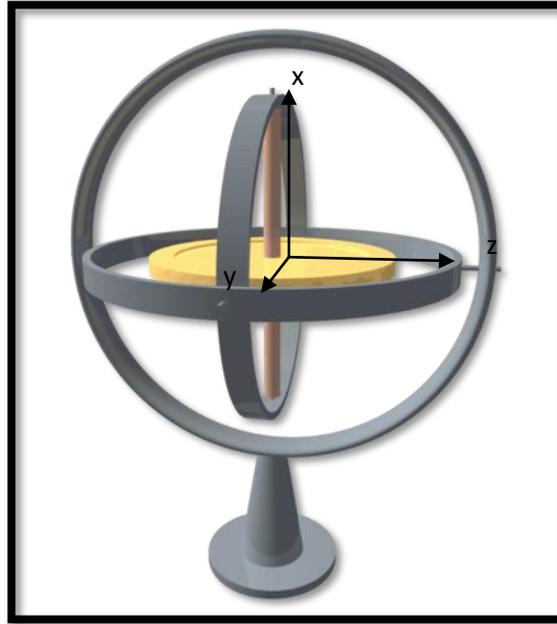


Ilustración 44. Posición inicial del giroscopio ZYX por su orden de sucesión

En la Ilustración 45 se observa el comportamiento de la aceleración lineal en "X", "Y" y "Z" con lo cual se observa que se comienza esta prueba con el eje "X" del acelerómetro en dirección del eje vertical.

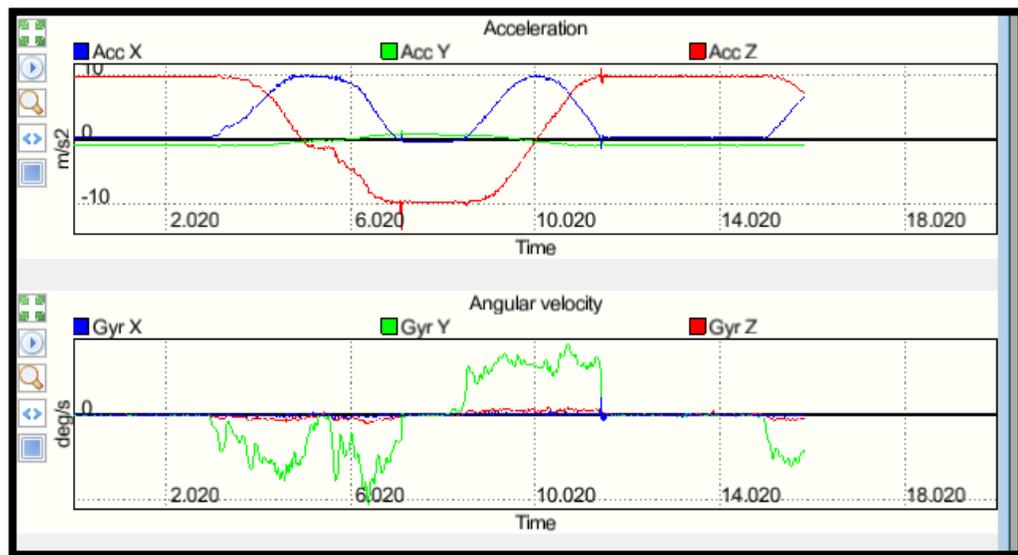


Ilustración 45. Pitch en un acelerómetro y su grafica en aceleración, velocidad angular y orientación magnética

En la Ilustración 45 se observa la gráfica de los ángulos de Euler hecho con el programa de Xsens. En este caso se observa como las gráficas demuestran que con ejes móviles es necesario rotar dentro del

eje móvil ROLL y YAW de 180 grados para describir el movimiento con ángulos de Euler. Este experimento se puede generar con un giroscopio mecánico representado en la Ilustración 44 y se puede mover manualmente para describir en la Ilustración 46.

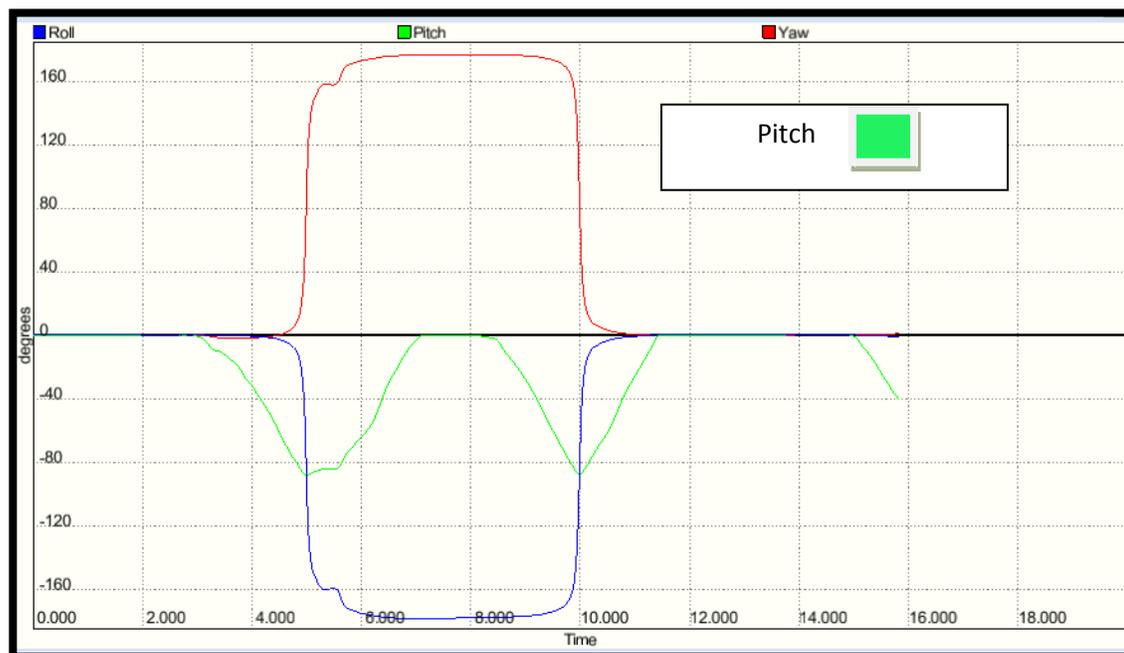


Ilustración 46. Ángulos de Euler graficados en MT manager para el movimiento del Pitch

Para observar como es el ángulo respecto al eje fijo "Y" se puede observar en la Ilustración 47 el giro de -180 grados y el regreso. En la Ilustración 47 se observa el resultado de integrar con la ecuación 31 (integración numérica) la velocidad angular. La Ilustración 47 ilustra la diferencia entre la Ilustración 46 al describir lo que sucede con el bloqueo del eje en PITCH. Esta pérdida de un grado de libertad y la necesidad de usar los otros dos ejes se conoce en inglés como "GIMBAL LOCK".



Ilustración 47. Ángulo respecto al eje Y

3.7.3.2 Giro respecto al eje "X" comparado con "roll"

En el siguiente experimento se hizo un giro respecto al eje fijo X de un acelerómetro fijado a un goniómetro de aluminio. Este experimento fue hecho para comparar la escala del goniómetro mecánico y el giroscopio del sensor. En este caso se puede observar que la aceleración en z comienza con la aceleración gravitatoria y va disminuyendo hasta volverse negativa. Este giro de 180 grados y regreso genera un cambio en la velocidad angular respecto al eje fijo "X" lo cual se ve claro en la Ilustración 49. En este caso no se tiene un bloqueo del eje como sucede en el eje y. Por lo cual el ángulo ROLL coincide con el ángulo respecto al eje X.

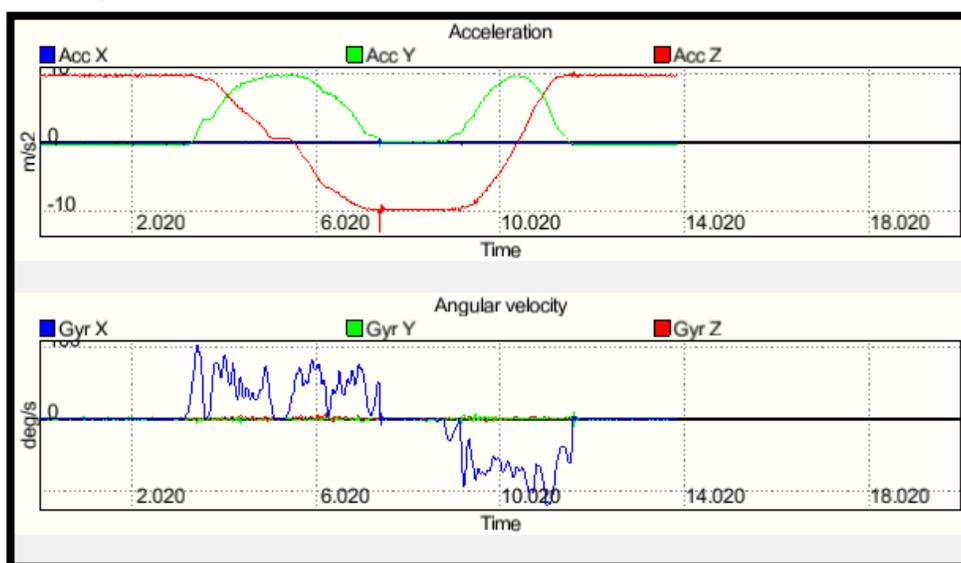


Ilustración 48. Aceleración, Velocidad angular y campo magnético para un giro en el eje fijo X

En la Ilustración 48 se tomó una imagen del programa MT manager que gráfica y calibra en tiempo real los datos del IMU (INERTIAL MEASUREMENT UNIT) para aceleración, velocidad angular y campo magnético.

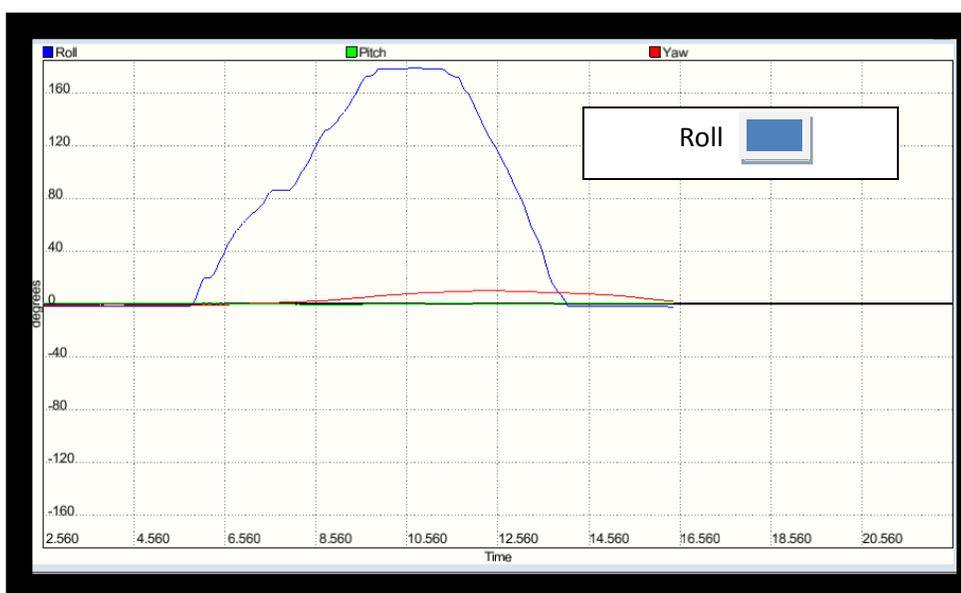


Ilustración 49. Roll en un acelerómetro en el software MT manager

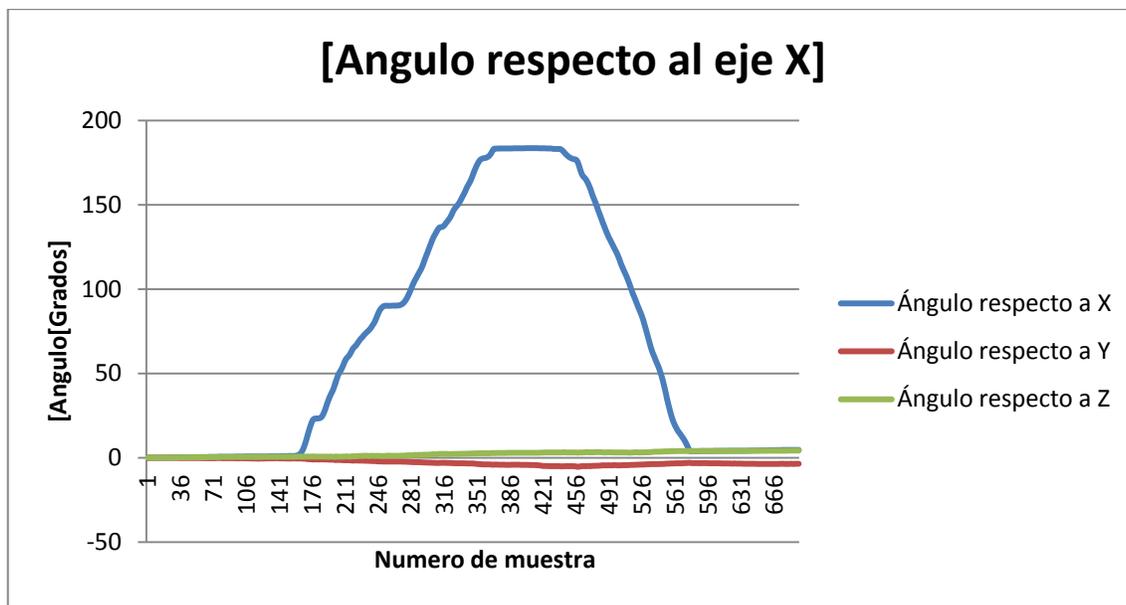


Ilustración 50. Rotación respecto al eje x

Nuevamente en la Ilustración 50 se observa el resultado de la integración por medio de la ecuación 31 con el método del trapecio con el cual se puede obtener el ángulo a partir de la velocidad angular sobre el eje "X" de la Ilustración 48. Se observa la similitud de la Ilustración 49 y de la Ilustración 50 ya que coincide el giro respecto al eje "X" y el "roll".

3.7.3.3 Giro en el eje Z comparado con el Yaw

En la

Ilustración 51 se observa que la única velocidad angular existente es respecto al eje fijo "Z", por otro lado se puede observar que no hay cambios abruptos de aceleración por la gravedad. Es por ello que aplicando la ecuación 29 y 31 se puede demostrar que un cambio de ángulo no genera ningún cambio en la aceleración lineal cuando no hay influencia de la gravedad. Esto nos ayuda a entender la relación entre la aceleración, la orientación, la gravedad y la velocidad angular.



Ilustración 51. Visualización de la rotación respecto al eje z para aceleración, velocidad angular y orientación magnética

En la Ilustración 52 se observa otra discontinuidad en el YAW respecto al ángulo del eje Z donde por geometría se conoce que un ángulo de 180 grados y uno de -180 grados es el mismo sin embargo así se gráfica para el software de MT manager.



Ilustración 52. Gráfica de la rotación respecto al eje Z para los ángulos de Euler Roll, Pitch y Yaw.

Integrando la velocidad angular se obtiene la Ilustración 53 se observa la diferencia a nivel gráfica con el mismo valor angular que en la Ilustración 52 con la excepción del dato final el cual ya fue explicado anteriormente.



Ilustración 53. Gráfica de la rotación de un acelerómetro alrededor del eje z.

3.7.4 Resultados Análisis en el laboratorio para jugadores de bádminton

En esta etapa se aplica las mismas ecuaciones que para el tema 3.73 y 3.72. Para facilitar la comprensión se explicará brevemente el proceso por pasos.

1. Medición del atleta para encontrar el centro de masa de los segmentos superiores del cuerpo (SSC) como se observa en la (Tabla 10. Parámetros de segmentos de cuerpo de Dempster traducida y recortada para segmentos superiores).

2. Colocación de los sensores con el cuerpo humano y la calibración en la computadora.
3. Colocación de 2 cámaras de video para grabar dos planos perpendiculares de movimiento.
4. Uso de plataforma de fuerzas uniaxial y cinta métrica para evaluar el salto largo.
5. Captura de información por atleta durante el laboratorio.
6. Análisis y coordinación de video de alta velocidad y sensores para obtener:
 - 6.1. Aceleración en "X", "Y" y "Z"
 - 6.2. Velocidad angular respecto a los ejes "X", "Y" y "Z"
 - 6.3. Ángulos de Euler (roll, yaw y pitch)
7. Con lo obtenido en el paso 6 y aplicando las ecuaciones se obtiene:
 - 7.1. Aceleración respecto al sistema de coordenadas global con los ángulos de Euler
 - 7.2. Velocidad lineal del centro de masa aproximado en los ejes "X", "Y" y "Z" en el sistema de coordenadas global
 - 7.3. Velocidad angular "w" para cada (SSC)
 - 7.4. Velocidad de los extremos del segmento, se puede expresar de manera vectorial como:

$$\|v_{extremo}\| = \|w \times R + V \cdot U\|$$
8. Fuerza y distancia durante un salto largo

3.7.4.1 Experimentos con personas de diferentes actividades durante un remate

En la primer parte de la investigación se hicieron experimentos en 7 personas con diferentes características, edades incluso una intensidad y variedad de actividades distintas detalladas en la Tabla 20. En esta primera fase el objetivo fue ver cuál era velocidad angular mayor en los 3 ejes y relacionarla en personas con diferente actividad física. En este primer experimento se llegó al paso 6.3 el cálculo de la velocidad angular.

Persona	Actividad	Nivel	Edad	Peso
Jorge	Bádminton	Master	55	58
Gabriel	Bádminton	1 fuerza	21	64
Carlos	Bádminton	Sub-19	17	81
David	Ninguna	ninguna	62	61
Luis	Gimnasia	Estudiantil	27	60
Alfredo	Fútbol	Estudiantil	21	70
Andrés	Bádminton	Sub- 19	15	63

Tabla 20. Personas que se sometieron a las pruebas de un remate

velocidad angular rad/s						
Jorge	Carlos	Gabriel	David	Andrés	Luis	Alfredo
-2.82	-8.94	-21.39	6.22	-20.98	4.96	2.74
8.31	0.13	-9.17	11.05	-7.99	10.07	-2.31
22.50	14.55	6.15	14.97	7.04	17.65	8.89
28.55	28.54	28.30	15.94	28.59	21.12	14.65
23.84	27.88	27.15	13.73	28.11	18.14	12.02
18.89	8.64	7.14	10.89	11.65	6.81	11.91
22.06	-3.02	-23.41	10.10	-28.66	16.41	8.97

Tabla 21. Velocidades angulares antes y después del impacto

En la primera fase de la investigación se responde la pregunta ¿Qué velocidad angular tiene la mano de una persona con diferentes condiciones dentro de un remate de Bádmin-ton? En la Tabla 21 se capturaron las aceleraciones antes del impacto de los atletas que se describen en la Tabla 20.

Uno de los procesos para entender es comparar; en este caso se comparó y se graficó en la Ilustración 56. Una de las diferencias de la velocidad angular de sujetos con diferentes condiciones físicas es que los atletas entrenados lograban velocidades angulares con más del doble de magnitud con respecto a los que no practicaban Bádmin-ton. Así como el atleta con una aceleración en un menor tiempo es Jorge el cual tenía jugando más de 20 años. Esto genera la pregunta ¿Qué diferencias tiene un atleta que domina su técnica a uno novato? Entonces la investigación llevó a estudiar la velocidad del gallito (proyector del Bádmin-ton). Es por ello que esta parte de la investigación solo compara las velocidades angulares y posteriormente se llevó a un estudio completo desde antes del golpe con el gallito y después del golpe. Esta primera etapa es importante porque fue el primer paso para definir el método para comparar a atletas de Bádmin-ton.

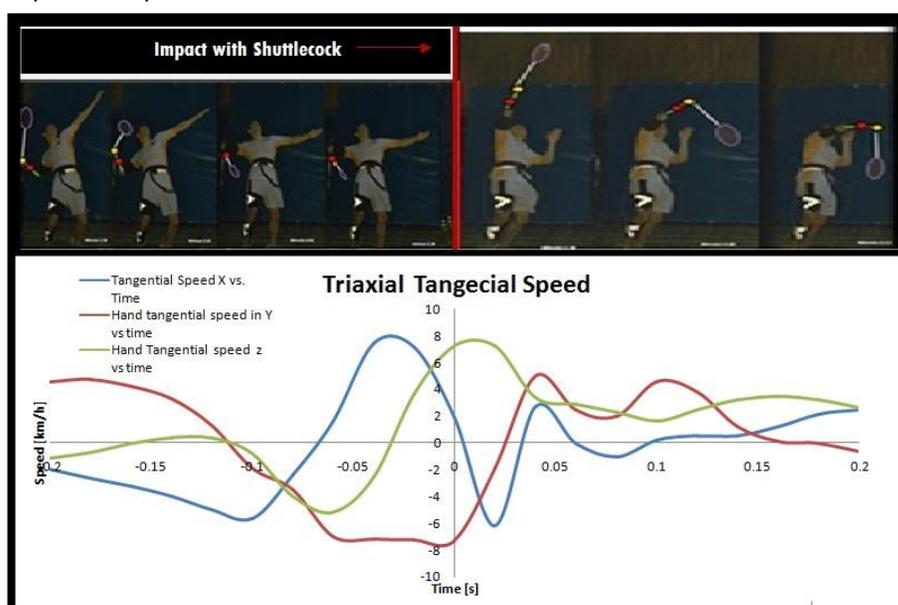


Ilustración 54. Coordinación entre fotografías y la señal del sensor representada con fotografías.

La velocidad tangencial de la Ilustración 54 se ilustra antes del impacto y después del impacto. En la Ilustración 54 así como en toda la investigación el tiempo 0 está definido como el tiempo donde sucede el impacto. También en esta imagen se demuestra la manera en que se relaciona el video con las gráficas, ya que se conoce el tiempo de muestreo de la cámara y del sensor. El sensor toma 50 muestras por segundo, la cámara toma hasta 700 cuadros por segundo. La cámara se usa para tener el estudio cualitativo del movimiento, sin embargo los sensores dan una medida de la velocidad angular para cada 0.02 segundos, la combinación de ambas ayuda a comprender las velocidades angulares que se tienen en cada fase del remate. En la Ilustración 55 se observa el estudio que se genera para cada segmento. Se tiene el seguimiento de la aceleración del centro de masa aproximado, y se tiene la velocidad angular. Cada segmento se representa como una línea recta. Se puede definir la velocidad de cualquier punto del segmento de recta con una traslación y una rotación.

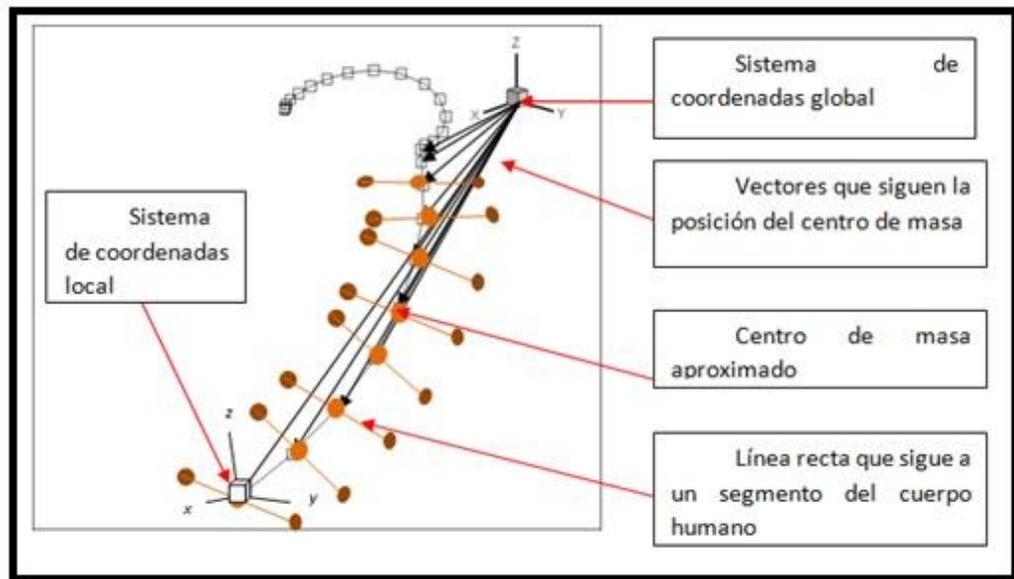


Ilustración 55. Posición [m] (X,Y,Z) de la mano para una prueba de remate de Bádminton

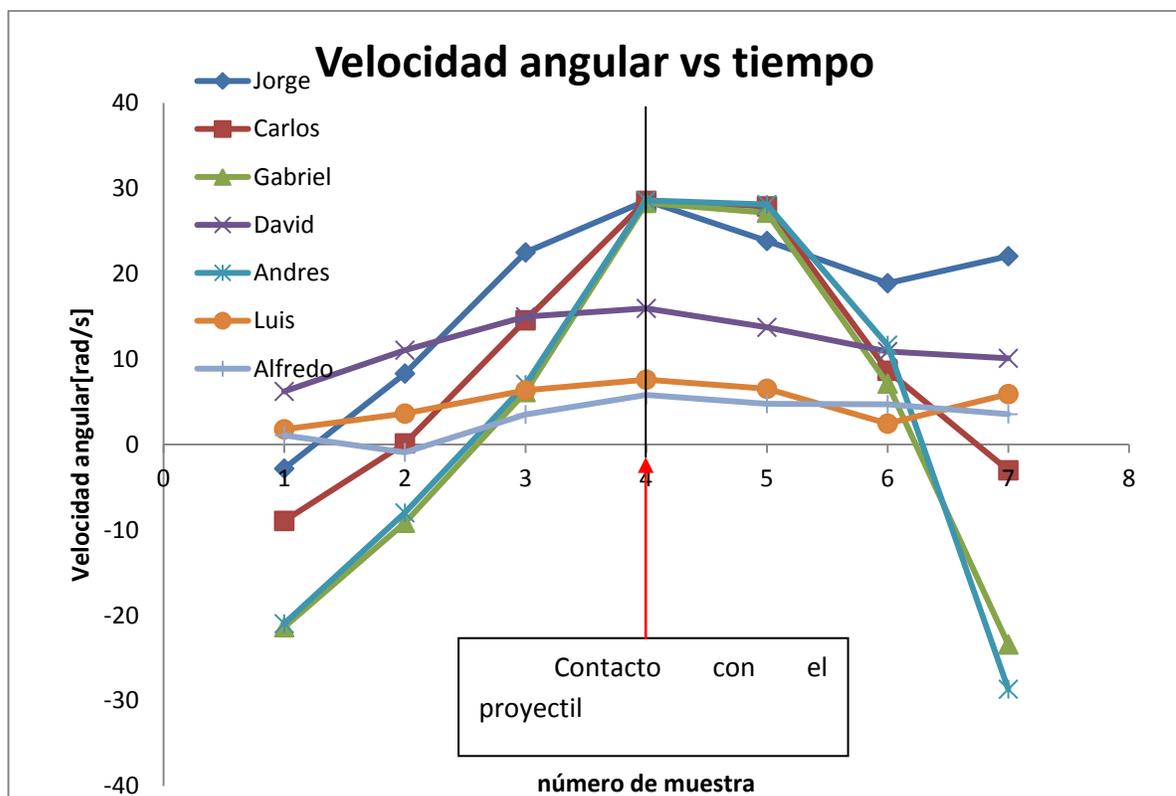


Ilustración 56. Representación gráfica de velocidad angular para el eje y para 7 personas con diferente actividad física

La Ilustración 56 muestra que los individuos: David, Luís y Alfredo generan velocidades angulares con una pendiente similar a una línea horizontal recta. El atleta más experimentado Jorge tiene un pico en el momento del contacto.

3.7.5 Resultados en atletas de nivel competitivo dentro de condiciones de laboratorio

Jugador	Edad	Peso	Categoría	nivel
Arturo	23	75	Abierta	Centroamericano
Mauricio	23	72	Abierta	Centroamericano
Andrés	16	64	Sub - 19	Nacional
Sebastián	17	68	Sub -19	Nacional
Erick	16	58	Sub- 19	Nacional
Alejandra	15	61	Sub-19	Nacional

Tabla 22. Atletas que se analizarán en laboratorio

Se analizarán 4 atletas juveniles representantes del Distrito Federal y 2 mayores pertenecientes a la preselección nacional. Y después se compararán sus velocidades del proyectil y velocidades de la mano.

3.7.5.1 Velocidad del gallito en 6 atletas diferentes

Como el protocolo consideró el proyectil y los extremos superiores del cuerpo humano en esta investigación se mostrarán los resultados del proyectil y después se correlacionará con los segmentos superiores.

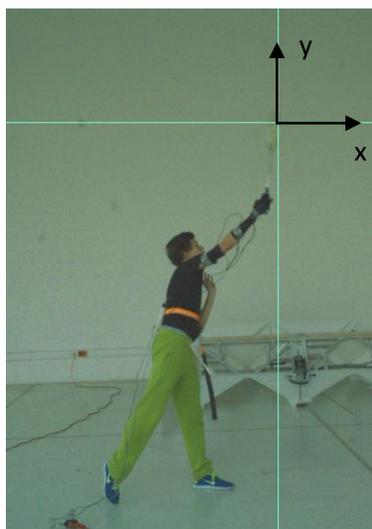


Ilustración 57. Sistema de coordenadas para el seguimiento de la trayectoria del proyectil

El análisis se hizo en un plano con dos dimensiones y se calculó la norma de la velocidad cada 0.02 segundos, la cual es el tiempo de muestreo del acelerómetro. En esta prueba el origen del sistema coordinado bidimensional se ubica en el lugar del contacto del gallito con la raqueta como se puede ver en la Ilustración 57. La Ilustración 58 es la representación de cómo se comporta la velocidad para cada m. Aquí se puede ver la tendencia del proyectil a bajar la velocidad mientras se desplaza. En este caso se está calculando la velocidad promedio en cada metro y lo que se observa es la magnitud de un vector en 2 ejes que se graban con la cámara de alta velocidad a 700 cuadros por segundo.

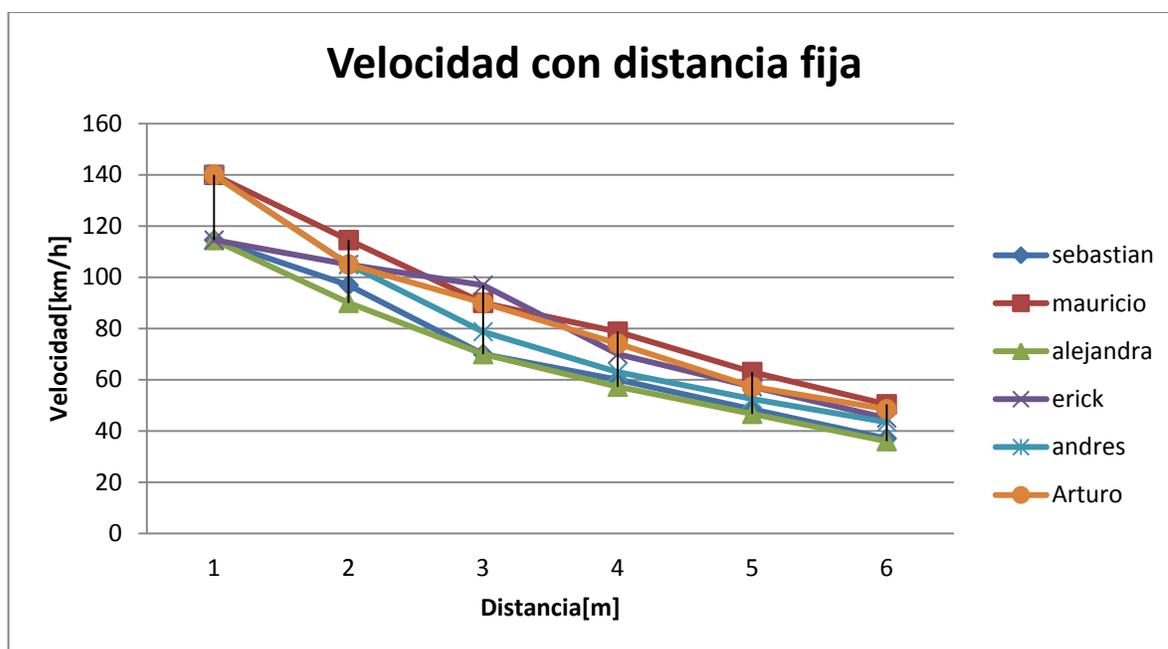


Ilustración 58. Gráfica que representa la magnitud de la velocidad desde una distancia fija después del impacto

Atleta	Tiempo de vuelo para 6 m	Velocidad pico
Andrés	0.157	140
Mauricio	0.14	140
Arturo	0.162	126
Alejandra	0.181	114.54
Erick	0.171	114.54
Sebastián	0.175	114.54

Tabla 23. Relación entre el tiempo de vuelo para 6 m y la velocidad pico

En un remate de Bádminton es necesario hacer un estudio de cómo se comporta el proyectil (gallito) después del impacto con la raqueta. En la Ilustración 58 se observa cómo se comporta en cada metro a través de unas marcas que se colocaron en el laboratorio con el mismo plano de movimiento. Ahora después de que se analizan los tiempos se puede concluir:

Por obtener una velocidad promedio mayor después del impacto con la raqueta es razón suficiente para que el gallito viaje una distancia de 6 m en menor tiempo.

Sin embargo, si se hará el análisis cinemático sin profundizar sobre la mecánica de fluidos que explica el comportamiento del proyectil.

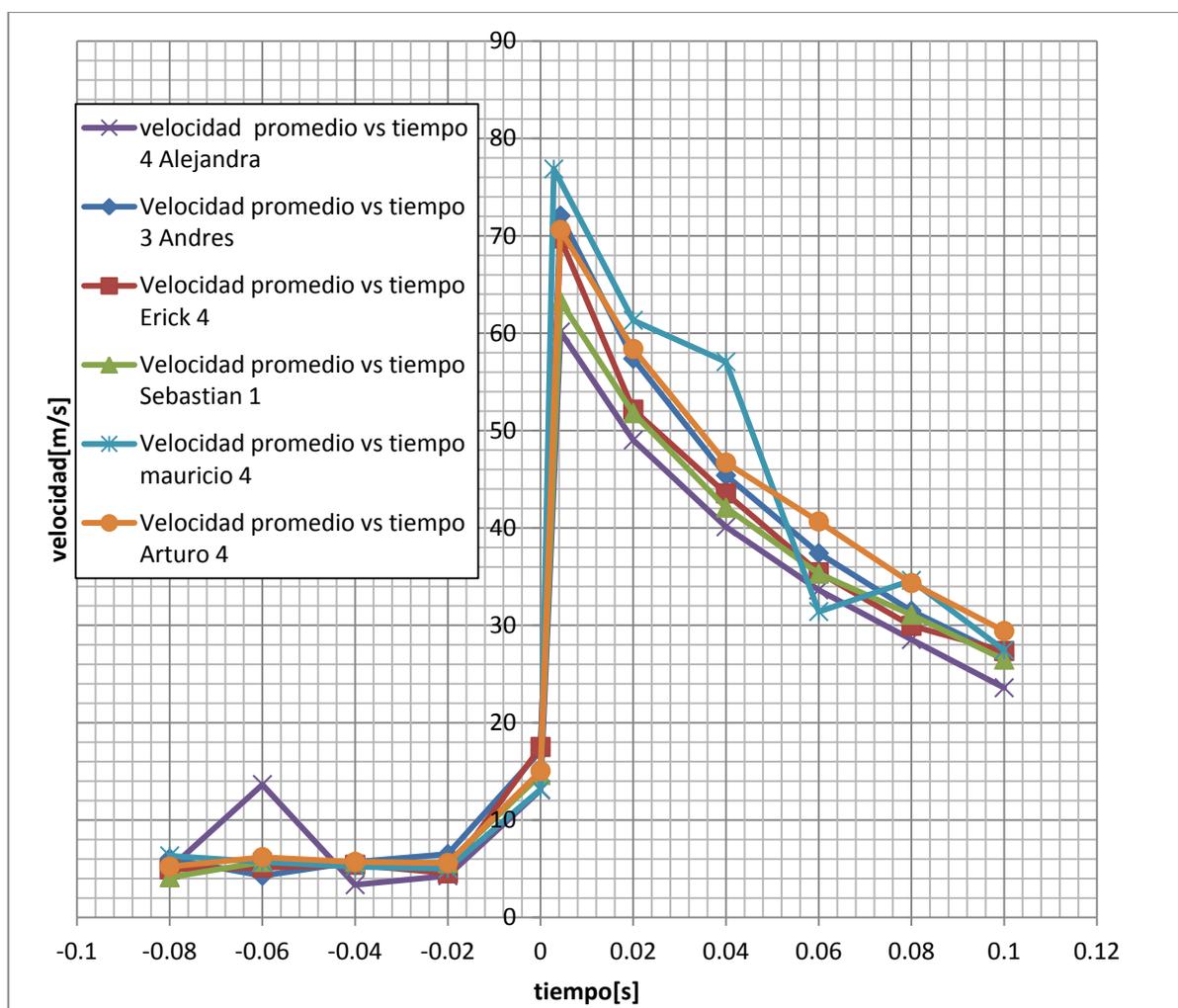


Ilustración 59. Velocidad del remate antes y después del impacto con la raqueta.

Ahora para hacer un análisis más completo es necesario saber con qué velocidad viene el gallito y cómo se comporta después y durante el impacto de una forma más completa, (véase Ilustración 59. Velocidad del remate antes y después del impacto con la raqueta.. Esto nos ayuda a saber que tanto se disminuye la velocidad después del impacto. Esto dio herramientas para poder comparar entre pruebas del mismo atleta, y entre ellos. Se puede observar que Mauricio es el atleta que logra la velocidad más alta después del impacto. La velocidad se tiene para este análisis cada 0.02 segundos, así el tiempo de muestreo será igual que el del acelerómetro triaxial. Esto ayudará a coordinar la información entre cámaras y acelerómetros.

Primero estudiaremos a los atletas de categoría abierta y compararemos el tiro con mayor velocidad con respecto al de menor velocidad para estudiar sus aceleraciones y velocidades. Si se desea ver el comportamiento del ángulo de un remate se invita al lector a leer el **apéndice**, así como el error ocasionado por simplificar el remate de 3D a 2D.

3.7.5.2 Estudio total con atletas de Categoría Abierta

3.8 Antropometría

El primer paso para analizar un atleta es conocer la colocación de sensores como se observa en la tabla 11. Es importante tener el apoyo de un experto en anatomía para colocar las marcas para posteriormente colocar los sensores. Así como se ubicó el sistema de referencias del acelerómetro para que coincida con el centro de masa de cada segmento.

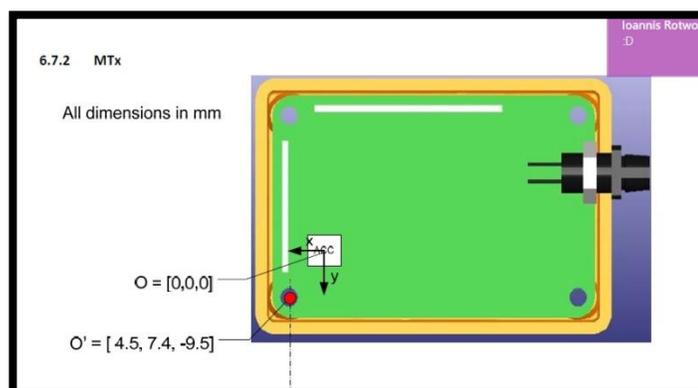


Ilustración 60. Vista en el plano XY de un acelerómetro para detectar donde se encuentra el sistema de coordenadas del sensor.

Mauricio		Arturo	
Segmento	distancia al centro de masa [m]	Segmento	distancia al centro de masa [m]
Mano	0.11	Mano	0.11
Antebrazo	0.18	Antebrazo	0.18
Brazo	0.20	Brazo	0.19
Abdomen y Pelvis	0.27	Abdomen y Pelvis	0.27
Segmento	Distancia[m]	Segmento	Distancia[m]
Mano	0.14	Mano	0.14
Antebrazo	0.30	Antebrazo	0.30
Brazo	0.41	Brazo	0.39
Abdomen y Pelvis	0.47	Abdomen y Pelvis	0.46

Tabla 24. Segmentos del cuerpo del atleta Mauricio y Arturo (preseleccionados nacionales)

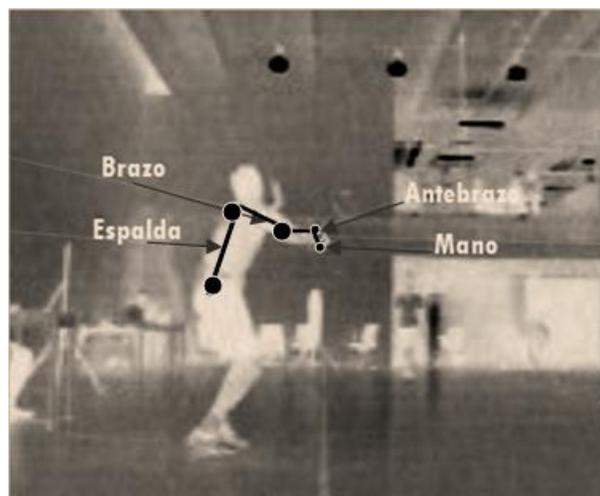


Ilustración 61. Fotografía que muestra los segmentos del atleta Mauricio como ejemplo de medición de segmentos

En la Ilustración 61. Fotografía que muestra los segmentos del atleta Mauricio como ejemplo de medición de segmentos; se tiene una toma instantánea del video como ejemplo de la representación de los segmentos que se midieron para analizar los deportistas. Se requirió la ayuda de una estudiante de fisioterapia para detectar los extremos proximales y distales de los deportistas.

3.8.1 Mauricio

La primer variable que se midió fue la velocidad con lo cual se obtuvieron gráfica con un tiempo de muestreo igual que el del sensor del movimiento. Este tiene una frecuencia de 50 Hz lo cual significa que toma datos cada 0.02 segundos. Por este motivo la Ilustración 62 se muestra los datos obtenidos a partir de un video filmado a 700 cuadros por segundo. La velocidad a la que fue filmado hace que el video se pueda observar 23.33 veces que una cámara común que filma a 30 cuadros por segundo.

3.8.2 Velocidades del proyectil

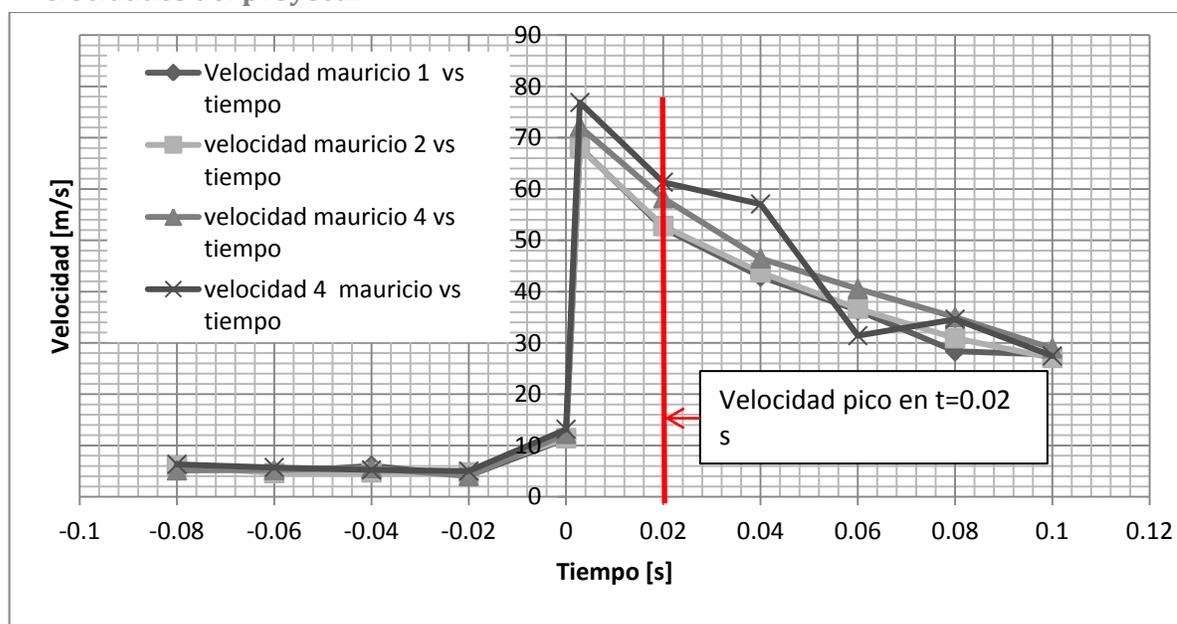


Ilustración 62. Gráfica de velocidad del gallito del Mauricio

De las 4 pruebas tomaremos la más rápida y las más lenta que en el caso de Mauricio su prueba más rápida es la prueba 4 y la más lenta es la prueba 2. Nuestro punto de referencia para decidir la velocidad más alta es la velocidad pico que se señala en la Ilustración 62 con una línea vertical roja.

3.9 Comparación de velocidades para el gallito

3.9.1 Velocidad lineal de centro de masa de (SSC) y del gallito para dos pruebas distintas para Mauricio

Para obtener la velocidad de la mano, antebrazo, brazo y espalda, se aplicaron 7 pasos explicados en la parte inicial de este capítulo. Los mismos fueron hechos para calcular la velocidad de acelerómetros para los experimentos iniciales.

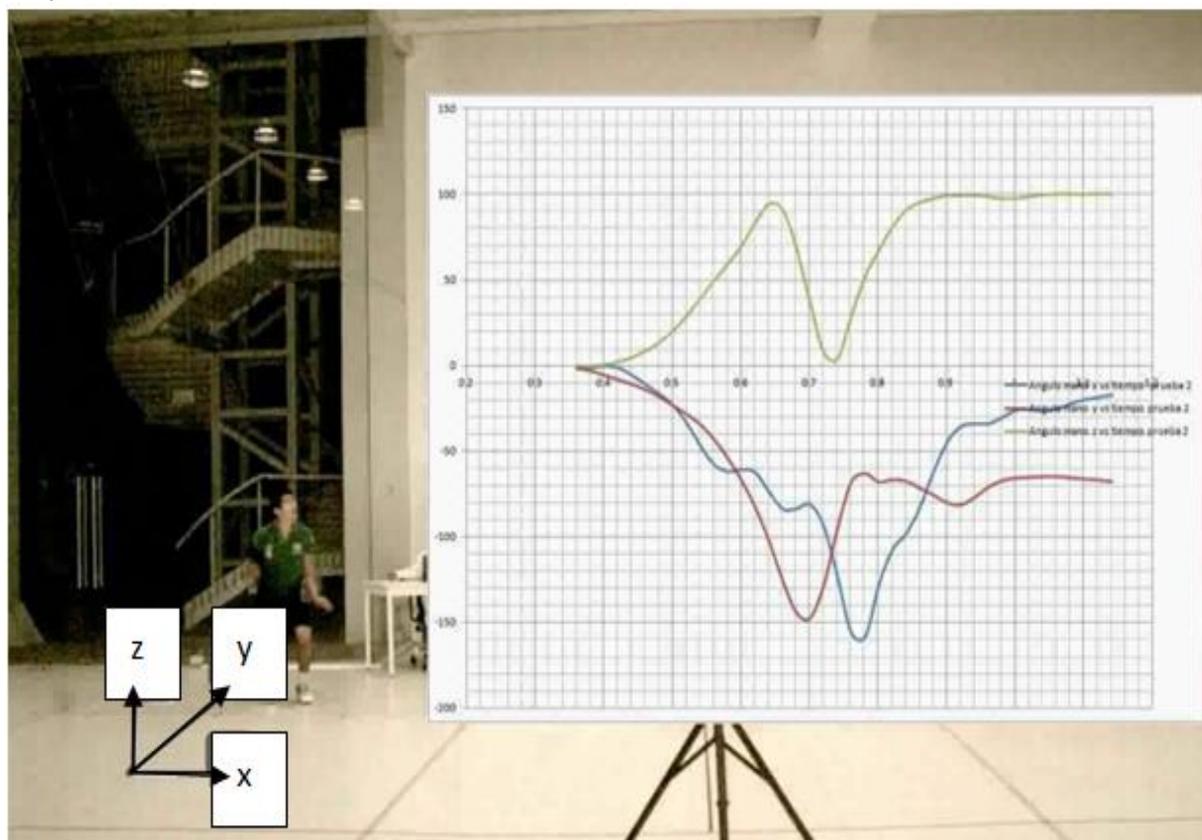


Ilustración 63. Sistema de referencias para los acelerómetros

También se observa en la Ilustración 63 el sistema de coordenadas globales con el cual se puede interpretar las siguientes ilustraciones.

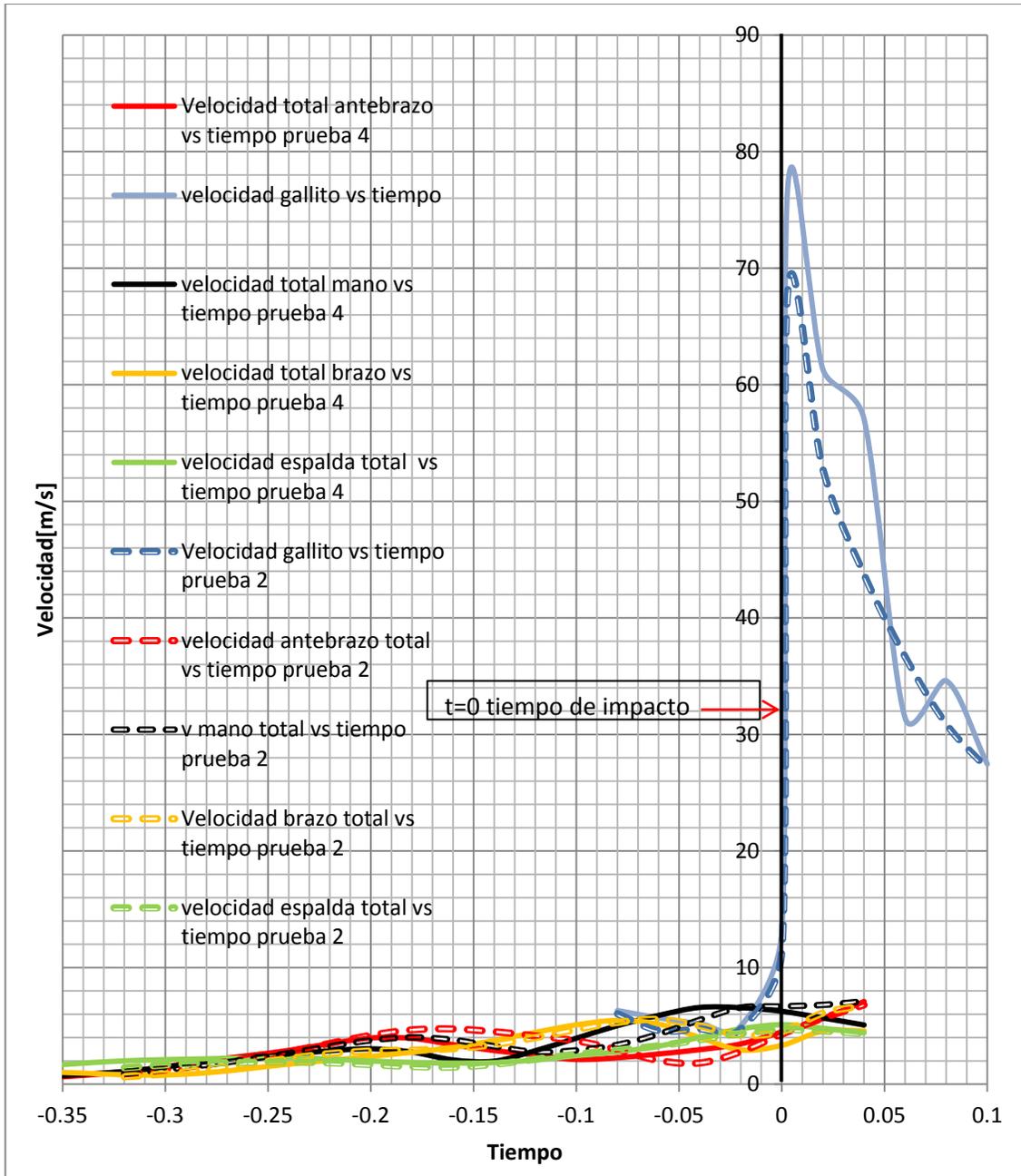


Ilustración 64. Velocidad lineal de los centros de masa aproximados de: Espalda, Brazo, Antebrazo y Mano

En la Ilustración 64 se observa que la velocidad del proyectil en la prueba 4 es mayor que en la prueba 2 sin embargo la velocidad lineal del centro de masas de la mano es menor. Sin embargo nuestro modelo contempla la velocidad angular también así que es posteriormente se hará un estudio completo para ver la relación entre la velocidad del centro de masa de los SSC y la del proyectil. La velocidad que se observa es la norma del vector en los 3 ejes calculada con la ecuación 33:

$$\sqrt{(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)} = \|v_x, v_y, v_z\| \dots\dots\dots 33$$

Con la ecuación 33 se midió la velocidad del proyectil y de la mano. La cámara es la herramienta para obtener la velocidad del proyectil en 2 ejes (véase Ilustración 57). En la Tabla 25 se aplica la

ecuación 32 pero las velocidades de la mano, antebrazo, brazo y espalda son las que ocurren 1 muestra antes del impacto (0.02 segundos antes del impacto). En el caso de la velocidad proyectil (conocida como velocidad pico) es la máxima que se alcanza 0.02 segundos después del impacto (Wan, Research on Badminton Games: Past and Present, 2008).

prueba	V Mano [m/s]	V Antebrazo	V Brazo	V Espalda	V Proyectil
2	6.67	4.29	4.51	4.34	40.46
4	6.25	4.49	3.33	5.1	44.75

Tabla 25. Medición de velocidad máxima de extremos superiores del cuerpo.

3.9.2 Velocidad angular con velocidad máxima y mínima del proyectil

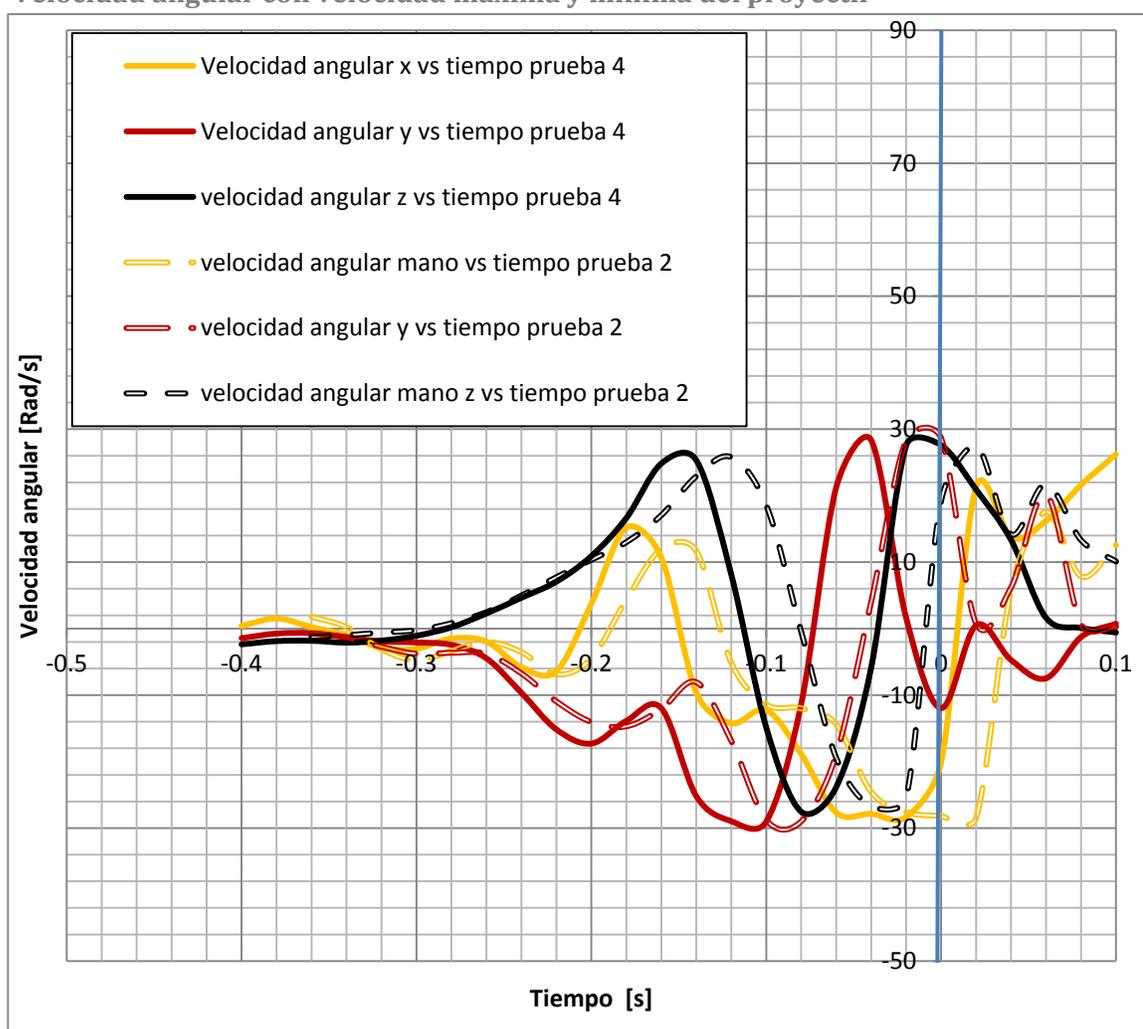


Ilustración 65. Gráfica que muestra la velocidad angular en los tres ejes para dos pruebas

En la Ilustración 65 se grafican las velocidades angulares (prueba 2) en los 3 ejes fijos para la mano, las líneas sólidas son para las velocidades angulares mayores (prueba 4) y las curvas punteadas son para las velocidades del movimiento que logró una velocidad de gallito menor.

prueba	V angular Mano	V angular Antebrazo	V angular Brazo	V angular Espalda	V Proyectoil
2	3.29	6.75	2.15	0.38	40.46
4	5.52	7.43	2.14	1.3	44.75

Tabla 26. Velocidades máximas antes del impacto para mano, antebrazo, brazo y espalda.

La velocidad angular en la mano, antebrazo y espalda es mayor en la prueba 4 con lo cual se visualiza en la Tabla 26. La velocidad angular es proporcional a la velocidad tangencial y distancia de cada segmento. Por ello es necesario considerarla para el estudio de cualquier punto del segmento a estudiar.

3.9.3 Aceleración Lineal de los Centros de masa de los (SSC) con la prueba con mayor y menor velocidad

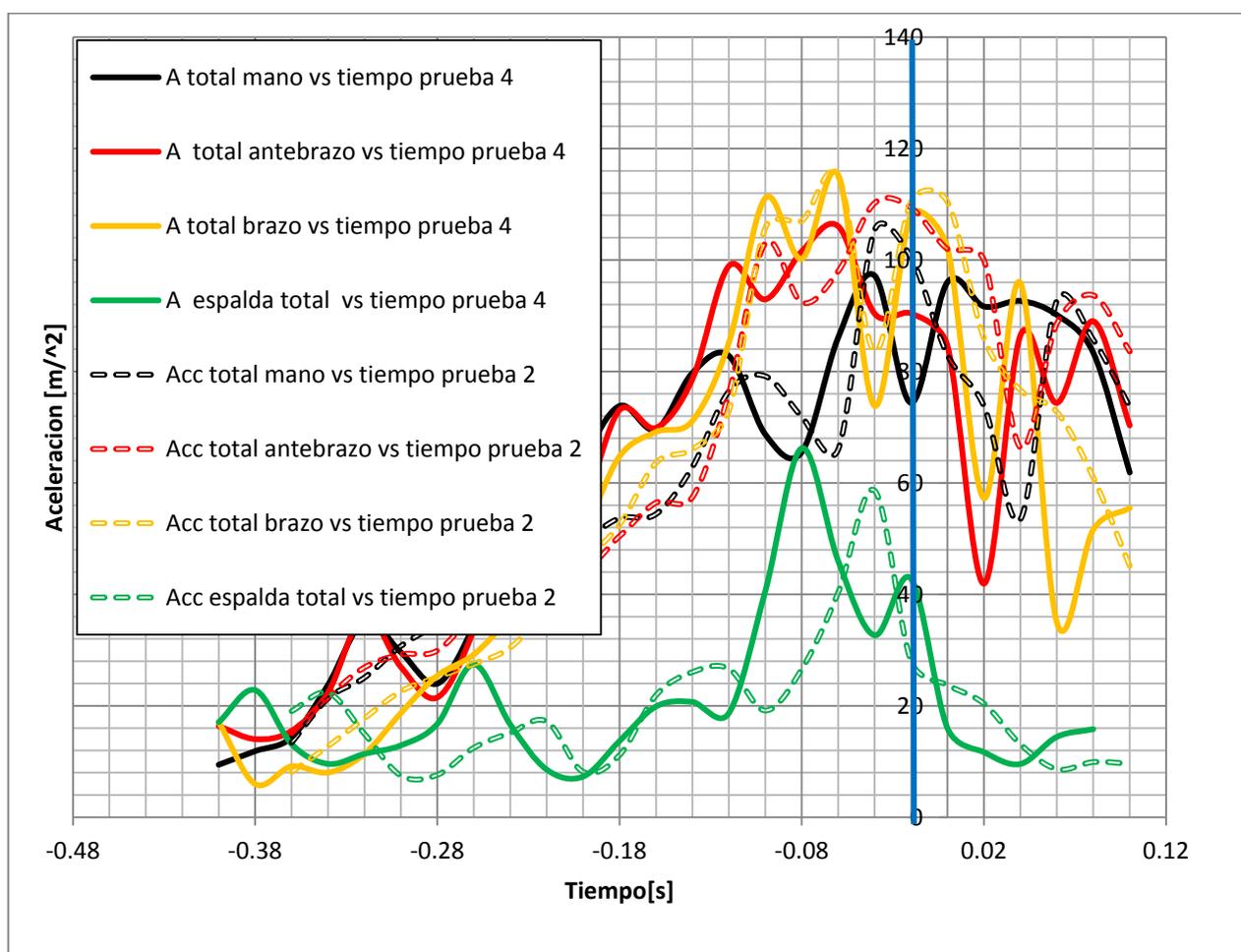


Ilustración 66. Aceleración de mano, antebrazo, brazo y espalda Mauricio

La mano de la prueba 4 está graficada con una línea azul sólida, en la Ilustración 66 describe la magnitud de la aceleración calculada con la norma de la aceleración en 3 ejes con la ecuación 33:

$$\sqrt{(a_x^2 + a_y^2 + a_z^2)} = \|a_x, a_y, a_z\| \dots \dots \dots \text{Ecuación 34}$$

La Tabla 27 toma los datos más importantes de la prueba 2 y 4 de la Ilustración 66. Esta tabla muestra que la aceleración (antes del impacto) es menor para todos los segmentos para la prueba donde se tiene una tasa de velocidad menor antes del impacto. Es por ello que es necesario hacer un análisis total posterior con la suma de la velocidad lineal y angular para los extremos superiores del cuerpo.

prueba	A Mano [m/s]	A Antebrazo	A Brazo	A Espalda	A Proyectil
2	109.37	100.44	110.43	58.61	19802
4	90.38	74.37	108.14	32.66	22050

Tabla 27. Aceleración de mano, antebrazo, brazo y espalda

3.9.4 Velocidad Linear con Angular de los extremos distales de los SSC de Mauricio

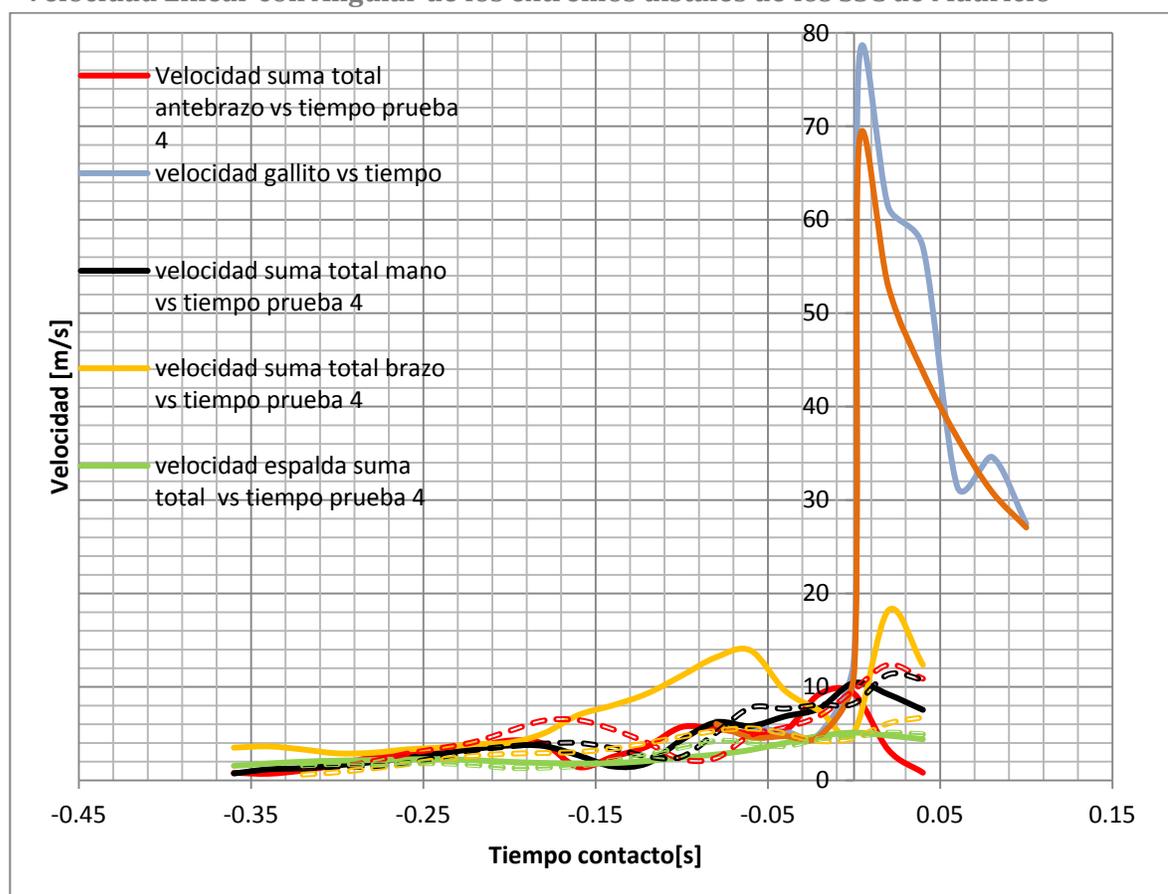


Ilustración 67. Figura que representa la suma total de la velocidad lineal y angular de un remate de Bádminon para un tiro lento y uno rápido.

En esta gráfica se muestra la velocidad, la cual resultado de la integración por la ecuación 29 y la ecuación 31 de la aceleración vista en la Ilustración 66 y también se le suma la componente de la velocidad producida por la velocidad angular. En esta ilustración se observa como la prueba 4 genera una magnitud mayor en la velocidad total que en la prueba 2. Esto significa que el modelo aplicado de la ecuación 29 y 31 tienen proporcionalidad con las velocidades que se tienen para el proyectil. El hecho de

calcular la velocidad linear y angular se aplica para el extremo distal, es decir las velocidades son para los segmentos, nudillo, muñeca, codo y C7 de la espalda.

prueba	V Distal Mano [m/s]	V Distal Antebrazo	V Distal Brazo	V Distal Espalda	V Proyectil
2	8.22	9.68	5.8	4.46	40.46
4	10.44	9.26	5.18	5.07	44.75

Tabla 28. Suma de la velocidad y la velocidad angular máxima en atletas mayores.

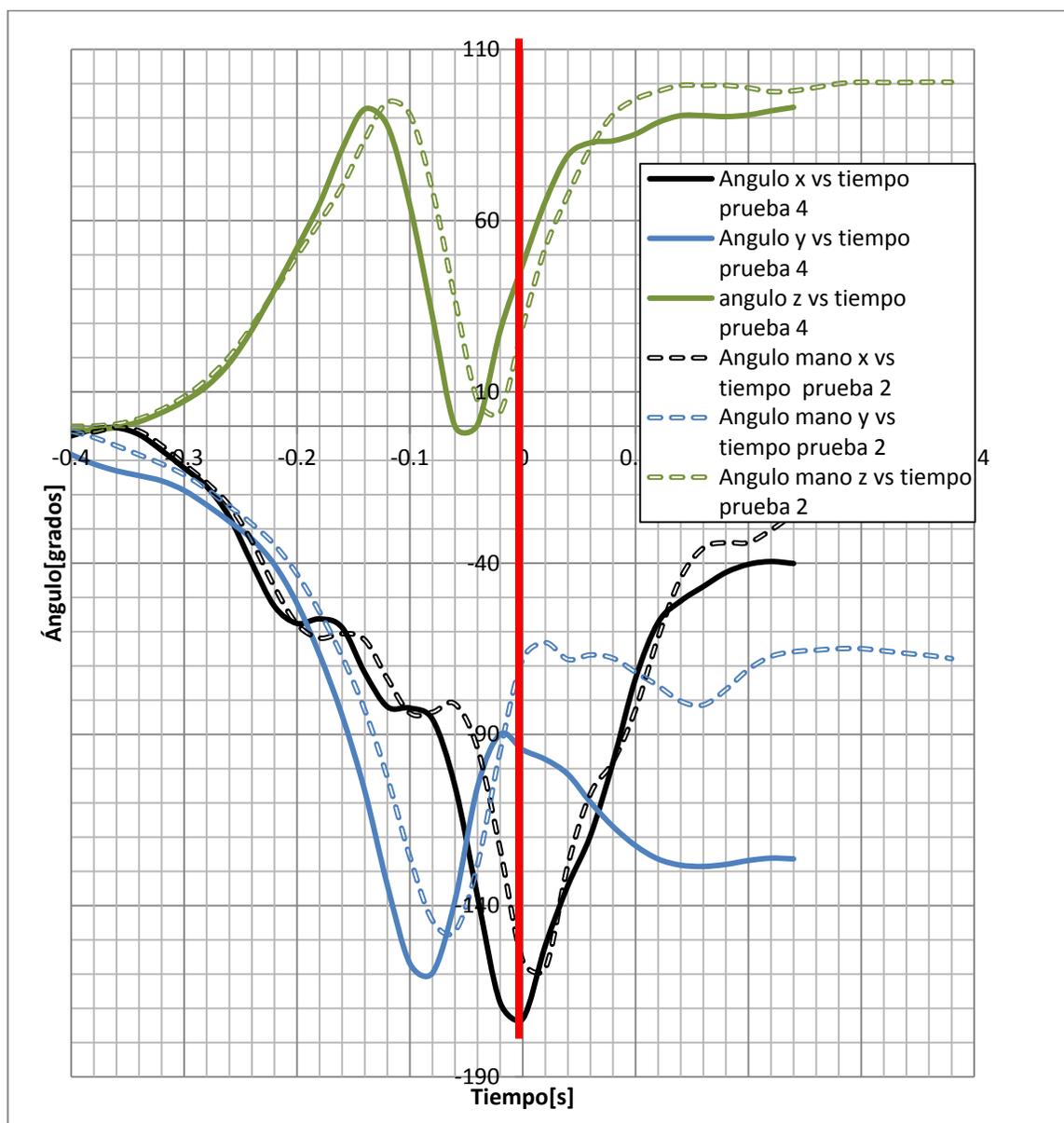


Ilustración 68. Gráfica de los rangos de movimiento en los 3 ejes para un remate para la mano

Una variable muy importante es el ángulo respecto a los 3 ejes X, Y y Z. La línea roja de la Ilustración 68 representa el tiempo donde se genera el contacto de la raqueta con él gallito. Esta gráfica

demuestra que los rangos de movimiento mayores en el eje "X" y "Y" son mayores en la prueba 4 que en la prueba 2. Esto podría estar relacionado con mayor velocidad en la mano.

3.9.5 Fuerza que puede producir el atleta Mauricio con sus piernas

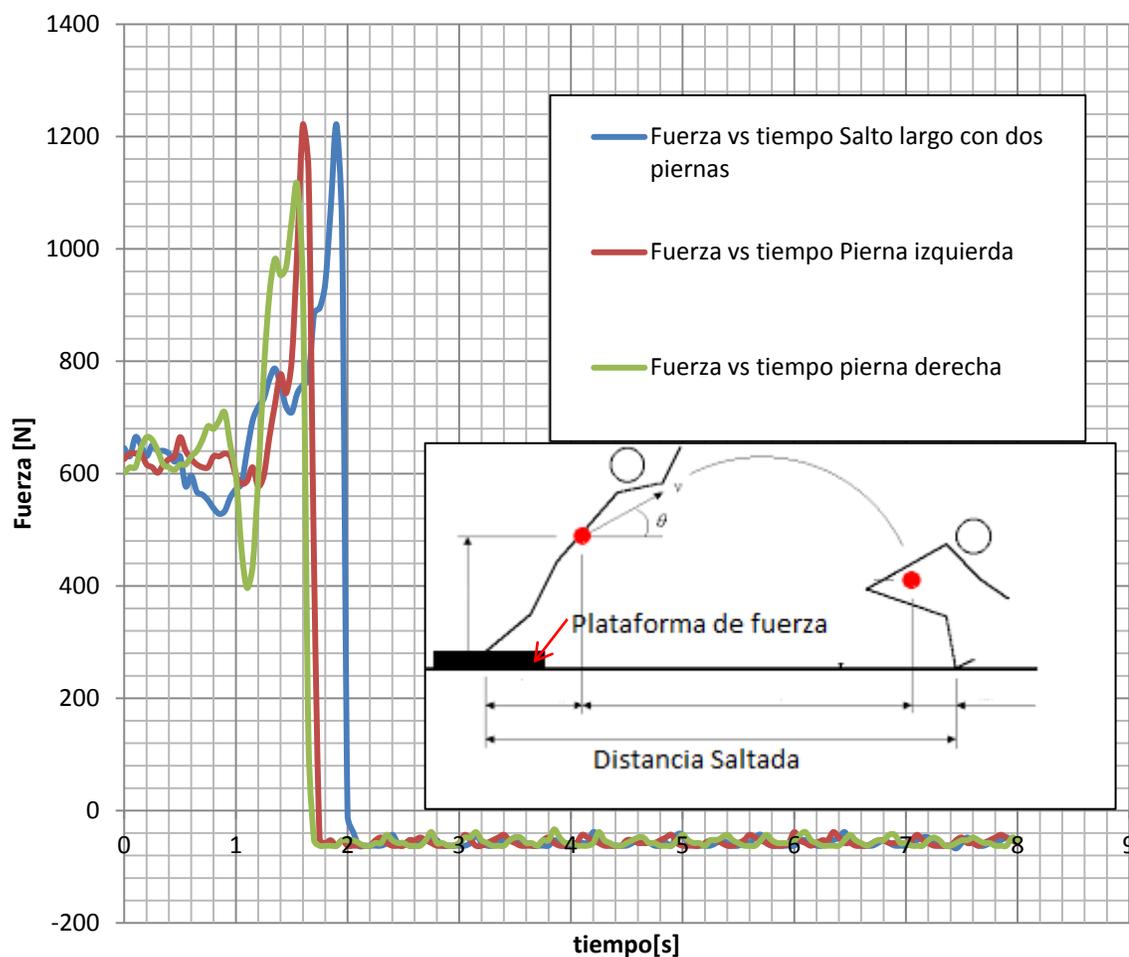


Ilustración 69. Prueba de relación de fuerza de un salto largo de piernas izquierda, derecha y de ambas piernas

Es importante estudiar la capacidad de salto en una prueba individual:

Prueba 1	Prueba 2	Prueba 3	
Distancia Saltada			Pierna
1.43	1.54	1.55	Izquierda
1.05	1.55	1.68	derecha
1.58	1.72	1.78	Ambas

Tabla 29. Distancia saltada en 3 pruebas distintas para pierna izquierda, derecha y ambas.

En la ilustración se ve la fuerza generada para el salto de cada pierna y las dos juntas. En la Tabla 29 se tienen las distancias saltadas en 3 pruebas distintas para pierna izquierda, derecha y ambas. Las

celdas rojas son las mejores marcas por prueba. Se observa una asimetría en el salto en la Ilustración 69 debido a que la fuerza de la pierna izquierda es mayor que la de la pierna derecha. Así como las distancia que salta más es la pierna derecha. Esto sucede debido a que la pierna en la que se ejerce más fuerza (izquierda) requiere una mejora en la técnica de salto; ya que aunque genera más fuerza se desplaza una distancia menor en el salto.

t	h	prueba
vuelo	Max	
0.5	0.30	4
0.48	0.28	2

Tabla 30. Altura saltada en las 2 pruebas

Otro dato importante es que tanto saltó el atleta durante el remate, este atleta cuando saltó mayor altura también tiene un mayor tiempo para generar el remate, un mayor rango de movimiento y en este caso también una mayor velocidad.

3.10 Atleta Arturo

El siguiente atleta también de categoría abierta se le hará el estudio completo de todas sus variables cinemáticas y cinéticas. Es necesario hacer una evaluación deportiva tanto en entrenamiento como en laboratorio en un tiempo definido para hacer una evaluación en una etapa de la preparación del deportista.

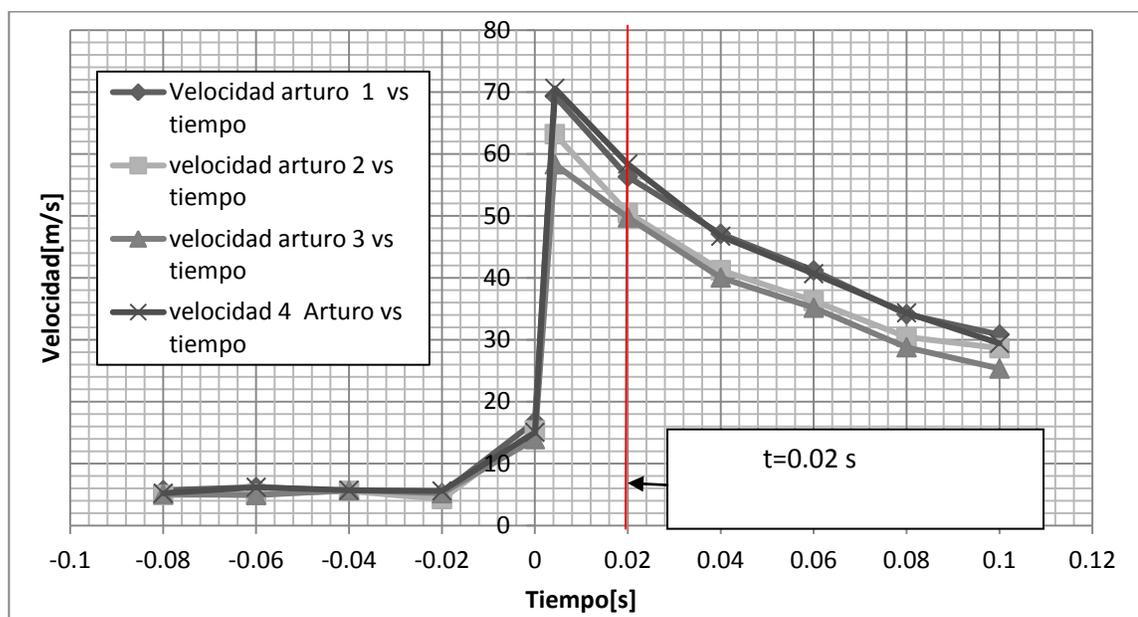


Ilustración 70. Representación gráfica de 4 tiros para el Atleta Arturo con sus respectivas velocidades para el proyectil (gallito)

En la Ilustración 71 es importante notar que el tiro más rápido sucede en la prueba 4 y el más lento ocurre en la prueba 3. Estas dos pruebas serán las que serán analizadas para los segmentos superiores del cuerpo para comparar dos diferentes pruebas de cada atleta y su resultado en el proyectil.

3.10.1 Velocidad lineal de centro de masa de (SSC) y del proyectil para dos pruebas distintas

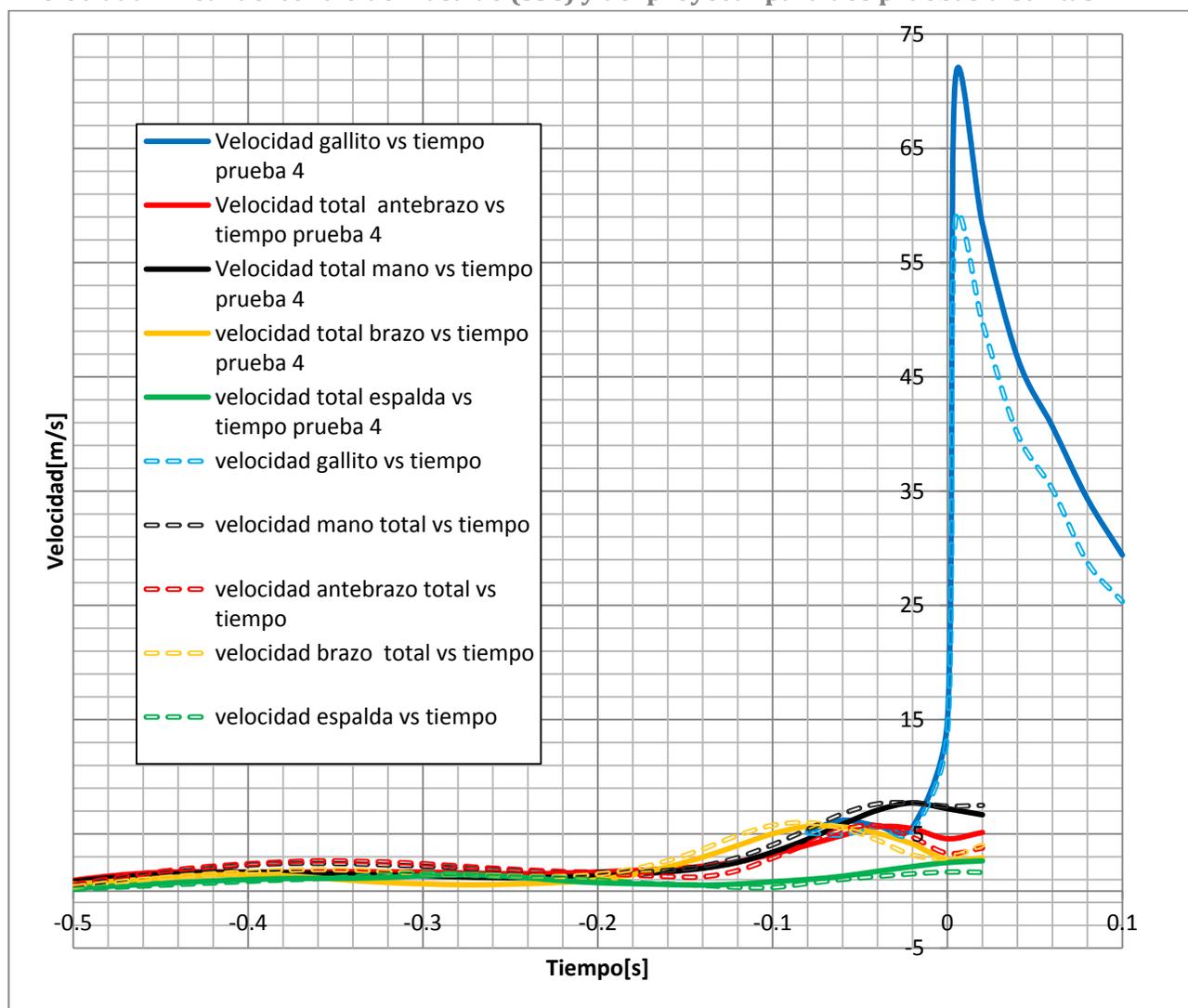


Ilustración 71. Velocidad del gallito relacionado con la velocidad de los extremos superiores para Arturo

El atleta Arturo tiene velocidades lineales iguales en la mano en las dos pruebas de la Ilustración 71 a diferencia de antebrazo, brazo y espalda donde las velocidades son mayores. La muestra con datos máximos de velocidad el aumento de un segmento a otro. Donde la mano no logra tener mayor velocidad en la prueba 4 que en la prueba 3.

prueba	V Mano [m/s]	V Antebrazo	V Brazo	V Espalda	V Proyectil
3	7.71	4.7	3.15	0.59	37.18
4	7.71	5.45	4.12	2.14	43.82

Tabla 31. Tabla que tiene las velocidades lineales antes del impacto

3.10.2 Velocidad Angular

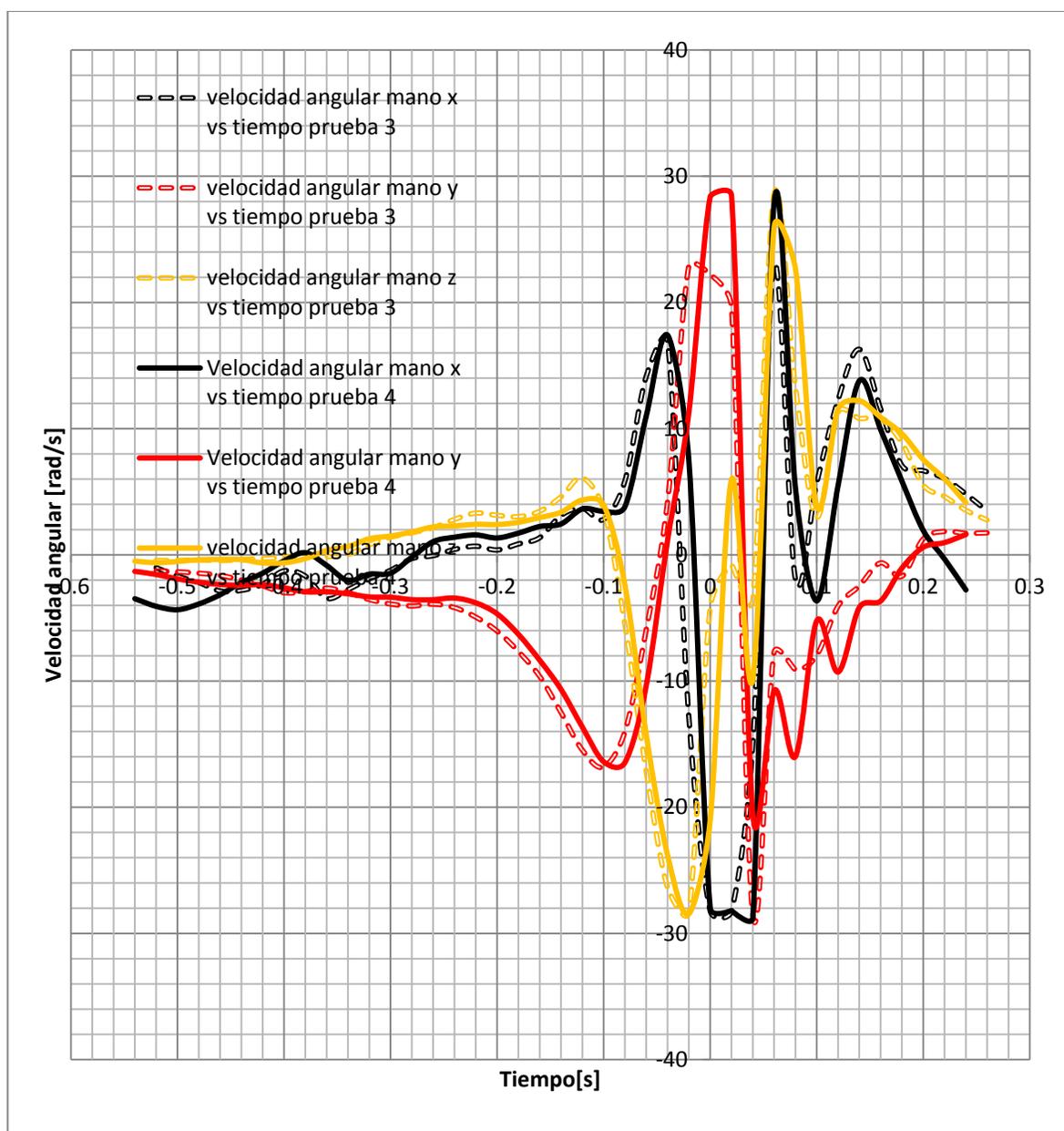


Ilustración 72. Aceleraciones para los segmentos superiores del cuerpo para dos pruebas distintas

Para la velocidad angular hay un aumento para el eje "X" y "Y" de la prueba 4 respecto a la prueba 3 lo cual se puede ver en el eje X y Y sin embargo en la velocidad angular total de la Tabla 32 se ve que la suma total de velocidades (magnitud del vector velocidad tangencial) debidas a la velocidad angular son menores en la prueba 4.

prueba	V angular Mano	V angular Antebrazo	V angular Brazo	V angular Espalda	V Proyectoil
3	4.39	2.54	1.97	0.38	37.18
4	3.59	8.25	1.86	0.69	43.82

Tabla 32. Velocidades angulares de segmentos superiores para dos pruebas

3.10.3 Rangos de Movimiento Arturo

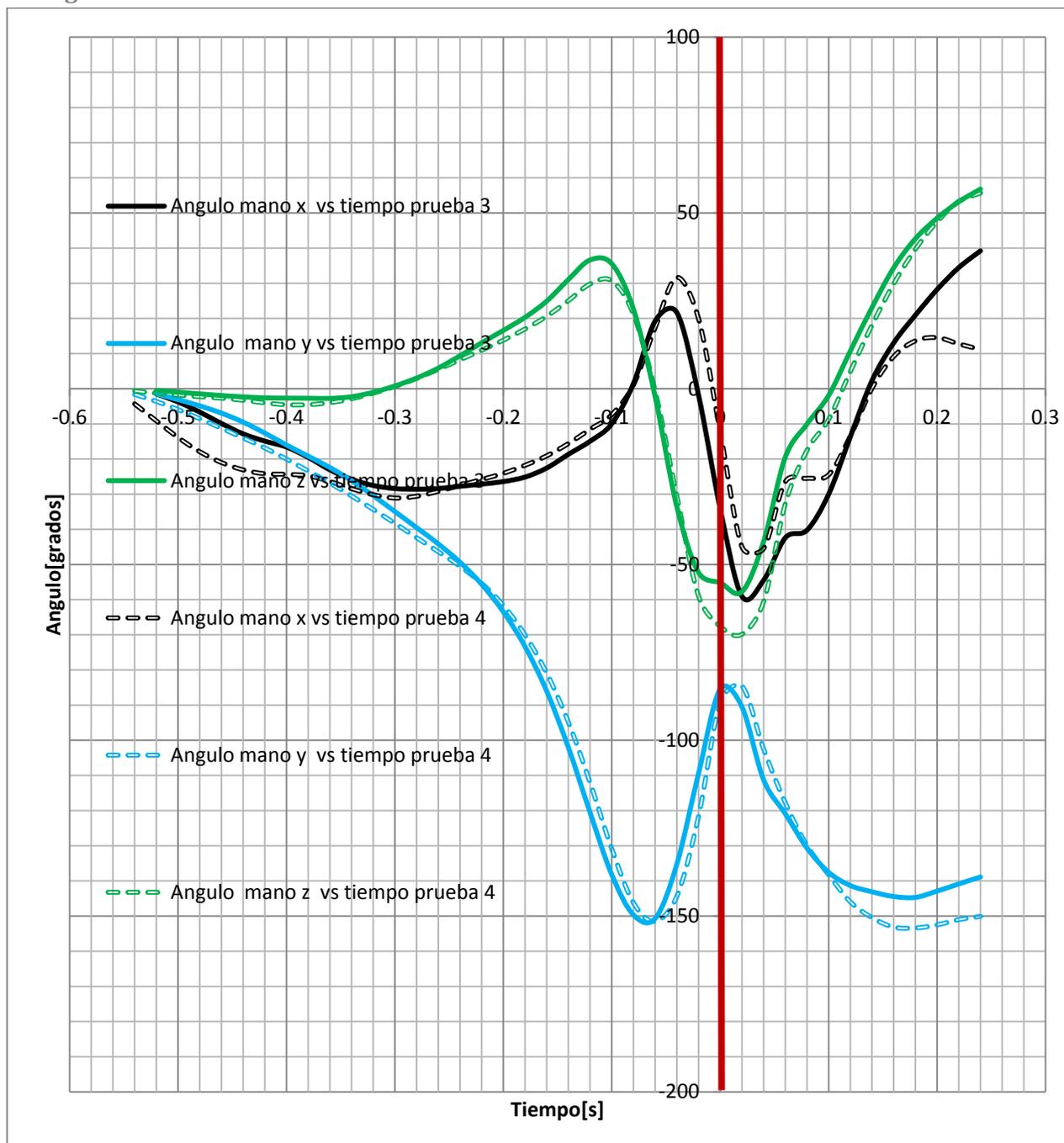


Ilustración 73. Representación de rangos de movimientos angulares acotado por dos líneas para el ataque en 3 ejes.

En la Ilustración 73 se ve la misma tendencia que en el atleta anterior, en la prueba 4 (prueba con mayor velocidad) se tienen rangos de movimiento mayores en el eje "X" y "Y". Aunque en el ángulo del eje "Y" se tiene un rango de movimiento bastante similar.

3.10.4 Aceleración lineal de centro de masa de (SSC) y del proyectil para dos pruebas distintas

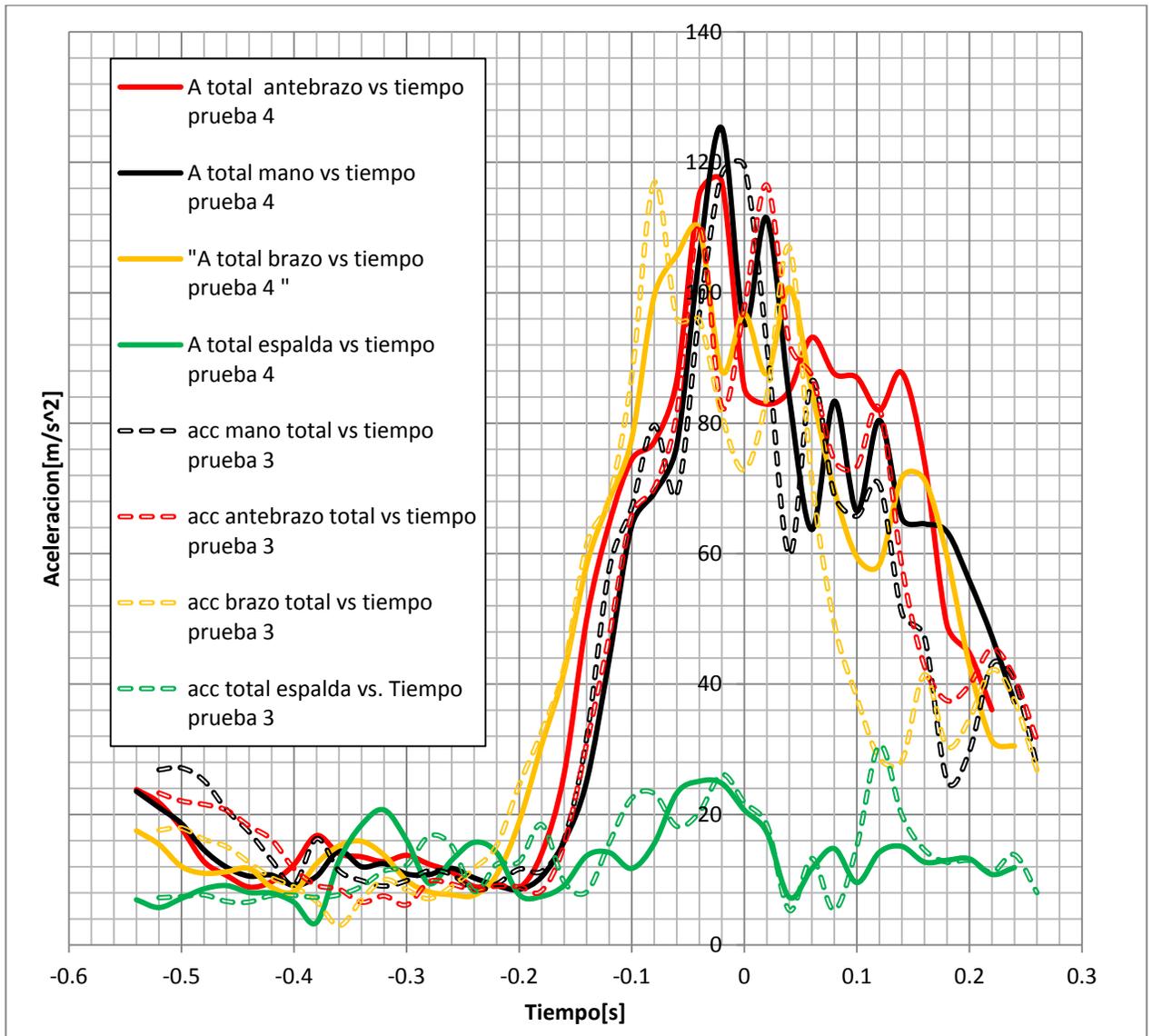


Ilustración 74. Aceleración de segmentos superiores para 2 pruebas distintas

Como se observa en la Tabla 33 y en la Ilustración 74 se tiene una aceleración mayor en la prueba 4 lo cual genera una aceleración mayor sobre el proyectil.

prueba	A Mano [m/s]	A Antebrazo	A Brazo	A Espalda	A Proyectil
3	82.45	118.22	81.19	23.65	10356
4	125.24	115.04	87.94	24.78	12964

Tabla 33. Tabla de aceleraciones antes del impacto

3.10.5 Velocidad Linear con Angular de los extremos distales de los SSC

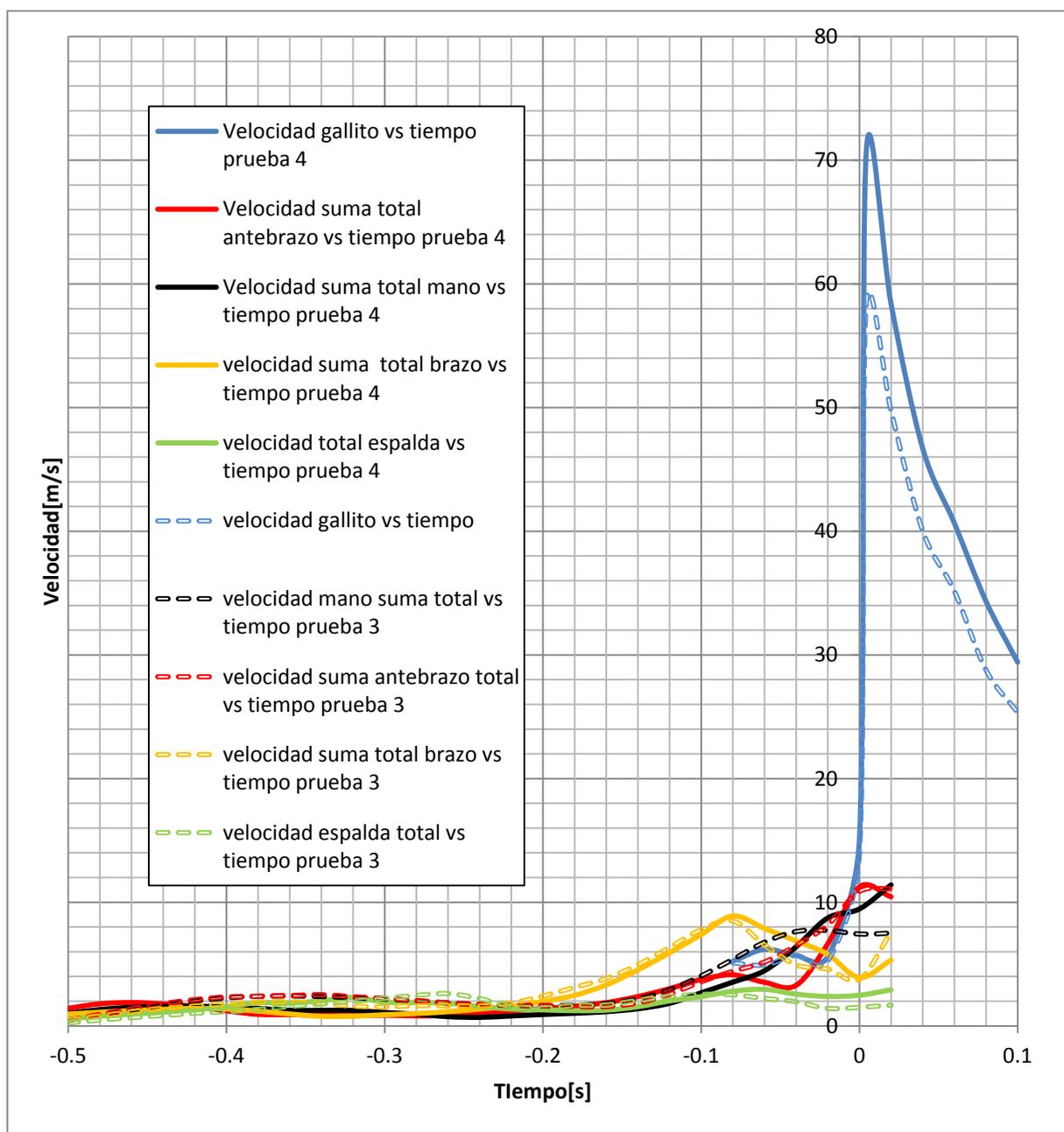


Ilustración 75. Velocidad angular y lineal de dos distintos remates

Igual que en el atleta anterior la gráfica que dará la información que represente totalmente de la velocidad será la que integre la velocidad angular y la lineal para los extremos distales de cada segmento. En este caso se tendrá una velocidad mayor para mano la cual será la última en transmitir la velocidad del cuerpo humano. Esto genera aproximadamente una velocidad 6 metros por segundo mayor a la prueba lenta, por lo cual aumenta las posibilidades de generar un punto durante un partido. Se recuerda el **extremo distal** es el extremo de cada segmento del cuerpo que está más lejos del esternón.

prueba	V Distal Mano [m/s]	V Distal Antebrazo	V Distal Brazo	V Distal Espalda	V Proyectil
3	8.17	7.15	4.59	1.69	37.18
4	8.73	6.64	5.79	2.38	43.82

Tabla 34. Velocidades angulares antes del impacto con el proyectil.

3.11 Salto largo de Arturo

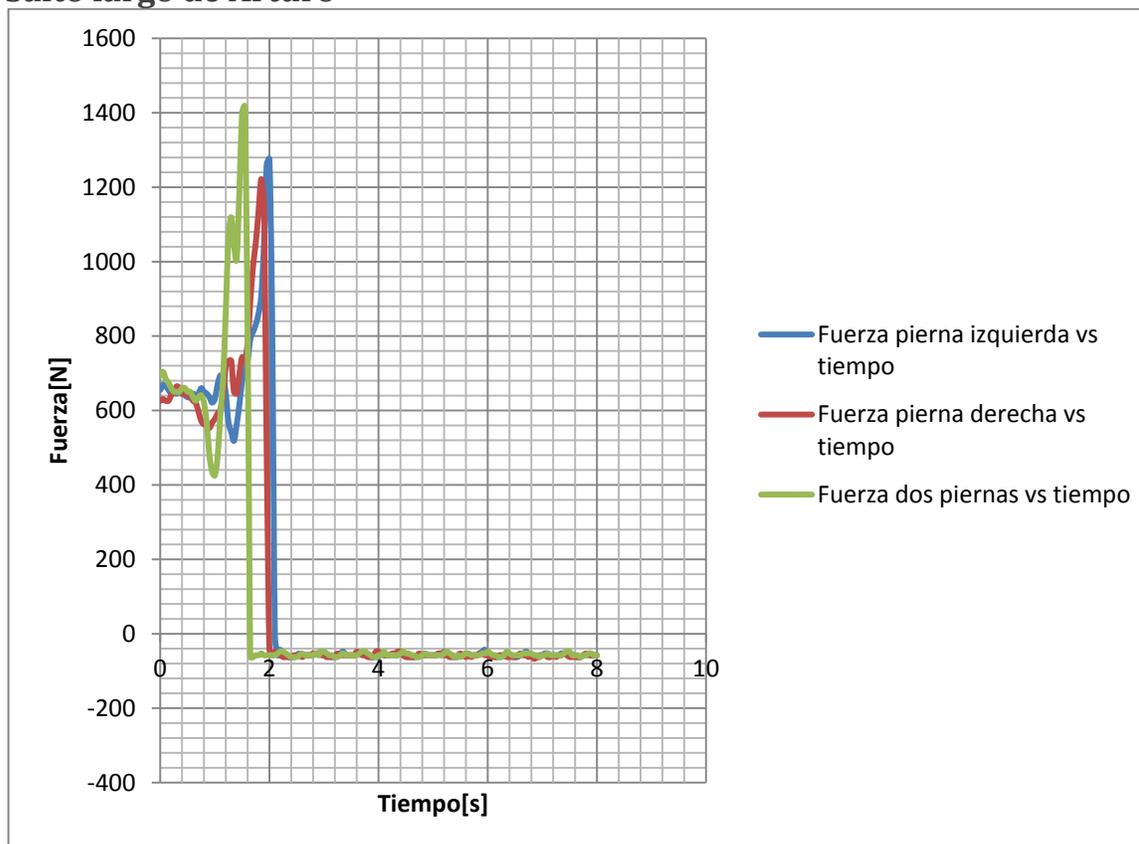


Ilustración 76. Visualización de la fuerza cuando se hace un salto largo con cada pierna y con ambas

Prueba 1	Prueba 2	Prueba 3	Pierna
Distancia Saltada			
1.26	1.39	1.48	Izquierda
1.33	1.5	1.65	derecha
1.42	1.65	1.72	Ambas

Tabla 35. Distancia saltada para 3 pruebas

Para el salto largo se tiene una menor capacidad de generar un salto largo para la pierna izquierda sin embargo la fuerza que generan las dos piernas es similar. Se puede notar en la Ilustración 76 y la Tabla 35 que cuando el atleta salta con la pierna izquierda genera más fuerza también. En base a esto se le recomienda al entrenador y al atleta poner atención en la fuerza y capacidad de salto que tiene el atleta Arturo en las piernas.

t vuelo[s]	h Max[m]	prueba
0.34	0.14	4
0.32	0.12	3

Tabla 36. Relación entre el tiempo de vuelo y altura para dos pruebas distintas.

Es importante entender que sucede el mismo fenómeno que el atleta anterior, obtenemos una altura mayor, más tiempo en el aire para generar un rango de movimiento mayor y una velocidad mayor en la mano y por ende una velocidad más alta en el gallito para la prueba 4 de ambos atletas lo cual se plasma en la Tabla 36.

3.12 Atletas de Categoría Sub-19 estudio de variables fundamentales

3.12.1 Antropometría

Alejandra (14)		Erick (13)		Sebastián (12)		Andrés(11)	
Segmento	Distancia[m]	Segmento	distancia[m]	Segmento	distancia[m]	Segmento	distancia[m]
Mano	0.11	Mano	0.09	Mano	0.07	Mano	0.11
Antebrazo	0.17	Antebrazo	0.18	Antebrazo	0.15	Antebrazo	0.17
Brazo	0.17	Brazo	0.18	Brazo	0.16	Brazo	0.18
Abdomen y Pelvis	0.21	Abdomen y Pelvis	0.26	Abdomen y Pelvis	0.26	Abdomen y Pelvis	0.2
Segmento	distancia centro de masa [m]						
Mano	0.13	Mano	0.111	Mano	0.08	Mano	0.14
Antebrazo	0.28	Antebrazo	0.295	Antebrazo	0.25	Antebrazo	0.285
Brazo	0.34	Brazo	0.36	Brazo	0.32	Brazo	0.36
Abdomen y Pelvis	0.35	Abdomen y Pelvis	0.436	Abdomen y Pelvis	0.44	Abdomen y Pelvis	0.34

Tabla 37. Medición de segmentos en atletas sub 19.

Después de hacer la antropometría (véase Tabla 37) se hizo un análisis en el siguiente tema para la velocidad total (suma de la velocidad lineal y angular). Con solo estudiar esta velocidad se puede ver la tendencia en los deportistas sub 19 así como la comparación posterior entre atletas juveniles, mayores y entre ellos. Un análisis cinemático da la relación entre los segmentos superiores del cuerpo y el gallito. Esta relación ayuda para ver las fortalezas y debilidades de todos los deportistas analizados.

3.12.2 Velocidad Linear con Angular de los extremos distales de los SSC: atleta 14 (Alejandra)

En el caso de Alejandra tenemos tiempos de contactos igual que para los otros sub 19 y las velocidades son aproximadamente 10m/s menores que las de los otros sub19.

t contacto	
prueba 3	prueba 4
0.0057	0.0042

Tabla 38. Tiempo de contacto de prueba 3 (tiro de menor velocidad) y prueba 4 (tiro con mayor velocidad)

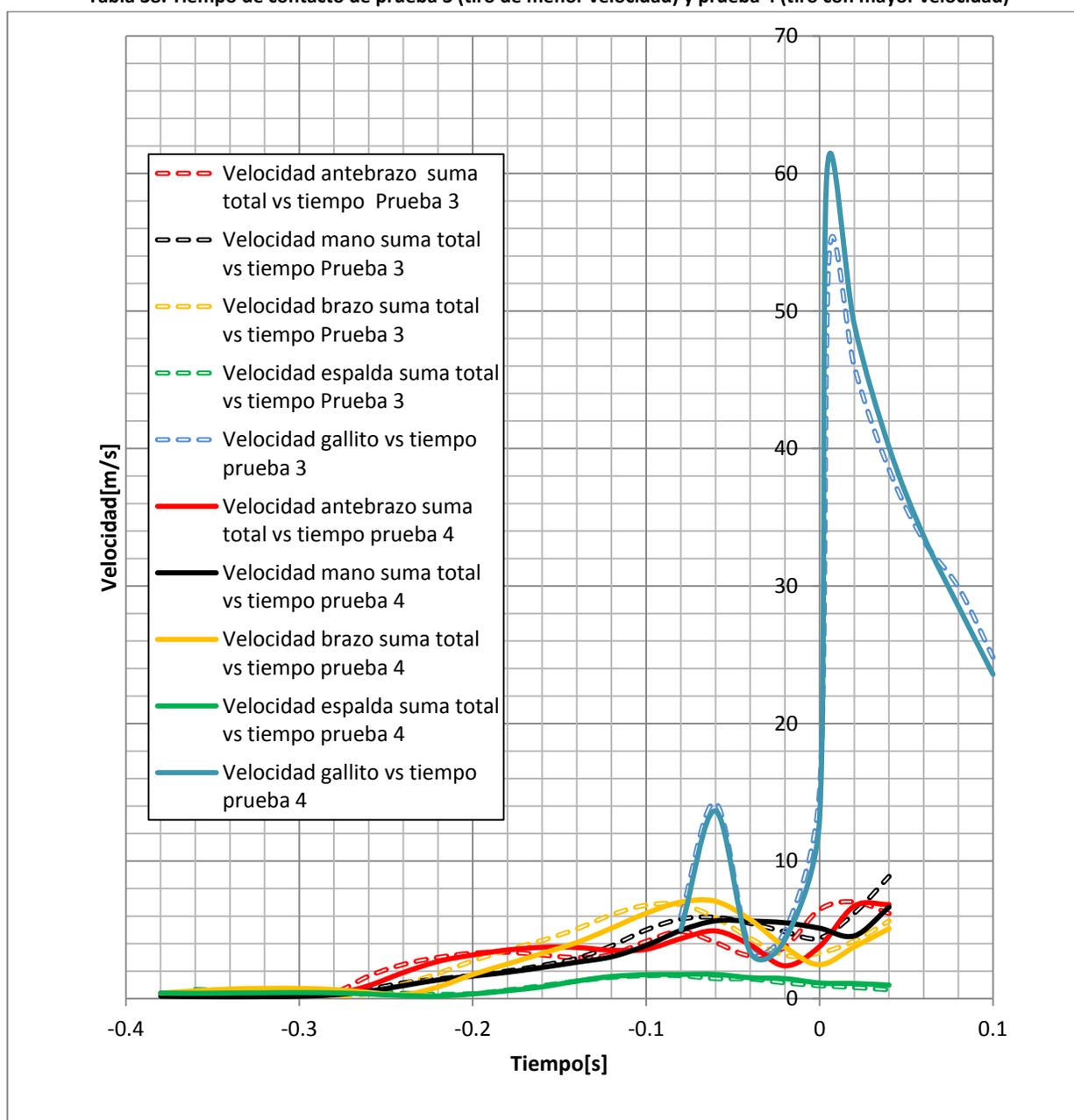


Ilustración 77. Velocidad lineal y angular de los segmentos superiores del cuerpo antes del impacto y la velocidad del gallito

La atleta 14 analizada Alejandra tiene una velocidad mayor antes del contacto con el proyectil de mano, brazo y espalda en la prueba 4 respecto a la prueba 3. Esta información está graficada en la

Ilustración 77 para la velocidad de los extremos distales (suma de la velocidad angular por el radio de giro más la velocidad lineal por el vector posición). Esta atleta no salta así que no se puede hacer el estudio de altura como el hecho con los atletas de categoría abierta Mauricio y Arturo.

3.12.3 Velocidad Linear con Angular de los extremos distales de los SSC: Atleta 13(Erick)

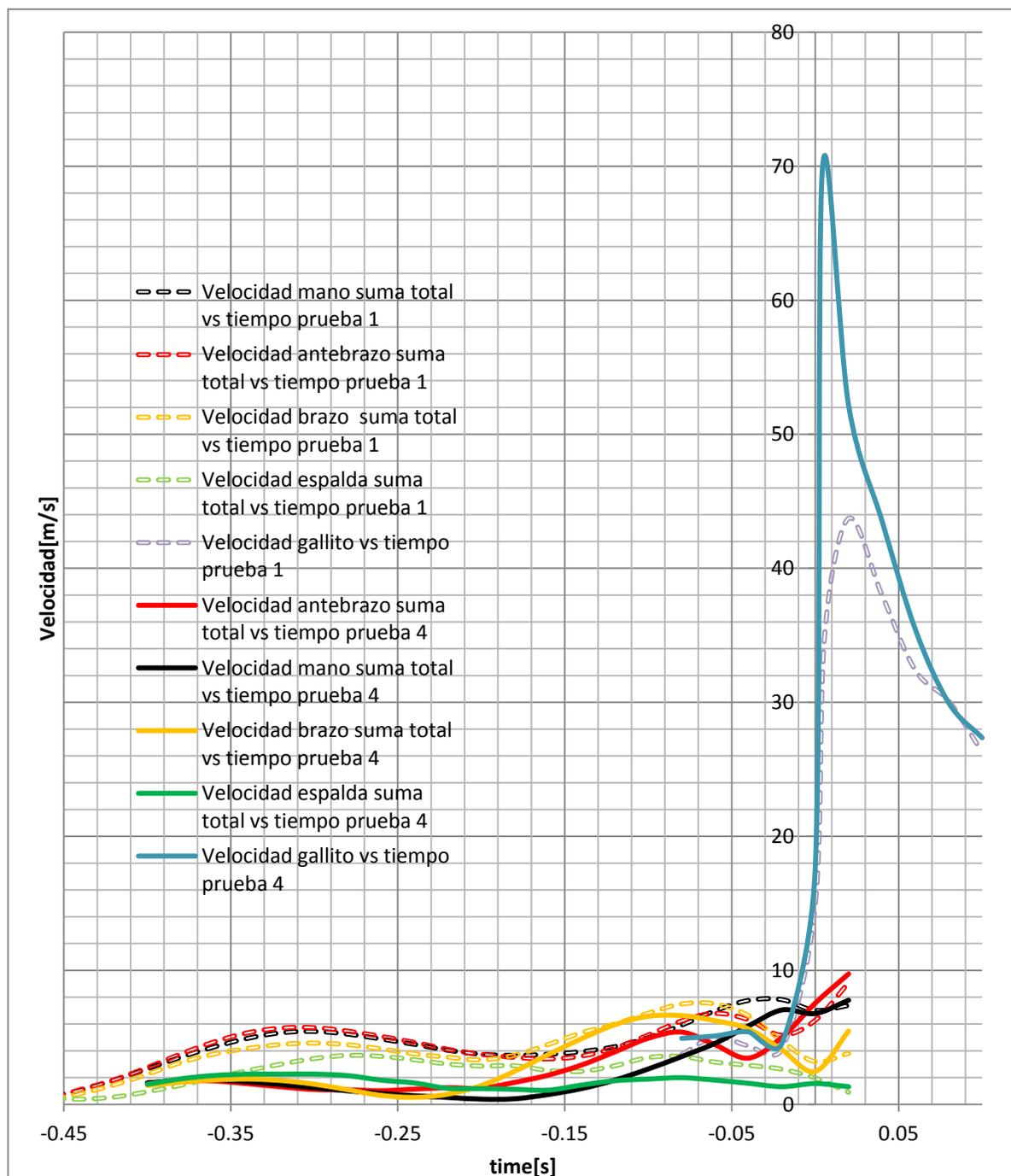


Ilustración 78. Velocidad lineal y angular de los segmentos superiores del cuerpo antes del impacto y la velocidad del gallito

En la Ilustración 78 se grafica la velocidad total para un tiro con una velocidad similar a la de los atletas de categoría abierta. Las velocidades en las dos pruebas son similares sin embargo a diferencia de otros atletas; Erick tiene un tiempo de contacto menor en la prueba 4 respecto a la prueba 1. Esta diferencia se puede comprobar en la Tabla 39. No existe un estudio dinámico, pero éste podría relacionar como determina el tiempo de contacto a la velocidad que se le imprime al proyectil.

t contacto [s]	
prueba 1	prueba 4
0.0057	0.0042

Tabla 39. Tiempo de contacto en dos pruebas distintas (en amarillo prueba lenta)

3.12.4 Velocidad Linear con Angular de los extremos distales de los SSC: Atleta 12(Sebastián)

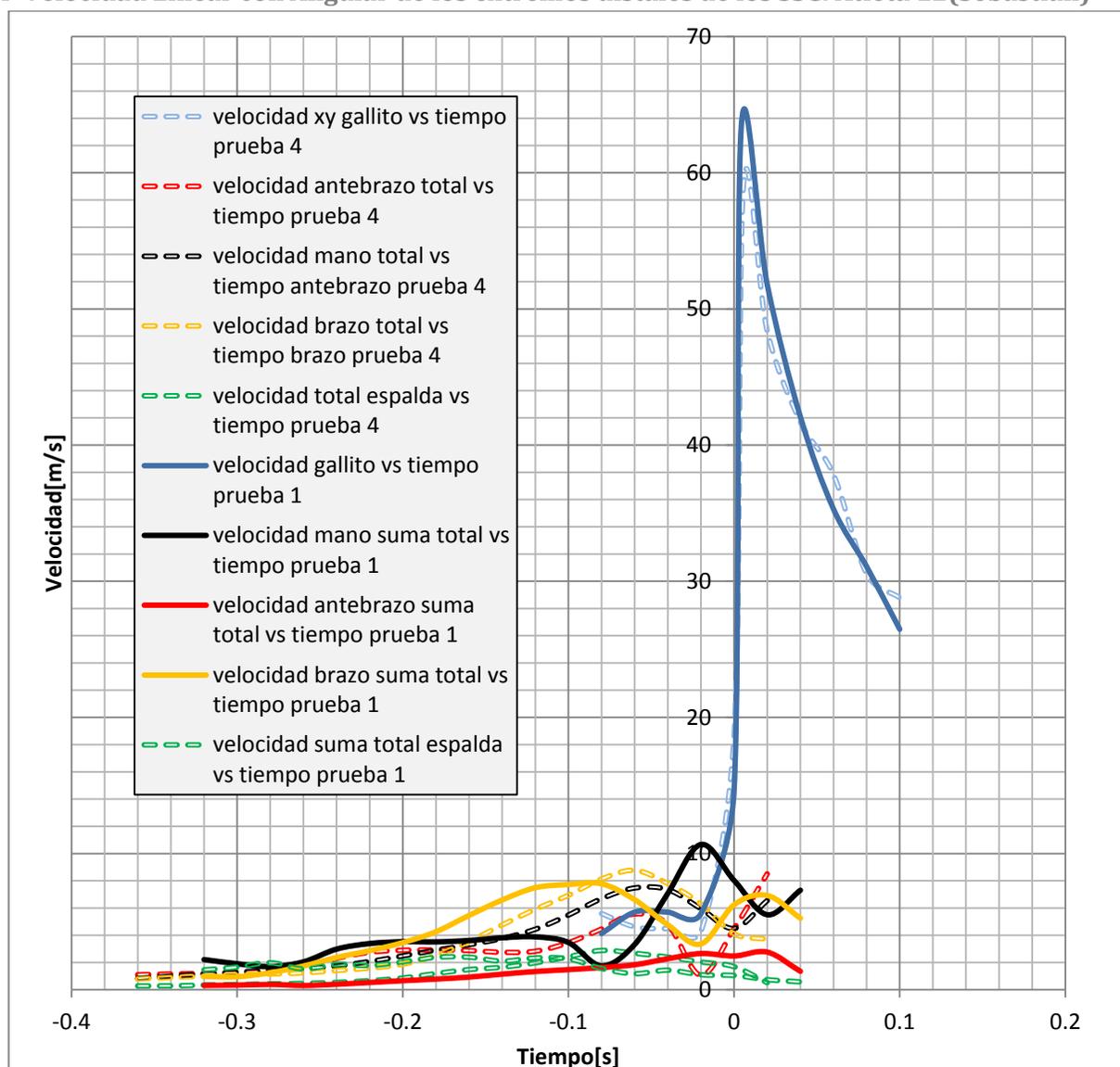


Ilustración 79. Velocidad lineal y angular de los segmentos superiores del cuerpo antes del impacto y la velocidad del gallito

t contacto	
prueba 4	prueba 1
0.0057	0.0042

Tabla 40. Tiempo de contacto de dos pruebas (La prueba con velocidad de gallito lenta en color amarillo)

Para el atleta 12 (Sebastián) graficado en la Ilustración 79 se observan dos pruebas distintas en la cual en el tiro veloz (prueba 1) se tiene una velocidad muy alta para la mano sin embargo el atleta no genera el impacto con la raqueta en su máxima velocidad. Este fenómeno genera una diferencia de velocidad mínima en el gallito. Con este atleta se descubrió que no solo es generar una velocidad alta y luego detenerla sino generar este contacto en un tiempo menor.

3.12.5 Velocidad Linear con Angular de los extremos distales de los SSC: Atleta 11(Andrés)

A partir de los atletas mayores, se analiza que la mano es la última en transmitir energía a la raqueta y al proyectil. Se observa una tendencia similar que para otros atletas, donde se requiere golpear al gallito cuando se tiene la mayor velocidad en el movimiento y con el tiempo de contacto lo menor posible.

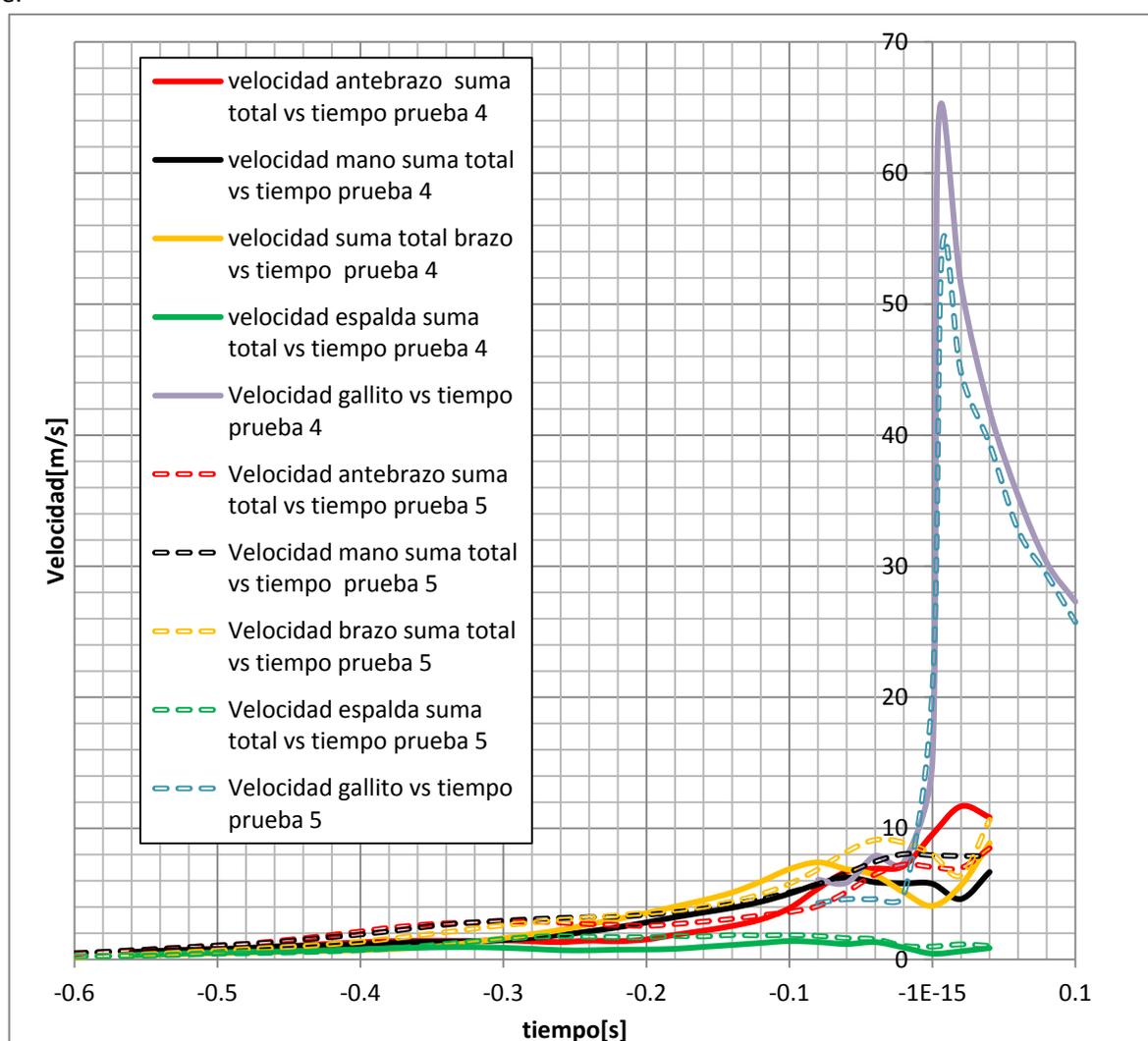


Ilustración 80. Gráfica que relaciona la velocidad de los centros de masa aproximado de los segmentos con la del proyectil para la velocidad más alta y la mínima para Andrés.

t contacto	
prueba 4	prueba 5
0.0042	0.0067

Tabla 41. Relación entre el tiempo de contacto de prueba 4 (tiro rápido) y prueba 5(tiro lento)

Es importante entender para este atleta que no tiene un cambio de velocidad lo cual también se ve en la Tabla 41 en el tiempo de contacto de la raqueta con el gallito.

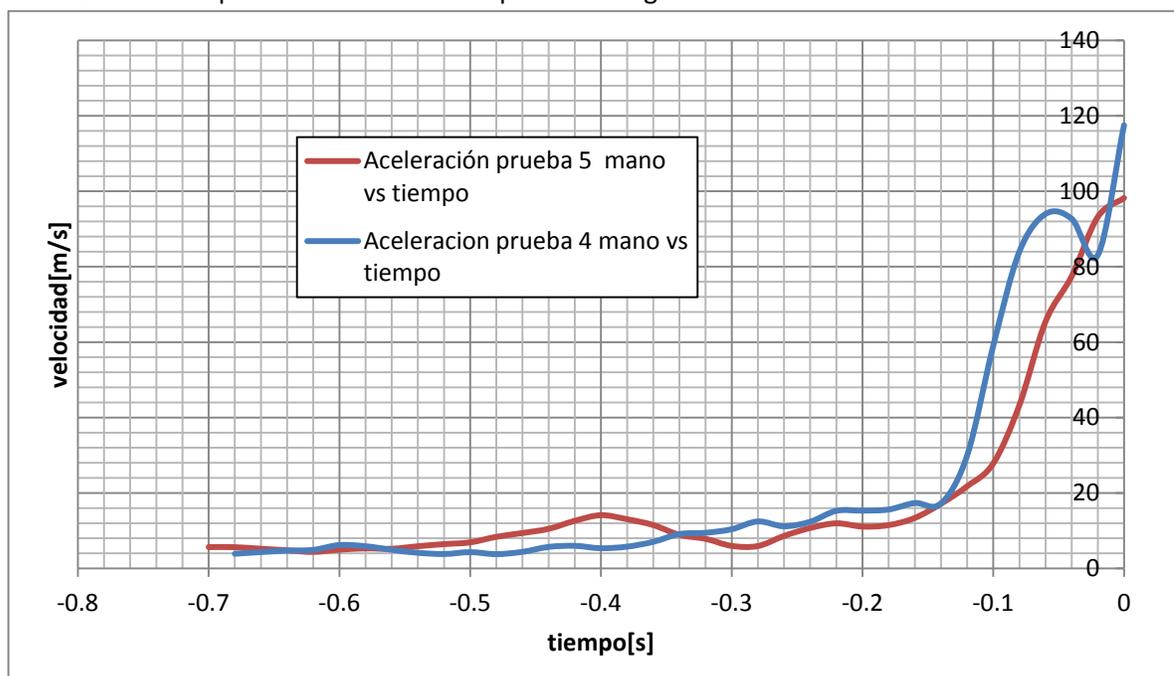


Ilustración 81. Aceleración de prueba 5 comparada con la aceleración de la prueba 4(tiro rápido del gallito).

Para hacer más clara este fenómeno se graficó en la Ilustración 81 los dos comportamientos de la norma de la aceleración del vector con 3 componentes. Es así que se nota que una aceleración más alta se asocia con un cambio de pendiente en la gráfica de la velocidad de la Ilustración 80.

3.13 Comparación entre atletas

La primera variable en comparar es la velocidad del proyectil. En donde comparamos la magnitud de la velocidad en un plano del gallito y cómo se comporta para todos los atletas analizados hasta esta parte de la investigación.

3.13.1 Comparación entre la velocidad del proyectil de atletas sub 19

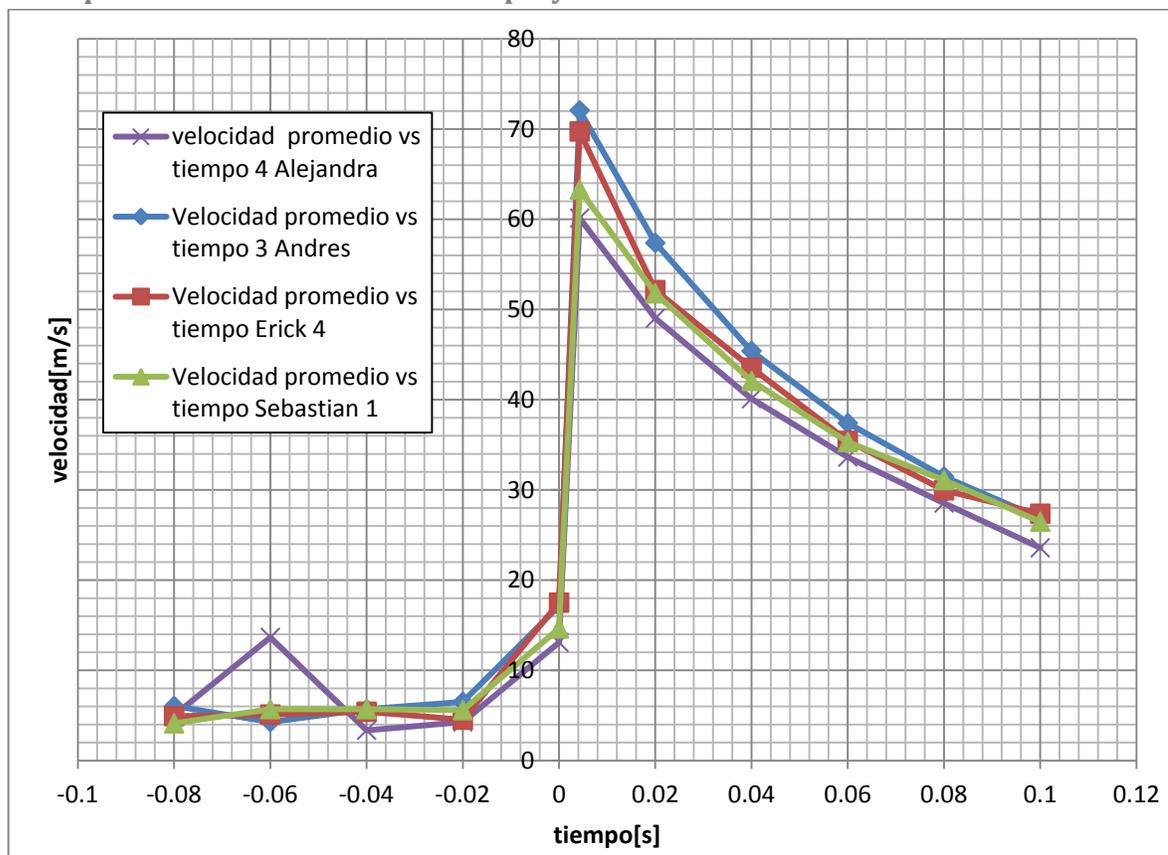


Ilustración 82. Velocidad del proyectil para el remate con mayor velocidad inicial para 4 atletas sub 19

Para los atletas juveniles se eligió el tiro más rápido que generaron para el remate, como se ve en la Ilustración 82; el orden en el que tienen la mayor velocidad inicial del proyectil en orden descendente son:

- Andrés
- Erick
- Sebastián
- Alejandra

Así como en orden progresivo la velocidad después de 0.1 segundos está de mayor a menor como:

- Erick
- Andrés
- Sebastián
- Alejandra

Lo cual se explicará posteriormente está ligado con el ángulo en el que dirigen el proyectil después del golpe.

3.14 Comparación de la velocidad del remate para jugadores de categoría abierta

Los dos atletas de categoría abierta con experiencia internacional se compararon en la ilustración 83. Mauricio logra una velocidad mayor, y Arturo una velocidad final mayor.

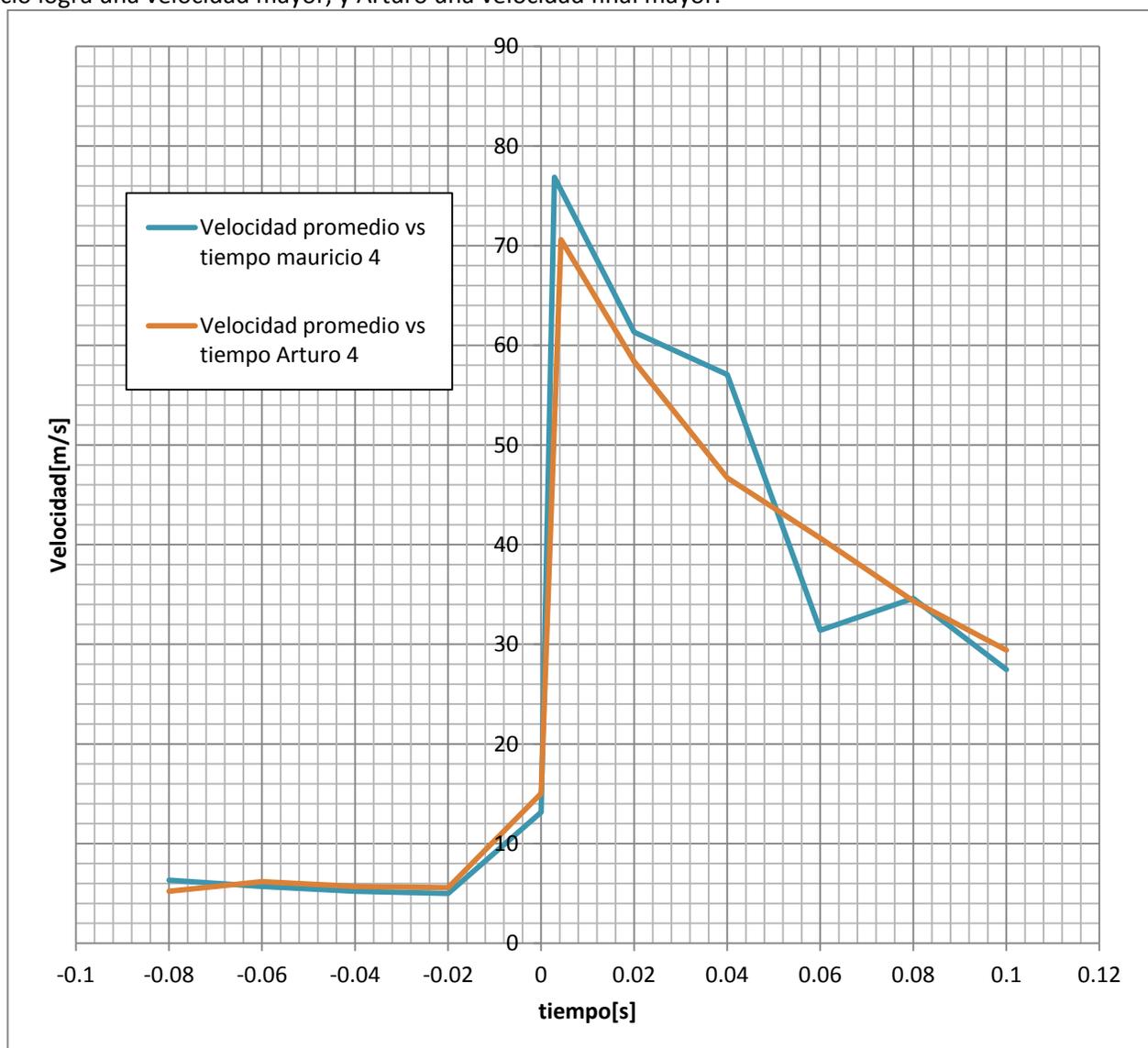


Ilustración 83. Gráfica que representa la norma de la velocidad para los atletas con mayor experiencia

En la Ilustración 83 se puede comparar no sólo entre diferentes tiros de un atleta, sino también entre atletas. En este caso se puede visualizar la disminución de la velocidad del gallito para 2 diferentes tiros de 2 diferentes atletas. Se eligió la velocidad más alta de cada atleta después de los 0.02 segundos después del impacto. Es decir se usó este criterio para comparar la prueba donde se logró la mayor velocidad pico para cada atleta.

3.14.1 Relación del a velocidad del Gallito con la velocidad del extremo distal de la mano en atletas Adultos

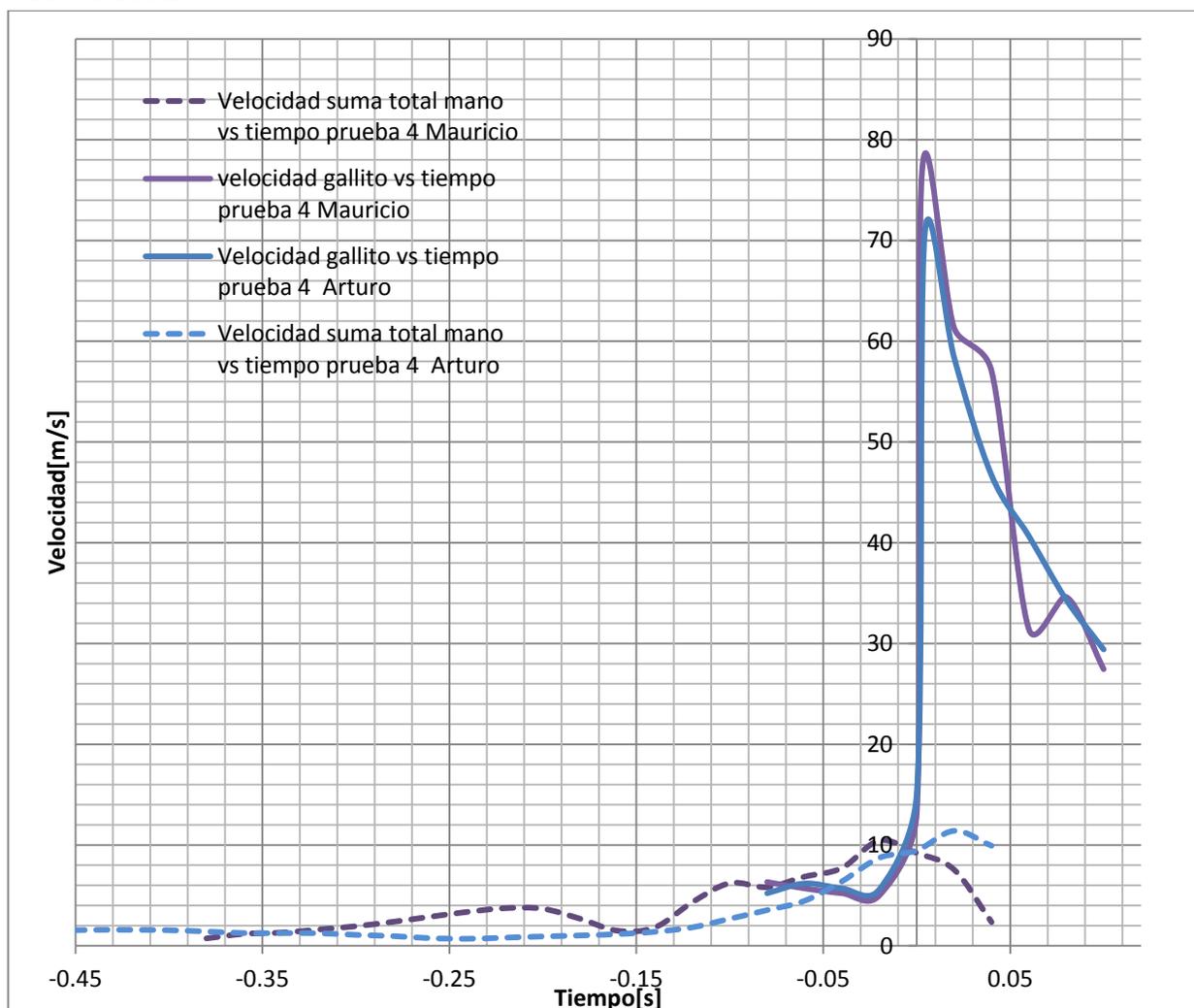


Ilustración 84. Relación entre la velocidad del gallito con la norma de la velocidad de la mano para 2 atletas de categoría abierta

En la Ilustración 84 se observa la velocidad de la mano para 2 distintos atletas. Esta investigación considera las variables cinemáticas en las cuales las que se pueden definir con la velocidad de la mano, el tiempo de contacto y la altura saltada. Por ello es importante coordinar el tiempo entre la información de la cámara de alta velocidad y la información de los acelerómetros. Esta información se condensa en la Tabla 42.

Atleta	mano			Gallito					H Salto[m]
	x[m/s]	Vma	Amax	V max[m/s]	V prom	Angul	t	$\frac{V_f}{V_i}$	
		[m/s ²]		[m/s]	[m/s]	o[grados]	contacto[s]		
Arturo		6.39	105.5	70.6	43.82	-15.61	0.004	2.1	0.25
Mauricio		7.72	106	77.86	44.75	-8.6	0.002	7.5	0.306

Tabla 42. Relación de variables cinemáticas en el tiro más veloz de atletas de categoría abierta.

3.15 Relación de la velocidad del Gallito con la velocidad distal de la mano en atletas juveniles

En el caso de los juveniles, ellos tienen una diferencia de mayor a menor de velocidad tanto de mano como del proyectil. En la se observa que Erick es el que tiene el golpe más rápido así como la velocidad de mano mayor, después continúa Andrés y por último Alejandra. En esta relación se graficaron los 3 juveniles que tienen en su tiro más veloz el mismo tiempo de contacto para visualizar la importancia de la velocidad de la mano para asociarla con la velocidad del gallito.

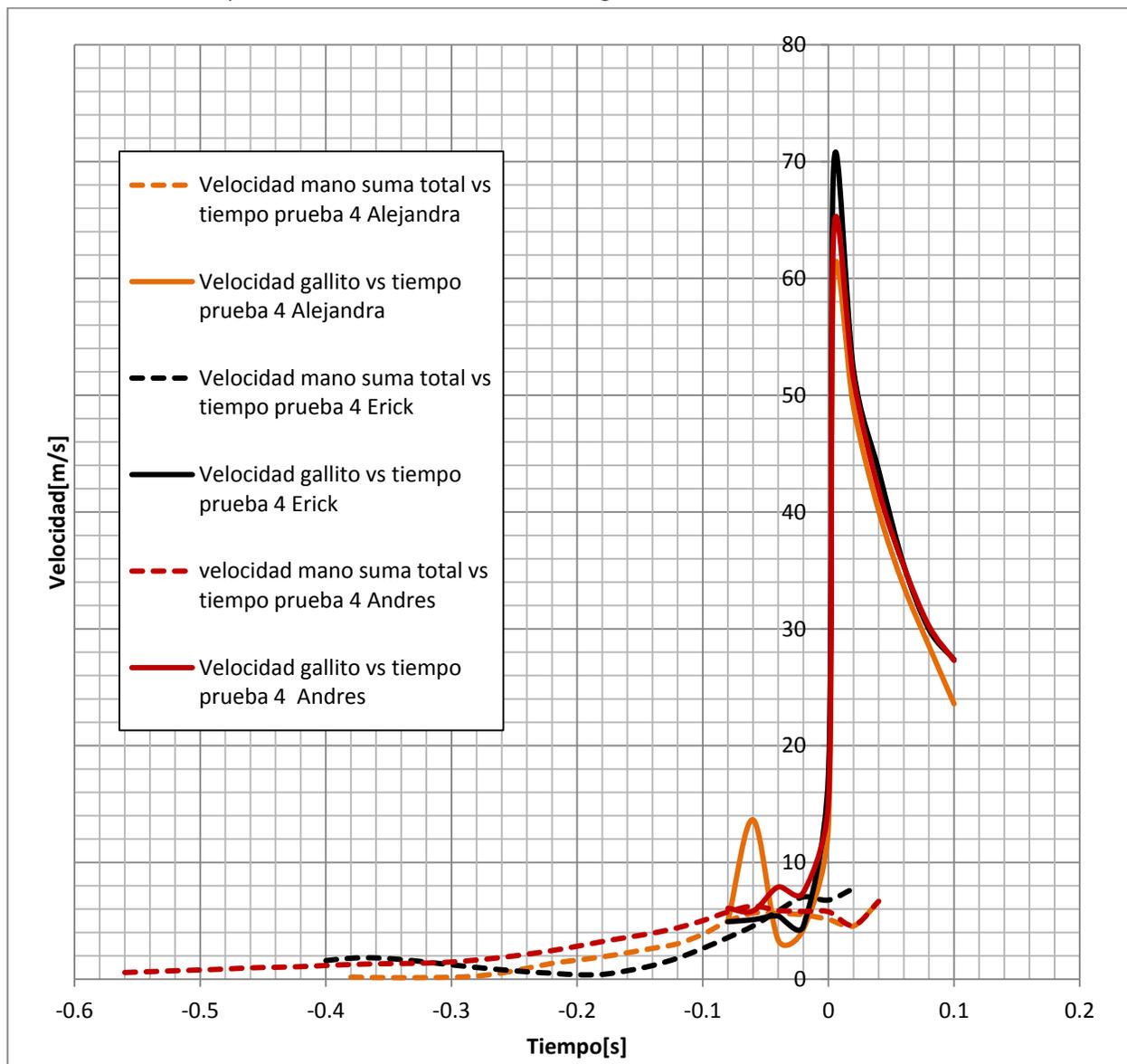


Ilustración 85. Comparación entre la velocidad del gallito respecto a la mano para los mejores 3 atletas sub 19.

3.16 Comparación de la capacidad de salto y simetría de piernas para los atletas y su importancia en el remate del bádmiton

Es necesario estudiar la capacidad de salto. En esta prueba se le dieron tres oportunidades a cada deportista para saltar comenzando de una plataforma de fuerzas uniaxial. Se hizo una evaluación básica para comprender su relación de altura, peso, edad y porcentaje de masa muscular como se observa en la Tabla 43.

Nombre	Edad	Altura [m]	Peso [kg]	% Masa muscular
Arturo Nicolás Hernández Flores	23	1.89	74.4	46
Andrés Ramírez Corona	16	1.79	65.9	45.2
Sebastián de la Torre Luna	17	1.7	71.9	41.4
Alejandra Colina Macías	15	1.65	61.5	36.2
Eric Barrón Campos	16	1.71	59	45.4
Mauricio Casillas Caballero	23	1.78	71.8	43.7

Tabla 43. Altura, peso, edad y % de masa muscular de atletas medidos en laboratorio

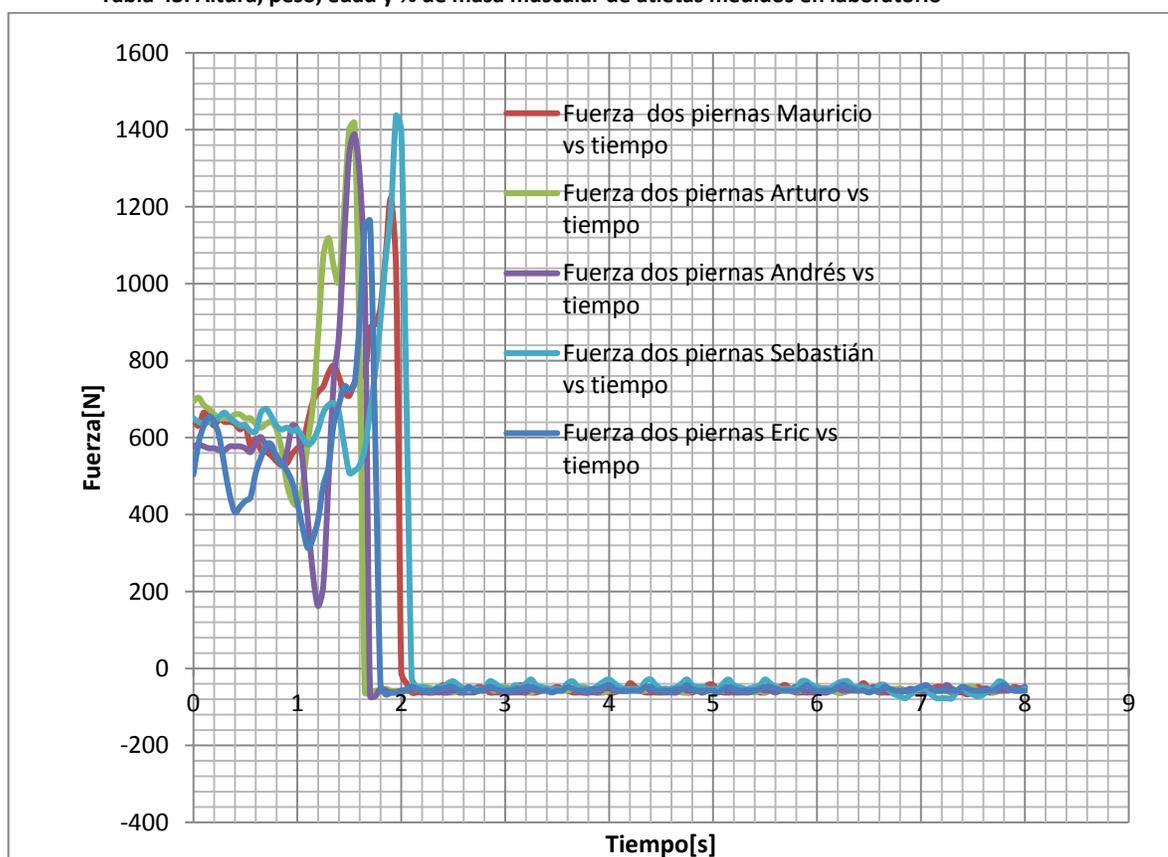


Ilustración 86. Fuerza en N respecto al tiempo para la fuerza medida más alta

El procedimiento fue calibrar la báscula donde se midió la fuerza y distancia para la prueba en donde se logró la máxima distancia en la prueba. En la Ilustración 87 se observa que Arturo, Andrés y Sebastián logran las fuerzas mayores para la plataforma de fuerzas colocados en el eje vertical del atleta.

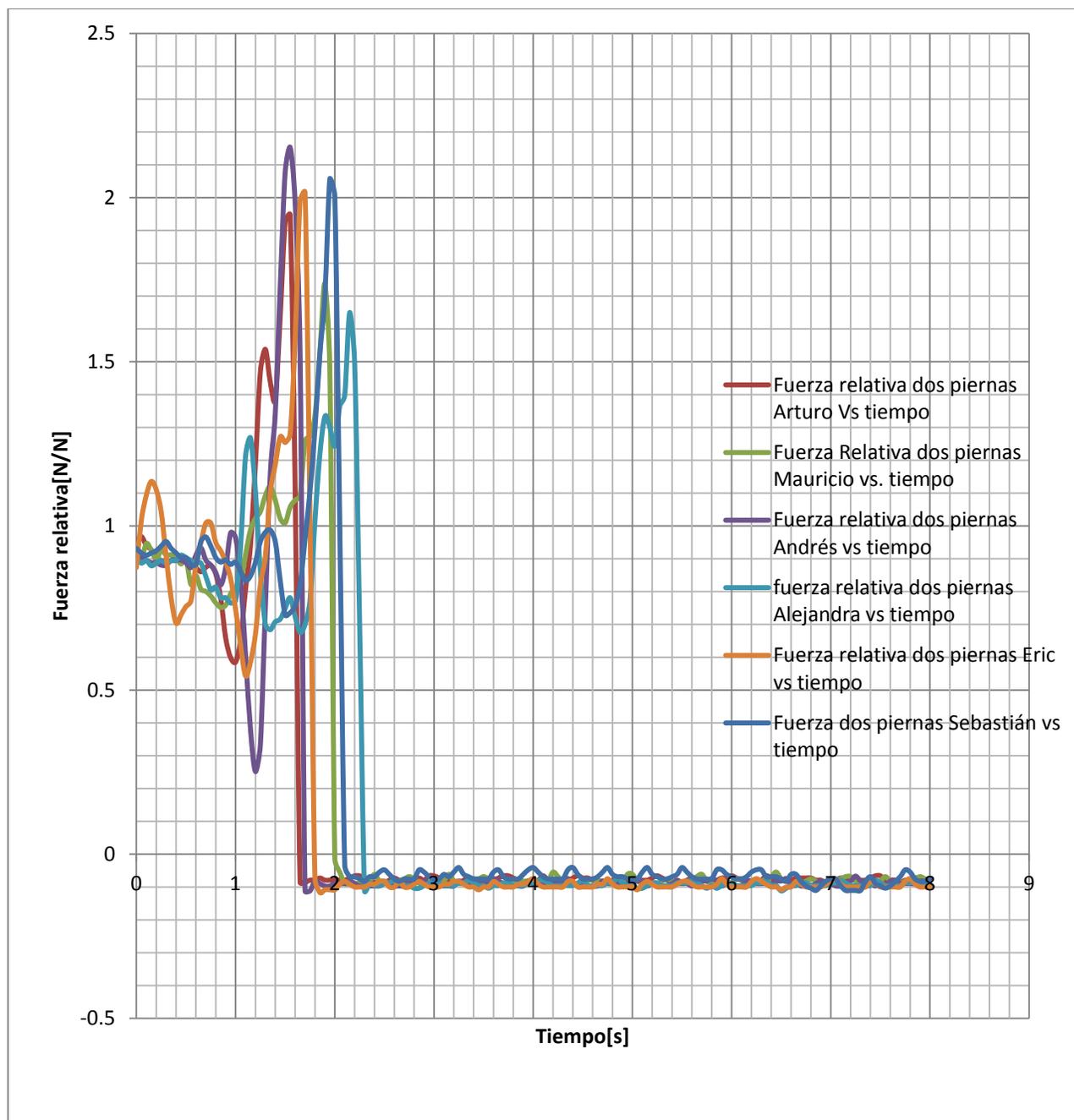


Ilustración 87. Fuerza Relativa respecto al tiempo para 6 atletas distintos

En la Ilustración 87 se observa la fuerza relativa $F_{relativa} = \frac{F_{salto}}{m g}$. Evaluando la fuerza relativa las condiciones cambian respecto a la Ilustración 86. Para conocer las fuerzas relativas pico, se pueden observar en la Tabla 45. Este fenómeno se comparó en dicha tabla con lo que saltan los atletas mientras generan un remate. Estas variables se asociaron para comprender la importancia del salto para generar un remate en la Tabla 45. Así como la relación del salto largo con el salto alto.

En toda la investigación se usará el código de colores de la Tabla 44 desde ahora en adelante.

	Primer lugar
	Segundo lugar
	Tercer lugar
	Cuarto lugar
	Quinto lugar
	Sexto lugar

Tabla 44. Código de colores

Jugador	nivel	Salto			
		H remate[m]	Frel[N]	D largo[m]	D/Frel [m]
Arturo	Seleccionado Nacional	0.25	1.94	1.72	0.89
Mauricio	Seleccionado Nacional	0.30	1.74	1.78	1.02
Andrés	Selección Distrital	0.30	2.15	1.99	0.92
Sebastián	Selección Distrital	0.06	2.06	1.54	0.75
Erick	Selección Distrital	0.17	2.02	1.78	0.88
Alejandra	Selección Distrital	0	1.65	1.48	0.9

Tabla 45. Variables dinámicas y cinemáticas para la capacidad de salto

En la Tabla 46 se ven todas las variables que se midieron para todos los saltos así como se marcaron de color rojo las pruebas de los atletas que tienen mayor capacidad de saltar y por lo tanto este factor está relacionado con la velocidad del proyectil durante un remate.

Ahora hablando de la Tabla 45 se ve una tendencia a que cuando es mayor sea la distancia, mayor es la fuerza relativa y mayor es la relación distancia respecto a la fuerza relativa. En esta investigación se propone este método para apoyar a los entrenadores y atletas a evaluar sus capacidades para proponerse objetivos dentro de su entrenamiento.

Atleta	Distancia Máxima			Fuerza relativa máxima			Distancia/Fuerza Relativa		
	Izquierda	Derecha	Ambas	izquierda	derecha	Ambas	izquierda	derecha	Ambas
Andrés	1.35	1.55	1.99	1.72	1.64	2.15	0.78	0.95	0.92
Mauricio	1.55	1.68	1.78	1.74	1.59	1.74	0.89	1.06	1.02
Eric	1.51	1.51	1.78	1.73	1.54	2.02	0.87	0.98	0.88
Arturo	1.48	1.65	1.72	1.75	1.68	1.94	0.85	0.98	0.89
Sebastián	1.35	1.1	1.54	1.61	1.66	2.06	0.84	0.66	0.75
Alejandra	1.13	1.2	1.48	1.66	1.65	1.65	0.68	0.73	0.9

Tabla 46. Estudio de la relación de la distancia de las modalidades de salto largo con la fuerza que producen para generarlo

En la Tabla 46 se explica la diferencia entre la pierna izquierda y la derecha. Se comprobó en video que la técnica que usan los jugadores mexicanos es con una tendencia a saltar con la mayor distribución del peso sobre la pierna izquierda y la recepción con esta misma. En el caso de las pruebas del remate en laboratorio del atleta Mauricio sus saltos fueron totalmente recargados con la pierna izquierda en para el despegue del salto así como su recepción. Esta tendencia se observa en la Tabla 47, ya que la pierna derecha tiene mayor extensión y salto sin embargo se tiene mayor fuerza para recibir con la pierna izquierda. Este desbalance se observa con una diferencia de 13 cm en la prueba de salto largo. En el caso del atleta Arturo con una naturaleza del salto similar durante el remate se tuvo una diferencia de 25 cm. En el caso de Sebastián se tiene el mayor desbalance en distancia que en la fuerza. Este experimento conduce a muchas más preguntas. Pero si es recomendable que la mayoría de atletas pongan atención al trabajo en el balance de la capacidad de salto tanto en fuerza y en su distancia máxima.

Atleta	Desbalance Distancia	Desbalance Fuerza Relativa
	Derecha- izquierda	Derecha- izquierda
Andrés	0.2	-0.08
Mauricio	0.13	-0.15
Eric	0	-0.19
Arturo	0.17	-0.07
Sebastián	-0.25	0.05
Alejandra	0.07	-0.01

Tabla 47. Desbalances en distancia y fuerza para 6 atletas

4 Discusión

La investigación hecha hasta ahora lleva a escoger las variables con mayor relación para cada atleta con una mayor velocidad del gallito después del golpe. Hubo 4 atletas que fueron estudiados desde el entrenamiento hasta el laboratorio. Se puede observar con el código de colores de Tabla 44 que el atleta Mauricio tiene 9 pruebas con los mejores resultados para generar un remate veloz en comparación con los otros atletas mexicanos. En la Tabla 48 se ve que hay condiciones del cuerpo humano que favorecen un remate veloz y la experiencia lleva a juntar estas condiciones físicas y generar un remate en un tiempo con un tiempo de vuelo menor durante el juego. Las variables que se consideran en este tema son:

V_{max} – Velocidad máxima de la mano antes de rematar

A_{max} – Aceleración máxima de la mano antes del remate

$V_{max_{gallito}}$ – Velocidad máxima del gallito

$V_{prom_{gallito}}$ – Velocidad promedio en 0.1 segundos

Angulo – Angulo inicial del gallito despues del remate

$\% \frac{V_f}{V_i}$ – Relación entra la velocidad final e inicial del gallito

t_{cont} – tiempo de contacto entre gallito y raqueta

H_{rem} – altura que salta el atleta cuando remata

$F_{rel} = \frac{mg}{F_{salto}}$ – Es el peso entre la fuerza producida en un salto largo

D – Distancia máxima que salta el atleta desde reposo

$\frac{D}{F_{rel}}$ – Distancia que salta respecto a fuerza relaiva

$\%E$ es la efectividad que tienen en sus remates durante entrenamiento

$t_{reaccion}$ – es el tiempo de reacción para hacer un remate exitoso

t_{vuelo} – es el tiempo de vuelo del gallito durante un remate

Atleta	mano		Gallito					Salto				Remate		
	Max[m/s]	Amax [m/s ²]	max m/s]	V prom [m/s]	Angulo [grados]	$\% \frac{V_f}{V_i}$	Tcontacto [s]	rem [m]	Frel [N]	d[m]	$\frac{D}{F_{rel}}$ [m]	%E	t reacció n[s]	vuelo [s]
Arturo	6.39	105.49	0.60	43.82	-15.61	0.67	0.0042	0.25	0.94	0.72	0.89	0.57	0.41	0.16
Mauricio	7.72	106.04	7.86	44.75	-8.60	0.73	0.0028	0.31	0.74	0.78	0.02	0.80	0.41	0.14
Andrés	6.26	93.99	3.88	39.13	-6.29	0.68	0.0042	0.31	0.15	0.99	0.92	0.75	0.39	0.17
Sebastián	7.47	89.20	3.29	39.15	-13.68	0.71	0.0042	0.06	0.06	0.54	0.75	0	0.38	0.19

Tabla 48. Síntesis de los resultados de la tesis para atletas que hicieron todas las pruebas

Es por ello que hay variables que es necesario aumentar o disminuir. De modo general las velocidades, aceleraciones de mano y gallito tienen que aumentar para maximizar para tener mejores

resultados en entrenamiento. Los tiempos, fuerzas y alturas de salto tienen que aumentar así como la relación de fuerza relativa respecto a distancia. En el caso de los tiempos de reacción y los tiempos que tardan los tiempos de vuelo de los remates es necesario hacerlos los más pequeños posibles. Esto favorecerá mejor la efectividad del remate como sucede con Mauricio, el cual ha sido el atleta con la mayor cantidad de parámetros positivos para generar remates veloces. El estudio inicial hecho con los remates no se puede relacionar directamente con el entrenamiento. Este fue un estudio inicial para conocer los intervalos de tiempo. En un juego de bádminton, el jugador tiene la capacidad de moverse en toda la cancha para generar un remate lo suficientemente veloz y con el tiempo lo suficientemente corto para que sea más difícil responderlo.

Como se observa en la Tabla 49 es necesario mejorar para cada atleta en diferentes circunstancias y capacidades cinemáticas y cinéticas. No existe una relación lineal entre las variables que se midieron. Pero si se pueden entender algunas tendencias. Por ejemplo el tiempo de vuelo que fue medido en competencia para los primeros 6 atletas de la Tabla 49, por alguna razón los atletas generan remates en menor tiempo.

	mano		Gallito					Salto				Remate		
Jugador	Vmax[m/s]	Amax [m/s ²]	Vmax[m/s]	V prom [m/s]	Angulo [grados]	Tcontacto [s]	$\frac{v_f}{v_i}$	H rem[m]	Frel[N]	d [m]]	$\frac{D}{Frel[m]}$	%E	T Reacción [s]	T Vuelo [s]
Kevin												0.77	00.3	0.13
Lon												0.66	00.35	0.13
Arturo	00.39	105.5	70.6	43.82	-15.61	0.621	.0042	0.25	1.94	0.72	0.89	0.57	00.41	0.163
Mauricio	70.72	106	77.86	44.75	-8.6	0.575	.0028	0.30	1.74	0.78	1.02	0.8	00.40	0.14
Andrés	60.26	93.99	63.88	39.13	-6.29	0.613	.0042	0.30	2.15	0.99	0.92	0.75	00.39	0.173
Sebastián	70.47	89.2	63.29	39.15	-13.68	0.619	.0042	0.059	2.06	0.54	0.75	0	00.37	0.187
Erick	60.83	112.4	69.73	40.04	-14.53	0.574	.0042	0.177	2.02	0.78	0.88			0.149
Alejandra	50.66	95.4	60.13	36.79	-3.81	0.612	.0042	0	1.65	0.48	0.9			0.203

Tabla 49. Análisis de todos los atletas

Ahora comparando las pocas variables que se pueden medir en un video de los mejores del mundo se puede hacer una evaluación básica de estas variables dentro del laboratorio y del entrenamiento para marcar objetivos claros para los atletas en caso de que vayan a competir contra atletas en otros países.

En la Tabla 50 se observa diferentes velocidades que se han logrado por diferentes atletas en el mundo tanto en competencia como en laboratorio. Es importante entender el nivel que se tiene en México en las velocidades. En la Tabla 49 es necesario compararse internamente entre los atletas de México. Este primer acercamiento a la biomecánica del bádminton tiene como propósito ayudar a mejorar sus capacidades que están por debajo del nivel mexicano. Así como los atletas con mayores capacidades deben acercarse a las velocidades o superarlas como se observan en la Tabla 50.

Velocidad promedio m/s	tiempo aproximado para 6 m	circunstancias	atleta
93.33	0.06	competencia	Fu Haifeng
136.94	0.04	record Guinness	Tan Boon
64.61	0.09	Panamericano	Kevin
43.82	0.14	Laboratorio UNAM	Arturo
44.75	0.13	Laboratorio UNAM	Mauricio
39.13	0.15	Laboratorio UNAM	Andrés
39.15	0.15	Laboratorio UNAM	Sebastián
40.04	0.15	Laboratorio UNAM	Erick
36.79	0.16	Laboratorio UNAM	Alejandra

Tabla 50. Los atletas mexicanos con el mejor jugador de América y los mejores en competencia y laboratorio

5 Conclusión

La importancia de comparar a un deportista con diferentes gestos motores y la transmisión del movimiento a un cuerpo externo son un tema de investigación importante en cualquier deporte. Para esta investigación se priorizó en la cinemática de los segmentos superiores del cuerpo para mejorar esta respuesta en los atletas nacionales. Existen muchos protocolos, sistemas de medición y herramientas matemáticas para evaluar el movimiento humano. En este caso con el uso de acelerómetros con un proceso metódico para sincronizarlo con el video, se logró hacer un protocolo del diagnóstico del atleta que permitió medir variables. Las que se necesitan aumentar en un atleta en laboratorio son:

- Velocidad y aceleración lineal de los segmentos superiores del cuerpo (SCC) antes del impacto
- Velocidad angular de los segmentos superiores del cuerpo (SCC) antes del impacto
- Tiempo de vuelo generado por un salto durante el remate
- Altura del salto durante el remate
- Ángulo de golpe del gallito después del impacto con la raqueta
- Fuerza producida por las piernas y distancia para salto largo

En competencia:

Las variables que se midieron en laboratorio y se recomiendan disminuir:

- Tiempo de reacción del golpe anterior para generar un remate exitoso
- Tiempo de contacto del proyectil con la raqueta

Las variables que se recomiendan aumentar que se miden en competencia son:

- Efectividad del remate
- Cantidad de puntos

Todas estas variables se pueden medir y comparar con herramientas de la ingeniería de forma explícita y se requiere un análisis metódico para entender las limitantes de los sensores que se utilizan para hacer una toma de datos correcta durante la investigación en el deporte y el cuerpo humano.

Ningún atleta que se evaluó tiene todas las habilidades desarrolladas que todos los demás nivel sin embargo se encontraron los siguientes parámetros:

- Cuando los atletas mayores (Mauricio y Arturo) aumentaron su altura de salto, mejoraron su rango de movimiento de la mano y su aceleración antes de transmitir el movimiento al proyectil hasta con 2 centímetros de altura extra.
- Los atletas en una competencia internacional requieren solo 0.15 segundos para generar un remate exitoso hasta el contacto con el suelo, lo cual es una oportunidad de mejora que requieren los atletas nacionales.
- El tiempo de contacto promedio un remate a nivel nacional requiere ser menor o igual 0.0042, así como requiere mayor estudio para la raqueta, es un parámetro a nivel nacional.
- La velocidad (angular y lineal) de la mano es la variable producto de las velocidades de todos los segmentos antebrazo, brazo, y mano. Se recomienda que esta relación sea ascendente
- Los métodos numéricos, interpretación de acelerómetros y evaluación mecánica de segmentos siempre requieren el apoyo del video para entender cuando hay impacto en los sensores para evitar problemas de integración.

Este trabajo va a enfocarse a retroalimentar a las instituciones deportivas, entrenadores, atletas y científicos del deporte para evaluar las capacidades durante un movimiento o un entrenamiento. Este

protocolo puede aplicarse para evaluar al cuerpo humano en otros rubros que requieran estudiar del tronco superior. Se puede aplicar para evaluar la rehabilitación de una persona o para ver la capacidad de una persona de repetir una tarea con sus semejanzas y diferencias entre una repetición y otra. El éxito está en la comprensión de los fenómenos que suceden y adaptarlos hacia un objetivo bien definido. Aunque las velocidades entre los atletas nacionales e internacionales son muy distintas, con un correcto estudio se puede hacer una retroalimentación con un proceso deportivo para lograr resultados objetivos y acercarse o superar las marcas de velocidad con un correcto plan de entrenamiento y apoyo multidisciplinario.

6 Recomendaciones para un trabajo a futuro

Es importante entender que una investigación del cuerpo humano con tecnología usada en la ingeniería requiere simplificar el sistema para estudiarlo. Este trabajo tomó herramientas de varias disciplinas sin embargo si se quiere llevar al estudio clínico o tener mayor impacto sobre la pedagogía se requiere un equipo multidisciplinario para llevar a cabo un ciclo de retroalimentación. La mecánica puede ser entendida entre ingenieros y áreas afines para comprender el cuerpo humano, el uso de animaciones 3D y la captura de movimientos usados en los videojuegos son el siguiente planteamiento para expresar de manera sencilla la mejora técnica. El trabajo del entrenador para los programas de entrenamiento o para los terapeutas requiere un diagnóstico asimilable y de fácil comprensión para poder llevarlo a cabo en el entrenamiento y las competencias. Este método de análisis del oponente internacional puede aplicarse en distintos deportes donde se requiere estar en condiciones iguales o mejores que un oponente. Para tener mayor trascendencia se tiene que hacer contacto con los clubes, asociaciones y federaciones con un objetivo común de un resultado deportivo.

En el área de salud se requiere un estudio dinámico de los componentes internos del cuerpo humano, con lo cual se tendría que usar otro protocolo hacia la comprensión de los fenómenos del sistema óseo, nervioso y muscular.

7 Lecciones aprendidas en la investigación

En esta investigación se diseñó un banco de pruebas y un sistema para entender desde el entrenamiento hasta un movimiento específico que se quiere comparar con los mejores atletas del mundo. Tanto en la investigación como en las actividades humanas se requiere estar en la vanguardia para entender las publicaciones en revistas internacionales y nacionales. Existen varios caminos para estudiar el movimiento sin embargo el comparar las curvas y magnitudes de esta investigación con la de otros investigadores generó confianza y fiabilidad en las pruebas del laboratorio. El reto más grande de este trabajo fue convencer a los representantes del deporte hacia la importancia de la biomecánica del deporte y sus aplicaciones en él entrenamiento y la competencia. Entender la interacción del humano y el sensor es cómo comparar el sistema con capacidades inimaginables (cuerpo humano), con un sistema tecnológico que busca cuantificar sus capacidades. Los resultados que se plasman en la conclusión y la discusión son los de relevancia para los entrenadores ya que describen las capacidades físicas específicas de los atletas y promueven y motivan a los atletas a buscar siempre un objetivo y una dirección específica.

8 Bibliografía

(s.f.).

A, G., R, C. D., & Meagherd, G. Ó. (2008). Direct measurement of human movement by accelerometry. *Science Direct* , 1364-1386.

Aquiles, G. (1995). *La tecnología, el ingeniero y la cultura*. Cordoba, Argentina: Tec. Cordoba.

Baptiste, D. (2012). Shuttlecock dynamics. *9th Conference of the international sports Engineering Association* , 176-181.

D. Gordon, E. R., & Caldwell, G. E. (2004). *Research Methods in biomechanics, Second edition*. Champaign: Human Kinetics.

Dr. Cuenca, F. (2014). *Notas de clase Análisis Dinámico de Mecanismos Espaciales*. Distrito Federal.

Dr. Castañeda, A. (2012). *Diseño y construcción de un sistema para el registro y el análisis de variables cinéticas y cinemáticas en deportistas*. Distrito Federal: CINVESTAV.

Duane V., K. (2011). Authorship and Sampling Practice in Selected Biomechanics and Sports Science Journals. *Journal Gait and Posture* , 559-563.

Kapandji A. I. (1997). *Fisiología Articular 5a Edición*. La Mancha, España: Médica Panamericana.

KAPANDJI, & A, I. (1990). *Cuadernos de fisiología articular, Tomo 3, 43ª Edición* . Barcelona: Masson.

Koon, K. T., Wangdo, K., & John, T. (2005). Using dual Euler Angles of Arm Movement during Badminton Smash. *Sports Engineering* , 172-178.

Li, C. (2013). One new onboard calibration scheme for gimbaled IMU. *Measurement* , 2359–2375.

Michel, D., & Michel, P. (2006). *Biomecánica Funcional* . Masson, Paris: Elsevier.

Resendiz, R. (2009). *La descripción Hipercompleja como una alternativa a la solución de ecuaciones diferenciales*. Distrito Federal: UAM.

Sebastian O, H. M., J.L, A., a, H., & Sharkey, P. M. (2013). Measuring motion with kinematically redundant accelerometer arrays:. *Mechatronics 23* , 518-529.

Spong, M. W. (2005). *Robot Modeling and Control*. New York: JOHN WILEY & SONS, INC.

SPRIGINGS, E., MARSHALL, R., ELLIOTT, B., & JENNINGS, L. (1994). A Three-Dimensional Kinematic Method For Determining the Effectiveness of Arm Segment Rotations in Producing a Racket Head Speed. *Journal Biomechanics* , 245-254.

Suzanne, i., & Linda N, C. (2012). A Method for Measuring Euler Rotation Angle and Helicoidal Axis of upper arm motion . *JOURNAL OF APPLIED BIOMECHANICS* , 374-383.

Wan, A. (2008). Research on Badminton Games: Past and Present. *Biomed 2008, Proceedings 21* , 22-26.

Wan, A., & A.S, R. (2008). Research of Badminton games, past and present . *Springer Biomedicine Proceedings* , 22-26.

Yee, K. C., & Oyong, A. (2009). Human Upper limb and Arm Kinematics for Robot based Rehabilitation. *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*. Singapore: IEES.

Zatziorky, V. (1989). *Metrología deportiva*. Moscú: Planeta .

9 Índice de ilustraciones

Ilustración 1. Ramas del análisis del cuerpo humano. (A, R, & Meagherd, 2008)	11
Ilustración 2. Resultados de velocidades angulares por (SPRIGINGS, MARSHALL, ELLIOTT, & JENNINGS, 1994).	13
Ilustración 3. Método experimental para medir ángulos de Euler para brazo (Koon, Wangdo, & John, 2005)	13
Ilustración 4. Gráfica para rotaciones para mano y antebrazo (Koon, Wangdo, & John, 2005)	14
Ilustración 5. Relación de velocidades durante un remate (Wan & A.S, Research of Badminton games, past and present , 2008)	14
Ilustración 6. Resumen del proceso para evaluar a un atleta.....	16
Ilustración 7. Desarrollo de la etapa experimental para estudio biomecánico de los atletas.....	17
Ilustración 8 Uso del inspector de datos V1.0 para la gimnasia artística de alto rendimiento	23
Ilustración 9. Vector posición con 2 sistemas de referencias distintos (Spong, 2005)	24
Ilustración 10.Transformación homogénea para un cuerpo rígido	25
Ilustración 11. Representación de un cuerpo rígido	26
Ilustración 12. Plano Sagital giro sobre el eje transversal (medio-lateral)	26
Ilustración 13. Plano Frontal y giro sobre el eje Anteroposterior (Kapandji A. I., 1997)	26
Ilustración 14. Plano horizontal y giro sobre el eje vertical (Kapandji A. I., 1997)	27
Ilustración 15. Representación de los ángulos de Euler (Dr. Cuenca, 2014)	32
Ilustración 16. Representación gráfica de la integración con fórmula del trapecio	36
Ilustración 17. Integración para la aceleración	37
Ilustración 18. Colocación de los sistemas de referencias locales.....	38
Ilustración 19. Los 3 ejes de rotación de un segmento del cuerpo	39
Ilustración 20. Sistema de Referencias del acelerómetro	40
Ilustración 21. Articulaciones y segmentos referidos a la tabla 1. (D. Gordon & Caldwell, 2004)	41
Ilustración 22. Colocación de los sensores (aproximación gráfica de la colocación del centro de masa).....	42
Ilustración 23. Figura donde se enmarca con un círculo rojo donde se tomará el sistema de referencias.....	43
Ilustración 24. Ejemplo de la manera en que se colocarán los puntos para un análisis biomecánico.	43
Ilustración 25.Localización de los puntos de una recta respecto a el centro de masa.....	44
Ilustración 26. Grados de libertad en un brazo humano (Yee & Oyong, 2009)	45
Ilustración 27. Transmisión de energía a un proyectil (gallito) de un deportista con la ayuda de una raqueta.	45
Ilustración 28. Cancha de Bádminton Grabada por 2 cámaras perpendiculares	47
Ilustración 29. Distribución de los remates ofensivos exitosos de los jugadores con mayor puntuación	48
Ilustración 30. Distribución de los remates ofensivos exitosos de los jugadores con menor puntuación.	48

Ilustración 31. Efectividad del remate representación gráfica de atletas juveniles	49
Ilustración 32. Comparación porcentual entre el atleta ganador (Arturo) y Mauricio (no ganador). Para los remates	50
Ilustración 33. Comparación porcentual para el campeón mundial (Chen Long) y el campeón panamericano en su efectividad en su remate.	50
Ilustración 34. Gráfica que muestra el tiempo promedio, el mayor y el menor en el que duran los remates para jugadores durante un remate con direcciones aleatorias.	51
Ilustración 35. Desarrollo del análisis del acelerómetro Xsens.....	53
Ilustración 36. Señal completa de los acelerómetros en los ejes "X", "Y" y "Z"	53
Ilustración 37. Imagen de Software Kinovea para análisis de video.....	54
Ilustración 38. (Análisis cinemático) Con inspector de datos V1.0 para detectar los datos de acción	54
Ilustración 39. Uso de acelerómetros para un desplazamiento para los primeros 6 segundos	55
Ilustración 40. Gráficas del acelerómetro después de la rotación a la base global	55
Ilustración 41. Integración de la señal para obtener la velocidad.	56
Ilustración 42. Posición durante el recorrido de un acelerómetro en una cinta métrica sobre el eje "x"	56
Ilustración 43. Colocación de un acelerómetro para el análisis de ángulos en tiempo real y captura para la descripción de ángulos de Euler.....	57
Ilustración 44. Posición inicial del giroscopio ZYX por su orden de sucesión	58
Ilustración 45. Pitch en un acelerómetro y su grafica en aceleración, velocidad angular y orientación magnética	58
Ilustración 46. Ángulos de Euler graficados en MT manager para el movimiento del Pitch	59
Ilustración 47. Ángulo respecto al eje Y	59
Ilustración 48. Aceleración, Velocidad angular y campo magnético para un giro en el eje fijo X	60
Ilustración 49. Roll en un acelerómetro en el software MT manager	60
Ilustración 50. Rotación respecto al eje x	61
Ilustración 51. Visualización de la rotación respecto al eje z para aceleración, velocidad angular y orientación magnética.....	61
Ilustración 52. Gráfica de la rotación respecto al eje Z para los ángulos de Euler Roll, Pitch y Yaw. .62	62
Ilustración 53. Gráfica de la rotación de un acelerómetro alrededor del eje z.	62
Ilustración 54. Coordinación entre fotografías y la señal del sensor representada con fotografías. .64	64
Ilustración 55. Posición [m] (X,Y,Z) de la mano para una prueba de remate de Bádminton.....	65
Ilustración 56. Representación gráfica de velocidad angular para el eje y para 7 personas con diferente actividad física	65
Ilustración 57. Sistema de coordenadas para el seguimiento de la trayectoria del proyectil	66
Ilustración 58. Gráfica que representa la magnitud de la velocidad desde una distancia fija después del impacto.....	67
Ilustración 59. Velocidad del remate antes y después del impacto con la raqueta.	68
Ilustración 60. Vista en el plano XY de un acelerómetro para detectar donde se encuentra el sistema de coordenadas del sensor.	69

Ilustración 61. Fotografía que muestra los segmentos del atleta Mauricio como ejemplo de medición de segmentos	70
Ilustración 62. Gráfica de velocidad del gallito del Mauricio	70
Ilustración 63. Sistema de referencias para los acelerómetros	71
Ilustración 64. Velocidad lineal de los centros de masa aproximados de: Espalda, Brazo, Antebrazo y Mano	72
Ilustración 65. Gráfica que muestra la velocidad angular en los tres ejes para dos pruebas.....	73
Ilustración 66. Aceleración de mano, antebrazo, brazo y espalda Mauricio	74
Ilustración 67. Figura que representa la suma total de la velocidad lineal y angular de un remate de Bádmin-ton para un tiro lento y uno rápido.	75
Ilustración 68. Gráfica de los rangos de movimiento en los 3 ejes para un remate para la mano.....	76
Ilustración 69. Prueba de relación de fuerza de un salto largo de piernas izquierda, derecha y de ambas piernas	77
Ilustración 70. Representación gráfica de 4 tiros para el Atleta Arturo con sus respectivas velocidades para el proyectil (gallito)	78
Ilustración 71. Velocidad del gallito relacionado con la velocidad de los extremos superiores para Arturo	79
Ilustración 72. Aceleraciones para los segmentos superiores del cuerpo para dos pruebas distintas	80
Ilustración 73. Representación de rangos de movimientos angulares acotado por dos líneas para el ataque en 3 ejes.	81
Ilustración 74. Aceración de segmentos superiores para 2 pruebas distintas	82
Ilustración 75. Velocidad angular y lineal de dos distintos remates.....	83
Ilustración 76. Visualización de la fuerza cuando se hace un salto largo con cada pierna y con ambas	84
Ilustración 77. Velocidad lineal y angular de los segmentos superiores del cuerpo antes del impacto y la velocidad del gallito	86
Ilustración 78. Velocidad lineal y angular de los segmentos superiores del cuerpo antes del impacto y la velocidad del gallito	87
Ilustración 79. Velocidad lineal y angular de los segmentos superiores del cuerpo antes del impacto y la velocidad del gallito	88
Ilustración 80. Gráfica que relaciona la velocidad de los centros de masa aproximado de los segmentos con la del proyectil para la velocidad más alta y la mínima para Andrés.....	89
Ilustración 81. Aceleración de prueba 5 comparada con la aceleración de la prueba 4(tiro rápido del gallito).....	90
Ilustración 82. Velocidad del proyectil para el remate con mayor velocidad inicial para 4 atletas sub 19.....	91
Ilustración 83. Gráfica que representa la norma de la velocidad para los atletas con mayor experiencia	92
Ilustración 84. Relación entre la velocidad del gallito con la norma de la velocidad de la mano para 2 atletas de categoría abierta.....	93

Ilustración 85. Comparación entre la velocidad del gallito respecto a la mano para los mejores 3 atletas sub 19.	94
Ilustración 86. Fuerza en N respecto al tiempo para la fuerza medida más alta.....	95
Ilustración 87. Fuerza Relativa respecto al tiempo para 6 atletas distintos	96
Ilustración 88. Ilustración del vector S para dos sistemas de referencia distintos.....	108
Ilustración 89. Detección de la distancia complementaria z	111
Ilustración 90. Variación del ángulo respecto al tiempo durante un remate para un tiro casi recto	112
Ilustración 91. Representación gráfica de un acelerómetro Xsens.....	112
Ilustración 92. Momentos de Inercia, y centro de masa del sensor Xsens.....	113
Ilustración 93. Representación del acelerómetro hecho con Solid Works para el cálculo de propiedades dinámicas	113
Ilustración 94. Curva que se usó para validar la altura saltada a partir de la integración de la velocidad para el atleta Arturo.....	¡Error! Marcador no definido.

10 Apéndice

Demostración 1 de las ecuaciones 1,2 y 3 Generación de las matrices de rotación por (Dr. Cuenca, 2014):

El vector de la ilustración 7 se puede expresar como:

$$S = x_0 i_0 + y_0 j_0 + z_0 k_0 \quad \dots \dots \dots \quad \text{Ecuación 35}$$

$$S = x_1 i_1 + y_1 j_1 + z_1 k_1 \quad \dots \dots \dots \quad \text{Ecuación 36}$$

Igualando las definiciones:

$$x_0 i_0 + y_0 j_0 + z_0 k_0 = x_1 i_1 + y_1 j_1 + z_1 k_1 \quad \dots \dots \dots \quad \text{Ecuación 37}$$

Expresando la base local (i_1, j_1, k_1) como una combinación lineal de la base inercial (i_0, j_0, k_0) , pudo ser combinado viceversa.

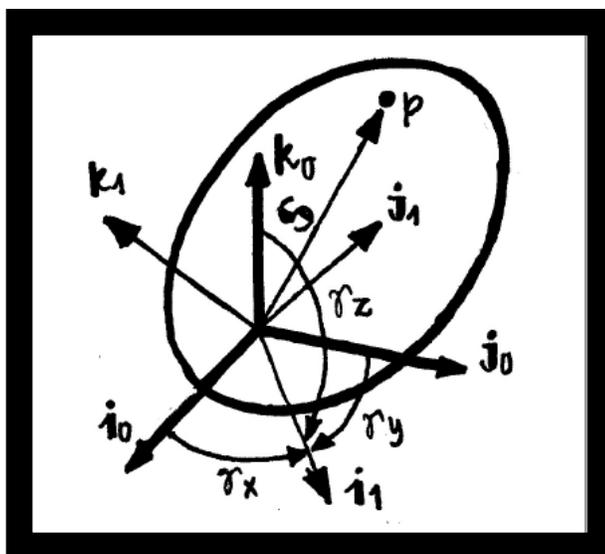


Ilustración 88. Ilustración del vector S para dos sistemas de referencia distintos.

$$\begin{aligned} i_1 &= c_{\gamma x} i_0 + c_{\gamma y} j_0 + c_{\gamma z} k_0 && \text{Ecuación 38} \\ j_1 &= c_{\beta x} i_0 + c_{\beta y} j_0 + c_{\beta z} k_0 && \text{Ecuación 39} \\ k_1 &= c_{\alpha x} i_0 + c_{\alpha y} j_0 + c_{\alpha z} k_0 && \text{Ecuación 40} \end{aligned}$$

Despejando todos los i_0, j_0 y k_0 y escribiendolos de forma matricial :

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 c_{\gamma x} + y_1 c_{\beta x} + z_1 c_{\alpha x} \\ x_1 c_{\gamma y} + y_1 c_{\beta y} + z_1 c_{\alpha y} \\ x_1 c_{\gamma z} + y_1 c_{\beta z} + z_1 c_{\alpha z} \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 41}$$

Por geometría se pueden resolver con la demostración 1 :

$$\begin{aligned} c_{\gamma x} &= i_1 \cdot i_0 \\ c_{\beta x} &= j_1 \cdot i_0 \\ c_{\alpha x} &= k_1 \cdot i_0 \\ c_{\gamma y} &= i_1 \cdot j_0 \\ c_{\beta y} &= j_1 \cdot j_0 \\ c_{\alpha y} &= k_1 \cdot j_0 \\ c_{\gamma z} &= i_1 \cdot k_0 \\ c_{\beta z} &= j_1 \cdot k_0 \\ c_{\alpha z} &= k_1 \cdot k_0 \end{aligned} \quad \text{Ecuaciones 42}$$

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{\gamma x} & c_{\beta x} & c_{\alpha x} \\ c_{\gamma y} & c_{\beta y} & c_{\alpha y} \\ c_{\gamma z} & c_{\beta z} & c_{\alpha z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 43}$$

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1 \cdot i_0 & j_1 \cdot i_0 & k_1 \cdot i_0 \\ i_1 \cdot j_0 & j_1 \cdot j_0 & k_1 \cdot j_0 \\ i_1 \cdot k_0 & j_1 \cdot k_0 & k_1 \cdot k_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 43}$$

$$R = [R]r \quad \text{Ecuación 44}$$

La cual tiene está compuesta por:

$$\begin{aligned} [R] &= \begin{bmatrix} i_1 \cdot i_0 & j_1 \cdot i_0 & k_1 \cdot i_0 \\ i_1 \cdot j_0 & j_1 \cdot j_0 & k_1 \cdot j_0 \\ i_1 \cdot k_0 & j_1 \cdot k_0 & k_1 \cdot k_0 \end{bmatrix} \\ r &= \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} \\ R &= \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Con este procedimiento se obtienen las matrices 1,2 y 3.

Ejemplos de matrices de rotación de uso común de la tabla 6:

Se mostrarán las 6 primeras combinaciones como ejemplo sobre los ángulos de Euler como ejemplo para representar diferentes formas de girar estos ejes independientes.

$$[R_{x \cdot y \cdot z}](\Psi, \theta, \phi) = \begin{bmatrix} c\theta c\phi & -c\theta s\phi & s\theta \\ s\Psi s\theta c\phi & -s\Psi s\theta s\phi & -s\Psi c\theta \\ -c\Psi s\theta c\phi & c\Psi s\theta s\phi + s\Psi c\theta & c\Psi c\theta \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 45}$$

$$[R_{X.Z.Y.}](\Psi, \theta, \emptyset) = \begin{bmatrix} c\theta c\emptyset & -s\theta & c\theta s\emptyset \\ c\Psi s\theta c\emptyset + s\Psi s\emptyset & c\Psi c\theta & c\Psi s\theta s\emptyset \\ s\Psi s\theta c\emptyset - c\Psi s\emptyset & s\Psi c\theta & s\Psi s\theta s\emptyset + c\Psi c\emptyset \end{bmatrix} \text{Ecuación 46}$$

$$[R_{Y.X.Z.}](\Psi, \theta, \emptyset) = \begin{bmatrix} s\Psi s\theta s\emptyset + c\Psi c\emptyset & s\Psi s\theta c\emptyset - c\Psi s\emptyset & s\Psi c\theta \\ c\theta s\emptyset & c\theta c\emptyset & -s\theta \\ c\Psi s\theta s\emptyset - s\Psi s\emptyset & c\Psi s\theta c\emptyset + s\Psi s\emptyset & c\Psi c\theta \end{bmatrix} \text{Ecuación 47}$$

$$[R_{Y.Z.X.}](\Psi, \theta, \emptyset) = \begin{bmatrix} c\Psi c\theta & -c\Psi s\theta c\emptyset + s\Psi s\emptyset & c\Psi s\theta s\emptyset + s\Psi c\emptyset \\ s\emptyset & c\theta c\emptyset & -c\theta s\emptyset \\ -s\Psi c\theta & s\Psi s\theta c\emptyset + c\Psi s\emptyset & -s\Psi s\theta c\emptyset + c\Psi c\emptyset \end{bmatrix} \text{Ecuación 48}$$

$$[R_{Y.Z.X.}](\Psi, \theta, \emptyset) = \begin{bmatrix} -s\Psi s\theta s\emptyset + c\Psi c\emptyset & -s\Psi c\theta + s\Psi s\emptyset & c\Psi s\theta s\emptyset + c\Psi s\emptyset \\ c\Psi s\theta s\emptyset + s\Psi c\emptyset & c\Psi c\theta & -c\Psi s\theta c\emptyset + s\Psi s\emptyset \\ -c\Psi c\theta s\emptyset & s\theta & c\theta c\emptyset \end{bmatrix} \text{Ecuación 49}$$

$$[R_{Z.Y.X.}](\Psi, \theta, \emptyset) = \begin{bmatrix} c\theta c\Psi & s\emptyset s\theta c\Psi - c\emptyset s\Psi & c\emptyset s\theta c\Psi + s\emptyset s\Psi \\ c\theta s\Psi & s\emptyset s\theta s\Psi + c\emptyset c\Psi & c\emptyset s\theta s\Psi - s\emptyset c\Psi \\ s\theta & s\emptyset c\theta & c\emptyset c\theta \end{bmatrix} \text{Ecuación 50}$$

En la demostración de los ángulos de Euler se usó la siguiente matriz de rotación aplicando la convención en la robótica se puede escribir la ecuación 24 como:

$$[R_{Z.X.Z.}](\Psi, \theta, \emptyset) = \begin{bmatrix} c\Psi c\emptyset - s\Psi c\theta s\emptyset & -c\Psi s\emptyset - s\Psi c\theta c\emptyset & s\Psi s\theta \\ s\Psi c\emptyset + c\Psi c\theta s\emptyset & -s\Psi s\emptyset + c\Psi c\theta c\emptyset & -c\Psi s\theta \\ s\theta s\emptyset & s\theta c\emptyset & c\theta \end{bmatrix} \text{Ecuación 51}$$

Demostración Ecuación 16. Donde se utilizó $[R]^{-1} = [R]^T$ condición que cumple para matrices ortogonales (matrices de rotación). Sustituyendo $[\dot{R}] = V$

$$r = [R]^{-1}R = [R]^T R$$

$$V = [\dot{R}][R]^T R + [R]v$$

$$W = [\dot{R}][R]^T$$

Procedimiento para obtener $[W]$:

$$\begin{aligned} \text{Definimos } [W] &= ([R_{\Psi,Z}][R_{\theta,Y}][R_{\emptyset,X}]) \cdot ([R_{\Psi,Z}][R_{\theta,Y}][R_{\emptyset,X}])^T \\ &= ([R_{\Psi,Z}][R_{\theta,Y}][R_{\emptyset,X}] + [R_{\Psi,Z}][R_{\theta,Y}][R_{\emptyset,X}] + [R_{\Psi,Z}][R_{\theta,Y}][R_{\emptyset,X}]) \left([R_{\Psi,Z}]^T [R_{\theta,Y}]^T [R_{\emptyset,X}]^T \right) \\ &= [R_{\Psi,Z}][R_{\Psi,Z}]^T + [R_{\Psi,Z}] \left([R_{\theta,Y}][R_{\theta,Y}]^T \right) [R_{\Psi,Z}]^T + [R_{\Psi,Z}][R_{\theta,Y}] \left([R_{\emptyset,X}][R_{\emptyset,X}]^T \right) [R_{\Psi,Z}]^T [R_{\theta,Y}]^T \\ &= [W_{\Psi,Z}] + [R_{\Psi,Z}][W_{\theta,Y}][R_{\Psi,Z}]^T + [R_{\Psi,Z}][R_{\theta,Y}][W_{\emptyset,X}][R_{\Psi,Z}]^T [R_{\theta,Y}]^T \end{aligned}$$

Demostración de la ecuación 28 por el teorema fundamental del cálculo (segunda parte):

Integrando respecto al tiempo A_{lineal} :

$$\begin{aligned} \int_{t_1}^{t_2} a_{lineal} &= \int_{t_1}^{t_2} ([\dot{R}]v + [R]\dot{v}) dt \\ &= \int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{d([R]v)}{dt} \right) dt \end{aligned}$$

Por el teorema fundamental del cálculo (segunda parte):

$$\int_{t_1}^{t_2} \frac{dF(t)}{dt} dt = F(t_2) - F(t_1)$$

Método para encontrar la desviación respecto al objetivo en la cámara secundaria.

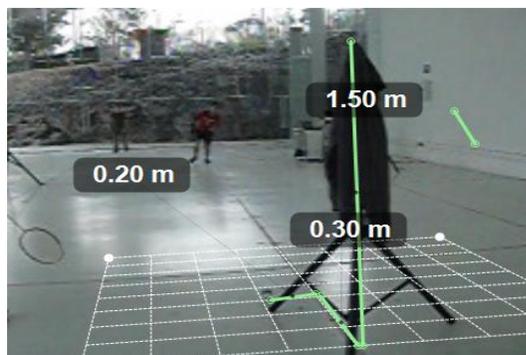


Ilustración 89. Detección de la distancia complementaria z

Se visualiza en la cámara phantom dos planos, con esta cámara se visualiza lo que sucede en el plano perpendicular.

Coordenadas	-0.2	x
	0	y
	-0.3	z

Tabla 51. Lugar por donde pasa el proyectil para ver la desviación respecto al eje z. Con esto se puede calcular el error

Suponiendo que se tiene una línea recta en el tiro se calculará el error para el tiro mas desviado de las pruebas que se hicieron el laboratorio, en el cual se explicará cual fue el máximo error que se tuvo para explicar porqué se menospreció la distancia en z.

Suponiendo como una línea recta se tienen las siguientes distancias para la posición después del remate.

Px final	5.41
py final	-1.47
pz final	-0.2

Tabla 52. Distancia que viaja el proyectil durante la medición del remate

En la tabla 52 se observa la diferencia de distancias por considerar la desviación en el eje "Z" lo cual da un error de 0.06 % por lo cual no consideramos esta distancia para calcular la magnitud de la velocidad.

Distancia total xy	5.600
Distancia total xyz	5.606

Tabla 53. Distancia avanzada tomando en cuenta dos ejes y 3 ejes

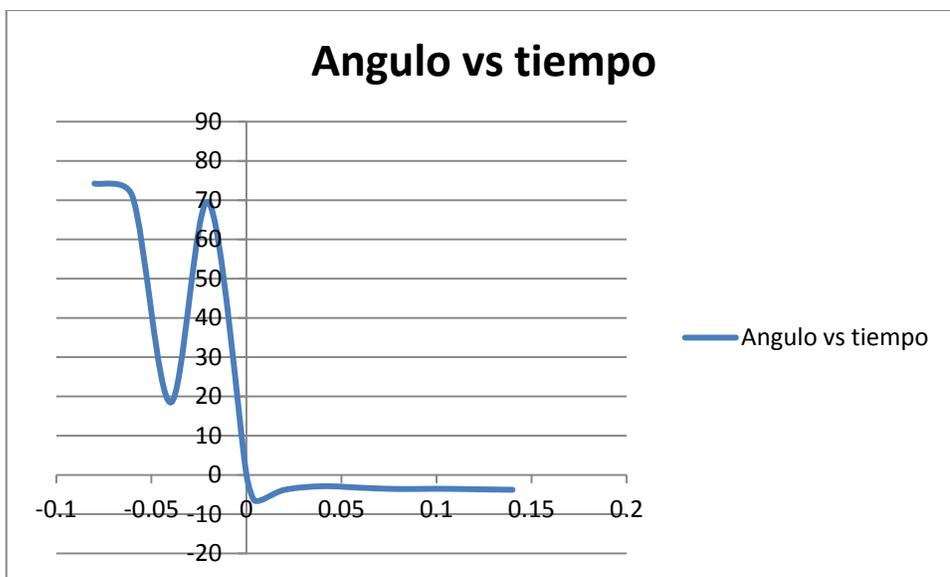


Ilustración 90. Variación del ángulo respecto al tiempo durante un remate para un tiro casi recto

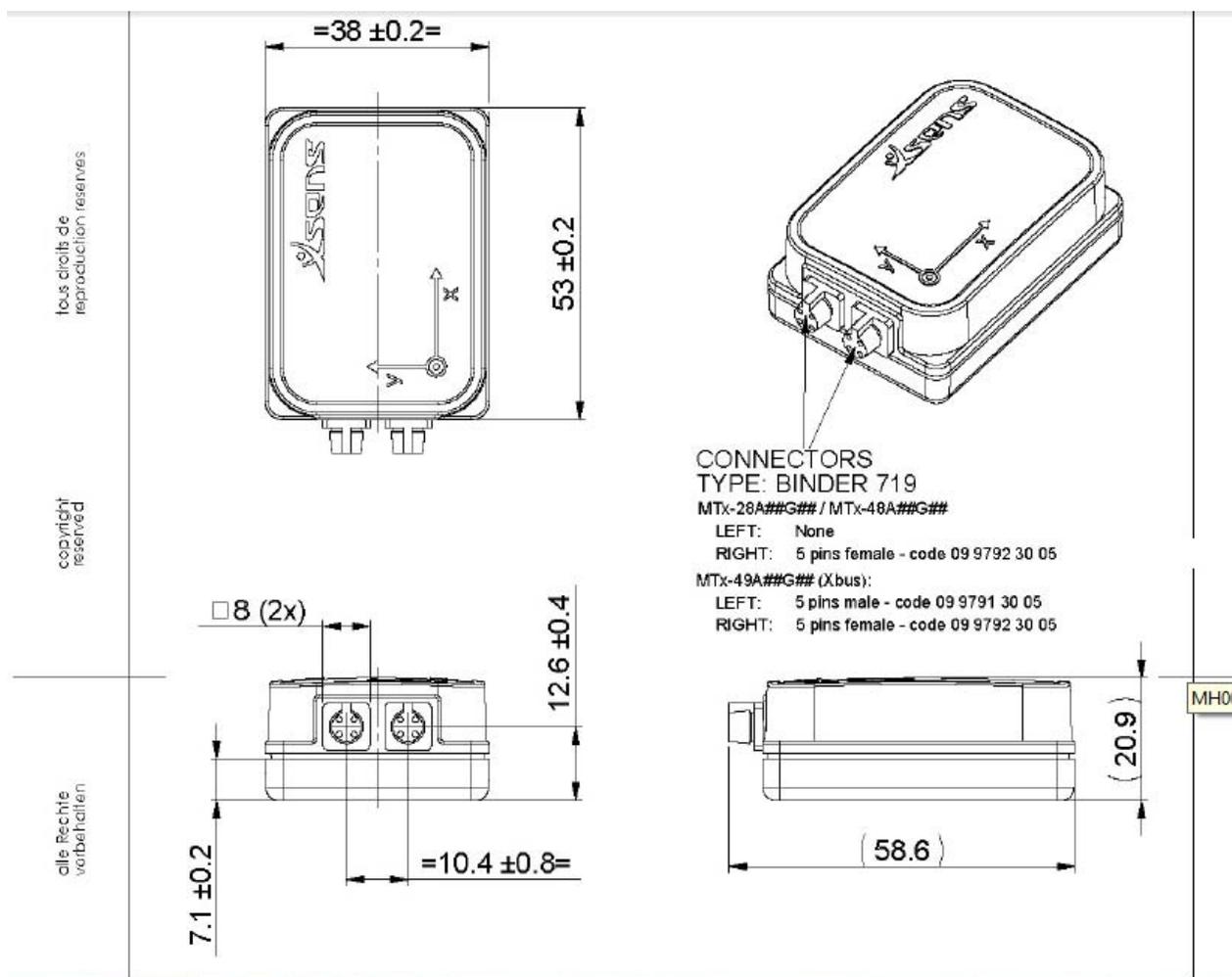


Ilustración 91. Representación gráfica de un acelerómetro Xsens

Mass properties of Part1 (Part Configuration - Default)

Output coordinate System: -- default --

Density = 1000.00000000 kilograms per cubic meter

Mass = 0.03376579 kilograms

Volume = 0.00003377 cubic meters

Surface area = 0.00903162 square meters

Center of mass: (meters)

X = 0.01899420
Y = 0.02627632
Z = 0.01027988

Principal axes of inertia and principal moments of inertia: (kilograms * square meters)
Taken at the center of mass.

Ix = (-0.00030182, 0.99998378, -0.00568784)	Px = 0.00000469
Iy = (-0.99999976, -0.00029826, 0.00062615)	Py = 0.00000896
Iz = (0.00062444, 0.00568803, 0.99998363)	Pz = 0.00001195

Moments of inertia: (kilograms * square meters)
Taken at the center of mass and aligned with the output coordinate system.

Lxx = 0.00000896	Lxy = 0.00000000	Lxz = 0.00000000
Lyx = 0.00000000	Lyy = 0.00000469	Lyx = -0.00000004
Lzx = 0.00000000	Lzy = -0.00000004	Lzz = 0.00001195

Moments of inertia: (kilograms * square meters)

Ilustración 92. Momentos de Inercia, y centro de masa del sensor Xsens

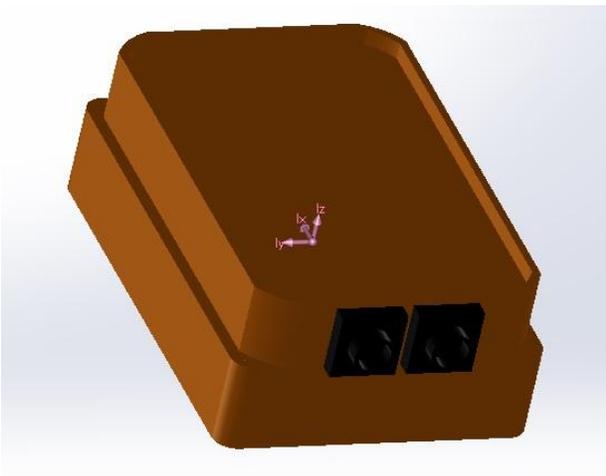


Ilustración 93. Representación del acelerómetro hecho con Solid Works para el cálculo de propiedades dinámicas

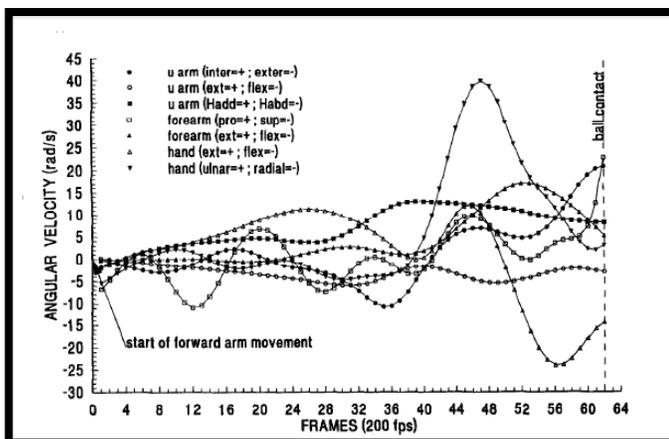


Ilustración 94. Resultados de velocidades angulares por (SPRIGINGS, MARSHALL, ELLIOTT, & JENNINGS, 1994).

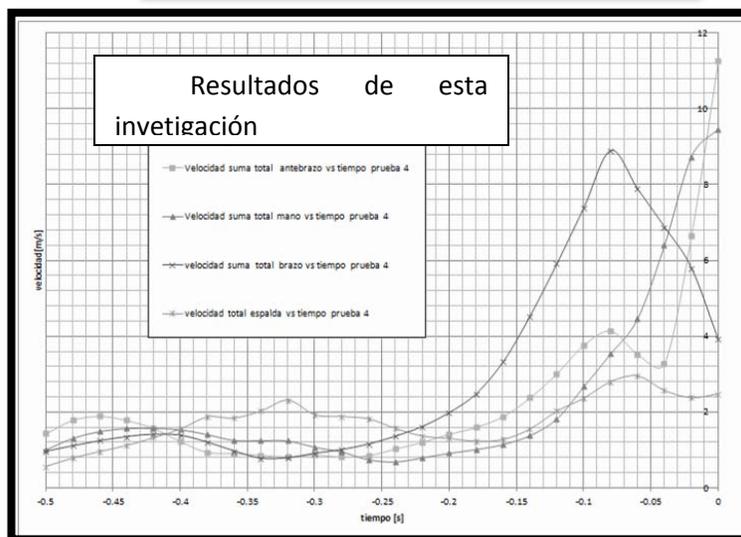
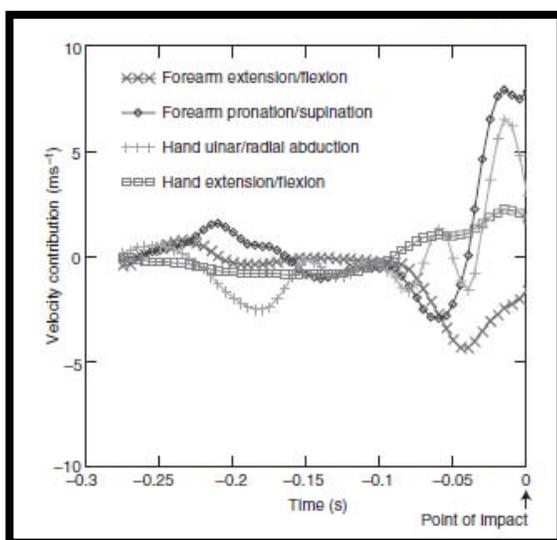


Ilustración 95. Gráfica para rotaciones para mano y antebrazo (Koon, Wangdo, & John, 2005) comparado con los resultados de esta investigación para el atleta Arturo en la imagen inferior.