



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
POSGRADO EN CIENCIA E INGENIERÍA DE MATERIALES

**MODELADO MATEMÁTICO DE UN DISPOSITIVO MEZCLADOR
DE ALEACIONES**

TESIS

**QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIA E INGENIERÍA DE MATERIALES**

PRESENTA:

I.Q.M JOSÉ ALFREDO DELGADO ÁLVAREZ

MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR:

Dr. Marco Aurelio Ramírez Argáez.- Facultad de Química.

Dr. Roberto Zenit Camacho.- Instituto de Investigaciones en Materiales.

Dr. Carlos González Rivera.- Facultad de Química.

MÉXICO, D.F. SEPTIEMBRE 2014



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

La vida es hermosa, vivirla no es una casualidad.

Quiero dar las gracias a dios, por permitirme realizar mis objetivos en compañía de toda mi familia y seres queridos. A mi madre y padre que siempre han estado ahí apoyándome y preocupándose por mí, quiero que sepan q yo de igual forma siempre estaré ahí para ustedes; a mis hermanos que a pesar de ser un dolor de cabeza los quiero mucho y siempre tendrán mi apoyo; y finalmente, a todas esas personas que son parte de mi vida, a todos mis amigos que hacen que cada día sea único e irrepetible, gracias por las risas, las palabras de apoyo y por aguantarme.

Agradecimientos.

1.- Proyecto PAPIIT clave IN113113 "Modelación física y matemática de la fusión disolución de partículas metálicas"

2.- Proyecto Innovatec - Conacyt clave 213199 "Desarrollo de un dispositivo de aleación rápida para hierros grises partiendo de un metal base"

3.- Al Dr. Carlos González, por todo el apoyo, confianza y las diversas enseñanzas adquiridas para la realización de este trabajo.

4.- Al Dr. Marco Aurelio Ramírez, parte fundamental de mi desarrollo académico, y al cual le agradezco por toda la confianza y paciencia a través de todos estos años, por su amistad y sobre todo por sus regaños, siempre estare muy agradecido.

Índice

RESUMEN.....	6
Capítulo 1, INTRODUCCIÓN.....	8
1.1 REVISIÓN BIBLIOGRAFICA.....	8
1.1.1 Modelos matemáticos para la fusión/disolución de partículas sólidas en baños metálicos.....	13
1.2 SELECCIÓN DE LAS VARIABLES Y DISPOSITIVO MEZCLADOR....	18
1.3 EVALUACIÓN DE LA EFICIENCIA DE LOS DISPOSITIVOS MEZCLADORES.....	19
1.4 HIPÓTESIS.....	31
1.5 OBJETIVO.....	31
Capítulo 2, METODOLOGIA DE TRABAJO.....	32
2.1 DISPOSITIVOS MEZCLADORES.....	32
2.2 MODELO MATEMÁTICO.....	32
2.3 ECUACIONES GOBERNANTES.....	34
2.3.1 Ecuación general de conservación.....	35
2.3.2 Conservación de masa del marcador.....	35
2.3.3 Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento del fluido	36
2.3.4 Modelo k-ε de turbulencia.....	36
2.3.5 Ecuación de conservación de especies químicas.....	38
2.4 CONDICIONES INICIALES Y DE FRONTERA.....	38
2.4.1 Condiciones iniciales y de frontera del cálculo hidrodinámico.	39
2.4.2 Condiciones iniciales y de frontera del cálculo de mezclado...	39
2.5 PROPIEDADES FÍSICAS.....	42
2.6 VARIABLES Y NÚMERO DE CÁLCULOS.....	42
2.7 SOLUCIÓN.....	43
2.8 OBTENCIÓN DE CURVAS “C” (RTD).....	46
2.8.1 Tiempo medio de residencia.....	46
2.8.2 Tiempo adimensional.....	47
2.8.3 Concentración media.....	47
2.8.4 Concentración adimensional.....	47
2.8.5 Porcentajes de volumen pistón, mezclado y muerto.....	48
2.8.5.1 Volumen muerto.....	49
2.8.5.2 Volumen pistón.....	49
2.8.5.3 Volumen de mezclado.....	50
Capítulo 3, RESULTADOS Y ANÁLISIS.....	51
3.1 RESULTADOS DE UN CASO DE ESTUDIO CON FLUJO BAJO (-), ÁNGULO TRONCO CÓNICO BAJO (-), ÁNGULO DE ENTRADA BAJO (-), DIÁMETRO DEL DISPOSITIVO BAJO (-) Y SIN BARRERA.....	51
3.1.1 Forma del vórtice (distribución de fases).....	51
3.1.2 Patrones de flujo.....	54
3.1.3 Trayectorias y tiempos de residencia promedio.....	57
3.1.4 Estructura turbulenta.....	57

3.1.5 Tiempos de residencia de las partículas trazadoras.....	59
3.1.5 Mezclado de soluto y curvas RTD.....	61
3.2 ANÁLISIS DEL PROCESO.....	63
3.2.1 Discretización de los 16 casos (mallas).....	63
3.2.2 Distribución de fases de los 16 casos (vórtices).....	66
3.2.3 Patrones de flujo de los 16 casos (vectores de Velocidad).....	69
3.2.4 Tiempos de residencia promedio de los 16 casos (líneas de corriente).....	76
3.2.5 Estructura turbulenta de los 16 casos (contornos de turbulencia).....	80
3.2.6 Curvas RTD de los 16 casos.....	83
3.2.7 Análisis de resultados en base a los porcentajes de volúmenes de mezclado, pistón y muerto.....	87
3.2.8 Efecto de la altura de entrada (h).....	92
CONCLUSIONES.....	105
BIBLIOGRAFÍA.....	107
LISTA DE FIGURAS.....	111
LISTA DE TABLAS.....	115
LISTA DE SÍMBOLOS.....	116

RESUMEN

Se realizó el estudio de flujo de fluidos en un dispositivo mezclador propuesto que opera con la técnica del vórtice. El estudio se realizó a través de un modelo matemático con el fin de predecir las condiciones de diseño y de operación óptimas que mejoren el mezclado. El modelo matemático consiste en la resolución de las ecuaciones de conservación de masa y momentum (continuidad y ecuaciones de Navier-Stokes), además de las ecuaciones del modelo de turbulencia $k-\epsilon$ estándar. Las condiciones de frontera son una entrada de metal líquido, la salida de este mismo por gravedad, paredes sólidas del dispositivo y una frontera abierta a la atmósfera en la parte superior del dispositivo que ayuda a calcular el tamaño del vórtice formado. Este modelo es resuelto numéricamente en régimen transitorio, con el algoritmo *Volume Of Fluid* (VOF), que se emplea en un *software CFD* (Computational Fluid Dynamics) ANSYS FLUENT 14. El dispositivo mezclador propuesto (tomado de una patente abierta) funciona a través de la entrada de un flujo de metal constante, el cual al entrar en la cámara de mezclado siguiendo un movimiento tangencial, generando un vórtice. El tamaño del vórtice y la altura que el metal logra alcanzar dentro de la cámara dependen de las variables de diseño. En este trabajo se analizaron seis variables que son: 1) El ángulo de entrada del metal líquido, 2) el flujo del metal, 3) el ángulo de la sección troncocónica del dispositivo, 4) el diámetro de la sección cilíndrica del dispositivo, 5) la presencia o ausencia de una barrera y 6) la altura de entrada del chorro líquido al dispositivo. Se obtuvieron resultados numéricos de los tamaños y formas de los vórtices, de los patrones de flujo del metal líquido, de la estructura turbulenta, de los tiempos de residencia de las partículas sólidas y de los tiempos de mezclado (Curvas RTD). Estos resultados fueron obtenidos para 20 dispositivos que combinan las variables empleadas en este trabajo, los cuales muestran que las variables que tiene mayor impacto sobre la hidrodinámica y el mezclado, son el diámetro del dispositivo y la presencia o ausencia de una barrera; las variables óptimas de proceso son, diámetros del dispositivo grandes, ángulos de la sección troncocónica bajos, ángulos de entrada de metal altos, la

ausencia de barrera y el flujo de entrada de metal líquido debe ajustarse a las necesidades de producción.

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

La optimización en procesos de fusión/disolución, donde se plantea la incorporación de partículas sólidas en chorros metálicos es un tema muy importante desde el punto de vista tecnológico, aunque desde el punto de vista científico, ha sido moderadamente estudiado.

Este trabajo se enfoca a un aspecto que es de interés en los métodos de incorporación de partículas sólidas en metales líquidos mediante el uso de dispositivos diseñados para tal efecto y cuyo funcionamiento depende de la existencia de buenas condiciones de mezclado, las cuales están gobernadas por los fenómenos de flujo de fluidos turbulentos.

En este capítulo se hace una reseña de uno de los problemas más relevantes en siderurgia y fundición, que es la incorporación de partículas sólidas en metales líquidos.

También se presenta el dispositivo mezclador objeto de este estudio así como las variables y la metodología empleada para evaluar su capacidad mezcladora con diferentes variantes de diseño.

1.1 Revisión Bibliográfica

Las operaciones matemáticas y la física gobernante de diversos dispositivos mezcladores de aleaciones metálicas, así como la disolución de partículas sólidas en baños metálicos, han sido estudiadas con anterioridad por diversos investigadores debido a su gran importancia en los procesos metalúrgicos. Una parte considerable de estos estudios se han enfocado en la industria del acero, en particular el estudio de la fusión de partículas (pellets) de hierro esponja en baños de acero fundido, donde se ha podido comprender en gran medida la fenomenología involucrada. Sato y colaboradores [1] estudiaron experimentalmente la rapidez de fusión de pellets en un baño de hierro fundido saturado en carbono y propusieron que dicho proceso es realizado en etapas que

involucran transferencia de calor, de masa y reacciones químicas. Por su parte, el trabajo realizado por Ehrich y colaboradores [2] donde se estudió la cinética de fusión de hierro esponja en hierro fundido de manera experimental y en base a las observaciones obtenidas, proponen un modelo donde suponen la formación de una coraza sólida en la periferia del pellet al inicio del proceso como resultado del choque térmico del pellet frío dentro del baño metálico caliente. La fenomenología propuesta en este caso describe la fusión de la partícula sólida como un proceso que involucra primero la formación de una coraza sólida del metal receptor, la cual es refundida en cierto tiempo y el corazón de la partícula se funde paulatinamente hasta terminar la fusión e incorporación del pellet en el metal líquido (ver **Figura 1**). Estos autores exploraron el efecto del diámetro de partícula, la temperatura de la partícula y la temperatura del baño receptor. Este modelo se resolvió a través del uso de las funciones de Green encontrando que la rapidez de disolución se incrementa conforme se reduce el tamaño de partícula y se aumenta su temperatura de ingreso al baño receptor.

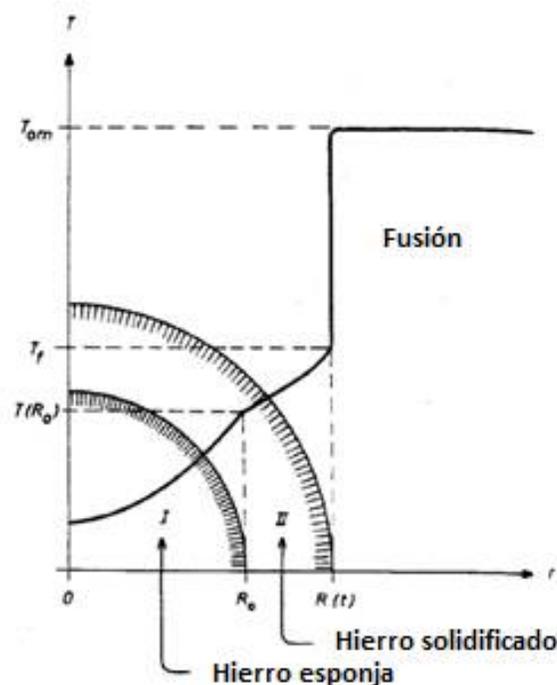


Figura 1. Descripción gráfica del flujo de calor, donde R_0 es el radio de partícula, $R(t)$ es el radio que alcanza la coraza, $T(R_0)$ es la temperatura de la partícula, T_f es la temperatura que alcanza la coraza y T_{om} es la temperatura a la cual se encuentra el líquido [2].

El estudio de la fusión/disolución de estas pelotitas de hierro esponja (pellets) siguió posteriormente con estudios realizados por Ramírez y colaboradores [3] quienes encontraron que en condiciones industriales, el tamaño de la partícula aumenta en promedio un 41% al entrar en contacto con el acero líquido y que conforme el tamaño inicial de la partícula se incrementa, aumenta también el grosor de la coraza sólida. De igual manera se encontró que el tiempo de fusión para refundir la coraza solida es más pequeño en comparación con el tiempo que le toma al centro de la partícula fundirse, lo que fue explicado en términos de la diferencia de masas involucradas en el proceso, además de que la coraza formada es independiente de la entrada de calor. Por otra parte, se realizó un estudio de la cinética de fusión de pellets en hierro líquido realizado por Zhang [4] donde se encontró el mismo comportamiento y tendencias de los resultados del trabajo anterior. La aportación de este trabajo se da en que se establece la importancia del número de Biot durante la fusión de las partículas. Además, se concluyó que el tiempo de fusión disminuye si el número de Nusselt decrece. Otro aspecto innovador de este trabajo, fue determinar el efecto que tiene la composición química del baño líquido sobre la cinética de fusión sugiriendo la importancia de la transferencia de calor por convección durante la fusión de partículas en metales líquidos. Por otra parte Guthrie y colaboradores [5] elaboraron un modelo de transferencia de calor para obtener los tiempos de fusión de esferas de hierro de varios tamaños. Analizaron el efecto del tamaño de la esfera, sus propiedades térmicas, el precalentamiento de las mismas, la temperatura de fusión de la esfera y la temperatura del baño sobre la cinética de fusión. Encontraron que las corrientes de convección natural generadas juegan un papel muy importante en la rapidez de fusión, especialmente para adiciones de mayor tamaño. También concluyeron que las propiedades térmicas de la partícula afectan la rapidez de fusión. Un menor tiempo de fusión se obtiene reduciendo el tamaño de la esfera y su temperatura de fusión así como incrementando la temperatura de precalentamiento de las esferas y la temperatura del baño. Para finalizar con la fusión/disolución de pellets de hierro, uno de los trabajos más recientes es el realizado por Ramírez y colaboradores [6] donde la aportación más

importante respecto a los trabajos mencionados anteriormente es el acoplamiento de un modelo matemático que simula la dinámica de fluidos con la fusión/disolución de partículas metálicas (pellets de hierro esponja) en un horno de arco eléctrico, donde se analizan la influencia de variables como son el tamaño y temperatura inicial de las partículas, la posición de alimentación, la tasa de alimentación así como la coraza sólida que se forma al inicio del proceso de fusión. Los resultados más importantes obtenidos en este trabajo son, que la posición de alimentación de las partículas es de gran importancia en la tasa de difusión, además las propiedades del hierro esponja son muy importantes, ya que a mayor contenido metálico, aumenta la conductividad térmica y por ende, aumentará la velocidad de fusión, una alta porosidad en las partículas disminuye la tasa de fusión, por otro lado, la coraza externa que se forma juega un papel fundamental en la fusión de las partículas, ya que representa casi el 50% del total del tiempo que tarda en fundirse cada partícula. Finalmente, el espesor de la coraza formada aumenta a medida que el tamaño de la partícula es mayor.

Hasta el momento los trabajos mencionados anteriormente son procesos donde el mecanismo predominante en la incorporación de partículas sólidas en baños metálicos se da a través de la fusión de las partículas; sin embargo, existen trabajos donde el mecanismo principal se da a través de la disolución de partículas, como es el caso del trabajo realizado por M. L. Giorgi y colaboradores [7] donde estudian la cinética de disolución de cilindros giratorios de hierro en un baño de zinc líquido, utilizado comúnmente en el galvanizado de piezas de acero, y encontraron que la disolución de hierro en zinc líquido está controlada en su totalidad por un mecanismo difusivo y éste depende de variables como el tiempo de inmersión del cilindro dentro del baño, así como la velocidad de rotación del cilindro, así mismo se encontró una ecuación para determinar el coeficiente de difusión en función de las variables mencionadas anteriormente, el cual es un parámetro sumamente importante en la optimización del proceso de galvanizado. Un trabajo similar fue realizado por Argyropoulos y colaboradores [8], en el que la partícula aleante tiene un mayor punto de fusión que el baño líquido, en este caso específico se trata de cilindros de titanio de diferentes diámetros sumergidos en

acero fundido, donde se encontró que el contacto del sólido en el baño líquido promueve que el punto de fusión disminuya, y al igual que en los pellets de hierro esponja, se forma una cáscara en la superficie del sólido debido al choque térmico entre partícula sólida y baño líquido. Sin embargo, se encontró que se produce una reacción exotérmica en la intercara del sólido y la cáscara formada la cual provoca que disminuya el tiempo de fusión del sólido. Además, se propone que el tiempo total de disolución del sólido es la suma del tiempo de formación de coraza más el tiempo de fusión "libre". Pehlke y colaboradores [9] estudiaron la rapidez de disolución de piezas cilíndricas de hierro puro de diferentes aceros en un baño metálico de acero bajo condiciones isotérmicas encontrando que la rapidez de disolución de las piezas cilíndricas era función de la temperatura, el contenido de carbono en las barras y de las condiciones fluidinámicas. En otro de sus trabajos Pehlke y sus colaboradores [10] repitieron sus experimentos pero ahora bajo condiciones no isotérmicas para evaluar los efectos de la transferencia de calor incluyendo la costra metálica solidificada en la superficie del sólido, que posteriormente funde de nuevo y desarrollaron un modelo analítico del proceso, el que validaron con sus resultados experimentales.

Todos los trabajos mencionados hasta el momento involucran baños metálicos estancados, es decir, sin agitación. Sin embargo, el estudio de la fusión de partículas en baños agitados también es importante. Reza y colaboradores [11] elaboraron un modelo de flujo de fluidos y transferencia de calor para analizar la fusión de un pellet en un baño de acero agitado con gas inerte, encontrando que al aumentar el número de Nusselt como resultado de la agitación más intensa se incrementa la rapidez de fusión con respecto a la presente en un baño estancado. Por su parte, Taniguchi y colaboradores [12] estudiaron la fusión de esferas de aluminio en baños fundidos del mismo aluminio y de aluminio-silicio. Sus experimentos se realizaron con y sin agitación con argón, que fue introducido a diferentes flujos que oscilaron entre 0.059 y 0.53 l/min. Su modelo se basa en resolver las ecuaciones de transferencia de calor y de masa, para lo cual se hizo un análisis y así determinar los valores de los coeficientes de transferencia de masa y de calor. De acuerdo con las observaciones, la fusión de una esfera de

aluminio en un baño de aluminio fundido está controlada por el proceso de transferencia de calor, mientras que para el caso de fusión de aluminio en un baño de aleación de aluminio-silicio, el proceso de fusión está asociado al cambio de concentración en el baño en la periferia de la esfera, por lo tanto, este proceso involucra transferencia de masa además de transferencia de calor. Encontraron también que en todos los casos, el tiempo de fusión es más grande para el baño sin agitación, que en baños agitados donde la transferencia de calor está gobernada por la convección forzada, y conforme más intenso es el flujo de argón más corto es el tiempo de fusión y mientras más alta sea la temperatura del baño, mayor es la rapidez de fusión de las esferas.

1.1.1 Modelos matemáticos para la fusión/disolución de partículas sólidas en baños metálicos.

Bo Zhou y colaboradores [13] estudiaron la disolución de escoria de aluminio en baños de sales fundidas y aluminio fundido. Esto con el objetivo de recuperar el aluminio de la escoria. Se analizó el efecto que tiene la formación de la cáscara de sales que se forma cuando la escoria de aluminio se pone en contacto con el baño de sales. En este trabajo, se suministra la escoria de aluminio con una velocidad controlada dentro del baño de sales y, usando un análisis llamado TGA (Thermal Gravity Analysis) que está basado en la variación de las fuerzas boyantes durante la fusión de la escoria, se encontró que en primera instancia se forma una pequeña cáscara de sal sobre la escoria y al momento en el que llega al metal se forma una segunda capa, por lo que la fusión y disolución de la escoria de aluminio se da en varias etapas como se muestra en la **Figura 2** [13].

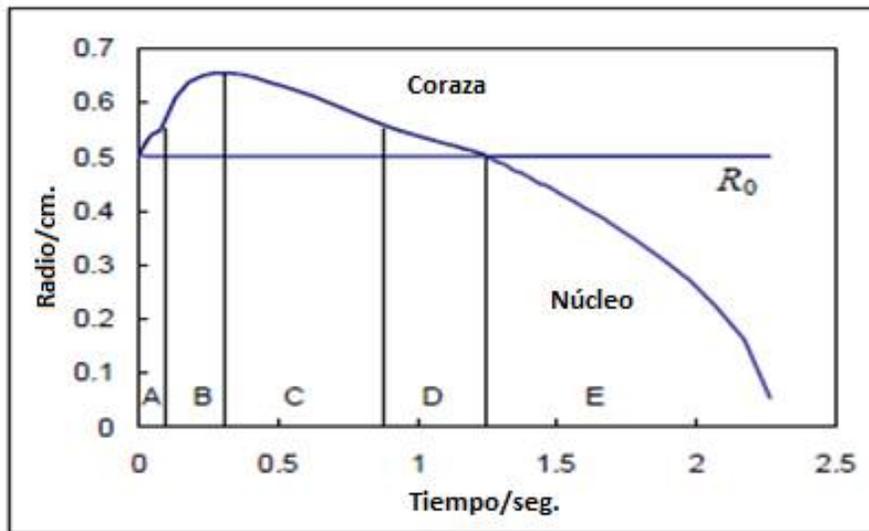


Figura 2. Variación del radio en función del tiempo de contacto con el baño Líquido [13].

En la **Figura 2** se observa la variación de las partículas de escoria de aluminio contra el tiempo en el que se ponen en contacto con el baño líquido y se observa que la región A es el tiempo en que se forma la coraza de sales mientras que la región B es el tiempo de máximo crecimiento de coraza metálica, la región C es el tiempo de fusión de la coraza metálica, la región D es el tiempo de fusión de la coraza de sal y por último la región E es el tiempo de fusión “libre” de la escoria. Cabe mencionar que el estudio se realizó mediante un método numérico de diferencias finitas y analíticamente, y las conclusiones fueron que los principales factores que afectan la fusión/disolución de partículas de escoria de aluminio en baños de sales fundidas son, la temperatura de precalentamiento de la partícula, la temperatura del metal líquido, el tiempo de residencia en el baño de sal, la velocidad a la que atraviesa cada partícula el baño de sal, el tamaño de partícula y los tipos de sal empleados. Por su parte M. R. Davidson y colaboradores [14], estudiaron la dispersión de partículas inyectadas en un baño sin movimiento, así como los efectos de la disolución en la dispersión de las mismas. Para ello utilizaron el algoritmo numérico *volumen of fluid* (VOF). Además, se utilizaron dos condiciones como fuerzas boyantes negativas y fuerzas boyantes neutras. El modelo multifásico acopla el flujo del sólido con la fase líquida y encontraron que las partículas inyectadas en un baño sin movimiento

pueden generar fuerzas de arrastre que crean un cierto movimiento en el líquido beneficiando la disolución de las partículas, pero la influencia de las fuerzas boyantes en este fenómeno provoca una dispersión de las partículas diferente al caso de que no hubiera disolución. Los campos de velocidades resultantes se muestran en la **Figura 3** [14].

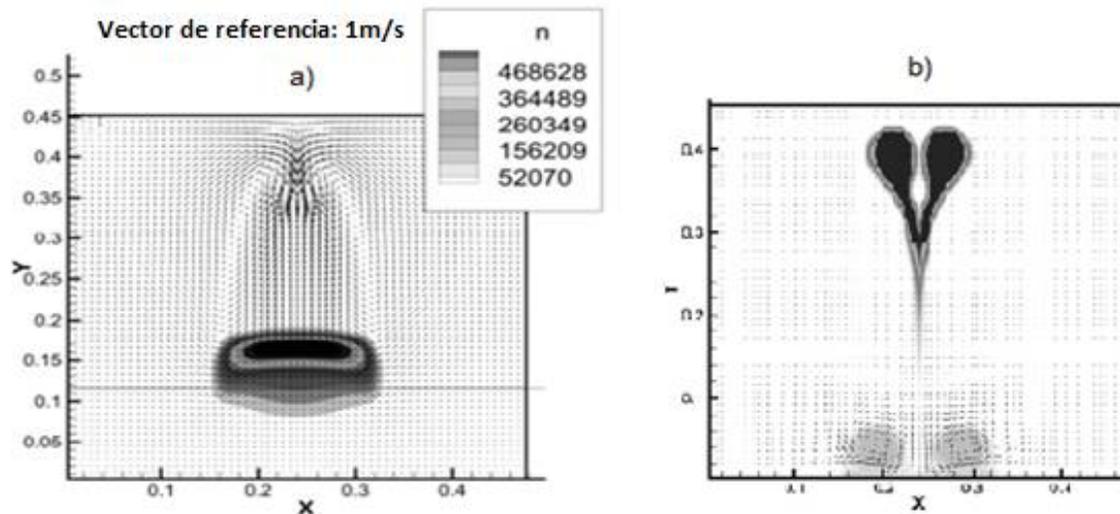


Figura 3. Campos de velocidades que se generan al inyectar partículas dentro de un baño líquido cuando a) existe disolución y b) sin disolución [14].

En los trabajos discutidos anteriormente se ha mencionado la importancia del estudio del flujo de fluidos y de la transferencia de calor para comprender el fenómeno de fusión de una partícula metálica en metal líquido. Para que estos dos fenómenos gobiernen la incorporación de la partícula, ésta debe poseer una temperatura de fusión menor a la temperatura del baño, ya que de lo contrario (partículas cuyo punto de fusión es mayor a la temperatura del baño), el fenómeno que controlará la disolución de la partícula será el transporte de masa, incorporando a la partícula en el seno del baño por disolución. En este caso la composición química de las partículas introducidas es diferente a la del metal líquido receptor por lo que es necesario un análisis más completo que incluya, no sólo, flujo de fluidos y transferencia de calor sino que también incluya la transferencia de masa.

Son varios los autores que han elaborado modelos matemáticos para predecir la fusión de partículas, en su mayoría esferas o cilindros, en baños metálicos con la misma composición química o en baños con distintas composiciones químicas al de las partículas. El problema ha sido muy estudiado desde hace décadas, siendo la fusión de pellets de hierro esponja (DRI) en acero y la adición de ferroaleaciones en acero los casos más estudiados. El planteamiento matemático es igual para todos los modelos, y la diferencia radica en el método utilizado para resolver la ecuación de la segunda ley de Fourier con sus respectivas condiciones iniciales y de frontera, asumiendo que el proceso es controlado por transporte de energía (fusión) y no por transporte de masa (disolución). La **Tabla 1** muestra algunos de los modelos de fusión reportados.

Autor	Material	Características Particulares	Metodo de solución	Ecuaciones gobernantes, condiciones iniciales y de frontera
Ehrich [2]	* DRI en hierro * DRI en DRI * Hierro en hierro	Trasforma las ecuaciones diferenciales en su forma adimensional	Funciones de Green	Ecuación gobernante: $\frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\partial T}{\partial t}$
Seaton [15]	* DRI en acero			Condiciones de frontera:
Jiao [16]	* Escoria- escoria * Al en Al * DRI en escoria * Cu-Ni en Cu ₂ S	Resuelve las ecuaciones en su forma adimensional	Diferencias finitas Metodo explicito	1) $\frac{\partial T}{\partial r} = 0, r = 0$ 2) $T = T_f, r = R$ 3) $\lambda \frac{\partial T}{\partial r} - h(T_b - T_f) = \frac{dR}{dt} \rho \Delta H$
Taniguchi [12]	* Al en Al * Al en aleaciones de Al	No se transforman las ecuaciones en su forma adimensional		Condiciones Iniciales: $R = R_0 \quad t = 0$
Nauman [17]	* DRI en escoria			En la interface: $T_{1,R_0} = T_{2,R_0}$ $\lambda_1 \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{1,R_0} = \lambda_2 \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{2,R_0}$
O'Malley [18]	* DRI en escoria	Difiere con la condición de frontera 2 en el nodo convectivo cuando $t > t_c$ $T_m = \frac{h \Delta r_{m,s} T_b + \lambda_s T_c}{\lambda_s + h \Delta r_{m,s}}$		
Ehrich [2]	* DRI en hierro * DRI en DRI * Hierro en hierro	Trasforma las ecuaciones diferenciales en su forma adimensional	Solución analítica: * Rmax * tc * R en tiempo t	Ecuación gobernante: $\frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\partial T}{\partial t}$
Zhang [4]	*DRI en hierro	Condición de frontera 2 en $R = R_0$: $\lambda \frac{\partial T}{\partial r} - 4\pi R_0^2 h (T_b - T_f) = 4\pi R_0^2 \frac{dR}{dt} \rho \Delta H$ Suposiciones: * Desprecia la conducción de calor en la coraza * Se compensa lo anterior cuando $4\pi R^2$ es remplazado por $4\pi R_0^2$ en la condición de frontera 2	Soluciones Analíticas: * F _{0max} * F ₀ * Q _{tot} * R	Condiciones de frontera: 1) $\frac{\partial T}{\partial r} = 0, r = 0$ 2) $T = T_f, r = R$ 3) $\lambda \frac{\partial T}{\partial r} - h(T_b - T_f) = \frac{dR}{dt} \rho \Delta H$ Condiciones Iniciales: $R = R_0 \quad t = 0$ En la interface: $\lambda_1 \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{1,R_0} = \lambda_2 \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{2,R_0} \quad T_{1,R_0} = T_{2,R_0}$
Engh [19]	*Adiciones metalicas con menor punto de fusión que el baño liquido	*Puede calcular la temperatura en cualquier tiempo cuando el perfil de temperatura se vuelva lineal *Establece relaciones entre el número de Biot y el tiempo adimensional Fo	Soluciones Analíticas: * tc * t _{tot} * F ₀ * Q _{tot} * R * H	Ecuación gobernante: $\alpha \frac{\partial^2 (rT)}{\partial r^2} = \frac{\partial (rT)}{\partial t}$ Condiciones de frontera: $\frac{rT}{RT_f} = \pm 1 \quad r = \pm R$

Tabla 1. Estudios de modelado matemático de fusión de partículas, donde r = radio, T = temperatura, α = difusividad térmica, T_f = temperatura del fluido, T_b = temperatura de la superficie, R = radio exterior, h = coeficiente de transferencia de calor por convección, ρ = densidad y ΔH = entalpía [2], [4], [12], [15-19].

Cabe mencionar que el proceso de fusión/disolución de partículas en un baño metálico es de suma importancia para poder optimizar un dispositivo mezclador para la incorporación de partículas sólidas en baños metálicos. Sin embargo, en este trabajo únicamente se analiza el potencial mezclador del dispositivo seleccionado. Este estudio se realiza a través del flujo de fluidos en el

que se realizó un análisis de proceso para poder garantizar tiempos de residencia y mezclado adecuados para poder fundir y disolver dichas partículas. En resumen, este trabajo se plantea como la introducción a futuros trabajos donde se pueda acoplar el modelo matemático del flujo de fluidos realizado en este trabajo a un modelo que simule la fusión y disolución de partículas dentro del dispositivo mezclador.

1.2 Selección de las Variables y Dispositivo Mezclador

En este trabajo se utilizó como referencia la patente US 4191563 que básicamente, es un dispositivo enfocado a la incorporación de partículas y actualmente es del dominio público. Por otra parte resulta esencial el análisis de las variables que afectan en mayor medida al funcionamiento de cámaras de reacción que se emplean para establecer un listado de las principales variables de diseño y de operación, con el fin de maximizar el mezclado y los tiempos de residencia de las partículas sólidas.

El análisis de este tipo de dispositivos muestra que todas las cámaras de reacción presentan una geometría cilíndrica, caracterizada por un diámetro de reactor D , así como un ducto de salida, de diámetro d , la corriente de metal líquido se introduce de manera tangencial con el fin de que las paredes cilíndricas promuevan la formación del vórtice. Esta corriente puede ingresar al reactor de manera perpendicular a las paredes de la cámara o bien puede formar un ángulo de inclinación Beta (β), con respecto a la horizontal. Otra variable es la forma de la base del reactor, que conecta la cámara cilíndrica con el ducto de salida, la cual puede ser plana, o bien puede incluir una zona tronco cónica que reduce su sección hasta alcanzar el diámetro del ducto de salida, lo más común es la presencia de una zona tronco cónica, caracterizada por un ángulo de inclinación alfa (α) de la base con respecto a la horizontal. También se ha incluido la presencia de barreras o deflectores con el propósito de incrementar la turbulencia del disolvente en la cámara y con esto mejorar el mezclado. Además, tomando en cuenta que el tiempo de residencia de las partículas en la cámara afectará de

manera importante si se alcanzan a disolver o no, el gasto volumétrico (Q) involucrado para una cámara de reacción de dimensiones, geometría y volumen dado también es importante ya que, de manera general, en reactores cerrados el tiempo promedio de residencia es igual al cociente del volumen ocupado por el fluido dividido por el gasto volumétrico. Por último, la altura de entrada del chorro líquido al dispositivo (h) es un factor que aparentemente no genera ningún cambio en la forma y tamaño de los vórtices dentro del reactor, pero que sin embargo tiene efecto sobre los tiempos de residencia de las partículas sólidas.

1.3 Evaluación de la Eficiencia de los Dispositivos Mezcladores

Debido a que este trabajo de tesis se centra en simular el flujo de fluidos de un baño metálico dentro del dispositivo mezclador para alear partículas sólidas, una forma de saber la eficiencia y comportamiento del mezclado dentro del dispositivo mezclador es mediante la obtención de curvas RTD (Residence Time Distribution) término que fue propuesto por primera vez en el trabajo realizado por R. B. MacMullin y colaboradores [20] en 1935, en el cual estudiaba la cinética de reacciones químicas en dispositivos de mezcla en serie, sin embargo, este concepto no fue utilizado ampliamente sino hasta 1953 donde el trabajo realizado por P.V. Danckwerts [21] que realizó la distribución de tiempos de residencia promedio en sistemas de flujo continuo, además de estructurar el tema a través de la definición de la mayoría de distribuciones de interés y la nomenclatura usada hoy en día.

El tiempo de residencia promedio se determina de manera experimental a través de la inyección de un soluto llamado trazador (este puede ser algún producto químico, molécula o átomo) en el reactor al tiempo $t = 0$ y posteriormente monitorear la concentración del trazador (C) a la salida del reactor a través del tiempo. Es importante que el trazador cumpla con ciertas características tanto físicas como químicas (completamente soluble en la mezcla e inerte), así mismo no debe adsorber sobre las paredes u otras zonas del reactor.

La entrada de una cantidad de trazador (N_0) en el reactor se debe dar a través de una sola inyección súbita tratando que el trazador entre en el menor

tiempo posible. Las curvas de concentración contra tiempo que se derivan del monitoreo de la concentración a la salida del reactor a través del tiempo y se denominan típicamente como curvas “C”. El estudio más simple de este tipo de curvas se puede analizar a partir de la inyección de un pulso de trazador en un reactor de entrada y salida única, con un solo caudal (es decir, sin dispersión) ver **Figura 4** [22].

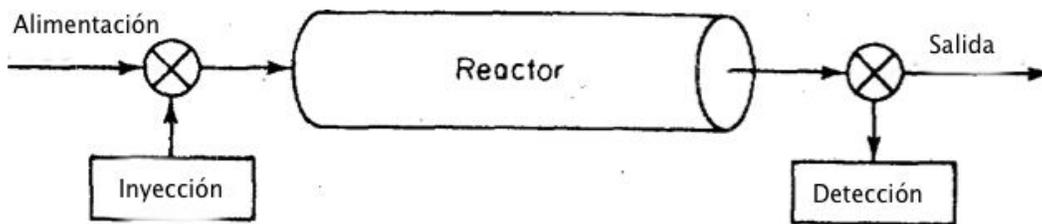


Figura 4. Reactor de un solo caudal con entrada y salida única [22].

En primer lugar, la entrada de trazador se debe dar en un diferencial de tiempo ($t + \Delta t$) muy pequeño para que la concentración del trazador $C(t)$ que sale en esa diferencial de tiempo sea esencialmente constante y la respuesta a ese pulso o, lo que es lo mismo, la concentración del trazador a la salida a través del tiempo se observa en la **Figura 5** [22].

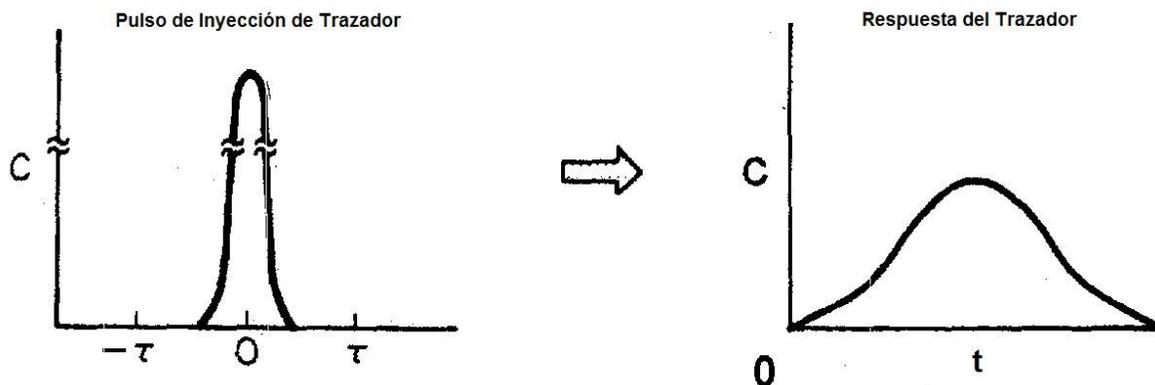


Figura 5. Respuesta a la inyección de un pulso de trazador en un reactor de un solo caudal con entrada y salida única [22].

Mientras que el gasto del trazador (Qt) entre el tiempo t y $t + \Delta t$ se obtiene a partir de la ecuación 1.

$$Qt = C(t)v\Delta t \dots\dots\dots (Ecuación 1)$$

Donde v es la velocidad del fluido dentro del reactor y Qt representa la cantidad de trazador que ha pasado un periodo entre el tiempo t y $t + \Delta t$ en el reactor. Si dividimos todo por la cantidad total de trazador inyectada en el reactor (N_0) obtenemos:

$$\frac{Qt}{N_0} = \frac{C(t)v}{N_0} \Delta t \dots\dots\dots (Ecuación 2)$$

Que representa la fracción del trazador que tiene un tiempo de residencia entre el tiempo t y $t + \Delta t$, por lo que:

$$\frac{Qt}{N_0} = E(t)\Delta t \dots\dots\dots (Ecuación 3)$$

Por lo tanto:

$$E(t) = \frac{C(t)v}{N_0} \dots\dots\dots (Ecuación 4)$$

Donde la cantidad $E(t)$ se le denomina la función de distribución de tiempo de residencia. Es la función que describe de manera cuantitativa la cantidad de tiempo que diferentes elementos dentro del fluido han tardado en pasar por el reactor. Si la cantidad N_0 es desconocida, esta puede obtenerse a partir de las mediciones de la concentración a la salida mediante la suma desde el tiempo igual a cero hasta el infinito por lo que la ecuación quedaría de la siguiente forma:

$$N_0 = \int_0^{\infty} vC(t)dt \dots\dots\dots (Ecuación 5)$$

Por lo general la tasa de flujo volumétrico v suele ser constante por lo que podemos definir $E(t)$ como:

$$E(t) = \frac{C(t)}{\int_0^{\infty} C(t) dt} \dots\dots\dots \text{(Ecuación 6)}$$

La integral en el denominador representa el área bajo la curva “C” y una forma alternativa de la interpretación de la función del tiempo de residencia en su forma integral es:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{La fracción de trazador que ha permanecido} \\ \text{entre un tiempo de residencia } t_1 \text{ y } t_2 \end{array} \right\} = \int_{t_1}^{t_2} E(t) dt \dots \text{(Ecuación 7)}$$

Si sabemos que la fracción del trazador que ha residido durante un tiempo $t = 0$ y $t = \infty$ es 1; por lo tanto:

$$\int_0^{\infty} E(t) dt = 1 \dots\dots\dots \text{(Ecuación 8)}$$

En ocasiones se le denomina a $E(t)$ como función de distribución de edad de salida, es decir, si consideramos la “edad de un átomo” como el tiempo que ha residido en el medio de “reacción”, por lo que $E(t)$ se refiere a la distribución por edades del corriente efluente. Esta función es la más utilizada de las funciones de distribución relacionadas con el análisis de mezcla en reactores debido a que caracteriza los periodos de tiempo de diferentes átomos que pasan a través de un reactor en condiciones de mezclado.

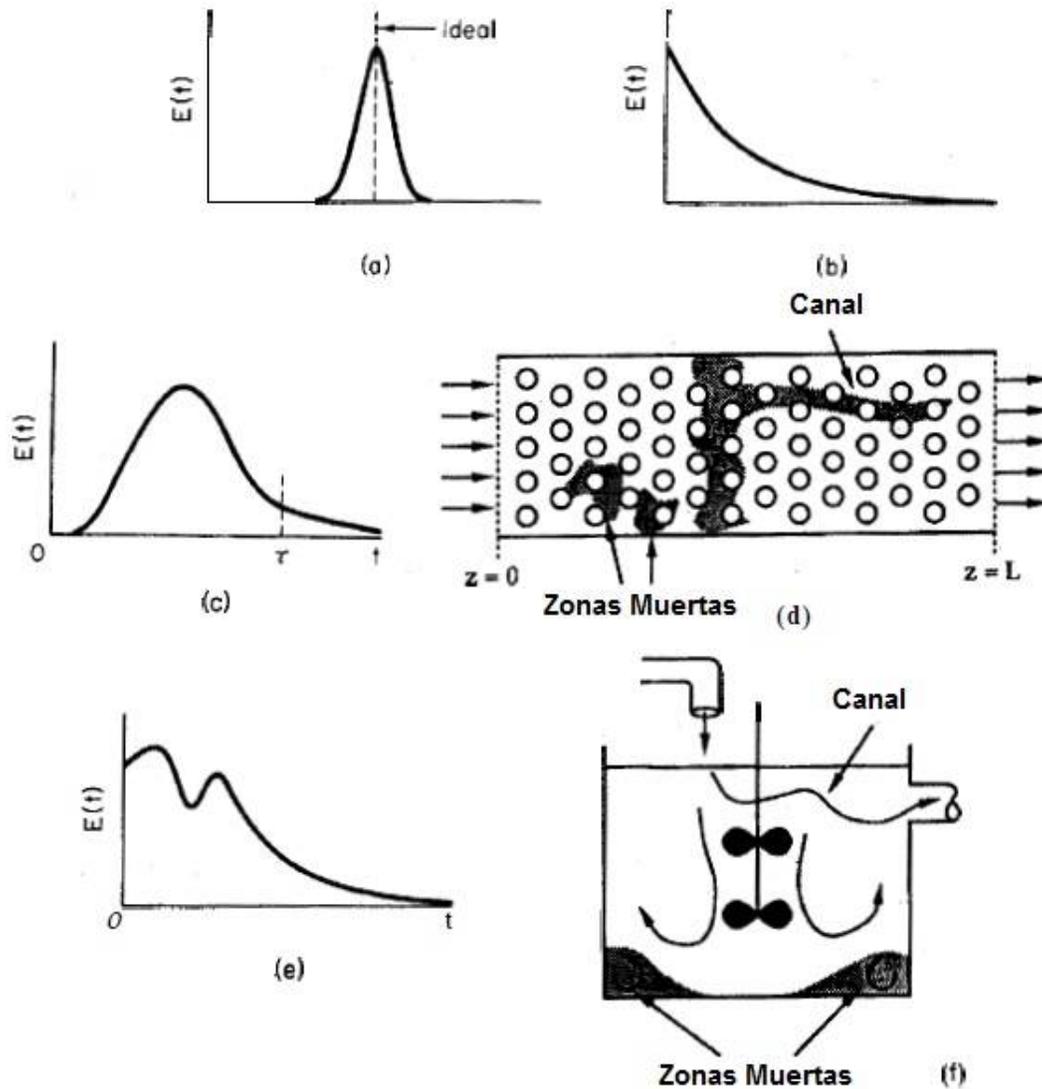


Figura 6. Tipos de curvas "C" más comúnmente observadas [22].

La Figura 6 [22] ilustra típicos tiempos de residencia promedio a través de curvas "C" para diferentes tipos de reactores, para el caso de a) se tiene una curva "C" muy cercana a lo que representa un flujo pistón que no es otra cosa sino un comportamiento donde no existe mezclado, así como tampoco la presencia de zonas donde el fluido se queda estancado, denominadas zonas muertas. Por lo que, si se inyecta en un pulso un soluto a la entrada del dispositivo y se mide la concentración de éste a la salida del mismo, la concentración detectada en la salida sería el mismo pulso que el de la entrada pero transcurrido un tiempo igual al tiempo de residencia del soluto medido desde la inyección. Para el caso de la

figura b) tenemos la representación de un flujo muy cercano a lo que se denomina flujo perfectamente mezclado, lo que significaría que el dispositivo mezclara todo este soluto instantáneamente, entonces la concentración de soluto medida en la salida presentaría un comportamiento que iniciaría con la concentración promedio y posteriormente caería la concentración de soluto detectada con el tiempo, ya que el soluto se iría diluyendo hasta agotar por completo el soluto inyectado, en el caso de las figura c) nos muestra un comportamiento donde empieza a observarse un comportamiento mixto, es decir la presencia de un porcentaje de flujo pistón, flujo y mezclado y la presencia de zonas muertas, estas zonas representan ciertos lugares dentro del reactor donde el tiempo de residencia es mayor al tiempo de residencia promedio, esto lo podemos observar en un reactor de lecho empacado que se representa en la figura d). Por ultimo, tenemos la representación de la curva “c” de la figura e) donde se observan dos máximos lo que nos habla de un reactor donde se generan algún tipo de recirculaciones o “cortocircuitos”, además de la presencia de zonas muertas, este tipo de comportamientos se puede dar en reactores de tanque (figura (6)).

En la **Figura 7** se presenta una gráfica con cinco curvas “C” o curvas “RTD”, que representa la evolución de la concentración de soluto a la salida del dispositivo continuo en función del tiempo en escalas adimensionales donde θ , es el tiempo adimensional y C_θ es la concentración adimensional. En dicha figura tres curvas representan casos intermedios al flujo totalmente pistón o al flujo totalmente mezclado, y también se muestra que un par de curvas presenta zonas muertas que son aquellas curvas en las que aún se detecta soluto a tiempos mayores que dos veces el tiempo de residencia promedio adimensional $\theta=1$. El tiempo de residencia promedio se calcula como el cociente entre el volumen del líquido en el dispositivo entre el flujo de un volumen que entra a él. Se puede apreciar que los comportamientos típicos de un flujo pistón se caracterizan por la presencia de picos altos, mientras que los flujos de mezclado presentan curvas asintóticas y dispersas.

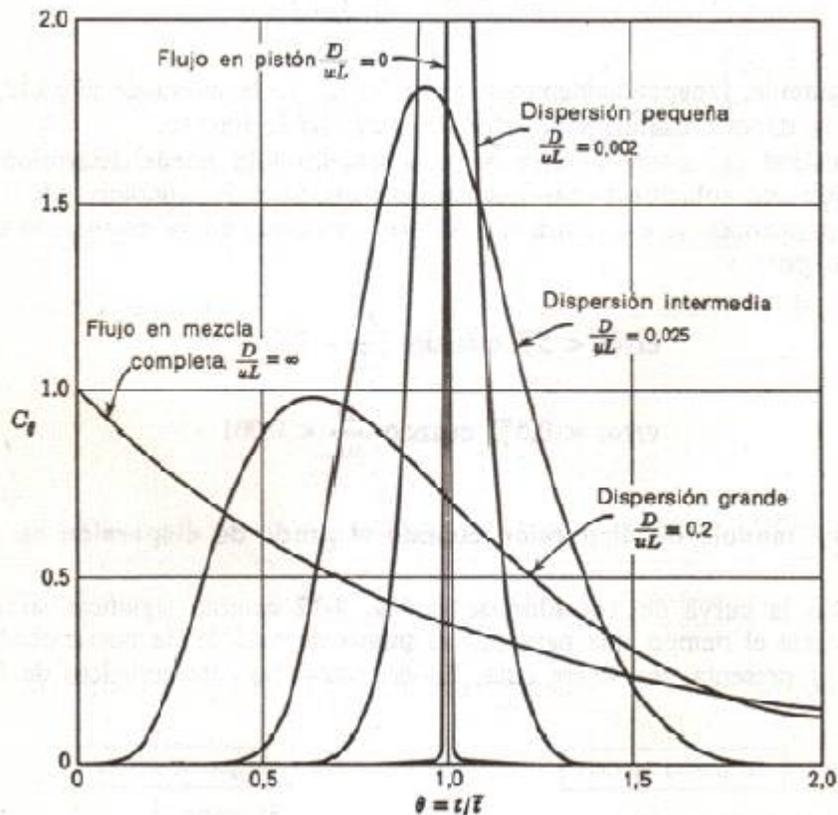


Figura 7. Curvas RTD (Residence Time Distribution) para reactores cerrados y continuos, donde se observa un flujo totalmente mezclado, un flujo totalmente pistón y tres casos intermedios [23].

Como ya se mencionó anteriormente, el análisis de los tiempos de residencia promedio comenzó a estudiarse y utilizarse de mayor manera a partir de la década de los cincuentas, y su campo de aplicación abarca todo tipo de industrias químicas, desde la industria petrolera, alimentaria, farmacéutica, electroquímica, etc. Por ejemplo en trabajo realizado por S. A. Martínez y colaboradores [24] donde se plantea la eliminación de Cr (VI) en aguas residuales a través de la simulación computacional en un software CFD de un reactor electroquímico tubular donde se realizaron pruebas a diferentes flujos de entrada de agua residual dentro del reactor y diferentes posiciones de entrada de la misma, y que a través de las curvas “C” obtenidas (ver **Figura 8**), se puede observar que en velocidades de entrada bajas (figura de la izquierda), existe un mayor tiempo de residencia, además de que la posición de entrada también tiene un efecto significativo sobre los tiempos de residencia y dispersión de las curvas

“C”, mientras que a flujos de entrada alto (figura de la derecha), el tiempo de residencia es aproximadamente 20% y la posición de la entrada no es una variable significativa ya que las curvas muestran una dispersión mínima, sin embargo como el propósito del trabajo es eliminar el Cr (VI) de aguas residuales hasta un valor mínimo establecido en diferentes normas sanitarias y de seguridad, el flujo alto permite llegar a ese valor límite, y al tener un tiempo de residencia menor, permite que el proceso se desarrolle de forma más rápida a flujo mayor y sin importar la posición de la entrada en el reactor.

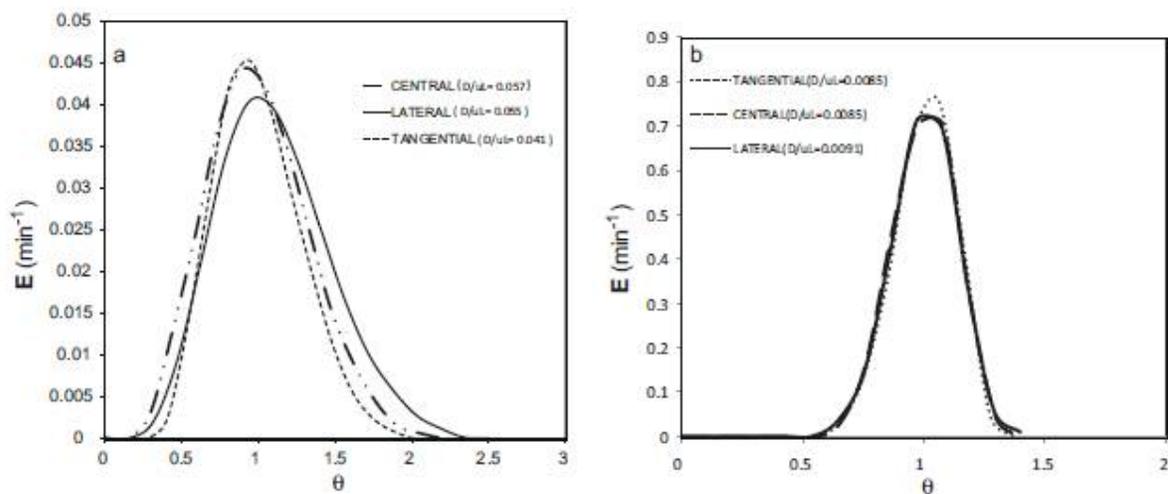


Figura 8. Curvas RTD (Residence Time Distribution) para tres diferentes posiciones de entrada de flujo en un reactor electroquímico en la eliminación de Cr (VI) en aguas residuales. a) Flujo de entrada bajo; b) flujo de entrada alto [24].

Otro caso donde las curvas RTD han sido de gran ayuda fue en el trabajo realizado por A. Bittante y colaboradores [25] donde reactores de lecho de goteo (TBR) son utilizados en la industria petroquímica en procesos de hidrodesulfuración (HDS) y en este trabajo se enfocan en la síntesis de H_2O_2 a presiones moderadas y bajas temperaturas, para lo cual estudian dos dispositivos, uno donde se inserta un sublecho de gránulos de catalizador y otro con un lecho fijo lleno de partículas de sílice, además de dos variables de proceso como la velocidad de fluido líquido de entrada y la velocidad del fluido de gas dentro del reactor, por lo que a través del estudio de tiempo de residencia promedio pudieron llegar a la conclusión de que la velocidad del fluido de gas tiene una limitada

influencia en el tiempo de residencia pero a flujos bajos provocan una dispersión axial mayor; por otra parte a mayor flujo de líquido el tiempo de residencia será menor, sin embargo se crean pequeñas zonas de recirculación, por lo que se concluye que un alto flujo de gas aunado a un flujo alto de fluido que a pesar de que reduce el tiempo promedio de residencia promueve zonas de recirculación y favorece la síntesis de H_2O_2 en ambos dispositivos.

En la industria metalúrgica este tipo de análisis de mezclado a través de la obtención de tiempos de residencia promedio es ampliamente utilizado, específicamente la mayoría se lleva a cabo en el proceso de colada continua en la producción de acero, donde en la parte del “tundish” o distribuidor de colada que no es sino otra cosa que un reactor continuo donde fluye acero líquido y se dan los últimos ajustes como pueden ser la homogenización de temperatura y composición química, antes de la solidificación y por lo tanto el mezclado óptimo dentro del *tundish* es vital para la buena calidad del acero. Por ejemplo, el trabajo realizado por M. Pérez Labra y colaboradores [26] donde a través de un modelo físico, se simula el distribuidor de colada con la implementación de dos dispositivos. El primero un inhibidor de turbulencia que funciona como una placa de impacto a la entrada del distribuidor para eliminar la turbulencia generada durante el vaciado y que en la superficie la capa de escoria no se abra y el metal líquido no entre en contacto con la atmósfera. El segundo dispositivo es una cortina de gas ubicada dentro del distribuidor, la cual además de funcionar como un modificador del flujo de acero líquido tiene la función de atrapar, transportar y dirigir las inclusiones a la superficie del baño líquido (ver **Figura 9**). El análisis de las curvas RTD, así como de la fluidinámica dentro del dispositivo, realizada por medio de PIV (particle image velocimetry), pudieron llegar a la conclusión de que al utilizar tanto el inhibidor de turbulencia como la cortina de gas existe un aumento del tiempo de residencia promedio, además de disminuir la turbulencia dentro del distribuidor, por lo que un mayor tiempo de residencia promueve un mejor desempeño debido a la eliminación de inclusiones no metálicas.

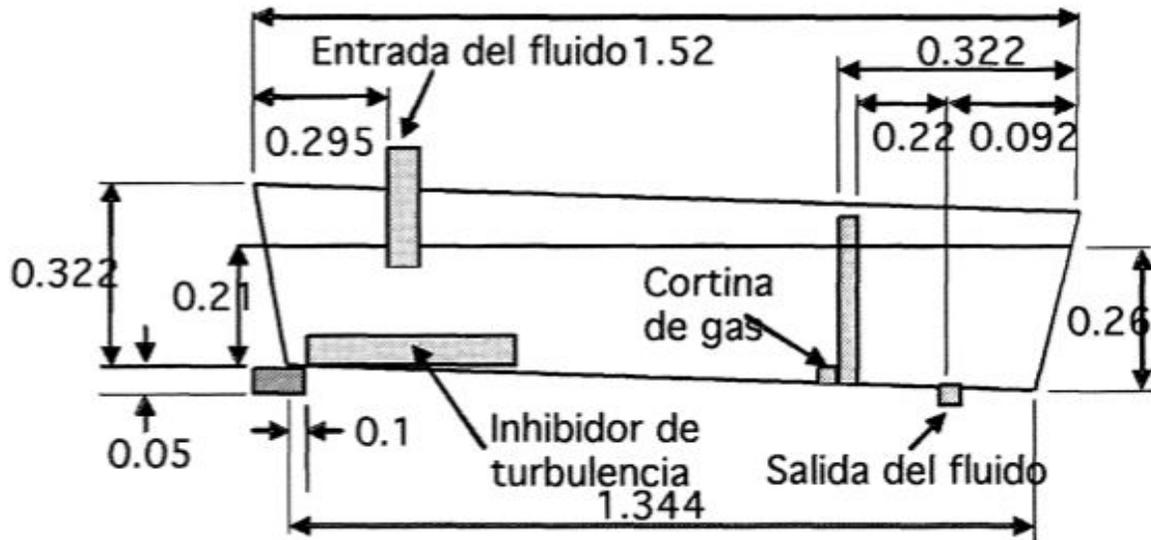


Figura 9. Modelo físico de un distribuidor de colada con la implementación de una placa de impacto a la entrada del distribuidor y una cortina de gas [26].

Otro trabajo realizado sobre distribuidores de colada continua fue el realizado por Moumtez Bensouici y colaboradores [27] donde a través del modelado matemático en un software CFD se simula un distribuidor de colada continua con la implementación de dos dispositivos llamados “weir” y “dam” respectivamente dentro del distribuidor de colada que modifican el comportamiento del flujo (ver **Figura 10**), y el cual pretende encontrar un arreglo óptimo, con el fin de promover la flotación de inclusiones no metálicas a través de una disminución en la turbulencia del sistema y un mayor tiempo de residencia.

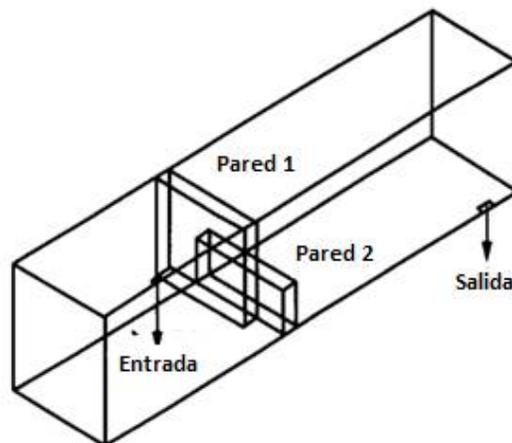


Figura 10. Configuración geométrica del distribuidor de colada [27].

Primero, se realizaron los cálculos y las curvas RTD para obtener la mejor posición de estas paredes dentro del dispositivo, posteriormente se realizaron los cálculos para tres arreglos geométricos los cuales consisten en a) Sin dispositivos modificadores de flujo (weir y dam), b) Solo una placa (weir) y c) con ambas placas (weir y dam), lo que generó la obtención de tres curvas RTD que se muestran en la **Figura 11** y de las cuales aquella que presenta un mayor tiempo de residencia con un incremento alrededor de 25 segundos es la configuración que presenta ambas placas, por lo que se concluye que la optimización del comportamiento del flujo dentro del distribuidor de colada es esencial para la obtención de un acero de alta calidad.

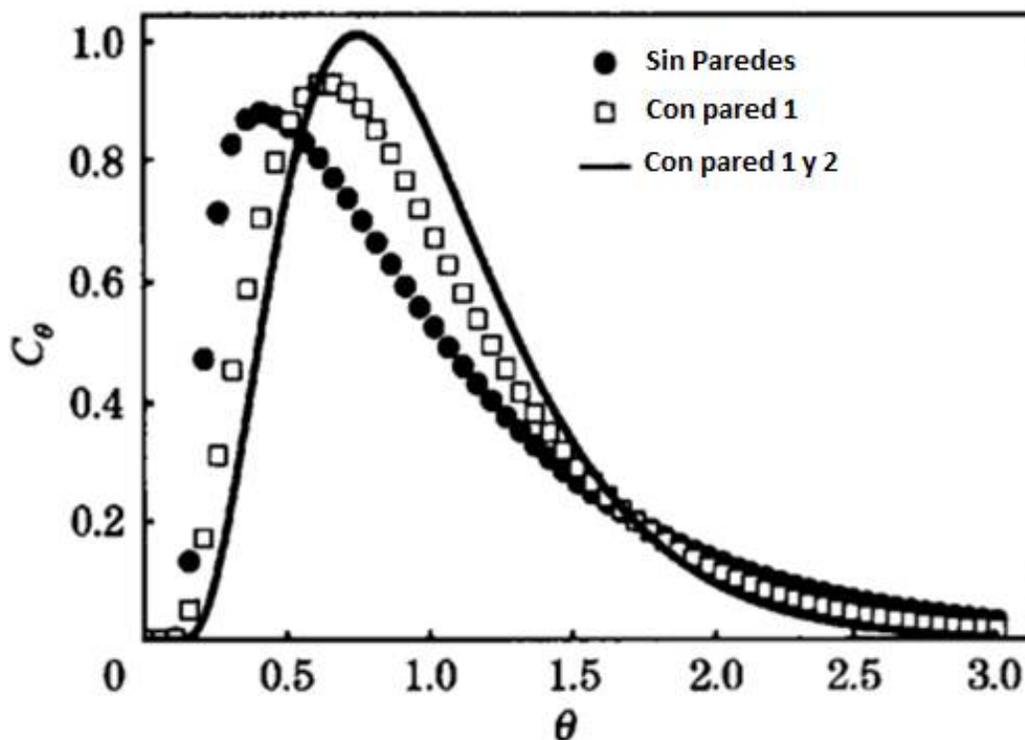


Figura 11. Curvas RTD para tres arreglos geométricos a) Sin dispositivos modificadores de flujo (weir y dam), b) Solo una placa (weir) y c) con ambas placas (weir y dam) [27].

Un trabajo más reciente realizado por M. J. Zhang y colaboradores [28], donde se realizó el modelo matemático y físico de un distribuidor de colada continua enfocado nuevamente en la remoción de inclusiones no metálicas a través de la implementación de dos cortinas de gas inyectadas desde el fondo y al igual que los trabajos anteriores nos muestra que el uso de estas cortinas de gas afectan el patrón de flujo dentro del distribuidor y aumentan el tiempo de

residencia promedio, sin embargo, el aporte que este trabajo tiene sobre otros anteriores, es que utiliza partículas esféricas de alúmina de diferentes tamaños simulando las inclusiones no metálicas dentro del acero líquido y se observa que las cortinas de gas tienen un impacto casi insignificante sobre tamaños de partículas grandes, sin embargo, en partículas pequeñas la contribución sobre la eliminación de estas a través de flotarlas hacia la capa de escoria es muy grande, además el modelo matemático fue validado con el modelo físico a través de curvas RTD (ver **Figura 12**).

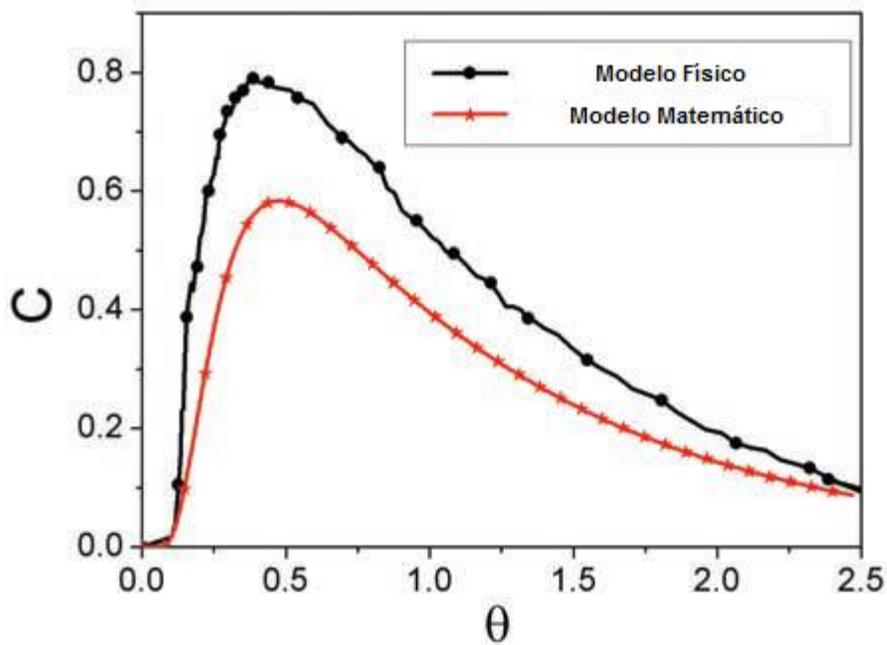


Figura 12. Curvas RTD de un distribuidor de colada continua para el modelo matemático y el modelo físico [28].

1.4 Hipótesis

El entendimiento de los fenómenos de flujo de fluidos y los fenómenos de fusión/disolución de partículas sólidas en fluidos líquidos en movimiento dentro de nuestro dispositivo mezclador es fundamental para la optimización y maximización del mezclado que a su vez redundará en ahorro en tiempos de producción de aleaciones metálicas.

Se cree que el estudio del flujo de fluidos del dispositivo mezclador nos mostrará que la generación de una mayor turbulencia dentro del baño metálico aumentará el tiempo de residencia de las partículas sólidas y, en consecuencia, tendrán un mayor y mejor mezclado, lo que repercutirá en una mayor probabilidad de fundir/disolver las partículas sólidas.

La formación de un vórtice, su tamaño y forma dentro de la cámara de reacción tiene una influencia muy grande para la eficiencia de mezclado y el tiempo de residencia de las partículas y por ende en la fusión/disolución de estas.

1.5 Objetivo

Realizar el estudio y análisis del flujo de fluidos con ayuda de un software CFD de un dispositivo mezclador propuesto, empleando un diseño estadístico de experimentos con seis variables de diseño a dos niveles, para establecer el potencial mezclador y los tiempos de residencia asociados con el fin último de definir el dispositivo óptimo, en cuanto a mezclado.

CAPÍTULO 2

METODOLOGÍA DE TRABAJO

En este trabajo se desarrolló un modelo matemático que se resolvió con la ayuda de un software comercial CFD (Computational Fluid Dynamics) ANSYS FLUENT 14. El modelo matemático describe la evolución y geometría de la superficie libre del vórtice formado en los dispositivos mezcladores seleccionados (ver **Figura 13**), así como los patrones de flujo, la turbulencia generada y los tiempos de residencia de partículas inertes con el propósito de optimizar el potencial mezclador del dispositivo al analizar el efecto de las principales variables de diseño sobre la habilidad mezcladora del dispositivo.

2.1 Dispositivos Mezcladores

Una vez tomando en cuenta las variables más importantes que actúan sobre el potencial mezclador de dispositivos mezcladores con la presencia de un vórtice, se seleccionó uno, el cual tiene un flujo líquido de entrada constante, que entra de forma tangencial a la cámara de reacción, promoviendo la formación de un vórtice sin la ayuda de ningún tipo de agitación neumática. El tamaño y altura del vórtice dependerán de las variables y parámetros de dicho dispositivo. El dispositivo mezclador cuenta con cinco variables de diseño que son: 1) el diámetro de la cámara de reacción (**D**), 2) el ángulo de la sección troncocónica (**α**), 3) el ángulo de entrada (**β**), 4) la presencia o ausencia de una barrera (**B**) y 5) la altura de entrada del chorro líquido al dispositivo (**h**), además de una variable de proceso que es el flujo de entrada (**Q**), por otro lado cuenta con parámetros fijos que son el diámetro de salida (**d**), la altura de la sección de salida (**b**) y en el caso de los dispositivos con barrera, la distancia del centro a la barrera (**n**), ver **Figura 13**.

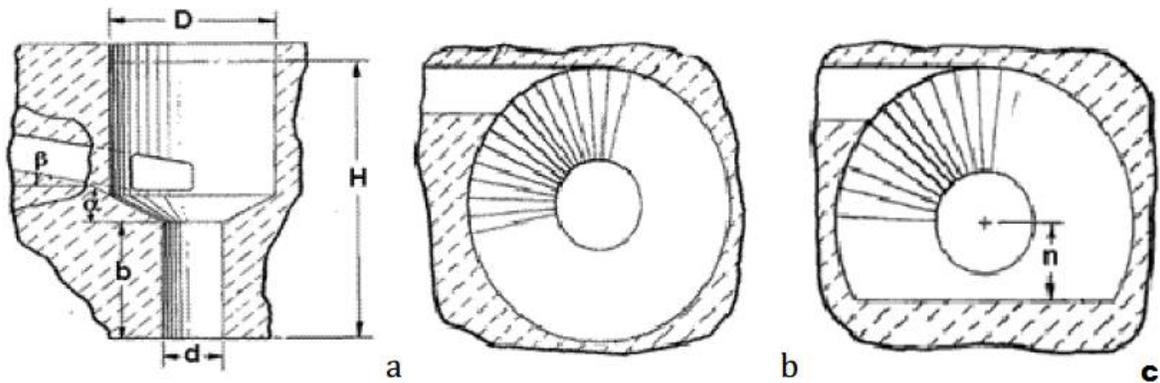


Figura 13. a) Esquema del dispositivo mezclador. b) Vista superior del dispositivo sin barrera. c) Vista superior del dispositivo con barrera.

2.2 Modelo Matemático

El modelo matemático involucra los siguientes aspectos: a) Suposiciones, las cuales ayudan a simplificar los fenómenos tratando en la medida de lo posible no perder realismo, esto con la finalidad de facilitar la solución del problema; b) Ecuaciones gobernantes, basadas en los principios que rigen el (los) fenómeno (s) a estudiar y que generalmente en problemas gobernados por fenómenos de transporte existen ecuaciones diferenciales parciales de segundo orden que representan los principios generales de conservación de masa, energía y movimiento; y c) Condiciones de frontera o iniciales, las cuales son indispensables para obtener una solución particular y única.

El modelo matemático fue desarrollado en un *software* comercial CFD (Computational Fluid Dynamics) ANSYS FLUENT 14, bajo las siguientes suposiciones:

- a) Las fases presentes (aire y fluido líquido metálico) son fluidos newtonianos, isotérmicos e incompresibles, lo cual implica que no será considerado el transporte de energía y que la viscosidad y densidad de los fluidos serán constantes.

- b) Se considera estado transitorio desde la inyección del metal líquido con el dispositivo vacío hasta que se alcanza un estado quasi-estable.
- c) La turbulencia dentro del sistema es representada por el modelo de turbulencia estándar k- ϵ ya que ha probado ser eficaz en modelar la turbulencia de sistemas continuos como el que se presenta en este trabajo y se propone como una primera opción para representar la turbulencia.
- d) El cálculo de mezclado se realiza en estado estable, es decir una vez que el dispositivo alcanzó el estado quasi-estable.
- e) El vórtice se simulará con el algoritmo numérico VOF (Volumen Of Fluid), que ha probado ser eficiente para la simulación de superficies libres que sufren alguna deformación, siendo un cálculo bifásico en el que las fases presentes son el fluido líquido metálico y el aire.

2.3 Ecuaciones Gobernantes

Para el desarrollo de un modelo matemático donde se tiene presente una superficie libre que es deformada de un sistema bifásico (aire y fluido líquido metálico), la literatura especializada recomienda el uso de una técnica o algoritmo numérico llamado Volume Of Fluid (VOF) [29]. Esta técnica es ampliamente utilizada para describir el flujo y la posición de la interfase de dos o más fluidos inmiscibles. El problema de la superficie libre se plantea como un problema de flujo de una sola fase, que con la ayuda de una ecuación de conservación de una variable escalar o marcador, ξ , se determina el valor del marcador en cada punto del dominio, el cual distingue a cada una de las fases presentes en ese punto del dominio, y en consecuencia las propiedades de ese fluido en ese punto.

2.3.1 Ecuación general de conservación

Todas las ecuaciones de conservación empleadas en este trabajo siguen la forma de la ecuación de conservación general (ecuación 9), que se representa como:

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \nabla \bullet (\rho v \phi) = \nabla(\Gamma_{\phi} \Delta\phi) + S_{\phi} \dots\dots\dots \text{(Ecuación 9)}$$

Donde Γ_{ϕ} es el coeficiente de difusión y S_{ϕ} es el término fuente. La ecuación general de conservación consiste en los siguientes términos: término transitorio, transporte convectivo de ϕ , transporte difusivo de ϕ y el término fuente que se utiliza para incluir todos los términos que no se pueden insertar en los términos anteriores.

2.3.2 Conservación de masa del marcador

La forma de la ecuación de conservación de masa del marcador está dada por la ecuación 10:

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + v \bullet \nabla \xi = 0 \dots\dots\dots \text{(Ecuación 10)}$$

Donde v es el vector velocidad del fluido, y t es el tiempo. En la técnica VOF, las fracciones de volumen para cada fluido se determinan en cada celda. En este caso particular, con dos fluidos en el dominio, el valor del marcador para el fluido líquido metálico es ξ_{liq} . En consecuencia, la fracción del aire es $1-\xi_{\text{liq}}$, ya que la suma de las fracciones de volumen debe ser uno. Si ξ_{aire} tiene un valor de uno, indica la presencia de aire en el nodo, mientras que un valor de cero indica la presencia de fluido líquido metálico, y un valor entre cero y uno define la mezcla de aire y fluido líquido metálico y la presencia de la superficie libre entre el aire y el baño. Conociendo el valor de ξ de una de las dos fases en un nodo, las propiedades del fluido se pueden calcular como un promedio ponderado de las fracciones en volumen de cada fase. Por ejemplo, la densidad promedio de la mezcla en un nodo (ecuación 11), se puede calcular como:

$$\rho = \rho_{air}(1 - \xi_{liq}) + \rho_{liq}\xi_{liq} \dots\dots\dots \text{(Ecuación 11)}$$

Donde ρ_{air} es la densidad del aire y ρ_{liq} es la densidad del fluido líquido metálico.

2.3.3 Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento del fluido

En forma vectorial, la ecuación de conservación de movimiento para un fluido newtoniano (ecuación 12) puede escribirse de la siguiente forma:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v) + \nabla \cdot (\rho v) = -\nabla(P) + \nabla \cdot [\mu_m \nabla(v)] + \rho g \dots\dots\dots \text{(Ecuación 12)}$$

Donde P es la presión, g es la constante gravitacional y μ_m es la viscosidad media (calculada para cada nodo, de forma similar al cálculo de la densidad de la ecuación 11).

Si observamos la geometría de nuestro dispositivo nos podemos percatar, que las formas geométricas que presenta son es su mayoría cilíndricas, a excepción de la entrada del material, por lo cual las ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento, estarían en coordenadas cilíndricas, sin embargo, el *software* comercial ANSYS Fluent 14.0 utilizado para la resolución de este modelo utiliza únicamente coordenadas cartesianas que se presentan a continuación en función de los gradientes de velocidad para un fluido newtoniano de ρ y μ constantes [30]:

- **Componente x**

$$\rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left[\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right] + \rho g_x \dots\dots\dots \text{(Ecuación 13)}$$

- **Componente y**

$$\rho \left(\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left[\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right] + \rho g_y \dots\dots\dots \text{(Ecuación 14)}$$

- **Componente z**

$$\rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left[\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right] + \rho g_z \quad \dots\dots \text{(Ecuación 15)}$$

2.3.4 Modelo k-ε de turbulencia

Para describir la turbulencia del sistema, se utilizó el modelo de dos ecuaciones k-ε estándar [31], donde se obtiene la energía cinética turbulenta (ecuación 16), *k*, y su tasa de disipación (ecuación 17), *ε*, a partir de:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla * (\rho v k) = \nabla * \left(\frac{\mu_{eff}}{\sigma_k} \nabla k \right) + \rho(G - \varepsilon) \dots\dots\dots \text{(Ecuación 16)}$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \nabla * (\rho v \varepsilon) = \nabla * \left(\frac{\mu_{eff}}{\sigma_\varepsilon} \nabla \varepsilon \right) + \rho \frac{\varepsilon}{k} (C_1 G - C_2 \varepsilon) \dots\dots\dots \text{(Ecuación 17)}$$

Donde *G* de las ecuaciones 16 y 17 se refiere a la generación de energía cinética turbulenta, los valores de las constantes *C*₁ y *C*₂, son 1.44 y 1.92 respectivamente, *σ*_ε y *σ*_{*k*} son números de Prandtl turbulentos para *k* y *ε* respectivamente con valores de 1.3 y 1.0 [31], y *μ*_{eff} es la viscosidad efectiva definida como:

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t \dots\dots\dots \text{(Ecuación 18)}$$

Siendo *μ*_{*t*}, la viscosidad turbulenta, definida como:

$$\mu_t = \frac{C_\mu \rho K^2}{\varepsilon} \dots\dots\dots \text{(Ecuación 19)}$$

Donde *C*_{*μ*} es una constante que vale 0.09 [31].

2.3.5 Ecuación de conservación de especies químicas

Para predecir el poder mezclador del dispositivo, se plantea la obtención de curvas RTD, para lo cual se tiene que resolver la ecuación de conservación de la especie química que representa un soluto, C. Una vez que se ha alcanzado el estado estable en el patrón de flujo dentro del dispositivo, se añade un pulso de la concentración del trazador en fase líquida y en ese instante empieza el cálculo de mezclado que va después del cálculo hidrodinámico. La dispersión del trazador está gobernada por la ecuación de conservación de especies químicas, mediante la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla * (vC) = \nabla * (D_{C,l} \nabla C) + \nabla * \left(\frac{\mu_t}{Sc_t} \nabla C \right) \dots \dots \dots \text{(Ecuación 20)}$$

En donde $D_{C,l}$ es el coeficiente de difusión molecular del trazador en la fase líquida y Sc_t es el número de Schmidt turbulento.

2.4 Condiciones Iniciales y de Frontera

La **Figura 14**, se presenta un dibujo del dispositivo, donde se muestran de manera gráfica las fronteras del sistema. Las fronteras comprenden las paredes del dispositivo, la entrada de metal, la salida de metal y la superficie abierta del sistema.

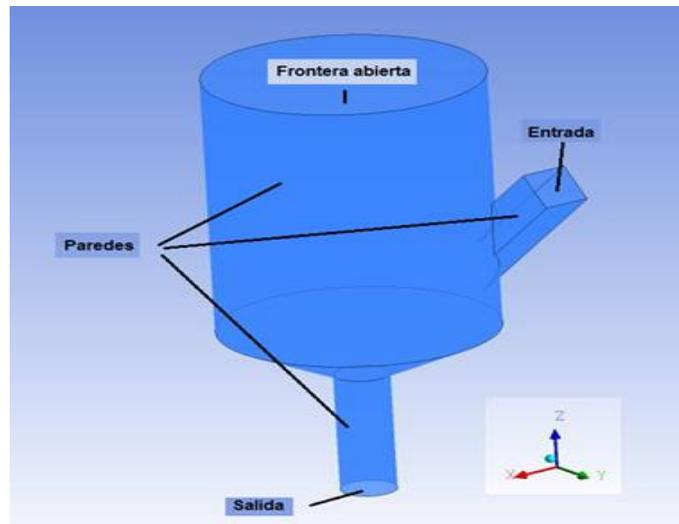


Figura 14. Representación gráfica del dispositivo mezclador y sus fronteras.

2.4.1 Condiciones iniciales y de fronteras del cálculo hidrodinámico

Las condiciones iniciales para el cálculo hidrodinámico en estado transitorio consisten en un dispositivo lleno de aire estático (fracción de gas igual a uno), es decir todas las velocidades y parámetros turbulentos inician con valores de cero en todo el dominio.

Mientras que las condiciones de frontera son las siguientes:

I. Paredes:

Las paredes son sólidos impermeables (Cilindro de la cámara de reacción, cilindro de salida, sección troncocónica y ducto de entrada) con condición de no deslizamiento lo que implica que las componentes de velocidad paralelas y perpendiculares a cada pared sean cero

$$\left(\frac{\partial v}{\partial n}\right)_{pared} = 0 \dots\dots\dots \text{(Ecuación 21)}$$

Donde v es la velocidad y n es la componente normal a la velocidad en la pared.

Además se utilizan las llamadas funciones pared (Wall Functions) [32], para describir los perfiles de velocidad de la región donde existe una transición de flujo laminar al núcleo turbulento (cerca de las paredes) que se da a través de la Ecuación 22.

$$u^+ = \frac{U_t}{u_t} = \frac{1}{k} \ln(y^+) + C \dots\dots\dots \text{(Ecuación 22)}$$

Donde:

$$y^+ = \frac{\rho \Delta y u_t}{\mu} \dots\dots\dots \text{(Ecuación 23)}$$

$$u_t = \left(\frac{\tau_\omega}{\rho}\right)^{1/2} \dots\dots\dots \text{(Ecuación 24)}$$

u^+ es la velocidad cercana a la pared, u_τ es la velocidad de fricción, u_t es una velocidad tangente a la pared a una distancia Δy de la pared, y^+ es la distancia adimensional desde la pared, τ_ω es el esfuerzo cortante, k es la constante de Von Karman y C es una constante.

II. Frontera abierta y salida:

Este límite se encuentra en la parte superior del dispositivo mezclador y en la salida del mismo, éstas fronteras están abiertas a la atmosfera. Y en este tipo de casos se utiliza una función llamada “Pressure Outlet” [33] la cual requiere la especificación de una presión estática (presión manométrica) en el límite de salida, que para este caso en particular, es de una atmósfera, de igual manera se especifican un conjunto de condiciones de flujo de retorno, que se utilizan en el caso de que el flujo cambie de dirección, en este caso específico solo la fase gaseosa, es decir el aire puede entrar y salir de forma indistinta del dispositivo. Debido a esto, el flujo hacia adentro o hacia afuera del recipiente es posible y la masa que entre o salga del sistema depende del balance de masa.

III. Entrada de fluido líquido metálico:

En límite de la entrada, donde sale el chorro de fluido líquido metálico, la magnitud de la velocidad es uniforme, y los componentes de la velocidad se establecen de acuerdo al ángulo normal a la entrada del dispositivo mezclador con una función llamada “Velocity Inlet” [34], mientras que los parámetros turbulentos k y ϵ se evalúan como en el caso de una entrada en una tubería con la ayuda del método Intensity and Hydraulic Diameter [35-36] a través de los siguientes conceptos:

a) Porcentaje de Intensidad Turbulenta [35]:

$$It = 0.16(\text{Re})^{-1/8} \times 100 \dots\dots\dots (\text{Ecuación 25})$$

Donde Re es el número de Reynolds que se define como:

$$\text{Re} = \frac{\rho v L}{\mu} \dots\dots\dots (\text{Ecuación 26})$$

Donde L es el diámetro a través del cual circula el fluido o la longitud característica del sistema y μ es la viscosidad dinámica del fluido.

b) Diámetro hidráulico [36]:

$$Dh = \frac{4 \text{Área}}{\text{Perímetro}} \dots\dots\dots (\text{Ecuación 27})$$

2.4.2 Condiciones iniciales y de fronteras del cálculo de mezclado

Cabe mencionar que el cálculo de mezclado se realiza una vez que se ha establecido un patrón de flujo cuasiestable en el cálculo hidrodinámico es decir, las formas y tamaños de los vórtices formados, las variaciones en las velocidades, patrones de flujo y estructuras turbulentas se mantienen prácticamente constantes. Es por ello que con el fin de optimizar el tiempo de cómputo las ecuaciones de conservación de masa y de cantidad de movimiento (ecuaciones 10 a 17), así como el modelo de turbulencia k-ε estándar (ecuaciones 18 a 21) no son resueltas, únicamente se resuelve la ecuación de conservación de especies químicas en estado transitorio (ecuación 22).

La condición inicial para este cálculo se da con un valor de cero para la concentración del trazador en todo el dispositivo. Una vez iniciado el cálculo, se inyecta un pulso de soluto, C, en la entrada de metal por 0.05 segundos.

De igual manera que para el cálculo hidrodinámico, las condiciones de frontera son las mismas, es decir las paredes del sistema son sólidos

impermeables y por lo tanto presentan cero flujo de soluto, mientras que las fronteras abiertas como lo son la salida del dispositivo y el límite superior del mismo, se manejan con la misma función llamada “pressure outlet” asegurándonos que por la parte superior no sale soluto y por la parte inferior o salida el flujo de soluto está dado por la convección del chorro que sale del dispositivo.

2.5 Propiedades Físicas

La **Tabla 2** muestra las propiedades físicas de los fluidos involucrados en el sistema de estudio y algunos parámetros utilizados.

Sustancia	Densidad (kg/m ³)	Viscosidad (kg/ms)	Coefficiente de Difusión (m ² /s)
Líquido metálico	6530	6.935E-3	-----
Aire	1.225	1.7894E-5	-----
Trazador (soluto)	2000	1.72E-5	3.5E-9

Tabla 2. Propiedades físicas de los fluidos involucrados.

2.6 Variables y Número de Cálculos

Este trabajo consta de seis variables de estudio, sin embargo el trabajo inicial se desarrolló con el estudio de cinco variables que inicialmente se consideraron tenían una gran trascendencia sobre la habilidad de mezclado del dispositivo, dichas variables son: 1) El ángulo de entrada del metal líquido, 2) el flujo del metal, 3) el ángulo de la sección troncocónica del dispositivo, 4) el diámetro de la sección cilíndrica del dispositivo y 5) la presencia o ausencia de una barrera; tomando en cuenta estas variables y el excesivo tiempo de cómputo que involucra la resolución de un cálculo (9 a 10 días aproximadamente), propició que se realizara un diseño de experimentos factorial fraccionado a dos niveles 2^{5-1} (16 experimentos) y no un diseño de experimentos factorial a dos niveles 2^5 (32 experimentos). El diseño de experimentos planteado se muestra en la **Tabla 3**

donde se pueden apreciar los 16 experimentos con cada uno de los valores para cada variable. Posteriormente, al realizar el análisis de dicho diseño de experimentos y seleccionar un dispositivo que optimiza el potencial mezclador del dispositivo, se realizaron 4 experimentos para determinar el efecto que tiene la altura de entrada del chorro líquido al dispositivo, ya que se encontró que dicha variable es importante para la optimización de dicho dispositivo, dando un total de 20 experimentos.

No. de Experimento	Diámetro (D)	Ángulo de Cono (α)	Barrera (B)	Ángulo de Entrada (β)	Flujo (Q)
1	-	-	-	-	-
2	+	-	-	-	+
3	-	+	-	-	+
4	+	+	-	-	-
5	-	-	+	-	+
6	+	-	+	-	-
7	-	+	+	-	-
8	+	+	+	-	+
9	-	-	-	+	-
10	+	-	-	+	+
11	-	+	-	+	+
12	+	+	-	+	-
13	-	-	+	+	+
14	+	-	+	+	-
15	-	+	+	+	-
16	+	+	+	+	+

Tabla 3. Matriz de experimentos de las cinco variables propuestas inicialmente, en las que (+) significa un valor alto de la variable y (-) significa un valor bajo, para el caso de la barrera significa la presencia o ausencia de esta respectivamente.

2.7 Solución

El conjunto de ecuaciones diferenciales parciales que describen los fenómenos de flujo de fluidos y de transferencia de masa, sujetas a las condiciones iniciales y de frontera, no poseen solución analítica por lo que se debe obtener una solución numérica. Para este propósito se usó el *software* Comercial (con licencia comercial) FLUENT ANSYS versión 14.0, donde se resolvieron todas las ecuaciones gobernantes descritas anteriormente sujetas a las condiciones de frontera e iniciales ya mencionadas.

La estrategia de cómputo involucró un primer cálculo (empleando las Ecuaciones 10 a 20) en estado transitorio por un periodo de 15 segundos que fueron necesarios para desarrollar un patrón de flujo de fluidos y forma del vórtice estable. Una vez transcurridos estos 15 segundos (que en una computadora con 4 núcleos un procesador Intel® Xeon® CPU E31245 3.30 GHz tarda en promedio 4 días), posteriormente se realizó otro cálculo para medir la dispersión del trazador, o cálculo de mezclado, que únicamente resuelve la ecuación de dispersión de soluto (Ecuación 21), también en estado transitorio por otros 15 segundos, cabe mencionar que dependiendo el potencial mezclador de cada dispositivo se requiere mayor o menor tiempo, además, como ya se mencionó, el campo de flujo y de turbulencia se consideró estable y se obtuvo del primer paso (este otro cálculo tarda en el mismo procesador de 4 núcleos 2 días aproximadamente, dependiendo el caso).

Es importante tener en cuenta que el problema al no tener solución analítica y emplear un método numérico, que en este caso se denomina elemento finito, arrojará una solución discontinua es decir que sólo sabremos la solución en determinados puntos del espacio (nodos) y no en todo el dominio, además de ser una solución aproximada. El método numérico de elemento finito, consiste en dividir el espacio de cómputo (dispositivo mezclador) en una serie de elementos discretos sin traslape a los que se les denomina nodos y el conjunto de todos estos nodos se denomina con el nombre de malla (ver **Figura 15**), de la misma forma que el espacio, el tiempo total de cómputo se discretiza en una serie de elementos sin traslape que se denominan deltas de tiempo.

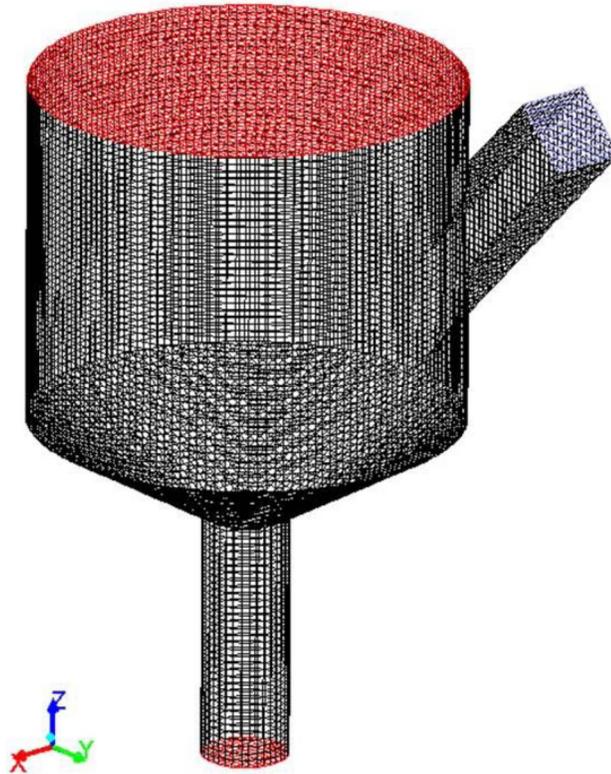


Figura 5. Representación gráfica del dispositivo mezclador y su malla computacional con más de 171,000 nodos.

Mientras más pequeños son los elementos discretizados (tiendan a cero) aproximaremos nuestra solución discontinua a una solución continua y por lo tanto la representación será más exacta, sin embargo esto implica un aumento en el tiempo de cómputo. Por lo tanto, se requiere buscar un balance entre el número de elementos en el que se dividirá el dominio (mallas finas), el tamaño de los deltas de tiempo y el tiempo en el cual el cálculo será resuelto, es decir buscar la mayor exactitud posible, resuelta en el menor tiempo posible, ya que como se mencionó anteriormente un solo problema (30 segundos) puede llegar a tardar en resolverse una semana en promedio (dependiendo del caso).

Para poder resolver el problema numérico primero es necesario construir la representación de nuestro sistema, sobre el cual resolveremos las ecuaciones correspondientes y aplicaremos las condiciones iniciales y de frontera ya antes mencionadas. Para esto se debe crear la geometría correspondiente para cada caso, la cual se realiza en el mismo software que es utilizado para resolver el sistema de ecuaciones gobernantes, es decir ANSYS 14.0 el cual posee un programa llamado “DRAW MESH” que permite diseñar y dibujar distintos tipos de cuerpos y geometrías, sin embargo este software cuenta con la ventaja de poder utilizar cualquier software de diseño y dibujo asistido por computadora para crear cualquier tipo de geometría, que posteriormente puede ser importada.

Una vez que se tiene la geometría se procede a mallar el volumen del sólido en cuestión, esto es posible con otro programa que posee el software ANSYS 14.0 llamado “MESH”, en el cual también se realiza la identificación de las fronteras como lo son, entradas, paredes y salidas. Un aspecto de suma importancia en la realización de la malla es la calidad que ésta tenga y eso se mide en función de un parámetro llamado ortogonalidad, ya que la malla en su mayoría presenta elementos de 6 caras (hexaédricos); este parámetro va de cero a uno, donde un valor cercano a uno representa una malla de excelente calidad.

Una vez discretizados los dominios de tiempo y espacio, se procede a resolver las ecuaciones de conservación en cada elemento para satisfacer los principios de conservación involucrados y a la solución que cumple con este requisito se le denomina solución convergente. Este proceso se realiza usando una función del software llamada “SOLVER” es aquí en este punto donde se ingresan todos los parámetros necesarios en la resolución del cálculo, como son, los modelos y algoritmos numéricos, los materiales, las condiciones de frontera e iniciales, el delta de tiempo empleado, además de señalar que datos y valores se desean monitorear y obtener para el análisis de resultados; por ejemplo obtener la concentración del trazador a la salida del dispositivo y con eso poder realizar las curvas de mezclado (Curvas “C”); todos y cada uno de los parámetros antes mencionados son importantes para que el problema tenga una buena convergencia. Este proceso de converger el sistema de ecuaciones requiere de

ensayos a prueba y error variando las discretizaciones de tiempo, espacio y los parámetros antes señalados que promueven la convergencia. En este trabajo, el delta de tiempo óptimo (compromiso entre exactitud y tiempo de cómputo razonable) fue de 1×10^{-3} segundos, mientras que la malla, dependiendo la geometría del dispositivo mezclador, consta de entre 160,000 y 200,000 elementos o nodos con una ortogonalidad promedio de 0.99 que aseguran la convergencia de los resultados.

Una vez que la solución converge se procede a realizar un post-procesamiento a partir de la generación de datos obtenidos en cada cálculo, en el cual se obtienen imágenes y videos de las simulaciones realizadas, con las cuales se realiza un análisis detallado de los parámetros que se desean estudiar. Todo esto se realiza en una herramienta que contiene el *software* ANSYS 14.0 llamada “CFD-post”.

2.8 Obtención de curvas “C” (RTD)

También se requiere de la obtención de curvas RTD para realizar un análisis del potencial mezclador de los dispositivos empleados en éste trabajo. Este tipo de curvas se obtiene a partir de la inyección de un pulso de trazador en la entrada del dispositivo, para posteriormente monitorear la concentración a la salida respecto al tiempo, una vez obtenidos estos datos se procede a graficar la concentración de manera adimensional contra tiempo adimensional, una vez obtenidos estos valores se necesita de la normalización de cada curva, para obtener cada curva es necesario realizar los siguientes cálculos:

2.8.1 Tiempo Medio de Residencia

El tiempo medio de residencia \bar{t} para el flujo de fluidos en el mezclador se calcula a partir de la ecuación 28:

$$\bar{t} = \frac{V}{Q} \dots\dots\dots \text{(Ecuación 28)}$$

Donde V es el volumen del mezclador ocupado por líquido en m^3 y Q es el flujo volumínico en m^3/s .

2.8.2 Tiempo Adimensional

Para el estudio de los dispositivos mezcladores es conveniente medir el tiempo en función del tiempo medio de residencia \bar{t} , obteniendo de esta forma el tiempo adimensional θ con la Ecuación 29.

$$\theta = \frac{t}{\bar{t}} \dots\dots\dots \text{(Ecuación 29)}$$

Donde t es el tiempo al que fue medida la concentración.

2.8.3 Concentración Media

Así como se realizó la adimensionalización del tiempo, también se realiza un procedimiento para hacerlo con la concentración a partir de la ecuación 30.

$$\bar{c} = \frac{m_t}{V} \dots\dots\dots \text{(Ecuación 30)}$$

Donde m_t es la masa del trazador y V es el volumen de líquido en el mezclador.

2.8.4 Concentración Adimensional

La concentración adimensional C_θ se calcula con la ecuación 31 a partir de la concentración media (ecuación 29).

$$C_\theta = \frac{c}{\bar{c}} \dots\dots\dots \text{(Ecuación 31)}$$

Donde c es la concentración de trazador a la salida del dispositivo a cualquier instante de tiempo, t .

2.8.5 Porcentajes de Volumen Pistón, Volumen Mezclado y Volumen Muerto.

Una vez que se tienen los valores adimensionales de tiempo y concentración se tiene que normalizar la curva RTD haciendo que el área bajo la curva sea igual a la unidad.

Para la caracterización de un fluido mediante la obtención de la curva RTD, se utiliza un procedimiento de cálculo propuesto por Sahai y Emi [37], en donde el volumen del mezclador está distribuido en tres fracciones: volumen pistón, volumen de mezclado y volumen muerto. Es necesario mencionar que el modelo que ellos proponen es de mayor uso en distribuidores de colada continua para acero, sin embargo, pensamos que es válido este procedimiento para este tipo de mezcladores. El cálculo de las fracciones de volumen pistón, mezclado y muerto, se hace de la siguiente manera:

El área bajo la curva debe ser igual a la unidad por lo que se utiliza la ecuación 32.

$$\sum_{\theta=0}^{\infty} C_i \Delta\theta = 1 \dots\dots\dots \text{(Ecuación 32)}$$

Donde C_i es la concentración adimensional a un determinado tiempo y $\Delta\theta$ es el incremento de tiempo adimensional.

El tiempo medio de residencia adimensional $\bar{\theta}$ para la curva entera está dado por la ecuación 33.

$$\bar{\theta} = \frac{\sum_{\theta=0}^{\infty} C_i \theta_i}{\sum_{\theta=0}^{\infty} C_i} = 1 \dots\dots\dots \text{(Ecuación 33)}$$

El tiempo medio de residencia hasta $\theta=2$ definido como $\bar{\theta}_c$, se calcula con la ecuación 34.

$$\bar{\theta}_c = \frac{\sum_{\theta=0}^2 C_i \theta_i}{\sum_{\theta=0}^2 C_i} \dots\dots\dots \text{(Ecuación 34)}$$

El área bajo la curva hasta $\theta=2 Q_a/Q$, que se considera como la fracción de volumen activo que es la suma de las fracciones de volumen pistón con el volumen de mezclado se calcula con la ecuación 35.

$$\frac{Q_a}{Q} = \sum_{\theta=0}^2 C_i \Delta \theta \dots\dots\dots \text{(Ecuación 35)}$$

2.8.5.1 Volumen Muerto

La fracción de volumen muerto V_d/V se calcula con la ecuación 36.

$$\frac{V_d}{V} = 1 - \frac{Q_a}{Q} \bar{\theta}_c \dots\dots\dots \text{(Ecuación 36)}$$

2.8.5.2 Volumen Pistón

Ya que se ha calculado la fracción de volumen muerto se procede a realizar el cálculo de fracción de volumen pistón V_p/V el cual es igual al tiempo adimensional de la primera aparición de trazador en la salida del mezclador correspondiente a la ecuación 37.

$$\frac{V_p}{V} = \theta_{\min} \dots\dots\dots \text{(Ecuación 37)}$$

Donde $\bar{\theta}_{\min}$ es el tiempo adimensional en el cual se detecta el trazador por primera vez en la salida del mezclador.

2.8.5.3 Volumen de Mezclado

La fracción de volumen de mezclado V_m/V , se calcula sabiendo que la suma de las tres fracciones debe ser igual a uno, suponiendo que se conocen las fracciones de volumen muerto y volumen pistón, el cálculo de la fracción de volumen mezclado se hace con la ecuación 38.

$$\frac{V_m}{V} = 1 - \left(\frac{V_d}{V} + \frac{V_p}{V} \right) \dots\dots\dots \text{(Ecuación 38)}$$

CAPÍTULO 3

RESULTADOS Y ANÁLISIS

En este capítulo se observan y analizan diversos aspectos que deben ser tomados en cuenta para que el dispositivo maximice el potencial de mezclado, tales como: 1) forma del vórtice generado, 2) patrones de flujo, 3) trayectorias y tiempos de residencia promedio de partículas trazadoras, 4) contornos de turbulencia y 5) curvas RTD.

3.1 Resultados de un caso de estudio con flujo bajo (-), ángulo troncocónico bajo (-), ángulo de entrada bajo (-), diámetro del dispositivo bajo (-) y sin barrera.

A continuación, se presentan imágenes para un solo caso de estudio, que es representado a través del “caso1” (ver Tabla 3) en el cual se analizan a detalle la forma del vórtice generado, los patrones de flujo, las trayectorias y tiempos de residencia promedio de partículas trazadoras y los contornos de turbulencia, además de la curva “RTD” obtenida para este caso.

3.1.1 Forma del vórtice (distribución de fases)

La forma y altura del vórtice formado a través del tiempo hasta alcanzar un estado cuasiestable, partiendo de un dispositivo vacío, puede observarse en la **Figura 16**. Esta figura muestra imágenes 3D donde se puede apreciar el aumento en el nivel del fluido metálico líquido para 0, 0.5, 1, 3, 5, 8, 10, 12 y 15 segundos de haber comenzado la alimentación de fluido metálico líquido. Se aprecia claramente cómo a medida que el tiempo avanza, el nivel del fluido metálico líquido dentro del dispositivo mezclador aumenta paulatinamente hasta alcanzar una altura máxima a los 15 segundos de iniciada la alimentación del fluido metálico líquido.

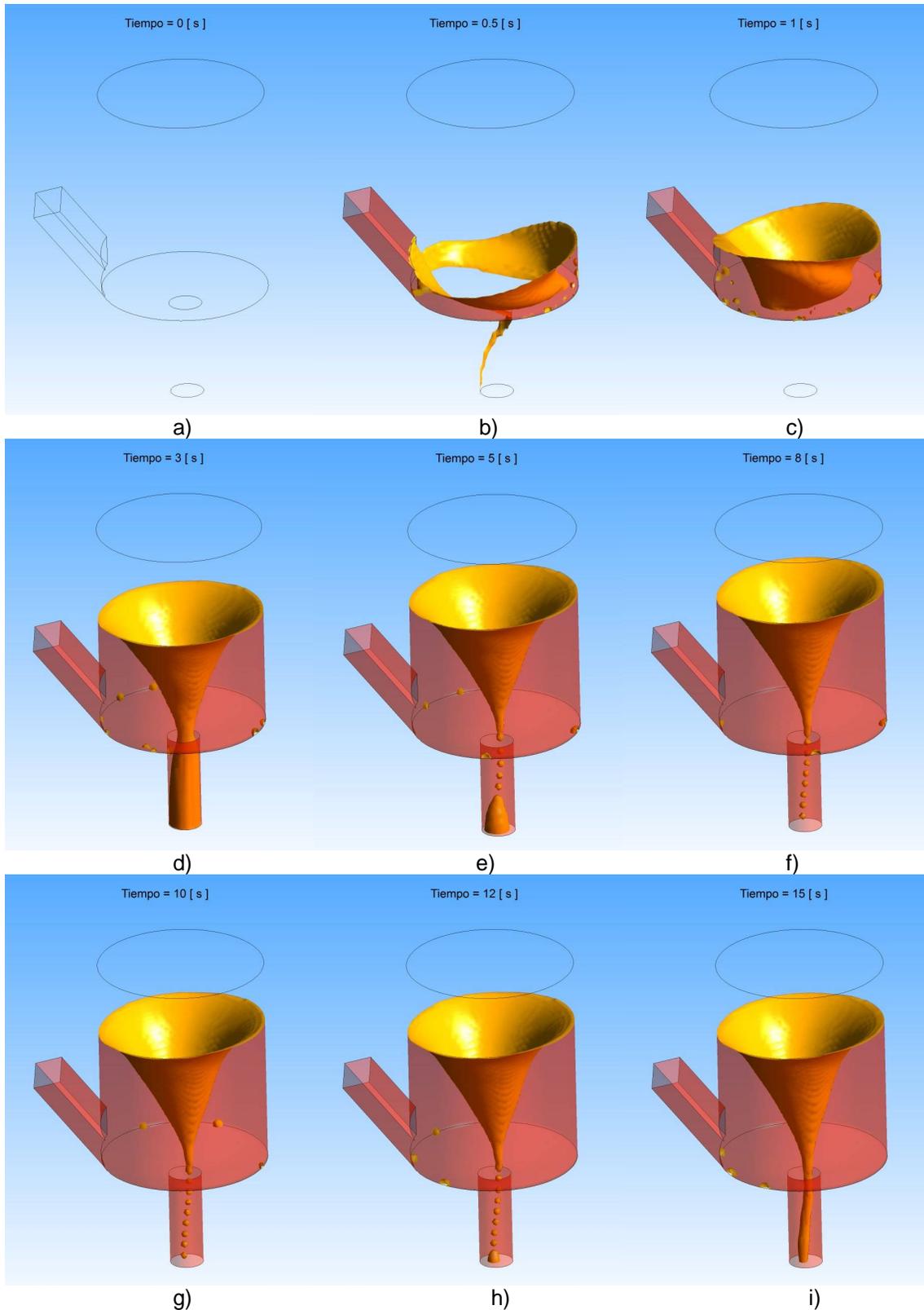


Figura 16. Evolución con el tiempo de la geometría y tamaño del vórtice formado. a) a los 0 segundos, b) a los 0.5 segundos, c) al segundo, d) a los 3 segundos, e) a los 5 segundos, f) a los 8 segundos, g) a los 10 segundos, h) a los 12 segundos y i) a los 15 segundos de iniciada la alimentación.

Para comprobar que el cálculo ha llegado a un estado cuasiestable, se presenta la **Figura 17** que muestra la evolución del volumen adimensional de fluido metálico líquido dentro del dispositivo con el tiempo, y se puede observar que alrededor de los 10 segundos el volumen de fluido metálico líquido dentro del dispositivo se mantiene prácticamente constante. El volumen adimensional $V\theta$ se calcula a partir del volumen a cada tiempo entre el volumen máximo registrado a los 15 segundos.

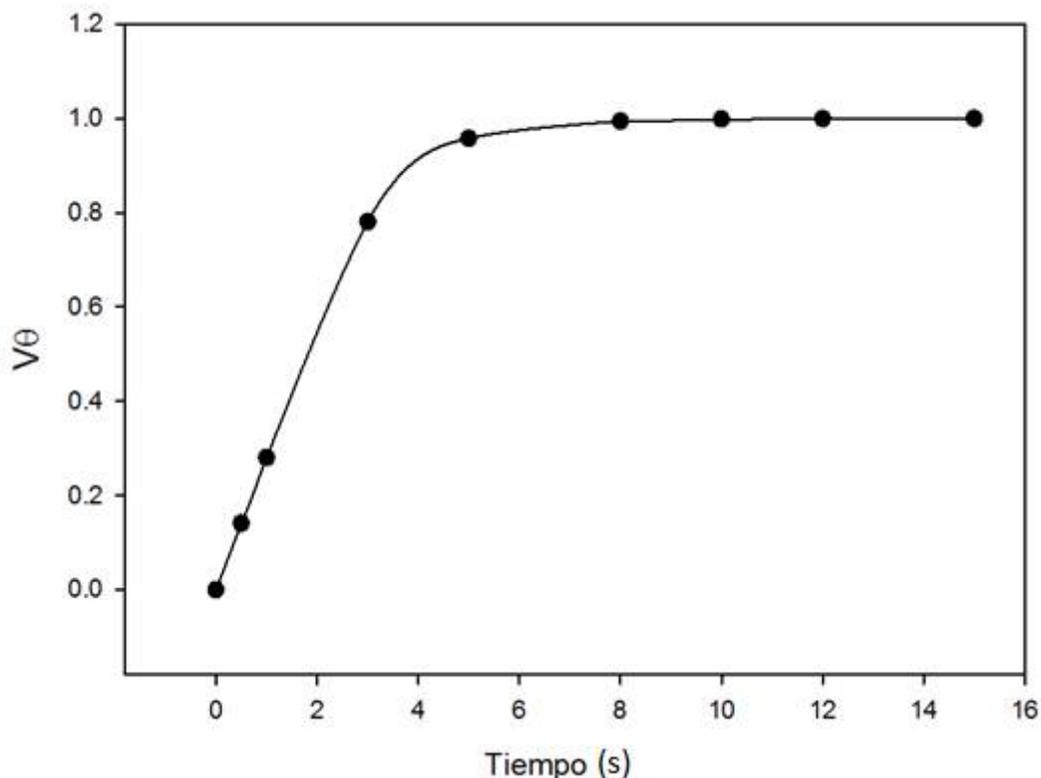


Figura 17. Volumen adimensional de fluido metálico líquido dentro del dispositivo ($V\theta$) a través del tiempo.

El vórtice formado es muy simétrico y su centro se desplaza a través de todo el dispositivo llegando incluso al conducto de salida, como puede apreciarse en la imagen tomada a los 15 segundos. La altura máxima que alcanza el vórtice puede ser controlada a través de diversas variables que se analizarán posteriormente, sin embargo, es importante tener cuidado con posibles derrames en la práctica.

3.1.2 Patrones de flujo.

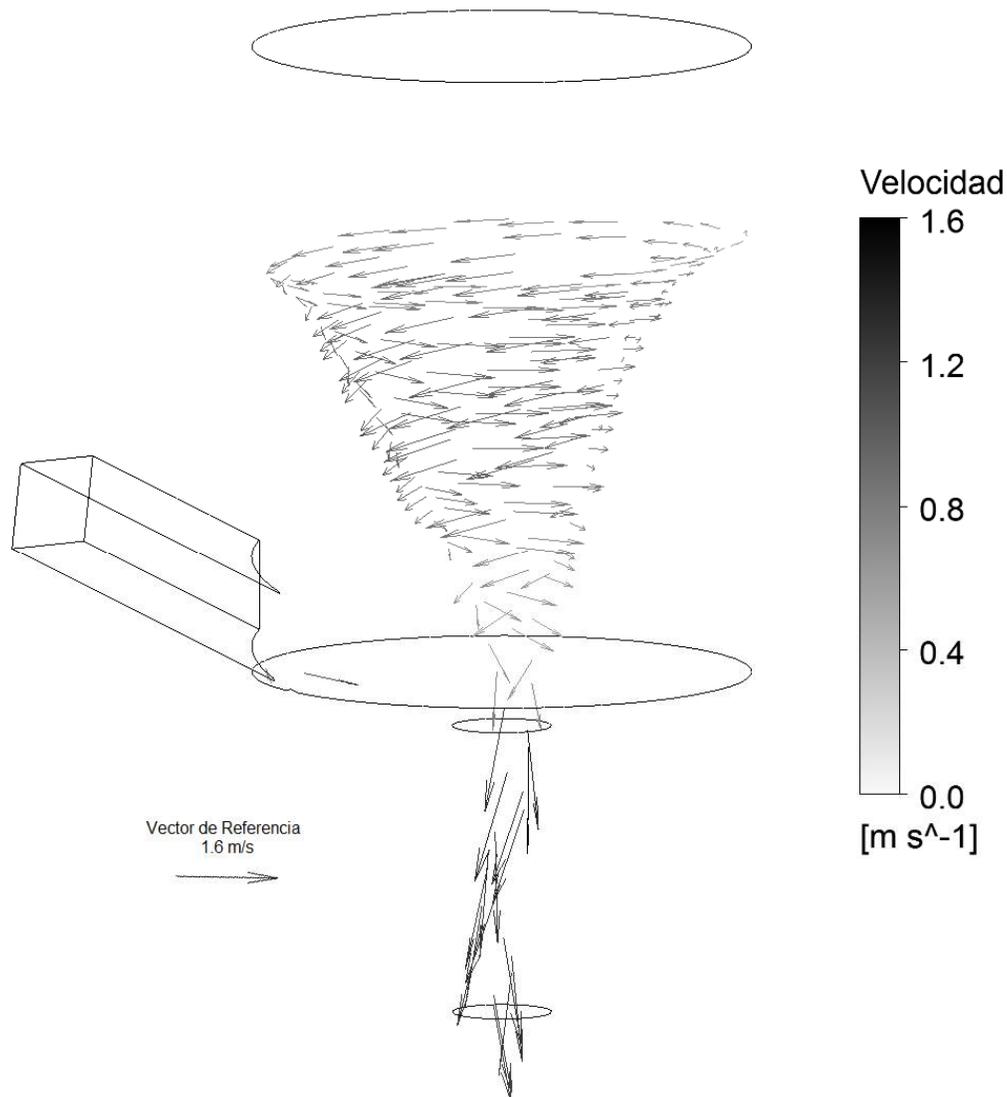


Figura 18. Vectores de velocidad sobre la interfase entre el fluido metálico líquido y el aire (contorno del vórtice).

El movimiento que desarrolla el fluido dentro del dispositivo mezclador se aprecia con los patrones de flujo a través de los campos vectoriales de velocidad (ver **Figura 18, 19 y 20**). En la **Figura 18** se presentan los vectores de velocidad del fluido metálico líquido sobre la interfase entre el fluido metálico líquido y el aire (contorno del vórtice), donde es evidente que el fluido dentro del dispositivo se mueve a través de trayectorias predominantemente angulares, además, se ven las

velocidades más grandes en la sección del ducto de salida del dispositivo, ya que al reducir drásticamente el área con respecto a la cámara de reacción promueve que el fluido (fluido metálico líquido) se acelere hasta alcanzar velocidades aproximadas de 1.6 m/s. Asimismo, se observa que las velocidades son prácticamente iguales a lo largo de toda la interfase desde la altura máxima que alcanza el vórtice hasta la parte inicial de la sección troncocónica con valores de las velocidades que caen en el rango de 0.7 a 0.9 m/s; esto se observa claramente en la **Figura 19**, donde se grafica la velocidad adimensional (velocidad en cada punto entre la velocidad promedio) contra la altura adimensional (altura en cada punto entre altura máxima).

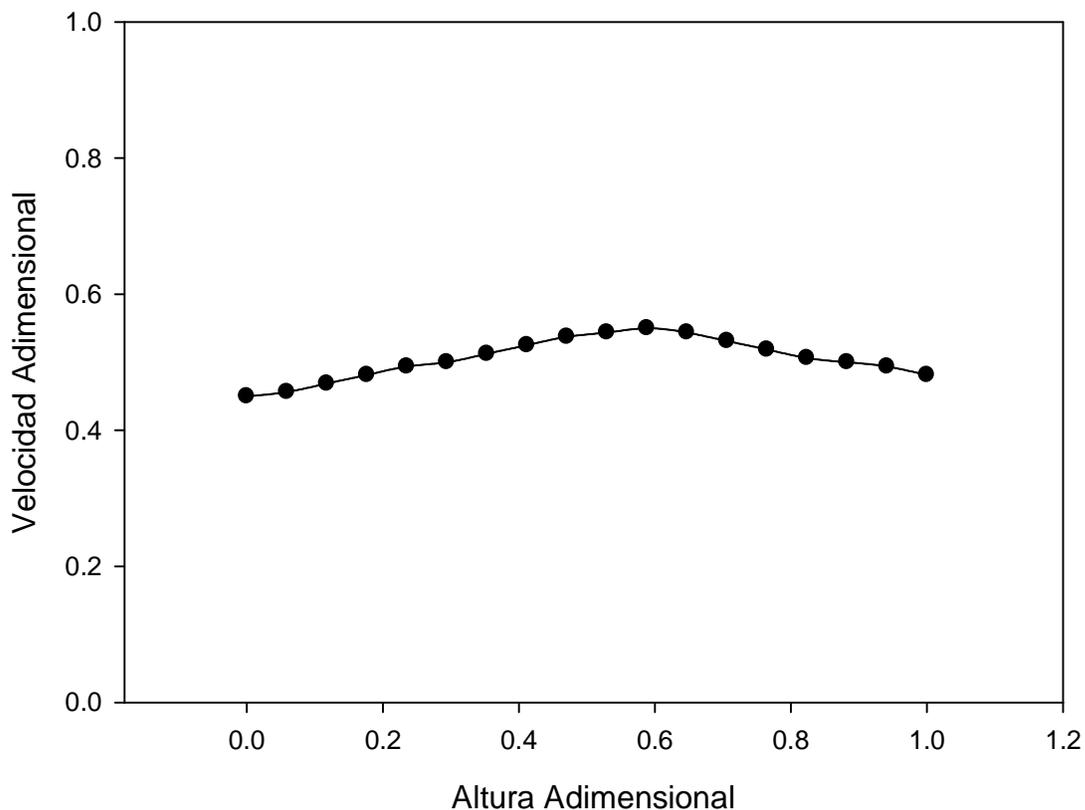


Figura 19. Velocidad adimensional del fluido metálico líquido sobre el vórtice vs altura adimensional.

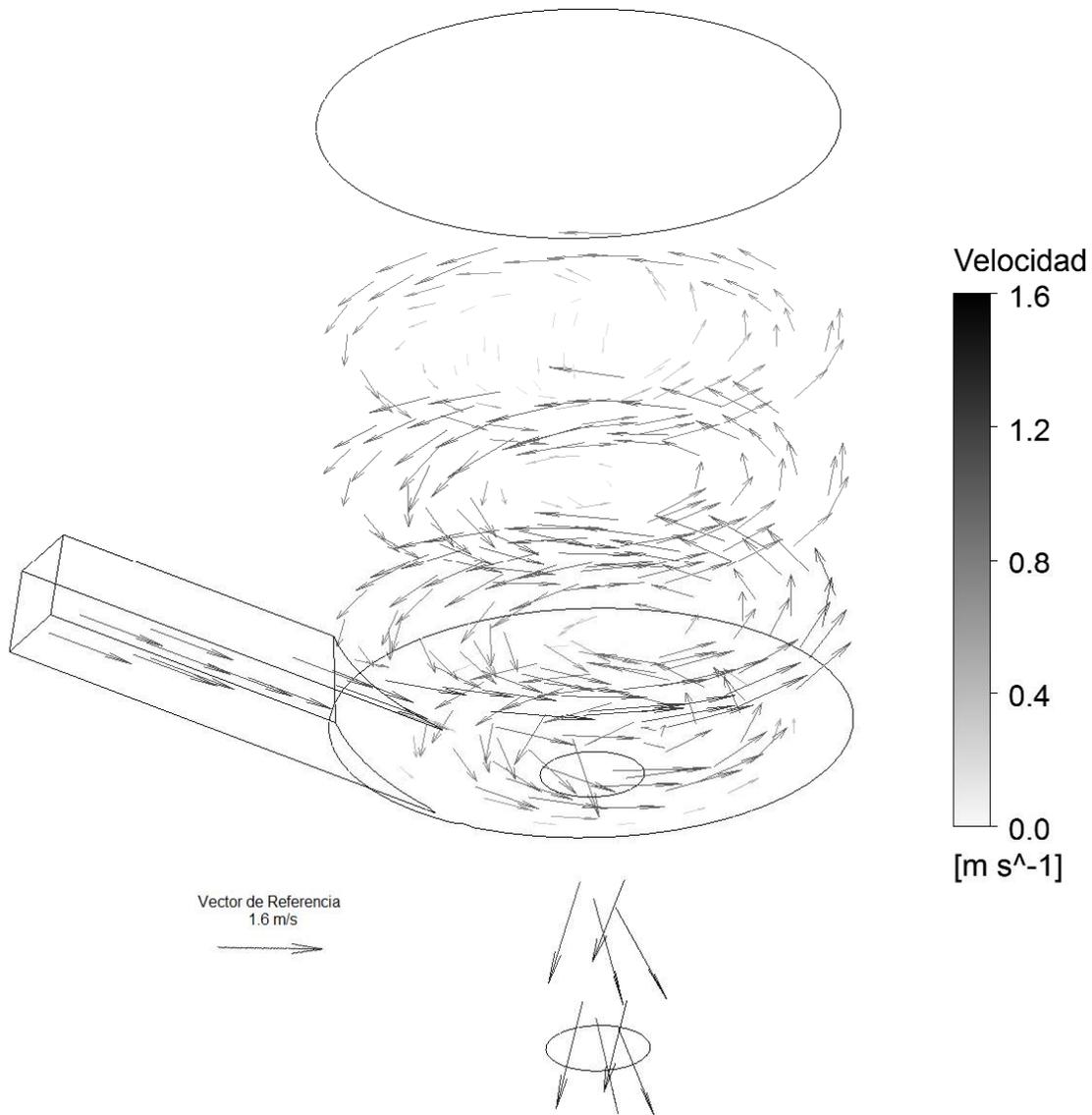


Figura 20. Planos a diferentes alturas dentro del dispositivo mezclador de los vectores de velocidad dentro del fluido (fluido metálico líquido).

Continuando con el análisis de los patrones de flujo y las velocidades dentro del dispositivo mezclador, en la **Figura 20** se ven vectores de velocidad a diferentes alturas; en planos transversales resultan evidentes un par de cosas: 1) Una vez que el fluido entra de manera tangencial desde la entrada a la cámara de reacción, este sigue trayectorias preferentemente angulares, y 2) las velocidades dentro del fluido metálico líquido son muy variadas dependiendo de la zona que se observe. Se pueden observar velocidades del fluido metálico en la entrada de alrededor de 1.2 m/s, mientras que en la cámara de reacción a la altura de la

entrada hay velocidades del fluido metálico que van desde 0.8 a 1 m/s. A medida que se analizan las velocidades del fluido metálico líquido hacia la parte superior de la cámara, se observa claramente que la velocidad disminuye hasta un valor aproximado entre 0.6 y 0.7 m/s que corresponde a la zona donde el vórtice tiene su altura máxima.

3.1.3 Trayectorias y tiempos de residencia promedio.

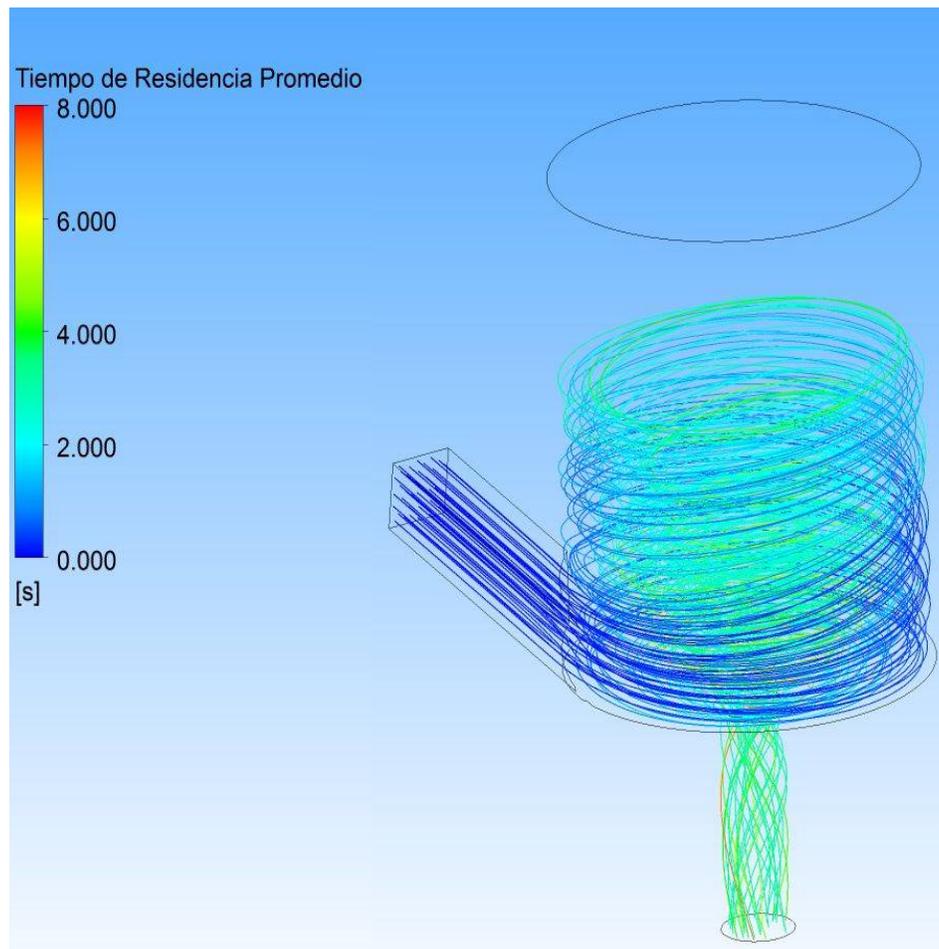


Figura 21. Líneas de corriente de diversos paquetes de fluido y tiempos de residencia promedio de dichos paquetes.

En la **Figura 21** se puede observar que los tiempos de residencia de los paquetes de fluido que entran son muy variados y van desde casi cero hasta 8 segundos aproximadamente, con un promedio entre 2 y 3 segundos. El análisis de las fuerzas que actúan sobre las partículas o paquetes de fluido dentro del vórtice permiten explicar la distribución de tiempos de residencia encontrados. Así, las partículas con tiempos de residencia bajos están bajo la acción de una fuerza

centrípeta que manda las partículas al centro del vórtice y caen por gravedad en el ducto de salida presentando corto-circuitos en las trayectorias y bajos tiempos de residencia, mientras que las partículas con un alto tiempo de residencia están bajo la acción de una fuerza centrífuga que manda las partículas hacia la pared del dispositivo, las cuales pueden permanecer girando varias revoluciones antes de salir.

Por otra parte se reafirma que las trayectorias que siguen las partículas dentro del dispositivo son angulares y no sufren cambios de direcciones drásticos o algún tipo de colisión, que para efectos del mezclado puede resultar perjudicial ya que se busca que estas partículas puedan desarrollar algún tipo de turbulencia que ayude a incrementar el mezclado.

3.1.4 Estructura turbulenta.

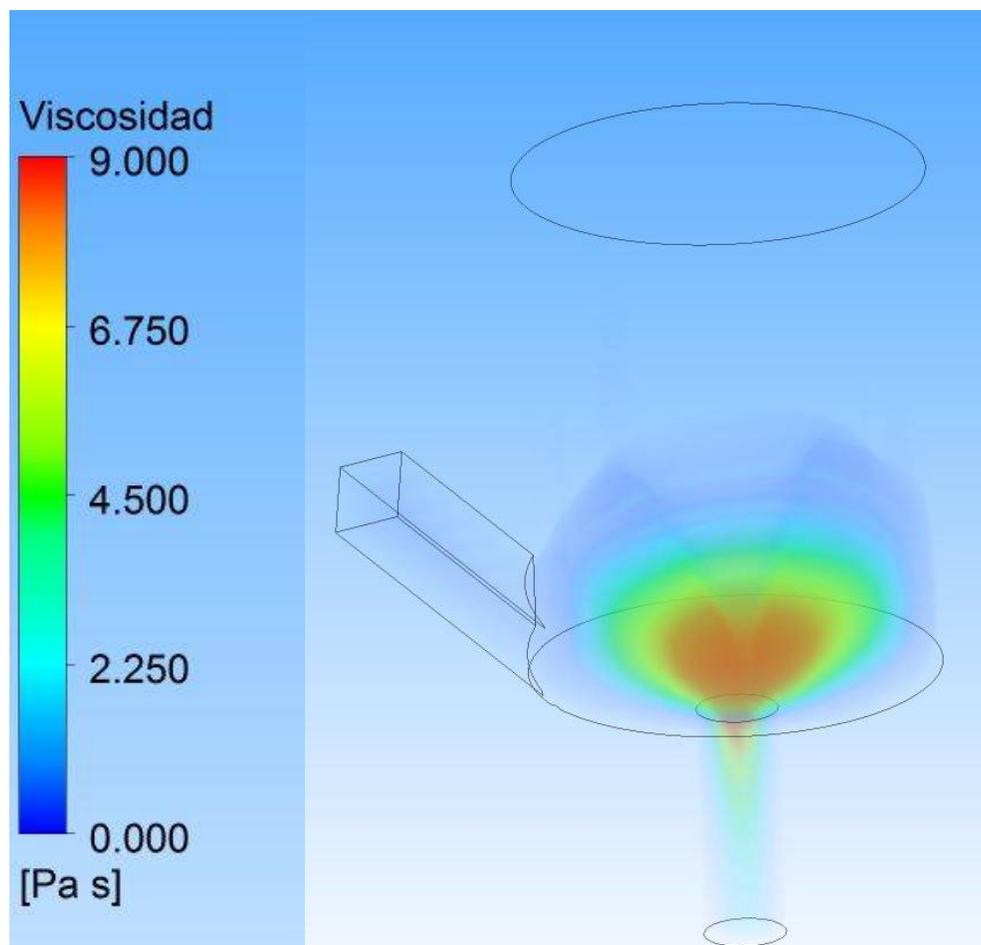


Figura 22. Contornos de turbulencia representados a través de la viscosidad turbulenta en Pa s.

La turbulencia dentro del dispositivo se muestra en la **Figura 22** a través de los contornos de la viscosidad turbulenta, y se aprecia claramente como esta turbulencia se encuentra concentrada en la parte inferior de la cámara de reacción, donde el valor máximo se encuentra en las partes cercanas a la superficie del vórtice, es decir cerca del ducto de salida con un valor aproximado de 9 Pa·s; a partir de ahí y hacia las paredes la turbulencia disminuye paulatinamente hasta valores muy cercanos a cero en las paredes. También se puede apreciar que en la parte superior de la cámara principal del dispositivo la turbulencia es casi cero. Estos contornos de turbulencia pueden asociarse y explicarse con los patrones de flujo presentados en la **Figura 21**, donde se observa que las mayores velocidades se localizan y coinciden con las zonas de mayor turbulencia. La turbulencia es benéfica para propósitos del mezclado, sin embargo, puede ser perjudicial en cuanto a la integridad física del dispositivo mezclador, dado que, dependiendo el tipo de material que se use en la práctica puede desgastarse de manera muy agresiva en las zonas más turbulentas, por lo cual debe haber un balance óptimo en el diseño final del dispositivo entre la turbulencia generada y el desgaste del mismo.

3.1.5 Tiempos de residencia de las partículas trazadoras.

El potencial mezclador de los dispositivos se analizó mediante la inyección, al tiempo cero, de un pulso de partículas trazadoras o soluto en la entrada y posteriormente evaluando la concentración de este soluto con el tiempo en la salida, hasta que todo el soluto haya abandonado el dispositivo. Esta secuencia a través del tiempo puede observarse en la **Figura 23**, donde se inyecta el pulso de soluto en la entrada al tiempo cero y se observa su evolución a los 0.1, 0.2, 0.5, 1, 1.5, 2, 3 y 3.5 segundos, respectivamente.

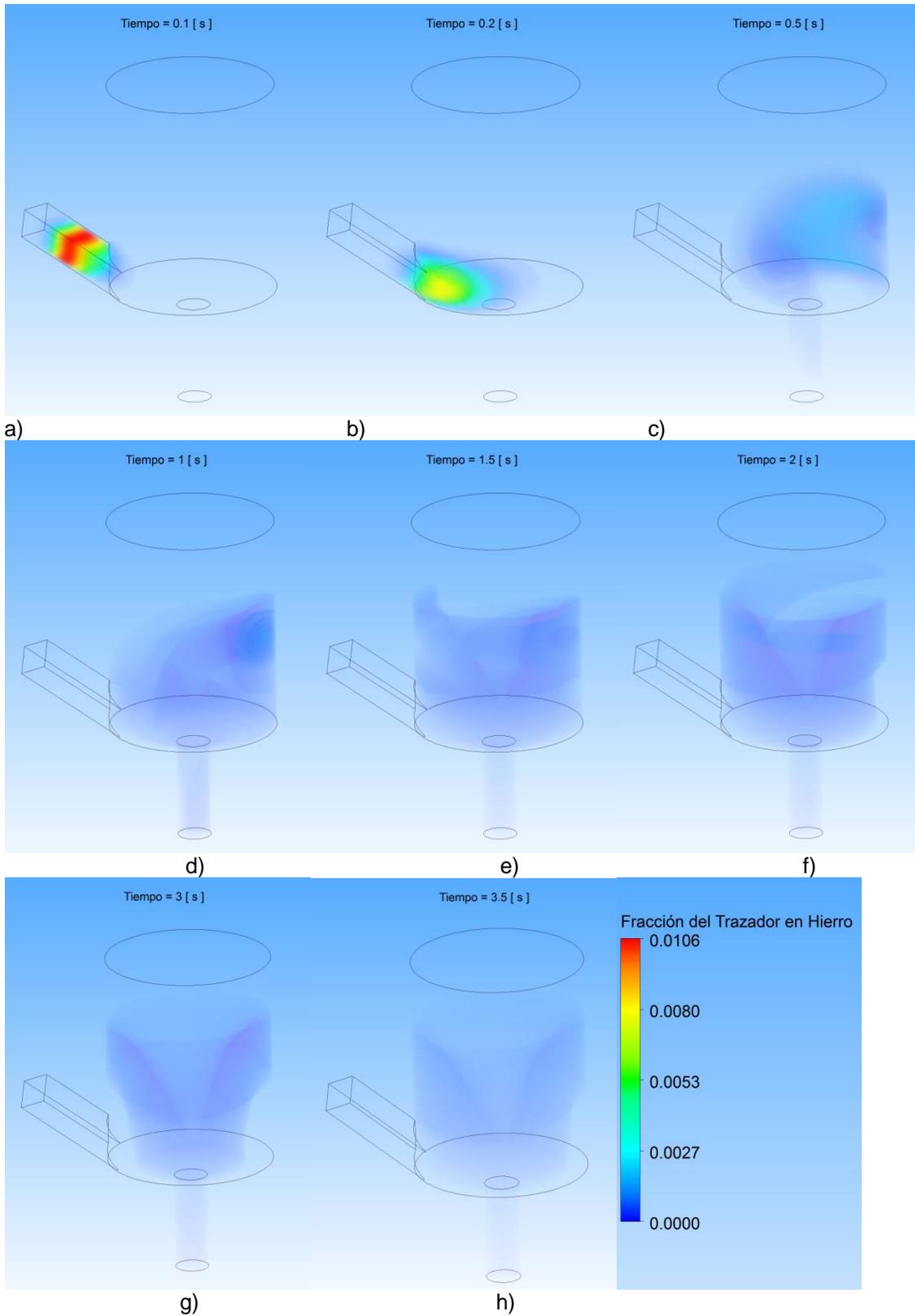


Figura 23. a) Evolución con el tiempo de la concentración del trazador. a) a los 0.1 segundos, b) a los 0.2 segundos, c) a los 0.5 segundos, d) al segundo, e) a los 1.5 segundos, f) a los 2 segundos, g) a los 3 segundos y h) a los 3.5 segundos de inyectado el pulso del trazador.

Se observa como a los 0.1 segundos (Ver **Figura 23a**) este pulso de soluto o trazador ha sido arrastrado por el fluido poco tiempo, por lo que este soluto está todavía en el ducto de entrada casi sin presentarse la dispersión de soluto. Sin embargo, al entrar en la cámara principal, este paquete de partículas se comienza a dispersar tal y como se observa en la **Figura 23b** a los 0.2 segundos, para posteriormente dispersarse a través de todo el dispositivo y paulatinamente abandonar el mismo. En este caso puede apreciarse que a los 3.5 segundos de haber sido inyectado el pulso, la concentración del trazador en el fluido metálico líquido es casi cero. Sin embargo, estas figuras sólo dan una idea cualitativa del comportamiento de mezclado y del potencial mezclador del dispositivo. Para poder determinar cuantitativamente qué dispositivo o dispositivos tienen un potencial mezclador mayor, se deben obtener curvas RTD (Residence Time Distribution)

3.1.6 Mezclado de soluto y curva RTD.

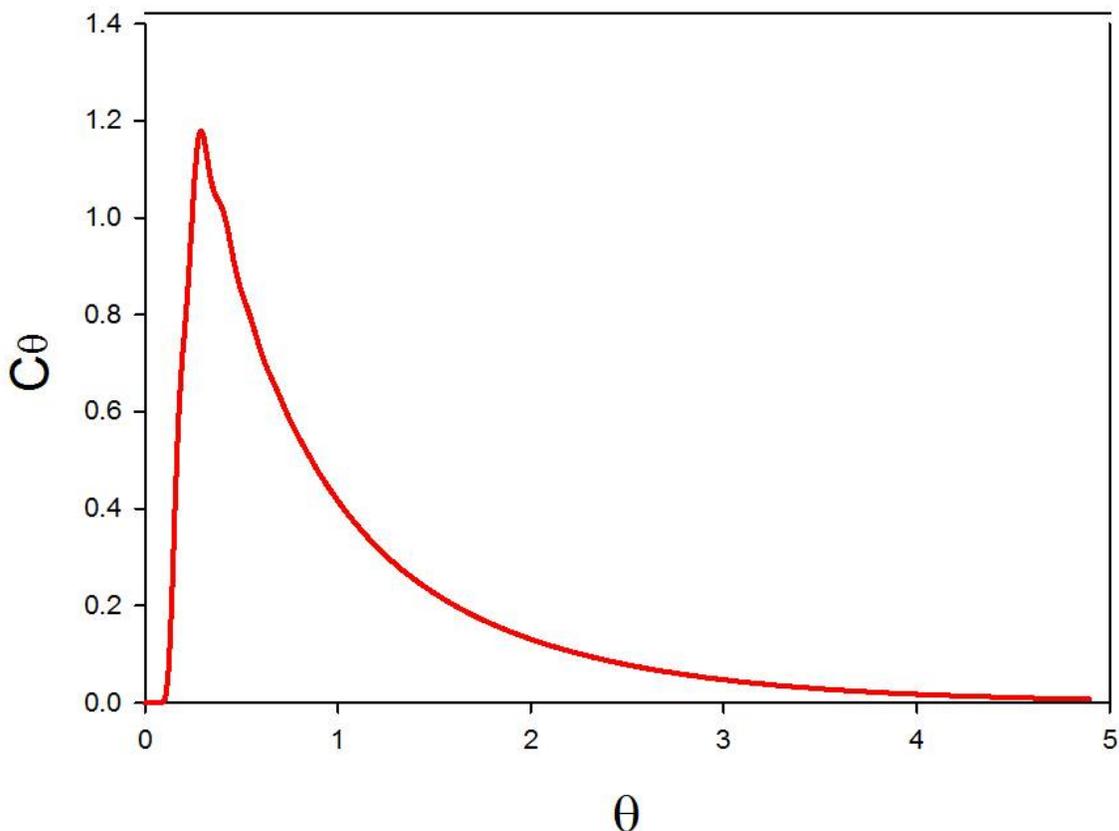


Figura 24. Curva RTD (Residence Time Distribution) o curva C que muestra la concentración adimensional ($C\theta$) contra el tiempo adimensional (θ) para el caso de estudio propuesto.

En la **Figura 24** se muestra la curva RTD para el caso “1” donde se gráfica la concentración adimensional (C_θ) contra el tiempo adimensional (θ). La curva formada tiene una forma o tendencia “típica” de un comportamiento mixto de flujo pistón y flujo mezclado. Al tiempo cero se inyecta el pulso de trazador y casi inmediatamente aparece la presencia del trazador a la salida del dispositivo que rápidamente sube hasta alcanzar un máximo, para luego descender de forma paulatina a través del tiempo. Adicionalmente, el área bajo la curva que se encuentra después del tiempo adimensional igual a 2, es denominado fracción de volumen muerto, y representa la fracción de soluto que tarda más de dos veces el tiempo de residencia promedio en salir. El llamarle porcentaje o flujo muerto, no debe ser entendido como zonas del fluido sin interacción o estancadas dentro del dispositivo, sino como patrones de flujo que dan muchas vueltas en el vórtice antes de salir del mismo a tiempos mayores del tiempo de residencia promedio. Por lo tanto, la maximización de porcentaje mezclado junto con el porcentaje de volumen muerto son primordiales para elevar el potencial mezclador del dispositivo; es decir que la forma o comportamiento de las curvas que se desean obtener deben tener máximos muy pequeños y dispersiones muy amplias (curvas que terminen de registrar soluto a tiempos muy grandes).

Sin embargo, en este tipo de curvas también se presenta la existencia de flujo pistón, que representaría al soluto que no se mezcla desde que entra hasta que sale del dispositivo. Entonces, esta curva proporciona información importante acerca de la manera en que el soluto viaja a través dentro del dispositivo. La forma de calcular el porcentaje de volumen activo (porcentaje de volumen de mezclado y porcentaje de volumen pistón) además del porcentaje de volumen muerto, se hizo de acuerdo al procedimiento sugerido por Sahai y Emi [29] (véase sección 2.7.5). En este “caso 1”, el volumen de fluido metálico líquido en estado estable dentro de la cámara es de 0.004898 m^3 que con un flujo de entrada de $0.0014 \text{ m}^3/\text{s}$, se obtiene un tiempo de residencia promedio de $0.004898 \text{ m}^3 / 0.0014 \text{ m}^3/\text{s} = 3.4986$ segundos, un porcentaje de volumen mezclado de 78.69%, un porcentaje de volumen pistón de 9.12% y un porcentaje de volumen muerto de 12.19%.

Entonces, se puede indicar que el dispositivo promueve de manera considerable un buen mezclado cercano al 80%.

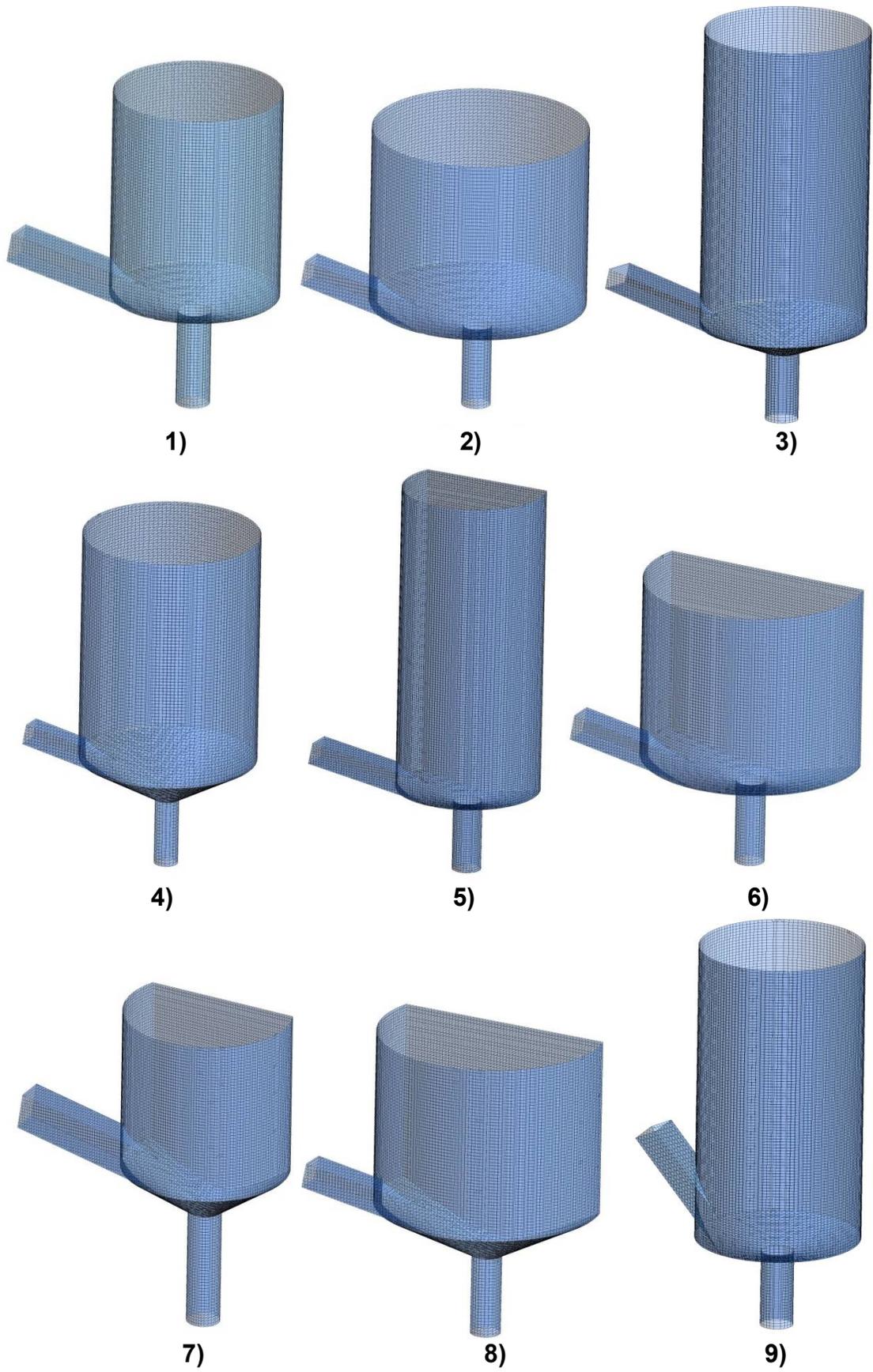
3.2 Análisis del proceso.

A continuación y con el objetivo de encontrar un dispositivo que maximice el mezclado se analizaron los 16 experimentos (ver **Tabla 3**), con los que se pretende entender el efecto de las principales variables sobre la habilidad de mezclar del dispositivo. Las variables de diseño exploradas y mencionadas en el capítulo 2 son: 1) el ángulo de entrada del metal líquido, 2) el flujo del metal, 3) el ángulo de la sección troncocónica del dispositivo, 4) el diámetro de la sección cilíndrica del dispositivo y 5) la presencia o ausencia de una barrera.

3.2.1 Discretización de los 16 casos (Mallas).

En la **Figura 25**, se muestran las mallas de los 16 casos propuestos en la **Tabla 3**. Las mallas obtenidas en todos los dispositivos cuentan con alrededor de 140,000 a 185,000 elementos aproximadamente, esto debido a que la geometría de cada dispositivo varía dependiendo de la estabilidad del vórtice formado y la altura que éste alcanza. La discretización de los 16 dispositivos se hizo tomando en cuenta un tamaño por elemento constante, esto con el objetivo de no introducir variables numéricas.

Cabe mencionar que en todas las mallas predominan elementos hexaédricos y la ortogonalidad de los 16 dispositivos medida a través del índice de ortogonalidad promedio siempre fue superior a 0.98 y la ortogonalidad mínima no fue menor a 0.2, por ende se promueve la minimización de elementos tetraédricos y la aparición de segmentos con ángulos muy agudos que podrían provocar alguna divergencia en los cálculos. El número de elementos, la ortogonalidad promedio y la ortogonalidad mínima para cada caso pueden observarse en la **Tabla 4**.



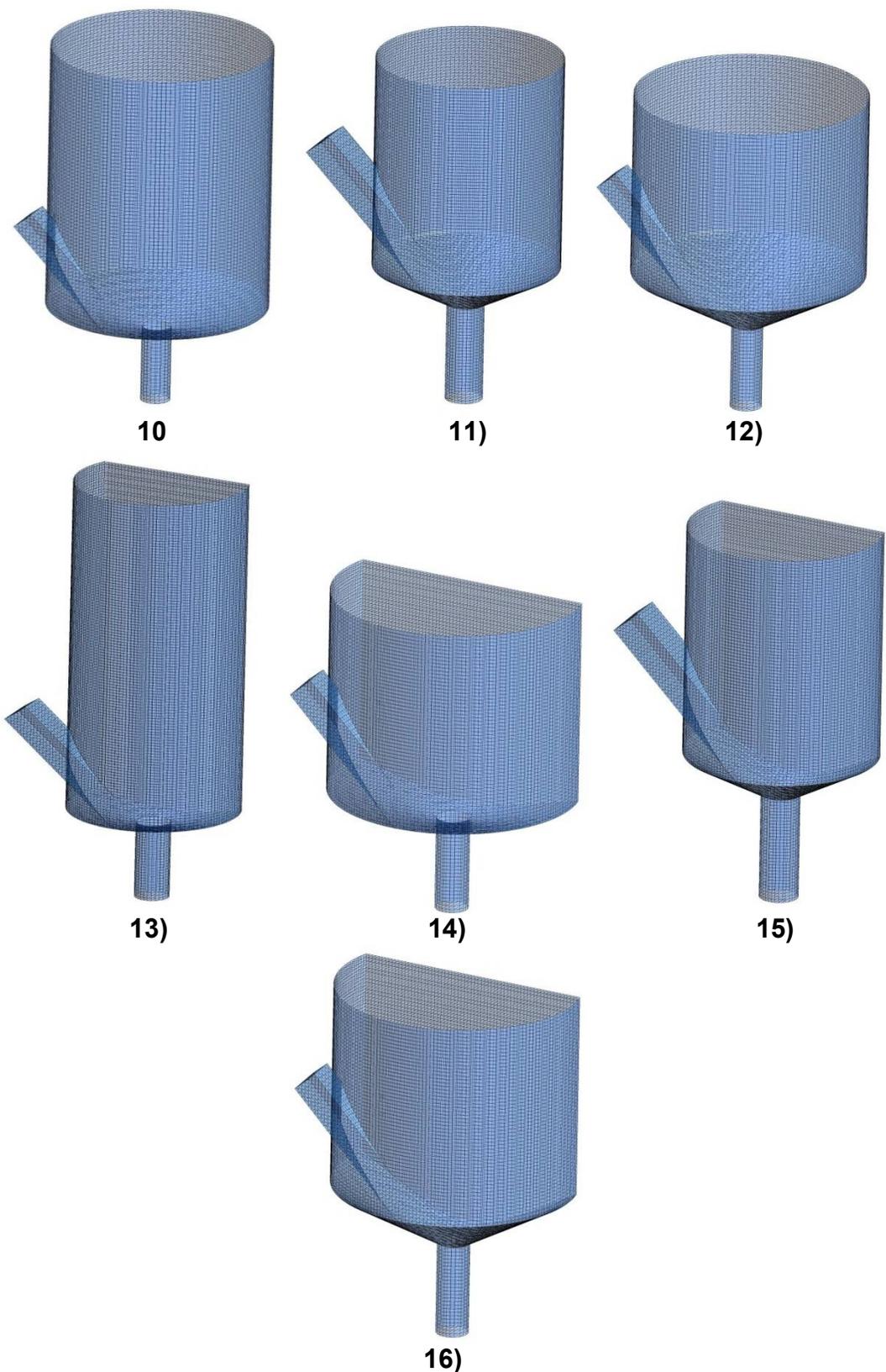


Figura 25. Mallas computacionales de los 16 casos propuestos. Al pie de cada figura aparece el número del respectivo caso.

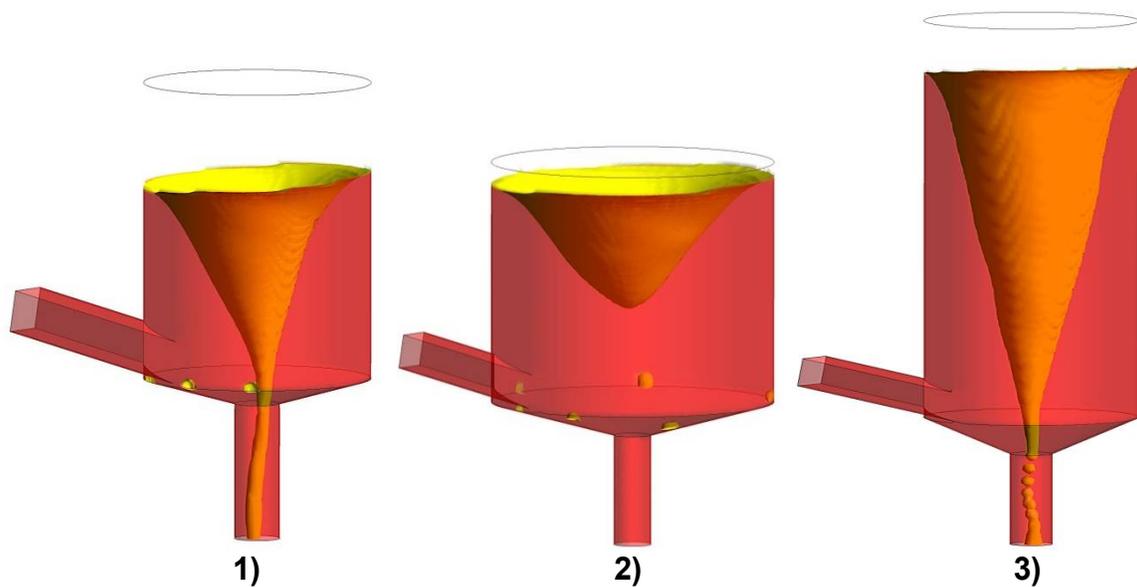
No. de Caso	No. de Elementos	Ortogonalidad promedio	Ortogonalidad mínima
1	160,945	0.9921	0.3348
2	156,281	0.9905	0.4122
3	144,853	0.9887	0.2877
4	172,042	0.9900	0.3240
5	140,996	0.9893	0.3895
6	175,265	0.9928	0.2826
7	158,486	0.9876	0.2032
8	154,018	0.9931	0.3419
9	149,664	0.9902	0.2986
10	183,335	0.9915	0.2784
11	173,155	0.9884	0.2123
12	164,239	0.9913	0.3333
13	152,351	0.9906	0.3991
14	142,661	0.9933	0.3959
15	159,353	0.9924	0.3990
16	152,724	0.9910	0.3879

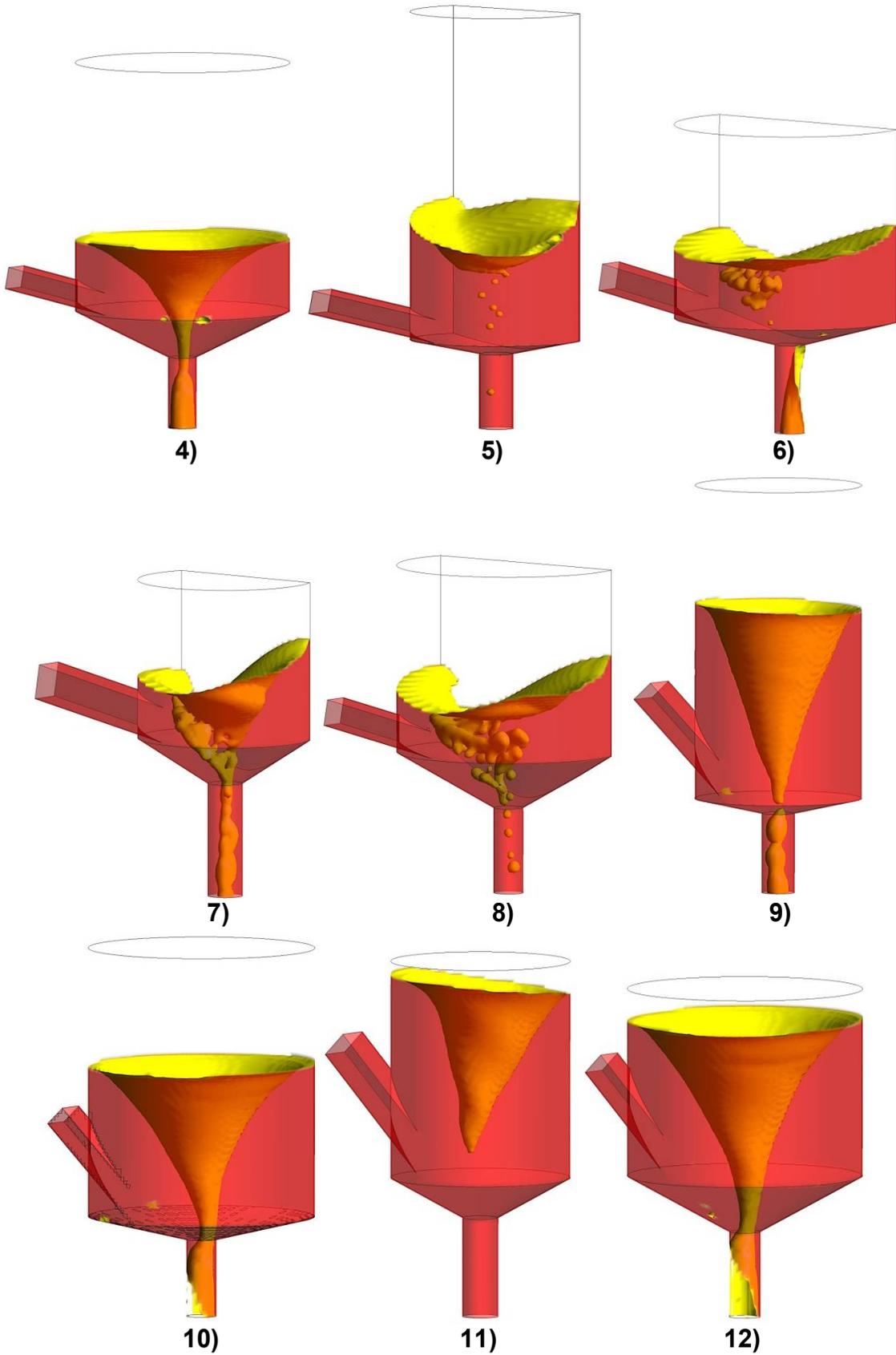
Tabla 4. Parámetros de las 16 mallas creadas.

3.2.2 Distribución de fases de los 16 casos (Vórtices).

La distribución de las fases dentro de los 16 dispositivos y las formas de sus respectivos vórtices a los 15 segundos de haber comenzado la alimentación de fluido metálico líquido pueden apreciarse en la **Figura 26**. Se observa con claridad y de manera cualitativa el efecto que tiene cada una de las cinco variables involucradas. Por ejemplo, la presencia o ausencia de barrera sobre la formación de los vórtices. Ya que los dispositivos con barrera (casos 5, 6, 7, 8, 13, 14, 15 y 16) destruyen en su mayoría la formación del vórtice provocando una agitación vigorosa dentro del fluido, caso contrario a los dispositivos sin barrera (casos 1, 2, 3, 4, 9, 10, 11 y 12) en donde se forma un vórtice bien definido y en algunos casos muy simétrico. Además es visible que los dispositivos sin barrera al tener un vórtice bien definido, éste llega en la mayoría de los casos al ducto de salida, por lo que el fluido metálico líquido sale del dispositivo a través de las paredes del ducto, mientras que los dispositivos con la presencia de la barrera al no tener un vórtice definido el ducto de salida va casi en su 100% lleno de fluido metálico líquido en la mayoría de los casos. El efecto que tiene el diámetro (**D**) de la

cámara de reacción es también muy claro de apreciar. Mientras que los dispositivos con un diámetro menor (casos 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13 y 15) presentan niveles de fluido metálico líquido muy altos, los dispositivos con diámetro mayor (casos 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 y 16) presentan niveles de fluido metálico líquido mucho más bajos. En el caso del flujo de entrada, se observa que su efecto sobre la formación del vórtice y el nivel del fluido metálico líquido no es muy claro, sin embargo, si se observa a detalle el caso 1 y el caso 2, donde la única variable de diseño distinta entre ambos es el diámetro de la cámara de reacción, por lo que si el flujo de entrada fuera el mismo en ambos casos y recordando que a diámetros mayores, los niveles de fluido metálico líquido deberían ser mucho más bajos, la única explicación se puede dar a través del flujo de entrada, ya que para el caso 1, el flujo de entrada es menor al flujo de entrada del caso 2, provocando que el nivel del fluido metálico líquido en ambos casos sea muy similar. Finalmente, en el caso del ángulo de entrada (β) y el ángulo de la sección troncocónica (α) el efecto no es claro, sin embargo, da la impresión de que un ángulo troncocónico bajo reduce o evita que el vórtice desemboque en el ducto de salida (caso 2, 5 y 13).





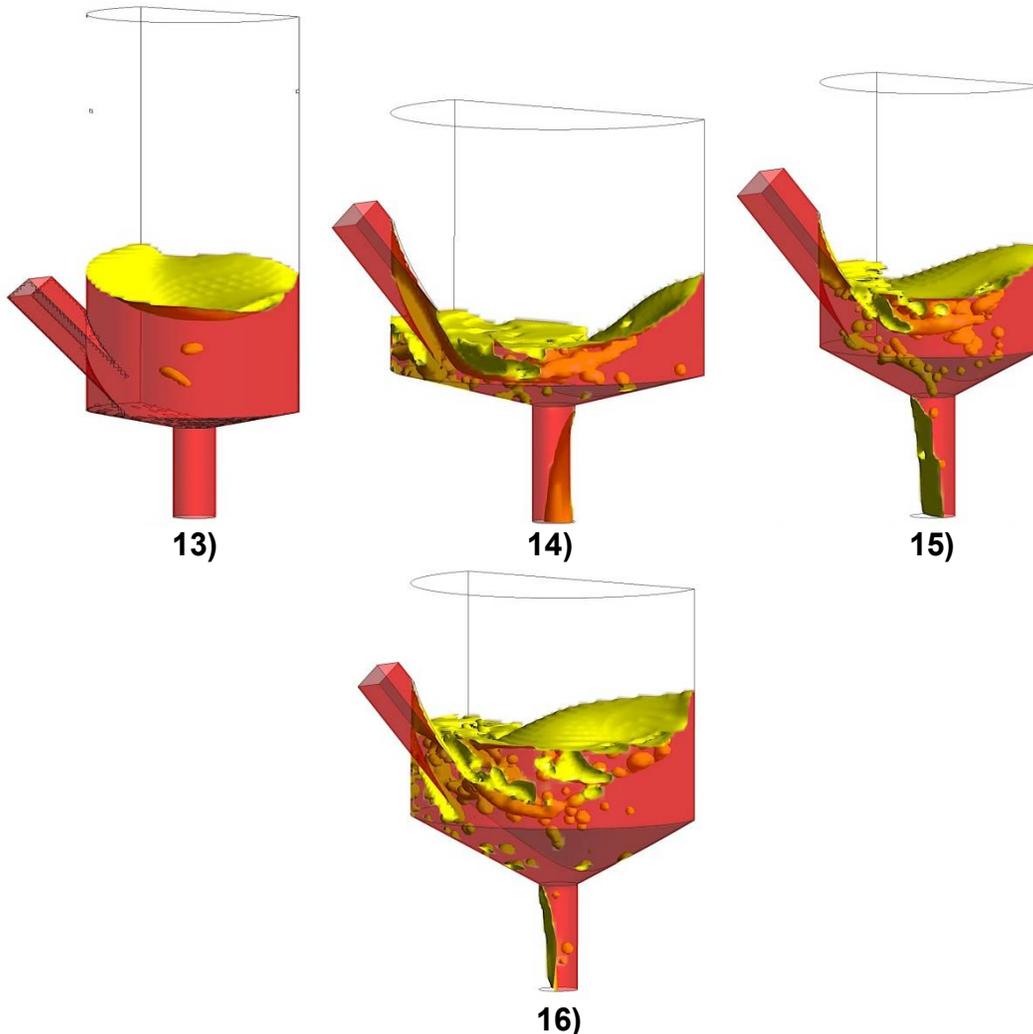
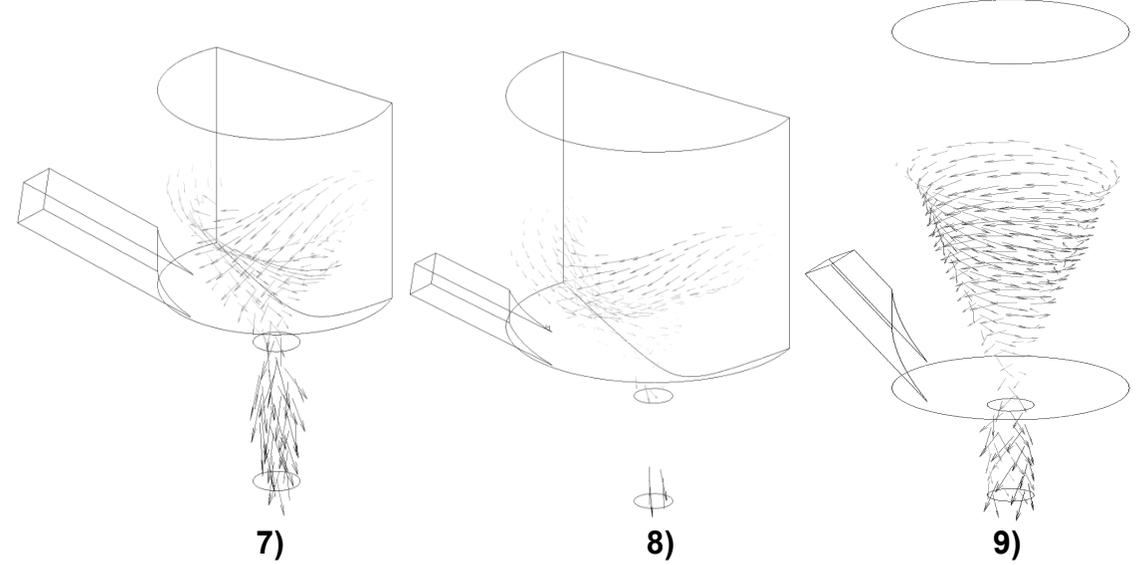
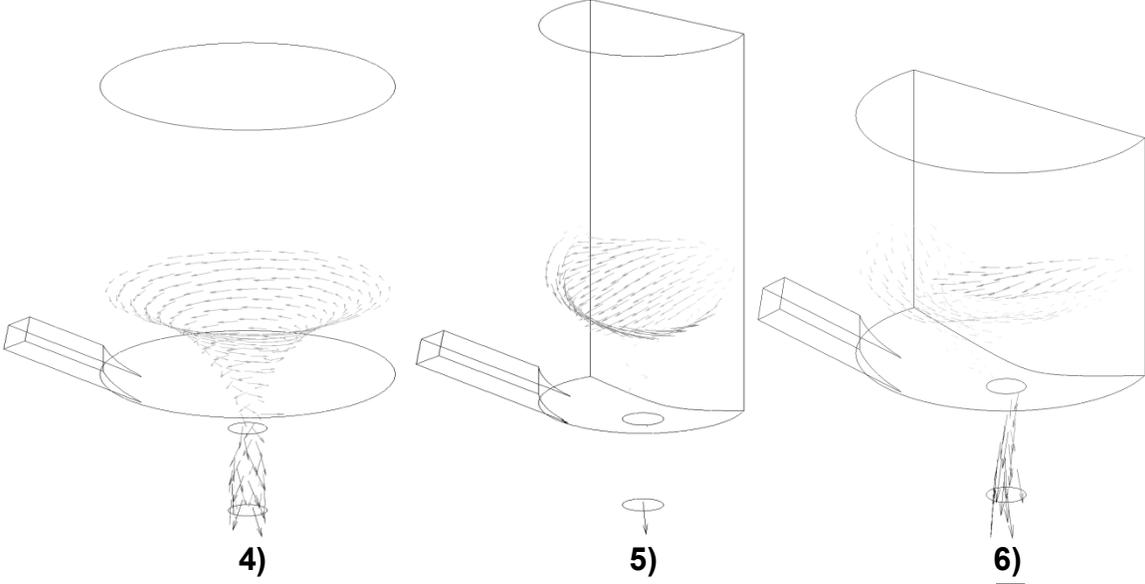
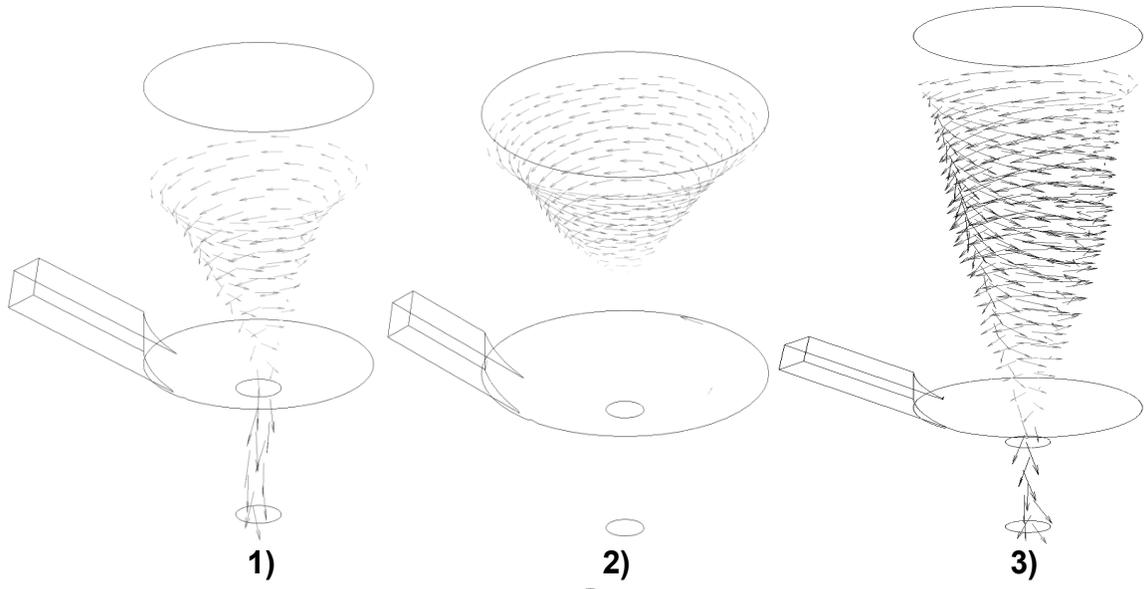


Figura 26. Vórtices a los 15 segundos de iniciada la inyección del fluido metálico líquido (estado cuasiestable) para los 16 casos. Al pie de cada figura aparece el número del respectivo caso.

3.2.3 Patrones de flujo de los 16 casos (Vectores de velocidad).

En la **Figura 27** se observan los vectores de velocidad del fluido metálico líquido en zonas muy cercanas a la interfase entre el fluido metálico líquido y el aire a los 15 segundos de iniciada la alimentación del fluido metálico líquido para los 16 casos propuestos. De igual manera que para los resultados de la distribución de fases, el efecto más notorio vuelve a presentarse con la presencia o ausencia de una barrera, ya que al promover o romper la formación del vórtice se observa de forma clara que, en los dispositivos sin barrera (casos 1, 2, 3, 4, 9, 10, 11 y 12), las velocidades en la interfase son mayores al no verse afectado el patrón de flujo angular, sin embargo, en los dispositivos con la presencia de una barrera (casos 5, 6, 7, 8, 13, 14, 15 y 16), se observa que al romperse la formación

del vórtice, y verse modificado el patrón de flujo angular al chocar con la barrera se forma una especie de patrón de flujo con la forma de olas en la interfase hasta cierto punto caótica y con velocidades muy inferiores a las de los dispositivos sin barrera. En cuanto al diámetro (**D**) pasa algo muy similar respecto de la presencia o ausencia de una barrera que de forma muy específica se puede ver en los casos 1 y 4, que son dispositivos muy similares, donde se puede analizar este efecto, por ejemplo en el caso del dispositivo número 1 se tiene velocidades que oscilan entre 0.7 y 0.9 m/s, mientras tanto en el dispositivo número 4 que tiene un diámetro mayor se encuentran velocidades que van desde 0.5 y 0.7 m/s. De esta forma se puede decir que a mayores diámetros de cámara de reacción las velocidades en la interfase entre el fluido metálico líquido y el aire son menores que para dispositivos con diámetros menores donde las velocidades aumentan. El efecto del flujo no se aprecia de una manera tan clara como con el diámetro y la barrera, sobre todo en esta zona de la interfase, sin embargo, de manera muy general a flujos de entrada mayores se presentan velocidades mayores. El efecto del ángulo de la sección troncocónica (α) también presenta pequeñas variaciones en la velocidad, en la sección troncocónica precisamente, ya que a ángulos menores, esta sección presenta una menor altura por lo que se vuelve más pequeña y no se aprecia un cambio en las velocidades con respecto de las velocidades que se presentan en la cámara de reacción, es decir se mantienen prácticamente constantes hasta que entran en la sección del ducto de salida que es cuando el patrón de flujo se ve acelerado debido a la drástica reducción del área del ducto de salida, mientras que para ángulos más grandes, esta sección presenta una mayor altura y por ende esta zona se hace más grande y es posible observa como el patrón de flujo que viene desde la cámara de reacción al llegar a esta zona comienza a tener una pequeña aceleración debida a la reducción del área hasta desembocar en el ducto de salida donde nuevamente el patrón de flujo se acelera de manera drástica. De esta manera, se puede decir que a ángulos mayores en la sección troncocónica se presentan velocidades mayores en esta zona. Finalmente, el efecto del ángulo de la sección de entrada (β) no es claro en la forma y velocidades que presenta el patrón de flujos en la interfase.



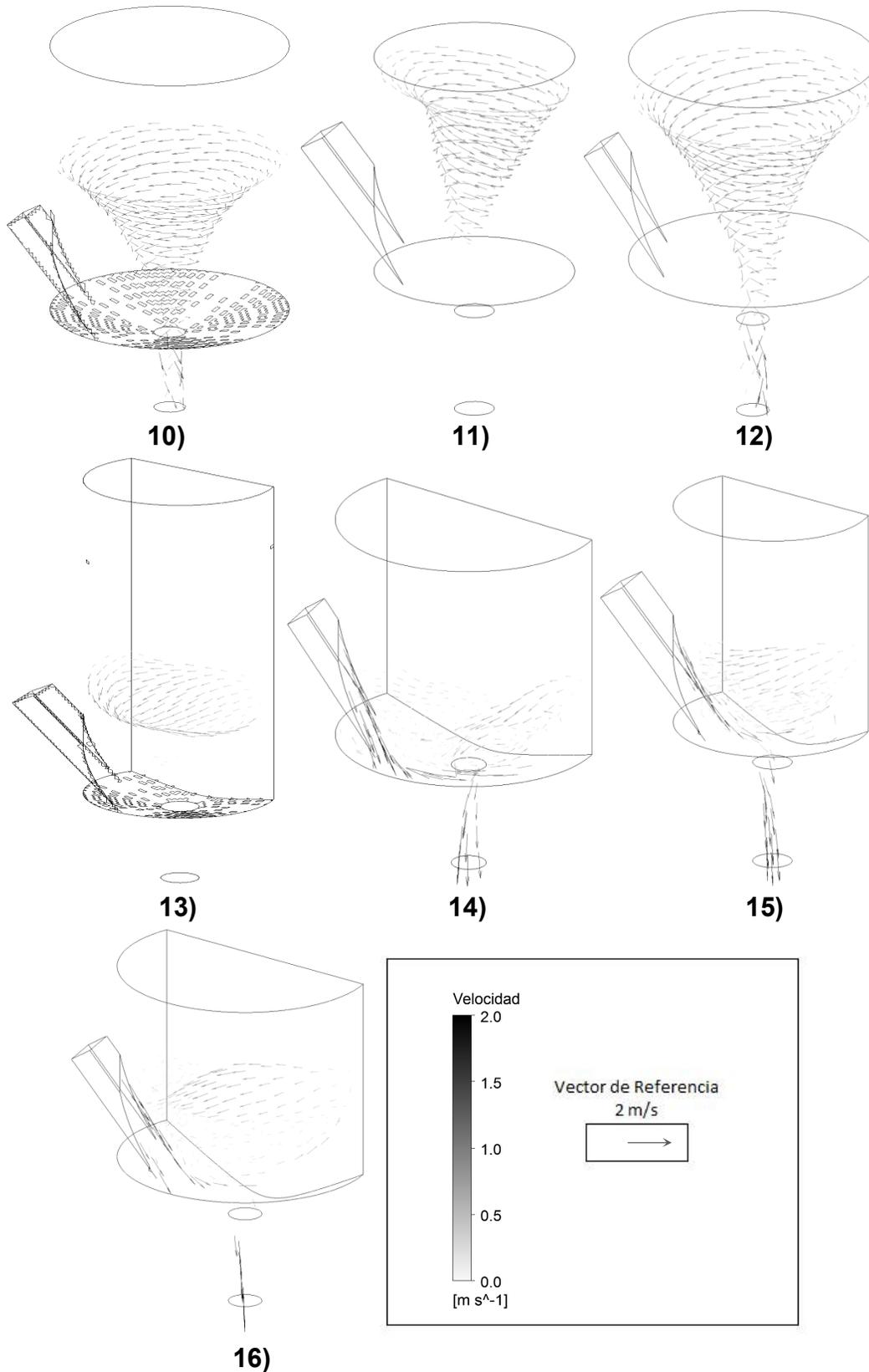
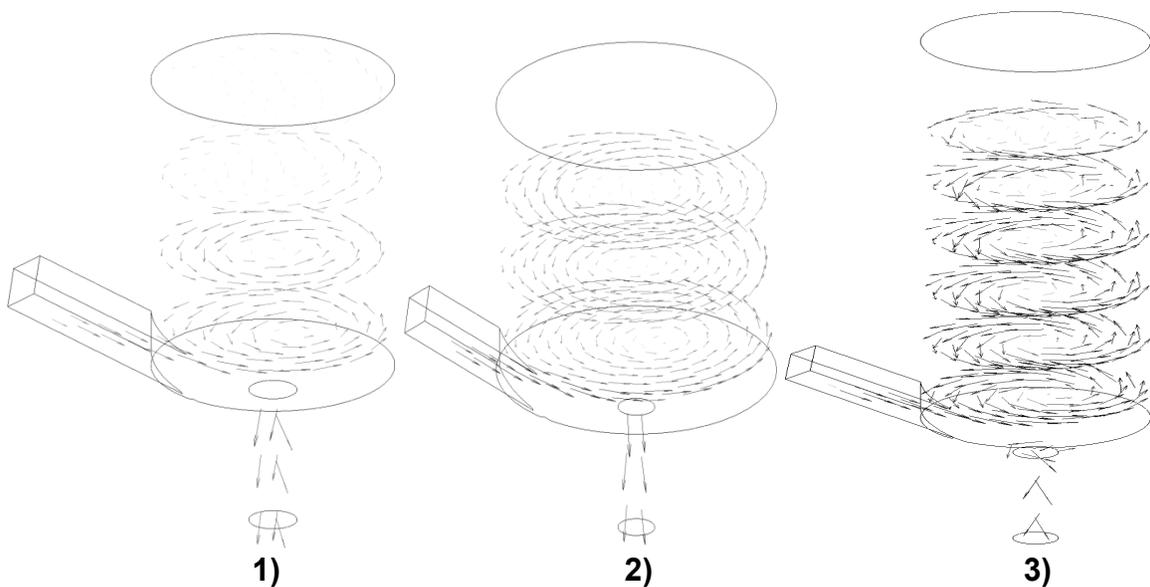


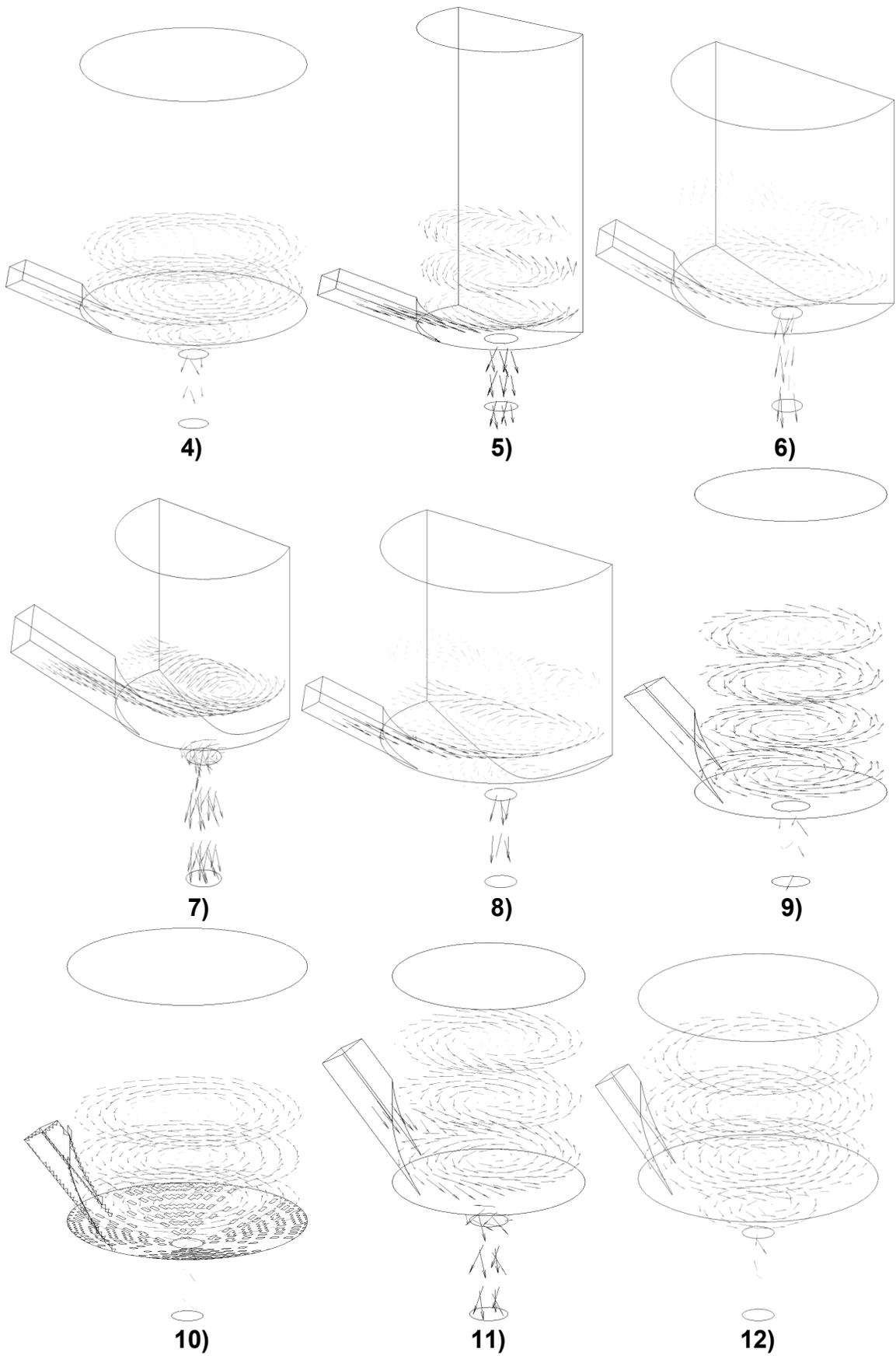
Figura 27. Vectores de velocidad a los 15 segundos de iniciada la inyección del fluido metálico líquido en la interfase. Al pie de cada figura aparece el número del respectivo caso.

Por su parte en la **Figura 28** se observan nuevamente los vectores de velocidad de los patrones de flujo en el fluido metálico líquido, pero a diferencia de la **Figura 19** se presentan en planos horizontales al dispositivo a diferentes alturas observando así el comportamiento de dicho patrón de flujo en todas las zonas dentro del dispositivo. En estas figuras se observa rápidamente que para los 16 casos, independientemente de las variables involucradas, las velocidades más grandes se presentan en el ducto de entrada (velocidades muy cercanas a la velocidad con la que se alimenta el fluido metálico líquido en cada dispositivo), así como en la sección troncocónica y el ducto de salida, donde las velocidades (alrededor de 2 m/s) son independientes del flujo de entrada, por lo que estas velocidades están controladas por el área del ducto de salida, que de igual forma es un parámetro muy importante con el que podría ajustarse el nivel que alcanza el vórtice en cada dispositivo, que para flujos de entrada muy altos evitaría el derramamiento del fluido metálico líquido por la parte superior del dispositivo. Además de eso, las velocidades dentro de la cámara de reacción siempre van de más a menos a medida que nos desplazamos hacia arriba, hasta encontrar las velocidades más pequeñas en el nivel más alto que alcanza el fluido metálico líquido en cada dispositivo.

Ahora bien, retomando las variables estudiadas en este trabajo, una vez más, la presencia o ausencia de una barrera, que destruye o promueve la presencia de un vórtice respectivamente, vuelve a confirmarnos que los casos con barrera modifican el patrón de flujo angular, promoviendo que los componentes de la velocidad radial y axial se vean incrementados. En contraste, en los casos sin barrera se confirma que en todas las zonas predominan las componentes angulares y un patrón de flujo mucho más alisado y suave (menos turbulento). El efecto del diámetro (**D**) puede verse nuevamente reflejado en los casos 1 y 4 donde se observa de manera muy general que a diámetros menores se presentan velocidades mayores en la cámara de reacción solamente, ya que como se mencionó anteriormente las velocidades a la entrada y salida están controladas por otros parámetros. Para el efecto del flujo de entrada, independientemente de que a mayor flujo se tienen velocidades mayores en la cámara de reacción (casos

2 y 4), también se observa que afecta el patrón de flujos en ciertas zonas, como a la entrada y en la sección troncocónica donde se observan velocidades mucho más grandes a flujos mayores (casos 2, 3, 5, 8, 10, 11, 13 y 16). En el caso del ángulo de entrada (β) se puede observar que a ángulos pequeños (casos 1 al 8) se tienen velocidades un poco mayores a comparación de los casos con ángulos de entrada mayores (casos 9 al 16), esto posiblemente se deba entre otras cosas a que el patrón de flujos al pasar del ducto de entrada a la cámara de reacción sufre un cambio de dirección drástico entre mayor sea el ángulo de entrada, en cambio a ángulos menores el patrón de flujo casi no se ve modificado y sigue una dirección con un patrón de flujo más suave y alisado. Por su parte, el ángulo de la sección troncocónica (α) no presenta un efecto tangible, de tal manera que no es claro proporcionar una tendencia en estas imágenes sobre dicha variable.





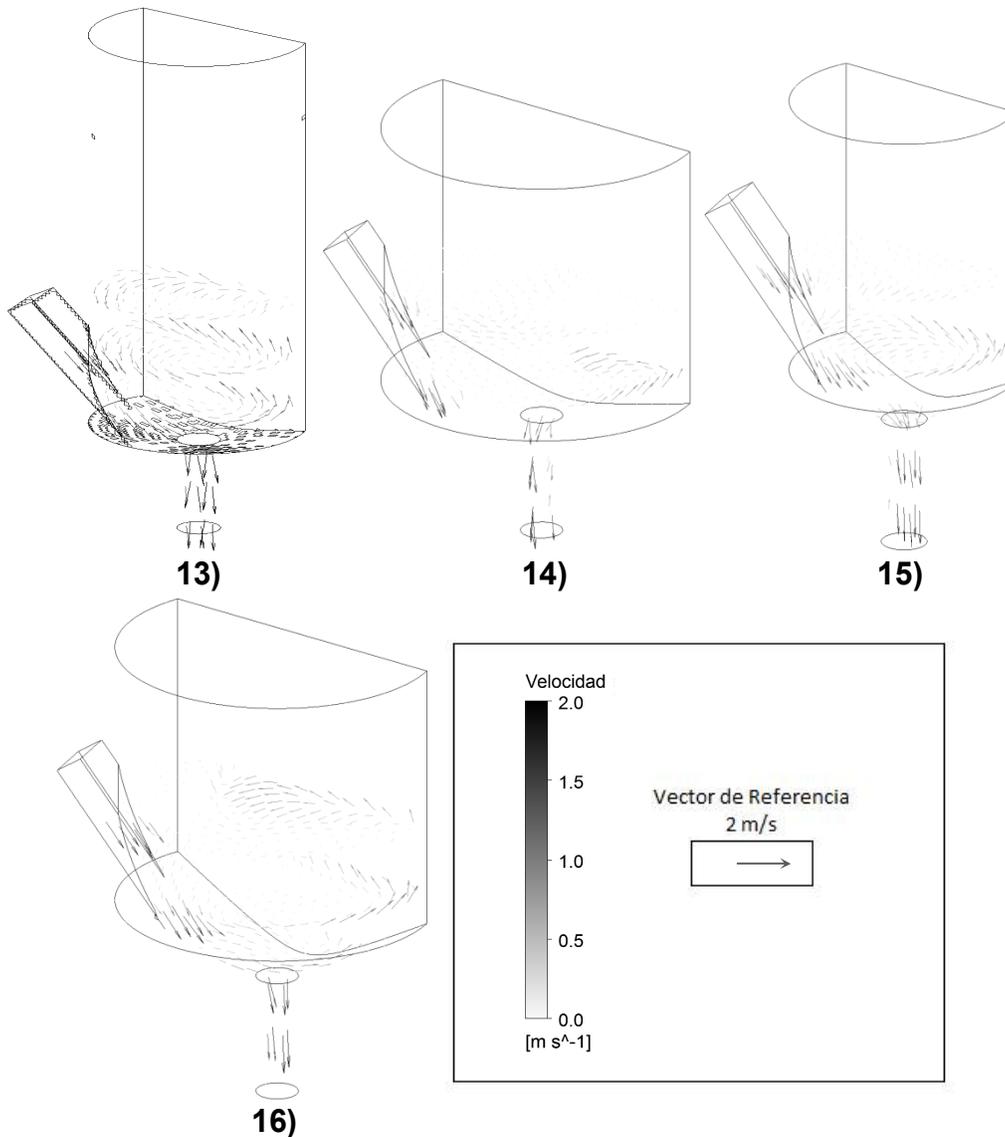


Figura 28. Vectores de velocidad a los 15 segundos de iniciada la inyección del fluido metálico líquido a través de planos horizontales a diferentes alturas para los 16 casos. Al pie de cada figura aparece el número del respectivo caso.

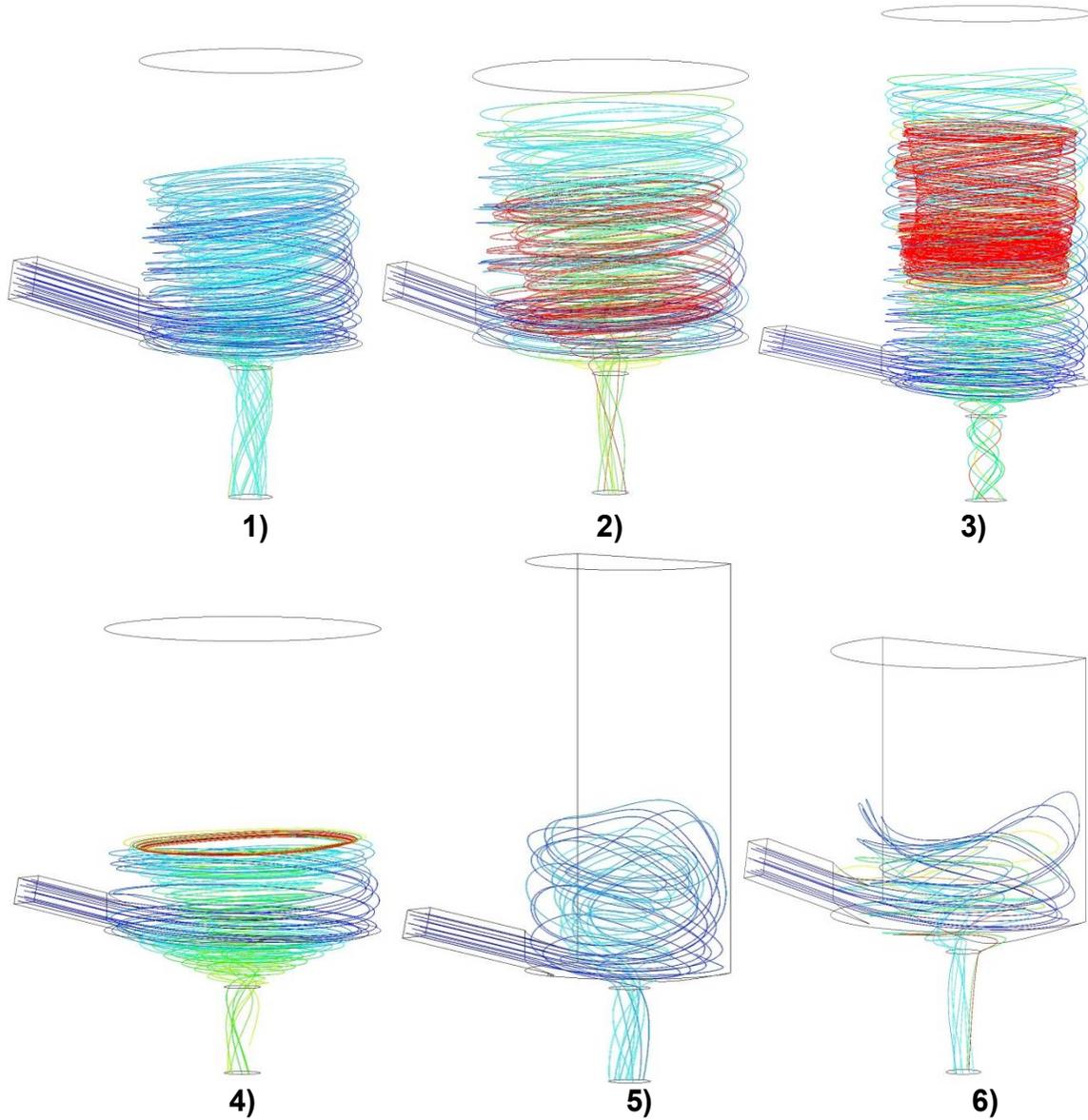
3.2.4 Tiempos de residencia promedio de los 16 casos (Líneas de corriente).

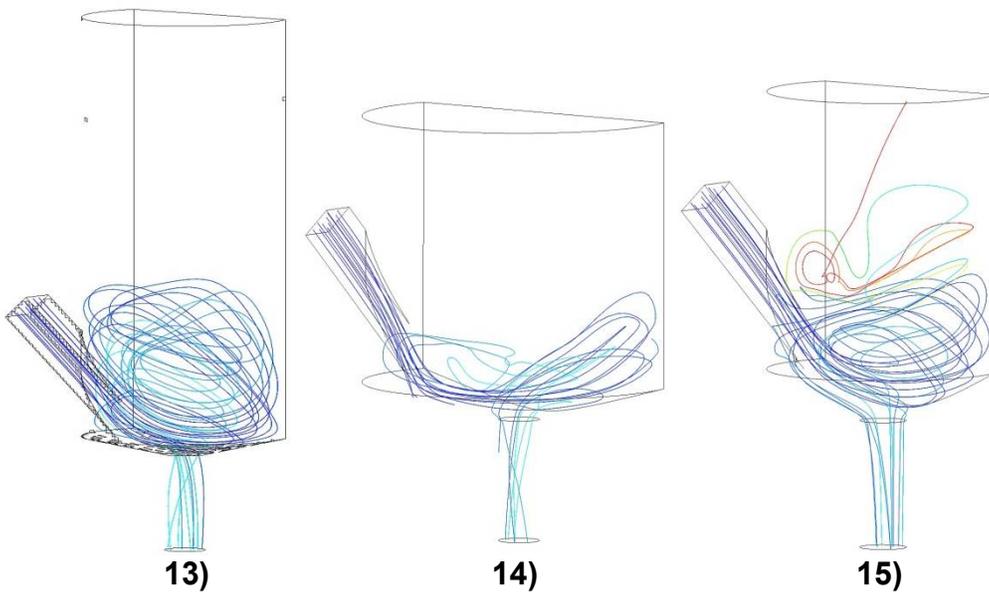
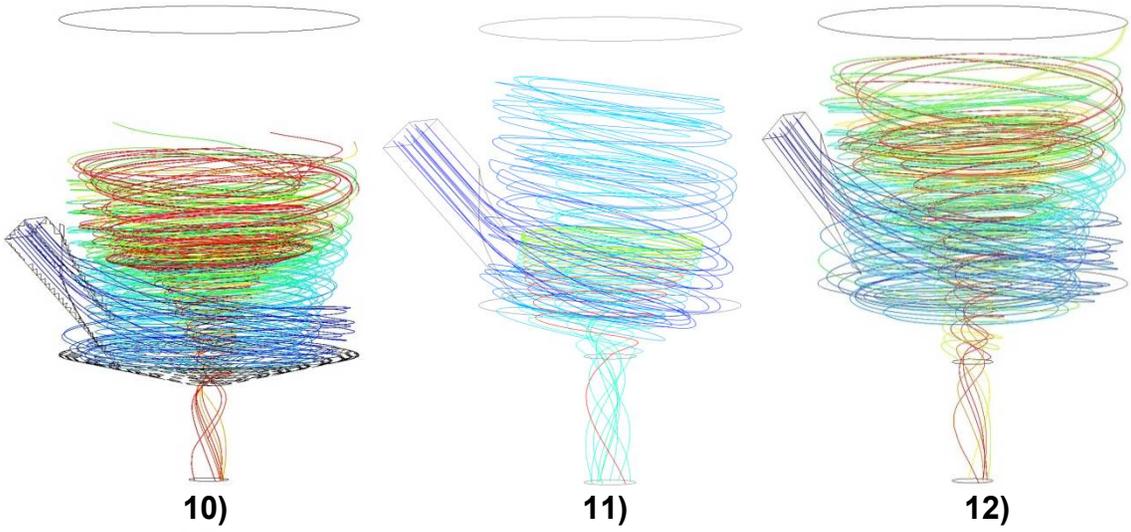
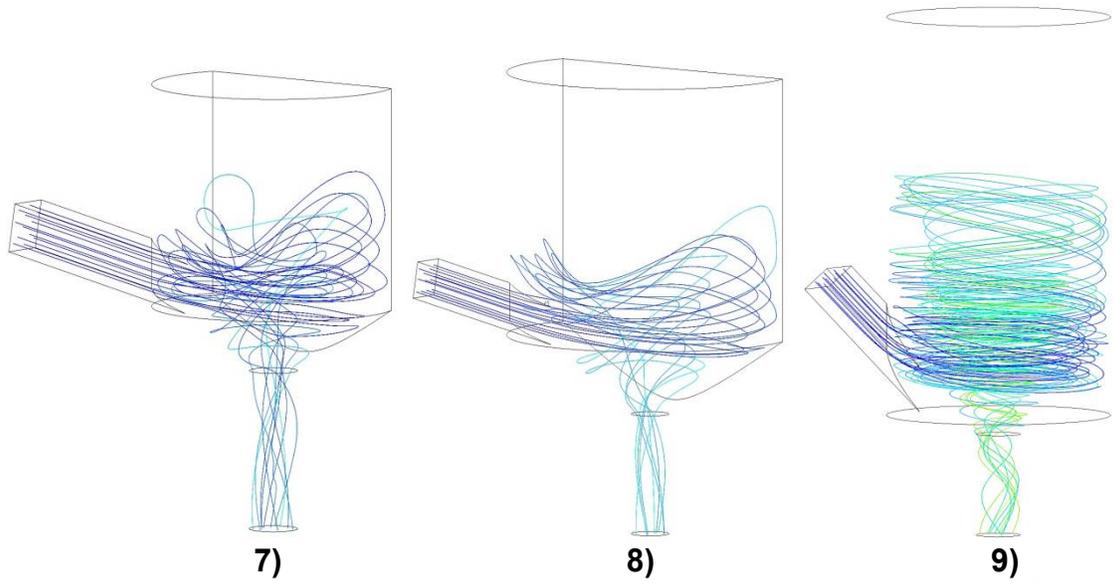
En la **Figura 29** se observan las líneas de corriente de partículas trazadoras para los 16 casos después de 15 segundos de iniciada la alimentación del fluido metálico líquido donde se muestran las trayectorias que estas partículas pueden tomar dentro del dispositivo, así como resultados de los tiempos de residencia promedio que, aunque de manera cualitativa, da una idea general del tiempo que

las partículas permanecerán dentro de cada dispositivo y así darnos cuenta a grandes rasgos del potencial mezclador de cada uno de los dispositivos.

Lo primero que salta a la vista son las trayectorias y los tiempos de residencia promedio que se presentan en los dispositivos con y sin barrera, ya que los dispositivos sin barrera (casos 1, 2, 3, 4, 9, 10, 11 y 12) presentan trayectorias angulares que reafirman lo encontrado en los patrones de flujo, pero además, presentan también los tiempos de residencia promedio más altos, que van desde casi 0 segundos hasta tiempos mayores a 10 segundos. En cambio, los casos con barrera (casos 5, 6, 7, 8, 13, 14, 15 y 16) presentan trayectorias irregulares o caóticas debido a la destrucción del vórtice y los tiempos de residencia promedio son muy cortos en comparación de los dispositivos con barrera, ya que estos van desde casi 0 segundos hasta 5 segundos aproximadamente en la mayoría de los casos, además es posible observar como en los casos 15 y 16 existen un par de trayectorias que abandonan el dispositivo por la parte superior, esto se debe a la velocidad que estas partículas puedan llegar a tomar y al rebotar con la barrera alcancen una altura mayor a la del dispositivo mezclador, por lo cual se tiene que tener mucho cuidado, ya que al tratarse de fluido metálico líquido a temperaturas sumamente altas podría ocasionar algún accidente. El efecto del diámetro (D) no es del todo claro, esto lo podemos observar en dispositivos con características sumamente similares como los casos 1 y 4) donde se tienen tiempos de residencia mayores en el dispositivo 4 que tiene un diámetro mayor, sin embargo la tendencia no es la misma para los casos 2 y 3 que de igual manera tienen prácticamente las mismas características y donde se observa claramente que existe un mayor número de partículas con tiempos de residencia mayores en el dispositivo 3 que tiene un diámetro menor al dispositivo 2, por lo que efecto del diámetro en los tiempos de residencia tiene una dependencia del conjunto de todas las variables involucradas en cada caso. Por su parte, el efecto del flujo de entrada si muestra una tendencia ya que a mayores flujos de entrada (casos 2, 3, 5, 8, 10, 11, 13 y 16) se tienen tiempos de residencia mayores en casi todos los casos. Finalmente tanto el ángulo de entrada (β) como el ángulo de la sección troncocónica (α) no tienen una tendencia clara en cuanto el tiempo de residencia de las partículas,

sólo se observa de manera cuidadosa que para ángulos de entrada menores (casos 1 al 8) se tienen tiempos de residencia ligeramente más grandes que los casos con ángulos de entrada grandes (casos 9 al 16).





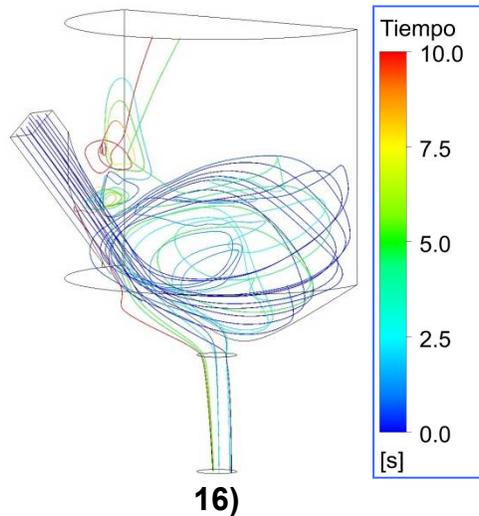
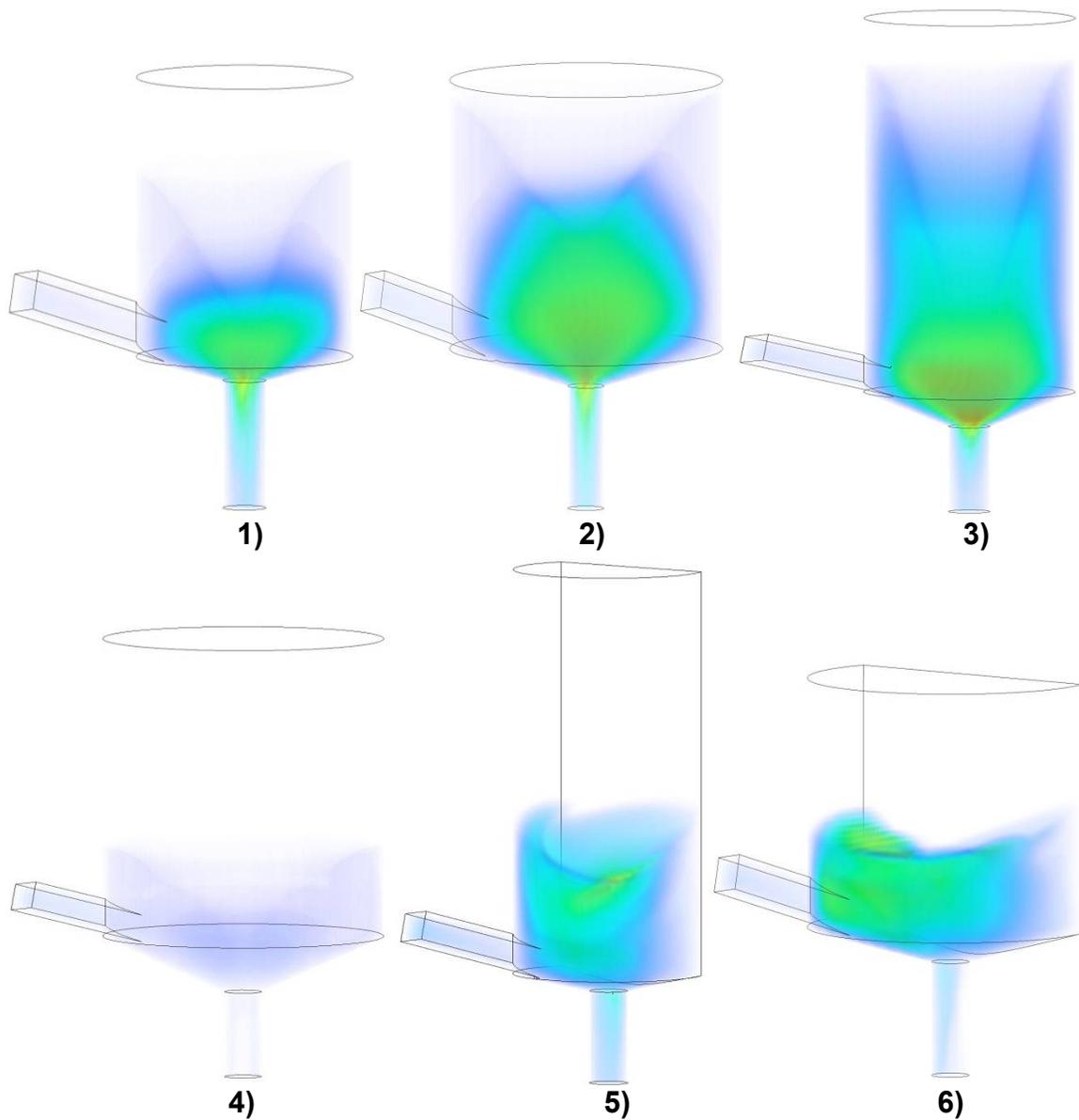


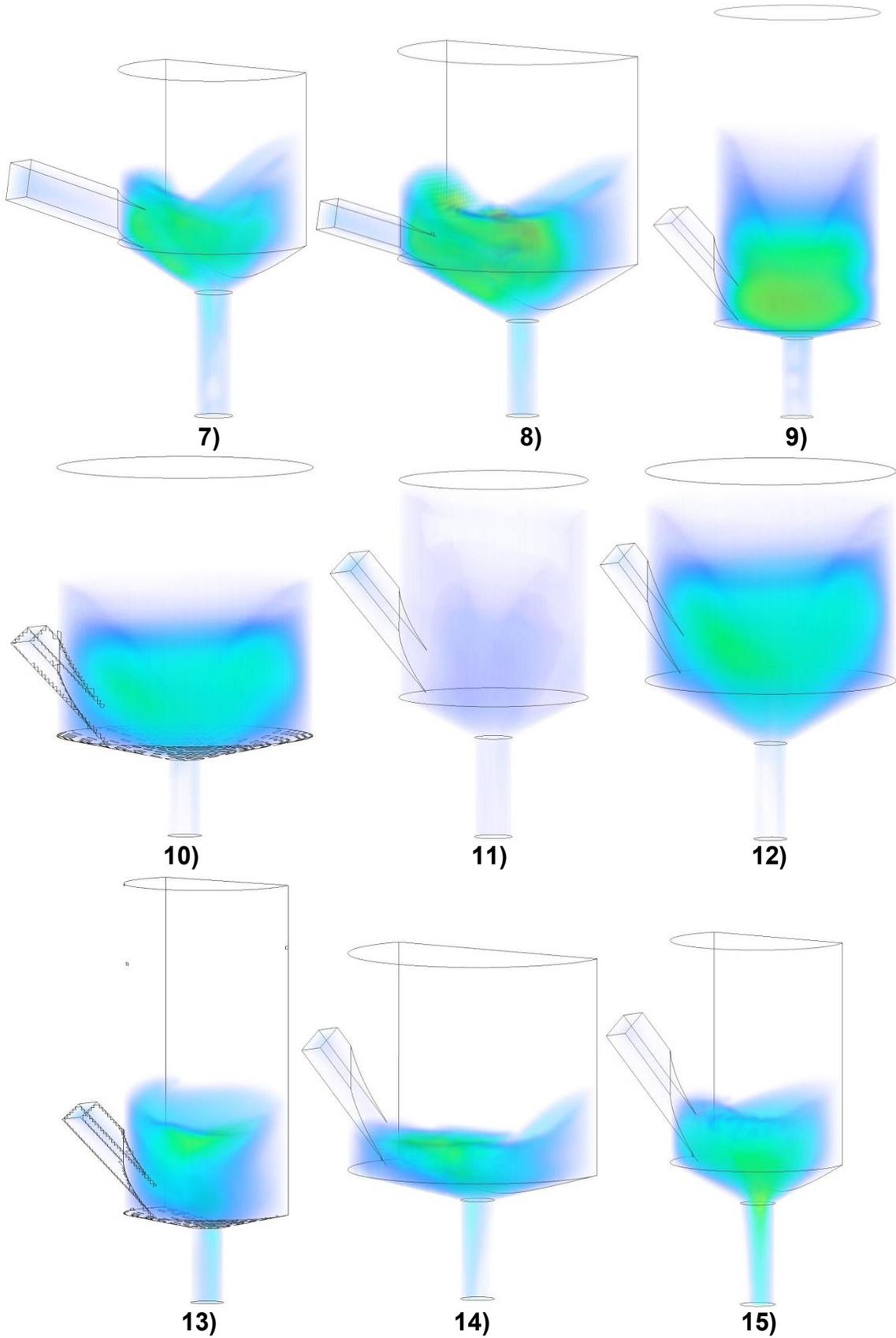
Figura 29. Líneas de corriente los 15 segundos de iniciada la inyección del fluido metálico líquido (estado cuasiestable) para los 16 casos. Al pie de cada figura aparece el número del respectivo caso.

3.2.5 Estructura turbulenta de los 16 casos (Contornos de turbulencia).

En la **Figura 30** se observan los contornos de turbulencia que se generan en los 16 dispositivos después de 15 segundos de iniciada la alimentación del fluido metálico líquido que resultan de gran importancia en un dispositivo mezclador, ya que el generar una alta turbulencia dentro de este promueve un mejor mezclado. Por principio de cuentas vuelve a resultar evidente que la presencia o ausencia de una barrera modifican en gran medida los contornos de turbulencia, ya que los dispositivos con la presencia de una barrera crean una turbulencia mayor en comparación de los dispositivos que no la tienen, además de que la turbulencia en los dispositivos con barrera no es uniforme dentro de la cámara de reacción ya que las zonas de mayor turbulencia se desplazan muy cerca de la zona donde desemboca el ducto de entrada en la cámara de reacción, mientras que los dispositivos sin barrera tienen contornos de turbulencia muy simétricos y siguen la silueta del vórtice formado. El efecto de las variables restantes como lo son el diámetro (D), el flujo de entrada, el ángulo de entrada (β) y el ángulo de la sección troncocónica (α) parece tener una dependencia de la combinación de todas las variables, sin embargo, pueden observarse algunas tendencias como la combinación de un flujo de entrada y un ángulo de la sección troncocónica altos, además de la presencia de una barrera promueve una alta

turbulencia (casos 8 y 16), por otra parte los casos 4 y 11 representan los dispositivos con una turbulencia mínima, en la que tienen en común la ausencia de barrera, y un ángulo alto en la sección troncocónica, por lo que este ángulo puede resultar importante en la generación de la turbulencia dentro del dispositivo.





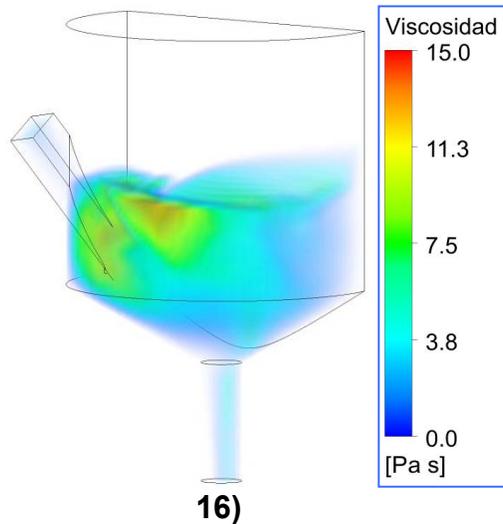


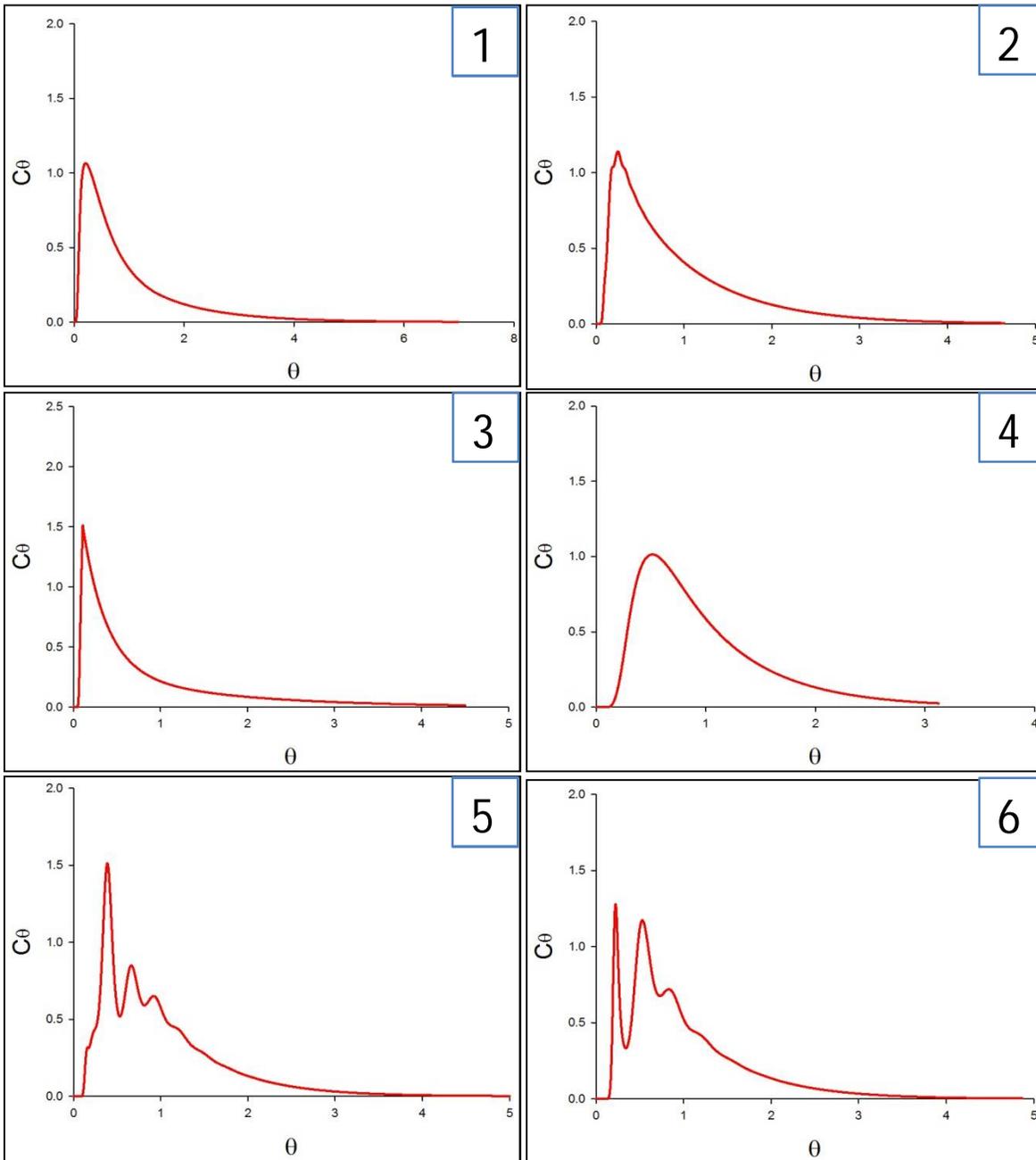
Figura 30. Contornos de turbulencia a los 15 segundos de iniciada la inyección del fluido metálico líquido (estado cuasiestable) para los 16 casos. Al pie de cada figura aparece el número del respectivo caso.

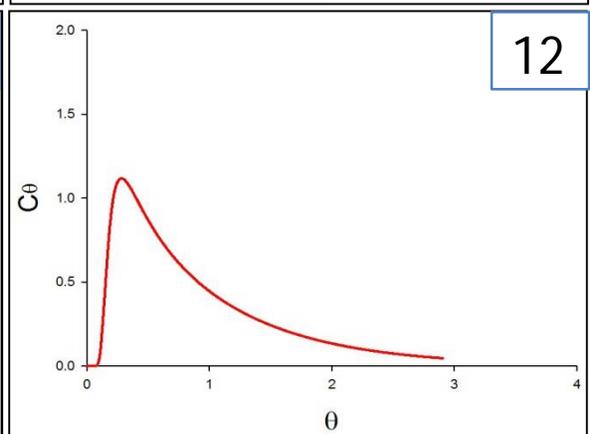
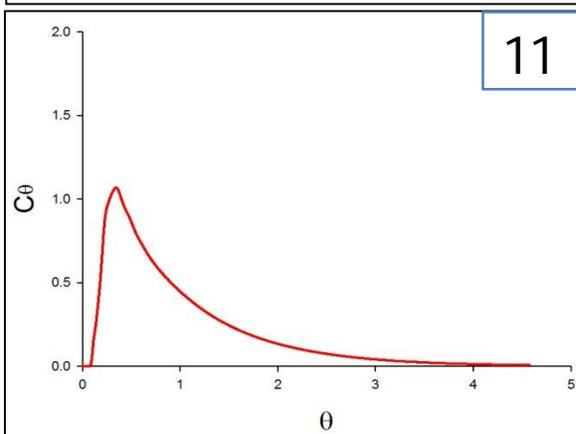
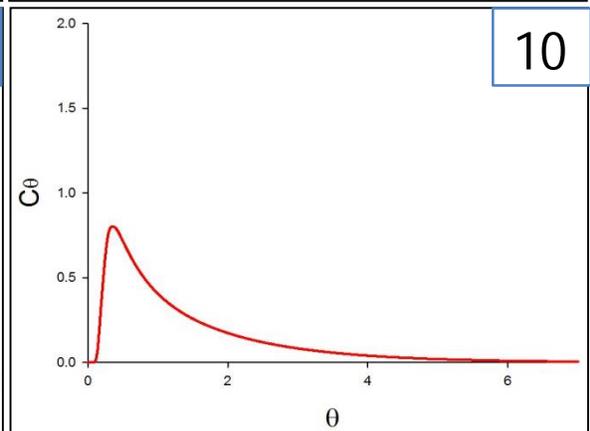
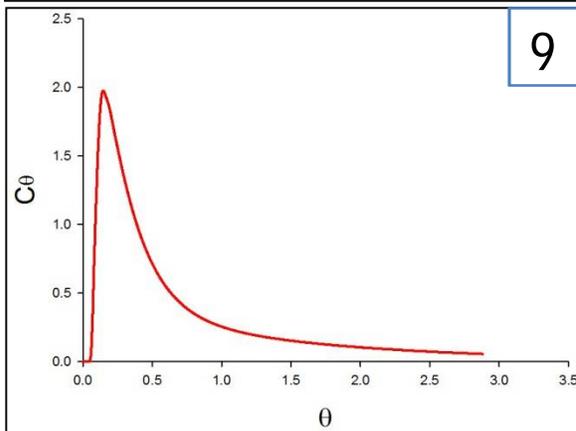
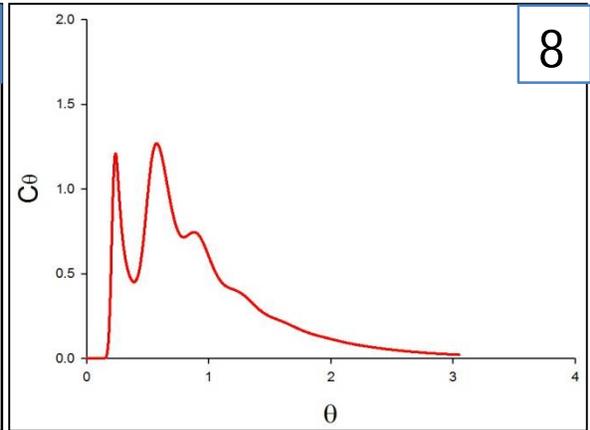
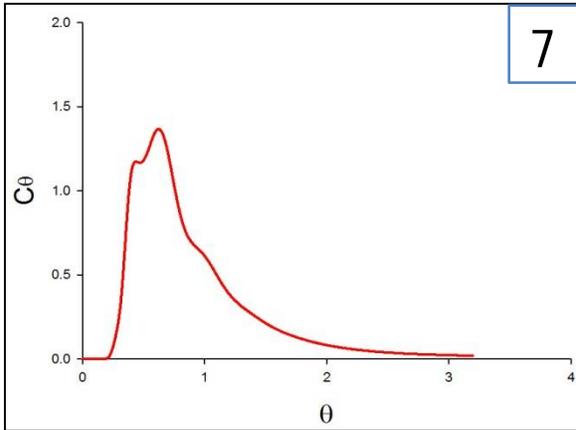
3.2.6 Curvas RTD (Residence Time Distribution) de los 16 casos.

Finalmente, en la **Figura 31** se presentan las curvas RTD de los 16 casos estudiados hasta el momento, donde se grafica la concentración adimensional (C_{θ}) contra el tiempo adimensional (θ) de un pulso de trazador que es inyectado en la entrada del dispositivo y posteriormente es monitoreada la concentración del trazador a la salida. Una vez más, la presencia o ausencia de una barrera dentro del dispositivo generan un cambio en la forma de las curvas muy claro, ya que los dispositivo sin barrera presentan curvas con formas muy comunes en las cuales, después de un tiempo muy breve, comienza a haber la presencia del trazador en la salida y la concentración sube rápidamente hasta alcanzar un máximo y posteriormente comenzar a descender de forma muy lenta a través del tiempo. Como ya se había mencionado anteriormente este tipo de comportamiento es típico de flujos predominantemente activos y con un porcentaje muy grande de flujo mezclado, que sin embargo también cuenta con un cierto porcentaje de flujo pistón al no registrarse concentración del trazador al tiempo cero o muy cercano a cero. También podemos observar que la mayoría de estas curvas presentan un segmento muy amplio del área bajo la curva que se encuentra después del tiempo adimensional 2, que representa la fracción de trazador que tarda dos veces el tiempo de residencia promedio en abandonar el dispositivo, la cual se denomina

fracción o porcentaje de flujo muerto, que no debe ser tomado como zonas estancadas o perjudiciales para el potencial mezclador del dispositivo, sino como un flujo que da muchas vueltas en el vórtice antes de abandonar el dispositivo. Por ende debe tratar de maximizarse tanto el porcentaje de flujo mezclado como el porcentaje de flujo muerto y de manera muy general se puede decir que las características o formas óptimas que deben presentar este tipo de curvas son máximos muy pequeños y con una dispersión a través del tiempo muy amplia.

Por su parte los dispositivos con la presencia de una barrera presentan curvas atípicas, donde se tiene la presencia de más de un máximo o pico, donde inclusive en algunos casos se presentan hasta cuatro máximos, y la explicación a este comportamiento sería porque a cada vuelta que el fluido da dentro de la cámara de reacción propicia la descarga de una gran cantidad del trazador y en consecuencia no se promueve de buena manera el mezclado dentro de estos dispositivos, que de igual forma puede apreciarse en la dispersión de las curvas a través del tiempo de residencia adimensional, que para estos casos son más pequeñas (de 0 a 3θ aproximadamente) en relación a la dispersión que existe en los dispositivos sin barrera (de 0 a 5θ aproximadamente). El efecto de las variables restantes como el diámetro (**D**), el flujo de entrada, el ángulo de la sección troncocónica (**α**) y el ángulo de entrada (**β**) son muy difíciles de analizar a partir de estas curvas debido a que no existe una tendencia, sin embargo, en la Tabla 9 se puede realizar un análisis más detallado donde se presentan los resultados del cálculo de los porcentajes de volumen mezclado, volumen pistón y volumen muerto.





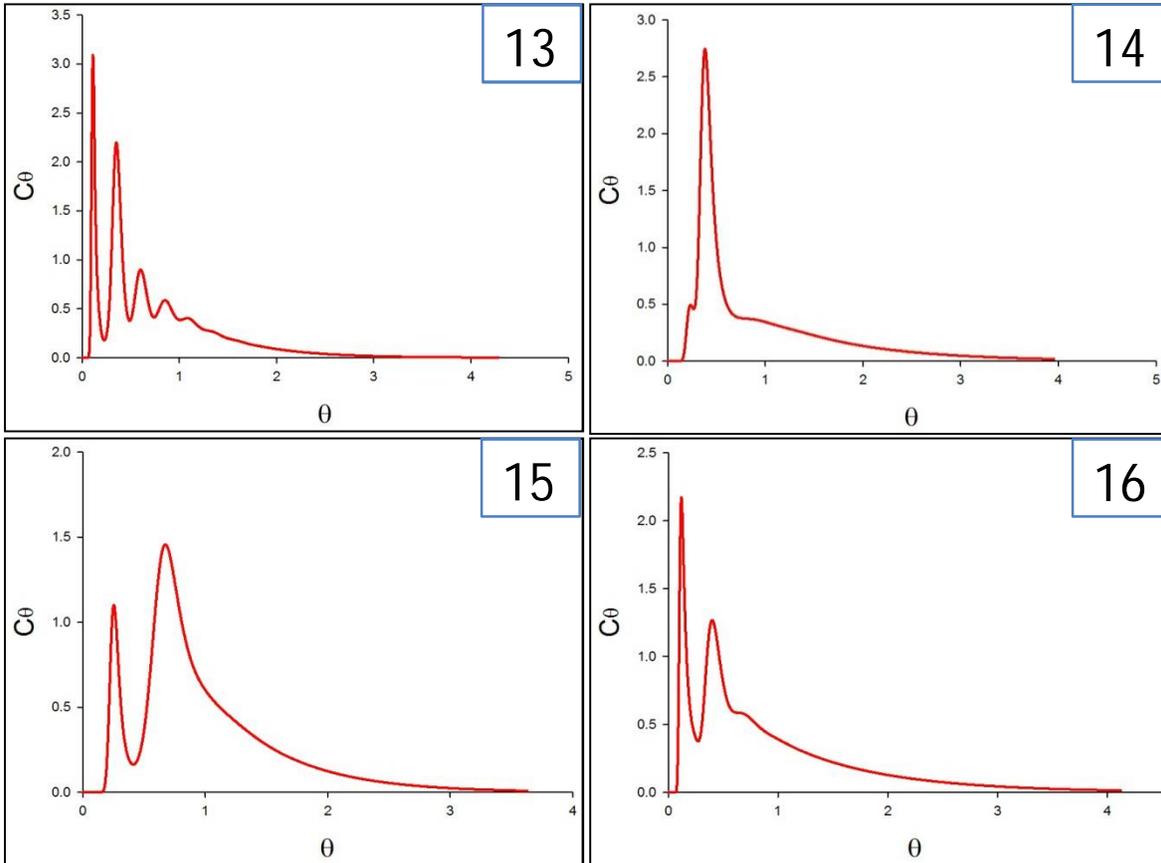


Figura 31. Gráficas de las curvas RTD donde se grafica la concentración adimensional (C_{θ}) contra el tiempo adimensional (θ) para los 16 casos. En la esquina superior derecha de cada gráfica aparece el número del respectivo caso.

3.2.7 Análisis de resultados con base en los porcentajes de volúmenes de mezclado, pistón y muerto.

El procesamiento de las curvas RTD o curvas “C” proporciona información cuantitativa valiosa en el análisis y la optimización del potencial mezclador del dispositivo. Dicho procesamiento proporciona el porcentaje de volumen mezclado, muerto y pistón, así como el tiempo de residencia promedio de las partículas trazadoras dentro del dispositivo. Dicha información se ve reflejada en la **Tabla 5**.

No. de Experimento	% Volumen muerto	% Volumen pistón	% Volumen mezclado	% Volumen muerto + % Volumen mezclado	Tiempo de residencia promedio (s)
Caso 1	12.1871	9.12	78.6929	90.88	3.4986
Caso 2	10.4651	5.03	84.5049	94.97	7.2014
Caso 3	3.106	8.76	88.134	91.24	3.869
Caso 4	7.1464	11.46	81.3953	88.54	6.2743
Caso 5	9.0767	9.19	81.7333	90.81	2.0681
Caso 6	9.5742	13.14	77.2858	86.86	3.455
Caso 7	4.7076	18.94	76.3524	81.06	1.4629
Caso 8	5.798	14.79	79.4120	85.21	2.67
Caso 9	6.7566	5.07	88.1734	94.93	6.4521
Caso 10	16.4525	9.31	74.2375	90.69	6.09
Caso 11	10.8027	7.72	81.4773	92.28	3.2762
Caso 12	7.4367	7.69	84.8733	92.31	8.7471
Caso 13	5.3011	9.35	85.3489	90.65	2.631
Caso 14	11.1828	13.5	75.3172	86.5	2.03
Caso 15	7.0504	15.58	77.3696	84.42	1.585
Caso 16	14.7285	7.66	77.6115	92.34	2.8714
Promedio	10.16557	10.2344	79.6	89.76	4.00296

Tabla 5. Resultados del diseño experimental de los porcentajes de volumen muerto, pistón y mezclado, además del tiempos de residencia promedio obtenidos del procesamiento de las curvas RTD.

En la **Tabla 5** se puede ratificar lo que se ha venido mencionando con anterioridad en diversos resultados, y esto es que los dispositivos sin barrera tienen mayores porcentajes de volumen mezclado que los dispositivos que presentan una barrera. Para ver de manera más clara esta información se ha agregado una columna extra en la **Tabla 5** que proporciona el porcentaje de volumen muerto más volumen mezclado, debido a que ambos porcentajes favorecen el potencial mezclador dentro del dispositivo, en donde no hay lugar a dudas de que los dispositivos sin barrera son mejores, ya que estos presentan siempre porcentajes de flujo mezclado más muerto mayores al 90%, salvo un caso que presenta el 88.5%, en comparación de los dispositivos que presentan una barrera, donde estos mismos porcentajes van desde un 81% a un 88% para la mayoría de los casos y sólo dos casos alcanzan un 90% de potencial mezclador. Se confirma una vez más que la barrera es la variable más representativa y fácil de analizar, sin embargo, el análisis de las cuatro variables restantes, la interacción que estas tienen entre sí, y la importancia de estas mismas para

maximizar el potencial mezclador del dispositivo y concluir si las variaciones de éstas son importantes o marginales se realizó a través de un análisis estadístico, donde se tomaron como respuestas principales el porcentaje de volumen muerto, pistón y mezclado, así como el tiempo de residencia y presentando el efecto que las 5 variables principales tienen sobre estas respuestas.

En la **Tabla 6** puede apreciarse nuevamente la matriz de los 16 experimentos donde se muestran las cinco variables y su valor, donde un signo (+) indica el valor superior de la variable y el signo (-) indica el valor menor de la misma, así como las respuestas mencionadas anteriormente para realizar el análisis estadístico (volumen muerto, pistón y mezclado, además del tiempo de residencia promedio). En el caso de la variable “presencia de barrera”, un signo (+) indica su presencia y un signo (-) indica su ausencia, de tal manera que se puedan identificar qué variables tienen un peso específico en el potencial mezclador y cuáles son las menos relevantes.

No Calculo	Diámetro (D)	Angulo Sección troncocónica (α)	Barrera	Angulo Entrada (β)	Flujo	% Vol Muerto	% Vol Pistón	% Vol Mezclado	Tiempo de Residencia Promedio (s)
1	+	+	+	+	-	12.19	9.12	78.69	3.50
2	+	+	+	-	+	10.47	5.03	84.50	7.20
3	+	+	-	+	+	3.11	8.76	88.13	3.87
4	+	+	-	-	-	7.15	11.46	81.40	6.27
5	+	-	+	+	+	9.08	9.19	81.73	2.07
6	+	-	+	-	-	9.57	13.14	77.29	3.46
7	+	-	-	+	-	4.71	18.94	76.35	1.46
8	+	-	-	-	+	5.80	14.79	79.41	2.67
9	-	+	+	+	-	6.76	5.07	88.17	6.45
10	-	+	+	-	+	16.45	9.31	74.24	6.09
11	-	+	-	+	+	10.80	7.72	81.48	3.28
12	-	+	-	-	-	7.44	7.69	84.87	8.75
13	-	-	+	+	+	5.30	9.35	85.35	2.63
14	-	-	+	-	-	11.18	13.50	75.32	2.03
15	-	-	-	+	-	7.05	15.58	77.37	1.59
16	-	-	-	-	+	14.73	7.66	77.61	2.87

Tabla 6. Diseño experimental de los 16 experimentos que muestra las variables y su valor, donde un signo (+) indica el valor superior de la variable y el signo (-) indica el valor menor de la misma, así como las respuestas consideradas en el análisis estadístico: volumen muerto, pistón y mezclado, además del tiempo de residencia promedio.

De manera lógica resulta evidente que se busca maximizar tanto el porcentaje de volumen muerto y volumen mezclado, minimizar el porcentaje de volumen pistón y maximizar los tiempos de residencia promedio. Los resultados de dicho análisis estadístico se muestran en la **Tabla 7**, donde se presentan los efectos de las cinco variables sobre cada una de las respuestas presentadas en la **Tabla 7**.

Efecto de la variable sobre la respuesta	% Vol Muerto	% Vol Pistón	% Vol Mezclado	Tiempo de Residencia Promedio (s)
Valor de Referencia	8.8606	10.3943	80.745	4.0112
Diámetro (D)	2.9745	-0.1437	-2.8305	1.8120
% de cambio (D)	33.6	1.4	3.5	45.2
Ángulo troncocónico (α)	-2.5274	2.3612	0.1664	-0.3337
% de cambio (α)	28.5	22.7	0.2	8.3
Barrera (B)	-0.8667	4.7487	-3.8822	-3.3294
% de cambio (B)	9.78	45.7	4.8	83
Ángulo de entrada (β)	2.2062	-1.8187	-0.3877	0.3979
% de cambio (β)	24.9	17.5	0.5	9.9
Flujo (Q)	1.2111	-2.8362	1.6249	-0.3534
% de cambio (Q)	13.7	27.3	2	8.8

Tabla 7. Efectos principales de las variables de diseño y proceso sobre las respuestas al potencial mezclador del dispositivo.

De la **Tabla 7** se arrojan una gran cantidad de resultados sobre el efecto que cada una de las variables tiene sobre las cuatro respuestas tomadas para indicar el potencial mezclador del dispositivo. Cabe señalar que estas respuestas están en función de un incremento en la variable, es decir, un signo positivo indica un aumento en la respuesta a expensas de un incremento en el valor de la variable, en caso contrario un signo negativo indica un decremento en la respuesta a expensas de un aumento en el valor de dicha variable; por ejemplo, el efecto del aumento del diámetro (**D**) del dispositivo aumenta en un 2.97% el porcentaje de volumen muerto y disminuye en un 2.83% el porcentaje del volumen mezclado. Una vez aclarada la forma de leer los resultados de la **Tabla 7**, se realiza un análisis exhaustivo del efecto de cada una de las variables involucradas en este trabajo.

Un aumento en el diámetro (**D**) arroja un incremento de 2.97% en el volumen muerto, no influye prácticamente en el volumen pistón, disminuye el volumen mezclado en un 2.83% y aumenta el tiempo de residencia promedio en 1.8 segundos. De forma muy general el aumento del diámetro (**D**) provoca cambios positivos y negativos en el potencial mezclador, por ejemplo, el aumento del volumen muerto y la disminución del flujo mezclado respectivamente, sin embargo estos valores son muy similares por lo que podrían anularse, por otro lado el tiempo de residencia promedio aumenta en 1.8 segundos, por lo que la recomendación sería un diámetro mayor.

Por su parte el incremento del ángulo en la sección troncocónica (**α**) disminuye en un 2.52% el volumen muerto, aumenta en un 2.36% el volumen pistón y no tiene una gran relevancia sobre el volumen mezclado (0.16%) y el tiempo de residencia promedio (-0.33 segundos), por lo que claramente se puede decir que un aumento del ángulo (**α**) no es benéfico, y en consecuencia se recomienda un ángulo en la sección troncocónica bajo.

La presencia o ausencia de una barrera (**B**) dentro del dispositivo tiene los porcentajes del efecto de las variables sobre cada una de las respuestas más altas, corroborando todo lo que se viene mencionando desde resultados anteriores. La presencia de una barrera provoca un decremento tanto en el volumen muerto de 0.8%, en el volumen mezclado de 3.9% y en el tiempo de residencia promedio de 3.3 segundos, y si a eso le aunamos un aumento en el flujo pistón de 4.7%, la presencia de una barrera disminuye de manera notable el potencial mezclador dentro del dispositivo, por lo que se recomienda un dispositivo sin barrera.

El incremento en el ángulo de entrada del metal líquido (**β**) provoca un aumento de 2.2% en el volumen muerto y un decremento en el volumen pistón de 1.8%, mientras que los cambios en el volumen mezclado y tiempo de residencia promedio son marginales, por lo que el incremento en el ángulo de entrada (**β**) se recomienda para un mejor desempeño del dispositivo mezclador.

Por último el incremento en el gasto volumétrico (**Q**) propicia un incremento tanto en el volumen muerto (1.2%) como en el volumen mezclado (1.6%), y si se

suma a esto la disminución del volumen pistón (2.8%) y el cambio marginal en el tiempo de residencia promedio (-0.35 segundos), la recomendación sería incrementar el flujo de entrada del dispositivo mezclador.

De los resultados se sugiere un dispositivo con las siguientes características para maximizar el potencial mezclador:

- Un incremento del diámetro de la cámara de reacción (**D**).
- Una disminución del ángulo troncocónico (**α**).
- Que el dispositivo mezclador no cuente con una barrera (**B**).
- Un aumento en el ángulo de entrada (**β**).
- Un aumento en el gasto volumétrico (**Q**).

Todas estas recomendaciones están en función de las necesidades de producción, por lo que debe tenerse sumo cuidado en aspectos específicos, principalmente en el diámetro de la cámara de reacción (D), y el gasto volumétrico (Q), ya que si estos parámetros no son bien controlados puede haber un exceso de fluido metálico líquido dentro de la cámara de reacción y esto puede ocasionar severos daños y accidentes.

3.2.8 Efecto de la altura de entrada (h).

El diseño original de la matriz de experimentos sólo contaba con 5 variables y de las cuales el análisis de dichas variables sugirió un dispositivo mezclador que optimiza el potencial de mezclado; sin embargo, al tiempo de realizar los cálculos presentados anteriormente en este capítulo, una variable de diseño como lo es la altura de entrada del metal líquido en la cámara de reacción (**h**), que no se había tomado en cuenta y que a través de la revisión bibliográfica se pensó que podría tener un resultado positivo en la optimización del dispositivo fue estudiada posteriormente al análisis presentado en páginas anteriores, por lo cual se realizaron 4 cálculos más, donde se estudia el efecto de esta variable.

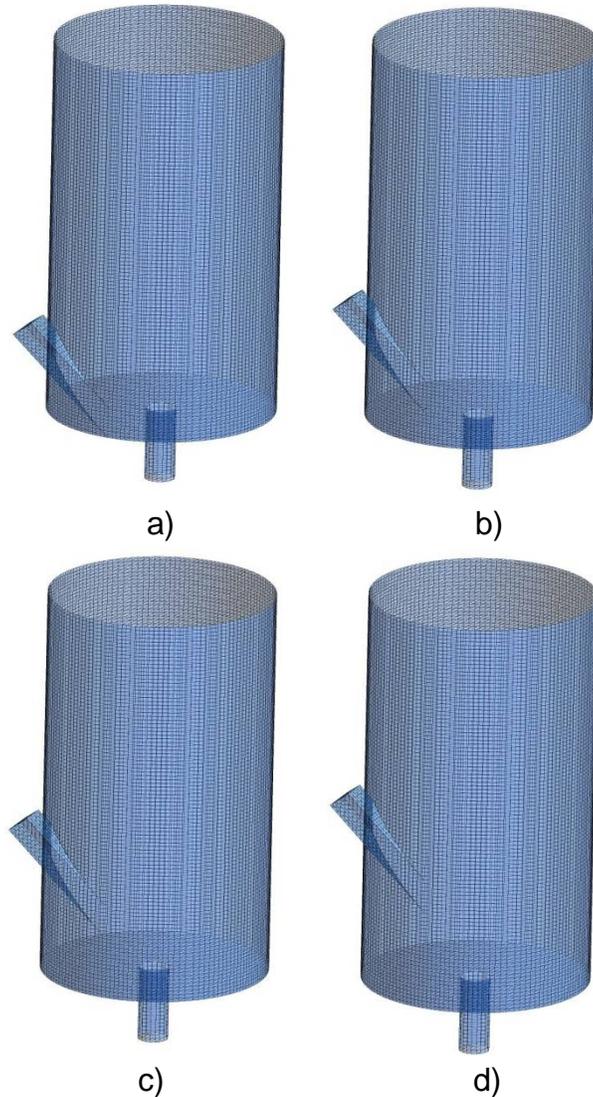


Figura 32. Geometrías y mallas computacionales de los 4 casos donde se analiza la altura de entrada (**h**) sobre el potencial mezclador del dispositivo.

En la **Figura 32**, se muestran a detalle las geometrías y las mallas de los cuatro casos restantes, donde las alturas de entrada del metal líquido en la cámara de reacción van de menor a mayor respectivamente (a), b), c) y d)), además todos los dispositivos mezcladores cuentan con las siguientes características que se determinaron a partir del análisis del diseño de experimentos realizado anteriormente: un diámetro (**D**) alto (+), sin la presencia de una barrera (**B**), un ángulo de la sección troncocónica (**α**) bajo (-), un ángulo de entrada del metal líquido (**β**) alto (+) y un flujo (**Q**) alto (+).

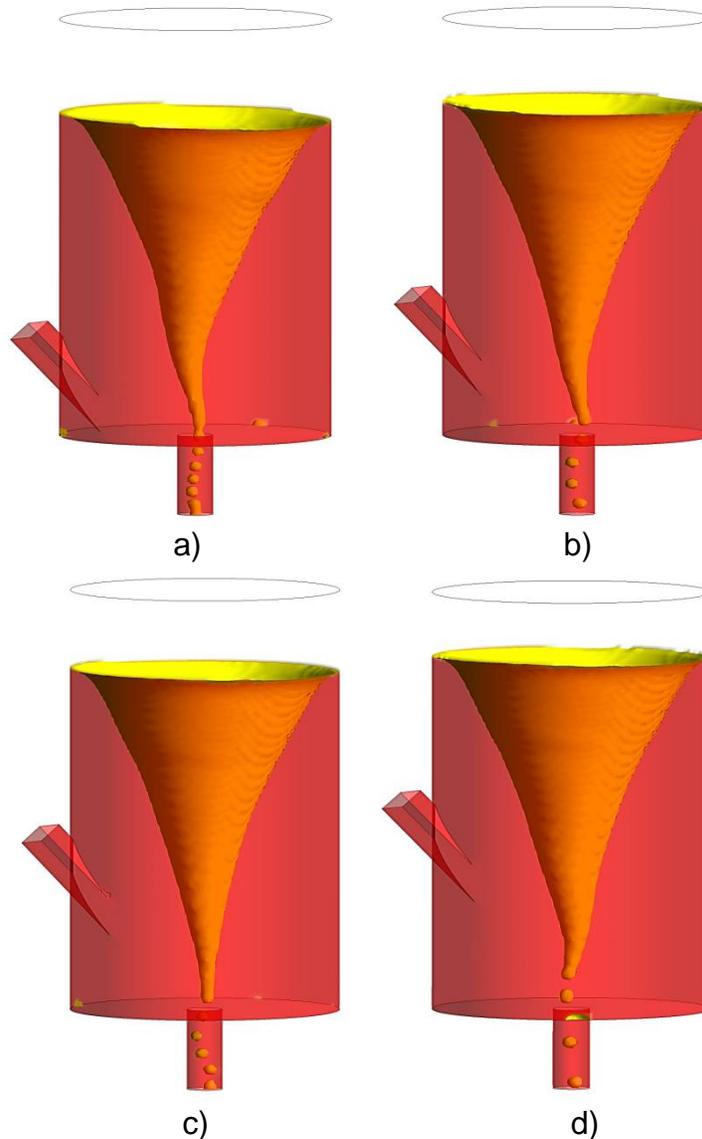


Figura 33. Fases presentes y geometrías de los vórtices en estado cuasiestable variando la altura de entrada (**h**) de menor a mayor respectivamente.

En la **Figura 33**, se muestra la distribución de fases dentro de los cuatro dispositivos mezcladores y la forma de sus respectivos vórtices, una vez que han llegado a un estado cuasiestable (30 segundos aproximadamente). De forma clara se observa que el elevar la altura de la entrada (**h**) en la cámara de reacción no provoca ninguna diferencia notable en la distribución de fases y la geometría del vórtice, ya que los 4 dispositivos presentan vórtices casi idénticos, sin embargo, se puede observar que a mayor altura de entrada (caso d) el volumen de metal líquido dentro del dispositivo es mayor y dicho volumen disminuye de manera

mínima a medida que la altura de entrada (**h**) disminuye. Esta disminución en el volumen podría tener repercusiones en el tiempo de residencia de las partículas, sin embargo, esta figura no muestra la información necesaria para determinar cuál dispositivo puede promover un mejor mezclado.

Los patrones de flujo (vectores de velocidad) dentro del dispositivo se pueden observar en las **Figuras 34 y 35**. En la **Figura 34** se observan los vectores de velocidad del fluido metálico líquido sobre la interfase entre el fluido metálico líquido y el aire, y donde nuevamente se observa que las características y velocidades dentro del dispositivo son prácticamente iguales para los cuatro casos (entre 0.7 y 1.3m/s en la cámara de reacción y entre 1.6 a 1.8m/s en el ducto de salida), la única diferencia existente se observa de manera más clara entre el dispositivo con la altura de entrada más pequeña y el dispositivo con la altura de entrada más grande, caso (a) y (d), respectivamente, donde se puede observar que para el caso (a) las velocidades en la parte inferior del vórtice son ligeramente mayores que para el caso (d). Por el contrario, en la parte superior del vórtice, donde las velocidades en el caso (d) son ligeramente mayores a las del caso (a), por lo que podría decirse que a medida que la altura de entrada se desplaza hacia arriba, las velocidades cercanas a la entrada del metal líquido aumentan ligeramente.

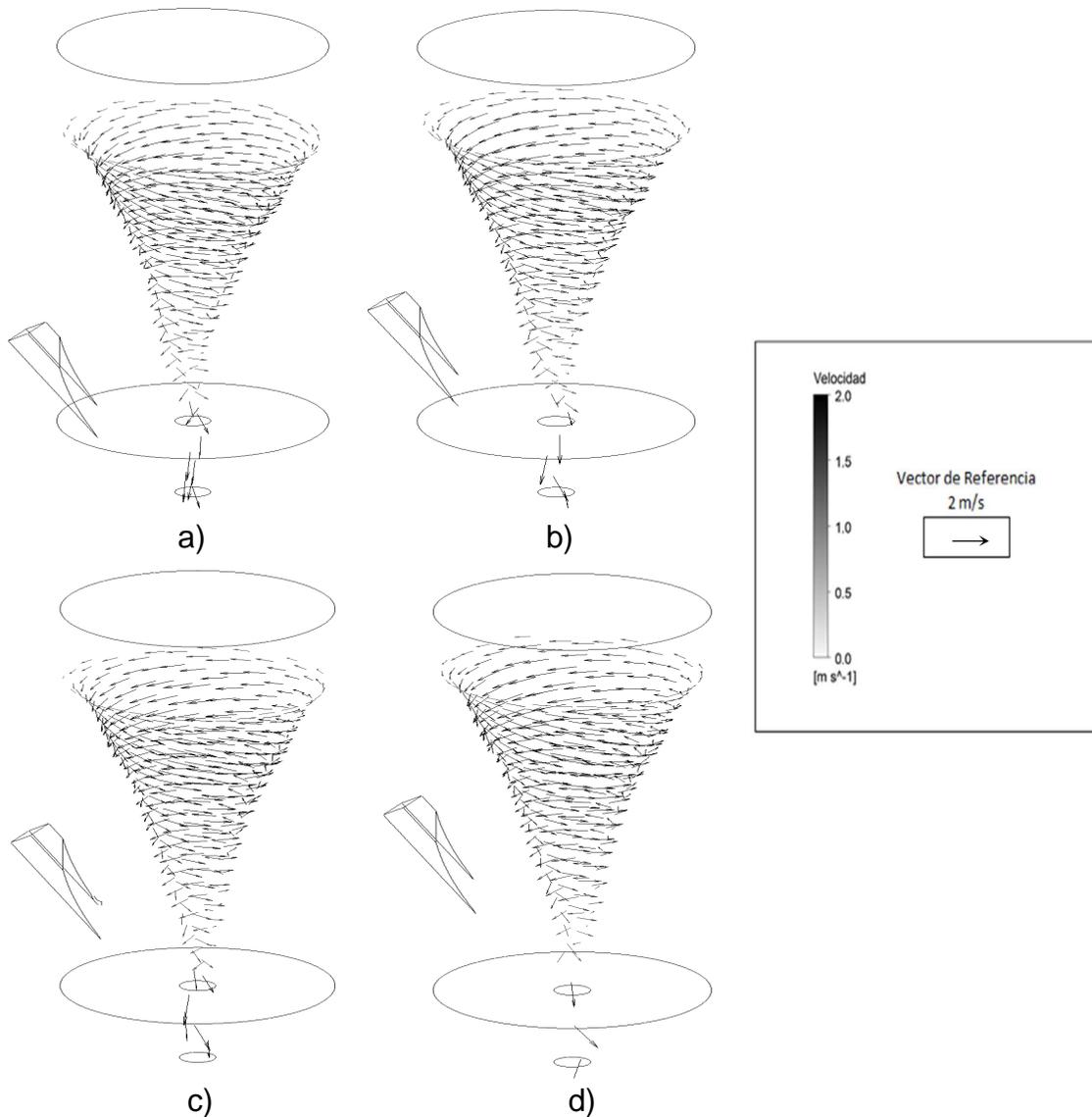


Figura 34. Vectores de velocidad en el fluido metálico líquido sobre la interface variando la altura de entrada (**h**) de menor a mayor respectivamente.

Por su parte en la **Figura 35** se observan nuevamente los vectores de velocidad de los patrones de flujo en el fluido metálico líquido, que, a diferencia de la **Figura 34**, se presentan en planos horizontales al dispositivo y a diferentes alturas observando así de mejor manera el comportamiento del patrón de flujo en todas las zonas dentro del dispositivo. De igual manera que en la figura anterior se observa un comportamiento prácticamente idéntico en los cuatro dispositivos, confirmando que las velocidades dentro de la cámara de reacción van desde los 0.7 a los 1.3 m/s aproximadamente, por lo que la altura de la entrada de metal

líquido dentro de la cámara de reacción (**h**) no tiene un efecto considerable en los patrones de flujo.

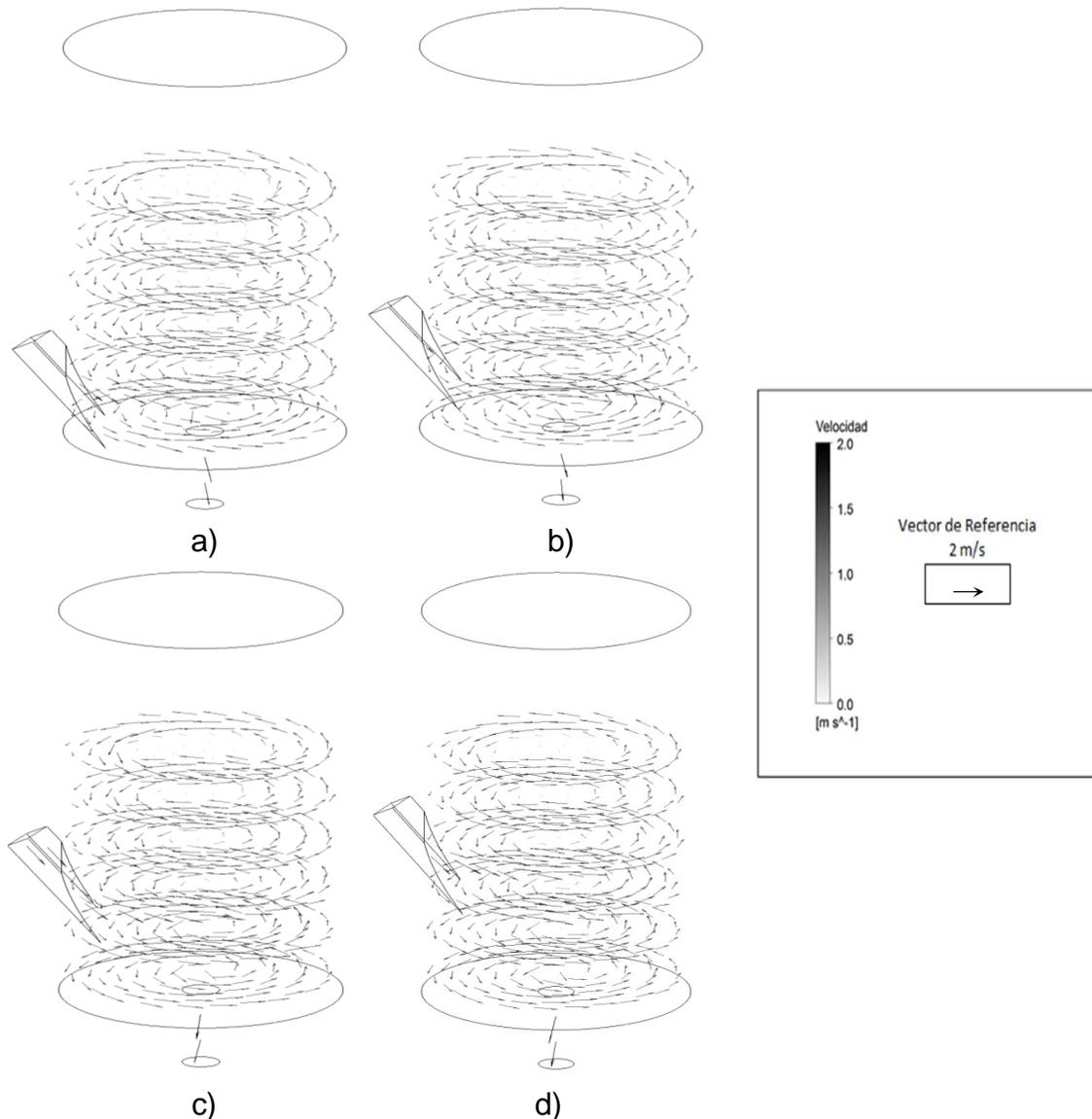


Figura 35. Vectores de velocidad en el fluido metálico líquido a través de planos horizontales a diferentes alturas variando la altura de entrada (**h**) de menor a mayor respectivamente.

La **Figura 36** muestra las trayectorias y tiempos de residencia promedio de los cuatro casos, y donde a diferencia de los resultados anteriores (distribución de fases y patrones de flujo) se aprecia un cambio significativo como resultado de la variación de la altura de la entrada de metal líquido dentro de la cámara de reacción (**h**). Así mismo se observa claramente dos cosas: primero, que las trayectorias que las partículas siguen dentro del dispositivo son prácticamente

iguales en los cuatro dispositivos, y dos, que los tiempos de residencia promedio aumentan de gran manera a medida que la altura de entrada del metal líquido se desplaza hacia arriba, se puede observar como el caso con la mayor altura (caso d) tiene el mayor número de partículas trazadoras que alcanzan un tiempo de residencia mayor a los 10 segundos, sólo en caso (b) no sigue esta tendencia y esto puede explicarse en base a un error de cálculo o posiblemente este dispositivo no alcanzó un estado cuasiestable, provocando una disminución en el tiempo de residencia de las partículas trazadoras. En conclusión, el aumento en la altura de entrada de metal líquido ayuda a promover un mayor tiempo de residencia promedio.

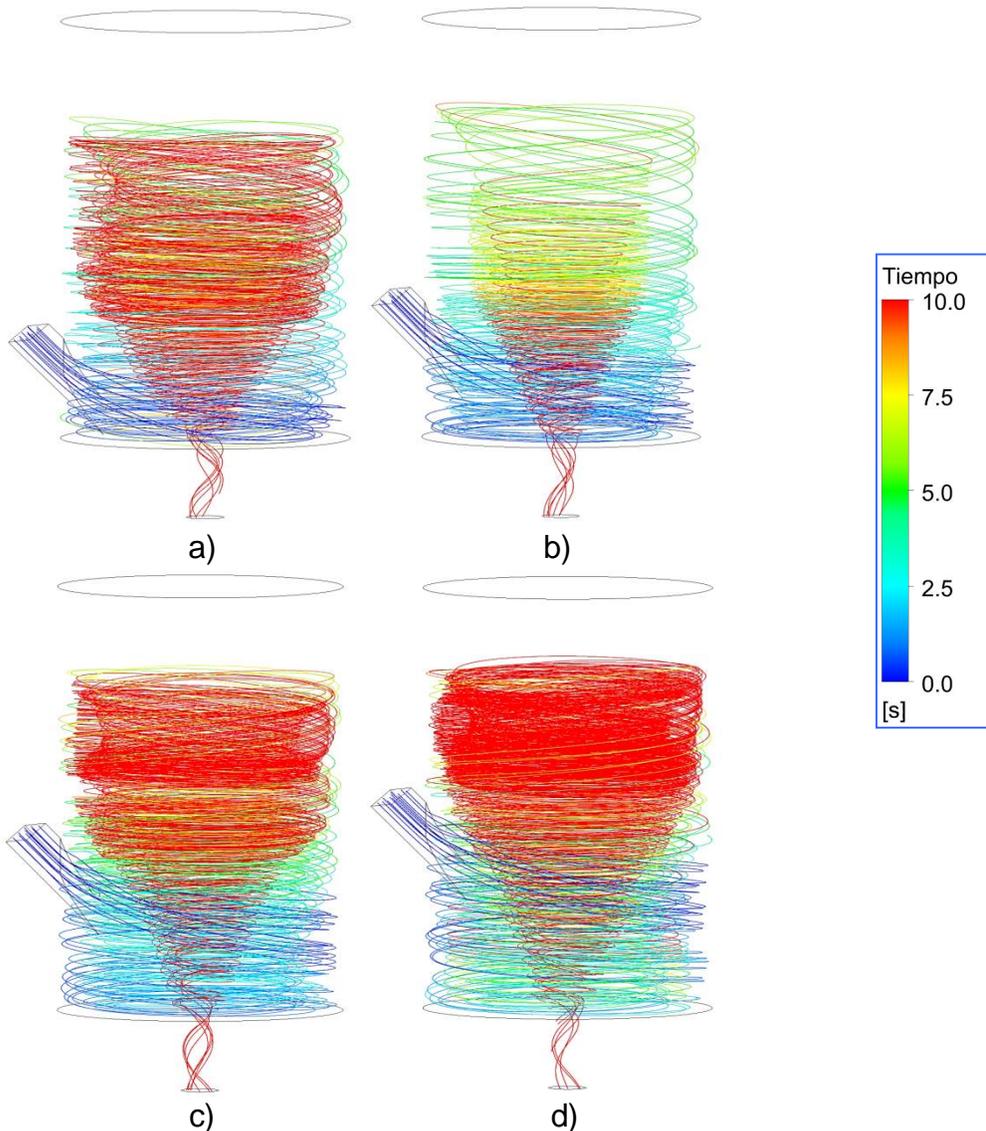


Figura 36. Líneas de corriente y tiempos de residencia promedio variando la altura de entrada (**h**) de menor a mayor respectivamente.

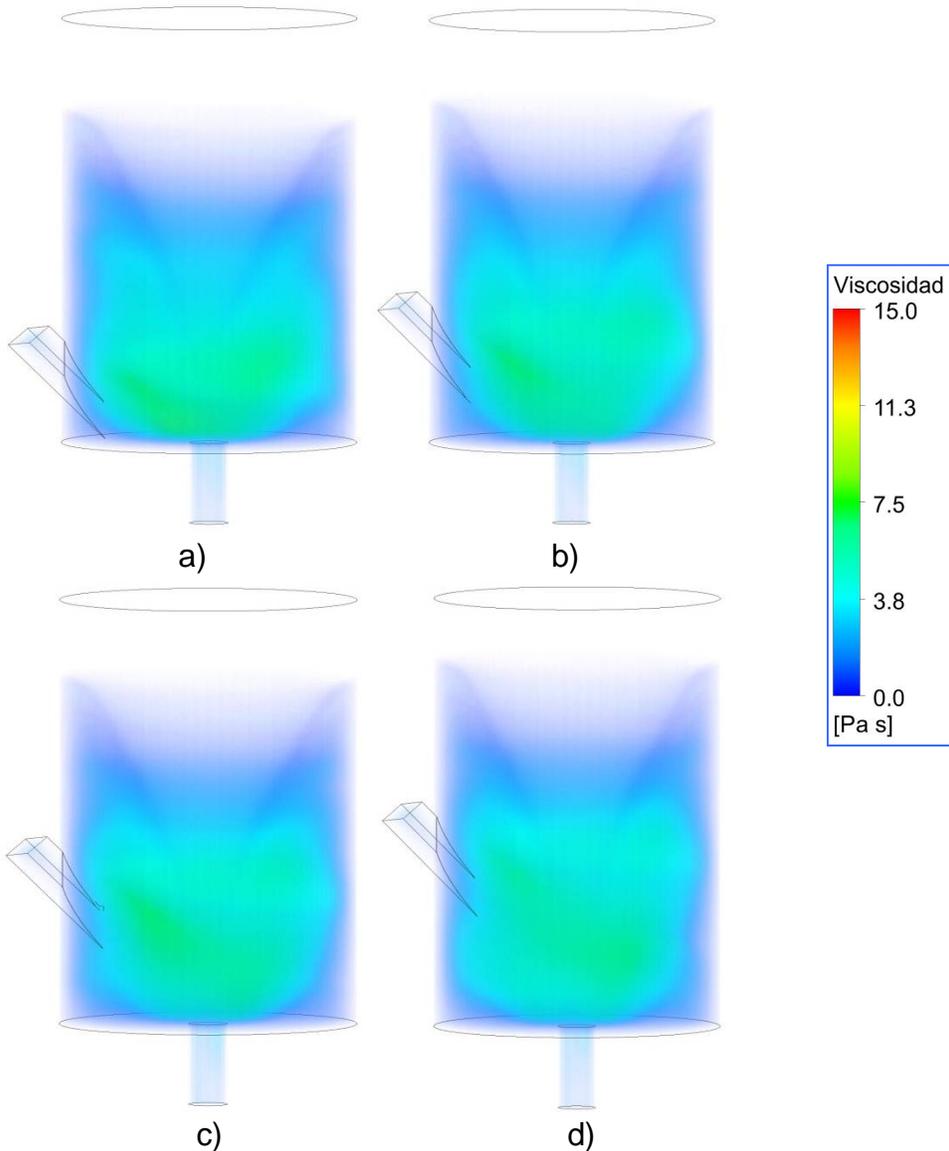


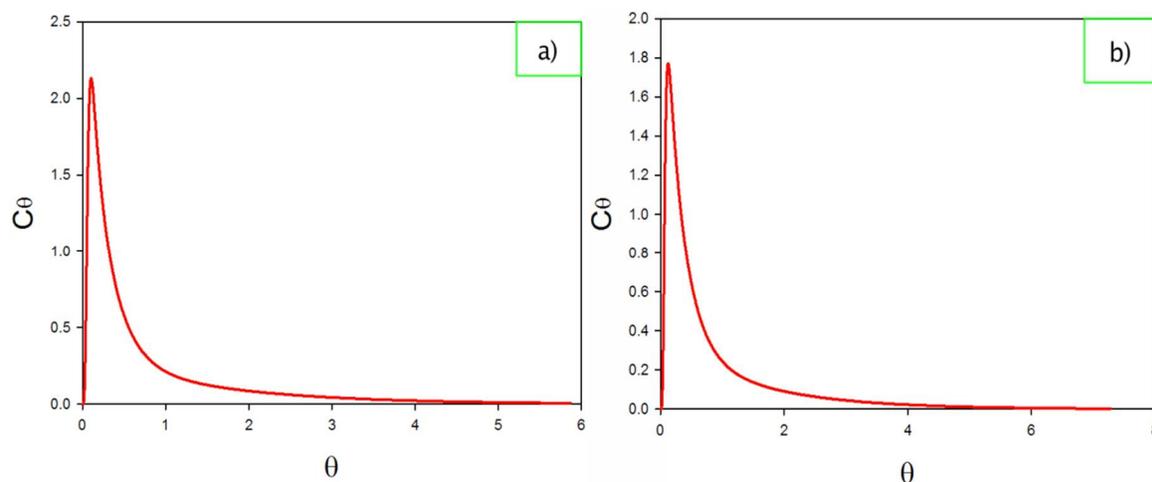
Figura 37. Contornos de turbulencia variando la altura de entrada (**h**) de menor a mayor respectivamente.

En la **Figura 37** se observan los contornos de turbulencia que se generan en los cuatro dispositivos que resultan de gran ayuda, ya que la generación de una alta turbulencia dentro del dispositivo promueve un mejor mezclado. Una vez más resulta evidente que no existe un cambio significativo en los contornos de turbulencia de los cuatro dispositivos, sólo a detalle es apreciable, como el caso con la altura de entrada más alta, (caso d) presenta una mayor zona de turbulencia hacia la parte superior del vórtice, esto debido a las velocidades

ligeramente mayores que se presentan a esta altura en el dispositivo, sin embargo, al igual que la distribución de fases y los patrones de flujo, los contornos de turbulencia no se ven afectados de manera relevante al variar la altura de entrada de metal líquido (**h**) dentro de la cámara de reacción.

Finalmente y ya que los resultados anteriores no dan una idea clara acerca de si el elevar la altura de entrada (**h**) garantiza un mejor potencial mezclador del dispositivo se presentan las curvas RTD o curvas “C” de los cuatro casos individuales (**Figura 38**) y la comparación entre estos (**Figura 39**).

La **Figura 38** presenta las curvas RTD de los cuatro casos estudiados, donde se grafica la concentración adimensional (C_θ) contra el tiempo adimensional (θ) de un pulso de trazador que es inyectado en la entrada del dispositivo y posteriormente la concentración del trazador es monitoreada a la salida. Las gráficas mostradas presentan algunas similitudes, como el hecho de que en apariencia las cuatro tienen la misma forma, es decir la concentración adimensional sube de forma muy rápida en los primeros instantes y posteriormente cae asintóticamente a través del tiempo, sin embargo, cabe destacar que el pico máximo de concentración adimensional se presenta en la curva con la altura de entrada más baja (caso a), y este pico de máxima concentración disminuye a medida que la altura de la entrada aumenta.



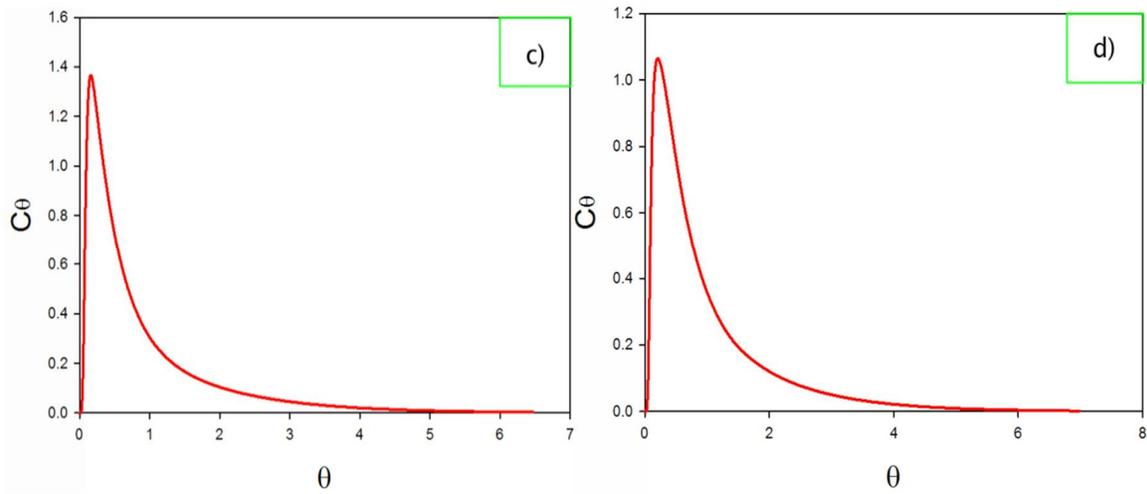


Figura 38. Gráficas de las curvas RTD donde se grafica la concentración adimensional (C_θ) contra el tiempo adimensional (θ) variando la altura de entrada (h) de menor a mayor respectivamente.

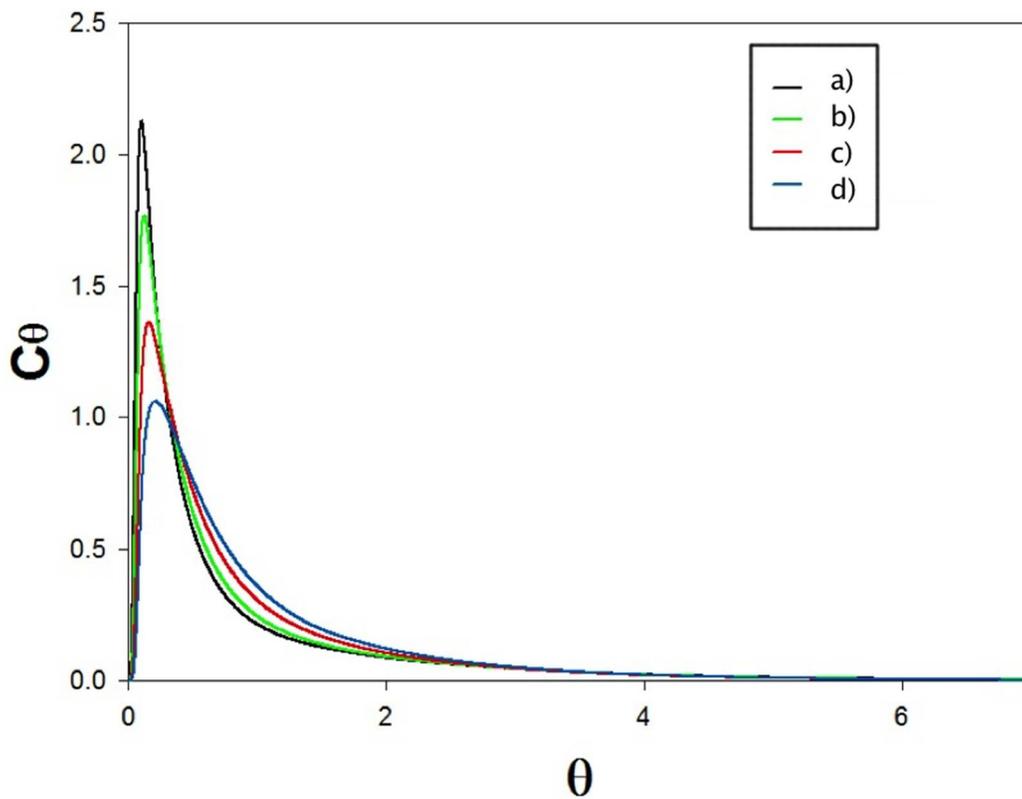


Figura 39. Gráfica de las curvas RTD para los cuatro casos, donde se grafica la concentración adimensional (C_θ) contra el tiempo adimensional (θ) variando la altura de entrada (h) de menor a mayor respectivamente.

En la **Figura 39** se puede observar de forma más clara la diferencia que existe en las cuatro curvas “C” a diferentes alturas de entrada, si recordamos lo mencionado en el análisis de resultados de las 16 curvas “C” de la matriz de experimentos, donde se buscaba que las curvas “C” tuvieran máximos muy pequeños y la concentración a lo largo del tiempo callera de manera muy paulatina, lo que garantiza mayores porcentajes de flujo mezclado y menores porcentajes de flujo pistón que resultan ideales para optimizar el potencial mezclador del dispositivo, se puede percatar de que el caso (d) con una altura de entrada (**h**) mayor al resto de los dispositivos (línea azul), cuenta con un máximo de concentración por debajo del resto de los dispositivos restantes, además de que la concentración cae de manera más suave que el resto, por lo que se podría concluir que a mayor altura de entrada (**h**) aumenta el potencial mezclador del dispositivo.

Al igual que para los 16 experimentos de la matriz anterior, las curvas “C” de los cuatro casos donde se varía la altura de entrada del metal líquido son procesadas para determinar de manera cuantitativa los porcentajes de flujo mezclado, muerto y pistón, además de los tiempos de residencia promedio que se muestran en la **Tabla 8**.

Experimento	% Volumen muerto	% Volumen pistón	% Volumen mezclado	% Volumen muerto + % Volumen mezclado	Tiempo de residencia promedio (s)
a)	12.0148	1	86.9852	99	27.59
b)	12.5672	1.45	85.9828	98.55	27.72
c)	12.3212	1.82	85.8588	98.18	27.43
d)	13.7902	2.4	83.8098	97.6	28.61

Tabla 8. Resultados de los porcentajes de volumen muerto, pistón y mezclado, además del tiempos de residencia promedio obtenidos del procesamiento de las curvas RTD variando la altura de la entrada (**h**).

Los resultados obtenidos en la **Tabla 8**, como resultado del procesamiento de las curvas “C” mostradas en las **Figura 39**, muestran dos cosas muy interesantes, primero el hecho de que la optimización de las cinco variables

involucradas inicialmente en la matriz de 16 experimentos muestra una mejoría en la suma de los porcentajes de volumen mezclado y muerto que van desde un 4% para el dispositivo más promisorio de la primera etapa, hasta un 18% para el dispositivo menos eficiente en este rubro, además, los tiempos de residencia promedio aumentaron desde 19.5 segundos a 27 segundos para el mejor y peor dispositivo respectivamente, y segundo, la discrepancia que existe con el análisis realizado en la **Figura 39** y los resultados obtenidos en la **Tabla 8**, esto debido a que las formas que presentan las gráficas hacen pensar que el porcentaje de flujo pistón más alto se daría en el caso a) (línea negra) debido a que presenta un pico de concentración más alto y posteriormente cae de forma más rápida que el resto de los dispositivos, sin embargo, en la **Tabla 8** se puede observar todo lo contrario, a pesar de que los cambios en los porcentajes son muy pequeños el mayor porcentaje de flujo pistón se presenta en el caso (d) (línea azul) y disminuye a medida que baja la altura de entrada en el dispositivo. Esta diferencia entre resultados cuantitativos (**Tabla 8**) y resultados cualitativos (**Figura 39**) puede explicarse a partir del método empleado para realizar el procesamiento de las curvas RTD o curvas “C” ya que es un método utilizado originalmente para obtener los porcentajes de flujo mezclado, muerto y pistón de un distribuidor en un proceso de colada continua de acero líquido [37], pero a pesar de esta discrepancia en cuanto al porcentaje de volumen pistón, lo que concuerda perfectamente con los resultados de las líneas de trayectoria (**Figura 36**) son los tiempos de residencia promedio, ya que aunque sean cambios muy pequeños, el tiempo de residencia promedio mayor se da en el dispositivo con la mayor altura de entrada (caso d).

Finalmente, el efecto de la altura de entrada del metal líquido en la cámara de reacción (**h**) sobre el potencial mezclador del dispositivo es mínimo, prácticamente insignificante comparado con el diámetro de la cámara de reacción (**D**) y la presencia o ausencia de una barrera (**B**), que son variables que afectan en gran medida el desempeño del dispositivo.

En conclusión, se recomendaría el uso del dispositivo con una altura de entrada de metal líquido en la cámara de reacción baja, debido a que a mayor altura el chorro líquido de metal impactará con mayor fuerza sobre el refractario,

generando una turbulencia mayor, pero al mismo tiempo un mayor desgaste de nuestro dispositivo mezclador, lo que puede ser muy perjudicial, sin embargo, en trabajos posteriores se recomendaría la evaluación más profunda de esta variable a través del modelado físico.

CONCLUSIONES.

Se realizó el estudio y análisis de la fluidinámica de un dispositivo mezclador siendo un reactor con la formación de un vórtice con el propósito de poder realizar diferentes tipos de aleaciones de fluido metálico de manera rápida y eficiente.

El modelado matemático consistió en establecer las suposiciones, ecuaciones gobernantes y condiciones de frontera adecuadas y fue resuelto de manera numérica empleando el código CFD comercial FLUENT ANSYS 14 y el algoritmo numérico VOF. La estrategia de cálculo consistió en simular los casos en 2 etapas, la primera es la simulación hidrodinámica y la segunda es la simulación del mezclado para obtener curvas RTD.

De las simulaciones, se obtuvieron las siguientes conclusiones:

1. Las variables que cuantitativamente afectan más la hidrodinámica y el mezclado fueron el diámetro de la cámara de reacción (**D**), la presencia o ausencia de una barrera (**B**) y el gasto volumétrico de metal líquido (**Q**) que es alimentado dentro de la cámara de reacción.
2. El efecto de cada variable sobre la capacidad de mezclado se obtuvo de manera cuantitativa y de ahí se obtuvo un diseño óptimo, el cual no se puede exponer de manera explícita por razones de confidencialidad con la empresa que financió el estudio.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Sato Akira, N.R., Yoshimatsu Shiro, Fukuzawa Akira, Ozaki Tsuyoshi, "Effect of molten slag on the melting rate of reduced iron pellets into the iron melt", Tetsuto-Hagané, 1979, Volume 65, (1683), pp. 33 - 33.
- [2] Olaf Ehrich, Y.-K.C.y.K.S., "The melting of metal spheres involving the initially frozen shells with different material properties", Heat and Mass Transfer, 1976. Vol. 21(3), pp. 341-349.
- [3] Ramirez-Argaez M. A., A.N.C., O. J. P. González y Y, I .C. Guzmán, "Melting behavior of simulated DRI in liquid steel", Archives of Metallurgy and Materials, 2008. Vol. 53 (2), pp. 359-364.
- [4] Zhang, L., Modeling on melting of sponge iron particles in iron-bath. Steel Research, 1996. Vol. 67(11), p. 466-474.
- [5] R. I. L. Guthrie, L.Gourtsoyannis, "Melting rates of furnace or ladle additions in steelmaking", Canadian Metallurgical Quarterly, 1971, Vol. 10 (1), p. 37 – 46.
- [6] O. J. P. Gonzalez, Marco A. Ramírez-Argáez and A. N. Conejo, "Mathematical modeling of the melting rate of metallic particles in the electric arc furnace" ISIJ International, Vol 50 (2010), No. 1, pp. 9-16.
- [7] M. L. Giorgi, P. Durighello, R. Nicolle and J. B. Guillet, "Dissolution kinetics of iron in liquid zinc" Journal Of Materials Science, Vol 39 (2004), pp 5803-5808.
- [8] S. Argyropoulos and R. I. L. Guthrie, "The dissolution of Titanium in liquid steel", Metallurgical Transactions B, 1984, Vol. 15B: pp. 47.
- [9] Robert D. Pehlke, Y.-U.K., "Mass transfer during dissolution of a solid into liquid in the iron-carbon system", Metallurgical Transactions, 1974, Vol. 5, p. 2527-2532.
- [10] Robert D. Pehlke, Y.-U.K., "Transient heat transfer during initial stages of steel scrap melting", Metallurgical Transactions B, 1975. Vol. 6B, p. 585-591.
- [11] M. Reza Aboutalebi, J.Vahdati Khaki, "Heat transfer modelling of the melting of solid particles in an agitated molten metal bath", Canadian Metallurgical Quarterly, 1998, Vol. 37, p. 305-311.
- [12] Shigeji Taniguchi, Shinji Ishiura, Munekazu Ohmi, "A hot model study on the effect of gas injection upon the melting rate of solid sphere in a liquid bath", Transactions ISIJ, 1983, Vol. 23, p. 571 - 577.

- [13] B. Zhou, Y. Yang, and M. A. Reuter, "Modelling of melting behaviour of Aluminium metal in molten salt and metal bath", TMS (The minerals, metals & materials society).
- [14] J. W. Holbeach and M. R. Davidson, "Modelling the dispersion of dissolving spherical particles", *Progress in Computational Fluid Dynamics*, 2004, Vol. 4 (2), P. 78-91.
- [15] Seaton Carlos E., R.A.A., Gonzalez Manuel y Manrique Milton, "The rate of dissolution of pre-reduced iron in molten steel", *Iron and Steelmaking*, 1981. 23(14): p. 14 - 20.
- [16] Q. Jiao, N.J.T., "Mathematical modelling of heat transfer during the melting of solid particles in a liquid slag or metal bath". *Canadian Metallurgical Quarterly* 1993. 32(1): p. 75-83.
- [17] Nauman, J.D., "Analysis of heat transfer in silicate slags", in Department of Materials Science and Engineering. 1972, Massachusetts Institute of Technology: Massachusetts. p. 238.
- [18] O'Malley, R.J., "The heating and melting of metallic DRI particles in steelmaking slags", in Department of Materials Science and Engineering. 1983, Massachusetts Institute of Technology: Massachusetts. p.368.
- [19] T. Abel Engh, C.J.S., Olle Wijk, "*Principles of metal refining*". 1 Ed, ed. O.S. Publications. 1992. p. 344-374.
- [20] R.B. MacMullin and M. Weber (1935). "The theory of short-circuiting in continuous-flow mixing vessels in series and kinetics of chemical reactions in such systems". *Transactions of American Institute of Chemical Engineers* 31 (2): pp. 409-458.
- [21] P.V. Danckwerts (1953). "Continuous flow systems. Distribution of residence times". *Chemical Engineering Science* 2: pp. 1-13.
- [22] H. Scott Fogler, "Elements of Chemical Reaction Engineering", 3rd Edition, Prentice-Hall, 2004, pp. 809-850.
- [23] Octave Levenspiel, "Ingeniería de las Reacciones Químicas", Editorial Reverté, Barcelona 1986, pp. 304.
- [24] S. A. Martínez Delgadillo, H Mollinedo Ponce, V. Mendoza Escamilla, C. Barrera Díaz, "Residence time distribution and back-mixing in a tubular electrochemical reactor operated with different inlet flow velocities, to remove

Cr (VI) from wastewater”, *Chemical Engineering Journal*, 165 (2010), pp. 776–783.

- [25] A. Bittante, J. García-Serna, P. Biasi, F. Sobrón, T. Salmi, “Residence time and axial dispersion of liquids in Trickle Bed Reactors at laboratory scale”, *Chemical Engineering Journal*, 250 (2014), pp. 99–111.
- [26] M. Pérez Labra, M. Díaz Cruz, J. Palafox Ramos, E. O. Ávila Dávila y F. Patiño Cardona, “Modelación física del flujo de acero en un distribuidor de colada continua equipada con un inhibidor de turbulencia y una cortina de gas”, *Rev Metal Madrid*, 41 (2005), pp 410-418.
- [27] Moumtez Bensouici, Ahmed Bellaouar y Kamel Talbi, “Numerical Investigation of the Fluid Flow in Continuous Casting Tundish Using Analysis of RTD Curves”, *Journal of Iron and Steel Research International*, 2009, 16(2), pp. 22-29.
- [28] M. J. Zhang, H. Z. Gu, A. Huang, H. X. Zhu and C. J. Deng, “Physical and mathematical modeling of inclusion removal with gas bottom-blowing in continuous casting tundish”, *Journal of Mining and Metallurgy*, 47 (1), 2011, pp 37-44.
- [29] C.W Hirt, B.D Nichols, “Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries”, *Journal of Computational Physics*, Volume 39, Issue 1, January 1981, Pages 201–225.
- [30] R. B. Bird, W. E. Stewart, E. N. Lightfoot. “Fenomenos de transporte”, Ed. Reverte, 2006.
- [31] B.E. Launder, D.B. Spalding, The numerical computation of turbulent flows, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Volume 3, Issue 2, March 1974, Pages 269–289.
- [32] J. Szekely, “Fluid Flow Phenomena in Metal Processing”, Ed. Academic Press, New York, 1979.
- [33] Fluent Documentation, Chapter 6 “Boundary Conditions”, Section 6.8, Pressure Outlet Boundary Condition.
- [34] Fluent Documentation, Chapter 6 “Boundary Conditions”, Section 6.4, Velocity Inlet Boundary Condition.
- [35] ANSYS 14.0 Help, Fluent User’s Guide, Chapter 7 “Using Flow Boundary Conditions”, Section 7.3.2.1.3 Turbulence Intensity.

- [36] ANSYS 14.0 Help, Fluid Analysis Guide, Chapter 3 “Activating the Turbulence Model”, Section 3.1.1. The roll of the Reynolds Model.
- [37] Y. Sahai y T. Emi: “Melt flow characterization in continuous casting tundishes”. ISIJ international, vol. 36 (1996). 667

LISTA DE FIGURAS

CAPÍTULO 1

Figura 1. Descripción gráfica del flujo de calor, donde R_o es el radio de partícula, $R(t)$ es el radio que alcanza la coraza, $T(R_o)$ es la temperatura de la partícula, T_f es la temperatura que alcanza la coraza y T_{om} es la temperatura a la cual se encuentra el líquido [9].

Figura 2. Variación del radio en función del tiempo de contacto con el baño Líquido [16].

Figura 3. Campos de velocidades que se generan al inyectar partículas dentro de un baño líquido cuando a) existe disolución y b) sin disolución [17].

Figura 4. Reactor de un solo caudal con entrada y salida única [22].

Figura 5. Respuesta a la inyección de un pulso de trazador en un reactor de un solo caudal con entrada y salida única [22].

Figura 6. Tipos de curvas “C” más comúnmente observadas [22].

Figura 7. Curvas RTD (Residence Time Distribution) para reactores cerrados y continuos, donde se observa un flujo totalmente mezclado, un flujo totalmente pistón y tres casos intermedios [23].

Figura 8. Curvas RTD (Residence Time Distribution) para tres diferentes posiciones de entrada de flujo en un reactor electroquímico en la eliminación de Cr (VI) en aguas residuales. a) flujo de entrada bajo; b) flujo de entrada alto [24].

Figura 9. Modelo físico de un distribuidor de colada con la implementación de una placa de impacto a la entrada del distribuidor y una cortina de gas [26].

Figura 10. Configuración geométrica del distribuidor de colada [27].

Figura 11. Curvas RTD para tres arreglos geométricos a) Sin dispositivos modificadores de flujo (weir y dam), b) Solo una placa (weir) y c) con ambas placas (weir y dam) [27].

Figura 12. Curvas RTD de un distribuidor de colada continua para el modelo matemático y el modelo físico [28].

CAPÍTULO 2

Figura 13. a) Esquema del dispositivo mezclador; b) Vista superior del dispositivo sin barrera; c) Vista superior del dispositivo con barrera.

Figura 14. Representación gráfica del dispositivo mezclador y sus fronteras.

Figura 15. Representación gráfica del dispositivo mezclador y su malla computacional con más de 171,000 nodos.

CAPÍTULO 3

Figura 16. Evolución con el tiempo de la geometría y tamaño del vórtice formado. a) a los 0 segundos, b) a los 0.5 segundos, c) al segundo, d) a los 3 segundos, e) a los 5 segundos, f) a los 8 segundos, g) a los 10 segundos, h) a los 12 segundos y i) a los 15 segundos de iniciada la alimentación.

Figura 17. Volumen adimensional de hierro líquido dentro del dispositivo ($V\theta$) a través del tiempo.

Figura 18. Vectores de velocidad de la zona cercana a la interface entre el hierro líquido y el aire (contorno del vórtice).

Figura 19. Gráfica de velocidad adimensional vs altura adimensional tomando como punto de partida la intersección entre la zona troncocónica y la zona cilíndrica correspondiente a la interface entre el fluido (hierro líquido) y el aire.

Figura 20. Planos a diferentes alturas dentro del dispositivo mezclador de los vectores de velocidad dentro del fluido (hierro líquido).

Figura 21. Líneas de corriente de diversos paquetes de fluido y tiempos de residencia promedio de dichos paquetes.

Figura 22. Contornos de turbulencia representados a través de la viscosidad turbulenta en $\text{Pa}\cdot\text{s}$.

Figura 23. a) Evolución con el tiempo de la concentración del trazador. a) a los 0.1 segundos, b) a los 0.2 segundos, c) a los 0.5 segundos, d) al segundo, e) a los 1.5 segundos, f) a los 2 segundos, g) a los 3 segundos y h) a los 3.5 segundos de inyectado el pulso del trazador.

Figura 24. Curva RTD (Residence Time Distribution) o curva C que nos muestra la concentración adimensional ($C\theta$) contra el tiempo adimensional (θ) para el caso de estudio propuesto.

Figura 25. Mallas computacionales de los 16 casos propuestos. Al pie de cada figura aparece el número del respectivo caso.

Figura 26. Vórtices a los 15 segundos de iniciada la inyección del hierro líquido (estado cuasiestable) para los 16 casos. Al pie de cada figura aparece el número del respectivo caso.

Figura 27. Vectores de velocidad a los 15 segundos de iniciada la inyección del hierro líquido en la interface para los 16 casos. Al pie de cada figura aparece el número del respectivo caso.

Figura 28. Vectores de velocidad a los 15 segundos de iniciada la inyección del hierro líquido a través de planos horizontales a diferentes alturas para los 16 casos. Al pie de cada figura aparece el número del respectivo caso.

Figura 29. Líneas de corriente a los 15 segundos de iniciada la inyección del hierro líquido (estado cuasiestable) para los 16 casos. Al pie de cada figura aparece el número del respectivo caso.

Figura 30. Contornos de turbulencia a los 15 segundos de iniciada la inyección del hierro líquido (estado cuasiestable) para los 16 casos. Al pie de cada figura aparece el número del respectivo caso.

Figura 31. Gráficas de las curvas RTD (Residence Time Distribution) donde se grafica la concentración adimensional (C_θ) contra el tiempo adimensional (θ) para los 16 casos. En la esquina superior derecha de cada gráfica aparece el número del respectivo caso.

Figura 32. Geometrías y mallas computacionales de los 4 casos donde se analiza la altura de entrada (h) sobre el potencial mezclador del dispositivo.

Figura 33. Fases presentes y geometrías de los vórtices en estado cuasiestable variando la altura de entrada (h) de menor a mayor respectivamente.

Figura 34. Vectores de velocidad en el hierro líquido muy cercanos a la interface variando la altura de entrada (h) de menor a mayor respectivamente.

Figura 35. Vectores de velocidad en el hierro líquido a través de planos horizontales a diferentes alturas variando la altura de entrada (h) de menor a mayor respectivamente.

Figura 36. Líneas de corriente y tiempos de residencia promedio variando la altura de entrada (h) de menor a mayor respectivamente.

Figura 37. Contornos de turbulencia variando la altura de entrada (**h**) de menor a mayor respectivamente.

Figura 38. Gráficas de las curvas RTD (Residence Time Distribution) donde se grafica la concentración adimensional (**C_θ**) contra el tiempo adimensional (**θ**) variando la altura de entrada (**h**) de menor a mayor respectivamente.

Figura 39. Gráfica de las curvas RTD (Residence Time Distribution) para los cuatro casos, donde se grafica la concentración adimensional (**C_θ**) contra el tiempo adimensional (**θ**) variando la altura de entrada (**h**) de menor a mayor respectivamente.

LISTA DE TABLAS

CAPÍTULO 1

Tabla 1. Estudios de modelado matemático de fusión de partículas, donde r = radio, T = temperatura, α = difusividad térmica, T_f = temperatura del fluido, T_b = temperatura de la superficie, R = radio exterior, h = coeficiente de transferencia de calor por convección, ρ = densidad y ΔH = entalpía. [5], [7], [15], [18-22].

CAPÍTULO 2

Tabla 2. Propiedades físicas de los fluidos involucrados.

Tabla 3. Matriz de experimentos de las cinco variables propuestas inicialmente, en la cual (+) significa un valor alto de la variable y (-) significa un valor bajo, para el caso de la barrera significa la presencia o ausencia de esta respectivamente.

CAPÍTULO 3

Tabla 4. Parámetros de las 16 mallas creadas.

Tabla 5. Resultados del diseño experimental de los porcentajes de volumen muerto, pistón y mezclado, además del tiempos de residencia promedio obtenidos del procesamiento de las curvas RTD.

Tabla 6. Diseño experimental de los 16 experimentos que muestra las variables y su valor, donde un signo (+) indica el valor superior de la variable y el signo (-) indica el valor menor de la misma, así como las respuestas consideradas en el análisis estadístico: volumen muerto, pistón y mezclado, además del tiempo de residencia promedio.

Tabla 7. Efectos principales de las variables de diseño y proceso sobre las respuestas al potencial mezclador del dispositivo.

Tabla 8. Resultados de los porcentajes de volumen muerto, pistón y mezclado, además del tiempos de residencia promedio obtenidos del procesamiento de las curvas RTD variando la altura de la entrada (**h**).

LISTA DE SIMBOLOS

CE, Carbono equivalente.

D, Diámetro del reactor.

d, Diámetro del ducto de salida de reactor.

β , Ángulo de entrada del baño líquido en el reactor.

α , Ángulo de la sección tronco cónica del reactor.

h, Altura de la entrada del chorro líquido al dispositivo.

b, Altura del ducto de salida del reactor.

n, Distancia del centro del reactor a la barrera (soló para dispositivos con la presencia de barrera).

θ , Tiempo adimensional.

C, Concentración.

C θ , Concentración adimensional.

ξ , Fracción de volumen de marcador.

ξ_{liq} , Fracción del volumen del hierro líquido.

ξ_{aire} , Fracción del volumen de aire.

t, Tiempo (s).

v, Vector velocidad del fluido (m/s).

ρ , Densidad (kg/m³).

Γ_{ϕ} , Coeficiente de difusión.

S ϕ , Término fuente.

ρ_{air} , Densidad del aire (kg/m³).

ρ_{liq} , Densidad del líquido (kg/m³).

P, Presión (Pa).

g, Aceleración de la gravedad (m/s²).

μ_m , Viscosidad media (kg/ms).

k, Energía cinética turbulenta.

ε , Disipación de la energía cinética turbulenta.

G, Generación de la energía cinética turbulenta.

σ_k σ_{ε} , Números de Prandtl turbulentos para **k** y ε respectivamente.

μ_{eff} , Viscosidad efectiva (kg/ms).

μ_t , Viscosidad turbulenta (kg/ms).

D_{C,l}, Coeficiente de difusión molecular del trazador (m²/s).

Sc_t, Número de Schmidt turbulento.

It, Intensidad Turbulenta.

Re, Número de Reynolds.

L, Longitud característica (m).

μ , Viscosidad dinámica (kg/ms).

Dh, Diámetro hidráulico (m).

\bar{t} , Tiempo medio de residencia (s).

Q , Flujo volumínico (m^3/s).

\bar{c} , Concentración media.

m_t , Masa del trazador.

C_i , Concentración adimensional a tiempo t .

$\bar{\theta}_c$, Tiempo medio de residencia a $\theta=2$.

V_d , Volumen muerto (m^3).

V_p , Volumen pistón (m^3).

V_m , Volumen de mezclado (m^3).