



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
CIVIL – ESTRUCTURAS

LA FLEXIBILIDAD DEL DIAFRAGMA EN EDIFICIOS: UN ESTUDIO  
ELÁSTICO

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
LUIS ENRIQUE GARCÍA ARCADIA

TUTOR:  
Dr. JUAN JOSÉ PÉREZ GAVILÁN ESCALANTE

MÉXICO, D. F., DICIEMBRE 2014



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dra. Ruiz Gómez Sonia Elda  
Secretario: Dr. Escobar Sánchez José Alberto  
Vocal: Dr. Juan José Pérez Gavilán Escalante  
1<sup>er.</sup> Suplente: Dr. Fernando Peña Mondragón  
2<sup>do.</sup> Suplente: Dr. Pozos Estrada Adrián

Lugar o lugares donde se realizó la tesis:

INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM.

**TUTOR DE TESIS:**

Dr. Juan José Pérez Gavilán Escalante

---

FIRMA

## **AGRADECIMIENTOS**

Al Dr. Juan José Pérez Gavilán Escalante por su apoyo y tutoría que fue fundamental para el desarrollo de esta investigación.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico otorgado durante mis estudios de maestría

A mis padres por su apoyo incondicional, que han creído siempre en mí y, que han hecho de su servidor una persona perseverante, dedicada, disciplinada y responsable con el trabajo, cualidades que fueron muy importantes en esta etapa de mi vida.

A mis profesores de aula durante la maestría, por los conocimientos adquiridos durante sus cátedras que sin duda, son y serán la herramienta más importante para llevar a la práctica el desarrollo de mi querida profesión.

## RESUMEN

En la práctica laboral es común que los diseñadores hagan uso de la hipótesis de sistemas de pisos (diafragmas) rígidos para sus análisis, sin corroboración de su supuesto. Hacer uso erróneo de esta hipótesis se traduce en obtener elementos mecánicos actuando sobre los sistemas de resistencia lateral que están del lado de la inseguridad, poniendo en severo riesgo a la integridad de la estructura ante un movimiento sísmico.

Investigaciones posteriores al sismo de 1994 en Northridge California revelaron que la causa del daño que sufrieron muchos edificios durante el movimiento sísmico fue la flexibilidad de los diafragmas.

La información respecto al tema de la flexibilidad del diafragma es escasa, por lo que herramientas prácticas que acoten el problema son pocas.

En el desarrollo del presente trabajo se presenta un parámetro adimensional llamado  $\psi$  obtenido con base en estudios elásticos y procedimientos matriciales, que permite caracterizar el comportamiento del diafragma, de forma práctica y previa al primer análisis de la estructura en cuestión. También en el estudio se incluyen variables como la variación de la excentricidad del sistema resistente a fuerzas sísmicas, la variación de rigideces entre elementos de resistencia lateral y el número de niveles. Son dos tipos de sistemas sismo-resistentes estudiados: a) marcos integrados por traveses y columnas, b) marcos duales (integrados por muros estructurales, traveses y columnas). El problema de la flexibilidad del diafragma tiene notable relevancia en los segundos sistemas.

Con base en los resultados obtenidos, se proponen algunas recomendaciones con el propósito de que el diseñador pueda caracterizar el comportamiento del diafragma, previo al primer análisis estructural.

## ABSTRACT

In work practice is common for structural designer engineers make use of rigid floor system's hypothesis (rigid diaphragms) for your analysis, without corroboration of his assumption. Making misuse of this assumption results in obtaining mechanical elements acting on the lateral resisting system that are on the insecurity's side, putting at risk to the structure's integrity during an earthquake.

Subsequent investigations to Northridge earthquake in California 1994 revealed that many buildings were damaged by the diaphragm flexibility problem.

The Information about the flexibility diaphragm is low, so that the practice tools that demarcate the problem are lacking.

This research introduced a dimensionless parameter called  $\psi$ . It was obtained based on elastic matrix procedures, that allows characterize the diaphragm behavior. The parameter  $\psi$  can be obtained in a practical way and previously to first structural analysis. The study includes more variables, like the eccentricity's variation of earthquake resistant system, the stiffness's variations between lateral resistance's elements and the number of levels. Two types of earthquake resistant systems were studied: a) frames made up by beams and columns; b) dual frames (made up by structural walls, beams and columns). The diaphragm flexibility's problem is relevant in the second systems.

Based on the results, some recommendations are proposed for the purpose that the structural designers can characterize the diaphragm's behavior, before the first structural analysis.

# CONTENIDO

|  |           |
|--|-----------|
| RESUMEN  | ii        |
| ABSTRACT   | iii       |
| CAPÍTULO 1: Introducción   | 1         |
| <b>1.1 Antecedentes</b>  | <b>2</b>  |
| 1.1.1 Perspectiva histórica del diseño de los diafragmas                                 | 2         |
| 1.1.2 Aproximaciones de análisis y modelado de los diafragmas                            | 3         |
| 1.1.3 Estudios reportados en la literatura   | 4         |
| <b>1.2 Objetivos</b>   | <b>7</b>  |
| 1.2.1 Alcances   | 7         |
| 1.2.2 Limitaciones   | 7         |
| <b>1.3 Contenido capitular</b>   | <b>8</b>  |
| CAPÍTULO 2: Parámetros y variables para el estudio del problema                          | 9         |
| <b>2.1 Parámetro <math>\Psi</math> para caracterizar el comportamiento del diafragma</b> | <b>9</b>  |
| <b>2.2 Variables para estudiar el efecto de la flexibilidad del diafragma</b>            | <b>15</b> |
| 2.2.1 Excentricidad  | 15        |
| 2.2.2 Variación de rigidez entre elementos sismo-resistentes                             | 16        |
| 2.2.3 El parámetro $\Psi$ en el estudio  | 18        |
| 2.2.4 Número de niveles  | 20        |
| 2.2.4.1 Distribución de fuerzas inerciales   | 20        |
| 2.2.5 Resultados con unidades  | 21        |
| <b>2.3 Metodología para el análisis</b>  | <b>22</b> |
| CAPÍTULO 3: La flexibilidad del diafragma en edificios a base de marcos (vigas-columnas) | 23        |
| <b>3.1 Edificios de 1 nivel</b>  | <b>23</b> |
| 3.1.1 Modelos para los análisis  | 23        |
| 3.1.2 Resultados   | 23        |
| 3.1.2.1 Errores en el cálculo de reacciones  | 23        |
| 3.1.2.2 Influencia de la excentricidad   | 26        |
| 3.1.2.3 Cortantes máximos  | 27        |
| 3.1.2.4 Momentos máximos   | 29        |
| <b>3.2 Edificios de 3, 5, 8 y 10 niveles</b>   | <b>31</b> |
| 3.2.1 Modelos para los análisis  | 31        |
| 3.2.2 Matrices de rigidez  | 34        |
| 3.2.3 Resultados   | 37        |
| 3.2.3.1 Errores en el cálculo de reacciones  | 37        |
| 3.2.3.2 Cortantes máximos  | 42        |
| 3.2.3.3 Momentos máximos   | 44        |
| <b>3.3 Rigideces laterales: casos favorables y no favorables</b>                         | <b>46</b> |

|  |           |
|--|-----------|
| <b>CAPÍTULO 4: La flexibilidad del diafragma en edificios a base de sistemas duales (muros estructurales, vigas y columnas)</b>  | <b>47</b> |
| <b>4.1    Valores para el parámetro <math>\Psi</math></b>  | <b>48</b> |
| <b>4.2    Edificios de 1 nivel</b>   | <b>49</b> |
| 4.2.1    Modelos para los análisis   | 49        |
| 4.2.2    Resultados  | 50        |
| 4.2.2.1 <i>Errores en el cálculo de reacciones</i>   | 50        |
| 4.2.2.2 <i>Influencia de la excentricidad</i>  | 52        |
| 4.2.2.3 <i>Cortantes máximos</i>   | 54        |
| 4.2.2.4 <i>Momentos máximos</i>  | 56        |
| <b>4.3    Edificios de 3, 5, 8 y 10 niveles</b>  | <b>58</b> |
| 4.3.1    Modelos para los análisis   | 58        |
| 4.3.2    Matriz de rigidez   | 60        |
| 4.3.3    Resultados  | 63        |
| 4.3.3.1 <i>Errores en el cálculo de reacciones</i>   | 63        |
| 4.3.3.2 <i>Cortantes máximos</i>   | 69        |
| 4.3.3.3 <i>Momentos máximos</i>  | 71        |
| <b>4.4    Rigideces laterales: casos favorables y no favorables</b>  | <b>73</b> |
| <b>CAPÍTULO 5: Caracterización del comportamiento del diafragma a través del cálculo del parámetro <math>\Psi</math></b>         | <b>74</b> |
| <b>5.1    Ejemplos de aplicación práctica</b>  | <b>74</b> |
| 5.1.1    Estructura a base de marcos   | 74        |
| 5.1.2    Estructura a base de marcos duales  | 76        |
| <b>5.2    Cálculo del espesor de losa en función del parámetro <math>\Psi</math></b>   | <b>79</b> |
| <b>CAPÍTULO 6: Conclusiones y recomendaciones</b>  | <b>83</b> |
| <b>6.1    Conclusiones</b>   | <b>83</b> |
| 6.1.1    Modelos con elementos sismo-resistentes a base de marcos  | 83        |
| 6.1.2    Modelos con elementos sismo-resistentes a base de marcos duales   | 84        |
| <b>6.2    Recomendaciones</b>  | <b>85</b> |
| <b>6.3    Investigaciones futuras</b>  | <b>86</b> |
| <b>REFERENCIAS</b>   | <b>87</b> |
| <b>APÉNDICE A</b>  | <b>90</b> |
| <b>APÉNDICE B</b>  | <b>92</b> |
| <b>B.1    Comparación de resultados entre el algoritmo desarrollado y el programa comercial SAP 2000 para un caso específico</b> | <b>92</b> |
| B.1.1    Caso analizado con el algoritmo de generación de datos  | 92        |
| B.1.2    Caso analizado con el programa comercial SAP 2000   | 93        |



## CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN

Hoy en día la variedad de tipos de sistemas de piso se ha incrementado pensando en ahorros económicos, acelerar procesos constructivos, aligerar el peso de la estructura y hasta salvar claros de longitud considerable. Se ha probado que las innovaciones realizadas en estos sistemas son competentes para tomar y distribuir adecuadamente las cargas gravitacionales, sin embargo, en zonas sísmicas se debe de valorar también su capacidad para distribuir y resistir cargas laterales producidas por movimientos sísmicos.

La condición de sistema de piso “rígido” se ha puesto en duda para muchos de los nuevos sistemas. Por simplicidad y ahorro de procesos computacionales, en la práctica sigue siendo común que los diseñadores hagan uso de la hipótesis de sistemas de pisos (diafragmas) rígidos para sus análisis, sin corroboración de su supuesto.

La rigidez de un diafragma es grande o pequeña en la medida en que puede o no acoplar los desplazamientos de los elementos resistentes ante cargas laterales. En el caso de diafragma rígido la cinemática del plano del diafragma puede describirse con sólo tres grados de libertad (existe acoplamiento) y la transmisión de elementos mecánicos del diafragma a los sistemas sismo-resistentes son proporcionales a las rigideces de estos últimos. Cuando el diafragma es flexible, la cinemática en su plano no acopla a los desplazamientos de los elementos de resistencia lateral y su movimiento lo representan múltiples grados de libertad. La transferencia de elementos mecánicos del diafragma a los sistemas sismo-resistentes ya no es proporcional a la rigidez de estos últimos.

Una desventaja para los diseñadores de estructuras es que la información respecto al tema de la flexibilidad del diafragma es escasa, por lo que herramientas prácticas que acoten el problema son pocas.

En el desarrollo de la investigación se presenta un parámetro adimensional llamado  $\psi$  obtenido con base en estudios elásticos y procedimientos matriciales, que permite estimar que tan flexible o rígido es un diafragma con respecto a las rigidez lateral del sistema sismo-resistente, de forma práctica y previa al primer análisis de la estructura en cuestión. Además de la introducción del parámetro  $\psi$  para el estudio del problema, se incluyen en los modelos variables como el número de niveles, la variación de rigideces entre los sistemas resistentes ante cargas laterales y variaciones de excentricidad. Son dos los tipos de sistemas sismo-resistentes estudiados: a) marcos integrados por trabes y columnas, b) marcos duales (integrados por muros estructurales, trabes y columnas). El problema de la flexibilidad del diafragma tiene notable relevancia en los segundos sistemas.

Se ha encontrado que los elementos mecánicos del diafragma son máximos para el caso de diafragma rígido, por lo que para fines de diseño del diafragma es del lado de la seguridad usar esta hipótesis. El problema se presenta en la distribución de fuerzas del diafragma a los sistemas sismo-resistentes, donde al hacer uso de la suposición de diafragma rígido de forma equívoca, se traduce en suponer demandas de elementos mecánicos actuando en los

elementos de resistencia lateral que están del lado de la inseguridad, poniendo en severo riesgo la integridad de la estructura ante un movimiento sísmico.

Se han identificado los casos desfavorables en transferencia de elementos mecánicos del diafragma a los sistemas sismo-resistentes en función del parámetro adimensional  $\psi$  y las variables estudiadas (excentricidad, variación de rigideces laterales, número de niveles) y, se han estimado errores máximos en la obtención de reacciones en los marcos con respecto a la suposición de diafragma rígido. También se presentan expresiones para calcular momentos y cortantes máximos que pueden actuar en el diafragma dependiendo de las variables mencionadas. Se observó que para edificios de pocos niveles el efecto de la flexibilidad del diafragma es más relevante. Además, se proponen algunas recomendaciones con el propósito de que el diseñador previo al análisis estructural, pueda predecir el comportamiento del diafragma.

## **1.1 ANTECEDENTES**

### **1.1.1 Perspectiva histórica del diseño de los diafragmas**

Las fuerzas generadas por la acción de los sismos son estimadas usando aproximaciones que van desde simples supuestos hasta complejos análisis por computadora.

Antes del análisis estructural por computadora, el diseño de los diafragmas se realizaba haciendo hipótesis simplificadoras de que el diafragma se comportaba completamente flexible o infinitamente rígido.

Se asumía que los diafragmas flexibles actuaban como vigas simplemente apoyadas, expandidas horizontalmente entre los elementos verticales de los sistemas resistentes a fuerzas sísmicas.

Con las hipótesis de diafragma rígido, la distribución de las fuerzas laterales a los elementos verticales se hace con base en su rigidez relativa. Esta hipótesis fue adoptada por la primera generación de programas para análisis estructural con el propósito de reducir el costo computacional en memoria y velocidad de procesos (NEHRP, 2010).

Para los casos en los que no era claro definir si el comportamiento del diafragma sería rígido o flexible, por el material que constituía al diafragma o la variación de rigidez entre elementos verticales, los diseñadores tomaban como resultado una envolvente de suponer ambos comportamientos (NEHRP, 2010).

Con los programas de computadora disponibles actualmente, la flexibilidad del diafragma puede ser modelada directamente independientemente si la flexibilidad del diafragma está en cuestión, sin embargo, no siempre resulta fácil.

### 1.1.2 Aproximaciones de análisis y modelado de los diafragmas

Para el análisis de la flexibilidad de un diafragma en su plano, estudios han demostrado que la teoría de vigas es adecuada, lo que la convierte en una herramienta comúnmente utilizada debido a su sencillez (López A., 2001).

El modelo equivalente a una viga, y el de una viga apoyada sobre resortes, son modelos tradicionales que resultan en buenas aproximaciones para edificios pequeños de geometría regular. En la actualidad estos modelos siguen siendo ampliamente usados para el diseño de diafragmas de concreto (NEHRP, 2010).

El modelo equivalente de una viga apoyado sobre resortes, representa al diafragma como una viga apoyada en soportes flexibles (Figura 1.1).

Para edificios de muchos niveles con transferencias significativas de cargas, asimetrías de rigidez entre elementos sismo-resistentes, discontinuidades en los diafragmas como huecos considerables, se requiere de modelos más complejos como elementos finitos para predecir las transferencias de fuerzas.

El desarrollo del análisis realizado en esta investigación está basado en la idealización del comportamiento del diafragma como una viga continua apoyada sobre resortes, utilizando procedimientos matriciales sustentados en la teoría elástica.

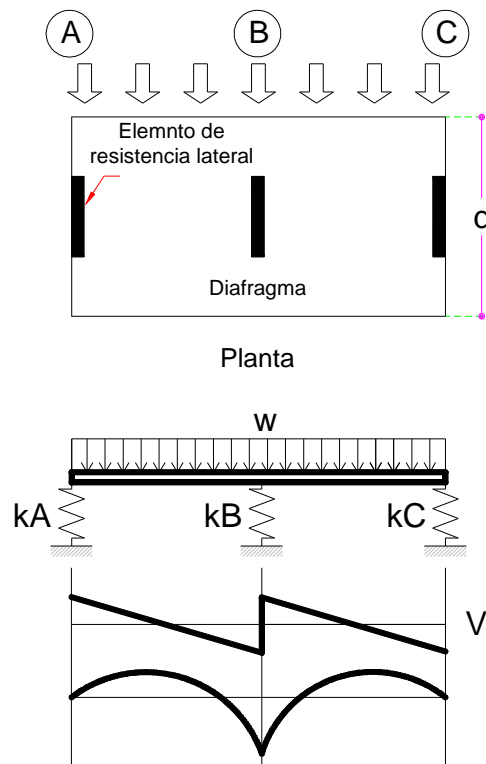


Figura 1.1 Modelo equivalente al de una viga apoyada sobre resortes.

### 1.1.3 Estudios reportados en la literatura

En zonas sísmicas las estructuras se componen de sistemas para resistir fuerzas gravitacionales y sistemas que resisten fuerzas horizontales generadas por la acción de los sismos. Los primeros son elementos que se extienden desde la cimentación hasta los niveles superiores del edificio, definiendo trayectorias continuas de descarga de fuerzas gravitacionales y sísmicas. Los sistemas horizontales que resisten las fuerzas inerciales generadas en los niveles por un movimiento sísmico, son los denominados diafragmas.

Los diafragmas son parte importante del sistema resistente a fuerzas inerciales de un edificio. Entre su funciones se encuentran la de soportar fuerzas gravitacionales y transmitir las fuerzas generadas por la acción sísmica a los elementos de resistencia lateral, entre otras.

El edificio administrativo de la escuela secundaria "Arvin" que sufrió severos daños durante el sismo de julio de 1952 en el condado de Kent California, es un buen ejemplo de un piso con problemas de flexibilidad (Steinbrugge V. Karl, 1954). Durante el terremoto de Alaska el 27 de marzo de 1964 el edificio "West Anchorage High School" también sufrió fuertes daños por la flexibilidad de los diafragmas que lo conformaban. El edificio constaba de dos plantas, y sus pisos estaban contruidos con sistemas de placas planas, su planta era irregular integrada por dos alas unidas en un ángulo (National Academy of Sciences Washington, 1973). También se tienen registros de fallas por pisos flexibles en la zona de apartamentos de "Northridge Meadows" durante el sismo en California en 1994. Estas edificaciones es su mayoría estaban estructuradas a base de marcos de concreto y sistemas de piso contruidos de madera (Goetz G. Schierle, 1999).

El estudio del comportamiento de los diafragmas se intensifica después del sismo de Northridge de 1994 en California. Investigaciones posteriores al movimiento sísmico demostraron que muchos de los edificios afectados fallaron por la flexibilidad de los diafragmas (Fleischman B. Robert, 1998).

Los trabajos realizados a la fecha sobre diafragmas, han tomado dos caminos diferentes: a) trabajos que estudian las distribuciones de fuerzas sísmicas para análisis y diseño de un sistema de piso y, b) estudios que intentan explicar el fenómeno de la flexibilidad del diafragma. Con respecto a los primeros, investigaciones han demostrado que los procedimientos estipulados en los reglamentos vigentes para el cálculo de fuerzas en el plano del diafragma están del lado de la inseguridad (Rodríguez E. M., 2007). El desarrollo de la presente investigación se concentra en los estudios de segundo tipo.

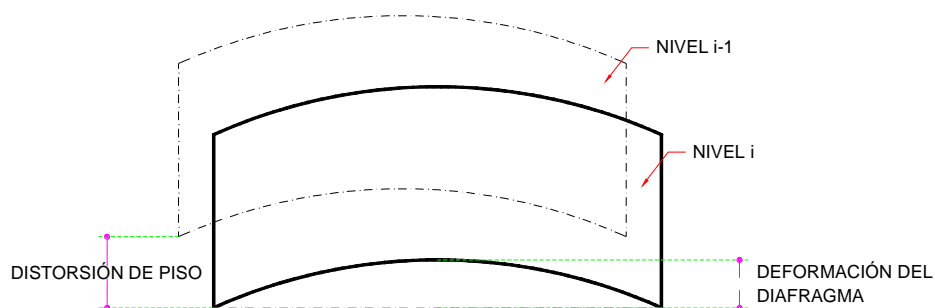
Para reducir costos computacionales y simplificar los análisis, es común que los diseñadores hagan la consideración de que los pisos de su edificio constituyen diafragmas rígidos sin corroboración alguna. Hacer uso erróneo de esta suposición conduce a la obtención de elementos mecánicos erróneos (Boppana R. R., 1985; Tena Colunga A. A. D., 1996; López A., 2001; Langroudi, 2011) traducidos en resultados poco realistas en transferencia de fuerzas a los sistemas de resistencia lateral.

Los estudios de la literatura reportan que la respuesta de edificios con diafragmas flexibles difiere de la respuesta de edificios con diafragmas rígidos (Celebi M., 1989; Panahshahi N., 1991; Tena Colunga A., 1992; Ju S. Lin M., 1999; De La Colina, 1999; Fleischman R. B., 2001; Doudoumis I. N., 2001; Barron J. M., 2004; Kim S. C., 2004; Bal I. E., 2006)

En el caso más favorable, la flexibilidad del diafragma disminuye efectos de torsión (Tena Colunga A. A. D., 1996; De La Colina, 1999; Öztürk T., 2011), pero los elementos verticales pueden estar sometidos a cantidades de fuerza cortante mayores a las estimadas con la hipótesis de diafragma rígido, estando del lado de la inseguridad.

En comparación con los requerimientos para los elementos verticales que resisten fuerzas sísmicas, las provisiones de los códigos para análisis y diseño de diafragmas son relativamente breves.

Normativas norte americanas (FEMA, 2001; UBC, 1997; ASCE 7, 2010; IBC, 2006) establecen que *si la máxima deformación lateral del diafragma es más de dos veces la distorsión lateral del piso correspondiente* (Figura 1.2), entonces el diafragma es flexible para fines de distribución de fuerzas cortantes y momentos de piso.



**Figura 1.2 Diafragma flexible según las normativas FEMA, UBC, ASCE e IBC.**

El índice anterior fue propuesto con base en estudios analíticos y experimentales obtenidos de estructuras con sistemas de pisos ligeros elaborados de madera, los cuales resultan ser muy flexibles (Tena Columna A., 2013), por lo que a-priori no parece ser un índice adecuado para medir la flexibilidad de diafragmas como los utilizados en el país (losas de concreto, sistemas reticulares, losa-acero entre otros). Además, el diseñador tiene la desventaja de realizar primeramente el análisis de la estructura en estudio, para poder evaluar el índice y determinar la condición de flexibilidad del diafragma.

Las NTCS (NTCS-04, 2004) implícitamente limitan el comportamiento rígido del diafragma en función de la relación entre la longitud y el ancho de la planta del edificio (relación de aspecto), la cual para un edificio considerado como regular, no debe exceder de 2. Sin embargo, la norma no establece parámetros para predecir la posible flexibilidad de un sistema de piso.

Estudios han demostrado que para edificios que cumplen con las limitantes del método simplificado de análisis de las NTCS, para diversos tipos de sistemas de piso (losas coladas

en sitio y prefabricadas) cumplen razonablemente la suposición de diafragmas rígidos (López O., 2001; León, 2007; Tena Colunga A. C. J., 2009). Para edificios característicos como en los que la relación largo/ancho de planta es 2.5 y, simultáneamente presentan concentración significativa de rigidez lateral en los extremos de la misma, se ha demostrado que se pueden obtener errores significativos en la obtención de elementos mecánicos que actúa en los sistemas sismo-resistentes al hacer consideraciones de diafragma rígido, por lo que se debe de incorporar a los modelos la flexibilidad del diafragma (López A., 2001).

Con base en modelos que incluyen la flexibilidad del diafragma con elementos finitos, estudios indican que para edificios con muros de cortante, el efecto de flexibilidad del diafragma es relevante (Fouad K., 2012).

Usando un análisis de regresión sobre los resultados de 196 análisis de edificios rectangulares de concreto donde los diafragmas tenían huecos simétricos y, haciendo consideraciones de diafragma rígido y flexible, se ha desarrollado una fórmula de error. Esta fórmula estima el error que se puede cometer al suponer que el diafragma es rígido para los modelos estudiados (Moeini M., 2008). Utilizando procedimientos similares, también se ha deducido una fórmula que estima los errores a la hora de obtener las fuerzas actuantes en las columnas de edificios de formas T, U y rectangulares, con distribuciones simétricas de muros de cortante, al hacer la consideración de diafragmas rígidos (Ju S. Lin M., 1999).

Un índice de rigidez o flexibilidad que ha sido propuesto en la literatura es el de Ju y Lin (Ju S. Lin M., 1999). Para obtener el índice "R" se utilizan los desplazamientos obtenidos al centro del claro del sistema de piso al hacer las consideraciones de rigidez infinita del diafragma y los desplazamientos obtenidos modelando su flexibilidad. El índice está dado por:

$$R = \frac{\Delta_{flexible} - \Delta_{rígido}}{\Delta_{rígido}}$$

$\Delta_{flexible}$  es el máximo desplazamiento del diafragma cuya flexibilidad se evalúa y,  $\Delta_{rígido}$  es desplazamiento considerando rigidez infinita del diafragma de la misma estructura. Con base a un estudio paramétrico, se determina que para valores de  $R < 0.2$ , la hipótesis en el análisis de diafragma rígido es aproximada esperando errores menores del 20% en la obtención de elementos mecánicos en los elementos de soporte lateral más demandados y, para los valores de  $R > 0.45$ , un análisis considerando rigidez infinita del diafragma puede conducir a errores de más del 40% (Ju S. Lin M., 1999).

Una de las desventajas del índice propuesto por Ju y Lin en 1999 es que fue derivado con un estudio realizado con losas planas de concreto y con sistemas sismo-resistentes a base de muros, donde la potencial flexibilidad del diafragma incrementa, y no fueron presentados resultados para modelos con marcos. Además, también presenta la desventaja para el diseñador de que para obtener el valor del índice "R" previamente tiene que haber realizado más de un análisis de la estructura en cuestión, similar al procedimiento estipulado en los códigos norte americanos.

Dhiman Basu y Sudhir Jain (Basu D., 2004) concluyen en su investigación que al ganar niveles en una edificación, la relación de aspecto en planta de la estructura puede ser mayor a tres y el edificio seguirá mostrando comportamiento rígido en los diafragmas de piso. Lo cual los lleva a concluir que la hipótesis de diafragma rígido es más exacta para edificios altos.

## 1.2 OBJETIVOS

- Contribuir con información que permita comprender el problema de la flexibilidad del diafragma en un edificio, determinando las variables que controlan el problema.
- Medir de manera cuantitativa los errores en la transferencia de fuerzas del diafragma a los elementos sismo-resistentes, en los que un diseñador puede incurrir al suponer, de manera equívoca, comportamiento rígido del diafragma estudiando dos tipos de modelos: a) considerando sistemas sismo-resistentes a base de marcos integrados por trabes y columnas, b) considerando sistemas de resistencia lateral a base de marcos duales (integrados por muros estructurales, trabes y columnas).
- Proponer recomendaciones que permitan predecir el comportamiento del diafragma, previo al primer análisis de la estructura a estudiar.

### 1.2.1 Alcances

- Se caracterizará la flexibilidad del diafragma, entendida como la manera en que su comportamiento difiere del rígido, con un parámetro adimensional llamado  $\psi$ .
- El efecto de la flexibilidad del diafragma se estudia en función de variables como la excentricidad, la variación de rigideces entre elementos de resistencia lateral y el número de niveles.
- Los sistemas sismo-resistentes de los modelos a estudiar son de dos tipos: los primeros están integrados por marcos (trabes y columnas) y, los segundos se conforman por marcos duales (trabes, columnas y muros estructurales).
- Se estudian modelos de 1, 3, 5, 8 y 10 niveles.

### 1.2.2 Limitaciones

- El efecto de la frecuencia de la excitación no es estudiado en los modelos, los análisis son estáticos.
- La rigidez lateral media de los sistemas resistentes a cargas laterales no varía con la altura.

- Los análisis son elásticos.

### 1.3 CONTENIDO CAPITULAR

El capítulo 2 expone el procedimiento matricial elástico que condujo a la deducción del parámetro adimensional  $\psi$ . También se explica la integración de las variables como la excentricidad, la variación de rigidez entre elementos de resistencia lateral y el número de niveles, para el análisis del fenómeno.

El capítulo 3 contiene los resultados de un estudio paramétrico de la flexibilidad del diafragma aplicado a modelos que representan edificios de 1, 3, 5, 8, y 10 niveles considerando que los sistemas sismo-resistentes de cada edificio están conformados a base de marcos compuestos por traveses y columnas. Las principales variables en los análisis son la rigidez del diafragma dada por el parámetro adimensional  $\psi$ , las rigideces de los elementos sismo-resistentes, el número de niveles y la excentricidad.

El capítulo 4 contiene los resultados de un estudio paramétrico de la flexibilidad del diafragma aplicado a modelos que representan edificios de 1, 3, 5, 8, y 10 niveles considerando que los sistemas sismo-resistentes de cada edificio están conformados a base de marcos duales (constituidos por muros estructurales, traveses y columnas). Las principales variables en los análisis son la rigidez del diafragma dada por el parámetro adimensional  $\psi$ , las rigideces de los elementos sismo-resistentes, el número de niveles y la excentricidad.

En el capítulo 5 se desarrollan dos ejemplos prácticos para calcular el parámetro adimensional  $\psi$ . En el primer ejemplo muestra un edificio con sistema de piso de concreto reforzado y elementos sismo-resistentes a base de marcos (traveses y columnas) de concreto. El segundo ejemplo muestra un edificio con losa de concreto y sistema sismo-resistente a base de marcos duales (columnas, traveses y muros estructurales) de concreto reforzado.

El capítulo 6 contiene las conclusiones a las que se ha llegado, se exponen las variables que controlan al problema y se proponen recomendaciones prácticas que permiten predecir la flexibilidad del diafragma.

En el apéndice A se muestra el procedimiento establecido para definir qué tanto más rígido puede ser un marco integrado por muros estructurales, traveses y columnas, comparándolo con un marco conformado solo por traveses y columnas. El apéndice B presenta una comparación entre los resultados (elementos mecánicos) de cierto caso, obtenidos analíticamente con los procedimientos matriciales del estudio, y los resultados del mismo caso modelado en el programa comercial SAP 2000.



## CAPÍTULO 2: PARÁMETROS Y VARIABLES PARA EL ESTUDIO DEL PROBLEMA

En las secciones siguientes se presenta el desarrollo del procedimiento matricial elástico del cual se dedujo el parámetro adimensional  $\psi$ , que se utilizó para caracterizar el comportamiento del diafragma. También se explica la introducción de las variables (excentricidad, variación de rigideces entre elementos resistentes a cargas laterales, número de niveles y el parámetro  $\psi$ ) para el estudio del efecto de la flexibilidad del diafragma en los modelos y, se presenta la metodología que siguieron los análisis realizados.

### 2.1 PARÁMETRO $\psi$ PARA CARACTERIZAR EL COMPORTAMIENTO DEL DIAFRAGMA

El parámetro adimensional  $\psi$  se derivó del modelo mostrado en la Figura 2.1, el cual representa al diafragma como una viga a la que se le aplica una carga lateral uniformemente distribuida  $W$ , apoyada en resortes con rigidez lateral  $k$ , separados entre sí a una distancia  $L$ .

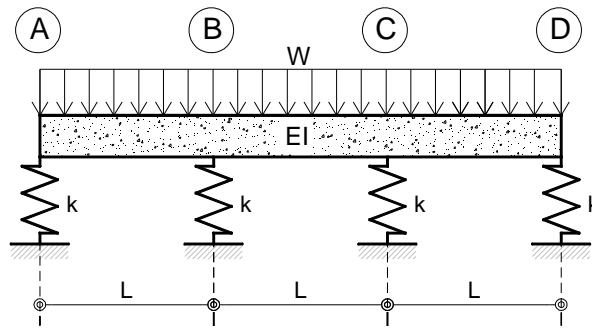


Figura 2.1 Modelo de una viga apoyada sobre resortes para análisis del diafragma.

El modelo se analizó paramétricamente con el método matricial de rigideces. Se discretizó en ocho grados de libertad, dos por nodo: un giro y un desplazamiento orientado en la dirección de la aplicación de la carga lateral (Figura 2.2). Se supone también que los resortes no toman valores de momento.

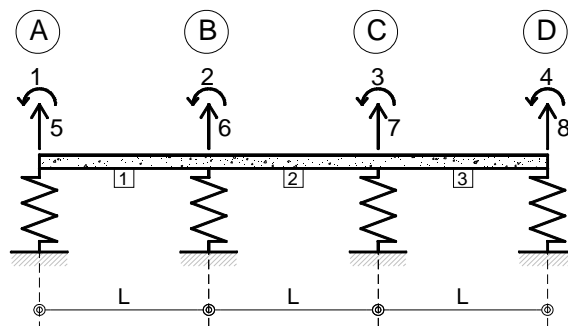


Figura 2.2 Discretización del modelo, grados de libertad considerados.

La matriz de rigidez global  $K$  del sistema de la Figura 2.2 queda como se muestra en la expresión (2.1):

$$K = \begin{pmatrix} \frac{4}{L} & \frac{2}{L} & 0 & 0 & \frac{6}{L^2} & -\frac{6}{L^2} & 0 & 0 \\ \frac{2}{L} & \frac{8}{L} & \frac{2}{L} & 0 & \frac{6}{L^2} & 0 & -\frac{6}{L^2} & 0 \\ 0 & \frac{2}{L} & \frac{8}{L} & \frac{2}{L} & 0 & \frac{6}{L^2} & 0 & -\frac{6}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{2}{L} & \frac{4}{L} & 0 & 0 & \frac{6}{L^2} & -\frac{6}{L^2} \\ \frac{6}{L^2} & \frac{6}{L^2} & 0 & 0 & \frac{12}{L^3} + \frac{k_m}{E \cdot I} & -\frac{12}{L^3} & 0 & 0 \\ -\frac{6}{L^2} & 0 & \frac{6}{L^2} & 0 & -\frac{12}{L^3} & \frac{24}{L^3} + \frac{k_m}{E \cdot I} & -\frac{12}{L^3} & 0 \\ 0 & -\frac{6}{L^2} & 0 & \frac{6}{L^2} & 0 & -\frac{12}{L^3} & \frac{24}{L^3} + \frac{k_m}{E \cdot I} & -\frac{12}{L^3} \\ 0 & 0 & -\frac{6}{L^2} & -\frac{6}{L^2} & 0 & 0 & -\frac{12}{L^3} & \frac{12}{L^3} + \frac{k_m}{E \cdot I} \end{pmatrix} \cdot E \cdot I \quad (2.1)$$

La variable  $k_m$  representa la rigidez lateral media de los elementos resistentes ante cargas laterales (resortes):

$$k_m = \frac{\sum_{i=1}^n k_i}{n} \quad (2.2)$$

Donde  $i$  indica la posición de los elementos de resistencia lateral o ejes del modelo en la dirección del análisis y,  $n$  es el número total de los mismos.

$$F = \begin{pmatrix} -\frac{W \cdot L^2}{12} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{W \cdot L^2}{12} \\ -\frac{W \cdot L}{2} \\ -W \cdot L \\ -W \cdot L \\ \frac{W \cdot L}{2} \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

La expresión (2.3) muestra el vector de fuerzas  $F$  actuante en el modelo. Para el cálculo de las fuerzas se sabe que son iguales a la rigidez multiplicada por los desplazamientos:

$$F = K \cdot d \quad (2.4)$$

Despejando la ecuación (2.4) para los desplazamientos:

$$d = K^{-1} \cdot F \quad (2.5)$$

La expresión (2.6) muestra el resultado de resolver la ecuación (2.5):

$$d = \begin{bmatrix} \frac{1}{8} \frac{L^3 \cdot W \cdot (k_m \cdot L^3 + 36 \cdot E \cdot I)}{E \cdot I \cdot (12 \cdot E \cdot I + 5 \cdot k_m \cdot L^3)} \\ \frac{1}{24} \frac{L^3 \cdot W \cdot (-k_m \cdot L^3 + 48 \cdot E \cdot I)}{E \cdot I \cdot (12 \cdot E \cdot I + 5 \cdot k_m \cdot L^3)} \\ \frac{1}{24} \frac{L^3 \cdot W \cdot (-k_m \cdot L^3 + 48 \cdot E \cdot I)}{E \cdot I \cdot (12 \cdot E \cdot I + 5 \cdot k_m \cdot L^3)} \\ \frac{1}{8} \frac{L^3 \cdot W \cdot (k_m \cdot L^3 + 36 \cdot E \cdot I)}{E \cdot I \cdot (12 \cdot E \cdot I + 5 \cdot k_m \cdot L^3)} \\ \frac{L \cdot W \cdot (2k_m \cdot L^3 + 9 \cdot E \cdot I)}{k_m \cdot (12 \cdot E \cdot I + 5 \cdot k_m \cdot L^3)} \\ \frac{1}{2} \frac{L \cdot W \cdot (11k_m \cdot L^3 + 18 \cdot E \cdot I)}{k_m \cdot (12 \cdot E \cdot I + 5 \cdot k_m \cdot L^3)} \\ \frac{1}{2} \frac{L \cdot W \cdot (11k_m \cdot L^3 + 18 \cdot E \cdot I)}{k_m \cdot (12 \cdot E \cdot I + 5 \cdot k_m \cdot L^3)} \\ \frac{L \cdot W \cdot (2k_m \cdot L^3 + 9 \cdot E \cdot I)}{k_m \cdot (12 \cdot E \cdot I + 5 \cdot k_m \cdot L^3)} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

La ecuación (2.7) es la aplicación de la expresión (2.4), y verifica la validez de los resultados obtenidos al comprobar que la fuerza es igual a la carga aplicada al modelo.

$$F = k_m [d(5) + d(6) + d(7) + d(8)] = -3WL \quad (2.7)$$

$k_m$  es la rigidez media del sistema sismo-resistente y la suma de  $d(5)$ ,  $d(6)$ ,  $d(7)$  y  $d(8)$  es el desplazamiento total del mismo provocado por la acción de  $F$ .

Si el diafragma del modelo se comportara como infinitamente rígido (la rigidez media  $k_m$  de los resortes tiende a ser cero), las reacciones en los ejes A, B, C y D serían las mismas (ecuación 2.8):

$$R_{Ar,Br,Cr,Dr} = \lim_{k_m \rightarrow 0} [k_m \cdot d(i)] = -\frac{3}{4}WL \quad (2.8)$$

Donde  $i$  en este caso puede valer desde 5 hasta 8, según el eje donde se calcule la reacción.

Si el diafragma del modelo se comportara como flexible (la rigidez media  $k_m$  de los resortes tiende al infinito), las reacciones en los ejes serían las siguientes:

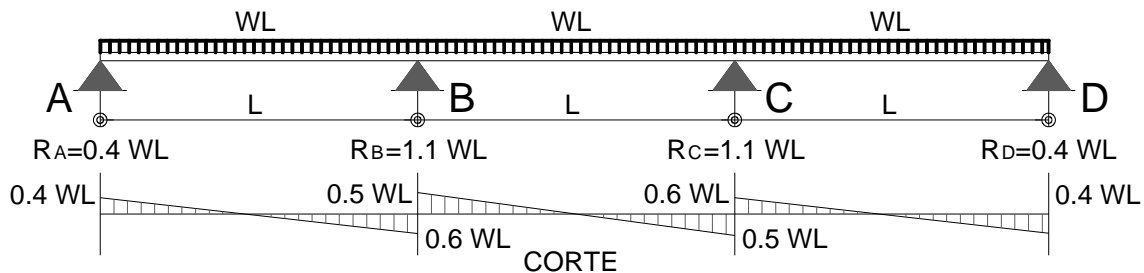
$$R_{Af} = \lim_{k_m \rightarrow \infty} [k_m \cdot d(5)] = -\frac{2}{5}WL \quad (2.9)$$

$$R_{Bf} = \lim_{k_m \rightarrow \infty} [k_m \cdot d(6)] = -\frac{11}{10}WL \quad (2.10)$$

$$R_{Cf} = \lim_{k_m \rightarrow \infty} [k_m \cdot d(7)] = -\frac{11}{10}WL \quad (2.11)$$

$$R_{Df} = \lim_{k_m \rightarrow \infty} [k_m \cdot d(8)] = -\frac{2}{5}WL \quad (2.12)$$

Los resultados de las expresiones anteriores se verifican con la Figura 2.3 del manual AISC LRFD, que muestra el valor de las reacciones para una viga continua de tres claros iguales con carga uniformemente distribuida en todos los tramos.



**Figura 2.3 Reacciones y cortantes en viga continua de tres tramos iguales, con carga uniformemente distribuida en todos los tramos, AISC LRFD.**

Con el objetivo de encontrar variables para controlar el problema, la rigidez lateral media  $k_m$  se redefinió como se muestra en la expresión (2.13):

$$k_m = \frac{E_L I_L}{\Psi L^3} \quad (2.13)$$

$E_L$  es el módulo de elasticidad del material que constituye al diafragma,  $I_L$  es el momento de inercia de área del elemento barra que representa a la losa alrededor del eje "y" (Figura 2.4),  $L$  la longitud entre elementos sismo-resistentes y,  $\Psi$  un parámetro adimensional.

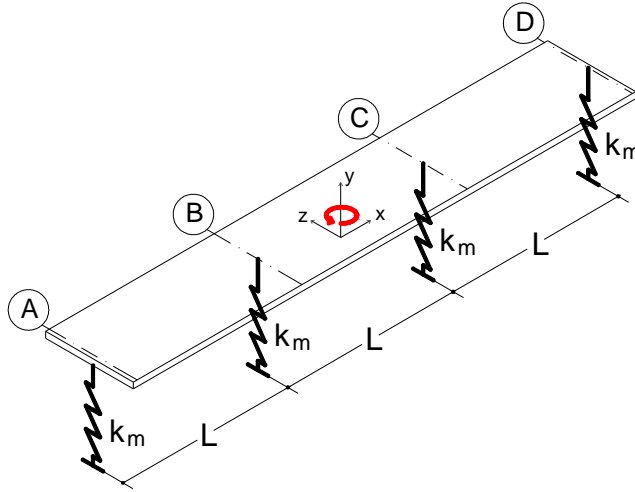


Figura 2.4 Isométrico del modelo de viga apoyada sobre resortes

Al calcular la reacción  $R_A$  con  $k_m$  definida como en la expresión (2.13), resulta la expresión (2.15):

$$R_A = k_m \cdot d(5) \quad (2.14)$$

$$R_A = \left( \frac{E_L I_L}{\Psi L^3} \right) \left\{ \frac{WL \left[ 2 \left( \frac{E_L I_L}{\Psi L^3} \right) L^3 + 9E_L I_L \right]}{\left( \frac{E_L I_L}{\Psi L^3} \right) \left[ 12E_L I_L + 5 \left( \frac{E_L I_L}{\Psi L^3} \right) L^3 \right]} \right\} \quad (2.15)$$

Simplificando la expresión (2.15):

$$R_A = R_D = - \frac{WL(2 + 9\Psi)}{12\Psi + 5} \quad (2.16)$$

De la misma manera, los cálculos de las reacciones  $R_B$  y  $R_C$  con  $k_m$  definida como en la expresión (2.13) resultan como la ecuación (2.17).

$$R_B = R_C = - \frac{1}{2} \frac{WL(11 + 18\Psi)}{12\Psi + 5} \quad (2.17)$$

En las expresiones (2.16) y (2.17) se observa que los resultados quedan en función de  $W$ ,  $L$  y del parámetro  $\Psi$ .

Normalizando la reacción  $R_A$  (ecuación 2.16) con respecto a la reacción obtenida haciendo consideración de diafragma rígido (ecuación 2.8), se obtiene la expresión (2.18):

$$R_{An} = \frac{R_A}{R_{Ar}} = \frac{\frac{WL(2 + 9\Psi)}{12\Psi + 5}}{\frac{3}{4}WL} = \frac{4}{3} \left( \frac{2 + 9\Psi}{5 + 12\Psi} \right) \quad (2.18)$$

De la misma manera se normalizan las reacciones  $R_B$ ,  $R_C$  y  $R_D$  con respecto a la reacción obtenida haciendo consideración de diafragma rígido (ecuación 2.8). Se obtuvieron las expresiones siguientes:

$$R_{Bn} = \frac{R_B}{R_{Br}} = \frac{2}{3} \left( \frac{11 + 18\Psi}{5 + 12\Psi} \right) \quad (2.19)$$

$$R_{Cn} = \frac{R_C}{R_{Cr}} = \frac{2}{3} \left( \frac{11 + 18\Psi}{5 + 12\Psi} \right) \quad (2.20)$$

$$R_{Dn} = \frac{R_D}{R_{Dr}} = \frac{4}{3} \left( \frac{2 + 9\Psi}{5 + 12\Psi} \right) \quad (2.21)$$

De las ecuaciones anteriores se observa que el valor de las reacciones queda únicamente en función del parámetro adimensional  $\Psi$ . La Figura 2.5 muestra las curvas resultantes de graficar las reacciones  $R_{An}$ ,  $R_{Dn}$ ,  $R_{Bn}$  y  $R_{Cn}$ . De las curvas se destaca que cuando el parámetro  $\Psi$  es menor que uno ( $\Psi < 1.0$ ), el comportamiento del diafragma tiende a ser flexible, puesto que en los ejes A y D los sistemas de resistencia lateral tienden a perder reacción, mientras que los sistemas de los ejes B y C tienden a ganar mayor cantidad de reacción con respecto a la hipótesis de diafragma rígido. Para valor de  $\Psi$  mayores a uno ( $\Psi > 1.0$ ), el comportamiento tiende a ser rígido, pues las reacciones calculadas en todos los ejes convergen a ser de la misma magnitud.

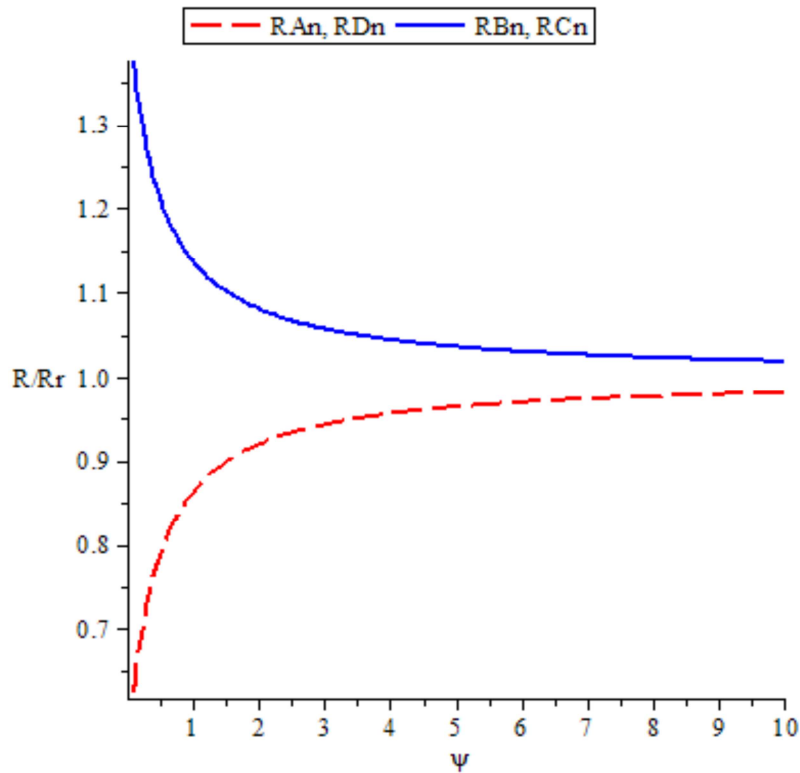


Figura 2.5 Reacciones normalizadas con respecto a las reacciones obtenidas con hipótesis de diafragma rígido ( $R/R_r$ ) en función del parámetro adimensional  $\Psi$ .

De la expresión (2.13) se define el valor del parámetro adimensional  $\Psi$ , que se muestra en la ecuación (2.22):

$$\Psi = \frac{E_L I_L}{k_m L^3} \quad (2.22)$$

De esta manera, el parámetro  $\Psi$  puede caracterizar el comportamiento del diafragma, relacionando la rigidez del sistema de piso con la rigidez de los elementos resistentes a cargas laterales.

## 2.2 VARIABLES PARA ESTUDIAR EL EFECTO DE LA FLEXIBILIDAD DEL DIAFRAGMA

Las variables que se utilizaron para el estudio del problema son el parámetro adimensional  $\Psi$ , el número de niveles, la excentricidad y la variación de rigideces entre elementos de resistencia lateral.

### 2.2.1 Excentricidad

La excentricidad  $e$  queda definida en función de la rigidez de los elementos de resistencia lateral:

$$e = \frac{\sum k_i x_i}{\sum k_i} \quad (2.23)$$

Donde  $k_i$  es rigidez lateral del elemento sismo-resistente  $i$  y,  $x_i$  es la distancia del centro de rigidez del sistema estructural al elemento de resistencia lateral  $i$ .

En el estudio se consideraron excentricidades de cero hasta 0.20 de  $B$  ( $0.0 \leq e \leq 0.20$  de  $B$ ), donde  $B$  es la longitud total del diafragma perpendicular a la dirección del análisis (Figura 2.6).

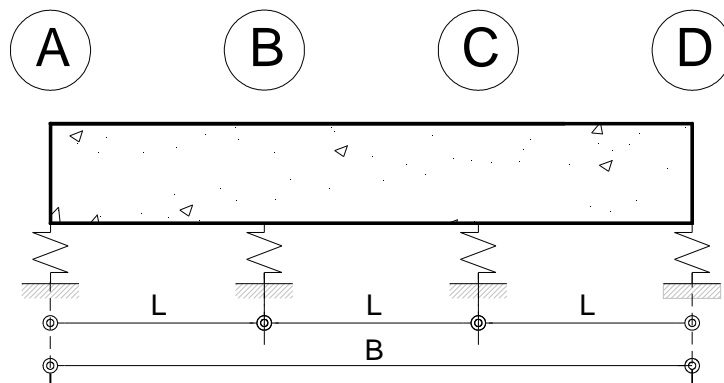


Figura 2.6 Dimensiones del modelo que representa al diafragma, perpendiculares a la aplicación de la carga lateral.

### 2.2.2 Variación de rigidez entre elementos sismo-resistentes

La rigidez lateral  $k_i$  de un elemento de resistencia lateral (resorte en el modelo de viga) se define como la rigidez media  $k_m$  del sistema sismo-resistente multiplicado por un coeficiente  $\alpha_i$ :

$$k_i = \alpha_i k_m \quad (2.24)$$

El coeficiente  $\alpha_i$  representa la variación de rigideces entre elementos sismo-resistentes (Figura 2.7).

Para los análisis donde los elementos sismo-resistentes son marcos compuestos por traveses y columnas, se aceptó una variación máxima de rigideces laterales entre marcos de 33.33% ( $0.80 \leq \alpha_i \leq 1.20$ ), variación que se puede deber a diferencias de rigidez entre marcos proyectados o errores constructivos.

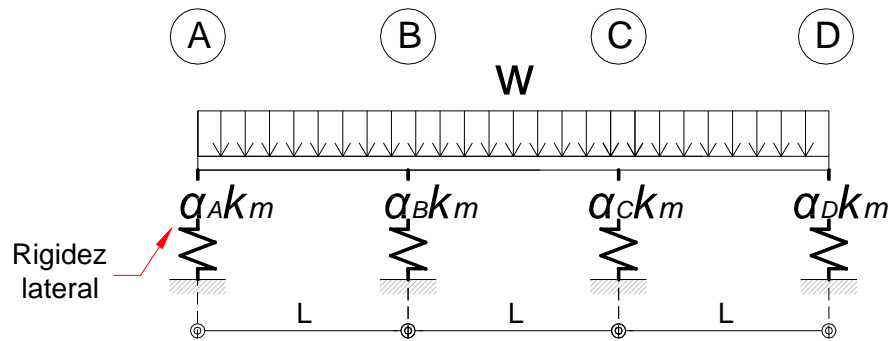


Figura 2.7 Representación de rigidez lateral  $k_i$ .

Los segundos sistemas estudiados son estructuras donde sus ejes de resistencia lateral pueden estar integrados por una combinación de marcos duales y marcos que solo son formados por traveses y columnas.

Para decidir el intervalo de valores que puede tomar la constante  $\alpha$ , se han comparado los valores de rigidez de los dos casos extremos: la rigidez un marco con determinada geometría y dimensiones de traveses y columnas, comparada con la rigidez del mismo marco adicionándole muros estructurales de longitudes comunes. Se determinó que el marco dual puede ser hasta 21 veces más rígido que el sistema integrado solo por traveses y columnas. Los detalles del procedimiento que lleva al resultado anterior se muestran en el apéndice A. Por lo tanto para los análisis con este tipo de sistemas se seleccionó  $0.1 \leq \alpha_i \leq 2.1$ .

El coeficiente  $\alpha$  de cada eje puede tomar gran cantidad de valores según el tamaño de su incremento, resultado en una gran variedad de estructuras donde la rigidez de los sistemas sismo-resistentes se puede combinar en diversas maneras.



La excentricidad fue la variable que controló la combinación de rigideces entre los resortes. Tomando como ejemplo el modelo de la Figura 2.7 y, sustituyendo en la ecuación (2.24) la expresión (2.23) se tiene:

$$e = \frac{\sum_{i=1}^4 (\alpha_i k_m) x_i}{\sum_{i=1}^4 \alpha_i k_m} \quad (2.25)$$

Para este caso la suma de los coeficientes alfas es igual a cuatro, que es resultado de considerar que la rigidez media es igual a la expresión (2.26):

$$k_m = \frac{\sum_{i=1}^4 k_i}{4} \quad (2.26)$$

De la ecuación (2.24) se sabe que:

$$\alpha_i = \frac{k_i}{k_m} \quad (2.27)$$

Sustituyen la ecuación (2.26) en la expresión (2.27) se tiene:

$$\alpha_i = \frac{4k_i}{\sum k_i} \quad (2.28)$$

$$\sum \alpha_i = \frac{4 \sum k_i}{\sum k_i} = 4 \quad (2.29)$$

Reescribiendo la ecuación (2.29) tenemos:

$$\sum_{i=1}^4 \alpha_i = \alpha_A + \alpha_B + \alpha_C + \alpha_D = 4 \quad (2.30)$$

Reescribiendo la ecuación (2.25):

$$e = \frac{k_m \sum_{i=1}^4 \alpha_i x_i}{k_m \sum_{i=1}^4 \alpha_i} \quad (2.31)$$

Simplificando la ecuación (2.31) y sustituyendo en la misma la expresión (2.30):

$$e = \frac{\sum_{i=1}^4 \alpha_i x_i}{4} \quad (2.32)$$

Suponiendo que la viga que representa al diafragma tiene longitud unitaria  $x = 1.0$ , las distancias  $x_i$  toman los valores que se muestran en la Figura 2.8:

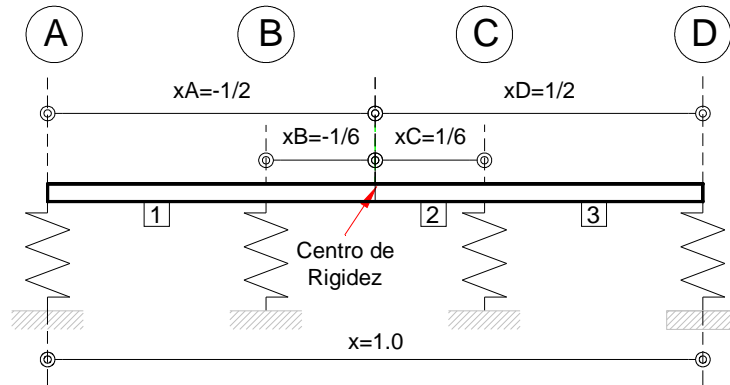


Figura 2.8 Representación de las distancias  $x_i$ .

Sustituyendo los valores de las distancias  $x_i$  en la ecuación (2.32), se tiene que:

$$e = \frac{1}{4} \left( -\frac{\alpha_A}{2} - \frac{\alpha_B}{6} + \frac{\alpha_C}{6} + \frac{\alpha_D}{2} \right) \quad (2.33)$$

Las ecuaciones (2.30) y (2.33) representaron un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. Como se observa de las expresiones, las variables que intervienen son las constantes  $\alpha$  y la excentricidad  $e$ . La excentricidad es conocida y se sabe que puede variar en rango que va desde cero hasta 0.20 de  $B$  ( $0.0 \leq e \leq 0.20$  de  $B$ ). Para poder resolver el sistema de ecuaciones, también se conoce los valores que pueden tomar dos constantes  $\alpha$ , dependiendo del tipo de sistema, como se definió en párrafos anteriores. Definido un valor para la excentricidad  $e$  y para dos constantes  $\alpha$ , es posible resolver el sistema de ecuaciones donde las incógnitas por conocer son los valores para las dos constantes  $\alpha$  que completan el sistema. El resultado es una gran variedad de posibles combinaciones entre rigideces laterales (resortes en el modelo de viga), controladas con el valor de la excentricidad.

### 2.2.3 El parámetro $\Psi$ en el estudio

Retomando el modelo de la Figura 2.2 y se sustituyendo la expresión (2.13) en la (2.24), se tiene la rigidez lateral de un resorte en el modelo de viga vale:

$$k_i = \alpha_i \frac{E_L I_L}{\Psi L^3} \quad (2.34)$$

Para normalizar el análisis con respecto a las variables estudiadas  $\alpha$  y  $\Psi$ , se dieron valores unitarios a  $E_L$ ,  $I_L$  y  $L$ . La rigidez lateral media  $k_i$  de un resorte se reescribe de forma siguiente:

$$k_i = \frac{\alpha_i}{\Psi} \quad (2.35)$$

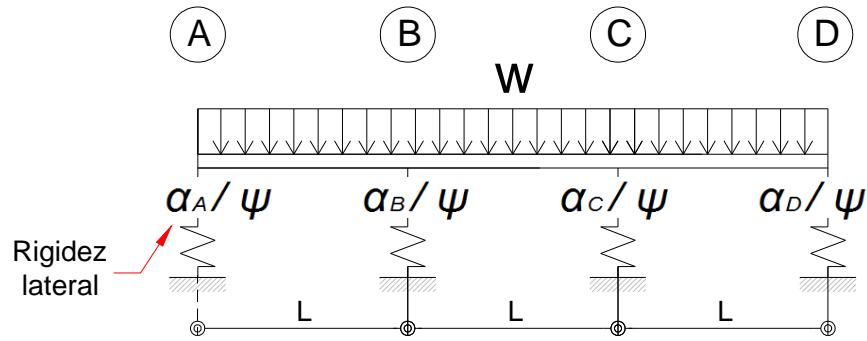


Figura 2.9 Rigidez lateral  $k_i$  normalizada.

La matriz de rigidez global del modelo de la Figura 2.9 se redefine como se muestra en la Figura 2.10:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 & 0 & 6 & -6 & 0 & 0 \\ 2 & 8 & 2 & 0 & 6 & 0 & -6 & 0 \\ 0 & 2 & 8 & 2 & 0 & 6 & 0 & -6 \\ 0 & 0 & 2 & 4 & 0 & 0 & 6 & -6 \\ 6 & 6 & 0 & 0 & 12 + \frac{\alpha_A}{\psi} & -12 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & 6 & 0 & -12 & 24 + \frac{\alpha_B}{\psi} & -12 & 0 \\ 0 & -6 & 0 & 6 & 0 & -12 & 24 + \frac{\alpha_C}{\psi} & -12 \\ 0 & 0 & -6 & -6 & 0 & 0 & -12 & 12 + \frac{\alpha_D}{\psi} \end{pmatrix}$$

Figura 2.10 Matriz de rigidez global normalizada.

Se observa que la matriz de la Figura 2.10 queda en función de las constantes  $\alpha$  que representa la variación de rigideces entre elementos sismo-resistentes y el parámetro adimensional  $\psi$ .

Con base al gráfico de la Figura 2.5, se decidió por tomar los valores de 0.2, 0.4, 0.6, 1.0, 5.0 y 10.0 para analizar el comportamiento e influencia del parámetro adimensional  $\psi$  en el estudio de los modelos del primer tipo (edificios a base de traveses y columnas). Se observó que para valores de  $\psi$  pequeños como 0.2 y 0.4, el comportamiento de estos modelos se asemejan al de una viga y representan el caso de diafragma flexible, mientras que los valores de  $\psi$  altos como 5 y 10 representan el caso de diafragma rígido.

## 2.2.4 Número de niveles

Para los dos tipos de estructuras estudiadas, diferenciadas por el tipo de sistema resistente ante cargas laterales, se estudiaron los efectos de distribución de fuerzas inerciales sobre estos últimos para edificios de 1, 3, 5, 8 y 10 niveles.

### 2.2.4.1 Distribución de fuerzas inerciales

Investigaciones recientes indican que los procedimientos estipulados en los reglamentos vigentes para el cálculo de fuerzas en el plano de diafragmas están del lado de la inseguridad, por lo que se ha propuesto una expresión que calcula las fuerzas sísmicas para el análisis y diseño del diafragma (Rodríguez E. M., 2007):

$$F = \frac{C_{px}}{R_s} w_{px} \quad (2.36)$$

Donde  $C_{px}$  es un coeficiente de aceleración de diseño del nivel  $x$ ,  $w_{px}$  es el peso tributario al diafragma del nivel  $x$ ,  $R_s$  es un factor de reducción de fuerzas elásticas en el diafragma, el cual toma en cuenta su capacidad de comportamiento inelástico.

La expresión (2.36) ha sido propuesta para calcular la fuerza de diseño para diafragmas, no para elementos sismo-resistentes. También, el empleo de la fórmula acepta la hipótesis de rigidez infinita, donde los grados de libertad se encuentran acoplados y el desplazamiento lateral del diafragma en la dirección de la aplicación de la fuerza, es posible representarlo con un solo movimiento de cuerpo rígido.

El estudio no hace mención específica del caso flexible y la distribución de fuerzas, donde la fuerza actuante en el diafragma no solo depende de la masa y la aceleración del nivel, sino que también depende de los desplazamientos relativos entre los elementos sismo-resistentes.

Priorizando el efecto de la flexibilidad del diafragma y lo que puede significar para la transferencia de fuerzas inerciales del sistema de piso a los sistemas sismo-resistentes y, considerando que los edificios estudiados cumplen con las condiciones de regularidad que establecen las NTC-DS 2004, se ha optado por elegir la distribución de fuerzas que propone esta norma. En la descripción del método estático de esta normativa se presenta la expresión (2.37) para calcular fuerzas sísmicas:

$$F = \frac{c}{Q} w_i h_i \frac{\sum w_i}{\sum w_i h_i}; \quad \frac{c}{Q'} \geq a_0 \quad (2.37)$$

Donde  $w_i$  es el peso de la  $i$ -ésima masa,  $h_i$  altura de la  $i$ -ésima masa sobre el desplante,  $a_0$  es valor de la ordenada espectral que corresponde a  $T \approx 0$ ,  $c$  es el coeficiente sísmico y  $Q'$  es un factor de reducción de las fuerzas sísmicas.

Para calcular las fuerzas sísmicas actuantes sobre una estructura, la aplicación de la ecuación (2.37) supone un conjunto de fuerzas horizontales actuando en cada uno de los puntos

donde se suponen concentradas las masas. Cada una de las fuerzas se toma igual al peso de la masa que corresponde, multiplicado por un coeficiente proporcional a  $h$ , siendo  $h$  la altura de la masa en cuestión sobre el desplante.

### 2.2.5 Resultados con unidades

Con base en la ecuación (2.4), la reacción sobre el resorte en el eje  $i$ , se puede calcular multiplicando su rigidez  $k_i$  por el desplazamiento  $d_i$  que produce la carga lateral aplicada, como se muestra en la siguiente expresión:

$$R_i = k_i d_i \quad (2.38)$$

Sustituyendo la expresión (2.34) en la ecuación anterior y desnormalizando los desplazamientos, se tiene:

$$R_i = \left( \alpha_i \frac{E_L I_L}{\Psi L^3} \right) \left( d_i \frac{W L^4}{E_L I_L} \right) \quad (2.39)$$

Simplificando la expresión (2.39):

$$R_i = \frac{\alpha_i d_i}{\Psi} W L \quad (2.40)$$

Conocidos los valores de las reacciones, se calcularon los cortantes y momentos en el diafragma.

La solución numérica de la primera parte de la expresión (2.40) es la que muestran los análisis realizados en la investigación. Para desnormalizar los resultados, basta con multiplicarlos como se indica a continuación:

- $W L$  para valores de reacciones y cortantes
- $W L^2$  para valores de momentos

Como se definió en párrafos anteriores,  $W$  es la fuerza inercial uniformemente distribuida en el diafragma, que es igual a la fuerza  $F$  calculada con la expresión (2.37) dividida entre la longitud total del diafragma  $L_t$  que es perpendicular a la dirección del análisis:

$$W = \frac{F}{L_t} \quad (2.41)$$

### 2.3 METODOLOGÍA PARA EL ANÁLISIS

Para determinado valor de excentricidad  $e$  y valor del parámetro  $\psi$ , se tuvieron diversas combinaciones de rigideces  $\alpha$  entre elementos de resistencia lateral (resortes). Los casos generados se resolvieron paramétricamente con métodos matriciales elásticos (Figura 2.11).

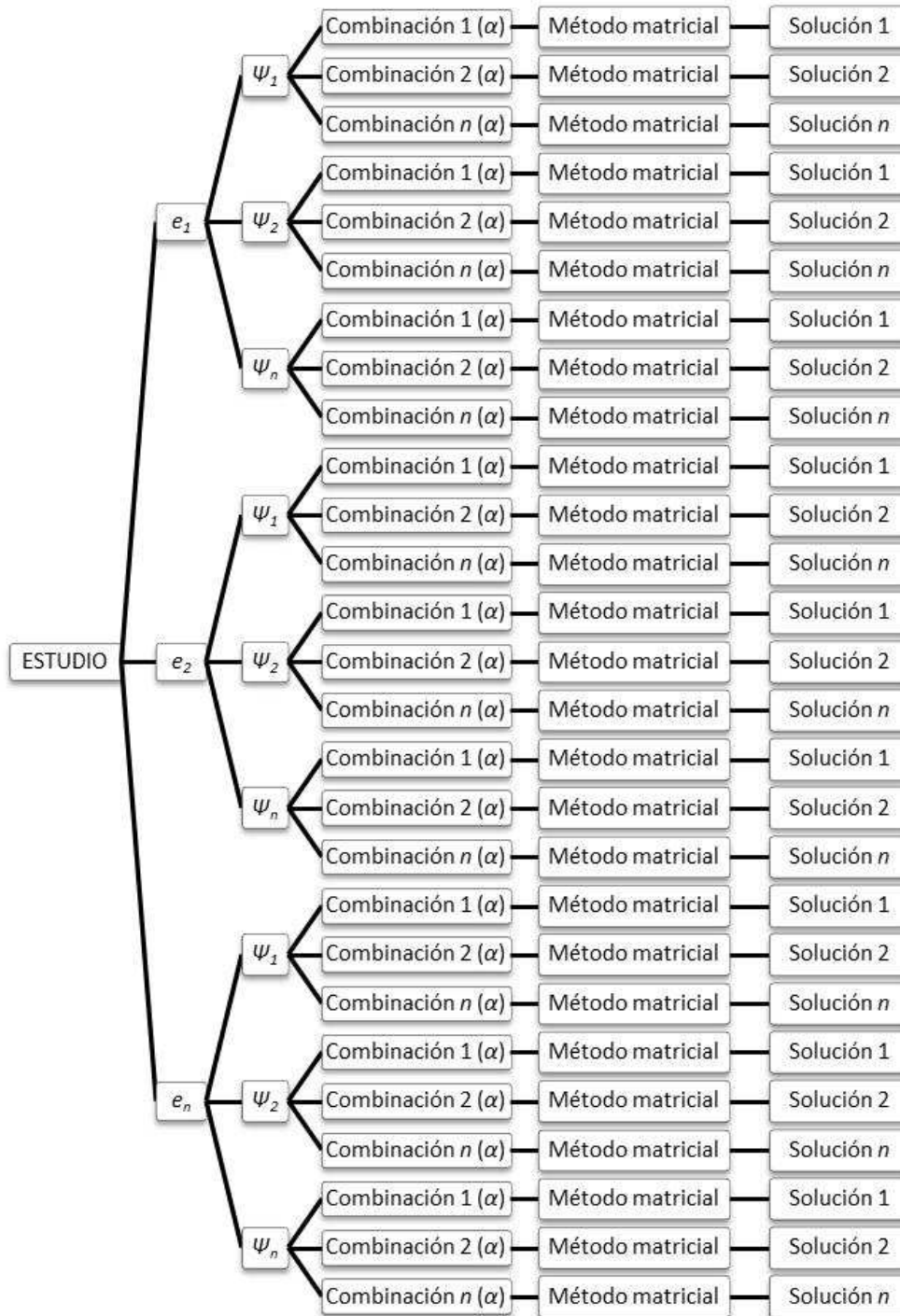


Figura 2.11 Esquema resumido sobre la metodología del estudio (generación de casos).

# CAPÍTULO 3: LA FLEXIBILIDAD DEL DIAFRAGMA EN EDIFICIOS A BASE DE MARCOS (VIGAS-COLUMNAS)

## 3.1 EDIFICIOS DE 1 NIVEL

### 3.1.1 Modelos para los análisis

La Figura 3.1 muestra el modelo empleado para estudiar la flexibilidad del diafragma en los edificios de un nivel. Se observa que el sistema de resistencia lateral de la estructura está representado por marcos formados por dos columnas y una viga, hecho que es ilustrativo. Los marcos pueden presentar cualquier configuración resultando en sistemas con rigideces variadas, cuestión que es controlada con las constantes  $\alpha$  como se explica en la sección 2.2.2.

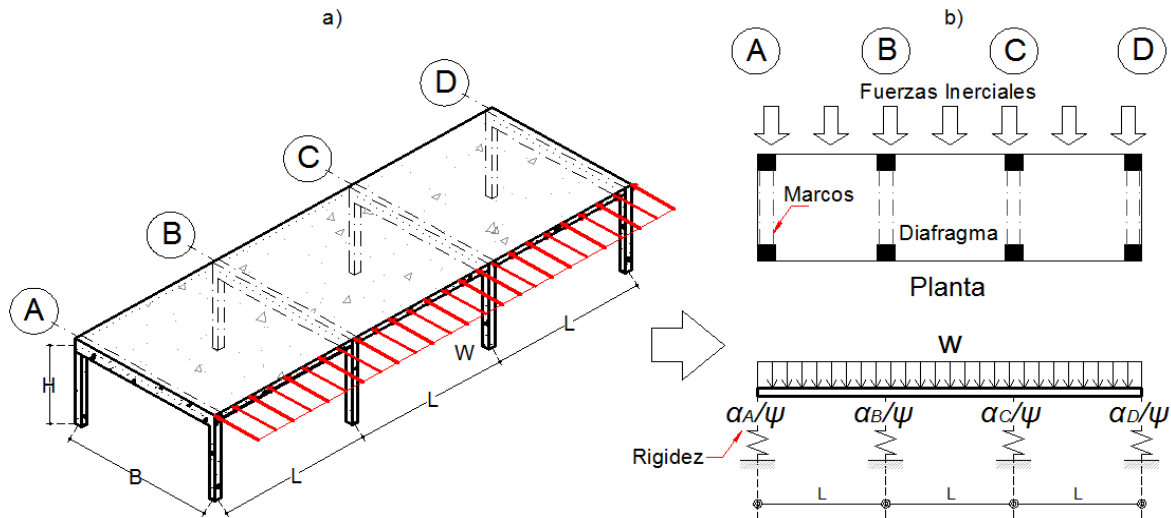


Figura 3.1 Modelo de 1 nivel; a) isométrico de la estructura, b) idealización del diafragma como una viga apoyada en resortes.

La matriz de rigidez global para el modelo de la Figura 3.1 es igual a la matriz de rigidez que muestra la Figura 2.10, en la que se puede ver la relación de los giros y desplazamientos (columnas) entre los momentos y las fuerzas (filas).

### 3.1.2 Resultados

#### 3.1.2.1 Errores en el cálculo de reacciones

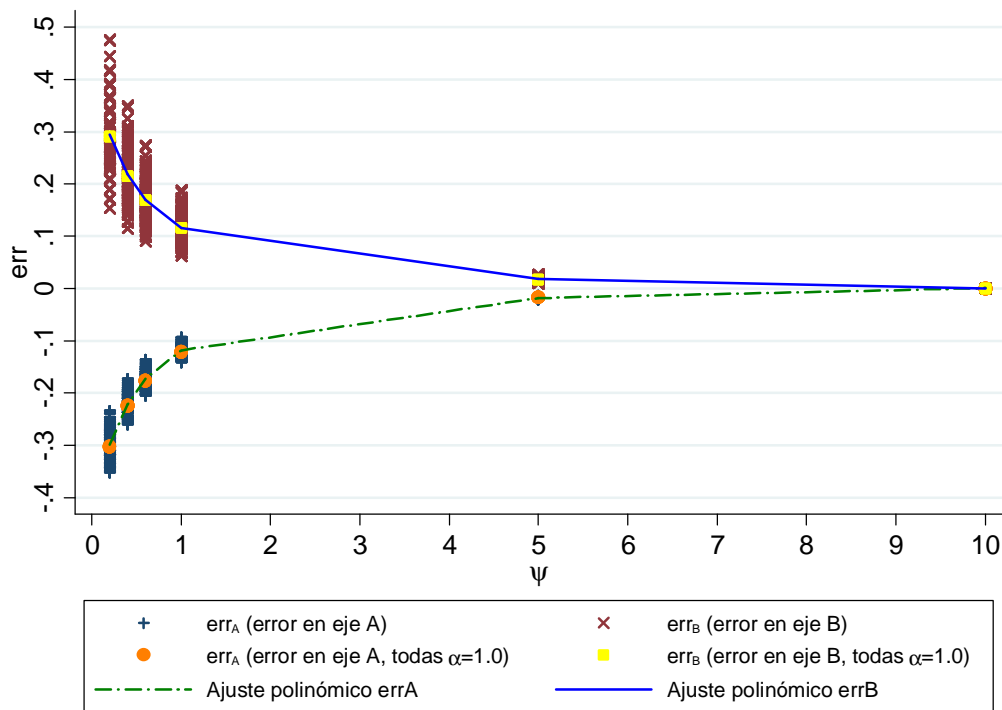
Se considera un caso o modelo generado como se muestra en la Figura 2.11, para el cual se tienen valores definidos para el parámetro  $\psi$ , para la excentricidad  $e$  y para las constantes  $\alpha$  que representan la rigidez de los elementos de resistencia lateral. Siguiendo el proceso

matricial explicado en el capítulo 2, el caso es analizado obteniendo los valores para las reacciones  $RA_{\psi=y}$ ,  $RB_{\psi=y}$ ,  $RC_{\psi=y}$ ,  $RD_{\psi=y}$ . Estas reacciones son comparadas contra las reacciones que se obtienen para el mismo caso suponiendo comportamiento rígido del diafragma ( $\psi=10.0$ )  $RA_{\psi=10}$ ,  $RB_{\psi=10}$ ,  $RC_{\psi=10}$ ,  $RD_{\psi=10}$ . Con los resultados de los dos casos anteriores, los errores en la obtención de reacciones con respecto a la hipótesis de diafragma rígido sobre cada marco son calculados con la siguiente expresión:

$$err = \frac{R_{\psi=y} - R_{\psi=10}}{R_{\psi=10}} \quad (3.1)$$

Donde “y” puede valer 0.2, 0.4, 0.6, 1.0 o 5.0 (sección 2.2.3). El resto de los casos se trataron de la misma manera.

El gráfico de la Figura 3.2 muestra el tamaño del error en la obtención de reacciones sobre los ejes A y B (un eje extremo y un eje central respectivamente), para diferentes combinaciones de valores entre constantes  $\alpha$  y en función del parámetro  $\psi$ , con respecto a la suposición de diafragma rígido ( $\psi = 10.0$ ).



**Figura 3.2 Errores en el cálculo de valores de reacción sobre los marcos en los ejes A y B, respecto a la hipótesis de diafragma rígido, en función del parámetro  $\psi$ .**

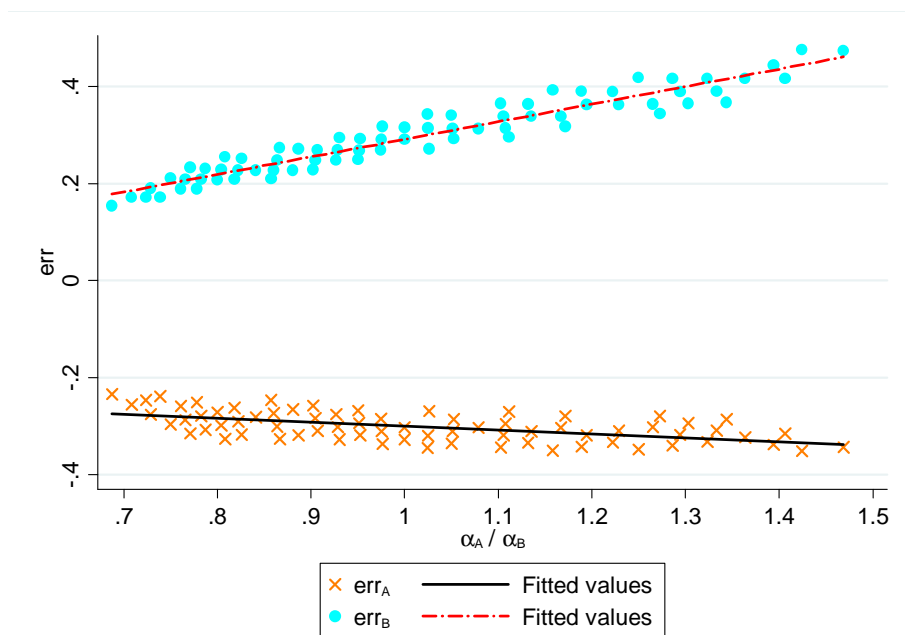
De la Figura 3.2 se observa que cuando  $\psi > 1.0$  los errores que se cometen en la obtención de reacciones se encuentran entre un rango del 0% al 15%, muchos de los cuales se consideran porcentajes de error admisibles en cálculos ingenieriles. El parámetro se vuelve sensible cuando  $\psi < 1.0$ , por ejemplo cuando  $\psi = 0.2$  (diafragma flexible), en los ejes



centrales B y C se obtienen reacciones 50% mayores a las reacciones que se obtendrían suponiendo que el diafragma se comporta como rígido. Mientras que en los ejes A y D se obtienen reacciones 35% menores que las reacciones que resultarían de considerar el sistema de piso rígido.

En la Figura 3.2 también se observa que las líneas de ajuste para los posibles errores que se pueden obtener sobre los ejes A y B, pasan por los puntos que representan el error sobre el cálculo de reacciones que se produce cuando el sistema sismo-resistente tiene la misma rigidez en todos los ejes que lo componen, es decir, las constantes  $\alpha_A$ ,  $\alpha_B$ ,  $\alpha_C$  y  $\alpha_D$  son iguales a la unidad.

Para los casos o modelos asociados con el comportamiento flexible del diafragma ( $\psi = 0.20$ ), en la Figura 3.3 se observa que los errores de mayor magnitud en la obtención de reacciones con respecto a la hipótesis de diafragma rígido sobre el marco intermedio ubicado en el eje B, se presentan para los casos en que el marco extremo ubicado sobre el eje A es más rígido que el marco en cuestión. A medida que la relación entre las rigideces laterales  $\alpha_A/\alpha_B$  es menor, el tamaño del error sobre el marco del eje B disminuye. Para el marco extremo ubicado en el eje A, los errores más grandes se cometen cuando la relación entre rigideces laterales  $\alpha_A/\alpha_B$  es pequeña, conforme la  $\alpha_A/\alpha_B$  aumenta el error sobre este mismo marco disminuye. Los resultados sobre estos ejes extremo A e intermedio B, también son representativos de los resultados obtenidos sobre los ejes extremo D e intermedio C respectivamente.



**Figura 3.3 Para  $\psi = 0.2$ : a) errores  $err$  en la obtención de reacciones con respecto a la suposición de diafragma rígido, sobre los marcos ubicados en los ejes A y B, graficados en función de la relación de rigideces ( $\alpha_A/\alpha_B$ ).**

Con base en la Figura 3.3 se puede decir que en modelos donde los elementos sismo-resistentes interiores (sobre los ejes B y C) son más rígidos que los marcos extremos (sobre los ejes A y D), se producen errores que son menos desfavorables en comparación de los errores que se obtienen cuando los marcos extremos son más rígidos que los marcos interiores.

Las ecuaciones (3.2) y (3.3) resultan de las líneas de tendencia de la Figura 3.3, las cuales predicen los errores con respecto a la suposición rígida del diafragma que se puede presentar sobre los marcos extremos y los marcos intermedios respectivamente, en función de la relación entre una rigidez extrema y una intermedia, para los modelos donde el parámetro  $\psi$  vale 0.2 (caso flexible):

Errores sobre los marcos de los ejes extremos A y D:

$$err_{A,D} = 0.3621 \left( \frac{\alpha_{A,D}}{\alpha_{B,C}} \right) - 0.0707 \quad (3.2)$$

Errores sobre los marcos de los ejes intermedios B y C:

$$err_{B,C} = -0.0815 \left( \frac{\alpha_{A,D}}{\alpha_{B,C}} \right) - 0.2181 \quad (3.3)$$

### 3.1.2.2 Influencia de la excentricidad

Tomando como referencia un caso o modelo generado como se muestra en la Figura 2.11, sobre cada uno de los resortes que componen el sistema sismo-resistente, existirá un error en la obtención del valor de la reacción con respecto a la hipótesis de diafragma rígido, dependiendo del valor del parámetro  $\psi$  en cuestión. Para el caso analizado, al error de mayor valor absoluto se le ha llamado error máximo  $|err_{max}|$ , por lo que para cada caso o modelo existirá un  $|err_{max}|$  cuya magnitud y ubicación dependerá de la combinación entre las rigideces laterales de los resortes (elementos-sismo-resistentes) del modelo en cuestión. El modelo con el mayor valor de  $|err_{max}|$  se dice que tiene la combinación más desfavorable de rigideces entre elementos de resistencia lateral.

En la Figura 3.4 se ilustran los errores máximos  $|err_{max}|$  provocados por las combinaciones entre rigideces laterales más desfavorables para el conjunto de modelos generados con valores del parámetro  $\psi$  de 0.2, 0.6, 1.0 y 5.0, y con valores de excentricidad de 0.0, 0.05, 0.10, 0.15 y 0.20 de B.

En la Figura 3.4 resaltan tres detalles: como punto uno se hace notar que los tamaños de los errores son menores al 50% con respecto a las reacciones obtenidas usando la hipótesis de diafragma rígido, para valores de  $\psi < 1.0$  los errores comienzan a ser de consideración ( $|err_{max}| > 10\%$ ); la segunda observación tiene que ver con el rango de errores, donde se observa que cuando el parámetro  $\psi$  es pequeño el intervalo de errores es mayor, por ejemplo para  $\psi = 0.2$ , los  $|err_{max}|$  se encuentra entre un intervalo que va tentativamente del

25% al 50%, mientras que el intervalo del error en porcentaje cuando  $\psi = 5.0$  fluctúa entre 2% y 5% aproximadamente; el tercer punto es que el valor de la excentricidad  $e$  no influye en el problema, puesto que para cada valor del parámetro  $\psi$  se dan los mismos intervalos de errores independientemente del valor de la excentricidad  $e$ .

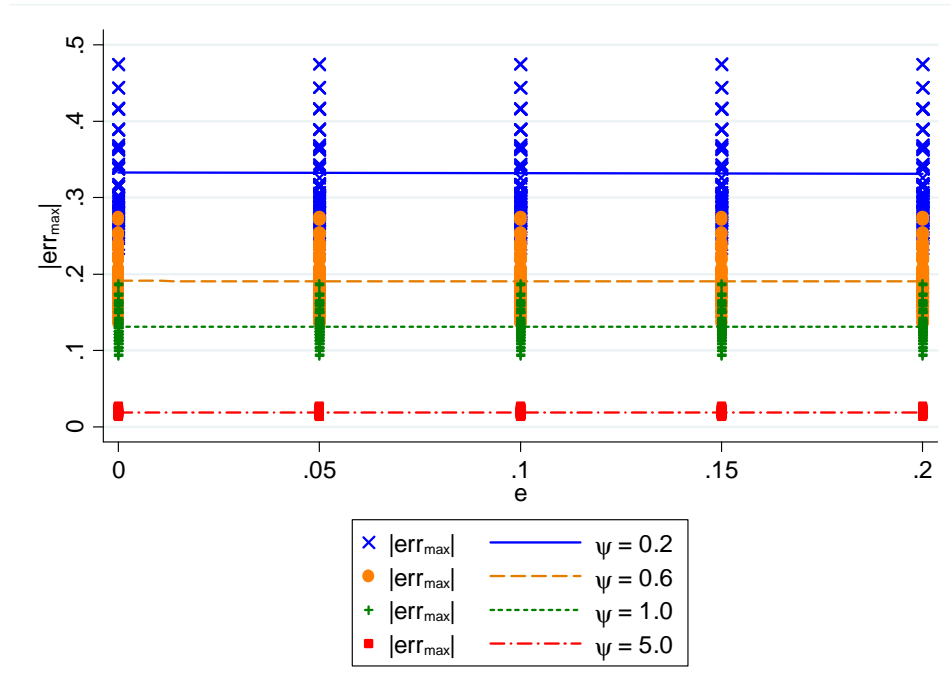


Figura 3.4 Errores  $|err_{max}|$  para diversos casos (un caso modelo es definido por los valores del parámetro  $\psi$ , la excentricidad  $e$  y las constantes  $\alpha$ ) graficados contra distintos valores de excentricidad.

### 3.1.2.3 Cortantes máximos

Se calcularon valores de cortante sobre el diafragma para los puntos que muestra la Figura 3.5:

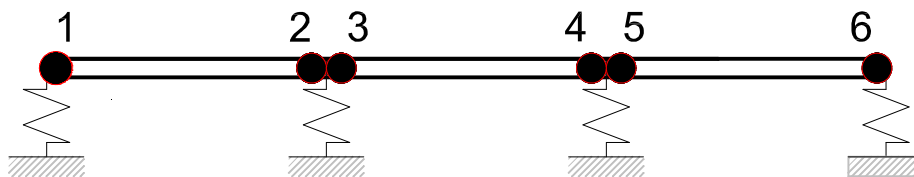


Figura 3.5 Puntos en el modelo de viga donde se han calculado cortantes.

Como se explica en el apartado 2.3 para un valor del parámetro  $\psi$  y de excentricidad  $e$  existe un número considerable de combinaciones entre constantes  $\alpha$  (combinaciones de rigideces entre marcos). En cada caso resulta un cortante máximo  $|V_{max}|$  ubicado en uno de los puntos mostrados en la Figura 3.5, dependiendo del valor de las variables que definan cada modelo.

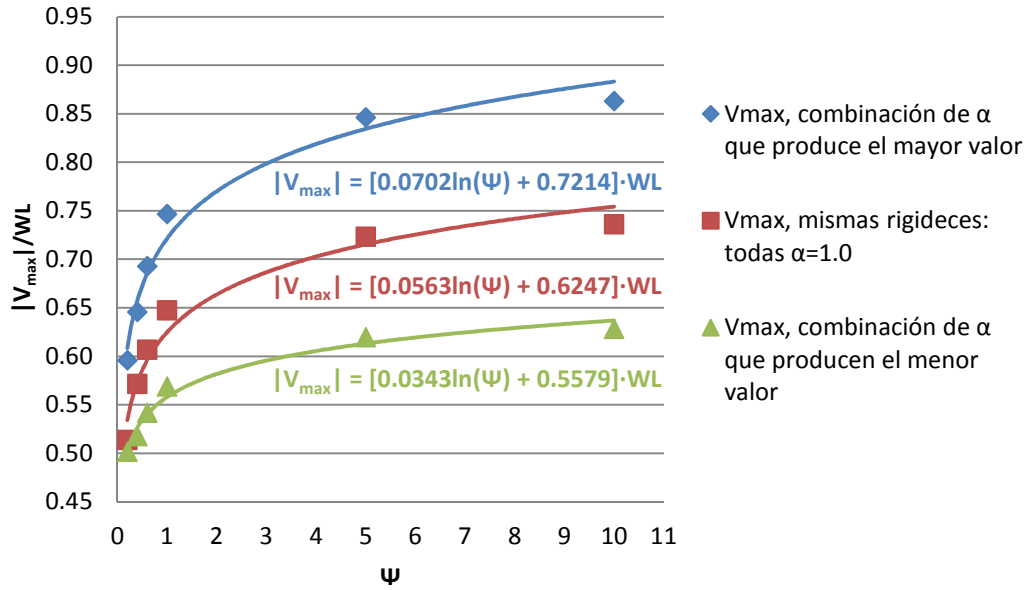


Figura 3.6 Cortante máximo  $|V_{max}|$  en función del parámetro  $\psi$

La Figura 3.6 muestra para cada valor de  $\psi$  tres valores de  $|V_{max}|$  que se pueden presentar en el diafragma dependiendo de la combinación de rigideces entre marcos. Entre estos valores extremos existen más puntos que resultan según las combinaciones de  $\alpha$ , los cuales no han sido graficados para dar claridad a la ilustración.

Suponiendo que los marcos que componen el sistema de resistencia lateral son uniformes en rigidez, es decir, los constantes  $\alpha_A$ ,  $\alpha_B$ ,  $\alpha_C$  y  $\alpha_D$  son iguales a la unidad, la ecuación (3.4) predice el valor absoluto del máximo cortante que se puede esperar en el diafragma:

$$|V_{max}| = [0.0563 \ln(\Psi) + 0.6247] \cdot WL \quad (3.4)$$

Para las variaciones de rigidez entre elementos sismo-resistentes establecidas en el apartado 2.2.2, la siguiente expresión calcula el valor del máximo cortante que se puede esperar en el diafragma en función del parámetro  $\psi$ :

$$|V_{max}| = [0.0702 \ln(\Psi) + 0.7214] \cdot WL \quad (3.5)$$

Un punto de la Figura 3.7 indica en que parte del diafragma se presenta el cortante máximo  $|V_{max}|$  con referencia a la Figura 3.5, para diversos casos o modelos.

En la Figura 3.7 se observa que cuando el diafragma es muy flexible ( $\psi = 0.2$ ), los cortantes mayores se presentan en los puntos 3 y 4 que se ubican al centro de la viga, mientras que cuando el diafragma es rígido ( $\psi = 10.0$ ), los mayores  $|V_{max}|$  se originan en los puntos 1 y 6 que son los extremos del modelo.

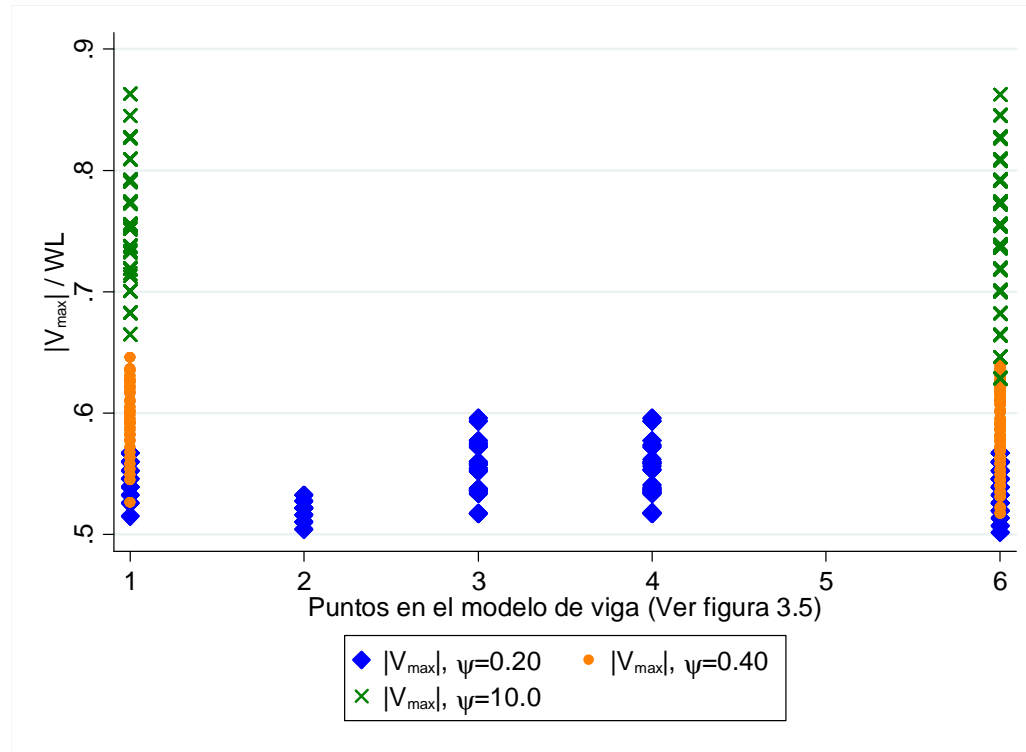


Figura 3.7 Puntos en el modelo de viga donde se presenta el  $|V_{max}|$  para los casos generados

De la Figura 3.6 y la Figura 3.7 también se destaca que el máximo valor de cortante sobre el diafragma se origina para la condición de diafragma rígido, como era de esperarse.

Para generar los casos de combinación entre constantes  $\alpha$ , se supuso conocer los valores para las constantes  $\alpha_A$  y  $\alpha_B$ , mientras que los valores para  $\alpha_C$  y  $\alpha_D$  se calcularon como se explica en la sección 2.2.2. Al desarrollar el proceso de forma inversa, es decir, suponer conocidos  $\alpha_C$  y  $\alpha_D$  para posteriormente calcular  $\alpha_A$  y  $\alpha_B$ , genera casos que producen valores de  $|V_{max}|$  que al graficarlos son simétricos a la Figura 3.7.

### 3.1.2.4 Momentos máximos

Se calcularon momentos sobre el diafragma para los puntos que muestra la Figura 3.8.

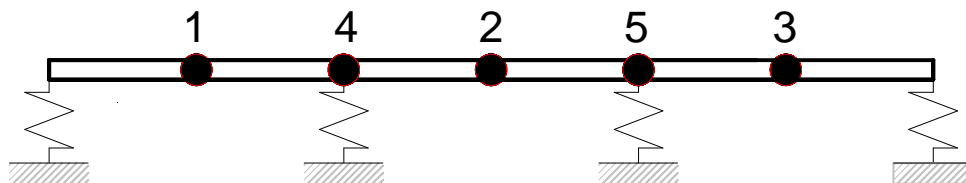


Figura 3.8 Puntos en el modelo de viga donde se han calculado momentos.

Para cada caso resultante de aplicar la metodología del apartado 2.3 resulta un momento máximo  $|M_{max}|$  ubicado en uno de los puntos mostrados en la Figura 3.8, dependiendo del valor de las variables que definan cada modelo.

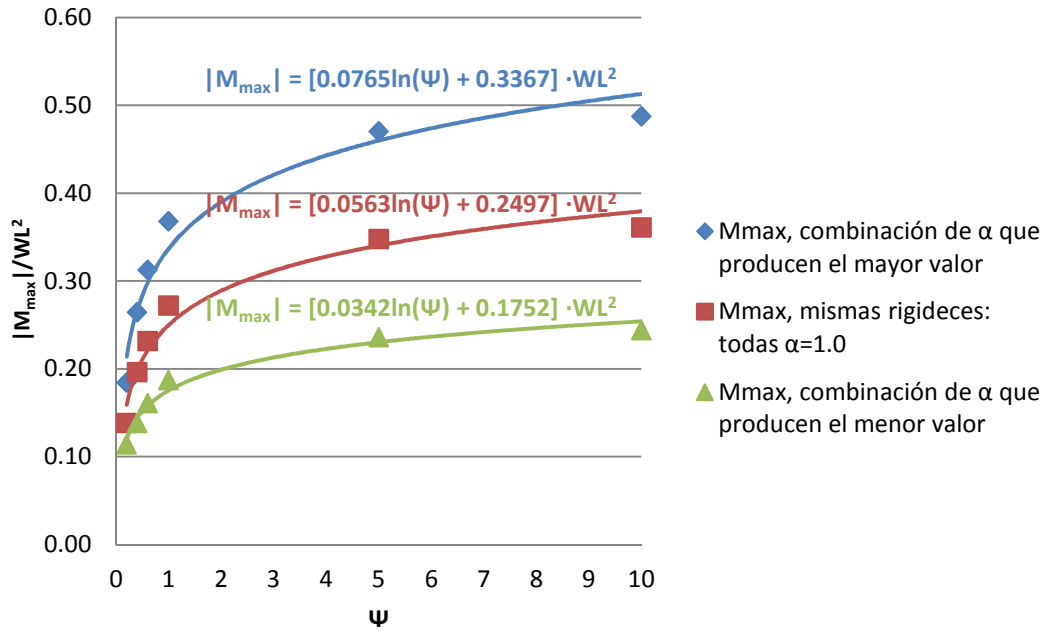


Figura 3.9 Cortante máximo  $|M_{max}|$  en función del parámetro  $\Psi$

Para cada  $\Psi$  la Figura 3.9 muestra tres valores del momento máximo  $|M_{max}|$  que se puede presentar en el diafragma, dependiendo de la combinación de rigideces entre resortes (constantes  $\alpha$ ).

Suponiendo que los marcos que componen el sistema de resistencia lateral son uniformes en rigidez, es decir, los constantes  $\alpha_A, \alpha_B, \alpha_C$  y  $\alpha_D$  son iguales a la unidad, la ecuación (3.6) predice el valor absoluto del máximo momento que se puede esperar en el diafragma:

$$|M_{max}| = [0.0563 \ln(\Psi) + 0.2497] \cdot WL^2 \quad (3.6)$$

Para las variaciones de rigidez entre elementos sismo-resistentes establecidas en el apartado 2.2.2, la siguiente expresión calcula el valor absoluto del máximo cortante que se puede esperar en el diafragma en función del parámetro  $\Psi$ :

$$|M_{max}| = [0.0765 \ln(\Psi) + 0.3367] \cdot WL^2 \quad (3.7)$$

En la Figura 3.10 se observa que cuando el diafragma es muy flexible ( $\Psi = 0.2$ ), hay casos que generan el momento máximo  $|M_{max}|$  en los puntos 1 y 3 que corresponden al centro del claro de las barras extremas del modelo (Figura 3.8), sin embargo el caso más desfavorable

provoca el  $|M_{max}|$  en el punto 2 ubicado al centro del claro de la barra central. Cuando el diafragma es rígido ( $\psi = 10.0$ ), todos los valores de  $|M_{max}|$  se originan en el punto 2.

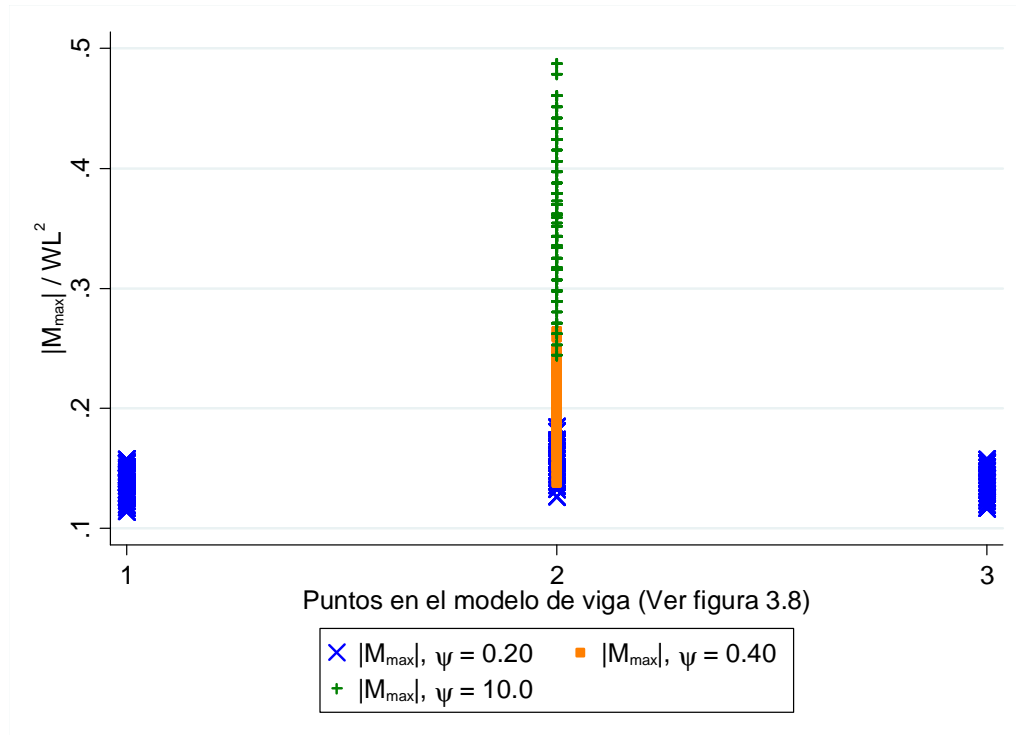


Figura 3.10 Puntos en el modelo de viga donde se presenta el  $|M_{max}|$  para los casos generados

Los puntos 4 y 5 ilustrados en la Figura 3.8 no aparecen en el gráfico de la Figura 3.10 debido a que no hay modelos o casos donde el  $|M_{max}|$  se presente sobre dichos puntos.

De la Figura 3.9 y la Figura 3.10 también se destaca que el máximo valor de momento sobre el diafragma se origina para la condición rígida.

### 3.2 EDIFICIOS DE 3, 5, 8 Y 10 NIVELES

En esta sección se estudia el efecto de la flexibilidad del diafragma incluyendo la altura o número de niveles como variable adicional al parámetro  $\psi$ , la variación de rigideces laterales entre elementos sismo-resistentes (constantes  $\alpha$ ) y la excentricidad  $e$ .

#### 3.2.1 Modelos para los análisis

Para cada caso estudiado se supone que la rigidez lateral  $\alpha_i$  de cada elemento sismo-resistente es constante desde la base hasta el  $n$  nivel. También se considera que el valor de  $\psi$  de los diafragmas es el mismo en los  $n$  niveles.

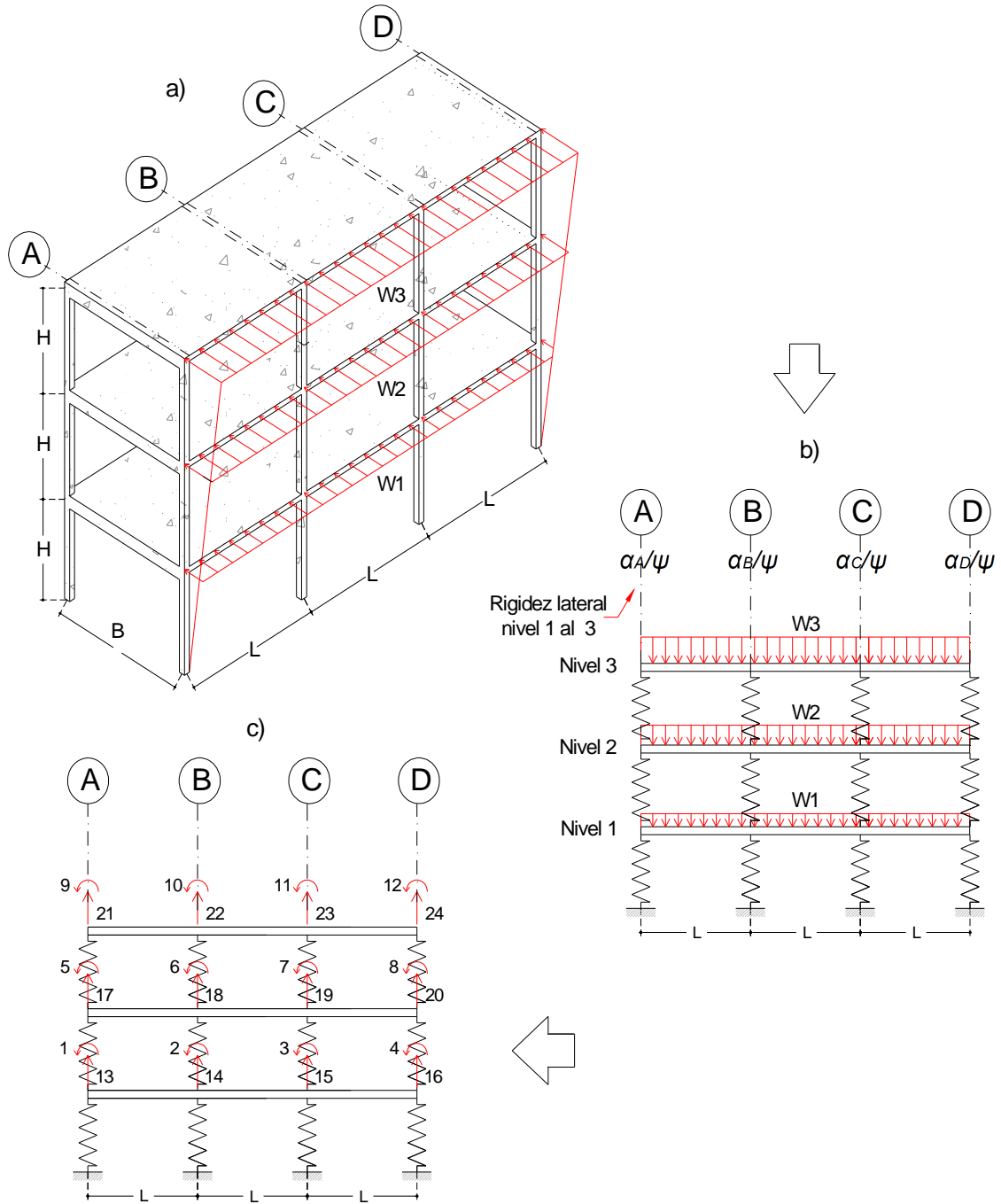


Figura 3.11 Modelos de 3 niveles: a) isométrico de la estructura; b) idealización del diafragma como una viga apoyada en resortes; c) grados de libertad.



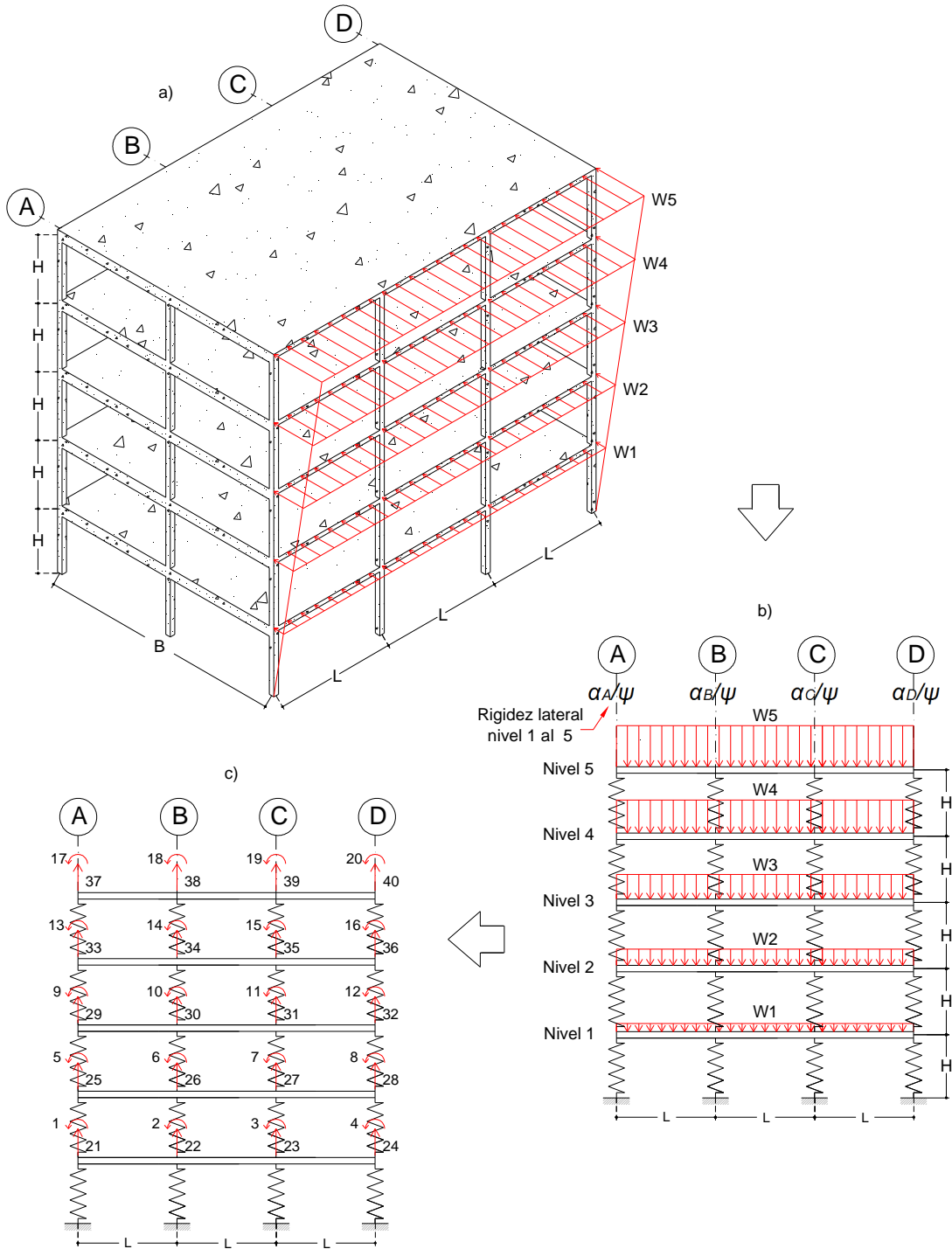


Figura 3.12 Modelos de 5 niveles: a) isométrico de la estructura; b) idealización de los diafragmas como vigas apoyadas en resortes; c) grados de libertad.

Los modelos para los edificios de 8 y 10 niveles fueron conformados de forma similar a los modelos de 3 y 5 niveles que se muestran en las Figura 3.11 y 3.12 respectivamente.

### 3.2.2 Matrices de rigidez

|       | Y1 | Y2 | Y3 | Y4 | Y5 | Y6 | Y7 | Y8 | Y9 | Y10 | Y11 | Y12 | d1                            | d2                            | d3                            | d4                            | d5                            | d6                            | d7                            | d8                            | d9                           | d10                          | d11                          | d12                          |
|-------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| M1    | 4  | 2  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 6                             | -6                            | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                            | 0                            | 0                            | 0                            |
| M2    | 2  | 8  | 2  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 6                             | 0                             | -6                            | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                            | 0                            | 0                            | 0                            |
| M3    | 0  | 2  | 8  | 2  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0                             | 6                             | 0                             | -6                            | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                            | 0                            | 0                            | 0                            |
| M4    | 0  | 0  | 2  | 4  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0                             | 0                             | 6                             | -6                            | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                            | 0                            | 0                            | 0                            |
| M5    | 0  | 0  | 0  | 0  | 4  | 2  | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 6                             | -6                            | 0                             | 0                             | 0                            | 0                            | 0                            | 0                            |
| M6    | 0  | 0  | 0  | 0  | 2  | 8  | 2  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 6                             | 0                             | -6                            | 0                             | 0                            | 0                            | 0                            | 0                            |
| M7    | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 2  | 8  | 2  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 6                             | 0                             | -6                            | 0                            | 0                            | 0                            | 0                            |
| M8    | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 2  | 4  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 6                             | -6                            | 0                             | 0                            | 0                            | 0                            | 0                            |
| M9    | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 4  | 2   | 0   | 0   | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 6                            | -6                           | 0                            | 0                            |
| M10   | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 2  | 8   | 2   | 0   | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 6                            | 0                            | -6                           | 0                            |
| M11   | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 2   | 8   | 2   | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                            | 6                            | 0                            | -6                           |
| M12   | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 2   | 4   | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                            | 0                            | 6                            | -6                           |
| K= F1 | 6  | 6  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | $12 + \frac{2\alpha_A}{\Psi}$ | -12                           | 0                             | 0                             | $-\frac{\alpha_A}{\Psi}$      | 0                             | 0                             | 0                             | 0                            | 0                            | 0                            | 0                            |
| F2    | -6 | 0  | 6  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | -12                           | $24 + \frac{2\alpha_B}{\Psi}$ | -12                           | 0                             | 0                             | $-\frac{\alpha_B}{\Psi}$      | 0                             | 0                             | 0                            | 0                            | 0                            | 0                            |
| F3    | 0  | -6 | 0  | 6  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0                             | -12                           | $24 + \frac{2\alpha_C}{\Psi}$ | -12                           | 0                             | 0                             | $-\frac{\alpha_C}{\Psi}$      | 0                             | 0                            | 0                            | 0                            | 0                            |
| F4    | 0  | 0  | -6 | -6 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0                             | 0                             | -12                           | $12 + \frac{2\alpha_D}{\Psi}$ | 0                             | 0                             | 0                             | $-\frac{\alpha_D}{\Psi}$      | 0                            | 0                            | 0                            | 0                            |
| F5    | 0  | 0  | 0  | 0  | 6  | 6  | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | $-\frac{\alpha_A}{\Psi}$      | 0                             | 0                             | 0                             | $12 + \frac{2\alpha_A}{\Psi}$ | -12                           | 0                             | 0                             | $-\frac{\alpha_A}{\Psi}$     | 0                            | 0                            | 0                            |
| F6    | 0  | 0  | 0  | 0  | -6 | 0  | 6  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0                             | $-\frac{\alpha_B}{\Psi}$      | 0                             | 0                             | -12                           | $24 + \frac{2\alpha_B}{\Psi}$ | -12                           | 0                             | 0                            | $-\frac{\alpha_B}{\Psi}$     | 0                            | 0                            |
| F7    | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | -6 | 0  | 6  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0                             | 0                             | $-\frac{\alpha_C}{\Psi}$      | 0                             | 0                             | -12                           | $24 + \frac{2\alpha_C}{\Psi}$ | -12                           | 0                            | 0                            | $-\frac{\alpha_C}{\Psi}$     | 0                            |
| F8    | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | -6 | -6 | 0  | 0   | 0   | 0   | 0                             | 0                             | 0                             | $-\frac{\alpha_D}{\Psi}$      | 0                             | 0                             | -12                           | $12 + \frac{2\alpha_D}{\Psi}$ | 0                            | 0                            | 0                            | $-\frac{\alpha_D}{\Psi}$     |
| F9    | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 6  | 6   | 0   | 0   | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | $-\frac{\alpha_A}{\Psi}$      | 0                             | 0                             | 0                             | $12 + \frac{\alpha_A}{\Psi}$ | -12                          | 2                            | 0                            |
| F10   | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | -6 | 0   | 6   | 0   | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | $-\frac{\alpha_B}{\Psi}$      | 0                             | 0                             | -12                          | $24 + \frac{\alpha_B}{\Psi}$ | -12                          | 0                            |
| F11   | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | -6  | 0   | 6   | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | $-\frac{\alpha_C}{\Psi}$      | 0                             | 0                            | -12                          | $24 + \frac{\alpha_C}{\Psi}$ | -12                          |
| F12   | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | -6  | -6  | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | $-\frac{\alpha_D}{\Psi}$      | 0                            | 0                            | -12                          | $12 + \frac{\alpha_D}{\Psi}$ |

Figura 3.13 Matriz de rigidez normalizada para el edificio de 3 niveles (Figura 3.11).

Se observa que a la matriz de la Figura 3.13 la integran las siguientes sub-matrices normalizadas:

$$k_{11A} = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 8 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 8 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

Figura 3.14  $k_{11A}$ ; corresponde a la relación entre los giros unitarios y los momentos generados en las barras que representan al diafragma en cada nivel.

$$k_{12A} = \begin{bmatrix} 6 & -6 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & -6 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & -6 \\ 0 & 0 & 6 & -6 \end{bmatrix}$$

Figura 3.15  $k_{12A}$ ; corresponde a la relación entre los desplazamientos unitarios y los momentos generados en las barras que representan al diafragma en cada nivel.

$$k_{22A} = \begin{bmatrix} 12 + \frac{2\alpha_A}{\Psi} & -12 & 0 & 0 \\ -12 & 24 + \frac{2\alpha_B}{\Psi} & -12 & 0 \\ 0 & -12 & 24 + \frac{2\alpha_C}{\Psi} & -12 \\ 0 & 0 & -12 & 12 + \frac{2\alpha_D}{\Psi} \end{bmatrix}$$

Figura 3.16  $k_{22A}$ ; corresponde a la relación entre los desplazamientos unitarios y las fuerzas generadas en las barras que representan al diafragma del nivel 1 hasta el nivel n-1.

$$k_{22B} = \begin{bmatrix} 12 + \frac{\alpha_A}{\Psi} & -12 & 0 & 0 \\ -12 & 24 + \frac{\alpha_B}{\Psi} & -12 & 0 \\ 0 & -12 & 24 + \frac{\alpha_C}{\Psi} & -12 \\ 0 & 0 & -12 & 12 + \frac{\alpha_D}{\Psi} \end{bmatrix}$$

Figura 3.17  $k_{22B}$ ; corresponde a la relación entre los desplazamientos unitarios y las fuerzas generadas en las barras que representan al diafragma del último nivel.

$$k_{22C} = \begin{bmatrix} -\frac{\alpha_A}{\Psi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\alpha_B}{\Psi} & 0 & 0 \\ 0 & -12 & -\frac{\alpha_C}{\Psi} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\alpha_D}{\Psi} \end{bmatrix}$$

Figura 3.18  $k_{22C}$ ; corresponde a la relación entre los desplazamientos unitarios y las fuerzas generadas en los resortes que representan los elementos sismo-resistentes en cada nivel.

$$k_{21A} = \begin{bmatrix} 6 & 6 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & -6 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & -6 & -6 \end{bmatrix}$$

Figura 3.19  $k_{21A}$ ; corresponde a la relación entre los momentos unitarios y las fuerzas generadas en las barras que representan los diafragmas en cada nivel.

$$k_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Figura 3.20  $k_0$ ; matriz de ceros en donde los giros y desplazamientos unitarios aplicados no tienen influencia sobre ningún grado de libertad.

Definidas las submatrices anteriores, la matriz de la Figura 3.13, se puede reescribir abreviadamente como se muestra en la Figura 3.21.

$$K = \begin{bmatrix} k_{11A} & k_0 & k_0 & k_{12A} & k_0 & k_0 \\ k_0 & k_{11A} & k_0 & k_0 & k_{12A} & k_0 \\ k_0 & k_0 & k_{11A} & k_0 & k_0 & k_{12A} \\ k_{21A} & k_0 & k_0 & k_{22A} & k_{22C} & k_0 \\ k_0 & k_{21A} & k_0 & k_{22C} & k_{22A} & k_{22C} \\ k_0 & k_0 & k_{21A} & k_0 & k_{22C} & k_{22B} \end{bmatrix}$$

Figura 3.21 Matriz de rigidez global para los modelos de 3 niveles (Figura 3.11), definida en función de las sub-matrices normalizadas  $k_{11A}$ ,  $k_{12A}$ ,  $k_{22A}$ ,  $k_{22B}$ ,  $k_{22C}$ ,  $k_{21A}$  y  $k_0$ .

Para el modelo de 5 niveles de la Figura 3.12, la matriz de rigidez se muestra en la Figura 3.22:

$$K = \begin{bmatrix} k_{11A} & k_0 & k_0 & k_0 & k_0 & k_{12A} & k_0 & k_0 & k_0 & k_0 \\ k_0 & k_{11A} & k_0 & k_0 & k_0 & k_0 & k_{12A} & k_0 & k_0 & k_0 \\ k_0 & k_0 & k_{11A} & k_0 & k_0 & k_0 & k_0 & k_{12A} & k_0 & k_0 \\ k_0 & k_0 & k_0 & k_{11A} & k_0 & k_0 & k_0 & k_0 & k_{12A} & k_0 \\ k_0 & k_0 & k_0 & k_0 & k_{11A} & k_0 & k_0 & k_0 & k_0 & k_{12A} \\ k_{21A} & k_0 & k_0 & k_0 & k_0 & k_{22A} & k_{22C} & k_0 & k_0 & k_0 \\ k_0 & k_{21A} & k_0 & k_0 & k_0 & k_{22C} & k_{22A} & k_{22C} & k_0 & k_0 \\ k_0 & k_0 & k_{21A} & k_0 & k_0 & k_0 & k_{22C} & k_{22A} & k_{22C} & k_0 \\ k_0 & k_0 & k_0 & k_{21A} & k_0 & k_0 & k_0 & k_{22C} & k_{22A} & k_{22C} \\ k_0 & k_0 & k_0 & k_0 & k_{21A} & k_0 & k_0 & k_0 & k_{22C} & k_{22B} \end{bmatrix}$$

Figura 3.22 Matriz de rigidez global para los modelos de 5 niveles (Figura 3.12), definida en función de las sub-matrices normalizadas  $k_{11A}$ ,  $k_{12A}$ ,  $k_{22A}$ ,  $k_{22B}$ ,  $k_{22C}$ ,  $k_{21A}$  y  $k_0$ .

Las matrices de rigidez para los modelos de 8 y 10 niveles se conforman de igual manera con las submatrices mostradas de la Figura 3.14 a la Figura 3.20.

### 3.2.3 Resultados

#### 3.2.3.1 Errores en el cálculo de reacciones

Los errores en el cálculo de reacciones con respecto a la suposición de diafragma rígido se calculan como se explica en el apartado 3.1.2.1 en cada nivel y para todos los modelos estudiados.

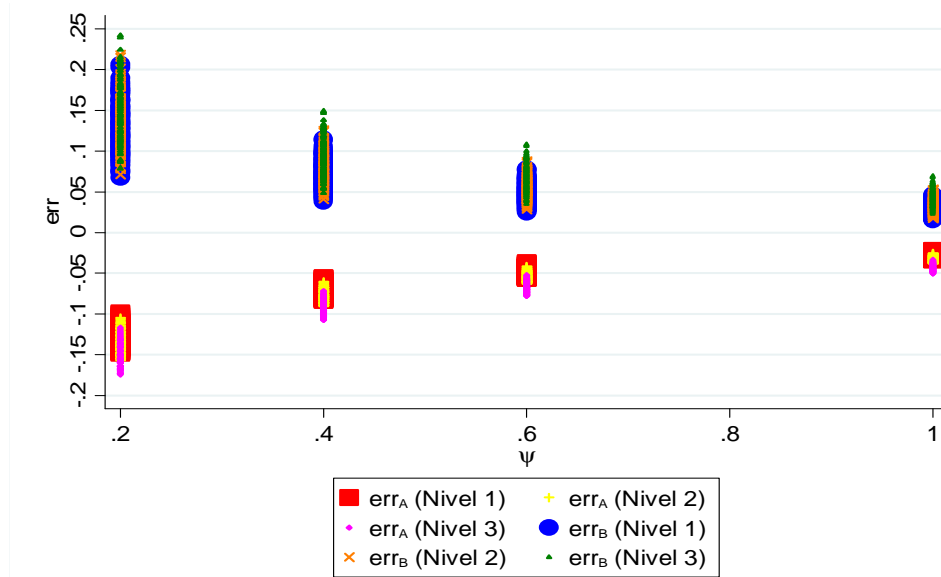


Figura 3.23 Edificios de 3 niveles; errores en el cálculo de reacciones con respecto a la suposición de diafragma rígido en los marcos sobre los ejes A y B, en los niveles 1, 2 y 3, en función del parámetro  $\psi$ .

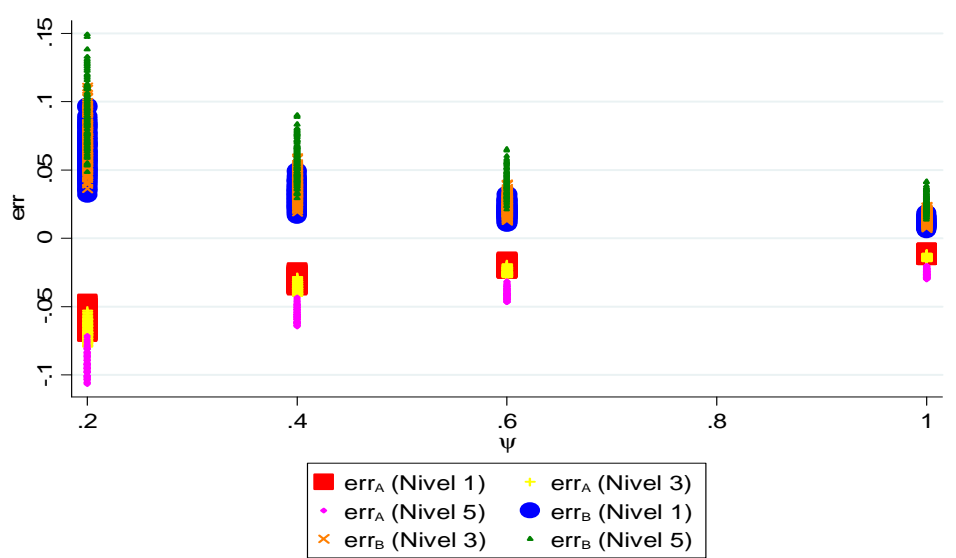


Figura 3.24 Edificios de 5 niveles; errores en el cálculo de reacciones con respecto a la suposición de diafragma rígido en los marcos sobre los ejes A y B, en los niveles 1, 3 y 5, en función del parámetro  $\psi$ .

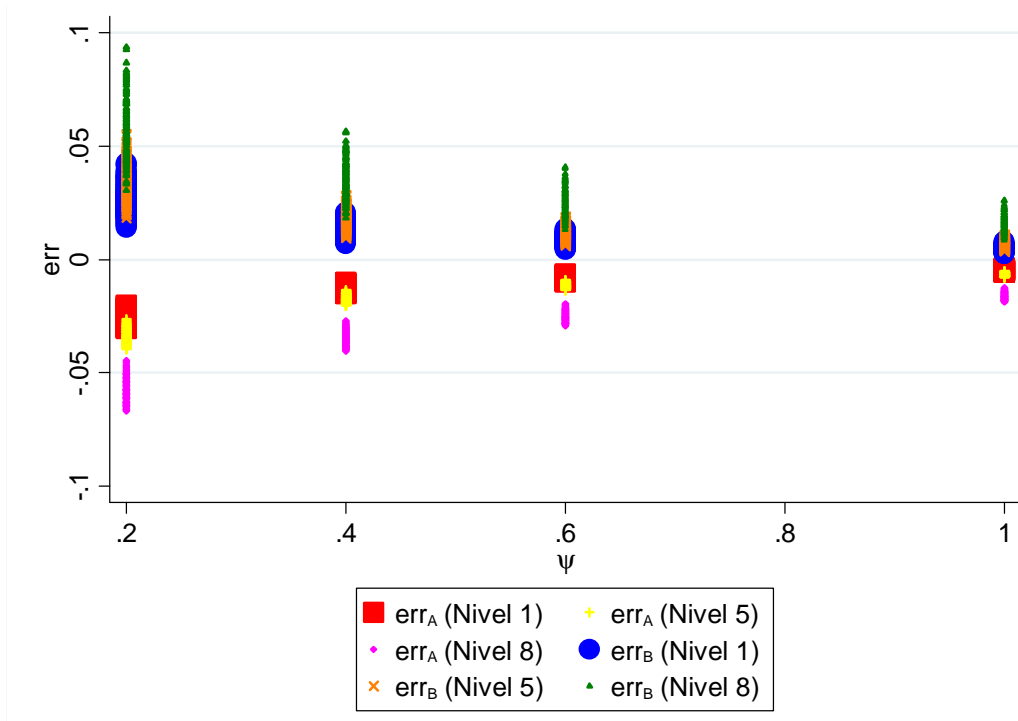


Figura 3.25 Edificios de 8 niveles; errores en el cálculo de reacciones con respecto a la suposición de diafragma rígido en los marcos sobre los ejes A y B, en los niveles 1, 5 y 8, en función del parámetro  $\psi$ .

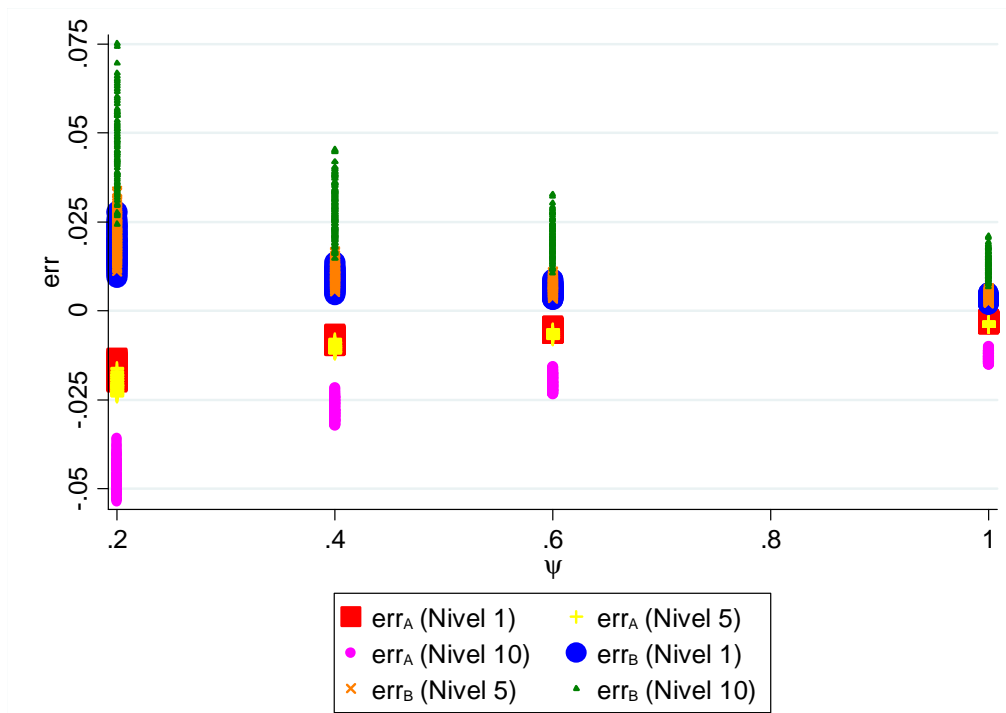
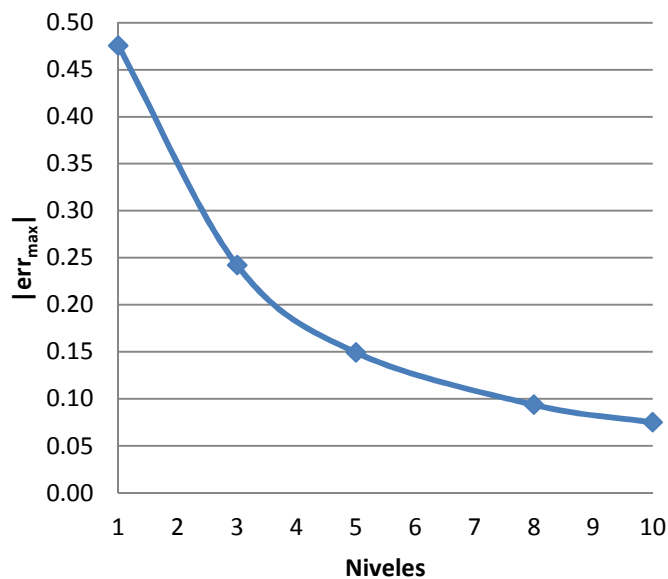


Figura 3.26 Edificios de 10 niveles; errores en el cálculo de reacciones con respecto a la suposición de diafragma rígido en los marcos sobre los ejes A y B, en los niveles 1, 5 y 10, en función del parámetro  $\psi$ .

Los intervalos de errores mostrados de la Figura 3.23 a la Figura 3.26 para cada valor del parámetro  $\psi$ , se producen para excentricidades de 0.0 a 0.20 de B.

Cuando el diafragma se comporta como rígido y los efectos de torsión son despreciables, los desplazamientos de los sistemas sismo-resistentes son iguales, pero si el comportamiento es flexible, hay diferencias entre los movimientos de cada marco. Las mayores diferencias de desplazamientos relativos entre marcos se presentan en el último nivel, es por ello que de la Figura 3.23 a la Figura 3.26 se observa que los errores de mayor magnitud con respecto a la suposición de diafragma rígido se presentan en los niveles superiores en todos los modelos.

De la Figura 3.24 a la Figura 3.26 para los modelos mayores a 5 niveles, se observa que aunque las barras que representan al diafragma en el modelo tengan un valor de  $\psi = 0.2$  (caso considerado como flexible), los errores en la obtención de reacciones respecto a la suposición rígida del diafragma ( $\psi = 10.0$ ) son menores al 10%. En otras palabras a mayor número de niveles, el problema de la flexibilidad del diafragma disminuye, tomando notable relevancia para los modelos menores de 5 niveles, como también se muestra en la Figura 3.27.



**Figura 3.27 Errores máximos  $|e_{max}|$  en la obtención de reacciones con respecto a la hipótesis de diafragma rígido que generan las combinaciones de las rigideces laterales entre los elementos sismo-resistentes más desfavorables, en función del número de niveles.**

En las Figura 3.28 y 3.29 se muestran los valores absolutos de los errores máximos  $|e_{max}|$  más desfavorables debido a la combinación de rigideces entre elementos sismo-resistentes, en función del valor del parámetro  $\psi$ , que se presentan para los modelos de tres y cinco niveles.

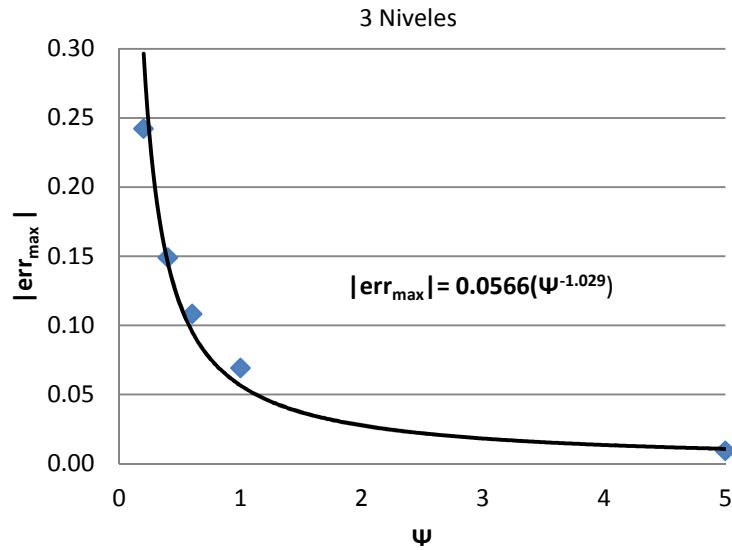


Figura 3.28 Modelo de 3 niveles: valores absolutos de los errores máximos  $|e_{max}|$  más desfavorables que se pueden presentar en el nivel 3 en la obtención de reacciones con respecto a la suposición de diafragma rígido, en función del parámetro  $\psi$ .

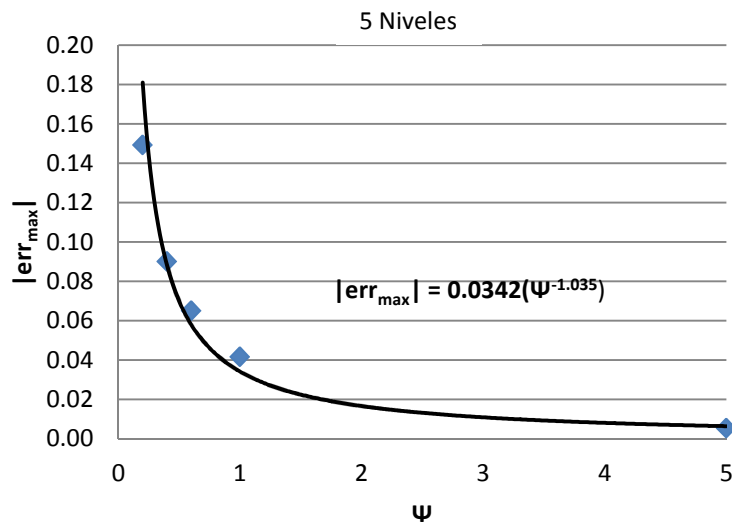


Figura 3.29 Modelo de 5 niveles: valores absolutos de los errores máximos  $|e_{max}|$  más desfavorables que se pueden presentar en el nivel 5 para la obtención de reacciones con respecto a la suposición de diafragma rígido, en función del parámetro  $\psi$ .

Como se explicó en párrafos anteriores, para ambos modelos de 3 y 5 niveles, los errores de mayor magnitud en la obtención de reacciones con respecto a la suposición de rigidez infinita del diafragma se producen los últimos pisos. Las ecuaciones (3.8) y (3.9) predicen el valor de estos errores en función del parámetro  $\psi$ .



Para el modelo de 3 niveles:

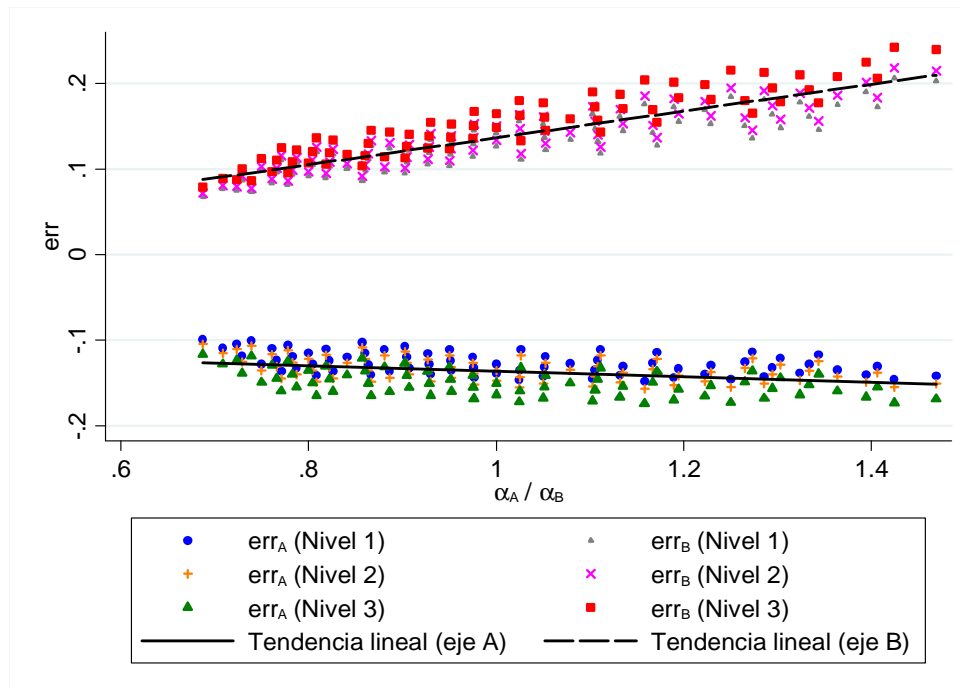
$$|err_{max}| = 0.0566(\Psi^{-1.029}) \quad (3.8)$$

Para el modelo de 5 niveles:

$$|err_{max}| = 0.0342(\Psi^{-1.035}) \quad (3.9)$$

Para los modelos de 3 niveles que corresponden a los casos con comportamiento flexible del diafragma ( $\Psi = 0.20$ ), de los resultados graficados en la Figura 3.30 se observa que a medida que el elemento sismo-resistente extremo (sobre el eje A) es más rígido que el elemento interior (sobre el eje B), el valor del error aumenta para el marco extremo, mismo que disminuye cuando el marco en B comienza a ser más rígido respecto al marco A. Se observa el mismo comportamiento si son graficados los errores sobre los marcos del eje C y D contra la relación entre las rigideces de los mismos ( $\alpha_D / \alpha_C$ ). Como era esperado, los errores de mayor magnitud se cometen cuando se presentan casos donde los elementos de resistencia lateral extremos (sobre los ejes A y D) son más rígidos respecto a los marcos intermedios (sobre los ejes B y C).

Lo ilustrado en la Figura 3.30 también es representativo para los casos que constituyen los modelos de 5, 8 y 10 niveles.



**Figura 3.30 Modelos de 3 niveles para  $\Psi = 0.2$ : errores en la obtención de reacciones con respecto a la hipótesis de diafragma rígido sobre los marcos ubicados en los ejes A y B, que se presentan en los niveles 1, 2 y 3, en función de la relación entre la rigidez lateral del marco extremo  $\alpha_A$ , y la rigidez lateral del marco interno  $\alpha_B$ .**

### 3.2.3.2 Cortantes máximos

Como se ilustra en la Figura 2.11, para cierto valor del parámetro  $\psi$  y excentricidad  $e$ , se definen múltiples modelos diferenciados entre sí por la combinación de rigideces laterales entre los elementos sismo-resistentes. Se dice que la combinación más desfavorable entre rigideces laterales le pertenece al modelo que genera el mayor valor absoluto de cortante  $|V_{max}|$  sobre alguno de los puntos ilustrados en la Figura 3.5. De la Figura 3.31 a la Figura 3.34 se grafican los valores absolutos de los cortantes máximos  $|V_{max}|$  que generan los casos con la combinación de rigideces laterales más desfavorables en algunos de los niveles que pertenecen a los modelos de 3, 5, 8 y 10 niveles, en función del parámetro  $\psi$ .

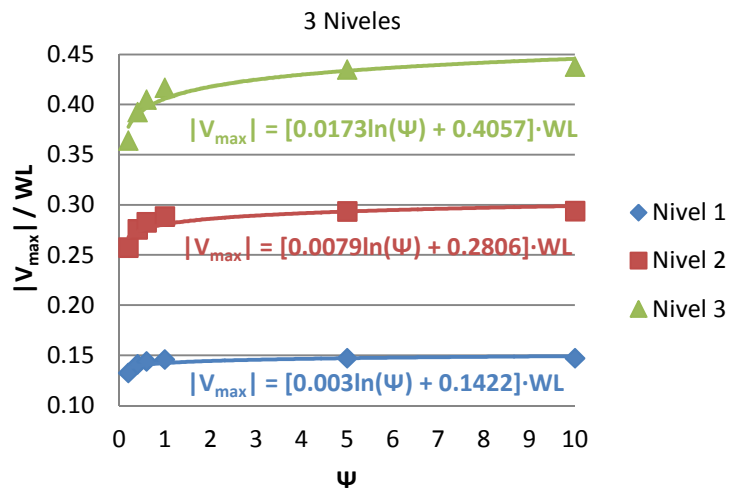


Figura 3.31 Modelos de 3 niveles: cortantes máximos  $|V_{max}|$  normalizados, originados por las combinaciones entre rigideces laterales más desfavorables, en función del parámetro  $\psi$ , para los niveles 1, 2 y 3.

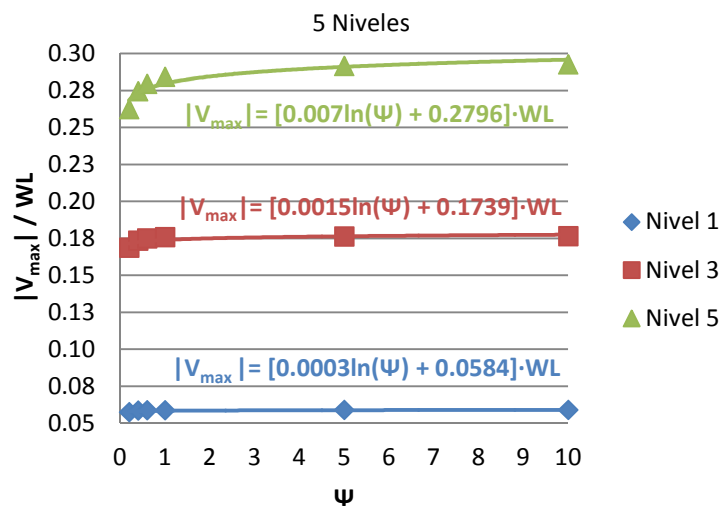


Figura 3.32 Modelos de 5 niveles: cortantes máximos  $|V_{max}|$  normalizados, originados por las combinaciones entre rigideces laterales más desfavorables, en función del parámetro  $\psi$ , para los niveles 1, 3 y 5.

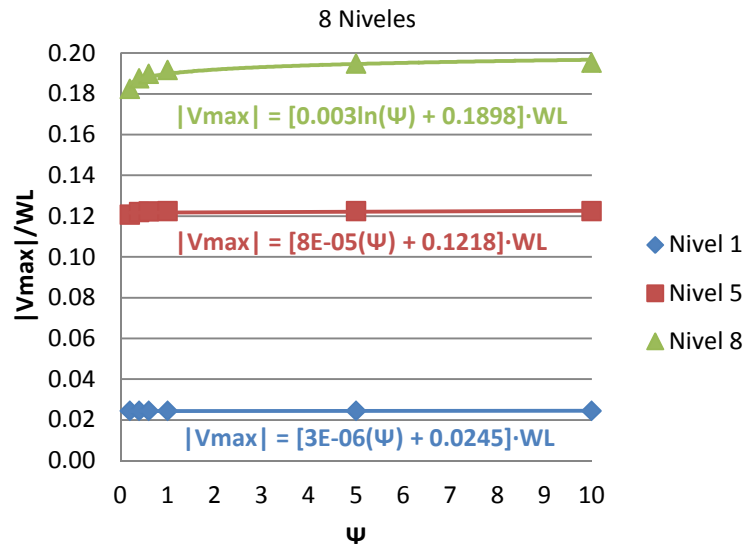


Figura 3.33 Modelos de 8 niveles: cortantes máximos  $|V_{max}|$  normalizados, originados por las combinaciones entre rigideces laterales más desfavorables, en función del parámetro  $\psi$ , para los niveles 1, 5 y 8.

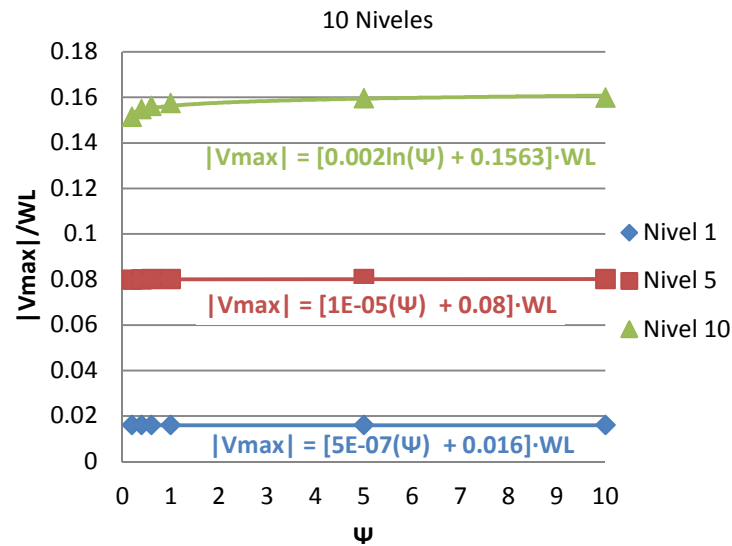


Figura 3.34 Modelos de 10 niveles: cortantes máximos  $|V_{max}|$  normalizados, originados por las combinaciones entre rigideces laterales más desfavorables, en función del parámetro  $\psi$ , para los niveles 1, 5 y 10.

Se observó que los cortantes máximos se presentan en los extremos del diafragma, es decir, en los puntos 1 y 6 (Figura 3.5) para todos los niveles de los modelos estudiados.

En las gráficas anteriores se observa también que los mayores valores de cortante sobre el diafragma se presentan en los últimos niveles, para los casos donde el valor del parámetro  $\psi$  está asociado con el comportamiento rígido del diafragma ( $\psi = 10.0$ ).

### 3.2.3.3 Momentos máximos

Para cada uno de los modelos generados con un mismo valor del parámetro  $\psi$  y excentricidad  $e$ , diferenciados por la combinación entre rigideces laterales para cada caso, resulta un momento sobre el diafragma que es el de mayor magnitud respecto al resto de momentos generados. El caso que produce el mayor valor absoluto de momento  $|M_{max}|$  en alguno de los puntos que se muestran en la Figura 3.8, se dice que tiene la combinación de rigideces laterales entre elementos sismo-resistentes más desfavorables, respecto a los demás modelos. De la Figura 3.35 a la Figura 3.38 se grafican los valores absolutos de los momentos máximos  $|M_{max}|$  que generan los casos con la combinación de rigideces laterales más desfavorables en algunos de los niveles que pertenecen a los modelos de 3, 5, 8 y 10 niveles, en función del parámetro  $\psi$ .

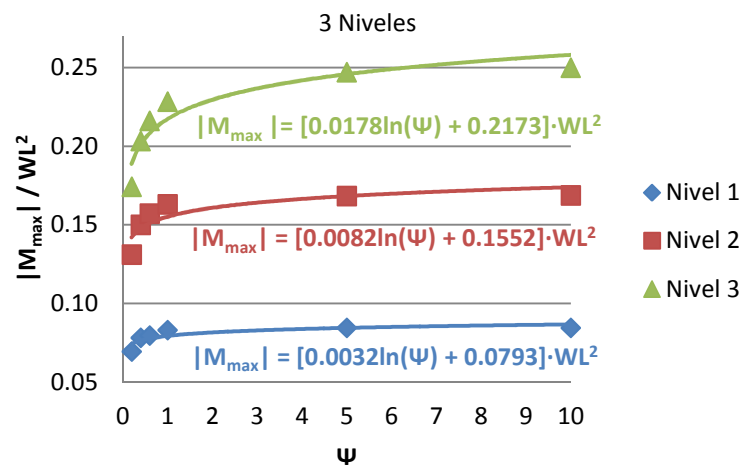


Figura 3.35 Modelos de 3 niveles: momentos máximos  $|M_{max}|$  normalizados, originados por las combinaciones entre rigideces laterales más desfavorables, en función del parámetro  $\psi$ , para los niveles 1, 2 y 3.

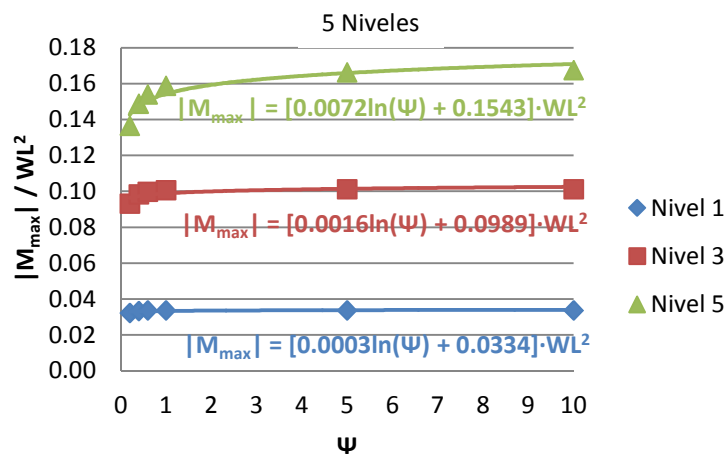


Figura 3.36 Modelos de 5 niveles: momentos máximos  $|M_{max}|$  normalizados, originados por las combinaciones entre rigideces laterales más desfavorables, en función del parámetro  $\psi$ , para los niveles 1, 3 y 5.

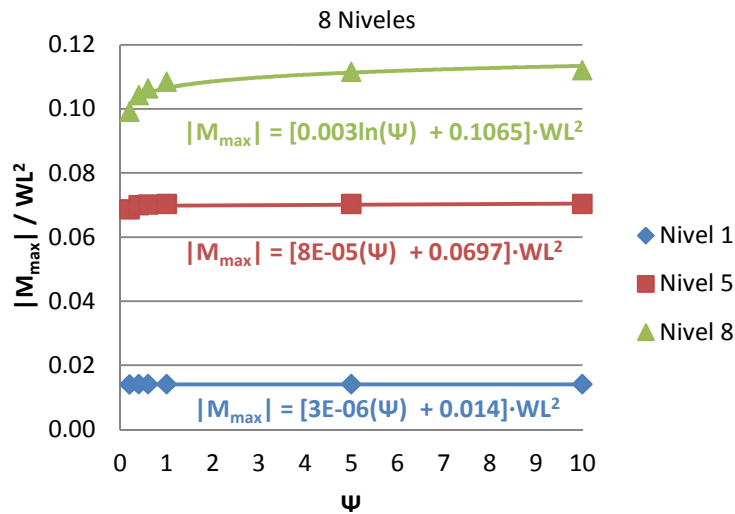


Figura 3.37 Modelos de 8 niveles: Momentos máximos  $|M_{max}|$  normalizados, originados por las combinaciones entre rigideces laterales más desfavorables, en función del parámetro  $\psi$ , para los niveles 1, 5 y 8.

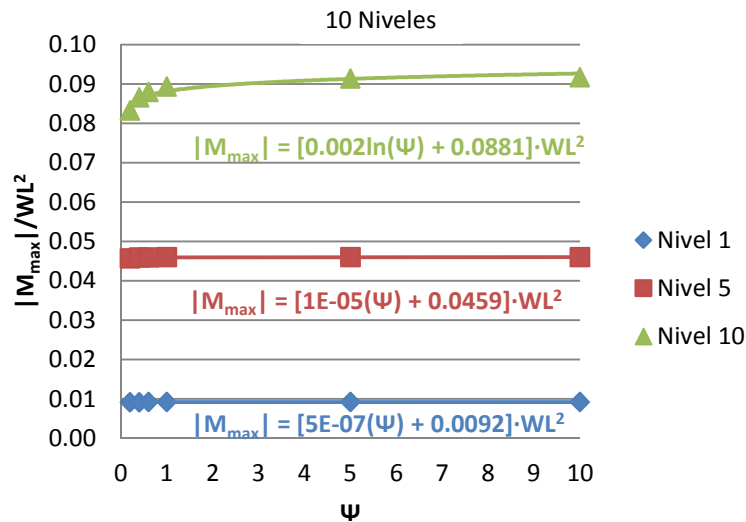


Figura 3.38 Modelos de 10 niveles: Momentos máximos  $|M_{max}|$  normalizados, originados por las combinaciones entre rigideces laterales más desfavorables, en función del parámetro  $\psi$ , para los niveles 1, 5 y 10.

Se ha observado que los momentos máximos se presentan al centro del diafragma, es decir, en el punto 2 (Figura 3.8) para todos los niveles de los modelos estudiados.

En las gráficas anteriores se observa también que los mayores valores de momento sobre el diafragma se presentan en el último nivel de cada modelo, para los casos donde el valor del parámetro  $\psi$  está asociado con el comportamiento rígido del diafragma ( $\psi = 10.0$ ).

### 3.3 RIGIDECES LATERALES: CASOS FAVORABLES Y NO FAVORABLES

En la Tabla 3.1 se muestran los casos de combinaciones entre rigideces laterales que originan los elementos mecánicos de mayor magnitud, para valores del parámetro  $\psi$  de 0.2, 0.4, 0.6, 1.0, 5.0 y 10.0 en modelos de 1, 3, 5, 8 y 10 niveles.

**Tabla 3.1 Combinaciones de rigideces entre elementos sismo resistentes de los casos que producen los elementos mecánicos de mayor magnitud, de donde el parámetro  $\psi$  puede valer 0.2, 0.4, 0.6, 1.0, 5.0 y 10 en modelos de 1, 3, 5, 8 y 10 niveles.**

| $e$         | $\alpha_A$ | $\alpha_B$ | $\alpha_C$ | $\alpha_D$ |
|-------------|------------|------------|------------|------------|
| <b>0.00</b> | 1.175      | 0.825      | 0.825      | 1.175      |
| <b>0.05</b> | 1.175      | 0.825      | 0.825      | 1.175      |
| <b>0.10</b> | 1.175      | 0.825      | 0.825      | 1.175      |
| <b>0.15</b> | 1.175      | 0.825      | 0.825      | 1.175      |
| <b>0.20</b> | 1.175      | 0.825      | 0.825      | 1.175      |

En la Tabla 3.2 se muestran los casos de combinaciones entre rigideces laterales que originan los elementos mecánicos de menor magnitud, para valores del parámetro  $\psi$  de 0.2, 0.4, 0.6, 1.0, 5.0 y 10 en modelos de 1, 3, 5, 8 y 10 niveles.

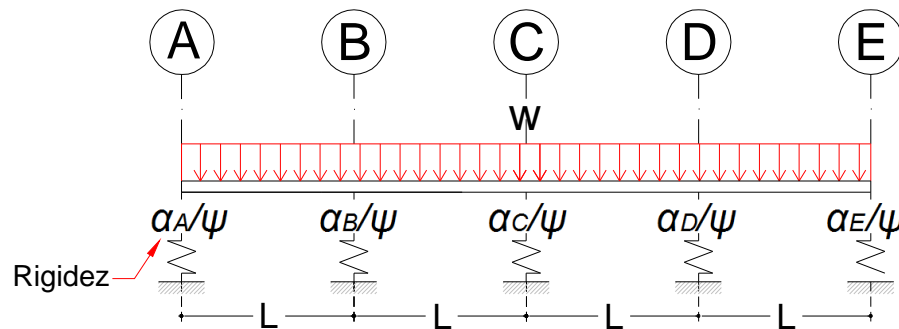
**Tabla 3.2 Combinaciones de rigideces entre elementos sismo resistentes de los casos que producen los elementos mecánicos de menor magnitud, de donde el parámetro  $\psi$  puede valer 0.2, 0.4, 0.6, 1.0, 5.0 y 10 en modelos de 1, 3, 5, 8 y 10 niveles**

| $e$         | $\alpha_A$ | $\alpha_B$ | $\alpha_C$ | $\alpha_D$ |
|-------------|------------|------------|------------|------------|
| <b>0.00</b> | 0.85       | 1.15       | 1.15       | 0.85       |
| <b>0.05</b> | 0.85       | 1.15       | 1.15       | 0.85       |
| <b>0.10</b> | 0.85       | 1.15       | 1.15       | 0.85       |
| <b>0.15</b> | 0.85       | 1.15       | 1.15       | 0.85       |
| <b>0.20</b> | 0.85       | 1.15       | 1.15       | 0.85       |

De las Tabla 3.1 y 3.2 se observa que cuando los elementos de mayor rigidez lateral se encuentran en los extremos de los modelos, se producen elementos mecánicos de mayor magnitud con respecto a los momentos y cortantes que producen los casos donde los elementos sismo-resistentes sobre los ejes intermedios son los de mayor rigidez, como era de esperarse. También se observa que la excentricidad no influye en el problema, pues son los mismos casos generados para cada valor de  $e$ .

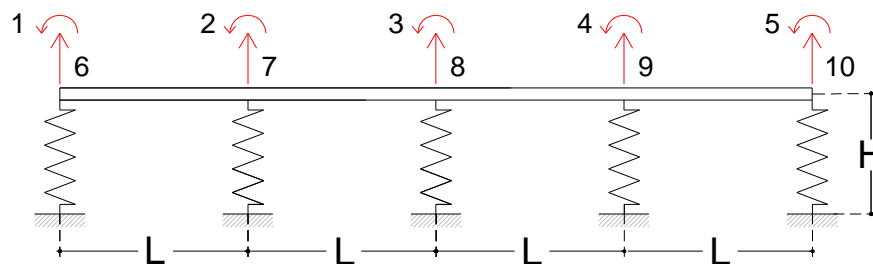
## CAPÍTULO 4: LA FLEXIBILIDAD DEL DIAFRAGMA EN EDIFICIOS A BASE DE SISTEMAS DUALES (MUROS ESTRUCTURALES, VIGAS Y COLUMNAS)

El contraste de rigideces entre elementos sismo-resistentes fue uno de los parámetros más importantes en esta parte del estudio, por tal motivo y con el fin de aumentar el número de posibles combinaciones entre rigideces laterales e identificar los casos más desfavorables, a los modelos se les adicionó una cruzija más, es decir, los conforman 5 ejes de resistencia lateral (Figura 4.1).



**Figura 4.1 Modelo para estudiar edificios de 1 nivel donde los sistemas sismo-resistentes son a base de sistemas duales (muros estructurales, trabes y columnas).**

Al igual que en los modelos del capítulo 3, se consideraron dos grados de libertad por nodo, el primero un giro y el segundo un desplazamiento orientado en la dirección de la aplicación de la carga lateral  $W$ .



**Figura 4.2 Discretización del modelo, grados de libertad considerados.**

La matriz de rigidez normalizada  $K$  para el sistema de la Figura 4.2 se muestra en la Figura 4.3:

$$K = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 & 0 & 0 & 6 & -6 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 8 & 2 & 0 & 0 & 6 & 0 & -6 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 8 & 2 & 0 & 0 & 6 & 0 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 & 2 & 0 & 0 & 6 & 0 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 4 & 0 & 0 & 0 & 6 & -6 \\ 6 & 6 & 0 & 0 & 0 & 12 + \frac{\alpha_A}{\psi} & -12 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & 6 & 0 & 0 & -12 & 24 + \frac{\alpha_B}{\psi} & -12 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & 0 & 6 & 0 & 0 & -12 & 24 + \frac{\alpha_C}{\psi} & -12 & 0 \\ 0 & 0 & -6 & 0 & 6 & 0 & 0 & -12 & 24 + \frac{\alpha_D}{\psi} & -12 \\ 0 & 0 & 0 & -6 & -6 & 0 & 0 & 0 & -12 & 12 + \frac{\alpha_E}{\psi} \end{pmatrix}$$

Figura 4.3 Matriz de rigidez normalizada para el modelo de la Figura 4.1.

#### 4.1 VALORES PARA EL PARÁMETRO $\psi$

Siguiendo el procedimiento que se muestra en el apartado 2.1, se obtuvo la gráfica de la Figura 4.4.

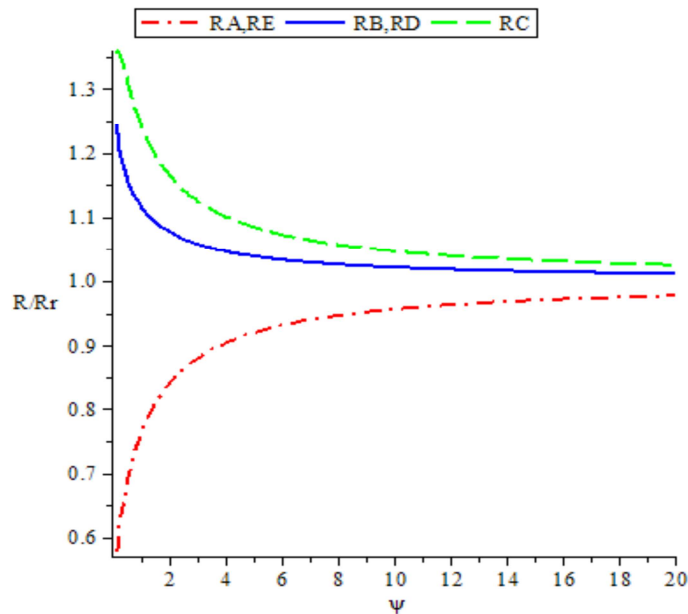


Figura 4.4 Reacciones sobre los ejes A, B, C, D y E, normalizadas con respecto a las reacciones obtenidas con la hipótesis de diafragma rígido ( $R/R_r$ ) en función del parámetro adimensional  $\psi$ .



En la Figura 4.4 se muestra las reacciones normalizadas sobre los elementos sismo-resistentes de los ejes A, B, C, D y E. Las reacciones se normalizaron con respecto a las reacciones obtenidas en los mismos ejes considerando la rigidez infinita del diafragma ( $R/R_r$ ). Se observa que a medida que  $\psi < 10.0$  el diafragma se hace más flexible y, las reacciones sobre los ejes A y E se reducen con relación a las que se obtienen con diafragma rígido, mientras que en los ejes B, C y D aumentan. Para valores de  $\psi > 10.0$  el comportamiento del sistema de piso es rígido. Con base a este gráfico, se decidió tomar los valores de 0.5, 1.0, 2.0, 4.0, 10.0 y 20.0 para analizar el comportamiento e influencia del parámetro adimensional  $\psi$  en los análisis, considerando que el último valor es el que se asocia con la hipótesis de rigidez infinita del diafragma.

## 4.2 EDIFICIOS DE 1 NIVEL

### 4.2.1 Modelos para los análisis

En la Figura 4.5 se muestra el modelo empleado para estudiar la flexibilidad del diafragma en estructuras de un nivel, en la cual se observa cierto acomodo de rigideces laterales  $\alpha$  entre los elementos sismo-resistentes. De acuerdo con lo expuesto en el inciso 2.2.2, existe un gran número de combinaciones entre rigideces laterales para un determinado valor del parámetro  $\psi$  y excentricidad.

La matriz de rigidez para el modelo se ilustra en la Figura 4.3.

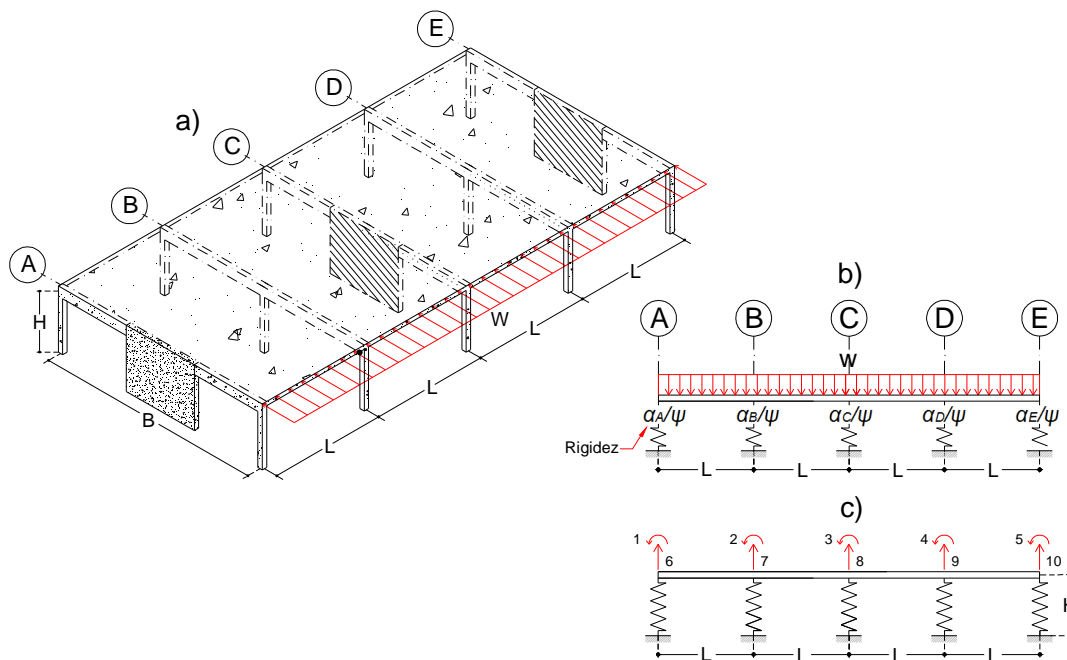


Figura 4.5 Modelo para el estudio de edificios de 1 nivel: a) isométrico de la estructura; b) idealización del diafragma como una viga apoyada en resortes; c) grados de libertad.

## 4.2.2 Resultados

### 4.2.2.1 Errores en el cálculo de reacciones

En la sección 4.1 se explica que los casos en los cuales el parámetro  $\psi > 10.0$  son asociados con el comportamiento rígido del diafragma y, para los casos en que  $\psi < 10.0$  el comportamiento del diafragma es considerado flexible. Para el conjunto de casos generados para cada valor de  $\psi$  y excentricidad, se han calculado las reacciones sobre los elementos de resistencia lateral ubicados en cada uno de los ejes del modelo ( $RA_{\psi=y}$ ,  $RB_{\psi=y}$ ,  $RC_{\psi=y}$ ,  $RD_{\psi=y}$ ,  $RE_{\psi=y}$ ) y, se cuantificaron los tamaños de error en la obtención de estas reacciones con respecto a los valores que se obtienen al utilizar la hipótesis de diafragma rígido. Los errores en los marcos sobre cada eje del modelo se estimaron con la expresión ( 4.1):

$$err = \frac{R_{\psi=y} - R_{\psi=20}}{R_{\psi=20}} \quad (4.1)$$

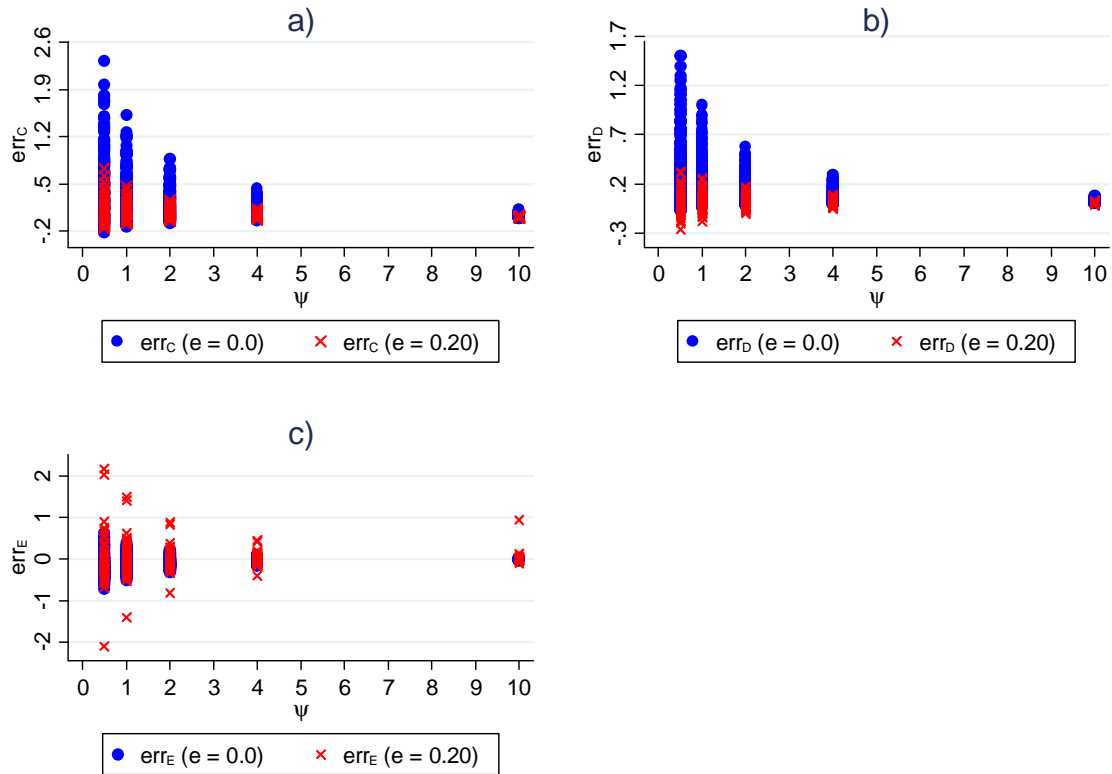
Donde “y” puede valer 0.5, 1.0, 2.0, 4.0 o 10.0 (sección 4.1).

Al comparar la Figura 4.6 con la Figura 3.2 se observa que los errores cometidos en la obtención de reacciones con respecto a la hipótesis de diafragma rígido son mayores que los casos estudiados en el capítulo 3, porque existe más contraste entre las rigideces de los elementos que conforman los sistemas sismo-resistentes.

En la Figura 4.6 se observa que cuando el parámetro  $\psi < 10.0$ , los errores en la obtención de reacciones con respecto a la hipótesis de diafragma rígido, son mayores del 10%. Para valores de  $\psi > 10.0$  el comportamiento del diafragma puede considerarse como rígido. Los resultados en los ejes D y E también representan a los resultados sobre los ejes B y A respectivamente.

Cuando la excentricidad es pequeña los elementos sismo resistentes en los que se produce más error son los que se encuentran sobre los ejes intermedios (ejes B, C y D). Para los casos donde la excentricidad es grande, en los marcos extremos (ejes A y D) es donde se producen los errores mayores. Para los casos representativos de diafragma flexible ( $\psi = 0.50$ ), se pueden presentar tamaños de error de hasta 12 veces más las magnitudes de las reacciones esperadas con diafragma rígido. Estos puntos no han sido ilustrados en la Figura 4.6 c) por la razón de conservar claridad en la ilustración.

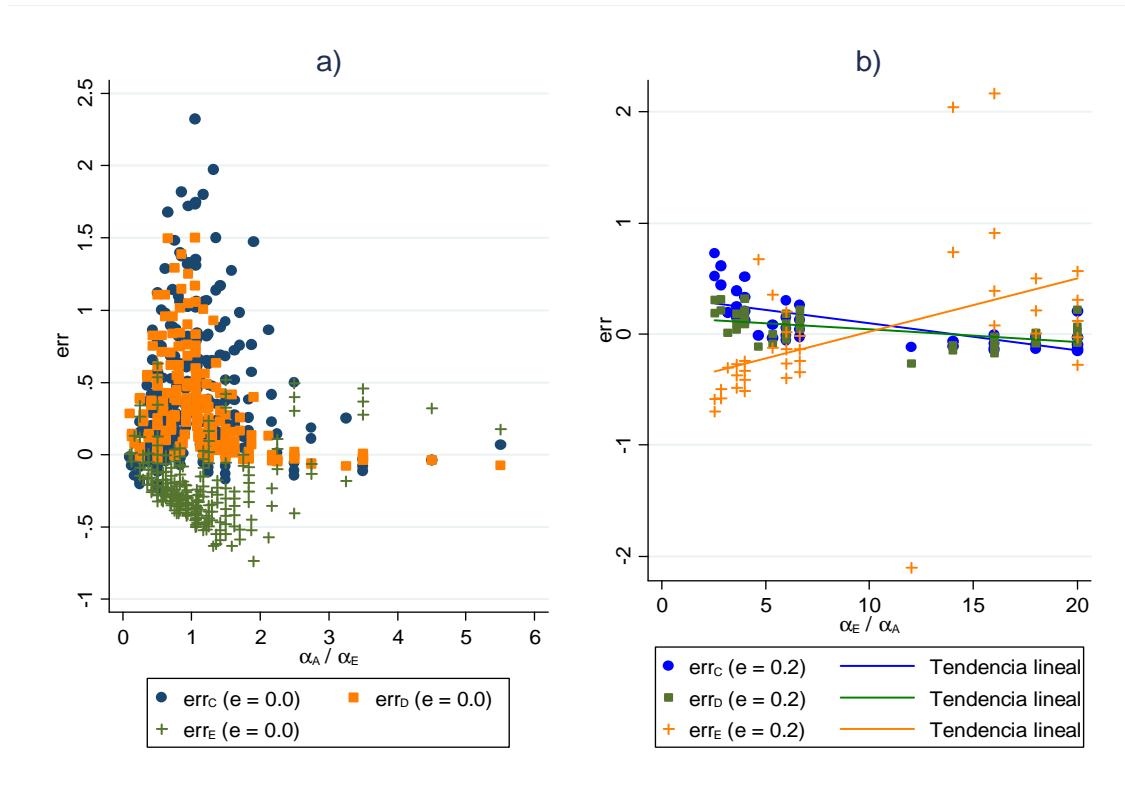
De acuerdo con lo definido en la sección 2.2.2, la variación de rigideces entre elementos sismo-resistentes está controlada por la excentricidad, cuando la excentricidad es nula ( $e=0.0$ ) resultan más combinaciones entre rigideces de los marcos que integran al sistema sismo-resistente, comparadas con las combinaciones que se obtienen cuando la excentricidad es máxima ( $e = 0.20$  de B). Es por la razón anterior que los rangos de error en la obtención de reacciones con respecto a la hipótesis de diafragma rígido son mayores para excentricidades pequeñas en los marcos sobre los ejes B, C y D, en comparación con los intervalos de errores sobre los mismos marcos para excentricidades grandes.



**Figura 4.6 Errores en el cálculo de reacciones sobre los marcos con respecto a la hipótesis de diafragma rígido en función del parámetro  $\psi$ : a) sobre el eje C; b) sobre el eje D; c) sobre el eje E.**

En la Figura 4.6 también se observa que cuando el comportamiento del diafragma es flexible ( $\psi = 0.50$ ) los tamaños de los errores máximos, son de alrededor del 200% aproximadamente. En los marcos centrales incrementa la fuerza esperada, mientras que en los elementos extremos la reacción puede aumentar o disminuir.

Para los casos donde  $\psi = 0.5$  y la excentricidad es nula ( $e = 0.0$ ), en la Figura 4.7 a) se observa que cuando las rigideces de los marcos extremos (sobre los ejes A y E) son similares ( $\alpha_A/\alpha_E \approx 1.0$ ), se presentan los errores  $err$  de mayor magnitud para los marcos intermedios (ejes B, C y D), esperando aproximadamente el doble del valor de la reacción obtenida suponiendo diafragma rígido ( $\psi = 20.0$ ). De la base de datos se observó que los errores sobre los ejes centrales disminuyen cuando existe mayor contraste entre rigideces laterales de los marcos extremos y, al mismo tiempo, los marcos intermedios son más rígidos respecto a los marcos E y A. También se observa que los errores  $err$  más grandes en valor absoluto sobre los elementos sismo-resistentes de los extremos se generan cuando  $\alpha_A/\alpha_E \approx 2.0$ , es decir, uno de los marcos extremos es aproximadamente dos veces más rígido que el otro. Para tal caso se espera una reacción aproximadamente 75% menor a la obtenida haciendo la consideración de diafragma rígido. De la base de datos se observó que el tamaño del error disminuye a medida que los marcos intermedios ganan rigidez respecto a los extremos y, a la vez el cociente  $\alpha_A/\alpha_E$  es diferente de 2.



**Figura 4.7** Para  $\Psi = 0.5$ : a) errores  $err$  en la obtención de reacciones con respecto a la suposición de diafragma rígido, sobre los marcos ubicados en los ejes C, D y E, graficados en función de la relación de rigideces entre los marcos extremos ( $\alpha_A / \alpha_E$ ); b) cuando la excentricidad de los modelos es nula ( $e = 0.0$ ); b) cuando la excentricidad de los modelos es la máxima ( $e = 0.20$ ).

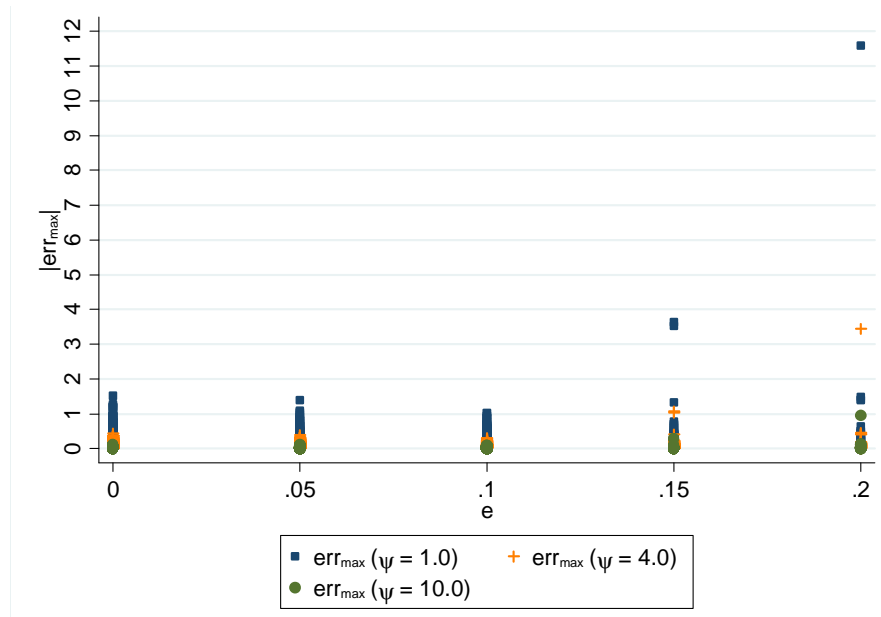
Excentricidades grandes provocan casos de combinación entre rigideces laterales en donde los marcos más rígidos se acomodan hacia un extremo. Para casos donde la excentricidad es grande ( $e = 0.20$  de B) y el comportamiento del diafragma se considere flexible ( $\Psi = 0.50$ ), en la Figura 4.7 b) se observa que los errores de mayor magnitud en la obtención de reacciones respecto a la hipótesis de diafragma rígido sobre los ejes intermedios B, C y D se obtienen cuando hay menor contraste entre las rigideces de los marcos del extremo E y A, a medida que el contraste de rigidez entre estos dos marcos aumenta, el error disminuye. Para los casos de los marcos extremos, los errores de mayor magnitud se generan cuando hay más contraste de rigidez entre ellos.

Los  $|err|$  del 200% aproximadamente que se observan en la Figura 4.7 b), se presentaron en el eje extremo E y fueron generados por los casos donde gran parte de la rigidez lateral del sistema sismo-resistente se concentró sobre este mismo eje, donde se alojó la excentricidad.

#### 4.2.2.2 Influencia de la excentricidad

Para cada caso generado como se ilustra en la Figura 2.11 se obtienen valores de reacciones que son comparadas con las reacciones obtenidas suponiendo rigidez infinita del diafragma ( $\Psi = 20.0$ ), obteniendo un error que puede ser negativo o positivo sobre cada eje del

modelo. Se ha tomado el valor absoluto de los errores y han sido comparados entre sí para identificar el error de mayor valor absoluto, por lo que para cada caso, sobre uno de los ejes del sistema sismo-resistente (A, B, C, D o E) habrá un error máximo  $|err_{max}|$ . En la Figura 4.8 un punto representa el  $|err_{max}|$  para un determinado caso en función de la excentricidad  $e$ , cuando el parámetro  $\psi$  vale 1.0, 4.0 y 10.0.



**Figura 4.8 Errores máximos  $|err_{max}|$  en la obtención de reacciones respecto a la hipótesis de diafragma rígido para diversos casos (un caso lo define el valor del parámetro  $\psi$ , la excentricidad  $e$  y los valores de las constantes  $\alpha$ ) graficados contra distintos valores de excentricidad.**

En la Figura 4.8 se observa que cuando el diafragma se comporta flexible ( $\psi = 1.0$ ) para excentricidades menores a 0.1 de B ( $e < 0.1$ ) los errores máximos absolutos  $|err_{max}|$  son de aproximadamente 1.5 veces el valor de la reacción esperada con respecto a la hipótesis de diafragma rígido. Para excentricidades mayores a 0.1 de B ( $e > 0.1$ ) hay casos que pueden generar de forma aproximada errores desde 3 a 11 veces el valor de la reacción esperada suponiendo rigidez infinita del sistema de piso. En cambio, para diafragmas con comportamiento aproximado al rígido ( $\psi = 10.0$ ), para  $e < 0.1$  de B los errores máximos son del 10% aproximadamente, mientras que para  $e > 0.1$  de B puede generarse un caso para el cual el error máximo puede llegar a ser hasta del 100% con respecto a la las reacciones obtenidas considerando rigidez infinita del diafragma.

Los  $|err_{max}|$  de mayor magnitud que se observan la Figura 4.8 para  $e > 0.1$  de B, se presentaron sobre alguno de los ejes extremos (A o E), dependiendo de la concentración de rigideces laterales controlada por la excentricidad.

En comparación con los modelos del capítulo 3, la excentricidad influye en el problema, principalmente cuando es grande ( $e > 0.1$  de B), puesto que para estos valores se presentan los valores mayores de error para cualquier valor del parámetro  $\psi$ .

### 4.2.2.3 Cortantes máximos

Se calcularon cortantes sobre el diafragma para los puntos que muestra la Figura 4.9.

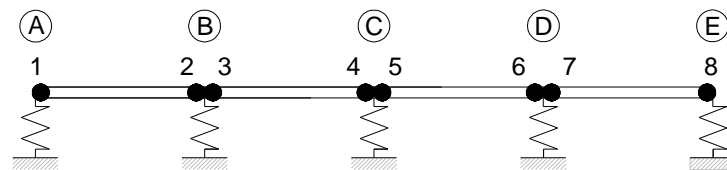


Figura 4.9 Puntos en el modelo de viga donde se han calculado cortantes.

De acuerdo con la sección 2.3 para un valor del parámetro  $\psi$  y un valor de excentricidad  $e$  dado, existe variedad de modelos diferenciados por la combinación de rigideces entre marcos (constantes  $\alpha$ ). Para cada conjunto de casos que tienen en común el valor de  $\psi$  y de la excentricidad, resulta una combinación que genera la mayor magnitud de cortante, llamada cortante máximo  $|V_{max}|$  que se genera sobre uno de los puntos mostrados en la Figura 4.9.

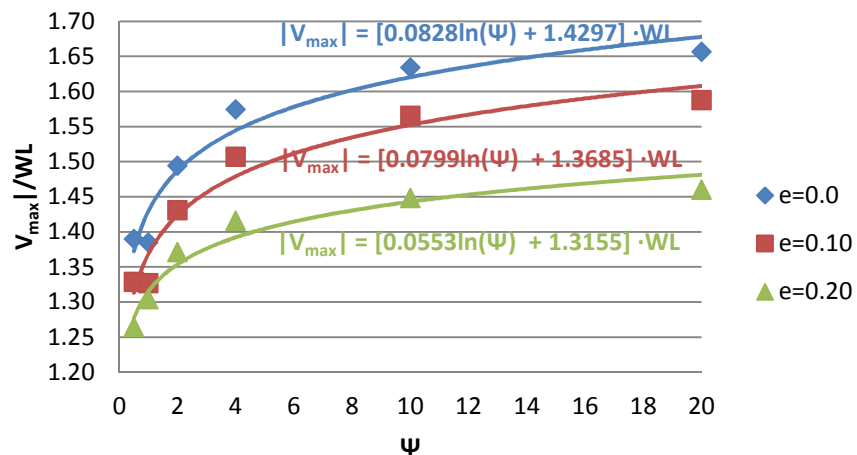


Figura 4.10 Cortantes máximos  $|V_{max}|$  en función del parámetro adimensional  $\psi$ .

En la Figura 4.10 se muestran los valores absolutos de los cortantes máximos  $|V_{max}|$  que se pueden llegar a presentar en el diafragma en función del valor del parámetro  $\psi$  para tres valores de excentricidad  $e$ : 0.0, 0.10 y 0.20 de B. En el gráfico se observa que el tamaño del valor del cortante disminuye conforme aumenta el valor de la excentricidad para todos los valores de  $\psi$  y, también se destaca que para cualquier valor de excentricidad, los cortantes de mayor magnitud se presentan para la condición de diafragma rígido ( $\psi = 20.0$ ) como es de esperarse.

Para las variaciones de rigidez entre marcos establecidas en la sección 2.2.2 y, para los valores de excentricidad  $e$  de 0.0, 0.10 y 0.20 de B, las expresiones (4.2), (4.3) y (4.4)

predicen respectivamente el valor del cortante máximo  $|V_{max}|$  que se puede esperar en el diafragma, en función del parámetro  $\Psi$ :

Para  $e = 0.0$ ;

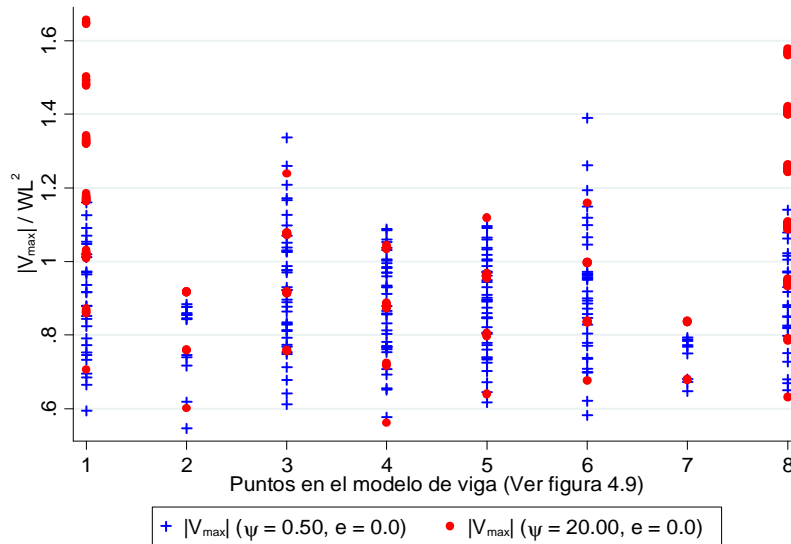
$$|V_{max}| = [0.0828 \ln(\Psi) + 1.43] \cdot WL \quad (4.2)$$

Para  $e = 0.10$  de  $B$ ;

$$|V_{max}| = [0.0799 \ln(\Psi) + 1.37] \cdot WL \quad (4.3)$$

Para  $e = 0.20$  de  $B$ ;

$$|V_{max}| = [0.0553 \ln(\Psi) + 1.32] \cdot WL \quad (4.4)$$



**Figura 4.11** Puntos en el modelo de viga en donde se generan los  $|V_{max}|$  para los casos donde no hay excentricidad ( $e = 0.0$ ) y el parámetro  $\Psi$  vale 0.5 (diafragma flexible) y 20.0 (diafragma rígido).

En la Figura 4.11 se muestran los valores de  $|V_{max}|$  generados por las combinaciones entre rigideces de marcos (constantes  $\alpha$ ) que se producen cuando en los modelos el valor de la excentricidad es nula ( $e = 0.0$ ) y el parámetro  $\Psi$  vale 0.50 y 20.0 representando la condición de diafragma flexible y rígido respectivamente. Se observa que las mayores magnitudes de corte se originan en los puntos 3 y 6 sobre los ejes B y D respectivamente, cuando el diafragma se comporta como flexible, mientras que cuando el sistema de piso se comporta como rígido, los valores de cortante más grandes se presentan en los puntos 1 y 8 sobre los marcos de los ejes A y E (Figura 4.9).

Para generar los casos de combinación entre constantes  $\alpha$ , se supuso conocer los valores para las constantes  $\alpha_A$ ,  $\alpha_B$  y  $\alpha_C$ , mientras que los valores para  $\alpha_D$  y  $\alpha_E$  se calcularon como se

explica en la sección 2.2.2. Al desarrollar el proceso de forma inversa, es decir, suponer conocidos  $\alpha_C$ ,  $\alpha_D$  y  $\alpha_E$  para posteriormente calcular  $\alpha_A$  y  $\alpha_B$ , genera casos que producen valores de  $|V_{max}|$  que al graficarlos son simétricos a la Figura 4.11.

#### 4.2.2.4 Momentos máximos

Se calcularon momentos sobre el diafragma para los puntos que muestra la Figura 4.12.

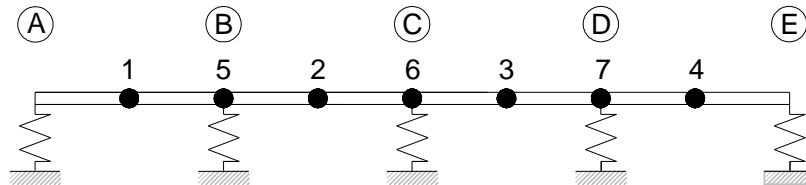


Figura 4.12 Puntos en el modelo de viga donde se han calculado momentos.

Para cada conjunto de casos resultantes de aplicar la metodología de la sección ( 2.3) y que tienen en común un valor del parámetro  $\psi$  y un valor de excentricidad, se presenta una combinación de rigideces laterales entre marcos que genera el momento de mayor magnitud, al cual se le ha llamado momento máximo  $|M_{max}|$ , y se puede presentar en uno de los puntos mostrados en la Figura 4.12.

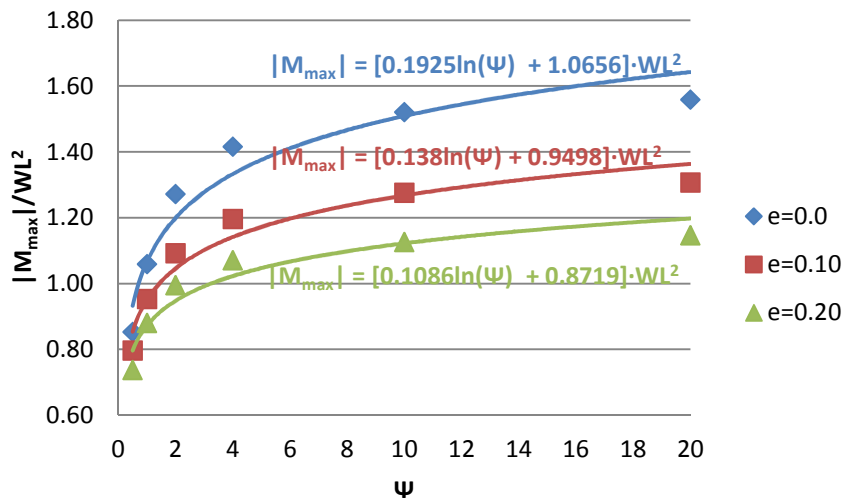


Figura 4.13 Momentos máximos  $|M_{max}|$  en función del parámetro adimensional  $\psi$ .

En la Figura 4.13 se muestran los valores absolutos de los momentos máximos  $|M_{max}|$  que se pueden llegar a presentar en el diafragma en función del valor del parámetro  $\psi$  para tres valores de excentricidad  $e$ : 0.0, 0.10 y 0.20 de  $B$ . En el gráfico se observa que el tamaño del valor del momento disminuye conforme aumenta el valor de la excentricidad para todos los valores de  $\psi$  y, también se destaca que para cualquier valor de excentricidad, los cortantes de mayor magnitud se presentan para la condición de diafragma rígido ( $\psi = 20.0$ ).



Para las variaciones de rigidez entre marcos establecidas en la sección 2.2.2 y, para los valores de excentricidad  $e$  de 0.0, 0.10 y 0.20 de  $B$ , las expresiones (4.5), (4.6) y (4.7) predicen respectivamente el valor del momento máximo  $|M_{max}|$  que se puede esperar en el diafragma, en función del parámetro  $\Psi$ :

Para  $e = 0.0$ ;

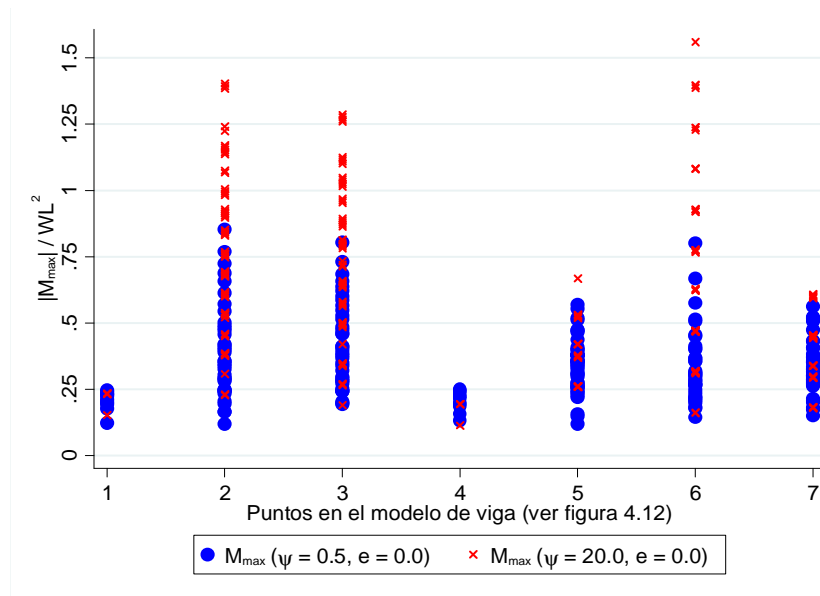
$$|M_{max}| = [0.1925 \ln(\Psi) + 1.065] \cdot WL^2 \quad (4.5)$$

Para  $e = 0.10$  de  $B$ ;

$$|M_{max}| = [0.138 \ln(\Psi) + 0.95] \cdot WL^2 \quad (4.6)$$

Para  $e = 0.20$  de  $B$ ;

$$|M_{max}| = [0.1086 \ln(\Psi) + 0.872] \cdot WL^2 \quad (4.7)$$



**Figura 4.14** Puntos en el modelo de viga en donde se generan los  $|M_{max}|$  para los casos donde no hay excentricidad ( $e = 0.0$ ) y el parámetro  $\Psi$  vale 0.5 (diafragma flexible) y 20.0 (diafragma rígido).

En la Figura 4.14 se muestran los valores de  $|M_{max}|$  generados por las combinaciones entre rigideces de marcos (constantes  $\alpha$ ) que se producen cuando en los modelos el valor de la excentricidad es nula ( $e = 0.0$ ) y el parámetro  $\Psi$  vale 0.50 y 20.0 representando la condición de diafragma flexible y rígido respectivamente. Se observa que sobre los puntos 2, 3 y 6 ubicados al centro del modelo (Figura 4.12) se presentan los  $|M_{max}|$  de mayor magnitud para ambos comportamientos del diafragma, siendo los más desfavorables los provocados cuando  $\Psi=20.0$  (diafragma rígido).

### 4.3 EDIFICIOS DE 3, 5, 8 Y 10 NIVELES

En esta sección se estudia el efecto de la flexibilidad del diafragma incluyendo la altura o número de niveles como variable adicional al parámetro  $\psi$ , la variación de rigideces laterales entre elementos sismo-resistentes (constantes  $\alpha$ ) y la excentricidad  $e$ .

#### 4.3.1 Modelos para los análisis

Para cada caso estudiado se supone que la rigidez lateral  $\alpha_i$  de cada elemento sismo-resistente es constante desde la base hasta el  $n$  nivel. También se considera que el valor del parámetro  $\psi$  es el mismo en todos los niveles.

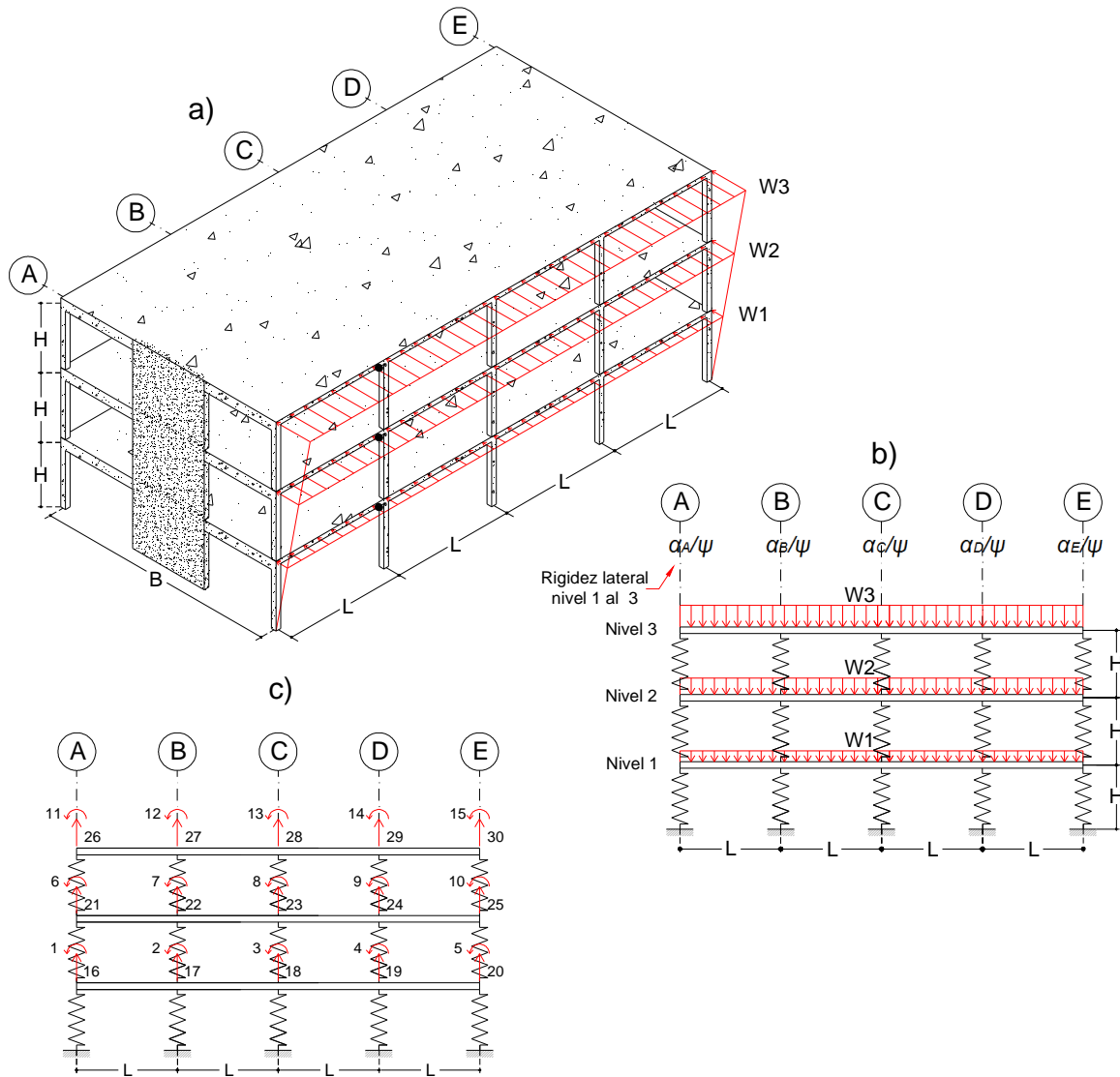


Figura 4.15 Modelo para los edificios de 3 niveles: a) isométrico de la estructura; b) idealización del diafragma como una viga apoyada en resortes; c) grados de libertad.

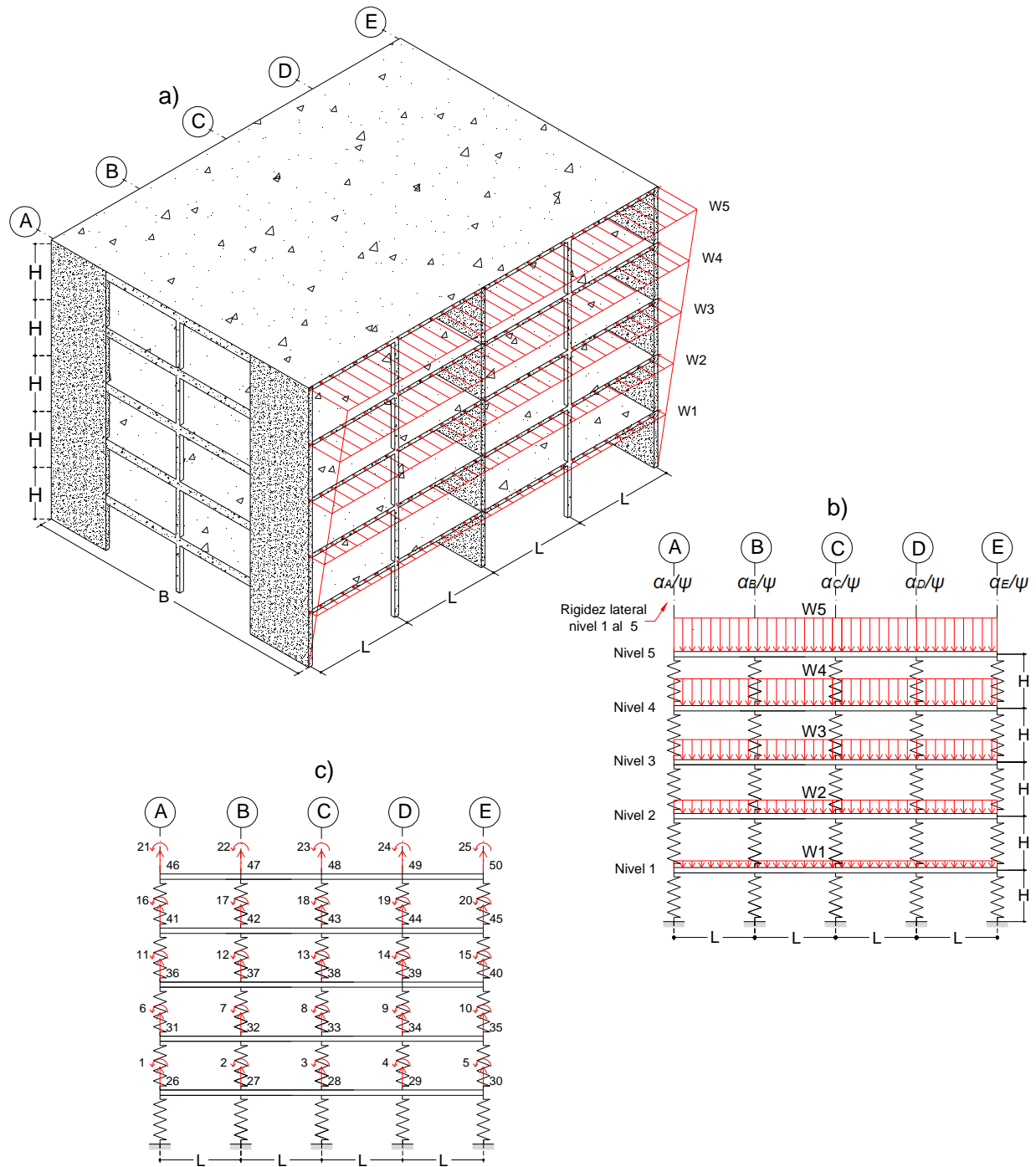


Figura 4.16 Modelo para los edificios de 5 niveles: a) isométrico de la estructura; b) idealización del diafragma como una viga apoyada en resortes; c) grados de libertad.

Los modelos para los edificios de 8 y 10 niveles fueron conformados de forma similar a los modelos de 3 y 5 niveles que se muestran en las Figura 4.15 y 4.16 respectivamente.

### 4.3.2 Matriz de rigidez

|        | Y1 | Y2 | Y3 | Y4 | Y5 | Y6 | Y7 | Y8 | Y9 | Y10 | Y11 | Y12 | Y13 | Y14 | Y15 | D16                           | D17                           | D18                           | D19                           | D20                           | D21                           | D22                           | D23                      | D24                           | D25                           | D26                           | D27                          | D28                          | D29                          | D30 |                          |   |
|--------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|--------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|-----|--------------------------|---|
| M1     | 4  | 2  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 6                             | -6                            | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                        | 0                             | 0                             | 0                             | 0                            | 0                            | 0                            |     |                          |   |
| M2     | 2  | 8  | 2  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0                             | 0                             | -6                            | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                        | 0                             | 0                             | 0                             | 0                            | 0                            | 0                            |     |                          |   |
| M3     | 0  | 2  | 8  | 2  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0                             | 6                             | 0                             | -6                            | 0                             | 0                             | 0                             | 0                        | 0                             | 0                             | 0                             | 0                            | 0                            | 0                            |     |                          |   |
| M4     | 0  | 0  | 2  | 8  | 2  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0                             | 0                             | 6                             | 0                             | -6                            | 0                             | 0                             | 0                        | 0                             | 0                             | 0                             | 0                            | 0                            | 0                            |     |                          |   |
| M5     | 0  | 0  | 0  | 2  | 4  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0                             | 0                             | 0                             | 6                             | -6                            | 0                             | 0                             | 0                        | 0                             | 0                             | 0                             | 0                            | 0                            | 0                            |     |                          |   |
| M6     | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 4  | 2  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 6                             | -6                            | 0                        | 0                             | 0                             | 0                             | 0                            | 0                            | 0                            |     |                          |   |
| M7     | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 2  | 8  | 2  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 6                             | 0                             | -6                       | 0                             | 0                             | 0                             | 0                            | 0                            | 0                            |     |                          |   |
| M8     | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 2  | 8  | 2  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 6                             | 0                             | -6                       | 0                             | 0                             | 0                             | 0                            | 0                            | 0                            |     |                          |   |
| M9     | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 2  | 8  | 2   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 6                             | 0                        | -6                            | 0                             | 0                             | 0                            | 0                            | 0                            |     |                          |   |
| M10    | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 2  | 2  | 4  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 6                             | -6                       | 0                             | 0                             | 0                             | 0                            | 0                            | 0                            |     |                          |   |
| M11    | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 4   | 2   | 0   | 0   | 0   | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                        | 0                             | 6                             | -6                            | 0                            | 0                            | 0                            |     |                          |   |
| M12    | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 2   | 8   | 2   | 0   | 0   | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                        | 0                             | 6                             | 0                             | -6                           | 0                            | 0                            |     |                          |   |
| M13    | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 2   | 8   | 2   | 0   | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                        | 0                             | 0                             | 6                             | 0                            | -6                           | 0                            |     |                          |   |
| M14    | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 2   | 8   | 2   | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                        | 0                             | 0                             | 0                             | 6                            | 0                            | -6                           |     |                          |   |
| M15    | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | 2   | 4   | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                        | 0                             | 0                             | 0                             | 0                            | 6                            | -6                           |     |                          |   |
| K= F16 | 6  | 6  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | $12 + \frac{2\alpha_A}{\Psi}$ | -12                           | 0                             | 0                             | 0                             | $-\frac{\alpha_A}{\Psi}$      | 0                             | 0                        | 0                             | 0                             | 0                             | 0                            | 0                            | 0                            | 0   |                          |   |
| F17    | -6 | 0  | 6  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | -12                           | $24 + \frac{2\alpha_B}{\Psi}$ | -12                           | 0                             | 0                             | 0                             | $-\frac{\alpha_B}{\Psi}$      | 0                        | 0                             | 0                             | 0                             | 0                            | 0                            | 0                            | 0   | 0                        |   |
| F18    | 0  | -6 | 0  | 6  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0                             | -12                           | $24 + \frac{2\alpha_C}{\Psi}$ | -12                           | 0                             | 0                             | 0                             | $-\frac{\alpha_C}{\Psi}$ | 0                             | 0                             | 0                             | 0                            | 0                            | 0                            | 0   | 0                        |   |
| F19    | 0  | 0  | -6 | 0  | 6  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0                             | 0                             | -12                           | $24 + \frac{2\alpha_D}{\Psi}$ | -12                           | 0                             | 0                             | 0                        | $-\frac{\alpha_D}{\Psi}$      | 0                             | 0                             | 0                            | 0                            | 0                            | 0   |                          |   |
| F20    | 0  | 0  | 0  | -6 | -6 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0                             | 0                             | 0                             | -12                           | $12 + \frac{2\alpha_E}{\Psi}$ | 0                             | 0                             | 0                        | 0                             | $-\frac{\alpha_E}{\Psi}$      | 0                             | 0                            | 0                            | 0                            | 0   |                          |   |
| F21    | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 6  | 6  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | $-\frac{\alpha_A}{\Psi}$      | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | $12 + \frac{2\alpha_A}{\Psi}$ | -12                           | 0                        | 0                             | 0                             | $-\frac{\alpha_A}{\Psi}$      | 0                            | 0                            | 0                            | 0   |                          |   |
| F22    | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | -6 | 0  | 6  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0                             | $-\frac{\alpha_B}{\Psi}$      | 0                             | 0                             | 0                             | -12                           | $24 + \frac{2\alpha_B}{\Psi}$ | -12                      | 0                             | 0                             | 0                             | $-\frac{\alpha_B}{\Psi}$     | 0                            | 0                            | 0   | 0                        |   |
| F23    | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | -6 | 0  | 6  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0                             | 0                             | $-\frac{\alpha_C}{\Psi}$      | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | -12                      | $24 + \frac{2\alpha_C}{\Psi}$ | -12                           | 0                             | 0                            | $-\frac{\alpha_C}{\Psi}$     | 0                            | 0   | 0                        |   |
| F24    | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | -6 | 0  | 6   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0                             | 0                             | 0                             | $-\frac{\alpha_D}{\Psi}$      | 0                             | 0                             | 0                             | 0                        | -12                           | $24 + \frac{2\alpha_D}{\Psi}$ | -12                           | 0                            | 0                            | $-\frac{\alpha_D}{\Psi}$     | 0   | 0                        |   |
| F25    | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | -6 | -6  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | $-\frac{\alpha_E}{\Psi}$      | 0                             | 0                             | 0                        | 0                             | -12                           | $12 + \frac{2\alpha_E}{\Psi}$ | 0                            | 0                            | 0                            | 0   | $-\frac{\alpha_E}{\Psi}$ |   |
| F26    | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 6   | 6   | 0   | 0   | 0   | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | $-\frac{\alpha_A}{\Psi}$      | 0                             | 0                        | 0                             | -12                           | $12 + \frac{\alpha_A}{\Psi}$  | -12                          | 0                            | 0                            | 0   | 0                        |   |
| F27    | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | -6  | 0   | 6   | 0   | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                        | 0                             | -12                           | $24 + \frac{\alpha_B}{\Psi}$  | -12                          | 0                            | 0                            | 0   |                          |   |
| F28    | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | -6  | 0   | 6   | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                        | 0                             | 0                             | -12                           | $24 + \frac{\alpha_C}{\Psi}$ | -12                          | 0                            | 0   | 0                        |   |
| F29    | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | -6  | 0   | 6                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                        | 0                             | 0                             | 0                             | -12                          | $24 + \frac{\alpha_D}{\Psi}$ | -12                          | 0   | 0                        |   |
| F30    | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | -6  | -6  | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                             | 0                        | 0                             | 0                             | 0                             | 0                            | -12                          | $12 + \frac{\alpha_E}{\Psi}$ | 0   | 0                        | 0 |

Figura 4.17 Matriz de rigidez normalizada para los modelos de 3 niveles (Figura 4.15).

Se observa que la matriz de rigidez de la Figura 4.17 la integran las siguientes sub-matrices:

$$k_{11A} = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 8 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 8 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

Figura 4.18  $k_{11A}$ ; corresponde a la relación entre los giros unitarios y los momentos generados en las barras que representan al diafragma en cada nivel.

$$k_{12A} = \begin{bmatrix} 6 & -6 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & -6 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 0 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & -6 \end{bmatrix}$$

Figura 4.19  $k_{12A}$ ; corresponde a la relación entre los desplazamientos unitarios y los momentos generados en las barras que representan el diafragma en cada nivel.

$$k_{22A} = \begin{bmatrix} 12 + \frac{2\alpha_A}{\Psi} & -12 & 0 & 0 & 0 \\ -12 & 24 + \frac{2\alpha_B}{\Psi} & -12 & 0 & 0 \\ 0 & -12 & 24 + \frac{2\alpha_C}{\Psi} & -12 & 0 \\ 0 & 0 & -12 & 24 + \frac{2\alpha_D}{\Psi} & -12 \\ 0 & 0 & 0 & -12 & 12 + \frac{2\alpha_E}{\Psi} \end{bmatrix}$$

Figura 4.20  $k_{22A}$ ; corresponde a la relación entre los desplazamientos unitarios y las fuerzas generadas en las barras que representan el diafragma del nivel 1 hasta el nivel n-1.

$$k_{22B} = \begin{bmatrix} 12 + \frac{\alpha_A}{\Psi} & -12 & 0 & 0 & 0 \\ -12 & 24 + \frac{\alpha_B}{\Psi} & -12 & 0 & 0 \\ 0 & -12 & 24 + \frac{\alpha_C}{\Psi} & -12 & 0 \\ 0 & 0 & -12 & 24 + \frac{\alpha_D}{\Psi} & -12 \\ 0 & 0 & 0 & -12 & 12 + \frac{\alpha_E}{\Psi} \end{bmatrix}$$

Figura 4.21  $k_{22B}$ ; corresponde a la relación entre los desplazamientos unitarios y las fuerzas generadas en las barras que representan el diafragma del último nivel.

$$k_{22C} = \begin{bmatrix} -\frac{\alpha_A}{\Psi} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\alpha_B}{\Psi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\alpha_C}{\Psi} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\alpha_D}{\Psi} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\alpha_E}{\Psi} \end{bmatrix}$$

Figura 4.22; corresponde a la relación entre los desplazamientos unitarios y las fuerzas generadas en los resortes que representan a los elementos sino-resistentes en cada nivel.

$$k_{21A} = \begin{bmatrix} 6 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & -6 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & -6 & -6 \end{bmatrix}$$

Figura 4.23  $k_{21A}$ ; corresponde a la relación entre los momentos unitarios y las fuerzas generadas en las barras que representan el diafragma en cada nivel.

$$k_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Figura 4.24;  $k_0$ ; matriz de ceros en donde los giros y desplazamientos unitarios aplicados no tienen influencia sobre ningún grado de libertad.

Definidas las submatrices anteriores, la matriz de rigidez de la Figura 4.17 se puede reescribir abreviadamente como se muestra en la Figura 4.25.

$$K = \begin{bmatrix} k_{11A} & k_0 & k_0 & k_{12A} & k_0 & k_0 \\ k_0 & k_{11A} & k_0 & k_0 & k_{12A} & k_0 \\ k_0 & k_0 & k_{11A} & k_0 & k_0 & k_{12A} \\ k_{21A} & k_0 & k_0 & k_{22A} & k_{22C} & k_0 \\ k_0 & k_{21A} & k_0 & k_{22C} & k_{22A} & k_{22C} \\ k_0 & k_0 & k_{21A} & k_0 & k_{22C} & k_{22B} \end{bmatrix}$$

Figura 4.25 Matriz de rigidez global para el modelo de 3 niveles (Figura 4.15), definida en función de las submatrices normalizadas  $k_{11A}$ ,  $k_{12A}$ ,  $k_{22A}$ ,  $k_{22B}$ ,  $k_{22C}$ ,  $k_{21A}$  y  $k_0$ .

Para el modelo de 5 niveles de la Figura 4.16, la matriz de rigidez se muestra en la Figura 4.26:

$$K = \begin{bmatrix} k_{11A} & k_0 & k_0 & k_0 & k_0 & k_{12A} & k_0 & k_0 & k_0 & k_0 \\ k_0 & k_{11A} & k_0 & k_0 & k_0 & k_0 & k_{12A} & k_0 & k_0 & k_0 \\ k_0 & k_0 & k_{11A} & k_0 & k_0 & k_0 & k_0 & k_{12A} & k_0 & k_0 \\ k_0 & k_0 & k_0 & k_{11A} & k_0 & k_0 & k_0 & k_0 & k_{12A} & k_0 \\ k_0 & k_0 & k_0 & k_0 & k_{11A} & k_0 & k_0 & k_0 & k_0 & k_{12A} \\ k_{21A} & k_0 & k_0 & k_0 & k_0 & k_{22A} & k_{22C} & k_0 & k_0 & k_0 \\ k_0 & k_{21A} & k_0 & k_0 & k_0 & k_{22C} & k_{22A} & k_{22C} & k_0 & k_0 \\ k_0 & k_0 & k_{21A} & k_0 & k_0 & k_0 & k_{22C} & k_{22A} & k_{22C} & k_0 \\ k_0 & k_0 & k_0 & k_{21A} & k_0 & k_0 & k_0 & k_{22C} & k_{22A} & k_{22C} \\ k_0 & k_0 & k_0 & k_0 & k_{21A} & k_0 & k_0 & k_0 & k_{22C} & k_{22B} \end{bmatrix}$$

Figura 4.26 Matriz de rigidez global para el modelo de 5 niveles (Figura 3.12), definida en función de las submatrices normalizadas  $k_{11A}$ ,  $k_{12A}$ ,  $k_{22A}$ ,  $k_{22B}$ ,  $k_{22C}$ ,  $k_{21A}$  y  $k_0$ .

Las matrices de rigidez para los modelos de 8 y 10 niveles se conforman de igual manera con las submatrices mostradas de la Figura 4.18 a la Figura 4.24.

### 4.3.3 Resultados

#### 4.3.3.1 Errores en el cálculo de reacciones

Los errores en el cálculo de reacciones con respecto a la suposición de diafragma rígido se calculan como se explica en la sección 4.2.2.1 en cada nivel y para todos los modelos estudiados.

A diferencia de los modelos estudiados en el capítulo 3, la excentricidad  $e$  sí influye en el tamaño del error. De la Figura 4.27 a la Figura 4.30 se observa que en los marcos extremos (sobre los ejes A y E) es donde se presentan los errores de mayor magnitud cuando la excentricidad  $e$  es grande ( $e > 0.15$  de  $B$ ). Para los marcos intermedios (sobre los ejes C y D), el efecto de la excentricidad para la obtención de errores en valores de reacción tiene poca influencia.

De la Figura 4.27 a la Figura 4.30 también se muestra que los errores de mayor magnitud en cada modelo estudiado se presentan en el último nivel, donde se originan los mayores desplazamientos relativos entre sistemas de resistencia lateral.

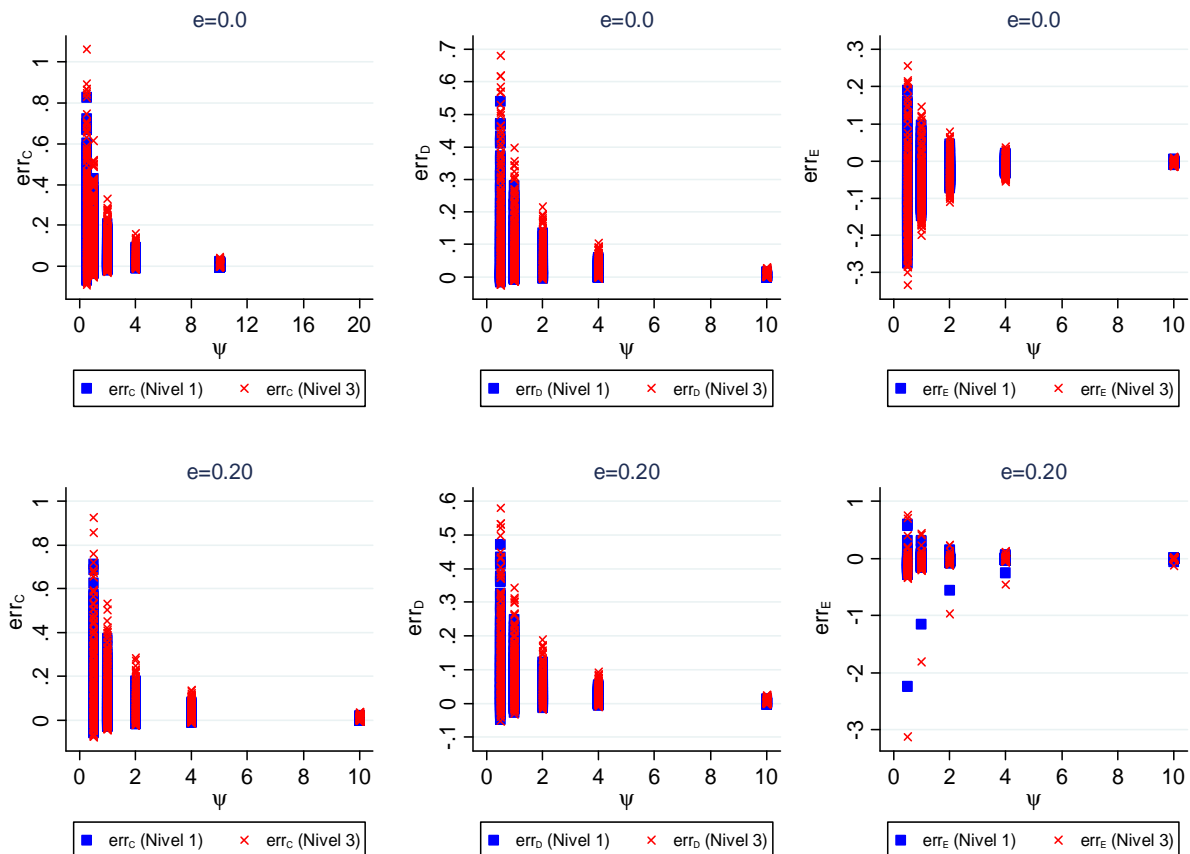


Figura 4.27 Modelos de 3 niveles; errores en el cálculo de reacciones con respecto a la suposición de diafragma rígido en los marcos sobre los ejes C, D, y E, en los niveles 1 y 3, en función del parámetro  $\psi$ .

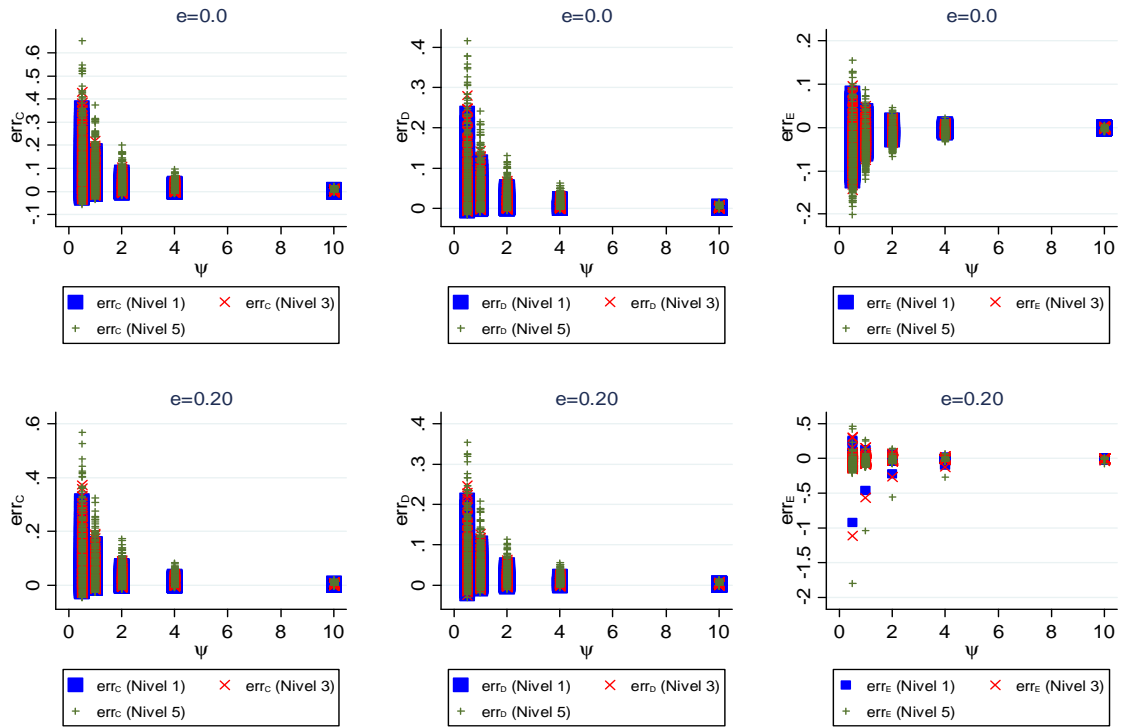


Figura 4.28 Modelos de 5 niveles; errores en el cálculo de reacciones con respecto a la suposición de diafragma rígido en los marcos sobre los ejes C, D y E, en los niveles 1, 3 y 5, en función del parámetro  $\psi$ .

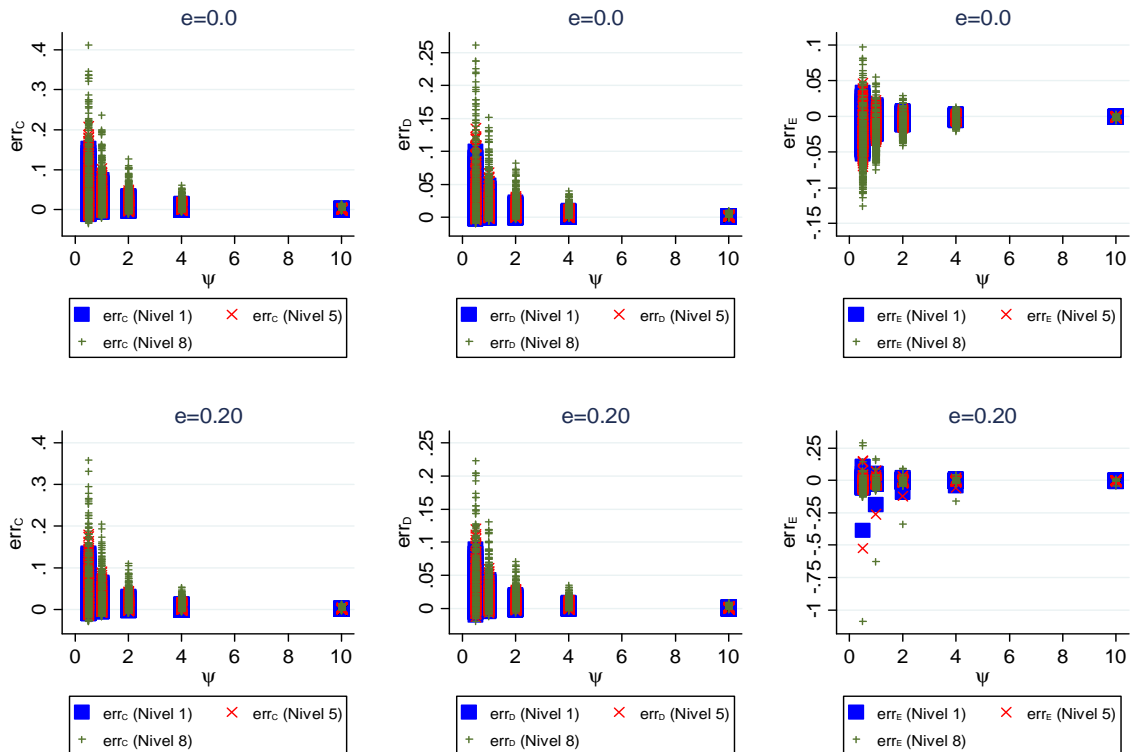


Figura 4.29 Modelos de 8 niveles; errores en el cálculo de reacciones con respecto a la suposición de diafragma rígido en los marcos sobre los ejes C, D y E, en los niveles 1, 5 y 8, en función del parámetro  $\psi$ .



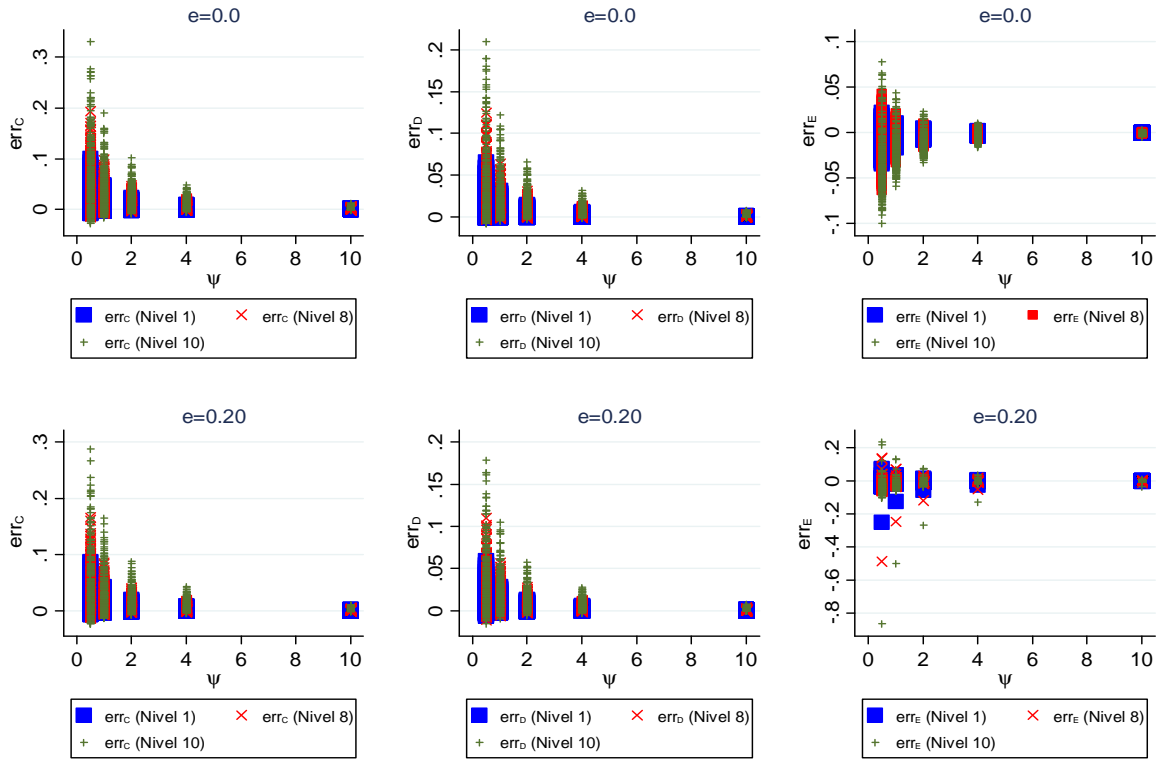


Figura 4.30 Modelos de 10 niveles; errores en el cálculo de reacciones con respecto a la suposición de diafragma rígido en los marcos sobre los ejes C, D y E, en los niveles 1, 8 y 10, en función del parámetro  $\psi$ .

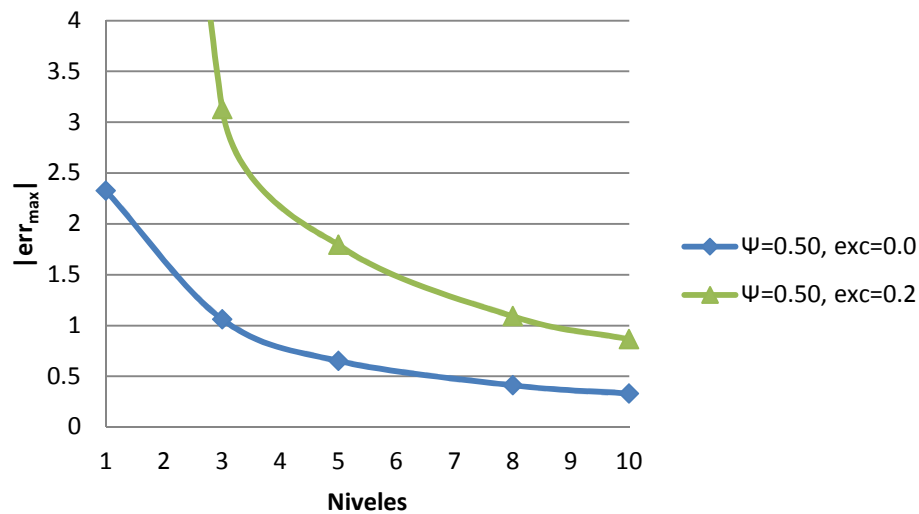


Figura 4.31 Errores máximos  $|e_{max}|$  en la obtención de reacciones con respecto a la hipótesis de diafragma rígido que generan las combinaciones de las rigideces laterales entre los elementos sismo-resistentes más desfavorables, en función del número de niveles.

Otro aspecto importante que destaca de la Figura 4.27 a la Figura 4.30 y que se resalta en la Figura 4.31 es que, conforme el edificio gana niveles, el efecto de la flexibilidad del

diafragma disminuye, hecho que se ve reflejado en los tamaños de errores. Se produce más error en el cálculo de reacciones con respecto a la hipótesis de diafragma rígido para los modelos de un nivel, en comparación con los modelos formados por más niveles.

De la Figura 4.32 a la Figura 4.35 se muestran graficados los valores absolutos de los errores máximos  $|err_{max}|$  en la obtención de reacciones con respecto a la hipótesis de diafragma rígido, en función del parámetro  $\psi$  y para las excentricidades  $e$  de 0.0 y 0.20 de  $B$ , que se presentan para los modelos de 3, 5, 8 y 10 niveles. Estos errores los originan los modelos integrados por las combinaciones más desfavorables de rigideces entre elementos de resistencia lateral.

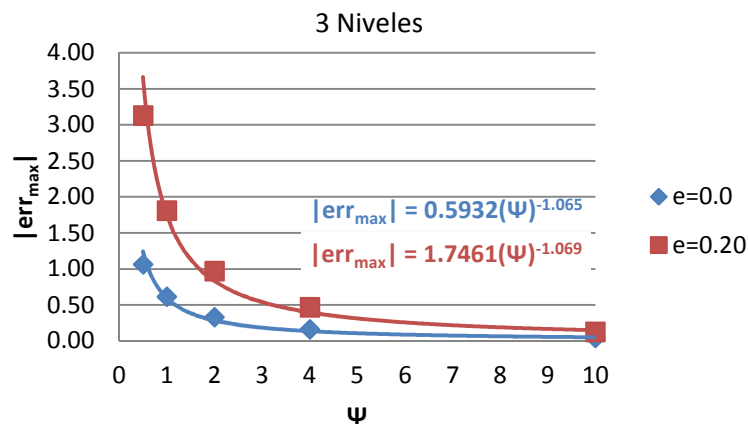


Figura 4.32 Modelos de 3 niveles: valores absolutos de los errores máximos  $e_{max}$  que se pueden presentar en el nivel 3 al obtener reacciones con respecto a la suposición de diafragma rígido, para excentricidades  $e$  de 0.0 y 0.20 de  $B$ , en función del parámetro  $\psi$ .

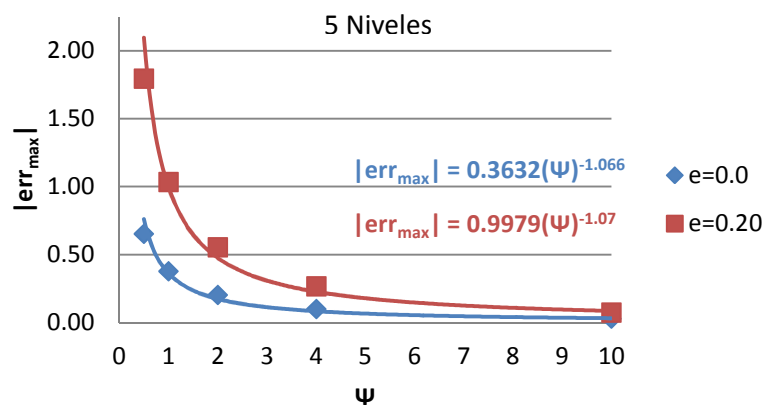


Figura 4.33 Modelos de 5 niveles: valores absolutos de los errores máximos  $e_{max}$  que se pueden presentar en el nivel 5 al obtener reacciones con respecto a la suposición de diafragma rígido, para excentricidades  $e$  de 0.0 y 0.20 de  $B$ , en función del parámetro  $\psi$ .

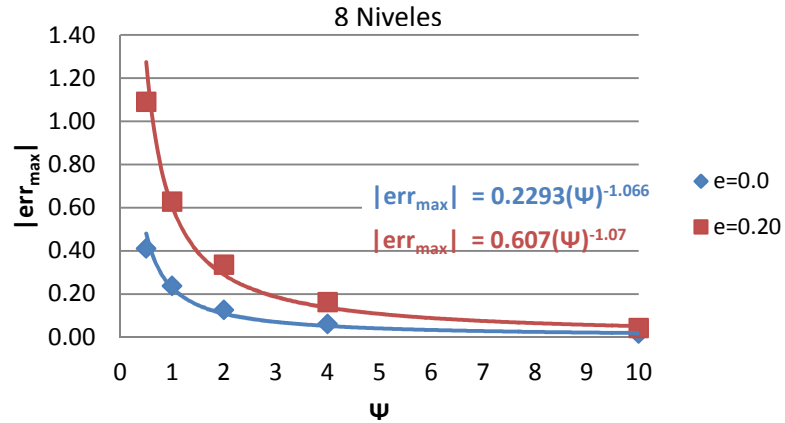


Figura 4.34 Modelos de 8 niveles: valores absolutos de los errores máximos  $e_{max}$  que se pueden presentar en el nivel 8 al obtener reacciones con respecto a la suposición de diafragma rígido, para excentricidades  $e$  de 0.0 y 0.20 de  $B$ , en función del parámetro  $\psi$ .

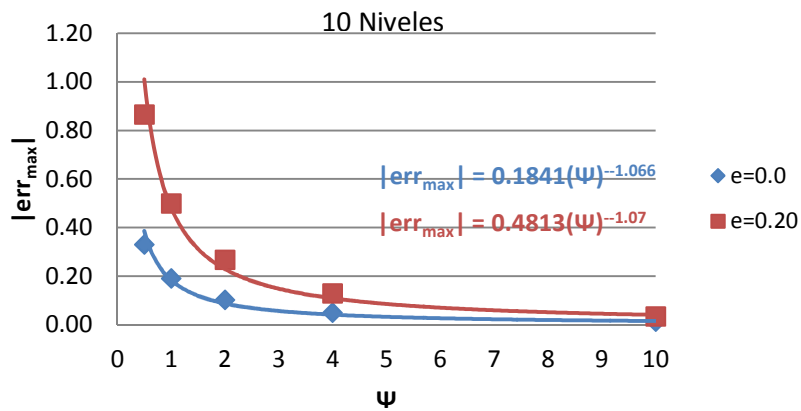


Figura 4.35 Modelos de 10 niveles: valores absolutos de los errores máximos  $e_{max}$  que se pueden presentar en el nivel 10 al obtener reacciones con respecto a la suposición de diafragma rígido, para excentricidades  $e$  de 0.0 y 0.20 de  $B$ , en función del parámetro  $\psi$ .

Reafirmando lo expuesto en el capítulo 3, en los modelos estudiados de 3, 5, 8 y 10 niveles, los errores de mayor magnitud en la obtención de reacciones con respecto a la suposición de diafragma rígido se producen en los últimos pisos. Las siguientes expresiones generales predicen el tamaño del  $|err_{max}|$  en función del parámetro  $\psi$  para edificios mayores o iguales a 3 niveles y menores que 10, tanto para los casos de excentricidad nula ( $e = 0.0$ ) así como para los casos de excentricidad considerable ( $e = 0.20$  de  $B$ ):

Para  $e = 0.0$ :

$$|err_{max}| = K(\Psi^{-1.066}) \quad (4.8)$$

- $K = 1.729(N^{-0.972})$

Para  $e = 0.20$  de B:

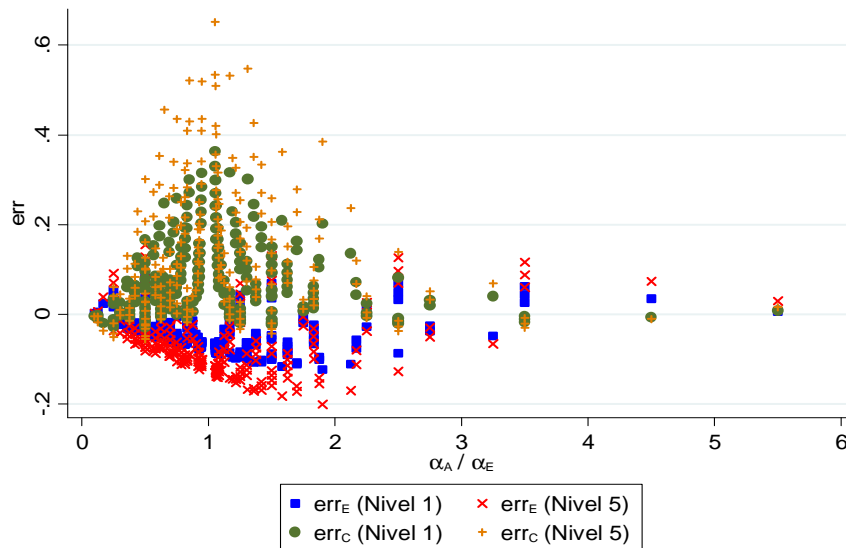
$$|err_{\max}| = K(\Psi^{-1.07}) \quad (4.9)$$

- $K = 5.632(N^{-1.07})$

En las expresiones  $N$  es el número de niveles ( $3 \leq N \leq 10$ ).

En la Figura 4.36 se muestran graficados los errores en la obtención de reacciones con respecto a la suposición de diafragma rígido sobre los marcos ubicados en el eje E (eje extremo) y en el eje C (eje central), contra la relación entre rigideces laterales de los elementos sismo-resistentes extremos (sobre los ejes A y E) correspondientes a cada error, para los modelos de 5 niveles y cuando el parámetro  $\Psi = 0.5$  (diafragmas flexibles). En la ilustración se observa que los errores  $err$  de mayor magnitud se originan en el marco intermedio (sobre el eje C) cuando el cociente  $\alpha_A/\alpha_E = 1$ , es decir, los marcos extremos tienen la misma rigidez. De la base de datos que se generó para el estudio se observó que los errores disminuyen cuando existe mayor contraste entre las rigideces laterales de los marcos extremos y, al mismo tiempo, los marcos intermedios son iguales o más rígidos con respecto a los marcos de los ejes A y E. Para los marcos extremos, los errores de mayor valor absoluto se generan cuando  $\alpha_A/\alpha_E \approx 2.0$ , es decir, uno de los marcos extremos es aproximadamente dos veces más rígido que el otro. De la base de datos se observó que el tamaño del error disminuye a medida que el cociente  $\alpha_A/\alpha_E$  es diferente de 2 y, los marcos intermedios se vuelven más rígidos respecto a los marcos extremos.

Lo que se muestra en la Figura 4.36 también es representativo para los modelos de 3, 8 y 10 niveles.



**Figura 4.36 Modelos de 5 niveles, para  $\Psi = 0.5$  (diafragmas flexibles); errores  $err$  en la obtención de reacciones en los niveles 1 y 5 con respecto a la suposición de diafragma rígido, sobre los marcos ubicados en los ejes E (extremo) y C (central), graficados en función de la relación de rigideces entre los marcos extremos ( $\alpha_A/\alpha_E$ ), cuando la excentricidad de los modelos es nula ( $e = 0.0$ ).**

### 4.3.3.2 Cortantes máximos

Como se explica en la sección 2.2.2, para un valor del parámetro  $\psi$  le corresponden determinados valores de excentricidad, dando lugar a diversos casos de combinaciones entre rigideces laterales (contrastantes  $\alpha$ ) de los elementos sismo-resistentes (Figura 2.11). Por lo tanto, para cada conjunto de casos definidos con un mismo valor de  $\psi$  y de excentricidad  $e$ , existe un caso de combinación entre rigideces laterales que genera el valor absoluto máximo de cortante  $|V_{max}|$ . Para el tipo de modelos estudiados donde el número de niveles es diferente de uno, se ha observado que aunque los casos que generan los cortantes máximos son diferentes debido a la excentricidad en consideración, los valores de los  $|V_{max}|$  son muy similares, y se presentan sobre los extremos del diafragma, es decir, sobre el eje A o B (puntos 1 y 8 de la Figura 4.9). Los cortantes que se grafican de la Figura 4.37 a la Figura 4.40 son los  $|V_{max}|$  que producen las combinaciones entre rigideces laterales más desfavorables en un rango de excentricidad  $e$  de 0.0 a 0.20 de  $B$  y en función del parámetro  $\psi$ , para algunos niveles de los modelos que representan edificios de 3, 5, 8 y 10 niveles.

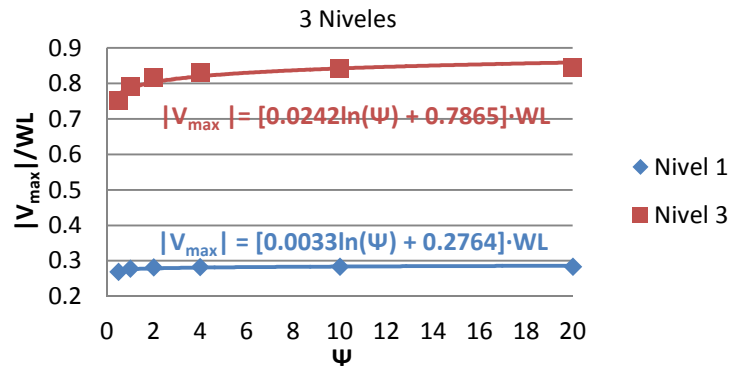


Figura 4.37 Modelos de 3 niveles: cortantes máximos  $|V_{max}|$  sobre el diafragma, originados por las combinaciones de rigidez más desfavorables entre elementos sismo-resistentes, en función del parámetro  $\psi$ , para los niveles 1 y 3.

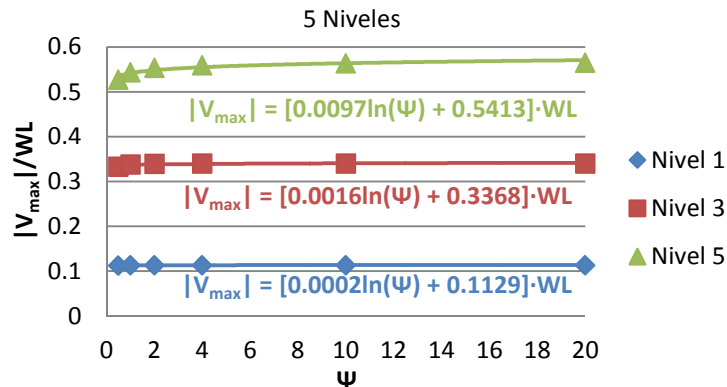
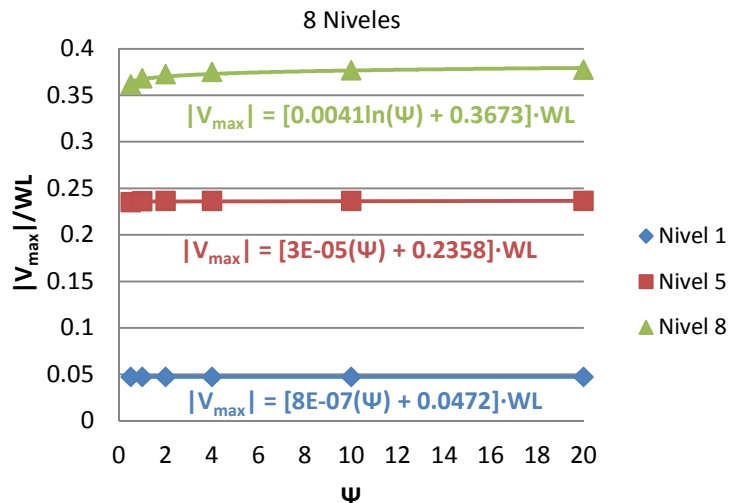
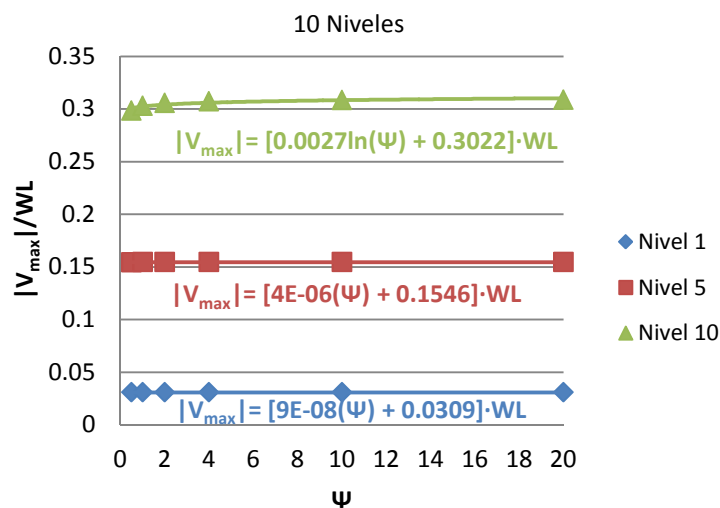


Figura 4.38 Modelos de 5 niveles: cortantes máximos  $|V_{max}|$  sobre el diafragma, originados por las combinaciones de rigidez más desfavorables entre elementos sismo-resistentes, en función del parámetro  $\psi$ , para los niveles 1, 3 y 5.



**Figura 4.39 Modelos de 8 niveles: cortantes máximas  $|V_{max}|$  sobre el diafragma, originados por las combinaciones de rigidez más desfavorables entre elementos sísmo-resistentes, en función del parámetro  $\Psi$ , para los niveles 1, 5 y 8.**



**Figura 4.40 Modelos de 10 niveles: cortantes máximas  $|V_{max}|$  sobre el diafragma, originados por las combinaciones de rigidez más desfavorables entre elementos sísmo-resistentes, en función del parámetro  $\Psi$ , para los niveles 1, 5 y 10.**

En las gráficas anteriores se observa también que los mayores valores de cortante sobre el diafragma se presentan en los últimos niveles, para los casos donde el valor del parámetro  $\Psi$  está asociado con el comportamiento rígido del diafragma ( $\Psi = 20.0$ ). También se hace notar que en los niveles inferiores de estos modelos, los valores de  $V_{max}$  tienden a ser iguales independientemente del valor de  $\Psi$ .

El valor de la variable  $W$  es constante sólo para los casos definidos por un número de nivel. Es evidente que la magnitud de  $W$  correspondiente a los modelos de 3 niveles será menor a la magnitud de  $W$  que corresponde a los modelos de 5 niveles.

### 4.3.3.3 Momentos máximos

Como se ilustra en el esquema de la Figura 2.11, para un valor del parámetro  $\psi$  y excentricidad  $e$  conocida, se integran diversos modelos diferenciados entre sí por las combinaciones entre rigideces de los elementos sismo-resistentes, de las cuales una resulta ser la que propicia que se presente el momento de mayor magnitud  $|M_{max}|$  sobre el diafragma.

De la Figura 4.41 a la Figura 4.44 se grafican los valores de los  $|M_{max}|$  propiciados por las combinaciones de rigidez entre elementos sismo-resistentes más desfavorable, en función del parámetro  $\psi$  y que se puede presentar en un rango de excentricidad  $e$  que va de 0.0 a 0.20 de B.

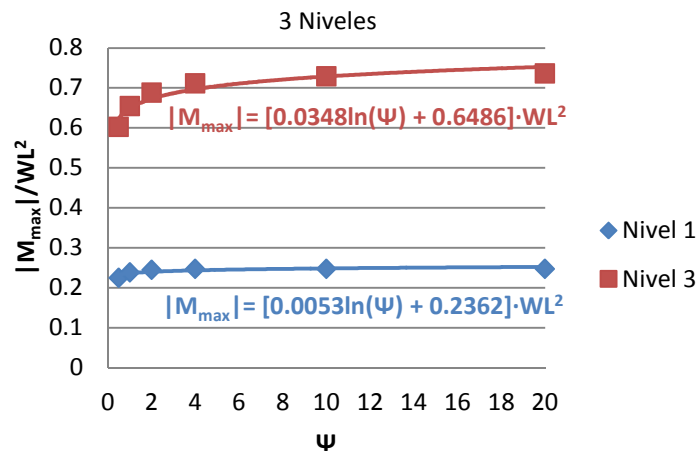


Figura 4.41 Modelos de 3 niveles: momentos máximos  $|M_{max}|$  sobre el diafragma, originados por las combinaciones de rigidez más desfavorables entre elementos sismo-resistentes, en función del parámetro  $\psi$ , para los niveles 1 y 3.

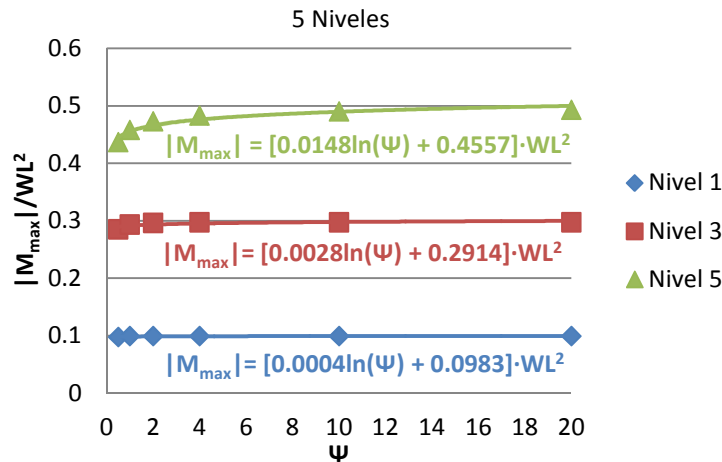


Figura 4.42 Modelos de 5 niveles: momentos máximos  $|M_{max}|$  sobre el diafragma, originados por las combinaciones de rigidez más desfavorables entre elementos sismo-resistentes, en función del parámetro  $\psi$ , para los niveles 1, 3 y 5.

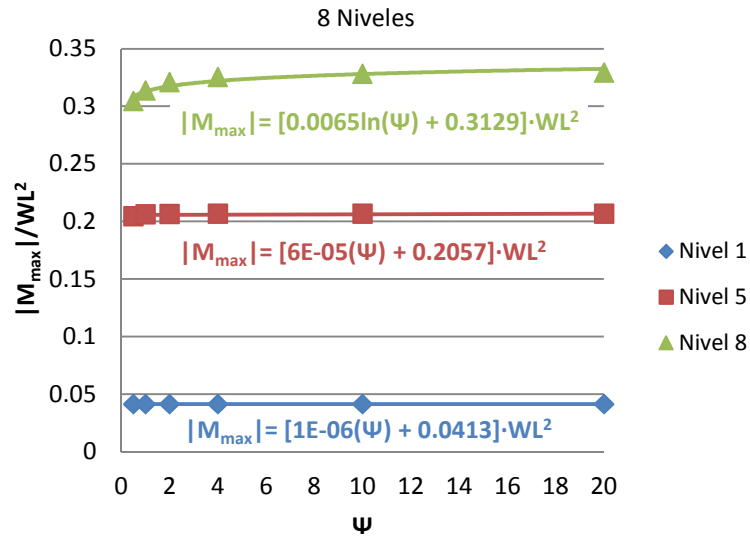


Figura 4.43 Modelos de 8 niveles: momentos máximos  $M_{max}$  sobre el diafragma, originados por las combinaciones de rigidez más desfavorables entre elementos sismo-resistentes, en función del parámetro  $\psi$ , para los niveles 1, 5 y 8.

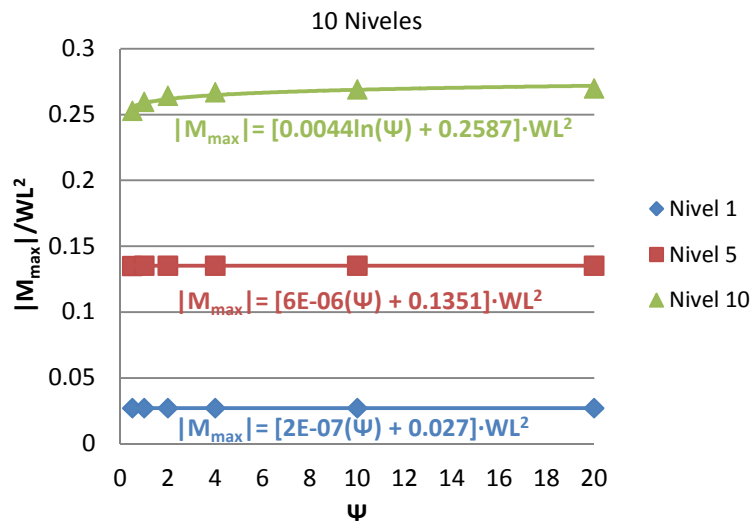


Figura 4.44 Modelos de 10 niveles: momentos máximos  $|M_{max}|$  sobre el diafragma, originados por las combinaciones de rigidez más desfavorables entre elementos sismo-resistentes, en función del parámetro  $\psi$ , para los niveles 1, 5 y 10.

En las gráficas anteriores se observa que los mayores valores de momento sobre el diafragma se presentan en los últimos niveles, para los casos donde el valor del parámetro  $\psi$  está asociado con el comportamiento rígido del diafragma ( $\psi = 20.0$ ). También se observa que en los niveles inferiores de los modelos con más de tres niveles, los valores de  $|M_{max}|$  tienden a ser iguales independientemente del valor de  $\psi$ . Sobre los puntos 2, 3 y 6 de la Figura 4.12, es decir, al centro de los modelos es donde se presentan los  $|M_{max}|$ .



#### 4.4 RIGIDECES LATERALES: CASOS FAVORABLES Y NO FAVORABLES

En la Tabla 4.1 se muestran los casos de combinaciones entre rigideces laterales que originan los elementos mecánicos de mayor magnitud, para valores del parámetro  $\psi$  de 0.5, 1, 2, 4, 10 y 20 en modelos de 1, 3, 5, 8 y 10 niveles.

**Tabla 4.1 Combinaciones de rigideces entre elementos sismo resistentes de los casos que producen los elementos mecánicos de mayor magnitud, de donde el parámetro  $\psi$  puede valer 0.5, 1.0, 2.0, 4.0, 10.0 y 20 en modelos de 1, 3, 5, 8 y 10 niveles.**

| $e$  | $\alpha_A$ | $\alpha_B$ | $\alpha_C$ | $\alpha_D$ | $\alpha_E$ |
|------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 0.00 | 2.10       | 0.30       | 0.10       | 0.50       | 2.00       |
| 0.05 | 1.90       | 0.10       | 0.10       | 0.90       | 2.00       |
| 0.10 | 1.50       | 0.10       | 0.10       | 1.50       | 1.80       |
| 0.15 | 1.10       | 0.30       | 0.10       | 1.50       | 2.00       |
| 0.20 | 0.10       | 0.10       | 1.70       | 1.90       | 1.20       |

En la Tabla 4.2 se muestran los casos de combinaciones entre rigideces laterales que originan los elementos mecánicos de menor magnitud, para valores del parámetro  $\psi$  de 0.5, 1, 2, 4, 10 y 20 en modelos de 1, 3, 5, 8 y 10 niveles.

**Tabla 4.2 Combinaciones de rigideces entre elementos sismo resistentes de los casos que producen los elementos mecánicos de menor magnitud, donde el parámetro  $\psi$  puede valer 0.5, 1.0, 2.0, 4.0, 10.0 y 20 en modelos de 1, 3, 5, 8 y 10 niveles.**

| $e$  | $\alpha_A$ | $\alpha_B$ | $\alpha_C$ | $\alpha_D$ | $\alpha_E$ |
|------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 0.00 | 0.50       | 1.50       | 1.10       | 1.30       | 0.60       |
| 0.05 | 0.50       | 1.10       | 1.10       | 1.50       | 0.80       |
| 0.10 | 0.30       | 1.10       | 0.90       | 1.70       | 1.00       |
| 0.15 | 0.30       | 0.70       | 1.10       | 1.50       | 1.40       |
| 0.20 | 0.30       | 0.50       | 1.10       | 1.10       | 2.00       |

De las Tabla 4.1 y 4.2 nuevamente se observa que cuando los elementos de mayor rigidez lateral se encuentran en los extremos de los modelos, se producen elementos mecánicos de mayor magnitud con respecto a los momentos y cortantes que producen los casos donde los elementos sismo-resistentes sobre los ejes intermedios son los de mayor rigidez.

# CAPÍTULO 5: CARACTERIZACIÓN DEL COMPORTAMIENTO DEL DIAFRAGMA A TRAVÉS DEL CÁLCULO DEL PARÁMETRO $\Psi$

## 5.1 EJEMPLOS DE APLICACIÓN PRÁCTICA

En estas secciones se han desarrollado un par de ejercicios prácticos para ejemplificar el cálculo del parámetro adimensional  $\Psi$  expuesto en los capítulos anteriores. El parámetro es calculado para una estructura con sistema sismo-resistente a base de marcos de concreto, como los modelos estudiados en el capítulo 3 y, también se estima para una estructura integrada con elementos de resistencia lateral a base de marcos duales, como los casos estudiados en el capítulo 4.

### 5.1.1 Estructura a base de marcos

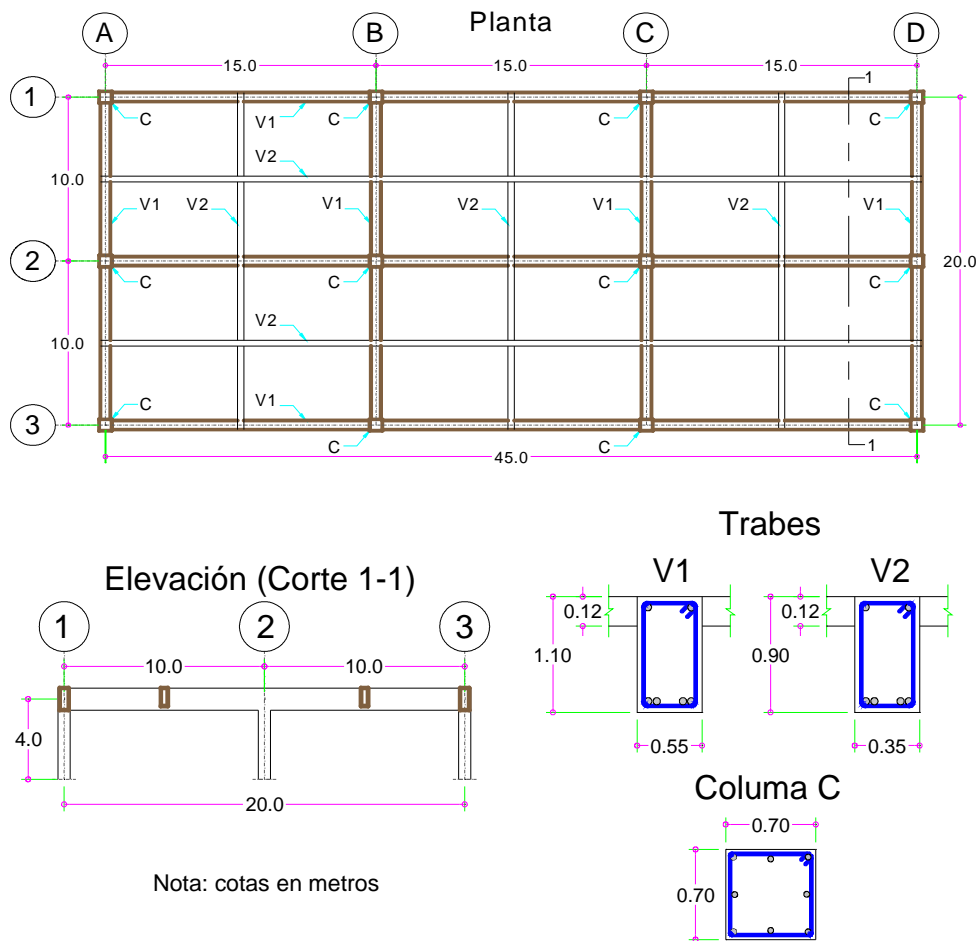


Figura 5.1 Ejemplo de aplicación práctica para calcular el valor del parámetro  $\Psi$  para una estructura con sistema sismo-resistente a base de marcos (Tena Colunga, 2013, p. 5).

Se supone que el material que compone al edificio de la Figura 5.1 es concreto reforzado con las siguientes características:

- $f'c = 250 \frac{kg}{cm^2}$  Resistencia a la compresión
- $E_c = 14,000\sqrt{f'c} = 221359.44 \frac{kg}{cm^2}$  Módulo de elasticidad

**Cálculo del parámetro  $\Psi$ :**

*Tipo de entrepiso:* Losa de concreto reforzado de 12 cm de espesor.

De acuerdo con la expresión (2.22):

$$\Psi = \frac{E_L I_L}{k_m L^3}$$

- $E_L = E_c = 221359.44 \frac{kg}{cm^2}$
- $I_y = I_L = 2.088 \cdot 10^{10} cm^4$  Momento de inercia de la sección

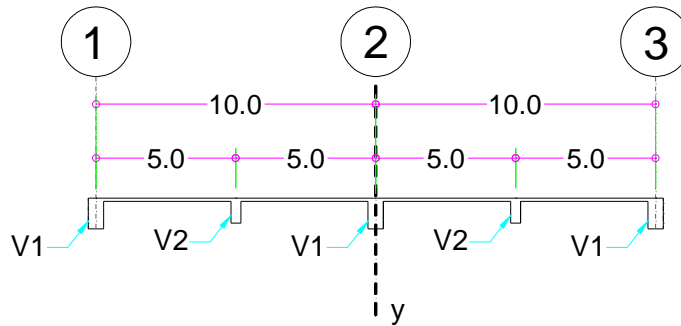


Figura 5.2 Geometría del diafragma considerado para el cálculo  $I_L$ .

- $L = 1500 cm$  Separación entre marcos
- $k_m = 175,609.76 \frac{kg}{cm}$  Rigidez lateral media

La rigidez lateral de los marcos fue obtenida de un análisis por computadora considerando la deformación lateral de las vigas. En el ejemplo también se considera que cada uno de los marcos del sistema sismo-resistente son iguales en rigidez (Figura 5.3; caso asociado:  $\alpha_A=1.0, \alpha_B=1.0, \alpha_C=1.0$  y  $\alpha_D=1.0, e=0.0$ ).

Sustituyendo valores se tiene:

$$\Psi = 7.80$$

Para este tipo de estructuras a base de marcos como elementos de resistencia lateral, en el capítulo 3 se concluye que para valores de  $\Psi > 1.0$  el comportamiento del diafragma

comienza a ser considerado como rígido. El valor de  $\psi = 7.80$  asegura el comportamiento rígido del sistema de piso de la estructura mostrada en la Figura 5.1.

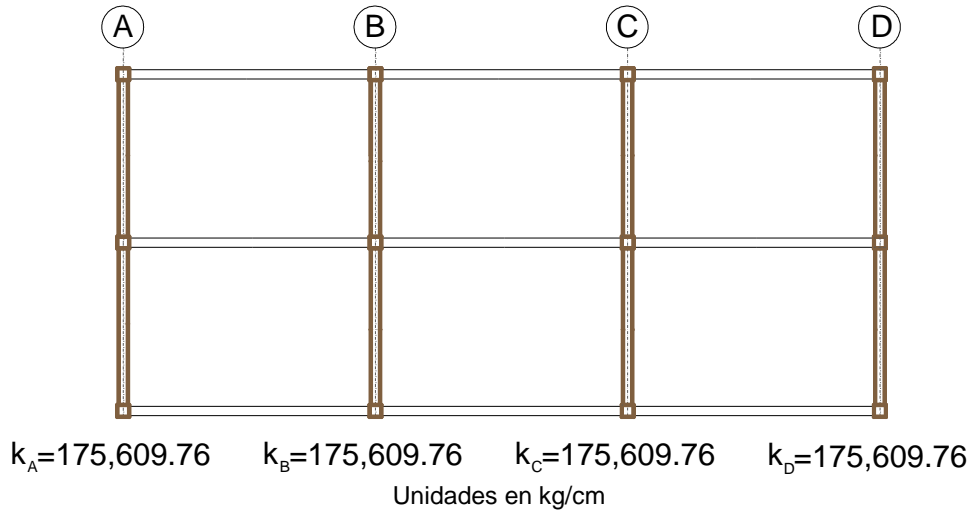


Figura 5.3 Rigideces laterales de los marcos que componen el sistema sismo-resistente de la estructura.

### 5.1.2 Estructura a base de marcos duales

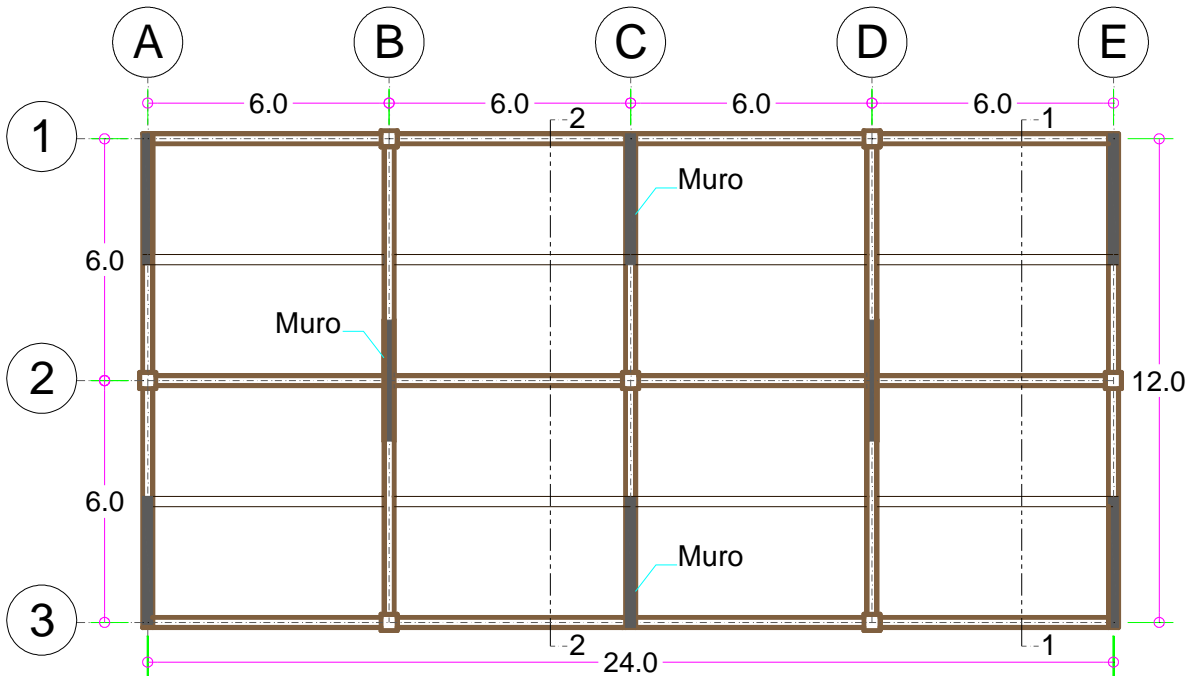


Figura 5.4 Planta: ejemplo de aplicación práctica para calcular el valor del parámetro  $\psi$  para una estructura con sistema sismo-resistente a base de marcos duales (Tena Colunga, 2013, p. 4)

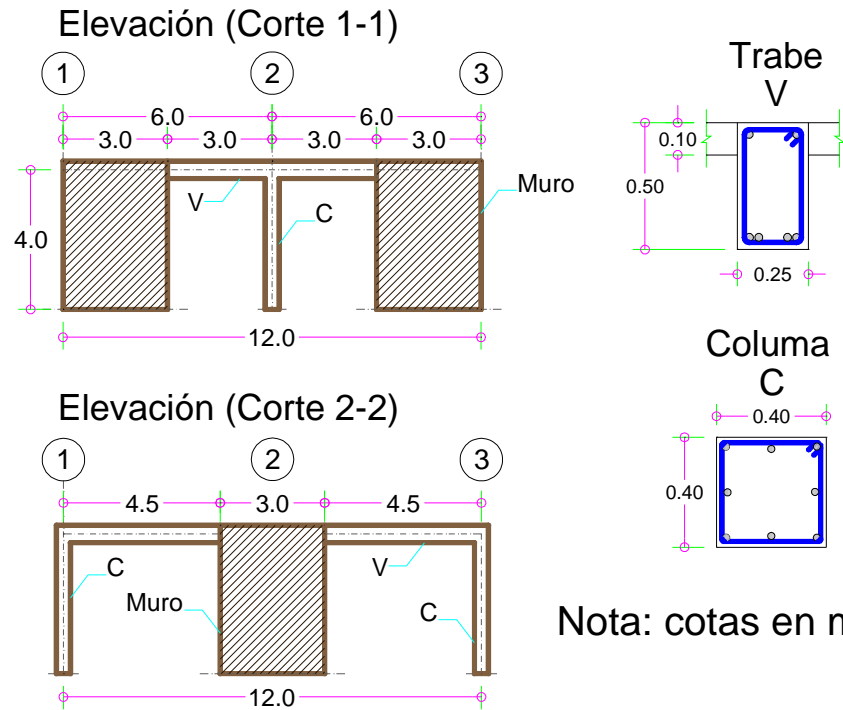


Figura 5.5. Elevaciones y secciones: ejemplo de aplicación práctica para calcular el valor del parámetro  $\Psi$ .

Se supone que el material que compone al edificio de la Figura 5.5 es concreto reforzado con las siguientes características:

- $f'c = 250 \frac{kg}{cm^2}$  Resistencia a la compresión
- $E_C = 14,000\sqrt{f'c} = 221359.44 \frac{kg}{cm^2}$  Módulo de elasticidad

#### Cálculo del parámetro $\Psi$ :

- *Tipo de entrepiso*: Losa de concreto reforzado de 10 cm de espesor.
- *Muros estructurales*: se suponen compuestos por concreto reforzado de 25 cm de espesor.

De acuerdo con la expresión (2.22):

$$\Psi = \frac{E_L I_L}{k_m L^3}$$

- $E_L = E_C = 221359.44 \frac{kg}{cm^2}$
- $I_y = I_L = 2.433 \cdot 10^9 cm^4$  Momento de inercia de la sección

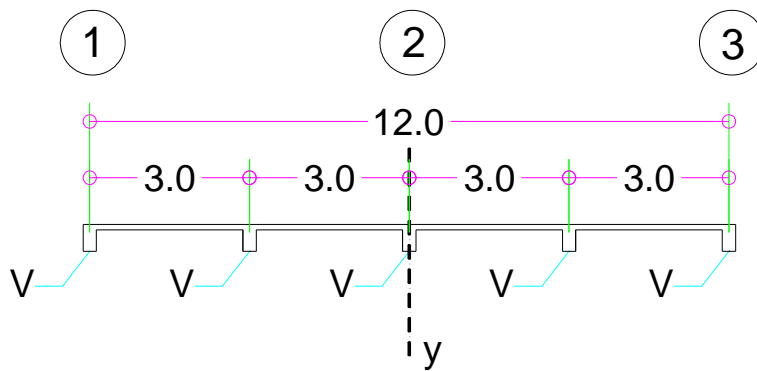


Figura 5.6 Geometría del diafragma considerado para el cálculo  $I_L$ .

- $L = 600 \text{ cm}$  Separación entre marcos
- $k_m = 935,077.45 \frac{\text{kg}}{\text{cm}}$  Rigidez lateral media

La rigidez lateral de los marcos fue obtenida de un análisis por computadora considerando la deformación lateral de las vigas. (Figura 5.7; caso asociado:  $\alpha_A=1.21$ ,  $\alpha_B=0.68$ ,  $\alpha_C=1.21$ ,  $\alpha_D=0.68$  y  $\alpha_E=1.21$ ,  $e=0.0$ ).

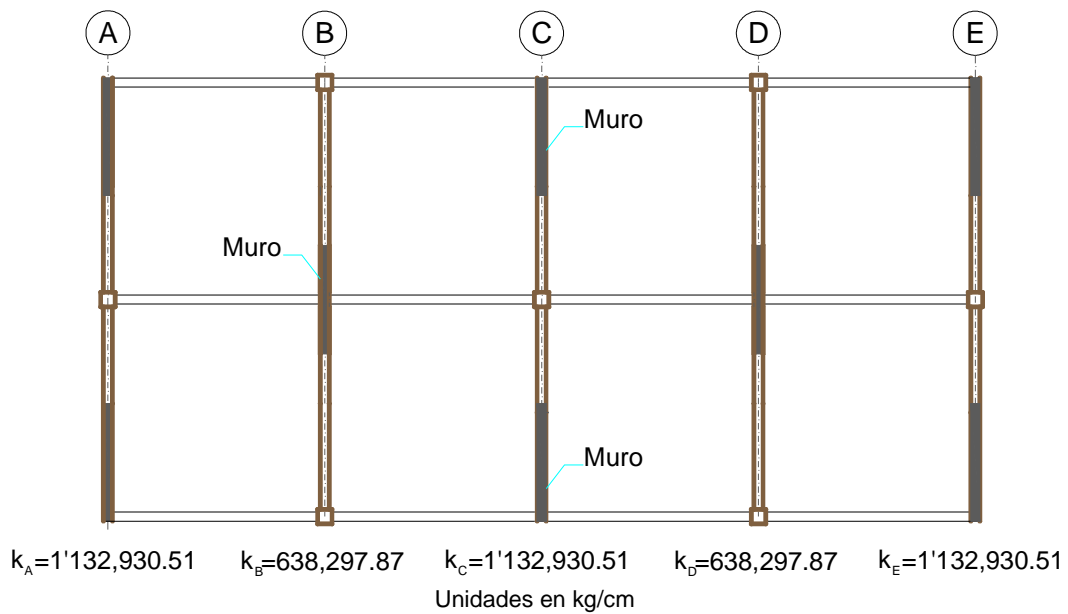


Figura 5.7 Rigideces laterales de los marcos que componen el sistema sismo-resistente de la estructura.

Sustituyendo valores se tiene:

$$\Psi = 2.70$$

En el capítulo 4 se deduce que para modelos de 5 ejes con elementos de resistencia lateral a base de marcos duales, valores de  $\Psi < 10.0$  implican a estructuras con problemas de flexibilidad en el diafragma. Para la estructura de la Figura 5.5 donde  $\Psi = 2.70$  y  $e = 0.0$ , debido a la combinación de rigideces entre elementos sismo-resistentes para este caso, los errores esperados en la obtención de reacciones con respecto a la hipótesis de diafragma rígido se estiman en un rango del 10% al 17%. Sin embargo, para el mismo caso con la combinación de rigideces entre elementos de resistencia lateral más desfavorable, puede generar errores esperados en un rango del 40 al 85%.

El ejemplo anterior cumple con los requisitos de regularidad de las NTCS-2004 para aplicar el método simplificado de análisis, sin embargo, se ha observado que el edificio presenta problemas de flexibilidad debido a la relación entre la rigidez del diafragma y la rigidez media del sistema sismo-resistente.

## 5.2 CÁLCULO DEL ESPESOR DE LOSA EN FUNCIÓN DEL PARÁMETRO $\Psi$

De la ecuación (2.22) se sabe que:

$$\Psi = \frac{E_L I_L}{k_m L^3}$$

Despejando la expresión anterior para  $I_L$ :

$$I_L = \frac{\Psi k_m L^3}{E_L} \quad (5.1)$$

El momento de inercia de área del diafragma  $I_L$  es igual a la expresión (5.2):

$$I_L = \frac{t b^3}{12} \quad (5.2)$$

En la expresión (5.2)  $t$  es el espesor y  $b$  la longitud del diafragma en la dirección del análisis (Figura 5.8).

Sustituyendo la ecuación (5.2) en la (5.1) se tiene:

$$\frac{t b^3}{12} = \frac{\Psi k_m L^3}{E_L} \quad (5.3)$$

Despejando la ecuación (5.3) para el espesor  $t$ :

$$t = \frac{12(\Psi k_m L^3)}{E_L b^3} \quad (5.4)$$

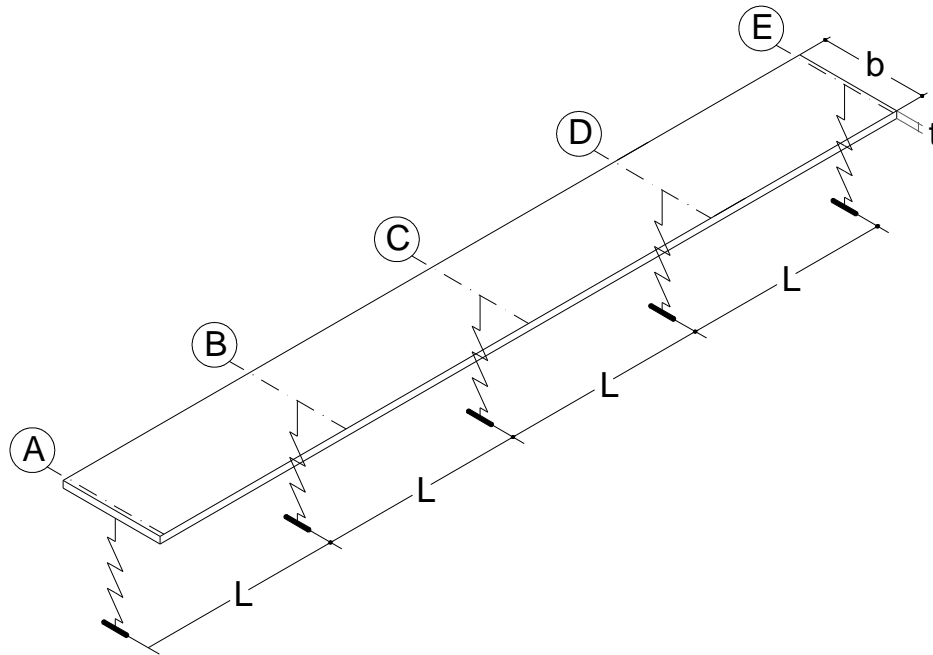


Figura 5.8 Isométrico del modelo de viga apoyado sobre resortes para ejemplificar las dimensiones  $L$ ,  $t$  y  $b$ .

Para ejemplificar la aplicación de la expresión (5.4) se supone el siguiente caso hipotético:

- $N = 3$ ; Número de niveles
- $N_m = 5$ ; Número de elementos de resistencia lateral
- $L = 7.0$  m; Separación entre marcos
- $b = 7.0$  m; Dimensión del diafragma en el sentido del análisis

Propiedades del material que constituye a los diafragmas:

- Tipo de diafragma: losa de concreto
- $f'_c = 300$  kg/cm<sup>2</sup> Resistencia a la compresión del concreto
- $E = 14000\sqrt{f'_c}$  Módulo de elasticidad

Para suponer el peso de la estructura, se considera:

- $g = 981$  cm/s<sup>2</sup> Aceleración de la gravedad
- $w = 800$  kg/m<sup>2</sup> Peso por metro cuadrado del diafragma
- $W = w \cdot ((N_m - 1) \cdot L \cdot b)$  Peso de un entrepiso de la estructura

Se estima la rigidez media  $K_m$  de la estructura con la expresión (5.11) siguiendo el procedimiento que se muestra a continuación:

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad (5.5)$$



$$m = \frac{W}{g} \quad (5.6)$$

En la ecuación (5.5)  $\omega$  es la frecuencia,  $K$  es la rigidez y  $m$  es la masa de la estructura. Despejando la expresión (5.5) para  $K$ :

$$K = \omega^2 \cdot m \quad (5.7)$$

La frecuencia  $\omega$ , también es igual a la expresión (5.8):

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (5.8)$$

En la ecuación (5.8)  $T$  es el periodo de la estructura. Sustituyen las expresiones (5.6) y (5.8) en la expresión (5.7), se obtiene la ecuación (5.9):

$$K = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot \frac{W}{g} N \quad (5.9)$$

La rigidez media  $k_m$  se define como lo muestra la expresión (5.10):

$$k_m = \frac{K}{N_m} \quad (5.10)$$

Sustituyen la ecuación (5.10) en la (5.9):

$$k_m = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot \frac{W}{g} \frac{N}{N_m} \quad (5.11)$$

Evaluando  $k_m$  con la expresión (5.11) y los datos definidos previamente:

$$k_m = \frac{3786.06}{T^2} \quad (5.12)$$

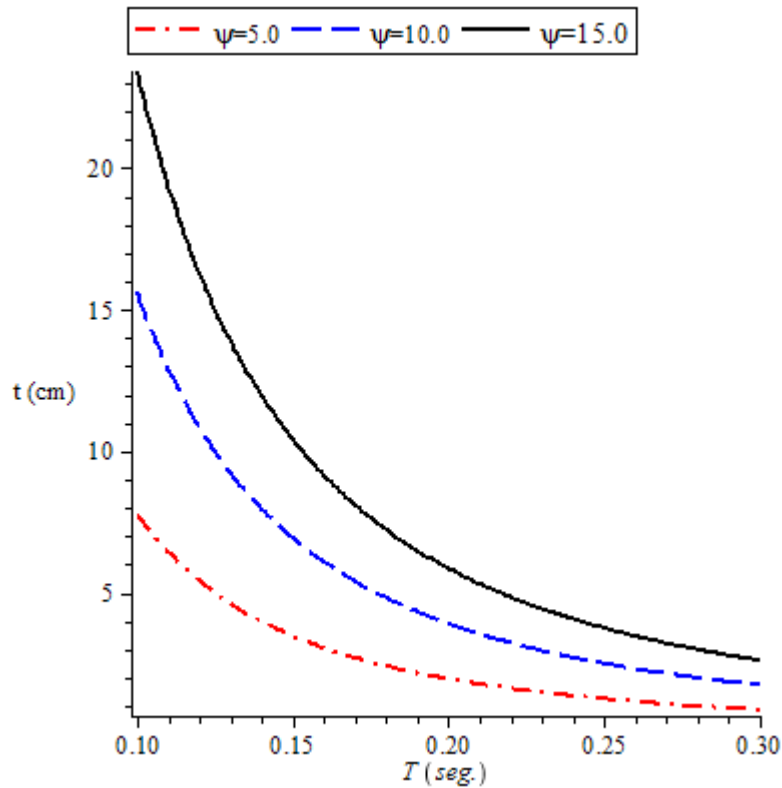
Sustituyendo la expresión (5.12) en la (5.4):

$$t = \frac{112}{122625} \frac{\psi \pi^2 \sqrt{3}}{T^2} \quad (5.13)$$

Empíricamente se estima que el periodo  $T$  de una estructura en función del número de niveles es:

$$T = \frac{N}{10} \quad (5.14)$$

Con base en la expresión empírica (5.14), para la estructura en cuestión con sistema sismo-resistente a base de marcos (vigas y columnas), se esperara un periodo aproximado  $T \approx 0.3$ , periodos menores a 0.3 ( $T < 0.3$ ), indican un aumento de rigidez latera de la estructura.



**Figura 5.9** Espesores de losa  $t$ , graficados en función del periodo  $T$  de la estructura, para valores del parámetro  $\Psi$  de 5.0, 10.0 y 15.0.

En la sección 4.1 se dedujo que para edificios de cinco elementos de resistencia lateral y cuatro crujías, cuando el parámetro  $\Psi \geq 10.0$ , el comportamiento del diafragma se puede considerar como rígido.

En la Figura 5.9 se observa que para  $\Psi = 10.0$  y periodo  $T = 0.30$  seg de la estructura en cuestión, para que el diafragma se comporte como rígido basta con un espesor de losa  $t \approx 2.5$  cm. Para el mismo valor del parámetro  $\Psi$  pero con una reducción del periodo de la estructura asociado a un aumento de rigidez, por ejemplo para  $T = 0.1$  seg, si se quiere garantizar que el comportamiento del diafragma sea rígido, se requiere de un espesor de losa  $t \approx 23.5$  cm.

## CAPÍTULO 6: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 6.1 CONCLUSIONES

La flexibilidad del diafragma en un edificio, entendida como la medida en que su comportamiento difiere del de un diafragma rígido, no depende únicamente de las dimensiones en planta del diafragma, su sección transversal, las propiedades de los materiales y de sus condiciones de frontera. Ésta depende de la rigidez relativa entre el sistema de piso y la rigidez lateral de los elementos de resistencia lateral de la estructura.

El parámetro adimensional  $\psi$  relaciona estas rigideces y puede aplicarse para caracterizar la flexibilidad del diafragma en edificios con características similares a los modelos estudiados.

Para el caso de un edificio con diafragmas flexibles el desplazamiento relativo entre elementos de resistencia lateral es considerable y es factor que influye en la distribución de fuerzas del sistema de piso a los elementos sismo-resistentes.

En edificios con más de un nivel, los errores de magnitud mayor en la obtención de reacciones con respecto a la hipótesis de diafragma rígido, se tienen en los niveles superiores, debido a que es en el último nivel donde se presentan los mayores desplazamientos relativos entre elementos de resistencia lateral.

Los desplazamientos relativos entre elementos de resistencia lateral disminuyen con el número de niveles. Para los modelos de 1 nivel se obtuvieron los mayores desplazamientos relativos entre marcos.

La altura es un factor que influye en el problema de flexibilidad del diafragma. Los edificios de pocos niveles son más susceptibles al problema, con forme los edificios son más altos los efectos de la flexibilidad del diafragma disminuyen.

Los casos de combinaciones entre rigideces laterales de los elementos sismo-resistentes que generan mayor error en la obtención de reacciones con respecto a la hipótesis de diafragma rígido, son aquellos donde los elementos de mayor rigidez lateral se ubicaron en los ejes extremos.

#### 6.1.1 Modelos con elementos sismo-resistentes a base de marcos

Para los modelos estudiados cuando  $\psi < 1.0$ , los edificios presentan el problema de flexibilidad del diafragma. Para los casos en que  $\psi \gg 1.0$ , se puede tener la certidumbre de que al aplicar la hipótesis de diafragma rígido no se cometerá errores de consideración.

Para los modelos generados con diafragmas muy flexibles ( $\psi = 0.20$ ) en un rango de excentricidad de 0 a 0.20 de  $B$  y, con variaciones entre rigideces laterales como se establecen en la sección 2.2.2, se pueden generar errores en la obtención de reacciones con respecto a la hipótesis de diafragma rígido, ubicados dentro de los siguientes intervalos aproximadamente según el número de niveles:

- 1 nivel: 25% - 50%
- 3 niveles: 5% - 25%
- 5 niveles: 3% - 15%

Con base en el ejemplo de la sección 5.1.1, para los tipos de sistemas de piso comúnmente utilizados en México como lo son las losas de concreto perimetralmente apoyadas, es muy poco probable que se presenten valores del parámetro  $\psi$  menores a la unidad. Esto se debe a que al comparar la rigidez de este tipo de sistema de piso y la rigidez lateral media del sistema resistente a cargas laterales a base de marcos de concreto reforzado, la primera resulta mucho mayor con respecto a la segunda. Sin embargo, este no es el caso para entresijos construidos con materiales como madera, como los apartamentos de la zona “Northridge Meadows” en California que fallaron debido al fenómeno de flexibilidad del diafragma durante el evento sísmico en el año de 1994. Para estos casos es el parámetro  $\psi$  puede tomar valores menores a la unidad.

El problema de flexibilidad del diafragma deja de tener relevancia para los modelos de 8 y 10 niveles. En estos modelos se ha observado que aunque  $\psi = 0.20$  (caso flexible) los errores de mayor magnitud en la obtención de reacciones con respecto a la hipótesis de diafragma rígido, generados por las combinaciones entre rigideces laterales más desfavorables, son menores al 10%, porcentajes que son tolerables en muchos de los cálculos ingenieriles.

La excentricidad no es una variable de importancia en el problema, pues independientemente del valor de la excentricidad en el modelo y para cualquier valor del parámetro  $\psi$ , los casos de combinación de rigideces laterales entre marcos que generaron los elementos mecánicos de mayor magnitud fueron los mismos.

### **6.1.2 Modelos con elementos sismo-resistentes a base de marcos duales**

Para los modelos estudiados cuando  $\psi < 10.0$ , los edificios presentan problemas de flexibilidad en los diafragmas. Para los casos en que  $\psi \gg 10.0$ , se puede aplicar la hipótesis de piso rígido con seguridad.

En estos tipos de modelos con mayor contraste de rigidez entre marcos se observó que la excentricidad si tiene influencia en el fenómeno. Para edificios con problemas de flexibilidad en los diafragmas ( $\psi < 10.0$ ) pueden presentarse errores serios en la obtención de reacciones con respecto a la hipótesis de diafragma rígido para cualquier valor de excentricidad, principalmente cuando  $e > 0.1$  de  $B$  ya que se generan casos que producen

errores muy desfavorables sobre los elementos de resistencia lateral ubicados sobre los ejes extremos de los modelos.

Del ejemplo de la sección 5.1.2 se ha concluido que los edificios comúnmente construidos en México con entrepisos de concreto reforzado y, cuyos elementos sismo-resistentes están conformados por marcos duales (columnas, travesaños y muros), muros de concreto o mampostería, son potencialmente vulnerables al problema de flexibilidad del diafragma. Esto se debe a que el contraste entre la rigidez del diafragma con respecto a al sistema sismo-resistente en pocos casos es significativo. En otras palabras existe poca diferencia entre la rigidez del diafragma con respecto a la rigidez lateral media del sistema sismo-resistente, hecho que propicia al fenómeno de la flexibilidad del diafragma.

Se pueden dar casos de edificios con las características en cuestión, que presenten problemas de flexibilidad en sus diafragmas y, que al mismo tiempo cumplan con las condiciones de regularidad de los reglamentos para aplicar métodos simplificados de análisis.

Los errores en la obtención de reacciones con respecto a la hipótesis de diafragma rígido disminuyen con en número de niveles, sin embargo, aún para los edificios de 10 niveles se presentan errores mayores al 10%.

## 6.2 RECOMENDACIONES

Antes de comenzar con el primer análisis estructural para algún edificio con características similares a las de los modelos estudiados, se recomienda evaluar el valor del parámetro adimensional  $\psi$ , que dará una visión muy aproximada del posible comportamiento rígido o flexible del sistema de piso que integre al edificio por analizar.

Para edificios de 5 niveles y menores con características similares a la de los modelos estudiados donde el sistema sismo-resistente se constituye a base de marcos formados por travesaños-columnas y, con valores de  $\psi < 1.0$ , se recomienda incluir en los modelos de análisis la flexibilidad del diafragma.

Para edificios con características similares a los modelos estudiados en donde los elementos sismo-resistentes son a base de marcos duales (columnas, travesaños y muros), cuando el parámetro  $\psi < 10.0$ , se recomienda incluir la flexibilidad del diafragma en los modelos para análisis estructural, en edificios de 1 a 10 niveles.

Si un edificio puede presentar problemas de flexibilidad en sus diafragmas y, hay contrastes de rigidez entre los elementos que definan al sistema sismo-resistente, se recomienda que los elementos de mayor rigidez lateral se ubiquen sobre los ejes centrales y, los de menor rigidez en los ejes extremos, evitando generar excentricidades grandes en el sistema ( $e < 0.10$  de  $B$ ).

### 6.3 INVESTIGACIONES FUTURAS

- Es necesario estudiar cómo debe calcularse la rigidez de la losa para distintos sistemas de piso (calcular el parámetro  $\psi$ ).
- Estudiar el efecto de la frecuencia de la excitación; hacerse análisis dinámicos.
- Variar la rigidez lateral media de los sistemas sismo-resistentes con la altura.

## REFERENCIAS

- ASCE 7. (2010). Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures. *American Society of Civil Engineers*.
- Bal I. E., O. Z. (2006). The adverse effects of perimeter frame discontinuity on earthquake response of RC buildings. *Memorias, Seventh International Congress on Advances in Civil Engineering*, Yildiz Technical University.
- Barron J. M., H. M. (2004). Diaphragm effects in rectangular reinforced concrete buildings. *ACI Structural Journal*, 615–624.
- Basu D., J. S. (2004). Seismic Analysis of Asymmetric Buildings with Flexible Floor Diaphragms. *Journal of Structures Engineering, U.S.A.*
- Boppana R. R., N. F. (1985). Modeling of Floor Diaphragms in Concrete Shearwall Buildings. *Concrete International, Design & Construction ACI*.
- Celebi M., G. B. (1989). Seismic response of a large-span roof diaphragm. *Earthquake Spectra*, 337-350.
- De La Colina, J. (1999). In-plane floor flexibility effects on torsionally unbalanced systems. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 28(12), 1705-1715.
- Doudoumis I. N., A. A. (2001). Code provisions and analytical modelling for the in-plane flexibility of floor diaphragms in building structures. *Journal of Earthquake Engineering*, 565-594.
- FEMA. (2001). NEHRP recommended provisions for seismic regulations for new buildings and other structures. *FEMA Publicación 368, Federal Emergency Management Agency*.
- Fleischman B. Robert, S. R. (ene-feb de 1998). Seismic behavior of precast parking structure diaphragms. *PCI Journal*.
- Fleischman R. B., F. K. (2001). Dynamic behavior of perimeter lateral-system structures with flexible diaphragms. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 745-763.
- Fouad K., Z. A. (2012). Strucural Analyses With Flexiblility Effect Of The Floor Slabs. *15 WCEE, World Conferences on Earthquake Engineering*.
- Goetz G. Schierle, D. V. (1999). Testing of Northridge Earthquake Failures.

- IBC. (2006). International Building Code . *International Code Council, Inc.*
- Ju S. Lin M. (1999). Comparison of building analyses assuming rigid or flexible floors. *ASCE Journal of Structural Engineering*, 125(1), 25-31.
- Kim S. C., W. D. (2004). Linear static analysis of low-rise buildings with flexible diaphragms using the structural separation method. *Engineering Structures*, 83-93.
- Langroudi, J. R. (2011). Evaluation of roof diaphragm effect on seismic behavior of masonry buildings. *Memorias, 8th International Conference on Structural Dynamics EURO DYN 2011*, 453-458.
- León, G. A. (2007). Comportamiento sísmico de edificios con losa de vigueta y bovedilla, para distintas ubicaciones de las viguetas en planta. *Memorias, XVI Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, CDRom, 1-25.
- López A., R. M. (2001). Modelos para incorporar la flexibilidad del diafragma en la respuesta sísmica de edificios de concreto armado con losa nervada. *Revista Técnica, Universidad del Zulia*, 24(2).
- López O., A. H. (2001). Estudio experimental sobre el comportamiento de estructuras con sistema de piso de vigueta y bovedilla sujetas a cargas laterales. *Memorias, XIII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, CDRom 1-15.
- Moeini M., R. B. (2008). Investigation in to the floor diaphragm flexibility in rectangular reinforced concrete buildings and error formula. *World conference on earthquake engineering (WCEE)*, 12-17.
- National Academy of Sciences Washington. (1973). *The Great Alaska Earthquake of 1964*. Committee on the Alaska Earthquake of the Division of Earth Sciences, Washington D. C.
- NEHRP. (2010). Seismic Desing of Cast-in-Place Concrete Diaphragms Chords, and Collectors . *NIST GCR 10-917-4, Aguide for Practicing Engineers*.
- NTCS-04. (2004). Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo. *Gaceta Oficial del Distrito Federal*, 2(103-BIS).
- Panahshahi N., A. M.-W. (1991). Seismic response of a 1:6 reinforced concrete scale-model structure with flexible floor diaphragms. *ACI Structural Journal*, 615-624.



- Rodríguez E. M., B. J. (2007). *Estudio analítico-experimental y propuesta de diseño sísmico de sistemas de pisos rígidos en edificios*. Serie Investigación y Desarrollo, Universidad Nacional Autónoma de México, Instituto de Ingeniería UNAM, México, DF.
- Steinbrugge V. Karl, M. F. (1954). Engineering Study Of The Southern California Earthquake Of July 21, 1952, And Its Aftershocks. *Seismological Soc./America*.
- Tena Columna A., C. P. (2013). Flexibilidad o rigidez de los diafragmas de piso más comúnmente utilizados en edificios urbanos. *XIX Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*.
- Tena Colunga A. (1992). Seismic evaluation of unreinforced masonry structures with flexible diaphragms. *Earthquake Spectra*, 29-38.
- Tena Colunga A., A. D. (1996). Seismic behavior of structures with flexible diaphragms. *ASCE Journal of Structural Engineering*, 122(4), 439-445.
- Tena Colunga A., C. J. (2009). Valoración de la rigidez del diafragma para el empleo del método simplificado de diseño sísmico de los reglamentos de México en estructuras de mampostería. *Boletín Técnico IMME*, 25-39.
- UBC. (1997). Uniform Building Code (UBC). *International Conference of Building Officials*.

## APÉNDICE A

Para establecer las rigideces laterales límite entre los elementos sismo-resistentes estudiados en el capítulo 4, se recurrió como primer paso a definir la geometría de dos tipos de marcos con base a la sección 2.2 de las NTCDS-04, donde se estipula que “*para analizar estructuras regulares los edificios deben ser de altura no mayor de 30 m, y estructuras irregulares de no más de 20 m. Para edificios ubicados en la zona I, los límites anteriores se amplían a 40 m y 30 m, respectivamente*” y, a la sección 6.1 donde unos de los puntos para considerar a una estructura como regular establece que “*La relación de la altura del edificio a la dimensión menor de su base no pasa de 2.5*”.

Consultados los párrafos anteriores de las NTCDS, se define la posible geometría para los marcos que pueden componer los niveles de un edificio rectangular de 10 plantas ubicado en la zona I, suponiendo una altura de entrepisos de 4 metros y además, que los marcos sismo-resistentes a estudiar son los que se ubican en la menor de las dimensiones en planta. Para que la supuesta estructura cumpla al límite con el punto de la sección 6.1 de las NTCDS, se requiere que los marcos del sistema sismo-resistente tengan una longitud de 16 m. Pensando en que el sistema sismo resistente del edificio estaría compuesto por marcos duales, se definieron los elementos de resistencia lateral de la Figura A.1, donde  $L$  y  $H$  son iguales a 4 metros.

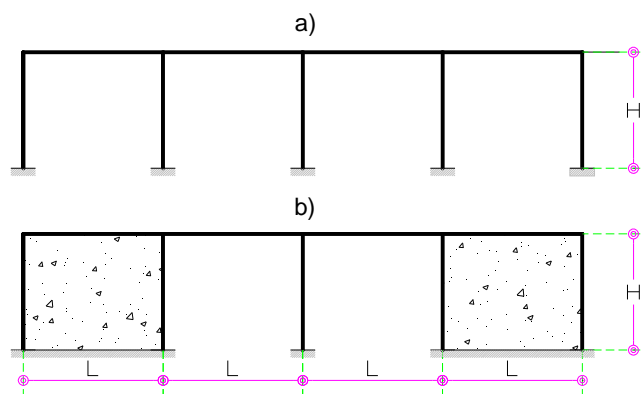


Figura A.1 Elementos sismo-resistentes: a) marcos formados por vigas y columnas; b) marcos duales (vigas, columnas y muros estructurales).

Los marcos de la Figura A.1 fueron los considerados para establecer el contraste límite de rigideces laterales entre elementos sismo-resistentes. Se dieron propiedades a los marcos y se obtuvo la rigidez lateral de cada uno en base a métodos matriciales, las cuales fueron comparadas entre sí. Los resultados son los siguientes:

**Rigidez lateral del marco a):** no se considera de deformación axial de las trabes y columnas

- $Rl_{a)} = 175,780.30 \frac{kg}{cm}$

**Rigidez lateral del marco b):** se empleó la hipótesis de “columna ancha”. No se considera de deformación axial de las traveses y columnas.

- $Rl_{b)} = 3'899,081.10 \frac{kg}{cm}$

Relación entre rigideces laterales:

- $\frac{Rl_{b)}}{Rl_{a)}} = 22.18$

Se observa que el contraste entre las rigideces laterales de las figuras *B.1 a)* y *B.1 b)* es de 22 veces más rígido el *b)* respecto del *a)* aproximadamente.

## APÉNDICE B

### B.1 COMPARACIÓN DE RESULTADOS ENTRE EL ALGORITMO DESARROLLADO Y EL PROGRAMA COMERCIAL SAP 2000 PARA UN CASO ESPECÍFICO

Para verificar que los cálculos generados por el algoritmo generador de datos son correctos, se presenta una comparativa entre los elementos mecánicos obtenidos con el algoritmo para uno de los modelos estudiados y, los resultados obtenidos para el mismo caso reproducido en el programa comercial SAP 2000.

#### B.1.1 Caso analizado con el algoritmo de generación de datos

Las características del modelo son las siguientes:

- $\psi = 0.2$

*Parámetro para predecir el comportamiento de los diafragmas*

Nota: al igual que los casos estudiados en la investigación, para este ejemplo se pre asigna a la estructura el valor del parámetro  $\psi = 0.2$ , asociado con el comportamiento flexible de los diafragmas.

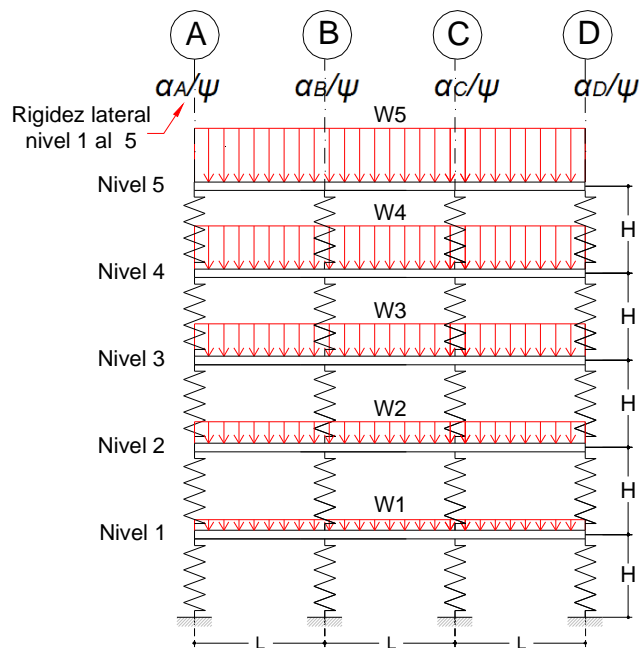


Figura B.1 Modelo de 5 niveles

- $\alpha_A = \alpha_D = 1.175$
- $\alpha_B = \alpha_C = 0.825$

*Constantes que representan las rigideces laterales*

Por efectos prácticos el factor de comportamiento sísmico  $C$  y el factor de ductilidad  $Q$  se consideraron de valor unitario.

Los resultados obtenidos se resumen en las siguientes tablas:

**Tabla B.1 Reacciones sobre los marcos en cada uno de los niveles.**

| NIVEL | $R_A/WL$ | $R_B/WL$ | $R_C/WL$ | $R_D/WL$ |
|-------|----------|----------|----------|----------|
| 1     | 0.8195   | 0.6805   | 0.6805   | 0.8195   |
| 2     | 0.7623   | 0.6377   | 0.6377   | 0.7623   |
| 3     | 0.6486   | 0.5514   | 0.5514   | 0.6486   |
| 4     | 0.411    | 0.4932   | 0.4805   | 0.4153   |
| 5     | 0.2615   | 0.2385   | 0.2385   | 0.2615   |

En las Tabla B.2 y B.3 se muestran los valores de cortantes y momentos sobre el diafragma respectivamente, que se originan en el nivel 5:

**Tabla B.2 Cortantes sobre el diafragma (Figura 3.5) en el nivel 5.**

| $V/WL$ |         |        |         |        |         |
|--------|---------|--------|---------|--------|---------|
| 1      | 2       | 3      | 4       | 5      | 6       |
| 0.2615 | -0.0718 | 0.1667 | -0.1667 | 0.0718 | -0.2615 |

Los puntos 1, 2, 3, 4, 5 y 6, se refieren a posiciones sobre el diafragma donde se han calculado valores de cortante, como se muestra en la Figura 3.5.

**Tabla B.3 Momentos sobre el diafragma (Figura 3.8) en el nivel 5.**

| $W/WL^2$ |        |        |        |        |
|----------|--------|--------|--------|--------|
| 1        | 2      | 3      | 4      | 5      |
| 0.0891   | 0.1365 | 0.0891 | 0.0948 | 0.0948 |

Los puntos 1, 2, 3, 4 y 5, se refieren a posiciones sobre el diafragma donde se han calculado valores de momento, como se muestra en la Figura 3.8.

### **B.1.2 Caso analizado con el programa comercial SAP 2000**

El modelo en el programa SAP 2000 se integró por elementos tipo barra para representar tanto al diafragma como a los resortes, similar a un marco en dos dimensiones. Para reproducir el caso analizado en la sección B.1.1 se hicieron una serie de suposiciones y cálculos previos, que permitieron definir las características y propiedades de los elementos barra. Los cálculos se muestran a continuación:

$\psi := 0.2$  Parámetro que predice el comportamiento del diafragma

$\alpha_A := 1.175$        $\alpha_C := 0.825$

$\alpha_B := 0.825$        $\alpha_D := 1.175$

Constantes de Rigidez lateral

Características del modelo:

$H := 300$  cm

Altura de entrepiso

$L := 600$  cm

Separación entre marcos

$B := 400$  cm

Ancho de la viga que representa al diafragma

Propiedades de los Materiales:

Madera para el entrepiso

$E_m := 55000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$  Módulo de Elasticidad

$\gamma_m := 680 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3}$  Peso Volumétrico

Concreto para el sistema sismo-resistente (resortes)

$E_c := 221359.4 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$  Módulo de Elasticidad

$\gamma_c := 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3}$  Peso Volumétrico

Geometría de los elementos barra que representan los resortes en el modelo de viga:

$b := 50$  cm

$h := 50$  cm

$I := \frac{b \cdot h^3}{12} = 520833.333 \text{ cm}^4$

Rigidez lateral de cada resorte:

$k_{1A} := \frac{12 \cdot \alpha_A \cdot E_c \cdot I}{H^3} = 60207.718 \frac{\text{kg}}{\text{cm}}$

$k_{1C} := \frac{12 \cdot \alpha_C \cdot E_c \cdot I}{H^3} = 42273.504 \frac{\text{kg}}{\text{cm}}$

$k_{1B} := \frac{12 \cdot \alpha_B \cdot E_c \cdot I}{H^3} = 42273.504 \frac{\text{kg}}{\text{cm}}$

$k_{1D} := \frac{12 \cdot \alpha_D \cdot E_c \cdot I}{H^3} = 60207.718 \frac{\text{kg}}{\text{cm}}$

Rigidez lateral media

$k_m := \frac{k_{1A} + k_{1B} + k_{1C} + k_{1D}}{4} = 51240.611 \frac{\text{kg}}{\text{cm}}$

Módulos de elasticidad para cada elemento barra (resortes en el modelo de viga)

$\alpha_A \cdot E_c = 260097.342$  Eje A

$\alpha_B \cdot E_c = 182621.538$  Eje B

$\alpha_C \cdot E_c = 182621.538$  Eje C

$\alpha_D \cdot E_c = 260097.342$  Eje D

Nota: Estos valores de módulos de elasticidad son los asignados a los materiales que constituyen a los elementos barra del modelo construido en el programa SAP 2000.

De esta manera se establece la diferencia entre las rigideces laterales de los elementos sismo-resistentes del modelo.

Se calcula el espesor  $t$  del elemento barra que representa al diafragma:

$$\psi = \frac{E_m \cdot I_l}{K_m \cdot L^3}$$

$$I_l := \frac{\psi \cdot k_m \cdot L^3}{E_m} = 40247170.909 \quad \text{cm}^4 \quad \text{Momento de inercia de \u00e1rea de la losa}$$

$$\frac{t \cdot B^3}{12} = \frac{\psi \cdot K_m \cdot L^3}{E_c}$$

$$t := \frac{12(\psi \cdot k_m \cdot L^3)}{E_m \cdot B^3} = 7.546 \quad \text{cm} \quad \text{Espesor del diafragma (peralte para la viga en el modelo en el programa SAP 2000)}$$

En resumen las geometr\u00edas y propiedades de los elementos tipo barra quedaron definidas de la siguiente forma:

- Resortes: elementos tipo barra de 50 x 50 cm de concreto.

*Nota: Para estos elementos se libera la torsi\u00f3n en el nodo que conecta con el elemento barra que representa al diafragma.*

- Diafragma: elemento tipo barra de 600 x 400 x 7.546 cm con propiedades como el m\u00f3dulo de elasticidad y peso espec\u00edfico de la madera.

*Nota: En estos elementos se ignora la rigidez por corte en la barra; los giros alrededor del eje global X (Figura B.2) son restringidos en cada uno de los nodos que conectan con cada resorte.*

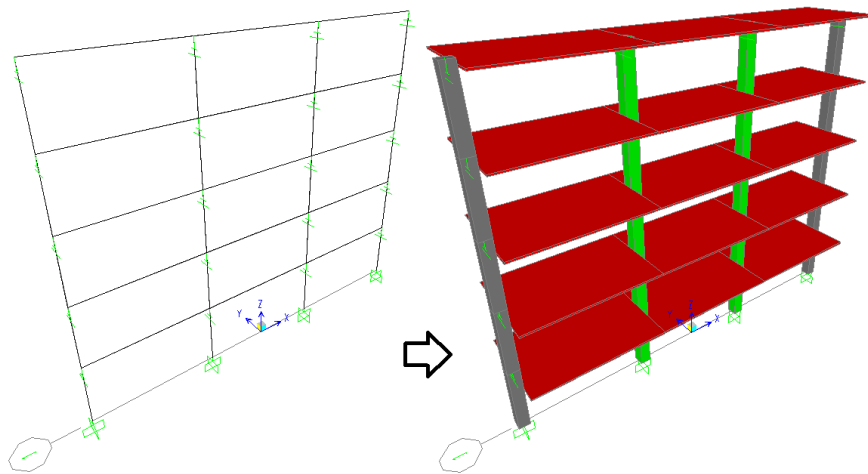


Figura B.2 Modelado en el programa SAP 2000.

El modelo es considerado empotrado en la base.

El peso total de la estructura de la Figura B.2 es el siguiente:

- $P = 18,472.61 \text{ kg}$

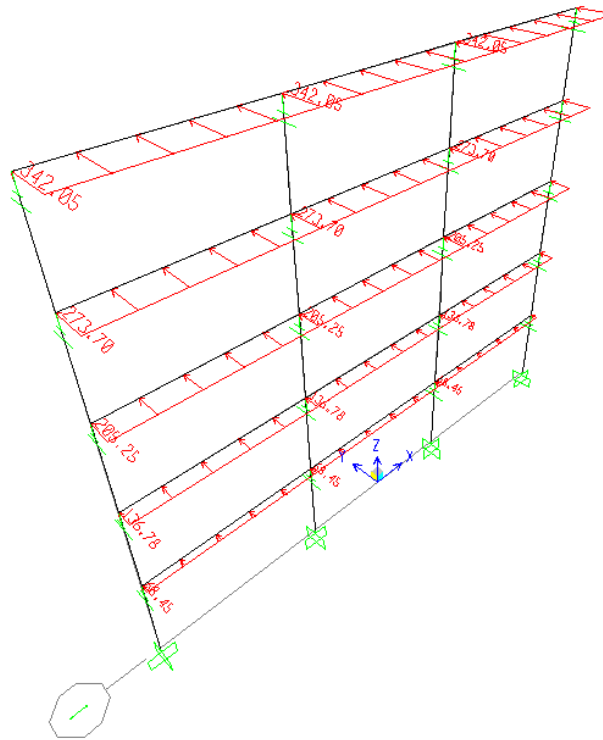
Como se menciona anteriormente, el coeficiente sísmico  $C$  y el factor de ductilidad  $Q$  son considerados como unitarios, con el propósito de simplificar el problema e ilustrar la veracidad de los resultados del algoritmo de generación de datos utilizados para el estudio, al compararlos con los resultados arrojados por el programa SAP 2000.

Las fuerzas sísmicas quedan definidas de la siguiente manera:

**Tabla B.4 Fuerzas sísmicas actuantes en cada nivel.**

| NIVEL        | $W_s$ (kg/m)  |
|--------------|---------------|
| 5            | 342.1         |
| 4            | 273.7         |
| 3            | 205.3         |
| 2            | 136.8         |
| 1            | 68.5          |
| <b>Total</b> | <b>1026.3</b> |

Las fuerzas se aplicaron en dirección del eje global Y como se muestra en la Figura B.3:



**Figura B.3 Distribución de fuerzas sísmicas en los niveles del modelo.**



De la ecuación (2.41) se sabe que:

$$W = \frac{F}{L_t}$$

Dónde:

- $P = F = 18,472.61 \text{ kg}$
- $L_t = 18 \text{ m}$

Por lo tanto:

$$W = 1,026.3 \text{ kg/m}$$

En la Tabla B.5 se muestran las comparaciones entre las reacciones calculados por el programa SAP 2000 y el algoritmo generador de datos para el estudio.

**Tabla B.5 Comparación entre reacciones; Algoritmo Vs SAP 2000.**

| REACCIONES EN LOS RESORTES |           |         |          |  |
|----------------------------|-----------|---------|----------|--|
| EJES                       | ALGORITMO |         | SAP 2000 | $\frac{R_{\text{ALGORITMO}}}{R_{\text{SAP 2000}}}$ |
|                            | R/W·L     | R·W·L*  | R        |  |
| <b>NIVEL 1</b>             |           |         |          |  |
| R <sub>A</sub>             | 0.82      | 5046.10 | 5072.29  | 0.99   |
| R <sub>B</sub>             | 0.68      | 4190.20 | 4063.84  | 1.03   |
| R <sub>C</sub>             | 0.68      | 4190.20 | 4063.84  | 1.03   |
| R <sub>D</sub>             | 0.82      | 5046.10 | 5072.29  | 0.99   |
| <b>NIVEL 2</b>             |           |         |          |  |
| R <sub>A</sub>             | 0.76      | 4693.89 | 4718.64  | 0.99   |
| R <sub>B</sub>             | 0.64      | 3926.66 | 3901.43  | 1.01   |
| R <sub>C</sub>             | 0.64      | 3926.66 | 3901.43  | 1.01   |
| R <sub>D</sub>             | 0.76      | 4693.89 | 4718.64  | 0.99   |
| <b>NIVEL 3</b>             |           |         |          |  |
| R <sub>A</sub>             | 0.65      | 3993.78 | 4016.06  | 0.99   |
| R <sub>B</sub>             | 0.55      | 3395.27 | 3372.99  | 1.01   |
| R <sub>C</sub>             | 0.55      | 3395.27 | 3372.99  | 1.01   |
| R <sub>D</sub>             | 0.65      | 3993.78 | 4016.06  | 0.99   |
| <b>NIVEL 4</b>             |           |         |          |  |
| R <sub>A</sub>             | 0.48      | 2958.08 | 2975.26  | 0.99   |
| R <sub>B</sub>             | 0.42      | 2583.70 | 2566.52  | 1.01   |
| R <sub>C</sub>             | 0.42      | 2583.70 | 2566.52  | 1.01   |
| R <sub>D</sub>             | 0.48      | 2958.08 | 2975.26  | 0.99   |
| <b>NIVEL 5</b>             |           |         |          |  |
| R <sub>A</sub>             | 0.26      | 1610.20 | 1620.08  | 0.99   |
| R <sub>B</sub>             | 0.24      | 1468.57 | 1458.38  | 1.01   |
| R <sub>C</sub>             | 0.24      | 1468.57 | 1458.38  | 1.01   |
| R <sub>D</sub>             | 0.26      | 1610.20 | 1620.08  | 0.99   |

\*L = 6.0 m; separación entre elementos de resistencia lateral

En la Tabla B.6 se muestran las comparaciones entre los cortantes sobre el diafragma en el nivel 5, calculados por el programa SAP 2000 y el algoritmo generador de datos para el estudio.

**Tabla B.6 Comparación entre cortantes generados en el nivel 5; Algoritmo Vs SAP 2000.**

| PUNTOS | PROGRAMA      |                     | SAP      | $\frac{V_{ALGORITMO}}{V_{SAP\ 2000}}$ |
|--------|---------------|---------------------|----------|---------------------------------------|
|        | $V/W \cdot L$ | $V \cdot W \cdot L$ | $V$      |                                       |
| 1      | 0.2615        | 1610.20             | 1620.08  | 0.99                                  |
| 2      | -0.0718       | -442.11             | -432.23  | 1.02                                  |
| 3      | 0.1667        | 1026.46             | 1026.15  | 1.00                                  |
| 4      | -0.1667       | -1026.46            | -1026.15 | 1.00                                  |
| 5      | 0.0718        | 442.11              | 432.23   | 1.02                                  |
| 6      | -0.2615       | -1610.20            | -1620.08 | 0.99                                  |

Los puntos 1, 2, 3, 4, 5 y 6, se refieren a posiciones sobre el diafragma donde se han calculado valores de cortante, como se muestra en la Figura 3.5.

En la Tabla B.7 se muestran las comparaciones entre los momentos sobre el diafragma en el nivel 5, calculados por el programa SAP 2000 y el algoritmo generador de datos para el estudio.

**Tabla B.7 Comparación entre momentos generados en el nivel 5; Algoritmo Vs SAP 2000.**

| PUNTOS | PROGRAMA        |                       | SAP     | $\frac{M_{ALGORITMO}}{M_{SAP\ 2000}}$ |
|--------|-----------------|-----------------------|---------|---------------------------------------|
|        | $M/W \cdot L^2$ | $M \cdot W \cdot L^2$ | $M$     |                                       |
| 1      | 0.0891          | 3291.82               | 3321.01 | 0.99                                  |
| 2      | 0.1365          | 5043.02               | 5102.79 | 0.99                                  |
| 3      | 0.0891          | 3291.82               | 3321.01 | 0.99                                  |
| 4      | 0.0948          | 3502.41               | 3563.56 | 0.98                                  |
| 5      | 0.0948          | 3502.41               | 3563.56 | 0.98                                  |

Los puntos 1, 2, 3, 4 y 5, se refieren a posiciones sobre el diafragma donde se han calculado valores de momento, como se muestra en la Figura 3.8.

Las tablas B.5, B.6 y B.7 demuestran la validez de los resultados obtenidos para la investigación, pues los resultados generados para este ejemplo ilustrativo fluctúan entre el 3% y el 1%.