UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

MAESTRÍA EN DOCENCIA PARA LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ACATLÁN

PROPUESTA DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE PARA LA RESOLUCIÓN DE ECUACIONES LINEALES DE UNA INCÓGNITA EN EL BACHILLERATO

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

MAESTRO EN DOCENCIA PARA LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR, MATEMÁTICAS.

PRESENTA
OLIVIA ALEXANDRA SCHOLZ MARBÁN

TUTOR
DR. PABLO PÉREZ AKAKI
FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ACATLÁN

MÉXICO, D.F. MAYO 2014

DEDICATORIA:

A mi madre Marisela Cristina Marbán Quiroz por ser mi modelo y ejemplo de superación constante.

A Marlene Soto por su apoyo, comprensión y paciencia.

AGRADECIMIENTOS:

A mis maestros:

Juan Recio Zubieta

Pablo Pérez Akaki

Mauricio Pilatowsky Braverman

Leilani Medina Valdés

Por sus enseñanzas y por motivarme a ser mejor docente

INTEGRACIÓN DEL JURADO:

Dr. Pablo Pérez Akaki (Tutor)

Mtro. Juan Bautista Recio Zubieta

Mtra. Lorena Cruz Ramos

Mtro. Víctor José Palencia Gómez

M. en C. Elena de Oteyza de Oteyza

RESUMEN

Este trabajo es una propuesta de enseñanza aprendizaje para la resolución de ecuaciones lineales de una incógnita en el bachillerato, pues estos son el punto de partida de muchas situaciones que el alumno enfrentará a lo largo de su formación académica y de su vida diaria. Con este fin se diseñó una secuencia de actividades que se trabajan una parte en equipos y otra parte individual, cubriendo los aprendizajes que marca el programa de estudio del Colegio de Ciencias y Humanidades.

Las actividades están fundamentadas en la metodología de la ingeniería didáctica y elaboradas de manera que desarrollen el aprendizaje significativo en los alumnos, la propuesta consisten en resolver problemas planteados en lenguaje común, obtener un algoritmo para resolver el tipo de ecuación que se está estudiando, resolver utilizando ese algoritmo en ejercicios y finalmente realizar despejes de literales a partir de fórmulas.

Se aplicó primero un cuestionario diagnóstico, después se llevó a cabo la secuencia de actividades en el aula y fuera del aula como trabajo extra clase y finalmente se aplicó un instrumento de evaluación para comparar los resultados obtenidos en el aprendizaje del tema por parte de los estudiantes.

ABSTRACT

This paper is a proposal of teaching and learning to solving linear equations in one unknown in high school, linear equations are de start of many situations that students face during their academic education and their everyday life, the proposal consists of a sequence of activities designed to be solved as teamwork and as individual work,, covering the contents of the curriculum of the CCH.

The activities are based on the methodology of didactic engineering and elaborated to develop meaningful learning in students, activities include solving problems, obtaining an algorithm to solve the type of equation studied, solution using that algorithm in context free exercises and finally solve for an unknown in certain formulas.

First it was applied a diagnostic questionnaire, then it was conducted the sequence of activities in the classroom and outside the classroom as homework, finally an assessment tool was used to compare the results obtained by students.

Índice

INTRODUCCIÓN

Durante los últimos años, se ha incrementado la preocupación por el aprovechamiento de los alumnos en el área de matemáticas a nivel nacional, debido al bajo rendimiento escolar en la asignatura lo que se ha reflejando en las pruebas Enlace aplicadas en años recientes a nivel básico y a partir del 2008 a nivel medio superior y superior.

Una ecuación se construye a partir del enunciado de una situación que se presenta en el quehacer cotidiano o científico del ser humano. Al transformar un enunciado planteado en lenguaje común al lenguaje algebraico utilizando variables, signos y símbolos se construye una ecuación. Las ecuaciones lineales son proposiciones de igualdad que involucran una incógnita, que representa un valor desconocido y que son válidas para un valor de la variable. Los alumnos presentan problemas en la resolución de ecuaciones lineales de una incógnita porque no realizan los despejes adecuados en el proceso de solución, por diversas razones, entre ellas porque no identifican los términos de la ecuación, no comprenden el por qué pasa hacia el otro lado del signo igual con una operación contraria, no manejan adecuadamente las leyes de los signos, efectúan operaciones en un miembro de la ecuación sin modificar el otro (Socas, 1996).

Es importante que el alumno entienda las ecuaciones lineales porque son la base para muchos de los conocimientos posteriores en su educación matemática, como lo son los despejes, los sistemas de ecuaciones, las funciones lineales, la línea recta, la variación y la proporción; no quiere decir con ello que las ecuaciones lineales sean la piedra angular de las matemáticas pero sí que si se cuenta con una sólida base en el conocimiento de un tema [en este caso de ecuaciones lineales de una incógnita] se puede seguir avanzando con menos dificultad en el aprendizaje de temas posteriores.

Con relación al alumno de nivel bachillerato, este necesita tener un sólido conocimiento de las *ecuaciones lineales* para los posteriores años de su educación.

Actualmente el acercamiento que el alumno tiene del tema es a base de aprendizaje mecánico y de reglas memorizadas carentes de sentido o de referentes concretos, por ello la propuesta presentada pretende abordar las ecuaciones lineales de manera que el estudiante comprenda los enunciados, logre plantear la ecuación, realice las operaciones, encuentre un resultado y lo compruebe.

El presente trabajo pretende mostrar una *propuesta didáctica* para desarrollar habilidades de resolución de problemas, solución de ecuaciones de primer grado con una incógnita y despejes a través de las ecuaciones lineales de una incógnita al nivel de bachillerato, partiendo para ello del planteamiento de problemas verbales en contexto. La meta que se persigue es lograr que el alumno transite del lenguaje común al lenguaje algebraico y resuelva mediante ecuaciones lineales de una incógnita problemas de situaciones cotidianas.

La secuencia didáctica propuesta, tiene dos componentes o fases complementarias: la acción y la reflexión. Las *ecuaciones lineales* son básicas en la disciplina y en otras áreas del conocimiento hasta el nivel superior, además de la dificultad que se detecta en la comprensión por parte de los estudiantes, algunos conflictos que se presentan son:

a) No reconocer los términos.
b) No respetar las jerarquías de las operaciones.
c) No aplicar adecuadamente las reglas de los signos.
d) Desconocer las propiedades de las operaciones de los números.
e) No distinguir términos semejantes.
f) No realizar comprobación de los resultados obtenidos.

Tomando en cuenta las dificultades que se presentan en el aprendizaje de las ecuaciones lineales de una incógnita este trabajo se propone diseñar una secuencia didáctica para el tema de ecuaciones lineales de una incógnita a partir del planteamiento de problemas contextualizados, para promover el paso del lenguaje común al lenguaje algebraico en los alumnos y desarrollar sus habilidades para la resolución de ecuaciones lineales de una incógnita.

La importancia de la comprensión del tema de ecuaciones lineales de una incógnita es que la habilidad que logren desarrollar los alumnos en la resolución de ecuaciones lineales afecta de manera directa su comprensión futura, como por ejemplo, en problemas de diversas áreas del conocimiento como física, economía, biología e incluso situaciones cotidianas de su vida. Por lo que no basta con saber aplicar una fórmula sino adquirir las herramientas y las bases necesarias para resolver un problema planteado en lenguaje común, lo que realza el uso de la comunicación en el proceso de enseñanza aprendizaje.

A continuación se describen los contenidos de cada capítulo de este trabajo.

En el capítulo 1 planteamos el marco teórico y contextual del trabajo, describiendo lo que entendemos por didáctica de la matemática, nuestra concepción de la enseñanza – aprendizaje en el nivel medio superior, nuestra postura de las matemáticas y un breve panorama de las ecuaciones lineales. El objetivo fue diseñar y aplicar una secuencia didáctica para que los alumnos de nivel bachillerato logren plantear ecuaciones lineales a partir de enunciados, realicen operaciones, encuentren un resultado, lo comprueben y desarrollen la habilidad para la resolución de problemas.

En el capítulo 2 el objetivo fue diseñar una secuencia didáctica para desarrollar habilidades de resolución de problemas a través de las ecuaciones lineales de una incógnita en el bachillerato. Se detalla la metodología que está basada en la ingeniería didáctica propuesta por Artigue (1995); se presenta y describe la propuesta de la secuencia didáctica empleada en el trabajo para la enseñanza – aprendizaje de las ecuaciones lineales de una incógnita.

En el capítulo 3, el objetivo fue aplicar la secuencia didáctica para desarrollar habilidades de resolución de problemas a través de las ecuaciones lineales de una incógnita en el bachillerato. Se describe la planeación y aplicación de la propuesta en un grupo del Colegio de Ciencias y Humanidades del plantel Azcapotzalco.

En el capítulo 4, el objetivo fue evaluar la habilidad de resolución de problemas alcanzada por los alumnos de primer semestre del CCH utilizando la secuencia didáctica propuesta para el aprendizaje de las ecuaciones lineales de una incógnita. Se presenta el análisis de los resultados y se realiza una interpretación de los mismos.

Con esta propuesta se espera que el docente despierte el interés del alumnado en las matemáticas, estimulando sus deseos por el aprendizaje, para dirigir sus esfuerzos hacia el logro de los fines que plantea el sistema educativo.

Capítulo I. Marco Teórico y Marco Contextual

1.1 Marco Teórico

1.1 Didáctica de las matemáticas

La didáctica constituye los recursos y medios con los que se lleva a cabo la práctica docente, es el cómo enseñar. Para realizar el proceso de enseñanza aprendizaje no existe un solo método, porque al ser la enseñanza una práctica social depende del momento histórico y el entorno social en el que se lleva a cabo, en el caso de matemáticas nos invita a reflexionar acerca del cómo concebimos y presentamos al estudiante el contenido matemático escolar.

Nuestra concepción de matemáticas es lo que transmitimos a los estudiantes en la clase, si creemos que las matemáticas son un conocimiento abstracto y acabado nos dedicaremos a exponer teorías, definiciones y algoritmos para resolver ejercicios, en cambio si pensamos a las matemáticas como algo no terminado y que sigue desarrollándose y creándose continuamente, entonces nuestro proceder será encaminado a construir estructuras de conceptos que se enriquecen y se complementan creando relaciones y en lugar de exponer conceptos haremos partícipe al alumno para que construya su conocimiento, siendo él, el centro de su aprendizaje.

El docente es quién decide que herramientas, técnicas o secuencia de tareas son más adecuadas para favorecer el aprendizaje de los estudiantes. Para ello se debe tener en cuenta el tipo de población, nivel y modelo educativo en el que se encuentran, en el caso de las matemáticas se pretende que el alumno se apropie del lenguaje y conceptos necesarios para resolver problemas.

En matemáticas la forma de presentar los contenidos es generalmente mediante teorías, conceptos y repetición de ejercicios. En este trabajo se presenta una secuencia didáctica que lleve a partir de problemas contextualizados a los alumnos a descubrir un método de resolver ecuaciones lineales de una incógnita.

La educación tiene como finalidad el moldear y formar seres humanos que cumplan un determinado perfil desarrollando en ellos habilidades, capacidades, valores y destrezas que les sean útiles para insertarse en la sociedad.

La teoría de las situaciones didácticas fundada por Brousseau (1997) es la que se utilizó para generar la propuesta de secuencia didáctica de este trabajo. Brousseau (2000) define una situación como "un modelo de interacción de un sujeto con cierto medio que determina a un conocimiento dado como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable". Además menciona que algunas situaciones favorecen la construcción de nuevo conocimiento a partir de conocimientos previos.

Una situación didáctica son las relaciones que se forman entre alumnos, el entorno o medio que pueden ser los materiales o instrumentos y el docente, con el propósito de generar aprendizajes en los alumnos. Las situaciones son específicas para cada conocimiento ya sea conceptual o procedimental, las situaciones permiten resolver casos particulares. Al introducir una situación se establece de manera implícita o explícita un contrato didáctico ente el profesor y los alumnos, éste indica cómo se presentan y trabajan los materiales y las reglas de trabajo en el aula.

El objetivo es que los alumnos se interesen en resolver el problema que se plantea en la situación didáctica y que empleen los recursos cognitivos con los que cuenta para generar su propio conocimiento sin la intervención del profesor, quién sólo será un orientador o guía durante el proceso, sin dar la respuesta al problema. Cuando el alumno asume el problema e intenta resolverlo utilizando sus propios recursos, eso se llama situación a-didáctica.

La situación didáctica contiene la intención de que el alumno aprenda algo, esta intención permanece durante la situación a-didáctica; es decir, el alumno interactúa con el problema mediante el uso de conocimientos previos y su motivación radica en resolver el problema sin intervención directa del docente no en satisfacer al profesor. La situación debe necesariamente resolverse con el conocimiento que se pretende desarrollar en los alumnos, las situaciones incluyen variables didácticas que pueden ser modificadas para cambiar la estrategia de solución de una situación planteada.

La teoría de situaciones presenta tres tipos de situaciones didácticas que son las situaciones: de acción, de formulación y de validación. Las situaciones de acción son aquellas en las que los alumnos trabajan directamente con el material propuesto por el docente y utilizando sus conocimientos deben resolver el problema planteado. Las situaciones de formulación son en las que el alumno (emisor) formula a otro alumno (receptor) una situación (mensaje) y debe ser claro en su comunicación para que el otro pueda resolver lo que le está solicitando, este tipo de situaciones ayudan a desarrollar el lenguaje y mejorar la comunicación. Estas situaciones se trabajan en equipos para que surja la interacción y comunicación entre los integrantes fortaleciendo con ello su aprendizaje al escuchar o exponer sus ideas. Las situaciones de validación se refieren a que un alumno o grupo de alumnos deben realizar una afirmación y mostrar su validez a otro alumno o grupo de alumnos quienes deben ser capaces de aceptar la afirmación o refutarla, solicitar más pruebas o proponer contraejemplos, estas situaciones permiten a los alumnos desarrollar sus habilidades para argumentar y realizar pruebas.

Las situaciones propuestas en este trabajo contienen las tres fases señaladas por Brousseau (2000) que son la fase de acción, formulación y validación. Se redacta el problema para que los estudiantes lo resuelvan utilizando ecuaciones lineales de una incógnita, trabajan en equipos para que se realice la fase de formulación y al finalizar la actividad deben realizar la comprobación de sus resultados para obtener la validación de los mismos, este paso corresponde a la fase de validación.

1.2 La enseñanza y el aprendizaje en el nivel medio superior

La enseñanza, vista desde el paradigma cognitivo señala que la educación "debería orientarse al logro de aprendizajes significativos con sentido y al desarrollo de habilidades estratégicas generales y específicas de aprendizaje" (Hernández, 1998). Además se considera que la transmisión de conocimiento se realiza mediante actividades socioculturales, por ello los contenidos escolares deben ser organizados y presentados de una forma coherente con contexto y agregando el para qué de los contenidos de manera que al estudiante le resulten contenidos que tienen un sentido, razón y utilidad en su vida cotidiana.

Entendemos por aprendizaje significativo al proceso mediante el cual se relaciona la adquisición de nuevos significados o conocimientos con las experiencias previas en la estructura cognitiva del alumno, de modo no arbitrario y sustancial, "por relación sustancial y no arbitraria queremos decir que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo o una proposición" (Ausubel, 2000). Esto es lo que aplicamos en la secuencia propuesta, al ir relacionando los problemas planteados con situaciones comunes a la realidad de los estudiantes y apoyando cada nuevo tipo de ecuación lineal en uno visto previamente.

Para que se genere aprendizaje significativo es necesario que se produzcan dos condiciones fundamentales:

a) Actitud de aprendizaje significativo por parte del alumno, esto es, una disposición a relacionar sustancial y no arbitrariamente el nuevo conocimiento con su estructura cognoscitiva.

b) El material debe tener significado lógico, esto es, que sea potencialmente relacionable con la estructura cognitiva del que aprende de manera no arbitraria y sustancial y que existan ideas de anclaje adecuadas en el sujeto que permitan la interacción con el material nuevo que se presenta.

Los tipos de aprendizaje significativo según lo establece Ausubel (2000) pueden ser de representaciones, de conceptos y de proposiciones, el cual comienza con símbolos para luego formar conceptos y finalmente proposiciones, los conceptos constituyen las ideas de anclaje, para dar nuevos significados a nuevos conceptos y proposiciones, lo que enriquece la estructura cognitiva. Todo este proceso se da a través del lenguaje y la comunicación entre los individuos.

Al organizar y planear las secuencias didácticas a través de las cuales se transmitirán los contenidos a los alumnos, los procesos didácticos deben propiciar las condiciones necesarias para lograr el aprendizaje significativo a través de un agente instruccional que puede ser el docente o los materiales didácticos, además de generar el contexto y las actividades que propicien que el alumno participe y use sus conocimientos previos motivándolo a tener disposición hacia el aprendizaje, logrando que el alumno desarrolle sus habilidades cognitivas que le permitan aplicar los conocimientos adquiridos en situaciones nuevas. Como lo menciona (Hernández, 1998) "el énfasis está puesto en que el alumno desarrolle su potencialidad cognitiva y se convierta en un aprendiz estratégico (que sepa cómo aprender y solucionar problemas)" esta idea apoya el principio de la enseñanza a nivel bachillerato que son aprender a aprender y desarrollar la capacidad de solucionar problemas.

El paradigma cognitivo manifiesta que la escuela debería centrarse más en fomentar el aprender a aprender y aprender a pensar que en los hechos, conceptos, explicaciones y procedimientos que si bien son importantes y necesarios no es todo lo que expresa el currículo de una institución, al educar se pretende formar seres humanos críticos, creativos, autónomos y autorregulados.

La concepción del aprendizaje dentro del paradigma cognitivo tiene varias propuestas entre ellas la del aprendizaje significativo de Ausubel (2000), que afirma que no todos aprendemos de la misma forma, además menciona que existe el aprendizaje significativo y el memorístico, si se quiere que un aprendizaje perdure en la estructura cognitiva del estudiante debe adquirirse de manera significativa. El aprendizaje puede ser receptivo o por descubrimiento, el receptivo es mediante la consecución de productos acabados de información en cambio por descubrimiento, es el alumno quién debe descubrir, mediante una guía u orientación del agente instruccional, el contenido para que así lo pueda aprender; debe relacionar lo descubierto con los conocimientos previos.

Los estudiantes deben hacerse responsables de su propio aprendizaje, por lo que requieren desarrollar las habilidades de autorregulación, autoevaluación, autocontrol que facilitan a su vez el pensamiento crítico, creativo, resolutivo y lógico estableciendo en el estudiante la capacidad de apertura a nuevas experiencias, de lograr aprender a aprender e incorporarse de manera eficiente a los procesos de cambio continuo que demanda la sociedad actual.

1.3 LAS MATEMÁTICAS EN EL NIVEL MEDIO SUPERIOR

Las matemáticas en el nivel medio superior buscan desarrollar en los estudiantes las capacidades de cálculo, resolución de problemas, aprender a comunicarse y pensar matemáticamente a través de los contenidos curriculares. Es una materia cuya instrucción es compleja porque implica el conocimiento y manejo adecuado de símbolos y desarrollar un pensamiento abstracto, el lenguaje común se debe transcribir como símbolos y signos que el alumno desconoce o no domina y que son necesarios para que puedan operar en matemáticas.

En matemáticas se debe procurar aplicar en el aula la propuesta de manejar en clase al menos dos representaciones diferentes para un mismo contenido, con la intención de lograr que el alumno se autoevalúe en sus procesos y tenga manera de verificar sus resultados, sin depender tanto del profesor que debe ser sólo un guía y acompañante en el camino de aprendizaje de sus alumnos.

Se puede apoyar la clase con los procedimientos operacionales y los gráficos para complementar y enriquecer los contenidos presentados a los alumnos, así que si tienen un soporte donde puedan constatar sus respuestas generan además de independencia una seguridad en ellos mismos y sus procedimientos, claro que para tener éxito al aplicar esta propuesta primero se debe trabajar con ellos el interpretar y representar en los dos sistemas operacional y gráfico los ejercicios en clase.

La escuela propone y solicita cubrir un currículo que es un plan operativo que detalla qué matemáticas necesitan conocer los alumnos, cómo deben alcanzar los objetivos curriculares, qué deben hacer los profesores para conseguir que sus estudiantes desarrollen su conocimiento matemático y el contexto en que se desarrolla el proceso enseñanza – aprendizaje.

Saber matemáticas es usar las matemáticas, cuando una persona puede transferir el conocimiento y logra aplicar las matemáticas a distintas áreas de conocimiento, se puede decir que sabe matemáticas. Las actividades de los estudiantes deben surgir de las situaciones del problema porque el aprendizaje se da a través de una implicación activa con las matemáticas, no sólo pasiva. La situación ha de ser lo suficientemente compleja como para significar un reto, pero no tan compleja que sea insoluble. El aprendizaje debe venir guiado por la búsqueda de respuestas a problemas, primero a un nivel intuitivo y empírico, más tarde generalizando y finalmente justificando. Los alumnos sólo aceptan ideas nuevas cuando sus primeras ideas no funcionan o son ineficaces.

Las situaciones de problema deben ser acordes con la madurez tanto matemática como cultural y la experiencia de los estudiantes. La docencia debe ser desarrollada a partir de situaciones problema, siempre que las situaciones resulten familiares, se crean conceptos a partir de objetos, sucesos y relaciones en las que llegan a entenderse las operaciones y las estrategias. Los estudiantes desarrollan un entramado de apoyo que puede aprovecharse más tarde cuando las reglas se hayan podido olvidar, pero la estructura de la situación siga grabada en la memoria como el cimiento sobre el que pueda reconstruirlas.

Con respecto al álgebra del bachillerato en los estándares curriculares del National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] se menciona que todos los estudiantes deberían aprender algebra. Cuando los estudiantes aprenden que las situaciones pueden describirse frecuentemente usando las matemáticas, empiezan a adquirir nociones elementales de la modelización matemática. Los estudiantes necesitan comprender conceptos, las estructuras y principios que rigen la manipulación de los símbolos y cómo usar estos para registrar ideas y ampliar su comprensión de las situaciones.

1.4 LAS ECUACIONES LINEALES

El tema de ecuaciones lineales consigue fortalecer en los estudiantes las habilidades de procedimientos, interpretación, comunicación matemática y resolución de problemas. Para lograrlo se necesita verificar que tengan los conocimientos previos necesarios como lo menciona Gagné (1991) “Cuando los estudiantes responden mal a las cuestiones que miden una destreza por falta de algunas habilidades previas necesarias, también responderán mal a las cuestiones que miden algunos o todos los prerrequisitos”. En el caso del tema de ecuaciones lineales los conocimientos previos que los estudiantes requieren son la identificación de términos semejantes, suma y resta de términos semejantes, multiplicación, división, reglas de los signos, trasposición de términos y una efectiva traducción del lenguaje común al lenguaje algebraico.

El NCTM (1991) menciona que en matemáticas se deben incluir exploraciones de conceptos y procesos algebraicos para que los estudiantes sean capaces de entender las ideas de variable e incógnita, expresión y ecuación; representar situaciones y patrones numéricos con tablas, gráficas, reglas verbales y ecuaciones, y explorar las interrelaciones de estas representaciones; analizar tablas y gráficas para identificar propiedades y relaciones; adquirir confianza en la resolución de ecuaciones lineales usando métodos concretos, informales y formales; investigar de manera informal inecuaciones y ecuaciones no lineales; aplicar métodos algebraicos en la resolución de diversos problemas matemáticos y del mundo real.

Según (Puig, 1996), por el proceso de resolución de problemas se entiende "la actividad mental y manifiesta que desarrolla el resolutor desde el momento en que, presentándosele un problema, asume que lo que tiene delante es un problema y quiere resolverlo, hasta que da por acabada la tarea". De acuerdo a esta idea el estudiante al presentársele un problema para resolverlo aplica sus conocimientos previos y si no le son suficientes para lograr una solución debe adquirir nuevos conocimientos e integrarlos a su estructura cognitiva, logrando así un aprendizaje significativo.

En la resolución de problemas, se compromete el pensamiento matemático de los alumnos realizando actividades mentales que les permitan plantear primero un modelo que represente la situación que planean resolver, para ello deben entender el problema, detectar los datos que les proporciona y tener claro el dato que deben obtener para que una vez alcanzado el resultado puedan comprobarlo validándolo en el enunciado del problema que les fue planteado.

A partir del tema de las ecuaciones lineales se desea desarrollar en los estudiantes las habilidades de resolución de problemas, comprensión del lenguaje algebraico y manejo adecuado de los procedimientos para solucionar ecuaciones lineales apoyando las estrategias de enseñanza en actividades con problemas en contexto de tal forma que el aprendizaje se centre en el alumno, motivándolo a ser independiente, auto regulado, crítico y socialice mediante el trabajo en equipo sus procesos de aprendizaje para que con apoyo de los demás integrantes del grupo adquiera nuevos conocimientos que integre a su esquema cognitivo de forma significativa y permanente.

1.2 MARCO CONTEXTUAL

El trabajo de la propuesta didáctica se aplica en el nivel medio superior dentro del Colegio de Ciencias y Humanidades [CCH] plantel Azcapotzalco perteneciente a la Universidad Nacional Autónoma de México [UNAM] con alumnos de primer semestre del turno vespertino, en la materia de matemáticas, cada grupo está constituido por 25 estudiantes de entre 14 y 16 años de ambos sexos, la mayoría vive en el Distrito Federal y Estado de México.

El CCH tiene como filosofía el que sus alumnos *aprendan a aprender, aprendan a hacer y aprendan a ser*, además busca que sus egresados "sean sujetos, actores de su propia formación, de la cultura de su medio, capaces de obtener, jerarquizar y validar información, utilizando instrumentos clásicos y tecnológicos para resolver con ello problemas nuevos." (UNAM, 2011)

La población de alumnos del turno vespertino son jóvenes más propensos a la deserción, demuestran poco entusiasmo y disposición a asistir a clase. Tiene cierta influencia el hecho de que su horario es de 3pm a 9pm y después de una mañana donde muchos tienen otras actividades que les provocan un cansancio previo a su inicio de clases.

Los adolescentes no saben muy bien lo que quieren o a qué aspiran. "Pueden llegar a parecer adultos físicamente, por lo que desean ser tratados como tales. Sin embargo, la concepción social de la adolescencia alarga enormemente este periodo, por lo que aún les queda un largo camino por recorrer para conseguir el estatus de adulto" (Sánchez, 1979). Si además se considera su necesidad de aceptación, provoca que si su grupo de amigos decide reunirse fuera del salón de clase ellos decidan unirse al grupo y faltar a clase o mostrarse desinteresados en las materias dentro del salón para lograr la aprobación de su grupo.

Las matemáticas son asignaturas complejas para los alumnos porque implica el estudio de un nuevo lenguaje, además de los contenidos del programa. Es muy similar a aprender un nuevo idioma porque el lenguaje común se tiene que transcribir como símbolos y signos que el alumno desconoce o no domina, por lo que deberíamos prestar atención al conocimiento que tienen en el manejo de los símbolos necesarios para operar en matemáticas y las reglas de operar con ellos.

Presentarles a los alumnos los objetivos de aprendizaje es diseñar toda una secuencia didáctica que se implementará en el aula para lograr los aprendizajes que el profesor tiene planeados. El trabajo del profesor consiste en escoger formas de presentación del conocimiento aceptables para los estudiantes y eficaces con relación al objetivo del aprendizaje. Al momento de preparar la clase se deben tener en cuenta las preguntas que plantea (Artigue & Douady, 1995) "¿Qué representa para esos estudiantes el hecho de ir al colegio?, ¿qué esperan ellos del colegio? y ¿qué significa aprender?" para tener un enfoque que resulte significativo y provechoso para el alumno y que sea posible de evaluar por el profesor.

En la práctica cuesta trabajo implementar las teorías que se han desarrollado en torno al aprendizaje por muchos factores que influyen en las actividades diarias y es sencillo caer en la rutina de exponer los conocimientos ante los alumnos, proponer ejercicios sin sentido y dejar tareas para reforzar lo mostrado mediante la repetición. Como lo menciona Artigue (1995) "La tentación de renunciar al conocimiento y de caer en un aprendizaje de técnicas más o menos memorizadas es atractivo para el maestro. Empero, esta opción aleja a los estudiantes de aquello que podría tener significado para ellos". Además existe el atractivo que deriva de la comodidad y economía de tiempo que proporciona el actuar expositivamente dando fórmulas y solicitando a los alumnos que memoricen.

El aprendizaje humano se da mediante la interacción con otros humanos, todos aprendemos de todos, alguien que ha vivido algo es capaz de enseñárlo a otra persona, la enseñanza ha descuidado la parte de la educación y se ha centrado más en la parte de la instrucción: "La verdadera educación no sólo consiste en enseñar a pensar sino también en aprender a pensar sobre lo que se piensa" (Savater, 1997) que es otro de los principios del Colegio de Ciencias y Humanidades, el ser crítico en cuanto a su aprendizaje y el mundo en el que vive.

Como lo ha enunciado Freire (1973) “Enseñar no es transferir conocimiento, sino crear las posibilidades para su producción o construcción”. Por ello el ideal del proceso educativo, debería ser lograr en el estudiante el deseo constante por aprender y comprender nuevos conocimientos. Sin embargo, muchas veces sucede que en lo único que piensa el alumno es en el deseo de no reprobar sus cursos.

Una alternativa es acercar los conocimientos matemáticos tradicionales a través de actividades creativas, actividades de su propio contexto, materiales apoyados en los usos de la tecnología, interactivos y atractivos, en busca de una mayor aceptación hacia las matemáticas y de la comprensión de los temas expuestos en el currículo del bachillerato.

El tema de ecuaciones lineales se encuentra dentro de la Unidad 3 del Plan de Estudios de la materia de Matemáticas I. Es un tema con el que se puede comenzar a abordar la resolución de problemas al plantear enunciados desafiantes para los alumnos pero que requieran para su solución el planteamiento de una ecuación lineal así se fortalece su conocimiento algebraico y desarrolla la habilidad de resolver problemas.

Las ecuaciones lineales presentan en los alumnos errores típicos y frecuentes al momento de resolverlas o de pasar del lenguaje común al lenguaje algebraico, algunos errores detectados son originados por no identificar los términos que conforman la ecuación, errores en el manejo de los signos, no realizan la trasposición de términos en el orden correcto, operan sólo con un miembro de la igualdad, dificultades para analizar el enunciado y determinar las cantidades que hay que considerar para resolver el problema y las relaciones entre ellas, no realizar una adecuada traducción del lenguaje común al algebraico, al escribir la ecuación uno de los errores que puede cometerse es igualar dos expresiones que no representen la misma cantidad, eso aunado a la forma abstracta de presentar las ecuaciones lineales en el bachillerato mostrándolas fuera de contexto, lo que añade una dificultad extra a los alumnos.

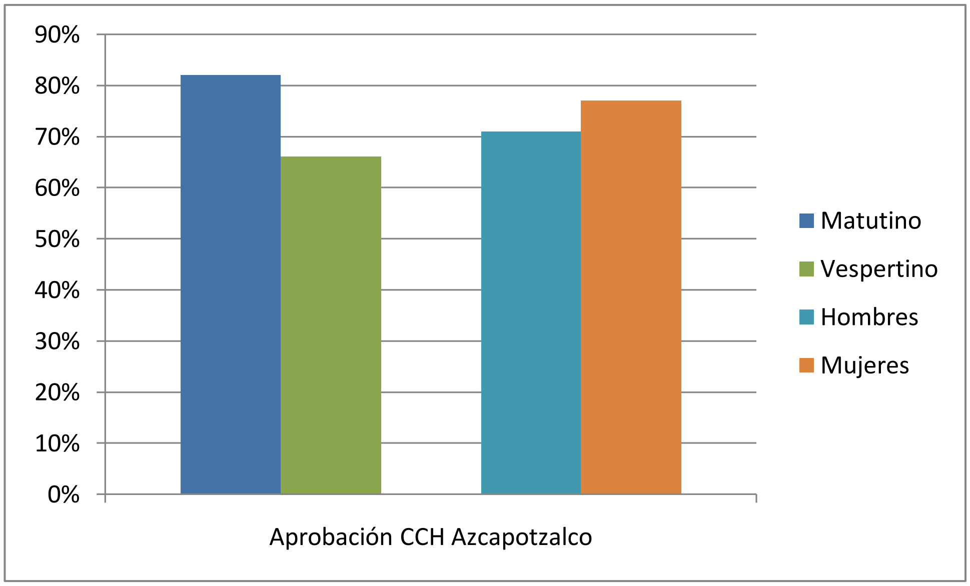
Estas dificultades en el manejo de los símbolos provienen, en su mayor parte, de un tipo de instrucción tradicional , en donde los objetos matemáticos son tratados solamente de manera formal, mediante símbolos escritos, sin contexto alguno que los pueda dotar de un significado propio, al igual que las operaciones que rigen estos símbolos.

La resolución de problemas es considerada actualmente como la parte esencial de la educación matemática ya que permite combinar elementos de conocimiento, reglas, técnicas destrezas y conceptos previamente adquiridos para dar una solución a una situación nueva. Es una actitud cognitiva compleja que caracteriza una de las actividades humanas más inteligentes. Los conocimientos adquiridos sirven como base para realizar procesos y adquirir estrategias para la resolución de problemas.

Para poder resolver problemas el estudiante tiene que desarrollar habilidades que amplían los procedimientos lógicos para el procesamiento de información, formulación y solución de la problemática propuesta, aplicando para ello los conocimientos adquiridos previamente, logrando actuar con un nivel de independencia y autorregulación.

El CCH recientemente publicó un prontuario de acreditación, deserción y reprobación en el área de matemáticas y los indicadores que se muestran en él son de género, plantel y turno. Respecto a la materia de Matemáticas I, entre el 2010 y el 2012 para el plantel Azcapotzalco la acreditación fue en promedio de 70% en total, aunque por turno en el matutino fue de un 82% y en el vespertino de 66%. Por género se encontró que los hombres muestran un 71% y las mujeres un 77% de aprobación, como se muestra en la Gráfica 1.

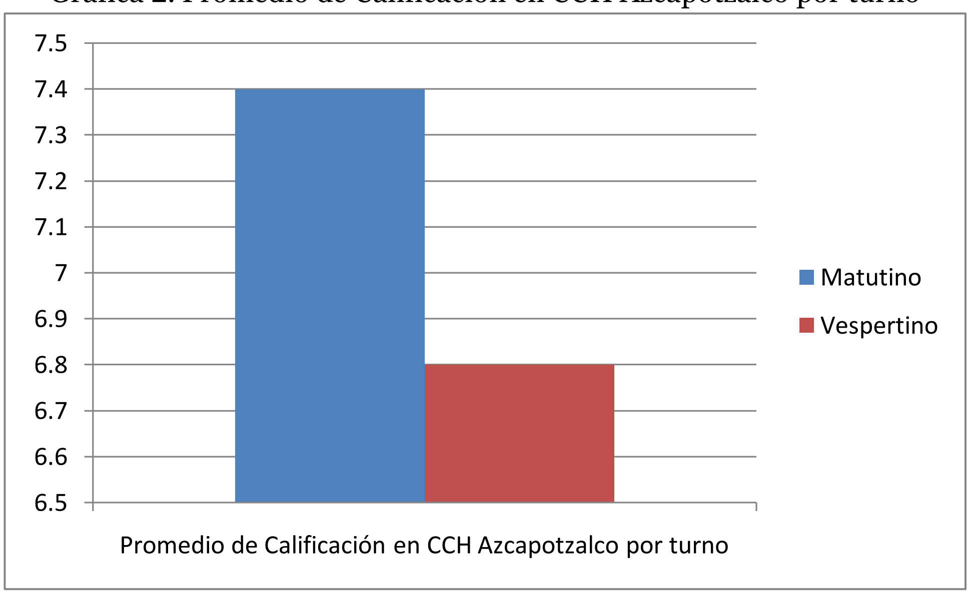
Gráfica 1. Porcentaje de Aprobación en CCH Azcapotzalco por turno y género



Fuente: Prontuario de acreditación, deserción y reprobación UNAM, CCH. 2013

El promedio de calificación en el turno vespertino fue de 6.8, mientras que en el turno matutino es de 7.4, lo que indica un mayor aprovechamiento en el primer turno. Sin embargo siguen siendo ambos promedios muy bajos para un conocimiento básico en la formación de los alumnos, observe la Gráfica 2.

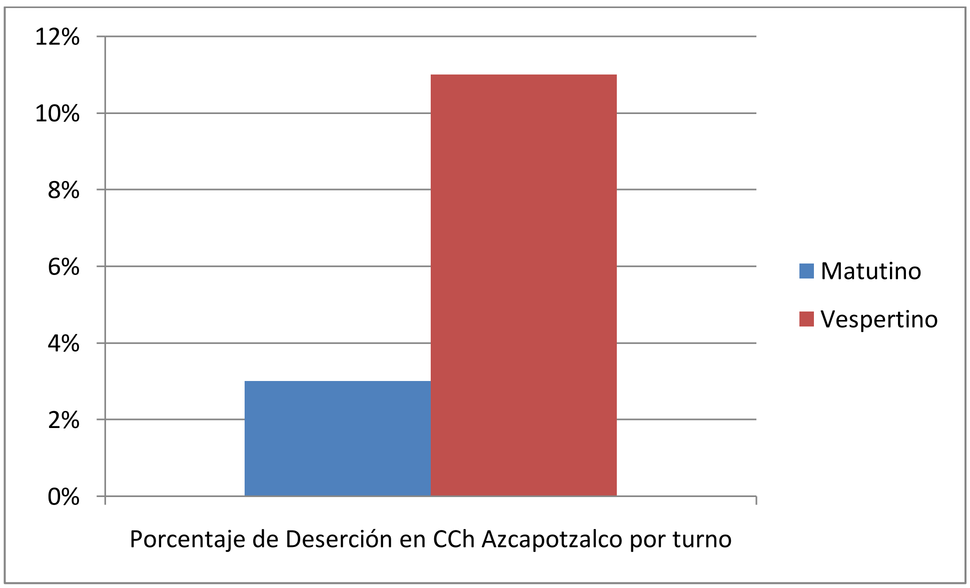
Gráfica 2. Promedio de Calificación en CCH Azcapotzalco por turno



Fuente: Prontuario de acreditación, deserción y reprobación UNAM, CCH. 2013

La deserción en el turno vespertino fue de 11% mientras que en el turno matutino fue de 3%, como se observa en la Gráfica 3, lo que constata que la población del turno vespertino presenta mayores dificultades y niveles de deserción. Son muchos los factores que influyen para que el turno vespertino muestre porcentajes inferiores al matutino en cuanto a la acreditación y aprovechamiento académico, algunos son el cansancio que se origina de las actividades previas realizadas durante el día, el que la tarde se presta más para jugar o salir a pasear, el grado de atención que muestran los alumnos del vespertino es menor.

Gráfica 3. Porcentaje de Deserción en el CCH Azcapotzalco por turno.



Fuente: Prontuario de acreditación, deserción y reprobación UNAM, CCH. 2013

En materia educativa se plantea que el éxito del aprendizaje no depende solamente de la apropiación de un sistema de conocimientos, sino, en gran medida, del nivel de desarrollo de las habilidades. Estas se originan en la práctica y serán más útiles en cuanto más frecuente sea su empleo.

La escuela constituye un punto de partida importante en la formación de habilidades. Es aquí donde se ejecutan actividades para leer críticamente, expresar las ideas en forma oral o escrita, desarrollar la capacidad de pensar, proporcionar y recibir información, dominar las nuevas habilidades y perfeccionar las ya adquiridas.

Luego se puede acelerar o frenar el desarrollo de las habilidades del estudiante. Si el docente utiliza un método expositivo, memorístico y no hay práctica de un aprendizaje desarrollador reflejando aislamiento entre la escuela y la sociedad, si las tareas escolares se limitan a repetir conocimientos mecánicamente, el alumno se caracteriza por ser pasivo, receptivo y sin motivaciones, optando por desertar o bien permanecer pero sin obtener un aprendizaje real.

CAPÍTULO II. METODOLOGÍA Y SECUENCIA DIDÁCTICA

2.1METODOLOGÍA

La propuesta se desarrolló para la materia de Matemáticas I del Colegio de Ciencias y Humanidades, para un tema de la unidad III llamada Ecuaciones Lineales, que es el de:

- ✓ Planteamiento y resolución de problemas de diversos contextos que dan lugar a ecuaciones lineales en una incógnita.
- ✓ Resolución de ecuaciones lineales en una incógnita, por métodos algebraicos:
  - o Operar con ambos miembros de la igualdad.
  - o Transponer términos.
- ✓ Resolución de ecuaciones de los siguientes tipos:
  1) $ax = b$
  2) $ax + b = c$
  3) $ax + bx + c = d$
  4) $a(x + b) = c(x + d)$
  5) $\frac{ax}{b} = \frac{c}{d}$
  6) $\frac{a}{b}x + c = \frac{d}{e}x$

Se proponen seis aspectos de la secuencia didáctica que apoya el desarrollo de la habilidad de resolución de problemas a partir del planteamiento de ecuaciones lineales:

a) Desarrollar y aplicar un examen diagnóstico al grupo.
b) Desarrollar las actividades y ejercicios para trabajar durante las clases.

c) Interpretar la expresión verbal o escrita de un problema por medio de la ecuación lineal.
d) Relacionar los resultados con el problema inicial.
e) Aplicar una evaluación final.
f) Contrastar los resultados y obtener las conclusiones.

Las actividades desarrolladas tienen como finalidad que se genere un trabajo colaborativo y éste permita que los alumnos aprendan el concepto de ecuación, hallando el sentido de su aplicación en diversos contextos, identificándola como una herramienta que le permite obtener valores desconocidos.

El alumno debe tener claro que las ecuaciones lineales surgen como una necesidad de resolver una situación planteada, por lo que se abordará el tema a partir de situaciones contextuadas. Al contrario de cómo se maneja habitualmente que es con ejemplos o ejercicios fuera de contexto y recetas para resolver las ecuaciones para después pedir solucionar muchos ejercicios para reforzar la repetición y por lo tanto la memorización y eso ocasiona que el alumno no razone el por qué de los pasos que aplica en la solución, como por ejemplo el pasar sumando o restando, se hace en automático pero sin la reflexión adecuada por lo que en ocasiones se pasan términos de manera inapropiada.

Los materiales propuestos son actividades donde deben plantear en lenguaje algebraico los problemas redactados en lenguaje común, resolver mediante operaciones la ecuación lineal obtenida, redactar el procedimiento utilizado para resolver el problema, proponer un problema en lenguaje común que los lleve a una ecuación lineal de una incógnita y finalmente obtener el tipo de ecuación lineal con el que se trabajó y su algoritmo de solución, el cual apoyará el aprendizaje del despeje de una incógnita.

La ingeniería didáctica es una metodología de investigación que propone Artigue (1994) que se basa en realizar estudios de caso dentro de un salón de clases y se valida de manera interna con la confrontación del análisis a priori y el análisis a posteriori, a diferencia de las metodologías que realizan la experimentación usando un grupo de control y otro experimental.

Para este trabajo se aplicará la metodología de la ingeniería didáctica que plantea los siguientes pasos:

- ✓ Análisis preliminar.
- ✓ Concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas de la ingeniería.
- ✓ Experimentación.
- ✓ Análisis a posteriori y evaluación.

El análisis preliminar se refiere a los conocimientos didácticos previamente adquiridos, por lo que para esta etapa se propone un cuestionario diagnóstico para recabar la información de los conocimientos previos de los alumnos y las concepciones de los estudiantes respecto a las dificultades del tema.

La concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas de la ingeniería es la fase en la que se toma la decisión acerca de qué variables de comando son las que van a intervenir en relación con el problema estudiado. Existen dos tipos de variables de comando que son:

- las variables macro – didácticas: se refieren a la organización global de la ingeniería.
- las variables micro – didácticas: son las de la organización local de la ingeniería, se puede referir a la organización de una secuencia.

Son variables del contenido didáctico en las que se puede intervenir y para este trabajo se eligieron las variables micro – didácticas y para ello se propone una organización distinta de una secuencia didáctica a la tradicionalmente utilizada en el aula.

La experimentación es la puesta en marcha de la secuencia didáctica y el proceso de recabar los resultados de la producción de los estudiantes al trabajar con los materiales propuestos, para finalmente realizar el análisis a posteriori y la evaluación; al confrontar el análisis a priori y a posteriori se puede validar la hipótesis de la investigación.

La secuencia didáctica se aplicó en el CCH Azcapotzalco con el grupo 166B de primer semestre del turno vespertino con horario de 19:00 a 21:00 que se compone de 22 alumnos en 3 sesiones de 2 horas cada una, se organizaron equipos de 5 integrantes y a cada equipo se le proporcionó el material impreso de la actividad.

El profesor da las instrucciones para trabajar el material, indicando que es importante identificar en el problema la incógnita para poder escribir su descripción. Ellos transforman los datos del problema a lenguaje algebraico, para después obtener la solución de la incógnita, una vez teniendo la solución proceden a realizar la comprobación esto con la finalidad de que como estudiantes desarrollen la autonomía de sus procesos de aprendizaje, al interiorizar que tiene una herramienta de comprobar sus resultados.

Describen las operaciones que utilizaron para obtener el resultado, lo que les permite identificar la metodología para resolver ecuaciones lineales.

2.2 Propuesta de secuencia didáctica

La secuencia está diseñada tomando en cuenta que la manera natural de abordar las ecuaciones lineales de una incógnita es a partir del planteamiento de problemas, siguiendo esta lógica se propone un problema en lenguaje común a los estudiantes para que ellos usando el lenguaje algebraico planteen la ecuación que lo representa; realicen las operaciones para obtener el resultado; describan el método empleado para obtener el resultado; posteriormente que redacten un problema del mismo tipo en lenguaje común y lo resuelvan; para finalmente obtener la forma general de la ecuación lineal y el algoritmo para resolverlas; como actividades de reforzamiento se propondrán ejercicios de ecuaciones lineales y despejes.

Se abordarán las ecuaciones de tipo:

1) $ax = b$
2) $ax + b = c$
3) $ax + bx + c = d$
4) $a(x + b) = c(x + d)$
5) $\frac{ax}{b} = \frac{c}{d}$
6) $\frac{a}{b}x + c = \frac{d}{e}x$

2.2.1 CUESTIONARIO DIAGNÓSTICO

El cuestionario diagnóstico que se muestra en la Figura 1 forma parte de la fase del análisis preliminar de la metodología de la ingeniería didáctica, el objetivo es tener el análisis a priori de los conocimientos que ya poseen los alumnos acerca del tema de ecuaciones lineales y se diseñó con los siguientes propósitos en cada una de sus preguntas, que se describen en el Cuadro 1:

Pregunta	**Propósito**
1	Observar si el alumno recuerda y reconoce que este tema es de secundaria
2	Conocer la percepción del alumno acerca de su aprendizaje del tema
3	Reconocer si identifica las condiciones para que una ecuación sea de primer grado
4	Detectar su habilidad para resolver problemas concretos mediante el uso de ecuaciones lineales de una incógnita

5	Saber su habilidad y conocimiento para resolver ecuaciones lineales de una incógnita, sencillas pero no de solución inmediata.

Cuadro1. Propósitos del examen diagnóstico.

Nombre_______________________________________

Edad_____________ Grupo _______________

1. ¿Te enseñaron el tema de ecuaciones de primer grado en la secundaria?
   a) Sí b) No lo recuerdo c) No
2. ¿Sientes que aprendiste el tema de ecuaciones de primer grado?
   a) Bien b) Regular c) Nada
3. Identifica con una cruz las que son ecuaciones de primer grado

	$12x - 5 = 3x + 31$
	$\frac{3}{4y-2} + \frac{2}{2y-1} = \frac{7}{2}$
	$2x(x + 1) = 16$
	$x^2 - 3x + 2 = 0$
	$5 - 2x - (4x + 6) - 3x - 8$

4. Resuelve el siguiente problema
   Julio trabaja de mesero en un restaurante que tiene la política de repartir las propinas de la siguiente manera: un tercio (1/3) a los garroteros y un cuarto (1/4) a las cajeras, el resto es para los meseros. Si Julio entregó $437.50 de sus propinas para los garroteros y cajeras, ¿cuánto dinero le quedó para él de las propinas recibidas ese día?
   Muestra el procedimiento que usaste para resolver el problema.
5. Resuelve la siguiente ecuación
   $3(7x - 2) = 2(4x + 1)$

Figura 1. Cuestionario Diagnóstico

2.2.2 Las Actividades Propuestas

La secuencia didáctica consiste en realizar doce actividades, seis se realizan en el salón de clase y las otras seis son de reforzamiento individual para realizarlas extra clase, el propósito de la secuencia es abordar el tema de ecuaciones lineales a partir de problemas en contexto basados en la teoría de situaciones para con ello darle un significado al aprendizaje.

Las actividades comienzan con un problema en lenguaje común que tienen que expresar en lenguaje algebraico, después resolverlo y detectar cuáles son las operaciones que realizan para resolver la incógnita con la intención de que identifiquen la metodología que deben seguir para resolver una ecuación, para después generalizar esa metodología a los despejes.

Las primeras actividades son guiadas con ayudas para que el estudiante comience a identificar los elementos que debe observar al resolver una ecuación, por ejemplo describir la incógnita, ordenar los pasos para resolver la ecuación y finalmente comprobar el resultado.

En las actividades los alumnos plantean un problema en lenguaje común que se pueda resolver usando los tipos de ecuaciones del temario, la dificultad de los problemas es progresiva, la secuencia puede aplicarse en forma individual o en equipos, proporcionando el material impreso, o grupal en cuyo caso las preguntas se plantearían de forma oral por el profesor y las respuestas se pueden recabar mediante lluvia de ideas.

Las preguntas planteadas en la secuencia contienen la fase de acción, formulación y validación que plantea la teoría de las situaciones didácticas propuesta por Brousseau (2000). En la Figura 2 se presenta una actividad de la secuencia donde se señala cada una de las fases de la situación didáctica:

- ✓ La fase de acción es la etapa en que los alumnos realizan las operaciones y resuelven las cuestiones propuestas.
- ✓ La fase de formulación, es cuando los alumnos expresan las operaciones que realizaron para obtener la solución, aunque la fase de formulación está presente a lo largo de la actividad porque se refiere a cuando los alumnos interactúan para resolver la actividad y eso lo hacen prácticamente durante toda la actividad.
- ✓ La fase de validación es cuando realizan la comprobación que si se aplica en equipos la secuencia o grupal la fase de validación se daría durante la discusión de los resultados obtenidos y la socialización con otros equipos para validar si sus resultados son correctos y realizar los argumentos para defender sus resultados o rechazar los resultados de otro equipo.

Actividad 1

En equipos de 5 integrantes lean los enunciados que se plantean y obtengan una representación en lenguaje algebraico.

Raúl fue a la gasolinera y pidió al despachador $250 de gasolina magna, si el litro de gasolina cuesta $11.47; ¿Cuántos litros de gasolina le pusieron al auto de Raúl?

Fase de Formulación

Escribe en el siguiente recuadro ¿Cuál es la incógnita del problema y su descripción?

X =

Representen el problema usando lenguaje algebraico.

Fase de Acción

_________ X = _______

Resuelvan la incógnita.

—— x = ——

x = ———

x =

Comprueben la solución obtenida en el problema.

Fase de Validación

_____(   ) = _______

_________ = __________

Fase de Formulación

Describan con sus propias palabras que operaciones utilizaron para obtener el resultado.

Figura 2

Una vez que realizaron varios ejercicios en la actividad, se les entrega la hoja impresa mostrada en la Figura 3, cuya intención es que generalicen la metodología para resolver ecuaciones lineales y que propongan un problema que se resuelva usando el tipo de ecuación lineal que estuvieron resolviendo en las actividades previas, para observar si logran identificar qué tipo de problemas se resuelven mediante determinado tipo de ecuación lineal, la actividad sigue las fases de la teoría de situaciones porque es aún continuación de la actividad anterior, en negritas está la intención o fase de cada actividad propuesta en la secuencia, sólo para explicar en este trabajo pero a los alumnos se les entregan las hojas sin las letras negritas.

Observen las ecuaciones que obtuvieron en cada problema y cambien los coeficientes numéricos por las primeras letras del abecedario: a, b.

Escriban la ecuación general que se obtuvo en la anterior serie de problemas

_____ x = _____ **Identifican el tipo de ecuación**

Usando las operaciones con las que resolvieron cada problema, despejen la ecuación general.

_____ x = _____

Generalizan la metodología para resolver ecuaciones de primer grado

$x = \_\_\_\_$

Fase de Formulación

Planteen un problema en lenguaje natural que se pueda resolver utilizando este tipo de ecuación lineal.

Planteen la ecuación lineal que representa al problema que plantearon y resuélvanla. **Fase de Acción**

Figura 3

Una vez terminadas las actividades en equipo se les proporcionan actividades de reforzamiento que se realizan de manera individual, pueden aplicarse dentro de la clase o dejarse para trabajo extra clase (tarea). En la Figura 4 se muestra un ejemplo de la actividad que sirve para observar si el alumno comprendió cómo plantear problemas usando lenguaje algebraico, si tiene clara la metodología de resolución de las ecuaciones mediante ejercicios de ecuaciones y despeje de fórmulas se intentó que éstas fueran del contexto de los aprendizajes de nivel bachillerato y que cumplieran con el tipo de ecuación lineal que se estaba estudiando. Por ejemplo para el tipo de ecuación ax = b se usó la fórmula de la Fuerza F = ma, pero no en todas fue posible usar una fórmula conocida de física o matemáticas así que se hicieron algunas adaptaciones tratando en la medida de lo posible de que fueran fórmulas que los alumnos identificaran y estudiaran durante su estancia en el bachillerato.

Actividad 2.

Ejercicios de reforzamiento (individual)

Resuelve el siguiente problema, planteando la ecuación que lo representa y comprueba el resultado.

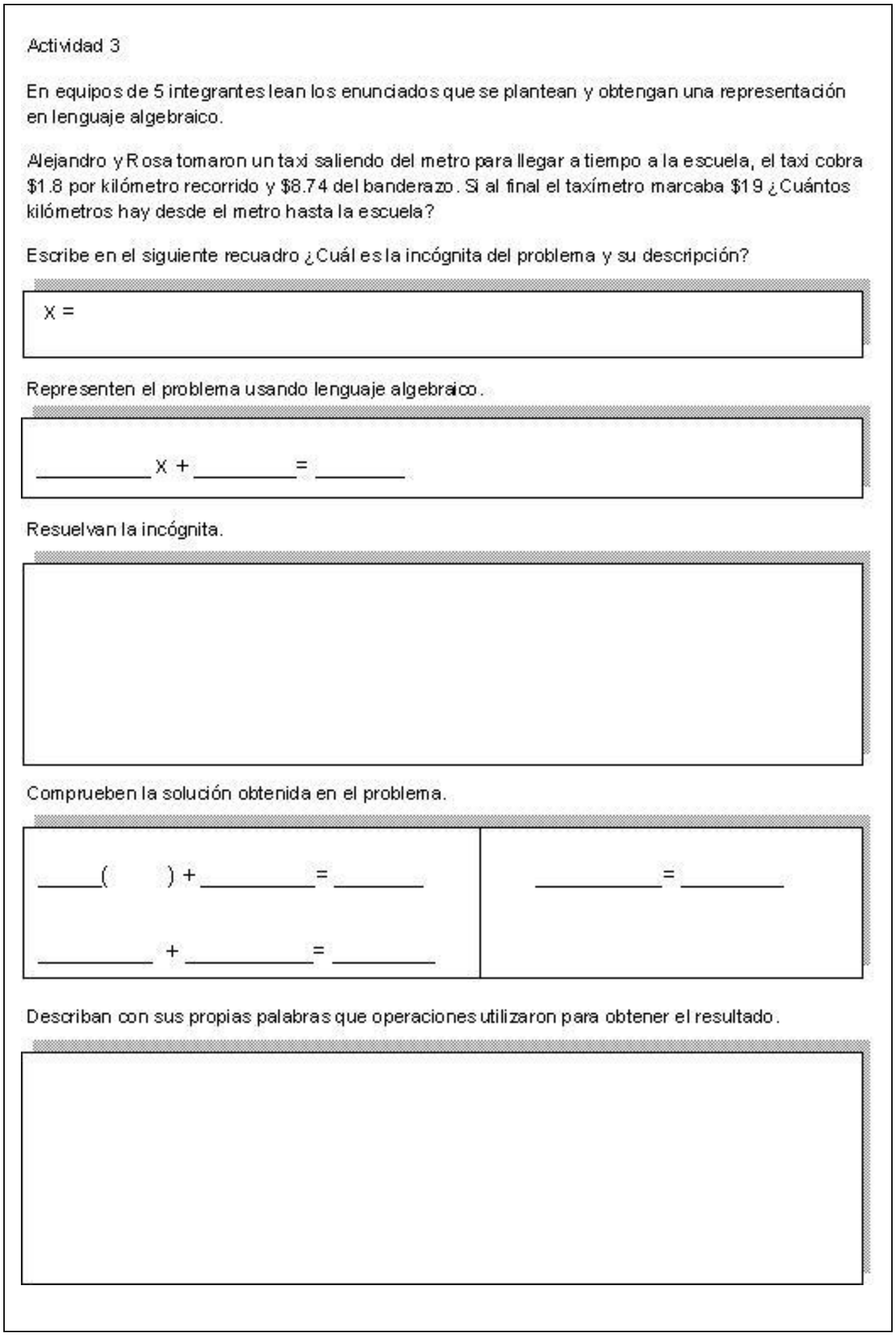
Juan decide dejar su auto en un estacionamiento que cobra $24 por hora, si al llegar por su auto debe pagar $90, ¿cuántas horas estuvo su auto en el estacionamiento?

Siguiendo el método que encontraste para resolver las ecuaciones de tipo ax = b
Resuelve las siguientes ecuaciones

1) $4.5x = 16$	2) $3x = 120$
3) $-5x = 35$	4) $6x = -90$
5) $-9x = -198$	
Despeja m de la siguiente ecuación 6) $F = ma$	Despeja d de la siguiente ecuación 7) $dt = v$

Figura 4

En la actividad 3 el tipo de ecuación que se estudió fue ax + b = c, todavía la actividad es guiada en el material y por el profesor para que los alumnos se familiaricen con la traducción de lenguaje común a lenguaje algebraico, realicen las operaciones y comprueben la solución obtenida. Esto se presenta en la Figura 5.



Actividad 3

En equipos de 5 integrantes lean los enunciados que se plantean y obtengan una representación en lenguaje algebraico.

Alejandro y Rosa tomaron un taxi saliendo del metro para llegar a tiempo a la escuela, el taxi cobra \$1.8 por kilómetro recorrido y \$8.74 del banderazo. Si al final el taxímetro marcaba \$19 ¿Cuántos kilómetros hay desde el metro hasta la escuela?

Escribe en el siguiente recuadro ¿Cuál es la incógnita del problema y su descripción?

X =

Representen el problema usando lenguaje algebraico.

__________ X + _________ = ________

Resuelvan la incógnita.

Comprueben la solución obtenida en el problema.

_____( ) + __________ = ________

__________ + ___________ = _________

___________ = _________

Describan con sus propias palabras que operaciones utilizaron para obtener el resultado.

Figura 5

Una vez que resuelven la actividad en equipo, se propone nuevamente que identifiquen el tipo de ecuación que se estudió, la despejen en base a las operaciones que hicieron en la actividad y planteen un problema que se pueda resolver mediante el tipo de ecuación ax + b = c, lo resuelvan y comprueben su solución, como se observa en la Figura 6.

Observen las ecuaciones que obtuvieron en cada problema y cambien los coeficientes numéricos por las primeras letras del abecedario: a, b, c.

Escriban la ecuación general que se obtuvo en la anterior serie de problemas

_____ x + _____ = _____

Usando las operaciones con las que resolvieron cada problema, despejen la ecuación general.

_____ x + _____ = ____

Planteen un problema en lenguaje natural que se pueda resolver utilizando este tipo de ecuación lineal.

Planteen la ecuación lineal que representa al problema que plantearon y resuélvanla.

Figura 6

La actividad individual para reforzar los tipos de ecuaciones de la forma ax + b = c, tiene la intención de que planteen la ecuación de un problema dado en lenguaje común, que resuelvan mediante la metodología detectada por ellos en el equipo las ecuaciones y que realicen despejes usando la misma metodología, como se muestra en la Figura 7.

Actividad 4.

Ejercicios de reforzamiento (individual)

Resuelve el siguiente problema, planteando la ecuación que lo representa y comprueba el resultado.

El radio ecuatorial de Saturno es de 60,330 kilómetros y equivale a nueve veces el radio de la Tierra más 2928 kilómetros ¿Cuánto mide el radio ecuatorial de la Tierra?

Siguiendo el método que encontraste para resolver las ecuaciones de tipo ax + b = c
Resuelve las siguientes ecuaciones

1) $3.2x + 12 = 28$	2) $8x + 42 = -67$
3) $2x - 9 = 32$	4) $-7x + 16 = 215$
5) $2x - 34 = -20$	6) $-4x - 68 = -78$
Despeja *a* de la siguiente ecuación 7) $2a + b = P$	Despeja *n* de la siguiente ecuación 8) $km + n = t$

Figura 7

La actividad 5 es para estudiar las ecuaciones del tipo ax + bx + c = d, trabajan una parte en equipos y después la actividad individual, en la actividad se les proporcionan problemas y la actividad ya no es tan guiada para que comiencen a desarrollar los despejes para resolver la ecuación basándose en los dos tipos de ecuación vistos anteriormente, como se observa en la Figura 8.

Actividad 5

En equipos de 5 integrantes lean los enunciados que se plantean y obtengan una representación en lenguaje algebraico.

Ernesto compró los cuadernos que le solicitaron en la escuela, primero le pidieron dos y la siguiente semana le pidieron otros 3, al final de sus compras le quedaron $35 si sus papás le dieron $320 para la compra de sus cuadernos ¿Cuánto le costó cada cuaderno?

Escribe en el siguiente recuadro ¿Cuál es la incógnita del problema y su descripción?

X =

Representen el problema usando lenguaje algebraico.

_________ X + ________ X + _______ = _______

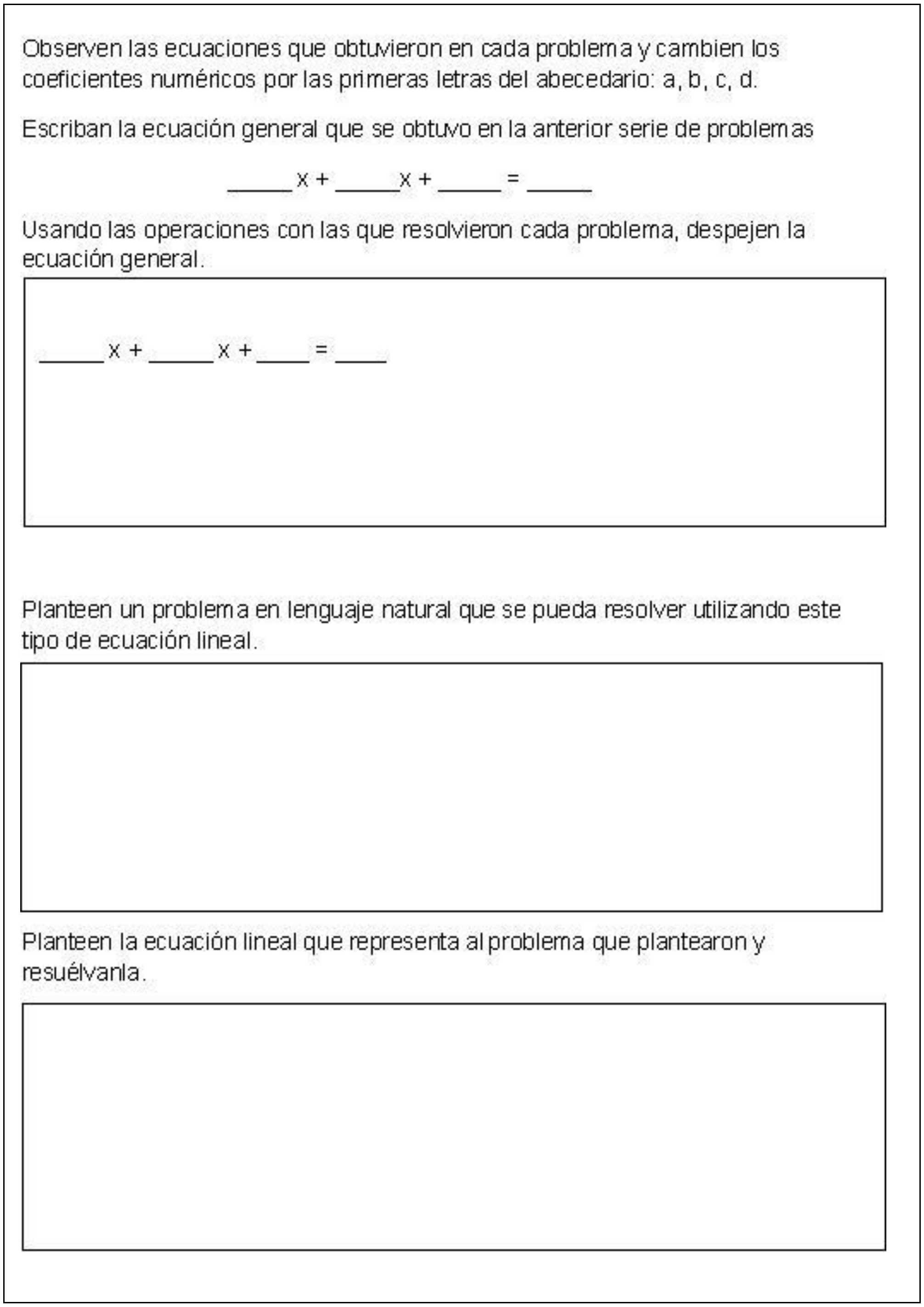
Resuelvan la incógnita.

Comprueben la solución obtenida en el problema.

Describan con sus propias palabras que operaciones utilizaron para obtener el resultado.

Figura 8

En las actividades se insiste en que describan lo que representa x, planteen la ecuación, la resuelvan y la comprueben para formar en ellos una metodología de abordar los problemas. Después se solicita que ellos planteen un problema que se resuelva usando el tipo de ecuación $ax + bx + c = d$ y aplique los pasos para resolver la ecuación, a una fórmula para lograr despejar la incógnita. Esto se muestra en la Figura 9.



Observen las ecuaciones que obtuvieron en cada problema y cambien los coeficientes numéricos por las primeras letras del abecedario: a, b, c, d.

Escriban la ecuación general que se obtuvo en la anterior serie de problemas

_____x + _____x + _____ = _____

Usando las operaciones con las que resolvieron cada problema, despejen la ecuación general.

_____x + _____x + _____ = _____

Planteen un problema en lenguaje natural que se pueda resolver utilizando este tipo de ecuación lineal.

Planteen la ecuación lineal que representa al problema que plantearon y resuélvanla.

Figura 9

La actividad individual tiene la intención de comprobar si se logró el aprendizaje y se le solicita al alumno resolver un problema, resolver ecuaciones sin contexto y realizar despejes, como se presenta en la Figura 10.

Actividad 6.

Ejercicios de reforzamiento (individual)

Resuelve el siguiente problema, planteando la ecuación que lo representa y comprueba el resultado.

Luis, Pedro y Manuel planean pasar el fin de semana en Acapulco para festejar su salida de la preparatoria ya cotizaron y el viaje les cuesta $3130, cada uno aporta de acuerdo a sus posibilidades, Manuel sólo junto $826 y Luis aportó lo doble de los que dio Pedro para el viaje ¿cuánto dinero dieron Luis y Pedro para el viaje?

Siguiendo el método que encontraste para resolver las ecuaciones de tipo $ax + bx + c = d$
Resuelve las siguientes ecuaciones

1) $3x + 5x + 23 = 127$	2) $2x + 7x + 11 = -99$
3) $x + 2x - 41 = 16$	4) $4x - 6x + 1 = 21$
5) $2x - 3x - 15 = -73$	6) $x - 6x + 24 = 129$
Despeja a de la siguiente ecuación $2a + 2b + c = P$	Despeja t de la siguiente ecuación $at + v_0 + x = v$

Figura 10

En la actividad 7 se estudian las ecuaciones del tipo $a(x + b) = c(x + d)$, la dinámica es la misma, trabajar en equipos los problemas, identificar lo que representa la incógnita en el problema, plantear la ecuación, resolverla, comprobar el resultado e identificar las operaciones que se utilizan para resolver este tipo de ecuación, como se observa en la Figura 11.

Actividad 7

En equipos de 5 integrantes lean los enunciados que se plantean y obtengan una representación en lenguaje algebraico.

Se tiene un rectángulo cuyo largo mide 2m más que el ancho, si triplicamos el largo y al ancho le sumamos 1m y lo quintuplicamos, se forma un cuadrado. Encuentra las dimensiones del rectángulo.

Escribe en el siguiente recuadro ¿Cuál es la incógnita del problema y su descripción?

X =

Representen el problema usando lenguaje algebraico.

_____(X + ____) = _____(X + ____)

Resuelvan la incógnita.

Comprueben la solución obtenida en el problema.

Describan con sus propias palabras que operaciones utilizaron para obtener el resultado.

Figura 11

A partir de esta actividad ya no se pide que planteen ellos un problema en lenguaje común pero sí que realicen el despeje usando el mismo procedimiento de la solución de la ecuación.

La actividad 8 es la que realizan de manera individual y el objetivo es observar si se logró el aprendizaje y pueden plantear la ecuación que representa el problema propuesto, si saben resolver el tipo de ecuación a(x + b) = c(x + d) y si tienen clara la metodología de solución, para aplicarla en los despejes. Esto se muestra en la Figura 12.

Actividad 8.

Ejercicios de reforzamiento (individual)

Resuelve el siguiente problema, planteando la ecuación que lo representa y comprueba el resultado.

El doble de un número aumentado en 12 es igual a su triple disminuido en 5. ¿Cuál es el número?

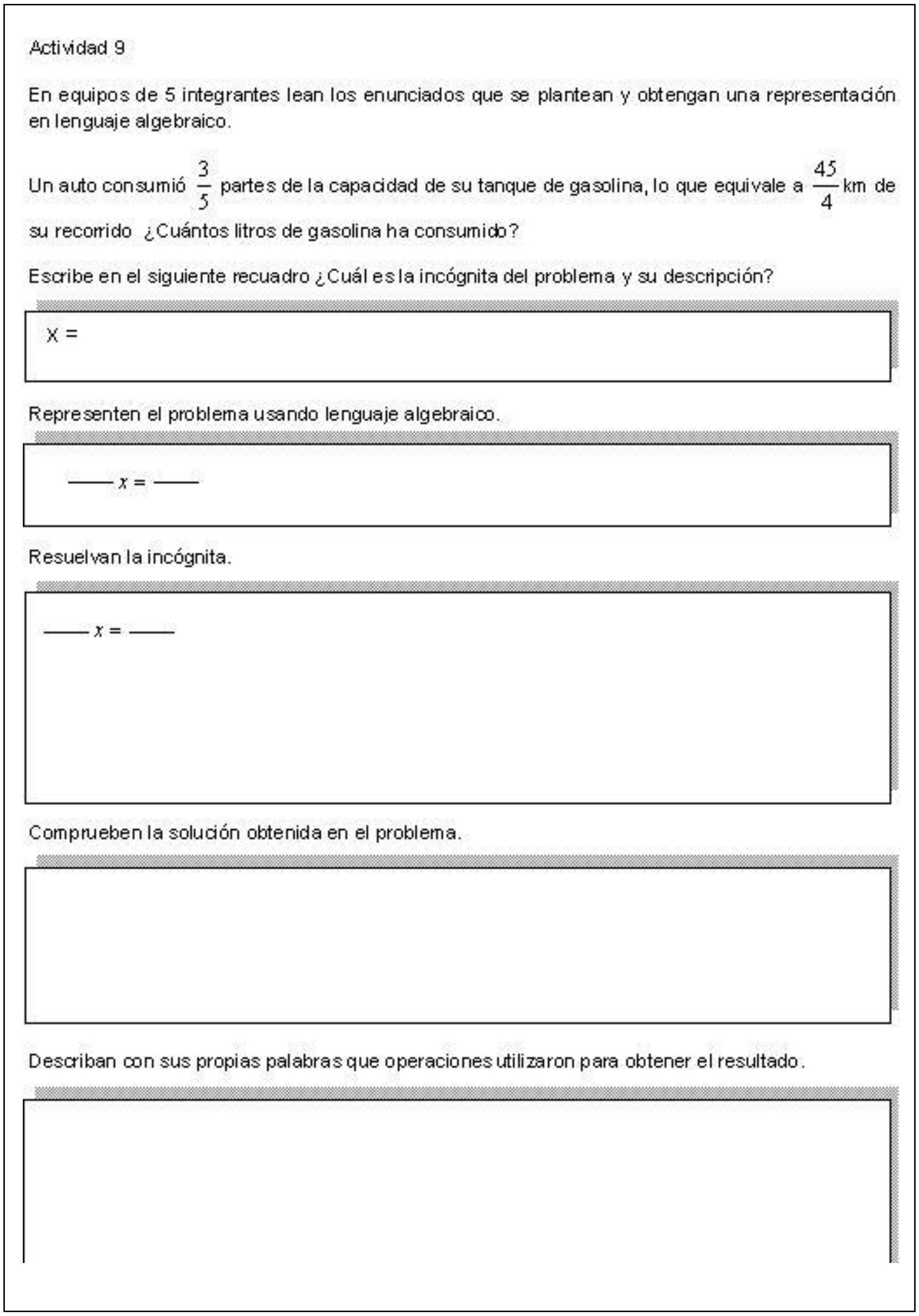
Siguiendo el método que encontraste para resolver las ecuaciones de tipo a(x+b) = c(x+d)
Resuelve las siguientes ecuaciones

1) $8(x+7) = 10(x+9)$	2) $4(x-2) = 3(x+4)$
3) $6(x-8) = 3(x+5)$	4) $5(x+7) = 3(x+8)$
5) $7(3x+2) = 6(2x+8)$	6) $2(3x-2) = 9(x+3)$
Despeja a de la siguiente ecuación $c(a+b) = d(a-x)$	Despejar r de la siguiente ecuación $v(t+r) = m(t+d)$

Figura 12

La actividad 9 se diseñó para el aprendizaje de las ecuaciones de tipo $\frac{a}{b}x = \frac{c}{d}$, en este momento los alumnos ya tienen claro cuando un término pasa sumando, restando o dividiendo, pero aún no ven un ejemplo para pasar un número multiplicando, en este caso se comienza a identificar los términos que están dividiendo y que pasan multiplicando del otro lado del signo igual.

La primera parte de la actividad los alumnos la realizan en equipos, para que compartan ideas y efectúen un aprendizaje colaborativo, la intención es que detecten que el denominador de una fracción representa una división y se pasa al otro lado del igual multiplicando sin cambiar el signo, como se puede observar en la Figura 13.



Actividad 9

En equipos de 5 integrantes lean los enunciados que se plantean y obtengan una representación en lenguaje algebraico.

Un auto consumió $\frac{3}{5}$ partes de la capacidad de su tanque de gasolina, lo que equivale a $\frac{45}{4}$ km de su recorrido ¿Cuántos litros de gasolina ha consumido?

Escribe en el siguiente recuadro ¿Cuál es la incógnita del problema y su descripción?

X =

Representen el problema usando lenguaje algebraico.

$\_\_\_ x = \_\_\_$

Resuelvan la incógnita.

$\_\_\_ x = \_\_\_$

Comprueben la solución obtenida en el problema.

Describan con sus propias palabras que operaciones utilizaron para obtener el resultado.

Figura 13

Para comprobar si se están obteniendo los aprendizajes se propone una actividad individual que consta de un problema en lenguaje común, ejercicios y despejes usando la metodología aplicada en la actividad 9, como se presenta en la Figura 14.

Actividad 10.

Ejercicios de reforzamiento (individual)

Resuelve el siguiente problema, planteando la ecuación que lo representa y comprueba el resultado.

Un m^3 de un cierto gas pesa $\frac{2}{3}$ de kg, si en el laboratorio de química tienen un recipiente que pesa $\frac{19}{7}$ de kg. ¿Cuántos m^3 de gas contiene?

Siguiendo el método que encontraste para resolver las ecuaciones de tipo $\frac{a}{b}x = \frac{c}{d}$

Resuelve las siguientes ecuaciones

1) $\frac{3x}{4} = \frac{2}{5}$

2) $\frac{5x}{2} = \frac{3}{7}$

3) $\frac{-8x}{5} = \frac{4}{3}$

4) $\frac{x}{3} = \frac{-4}{7}$

5) $\frac{11x}{3} = \frac{1}{8}$

6) $\frac{-5x}{4} = \frac{-21}{4}$

Despeja t de la siguiente ecuación

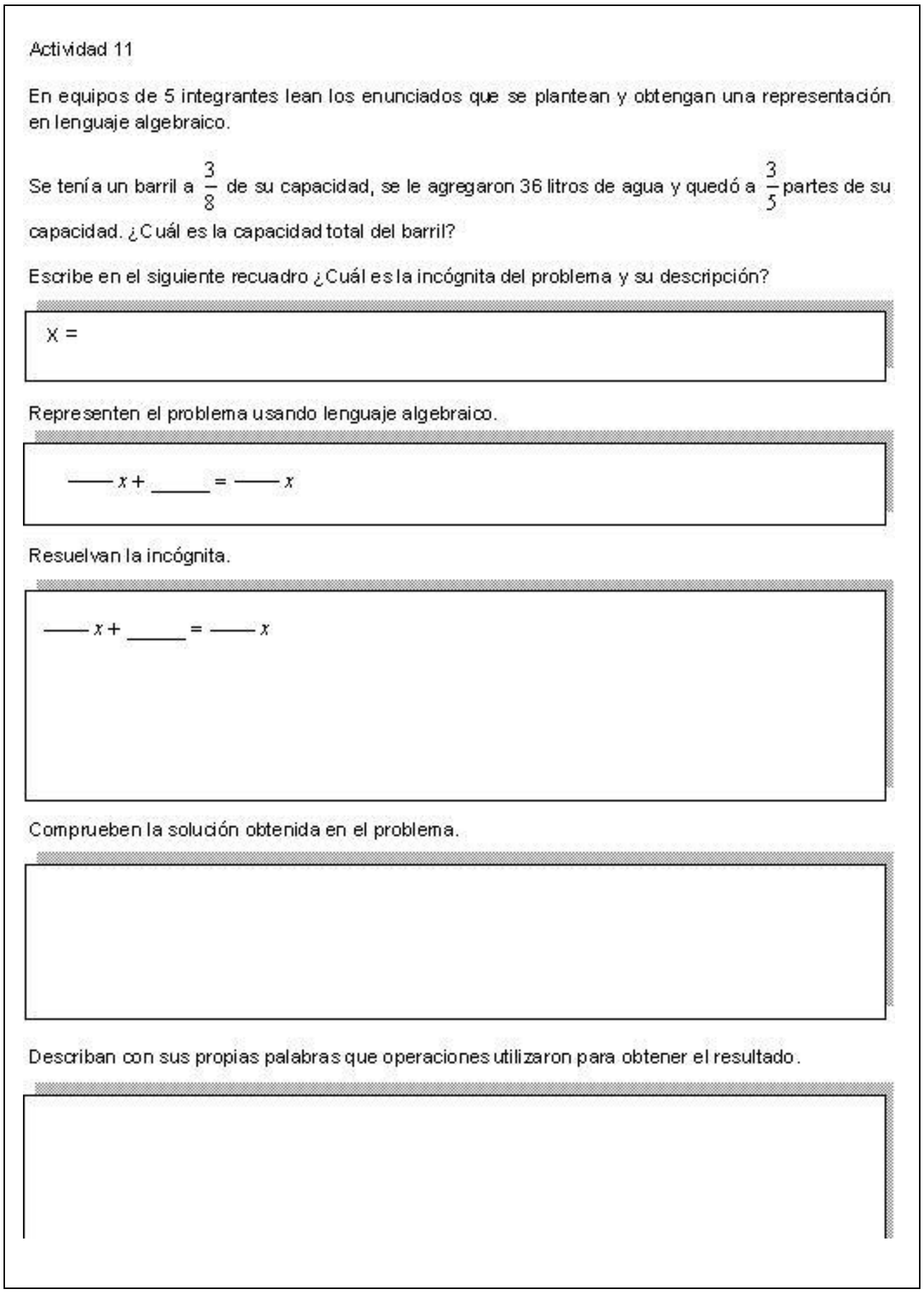
$\frac{p}{v}t = \frac{c}{d}$

Despeja m de la siguiente ecuación

$\frac{m}{e}c = \frac{r}{f}$

Figura 14

La actividad 11 es para el estudio de las ecuaciones lineales del tipo $\frac{a}{b}x + c = \frac{d}{e}x$, que se presta para reafirmar las operaciones con fracciones vistas en la unidad 1 de la materia porque requieren saber sumar o restar fracciones, para cuando se aplica esta actividad ya están más familiarizados con el lenguaje algebraico y con las operaciones para resolver las ecuaciones, en esta actividad debe repasarse la suma y resta de fracciones antes de pedirles que la resuelvan, si se cree conveniente podría resolverse el primer problema de manera grupal con las aportaciones de los alumnos para evitar que se bloqueen al enfrentar la actividad porque las fracciones aunque ya están en nivel medio superior aún les provocan algo de incertidumbre, como se observa en la Figura 15.



Actividad 11

En equipos de 5 integrantes lean los enunciados que se plantean y obtengan una representación en lenguaje algebraico.

Se tenía un barril a $\frac{3}{8}$ de su capacidad, se le agregaron 36 litros de agua y quedó a $\frac{3}{5}$ partes de su capacidad. ¿Cuál es la capacidad total del barril?

Escribe en el siguiente recuadro ¿Cuál es la incógnita del problema y su descripción?

X =

Representen el problema usando lenguaje algebraico.

$\_\_\_\ x + \_\_\_\_\_ = \_\_\_\ x$

Resuelvan la incógnita.

$\_\_\_\ x + \_\_\_\_\_ = \_\_\_\ x$

Comprueben la solución obtenida en el problema.

Describan con sus propias palabras que operaciones utilizaron para obtener el resultado.

Figura 15

La actividad de reforzamiento individual que sirve para apoyar la actividad 11, tiene el propósito de aclarar las dudas que pudieran surgir al enfrentar el alumno la actividad solo, el problema y los ejercicios son del mismo tipo $\frac{a}{b}x+c=\frac{d}{e}x$ y se proponen nuevamente despejes para reforzar la metodología de solución de este tipo de ecuaciones. Esto se muestra en la Figura 16

Actividad 12.

Ejercicios de reforzamiento (individual)

Resuelve el siguiente problema, planteando la ecuación que lo representa y comprueba el resultado.

Sergio ha recorrido a $\frac{1}{6}$ de la carrera, si corre 200 metros más habrá recorrido las $\frac{2}{3}$ partes de la carrera. ¿Cuál es la distancia de la carrera que está corriendo Sergio?

Siguiendo el método que encontraste para resolver las ecuaciones de tipo $\frac{a}{b}x+c=\frac{d}{e}x$

Resuelve las siguientes ecuaciones

1) $\frac{3x}{4}+7=\frac{5x}{3}$

2) $\frac{5x}{2}+9=\frac{4x}{3}$

3) $\frac{x}{2}-3=\frac{-6x}{5}$

4) $\frac{-5x}{6}-12=\frac{-2x}{3}$

5) $\frac{8x}{3}+4=\frac{5x}{3}$

6) $\frac{13x}{2}-6=\frac{-9x}{7}$

Despeja r de la siguiente ecuación

$\frac{pr}{s}+t=\frac{vr}{z}$

Despeja f de la siguiente ecuación

$\frac{ef}{g}+h=\frac{kf}{m}$

Figura 16

2.2.3 CUESTIONARIO FINAL

Al finalizar las actividades se aplicó un cuestionario final para recabar datos que sirvan para llevar a cabo el análisis a posteriori de la metodología empleada y determinar si la secuencia apoya el aprendizaje significativo del tema de las ecuaciones lineales.

La evaluación final que se muestra en la Figura 17, consta de dos problemas en lenguaje común que tienen la intención de observar si el alumno es capaz de plantear un problema en lenguaje algebraico y proporcionar una respuesta, los problemas son variantes de los tipos de ecuación lineal vistos en clase, esto se propone así para observar si son capaces de identificar la relación entre los datos del problema y la incógnita.

Los ejercicios propuestos de ecuaciones lineales sin contexto son tres y también contienen algunas variantes de los tipos de ecuaciones lineales, la intención es ver si comprenden la metodología para resolver las ecuaciones o sólo siguen el patrón estudiado en clase.

El ejercicio de despeje incluido en el examen tiene la intención de recabar información acerca del dominio adquirido por el alumno acerca de la metodología de resolución de ecuaciones porque requiere usar la resta, multiplicación y división para resolverlo, además permite observar si identifica los términos de una ecuación.

Examen

Nombre____

1. En una escuela desertaron $\frac{2}{15}$ de los alumnos, reprobaron materias $\frac{3}{35}$ de los alumnos y se graduaron 1312 ¿Cuántos alumnos tenía en total la escuela?

2. El largo de un terreno de forma rectangular mide el doble de su ancho más 3 metros. Si el perímetro mide 5010m, hallar las dimensiones del terreno.

3. Resuelve las ecuaciones

$$3x-5=2(x-3)$$

$$\frac{5x}{12}=\frac{3}{4}x+\frac{1}{2}$$

$$\frac{x+5}{2}=2x+3$$

4. Despeja ***a*** de la siguiente fórmula

$$s=v_0t+\frac{1}{2}at$$

Figura 17

Se eligieron ejercicios que contuvieran números racionales para reforzar la unidad anterior del temario de Matemáticas I que es la unidad I llamada “Números y operaciones básicas” dónde se estudian los números racionales y además porque el trabajar con fracciones permite que apliquen la operación de multiplicación al momento de resolver la ecuación y no sólo la de suma, resta y división.

CAPÍTULO III. APLICACIÓN DE LA PROPUESTA

3.1 DESCRIPCIÓN Y PLANEACIÓN

La propuesta se aplicó en el grupo 166B de primer semestre del Colegio de Ciencias y Humanidades plantel Azcapotzalco en el periodo escolar 2013 – 2014 durante 4 clases de 2 horas cada una.

En la primera clase se aplicó el cuestionario diagnóstico y se dieron las instrucciones de formar equipos, en total se formaron 4 equipos, dos de 5 integrantes y dos de 6 integrantes. Los equipos se identificarán en este trabajo como En donde la E se refiere al equipo y n será el número de equipo, así tendremos E1, E2, E3 y E4.

Para identificar las actividades usaremos la nomenclatura An, donde A se refiere a la actividad y n representará el número de actividad que en total fueron 12, no se trabajaron todas en el aula porque seis de las actividades están planeadas para trabajarse de manera individual y a partir de la actividad seis (A6) se dejaron de tarea, las actividades individuales.

Las Actividades se integraban por pares la que se trabaja en equipo (son las actividades impares) y la que se trabaja de manera individual (actividades pares).

Tipo de ecuación que se trabaja por cada actividad

Equipo	Individual	
Actividad		Tipo de ecuación
1	2	$ax = b$
3	4	$ax + b = c$
5	6	$ax + bx = c$
7	8	$a(x+b) = c(x+d)$
9	10	$\frac{ax}{b} = \frac{c}{d}$
11	12	$\frac{ax}{b} + c = \frac{dx}{e}$

Distribución de la aplicación de actividades en cada clase

Clase	Actividades
1	Cuestionario diagnóstico Actividad 1
2	Actividad 2 Actividad 3 Actividad 4
3	Actividad 5 Actividad 7
4	Actividad 9 Actividad 11
5	Instrumento de evaluación

Las actividades 6, 10 y 12 se elaboraron de manera individual como trabajo extraclase (tarea). La actividad 6 la entregaron los alumnos resuelta en la clase 4 y las actividades 10 y 12 las estregaron resueltas en la clase 5 después de haber trabajado en el aula las actividades 9 y 11.

COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES AZCAPOTZALCO
MATEMÁTICAS I

PLAN DE CLASE

Materia: Matemáticas I	Profesor: Olivia Alexandra Scholz Marbán	
Fecha: 15 Octubre 2013	Lugar: CCH Azcapotzalco	Duración: 8 horas
Dirigido a: Alumnos de primer semestre de bachillerato	Horario: 19:00 – 21:00	Grupo: 166B

Propósito: Incrementar la capacidad del alumno para plantear problemas que conducen a ecuaciones lineales y su resolución por métodos algebraicos. Estudiar la noción de ecuación desde diversas perspectivas. Avanzar en el manejo del lenguaje algebraico.

Objetivo: El alumno representará con lenguaje algebraico la ecuación derivada del problema dado en lenguaje común.

TEMÁTICA	SECUENCIA DIDÁCTICA	TÉCNICAS DIDÁCTICAS	MATERIAL	EVALUACIÓN
Problemas que dan lugar a ecuaciones lineales en una incógnita. Ecuaciones lineales en una incógnita, como una condición que debe satisfacer un número buscado. Resolución de ecuaciones lineales en una incógnita, por métodos algebraicos: Operar con ambos miembros de la igualdad. Transponer términos. Resolución de ecuaciones de los siguientes tipos: **a) ax = b** **b) ax + b = c** **c) ax + bx + c = d** **d) a(x + b) = c(x + d)** **e) ax/ b = c/d** **f) ax/b + c = dx / e** Planteamiento y resolución de problemas de diversos contextos que dan lugar a ecuaciones lineales en una incógnita. Despejes de variables de una ecuación.	El profesor: . 1. Aplica el cuestionario diagnóstico. 2. Explica la manera en que se trabajará la secuencia en clase realizando el primer ejercicio de la secuencia con la participación de todo el grupo. 3. Forma los equipos. El alumno: 1. Responde las preguntas del cuestionario diagnóstico. 2. Participa para resolver el primer ejercicio de la secuencia didáctica. 3. Trabaja en equipo para resolver los demás problemas de la actividad 1 de la secuencia didáctica. El profesor: 4. Observa trabajar a los equipos y los apoya si surgen dudas. 5. Deja de tarea las actividades 6, 8, 10 y 12. El alumno: 4. Resuelve la actividad en equipo y pregunta sus dudas al profesor 5. Entrega resueltas las actividades 6, 8, 10 y 12	Verbal y Simbólica Trabajo individual Trabajo grupal Trabajo en equipo Verbal Trabajo en equipo Trabajo individual	Hojas impresas con el cuestionario diagnóstico Hojas impresas de la secuencia didáctica Hojas impresas de la secuencia didáctica	Cuestionario diagnóstico Entrega de cuestionario diagnóstico Entrega de las hojas de las actividades resueltas Entrega de las hojas de las actividades resueltas

3.2 Clase 1

En la clase 1 se aplicó el cuestionario diagnóstico y la actividad 1. En un principio se guió la actividad A1; es decir, de manera grupal antes de integrar los equipos se resolvió el primer ejercicio de la actividad con aportaciones de todo el grupo, el profesor guió mayormente el ejercicio para mostrar la manera en que se debía resolver cada apartado del ejercicio y si había dudas aclararlas.

Se integraron los equipos, para resolver el resto de la actividad que consta de tres problemas en los que el alumno:

- ✓ Identifica la incógnita y la describe.
- ✓ Plantea la ecuación que representa el problema.
- ✓ Resuelve la ecuación.
- ✓ Comprueba la ecuación.
- ✓ Identifica las operaciones que realiza para resolver la ecuación.

Una vez que se realizó el primer ejercicio de la actividad se integraron los equipos y resolvieron los dos ejercicios restantes; con las operaciones que identificaron al resolver la ecuación, realizaron el despeje del tipo de ecuación que resolvieron y finalmente plantearon un problema en lenguaje común que se pudiera resolver usando el tipo de ecuación lineal que estaban trabajando en la actividad.

Durante las actividades se detectó el error de despejar $ax=b$ como $x=a/b$, y que colocaban mal los datos del problema en la ecuación. En la Tabla 1 se muestra los resultados obtenidos de la actividad 1, clasificándolos en Correcto (C), Parcialmente correcto (P), Incorrecto (I) o No contestado (N); en este caso como el primer problema se resolvió de manera grupal sólo se analizan los resultados del problema 2 y 3, el despeje y el planteamiento de un problema en lenguaje común.

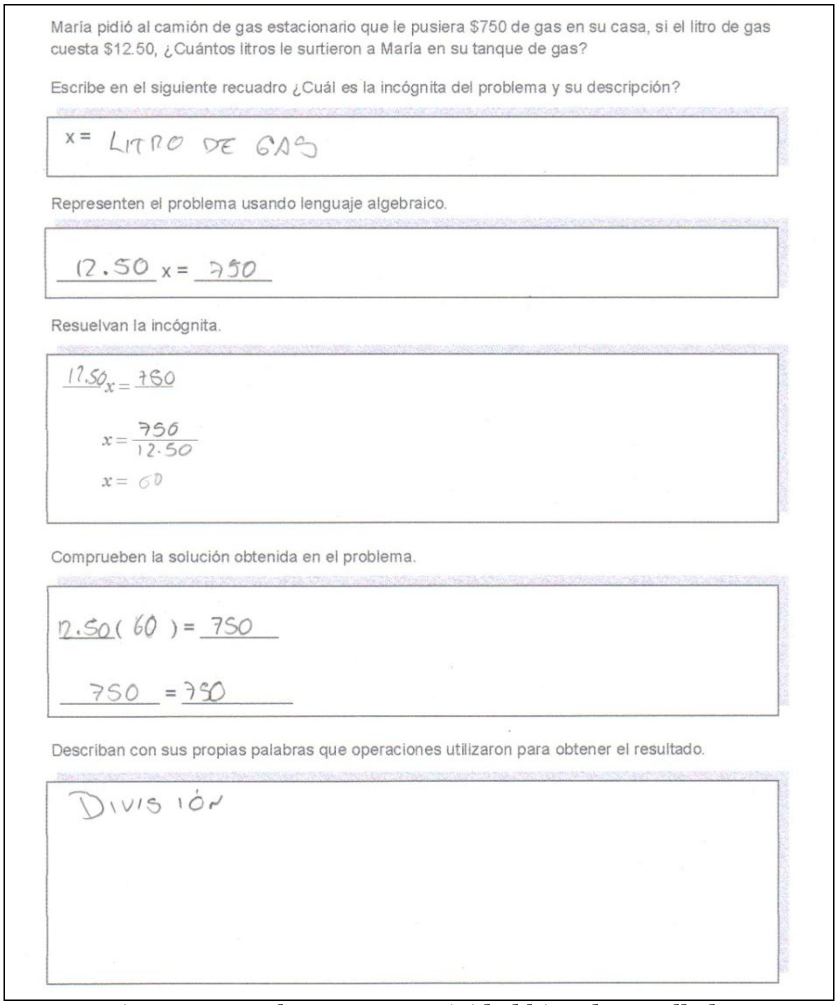
A1	E1	E2	E3	E4
Problema 2	P	C	C	C
Problema 3	P	P	P	C
Despeje	I	C	C	C
Lenguaje común	C	C	C	C

Tabla 1. Resultados de la actividad 1

A continuación se muestran algunos ejemplos de las actividades realizadas por los alumnos donde se pueden observar los errores y aciertos en su procedimiento.

En la Figura 18 se observa un ejercicio desarrollado en equipo donde realizan correctamente los pasos que indica la actividad que son:

- ✓ Identificar la incógnita y describirla.
- ✓ Plantear la ecuación que representa el problema.
- ✓ Resolver la ecuación.
- ✓ Comprobar la ecuación.
- ✓ Identificar las operaciones que realizaron para resolver la ecuación.


María pidió al camión de gas estacionario que le pusiera $750 de gas en su casa, si el litro de gas cuesta $12.50, ¿Cuántos litros le surtieron a María en su tanque de gas?

Escribe en el siguiente recuadro ¿Cuál es la incógnita del problema y su descripción?

x = LITRO DE GAS

Representen el problema usando lenguaje algebraico.

$12.50\,x = 750$

Resuelvan la incógnita.

$12.50x = 750$

$x = \frac{750}{12.50}$

$x = 60$

Comprueben la solución obtenida en el problema.

$12.50(60) = 750$

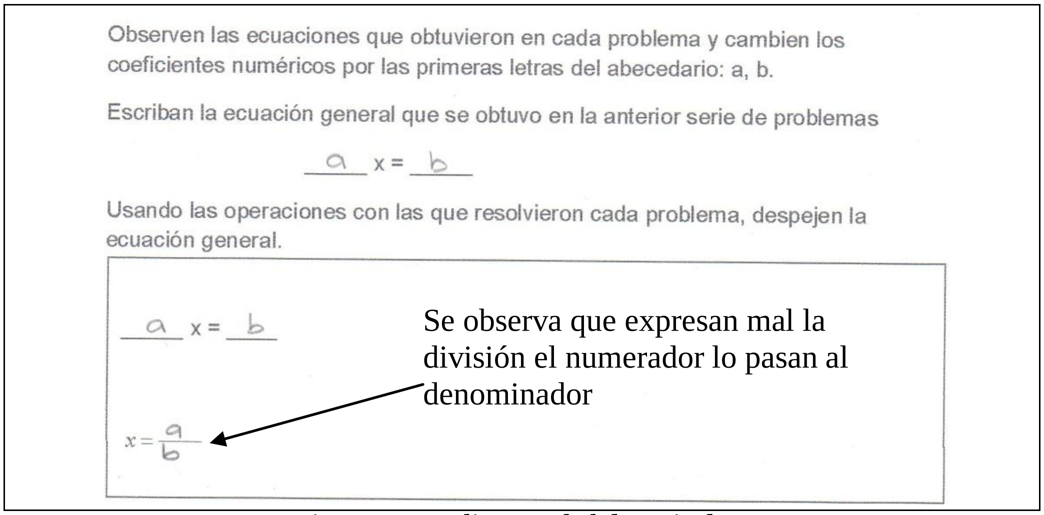
$750 = 750$

Describan con sus propias palabras que operaciones utilizaron para obtener el resultado.

DIVISIÓN

Figura 18. Se observa una actividad bien desarrollada

En la Figura 19 se muestra la actividad del equipo 1 que fue el único que realizó de manera incorrecta el despeje de x al usar sólo letras, este error es de los más comunes que se presentan en la resolución de ecuaciones según lo reporta Gagné (1991) y se comprueba con las actividades de los estudiantes que a pesar de realizar correctamente los ejercicios con datos numéricos confunden las operaciones al usar sólo letras.



Observen las ecuaciones que obtuvieron en cada problema y cambien los coeficientes numéricos por las primeras letras del abecedario: a, b.

Escriban la ecuación general que se obtuvo en la anterior serie de problemas

$a\,x = b$

Usando las operaciones con las que resolvieron cada problema, despejen la ecuación general.

$a\,x = b$

$x = \frac{a}{b}$

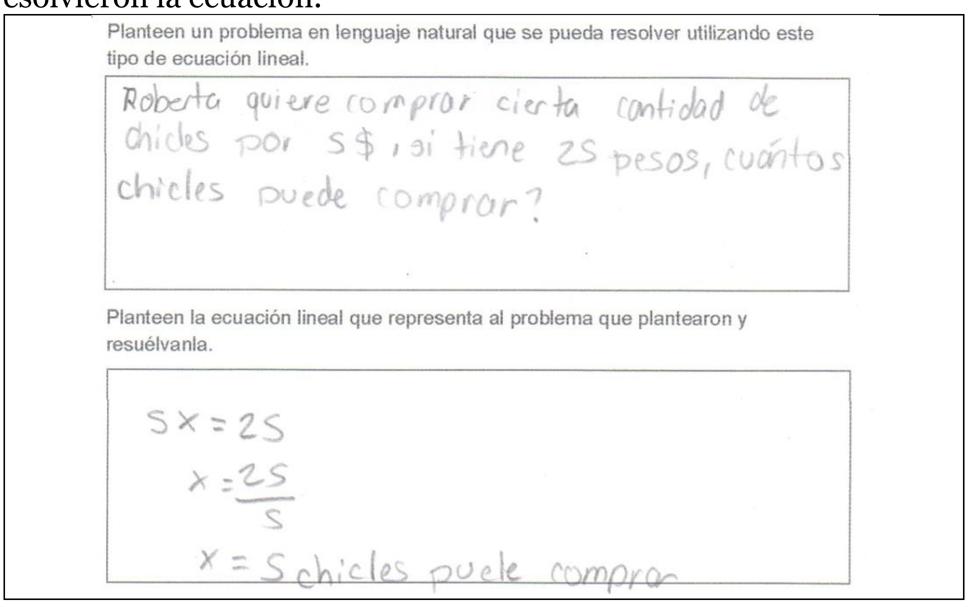
Se observa que expresan mal la división el numerador lo pasan al denominador

Figura 19. Realizan mal el despeje de a

En la Figura 20 se observa que los alumnos comprendieron cómo plantear un problema que se resolviera usando la ecuación del tipo ax =b, que debían ser problemas de repartir cosas porque se resuelve mediante una división, cada equipo planteó un problema diferente aquí sólo se muestran dos de ellos pero en general todos tienen claro el tipo de problemas que se pueden resolver con el tipo de ecuación ax=b.

Aunque en esta parte ya no se observó que identificaran la incógnita y la describieran, sólo:

- ✓ plantearon el enunciado del problema,
- ✓ plantearon la ecuación y
- ✓ resolvieron la ecuación.



Planteen un problema en lenguaje natural que se pueda resolver utilizando este tipo de ecuación lineal.

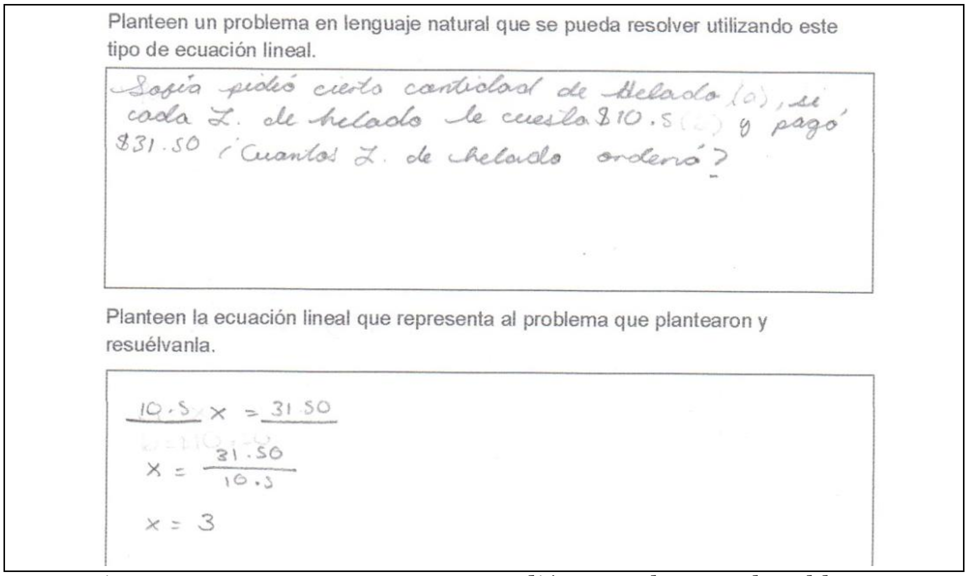
Roberta quiere comprar cierta cantidad de chicles por 5\$, si tiene 25 pesos, cuántos chicles puede comprar?

Planteen la ecuación lineal que representa al problema que plantearon y resuélvanla.

$5x = 25$

$x = \frac{25}{5}$

$x = 5$ chicles puede comprar



Planteen un problema en lenguaje natural que se pueda resolver utilizando este tipo de ecuación lineal.

Sofía pidió cierta cantidad de Helado (c), si cada L. de helado le cuesta $10.5 (c) y pagó $31.50 ¿Cuantos L. de helado ordenó?

Planteen la ecuación lineal que representa al problema que plantearon y resuélvanla.

$$10.5\,x = 31.50$$

$$x = \frac{31.50}{10.5}$$

$$x = 3$$

Figura 20. Muestran que se comprendió como plantear el problema

El trabajo en equipo ayudó a que realizaran un trabajo colaborativo y aprendieran unos de otros al socializar sus conocimientos y métodos de solución, entre todos le explicaban al que no entendía o realizaban acuerdos para resolver el ejercicio, la parte en la que más discutían y escuchaban las ideas de unos y otros fue en la de plantear un problema en lenguaje común, que fue la parte más significativa para los alumnos al desarrollar la actividad, porque discutieron varias propuestas antes de decidirse a redactar la que mostrarían en su actividad.

3.3 Clase 2

La actividad 2 mostró un avance en el aprendizaje de los alumnos, la actividad se realizó de manera individual y consta de un problema, 5 ecuaciones sin contexto y 2 despejes. Para clasificar los resultados que se muestran en la Tabla 2, se sigue la misma clasificación que en A1, y para abreviar en las tablas *pn* se referirá al problema y su número, es decir, si son tres problemas serán p1, p2 y p3; para las ecuaciones sin contexto se usará *en*, donde *e* significa ecuación y *n* el número de ecuación, así para A2 serán e1, e2, e3, e4 y e5; para los despejes se usará *dn*, la letra *d* se refiere a despeje y *n* al número, en este caso fueron dos despejes así que manejaremos d1 y d2.

A2	p1	e1		e2	e3			e4		e5		d1		d2	
	C	C	P	C	C	I	N	C	I	C	I	C	I	C	I
Alumnos	22	18	4	22	14	7	1	12	10	15	7	14	8	21	1
Porcentaje%	100	82	18	100	64	32	4	55	45	68	32	64	36	96	4

Tabla 2. Resultados de la actividad 2

En la Tabla 2 se observa que todos supieron cómo plantear y resolver el problema, donde más incorrectos hubo fue en las ecuaciones e3, e4 y e5 porque las ecuaciones tenían signos negativos y en el despeje d1 hubo mayor dificultad porque tenían que despejar de izquierda a derecha, mientras que en el despeje d2 la letra que debían despejar estaba del lado derecho del signo igual.
A continuación se muestran los productos elaborados por los alumnos donde se aprecian los aciertos y dificultades. En la Figura 21 se muestra que siguen el procedimiento mostrado en la secuencia para resolver el problema, es decir; identifican la incógnita, la describen, plantean la ecuación (aunque omiten escribir la x, pero tienen claro el procedimiento de solución), la resuelven e incluso la comprueban.

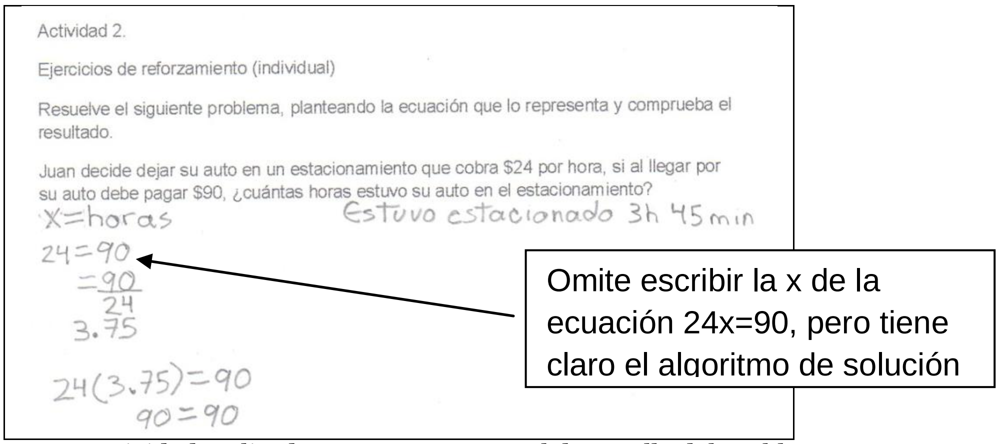


Figura 21. Actividad realizada correctamente en el desarrollo del problema

En la Figura 22 se aprecia que no toman en cuenta el signo negativo al resolver las ecuaciones porque en los ejercicios realizados anteriormente todos los signos eran positivos, esta actividad mostró que debía hacerles notar que los signos también deben tomarse en cuenta y realizar con ellos las operaciones necesarias para obtener la solución de la incógnita.

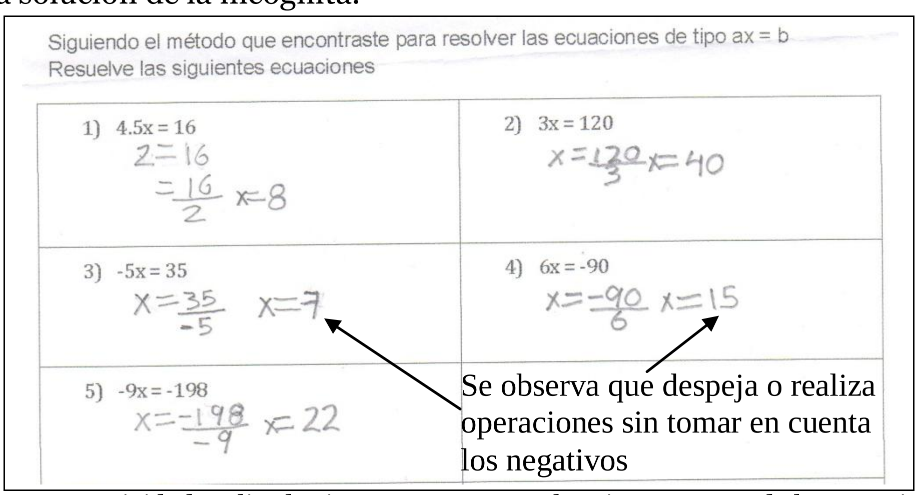


Figura 22. Actividad realizada sin tomar en cuenta los signos menos de las ecuaciones

En la Figura 23 se observa que a los estudiantes se les facilita más trasponer términos de derecha a izquierda, incluso algunos antes de realizar el despeje cambiaron el orden de los términos para tener la incógnita que se quería despejar del lado izquierdo, los que no procedieron así en su mayoría realizaron mal el despeje.

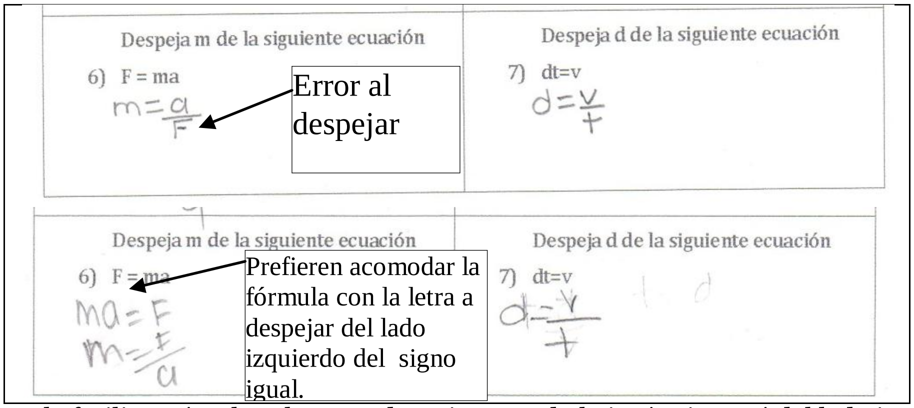


Figura 23. Se le facilita más a los alumnos despejar cuando la incógnita está del lado izquierdo del signo igual

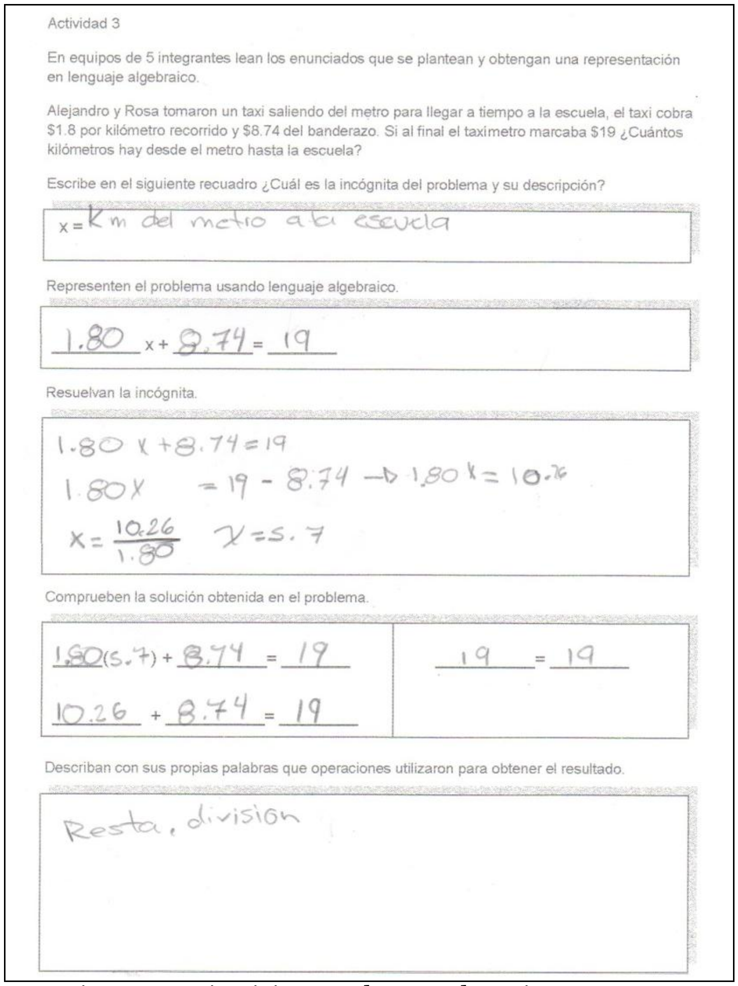
La actividad 3 se trabajó en equipos, los ejercicios tienen el propósito de lograr el aprendizaje las ecuaciones del tipo ax + b = c. En la Tabla 3 se muestran los resultados obtenidos de la actividad 3, clasificándolos en Correcto (C), Parcialmente correcto (P), Incorrecto (I) o No contestado (N); la actividad se compone de tres problemas, un despeje y el planteamiento de un problema en lenguaje común.

A3	E1	E2	E3	E4
Problema 1	C	C	C	C
Problema 2	C	C	C	C
Problema 3	C	C	C	I
Despeje	C	C	C	C
Lenguaje común	P	C	P	C

Tabla 3. Resultados de la actividad 3

En la Tabla 3 se observa que logran resolver los problemas que son muy parecidos a los de la actividad 1 cuando despejan b. En el despeje realizaron las operaciones correctas, el problema esta vez se presentó en la redacción del problema, hubo dos equipos que no identificaron cómo debía redactarse el problema para que se pudiera resolver usando el tipo de ecuación ax + b = c.

En la Figura 24 se observa el desarrollo de un equipo al resolver uno de los problemas, en las hojas que se les proporcionaron la actividad aún es guiada aunque el profesor ya no interviene de manera directa pero sí indirectamente a través del material impreso y aclarando dudas durante el desarrollo de la actividad.



Actividad 3

En equipos de 5 integrantes lean los enunciados que se plantean y obtengan una representación en lenguaje algebraico.

Alejandro y Rosa tomaron un taxi saliendo del metro para llegar a tiempo a la escuela, el taxi cobra \$1.8 por kilómetro recorrido y \$8.74 del banderazo. Si al final el taxímetro marcaba \$19 ¿Cuántos kilómetros hay desde el metro hasta la escuela?

Escribe en el siguiente recuadro ¿Cuál es la incógnita del problema y su descripción?

x = Km del metro a la escuela

Representen el problema usando lenguaje algebraico.

1.80 x + 8.74 = 19

Resuelvan la incógnita.

$1.80x + 8.74 = 19$

$1.80x = 19 - 8.74 \rightarrow 1.80x = 10.26$

$x = \frac{10.26}{1.80}$ $x = 5.7$

Comprueben la solución obtenida en el problema.

$1.80(5.7) + 8.74 = 19$

$10.26 + 8.74 = 19$

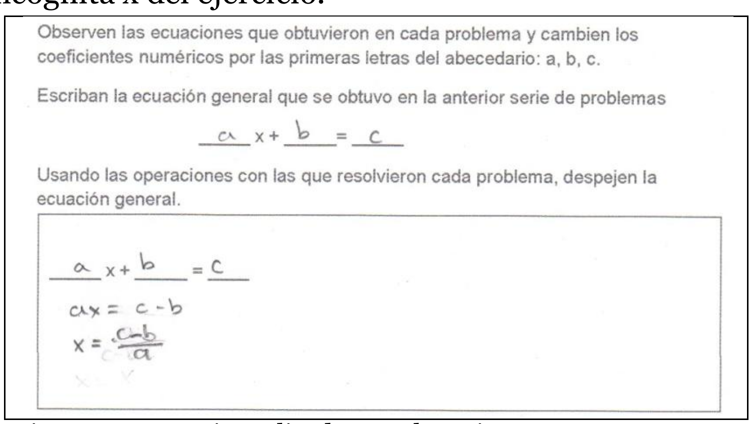
$19 = 19$

Describan con sus propias palabras que operaciones utilizaron para obtener el resultado.

Resta, division

Figura 24. Ejercicio resuelto por el Equipo 3

En la Figura 25 se observa que los alumnos lograron despejar la ecuación después de haber resuelto los problemas de la actividad y detectado cuáles eran las operaciones para resolver el tipo de ecuación ax+b=c, usando esas operaciones despejaron la incógnita x del ejercicio.



Observen las ecuaciones que obtuvieron en cada problema y cambien los coeficientes numéricos por las primeras letras del abecedario: a, b, c.

Escriban la ecuación general que se obtuvo en la anterior serie de problemas

$a x + b = c$

Usando las operaciones con las que resolvieron cada problema, despejen la ecuación general.

$a x + b = c$

$ax = c - b$

$x = \frac{c-b}{a}$

Figura 25. Despeje realizado por el Equipo 1

En la Figura 26 se muestra el planteamiento de un problema en lenguaje común planteado por el Equipo 1, para realizar este ejercicio cada uno de los equipos debatió durante un rato las posibles situaciones que pudieran modelarse usando el tipo de ecuación ax+b=c, dos de los equipos no lograron plantear el problema de manera adecuada, en el caso del Equipo 1, plantean la incógnita, escriben la ecuación con los datos de su problema; sin embargo la redacción del problema no es coherente con la realidad porque alguien que va a pagar $150 no da $450 para que le regresen $300 sino que se pagaría con un billete de $200 o de $500 y al resolver la ecuación no siguen los pasos del algoritmo establecido en la actividad, sino que realizan la resta de las cantidades en un renglón aparte y después la división en otro renglón pero no siguen la estructura de la solución de ecuaciones.

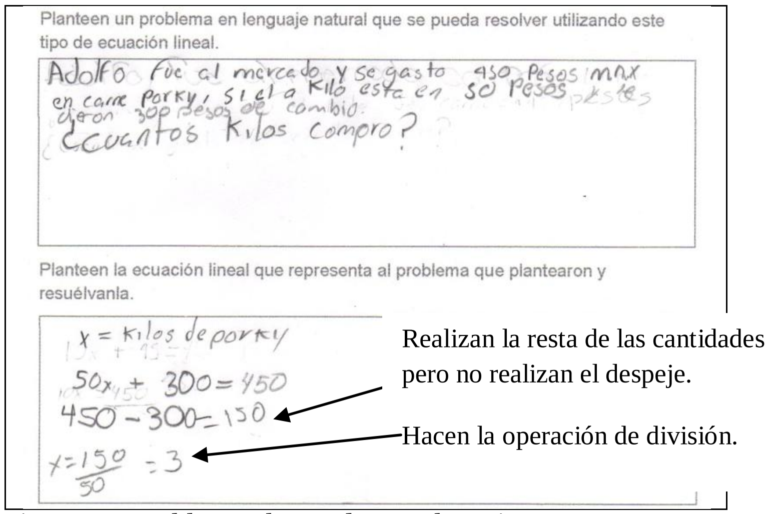


Figura 26. Problema planteado por el Equipo 1

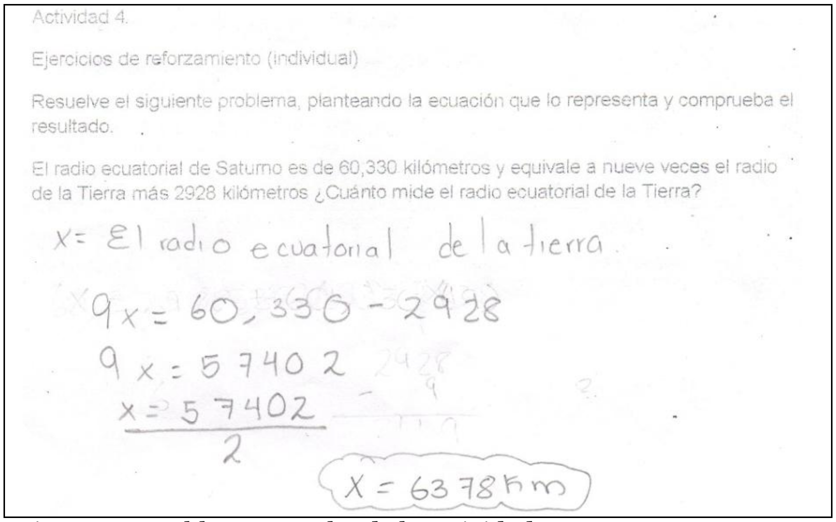
La actividad 4 mostró una notoria mejora en la resolución de los ejercicios por parte de los alumnos, la actividad se realizó de manera individual y consta de un problema, seis ecuaciones sin contexto y dos despejes, para clasificar los resultados que se muestran en la Tabla 4, se sigue la misma clasificación y abreviaturas que en A2.

A4	p1		e1	e2		e3	e4		e5		e6		d1	d2	
	C	I	C	C	I	C	C	I	C	I	C	I	C	C	I
Alumnos	21	1	22	20	2	22	21	1	21	1	20	2	22	20	2
Porcentaje%	96	4	100	91	9	100	96	4	96	4	91	9	100	91	9

Tabla 4. Resultados de la actividad 4

En la Tabla 4 se observa que usan más el lenguaje algebraico, realizan operaciones más ordenadas y los despejes mejoraron aunque los dos despejes eran de derecha a izquierda, por lo observado en la actividad 2 es la forma en que los alumnos realizan los despejes con menor dificultad.

En la Figura 27 se observa que identifica la incógnita del problema, plantea la ecuación, la resuelve y muestra el resultado obtenido.


Actividad 4.

Ejercicios de reforzamiento (individual)

Resuelve el siguiente problema, planteando la ecuación que lo representa y comprueba el resultado.

El radio ecuatorial de Saturno es de 60,330 kilómetros y equivale a nueve veces el radio de la Tierra más 2928 kilómetros ¿Cuánto mide el radio ecuatorial de la Tierra?

x= El radio ecuatorial de la tierra

$9x = 60,330 - 2928$

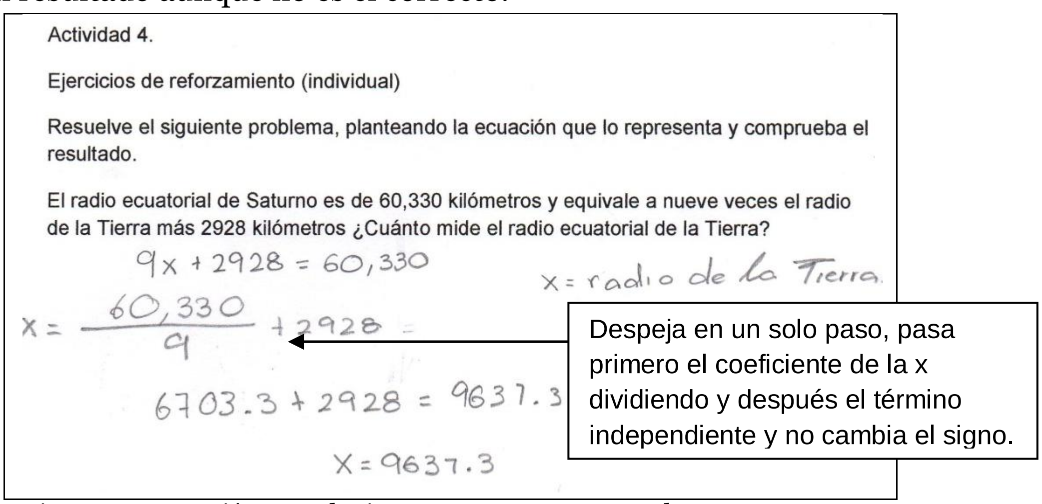
$9x = 57402$

$x = \frac{57402}{2}$

$X = 6378$ km

Figura 27. Problema resuelto de la actividad 4

En la Figura 28 se muestra la actividad del alumno que desarrolló incorrectamente el problema, realizando los despejes en un sólo paso y sin seguir el algoritmo propuesto en clase cuando se realizó el trabajo en equipo, el logro es que sí describe la incógnita de la ecuación, plantea correctamente la ecuación a partir del problema y expresa un resultado aunque no es el correcto.


Actividad 4.

Ejercicios de reforzamiento (individual)

Resuelve el siguiente problema, planteando la ecuación que lo representa y comprueba el resultado.

El radio ecuatorial de Saturno es de 60,330 kilómetros y equivale a nueve veces el radio de la Tierra más 2928 kilómetros ¿Cuánto mide el radio ecuatorial de la Tierra?

$9x + 2928 = 60,330$

x = radio de la Tierra.

$x = \frac{60,330}{9} + 2928 =$

$6703.3 + 2928 = 9637.3$

$X = 9637.3$

Figura 28. Ecuación resuelta incorrectamente por un alumno.

En la Figura 29 se observa que realiza adecuadamente los pasos para resolver las ecuaciones e incluso al margen de la hoja realiza las comprobaciones de cada una, lo que le permite al alumno tener independencia porque tiene un método de validación para sus procesos, aunque en este caso se observa que omite en algunos ejercicios el signo menos.

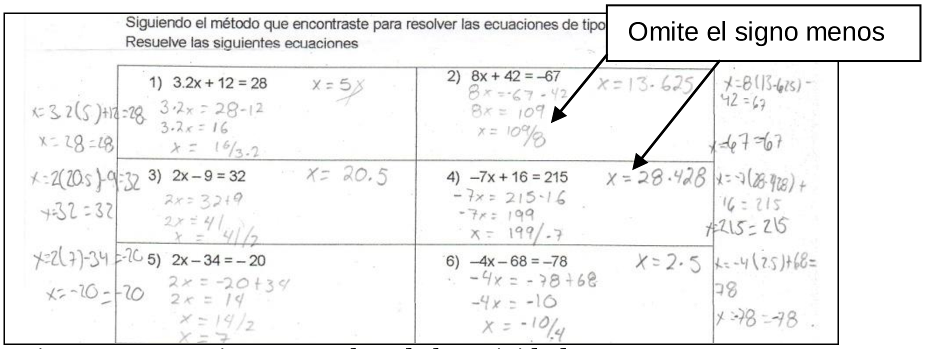


Figura 29. Ecuaciones resueltas de la actividad 4

En la Figura 30 se observa que si la ecuación a despejar es igual a la que trabajaron durante la clase no presentan problema para realizar el despeje pero el despeje dos era sólo pasar el término restando y 2 alumnos usaron el método de despeje de la ecuación tipo ax+b=c para despejar x, no observaron que el término a despejar corresponde al término b.

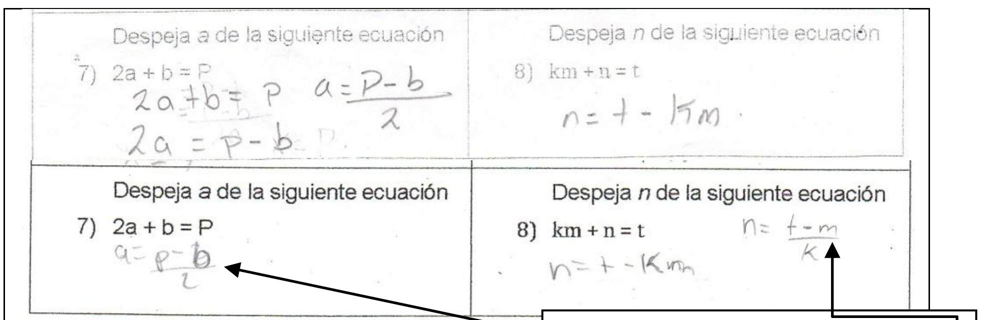


Figura 30. Despejes de la actividad 4

3.4 Clase 3

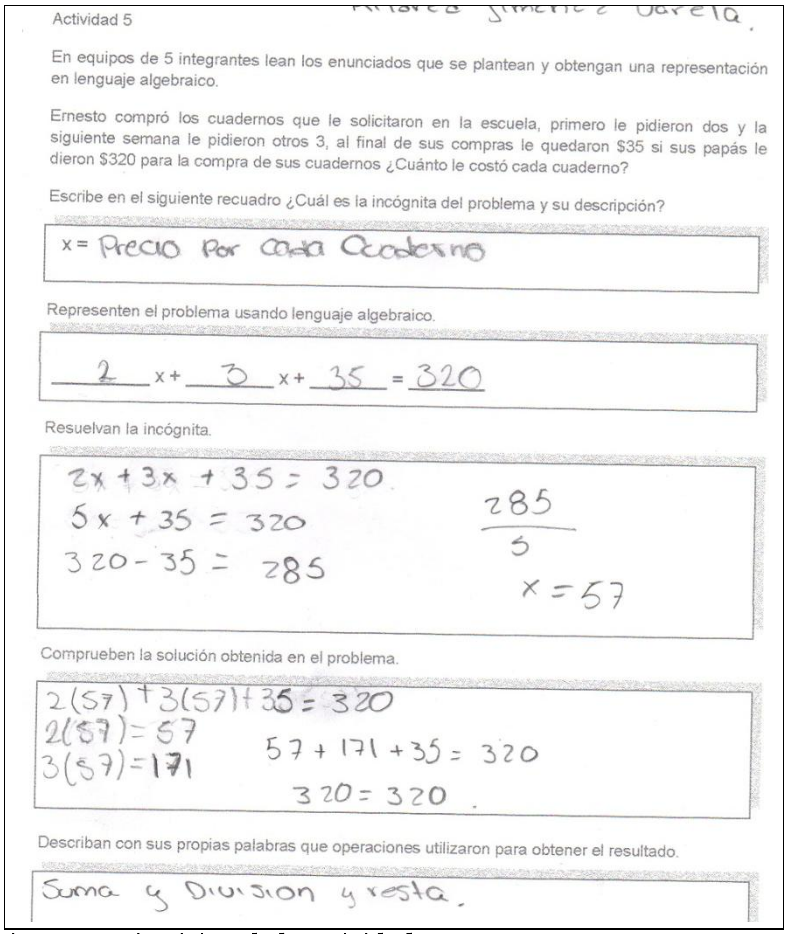
La actividad 5 se trabajó en equipos, los ejercicios tienen el propósito de aprender las ecuaciones del tipo ax + bx + c = d. En la Tabla 5 se muestran los resultados obtenidos de la actividad 5, clasificándolos en Correcto (C), Parcialmente correcto (P), Incorrecto (I) o No contestado (N); la actividad se compone de tres problemas, un despeje y el planteamiento de un problema en lenguaje común.

A5	E1	E2	E3	E4
Problema 1	C	C	C	C
Problema 2	C	C	P	P
Problema 3	C	P	P	C
Despeje	C	C	C	C
Lenguaje común	P	I	C	C

Tabla 5. Resultados de la actividad 5

En la Tabla 5 se observa que dos equipos lograron resolver bien la mayoría de las actividades, los ejercicios que dicen parcialmente correcto es porque desarrollaron bien todo el ejercicio pero no respondieron completo a la pregunta, por ejemplo en un problema la pregunta es ¿Cuánto ganan su jefe y la secretaria? Al plantear la ecuación la incógnita x sólo da el sueldo de la secretaria, por lo tanto, falta calcular el sueldo del jefe; es decir, los alumnos llegaron a un resultado y no observaron que se necesitaban las dos respuestas.

En la Figura 31 se muestra el ejercicio 1 de la actividad 5 resuelta de manera correcta porque sólo se pregunta un dato que es el costo de cada cuaderno.


Actividad 5

En equipos de 5 integrantes lean los enunciados que se plantean y obtengan una representación en lenguaje algebraico.

Ernesto compró los cuadernos que le solicitaron en la escuela, primero le pidieron dos y la siguiente semana le pidieron otros 3, al final de sus compras le quedaron $35 si sus papás le dieron $320 para la compra de sus cuadernos ¿Cuánto le costó cada cuaderno?

Escribe en el siguiente recuadro ¿Cuál es la incógnita del problema y su descripción?

x = Precio Por cada Cuaderno

Representen el problema usando lenguaje algebraico.

2 x + 3 x + 35 = 320

Resuelvan la incógnita.

$2x + 3x + 35 = 320$
$5x + 35 = 320$
$320 - 35 = 285$
$\frac{285}{5}$
$x = 57$

Comprueben la solución obtenida en el problema.

$2(57) + 3(57) + 35 = 320$
$2(57) = 57$
$3(57) = 171$
$57 + 171 + 35 = 320$
$320 = 320$

Describan con sus propias palabras que operaciones utilizaron para obtener el resultado.

Suma y Division y resta.

Figura 31. Ejercicio 1 de la actividad 5

El tener los conocimientos previos de los ejercicios realizados durante las actividades 1 y 3 les permite a los alumnos relacionarlo con lo nuevo que aprendieron logrando un aprendizaje significativo como lo menciona Ausubel (2000)

En la Figura 32 se observa que en la descripción de la incógnita enuncian que el valor de x les dará la respuesta al problema cuando no es así sólo les dirá el sueldo de la secretaria y 4x les dará el sueldo del jefe pero eso dos equipos no lo notaron, por lo tanto, cuando obtuvieron el valor de x lo tomaron como el sueldo de los dos.

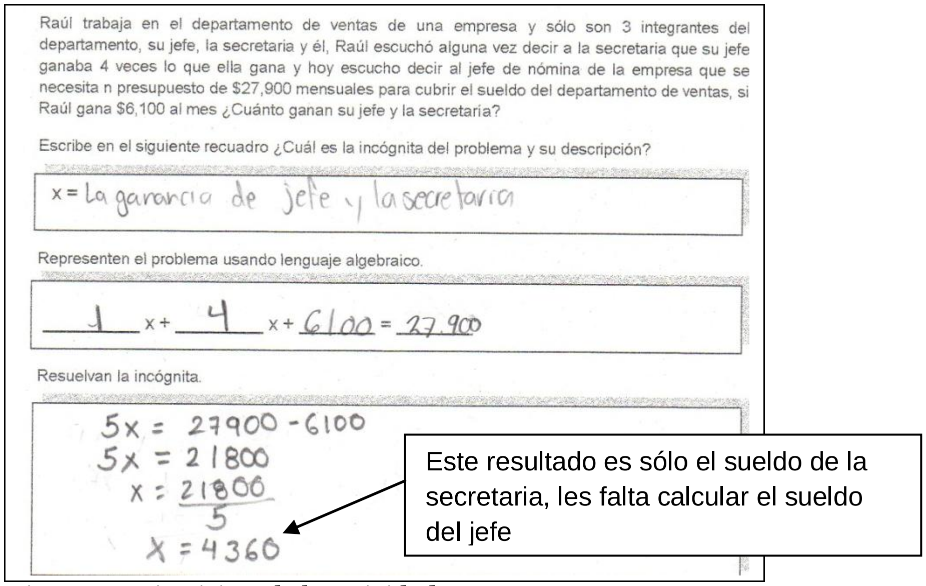
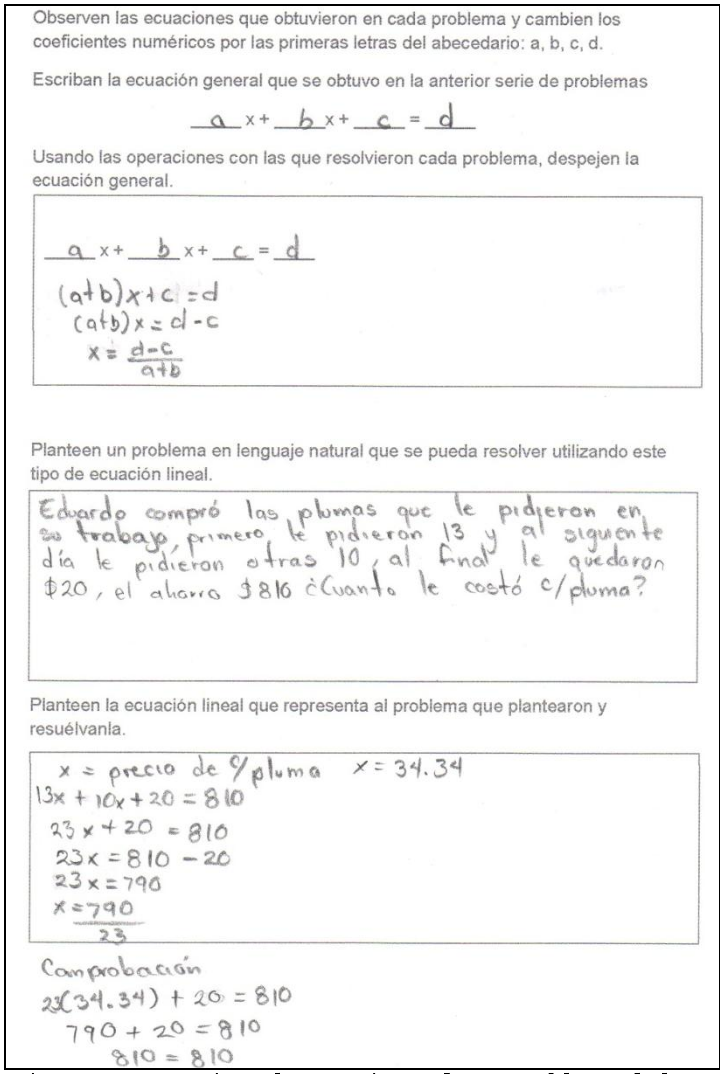


Figura 32. Ejercicio 2 de la actividad 5

En la Figura 33 se aprecia que realizan bien el despeje de x cuando se usan literales en lugar de números para el tipo de ecuación ax+bx+c=d, para esta actividad ya se les comenzó a dificultar plantear un problema en lenguaje común y decidieron realizar modificaciones a los ejercicios que habían resuelto, por ejemplo, un equipo en lugar de cuadernos como en el ejercicio 1 usó plumas pero la idea es la misma sólo que en su redacción es confusa la palabra ahorró por este motivo en las posteriores actividades ya no se les solicitó que plantearan un problema en lenguaje común.


Observen las ecuaciones que obtuvieron en cada problema y cambien los coeficientes numéricos por las primeras letras del abecedario: a, b, c, d.

Escriban la ecuación general que se obtuvo en la anterior serie de problemas

$a\,x + b\,x + c = d$

Usando las operaciones con las que resolvieron cada problema, despejen la ecuación general.

$a\,x + b\,x + c = d$

$(a+b)x + c = d$

$(a+b)x = d - c$

$x = \frac{d-c}{a+b}$

Planteen un problema en lenguaje natural que se pueda resolver utilizando este tipo de ecuación lineal.

Eduardo compró las plumas que le pidieron en su trabajo, primero le pidieron 13 y al siguente día le pidieron otras 10, al final le quedaron $20, el ahorro $816 ¿Cuanto le costó c/pluma?

Planteen la ecuación lineal que representa al problema que plantearon y resuélvanla.

x = precio de c/pluma $x = 34.34$

$13x + 10x + 20 = 810$

$23x + 20 = 810$

$23x = 810 - 20$

$23x = 790$

$x = \frac{790}{23}$

Comprobación

$23(34.34) + 20 = 810$

$790 + 20 = 810$

$810 = 810$

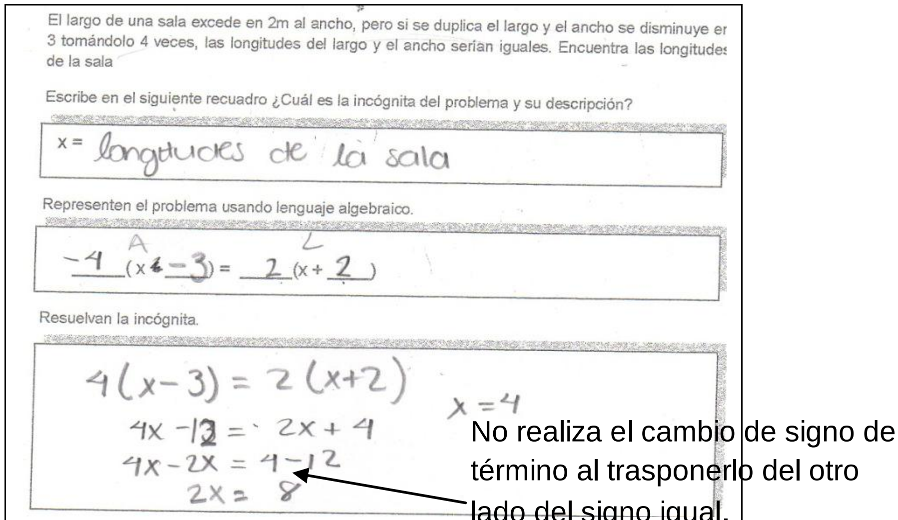
Figura 33. Despeje y planteamiento de un problema de la actividad 5

La actividad 7 se trabajó en equipos, los ejercicios tienen el propósito de aprender las ecuaciones del tipo a(x+b) = c(x+d). En la Tabla 6 se muestran los resultados obtenidos de la actividad 7, clasificándolos en Correcto (C), Parcialmente correcto (P), Incorrecto (I) o No contestado (N); la actividad se compone de tres problemas y un despeje.

A7	E1	E2	E3	E4
Problema 1	I	C	C	C
Problema 2	C	P	P	P
Problema 3	P	P	P	P
Despeje	C	C	C	C

Tabla 6. Resultados de la actividad 7

En la Tabla 6 se observa que resuelven parcialmente correcto, porque aún no había retroalimentación del docente acerca de los ejercicios realizados en clase, desarrollaron bien todo el ejercicio pero no respondieron completa la pregunta, aunque ya identifican que tienen dos datos en la ecuación, por ejemplo para el primer ejercicio identifican que tienen de un lado el ancho de la sala y del otro lado del signo igual el largo de la sala como se puede observar en la Figura 34, aunque realizan de manera incorrecta el despeje al pasar el -12 sin cambiarle el signo.


El largo de una sala excede en 2m al ancho, pero si se duplica el largo y el ancho se disminuye en 3 tomándolo 4 veces, las longitudes del largo y el ancho serían iguales. Encuentra las longitudes de la sala

Escribe en el siguiente recuadro ¿Cuál es la incógnita del problema y su descripción?

x = longitudes de la sala

Representen el problema usando lenguaje algebraico.

$-4 (x - 3) = 2 (x + 2)$

Resuelvan la incógnita.

$4(x-3) = 2(x+2)$

$4x - 12 = 2x + 4$

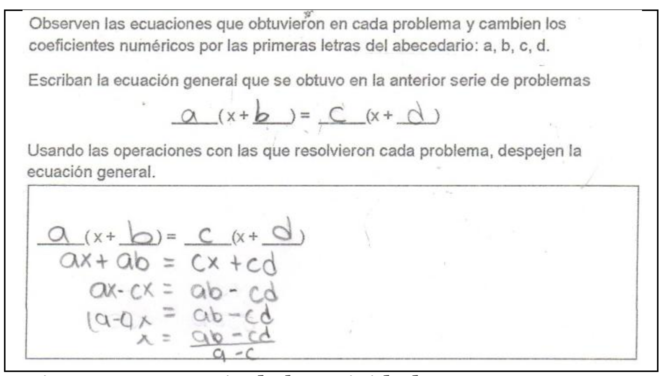
$4x - 2x = 4 - 12$

$2x = 8$

$x = 4$

Figura 34. Ejercicio 1 de la actividad 7 resuelta por el equipo 1

En la Figura 35 se observa que identifican los pasos del algoritmo para despejar la x después de haber realizado los ejercicios de la actividad 7, porque ya comprenden que una vez que identificaron las operaciones que realizan para resolver los problemas siguiendo esas mismas operaciones pueden realizar el despeje.


Observen las ecuaciones que obtuvieron en cada problema y cambien los coeficientes numéricos por las primeras letras del abecedario: a, b, c, d.

Escriban la ecuación general que se obtuvo en la anterior serie de problemas

$a (x + b) = c (x + d)$

Usando las operaciones con las que resolvieron cada problema, despejen la ecuación general.

$a (x + b) = c (x + d)$

$ax + ab = cx + cd$

$ax - cx = ab - cd$

$(a-c)x = ab - cd$

$x = \frac{ab - cd}{a - c}$

Figura 35. Despeje de la actividad 7

Las actividades 6 y 8 se dejaron de tarea después de retroalimentar las actividades 5 y 7 realizadas en el aula, se observa un mayor dominio por parte de los estudiantes para resolver problemas y ecuaciones, las actividades se realizaron de manera individual y constan de un problema, seis ecuaciones sin contexto y dos despejes, para clasificar los resultados que se muestran en la Tabla 7 y 8, se sigue la misma clasificación que en A2, p1 se refiere al problema, las ecuaciones serán e1, e2, e3, e4, e5 y e6; para los despejes se usa dn, la letra d se refiere a despeje y n al número, en este caso fueron dos despejes así que manejaremos d1 y d2.

A6	p1		e1		e2		e3		e4		e5			e6		d1		d2	
	C	I	C	I	C	I	C	I	C	I	C	I	N	C	I	C	I	C	I
Alumnos	15	7	20	2	20	2	14	8	19	3	16	4	2	19	3	13	9	11	11
Porcentaje%	68	32	91	9	91	9	64	36	86	14	73	18	9	91	9	59	41	91	9

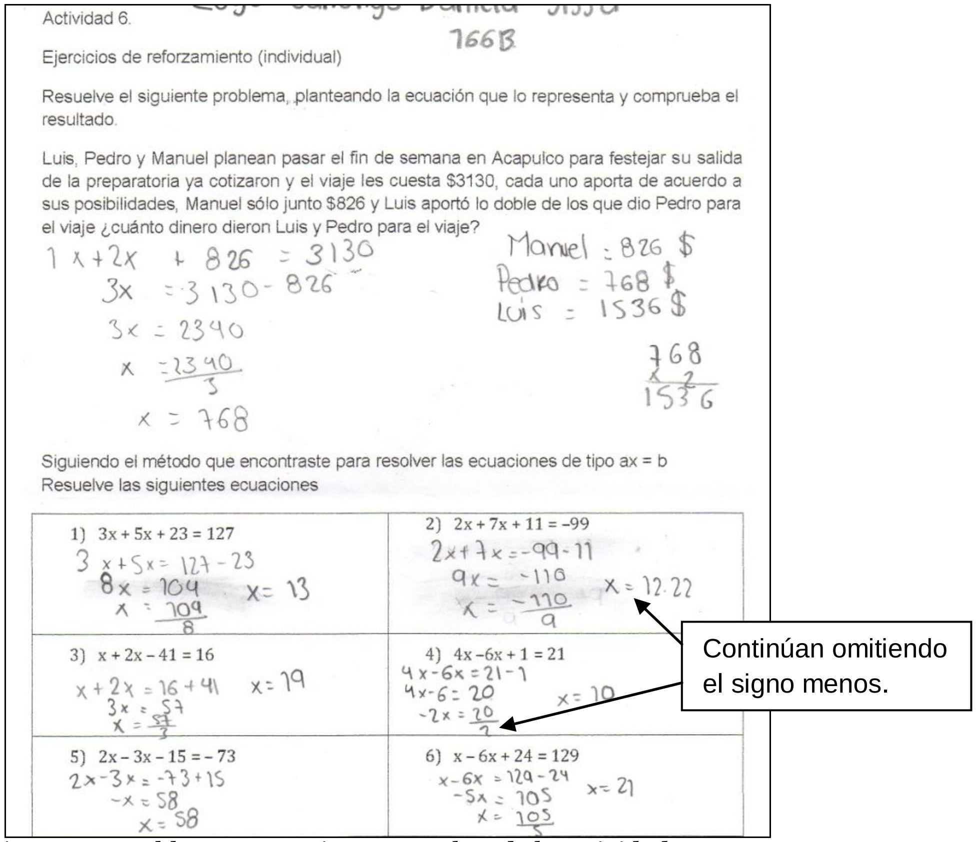
Tabla 7. Resultados de la actividad 6

A8	p1		e1		e2		e3		e4	e5		e6		d1		d2	
	C	I	C	I	C	I	C	I	C	C	I	C	I	C	I	C	I
Alumnos	17	5	20	2	13	9	15	7	22	16	6	14	8	14	8	16	6
Porcentaje%	77	23	91	9	59	41	68	32	100	73	18	64	36	64	36	73	27

Tabla 8. Resultados de la actividad 8

Las actividades 6 y 8 se dejaron de tarea por lo que en algunos casos pareciera que el alumno no comprendió las ecuaciones pero influye el hecho de que varios hicieron la tarea minutos antes de entrar a clase, realizaron los ejercicios con prisa y a pesar de eso se nota mayor uso del lenguaje algebraico al resolver el problema, un incremento en la habilidad para resolver ecuaciones y para realizar despejes.

En la Figura 36 se muestra el desarrollo de la actividad 6, al realizar la retroalimentación de las actividades 5 y 7 se aprecia que los alumnos dan los resultados de la pregunta y no sólo resuelven la ecuación para encontrar el valor de una incógnita, en el problema deben responder cuánto dinero aportó Luis y cuánto dinero aportó Pedro para el viaje, algunos respondieron incluso cuánto aportó cada uno de los tres aunque el dinero que aportó Manuel ya era un dato del problema, pero se observa que usan su conocimiento de las actividades realizadas en clase.


Actividad 6.

766B

Ejercicios de reforzamiento (individual)

Resuelve el siguiente problema, planteando la ecuación que lo representa y comprueba el resultado.

Luis, Pedro y Manuel planean pasar el fin de semana en Acapulco para festejar su salida de la preparatoria ya cotizaron y el viaje les cuesta $3130, cada uno aporta de acuerdo a sus posibilidades, Manuel sólo junto $826 y Luis aportó lo doble de los que dio Pedro para el viaje ¿cuánto dinero dieron Luis y Pedro para el viaje?

$1x+2x+826=3130$
$3x=3130-826$
$3x=2340$
$x=\frac{2340}{3}$
$x=768$

Manuel = 826 $
Pedro = 768 $
Luis = 1536 $

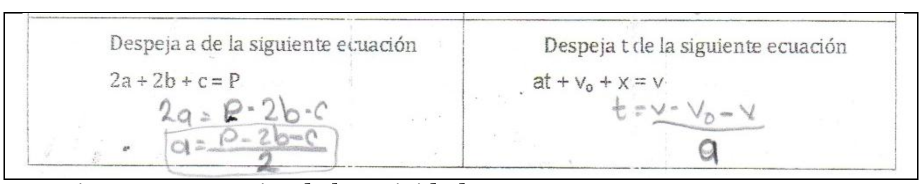
$768 \times 2 = 1536$

Siguiendo el método que encontraste para resolver las ecuaciones de tipo ax = b
Resuelve las siguientes ecuaciones

1) $3x+5x+23=127$ $3x+5x=127-23$ $8x=104$ $x=\frac{104}{8}$ $x=13$	2) $2x+7x+11=-99$ $2x+7x=-99-11$ $9x=-110$ $x=\frac{-110}{9}$ $x=12.22$
3) $x+2x-41=16$ $x+2x=16+41$ $3x=57$ $x=\frac{57}{3}$ $x=19$	4) $4x-6x+1=21$ $4x-6x=21-1$ $4x-6=20$ $-2x=\frac{20}{2}$ $x=10$
5) $2x-3x-15=-73$ $2x-3x=-73+15$ $-x=58$ $x=58$	6) $x-6x+24=129$ $x-6x=129-24$ $-5x=105$ $x=\frac{105}{5}$ $x=21$

Figura 36. Problema y ecuaciones resueltas de la actividad 6.

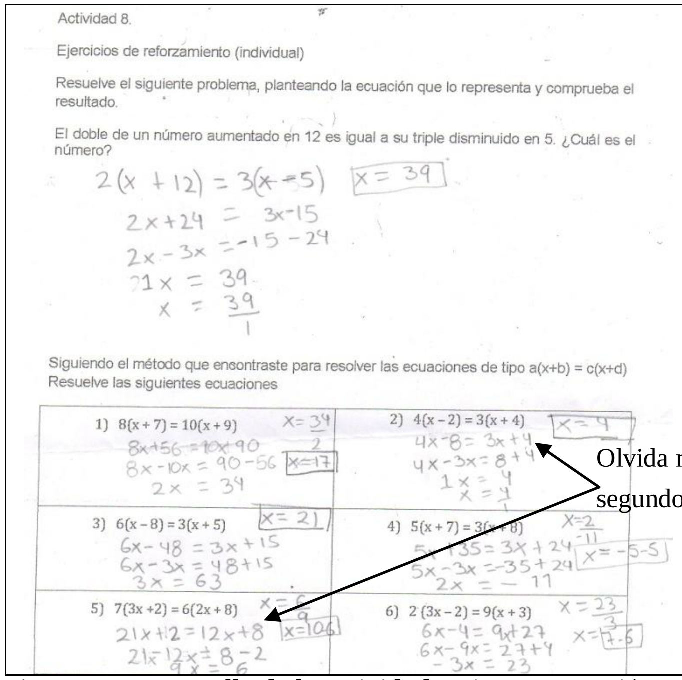
En la Figura 37 se observa que realizan los despejes de la actividad 6 de manera correcta aunque como se observa en el despeje 2 cuando una cantidad pasa dividiendo del otro lado del signo igual no usan otro renglón para expresarlo sino que lo realizan en un solo paso.



Despeja a de la siguiente ecuación	Despeja t de la siguiente ecuación
$2a+2b+c=P$ $2a=P-2b-c$ $a=\frac{P-2b-c}{2}$	$at+v_0+x=v$ $t=\frac{v-v_0-x}{a}$

Figura 37. Despejes de la actividad 6

En la Figura 38 se muestra una tarea de un alumno que plantea el problema siguiendo la forma mostrada en clase que era a(x+b)=c(x+d), lo que muestra una repetición más que un razonamiento por parte del alumno, en cambio en la Figura 39 se observa que el alumno plantea en lenguaje algebraico lo que describe el problema a pesar de que la forma de la ecuación obtenida no coincida con la vista en clase, lo que habla de un aprendizaje en el manejo del lenguaje algebraico.



Actividad 8.

Ejercicios de reforzamiento (individual)

Resuelve el siguiente problema, planteando la ecuación que lo representa y comprueba el resultado.

El doble de un número aumentado en 12 es igual a su triple disminuido en 5. ¿Cuál es el número?

$2(x+12) = 3(x-5)$ $\boxed{x=39}$

$2x+24 = 3x-15$

$2x-3x = -15-24$

$1x = 39$

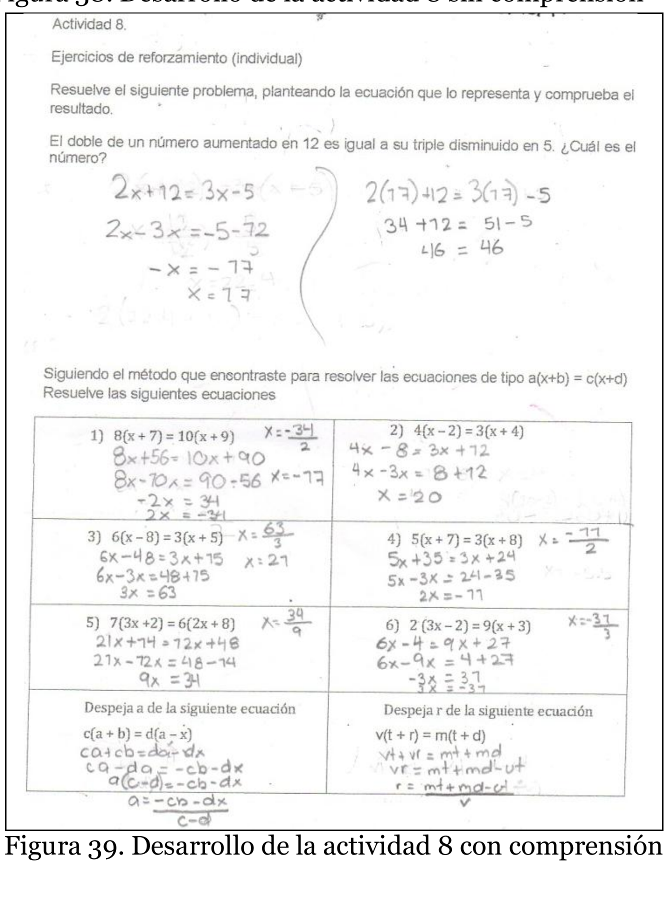
$x = \frac{39}{1}$

Siguiendo el método que encontraste para resolver las ecuaciones de tipo a(x+b) = c(x+d)
Resuelve las siguientes ecuaciones

1) 8(x + 7) = 10(x + 9) $x=\frac{34}{2}$ $8x+56=10x+90$ $8x-10x=90-56$ $\boxed{x=17}$ $2x=34$	2) 4(x − 2) = 3(x + 4) $\boxed{x=4}$ $4x-8=3x+4$ $4x-3x=8+4$ $1x=4$ $x=4$
3) 6(x − 8) = 3(x + 5) $\boxed{x=21}$ $6x-48=3x+15$ $6x-3x=48+15$ $3x=63$	4) 5(x + 7) = 3(x + 8) $x=\frac{2}{-11}$ $5x+35=3x+24$ $5x-3x=-35+24$ $2x=-11$ $\boxed{x=-5.5}$
5) 7(3x +2) = 6(2x + 8) $x=\frac{6}{9}$ $21x+2=12x+8$ $\boxed{x=106}$ $21x-12x=8-2$ $9x=6$	6) 2 (3x − 2) = 9(x + 3) $x=\frac{23}{3}$ $6x-4=9x+27$ $6x-9x=27+4$ $-3x=23$ $x=\boxed{7.6}$

Olvida multiplicar por el segundo término

Figura 38. Desarrollo de la actividad 8 sin comprensión



Actividad 8.

Ejercicios de reforzamiento (individual)

Resuelve el siguiente problema, planteando la ecuación que lo representa y comprueba el resultado.

El doble de un número aumentado en 12 es igual a su triple disminuido en 5. ¿Cuál es el número?

$2x+12=3x-5$ | $2(17)+12=3(17)-5$

$2x-3x=-5-12$ | $34+12=51-5$

$-x=-17$ | $46=46$

$x=17$

Siguiendo el método que encontraste para resolver las ecuaciones de tipo a(x+b) = c(x+d)
Resuelve las siguientes ecuaciones

1) 8(x + 7) = 10(x + 9) $x=\frac{-34}{2}$ $8x+56=10x+90$ $8x-10x=90-56$ $x=-17$ $-2x=34$	2) 4(x − 2) = 3(x + 4) $4x-8=3x+12$ $4x-3x=8+12$ $x=20$
3) 6(x − 8) = 3(x + 5) $x=\frac{63}{3}$ $6x-48=3x+15$ $x=21$ $6x-3x=48+15$ $3x=63$	4) 5(x + 7) = 3(x + 8) $x=\frac{-11}{2}$ $5x+35=3x+24$ $5x-3x=24-35$ $2x=-11$
5) 7(3x +2) = 6(2x + 8) $x=\frac{34}{9}$ $21x+14=12x+48$ $21x-12x=48-14$ $9x=34$	6) 2 (3x − 2) = 9(x + 3) $x=\frac{-31}{3}$ $6x-4=9x+27$ $6x-9x=4+27$ $-3x=31$
Despeja a de la siguiente ecuación c(a + b) = d(a − x) $ca+cb=da-dx$ $ca-da=-cb-dx$ $a(c-d)=-cb-dx$ $a=\frac{-cb-dx}{c-d}$	Despeja r de la siguiente ecuación v(t + r) = m(t + d) $vt+vr=mt+md$ $vr=mt+md-vt$ $r=\frac{mt+md-vt}{v}$

Figura 39. Desarrollo de la actividad 8 con comprensión

3.5 CLASE 4

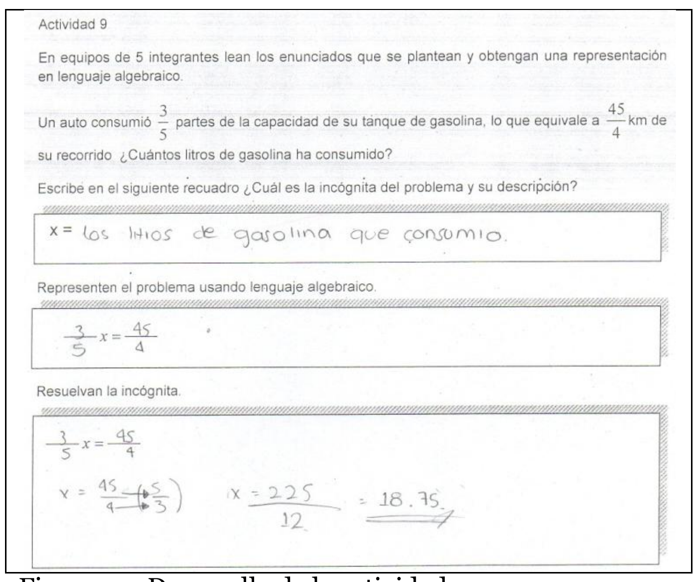
La actividad 9 se trabajó en equipos, los ejercicios tienen el propósito de aprender las ecuaciones del tipo ax/b = c. En la Tabla 9 se muestran los resultados obtenidos de la actividad 9, clasificándolos en Correcto (C), Parcialmente correcto (P), Incorrecto (I) o No contestado (N); la actividad se compone de tres problemas y un despeje.

A9	E1	E2	E3	E4
Problema 1	C	C	C	C
Problema 2	C	C	C	C
Problema 3	C	C	C	C
Despeje	C	I	C	C

Tabla 9. Resultados de la actividad 9

En la Tabla 9 se observa que se les facilitó la actividad, sólo un equipo cometió el error de despejar al revés; es decir, el denominador lo pasó dividiendo y el numerador multiplicando cuando debía ser al contrario.

En la Figura 40 se observa que ya reconocen la incógnita del problema, la describen correctamente, plantean la ecuación y realizan las operaciones para resolver la incógnita.


Actividad 9

En equipos de 5 integrantes lean los enunciados que se plantean y obtengan una representación en lenguaje algebraico.

Un auto consumió $\frac{3}{5}$ partes de la capacidad de su tanque de gasolina, lo que equivale a $\frac{45}{4}$ km de su recorrido. ¿Cuántos litros de gasolina ha consumido?

Escribe en el siguiente recuadro ¿Cuál es la incógnita del problema y su descripción?

x = los litros de gasolina que consumio.

Representen el problema usando lenguaje algebraico.

$\frac{3}{5}x = \frac{45}{4}$

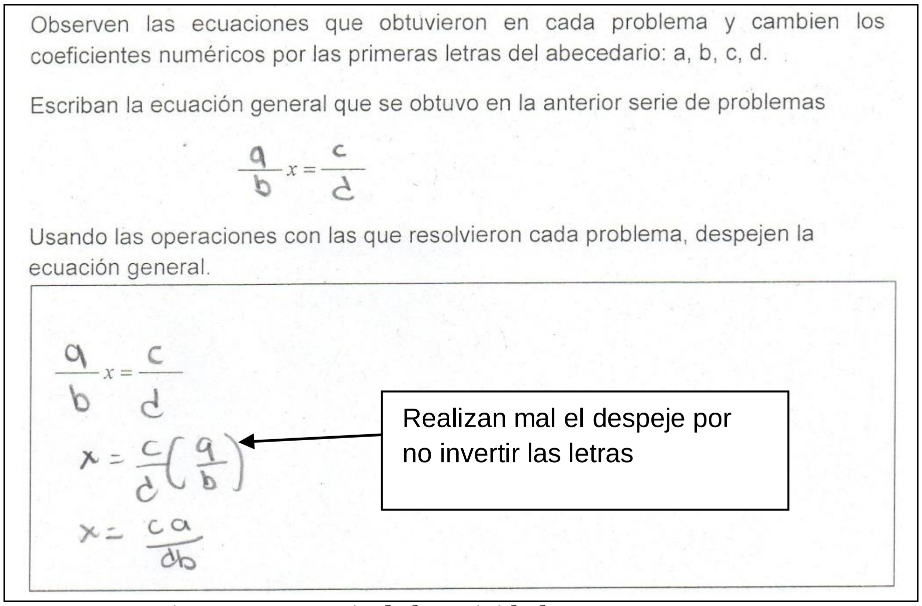
Resuelvan la incógnita.

$\frac{3}{5}x = \frac{45}{4}$

$x = \frac{45}{4}\left(\frac{5}{3}\right) \quad x = \frac{225}{12} = 18.75$

Figura 40. Desarrollo de la actividad 9

En la Figura 41 se observa el despeje de un equipo que no invirtió las letras al momento de realizar el despeje, sin embargo resolvieron correctamente los ejercicios con los datos numéricos.


Observen las ecuaciones que obtuvieron en cada problema y cambien los coeficientes numéricos por las primeras letras del abecedario: a, b, c, d.

Escriban la ecuación general que se obtuvo en la anterior serie de problemas

$$\frac{a}{b}x = \frac{c}{d}$$

Usando las operaciones con las que resolvieron cada problema, despejen la ecuación general.

$$\frac{a}{b}x = \frac{c}{d}$$

$$x = \frac{c}{d}\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$x = \frac{ca}{db}$$

Realizan mal el despeje por no invertir las letras

Figura 41. Despeje de la actividad 9

La actividad 11 se trabajó en equipos, los ejercicios tienen el propósito de aprender las ecuaciones del tipo ax/b + c = dx/e. En la Tabla 10 se muestran los resultados obtenidos de la actividad 11, clasificándolos en Correcto (C), Parcialmente correcto (P), Incorrecto (I) o No contestado (N); la actividad se compone de tres problemas y un despeje.

A11	E1	E2	E3	E4
Problema 1	P	C	C	C
Problema 2	C	C	P	I
Problema 3	C	C	C	C
Despeje	C	C	C	P

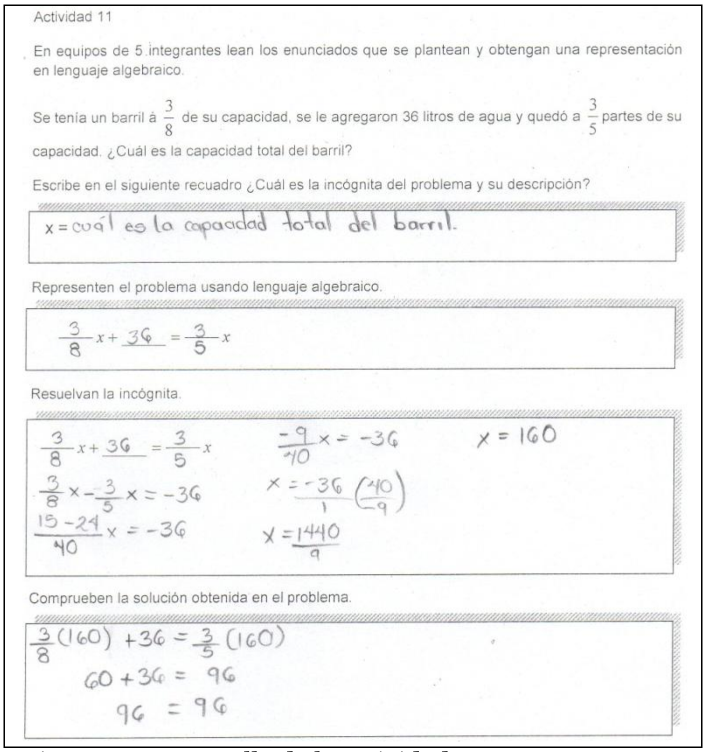
Tabla 10. Resultados de la actividad 11

En la Tabla 10 se observa que al manejar dos fracciones en la ecuación se les complicó un poco realizar los problemas correctamente y el despeje sólo un equipo lo hizo parcialmente correcto. El equipo 2 logró desarrollar toda la actividad de manera correcta, lo que representa un dominio del lenguaje algebraico.

En la Figura 42 se muestra el desarrollo de la actividad 11. Para realizar esta actividad les sirvió la actividad 9 porque usando ese conocimiento previo pudieron resolver adecuadamente los problemas de esta actividad, además ya sabían operar con fracciones porque lo estudiaron en la unidad 1 de Matemáticas I.

En la Figura 43 se muestra el despeje de la incógnita dadas las literales en lugar de números, al momento de realizar esta actividad ya tenían claro que para realizar el despeje debían seguir el algoritmo de las operaciones realizadas para resolver los problemas de la actividad, por lo que ya no se les dificultaba tanto. Algunos equipos aún asociaban las literales con los números de algún ejercicio previo para irse guiando en la realización del despeje.

Al terminar cada clase se les aclaraban las dudas y señalaban los errores que cometían; al término de la clase 4 se les dejó de tarea realizar de manera individual las actividades 10 y 12, para que reforzaran lo visto en las actividades 9 y 11 trabajadas en clase.


Actividad 11

En equipos de 5 integrantes lean los enunciados que se plantean y obtengan una representación en lenguaje algebraico.

Se tenía un barril a $\frac{3}{8}$ de su capacidad, se le agregaron 36 litros de agua y quedó a $\frac{3}{5}$ partes de su capacidad. ¿Cuál es la capacidad total del barril?

Escribe en el siguiente recuadro ¿Cuál es la incógnita del problema y su descripción?

x = cuál es la capacidad total del barril.

Representen el problema usando lenguaje algebraico.

$$\frac{3}{8}x + 36 = \frac{3}{5}x$$

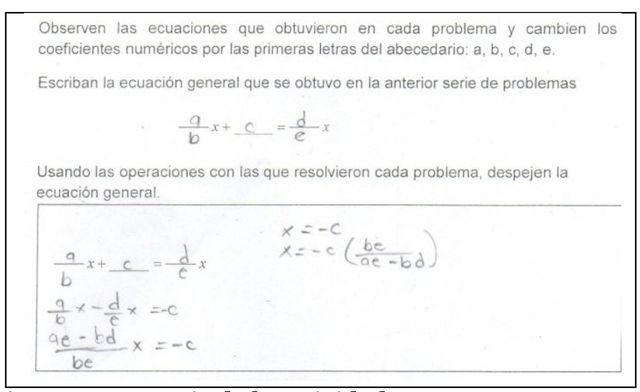
Resuelvan la incógnita.

$$\frac{3}{8}x + 36 = \frac{3}{5}x$$
$$\frac{3}{8}x - \frac{3}{5}x = -36$$
$$\frac{15-24}{40}x = -36$$
$$\frac{-9}{40}x = -36$$
$$x = \frac{-36}{1}\left(\frac{40}{-9}\right)$$
$$x = \frac{1440}{9}$$
$$x = 160$$

Comprueben la solución obtenida en el problema.

$$\frac{3}{8}(160) + 36 = \frac{3}{5}(160)$$
$$60 + 36 = 96$$
$$96 = 96$$

Figura 42. Desarrollo de la actividad 11.


Observen las ecuaciones que obtuvieron en cada problema y cambien los coeficientes numéricos por las primeras letras del abecedario: a, b, c, d, e.

Escriban la ecuación general que se obtuvo en la anterior serie de problemas

$$\frac{a}{b}x + c = \frac{d}{e}x$$

Usando las operaciones con las que resolvieron cada problema, despejen la ecuación general.

$$\frac{a}{b}x + c = \frac{d}{e}x$$
$$\frac{a}{b}x - \frac{d}{e}x = -c$$
$$\frac{ae-bd}{be}x = -c$$
$$x = -c$$
$$x = -c\left(\frac{be}{ae-bd}\right)$$

Figura 43. Despeje de la actividad 11

Se detectó que las actividades ayudaron a que comprendieran las ecuaciones de primer grado y su aplicación, el trabajo en equipo fortalece el aprendizaje de los alumnos al compartir puntos de vista, procedimientos, comprensión y formas de abordar los problemas.

Las actividades individuales ayudaron a reforzar los conocimientos y a que surgieran dudas que no se aclararon en el equipo o en clase con el docente.

Es importante dar retroalimentación a los alumnos para que identifiquen sus errores y los corrijan, en este caso la secuencia se aplicó pensando que el docente interviniera lo menos posible en el desarrollo de las actividades de los alumnos y que fueran ellos los que en equipo discutieran y resolvieran los ejercicios, y de forma individual reforzaran el conocimiento. En la siguiente clase se daba una retroalimentación por parte del docente y del grupo en general mostrando algunos procedimientos incorrectos en el pizarrón sin evidenciar a quién pertenecía la actividad; con la participación del grupo y la moderación del docente se detectaba el error y se corregía para que todo el grupo pudiera observar algunos de los errores más comunes y su correcto desarrollo, ya fuera en el planteamiento de los problemas, en los ejercicios sin contexto o en los despejes.

CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE RESULTADOS

4.1 INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS

4.1.1 ANÁLISIS A PRIORI

Para realizar la etapa del análisis a priori de la metodología de la ingeniería didáctica se aplicó un cuestionario de 5 preguntas, que se muestra en la Figura 44 en las que se pretendía obtener la percepción de los estudiantes acerca de su conocimiento del tema de las ecuaciones lineales y explorar sus conocimientos previos.

Nombre____

Edad____________ Grupo ________________

1. ¿Te enseñaron el tema de ecuaciones de primer grado en la secundaria?
   a) Sí b) No lo recuerdo c) No
2. ¿Sientes que aprendiste el tema de ecuaciones de primer grado?
   a) Bien b) Regular c) Nada
3. Identifica con una cruz las que son ecuaciones de primer grado

	$12x - 5 = 3x + 31$
	$\frac{3}{4y-2} + \frac{2}{2y-1} = \frac{7}{2}$
	$2x(x + 1) = 16$
	$x^2 - 3x + 2 = 0$
	$5 - 2x - (4x + 6) - 3x - 8$

4. Resuelve el siguiente problema
   Julio trabaja de mesero en un restaurante que tiene la política de repartir las propinas de la siguiente manera: un tercio (1/3) a los garroteros y un cuarto (1/4) a las cajeras, el resto es para los meseros. Si Julio entregó $437.50 de sus propinas para los garroteros y cajeras, ¿cuánto dinero le quedó para él de las propinas recibidas ese día?
   Muestra el procedimiento que usaste para resolver el problema.
5. Resuelve la siguiente ecuación
   $3(7x - 2) = 2(4x + 1)$

Figura 44. Cuestionario diagnóstico.

Las primeras dos preguntas eran para recabar la percepción de los alumnos acerca de su conocimiento en el tema de ecuaciones lineales, debido a que este es un tema que se encuentra dentro del temario de la educación secundaria.

El cuestionario se aplicó a 22 estudiantes de primer semestre del Colegio de Ciencias y Humanidades plantel Azcapotzalco, los alumnos son del grupo 166B turno vespertino su horario de clase era de 19:00 a 21:00 hrs; de los 22 estudiantes 12 son mujeres y 10 hombres, 18 de ellos tienen 15 años, 2 alumnos tienen 16 años y 2 alumnos tienen 17 años; a continuación se detallan las respuestas obtenidas para cada pregunta.

Para la pregunta ¿Te enseñaron el tema de ecuaciones de primer grado en la secundaria?, se obtuvieron las siguientes respuestas:

	Sí	No lo recuerdo	No
Alumnos	19	3	0
Porcentajes	86.4%	13.6%	0%

Se esperaba que todos contestaran que sí les enseñaron el tema de ecuaciones lineales en secundaria, por otro lado fue un alivio observar que nadie contestó que no.

En la pregunta ¿Sientes que aprendiste el tema de ecuaciones de primer grado?, la intención era recabar información acerca de la apreciación que tienen los alumnos acerca de qué tanto aprendieron el tema de ecuaciones lineales, se les proporcionaron 3 opciones de respuesta:

	Bien	Regular	Nada
Alumnos	3	16	3
Porcentajes	13.6%	72.8%	13.6%

Lo que nos indica que la mayoría de los estudiantes siente que no aprendió bien el tema de ecuaciones de primer grado.

En la pregunta 3 se les presentó una tabla con 5 opciones para elegir cuál de ellas era una ecuación de primer grado; a continuación se muestra la Tabla 11 y marcadas con una cruz las opciones que eran las correctas:

X	$12x - 5 = 3x + 31$
	$\frac{3}{4y-2} + \frac{2}{2y-1} = \frac{7}{2}$
	$2x(x + 1) = 16$

	$x^2 - 3x + 2 = 0$
	$5 - 2x - (4x + 6) - 3x - 8$

Tabla 11. Correspondiente a la pregunta 3 del cuestionario diagnóstico

Para presentar los resultados de la pregunta 3 se clasificaron los alumnos en los que identificaron la ecuación lineal que es la primera de la Tabla 11 y marcaron más opciones, y los que no lograron identificar la ecuación lineal.

Además se presenta la tabla de las respuestas que proporcionaron a esta pregunta

Opción	Alumnos	Porcentaje
1	20	90.9%
2	0	0%
3	17	72.3%
4	6	27.3%
5	9	40.9%

Identificaron	La opción correcta y otras más	Ninguna
Alumnos	20	2
Porcentajes	90.9%	9.1%

Se logra observar que los alumnos no tienen claro el concepto de ecuación de primer grado porque la gran mayoría marcó la opción 1, 3 y 5; la opción 3 aparentemente podría ser una ecuación de primer grado pero al realizar la operación de 2x(x+1) se obtiene $2x^2 + 2x$ y el exponente 2 me indica que es una ecuación de segundo grado, en la opción 5 los que la seleccionaron no observaron que no hay un signo de igual (=) por lo que no se trata de una ecuación sino sólo de una expresión algebraica.

En la pregunta 4 se planteó un problema en lenguaje común para que lo resolvieran, lo que se observó es que la gran mayoría intentó resolverlo con aritmética, lo que deja claro que aún no realizan la transición de la aritmética al álgebra en su registro cognitivo, por lo que se clasificaron en los que intentaron resolver usando aritmética, los que usaron álgebra y los que no realizaron ningún intento por resolverlo. Cabe mencionar que ninguno logró llegar a la solución del problema.

Intentaron resolver usando	Aritmética	Álgebra	Ninguna
Alumnos	17	2	3
Porcentajes	77.3%	9.1%	13.6%

La mayoría de los alumnos utilizó únicamente operaciones aritméticas de división, suma y resta. Se observó que no comprendieron el problema en el que se pedía encontrar la cantidad de dinero que ganó Julio de propinas, la mayoría repartió el dinero que entregó Julio, sin considerar que la parte desconocida ya no estaba en ese dato que proporcionaba el problema.

La pregunta 5 consistía en resolver una ecuación, es decir que encontraran el valor de x, la ecuación requería aplicar la propiedad distributiva y operar con los dos miembros de la ecuación. Para clasificar las respuestas de los alumnos se hicieron cuatro categorías: los que resolvieron correctamente (Correcto), los que realizaron todo el procedimiento correcto pero al final escriben la división al revés, es decir escriben 13/8 (Invertido); los que intentaron resolver o resolvieron pero equivocaron el procedimiento (Incorrecto) y los que no resolvieron nada (Ninguna).

Mostraremos el desarrollo de solución para la pregunta 5

$$\begin{aligned} 3(7x-2) &= 2(4x+1) \\ 21x-6 &= 8x+2 \\ 21x-8x &= 2+6 \\ 13x &= 8 \\ x &= \frac{8}{13} \end{aligned}$$

	Correcto	Invertido	Incorrecto	Ninguna
Alumnos	7	3	9	3
Porcentajes	31.9%	13.6%	40.9%	13.6%

El que los alumnos inviertan los números al momento de eliminar un denominador es uno de los errores más frecuentes que he detectado en el aula.

4.1.2 Análisis a Posteriori

Una vez concluida la puesta en marcha de las actividades de la propuesta didáctica que se realizó durante 2 semanas de clase que equivale a 10 horas de estudio, 4 clases de 2 horas y 2 clases de una hora, se les aplicó un cuestionario para observar cómo percibieron la actividad y obtener evidencia de su habilidad para resolver problemas contextualizados, resolver ecuaciones lineales y realizar despejes que fueron los propósitos de la actividad.

Se les preguntó acerca de las actividades realizadas en clase y a continuación en la Tabla 12 se muestran los resultados obtenidos acerca de la percepción de los estudiantes al realizar la propuesta didáctica.

Con las actividades planteadas en clase, sientes que aprendiste el tema de ecuaciones lineales, se les dieron tres opciones de respuesta que fueron: bien, regular o nada.

Percepción de aprendizaje	Bien	Regular	Nada
Alumnos	13	9	0
Porcentajes	59%	41%	0%

Después de realizar las actividades en clase, sientes que tu dominio de las ecuaciones lineales: mejoró, quedó igual o disminuyó.

Percepción de aprendizaje	Mejoró	Quedó igual	Disminuyó
Alumnos	18	4	0
Porcentajes	81.8%	18.2%	0%

Al revisar los datos observamos que la percepción de los estudiantes en cuanto al aprendizaje del tema de ecuaciones lineales aplicando la propuesta didáctica de este trabajo resulta favorable, por lo que podríamos concluir que las actividades de la propuesta didáctica resultan útiles para la enseñanza aprendizaje del tema de las ecuaciones lineales.

Para valorar los aprendizajes logrados por los alumnos se les aplicó un instrumento de evaluación con dos problemas contextualizados, tres ecuaciones para resolver y un despeje. El instrumento de evaluación se muestra en la Figura 45**.**

Nombre____

1. En una escuela desertaron $\frac{2}{15}$ de los alumnos, reprobaron materias $\frac{3}{35}$ de los alumnos y se graduaron 1312 ¿Cuántos alumnos tenía en total la escuela?

2. El largo de un terreno de forma rectangular mide el doble de su ancho más 3 metros. Si el perímetro mide 5010m, hallar las dimensiones del terreno.

3. Resuelve las ecuaciones

$$3x-5=2(x-3)$$

$$\frac{5x}{12}=\frac{3}{4}x+\frac{1}{2}$$

$$\frac{x+5}{2}=2x+3$$

4. Despeja ***a*** de la siguiente fórmula

$$s=v_0t+\frac{1}{2}at$$

Figura 45. Instrumento de evaluación

Primero se muestra en la Figura 46 el instrumento de evaluación resuelto y con base en los resultados se clasificaron las respuestas de los estudiantes como: Correcto (C), Incorrecto (I) o No respondió (N).

1. En una escuela desertaron $\frac{2}{15}$ de los alumnos, reprobaron materias $\frac{3}{35}$ de los alumnos y se graduaron 1312 ¿Cuántos alumnos tenía en total la escuela?

$$\frac{2}{15}x+\frac{3}{35}x+1312=x$$
$$\frac{2}{15}x+\frac{3}{35}x-x=-1312$$
$$\frac{14+9-105}{105}x=-1312$$
$$\frac{-82}{105}x=-1312$$
$$x=-1312\left(\frac{105}{-82}\right)$$
$$x=1680$$

2. El largo de un terreno de forma rectangular mide el doble de su ancho más 3 metros. Si el perímetro mide 5010m, hallar las dimensiones del terreno.

$x = ancho$ $\qquad$ $2x+3 = l\,\text{argo}$

$$2x+2(2x+3)=5010$$
$$2x+4x+6=5010$$
$$6x=5010-6$$
$$6x=5004$$
$$x=834$$

$Ancho = 834$ $\qquad$ $Largo = 2(834)+3 = 1671$

3. Resuelve las ecuaciones

$$3x-5=2(x-3)$$
$$3x-5=2x-6$$
$$3x-2x=-6+5$$
$$x=-1$$

$$\frac{5x}{12}=\frac{3}{4}x+\frac{1}{2}$$
$$\frac{5x}{12}-\frac{3}{4}x=\frac{1}{2}$$
$$\frac{5-9}{12}x=\frac{1}{2}$$
$$\frac{-4}{12}x=\frac{1}{2}$$
$$x=\frac{1}{2}\left(\frac{12}{-4}\right)$$
$$x=-\frac{12}{8}$$
$$x=-\frac{3}{2}$$

$$\frac{x+5}{2}=2x+3$$
$$x+5=2(2x+3)$$
$$x+5=4x+6$$
$$x-4x=6-5$$
$$-3x=1$$
$$x=\frac{1}{-3}$$

4. Despeja **a** de la siguiente fórmula

$$s=v_0t+\frac{1}{2}at$$
$$s-v_0t=\frac{1}{2}at$$
$$2(s-v_0t)=at$$
$$\frac{2(s-v_0t)}{t}=a$$

Figura 46. Instrumento de evaluación resuelto

Pregunta No.	Correcto	Incorrecto	No respondió
1	15	7	0
2	16	6	0
3.1	22	0	0
3.2	11	10	1
3.3	11	10	1
4	8	13	1

El instrumento que se aplicó al final no fue el mismo que al inicio porque el primer instrumento estaba diseñado con ejercicios muy básicos sólo para observar si contaban con los conocimientos previos del tema de ecuaciones lineales.

En los problemas del instrumento final se observa un avance en su aprendizaje y se puede hacer una comparación entre el cuestionario diagnóstico y el instrumento final de evaluación.

4.1.3 Comparación del Análisis a Priori y el Análisis a Posteriori

Comparación entre análisis a priori y análisis a posteriori, para hacer el comparativo entre los dos instrumentos de evaluación aplicados a los alumnos se dividirán en tres rubros, el de percepción, el de resolución de problemas y el de ejercicios sin contexto.

Rubro de percepción. Se hará el comparativo de la percepción que tienen los alumnos acerca de su aprendizaje de ecuaciones de primer grado, en el cuestionario diagnóstico se les realizaron dos preguntas, una acerca de si les habían enseñado el tema en la secundaria y otra en la que ellos valoraban que tanto sentían que aprendieron el tema.

En el caso del instrumento de evaluación final se les hicieron también dos preguntas de percepción, una acerca de que tanto sintieron que aprendieron el tema después de realizar las actividades de la secuencia y otra en la que manifestaban su sentir acerca del dominio que adquirieron del tema de ecuaciones. En la Tabla 12 se muestra la comparación de las respuestas del rubro de percepción de los alumnos, son las respuestas que ellos dieron según lo que ellos sienten.

Se puede observar un incremento del 35% en la confianza que tienen en ellos de haber aprendido bien las ecuaciones de primer grado, de igual forma se aprecia un aumento en su percepción del aprendizaje del tema después de haber realizado la secuencia de actividades donde el 82% respondió que su dominio en el tema mejoró.

Pregunta	Análisis a priori			Pregunta	Análisis a Posteriori		
¿Te enseñaron el tema de ecuaciones de primer grado en la secundaria?	Si	No Recuerdo					
	86%	14%					
¿Sientes que aprendiste el tema de ecuaciones de primer grado?	Bien	Regular	Nada	Con las actividades planteadas en clase, ¿sientes que aprendiste el tema de ecuaciones lineales?	Bien	Regular	Nada
	14%	73%	14%		59%	41%	0%
				Después de realizar las actividades en clase, ¿sientes que tu dominio de las ecuaciones lineales: mejoró, quedó igual o disminuyó?	Mejor	Igual	Menos
					82%	18%	0%

Tabla 12. Comparación de las respuestas de percepción de los alumnos.

En el rubro de resolución de problemas, se compara el problema que resolvieron en el cuestionario diagnóstico con los dos problemas que resolvieron en el instrumento de evaluación.

Los resultados se muestran en la Tabla 13, se observa que después de realizar las actividades el 100% de los alumnos usaron lenguaje algebraico para plantear la ecuación que representaba el problema dado en lenguaje común y todos intentaron resolver el problema planteado en la evaluación a diferencia del cuestionario diagnóstico donde lo que predominó fue el uso de la aritmética y algunos no desarrollaron nada para intentar resolver el problema. También se observa que el 73% llegó al resultado correcto después de haber realizado la secuencia didáctica mientras que antes ninguno pudo resolver un problema dado en lenguaje común.

Planteamiento de Problema	Análisis a priori			Análisis a Posteriori		
Resuelve usando	Aritmética	Álgebra	Nada	Aritmética	Álgebra	Nada
	77%	9%	14%	0%	100%	0%
Llega al resultado	Correcto	Incorrecto	Nada	Correcto	Incorrecto	Nada
	0%	22%	14%	73%	7%	0%

Tabla 13. Comparación del planteamiento y resolución de problemas.

En el rubro de ejercicios sin contexto, se compara el desempeño de los alumnos al resolver un ejercicio de ecuación de primer grado antes de la secuencia de actividades y después, en la Tabla 14 se muestran los resultados en el caso del cuestionario diagnóstico, la ecuación a resolver era de dificultad baja y aún así sólo la respondieron correctamente el 32% de los alumnos mientras que después de aplicar la secuencia la resolvieron correctamente el 100% de los alumnos.

En el instrumento de evaluación se les pidió que resolvieran tres ejercicios sin contexto dos de ellos eran de dificultad media y en la Tabla 14 se aprecia que el 50% de los alumnos los resolvieron correctamente mientras que el 45% lo resolvió de manera incorrecta y sólo el 5% no intentó resolverlos.

Ejercicio sin contexto	Análisis a priori			Análisis a Posteriori		
Dificultad	Correcto	Incorrecto	Nada	Correcto	Incorrecto	Nada
Sencilla	32%	54%	14%	100%	0%	0%
Media				50%	45%	5%

Tabla 14. Comparación de la resolución de ejercicios sin contexto.

En la comparación se puede apreciar que hubo un incremento tanto en la confianza de los alumnos respecto a su dominio del tema de ecuaciones de primer grado como en su aprendizaje al observar los resultados de su trabajo en el instrumento de evaluación, incluso adquirieron algo de habilidad en el despeje de incógnitas a partir de fórmulas, por lo que se puede afirmar que la secuencia apoya el aprendizaje de las ecuaciones de primer grado y la resolución de problemas en el nivel medio superior.

CONCLUSIONES

El diseño de las actividades que se proponen en este trabajo para el aprendizaje del tema de ecuaciones lineales en el primer semestre de matemáticas del Colegio de Ciencias y Humanidades, se aplicó en un grupo de 22 estudiantes de entre 15 y 16 años de edad, se planeó para trabajar una parte en equipos para fomentar el trabajo colaborativo y el aprendizaje significativo y otra parte se trabaja de manera individual para detectar los avances y las dificultades en el aprendizaje de cada estudiante.

Este proyecto mostró que es posible abordar la enseñanza del tema de ecuaciones de primer grado a partir de la resolución de problemas en contexto y no sólo de repetición de ejercicios y mecanización de algoritmos, los resultados muestran un progreso en el aprendizaje de los alumnos del 68% en la solución de ejercicios y de 64% en el caso de resolución de problemas planteados en lenguaje común.

La secuencia que se diseñó no abarca de manera completa el tema de la unidad 3 del temario del Colegio de Ciencias y Humanidades pero puede trabajarse para el inicio del estudio del tema y ampliar la secuencia aquí propuesta para abarcar el estudio de la función lineal. Lo que es un extra en la secuencia y podría omitirse es la parte de los despejes aunque para los alumnos resulta un aporte útil en el desarrollo del dominio del lenguaje algebraico y por esa razón se incluyó en el diseño de las actividades.

El trabajo en equipo ayudó a que se generara un ambiente de aprendizaje colaborativo aunque en algunas ocasiones los equipos repartían el trabajo en lugar de hacerlo de manera conjunta y sólo resolvían una parte de la actividad de manera individual, en el caso que como docente se detectó esa dinámica en el grupo se le pedía al que resolvió la actividad que le explicara a los demás integrantes lo que realizó para que los demás dieran su confirmación o rebatieran los resultados, por eso algunas actividades están borradas y vueltas a escribir.

En general la secuencia permitió cubrir la primer parte de la unidad de ecuaciones lineales del temario de la materia Matemáticas I, se generó un ambiente de aprendizaje donde todo el grupo se involucró en las actividades. La parte que más se les dificultaba fue realizar los despejes cuando eran sólo literales y no había ningún número, a pesar de ello también se notó al final que el 36% realiza despejes de manera correcta y el 59% los intenta resolver aunque tienen algunas fallas en sus procedimientos y sólo el 5% no hace el intento por resolver.

Las secuencias didácticas permiten realizar una enseñanza más ordenada y controlada del tema que se pretende abordar, en este caso se utilizaron sólo 4 clases de las destinadas a la unidad utilizando 7 horas de las 15 horas que están contempladas para ver las ecuaciones lineales, por lo que aún queda tiempo para ver los tipos de ecuaciones faltantes porque no se abordaron todas las del temario en la secuencia didáctica y la relación entre ecuación y función lineal.

ANEXOS

ANEXO 1.

Secuencia de la propuesta de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones lineales de una incógnita en el bachillerato.

En este anexo se presenta completa la secuencia de actividades que se diseñó para el tema de ecuaciones lineales de una incógnita, se propone que las actividades impares se trabajen en equipos y las actividades pares se resuelvan en lo individual para que sirvan de refuerzo al aprendizaje de cada estudiante o en su defecto surjan dudas.

Los problemas de la secuencia presentada se pueden modificar, sin embargo, se sugiere que los planteamientos tengan relación con el entorno de los estudiantes.

Las actividades se pueden dejar con las guías que tienen, por ejemplo, en la parte que dice “Representen el problema usando lenguaje algebraico” se muestran las líneas que indican que en cada una de ellas debe ir escrito un número, esas pueden omitirse y dejar el recuadro en blanco o como aparece que es así ____x = ____, lo mismo aplica en la siguiente instrucción.

Actividad 1

En equipos de 5 integrantes lean los enunciados que se plantean y obtengan una representación en lenguaje algebraico.

Raúl fue a la gasolinera y pidió al despachador $250 de gasolina magna, si el litro de gasolina cuesta $11.47; ¿Cuántos litros de gasolina le pusieron al auto de Raúl?

Escribe en el siguiente recuadro ¿Cuál es la incógnita del problema y su descripción?

x =

Representen el problema usando lenguaje algebraico.

__________ x = ________

Resuelvan la incógnita.

$\frac{\quad}{\quad} x = \frac{\quad}{\quad}$

$x = \frac{\quad}{\quad}$

$x =$

Comprueben la solución obtenida en el problema.

______(   ) = ________

__________ = ___________

Describan con sus propias palabras que operaciones utilizaron para obtener el resultado.

María pidió al camión de gas estacionario que le pusiera $750 de gas en su casa, si el litro de gas cuesta $12.50, ¿Cuántos litros le surtieron a María en su tanque de gas?

Escribe en el siguiente recuadro ¿Cuál es la incógnita del problema y su descripción?

x =

Representen el problema usando lenguaje algebraico.

__________ x = ________

Resuelvan la incógnita.

$\_\_\_\_ x = \_\_\_\_$

$x = \_\_\_\_\_\_$

$x =$

Comprueben la solución obtenida en el problema.

______( ) = ________

__________ = ___________

Describan con sus propias palabras que operaciones utilizaron para obtener el resultado.

Carlos viaja en su motoneta a una velocidad constante por la carretera durante 3 horas y media para ir de su casa a un campo de gotcha donde se reunirá con sus amigos, si el campo de gotcha queda a 350km de distancia de su casa, ¿a qué velocidad conducía Carlos su motoneta?

Escribe en el siguiente recuadro ¿Cuál es la incógnita del problema y su descripción?

x =

Representen el problema usando lenguaje algebraico.

__________ x = ________

Resuelvan la incógnita.

$$\frac{\quad}{\quad} x = \frac{\quad}{\quad}$$

$$x = \frac{\quad}{\quad}$$

$$x =$$

Comprueben la solución obtenida en el problema.

______(   ) = ________

__________ = ___________

Describan con sus propias palabras que operaciones utilizaron para obtener el resultado.

Observen las ecuaciones que obtuvieron en cada problema y cambien los coeficientes numéricos por las primeras letras del abecedario: a, b.

Escriban la ecuación general que se obtuvo en la anterior serie de problemas

______ x = ______

Usando las operaciones con las que resolvieron cada problema, despejen la ecuación general.

______ x = _____ $x = \frac{\quad}{\quad}$

Planteen un problema en lenguaje natural que se pueda resolver utilizando este tipo de ecuación lineal.

Planteen la ecuación lineal que representa al problema que plantearon y resuélvanla.

Actividad 2.

Ejercicios de reforzamiento (individual)

Resuelve el siguiente problema, planteando la ecuación que lo representa y comprueba el resultado.

Juan decide dejar su auto en un estacionamiento que cobra $24 por hora, si al llegar por su auto debe pagar $90, ¿cuántas horas estuvo su auto en el estacionamiento?

Siguiendo el método que encontraste para resolver las ecuaciones de tipo ax = b
Resuelve las siguientes ecuaciones

1) $4.5x = 16$	2) $3x = 120$
3) $-5x = 35$	4) $6x = -90$
5) $-9x = -198$	
Despeja m de la siguiente ecuación 6) $F = ma$	Despeja d de la siguiente ecuación 7) $dt=v$

Actividad 3

En equipos de 5 integrantes lean los enunciados que se plantean y obtengan una representación en lenguaje algebraico.

Alejandro y Rosa tomaron un taxi saliendo del metro para llegar a tiempo a la escuela, el taxi cobra \$1.8 por kilómetro recorrido y \$8.74 del banderazo. Si al final el taxímetro marcaba \$19 ¿Cuántos kilómetros hay desde el metro hasta la escuela?

Escribe en el siguiente recuadro ¿Cuál es la incógnita del problema y su descripción?

x =

Representen el problema usando lenguaje algebraico.

__________ x + _________= ________

Resuelvan la incógnita.

Comprueben la solución obtenida en el problema.

______( ) + __________= ________ __________ + ___________= _________	___________= _________

Describan con sus propias palabras que operaciones utilizaron para obtener el resultado.

Los papás de Sara están organizándole su fiesta de XV años y decidieron contratar un salón que les cobra \$5500 por servicio de mantelería, música y meseros, además de \$112 por persona, si sus papás gastaron \$22860 en el salón ¿cuántos invitados hubo en la fiesta de XV años de Sara?

Escribe en el siguiente recuadro ¿Cuál es la incógnita del problema y su descripción?

x =

Representen el problema usando lenguaje algebraico.

__________ x + _________= ________

Resuelvan la incógnita.

Comprueben la solución obtenida en el problema.

_____( ) + __________= ________ __________ + ___________= _________	___________= _________

Describan con sus propias palabras que operaciones utilizaron para obtener el resultado.

Horacio contrató un servicio telefónico para su casa el cual le incluye llamadas locales y largas distancias por una renta mensual de $350, este mes realizó varias llamadas a celular y su recibo llegó de $539, si cada minuto le cuesta $1.35, ¿cuántos minutos durante el mes ocupó Horacio en llamadas a celulares?

Escribe en el siguiente recuadro ¿Cuál es la incógnita del problema y su descripción?

x =

Representen el problema usando lenguaje algebraico.

__________ x + _________= ________

Resuelvan la incógnita.

Comprueben la solución obtenida en el problema.

_____( ) + __________= ________ __________ + ___________= _________	___________= _________

Describan con sus propias palabras que operaciones utilizaron para obtener el resultado.

Observen las ecuaciones que obtuvieron en cada problema y cambien los coeficientes numéricos por las primeras letras del abecedario: a, b, c.

Escriban la ecuación general que se obtuvo en la anterior serie de problemas

______ x + ______= ______

Usando las operaciones con las que resolvieron cada problema, despejen la ecuación general.

______ x + ______ = _____

Planteen un problema en lenguaje natural que se pueda resolver utilizando este tipo de ecuación lineal.

Planteen la ecuación lineal que representa al problema que plantearon y resuélvanla.

Actividad 4.

Ejercicios de reforzamiento (individual)

Resuelve el siguiente problema, planteando la ecuación que lo representa y comprueba el resultado.

El radio ecuatorial de Saturno es de 60,330 kilómetros y equivale a nueve veces el radio de la Tierra más 2928 kilómetros ¿Cuánto mide el radio ecuatorial de la Tierra?

Siguiendo el método que encontraste para resolver las ecuaciones de tipo ax + b = c Resuelve las siguientes ecuaciones

1) $3.2x + 12 = 28$	2) $8x + 42 = -67$
3) $2x - 9 = 32$	4) $-7x + 16 = 215$
5) $2x - 34 = -20$	6) $-4x - 68 = -78$
Despeja *a* de la siguiente ecuación 7) $2a + b = P$	Despeja *n* de la siguiente ecuación 8) $km + n = t$

Actividad 5

En equipos de 5 integrantes lean los enunciados que se plantean y obtengan una representación en lenguaje algebraico.

Ernesto compró los cuadernos que le solicitaron en la escuela, primero le pidieron dos y la siguiente semana le pidieron otros 3, al final de sus compras le quedaron $35 si sus papás le dieron $320 para la compra de sus cuadernos ¿Cuánto le costó cada cuaderno?

Escribe en el siguiente recuadro ¿Cuál es la incógnita del problema y su descripción?

x =

Representen el problema usando lenguaje algebraico.

__________ x + _________ x + ________ = ________

Resuelvan la incógnita.

Comprueben la solución obtenida en el problema.

Describan con sus propias palabras que operaciones utilizaron para obtener el resultado.

Juan, Erika y Mario tienen que hacer un trabajo en equipo y para realizarlo les piden leer un capítulo de su libro de historia, ellos se reparten la lectura y Juan lee 13 hojas, Erika lee el doble de hojas que Mario porque es más rápida para la lectura y en total el capítulo tiene 49 hojas. ¿Cuántas hojas leyó Erika y cuántas Mario?

Escribe en el siguiente recuadro ¿Cuál es la incógnita del problema y su descripción?

x =

Representen el problema usando lenguaje algebraico.

________ x + ________ x + ________ = ________

Resuelvan la incógnita.

Comprueben la solución obtenida en el problema.

Describan con sus propias palabras que operaciones utilizaron para obtener el resultado.

Raúl trabaja en el departamento de ventas de una empresa y sólo son 3 integrantes del departamento, su jefe, la secretaria y él, Raúl escuchó alguna vez decir a la secretaria que su jefe ganaba 4 veces lo que ella gana y hoy escucho decir al jefe de nómina de la empresa que se necesita un presupuesto de $27,900 mensuales para cubrir el sueldo del departamento de ventas, si Raúl gana $6,100 al mes ¿Cuánto ganan su jefe y la secretaría?

Escribe en el siguiente recuadro ¿Cuál es la incógnita del problema y su descripción?

x =

Representen el problema usando lenguaje algebraico.

__________ x + _________ x + ________ = ________

Resuelvan la incógnita.

Comprueben la solución obtenida en el problema.

Describan con sus propias palabras que operaciones utilizaron para obtener el resultado.

Observen las ecuaciones que obtuvieron en cada problema y cambien los coeficientes numéricos por las primeras letras del abecedario: a, b, c, d.

Escriban la ecuación general que se obtuvo en la anterior serie de problemas

$$\_\_\_\_\_\_ x + \_\_\_\_\_\_ x + \_\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\_$$

Usando las operaciones con las que resolvieron cada problema, despejen la ecuación general.

$$\_\_\_\_\_\_ x + \_\_\_\_\_\_ x + \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_$$

Planteen un problema en lenguaje natural que se pueda resolver utilizando este tipo de ecuación lineal.

Planteen la ecuación lineal que representa al problema que plantearon y resuélvanla.

Actividad 6.

Ejercicios de reforzamiento (individual)

Resuelve el siguiente problema, planteando la ecuación que lo representa y comprueba el resultado.

Luis, Pedro y Manuel planean pasar el fin de semana en Acapulco para festejar su salida de la preparatoria ya cotizaron y el viaje les cuesta $3130, cada uno aporta de acuerdo a sus posibilidades, Manuel sólo junto $826 y Luis aportó lo doble de los que dio Pedro para el viaje ¿cuánto dinero dieron Luis y Pedro para el viaje?

Siguiendo el método que encontraste para resolver las ecuaciones de tipo ax + bx + c = d Resuelve las siguientes ecuaciones

1) $3x + 5x + 23 = 127$	2) $2x + 7x + 11 = -99$
3) $x + 2x - 41 = 16$	4) $4x - 6x + 1 = 21$
5) $2x - 3x - 15 = -73$	6) $x - 6x + 24 = 129$
Despeja a de la siguiente ecuación $2a + 2b + c = P$	Despeja t de la siguiente ecuación $at + v_o + x = v$

Actividad 7

En equipos de 5 integrantes lean los enunciados que se plantean y obtengan una representación en lenguaje algebraico.

Se tiene un rectángulo cuyo largo mide 2m más que el ancho, si triplicamos el largo y al ancho le sumamos 1m y lo quintuplicamos, se forma un cuadrado. Encuentra las dimensiones del rectángulo.

Escribe en el siguiente recuadro ¿Cuál es la incógnita del problema y su descripción?

x =

Representen el problema usando lenguaje algebraico.

_____(x + _____) = _____(x + _____)

Resuelvan la incógnita.

Comprueben la solución obtenida en el problema.

Describan con sus propias palabras que operaciones utilizaron para obtener el resultado.

En un juego de apuestas Luis tiene $40 más que Juan, después de una ronda Juan gana $10 y Luis pierde $20. Si Juan triplica su dinero y Luis lo duplica, tendrían la misma cantidad de dinero. ¿Cuánto dinero tenía cada uno al inicio del juego?

Escribe en el siguiente recuadro ¿Cuál es la incógnita del problema y su descripción?

x =

Representen el problema usando lenguaje algebraico.

______(x + _____) = ______(x + _____)

Resuelvan la incógnita.

Comprueben la solución obtenida en el problema.

Describan con sus propias palabras que operaciones utilizaron para obtener el resultado.

El largo de una sala excede en 2m al ancho, pero si se duplica el largo y el ancho se disminuye en 3 tomándolo 4 veces, las longitudes del largo y el ancho serían iguales. Encuentra las longitudes de la sala

Escribe en el siguiente recuadro ¿Cuál es la incógnita del problema y su descripción?

x =

Representen el problema usando lenguaje algebraico.

_____(x + ____) = _____(x + ____)

Resuelvan la incógnita.

Comprueben la solución obtenida en el problema.

Describan con sus propias palabras que operaciones utilizaron para obtener el resultado.

Observen las ecuaciones que obtuvieron en cada problema y cambien los coeficientes numéricos por las primeras letras del abecedario: a, b, c, d.

Escriban la ecuación general que se obtuvo en la anterior serie de problemas

$$\_\_\_\_\_(x + \_\_\_\_) = \_\_\_\_\_(x + \_\_\_\_)$$

Usando las operaciones con las que resolvieron cada problema, despejen la ecuación general.

$$\_\_\_\_\_(x + \_\_\_\_) = \_\_\_\_\_(x + \_\_\_\_)$$

Actividad 8.

Ejercicios de reforzamiento (individual)

Resuelve el siguiente problema, planteando la ecuación que lo representa y comprueba el resultado.

El doble de un número aumentado en 12 es igual a su triple disminuido en 5. ¿Cuál es el número?

Siguiendo el método que encontraste para resolver las ecuaciones de tipo $a(x+b) = c(x+d)$ Resuelve las siguientes ecuaciones

1) $8(x + 7) = 10(x + 9)$	2) $4(x - 2) = 3(x + 4)$
3) $6(x - 8) = 3(x + 5)$	4) $5(x + 7) = 3(x + 8)$
5) $7(3x + 2) = 6(2x + 8)$	6) $2(3x - 2) = 9(x + 3)$
Despeja a de la siguiente ecuación $c(a + b) = d(a - x)$	Despeja r de la siguiente ecuación $v(t + r) = m(t + d)$

Actividad 9

En equipos de 5 integrantes lean los enunciados que se plantean y obtengan una representación en lenguaje algebraico.

Un auto consumió $\frac{3}{5}$ partes de la capacidad de su tanque de gasolina, lo que equivale a $\frac{45}{4}$ km de su recorrido ¿Cuántos litros de gasolina ha consumido?

Escribe en el siguiente recuadro ¿Cuál es la incógnita del problema y su descripción?

x =

Representen el problema usando lenguaje algebraico.

$$\frac{\quad}{\quad} x = \frac{\quad}{\quad}$$

Resuelvan la incógnita.

$$\frac{\quad}{\quad} x = \frac{\quad}{\quad}$$

Comprueben la solución obtenida en el problema.

Describan con sus propias palabras que operaciones utilizaron para obtener el resultado.

En la compañía de luz la tarifa de cobro a los consumidores es de $\frac{5}{20}$ por cada kilowatt-hora si pagué $\frac{414}{5}$. ¿Cuántos kilowatts consumí?

Escribe en el siguiente recuadro ¿Cuál es la incógnita del problema y su descripción?

x =

Representen el problema usando lenguaje algebraico.

$$\_\_\_\, x = \_\_\_$$

Resuelvan la incógnita.

$$\_\_\_\, x = \_\_\_$$

Comprueben la solución obtenida en el problema.

Describan con sus propias palabras que operaciones utilizaron para obtener el resultado.

Una caja de tornillos pesa $\frac{17}{21}$ de kg, si una empresa recibió $\frac{34}{7}$ kg. ¿Cuántas cajas de tornillo son las que recibió el almacén?

Escribe en el siguiente recuadro ¿Cuál es la incógnita del problema y su descripción?

x =

Representen el problema usando lenguaje algebraico.

$\frac{}{}x = \frac{}{}$

Resuelvan la incógnita.

$\frac{}{}x = \frac{}{}$

Comprueben la solución obtenida en el problema.

Describan con sus propias palabras que operaciones utilizaron para obtener el resultado.

Observen las ecuaciones que obtuvieron en cada problema y cambien los coeficientes numéricos por las primeras letras del abecedario: a, b, c, d.

Escriban la ecuación general que se obtuvo en la anterior serie de problemas

$$\_\_\_\_ x = \_\_\_\_$$

Usando las operaciones con las que resolvieron cada problema, despejen la ecuación general.

$\_\_\_\_ x = \_\_\_\_$

Actividad 10.

Ejercicios de reforzamiento (individual)

Resuelve el siguiente problema, planteando la ecuación que lo representa y comprueba el resultado.

Un m^3 de un cierto gas pesa $\frac{2}{3}$ de kg, si en el laboratorio de química tienen un recipiente que pesa $\frac{19}{7}$ de kg. ¿Cuántos m^3 de gas contiene?

Siguiendo el método que encontraste para resolver las ecuaciones de tipo $\frac{a}{b}x=\frac{c}{d}$

Resuelve las siguientes ecuaciones

1) $\frac{3x}{4}=\frac{2}{5}$	2) $\frac{5x}{2}=\frac{3}{7}$
3) $\frac{-8x}{5}=\frac{4}{3}$	4) $\frac{x}{3}=\frac{-4}{7}$
5) $\frac{11x}{3}=\frac{1}{8}$	6) $\frac{-5x}{4}=\frac{-21}{4}$
Despeja t de la siguiente ecuación $\frac{p}{v}t=\frac{c}{d}$	Despeja m de la siguiente ecuación $\frac{m}{e}c=\frac{r}{t}$

Actividad 11

En equipos de 5 integrantes lean los enunciados que se plantean y obtengan una representación en lenguaje algebraico.

Se tenía un barril a $\frac{3}{8}$ de su capacidad, se le agregaron 36 litros de agua y quedó a $\frac{3}{5}$ partes de su capacidad. ¿Cuál es la capacidad total del barril?

Escribe en el siguiente recuadro ¿Cuál es la incógnita del problema y su descripción?

x =

Representen el problema usando lenguaje algebraico.

$$\frac{\quad}{\quad}x + \underline{\qquad} = \frac{\quad}{\quad}x$$

Resuelvan la incógnita.

$$\frac{\quad}{\quad}x + \underline{\qquad} = \frac{\quad}{\quad}x$$

Comprueben la solución obtenida en el problema.

Describan con sus propias palabras que operaciones utilizaron para obtener el resultado.

Angel ha pagado las $\frac{2}{3}$ partes de su deuda, mañana pagará $26 con lo que habrá cubierto las $\frac{4}{5}$ partes de su deuda total. ¿Cuánto debía Angel?

Escribe en el siguiente recuadro ¿Cuál es la incógnita del problema y su descripción?

x =

Representen el problema usando lenguaje algebraico.

$$\frac{\quad}{\quad}x + \_\_\_\_\_\_ = \frac{\quad}{\quad}x$$

Resuelvan la incógnita.

$$\frac{\quad}{\quad}x + \_\_\_\_\_\_ = \frac{\quad}{\quad}x$$

Comprueben la solución obtenida en el problema.

Describan con sus propias palabras que operaciones utilizaron para obtener el resultado.

Una lavandería tenía su tinaco de agua a $\frac{3}{4}$ de su capacidad, en el transcurso del día ocupó 650 litros de agua y quedó a $\frac{1}{3}$ partes de su capacidad. ¿Cuál es la capacidad total del tinaco?

Escribe en el siguiente recuadro ¿Cuál es la incógnita del problema y su descripción?

x =

Representen el problema usando lenguaje algebraico.

$$\frac{\quad}{\quad}x + \underline{\qquad} = \frac{\quad}{\quad}x$$

Resuelvan la incógnita.

$$\frac{\quad}{\quad}x + \underline{\qquad} = \frac{\quad}{\quad}x$$

Comprueben la solución obtenida en el problema.

Describan con sus propias palabras que operaciones utilizaron para obtener el resultado.

Observen las ecuaciones que obtuvieron en cada problema y cambien los coeficientes numéricos por las primeras letras del abecedario: a, b, c, d, e.

Escriban la ecuación general que se obtuvo en la anterior serie de problemas

$$\_\_\_\_ x + \_\_\_\_ = \_\_\_\_ x$$

Usando las operaciones con las que resolvieron cada problema, despejen la ecuación general.

$\_\_\_\_ x + \_\_\_\_ = \_\_\_\_ x$

Actividad 12.

Ejercicios de reforzamiento (individual)

Resuelve el siguiente problema, planteando la ecuación que lo representa y comprueba el resultado.

Sergio ha recorrido a $\frac{1}{6}$ de la carrera, si corre 200 metros más habrá recorrido las $\frac{2}{3}$ partes de la carrera. ¿Cuál es la distancia de la carrera que está corriendo Sergio?

Siguiendo el método que encontraste para resolver las ecuaciones de tipo $\frac{a}{b}x + c = \frac{d}{e}x$

Resuelve las siguientes ecuaciones

7) $\frac{3x}{4} + 7 = \frac{5x}{3}$	8) $\frac{5x}{2} + 9 = \frac{4x}{3}$
9) $\frac{x}{2} - 3 = \frac{-6x}{5}$	10) $\frac{-5x}{6} - 12 = \frac{-2x}{3}$
11) $\frac{8x}{3} + 4 = \frac{5x}{3}$	12) $\frac{13x}{2} - 6 = \frac{-9x}{7}$
Despeja r de la siguiente ecuación $\frac{pr}{s} + t = \frac{vr}{z}$	Despeja f de la siguiente ecuación $\frac{ef}{g} + h = \frac{kf}{m}$

ANEXO 2.

PROGRAMA DEL PRIMER SEMESTRE DE MATEMÁTICAS

UBICACIÓN DEL CURSO

Este primer curso está enfocado prioritariamente a la revisión y al estudio de algunos conocimientos básicos del álgebra, pero sin descuidar la perspectiva de que éstos sirven de sustento y están relacionados con conceptos y procedimientos de los otros ejes temáticos. Es decir, no se trata de incluir contenidos del Álgebra por sí mismos, sino en función de una metodología propia y de la relación que éstos guardan con otras ramas de la Matemática.

Para favorecer el tránsito de la aritmética al álgebra, se revisan de manera reflexiva tanto los números enteros y racionales como los algoritmos de las operaciones aritméticas básicas, su jerarquía y los signos de agrupación. Esta revisión se trabaja a través de problemas de diversa índole, incorporando desde el inicio algunas estrategias de resolución de problemas.

También en este curso se comienza a trabajar el concepto de función y el manejo del plano Cartesiano, entretejiéndolos con la búsqueda de representaciones (algebraica, tabular y gráfica) para estudiar diversas situaciones que involucran cambio.

En cuanto al tratamiento general de los contenidos, más que la memorización de una fórmula o algoritmo, interesa que el alumno perciba la necesidad de contar con un camino más eficiente para resolver o representar cierto tipo de problemas o ejercicios que él ya ha percibido como análogos. Además de la traducción de un problema que se resuelve con una ecuación, es importante que comprenda la riqueza de la estrategia algebraica que le permite establecer relaciones entre cantidades conocidas y desconocidas. Más que la repetición interminable de ejercicios que aparentan responder a un desglose exhaustivo de casos, se pretende que analice la estructura básica de ellos y vea cómo pasar de una situación nueva a otra que ya conoce.

PROPÓSITOS DEL CURSO

Al finalizar el primer curso de Matemáticas, a través de las diversas actividades encaminadas al desarrollo de habilidades y a la comprensión de conceptos y procedimientos, el alumno:

- ✓ Conoce y maneja algunas estrategias para la resolución de problemas.
- ✓ Reconoce que la resolución algebraica de ecuaciones involucra un proceso que permite reducir una ecuación dada a otra más simple, hasta alcanzar una forma estándar.
- ✓ Desarrolla su capacidad de transitar por distintos registros de representación: verbal, tabular, algebraico y gráfico.
- ✓ Resuelve problemas que dan lugar a una ecuación de primer grado, una cuadrática, o un sistema de ecuaciones.
- ✓ Utiliza las representaciones algebraica, gráfica y tabular para estudiar fenómenos que involucran variación proporcional directa y de tipo lineal.
- ✓ Utiliza las representaciones algebraica y gráfica para modelar situaciones con ecuaciones lineales y sistemas de ecuaciones.
- ✓ Adquiere la capacidad para resolver ecuaciones lineales y cuadráticas, y sistemas de ecuaciones lineales.

CONTENIDOS TEMÁTICOS

No.	Nombre de la unidad	Horas
I	Números y Operaciones Básicas	15
II	Variación Directamente Proporcional y Funciones Lineales.	20
III	Ecuaciones Lineales.	15
IV	Sistemas de Ecuaciones Lineales.	15
V	Ecuaciones Cuadráticas.	15

MATEMÁTICAS I

UNIDAD I. NÚMEROS Y OPERACIONES BÁSICAS

Propósitos:

- ✍ Revisar y dar significado a los diversos algoritmos de las operaciones básicas a través del planteamiento de problemas, reforzar el manejo de la prioridad de las operaciones y enriquecer el pensamiento aritmético del alumno.

TIEMPO: 15 horas

APRENDIZAJES	ESTRATEGIAS	TEMÁTICA
En relación a la resolución de problemas, el alumno: Se inicia en el manejo de algunas estrategias de resolución de problemas, como son: utilizar diagramas, ejemplificar con casos especiales, explorar valores extremos, trabajar "hacia atrás", reducir el problema a otro más simple. Utiliza algunas estrategias personales para resolver problemas de cálculo mental. Distingue en problemas numéricos, la información relevante de la irrelevante; así como también, los elementos conocidos de los que se desean conocer.	Se propone la utilización de problemas clásicos sobre números como: cuadrados mágicos, pirámides, números de Fibonacci, Torre de Hanoi, Triángulo de Pascal, etcétera. Se sugiere plantear problemas de series numéricas o geométricas (por ejemplo: números triangulares, cuadrangulares, etcétera) que conduzcan a encontrar patrones numéricos. Es conveniente plantear problemas de pérdida y ganancia, medición de temperaturas, volúmenes, perímetros, excavaciones, áreas, profundidades marinas, etcétera que requieren del manejo de las leyes de los signos.	Números enteros. Uso, orden, representación en la recta numérica. Operaciones básicas, leyes de los signos. Prioridad de las operaciones. Números Racionales. Distintos significados y representaciones: ✍ División. ✍ Parte de un todo. ✍ Razón. ✍ Porcentajes. ✍ Fracciones equivalentes. ✍ Notación decimal.

Expresa en forma verbal la solución de problemas con números enteros y racionales, los términos en los que ésta se plantea y explica el proceso de cálculo utilizado para resolverlos. Decide sobre las operaciones adecuadas – y su secuencia de ejecución– en la resolución de problemas numéricos. Formula conjeturas sobre situaciones y problemas numéricos, mismos que comprueba mediante el uso de ejemplos y contraejemplos, método de ensayo y error, etcétera. *En cuanto al manejo de los números, el alumno:* Utiliza la recta numérica y las propiedades de los números para calcular expresiones aritméticas. Establece el significado de las operaciones aritméticas fundamentales, utilizando distintas representaciones: material concreto, diagramas, gráficos y explicaciones verbales. Utiliza los algoritmos tradicionales de suma, resta, multiplicación y división con números enteros y racionales.	El cálculo mental se puede abordar a través de problemas que involucren una cadena de operaciones aritméticas. En el periódico u otros medios de comunicación pueden ser recursos para que los alumnos interpreten gráficas y den significado a los signos de los números. Proponer problemas que involucren la aplicación de porcentajes, así como su representación gráfica (barras, circular), insistir en que la cantidad base del cálculo del porcentaje representa el 100% o la unidad. Se recomienda el uso de la recta numérica para dar sentido y significado geométrico a las operaciones de números con signos. Se puede utilizar la recta numérica y las propiedades de los números para calcular expresiones aritméticas. El uso de la calculadora permite explorar los números, por ejemplo: determinar el número más grande que le cabe a la pantalla, generar aproximaciones de números irracionales con la función radical, conversión a números decimales, etcétera.	Orden, representación gráfica en la recta numérica. Operaciones básicas. Mínimo común múltiplo. Máximo común divisor. Prioridad de las operaciones. Uso de signos de agrupación y prioridad del cálculo. Potencias y Radicales. Problemas diversos de corte aritmético.

Representa a los números racionales de diversas formas: fracción común, porcentajes, decimales y viceversa. Reconoce que las fracciones equivalentes tienen la misma expre-sión decimal. Compara números enteros y racionales mediante la ordenación y la representación gráfica. Utiliza las formas de representación de un porcentaje – decimal y racional– para realizar cálculos. Encuentra un número racional entre otros dos números racionales dados. Utiliza diversas estrategias para contar, estimar o calcular cantidades, teniendo en cuenta la precisión requerida y el error máximo permitido. Utiliza fracciones o decimales según convenga, para simplificar cálculos. Elige el corte o redondeo adecuado en el caso de manejar decimales. Utiliza la jerarquía y propiedades de las operaciones, las reglas de uso de los paréntesis y leyes de los signos para el cálculo de expresiones aritméticas con más de una operación.	La representación geométrica de la suma, resta, multiplicación y división de números enteros y racionales es un recurso para dar significado a los procedimientos de las operaciones básicas. Para visualizar la propiedad de densidad de los números racionales en la recta numérica se puede recurrir al uso de una escala conveniente y poner a los alumnos a obtener y localizar entre dos racionales dados otro racional. Con la representación de los distintos conjuntos numéricos, construir la recta real, haciendo mención de la de densidad de los racionales y de la existencia de los irracionales para “rellenar” la recta real.	

UNIDAD II

VARIACIÓN DIRECTAMENTE PROPORCIONAL Y FUNCIONES LINEALES

Propósitos:

- A partir de la revisión de aspectos de la aritmética y de la noción de proporcionalidad, iniciar el manejo de la representación algebraica en el estudio de la variación, la idea de relación funcional, la graficación de funciones lineales, su registro tabular y su relación con los parámetros de $y = ax + b$.

TIEMPO: 20 horas

APRENDIZAJES	ESTRATEGIAS	TEMÁTICA
En la presentación de diversas situaciones que involucran cambio, el alumno: Describe verbalmente en qué consiste el cambio y cuáles son los aspectos involucrados en él. Identifica cuál es la variable cuyos valores dependen de los que tome la otra. Ante una serie de datos, una tabla o situación verbal, en donde exista variación proporcional directa, el alumno: Obtiene los valores que se indiquen de **y** o de **x**, auxiliándose del reconocimiento de patrones o de la regla de tres. Obtiene o identifica, según el caso, la constante de proporcionalidad.	Es importante rescatar algunos elementos aritméticos como múltiplo, fracciones equivalentes, razones, regla de tres, etcétera para iniciar el manejo de la proporcionalidad directa. Cuando la constante de proporcionalidad es negativa **(K < 0)**, es frecuente que el alumno diga que no existe proporcionalidad directa porque al "aumentar" una, la otra "disminuye". Es necesario aclararles que el hecho no radica en eso, haciéndoles ver por ejemplo cómo al duplicarse, triplicarse, etcétera la variable independiente, la otra a su vez se duplica, triplica, etcétera. O bien cómo al disminuir a la mitad, tercera parte, cuarta parte, etcétera a una de ellas, con la otra sucede lo mismo.	Variación Proporcional Directa Situaciones que involucran cambio. Introducción a la noción de variación. Identificación de las variables dependiente e independiente en situaciones concretas. Variación proporcional entre dos cantidades. Uso de tablas y gráficas. Análisis del cociente ***y/x*** para varias parejas de valores. Constante de Proporcionalidad. Problemas de variación proporcional directa.

Compara diversos valores de y con los correspondientes de **x (y/x)** y observa la liga con la constante de proporcionalidad, Localiza en el plano cartesiano los puntos asociados a los datos que posee y traza la gráfica. Identifica en una gráfica los datos de la tabla correspondiente y construye la gráfica relacionada a los valores de una tabla dada. A partir del análisis de la gráfica, obtiene información de la situación a la que representa y lo expresa verbalmente. Obtiene el modelo algebraico correspondiente. Redacta el contexto de una situación que corresponda a un modelo de variación proporcional que se le proporcione. O bien, modifica la redacción, cuando se introduzcan cambios en el modelo de una situación dada. Ante una serie de datos, una tabla o una situación verbal que dé lugar a una Función Lineal, el alumno:	Para favorecer la formación de significados, es conveniente mantener una etapa inicial en la que el concepto de variación y el análisis de las situaciones se manejen básicamente en lenguaje común o en las representaciones que el alumno incorpore, antes de introducir las simbolizaciones convencionales. También para propiciar significados, a la vez que se trabaja en favorecer la **reversibilidad de pensamiento**, resulta conveniente pasar (estableciendo las modificaciones pertinentes) del lenguaje común al modelo algebraico, al gráfico, al tabular y viceversa. Los contenidos se prestan a la exploración y a la identificación de patrones de comportamiento, por lo que es conveniente aprovechar esto para desarrollar dicha habilidad de pensamiento. Cuando al graficar los alumnos elijan escalas diferentes para el eje **x** y el eje **y**, la inclinación visual de la recta se modifica, por lo que hay que analizar con ellos cómo incorporar este hecho al establecer relaciones entre gráfica y parámetro, o al comparar dos gráficas con diversas escalas.	Funciones Lineales Formas de representación de una función lineal: tablas, gráficas y modelo algebraico. Variación Lineal. Comparación entre los cambios de *y* respecto a los de ***x*** $(\Delta y/\Delta x)$. Análisis de los parámetros ***a*** y ***b*** en el comportamiento de la gráfica de ***y = ax + b*** Vinculación entre ***a*** y el cociente $(\Delta y/\Delta x)$. Situaciones de diversos contextos que se modelan con una función lineal.

Transita entre las distintas formas de representación (tabular, gráfica, algebraica) asociadas a una función lineal de la forma **y= ax + b**, con **b** distinto de 0. Distingue, por el contexto de la situación, si se trata de una variable discreta o continua, y lo toma en cuenta para construir la gráfica. Reconoce a **b** como el parámetro que desplaza verticalmente b unidades a la gráfica de la recta **y = ax.** Reconoce a **a** como el parámetro que determina una mayor o menor inclinación, respecto del eje x, de la recta **y = ax + b**. Grafica funciones de la forma **y= ax + b**, a partir de la información que proporcionan los parámetros **a** y **b**. Percibe que la inclinación de la recta está relacionada con la razón que compara los cambios de y con los de **x** (es decir, con ? ***y***/? ***x***). Identifica que en una Función Lineal, la variación de la variable dependiente es proporcional a la variación que sufre la variable independiente.	En esta unidad se inicia el estudio de las funciones, pero no se pretende agotar todos los aspectos relacionados con el concepto, pues se irán incorporando con creciente grado de abstracción y formalidad a lo largo de los cuatro semestres, tanto en las unidades expresamente destinadas a trabajar con funciones, como en aquellas en las cuales desde otra óptica se puede reforzar alguna faceta de las mismas (en Geometría Analítica, por ejemplo). El **concepto de variación** permea al eje de funciones. Aquí se inicia con la variación más sencilla: la variación proporcional directa; misma que posteriormente podrá retomarse desde otro punto de vista o para contrastar con otras formas de variación. Es importante resaltar el potencial de aplicaciones que tienen la Variación Proporcional y las Funciones Lineales, por lo que se requiere presentar problemas de diversos contextos. Es conveniente seleccionar un número suficiente de problemas para trabajar tanto en clase como en casa.	

Analiza las relaciones existentes entre ambas variables, para plantear tanto el modelo algebraico como el gráfico. Utiliza esos modelos para obtener información adicional de la situación dada. Percibe que las funciones lineales son una herramienta útil para representar y analizar diversas situaciones.		

UNIDAD III. ECUACIONES LINEALES

Propósitos:

- ✍ Incrementar la capacidad del alumno para plantear problemas que conducen a ecuaciones lineales y su resolución por métodos algebraicos. Estudiar la noción de ecuación desde diversas perspectivas. Manejar su relación con las funciones lineales. Avanzar en el manejo del lenguaje algebraico.

TIEMPO: 15 horas

APRENDIZAJES	ESTRATEGIAS	TEMÁTICA
En cuanto a la resolución de problemas que dan lugar a una ecuación lineal en una incógnita, el alumno. Interpreta la expresión verbal o escrita de un problema y expresa la relación entre datos e incógnita por medio de la ecuación lineal correspondiente. Interpreta en el contexto del problema, el significado de la solución encontrada, en particular cuando se trata de números negativos o fracciones. Redacta el contexto de una situación que corresponda a un modelo expresado por medio de una ecuación lineal con una incógnita, o bien, incorpora los cambios pertinentes en la redacción de una situación dada, al introducir modificaciones en el modelo que la representaba.	En el planteamiento inicial de problemas, además de reforzar la traducción entre los lenguajes verbal y algebraico, se pretende hacer ver al alumno la necesidad de trascender el uso de procedimientos netamente aritméticos, ya que aunque en algunos problemas resultan prácticos, en otros conducen a caminos complicados o largos. Es recomendable que en la etapa de ejercitación de la resolución de ecuaciones, la secuencia se presente aumentando el grado de dificultad, desde ecuaciones con la incógnita en un solo término, en dos, pero en el mismo miembro de la igualdad, hasta ecuaciones con expresiones racionales. Si además, se invita al alumno a que analice en cada ocasión cuál es la diferencia del caso nuevo respecto al anterior y de qué manera puede	Problemas que dan lugar a ecuaciones lineales en una incógnita. Su resolución por métodos informales. Ecuaciones lineales en una incógnita, como: Un caso especial de una igualdad entre expresiones algebraicas. Una condición que debe satisfacer un número buscado. Un caso particular de una función lineal. Resolución de ecuaciones lineales en una incógnita, por métodos algebraicos: Operar con ambos miembros de la igualdad. Transponer términos.

Relaciona o reduce un problema dado con otro que ya ha resuelto o que resulta más sencillo de trabajar. Con relación a los conocimientos y destrezas propios de la temática de la unidad, el alumno: Comprende que las ecuaciones lineales en una incógnita, son un caso especial de igualdad entre expresiones algebraicas. Maneja con soltura la prioridad de las operaciones y el significado del uso de paréntesis para modificar dicha prioridad. Resuelve ecuaciones lineales en una incógnita a través de los procedimientos siguientes: a) Operaciones con ambos miembros de la igualdad. b) Transposición de términos. Reduce por medio de operaciones y propiedades válidas, una ecuación lineal a otra más simple de resolver.	transformarlo al que ya conoce, se le estará reforzando una estrategia general de resolución de problemas, a la vez que se contribuye a que conforme una idea general del procedimiento de resolución de las ecuaciones lineales, en contraposición a una visión de diversos casos que a veces se fomenta en los libros. Se recomienda utilizar problemas de muy diversos contextos que además de brindar un panorama de la vastedad de aplicaciones, ayude también a reforzar las vinculaciones entre diversas ramas de la matemática. (Problemas sobre figuras geométricas, de finanzas, de compra de artículos, de tarifas, de mezclas, de llenado de piletas con diferentes llaves, etcétera) Es conveniente seleccionar un número suficiente de problemas y ejercicios de ecuaciones para trabajar tanto en clase como en casa.	Resolución de ecuaciones de los siguientes tipos: ***a)*** $ax = b$ ***b)*** $ax + b = c$ ***c)*** $ax + bx + c = d$ ***d)*** $a(x + b) = c(x + d)$ ***e)*** $ax/b = c/d$ ***f)*** $ax/b + c = dx/e$ ***g)*** $(x + b)2 = (x + c)(x + d)$ ***h)*** $(x + a) / (x + b) = (x + c) / (x + d)$ Interpretación gráfica de la solución de una ecuación lineal en una incógnita. Planteamiento y resolución de problemas de diversos contextos que dan lugar a ecuaciones lineales en una incógnita.

Observa que cualquier forma que adopte una ecuación lineal, desde la más simple hasta las que involucran expresiones racionales, siempre puede reducirse, al simplificar términos semejantes o realizar las operaciones indicadas, a una ecuación de la forma **ax + b = 0** y con ello, resolverse fácilmente. Relaciona a las formas **ax + b = 0** y **ax + b = c** de la ecuación lineal como casos particulares de la Función Lineal **y = ax + b**, correspondientes respectivamente, a los valores específicos de **y=0** y **y=c**. Es decir, identificará a la ecuación lineal como un caso particular de una Función Lineal. A partir de la relación establecida en el punto anterior, asocia de manera adecuada, la solución de una ecuación de la forma **ax + b = 0**, con la abscisa del punto en donde la gráfica de la función **y = ax + b**, corta al eje **x**. Interpreta el hecho de que las ecuaciones lineales expresan una **condición que debe satisfacer un valor buscado**, como lo que permite modelar diversas situaciones.		

UNIDAD IV. SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Propósitos:

- Profundizar en la noción de sistema de ecuaciones lineales, y al mismo tiempo en la ecuación lineal con dos incógnitas. Trabajar el método gráfico y los diferentes métodos algebraicos de solución. Analizar los diversos casos de sistemas dependiendo del número de soluciones.

TIEMPO: 15 horas

APRENDIZAJES	ESTRATEGIAS	TEMÁTICA
A partir de una situación dada o problema que da lugar a un sistema de ecuaciones lineales, el alumno: Utiliza tablas de valores para explorar aquellos que satisfacen las condiciones dadas. Traduce las condiciones o restricciones del problema a un sistema de ecuaciones. Recuerda que una ecuación lineal en dos variables tiene por gráfica una línea recta y viceversa. Verifica que una pareja ordenada de números es solución de una ecuación lineal en dos variables. Identifica el punto de intersección de dos líneas rectas como la solución del sistema de ecuaciones lineales asociado a dichas rectas.	A través de los contenidos de la unidad se profundiza en los conceptos de Ecuación-incógnita y Función-variable, para comprender sus vinculaciones y diferencias. Esta unidad no está destinada a obtener la ecuación de la recta, ni a estudiarla desde el punto de vista de la Geometría Analítica. Se retoma lo que el alumno aprendió sobre la graficación de funciones lineales y se da un paso más al manejar las intersecciones con ambos ejes (abscisa y ordenada al origen). Se inicia el manejo del paralelismo por exploración de los parámetros, para analizar la consistencia o inconsistencia de los sistemas de ecuaciones.	Problemas que llevan a plantear sistemas de ecuaciones lineales y no lineales (casos sencillos), su solución por medio de una tabla de valores y gráficamente. Gráfica de la ecuación lineal en dos variables. Pendiente, ordenada y abscisa al origen. Gráfica de un sistema de ecuaciones lineales 2 x 2, en un mismo plano. Interpretación geométrica de la solución. Sistemas Compatibles (consistentes) e Incompatibles (inconsistentes).

Distingue, por el contexto del problema, si se trata de una variable discreta o una continua, y lo tomará en cuenta al graficar el sistema y obtener su solución. Obtiene de manera gráfica la solución de un sistema de ecuaciones lineales con dos variables. Aprecia limitaciones del método gráfico para obtener la solución de un sistema de ecuaciones. A partir de un sistema de ecuaciones que obtenga o se le proporcione, el alumno: Identifica a partir de los parámetros de una expresión lineal dada, la ordenada y la abscisa al origen. Identifica a partir de la gráfica de un sistema de ecuaciones lineales 2 x 2 , si es compatible o incompatible. Infiere la compatibilidad (con solución) e incompatibilidad (sin solución) de un sistema de ecuaciones lineales 2 x 2, a partir de los parámetros de las ecuaciones. Identifica Sistemas Equivalentes. Transforma sistemas de ecuaciones en otros equivalentes más sencillos.	Al inicio de la unidad se propone la solución de problemas que involucren un sistema de ecuaciones lineales de manera informal (por ensayo-error, gráficamente), para introducir los conceptos de simultaneidad, sistema de ecuaciones y su solución. En los problemas que se utilicen para introducir el método gráfico de solución, es importante que se distinga cuándo se trata de una variable discreta y cuándo de una continua. Es conveniente tratar ejemplos con variables de ambos tipos. Es importante hacer énfasis en la inexactitud de los métodos anteriores y la necesidad de utilizar un método que no dependa de la precisión en los trazos o de la percepción visual para obtener el resultado. Se debe trabajar la algoritmia, sin descuidar el significado de los métodos de solución, esto es, el alumno debe comprender qué significa la búsqueda de la solución. Antes de estudiar los métodos algebraicos de solución, es importante introducir el concepto de sistemas equivalentes y la forma de obtenerlos, con el fin de que el alumno, en los diversos métodos, avance en la	Número de soluciones de un sistema de ecuaciones lineales 2 x 2. Condición de paralelismo. Sistemas equivalentes. Métodos algebraicos de solución de un sistema de ecuaciones lineales 2 x 2: Suma y Resta, Sustitución e Igualación.

Resuelve sistemas de ecuaciones lineales 2 x 2 por medio del método que considere conveniente: a) Suma y resta b) Sustitución c) Igualación Además, se espera que al término de la unidad, el alumno: Plantea problemas en diferentes contextos que lleven a sistemas de ecuaciones lineales 2 x 2 y los resolverá por cualquier método algebraico. Percibe que los sistemas de ecuaciones lineales, permiten representar, analizar y resolver diversos problemas de su entorno.	comprensión del "por qué se hace" y no solamente se quede con el "cómo se hace". El paso del enunciado de un problema en su expresión verbal a su expresión algebraica implica dificultad, por lo que el alumno debe tener una gran cantidad de oportunidades para realizarlo. Conviene que el maestro maneje un repertorio diversificado de problemas (geométricos, numéricos, velocidades, mezclas, tiempos de trabajo, económicos, etcétera) Analizar los casos de rectas coincidentes, paralelas y secantes (rectas que se cortan). Su relación con las pendientes, las características algebraicas de los sistemas de ecuaciones lineales 2 x 2 correspondientes y su número de soluciones. Es importante que durante toda la unidad el estudiante pueda pasar de un registro a otro (verbal, tabular, gráfico y algebraico).	

UNIDAD V. ECUACIONES CUADRÁTICAS

Propósitos:

- Profundizar, a través del planteamiento y resolución de ecuaciones cuadráticas, en el concepto mismo de ecuación, en lo que significa que un número sea su solución, en la relación que existe entre grado de la ecuación y el número de soluciones. Mostrar el poder del Álgebra para encontrar tanto métodos alternos como generales de resolución.

TIEMPO: 15 horas

APRENDIZAJES	ESTRATEGIAS	TEMÁTICA
En relación con la actividad de resolución de problemas, el alumno: Analiza las condiciones y relaciones que se establecen en el enunciado verbal de un problema y expresará las relaciones entre lo conocido y lo desconocido a través de una ecuación algebraica de segundo grado. Reafirma la estrategia general en la resolución de problemas de reducir un problema nuevo a otro que ya se sabe cómo resolver. A partir del análisis del modelo algebraico de un problema, valora el método algebraico de resolución que resulta más conveniente.	Con el propósito de que el alumno parta de lo que conoce, analice limitaciones de ello y explore nuevos caminos que lo lleven a que al final obtenga la fórmula general y aprecie sus ventajas, se recomienda una secuencia como la siguiente: Enfrentar al estudiante a la solución de problemas que por su contexto o redacción lo lleven, con una alta probabilidad, a plantear ecuaciones de las siguientes formas: $\mathbf{ax^2 + c = d}$; $\mathbf{(x \pm m)^2 = n}$ **y** $\mathbf{a(x \pm m)^2 = n}$ de modo que con la orientación del profesor puedan resolverlas por inversión de operaciones. En alguno de los ejercicios con ecuaciones de la forma $\mathbf{a(x \pm m)^2 = n}$ efectuar el binomio al cuadrado y solicitar al estudiante que resuelva ahora la ecuación así escrita. Ello con la finalidad	Problemas que dan lugar a ecuaciones cuadráticas con una incógnita. Resolución de ecuaciones cuadráticas de las formas: a) $ax^2 + c = 0$ b) $ax^2 + c = d$ c) $ax^2 + bx = 0$ d) $a(x + m)2 = n$ e) $(ax + b)(cx + d) = 0$ Resolución de la ecuación cuadrática completa $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$. Factorización. Método de completar cuadrados. Fórmula General.

A partir del análisis del modelo algebraico de un problema, anticipa el tipo de soluciones que éste arroja. Interpreta en el contexto del problema lo que significan las soluciones encontradas y elegirá, si es el caso, aquella que tiene sentido en ese contexto. Con relación a los conocimientos y destrezas propios del tema, el alumno: Utiliza los métodos siguientes para resolver una ecuación cuadrática: factorización, completar a un trinomio cuadrado perfecto, y uso de la fórmula general. Transforma una ecuación cuadrática a la forma adecuada para su resolución por un método específico. Identifica cuáles son los parámetros **a, b** y **c**, aún en ecuaciones "desor-denadas" o incompletas y los sustituirá correctamente en la Fórmula General.	insuficiencia de los métodos de despeje de la incógnita utilizados previamente y crear así las condiciones para conjeturar la posibilidad de transformar una ecuación cuadrática completa a otra de la forma $\mathbf{a(x \pm m)^2 = n.}$ Con el objetivo de explorar esta posibilidad, plantear la revisión del método corto para elevar un binomio al cuadrado, así como la factorización del factor común y de un trinomio cuadrado perfecto, a través de inversión de operaciones, y terminar con actividades de transformación de ecuaciones del tipo $\mathbf{ax^2 + bx = 0}$ a la forma $\mathbf{a(x \pm m)^2 + c = 0.}$ Después de lo anterior, enfrentar al alumno a la resolución de problemas que por el contexto o redacción, lleven con una alta probabilidad, a ecuaciones de la forma $\mathbf{ax^2 + bx + c = d}$. Se requiere la orientación del profesor para resolverlas por el método de completar cuadrados Una vez trabajado este método, apoyar al estudiante para que con actividades de generalización, llegue a la fórmula general de solución de una ecuación cuadrática.	Análisis del discriminante $\mathbf{b^2 – 4ac.}$ El número i Raíces dobles Número y naturaleza de las soluciones de la ecuación **ax2 + bx + c = 0**

Efectua las operaciones indicadas al aplicar la fórmula general, de modo que llegue a obtener las dos solucio-nes correctas. Comprende que cuando en el radical se obtiene un número negativo, no existe ningún número real que satisfaga esta condición, por lo que se requiere entrar al terreno de otro tipo de números llamados complejos que se forman a partir del número $i \quad \sqrt{1}$ y son de la forma **a + bi.** Calcula el valor del Discriminante $\mathbf{b^2 – 4ac}$ para conocer la naturaleza y el número de soluciones distintas. Dadas las dos raíces de una ecuación, construirá la ecuación de la que provienen. En relación con actividades de generalización, el alumno: Comprenderá cómo se obtiene la fórmula general para resolver ecua-ciones cuadráticas.	En cuanto a la solución de ecuaciones cuadráticas por el método de factorización, pueden ponerse los ejercicios en los que se tenga un producto de dos binomios igualado a cero y analizar cuándo esto es posible, haciendo notar que en cada caso la dificultad se reduce a resolver dos ecuaciones lineales sencillas. Si luego se efectúa el producto y se pide que la resuelvan la ecuación cuadrática resultante, el alumno podrá valorar, en su caso, de qué manera resultó más sencilla su resolución.	

BIBLIOGRAFÍA

Artigue, M. (1995*). Ingeniería Didáctica*. En: Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., Gómez, P. (Ed.) (1995). Ingeniería didáctica en educación matemática. México. Una empresa docente y Grupo Editorial Iberoamérica. pp. 33 – 59.

Artigue, M., & Douady, R. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática*. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica.

Artigue, M. (1994). Didactical engineering as a framework for the conception of teaching products. *Didactics of mathematics as a scientific discipline*, *13*, 27.

Ausubel, D. P. (2000). *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo* (Segunda edición ed.). México: Trillas.

Brousseau, G. (2000). *Educación y Didáctica de las matemáticas*. Educación Matemática , 12 (1).

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics: didactique des mathématiques* 1970 to 1990 (mathematics education library/19).

Freire, P. (1973). *Extensión o comunicación*. Siglo XXI editores.

Gagné, E. (1991). *La psicología cognitiva del aprendizaje escolar*. Madrid: Visor Distribuciones, S.A.

Hernández, G. (1998). *Paradigmas en psicología de la educación*. Barcelona: Paidós Mexicana, S.A.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. (1991). *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática*. Reston: NCTM.

Puig, L. (1996). *Elementos de resolución de problemas*. Granada: Comares.

Sánchez, A. J. (1979). *El adolescente y el carácter social*; Perfiles Educativos núm. 4 1979. Perfiles Educativos (4).

Savater, F. (1997). *El valor de educar*. España: Ariel.

Socas, M. (1996). *Iniciación al Álgebra*. Madrid: Colección Síntesis.

UNAM. (Noviembre de 2011). Colegio de Ciencias y Humanidades. Recuperado el 1 de Septiembre de 2012, de http://www.cch.unam.mx/

UNAM. (2013). *Prontuario de acreditación, deserción y reprobación* UNAM, CCH.

BIBLIOGRAFÍA para el tema de ecuaciones lineales.

Barnett, Raymond. *Álgebra*, Mc Graw-Hill, México, 2000.

De Oteyza, E., et al. (1996). *Algebra*. México. Prentice Hall.

Fuenlabrada, S. (2000). *Aritmética y álgebra*. México. Mc Graw Hill

Gobran, Alfonse. *Álgebra elemental*. Grupo Editorial Iberoamericana, México, 1990.

Larson, Ronald y Hostetler, Robert. *Álgebra*. Publicaciones Cultural, México, 1996.

Programa de estudios de matemáticas Semestre I. Dirección general del Colecio de Ciencias y Humanidades. UNAM.