



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

---

---

FACULTAD DE CIENCIAS

SISTEMA PARA PRODUCIR ESTADOS DE  
RYDBERG EN RUBIDIO ATÓMICO A  
TEMPERATURA AMBIENTE CON TRES  
FOTONES.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

FÍSICO

PRESENTA:

SANTIAGO HERNÁNDEZ GÓMEZ

TUTOR:

DR. JOSÉ IGNACIO JIMÉNEZ MIER Y  
TERÁN

INSTITUTO DE CIENCIAS NUCLEARES, UNAM



Noviembre 2014

Ciudad Universitaria, D. F.



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## Hoja de Datos del Jurado

1. Datos del alumno

Hernández

Gómez

Santiago

26 14 73 48

Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

Física

306175938

2. Datos del tutor

Dr.

José Ignacio

Jiménez

Mier y Terán

3. Datos del sinodal 1

Dra.

Rocío

Jáuregui

Renaud

4. Datos del sinodal 2

Dr.

Mayo

Villagrán

Muniz

5. Datos del sinodal 3

Dr.

Jesús

Flores

Mijangos

6. Datos del sinodal 4

Dr.

Fernando

Ramírez

Martínez

7. Datos del trabajo escrito

Sistema para producir estados de Rydberg en rubidio atómico a temperatura ambiente con tres fotones.

85 p

2014

# Agradecimientos

A mi madre por su apoyo constante e incondicional.

A mi tutor el Dr. Jiménez quien me guió y aconsejó durante estos últimos meses. A todo el equipo de trabajo del Laboratorio de Átomos Fríos por su ayuda y paciencia durante la realización de este proyecto. En particular a Ricardo Colín, Cristian y Jesús quienes trabajaron conmigo ayudándome a superar los problemas que surgían día a día. A José Rangel del taller mecánico del ICN.

Al CONACYT por el apoyo de los proyectos SEP-CONACYT 168498-11 y SEP-CONACYT 168451-11. A la DGAPA por el apoyo del proyecto PAPIIT IA101714, además de los proyectos IN116309, IN110812 e IA101012.

# Resumen

Estudiar propiedades de los átomos de Rydberg es un proyecto interesante que se planea desarrollar en el Laboratorio de Átomos Fríos del Instituto de Ciencias Nucleares de la UNAM. El primer paso para llevar a cabo este proyecto se presenta en este trabajo, cuyo objetivo fue la preparación de un experimento que permitiera la producción y detección de átomos en estados de Rydberg utilizando métodos no destructivos. La idea es realizar una excitación multifotónica utilizando tres láseres de 780, 776 y 1260 *nm* en átomos de rubidio en celda a temperatura ambiente. Aún cuando no se obtuvo un resultado contundente que sugiriera la presencia de átomos en estados de Rydberg, sí se lograron mejoras importantes en el sistema de detección de los mismos. Además se propusieron nuevos enfoques para incrementar la posibilidad de producirlos y detectarlos en el futuro.

Hacer un estudio teórico de las propiedades de los estados de Rydberg fue la primera tarea llevada a cabo en este trabajo, la cual permitió llegar a la conclusión de que la teoría de defecto cuántico es suficiente para predecir las energías de dichos estados, con la precisión que se tiene en el laboratorio.

La segunda tarea fue caracterizar el funcionamiento del láser de 1260 *nm*, tarea que condujo al desarrollo y caracterización de un sistema que permite medir de manera eficiente la forma espacial de un haz utilizando una webcam y papel milimétrico.

La tercera y más extensa tarea fue montar el experimento, así como realizar distintos intentos por producir estados de Rydberg, haciendo en cada nuevo intento una mejora con respecto al montaje anterior. Durante este proceso se implementó la detección en fase (lock-in detection) como método de amplificación. Caracterizar y optimizar el funcionamiento del detector en fase es uno de los resultados más importantes del presente trabajo.

# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>11</b>
<b>2. Marco teórico</b>	<b>15</b>
2.1. El láser	15
2.1.1. El medio	16
2.1.2. La cavidad	19
2.2. Haces Gaussianos	21
2.2.1. Origen y propiedades	21
2.2.2. Planteamiento alternativo	26
2.3. El átomo de Rubidio	27
<b>3. Trabajo con el láser de 1260nm</b>	<b>34</b>
3.1. Especificaciones del fabricante	34
3.1.1. Corriente umbral	34
3.1.2. Potencia de salida	35
3.1.3. Longitud de onda	36
3.2. Medición del tamaño del haz	37
3.2.1. Manual para medir el perfil de un haz	39
<b>4. Experimento para producir estados de Rydberg</b>	<b>45</b>
4.1. Sistemas de anclado	45
4.1.1. Anclado del láser de 780nm	45
4.1.2. Anclado del láser de 776nm	48
4.2. En busca de Rydberg	51
4.2.1. Caracterización del detector en fase	52
4.2.2. Sistema completo e intentos por producir átomos de Rydberg	54

<b>5. Resultados</b>	<b>58</b>
5.1. Energías de Rydberg . . . . .	58
5.2. Caracterización del láser de 1260 nm . . . . .	59
5.3. Caracterización del detector en fase . . . . .	62
5.4. Intentos por producir estados Rydberg . . . . .	66
<b>6. Conclusiones</b>	<b>69</b>
<b>A. Análisis alternativo del origen de los haces gaussianos</b>	<b>72</b>
<b>B. Programas Calibración, Quita-Ruido y Medición</b>	<b>76</b>
<b>C. Ajustes gaussianos para los anchos del haz de 1260nm</b>	<b>79</b>

# Índice de figuras

1.1.	Diagrama de energía para $^{85}\text{Rb}$ (no a escala). . . . .	13
2.1.	Diagrama de la estructura de bandas. $E_F$ se refiere a la energía de Fermi. Para un material semiconductor $E_g \simeq 1\text{eV}$ , para un aislante $E_g > 3\text{eV}$ y para un conductor la banda de valencia y la banda de conducción se traslapan [11]. . . . .	16
2.2.	Diagrama energético de la unión p-n de semiconductores. . . . .	17
2.3.	Diagramas de un láser de diodo de cavidad extendida. En la figura (a) se muestra la configuración Littrow y en la (b) la configuración Littman. . . . .	20
2.4.	Rejilla o red de difracción por reflexión. . . . .	21
2.5.	Diagrama para explicar los símbolos de la ecuación integral de difracción de Fresnel-Kirchhoff. . . . .	22
3.1.	Gráfica obtenida para el cálculo de la corriente umbral. . . . .	36
3.2.	Ejemplo para medir el ancho del haz. (a)-(c)Imágenes de calibración, quita-ruido y medición. (d) 'Pozos' de calibración horizontal. (e) Medición horizontal, los puntos son obtenidos de la imagen, la línea roja es el ajuste Gaussiano. . . . .	41
4.1.	Diagrama energético para producir estados Rydberg. . . . .	46
4.2.	Esquema del sistema de anclado para láser de $780,24\text{ nm}$ . . . . .	47
4.3.	Señal de error utilizada para anclar el láser de $780,24\text{ nm}$ . . . . .	47
4.4.	Esquema de sistema de anclado para láser de $775,98\text{ nm}$ . . . . .	49
4.5.	Circuito utilizado para filtrar, amplificar y restar las señales de dos diodos. El circuito permite controlar la ganancia (mediante el DIP switch) y el offset (resistencia variable) para cada diodo. . . . .	50



- 4.6. Montaje que incluye todas las partes del experimento. Los elementos ópticos color rojo tienen recubrimiento especial para el láser de  $1260\text{ nm}$ . . . . . 55
- 5.1. Perfiles horizontal y vertical del haz del láser de  $1260\text{ nm}$ . Los puntos azules son los datos obtenidos, la línea roja es el ajuste y los tachos verdes son los datos no involucrados en el ajuste (ver apéndice C). El eje X es la distancia medida desde el aparato. . . . . 63
- 5.2. Intensidad (relativa) del haz de  $780\text{ nm}$  transmitida por una celda de rubidio mientras se varía su frecuencia. La segunda y tercera gráfica son para la misma configuración, la tercera es la señal que entra al detector en fase y la segunda es la que sale del mismo. La primera gráfica es también de la salida del detector en fase pero sin la presencia del haz de  $776\text{ nm}$  en la celda. . . . . 65
- 5.3. Intensidad (relativa) del haz de  $780\text{ nm}$  transmitida por una celda de rubidio. La frecuencia de este láser se encuentra anclada y se varía la frecuencia del de  $776\text{ nm}$ . La gráfica inferior es la señal antes de pasar por el detector en fase y la gráfica superior es la señal después de pasar por él. Las líneas rojas son para dar una idea de la proporción que hay entre estas señales. Los puntos negros son los datos y se unen con líneas azules para ver su estructura. . . . . 67

# Índice de cuadros

1.1. Propiedades de los átomos de Rydberg y su relación con el número cuántico principal $n$ (cuadro obtenido de [1]). . . . .	12
2.1. Longitudes de onda correspondientes al tercer paso para excitar átomos de rubidio a estados de Rydberg. Estos valores fueron calculados a partir de los valores energéticos reportados en los artículos [6], [7] y [23]. El valor en fondo amarillo es el más cercano a la longitud de onda en que opera actualmente el láser. . . . .	31
2.2. Tiempo de vida de estados excitados para rubidio. Los datos fueron obtenidos de [26] salvo por los primeros tres. . . . .	33
3.1. Algunas características del láser Sacher Lasertechnik Group TEC120. . . . .	35
3.2. Longitud de onda central y ancho de línea del láser de $1260nm$ , medidos con espectrómetro <i>ACTON</i> . . . . .	37
4.1. Opciones a elegir con DIP Switch en circuito para fotodiodos. . . . .	51
5.1. Comparación entre valores experimentales y valores obtenidos por la teoría de defecto cuántico para energías de los estados $np_{3/2}$ en $^{85}Rb$ . Los valores de la segunda columna fueron calculados con la ecuación (2.36) y los de la tercer columna son los reportados en [6]. . . . .	60
5.2. Comparación entre valores experimentales y valores obtenidos por la teoría de defecto cuántico para energías de los estados $nf_{7/2}$ en $^{85}Rb$ . Los valores de la segunda columna fueron calculados con la ecuación (2.36) y los de la tercer columna son los reportados en [7]. . . . .	61

- 5.3. Resultados obtenidos al caracterizar el láser de 1260 *nm*. . . . 62
- 5.4. Parámetros que caracterizan la forma espacial del haz de 1260*nm*. 62

# Capítulo 1

## Introducción

Los átomos de Rydberg son átomos que tienen uno o más de sus electrones de las capas exteriores en estados con un alto número cuántico principal, estados Rydberg. En general se podría decir que los estados Rydberg son aquellos con  $n \geq 10$  [1], aunque los estados con  $n < 30$  son considerados bajos estados Rydberg. El estudio de estos estados se ha vuelto muy popular por varias razones, una de ellas es la proximidad entre estados consecutivos, permitiendo una amplia banda de frecuencias disponibles para estabilizar láseres. Además los átomos de Rydberg son altamente polarizables, de modo que puede haber una fuerte interacción entre un par de ellos a distancias de incluso algunos micrómetros [2], lo cual los hace candidatos prometedores en la construcción de compuertas cuánticas rápidas [3]. Sus largos tiempos de vida y grandes elementos de matriz dipolar (entre estados consecutivos) los han vuelto herramientas indispensables en experimentos de electrodinámica cuántica de cavidades de microondas (“microwave cavity-quantum electrodynamics experiments”) [4]. En el cuadro 1.1 se muestran algunas de las propiedades antes mencionadas y su relación de escalamiento con el número cuántico principal  $n$ .

El uso de metales alcalinos para la producción de átomos de Rydberg ofrece la amplia ventaja de no generar estados doblemente excitados, facilitando de manera importante la descripción y análisis de los experimentos. Durante este proyecto se utilizaron celdas con rubidio atómico. Hay varios antecedentes de trabajo con rubidio para generar estados de Rydberg. En 2007 [3] usando un esquema en escalera con dos láseres (780 y 480  $nm$ ) se logró llevar átomos de manera coherente hasta estos estados utilizando la transparen-

Propiedad	Dependencia con $n$
Energía	$n^{-2}$
Energía entre estados adyacentes	$n^{-3}$
Radio	$n^2$
Sección eficaz geométrica	$n^4$
Momento dipolar $\langle nd er nf\rangle$	$n^2$
Polarizabilidad	$n^7$
Tiempo de vida	$n^3$
Intervalo de estructura fina	$n^{-3}$

Cuadro 1.1: Propiedades de los átomos de Rydberg y su relación con el número cuántico principal  $n$  (cuadro obtenido de [1]).

cia electromagnéticamente inducida (EIT, por sus siglas en inglés). En 2009 usando un esquema en V [4] y uno en escalera [5] se pudo detectar dichos estados por un método puramente óptico, lo cual es una gran ventaja sobre los métodos de ionización que son destructivos. Utilizando este método y el esquema en escalera, ese mismo año se hizo una medición precisa de las energías para los estados  $np_{3/2}$  con  $n = 36 - 63$  [6], el año siguiente se hizo para los estados  $nf_{7/2}$  con  $n = 33 - 100$  [7] y en 2012 se propuso un sistema para estabilizar la frecuencia de un láser a estados de Rydberg  $36 - 70p_{3/2}$  y  $33 - 90f_{7/2}$  [8]. También en 2012 se publicó un artículo muy completo, ya que hace un estudio teórico y experimental de la producción de estados Rydberg con tres fotones usando EIT, pero se realizó en átomos de cesio en lugar de rubidio [9].

En el Laboratorio de átomos fríos del Instituto de Ciencias Nucleares de la UNAM se tiene como uno de varios objetivos, el estudio de átomos de Rydberg en una trampa magneto-óptica. En apoyo a este objetivo final, el propósito de este proyecto fue montar un experimento que permitiera llevar átomos de rubidio a temperatura ambiente hasta estados de Rydberg y detectarlos utilizando medios ópticos no destructivos. El diseño experimental se obtuvo tomando como referencia los artículos [5]-[8], en donde se utiliza un sistema de tres láseres que consiste en un primer paso de  $780\text{ nm}$  en la transición  $5s_{1/2} \rightarrow 5p_{3/2}$ , un segundo paso de  $776\text{ nm}$  en la transición  $5p_{3/2} \rightarrow 5d_j$  y un paso final de  $1260\text{ nm}$ <sup>1</sup> hacia Rydberg. La idea es detectar cambios en la

<sup>1</sup>La longitud de onda exacta de los tres láseres se da en la figura 1.1 y se repite más

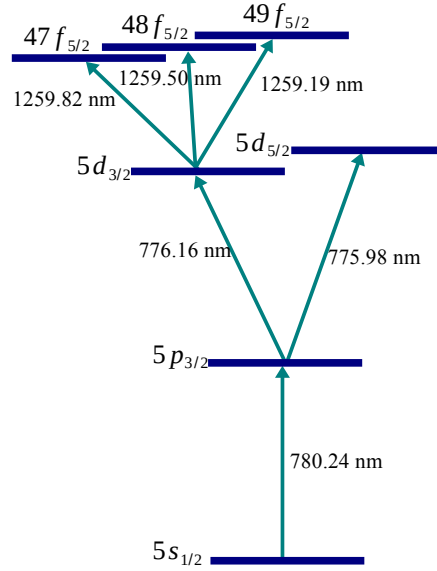


Figura 1.1: Diagrama de energía para  $^{85}\text{Rb}$  (no a escala).

absorción del láser de  $780 \text{ nm}$  al hacer un barrido en la frecuencia del láser de  $1260 \text{ nm}$  mientras los otros dos se encuentran en resonancia con sus transiciones correspondientes. Para poder detectar estos cambios es necesario que la intensidad del láser de  $780 \text{ nm}$  se encuentre por debajo de saturación.

En la primera parte de este trabajo se desarrolla un poco de teoría, para entender el funcionamiento de los distintos elementos utilizados durante el experimento. Partiendo del funcionamiento de un láser de diodo de cavidad extendida, pasando por la descripción de los haces gaussianos provenientes de dichos láseres y finalizando con una descripción de las propiedades de los átomos de rubidio así como de sus estados Rydberg.

En el laboratorio se trabaja con los láseres de  $780$  y  $776 \text{ nm}$  desde hace ya algún tiempo, de modo que su funcionamiento y características son bien conocidas, sin embargo el láser de  $1260 \text{ nm}$  se había utilizado muy poco antes de llevar a cabo este proyecto. Es por esto que se dedica el capítulo tres del trabajo actual a explicar cómo se caracterizó este láser, de modo que se

adelante, pero por comodidad se hará referencia a ellos utilizando estos valores aproximados.

podiera asegurar que se encontraba en óptimas condiciones para realizar el experimento. Durante este proceso de caracterización, se creó también un sistema que permite medir de modo eficiente la forma espacial del haz utilizando papel milimétrico y una cámara web. La descripción de este sistema y su modo de uso se describen en una sección de dicho capítulo.

En el cuarto capítulo se incluye todo lo referente al experimento principal (ver figura 1.1). Se describen los sistemas de anclado para la frecuencia de los primeros dos láseres, se incluye una descripción del montaje experimental final y se muestran los distintos intentos realizados para la producción de átomos de Rydberg. Los últimos dos capítulos son destinados a exponer los resultados obtenidos y las conclusiones del trabajo actual.

# Capítulo 2

## Marco teórico

En este capítulo se exponen los fundamentos teóricos para temas de interés en el trabajo actual. La primera sección trata sobre el funcionamiento de un láser de diodo de cavidad extendida. La segunda sección muestra el origen y descripción de los haces gaussianos, que son de gran utilidad ya que ofrecen un excelente modelo para describir la forma de un haz láser. En la tercera sección se habla sobre las propiedades del átomo de rubidio y sus estados Rydberg.

### 2.1. El láser

Dado que los tres láseres que se utilizaron durante este proyecto son láseres de diodo de cavidad extendida, vale la pena dedicar este espacio para explicar su funcionamiento y características. La información recopilada en esta sección está basada en los capítulos: 3 de [10], 15 de [11] y 8 de [12].

Hay cuatro elementos esenciales para el funcionamiento de cualquier láser: una cavidad resonante, un medio activo, una fuente de energía (bombeo) y un mecanismo de salida. La cavidad resonante se compone por dos superficies, una totalmente reflejante y una semirreflejante de modo que haya un mecanismo de salida; el medio activo puede ser un gas, un material semiconductor, un cristal, etc; para que el medio activo emita luz es necesario 'bombear' energía, ya sea con corriente o con otra fuente de luz. A continuación se da una descripción detallada del medio activo y de la cavidad resonante para un láser de diodo de cavidad extendida.



### 2.1.1. El medio

En el caso de los láseres de diodo, el medio activo es el diodo mismo, formado por un material semiconductor que puede ser modelado mediante la estructura de bandas (figura 2.1). Aún cuando los electrones confinados

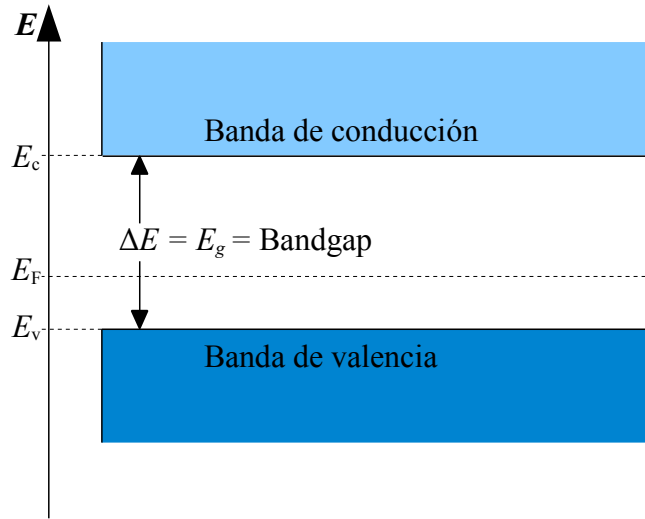


Figura 2.1: Diagrama de la estructura de bandas.  $E_F$  se refiere a la energía de Fermi. Para un material semiconductor  $E_g \simeq 1eV$ , para un aislante  $E_g > 3eV$  y para un conductor la banda de valencia y la banda de conducción se traslapan [11].

en átomos tienen niveles de energía discretos, en un sólido los átomos están muy cerca unos con otros por lo que los electrones en las últimas capas tienen bandas de energía permitidas en lugar de niveles discretos. Al ser fermiones, los electrones están restringidos por el principio de exclusión de Pauli a ocupar ciertos estados, por lo cual se puede definir la energía de Fermi como la máxima energía de los estados ocupados por los electrones a  $0 K$ . La banda que está por debajo de la energía de Fermi se llama banda de valencia, mientras que la banda por encima se llama banda de conducción. Los electrones que se encuentran en la banda de valencia están fuertemente ligados a los átomos que forman el sólido, mientras que los que se encuentran

en la banda de conducción están debilmente ligados. La separación entre estas bandas se conoce como banda prohibida o *Bandgap* [12]. En un material semiconductor el bandgap tiene un valor de  $E_g \simeq 1eV$  [11].

Para que un electrón de la banda de valencia pase a la banda de conducción es necesario invertir una energía  $E \geq E_g$ . Cuando esto ocurre el electrón sube a la banda de conducción dejando atras un hueco en la banda de valencia. En el estudio de materiales semiconductores es muy útil tratar estos huecos de manera equivalente a los electrones, pero suponiendo que tienen carga positiva.

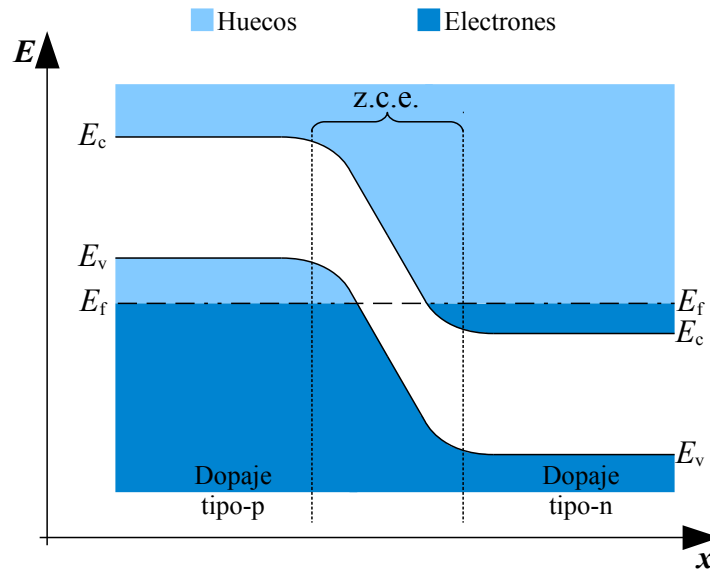


Figura 2.2: Diagrama energético de la unión p-n de semiconductores.

Un material semiconductor formado por átomos con  $i$  electrones de valencia, se puede dopar introduciendo átomos con  $j \neq i$  electrones de valencia. Cuando el número de electrones de valencia del átomo introducido es mayor que  $i$ , se dice que el dopaje es de tipo-n. Cuando es menor que  $i$  (menos electrones = más huecos) se dice que el dopaje es de tipo-p. Un diodo está formado por la unión de dos semiconductores, uno tipo-n y uno tipo-p. En la figura 2.2 se muestra un diagrama de energía de una unión p-n fuertemente dopada. Al unir estos materiales se crean corrientes de difusión, lo que resulta

en una capa de material aislante en la intersección de los materiales originales. Esto quiere decir que se forma una barrera de potencial en la región denominada zona de carga espacial (space charge region) ó z.c.e. Aplicando un voltaje positivo al lado izquierdo y negativo al lado derecho, suficientemente grande como para que los electrones superen esta barrera, se puede hacer pasar corriente por el diodo. Sin embargo, debido que del lado izquierdo hay huecos disponibles en la banda de valencia, muchos de los electrones que superan la z.c.e. se recombinan (decaen, ocupando un hueco de la banda de valencia) emitiendo fotones durante el proceso. La recombinación puede ocurrir por dos procesos distintos: emisión espontánea o emisión estimulada. En la primera el electrón decae espontáneamente después de un cierto tiempo, característico de cada material, emitiendo un fotón con frecuencia  $\nu$ . Mientras que en el segundo, el electrón en la banda de conducción es estimulado a decaer, debido a la presencia de un fotón con frecuencia igual a la del fotón emitido. Este fotón tendrá la misma fase y vector de onda que el fotón que estimula el decaimiento. Este fenómeno es el que hace que la luz emitida por un láser sea coherente.

La cavidad óptica (descrita más adelante) se fabrica de modo que su longitud  $L$  sea:

$$L = m \frac{\lambda}{2} \quad (2.1)$$

En donde  $\lambda = c/\nu$  es justamente la longitud de onda de los fotones emitidos por el diodo. Por lo cual, estos fotones se mantendrán resonando dentro de la cavidad sin que exista interferencia destructiva entre ellos.

En equilibrio termodinámico la mayor parte de los electrones se encuentra por debajo del nivel de Fermi, sin embargo al aplicar un voltaje al diodo es posible mover una gran parte de los electrones para poblar la banda de conducción en la zona tipo-p. Esto se conoce como inversión de poblaciones y es necesario para que los fotones resonantes dentro de la cavidad puedan estimular el decaimiento de los electrones, generando así nuevos fotones que seguirán a su vez, resonando y estimulando la generación de nuevos fotones, etc, etc. El resultado es una cavidad ‘llena’ de fotones coherentes que están en resonancia con la cavidad. Dado que una de las paredes de la cavidad es semirreflejante, una pequeña parte de estos fotones saldrán de ella, generando así el haz de luz coherente (y colimada gracias a una lente).

### 2.1.2. La cavidad

En el caso de los láseres de gas, el medio activo es encerrado por dos espejos. Estos dos espejos son los que conforman la cavidad, bajo la condición de que uno de ellos sea semirreflejante. En el caso de los láseres de diodo, el diodo mismo funciona como una cavidad, ya que al tener un alto índice de refracción ( $n \simeq 3,5$ ), en contacto con aire la reflectancia en la interfase es cercana a 30% [13]. Sin embargo esta cavidad produce un haz muy divergente y con un ancho de línea grueso. Por esta razón es común que estos láseres vayan acompañados por una segunda cavidad externa, en la cual el espejo reflejante es el diodo y en lugar de un espejo semirreflejante se utiliza una rejilla de difracción. Un ejemplo de esto es la conocida configuración Littrow que se muestra en la figura 2.3(a). La idea es que la rejilla mande la luz difractada de primer orden de regreso al diodo, formando así la cavidad óptica, mientras que la luz difractada de orden cero es la salida del láser [14],[15].

En este diagrama se puede ver que el ángulo  $\theta_0$  de la luz difractada a orden cero es igual al ángulo de incidencia  $\theta_i$ , esto se puede probar fácilmente utilizando la condición de que a primer orden la luz difractada debe regresar por donde entró ( $\theta_1 = -\theta_i$ ) y utilizando la ecuación:

$$a(\sin \theta_m - \sin \theta_i) = m\lambda \quad (2.2)$$

En donde  $a$  es la distancia entre líneas de la rejilla,  $\lambda$  es la longitud de onda,  $m$  es un entero que indica el orden de difracción y  $\theta_m$  es el ángulo con el que se refleja la luz difractada de orden  $m$ , esto se muestra en la figura 2.4.

En la figura 2.3(b) se muestra una configuración alternativa llamada configuración Littman, en la cual se incluye un espejo auxiliar para formar la cavidad. Los láseres fabricados en el laboratorio tienen la configuración de Littrow pero con un espejo de salida que compensa el cambio en el ángulo del haz de salida debido a la sintonización del láser.

La potencia de salida del láser se controla variando la corriente que pasa por el diodo. Estas variaciones en la corriente también modifican la frecuencia de emisión del láser. Una segunda opción para cambiar la frecuencia de emisión es variar la temperatura de operación, lo cual cambia ligeramente la longitud de la cavidad (cambiando así las frecuencias de resonancia). Este método no sirve para hacer cambios rápidos en la frecuencia, ya que al sistema le toma entre 5 y 10 minutos estabilizar la nueva temperatura. Otra opción es variar el voltaje que se aplica al elemento piezoeléctrico (ver figura

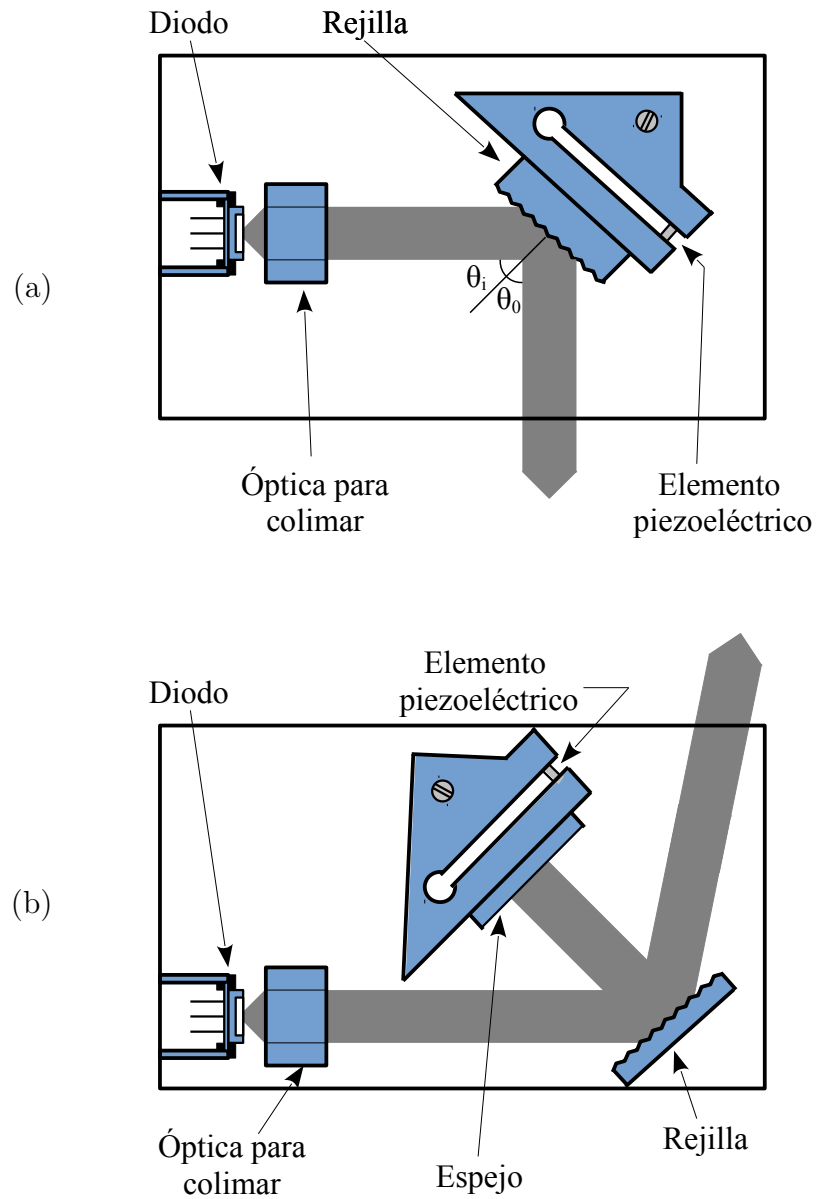


Figura 2.3: Diagramas de un láser de diodo de cavidad extendida. En la figura (a) se muestra la configuración Littrow y en la (b) la configuración Littman.

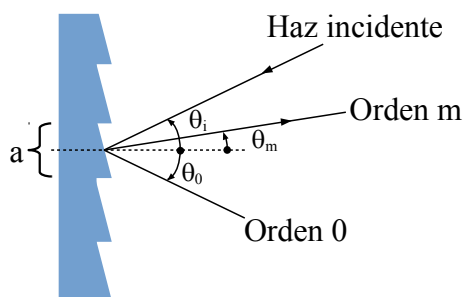


Figura 2.4: Rejilla o red de difracción por reflexión.

2.3), lo cual cambia ligeramente su tamaño. Con este método se puede variar la frecuencia rápidamente (barridos continuos con periodos de  $\sim 100 \mu s$  con Sacher Lasertechnik Group TEC120).

## 2.2. Haces Gaussianos

El modelo más simple para describir la propagación de la luz es la óptica geométrica, en la cual se modela la luz como haces (rayos) que se propagan interactuando con elementos cuyas dimensiones deben ser mucho mayores que la longitud de onda de dicha luz, por ejemplo lentes y espejos. Cuando la luz interactúa con elementos cada vez más pequeños, aparecen fenómenos que el modelo geométrico no predice, por lo que es necesaria una teoría más completa. La difracción por ejemplo, puede ser descrita si se trata la luz como una onda. La teoría de haces gaussianos forma parte de esta teoría ondulatoria de la luz y es muy importante ya que describe de manera muy acertada un haz de luz proveniente de un láser. En esta sección se explicará el origen de estos haces gaussianos y sus características.

### 2.2.1. Origen y propiedades

Una manera de explicar el origen del perfil gaussiano de un haz es analizar el comportamiento de la luz cuando rebota dentro de una cavidad óptica, la cual como se mencionó en la sección anterior es indispensable para el funcionamiento de un láser. En el capítulo 11,3 de la referencia [13] se hace un análisis de este tipo. Para lo cual el autor plantea que es equivalente que la

luz viaje dentro de una cavidad óptica de espejos paralelos rebotando en los espejos varias veces, a que viaje en línea recta a través de una serie infinita de orificios separados por una distancia fija. Es decir que el autor modela la cavidad como una serie de orificios equidistantes de la misma forma y tamaño que los espejos paralelos que la constituyen. Esto lo hace porque el análisis que propone parte de la **ecuación integral de difracción de Fresnel-Kirchhoff** [16]

$$U_p = -\frac{ik}{4\pi} \iint_A U_0 \frac{e^{ikr'}}{r'} \frac{e^{ikr}}{r} [\cos(\hat{\mathbf{n}}, \vec{\mathbf{r}}) - \cos(\hat{\mathbf{n}}, \vec{\mathbf{r}}')] dA \quad (2.3)$$

Que describe cómo es la amplitud de función de onda  $U$  en el punto  $P$ , partiendo del punto  $S$  y pasando por la apertura  $A$ . Estos y otros elementos de la ecuación se explican en el diagrama de la figura 2.5:

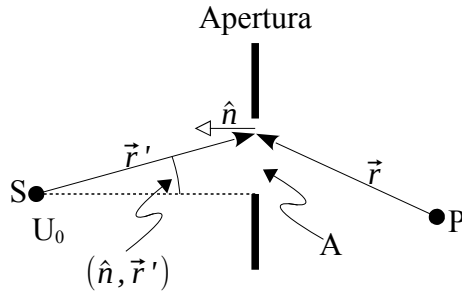


Figura 2.5: Diagrama para explicar los símbolos de la ecuación integral de difracción de Fresnel-Kirchhoff.

Partiendo de este punto y haciendo una aproximación, el autor muestra que el problema se reduce a encontrar una amplitud de la función de onda que sea su propia Transformada de Fourier:

$$\gamma U(x', y') = C \iint_A U(x, y) e^{ik_1(x x' + y y')} dx dy \quad (2.4)$$

Donde  $\gamma$ ,  $C$  y  $k_1$  son constantes. Una manera de escribir la solución de la ecuación (2.4) es como un producto de Polinomios de Hermite y una función de distribución Gaussiana:

$$U_{ab}(x, y) = U_0 H_a \left( \frac{\sqrt{2}x}{w_0} \right) H_b \left( \frac{\sqrt{2}y}{w_0} \right) e^{-(x^2+y^2)/(w_0)^2} \quad (2.5)$$

En donde  $a$  y  $b$  son enteros que denotan el orden de los Polinomios de Hermite y  $w_0$  es una constante de proporción. En la literatura, estas soluciones de los modos transversales de un haz de luz se denotan como  $\text{TEM}_{ab}$  (Transverse ElectroMagnetic). Dado que  $H_0(u) = 1$ , la solución de orden cero es simplemente una distribución Gaussiana y es la que representa el perfil transversal de un haz de la mayoría de los láseres.

Sin embargo la ecuación anterior describe la amplitud de la función de onda en un plano ortogonal al eje de propagación del haz, aún falta la dependencia a lo largo del eje de propagación (eje Z). Para conocerla es necesario obtener la transformada de Fourier de la ecuación (2.5) y aplicar la transformada inversa pero utilizando la aproximación paraxial, como se muestra a continuación.

La transformada de Fourier del modo transversal  $\text{TEM}_{00}$  es

$$\begin{aligned} u(\vec{\mathbf{k}}) &= \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(x, y) e^{i\vec{\mathbf{k}}\cdot\vec{\mathbf{r}}} dx dy dz \\ &= \frac{U_0}{(2\pi)^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(x^2+y^2)/(w_0)^2} e^{i\vec{\mathbf{k}}\cdot\vec{\mathbf{r}}} dx dy dz \\ &= \sqrt{\frac{\pi}{2}} U_0 w_0^2 \delta(k_z) \exp\left[-\frac{1}{4}w_0^2 (k_x^2 + k_y^2)\right] \end{aligned} \quad (2.6)$$

Donde  $\delta(u)$  es una delta de Dirac y  $\vec{\mathbf{k}} = (k_x, k_y, k_z)$  es el vector de onda. Si ahora se aplica la transformada inversa se obtiene

$$\begin{aligned} U(\vec{\mathbf{r}}) &= U_0 \frac{w_0^2}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(k_z) \exp\left(-\frac{1}{4}w_0^2 [k_x^2 + k_y^2]\right) \\ &\quad \exp(-i [k_x x + k_y y + k_z z]) dk_x dk_y dk_z \end{aligned} \quad (2.7)$$

Por otro lado  $\|\vec{\mathbf{k}}\|^2 = k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$ , de modo que  $k_z = \sqrt{k^2 - (k_x^2 + k_y^2)}$  y en la aproximación paraxial  $k_x, k_y \simeq 0$ , por lo cual



$$k_z \simeq k - \frac{k_x^2 + k_y^2}{2k} \quad (2.8)$$

Substituyendo esto en la ecuación (2.7) se obtiene

$$U(\vec{\mathbf{r}}) = U_0 \frac{w_0^2}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{1}{4}w_0^2 [k_x^2 + k_y^2]\right) \exp\left(-i [k_x x + k_y y + kz - \frac{k_x^2 + k_y^2}{2k} z]\right) dk_x dk_y \quad (2.9)$$

Lo cual resulta en la ecuación

$$\begin{aligned} U(r, z) &= \frac{U_0}{1 - \frac{2iz}{w_0^2 k}} \exp(-ikz) \exp\left(\frac{-ikr^2}{iw_0^2 k + 2z}\right) \\ &= U_0 \frac{iz_0}{z + iz_0} \exp(-ikz) \exp\left(\frac{-\frac{1}{2}ikr^2}{z + iz_0}\right) \end{aligned} \quad (2.10)$$

En donde  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  es la distancia al eje de propagación y  $z_0 = \frac{kw_0^2}{2}$  es conocido como la **longitud de Rayleigh**, parámetro que indica el valor a lo largo del eje de propagación para el cual el haz ha incrementado su tamaño en un factor de  $\sqrt{2}$ .

A partir de este punto sólo es cuestión de reordenar la ecuación anterior y de definir ciertos parámetros. Por un lado, si se definen dos funciones reales  $R(z)$  y  $w(z)$  tales que

$$\frac{1}{z + iz_0} = \frac{1}{R(z)} - i \frac{2}{k w^2(z)} \quad (2.11)$$

Entonces

$$U(r, z) = U_0 \frac{iz_0}{z + iz_0} \exp(-ikz) \exp\left(\frac{-ikr^2}{2R(z)} - \frac{r^2}{w^2(z)}\right) \quad (2.12)$$

Además de la ecuación 2.11 se puede deducir que

$$w(z) = w_0 \left(1 + \frac{z^2}{z_0^2}\right)^{1/2} \quad (2.13)$$

$$R(z) = z \left(1 + \frac{z_0^2}{z^2}\right) \quad (2.14)$$

$$w_0 = \left(\frac{\lambda z_0}{\pi}\right)^{1/2} \quad (2.15)$$

Por otro lado:

$$\frac{1}{z + iz_0} = \frac{z - iz_0}{z^2 + z_0^2} = -i \frac{z_0 + iz}{z^2 + z_0^2} = \frac{-i}{z^2 + z_0^2} e^{\ln(z_0 + iz)} \quad (2.16)$$

Y dado que  $\ln(z_0 + iz) = \ln \sqrt{z^2 + z_0^2} + i \arctan\left(\frac{z}{z_0}\right)$ , entonces

$$\begin{aligned} \frac{1}{z + iz_0} &= \frac{-i}{\sqrt{z^2 + z_0^2}} e^{i \arctan\left(\frac{z}{z_0}\right)} \\ &= \frac{-i}{z_0 \left(\frac{z^2}{z_0^2} + 1\right)^{1/2}} e^{i \arctan\left(\frac{z}{z_0}\right)} \end{aligned} \quad (2.17)$$

De modo que al definir la función  $\xi(z) = \arctan\left(\frac{z}{z_0}\right)$  y sustituirla en (2.12) se obtiene finalmente la amplitud compleja correspondiente a un haz gaussiano que se propaga a lo largo del eje Z

$$\boxed{U(r, z) = U_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp\left[-\frac{r^2}{w^2(z)}\right] \exp\left[-i \left(kz + \frac{kr^2}{2R(z)} - \xi(z)\right)\right]} \quad (2.18)$$

La intensidad del haz  $I(\vec{r}) = |U(\vec{r})|^2$  se puede escribir entonces como

$$I(r, z) = I_0 \frac{w_0^2}{w^2(z)} \exp\left[-\frac{2r^2}{w^2(z)}\right] \quad (2.19)$$

Con  $I_0 = |U_0|^2$ .

Los elementos de las ecuaciones (2.13) a (2.15) describen características importantes de un haz gaussiano, empezando por  $w(z)$  que representa el valor

de  $r$  en el plano transversal al haz, para el cual su intensidad ha disminuido en un factor de  $1/e^2$ . Esto quiere decir que  $\sim 86\%$  de la potencia del haz está contenida en un círculo de radio  $r_0 = w(z)$ , es por esto que  $w(z)$  recibe el nombre de **radio** del haz. Su dependencia en  $z$  se muestra en la ecuación (2.13) según la cual el radio toma su valor mínimo en el plano  $z = 0$ . Al valor del radio en este punto se le denomina **cintura** del haz, se denota por  $w_0$  y su valor está definido, según la ecuación (2.15), por la longitud de onda y la longitud de Rayleigh.

El factor  $R(z)$  representa el radio de curvatura del frente de onda y la función  $\xi(z)$  representa un cambio en la fase respecto a una onda plana, fenómeno conocido como efecto Guoy [11].

Cuando  $z \gg z_0$  el primer término de la ecuación (2.13) puede ser despreciado, por lo que

$$w(z) \simeq \frac{w_0}{z_0} z \quad (2.20)$$

Esto define un nuevo parámetro llamado **divergencia** del haz  $\theta = \frac{w_0}{z_0}$ .

En base a las ecuaciones (2.13)-(2.15) y (2.18) se puede concluir que un haz gaussiano queda totalmente descrito al definir cuatro parámetros: la amplitud máxima  $U_0$ , el eje de propagación, la posición de la cintura y un cuarto parámetro que puede ser el radio en la cintura  $w_0$  o la longitud de Rayleigh  $z_0$ .

### 2.2.2. Planteamiento alternativo

Otro modo de explicar el origen de estos perfiles transversales gaussianos es partir de la ecuación de onda y utilizando la aproximación paraxial. Este análisis se lleva a cabo en las secciones 2,2C y 3,1A de la referencia [11] y en las secciones 6,5 y 6,6 de la referencia [17]. En el apéndice A se muestra este análisis en detalle. La idea es partir de la ecuación de onda

$$\nabla^2 E = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad (2.21)$$

Donde  $E$  es el campo eléctrico. Después suponer que se va a tratar con luz monocromática, de modo que  $E(\vec{r}, t) = U(\vec{r})e^{i\omega t}$ . Al substituir esto en la ecuación de onda se obtiene una ecuación para  $U$ , que se resuelve bajo la suposición de que se está en el régimen paraxial, dando como resultado la

ecuación para la amplitud compleja correspondiente a un haz gaussiano que se propaga en la dirección  $z$ :

$$U(r, z) = U_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp \left[ -\frac{r^2}{w^2(z)} \right] \exp \left[ -i \left( kz + \frac{kr^2}{2R(z)} - \xi(z) \right) \right] \quad (2.22)$$

### 2.3. El átomo de Rubidio

El rubidio se encuentra en la naturaleza como una mezcla de dos isótopos, el  $^{85}\text{Rb}$  (estable) y el  $^{87}\text{Rb}$  (vida media  $\sim 10^{10}$  años). Es un metal alcalino por lo que tiene un solo electrón de valencia ( $5s_{1/2}$ ), lo que resulta sumamente práctico cuando se quiere hacer espectroscopía, ya que los estados excitados son alcanzados únicamente por este electrón, mientras que los otros 36 electrones apantallan la carga del núcleo. A los electrones en las capas cerradas se les llama electrones del carozo.

El hamiltoniano para un átomo con  $N$  electrones es

$$H = \sum_{i=1}^N \left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_i^2 - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_i} + \sum_{j>i}^N \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{ij}} \right] \quad (2.23)$$

Con  $N = Z = 37$  para rubidio. En esta ecuación el término  $-\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_i}$  representa el potencial atractivo entre el  $i$ -ésimo electrón y el núcleo, mientras que el término  $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{ij}}$  representa la repulsión que siente dicho electrón debido a la presencia de los otros electrones. Es este último término el responsable de que el problema no tenga solución analítica.

Al tratarse de un metal alcalino, el interés principal para este trabajo es describir el comportamiento del electrón en la última capa. Para 'desacoplarlo' de los demás electrones se utiliza la aproximación de campo central, en la cual se hace la suposición de que dicho electrón se encuentra sujeto a un potencial efectivo  $S_{Rb}(r)$  que depende únicamente de su coordenada radial y de algún número cuántico asociado a su función de onda  $\psi$ . La gran ventaja de realizar esta suposición es que el hamiltoniano del sistema se vuelve separable, de modo que la solución a la ecuación de Schrödinger, en su parte angular, es idéntica a la del átomo de hidrogeno. La solución es entonces

$$\psi(\vec{r}) = R(r)Y_{l,m}(\theta, \phi)\Phi_{spin} \quad (2.24)$$

Donde  $Y_{l,m}(\theta, \phi)$  son armónicos esféricos,  $\Phi_{spin}$  es eigenfunción del espín y  $R(r)$  es solución de la ecuación

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \left( \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} + v_{Rb}(r) \right) R = ER \quad (2.25)$$

Con

$$v_{Rb}(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + S_{Rb}(r) \quad (2.26)$$

De modo que los eigenvalores  $E$  y la parte radial de la función de onda  $R(r)$  dependen de la forma de  $S_{Rb}(r)$ . Como ejemplo, en las referencias [18], [19] y [20] se proponen distintas formas para este potencial.

Una buena aproximación para calcular energías de estados de Rydberg se logra haciendo la suposición de que los electrones del carozo ‘apantallan’ la carga del núcleo, cuando el electrón de valencia se encuentra en niveles fuera del carozo. Es decir que el electrón de valencia está en presencia de un potencial coulombiano cuando  $r \geq r_0$ , siendo  $r_0$  el radio del carozo. Bajo esta suposición, la parte radial de la ecuación de onda obedece la misma ecuación que en el caso del hidrógeno (ecuación (2.25) con  $v(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$ ). Pero la solución, aunque similar a la de hidrógeno, no puede ser exactamente la misma, ya que las condiciones a la frontera no son las mismas. Para el átomo de hidrógeno se pide que la función de onda  $\psi$  sea finita cuando  $r \rightarrow 0$  y que  $\psi \rightarrow 0$  cuando  $r \rightarrow \infty$ . La segunda condición se mantiene en el caso de rubidio, pero la primera no tiene sentido en este caso, ya que la suposición de que el potencial sea coulombiano se hace para  $r \geq r_0$ . Esta condición debe cambiarse por una nueva, en la que se pide que la función de onda sea continua en el carozo ( $r = r_0$ ). En su libro [1], Gallagher afirma que esta nueva condición genera soluciones del tipo hidrógeno pero con un desfase  $\tau$ , que se puede medir como “la diferencia de momento entre un electrón en Rb y uno en H, integrandose de  $r = 0$  hasta  $r_0$ ”.

Fuera del carozo la solución es del tipo hidrógeno, recordando que para el átomo de hidrógeno la ecuación 2.25 se resuelve substituyendo  $P(r) = rR(r)$ , se obtiene entonces

$$\frac{d^2 P}{dr^2} + \left( 2 \left( \frac{m}{\hbar^2} \right) E + 2 \left( \frac{me^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar^2} \right) \frac{1}{r} - \frac{l(l+1)}{r^2} \right) P = 0 \quad (2.27)$$

Haciendo además el cambio  $\rho = \frac{\sqrt{-2mE}}{\hbar} r$  se obtiene

$$\frac{d^2 P}{d\rho^2} - \left( 1 - \frac{\rho_0}{\rho} + \frac{l(l+1)}{\rho^2} \right) P = 0 \quad (2.28)$$

Donde  $\rho_0 = \frac{me^2}{2\pi\epsilon_0\hbar} \frac{1}{\sqrt{-2mE}}$  (nótese que se ha hecho la suposición de que  $E < 0$ ). Cuando  $\rho$  es muy grande (lo suficientemente grande para despreciar los términos con  $\rho^{-2}$ ), esta ecuación de segundo orden tiene las siguientes dos soluciones independientes [21]<sup>1</sup>:

$$f(E, l, r) = A(\nu, l) r^{-\nu} e^r \sin(\pi\nu) - B(\nu, l) r^\nu e^{-r} \cos(\pi\nu) \quad (2.29)$$

$$g(E, l, r) = -A(\nu, l) r^{-\nu} e^r \cos(\pi\nu) - B(\nu, l) r^\nu e^{-r} \sin(\pi\nu) \quad (2.30)$$

Bajo la condición de que

$$E = \frac{R_y}{\nu^2} \quad (2.31)$$

En donde  $R_y = -\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{me^2}{4\pi\epsilon_0\hbar^2} \right)^2$  y se llama constante de Rydberg. De vuelta al caso del rubidio, Gallagher propone que al imponer un desfase respecto a la solución para hidrógeno, la función  $P(E, l, r)$  se puede escribir como

$$P(E, l, r) = f(E, l, r) \cos(\tau) - g(E, l, r) \sin(\tau) \quad (2.32)$$

De modo que al pedir que la función de onda tienda a cero cuando  $\rho \rightarrow \infty$ , los términos con exponenciales crecientes deben anularse, lo cual implica la condición

$$\sin(\pi\nu) \cos(\tau) + \cos(\pi\nu) \sin(\tau) = 0 \quad (2.33)$$

O lo que es lo mismo  $\sin(\pi\nu + \tau) = 0$ . Esto se traduce en que  $\pi\nu + \tau$  debe ser un múltiplo entero de  $\pi$ , es decir que siendo  $n$  un número entero

$$\nu = n - \frac{\tau}{\pi} \quad (2.34)$$

Substituyendo esto en la ecuación 2.31 se obtiene la expresión que se estaba buscando para calcular la energía de los estados de Rydberg:

$$E = \frac{R_y}{(n - \delta)^2} \quad (2.35)$$

---

<sup>1</sup>Este artículo tiene una corrección en las ecuaciones 10 y 11, que son justamente las que se utilizan aquí. Esta corrección esta en la fe de erratas [22].

En donde  $\delta = \frac{r}{\pi}$  recibe el nombre de **defecto cuántico**. En el capítulo 16 de [1] Gallagher utiliza esta expresión para calcular la energía de estados de Rydberg en metales alcalinos:

$$T_{nlj} = IP - \frac{Ry_{alk}}{(n - \delta_{nlj})^2} \quad (2.36)$$

En donde  $IP$  es el potencial de ionización ( $IP = 33690,798(2)cm^{-1}$  para rubidio) y  $Ry_{alk} = 109736,605cm^{-1}$ . También da una expresión para el defecto cuántico

$$\delta_{nlj} = \delta_0 + \frac{\delta_2}{(n - \delta_0)^2} + \frac{\delta_4}{(n - \delta_0)^4} + \frac{\delta_6}{(n - \delta_0)^6} + \frac{\delta_8}{(n - \delta_0)^8} \quad (2.37)$$

Y muestra los valores de las  $\delta_i^s$  ( $i = 0, 2, 4, 6, 8$ ) para los niveles  $ns_{1/2}$ ,  $np_{1/2}$ ,  $np_{3/2}$ ,  $nd_{3/2}$ ,  $nd_{5/2}$ ,  $nf_{5/2}$  y  $nf_{7/2}$ . Usando estos valores y las dos ecuaciones anteriores se realizó un cálculo de las energías para estados  $np_{3/2}$  y  $nf_{7/2}$  en rubidio y se compararon con los valores experimentales mostrados en los artículos [6] y [7]. En el capítulo de resultados están los cuadros 5.1 y 5.2 que muestran dicha comparación.

Al analizar estas tablas se concluyó que es suficiente la teoría del defecto cuántico para calcular las energías de los estados de Rydberg, al menos para la precisión de  $0,01nm$  con que se puede medir la longitud de onda en el laboratorio. Nótese que en dichas tablas se tienen las energías totales de los estados de Rydberg, por lo que conociendo la energía del estado anterior, es posible calcular la longitud de onda a la que debe operar el láser para llevar átomos a dichos estados. En la referencia [23] se publican valores experimentales de la energía, incluyendo estructura fina (e hiperfina), del nivel  $5d$  en rubidio. Utilizando estos valores y los valores de las tablas anteriores se realizó un cálculo de la longitud de onda del tercer láser necesaria para producir estados de Rydberg. En el cuadro 2.1 se muestran las longitudes de onda partiendo de los estados  $5d_{3/2}$  y  $5d_{5/2}$ . Todos los valores en dicha tabla tienen una incertidumbre menor a  $0,0001nm$ , pero solo se incluyen los primeros dos decimales debido a que esa es la precisión con que se puede medir en el laboratorio.

Una vez que se conocen las energías y las funciones de onda, se pueden calcular muchas propiedades importantes, una de ellas es el elemento de matriz dipolar eléctrico

n	Partiendo del nivel $5d_{3/2}$		Partiendo del nivel $5d_{5/2}$	
	$np_{3/2}$	$nf_{5/2}$	$np_{3/2}$	$nf_{7/2}$
40	1264.43	1262.83	1263.95	1262.36
41	1263.78	1262.31	1263.31	1261.83
42	1263.18	1261.82	1262.71	1261.34
43	1262.63	1261.36	1262.16	1260.89
44	1262.12	1260.94	1261.65	1260.46
45	1261.64	1260.54	1261.17	1260.07
46	1261.20	1260.17	1260.73	1259.70
47	1260.78	1259.82	1260.31	1259.35
48	1260.40	1259.50	1259.93	1259.03
49	1260.04	1259.19	1259.57	1258.72
50	1259.70	1258.90	1259.23	1258.43
51	1259.38	-	1258.91	-
52	1259.08	-	1258.61	-
53	1258.80	-	1258.33	-
54	1258.54	-	1258.07	-
55	1258.29	1257.70	1257.82	1257.23
56	1258.05	-	1257.58	-
57	1257.83	-	1257.36	-
58	1257.62	-	1257.15	-
59	1257.42	-	1256.95	-
60	1257.23	1256.78	1256.76	1256.31

Cuadro 2.1: Longitudes de onda correspondientes al tercer paso para excitar átomos de rubidio a estados de Rydberg. Estos valores fueron calculados a partir de los valores energéticos reportados en los artículos [6], [7] y [23]. El valor en fondo amarillo es el más cercano a la longitud de onda en que opera actualmente el láser.



$$\vec{r}_{ba} = \int \psi_b^* \vec{r} \cdot \hat{\epsilon}_{rad} \psi_a d^3\vec{r} \quad (2.38)$$

Que es proporcional a la probabilidad de transición del estado  $a$  al estado  $b$ . En la aproximación de campo central se tenía una función de onda dada por la ecuación (2.24), por lo que el elemento de matriz dipolar se puede separar en sus partes radial y angular

$$r_{ba} = \int R_b^*(r) r R_a(r) r^2 dr \quad (2.39)$$

$$I_{ang} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi Y_{l_b, m_b}^*(\theta, \phi) \hat{r} \cdot \hat{\epsilon}_{rad} Y_{l_a, m_a}(\theta, \phi) \sin(\theta) d\theta d\phi \quad (2.40)$$

La parte angular se puede resolver si se conoce el vector de polarización de la radiación, pero la parte radial depende del método utilizado para encontrar  $R(r)$ .

En lugar de buscar un valor para la probabilidad de transición, se puede tener una idea de ésta conociendo el tiempo de vida del estado superior, ya que “el tiempo de vida es el inverso de la probabilidad total de transición del estado en cuestión hacia todos los estados accesibles” [19]. De modo que conociendo el tiempo de vida de un estado se tiene una cota superior para la probabilidad de transición hacia otro estado particular. En el cuadro 2.2 se muestran los tiempos de vida, reportados experimentalmente, de algunos estados de interés para el trabajo actual. Del cuadro es importante notar que los tiempos de vida para los estados  $5d$  son casi diez veces mayores que el del estado  $5p$ , mientras que los correspondientes a estados de Rydberg son más de cien veces mayores que los de los estados  $5d$  y más de mil veces mayores que el del estado  $5p$ .

Estado	Tiempo de vida (ns)	$\pm$ (ns)	
$5p_{3/2}$	26,20	0,09	[24]
$5d_{3/2}$	246,3	1,6	[25]
$5d_{5/2}$	238,5	2,3	[25]

$l_j$	n	( $\mu$ s)	( $\mu$ s)
	34	33.2	1.4
	35	33.7	1.5
	36	39.8	1.3
	37	43.5	1.9
	38	45.1	2.0
$p_{3/2}$	39	45.9	1.3
	40	52.6	1.3
	41	58.7	3.0
	42	60.3	1.7
	43	60.2	2.8
	44	64.2	2.6

Cuadro 2.2: Tiempo de vida de estados excitados para rubidio. Los datos fueron obtenidos de [26] salvo por los primeros tres.

# Capítulo 3

## Trabajo con el láser de 1260nm

Como se mencionó en la introducción, en el proceso de excitación multifotónica hacia estados de Rydberg, el tercer y último paso lo produce un haz de 1260 *nm*. En el Laboratorio de Átomos Fríos hay disponible un láser de este tipo, pero antes de incluirlo en el experimento principal fue necesario comprobar que su funcionamiento fuera óptimo, para lo cual se realizaron varias pruebas, empezando por comprobar que operara de acuerdo con las especificaciones del fabricante, en particular con las que se muestran en el cuadro 3.1. Esto compone la primera sección del presente capítulo. En la siguiente sección se muestra el método utilizado para medir la forma espacial del haz, utilizando papel milimétrico y una cámara web.

### 3.1. Especificaciones del fabricante

El láser de 1260 *nm* es un Sacher Lasertechnik Group TEC120, el cual se opera con un controlador (Sacher Lasertechnik Group Pilot PC Laser Driver), que puede ser operado a su vez a través de una computadora utilizando una conexión GPIB (General-Purpose Instrumentation Bus). Comprobar que la polarización de dicho láser fuera vertical se consigue fácilmente utilizando un cubo polarizador, las otras características requieren un poco más de trabajo.

#### 3.1.1. Corriente umbral

Para medir la corriente umbral se hace un registro de la potencia de salida del láser en función de la corriente del diodo. Esto debe dar un comporta-

Longitud de onda	1259,8nm.
Corriente umbral	30mA.
Potencia de salida	> 20mW.
Máxima potencia	25mW.
Polarización	1 : 38 (vertical)
Características de sintonía:	
Sintonía con corriente	0,10 GHz por 1mA.
Sintonía con temperatura	20,0 GHz por 1C.
Sintonía con piezoeléctrico	2,0 GHz por 1V.

Cuadro 3.1: Algunas características del láser Sacher Lasertechnik Group TEC120.

miento lineal, excepto en un punto de cambio de pendiente. Este punto es el que define la corriente umbral. La primera vez que se midió se obtuvo un valor  $\sim 25 \text{ mA}$ , que es menor a la reportada por el fabricante. Por lo que se concluyó que la retroalimentación del láser funcionaba correctamente.

Saber que el láser está bien retroalimentado es esencial para cualquier uso del mismo, por lo que se creó un programa en LabView para automatizar esta medición. El programa controla la corriente del diodo y registra el voltaje generado por un medidor de potencia. En la figura 3.1 se puede ver una gráfica obtenida de este modo. Al programa le toma menos de un minuto obtener estos datos.

### 3.1.2. Potencia de salida

Es necesario saber qué potencia tiene el haz cuando el láser opera con una corriente en el diodo cercana a  $200 \text{ mA}$ . Para medir la potencia de salida se utilizó un medidor de potencia COHERENT, el cual tiene como límite  $10 \text{ mW}$ . Sin embargo cuando el láser funciona con  $90 \text{ mA}$  su potencia ya supera el límite de  $10 \text{ mW}$ . Por lo tanto se midió la potencia en función de la corriente del diodo hasta antes de  $90 \text{ mA}$ , luego se volvió a realizar la medición pero utilizando la reflexión de un divisor de haz colocado en el camino original del haz, esta medición se pudo hacer hasta los  $200 \text{ mA}$ . Comparando estos datos se extrapoló la primer medición y se obtuvo que a  $200 \text{ mA}$  la potencia toma un valor de  $(26 \pm 2) \text{ mW}$

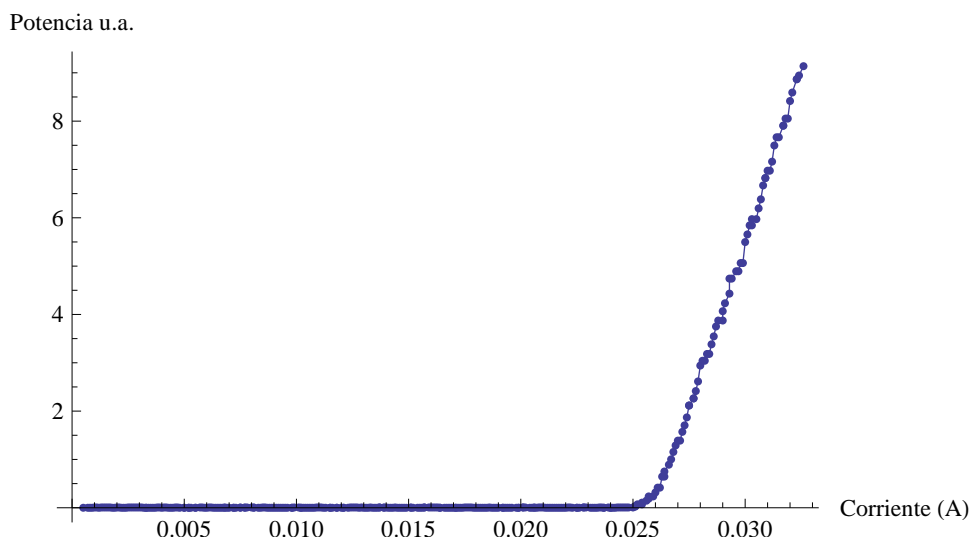


Figura 3.1: Gráfica obtenida para el cálculo de la corriente umbral.

### 3.1.3. Longitud de onda

La primer medición de longitud de onda se realizó con el espectrómetro *ACTON SpectraPro*, el cual ofrece una resolución de décimas de nanómetro ( $\pm 0,1 \text{ nm}$ ). Al obtener el espectro se ajustó una curva Gaussiana de modo que se pudo conocer la longitud de onda central y el ancho de línea del haz para distintas corrientes, estos datos se muestran en el cuadro 3.2. Con esta herramienta fue posible relizar el primer paso de sintonización gruesa de este láser para que su frecuencia de emisión estuviera en la región elegida para comenzar la búsqueda de los estados de Rydberg.

Para realizar una medición más precisa de la longitud de onda central, se utilizó el medidor de onda *BRISTOL Laser Wavelength Meter 521* que funciona utilizando un interferómetro de Michelson y ofrece una precisión de  $\pm 10$  partes por millón ( $\pm 0,01 \text{ nm}$  a  $1000 \text{ nm}$ ). Para introducir el haz en el medidor de onda, se utilizó una fibra óptica de conexión FC/PC *BRISTOL LC Series Fiber-Optic Laser Couplers*. Como el medidor de onda solo requiere de  $10 \mu\text{W}$  de potencia para funcionar, el acoplamiento a esta fibra es poco delicado y por lo tanto muy sencillo, con una montura para espejo con dos grados de libertad es más que suficiente para lograr este acoplamiento. Con esta medición se obtuvo que a  $200 \text{ mA}$  de corriente en el diodo, el láser opera

Corriente (mA)	Long. de onda (nm)	Ancho de línea (nm)
50	1259.5	0.17
100	1259.5	0.14
150	1259.5	0.15
200	1259.4	0.15

Cuadro 3.2: Longitud de onda central y ancho de línea del láser de 1260 nm, medidos con espectrómetro *ACTON*.

a una longitud de onda de  $(1259,49 \pm 0,01) \text{ nm}$ . Con cambios en voltaje y corriente es posible variar esta longitud de onda en aproximadamente  $0,03 \text{ nm}$ , lo cual es suficiente para igualar el valor remarcado en la tabla 2.1.

Con todos estos datos se concluyó que el láser se encontraba operando de acuerdo con las especificaciones del fabricante y en la región de sintonía requerida para comenzar la búsqueda de los estados de Rydberg con  $\lambda \sim 1259,5 \text{ nm}$ . Antes de mandar el haz del láser de 1260 nm al experimento era necesario conocer su forma espacial, en particular el tamaño de su cintura y su divergencia, de modo que se pudiera conocer el tamaño del haz en algún punto de su recorrido además de confirmar que la colimación fuera correcta y que, por consiguiente, la retroalimentación de la cavidad fuera óptima.

## 3.2. Medición del tamaño del haz

Partiendo de la suposición de que el haz tiene una forma gaussiana, hay dos métodos populares de determinar su tamaño, el método de la navaja y el del sensor CCD, ambos se explican a continuación:

- *Método de la navaja*: Este método consiste en medir la potencia del haz a medida que este se bloquea con una navaja montada en un soporte micrométrico. Así se tiene una relación entre la potencia y la distancia recorrida por la navaja, lo cual debe ajustarse a una función error

$$\text{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt \quad (3.1)$$

Que después debe derivarse para obtener el típico frente Gaussiano de intensidad que tienen la mayoría de los láseres. El ancho puede ser el

ancho  $1/e$ ,  $1/e^2$  o  $FWHM$  de la curva Gaussiana obtenida (teniendo cuidado de indicar cuál se está utilizando). Hay dos problemas principales con este método:

1. Al realizar una medición solo se obtiene el tamaño del haz en una dirección, por lo que para obtener el tamaño horizontal y vertical del haz se requieren dos mediciones y muy probablemente un soporte micrométrico con dos grados de libertad.
2. El tiempo promedio que se requiere para realizar una medición con este método es de varios minutos. Lo que significa que medir el tamaño del haz (horizontal y vertical), en varias posiciones a lo largo de su dirección de propagación, puede tornarse en una tarea de una tarde entera. Sin tomar en cuenta el análisis de los datos.

Es por esta razón que se buscó otro método que fuera más práctico y eficiente.

- *Método del CCD*: En este método se hace incidir el haz directamente sobre el sensor CCD (sin lentes) de una cámara digital de algún tipo, y se toma una fotografía. Después se realiza un análisis a la imagen resultante de modo que se puede obtener el nivel de intensidad en función de la posición del pixel. Conociendo además el tamaño de cada pixel podemos entonces hacer una caracterización del tamaño del haz. Utilizando programas que realicen análisis de imágenes, este método puede realizar una medición (que es simultáneamente horizontal y vertical) en cuestión de segundos, lo cual resuelve el problema del método anterior. Sin embargo este método presenta a su vez ciertos problemas:
  - Si se utiliza una webcam (o alguna cámara igual de económica) entonces el tamaño del sensor CCD será del orden de  $4 \times 3 \text{ mm}$ , por lo que un haz de  $3 \text{ mm}$  de diámetro ( $FWHM$ ) no cabría en el sensor, lo que podría resultar en un análisis erróneo de los datos.
  - Para evitar este problema se podría utilizar una cámara menos económica cuyo sensor CCD fuera de mayor tamaño. Por ejemplo una cámara *CANON EOS Rebel XT* cuyo sensor tiene dimensiones de  $22,0 \times 14,7 \text{ mm}$ . El problema es que esta cámara tiene un

precio de \$8 299,00<sup>1</sup> y hacer incidir un haz directamente sobre el sensor puede dañarlo si no se tiene un cuidado extremo. Por lo que utilizar una cámara de este precio en esta clase de experimentos sería muy poco práctico.

En conclusión, este método es mucho más eficiente (en tiempo) que el de la navaja, pero tiene la restricción de que el tamaño del haz sea menor que el tamaño del sensor, lo cual es un verdadero problema ya que es justamente el tamaño del haz lo que se quiere medir.

Para solucionar estos problemas se implementó un tercer método, el cual tiene la ventaja en tiempo que tiene el método del CCD sin tener la restricción en el tamaño del sensor y sin comprometer la integridad del mismo. La idea de este método es interponer un papel milimétrico semitranslúcido entre el haz y la webcam y, aprovechando la propiedad dispersiva del papel, obtener la distribución de intensidad Gaussiana analizando la imagen obtenida por la webcam. El análisis es muy parecido al realizado en el método del CCD. La calibración es posible gracias a las divisiones del papel milimétrico, las cuales fijan la escala por pixel de la imagen obtenida.

La principal ventaja de este método radica en la automatización de la obtención y análisis de los datos, por lo que es necesario un programa que realice estas tareas. El software que se eligió para este fin fue *Wolfram Mathematica*. La construcción de este programa fue una tarea compleja, ya que el objetivo final fue que pudiera ser utilizado por cualquier persona del laboratorio. Este objetivo fue alcanzado luego de varias modificaciones al programa original. A continuación se muestra el manual creado para explicar el funcionamiento del programa, además del modo en que debe emplearse. En el apéndice B se muestra la versión final de dicho programa.

### 3.2.1. Manual para medir el perfil de un haz

#### Descripción del aparato

Los elementos que forman el aparato son: una webcam (PC-320425), una montura para espejos de 1" de diámetro, papel milimétrico translúcido y un juego de postes y nueces para sostener estos elementos. La idea es hacer incidir el haz que se desea medir sobre el papel milimétrico, de manera que la

---

<sup>1</sup>Se puede consultar en [www.tiendacanon.com.mx/REBEL-T3-BK-EF-S-18-55-DCIII-Negro](http://www.tiendacanon.com.mx/REBEL-T3-BK-EF-S-18-55-DCIII-Negro)

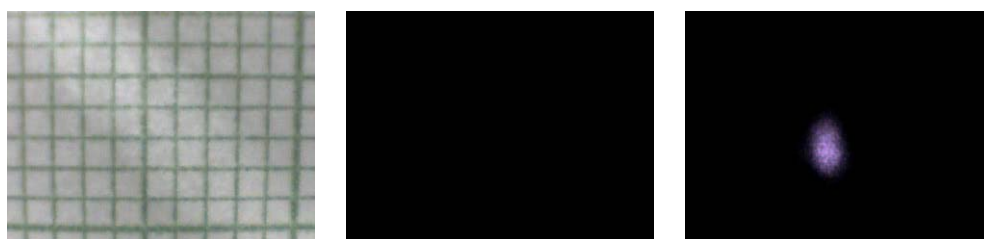


webcam pueda registrar el 'spot' del haz en el papel y comparar su distribución de intensidad, con las líneas impresas en el papel, cuya separación es de un milímetro. Si la distribución de intensidad tiene una forma Gaussiana entonces es posible conocer su radio ( $1/e^2$ ). Es importante que se coloque el papel milimétrico paralelo a la lente de la webcam, de modo que las líneas del papel cercanas a las orillas de la imagen se vean lo más rectas posibles (evitando así el paralaje).

### Descripción del código de *Wolfram Mathematica*

La imagen que se obtiene con la webcam es una imagen rgb, la cual se convierte en una matriz en donde cada entrada corresponde a la intensidad que se registra en cada pixel. Es decir que si la imagen mide  $240 * 320$  pixeles, la matriz resultante tiene  $240 * 320(*3)$  entradas con valores que van desde cero (sin luz) hasta uno (máximo de intensidad). Al tamaño de la matriz se le agrega el ( $*3$ ) debido a que la imagen es rgb, por lo que las entradas de la matriz tienen tres componentes: la intensidad de rojo (r - red), de verde (g - green) y de azul (b - blue). Se requieren tres capturas (imágenes registradas por la webcam) para medir el tamaño transversal del haz (el radio). Para facilitar la descripción del código se dará nombre a estas imágenes: imagen de calibración, imagen quita-ruido e imagen de medición. Un ejemplo de estas imágenes se muestra en las figuras 3.2(a)-(c). Para cada una de estas capturas hay un código distinto: calibración, quita-ruido y medición:

1. Calibración: Con la luz del cuarto encendida y el haz bloqueado, se realiza la captura. El programa analiza esta imagen y obtiene la relación *distancia - #pixel* en las direcciones horizontal y vertical. Para lograr esto lleva a cabo los siguientes pasos:
  - Transforma la imagen en una matriz de  $240 * 320 * 3$ .
  - Suma todos los valores de las columnas, por lo que obtiene un arreglo de 320 entradas. En la figura 3.2(d) se muestra la forma de este arreglo, para la imagen de ejemplo.
  - Obtiene los pixeles en donde se registran los mínimos de intensidad. Estos 'pozos' tienen una separación entre ellos de un milímetro, por lo que al conocer los pixeles donde se registran los mínimos de intensidad se obtiene la relación deseada.



(a)

(b)

(c)

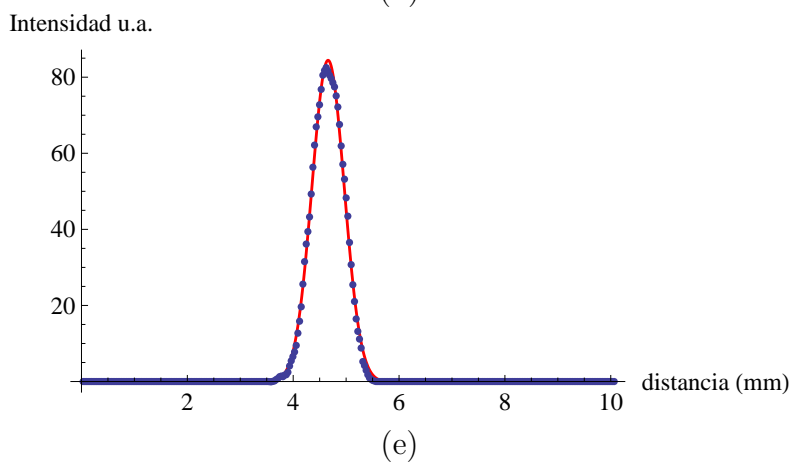
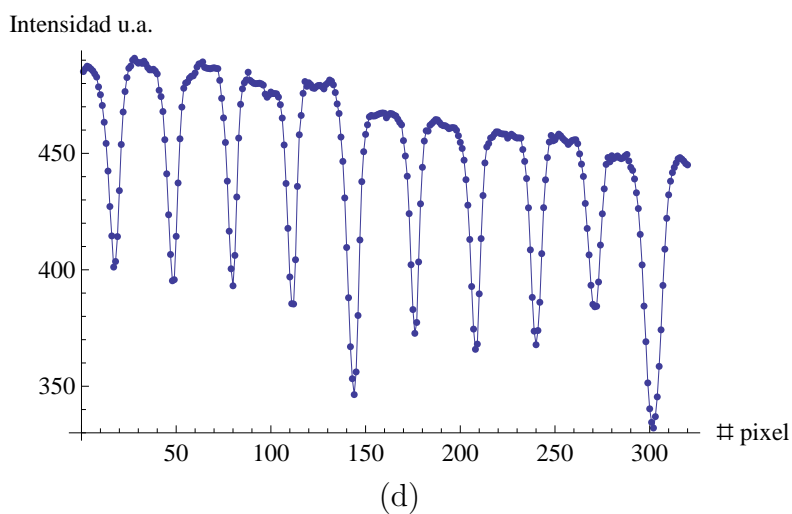


Figura 3.2: Ejemplo para medir el ancho del haz. (a)-(c) Imágenes de calibración, quita-ruido y medición. (d) 'Pozos' de calibración horizontal. (e) Medición horizontal, los puntos son obtenidos de la imagen, la línea roja es el ajuste Gaussiano.

- Repite lo anterior pero sumando los valores de los renglones, de manera que obtiene la relación distancia-pixel en las direcciones horizontal y vertical.
2. Quita-Ruido: La función de este código es eliminar cualquier fuente de ruido que pueda estar afectando la medición. La captura se realiza con la luz del cuarto apagada y con el haz bloqueado. El programa guarda la matriz asociada a esta imagen para restarla a la matriz de medición.
  3. Medición: Bajo las mismas condiciones, pero con el haz desbloqueado se realiza la captura. Este código ajusta una función Gaussiana a la distribución de intensidades, para luego obtener su radio en milímetros. Esto es lo que hace el programa paso a paso:
    - Transforma la imagen en una matriz de  $240 * 320 * 3$ .
    - Resta a esta matriz la matriz obtenida en el código *Quita-Ruido*.
    - Suma los valores de las columnas, de modo que obtiene un arreglo de 320 entradas.
    - Usando la información del código de calibración, se hace una relación entre la posición de los elementos de este arreglo y la distancia.
    - Ajusta una función Gaussiana (figura 3.2(e)) a estos puntos y obtiene el radio ( $1/e^2$ ) en milímetros.
    - Repite este proceso pero sumando los valores de los renglones.
    - Al finalizar, el programa guarda en una carpeta predeterminada los siguientes archivos:
      - radio-X.txt: Contiene el radio horizontal.
      - radio-Y.txt: Contiene el radio vertical.
      - error-X.txt: Contiene el error asociado al radio horizontal (calculado como la desviación estándar).
      - error-Y.txt: Contiene el error asociado al radio vertical (calculado como la desviación estándar).
      - foto + 'fecha'.bmp: Guarda la imagen analizada.
      - en-X + 'fecha'.gif: Guarda la gráfica con los puntos experimentales y el ajuste, en la dirección horizontal.

- en-Y + 'fecha'.gif: Guarda la gráfica con los puntos experimentales y el ajuste, en la dirección vertical.

Utilizar los tres programas toma menos de un minuto. Para obtener el perfil completo se debe repetir esta medición en varios puntos a lo largo de la dirección de propagación del haz. Se utilizó entonces este método para medir el perfil del haz de 1260 nm. En el apéndice C se muestran los anchos horizontales y verticales para distintas distancias y en la figura 5.1 se muestra el perfil completo. El haz no tiene el mismo comportamiento en ambas direcciones. Es evidente en particular que su cintura no se encuentra en el mismo punto para cada una de ellas. Este fenómeno se conoce como astigmatismo.

Con la información recabada hasta este punto, se concluyó que el láser se encontraba en buenas condiciones para ser incluido en el experimento principal. Por lo tanto se colocó una placa retardadora ( $\lambda/2$ ) y un cubo polarizador (*PBS*) a la salida del haz de modo que la potencia de los haces, reflejado y transmitido, pudiera ser controlada por medio de rotaciones de la placa. El haz reflejado se acopló a una fibra óptica (THORLABS P1-1310PM-FC) usando un acoplador (THORLABS PAF-X-2-C). En un principio se intentó utilizar la fibra óptica para incluir el haz en el experimento, entonces la placa se colocó de modo que el haz reflejado tuviera potencia máxima (25 mW). Pero debido al astigmatismo del haz, la eficiencia máxima de acoplamiento a la fibra, es decir el cociente de la potencia de entrada sobre la potencia de salida, no pudo superar el 20%. De los 25 mW disponibles a la entrada de la fibra, a la salida sólo se disponía de 5 mW. Debido a esto, se tomó la decisión de utilizar la fibra para mandar un brazo del haz al medidor de onda, de modo que se pudiera conocer la longitud de onda en tiempo real durante el experimento. El otro brazo del haz (el transmitido) se utilizará para el experimento.

Una última acción que se realizó antes de iniciar con el experimento, fue mandar un brazo del haz al interferómetro de Fabry-Perot (FPI por sus siglas en inglés). En el cual se puede comprobar que el láser esté operando en un sólo modo, en tiempo real. Comprobar esto es importante ya que de no ser así una fracción de la potencia del haz podría estar desperdiciándose en luz cuya longitud de onda no es la que se registra en el medidor de onda. Si el láser no opera en monomodo o hay cambios en la potencia y/o en la longitud de onda para regiones de corriente en donde estas características ya habían sido comprobadas, entonces es posible que la retroalimentación

del láser no esté funcionando correctamente, por lo que hay que corroborar midiendo corriente umbral y, en caso de ser necesario, corregir utilizando el tornillo de retroalimentación.

Usando el FPI también se caracterizó el cambio en frecuencia al variar el voltaje aplicado al elemento piezoeléctrico o la corriente que pasa por el diodo. Se obtuvo que la sintonía con el piezoeléctrico varía  $(0,36 \pm 0,05) \text{ GHz/V}$  y con la corriente varía  $(0,24 \pm 0,01) \text{ GHz/mA}$ . Tomando en cuenta que en corriente se tiene control hasta de  $0,1 \text{ mA}$  mientras que en voltaje se tiene hasta de  $1 \text{ mV}$ , es claro que las variaciones en frecuencia usando el piezoeléctrico son cerca de cien veces más finas que las variaciones generadas por cambios en corriente.

# Capítulo 4

## Experimento para producir estados de Rydberg

Para excitar átomos de rubidio, a temperatura ambiente, hasta estados de Rydberg, es necesario hacer incidir tres haces (780, 776 y 1260 nm) dentro de una celda de rubidio. Sin embargo para realizar el experimento son necesarias otras dos celdas: una se utiliza para anclar la frecuencia del láser de 780 nm y otra para anclar la del láser de 776 nm.

En la primera sección de este capítulo, se exponen las distintas partes que conforman estos sistemas de anclado. La segunda sección contiene la información de los distintos intentos para producir los átomos de Rydberg, así como el diagrama del montaje experimental final.

### 4.1. Sistemas de anclado

#### 4.1.1. Anclado del láser de 780nm

Este láser es anclado en la transición  $5s_{1/2} \rightarrow 5p_{3/2}$ , lo que corresponde a una longitud de onda de 780,24 nm (en vacío). La técnica utilizada para el anclado se conoce como *espectroscopía de polarización libre de Doppler* [27]. La idea de esta técnica es centrar la frecuencia del láser alrededor de un punto en donde sea absorbido únicamente por los átomos cuya velocidad, en la dirección de propagación del haz, sea cero.

Los átomos dentro de la celda se mueven con distintas velocidades, de modo que al interactuar con el haz ocurre el conocido ensanchamiento Dop-

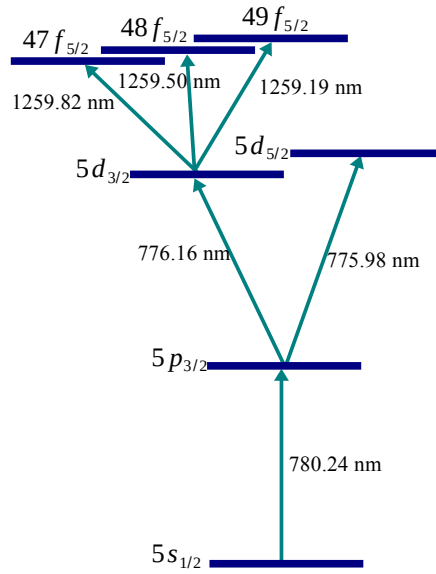


Figura 4.1: Diagrama energético para producir estados Rydberg.

pler. Para anularlo se separa el haz en dos haces, uno llamado haz de bombeo y otro llamado haz de prueba. Estos se hacen incidir contrapropagantes en la celda (ver figura 4.2), de modo que el corrimiento de la frecuencia para un átomo con velocidad distinta de cero es hacia el rojo para un haz y hacia el azul para el otro, por lo que únicamente en los sistemas de referencia de los átomos con velocidad igual a cero, ambas frecuencias coincidirán. Si se monitorea la absorción del haz menos intenso (prueba) entonces en el momento en el que la frecuencia (en el sistema de referencia del laboratorio) esté en sintonía con la transición, se detectará un aumento en su intensidad. Esto debido a que la probabilidad de que un átomo absorba la radiación es proporcional a la intensidad de la misma, y como el haz de bombeo es más intenso, los átomos lo absorberán más que al de prueba. Esto se conoce como espectroscopía de absorción saturada.

En cuanto a la polarización, la idea es que el haz de bombeo tenga una polarización circular cuando incida en la celda, lo cual generará una anisotropía en el vapor de rubidio. Es decir que en presencia del haz de bombeo, la absorción del haz de prueba tendrá una dependencia en la dirección de la polarización del mismo. Si el haz de prueba incide con una polarización lineal

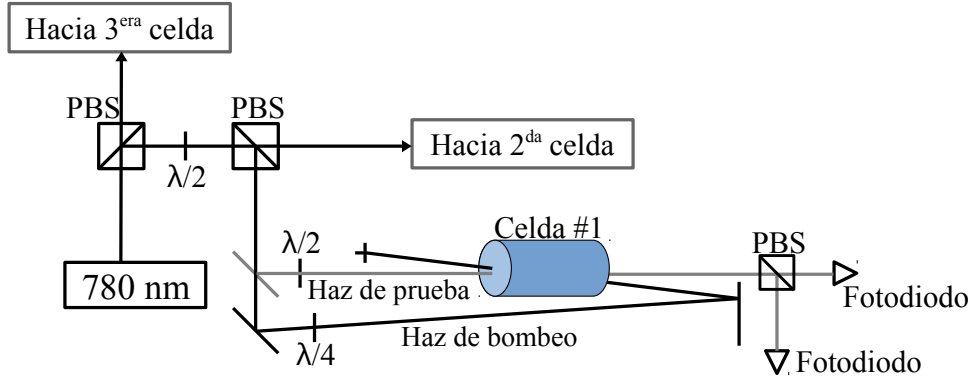


Figura 4.2: Esquema del sistema de anclado para láser de 780,24 nm.

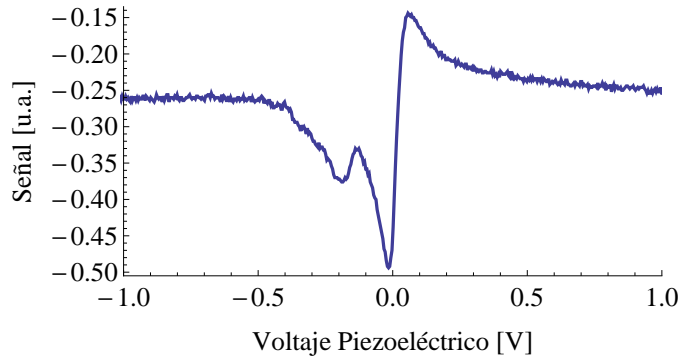


Figura 4.3: Señal de error utilizada para anclar el láser de 780,24 nm.

orientada a  $\pi/4$  y se analiza la señal generada por los fotodiodos mostrados en el diagrama, se encontrará que al graficar ambas señales en función de la frecuencia, habrá una ligera diferencia entre ellas. Al restar ambas señales se obtiene una señal de error parecida a la que se muestra en la figura 4.3. En el centro de la transición la relación entre la señal de error y el voltaje aplicado al tornillo piezoeléctrico es casi lineal, si se retroalimenta dicho voltaje de modo que se mantenga esta relación lineal, entonces se podrá anclar la frecuencia del láser a la transición  $5s_{1/2} \rightarrow 5p_{3/2}$ , con un ancho de línea menor al ancho natural de la transición [27].



### 4.1.2. Anclado del láser de 776nm

En la segunda celda se hacen incidir los láseres de 780 *nm* y 776 *nm*, lo que quiere decir que hay un tercer nivel energético disponible para los átomos de rubidio. El láser que se utiliza en el laboratorio opera a 776,16 *nm* (en vacío), por lo que se puede realizar la transición  $5p_{3/2} \rightarrow 5d_{3/2}$ .<sup>1</sup> Aprovechando el fenómeno conocido como "electron shelving" es posible comprobar la absorción del láser de 776 *nm* monitoreando la intensidad del láser de 780 *nm* (este mismo fenómeno se aprovecha más adelante para la detección de estados de Rydberg). La razón es la siguiente: en presencia del láser de 780 *nm*, el electrón de la última capa de los átomos de rubidio realiza ciclos entre los estados  $5s_{1/2}$  y  $5p_{3/2}$ , tan rápidamente como el tiempo de vida del estado  $5p_{3/2}$  lo permita. Si se agrega el láser de 776 *nm*, el electrón llevado al estado  $5p_{3/2}$  podrá seguir dos caminos: decaer al estado  $5s_{1/2}$  o subir al estado  $5d_{3/2}$  (la probabilidad de que suba depende de la intensidad del láser de 776 *nm*). En el cuadro 2.2 se muestra que el tiempo de vida del estado  $5d_{3/2}$  es aproximadamente diez veces mayor que el tiempo de vida del estado  $5p_{3/2}$ , es decir que el electrón tardará casi diez veces más que antes en regresar al estado base  $5s_{1/2}$ , por lo que habrá menos átomos con electrones en esta capa. Debido a esto el láser de 780 *nm* será menos absorbido, lo que se traduce en un incremento de su intensidad transmitida por la celda.

Entonces, teniendo anclado el láser de 780 *nm* y haciendo un barrido de la frecuencia del láser de 776 *nm*, se obtiene una señal que indica la presencia de átomos en el estado  $5d_{3/2}$ . Al igual que en el caso del láser de 780 *nm*, el anclado se realiza con espectroscopía de polarización, de modo que el haz de 776 *nm* se hace incidir en la celda con polarización circular y el haz de 780 *nm* con polarización lineal orientada a  $\pi/4$ . En la figura 4.4 se muestra

<sup>1</sup>Casi todos los trabajos consultados previo al experimento realizan la transición  $5p_{3/2} \rightarrow 5d_{5/2}$ , lo cual equivale a una longitud de onda de 775,98 *nm*. Hay preferencia por el nivel  $5d_{5/2}$  ya que la probabilidad de transición es mayor, lo que se traduce en un mayor número de átomos poblándolo. El láser con el que se cuenta es un láser de diodo de cavidad extendida fabricado en el laboratorio y su modo de operar es muy similar al del láser de 1260 *nm*. El problema es que para disminuir la longitud de onda en 0,18 *nm* los cambios en temperatura, corriente del diodo y voltaje del piezoeléctrico no son suficientes. La única opción es abrir el láser y modificar su sintonía manipulando la longitud de la cavidad. Sin embargo esta operación podría estropear la retroalimentación y/o colimación del láser, lo cual tiene arreglo pero tomaría una buena cantidad de tiempo y esfuerzo. Por esta razón se decidió trabajar en las condiciones actuales del láser y dejar esta modificación para otro momento.

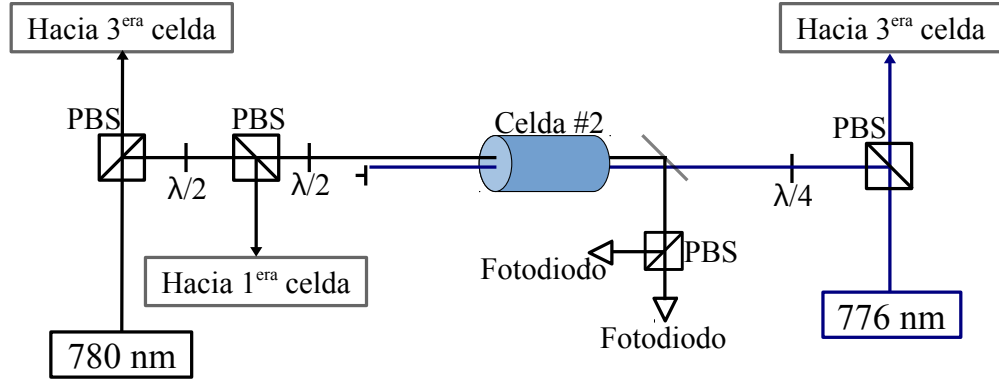


Figura 4.4: Esquema de sistema de anclado para láser de 775,98 nm.

un diagrama del sistema utilizado. La señal de error es, igual que en el caso anterior, la resta de las señales generadas por ambos fotodiodos. Los haces se hacen incidir contrapropagantes para anular el ensanchamiento Doppler.

Antes de incluir el láser de 1260nm, fue necesario optimizar el bombeo de electrones desde el estado base hasta el estado  $5d_{3/2}$ . El objetivo es que haya la mayor cantidad de átomos en este estado, para que sea más probable que alguno de ellos llegue hasta Rydberg, por lo cual la potencia del haz de  $776nm$  debe ser la mayor disponible. Sin embargo, como la idea es monitorear los cambios de intensidad del haz de  $780nm$ , es necesario que su intensidad esté justo por debajo de la intensidad de saturación. Si es menor que la intensidad de saturación entonces habrá pocos átomos en el estado  $5p_{3/2}$ , por lo cual habrá pocos en el  $5d_{3/2}$ . Si es mayor que la intensidad de saturación, entonces los cambios en la absorción de  $780nm$  serán menos aparentes.

Para definir estos parámetros y para obtener una buena señal de anclado, es realmente útil contar con un sistema de detección versátil, es decir con un circuito que permita controlar (por separado) las ganancias y los 'offsets' de los fotodiodos (ver figura 4.4). Con esto en mente se armó el circuito que se muestra en la figura 4.5, en el cual el DIP Switch controla la ganancia de cada diodo y la resistencia variable controla el offset. Las combinaciones de resistencia-capacitor que controla el DIP Switch se enlistan en la siguiente tabla:

Con este circuito se pudieron obtener los valores para las potencias de los haces de  $780nm$  y  $776nm$  tanto para tener una buena señal de anclado como para tener una buena señal de bombeo de electrones.

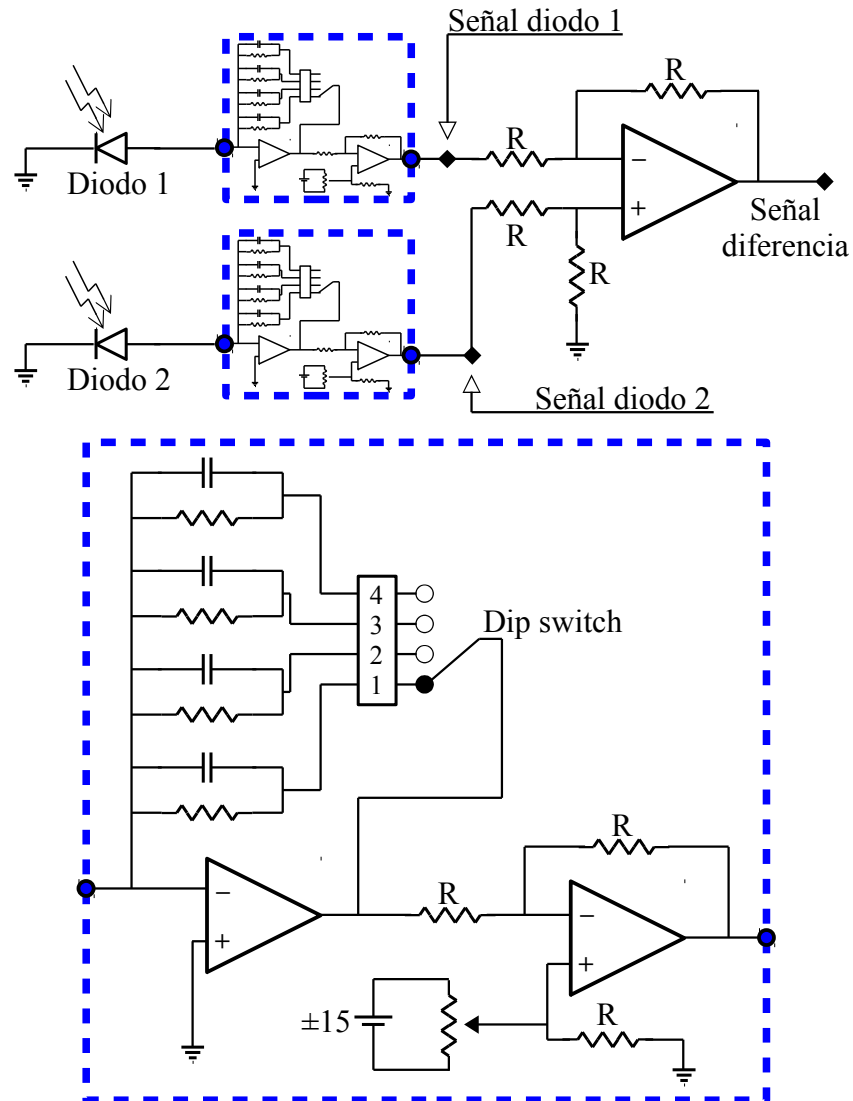


Figura 4.5: Circuito utilizado para filtrar, amplificar y restar las señales de dos diodos. El circuito permite controlar la ganancia (mediante el DIP switch) y el offset (resistencia variable) para cada diodo.

Valor Switch	Resistencia [ $k\Omega$ ]	Capacitancia [ $pF$ ]	Ganancia [ $V/\mu W$ ]	Frecuencia corte [ $kHz$ ]
1	100	150	0,052	$\sim 11$
2	470	82	0,244	$\sim 4$
3	1000	47	0,52	$\sim 3,4$
4	4700	10	2,44	$\sim 3,4$

Cuadro 4.1: Opciones a elegir con DIP Switch en circuito para fotodiodos.

## 4.2. En busca de Rydberg

Para agregar al sistema el láser de  $1260\text{nm}$  es importante tomar en cuenta que el tiempo de vida de los estados de Rydberg es especialmente grande, más de cien veces el tiempo de vida del estado  $5d_{3/2}$  (ver tabla 2.2). Esto sugiere que la señal que se busca es bastante más pequeña que la del paso anterior. Con esto en mente se decidió utilizar un detector en fase (*EG&G* 5209), el cual toma la señal proveniente del fotodiodo y la multiplica por una señal cuadrada, cuya fase y frecuencia obtiene del controlador del modulador mecánico (“optical chopper”). Con esto se amplifica cualquier cambio de intensidad del haz de  $780\text{nm}$  transmitido por la celda, que ocurra a la frecuencia de modulación<sup>2</sup>, mientras se filtran cambios que ocurran a alguna otra frecuencia. Como el modulador mecánico está interrumpiendo el paso del haz de  $1260\text{nm}$ , entonces lo que se busca en el experimento es un pico en la señal proveniente del detector en fase, que ocurra cuando la frecuencia del láser esté cerca de resonancia con alguna transición hacia Rydberg. En el trabajo [28] se da una descripción detallada del funcionamiento de un detector en fase.

El montaje para incluir el láser de  $1260\text{nm}$  se muestra en la parte superior de la figura 4.6. Este montaje se diseñó utilizando como base el montaje de [5]. Como ya se mencionó en el capítulo de Introducción, la detección de los estados de Rydberg se realiza a través de monitorear la intensidad del haz de  $780\text{nm}$  después de pasar por la celda de rubidio, mientras se varía la frecuencia del láser de  $1260\text{nm}$  aprovechando así el fenómeno del “electron shelving”, explicado también previamente. Las placas retardadoras de

<sup>2</sup>Vale la pena remarcar que estrictamente no se está modulando el láser, se está interrumpiendo con un “chopper”, sin embargo, a falta de otro término y para evitar el uso de la palabra ‘chopero’, se llamará modulación a este proceso.

un cuarto de onda que se colocan junto a la tercer celda tienen como función seleccionar las máximas proyecciones de  $F$  ( $m_F$  máxima), optimizando la probabilidad de transición. El haz de  $780\text{ nm}$  llega a la primer placa retardadora con polarización horizontal, esta se orienta de modo que transmita el haz con polarización circular derecha. Se nombra  $\sigma^+$  a esta polarización, eligiendo como eje de cuantización la dirección de propagación del haz de  $780\text{ nm}$ . La segunda placa se coloca con la misma orientación, de modo que la polarización final del haz de  $780\text{ nm}$  es vertical. Como el haz de  $776\text{ nm}$  llega a la segunda placa con polarización vertical, la placa lo transmite con polarización circular izquierda, que es nuevamente  $\sigma^+$  ya que el eje de cuantización se eligió respecto al haz de  $780\text{ nm}$ . Como el haz de  $1260\text{ nm}$  llega con polarización horizontal, entonces la segunda placa lo transmite con polarización  $\sigma^-$ . Por lo tanto, dentro de la celda los haces de  $780\text{ nm}$ ,  $776\text{ nm}$  y  $1260\text{ nm}$  tienen polarización  $\sigma^+$ ,  $\sigma^+$  y  $\sigma^-$  respectivamente.

Antes de incorporar la detección en fase se hizo un intento por producir estados de Rydberg registrando los cambios de intensidad con un fotodiodo conectado a un circuito como el de la figura 4.5. La frecuencia del láser de  $1260\text{ nm}$  se barrió en las zonas de corriente y voltaje en las que el láser tenía un solo modo y una longitud de onda cercana a algún valor del cuadro 2.1. Después de hacer esto en repetidas ocasiones, no se obtuvo ningún espectro en el que se viera cambio alguno debido a la presencia del láser de  $1260\text{ nm}$ .

#### 4.2.1. Caracterización del detector en fase

Para incluir el detector en fase se plantearon una serie de experimentos que permitieran comprender a fondo su modo de operación. Dos de ellos fueron especialmente ilustrativos:

1. Medir las curvas de absorción del láser de  $780\text{ nm}$ . Para lo cual se hizo incidir un solo haz, modulado y con polarización lineal, en una celda de rubidio mientras se hacía un barrido en frecuencia.
2. Medir el bombeo óptico de electrones hasta el estado  $5d_{3/2}$  con dos fotones ( $780$  y  $776\text{ nm}$ ). En este segundo experimento se hicieron incidir ambos haces en una celda de rubidio, la frecuencia del primero estaba anclada a su transición correspondiente mientras se variaba la frecuencia del segundo. El haz de  $776\text{ nm}$  era el haz modulado.

El objetivo de estos experimentos es saber qué tanto mejora el detector en fase, la señal proveniente del fotodiodo. En ambos experimentos se midieron los cambios de intensidad del láser de  $780\text{nm}$  después de pasar por la celda de rubidio, detectándolos con un fotodiodo *FDS100 (THORLABS)*. Estos fueron realizados en la tercer celda (ver figura 4.6), bloqueando el haz de  $1260\text{nm}$  y cambiando de lugar el modulador mecánico (“chopper”). Para realizarlos se creó un programa en *LABVIEW* que registra la salida del detector en fase mientras controla el voltaje aplicado al elemento piezoeléctrico del láser en cuestión a través de una fuente de voltaje (*AGILENT E3642a*) que se controla por conexión GPIB. Para comunicarse con el detector de fase se utilizó un módulo USB de adquisición de datos de *National Instruments*. Al programa se le dan los siguientes parámetros: voltaje inicial  $V_0$ , voltaje final  $V_F$  y tamaño de paso para voltaje  $\Delta V$ . Entonces el programa varía el voltaje desde el valor  $V_0$  hasta  $V_F$ , dando pasos del tamaño elegido  $\Delta V$ . En cada paso promedia cincuenta datos de la salida del detector en fase. Cuando llega al valor final de voltaje: despliega una gráfica en donde el eje X es el voltaje aplicado al piezoeléctrico y el eje Y es el voltaje de salida del detector en fase; guarda esta gráfica como imagen así como los datos que usó para crearla y repite el proceso.

El resultado final de estos dos experimentos se muestra en el siguiente capítulo, sin embargo vale la pena mencionar que para llegar a dicho resultado fue necesario buscar las condiciones de operación adecuadas del detector de fase, lo cual fue un trabajo que duró varias sesiones. Las condiciones finales fueron:

Potencia de  $780\text{nm}$ :  $4,03\ \mu\text{W}$

Potencia de  $776\text{nm}$ :  $490\ \mu\text{W}$

Detector en fase:

Sensibilidad:  $10\text{mV}$  ( $1^{\text{er}}$  experimento)  $1\text{mV}$  ( $2^{\text{do}}$  experimento)

Constante de tiempo:  $1\text{ms}$

Frecuencia de modulación:  $600\text{Hz}$

La frecuencia de modulación se debe elegir tomando en cuenta lo siguiente: Para cada valor de voltaje aplicado al elemento piezoeléctrico, el programa tarda  $50\text{ms}$  en recopilar y promediar los 50 datos que toma. Es decir que, en promedio, se toma 1 dato cada milisegundo. Con una frecuencia de modulación entre  $500 - 1000\text{Hz}$  el programa toma series de entre uno y dos datos cada que el modulador mecánico bloquea y desbloquea el haz. Por lo que frecuencias en este rango funcionan perfectamente.

### 4.2.2. Sistema completo e intentos por producir átomos de Rydberg

Una vez que se estudió el funcionamiento del detector en fase, se adaptó el montaje para incluirlo al experimento de Rydberg, utilizando el sistema de la figura 4.6. El sistema de la primer celda es para anclar la frecuencia del láser de  $780\text{ nm}$  a su transición correspondiente, la segunda celda se usa a su vez para anclar la frecuencia del láser de  $776\text{ nm}$  a su respectiva transición y en la tercera celda se busca excitar átomos hasta estados de Rydberg. Mientras se realiza el experimento, el FPI monitorea que el láser de  $1260\text{ nm}$  opere en un solo modo mientras que el medidor de onda detecta la longitud de onda en que opera con precisión de centésimas de nanómetro. Todo esto en tiempo real, de modo que si algo falla en la operación del láser se pueda detectar inmediatamente y detener el experimento para regresar a las condiciones adecuadas. Al igual que antes lo que se mide es la intensidad del haz de  $780\text{ nm}$ , esperando ver un aumento en la misma si es que existieran átomos en estados de Rydberg.

A partir de este punto, el procedimiento que se utilizó día con día para buscar dichos estados fue muy metódico. El proceso se describe a continuación: el primer paso es buscar las condiciones de operación adecuadas para los láseres en la tercera celda, es decir, encontrar la potencia a la cual la intensidad del haz de  $780\text{ nm}$  se encuentra justo por debajo de la intensidad de saturación y encontrar la potencia del haz de  $776\text{ nm}$  a la cual el bombeo al estado  $5d_{3/2}$  es más eficiente. Este primer paso no tiene que repetirse diario, solo es necesario hacerlo cada vez que se haga un cambio en los elementos de la mesa de trabajo. El segundo paso es anclar los primeros dos láseres, encender el modulador mecánico y el detector en fase. El tercer paso es realizar una búsqueda de las zonas de corriente (del diodo) y voltaje (del piezoeléctrico) en donde el láser de  $1260\text{ nm}$  opera con un solo modo. Ya conociendo estas zonas, se eligen aquellas en las que la longitud de onda, registrada por el medidor de onda, tome un valor muy cercano a los enlistados en el cuadro 2.1. Lo siguiente es utilizar un programa similar al utilizado en los experimentos para caracterizar el detector en fase pero que se conecta directamente al controlador del láser de  $1260\text{ nm}$ , de modo que se puede controlar el voltaje aplicado al elemento piezoeléctrico y además la corriente que pasa por el diodo. A este nuevo programa se le dan los mismos parámetros que al anterior más otros tres: corriente inicial  $I_0$ , corriente final  $I_F$  y tamaño de paso para corriente  $\Delta I$ . El modo de operar del programa

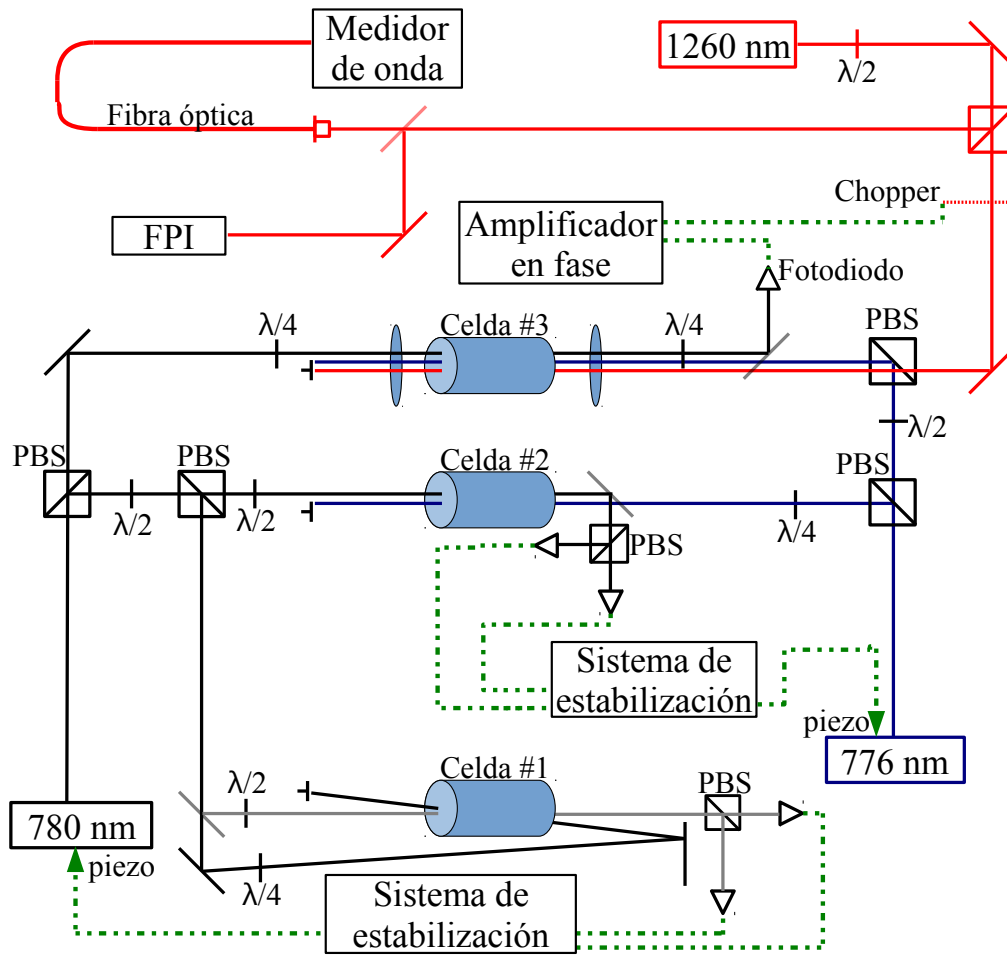


Figura 4.6: Montaje que incluye todas las partes del experimento. Los elementos ópticos color rojo tienen recubrimiento especial para el láser de 1260 nm.



es muy similar al anterior pero este inicia fijando el valor de la corriente a  $I_0$ , luego varía el voltaje desde el valor inicial hasta el final y cuando llega este valor despliega la gráfica y guarda los datos (al igual que el programa anterior), aumenta el valor de la corriente en  $\Delta I$  y repite el barrido. Este programa se detiene cuando la corriente llega al valor final elegido  $I_F$ . De este modo la búsqueda es totalmente automatizada, el sistema de anclado para el láser de  $780\text{ nm}$  mantiene el láser en sintonía con su transición por varias horas, sin embargo el sistema de anclado del láser de  $776\text{ nm}$  lo mantiene por periodos de entre 30 – 60 minutos, por lo que es necesario vigilar el experimento constantemente.

Es importante elegir el paso en voltaje que se da en el barrido del piezoeléctrico de modo que la frecuencia recorrida en dicho paso sea mucho menor que el ancho de línea de la señal que se busca. En el caso de Rydberg, el ancho de línea natural de la transición es muy pequeño, por lo que es el ancho de línea del láser el que define el ancho de la señal. En todas las mediciones el paso en voltaje fue  $\Delta V = 1\text{ mV}$ . Como se mencionó anteriormente el piezoeléctrico del láser de  $1260\text{ nm}$  es tal que por cada volt aplicado, la frecuencia varía  $\sim 0,36\text{ GHz}$ , por lo que los pasos del barrido son de aproximadamente  $0,36\text{ MHz}$ , lo cual es ciertamente menor que el ancho de línea del láser ( $\sim 7,5\text{ MHz}$  medido con el FPI).

El primer intento se realizó sin las lentes y con las placas retardadoras de un cuarto de onda. La potencia de los haces de  $780$  y  $776\text{ nm}$  era de  $140\ \mu\text{W}$  y  $2\text{ mW}$  respectivamente. El detector de fase tenía una sensibilidad de  $3\text{ mV}$  y una constante de tiempo de  $10\text{ ms}$ .

Un problema que se presentó por primera vez en este intento pero que fue una constante durante todo el proceso de búsqueda fue la contaminación de la señal debido a la presencia del láser de  $776\text{ nm}$ . Con el láser de  $780\text{ nm}$  anclado, la señal registrada por el fotodiodo era plana y con un nivel de ruido pequeño. Si se analiza en la figura 4.6 el camino que sigue el haz de  $776\text{ nm}$ , se puede notar que al alinear los haces de modo que se encuentren de forma contrapropagante dentro de la celda, las reflexiones del haz de  $776\text{ nm}$  en la celda y en las placas retardadoras llegan al fotodiodo, que debería recibir luz únicamente de  $780\text{ nm}$ . La potencia de las reflexiones debe ser una fracción muy pequeña de la potencia original, pero debe tomarse en cuenta que la potencia del haz de  $776\text{ nm}$  es mucho mayor que la del haz de  $780\text{ nm}$  y disminuir la potencia del primero implica una disminución en el bombeo de electrones hacia el estado  $5d_{3/2}$ , lo cual resulta cotraproducente. Aún así uno podría pensar que el detector en fase debería filtrar esta contaminación debida a

las reflexiones, sin embargo la sensibilidad elegida para notar los cambios de intensidad del 780 es tal que la intensidad del haz reflejado genera cambios en la señal del fotodiodo tales que el detector en fase se satura.

Para evitar esto se hicieron otros dos intentos, primero girando ligeramente la celda y luego eliminando las placas retardadoras. Los espectros obtenidos de este modo seguían sin mostrar influencia alguna del láser de 1260 nm

Para aumentar la intensidad del haz de 1260 nm y así aumentar la probabilidad de transición hacia Rydberg, se decidió incluir dos lentes alrededor de la tercer celda (ver figura 4.6). La lente del lado izquierdo tenía una distancia focal de 7 cm y la del lado derecho de 10 cm. Para mantener la intensidad de saturación se disminuyó la potencia del haz de 780 nm hasta 100 nW, de modo que se aumentó la sensibilidad del detector en fase a 10  $\mu$ V. Sin embargo al hacerlo, aparecieron de nuevo los efectos de contaminación por reflexiones, aún cuando estas reflexiones fueran en lentes con recubrimiento antirreflejante para esta longitud de onda. Lo que se hizo entonces fue disminuir la potencia del haz de 776 nm hasta que su presencia ya no fuera detectada por el fotodiodo, lo cual ocurrió con 10  $\mu$ W. Una vez realizados estos cambios se hizo otro intento para buscar Rydberg. Mientras se hacía, se notó que la señal proveniente del detector de fase presentaba cambios cuando se hacía con y sin el haz de 1260 nm. Esto parecía una excelente noticia, sin embargo, al realizar distintas pruebas se comprobó que los cambios en la señal no eran producidos por efectos del haz de 1260 nm sobre la absorción del de 780 nm, más bien eran debidos a que, nuevamente, las reflexiones en los elementos ópticos hacían que el fotodiodo detectase la luz, esta vez, de 1260 nm. En retrospectiva, llegar a esta conclusión parece obvio tomando en cuenta el problema anterior de las reflexiones, pero hay que notar que la sensibilidad del fotodiodo para esta longitud de onda es prácticamente cero, sin embargo al ser este el haz modulado, el detector de fase pudo amplificar la pequeñísima respuesta del fotodiodo a esta longitud de onda hasta hacerla comparable con el nivel de señal generada por el haz de 780 nm.

Después de esto se continuó haciendo distintos intentos por producir estados de Rydberg con distintas configuraciones en potencias, polarizaciones y acomodo de elementos ópticos en la mesa. Sin embargo ninguno de ellos arrojó resultados satisfactorios.

# Capítulo 5

## Resultados

En este capítulo se exponen los resultados obtenidos a lo largo del desarrollo de este proyecto. Empezando por una comparación interesante entre dos trabajos sobre cómo medir fácilmente energías de estados de Rydberg. Siguiendo con la caracterización del haz de 1260 nm, la caracterización del detector en fase y finalizando con algunas lecciones obtenidas al realizar los distintos intentos por producir los estados de Rydberg.

### 5.1. Energías de Rydberg

Como se mencionó en la sección 2.3, la energía de los estados de Rydberg se puede calcular de modo aproximado utilizando la ecuación semiempírica (2.36)

$$T_{nlj} = IP - \frac{Ry_{alk}}{(n - \delta_{nlj})^2} \quad (5.1)$$

En donde  $IP = 33690,798(2)cm^{-1}$  y  $Ry_{alk} = 109736,605cm^{-1}$ . Y la expresión para el defecto cuántico (2.37)

$$\delta_{nlj} = \delta_0 + \frac{\delta_2}{(n - \delta_0)^2} + \frac{\delta_4}{(n - \delta_0)^4} + \frac{\delta_6}{(n - \delta_0)^6} + \frac{\delta_8}{(n - \delta_0)^8} \quad (5.2)$$

Utilizando los valores de las constantes publicados por Gallagher [1], se realizó un cálculo de las energías de los estados de interés para este trabajo y se compararon con datos experimentales, esto se muestra en los cuadros 5.1 y 5.2.

Al observar estos cuadros es evidente que la ecuación

$$E_{nlj} = \frac{Ry}{(n - \delta_{nlj})^2} \quad (5.3)$$

que parece muy simple, es muy eficiente a la hora de calcular energías para estados de Rydberg, manteniendo un error por debajo del  $0,000004\%$  para  $n = 36 - 100$  comparado con valores experimentales. Esto equivale a un error máximo de  $0,000013nm$ , mientras que el aparato para medir longitud de onda con mayor precisión disponible en el laboratorio, puede medir hasta centésimas de nanómetro ( $0,01nm$ ).

Cabe mencionar que en los artículos de donde se obtuvieron los valores experimentales de las energías ([6] y [7]), se hace un ajuste para obtener nuevos valores para las constantes de la ecuación (2.37), estos ajustes producen valores similares a los publicados por Gallagher.

## 5.2. Caracterización del láser de 1260 nm

En cuanto a la primera parte de este trabajo realizada en el laboratorio, que fue caracterizar el láser de  $1260nm$ , al comparar las mediciones realizadas con los valores reportados con el fabricante se pudo aseverar que el láser operaba correctamente. En el cuadro 5.3 se enlistan las características del láser. El único punto en el que hubo una diferencia importante fue en la sintonía con voltaje (piezoeléctrico), el fabricante reporta una variación de  $2,0 GHz/V$ , mientras que el valor obtenido en la medición fue de  $(0,36 \pm 0,05)GHz/V$ . Se contactó al fabricante y éste explicó que el elemento piezoeléctrico tiende a ‘envejecer’, haciendo que ocurran este tipo de cambios.

El siguiente ejercicio fue la creación del sistema de medición del tamaño del haz utilizando la cámara web. En el apéndice C se muestran las distribuciones de intensidad en las direcciones horizontal y vertical obtenidas para el haz de  $1260nm$  por este método. Es claro que la forma del haz en la dirección horizontal no es gaussiana para distancias menores a  $50cm$ , por lo que estas mediciones no fueron tomadas en cuenta al obtener su perfil. En la figura 5.1 se muestra el perfil del haz en donde cada punto corresponde al radio  $1/e^2$  obtenido en las distribuciones gaussianas del apéndice. Las curvas ajustadas a los perfiles son hipérbolas que obedecen la ecuación 2.13

$$W(z) = W_0 \sqrt{1 + \left( \frac{z - z_1}{z_0} \right)^2} \quad (5.4)$$

n	Calculada (MHz)	Experimental ( $\pm 1$ MHz)	Diferencia (MHz)
36	1007068298	1007068254	44
37	1007237890	1007237858	32
38	1007393297	1007393277	20
39	1007536057	1007536027	30
40	1007667508	1007667475	33
41	1007788812	1007788783	29
42	1007900987	1007900954	33
43	1008004928	1008004909	19
44	1008101421	1008101402	19
45	1008191160	1008191144	16
46	1008274762	1008274740	22
47	1008352774	1008352760	14
48	1008425683	1008425666	17
49	1008493925	1008493911	14
50	1008557890	1008557870	20
51	1008617928	1008617901	27
52	1008674354	1008674339	15
53	1008727451	1008727427	24
54	1008777478	1008777455	23
55	1008824665	1008824651	14
56	1008869225	1008869210	15
57	1008911348	1008911329	19
58	1008951208	1008951185	23
59	1008988966	1008988949	17
60	1009024766	1009024746	20
61	1009058742	1009058721	21
62	1009091015	1009090994	21
63	1009121697	1009121672	25

Cuadro 5.1: Comparación entre valores experimentales y valores obtenidos por la teoría de defecto cuántico para energías de los estados  $np_{3/2}$  en  $^{85}\text{Rb}$ . Los valores de la segunda columna fueron calculados con la ecuación (2.36) y los de la tercer columna son los reportados en [6].

n	Calculada (MHz)	Experimental ( $\pm 8$ MHz)	Diferencia (MHz)
33	1007000781	1007000764	17
34	1007176126	1007176099	27
35	1007336650	1007336627	23
36	1007483978	1007483952	26
37	1007619517	1007619503	14
38	1007744493	1007744481	12
39	1007859976	1007859967	9
40	1007966903	1007966892	11
41	1008066098	1008066092	6
42	1008158290	1008158283	7
43	1008244123	1008244119	4
44	1008324169	1008324159	10
45	1008398935	1008398929	6
46	1008468878	1008468875	3
47	1008534401	1008534399	2
48	1008595872	1008595874	2
49	1008653616	1008653605	11
50	1008707928	1008707917	11
55	1008936526	1008936522	4
60	1009110379	1009110376	3
65	1009245668	1009245673	5
70	1009353010	1009353011	1
75	1009439603	1009439602	1
80	1009510470	1009510477	7
85	1009569201	1009569208	7
90	1009618417	1009618416	1
95	1009660066	1009660066	0
100	1009695625	1009695624	1

Cuadro 5.2: Comparación entre valores experimentales y valores obtenidos por la teoría de defecto cuántico para energías de los estados  $nf_{7/2}$  en  $^{85}\text{Rb}$ . Los valores de la segunda columna fueron calculados con la ecuación (2.36) y los de la tercer columna son los reportados en [7].

Longitud de onda	$(1259,49 \pm 0,01)nm.$
Corriente umbral	$\sim 25mA.$
Potencia de salida	$(26 \pm 2)mW.$
Polarización	vertical
Características de sintonía:	
Sintonía con corriente	$(0,24 \pm 0,01) GHz/mA.$
Sintonía con piezoeléctrico	$(0,36 \pm 0,05) GHz/V.$

Cuadro 5.3: Resultados obtenidos al caracterizar el láser de 1260 nm.

	$z_1 (mm)$	$z_0 (mm)$	$W_0 (mm)$	$\theta (mrad)$
horizontal	813,2	239,2	0.221	1.81
vertical	-162,6	470,1	0.454	0.88

Cuadro 5.4: Parámetros que caracterizan la forma espacial del haz de 1260 nm.

Donde  $W_0 = \sqrt{\frac{\lambda z_0}{\pi}}$  es la ‘cintura’ del haz,  $z_1$  la posición de la cintura en el eje de propagación del haz (medida desde el láser) y  $z_0$  la *longitud de Rayleigh*. En la sección 2.2 se menciona que el haz queda totalmente caracterizado con la posición de la cintura, la *longitud de Rayleigh* y la longitud de onda ( $\lambda$ ). La longitud de onda se muestra en el cuadro 5.3 y los otros dos parámetros se enlistan en el cuadro 5.4, además del tamaño de la cintura y la divergencia  $\theta = \frac{\lambda}{\pi W_0}$ , ya que son de gran utilidad.

### 5.3. Caracterización del detector en fase

Tal vez el logro más importante de este trabajo haya sido la inclusión del detector en fase al experimento. El primer resultado importante en este aspecto fue aprender que la relación entre frecuencia de modulación, velocidad de barrido y ancho de línea (de la señal que se quiere detectar) es esencial para planear cualquier medición. Debe ocurrir que la frecuencia de modulación sea mucho mayor que el cociente de velocidad de barrido entre ancho de línea, de modo que el tiempo que le toma al barrido recorrer un ancho de línea sea suficiente para que el láser en cuestión sea modulado varias veces. En el caso de las búsquedas de Rydberg no hubo problemas en ese sentido ya que el programa que se creó promedia varios datos por cada paso de vol-

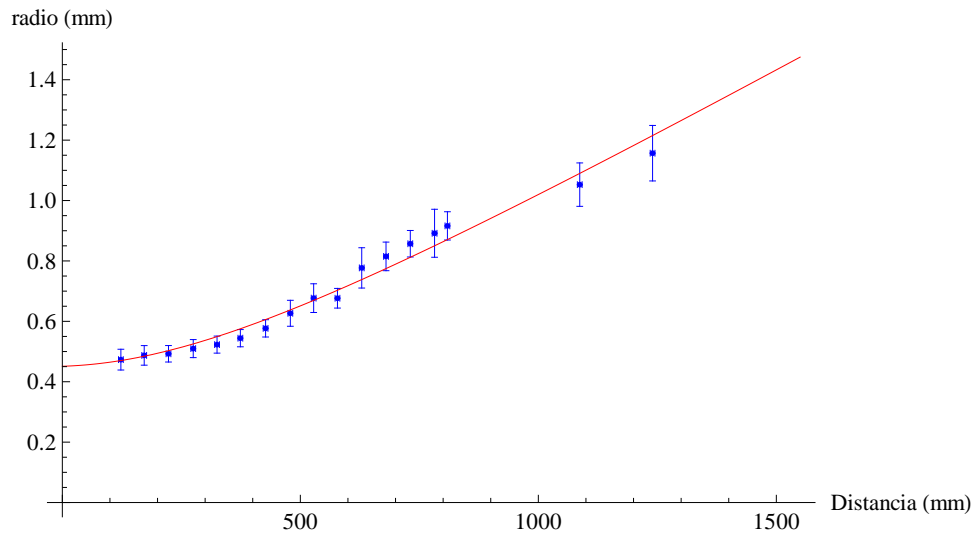
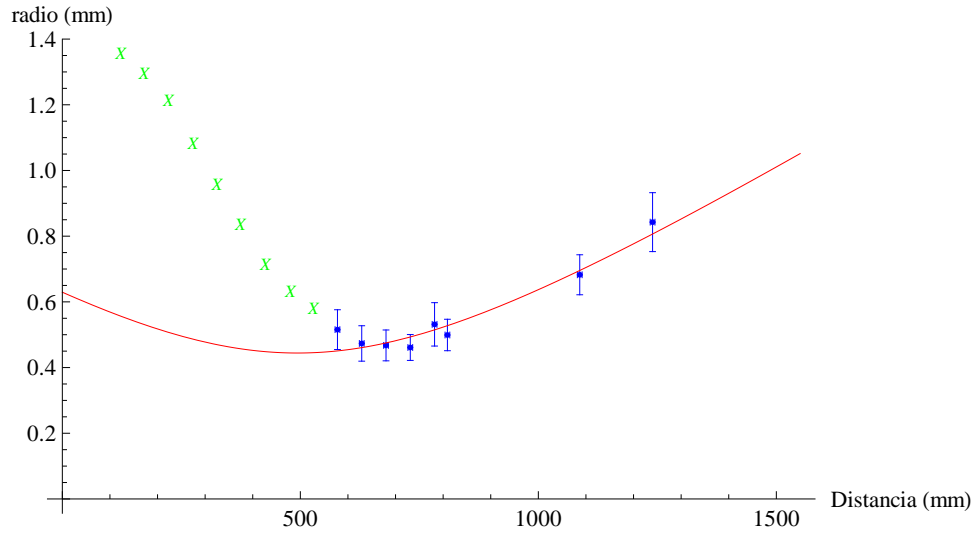


Figura 5.1: Perfiles horizontal y vertical del haz del láser de  $1260\text{ nm}$ . Los puntos azules son los datos obtenidos, la línea roja es el ajuste y los tachos verdes son los datos no involucrados en el ajuste (ver apéndice C). El eje X es la distancia medida desde el aparato.



taje, de modo que la velocidad de barrido es muy pequeña, sin embargo si se quisiera utilizar un generador de funciones para realizar los barridos, habría que tener especial cuidado en este punto.

Para poder asegurar que se entendía y dominaba el funcionamiento del detector en fase, se utilizó este último para amplificar la señal de absorción del láser de  $780\text{ nm}$  en dos experimentos. La idea en ambos era obtener la señal directamente del diodo y compararla con la misma señal pero amplificada y filtrada con el detector en fase. El primero fue detectar la presencia de átomos en el primer estado excitado, resultante de la transición  $5s_{1/2} \rightarrow 5p_{3/2}$ . En la figura 5.2 se muestran las gráficas obtenidas de este modo. La gráfica inferior es la señal directa del fotodiodo y la central es la señal después de pasar por el detector en fase. La gráfica superior es la misma medición que la de la gráfica central pero bloqueando el haz de  $776\text{ nm}$ . Todas las gráficas están en la misma escala, sin embargo, es evidente que el nivel de ruido es mucho menor en las superiores, incluso a esta escala es difícil percibir que las señales tengan algo de ruido. En la señal original, el cociente de señal a ruido es de aproximadamente  $3 : 1$  mientras que en las señales filtradas es de  $340 : 1$ . Es decir que el detector en fase amplificó el cociente de señal a ruido en más de cien veces. Este es un muy buen resultado, ya que da una idea de la capacidad que tiene el detector en fase para limpiar señales. En la gráfica central, se pueden ver un par de protuberancias en la señal para valores de voltaje aplicado al piezo de aproximadamente  $1,4$  y  $3,2\text{ v}$ . Estas protuberancias son debidas a la presencia del haz de  $776\text{ nm}$  en la celda, que excitan algunos átomos hasta el estado  $5d_{3/2}$  disminuyendo la cantidad de átomos que pueden absorber luz de  $780\text{ nm}$ , por lo cual las protuberancias desaparecen en la gráfica superior. Si el objetivo del experimento fuera detectar si se está absorbiendo luz de  $776\text{ nm}$ , es claro que la detección en fase sería esencial, como se verá a continuación.

El segundo experimento fue justamente detectar el bombeo de electrones al nivel  $5d_{3/2}$  resultante de combinar los haces de  $780$  y  $776\text{ nm}$  en una celda de forma contrapropagante. La frecuencia del primer láser se encontraba anclada a la transición  $5s_{1/2} \rightarrow 5p_{3/2}$  y fue la intensidad de este láser después de cruzar la celda lo que se midió, mientras la frecuencia del segundo láser se barría alrededor de la transición  $5p_{3/2} \rightarrow 5d_{3/2}$ . Este segundo láser era el modulado. En la figura 5.3 se muestran los datos obtenidos. En ambas gráficas el eje  $X$  se encuentra en la misma escala, sin embargo el eje  $Y$  se encuentra en escalas diferentes, debido a que la altura de los picos de la primer gráfica es muy pequeña comparada con el nivel de ruido de la segunda. De hecho las líneas

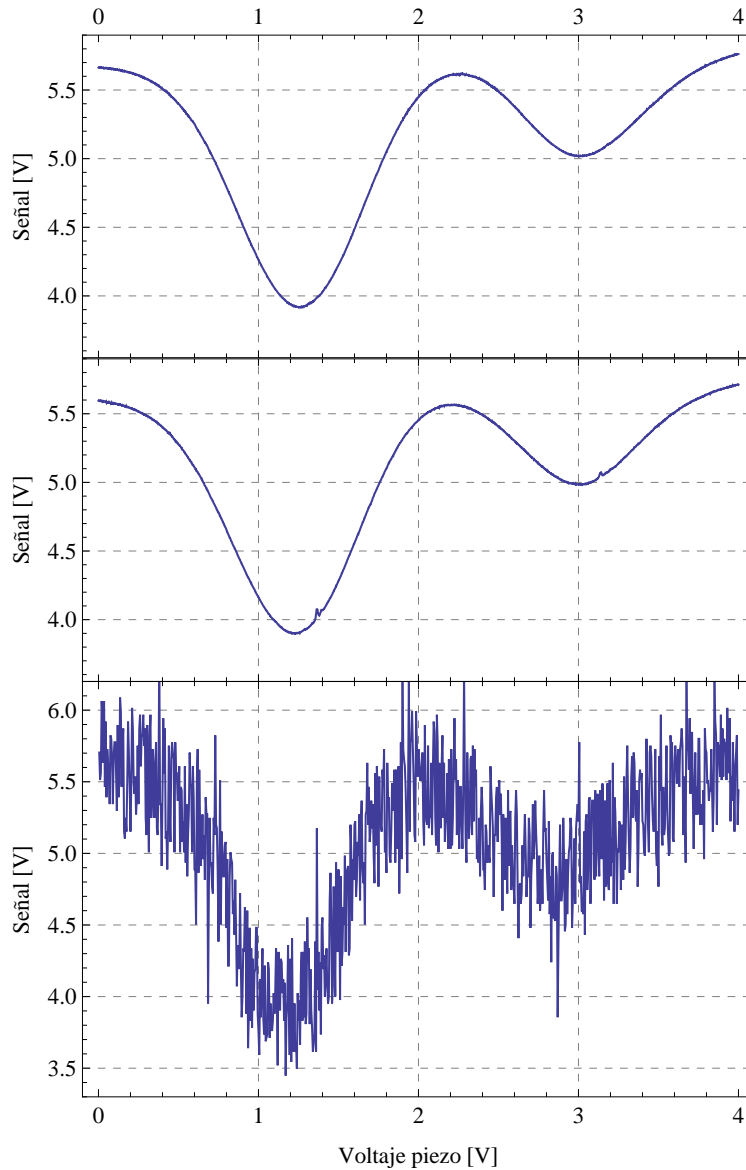


Figura 5.2: Intensidad (relativa) del haz de  $780\text{nm}$  transmitida por una celda de rubidio mientras se varía su frecuencia. La segunda y tercer gráfica son para la misma configuración, la tercera es la señal que entra al detector en fase y la segunda es la que sale del mismo. La primer gráfica es también de la salida del detector en fase pero sin la presencia del haz de  $776\text{nm}$  en la celda.

rojas se incluyeron para hacer más clara la comparación de tamaños. Los puntos negros son los datos obtenidos y las líneas azules únicamente unen puntos sucesivos. En el experimento anterior se comparó el cociente señal a ruido para los datos con y sin detector en fase. En este experimento no se puede hacer dicha comparación, ya que aunque en la gráfica superior este cociente es de  $19 : 1$ , en la gráfica inferior no hay señal que medir, cualquier rastro de señal está inmerso en el ruido. Este resultado es muy útil también porque sugiere que al buscar excitar hasta estados Rydberg, aún cuando la señal sea tan pequeña como para estar opacada por ruido, el detector en fase puede rescatar esta señal y mostrarla.

Para este experimento las potencias de los láseres eran de  $4,03 \mu W$  para el de  $780 \text{ nm}$  y de  $490 \mu W$  para el de  $776 \text{ nm}$ . Variaciones en la potencia del segundo láser generaban ligeros cambios en la altura de los picos, sin embargo cambios en la potencia del primero generaban cambios muy importantes,  $4,03 \mu W$  fue la potencia que maximizó la altura de los picos.

## 5.4. Intentos por producir estados Rydberg

Haber incluido el láser de  $1260 \text{ nm}$  junto con los sistemas de monitoreo de modos de emisión y longitud de onda en tiempo real (figura 4.6), es en si un resultado importante para este trabajo, ya que al hacerlo se dió el primer paso hacia el objetivo final. Una vez incluido el haz de  $1260 \text{ nm}$  en el experimento se realizaron varios intentos por detectar átomos en estados de Rydberg. Ninguno de los intentos arrojó espectros donde hubiera influencia de este láser, por lo cual no se muestran los datos obtenidos en estos intentos. En resumen son muchas gráficas de ruido blanco. Sin embargo estos experimentos no fueron en absoluto una pérdida de tiempo, hubo varias lecciones importantes: usar el diodo como sistema de detección no es suficiente, es necesario incluir la detección en fase. Sin embargo, esto implica problemas debido a que el  $776$  satura la medición (aún cuando es únicamente el reflejo en elementos ópticos lo que llega al fotodiodo) y disminuir su intensidad implica una menor cantidad de átomos en el estado  $5d_{3/2}$ , por lo que hay que encontrar un balance para minimizar estos inconvenientes. Tratar de eliminar los reflejos del  $776$  en el diodo es posible únicamente cuando no se quiere enfocar los haces dentro de la celda, y aún así no se elimina del todo. Si se quiere enfocar es imposible. Además al ser el haz de  $1260 \text{ nm}$  el haz modulado, aún cuando el diodo es casi insensible a esta longitud de onda, el detector en fase aumenta esta

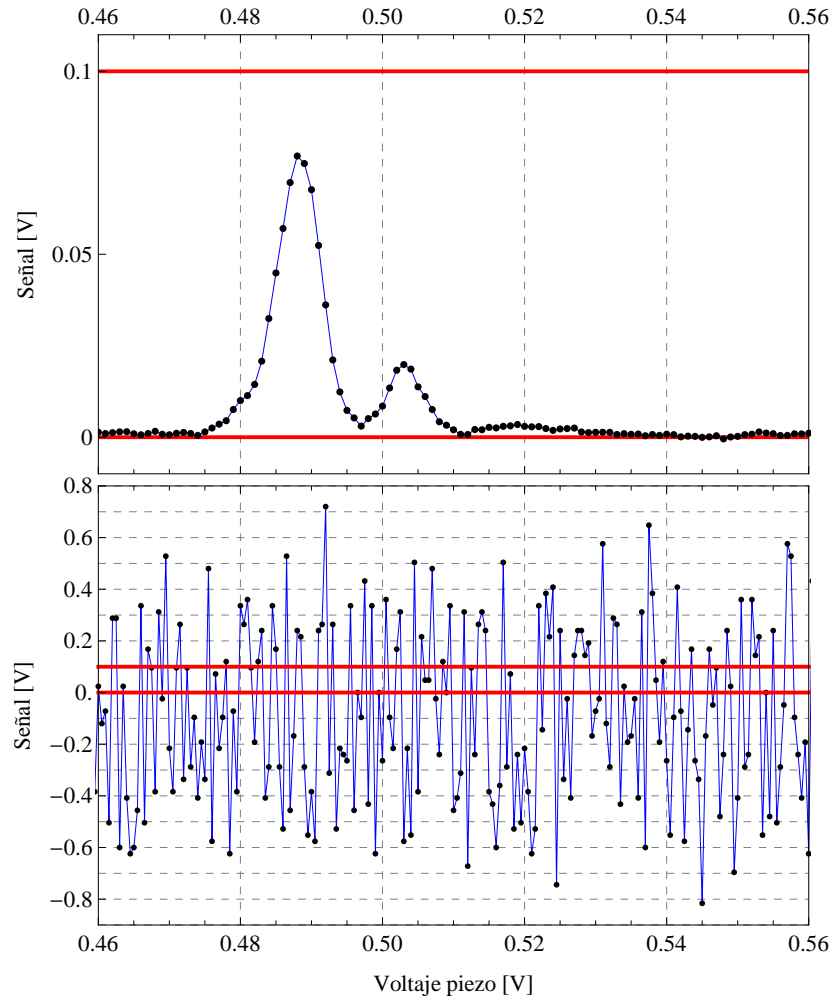


Figura 5.3: Intensidad (relativa) del haz de  $780 \text{ nm}$  transmitida por una celda de rubidio. La frecuencia de este láser se encuentra anclada y se varía la frecuencia del de  $776 \text{ nm}$ . La gráfica inferior es la señal antes de pasar por el detector en fase y la gráfica superior es la señal después de pasar por él. Las líneas rojas son para dar una idea de la proporción que hay entre estas señales. Los puntos negros son los datos y se unen con líneas azules para ver su estructura.

señal, por lo que algo más de ruido se introduce en la medición. Hacer que los haces no sean perfectamente contrapropagantes, parecido a lo que ocurre en la primera celda (ver figura 4.6), fue una de las últimas pruebas que se hicieron. Sin embargo no se pudo recuperar una buena señal de bombeo al estado  $5d_{3/2}$ , por lo que buscar Rydberg bajo estas condiciones ni siquiera se intentó.

# Capítulo 6

## Conclusiones

En su libro de 1994 [1], Thomas F. Gallagher publica valores para las constantes de la ecuación (2.37), con la cual se calcula el defecto cuántico  $\delta_{nj}$ . Estos valores los obtiene de un artículo de 1983 [29] donde se miden las energías de los estados  $np_j$  para  $n = 13 - 68$  y donde a su vez citan un artículo de 1961<sup>1</sup> [30] para los valores de dichas constantes para  $nf_j$ . Es de llamar la atención como mediciones de hace treinta y cincuenta años pueden seguir compitiendo con las técnicas de 2009 [6] y 2010 [7] en las cuales se utilizan peines ópticos para medir las frecuencias de los láseres.

En lo referente a la caracterización del láser de 1260 nm, aún cuando el objetivo fue asegurar que se encontraba en condiciones para ser incluido en el experimento, otra parte muy importante y que se dió de manera natural durante el proceso, fue familiarize con el funcionamiento del aparato, con su modo de operación, con cómo controlarlo en modo remoto, con cómo corregir sintonía, retroalimentación, etc.

En la incorporación de la cámara web como opción para medir el tamaño del haz, el mayor logro fue la creación de un método y un programa de análisis, que permiten a cualquier persona hacer uso de este sistema de medición siguiendo pasos sencillos. Este método es eficiente en tiempo y espacio y ofrece la ventaja de que al tener las fotografías y las gráficas de los ajustes gaussianos para cada punto del perfil, es posible juzgar si el haz tiene o no una distribución de intensidad gaussiana, a diferencia de el método de navaja el cual parte de la suposición de que el haz es gaussiano. La medición

---

<sup>1</sup>Este artículo pertenece a la revista sueca *Arkiv för fysik* (1949 – 1970), que después de 1970 tomó el nombre de *Physica Scripta*.

del perfil completo del haz de 1260  $nm$  fue muy importante para planear su inclusión en el experimento.

La segunda parte de este trabajo comenzó con la caracterización del detector en fase como sistema auxiliar en la medición de espectros. Es común escuchar que un detector en fase amplifica la señal, en realidad lo que hace es amplificar el cociente de señal a ruido. Esta característica permite no sólo limpiar señales ruidosas, sino también rescatar señales débiles que podrían estar inmersas en un nivel de ruido mucho mayor que la señal en si. Esto es esencial para el propósito de este trabajo ya que la señal que se quiere medir es sumamente débil.

Aún con el detector en fase, excitar átomos hasta estados de Rydberg, que es un paso importante para el objetivo final del laboratorio, no se ha logrado conseguir. La razón principal es que eliminar las fuentes de ruido, que afectan la detección en fase, es sumamente complicado en la configuración actual del experimento. La presencia de luz de 776 y 1260  $nm$  en el diodo es la fuente de dicho ruido. En el artículo [5] se habla de que tras pasar por la celda los haces son separados por su polarización y por selectores de longitud de onda ("wavelength-selective elements"), sin embargo no se mencionan los problemas de las reflexiones y de que el anclado del 776 debe ser muy estable, ya que variaciones en frecuencia de 776 implican cambios en absorción de 780 que son detectados fácilmente por el detector en fase.

Sin embargo no todo está perdido. La búsqueda por estados de Rydberg continúa. Hay dos opciones que aún no se han intentado y que parecen muy prometedoras. La primera es manipular la sintonía del láser del segundo paso, de modo que el bombeo de átomos sea al estado  $5d_{5/2}$  en lugar de  $5d_{3/2}$ . Hacer esto ayuda ya que la probabilidad de transición hacia el estado con  $j = 5/2$ , partiendo del estado  $5p_{3/2}$ , es mayor que para el estado con  $j = 3/2$ . Además, la probabilidad de transición hacia estados de Rydberg también es mayor partiendo del estado con mayor  $j$ , de modo que se intensifica la señal que se quiere detectar.

La segunda opción es cambiar el sistema de detección. En el laboratorio ya se ha implementado un sistema de detección, con un tubo fotomultiplicador, de la emisión de luz de 420  $nm$  resultante del decaimiento espontáneo del estado  $5d_{3/2,5/2}$  al estado base  $5s_{1/2}$  pasando por el estado intermedio  $6p_{3/2}$  [31], [32]. Los espectros obtenidos de este modo son comparables en calidad con el espectro (amplificado) de la figura 5.3. De modo que combinando este sistema con el detector en fase se debería obtener un muy buen factor de

amplificación. La principal ventaja de utilizar este método es que no existiría contaminación de la señal por la presencia de los láseres de 776 y 1260  $nm$ . En la configuración actual lo que se intentó detectar fueron incrementos en la intensidad transmitida del haz de 780  $nm$  por efecto del “electron shelving”, en esta nueva configuración la idea sería detectar una disminución en la fluorescencia de 420  $nm$  por el mismo efecto. En la configuración actual la potencia del haz de 780  $nm$  se elegía de modo que su intensidad estuviera justo por debajo de la intensidad de saturación y las potencias de los otros dos láseres eran las máximas posibles antes de ser detectados por el fotodiodo, en la nueva configuración se tendría que elegir la potencia del haz de 776  $nm$  de modo que fuera la intensidad de éste la que estuviera justo por debajo de saturación, la potencia de 780 y 1260 podría ser toda la disponible. Fuera de estos cambios el experimento seguiría siendo muy parecido y el procedimiento de búsqueda día con día seguiría siendo el mismo.

Hay una tercera opción para generar estados de Rydberg. La idea es que la transición hacia dichos estados sea a partir del estado  $6p$  (en lugar del  $5d$ ), de modo que el camino que sigan los electrones sea:  $5s_{1/2} \rightarrow 5p_{3/2} \rightarrow 5d_{5/2} \rightarrow 6p_{3/2} \rightarrow$  Rydberg. Para hacerla se tendría que substituir el láser de 1260  $nm$  por uno de 1016  $nm$  [2], el montaje y método son esencialmente los mismos. En el laboratorio no se cuenta con un láser que opere a esta longitud de onda, sin embargo se cuenta con el equipo y experiencia necesarios para fabricar uno.



## Apéndice A: Análisis alternativo del origen de los haces gaussianos

A continuación se muestra como se obtuvo la ecuación (2.18).

La ecuación de onda puede ser obtenida a partir de las ecuaciones de Maxwell (en medios materiales) de la teoría electromagnética, dando como resultado un campo eléctrico  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  (o magnético  $B$ ) que debe cumplir la ecuación de onda

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (\text{A.1})$$

Donde  $\mu$  es la permeabilidad magnética y  $\epsilon$  es la constante dieléctrica del medio. Para simplificar este análisis se hace la suposición de que el haz tiene polarización lineal en alguna dirección definida, por lo que es posible eliminar el carácter vectorial de la ecuación anterior, quedando

$$\nabla^2 E = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad (\text{A.2})$$

Donde  $E(\vec{r}, t)$  es la amplitud del campo eléctrico en la dirección de polarización y  $v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$  es la velocidad con que se propaga la luz en el medio. Haciendo también la suposición de que se trata de un haz monocromático, entonces se puede reescribir

$$E(\vec{r}, t) = U(\vec{r})e^{i\omega t} \quad (\text{A.3})$$

Aquí  $U$  es la amplitud compleja y  $\omega$  es la frecuencia asociada a la luz, es decir  $\omega = kv$ , donde  $k$  es el número de onda. Substituyendo esta definición de  $E$  en la ecuación (A.2) se obtiene

$$(\nabla^2 U = -\frac{1}{v^2} U \omega^2) e^{i\omega t} \quad (\text{A.4})$$

Por lo tanto

$$\nabla^2 U = -k^2 U \quad (\text{A.5})$$

Reescribiendo, se obtiene la Ecuación de Helmholtz

$$(\nabla^2 + k^2)U = 0 \quad (\text{A.6})$$

Una solución simple de esta ecuación es la onda plana  $Ae^{-ikz}$ , donde se eligió  $z$  como dirección de propagación. Es en este punto en el que se utiliza la aproximación paraxial, proponiendo una solución a la Ecuación de Helmholtz que sea casi plana: tal que  $A$  sea una función de la posición  $A = A(\vec{\mathbf{r}})$ , pero que sea casi constante para variaciones de  $z$  del orden de una longitud de onda  $\lambda = 2\pi/k$ . Es decir que para  $\Delta z \simeq \lambda$  el cambio en  $A$  es mucho menor que su valor original:

$$\Delta A_{R,I} \ll A_{R,I} \quad (\text{A.7})$$

Cabe recordar que  $A$  es una variable compleja, de modo que se colocan los subíndices  $R, I$  para denotar que la desigualdad aplica al valor absoluto de la parte real e imaginaria por separado.

Además  $\Delta A = \frac{\partial A}{\partial z} \Delta z = \frac{\partial A}{\partial z} \lambda = \frac{\partial A}{\partial z} \frac{2\pi}{k}$ , por lo cual

$$\left( \frac{\partial A}{\partial z} \right)_{R,I} \ll k A_{R,I} \quad (\text{A.8})$$

Lo que implica:

$$\left( \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} \right)_{R,I} \ll k \left( \frac{\partial A}{\partial z} \right)_{R,I} \ll k^2 A_{R,I} \quad (\text{A.9})$$

Substituyendo en la ecuación de Helmholtz la aproximación paraxial de onda plana  $U(\vec{\mathbf{r}}) = A(\vec{\mathbf{r}})e^{-ikz}$  se obtiene

$$(\nabla^2 + k^2)(A(\vec{\mathbf{r}})e^{-ikz}) = 0 \quad (\text{A.10})$$

A la función  $A(\vec{\mathbf{r}})$  se le llama envolvente compleja. Suponiendo además que hay una simetría transversal para la envolvente, de modo que  $A = A(r, z)$  donde  $r$  es la distancia del punto en cuestión al eje  $Z$ , se puede substituir  $\nabla^2$  por

$$\nabla^2 = \nabla_T^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (\text{A.11})$$

Usando esto en la ecuación (A.10), desarrollando y cancelando términos se llega a

$$\nabla_T^2 A - i2k \frac{\partial A}{\partial z} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{A.12})$$

Despreciando el término de la segunda derivada respecto a  $z$  (por la desigualdad de la ecuación (A.9)) se obtiene finalmente la ecuación

$$\nabla_T^2 A - i2k \frac{\partial A}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.13})$$

La cual tiene como solución

$$A(r, z) = \frac{A_1}{q(z)} e^{-i \frac{kr^2}{2q(z)}}, \quad q(z) = z + iz_0 \quad (\text{A.14})$$

En donde  $A_1$  y  $z_0$  son constantes, la segunda lleva el nombre de **longitud de Rayleigh**. Para separar la amplitud y fase, se definen dos funciones reales  $R(z)$  y  $w(z)$  de modo que se reescribe la función  $q(z) = z + iz_0$  como

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - i \frac{2}{k w^2(z)} \quad (\text{A.15})$$

De la ecuación anterior, y sabiendo que

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{z + iz_0} = \frac{z}{z^2 + z_0^2} - i \frac{z_0}{z^2 + z_0^2} \quad (\text{A.16})$$

Se ve fácilmente que

$$w(z) = w_0 \left( 1 + \frac{z^2}{z_0^2} \right)^{1/2} \quad (\text{A.17})$$

$$R(z) = z \left( 1 + \frac{z_0^2}{z^2} \right) \quad (\text{A.18})$$

$$w_0 = \left( \frac{2z_0}{k} \right)^{1/2} = \left( \frac{\lambda z_0}{\pi} \right)^{1/2} \quad (\text{A.19})$$

Observese también que de la ecuación (A.16) sigue que

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{z - iz_0}{z^2 + z_0^2} = -i \frac{z_0 + iz}{z^2 + z_0^2} = \frac{-i}{z^2 + z_0^2} e^{\ln(z_0 + iz)} \quad (\text{A.20})$$

Y dado que  $\ln(z_0 + iz) = \ln \sqrt{z^2 + z_0^2} + i \arctan \left( \frac{z}{z_0} \right)$ , entonces

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{-i}{\sqrt{z^2 + z_0^2}} e^{i \arctan\left(\frac{z}{z_0}\right)} \quad (\text{A.21})$$

Si se define  $\xi(z) = \arctan\left(\frac{z}{z_0}\right)$  entonces

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{-iw_0}{z_0 w(z)} e^{i\xi(z)} \quad (\text{A.22})$$

Substituyendo la ecuación anterior y la ecuación (A.15) en la ecuación (A.14) (dentro y fuera de la exponencial, respectivamente) se obtiene

$$A(r, z) = -\frac{iA_1}{z_0} \frac{w_0}{w(z)} \exp\left[-\frac{r^2}{w^2(z)}\right] \exp\left[-i\left(\frac{kr^2}{2R(z)} - \xi(z)\right)\right] \quad (\text{A.23})$$

Recordando que  $U(\vec{\mathbf{r}}) = A(\vec{\mathbf{r}})e^{-ikz}$  se obtiene finalmente la expresión para la amplitud compleja correspondiente a un haz gaussiano

$$U(r, z) = U_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp\left[-\frac{r^2}{w^2(z)}\right] \exp\left[-i\left(kz + \frac{kr^2}{2R(z)} - \xi(z)\right)\right] \quad (\text{A.24})$$

Donde  $U_0 = -\frac{iA_1}{z_0}$ .

## Apéndice B: Programas Calibración, Quita-Ruido y Medición

### Calibración

```
Mat = ImageData[CurrentImage[]];
totalx = Dimensions[Mat][[1]];
totaly = Dimensions[Mat][[2]];

horiz = Plus @@@ Plus @@ Mat;

v = {0};
max = Max[horiz];
corte = (Max[horiz] + Min[horiz]) / 2;
While[Min[horiz] < corte, vmin = Position[horiz, Min[horiz]][[1]][[1]];
  If[vmin + 10 > Dimensions[horiz][[1]] || vmin < 10,
    (If[vmin < 10,
      (For[n = 1, n < 11, n++, horiz[[n]] = max;]),
      (For[n = 0, n < 10, n++, horiz[[Dimensions[horiz] - n]] = max;])]),
    (For[n = -7, n < 8, n++, horiz[[vmin + n]] = max;]; v = Append[v, vmin])]]
lista = Table[v[[i]], {i, 2, Dimensions[v][[1]++]};
lista = Sort[lista];
modelh = LinearModelFit[lista, {1, x}, x];
pendienteh = 1 / modelh["BestFitParameters"][[2]]

$$\delta\text{pendienteh} = \frac{\text{modelh}["\text{ParameterTableEntries}"][[2]][[2]]}{\text{modelh}["\text{BestFitParameters}"][[2]]^2}$$

vert = Plus @@@ Plus @@@ Mat;

v = {0};
max = Max[vert];
corte = (Max[vert] + Min[vert]) / 2;
While[Min[vert] < corte, vmin = Position[vert, Min[vert]][[1]][[1]];
  If[vmin + 10 > Dimensions[vert][[1]] || vmin < 10,
    (If[vmin < 10,
      (For[n = 1, n < 11, n++, vert[[n]] = max;]),
      (For[n = 0, n < 10, n++, vert[[Dimensions[vert] - n]] = max;])]),
    (For[n = -7, n < 8, n++, vert[[vmin + n]] = max;]; v = Append[v, vmin])]]
lista = Table[v[[i]], {i, 2, Dimensions[v][[1]++]};
lista = Sort[lista];
modelv = LinearModelFit[lista, {1, x}, x];
pendientev = 1 / modelv["BestFitParameters"][[2]]

$$\delta\text{pendientev} = \frac{\text{modelv}["\text{ParameterTableEntries}"][[2]][[2]]}{\text{modelv}["\text{BestFitParameters}"][[2]]^2}$$

```

### Quita-Ruido

```
foto1 = CurrentImage[];
matfoto1 = ImageData[foto1];
```

### Medición

```
fotos = Table[CurrentImage[], {100}];
matrices = ImageData[#] & /@ fotos;
matfoto2 =  $\frac{1}{100}$  Plus @@ matrices;
matfoto = matfoto2 - matfoto1;

If [
  Dimensions[Position[matfoto, Max[matfoto]]][[1]] < 30
  || Max[matfoto] < 0.999, Continue;,
  signal = ";SATURADO!";
  sigma2 = "Disminuya la intensidad del haz."; Protect[signal, sigma2];
]

direccion1 = Plus @@@ Plus @@ matfoto;
direccion2 = Plus @@@ Plus @@@ matfoto;
total1 = Dimensions[direccion1][[1]];
total2 = Dimensions[direccion2][[1]];

direc1 = Table[{i * pendienteh, direccion1[[i]]}, {i, 1, total1}];
model1 = NonlinearModelFit[direc1, a + d * Exp[- $\frac{1}{2} \left(\frac{x-b}{c}\right)^2$ ],
  {a, {d, Max[direccion1]},
  {b, (Position[direccion1, Max[direccion1]][[1]][[1]]) * pendienteh},
  , c}, x];
curva1 = model1["BestFitParameters"];
direc2 = Table[{i * pendientev, direccion2[[i]]}, {i, 1, total2}];
model2 = NonlinearModelFit[direc2, a + d * Exp[- $\frac{1}{2} \left(\frac{x-b}{c}\right)^2$ ],
  {a, {d, Max[direccion2]},
  {b, (Position[direccion2, Max[direccion2]][[1]][[1]]) * pendientev},
  , c}, x];
curva2 = model2["BestFitParameters"];

(*Las sigmas a continuación son los radios ( $\frac{1}{e^2}$ ) del haz*)
sigma1 = Abs[2 * c /. curva1];
sigma2 = Abs[2 * c /. curva2];
sigma1
sigma2
delta1 = 2 * model1["ParameterTableEntries"][[3]][[2]]
delta2 = 2 * model2["ParameterTableEntries"][[3]][[2]]
```

```

grafical = Show[Plot[modell[x], {x, pendienteh, total1 * pendienteh},
  PlotRange -> {{(b /. curval) - 2 Abs[2 * c /. curval],
    (b /. curval) + 2 Abs[2 * c /. curval]},
    {0.9 (a /. curval), 1.1 (d /. curval)}}], ListPlot[direc1]]
grafica2 = Show[Plot[model2[x], {x, pendientev, total2 * pendientev},
  PlotRange -> {{(b /. curva2) - 2 Abs[2 * c /. curva2],
    (b /. curva2) + 2 Abs[2 * c /. curva2]},
    {0.9 (a /. curva2), 1.1 (d /. curva2)}}], ListPlot[direc2]]

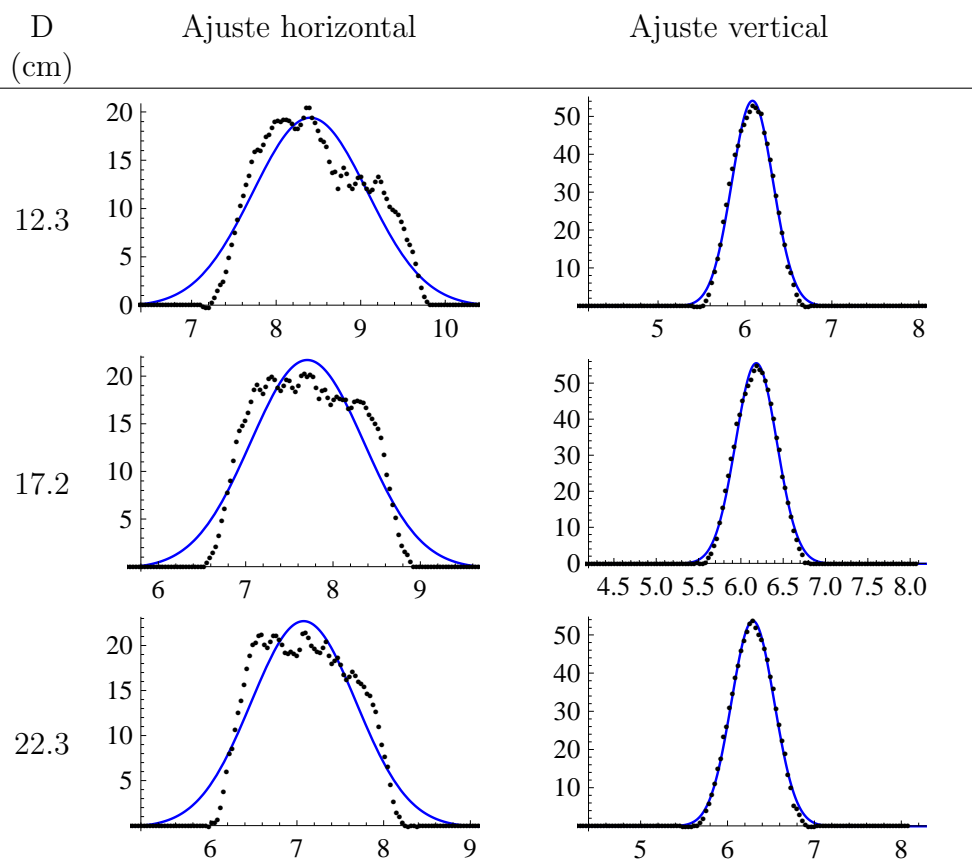
fecha = DateString[{" ", "Day", "-", "Month",
  "-", "YearShort", " ", "Hour", "h", "Minute", "m", "Second", "s"}];
sigma1 >>> "C:\\Users\\lev\\Desktop\\radio-X.txt"
sigma2 >>> "C:\\Users\\lev\\Desktop\\radio-Y.txt"
delta sigma1 >>> "C:\\Users\\lev\\Desktop\\error-X.txt"
delta sigma2 >>> "C:\\Users\\lev\\Desktop\\error-Y.txt"
Export["C:\\Users\\lev\\Desktop\\foto" <> fecha <> ".bmp", fotos[[1]]];
Export["C:\\Users\\lev\\Desktop\\en-X" <> fecha <> ".gif", grafica1];
Export["C:\\Users\\lev\\Desktop\\en-Y" <> fecha <> ".gif", grafica2];

Unprotect[sigma1, sigma2];
Clear[i, j];

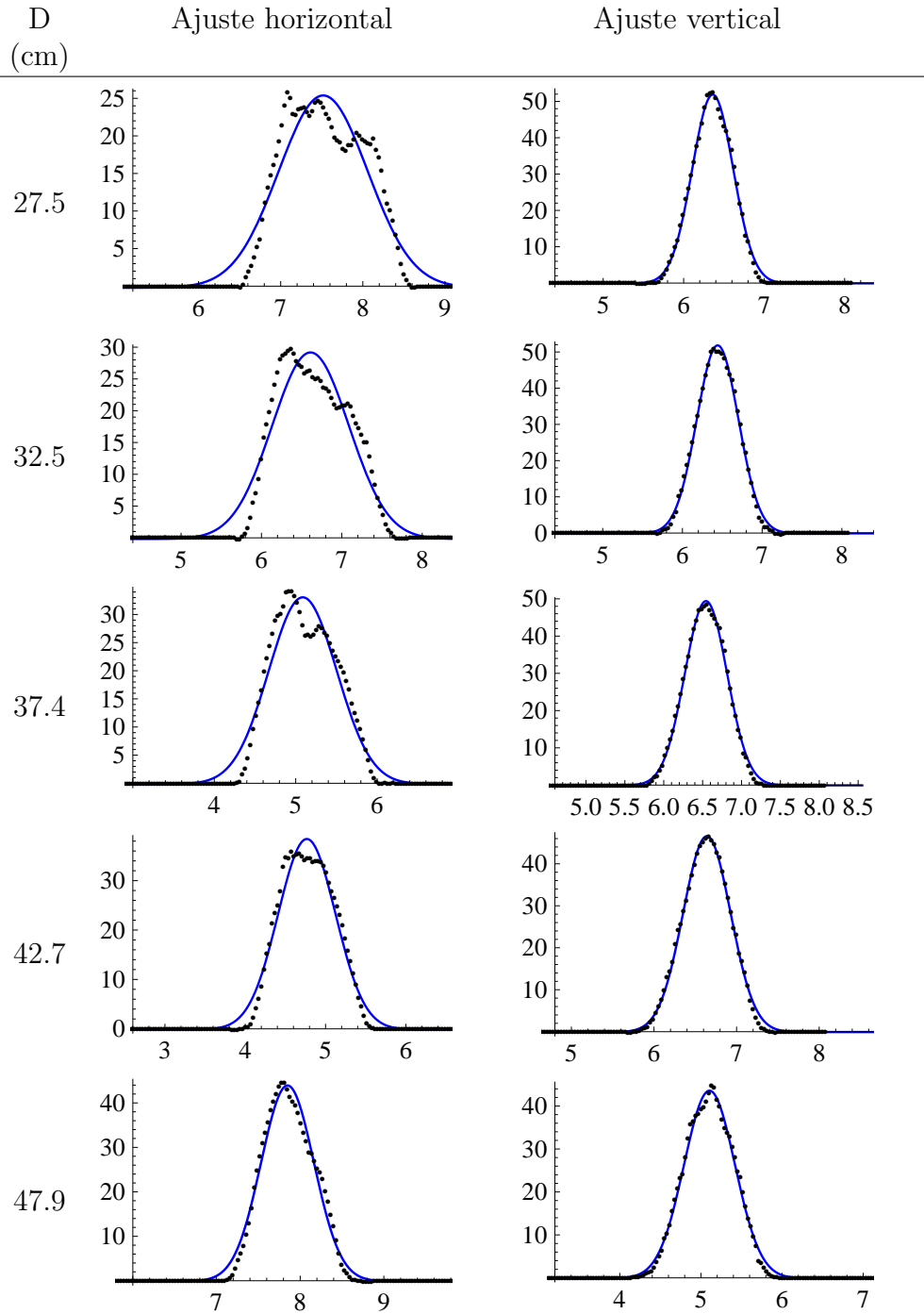
```

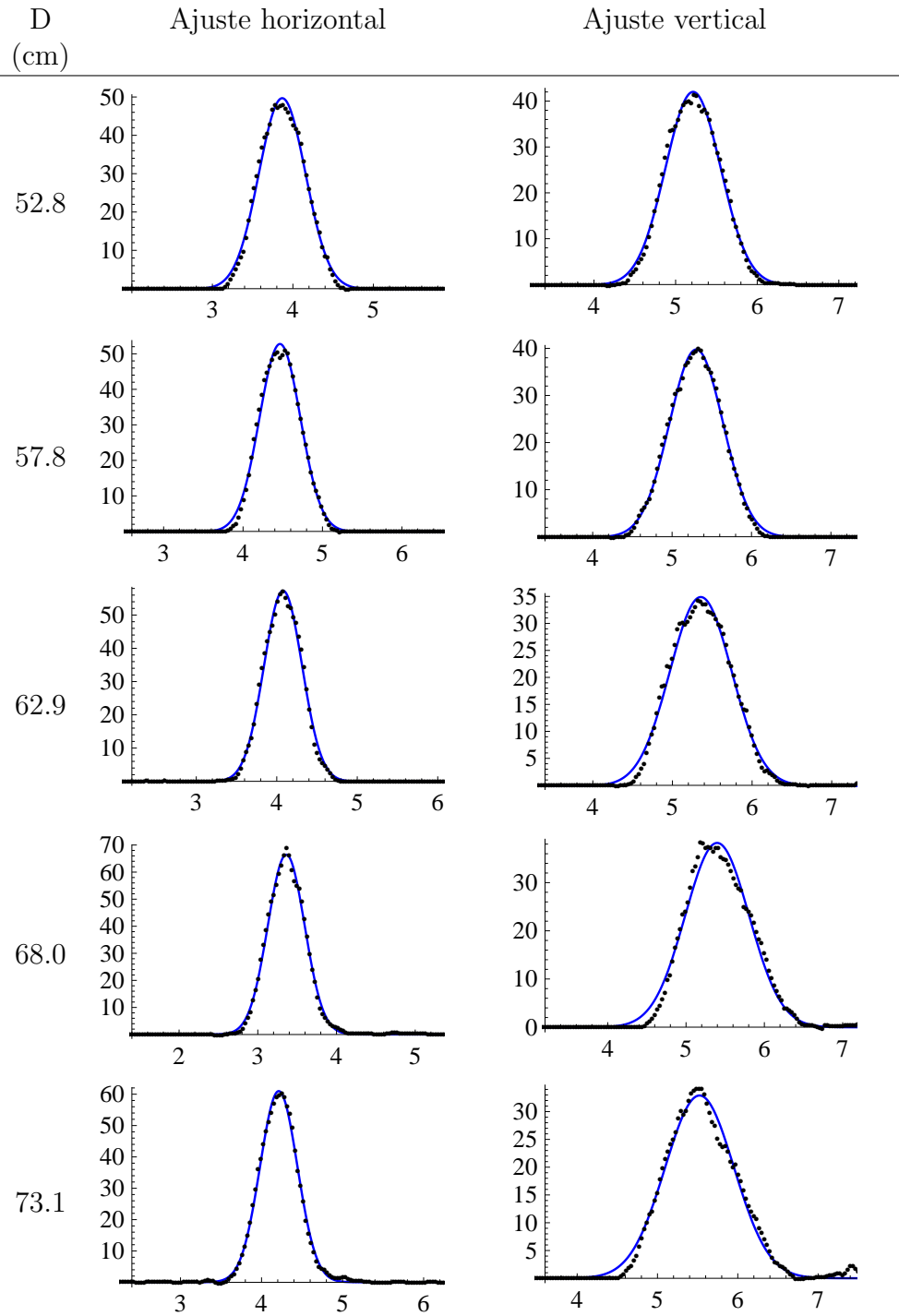
## Apéndice C: Ajustes gaussianos para los anchos del haz de 1260nm

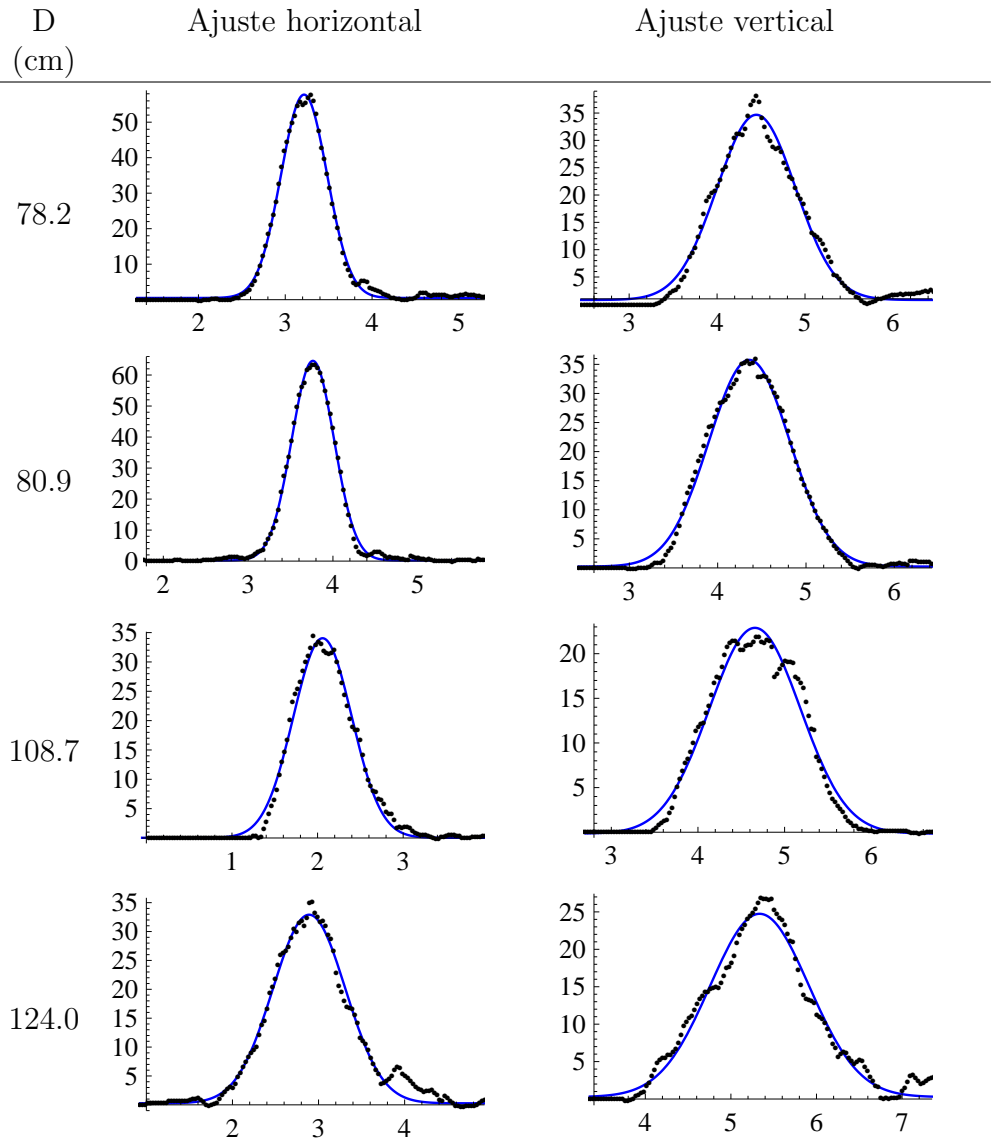
A continuación se muestran los datos y ajustes para caracterizar la forma espacial del haz de 1260nm. En todas las gráficas el eje X está escalado en milímetros (mm) y el eje Y en unidades arbitrarias (u.a.), los puntos negros son los datos y la línea azul es el ajuste gaussiano. Del lado izquierdo se muestra la distancia  $D$  medida desde el láser hasta el papel milimétrico.











# Bibliografía

- [1] Thomas F. Gallagher. *Rydberg atoms*. Cambridge University Press, 1994.
- [2] Donald P. Fahey and Michael W. Noel. Excitation of Rydberg states in rubidium with near infrared diode lasers. *Opt. Express*, 19(18):17002–17012, Aug 2011.
- [3] A. K. Mohapatra, T. R. Jackson, and C. S. Adams. Coherent optical detection of highly excited Rydberg states using electromagnetically induced transparency. *Phys. Rev. Lett.*, 98:113003, Mar 2007.
- [4] P. Thoumany, T. Hänsch, G. Stania, L. Urbonas, and Th. Becker. Optical spectroscopy of rubidium Rydberg atoms with a 297 nm frequency-doubled dye laser. *Opt. Lett.*, 34(11):1621–1623, Jun 2009.
- [5] P. Thoumany, Th. Germann, T. Hänsch, G. Stania, L. Urbonas, and Th. Becker. Spectroscopy of rubidium Rydberg states with three diode lasers. *J. Mod. Opt.*, 56(18-19):2055–2060, 2009.
- [6] B Sanguinetti, H O Majeed, M L Jones, and B T H Varcoe. Precision measurements of quantum defects in the  $nP_{3/2}$  Rydberg states of  $^{85}\text{Rb}$ . *J. Phys. B: At., Mol. Opt. Phys.*, 42(16):165004, 2009.
- [7] L A M Johnson, H O Majeed, B Sanguinetti, Th Becker, and B T H Varcoe. Absolute frequency measurements of  $^{85}\text{Rb}$   $nF_{7/2}$  Rydberg states using purely optical detection. *New J. Phys.*, 12(6):063028, 2010.
- [8] L.A.M. Johnson, H.O. Majeed, and B.T.H. Varcoe. A three-step laser stabilization scheme for excitation to Rydberg levels in  $^{85}\text{Rb}$ . *Applied Physics B*, 106(2):257–260, 2012.

- 
- [9] Christopher Carr, Monsit Tanasittikosol, Armen Sargsyan, David Sarkisyan, Charles S. Adams, and Kevin J. Weatherill. Three-photon electromagnetically induced transparency using Rydberg states. *Opt. Lett.*, 37(18):3858–3860, Sep 2012.
- [10] Donald C. O’Shea, W. Russell Callen, and William T. Rhodes. *Introduction to lasers and their applications*. Addison-Wesley, 1977.
- [11] Bahaa E. A. Saleh and Malvin Carl Teich. *Fundamentals of photonics*. John Wiley & Sons, Inc, 1991.
- [12] Charles Kittel. *Introduction to Solid State Physics*. John Wiley & Sons, Inc., 2005.
- [13] William T. Silfvast. *Laser fundamentals*. Cambridge University Press, 2003.
- [14] A. Arnold, J. Wilson, and M. Boshier. A simple extended-cavity diode laser. *Review of Scientific Instruments*, 69(3):1236–1239, 1998.
- [15] L. Ricci, M. Weidemller, T. Esslinger, A. Hemmerich, C. Zimmermann, V. Vuletic, W. Knig, and T.W. Hnsch. A compact grating-stabilized diode laser system for atomic physics. *Opt. Commun.*, 117(56):541 – 549, 1995.
- [16] Eugene Hecht. *Optics*. Addison-Wesley, 1998.
- [17] Amnon Yariv. *Quantum Electronics*. John Wiley & Sons, I., 1989.
- [18] D. R. Bates and Agnete Damgaard. The calculation of the absolute strengths of spectral lines. *Philos. Trans. Roy. Soc. London. A*, 242(842):101–122, 1949.
- [19] Constantine E. Theodosiou. Lifetimes of alkali-metal–atom Rydberg states. *Phys. Rev. A*, 30:2881–2909, Dec 1984.
- [20] Xinghong He, Baiwen Li, Aiqiu Chen, and Chengxiu Zhang. Model-potential calculation of lifetimes of Rydberg states of alkali atoms. *J. Phys. B: At., Mol. Opt. Phys.*, 23(4):661, 1990.
- [21] U. Fano. Quantum defect theory of  $l$  uncoupling in  $\text{h}_2$  as an example of channel-interaction treatment. *Phys. Rev. A*, 2:353–365, Aug 1970.

- [22] U. Fano. Erratum: Quantum defect theory of  $l$  uncoupling in  $\text{h}_2$  as an example of channel-interaction treatment. *Phys. Rev. A*, 15:817–817, Feb 1977.
- [23] F. Nez, F. Biraben, R. Felder, and Y. Millerioux. Optical frequency determination of the hyperfine components of the  $5\text{S}_{1/2}$ - $5\text{D}_{3/2}$  two-photon transitions in rubidium. *Opt. Commun.*, 102(56):432 – 438, 1993.
- [24] J. E. Simsarian, L. A. Orozco, G. D. Sprouse, and W. Z. Zhao. Lifetime measurements of the  $7p$  levels of atomic francium. *Phys. Rev. A: At., Mol., Opt. Phys.*, 57:2448–2458, Apr 1998.
- [25] D. Sheng, A. Pérez Galván, and L. A. Orozco. Lifetime measurements of the  $5d$  states of rubidium. *Phys. Rev. A*, 78:062506, Dec 2008.
- [26] D B Branden, T Juhasz, T Mahlokozera, C Vesa, R O Wilson, M Zheng, A Kortyna, and D A Tate. Radiative lifetime measurements of rubidium Rydberg states. *J. Phys. B: At., Mol. Opt. Phys.*, 43(1):015002, 2010.
- [27] C P Pearman, C S Adams, S G Cox, P F Griffin, D A Smith, and I G Hughes. Polarization spectroscopy of a closed atomic transition: applications to laser frequency locking. *J. Phys. B: At., Mol. Opt. Phys.*, 35(24):5141, 2002.
- [28] Francisco Sebastián Ponciano Ojeda. *Espectroscopía de la transición cuadrupolar eléctrica  $5P_{3/2-} > 6P_{3/2}$  en el átomo de rubidio*, 2014. Tesis de licenciatura.
- [29] C-J Lorenzen and K Niemax. Quantum Defects of the  $n^2P_{1/2,3/2}$  Levels in  $^{39}\text{K}$  I and  $^{85}\text{Rb}$  I. *Phys. Scr.*, 27(4):300, 1983.
- [30] I. Johansson. Spectra of the alkali metals in the lead-sulphide region. *Arkiv foer Fysik*, 20:135–146, 1961.
- [31] A M Akulshin, B V Hall, V Ivannikov, A A Orel, and A I Sidorov. Doppler-free two-photon resonances for atom detection and sum frequency stabilization. *J. Phys. B: At., Mol. Opt. Phys.*, 44(21):215401, 2011.
- [32] Abraham J. Olson, Evan J. Carlson, and Shannon K. Mayer. Two-photon spectroscopy of rubidium using a grating-feedback diode laser. *American Journal of Physics*, 74(3):218–223, 2006.