



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE CIENCIAS

**ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DE LA DIFRACCIÓN
DE CAMPOS ULTRASÓNICOS TRANSITORIOS**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

FÍSICO

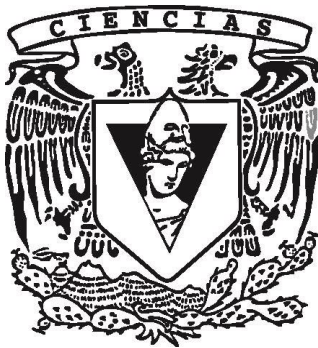
P R E S E N T A:

MARTÍN VELÁZQUEZ RIZO

DIRECTOR DE TESIS:

FIS. ANDRÉS VALENTÍN PORTA CONTRERAS

MÉXICO, D. F., Junio del 2014





Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

1.- Datos del Alumno

Apellido paterno	Velázquez
Apellido materno	Rizo
Nombre(s)	Martín
Teléfono	58 45 20 95
Universidad	Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad o escuela	Facultad de Ciencias
Carrera	Física
Número de cuenta	410018723

2.- Datos del tutor

Grado	Fis.
Nombre(s)	Andrés Valentín
Apellido paterno	Porta
Apellido materno	Contreras

3.- Datos del sinodal 1

Grado	Dr.
Nombre(s)	Francisco
Apellido paterno	Morales
Apellido materno	Leal

4.- Datos del sinodal 2

Grado	Dr.
Nombre(s)	Jesús
Apellido paterno	Garduño
Apellido materno	Mejía

5.- Datos del sinodal 3

Grado	Dra.
Nombre(s)	Donají Xóchitl
Apellido paterno	Cruz
Apellido materno	López

6.- Datos del sinodal 4

Grado	Dr.
Nombre(s)	Guillermo Cirano
Apellido paterno	Espinosa
Apellido materno	García

7.- Datos del trabajo escrito

Título	Análisis del Comportamiento de la Difracción de Campos Ultrasónicos Transitorios
Número de páginas	73 p.
Año	2014

*Dedicado a esas personas cuyo apoyo incondicional
me motiva a seguir siempre hacia adelante.
Mis padres.*

Agradecimientos

El presente trabajo representa la culminación de un gran esfuerzo, en el cuál no solo el autor sino varias personas tuvieron la oportunidad de participar brindando su apoyo y consejos acerca de la elaboración del mismo.

Agradezco al profesor Andrés Porta por el tiempo y la paciencia requeridos para guiarme a través de la realización de este trabajo, así como por sus invaluable consejos y observaciones. Su apoyo y guía fueron siempre una gran motivación para la realización de esta Tesis. Agradezco a mi compañera y amiga Gabriela García el apoyo prestado durante los experimentos realizados en este trabajo, pues gracias a su sentido del humor las horas de laboratorio nunca fueron momentos aburridos.

Agradezco también a las personas que me han apoyado siempre, y cuyo cariño y amor es incondicional: mi familia. A mi madre Socorro le agradezco todo el tiempo que me dedicó, pues fue gracias a esto que mi camino en la vida ha sido siempre por un buen sendero. A mi padre Martín, de quien aprendí a ser un hombre recto y justo, y cuyo ejemplo me guiará por el resto de mi vida. A mis hermanos, Tania, Kristian y Jonathan, quienes desde mi niñez han estado siempre alegrándome la vida. A mis pequeños sobrinos, Jossan, Jahir, Kristian y Karen, por recordarme que la alegría y curiosidad deben de guiar nuestros pasos en la vida.

Gracias a mis amigos, Eduardo, Emiliano, Ezequiel y Gerardo por todos los momentos alegres que me brindaron a lo largo de la carrera, pues sin estos momentos las memorias de mi estancia en la facultad se tornarían completamente grises. Gracias Mariela por tu amor, cariño y comprensión.

A todas las personas cuyo esfuerzo y tiempo contribuyó a que culminará esta etapa en mi vida: maestros, familia, amigos y compañeros, les agradezco su apoyo.

Gracias por todo.

Resumen

El objetivo del presente trabajo es estudiar el comportamiento de los campos ultrasónicos, estacionarios y transitorios, al difractarse. Para ello es necesario obtener patrones espacio-temporales de los campos ultrasónicos.

Los campos ultrasónicos se produjeron y detectaron utilizando un par de transductores piezoeléctricos ultrasónicos (etiquetados como A y B), los cuáles se sometieron a diferentes pruebas de caracterización, tales como su respuesta en función de: la distancia entre los transductores, la frecuencia de la señal emitida, el ángulo de máxima emisión y recepción entre los transductores, etc.

Una vez realizada la caracterización de los transductores, se utilizó la configuración que permite una mayor resolución en las mediciones. Se utilizó como emisor el transductor etiquetado como A (con una frecuencia de emisión de 40 KHz), y como detector el transductor etiquetado como B.

Para obtener patrones de intensidad de los campos estacionarios se colocaron los transductores frente a frente (con un obstáculo entre ellos si se quería que el campo se difractara), y el detector se movió ortogonalmente a la dirección entre el emisor y el receptor. En cada posición que se colocó el detector, se registró la diferencia de potencial pico-pico producida en él para caracterizar la amplitud de la onda, y de esta manera obtener la intensidad del campo en dicho punto (amplitud cuadrática).

Por otro lado, para obtener los patrones espacio-temporales necesarios para estudiar los campos transitorios, se utilizó un osciloscopio que permite guardar la forma de la onda. Utilizando el método descrito para encontrar intensidades de campos estacionarios, en cada punto espacial que se colocó el detector se obtuvo y guardó la forma de la onda. Con esta información y con la ayuda de un programa computacional se reconstruyeron los patrones espaciales de la amplitud de oscilación del campo ultrasónico para los diferentes tiempos de medición registrados en los patrones temporales obtenidos con el osciloscopio.

Con el método anterior, se obtuvieron diferentes patrones espacio-temporales de campos transitorios y estacionarios bajo diferentes condiciones experimentales. Se logró observar una dispersión temporal de los pulsos ultrasónicos: entre más corto es el pulso emitido, su tiempo de duración es proporcionalmente más largo. Un pulso de 10 ondas senoidales (0.25 ms de duración) se detecta en aproximadamente 2.31 ms (0.231 ms por periodo senoidal

emitido), mientras que un pulso de 100 ondas senoidales (2.5 ms de duración) se detecta en aproximadamente 3.96 ms (0.0396 ms por periodo senoidal emitido). Esto sugiere una dispersión del pulso debido a que se conforma por diferentes frecuencias, las cuales se adelantan o se atrasan respecto a las otras frecuencias componentes del pulso, ensanchando su longitud.

Por último, se comparó el comportamiento en los campos transitorios y estacionarios al difractarse, así como los espectros de Fourier de los campos transitorios utilizando su descripción teórica y el espectro obtenido mediante la transformada rápida de Fourier registrada en el osciloscopio. Se observó que la transformada rápida de Fourier no es confiable en el caso de pulsos. La comparación entre los espectros de la transformada senoidal de Fourier y la transformada rápida de Fourier mostró discrepancias para pulsos conformados por menos de 100 periodos senoidales.

Índice

Resumen	V
Lista de Figuras	IX
1 Introducción.	1
2 Antecedentes.	5
2.1 Interferencia	5
2.2 Coherencia	6
2.2.1 Coherencia temporal.	7
2.2.2 Coherencia espacial.	7
2.3 Campos estacionarios y transitorios.	8
2.4 Difracción.	9
2.4.1 Principio de Huygens-Fresnel.	9
2.4.2 Teorema integral de Kirchhoff.	9
2.4.3 Forma general del teorema de Kirchhoff.	11
2.4.4 Fórmula de la difracción de Fresnel-Kirchhoff.	12
2.5 Modelos teóricos de la difracción.	14
2.6 Pulsos y su descripción de Fourier.	14
3 Transductores ultrasónicos.	19
3.1 Dimensiones de los transductores ultrasónicos.	19
3.2 Respuesta en función de la frecuencia.	20
3.3 Respuesta en función de la distancia.	21
3.4 Diferencia de potencial en el transductor detector en función de la diferencia de potencial en el transductor emisor.	22
3.5 Diferencia de fase en función de la distancia.	23
3.6 Patrón angular de intensidad.	24
3.7 Caracterización eléctrica de los transductores.	25
4 Patrones de difracción.	31
4.1 Detección de campos ultrasónicos estacionarios.	31
4.2 Patrones de intensidad de campos estacionarios.	32
4.3 Detección de campos ultrasónicos transitorios.	37
4.4 Patrones espacio-temporales.	38
4.5 Espectros de Fourier.	54

5 Conclusiones.	61
A Teorema de Green.	65
B Caracterización del transductor B.	67
B.1 Respuesta en función de la distancia.	67
B.2 Diferencia de potencial en el transductor detector en función de la diferencia de potencial en el transductor emisor.	68
B.3 Diferencia de fase en función de la distancia.	68
B.4 Patrón angular de intensidad.	69
B.5 Caracterización eléctrica del transductor B.	70
C Código computacional.	71

Lista de Figuras

2.1	Diagrama de un interferómetro de Michelson.	7
2.2	Campos a)estacionario y b)transitorio.	8
2.3	Geometría utilizada en la fórmula de la difracción de Fresnel-Kirchhoff.	13
2.4	Tren finito de pulsos senoidales.	16
2.5	Espectro de Fourier de un tren de pulsos senoidales finito.	17
3.1	Diferentes vistas de los transductores ultrasónicos.	20
3.2	Diagrama del interior de los transductores.	20
3.3	Respuesta normalizada ($\frac{V_{respuesta}}{V_{excitacion}}$) en función de la frecuencia de los transductores ultrasónicos: en negro el emisor fue el transductor A y el detector fue el transductor B; en rojo A fue el detector y B fue el emisor.	21
3.4	Respuesta normalizada ($\frac{V_{respuesta}}{V_{excitacion}}$, a 40 KHz) en función de la distancia, transductor A:emisor; transductor B:detector.	22
3.5	Diferencia de potencial (a 40 KHz) producida en el detector en función de la diferencia de potencial suministrada al emisor, transductor A:emisor; transductor B:detector. Distancia entre transductores: 7 cm.	23
3.6	Procedimiento utilizado para encontrar la diferencia de fase entre la onda de excitación y la de respuesta en función de la distancia.	24
3.7	Diferencia de fase (a 40 KHz) en función de la distancia, transductor A:emisor; transductor B:detector.	25
3.8	Patrón angular de intensidad (a 40 KHz), transductor A:emisor; transductor B:detector.	26
3.9	Circuito usado para modelar teóricamente el comportamiento de un transductor piezoeléctrico.	27
3.10	Circuito usado para medir la magnitud de la impedancia de un transductor piezoeléctrico.	28
3.11	Magnitud de la impedancia del transductor A en función de la frecuencia de la señal eléctrica que recibe.	29
4.1	Diseño experimental utilizado para obtener patrones espaciales de intensidad de campos estacionarios.	32
4.2	Patrón de intensidad de la fuente (sin obstáculo). Distancia entre transductores:20 cm.	33

4.3	Patrón de difracción de una rendija. Distancia fuente-rendija: 20.0 cm; distancia rendija-pantalla:15.5 cm.	34
4.4	Patrones de difracción al utilizar obstáculos: a)Obstáculo de 1 cm de ancho, distancia fuente-obstáculo 8 cm, distancia obstáculo-pantalla 15 cm; b)Obstáculo de 3.2 cm, distancia fuente-obstáculo 20 cm, distancia obstáculo-pantalla 15 cm; c)Obstáculo de 4.8 cm de ancho, distancia fuente-obstáculo 20 cm, distancia obstáculo-pantalla 15 cm; d)Obstáculo de 5.1 cm de ancho, distancia fuente-obstáculo 16 cm, distancia obstáculo-pantalla 14.3 cm	35
4.5	Patrón de difracción de un obstáculo de 1.8 cm de ancho: a) distancia emisor-obstáculo 8 cm, distancia obstáculo-pantalla 15 cm; b)distancia emisor-obstáculo 20 cm, distancia obstáculo-pantalla 15 cm.	36
4.6	Comparación de patrones de difracción: a) simulación de un patrón de difracción de Fresnel producido por una rendija, distancia emisor-rendija 3λ , distancia rendija-pantalla 12λ ; b) patrón de difracción encontrado utilizando un tubo de 3.2 cm de ancho, distancia emisor-obstáculo 20 cm, distancia obstáculo-pantalla 15 cm.	36
4.7	Diagrama del proceso utilizado para obtener patrones espacio-temporales de la amplitud de las ondas ultrasónicas.	38
4.8	Arreglo experimental utilizado para obtener patrones espacio-temporales de la amplitud de las ondas ultrasónicas. Se puede observar el osciloscopio, el generador de funciones, los transductores y el riel sobre el cuál se desplaza el transductor detector.	39
4.9	Patrón espacio-temporal de un campo estacionario (40 KHz). Distancia emisor-detector: 35 cm. a)t=0 μs , b)t=12 μs , c)t=24 μs , d)t=36 μs , e)t=48 μs , f)t=60 μs , g)t=72 μs , h)t=84 μs , i)t=96 μs , j)t=108 μs , k)t=120 μs , l)t=132 μs	41
4.10	Patrón espacio-temporal de un campo estacionario (40 KHz) difractado por un obstáculo de 1.8 cm de diámetro. Distancia emisor-obstáculo: 20 cm; distancia obstáculo-pantalla: 15 cm. a)t=0.00 ms, b)t=0.12 ms, c)t=0.24 ms, d)t=0.36 ms, e)t=0.48 ms, f)t=0.60 ms, g)t=0.72 ms, h)t=0.84 ms, i)t=0.96 ms, j)t=1.08 ms, k)t=1.20 ms, l)t=1.32 ms.	42
4.11	Patrón espacio-temporal de un campo estacionario (40 KHz) difractado por un obstáculo de 4.8 cm de diámetro. Distancia emisor-obstáculo: 20 cm; distancia obstáculo-pantalla: 15 cm. a)t=0 μs , b)t=15 μs , c)t=30 μs , d)t=45 μs , e)t=60 μs , f)t=75 μs , g)t=90 μs , h)t=105 μs , i)t=120 μs , j)t=135 μs , k)t=150 μs , l)t=165 μs	43

- 4.12 Patrón espacio-temporal de un campo transitorio (medio periodo senoidal (40 KHz) en cada pulso, tiempo entre el final de un pulso e inicio del siguiente: 4.9875 ms (duración de 199.5 periodos), ciclo de trabajo 0.0025). Distancia emisor-detector: 35 cm. a)t=0.00 ms, b)t=0.15 ms, c)t=0.30 ms, d)t=0.45 ms, e)t=0.60 ms, f)t=0.75 ms, g)t=0.90 ms, h)t=1.05 ms, i)t=1.20 ms, j)t=1.35 ms, k)t=1.50 ms, l)t=1.65 ms. 44
- 4.13 Patrón espacio-temporal de un campo transitorio (50 periodos senoidales (de 40 KHz) en cada pulso, tiempo entre el final de un pulso e inicio del siguiente: 11.25 ms (duración de 450 periodos), ciclo de trabajo 0.1). Distancia emisor-detector: 35 cm. a)t=0.00 ms, b)t=0.15 ms, c)t=0.30 ms, d)t=0.45 ms, e)t=0.60 ms, f)t=0.75 ms, g)t=0.90 ms, h)t=1.05 ms, i)t=1.20 ms, j)t=1.35 ms, k)t=1.50 ms, l)t=1.65 ms. 45
- 4.14 Patrón espacio-temporal de un campo transitorio (30 periodos senoidales (de 40 KHz) en cada pulso, tiempo entre el final de un pulso e inicio del siguiente: 11.75 ms (duración de 470 periodos), ciclo de trabajo 0.06). Distancia emisor-obstáculo: 20 cm; distancia obstáculo-pantalla: 15 cm. a)t=0.00 ms, b)t=0.25 ms, c)t=0.50 ms, d)t=0.75 ms, e)t=1.00 ms, f)t=1.25 ms, g)t=1.50 ms, h)t=1.75 ms, i)t=2.00 ms, j)t=2.25 ms, k)t=2.50 ms, l)t=2.75 ms. 46
- 4.15 Patrón espacio-temporal de un campo transitorio (10 periodos senoidales (de 40 KHz) en cada pulso, tiempo entre el final de un pulso e inicio del siguiente: 4.75 ms (duración de 190 periodos), ciclo de trabajo 0.05). Distancia emisor-obstáculo: 20 cm; distancia obstáculo-pantalla: 15 cm. a)t=0.00 ms, b)t=0.21 ms, c)t=0.42 ms, d)t=0.63 ms, e)t=0.84 ms, f)t=1.05 ms, g)t=1.26 ms, h)t=1.47 ms, i)t=1.68 ms, j)t=1.89 ms, k)t=2.10 ms, l)t=2.31 ms. 47
- 4.16 Patrón espacio-temporal de un campo transitorio (20 periodos senoidales (de 40 KHz) en cada pulso, tiempo entre el final de un pulso e inicio del siguiente: 4.5 ms (duración de 180 periodos), ciclo de trabajo 0.1). Distancia emisor-obstáculo: 20 cm; distancia obstáculo-pantalla: 15 cm. a)t=0.000 ms, b)t=0.245 ms, c)t=0.490 ms, d)t=0.735 ms, e)t=0.980 ms, f)t=1.225 ms, g)t=1.470 ms, h)t=1.715 ms, i)t=1.960 ms, j)t=2.205 ms, k)t=2.450 ms, l)t=2.695 ms. 48
- 4.17 Patrón espacio-temporal de un campo transitorio (40 periodos senoidales (de 40 KHz) en cada pulso, tiempo entre el final de un pulso e inicio del siguiente: 4.0 ms (duración de 160 periodos), ciclo de trabajo 0.2). Distancia emisor-obstáculo: 20 cm; distancia obstáculo-pantalla: 15 cm. a)t=0.00 ms, b)t=0.26 ms, c)t=0.52 ms, d)t=0.78 ms, e)t=1.04 ms, f)t=1.30 ms, g)t=1.56 ms, h)t=1.82 ms, i)t=2.08 ms, j)t=2.34 ms, k)t=2.60 ms, l)t=2.86 ms. 49

- 4.18 Patrón espacio-temporal de un campo transitorio (60 periodos senoidales (de 40 KHz) en cada pulso, tiempo entre el final de un pulso e inicio del siguiente: 3.5 ms (duración de 140 periodos), ciclo de trabajo 0.3). Distancia emisor-obstáculo: 20 cm; distancia obstáculo-pantalla: 15 cm. a)t=0.0 ms, b)t=0.3 ms, c)t=0.6 ms, d)t=0.9 ms, e)t=1.2 ms, f)t=1.5 ms, g)t=1.8 ms, h)t=2.1 ms, i)t=2.4 ms, j)t=2.7 ms, k)t=3.0 ms, l)t=3.0 ms. 50
- 4.19 Patrón espacio-temporal de un campo transitorio (80 periodos senoidales (de 40 KHz) en cada pulso, tiempo entre el final de un pulso e inicio del siguiente: 3.0 ms (duración de 120 periodos), ciclo de trabajo 0.4). Distancia emisor-obstáculo: 20 cm; distancia obstáculo-pantalla: 15 cm. a)t=0.00 ms, b)t=0.35 ms, c)t=0.70 ms, d)t=1.05 ms, e)t=1.40 ms, f)t=1.75 ms, g)t=2.10 ms, h)t=2.45 ms, i)t=2.80 ms, j)t=3.15 ms, k)t=3.50 ms, l)t=3.85 ms. 51
- 4.20 Patrón espacio-temporal de un campo transitorio (100 periodos senoidales (de 40 KHz) en cada pulso, tiempo entre el final de un pulso e inicio del siguiente: 2.5 ms (duración de 100 periodos), ciclo de trabajo 0.5). Distancia emisor-obstáculo: 20 cm; distancia obstáculo-pantalla: 15 cm. a)t=0.00 ms, b)t=0.36 ms, c)t=0.72 ms, d)t=1.08 ms, e)t=1.44 ms, f)t=1.80 ms, g)t=2.16 ms, h)t=2.52 ms, i)t=2.88 ms, j)t=3.24 ms, k)t=3.60 ms, l)t=3.96 ms. 52
- 4.21 Patrón espacio-temporal de un campo transitorio (120 periodos senoidales (de 40 KHz) en cada pulso, tiempo entre el final de un pulso e inicio del siguiente: 2.0 ms (duración de 80 periodos), ciclo de trabajo 0.6). Distancia emisor-obstáculo: 20 cm; distancia obstáculo-pantalla: 15 cm. a)t=0.00 ms, b)t=0.44 ms, c)t=0.88 ms, d)t=1.32 ms, e)t=1.76 ms, f)t=2.20 ms, g)t=2.64 ms, h)t=3.08 ms, i)t=3.52 ms, j)t=3.96 ms, k)t=4.40 ms, l)t=4.84 ms. 53
- 4.22 Espectros de Fourier para un pulso de 10 periodos senoidales: a)Transformada senoidal de Fourier; b)Transformada rápida de Fourier. 54
- 4.23 Espectros de Fourier para un pulso de 20 periodos senoidales: a)Transformada senoidal de Fourier; b)Transformada rápida de Fourier. 55
- 4.24 Espectros de Fourier para un pulso de 40 periodos senoidales: a)Transformada senoidal de Fourier; b)Transformada rápida de Fourier. 55
- 4.25 Espectros de Fourier para un pulso de 60 periodos senoidales: a)Transformada senoidal de Fourier; b)Transformada rápida de Fourier. 56
- 4.26 Espectros de Fourier para un pulso de 80 periodos senoidales: a)Transformada senoidal de Fourier; b)Transformada rápida de Fourier. 56
- 4.27 Espectros de Fourier para un pulso de 100 periodos senoidales: a)Transformada senoidal de Fourier; b)Transformada rápida de Fourier. 57
- 4.28 Espectros de Fourier para un pulso de 120 periodos senoidales: a)Transformada senoidal de Fourier; b)Transformada rápida de Fourier. 57
- 4.29 Espectros de Fourier para un pulso de 140 periodos senoidales: a)Transformada senoidal de Fourier; b)Transformada rápida de Fourier. 58

4.30	Espectros de Fourier para un pulso de 160 periodos senoidales: a) Transformada senoidal de Fourier; b) Transformada rápida de Fourier.	58
4.31	Espectros de Fourier para un pulso de 180 periodos senoidales: a) Transformada senoidal de Fourier; b) Transformada rápida de Fourier.	59
4.32	Espectros de Fourier para un pulso de 200 periodos senoidales: a) Transformada senoidal de Fourier; b) Transformada rápida de Fourier.	59
B.1	Respuesta en función de la distancia. Transductor A: detector; transductor B: emisor.	67
B.2	Diferencia de potencial producida en el detector en función de la diferencia de potencial suministrada al emisor, transductor A: de- tector; transductor B: emisor. Distancia entre transductores: 7 cm.	68
B.3	Diferencia de fase en función de la distancia. Transductor A: detec- tor; transductor B: emisor.	69
B.4	Patrón angular de respuesta. Transductor A: detector; transductor B: emisor. Distancia entre transductores: 7 cm.	69
B.5	Impedancia del transductor B en función de la frecuencia de la señal eléctrica que se le suministraba.	70

Capítulo 1

Introducción.

La difracción ha sido un fenómeno ampliamente estudiado desde su descubrimiento hasta la actualidad. Planteando un cambio en la percepción de los fenómenos ópticos, desde el principio representó un reto para las mentes más brillantes que trataron de dar explicación a este fenómeno, incluido el mismo Newton [7].

Los problemas que se pueden describir de manera analítica referentes a la difracción son muy pocos y para ello se necesita tomar en cuenta condiciones exclusivas como en el caso de la difracción de Fraunhofer o de Fresnel. Problemas más complejos exigen el uso de métodos numéricos para encontrar su solución, tal es el caso de la difracción en una región muy próxima a la fuente (campo ultracercano).

Sin embargo, el hecho de que la descripción matemática correspondiente a fenómenos de difracción se vuelva compleja bajo ciertas circunstancias, no impide que éstos se estudien de manera experimental. En todo caso es importante observar la relación entre las soluciones numéricas y los resultados experimentales.

Se han realizado diversos estudios de fenómenos de difracción en estado estacionario, en donde además los campos ondulatorios son producidos por fuentes que rayan en la monocromaticidad. Sin embargo, aún falta mucho por explicar sobre lo que pasa en la transición entre el valor nulo del campo y el estado estacionario que alcanza después de la transición.

Para estudiar dicha transición es necesario utilizar fuentes que produzcan pulsos ondulatorios de cierta duración. Si se quisiera realizar dicho estudio utilizando ondas electromagnéticas sería necesario tener la capacidad de controlar pulsos del orden de femtosegundos (en el caso que se quisiera producir un pulso de duración igual a un periodo de una onda en el visible). Esto implica un gran desafío técnico, sobre todo si se quiere que el pulso este conformado por unas cuantas ondas senoidales de frecuencia única.

Por otro lado, dicha limitación deja de tener sentido si se quiere estudiar el mismo fenómeno pero con ondas de mayor periodo. Los resultados deben de coincidir con experimentos realizados en diversas regiones del espectro ondulatorio, aún si la naturaleza de las ondas cambia, pues el comportamiento de las ondas resulta ser genérico.

En particular, el ultrasonido permite realizar experimentos bajo las condiciones de duración y monocromaticidad requeridas sin la necesidad de utilizar tecnología extraordinaria. Utilizar una frecuencia de 40 KHz implica utilizar una longitud de onda de aproximadamente 0.8 cm, si el campo se produce en el aire. Así, el uso de ultrasonido además de permitir el estudio de campos en transición, también permite realizar estudios de difracción en el campo ultracercano, pues es posible colocar obstáculos y una “pantalla” a una distancia de decenas de longitudes de onda de la fuente ($\approx cm$). Comparando este hecho de nuevo con ondas electromagnéticas en el visible, el realizar experimentos de campo ultracercano de este tipo requeriría colocar un obstáculo y una pantalla a decenas de micras de la fuente de luz, lo cuál si no es imposible al menos plantea un reto experimental bastante complejo.

De los campos ondulatorios se puede obtener diferente información. Estudios en fenómenos de difracción se centran en encontrar el patrón de intensidad en una región espacial dada. Pero en estos estudios no se obtiene el patrón de la onda, sino un promedio temporal de la amplitud cuadrática [3, 5, 6, 7, 14].

El estudio de la coherencia de ondas difractadas es uno de los objetivos de este trabajo. Observar si ondas producidas mediante difracción son coherentes nos ayudará a tener información más precisa acerca del campo ondulatorio. Más aún, en este trabajo se extiende el estudio de la coherencia para patrones de difracción que se encuentran en estado estacionario y transitorio.

Otro reto al que se enfrentó este trabajo fue lograr crear una “pantalla” que detectara perturbaciones ultrasónicas y que fuese capaz de guardar la información para diferentes tiempos de medición. Esto se logró mediante el uso de transductores ultrasónicos y un osciloscopio capaz de guardar la información que detectaba. Con estas herramientas y la ayuda de programas computacionales que trataron la gran cantidad de datos que se midieron se logró obtener espectros espaciales de la onda para diferentes tiempos, permitiendo observar así la creación y el desvanecimiento de los patrones de difracción transitorios que se produjeron.

Además, el hecho de utilizar pulsos y no una onda continua para producir los patrones de difracción permite utilizar la descripción de Fourier para dichos pulsos. Un pulso de una frecuencia resulta ser entonces una combinación de ondas senoidales de varias frecuencias. Si esto fuese cierto, entonces patrones espectrales de frecuencia obtenidos experimentalmente deben de corresponder con patrones espectrales obtenidos de manera teórica.

La importancia de estudiar pulsos en el caso de la difracción va más allá de tratar este fenómeno como una entelequia. Existen diversas aplicaciones de los campos ultrasónicos tanto en la ciencia como en la industria, y cabe mencionar que muchas de estas aplicaciones utilizan pulsos y no una onda continua para realizar su propósito, tal es el caso de la formación de imágenes mediante el uso de ondas ultrasónicas [10]. Es por esto que el estudio del comportamiento en campos transitorios es importante a un nivel de aplicación.

Por lo tanto, el objetivo medular de este trabajo es encontrar diferencias entre los comportamientos ondulatorios en estados transitorios y estacionarios, y observar que información se pierde o se enmascara al utilizar dichos campos en fenómenos de difracción. En especial, se observará si la descripción de Fourier se puede aplicar a los campos transitorios, y de ser así, se comprobaría entonces la existencia de una dispersión de frecuencias de onda, cuyas frecuencias resultantes serían las componentes espectrales de Fourier del campo transitorio.

Si lo anterior resultase cierto, traducido al comportamiento de las ondas electromagnéticas, significaría que si fuese posible crear un tren de onda cuya longitud sea comparable a solo algunas longitudes de onda de alguna frecuencia en el visible (un tren de ondas de 550 nm cuya longitud fuese algunos cuantos micrómetros, por ejemplo), conforme este pulso viajara en el espacio podría observarse como el pulso original se descompone en diferentes “colores” y como cada color se adelanta o se atrasa respecto a otro (cabe recordar que la velocidad de una onda en algunos medios depende de la longitud de onda).

Las observaciones planteadas en el párrafo anterior son difíciles de corroborar, dado que pulsos de ondas electromagnéticas de femtosegundos se pueden lograr, pero estos pulsos se encuentran muy alejados de la monocromaticidad. Es por esto que los experimentos llevados a cabo en este trabajo permiten realizar observaciones que pueden sugerir un comportamiento análogo en el caso de las ondas electromagnéticas.

En el Capítulo 2 se presentan las bases teóricas de la descripción del fenómeno de difracción, así como la deducción de la transformada de Fourier para pulsos compuestos por un número entero de ondas senoidales de cierta frecuencia.

La caracterización de los transductores utilizados en este trabajo (principalmente del transductor A) se detalla en el Capítulo 3. Sus dimensiones, su respuesta a diferentes variaciones tales como la distancia entre los transductores, la frecuencia de emisión, etc. La caracterización del transductor B se presenta en el Apéndice B.

Los resultados obtenidos para los diferentes experimentos de difracción, así como los métodos experimentales usados para encontrarlos se muestran en el Capítulo 4. Se incluyen en este capítulo los patrones de intensidad de campos estacionarios (difractados y sin difractar) así como los patrones espacio-temporales de campos estacionarios y transitorios (difractados y sin difractar). Finalmente se presentan los espectros de intensidad en el dominio transformado obtenidos con el osciloscopio (FFT) y se comparan con las gráficas generadas a partir de la transformada senoidal de Fourier para diferentes tiempos de duración de los pulsos.

Las conclusiones de este trabajo se presentan en el Capítulo 5. En este capítulo se hacen observaciones y comparaciones a partir de los patrones mostrados en el Capítulo 4. También se sugieren diferentes líneas de investigación que surgen a partir de los resultados y observaciones.

Por último, en la sección de Apéndices se muestra a detalle la deducción del Teorema

de Green (fundamental en la deducción del Teorema integral de Helmholtz y Kirchhoff), así como la caracterización detallada del transductor B y el código del programa computacional encargado de manejar los datos para reconstruir los patrones espacio-temporales.

Capítulo 2

Antecedentes.

Para comprender las deducciones teóricas utilizadas en este trabajo, es necesario tener en cuenta algunos conceptos básicos de fenómenos ondulatorios. Con base a estos conceptos, más adelante se obtendrán resultados que serán comparados con resultados obtenidos de manera experimental.

2.1 Interferencia

En el modelo geométrico de la propagación de energía por medio de ondas, la energía que se propaga a través de cierta región es proporcional a un promedio temporal de la amplitud cuadrática de la perturbación en dicha región.

Ahora, cuando se superponen dos o más campos ondulatorios, la distribución de energía, en general, no se puede describir de la misma manera. Es decir, la distribución espacial de la intensidad no estará dada por la suma de la intensidad del primer campo, más la suma de la intensidad del segundo campo, etc., si no que en este caso aparecen regiones donde la intensidad puede llegar a ser mayor que esta suma de intensidades, o en su caso menor, pudiendo llegar a anularse totalmente. A este fenómeno se le conoce como interferencia.

El principio de interferencia se basa esencialmente en el principio de superposición lineal de campos ondulatorios. De acuerdo con este principio, la perturbación producida en un punto debida a diferentes fuentes de campos ondulatorios está dada por:

$$\vec{U}(\vec{r}, t) = \vec{U}_1(\vec{r}, t) + \vec{U}_2(\vec{r}, t) + \dots + \vec{U}_n(\vec{r}, t) \quad (2.1)$$

Donde $\vec{U}_1(\vec{r}, t), \vec{U}_2(\vec{r}, t), \dots, \vec{U}_n(\vec{r}, t)$ son los campos en dicho punto producidos por diferentes fuentes. Consideremos ahora solo dos campos ondulatorios, U_1 y U_2 . La superposición de dichos campos estará dada por

$$\vec{U}(\vec{r}, t) = \vec{U}_1(\vec{r}, t) + \vec{U}_2(\vec{r}, t) \quad (2.2)$$

Entonces la intensidad en cierto punto del espacio está dada por:

$$I = \langle \vec{U} \rangle^2 = \langle \vec{U}_1 + \vec{U}_2 \rangle^2 \quad (2.3)$$

$$= \langle \vec{U}_1 \rangle^2 + \langle \vec{U}_2 \rangle^2 + 2 \langle \vec{U}_1(\vec{r}, t) \cdot \vec{U}_2(\vec{r}, t) \rangle \quad (2.4)$$

$$= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\theta \quad (2.5)$$

El término $\sqrt{I_1 I_2} \cos\theta$, donde θ es el ángulo formado entre los vectores \vec{U}_1 y \vec{U}_2 , es llamado el término de interferencia. Este término indica que I puede ser mayor o menor que $I_1 + I_2$, dependiendo del valor de θ . Dado que θ depende de \vec{r} , entonces son de esperarse variaciones espaciales periódicas de la intensidad.

2.2 Coherencia

La óptica geométrica hace un buen trabajo al describir la propagación de energía en el espacio libre, al menos que en su trayectoria de propagación se encuentre algún obstáculo. La óptica geométrica predice que el obstáculo tendría una “sombra” bien definida: se tendría una región con una distribución uniforme de energía, y otra región con energía nula.

Sin embargo, al examinar los bordes de una sombra nos damos cuenta de que existen bandas donde se aprecia una mayor intensidad y bandas de sombra. Este efecto es consecuencia de un fenómeno de interferencia que se da entre los haces de luz, o en general, de cualquier propagación de energía en forma de ondas.

La observación de esta característica formación de patrones de interferencia se asocia con una propiedad de la onda llamada coherencia. Los términos coherente e incoherente se asocian a la presencia o ausencia de interferencia, respectivamente. Se dice que dos ondas son coherentes si el término de interferencia

$$\langle \vec{U}_1 \cdot \vec{U}_2 \rangle = \sqrt{I_1 I_2} \cos\theta \quad (2.6)$$

es distinto de cero dentro de la región ocupada por \vec{U}_1 y \vec{U}_2 . Dicho de otra manera, dos ondas son coherentes si \vec{U}_1 y \vec{U}_2 mantienen una relación de fase constante θ .

La medición de la propiedad de la coherencia es entonces una comparación de la fase relativa de dos ondas o de dos muestras de la misma onda. La comparación se puede hacer en términos de la dependencia espacial o temporal, siendo por lo tanto esta propiedad una función del espacio y del tiempo.

2.2.1 Coherencia temporal.

Los brazos de un interferómetro de Michelson (Figura 2.1) actúan como líneas de retardo, permitiendo que ondas de luz que se generaron a diferentes tiempos interfieran. Dado que las ondas de luz que interfieren difieren en su tiempo de origen, la coherencia medida por el interferómetro de Michelson se llama coherencia temporal.

La función del grado de coherencia caracteriza completamente la coherencia temporal de una fuente, pero esta función es muy complicada para su uso general. Se necesita de un simple parámetro que pueda usarse para caracterizar la coherencia presente en una fuente. El parámetro usado para caracterizar la coherencia temporal es un tiempo característico, llamado tiempo de coherencia, el cual indica el tiempo que una fuente mantiene su fase.

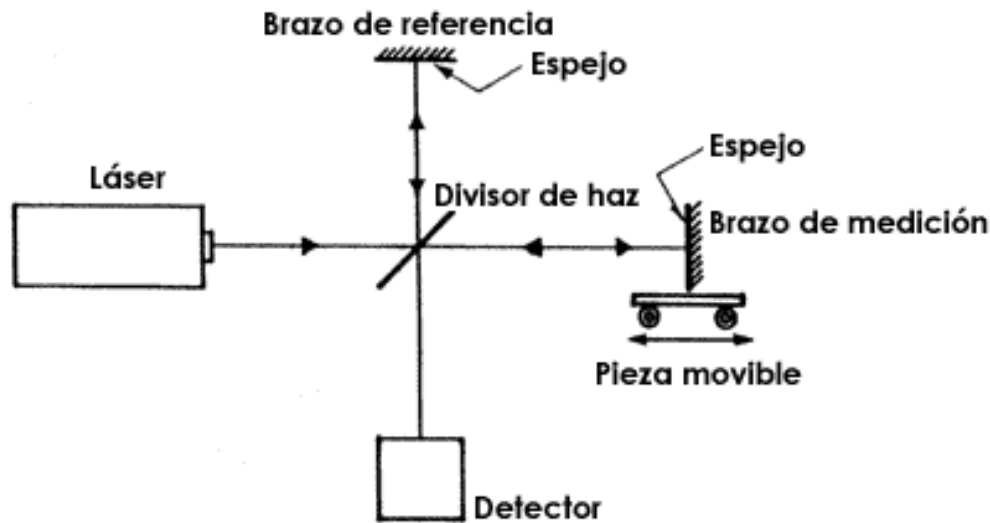


Figura 2.1: Diagrama de un interferómetro de Michelson.

2.2.2 Coherencia espacial.

La coherencia temporal se asocia con las propiedades de la onda a lo largo de la dirección de propagación. Un segundo tipo de coherencia se puede definir de manera que se asocie a las propiedades de las ondas en la dirección transversal a la dirección de propagación. Si la onda es una onda plana perfecta, entonces existe una fase uniforme en un plano transversal a la dirección de propagación. La fase puede exhibir fluctuaciones, pero todos los puntos dentro del plano tendrán las mismas fluctuaciones. Se dice que la onda plana perfecta es espacialmente coherente. La coherencia temporal se asocia con la distribución de frecuencias de la fuente de ondas, mientras que la coherencia espacial se asocia con la distribución de vectores de propagación \vec{k} asociados con la onda, es decir, con la diferencia entre una onda y una onda plana perfecta.

La coherencia espacial se puede caracterizar mediante ciertas longitudes características. Primero, podemos definir una longitud de coherencia longitudinal, la cuál sera igual a la diferencia de longitud entre los dos brazos de un interferómetro de Michelson cuando la visibilidad de franjas sea nula. Después, podemos definir una longitud de coherencia transversal, la cuál representa la distancia en un plano normal a la dirección de propagación en la que la diferencia de fase entre dos puntos permanece correlacionada. Esta longitud es igual a la separación entre dos rendijas en el experimento de la doble rendija de Young en la que la visibilidad de franjas desaparece.

2.3 Campos estacionarios y transitorios.

En las descripciones de campos ondulatorios se toman en cuenta ciertos supuestos que simplifican dicha descripción. Es común encontrar descripciones de campos ondulatorios monocromáticos, completamente coherentes y constantes en amplitud. Se ha mencionado que la energía por unidad de tiempo que se transmite por un campo ondulatorio es proporcional a un promedio temporal de la amplitud cuadrática de la oscilación. El promedio temporal se denota [5]:

$$\langle f \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt \quad (2.7)$$

Donde T es el intervalo temporal de integración. En los campos estacionarios, las cantidades que involucran promedios temporales son independientes de la elección del origen del tiempo. Los campos en los que no ocurre esto reciben el nombre de campos transitorios.

Más aún, si se toma en cuenta que estos campos tienen la misma polarización entonces se puede dejar a un lado el carácter vectorial de dichos campos, y serían entonces campos escalares.

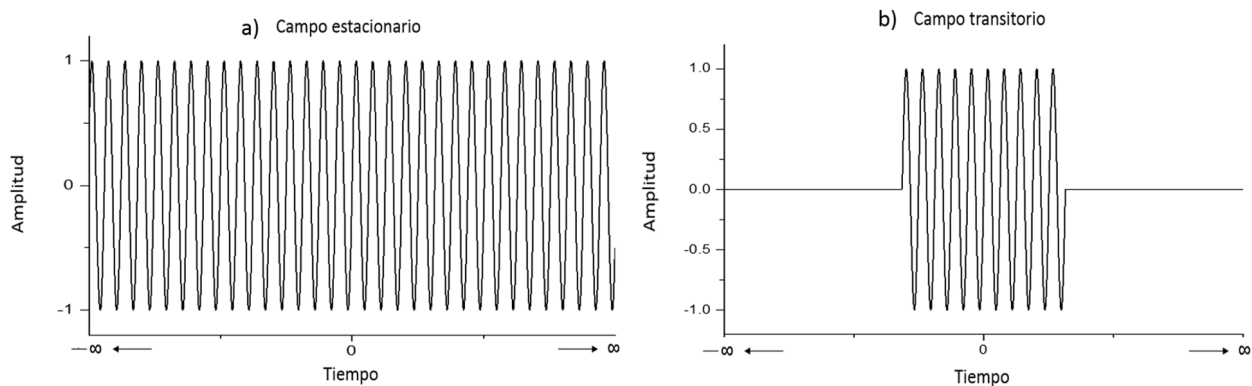


Figura 2.2: Campos a)estacionario y b)transitorio.

2.4 Difracción.

El modelo geométrico de la propagación de energía resulta ser inadecuado en ciertos casos. En particular, se esperan desviaciones de este modelo en las fronteras de “sombras” donde una gran cantidad de rayos convergen, apareciendo bandas de luz y sombra, llamadas franjas de difracción. La primera referencia al fenómeno de difracción aparece en un trabajo de Leonardo Da Vinci (1452-1519), aunque fue primeramente descrito con precisión por Grimaldi en 1665. La teoría corpuscular no logró describir este fenómeno y Fresnel demostró que la difracción puede explicarse con una teoría ondulatoria. Argumenta que la aplicación del principio de Huygens junto con el principio de interferencia describen al fenómeno de difracción. El análisis de Fresnel se colocó más tarde en una base matemática por Kirchhoff (1882) y desde entonces el fenómeno se ha estudiado ampliamente [3].

No hay diferencia sustancial entre la difracción y la interferencia. La interferencia se asocia con la formación intencional de dos o más ondas que son analizadas en la región de traslape. La difracción, por otro lado, se asocia a la obstrucción de una sola onda, ya sea por un obstáculo transparente u opaco, formando franjas combinadas de “luz” y “sombras” que difieren en tamaño respecto a las predicciones de la óptica geométrica [7].

2.4.1 Principio de Huygens-Fresnel.

El principio de Huygens establece [2] que cada punto de un frente de ondas puede tratarse como una fuente de una pequeña onda esférica (llamada onda secundaria o de Huygens). La envolvente de esas ondas, a cualquier tiempo posterior, se construye al encontrar la tangente a las ondas secundarias. La envolvente se asume como si fuera el nuevo frente de ondas. Sin embargo, este principio está incompleto. Fresnel complementó lo establecido por Huygens al postular que las ondas secundarias interfieren entre sí. La combinación de la construcción de Huygens con el postulado de interferencia se conoce como el principio de Huygens-Fresnel.

La aplicación de la teoría escalar al problema de difracción resulta en una integral llamada integral de Huygens-Fresnel. La interpretación tradicional a esta integral es que su valor es igual a la suma de un grupo de ondas de Huygens. La interpretación moderna de esta integral está en términos de la teoría de sistemas lineales: el espacio libre es visto como un sistema lineal; la onda incidente es la entrada a este sistema lineal y las ondas secundarias se interpretan como el impulso de respuesta del espacio; la integral de Huygens-Fresnel es la convolución del impulso de respuesta y la onda incidente del espacio libre [7].

2.4.2 Teorema integral de Kirchhoff.

Considérese una onda monocromática escalar

$$\xi(x, y, z, t) = U(x, y, z)e^{-i\omega t} \quad (2.8)$$

En el vacío la parte espacial satisface la ecuación de onda independiente del tiempo (ecuación de Helmholtz):

$$(\nabla^2 + k^2)U = 0 \quad (2.9)$$

Donde $k = \frac{\omega}{c}$, siendo c la velocidad de propagación de la onda. Ahora, tómesese un volumen V cerrado por una superficie S y sea P cualquier punto de este volumen. Se asume que U posee primeras y segundas derivadas parciales continuas dentro del volumen y en la superficie. Si U' es cualquier campo otra función que satisface los mismos requerimientos que U , se tiene por el teorema de Green¹ que:

$$\iiint_V (U \nabla U' - U' \nabla U) dv = - \iint_S (U \frac{\partial U'}{\partial n} - U' \frac{\partial U}{\partial n}) ds \quad (2.10)$$

Donde $\frac{\partial}{\partial n}$ denota la diferenciación a lo largo de la normal hacia el interior de S . En particular, si U' satisface la ecuación de onda independiente del tiempo (Ecuación 2.9). Se sigue que el integrando izquierdo de la ecuación 2.10 es igual a cero para cada punto dentro de V , consecuentemente:

$$\iint_S (U \frac{\partial U'}{\partial n} - U' \frac{\partial U}{\partial n}) ds = 0 \quad (2.11)$$

Tómesese $U'(x, y, z) = \frac{e^{ikr}}{r}$, donde r es la distancia de P al punto (x, y, z) . Esta función tiene una singularidad para $r=0$, y dado que se asumió que era continua y diferenciable, P se debe de excluir del dominio de integración.

Entonces se rodea a P por una pequeña esfera de radio ϵ y se toma el dominio de integración de la esfera de radio ϵ (superficie S') y la superficie de la esfera del volumen original (S). La integral es entonces igual a:

$$\left\{ \iint_S + \iint_{S'} \right\} \left\{ U \frac{\partial(\frac{e^{ikr}}{r})}{\partial n} - \left(\frac{e^{ikr}}{r}\right) \frac{\partial U}{\partial n} \right\} ds = 0 \quad (2.12)$$

$$\Rightarrow \iint_S \left\{ U \frac{\partial(\frac{e^{ikr}}{r})}{\partial n} - \left(\frac{e^{ikr}}{r}\right) \frac{\partial U}{\partial n} \right\} ds = - \iint_{S'} \left\{ U \frac{\partial(\frac{e^{ikr}}{r})}{\partial n} - \left(\frac{e^{ikr}}{r}\right) \frac{\partial U}{\partial n} \right\} ds \quad (2.13)$$

$$= - \iint_{\Omega} \left\{ U \frac{e^{ik\epsilon}}{\epsilon} \left(ik - \frac{1}{\epsilon} \right) - \frac{e^{ik\epsilon}}{\epsilon} \frac{\partial U}{\partial n} \right\} \epsilon^2 d\Omega \quad (2.14)$$

Donde $d\Omega$ es un elemento diferencial de area de la superficie S' . Dado que el valor de la integral sobre la superficie S es independiente de ϵ , se puede reemplazar el valor de la ecuación 2.14 por el valor límite cuando $\epsilon \rightarrow 0$:

$$\Rightarrow \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left\{ U ik \epsilon e^{ik\epsilon} - U e^{ik\epsilon} - \epsilon e^{ik\epsilon} \frac{\partial U}{\partial n} \right\} = -U \quad (2.15)$$

¹Véase Apéndice A.

$$\Rightarrow - \iint_{\Omega} \left\{ U \frac{e^{ik\epsilon}}{\epsilon} \left(ik - \frac{1}{\epsilon} \right) - \frac{e^{ik\epsilon}}{\epsilon} \frac{\partial U}{\partial n} \right\} \epsilon^2 \sin\theta d\theta d\phi = - \int_0^\pi \int_0^{2\pi} (-U) \sin\theta d\theta d\phi \quad (2.16)$$

Luego,

$$- \int_0^\pi \int_0^{2\pi} (-U) \sin\theta d\theta d\phi = 4\pi U(P) \quad (2.17)$$

$$\therefore U(P) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \left\{ U \frac{\partial \left(\frac{e^{ikr}}{r} \right)}{\partial n} - \left(\frac{e^{ikr}}{r} \right) \frac{\partial U}{\partial n} \right\} ds \quad (2.18)$$

La ecuación 2.18 se conoce como el Teorema integral de Helmholtz-Kirchhoff. El teorema integral de Kirchhoff incorpora la idea básica del principio de Huygens-Fresnel. Sin embargo, las contribuciones de diferentes elementos de área son más complicadas de lo que Fresnel asumió [3].

2.4.3 Forma general del teorema de Kirchhoff.

EL teorema de integral de Fresnel-Kirchhoff se ha desarrollado para ondas monocromáticas. A continuación se desarrolla una teoría mas general, esto es, se observará que sucede con el teorema de Fresnel-Kirchhoff cuando se tienen fuentes no monocromáticas. Para empezar, considérese que $\xi(x, y, z, t)$ es la solución de la ecuación de onda:

$$\nabla^2 \xi = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \quad (2.19)$$

Y supóngase que ξ se puede representar en la forma de una integral de Fourier:

$$\xi(x, y, z, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} U_\omega(x, y, z) e^{-i\omega t} d\omega \quad (2.20)$$

Entonces, por la fórmula de inversión de Fourier:

$$U_\omega(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \xi(x, y, z, t) e^{i\omega t} dt \quad (2.21)$$

Dado que se supuso que la función $\xi(x, y, z, t)$ satisface la ecuación de onda (2.19), $U_\omega(x, y, z)$ satisfará la ecuación de onda independiente del tiempo (2.9). Si además ξ obedece las condiciones apropiadas de regularidad dentro de una superficie cerrada S , se puede aplicar la fórmula de Kirchhoff de manera separada para cada componente $U_\omega(x, y, z) = U_\omega(P)$:

$$U_\omega(P) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \left\{ U_\omega \frac{\partial \left(\frac{e^{ikr}}{r} \right)}{\partial n} - \frac{e^{ikr}}{r} \frac{\partial U_\omega}{\partial n} \right\} ds \quad (2.22)$$

Cuando se cambia el orden de integración y se toma $k = \frac{\omega}{c}$, entonces la ecuación (2.20) es igual a:

$$\begin{aligned}\xi(P, t) &= \frac{1}{4\pi} \iint_S ds \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ U_\omega \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-i\omega(t-r/c)}}{r} \right) - \frac{e^{-i\omega(t-r/c)}}{r} \frac{\partial U_\omega}{\partial n} \right\} d\omega \\ &= \frac{1}{4\pi} \iint_S ds \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ U_\omega \left\{ \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) + \frac{i\omega}{rc} \frac{\partial r}{\partial n} \right\} e^{-i\omega(t-r/c)} - \frac{e^{-i\omega(t-r/c)}}{r} \frac{\partial U_\omega}{\partial n} \right\} d\omega\end{aligned}\quad (2.23)$$

O, usando (2.20) se tiene

$$\xi(P, t) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \left\{ [V] \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{s} \right) - \frac{1}{sc} \frac{\partial s}{\partial n} \left[\frac{\partial V}{\partial t} \right] - \frac{1}{s} \left[\frac{\partial V}{\partial n} \right] \right\} ds \quad (2.24)$$

Los paréntesis cuadrados denotan “valores retardados”, esto es, valores de la función tomados al tiempo $t - r/c$. La fórmula (2.24) es la forma general del Teorema de Kirchhoff.

Se puede observar, en analogía con el caso anterior, que el valor de la integral en (2.24) es cero cuando P se encuentra fuera de S .

El último término en (2.24) representa la contribución de una distribución de fuentes de fuerza igual a $-\frac{1}{4\pi} \frac{\partial \xi}{\partial n}$ por unidad de área, y se puede mostrar que los primeros dos términos representan una contribución de dobletes de fuerza $\xi/4\pi$ por unidad de área, dirigidos ortogonalmente a la superficie. Naturalmente esas fuentes y esos dobletes son ficticios, por lo que no existe un significado físico más profundo detrás de tal interpretación [3].

2.4.4 Fórmula de la difracción de Fresnel-Kirchhoff.

Considérese ahora una onda monocromática, de una fuente en P_0 , propagada a través de una abertura en un plano “opaco”, y sea P el punto en el que se desea determinar la perturbación. Se asume que las dimensiones lineales de la abertura (que se considera grande comparada con la longitud de onda) es pequeña comparada con las distancias a P_0 y a P .

Para encontrar la perturbación en P se toma la integral de Kirchhoff sobre la superficie formada por A, B y C , donde A es la abertura del plano opaco, B es el área del plano opaco que se encuentra entre la abertura y la intersección de la esfera de radio R centrada en P con el plano opaco, y C es el área de la esfera de radio R centrada en P cuyo límite es el plano opaco (Figura 2.3). Con base en el teorema integral de Helmholtz-Kirchhoff se tiene que:

$$U(P) = \frac{1}{4\pi} \left\{ \iint_A + \iint_B + \iint_C \right\} \left\{ U \frac{\partial \left(\frac{e^{ikr}}{r} \right)}{\partial n} - \left(\frac{e^{ikr}}{r} \right) \frac{\partial U}{\partial n} \right\} ds \quad (2.25)$$

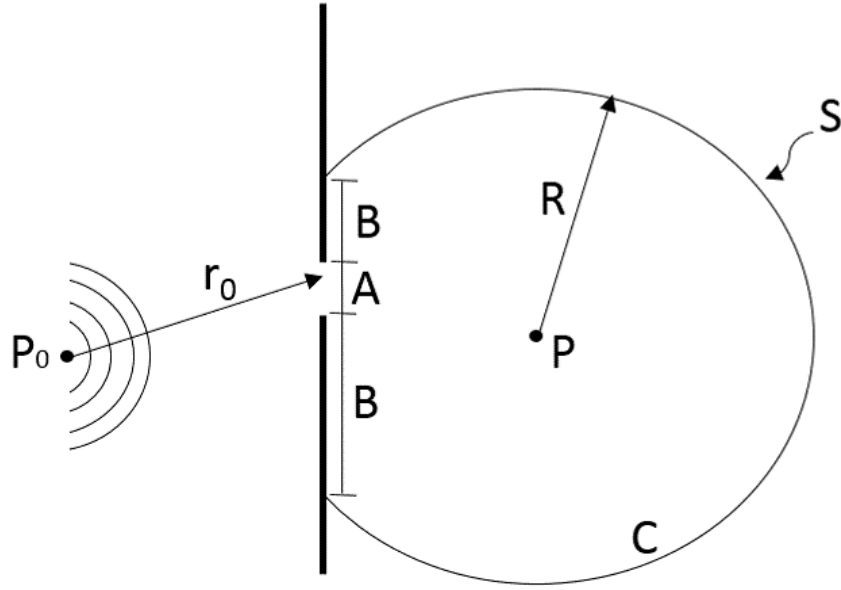


Figura 2.3: Geometría utilizada en la fórmula de la difracción de Fresnel-Kirchhoff.

La dificultad es encontrar los valores de U y $\frac{\partial U}{\partial n}$ en A, B y C. Es válido suponer que en A, U y $\frac{\partial U}{\partial n}$ no difieren de los valores obtenidos en ausencia de la pantalla (excepto quizá en el borde), y que en B esas cantidades son aproximadamente cero. En resumen, se tendrían las siguientes condiciones:

$$A: \quad U = U^{(i)} \quad , \quad \frac{\partial U}{\partial n} = \frac{\partial U^{(i)}}{\partial n} \quad (2.26)$$

$$B: \quad U = 0 \quad , \quad \frac{\partial U}{\partial n} = 0 \quad (2.27)$$

Donde $U^{(i)} = A_0 \frac{e^{ikr_0}}{r_0}$ y $\frac{\partial U^{(i)}}{\partial n} = A_0 \frac{e^{ikr_0}}{r_0} [ik - \frac{1}{r_0}] \cos(n, r_0)$, donde A_0 es la amplitud de la oscilación y $\cos(n, r_0)$ denota el coseno del ángulo entre n y r_0 . Las aproximaciones 2.26 y 2.27 se conocen como condiciones de frontera de Kirchhoff y son la base de la teoría de la difracción de Kirchhoff.

Considérese ahora la contribución de C: si $R \rightarrow \infty$, entonces se puede tener a U y $\frac{\partial U}{\partial n}$ tan pequeños como se desee. Esta condición no es del todo válida, pero para la situación física si lo es (considerando además que la solución al problema debe de ser única). Regresando entonces a la expresión integral, se tiene que considerar además lo siguiente:

$$U(P) = \frac{1}{4\pi} \iint_A \left(A_0 \frac{e^{ikr_0}}{r_0} \frac{\partial(\frac{e^{ikr}}{r})}{\partial n} - \frac{e^{ikr}}{r} \frac{\partial(A_0 \frac{e^{ikr_0}}{r_0})}{\partial n} \right) ds \quad (2.28)$$

$$U(P) = \frac{1}{4\pi} \iint_A \left(A_0 \frac{e^{ikr_0}}{r_0} \left\{ \frac{e^{ikr}}{r} \left[ik - \frac{1}{r} \right] \cos(n, r) \right\} - \frac{e^{ikr}}{r} A_0 \frac{e^{ikr_0}}{r_0} \left[ik - \frac{1}{r_0} \right] \cos(n, r_0) \right) ds \quad (2.29)$$

Dado que $\frac{1}{r_0}, \frac{1}{r} \ll 1$, entonces:

$$U(P) = \frac{ik}{4\pi} \iint_A \left\{ A_0 \frac{e^{ik(r_0+r)}}{r_0 r} (\cos(n, r) - \cos(n, r_0)) \right\} ds \quad (2.30)$$

Si se toma en cuenta que $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ entonces

$$U(P) = \frac{-A_0 i}{2\lambda} \iint_A \frac{e^{ik(r_0+r)}}{r_0 r} \{ \cos(n, r_0) - \cos(n, r) \} ds \quad (2.31)$$

La ecuación 2.31 se conoce como la fórmula de la difracción de Fresnel-Kirchhoff [3].

2.5 Modelos teóricos de la difracción.

Extensos estudios se han realizado acerca de la propagación de ondas a través de una abertura. En el siglo XIX Kirchhoff [9], Sommerfeld [13] y Rayleigh [12] realizaron muchos de estos experimentos.

Los avances posteriores realizados para encontrar la solución exacta a la distribución del campo ondulatorio más allá de la abertura fueron obstaculizados por la complejidad de las integrales que se necesitaban resolver para encontrar dicha distribución.

Pasados los años, diferentes modelos se han desarrollado para encontrar las distribuciones de los campos ondulatorios y de las intensidades más allá de una abertura. Estos modelos realizan diferentes suposiciones y aproximaciones para simplificar las matemáticas y reducir el tiempo computacional en caso de que se requieran métodos numéricos para encontrar la solución al problema.

La Tabla 2.1 [6] hace un recuento de estos modelos y de las aproximaciones usadas para cada uno. Como resultado de la velocidad de computación actual, se puede obtener resultados numéricos para una ecuación de onda completa, inclusive utilizando una computadora de escritorio.

2.6 Pulsos y su descripción de Fourier.

Supóngase que se tiene un tren de pulsos finito de frecuencia ω_0 . Esto es, que se tiene una función la cual se puede representar de la siguiente manera:

$$f(t) = \begin{cases} \text{sen}\omega_0 t, & |t| < \frac{N\pi}{\omega_0} \\ 0, & |t| > \frac{N\pi}{\omega_0} \end{cases} \quad (2.32)$$

Modelo	Aproximación
Ecuaciones de onda completas	Ninguna
Modelo completo de Rayleigh-Sommerfeld	Condiciones de frontera en superficies
Modelo aproximado de Rayleigh-Sommerfeld	$\rho \gg \lambda$
Modelo de Fresnel-Kirchhoff	$\rho \gg \lambda$
Fresnel	$z_1^3 \gg \frac{\pi}{4\lambda} [(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2]^2$
Fraunhofer	$z_1 \gg \frac{\pi}{\lambda} (x_1^2 + y_1^2)$

Table 2.1: Modelos y aproximaciones de la propagación de campos difractados. El parámetro ρ indica el radio máximo de la abertura en la pantalla de difracción, λ es la longitud de onda del campo ondulatorio incidente, x , y y z denotan coordenadas espaciales (siendo z la dirección ortogonal a la abertura): el subíndice 0 indica las coordenadas “máximas” de la abertura, mientras que el subíndice 1 indica la posición del punto donde se quiere encontrar la perturbación.

Esto corresponde a N ciclos de una onda senoidal (Figura 2.4). Dado que $f(t)$ es impar, para obtener la transformada de Fourier se puede usar la transformada de Fourier senoidal

$$g_s(\omega) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty f(t) \text{sen}(\omega t) dt \quad (2.33)$$

Y entonces se obtendría la siguiente función:

$$g_s(\omega) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{N\pi/\omega_0} \text{sen}(\omega_0 t) \text{sen}(\omega t) dt \quad (2.34)$$

Utilizando la identidad

$$\text{sen}(x) \text{sen}(y) = \frac{\cos(x - y) - \cos(x + y)}{2} \quad (2.35)$$

Se tiene entonces que el valor de la integral está dado por

$$\begin{aligned} g_s(\omega) &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{N\pi/\omega_0} \frac{\cos((\omega_0 - \omega)t) - \cos((\omega_0 + \omega)t)}{2} dt \quad (2.36) \\ &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left[\frac{\text{sen}((\omega_0 - \omega)t)}{2(\omega_0 - \omega)} - \frac{\text{sen}((\omega_0 + \omega)t)}{2(\omega_0 + \omega)} \right]_{t=0}^{N\pi/\omega_0} \\ &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{\text{sen}[(\omega_0 - \omega)(N\pi/\omega_0)]}{2(\omega_0 - \omega)} - \frac{\text{sen}[(\omega_0 + \omega)(N\pi/\omega_0)]}{2(\omega_0 + \omega)} \right) \\ \therefore g_s(\omega) &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{\text{sen}[(\omega_0 - \omega)(N\pi/\omega_0)]}{2(\omega_0 - \omega)} - \frac{\text{sen}[(\omega_0 + \omega)(N\pi/\omega_0)]}{2(\omega_0 + \omega)} \right) \quad (2.37) \end{aligned}$$

Es de considerable interés observar como $g_s(\omega)$ depende de la frecuencia. Para valores muy grandes de ω_0 y para $\omega \approx \omega_0$, solamente el primer término será de importancia debido

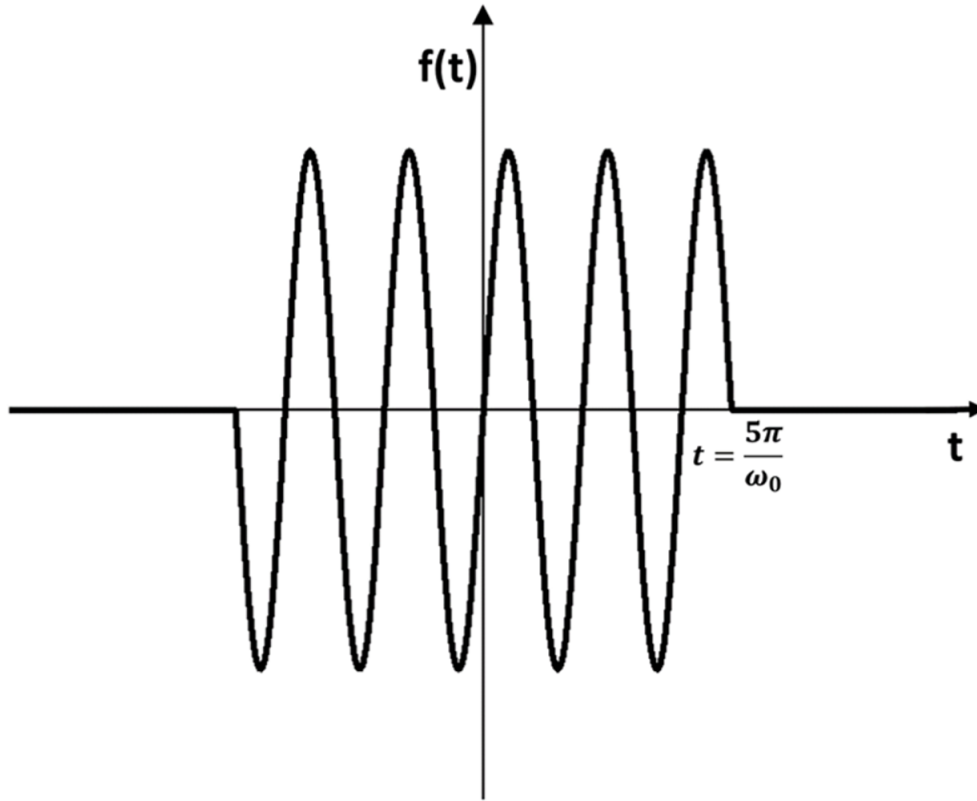


Figura 2.4: Tren finito de pulsos senoidales.

a los factores en los denominadores. La Figura 2.5 muestra el comportamiento de $g_s(\omega)$. La curva corresponde al patrón de amplitudes que se obtiene en la difracción de una rendija). Los ceros de esta función se encuentran en

$$\frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} = \frac{\Delta\omega}{\omega} = \pm \frac{1}{N}, \pm \frac{2}{N}, \pm \frac{3}{N}, \dots \quad (2.38)$$

Para valores de N muy grandes, $g_s(\omega)$ también se puede interpretar como la distribución delta de Dirac. Dado que las contribuciones afuera del máximo central son pequeñas en éste caso, se puede tomar

$$\Delta\omega = \frac{\omega_0}{N} \quad (2.39)$$

como una medida adecuada de la distribución de frecuencias del tren de pulsos. Claramente, si N es muy grande (un pulso demasiado largo), la distribución de frecuencias será pequeña. Por otro lado, si nuestro pulso es pequeño (N pequeña) la distribución de frecuencias será más amplia y los valores máximos secundarios serán de mayor importancia.

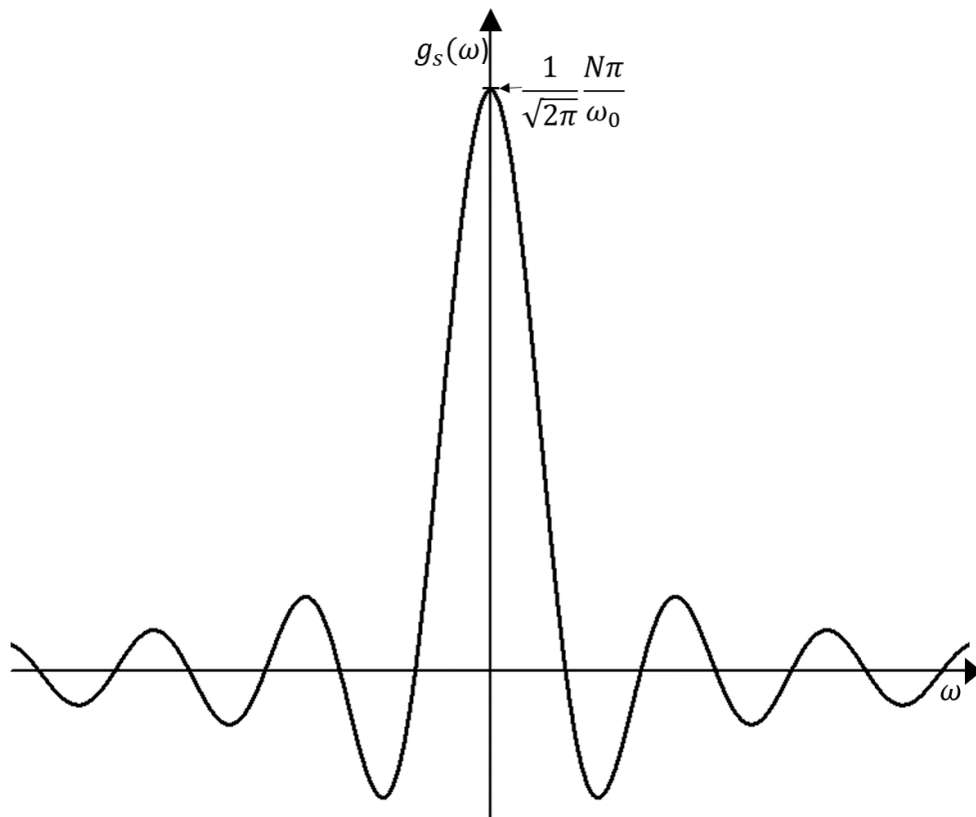


Figura 2.5: Espectro de Fourier de un tren de pulsos senoidales finito.

Capítulo 3

Transductores ultrasónicos.

Las ondas ultrasónicas son ondas mecánicas cuya frecuencia de oscilación se encuentra por encima de la capacidad auditiva del ser humano (≥ 20 KHz). Para producir estas ondas, es necesario utilizar dispositivos que permitan generar perturbaciones mecánicas a tales frecuencias.

Existen ciertos materiales que al aplicarles cierta tensión mecánica (y deformarlos) son capaces de producir diferencias de potencial entre dos puntos de su superficie, y viceversa. Estos materiales se conocen como piezoeléctricos.

Las oscilaciones producidas por un piezoeléctrico pueden controlarse mediante la aplicación de una diferencia de potencial. Al utilizar una onda senoidal eléctrica en los materiales piezoeléctricos, éstos producirán perturbaciones mecánicas de la misma frecuencia que la señal eléctrica que se les aplica. Así, con un generador de funciones y dispositivos piezoeléctricos, se pueden generar ondas mecánicas en diferentes frecuencias. En los experimentos realizados en este trabajo se utilizó un par de transductores piezoeléctricos, los cuales identificaremos por las etiquetas A y B. Éstos transductores se sometieron a diferentes pruebas de caracterización cuyos resultados se presentan a continuación.

3.1 Dimensiones de los transductores ultrasónicos.

Los transductores utilizados tienen forma cilíndrica. Las dimensiones de éstos son: 1.2 cm de altura y 1.6 cm de diámetro. En una de sus bases se encuentran los electrodos por donde se recibe la señal eléctrica, y la otra base se encuentra cubierta por una malla delgada, y es esta parte por donde se emiten las ondas ultrasónicas. La parte lateral es de metal, así como la sección donde se encuentran los electrodos (Figura 3.1).

En su interior, los transductores tienen en su base el material piezoeléctrico, en la parte inferior de este material se encuentran conectados los electrodos y en la parte superior del piezoeléctrico está un cono difusor (Figura 3.2).

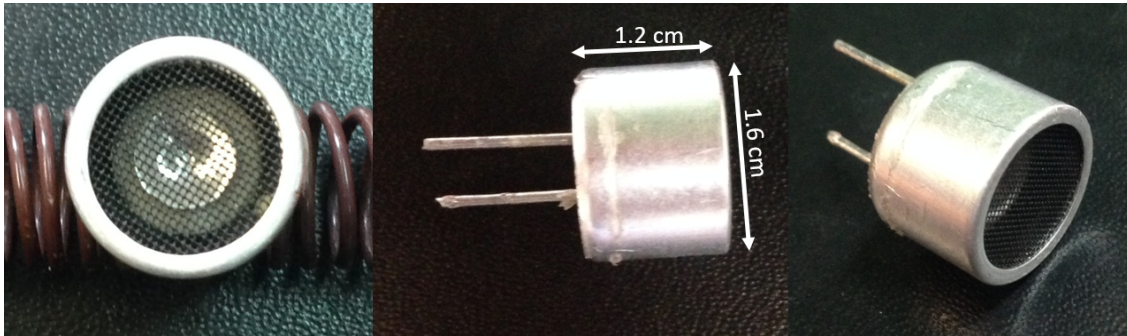


Figura 3.1: Diferentes vistas de los transductores ultrasónicos.

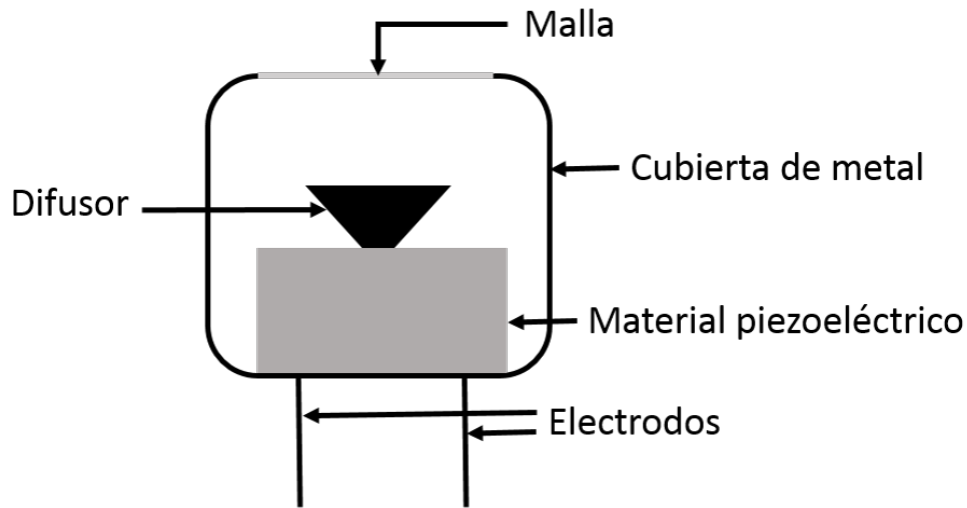


Figura 3.2: Diagrama del interior de los transductores.

3.2 Respuesta en función de la frecuencia.

La primer característica que es importante conocer acerca de los transductores ultrasónicos es su frecuencia de resonancia; esto es, se tiene que conocer a que frecuencia los transductores responden de mejor manera. Aunque los transductores físicamente son similares, se pueden esperar desviaciones en su comportamiento.

Para poder caracterizar el comportamiento de los transductores, se utiliza una cantidad denominada “respuesta”. Esta cantidad no es más que el cociente del voltaje pico-pico obtenido en el transductor utilizado como detector, entre el voltaje pico-pico suministrado al transductor emisor. La respuesta de los transductores en función de la frecuencia se obtuvo al colocar los transductores frente a frente a una distancia dada ((7 ± 0.05) cm). Utilizando un generador de funciones con una diferencia de potencial pico-pico constante (30 Volts), se varió la frecuencia de la onda suministrada al emisor. Entonces, para cada variación en la frecuencia se registró el valor de la diferencia de potencial en el transductor detector. Los resultados de esta caracterización se muestran en la Figura 3.3.

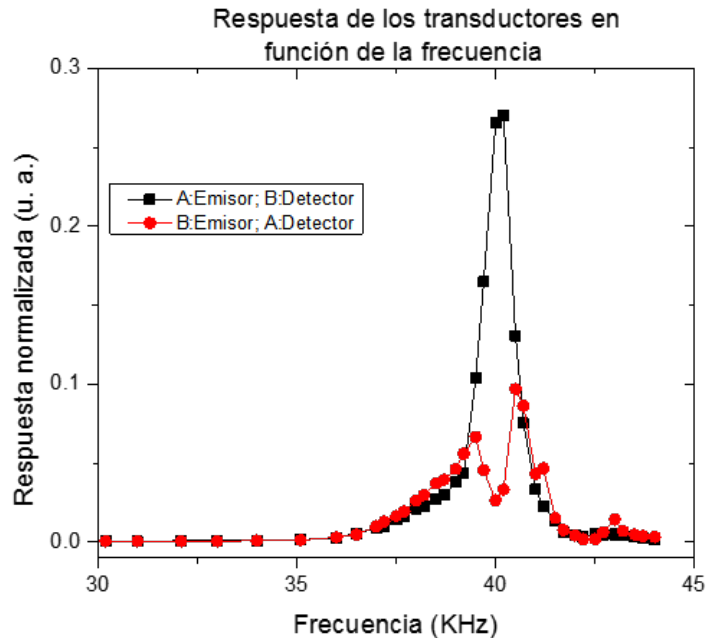


Figura 3.3: Respuesta normalizada ($\frac{V_{respuesta}}{V_{excitacion}}$) en función de la frecuencia de los transductores ultrasónicos: en negro el emisor fue el transductor A y el detector fue el transductor B; en rojo A fue el detector y B fue el emisor.

Los resultados arrojaron que para el transductor A se tiene una frecuencia de resonancia en 40 KHz con una respuesta de 0.27, mientras que para el transductor B se tienen frecuencias de resonancia principalmente en 39.5 KHz y 40.5 KHz, con una respuesta de 0.06 y 0.096, respectivamente.

Con base a lo anterior, se decidió utilizar el transductor A como emisor y el B como detector, pues la respuesta en la frecuencia de resonancia del transductor A es mejor (tres veces mayor) que la respuesta en la frecuencia con mayor amplitud en el transductor B. En las caracterizaciones siguientes solo se mostrará el comportamiento del transductor A como emisor y el B como detector, aunque también se realizaron pruebas con el transductor B como emisor y el A como detector, cuyos resultados se muestran en el apéndice B.

3.3 Respuesta en función de la distancia.

Otra característica que es importante conocer es la respuesta en función de la distancia entre los transductores. Esto permite decidir cuáles son las distancias óptimas entre emisor-obstáculo-detector para realizar los experimentos de difracción. Al conocer la frecuencia de resonancia del transductor A, se utilizó esta frecuencia para emitir las ondas ultrasónicas, así como una diferencia de potencial constante en la excitación del emisor. Se colocaron los transductores frente a frente (de manera paralela) y se varió la distancia entre ellos, a fin de obtener la respuesta para diferentes distancias. Los resultados se muestran en la Figura 3.4.

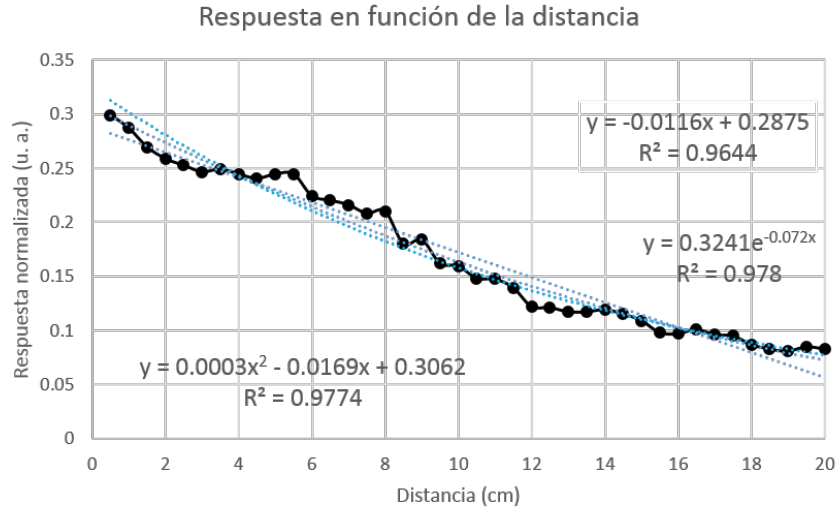


Figura 3.4: Respuesta normalizada ($\frac{V_{respuesta}}{V_{excitacion}}$, a 40 KHz) en función de la distancia, transductor A:emisor; transductor B:detector.

3.4 Diferencia de potencial en el transductor detector en función de la diferencia de potencial en el transductor emisor.

Ahora, es necesario conocer si el comportamiento de la cantidad que llamamos “respuesta” depende linealmente de la diferencia de potencial que se aplica al transductor emisor. De ser así, entonces no hay problema en utilizar la respuesta para caracterizar el comportamiento de los transductores, a pesar de pequeñas variaciones que se pueden tener en la señal que recibe el transductor emisor, pues el cociente entre un voltaje de estimulación y uno de detección siempre será el mismo.

Para obtener los resultados de esta caracterización, se colocaron los transductores frente a frente a una distancia de 7 cm, con una señal de emisión igual a la frecuencia de resonancia del transductor emisor (40 KHz). Se varió la amplitud de la señal de oscilación desde 0 volts hasta 31 volts, y se registró el valor de la diferencia de potencial que se obtenía en el transductor detector. Los resultados se muestran en la Figura 3.5.

La gráfica de la Figura 3.5 muestra un comportamiento que globalmente no es lineal. Sin embargo, seccionalmente se podrían acercar los valores experimentales por rectas. Esto es, para pequeñas variaciones en la diferencia del potencial suministrada al transductor emisor, el comportamiento de la respuesta sigue siendo lineal, lo que significa que variaciones pequeñas en la diferencia de potencial en el emisor no afectan los valores considerados como respuesta.

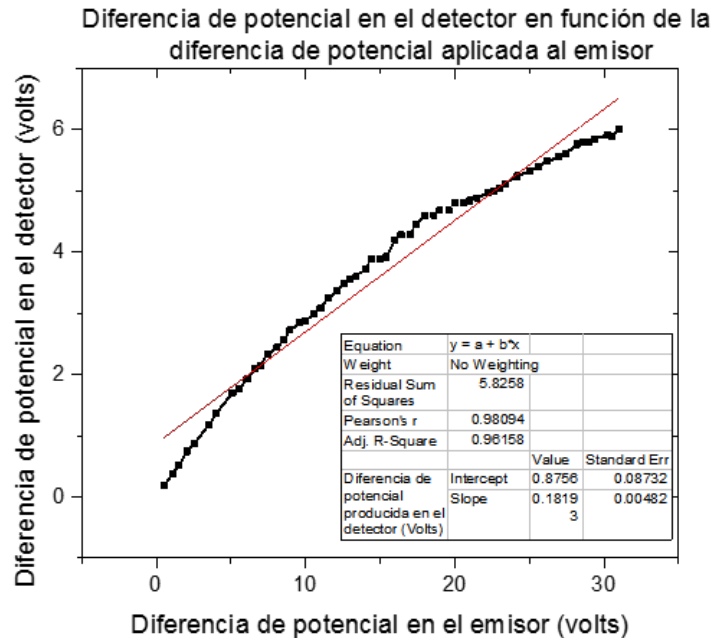


Figura 3.5: Diferencia de potencial (a 40 KHz) producida en el detector en función de la diferencia de potencial suministrada al emisor, transductor A:emisor; transductor B:detector. Distancia entre transductores: 7 cm.

3.5 Diferencia de fase en función de la distancia.

Hasta ahora se ha caracterizado solo el comportamiento de la amplitud de la onda y las variaciones debidas a diferentes factores. Pero no se ha observado si la diferencia de fase de la onda que se registra en el detector también presenta cambios según estas variaciones. En particular, es importante notar las variaciones en diferencia de fase en función de la distancia entre los transductores. De estas variaciones se puede obtener una información fundamental de las perturbaciones ultrasónicas: su longitud de onda.

Para obtener la longitud de onda a partir de las variaciones en la diferencia de fase entre onda emitida y onda registrada en el detector se tiene que tomar en cuenta lo siguiente: si conectamos la señal del emisor y la señal producida en el detector a un osciloscopio, se observará que la señal de emisión no cambia su posición. Por otro lado, la señal producida en el detector se verá desplazada según se varíe la distancia entre los transductores. Supóngase que al inicio de esta medición existe una diferencia de fase α ; para que se tenga de nuevo una misma diferencia de fase, es decir, $\alpha + 2\pi$ es necesario que exista una variación entre la distancia de los transductores igual a λ , siendo λ la longitud de onda de las perturbaciones.

Para realizar esta medición, se colocaron los transductores frente a frente, y las señales de emisión y de detección se conectaron a un osciloscopio. Con ayuda del osciloscopio se midió la diferencia de fase cada vez que se variaba la distancia entre los transductores. Los resultados se muestran en la Figura 3.7.

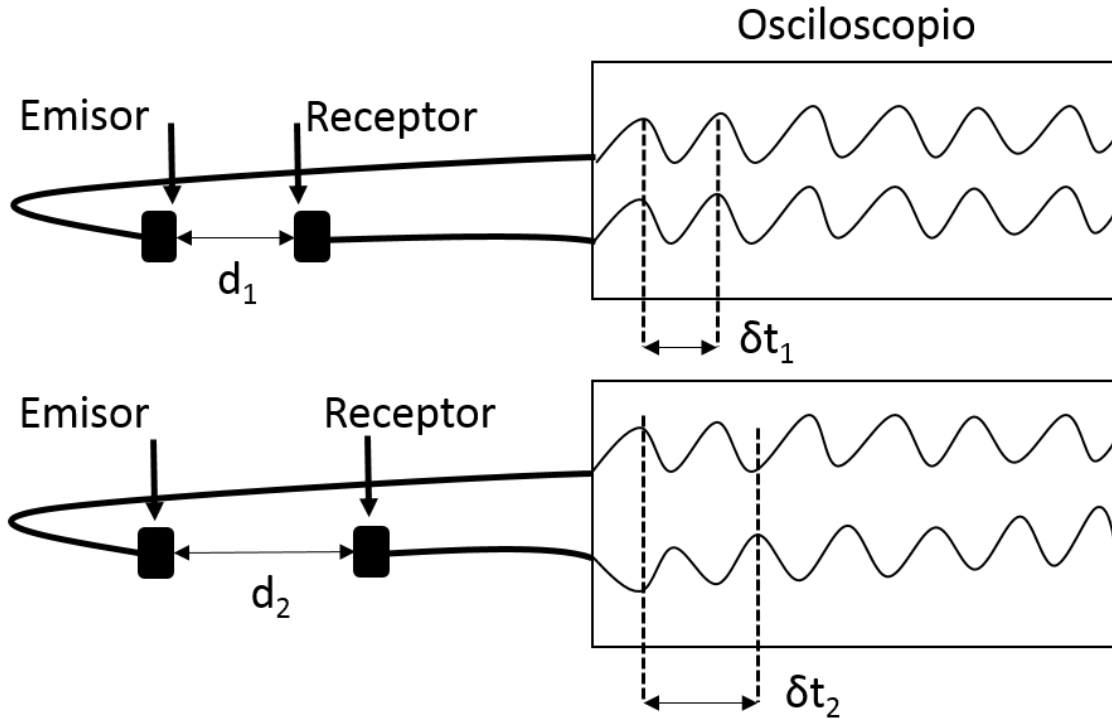


Figura 3.6: Procedimiento utilizado para encontrar la diferencia de fase entre la onda de excitación y la de respuesta en función de la distancia.

Al realizar un ajuste lineal a los datos mostrados en la Figura 3.7, observamos que la pendiente de la recta es igual a 9.1 m^{-1} , lo que significa que para encontrar una variación de 2π en la diferencia de fase, la variación en la distancia tiene que ser igual a $\lambda = \frac{2\pi}{m}$, siendo m la pendiente de la recta. Entonces, la longitud de onda de las perturbaciones ultrasónicas utilizadas en este experimento es aproximadamente $(0.70 \pm 0.02) \text{ cm}$. Cabe señalar que la temperatura a la que se realizó este experimento fue de $21.1 \text{ }^\circ\text{C}$, y si el mismo experimento se realizará a diferente temperatura, los resultados pueden variar, pues la longitud de onda de las ondas ultrasónicas dependen de la temperatura del aire.

3.6 Patrón angular de intensidad.

Otra característica importante de los transductores es su patrón de emisión angular. Se espera que la mayor parte de la energía se proyecte “hacia delante”, aunque inclusive sistemas de emisión de ondas como los láseres cuentan con cierta divergencia en su haz de emisión de luz. El patrón de intensidad angular forma lóbulos, y la mayoría de las veces solo se cuenta con un lóbulo primario, el cuál apunta hacia adelante del transductor. Sin embargo, en ciertas ocasiones existen lóbulos secundarios que se encuentran con cierta desviación angular del patrón principal, y cuya intensidad puede llegar incluso a compararse con el lóbulo primario de intensidad (antenas de telecomunicaciones).

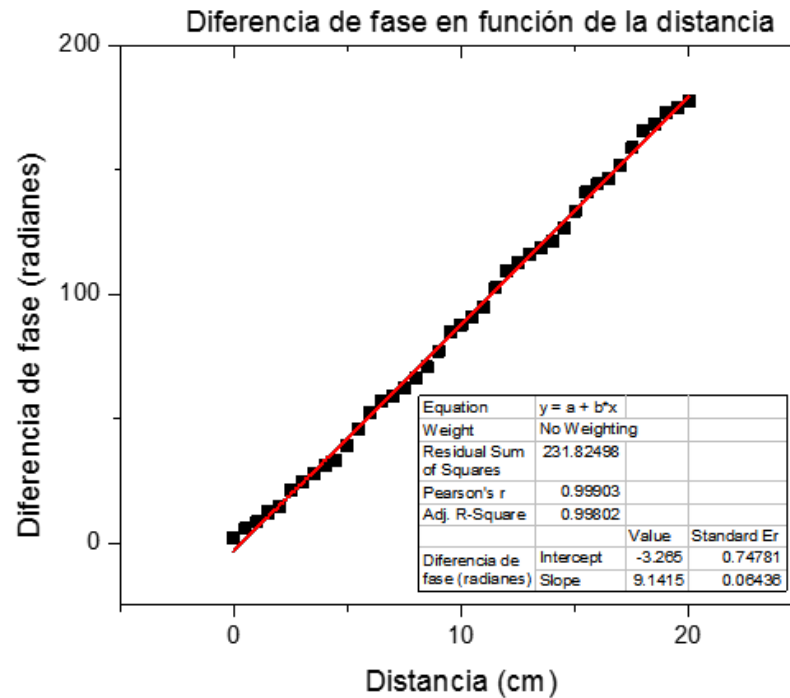


Figura 3.7: Diferencia de fase (a 40 KHz) en función de la distancia, transductor A:emisor; transductor B:detector.

Para encontrar el patrón de intensidad angular, se colocó al transductor emisor en una base giratoria. Frente a él se colocó el transductor detector. Se aseguró que al girar los transductores permanecieran sobre la misma línea. A continuación se giró la base angularmente (de un grado en un grado), 90° a la derecha y 90° a la izquierda, de manera que se obtuvo el patrón de los 180° correspondientes al frente del transductor. Los resultados se muestran en la Figura 3.8.

Se puede observar en la Figura 3.8 que el transductor solo cuenta con un lóbulo principal de emisión simétrico. Por lo tanto podemos asegurar que el transductor cuenta con muy buena direccionalidad. El ángulo de captación se define como el ángulo de emisión donde el valor de la respuesta se encuentra entre el 70% y el 100% de la respuesta máxima producida en el detector a una distancia dada. En este caso el ángulo de captación es de 28° .

3.7 Caracterización eléctrica de los transductores.

El comportamiento eléctrico de los transductores utilizados en este experimento se puede caracterizar mediante la impedancia que éstos presentan a diferentes señales eléctricas. En particular, es importante encontrar la magnitud de la impedancia de los transductores (recordando que, de una manera más completa, la impedancia es una cantidad compleja) en función

Excitación en función del ángulo entre los transductores

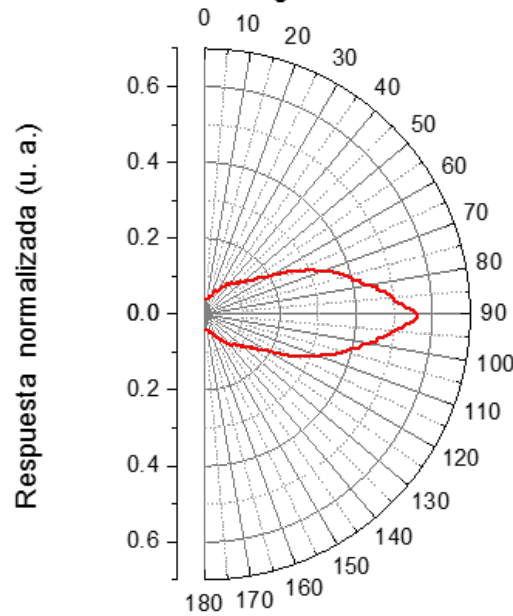


Figura 3.8: Patrón angular de intensidad (a 40 KHz), transductor A:emisor; transductor B:detector.

de la frecuencia de la señal eléctrica que reciben.

Las frecuencias de resonancia de los transductores piezoeléctricos serán aquellas en las que su impedancia sea mínima, permitiendo así que la corriente eléctrica que circula a través de ellos sea la máxima.

Para modelar el comportamiento eléctrico de los transductores ultrasónicos es común [11] utilizar un modelo en el cuál su comportamiento se compara con el de un circuito formado por un condensador conectado en paralelo con una resistencia, un inductor y un condensador conectados en serie (Figura 3.9).

La impedancia del circuito de la figura 3.9 está dada por la impedancia en paralelo de la capacidad C_p con la impedancia en serie de R , L y C_s . Entonces, la impedancia del transductor Z_T está dada por la siguiente expresión:

$$Z_T = \frac{\frac{1}{sC_p} \left(R + Ls + \frac{1}{sC_s} \right)}{\frac{1}{sC_p} + R + Ls + \frac{1}{sC_s}} \quad (3.1)$$

Donde $s = j\omega$. Reordenando los términos y definiendo $\frac{1}{LC_s} = \omega_0^2$, $\frac{1}{C_T} = \frac{C_s + C_p}{C_s C_p}$ y $\frac{C_T}{L} = \omega_1^2$, entonces la impedancia del transductor es igual a:

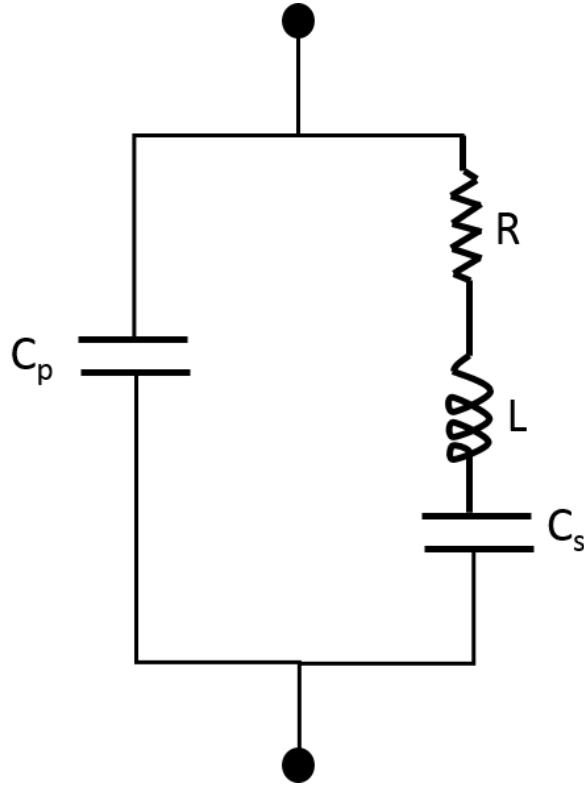


Figura 3.9: Circuito usado para modelar teóricamente el comportamiento de un transductor piezoeléctrico.

$$Z_T = \frac{1}{C_p \omega} \left(\frac{j\omega^2 + \frac{R}{L}\omega - j\omega_0^2}{-\omega^2 + \frac{R}{L}j\omega + \omega_1^2} \right) \quad (3.2)$$

Observando la ecuación 3.2 se aprecia que tiene un término con ω^2 en el numerador, lo que indica que hay dos cantidades (o una) en la que la impedancia tiene un valor igual a cero.

La magnitud de la impedancia, por otra parte, después de tomar en cuenta el valor complejo de Z_T es igual a:

$$|Z_T| = \frac{\sqrt{\left[\frac{R}{L}\omega(-\omega^2 + \omega_1^2 + (\omega^2 - \omega_0^2))\right]^2 + \left[(\omega^2 - \omega_0^2)(\omega_1^2 - \omega^2) - \frac{R^2}{L^2}\omega^2\right]^2}}{C_p \omega [(-\omega^2 + \omega_1^2)^2 + (\frac{R\omega}{L})^2]} \quad (3.3)$$

Para medir la magnitud de la impedancia del transductor, se utilizó un circuito como el mostrado en la Figura 3.10. En este circuito, la caída de potencial en la resistencia eléctrica estará dada por $|V_R| = R_i |I|$, y la caída de potencial en el transductor estará dada por $|V_Z| = |Z| |I|$. Entonces, la magnitud de la impedancia del transductor está dada por:

$$|Z| = \frac{|V_Z|}{\frac{|V_R|}{R_i}} = R_i \frac{|V_Z|}{|V_F| - |V_Z|} \quad (3.4)$$

Donde V_F es el voltaje emitido por la fuente. Dado que la Ecuación 3.4 indica comparaciones de amplitud en los potenciales V_F y V_Z , basta con tomar en cuenta las amplitudes pico-pico de cada señal. De esta manera, al conocer la diferencia de potencial emitida por la fuente y la caída de potencial en el transductor, así como la resistencia de prueba R_i , se puede conocer la magnitud de la impedancia en función de la frecuencia de la señal emitida por la fuente.

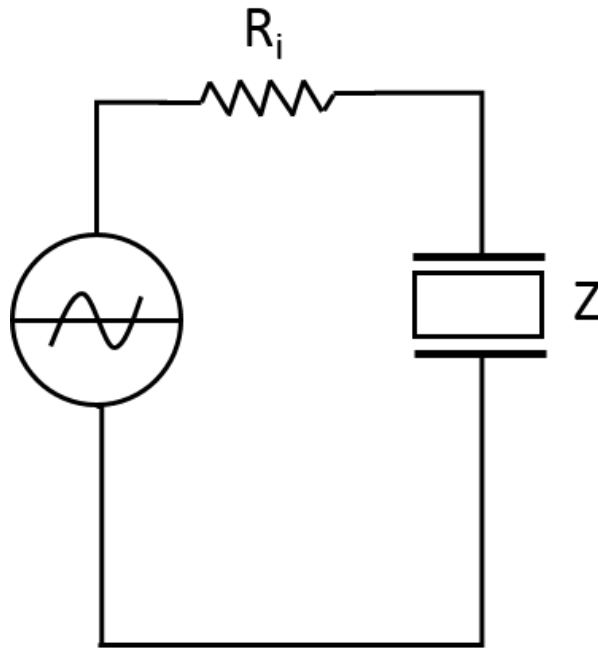


Figura 3.10: **Circuito usado para medir la magnitud de la impedancia de un transductor piezoeléctrico.**

Al caracterizar la magnitud de la impedancia del transductor en función de la frecuencia de la señal recibida, se puede corroborar que efectivamente las frecuencias donde el transductor presenta una menor impedancia son las frecuencias de resonancia. La Figura 3.11 muestra los resultados de la caracterización eléctrica para el transductor A.

Se puede observar en la Figura 3.11 que para la frecuencia de 40 KHz la impedancia es menor, e inmediatamente después de esta frecuencia la impedancia aumenta su valor significativamente. También se muestra otro mínimo para la impedancia a una frecuencia de 42.5 KHz. Sin embargo, en la caracterización de respuesta en función de la frecuencia del transductor A este máximo de respuesta no se puede observar. Esto puede justificarse al observar que la respuesta del transductor no es puntual, sino que tiene cierto ancho de banda de respuesta, y la segunda frecuencia de resonancia puede encontrarse contenida dentro de este ancho de banda.

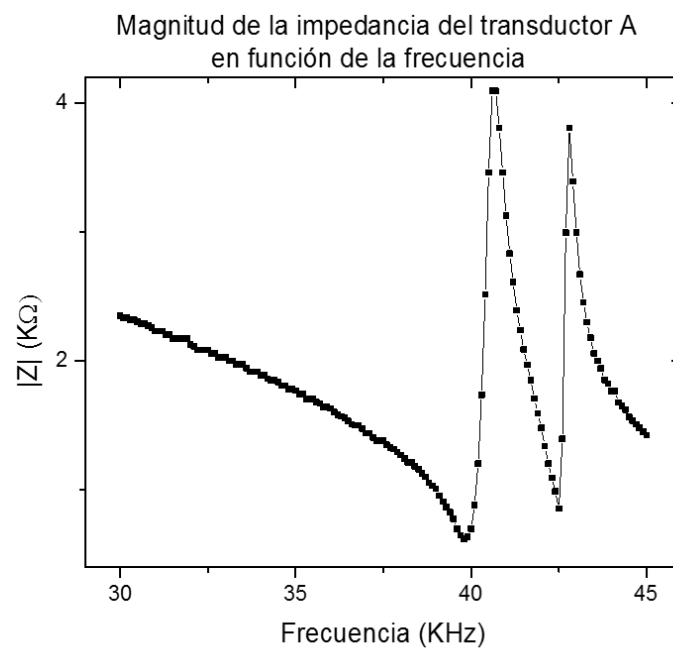


Figura 3.11: Magnitud de la impedancia del transductor A en función de la frecuencia de la señal eléctrica que recibe.

Capítulo 4

Patrones de difracción.

Observar patrones de difracción requiere la capacidad de detectar el campo ondulatorio (o al menos su intensidad). Con luz visible es posible observar patrones de intensidad a simple vista. Si se tiene un patrón de difracción, basta con colocar una pantalla para observar donde se encuentran los máximos o los mínimos de intensidad.

Sin embargo, con las ondas ultrasónicas no pasa lo mismo. No es posible colocar una “pantalla” y observar la intensidad de dichas ondas, pues estas ondas ni siquiera se pueden observar. Pero esto no significa que no se puedan detectar y que se logre crear un dispositivo que juegue el papel de una pantalla en analogía con el fenómeno de luz visible. En los experimentos siguientes se utilizó el transductor A como emisor (a una frecuencia de 40 KHz) y el transductor B como detector.

4.1 Detección de campos ultrasónicos estacionarios.

Para producir ondas ultrasónicas es necesario utilizar dispositivos capaces de producir perturbaciones en la región ultrasónica. Los dispositivos utilizados para los experimentos realizados en este capítulo son los que se caracterizaron en el Capítulo 3.

Para observar patrones de difracción, se requiere obtener un patrón espacial de amplitudes, y los transductores son limitados por su área de detección. Esto es, no se puede detectar el comportamiento ondulatorio en una región espacial muy grande (más adelante se observará que esto no es del todo cierto, pues esto sí se puede lograr mediante ciertas modificaciones al método que a continuación se describe).

Aprovechando el tamaño de los detectores, y en lugar de verlo como una deficiencia para este propósito (el cuál es detectar patrones espaciales del comportamiento de ondas ultrasónicas), para obtener patrones de intensidad lo que se realizó fue colocar los transductores frente a frente a una distancia dada. Uno de ellos, el emisor de ondas ultrasónicas, colocado en una posición fija. El otro transductor, el detector, colocado sobre un riel que permite desplazar el transductor detector sobre una línea ortogonal a la línea que formaban

los transductores al ser colocados frente a frente. Entonces, al conocer la posición del detector en el riel, se conoce la posición en la “pantalla” del campo detectado.

En otras palabras, el detector montado sobre el riel juega el papel de la pantalla en el caso de luz visible. Para cada posición en el riel, se mide la intensidad pico-pico del campo detectado. Esto permite obtener los patrones espaciales de intensidad de cada campo producido. Para producir los patrones de difracción, lo único que se realizó fue colocar obstáculos entre el emisor y el detector. La Figura 4.1 muestra cómo se realizó el experimento de manera detallada e ilustrativa.

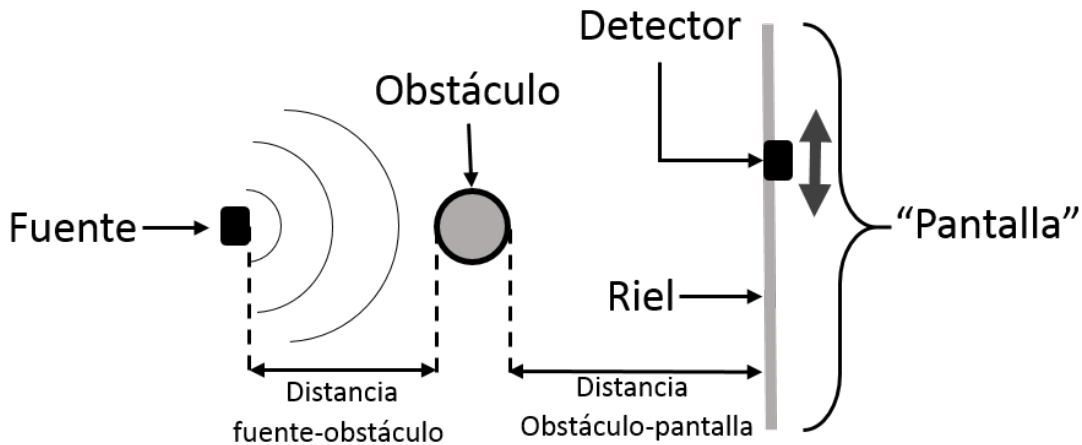


Figura 4.1: Diseño experimental utilizado para obtener patrones espaciales de intensidad de campos estacionarios.

4.2 Patrones de intensidad de campos estacionarios.

Con el método descrito en la Sección 4.1, se obtuvieron diferentes patrones de intensidad. Conocer el patrón de intensidad de la fuente emisora (sin colocar el obstáculo) permite conocer cuál es la distribución espacial de la energía en la “pantalla” detectora y comparar cambios al colocar obstáculos entre la fuente y la “pantalla”.

La Figura 4.2 muestra el patrón de intensidad debido solamente a la fuente emisora al tener una separación entre el emisor y el centro de la “pantalla” de 20 cm. Se puede observar un máximo central justo en el centro de la pantalla, y se observa también como la intensidad máxima comienza a decaer conforme se aleja el detector del centro de la pantalla. Esta distribución tiene un comportamiento que sugiere cualitativamente una distribución gaussiana, hipótesis que se comprobó en [4].

Por otro lado, después de obtener el patrón de intensidad para la fuente emisora, se obtuvieron patrones de intensidad para campos difractados. Esto se realizó al colocar rendijas y

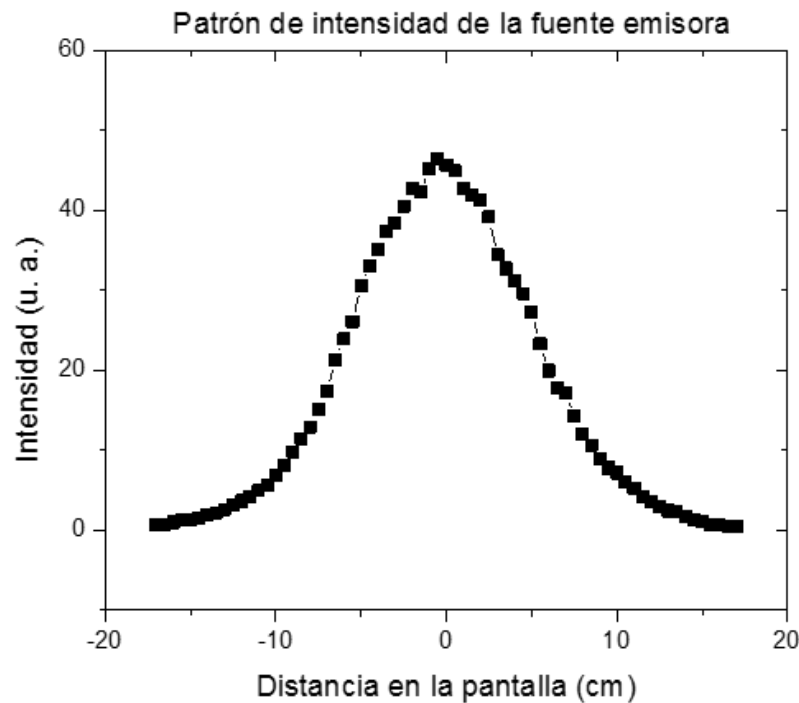


Figura 4.2: **Patrón de intensidad de la fuente (sin obstáculo). Distancia entre transductores:20 cm.**

obstáculos para diferentes configuraciones de distancia. En la Figura 4.3 se muestra el patrón de intensidad para una rendija de 2.3 cm de ancho, colocada a una distancia de 20.0 cm de la fuente y a 15.5 cm del centro de detección.

En la Figura 4.3 se logra apreciar solo un máximo central, y también se observa que la intensidad decae más rápido que en el patrón de intensidad producido solo por la fuente. Más aún, no se logra observar ningún máximo característico de los fenómenos de difracción.

Los resultados para campos ultrasónicos bloqueados por obstáculos mostraron ser mejores, pues como se observa en la Figura 4.4 en los espectros de intensidad se logran apreciar uno o varios máximos de intensidad, así como varios mínimos. En estos espectros se puede asegurar que se presenta el fenómeno de difracción.

Otra cuestión importante es observar cómo cambian los patrones de difracción en función de la configuración de distancias entre fuente-obstáculo-detector. Para ello, se obtuvo el patrón de intensidad utilizando un tubo de 1.8 cm de diámetro, pero con dos diferentes configuraciones en las distancias fuente-obstáculo-detector. Los resultados se mostrarán en la Figura 4.5.

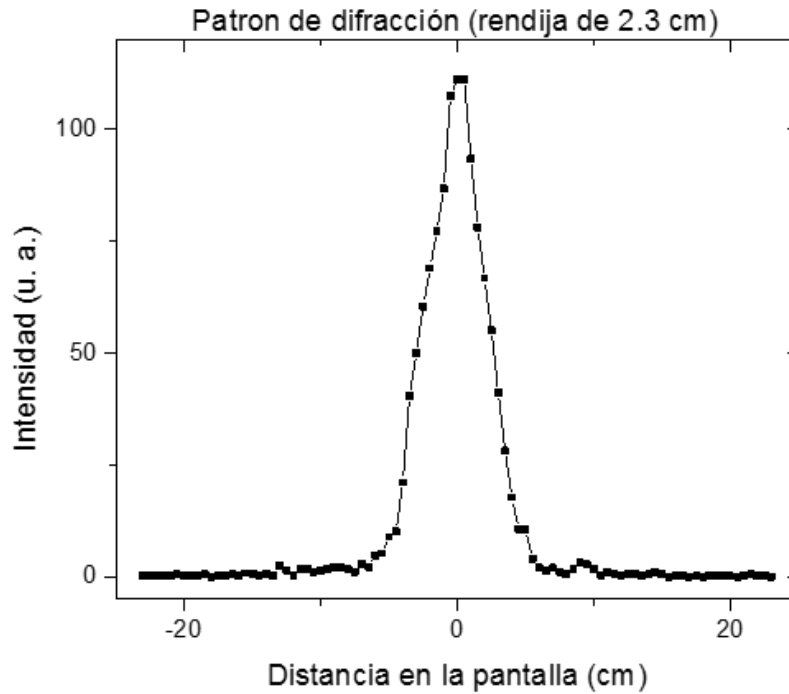


Figura 4.3: Patrón de difracción de una rendija. Distancia fuente-rendija: 20.0 cm; distancia rendija-pantalla:15.5 cm.

Por último, se presenta una comparación cualitativa en el comportamiento de un patrón de difracción. La figura 4.6 muestra la comparación entre una simulación teórica de un patrón de difracción de Fresnel (**a**) y el patrón obtenido experimentalmente utilizando un obstáculo de 3.2 cm de ancho (**b**).

La velocidad de las ondas en el aire se ve influenciada por la temperatura. En estos experimentos se llevó un registro de ella, y todos ellos se realizaron a temperaturas entre 22°C y 24.5°C, aunque en cada experimento nunca se registró una variación de la temperatura mayor a 0.5°C.

En general, podemos observar que los patrones de difracción se producen mejor para obstáculos que para rendijas. También observamos una mayor definición en los picos de intensidad máxima cuando la fuente se encontraba a 20 cm del obstáculo, y el obstáculo a 15 cm de la pantalla. Bajo estas condiciones se realizaron los experimentos referentes a los campos transitorios.

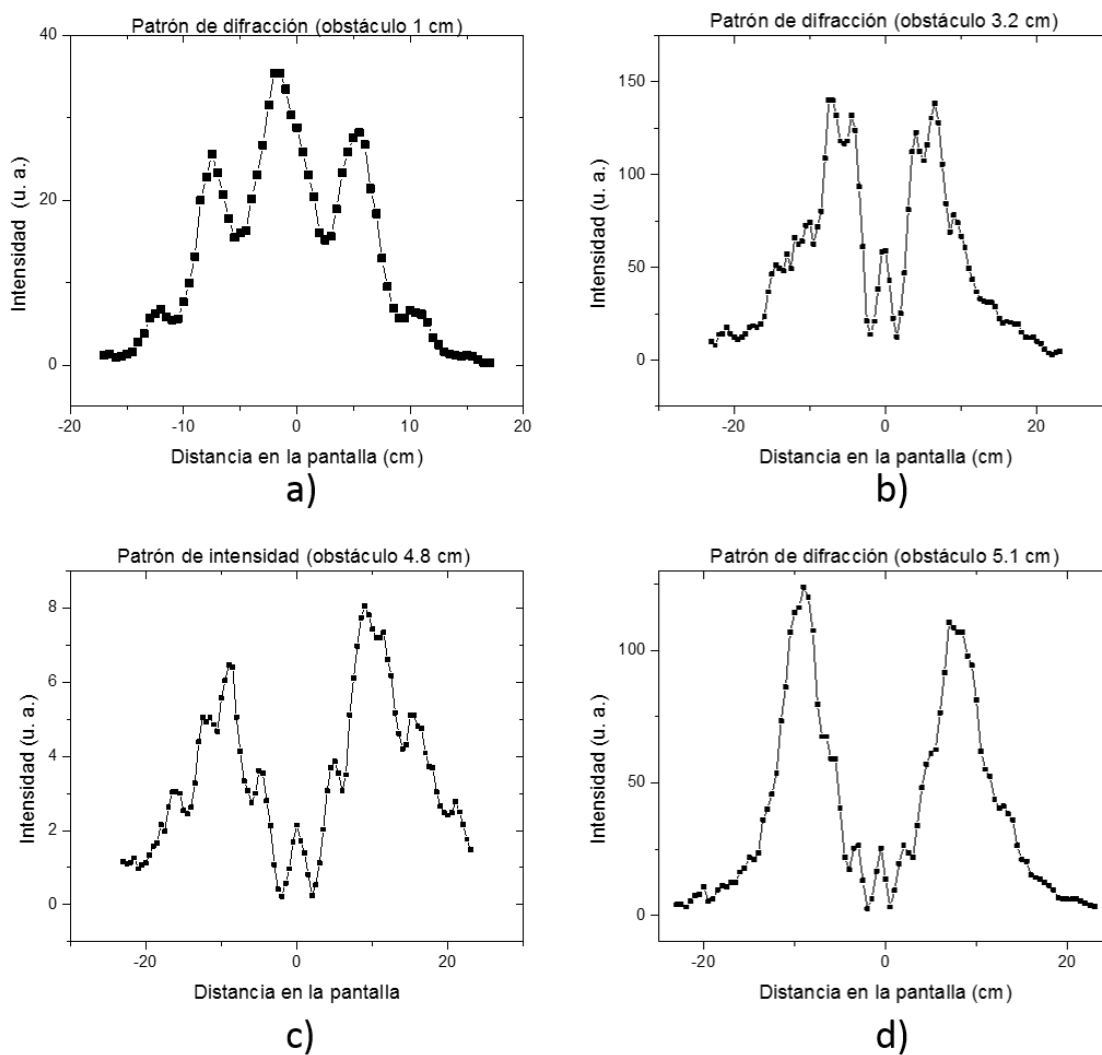


Figura 4.4: Patrones de difracción al utilizar obstáculos: a)Obstáculo de 1 cm de ancho, distancia fuente-obstáculo 8 cm, distancia obstáculo-pantalla 15 cm; b)Obstáculo de 3.2 cm, distancia fuente-obstáculo 20 cm, distancia obstáculo-pantalla 15 cm; c)Obstáculo de 4.8 cm de ancho, distancia fuente-obstáculo 20 cm, distancia obstáculo-pantalla 15 cm; d)Obstáculo de 5.1 cm de ancho, distancia fuente-obstáculo 16 cm, distancia obstáculo-pantalla 14.3 cm

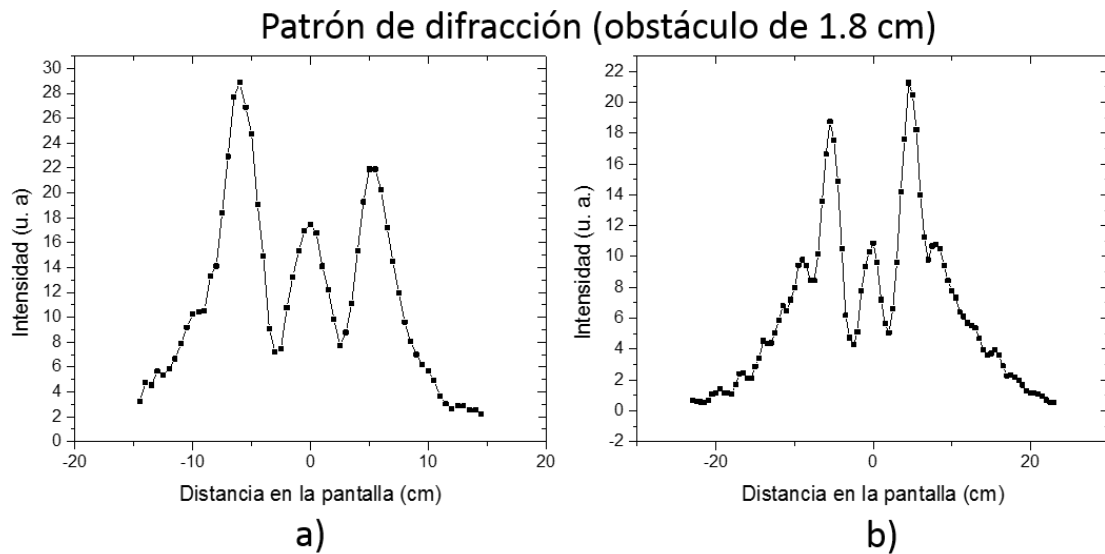


Figura 4.5: Patrón de difracción de un obstáculo de 1.8 cm de ancho: a) distancia emisor-obstáculo 8 cm, distancia obstáculo-pantalla 15 cm; b) distancia emisor-obstáculo 20 cm, distancia obstáculo-pantalla 15 cm.

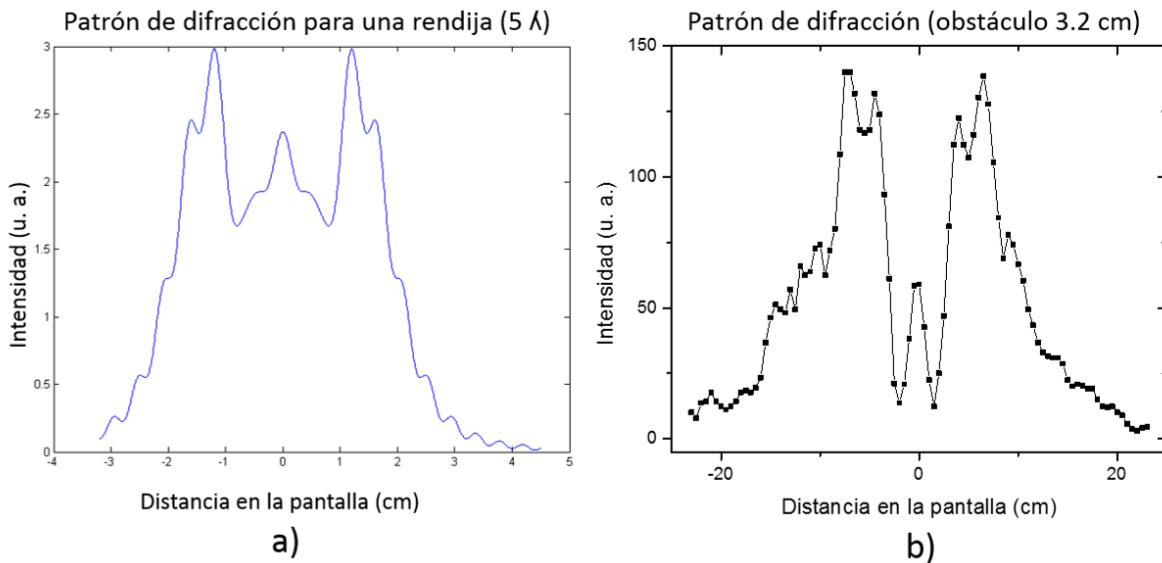


Figura 4.6: Comparación de patrones de difracción: a) simulación de un patrón de difracción de Fresnel producido por una rendija, distancia emisor-rendija 3λ , distancia rendija-pantalla 12λ ; b) patrón de difracción encontrado utilizando un tubo de 3.2 cm de ancho, distancia emisor-obstáculo 20 cm, distancia obstáculo-pantalla 15 cm.

4.3 Detección de campos ultrasónicos transitorios.

Se han obtenido los patrones de intensidad de diferentes campos ultrasónicos difractados. Estos campos se caracterizaron por ser estacionarios, y por lo tanto su amplitud máxima de oscilación no presenta variaciones temporales. Entonces se pueden obtener patrones de intensidad utilizando el cuadrado de la amplitud máxima (voltaje pico-pico). Pero para los campos transitorios no se puede realizar el mismo procedimiento, esto es, no se puede caracterizar su respuesta por un voltaje pico-pico debido a que éste presenta variaciones temporales.

Para caracterizar a estos campos, es necesario utilizar su amplitud de oscilación, pero medida de manera temporal. Es decir, se deben de obtener patrones de amplitud temporal y después reconstruir los patrones de amplitud espacial. Así se tendrían patrones de amplitud espacial para diferentes tiempos, y por lo tanto se podría observar el comportamiento temporal de los patrones espaciales de amplitud de la onda.

Los campos transitorios se produjeron a través de trenes de pulsos formados por ondas senoidales. La duración de estos pulsos fue un parámetro experimental, así como el tiempo entre cada uno de ellos (tiempo muerto). La frecuencia de los pulsos senoidales fue de 40 KHz, pues de igual manera que en el experimento con campos estacionarios se utilizó el transductor A como emisor y el B como detector. Para contar con un número menor de elementos que afectarán las mediciones, los experimentos se llevaron a cabo en la cámara sono-amortiguada de la Facultad de Ciencias de la UNAM.

Para obtener los patrones temporales se usó un osciloscopio. Este osciloscopio tiene la capacidad de guardar la información de la onda. Así, para obtener los patrones temporales de amplitud, se colocó el detector en una posición dada sobre el riel, se obtuvo la onda detectada y se guardó. Después de esto, se cambió de posición el detector y se realizó el mismo procedimiento. El resultado de esto fue obtener los patrones temporales para diferentes puntos sobre el riel (puntos espaciales).

Debido a que los campos son transitorios, la onda en el osciloscopio se desplaza de un lado a otro. Esto se corrigió tomando “instantáneas” en el osciloscopio. Ajustando el momento de disparo de estas instantáneas se aseguró que la onda medida tuviera siempre el mismo patrón.

Una vez obtenidos los espectros temporales, se reconstruyeron los patrones espaciales para cada tiempo medido. El osciloscopio guarda 4000 mil puntos del patrón de la onda (puntos temporales), para cada punto espacial en el que se realizó la medición. Se tomaron mediciones para una distancia de 54 cm (longitud de la “pantalla”), y las mediciones se tomaron cada 2 mm. Esto significa que cada patrón espacio-temporal estaba constituido por 1 084 000 datos.

Reconstruir los patrones espaciales (cada uno de 271 puntos) para cada tiempo medido (4000 puntos temporales) significa una tarea titánica si se usan métodos manuales. Es por ello, que para lograr manejar y reconstruir los patrones espaciales se creó un programa computacional (véase Apéndice C) especial para tal efecto. Con este programa, la reconstrucción

de los patrones espaciales no tarda más de un par de minutos, permitiendo crear animaciones que muestran la evolución temporal de los patrones espaciales de amplitud. La Figura 4.8 ilustra el procedimiento descrito en esta sección para lograr obtener los espectros espacio-temporales de la amplitud de las ondas ultrasónicas.

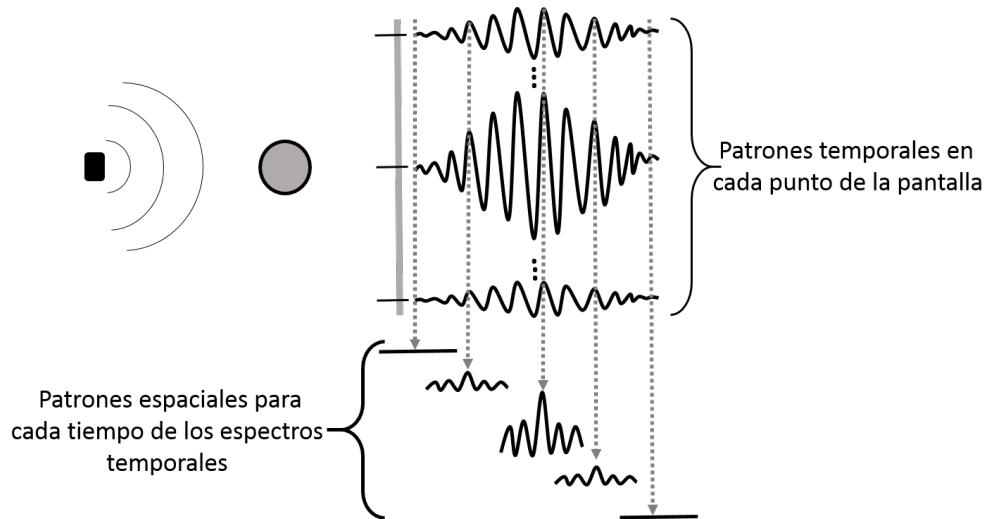


Figura 4.7: **Diagrama del proceso utilizado para obtener patrones espacio-temporales de la amplitud de las ondas ultrasónicas.**

El algoritmo del programa computacional se encarga de realizar lo siguiente: para diferentes puntos en la pantalla se tienen diferentes patrones temporales. Cada uno de ellos fue tomado al “mismo tiempo”. Entonces, para reconstruir, por ejemplo, el patrón espacial al tiempo uno, se toma el punto uno del patrón temporal que se obtuvo en la posición uno del riel, el punto uno del patrón temporal que se obtuvo en la posición dos del riel, etc. De esta manera, cada punto del riel (punto espacial) tiene asociada una amplitud (punto temporal al tiempo uno). En general, para reconstruir el patrón espacial al tiempo i , se toman los puntos temporales i en cada patrón temporal y se asocian a su posición espacial. El resultado de este proceso es obtener 4000 imágenes (patrones espaciales) que muestran el comportamiento temporal de la amplitud de la onda en una región espacial dada. El código del programa utilizado se detalla en el apéndice C.

4.4 Patrones espacio-temporales.

El método descrito en la sección 4.1 no solo se puede utilizar para detectar campos transitorios, sino también para detectar y recrear patrones de amplitud de campos estacionarios. En las páginas siguientes se trata de mostrar la evolución temporal de diferentes campos, ya sean transitorios o estacionarios, difractados o sin difractar. Los patrones espacio-temporales que se presentan a continuación solo muestran algunas etapas de la evolución temporal. Si se deseara tener una visión más completa de esta evolución sería necesario utilizar todos los patrones temporales (4000 gráficas de patrones espaciales).

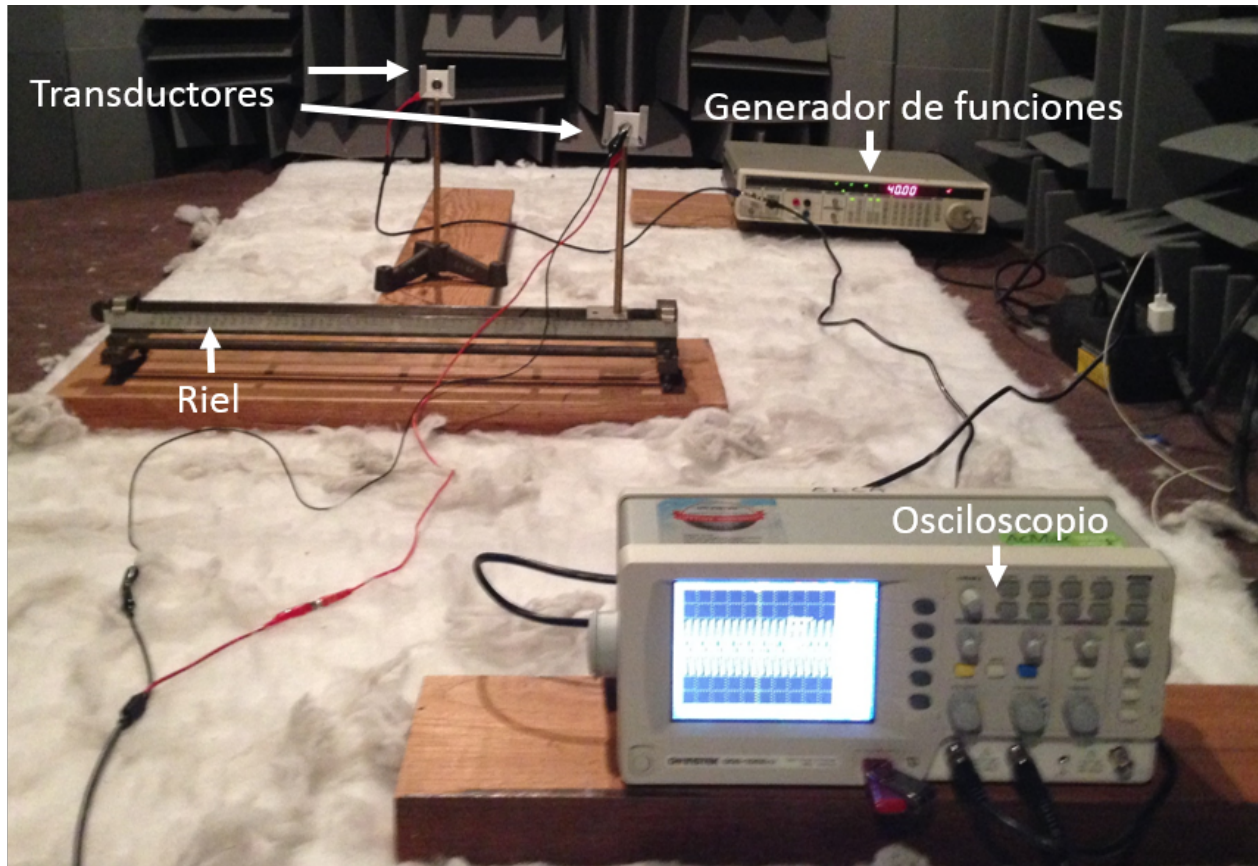


Figura 4.8: Arreglo experimental utilizado para obtener patrones espacio-temporales de la amplitud de las ondas ultrasónicas. Se puede observar el osciloscopio, el generador de funciones, los transductores y el riel sobre el cuál se desplaza el transductor detector.

En las Figuras 4.9-4.21 se muestran los patrones espacio-temporales para diferentes configuraciones experimentales. En ellas se puede apreciar la creación y el desvanecimiento de diferentes campos transitorios difractados y sin difractar, así como el comportamiento temporal de campos estacionarios difractados o no difractados.

En el caso de los campos estacionarios, su comportamiento será totalmente periódico, y al utilizar el método aquí empleado no sólo se obtuvo la intensidad de los campos, sino su amplitud. Esta información es relevante porque nos permite conocer la fase de los campos ondulatorios para diferentes tiempos, lo que a su vez nos permite tener un conocimiento más amplio acerca de los campos ondulatorios. Por ejemplo, se puede observar en la Figura 4.11 que las oscilaciones en cada punto de la “pantalla” se realizan con la misma fase, es decir, si la oscilación para un punto en la pantalla es máxima en un instante dado, entonces la oscilación será máxima para todos los puntos de la pantalla al mismo instante. Esta es una característica de una onda plana, aunque en este caso, la amplitud de oscilación se encuentra en función de la posición en la pantalla.

Por otro lado, en el caso de los campos transitorios se puede realizar un análisis más profundo. Al tener la amplitud de oscilación para diferentes tiempos, no solo se puede obtener información acerca de la fase de los campos ondulatorios, sino también de su tiempo de detección, es decir, del tiempo desde que se comienza a detectar el campo hasta que éste deja de ser detectable. Por ejemplo, para el caso del campo transitorio difractado por un obstáculo de 4.8 cm de diámetro (Figuras 4.15 - 4.21) los tiempos de detección varían desde 2.3 ms hasta 4.8 ms, aproximadamente. Sin embargo, el pulso cuyo tiempo de detección es de 4.8 ms es doce veces más largo que el pulso cuyo tiempo de detección es de 2.3 ms. Esto significa que la relación entre tiempo de duración de los pulsos y tiempo de detección no es lineal.

Por último, los patrones espacio-temporales nos permiten aseverar que los campos difractados son coherentes espacialmente. Es decir, la diferencia de fase entre dos puntos cualesquiera de la pantalla es constante. Esto pasa inclusive para los campos transitorios. Y es debido a esto que, tanto en los campos estacionarios como transitorios es observable el fenómeno de difracción (basta con observar las oscilaciones en el centro de la pantalla de un patrón espacio-temporal de cualquier campo transitorio difractado para corroborar que la amplitud en este punto es diferente de cero, lo cuál contradice a la teoría geométrica de la propagación de energía).

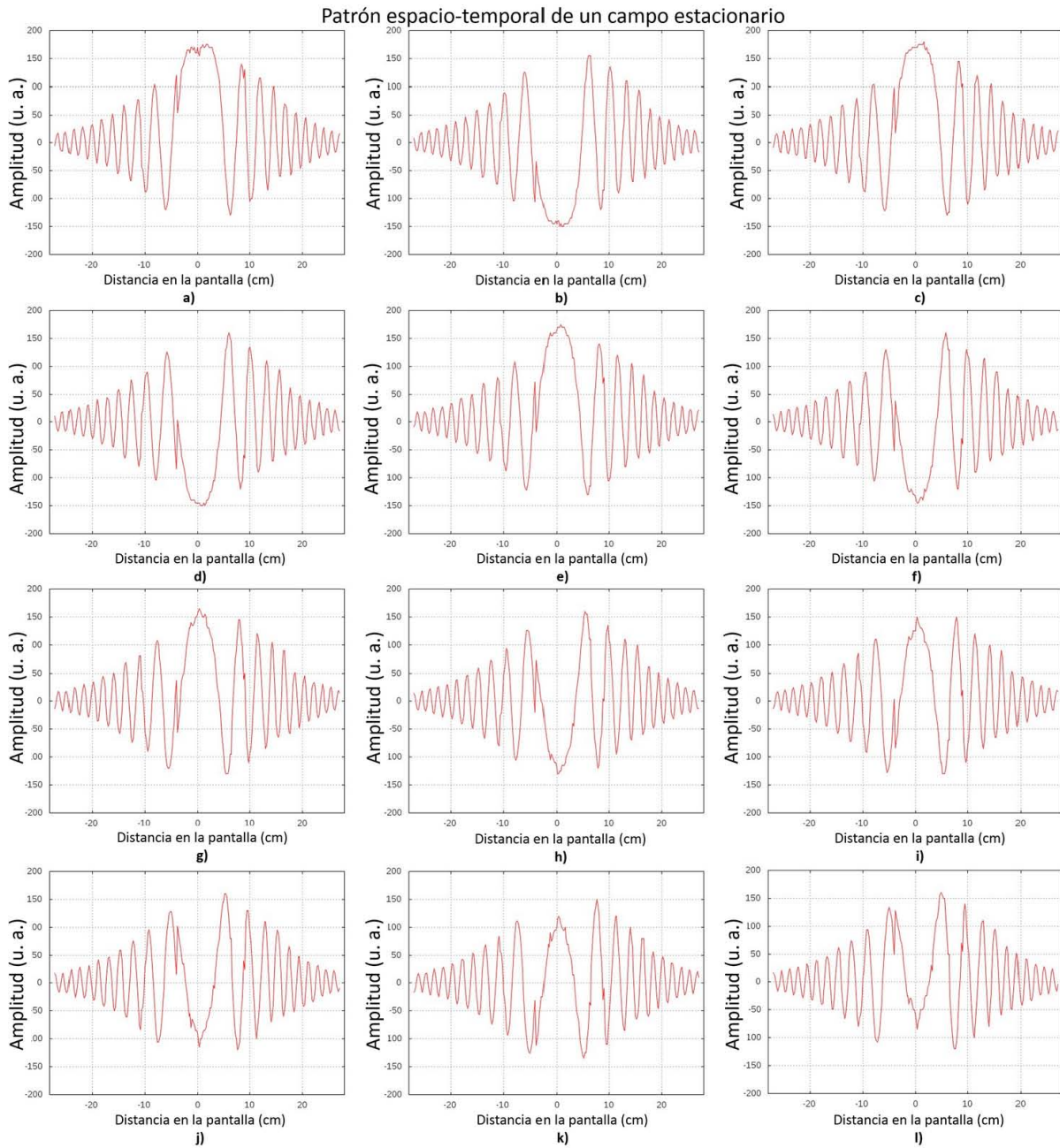


Figura 4.9: Patrón espacio-temporal de un campo estacionario (40 KHz). Distancia emisor-detector: 35 cm. a) $t=0 \mu\text{s}$, b) $t=12 \mu\text{s}$, c) $t=24 \mu\text{s}$, d) $t=36 \mu\text{s}$, e) $t=48 \mu\text{s}$, f) $t=60 \mu\text{s}$, g) $t=72 \mu\text{s}$, h) $t=84 \mu\text{s}$, i) $t=96 \mu\text{s}$, j) $t=108 \mu\text{s}$, k) $t=120 \mu\text{s}$, l) $t=132 \mu\text{s}$.

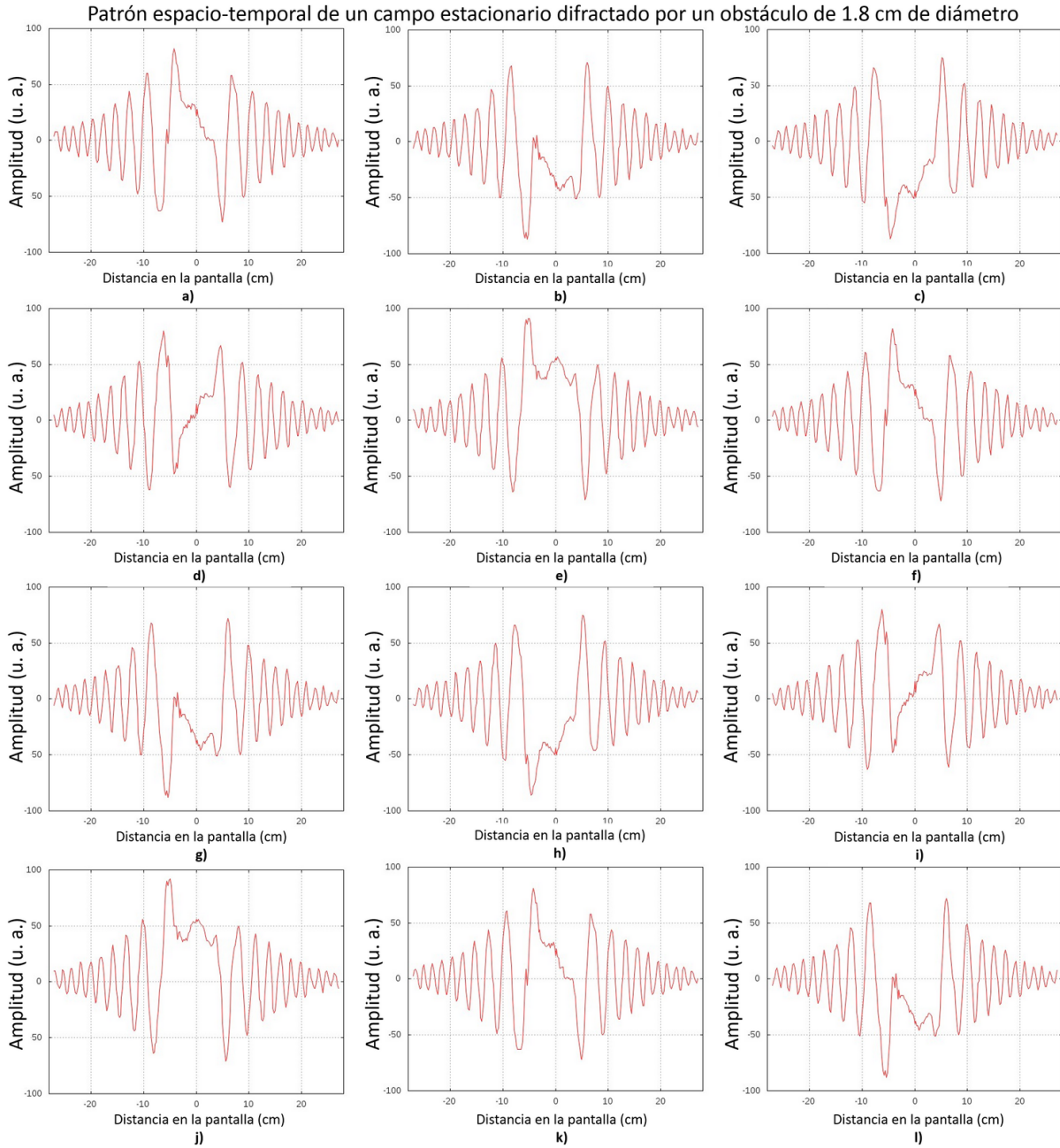


Figura 4.10: Patrón espacio-temporal de un campo estacionario (40 KHz) difractado por un obstáculo de 1.8 cm de diámetro. Distancia emisor-obstáculo: 20 cm; distancia obstáculo-pantalla: 15 cm. a) $t=0.00$ ms, b) $t=0.12$ ms, c) $t=0.24$ ms, d) $t=0.36$ ms, e) $t=0.48$ ms, f) $t=0.60$ ms, g) $t=0.72$ ms, h) $t=0.84$ ms, i) $t=0.96$ ms, j) $t=1.08$ ms, k) $t=1.20$ ms, l) $t=1.32$ ms.

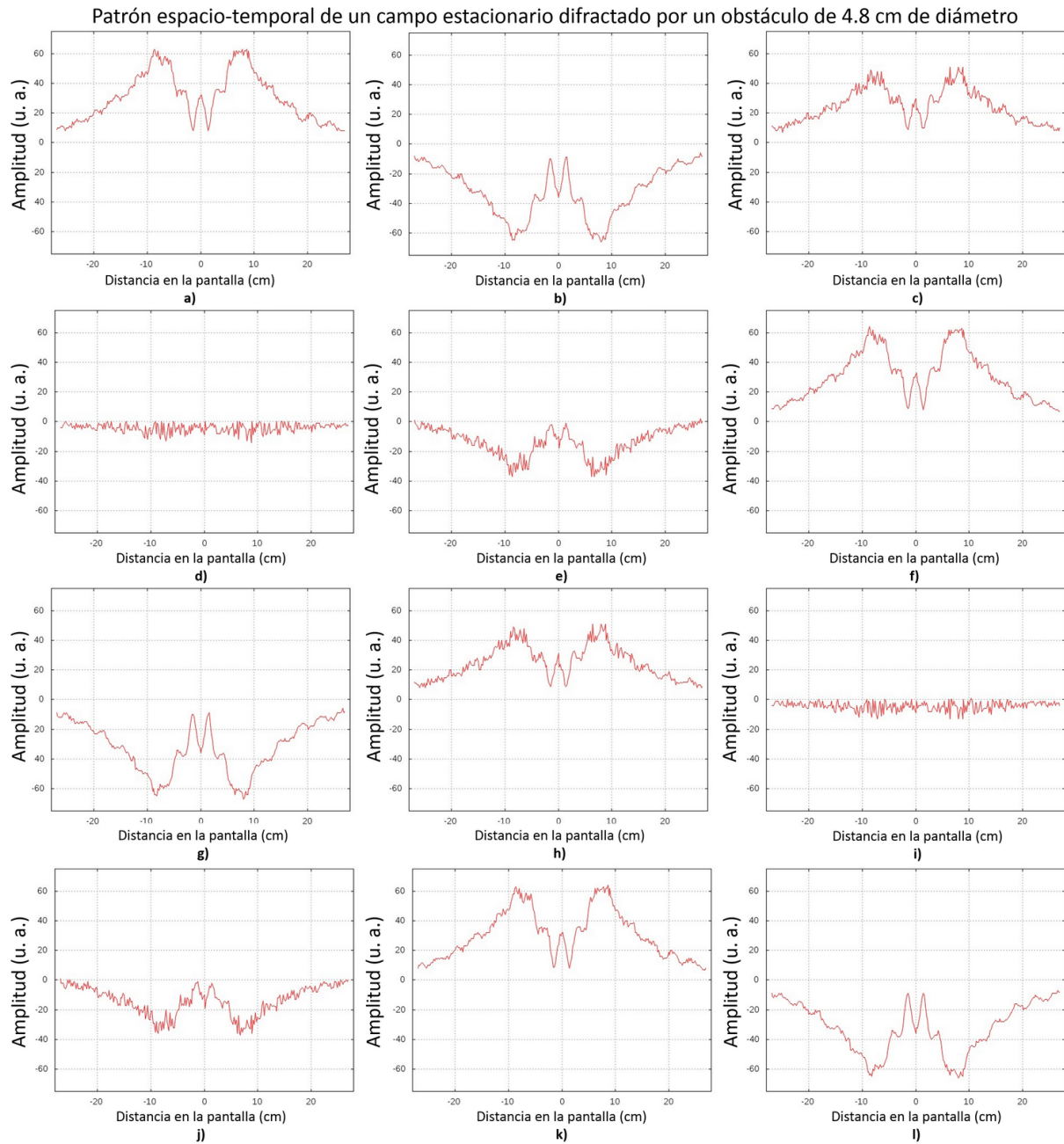


Figura 4.11: Patrón espacio-temporal de un campo estacionario (40 KHz) difractado por un obstáculo de 4.8 cm de diámetro. Distancia emisor-obstáculo: 20 cm; distancia obstáculo-pantalla: 15 cm. a) $t=0 \mu\text{s}$, b) $t=15 \mu\text{s}$, c) $t=30 \mu\text{s}$, d) $t=45 \mu\text{s}$, e) $t=60 \mu\text{s}$, f) $t=75 \mu\text{s}$, g) $t=90 \mu\text{s}$, h) $t=105 \mu\text{s}$, i) $t=120 \mu\text{s}$, j) $t=135 \mu\text{s}$, k) $t=150 \mu\text{s}$, l) $t=165 \mu\text{s}$.

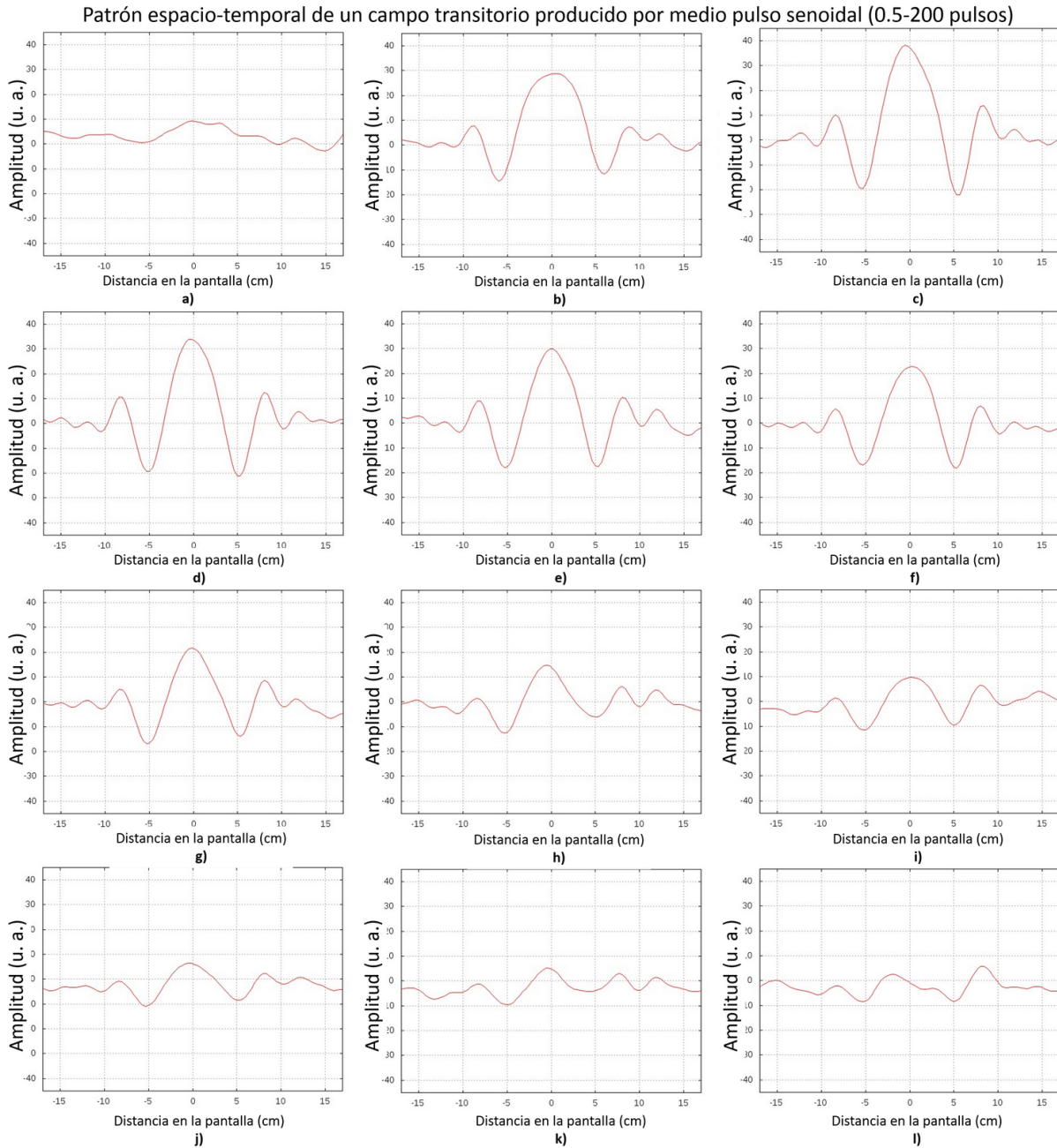


Figura 4.12: Patrón espacio-temporal de un campo transitorio (medio periodo senoidal (40 KHz) en cada pulso, tiempo entre el final de un pulso e inicio del siguiente: 4.9875 ms (duración de 199.5 periodos), ciclo de trabajo 0.0025). Distancia emisor-detector: 35 cm. a) $t=0.00$ ms, b) $t=0.15$ ms, c) $t=0.30$ ms, d) $t=0.45$ ms, e) $t=0.60$ ms, f) $t=0.75$ ms, g) $t=0.90$ ms, h) $t=1.05$ ms, i) $t=1.20$ ms, j) $t=1.35$ ms, k) $t=1.50$ ms, l) $t=1.65$ ms.

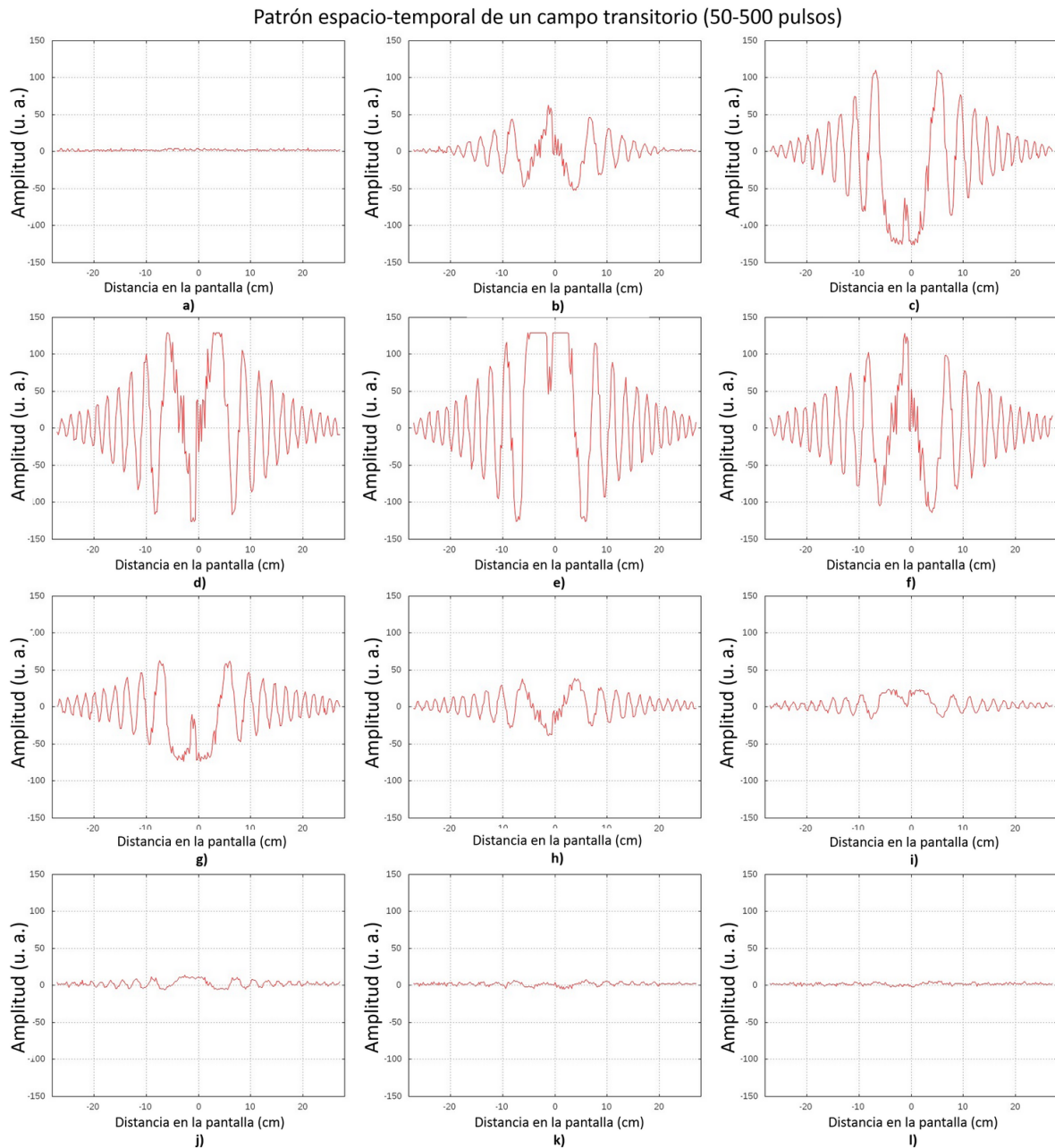


Figura 4.13: Patrón espacio-temporal de un campo transitorio (50 periodos senoidales (de 40 KHz) en cada pulso, tiempo entre el final de un pulso e inicio del siguiente: 11.25 ms (duración de 450 periodos), ciclo de trabajo 0.1). Distancia emisor-detector: 35 cm. a) $t=0.00$ ms, b) $t=0.15$ ms, c) $t=0.30$ ms, d) $t=0.45$ ms, e) $t=0.60$ ms, f) $t=0.75$ ms, g) $t=0.90$ ms, h) $t=1.05$ ms, i) $t=1.20$ ms, j) $t=1.35$ ms, k) $t=1.50$ ms, l) $t=1.65$ ms.

Patrón espacio-temporal de un campo transitorio (30-500 pulsos) difractado por un obstáculo de 1.8 cm de diámetro

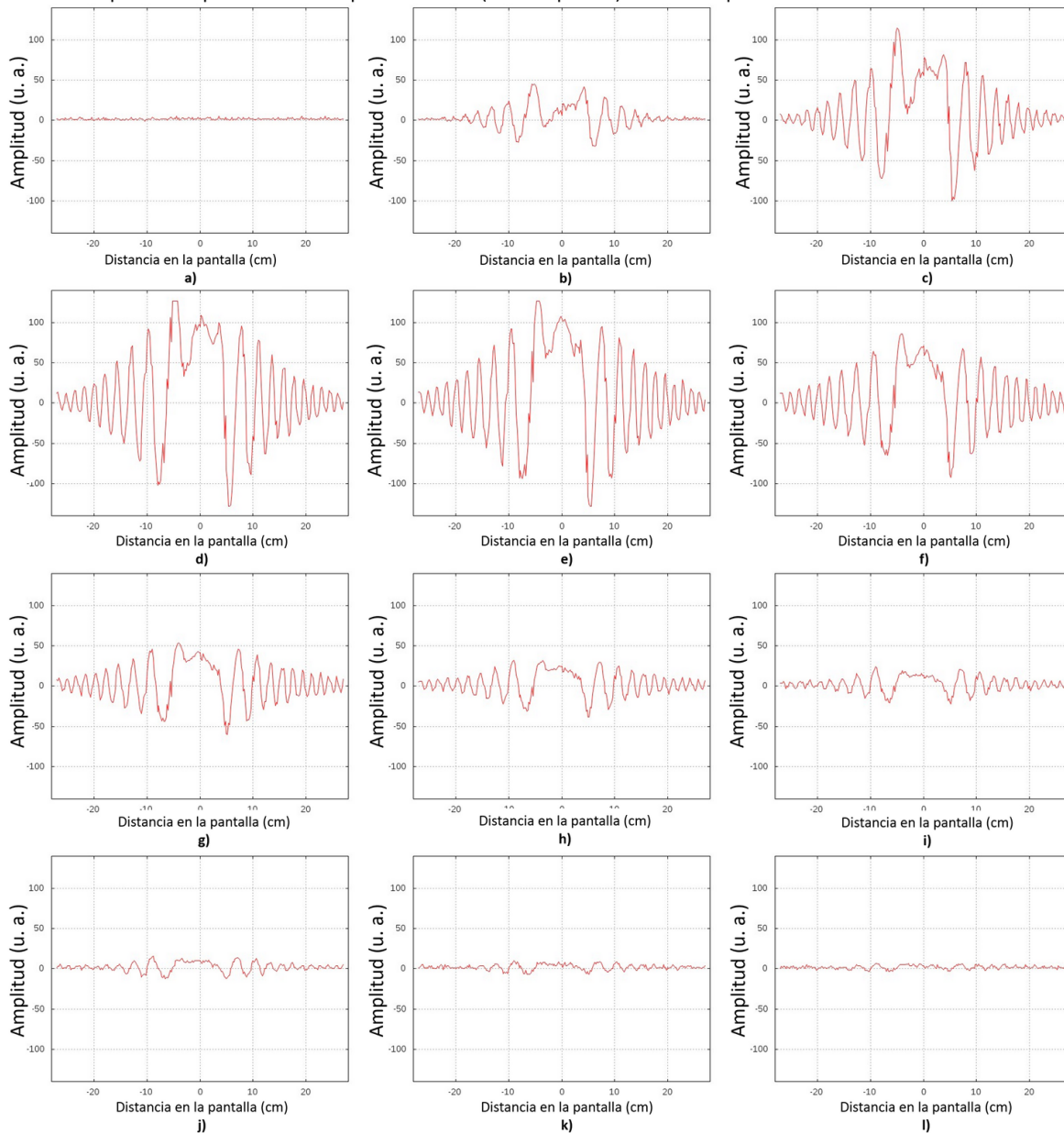


Figura 4.14: Patrón espacio-temporal de un campo transitorio (30 periodos senoidales (de 40 KHz) en cada pulso, tiempo entre el final de un pulso e inicio del siguiente: 11.75 ms (duración de 470 periodos), ciclo de trabajo 0.06). Distancia emisor-obstáculo: 20 cm; distancia obstáculo-pantalla: 15 cm. a) $t=0.00$ ms, b) $t=0.25$ ms, c) $t=0.50$ ms, d) $t=0.75$ ms, e) $t=1.00$ ms, f) $t=1.25$ ms, g) $t=1.50$ ms, h) $t=1.75$ ms, i) $t=2.00$ ms, j) $t=2.25$ ms, k) $t=2.50$ ms, l) $t=2.75$ ms.

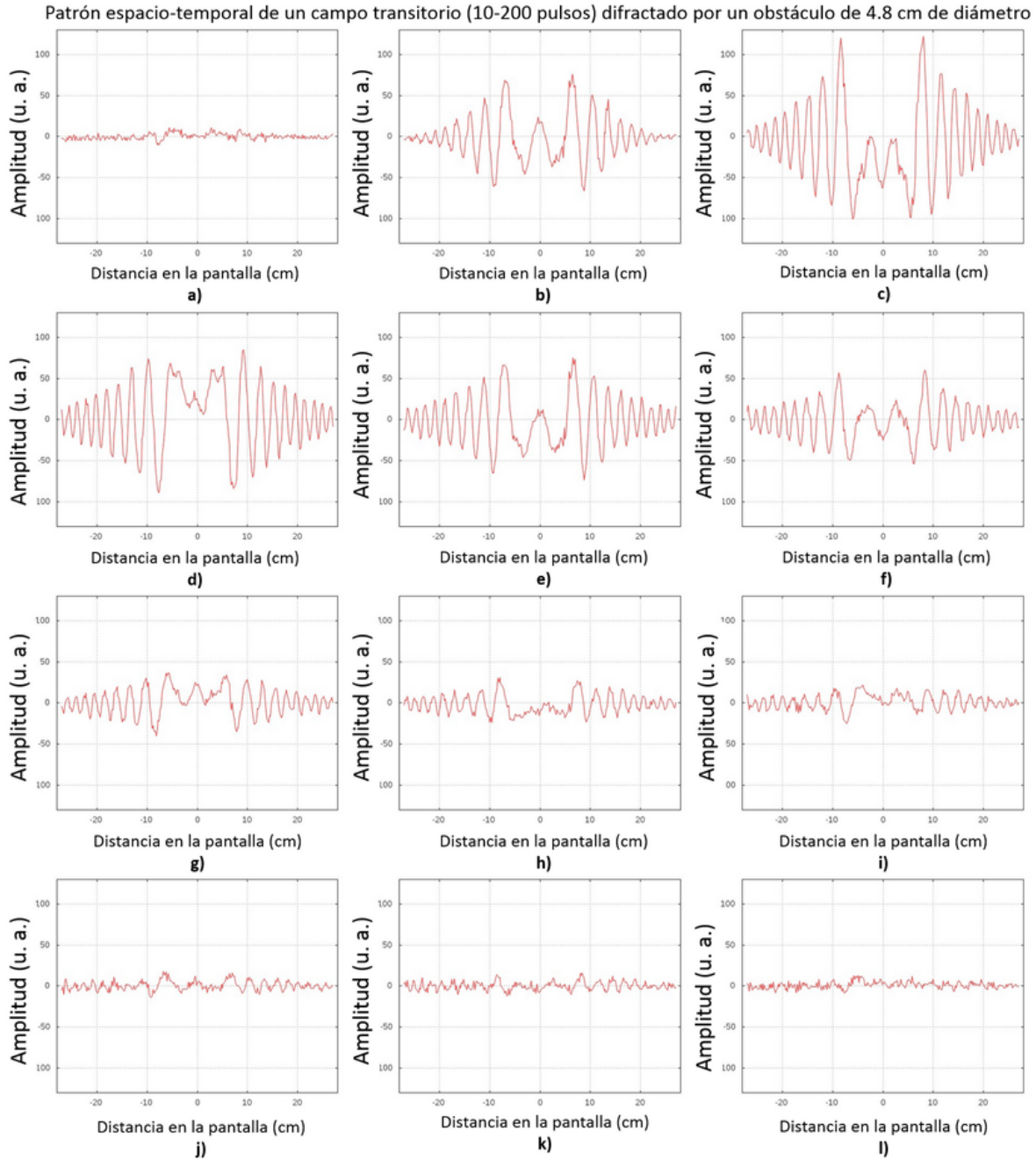


Figura 4.15: Patrón espacio-temporal de un campo transitorio (10 periodos senoidales (de 40 KHz) en cada pulso, tiempo entre el final de un pulso e inicio del siguiente: 4.75 ms (duración de 190 periodos), ciclo de trabajo 0.05). Distancia emisor-obstáculo: 20 cm; distancia obstáculo-pantalla: 15 cm. a) $t=0.00$ ms, b) $t=0.21$ ms, c) $t=0.42$ ms, d) $t=0.63$ ms, e) $t=0.84$ ms, f) $t=1.05$ ms, g) $t=1.26$ ms, h) $t=1.47$ ms, i) $t=1.68$ ms, j) $t=1.89$ ms, k) $t=2.10$ ms, l) $t=2.31$ ms.

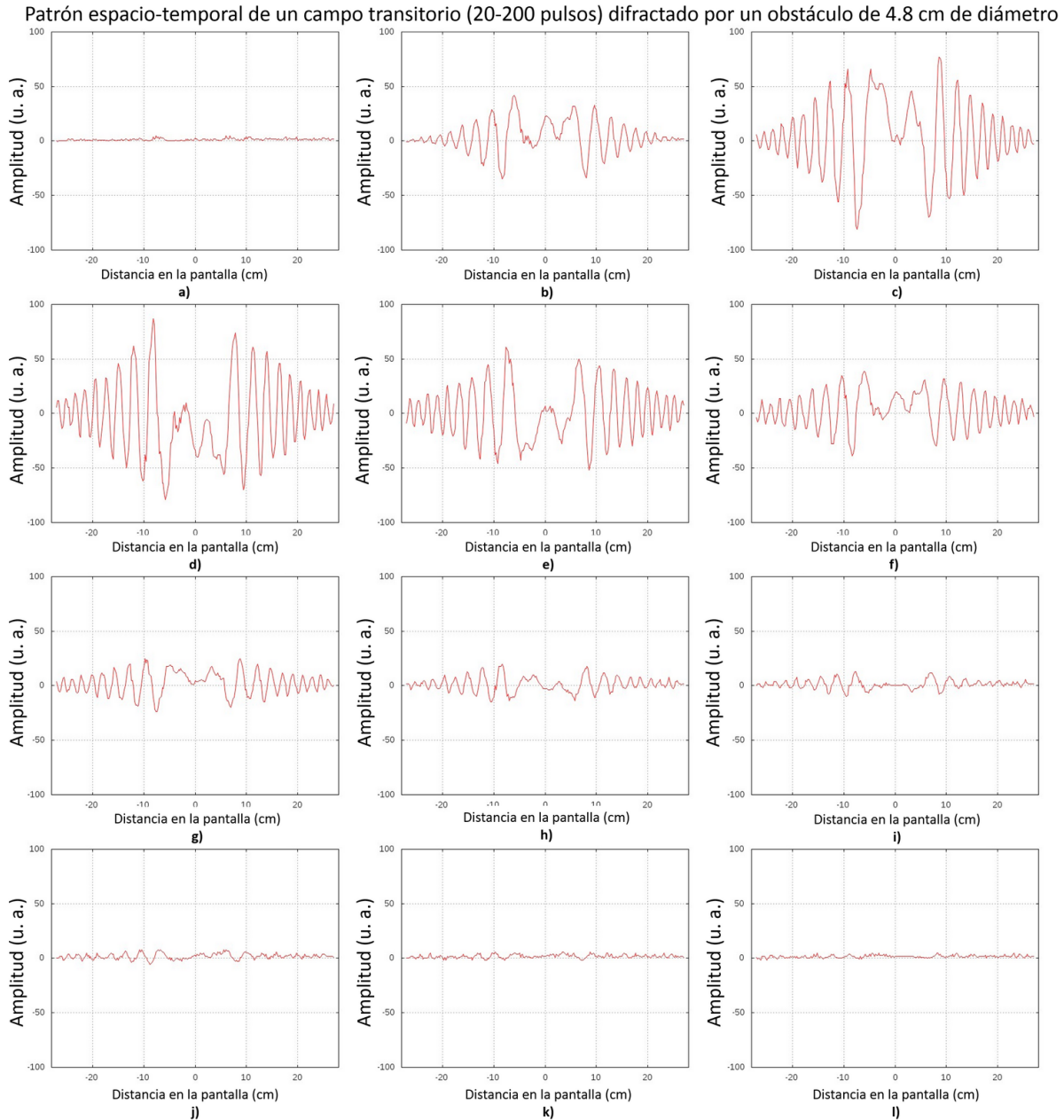


Figura 4.16: Patrón espacio-temporal de un campo transitorio (20 periodos senoidales (de 40 KHz) en cada pulso, tiempo entre el final de un pulso e inicio del siguiente: 4.5 ms (duración de 180 periodos), ciclo de trabajo 0.1). Distancia emisor-obstáculo: 20 cm; distancia obstáculo-pantalla: 15 cm. a) $t=0.000$ ms, b) $t=0.245$ ms, c) $t=0.490$ ms, d) $t=0.735$ ms, e) $t=0.980$ ms, f) $t=1.225$ ms, g) $t=1.470$ ms, h) $t=1.715$ ms, i) $t=1.960$ ms, j) $t=2.205$ ms, k) $t=2.450$ ms, l) $t=2.695$ ms.

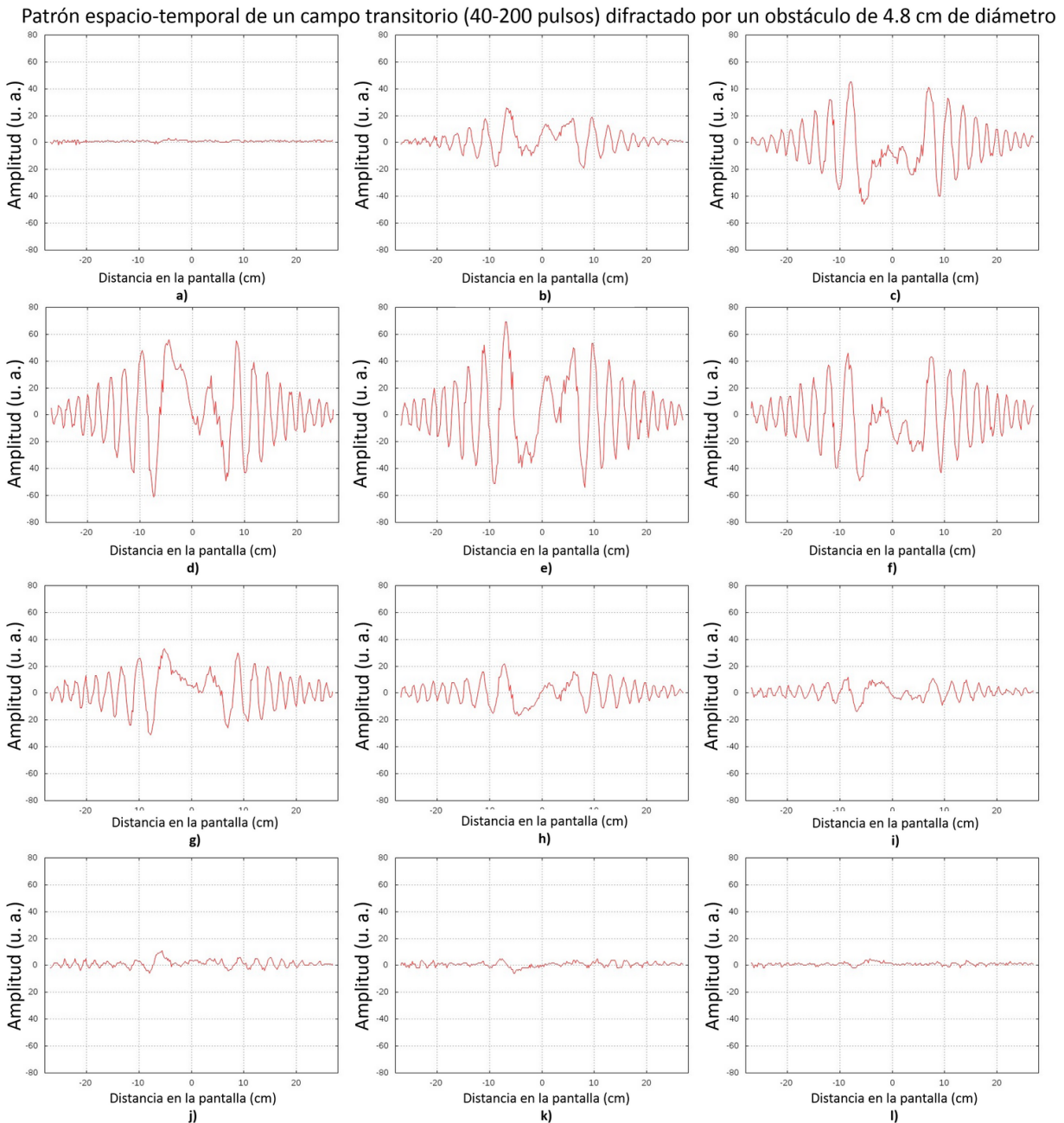


Figura 4.17: Patrón espacio-temporal de un campo transitorio (40 periodos senoidales (de 40 KHz) en cada pulso, tiempo entre el final de un pulso e inicio del siguiente: 4.0 ms (duración de 160 periodos), ciclo de trabajo 0.2). Distancia emisor-obstáculo: 20 cm; distancia obstáculo-pantalla: 15 cm. a) $t=0.00$ ms, b) $t=0.26$ ms, c) $t=0.52$ ms, d) $t=0.78$ ms, e) $t=1.04$ ms, f) $t=1.30$ ms, g) $t=1.56$ ms, h) $t=1.82$ ms, i) $t=2.08$ ms, j) $t=2.34$ ms, k) $t=2.60$ ms, l) $t=2.86$ ms.

Patrón espacio-temporal de un campo transitorio (60-200 pulsos) difractado por un obstáculo de 4.8 cm de diámetro

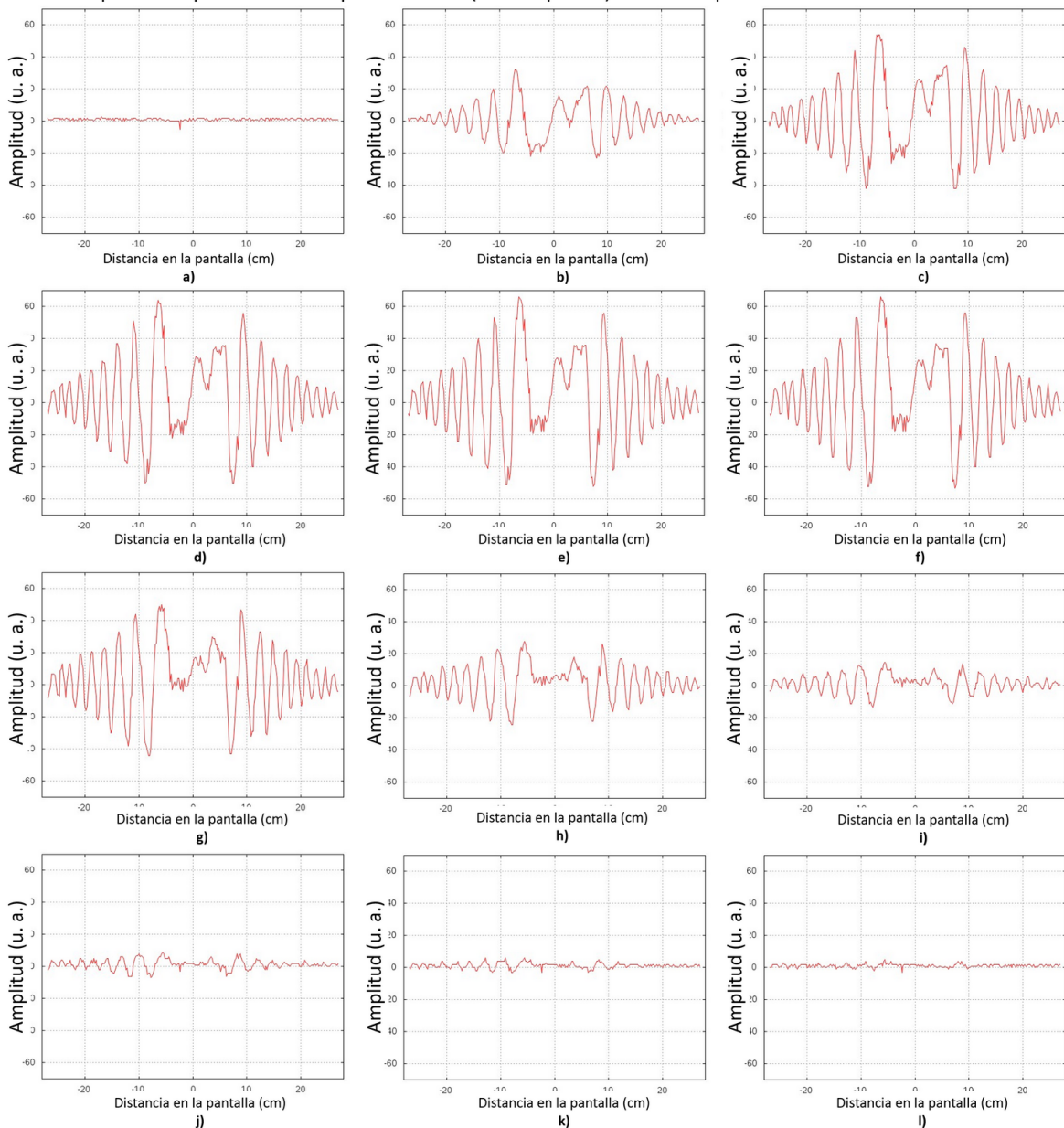


Figura 4.18: Patrón espacio-temporal de un campo transitorio (60 periodos senoidales (de 40 KHz) en cada pulso, tiempo entre el final de un pulso e inicio del siguiente: 3.5 ms (duración de 140 periodos), ciclo de trabajo 0.3). Distancia emisor-obstáculo: 20 cm; distancia obstáculo-pantalla: 15 cm. a) $t=0.0$ ms, b) $t=0.3$ ms, c) $t=0.6$ ms, d) $t=0.9$ ms, e) $t=1.2$ ms, f) $t=1.5$ ms, g) $t=1.8$ ms, h) $t=2.1$ ms, i) $t=2.4$ ms, j) $t=2.7$ ms, k) $t=3.0$ ms, l) $t=3.0$ ms.

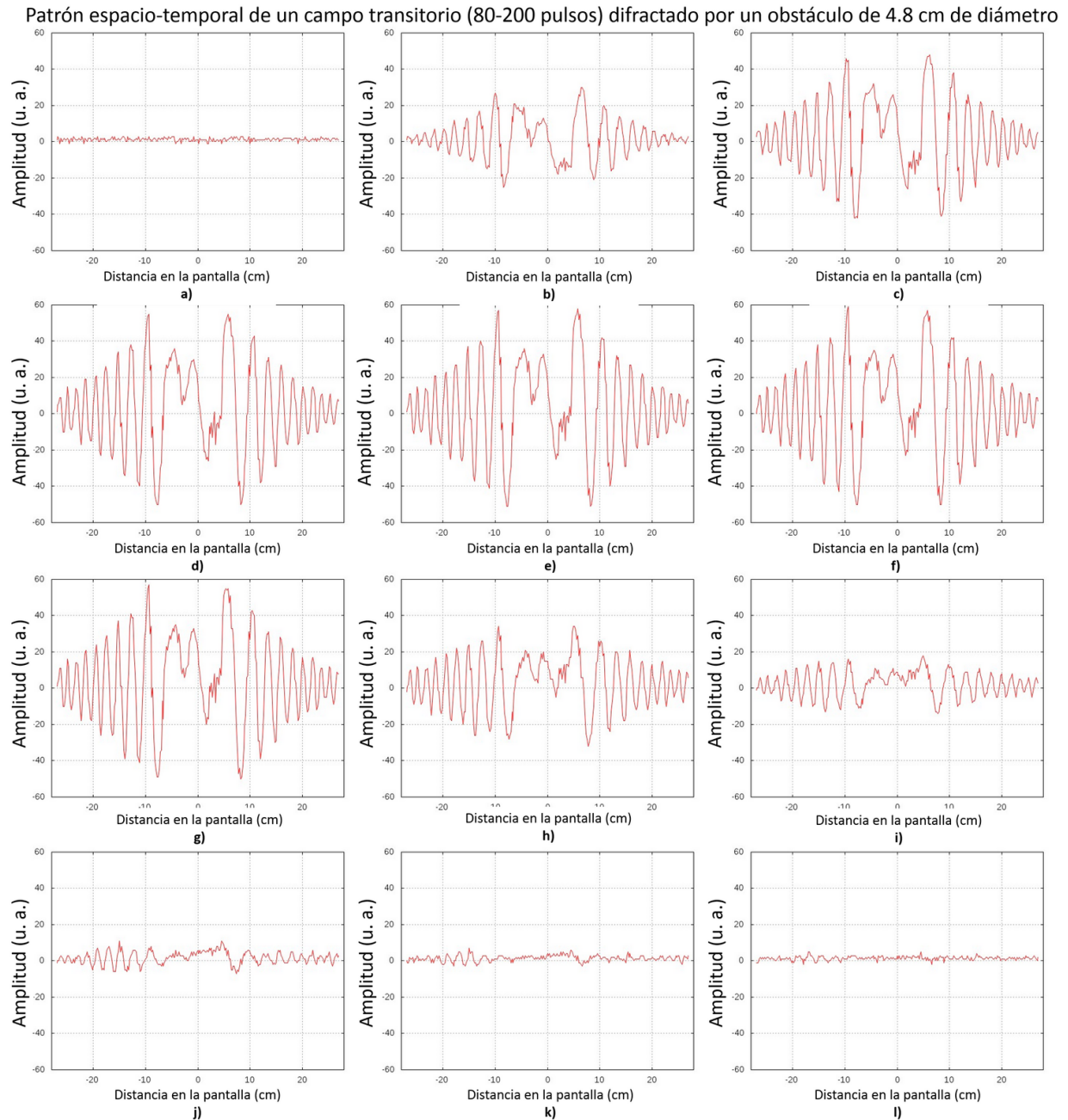


Figura 4.19: Patrón espacio-temporal de un campo transitorio (80 periodos senoidales (de 40 KHz) en cada pulso, tiempo entre el final de un pulso e inicio del siguiente: 3.0 ms (duración de 120 periodos), ciclo de trabajo 0.4). Distancia emisor-obstáculo: 20 cm; distancia obstáculo-pantalla: 15 cm. a) $t=0.00$ ms, b) $t=0.35$ ms, c) $t=0.70$ ms, d) $t=1.05$ ms, e) $t=1.40$ ms, f) $t=1.75$ ms, g) $t=2.10$ ms, h) $t=2.45$ ms, i) $t=2.80$ ms, j) $t=3.15$ ms, k) $t=3.50$ ms, l) $t=3.85$ ms.

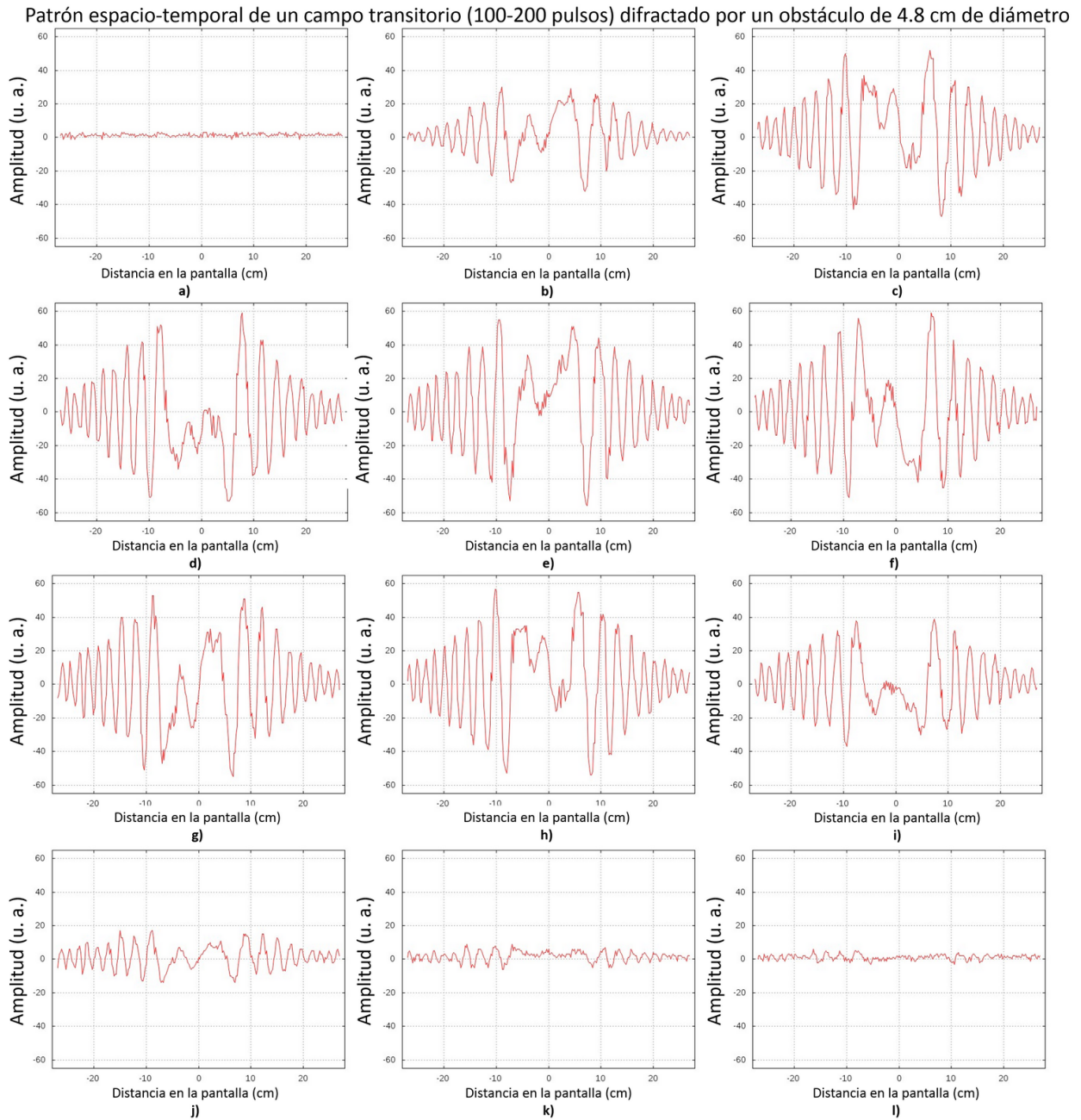


Figura 4.20: Patrón espacio-temporal de un campo transitorio (100 periodos senoidales (de 40 KHz) en cada pulso, tiempo entre el final de un pulso e inicio del siguiente: 2.5 ms (duración de 100 periodos), ciclo de trabajo 0.5). Distancia emisor-obstáculo: 20 cm; distancia obstáculo-pantalla: 15 cm. a) $t=0.00$ ms, b) $t=0.36$ ms, c) $t=0.72$ ms, d) $t=1.08$ ms, e) $t=1.44$ ms, f) $t=1.80$ ms, g) $t=2.16$ ms, h) $t=2.52$ ms, i) $t=2.88$ ms, j) $t=3.24$ ms, k) $t=3.60$ ms, l) $t=3.96$ ms.

Patrón espacio-temporal de un campo transitorio (120-200 pulsos) difractado por un obstáculo de 4.8 cm de diámetro

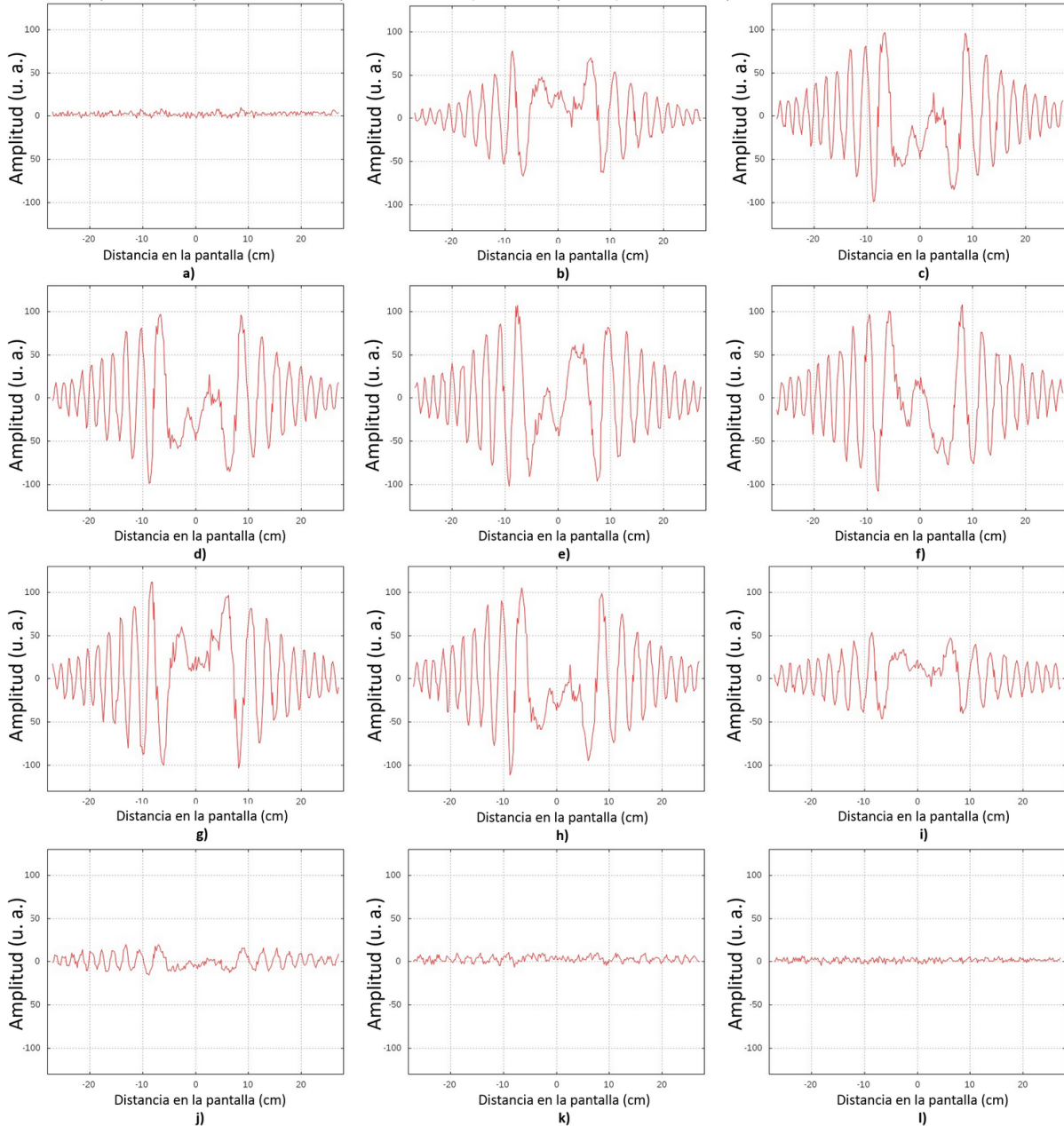


Figura 4.21: Patrón espacio-temporal de un campo transitorio (120 periodos senoidales (de 40 KHz) en cada pulso, tiempo entre el final de un pulso e inicio del siguiente: 2.0 ms (duración de 80 periodos), ciclo de trabajo 0.6). Distancia emisor-obstáculo: 20 cm; distancia obstáculo-pantalla: 15 cm. a) $t=0.00$ ms, b) $t=0.44$ ms, c) $t=0.88$ ms, d) $t=1.32$ ms, e) $t=1.76$ ms, f) $t=2.20$ ms, g) $t=2.64$ ms, h) $t=3.08$ ms, i) $t=3.52$ ms, j) $t=3.96$ ms, k) $t=4.40$ ms, l) $t=4.84$ ms.

4.5 Espectros de Fourier.

En la Sección 2.6 se mostró que pulsos senoidales de cierta duración se pueden describir utilizando la transformada de Fourier, esto es, cambiar su dominio en el tiempo a un dominio de frecuencias. Instrumentos de medición, tales como los osciloscopios digitales, permiten realizar una transformada de Fourier discreta y mostrar el espectro de Fourier correspondiente a cierta señal mediante el análisis digital de la misma (transformada rápida de Fourier, o FFT por sus siglas en inglés). En las Figuras 4.22 - 4.32 se muestra la comparación del análisis digital de las señales (FFT) con los espectros de Fourier correspondientes a la transformada senoidal de Fourier.

Con base a los espectros de Fourier se puede concluir que la transformada rápida de Fourier no es tan precisa cuando se trata de pulsos. Esto se puede afirmar con base en la discrepancia que existe entre los espectros de la transformada rápida de Fourier y la transformada senoidal de Fourier para pulsos menores a 100 periodos. Cabe destacar que en los espectros de la transformada rápida de Fourier la amplitud está dada en decibeles, por lo que picos sobresalientes, por muy pequeños que se observen, tienen gran relevancia (si un pico es tres decibeles mayor que otro, significa que su amplitud es dos veces la amplitud del pico más pequeño).

Así, se observa una muy buena correspondencia entre los espectros FFT y la transformada senoidal de Fourier para pulsos cuya duración es mayor a 100 periodos senoidales. Por otra parte, también es observable la reducción del ancho de banda alrededor de la frecuencia central conforme el número de periodos aumenta en cada pulso.

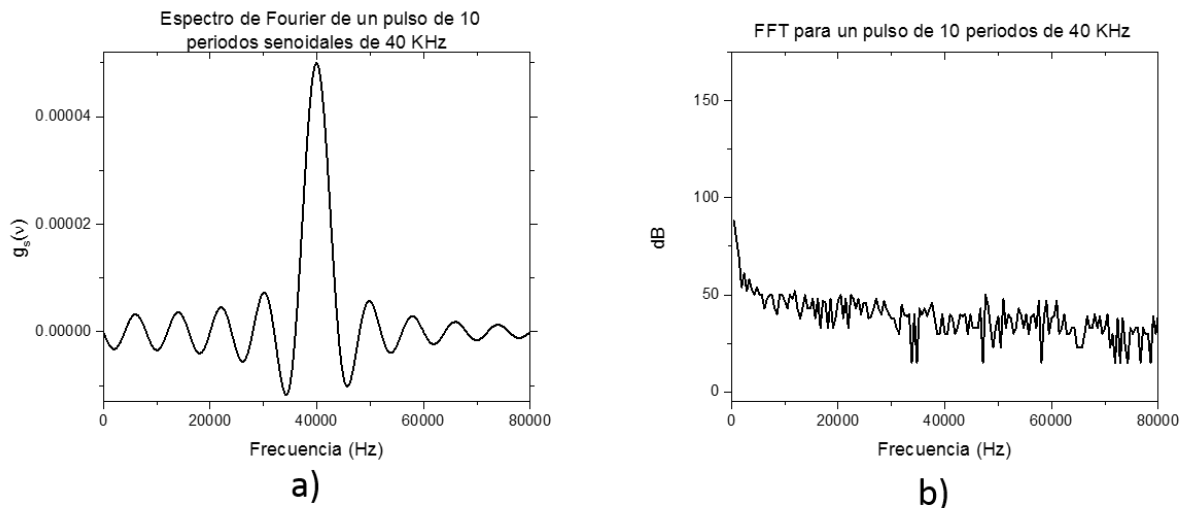


Figura 4.22: Espectros de Fourier para un pulso de 10 periodos senoidales: a) Transformada senoidal de Fourier; b) Transformada rápida de Fourier.

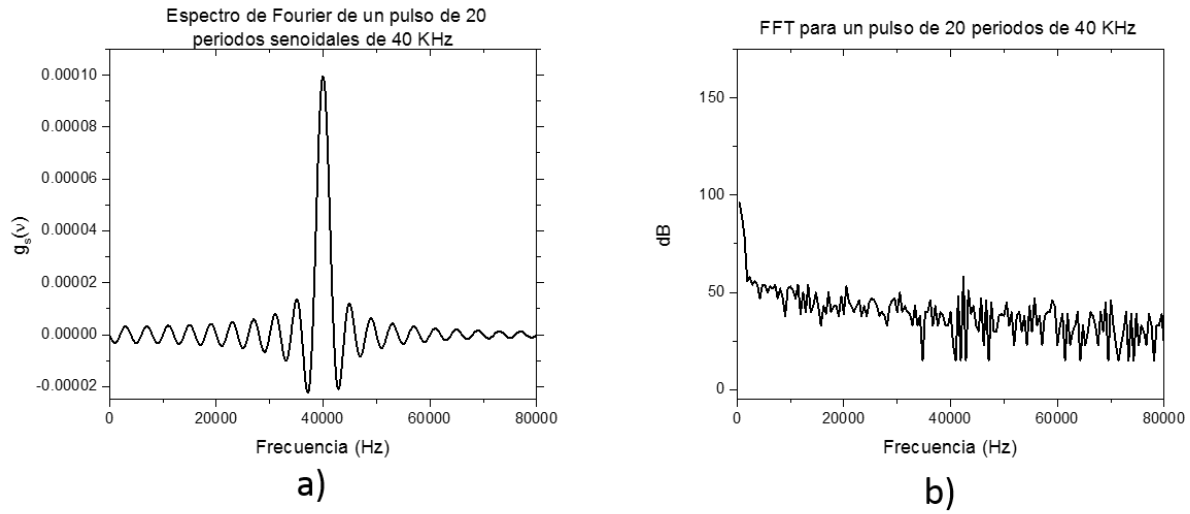


Figura 4.23: Espectros de Fourier para un pulso de 20 periodos senoiales: a) Transformada senoial de Fourier; b) Transformada rápida de Fourier.

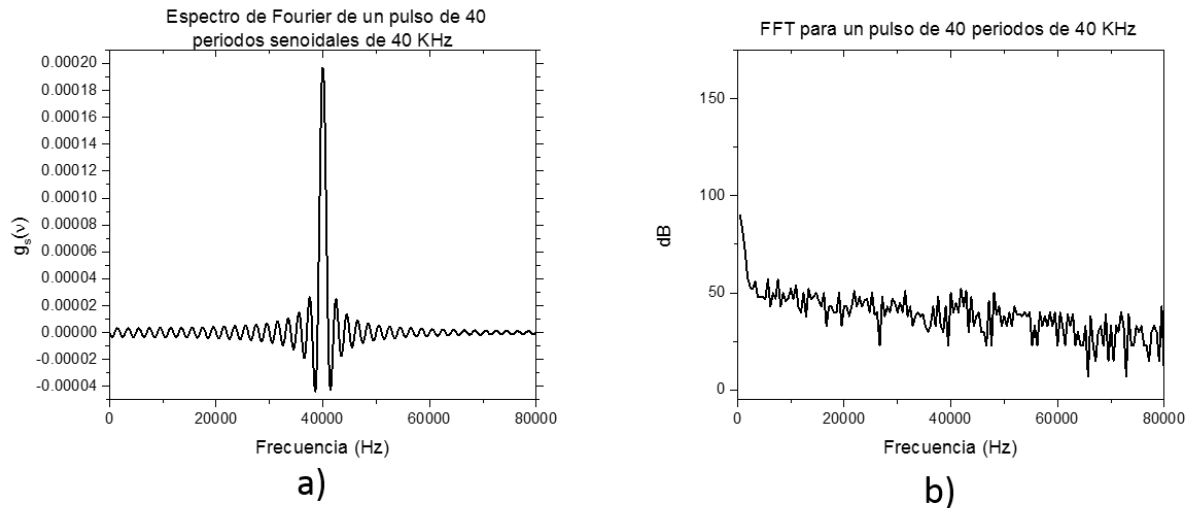


Figura 4.24: Espectros de Fourier para un pulso de 40 periodos senoiales: a) Transformada senoial de Fourier; b) Transformada rápida de Fourier.

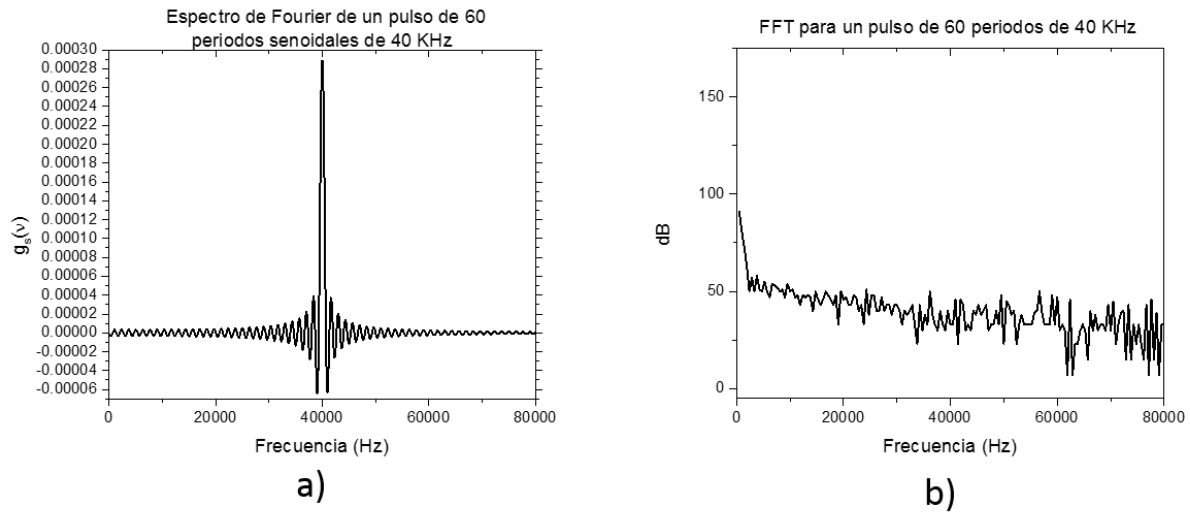


Figura 4.25: Espectros de Fourier para un pulso de 60 periodos senoidales: a) Transformada senoidal de Fourier; b) Transformada rápida de Fourier.

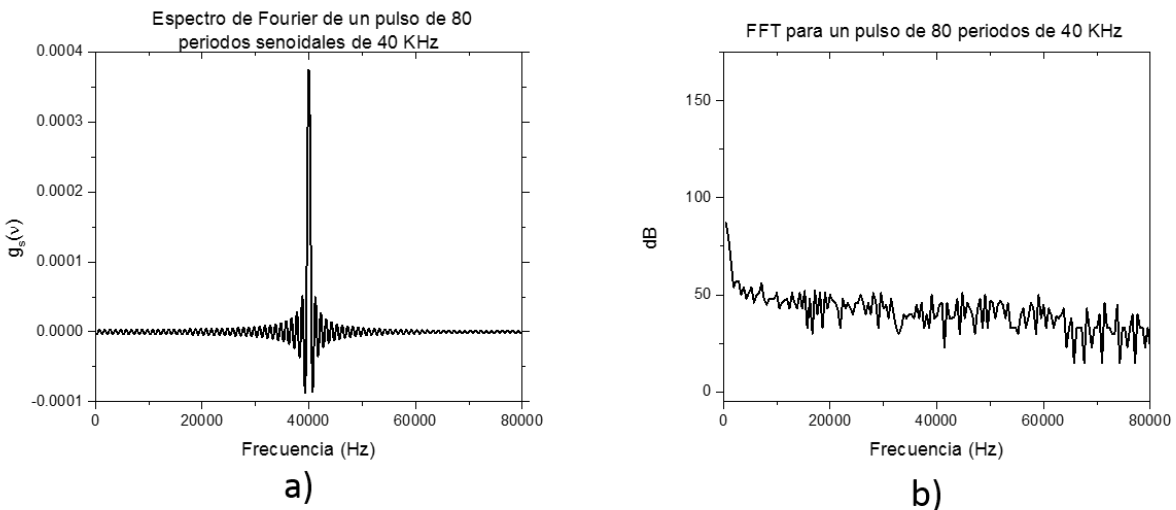


Figura 4.26: Espectros de Fourier para un pulso de 80 periodos senoidales: a) Transformada senoidal de Fourier; b) Transformada rápida de Fourier.

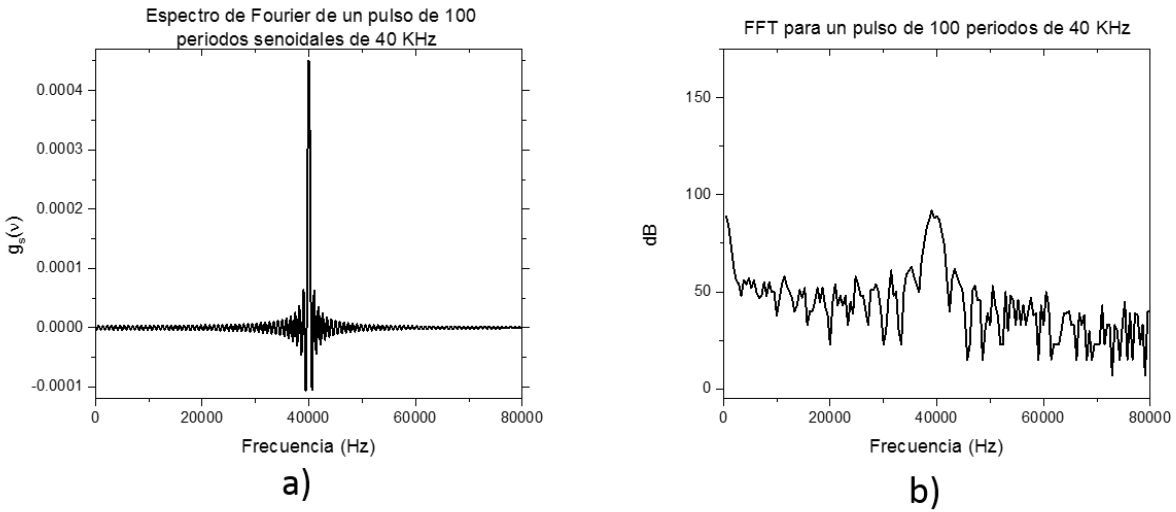


Figura 4.27: Espectros de Fourier para un pulso de 100 periodos senoidales: a) Transformada senoidal de Fourier; b) Transformada rápida de Fourier.

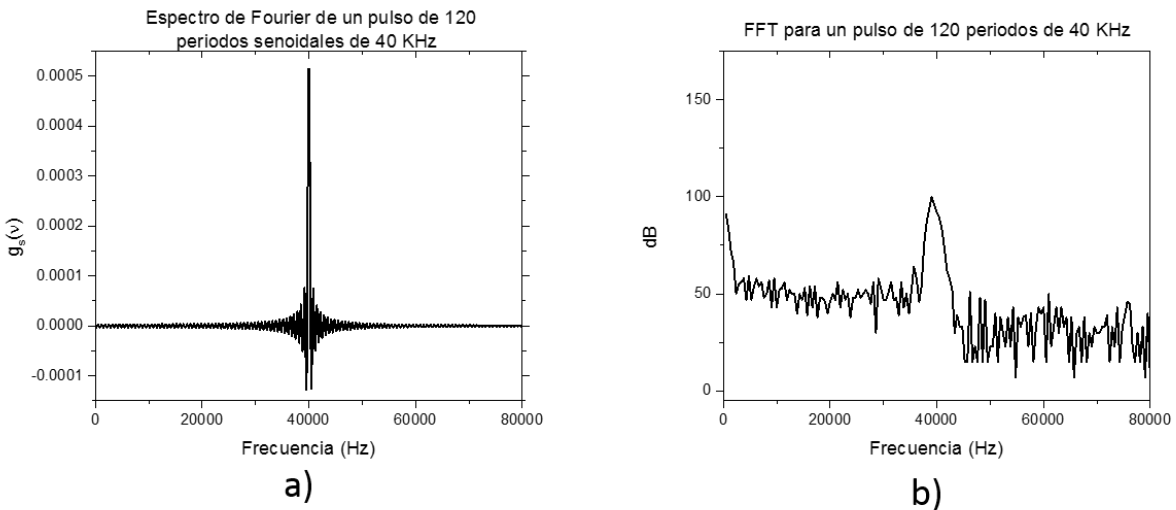


Figura 4.28: Espectros de Fourier para un pulso de 120 periodos senoidales: a) Transformada senoidal de Fourier; b) Transformada rápida de Fourier.

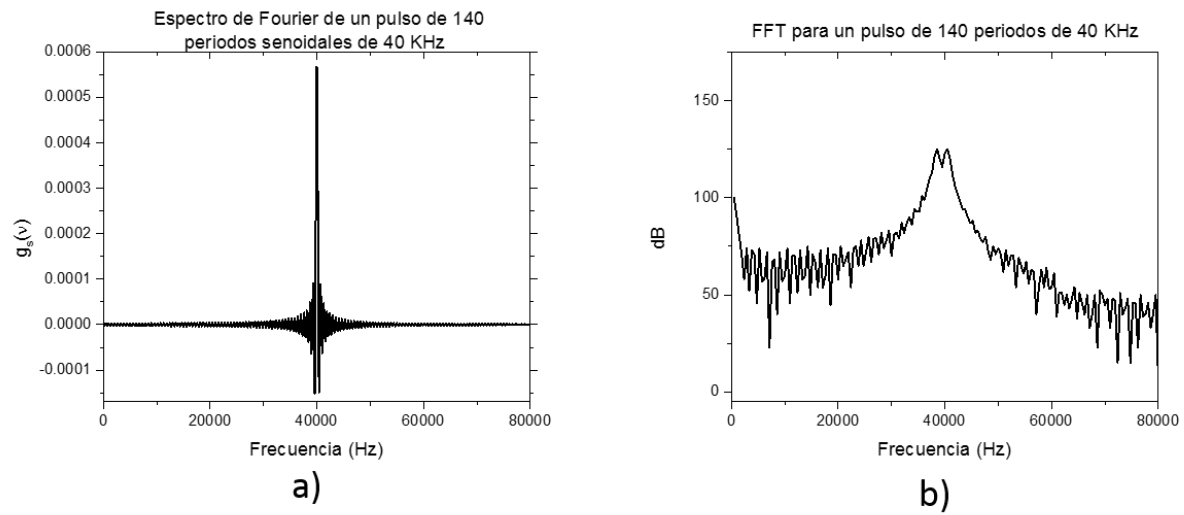


Figura 4.29: Espectros de Fourier para un pulso de 140 periodos senoidales: a) Transformada senoidal de Fourier; b) Transformada rápida de Fourier.

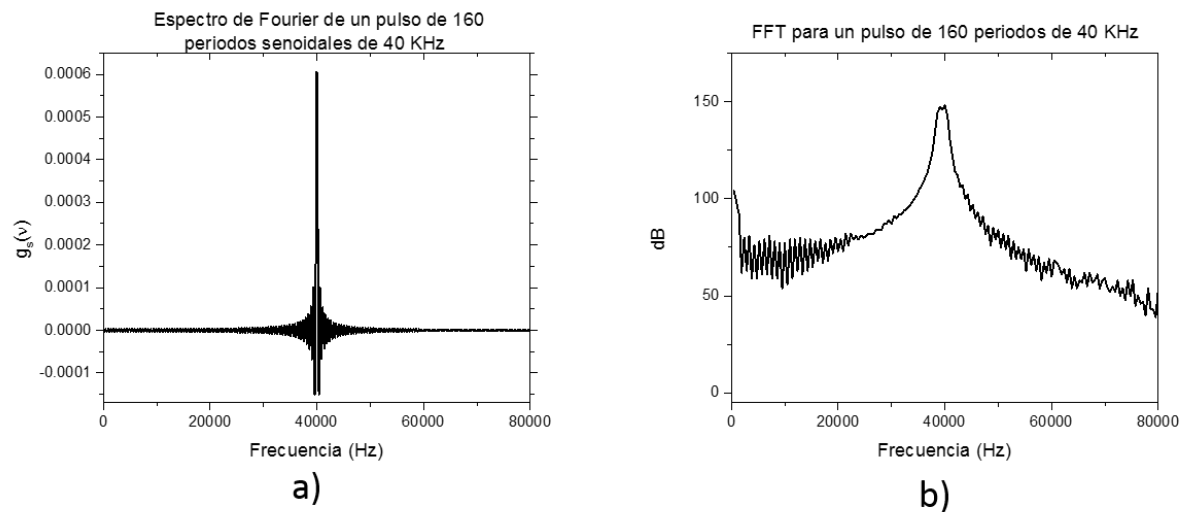


Figura 4.30: Espectros de Fourier para un pulso de 160 periodos senoidales: a) Transformada senoidal de Fourier; b) Transformada rápida de Fourier.

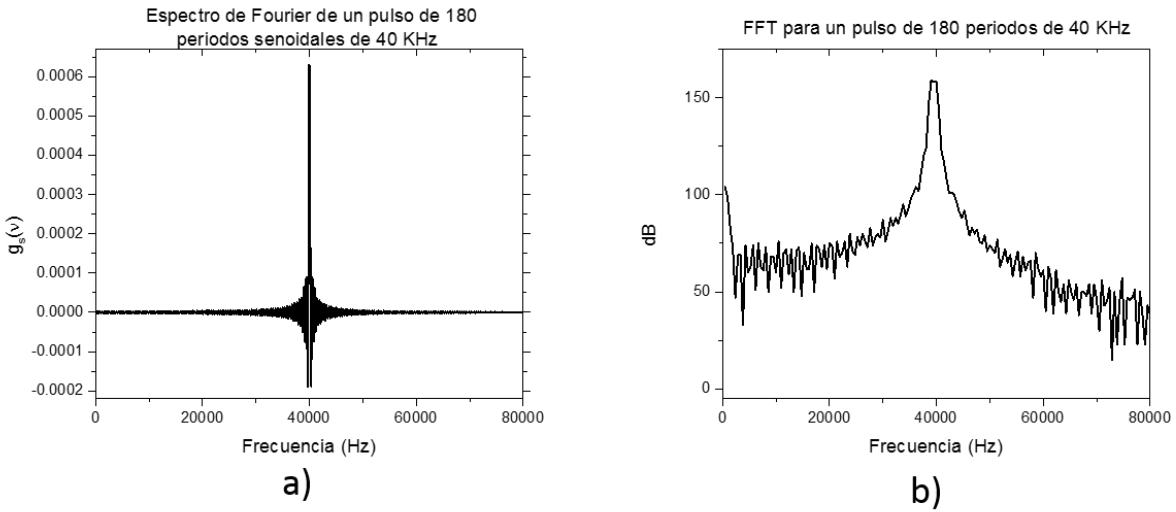


Figura 4.31: Espectros de Fourier para un pulso de 180 periodos senoidales: a) Transformada senoidal de Fourier; b) Transformada rápida de Fourier.

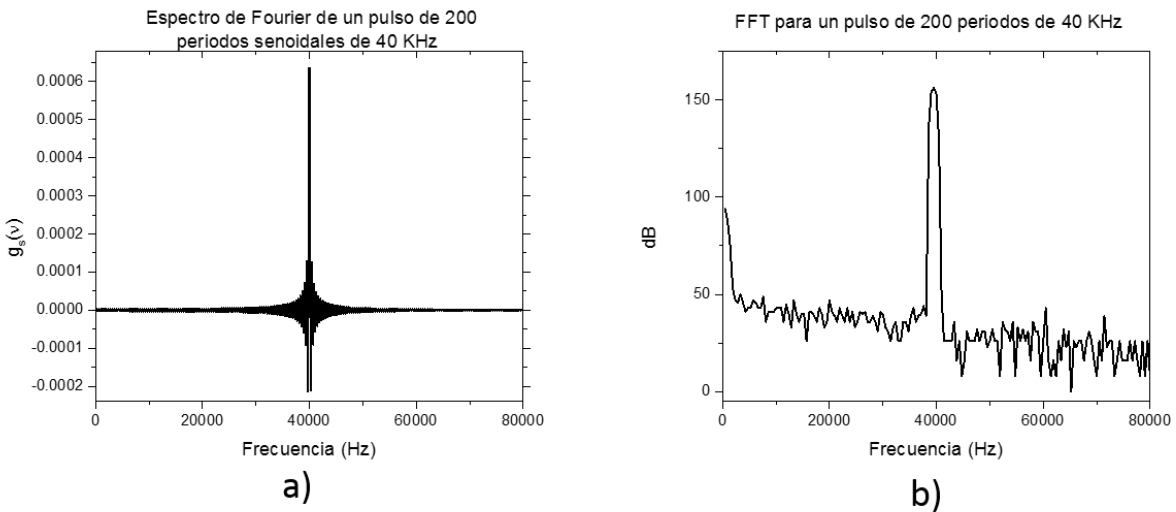


Figura 4.32: Espectros de Fourier para un pulso de 200 periodos senoidales: a) Transformada senoidal de Fourier; b) Transformada rápida de Fourier.

Capítulo 5

Conclusiones.

La caracterización de los transductores utilizados en este experimento arrojó resultados interesantes acerca del comportamiento de los mismos. En primer lugar se observó que la respuesta en función de la distancia no se comporta de manera lineal, y ajustando los datos a diferentes funciones se observa que el comportamiento se ajusta mejor a una función exponencial decreciente, aún cuando se probaron ajustes para $\frac{1}{r}$ y $\frac{1}{r^2}$.

Por otra parte, la diferencia de fase en función de la distancia se comporta linealmente, pues una función lineal se ajusta de manera precisa a los datos ($R^2 = 0.99802$). Se ha mencionado ya (Capítulo 3) que esta caracterización brinda la información de la longitud de onda, la cuál se obtiene mediante la información de la función de ajuste a los datos experimentales.

La caracterización de la respuesta angular proporciona información valiosa acerca de la direccionalidad del transductor, pues permite conocer la amplitud del ángulo por el cuál se emite la mayor cantidad de energía. Se observó que el ángulo de captación del transductor A es de 28 grados.

Por último, la caracterización eléctrica de los transductores (Sección 3.7) muestra resultados que concuerdan con el modelo eléctrico de un piezoeléctrico, el cuál indica que existen dos valores de frecuencias en los cuáles la impedancia resulta máxima y dos valores para los cuales la impedancia resulta mínima. En la gráfica referente a la caracterización de la magnitud de la impedancia se observan dos mínimos, uno en 40 KHz y otro en 42.5 KHz, y también se observan dos máximos, el primero en 40.6 KHz y el segundo en 42.8 KHz. Por lo tanto el comportamiento experimental de la caracterización de la impedancia de los transductores corresponde con el comportamiento teórico descrito en la sección 3.7.

Los patrones de intensidad en los cuales se colocó un obstáculo en su camino de propagación muestran máximos y mínimos propios del fenómeno de difracción. La descripción analítica de estos patrones de intensidad no es fácil, y en la Figura 4.6 se muestra que el comportamiento de un campo difractado (bajo condiciones diferentes a los experimentos realizados en este trabajo) utilizando la aproximación de Fresnel, corresponde cualitativamente con el comportamiento de un campo ultrasónico difractado encontrado en este trabajo. Sin embargo, se necesitaría buscar la descripción analítica más completa (utilizando las ecua-

ciones de de onda completas) para poder comparar resultados teóricos con los espectros encontrados en la Sección 4.2. Una característica que es común a todos los patrones encontrados en la Sección 4.2, es que en el centro de medición, justo en frente de donde se colocó el obstáculo, la amplitud es distinta de cero, lo cuál contradice la teoría geométrica de la propagación de la energía por medio de ondas.

El método experimental usado para encontrar la amplitud de oscilación espacio-temporal de campos ultrasónicos estacionarios y transitorios resultó ser bastante conveniente para los propósitos de este trabajo. Este método permite realizar comparaciones cualitativas y cuantitativas en el comportamiento de diferentes campos ondulatorios ultrasónicos.

En primera instancia, se puede comprobar la hipótesis de la dispersión de campos ondulatorios transitorios. Se observa que el tiempo de detección proporcional al número de pulsos es mayor para pulsos cortos que para pulsos más largos. Por ejemplo, para un pulso de 10 ondas senoidales de 40 KHz (cuya duración es de 0.25 ms), su tiempo de detección es de aproximadamente 2.31 ms, mientras que para un pulso de 100 ondas senoidales de 40 KHz (cuya duración es 2.5 ms) el tiempo de detección es de aproximadamente 3.96 ms. Entonces, el tiempo de detección por periodo en el primer caso es de 0.231 ms, mientras que en el segundo caso es de 0.0396 ms. En el caso límite cuando el pulso es infinito (campo estacionario) el tiempo de detección por onda es igual al tiempo de duración de cada onda, esto es, se detecta “onda por onda”.

Los espectros de Fourier muestran información acerca de las componentes espectrales de los campos ondulatorios. En el caso de campos transitorios, muestran que un pulso de cierto número de ondas senoidales de una única frecuencia está compuesto de diferentes frecuencias, cada una con una amplitud dada. La transformada de Fourier senoidal muestra que entre más corto sea un pulso, éste contendrá mayor influencia de frecuencias distintas a la frecuencia de oscilación (frecuencia de los pulsos senoidales originales). Esto indica que un pulso corto se dispersa temporalmente debido a que cada frecuencia componente del pulso puede tener su propia velocidad de propagación, lo que justifica el ensanchamiento en el tiempo de detección descrito en el párrafo anterior. Por otro lado, también se logró mostrar que la transformada rápida de Fourier no es eficiente al describir campos transitorios, pues su comportamiento, comparado con la transformada senoidal de Fourier, discrepa completamente en pulsos cuya duración es menor a 100 ciclos (de 40 KHz).

Los resultados obtenidos en este trabajo sugieren diferentes líneas de acción a futuro. Una opción es estudiar todos los fenómenos debidos a la propagación en el caso de los campos transitorios (reflexión, refracción, coherencia, superposición e interferencia); con el objeto de interpretar con mayor claridad las imágenes que se construyen a partir de campos transitorios en diferentes aplicaciones, como el diagnóstico por ultrasonido, la detección de fallas en materiales; por solo mencionar algunas.

Otra posibilidad es describir este tipo de fenómenos utilizando una descripción analítica para campos ultracercanos, donde sabemos que la descripción de Fresnel no es totalmente adecuada [6].

Apéndice A

Teorema de Green.

El teorema de Green se puede deducir a partir del teorema de Gauss. El teorema de Gauss establece que si F es una función vectorial, entonces:

$$\iiint_V \nabla \cdot F dv = \iint_S F \cdot \hat{n} ds \quad (\text{A.1})$$

Donde $F \cdot \hat{n}$ es la componente de F normal a la superficie S (apuntando hacia el exterior de la superficie). Ahora, se puede obtener el teorema de Green al tomar $F = \varphi \nabla \psi$, con φ, ψ funciones escalares. Entonces:

$$\iiint_V (\varphi \nabla^2 \psi + \nabla \varphi \cdot \nabla \psi) dv = \iint_S (\varphi \nabla \psi \cdot \hat{n}) ds \quad (\text{A.2})$$

Si expresamos $\nabla \psi \cdot \hat{n} = \frac{\partial \psi}{\partial n}$, $\nabla \varphi \cdot \hat{n} = \frac{\partial \varphi}{\partial n}$ entonces:

$$\iiint_V (\varphi \nabla^2 \psi + \nabla \varphi \cdot \nabla \psi - \psi \nabla^2 \varphi - \nabla \psi \cdot \nabla \varphi) dv = \iiint_V (\varphi \nabla^2 \psi - \psi \nabla^2 \varphi) dv = \quad (\text{A.3})$$

$$= \iint_S (\varphi \nabla \psi \cdot \hat{n} - \psi \nabla \varphi \cdot \hat{n}) ds = \iint_S (\varphi \frac{\partial \psi}{\partial n} - \psi \frac{\partial \varphi}{\partial n}) ds \quad (\text{A.4})$$

$$\therefore \iiint_V (\varphi \nabla^2 \psi - \psi \nabla^2 \varphi) dv = \iint_S (\varphi \frac{\partial \psi}{\partial n} - \psi \frac{\partial \varphi}{\partial n}) ds \quad (\text{A.5})$$

La ecuación A.5 se conoce como el Teorema de Green.

Apéndice B

Caracterización del transductor B.

Como complemento a la caracterización del transductor A que se realizó en el Capítulo 3, a continuación se presenta la caracterización del transductor B para diferentes pruebas, tales como la respuesta en función de la distancia, etc. Cabe recordar que la cantidad a la que se llama respuesta es el cociente de la diferencia de potencial pico-pico que se produce en el transductor detector (en este caso el detector será el transductor A) entre la diferencia de potencial pico-pico de la señal suministrada al emisor (transductor B). La frecuencia de emisión en este caso es de 40.7 KHz, pues es la frecuencia donde se obtiene una mejor respuesta en el detector.

B.1 Respuesta en función de la distancia.

La caracterización de la respuesta en función de la distancia entre los dos transductores, cuando éstos se colocan frente a frente se puede observar en la Figura B.1. Para realizar esta caracterización la diferencia de potencial suministrada al emisor debe de ser constante.

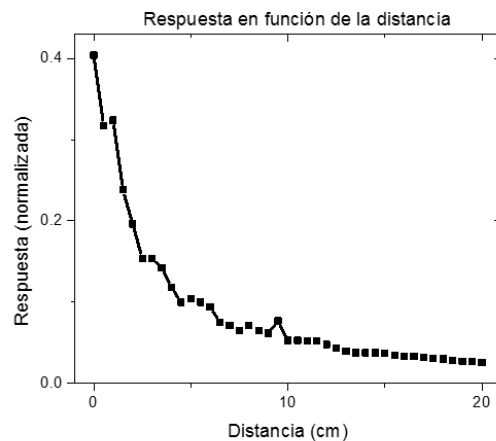


Figura B.1: Respuesta en función de la distancia. Transductor A: detector; transductor B: emisor.

B.2 Diferencia de potencial en el transductor detector en función de la diferencia de potencial en el transductor emisor.

A continuación se presenta la caracterización de la diferencia de potencial producida en el detector en función de la diferencia de potencial suministrada al emisor. Esta caracterización toma relevancia por el hecho de que se desea que la respuesta (cociente entre estas dos cantidades) se comporte linealmente, o al menos seccionalmente lineal, de manera que variaciones pequeñas en la diferencia de potencial de la señal suministrada no afecte a la respuesta en sí. Los resultados de esta caracterización se presentan en la Figura B.2.

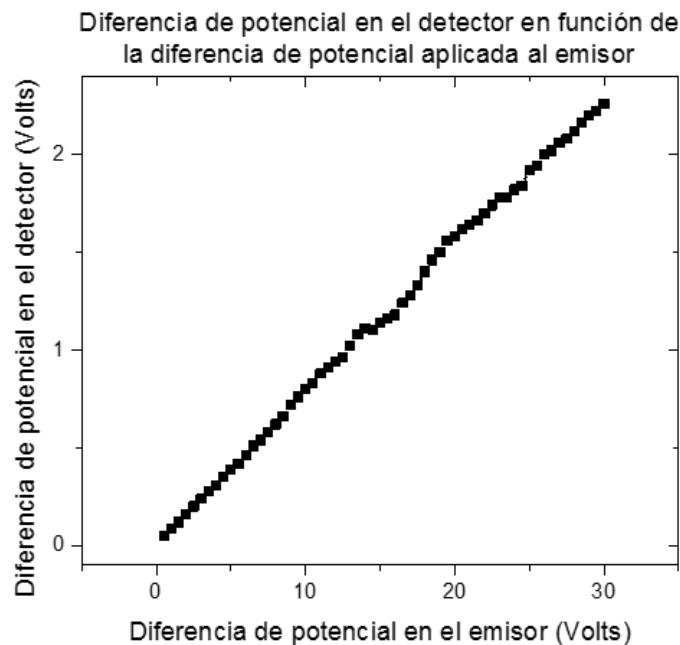


Figura B.2: Diferencia de potencial producida en el detector en función de la diferencia de potencial suministrada al emisor, transductor A: detector; transductor B: emisor. Distancia entre transductores: 7 cm.

B.3 Diferencia de fase en función de la distancia.

Otro comportamiento característico que es importante conocer es la diferencia de fase en función de la distancia entre los transductores. La información más relevante que se puede obtener de esta caracterización es la longitud de onda del campo ultrasónico utilizado. Los resultados de esta caracterización se presentan en la Figura B.3, y la longitud de onda que se obtiene de esta caracterización es de 0.85 cm.

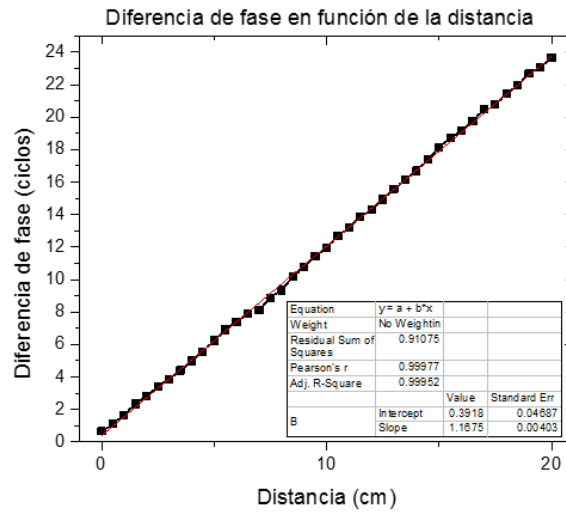


Figura B.3: Diferencia de fase en función de la distancia. Transductor A: detector; transductor B: emisor.

B.4 Patrón angular de intensidad.

Por otro lado, también es importante conocer el patrón angular de respuesta, pues esto nos permite encontrar si el transductor es direccional o no, o si diverge demasiado en su emisión. Los resultados de esta caracterización se encuentran en la Figura B.4.

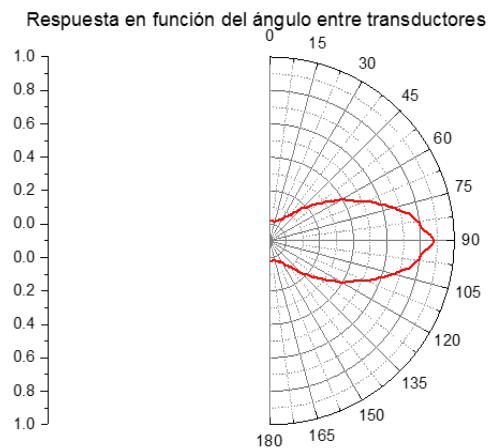


Figura B.4: Patrón angular de respuesta. Transductor A: detector; transductor B: emisor. Distancia entre transductores: 7 cm.

B.5 Caracterización eléctrica del transductor B.

Por último, también se realizó una caracterización del comportamiento eléctrico para encontrar la magnitud de la impedancia del transductor en función de la frecuencia de la señal que se le suministraba. Los resultados de esta caracterización se presentan en la Figura B.5.

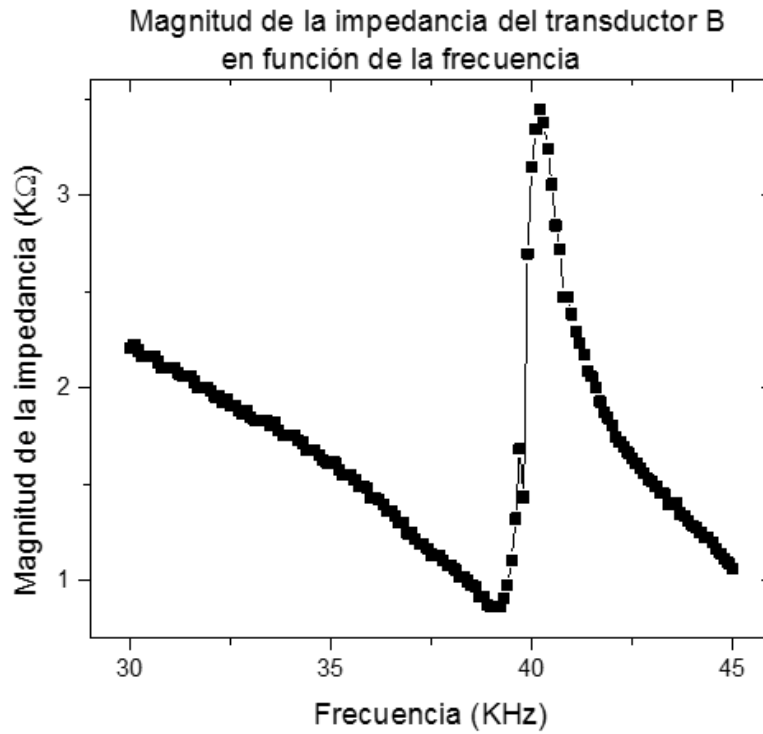


Figura B.5: Impedancia del transductor B en función de la frecuencia de la señal eléctrica que se le suministraba.

Apéndice C

Código computacional.

El programa computacional que se utilizó consta de dos partes: la primera es un script que se encarga de darle formato en un solo archivo a los datos obtenidos de cada medición. Estos datos provienen de 271 archivos diferentes (271 mediciones en diferentes puntos espaciales, guardados en los archivos DS0000.CSV hasta DS0270.CSV). Así, al final solo se tiene un archivo con todos los datos de las mediciones espaciales (1 084 000 datos guardados en resultados.txt). El código del script (en Bash shell) que se utilizó se presenta a continuación:

```
#!/bin/bash

rm resultados.txt

for file in ./DS*.CSV
do
tail -n +17 $file>>resultados.txt
done

gcc lector.c -lm -o lector
./lector
```

Se observa que el script compila y ejecuta un programa en C llamado lector.c. Este programa se encarga de leer los datos y reorganizarlos en otro archivo, en el cuál se ordenan y asocian a un punto espacial (posición en la pantalla). Se tienen 271 posiciones espaciales, las mediciones se empezarán desde la posición -27 cm hasta 27 cm, siendo la posición 0 cm el centro de la pantalla. La separación entre cada medición es de 2 mm, es decir, se tomaron datos para las posiciones -27 cm, -26.8 cm,...,26.8 cm y 27 cm.

Después el programa se encarga de leer los datos y realizar gráficas de los patrones espaciales para los diferentes tiempos de medición (4000 gráficas), las cuáles organiza en una animación (extensión .gif). El código del programa en C que se utilizó se presenta a continuación:

```
//lector.c

#include<stdio.h>
#include<math.h>

main(){

FILE *dat=fopen("resultados.txt","r");
FILE *anima=fopen("anima.txt","w");

int x,t,j,i;
float d=-27.0;

for(t=1;t<=271;t++){
    fprintf(anima,"%f\t",d);
for(j=0;j<4000;j++){
    fscanf(dat,"%i\n",&x);
    fprintf(anima,"%i\t",x);
    }
    fprintf(anima,"\n");
    d=d+0.2;
    }

fclose(dat);
fclose(anima);

FILE *gp=popen("gnuplot","w");
fprintf(gp,"set terminal gif animate delay 10\n");
fprintf(gp,"set output \"patron.gif\"\n");
fprintf(gp,"set grid\n");
fprintf(gp,"set xlabel \"Distancia en la pantalla (cm)\"\n");
fprintf(gp,"set ylabel \"Respuesta (u.a.)\"\n");
fprintf(gp,"set yrange [-150:150]\n");
for(i=1;i<=4000;i=i+1){
fprintf(gp,"plot \"anima.txt\" using 1:%i:(1.0) w lines title \"Patrón\"\n",i+1);
    }
fflush(gp);
fprintf(gp,"exit\n");
pclose(gp);
}
```

Bibliografía.

- [1] G. B. ARFKEN y H. J. WEBER, *Mathematical methods for physicists*, Elsevier Academic Press, sexta edición, 2005.
- [2] B. B. BAKER y E. T. COPSON, *The mathematical theory of Huygens' principle*, American Mathematical Society, 2003.
- [3] M. BORN y E. WOLF, *Principles of optics*, Pergamon Press, cuarta edición, 1970.
- [4] A. CHAVEZ TELLEZ, *Sistema automático de posicionamiento y detección, para el estudio y detección de haces gaussianos*, Tesis de licenciatura, Física, Facultad de Ciencias, UNAM, 12 de junio de 2006. .
- [5] G. R. FOWLES, *Introduction to modern optics*, Dover Publications, segunda edición, 1975.
- [6] G. D. GILLEN y S. GUHA, *Modeling and propagation of near-field diffraction patterns: A more complete approach*, Am. J. Phys. **72**(9), pp. 1195-1201, septiembre, 2004.
- [7] R. D. GUENTHER, *Modern optics*, John Wiley & sons, Inc, primera edición 1990.
- [8] E. HECHT, *Optics*, Addison-Weasley (San Francisco, CA), cuarta edición, 2002.
- [9] G. R. KIRCHHOFF, *Zur theorie der lichtstrahlen*, Ann. Phys. (Leipzig) **18**, pp. 663-695, 1883 (citado por [6]).
- [10] H. F. POLLARD, *Sound waves in solids*, Pion, Londres, 1977.
- [11] J. V. RANDERAAT y R. E. SETTERINGTON, *Piezoelectric ceramics*, Ferroxcube, segunda edición, 1974.
- [12] LORD RAYLEIGH, *On the passage of waves through apertures in plane screens, and allied problems*, Philos. Mag. **43**, pp. 259-272, 1897 (citado por [6]).
- [13] A. SOMMERFELD, *Zur mathematischen theorie der beugungsercheinungen*, Nachr. Kgl. Akad. Wiss. Göttingen **4**, pp. 338-342, 1894 (citado por [6]).
- [14] D. H. TOWNE, *Wave phenomena*, Dover Publications, primera edición corregida, 1988.