



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE POSGRADO EN CIENCIAS DE LA TIERRA
CENTRO DE GEOCIENCIAS

MODELACIÓN ESPACIO TEMPORAL DE LOS PROCESOS DE
RELAJACIÓN DEL ESFUERZO PARA SECUENCIAS DE RÉPLICAS

TESIS

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE
DOCTOR EN CIENCIAS DE LA TIERRA

PRESENTA:
M. EN C. ANGEL GREGORIO FIGUEROA SOTO

TUTOR
DR. FRANCISCO RAMÓN ZÚÑIGA DÁVILA MADRID
CENTRO DE GEOCIENCIAS, UNAM

MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR

DR. HÉCTOR ROMÁN PÉREZ ENRÍQUEZ, CENTRO DE GEOCIENCIAS
DRA XYOLI PÉREZ CAMPOS, INSTITUTO DE GEOFÍSICA
DR. RAÚL RAMÓN CASTRO ESCAMILLA, CICESE
DR. FIDENCIO ALEJANDRO NAVA PICHARDO, CICESE

MÉXICO, D. F. NOVIEMBRE 2014



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Resumen

Uno de los patrones más observados después de un sismo es la ocurrencia de réplicas y algunos de los mecanismos propuestos para explicar su generación incluyen procesos de relajación del esfuerzo, fortalecimiento o debilitamiento de fallas después del deslizamiento del bloque, así como la presencia de fluidos. Sin embargo, muchos de los modelos propuestos son conceptuales y permanece una pregunta abierta: ¿Pueden éstos modelos explicar detalladamente las observaciones espacio temporales de enjambres sísmicos en sistemas de fallas naturales?.

Algunos autores han demostrado recientemente que la denominada Ley de Omori, según la cual el número de réplicas decae con el tiempo de forma exponencial, no reproduce las características de un Sistema Críticamente Auto Organizado (SOC por sus siglas en inglés), por lo tanto en esta tesis se propone una metodología para caracterizar cascadas de réplicas en una misma secuencia principal y determinar la tasa de sismicidad de fondo. Dicha caracterización se basa en el reconocimiento de las propiedades multifractales de las secuencias de réplicas que diversos autores han relacionado con procesos de transferencia del esfuerzo.

A partir de esta caracterización espacio-temporal para tres diferentes secuencias de réplicas, se determinó el cambio de esfuerzo de Coulomb espacial, que se puede correlacionar con la distribución de la sismicidad para dos de las secuencias de réplicas analizadas. Se muestra que la determinación previa de la tasa de sismicidad de fondo y la caracterización de sismos generadores de sub-cascadas de réplicas son constricciones que promueven un mejor ajuste del modelo de transferencia de esfuerzos.

La metodología propuesta nos permitirá modelar la ocurrencia y la duración de posibles réplicas después de un sismo de magnitud considerable.

Palabras Clave: Réplicas, Física de Réplicas, Ley de Omori, Tiempo inter evento.

Abstract

One of the most observed seismicity patterns, after a main earthquake, is the occurrence of aftershocks. Some of the mechanisms proposed to explain their generation include processes of stress relaxation, strengthening or weakening of faults, after the slide of the block, as well as the presence of fluids.

However, many of the proposed models are conceptual and it remains an opened question: Can these models explain in detail the space-time observations of seismic clusters in natural fault systems?

Some authors have recently shown that the so-called Omori Law, according to which the number of aftershocks decays with time exponentially, does not characterize the behavior of a System Self Organized Critically (SOC acronym in English). The present work proposes a methodology to characterize triggered earthquakes in a main sequence and to determine the rate of background seismicity.

This characterization is based on the recognition of multifractal properties of aftershocks sequences that various authors have related to stress transfer processes.

From this space-time characterization, we determine the 2D-Coulomb stress change for three different aftershocks sequences. We also show that two of the sequences are well correlated with the aftershock spatial distribution. It is shown that the previous determination of background seismicity rate and seismic characterization of generators earthquakes of triggered aftershocks, are constraints that promote a better fit of the Coulomb stress rate model.

This methodology will allow us to model the occurrence and duration of possible future aftershocks after an earthquake of considerable magnitude.

Keywords: Aftershocks, physics of aftershocks, Omori law, Inter event-times.

A Dios.

A Rosi por su paciencia y motivación constante.

A mi ángel que nos invitará a descubrir nuevos horizontes.

A toda mi familia por su apoyo incondicional.

A la naturaleza, que siempre nos tiene algunas sorpresas.

“Tengo cierta alegría a lo geométrico per se. Considero que la vida incluye, pero va más allá de lo geométrico. Es un desorden ordenado. El orden debe estar presente, pero también el desorden. Lo geométrico presenta al hombre incompleto.”

"Textos de Rufino Tamayo".
Recopilación, prólogo y selección de viñetas de Raquel Tibol. UNAM: 1987.

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Ramón Zúñiga por apoyarme con sus consejos tanto en el ámbito académico como en el personal. Gracias por compartir tantas experiencias durante el camino de la investigación.

A los doctores Román Pérez y Carlos Mendoza por sus sabios consejos, aportaciones, atinados comentarios y correcciones durante el desarrollo de este trabajo de tesis.

Al Dr. Mariano Cerca por su dedicación en las labores del posgrado y en particular por sus sugerencias para mejorar el presente trabajo.

A la Dra. Susana Alaniz por permitirme colaborar con ella, por su amistad y apoyo durante esta etapa de posgrado en el Centro de Geociencias.

Al Dr. Juan Martín Gómez por su amistad y por permitirme colaborar con él desde mis inicios en la sismología.

Al Dr. Cruz Abeyro por aquellas charlas y discusiones sobre el avance de la ciencia. Al Dr. Luis Vasallo por compartirme sus conocimientos y por su amistad.

A la Dra. Klaudia Oleschko por compartirme sus conocimientos y por su apoyo para desarrollarme académicamente.

A todo el personal administrativo del Centro de Geociencias de la UNAM, un agradecimiento especial a Marta Pereda.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo otorgado con número de registro 212725 para realizar mis estudios de doctorado.

A la UNAM y en particular al Centro de Geociencias por brindarme todas las facilidades para desarrollarme tanto en el ámbito académico como en el humano.

Al Centro de Física Aplicada y Tecnología Avanzada de la UNAM por permitirme colaborar en la Licenciatura en Tecnología.

Un agradecimiento muy especial a todos mis amigos del CGEO, muchas gracias por las experiencias vividas. Un agradecimiento especial a Alejandro Clemente por su persistencia para continuar en el camino de la investigación.

Contenido

Resumen	2
1. Introducción.....	11
1.1. Objetivos.....	12
2. Antecedentes.....	13
2.1. Sismología Estadística.....	13
2.1.1. Distribución temporal de réplicas.....	16
2.1.2. Distribución espacial de réplicas	17
2.1.3. Distribución de Tiempo interevento	18
2.2. Métodos para caracterizar sismicidad.....	20
2.2.1. Modelo de Zöller <i>et al</i> (2005).....	20
2.2.2. Modelo de Koyama (1997).....	21
2.2.3. Modelo de Stein y Liu (2009).....	22
2.2.4. Modelo ETAS (Epidemic Type of Aftershocks Sequences)	23
2.3. Patrones multifractales	24
2.4. Física de las réplicas	27
2.4.1. Modelos físicos para la ocurrencia de réplicas	27
2.4.2. Ley constitutiva de Dieterich (1994).....	28
2.4.3. Esfuerzo de ruptura de Coulomb	29
3. Metodología.....	36
3.1. Metodología para la determinación de la variación temporal del exponente de Holder y caracterización multi fractal de la serie de tiempo interevento para réplicas....	36
3.2. Metodología para caracterizar la distribución espacial de las réplicas.....	44
3.2.1. Distancia entre sismos	45
3.2.2. Análisis espacio-temporal.....	46
3.2.3. Caracterización de enjambres sísmicos	47
4. Secuencias de réplicas analizadas.....	49
4.1. Secuencia de los sismos de Darfield y Christchurch: Nueva Zelanda	49
4.1.1. Caracterización de la secuencia de réplicas.....	50
4.1.2. Modelado del esfuerzo estático	55
4.2. Secuencia del sismo de Ometepe-Pinotepa Nacional	57

4.2.1. Caracterización de la secuencia de réplicas.....	57
4.2.2. Modelado del esfuerzo estático	63
4.3. Secuencia del sismo de Hector Mine, California	64
4.3.1. Caracterización de la Secuencia de réplicas	65
4.3.2. Modelación del esfuerzo estático	70
4.4. Discusión de resultados	71
5. Conclusiones.....	74
Apendice I. Determinación de la constante de la ecuación $\log T + \log R = constante$ para las secuencias de réplicas analizadas.....	76
Apendice II. Estabilidad de la estimación del cambio del esfuerzo estático a partir de la tasa de sismicidad	78
Referencias	81

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Exponente de Hurst & Magnitud. Considerando la serie de tiempo interevento para sismos con magnitudes mayores a M (Tomado de Shadkhoo *et al.* 2009). 19

Figura 2. Espectro multifractal del sismo de Ometepec, Gro. el 20 de Marzo de 2012. 25

Figura 3. Determinación de las variables de estado a partir de la tasa de sismicidad para cada celda de la malla. Se muestra la secuencia de réplicas del sismo de Darfield analizado en el capítulo 4. 34

Figura 4. Espectro del exponente de Hurst generalizado para valores de q entre -10 y 10 en pasos de 0.5. La dependencia de $h(q)$ es típica de series multi fractales. Tomado de (Telesca *et al.* 2005). 39

Figura 5. Análisis de sensibilidad en la determinación del exponente de Holder como función del tamaño de la escala s 41

Figura 6. Exponente de Holder (a) para un proceso tipo Poisson y (b) secuencia de réplicas generada sintéticamente con el modelo ETAS. La línea continua gris indica el logaritmo del tiempo inter evento, la línea discontinua azul el exponente de Holder y los círculos rojos indican sismos mayores a 3.5. 43

Figura 7. (a) Predicción teórica para un proceso de Poisson homogenero sin enjambres.(b) Resultados para sismicidad en el sur de California con magnitudes $m_0 = 3.0$. (Tomado de Zaliapin y Ben-Zion, 2011). 46

Figura 8. Distribución NND para una secuencia de réplicas generada con el modelo ETAS. 48

Figura 9. Subdivisión de la región en tres regiones basada en la ocurrencia de réplicas para la secuencia de Darfield/Christchurch. La primera región (elipse verde) encierra los epicentros de las réplicas que ocurrieron durante 171 días después del sismo de Darfield. La región marcada por la elipse azul delimita las réplicas que siguieron durante los siguientes 112 días posteriores al sismo de Christchurch. La tercera elipse (color morado) agrupa la sismicidad posterior al 13 de junio de 2011 durante 564 días posteriores al evento de Darfield. La línea sólida roja indica la falla Greendale y la línea roja discontinua es la localización de la fallas sin rastros en la superficie. Imagen tomada de Scherbakov et al. (2012).

Figura 10. Evolución temporal del <i>valor b</i> , <i>valor a</i> y Magnitud de completitud para el catálogo de réplicas generadas por el sismo de Darfield. En esta y en las gráficas similares, los cálculos se realizaron incrementando en un día el catálogo sísmico iniciando con los datos más recientes. Las líneas verticales rojas indican el tiempo de ocurrencia de sismos con magnitud mayor o igual a 6.	50
Figura 11. Evolución temporal del exponente de Holder y del logaritmo del tiempo inter-evento. Se muestran los sismos de magnitudes mayores a 5.9.	51
Figura 12. Distribución NND para los sub catálogos temporales determinados con el análisis MF-DFA.	53
Figura 13. Distribución epicentral de la sismicidad. En colores se muestra los regímenes determinados previamente.	54
Figura 14. Modelación del esfuerzo estático para las secuencias de Darfield y Christchurch, Nueva Zelanda.	56
Figura 15. Evolución temporal del valor <i>b</i> , <i>valor a</i> y Magnitud de completitud para el catálogo de réplicas generadas por el sismo de Ometepec-Pinotepa Nacional. Las líneas verticales rojas indican el tiempo de ocurrencia de sismos con magnitud mayor a 5.	58
Figura 16. Evolución temporal del exponente de Holder, logaritmo del tiempo inter-evento. Se muestran los sismos de magnitudes mayores a 5.	59
Figura 17. Distribución NND para los sub catálogos temporales determinados con el análisis MF-DFA.	60
Figura 18. Distribución epicentral de la sismicidad. En colores se muestra los regímenes determinados previamente.	61
Figura 19. Modelación del esfuerzo estático para la secuencia del sismo de Ometepec-Pinotepa Nacional.	63
Figura 20. Mapa de la región donde ocurrió el sismo de Hector Mine. Se muestra la ruptura en superficie y las réplicas ocurridas durante el primer mes posterior la sismo principal. Modificada de Jonsson et al. (2002).	65
Figura 21. Evolución temporal del <i>valor b</i> , <i>valor a</i> y Magnitud de completitud para el catálogo de réplicas generadas por el sismo de Héctor Mine. Las líneas verticales rojas indican el tiempo de ocurrencia de sismos con magnitud mayor o igual a 4.	65

Figura 22. Evolución temporal del exponente de Holder, logaritmo del tiempo interevento. Se muestran los sismos de magnitudes mayores a 4.	66
Figura 23. Distribución NND para los sub catálogos temporales determinados con el análisis MF-DFA.	67
Figura 24. Distribución epicentral de la sismicidad. En colores se muestra los regímenes determinados previamente.	68
Figura 25. Modelación del esfuerzo estático para la secuencia sísmica de Hector Mine.	70
Figura 26. Selección de la constante de la ecuación $\eta_{ij} = 10^{-5.5}$ a partir del histograma de las distancias al vecino mas cercano (NND) para la secuencia de los sismos de Darfield y Christchurch, Nueva Zelanda.	76
Figura 27. Comparación de las rectas $\log T + \log R = 5$ (línea azul) y $\log T + \log R = -5.5$ (línea roja) en la gráfica de tiempos y distancias generalizados para la secuencia de los sismos de Darfield y Christchurch, Nueva Zelanda.	77
Figura 28. Estabilidad del valor b para el catálogo sintético generado con Zmap. Las líneas rojas discontinuas indican la desviación estándar del cálculo de valor b. La línea roja vertical indica la segmentación del catálogo para determinar el cambio de esfuerzo de Coulomb.	78
Figura 29. Distribucion espacial de los cambios de esfuerzo de Coulomb para un valor $b=1$	79
Figura 30. Distribucion espacial de los cambios de esfuerzo de Coulomb para un valor $b=1.1$	79
Figura 31. Distribucion espacial de los cambios de esfuerzo de Coulomb para un valor $b=1.2$.	80

1. Introducción

La ocurrencia de secuencias de réplicas es uno de los patrones generales más observados en sismicidad. Varios mecanismos han sido propuestos para explicar la generación de secuencias de réplicas, estos modelos incluyen procesos de relajación visco-elástica (Dieterich, 1972; Hainzl *et al.*, 1999), fortalecimiento de fallas o debilitamiento después del deslizamiento del bloque (Ito y Matsuzaki, 1990), flujos de fluidos de poro (Nur y Broker, 1972), tasa de estado de fricción (Dieterich, 1994) así como reología de daño (Ben-Zion y Lyakhovsky, 2006; Shcherbakov y Turcotte, 2004).

Mientras estos mecanismos están basados en procesos dependientes del tiempo, Hainzl (2003) y Hainzl *et al.* (2010) proponen que los sismos premonitores y las réplicas pueden también ser explicados por efectos espaciales. Por ejemplo: espacialmente las réplicas se encuentran cercanas unas de otras como consecuencia de una previa transferencia local de esfuerzo en fallas cercanas que desencadenan nuevas réplicas.

Algunos de los modelos propuestos son conceptuales y permanece una pregunta abierta: ¿Pueden éstos modelos explicar detalladamente las observaciones espacio temporales de enjambres sísmicos en sistemas de fallas naturales?.

Observaciones empíricas muestran que las réplicas están localizadas cerca de la periferia de las zonas de falla donde ocurren grandes desplazamientos co-sísmicos (Utsu, 2002; Mendoza y Hartzell, 1988) y parcialmente en segmentos adyacentes a la zona de ruptura, debido a la distribución del esfuerzo en fallas cercanas (Stein y Liu, 2009; Zaliapin *et al.*, 2008; Kagan, 2004).

Las barreras asísmicas pueden generar posteriores deslizamientos y así transferir esfuerzo de un segmento de falla a otro. La presencia de deslizamientos cosísmicos, postsísmico e inter sísmico son comúnmente observados por medio de técnicas de InSAR y otras mediciones geodésicas (Lyons y Sandwell, 2003). Más adelante serán descritos

modelos físicos que intentan explicar la ocurrencia de réplicas posteriores a un evento principal.

1.1. Objetivos

El objetivo general de este trabajo consistió en analizar el comportamiento espacio temporal de secuencias de réplicas, para identificar cambios en el régimen de su dinámica generadora por medio del análisis fractal espacio-temporal, así como modelar los cambios de esfuerzo relacionados con dichos procesos dinámicos.

Para alcanzar dicho objetivo, se realizó un análisis espacial de las secuencias de réplicas que depende de una estimación precisa del valor b de la relación Gutenberg-Richter (Ishimoto e Iida, 1939; Gutenberg y Richter, 1944) para cada secuencia de réplicas, por lo que se consideró la metodología propuesta por Zúñiga y Figuroa-Soto (2012), la cual toma en cuenta la estabilidad en tiempo de la estimación del valor b .

Otro objetivo es caracterizar, mediante un análisis temporal, los cambios del exponente de Holder para la serie de tiempo interevento, metodología presentada por Figuroa-Soto y Zúñiga (2014, en revisión) que nos permitió identificar aquellas réplicas generadoras de subcascadas de sismicidad dentro de la misma secuencia principal de réplicas. Para este fin fueron definidos regímenes dinámicos por medio de un análisis espacio-temporal, que para tres sismos generadores de réplicas, fueron modelados por medio de la tasa de sismicidad para obtener cambios de esfuerzo de Coulomb (Dieterich, 1994) antes, durante y después de los sismos principales.

2. Antecedentes

2.1. Sismología Estadística

La disponibilidad de catálogos sísmicos de alta resolución ha sido un detonante para el interés en la sismología estadística, área que modela la ocurrencia de la sismicidad en tiempo y en espacio, considerando este fenómeno como un producto de procesos estocásticos.

En general un modelo determinista intenta predecir y describir completamente el fenómeno físico. Por otro lado un modelo estocástico acepta que algunos aspectos del modelo físico no se pueden modelar de forma predictiva y pueden ser reemplazados por procesos aleatorios.

Los modelos estocásticos para sismicidad tienen que estar restringidos por parámetros físicos como el inicio de la ruptura, localización y magnitudes, es decir, estarán en función de la comprensión previa de los procesos físicos de generación de la sismicidad y son usados como una herramienta para planear y predecir posibles escenarios para la eventual toma de decisiones o la creación de pronósticos con fines de evaluación de riesgo.

Vere-Jones (2010) considera dos tipos de modelos estocásticos. El primer tipo de modelo, al que denomina modelo descriptivo, tiene como objetivo generar datos con el mismo comportamiento estadístico que los datos reales.

En sismología, un primer ejemplo de este modelo descriptivo es la ley frecuencia-magnitud propuesta por Gutenberg y Richter (1944, 1954) y por Ishimoto e Ida (1939), quienes describieron la sismicidad a partir de su comportamiento estadístico para obtener un modelo simple para la distribución de magnitudes.

Un segundo modelo descriptivo es la ley de Omori-Utsu (Utsu *et al.*, 1995; Utsu, 1961) que se ajusta satisfactoriamente a una secuencia de réplicas pero no a un grupo de secuencias individuales de réplicas o cascadas (e. g. Monterrubio, 2013).

El modelo ETAS fue desarrollado por Ogata y Zhuang (2006) quienes modelan la ocurrencia de réplicas usando un modelo tipo “cascada”, es decir, cada réplica puede generar su propia secuencia de réplicas. En general el modelo ETAS está basado en los modelos descriptivos mencionados anteriormente y son descritos a continuación:

a).- La ley de Gutenberg-Richter.

Es una ley empírica formulada por Gutenberg y Richter (1944), que había sido propuesta con antelación por Ishimoto e Ida (1939). En un área geográfica, la llamada ley de Gutenberg-Richter, describe la distribución de frecuencias acumuladas y magnitudes de sismos, mediante: $\log_{10} N(\geq m) = a - bm$, donde $N(\geq m)$ es el número de sismos con magnitudes mayor o igual que m , los valores a y b son constantes denominadas productividad sísmica y valor b respectivamente. El valor b es estimado usando un ajuste de mínimos cuadrados o por medio de métodos de máxima verosimilitud (Aki, 1965), éste último definido por:

$$b = \frac{\log(e)}{\langle M \rangle - (M_c - \Delta M_{bin}/2)}, \quad (2.1)$$

donde $\langle M \rangle$ es la magnitud mínima del catálogo, M_c es la magnitud a partir de la cual el catálogo se considera completo y ΔM_{bin} es la mínima diferencia entre las magnitudes del catálogo (Bender, 1987; Utsu, 1999).

La ley de Gutenberg-Richter implica que las longitudes de ruptura de sismos se distribuyen en forma de ley de potencias (de manera fractal) con un exponente (dimensión fractal) igual a dos veces el valor b (Aki, 1981). En la práctica, la determinación del valor b depende fuertemente de la magnitud mínima M_c y de la longitud de tiempo del catálogo, como lo muestran Zúñiga y Figuroa-Soto (2012), donde se analiza la variación del valor b con el tiempo, con el fin de caracterizar un periodo de estabilidad del valor b en un catálogo sísmico. Se ha observado, tanto en laboratorio como en observaciones de sismicidad

natural, que el valor b está íntimamente relacionado con el estado de esfuerzos de la zona (p.eg. Schorlemmer et al., 2005).

b).- La Ley de Omori.

La ley de Omori describe el hecho de que después de un sismo principal, el número de sismos por unidad de tiempo decae como una ley de potencia, (Omori, 1894; Utsu, 1961; Utsu et al., 1995; Baró et al, 2013), por medio de la relación:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{k}{(c+t)^p} = v(t) \quad (2.2)$$

donde n es el número de eventos posteriores al sismo principal, k es la productividad de réplicas, c es el periodo de tiempo después del evento principal durante el cual la tasa de decaimiento es constante, p se relaciona con el decaimiento en ley de potencias para $t \gg c$. Un alto valor de p significa que la tasa de réplicas decae más rápido que con un valor bajo de p .

Debido a la intensa actividad de réplicas durante tiempos relativamente cortos, el parámetro c es considerado como el tiempo para el cuál la detección de réplicas es incompleta (e.g. Utsu *et al.*, 1995; Kisslinger, 1996; Woessner *et al.*, 2004); sin embargo, aún es controversial la interpretación de este parámetro (e.g. Kagan, 2004; Kagan and Houston, 2005).

El segundo modelo estocástico considerado por Vere-Jones (2010) es el modelo con aplicación a la ingeniería que, en general, busca una aplicación con fines predictivos para el proceso.

Las aplicaciones de modelos en ingeniería, como la zonificación sísmica para evaluación de riesgo sísmico, el diseño sísmico para ingeniería o el cálculo de la probabilidad de ocurrencia de sismos, no pueden ser entendidos sin un modelo estocástico (e.g. Knopoff, 1971; Zhuang *et al.*, 2004; Hiemer *et al.*, 2014). La confiabilidad de un modelo estocástico dependerá del nivel de detalle del modelo y del propósito para el que lo necesitamos. Un

modelo simple es de mucha mayor ayuda que uno complejo, además de que el modelo debe de definirse principalmente a partir de datos disponibles o de estimaciones confiables a partir de mediciones disponibles

2.1.1. Distribución temporal de réplicas

Los sismos de magnitudes mayores son seguidos de réplicas, las cuales decaen con el tiempo hasta llegar a un nivel de sismicidad de fondo que se puede considerar Poissoniana (Wyss y Toya, 2000). No se sabe con certeza a partir de qué magnitud un sismo es capaz de generar réplicas por lo que la transición hacia la sismicidad de fondo es difícil de precisar, principalmente porque depende del área tratada, de la resolución de las observaciones y del criterio usado para identificarla.

Para muchas secuencias de réplicas se observa que éstas decaen con el tiempo de manera hiperbólica y son descritas por la ley de Omori, por lo que la duración de las réplicas puede ser estimada por medio de cambios en la tasa de sismicidad desde la actividad de réplicas hasta la sismicidad de fondo. Sin embargo, medir esta transición es difícil e incluso imposible de definir cuando la duración de las réplicas excede la longitud del catálogo sísmico (Stein y Liu, 2009). Para sismos que ocurren en fronteras de placas tectónicas, esta transición parece ocurrir en menos de 10 años después del evento principal y según Stein y Liu (2009), se debería a que el movimiento de las placas recarga rápidamente la falla después del evento principal.

Para zonas difusas, como la provincia de cuencas y sierras, las réplicas pueden ocurrir durante quince años o más y para zonas intra placa hasta por cientos de años después del evento principal, probablemente como consecuencia de que las fallas son recargadas mucho más lentamente dando lugar a réplicas que se presentan durante mucho más tiempo (Stein y Liu, 2009; Castro *et al.*, 2010).

Existe una correlación inversa entre la duración de las réplicas y las tasas de carga sobre las fallas (Stein y Liu, 2009), hecho que además es consistente con el modelo de fricción para fallas, el cuál predice cambios en las propiedades de la falla posteriores al evento principal y es usado comúnmente para estudios de réplicas (e.g. Dieterich, 1994).

El modelo propuesto por Dieterich (1994) predice que la duración para las réplicas está descrita por:

$$t_a = \frac{A\sigma}{\dot{\tau}}, \quad (2.3)$$

donde $\dot{\tau}$ es la tasa de esfuerzo cortante sobre la falla, σ es el esfuerzo normal y A es un parámetro constitutivo adimensional. La tasa de esfuerzo es difícil de medir, pero puede ser estimada por medio de la velocidad relativa (tasa de deformación o de carga) sobre la falla.

Para una geometría simple en la cuál la tasa de esfuerzo está expresada como (Savage y Burford, 1973):

$$\dot{\tau} = \frac{\mu\nu}{\pi w}, \quad (2.4)$$

donde μ es el módulo de rigidez, ν es la tasa de carga relacionada al movimiento de las placas tectónicas (en milímetros por año) y w es la extensión vertical de la falla sísmogénica. A partir de las ecuaciones 2.3 y 2.4 tenemos que:

$$t_a = \frac{A\sigma\pi w}{\mu\nu}. \quad (2.5)$$

De acuerdo a las observaciones empíricas, la relación 2.5 es válida para amplios rangos de tasas de carga y de duración de réplicas (Stein y Liu, 2009). La relación inversa entre t_a y ν es generalmente consistente con un proceso de relajación del esfuerzo en segmentos de la falla que rodean la zona de ruptura (Zöller *et al.*, 2005).

2.1.2. Distribución espacial de réplicas

Felzer y Brodsky (2006) han realizado trabajos para determinar el decaimiento de las réplicas como función de la distancia al hipocentro, analizando el mecanismo de disparo en el proceso de réplicas y obteniendo un ajuste en ley de potencias inversa para distancias en

el rango de 0.2 km a 50 km desde el evento principal, concluyendo que existe *un único* mecanismo de disparo que está actuando en el mismo rango de distancias. Para llegar a esta conclusión aproximaron la fuente como un punto y midieron la distancia r entre el hipocentro del evento principal y el hipocentro para cada réplica. Para el rango de 0.2 km a 50 km, Felzer y Brodsky (2006) encontraron una ley de potencia $\rho(r)$ definida por:

$$\rho(r) = cr^{-n}, \quad (2.6)$$

donde $n = 1.37 \pm 0.1$ para magnitudes $3 \leq M < 4$ y $n = 1.35 \pm 0.12$ para magnitudes $2 \leq M < 3$. c es una constante adimensional que varía dependiendo del número de réplicas. La ley de potencia descrita en la ecuación 2.6 es función de la distancia r desde el hipocentro del evento principal al hipocentro de cada réplica (Felzer y Brodsky, 2006).

2.1.3. Distribución de Tiempo interevento

El tiempo interevento se define por $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$ y es calculado a partir de los tiempos de ocurrencia t_i de los sismos (Hainzl et al., 2006). Se han desarrollado numerosos estudios para analizar las propiedades estadísticas del tiempo interevento, así como su comportamiento fractal para la sismicidad (e.g. Márquez-Ramírez *et al.*, 2012; Touati *et al.*, 2009; Shadkhoo *et al.*, 2009; Vecchio *et al.*, 2008; Bak *et al.*, 2002).

Muchos estudios han abordado el proceso de sismicidad como un proceso fractal a partir de la caracterización de la serie de tiempo interevento o distancias interevento de la sismicidad. Los resultados de estos trabajos son tan diversos como la ley de escalamiento propuesta por Bak *et al.* (2002) hasta trabajos que describen una relación inversa entre el exponente de escalamiento y las magnitudes de los sismos, efecto que se ha atribuido a la aparición de réplicas, como se muestra en la figura 1 (Shadkhoo *et al.*, 2009). También se han logrado identificar propiedades fractales para diferentes tipos de sismicidad como la sismicidad inducida, las réplicas o la sismicidad de fondo.

En este trabajo de tesis, graficamos el tiempo interevento en escala logarítmica debido a que tenemos diferentes escalas de tiempos de ocurrencia (tiempos intereventos muy cercanos por la actividad de réplicas o muy grandes por la sismicidad de fondo).

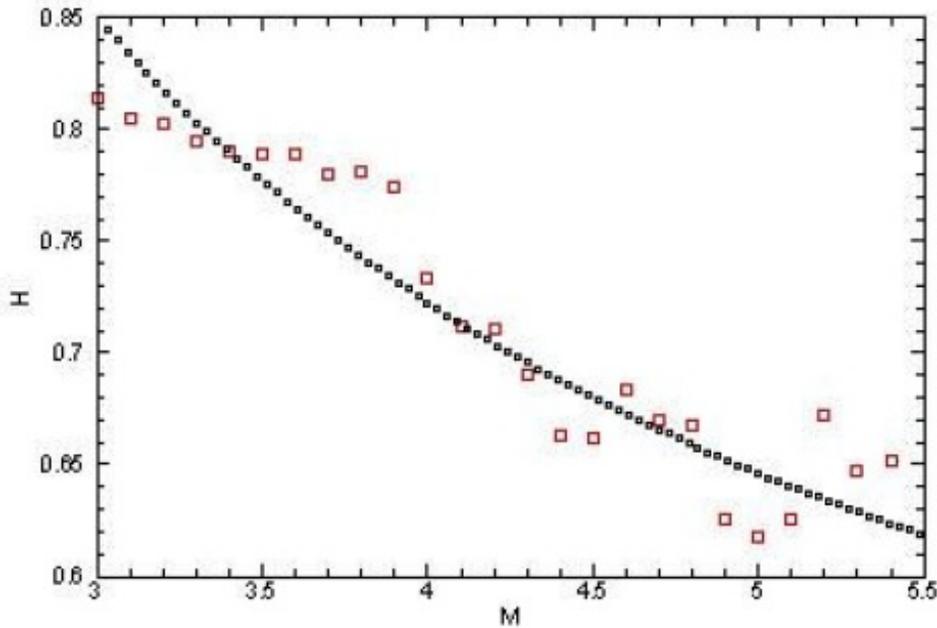


Figura 1. Exponente de Hurst (H) vs Magnitud (M). Los cuadros rojos son los exponentes de Hurst como función de las magnitudes, considerando la serie de tiempo interevento para sismos con magnitudes mayores que una magnitud dada M . La curva punteada representa el ajuste de los datos (Tomado de Shadkhoo *et al.* 2009).

A partir de la existencia de leyes de potencias en los procesos sísmicos (e.g. leyes de Gutenberg-Richter y de Omori), Shadkhoo *et al.* (2009) demostraron la existencia de un comportamiento multifractal espacio-temporal para la sismicidad en California; para este fin determinaron la variación de exponentes de escalamiento como función de las magnitudes, técnica que permite investigar la posible invariancia al escalado de las réplicas.

Como se ha mencionado antes, en los patrones de sismicidad asociados con el tiempo, la localización y la magnitud, se observa que aparentemente son regidos por una dinámica multiescalar como lo han propuesto diversos autores (eg. Rundle *et al.*, 2002; Tiampo *et al.*,

2002), por lo que se decidió abordar el análisis espacio temporal de las secuencias de réplicas desde esta perspectiva multiescalar.

2.2. Métodos para caracterizar sismicidad

Hasta el momento, existen dos principales aproximaciones para realizar pronósticos de la distribución espacio-temporal de las réplicas: a) métodos puramente estadísticos basados en observaciones de secuencias de réplicas y b) aproximaciones del fenómeno físico que las genera, basadas en cambios del esfuerzo de Coulomb provocados por el evento principal (Steacy *et al.*, 2011). A continuación se presentan algunos de los modelos más utilizados para la caracterización de secuencias de réplicas.

2.2.1. Modelo de Zöller *et al* (2005)

Zöller *et al* (2005) propusieron un modelo que consiste en la definición de una región en la cual hay un deslizamiento lateral que se modela mediante la construcción de una malla de celdas uniformes. Para cada celda fueron calculados procesos de deformación (Ben-Zion y Rice, 1993) considerando asperezas con diferentes caídas de esfuerzos en cada uno de los elementos de la malla regular y una tasa de carga tectónica constante. Se resuelve la función de transferencia de esfuerzo como función del tiempo, con la finalidad de obtener los esfuerzos estáticos después del deslizamiento.

Las consideraciones de este modelo son las siguientes: Un sismo es iniciado si el esfuerzo local $\tau(x, z; t)$ excede la fricción estática $\tau_s(x, z; t)$. La caída de esfuerzo, en cada uno de los elementos de una celda regular (x, z) , está limitada por el esfuerzo de detención $\tau_a(x, z; t)$ y la caída de la resistencia hacia un valor de fricción dinámica $\tau_d(x, z; t)$.

Hacia el fin del sismo, la resistencia se recupera hacia el nivel de esfuerzo estático. La fricción dinámica es calculada a través de los niveles de esfuerzo estático y de detención, con relación al coeficiente dinámico de excedencia D :

$$\tau_d = \tau_s - \frac{\tau_s - \tau_a}{D}.$$

Ben-Zion y Rice (1993) y Madariaga (1976) utilizaron un valor de $D = 1.25$. La resistencia estática se considera constante con valor $\tau_s(x, z) = 10 \text{ MPa}$ y el esfuerzo de resistencia se escoge de manera aleatoria en el intervalo $\tau_a(x, z) \in [0.1 \text{ MPa}]$ (Zöller *et al.*, 2005).

La transferencia de esfuerzo debido al deslizamiento cosísmico se calcula por medio de la solución $K(x, z; x', z')$ de Chinnery (1963) para dislocaciones rectangulares en un sólido de Poisson:

$$\Delta\tau(x, z; t) = \sum_{(x, z) \in \text{falla}} K(x, z; x', z') \Delta u(x', z'; t),$$

donde Δu es el deslizamiento y el kernel K decae como $1/r^3$ (Okada, 1985; Chinnery, 1963) donde r es la distancia entre celdas (x, z) y (x', z') . Este modelo es capaz de reproducir la ley de Omori para secuencias de réplicas. Sin embargo es necesario conocer los parámetros de deslizamiento del evento principal y esfuerzos de resistencia y de carga tectónica.

2.2.2. Modelo de Koyama (1997)

En este modelo las réplicas se distribuyen espacialmente en la vecindad del evento principal de forma más o menos aleatoria, por lo que la secuencia temporal de las réplicas no es periódica. Estudios de Koyama (1997) consideran a la fuente sísmica como un punto con características de energía o tamaño de la fuente finita. Partiendo de la relación de Omori-Utsu (Ec. 2.7):

$$n(t) = \frac{k}{(c + t)^p}, \quad (2.7)$$

donde el número de réplicas $n(t)$ puede expresarse como la suma de las réplicas con diferentes clases de magnitudes:

$$n(t) = \sum_{i=0}^M n_i(t), \quad (2.8)$$

donde $n_i(t)$ representa ahora una serie de réplicas clasificadas como la i -ésima clase de magnitudes de las réplicas a un tiempo t . La clase de magnitudes de las réplicas especificada por $i = 0$ es la serie con la magnitud mínima observada en una actividad de réplicas particular; por otra parte $i = M$ indica la clase de máxima magnitud. Por la aleatoriedad, las clases de magnitud $n_i(t)$ y $n_j(t)$ son independientes, por lo que $i \neq j$. Supongamos que hay N_i^0 núcleos producidos por el evento principal para réplicas posteriores para la i -ésima clase. El número de réplicas en la i -ésima clase de magnitud dentro del intervalo $t \sim t + dt, n(t)dt$, puede ser escrita como:

$$n_i(t)dt = -dN_i(t) = \mu_i N_i(t)dt, \quad (2.9)$$

donde $N_i(t)$ es el número de núcleos clasificados por la i -ésima clase de magnitud que son disparados después del tiempo t y $\mu_i(t)dt$ es la probabilidad de ruptura de un núcleo en ese intervalo de tiempo.

2.2.3. Modelo de Stein y Liu (2009)

En este modelo las réplicas después del evento principal son consideradas como el resultado de cambios en el esfuerzo y en las propiedades del plano de falla inducidos por el evento principal, por lo que Stein y Liu (2009) proponen que al interior de los continentes se presentará una larga duración de las réplicas como consecuencia de una lenta recarga del esfuerzo sobre las fallas.

Además este modelo propone una correlacion inversa entre la duración de las réplicas y la tasa de carga de las fallas (consistente con el modelo *tasa y estado*, donde el esfuerzo de fricción depende de la tasa de desplazamiento y de una variable de estado) que, como se explicará posteriormente, es útil para estudios de los cambios de las propiedades de las réplicas. En este modelo se predice el tiempo de duración de las réplicas expresado por

$t_a = A\sigma/\dot{\tau}$, donde $\dot{\tau}$ es la tasa del esfuerzo de corte sobre la falla, σ es el esfuerzo normal y A es el parámetro constitutivo sobre la falla. Para una geometría simple para la cual se cumple la relación (2.5) asumimos, al igual que Dieterich (1994), los valores: $A = 0.01$, $\mu = 30 \text{ GPa}$, $\sigma = 15 \text{ MPa}$ y $w = 20 \text{ km}$, obteniendo un valor de $t_a = 314/v$ para t_a en años y v en milímetros por año.

2.2.4. Modelo ETAS (Epidemic Type of Aftershocks Sequences)

El modelo estocástico ETAS combina modelos de tipo epidémico con leyes de escalamiento empíricas observadas en la ocurrencia de sismicidad (Main, 2013). Este modelo describe a las réplicas como análogas a una epidemia: un evento “infectado” migra dentro de la región de interés e infecta a otros eventos descendientes. El modelo se explica entonces como un sistema de ancestros (migrantes) y sus descendientes quienes pueden tener también otros descendientes (es decir, infectan a otros eventos) que eventualmente pueden morir. En la analogía sismológica, esto es equivalente a las secuencias de réplicas que se inician bajo una tasa de sismicidad de fondo hasta que se extinguen, donde los eventos que migran son análogos a la sismicidad de fondo y los eventos descendientes son las réplicas.

El decaimiento temporal de las réplicas está expresado por la ley de Omori (ecuación 2.2) y para estimar sus coeficientes Ogata (1983) propuso un método que maximiza la función:

$$\ln(L(\theta)) = \sum_{i=1}^N \ln v(t_i) - \int_S^T v(t) dt, \quad \theta = (k, c, p) \quad (2.10)$$

donde $\{t_i, i = 1, 2, 3, \dots, N\}$ es la serie de los tiempos de ocurrencia de las réplicas en el intervalo de tiempo de (S, T) días, $v(t)$ es la función de intensidad modificada de Omori y las constantes (k, c, p) son los parámetros de la ley de Omori (ecuación 2.2).

La relación 3.4 es válida para tiempos del orden de algunas decenas de años o más, pero depende de la tasa de sismicidad de fondo (e. g. Ogata y Zhuang, 2006; Utsu *et al.*, 1995; Ogata y Shimazaki, 1984). El modelo ETAS asume que cada réplica puede disparar otras

réplicas y que la tasa de sismicidad asociada a las réplicas al tiempo t está dada por una superposición de funciones de Omori desplazadas en tiempo:

$$\lambda_{\theta}(t) = \mu + \sum_{\{j:t_j < t\}} e^{\alpha\{M_j - M_c\}} v(t - t_j), \quad (2.11)$$

donde μ (sismos/día) representa la tasa de sismicidad de fondo, M_c representa la magnitud de corte del catálogo y α representa la eficiencia de un sismo para generar réplicas. La ecuación 2.11 define el modelo ETAS (Ogata, 1988, 1992), donde es necesario estimar los parámetros $\theta = (\mu, k, c, \alpha, p)$ maximizando la función expresada en la ecuación (2.10) donde la función de intensidad modificada de Omori $v(t)$ (ecuación 2.2) es reemplazada por la tasa de ocurrencia $\lambda_{\theta}(t)$ del modelo ETAS.

2.3. Patrones multifractales

Para caracterizar la actividad sísmica, algunos autores han considerado a ésta como el resultado de procesos de tipo Poisson (e.g. Garder y Knopoff, 1974; Kagan y Jackson, 1991); algunos otros autores han realizado caracterizaciones fractales, tanto en espacio como en tiempo, para determinar enjambres de sismicidad y su correlación con procesos de deformación tectónica (e.g. Legrand et al., 1996; Shadkhoo et al., 2009; Li y Xu, 2012; Wang et al., 2014). En particular Wyss y Toya (2000) consideran que la sismicidad de fondo exhibe una tasa de generación de sismicidad de tipo Poisson, además de correlacionarla a una tasa de carga tectónica constante.

En muchos casos la ocurrencia de la sismicidad de menor magnitud exhibe un fuerte grado de correlación que permite inferir que ciertos eventos pertenecen a la misma secuencia sísmica (e.g. Telesca *et al.*, 2001) o incluso dentro de una secuencia de réplicas (e.g. Telesca et al., 2004; Monterrubio, 2013), por lo que la serie de tiempo inter evento para la sismicidad puede exhibir características mono-fractales o multifractales (Telesca *et al.*, 2001; Telesca *et al.*, 2004; Zaliapin *et al.*, 2004; Zaliapin y Ben-Zion, 2011). En el caso monofractal el espectro de singularidad (gráfica de función de fluctuaciones $f(\alpha)$ vs α) está representado por una constante, mientras que en el caso multifractal el espectro tiene un comportamiento cóncavo (e.g. Stanley *et al.*, 1999). En la Figura 2 se muestra el

espectro multifractal de la serie de tiempo interevento para la sismicidad previa y posterior al evento principal ocurrido en Ometepec, Gro., el 20 de marzo de 2012, analizado y discutido en el capítulo 3 de este trabajo.

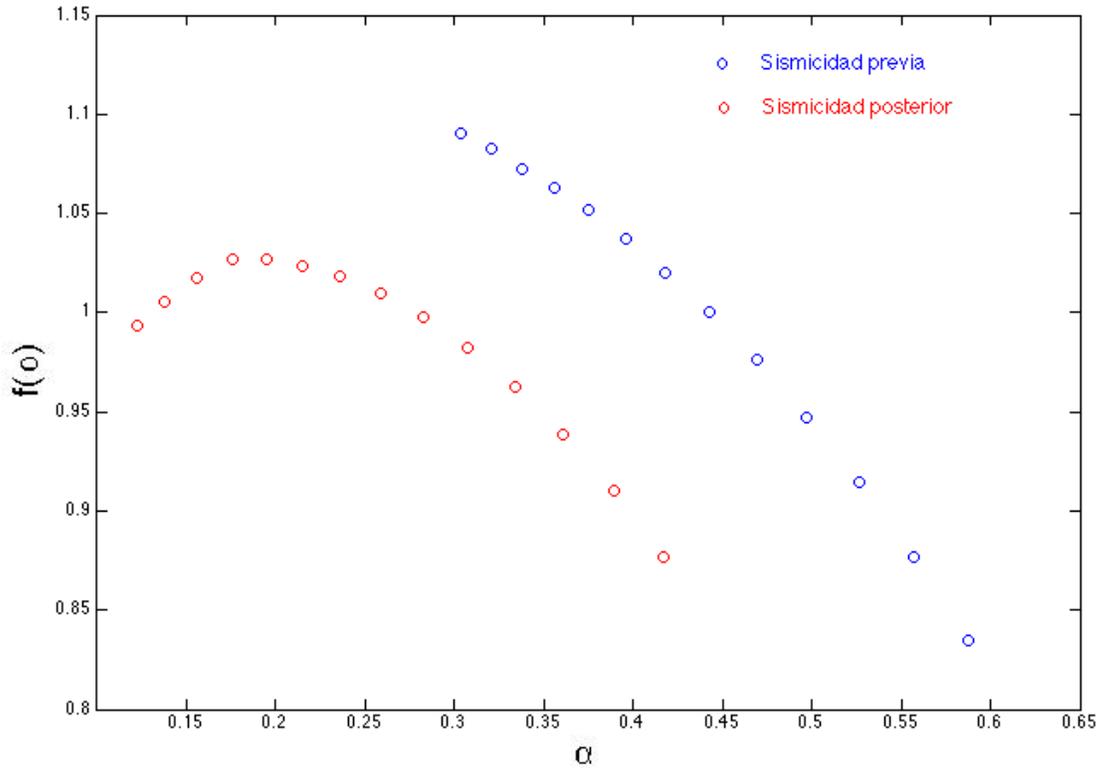


Figura 2. Espectro de singularidad del sismo de Ometepec, Gro., el 20 de marzo de 2012. En el eje horizontal se muestra el exponente generalizado de Holder y en el eje horizontal la función de fluctuaciones.

Muchos métodos han sido usados para evidenciar las propiedades de las secuencias sísmicas, como la identificación de clusters, a continuación se enuncia algunos de los más utilizados:

Coefficiente de Variación del tiempo interevento (C_v). Es la razón entre la desviación estándar σ_t y el tiempo interevento promedio \bar{t} . Un proceso completamente Poisson tiene un coeficiente de variación igual a uno y es mayor que uno para enjambres sísmicos (Kagan y Jackson, 1991).

Histograma de tiempo interevento (IIH, por sus siglas en inglés). El histograma de tiempo interevento estima la función de densidad de probabilidad del tiempo interevento considerando un intervalo de tiempo interevento de tamaño t y proporciona información acerca del proceso que ocurre detrás de las escalas de tiempo contenidas en los intervalos t , sin embargo durante su construcción se pierde el orden de los intervalos interevento (Teich et al., 1997). El IIH describe completamente el comportamiento del proceso si los tiempos interevento son independientes como ocurre en un proceso de tipo Poisson (Thurner *et al.*, 1997; Teich *et al.*, 1997).

Exponente de Hurst (Feder, 1988). Nos da información sobre la correlación de intervalos de tiempo interevento. Para procesos completamente aleatorios $H = 0.5$, para otros procesos estocásticos H puede ser menor o mayor que 0.5; para $H < 0.5$ el proceso tiene comportamiento antipersistente, lo que significa que intervalos cortos son seguidos más probablemente por intervalos largos. Para $H > 0.5$ el proceso tiene comportamiento persistente, significando que intervalos cortos son seguidos más probablemente por intervalos cortos.

El Factor Fano (FF). Para un proceso fractal que muestra propiedades de agrupación (clusters), la densidad de probabilidad $P(t)$ del tiempo interevento t se comporta como una función de ley de potencias con exponente $(1+\alpha)$, donde α es llamado el exponente fractal que caracteriza la tendencia a formar clusters. El factor Fano mide la correlación de los procesos de punto sobre diferentes escalas de tiempo, cuando $\alpha > 0$ significa que el fenómeno contiene enjambres de puntos sobre escalas de tiempo relativamente grandes (Teich et al., 1996). Si el proceso sísmico es un proceso tipo Poisson, los tiempos de ocurrencia no están correlacionados y para este caso $\alpha \approx 0$. El Factor Fano se define (Thurner *et al.*, 1997) por:

$$FF(t) = \frac{\langle N_k^2(t) - N_k(t) \rangle}{\langle N_k(t) \rangle},$$

donde $N_k(t)$ y $N_{k+1}(t)$ es el número de eventos contenidos en ventanas sucesivas de tiempo, t es el tiempo y $\langle \rangle$ denota el valor esperado (Allan, 1966;).

El Factor Allan (AF). Definido por Lowen y Teich (1996) como:

$$FA(t) = \frac{\langle (N_{k+1}(t) - N_k(t))^2 \rangle}{2\langle N_k(t) \rangle},$$

donde el numerador se conoce como varianza de Allan (Allan, 1966) y está definido en términos de la variabilidad de ventanas sucesivas (Teich et al., 1997). El Factor Allan representa el grado de agrupación de un proceso puntual en comparación con un proceso de Poisson, es decir es una medición de la no estacionaridad de los datos. Tanto el factor Allan como el factor Fano son medidas del grado de agrupación de un proceso puntual en comparación con un proceso homogéneo de tipo Poisson.

2.4. Física de las réplicas

2.4.1. Modelos físicos para la ocurrencia de réplicas

Los sismos ocurren en ambientes topológicamente complejos que son considerados como sistemas que se encuentran sometidos a fuerzas externas. Dichas fuerzas externas se consideran el resultado del movimiento de las placas tectónicas (Turcotte, 1997; Rundle *et al.*, 2003). El problema básico es que los detalles de la dinámica *fuerza (acción) - desplazamiento (reacción)* no son necesariamente observables. Esta dinámica no observable está incluida en la evolución de la **función de fractura de Coulomb** (CFF), la cual se deriva del criterio de fractura de Mohr-Coulomb, llamado también esfuerzo de fractura de Coulomb (King *et al.*, 1994):

$$CFF(x,t) = \tau(x,t) - \mu_s (\sigma_N(x,t) - P),$$

donde $\tau(x,t)$ es el esfuerzo de corte en el punto x al tiempo t , μ_s es el coeficiente de fricción estática, $\sigma_N(x,t)$ es el esfuerzo normal y P es la presión del fluido en el sistema de poros del medio. Esta función proporciona una forma de estimar los cambios de esfuerzo estáticos que están involucrados en la generación de los sismos (Stein 1999).

2.4.2. Ley constitutiva de Dieterich (1994)

Dieterich (1994) ha modelado la sismicidad como consecuencia de eventos de “nucleación” en la cual, la distribución de las condiciones iniciales sobre el total de los puntos de nucleación e historia de esfuerzo local controlan el disparo de sismos. Este modelo da una formulación constitutiva para la tasa de producción de sismicidad como resultado de una historia de esfuerzo aplicado. Dieterich (1994) define el concepto de “nucleación sísmica” como el proceso en el cual ocurren los procesos e interacciones físicas que dan pie a una inestabilidad sísmica (inicio de ruptura) en determinado lugar y tiempo. El objetivo del modelo es encontrar el tiempo en el cuál cada uno de los “núcleos” inicia un sismo, cuando todos los núcleos están sometidos a un esfuerzo. Este modelo está expresado, de manera muy general, en la ecuación 2.12:

$$t = F[C(n,r,\dot{\tau}_r),\tau(t)], \quad (2.12)$$

donde $C(n,r,\dot{\tau}_r)$ representa la condición inicial que depende de la tasa de esfuerzo de referencia $\dot{\tau}_r$, n es el número secuencial para cada núcleo sísmico, r es la tasa constante que puede interpretarse como una medición estadística de la tasa de sismicidad esperada de producción sísmica para algún intervalo de magnitud (modelo de Poisson para ocurrencia) y $\tau(t)$ es alguna historia de esfuerzo. Una forma explícita para la función F se presentará mas adelante (ecuación 2.17).

El modelo predice que la distribución espacial de los enjambres (“clusters”) es resultado de su dependencia espacial de los cambios de esfuerzo alrededor de la fuente sísmica. Estos cambios de esfuerzo podrían incrementarse con cada evento sucesivo o réplicas, a menos que existan flujos o deslizamientos en fallas secundarias que relajen el esfuerzo.

2.4.3. Esfuerzo de ruptura de Coulomb

Un sismo distribuye el esfuerzo de corte, en la falla que se deslizó, hacia áreas más extensas que sólo las puntas de las fracturas (e.g. Chinnery, 1963) e incluso la fractura se propaga en arreglos que siguen complejas estructuras fractales (e.g. Aguilar-Hernández y Ramírez-Santiago, 2010). De forma simple, para un plano de falla dado, el cambio en el esfuerzo de ruptura de Coulomb (ΔCFF por sus siglas en inglés, también escrito como $\Delta\sigma_f$) está dado por (King et al., 1994):

$$\Delta\sigma_f = \Delta\tau - \mu(\Delta\sigma_N - \Delta P), \quad (2.13)$$

donde $\Delta\tau$ es el cambio del esfuerzo de corte sobre una falla (tomado como positivo en la dirección de la falla) y $\Delta\sigma_N$ es el cambio del esfuerzo normal (tomado como positivo si la falla está desbloqueada). ΔP es el cambio de la presión de poro en la zona de la falla (es positivo si es compresivo) y μ es el coeficiente de fricción (en el rango de 0 a 1 y sin dimensiones) (Harris, 1998; King y Cocco, 2001; Cocco et al., 2010).

El modelo considera que la fractura continúa activa si $\Delta\sigma_f$ es positiva y si es negativa la fractura ya no está activa, es decir que tanto el incremento en el esfuerzo de corte como el esfuerzo de ruptura sobre la falla promueven o bloquean el fracturamiento. Estudios de sismicidad inducida han usado el concepto de coeficiente de fricción efectiva $\mu' = \mu(1 - \Delta P / \Delta\sigma_N)$ (King et al., 1994; Beeler et al., 2000; Cocco et al., 2010), para simplificar el efecto de la presión de poro y el cambio del esfuerzo normal en una sola variable.

Los cambios en la presión de poro ΔP dependen del cambio del esfuerzo normal como $\Delta P = -B\Delta\sigma_N$, donde B es el coeficiente de Skempton (Beeler et al., 2000; Cocco y Rice, 2002) que varía entre 0 y 1, de esta forma la ecuación 2.13 se puede re-escribir como:

$$\Delta\sigma_f = \Delta\tau - \mu'\Delta\sigma_N. \quad (2.14)$$

Varias investigaciones han revelado que los cambios en el esfuerzo cosísmico promueven o

inhiben la ocurrencia de sismicidad local (e.g. Toda y Matsumura, 2006). Sin embargo, hay muchos factores desconocidos como el coeficiente de fricción sobre la falla, el cambio de presión de poro, la orientación de las fracturas preexistentes o las fluctuaciones pseudo aleatorias de la ocurrencia de sismos. Todos ellos pueden alterar el patrón de cambio de esfuerzo. Es importante señalar que la correlación espacial entre los cambios de esfuerzo calculados y la tasa de sismicidad observada es normalmente alta (p. eg. Harris, 1998; Stein, 1999), y se ha intentado explicarla por medio de la tasa de cambio de esfuerzo (Toda *et al.*, 2002) usando la ley de fricción de Dieterich (1994).

La correlación entre cambios de esfuerzo estático y los cambios en la tasa de sismicidad como función del espacio o del tiempo nos alienta a analizar la micro sismicidad como un monitor de la deformación de la corteza y/o de cambios del esfuerzo. Dieterich *et al.* (2000) desarrollaron una técnica para determinar los cambios del esfuerzo estático a partir de la tasa local de la ocurrencia de sismicidad y el estado de fricción. La relación para determinar la tasa de sismicidad a partir del proceso de fluctuación del esfuerzo (Dieterich, 1994; Dieterich *et al.*, 2000) está dado por:

$$R = \frac{r}{\gamma \dot{\sigma}_r}, \quad (2.15)$$

donde R es la tasa de sismicidad en el proceso de fluctuaciones del esfuerzo, γ es la variable de estado alterada por cambios en el esfuerzo y $\dot{\sigma}_r$ es la tasa de carga del esfuerzo de Coulomb bajo la tasa de sismicidad de fondo r . Como se mencionó anteriormente (sección 2.2.3), el modelo de *tasa y estado* está fundamentado en que, para observaciones experimentales, es necesario conocer al menos dos variables de estado para conocer el estado termodinámico del sistema en análisis. En particular Rice y Ruina (1983), Ruina (1983) y Dieterich (1994) proponen, a partir de experimentos, que para un esfuerzo normal constante, el esfuerzo de corte τ es función de de la tasa de deslizamiento y del *estado* del medio geológico γ , es decir: $\tau = \tau(\dot{u}, \gamma)$. La variable de estado γ se resuelve considerándola como dependiente del tiempo de acuerdo con la relación:

$$d\gamma = \frac{1}{A\sigma_N} [dt - \gamma d\sigma], \quad (2.16)$$

donde A es el parámetro constitutivo de la falla, adimensional, normalmente en el rango de 0.005–0.015 (Dieterich *et al.*, 2000). σ_N es el esfuerzo normal efectivo y σ es el esfuerzo de Coulomb.

Para el estado estacionario ($R = r$) tenemos que $\gamma_0 = 1/\dot{\sigma}_r$, implica que no hay perturbaciones de esfuerzo (e.g. Coco *et al.*, 2010), r representa la tasa de sismicidad de fondo, información que se obtiene antes del sismo principal.

El tiempo de retorno a un estado de sismicidad umbral después de una perturbación está definido por:

$$t_a = \frac{A\sigma_N}{\dot{\sigma}_r}. \quad (2.17)$$

Para Stein y Liu (2009) los enjambres sísmicos son considerados como una consecuencia de deformaciones continuas que pueden causar futuros grandes sismos. A su vez, la ocurrencia de un sismo alteraría el esfuerzo en fallas circundantes causando cambios persistentes en la tasa de sismicidad, es decir la tasa de sismicidad aumenta cuando el esfuerzo aumenta debido a las réplicas (Stein, 1999).

Podemos obtener una estimación de la tasa de esfuerzo $\dot{\sigma}_f$ (ecuación 2.17), usando la duración de las réplicas t_a o por medio de observaciones independientes de tasas de deformación (Dieterich *et al.*, 2000).

La distribución espacial de los cambios de esfuerzo ($\Delta\sigma$) como función del tiempo, se obtiene al resolver la ecuación 2.16, considerando un valor inicial de la tasa de esfuerzo constante de Coulomb ($\dot{\sigma}_r$) definido a partir de la ecuación 2.17. A partir de observaciones de la tasa de sismicidad R , y con base en la ecuación 2.15, obtenemos $\gamma(t) = r/R(t)\dot{\sigma}_r$, cuya evaluación requiere de una estimación previa de $\dot{\sigma}_r$, como se mencionó

anteriormente. De esta forma, el cambio de esfuerzo sobre un intervalo de tiempo Δt se obtiene resolviendo la ecuación 2.16 obteniendo:

$$\Delta\sigma = A\sigma \ln \left[\frac{\gamma_i + \frac{\Delta t}{2A\sigma}}{\gamma_{i+1} - \frac{\Delta t}{2A\sigma}} \right], \quad (2.18)$$

donde γ_i y γ_{i+1} se estiman al inicio y al final del intervalo de tiempo Δt (Dieterich *et al.*, 2000).

Para encontrar la distribución espacial de $\Delta\sigma$, a partir de la tasa de sismicidad observada, se usa el catálogo sísmico contando los eventos en cierto período de tiempo y se asume una tasa constante del esfuerzo $\dot{\sigma}_r$. De esta forma la caída de esfuerzo se expresa por:

$$\Delta\sigma = A\sigma_N \ln \left[\frac{\dot{\sigma} \left(e^{\frac{N_2 \dot{\sigma}_r t_1}{N_1 A\sigma_N}} - 1 \right)}{\dot{\sigma}_r \left(e^{\frac{\dot{\sigma} t_2}{A\sigma_N}} - 1 \right)} \right], \quad (2.19)$$

donde N_1 es el número de sismos en el intervalo de tiempo t_1 inmediatamente antes del evento principal, N_2 es el número de sismos en el intervalo de tiempo t_2 después del evento y $\dot{\sigma}$ es la tasa de esfuerzo de Coulomb en el segundo intervalo de tiempo.

Cabe mencionar que el esfuerzo de Coulomb ha sido ampliamente aplicado para el estudio de la distribución y probabilidad de ocurrencia espacial de réplicas, sin embargo un parámetro no siempre conocido es la orientación de las fallas de éstas réplicas (Zhan *et al.*, 2011; Steacy *et al.*, 2011; Hainzl *et al.*, 2010) por lo que generalmente se calcula para una orientación predeterminada o pseudo aleatoria.

Es importante señalar que los cambios de esfuerzo, por sí solos, no pueden explicar el comportamiento temporal de la sismicidad (como la ley de Omori o la migración de sismicidad a lo largo de una falla), dado que la evolución espacio temporal depende de factores como el coeficiente de fricción estática, la tasa de sismicidad, el parámetro constitutivo de la falla y el período de decaimiento de las réplicas (Toda y Stein, 2003).

Un problema adicional es identificar cambios en la tasa de sismicidad, para lo cual es necesario determinar la tasa de sismicidad de fondo o umbral antes del evento perturbador.

El incremento de esfuerzo $\Delta\sigma_r$ calculado, raramente es mayor de unos pocos bares (1 bar = 0.1 MPa), que en comparación es del orden de la presión atmosférica a nivel del mar o un bajo porcentaje de la caída de esfuerzo promedio para un sismo (Stein, 1999).

Al igual que Toda y Enescu (2011), consideraremos que en la ausencia de esfuerzos perturbadores la tasa de sismicidad es constante. De esta forma la variable de estado γ varía con el tiempo. Consideremos un sismo que provoca una caída de esfuerzo, entonces la variable de estado cambia de un estado γ_{n-1} a un nuevo valor γ_n :

$$\gamma_n = \gamma_{n-1} e^{\frac{-\Delta\sigma}{A\sigma}}, \quad (2.20)$$

donde asumiremos que $A\sigma = 0.05$ [MPa] (Toda y Stein, 2003). Para correlacionar la variable de estado con el tiempo de la caída de esfuerzo, sustituimos cada vez la nueva variable γ_n .

El cálculo de los esfuerzos de Coulomb nos permite obtener cambios en el esfuerzo estático debido al sismo principal en la región de afectación (Hainzl *et al.*, 2010). Dichos cambios de esfuerzo rigen la distribución espacial de las réplicas, como han observado Steacy *et al.* (2013). El cálculo de los esfuerzos de Coulomb a partir de la medición de tasas de sismicidad es realizado por medio de la solución de la función de estado (ecuación 2.16) y depende de la tasa de sismicidad de fondo, tasa de decaimiento de las réplicas y de los parámetros constitutivos (ecuación 2.17) que consideramos fijos.

Con base en los estudios sobre las propiedades estadísticas para la serie de tiempo interevento para réplicas, en este trabajo de tesis, se realizó en primer término un desarrollo que incluye una descripción de la variación de la tasa de sismicidad, así como un análisis de la variación temporal para el exponente de Holder utilizando la metodología propuesta por Kantelhardt *et al.* (2002), denominada Análisis Multi Fractal de Fluctuaciones sin Tendencias (MF-DFA por sus siglas en inglés) discutida en el siguiente capítulo.

Se determinaron los cambios del esfuerzo de Coulomb después del evento principal habiendo determinado previamente la tasa de sismicidad de fondo y considerando un coeficiente de fricción aparente μ' fijo. El cálculo se realizó construyendo un mallado donde a cada celda se le asigna una tasa de sismicidad de fondo y se resuelve la variable de estado γ_n para intervalos de tiempo definidos por medio del análisis MF-DFA. La finalidad es modelar los esfuerzos relacionados a los procesos de generación de réplicas (Figura 3) y su probable correlación con la distribución de las éstas.

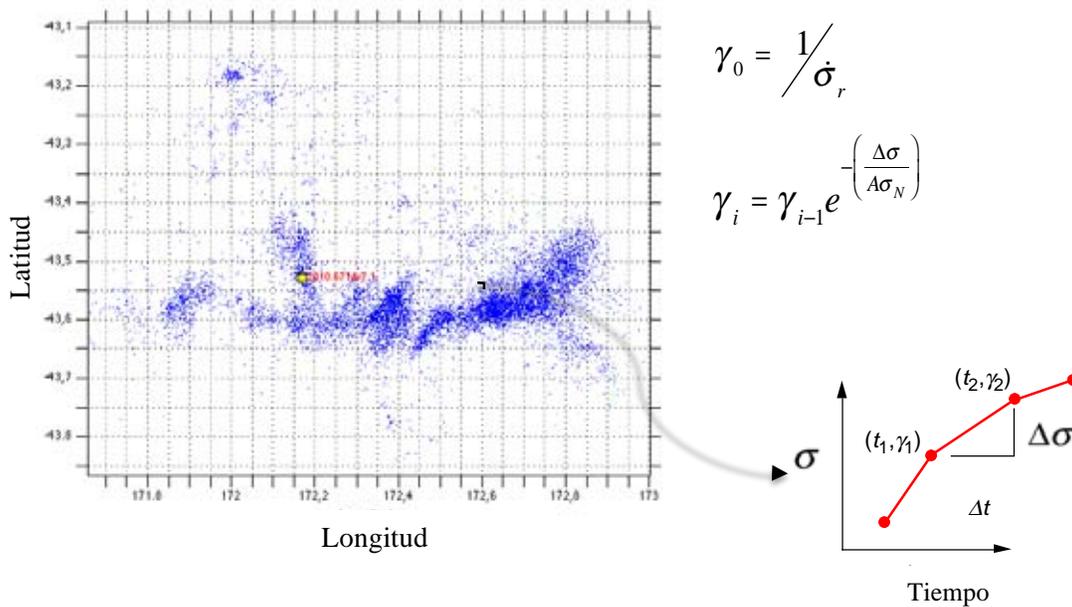


Figura 3. Determinación de las variables de estado a partir de la tasa de sismicidad para cada celda de la malla. Se muestra la secuencia de réplicas del sismo de Darfield analizado en el capítulo 4.

En este análisis, la tasa de sismicidad $R(t)$ se determinó para cada una de las celdas y para cada intervalo de tiempo definido en el análisis multifractal. De la misma forma que Mallman y Zoback (2007), se consideró una orientación uniforme y aleatoria para la carga de esfuerzos tectónicos para toda la región ($\dot{\sigma}$ en la ecuación 2.19) obtenida a partir de la relación de Hainzel *et al.* (2010):

$$\dot{\sigma} \simeq \left[\frac{10^{9.1+1.5M_{\min}}}{L^2} \frac{b}{1.5-b} \left(10^{(1.5-b)(M_{\max}-M_{\min})} - 1 \right) \right] \cdot r, \quad (2.21)$$

donde L^2 es el área de cada celda de la malla, b es el valor- b de la relación Gutenberg-Richter considerada constante para cada segmento de tiempo, r es la tasa de sismicidad de fondo definida anteriormente, M_{\max} y M_{\min} son las magnitudes máximas y mínimas para cada celda respectivamente. Cabe mencionar que esta relación es válida cuando todos los sismos tienen el mismo mecanismo focal.

El mapa de los cambios de esfuerzo de Coulomb $\Delta\sigma$ presenta lóbulos positivos y negativos. Mientras las regiones positivas en el mapa indican un incremento en el cambio de esfuerzo de Coulomb, las regiones negativas indican que existen cambios pequeños en el deslizamiento de las fallas ($\Delta\tau$ en la ecuación 2.3) Woessner *et al.* (2012).

Los errores en la determinación de los cambios de esfuerzo de Coulomb se deben principalmente a

3. Metodología

3.1. Metodología para la determinación de la variación temporal del exponente de Holder y caracterización multi fractal de la serie de tiempo interevento para réplicas

La determinación de las características monofractales para series de tiempo, como las correlaciones a largo o corto plazo, se han realizado con diversas metodologías y en particular se ha utilizado el Análisis de Fluctuaciones sin Tendencias (DFA) propuesto por Peng *et al.* (1994). Sin embargo muchas series de tiempo no exhiben un simple comportamiento monofractal que pueda ser descrito por un solo exponente de escalamiento, como lo ha presentado Shadkhoo *et al.* (2009) para el caso de sismos en California.

Dado que en muchos procesos existen escalas que separan regímenes correlacionados o no correlacionados, son necesarios diferentes exponentes de escalamiento para diferentes segmentos de la serie de tiempo, como lo describe Figuroa-Soto (2009) para el caso de la series de tiempo interevento para réplicas. La existencia de diferentes exponentes de escalamiento para la misma serie de tiempo implica la necesidad de aplicar un análisis multifractal como el desarrollado Kantelhardt *et al.* (2002).

El método MF-DFA consiste en cinco pasos:

1) Supongamos una serie x_k de longitud N , cuyo carácter multifractal se desea conocer considerando solamente la serie unidimensional.

Se determina el perfil expresado por:

$$Y(i) = \sum_{k=1}^i [x_k - \bar{x}], \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (3.1)$$

2) Se divide el perfil $Y(i)$ en segmentos de igual longitud $N_s = \text{int}(N/s)$. Dado que la longitud de la serie no es siempre un múltiplo de la escala de tiempo considerada s , un

pequeño intervalo al final del perfil se mantiene sin analizar. Para considerar este último intervalo se repite el mismo procedimiento iniciando al final del perfil, de esta forma tendremos $2N_s$ segmentos.

- 3) Se calcula la tendencia local para cada uno de los $2N_s$ segmentos por medio de un ajuste de mínimos cuadrados para la serie, para posteriormente obtener la varianza:

$$F^2(v,s) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \{Y[(v-1)s+i] - y_v(i)\}^2, \quad (3.2)$$

para cada segmento v , $v = 1, 2, \dots, N$, así como:

$$F^2(v,s) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \{Y[N - (v - N_s)s + i] - y_v(i)\}^2, \quad (3.3)$$

para $v = N_s + 1, N_s + 2, \dots, 2N_s$. En estas expresiones, $y_v(i)$ es el ajuste polinomial en el segmento v . El ajuste puede ser lineal, cuadrático, cúbico o de mayor orden; los ajustes son nombrados DFA1, DFA2, DFA3 etc.

- 4) Se promedia sobre todos los segmentos para obtener la función de fluctuación de q -ésimo orden:

$$F_q(s) = \left\{ \frac{1}{2N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} [F^2(v,s)]^{q/2} \right\}^{1/q}, \quad (3.4)$$

donde, en general, la variable índice q puede tomar algún valor real. Estamos interesados en averiguar cómo la variable generalizada q depende de la función $F_q(s)$ dependiendo de la escala de tiempo s para diferentes valores de q . Por lo que es necesario repetir los pasos 2 al 4 para varias escalas s . $F_q(s)$ depende del orden del ajuste expresado en el paso 3 y solo está definido para $s \geq m + 2$.

- 5) Se determina el comportamiento de la función de fluctuaciones analizando la gráfica log-log de $F_q(s)$ contra s para cada valor de q .

Si la serie x_k es descrita por una ley de potencias $F_q(s)$ se incrementa para valores grandes de la escala s , como:

$$F_q(s) \approx s^{h(q)} \quad (3.5)$$

Para escalas muy largas del orden de $s > N/4$, $F_q(s)$ llega a ser poco confiable dado el número de segmentos N_s , por lo que se excluye el valor $s > N/4$ en el procedimiento de ajuste para determinar $h(q)$ expresado en 3.5. Por otro lado, a escalas muy pequeñas ($s \approx 10$) existe una desviación del comportamiento de escalamiento en la ecuación 3.5, que se logra eliminando estas escalas en el proceso de ajuste.

No es posible obtener el valor $h(0)$, que corresponde al límite $h(q)$ para $q \rightarrow 0$ debido a la divergencia que muestra la ecuación 3.4, en este caso es necesario un análisis logarítmico:

$$F_0(s) = \exp \left\{ \frac{1}{4N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} \ln [F^2(v, s)] \right\} \approx s^{h(0)} \quad (3.6)$$

Es importante aclarar que $h(0)$ no puede ser definido para series de tiempo con soporte fractal donde $h(q)$ diverge para $q \rightarrow 0$.

$h(q)$ representa el exponente de escalamiento generalizado, que para series de tiempo estacionarias el valor de $h(q = 2) = H$ es el conocido exponente de Hurst. Por otro lado, para series de tiempo no estacionarias, la relación entre el exponente de Hurst y el exponente generalizado está descrita por $H = h(q = 2) - 1$ (Mohaved *et al.*, 2006).

Para valores positivos de q , los segmentos v (descritos en las ecuaciones 3.4 y 3.5) con grandes varianzas pueden dominar el promedio en $F_q(s)$. Por lo tanto, si q es positivo, $h(q)$ describe el comportamiento de escalamiento de los segmentos con grandes fluctuaciones y generalmente grandes fluctuaciones son caracterizadas por pequeños exponentes de escalamiento $h(q)$ para series multifractales.

Para valores negativos de q , los segmentos v con pequeñas varianzas pueden dominar el promedio en $F_q(s)$, por lo tanto, si q es negativo, $h(q)$ describe el comportamiento de escalamiento de segmentos con pequeñas fluctuaciones, usualmente caracterizados por

exponentes de escalamiento grandes $h(q)$ (Kantelhardt, 2002; Telesca *et al.* 2005), esto es posible observarlo en la figura 4.

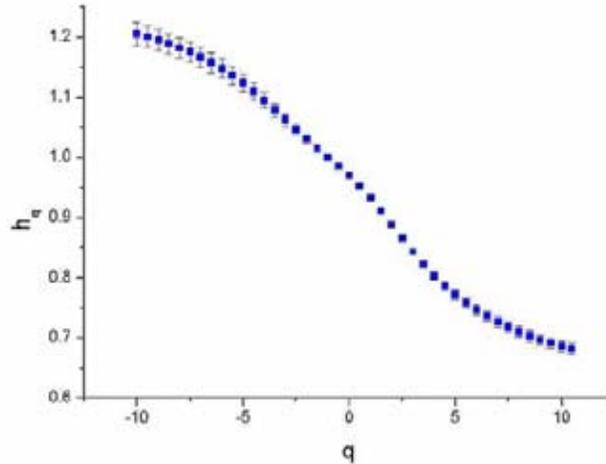


Figura 4. Espectro del exponente de Hurst generalizado para valores de q entre -10 y 10 en pasos de 0.5. La dependencia de $h(q)$ es típica de series multifractales. Tomado de (Telesca *et al.* 2005)

Repetiendo los pasos presentados en las ecuaciones de la 3.2 a la 3.4 para varias escalas s , el promedio descrito por $F_q(s)$ se comportará como una ley de potencia (ecuación 3.5). Analizando la gráfica log-log de $F_q(s)$ vs s , para cada valor de q se determina el comportamiento de escalamiento de la función de fluctuaciones, de donde se determina el espectro multifractal como $\tau(q) = qh(q) - 1$ por medio de la transformada de Legendre $\alpha = d\tau/dq$, $f(\alpha) = q\alpha - \tau(q)$, donde α es el exponente de Holder y $f(\alpha)$ es el espectro de singularidad e indica la dimensión del subconjunto de la serie de tiempo que está caracterizada por α (ver figura 2).

Utilizando esta metodología fue posible determinar características multifractales para la serie de tiempo interevento para réplicas, por medio del análisis de la variación del exponente de Holder en el tiempo y analizar su origen dinámico (Telesca, 2003; Telesca y Lapenna, 2006). Para las secuencias sísmicas analizadas, definimos escalas s de 50 réplicas, dado que un análisis de sensibilidad en la estimación del exponente de Holder

(Figura 5a), nos permite identificar un rango de escalas $s \in [40,70]$ donde se observa una estabilidad en el exponente de Holder, así como un menor tiempo de cómputo para la determinación de los parámetros.

Conforme el número de escalas se acerca a la frontera (escalas muy pequeñas o muy grandes) el exponente de Holder es determinado con mayor incertidumbre, debido a la desviación del comportamiento de escalamiento en la ecuación 3.5 (Figura 5b).

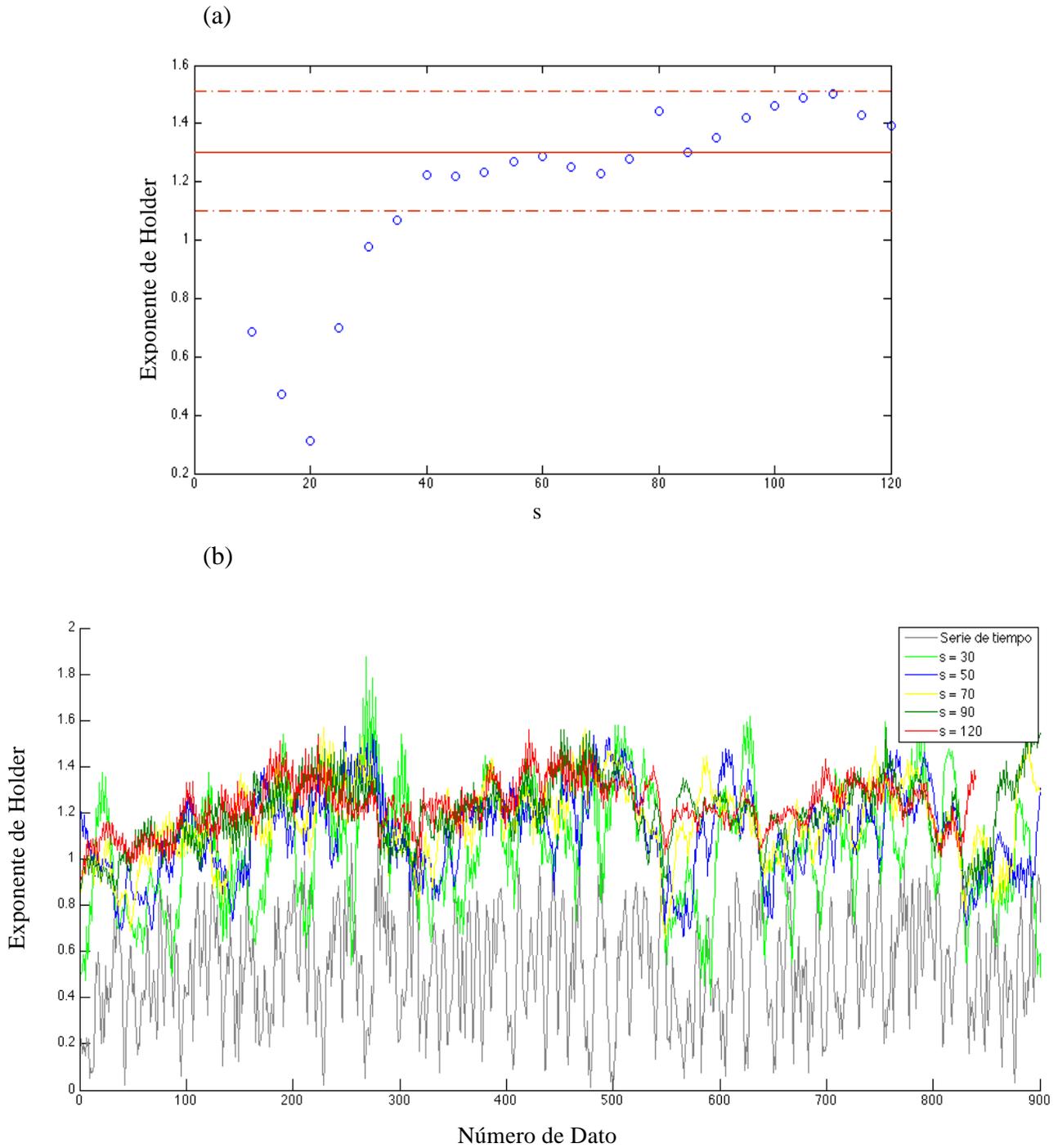
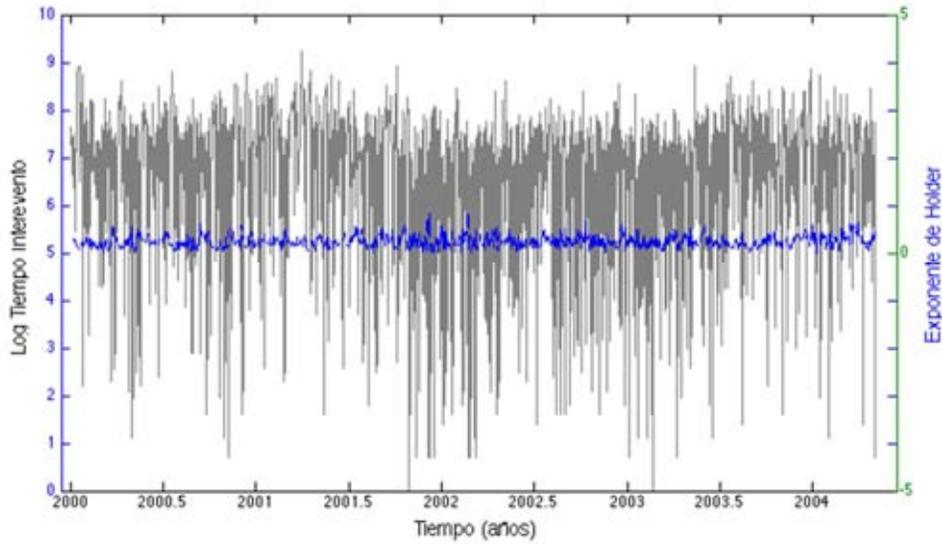


Figura 5. (a) Análisis de estabilidad del exponente de Holder para escalas s en el rango de 10 a 120. La línea roja indica el exponente de Holder de la serie de tiempo en dicha escala con su respectiva desviación estándar. (b) Análisis de sensibilidad en la determinación del exponente de Holder como función del tamaño de la escala s para una serie aleatoria de 900 datos.

La figura 6 muestra la caracterización multi fractal para una serie de tiempo interevento para (a) un proceso tipo Poisson y para (b) una secuencia de réplicas generada sintéticamente mediante el modelo ETAS. La línea continua negra muestra el logaritmo del tiempo interevento y la línea punteada verde muestra el exponente de Holder descrito y calculado como se describió previamente. Comparando ambas gráficas se puede observar que para el caso de la serie de tiempo inter evento de tipo Poisson, la función que describe el exponente de Holder es estacionaria, con media alrededor de 0.25. En este caso decimos que el proceso presenta pérdida de multifractalidad (e. g. Telesca y Lapenna, 2005). Es posible notar la no estacionalidad de la función que describe la variación del exponente de Holder con el tiempo para el caso de una serie de tiempo interevento correspondiente a una secuencia de réplicas simulada con el modelo ETAS, fenómeno que han observado diversos autores para secuencias sísmicas reales (e. g. Telesca y Lapenna, 2006; Figuroa-Soto y Zúñiga, *en revisión*).

En los análisis que se presentarán en el capítulo 3, para secuencias de réplicas reales, usamos esta observación presentada previamente por Telesa y Lapenna (2006), donde los cambios en los máximos del exponente de Holder son un indicador de cambios dinámicos en el proceso de réplicas con una posterior pérdida de multifractalidad.

a)



b)

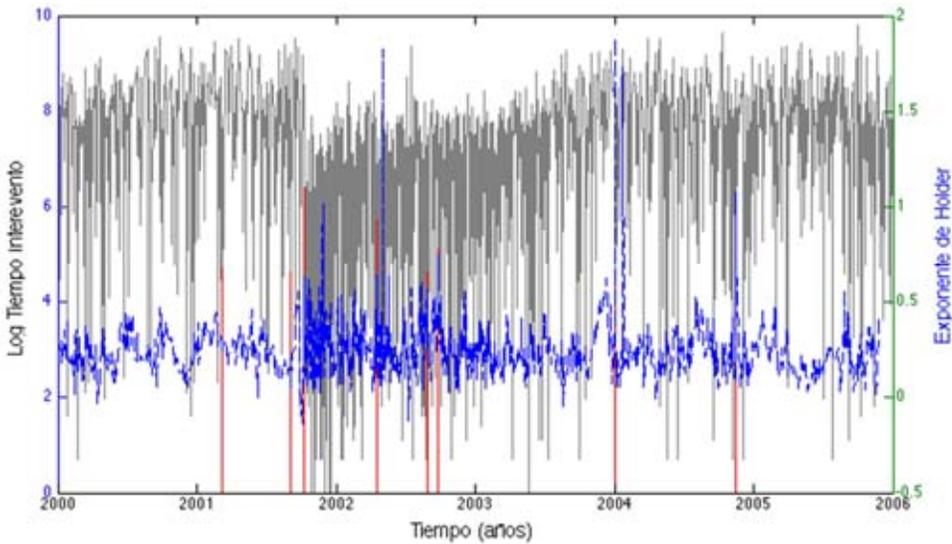


Figura 6. Exponente de Holder (a) para un proceso tipo Poisson y (b) secuencia de réplicas generada sintéticamente con el modelo ETAS. La línea continua gris indica el logaritmo del tiempo inter evento, la línea discontinua azul representa el exponente de Holder y las líneas rojas verticales indican los sismos mayores de 4.5 en la segunda secuencia.

3.2. Metodología para caracterizar la distribución espacial de las réplicas

Numerosos estudios demuestran que sismos de gran magnitud pueden producir patrones de sismicidad asimétricos e incluso inducen sismicidad a distancias telesísmicas (e.g. Hill y Prejean, 2007; Hill *et al.*, 1993; Sturtevant *et al.*, 1996; Gomberg *et al.*, 2001), también hay evidencia de migración asimétrica de la sismicidad a lo largo de fallas (e.g. Stein *et al.*, 1997, Carminati *et al.*, 2004).

En general, un enjambre sísmico (cluster) se define como un grupo de sismos que ocurren cerca unos de otros en tiempo y en espacio, como ocurre con la actividad de réplicas. Zaliapin y Ben-Zion (2011) analizaron enjambres sísmicos, correspondientes a una misma falla, caracterizando su desviación de un proceso puramente aleatorio e intentando relacionar estas desviaciones con la configuración geológica local.

En la aproximación de flujo de enjambres propuesta por Zaliapin y Ben-Zion (2011) se identifican enjambres de sismos significantes definidos como los grupos de sismos que ocurren cercanos a un sismo padre en el dominio del tiempo-espacio. En esta aproximación se tienen las siguientes consideraciones:

Si un evento B ocurre cercano a un evento previo A, se dirá que el evento A es el evento padre de B.

Cada evento puede tener solo un evento padre, por lo que un evento B puede ser un evento hijo de A y el padre de eventos posteriores C,D, etc.

El análisis de asimetría es entonces realizado bajo estas consideraciones de eventos padre-hijo con la finalidad de identificar enjambres sísmicos estadísticamente significantes de manera similar a lo métodos propuestos por Zaliapin *et al.* (2008) y Zhuang *et al.* (2002, 2004).

3.2.1. Distancia entre sismos

De manera similar a Biasei y Paczuski (2004), consideramos un catálogo sísmico donde cada evento i es caracterizado por su tiempo de ocurrencia t_i , hipocentro (ϕ_i, λ_i, d_i) y magnitud m_i . El primer paso es caracterizar el evento padre para cada sismo j , el cual es un sismo previo i que pudo haber sido la causa de la ocurrencia de j . La distancia entre sismos se define por:

$$n_{ij} = \begin{cases} t_{ij}(r_{ij})^d 10^{-bm_i}, & t_{ij} > 0; \\ \infty, & t_{ij} < 0, \end{cases} \quad (3.7)$$

donde $t_{ij} = t_j - t_i$ es el tiempo inter evento que toma valores positivos si el sismo i ocurre antes del sismo j , $r_{ij} \geq 0$ es la distancia espacial entre los hipocentros de los sismos, d es la dimension fractal de la distribución de hipocentros obtenida en este estudio por medio del método de conteo de cajas (Mandelbrot, 1977; Renyi, 1970; Turcotte, 1997). b es el valor- b de la relación de Gutenberg-Richter estimado, en general, por medio del método de máxima verosimilitud (Aki, 1965) como se discutió previamente.

De la relación (3.7) podemos observar que para sismos independientes y dada la relación de Gutenberg-Richter $\log_{10}(N(m)) = a - bm$, el número esperado de sismos con magnitudes m en un tiempo t dado y a una distancia r de algún sismo dado es proporcional a $tr^d 10^{-bm}$.

Cabe mencionar que si la distancia n_{ij} es pequeña respecto a otras distancias entre pares de sismos, implica que el sismo j es un sismo cercano al sismo i , y podríamos considerar a i como evento padre de j . Sin embargo esta aproximación no revela una relación causal entre los sismos, solo es una relación estadística entre ellos (Zaliapin y Ben-Zion, 2011).

3.2.2. Análisis espacio-temporal

La ecuación 3.7 es denominada “distancia al vecino más cercano” (NND por sus siglas en inglés) entre un sismo dado j y su evento padre i , sigue una distribución Weibull para un proceso tipo Poisson (Zaliapin *et al.*, 2008). Analizando las desviaciones significativas de n_{ij} de una distribución Weibull es posible caracterizar enjambres de sismicidad tanto en tiempo como en espacio. Zaliapin *et al.* (2008) introdujeron el análisis NND normalizado por las magnitudes según la ecuación:

$$T_{ij} = t_{ij} \cdot 10^{-qb_{m_i}}; R_{ij} = (r_{ij})^d \cdot 10^{-pb_{m_i}}; q + p = 1, \quad (3.8)$$

donde b es el valor b de la relación Gutenberg-Richter y d es la dimension fractal de la distribución espacial de las réplicas. En la ecuación 3.8 es posible observar que $n_{ij} = T_{ij}R_{ij}$; (es decir: $\log n_{ij} = \log T_{ij} + \log R_{ij}$), para un proceso de Poisson, el mapa de puntos en una gráfica $\log T$ Vs $\log R$ correspondientes a los eventos se concentra alrededor de la recta $\log T + \log R = \text{const}$, mientras que un análisis de sismicidad revela una distribución bimodal como se observa en la figura 7, donde cada lóbulo indica el modo correlacionado (cluster de sismicidad) y el modo no correlacionado (proceso de Poisson) (Zaliapin *et al.* 2008).

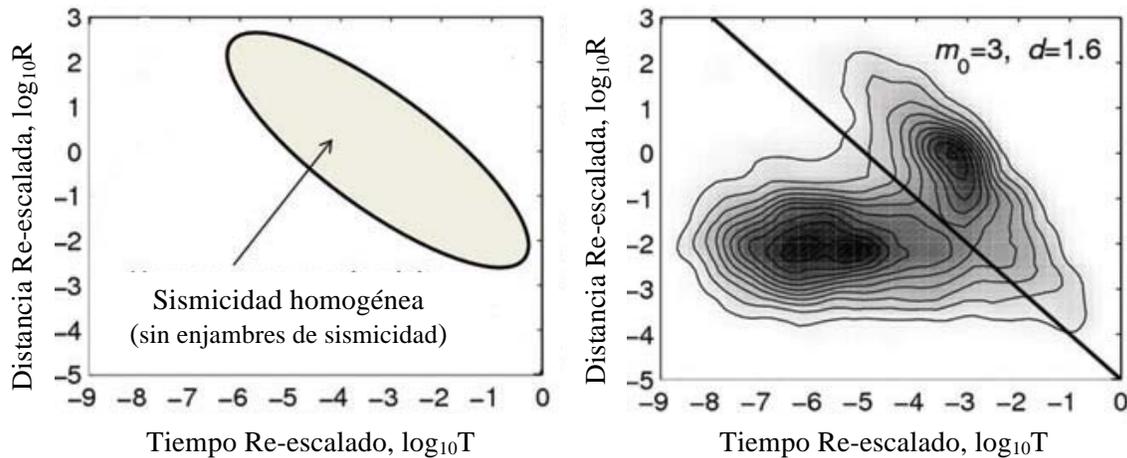


Figura 7. (a) Predicción teórica para un proceso de Poisson homogéneo sin enjambres. (b) Resultados para sismicidad en el sur de California con magnitudes $m_0 = 3.0$. (Tomado de Zaliapin y Ben-Zion, 2011)

La determinación del valor b se realizó según la técnica propuesta por Zúñiga y Figuroa-Soto (2012), donde se calcula la variación del valor- b con el tiempo, incrementando el catálogo de los datos más recientes hacia los datos más antiguos, finalmente se considera un periodo estable para seleccionar el valor b representativo de la secuencia de réplicas. Como se mostrará en el capítulo 3, con esta técnica fue posible también identificar la correlación entre las variaciones del valor b con los sismos “disparadores” de réplicas.

3.2.3. Caracterización de enjambres sísmicos

De forma similar a lo propuesto por Zaliapin y Ben-Zion (2011), para cada sismo j -ésimo de un catálogo identificamos su sismo padre i y el correspondiente n_{ij} usando la ecuación 3.8, definiendo previamente el valor b representativo de cada secuencia sísmica mediante la metodología descrita en Zúñiga y Figuroa-Soto (2012). Posteriormente se analiza la distribución 2D del tiempo y distancia normalizados, normalizando también la distancia por la longitud de ruptura que está en función de la magnitud como $L_m \approx 0.0152 \times 10^{0.42m}$ (Ben-Zion, 2008). Bajo esta consideración, la distancia normalizada queda expresada por:

$$R_{ij} = \frac{r_{ij} 10^{-pbm_i}}{0.0152}, \quad (3.9)$$

con $p = 0.42$. Cada uno de los catálogos sísmicos considerados en este trabajo muestra una distribución bimodal de sismicidad, indicando la migración de la sismicidad desde un proceso de Poisson (sismicidad de fondo previo al sismo principal) a un enjambre espacio-temporal como consecuencia de la actividad de réplicas y su posterior migración a la actividad de sismicidad de fondo. La figura 8 muestra la distribución NND para una secuencia de réplicas sintética generada con el modelo ETAS.

Es posible notar que la distribución de NND, para este catálogo sintético, tiene los dos componentes: un primer modo correlacionado correspondiente a las réplicas más cercanas en tiempo y espacio seguido de un segundo proceso de tipo Poisson (modo no

correlacionado) que corresponde al final de la secuencia de réplicas y posterior inicio de la sismicidad de fondo.

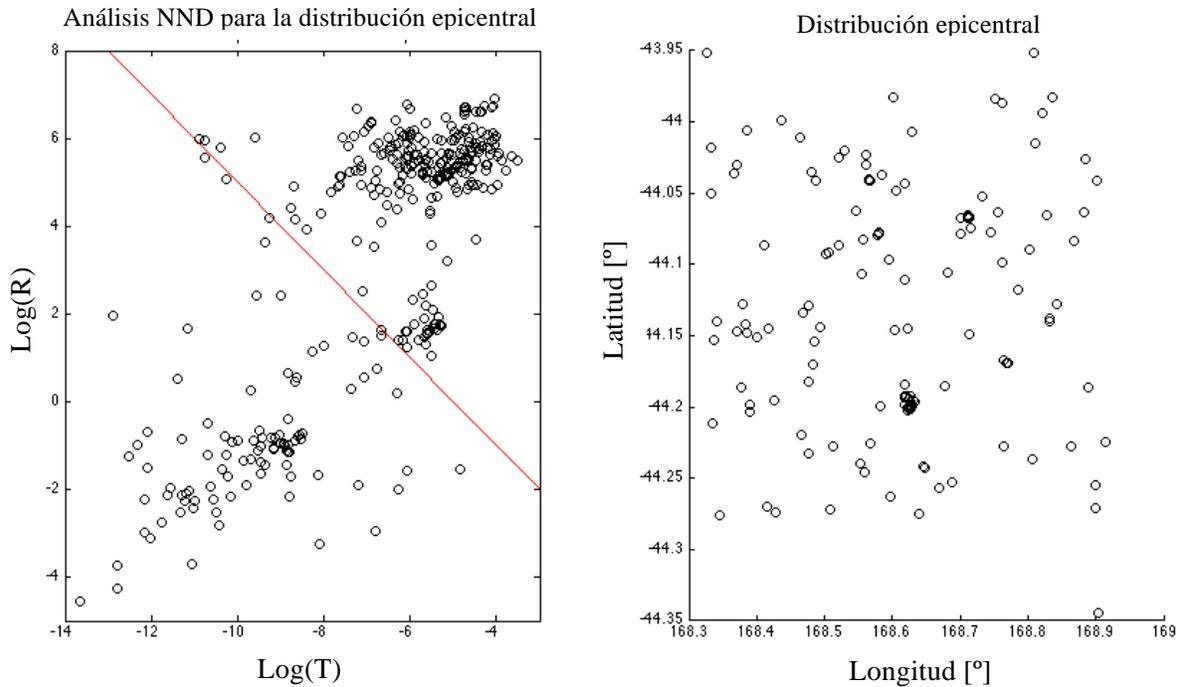


Figura 8. Distribución NND para una secuencia de réplicas generada con el modelo ETAS. Es posible distinguir la distribución bimodal previa y posterior al sismo principal (puntos a los lados de la recta definida por $\log T + \log R = 5$).

De manera similar a Zaliapin *et al.* (2008), consideramos la distribución bimodal del análisis espacio-temporal definida por la recta $\log T + \log R = \text{constante}$ para las secuencias de réplicas analizadas en el siguiente capítulo. Cabe mencionar que el valor de la constante se selecciona a partir del reconocimiento bimodal de la distancia entre sismos n_{ij} (Zaliapin *et al.*, 2008), donde dichos modos corresponderán a un proceso de tipo Poisson y al proceso de réplicas respectivamente. Para la secuencia de réplicas de Nueva Zelanda se obtuvo un valor de -5.5 para la constante (ver apéndice I). Para la secuencia del sismo de Hector Mine se utilizó el valor de -5 según Zaliapin *et al.* (2008). Para la secuencia de Ometepec-Pinotepa Nacional se decidió utilizar también el valor de -5 debido a que no se logró identificar un comportamiento bimodal en el histograma.

4. Secuencias de réplicas analizadas

4.1. Secuencia de los sismos de Darfield y Christchurch: Nueva Zelanda

Esta secuencia sísmica incluyó tres sismos mayores (Figura 9): el sismo de Darfield (Canterbury), Mw 7.1, ocurrido el 3 de septiembre de 2010 UTC seguido del sismo de Christchurch, Mw 6.2, el 21 de febrero de 2011 UTC y un tercer evento de magnitud Mw 6.0, ocurrido el 13 de junio de 2011 UTC (Bannister *et al.*, 2011; Sibson *et al.*, 2011).

El sismo de Christchurch ocurrió dentro de una amplia área de réplicas del sismo previo de Darfield, lo que sugiere que cambios de esfuerzo debidos al sismo de Darfield pudieron causar la actividad sísmica posterior (Beavan *et al.*, 2012). La ruptura ocurrió en un sistema de fallas no reconocida hasta ese entonces, que aparentan tener una orientación E-W (Sibson *et al.*, 2011).

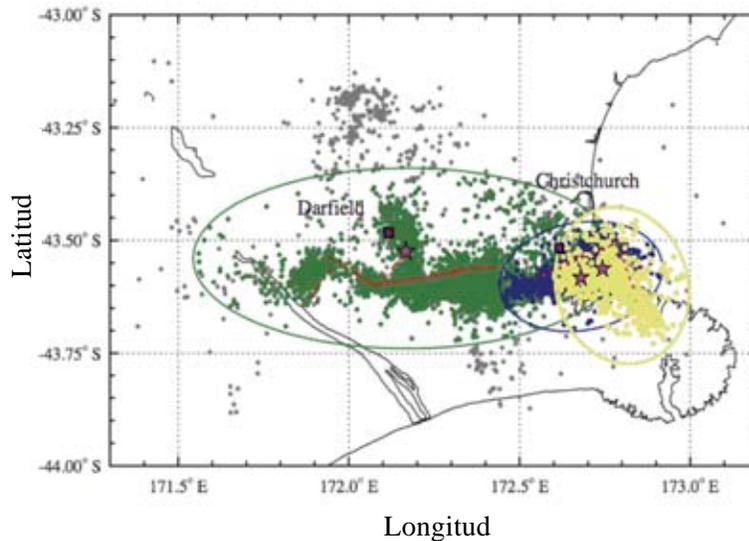


Figura 9. Subdivisión del área en tres regiones basada en la ocurrencia de réplicas para la secuencia de Darfield/Christchurch. La primera región (elipse verde) encierra los epicentros de las réplicas que ocurrieron durante 171 días después del sismo de Darfield. La región marcada por la elipse azul delimita las réplicas que siguieron durante los siguientes 112 días posteriores al sismo de Christchurch. La tercera elipse (color amarillo) agrupa la sismicidad posterior al 13 de junio de 2011 durante 564 días posteriores al evento de Darfield. La línea sólida roja indica la falla Greendale y la línea roja discontinua es la localización de las fallas sin rastros en la superficie.

Imagen tomada de Scherbakov *et al* (2012).

El catálogo considerado para el presente análisis y modelado proviene de la red GeoNet de Nueva Zelanda (<http://quakesearch.geonet.org.nz/>), considerando una ventana de tiempo de 4 años que contiene un total de 11299 eventos sísmicos.

4.1.1. Caracterización de la secuencia de réplicas

Análisis del valor b

Con base en la estabilidad en tiempo del valor b propuesta por Zúñiga y Figuroa-Soto (2012), para esta secuencia se determinó $b = 0.79 \pm 0.02$ (Fig. 10). En la Figura 10 puede observarse que es conveniente usar datos que anteceden a la ocurrencia del sismo de Darfield sin importar si se usan un par de años o más, ya que la variación es mínima. Recordando que en ésta y otras figuras similares, el análisis se ha hecho incrementando el catálogo de la fecha más reciente a la más antigua.

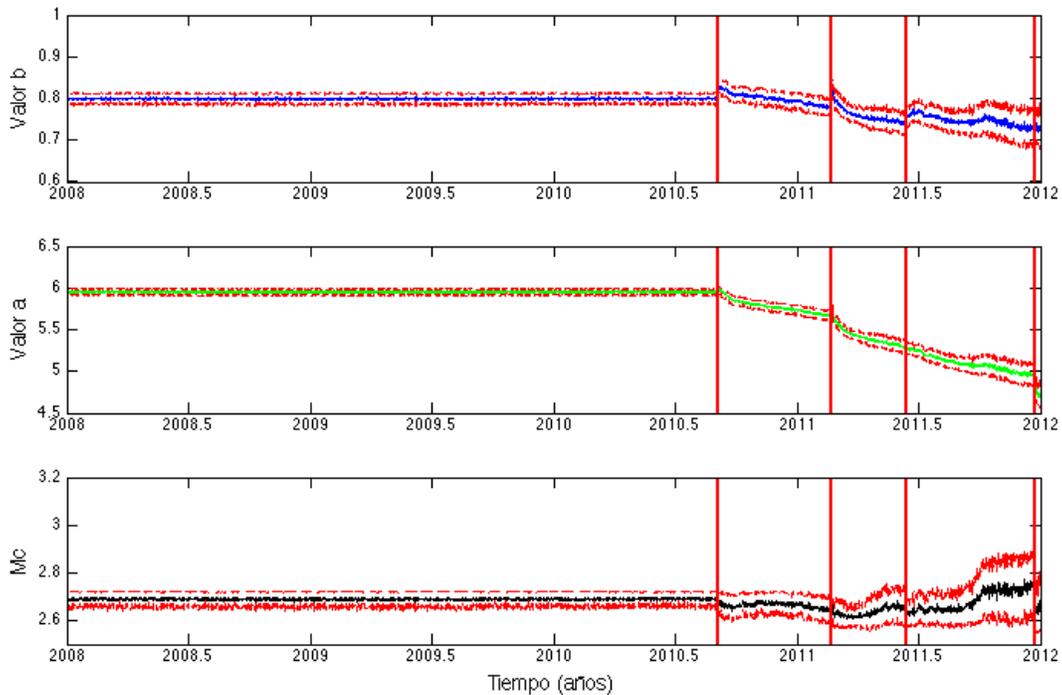


Figura 10. Evolución temporal del *valor b*, *valor a* y Magnitud de completitud (M_c) con sus respectivas desviaciones estándar para el catálogo de réplicas generadas por el sismo de Darfield. En esta y en las gráficas similares, los cálculos se realizaron incrementando en un día el catálogo sísmico iniciando con los datos más recientes. Las líneas verticales rojas indican el tiempo de ocurrencia de sismos con magnitud mayor o igual que 6.

Análisis temporal con la metodología MF-DFA

En la Figura 11 se muestra la evolución temporal del exponente de Holder y del logaritmo de tiempo inter-evento. En este caso es posible determinar cuatro principales máximos en la evolución temporal del exponente de Holder (valores máximos de la línea discontinua azul), tres de ellos correlacionados con sismos de magnitudes mayores o iguales a $5.9M_w$ y con cambios en el logaritmo del tiempo inter-evento (mostrado en color gris). Cabe recordar que estos máximos se asumirán como límites en las etapas del proceso de réplicas (Telesca y Lapenna, 2006). Para el modelado solo se consideraron los cuatro máximos marcados con círculos rojos, debido a que no es posible determinar un análisis temporal con catálogos de menos de 50 datos.

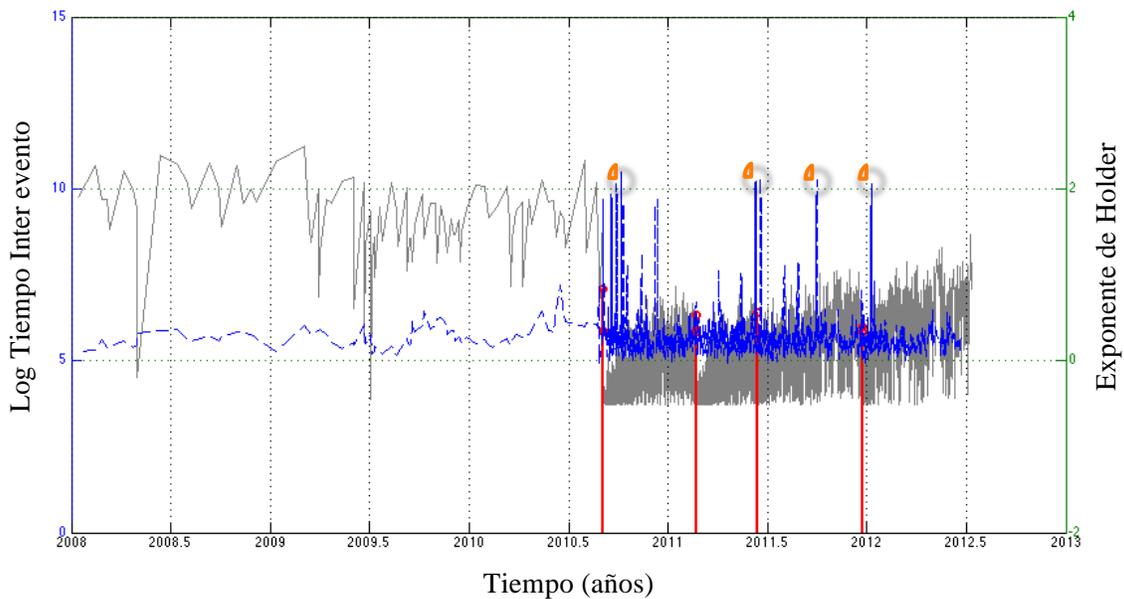


Figura 11. Evolución temporal del exponente de Holder (azul) y del logaritmo del tiempo interevento (gris) para el evento de Darfield, Nueva Zelanda. Las líneas verticales rojas indican los sismos de magnitudes mayores de 5.9 y los círculos rojos indican los valores máximos locales del exponente de Holder.

Análisis espacio temporal

Con base en los cuatro episodios de sismicidad para esta secuencia identificados por el exponente de Holder, el análisis espacio-temporal NND logra identificar inicialmente la sismicidad previa al sismo de Darfield (cruces rojas en la Figura 12) como un proceso tipo Poisson. A continuación sigue un primer proceso persistente graficado a la izquierda de la recta definida por $\log T + \log R = -5.5$ (cuadrados azules) que está claramente identificado como sismicidad dependiente, como se explicó anteriormente. Posteriormente, el tercer y el cuarto episodio de sismicidad (rombos verdes y círculos negros) muestran la migración del proceso persistente hacia la sismicidad de fondo sin llegar a ser completamente un proceso Poisson como antes del proceso de réplicas. La dimensión fractal de los epicentros de esta secuencia, obtenida por la técnica de conteo de cajas, tiene un valor de $d = 1.292 \pm 0.157$.

La Figura 13 muestra los epicentros utilizando la misma nomenclatura para los episodios definidos con los análisis Multifractal y Espacio Temporal NND, en donde es posible observar que la sismicidad de fondo (cruces rojas) abarca una región mayor a la zona de fallas y la sismicidad asociada al proceso de réplicas inicia ligada a la traza de las fallas (cuadros azules), para después aumentar a un volumen mayor que abarca la vecindad de las fallas (rombos verdes), y se va concentrando de regreso hacia las trazas de las rupturas (círculos negros). Una visualización de análisis NND para esta secuencia está disponible en la liga:

<http://www.geociencias.unam.mx/~ramon/videostesis/Darfield2011.mov>

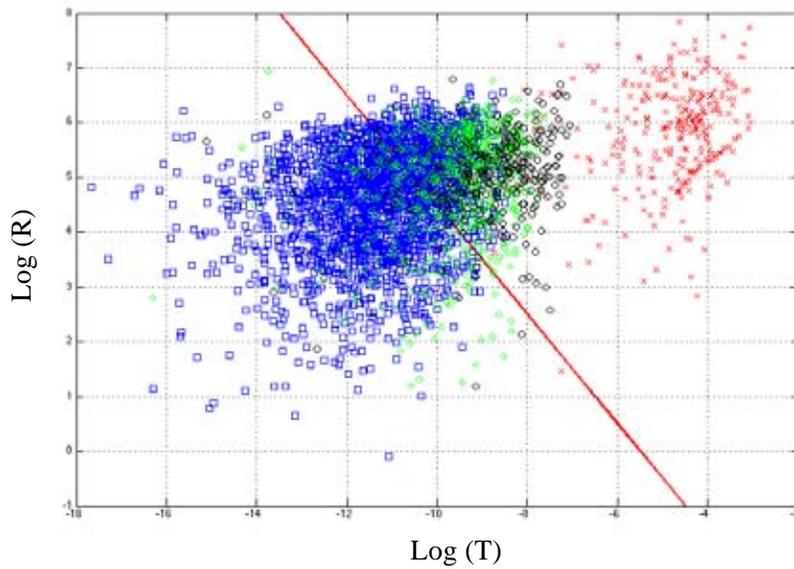
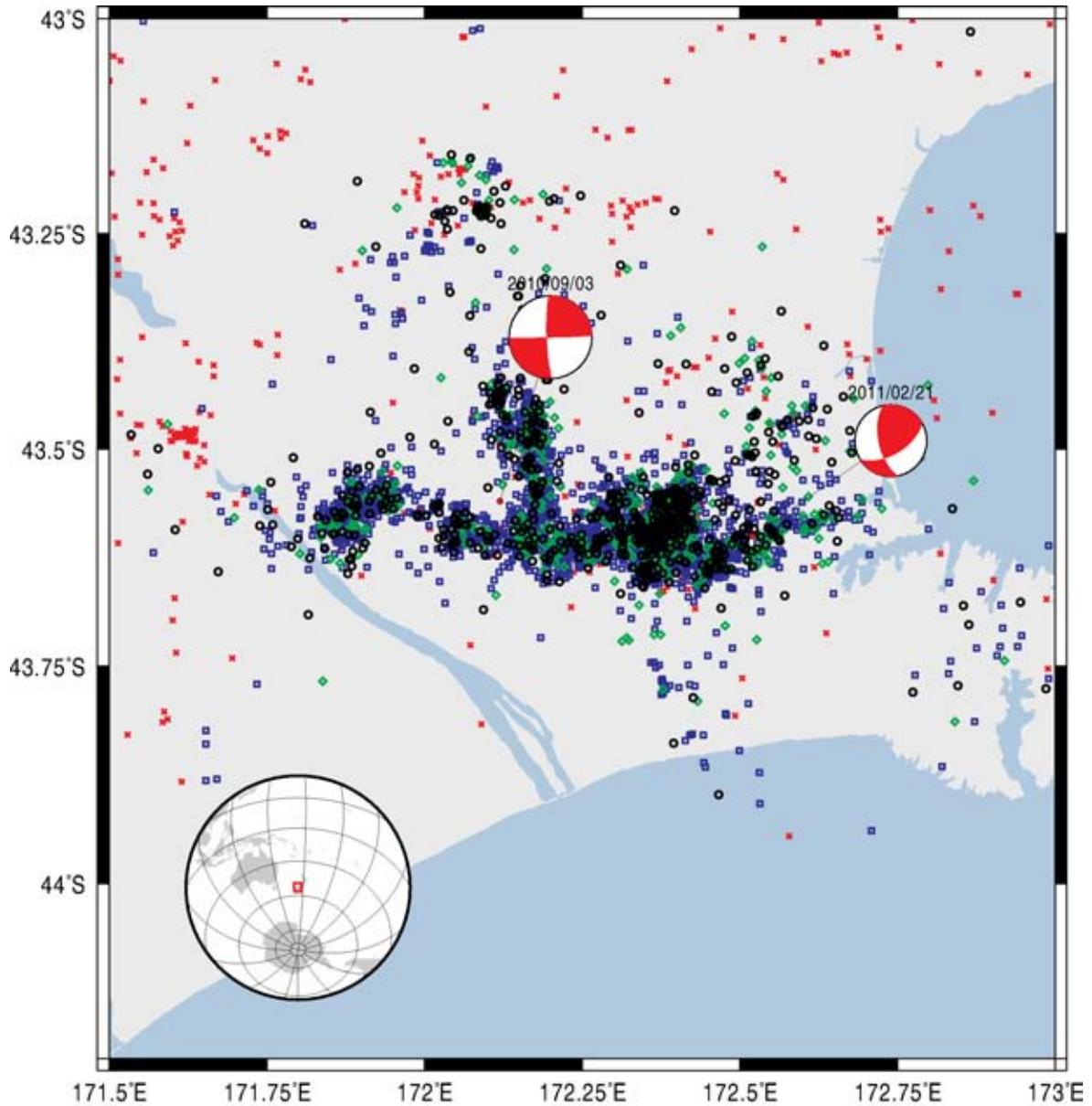


Figura 12. Distribución NND para los sub catálogos temporales determinados con el análisis MF-DFA para el evento de Darfield, Nueva Zelanda. La sismicidad previa (cruces rojas) es coincidente con un proceso tipo Poisson, seguida de dos procesos persistentes (cuadrados azules y rombos verdes) y finalmente, el tercer conjunto (círculos negros) muestra la migración del proceso persistente hacia la sismicidad de fondo.

El tiempo de duración de las replicas t_a se determina a partir del máximo en la gráfica del exponente de Holder (tercer valor máximo en la fig. 11) que espacialmente corresponde al primer proceso de tipo Poisson en el análisis NND (rombos verdes en la figura 12). Para esta secuencia se obtiene un valor de $t_a \approx 394$ días.



GM 2014 Aug 26 12:40:59 | A. F.Soto

Figura 13. Distribución epicentral de la sismicidad en el período de 2008 a 2012 en la vecindad de los eventos de Darfield y Christchurch, Nueva Zelanda. En colores se muestra los regímenes determinados previamente iniciando desde las cruces color rojo, cuadros azules, rombos verdes y círculos negros.

4.1.2. Modelado del esfuerzo estático

El modelado de los cambios de esfuerzo para cada régimen estático se presenta en la figura 14. En ésta y en las figuras similares (figs. 14, 19 y 25) se muestra la evolución temporal del cambio de esfuerzos de Coulomb (de izquierda a derecha y de arriba a abajo) bajo las siguientes consideraciones:

- Para el primer cambio de esfuerzos (previo al sismo principal), se consideró el primer régimen determinado mediante el exponente de Holder y el análisis espacio-temporal. Para modelar el correspondiente cambio de esfuerzos se consideró el cambio en la tasa de esfuerzo entre dos segmentos de tiempo definidos como la mitad de tiempo del primer régimen temporal.
- Los cambios de esfuerzos posteriores son determinados por medio del cálculo de tasas de esfuerzo asociadas a dos regímenes continuos (se ha graficado la sismicidad del primer régimen para guía del lector). En algunos casos no fue posible modelar el esfuerzo asociado a la transición del último régimen debido a una limitada cantidad de datos que no permitió obtener un mapa de cambio de esfuerzo. Las regiones negras en el mapa son solo el reflejo de falta de datos para realizar la interpolación de datos.

En particular, la Figura 14 se muestran los cambios de esfuerzos de Coulomb para la secuencia de Darfield-Christchurch, asociados a los intervalos de tiempo de: (a) 2008 a 2010.5, (b) 2010.5 a 2011.5, (c) 2011.5 a 2011.8 y (d) de 2011.8 a 2012. Los recuadros negros en el mapa indican falta de datos para la interpolación. El cambio de esfuerzos ha sido determinado a partir de dos intervalos de tiempo consecutivos y el cambio de esfuerzo en el primer régimen espacio-temporal (Figura 14a) se determinó dividiendo dicho segmento de tiempo a la mitad para resolver la ecuación de estado descrita en el Subcapítulo 2.4.3.

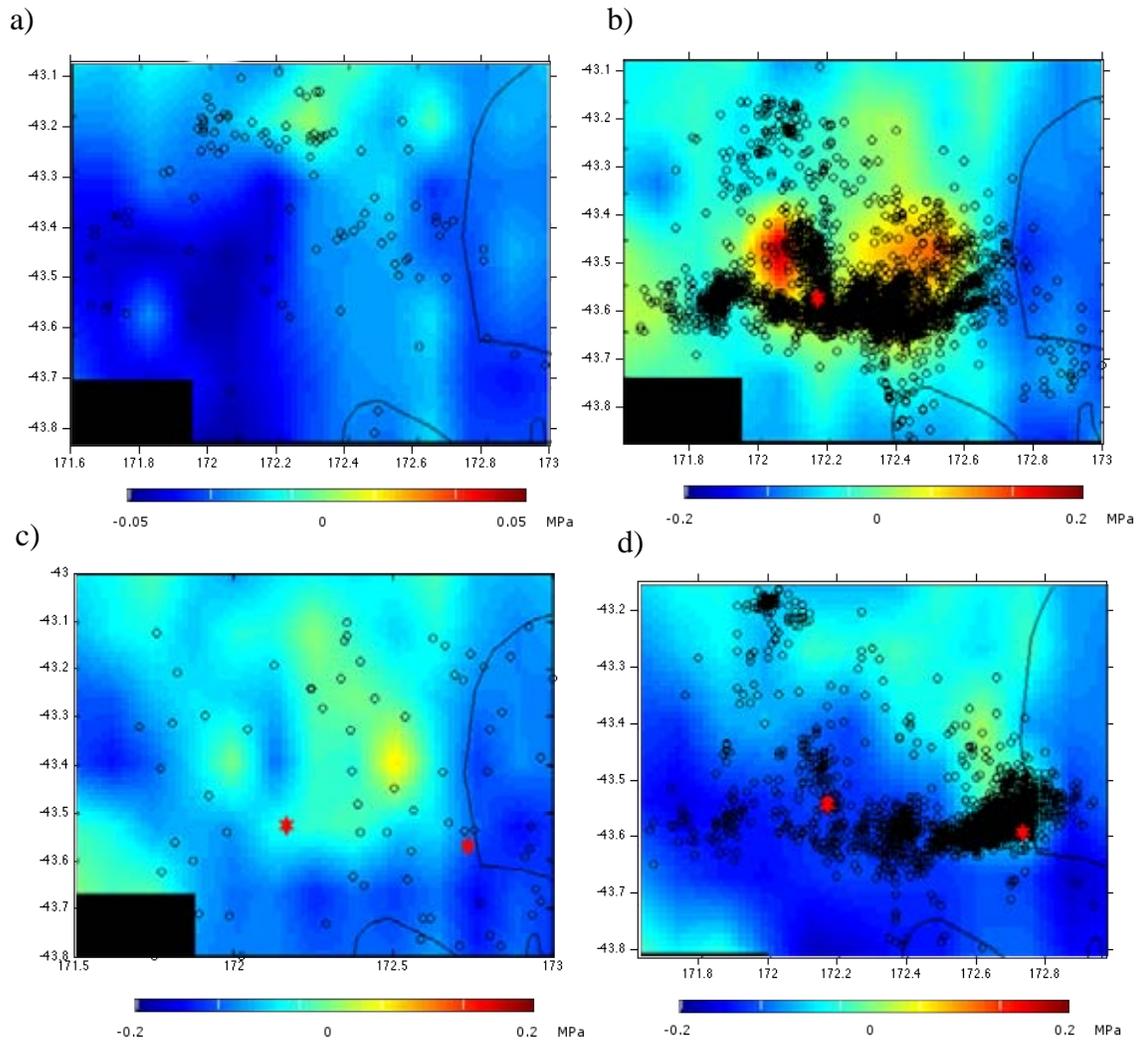


Figura 14. Modelado del esfuerzo estático, para las secuencias de Darfield y Christchurch, asociados a los intervalos de tiempo de: (a) 2008 a 2010.5, (b) 2010.5 a 2011.5, (c) 2011.5 a 2011.8 y (d) de 2011.8 a 2012. En esta imagen y en las similares, se muestran los epicentros de los sismos correspondientes a cada segmento de tiempo. Los recuadros negros en el mapa indican falta de datos para la interpolación.

4.2. Secuencia del sismo de Ometepec-Pinotepa Nacional

El día 20 de marzo de 2012 el Servicio Sismológico Nacional reportó un sismo con magnitud $7.5M_w$ localizado en las cercanías de Ometepec, Guerrero y Pinotepa Nacional, Oaxaca correspondiente a un sismo con mecanismo de falla inversa relacionado a la zona de subducción entre las placas de Cocos y Norte América (UNAM Seismology Group, 2013).

La sismicidad que ocurre en esta región de México exhibe algunas características distintivas como son la ocurrencia de grandes sismos con periodicidades de 30 a 50 años (Sing *et al.*, 1981) con magnitudes de alrededor de 7.6 (Sing *et al.*, 1983).

Para su análisis utilizamos los datos del catálogo del Servicio Sismológico Nacional (www.ssn.unam.mx) para una ventana de tiempo de un año (de 2011 a 2012) que contiene en total 1131 eventos.

4.2.1. Caracterización de la secuencia de réplicas

Análisis de valor b

Con base en la estabilidad en tiempo del valor b propuesta por Zúñiga y Figuroa-Soto (2012), para esta secuencia se determinó $b = 1.64 \pm 0.14$ (figura 15). En este caso las fluctuaciones en el valor b son similares para todos los datos en el período de 2011 a 2012, por lo que el promedio del valor b es representativo del tiempo total de observación.

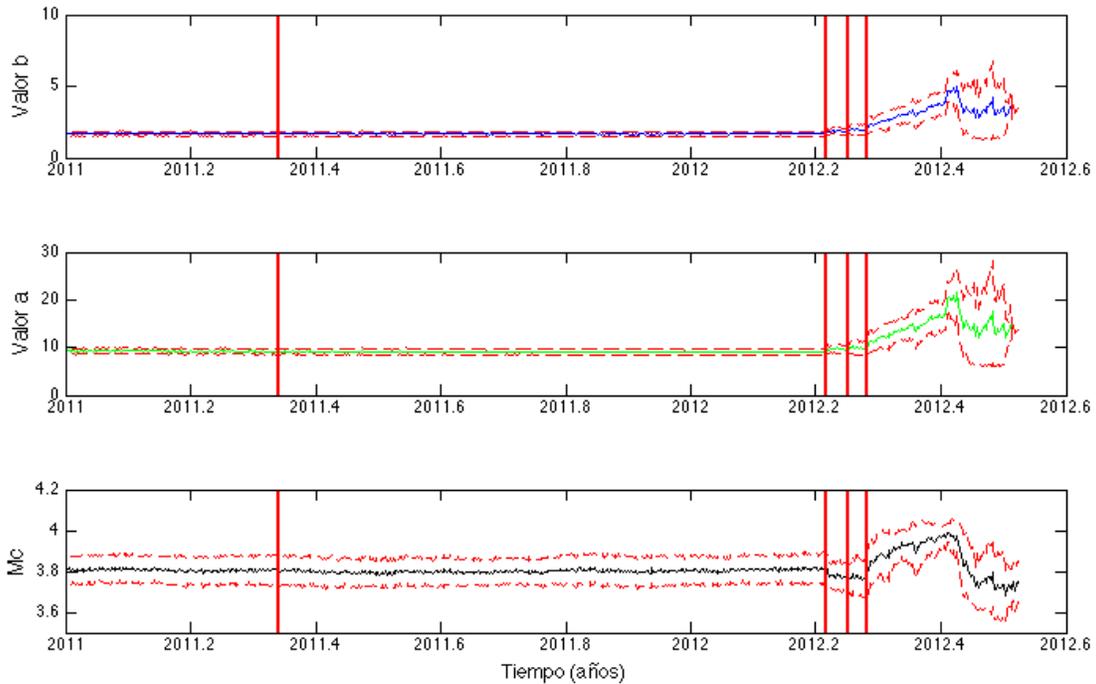


Figura 15. Evolución temporal del *valor b*, *valor a* y magnitud de completitud (M_c) para el catálogo de réplicas generadas por el sismo de Ometepec-Pinotepa Nacional. Las líneas verticales rojas indican el tiempo de ocurrencia de sismos con magnitud mayor de 5.

Análisis temporal con la metodología MF-DFA

En la Figura 16 se muestra la evolución temporal del exponente de Holder y del logaritmo de tiempo inter-evento, como en el caso anterior. En este caso es posible determinar tres principales máximos en la evolución temporal del exponente de Holder (línea discontinua azul), donde solo dos de ellos están correlacionados con sismos de magnitudes mayores o iguales que $5.0M_w$ y con las variaciones en el logaritmo del tiempo interevento (mostrado en color gris).

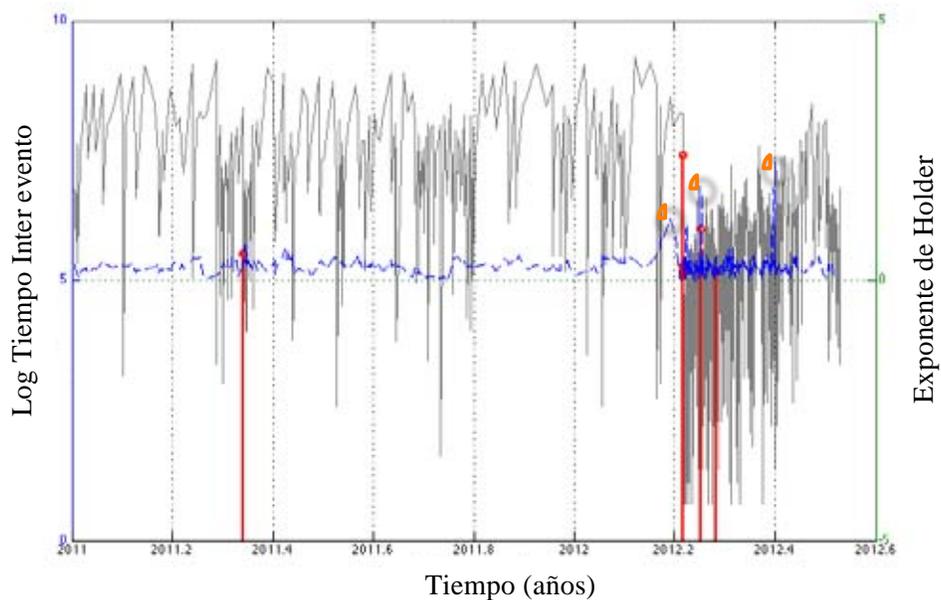


Figura 16. Evolución temporal del exponente de Holder (línea roja) y del logaritmo del tiempo interevento (línea gris). Las líneas verticales rojas indican los sismos de magnitudes mayores que 5 y los círculos rojos indican los valores máximos locales del exponente de Holder.

Análisis espacio temporal

Tomando como base los cuatro intervalos para esta secuencia, el análisis espacio-temporal (método NND) identifica inicialmente la sismicidad previa al sismo de Ometepec (cruces rojas en la Figura 17) que es coincidente con un proceso tipo Poisson, seguida de un primer proceso persistente visualizado por el cluster de puntos localizados a la izquierda de la recta definida por $\log T + \log R = -5$ (rombos verdes). Posteriormente un tercer conjunto (círculos negros) muestra la migración del proceso persistente hacia la sismicidad de fondo sin llegar a ser completamente un proceso Poisson como antes del proceso de réplicas. La dimensión fractal de los epicentros de esta secuencia, obtenida por la técnica de conteo de cajas, tiene un valor de $d = 1.367 \pm 0.010$.

Una visualización de análisis NND para esta secuencia está disponible en la liga: <http://www.geociencias.unam.mx/~ramon/videostesis/Ometepec2012.mov>

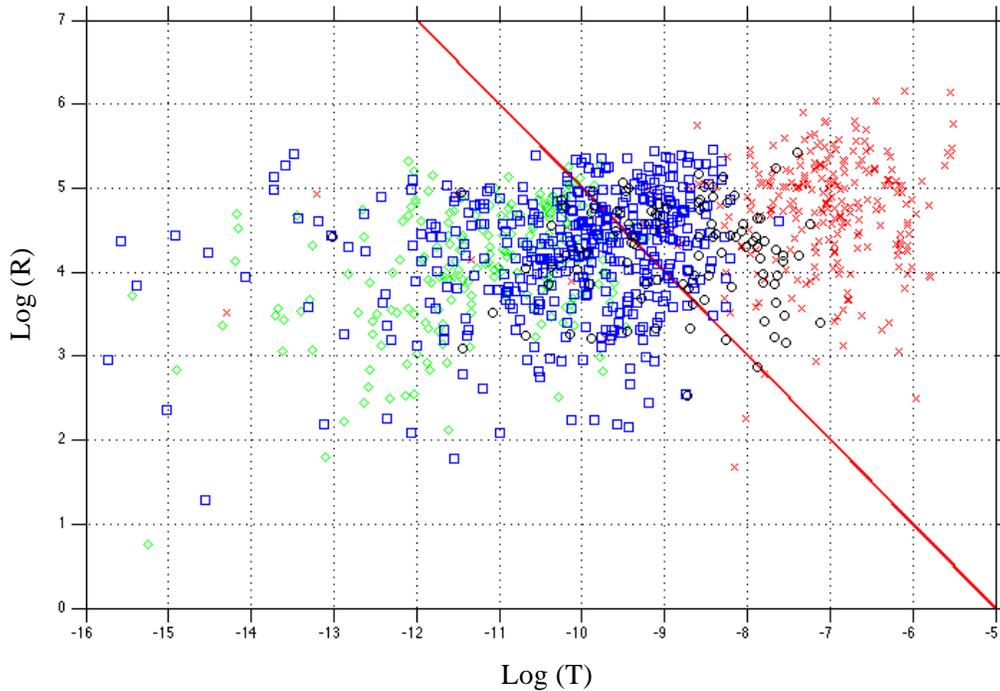


Figura 17. Distribución NND para los sub catálogos temporales determinados con el análisis MF-DFA para el sismo de Ometepec-Pinotepa Nacional. La sismicidad previa al sismo de Ometepec (cruces rojas) es coincidente con un proceso tipo Poisson, seguida de dos procesos persistente (rombos verdes y cuadros azules), posteriormente el tercer conjunto (círculos negros) muestra la migración del proceso persistente hacia la sismicidad de fondo sin llegar a ser completamente un proceso Poisson como antes del proceso de réplicas.

El tiempo de duración de las replicas t_a se determina a partir del máximo en la gráfica del exponente de Holder (tercer valor máximo en la figura 16) que espacialmente corresponde al primer proceso de tipo Poisson en el análisis NND (círculos negros en la figura 17). Para esta secuencia se obtiene un valor de $t_a \approx 67$ días.

La Figura 18 muestra los epicentros clasificados, en color y símbolos, con la misma nomenclatura según los episodios definidos con los análisis Multifractal y espacio temporal NND. Nuevamente es posible observar la migración de los puntos de un proceso pseudo-aleatorio a uno persistente dominado por el proceso de réplicas y su posterior relajamiento.

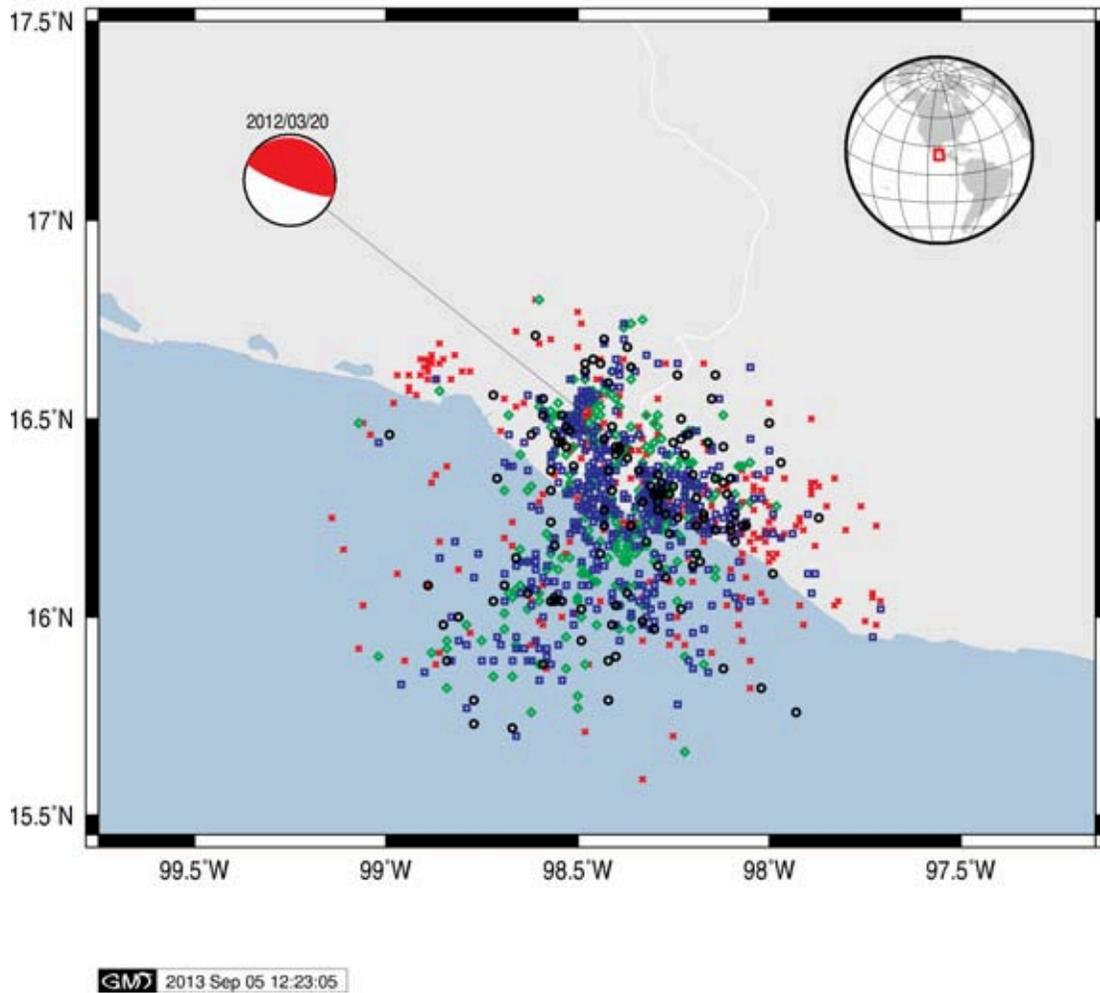


Figura 18. Distribución epicentral de la sismicidad en el periodo de 2011 a 2012 en los alrededores del evento de Ometepec-Pinotepa Nacional, México. En colores se muestra los regímenes determinados previamente iniciando desde las cruces color rojo, cuadrados azules, rombos verdes y círculos negros.

El modelado de los cambios de esfuerzo se presenta en la Figura 19, de izquierda a derecha y de arriba abajo se presenta la evolución temporal del cambio de esfuerzo determinados a partir de los regímenes obtenidos previamente. Se muestran los cambios de esfuerzos de Coulomb para la secuencia de Ometepec-Pinotepa Nacional, asociados a los intervalos de tiempo de: (a) 2011 a 2012.2, (b) 2012.2 a 2012.24, (c) 2012.24 a 2012.4 y (d) de 2012.4 a 2012.6. Se muestran los epicentros de los sismos correspondientes a cada

segmento de tiempo. Los recuadros negros en el mapa indican falta de datos para la interpolación. El cambio de esfuerzos ha sido determinado a partir de dos intervalos de tiempo consecutivos y el cambio de esfuerzos en el primer régimen espacio-temporal (Figura 19a) se determinó dividiendo dicho segmento de tiempo a la mitad para resolver la ecuación de estado descrita en el subcapítulo 2.4.

4.2.2. Modelado del esfuerzo estático

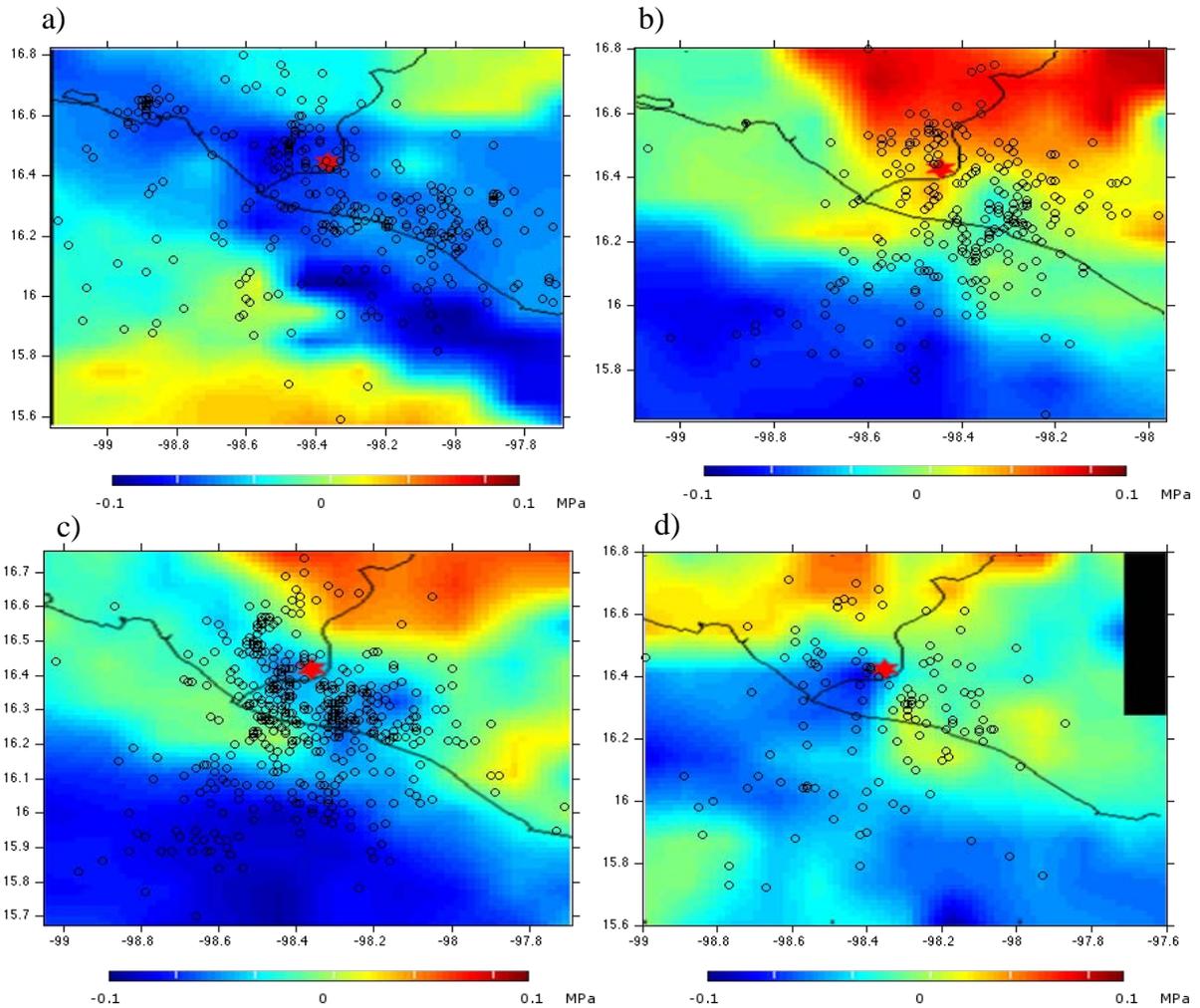


Figura 19. Modelado del esfuerzo estático para la secuencia del sismo de Ometepec-Pinotepa Nacional, asociados a los intervalos de tiempo de: (a) 2011 a 2012.2, (b) 2012.2 a 2012.24, (c) 2012.24 a 2012.4 y (d) de 2012.4 a 2012.6. Se muestran los epicentros de los sismos correspondientes a cada segmento de tiempo. Los recuadros negros en el mapa indican falta de datos para la interpolación.

4.3. Secuencia del sismo de Hector Mine, California

El sismo de Hector Mine ocurrió el 16 de octubre de 1999, con magnitud $M_w 7.1$. Es uno de los sismos relacionados a un fallamiento lateral izquierdo mejor documentados en la época instrumental (Fialko y Agnew, 2001; Jónsson *et al.*, 2002). Este sismo involucró la ruptura de las fallas Buillon y Lavic-Lake (Figura 20).

El catálogo usado, de longitud de 18 años, proviene del Centro de datos sísmicos del Sur de California (<http://www.data.scec.org/>) y contiene un total de 15977 localizaciones cubriendo un período de 1996 a 2014.

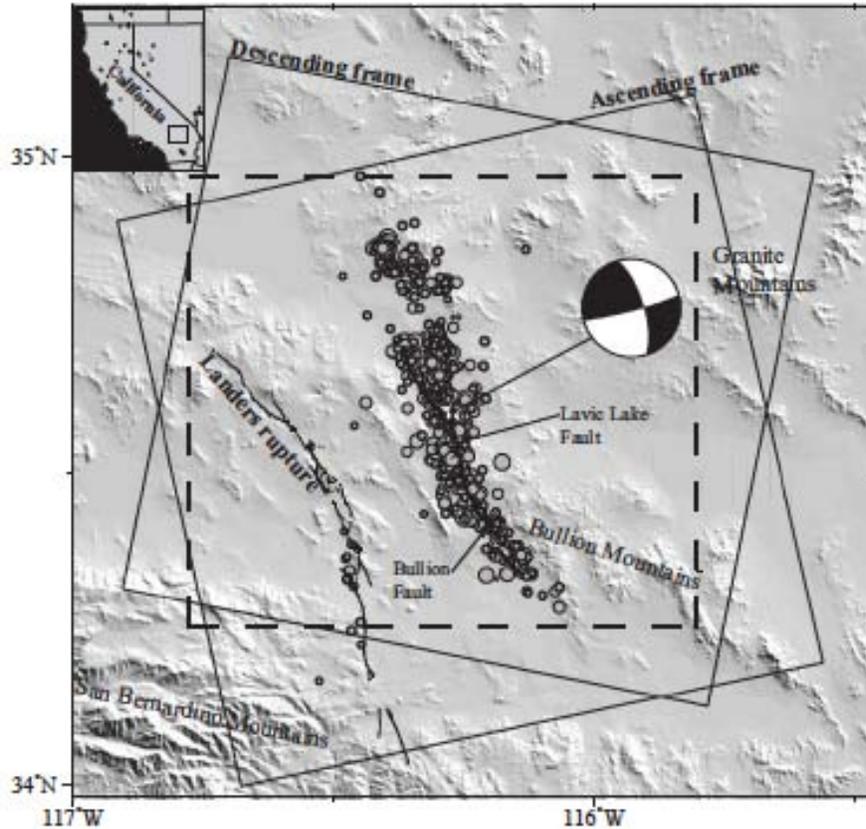


Figura 20. Mapa de la región donde ocurrió el sismo de Hector Mine. Se muestra la ruptura en superficie y las réplicas ocurridas durante el primer mes posterior al sismo principal. Tomada de Jónsson *et al.* (2002).

4.3.1. Caracterización de la Secuencia de réplicas

Análisis del valor b

Con base en la estabilidad en tiempo del valor b propuesta por Zúñiga y Figuroa-Soto (2012), para esta secuencia se determinó $b = 0.89 \pm 0.08$ (Figura 21) considerando el promedio sobre el período comprendido de 2004 al 2011.

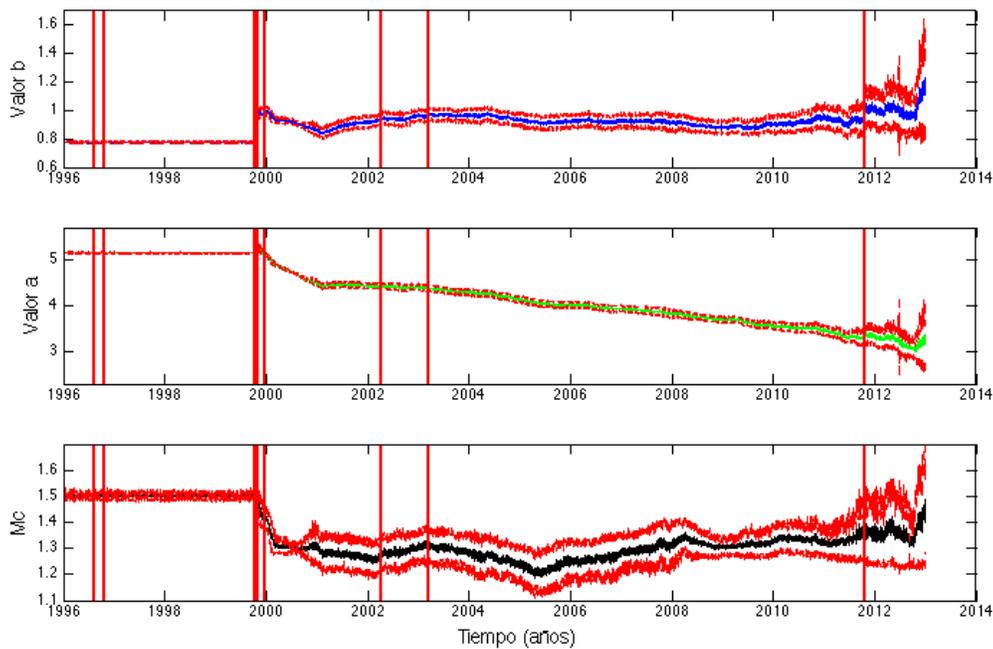


Figura 21. Evolución temporal del *valor b*, *valor a* y Magnitud de completitud (M_c) con sus respectivas desviaciones estándar para el catálogo de réplicas generadas por el sismo de Héctor Mine. Las líneas verticales rojas indican el tiempo de ocurrencia de sismos con magnitud mayor o igual que 4.

Análisis temporal con la metodología MF-DFA

En la Figura 22 se muestra la evolución temporal del exponente de Holder y del logaritmo de tiempo inter-evento. En este caso es posible determinar cuatro máximos principales en la

evolución temporal del exponente de Holder (línea discontinua azul), donde aparentemente solo dos de ellos están correlacionados con sismos de magnitudes mayores o iguales que $4.0 M_w$ y con las variaciones en el logaritmo del tiempo inter-evento (mostrado en color gris).

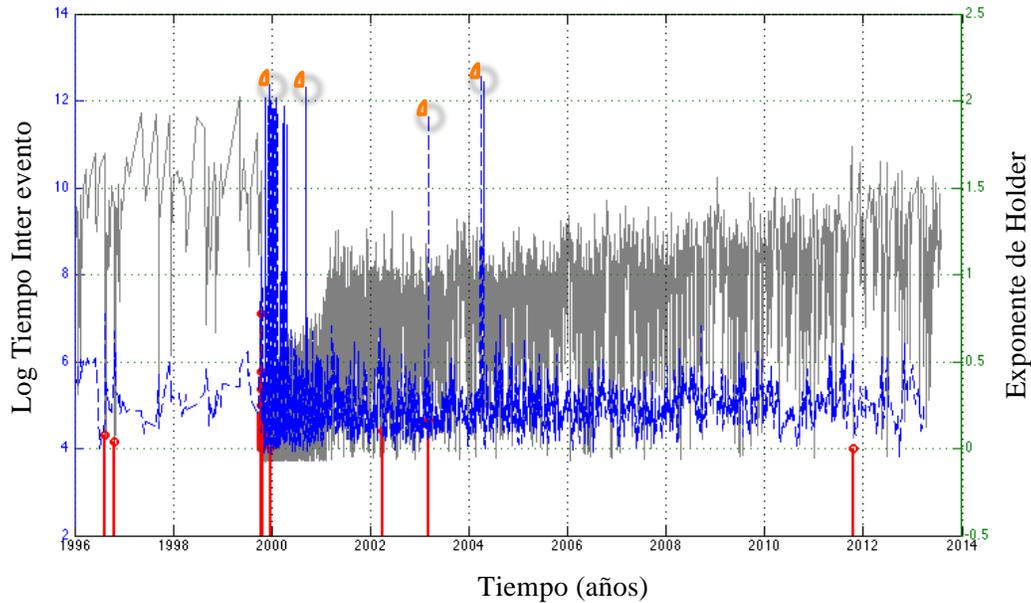


Figura 22. Evolución temporal del exponente de Holder (línea azul), logaritmo del tiempo interevento (línea gris) para la secuencia del sismo de Hector Mine. Las líneas verticales indican los sismos de magnitudes mayores de 4 y los círculos rojos indican los valores máximos locales del exponente de Holder.

Análisis espacio temporal

Con base en los cuatro episodios de sismicidad para esta secuencia, el análisis espacio-temporal logra identificar inicialmente la sismicidad previa al sismo principal (cruces rojas en la Figura 23) que es coincidente con un proceso tipo Poisson, seguida de un primer proceso persistente graficada sobre la recta definida por $\log T + \log R = -5$ (rombos verdes). La determinación de la constante -5 para la región del Sur de California fue realizada por Zaliapin et al. (2008) Posteriormente un tercer y cuarto episodio de sismicidad

(cuadrados azules y círculos negros) ambos indicando que el sistema se encuentra en un proceso que podemos caracterizar como Poissoniano. La dimensión fractal de los epicentros de esta secuencia, obtenida por la técnica de conteo de cajas, tiene un valor de $d = 1.406 \pm 0.034$.

Una visualización de análisis NND para esta secuencia está disponible en la liga:

<http://www.geociencias.unam.mx/~ramon/videostesis/HectorMine.mov>

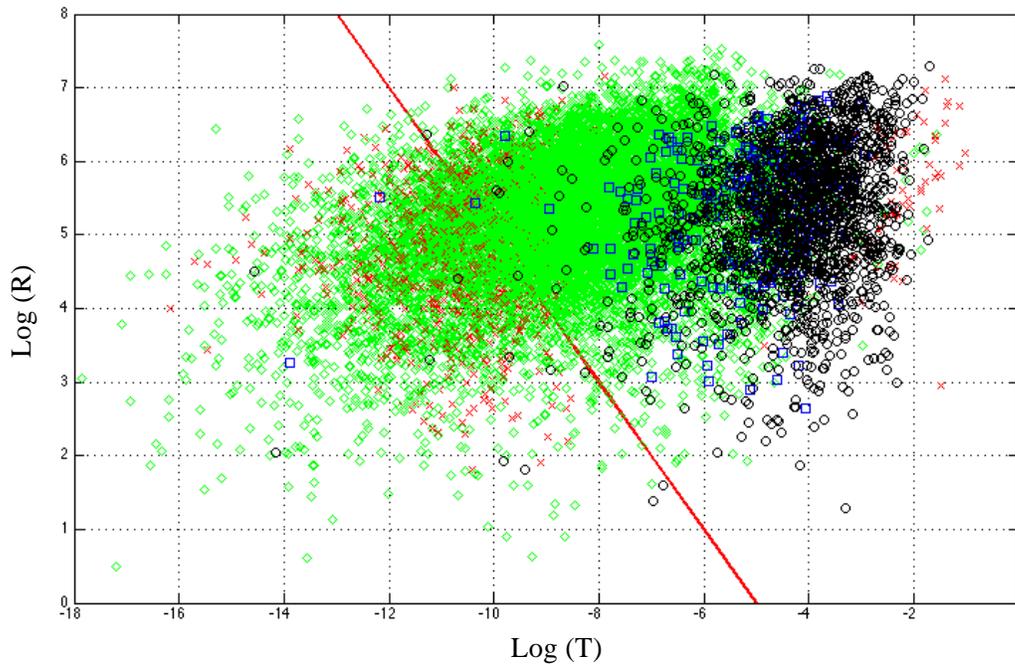
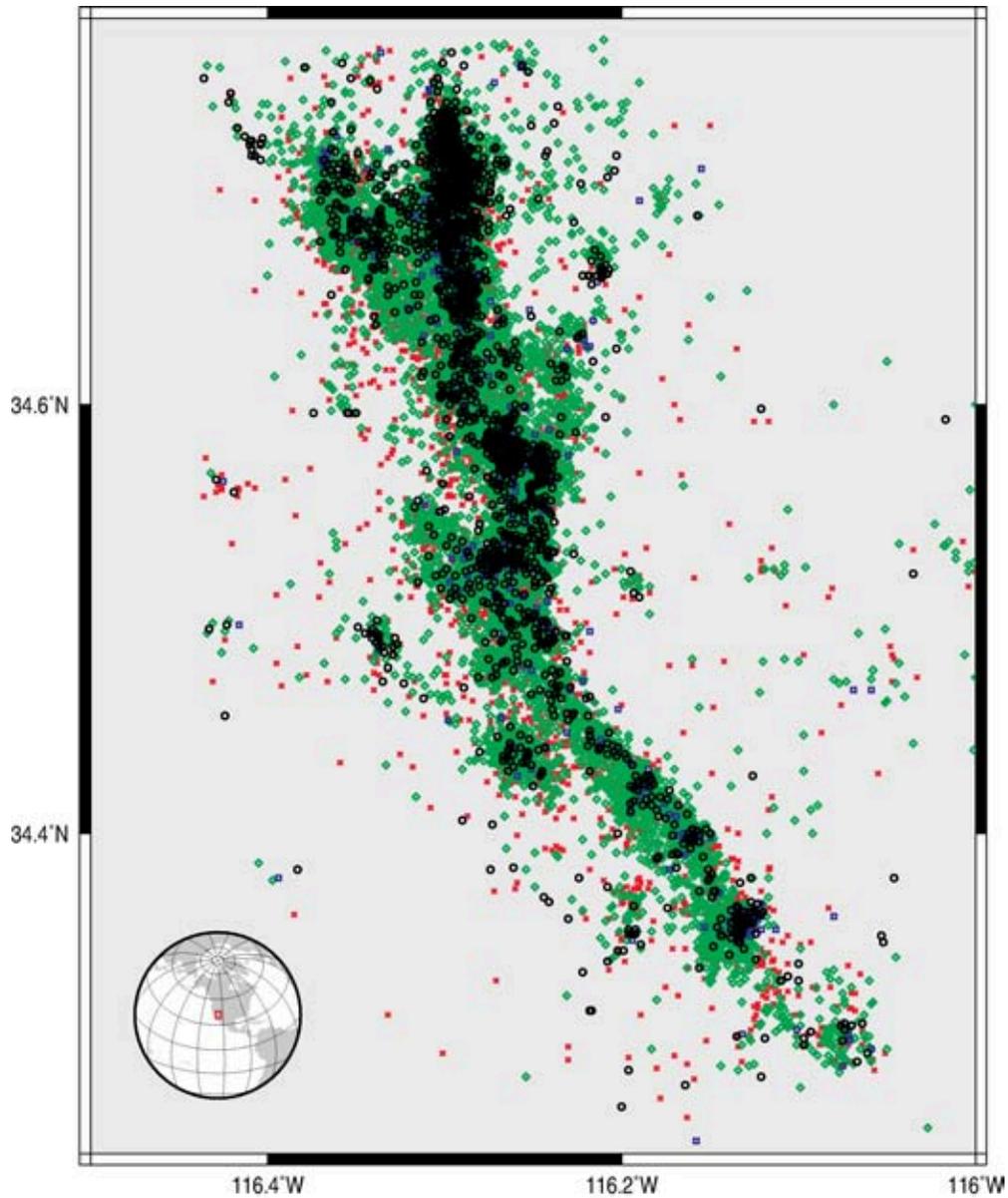


Figura 23. Distribución NND para los sub catálogos temporales determinados con el análisis MF-DFA para el caso de la secuencia de Hector Mine. Se logran identificar inicialmente la sismicidad previa al sismo principal (cruces rojas) que es coincidente con un proceso tipo Poisson, seguida de un primer proceso persistente graficada sobre la recta definida por $\log T + \log R = -5$ (rombos verdes), posteriormente un tercer y cuarto episodio de sismicidad (cuadrados azules y círculos negros) ambos indicando que el sistema se encuentra en un proceso que podemos caracterizar como Poissoniano nuevamente.

La figura 24 muestra los epicentros utilizando la misma nomenclatura para los episodios definidos con los análisis Multifractal y Espacio Temporal NND.



GM 2013 Sep 05 17:04:08

Figura 24. Distribución epicentral de la sismicidad en el periodo de 1996 a 2014 en la vecindad del evento de Hector Mine. En colores se muestran los regímenes determinados previamente iniciando desde las cruces color rojo, cuadrados azules, rombos verdes y círculos negros. Los cuadrados azules no se logan visualizar debido a que los epicentros marcados con los círculos negros están sobrepuestos.

El tiempo de duración de las replicas t_a se determina a partir del máximo en la gráfica del exponente de Holder (tercer valor máximo en la figura 22) que espacialmente corresponde al primer proceso de tipo Poisson en el análisis NND (cuadrados azules en la figura 23). Para esta secuencia se obtiene un valor de $t_a \approx 1212$ días (aproximadamente 3.25 años).

El modelado de los cambios de esfuerzos, para la secuencia de Hector Mine, se presenta en la Figura 25, para guía del lector se ha graficado la sismicidad correspondiente al primer régimen utilizado en el modelo. Se muestran los cambios de esfuerzos de Coulomb asociados a los intervalos de tiempo de: (a) 1996 a 2000, (b) 2000 a 2000.7, (c) 2000.7 a 2004.2 y (d) de 2004.2 a 2013. Se muestran los epicentros de los sismos correspondientes a cada segmento de tiempo. El cambio de esfuerzos ha sido determinado a partir de dos intervalos de tiempo consecutivos. El cambio de esfuerzo en el primer régimen espacio-temporal (Figura 25a) se determinó dividiendo dicho segmento de tiempo a la mitad para resolver la ecuación de estado descrita en el subcapítulo 2.4.3

4.3.2. Modelación del esfuerzo estático

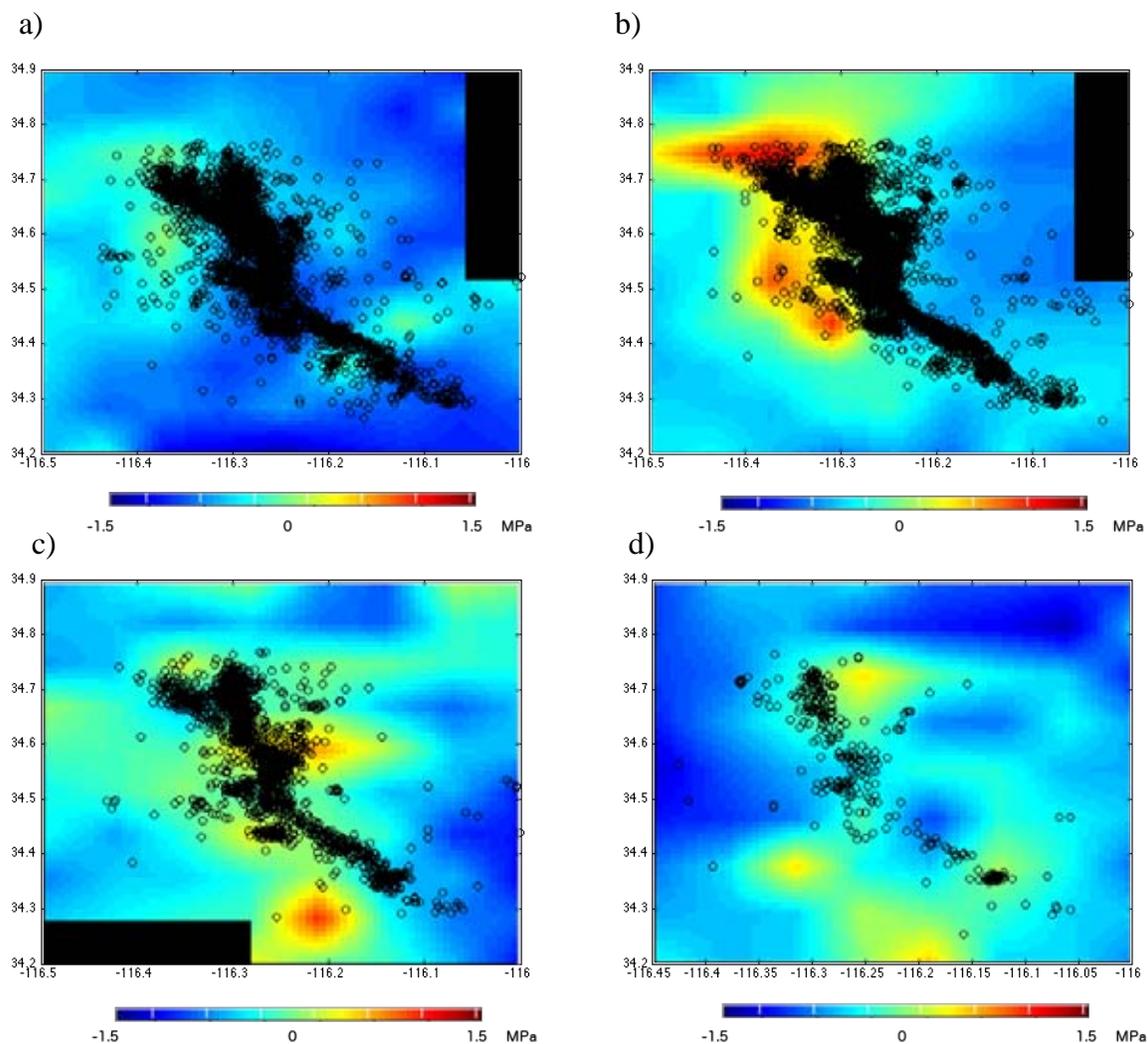


Figura 25. Modelado del esfuerzo estático, para la secuencia sísmica de Hector Mine, asociados a los intervalos de tiempo de: (a) 1996 a 2000, (b) 2000 a 2000.7, (c) 2000.7 a 2004.2 y (d) de 2004.2 a 2013. Se muestran los epicentros de los sismos correspondientes a cada segmento de tiempo. El cambio de esfuerzos ha sido determinado a partir de dos intervalos de tiempo consecutivos. Los recuadros negros en el mapa indican falta de datos para la interpolación.

4.4. Discusión de resultados

Para las secuencias de réplicas analizadas se logró identificar sismos pertenecientes a clusters de la sismicidad independiente, lo que nos permitió modelar los cambios de esfuerzo en la región de ocurrencia de réplicas. Este modelado está basado en la estimación del valor b característico de cada secuencia de réplicas, considerando el comportamiento de la estabilidad del valor b con el tiempo (Zúñiga y Figuroa-Soto, 2013), los parámetros de la ley de Omori y el reconocimiento de las propiedades multifactales del proceso de réplicas. En el apéndice II se muestra un análisis de estabilidad del modelado de los esfuerzos estáticos de Coulomb como función del valor b .

En los casos mostrados (Figs. 11, 16, 22), se observa que la evolución espacio-temporal de la ocurrencia de réplicas presenta características multifractales (máximos locales del exponente de Holder), con pérdida de fractalidad cuando predomina la sismicidad de fondo como se ha sugerido en la literatura (e.g. Telesca *et al.*, 2001; Stanley *et al.*, 1999; Baró *et al.*, 2013).

El análisis NND nos permitió discernir eventos independientes de aquellos correlacionados (réplicas) en todos los casos analizados. Los regímenes espacio-temporales analizados con esta técnica muestran siempre una distribución bimodal de la sismicidad asociada a las secuencias de réplicas analizadas (figuras 12, 17, 23), hecho que junto con el análisis multifractal del tiempo inter-evento, nos permite identificar de forma objetiva el cese de la actividad de réplicas hasta ahora debatido en la literatura (p. eg. Castro *et al.*, 2010; Stein y Liu, 2009).

Como se mencionó antes, para el análisis NND se decidió usar la ecuación propuesta por Zaliapin *et al.* (2008), $\log T + \log R = -5$ para las secuencias de Omepetec-Pinotepa Nacional y para el sismo de Hector Mine. Para el sismo de Darfield/Christchurch se determinó un valor de -5.5 (apéndice II) a partir de la distribución bimodal del análisis NND.

Fue posible determinar cambios del esfuerzo de Coulomb relacionados con los procesos dinámicos determinados previamente (figuras 14, 19 y 25), como se ha propuesto en la literatura (e. g. Steacy *et al.*, 2011; Hainzl, *et al.*, 2010). El modelado de las caídas de esfuerzo depende mayormente de la definición de la tasa de sismicidad de fondo así como de las variaciones de la tasa de sismicidad (y sus correspondientes cambios de estados de esfuerzo), parámetros que se logran obtener con el análisis espacio-temporal presentado.

El modelo de cambio de esfuerzos de Coulomb para los cuatro regímenes dinámicos del sismo de Darfield-Christchurch (Figura 14) muestra visualmente alta correlación entre el máximo cambio de esfuerzos (figuras 14b y 14d), de ≈ 0.2 MPa, con la sismicidad. Cabe mencionar que para esta misma secuencia se ha determinado un cambio de esfuerzo máximo de ≈ 0.1 Mpa (Steacy *et al.*, 2013) por medio de un modelo de cómputo que toma en cuenta el deslizamiento que presentaron las réplicas con magnitudes mayores de 5.

Para la secuencia de Darfield los cambios de esfuerzos de Coulomb (figura 14) se pueden correlacionar de manera visual con la ocurrencia de las réplicas, fenómeno que es acorde al modelo de *tasa y estado*. Los valores máximos de los cambios de esfuerzo (figura 14b) son coincidentes con un sistema de fallas E-W como lo propuso Sibson *et al.* (2011). En particular las réplicas correspondientes al último régimen espacio-temporal (figura 14c) es coincidente también con regiones de relajación del esfuerzo tal vez como consecuencia del sismo de Christchurch.

El modelo de cambio de esfuerzos de Coulomb para los cuatro regímenes dinámicos del sismo de Ometepec-Pinotepa Nacional (Figura 19) muestra cambios de esfuerzos máximos de hasta ≈ 0.1 Mpa en las regiones Norte y NE del epicentro. No logramos encontrar relación significativa entre los cambios de esfuerzos calculados con la distribución de las réplicas, sin embargo espacialmente los cambios de esfuerzo de Coulomb son mayores hacia el N-E del epicentro del evento principal (figuras 19b y 19c) que probablemente esté relacionado a la distribución de esfuerzos en la zona de acoplamiento de las placas de Cocos y Norte América. En los regímenes posteriores al evento principal los cambios de esfuerzo de Coulomb son negativos a lo largo de la placa de Cocos (paralelo a la costa) indicando que en esta zona existen cambios pequeños en el deslizamiento de fallas

Woessner *et al.* (2012) y los esfuerzos estáticos se encuentran principalmente en la zona de acoplamiento de las placas de Cocos y Norte-América.

El modelo de cambio de esfuerzos de Coulomb para los cuatro regímenes dinámicos del sismo de Hector Mine (Figura 25) muestra cambios de esfuerzos máximos de hasta ≈ 1.5 MPa, cuya evolución espacio-temporal es principalmente hacia el sur de la falla Lavic-Lake. Cabe mencionar que autores como Freed y Lin (2001) obtuvieron cambios de esfuerzo máximos de hasta 1.8MPa para esta misma secuencia utilizando un modelado de elementos finitos para un medio viscoelástico. El modelado del cambio de esfuerzo de Coulomb posterior al evento principal (figura 25b) indica una liberación del esfuerzo en la periferia del sismo principal con una orientación preferentemente Norte-Sur que se puede correlacionar con la distribución espacial de las primeras réplicas sobre la traza de la falla Lavik Lake y posiblemente se extiende hasta encontrar cambios de esfuerzo estáticos negativos (zonas azules en la figura) como lo propusieron Freed y Lin (2001) para esta secuencia.

La consideración de una orientación uniforme y aleatoria de esfuerzos para toda la región (σ en la ecuación 2.19) ha sido discutida en la literatura (p. eg. Mallman y Zoback, 2007), sin embargo es necesario un análisis del estado de esfuerzos de la región de estudio para mejorar esta fuerte suposición.

5. Conclusiones

Este trabajo de tesis es un esfuerzo por entender y explicar el proceso de generación de réplicas. Se abordó el fenómeno desde dos puntos de vista: la caracterización multifractal de la sismicidad y un posterior modelado del cambio de esfuerzos por medio de la tasa de esfuerzo de Coulomb.

Se incluyó una recopilación de modelos usados en la literatura para explicar el fenómeno de réplicas, en particular se decidió usar el tiempo interevento (Bak *et al.*, 2002) y distancias interevento (NND) (Biasei y Paczuski, 2004) para el análisis de la sismicidad, con énfasis en la distribución espacial y temporal de la sismicidad.

Como se cita en la literatura, mostramos que el proceso de réplicas presenta características multifractales que nosotros relacionamos al proceso de relajación del esfuerzo, donde dichos procesos de relajación representarían estados dinámicos que actúan a diferentes tiempos. Es por esta razón que el comportamiento del proceso de réplicas no obedece un principio general como se había propuesto en la literatura (p.eg. Bak *et al.*, 2002). Como conclusión podemos listar las siguientes aportaciones:

- En general, no podemos correlacionar la ocurrencia de sismos mayores en una misma secuencia de réplicas con los máximos en el exponente de Holder, sin embargo el análisis temporal del valor b (figuras 10, 15 y 21) sí refleja este fenómeno, ya que al determinar el valor b el catálogo sísmico se incrementa de forma acumulada partiendo de la fecha más reciente a la más antigua (Zúñiga y Figuroa-Soto, 2012).
- El modelo propuesto de cambio de esfuerzo de Coulomb depende fuertemente de la elección del valor b , ya que es necesario considerar un valor representativo de la secuencia de réplicas para determinar los regímenes espacio-temporales. El modelado de los regímenes de esfuerzo relacionados a multicascadas de réplicas son útiles para caracterizar secuencias y lograr definir el fin del proceso de réplicas.

- Existe alta correlación entre la ocurrencia de la sismicidad y las regiones de mayor cambio de esfuerzo, como se ha propuesto en la literatura (e. g. Steacy *et al.*, 2011), exceptuando el caso del sismo de Ometepe donde el error de las localizaciones es desconocida. También cabe la posibilidad de que la consideración de una orientación uniforme y aleatoria de esfuerzos no es tan buena para esta región.

El modelo presentado parte de la caracterización espacio temporal, estadística y fractal para secuencias de réplicas y determina los cambios de esfuerzos asociados a los regímenes dinámicos delimitados con nuestra metodología. Es necesario aclarar que el modelo de cambios de esfuerzos de Coulomb depende de la selección de las tasas de sismicidad contenidas dentro de las secuencias de réplicas, por lo que la incertidumbre en la localización de la sismicidad es siempre el parámetro de partida para un buen ajuste del modelo.

El modelo de transferencia de esfuerzo, a partir de la determinación de tasas de sismicidad, es una técnica que podemos comparar con inversiones de deslizamiento, pero es necesario continuar investigando la estabilidad de la técnica para su aplicación.

Apéndice I. Determinación de la constante de la ecuación $\log T + \log R = \text{constante}$ para las secuencias de réplicas analizadas.

Secuencia de los sismos de Darfield y Christchurch, Nueva Zelanda.

La determinación de la constante de la ecuación $\log T + \log R = \text{constante}$ se realiza a partir de la visualización del histograma de vecinos más cercanos η_{ij} . Para esta secuencia, el histograma se construyó para los sismos con magnitud mayor a 4, que es el rango de magnitudes donde se puede observar la distribución bimodal propuesta por Zaliapin et al, (2008). Para esta secuencia se obtuvo un valor $\eta_{ij} = -5.5$ (Figura 26)

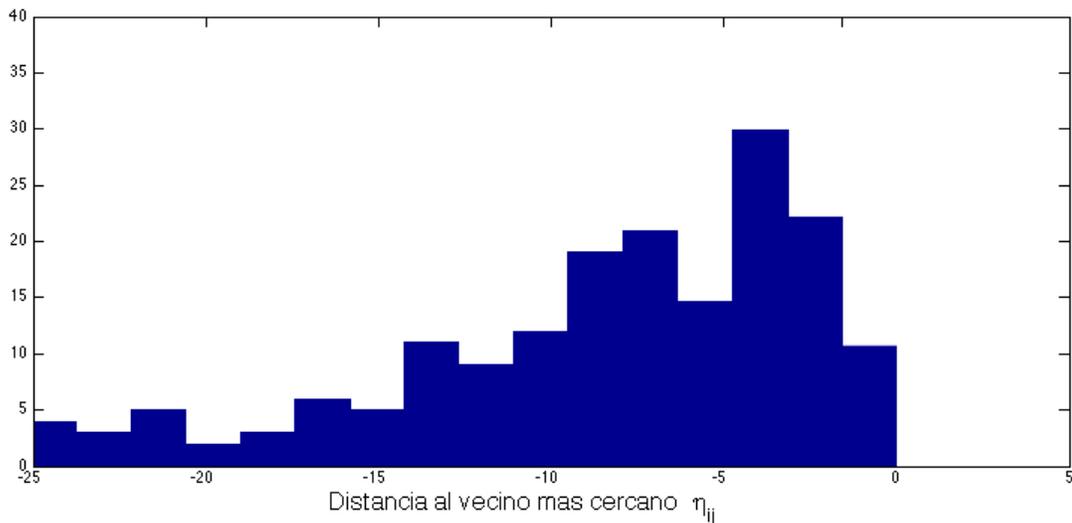


Figura 26. Selección de la constante de la ecuación $\eta_{ij} = 10^{-5.5}$ a partir del histograma de las distancias al vecino más cercano (NND) para la secuencia de los sismos de Darfield y Christchurch, Nueva Zelanda.

En la figura 27 se comparan las rectas $\log T + \log R = -5$ (línea azul) y $\log T + \log R = -5.5$ (línea roja) en la gráfica de tiempos y distancias generalizados. La separación de los regímenes de tipo Poisson (antes del evento principal) de la sismicidad correspondiente a la actividad de réplicas esta clasificada por ambas rectas. Sin embargo el último régimen (círculos negros) se logra diferenciar más con la recta $\log T + \log R = -5.5$.

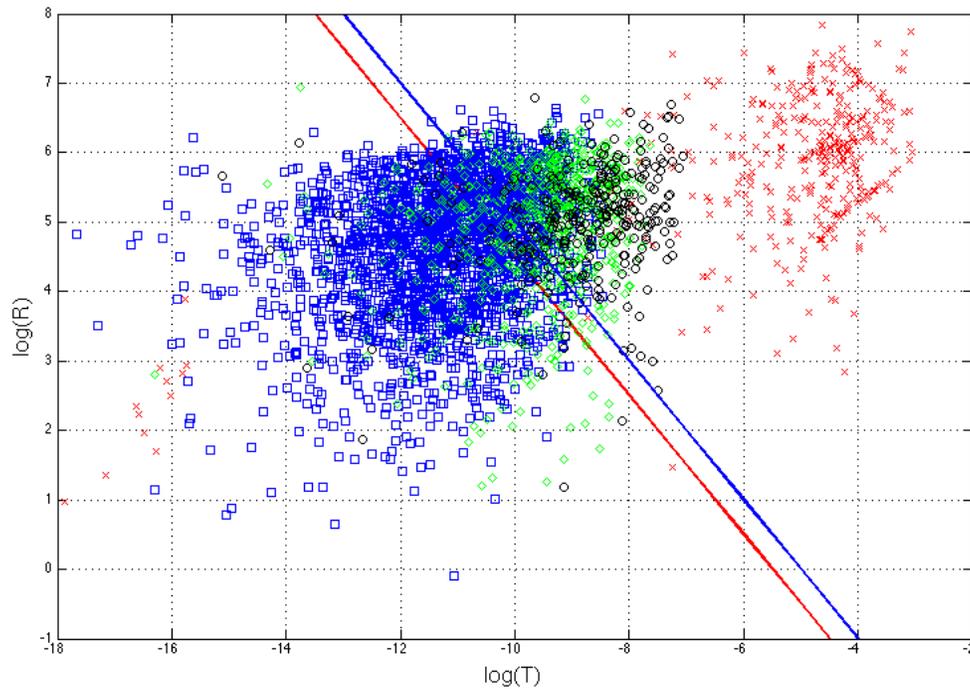


Figura 27. Comparación de las rectas $\log T + \log R = 5$ (línea azul) y $\log T + \log R = -5.5$ (línea roja) en la gráfica de tiempos y distancias generalizados para la secuencia de los sismos de Darfield y Christchurch, Nueva Zelanda.

Apéndice II. Estabilidad de la estimación del cambio del esfuerzo estático a partir de la tasa de sismicidad

Partiendo de un catálogo sintético generado con un valor $b = 1.0 \pm 0.1$, determinamos la estabilidad del cálculo de la variación del esfuerzo estático a partir de variaciones del valor b de 1σ y 2σ . Partimos de un valor $b = 1$ para un catálogo sintético generado con Zmap (Wiemer, 2001).

Para el modelado del cambio de esfuerzo consideramos dos episodios de tiempo: de 2014 a 2014.5 y de 2014.5 a 2014.9. La figura 28 muestra la estabilidad del valor b con el tiempo para el catálogo sintético. Las altas desviaciones estándar al final de la gráfica es consecuencia de que, al inicio, el cálculo de valor b se realiza con pocos datos.

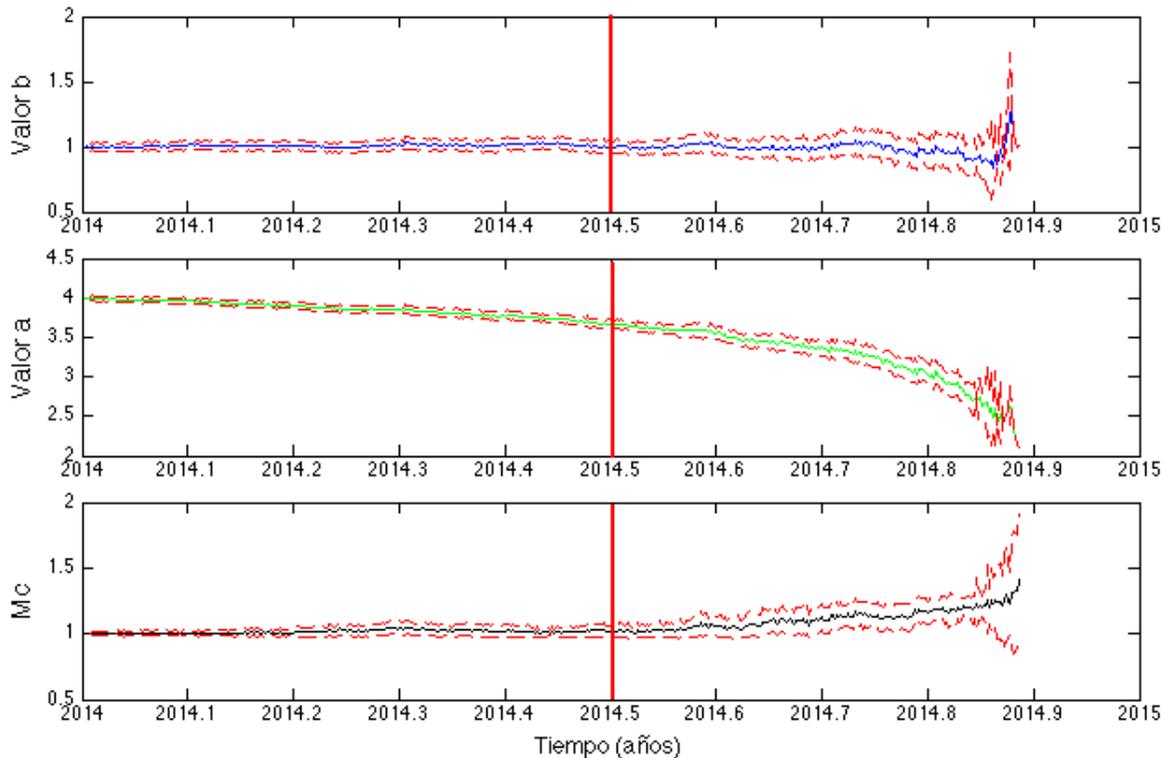


Figura 28. Estabilidad del valor b para el catálogo sintético generado con Zmap. Las líneas rojas discontinuas indican la desviación estándar del cálculo de valor b . La línea roja vertical indica la segmentación del catálogo para determinar el cambio de esfuerzo de Coulomb.

La figura 29 muestra la distribución espacial de los cambios de esfuerzo de Coulomb para un valor $b = 1$, la figura 30 muestra la distribución espacial de los cambios de esfuerzo de Coulomb para un valor $b = 1.1$ y la figura 31 muestra el mismo cálculo pero con un

valor $b = 1.2$. Es posible identificar una estabilidad en la determinación del esfuerzo de Coulomb para éstas variaciones en la estimación del valor b .

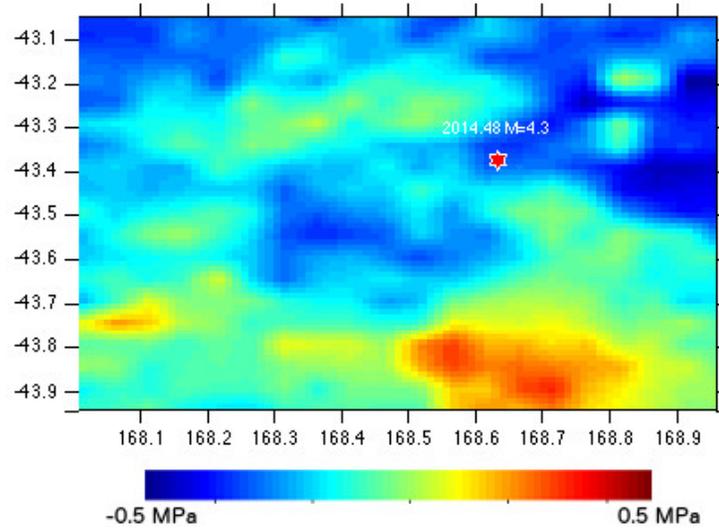


Figura 29. Distribucion espacial de los cambios de esfuerzo de Coulomb para un valor $b=1$.

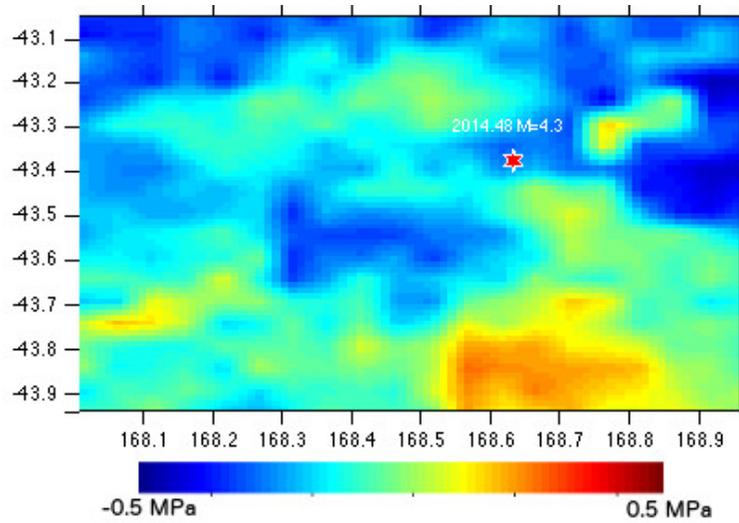


Figura 30. Distribucion espacial de los cambios de esfuerzo de Coulomb para un valor $b=1.1$.

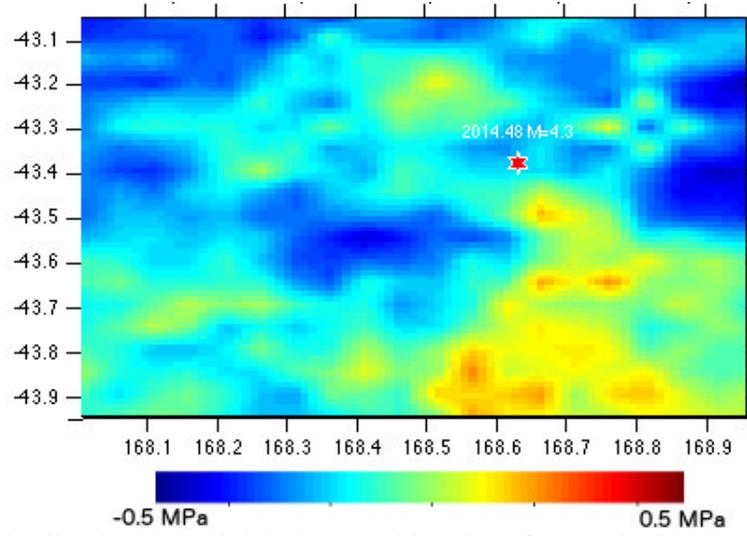


Figura 31. Distribucion espacial de los cambios de esfuerzo de Coulomb para un valor $b=1.2$.

Referencias

Aguilar-Hernández, A. and Ramírez-Santiago, G. 2010. Self-Similar and Self-Affine Properties of Two-Dimensional Fracture Patterns in Rocks. *Mathematical Geosciences*. doi: 10.1007/s11004-010-9279-4

Aki, K. 1965. Maximum likelihood estimate of b in the formula $\log N = a - b M$ and its confidence limits, *Bull. Earthq. Res. Inst.* 43, no. 2, 237–239.

Aki, K. 1981. A probabilistic synthesis of precursory phenomena. In D. W. Simpson and P. G. Richards, editors, *Earthquake prediction: an international review*, volume 4 of *Maurice Ewing Series*, pages 566–574. American Geophysical Union.

Bak, P., Christensen, K. and Danon, L. 2002. *Unified Scaling Law for Earthquakes*. *Physical Review Letters*. No. 17.

Bannister, S.C., Fry, B., Reyners., M.E. Ristau, J., and Zhang, H. 2011. Fine-scale relocation of aftershocks of the 22 February Mw 6.2 Christchurch Earthquake using double-difference tomography. *Seismological Research Letters*. 82, 6: 839-845; doi: 10.1785/gssrl.82.6.839

Baró, J., Corral, A., Illa, X., Planes, A., Salje., E. K.H., Schranz, W., Soto-Parra, D. and Vives, E., 2013. Statistical Similarity between the compression of a Porous Material and Earthquakes. *Physical Review Letters*. 110, 088702. doi:10.1103/PhysRevLett.110.088702

Beavan, J., Motagh, M., Fielding, E. J., Donnelly, N., Collett, D., 2012. Fault slip models of the 2010 - 2011 Canterbury, New Zealand, earthquakes from geodetic data and observations of postseismic ground deformation. *New Zealand Journal of Geology and Geophysics*, 55, 3.

Bender, B., 1987. Effects of observational errors in relating magnitude scales and fitting the Gutenberg–Richter parameter β . *Bulletin of the Seismological Society of America* 77, no. 4, 1400–1428.

Ben-Zion, Y. and Lyakhovsky, V. 2006. Analysis of aftershocks in a lithospheric model with seismogenic zone governed by damage rheology. *Geophysical Journal International*. 165, 197-210.

Ben-Zion, Y. and Rice, J. 1993. Earthquake failure sequences along a cellular fault zone in a three-dimensional elastic solid containing asperity and nonasperity regions. *Journal of Geophysical Research*. 98, No. B8. 14109-14131.

- Beeler, N. M., Simpson, R. W., Hickman, S. H., and Lockner, D. A.. 2000. Pore fluid pressure, apparent friction, and Coulomb failure. *J. Geophys. Res.*, 105(B11), 25533–25542, doi:10.1029/2000JB900119.
- Carminati, E., Doglioni, C., and Barba, S. 2004. Reverse migration of seismicity in thrust and normal faults. *Earth-Science Reviews*. 65. 195-222. doi:10.1016/S0012-8252(03)00083-7.
- Biasei, M., and Paczuski, M. 2004. Scale-free networks of earthquakes and aftershocks. *Physical Review E*. 69: 1-11. doi:10.1103/PhysRevE.69.066106.
- Castro Escamilla, R. R., P. Shearer , L. Astiz , M. Suter , C. Jacques Ayala y F. L. Vernon., 2010. The long-lasting aftershock series of the 3 May 1887 Mw 7.5 Sonora earthquake in the mexican basin and range province. *Bulletin of The Seismological Society of America*. 100(3): 1153-1164 p. doi:10.1785/0120090180
- Chinnery, M.A. 1963. The stress changes that accompany strike-slip faulting. *Bulletin of the Seismological Society of America*. v. 53 no. 5 p. 921-932
- Cocco, M., and Rice. J.R. 2002. Pore pressure and poroelasticity effects in Coulomb stress analysis of earthquake interactions. *J. Geophys. Res.*, 107(B2), 2030.
- Cocco, M., S. Hainzl, F. Catalli, B. Enescu, A. M. Lombardi, and J. Woessner. 2010. Sensitivity study of forecasted aftershock seismicity based on Coulomb stress calculation and rate- and state-dependent frictional response. *J. Geophys. Res.*, 115(B05307), doi:10.1029/2009JB006838.
- Dieterich, J. H. 1972. Time-dependent friction in rocks. *Journal of Geophysical Research*. 77. No. 20. 3690-3697.
- Dieterich, J. H. 1994. A constitutive law for rate of earthquake production and its application to earthquake clustering. *J. Geophys. Res.* 99 , 2601-2618.
- Dieterich, J., Cayol, V. and Okubo, P. 2000. The use of earthquake rate changes as a stressmeter at Kilauea volcano. *Nature*. 408, 6811, 457-460.
- Feder, J. 1988. *Fractals*. Plenum Press, New York.
- Felzer, K.R. and Brodsky, E.E. 2006. Decay of aftershocks density with distance indicates triggering by dynamic stress. *Nature*, 441, 735-738.
- Fialko, Y., and Agnew, D. 2001. The complete (3-D) surface displacement field in the epicentral area of the 1999 M_w7.1 Hector Mine earthquake, California, from space geodetic observations. *Geophysical Research Letters*. 28, 16: 3063-3066

Figueroa-Soto, A. and Zúñiga, F.R. Identification of Trends in Seismic Aftershock Sequences by Fractal Characteristics of Inter-event Times Series and Spatial Clustering Analysis (in review)

Freed, A., and Lin, J. 2001. Delayed triggering of the 1999 Hector Mine earthquake by viscoelastic stress transfer. *Nature*. Vol. 411. 180-183.

Gardner, J. K., and Knopoff, L. 1974. Is the sequence of earthquakes in southern California, with aftershocks removed, Poissonian. *Bull. Seismol. Soc. Am*, 64(5), 1363-1367.

Gomberg, J., P. A. Reasenberg, P. Bodin, and R. A. Harris. 2001. Earthquake triggering by seismic waves following the Landers and Hector Mine earthquakes. *Nature*. 411, 462-466.

Gutenberg, R., and Richter, C.F., 1944. Frequency of earthquakes in California. *Bull. Seism. Soc. Am*. 34, 185-188.

Hainzl, S. 2003. Self-organization of earthquake swarms. *Journal of Geodynamics*. 35, 157-172.

Hainzl, S., Zöller, G. and Kurths, J. 1999. Similar Power laws for foreshock and aftershock sequences in a spring-block model for earthquakes. *Journal of Geophysical Research*. 104. 7243-7254.

Hainzl, S., Scherbam, F., and Beauval, C., 2006. Estimating Background Activity based on Inter event time Distribution. *Bulletin of the Seismological Society of America*. 96. No. 1. 131-320.

Hainzl, S., Steacy, S., and Marsan, D. 2010. Seismicity models based on Coulomb stress calculations. *Community Online Resource for Statistical Seismicity Analysis*, doi:10.5078/corssa-32035809. Available at <http://www.corssa.org>

Harris, R. A. 1998. Introduction to special section: Stress triggers, stress shadows, and implications for seismic hazard. *J. Geophys. Res.*, 103, 24,347,24,358

Hurst, H. E., 1951. Long-term storage capacity of reservoirs, *Trans. Amer. Soc. Civ. Eng.*, 116, 770-808.

Hiemer, S., Woessner, J., Basili, R., Danciu, L., Giardini, D., and Wiemer, S. 2014. A smoothed stochastic earthquake rate model considering seismicity and fault moment release for Europe. *Geophysical Journal International*, 198(2), 1157-1170.

Hill, D. P. and Prejean, S. 2007. Dynamic triggering, *in* H. Kanamori (ed.) V. 4 *Earthquake Seismology*, pp. 258-288, *Treatise on Geophysics* (G. Schubert, ed. in chief), Elsevier, Amsterdam.

Hill, D.P., Reasenberg, P.A., Michael, and 28 others. 1993. Seismicity remotely triggered by the magnitude 7.3 Landers, California, earthquake. *Science*. 260. 1617-1623.

- Ishimoto, M., and Iida, K., 1939. Observations of earthquakes registered with the microseismograph constructed recently. *Bull. Earthquake Res. Inst.* 17, 443–478.
- Ito, K. and Matsuzaki, M. 1990. Earthquakes as self-organized critical phenomena. *Journal of Geophysical Research.* 95. No. B5. 6853-6860.
- Jónsson, S., Zebker, H., Segall, P., and Amelung, F. 2002. Fault Slip Distribution of the 1999 Mw7.1 Hector Mine, California, earthquake, Estimated from Satellite Radar and GPS Measurements. *Bulletin of the Seismological Society of America.* 9. 4, 1377-1389.
- Kagan, Y.Y. and Jackson, D.D. 1991. Long-term earthquake clustering. *Geophys. J. Int.* 104, 117-133.
- Kagan, Y. Y. 2004. Short-term properties of earthquake catalogs and models of earthquake source. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 94(4):1207–1228.
- Kagan, Y.Y., and Houston, H. 2005. Relation between mainshock rupture process and Omori's law for aftershock moment release rate. *Geophys. J. Int.*, 163(3):1039– 1048. doi: 10.1111/j.1365-246X.2005.027772.x.
- Kantelhardt, J.W., Zschiegner, S.A., Koscielny-Bunde, E., Havlin, S., Bunde, A. and Stanley, E., 2002. *Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series.* *Physica A.* 316. 87-114.
- King, G.C., Stein, R.S. and Lin, J. 1994. Static Stress changes and the triggering of earthquakes. *Bulletin of the Seismological Society of America* . 84, 935-953.
- King, G. C. P., and M. Cocco. 2001. Fault interaction by elastic stress changes: New clues from earthquake sequences. *Advances Geophys.*, 44, 1, 38
- Kisslinger, C. 1996. Aftershocks and fault-zone properties. *Adv. Geophys.*, 38:1–36.
- Knopoff, L. 1971. A stochastic model for the occurrence of main-sequence earthquakes. *Reviews of Geophysics*, 9(1), 175-188.
- Koyama, J. 1997. *The complex faulting process of earthquake.* Kluwer Academic Publishers. ISBN. 0-7923-4499-5.
- Legrand, D., Cisternas, A., and Dorbath, L. 1996. Multifractal analysis of the 1992 Erzincan aftershock sequence. *Geophysical research letters*, 23(9), 933-936.
- Li, Q., and Xu, G. M. 2012. Characteristic variation of local scaling property before Puer M6. 4 earthquake in China: the presence of a new pattern of nonlinear behavior of seismicity. *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*, 48(2), 155-161.

Lyons, S. and Sandwell, D. 2003. Fault creep along the southern San Andreas from interferometric synthetic aperture radar, permanent scatterers, and stacking. *Journal of Geophysical Research*. 108. No. B1. 2047

Madariaga, R. 1976. *Dynamics of an expanding circular fault*. *Bulletin of the Seismological Society of America*. 66. 639-666.

Main, I., 2013. Viewpoint: Little Earthquakes in the lab. *Physics*. 6, 20. doi: 10.1103/Physics.6.20

Mallman, E. P. and Zoback, M. D. 2007. Assessing elastic Coulomb stress transfer models using seismicity rates in southern California and southwestern Japan. *Journal of Geophysical Research*. 112. B03304. doi:10.1029/2005JB004076

Mandelbrot, B.B., 1977. *Fractals: Form, Chance and Dimension*. W. H. Freeman and Company, San Francisco.

Márquez-Ramírez, V. H., Nava, P. A. and Reyes-Dávila, G. 2012. Multifractality in Seismicity Spatial Distributions: Significance and Possible Precursory Applications as Found for Two Cases in Different Tectonic Environments. *Pure and Applied Geophysics*. 169, 2091-2105. doi: 10.1007/s00024-012-0473-9

Mendoza, C., and Hartzell, S.H., 1988. Inversion for slip distribution using teleseismic P waveforms; North Palm Springs, Borah Peak, and Michoacan earthquakes. *Bulletin of the Seismological Society of America*. 78 (3):1092-1111

Mohaved, M.S., Jafari, G.R., Ghasemi, F., Rahvar, S. and Tabar, R.R. 2006. Multifractal Detrended Fluctuation Analysis of Sunspot Time Series. *Journal of Statistical Mechanics*. P02003.

Monterrubio, V., M. 2013. Análisis estadístico y comportamiento fractal de las réplicas sísmicas del Sur de California. Tesis de Doctorado. Departament de Física Aplicada i Departament de Física i Enginyeria Nuclear Universitat Politècnica de Catalunya

Nur, A. and Broker, J.R. 1972. *Aftershocks caused by pore fluid flow?*. *Science*. 175. No. 4024. 885-887.

Ogata, Y. 1983. Estimation of the parameters in the modified Omori formula for aftershock frequencies by the maximum likelihood procedure. *J. Phys. Earth* 31, 115–124.

Ogata, Y. 1988. Statistical models for earthquake occurrences and residual analysis for point processes. *J. Am. Stat. Assoc.* 83, 9–27.

Ogata, Y. 1992. Detection of precursory seismic quiescence before major earthquakes through a statistical model. *J. Geophys. Res.* 97, 19845–19871.

Ogata Y. and Zhuang, J., 2006. *Space--time ETAS models and an improved extension*. *Tectonophysics*. 413(1-2), 13-23.

Ogata and Shimazaki. 1984. Transition from aftershock to normal activity: the 1965 Rat Islands earthquake aftershock sequence. *Bulletin of the Seismological Society of America*. 74, 1757–1765.

Okada, Y. 1985. Surface deformation due to shear and tensile faults in a half-space. *Bulletin of the seismological society of America*, 75(4), 1135-1154.

Omori, F. 1894. On the aftershocks of earthquakes. *J. Coll. Sci. Imp. Univ. Tokyo*, 7:111–200.

Peng, C.K., Buldyrev, S.V., Havlin, S., Simons, M., Stanley, H.E. and Goldberger, A.L. 1994. *Mosaic organization of DNA nucleotides*. *Physical Review E*. 49.

Renyi, A., 1970. *Probability Theory*. North-Holland, Amsterdam. *Ser. Appl. Math. Mech*

Rice, J. R., and Ruina, A. L. 1983. Stability of steady frictional slipping. *Journal of applied mechanics*, 50(2), 343-349.

Rundle, J.B., Tiampo, K.F., Klein, W., and Martins, J.S.S. 2002. Self-organization in leaky threshold systems: The influence of near-mean field dynamics and its implications for earthquakes, neurobiology, and forecasting. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 99(suppl 1), 2514-2521.

Savage, J. C., and Burford, O., 1973. Geodetic Determination of Relative Plate Motion in Central California. *Journal of Geophysical Research*. Vol. 78, No. 5.

Shadkhoo, S., Ghanbarnejad, F., Safari, G. and Tabar, M. 2009. *Scaling behavior of Earthquakes' inter-event time series*. *Central European Journal of Physics*.

Shcherbakov, R. and Turcotte, D.L. 2004. *A damage mechanics model for aftershocks*. *Pure and Applied Geophysics*. 161. 2379– 2391.

Scherbakov, R. Nguyen, M., and Quigley, M. 2012. Statistical analysis of the 2010 MW 7.1 Darfield Earthquake aftershock sequence. *New Zealand Journal of Geology and Geophysics*. 55. 3. doi. 10.1080/00288306.2012.676556

Schorlemmer, D., Wiemer, S. and Wyss, M. 2005. Variations in earthquake-size distribution across different stress regimes. *Nature* 437, 539-542. doi:doi:10.1038/nature04094

Sibson, R., Ghisetti, F. and Ristau, J. 2011. Stress control of an evolving strike-slip fault system during the 2010-2011 Canterbury, New Zealand, earthquake sequence *Seismological Research Letters*. 82, 6: 824-832.

Singh S.K., Havskov J., Astiz L. 1981. Seismic gaps and recurrence periods of large: A reexamination earthquakes along the Mexican subduction zone. Bull. Seismol. Soc. Am., 71, 827-843.

Singh S.K., Rodríguez M., Esteva L. 1983. Statistics of small earthquakes and frequency of occurrence of large earthquakes along the Mexican subduction zone. Bull. Seismol. Soc. Am., 73, 1779-1796.

Stanley HE, Amaral LAN, Goldberger AL, Havlin S, Ivanov PCh, Peng C-K. 1999. Statistical physics and physiology: Monofractal and multifractal approaches. Physica A; 270:309–24

Stacy, S.; Gerstenberger, M. C.; Williams, C. A.; Rhoades, D.; Christophersen, A., 2011. Application of Coulomb, statistical, and hybrid Coulomb/statistical models to the Canterbury, New Zealand, earthquake sequence. American Geophysical Union, Fall Meeting 2011, abstract #S13A-2261

Stacy, S., Jiménez, A., and Holden, C. 2013. Stress triggering and the Canterbury earthquake sequence. Geophysical Journal International. doi: 10.1093/gji/ggt380

Stein, R.S., 1999. The role of stress transfer in earthquake occurrence. Nature 402, 605–609

Stein, S. and Liu. M. 2009. *Long aftershock sequences within continents and implications for earthquake hazard assessment*. Nature. 462. 87-89.

Sturtevant, B. H., Kanamori, and E. E. Brodsky. 1996. Seismic triggering by rectified diffusion in geothermal systems, J. Geophys. Res. 101. 25,269–25,282.

Teich, M. C., Heneghan, C., Lowen, S. B., Ozaki, T., and Kaplan, E. 1997. Fractal character of the neural spike train in the visual system of the cat. JOSA A, 14(3), 529-546.

Telesca, L., Cuomo, V., Lapenna, V., and Macchiato, M. 2001. A new approach to investigate the correlation between geoelectrical time fluctuations and earthquakes in a seismic area of southern Italy, Geophys. Res. Lett., 28, 4375–4378.

Telesca, L., Lapenna, V. and Macchiato M. 2004. *Mono and multi fractal investigation of scaling properties in temporal patterns of seismic sequences*. Chaos, Solitons and Fractals. 19 (1).

Telesca, L., Lapenna, V. and Macchiato, M. 2005. *Multifractal fluctuations in seismic interspike series*. Physica A. 295, 441.

Telesca, L. and Lapenna, V. 2006. Measuring multifractality in seismic sequences. Tectonophysics. 423, 115-123.

Thurner, S., Lowen, S.B., Feurstein, M.C. Heneghan, C., Feichtinger, H.G. and Teich, M.C. 1997. Analysis, synthesis, and estimation of fractal-rate stochastic point processes. *Fractals* 5, 565-596.

Tiampo, K.F., Rundle, J.B., Mcginnis, S., and Klein, W. 2002b. Pattern dynamics and forecast methods in seismically active regions. *Pure Appl. Geophys.* 159, 2429–2467.

Toda, S., Stein, R. and Saglya, T. 2002. Evidence from the AD 2000 Izu islands earthquake swarm that stressing rate governs seismicity. *Nature* 419, 58–61.

Toda, S. and Stein, R.S. 2003. Toggling of seismicity by the 1997. Kagoshima earthquake couplet: A demonstration of time dependent stress transfer. *J. Geophys. Res.*, 108(B12), 2567, doi:10.1029/2003JB002527.

Toda, S. and Matsumura, S. 2006. Spatio-temporal stress states estimated from seismicity rate changes in the Tokai region, central Japan. *Tectonophysics.* 417, 53-68.

Touati, S., M. Naylor y I.G. Main. 2009. *The origin and non-universality of the earthquake inter-event time distribution*, 6th Workshop on Statistical Seismology.

Turcotte, D.L. 1997. *Fractals and chaos in geology and geophysics.* Cambridge University Press.

Universidad Nacional Autónoma de México Seismology Group. 2013. *Geofísica Internacional.* 52-2: 173-196.

UNAM, Seismology Group. 2013. Ometepec-Pinotepa Nacional, Mexico Earthquake of 20 March 2012 (M_w 7.5): A preliminary report. *Geofísica Internacional.* 52-2: 173-196.

Utsu, 1961. A Statistical Study on the Occurrence of Aftershocks. *Geophys. Mag.*, 30: 521–605.

Utsu, Ogata, Y., and Matsuura, R.S. 1995. The Centenary of the Omori Formula for a Decay Law of Aftershock Activity. *J. Phys. Earth*, 43(1):1–33.

Utsu, T. 1999. Representation and analysis of the earthquake size distribution: a historical review and some new approaches. *Pure Appl. Geo- phys.* 155, no. 2–4, 509–535, doi: 10.1007/s000240050276.

Utsu, T. 2002. *Statistical features of seismicity.* International handbook of earthquake and engineering seismology. Part B 719–732.

Vecchio, A., Carbone, V., Sorriso-Valvo, L., De Rose, C., Guerra, I. and Harabaglia, P. 2008. Statistical properties of earthquakes clustering. *Nonlin. Processes Geophys.* 15, 333-338.

Vere-Jones, D., 2010. How to educate yourself as a statistical seismologist, Community Online Resource for Statistical Seismicity Analysis, doi: 10.5078/corssa-17728079 Available at <http://www.corssa.org>

Wang, J. H., Chen, K. C., Huang, W. G., Chang, K. H., Wang, J. C., and Leu, P. L. (2014). Multifractal measures of $M \geq 3$ shallow earthquakes in the Taipei Metropolitan Area. *Terr. Atmos. Ocean. Sci.* 25(1), 17-26. doi: 10.3319/TAO.2013.09.09.01(T)

Wiemer, S. A software package to analyze seismicity: ZMAP. *Seismological Research Letters* 72.3 (2001): 373-382.

Woessner, J., Hauksson, E., Wiemer, S., and Neukomm, S. 2004. The 1997 Kagoshima (Japan) Earthquake Doublet: A Quantitative Analysis of Aftershock Rate Changes. *Geophys. Res. Lett.*, 31(3):L03605. doi: 10.1029/2003GL018858.

Woessner, J., Jónsson, S., Sudhaus, H., and Baumann, C. 2012. Reliability of Coulomb stress changes inferred from correlated uncertainties of finite-fault source models. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* (1978–2012), 117(B7).

Wyss, M. and Toya, Y., 2000. Is Background Seismicity Produced at a Stationary Poissonian Rate?. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 90, 5, pp. 1174–1187.

Zaliapin, I., Gabrielov, A., Keilis-Borok, V., and Wong, H. 2008. Clustering analysis of seismicity and aftershock identification. *Physical review letters*, 101(1), 018501.. 101, 018501. doi: 10.1103/PhysRevLett.101.018501

Zaliapin I. and Ben-Zion, Y. 2011. Asymmetric distribution of aftershocks on large faults in California. *Geophysical Journal International*. 185, 1288-1304.

Zhan, A., Jin, B., Wei, S., and Graves, R. W. 2011. Coulomb Stress Change Sensitivity due to Variability in Mainshock Source Models and Receiving Fault Parameters: A Case Study of the 2010–2011 Christchurch, New Zealand, Earthquakes. *Seismological Research Letters*. 82, 6.

Zhuang J., Ogata Y. and Vere-Jones D. 2002. *Stochastic declustering of space-time earthquake occurrences*. *Journal of the American Statistical Association*, 97: 369-380

Zhuang J., Ogata Y. and Vere-Jones D. 2004. *Analyzing earthquake clustering features by using stochastic reconstruction*. *Journal of Geophysical Research*, 109, No. B5, B05301, doi:10.1029/2003JB002879

Zöller G., Hainzl, S., Holschneider, M. and Ben-Zion, Y. 2005. *Aftershocks resulting from creeping sections in a heterogeneous fault*. *Geophysical Research Letters*. 32. L03308.

Zúñiga, F.R. and Figuroa-Soto, A. 2012. Converting Magnitudes Based on the Temporal Stability of a- and b-Values in the Gutenberg-Richter Law. *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 102, No. 5, pp. 2116-2127, doi: 10.1785/0120110228