UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

# CÁLCULO DE POLIGONALES TOPOGRÁFICAS MEDIANTE UN PROGRAMA DESARROLLADO EN LENGUAJE C++

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

INGENIERO GEOMÁTICO

PRESENTA:

JIMÉNEZ RIOJA LUIS FERNANDO

DIRECTOR DE TESIS:

ING. ADOLFO REYES PIZANO

México, D.F., 2014.

VNIVERSIDAD NACIONAL AVFNºMA DE MEXICO

**DIVISIÓN DE INGENIERÍAS CIVIL Y GEOMÁTICA**
**COMITÉ DE TITULACIÓN**
**FING/DICyG/SEAC/UTIT/48/2014**

**Señor**
**LUIS FERNANDO JIMÉNEZ RIOJA**
Presente

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor ING. ADOLFO REYES PIZANO que aprobó este Comité, para que lo desarrolle usted conforme a la opción I. "Titulación mediante tesis o tesina y examen profesional", para obtener su título en INGENIERIA GEOMATICA

**"CÁLCULO DE POLIGONALES TOPOGRÁFICAS MEDIANTE UN PROGRAMA DESARROLLADO EN LENGUAJE C++"**

**INTRODUCCIÓN**
**I. ANTECEDENTES**
**II. MEDICIÓN DE POLIGONALES**
**III. CÁLCULO DE UNA POLIGONAL**
**IV. PROGRAMA PARA EL CÁLCULO DE UNA POLIGONAL**
**V. CONCLUSIONES**
**BIBLIOGRAFÍA**

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el Título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPÍRITU"
Cd. Universitaria a 7 de Mayo de 2014
**EL PRESIDENTE DEL COMITÉ**

**M. EN I. JOSÉ LUIS TRIGOS SUÁREZ**
JLTS/MTH

## Contenido

INTRODUCCIÓN ........ 7
1. ANTECEDENTES ........ 8
1.1 BOSQUEJO HISTÓRICO ........ 8
1.2 UNIDADES DE MEDIDA EN LA ANTIGÜEDAD ........ 11
1.2.1 UNIDADES DE MEDIDA LINEAL ........ 12
1.2.2 UNIDADES DURANTE LA ERA CRISTIANA ........ 13
1.2.3 TIPOS DE MEDICIONES EN TOPOGRAFÍA ........ 15
1.3 EVOLUCIÓN DE LOS INSTRUMENTOS TOPOGRÁFICOS ........ 17
1.3.1 LA CUERDA ........ 17
1.3.2 LA CADENA ........ 18
1.3.3 DECEMPEDA O PERTICA ........ 18
1.3.4 EL ODÓMETRO ........ 18
1.3.5 JALONES O BANDEROLAS ........ 19
1.3.6 LA GROMA ........ 19
1.3.7 ESCUADRA DE AGRIMENSOR ........ 20
1.3.8 GNOMON ........ 20
1.3.9 LIBRA AQUARIA ........ 21
1.3.10 EL COROBATE ........ 21
1.3.11 LA DIOPTRA ........ 22
1.3.12 LA LAMPARA ........ 23
1.3.13 LA BRÚJULA ........ 24
1.3.14 LA WINCHA ........ 24
1.3.15 EL NIVEL TUBULAR ........ 24
1.3.16 LA MIRA ........ 24
1.3.17 EL ANTEOJO ........ 24
1.3.18 EL MICRÓMETRO ........ 25
1.3.19 EL TELÉMETRO ........ 25
1.3.20 EL TEODOLITO ........ 25
1.3.21 LA ESTACIÓN TOTAL ........ 26
1.3.22 EL GPS ........ 26
2. MEDICIÓN DE POLIGONALES ........ 26

2.1 POLIGONALES ABIERTAS ........ 27
2.1.1 POLIGONAL DE ENLACE ........ 27
2.1.2 CAMINAMIENTO ........ 27
2.2 POLIGONALES CERRADAS ........ 27
2.3 TOLERANCIAS ........ 28
2.3.1 TOLERANCIA ANGULAR ........ 28
2.3.2 TOLERANCIA LINEAL ........ 29
2.4 VERTICES ........ 29
2.5 MEDICIÓN DE ÁNGULOS ........ 30
2.5.1 REGLA DE BESSEL ........ 31
2.5.2 MÉTODO DE REITERACIÓN ........ 32
2.6 MEDICIÓN DE DISTANCIAS ........ 33
2.6.1 MEDICIÓN DE DISTANCIAS CON CINTA ........ 33
2.6.1.1 ERRORES GROSEROS ........ 35
2.6.1.2 CORRECCIÓN DE ERRORES SISTEMÁTICOS ........ 35
2.6.1.2.1 CORRECCIÓN POR PENDIENTE ........ 35
2.6.1.2.2 CORRECCIÓN POR GRADUACIÓN ........ 37
2.6.1.2.3 CORRECCIÓN POR TEMPERATURA ........ 38
2.6.1.2.4 CORRECCIÓN POR TENSIÓN ........ 40
2.6.1.2.5 CORRECCIÓN POR CATENARIA ........ 40
2.6.1.2.6 ERROR DE ALINEACIÓN ........ 42
2.6.1.2.7 ERROR DE VERTICALIDAD ........ 43
2.6.1.3 ERRORES ACCIDENTALES ........ 43
3 CÁLCULO DE UNA POLIGONAL ........ 44
3.1 AJUSTE DE UNA POLIGONAL CERRADA ........ 45
3.1.1 COMPENSACIÓN ANGULAR ........ 45
3.1.2 ACIMUTS DE UNA POLIGONAL ........ 46
3.1.3 PROYECCIONES SIN CORREGIR ........ 46
3.1.4 ERROR DE CIERRE DE LAS PROYECCIONES ........ 47
3.1.5 COMPENSACIÓN LINEAL DE LA POLIGONAL ........ 49
3.1.5.1 EL MÉTODO ARBITRARIO ........ 49
3.1.5.2 REGLA DEL TRANSITO ........ 50

3.1.5.3 REGLA DE LA BRÚJULA (o de Bowditch) ........ 50
3.1.5.4 MÉTODO DE CRANDALL ........ 51
3.1.5.5 MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS ........ 52
3.1.6 CÁLCULO DE LAS COORDENADAS DE LOS VÉRTICES DEL POLÍGONO .. 54
4 PROGRAMA PARA EL CÁLCULO DE UNA POLIGONAL ........ 55
4.1 INSTRUCCIONES PARA EL MANEJO DEL PROGRAMA ........ 55
4.2 EJEMPLO DE LA EJECUCIÓN DEL PROGRAMA ........ 62
5 CONCLUSIONES ........ 66
BIBLIOGRAFÍA ........ 68

## INTRODUCCIÓN

El objetivo de este trabajo es proporcionar una herramienta útil creada en el lenguaje de programación C++, y el entorno de desarrollo integrado Dev-C++ que efectúe los cálculos topográficos por el método de compensación denominado "Método de la Brújula" correspondientes a una poligonal cerrada.

En el programa realizado el usuario deberá introducir al inicio el número de vértices de la poligonal en cuestión y los siguientes datos en el orden que se presentan: Nombre de los vértices, ángulos observados, las distancias comprendidas entre cada uno de los vértices, posteriormente el azimut de partida y finalmente las coordenadas de partida.

Después de que los datos son introducidos el programa efectuara y mostrara en pantalla los siguientes cálculos: Compensación de los ángulos observados, azimuts, proyecciones sin corregir, errores Ex y Ey, error lineal, factores de compensación Kx y Ky, precisión lineal, proyecciones corregidas, y las coordenadas de cada uno de los vértices.

Finalmente el programa le da al usuario dos opciones: Realizar los cálculos para una nueva poligonal o cerrar el programa. También se presenta un instructivo para el manejo adecuado del programa.

# 1. ANTECEDENTES

## 1.1 BOSQUEJO HISTÓRICO

La topografía estudia el conjunto de procedimientos para determinar la posición de un punto sobre la superficie terrestre, por medio de medidas según los tres elementos del espacio: dos distancias y una elevación o una distancia, una elevación y una dirección. Para distancias y elevaciones se emplean unidades de longitud (en sistema métrico decimal), y para direcciones se emplean unidades de arco (grados sexagesimales). [14].

Desde antes de nuestra era se pueden encontrar rastros de los hombres tratando de orientarse y representar su entorno, en Turquía fue encontrado en la década de los sesenta el primer acercamiento a lo que podría llamarse el primer mapa. Se trata de un mural que data de alrededor del 6200 a.c con la ubicación de casi 80 edificaciones y un volcán. Lo que nos lleva a pensar que tal vez la cartografía antecedió a la escritura estructurada que conocemos hoy.

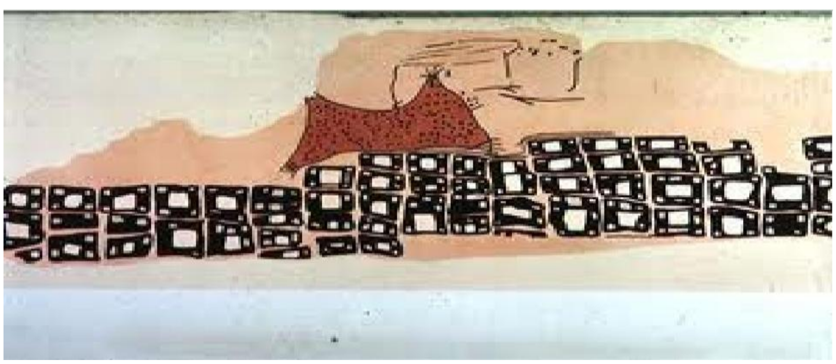


**Figura 1.1** Imagen de lo que se cree es el primer mapa, encontrado en Turquía.

Los sumerios. Fueron la primera cultura urbana conocida, que poseía conocimientos en matemáticas y astronomía, aplicaban la geometría práctica (topografía) en la construcción de obras de arquitectura y canales de riego.

Las construcciones se hacen suponer el empleo de algún primitivo y rudimentario instrumento de medición.

Los babilonios. Bajo el mando del rey de Nabucodonosor célebre más que por sus conquistas, por la construcción de la ciudad; además de los jardines colgantes, la disposición de las manzanas con calles rectas que se cortaban perpendicularmente. El sistema numérico era sexagesimal (el circulo graduado tenía 360°). Los arqueólogos han encontrado la posición y localización de señales sobre piedras que datan de la era babilónica y que se suponen que eran marcas de los topógrafos de la antigüedad para medir los territorios.

**Figura 1.1.2** Plano de Babilonia cerca del año 2000 a.c

Los asirios. Asombraron con sus construcciones sobre terrazas con escaleras, rampas, desniveles y planos inclinados.

Los persas. Construyeron la ciudad de Persépolis, en la cual se observan varios ejes de simetría rigurosamente perpendiculares entre sí. También es de destacar el templo mandado a construir por Salomón, rey hebreo, 950 a.c, que tenia 450m x 300m proyectado por Arquitectos y replanteado por Geómetras fenicios traídos expresamente para ello.

Los egipcios realizaron el primer esfuerzo del acondicionamiento del valle del Nilo, el cultivo de las tierras del valle sólo podía hacerse bajo una doble condición, se debía proceder a desecar los terrenos cenagosos de los bordes del lecho del río, una vez terminada la crecida había que irrigar los campos, para ello crearon un sistema de drenajes con diques, azudes niveladores y canales de riego.

Los romanos con una mente muy práctica aplicaron lo desarrollado por otros pueblos y crearon una red de caminos que cubría todo su imperio, de los cuales algunos tramos sobreviven. Los acueductos también formaban parte de sus necesidades para alimentar los baños romanos de los centros urbanos. [15].

Los orígenes de la topografía empiezan desde los tiempos de Tales de Mileto y Anaximandro, de quienes se conocen las primeras cartas geográficas y las observaciones astronómicas que añadió Eratóstenes. Acto seguido, guardando la porción del tiempo Hiparco crea la teoría de los meridianos convergentes, y así como estos pioneros, se encuentran entre otros Estabón y Plinio, considerados como los fundadores de la geografía, seguidos entre otros por el topógrafo griego Tolomeo quien actualizo los planos de la época de los Antónimos. Más tarde en Europa, se mejoran los trabajos a partir de la invención de las cartas planas. Luego en el siglo XIII con la aplicación de la brújula y de los avances de la astronomía, se descubren nuevas aplicaciones a la topografía. [16].

Los registros más antiguos sobre topografía que existen en nuestros días, afirman que esta ciencia se origino en Egipto. Heródoto manifestó que Sesostrosis (alrededor del año 1400 a.c) dividió Egipto para el pago de impuestos. Las inundaciones anuales del río Nilo arrasaron partes de esos lotes y se designaron topógrafos para redefinir esos linderos. Estos topógrafos antiguos eran llamados estiracuerdas, debido a sus medidas que hacían con cuerdas que tenían marcas unitarias a determinadas distancias. [1].

## 1.2 UNIDADES DE MEDIDA EN LA ANTIGÜEDAD

No hay duda de que en la prehistoria el hombre ideó un sistema de pesas y medidas en cada una de las comunidades en que vivió y medir era una de las primeras necesidades de la vida social.

La medición de longitudes o distancias debe haber precedido con ventaja a las de masa y capacidad ya que constituía una necesidad para la construcción. En la Nueva Edad de Piedra o Neolítico, entre los años 10000 y 8000 a.c la mayoría de los expertos están de acuerdo en que ya existían unidades primitivas para medir distancias. En esta época sus herramientas y armas eran de pedernal.

Después aprendió a cultivar la tierra, y las semillas que produjo dieron lugar a una nueva necesidad, las medidas de la capacidad, para facilitar el intercambio con los demás. El concepto de peso tal vez nació cuando se descubrió el arte de obtener y trabajar con los metales. Las pesas y balanzas comienzan a aparecer en ruinas a la vez que pequeños fragmentos de oro. La balanza más antigua de que se tiene noticia data del año 3800 a.c, es una balanza egipcia cuyas pesas son de piedra caliza.

### 1.2.1 UNIDADES DE MEDIDA LINEAL

Las primeras unidades para longitudes se derivaron del cuerpo humano. La primera unidad de medida lineal fue el codo, que era la distancia de la punta del codo al extremo del dedo medio de la mano extendida. El doble de esa medida era el brazo, el cual se media desde la punta del dedo medio hasta el centro del pecho, con el brazo extendido; y el doble del brazo era la braza.

También tenían una longitud igual a la tercera parte del codo que era el palmo, y otra igual a la cuarta parte del palmo que era el dedo. Entre las unidades más antiguas se encuentra el paso, igual a cinco pies y el pie igual a la sexta parte de la braza. Estas unidades datan de la civilización egipcia.

Todas las civilizaciones que florecieron a la orilla del mediterráneo usaban el codo como unidad, pero con diferente longitud. Así comenzó, en los sistemas de medición, la confusión que prevalece hasta la fecha.

En Egipto había en una época dos codos y posteriormente tres. El más antiguo era el codo natural o común, de 6 palmos; existía el codo real, de 7 palmos, y el codo Ptolomeico, ligeramente distinto del codo real.

El codo común se utilizaba en el comercio y en el hogar, y el codo real para fines de la arquitectura.

Los caldeos, babilonios, hebreos, griegos y romanos tenían valores entre 45 y 58 cm, cada uno diferente a los demás y variaban hasta con el tiempo.

Los sumerios tenían como unidad fundamental para la arquitectura el pie, que en su sistema era igual a la mitad de un codo. Los griegos usaban también el pie, diferente en cada ciudad. Para distancias grandes el paso, y cada 100 pasos hacían un estadio.

El sistema de medidas de los romanos era semejante a los de los diversos países del mediterráneo que conquistaron, y muy en particular al de los griegos, de quienes lo tomaron. Dividían su pie en doce partes iguales. También usaban el paso, que equivalía a cinco pies aproximadamente, y 1000 pasos hacían una milla romana.

Como los romanos recorrieron toda Europa, propagaron el uso de estas unidades, uso que prevaleció hasta el desarrollo del sistema métrico.

### 1.2.2 UNIDADES DURANTE LA ERA CRISTIANA

Al conquistar los romanos distintos pueblos, se encontraron con diversas medidas que convenía conservar para no perder el control del comercio. A estas medidas sólo les cambiaron el nombre a libras y onzas e hicieron corresponder 12 onzas a una libra. Pero se creó una variedad de libras y onzas sin relación, excepto porque 12 onzas eran una libra. La libra variaba desde 4210 hasta 2532 granos. Quince siglos después la situación había cambiado gran cosa.

Hacia la caída del imperio romano, era grave la confusión de medidas en toda Europa. Tal confusión se agravo sin medida en los siglos posteriores.

Los árabes del siglo VII y VIII adoptaron el dírhem derivado del siclo, 10 diehems equivalían a 1 wukiyeh, más o menos una onza, y 12 wukiyehes era un rolt, más o menos una libra.

Al iniciarse el siglo IX, Carlomagno reunió gran parte de Europa bajo el Santo Imperio Romano e intento crear un sistema de pesas y medidas. Según la tradición, esas unidades le fueron enviadas por el califa Harun-al-Rashid, el de las mil y una noches. Carlomagno estableció el pie de rey, de 32.48 cm, que siguió siendo el pie oficial de Francia hasta el sistema métrico. Este pie era igual a la mitad del codo árabe-persa.

Carlomagno fue el primero de muchos gobernantes en intentar poner fin al caos de las pesas y medidas pero la gente prefería las unidades antiguas. Las telas se medían en codos, las tierras en varas, los caballos en manos, las profundidades en brazas, etc. Había unidades que aunque llevaban el mismo nombre, sus valores eran distintos.

Posteriormente en toda Europa, gobernantes más firmes trataron de normar las unidades en sus respectivos países. Ninguno de tuvo éxito porque sus leyes no implantaron un sistema completo.

En los siglos XVI y XVII, los científicos sentían la imperiosa necesidad de un sistema exacto, uniforme e invariable. Hacia finales del siglo XVIII crearon el sistema métrico. [17].

### 1.2.3 TIPOS DE MEDICIONES EN TOPOGRAFÍA

Las magnitudes de las mediciones se deben dar en términos de unidades específicas. Las unidades de medida en topografía son las relativas a la longitud, área, volumen y ángulo. Los sistemas inglés y métrico son dos sistemas diferentes, actualmente en uso para especificar unidades de medida. El sistema métrico se usa en todos los países del mundo excepto en tres de ellos: Estados Unidos, Birmania y Liberia. Debido a que se ha adoptado extensamente, al sistema métrico se le llama Sistema Internacional de Unidades y se abrevia SI.

La unidad de longitud en el sistema inglés es el pie, en tanto que el metro es la que se usa en el sistema métrico. En el pasado se utilizaron dos definiciones diferentes para relacionar el pie y el metro.

Debido a que el sistema inglés ha sido la norma adoptada oficialmente desde hace mucho tiempo en los Estados Unidos, excepto para los levantamientos geodésicos, las unidades lineales de pie y decimales de pie son las que mas utilizan los topógrafos. En la construcción se usan con mayor frecuencia los pies y las pulgadas. Debido a que los topógrafos llevan a cabo todo tipo de levantamientos, incluyendo los geodésicos, y proporcionan medidas para la elaboración de planos de construcción, deben conocer los diversos sistemas de unidades y ser capaz de efectuar sus conversiones. Debe procederse con sumo cuidado para garantizar que las medidas se registren en sus unidades propias y las conversiones se efectúen correctamente.

Entre las unidades de longitud usadas en levantamientos antiguos y actuales, y que se emplean aún en Estados Unidos, se encuentran las siguientes:

1 pie = 12 pulgadas

1 yarda = 3 pies

1 pulgada = 2.54 centímetros

1 metro = 39.37 pulgadas

1 pértiga = 16 ½ pies

1 vara = aproximadamente igual a 33 pulgadas

1 cadena de Gunter = 66 pies = 100 eslabones = 4 pértigas

1 milla = 5280 pies = 80 cadenas de Gunter

1 milla náutica = 6076.10 pies

1 braza = 6 pies

En el sistema inglés, las áreas se dan en pies o yardas cuadradas ($yd^2$). La unidad más común para las áreas grandes es el acre. Diez cadenas cuadradas (de Gunter) equivalen a un acre. Por tanto, un acre tiene 43560 $pie^2$.

En el sistema inglés, los volúmenes se pueden dar en pies cúbicos o yardas cubicas. Por ejemplo, para volúmenes muy grandes, como un depósito de agua, se utiliza la unidad acre-pie, que equivale al área de un acre y una profundidad de un pie, y por tanto, tiene 43560 $pie^3$. [1].

En la graduación sexagesimal se supone la circunferencia dividida en 360 partes iguales denominadas grados, distribuidos en cuatro cuadrantes de 90 grado; cada grado se considera dividido en 60 minutos y cada minuto a su vez, en 60 segundos.

Un arco quedara medido por el numero de grados, minutos y segundos que comprenda, y se representan, respectivamente por un cero, un acento o dos acentos colocados a la derecha y en la parte superior del número correspondiente en la siguiente forma: 48° 36’ 52”.3. [2].

Un radian es el ángulo subtendido por un arco de circunferencia, cuya longitud es igual al radio del círculo. Entonces, 2π rad = 360°, 1 rad = 57° 17’ 44”.8 = 57.2958° y 0.01745 = 1°. [1].

## 1.3 EVOLUCIÓN DE LOS INSTRUMENTOS TOPOGRÁFICOS

De antemano conviene resaltar que es muy poca la certeza que hoy existe sobre la forma exacta y la precisión del instrumental topográfico romano. Consideremos que los principales de ellos han sido deducidos a partir de las descripciones de autores clásicos, descripciones que no siempre han sido bien traducidas o interpretadas. Más suerte han corrido los pocos que se conocen a partir de los vestigios arqueológicos encontrados.

### 1.3.1 LA CUERDA

Es probablemente el instrumento más rudimentario, sencillo y antiguo de medición. Sin embargo, sabemos por noticias de Herón que los topógrafos antiguos sometían a preparación este utensilio, a fin de que no sufriera deformaciones y su longitud permaneciera constante durante mucho tiempo, haciéndole así mucho más preciso.

Herón nos cuenta que se le aplicaba una mezcla de cera y resina, y luego permanecía colgada con un peso determinado en su extremo inferior durante un tiempo. El resultado era una cuerda apta para mediciones con poco error y a prueba de variaciones de humedad y temperatura.

### 1.3.2 LA CADENA

No se conocen noticias del uso de la cadena de topógrafo en la antigüedad clásica, pero debemos reseñar que el instrumento es muy antiguo de cualquier forma y por tanto probable que fuera usado por los romanos.

Además de su escasa dificultad de construcción y su gran utilidad, por ser fácil de recoger, de transportar y de difícil deterioro, sabemos que ha sido usada en mediciones topográficas desde hace muchos siglos.

Se trata de una sucesión de eslabones metálicos de medición uniforme, ensamblados hasta formar una cadena de determinada longitud. Normalmente tenía unas asas en sus extremos para facilitar su uso.

### 1.3.3 DECEMPEDA O PERTICA

Para las medidas de longitud de cierta exactitud se usó un instrumento llamado decempeta porque tenía diez pies de longitud, cerca de tres metros. Así, decempedator era nombre común para designar a los agrimensores. También se le conoció como pertica y en ambos casos parece que estaba constituida de madera. Hay que apuntar que determinadas maderas sometidas a tratamientos especiales adquieren una gran resistencia a la deformación y con seguridad los romanos conocían perfectamente estas técnicas.

### 1.3.4 EL ODÓMETRO

Sabemos que Herón construyó y describió un odómetro, pero debemos a Vitruvio la más conocida descripción de este ingenioso instrumento que, con toda probabilidad, fue muy usado en la antigüedad para la medición de caminos y ciertas distancias que no requerían de precisión. Se trataba de un sistema de engranajes metidos en una caja conectados a otro situado en la rueda del carro, construida de un tamaño exacto, iban dejando caer una bolita por cada milla recorrida en un recipiente puesto al efecto.

Con pequeñas modificaciones y sustituyendo la rueda del carro por un molinete de aspas, sujeto a un barco, podía medir las distancias de navegación marina, aunque como es fácil de suponer la precisión era bastante menor.

### 1.3.5 JALONES O BANDEROLAS

Las alineaciones rectas se desarrollaban con ayuda de varas verticales que en grupos de tres servían para establecer la dirección a seguir por la alineación y arrastrarla a lo largo del terreno llevando alternativamente la primera de las varas al final. Por si mismos servían perfectamente para trazar buenas alineaciones, por ejemplo en las carreteras.

### 1.3.6 LA GROMA

Este instrumento es probablemente el más estudiado y conocido de los empleados en la antigüedad. Ha sido objeto de hipótesis e incluso ensayos en arqueología experimental, aunque no por ello la interpretación de su utilidad parece haber sido tratada con suficiente éxito.

Se trata de un instrumento muy rudimentario para trazar alineaciones perpendiculares entre sí, una escuadra de agrimensor tan primitiva como imprecisa. Está constituido por un conjunto formado por una cruz con brazos en escuadra de cuyos extremos penden plomadas y un pie vertical que sujeta esta cruz en el plano horizontal.

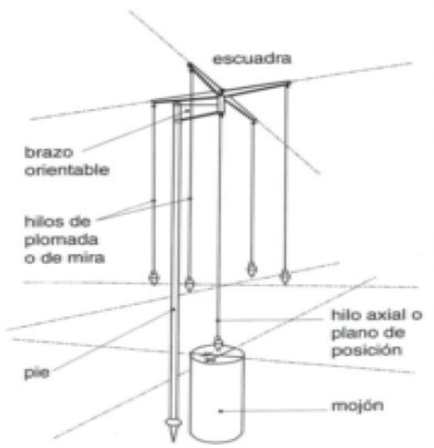


**Figura 1.3.6.1** Propuesta de reconstrucción de la groma

## 1.3.7 ESCUADRA DE AGRIMENSOR

Realmente la groma es también una escuadra de agrimensor. Se trata de un cilindro ranurado verticalmente de forma que las pínulas que forman las ranuras se sitúan de forma precisa en planos perpendiculares. Las alineaciones que a través de ellas se pueden establecer son normales entre sí o de 45 grados, según se dispongan.

**Figura 1.3.7.1** Modelos conocidos de escuadra de agrimensor

## 1.3.8 GNOMON

Otro concepto fundamental en la topografía antigua es la determinación del norte para la orientación absoluta de los trabajos topográficos, geodésicos, de agrimensura, o de otra naturaleza. Hablamos de un momento en el que la brújula no existía y que probablemente, de haber existido, en este tipo de comprobaciones terrestres tampoco se hubiera empleado.

**Figura 1.3.8.1** Gnomon

### 1.3.9 LIBRA AQUARIA

El nivel de agua o balanza de agua, de la que tenemos muy vagas referencias por parte de algunos autores clásicos, ha sido interpretado y dibujado de muy diferentes formas. Por la propia etimología de la palabra, nos inclinamos a pensar que se trata del clásico nivel de agua que se utiliza en vasos comunicantes para mantener el nivel constante en sus extremos, previo balanceo estabilizador o contrapesado del líquido.

Cualquier conducto flexible, rematado por pequeños recipientes cilíndricos de vidrio transparente, se convierte en un excelente y versátil instrumento de nivelación.

### 1.3.10 EL COROBATE

La existencia de un instrumento de nivelación preciso, potente y eficaz, en época romana, es perfectamente deducible del análisis de las grandes obras de canalización de las aguas que nos ha dejado esa civilización. En la mayoría de las primeras obras aparecen representaciones del corobate, en esencia consistentes en una regla sobre un pie derecho.

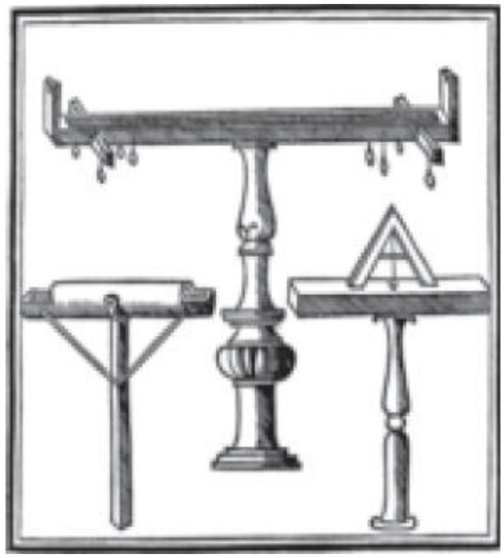


**Figura 1.3.10.1** Corobate

## 1.3.11 LA DIOPTRA

Este instrumento consistía fundamentalmente en una alidada de pínulas que podía desplazarse sobre un limbo graduado.

Pero existieron algunas variantes a lo largo del tiempo. De las noticias que tenemos de Hiparco sabemos que la dioptra que este autor usaba tenía una pínula fija y otra deslizante sobre una barra graduada de cuatro codos de longitud (1.78 m). Probablemente este mecanismo le permitía el empleo de la técnica estadimétrica, consiguiendo así calcular distancias por métodos indirectos.

En palabras del propio Herón. Sirve para el levantamiento de planos, nivelaciones, mediciones de campo sin necesidad de entrar en ellos, medir ángulos, hallar el área de un triangulo, atravesar una montaña siguiendo la línea recta, medir distancias y alturas de lugares inaccesibles, etc.

**Figura 1.3.11.1** Topógrafos de la Legio I germánica realizando labores de replanteo con la dioptra.

### 1.3.12 LA LAMPARA

Llamada en la antigüedad Lychnia, fue un instrumento sencillo pero potente consistente en un pie vertical bien aplomado y un brazo horizontal graduado que puede girar y posicionarse sobre el vertical.

Los triángulos formados entre ambos permiten el cálculo de las distancias a los puntos que se observan, aplicando el principio de semejanza de triángulos. [4].

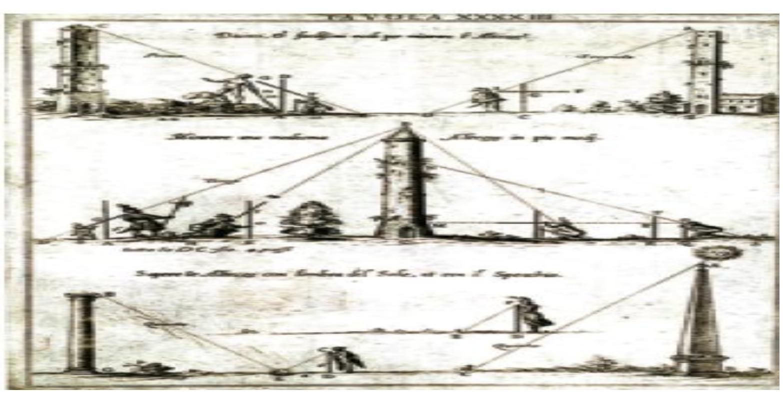


**Figura 1.3.12.1** Uso de la lámpara

### 1.3.13 LA BRÚJULA

La brújula o compás magnético es un instrumento que sirve de orientación y que tiene su fundamento en la propiedad de las agujas magnetizadas.

Por medio de una aguja imantada señala el norte geográfico. Utiliza como medio de funcionamiento el magnetismo terrestre.

### 1.3.14 LA WINCHA

Una cinta métrica o un flexómetro es un instrumento de medida que consiste en una cinta flexible graduada y se puede enrollar, haciendo que el transporte sea más fácil. También se pueden medir líneas y superficies curvas.

### 1.3.15 EL NIVEL TUBULAR

Su misión es conseguir que el aparato esté en un plano horizontal, hay dos tipos: nivel esférico, nivel tubular (o nivel de aire). Deben estar construidos con notable precisión y ajuste para que el aparato sea aceptable (sensibilidad).

### 1.3.16 LA MIRA

Es una regla graduada que permite mediante un nivel topográfico, medir desniveles, es decir diferencias de altura. Con una mira también se pueden medir distancias con métodos trigonométricos, o mediante un telémetro estadimétrico integrado dentro de un nivel topográfico, un teodolito o bien un taquímetro.

### 1.3.17 EL ANTEOJO

Se atribuye a Galileo la construcción del primer anteojo, si bien ya había sido descubierto con anterioridad, noticia que llego a Galileo de forma vaga, pero bastó a su ingenio para construir uno con dos lentes pegadas con cera a un tubo de cartón, consiguiendo por su propio razonamiento, resolver el problema de los objetos lejanos como si estuviesen cerca.

El anteojo de Galileo se extendió rápidamente y contribuyo a un considerable avance de las ciencias astronómicas.

### 1.3.18 EL MICRÓMETRO

Es un elemento que sirve para valorar el tamaño de un objeto con gran precisión, que consta de un microscopio para observar ampliada la zona del limbo a leer, además este microscopio lleva una escala graduada que se superpone a la imagen del limbo. La graduación del microscopio coincide con la graduación del limbo.

### 1.3.19 EL TELÉMETRO

Se llama telémetro a un instrumento capaz de medir distancias de manera remota, consta de dos objetivos separados a una distancia fija conocida (base). Con ellos se apunta a un objeto hasta que la imagen procedente de los dos objetivos se superpone en una sola. El telémetro calcula la distancia al objeto a partir de la longitud de la base y de los ángulos subtendidos entre el eje de los objetivos y la línea de la base. Cuanto mayor es la línea de la base, más preciso es el telémetro.

### 1.3.20 EL TEODOLITO

El teodolito es un instrumento de medición mecánico-óptico que se utiliza para obtener ángulos verticales y, en el mayor de los casos, horizontales, ámbito en el cual tiene una precisión muy elevada. Con otras herramientas auxiliares puede medir distancias y desniveles.

### 1.3.21 LA ESTACIÓN TOTAL

Aparato electro-óptico utilizado en topografía cuyo funcionamiento se apoya en la tecnología electrónica. Consiste en la incorporación de un distanciometro y un microprocesador a un teodolito electrónico.

Con una estación total electrónica se pueden medir distancias, ángulos verticales y horizontales; e internamente, con el micro procesador programado, calcular las coordenadas topográficas (norte, este, elevación) de los puntos visados. Estos instrumentos poseen también tarjetas magnéticas para almacenar datos, los cuales pueden ser cargados en la computadora y utilizados con el programa de aplicación seleccionado.

### 1.3.22 EL GPS

Es un sistema de posicionamiento global de navegación por satélite que permite determinar en todo el mundo la posición de un objeto, una persona o un vehículo, ubicándose por medio de la latitud, longitud y altitud a la que se encuentra el punto. [18].

## 2. MEDICIÓN DE POLIGONALES

La poligonación es uno de los procedimientos topográficos más comunes. Las poligonales se usan generalmente para establecer puntos de control y puntos de apoyo para el levantamiento de detalles y elaboración de planos, para el replanteo de proyectos y para el control de la ejecución de obras.

Una poligonal es una sucesión de líneas quebradas, conectadas entre sí en los vértices. Para determinar la posición de los vértices de una poligonal en un sistema de coordenadas rectangulares planas, es necesario medir el ángulo horizontal en cada uno de los vértices y la distancia horizontal entre vértices consecutivos. [5].

En forma general, las poligonales pueden ser clasificadas en:

## 2.1 POLIGONALES ABIERTAS

Es una línea quebrada de n lados o aquella poligonal cuyos extremos no coinciden. Existen dos clases de poligonales abiertas: las de enlace y los caminamientos.

### 2.1.1 POLIGONAL DE ENLACE

Es una poligonal abierta cuyos extremos son conocidos de antemano y, por tanto, puede comprobarse.

### 2.1.2 CAMINAMIENTO

Se denomina a una poligonal abierta, en la cual sólo se conoce el punto de partida y por eso no es susceptible de comprobación. [6].

## 2.2 POLIGONALES CERRADAS

Las poligonales cerradas son aquellas en las cuales el punto de inicio es el mismo que el punto de cierre, proporcionando por lo tanto control de cierre angular y lineal. [5].

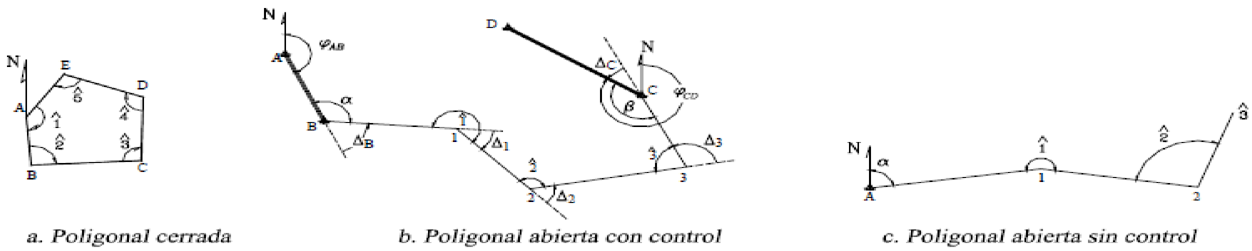



**FIGURA 2.1** Tipos de poligonales

## 2.3 TOLERANCIAS

Se entiende por tolerancia el error máximo admisible en la medida de ángulos, distancias y desniveles.

### 2.3.1 TOLERANCIA ANGULAR

La tolerancia angular es el error máximo admisible en el cálculo del error angular y se calcula con la siguiente fórmula:

$$TA = \pm \, \mathrm{a} * \sqrt{n}$$

Donde:

TA= Tolerancia Angular

a= Aproximación del aparato

n= Número de Vértices

### 2.3.2 TOLERANCIA LINEAL

La tolerancia lineal es el error máximo admisible en el cálculo de error lineal. Para levantamientos con brújula y cinta se determina por las siguientes formulas.

| TERRENO | TOLERANCIA LINEAL |
|---|---|
| Plano | TL = L / 1000 |
| Accidentado | TL = L / 500 |

Donde: TL=Tolerancia lineal en mts y L=Perímetro de la poligonal en mts [7].

## 2.4 VERTICES

Se denomina estación de una poligonal a cada uno de los puntos en los que se fija un tránsito o un teodolito y se mide el cambio de dirección angular. Sin embargo, no todos esos puntos estarán monumentados.

De la naturaleza de la poligonal dependerá que sus estaciones queden marcadas permanentemente o sólo en forma transitoria. Si la poligonal es una prolongación de la red nacional de control horizontal, y sus estaciones las establece un organismo topográfico federal, estas deben quedar monumentadas. Pero si la poligonal constituye el eje de alguna vía de comunicación, al terminar los trabajos de construcción sólo algunas estaciones permanecerán marcadas.

Para fijar temporalmente las estaciones de una poligonal casi siempre se usan estacas de madera. Son de 2.5 x 5 cm y de, por lo menos, 45 cm de largo, con un extremo en punta. Se clavan al ras de la superficie del terreno y se les pone una tachuela en la cabeza para marcar la posición exacta del punto. Se les llama trompos.

Los marcadores semipermanentes pueden ser tubos de fierro o barras de acero y estacones de madera tratada contra la polilla. Los puntos sobre concreto pueden definirse mediante marcas cinceladas, y sobre pavimentos asfalticos mediante clavos que finjan pequeños discos metálicos llamados fichas o en pedazos de tela de colores brillantes.

Para proteger y ayudar a la localización de un punto, se emplean estacas testigo. Se clavan inclinadas de manera que su cabeza quede sobre el tronco. La fijación del punto podría anotarse sobre la estaca testigo.

Todas las estacas, inclusive los trompos más durables, son susceptibles de alteración durante las obras y puede ser necesario restablecerlas. Por lo tanto, cualquier punto marcado con tachuela o sobre placa metálica sobre concreto, que vaya a seguir siendo utilizado, debe referenciarse a otro punto para poder reponerlo con rapidez y exactitud en su posición correcta. Esos puntos auxiliares de referencia permiten restablecer una estación de una poligonal si la marca original ha sido removida o destruida.

La conservación de los puntos clave de un levantamiento es un aspecto de gran importancia tanto para el ingeniero como para el técnico. [3].

## 2.5 MEDICIÓN DE ÁNGULOS

Se llama dirección de una recta al ángulo horizontal existente entre esa recta y otra que se toma como referencia. Y ángulo horizontal es aquel ángulo cuyos lados están sobre el mismo plano horizontal. [9].

La realización de medidas simples en ángulos horizontales y verticales no garantiza mayor o menor precisión al quedar sin comprobación. Dichos valores pueden quedar afectados por errores y equivocaciones. Para aumentar la precisión en las medidas, eliminar las equivocaciones y reducir los errores que se produzcan se emplean los siguientes métodos: [10].

### 2.5.1 REGLA DE BESSEL

Consiste este método en visar dos veces cada punto, primero con el anteojo en posición normal (CD) y después con el anteojo en posición invertida (CI) previa vuelta de campana al anteojo y giro, respecto al limbo horizontal, de 180° ó 200°.

En teodolitos centesimales y con eclímetros de distancia cenital, las lecturas sobre los limbos deberían cumplir, visando siempre el mismo punto en ambas posiciones, que: $L_{HN} = L_{HI} \pm 180°$ en el limbo horizontal. $L_{HN}$ y $L_{HI}$ son las lecturas acimutales en las posiciones normal e invertida, respectivamente. $L_{VN} = 360° - L_{VI}$ en el limbo vertical. $L_{VN}$ y $L_{VI}$ son las lecturas cenitales en las posiciones normal e invertida, respectivamente.

Naturalmente, siempre se producirán errores, por lo que las dos igualdades anteriores no se cumplirán exactamente. Como resultado de la medición, una vez aplicada la regla de Bessel, se dará la media aritmética de las lecturas normal e invertida corregida:

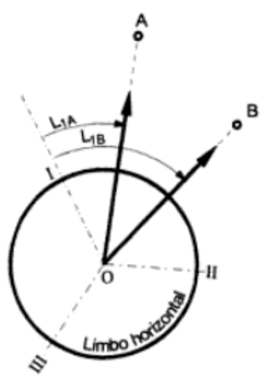
$$L_H = \frac{L_{HN} + (L_{HI} \pm 180°)}{2}$$

$$L_V = \frac{L_{VN} + (360° - L_{VI})}{2}$$

Aplicando esta regla eliminamos errores sistemáticos de ajuste (de desviación de índices, de excentricidad de anteojo en teodolitos excéntricos, irregularidad del movimiento del tubo ocular), así como accidentales (error de lectura). No afecta en los errores de verticalidad del eje principal y de dirección, que son independientes de la observación. [8].

## 2.5.2 MÉTODO DE REITERACIÓN

La aplicación del método se realiza midiendo un ángulo por diferencia de lecturas utilizando diferentes sectores del limbo. La distribución de lecturas sobre el limbo se realiza en función del número de reiteraciones que se hagan para obtener la medida angular. Supongamos que queremos efectuar 3 reiteraciones para medir el ángulo ACB. [10].




$$\alpha_1 = L_{1B} - L_{1A}$$
$$\alpha_2 = L_{2B} - L_{2A}$$
$$\alpha_3 = L_{3B} - L_{3A}$$

$$\alpha = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3}{3}$$

**Figura 2.5.3.1** Método de reiteración

Cada reiteración debe hacerse combinada con la regla de Bessel, midiendo primero el ángulo con el anteojo normal y después invertido con giro de 180°. Comenzaremos por medir mentalmente la semicircunferencia por el número de dobles reiteraciones (anteojo normal e invertido) que pretendamos hacer, con el objeto de obtener el origen en diferentes sectores con los que aproximadamente ha de comenzar cada lectura de ángulo. Si por ejemplo, hemos de hacer cuatro reiteraciones (dos en cada anteojo), dividiremos 180 por 2, lo que nos indica que si en la primera doble reiteración hacemos que la lectura del primer punto sea aproximadamente cero, en la segunda medición doble deberá ser 90°, poco más o menos.

Con el método de reiteración también se atenúan los errores de puntería y lectura. Mientras permanecen sin variación los de dirección y verticalidad de eje. [2].

## 2.6 MEDICIÓN DE DISTANCIAS

La medición de distancias entre dos puntos constituye una operación común en todos los trabajos de topografía. El método y los instrumentos seleccionados en la medición de distancias dependerán de la importancia y precisión requeridas.

En estudios de reconocimientos previos, en algunos trabajos geológicos, de agricultura, en localización de puntos o marcas sobre el terreno para operaciones de replanteo, etc., es común medir la distancia con telemetro o por conteo de pasos.

En el proceso de control de demarcaciones sobre el pavimento, determinación de la longitud de una vía construida, etc., es común el uso del odómetro. En levantamientos que requieran mayor precisión, se emplean cintas de acero y distanciómetros electrónicos. En algunos casos especiales, donde se requiere de cierta precisión y rapidez, se utilizan el teodolito y las miras verticales u horizontales como métodos indirectos para la medida de distancias.

### 2.6.1 MEDICIÓN DE DISTANCIAS CON CINTA

La precisión de la medición de distancias con cintas métricas depende de las condiciones de calibración especificadas por el fabricante.

Difícilmente en campo podemos obtener las condiciones de calibración; además, en el proceso de medición se introducen una serie de errores tanto sistemáticos como aleatorios que son inevitables, pero podemos corregir o reducir al mínimo mediante el empleo de técnicas y equipos adecuados.

Otro tipo de errores, no predecibles en magnitud y por lo tanto difíciles de detectar y corregir, son los errores groseros, los cuales se cometen por distracción o falta de concentración en el trabajo.

## Errores Groseros

- ✓ Confundir marcas en el terreno
- ✓ Error de la lectura
- ✓ Error de anotación
- ✓ Errores aritméticos al sumar distancias parciales

## Errores Sistemáticos

- ✓ Pendiente
- ✓ Graduación
- ✓ Temperatura
- ✓ Tensión
- ✓ Catenaria
- ✓ Alineación
- ✓ Verticalidad del marcado

## Errores Accidentales

### *2.6.1.1 ERRORES GROSEROS*

Los errores groseros o equivocaciones son errores que se cometen por distracción del operador o por otras causas y son totalmente impredecibles.

Las equivocaciones más comunes en la medición de distancias son las siguientes:

- ✓ Identificación errónea de un punto
- ✓ Error de lectura por transposición de números
- ✓ Error de anotación por transposición de números
- ✓ Errores aritméticos al sumar mentalmente distancias en campo

La manera de minimizar la ocurrencia de los errores es estableciendo una rutina para el proceso de medición, como por ejemplo, la medida de distancia en ambos sentidos. [13].

### *2.6.1.2 CORRECCIÓN DE ERRORES SISTEMÁTICOS*

Son aquellos que siguen una ley fija y especifica, aunque la misma sea desconocida pero dependiendo de las circunstancias locales.

#### 2.6.1.2.1 CORRECCIÓN POR PENDIENTE

Como se menciono previamente, las distancias topográficas son distancias proyectadas sobre el plano horizontal. En el proceso de medición, dependiendo del tipo de terreno y de la longitud del tramo o medir, la distancia puede ser medida directamente en su proyección horizontal o inclinada paralela a la superficie del terreno, tal y como se muestra en la figura.

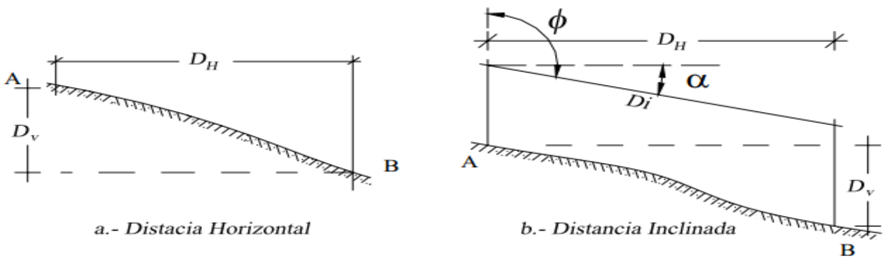



**Figura 2.6.1.2.1** Distancia horizontal y Distancia inclinada

Para medir directamente la distancia horizontal, es necesaria la utilización de un nivel de mano para chequear la horizontalidad de la cinta.

En el caso de que se mida la distancia inclinada, es necesario medir la inclinación de la cinta o la distancia vertical (desnivel) entre los puntos para calcular la distancia horizontal.

Según la figura 2.6.1.3.2.b, la distancia horizontal puede ser calculada:

$$D_H = D_i \cos\alpha$$

$$D_H = D_i \operatorname{sen}\varphi$$

$$D_H = \sqrt{D_i^2 - D_v^2}$$

En donde:

$D_H$ = distancia horizontal

$D_i$ = distancia inclinada

$\alpha$ = ángulo de inclinación de la cinta

$\varphi$ = ángulo cenital

$D_v$ = distancia vertical o desnivel

### 2.6.1.2.2 CORRECCIÓN POR GRADUACIÓN

Por diferentes razones, como por ejemplo la calidad de la cinta, errores de graduación o separación entre marcas, o simplemente variación de la longitud original de la cinta debido al uso o reparaciones efectuadas a la cinta, la longitud original o nominal de la cinta no coincide con la longitud actual de la misma, generando por lo tanto errores en la medición de distancias.

Para corregir estos errores, es necesario que la cinta sea comparada con una distancia patrón, medida con precisión sobre una base de longitud igual a la longitud de la cinta y bajo las condiciones normales especificadas por el fabricante.

La longitud actual de la cinta puede ser mayor o menor que el valor nominal de la misma, por lo que en la operación de medir una distancia en el campo la corrección puede ser positiva o negativa respectivamente.

La corrección por graduación es lineal y se calcula por medio de la siguiente ecuación:

$$Cg = \frac{La-Ln}{Ln} * D$$

$$Dc=D \pm Cg$$

En donde:

Cg = corrección por graduación

La = longitud actual de la cinta

Ln = longitud nominal de la cinta

D = distancia medida

Dc = distancia corregida

## 2.6.1.2.3 CORRECCIÓN POR TEMPERATURA

Recordemos, de los cursos de física, que los materiales al ser sometidos a cambios de temperatura, experimenta un cambio en sus dimensiones.

Se define como dilatación lineal a la variación de la longitud que experimenta un cuerpo al ser sometido a una variación de temperatura.

La variación lineal es directamente proporcional a la longitud inicial y a la variación de la temperatura.

$$\Delta L= \alpha * L * \Delta t$$

En donde:

$\Delta L$ = variación lineal (corrección por temperatura)

L = longitud de medida

$\Delta t$ = variación de la temperatura en °C

α = coeficiente de dilatación lineal (variación de la longitud por unidad de longitud para un $\Delta t$ igual a un grado). Para el acero $\alpha = 1.2x10^{-5}$ $°C^{-1}$.

Como sabemos, las cintas de acero vienen normalizadas por los fabricantes para medir la longitud nominal a la temperatura de calibración, generalmente 20°C.

Por lo general, en la medición de distancias la temperatura a la cual se realiza la medición es distinta a la temperatura de calibración, siendo necesario hacer correcciones por temperatura por medio de la siguiente ecuación:

$$C_t = \alpha\ (t - t_c)L$$

Siendo:

$C_t$ = corrección por temperatura en m

t = temperatura de la cinta en el momento de la medición

$t_c$ = temperatura de calibración en °C

L = Longitud medida en m

### 2.6.1.2.4 CORRECCIÓN POR TENSIÓN

Cuando una cinta de acero es sometida a una tensión distinta a la tensión de calibración ésta se alarga o acorta según la tensión sea mayor o menor a la tensión de calibración.

El cambio de longitud de una cinta sometida a tensiones distintas a la tensión de calibración se puede calcular mediante la aplicación de la ley de Hooke, expresada por la siguiente ecuación:

$$C_T = \frac{T - T_c}{AE}$$

En donde:

T = tensión aplicada a la cinta al momento de la medición, en kg

$T_c$ = tensión de calibración en kg

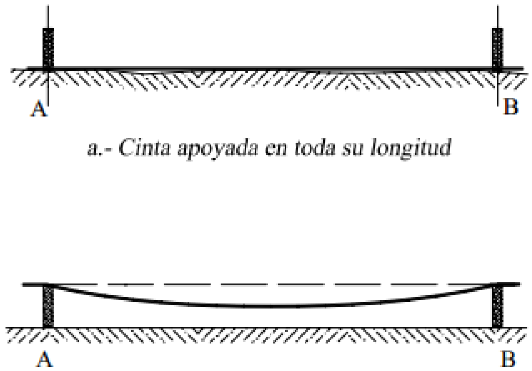
L = longitud de medida en m

A = área de la selección transversal en $cm^2$

E = modulo de elasticidad de Young. Para acero E = $2.1x10^6$ $kg/cm^2$

### 2.6.1.2.5 CORRECCIÓN POR CATENARIA

Una cinta sostenida solamente en sus extremos describe, debido a su propio peso, una curva o catenaria que introduce un error positivo en la medición de distancia.




*a.- Cinta apoyada en toda su longitud*

*b.- Cinta apoyada en sus extremos*

**Figura 2.6.1.2.2** Apoyo de la cinta

Observando la figura anterior, podemos darnos cuenta que medir una distancia apoyada solamente en sus extremos, dará un valor erróneo mayor que al medirla con una cinta apoyada en toda su extensión, debido a que la longitud de la cuerda es menor que la longitud del arco.

La corrección por catenaria se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$C_c = \frac{-\,w^3\,L^3}{24\,T^2}$$

En donde:

Cc = corrección por catenaria

w = peso de la cinta por unidad de longitud en kg/m

L = longitud medida en m

T = tensión de la cinta en el momento de la medida en kg

Algunas personas prefieren calcular la tensión que debe aplicarse en el momento de tomar la medida para compensar los errores de tensión y catenaria. Esta tensión se conoce como normal (Tn).

## 2.6.1.2.6 ERROR DE ALINEACIÓN

Cuando la longitud de la distancia a medir es mayor que la longitud de la cinta métrica disponible, se hace necesario trazar en campo un alineamiento con tramos parciales menores o guales a la longitud de la cinta. Si este es hecho a ojo, solo con ayuda de jalones se puede introducir un error en el alineamiento que afecte el valor final de la medida.

La siguiente figura representa el error de alineamiento en la medición de la distancia AB en donde $d_1$, $d_2$, $d_3$ son las distancias parciales medidas y $e_1$, $e_2$ representan desplazamientos de los puntos 1 y 2.

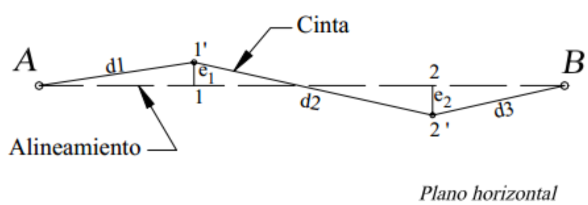



**Figura 2.6.1.2.3** Error de Alineación

La distancia entre A y B será $D'_{AB} = d_1+d_2+d_3$

La distancia real entre A y B será $D_{AB} = D_{A1}+D_{12}+D_{2B}$

El error de alineamiento $E_A = D'_{AB} - D_{AB}$

Como se puede observar, el error de alineamiento siempre será positivo por lo que la corrección debe ser negativa.

## 2.6.1.2.7 ERROR DE VERTICALIDAD

Es el error que se comete al no proyectar perpendicularmente el punto del terreno sobre la cinta en posición horizontal.

Como puede observarse en la siguiente figura a y b, el error de verticalidad puede ser positivo o negativo, y dependiendo de la inclinación de la señal y de la altura (h) a la cual se realiza la medida, la magnitud de error puede ser apreciable.

El error de verticalidad se elimina mediante el auxilio de una plomada y de un jalón como se muestra en c.

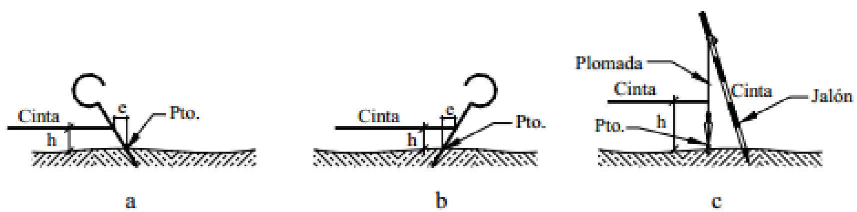



**Figura 2.6.1.2.4** Error de verticalidad

## *2.6.1.3 ERRORES ACCIDENTALES*

Son aquellos errores inevitables que el operador no puede detectar ni con equipos ni con métodos determinados.

Los errores accidentales están presentes en todas las mediciones, sus causas son múltiples y no conocidas por lo que obedecen a leyes del azar y deben ser tratados de acuerdo con las leyes de la probabilidad.

El estudio de los errores accidentales nos permite determinar la bondad de las mediciones, seleccionar el método requerido para lograr una mayor precisión y establecer las tolerancias relativas. [13]

# 3 CÁLCULO DE UNA POLIGONAL

Los ángulos o las direcciones medidas de una poligonal cerrada pueden comprobarse fácilmente antes de abandonar el campo. Las medidas lineales especialmente las determinadas con cinta, aun cuando se repitan, tienen mayores probabilidades de error y deben verificarse mediante el cálculo, que generalmente se hace en la oficina, para determinar si la poligonal compensa la precisión exigida. Si se han satisfecho las especificaciones, se ajusta luego la poligonal para lograr un "cierre perfecto", es decir, la congruencia geométrica entre los ángulos y las longitudes; de lo contrario, tienen que repetirse las mediciones en el campo hasta lograr los resultados adecuados.

La determinación de la precisión y la aceptación o el rechazo de los datos de campo son extremadamente importantes en topografía. También es crucial el ajuste para lograr el cierre geométrico; en levantamientos de predios, por ejemplo, la ley exige que las descripciones de las propiedades tengan características geométricas exactas. Los procedimientos usuales que se siguen en el cálculo de poligonales son:

i. Ajuste de ángulos a condiciones geométricas fijas
ii. Determinación de rumbos o acimuts
iii. Cálculo de proyecciones y ajustes de éstas por errores de cierre
iv. Cálculo de las coordenadas rectangulares de las estaciones [1].

## 3.1 AJUSTE DE UNA POLIGONAL CERRADA

El objetivo final que se persigue es que el polígono quede como una figura geométrica exacta. En un polígono debe comprobarse: Cierre angular y cierre lineal. [12]

### 3.1.1 COMPENSACIÓN ANGULAR

Antes de abandonar el sitio de trabajo se comprueba que el polígono tenga bien determinados sus ángulos en los vértices, es decir, que no se haya cometido un error al leer o anotar uno de los ángulos. Para esta comprobación se toma en cuenta lo siguiente:

Los ángulos en los vértices pueden ser exteriores (si se recorre la poligonal en sentido horario) o interiores (si se recorre la poligonal en sentido contrario al horario). Esto se entiende fácilmente si se observa que el teodolito lee siempre los ángulos en sentido horario.

Si se ha recorrido la poligonal en sentido horario, la suma de los ángulos debe dar (n+2) X 180° siendo n el numero de lados de la poligonal. Si se ha recorrido la poligonal en sentido opuesto, la suma de los ángulos debe dar (n-2) X 180°.

Es apenas lógico que al sumar los ángulos no se encuentre exactamente el resultado teórico, si no que exista una pequeña diferencia, debido a que el valor de cada ángulo no es exacto si no el más aproximado que se pudo determinar. Mientras más fino y preciso sea el teodolito, más cerca se estará de conocer el valor exacto de cada ángulo y, por lo tanto, será más pequeña la diferencia encontrada. Esta discrepancia entre la suma teórica y la encontrada se denomina “error de cierre de ángulo” y debe ser menor que el error máximo permitido o tolerancia angular TA.

El error de cierre de ángulo se obtiene con la formula siguiente.

$$\text{Error de cierre de ángulo} = 180° (n-2) - \sum \text{ángulos observados}$$

Si el cierre de ángulo resulta superior a la tolerancia angular se deben rectificar todos los ángulos observados, pues alguno, o varios, se han leído o anotado erróneamente.

Si el error de cierre es menor a la tolerancia angular se procede a repartirlo por partes iguales entre todos los ángulos de los vértices. Si el error fue por exceso se quita a cada ángulo la corrección (error / n); si fue por defecto, se suma. Una vez que se tengan los ángulos corregidos, se calculan los acimuts de los lados de la poligonal.

### 3.1.2 ACIMUTS DE UNA POLIGONAL

Partiendo del azimut conocido se calcula el contra – azimut (sumando o restando 180°); a este se le suma el ángulo del vértice y así se obtiene el azimut del lado siguiente. Esto se repite sucesivamente hasta volver a calcular el azimut de partida, lo cual sirve de comprobación; si no concuerdan con exactitud ha habido un error al hacer las correcciones o al calcular algún azimut.

### 3.1.3 PROYECCIONES SIN CORREGIR

A continuación se obtendrán los senos y cosenos correspondientes a cada uno de los acimuts. Al multiplicar la longitud de cada lado por el seno de su azimut, encontraremos la proyección de ese lado en X (sobre el eje E - W); al multiplicarla por el coseno se encontrara la proyección de ese lado en Y (sobre el eje N - S), estas proyecciones se anotan en dos de las cuatro columnas encabezadas con

PROYECCIONES, según el cuadrante indicado por el rumbo, o por el signo, positivo o negativo, del correspondiente coseno o seno del azimut. [9].

Las proyecciones se obtienen con las formulas siguientes:

Proy. sobre el Eje Y (N - S) = Long x cos (Az)

Proy. sobre el Eje X (E - W) = Long x sen (Az)

Las proyecciones hacia el N y hacia el E serán positivas, y negativas hacia el S y el W.

Recorriendo el polígono en un mismo sentido las iniciales de sus rumbos dan el sentido de las proyecciones. Así por ejemplo, un lado de rumbo SW, se proyectará al Sur y al Oeste.

Obsérvese que como se trata de proyecciones, estas son, pudiera decirse, las componentes de cada lado, como si fueran fuerzas, y la posición de los ejes no interesa por ahora, solo su orientación. [12].

### 3.1.4 ERROR DE CIERRE DE LAS PROYECCIONES

Por ser un polígono cerrado, se debe cumplir:

(1) ∑ proyecciones N = ∑ proyecciones S

(2) ∑ proyecciones E = ∑ proyecciones W

Debido a pequeños errores al determinar los ángulos y las distancias, y a haber repartido el error de cierre en partes iguales entre todos los ángulos (es la mejor manera de hacerlo), las igualdades (1) y (2) no se cumplen exactamente, así:

(1) ∑ proyecciones N - ∑ proyecciones S = Ey
(2) ∑ proyecciones E - ∑ proyecciones W = Ex

Estos errores en las proyecciones N – S y E – W hacen que al reconstruir la poligonal a partir de la estación N° 1 no se llegue nuevamente a ella sino a un punto 1' que difiere en las abscisas una cantidad Ex y en las ordenadas una cantidad Ey, y estará a una distancia ξ del punto de partida 1:

$$\xi = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$$

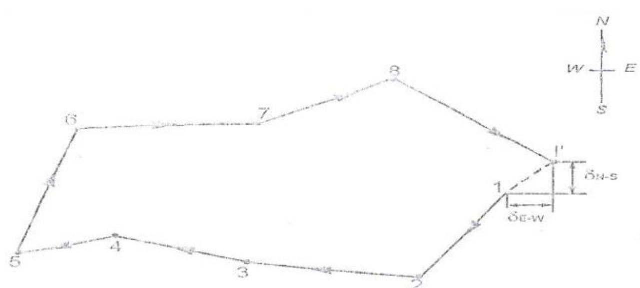



**Figura 3.2.4.1** Expresión grafica del error de cierre

ξ representa el error total cometido al hacer la poligonal o error de cierre en distancia; generalmente se expresa en forma unitaria, es decir, como el número de metros en los cuales, proporcionalmente, se cometería un error de 1m y al cual se llama CIERRE de la poligonal.

Siendo D la longitud total de la poligonal y ξ el error total cometido, el número de metros (X) en los cuales se cometería 1m de error, sería:

$$\xi \rightarrow D$$

$$1 \rightarrow X$$

$$\therefore X = \frac{D}{\xi}$$

Y se expresa 1: X. Si el error de cierre es mayor que el especificado, habrá que repetir el levantamiento; si está dentro del valor tolerado, hay que distribuirlo para que el polígono quede cerrado y se pueda dibujar correctamente. [9]

## 3.1.5 COMPENSACIÓN LINEAL DE LA POLIGONAL

Existen varios métodos para repartir el error de cierre y hacer que las proyecciones den sumas iguales, o sea, que el polígono cierre perfectamente. [9].

Hay cinco métodos para el ajuste de poligonales cerradas:

I. El método arbitrario
II. La regla del tránsito
III. La regla de la brújula
IV. El método de Crandall
V. El método de mínimos cuadrados

### *3.1.5.1 EL MÉTODO ARBITRARIO*

El método arbitrario de compensación de poligonales no se conforma a reglas fijas ni a ecuaciones. Más bien se distribuye el error lineal de cierre arbitrariamente, de acuerdo con el análisis del topógrafo acerca de las condiciones que prevalecieron en el campo. Por ejemplo, los lados medidos con cinta sobre terreno quebrado y que necesitaron frecuente aplome y división de la medida con cinta, tendrán posibilidades de contener errores mas grandes que los lados medidos sobre el terreno a nivel; por tanto se les asigna correcciones mayores. El error total de cierre se distribuye así en forma discrecional para cerrar matemáticamente la figura, es decir, hacer que la suma algebraica de las proyecciones Y, y la suma algebraica de las proyecciones X, sean iguales a cero. Este método de ajuste de poligonales es sencillo de efectuar y proporciona asignación lógica de “pesos” a las medidas, basada en la precisión esperada de las medidas individuales.

### 3.1.5.2 REGLA DEL TRANSITO

Esta regla es teóricamente mejor para los levantamientos con tránsito en los que se miden los ángulos con mayor precisión que las distancias, como en los levantamientos hechos con estadia,  pero raras veces se emplea en la práctica porque se obtienen diferentes resultados para cada meridiano posible [11], los resultados dependen arbitrariamente de los rumbos de las líneas. [1]

Las correcciones se calculan por las formulas siguientes:

$$correcc\ de\ proy.Y\ de\ AB = \ error\ de\ cierre\ en\ proys.Y * \frac{proy.Y\ de\ AB}{suma\ aritm.de\ las\ proys}$$

$$correcc\ de\ proy.X\ de\ AB = \ error\ de\ cierre\ en\ proys.X * \frac{proy.X\ de\ AB}{suma\ aritm.de\ las\ proys}$$

[11].

### 3.1.5.3 REGLA DE LA BRÚJULA (o de Bowditch)

Esta regla ajusta las proyecciones ortogonales de las líneas de poligonales en proporción a sus longitudes. Aunque no es tan rigurosa como el método de mínimos cuadrados, conduce a resultados lógicos en la distribución de cierre.

Las correcciones se obtienen por las formulas siguientes:

$$correcc\ de\ proy.Y\ de\ AB = \ -error\ de\ cierre\ en\ proys.Y * \frac{long.de\ AB}{perímetro\ de\ poligonal}$$

$$correcc\ de\ proy.X\ de\ AB = \ -error\ de\ cierre\ en\ proys.X * \frac{long.de\ AB}{perímetro\ de\ poligonal}$$

Observe que los signos algebraicos de las proyecciones son opuestos a los del error de cierre respectivo. [1].

La aplicación tanto de la regla del tránsito como de la brújula supone que todas las líneas se midieron con igual cuidado, y que los ángulos se tomaron con la misma precisión. De lo contrario deben asignarse pesos adecuado a los ángulos o a las distancias individuales. Los pequeños errores pueden distribuirse por simple examen.

#### 3.1.5.4 MÉTODO DE CRANDALL

En este método de compensación de polígonos, se distribuye primero el error de cierre angular en partes iguales entre todos los ángulos medidos. Luego se mantienen fijos los ángulos ajustados y se asignan todas las correcciones restantes a las medidas lineales, siguiendo un método de mínimos cuadrados pesados o ponderados. El método de Crandall es más lento que los procedimientos de la regla del tránsito o de la brújula, pero es adecuado para ajustar polígonos en que las medidas lineales tienen errores aleatorios más grandes que las medidas angulares, como por ejemplo en poligonales trazadas por estadia.

### 3.1.5.5 MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS

El método de mínimos cuadrados, basado en la teoría de las probabilidades, compensa simultáneamente las medidas angulares y lineales, de modo de hacer mínima la suma de los cuadrados de los residuos. Este método es válido para cualquier tipo de poligonal, sin importar la precisión relativa de las medidas de los ángulos y las distancias, en vista de que a cada cantidad medida se le puede asignar un peso relativo. Este método es lógicamente el mejor para la compensación de poligonales, pero no se había utilizado mucho por lo laborioso de los cálculos que se requiere. La invención de la computadora ha convertido estos cálculos en trabajos de rutina, y como consecuencia, el método de mínimos cuadrados se ha extendido mucho. [11]

Al presente, se han desarrollado diferentes métodos de compensación, el método de la brújula, el del tránsito, el de los mínimos cuadrados, etc.; basados todos en diferentes hipótesis. Recientemente, la evolución de la tecnología empleada en la fabricación de instrumentos ha igualado la precisión obtenida en la medición de distancias con la precisión obtenida en la medición angular, lo que hace al método de la brújula el método más adecuado para la compensación del error lineal, no solo por asumir esta condición, sino por la sencillez de los cálculos involucrados.

El método de la brújula, propuesto por Nathaniel Bowditch alrededor de 1800, es el método más utilizado en los trabajos normales de topografía. El método asume que:

- ✓ Los ángulos y distancias son medidos con igual precisión
- ✓ El error ocurre en proporción directa a la distancia
- ✓ Las proyecciones se corrigen proporcionalmente a la longitud de los lados

Si el error de cierre lineal ξ, es menor que la tolerancia lineal TL, se puede hacer la compensación lineal del polígono. Para el ajuste lineal del polígono, se calculan primero los factores unitarios de corrección Kx y Ky, o sea las correcciones por metro.

$$Kx = Ex / L$$

$$Ky = Ey / L$$

Donde:

Ex = error de las “x” = ∑ proyecciones E - ∑ proyecciones W

Ey = error de las “y” = ∑ proyecciones N - ∑ proyecciones S

L = es el perímetro de la poligonal

Las correcciones de las proyecciones $Cy_1$, $Cy_2$, $Cy_3$,…, $Cy_n$, así como $Cx_1$, $Cx_2$, $Cx_3$,…, $Cx_n$, se obtienen multiplicando las longitudes de los lados del polígono por los factores unitarios de corrección correspondientes.

Para la compensación de las ordenadas, la corrección se resta a las proyecciones cuya suma sea mayor y se suma a aquellas que corresponden a la suma menor, así se igualan ambas sumas, las de las proyecciones N y S, distribuyéndose el error Ey, de igual manera se procede con las abscisas. Como resultado de la compensación lineal del polígono, las sumas de las proyecciones corregidas cumplirán con las condiciones siguientes:

$$\sum \text{proyecciones N} = \sum \text{proyecciones S}$$

$$\sum \text{proyecciones E} = \sum \text{proyecciones W}$$

### 3.1.6 CÁLCULO DE LAS COORDENADAS DE LOS VÉRTICES DEL POLÍGONO

Una vez compensadas las proyecciones, se procede al cálculo de las coordenadas de los vértices de la poligonal. Las coordenadas de los vértices se calculan sumando algebraicamente las proyecciones de cada lado a las coordenadas de la estación anterior. La utilización de coordenadas permite un cálculo numérico sencillo con la información topográfica y su representación grafica de manera exacta.

Antes de implantar un sistema de coordenadas se debe verificar si existe alguno en el sitio del levantamiento que deba utilizarse, de ser así, nuestro levantamiento deberá referirse a ese sistema de coordenadas. Para un levantamiento de Tercer Orden Clase 1, se debe considerar un sistema regional o absoluto de coordenadas.

En caso de no existir un sistema de coordenadas en el sitio de proyecto, para levantamiento de Tercer Orden Clase 2 ó Taquimétricos y Expeditivos, al punto de partida se le atribuyen coordenadas arbitrarias, elegidas de tal modo que resulten positivas para todos los vértices de la poligonal, es decir que la poligonal quede alojada en el primer cuadrante.

Las coordenadas de un vértice cualquiera se obtienen sumando algebraicamente las proyecciones del lado comprendido entre el vértice cuyas coordenadas se quiere obtener y el vértice anterior a este.

$$Y_n = Y_{n-1} \pm \Delta Y$$

$$X_n = X_{n-1} \pm \Delta X$$

De las formulas:

$(X_n, Y_n)$ = coordenadas por determinar de un vértice “n” cualquiera

$(X_{n-1}, Y_{n-1})$ = coordenadas del vértice de atrás

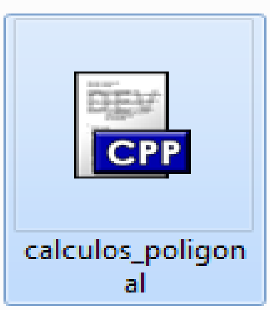
$\Delta X$, $\Delta Y$ = proyecciones del lado. [7].

# 4 PROGRAMA PARA EL CÁLCULO DE UNA POLIGONAL

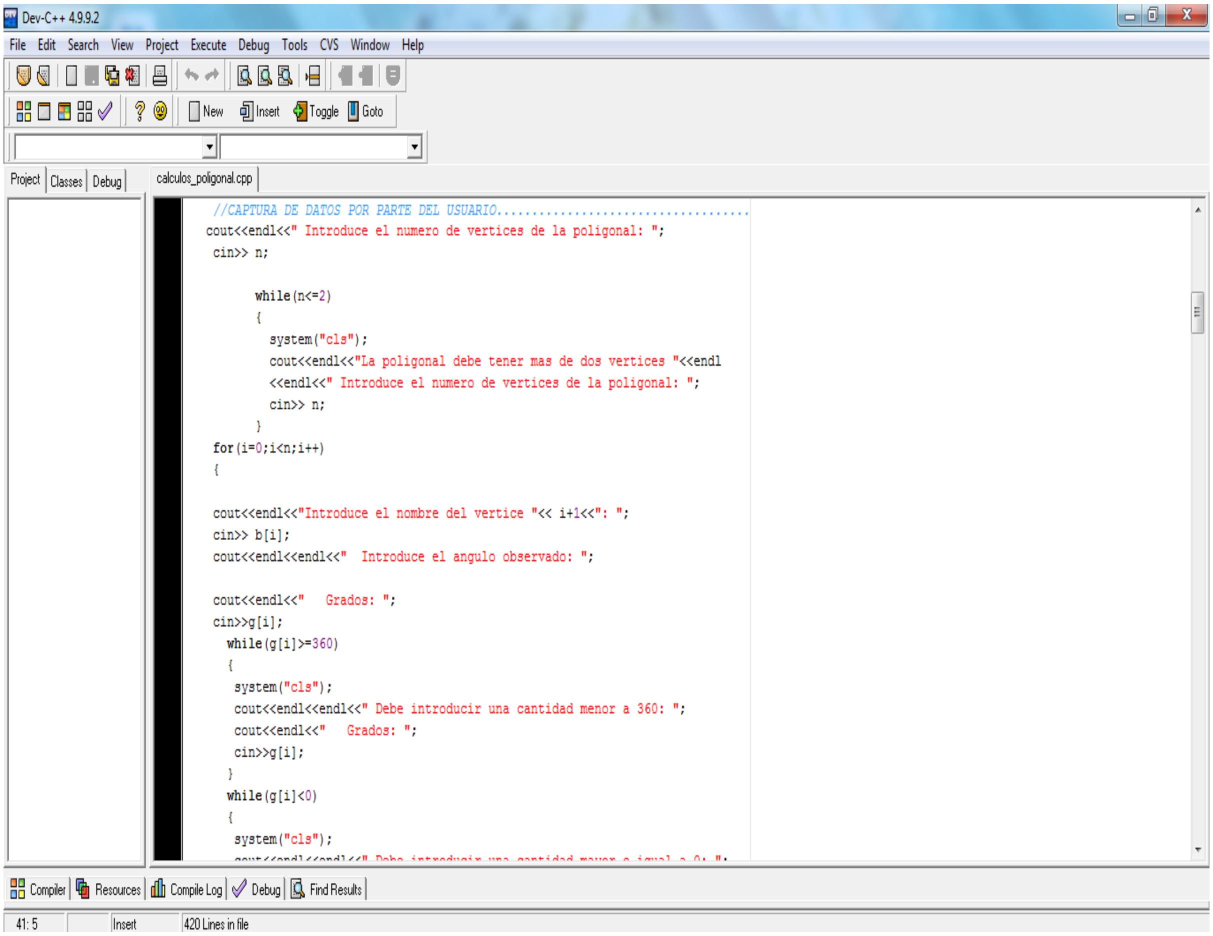
## 4.1 INSTRUCCIONES PARA EL MANEJO DEL PROGRAMA

Existen dos maneras para comenzar a utilizar ejecutar el programa.

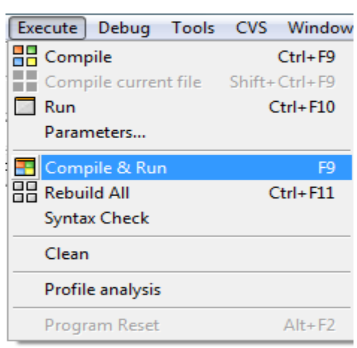
La primera de ellas es ejecutando el programa desde el compilador. Para esto es necesario dar doble clic en el siguiente icono.



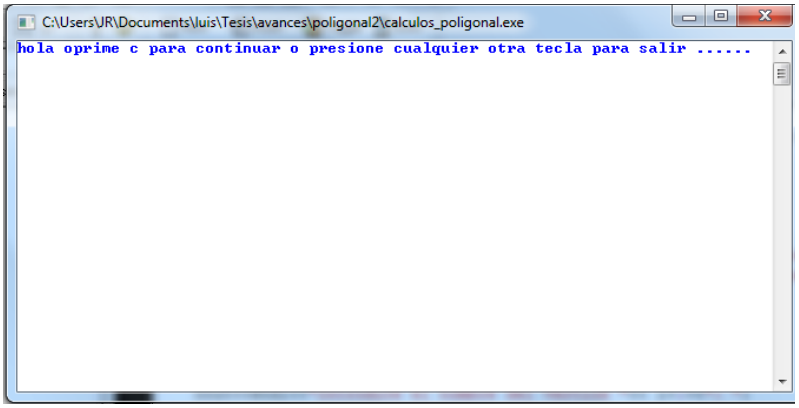

Al dar doble clic sobre el icono anterior, tendremos acceso al código fuente del programa.



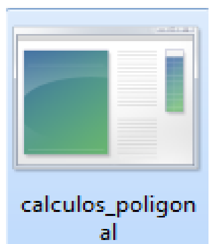

Posteriormente, en el menú principal, dar clic sobre ejecutar, luego sobre compilar y correr.



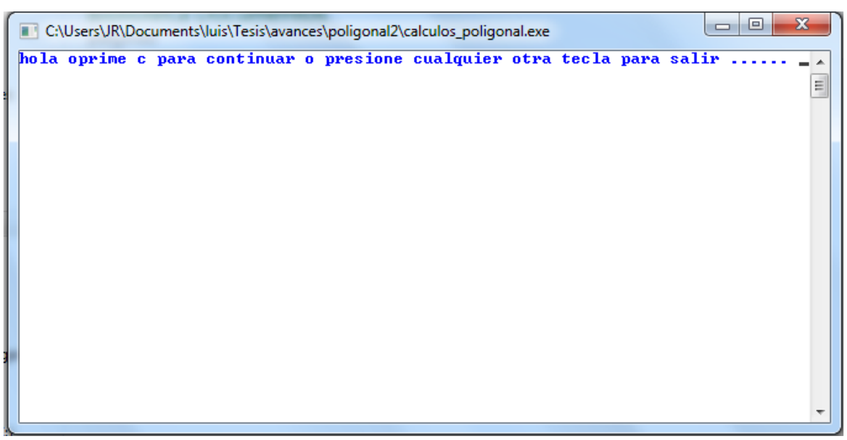
De esta forma, ingresaremos al programa.




El otro procedimiento a seguir para ejecutar el programa, es dando doble clic sobre archivo ejecutable del programa.




Y de manera análoga, se ejecutara el programa.



Como se indica, se debe oprimir la letra “c” para continuar ó cualquier otra tecla para cancelar la ejecución. En caso de oprimir la letra “C” el programa pedirá el número de vértices de la poligonal.

```
Introduce el numero de vertices de la poligonal:
```

Como es bien sabido, una poligonal cerrada debe tener al menos tres vértices, entonces si el usuario indica que el número de vértices de la poligonal es 2, aparecerá el siguiente mensaje:

```
La poligonal debe tener mas de dos vertices
 Introduce el numero de vertices de la poligonal: _
```

El mensaje anterior seguirá mostrándose hasta que el usuario indique que son tres vértices los que conforman la poligonal. Cuando el usuario indique que son tres vértices los que conforman la poligonal, el programa le indicara al usuario que introduzca el nombre del primer vértice.

```
La poligonal debe tener mas de dos vertices
 Introduce el numero de vertices de la poligonal: 3
Introduce el nombre del vertice 1:
```

Después de introducir el nombre del primer vértice, el usuario deberá introducir el ángulo observado en dicho vértice.

```
La poligonal debe tener mas de dos vertices
 Introduce el numero de vertices de la poligonal: 3
Introduce el nombre del vertice 1: v1

  Introduce el angulo observado:
   Grados: _
```

El número de grados a introducir deberá ser entero y positivo. Si el usuario introduce un número de grados menor a cero, hasta que el usuario introduzca una cantidad de grados positiva aparecerá el siguiente mensaje:

```
Debe introducir una cantidad mayor o igual a 0:
  Grados: _
```

De manera análoga, si el usuario introduce una cantidad mayor a 360, aparecerá el siguiente mensaje:

```
Debe introducir una cantidad menor a 360:
  Grados: _
```

Cuando el usuario introduce una cantidad de grados aceptable, el usuario podrá introducir el número de minutos.

```
Debe introducir una cantidad menor a 360:
  Grados: 179

  Minutos: _
```

El número de minutos a introducir deberá ser entero y positivo .Para poder introducir el numero de minutos también hay dos restricciones a considerar. La primera es que el usuario deberá introducir una cantidad de minutos mayor a cero, mientras el usuario no introduzca una cantidad de minutos mayor a cero, aparecerá el siguiente mensaje:

```
Debe introducir una cantidad mayor o igual a 0:
  Minutos:
```

La segunda restricción es que el usuario deberá introducir una cantidad de minutos menor a 60, mientras el usuario no introduzca una cantidad de minutos menor a 60, aparecerá el siguiente mensaje:

```
Debe introducir una cantidad menor a 60:
  Minutos:
```

Cuando el usuario introduce una cantidad de minutos aceptable, el usuario podrá introducir el número de segundos.

```
Debe introducir una cantidad menor a 60:
  Minutos: 59

  Segundos:
```

El número de segundos a introducir deberá ser entero y positivo ó con punto decimal y positivo. Para poder introducir el número de segundos también hay dos restricciones a considerar. La primera es que el usuario deberá introducir una cantidad de segundos mayor a cero, mientras el usuario no introduzca una cantidad de segundos mayor a cero, aparecerá el siguiente mensaje:

```
Debe introducir una cantidad mayor o igual 0:
  Segundos: _
```

La segunda restricción es que el usuario deberá introducir una cantidad de segundos menor a 60, mientras el usuario no introduzca una cantidad de segundos menor a 60, aparecerá el siguiente mensaje:

```
Debe introducir una cantidad menor a 60:
  Segundos:
```

Cuando el usuario introduce una cantidad de segundos aceptable, el usuario podrá introducir de manera repetitiva y análoga los ángulos observados en los vértices restantes.

Una vez que se han introducido todos los ángulos observados, se procederá a introducir las distancias entre los vértices.

Para introducir las distancias entre los vértices se deben considerar dos restricciones. La primera de ellas es que el usuario deberá introducir distancias positivas, mientras el usuario introduzca distancias menores a cero, aparecerá el siguiente mensaje:

```
La longitud del lado debe ser mayor que cero
 Introduce la longitud del lado comprendido entre los vertices w1 y w2: _
```

La segunda restricción es que el usuario deberá introducir distancias diferentes de cero, mientras el usuario introduzca una distancia igual a cero, aparecerá el mismo mensaje mostrado cuando no se cumple la restricción anterior.

Una vez que se introdujeron todas las distancias el usuario deberá introducir el azimut de partida para poder continuar con los cálculos

```
Introduce el azimut de partida:
  Grados: _
```

Las restricciones para introducir el azimut de partida son exactamente las mismas que las restricciones para ángulos observados: En los grados la cantidad debe ser mayor o igual a cero y menor o igual a 360, en los minutos la cantidad debe ser mayor o igual a cero y menor o igual a 60, y en los segundos la cantidad debe ser mayor o igual a cero y menor o igual a 60.

Finalmente se deberán introducir las coordenadas (x,y) del primer vértice, para que el programa calcule las coordenadas de los vértices restantes.

```
Introduce la coordenada inicial en x: 12
Introduce la coordenada inicial en y: 24_
```

## 4.2 EJEMPLO DE LA EJECUCIÓN DEL PROGRAMA

Para el siguiente ejemplo se tomaron los datos medidos en campo correspondientes a una poligonal de 20 vértices. Se asignara un azimut de partida de 70° y las coordenadas iniciales de (10000,8000).

Una vez que se han introducido los datos, se desplegara una lista, en la cual, la primera columna corresponde a la estación, la segunda columna al punto observado, la tercera columna al ángulo observado y la cuarta a la distancia entre los vértices.

Debajo de la lista de datos introducidos se muestra el perímetro de la poligonal, la suma de los ángulos observados, el error angular y la corrección angular.

| EST | PO | Angulo observado | Distancia |
|---|---|---|---|
| v1 | v2 | 94º 16' 28.4949'' | 47.4068 |
| v2 | v3 | 258º 12' 36.8481'' | 34.6536 |
| v3 | v4 | 165º 44' 15.9998'' | 133.549 |
| v4 | v5 | 139º 57' 27.1802'' | 80.0723 |
| v5 | v6 | 151º 56' 30.6555'' | 112.352 |
| v6 | v7 | 188º 8' 0.157471'' | 151.691 |
| v7 | v8 | 157º 0' 29.9927'' | 113.614 |
| v8 | v9 | 210º 31' 15.1465'' | 53.9792 |
| v9 | v10 | 204º 14' 39.5105'' | 321.149 |
| v10 | v11 | 1º 54' 25.3333'' | 299.202 |
| v11 | v12 | 180º 19' 32.3511'' | 58.7387 |
| v12 | v13 | 206º 17' 45.3442'' | 79.7027 |
| v13 | v14 | 101º 17' 35.8411'' | 195.335 |
| v14 | v15 | 186º 51' 46.8237'' | 120.921 |
| v15 | v16 | 217º 38' 15.813'' | 157.421 |
| v16 | v17 | 213º 29' 10.5066'' | 89.7269 |
| v17 | v18 | 209º 40' 1.83105'' | 81.4977 |
| v18 | v19 | 95º 48' 22.3407'' | 49.5081 |
| v19 | v20 | 158º 45' 50.8118'' | 32.9113 |
| v20 | v1 | 97º 55' 55.0049'' | 117.821 |

La suma de los lados es: 2331.25

En teoria la suma de los angulos internos de la poligonal debe ser de: 3240º

La suma de los angulos observados de la poligonal es de: 3240.00722

El error angular es de: -0.007219

La correcion angular a aplicar sera de: -0.0003609

Una vez aplicada la corrección angular a los ángulos observados se calcularan los ángulos corregidos y la suma de los ángulos corregidos para corroborar que sea igual a la condición geométrica angular.

| EST | PO | Angulo corregido |
|---|---|---|
| v1 | v2 | 94º 16' 27.2'' |
| v2 | v3 | 258º 12' 35.55'' |
| v3 | v4 | 165º 44' 14.7'' |
| v4 | v5 | 139º 57' 25.88'' |
| v5 | v6 | 151º 56' 29.36'' |
| v6 | v7 | 188º 07' 58.86'' |
| v7 | v8 | 157º 00' 28.69'' |
| v8 | v9 | 210º 31' 13.85'' |
| v9 | v10 | 204º 14' 38.21'' |
| v10 | v11 | 1º 54' 24.03'' |
| v11 | v12 | 180º 19' 31.05'' |
| v12 | v13 | 206º 17' 44.04'' |
| v13 | v14 | 101º 17' 34.54'' |
| v14 | v15 | 186º 51' 45.52'' |
| v15 | v16 | 217º 38' 14.51'' |
| v16 | v17 | 213º 29' 9.207'' |
| v17 | v18 | 209º 40' 0.5317'' |
| v18 | v19 | 95º 48' 21.04'' |
| v19 | v20 | 158º 45' 49.51'' |
| v20 | v1 | 97º 55' 53.71'' |

La suma de los angulos corregidos es: 3240

Con los ángulos corregidos y el azimut de partida, se obtendrán los acimuts en cada uno de los vértices, así como la comprobación del azimut de partida.

```
Introduce el azimut de partida:
   Grados: 70
   Minutos: 0
   Segundos: 0
```

| EST | PO | Azimutes |
|---|---|---|
| v1 | v2 | 70º 00' 0'' |
| v2 | v3 | 148º 12' 35.55'' |
| v3 | v4 | 133º 56' 50.25'' |
| v4 | v5 | 93º 54' 16.13'' |
| v5 | v6 | 65º 50' 45.49'' |
| v6 | v7 | 73º 58' 44.34'' |
| v7 | v8 | 50º 59' 13.04'' |
| v8 | v9 | 81º 30' 26.88'' |
| v9 | v10 | 105º 45' 5.096'' |
| v10 | v11 | 287º 39' 29.13'' |
| v11 | v12 | 287º 59' 0.1816'' |
| v12 | v13 | 314º 16' 44.23'' |
| v13 | v14 | 235º 34' 18.77'' |
| v14 | v15 | 242º 26' 4.293'' |
| v15 | v16 | 280º 04' 18.81'' |
| v16 | v17 | 313º 33' 28.01'' |
| v17 | v18 | 343º 13' 28.55'' |
| v18 | v19 | 259º 01' 49.59'' |
| v19 | v20 | 237º 47' 39.1'' |
| v20 | v1 | 155º 43' 32.8'' |

```
Comprobacion del azimut de partida:
      v1            v2            70º 0' 0''
```

Seguido de los acimuts se calcularan las proyecciones sin corregir, el error de cierre de la proyección en x (Ex), el error de cierre de la proyección en y (Ey), el error lineal (Et), la precisión, y los factores unitarios de corrección (Kx y Ky).

| EST | PO | Proy(y) sin corregir | Proy(x) sin corregir |
|---|---|---|---|
| v1 | v2 | 16.2140919 | 44.5478515 |
| v2 | v3 | -29.454974 | 18.2558304 |
| v3 | v4 | -92.6825737 | 96.1524738 |
| v4 | v5 | -5.4523903 | 79.886482 |
| v5 | v6 | 45.9735757 | 102.515741 |
| v6 | v7 | 41.8653014 | 145.799803 |
| v7 | v8 | 71.5194981 | 88.278121 |
| v8 | v9 | 7.97167029 | 53.3872916 |
| v9 | v10 | -87.1805449 | 309.089664 |
| v10 | v11 | 90.7587371 | -285.104522 |
| v11 | v12 | 18.1350446 | -55.8690533 |
| v12 | v13 | 55.64466 | -57.0631245 |
| v13 | v14 | -110.436824 | -161.119226 |
| v14 | v15 | -55.9576746 | -107.194436 |
| v15 | v16 | 27.5303098 | -154.994672 |
| v16 | v17 | 61.8295397 | -65.0232851 |
| v17 | v18 | 78.0294898 | -23.5219468 |
| v18 | v19 | -9.42076638 | -48.6034924 |
| v19 | v20 | -17.5404462 | -27.8474976 |
| v20 | v1 | -107.404022 | 48.4366111 |

```
El error en y es Ey: -0.0582970457
El error en x es Ex: 0.0086121014
El error total es de Et: 0.0589297364

La precision es de 1:39559.86

Los factores unitarios de coreccion son:
   ky: -2.500675e-005
   kx: 3.694195e-006
```

Ya que se tienen los factores unitarios de corrección se procederá a calcular las correcciones que se aplicaran a las proyecciones sin corregir, de esta manera se obtendrán las proyecciones corregidas y se comprobara la corrección calculando de nuevo los errores de cierre lineal.

```
Las correcciones son:

        Cy             Cx

  0.001185491   -0.0001751301
0.0008665735    -0.0001280171
  0.003339629   -0.0004933564
  0.002002349   -0.0002958028
  0.002809567   -0.0004150515
  0.003793309   -0.0005603777
  0.002841109   -0.0004197111
  0.001349844   -0.0001994096
    0.0080309     -0.001186388
  0.007482066      -0.00110531
  0.001468863   -0.0002169921
  0.001993107   -0.0002944375
   0.00488469     -0.000721605
  0.003023843   -0.0004467061
  0.003936579   -0.0005815427
  0.002243779   -0.0003314688
  0.002037994   -0.0003010686
  0.001238036   -0.0001828925
0.0008230034    -0.0001215806
  0.002946314   -0.0004352529

      EST          PO        Proy(y) corregida        Proy(x) corregida

       v1          v2          16.2152774               44.5476763
       v2          v3         -29.4541075               18.2557024
       v3          v4         -92.6792341               96.1519804
       v4          v5         -5.45038795               79.8861862
       v5          v6          45.9763852              102.515326
       v6          v7          41.8690948              145.799242
       v7          v8          71.5223392               88.2777013
       v8          v9          7.97302014               53.3870922
       v9         v10          -87.172514              309.088477
      v10         v11          90.7662192             -285.105628
      v11         v12          18.1365134             -55.8692703
      v12         v13          55.6466531             -57.0634189
      v13         v14         -110.431939             -161.119948
      v14         v15         -55.9546507             -107.194883
      v15         v16          27.5342463             -154.995254
      v16         v17          61.8317834             -65.0236165
      v17         v18          78.0315278             -23.5222479
      v18         v19         -9.41952834             -48.6036753
      v19         v20         -17.5396232             -27.8476192
      v20          v1         -107.401075               48.4361758

El error en y es Ey: 0

El error en x es Ey: 0
```

Como se puede observar los errores de cierre lineal dan cero, lo que nos indica que nuestras proyecciones corregidas son las correctas. Finalmente hay que introducir las coordenadas de partida para el cálculo de las coordenadas de cada uno de los vértices de la poligonal.

```
Introduce la coordenada inicial en x: 10000

Introduce la coordenada inicial en y: 8000

  Vertice         X              Y

     v1         10000          8000
     v2       10044.5479     8016.21533
     v3       10062.8037     7986.76123
     v4       10158.9561     7894.08203
     v5       10238.8418     7888.63184
     v6       10341.3574      7934.6084
     v7       10487.1563     7976.47754
     v8       10575.4336           8048
     v9       10628.8203     8055.97314
    v10       10937.9092     7968.80078
    v11       10652.8037     8059.56689
    v12       10596.9346     8077.70361
    v13       10539.8711      8133.3501
    v14        10378.751     8022.91797
    v15       10271.5557     7966.96338
    v16       10116.5605     7994.49756
    v17       10051.5371      8056.3291
    v18       10028.0146     8134.36084
    v19       9979.41113     8124.94141
    v20       9951.56348     8107.40186
     v1         10000          8000
```

En la última línea las coordenadas calculadas son las mismas que las coordenadas de partida. Esto nos sirve para corroborar que las coordenadas de cada vértice fueron calculadas correctamente, ya que se dio la vuelta completa a la poligonal.

**Dé clic sobre el hipervínculo para la ejecución del programa.**

PROGRAMA JRLF

## 5 CONCLUSIONES

Cuando el topógrafo se encuentra en gabinete haciendo los cálculos de la poligonal invierte horas en la solución de esta. Dependiendo del número de vértices que conformen la poligonal dependerá el número de repeticiones de cada uno de los cálculos implicados en la solución de poligonales.

El programa realizado economiza tiempo, la mayor parte del tiempo invertido durante la ejecución del programa es destinado a insertar los datos, tiempo que depende de la cantidad de datos que se estén manejando. Una vez que los datos han sido introducidos, el programa hace los cálculos en cuestión de segundos, que en comparación con el tiempo que toma hacer los cálculos a mano, es, por mucho, más eficiente.

Además. Se disminuye en gran escala las probabilidades de que se cometa una equivocación a la hora de calcular, ya que al estar haciendo los cálculos a mano, si de manera inconsciente se comete una equivocación, esta se puede ir traspasando a los cálculos posteriores. La única manera de que no se obtengan los resultados correctos, es que el usuario por algún motivo se equivoque al insertar uno o varios datos.

Este programa tiene la finalidad de servir como apoyo a estudiantes, profesionales y técnicos dedicados a la topografía.

## BIBLIOGRAFÍA

[1] RUSSELL C. BRINKER, Topografía, Novena edición, pp (2, 20, 21, 272, 269,280).

[2] FRANCISCO D. GARCIA, Topografía Abreviada, Ed. Dossat, pp (12,138).

[3] MILTON O. SCHMIDT, Ph.D. University of Illinois en Urbana- Champaign, compañía editorial Continental, pp (135,136).

[4] ISAAC MORENO GALLO, Topografía Romana, Ministerio de Fomento, Demarcación de Carreteras del Estado en Aragón. Zaragoza

[5] SENCICO, Curso Completo de Topografía, pp (138 y 140).

[6] FERNANDO GARCÍA MÁRQUEZ, Curso Básico de Topografía, ed. Árbol, pág.5.

[7] MANUEL ZAMARRIPA MEDINA, Apuntes de Topografía, FES Acatlán, pp (17,59).

[8] ANTONIO GARCÍA MARTÍN, Topografía Básica para Ingenieros, Universidad de Murcia, pp (82 - 85).

[9] ALVARO TORRES NIETO, Topografía 4ed, Escuela Colombiana de Ingeniería, pp (53, 112 – 117, 157).

[10] FERNANDO LÓPEZ GAYARRE, Elementos de Topografía y Construcción, pp (70,72).

[11] RUSSELL C. BRINKER, Topografía Moderna, sexta edición, pp(213 - 216)

[12] MIGUEL MONTES DE OCA, Topografía, Universidad Nacional Autónoma de México, pp (55, 57, 58).

[13] LEONARDO CASANOVA M. Topografía Plana, pp(3-14).

## *REFERENCIAS DE INTERNET*


[14] Topografía

http://topocast.galeon.com/

[15] Topografía básica

http://topografiabasicasena.blogspot.mx/p/introduccion-e-historia-de-la.html?m=1

[16] Historia de la topografía

http://topografiaelfuturo.blogspot.mx/2010/02/historia-de-la-topografia.html

[17] Historia de las unidades de medida

https://docs.google.com/presentation/d/1txGCB3A7QEaVNAtziIP6-aliV_kGo5psMHD30wn3u5M/embed#slide=id.i65

[18] Instrumentos topográficos

http://www.slideshare.net/sgfsggsg/instrumentos-topograficos-c1