



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO**

---

---

**FACULTAD DE CIENCIAS**

**Medición y Control del VaR de Mercado Aplicando la  
Teoría de Valores Extremos para la Administración  
Integral de Riesgos Financieros.**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:**

**A C T U A R I O**

**P R E S E N T A:**

**ISAAC VÁZQUEZ ARÉVALO**



**DIRECTOR DE TESIS:  
ACT. ENRIQUE MATURANO RODRÍGUEZ**

**CIUDAD UNIVERSITARIA**

**2014**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

1. Datos del alumno  
Vázquez  
Arévalo  
Isaac  
57371209  
Universidad Nacional Autónoma de México  
Actuaría  
30517415-8
2. Datos del Tutor  
Act.  
Enrique  
Maturano  
Rodríguez
3. Sinodal 1  
M. en I.  
Jorge Luis  
Silva  
Haro
4. Sinodal 2  
Act.  
Alma Rosa  
Bustamante  
García
5. Sinodal 3  
L. C.  
Pedro Luis  
Soto  
Tejeda
6. Sinodal 4  
Act.  
Miguel Angel  
Contreras  
Ortiz

Título

Medición y Control del VaR de Mercado Aplicando la Teoría de Valores Extremos para la Administración Integral de Riesgos Financieros.

82 páginas

2014

## **Agradecimientos**

*Esta tesis está dedicada con todo mi cariño y amor a mis padres, Isaac y Rosa María, que hicieron todo en la vida para que yo pudiera lograr mis sueños, por motivarme y darme la mano cuando sentía que el camino se terminaba, a ustedes por siempre mi corazón y mi agradecimiento. Los amo!!!*

*Agradezco a mi hermana, Yanai Areli, porque directa e indirectamente influyo en mi madurez para seguir adelante y lograr objetivos en la vida.*

*También quiero expresar mi agradecimiento a mis tíos y primos, en especial a mis abuelitos, que son personas importantes en mi vida, que siempre estuvieron listas para brindarme toda su ayuda, y ahora me toca regresar un poquito de todo lo inmenso que me han otorgado. Con todo mi cariño esta tesis se las dedico a ustedes.*

*Doy gracias a mis profesores, sinodales y en especial a mí asesor de tesis que en este andar por la vida, influyeron con sus lecciones y experiencias en formarme como una persona de bien y preparada para los retos que pone la vida, a todos y cada uno de ellos les dedico cada una de estas páginas.*

*Hago un reconocimiento y agradecimiento especial a nuestra máxima casa de estudios; La Universidad Nacional Autónoma de México, en especial a la Facultad de Ciencias, por todo lo que me han permitido aprender, por la formación y superación que me han brindado.*

*Y principalmente le doy gracias a dios, por darme la vida, por todo lo que me ha permitido vivir y aprender, así por los padres, hermana y familia que me ha otorgado.*

**Isaac Vázquez Arévalo**

# ÍNDICE GENERAL

INTRODUCCIÓN .....	1
CAPÍTULO I. CONCEPTOS BÁSICOS.....	3
1.1 Variables Aleatorias y Funciones de Probabilidad.....	3
1.2 Distribuciones Normales.....	9
1.3 Matriz de Varianzas Y Covarianzas.....	11
1.4 El Proceso de Markov.....	12
1.5 Caminata Aleatoria.....	15
CAPÍTULO II. ADMINISTRACIÓN DEL RIESGO .....	18
2.1 Tipos de Riesgo Financiero.....	19
2.2 Marco Legal.....	22
2.3 Proceso de la Administración de Riesgos.....	30
2.4 Recomendaciones del G-30.....	34
CAPÍTULO III. TEORÍA DE VALORES EXTREMOS .....	37
3.1 Análisis de Fortalezas, Oportunidades, Debilidades y Amenazas (FODA).....	37
3.2 Distribución asintótica del máximo de un conjunto de variables aleatorias.....	41
3.3 Distribución del mínimo.....	46
3.4 Selección del Umbral.....	47
CAPÍTULO IV. ESTIMACIÓN DEL VaR DE MERCADO .....	52
4.1 Prueba de Normalidad.....	52
4.2 Selección de Umbral.....	53
4.3 Calculo de Parámetros.....	55
4.4 Cálculo del VaRve.....	56
4.5 Caso Práctico: VaRve.....	56
CONCLUSIONES .....	66
ANEXOS.....	69
Anexo I.....	69
Anexo II .....	74
BIBLIOGRAFÍA.....	76
WEBGRAFÍA .....	78

# INTRODUCCIÓN

En la actualidad, el riesgo financiero es uno de los temas que más preocupa a empresas, gobiernos e inversionistas institucionales e individuales, a tal grado que su administración se ha convertido en uno de los desafíos y prioridades más importantes, esto se debe, a que dicho riesgo se puede manifestar en diversas formas y niveles dentro de los mercados financieros.

Los desastres financieros que se han observado en el mundo en los últimos años, han dejado a países con grandes pérdidas, por lo que la cultura de riesgos dentro de las instituciones financieras presenta un gran auge. Debido a estos desastres se han implementado medidas que permiten identificar, monitorear, controlar y cuantificar los riesgos financieros mediante su administración.

El principal problema que han enfrentado las empresas, gobiernos e inversionistas, es la medición del riesgo de mercado o riesgo de pérdidas como consecuencia de movimientos adversos en las tasas de interés, tipos de cambio así como precios de los títulos de capital y bienes.

Por ello, el objetivo de este trabajo es hacer un análisis de los elementos conceptuales y teóricos que actualmente rigen la Administración de Riesgos Financieros, teniendo como base la Teoría de Valores Extremos (TVE) y planteando una metodología para hacer una evaluación de la pérdida máxima esperada que puede presentar una cartera de inversión en el mercado, a sabiendas de un nivel de probabilidad y con cierto horizonte de tiempo.

Actualmente la TVE presenta un fuerte avance, esto debido a que tiene un gran número de aplicaciones, una de las más importantes y a la cual le daremos uso, es calcular probabilidades de eventos extremos.

Dentro de las medidas para el cálculo del riesgo financiero se encuentra el Valor en Riesgo (VaR), que en la actualidad constituye una de las herramientas básicas de todo gestor de riesgos financieros, así como el marco referente más actual en la aplicación de las técnicas estadísticas al campo de las Finanzas.

Desde su incorporación como herramienta básica en la práctica financiera, han sido múltiples las metodologías que se han venido utilizando; las más aceptadas para la estimación del VaR son: Método Paramétrico (Delta-Normal), Simulación Histórica y Simulación Montecarlo.

Sin embargo, en la mayoría de las ocasiones, entendemos que se ha perdido la perspectiva del verdadero problema: la mayor parte de estos planteamientos olvidan el hecho de que el VaR es un cuantil extremo y así, en lugar de hacer uso de las herramientas que la Estadística ofrece para el estudio de estos sucesos de baja probabilidad, recurren a los métodos típicos ya mencionados, que si bien son

apropiados para determinar los valores centrales de una distribución, son poco eficaces para recoger el comportamiento en las colas, ya que se ha observado que las estimaciones con dichos métodos resultan subestimadas para niveles de confianza mayores al 95%, esto se debe a que los rendimientos de los distintos activos financieros que representan una cartera de inversión presentan distribuciones con colas pesadas.

Una forma de hacer una estimación más acertada del VaR es utilizar la TVE, en donde se hace una modelación de la cola de las distribuciones de probabilidad, lo que permite un estudio más detallado de los datos extremos mediante un ajuste de una distribución paramétrica sobre dichos datos.

Por lo que, los objetivos de esta tesis son:

En el Capítulo I se abordan conceptos básicos sobre estadística y probabilidad; tomando en cuenta tanto el caso discreto como el caso continuo, los cuales nos permitirán entender el trabajo a realizar, también recordaremos el proceso de Markov y su desarrollo, para terminar se dará un pequeño repaso a lo que son las caminatas aleatorias. Este repaso nos será útil para el desarrollo de una propuesta de metodología que se tratará en este trabajo.

Para el Capítulo II se verán los tipos de riesgo financiero, así como el marco conceptual y legal de la administración integral de riesgos financieros. Finalmente, se presentan algunas recomendaciones de organismos, las cuales han surgido ante la necesidad de una mejor regulación que evite mayores desastres financieros.

A continuación, en el Capítulo III se presenta la metodología propuesta para hacer la estimación del VaR de mercado utilizando la TVE, la cual tiene su base en la estimación del máximo de una variable aleatoria. Sin embargo, para la aplicación del VaR será necesario analizar el mínimo, por lo que se presentan ambas teorías y la relación entre ellas. Luego se mostrará la forma de desarrollar modelos sobre umbral, la cual se empleará para la estimación del VaR.

Para finalizar, en el Capítulo IV se llevará a cabo un caso práctico, en el cual se aplicara el desarrollo de la metodología propuesta del capítulo anterior para una cartera de inversión, después se concluirá con la realización de una comparación contra el VaR Delta-Normal y con el VaR por Simulación Histórica.

# CAPÍTULO I

## CONCEPTOS BÁSICOS

Para comenzar este capítulo necesitamos recordar conceptos básicos sobre estadística y probabilidad, los cuales nos permitirán entender el trabajo a realizar. Para efectos de dicho trabajo primero definiremos la probabilidad, como la frecuencia relativa con que ocurre un evento futuro, y por su parte la estadística, como la recolección, análisis e interpretación de datos para la toma de decisiones.

Enfocándonos más en la estadística, ésta hace inferencia con respecto a una población partiendo de la información obtenida en una muestra; cuando nos referimos a la inferencia, usando la lógica, es donde podemos deducir la falsedad o la verdad de los resultados.

### 1.1 Variables Aleatorias y Funciones de Probabilidad.

Podemos darnos cuenta que tanto la estadística como la probabilidad utilizan variables, específicamente variables aleatorias, con lo que podemos definir a una variable aleatoria como una función de valores reales definida en un espacio muestral, recordando que una variable aleatoria transforma los eventos de este espacio en eventos numéricos.

Dado que algunos valores de las variables aleatorias con características iguales o similares ocurren con cierta frecuencia, debemos disponer de las probabilidades para cada valor de la variable aleatoria, llamando a este conjunto de probabilidades distribución de probabilidad, con lo que eliminamos la necesidad de resolver el mismo problema repetidas veces. Recordemos que para esta herramienta existen dos casos diferentes, que son: discreto y continuo.

#### I) Caso Discreto

**DEFINICIÓN.** *A una variable aleatoria se le llama discreta, si y solo si, toma un numero finito o infinito contablemente de valores distintos.*

Al decir contablemente nos referimos a que se puede establecer una correspondencia biunívoca o uno a uno con el conjunto de números enteros positivos.

Además hay que recordar que la expresión  $(X = x)$  la podemos leer como “el conjunto de todos los puntos de  $S$  a los que la variable aleatoria  $X$  les asignó el

valor  $x$ ", donde  $S$  es nuestro espacio muestral. Ahora si podemos hablar de la probabilidad de que  $X$  tome el valor  $x$ , el cual lo denotaremos como  $P(X = x)$ .

**DEFINICIÓN.** La probabilidad de que  $X$  tome el valor  $x$  [ $P(X = x)$ ], se define como la suma de todas las probabilidades asociadas a los puntos muestrales de  $S$  que tienen asignado el valor  $x$ <sup>1</sup>.

Debemos ver que  $p(x)$  es solo una función que asigna probabilidades a cada valor  $x$ , por lo que a veces se puede denominar como *función de probabilidad* de  $X$ . Por lo que  $p(x) \geq 0$  para toda  $x$ , y para cualquier valor  $x$  que no tenga asignado explícitamente una probabilidad se entenderá que  $p(x) = 0$ .

### **Valor Esperado y Varianza.**

Para nuestro estudio, tenemos que encontrar el valor esperado o media,  $[E(X)]$ , de una variable aleatoria para la obtención de medidas descriptivas para la distribución de probabilidad  $p(x)$ ; por lo que la media, puede estimarse como la suma ponderada de todos los valores posibles, cada uno ponderado por su probabilidad de ocurrencia.

**DEFINICIÓN.** Sea  $X$  una variable aleatoria discreta con función de probabilidad  $p(x)$ , entonces el valor esperado de  $X$ , está definido como:

$$E(X) = \sum_x xp(x).$$

Cabe señalar que si  $p(x)$  es exactamente una caracterización de la distribución de frecuencias de la población, podemos decir que  $E(X) = \mu$ , la cual representa la media de la población. También debemos notar que por la definición anterior  $E(X)$  es un promedio; igualmente es necesario mencionar otras propiedades del valor esperado:

**DEFINICIÓN.** Sea  $X$  una variable aleatoria discreta con función de probabilidad  $p(x)$ , y sea  $g(x)$  una función de valores reales de  $x$ . El valor esperado de  $g(x)$  es:

$$E[g(x)] = \sum_x g(x)p(x).$$

<sup>1</sup> Podemos denotar a  $P(X = x)$  como  $p(x)$ .

**DEFINICIÓN.** Sea  $g(X)$  una función de una variable aleatoria de  $X$ , con  $c$  una constante, sabemos que  $E(c) = c$ , entonces:

$$E[cg(X)] = cE[g(X)].$$

Al ser el valor esperado un operador lineal podemos definir, que el valor esperado de una suma es la suma de los valores esperados, es decir:

**DEFINICIÓN.** Sean  $x_1, \dots, x_n$  variables aleatorias distribuidas como  $X$ , entonces:

$$E[x_1 + \dots + x_n] = E[x_1] + \dots + E[x_n]$$

Recordemos que la varianza de una variable aleatoria es la media o valor esperado vinculado a su dispersión, la cual se trata de la esperanza del cuadrado de la desviación de la variable respecto a su media, es decir, la suma ponderada de las desviaciones respecto de la media al cuadrado.

**DEFINICIÓN.** La varianza de una variable aleatoria  $X$  está definida como el valor esperado de  $(X - \mu)^2$ , es decir:

$$V(X) = E[(X - \mu)^2]$$

Y la desviación estándar de  $X$ ,  $\sigma$ , podemos definirla como la raíz cuadrada de  $V(X)$ .

Desarrollando la definición anterior, llegamos a que la varianza se expresa como:

$$V(X) = \sigma^2 = E[(X - \mu)^2] = E(X^2) - \mu^2.$$

## II) Caso Continuo

Para muchas variables como la tasa de rendimiento de una inversión, el rango de posibles resultados es continuo, por lo que definiremos a la *función de probabilidad* continua como  $f(x)$ , con lo que se debe de sumar o integrar, la unidad sobre todos los valores posibles.

**DEFINICIÓN.** Una variable aleatoria se llama continua cuando toma cualquier valor en un intervalo dado.

Para obtener una definición formal de una variable aleatoria continua primero definiremos su función de distribución, o en este caso, función de distribución acumulativa.

**DEFINICIÓN.** Sea  $X$  una variable aleatoria. La función de distribución de  $X$ , denotamos como  $F(x)$ , está dada por  $F(x) = P(X \leq x)$ , para  $-\infty < x < \infty$ .

Como ya definimos la función de distribución para una variable aleatoria continua, ahora definiremos lo que es una variable aleatoria continua.

**DEFINICIÓN.** Sea  $X$  una variable aleatoria con una función de distribución  $F(x)$ . Se dice que  $X$  es continua si  $F(x)$  es continua, para  $-\infty < x < \infty$ .

Para una variable aleatoria continua,  $X$ , se tiene que, para cualquier número real  $x$ :

$$P(X = x) = 0$$

Por lo que si esto no fuera cierto  $P(X = x_0) = p_0 > 0$ , entonces  $F(x)$  tendría una discontinuidad en dicho punto ( $x_0$ ). Esto en casos discretos no es de preocupación pero para el caso continuo si, ya que se tendría un salto y no se cumpliría la continuidad.

La derivada de  $F(x)$  es otra función de gran importancia en la teoría de la Estadística y Probabilidad.

**DEFINICIÓN.** Sea  $F(x)$  la función de distribución de una variable continua,  $X$ , entonces  $f(x)$ , dada por

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} = F'(x)$$

siempre y cuando exista la derivada, la denominaremos la función de densidad de probabilidad para la variable aleatoria  $X$ .

Con la definición anterior podemos escribir a  $F(x)$  como:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt$$

en donde  $f(x)$  es la función de densidad de probabilidad y  $t$  la utilizamos como la variable para la integración. Cabe mencionar que  $F(x)$  es no decreciente y que la derivada nunca es negativa. Las propiedades de una función de densidad para una variable aleatoria continua: Si  $f(x)$  es una función de densidad, entonces:

- i)  $f(x) \geq 0$  para cualquier valor de  $x$ .
- ii)  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$ .

El siguiente paso es encontrar la probabilidad de que  $X$  esté en un intervalo específico, es decir,  $P(a \leq X \leq b)$ .

**DEFINICIÓN.** Si la variable aleatoria  $X$  tiene como función de densidad  $f(x)$  y si  $a \leq b$ , entonces la probabilidad de que  $X$  se encuentre en el intervalo  $[a, b]$  está dada por

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx.$$

en donde  $f(x)$  es la función de densidad<sup>2</sup> de probabilidad para  $X$ .

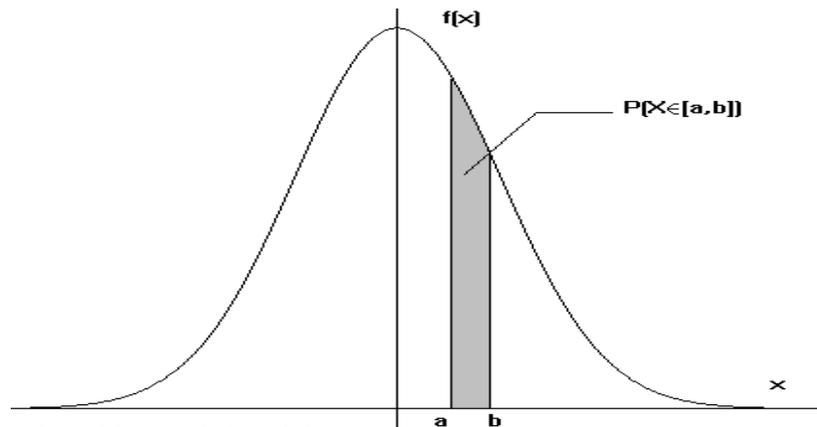


Figura 1: Función de Densidad

<sup>2</sup> Imagen, Propiedades de la Función de Densidad [en línea], disponible en: <http://www.uv.es/ceaces/base/variable%20aleatoria/pdensidad.htm>

**Valor Esperado y Varianza.**

En este punto revisaremos las definiciones que se utilizarán respecto a las variables aleatorias continuas en el cálculo de su media, varianza y desviación estándar así como la obtención de medidas numéricas descriptivas de sus funciones de densidad.

**DEFINICIÓN.** El valor esperado de una variable aleatoria continua  $X$  es:

$$E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$$

siempre que exista la integral.

Haciendo una pequeña comparación con el caso discreto, tenemos que  $f(x)dx$  corresponde a  $p(x)$ , donde la integración involucra en su desarrollo una analogía con la suma. También para el caso continuo tenemos que:

**DEFINICIÓN.** Si  $g(x)$  es una función de  $X$ . Entonces el valor esperado de  $g(X)$  es:

$$E[g(X)] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x)f(x)dx.$$

siempre que exista la integral.

Técnicamente, para el caso continuo se siguen cumpliendo las propiedades de todos los valores esperados mencionados en el caso discreto:

- i)  $E[cg(X)] = cE[g(X)].$
- ii)  $E[x_1 + \dots + x_n] = E[x_1] + \dots + E[x_n]$  además
- iii) Se dice que  $E[X]$  existe si  $\int_{-\infty}^{+\infty} |x| f(x)dx < \infty$

**DEFINICIÓN.** La varianza de una variable aleatoria continua  $X$  está definida como:

$$V(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} [x - E(x)]^2 f(x) dx.$$

siempre que exista la integral.

En el caso de la varianza, como ésta no es un operador lineal, podemos decir que la varianza de una suma de variables aleatorias no necesariamente es igual a la suma de las varianzas.

**DEFINICIÓN.** La varianza de dos variables aleatorias continuas de  $X$  está definida como:

$$\sigma^2_{x_1, x_2} = V(x_1+x_2) = V(x_1) + V(x_2) + 2Cov(x_1+x_2).$$

Por otra parte tenemos que la raíz cuadrada de  $\sigma^2$  es la desviación estándar de  $X$ , frecuentemente llamada volatilidad, la cual mide el riesgo de un valor como la dispersión de los resultados alrededor de su valor esperado o promedio.

Tenemos que estar seguros que la suma de las probabilidades asignadas sea siempre igual a 1; con respecto a la notación que utilizaremos en este trabajo, denotaremos a las letras mayúsculas, como  $X$ , para las variables aleatorias, y las minúsculas como  $x$ , para referirnos al valor en particular o específico que puede tomar una variable aleatoria.

## 1.2 Distribuciones Normales.

Su propio nombre indica su extendida utilización, justificada por la frecuencia o normalidad con la que ciertas variables tienden a parecerse en su comportamiento a esta distribución.

Se llaman normales ya que la mayoría de sus valores se encuentran cerca de su media; es un hecho que las mediciones realizadas con respecto a muchas variables aleatorias parecen haber sido generadas a partir de distribuciones de frecuencias poblacionales que podemos aproximarlas mediante una distribución de probabilidad normal.

Una distribución normal tiene varias propiedades, en general, toda distribución puede ser caracterizada por sus dos primeros momentos la media y la varianza,  $N(\mu, \sigma^2)$ , el primer parámetro representa la ubicación; el segundo, la dispersión.

**DEFINICIÓN.** Una variable aleatoria  $X$  tiene una distribución de probabilidad normal, si y solo si, la función de densidad de  $X$  es:

$$f(x) = \phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2\right]}$$

con  $\sigma > 0$ ,  $-\infty < \mu < \infty$ ,  $-\infty < x < \infty$ .

Como ya mencionamos la función de densidad normal contiene dos parámetros, la media y la varianza,  $\mu$  y  $\sigma^2$ .

**DEFINICIÓN.** Si  $X$  es una variable aleatoria distribuida normalmente con parámetros  $\mu$  y  $\sigma^2$ , entonces tenemos que:

$$E(X) = \mu \text{ y } V(X) = \sigma^2.$$

Por su parte las áreas bajo la función de densidad normal corresponden a  $P(a \leq X \leq b)$ , la cual requiere una evaluación integral:

$$\int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2} dx$$

Cabe mencionar que no existe una solución exacta para esta integral, por lo que su evaluación solo podremos obtenerla utilizando métodos de aproximación. Sin embargo, esto lo podemos simplificar utilizando tablas para la distribución normal con una media cero y una varianza igual a uno, la cual es conocida como la “Función de la Distribución Normal Estándar<sup>3</sup>”.

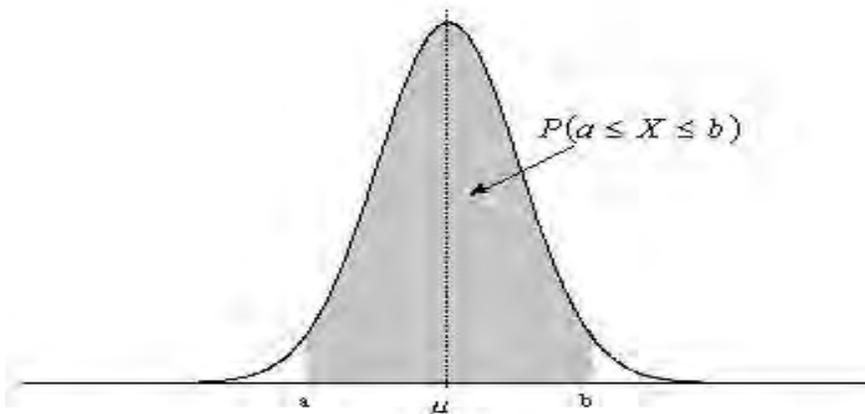


Figura II: Distribución Normal Estándar

**DEFINICIÓN.** Si Iniciamos a partir de una variable normal estándar  $\varepsilon$ , tal que,  $\varepsilon \sim N(0,1)$ . Definamos a  $X$  como:

<sup>3</sup> Imagen, fisterra, La distribución normal [en línea], disponible en: [http://www.fisterra.com/mbe/investiga/distr\\_normal/distr\\_normal.asp](http://www.fisterra.com/mbe/investiga/distr_normal/distr_normal.asp)

$$X = \mu + \varepsilon\sigma.$$

- Ⓢ **NOTA:** Para el caso de la medición del riesgo una distribución más plana indica un riesgo más grande; y una distribución más estrecha, un riesgo más pequeño.

### 1.3 Matriz de Varianzas Y Covarianzas.

Para este tema primero tenemos que conocer o recordar lo que es una covarianza, ya que la varianza ya fue definida anteriormente; entonces sea  $\sigma_{XY}$  la covarianza de las variables “X” y “Y”.

**DEFINICIÓN** La covarianza de las variables “X” y “Y”,  $\sigma_{XY}$ , está definida como:

$$\sigma_{XY} = \text{Cov}(X, Y) = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})}{N}$$

siendo  $\bar{X}$  y  $\bar{Y}$  la esperanza o media según la variable, es decir,  $E(X) = \bar{X}$  y  $E(Y) = \bar{Y}$ .

La covarianza tiene propiedades que miden la relación lineal entre las variables “X” y “Y”, estas son:

- Si  $\sigma_{XY} > 0$  existe relación lineal positiva.
- Si  $\sigma_{XY} = 0$  no existe relación.
- Si  $\sigma_{XY} < 0$  existe relación lineal inversa.

Definido lo anterior, comenzaremos a ver la matriz de varianzas y covarianzas: La variabilidad de los datos y la información relativa a las relaciones lineales entre las variables, se resume en la matriz de varianzas y covarianzas;

**DEFINICIÓN** Se dice que una matriz es de varianzas y covarianzas si los términos diagonales son las varianzas y los no diagonales, las covarianzas entre las variables, esta matriz es cuadrada y simétrica de orden  $k$ , donde  $k$ , es el número de filas igual al número de columnas.

Si llamamos  $\sigma$  a esta matriz, tendremos que, por definición:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{1^2} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{k1} & \sigma_{k2} & \cdots & \sigma_{k^2} \end{bmatrix}$$

Con lo que dicha matriz puede calcularse como:

$$\sigma = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (xi - \bar{x})(xi - \bar{x})'$$

Al sumar todos los elementos y dividirlos entre n, se obtienen las varianzas y covarianzas entre las variables.

#### 1.4 El Proceso de Markov.

Para entender a Markov o el proceso Markoviano es necesario definir ciertos conceptos, comencemos viendo que un proceso estocástico es aquel en el que sus valores cambian en el tiempo de una manera incierta.

Estos procesos se pueden clasificar en discretos y continuos dependiendo del tipo de variable. Formalicemos la definición de proceso estocástico;

**DEFINICIÓN.** *Un Proceso Estocástico es una colección de variables aleatorias  $\{X_t: t \in T\}$  parametrizada por un conjunto  $T$ , llamado espacio parametral, en donde las variables toman valores en un conjunto  $S$  llamado espacio de estados.*

Para el caso del conjunto discreto se tiene un espacio parametral  $T = \{1, 2, \dots\}$  dichos números son interpretados como tiempos; tomamos en cuenta que esto es para los casos más sencillos, por lo que en este caso se dice que el proceso está a tiempo discreto, por lo que lo denotaremos como  $\{X_n: n = 0, 1, \dots\}$ , explícitamente,

$$X_0, X_1, X_2, \dots$$

Así, podemos ver que para cada  $n$ ,  $X_n$  es el valor del proceso o estado del sistema al tiempo  $n$ , por lo que este modelo corresponde a un vector aleatorio de dimensión infinita<sup>4</sup>.

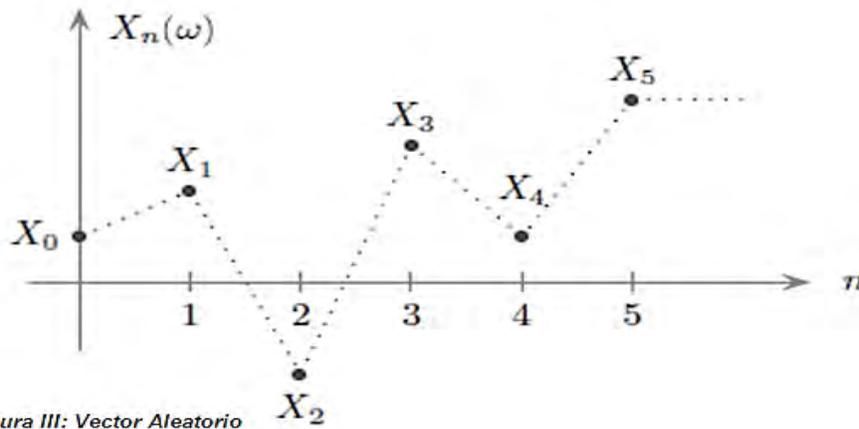


Figura III: Vector Aleatorio

También el espacio parametral puede tomarse como un conjunto continuo<sup>5</sup>  $T = [0, \infty)$ , entonces podemos decir que el proceso es a tiempo continuo, y lo denotaremos por;

$$\{X_t : t \geq 0\}.$$

Los posibles espacios de estados que vamos a considerar son subconjunto de los números enteros ( $Z$ ) y generalmente tomaremos como espacio el conjunto de los números reales ( $R$ ); en particular, referiremos variables aleatorias con valores en el espacio de estados  $S$ , considerando que  $S$  es un subconjunto de  $R$ .

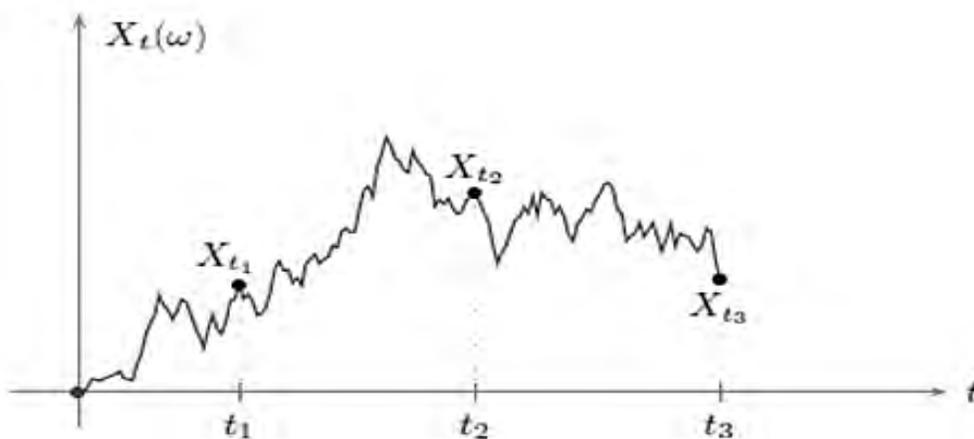


Figura IV: Vector Aleatorio (continuo)

<sup>4</sup> Imagen, Vector Aleatorio Discreto, Introducción a los Procesos Estocásticos, Rincón Luis, Enero 2011.

<sup>5</sup> Imagen, Vector Aleatorio Continuo, Introducción a los Procesos Estocásticos, Rincón Luis, Enero 2011.

## Desarrollo de Markov

Los procesos de Markov son modelos en donde, suponiendo conocido el estado presente del sistema, los estados anteriores no tienen influencia en los estados futuros del sistema. Esta condición se llama propiedad de Markov y puede expresarse de la siguiente forma:

**DEFINICIÓN.** Para cualesquiera estados  $x_0, x_1, \dots, x_{n-1}$  (pasado),  $x_n$  (presente),  $x_{n+1}$  (futuro), se cumple la igualdad:

$$P(X_{n+1} = x_{n+1} | X_0 = x_0, \dots, X_n = x_n) = P(X_{n+1} = x_{n+1} | X_n = x_n).$$

de esta forma la probabilidad del evento futuro ( $X_{n+1} = x_{n+1}$ ) sólo depende del evento ( $X_n = x_n$ ), mientras que la información correspondiente al evento pasado ( $X_0 = x_0, \dots, X_{n-1} = x_{n-1}$ ) es irrelevante.

Por su parte las cadenas Markovianas tienen su base en las definiciones que apoyan los procesos estocásticos.

**DEFINICIÓN.** Sea el espacio de estados  $(i_0, \dots, i_{n-1})$  homomórfico a un subconjunto de enteros  $Z^+$  si y solo si cumplen con:

$$P(X_{n+1} = j | X_n = i, \dots, X_0 = i_0) = P(X_{n+1} = j | X_n = i) = P_{ij}$$

siendo  $n$  el tiempo e  $i$  el estado ocupado en el momento  $t = n$ . A lo cual se le conoce como **Cadena Markoviana**.

Las cadenas Markovianas tienen ciertas características que las distinguen de otro tipo de cadenas, como son:

1. El espacio de estados, es un conjunto discreto.
2. La probabilidad de transición,  $P_{ij}$  depende solo del estado actual, es decir, son independientes de todo proceso transcurrido hasta el momento actual.
3. Las probabilidades  $P_{ij} \neq f(t)$  no son una función del tiempo, es decir, no varían con  $t$ .

## 1.5 Caminata Aleatoria.

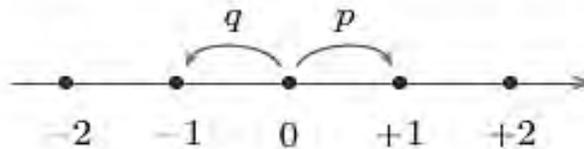
En este punto presentaremos una breve introducción al tema de las caminatas aleatorias, donde encontraremos la distribución de probabilidad de la posición de la variable que efectúa la caminata aleatoria en  $\mathbb{Z}$  (números enteros), y la probabilidad de retorno a la posición de origen. Una caminata aleatoria o también conocida como Random Walk, es un proceso estocástico con estados  $i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , y probabilidades de transición.

$$P_{i,i+1} = p$$

$$P_{i,i-1} = q$$

Para toda  $i$  en los enteros, con  $0 < p < 1$ , y en donde  $p + q = 1$ .

Como ya vimos una caminata aleatoria sobre el conjunto de los números enteros es un proceso estocástico a tiempo discreto  $\{X_n: n = 0, 1, \dots\}$ , es decir, iniciamos en el estado 0, al siguiente tiempo del proceso podemos pasar al estado +1 con probabilidad  $p$ , o al estado -1 con probabilidad  $q$ , con  $p + q = 1$ . Utilizaremos la misma regla para los siguientes tiempos, es decir, pasa al estado de la derecha con probabilidad  $p$ , o al estado de la izquierda con probabilidad  $q$ , donde  $X_n$  es el estado del proceso al tiempo  $n$ , el cual lo podemos representar como<sup>6</sup>:

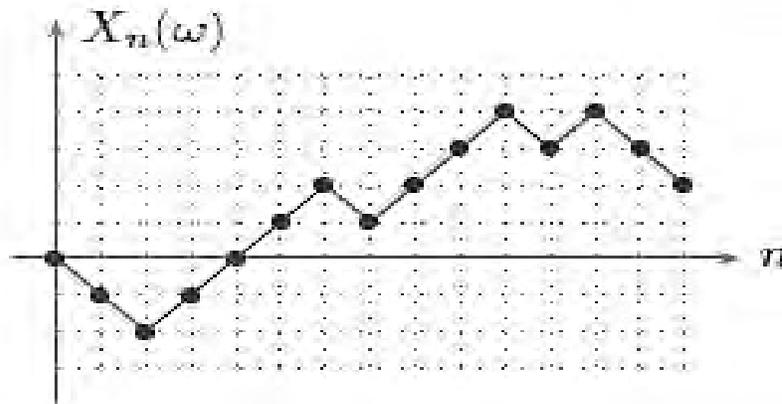


Este tipo de proceso cambia de un estado a otro en dos tiempos consecutivos de acuerdo con sus probabilidades de transición válidas para cualquier  $n \geq 0$ , y para cualesquiera enteros  $i$  y  $j$ . Estas probabilidades las podemos escribir como:

$$P(X_{n+1} = j \mid X_n = i) = \begin{cases} p & \text{si } j = i + 1, \\ q & \text{si } j = i - 1, \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

<sup>6</sup> Caminata Aleatoria, Introducción a los Procesos Estocásticos, Rincón Luis, Enero 2011.

Se puede observar que ninguna de estas probabilidades dependen de  $n$ , entonces podemos decir que son homogéneas en el tiempo, es decir, son las mismas para cualquier valor de  $n$ . Tomando en cuenta todas estas consideraciones, nos damos cuenta que este proceso cumple con la propiedad de Markov, es decir, el estado futuro del proceso solo depende del estado presente y no de los estados anteriores. En la siguiente figura podemos apreciar una posible trayectoria de este proceso<sup>7</sup>:



**Figura V: Trayectoria del Proceso de Markov**

Ahora podemos definir la esperanza y la varianza para la caminata aleatoria, es decir:

**DEFINICIÓN.** Para cualquier entero  $n \geq 0$ ,

1.  $E(X_n) = n(p - q)$ .
2.  $Var(X_n) = 4npq$ .

Si analizamos los resultados anteriores y en el dado caso que  $p > q$ , es decir, si la caminata toma pasos a la derecha con mayor probabilidad, entonces el estado promedio después de  $n$  pasos es un número positivo, es decir, su comportamiento promedio es ir hacia la derecha.

Análogamente, si  $p < q$ , entonces el estado final promedio de la caminata después de  $n$  pasos es un número negativo, es decir, la caminata en promedio se mueve hacia la izquierda. En los dos casos la varianza crece conforme el número de pasos crece, lo que nos dice que entre mayor número de pasos haya, mayor es la incertidumbre en cuanto a la posición final del proceso.

<sup>7</sup> Trayectoria del Proceso de Markov, Introducción a los Procesos Estocásticos, Rincón Luis, Enero 2011.

Otros casos que podemos ver es que si  $p \neq q$ , se dice que la caminata es asimétrica y cuando  $p = q = \frac{1}{2}$ , se dice que la caminata es simétrica; y en promedio, el proceso se queda en su estado inicial, pues  $E(X_n) = 0$ , sin embargo, para el valor  $p = \frac{1}{2}$  la varianza es  $\text{Var}(X_n) = n$ .

## CAPÍTULO II

### ADMINISTRACION DEL RIESGO

La palabra riesgo proviene del latín “risicare” que significa atreverse o transitar por un sendero peligroso; en realidad tiene un significado negativo, el cual, lo podemos relacionar con peligro, daño, pérdida o siniestro. Debemos de saber que el riesgo es parte inevitable de los procesos de toma de decisiones en general y de los procesos de inversión en particular. En Finanzas, el concepto de riesgo está relacionado con la posibilidad de que ocurra un evento que se traduzca en pérdidas potenciales para los participantes en los mercados financieros, como pueden ser inversionistas, deudores o entidades financieras.

El riesgo es producto de la incertidumbre que existe sobre el valor de los activos financieros, ante movimientos adversos de los factores que determinan su precio; a mayor incertidumbre mayor riesgo, por lo que la medición efectiva y cuantitativa del riesgo se asocia con la probabilidad de una pérdida en el futuro. Los humanos deben saber y responder a las probabilidades que se confrontan por cada decisión, ya que, la esencia de la Administración de Riesgos es medir esas probabilidades en contextos de incertidumbre.

En el caso de las Finanzas, el riesgo se define como la volatilidad de los flujos financieros no esperados, generalmente se deriva del valor de los activos y pasivos. La Administración de Riesgos es el proceso mediante el cual se identifica, mide y controla la exposición al riesgo, esta administración de riesgo financiero se ha convertido en una herramienta esencial para que cualquier negocio sobreviva. El incremento de la volatilidad de las principales variables financieras ha creado un nuevo campo, cuyo objetivo es proporcionar alternativas creativas para protegerse contra los riesgos financieros o en su caso para especular con ellos.

La cobertura de los riesgos financieros es similar a la adquisición de un seguro, proporciona protección contra los efectos adversos de las variables sobre las cuales no existe control; otro aspecto de la cobertura es que una de las contrapartes pueden ser especuladores, los cuales confieren liquidez al mercado con la esperanza de obtener ganancias de sus transacciones, por lo que el riesgo ha creado los derivados.

## 2.1 Tipos de Riesgo Financiero.

Las Instituciones Financieras diariamente están expuestas a diferentes tipos de riesgo, unos cuantificables y otros que no lo pueden ser, esto depende de las operaciones, actividades y posiciones que, en su naturaleza las entidades financieras realicen.

Dentro de dichas Instituciones y tomando en cuenta las Disposiciones de Carácter General Aplicables a Instituciones de Crédito (Circular Única), podemos identificar la siguiente clasificación de riesgos:

I. **CUANTIFICABLES.** Son aquellos que nos permiten conformar bases estadísticas para medir sus pérdidas, los cuales, se clasifican en<sup>8</sup>:

a) **Riesgos Discrecionales.** Son aquellos resultantes de la toma de una posición en riesgo, tales como:

✓ **Riesgo de Mercado.** Es el riesgo de pérdidas debido a los movimientos en los precios del mercado financiero o las volatilidades, aquí está incluido el riesgo de liquidez.

Específicamente, el riesgo de mercado es derivado de los cambios que hay en los precios de los activos y pasivos financieros (o volatilidad) y se mide a través de los cambios en el valor de las posiciones abiertas<sup>9</sup>; este riesgo puede asumir dos formas: el *riesgo absoluto*, medido por la pérdida potencial en términos de pesos, y el *riesgo relativo*, relacionado con un índice base.

El propósito que tiene el cálculo es cuantificar el riesgo de mercado. Por lo que este sistema está estructurado para permitir que la administración pueda tomar medidas correctivas a tiempo, en caso de haber pérdidas o en el caso de las posiciones inusuales.

✓ **Riesgo de Crédito.** Es el riesgo de pérdidas donde las contrapartes pueden estar dispuestas o no a cumplir con sus obligaciones. El riesgo de crédito se presenta cuando las

---

<sup>8</sup> Afirme, Administración Integral de Riesgos [en línea], disponible en:

[http://www.afirme.com/Contenido/files/NuestroGrupo/GrupoFinanciero/AdministracionIntegraldeRiesgos/Admon\\_Integral\\_Riesgos\\_092005.pdf](http://www.afirme.com/Contenido/files/NuestroGrupo/GrupoFinanciero/AdministracionIntegraldeRiesgos/Admon_Integral_Riesgos_092005.pdf)

<sup>9</sup> Se le conoce posición abierta a los contratos no cerrados.

contrapartes están poco dispuestas o imposibilitadas para cumplir con sus obligaciones contractuales; su efecto se mide por el costo de la reposición de los flujos de efectivo cuando la otra parte incumple.

En general, este riesgo también puede conducir a pérdidas cuando los deudores son clasificados por las agencias calificadoras, generando una caída en el valor de mercado de sus obligaciones. Tenemos que señalar que las pérdidas potenciales son mucho más bajas que los montos nominales (valor nominal), en lugar de ello, la pérdida es el cambio en el valor de la posición.

En el riesgo de crédito también está incluido el *riesgo soberano*, esto ocurre cuando los países imponen controles a las divisas extranjeras que imposibilitan a las contrapartes para cumplir sus obligaciones. Mientras que el riesgo de incumplimiento es generalmente específico de una empresa o institución financiera, el riesgo soberano es específicamente de un país.

Por otra parte, el riesgo de crédito, puede tomar forma de *riesgo de pago*; el cual hace referencia a la posibilidad de que una contraparte pudiese incumplir en un contrato después de que una de las partes ha realizado el pago previamente.

- ✓ **Riesgo de Liquidez.** El riesgo de liquidez es el riesgo de pérdidas debidas a la necesidad de liquidar posiciones para la satisfacción de las necesidades de financiamiento y se representa en dos formas: *liquidez mercado/producto* y *flujo de efectivo/financiamiento*. El primer tipo de riesgo se presenta cuando una transacción no puede ser conducida a los precios prevalecientes en el mercado gracias a una baja operatividad del mercado, este riesgo puede administrarse al fijar límites<sup>10</sup> en ciertos mercados o productos y a través de la diversificación. Aunque cabe señalar que el riesgo de liquidez no puede ser incluido formalmente en el VaR, ya que este está incluido dentro del riesgo de mercado al tomar posición en instrumentos financieros y en función de las condiciones del mercado a corto plazo.

El segundo tipo de riesgo se refiere a la incapacidad de conseguir obligaciones de los flujos de efectivo necesarios, lo cual puede forzar a una liquidación anticipada, transformando

---

<sup>10</sup> Podemos considerar límites de divisa, de plazo, incluso de contraparte.

las pérdidas en “papel” en pérdidas realizadas. El riesgo de financiamiento (fondeo) puede ser controlado por la planeación apropiada de los requerimientos de flujo de efectivo, los cuales pueden ser controlados estableciendo límites a los desajustes de flujos de efectivo y utilizando una diversificación.

- b) Riesgos no Discrecionales. Son aquellos resultantes de la operación del negocio, pero que no son producto de la toma de una posición de riesgo.

✓ **Riesgo Operacional.** Es el riesgo de pérdidas resultante de procesos fallidos o la insuficiencia de procesos internos, sistemas o personal, o por eventos externos, es decir, está referido a las pérdidas potenciales resultantes de sistemas inadecuados, fallas administrativas, controles defectuosos, fraude y error humano.

Este riesgo incluye el *riesgo de ejecución*, el cual abarca situaciones donde se falla en la ejecución de las operaciones, algunas pueden ser por retrasos o penalizaciones costosas; en forma más general, los problemas que surgen en las operaciones del área de compensación y liquidación (back office).

El riesgo operativo también contiene *fraudes*, situaciones donde los operadores falsifican intencionalmente información; por otra parte el *riesgo tecnológico*, se refiere a la necesidad de proteger los sistemas del acceso no autorizado y de la interferencia.

Para finalizar tenemos el *riesgo de modelo* el cual hace referencia o es el peligro sutil de que el modelo que se utiliza para valuar las posiciones sea defectuoso o simplemente ineficaz.

✓ **Riesgo Legal.** Este riesgo se presenta cuando al momento de hacer una operación la contraparte no tiene la autoridad legal o regulatoria para realizar una transacción. Esto puede degenerar en conflictos entre los accionistas contra las empresas que sufren grandes pérdidas. Este riesgo también incluye el *riesgo regulatorio*, el cual hace referencia a actividades que podrían quebrantar regulaciones gubernamentales, tales como la manipulación del mercado, la información privilegiada y restricciones de convencionalidad.

- II. NO CUANTIFICABLES. Son aquellos derivados de eventos imprevistos para los cuales no se puede conformar una base estadística que permita medir las pérdidas potenciales.

Sin embargo estas categorías interactúan entre sí, de modo que cualquier clasificación sería, en cierta medida, arbitraria. Por ejemplo, cuando el activo se negocia, podemos ver que el riesgo de mercado también se refleja en el riesgo de crédito. Algunos de los movimientos en los precios pueden ser debido a los movimientos en la tasa de interés libre de riesgo, lo cual es puro riesgo de crédito. El resto refleja el cambio en la percepción del mercado sobre la probabilidad de incumplimiento.

## 2.2 Marco Legal.

### ▪ NORMAS INTERNACIONALES.

En búsqueda de la estabilidad financiera, los bancos centrales del Grupo de los Diez (G-10) llegaron a un acuerdo financiero sin precedentes, el acuerdo de Basilea, concluido el 15 de julio de 1988. Los bancos anunciaron que el acuerdo llevaría a una “convergencia internacional de las regulaciones de supervisión, que rigen los requerimientos de capital de garantía de los bancos internacionales”, denominado Basilea I.

Este acuerdo tenía tres objetivos principales:

- I. Diseñar reglas de capitalización simples para poder distinguir los diferentes tipos de Riesgo de Crédito.
- II. Reducir el riesgo sistémico<sup>11</sup> a través de la aplicación consistente de las reglas de capitalización, en los países miembros, para evitar desigualdades competitivas entre los bancos internacionales.
- III. Reforzar la coherencia y estabilidad del Sistema Bancario Internacional.

Dichas reglas requerían que los administradores de riesgo mantengan un capital igual o mayor a un porcentaje de los activos ponderados por riesgo de portafolio,

---

<sup>11</sup> Riesgo común para el mercado entero, es decir, un fallo en la entidad o grupo de entidades puede causar un fallo que puede hundir el sistema o mercado en su totalidad.

esta ponderación se basaba en la calidad crediticia del acreditado aplicable a todas las transacciones.

El acuerdo consideraba cuatro grandes categorías de Riesgo de Crédito:

1. Los préstamos hipotecarios requieren un 4% de Capital.
2. Los corporativos, otros bancos y otro tipo de exposiciones, requieren 8% de Capital.
3. Exposiciones con gobiernos de la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE) no requieren Capital.
4. Bancos de países de la OCDE y gobiernos de países que no son de la OCDE requieren 1.6% de Capital.

Hemos de ver que el acuerdo original solo cubría requerimientos de Capital por Riesgo de Crédito, dejando a un lado los riesgos de Mercado, Liquidez y Operacional.

Para 1996 el Comité de Basilea presentó un anexo sustancial (conocido como BIS 98), para incluir requerimientos de Capital por Riesgo de Mercado, además permitiría a los bancos la opción de utilizar sus propios modelos de medición de riesgos para determinar sus requerimientos de capital; en esta opción los Bancos deberían contar con áreas de administración de riesgos muy sólidas, con lo que esta propuesta proporciono un ímpetu mayor para crear sistemas sanos en dicha administración.

Entonces, Basilea I se volvió obsoleta gracias a la evolución y complejidad del mundo financiero y por supuesto a la globalización económica, por lo que los bancos internacionales expusieron varias críticas, las principales fueron; que las reglas de capitalización eran arbitrarias porque no tomaban en cuenta la probabilidad de insolvencia del acreditado, no considera efectos de diversificación del riesgo, coberturas, o nuevas técnicas de gestión del Riesgo de Portafolio de Crédito (excepto por el anexo BIS 98) y de igual forma, no contemplaba otros tipos de riesgo (excepto BIS 98).

Teniendo en cuenta la necesidad de nuevas políticas financieras y ante las críticas de los Bancos, en 2004, el Comité de Supervisión Bancaria de Basilea emitió un nuevo acuerdo, con una implementación gradual, conocido como Basilea II; el cual se basa en tres puntos:

- i. *Requerimientos de Capital:* Con opciones de elegir en los casos de riesgo de crédito y operacional.
- ii. *Proceso de Supervisión:* Establecimiento de marcos de referencia estándar y mejores prácticas.

- iii. *Disciplina de Mercado*: Requerimientos de revelación dependiendo del país y tamaño de la Institución.

A continuación se mencionaran los alcances de los tres puntos anteriores del nuevo Acuerdo<sup>12</sup>:

Alcance Nuevo Acuerdo (Basilea II)

PUNTO	ALCANCE
1. Requerimientos de Capital	<p><i>Riesgo de Mercado</i>. Sin cambios desde el anexo BIS 98.</p> <p><i>Riesgo de Crédito</i>. Enfoque Estándar, enfoque de Modelos Internos (IRB), Contexto de Bursatilización.</p> <p><i>Riesgo Operacional</i>. Tres enfoques para su medición: Básico, Estándar y Avanzado.</p>
2. Proceso de Supervisión	<p><i>Administración de Riesgos</i>. Mayor y mejor supervisión.</p> <p><i>Capital Regulatorio</i>. Mecanismos acordes internos.</p>
3. Disciplina de Mercado	Recomendaciones y requerimientos de información. Revelación de la Información.

Fuente: Elaboración propia, basado en "Nuevo acuerdo de capital de Basilea"

En lo que se refiere al punto 1:

Hay una incorporación del Riesgo Operacional a los Requerimientos de Capital, además, se permite que los bancos determinen el Requerimiento de Capital en base a sus propios modelos internos.

Para el punto 2, presentó cambios en la regulación y supervisión, asentados en cuatro principios:

*Principio 1.* Los bancos deberán contar con mecanismos internos que permitan establecer objetivos de capitalización acordes con el nivel de exposición al riesgo.

*Principio 2.* Los supervisores pedirán a los bancos que operen bajo índices de capitalización mínimos y deberán tener facultades para solicitar que se aumente la capitalización por encima del mínimo.

*Principio 3.* Los supervisores deberán de intervenir con prontitud y exigir la inmediata adopción de medidas correctivas, en el caso que el capital descienda por debajo de los niveles mínimos requeridos.

*Principio 4.* Los supervisores deberán realizar una supervisión eficiente que examine las estrategias y controles internos de los bancos y debe de ser

<sup>12</sup> "Nuevo acuerdo de Capital de Basilea", Banco de México, 2010

capaz de intervenir cuando no queden satisfechos con el resultado de este proceso.

Para finalizar el punto 3, tuvo cambios en el manejo de la información:

Se considera que la revelación de información es importante, ya que da una serie de recomendaciones y requerimientos de información que permitan a los participantes en el mercado; la valuación de riesgos, suficiencia de capital y procesos de administración en las instituciones de crédito.

La revelación de información deberá cubrir aspectos cualitativos y cuantitativos de Riesgo de Mercado, Liquidez, Crédito y Operacional.

Esta revelación también contribuye a una mayor transparencia para los depositantes, inversionistas y clientes.

Posteriormente durante 2008 comenzó un periodo de crisis financiera internacional, muchas instituciones financieras alrededor del mundo experimentaron problemas de liquidez, lo que evidenció la necesidad de fortalecer la regulación, supervisión, y gestión de riesgos del sector financiero; a pesar de que contaban con niveles de capital adecuados, esta crisis mostró la importancia del manejo adecuado de la liquidez, por lo que en septiembre de 2009 el Comité de Basilea acordó el marco de Basilea III, las medidas planteadas en dicho marco están encaminadas a:

- Exigir más capital y de mayor calidad. La profunda reforma que plantea Basilea III exige a las entidades bancarias más capital, directamente, a través de requerimientos mayores con respecto a algunos riesgos y exposiciones e, indirectamente, a través de un ratio de endeudamiento y colchones de capital para usar en situaciones de crisis. La base de capital constituye los cimientos de cualquier banco, los activos que le permitan absorber pérdidas en el futuro.
- Establecer requerimientos mínimos de liquidez (corto y largo plazo). Estos nuevos requerimientos obligan a una transformación de los activos y pasivos bancarios para conseguir un mejor encaje de los plazos de vencimiento de unos y otros.
- Fijar un ratio máximo de endeudamiento. La reducción del endeudamiento de las entidades es un factor de estabilidad financiera y económica.
- Mayor intensidad regulatoria. Basilea III busca el desarrollo de una banca más pequeña, más solvente y más líquida. Todo esto favorecerá la estabilidad macroeconómica, con menos crecimiento

durante los auge, pero menor recesión durante las fases descendentes del ciclo. Una alternativa para la prevención de crisis financieras es el desarrollo de una política regulatoria, que tenga como objetivo garantizar la solvencia del sistema financiero y así preservar la estabilidad del suministro de servicios financieros a empresas y familias.<sup>13</sup>

Como ya se mencionó el objetivo más importante es la introducción de dos ratios de liquidez:

- ◆ El LCR (Ratio de Cobertura de Liquidez) obliga a los bancos a mantener Activos de Alta Calidad<sup>14</sup> que sean suficientes para cubrir el total de Salidas Netas de Efectivo para un periodo de 30 días calendario, que tiene como objetivo permitir a los bancos soportar graves crisis de liquidez por período de un mes y deberá utilizarse de forma continua para vigilar y controlar el riesgo de liquidez. De acuerdo con Basilea, sus parámetros principales son:
  - ✓ El efectivo y la deuda soberana son ponderados al 100%.
  - ✓ Otros títulos se ponderan al 85% (15% de descuento sobre el valor de mercado).
  - ✓ Los créditos a clientes que se espera renovar, son ponderados en un 50% y los préstamos interbancarios que no se renuevan, son ponderados al 0%.
  - ✓ Los depósitos minoristas sufrirán una tasa de fugas que oscilará entre el 5% y 10%, dependiendo de la estabilidad estimada del depósito en cuestión.
  - ✓ Los depósitos a grandes empresas sufrirán una tasa de fugas de entre el 25% y el 75%, dependiendo de la estabilidad del depósito estimado en cuestión.
  - ✓ La refinanciación de mercado se renueva en un 0%.
  - ✓  $LCR = \frac{\text{Activos Alta Calidad}}{\text{Salidas Netas de Efectivo}}$

<sup>13</sup> Banco de México, Nuevos acuerdos de Basilea (Basilea III) [en línea], disponible en: <http://www.banxico.org.mx/sistema-financiero/material-educativo/basico/fichas/actividad-financiera/%7BF7AF1DAF-B3DE-4F00-DBCF-DCEE0E80C9E8%7D.pdf>

<sup>14</sup> Activos de Alta Calidad: son aquellos que permanecen estables incluso en periodos de estrés severo, y debe ser fácil y de inmediato convertirlos en efectivo con poca o ninguna pérdida de valor.

- ◆ El NSFR (Ratio de Fondeo Estable Neta) mide el volumen de fuentes de obtención de fondos estable y a largo plazo, y es la relación de un año del total de salidas netas de efectivo, que tiene como objetivo permitir a los bancos resistir un año a una crisis específica de la institución. Su filosofía es la siguiente: el importe de los requisitos de recursos estables (financiación necesaria estable) debe ser menor que la cantidad de recursos disponibles (financiación estable disponible).<sup>15</sup>

Para el cálculo del NSFR se necesita el Fondeo Estable Disponible que es la cantidad de financiación que puede considerarse estable con un horizonte de un año: se calcula aplicando determinados porcentajes a las diversas fuentes, tales como el capital (100%), o los depósitos a menos de un año (85% o 70%, según su estabilidad esperada). Por otro lado también se necesita el Fondeo Estable Requerido en el cual se hace un cálculo similar con todos los activos, dentro y fuera de balance, aunque en este caso los factores de conversión son más bien los objetivos de financiación estable que desearía el regulador para cada clase de activos a fin de afrontar escenarios de tensión. El NSFR debería situarse en todo momento por encima del 100%.

$$\text{NSFR} = \frac{\text{Fondeo Estable Disponible}}{\text{Fondeo Estable Requerido}}$$

La introducción del LCR impone a las instituciones financieras subir el volumen de las actividades de pronta liquidación. Y el NSFR impacta de gran manera sobre las instituciones que no recolectan fondos entre los depositantes.

#### ▪ **NORMAS NACIONALES.**

La cultura de la Administración de Riesgos en México es reciente. Las principales autoridades financieras nacionales dispusieron la conveniencia de compilar y actualizar la normatividad relativa a la regulación en materia integral de riesgos aplicable a Instituciones de Crédito. Por disposición en la Ley de Instituciones de Crédito se menciona que dichas Instituciones, para la Administración Integral de Riesgos deberán:

---

<sup>15</sup> Basilea III: Marco regulador global para los bancos más sólidos y sistemas bancarios - versión revisada junio de 2011

- I. “Definir sus objetivos sobre la exposición al riesgo y desarrollar políticas y procedimientos para la administración de los distintos tipos de riesgo a los que se encuentra expuesta, sean o no cuantificables.
- II. Delimitar claramente las diferentes funciones, actividades y responsabilidades en materia de Administración Integral de Riesgos entre sus distintos órganos sociales, unidades administrativas y personal de operación y de apoyo, en los términos del presente capítulo.
- III. Identificar, medir, vigilar, limitar, controlar, informar y revelar los riesgos cuantificables a los que están expuestas, considerando, en lo contundente, los riesgo no cuantificables.
- IV. Agrupar, considerando sus subsidiarias financieras, los distintos tipos de riesgo a que se encuentran expuestas, por unidad de negocio o por factor de riesgo, causa u origen de éstos. Adicionalmente, los agrupan de forma global, incorporando para ello los riesgos de todas las unidades de negocio o los factores de riesgo, causa u origen de los mismos”<sup>16</sup>.

De la misma forma, se establece que la administración es por tipo de riesgo y establece que:

“Las Instituciones deberán llevar a cabo la administración por tipo de riesgo, de acuerdo con la clasificación establecida en el Artículo 66 de las presentes disposiciones...”<sup>17</sup>

En cuanto a los órganos y unidades administrativas responsables para la Administración Integral de Riesgos las disposiciones mencionan:

“El director general de la Institución, será responsable de vigilar que se mantenga la independencia necesaria entre la unidad para la Administración Integral de Riesgos y las Unidades de Negocio.”<sup>18</sup>

“El Comité de Riesgos para llevar a cabo la Administración Integral de Riesgos contará con una unidad especializada cuyo objetivo será identificar, medir, vigilar e informar los riesgos cuantificables que enfrenta la Institución en sus operaciones, ya sea que estos se registren dentro o fuera del balance, incluyendo, en su caso, los riesgos de sus Subsidiarias Financieras.

<sup>16</sup> SHCP, Disposiciones Art. 67, 2005.

<sup>17</sup> SHCP, Disposiciones Art. 79, 2005.

<sup>18</sup> SHCP, Disposiciones Art. 69, 2005.

La unidad para la Administración Integral de Riesgos será independiente de las unidades de Negocio, a fin de evitar conflictos de interés y asegurar una adecuada separación de responsabilidades.”<sup>19</sup>

Las instituciones deberán revelar su información al público inversionista, a través de notas a sus estados financieros y de manera trimestral a través de su página en la red electrónica mundial denominada internet. Como mínimo deberán contemplar lo siguiente:

- I. “Información cualitativa:
  - A. Descripción de los aspectos cualitativos relacionados con el proceso de Administración Integral de Riesgos.
  - B. Los principales elementos de las metodologías empleadas en la administración de los riesgos de mercado, liquidez, crédito o crediticio y operativo, incluyendo:
    1. Breve descripción de las metodologías para identificar y cuantificar los riesgos de crédito, liquidez y mercado.
    2. Breve descripción de las metodologías empleadas para la administración y control de riesgo operativo, incluyendo el tecnológico y el legal.
  - C. Carteras y portafolios a los que se está aplicando.
  - D. Breve explicación de la forma en que se deben interpretar los resultados de las cifras de riesgo que se den a conocer, incorporando, entre otros, la descripción del nivel de confianza y horizonte de tiempo utilizados en cada metodología, así como una descripción del tratamiento de riesgo de mercado aplicado a los títulos disponibles para la venta.
- II. Información cuantitativa:

Revelación de los riesgos de mercado, liquidez, crédito y operativo, incluyendo tecnológico y legal, a que esté expuesta la Institución a la fecha de emisión de los estados financieros. En este sentido deberán revelar, cuando menos lo siguiente:

  - A. Valor en Riesgo
  - B. Evaluación de variaciones en los ingresos financieros y en el valor económico.

---

<sup>19</sup> SHCP, Disposiciones Art. 76, 2005.

- C. Estadística descriptiva del riesgo de crédito o crediticio, incluyendo, entre otros, los niveles de riesgo y las pérdidas esperadas.
- D. Valores promedio de la exposición por tipo de riesgo correspondiente al periodo de revelación.
- E. Informe de las consecuencias y pérdidas que sobre el negocio generaría la materialización de los riesgos operativos identificados.<sup>20</sup>

Con el rápido desarrollo de las finanzas y la tecnología, existe la necesidad de incorporar de forma constante más y mejores esquemas de administración.

Para ello y como vimos en el punto anterior, Basilea III busca mejorar la capacidad de la banca para absorber pérdidas procedentes de tensiones financieras, ya que la crisis puso de manifiesto que la liquidez puede evaporarse rápidamente y prolongarse por largos periodos.

### 2.3 Proceso de la Administración de Riesgos.

El objetivo de esta administración se puede expresar en dos sentidos:

- Asegurar que un inversionista o institución no sufra pérdidas económicas inaceptables.
- Mejorar el desempeño financiero de dicho agente económico, tomando en cuenta el rendimiento ajustado por el riesgo.

El proceso de la Administración de Riesgos en primer lugar considera; la *identificación* de riesgos, en segundo, su *cuantificación* y control mediante el establecimiento de límites de tolerancia al riesgo y, finalmente, la *modificación* o *nulificación* de dichos riesgos a través de disminuir su exposición a éstos, o de instrumentar una cobertura.<sup>21</sup>

---

<sup>20</sup> SHCP, Disposiciones Art. 88, 2005.

<sup>21</sup> Proceso conforme a: De Lara Haro, Alfonso, 3° edición.

Cuadro I: Administración de Riesgos.



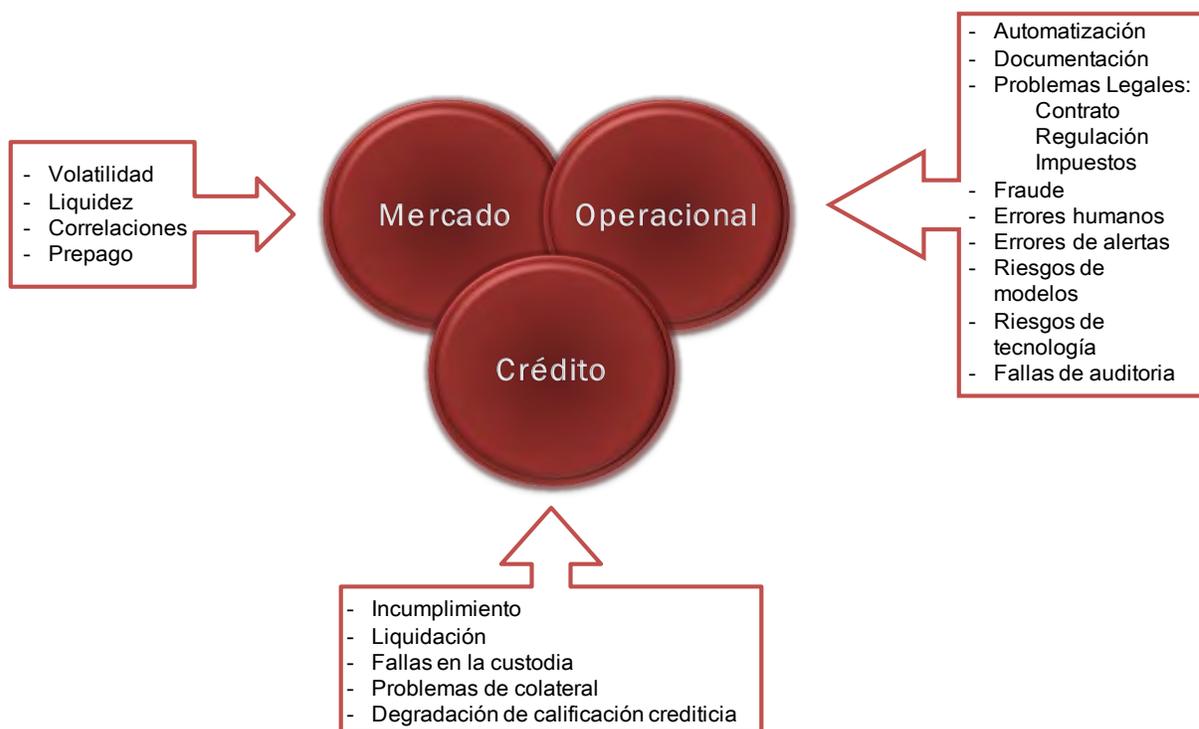
Fuente: Elaboración propia, basado en: Kopprasch, Robert.

Para el logro de una efectiva *identificación* de riesgos es necesario considerar las diferentes naturalezas de riesgos que se presentan en una transición.

En particular, los riesgos de mercado se asocian a la volatilidad, estructura de correlaciones y liquidez, pero éstos no pueden estar separados de otros, como riesgos operativos (riesgos de modelo, fallas humanas o sistemas) o riesgos de crédito (incumplimiento de contrapartes, riesgos en la custodia de valores, en la liquidación, en el degradamiento de la calificación crediticia de algún instrumento o problemas en el colateral o garantías).

En el siguiente diagrama se establece la interconexión de los diferentes tipos de riesgo en el proceso de identificación de los mismos.

Cuadro II: Tipos de Riesgo.



Fuente: Elaboración propia, basado en: De Lara Haro, Alfonso. 3 Edición

El siguiente paso en el proceso de la administración de riesgos se refiere a la *cuantificación*. Este aspecto ha sido suficientemente explorado en materia de riesgos de mercado. Existe una serie de conceptos que cuantifican el riesgo de mercado, entre ellos: valor en riesgo, duración, convexidad, peor escenario, análisis de sensibilidad, beta, delta, etc.

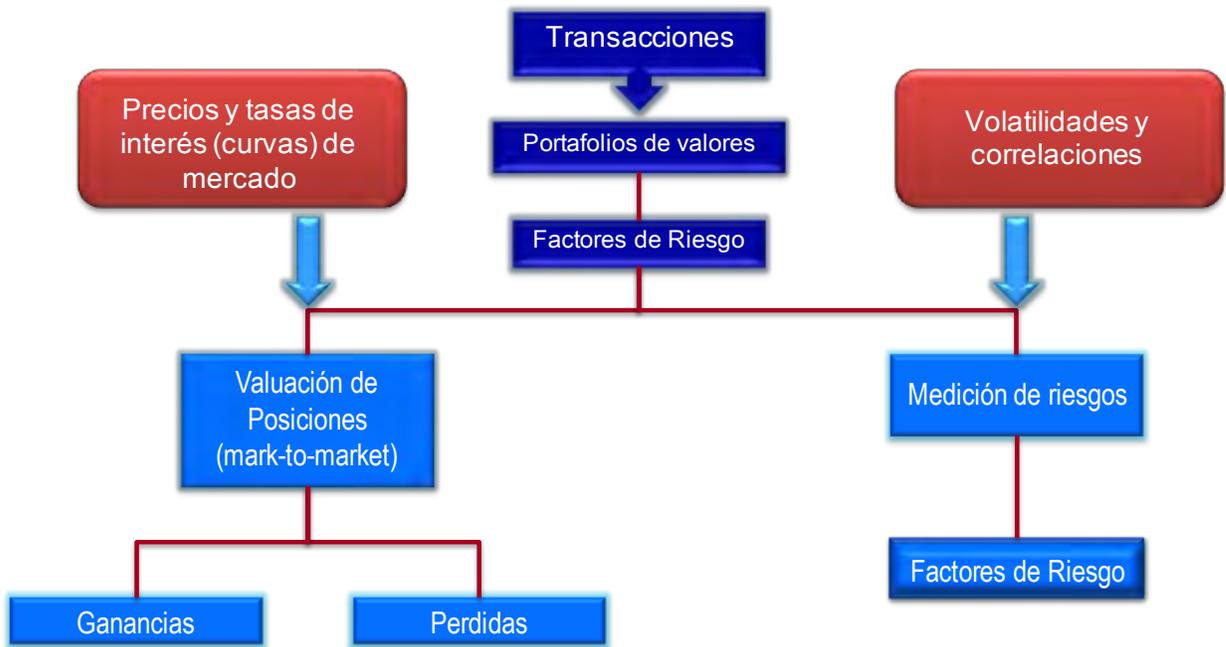
En este trabajo se pone especial atención en el concepto de Valor en Riesgo (VaR), popularizado por JP Morgan (trascendental compañía financiera a nivel mundial) el valor en riesgo es una estimación de la máxima pérdida esperada que puede sufrir un portafolio durante un periodo de tiempo específico y con nivel de confianza o probabilidad definido.

En el caso de riesgo de crédito, la *cuantificación* se realiza a partir del cálculo de la probabilidad de impago o incumplimiento. JP Morgan ha publicado un documento técnico denominado *CreditMetrics*<sup>22</sup> en el que pretende establecer un paradigma similar al del valor en riesgo pero instrumentado a riesgos de crédito, es decir, un estimado de pérdidas esperadas por riesgo crediticio. La utilidad de este concepto radica que en las instituciones financieras pueden crear reservas preventivas de pérdidas derivadas de incumplimientos de contrapartes o de problemas con el colateral.

<sup>22</sup> J.P. Morgan & Co. Incorporated.

El siguiente gráfico nos muestra la función de *cuantificación* del riesgo de mercado: por una parte se puede contar con los precios y tasas de interés de mercado para la valuación de los instrumentos y, por otra, cuantificar las volatilidades y correlaciones que permitan obtener el valor en riesgo por instrumento, por grupo de instrumentos y la exposición del riesgo global.

Cuadro III: Cuantificación del Riesgo de Mercado.



Fuente: Elaboración propia, basado en: De Lara Haro, Alfonso. 3 Edición

Por otro lado, se muestra otro gráfico que describe la función primordial de la Administración de Riesgos: por una parte, la definición de políticas de administración de riesgos: la medición de riesgos (VaR) y el desarrollo de modelos y estructuras de límites y, por otra, la generación de reportes a la alta dirección que permitan observar el cumplimiento de límites, las pérdidas y ganancias realizadas y no realizadas. Asimismo, es función de la administración y control de riesgos la conciliación de posiciones entre las mesas de operación y las áreas contables. A esta última función se le conoce como el *Middle Office*.

Cuadro IV: Administración y Control de Riesgos.



Fuente: Elaboración propia, basado en: De Lara Haro, Alfonso. 3 Edición

Las instituciones financieras son tomadoras de riesgo por naturaleza. En este contexto, aquellas que tienen una cultura de riesgo crean una ventaja competitiva frente a las demás. Asumen riesgos más conscientemente, se anticipan a los cambios adversos, se protegen o cubren sus posiciones de eventos inesperados y logran experiencia en el manejo de riesgos.

### 2.4 Recomendaciones del G-30.

El Grupo de los 30 (G-30), establecido en 1978, es un *think tank* (laboratorio de ideas), que reagrupa a universitarios y personalidades importantes en busca de profundizar la comprensión de los problemas económicos y financieros, para explorar las repercusiones internacionales de las decisiones adoptadas en los sectores público y privado, y examinar las opciones disponibles para los profesionales del mercado y los responsables políticos con la finalidad de desarrollar y recomendar las mejores prácticas y principios de conducta en los mercados.

Los desastres financieros llevaron a que el G-30 publicara algunas recomendaciones en relación con criterios prudenciales para instituciones que tienen productos derivados en posición de riesgo, los cuales se presentan a continuación:

- 1. El papel de Alta Dirección.** Los niveles gerenciales deben definir las políticas y controles asegurándose que se encuentran por escrito en un documento que sirva de base a clientes, reguladores y auditores. Las políticas conviene incluir los límites que deben respetar las áreas de negocios.
- 2. Valuación a mercado de las posiciones de riesgo (marca a mercado).** Esta valuación es conocida como *Mark-to-Market*, el cual consiste en medir el valor justo o de mercado de un portafolio. La pérdida o ganancia no realizada de la posición de riesgo, es calculada mediante la diferencia entre el valor de adquisición de la posición y el valor de dicha posición en el mercado. Esta valuación de preferencia debe hacerse diariamente para evitar alguna sorpresa. Marca a mercado es independiente de la metodología contable que se utilice para cuantificar pérdidas y ganancias.
- 3. Cuantificación de riesgos.** La medición de riesgos de mercado se logra mediante lo que se conoce como Valor en Riesgo (VaR), este concepto fue propuesto por JP Morgan<sup>23</sup>, el cual se convirtió en un estándar internacional. En general el VaR resume en un solo número la pérdida potencial máxima que se puede sufrir en una posición de riesgo dado un nivel de confianza (por lo regular 95 o 99 por ciento) y en un periodo de tiempo determinado.
- 4. Simulaciones extremas o de estrés.** Consisten en valorar las posiciones en condiciones extremas y adversas al mercado. El valor en riesgo solamente es útil en condiciones normales de mercado. Existen muchas maneras de realizar estas pruebas, por ejemplo con escenarios de crisis reales o con escenarios supuestos.
- 5. Independencia en la medición de riesgos.** Las áreas de negocio deben, ser independientes, con el objetivo de evitar conflictos de interés que pueden surgir cuando éstas emiten sus propios reportes, miden sus propios riesgos y se monitorean a si mismos.

---

<sup>23</sup> J.P. Morgan & Co. Incorporated.

- 6. Medición de riesgos de crédito.** Debe realizarse mediante el cálculo de probabilidades de incumplimiento de la contraparte. En instrumentos derivados deben medirse el riesgo actual y el riesgo potencial del crédito. El riesgo actual es el valor de mercado de las posiciones vigentes y el riesgo potencial mide la probable pérdida futura que pueda registrar un portafolio en caso de que la contraparte de la operación incumpla.
- 7. Experiencia y conocimiento de estadística y sistemas.** La mayor parte de las técnicas para calcular el valor en riesgo tiene un fuerte soporte estadístico y la información debe ser entendible y accesible para medir el riesgo de manera oportuna. Por consiguiente, los administradores de riesgos, que realicen los cálculos y mediciones deben tener la preparación adecuada para realizarlos y hacer un correcto análisis.

## CAPÍTULO III

### TEORÍA DE VALORES EXTREMOS

La Teoría de Valores Extremos (TVE), al campo de las Finanzas, parece ofrecer un punto de vista novedoso y, a priori, bien fundamentado desde un punto de vista estadístico, con el cual se realiza la estimación de medidas del riesgo. Esto debe ser así ya que la TVE se centra en el estudio de los extremos de una distribución de los sucesos de baja probabilidad.

Los orígenes de esta disciplina podemos encontrarlos en el siglo XVIII, su desarrollo se ha producido básicamente en los últimos 100 años. En 1958 cuando E. J. Gumbel publicó *Estadísticos de extremos*, el primer libro dedicado íntegramente a la TVE. En dicha publicación se define el objetivo de esta teoría como “[...] analizar los extremos observados y predecir más allá de éstos”. Este objetivo, aunque es ambicioso, también es alcanzable, en la medida en que reseña Gumbel: *“Los extremos no son constantes sino que son nuevas variables estadísticas que dependen de la distribución inicial y del tamaño de la muestra. No obstante, se pueden alcanzar resultados ciertos que no dependen de la distribución inicial”*.

Para este estudio nos centraremos en los desarrollos de distribuciones asintóticas del máximo de un conjunto de variables aleatorias, por tanto, ésta será la base para lograr plantear una versión estimada de la función de distribución de las variables originales, válida únicamente en los extremos, a partir de la cual se estimarán los cuantiles extremos deseados. Primero haremos un análisis Fortalezas, Oportunidades, Debilidades y Amenazas (FODA)<sup>24</sup> con el objetivo de identificar fortalezas, oportunidades, debilidades y amenazas que puede tener el VaR.

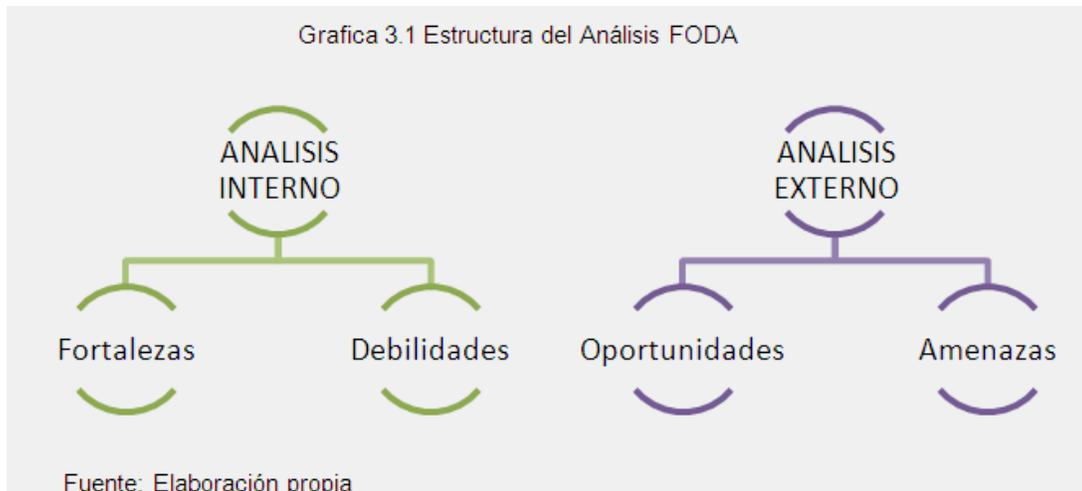
### 3.1 Análisis de Fortalezas, Oportunidades, Debilidades y Amenazas (FODA).

El análisis FODA es una herramienta estratégica que permite que se pueda trabajar con toda la información que posee un negocio o tema a analizar. Este análisis permite una rápida apreciación de la situación del ambiente interno y externo.

---

<sup>24</sup> Herramienta estratégica que permite trabajar con toda la información que se tiene sobre un negocio o tema de análisis.

Dicha información nos permite realizar distintos tipos de estrategias para cubrir puntos débiles y para que sean aprovechadas al máximo todas las ventajas que se tengan. Este análisis tiene múltiples aplicaciones, la mayor aplicación es a nivel corporación y sus diferentes unidades de análisis tales como producto, mercado, producto-mercado, líneas de productos, corporación, empresa, división, unidad estratégica de negocios, división, etcétera. El análisis FODA consta de dos partes: una externa y otra interna



### ***Análisis del ambiente interno:***

El análisis FODA permite estudiar desde adentro y distinguir las fortalezas y debilidades que presenta la entidad en relación a la competencia. Las fortalezas y debilidades son las características del estudio en su ambiente interno.

- *Fortalezas:* Son aquellos aspectos que otorgan ventajas porque le ofrecen mayores beneficios con respecto a los demás.
- *Debilidades:* Son las características que presentan una desventaja en relación a los demás.

### ***Análisis de ambiente externo:***

El contexto debe ser analizado continuamente para visualizar con anticipación las oportunidades y amenazas que pueden presentarse en el futuro. Es recomendable que sean identificadas a tiempo, para poder responder en forma eficiente.

- *Oportunidades*: futuras acciones de los actores que forman parte del entorno, que podrían brindar un beneficio para la organización al ser detectadas a tiempo y aprovecharlas oportunamente.
- *Amenazas*: son las acciones de los actores en el entorno cuyo efecto podría ser perjudicial para un normal desempeño.

Para fines de nuestro estudio, se empleará el análisis FODA como una herramienta para analizar el Valor en Riesgo (VaR) como metodología, específicamente los conceptos internos y externos así como los convenientes e inconvenientes al VaR, con la finalidad de obtener estrategias que nos permitan un mejor manejo y aprovechamiento de esta medida y conocer más de la importancia del VaR.

### FORTALEZAS

- ❖ Obtener en un sólo número la exposición de toda una cartera de inversión, que puede contener activos con características diferentes.
- ❖ No hay necesidad de una gran inversión tecnológica para la estimación del VaR.
- ❖ La mayor parte de las metodologías para el cálculo del VaR no requieren de una alta complejidad matemática, lo cual nos facilita la medición.

### DEBILIDADES

- ❖ Puede presentar importantes desventajas ya que depende de los supuestos que se realicen para el cálculo, y se debe estar consciente de ello.
- ❖ En algunas ocasiones y por conveniencia se hace un supuesto de normalidad de la distribución de las pérdidas y ganancias, ya que hay una fórmula cerrada. Por lo que este supuesto generalmente subestima el VaR. Hay que tomar en cuenta que mientras más “pesadas” sean las colas de la distribución, mayor será el error de la estimación.
- ❖ Para la mayoría de los métodos el VaR no es una medida de riesgo para las condiciones extremas, por lo que existe mucha incertidumbre sobre que pérdida esperar por encima del nivel de confianza, es decir, cuando la pérdida esperada es mayor al VaR, es difícil saber cuanto más es mayor.

## AMENAZAS

- ❖ Alta concentración de inversión especulativa, lo cual puede generar movimientos repentinos y sin mostrar una alteración de los factores de riesgo y que salen del comportamiento natural de la economía, lo cual puede provocar subestimaciones en la exposición de la cartera de inversión.
- ❖ Alta volatilidad en los mercados financieros, que afecta muy seriamente en el comportamiento de los factores de riesgo para las carteras de inversión.
- ❖ Otra amenaza que se presentan es por las recesiones que se presentan en la economía internacional, esto se debe a que el fenómeno de globalización hace que la crisis de un país repercuta a nivel mundial, por las relaciones comerciales, al igual que las inversiones internacionales, entre otras cosas, que conforman el paradigma de la economía actual. Todo esto genera cambios inesperados y drásticos en los factores de riesgo que afectan las inversiones.

## OPORTUNIDADES

- ❖ Permite tomar mejores decisiones a los inversionistas, administradores de riesgos y por tanto, a las Instituciones, ya que en un número se conoce toda la exposición de la cartera de inversión.
- ❖ Conocer la posición que tienen los inversionistas, es decir, utilizar o no el capital oseo en actividades productivas mas redituables.
- ❖ Permitir la medición de la exposición de la cartera de inversión ante escenarios de estrés, lo cual, sirve de herramienta ante los constantes cambios y crisis de la economía internacional, esto más el conocimiento de la exposición que se puede presentar, puede llevar a un mejor manejo de capital en las Instituciones.

## ESTRATEGIAS

A continuación presentaremos una serie de estrategias para dar solución al análisis FODA que se ha realizado para el caso del VaR. Primeramente tendremos que crear unas alertas tempranas y crear una investigación sobre el comportamiento de los mercados financieros y las variables macroeconómicas.

También es importante desarrollar metodologías con fundamentos matemáticos más sólidos y que modelen de una mejor manera las condiciones extremas.

Otras estrategias que podemos emplear es tener una buena diversificación de la cartera de inversión y la creación de escenarios de estrés más adecuados así como un análisis de sensibilidad de la cartera de inversión.

### 3.2 Distribución asintótica del máximo de un conjunto de variables aleatorias.

Tomamos un conjunto  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , de variables aleatorias no degeneradas, independientes e idénticamente distribuidas (i.i.d.) con función de distribución desconocida  $F$  y  $M_n = \max(X_1, X_2, \dots, X_n)$  el máximo del proceso sobre  $n$  observaciones en una unidad de tiempo y estamos interesados en estudiar la distribución del máximo.

En la práctica no se conoce el comportamiento estadístico de  $X_i$ , por lo que tampoco es posible conoce el comportamiento estadístico de  $M_n$ . Sin embargo, se puede considerar una aproximación conocida como el *paradigma de valor extremo*, la cual bajo ciertos supuestos, aproxima el comportamiento de  $M_n$  para valores grandes de  $n$  ( $n \rightarrow \infty$ ), estableciendo que pertenece a una familia de distribución dada.

Las  $X_i$  representan valores que miden procesos en una escala regular de tiempo, es por esto que  $M_n$  es el máximo del proceso sobre  $n$  observaciones en una unidad de tiempo ( $M_n = \max(X_i, 1 \leq i \leq n)$ ). La distribución de  $M_n$  puede ser derivada para los todos los valores de  $n$  de la siguiente manera:

$$P[M_n \leq x] = P[X_1 \leq x, X_2 \leq x, \dots, X_n \leq x] = P[X_1 \leq x] * P[X_2 \leq x] * \dots * P[X_n \leq x] =$$

$$\prod_{i=1}^n P(X_i \leq x) = F^n(x)$$

Donde en la práctica  $F$  se toma como una distribución desconocida, se buscan familias que aproximen y modelen a  $F^n$ , lo cual puede ser estimado con base en la TVE, y es similar a aproximar la distribución de la media muestral a la distribución normal, tal como justifica el Teorema Central del Límite.

Ante esto, se puede realizar un planteamiento alternativo, inspirado en el Teorema Central del Límite, el cual consiste en estudiar la distribución asintótica del máximo de un conjunto de variables aleatorias con el objetivo de que nos sirva de aproximación para analizar la distribución del máximo de un número lo

suficientemente alto de variables aleatorias. Para ello es necesario conocer la función de distribución del máximo estable por lo que la definiremos como:

**Función de Distribución Máx.-Estable.** Sea una variable aleatoria  $X$  se dice que es máx.-estable, si existen constantes normalizadoras  $a_n > 0$  y  $b_n$  tales que:

$$\frac{M_n - b_n}{a_n} \xrightarrow{d} X$$

Para algunos casos las constantes normalizadoras son:

$$\text{Gumbel: } a_n = 1; b_n = \ln(n)$$

$$\text{Fréchet: } a_n = n^{1/\alpha}; b_n = 0$$

$$\text{Weibull: } a_n = n^{-1/\alpha}; b_n = 0$$

En otras palabras, estamos interesados en estudiar bajo qué condiciones existen las constantes  $a_n > 0$  y  $b_n \in \mathbb{R}$  tal que se verifica que  $(X_{1:n} - b_n)/a_n$  tiende en Ley a alguna variable aleatoria no degenerada, cuáles son las posibles leyes límite y bajo qué condiciones dicha convergencia tiene lugar hacia una distribución límite concreta.

**Función de Distribución Degenerada.** Una variable aleatoria unidimensional  $X$  decimos que es degenerada en un punto  $c \in \mathbb{R}$  ( $X \sim \text{Degenerada}(c)$ ), cuando su función de probabilidad viene dada por la función:

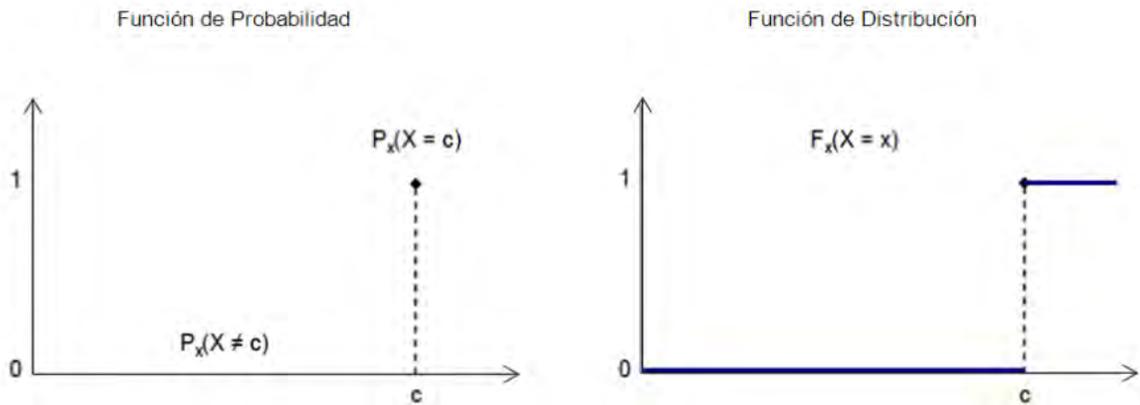
$$P(X = x) = f_X(X) = 0 * I_{\{\mathbb{R} - c\}}(x) + 1 * I_{\{c\}}(x)$$

$$\text{Donde: } I_{\{c\}}(x) = \begin{cases} 1, & x \in c \\ 0, & x \notin c \end{cases}$$

Asimismo la función de distribución será:

$$F_X(x) = 0 * I_{\{-\infty, c\}}(x) + 1 * I_{\{c, +\infty\}}(x)$$

Figura VI: Función Degenerada



Fuente: Elaboración propia, basado en Cebrián, 2008

Para poder identificar el comportamiento de  $F^n$  cuando  $n \rightarrow \infty$ , se parte de que para cualquier  $x < x_+$ , donde  $x_+$  es el punto superior de  $F^n$  ( $x_+$  es el valor más pequeño de  $x$  tal que  $F(x) = 1$ ),  $F^n(x) \rightarrow 0$  cuando  $n \rightarrow \infty$ , es decir,  $F(x) \leq F(x_+)$  para toda  $x$ .

Por consiguiente, la distribución de  $M_n$  degenera a un punto de masa en  $x_+$ , lo cual se evita haciendo una renormalización lineal de la variable  $M_n$ :

$$M_n^* = \frac{M_n - b_n}{a_n} \quad \text{p.a. constantes } \{a_n > 0\} \text{ y } \{b_n\}$$

Estas constantes estabilizan la escala y la ubicación de  $M_n^*$  cuando  $n$  se incrementa, eliminando las dificultades que surgen con la variable  $M_n$ , y se busca una distribución límite para  $M_n^*$  con las constantes  $\{a_n\}$  y  $\{b_n\}$  adecuadas.

Por otra parte el Teorema de Tipos Extremos, uno de los resultados fundamentales de la TVE, establece que si existen las constantes de normalización, únicamente pueden existir tres tipos de leyes que pueden jugar el papel de variables límite, los llamados tipos extremos.

**Teorema.** Teorema de Tipos Extremos

Sea  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , una sucesión de variables aleatorias, independientes e idénticamente distribuidas con función de distribución  $F$  y sea  $X_{1:n} \geq X_{2:n} \geq \dots \geq X_{n:n}$  sus estadísticos de orden. Si existen las constantes de normalización  $c_n > 0$  y  $d_n \in R$  tal que se verifica

$$c_n(X_{1:n} - d_n) \xrightarrow{d} G \tag{1}$$

siendo  $G$  una variable aleatoria límite no degenerada, entonces  $G$  pertenece a alguno de los tres tipos de valores extremos siguientes:

$$\text{Fréchet} \quad G_{1,\alpha}(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \exp(-x^{-\alpha}) & x > 0 \end{cases}$$

Tipo 1

$$\text{Weibull} \quad G_{2,\alpha}(x) = \begin{cases} \exp[-(-x^\alpha)] & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

Tipo 2

$$\text{Gumbel} \quad G_{3,\alpha}(x) = \exp[-\exp(-x)] \quad x \in \mathbb{R}$$

Tipo 3

siendo  $\alpha > 0$  el índice de la cola de la distribución.

Inversamente, cada uno de los tres tipos puede aparecer como distribución límite en (1) y de hecho aparece cuando  $G$  es la distribución de las variables  $X$ .

En definitiva, partiendo del supuesto de que el máximo debidamente normalizado de una sucesión de variables aleatorias tiene una distribución límite no degenerada, y reescalando la muestra de los máximos, este teorema garantiza su atracción hacia alguno de los tres tipos extremos (es decir, pertenece al dominio máximo de atracción del tipo que corresponda), cabe señalar, que este resultado no depende crucialmente de la verificación del supuesto de independencia e igualdad de distribución de las variables de partida sino que es generalizable con leves modificaciones a sucesiones dependientes.

Estas tres distribuciones límite tienen diferentes comportamientos, ya que dependiendo de la forma de las colas correspondientes a la distribución  $F$  de las  $x_i$ , por ello requerimos una técnica para escoger cuál de las tres familias es más apropiada para los datos.

La TVE aplica a cada una de las tres familias antes mencionadas, para luego estimar los parámetros de la distribución. Es importante señalar que existen ciertas debilidades en este modelo; primeramente la necesidad de contar con una técnica para identificar cual familia de distribuciones es la más adecuada para los datos, por consiguiente, una vez tomada esta decisión, saber que la elección fue la correcta.

Una representación alternativa y más eficiente de los tipos extremos, es la reformulación del teorema y es debida a Jenkinson y Von Mises que nos resultará de gran utilidad en la medida que representa los tres tipos en una única familia de

funciones de distribución dependientes de un parámetro  $\varepsilon$  que guarda una estrecha relación con  $\alpha$ .

**DEFINICIÓN** Distribución generalizada de valores extremos, al cual definiremos como  $G_\varepsilon$ , entonces:

$$G_\varepsilon(x) = \begin{cases} \exp[-(1+\varepsilon x)^{-1/\varepsilon}] & \varepsilon \neq 0 \\ \exp[-\exp(-x)] & \varepsilon = 0 \end{cases} \quad (a)$$

con  $\varepsilon \in \mathbb{R}$  y tal que  $1 + \varepsilon x > 0$ .

Tomando en cuenta que  $x = \frac{x-\mu}{\sigma}$  y está definida en el conjunto

$$x: \left\{ 1 + \frac{\varepsilon(x-\mu)}{\sigma} > 0 \right\}$$

donde  $-\infty < \mu < \infty$ ,  $\sigma > 0$  y  $-\infty < \varepsilon < \infty$

Esta familia representa las distribuciones de *Valores Extremos*, con lo que haciendo un análisis rápido podemos ver que, esta función dependiendo de los valores de  $\varepsilon$ , puede dar lugar a los tres tipos extremos antes mencionados. De hecho si  $\varepsilon = \alpha^{-1} > 0$ , obtendremos un tipo Fréchet, cuando  $\varepsilon = \alpha^{-1} < 0$  se obtiene el tipo Weibull y por ultimo cuando tenemos que  $\varepsilon = 0$  es una Gumbel.

A través de la elección de  $\varepsilon$ , los datos por sí solos determinan el tipo más apropiado del comportamiento de la cola, con ello se resuelve el problema acerca de ver cuál es la familia de valores extremos que mejor se adapta. Podemos pensar que la VEG es una familia paramétrica de tres parámetros; forma, ubicación y escala, que se obtiene como la unión de las familias Fréchet, Gumbel y Weibull.

De igual manera, la dificultad de no conocer las constantes de normalización se resuelve al asumir que:

**DEFINICIÓN** Supongamos que existen constantes  $a_n > 0$  y  $b_n \in \mathbb{R}$  para  $n \geq 1$ , tales que:

$$P = \left\{ \frac{M_n - b_n}{a_n} \leq \mathbf{x} \right\} = F^n(a_n \mathbf{x} + b_n) \longrightarrow G(\mathbf{x})$$

Débilmente cuando  $n \longrightarrow \infty$  donde  $G$  es propia ( $G(\mathbb{R}) = 1$ ) y no está concentrada en un punto.

Para un valor suficientemente grande de  $n$ ; esto se debe a que  $G$  es una función no degenerada por lo que  $G$  pertenece a la familia de Valores Extremos Generalizada (VEG), y al ser una distribución máx-estable satisface que:

$$P(M_n \leq a_n x + b_n) = F^n(a_n x + b_n) = G(a_n x + b_n) = G^*(x)$$

Donde  $G^*$  es un miembro de la familia de Valores Extremos Generalizada (VEG). Para una  $n$  grande la distribución  $M_n$  puede ser aproximada a un miembro de la familia VEG.

Dado que los parámetros de la distribución tienen que ser estimados de cualquier manera, en la práctica no es posible que los parámetros de la distribución  $G$  sean diferentes a los de  $G^*$ . Las estimaciones de los cuantiles de la distribución valor extremo generalizada se obtiene a través de invertir la ecuación (a), por lo que se obtiene:

$$\frac{\text{VaR}_p - \mu}{\sigma} = \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon} \{ 1 - [-\ln(p)]^{-\varepsilon} \} & \varepsilon \neq 0 \\ -\ln[-\ln(p)] & \varepsilon = 0 \end{cases}$$

Donde  $G(\text{VaR}_p) = p$ .

Lo cual significa que dado un horizonte de tiempo, existe una probabilidad  $1 - p$  de exceder el valor denominado por  $\text{VaR}_p$ .

### 3.3 Distribución del mínimo.

Como podemos ver la distribución del máximo se utiliza para valores extremos superiores de las distribuciones; no obstante, los valores de interés en el cálculo del VaR son los inferiores, por lo que es inmediato obtener la distribución de los mínimos al hacer la transformación  $Y_i = -X_i$ , con  $i = 1, \dots, n$ . Recordemos que el VaR es la pérdida máxima, por esta razón necesitamos del mínimo.

Este cambio de signo implica que los valores grandes de  $Y_i$ , son negativos para las  $X_i$ , entonces podemos notar que si  $\tilde{M}_n = \min \{X_1, \dots, X_n\}$  y  $M_n = \max \{Y_1, \dots, Y_n\}$ , entonces  $\tilde{M}_n = -M_n$ , y para  $n$  grande se tiene que:

$$P(\tilde{M}_n \leq x) = P(-M_n \leq x) = P(M_n \geq -x) = 1 - P(M_n \leq -x)$$

Por lo anterior, la teoría para la distribución del mínimo la podemos obtener con los mismos resultados de los máximos.

**Teorema.** Teorema del Mínimo.

Si existen constantes  $\{a_n > 0\}$  y  $\{b_n\}$  tales que:

$$P = \left\{ \frac{\tilde{M}_n - b_n}{a_n} \leq x \right\} \longrightarrow \bar{G}(x); \quad n \longrightarrow \infty$$

Donde  $\bar{G}$  es una función de distribución no degenerada, entonces  $\bar{G}$  es un miembro de la familia de distribuciones VEG para los mínimos.

$$\bar{G}(x) = 1 - \exp\left\{-\left[1 - \varepsilon \frac{x - \mu}{\sigma}\right]^{-1/\varepsilon}\right\}$$

Definida en el conjunto  $\{x: 1 + \varepsilon \frac{x - \mu}{\sigma} > 0\}$  y cuyos parámetros satisfacen

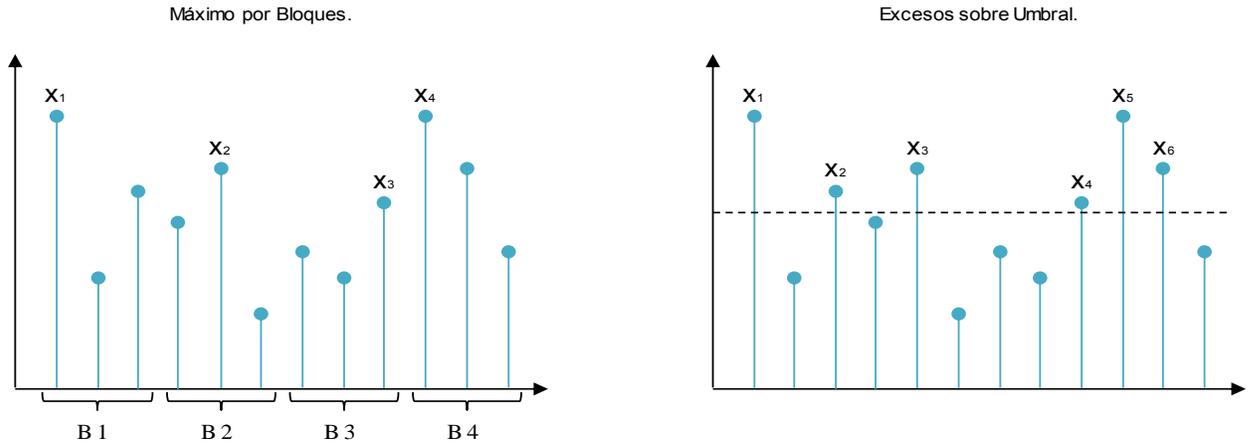
$$-\infty < \mu < \infty, \sigma > 0 \text{ y } -\infty < \varepsilon < \infty$$

En la práctica, dados los datos  $X_1, X_2, \dots, X_n$  que provienen de una distribución de VEG mínimos, se ajustan a una para máximos realizando la transformación  $-X_1, -X_2, \dots, -X_n$ . Por lo que trabajaremos bajo este supuesto.

### 3.4 Selección del Umbral.

Existen dos métodos para la medición de datos extremos con datos reales. El primero de ellos considera el máximo o mínimo (según el caso) que la variable toma en periodos sucesivos de la misma magnitud (meses, años, etc.) a los cuales se les denomina bloques; dichas observaciones son los máximos o mínimos de los bloques (véase *Figura VII*). El segundo método se concentra en eventos que exceden un umbral dado, es decir, los eventos extremos serán las observaciones que están por encima del umbral.

Figura VII: Métodos para la Modelación de Valores Extremos



Fuente: Elaboración propia, basado en: Coles, S., 2011.

El método de máximos por bloques se utiliza esencialmente para el análisis de datos estacionales, por otra parte el método de excesos sobre el umbral, tiene mayor aceptación, ya que, utiliza datos de manera más eficiente, como podemos ver en la Figura VII, este método no deja fuera observaciones extremas que con el método de bloques si quedarían fuera. Por lo que una definición más formal sería:

**DEFINICIÓN** Sea  $X$  una variable aleatoria, y sea  $u$  un umbral fijo, se dice que el suceso  $[X = x]$  es un exceso de umbral  $u$ , si se cumple que  $x > u$ .

La teoría de la VEG, tiene el problema de subestimar la aproximación que hace al considerar la distribución de los excesos, debido a que puede dejar observaciones extremas fuera del análisis, para la solución del problema utilizaremos el método *exceso sobre umbral*.

Esta teoría parte de una función de distribución  $F$  de una variable aleatoria  $X$ , para que de esta manera encontremos la distribución condicional de los valores  $x$  que superan un cierto umbral  $u$  (denominada  $F_u$ ):

$$F_u(y) = P[X \leq u + y \mid X > u] = \frac{P[u < X \leq u + y]}{P[X > u]} \quad 0 \leq y \leq x_F - u$$

Donde  $X$  es una variable aleatoria,  $u$  un umbral dado,  $y = x - u$  son los excesos y  $x_F \leq \infty$  es la observación más grande. De esta forma  $F_u$  puede ser escrita en términos de  $F$ :

$$F_u(y) = \frac{F(u+y) - F(u)}{1 - F(u)} = \frac{F(x) - F(u)}{1 - F(u)} \tag{b}$$

Los valores de la variable  $X$  tienen mayor probabilidad de estar entre 0 y  $u$ , por lo contrario, la estimación de la porción de  $F_u$  puede ser difícil debido a las pocas observaciones existentes, es decir, cuantas observaciones superan el umbral. Por consiguiente el teorema de Pickands-Balkema-de Haan, da lugar al modelo que concierne a la distribución de los excesos por encima del umbral, donde cobra interés el comportamiento del valor extremo una vez alcanzado un nivel elevado.

**Teorema.** Teorema de Pickands-Balkema-de Haan.

Sea  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , una serie de variables aleatorias independientes con función de distribución  $F$  y sea  $M_n = \max \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ , tomando una  $x$  cualesquiera de las  $X_i$ , suponiendo que  $F$  satisface (a), entonces para una  $n$  suficientemente grande se tiene que:

$$P(M_n^* \leq x) \approx G(x)$$

Donde:

$$G(x) = \exp[-(1+\varepsilon x)^{-1/\varepsilon}] \quad \text{p.a. } \varepsilon$$

Y también  $x = \frac{x-\mu}{\sigma}$  con  $\mu, \sigma > 0$ .

Entonces, para una  $u$  suficientemente grande y condicionando que  $X > u$ , la función de distribución de  $(X-u)$ , es decir,  $F_u(y) = P[X \leq u + y \mid X > u]$  es aproximada por:

$$H_{\varepsilon, \tilde{\sigma}}(y) = \begin{cases} 1 - [1 + \frac{\varepsilon}{\tilde{\sigma}} y]^{-1/\varepsilon} & \varepsilon \neq 0 \\ 1 - \exp[-\frac{y}{\tilde{\sigma}}] & \varepsilon = 0 \end{cases} \quad (c)$$

Donde  $F_u \approx H_{\varepsilon, \tilde{\sigma}}$  y esta definida sobre  $\{y: 0 < y < x_F - u \text{ y } (1 + \frac{\varepsilon y}{\tilde{\sigma}}) > 0\}$ , con  $\tilde{\sigma} = \sigma + \varepsilon(u - \mu)$ .

Esta distribución (c) truncada por la izquierda, se conoce como la Distribución Generalizada Pareto ( $DGP$ ), la cual implica que si el máximo de los bloques tiene aproximadamente la distribución  $G$ , entonces los excesos sobre el umbral tienen su correspondiente aproximación a la  $DGP$  (denotada por  $H$ ).

Hemos de darnos cuenta que los parámetros de la  $DGP$  de los excesos de umbral son determinados por los asociados a la distribución de  $VEG$  del máximo de los bloques, particularmente, el parámetro  $\varepsilon$  de la  $DGP$  es igual al correspondiente de

la distribución de  $VEG$ , por lo que la dualidad de las dos distribuciones se obtiene por dicho parámetro, ya que determina su comportamiento cualitativo.

Si  $x$  está definida como  $x = u + y$ , la  $DGP$  puede también ser expresada como una función de  $x$ :

$$H_{\varepsilon, \tilde{\sigma}}(x) = 1 - \left(1 + \frac{\varepsilon(x-u)}{\tilde{\sigma}}\right)^{-1/\varepsilon}$$

Entonces para expresar el  $VaR_{ve}^{25}$ , lo podemos obtener  $F(x)$  a partir de las formulas (b) y (c).

$$F_u(y) = \frac{F(x) - F(u)}{1 - F(u)}$$

Despejando  $F(x)$  obtenemos:

$$F(x) = F_u(y)[1 - F(u)] + F(u)$$

Al sustituir  $F_u$  por la función  $DGP$  y  $F(u)$  por el estimador  $\frac{n-N_u}{n}$ , donde  $n$  es el número total de observaciones y  $N_u$  es el número de observaciones después del umbral  $u$ , tenemos que:

$$\begin{aligned} F(x) &= \left\{1 - \left[1 + \frac{\varepsilon}{\tilde{\sigma}}(x-u)\right]^{-1/\varepsilon}\right\} \left[1 - \frac{n-N_u}{n}\right] + \frac{n-N_u}{n} \\ &= \left\{1 - \left[1 + \frac{\varepsilon}{\tilde{\sigma}}(x-u)\right]^{-1/\varepsilon}\right\} \frac{N_u}{n} + \left[1 - \frac{N_u}{n}\right] \\ &= 1 - \frac{N_u}{n} \left[1 + \frac{\varepsilon}{\tilde{\sigma}}(x-u)\right]^{-1/\varepsilon} \end{aligned}$$

Como queremos calcular el  $VaR_{ve}$ , con un nivel de confianza  $p$ , debemos cumplir con la ecuación:

$$F(VaR_{ve}) = p$$

Al sustituir en la ecuación anterior, queda que:

$$1 - \frac{N_u}{n} \left[1 + \frac{\varepsilon}{\tilde{\sigma}}(VaR_{ve} - u)\right]^{-1/\varepsilon} = p$$

Despejando  $VaR_{ve}$ :

---

<sup>25</sup> Denotaremos al VaR calculado con la Teoría de Valores Extremos como  $VaR_{ve}$

$$(1 - p) \frac{n}{N_u} = \left[1 + \frac{\varepsilon}{\tilde{\sigma}} (\text{VaR}_{ve} - u)\right]^{-1/\varepsilon}$$

$$\left[(1 - p) \frac{n}{N_u}\right]^{-\varepsilon} - 1 = \frac{\varepsilon}{\tilde{\sigma}} (\text{VaR}_{ve} - u)$$

$$\left\{\left[(1 - p) \frac{n}{N_u}\right]^{-\varepsilon} - 1\right\} \frac{\tilde{\sigma}}{\varepsilon} + u = \text{VaR}_{ve}$$

Por lo tanto llegamos a que:

$$\text{VaR}_{ve} = u + \left\{\left[(1 - p) \frac{n}{N_u}\right]^{-\varepsilon} - 1\right\} \frac{\tilde{\sigma}}{\varepsilon}$$

Podemos ver que la TVE es una herramienta estadística completa y muy sólida con fuertes fundamentos matemáticos, por ello, son de gran importancia las mediciones del VaR bajo dicha teoría. La modelación con los datos extremos nos permite una mejora en las estimaciones de las pérdidas que se pueden presentar en las instituciones financieras y con ello obtener una mejor administración de las mismas.

## CAPÍTULO IV

### ESTIMACIÓN DEL VaR DE MERCADO

En este capítulo se muestra la metodología propuesta para el cálculo del Valor en Riesgo (VaR) de Mercado utilizando la Teoría de Valores Extremos (TVE), también se presenta el análisis de un caso práctico, donde se desarrollará este método para una cartera de inversión en moneda nacional. Así mismo se hará un análisis comparativo entre el  $VaR_{ve}$ , el VaR Delta Normal y el VaR por Simulación Histórica.

En general, la metodología para dicho cálculo sigue los siguientes pasos:

- **Prueba de Normalidad:** Para esto se realiza una prueba de hipótesis a través del estadístico Jarque-Bera<sup>26</sup>.
- **Selección de Umbral:** Se tomará en cuenta algunos criterios de selección, como el número de observaciones y el coeficiente de curtosis.
- **Cálculo de Parámetros:** Se realizará el cálculo de los parámetros de la Distribución Generalizada Pareto (DGP).
- **Cálculo del  $VaR_{ve}$ :** Conociendo los parámetros del modelo se efectúa el cálculo del valor en riesgo ( $VaR_{ve}$ ).

#### 4.1 Prueba de Normalidad

Primero necesitamos comprobar que la distribución de pérdidas y ganancias (DP&G) de la cartera de inversión, no se comporte como la Normal (0,1) (distribución normal estándar), es decir, que presente colas gruesas o pesadas (mayor densidad probabilística en las colas).

La prueba de normalidad que se utiliza es la prueba de normalidad Jarque-Bera, la cual es una prueba asintótica o de grandes muestras, donde se utiliza la asimetría y la curtosis o el apuntalamiento de la muestra.

- **Prueba de Normalidad Jarque-Bera (J-B)**

*Estadístico de prueba:*

---

<sup>26</sup> Jarque M. Bera K. 1987.

$$\chi^2 = n \left[ \frac{\alpha_1^2}{6} + \frac{(\alpha_2 - 3)^2}{24} \right]$$

Dónde:

$\alpha_1$  = Coeficiente de asimetría.  
 $\alpha_2$  = Coeficiente de curtosis.  
 $n$  = Tamaño de la muestra.

Esto se debe a que asintóticamente el estadístico de prueba J-B sigue una distribución Ji-Cuadrada con dos grados de libertad<sup>27</sup>.

*Hipótesis:*

H<sub>0</sub>: La muestra proviene de una población con función de distribución N(0,1).

vs.

H<sub>1</sub>: La muestra no proviene de una población con función de distribución N(0,1).

*Región de rechazo:*

$$\chi^2 \geq \chi_{(2gl,\alpha)}^2 \text{ Se rechaza } H_0, \text{ en caso contrario se acepta.}$$

Dónde:  $\chi_{(2gl,\alpha)}^2$  es el estadístico en tablas.

Posteriormente, se obtiene la probabilidad para el estadístico J - B, dada la distribución Ji-Cuadrada con dos grados de libertad que presenta la siguiente región de rechazo H<sub>0</sub>:

$$\chi_{(2gl,\alpha)}^2(J - B) < \alpha.$$

## 4.2 Selección de Umbral.

Como hemos visto, la TVE se ocupa de los datos extremos de la distribución, por lo que se necesita delimitar la información para la correcta aplicación de este método. Lo cual se logra mediante la selección del umbral ( $u$ ), pues los datos mayores a  $u$  se consideran extremos y son el objeto de estudio en el presente modelo.

En particular, esta metodología va enfocada al estudio de las pérdidas extremas de la Cartera de Inversión, las cuales se derivan de la Distribución de Pérdidas y

<sup>27</sup> Jarque M. Bera K. 1987.

Ganancias (DP&G) de dicha cartera (esta cartera se genera por simulación histórica de los factores de riesgo de mercado).

Por consiguiente,  $u$  es una pérdida y su elección depende de los siguientes criterios:

- I. El umbral  $u$  debe ser la pérdida que acumule al menos el 95% de las observaciones.

Sean  $X_1 < X_2 < \dots < X_n$  las pérdidas y ganancias, donde  $X_1$  es la pérdida máxima observada y  $X_n$  la ganancia máxima observada (siempre y cuando se tengan pérdidas y ganancias), se tiene lo siguiente:

**4.1 Porcentaje de Acumulación de la DP&G**

# DATOS	% Acumulación
$X_1$	$\frac{1}{n}$
$X_2$	$\frac{2}{n}$
$X_3$	$\frac{3}{n}$
$\vdots$	$\vdots$
$X_k$	$\frac{k}{n}$
$\vdots$	$\vdots$
$X_n$	$\frac{n}{n}$

Fuente: Elaboración propia.

- II. Por lo anterior, se debe calcular el coeficiente de curtosis de los distintos grupos de datos de la DP&G.

En el primer grupo debe considerar toda la información de la DP&G, el segundo debe excluir el dato más extremo de cada cola, por lo que se descartan dos datos, el tercero debe excluir el dato más extremo de cada cola, por lo que se descartan dos datos más, así sucesivamente hasta realizar  $r$  repeticiones.

**4.2 Coeficiente de Curtosis para cada Grupo de la DP&G**

GRUPO	NÚM. DATOS EXCLUIDOS	NÚM. DATOS CONSIDERADOS	DATOS CONSIDERADOS	CURTOSIS
1	0	$n$	$X_1, X_2, X_3, \dots, X_{n-2}, X_{n-1}, X_n$	$C_n$
2	2	$n - 2$	$X_2, X_3, \dots, X_{n-2}, X_{n-1}$	$C_{n-2}$
3	4	$n - 4$	$X_3, \dots, X_{n-2}$	$C_{n-4}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$r$	$(r-1)*2$	$n - (r - 1)*2$	$X_k, \dots, X_{n-(r-1)}$	$C_{n-(r-1)*2}$

Fuente: Elaboración propia.

La curtosis es una medida de forma, es decir, una medida de concentración de datos en el centro de la distribución (media) con relación a la distribución normal, por lo que, valores cercanos a cero determinan que la concentración es semejante a la de la Normal<sup>28</sup>.

De esta forma, se elige el grupo que tenga el coeficiente de curtosis más cercano a cero, pues esto indica que concentra la información de forma semejante a la normal y, por tanto, las observaciones excluidas son considerados datos extremos debido a que pertenecen a las colas pesadas de la distribución.

Dado lo anterior es posible definir el umbral  $u$ :

$$u = \{X_k | C_{n-(k-1)^2} \approx 0\} \quad k \in \{1, \dots, r\}, N_u = k - 1.$$

Esto muestra que:

- $u$  será la pérdida máxima del grupo seleccionado por tener el coeficiente de curtosis más cercano a cero.
- Las  $N_u$  pérdidas mayores a  $u$  forman parte de la cola pesada de la distribución y son el objeto de estudio del modelo.

### 4.3 Calculo de Parámetros.

Una vez que se ha obtenido y delimitado la información sobre la que se aplicará el modelo, se deben calcular los parámetros  $\varepsilon$  y  $\tilde{\sigma}$  que ajusten la DGP. Recordemos que en el capítulo anterior se hizo el desarrollo del modelo con estos parámetros.

La definición de tipo generalizado de valores extremos nos dice que  $\varepsilon = \frac{1}{\alpha}$ , siendo  $\alpha$  el índice de la cola de la distribución. Por otro lado el teorema de Pickands-Balkema-de Haan define a  $\tilde{\sigma} = \sigma + \varepsilon(u - \mu)$ .

Dónde:

$\sigma$  = es la varianza de la muestra.

$\varepsilon = \frac{1}{\alpha}$ , parámetro de forma.

$u$  = umbral.

$\mu$  = media de la muestra.

Y de esta forma se obtienen estos parámetros.

<sup>28</sup> Concentra alrededor de 95% de la muestra en un intervalo de  $\pm 2\sigma$ .

#### 4.4 Cálculo del VaRve.

Los parámetros  $\varepsilon$  y  $\tilde{\sigma}$  permiten ajustar una distribución paramétrica (DGP) a los datos observados, lo que va a hacer posible el cálculo del  $VaR_{ve}$  con un nivel de confianza  $p$  sobre dicha distribución ajustada:

$$VaR_{ve} = u + \left\{ \left[ (1-p) \frac{n}{N_u} \right]^{-\varepsilon} - 1 \right\} \frac{\tilde{\sigma}}{\varepsilon}$$

#### 4.5 Caso Práctico: VaRve.

En esta parte se ejemplificará el procedimiento para el cálculo del VaR mediante la TVE, para ello se utiliza la Distribución de Pérdidas y Ganancias (DP&G)<sup>29</sup> de una cartera de inversión, por medio de la metodología de simulación histórica de los factores de riesgo de mercado. Por lo tanto, la cartera de inversión al 27-mayo-2013 es de - \$ 57,109,104°, la cual comprende un periodo de información del 05-junio-2009 al 27-mayo-2013.

##### ▪ APLICACIÓN

La metodología para el cálculo del valor en riesgo según la Teoría de Valores Extremos sigue los siguientes pasos: prueba de normalidad, selección de umbral, cálculo de parámetros de la DGP y cálculo del  $VaR_{ve}$ . Los cuales se muestran a continuación.

##### i. Prueba de Normalidad

Primero necesitamos asegurar que la DP&G de la cartera de inversión tenga características diferentes a la Normal (0,1), en este caso debe presentar colas pesadas. Para ello se realiza la prueba de normalidad Jarque-Bera.

- a. Se obtienen los datos estadísticos que se muestran en el siguiente cuadro.

##### 4.3 Resumen Estadístico de la DP&G

coeficiente de asimetría	-1.0855
coeficiente de curtosis	10.8081
tamaño de la muestra	1,000
desviación estandar	6,066,960

<sup>29</sup> Ver Anexo I

- b. Se calcula el estadístico de prueba y se compara con el de las tablas.

$$\chi^2 = 2,736 \geq \chi^2_{(2gl,0.05)} = 5.991$$

- c. Se calcula la probabilidad dado el estadístico Jarque-Bera (J-B) obtenido, para determinar si se acepta la hipótesis nula.

$$\text{Probabilidad} = \chi^2_{(2gl)}(J - B) = 0.002 < 0.05$$

Por la prueba J-B realizada se rechaza  $H_0$ , es decir, la muestra no proviene de una población con función de distribución  $N(0,1)$ . Esto se afirma ya que los datos presentan un coeficiente de curtosis mayor a 3 (una distribución con un valor alto de curtosis se relaciona con una distribución de colas pesadas); además de tener una asimetría negativa considerable.

Lo anterior corrobora que la DP&G de la Cartera de Inversión posee colas más pesadas (son colas pesadas por la curtosis positiva y una “alta varianza”<sup>30</sup>) a la Normal Estándar, presentando cierta asimetría; por lo tanto, cumple los supuestos para emplear la Teoría de Valores Extremos.

## ii. Selección de umbral

Una vez que ya se identificó que la distribución posee colas más pesadas que la Normal, se procede a encontrar el umbral  $u$  que permite realizar una modelación adecuada. Como ya se había mencionado el umbral  $u$  es una pérdida y su selección depende de dos criterios.

Recordemos que el primer criterio determina que el umbral  $u$  debe ser la pérdida que acumule al menos el 95% de las observaciones, el cuadro 4.5 muestra las pérdidas a partir de las cuales se acumula al menos el 95% de las observaciones totales de la DP&G, por lo que estas pérdidas cumplen con el primer criterio.

<sup>30</sup> Por otra parte una distribución plana tiene una menor concentración de valores alrededor de la media y no suele tener colas pesadas, se compensa esa “baja varianza” con una mayor variabilidad en el resto de la distribución.

## 4.4 Porcentaje de Acumulación de la DP&amp;G

# DATOS	DATO	% Acumulación	# DATOS	DATO	% Acumulación
1	- 45,560,644	0.100%	26	- 13,341,539	2.600%
2	- 40,105,663	0.200%	27	- 13,135,070	2.700%
3	- 28,773,942	0.300%	28	- 12,939,399	2.800%
4	- 28,408,913	0.400%	29	- 12,873,178	2.900%
5	- 27,184,521	0.500%	30	- 12,804,429	3.000%
6	- 26,821,422	0.600%	31	- 12,302,446	3.100%
7	- 26,691,370	0.700%	32	- 12,275,635	3.200%
8	- 26,326,966	0.800%	33	- 12,177,789	3.300%
9	- 25,802,412	0.900%	34	- 11,777,842	3.400%
10	- 25,088,809	1.000%	35	- 11,694,570	3.500%
11	- 23,822,145	1.100%	36	- 11,693,396	3.600%
12	- 23,604,402	1.200%	37	- 11,624,810	3.700%
13	- 20,841,128	1.300%	38	- 11,420,718	3.800%
14	- 20,307,645	1.400%	39	- 11,268,583	3.900%
15	- 20,233,272	1.500%	40	- 11,240,501	4.000%
16	- 20,170,925	1.600%	41	- 11,117,631	4.100%
17	- 19,683,233	1.700%	42	- 10,963,238	4.200%
18	- 18,679,465	1.800%	43	- 10,816,486	4.300%
19	- 17,945,635	1.900%	44	- 10,784,812	4.400%
20	- 16,431,771	2.000%	45	- 10,772,458	4.500%
21	- 14,729,143	2.100%	46	- 10,614,030	4.600%
22	- 14,684,766	2.200%	47	- 10,574,369	4.700%
23	- 14,137,807	2.300%	48	- 10,221,285	4.800%
24	- 13,819,239	2.400%	49	- 10,101,574	4.900%
25	- 13,402,138	2.500%	50	- 9,969,978	5.000%

Fuente: Elaboración Propia.

El segundo criterio es seleccionar aquel grupo que presente el coeficiente de curtosis más cercano a cero para así obtener las observaciones excluidas que son considerados datos extremos, debido a que pertenecen a las colas pesadas de la distribución.

El cuadro 4.6 siguiente muestra el coeficiente de curtosis de los distintos grupos que se forman de los datos del cuadro anterior (cuadro 4.5), es decir, de los datos a partir de los cuales se acumula al menos el 95% de las observaciones.

**4.5 Coeficiente de Curtosis para la DP&G**

GRUPO	DATOS EXCLUIDOS	DATOS CONSIDERADOS	CURTOSIS	GRUPO	DATOS EXCLUIDOS	DATOS CONSIDERADOS	CURTOSIS
1	0	1,000	10.81	26	50	950	3.17
2	2	998	8.25	27	52	948	3.12
3	4	996	6.76	28	54	946	3.07
4	6	994	6.55	29	56	944	3.02
5	8	992	6.29	30	58	942	2.97
6	10	990	6.05	31	60	940	2.91
7	12	988	5.76	32	62	938	2.87
8	14	986	5.42	33	64	936	2.83
9	16	984	5.03	34	66	934	2.78
10	18	982	4.65	35	68	932	2.74
11	20	980	4.27	36	70	930	2.71
12	22	978	3.97	37	72	928	2.66
13	24	976	3.62	38	74	926	2.61
14	26	974	5.93	39	76	924	2.56
15	28	972	5.63	40	78	922	2.52
16	30	970	5.28	41	80	920	2.46
17	32	968	4.85	42	82	918	2.40
18	34	966	4.41	43	84	916	2.35
19	36	964	4.04	44	86	914	2.29
20	38	962	3.71	45	88	912	2.23
21	40	960	3.51	46	90	910	2.15
22	42	958	3.43	47	92	908	2.08
23	44	956	3.34	48	94	906	2.00
24	46	954	3.27	49	96	904	1.93
25	48	952	3.21	50	98	902	1.86

Fuente: Elaboración Propia.

Al tomar en cuenta los criterios mencionados, se obtiene el umbral  $u$  que se muestra en el cuadro 4.6.

**4.6 Umbral  $u$  obtenido**

# DATOS	DATO	% Acumulación	GRUPO	DATOS EXCLUIDOS	DATOS CONSIDERADOS	CURTOSIS
50	-9,969,978	5.000%	50	98	902	1.8609

Fuente: Elaboración Propia.

Por lo tanto  $u = -9,969,978$  es la pérdida máxima del grupo seleccionado por tener el coeficiente de curtosis más cercano a cero; aunándole, que acumula el 95% de las observaciones y, las  $N_u = 49$  pérdidas mayores a  $u$ , forman parte de la cola pesada de la distribución y son la muestra que se utiliza para el modelo.

*iii. Calculo de Parámetros.*

Una vez obtenido el umbral  $u$ , se debe calcular los parámetros  $\varepsilon$  y  $\tilde{\sigma}$  que ajusten la DGP, esto se hará como se mencionó anteriormente.

Recordemos que  $\varepsilon = \frac{1}{\alpha}$  y  $\tilde{\sigma} = \sigma + \varepsilon(u - \mu)$ . Primero estandarizamos el umbral  $X = \frac{u - \mu}{\sigma}$ ; buscamos el resultado en tablas de la Normal el cual nos dirá el número de desviaciones para obtener el nivel de confianza deseado (lo que conocemos como  $\alpha$ ), posteriormente realizaremos los cálculos correspondientes. Los resultados son los siguientes:

$$\varepsilon = 0.735294$$

$$\tilde{\sigma} = 13,292,751$$

Los resultados de los estimadores indican que la estimación muestral pertenece a la familia de distribuciones extremas del tipo Fréchet, esto es debido a que el parámetro  $\tilde{\sigma}$  es mayor a cero como se mencionó en la teoría.

*iv. Calculo del VaR<sub>ve</sub>.*

Una vez obtenidos los parámetros  $\varepsilon$  y  $\tilde{\sigma}$  que ajusta la DGP a los datos observados, ahora el siguiente paso es realizar la estimación del VaR<sub>ve</sub> con un nivel de confianza  $\rho$  con la distribución ajustada. Los resultados son los siguientes:

**4.7 Estimación del VaR por TVE**

<b>P</b>	<b>Estimación</b>	<b>Valor</b>
90%	$VaR_{VE}$	- 25,921,411
95%	$VaR_{VE}$	- 26,004,300
97.5%	$VaR_{VE}$	- 26,042,966
99%	$VaR_{VE}$	- 26,065,350

Fuente: Elaboración propia.

▪ **VaR<sub>ve</sub> vs. VaR Delta-Normal vs. VaR por simulación Histórica.**

En este apartado se realizará un comparativo entre el VaR<sub>ve</sub> que es una medida más prudencial para la administración integral de riesgos y el obtenido por la metodología delta-normal, la cual es una medida paramétrica, y simulación

histórica, que en la actualidad es uno de los más aceptados y utilizados en las instituciones financieras.

Antes de hacer la comparación se presenta de manera general<sup>31</sup> la metodología utilizada para la estimación.

### EL VaR para distribuciones generales.

Para cuantificar el VaR de un portfolio, se define como  $W_0$  como la inversión inicial y  $R$  como una tasa de rendimiento. El valor del portfolio al final del horizonte objetivo es  $W=W_0(1+R)$ . El rendimiento esperado y la volatilidad de  $R$  son  $\mu$  y  $\sigma$ . Definamos ahora el valor más bajo del portfolio al nivel de confianza como  $W^*=W_0(1+R^*)$ . El VaR se define como la pérdida relativa a la media,

$$\text{Valor en Riesgo (media)} = E(W) - W^* = -W_0(R^* - \mu).$$

Algunas veces el VaR es definido como la pérdida *absoluta*; esto es, relacionada a cero o sin referencia al valor esperado,

$$\text{Valor en Riesgo (cero)} = W_0 - W^* = -W_0 R^*.$$

En ambos casos, encontrar el VaR es equivalente a identificar el valor mínimo para  $W^*$ , o el rendimiento crítico de  $R^*$ .

Para cuantificar el VaR de los ingresos, supongamos que los ingresos diarios están idénticamente e independientemente distribuidos. Entonces podemos derivar el VaR en un nivel de confianza del 95 por ciento a partir del 5 por ciento del lado izquierdo de la “cola de pérdida” del histograma.

### EL VaR para distribuciones paramétrica (METODO DELTA-NORMAL).

La cuantificación del VaR puede simplificarse considerablemente si se puede suponer que la distribución es normal. Cuando en este caso, el VaR puede derivarse directamente de la desviación estándar del portfolio, utilizando un factor multiplicativo que depende del nivel de confianza. Este enfoque algunas veces es denominado *paramétrico* debido a que implica la estimación de un parámetro, la desviación estándar, en lugar de la simple lectura del cuantil fuera de la distribución empírica.

<sup>31</sup> Solo se presenta de manera general, debido a que el objetivo central del presente trabajo es la propuesta de metodología para la estimación del VaR por TVE y no el VaR delta-normal o VaR Histórico que son metodologías ya muy estudiadas.

Primero, se requiere traducir la distribución general  $f(w)$  en una distribución normal estándar  $\Phi(\varepsilon)$ , donde  $\varepsilon$  tiene como media cero y como desviación estándar la unidad. Asociamos  $W^*$  con el rendimiento crítico de  $R^*$  tal que  $W^* = -W_0(1 + R^*)$ .

Para más generalidad, asumamos ahora que los parámetros  $\mu$  y  $\sigma$  están expresados en una base anual. El intervalo de tiempo considerado es  $t$ , en años, por lo que encontramos que el VaR por debajo de la media está dado como

$$\text{Valor en Riesgo (media)} = -W_0(R^* - \mu) = W_0\alpha\sigma\sqrt{t}.$$

En otras palabras, el VaR es simplemente un múltiplo de la desviación estándar de la distribución, multiplicado por un factor de ajuste que está directamente relacionado con el nivel de confianza ( $\alpha$ ). Cuando el VaR se define como una pérdida *absoluta*, tenemos

$$\text{Valor en Riesgo (media)} = -W_0R^* = W_0(\alpha\sigma\sqrt{t} - \mu t).$$

### EL VaR del Portfolio.

Un portafolio puede caracterizarse por posiciones sobre un cierto número de factores de riesgo. El VaR de un portafolio puede reconstruirse a partir de una combinación de los riesgos de los valores subyacentes. El rendimiento de un portafolio puede escribirse utilizando notación matricial,

$$R_p = [w_1, w_2, \dots, w_N] \begin{bmatrix} R_1 \\ \vdots \\ R_N \end{bmatrix} = w'R.$$

Siendo  $w_i$  las ponderaciones establecidas al inicio del periodo y suman la unidad, con  $w'$  el vector transpuesto de dichas ponderaciones y  $R$  es el vector vertical que contiene los rendimientos individuales de los activos. El rendimiento esperado del portafolio es

$$E(R_p) = \mu_p = \sum_{i=1}^N w_i \mu_i$$

Y la varianza es

$$V(R_p) = \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N w_i w_j \sigma_{ij}$$

$$= \sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j < i}^N w_i w_j \sigma_{ij}$$

Esta suma no sólo contiene el riesgo de los valores individuales, sino también todos los distintos productos cruzados, los cuales suman un total de  $N(N - 1)/2$  covarianzas distintas.

A medida que el número de activos se incrementa, se vuelve difícil seguir la pista de todos los términos de covarianzas, por lo cual resulta más fácil utilizar notación matricial. La varianza es

$$\sigma_p^2 = [w_1, w_2, \dots, w_N] \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1N} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{N1} & \sigma_{N2} & \dots & \sigma_N^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_N \end{bmatrix}$$

Definiendo  $\Sigma$  como la matriz de covarianzas, la varianza del portfolio puede escribirse de manera más compacta como

$$\sigma_p^2 = w' \Sigma w.$$

Puede lograrse un riesgo de portfolio menor a través de correlaciones bajas o de un gran número de activos.

En el modelo “delta-normal”, se asume que todos los rendimientos de los activos individuales están normalmente distribuidos. Esto resulta particularmente conveniente dado que el portfolio, una combinación lineal de variables aleatorias normales, está también distribuido normalmente. En un nivel de confianza dado, el VaR del portfolio es

$$\text{Valor en Riesgo} = \alpha \sigma_p.$$

### VaR Histórico.

El método histórico se basa en el uso de escenarios históricos ocurridos en los mercados, para valuar los impactos que pudiese llegar a tener un portafolio de instrumentos.

- Para determinar la distribución de pérdidas y ganancias (P&G), tenemos que:

$$P\&G_t = \text{valor de mercado actual} - \text{valor de mercado}_t$$

- Después se determina el VaR Histórico a un horizonte de tiempo de un día:

$$\text{VaR Histórico} = \text{Percentil (P\&G, \%confianza } \alpha).$$

De esta manera se obtienen las pérdidas y ganancias, generando una distribución con la cual se puede obtener la estimación del VaR Histórico dado un nivel de confianza  $\alpha$ .

#### 4.8 Comparación del VaR<sub>VE</sub> vs VaR<sub>DELTA-NORMAL</sub>

P	Estimación	Valor	Estimación	Valor	Diferencia	%
90%	$VaR_{VE}$	-25,921,411	$VaR_{DEL-NOR}$	-8,378,543	-17,542,867	-68%
95%	$VaR_{VE}$	-26,004,300	$VaR_{DEL-NOR}$	-10,582,683	-15,421,617	-59%
97.5%	$VaR_{VE}$	-26,042,966	$VaR_{DEL-NOR}$	-12,494,445	-13,548,521	-52%
99%	$VaR_{VE}$	-26,065,350	$VaR_{DEL-NOR}$	-14,717,281	-11,348,069	-44%

Fuente: Elaboración propia.

#### 4.9 Comparación del VaR<sub>VE</sub> vs VaR<sub>HIST</sub>

P	Estimación	Valor	Estimación	Valor	Diferencia	%
90%	$VaR_{VE}$	-25,921,411	$VaR_{HIST}$	-5,150,108	-20,771,302	-80%
95%	$VaR_{VE}$	-26,004,300	$VaR_{HIST}$	-9,698,309	-16,305,991	-63%
97.5%	$VaR_{VE}$	-26,042,966	$VaR_{HIST}$	-13,343,054	-12,699,912	-49%
99%	$VaR_{VE}$	-26,065,350	$VaR_{HIST}$	-23,834,812	-2,230,538	-9%

Fuente: Elaboración propia.

Ya que se conoce la metodología para la estimación del VaR Delta-Normal y del VaR Histórico, se realizará el comparativo, como se puede observar en el cuadro 4.9 para los diferentes niveles de confianza  $p$ , el VaR<sub>ve</sub> es mayor al VaR Delta-Normal y al VaR Histórico donde se tiene una diferencia promedio de \$14,465,269 lo que representa el 56% en promedio para el VaR Delta-Normal, en cuanto al VaR Histórico se tiene una diferencia promedio de \$13,001,936 lo que representa el 50% en promedio.

El propósito de calcular el VaR por TVE, es tener una mejor medición a niveles de confianza mayores al 95%, a través de trabajar con colas pesadas de la distribución de pérdidas y ganancias de la cartera de inversión, esto es de destacar, ya que el tener un VaR<sub>ve</sub> mayor al VaR Delta-Normal y al VaR Histórico implica que muy posiblemente se está subestimando estos últimos a niveles de confianza altos.

Esto genera subestimaciones en la exposición de la cartera de inversión, lo cual puede provocar una deficiencia en las reservas contingentes y, por lo tanto, una mala administración de los activos y afectaciones al capital de las instituciones financieras.

Por otro lado, se realizó un *backtesting*<sup>32</sup> con la finalidad de evaluar la eficiencia de los tres modelos de medición del VaR utilizados en este trabajo. El siguiente cuadro nos muestra el número de excesos de VaR que tuvo cada método para cierta probabilidad.

#### 4.10 Excesos de VaR

$p$	VaR <sub>VE</sub>	VaR <sub>HIST</sub>	VaR <sub>DEL-NOR</sub>
90%	8	100	59
95%	8	50	46
97.5%	8	25	30
99%	8	10	21

Fuente: Elaboración propia.

Observemos que el VaR<sub>ve</sub> tiene el mismo número de excesos para las diferentes probabilidades, mientras que para los otros dos métodos van disminuyendo los excesos conforme está aumentando la probabilidad. Utilizando el método de Kupiec y utilizando sus regiones de confianza podemos notar que los resultados del VaR<sub>ve</sub> para el 99% se encuentra dentro del rango de excesos, mientras que para los otros niveles es menor a los rangos, por otro lado, el VaR Histórico se mantiene dentro de los rangos de exceso en los diferentes niveles de confianza, mientras que el VaR Delta-Normal las observaciones no se encuentran los excesos en todos los niveles de confianza.

De estos resultados podemos deducir que el VaR Histórico es eficiente ya que en cualquier nivel de confianza el número de observaciones se encuentra dentro de los rangos de la tabla de Kupiec. Mientras que el VaR Delta-Normal no es eficiente ya que al 90% y al 99% las observaciones no se encuentran dentro de los rangos de la tabla, por su parte, el VaR<sub>ve</sub> muestra constancia en cuanto a las observaciones que exceden el VaR, por lo que para cualquier nivel de confianza tendrá el mismo número de excedencias del VaR, el cual es muy pequeño.

<sup>32</sup> Ver Anexo II

## CONCLUSIONES

En la actualidad el sistema financiero mundial tiene un gran auge, el cual presenta un gran dinamismo y una gran complejidad, esto se debe a factores como la globalización, el avance y el surgimiento de tecnología nueva; así como la búsqueda de más beneficios para las instituciones financieras. Ante esto, los gobiernos se han visto en la necesidad de generar una cultura de riesgos, a través de las normas internacionales, con el objetivo de disminuir los riesgos y evitar desastres financieros que afecten la estabilidad financiera del mundo.

Con el paso del tiempo, el avance tecnológico-social y por el cambio acelerado que presentan los mercados financieros la normatividad queda rezagada, es entonces, que las instituciones financieras deben tomar un rol como generadoras de una administración integral de riesgos cada vez más óptima. Para esto, las instituciones tendrán que buscar el continuo y eficaz desarrollo de herramientas, metodologías y políticas, que les permitan una modelación más real de los fenómenos financieros; y de esta manera, comprenderlos y tener un mejor control de ellos.

Las instituciones financieras a nivel mundial usan una medida para la estimación de riesgo de mercado, que es la más utilizada, la cual es el Valor en Riesgo (VaR), para esta estimación existen varios métodos, los cuales ya fueron mencionados en el desarrollo de la presente tesis. Estos métodos demostraron que trabajan bien en áreas de las distribuciones empíricas donde existen muchas observaciones, pero tienen dificultades para ajustarse en las colas de la distribución, ya que genera subestimaciones para niveles de confianza mayores al 95%, esto se convierte en un problema dado los niveles de confianza mayores propuestos por el Comité de Basilea.

Por ello en este trabajo se introduce la Teoría de Valores Extremos, la cual es una alternativa para modelar de una manera más óptima a niveles de confianza mayores a 95%. De aquí, la importancia de la aportación de una metodología que permita realizar una estimación más real de los fenómenos financieros. Con el propósito de tener parámetros más confiables que nos permitan verificar la utilidad del  $VaR_{ve}$ ; después se realizó la estimación del VaR Delta-Normal y el VaR Histórico, que son de los métodos más usados en las instituciones financieras, con la finalidad de hacer una comparación entre ambas metodologías.

Con el desarrollo de esta metodología se notó el potencial de la Teoría de Valores Extremos para cuantificar de manera más precisa el riesgo de las colas de la distribución para niveles de confianza altos; los resultados obtenidos indican que la DP&G presenta propiedades de colas pesadas como consecuencia del exceso de curtosis, además de observar que el cálculo del VaR Delta-Normal y del VaR Histórico son sensibles a diversos niveles de confianza, por el contrario el  $VaR_{ve}$  es consistente, por lo que converge más rápido y no es tan sensible a altos niveles

de confianza y desde el punto de vista de las instituciones financieras es conservador.

En la realización de las estimaciones del  $VaR_{ve}$  para niveles de confianza de 90%, 95%, 97.5% y 99%, nos arrojó una estimación mayor respecto a los resultados del VaR Delta-Normal y del VaR Histórico. En particular, obtuvimos que para el 90% el  $VaR_{ve}$  es 68% mayor al VaR Delta-Normal, 80% mayor respecto al VaR Histórico, para el 95% el  $VaR_{ve}$  es 59% y 63% mayor respectivamente, para el 97.5% es 52% y 49% mayor, y para finalizar al 99% de confianza el  $VaR_{ve}$  es 44% mayor al VaR Delta-Normal y 9% mayor que el VaR Histórico, cabe mencionar que para el cálculo del  $VaR_{ve}$  sólo se utilizaron los datos por encima del umbral ( $u$ ) mientras que para el cálculo del VaR Delta-Normal y del VaR Histórico se utilizó la muestra completa de datos, es decir, toda la DP&G.

En cuanto a las debilidades del Valor en Riesgo que nos presentó el análisis FODA realizado; primeramente se resuelve el hecho de suponer que la DP&G se distribuye como una normal y por consiguiente subestimar el resultado, así como la minimización del error de estimación ya que la TVE trabaja con las colas pesadas de la distribución. Por otra parte, se hace frente a la incertidumbre que existe sobre la pérdida esperada porque se pueden utilizar niveles de confianza altos sin subestimar el método.

Estos resultados corroboran, como ya se había dicho, que el  $VaR_{ve}$  logra una medición más óptima de los datos más extremos de una distribución de pérdidas y ganancias de la cartera de inversión, comparándola con las estimaciones del VaR Delta-Normal y el VaR Histórico, los cuales, presenta subestimaciones en niveles de confianza altos. Esto es debido a que la distribución del valor extremo generalizada explica mejor el comportamiento de la magnitud de los datos extremos en la cola de la distribución. Así mismo podemos corroborarlo con los resultados obtenidos del *backtesting* aplicado a los tres métodos.

Por otra parte y desde el punto de vista de las autoridades, el uso de metodologías alternativas que permitan medir exactamente el riesgo de las colas de la distribución de rendimientos, será de gran utilidad para determinar suficientes niveles de requerimientos de capital durante periodos de crisis financiera, justamente cuando las entidades bancarias necesitan una mayor liquidez para poder hacer frente a las pérdidas con el fin de reducir la probabilidad de colapso de los sistemas financieros.

En resumen, el  $VaR_{ve}$  es una medida de gran utilidad que nos permite una mejor toma de decisiones, en la constitución de reservas preventivas, el seguimiento de riesgo de mercado y los administradores de riesgos; así como para los inversionistas y directivos para un mejor manejo del capital de la institución.

Finalmente las contribuciones de la presente tesis son relevantes desde el punto de vista académico, ya que con los resultados obtenidos no sólo se contribuye a un mayor conocimiento sino también proporciona evidencia del potencial de la

TVE durante periodos de crisis financiera, al mismo tiempo este estudio sobre el  $VaR_{ve}$  es de vital importancia para los Administradores de Riesgos ya que les proporciona herramientas sólidas que les facilitan el monitoreo y análisis desde una perspectiva más clara y prudencial de las fuentes de volatilidad que afectan los resultados de una inversión; promoviendo una regulación eficiente que cumpla con la función de supervisar rigurosamente en materia de medición, seguimiento y control del riesgo de mercado, con la finalidad de mantener y mejorar la seguridad en los sistemas financieros.

# ANEXOS

## Anexo I

### Distribución de Pérdidas y Ganancias(DP&G)

# DATOS	FECHA	P&G									
1	05/06/2009	3,261,542	251	03/06/2010	844,821	501	01/06/2011	3,731,561	751	29/05/2012	- 2,112,443
2	08/06/2009	- 2,116,215	252	04/06/2010	1,412,750	502	02/06/2011	1,423,623	752	30/05/2012	2,453,818
3	09/06/2009	- 1,266,222	253	07/06/2010	323,963	503	03/06/2011	- 314,176	753	31/05/2012	897,900
4	10/06/2009	- 1,930,752	254	08/06/2010	2,097,494	504	06/06/2011	- 2,134,680	754	01/06/2012	- 463,669
5	11/06/2009	1,310,310	255	09/06/2010	9,821,915	505	07/06/2011	2,429,899	755	04/06/2012	- 836,437
6	12/06/2009	3,462,470	256	10/06/2010	2,866,012	506	08/06/2011	- 1,266,513	756	05/06/2012	2,506,936
7	15/06/2009	- 989,893	257	11/06/2010	501,144	507	09/06/2011	436,960	757	06/06/2012	53,387
8	16/06/2009	4,381,123	258	14/06/2010	2,330,665	508	10/06/2011	299,525	758	07/06/2012	-17,945,635
9	17/06/2009	979,403	259	15/06/2010	3,027,471	509	13/06/2011	- 3,792,773	759	08/06/2012	4,390,920
10	18/06/2009	- 437,533	260	16/06/2010	11,719,590	510	14/06/2011	82,538	760	11/06/2012	2,748,971
11	19/06/2009	7,197,328	261	17/06/2010	377,493	511	15/06/2011	1,246,442	761	12/06/2012	- 1,977,419
12	22/06/2009	- 3,798,654	262	18/06/2010	4,814,105	512	16/06/2011	- 5,034,844	762	13/06/2012	3,891,591
13	23/06/2009	- 7,028,542	263	21/06/2010	4,118,788	513	17/06/2011	- 612,015	763	14/06/2012	- 5,631,232
14	24/06/2009	-12,275,635	264	22/06/2010	3,089,266	514	20/06/2011	3,877,991	764	15/06/2012	1,654,932
15	25/06/2009	- 7,412,818	265	23/06/2010	21,090,416	515	21/06/2011	- 471,421	765	18/06/2012	291,855
16	26/06/2009	- 1,293,748	266	24/06/2010	13,894,692	516	22/06/2011	- 1,402,394	766	19/06/2012	2,084,452
17	29/06/2009	- 8,759,714	267	25/06/2010	296,293	517	23/06/2011	- 945,447	767	20/06/2012	798,127
18	30/06/2009	-18,679,465	268	28/06/2010	1,355,939	518	24/06/2011	1,328,909	768	21/06/2012	10,313,817
19	01/07/2009	4,177,050	269	29/06/2010	5,890,213	519	27/06/2011	- 2,457,654	769	22/06/2012	4,314,617
20	02/07/2009	3,096,847	270	30/06/2010	1,644,037	520	28/06/2011	2,067,890	770	25/06/2012	2,321,463
21	03/07/2009	9,932,951	271	01/07/2010	265,096	521	29/06/2011	3,082,514	771	26/06/2012	- 4,839,801
22	06/07/2009	130,475	272	02/07/2010	210,583	522	30/06/2011	-10,963,238	772	27/06/2012	1,353,461
23	07/07/2009	4,587,132	273	05/07/2010	3,431	523	01/07/2011	- 870,289	773	28/06/2012	- 2,749,361
24	08/07/2009	- 192,609	274	06/07/2010	17,882	524	04/07/2011	- 7,641,351	774	29/06/2012	3,938,685
25	09/07/2009	2,010,441	275	07/07/2010	34,144	525	05/07/2011	490,309	775	02/07/2012	- 281,490
26	10/07/2009	2,205,650	276	08/07/2010	1,037,233	526	06/07/2011	- 1,488,039	776	03/07/2012	1,483,339
27	13/07/2009	397,468	277	09/07/2010	2,073,322	527	07/07/2011	-20,841,128	777	04/07/2012	- 530,804
28	14/07/2009	- 2,470,184	278	12/07/2010	625,982	528	08/07/2011	- 2,154,498	778	05/07/2012	11,692,035
29	15/07/2009	2,088,142	279	13/07/2010	6,300,416	529	11/07/2011	294,970	779	06/07/2012	- 2,025,043
30	16/07/2009	510,884	280	14/07/2010	2,011,740	530	12/07/2011	444,489	780	09/07/2012	- 153,533
31	17/07/2009	- 487,606	281	15/07/2010	548,064	531	13/07/2011	- 3,986,783	781	10/07/2012	- 1,566,922
32	20/07/2009	- 858,348	282	16/07/2010	9,693,092	532	14/07/2011	- 381,126	782	11/07/2012	- 622,888
33	21/07/2009	- 1,621,534	283	19/07/2010	496,768	533	15/07/2011	463,448	783	12/07/2012	1,882,770
34	22/07/2009	1,517,976	284	20/07/2010	628,364	534	18/07/2011	- 86,975	784	13/07/2012	- 422,469
35	23/07/2009	3,991,718	285	21/07/2010	931,705	535	19/07/2011	139,041	785	16/07/2012	5,708,764
36	24/07/2009	- 918,376	286	22/07/2010	1,605,362	536	20/07/2011	- 176,132	786	17/07/2012	3,894,949
37	27/07/2009	- 2,461,036	287	23/07/2010	- 242,669	537	21/07/2011	- 1,301,816	787	18/07/2012	- 445,120
38	28/07/2009	- 7,790,954	288	26/07/2010	597,207	538	22/07/2011	- 773,155	788	19/07/2012	2,790,780
39	29/07/2009	- 594,813	289	27/07/2010	2,919,813	539	25/07/2011	1,160,281	789	20/07/2012	- 792,513
40	30/07/2009	- 3,303,652	290	28/07/2010	836,416	540	26/07/2011	- 3,048,517	790	23/07/2012	- 747,515
41	31/07/2009	- 895,056	291	29/07/2010	- 284,612	541	27/07/2011	1,073,141	791	24/07/2012	- 3,549,942
42	03/08/2009	- 3,686,032	292	30/07/2010	1,026,576	542	28/07/2011	19,215,587	792	25/07/2012	1,782,946
43	04/08/2009	- 634,555	293	02/08/2010	431,779	543	29/07/2011	- 1,662,714	793	26/07/2012	- 4,033,644
44	05/08/2009	- 4,091,938	294	03/08/2010	935,643	544	01/08/2011	- 3,083,429	794	27/07/2012	1,313,626
45	06/08/2009	667,243	295	04/08/2010	6,130,624	545	02/08/2011	7,496,633	795	30/07/2012	65,092
46	07/08/2009	404,144	296	05/08/2010	7,290,437	546	03/08/2011	2,625,726	796	31/07/2012	1,529,579
47	10/08/2009	- 534,428	297	06/08/2010	- 4,558,166	547	04/08/2011	- 309,302	797	01/08/2012	- 1,892,856
48	11/08/2009	-12,302,446	298	09/08/2010	- 945,535	548	05/08/2011	- 87,531	798	02/08/2012	- 8,886,347
49	12/08/2009	- 3,037,726	299	10/08/2010	2,738,905	549	08/08/2011	- 238,988	799	03/08/2012	5,893,866

50	13/08/2009	- 7,461,211	300	11/08/2010	503,918	550	09/08/2011	4,982,202	800	06/08/2012	1,308,854
51	14/08/2009	7,133,264	301	12/08/2010	1,330,408	551	10/08/2011	5,890,431	801	07/08/2012	- 1,297,631
52	17/08/2009	358,257	302	13/08/2010	1,447,263	552	11/08/2011	- 2,540,364	802	08/08/2012	- 253,443
53	18/08/2009	- 253,401	303	16/08/2010	4,811,958	553	12/08/2011	4,589,530	803	09/08/2012	- 5,227,117
54	19/08/2009	827,839	304	17/08/2010	2,000,784	554	15/08/2011	- 601,917	804	10/08/2012	5,028,975
55	20/08/2009	1,431,024	305	18/08/2010	6,236,321	555	16/08/2011	- 2,017,200	805	13/08/2012	2,598,382
56	21/08/2009	402,683	306	19/08/2010	1,290,993	556	17/08/2011	- 121,428	806	14/08/2012	704,476
57	24/08/2009	- 559,638	307	20/08/2010	306,903	557	18/08/2011	- 3,033,770	807	15/08/2012	- 851,048
58	25/08/2009	-14,729,143	308	23/08/2010	2,673,506	558	19/08/2011	1,441,824	808	16/08/2012	- 3,989,761
59	26/08/2009	- 677,844	309	24/08/2010	- 594,930	559	22/08/2011	3,021,096	809	17/08/2012	1,875,918
60	27/08/2009	- 666,362	310	25/08/2010	3,285,935	560	23/08/2011	4,724,973	810	20/08/2012	- 1,032,363
61	28/08/2009	- 1,183,033	311	26/08/2010	7,470,107	561	24/08/2011	4,237,612	811	21/08/2012	- 114,143
62	31/08/2009	- 2,108,254	312	30/08/2010	308,832	562	25/08/2011	- 7,625,302	812	22/08/2012	- 486,991
63	01/09/2009	- 2,345,092	313	31/08/2010	- 427,411	563	26/08/2011	8,875,718	813	23/08/2012	- 9,398,307
64	02/09/2009	1,610,219	314	01/09/2010	1,244,395	564	29/08/2011	4,162,243	814	24/08/2012	- 262,184
65	03/09/2009	705,464	315	02/09/2010	11,425,775	565	30/08/2011	1,341,795	815	27/08/2012	15,284
66	04/09/2009	142,216	316	03/09/2010	- 359,516	566	31/08/2011	794,099	816	28/08/2012	- 6,223,517
67	07/09/2009	296,468	317	06/09/2010	- 103,344	567	01/09/2011	2,400,620	817	29/08/2012	- 1,203,249
68	08/09/2009	- 4,990,340	318	07/09/2010	4,328,407	568	02/09/2011	4,153,156	818	30/08/2012	- 2,446,106
69	09/09/2009	354,324	319	08/09/2010	2,159,933	569	05/09/2011	3,051,067	819	31/08/2012	225,332
70	10/09/2009	282,563	320	09/09/2010	-12,873,178	570	06/09/2011	471,796	820	03/09/2012	- 326,888
71	11/09/2009	- 70,576	321	10/09/2010	- 3,900,146	571	07/09/2011	1,102,279	821	04/09/2012	2,368,292
72	14/09/2009	- 2,309,298	322	13/09/2010	- 1,569,544	572	08/09/2011	4,644,007	822	05/09/2012	- 958,733
73	15/09/2009	- 795,869	323	14/09/2010	8,479,574	573	09/09/2011	- 632,084	823	06/09/2012	- 1,972,094
74	17/09/2009	- 416,120	324	15/09/2010	- 90,888	574	12/09/2011	- 2,661,314	824	07/09/2012	- 280,607
75	18/09/2009	822,985	325	20/09/2010	- 128,458	575	13/09/2011	- 4,090,571	825	10/09/2012	- 902,534
76	21/09/2009	- 307,958	326	21/09/2010	- 6,108,977	576	14/09/2011	- 214,880	826	11/09/2012	- 567,179
77	22/09/2009	-11,777,842	327	22/09/2010	- 2,717,507	577	15/09/2011	- 741,732	827	12/09/2012	- 3,219,404
78	23/09/2009	- 274,550	328	23/09/2010	843,738	578	19/09/2011	- 2,432,946	828	13/09/2012	1,387,631
79	24/09/2009	- 1,323,807	329	24/09/2010	9,189,045	579	20/09/2011	1,048,464	829	14/09/2012	- 481,706
80	25/09/2009	- 384,872	330	27/09/2010	15,716	580	21/09/2011	181,180	830	17/09/2012	- 251,402
81	28/09/2009	- 2,357,188	331	28/09/2010	1,548,215	581	22/09/2011	-12,939,399	831	18/09/2012	- 4,843,055
82	29/09/2009	- 2,824,845	332	29/09/2010	- 2,035,519	582	23/09/2011	- 5,643,067	832	19/09/2012	660,551
83	30/09/2009	- 3,588,442	333	30/09/2010	- 8,382,471	583	26/09/2011	711,012	833	20/09/2012	22,722,528
84	01/10/2009	1,814,918	334	01/10/2010	453,558	584	27/09/2011	-25,802,412	834	21/09/2012	- 137,834
85	02/10/2009	846,385	335	04/10/2010	653,673	585	28/09/2011	- 860,156	835	24/09/2012	- 962,497
86	05/10/2009	- 6,407,985	336	05/10/2010	3,077,049	586	29/09/2011	145,813	836	25/09/2012	1,907,194
87	06/10/2009	-10,772,458	337	06/10/2010	- 9,018,605	587	30/09/2011	- 513,264	837	26/09/2012	315,780
88	07/10/2009	5,709,317	338	07/10/2010	- 1,027,584	588	03/10/2011	- 3,286,367	838	27/09/2012	2,959,617
89	08/10/2009	229,855	339	08/10/2010	- 2,104,601	589	04/10/2011	- 3,939,050	839	28/09/2012	65,550
90	09/10/2009	2,609,415	340	11/10/2010	- 345,579	590	05/10/2011	- 708,215	840	01/10/2012	- 2,772
91	12/10/2009	- 46,530	341	12/10/2010	- 4,826,096	591	06/10/2011	-14,137,807	841	02/10/2012	- 3,518,278
92	13/10/2009	1,500,695	342	13/10/2010	-10,574,369	592	07/10/2011	-28,773,942	842	03/10/2012	- 1,752,593
93	14/10/2009	4,773,048	343	14/10/2010	7,658,970	593	10/10/2011	- 484,978	843	04/10/2012	- 1,526,605
94	15/10/2009	3,802,356	344	15/10/2010	-20,233,272	594	11/10/2011	- 301,925	844	05/10/2012	- 83,132
95	16/10/2009	374,196	345	18/10/2010	- 1,376,027	595	12/10/2011	21,466,570	845	08/10/2012	- 3,019,449
96	19/10/2009	- 1,990,651	346	19/10/2010	-28,408,913	596	13/10/2011	- 2,881,176	846	09/10/2012	387,120
97	20/10/2009	-11,693,396	347	20/10/2010	- 2,904,883	597	14/10/2011	- 2,429,380	847	10/10/2012	45,028
98	21/10/2009	- 2,488,351	348	21/10/2010	-10,784,812	598	17/10/2011	- 2,447,770	848	11/10/2012	- 6,391,433
99	22/10/2009	3,094,408	349	22/10/2010	1,082,347	599	18/10/2011	- 1,792,507	849	12/10/2012	462,937
100	23/10/2009	1,782,152	350	25/10/2010	- 927,191	600	19/10/2011	- 1,185,852	850	15/10/2012	- 819,169

101	26/10/2009	- 3,963,704	351	26/10/2010	5,088,400	601	20/10/2011	-20,307,645	851	16/10/2012	- 2,315,035
102	27/10/2009	- 4,289,873	352	27/10/2010	- 3,780,639	602	21/10/2011	109,232	852	17/10/2012	- 270,546
103	28/10/2009	2,920,468	353	28/10/2010	242,385	603	24/10/2011	- 825,657	853	18/10/2012	- 2,362,880
104	29/10/2009	4,205,351	354	29/10/2010	- 1,027,213	604	25/10/2011	- 981,119	854	19/10/2012	1,149,438
105	30/10/2009	- 5,262,765	355	01/11/2010	-23,822,145	605	26/10/2011	1,588,645	855	22/10/2012	4,000,953
106	03/11/2009	-13,402,138	356	03/11/2010	- 5,517,444	606	27/10/2011	- 7,563,002	856	23/10/2012	- 2,777,795
107	04/11/2009	277,835	357	04/11/2010	-13,135,070	607	28/10/2011	- 123,828	857	24/10/2012	- 2,265,269
108	05/11/2009	- 400,496	358	05/11/2010	3,635,175	608	31/10/2011	- 3,865,268	858	25/10/2012	-11,624,810
109	06/11/2009	1,746,767	359	08/11/2010	2,404,199	609	01/11/2011	- 751,688	859	26/10/2012	- 1,247,343
110	09/11/2009	257,764	360	09/11/2010	- 398,576	610	03/11/2011	-12,804,429	860	29/10/2012	- 971,165
111	10/11/2009	- 1,987,095	361	10/11/2010	- 37,498	611	04/11/2011	1,070,178	861	30/10/2012	- 2,490,431
112	11/11/2009	612,871	362	11/11/2010	- 4,518,847	612	07/11/2011	220,931	862	31/10/2012	- 8,585
113	12/11/2009	426,355	363	12/11/2010	- 1,039,440	613	08/11/2011	7,051,001	863	01/11/2012	-11,268,583
114	13/11/2009	- 130,387	364	16/11/2010	-10,816,486	614	09/11/2011	- 1,152,171	864	05/11/2012	- 164,330
115	17/11/2009	-11,117,631	365	17/11/2010	- 344,671	615	10/11/2011	- 3,094,032	865	06/11/2012	- 1,564,417
116	18/11/2009	- 1,285,149	366	18/11/2010	- 6,373,540	616	11/11/2011	462,205	866	07/11/2012	- 627,589
117	19/11/2009	4,091,887	367	19/11/2010	589,525	617	14/11/2011	1,865,443	867	08/11/2012	1,530,420
118	20/11/2009	2,936,393	368	22/11/2010	- 1,234,707	618	15/11/2011	424,286	868	09/11/2012	93,414
119	23/11/2009	55,042	369	23/11/2010	- 6,954,154	619	16/11/2011	- 3,766,876	869	12/11/2012	- 264,960
120	24/11/2009	2,497,314	370	24/11/2010	12,971,394	620	17/11/2011	- 332,035	870	13/11/2012	- 8,341,524
121	25/11/2009	3,605,928	371	25/11/2010	1,371,827	621	18/11/2011	- 578,636	871	14/11/2012	3,675,459
122	26/11/2009	- 3,836,113	372	26/11/2010	1,360,736	622	22/11/2011	- 2,064,545	872	15/11/2012	1,670,895
123	27/11/2009	- 2,451,375	373	29/11/2010	15,352,938	623	23/11/2011	- 3,386,876	873	16/11/2012	- 1,398,756
124	30/11/2009	- 124,063	374	30/11/2010	4,986,370	624	24/11/2011	-14,684,766	874	20/11/2012	1,051,878
125	01/12/2009	- 3,562,222	375	01/12/2010	2,238,865	625	25/11/2011	- 5,501,493	875	21/11/2012	- 519,987
126	02/12/2009	4,100,902	376	02/12/2010	- 908,052	626	28/11/2011	- 1,090,867	876	22/11/2012	- 3,401,240
127	03/12/2009	- 118,306	377	03/12/2010	362,499	627	29/11/2011	- 1,738,947	877	23/11/2012	- 642,902
128	04/12/2009	- 223,691	378	06/12/2010	- 575,860	628	30/11/2011	6,623,363	878	26/11/2012	- 191,595
129	07/12/2009	- 249,462	379	07/12/2010	- 2,997,043	629	01/12/2011	- 5,147,274	879	27/11/2012	2,503,522
130	08/12/2009	940,749	380	08/12/2010	- 1,234,724	630	02/12/2011	- 8,100,511	880	28/11/2012	3,163,866
131	09/12/2009	3,487,156	381	09/12/2010	1,113,127	631	05/12/2011	- 7,975,761	881	29/11/2012	296,930
132	10/12/2009	694,251	382	10/12/2010	2,813,746	632	06/12/2011	- 1,851,567	882	30/11/2012	9,385,960
133	11/12/2009	649,875	383	13/12/2010	- 362,669	633	07/12/2011	1,537,937	883	03/12/2012	- 1,492,714
134	14/12/2009	- 587,436	384	14/12/2010	-25,088,809	634	08/12/2011	- 5,565,247	884	04/12/2012	- 2,730,743
135	15/12/2009	- 120,037	385	15/12/2010	- 2,435,184	635	09/12/2011	6,151,936	885	05/12/2012	- 5,435
136	16/12/2009	1,848,143	386	16/12/2010	511,165	636	13/12/2011	845,934	886	06/12/2012	- 5,040,655
137	17/12/2009	2,082,384	387	17/12/2010	205,687	637	14/12/2011	- 1,462,221	887	07/12/2012	-10,614,030
138	18/12/2009	2,179,923	388	20/12/2010	- 9,436,311	638	15/12/2011	1,238,711	888	10/12/2012	- 4,500,205
139	21/12/2009	1,383,435	389	21/12/2010	- 1,762,595	639	16/12/2011	2,937,258	889	11/12/2012	240,598
140	22/12/2009	- 448,752	390	22/12/2010	- 1,930,165	640	19/12/2011	2,514,064	890	13/12/2012	- 209,687
141	23/12/2009	- 1,206,582	391	23/12/2010	6,544,063	641	20/12/2011	- 1,897,099	891	14/12/2012	3,685,455
142	24/12/2009	- 588,884	392	24/12/2010	1,155,409	642	21/12/2011	5,485,964	892	17/12/2012	2,348,077
143	28/12/2009	- 498,030	393	27/12/2010	200,684	643	22/12/2011	-26,821,422	893	18/12/2012	4,157,103
144	29/12/2009	5,246,484	394	28/12/2010	-27,184,521	644	23/12/2011	1,618,816	894	19/12/2012	- 1,413,112
145	30/12/2009	- 2,441,869	395	29/12/2010	- 108,754	645	26/12/2011	1,518,793	895	20/12/2012	3,604,122
146	31/12/2009	- 5,386,538	396	30/12/2010	60,249	646	27/12/2011	357,288	896	21/12/2012	-11,694,570
147	04/01/2010	- 2,121,794	397	31/12/2010	- 104,908	647	28/12/2011	393,361	897	24/12/2012	-10,221,285
148	05/01/2010	6,875,809	398	03/01/2011	7,628,023	648	29/12/2011	11,150	898	26/12/2012	417,119
149	06/01/2010	2,876,628	399	04/01/2011	1,690,495	649	30/12/2011	12,101,213	899	27/12/2012	2,567,695
150	07/01/2010	2,663,236	400	05/01/2011	- 475,030	650	02/01/2012	401,471	900	28/12/2012	306,265

151	08/01/2010	1,222,038	401	06/01/2011	201,591	651	03/01/2012	- 215,802	901	31/12/2012	- 2,909,705
152	11/01/2010	1,794,036	402	07/01/2011	824,055	652	04/01/2012	- 541,177	902	02/01/2013	- 245,113
153	12/01/2010	6,137,250	403	10/01/2011	- 920,481	653	05/01/2012	- 1,950,287	903	03/01/2013	5,658,271
154	13/01/2010	7,626,382	404	11/01/2011	- 434,757	654	06/01/2012	- 347,747	904	04/01/2013	7,131,415
155	14/01/2010	2,705,633	405	12/01/2011	- 1,477,889	655	09/01/2012	- 1,466,154	905	07/01/2013	- 6,681,316
156	15/01/2010	471,037	406	13/01/2011	2,391,983	656	10/01/2012	358,135	906	08/01/2013	8,161,450
157	18/01/2010	604,136	407	14/01/2011	- 1,550,684	657	11/01/2012	- 1,764,701	907	09/01/2013	1,818,156
158	19/01/2010	5,574,330	408	17/01/2011	217,533	658	12/01/2012	- 5,312,856	908	10/01/2013	13,427,239
159	20/01/2010	11,948,045	409	18/01/2011	1,840,701	659	13/01/2012	- 372,815	909	11/01/2013	- 403,069
160	21/01/2010	- 390,491	410	19/01/2011	- 6,576,454	660	16/01/2012	- 1,769,060	910	14/01/2013	- 271,429
161	22/01/2010	3,285,691	411	20/01/2011	4,815,011	661	17/01/2012	- 9,969,978	911	15/01/2013	- 277,450
162	25/01/2010	724,011	412	21/01/2011	- 504,020	662	18/01/2012	- 378,422	912	16/01/2013	699,263
163	26/01/2010	8,663,094	413	24/01/2011	633,949	663	19/01/2012	7,712,282	913	17/01/2013	10,878,831
164	27/01/2010	13,891,196	414	25/01/2011	- 236,369	664	20/01/2012	1,212,398	914	18/01/2013	1,395,635
165	28/01/2010	23,591,256	415	26/01/2011	548,401	665	23/01/2012	- 727,371	915	21/01/2013	- 1,681,797
166	29/01/2010	-19,683,233	416	27/01/2011	7,634,256	666	24/01/2012	4,939,022	916	22/01/2013	- 3,528,348
167	02/02/2010	196,589	417	28/01/2011	157,726	667	25/01/2012	8,146,335	917	23/01/2013	926,290
168	03/02/2010	6,468,767	418	31/01/2011	- 1,731,797	668	26/01/2012	22,585,552	918	24/01/2013	5,988,421
169	04/02/2010	- 100,399	419	01/02/2011	3,729,812	669	27/01/2012	11,668,844	919	25/01/2013	- 576,941
170	05/02/2010	- 961,745	420	02/02/2011	- 7,035,682	670	30/01/2012	1,073,623	920	28/01/2013	207,348
171	08/02/2010	- 1,270,930	421	03/02/2011	6,930,122	671	31/01/2012	- 2,112,792	921	29/01/2013	265,897
172	09/02/2010	7,725,656	422	04/02/2011	- 893,836	672	01/02/2012	1,168,504	922	30/01/2013	814,359
173	10/02/2010	- 7,574,996	423	08/02/2011	- 2,686,101	673	02/02/2012	9,255,898	923	31/01/2013	- 2,082,486
174	11/02/2010	345,445	424	09/02/2011	3,671,028	674	03/02/2012	- 124,653	924	01/02/2013	- 286,538
175	12/02/2010	- 2,172,915	425	10/02/2011	3,352,648	675	07/02/2012	- 329,974	925	05/02/2013	946,433
176	15/02/2010	- 2,147,654	426	11/02/2011	3,263,371	676	08/02/2012	2,445,354	926	06/02/2013	- 351,950
177	16/02/2010	1,184,915	427	14/02/2011	3,976,835	677	09/02/2012	- 1,709,594	927	07/02/2013	- 533,766
178	17/02/2010	2,877,281	428	15/02/2011	- 1,576,864	678	10/02/2012	136,874	928	08/02/2013	- 2,207,581
179	18/02/2010	- 421,522	429	16/02/2011	1,508,150	679	13/02/2012	116,778	929	11/02/2013	- 512,324
180	19/02/2010	846,297	430	17/02/2011	- 5,639,589	680	14/02/2012	- 1,087,825	930	12/02/2013	3,845,907
181	22/02/2010	1,409,433	431	18/02/2011	- 2,597,122	681	15/02/2012	- 335,645	931	13/02/2013	1,284,910
182	23/02/2010	6,400,527	432	21/02/2011	- 5,326,549	682	16/02/2012	-11,240,501	932	14/02/2013	2,306,362
183	24/02/2010	- 3,487,409	433	22/02/2011	-10,101,574	683	17/02/2012	- 399,559	933	15/02/2013	2,271,951
184	25/02/2010	- 425,945	434	23/02/2011	- 289,543	684	20/02/2012	- 1,196,052	934	18/02/2013	4,167,623
185	26/02/2010	105,993	435	24/02/2011	-16,431,771	685	21/02/2012	73,016	935	19/02/2013	10,167,300
186	01/03/2010	- 5,175,615	436	25/02/2011	7,527,735	686	22/02/2012	87,448	936	20/02/2013	1,385,501
187	02/03/2010	1,685,755	437	28/02/2011	1,111,041	687	23/02/2012	- 3,345,445	937	21/02/2013	3,643,088
188	03/03/2010	2,996,567	438	01/03/2011	2,334,566	688	24/02/2012	- 327,189	938	22/02/2013	13,383,288
189	04/03/2010	547,494	439	02/03/2011	2,654,527	689	27/02/2012	- 3,904,715	939	25/02/2013	1,502,121
190	05/03/2010	232,435	440	03/03/2011	-26,326,966	690	28/02/2012	1,154,788	940	26/02/2013	240,228
191	08/03/2010	522,747	441	04/03/2011	255,861	691	29/02/2012	- 308,051	941	27/02/2013	675,049
192	09/03/2010	2,170,839	442	07/03/2011	- 3,498,022	692	01/03/2012	-11,420,718	942	28/02/2013	- 7,348,171
193	10/03/2010	- 98,289	443	08/03/2011	23,295,096	693	02/03/2012	- 1,619,609	943	01/03/2013	1,717,495
194	11/03/2010	3,371,988	444	09/03/2011	- 4,052,529	694	05/03/2012	- 1,678,073	944	04/03/2013	- 595,462
195	12/03/2010	- 109,710	445	10/03/2011	- 1,451,316	695	06/03/2012	36,756,093	945	05/03/2013	2,396,138
196	16/03/2010	- 396,850	446	11/03/2011	- 4,194,326	696	07/03/2012	-26,691,370	946	06/03/2013	945,017
197	17/03/2010	4,741,742	447	14/03/2011	1,136,418	697	08/03/2012	- 2,699,472	947	07/03/2013	12,024,225
198	18/03/2010	8,398,854	448	15/03/2011	- 2,080,618	698	09/03/2012	1,298,017	948	08/03/2013	12,428,708
199	19/03/2010	- 35,415	449	16/03/2011	- 1,253,470	699	12/03/2012	7,180,224	949	11/03/2013	904,538
200	22/03/2010	- 24,276	450	17/03/2011	-23,604,402	700	13/03/2012	- 865,943	950	12/03/2013	27,019,511

201	23/03/2010	3,795,048	451	18/03/2011	4,355,817	701	14/03/2012	- 3,289,749	951	13/03/2013	4,945,593
202	24/03/2010	8,245,550	452	22/03/2011	- 6,473,142	702	15/03/2012	- 1,586,070	952	14/03/2013	10,546,866
203	25/03/2010	836,196	453	23/03/2011	2,680,335	703	16/03/2012	1,378,256	953	15/03/2013	2,506,625
204	26/03/2010	- 300,953	454	24/03/2011	- 104,583	704	20/03/2012	- 373,968	954	19/03/2013	10,411,584
205	29/03/2010	- 1,030,124	455	25/03/2011	2,644,841	705	21/03/2012	- 7,489,765	955	20/03/2013	7,753,286
206	30/03/2010	- 1,269,865	456	28/03/2011	- 3,471,303	706	22/03/2012	1,482,544	956	21/03/2013	1,960,235
207	31/03/2010	414,769	457	29/03/2011	- 1,536,433	707	23/03/2012	5,528,967	957	22/03/2013	- 104,934
208	05/04/2010	- 391,479	458	30/03/2011	- 1,312,835	708	26/03/2012	3,819,353	958	25/03/2013	-45,560,644
209	06/04/2010	1,915,522	459	31/03/2011	-20,170,925	709	27/03/2012	- 41,593	959	26/03/2013	- 4,423,424
210	07/04/2010	2,017,265	460	01/04/2011	2,910,036	710	28/03/2012	2,901,282	960	27/03/2013	- 2,377,339
211	08/04/2010	2,910,851	461	04/04/2011	- 8,434,862	711	29/03/2012	15,430,094	961	01/04/2013	- 9,684,010
212	09/04/2010	571,580	462	05/04/2011	- 3,688,113	712	30/03/2012	3,805,768	962	02/04/2013	- 3,080,012
213	12/04/2010	- 1,855,699	463	06/04/2011	926,568	713	02/04/2012	- 782,104	963	03/04/2013	5,733,485
214	13/04/2010	4,143,976	464	07/04/2011	-40,105,663	714	03/04/2012	144,753	964	04/04/2013	8,084,042
215	14/04/2010	1,473,229	465	08/04/2011	- 7,463,509	715	04/04/2012	1,546,086	965	05/04/2013	1,714,893
216	15/04/2010	49,909	466	11/04/2011	- 876,925	716	09/04/2012	- 1,855,989	966	08/04/2013	2,700,073
217	16/04/2010	- 2,510,009	467	12/04/2011	19,709	717	10/04/2012	1,587,424	967	09/04/2013	- 701,215
218	19/04/2010	1,277,366	468	13/04/2011	- 54,754	718	11/04/2012	1,196,261	968	10/04/2013	- 1,226,614
219	20/04/2010	5,771,721	469	14/04/2011	- 111,512	719	12/04/2012	- 2,883,064	969	11/04/2013	- 49,548
220	21/04/2010	- 191,514	470	15/04/2011	2,472	720	13/04/2012	- 2,761,326	970	12/04/2013	690,261
221	22/04/2010	88,628	471	18/04/2011	- 347,179	721	16/04/2012	- 487,603	971	15/04/2013	310,193
222	23/04/2010	2,159,510	472	19/04/2011	9,811,274	722	17/04/2012	- 3,819,826	972	16/04/2013	4,070,808
223	26/04/2010	- 105,782	473	20/04/2011	-12,177,789	723	18/04/2012	2,300,882	973	17/04/2013	- 158,987
224	27/04/2010	335,457	474	25/04/2011	- 993,304	724	19/04/2012	- 6,868,359	974	18/04/2013	7,393,714
225	28/04/2010	1,871,494	475	26/04/2011	- 801,973	725	20/04/2012	- 436,929	975	19/04/2013	1,412,984
226	29/04/2010	693,376	476	27/04/2011	106,204	726	23/04/2012	2,756,878	976	22/04/2013	2,247,460
227	30/04/2010	6,643,607	477	28/04/2011	- 3,686,767	727	24/04/2012	1,185,965	977	23/04/2013	2,593,330
228	03/05/2010	- 3,304,099	478	29/04/2011	- 215,252	728	25/04/2012	- 543,572	978	24/04/2013	1,111,551
229	04/05/2010	- 1,024,140	479	02/05/2011	- 703,070	729	26/04/2012	- 8,333,515	979	25/04/2013	7,927,258
230	05/05/2010	994,236	480	03/05/2011	1,910,789	730	27/04/2012	- 5,893,541	980	26/04/2013	- 1,246,440
231	06/05/2010	4,967,999	481	04/05/2011	730,830	731	30/04/2012	- 9,192,020	981	29/04/2013	1,870,261
232	07/05/2010	818,056	482	05/05/2011	1,920,082	732	02/05/2012	- 754,218	982	30/04/2013	2,261,628
233	10/05/2010	- 280,773	483	06/05/2011	- 407,404	733	03/05/2012	8,858,366	983	02/05/2013	3,634,118
234	11/05/2010	79,673	484	09/05/2011	1,823,981	734	04/05/2012	- 434,132	984	03/05/2013	248,135
235	12/05/2010	32,464	485	10/05/2011	- 51,333	735	07/05/2012	3,718,852	985	06/05/2013	- 584,100
236	13/05/2010	1,180,620	486	11/05/2011	1,553,834	736	08/05/2012	-13,341,539	986	07/05/2013	7,371,835
237	14/05/2010	1,773,472	487	12/05/2011	14,780,996	737	09/05/2012	- 13,345	987	08/05/2013	7,826,510
238	17/05/2010	- 33,451	488	13/05/2011	- 665,946	738	10/05/2012	302,269	988	09/05/2013	17,583,209
239	18/05/2010	- 1,683,683	489	16/05/2011	496,823	739	11/05/2012	2,721,261	989	10/05/2013	- 310,890
240	19/05/2010	2,676,745	490	17/05/2011	2,963,278	740	14/05/2012	- 807,739	990	13/05/2013	- 822,993
241	20/05/2010	1,011,001	491	18/05/2011	3,557,274	741	15/05/2012	- 6,700,391	991	14/05/2013	-13,819,239
242	21/05/2010	2,056,727	492	19/05/2011	1,825,988	742	16/05/2012	- 1,302,261	992	15/05/2013	- 589,792
243	24/05/2010	2,933,193	493	20/05/2011	2,780,177	743	17/05/2012	- 2,017,944	993	16/05/2013	- 866,976
244	25/05/2010	1,855,097	494	23/05/2011	3,920,273	744	18/05/2012	194,628	994	17/05/2013	1,319,636
245	26/05/2010	3,554,215	495	24/05/2011	9,636,637	745	21/05/2012	- 1,118,708	995	20/05/2013	292,672
246	27/05/2010	2,659,391	496	25/05/2011	10,153,635	746	22/05/2012	- 115,297	996	21/05/2013	1,162,202
247	28/05/2010	1,105,614	497	26/05/2011	8,635,607	747	23/05/2012	- 1,089,253	997	22/05/2013	4,422
248	31/05/2010	1,287,316	498	27/05/2011	7,701,192	748	24/05/2012	- 595,558	998	23/05/2013	- 1,486,036
249	01/06/2010	3,164,106	499	30/05/2011	3,714,932	749	25/05/2012	- 1,075,293	999	24/05/2013	- 3,886,478
250	02/06/2010	11,673,618	500	31/05/2011	5,047,212	750	28/05/2012	- 1,789,343	1000	27/05/2013	546,312

Fuente: Elaboración propia.

## Anexo II

### BACKTESTING

El proceso del *backtesting* es esencial en el proceso de evaluar y calibrar modelos de medición de riesgos. Es importante para la institución y autoridades regulatorias verificar periódicamente que el modelo esté midiendo el riesgo adecuadamente. Tanto en el estudio del Grupo de los treinta (G-30) como el Comité de Basilea se recomienda realizar pruebas de *backtesting* con el fin de verificar si en modelo de VaR es adecuado y, en su caso, realizar ajustes y calibrar el modelo.

Para realizar un *backtesting* es necesario comparar el valor en riesgo *observado* con las pérdidas y/o ganancias *reales*. En dicha prueba lo que se mide es la eficiencia en el modelo, contando las observaciones de pérdidas y/o ganancias que fueron mayores al VaR.

Los pasos a seguir para la elaboración de un *backtesting* son los siguientes:

1. Las pérdidas y ganancias se calculan con cambios de valuación o *mark-to-market*.
2. Se debe compara periódicamente el valor en riesgo observado ajustado a un día con las pérdidas y ganancias diarias.
3. Los errores o excepciones destacados se calculan contando el número de veces que las pérdidas y ganancias exceden al valor en riesgo observado.
4. El nivel de eficiencia del modelo será: número de excepciones/número de observaciones.

Uno de los métodos más utilizados para verificar si el modelo es adecuado es el desarrollo de Kupiec en 1995. Dicho método consiste en contar las veces que las pérdidas y ganancias exceden el VaR durante un periodo. Se asume que  $N$  es el número de observaciones que exceden la pérdida o ganancia, y para un nivel confianza dado  $(1 - p)$  se prueba si la  $N$  observada es estadísticamente diferente a la probabilidad de error  $p$  que se considera para el cálculo del VaR.

La probabilidad de observar  $N$  excesos durante un periodo de  $T$  observaciones en total, se explica con una distribución binomial dada por:

$$(1 - p)^{T-N} p^N$$

Kupiec desarrollo unas regiones de confianza con base a una distribución chi-cuadrada con un grado de libertad, considerando la hipótesis nula de que  $p$  es estadísticamente igual a la probabilidad utilizada para el VaR contra la hipótesis alternativa de que  $p$  sea diferente a dicha probabilidad.

TABLA DE KUPIEC: región de no rechazo para el número de observaciones fuera del VaR,  $N$ .

Nivel de probabilidad $p$	T		
	255 días	510 días	1000 días
0.01	$N < 7$	$1 < N < 11$	$4 < N < 17$
0.025	$2 < N < 12$	$6 < N < 21$	$15 < N < 36$
0.05	$6 < N < 21$	$16 < N < 36$	$37 < N < 65$
0.075	$11 < N < 28$	$27 < N < 51$	$59 < N < 92$
0.1	$16 < N < 36$	$28 < N < 65$	$81 < N < 120$

Fuente: Elaboración propia, basado en de Lara Haro, Alfonso, 3ª Edición.

Para calibrar el modelo se tiene que aumentar el factor de  $p$  en el cálculo del VaR hasta tener el nivel de confianza deseado.

## BIBLIOGRAFIA

- Aranda Gallego, Joaquín, de Luca Martínez, J. Alberto, “Anales de Economía Aplicada. XIV Reunión ASEPELT-España. Oviedo, 22 y 23 de Junio de 2000”, Universidad de Murcia.
- Banco de México, definiciones Básicas de Riesgos, Noviembre 2005.
- Banco de México, Nuevo acuerdo de Capital de Basilea, 2010.
- Carlos Sánchez Cerón, Valor en Riesgo y otras aproximaciones, SEI Investments de México.
- Cebrián A., Análisis, modelación y predicción de sequía, Universidad de Zaragoza, España, 2008.
- De Lara Haro, Alfonso, Medición y Control de Riesgos Financieros, 3º Edición.
- Díaz de Santos, El Plan de Negocios, Guías de Gestión de la Pequeña Empresa, Sección Sexta: Análisis FODA.
- Embrechts, Paul; Resnick, Sidney I.; Samorodnitsky, Gennady, “Extreme Value Theory as a Risk Management Tool”, North American Actuarial Journal, Volume 3, Number 2, April 1999
- Evaristo Diz Cruz, Teoría de Riesgo, Starbook.
- García Pérez, Almudena, LA TEORÍA AL VALOR EXTREMO: UNA APLICACIÓN AL SECTOR ASEGURADOR, Universidad de Alcalá de Henares, Madrid.

- Ibáñez Rosales, Alejandro, Análisis estadístico de valores extremos y aplicaciones, Universidad de Granada, Octubre 2011.
- Jarque M. Bera K., A Test for Normality of Observations and Regressions Residual, International Statistical Review, 1987.
- Ortega Sánchez, Joaquín, Valores Extremos: Teoría y Aplicaciones, Departamento de Probabilidad y Estadística, Centro de Investigación en Matemáticas (CIMAT), 2010.
- Parte Tres, Sistema de Valor en Riesgo, Capítulo 10; Enfoques para la Medición del VaR.
- Philippe Jorion, Garp, Financial Risk Manager, Handbook, 5° edición.
- Philippe Jorion, Valor en Riesgo, Limusa Noriega Editores.
- Rincón, Luis, Introducción a los Procesos Estocásticos, Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias UNAM, Enero 2011.
- William Mendenhall, Dennis D. Wackrly y Richard L. Scheaffer, Estadística Matemática con Aplicaciones, Grupo Editorial Iberoamericana.

## WEBGRAFÍA

- <http://halweb.uc3m.es/esp/Personal/personas/jmmarin/esp/AMult/tema2am.pdf>
- [http://www.afirme.com/Contenido/files/NuestroGrupo/GrupoFinanciero/AdministracionIntegraldeRiesgos/Admon\\_Integral\\_Riesgos\\_092005.pdf](http://www.afirme.com/Contenido/files/NuestroGrupo/GrupoFinanciero/AdministracionIntegraldeRiesgos/Admon_Integral_Riesgos_092005.pdf)
- <http://www.afme.eu/WorkArea/DownloadAsset.aspx?id=126>
- <http://www.banxico.org.mx/sistema-financiero/material-educativo/basico/fichas/actividad-financiera/%7BF7AF1DAF-B3DE-4F00-DBCF-DCEE0E80C9E8%7D.pdf>
- <http://www.cimat.mx/~jortega/extremos10.html>
- [http://www.fisterra.com/mbe/investiga/distr\\_normal/distr\\_normal.asp](http://www.fisterra.com/mbe/investiga/distr_normal/distr_normal.asp)
- <http://www.gutierrezandres.com/archives/1164>
- <http://www.uv.es/ceaces/base/variable%20aleatoria/pdensidad.htm>