



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

**FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLÁN
CAMPO 4**

**CÁLCULO DE ELEMENTOS DE INERCIA APLICADO A
SERVO MECANISMOS**

T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
INGENIERO MECÁNICO ELECTRICISTA**

**PRESENTA:
ARMANDO MARTÍNEZ LÓPEZ**

ASESOR: ING. ANSELMO ANGOA TORRES

CUAUTITLÁN IZCALLI, ESTADO DE MÉXICO 2014



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

**FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLÁN
UNIDAD DE ADMINISTRACIÓN ESCOLAR
DEPARTAMENTO DE EXÁMENES PROFESIONALES**

U. N. A. M.
FACULTAD DE ESTUDIOS
SUPERIORES CUAUTITLÁN
ASUNTO: VOTO APROBATORIO

**DRA. SUEMI RODRÍGUEZ ROMO
DIRECTORA DE LA FES CUAUTITLÁN
PRESENTE**

**ATN: L.A. ARACELI HERRERA HERNÁNDEZ
Jefa del Departamento de Exámenes
Profesionales de la FES Cuautitlán.**



Con base en el Reglamento General de Exámenes, y la Dirección de la Facultad, nos permitimos a comunicar a usted que revisamos **LA TESIS:**

"Cálculo de Elementos de Inercia Aplicado a Servomecanismos".

Que presenta el pasante: **ARMANDO MARTÍNEZ LÓPEZ**
Con número de cuenta: **40700127-5** para obtener el Título de: **Ingeniero Mecánico Electricista**

Considerando que dicho trabajo reúne los requisitos necesarios para ser discutido en el **EXAMEN PROFESIONAL** correspondiente, otorgamos nuestro **VOTO APROBATORIO**.

ATENTAMENTE
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPÍRITU"
Cuautitlán Izcalli, Méx. a 27 de Noviembre de 2013.

PROFESORES QUE INTEGRAN EL JURADO

	NOMBRE	FIRMA
PRESIDENTE	Ing. Anselmo Angoa Torres	
VOCAL	Ing. Fernando Patlán Cardoso	
SECRETARIO	Ing. Fernando Fierro Téllez	
1er SUPLENTE	Ing. Angel Isaías Lima Gómez	
2do SUPLENTE	Ing. Arturo Ávila Vázquez	

NOTA: los sinodales suplentes están obligados a presentarse el día y hora del Examen Profesional (art. 127).

HHA/Vc

AGRADECIMIENTOS

Primeramente a DIOS por haberme brindado la oportunidad de vivir y haberme dado la fortaleza necesaria para seguir adelante. A mis padres por haberme dado la vida, a mi esposa por haber sido parte de este proyecto. También quiero agradecer a todas aquellas personas que de alguna manera hicieron posible la culminación de este trabajo. Por ultimo agradezco a esta gran institución de la cual me siento orgulloso de haber pertenecido.

INDICE

RESUMEN.....	5
ABSTRACT	6
OBJETIVO GENERAL	7
OBJETIVOS PARTICULARES	7
INTRODUCCIÓN.....	7
JUSTIFICACIÓN.	8
MATERIALES Y METODOLOGÍA.....	8
CAPITULO 1 ANTECEDENTES GENERALES.....	9
1.1 Control de Movimiento.	9
1.1.1 Posición, velocidad promedio y rapidez.....	9
1.1.2 Desplazamiento y distancia recorrida.....	11
1.1.3 Componentes de un sistema de control de movimiento.	12
1.1.4 Ingenierías involucradas en el control de movimiento.....	14
1.2 Tipos de transmisión mecánica.	16
1.2.1 Sistemas lineales.	16
1.2.2 Sistemas rotatorios.	17
1.3 La ingeniería mecánica en servo mecanismos.	18
1.3.1 Velocidad y rapidez instantánea.....	19
1.3.2 Aceleración.....	20
1.3.3 Diagramas de movimiento.	22
1.3.4 Ecuaciones de movimiento lineal.....	24
1.3.5 Ecuaciones de movimiento rotatorio.....	25
1.4 Las leyes de movimiento de Newton.	26
1.4.1 Ley de atracción gravitatoria de Newton.	27
1.4.2 Masa y peso.....	27
1.4.3 Sistema de unidades SI.....	28
1.4.4 Sistema de unidades FPS.....	29
1.4.5 La ecuación del movimiento.	29

1.5	Fuerzas de fricción.....	30
1.5.1	Coeficientes de fricción.....	32
1.6	Movimiento circular uniforme.....	33
1.7	Rotación de un objeto rígido en torno a un eje fijo.....	34
1.7.1	Posición, velocidad y aceleración angular.....	34
1.7.2	Objeto rígido bajo aceleración angular constante.....	38
1.7.3	Cantidades angulares y traslacionales.....	39
1.7.4	Energía cinética rotacional.....	41
1.7.5	Cálculo de momento de inercia.....	43
1.8	Ecuaciones generales para el cálculo de servo sistemas.....	45
CAPITULO 2 SERVO MOTORES DE CORRIENTE ALTERNA		46
2.1	Conversión electromecánica de energía.....	46
2.2	Principios fundamentales del servo motor.....	46
2.3	Operación del servo motor de corriente alterna ("brushless").....	48
2.3.1	Inducción magnética.....	50
2.3.2	Rotación.....	52
2.3.3	Deslizamiento.....	52
2.3.4	Velocidad base o velocidad nominal.....	53
2.4	Características del servo motor de corriente alterna.....	54
2.4.1	Servo motores de CA y control de movimiento.....	55
2.5	Tipos de realimentación de posición en servo motores de corriente alterna.....	56
2.5.1	Clasificación de elementos de realimentación.....	56
2.5.2	Funcionamiento de un encoder.....	57
2.5.3	Encoder Absoluto.....	58
2.5.4	Resolver.....	60
2.6	Parámetros técnicos de un servo motor.....	61
2.7	Características físicas de un servo motor de CA de baja inercia.....	63
CAPITULO 3 REDUCTORES MECÁNICOS DE BAJA INERCIA		64
3.1	El reductor de velocidad.....	64
3.1.1	Relación de transmisión (<i>i</i>).....	64
3.1.2	Torque o par máximo.....	65
3.1.3	Par nominal.....	65

3.1.4	Relación de momento de inercia (λ).....	66
3.1.5	Juego mecánico o “backlash”.....	66
3.1.6	Eficiencia o rendimiento.	67
3.1.7	Momento de inercia y factor de servicio.	68
3.1.8	Factor de aceleración de las masas.....	69
3.3	Tipos de reductores.	69
3.3.1	Reductores de velocidad de Sin fin-Corona.	69
3.3.2	Reductores de velocidad de engranajes.....	70
3.3.3	Reductores de velocidad de engranes planetarios	71
3.3.4	Clasificación por disposición de los ejes lento y rápido.....	73
3.4	Elementos constitutivos del reductor de baja inercia de engranes planetarios.....	74
CAPITULO 4 CÁLCULO DE INERCIA DE ELEMENTOS MECÁNICOS		77
4.1	Relación de inercia.....	77
4.2	Tipos de operación en un servo mecanismo.....	81
4.2.1	Operación cíclica.....	81
4.2.2	Operación continúa.	81
4.3	Ciclo de trabajo en un servo mecanismo.....	82
4.4	Coefficiente de impacto.....	83
4.5	Reductor de velocidad en un servo sistema.....	85
4.6	Juego mecánico de un reductor (“backlash”).	86
4.7	Cálculo del torque máximo en diferentes etapas del sistema.	86
4.7.1	Cálculo de torque del cuerpo a mover.....	86
4.7.2	Cálculo de torque en la entrada del reductor.....	87
4.7.3	Cálculo de torque del servo motor.	88
4.8	Cálculo de momento de masa de inercia en diferentes etapas del sistema.....	89
CAPITULO 5 APLICACIONES CLASICAS DE SERVO MECANISMOS.....		91
5.1	Análisis de la aplicación.....	91
5.2	Calculo del servo mecanismo rotatorio.....	91
5.2.1	Cálculo del momento de inercia del sistema rotatorio.	93
5.2.2	Perfil de movimiento del sistema rotatorio.	95
5.2.3	Cálculo de velocidad y aceleración del sistema rotatorio.	97
5.2.4	Cálculo de torque inicial del sistema rotatorio.	101

5.2.5	Cálculo de velocidad y aceleración referida a la salida del reductor.....	103
5.2.6	Cálculo de relación de inercia del sistema rotatorio.....	104
5.2.7	Cálculo de torque final del sistema rotatorio.....	108
5.3	La importancia del radio de giro en sistemas rotatorios.....	109
5.3.1	Perfil de velocidad-aceleración de un sistema rotatorio.....	111
5.3.2	Cálculo de torque para diferentes radios de giro.....	112
5.3.3	Cálculo de reductor y servo motor para diferentes radios de giro.....	116
5.4	Servo mecanismo lineal.....	122
5.4.1	Recolección de datos generales del sistema lineal.....	123
5.4.1.1	Cálculo de velocidad y aceleración angular.....	126
5.4.2	Método de aproximación de masa de los elementos mecánicos.....	127
5.4.3	Cálculo del momento de inercia de los elementos mecánicos de un sistema lineal.....	132
5.4.4	Cálculo de torque de los elementos mecánicos del sistema lineal.....	134
5.4.5	Comprobación y cálculo de torque.....	136
	RESULTADOS.....	138
	DISCUSIÓN.....	139
	CONCLUSIONES.....	140
	BIBLIOGRAFIA.....	141
	APENDICE.....	142

RESUMEN

Un buen control de posición en un servo mecanismo requiere una correcta elección de los elementos que lo componen, de lo contrario, se incurrirá en la mala selección de cada uno de ellos exponiendo el sistema a una operación inadecuada e incluso al fallo total. Es por eso que el análisis matemático se debe hacer contemplando los cálculos de inercia y de torque de todos los elementos mecánicos de acuerdo a sus características físicas. Esta es la parte difícil de la visualización del cálculo y la mayor parte de los parámetros se presentan cuando se determina el tipo de movimiento al que estará expuesto todo el sistema.

El diseño de un servo mecanismo está determinado por dos de las principales ramas de la física aplicada en la industria de transformación de materia prima. La ingeniería electrónica y la ingeniería mecánica son aquellas que determinan el diseño e implantación de este tipo de sistemas de control de movimiento. En este trabajo se realiza la evaluación matemática de los elementos que conforman un servo mecanismo, proporcionando todas las herramientas y principios físicos fundamentales para su entendimiento, el principal propósito será permitir que toda persona que desee adquirir el conocimiento necesario para la implantación y diseño de servo mecanismos, basado en una necesidad o simplemente por comprender el principio de funcionamiento, lo encuentre en este trabajo y que de manera paulatina bajo el desarrollo de los ejemplos presentados comprenda la parte fundamental del desarrollo y el entendimiento del porqué de sus elementos. Cada uno de los ejemplos presentados en este trabajo se exponen como un método de desarrollo y aprendizaje para la evaluación de sistemas mecánicos de control de movimiento que utilizan servo motores como principal generador de fuerza motriz. Las principales características de reductores y servo motores de baja inercia serán presentados mediante capítulos dedicados especialmente para su comprensión.

ABSTRACT

A good position control servo mechanism requires a proper choice of the elements that compose it, otherwise, it will incur in a poor selection of each them, exposing the system to improper operation and even total failure. That is why mathematical analysis should be done considering calculate inertia and torque of all mechanical elements according to their physical characteristics. This is the difficult part of the calculation and display of most of the parameters are presented when the type of movement that will be exposed the whole system is determined.

The design of a servo mechanism is determined by two major branches of physics applied in industry transformation of raw material. Electronic engineering and mechanical engineering are those that determine the design and implementation of this type of motion control systems. In this paper the mathematical evaluation of the elements of a servo mechanism is performed, providing all the tools and fundamental physical principles for understanding the main purpose will be to enable any person wishing to acquire the knowledge necessary for the implementation and design of servo mechanisms, based on a need or simply to understand the operating principle, it is in this work and gradually under the development of the examples presented, comprising the core of the development and understanding of why its entirety. Each of the examples presented in this work are given as a method of learning and development for the evaluation of mechanical motion control systems using servo motors as the main prime mover. The main features of gearboxes and low inertia servo motors will be presented by chapters especially for your understanding.

OBJETIVO GENERAL

Comprobar los principios fundamentales del comportamiento de un servo mecanismo, basado en el cálculo de los elementos básicos que lo componen.

OBJETIVOS PARTICULARES

- 1.-Proporcionar el conocimiento necesario para la comprensión del comportamiento de un servo mecanismo.
- 2.-Dar a conocer los elementos que conforman un servo mecanismo, para que puedan ser elegidos y relacionados entre sí.
- 3.-Desarrollar un compendio de información que desarrolle la habilidad de elección de servo elementos, dirigida a toda aquella persona relacionada con el tema.

INTRODUCCIÓN

Desde que se inició estudio de los primeros elementos mecánicos de transmisión de movimiento, basado en la necesidad de amplificación de fuerzas utilizando brazos de palanca, reducción e incremento de velocidad en elementos mecánicos rotatorios, estos enfocados a cumplir un solo objetivo que era el de ayudar en las tareas rutinarias que el hombre desempeñaba, esto dio la pauta para desarrollar elementos mecánicos de transmisión con mayor eficiencia, funcionalidad y diseño mecánico nunca antes visto. A principios de la revolución industrial en el siglo XVIII se diseñaba maquinaria con elementos puramente mecánicos, estos cumplían con las características de funcionalidad para el proceso para el cual eran diseñados sin importar que tan precisos y eficientes fueran. A partir de este momento la economía de las naciones se basó en la industria de la manufactura, siendo cada vez más importante el costo de producción, la cantidad de productos y el tiempo de fabricación. Cuando la máquina de vapor fue sustituida por el motor eléctrico, la evolución de los procesos y de la maquinaria misma fue inevitable.

En la actualidad, el desarrollo tecnológico relacionado con los sistemas de automatización y control de maquinaria enfocada a procesos de producción, ha permitido la implementación de nuevos sistemas automáticos y de mayor precisión. Los servo mecanismos que al día de hoy se utilizan, han evolucionado con el objetivo de cumplir con las necesidades de cualquier sistema mecánico al que se desee implantar. El principal objetivo ha sido la evolución de los elementos mecánicos que componen la transmisión de cualquier máquina, los componentes se hicieron pequeños y más eficientes comparados con sus antecesores.

JUSTIFICACIÓN.

Para poder implantar un servo mecanismo en la industria, se requiere del conocimiento de diferentes ramas de la física, la ingeniería mecánica es una de las más importantes, ya que es la que determinara el sistema eléctrico y de control. Dado que no existe literatura generalizada que permita desarrollar la implementación de este tipo de sistemas, se ha decidido proporcionar las suficientes bases literarias y pruebas de campo para introducir a todo aquel que requiera desarrollar un servo mecanismo basado en los elementos de inercia que lo componen.

MATERIALES Y METODOLOGÍA

- Motion Control Fundamentals (Manual del estudiante Rockwell Automation).
- Motion Control Glossary (Manual Usuario Rockwell Automation).
- Software SolidWorks.
- Ingeniería Mecánica en Control de Movimiento (Curso URANY 2013).
- Equipo de cómputo.
- Componentes y Sistemas (Catálogo de productos Alpha WITTWSTEIN).
- Servo Fit Reductores Servo (Catálogo de productos STOBBER).

Dada la naturaleza del tema planteado como propuesta de investigación, se ha decidido utilizar el método de tesis por compilación bibliográfica, la mayor parte de los conceptos requeridos se encuentran en libros de mecánica, física y de sistemas eléctricos, otra parte la encontraremos en manuales técnicos y de referencia de equipos, algunos otros serán extraídos de revistas y publicaciones relacionadas con el tema.

Gran parte de la información expuesta en los últimos capítulos esta soportada por la experiencia y el trabajo de investigación con este tipo de sistemas y la información adquirida en ponencias y cursos relacionados con sistemas eléctricos de control de movimiento, así como la programación de los controladores que determinan el movimiento del servo sistema.

CAPITULO 1 ANTECEDENTES GENERALES

1.1 Control de Movimiento.

Cuando se habla de control de movimiento se debe considerar la forma en la que este se genera, cuando en el movimiento de una partícula se conoce la posición de la misma en cada instante de tiempo y a su vez la posición de la partícula es controlada y manipulada para mantenerla en la posición deseada, esto se definirá como control de movimiento de una partícula. Habiendo establecido este concepto entenderemos que el control de movimiento en un sistema mecánico corresponde en mantener en la posición deseada cada uno de los elementos de los que está compuesto, cumpliendo con los parámetros de velocidad y aceleración.

1.1.1 Posición, velocidad promedio y rapidez.

La posición de una partícula es la ubicación de la partícula respecto a un punto de referencia elegido que se considera el origen de un sistema coordenado.

Consideremos un automóvil que se mueve hacia adelante y en reversa a lo largo del eje x como se muestra en la figura 1.1a. Cuando se comienza a recopilar datos de posición el automóvil está a 30 m a la derecha de una señal del camino, esta señal se utilizara como posición de referencia $x = 0$. Activemos el cronometro y una vez cada 10 s anotamos la posición del automóvil en relación con la señal en $x = 0$. Como aparece en la tabla 1.1, el automóvil se mueve hacia la derecha (que se definió como posición positiva) durante los primeros 10 s de movimiento, desde la posición A hasta la posición B. Después de B, los valores de posición comienzan a disminuir, lo que indica que el automóvil regresa desde la posición B hasta la posición F. De hecho, en D, 30 s después de comenzar a medir, el automóvil esta junto a la señal del camino usada para marcar el origen de las coordenadas (vea la figura 1.1a). Continúa moviéndose hacia la izquierda y está a más de 50 m a la izquierda de la señal cuando se deja de registrar información después del sexto punto de datos. En la figura 1.1b se realiza una representación gráfica de esta información. A tal gráfica se le llama gráfica de posición-tiempo.

La figura 1.1a es una representación pictórica, mientras que la figura 1.1b es una representación gráfica. Un automóvil va hacia adelante y en reversa a lo largo de una línea recta, Ya que se tiene un movimiento traslacional del automóvil, se representa como una partícula. La tabla 1.1 es una representación tabular de la misma información. Usar representaciones alternativas es una excelente estrategia para comprender la situación en un problema dado. En todo caso la meta en muchos problemas es lograr una representación matemática, la cual se analiza para resolver algún fragmento de información solicitada.

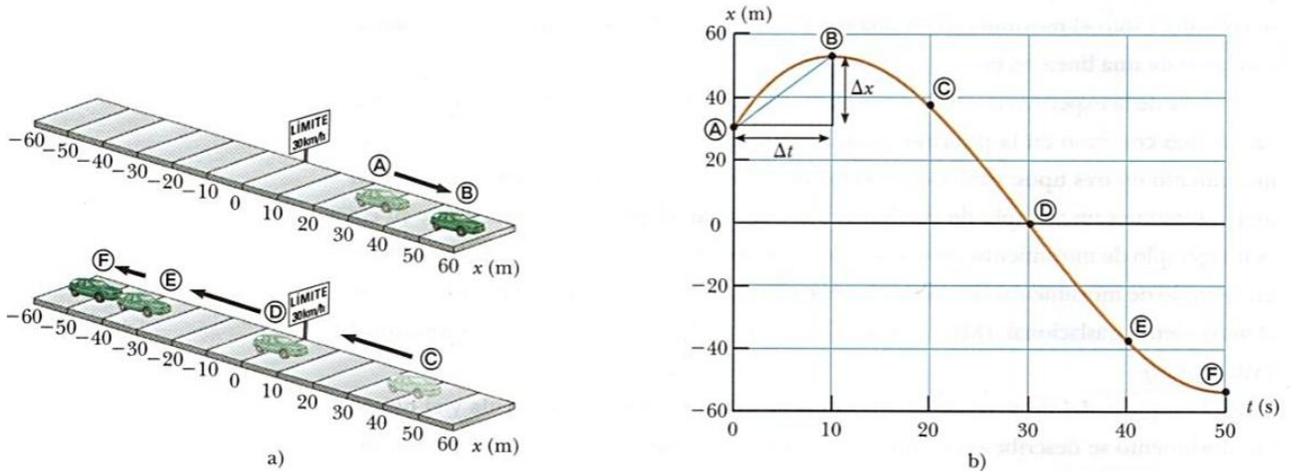


Figura 1.1 a) Representación pictórica del automóvil. b) Representación gráfica (gráfica posición-tiempo) del movimiento del automóvil.

<i>Posición del automóvil en varios tiempos</i>		
Posición	t (s)	x (m)
A	0	30
B	10	52
C	20	38
D	30	0
E	40	-37
F	50	-53

Tabla 1.1 Datos de posición tiempo.

A partir de los datos de la tabla 1.1 se determina fácilmente el cambio en posición del automóvil para varios intervalos de tiempo. El desplazamiento de una partícula se define como su cambio en posición en algún intervalo de tiempo. Conforme la partícula se mueve desde la posición inicial x_i a una posición final x_f , su desplazamiento se conoce por:

$$\Delta x \equiv x_f - x_i \quad (1.1)$$

Se usa la letra griega mayúscula delta (Δ) para denotar el cambio en una cantidad. A partir de esta definición se ve que Δx es positiva si x_f es mayor que x_i y negativo si x_f es menor que x_i .

1.1.2 Desplazamiento y distancia recorrida.

Es muy importante reconocer la diferencia entre desplazamiento y distancia recorrida. *Distancia* es la longitud de una trayectoria seguida por una partícula. Considere por ejemplo a los jugadores de basquetbol en una cancha de juego. Si un jugador corre desde la canasta de su propio equipo a lo largo de la cancha hasta la canasta del otro equipo y luego regresa a su propia canasta, el *desplazamiento* del jugador durante este intervalo de tiempo es cero por que terminó en el mismo punto del que partió: $x_f = x_i$, de modo que $\Delta x = 0$. Sin embargo, durante este intervalo, se movió a lo largo de una distancia del doble de longitud de la cancha de basquetbol, la *distancia* siempre se presenta como un número positivo, mientras que el desplazamiento puede ser positivo o negativo.

El desplazamiento es un ejemplo de una cantidad vectorial, muchas otras cantidades físicas, incluida posición, velocidad y aceleración, también son vectores. En general, una cantidad vectorial requiere la especificación tanto de dirección como de magnitud. En contraste, una cantidad escalar tiene un valor numérico y no dirección. Los signos positivo (+) y negativo (-) pueden ser utilizados para indicar dirección del vector, como por ejemplo tenemos que el movimiento horizontal a la derecha como la dirección positiva. Cualquier objeto que se mueva a la derecha experimentara un desplazamiento positivo $\Delta x > 0$, y cualquier objeto que se mueva hacia la izquierda experimenta un desplazamiento negativo de modo que $\Delta x < 0$.

No se ha mencionado un punto importante, los datos de la tabla 1.1 resultan en seis puntos de datos de la gráfica de la figura 1.1b. La curva uniforme que se dibuja a través de seis puntos de la gráfica solo es una posibilidad del movimiento real del automóvil. Únicamente se tiene información de seis instantes de tiempo, no se tiene idea de lo que sucedió entre los puntos de datos, la curva uniforme es una suposición de lo que ocurrió, pero tenga en mente que sólo es una suposición.

Si la curva uniforme representa el movimiento real del automóvil, la gráfica contiene información acerca de todo el intervalo de 50 s durante los que se observó el movimiento del automóvil. Es mucho más fácil ver los cambios en la posición a partir de la gráfica que de una descripción verbal o incluso de una tabla de números. Por ejemplo es claro que el automóvil cubre más terreno durante la mitad del intervalo de 50 s que al final. Entre las posiciones C y D, el automóvil viaja a 40 m, pero durante los últimos 10 s, entre las posiciones E y F, se mueve a menos de la mitad de esa distancia. Una forma común de comparar estos movimientos diferentes es dividir el desplazamiento Δx que se presenta entre dos lecturas de cronometro entre el valor de dicho intervalo de tiempo particular Δt . El resultado evidencia ser una relación muy útil, una que se usara muchas veces. A esta relación se le ha dado un nombre especial: *velocidad promedio*. La velocidad promedio $v_{x, prom}$ de una partícula se define como el desplazamiento Δx de la partícula dividido entre el intervalo de tiempo Δt durante el que ocurre dicho desplazamiento:

$$v_{x, prom} \equiv \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (1.2)$$

Donde el subíndice x indica el movimiento a lo largo del eje x . A partir de esta definición es claro que la velocidad promedio tiene dimensiones de longitud divididas entre el tiempo (l/t), o en metros por segundo en unidades del SI.

La velocidad promedio de una partícula que se mueve en una dimensión es positiva o negativa, dependiendo del signo del desplazamiento. (El intervalo de tiempo Δt siempre es positivo). Si la coordenada de la partícula aumenta en el tiempo (esto es, si $x_f > x_i$), Δx es positiva y $v_{x, prom} \equiv \Delta x / \Delta t$ es positiva. Este caso corresponde a una partícula que se mueve en la dirección x positiva, esto es, hacia valores grandes de x . Si la coordenada disminuye en el tiempo (esto es, si $x_f < x_i$), Δx es negativa y por tanto $v_{x, prom}$ es negativa.

La velocidad promedio se interpreta geoméricamente al dibujar una línea recta entre dos puntos en la gráfica posición-tiempo en la figura 1.1b. Esta información forma la hipotenusa de un triángulo rectángulo de altura Δx y base Δt . La pendiente de esta línea es la proporción $\Delta x / \Delta t$, que se definió como velocidad promedio en la ecuación 1.1. Por ejemplo, la línea entre las posiciones A y B en la figura 1.1a tiene una pendiente igual a la velocidad promedio del automóvil entre dichos dos tiempos $(52 \text{ m} - 30 \text{ m}) / (10 \text{ s} - 0) = 2.2 \text{ m/s}$.

En el uso cotidiano de la *rapidez* y *velocidad* promedio son intercambiables, de cualquier modo, en física, hay una clara distinción entre estas dos cantidades. Considere una competidora de maratón que corre una distancia d de más de 40 km y aun así termina en su punto de partida. Su desplazamiento total es cero, ¡así que su velocidad promedio es cero! No obstante, es necesario cuantificar que tan rápido corre. Una relación ligeramente diferente logra esto. La rapidez promedio v_{prom} de una partícula, una cantidad escalar, se define como la distancia total recorrida dividida entre el intervalo de tiempo total requerido para recorrer dicha distancia:

$$v_{prom} \equiv \frac{d}{\Delta t} \quad (1.3)$$

La unidad de medida de la rapidez promedio en el SI es la misma unidad de la velocidad promedio: metros por segundo. Sin embargo, a diferencia de la velocidad promedio, la rapidez promedio no tiene dirección y siempre se expresa como un número positivo. Distingamos la diferencia entre velocidad promedio y rapidez promedio: la velocidad promedio es el *desplazamiento* dividido entre el intervalo de tiempo, mientras que la rapidez promedio es la *distancia* entre el intervalo de tiempo.

1.1.3 Componentes de un sistema de control de movimiento.

Un sistema de control de movimiento está constituido por cinco elementos fundamentales que interactúan entre sí para mantener el elemento deseado en la posición deseada. La figura 1.2 muestra los componentes de un sistema de control de movimiento, de forma esquemática se observa cómo cada uno de ellos realiza una función en el proceso de control del elemento de

salida, en el caso de un servo mecanismo la variable controlada es el elemento mecánico tal y como lo muestra en la figura 1.2.

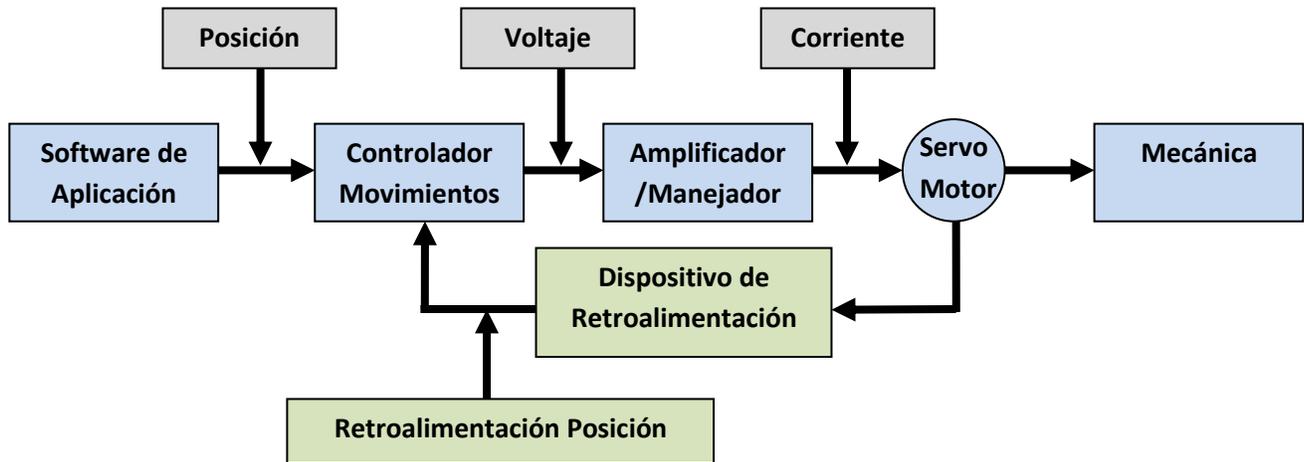


Figura 1.2. Componentes de un sistema de control de movimiento.

Cada uno de los elementos de la figura 1.2 tiene la función de controlar la posición mecánica del elemento de salida, ha de saberse que si alguno de estos elementos faltase no se lograría un sistema de control de movimiento. A continuación se explica el funcionamiento de cada uno de los elementos dentro del sistema de control referido en la figura 1.2.

- **Software de aplicación:** Se puede utilizar software de aplicación para comandar las posiciones y alcanzar los perfiles de control de movimiento. Este software está diseñado para proporcionar la facilidad de programación con instrucciones sencillas y entendibles por el usuario, el principal objetivo de este, es desarrollar una aplicación en la cual los comandos de control de movimiento sean ejecutados por el motor con las características de velocidad, aceleración y posición en los tiempos definidos por el programa.
- **Controlador de Movimientos:** El controlador de movimientos actúa como el cerebro del sistema tomando las posiciones por alcanzar y perfiles de movimiento, creando las trayectorias a seguir por los motores y generando salidas como realimentación de dirección y posición para los servo motores y motores paso a paso. El controlador de movimiento es el que recibe y almacena el programa compilado por el software de aplicación.
- **Amplificador o manejador:** Los amplificadores (también denominados manejadores) toman los comandos del controlador y generan la corriente requerida para mover el servo motor.

- **Servo Motor:** Los servo motores convierten energía eléctrica en energía mecánica y producen el torque requerido para moverse a la posición deseada, se caracterizan por contar con un elemento de realimentación de posición.
- **Elementos Mecánicos:** Los servo motores se diseñan para proveer el torque en algunos mecanismos. Estos incluyen reglas lineales, brazos robóticos y actuadores especiales.
- **Dispositivo de realimentación o sensor de posición:** En algunas aplicaciones de control de movimientos no se requiere un dispositivo de realimentación (tal como el control de motores paso a paso) aunque es vital para el servo motor. Este dispositivo, usualmente un codificador de cuadratura, mide la posición del motor e informa el resultado al controlador, cerrando por consiguiente el lazo del controlador de movimientos.

1.1.4 Ingenierías involucradas en el control de movimiento.

El control de movimiento es una ciencia que involucra diferentes ingenierías relacionadas con la parte eléctrica-electrónica y la ingeniería mecánica, actualmente es una necesidad estar involucrado con cada una de ellas ya que si se requiere desarrollar un servo mecanismo desde el principio hasta el fin, se tendrá que tener conocimiento de cada una de ellas, específicamente en el área que involucra el desarrollo del servo sistema. La figura 1.3 muestra las ingenierías que permiten el desarrollo de un sistema de control de movimiento.

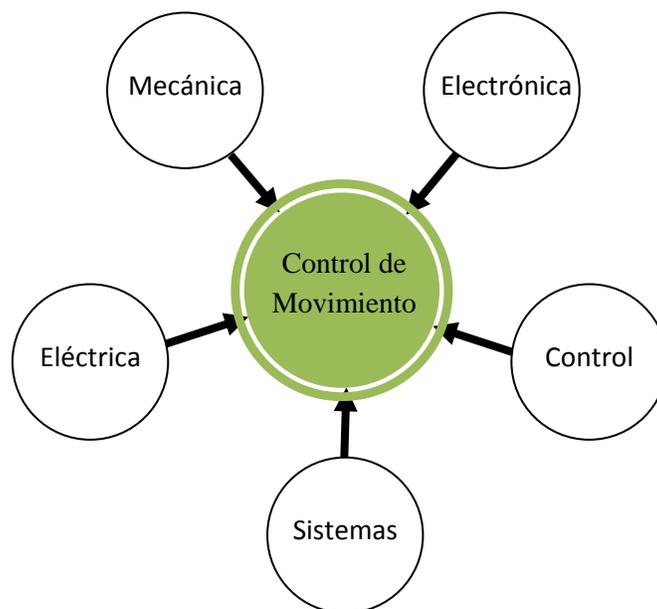


Figura 1.3 Ingenierías involucradas en el control de movimiento.

Cada una de las áreas de la física mostradas en la figura 1.3 se relacionan entre sí para desarrollar un sistema de control de este tipo, el objetivo de cada una de ellas es determinar ciertas características de los elementos que lo constituyen, a continuación se describirá cada una de ellas tomando en cuenta el orden en que el sistema de control de movimiento se desarrolla.

Ingeniería mecánica: Es una de las principales en el desarrollo de un sistema de este tipo, la importancia se ha dado por razones claras y obvias, dado que estamos hablando del movimiento de un cuerpo sabemos que esto implica el cálculo de fuerzas. Para el cálculo de estas, primero se requiere determinar las características físicas del cuerpo a mover, esto permite visualizar los elementos posteriores dentro del sistema, sin este análisis inicial no se podría continuar con el diseño de los elementos que conforman un servo mecanismo.

Siendo más específicos en la importancia de la ingeniería mecánica y su aplicación primordial en los sistemas de control de movimiento, partiendo del conocimiento de que para mover un cuerpo que se encuentra en reposo se requiere de una fuerza y esta la determina la inercia del cuerpo a mover, en otras palabras todos los elementos posteriores al diseño serán calculados de acuerdo a este primer paso, que es el cálculo de inercia referida a la masa del cuerpo.

Ingeniería eléctrica: Es la que se encarga del diseño y desarrollo de los motores que proporcionan la transformación de energía eléctrica a energía mecánica. Para diseñar un servo motor con las características de baja inercia y par elevado, se ha requerido del estudio a profundidad de cada uno de los tipos de máquinas de transformación de energía eléctrica a energía mecánica (motores eléctricos), se han combinado las características principalmente de los motores de corriente alterna jaula de ardilla y los motores síncronos para dar paso a una nueva familia de motores servo controlados que han permitido el desarrollo y diseño de servo mecanismos.

Ingeniería electrónica: Un servo motor es una máquina eléctrica de alta eficiencia por sus principales propiedades de par elevado y baja inercia propia del rotor, para poder obtener estas características en un servo motor, se requiere manipular la energía eléctrica de alimentación al servo motor. Actualmente se utilizan convertidores electrónicos de voltaje basados en modulación por ancho de pulso (PWM), los sistemas electrónicos de realimentación de posición y los circuitos de control de potencia, son manipulados por un microprocesador que determina la velocidad, el par inicial y la aceleración dependiendo las necesidades del perfil de control de movimiento.

Ingeniería en control: El sistema está basado en un lazo cerrado de control de posición, teniendo en cuenta que la exactitud en cada movimiento de un servo mecanismo es la principal característica que este brinda, se requiere del principio de realimentación y control del sistema, la mayoría de los controladores para servo motores utilizan el control PID

(Proporcional Integral Derivativo) como tipo de control para mantener la exactitud de posición en la flecha del motor.

Ingeniería en sistemas: Una vez que se tiene todo el hardware se necesita la interface entre el sistema electrónico y de control con el usuario final. Un software de integración y programación es el que permite versatilidad y manipulación del servo mecanismo, de este dependerá los alcances de los elementos anteriores, la ingeniería en sistemas se encarga del desarrollo de este tipo de aplicaciones haciéndolas fáciles en entendimiento y desarrollo para el usuario final.

1.2 Tipos de transmisión mecánica.

Unas de las condiciones para mantener la exactitud en un servo motor es que todo lo que se le conecte mecánicamente, este rígidamente acoplado al servo motor, a diferencia de un motor de inducción, las cargas que se acoplan a él no se encuentran sujetas de forma rígida, por tanto el efecto que esto provoca no es de consideración por el simple hecho de estar controlando velocidad y no posición. El objetivo de un servo motor es controlar la posición de su flecha mediante un algoritmo de control, si la transmisión fuese un actuador lineal que tiene mucho juego mecánico o sufre de elongación por estar constituido de bandas, imaginemos los engranes de un reductor, en un instante de tiempo estos se separan y el servo motor deja de recibir la carga es aquí en donde se consideran estos efectos y se introducen como elementos que causan error. Estas características dependen del tipo de transmisión mecánica acoplada al servo motor y principalmente de las necesidades que la industria requiere en la actualidad.

Asimismo, las transmisiones pueden ser utilizadas para convertir movimiento circular en lineal o viceversa, lo que en ocasiones puede ser necesario. Existen actualmente en el mercado robots industriales con acoplamiento directo entre accionamiento y articulación. Se trata, sin embargo, de casos particulares dentro de la generalidad, en los robots industriales actuales supone la existencia de sistemas de transmisión junto con reductores para el acoplamiento entre actuadores y articulaciones, es de esperar que un buen sistema de transmisión cumpla con una serie de características básicas, debe tener un tamaño y peso reducido, se ha de evitar que presente juegos u holguras considerables y se deben buscar transmisiones con gran rendimiento.

1.2.1 Sistemas lineales.

La principal característica de este tipo de sistemas es la transformación del movimiento rotatorio a un movimiento lineal. Existen en el mercado distintas transmisiones mecánicas que dependiendo la aplicación y la necesidad ofrecen desplazamientos lineales, a continuación enunciamos los más utilizados en control de movimiento.

- Cremallera y piñón.
- Tornillo de bolas.
- Rodillos planetarios.
- Transportador de banda.
- Transportador de cadena.
- Levas.
- Biela manivela.

La cremallera piñón se utiliza en máquinas de precisión como máquinas de control numérico o CNC, traslado de robots, robots cartesianos. Un tornillo de bolas se puede utilizar en carreras cortas, velocidades bajas y medias, hay un término en el manejo de rodillos de bolas llamado velocidad crítica, es la velocidad a la que este tornillo empieza a vibrar y esto depende de la longitud, a mayor longitud la velocidad crítica se va haciendo más baja siendo inversamente proporcional a la longitud, estas vibraciones meten cargas no deseadas al sistema por lo cual para altas velocidades no es recomendable, una de las características del tornillo de bolas, es que funciona como un reductor mecánico, normalmente una aplicación de este tipo no se ve instalada como reductor de velocidad, una aplicación se encuentra en máquinas CNC, particularmente por poseer ejes cortos.

La transmisión de tornillos planetarios convierte el movimiento rotatorio en lineal, las aplicaciones más típicas son las prensas que representan una alta capacidad de fuerza, estaciones de simulación, si un pistón hidráulico o neumático no da la precisión requerida, aquí es en donde se ocupa este tipo de sistemas, tiene las mismas limitantes que un tornillo de bolas y tampoco se puede llevar a carrera muy largas, si la longitud aumenta se reduce la velocidad de trabajo.

1.2.2 Sistemas rotatorios.

En estos elementos se trasmite un movimiento circular a la entrada y a la salida se obtiene un desplazamiento angular en la misma dirección o en la dirección opuesta. En cargas rotatorias se tiene una inmensidad de aplicaciones, mesas indexadoras, aplicación de corte mediante dos rodillos, estaciones de simulación, en donde se tiene un pistón neumático e hidráulico y se requiere mejorar la precisión y la flexibilidad, es aquí donde se utilizara este tipo de sistema, tiene las mismas limitantes que el tornillo de bolas y tampoco podemos llevarlo a carreras muy largas, estos existen hasta de 48 pulgadas de largo pero esto reduce su velocidad de trabajo. A continuación se enuncian algunas de las aplicaciones más comunes para los sistemas rotatorios.

- Rodillos.

- Mesa indexadora.
- Intercambiador de herramientas.
- Ejes de robots.
- Tornos (máquinas y herramientas).

Las bandas comúnmente utilizadas para ahorrar espacio y transmitir el movimiento directamente del servo motor. En cargas rotatorias tenemos una infinidad de aplicaciones, una de las grandes diferencias entre los sistemas lineales es que no hay una reducción en la inercia y torque, ya que la carga esta directamente acoplada al servo motor, comúnmente usada en ejes para la orientación de herramientas en robots.

1.3 La ingeniería mecánica en servo mecanismos.

La mecánica es la ciencia que describe y predice las condiciones de reposo y movimiento de los cuerpos bajo la acción de fuerzas.

La mecánica es una rama de la física que se ocupa del estado de reposo o movimiento de cuerpos sometidos a la acción de fuerzas. La mecánica de cuerpos rígidos se divide en dos áreas: estática y dinámica. La estática tiene que ver con el equilibrio de un cuerpo que permanece en reposo o que se mueve con velocidad constante. El tratamiento previo estuvo relacionado con la dinámica que se ocupa del movimiento acelerado de un cuerpo.

La mecánica aplicada a elementos mecánicos es estudiada por las siguientes ramas:

- Mecánica de cuerpos rígidos.
 - Estática.
 - Dinámica.
- Mecánica de cuerpos deformables.
- Mecánica de fluidos.

Existe una suposición muy importante que la mayoría de las veces es la causa de las fallas al momento de determinar un servo mecanismo, estamos suponiendo que el cuerpo es rígido y que no existen deformaciones cosa que no es real, si estamos hablando de aplicaciones con una precisión de micras, pensando en el tipo de realimentación de posición es la adecuada y basamos el sistema en una estructura inestable y sin la rigidez necesaria, también en el cálculo estamos suponiendo que los cuerpos son rígidos y es ahí en donde se encuentra el factor de error, lo importante es determinar qué tan grande es el factor de error dependiendo de la aplicación.

1.3.1 Velocidad y rapidez instantánea.

Con frecuencia es necesario conocer la velocidad de una partícula en un instante específico en el tiempo en lugar de la velocidad promedio en un intervalo promedio finito, en otras palabras, nos gustaría poder especificar su velocidad de manera tan precisa como determina su posición al notar lo que ocurre en una lectura particular del reloj, esto es en algún instante específico. ¿Qué significa hablar acerca de que tan rápido se mueve algo?, si se congela el tiempo, para ver como se hace esto considere al figura 1.4 que es una reproducción de la figura 1.1b, ya se discutió la velocidad promedio para el intervalo para el cual el automóvil se mueve desde la posición A hasta la posición B (dada la pendiente de la línea azul) y para el intervalo para el cual se mueve de A a F (representado por la pendiente de la línea azul más larga). El automóvil comienza a moverse hacia la derecha, que se define como la dirección positiva, debido a esto al ser positivo, el valor de la velocidad promedio durante el intervalo de A a B es el más representativo de la velocidad inicial que el valor de la velocidad promedio durante el intervalo de A a F, que se determinó que era negativa en el ejemplo del tema 1.1.1, ahora enfoquémonos en la línea azul corta y deslice el punto B hacia la izquierda a lo largo de la curva, hacia el punto A, como en la figura 1.4b. La línea entre los puntos se vuelve cada vez

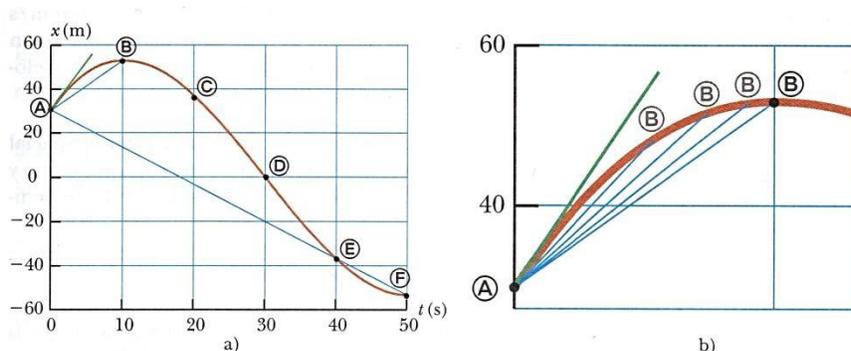


Figura 1.4 a) Gráfica que representa la velocidad del automóvil de la figura 1.1 b) Una ampliación de la esquina superior izquierda de la gráfica, muestra cómo la línea azul entre las posiciones A y B tiende a la línea tangente verde conforme el punto B se mueve más cerca del punto A.

más inclinada, y conforme los dos puntos se vuelven en extremo próximos, la línea se convierte en una línea tangente a la curva indicada por la línea verde en la figura 1.4b. La pendiente de esta línea tangente representa la velocidad del automóvil en el punto A. Lo que se hizo fue determinar la *velocidad instantánea* en dicho momento. En otras palabras la velocidad instantánea v_x es igual al valor límite de la proporción $\Delta x/\Delta t$ conforme Δt tiende a cero.

$$v_x \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (1.3)$$

En notación de cálculo, este límite se llama derivada de x respecto a t que se escribe dx/dt :

$$v_x \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \quad (1.4)$$

La velocidad instantánea puede ser positiva, negativa o cero. Cuando la pendiente de la gráfica posición-tiempo es positiva y el automóvil se mueve hacia valores más grandes de x . Después del punto B, v_x es negativa por que la pendiente es negativa y el automóvil se mueve hacia valores más pequeños de x . En el punto B, la pendiente y la velocidad instantánea son cero y el automóvil esta momentáneamente en reposo.

La rapidez instantánea de una partícula se define como la magnitud de su velocidad instantánea. Como con la rapidez promedio, la rapidez instantánea no tiene dirección asociada con ella. Por ejemplo si una partícula tiene una velocidad instantánea de $+25 \text{ m/s}$ a lo largo de una línea dada y otra partícula tiene una velocidad instantánea de -25 m/s a lo largo de la misma línea, ambas tienen una rapidez de 25 m/s .

1.3.2 Aceleración.

Cuando la velocidad de una partícula cambia con el tiempo, se dice que la partícula acelera. Por ejemplo, la magnitud de la velocidad de un automóvil aumenta cuando se pisa el acelerador y disminuye cuando se aplican los frenos. Vea como cuantificar la aceleración.

Considere que un objeto representado como una partícula en movimiento a lo largo del eje x tiene una velocidad inicial v_{xi} en el tiempo t_i y una velocidad final v_{xf} en el tiempo t_f , como en la figura 1.5a. La aceleración promedio $a_{x,prom}$ de la partícula se define como el cambio de la velocidad Δv_x dividido por el intervalo de tiempo Δt durante el que ocurre el cambio:

$$a_{x,prom} \equiv \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t_f - t_i} \quad (1.5)$$

Como con la velocidad, cuando el movimiento a analizar sea unidimensional se usan los signos positivo y negativo para indicar la dirección de la aceleración puesto que las dimensiones de la velocidad son l/t y la dimensión del tiempo es t , la aceleración tiene dimensiones de longitud divididas entre el tiempo al cuadrado, o l/t^2 . La unidad de SI de aceleración es metros por segundo al cuadrado (m/s^2). Es más sencillo interpretar estas unidades si piensa en ellas como metros por segundo por segundo. Por ejemplo, consideremos que un objeto tiene una aceleración de $+2 \text{ m/s}^2$. Debe formar una imagen mental del objeto que tiene una velocidad a lo largo de una línea recta y aumenta dos metros durante cada intervalo de 1 s . Si el objeto parte del reposo debe ser capaz de representarlo moviéndose con una velocidad de 2 m/s después de 1 s , a $+4 \text{ m/s}$ después de 2 s . etcétera.

En algunas aplicaciones el valor de la aceleración promedio puede ser diferente durante distintos intervalos de tiempo. Por lo tanto, es útil definir la aceleración instantánea como el límite de la aceleración promedio conforme Δt tiende a cero. Este concepto es análogo a la definición de la velocidad instantánea discutida en el tema anterior. Si consideramos que el punto A se acerca más y más al punto B en la figura 1.5a y toma el límite de $\Delta v_x/\Delta t$ con forme Δt tiende a cero, se obtiene la aceleración instantánea en el punto B.

$$a_x \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt} \quad (1.6)$$

Esto es: la aceleración instantánea es igual a la derivada de la velocidad respecto al tiempo, que por definición es la pendiente de la gráfica de velocidad-tiempo. La pendiente de la línea verde en la figura 1.5b es igual a la aceleración instantánea en el punto B. En consecuencia, tal como la velocidad de una partícula en movimiento es la pendiente en un punto sobre la gráfica $x-t$ de la partícula, la aceleración de una partícula es la pendiente en un punto sobre la gráfica v_x-t de la partícula. Uno puede interpretar la derivada de la velocidad respecto al tiempo como la relación de cambio de velocidad en el tiempo. Si a_x es positivo, la aceleración está en la dirección x positiva, si a_x es negativa, la aceleración está en la dirección x negativa.

Para el caso de movimiento en una línea recta, la dirección de velocidad en un objeto y la dirección de su aceleración se relacionan del modo siguiente. Cuando la velocidad y la aceleración del objeto están en la misma dirección, el objeto aumenta su velocidad. Por otra parte, cuando la velocidad y la aceleración del objeto están en direcciones opuestas, el objeto frena.

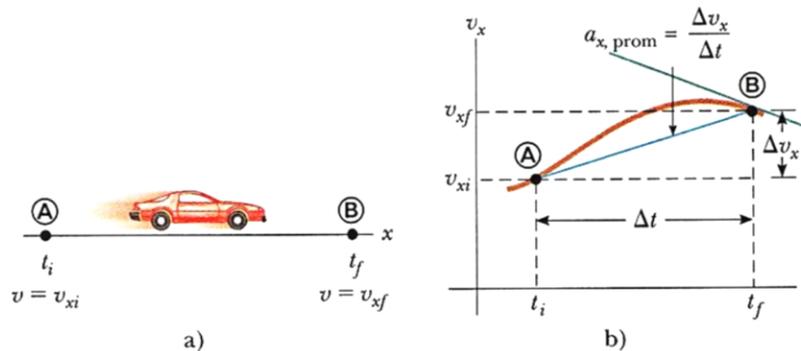


Figura 1.5 a) Un automóvil, modelado como partícula que se mueve a lo largo del eje x de A a B, tiene una velocidad v_x en $t = t_i$ y velocidad v_{xf} en $t = t_f$. b) Gráfica velocidad-tiempo (café) para la partícula que se mueve en una línea recta. La pendiente de la línea recta azul que conecta A y B es la aceleración promedio del automóvil durante el periodo de tiempo $\Delta t = t_f - t_i$. La pendiente de la línea verde es la aceleración instantánea del automóvil en el punto B.

Para ayudar con esta discusión de los signos de velocidad y aceleración, se relaciona la aceleración de un objeto con la fuerza total ejercida sobre el objeto:

$$F_x \propto a_x \quad (1.7)$$

Esta proporcionalidad indica que la aceleración es causada por una fuerza. Más aún, fuerza y aceleración son vectores, y los vectores actúan en la misma dirección. Piense acerca de los signos de velocidad y aceleración al considerar una fuerza aplicada al objeto y que causa su aceleración. Suponga que velocidad y aceleración están en la misma dirección. Esta situación corresponde a un objeto que experimenta una fuerza que actúa en la misma dirección que su velocidad. En este caso el objeto aumenta su velocidad. Ahora suponga que la velocidad y aceleración están en la dirección opuesta. Por tanto, ¡el objeto frena! Es muy útil la dirección de la aceleración a la dirección de una fuerza, porque es más fácil, a partir de la experiencia cotidiana, pensar acerca de qué efecto tendrá una fuerza sobre un objeto que pensar solo en términos de la dirección de la aceleración.

1.3.3 Diagramas de movimiento.

Con frecuencia los conceptos de velocidad y aceleración se confunden uno con otro, pero en realidad son cantidades muy diferentes. Al formar una representación mental de objeto en movimiento, a veces es útil usar una representación pictórica llamada diagrama de movimiento para describir la velocidad y la aceleración mientras un objeto está en movimiento.

Un diagrama de movimiento se forma al considerar una fotografía estroboscópica de un movimiento, que muestra varias imágenes del objeto tomadas conforme la luz estroboscópica destella en intervalos constantes. La figura 1.6 representa tres conjuntos de fotografías estroboscópicas de automóviles que se mueven a lo largo de una autopista recta en una sola dirección, de izquierda a derecha. Los intervalos de tiempo entre los destellos del estroboscopio son iguales en cada parte del diagrama. De modo que, para no confundir las dos cantidades vectoriales, en la figura 1.6 se usa rojo para los vectores velocidad y violeta para los vectores aceleración. Los vectores se muestran en varios instantes durante el movimiento del objeto.

En la figura 1.6a, las imágenes del automóvil están igualmente espaciadas, lo que muestra que el automóvil se mueve a través del mismo desplazamiento en cada intervalo de tiempo. Este espaciamiento igual es consistente con el automóvil que se mueve con velocidad positiva constante y aceleración cero.

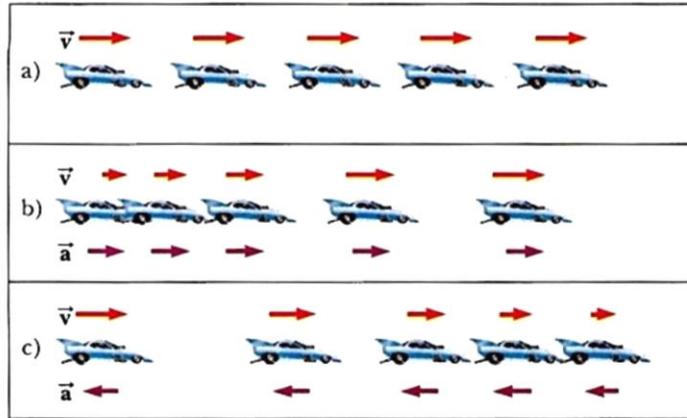


Figura 1.6 a) Diagrama de movimiento para un automóvil que se mueve con velocidad constante (aceleración cero), b) Diagrama de movimiento para un automóvil cuya aceleración constante está en la dirección de su velocidad. El vector velocidad en cada instante se indica mediante una flecha roja y la aceleración constante se indica mediante una flecha violeta, c) Diagrama de movimiento para un automóvil cuya aceleración constante está en la dirección opuesta a la velocidad en cada instante.

Se podría representar el automóvil como una partícula y describirlo con el modelo de partícula bajo velocidad constante.

En la figura 1.6b, las imágenes se separan más conforme avanza el tiempo. En este caso, el vector velocidad aumenta en longitud con el tiempo, porque el desplazamiento del automóvil entre posiciones adyacentes aumenta en el tiempo. Esta característica sugiere que el automóvil se mueve con una velocidad positiva y una aceleración positiva. La velocidad y la aceleración están en la misma dirección. En términos de la anterior discusión de fuerza, imagine una fuerza que jala al automóvil en la misma dirección en que se mueve: aumenta velocidad. En la figura 1.6c, el automóvil frena conforme se mueve a la derecha porque su desplazamiento entre imágenes adyacentes disminuye con el tiempo. Este caso sugiere que el automóvil se mueve hacia la derecha con una aceleración negativa. La longitud del vector velocidad disminuye en el tiempo y eventualmente llega a cero. A partir de este diagrama se ve que los vectores aceleración y velocidad no están en la misma dirección. El automóvil se mueve con una velocidad positiva, pero con una aceleración negativa. (Este tipo de movimiento se muestra para un automóvil que derrapa hasta detenerse después de aplicar los frenos.) La velocidad y la aceleración están en direcciones opuestas. En términos de la anterior discusión de fuerza, imagine una fuerza que jala el automóvil en dirección opuesta a la que se mueve y frena.

Los vectores aceleración violeta en los incisos b) y c) de la figura 1.6 tienen todos la misma longitud. Por lo tanto, estos diagramas representan movimiento de una partícula bajo aceleración constante.

1.3.4 Ecuaciones de movimiento lineal.

A continuación en las tablas 1.2 y 1.3 se describen las ecuaciones del movimiento lineal basadas en el comportamiento de la velocidad, distancia, aceleración y el tiempo. Con estas ecuaciones se puede determinar cualquier parámetro mencionado anteriormente en la mayoría de las situaciones a las que un cuerpo en movimiento se enfrente.

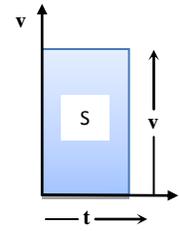
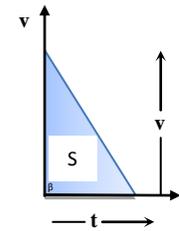
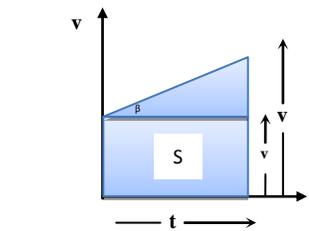
Ecuaciones de movimiento lineal				
a =Aceleración lineal (m/s^2) v =Velocidad lineal (m/s) v_0 =Velocidad lineal inicial (m/s)			t =Tiempo (s) s =Distancia	
				
$s =$	$v \cdot t$	$\frac{v \cdot t}{2} = \frac{at^2}{2} = \frac{v^2}{2a}$	$\frac{t}{2}(v_0 + v) = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	$\frac{m}{cm}$ $\frac{km}{h}$
$v =$	$\frac{s}{t}$	$\sqrt{2as} = \frac{2s}{t} = at$	$v_0 + at = \sqrt{v_0^2 + 2as}$	$\frac{m/s}{cm/s}$ $\frac{km/h}{h}$
$v_0 =$	constante	0	$v - at = \sqrt{v^2 - 2as}$	

Tabla 1.2 Ecuaciones que describen la distancia, la velocidad promedio y la velocidad inicial de un cuerpo.

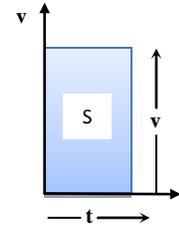
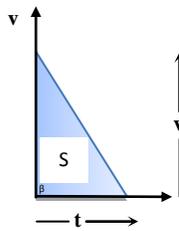
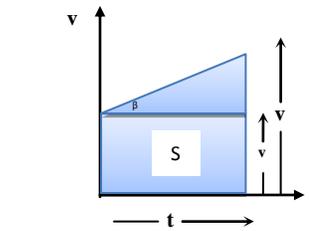
Ecuaciones de movimiento lineal				
a =Aceleración lineal (m/s^2) v =Velocidad lineal (m/s) v_0 =Velocidad lineal inicial (m/s)			t =Tiempo (s) s =Distancia	
				
$a =$	0	$\frac{v}{t} = \frac{2s}{t^2} = \frac{v^2}{2s}$	$\frac{v - v_0}{t} = \frac{v^2 - v_0^2}{2s}$	$\frac{m/s^2}{cm/h^2}$ $\frac{km/h^2}{h^2}$
$t =$	$\frac{s}{v}$	$\sqrt{2as} = \frac{2s}{t} = at$	$\frac{v - v_0}{a} = \frac{2s}{v_0 + v}$	$\frac{s}{m}$ $\frac{h}{h}$

Tabla 1.2 Ecuaciones que describen la aceleración y el tiempo de un cuerpo.

1.3.5 Ecuaciones de movimiento rotatorio.

De la misma manera que en las ecuaciones del movimiento lineal en las tablas 1.4 y 1.5 se describe movimiento circular de un cuerpo basadas en el comportamiento de la velocidad angular, ángulo de torsión, aceleración angular y el tiempo.

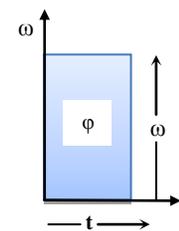
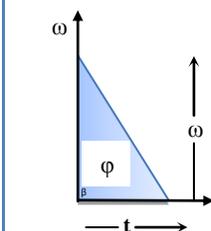
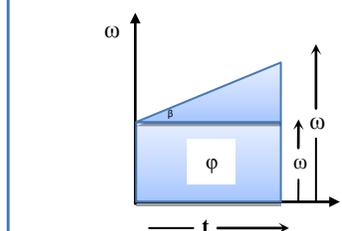
Ecuaciones de movimiento rotatorio				
	α =Aceleración angular ($1/s^2$) ω =Velocidad angular ($1/s$) ω_0 =Velocidad angular inicial ($1/s$)		φ =Angulo de torsión (rad) t =Tiempo (s)	
				
$\varphi =$	$\omega \cdot t$	$\frac{\omega \cdot t}{2} = \frac{\alpha t^2}{2} = \frac{\omega^2}{2\alpha}$	$\frac{t}{2}(\omega_0 + \omega) = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$	rad
$\omega =$	$\frac{\omega}{t}$	$\sqrt{2\alpha\varphi} = \frac{2\varphi}{t} = \alpha t$	$\omega_0 + \alpha t = \sqrt{\omega_0^2 + 2\alpha\varphi}$	$1/s$ m/ms rad/s
$\omega_0 =$	constante	0	$\omega - \alpha t = \sqrt{\omega^2 - 2\alpha\varphi}$	

Tabla 1.4 Ecuaciones que describen el ángulo de torsión, la velocidad angular y la velocidad angular inicial.

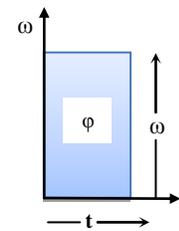
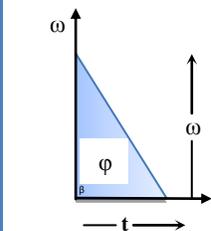
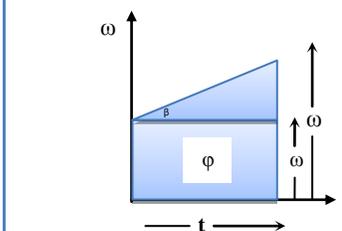
Ecuaciones de movimiento rotatorio				
	α =Aceleración angular ($1/s^2$) ω =Velocidad lineal ($1/s$) ω_0 =Velocidad lineal inicial ($1/s$)		φ =Angulo de torsión (rad) t =Tiempo (s)	
				
$\alpha =$	0	$\frac{\omega}{t} = \frac{2\varphi}{t^2} = \frac{\omega^2}{2\varphi}$	$\frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\varphi}$	$1/s^2$ m/h ² rad/h ²
$t =$	$\frac{\varphi}{\omega}$	$\frac{\sqrt{2\varphi}}{\alpha} = \frac{\omega}{\alpha} = \frac{2\varphi}{\omega}$	$\frac{\omega - \omega_0}{\alpha} = \frac{2\varphi}{\omega_0 + \omega_0^2}$	s min h

Tabla 1.5 Ecuaciones que describen la velocidad angular y el tiempo.

1.4 Las leyes de movimiento de Newton.

Muchas de las tempranas nociones sobre dinámica fueron modificadas después de 1590 cuando Galileo efectuó experimentos para estudiar los movimientos de péndulos y cuerpos en caída libre. Las conclusiones extraídas de esos experimentos proporcionaron cierta información acerca de los efectos de las fuerzas que actúan sobre cuerpos en movimiento. Sin embargo, las leyes generales del movimiento de un cuerpo sometido a fuerzas no fueron conocidas sino hasta 1687, cuando Isaac Newton presentó tres leyes básicas que rigen el movimiento de una partícula. Estas tres leyes del movimiento pueden ser enunciadas como sigue:

- **Primera ley:** Una partícula originalmente en reposo, o moviéndose en línea recta con velocidad constante, permanecerá en este estado siempre que no esté sometida a una fuerza desbalanceada.
- **Segunda ley:** Una partícula sobre la que actúa una fuerza F desbalanceada experimenta una aceleración a que tiene la misma dirección que la fuerza y magnitud directamente proporcional a la fuerza.
- **Tercera ley:** Las fuerzas mutuas de acción y reacción entre dos partículas son iguales, opuestas y colineales.

Las leyes primera y tercera fueron usadas ampliamente en el desarrollo de los conceptos de la estática. Aunque estas leyes también son consideradas en dinámica, la segunda ley del movimiento de Newton constituye la base para la mayor parte de este estudio, ya que esta ley relaciona el movimiento acelerado de una partícula con las fuerzas que actúan sobre ella.

Las mediciones de fuerza y aceleración pueden ser registradas en un laboratorio de manera que, de acuerdo con la segunda ley, si una fuerza F conocida desbalanceada es aplicada a una partícula, la aceleración a de la partícula puede ser medida. Como la fuerza y la aceleración son directamente proporcionales, la constante de proporcionalidad m puede ser determinada a partir de la razón $m = F/a$. El escalar positivo m se denomina masa de la partícula. Como es constante durante cualquier aceleración, m proporciona una medida cuantitativa de la resistencia de la partícula a un cambio en su velocidad.

Si la masa de la partícula es m , la segunda ley del movimiento de Newton puede ser escrita en forma matemática como

$$F = ma \quad (1.8)$$

Esta ecuación, que se llama ecuación de movimiento, es una de las formulaciones más importantes en mecánica. Como se indicó, su validez se basa únicamente en evidencia experimental. Sin embargo, en 1905 Albert Einstein desarrolló la teoría de la relatividad y puso límites al uso de la segunda ley de Newton para describir el movimiento general de una

partícula. Por medio de experimentos se probó que el tiempo no es una cantidad absoluta como lo suponía Newton, como resultado la ecuación de movimiento falla en predecir el comportamiento exacto de una partícula, especialmente cuando la rapidez de la partícula se acerca a la rapidez de la luz ($0.3 Gm/s$). Los desarrollos de la mecánica cuántica efectuados por Erwin Schrödinger y otros indican, además, que conclusiones obtenidas al usar esta ecuación también son inválidas cuando las partículas tienen el tamaño de un átomo y se mueven cerca una de otra. Sin embargo, en la mayoría de los casos, esos requisitos relativos a la rapidez y el tamaño de la partícula no se encuentran en los problemas de ingeniería, por lo que sus efectos no serán considerados.

1.4.1 Ley de atracción gravitatoria de Newton.

Poco después de formular sus tres leyes del movimiento, Newton postuló una ley que rige la atracción mutua entre dos partículas cualesquiera. En forma matemática, esta ley puede ser expresada como:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (1.9)$$

Dónde:

F = Fuerza de atracción entre las dos partículas.

G = Constante universal de gravitación; de acuerdo con evidencia experimental, $G = 66.73 (10^{-12}) m^3 / (kg \cdot s^2)$.

m_1, m_2 = Masa de cada una de las dos partículas.

r = Distancia entre los centros de las dos partículas.

Dos partículas o cuerpos cualesquiera tienen una fuerza atractiva gravitatoria mutua actuando entre ellos. Sin embargo, en el caso de una partícula ubicada en o cerca de la superficie de la Tierra, la única fuerza gravitatoria que tiene magnitud considerable es aquella existente entre la Tierra y la partícula. Esta fuerza se llama "peso" y, para nuestros fines, será la única fuerza gravitatoria que consideraremos.

1.4.2 Masa y peso.

La masa es una propiedad de la materia por medio de la cual podemos comparar la respuesta de un cuerpo con la de otro. Como se indicó líneas arriba, esta propiedad se manifiesta como una atracción gravitatoria entre dos cuerpos y proporciona una medida cuantitativa de la resistencia de la materia a un cambio de velocidad. La masa es una cantidad absoluta ya que su

medición puede efectuarse en cualquier sitio. Sin embargo, el peso de un cuerpo no es absoluto ya que es medido en un campo gravitatorio, y por consiguiente su magnitud depende de dónde se efectúe la medición. A partir de la ecuación 1.9, podemos desarrollar una expresión general para encontrar el peso W de una partícula que tenga masa $m_1 = m$. Sea m_2 la masa de la Tierra y r la distancia entre el centro de la Tierra y la partícula. Entonces, si $g = Gm_2/r^2$, tenemos:

$$W = m \cdot g \quad (1.10)$$

Por comparación con $F = ma$, llamamos g a la aceleración debida a la gravedad. Para la mayoría de los cálculos de ingeniería, g está medida en un punto sobre la superficie de la Tierra localizado al nivel del mar y a una latitud de 45° , siendo considerada ésta la "ubicación estándar".

La masa y el peso de un cuerpo son medidos en forma diferente en los sistemas de unidades SI y FPS, y el método para definir estas unidades debe ser entendido claramente.

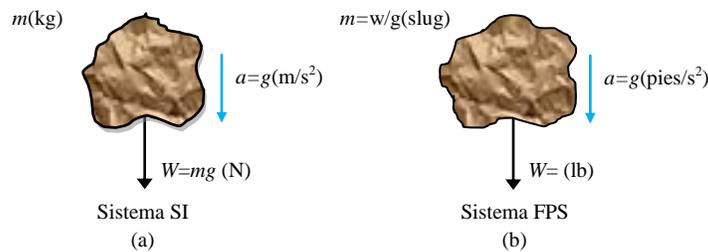


Figura 1.7 Representación gráfica del peso, masa y aceleración para el sistema SI y FPS.

1.4.3 Sistema de unidades SI.

En el SI la masa del cuerpo es especificada en kilogramos, y el peso debe ser calculado usando la ecuación de movimiento, $F = ma$. Por tanto, si un cuerpo tiene masa m (kg) y está ubicado en un punto donde la aceleración debida a la gravedad es g (m/s^2), entonces el peso es expresado en Newtons como $W = m g$ (N), figura 1.7a. En particular, si el cuerpo está situado en la "ubicación estándar", la aceleración de la gravedad es $g = 9.80665 m/s^2$. Para los cálculos se usará el valor $g = 9.81 m/s^2$, de manera que:

$$W = mg \text{ (N)} \quad (g = 9.81 m/s^2) \quad (1.11)$$

Por tanto, un cuerpo con masa de 1 kg tiene un peso de 9.81 N, un cuerpo de 2 kg pesa 19.62 N, etcétera.

1.4.4 Sistema de unidades FPS.

En el sistema FPS el peso de un cuerpo es especificado en libras, y la masa debe ser calculada con $F = ma$. Por tanto, si un cuerpo tiene un peso W (Ib) y está ubicado en un punto donde la aceleración de la gravedad es g ($pies/s^2$), entonces la masa es expresada en slugs como $m = W/g$ (slug), figura 1.7b. Como la aceleración de la gravedad en la ubicación estándar es de aproximadamente 32.2 $pies/s^2$ ($= 9.81$ m/s^2), la masa del cuerpo medida en slugs es:

$$W = W/g \text{ (slug)} \quad (g = 32.2 \text{ } pies/s^2) \quad (1.12)$$

Por tanto, un cuerpo que pese 32.2 Ib tiene una masa de 1 slug; un cuerpo de 64.4 Ib tiene masa de 2 slugs, etcétera.

1.4.5 La ecuación del movimiento.

Cuando más de una fuerza actúa sobre una partícula, la fuerza resultante es determinada mediante una suma vectorial de todas las fuerzas, esto es, $F_R = \sum F$. Para este caso más general, la ecuación de movimiento puede escribirse como

$$\sum F = ma \quad (1.13)$$

Para ilustrar cómo se aplica esta ecuación, considere la partícula P mostrada en la figura 1.8a, la cual tiene masa m y está sometida a la acción de dos fuerzas, F_1 , y F_2 . gráficamente, podemos tomar en cuenta la magnitud y la dirección de cada fuerza que actúa sobre la partícula dibujando el diagrama de cuerpo libre de la partícula, figura 1.8b. Como la resultante de esas fuerzas produce el vector ma , su magnitud y su dirección pueden ser representadas gráficamente en el diagrama cinético, mostrado en la figura 1.8c. El signo de igual escrito entre los diagramas simboliza la equivalencia gráfica entre el diagrama de cuerpo libre y el, diagrama cinético, es decir, $\sum F = ma$. En particular, advierta que si $F_R = \sum F = 0$, entonces la aceleración es también cero, de modo que la partícula permanecerá en reposo o moviéndose en una trayectoria recta con velocidad constante. Tales son las condiciones del equilibrio estático, o primera ley del movimiento de Newton.

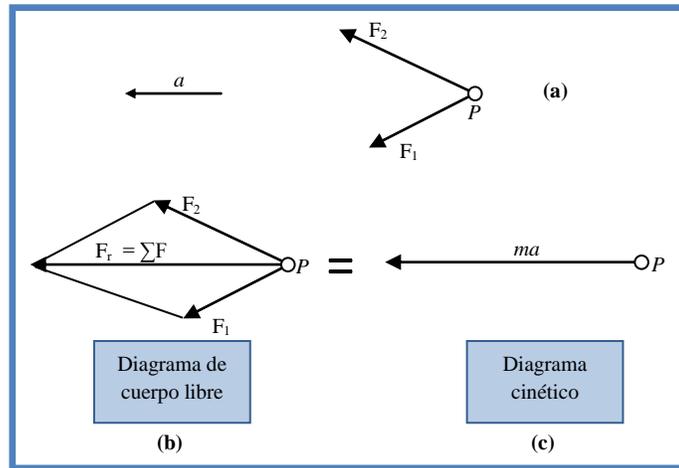


Figura 1.8 Aplicación de fuerza en un diagrama de cuerpo libre y en uno cinético.

1.5 Fuerzas de fricción.

Cuando un objeto está en movimiento ya sea sobre una superficie o en un medio viscoso como aire o agua, existe resistencia al movimiento porque el objeto interactúa con su entorno. A tal resistencia se le llama fuerza de fricción. Las fuerzas de fricción son muy importantes en la vida cotidiana. Permiten que uno camine o corra y son necesarias para el movimiento de los vehículos con ruedas.

Imagine que trabaja en su jardín y llena un bote de basura con desechos de hojas. Luego intenta arrastrar el bote a través de la superficie de concreto de su patio, como en la figura 1.9a. Esta superficie es real, no una superficie idealizada sin fricción. Cuando jala un bote de basura, la dirección de la fuerza de fricción f entre el bote y una superficie rugosa es opuesta a la dirección de la fuerza aplicada F . Puesto que ambas superficies son rugosas, el contacto sólo se realiza en algunos puntos, como se ilustra en la vista ampliada.

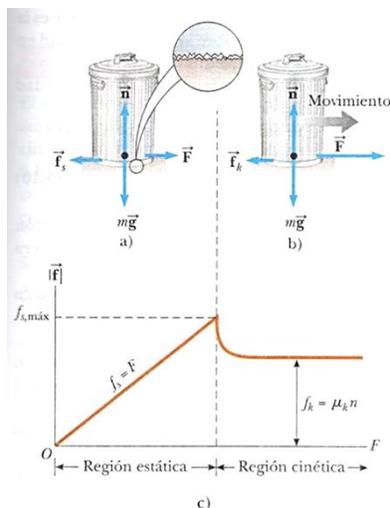


Figura 1.9 a) Para pequeñas fuerzas aplicadas, la magnitud de la fuerza de fricción estática es igual a la magnitud de la fuerza aplicada, b) Cuando la magnitud de la fuerza aplicada supera la magnitud de la fuerza máxima de fricción estática, el bote de basura queda libre. La fuerza aplicada ahora es mayor que la fuerza de fricción cinética y el bote puede acelerar hacia la derecha, c) Gráfica de fuerza de fricción en función de la fuerza aplicada. Note que $f_{s,máx} > f_k$.

Si se aplica una fuerza horizontal externa F al bote de basura, que actúa hacia la derecha, el bote de basura permanece fijo cuando F es pequeña. La fuerza sobre el bote de basura que contraataca F y evita que se mueva actúa hacia la izquierda y se llama fuerza de fricción estática f_s . En tanto el bote de basura no se mueva, $f_s = F$. Por lo tanto, si F aumenta, f_s también aumenta. Del mismo modo, si F disminuye, f_s también disminuye. Los experimentos muestran que la fuerza de fricción surge de la naturaleza de las dos superficies: debido a su rugosidad, el contacto se realiza sólo en unas cuantas posiciones donde se tocan los picos del material, como se muestra en la vista ampliada de la superficie en la figura 1.9a.

En dichas posiciones, la fuerza de fricción surge en parte porque un pico físicamente bloquea el movimiento de un pico de la superficie opuesta y en parte por el enlace químico ("punto de soldadura") de picos opuestos conforme entran en contacto. Aunque los detalles de la fricción son muy complejos al nivel atómico, esta fuerza involucra, a final de cuentas, una interacción eléctrica entre átomos o moléculas.

Si se aumenta la magnitud de F como en la figura 1.9b, el bote de basura al final se desliza. Cuando el bote de basura está a punto de deslizarse, f_s tiene su valor máximo $f_{s,\max}$, como se muestra en la figura 1.9c. Cuando F supera $f_{s,\max}$, el bote de basura se mueve y acelera hacia la derecha. A la fuerza de fricción para un objeto en movimiento se le llama fuerza de fricción cinética f_k . Cuando el bote de basura está en movimiento, la fuerza de fricción cinética en el bote es menor que $f_{s,\max}$ (figura 1.9c). La fuerza neta $F - f_k$ en la dirección x produce una aceleración hacia la derecha, de acuerdo con la segunda ley de Newton. Si $F = f_k$ la aceleración es cero y el bote de basura se mueve hacia la derecha con rapidez constante. Si la fuerza aplicada F se elimina del bote en movimiento, la fuerza de fricción f_k que actúa hacia la izquierda proporciona una aceleración del bote de basura en la dirección $-x$ y al final lo lleva al reposo, lo que, de nuevo, es consistente con la segunda ley de Newton.

En términos experimentales, se encuentra que, a una buena aproximación, tanto $f_{s,\max}$ como f_k son proporcionales a la magnitud de la fuerza normal que se ejerce sobre un objeto por la superficie. Las siguientes descripciones de la fuerza de fricción están en función de las observaciones experimentales y sirven como el modelo que usará para fuerzas de fricción en resolución de problemas:

- La magnitud de la fuerza de fricción estática entre cualesquiera dos superficies cualesquiera en contacto tiene los valores:

$$f_s \leq \mu_s n \quad (1.14)$$

donde la constante adimensional μ_s se llama coeficiente de fricción estática y n es la magnitud de la fuerza normal que ejerce una superficie sobre la otra. La igualdad en la ecuación 1.14 se cumple cuando las superficies están a punto de deslizarse, esto es, cuando $f_s = f_{s,\max} \equiv \mu_s n$. Esta situación se llama movimiento inminente. La desigualdad se cumple cuando las superficies no están a punto de deslizarse.

- La magnitud de la fuerza de fricción cinética que actúa entre dos superficies es:

$$f_k \leq \mu_k n \quad (1.15)$$

donde μ_k y μ_s se llama coeficiente de fricción cinética. Aunque el coeficiente de fricción cinética varía con la rapidez, por lo general en este texto se despreciará cualquiera de tales variaciones.

- Los valores de μ_k y μ_s dependen de la naturaleza de las superficies, pero μ_k por lo general es menor que μ_s . El intervalo de los valores típicos fluctúan de 0.03 a 1.0. La tabla 1.3 indica algunos valores reportados.

1.5.1 Coeficientes de fricción.

La dirección de la fuerza de fricción sobre un objeto es paralela a la superficie con la que el objeto está en contacto y opuesta al movimiento real (fricción cinética) o al movimiento inminente (fricción estática) del objeto en relación con la superficie. Los coeficientes de fricción son casi independientes del área de contacto entre las superficies. Es de esperar que al colocar un objeto en el lado que tiene más área aumente la fuerza de fricción. Aunque este método proporciona más puntos de contacto como en la figura 1.9a, el peso del objeto se dispersa sobre un área más grande y los puntos individuales no se oprimen tan estrechamente entre sí. Ya que estos efectos se compensan, aproximadamente, uno con otro, la fuerza de fricción es independiente del área.

Coeficientes de fricción	μ_s	μ_k
Hule sobre concreto	1.0	0.8
Acero sobre acero	0.74	0.57
Aluminio sobre acero	0.61	0.47
Vidrio sobre vidrio	0.94	0.4
Cobre sobre acero	0.53	0.36
Madera sobre madera	0.25-0.5	0.2
Madera encerada sobre nieve húmeda	0.14	0.1
Madera encerada sobre nieve seca	—	0.04
Metal sobre metal (lubricado)	0.15	0.06
Teflón sobre teflón	0.04	0.04
Hielo sobre hielo	0.1	0.03
Articulación sinovial en humanos	0.01	0.003

Nata: Todos los valores son aproximados. En algunos casos el coeficiente de fricción puede superar 1.0.

Tabla 1.3 Algunos de los coeficientes de fricción más comunes.

1.6 Movimiento circular uniforme.

En el modelo de una partícula en movimiento circular uniforme, que se traslada con una rapidez constante v en una trayectoria circular y un radio r . La partícula experimenta una aceleración que tiene una magnitud:

$$a_t = \frac{v^2}{r} \quad (1.16)$$

La aceleración se llama aceleración centrípeta porque a_c se dirige hacia el centro del círculo. Además, a_c siempre es perpendicular a v . (Si hubiera un componente de aceleración paralelo a v , la rapidez de la partícula cambiaría).

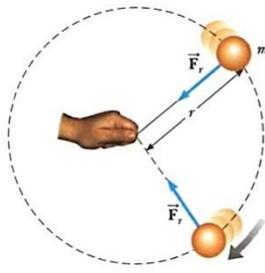


Figura 1.10 Vista superior de una bola móvil en una trayectoria circular en un plano horizontal. Una fuerza F_r dirigida hacia el centro del círculo mantiene a la bola móvil en su trayectoria circular.

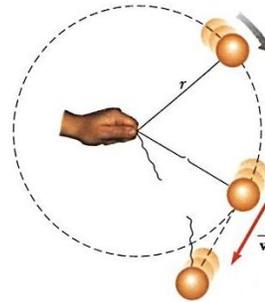


Figura 1.11 Vista superior de una bola móvil en una trayectoria circular en un plano horizontal. Cuando la cuerda se rompe, la bola se traslada en dirección tangente al círculo.

Ahora se incorpora el concepto de fuerza en la partícula en el modelo de movimiento circular uniforme. Examine una bola de masa m que se amarra a una cuerda de longitud r para hacerla girar con rapidez constante en una trayectoria circular horizontal, como se ilustra en la figura 1.10. Su peso se sostiene mediante una mesa sin fricción. ¿Por qué la bola se traslada en un círculo? De acuerdo con la primera ley de Newton, la bola se movería en una línea recta si no hubiese fuerza en ella; sin embargo, la cuerda evita el movimiento a lo largo de una línea recta al ejercer en la bola una fuerza radial F_r que la hace seguir la trayectoria circular. Esta fuerza se dirige a lo largo de la cuerda hacia el centro del círculo, como se muestra en la figura 1.10. Si se aplica la segunda ley de Newton a lo largo de la dirección radial, la fuerza neta que causa la aceleración centrípeta se relaciona con la aceleración del modo siguiente:

$$\sum F = ma_c = m \frac{v^2}{r} \quad (1.17)$$

Una fuerza que causa una aceleración centrípeta actúa hacia el centro de la trayectoria circular y genera un cambio en la dirección del vector velocidad. Si dicha fuerza desapareciera, el

objeto ya no se movería en su trayectoria circular; en vez de ello, se movería a lo largo de una trayectoria en línea recta tangente al círculo. Esta idea se ilustra en la figura 1.11 para la bola que gira al final de una cuerda en un plano horizontal. Si la cuerda se rompe en algún instante, la bola se mueve a lo largo de la trayectoria en línea recta que es tangente al círculo en la posición de la bola en ese instante.

1.7 Rotación de un objeto rígido en torno a un eje fijo.

El movimiento de un objeto extendido, como una rueda que gira en torno a su eje, no se puede explicar al representar el objeto como una partícula: en cualquier momento diferentes partes del objeto tienen distintas velocidades y aceleraciones lineales. Sin embargo, el movimiento de un objeto extendido se analiza al representarlo como un conjunto de partículas, cada una con su propia velocidad y aceleración lineales.

Al tratar con un objeto en rotación, la explicación se simplifica mucho al suponer que el objeto es rígido. Un objeto rígido no es deformable; es decir, las ubicaciones relativas de todas las partículas de que está compuesto permanecen constantes. Todos los objetos reales son deformables en cierta medida; no obstante, el modelo de objeto rígido es útil en muchas situaciones en que la deformación es despreciable.

1.7.1 Posición, velocidad y aceleración angular.

La figura 1.12 ilustra una vista desde arriba de un disco compacto, o CD, en rotación. El disco da vueltas en torno a un eje fijo perpendicular al plano de la figura que pasa a través del centro del disco en O . Un pequeño elemento del disco modelado como partícula en P está a una distancia fija r desde el origen y gira en torno a él en un círculo de radio r . (De hecho, toda partícula en el disco experimenta movimiento circular en torno a O .) Es conveniente representar la posición de P con sus coordenadas polares (r, θ) , donde r es la distancia desde el



Figura 1.12 Disco compacto que gira en torno a un eje fijo a través de O perpendicular al plano de la figura, a) Para definir la posición angular del disco, se elige una línea de referencia fija. Una partícula en P se ubica a una distancia r desde el eje de rotación en O . b) Conforme el disco da vueltas, una partícula en P se mueve a través de una longitud de arco s sobre una trayectoria circular de radio r .

origen a P y θ se mide contra las manecillas del reloj desde cierta línea de referencia fija en el espacio, como se muestra en la figura 1.12a. En esta representación, el ángulo θ cambia en el tiempo mientras r permanece constante. A medida que la partícula, se mueve a lo largo del círculo desde la línea de referencia, que está a un ángulo $\theta = 0$, mueve a través de una longitud de arco s , como en la figura 1.12b. La longitud de arco se relaciona con el ángulo θ mediante:

$$s = r\theta \quad (1.18)$$

$$\theta = \frac{s}{r} \quad (1.19)$$

Ya que θ es la relación de una longitud de arco y el radio del círculo, es un número puro. Sin embargo, por lo general, a θ se le da la unidad artificial radián (*rad*), donde un radian es el ángulo subtendido por una longitud de arco igual al radio del arco. Ya que la circunferencia de un círculo es $2\pi r$, se sigue de la ecuación 1.19 que 360° corresponde a un ángulo de $(2\pi r/r)$ *rad* = 2π *rad*. Por tanto, 1 *rad* = $360^\circ/2\pi$ *rad* $\approx 57.3^\circ$. Para convertir un ángulo en grados a un ángulo en radianes, se usa π *rad* = 180° , de modo que:

$$\theta(\text{rad}) = \frac{\pi}{180^\circ} \theta(\text{grados}) \quad (1.20)$$

Por ejemplo, 60° es igual a $\pi/3$ *rad* y 45° es igual a $\pi/4$ *rad*. Ya que el disco en la figura 1.12 es un objeto rígido, a medida que la partícula se mueve a través de un ángulo θ desde la línea de referencia, cualquier otra partícula sobre el objeto da vueltas a través del mismo ángulo θ . En consecuencia, se puede asociar el ángulo θ con todo el objeto rígido así como con una partícula individual, que permite definir la posición angular de un objeto rígido en su movimiento rotacional. Se elige una línea de referencia sobre el objeto, tal como una línea que conecte O y una partícula elegida sobre el objeto. La posición angular del objeto rígido es el ángulo θ entre esta línea de referencia sobre el objeto y la línea de referencia fija en el espacio, que con frecuencia se elige como el eje x . Tal identificación es similar a la forma en que se define la posición de un objeto en movimiento traslacional como la distancia x entre el objeto y la posición de referencia que es el origen, $x = 0$.

Conforme la partícula en cuestión sobre el objeto rígido viaja de la posición A a la posición B en un intervalo de tiempo Δt , como en la figura 1.13, la línea de referencia fija al objeto cubre un ángulo $\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$. Esta cantidad $\Delta\theta$ se define como el desplazamiento angular del objeto rígido:

$$\Delta\theta = \theta_f - \theta_i \quad (1.21)$$

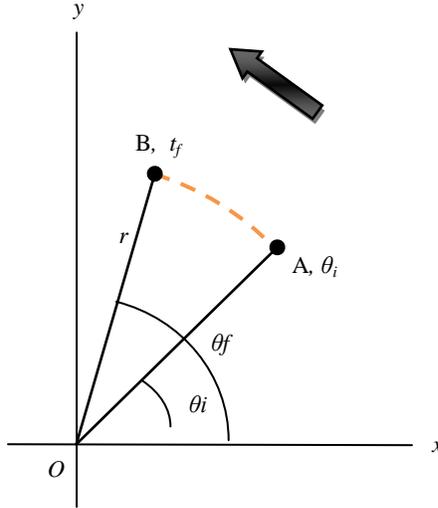


Figura 1.13 Una partícula sobre un objeto rígido en rotación se mueve de A a B a lo largo del arco de un círculo. En el intervalo de tiempo $\Delta t = t_f - t_i$ la línea radial de longitud r se mueve a través de un desplazamiento angular $\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$.

La rapidez a la que se presenta este desplazamiento angular puede variar. Si el objeto rígido gira rápidamente, este desplazamiento puede ocurrir en un intervalo breve de tiempo. Si da vueltas lentamente, este desplazamiento se presenta en un intervalo de tiempo más largo. Estas diferentes relaciones de rotación se cuantifican al definir la rapidez angular promedio ω_{prom} (letra griega omega) como la relación del desplazamiento angular de un objeto rígido al intervalo de tiempo Δt durante el que se presenta el desplazamiento:

$$\omega_{prom} \equiv \frac{\theta_f - \theta_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad (1.22)$$

En analogía con la rapidez lineal, la rapidez angular instantánea ω se define como el límite de la rapidez angular promedio conforme Δt tiende a cero:

$$\omega \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \quad (1.23)$$

La rapidez angular tiene unidades de radianes por segundo (rad/s), que se pueden escribir como s^{-1} porque los radianes son adimensionales. ω se considera positiva cuando θ aumenta (movimiento contra las manecillas del reloj en la figura 1.13) y negativa cuando θ disminuye (en sentido de las manecillas del reloj en la figura 1.13).

Si la rapidez angular instantánea de un objeto cambia de ω_i a ω_f intervalo de tiempo Δt , el objeto tiene una aceleración angular. La aceleración angular promedio α_{prom} (letra griega alfa) de un objeto rígido en rotación se define como la relación de cambio en la rapidez angular:

$$\omega_{prom} \equiv \frac{\omega_f - \omega_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad (1.24)$$

En analogía con la aceleración lineal, la aceleración angular instantánea se define como el límite de la aceleración angular promedio conforme Δt tiende a cero:

$$\alpha \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} \quad (1.25)$$

La aceleración angular tiene unidades de radianes por segundo al cuadrado (rad/s^2), o simplemente s^{-2} . Note que α es positivo cuando un objeto rígido que gira contra las manecillas del reloj aumenta su velocidad o cuando un objeto rígido que gira en sentido de las manecillas del reloj disminuye su velocidad durante cierto intervalo de tiempo.

Cuando un objeto rígido en rotación respecto a un eje fijo, cada partícula sobre el objeto da vueltas a través del mismo ángulo en un intervalo de tiempo determinado y tiene la misma rapidez angular y la misma aceleración angular. Es decir, las cantidades θ , ω caracterizan el movimiento rotacional de todo el objeto rígido así como las partículas individuales en el objeto.

La posición angular (θ), la rapidez angular (ω) y la aceleración angular (α) son análogas a la posición traslacional (x), la rapidez traslacional (v) y la aceleración traslacional (a). Las variables α , ω y a difieren dimensionalmente de las variables x , v y a sólo por un factor que tiene la unidad de longitud.

No se especificó dirección alguna para la rapidez angular y la aceleración angular. Estrictamente hablando, ω y α son las magnitudes de los vectores velocidad angular y aceleración angular ω y α , respectivamente, y siempre deben ser positivos. No obstante, porque se considera rotación respecto a un eje fijo, se puede usar notación no vectorial e indicar las direcciones de los vectores al asignar un signo positivo o negativo a ω y α como se explicó anteriormente respecto de las ecuaciones 1.23 y 1.25. Para rotación respecto a un eje fijo, la única dirección que especifica el movimiento rotacional es la dirección a lo largo del eje de rotación. Por lo tanto, las direcciones de ω y α son a lo largo de este eje. Si una partícula da vueltas en el plano xy como en la figura 1.13, la dirección de ω para la partícula es afuera del plano del diagrama cuando la rotación es contraria a las manecillas del reloj y hacia el plano del diagrama cuando la rotación es en sentido de las manecillas del reloj. Para ilustrar esta convención, es apropiado usar la regla de la mano derecha que se demuestra en la figura 1.14. Cuando los cuatro dedos de la mano derecha se enrollan en la dirección de rotación, el pulgar derecho extendido apunta en la dirección de ω . La dirección de α se sigue de su definición $\alpha = d\omega/dt$. Está en la misma dirección de ω si la rapidez angular aumenta en el tiempo, y es anti paralela a ω si la rapidez angular disminuye en el tiempo.

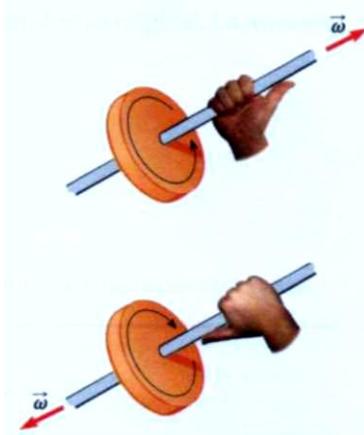


Figura 1.14 Regla de la mano derecha para determinar la dirección del vector velocidad angular.

1.7.2 Objeto rígido bajo aceleración angular constante.

Cuando un objeto rígido da vueltas respecto a un eje fijo, con frecuencia se somete a una aceleración angular constante. Por lo tanto, se genera un nuevo modelo de análisis para movimiento rotacional llamado objeto rígido bajo aceleración angular constante. Este modelo es el análogo rotacional del modelo de partícula bajo aceleración constante. En esta sección se desarrollan las correspondencias cinemáticas para este modelo. Al escribir la ecuación 1.25 en la forma $d\omega = \alpha dt$ e integrar desde $t_i = 0$ hasta $t_f = t$ se obtiene:

$$\omega_f = \omega_i + \alpha t \quad (\text{para } \alpha \text{ constante}) \quad (1.26)$$

donde ω_i es la rapidez angular del objeto rígido en el tiempo $t = 0$. La ecuación 1.26 permite encontrar la rapidez angular ω_f del objeto en cualquier tiempo posterior t . Al sustituir la ecuación 1.26 en la ecuación 1.23 e integrar una vez más, se obtiene:

$$\theta_f = \theta_i + \omega_i t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \quad (\text{para } \alpha \text{ constante}) \quad (1.27)$$

donde θ_i es la posición angular del objeto rígido en el tiempo $t = 0$. La ecuación 10.7 permite encontrar la posición angular θ_f del objeto en cualquier tiempo posterior t . Al eliminar t de las ecuaciones 1.26 y 1.27 se obtiene:

$$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha(\theta_f - \theta_i) \quad (\text{para } \alpha \text{ constante}) \quad (1.28)$$

Esta ecuación permite encontrar la rapidez angular ω_f del objeto rígido para cualquier valor de su posición angular θ_f . Si se elimina α entre las ecuaciones 1.26 y 1.27, se obtiene

$$\theta_f = \theta_i + \frac{1}{2}(\omega_i + \omega_f)t \quad (\text{para } \alpha \text{ constante}) \quad (1.29)$$

Note que estas expresiones cinemáticas para el objeto rígido bajo aceleración angular constante son de la misma forma matemática que para una partícula bajo aceleración constante. Se generan a partir de las ecuaciones para movimiento traslacional al hacer las sustituciones $x \rightarrow \theta$. La tabla 1.4 compara las ecuaciones cinemáticas para movimiento rotacional y traslacional.

<i>Movimiento rotacional en torno a un eje fijo</i>	<i>Movimiento traslacional</i>
$\omega_f = \omega_i + \alpha t$	$v_f = v_i + at$
$\theta_f = \theta_i + \omega_i t + \frac{1}{2} \alpha t^2$	$x_f = x_i + v_i t + \frac{1}{2} at^2$
$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha(\theta_f - \theta_i)$	$v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)$
$\theta_f = \theta_i + \frac{1}{2}(\omega_i + \omega_f)t$	$x_f = x_i + \frac{1}{2}(v_i + v_f)t$

Tabla 1.4 Ecuaciones cinemáticas para movimiento rotacional y traslacional bajo aceleración constante.

1.7.3 Cantidades angulares y traslacionales.

En esta sección se deducen algunas relaciones útiles entre la rapidez y la aceleración angulares de un objeto rígido en rotación y la rapidez y la aceleración traslacionales de un punto en el objeto. Para hacerlo se tiene que tener en mente que cuando un objeto rígido da vueltas respecto a un eje fijo, como en la figura 1.15, toda partícula del objeto se mueve en un círculo cuyo centro está en el eje de rotación.

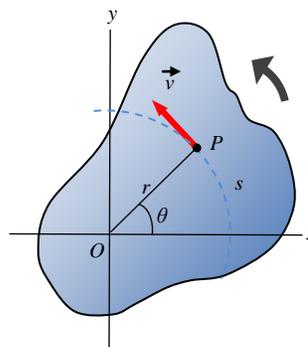


Figura 1.15 A medida que un objeto rígido da vueltas en torno al eje fijo a través de O, el punto P tiene una velocidad tangencial v que siempre es tangente a la trayectoria circular de radio r .

Ya que el punto P en la figura 1.15 se mueve en un círculo, el vector velocidad traslacional v siempre es tangente a la trayectoria circular y por ende se llama velocidad tangencial. La magnitud de la velocidad tangencial del punto P es por definición la rapidez tangencial $v=ds/dt$, donde s es la distancia que recorre este punto medida a lo largo de la trayectoria circular. Al recordar que $s = r\theta$ (ecuación 1.18) y notar que r es constante, se obtiene

$$v = \frac{ds}{dt} = r \frac{d\theta}{dt}$$

Ya que $d\theta/dt = \omega$ (vea la ecuación 1.23), se sabe que:

$$v = r\omega \quad (1.30)$$

Es decir, la rapidez tangencial de un punto sobre un objeto rígido en rotación es igual a la distancia perpendicular de dicho punto desde el eje de rotación, multiplicada por la rapidez angular. En consecuencia, aunque cada punto sobre el objeto rígido tiene la misma rapidez angular, no todo punto tiene la misma rapidez tangencial porque r no es mismo para todos los puntos sobre el objeto. La ecuación 1.30 muestra que la rapidez tangencial de un punto sobre el objeto en rotación aumenta a medida que uno se mueve alejándose del centro de rotación, como se esperaría por intuición. Por ejemplo, el extremo exterior de un palo de golf que se balancea se mueve mucho más rápido que el mango.

La aceleración angular del objeto rígido en rotación se puede relacionar con la aceleración tangencial del punto P al tomar la derivada en el tiempo de v .

$$a_t = \frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt}$$

$$a_t = r\alpha \quad (1.31)$$

Es decir, la componente tangencial de la aceleración traslacional de un punto sobre un objeto rígido en rotación es igual a la distancia perpendicular del punto desde el eje de rotación, multiplicada por la aceleración angular.

Un punto que se mueve en una trayectoria circular se somete a una aceleración radial a_r dirigida hacia el centro de rotación y cuya magnitud es la de la aceleración centrípeta v^2/r (figura 1.16). Ya que $v = r\omega$ para un punto P en un objeto en rotación, la aceleración centrípeta en dicho punto se puede expresar en términos de rapidez angular como:

$$a_c = \frac{v^2}{r} = r\omega^2 \quad (1.32)$$

El vector aceleración total en el punto es $a = a_t + a_r$, donde la magnitud de a_r es la aceleración centrípeta a_r , ya que a es un vector que tiene una componente radial y una componente tangencial, la magnitud de a en el punto P sobre el objeto rígido en rotación es:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2} = \sqrt{r^2\alpha^2 + r^2\omega^2} = r\sqrt{\alpha^2 + \omega^2} \quad (1.33)$$

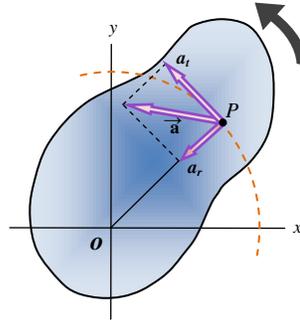


Figura 1.16 A medida que un objeto rígido gira respecto a un eje fijo a través de O , el punto P experimenta una componente tangencial de aceleración traslacional a_t y una componente radial de aceleración traslacional a_r , la aceleración traslacional de este punto es $a = a_t + a_r$.

1.7.4 Energía cinética rotacional.

Un objeto rotatorio en torno a un eje fijo permanece estacionario en el espacio, así que no hay energía cinética asociada con el movimiento traslacional. No obstante, las partículas individuales que conforman el objeto en rotación se mueven a través del espacio; siguen trayectorias circulares. En consecuencia, con el movimiento rotacional hay energía cinética asociada.

Considere un objeto como un conjunto de partículas y suponga que da vueltas en torno a un eje fijo z con una rapidez angular ω . La figura 1.17 muestra al objeto en rotación e identifica una partícula sobre el objeto ubicada a una distancia r_i del eje de rotación. Si la masa de la i ésima partícula es m_i y su rapidez tangencial es v_i , su energía cinética es:

$$K_i = \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

Para continuar, recuerde que aunque cada partícula en el objeto rígido tiene la misma rapidez angular ω , las magnitudes de velocidad tangenciales individuales dependen de la distancia r_i desde el eje de rotación de acuerdo con la ecuación 1.30. La energía cinética total del objeto rígido en rotación es la suma de las energías cinéticas de las partículas individuales:

$$K_R = \sum_i K_i = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \frac{1}{2} \sum_i m_i r_i^2 \omega^2$$

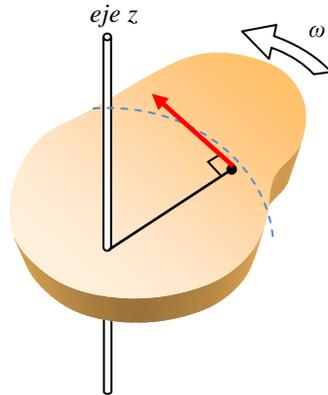


Figura 1.17 Un objeto rígido en rotación en torno al eje z con rapidez angular ω . La energía cinética de la partícula de masa m_i es $1/2 m_i v_i^2$. La energía cinética total del objeto se llama energía cinética rotacional.

La expresión se puede escribir en la forma

$$K_R = \frac{1}{2} (\sum_i m_i r_i^2) \omega^2 \quad (1.34)$$

donde ω^2 se factorizó de la suma porque es común a toda partícula. Esta expresión se simplifica al definir la cantidad entre paréntesis como el momento de inercia I :

$$I \equiv \sum_i m_i r_i^2 \quad (1.35)$$

De la definición de momento de inercia, se ve que tiene dimensiones de $ML^2(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$ unidades del SI). Con esta notación, la ecuación 1.35 se convierte:

$$K_R = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (1.36)$$

Aunque comúnmente la cantidad $\frac{1}{2} I \omega^2$ se refiere como energía cinética rotacional, no es una forma nueva de energía. Es energía cinética ordinaria porque se deduce de una suma sobre energías cinéticas individuales de las partículas contenidas en el objeto rígido. La forma matemática de la energía cinética conocida por la ecuación 1.36 es conveniente cuando se trata con movimiento rotacional, siempre que se sepa cómo calcular I .

Es importante reconocer la analogía entre la energía cinética $\frac{1}{2} mv^2$ asociada con el movimiento traslacional y la energía cinética rotacional $\frac{1}{2} I\omega^2$. Las cantidades I y ω en el movimiento rotacional son análogas a m y v en el movimiento traslacional, respectivamente. (De hecho, I toma el lugar de m y ω toma el lugar de v cada vez que se compara una ecuación de movimiento traslacional con su contraparte rotacional.) El momento de inercia es una medida de la resistencia de un objeto a cambios en su movimiento rotacional, tal como la masa es una medida de la tendencia de un objeto a resistir cambios en su movimiento traslacional.

1.7.5 Cálculo de momento de inercia.

El momento de inercia de un objeto extendido se evalúa al considerar el objeto dividido en muchos elementos pequeños, cada uno de los cuales tiene masa Δm_i . Se usa la definición $I = \sum_i r_i^2 \Delta m_i$, y se toma el límite de esta suma a medida que $\Delta m_i \rightarrow 0$. En este límite, la suma se convierte en una integral sobre el volumen del objeto:

$$I = \lim_{\Delta m_i \rightarrow 0} \sum_i r_i^2 \Delta m_i = \int r^2 dm \quad (1.37)$$

Por lo común es más fácil calcular momentos de inercia en términos del volumen de los elementos en lugar de su masa, y es fácil hacer dicho cambio al usar la ecuación para el cálculo de la densidad $\rho = m/V$, donde ρ es la densidad del objeto y V su volumen. De esta ecuación, la masa de un pequeño elemento es $dm = \rho dV$. Al sustituir este resultado en la ecuación 1.37 se obtiene

$$I = \int \rho r^2 dV \quad (1.38)$$

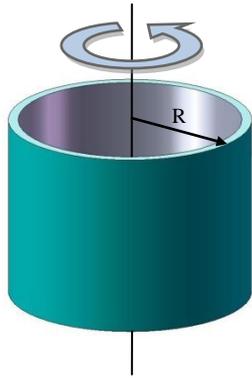
Si el objeto es homogéneo, ρ es constante y la integral se puede evaluar para una geometría conocida. Si ρ no es constante, se debe conocer su variación con la posición para completar la integración.

La densidad conocida por $\rho = m/V$ a veces se conoce como densidad de masa volumétrica porque representa masa por unidad de volumen. Con frecuencia se usan otras formas de expresar la densidad. Por ejemplo, cuando se trata con una hoja de grosor uniforme t , se puede definir una densidad de masa superficial $\sigma = \rho t$, que representa masa por unidad de área. Por último, cuando la masa se distribuye a lo largo de una barra de área de sección transversal uniforme A , a veces se usa la densidad de masas lineal $\lambda = M/L = \rho A$, que es la masa por unidad de longitud.

La tabla 1.5 proporciona los momentos de inercia para algunos objetos respecto a ejes específicos. Los momentos de inercia de objetos rígidos con geometría simple (gran simetría) son relativamente fáciles de calcular siempre que el eje de rotación coincida con un eje de simetría.

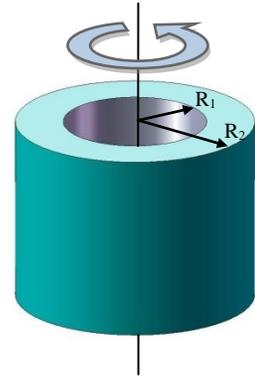
Aro o cascarón
cilíndrico delgado

$$I_{CM} = MR^2$$



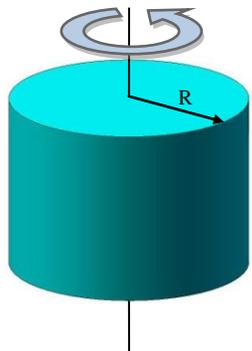
Cilindro hueco

$$I_{CM} = \frac{1}{2}M(R_1^2 + R_2^2)$$



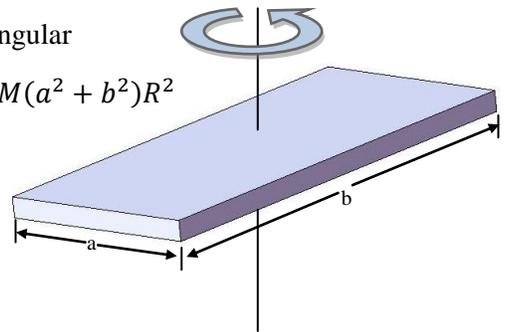
Cilindro sólido o
disco

$$I_{CM} = \frac{1}{2}MR^2$$



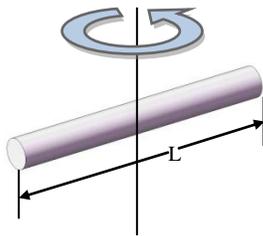
Placa rectangular

$$I_{CM} = \frac{1}{12}M(a^2 + b^2)$$



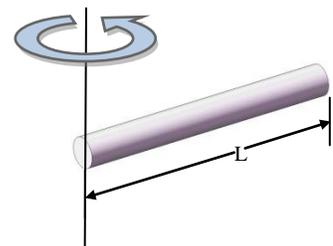
Barra larga delgada
con eje de rotación a
través del centro

$$I_{CM} = \frac{1}{12}ML^2$$



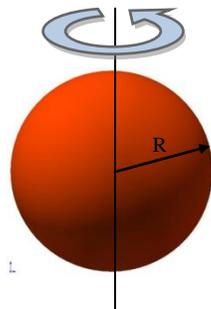
Barra larga delgada
con eje de rotación a
través de un extremo

$$I_{CM} = \frac{1}{3}ML^2$$



Esfera sólida

$$I_{CM} = \frac{2}{5}MR^2$$



Cascarón esférico
delgado

$$I_{CM} = \frac{2}{3}MR^2$$

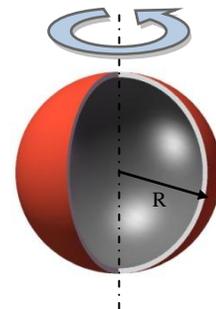


Tabla 1.5 Momentos de inercia de objetos rígidos homogéneos con diferentes simetrías.

1.8 Ecuaciones generales para el cálculo de servo sistemas.

Dado que para el cálculo de los elementos y variables usadas para determinar las características de funcionamiento de un sistema lineal o rotatorio, se requiere unificar el uso de ecuaciones y variables físicas durante el desarrollo de una aplicación o durante la evaluación de alguna ya construida. La tabla 1.6 presenta de forma general las ecuaciones que se utilizaran en el capítulo 5, como base de desarrollo de los ejemplos propuestos.

<i>Ecuación</i>	<i>Definición</i>
$T = J \cdot \alpha$	T =Torque (Nm) (aceleración)
	J =Inercia (Kgm ²)
$T = F \cdot l$	α =Aceleración angular (1/s ²)
	F =Fuerza (N)
$F_{ac} = m \cdot a$	l =Distancia (m)
	F_{ac} =Fuerza de aceleración (N)
$F_{frict} = m \cdot g \cdot \mu$	m =Masa (kg)
	a =Aceleración lineal (m/s ²)
$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$	F_{frict} =Fuerza de fricción (N)
	g =Gravedad 9.81 (m/s ²)
$v = \omega \cdot r$	μ =Coeficiente de fricción
	ω =Velocidad angular (1/s)
$v = \omega \cdot h / (2 \cdot \pi)$	n =Velocidad (rpm)
	π =PI=3.1416
$a = v / t_b$	v =Velocidad lineal (m/s)
	r =Radio
$\alpha = \omega / t_b$	t_b =Tiempo de aceleración
	h =Paso del tornillo de bolas

Tabla 1.5 Ecuaciones generales y variables físicas para el cálculo de servo mecanismos.

CAPITULO 2 SERVO MOTORES DE CORRIENTE ALTERNA

2.1 Conversión electromecánica de energía.

La primera idea de la posibilidad de conversión de la energía eléctrica y mecánica fue predicha por Michael Faraday en 1831. Este descubrimiento fue presentado por algunos como el que más posibilidades de desarrollo ha ofrecido. Este es el inicio del generador y motor eléctrico, el micrófono, el altavoz, el transformador, el galvanómetro y, de hecho, prácticamente todos los dispositivos cuyos principios y características son la manipulación de energía electromagnética.

La conversión electromagnética de la energía, tal como se conoce hoy en día, relaciona las fuerzas eléctricas y magnéticas del átomo con las fuerzas mecánicas aplicadas a la materia y con el movimiento. Como resultado de esta relación, la energía mecánica puede convertirse en energía eléctrica, y viceversa, mediante dínamos. Aunque esta conversión también puede producir otras formas de energía como calor y luz, en la mayoría de aplicaciones prácticas, la técnica se ha perfeccionado hasta un grado tal que estas pérdidas de energía se mantienen en su mínima expresión, con lo que se consigue una conversión casi total en ambos sentidos.

Así, la energía mecánica de un salto de agua se convierte fácilmente en energía eléctrica mediante un alternador. La energía eléctrica producida es transformada por procedimientos electromagnéticos a una tensión superior para su transporte a largas distancias y en algún punto terminal es transformada de nuevo para la distribución a subestaciones centrales de carga en las que la energía eléctrica es redistribuida a instalaciones rurales, factorías, residencias y establecimientos comerciales. En estos lugares, la energía eléctrica puede ser convertida una vez más en energía mecánica por medio de motores, en energía calorífica mediante hornos eléctricos, en energía luminosa mediante lámparas eléctricas y en energía química mediante técnicas y procesos electroquímicos o bien puede ser convertida en otras formas de energía eléctrica mediante convertidores rotatorios, rectificadores y cambiadores de frecuencia. La energía eléctrica producida mediante esta conversión de energía electromecánica puede ser reconvertida varias veces por los dispositivos que se consideran en este volumen antes de que esta energía se transforme finalmente en trabajo útil en otras formas de energía.

2.2 Principios fundamentales del servo motor.

El servo motor de corriente alterna opera basado en los principios de magnetismo y electromagnetismo, las siguientes definiciones son necesarias para entender cómo opera un servo motor de corriente alterna.

- **Magnetismo:** La capacidad de un conductor de atraer o repeler el hierro u otros materiales magnéticos o imanes. En el caso de una barra magnética cuya naturaleza posee una propiedad que determina que líneas magnéticas invisibles de fuerza (flujo magnético) viajen de norte a sur.

La figura 2.1 muestra como las líneas de flujo magnético se comportan en un material no ferro magnético y en otro material que si lo es.

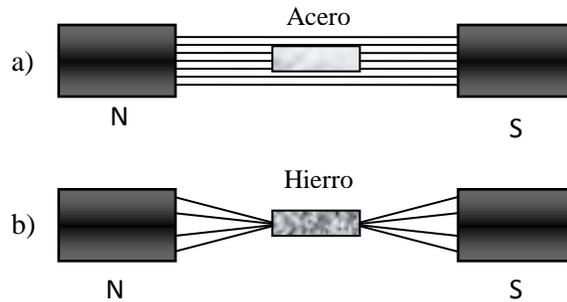


Figura 2.1 a) Muestra el comportamiento las líneas de flujo magnético en un material no ferro magnético. b) Las líneas de flujo magnético son desviadas por el material ferro magnético.

Los materiales magnéticos son atraídos por otros materiales de diferente polaridad. La figura 2.2 ejemplifica como las líneas de flujo magnético provenientes de dos materiales magnéticos de diferente polaridad se atraen entre si y el flujo magnético se desplaza de norte a sur, cuando dos materiales magnéticos de la misma polaridad se aproximan entre sí, las líneas de flujo magnético se repelen generando un desplazamiento basado en una fuerza de repulsión.

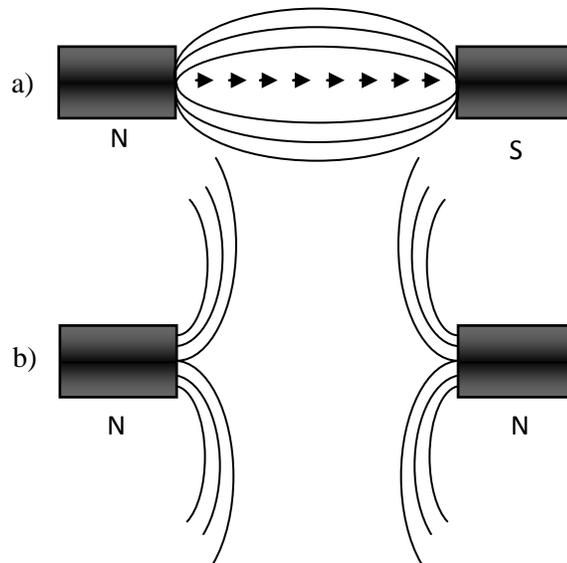


Figura 2.2 a) Las líneas de flujo magnéticos se mueven de norte a sur. b) Las líneas de flujo magnético se repelen.

- **Electromagnetismo:** Es el campo magnético resultante del flujo de una corriente eléctrica a través de una bobina.

Usando electricidad y una bobina fabricada de cualquier material conductor de electricidad, un campo magnético puede ser inducido de manera artificial, a este fenómeno se le llama electromagnetismo. La figura 2.3 muestra cuando una corriente eléctrica pasa a través de un conductor y un campo magnético es generado alrededor de este.

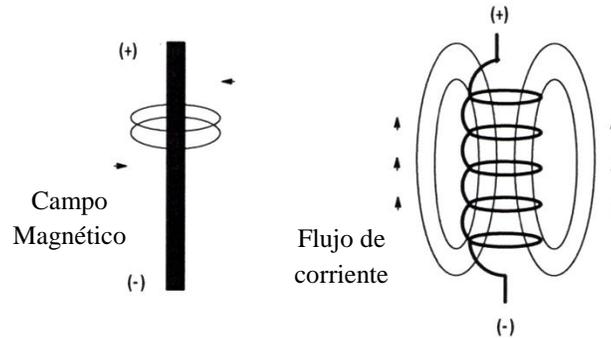


Figura 2.3 El flujo de corriente que pasa a través de un conductor induce un campo magnético alrededor de este.

2.3 Operación del servo motor de corriente alterna (“brushless”).

Esencialmente un servo motor de CA es una máquina sincrónica con la frecuencia de alimentación, capaz de desarrollar altos torques (hasta 3 o 4 veces su torque nominal) en forma transitoria para oponerse a todo esfuerzo que trate de sacarla de sincronismo. La denominación “brushless” (proviene del inglés y significa sin escobillas) viene del hecho de que no posee escobillas y es una forma de diferenciarlo de sus predecesores, los servo motores a imán permanente alimentados con corriente continua.

La figura 2.4 muestra las características físicas de un servo motor de corriente alterna, se observa carcasas lisas y entramadas para la disipación de calor, también se enfatiza que el tamaño de la flecha en consideración a su tamaño total, permite aplicación de pares elevados en condiciones de aceleración elevada.



Figura 2.4 Aspecto físico de un servo motor de corriente alterna.

Haciendo circular corriente alterna en las fases del bobinado de estator producimos un campo magnético rotante en el entrehierro del motor. Si en cada instante el campo magnético generado en el estator interseca con el ángulo correcto al campo magnético producido por los imanes del rotor generamos torque para lograr el movimiento del motor y la carga acoplada a la flecha. La utilización de un dispositivo electrónico denominado servo drive para alimentar el estator con la tensión y frecuencia correcta, permite en cada instante, generar un campo magnético estatorico de magnitud y posición correctamente alineada con el campo magnético de rotor. De esta forma obtenemos el torque necesario para mantener la velocidad y posición deseada del eje del motor. El proceso implica conocer en todo instante la posición del rotor para lo cual se equipan los servo motores con dispositivos tales como resolvers y encoders. Los mismos rotan solidariamente con el eje del servo motor e informan al servo drive la posición actual del rotor. Dichos dispositivos de realimentación de posición se diferencian en la robustez, resolución, capacidad de retener la información de posición ante cortes de alimentación eléctrica y número de conexiones necesarias entre otras. Por ejemplo en una servo máquina de tracción directa, que rota normalmente a una velocidad nominal de algunas centenas de *rpm* deberemos seleccionar dispositivos con un alto número de pulsos por revolución (alta resolución) a fin de tener control de torque durante la partida y parada del ascensor.

Actualmente los servo drives operan por técnicas de modulación de ancho de pulso (PWM) con configuraciones de hardware (básicamente en la parte de potencia) parecidas a los inversores para el control de motores asincrónicos. De hecho existen en el mercado drives que permiten controlar ambos tipos de motores. Debe puntualizarse que para la operación normal de un servo motor necesitamos un servo drive, el motor no puede ser operado directamente de la red de suministro de corriente eléctrica.

Un servo motor de corriente alterna utiliza los mismos principios del motor de corriente alterna jaula de ardilla y el motor síncrono, el campo magnético del estator es controlado para determinar la posición actual de la flecha del motor, el rotor está constituido por imanes permanentes de alta capacidad magnética, en esta sección se explicara de forma visual el funcionamiento u operación del servo motor de corriente alterna.

Existen cinco aspectos fundamentales en la operación de un servo motor:

- Inducción magnética.
- Rotación.
- Deslizamiento.
- Velocidad base.
- Torque.

2.3.1 Inducción magnética.

La inducción magnética es la fuerza electromotriz en un conductor y es generada por un movimiento relativo entre el conductor y un campo magnético donde el conductor corta las líneas de fuerza magnética. La figura 2.5a muestra como un campo magnético que proviene de una bobina por la que pasa una corriente eléctrica cambiante, genera un campo magnético en proporción al flujo de corriente que pasa por la bobina, este campo magnético cambiante induce una fuerza electromotriz en el cable que se encuentra totalmente estático. En la figura 2.5b se muestra un campo magnético fijo proveniente de dos imanes, a este campo magnético se expone una bobina de alambre conductor, la cual se desplaza hacia arriba y hacia abajo de forma continua generándose inducción magnética sobre este y por consiguiente una fuerza electromotriz en los extremos.

En un sistema controlador de corriente alterna, la inducción puede ocurrir de manera controlada haciendo que la corriente fluya bajo las siguientes condiciones:

- Un cable estacionario es expuesto a un campo magnético cambiante.
- Un cable pasa a través de un campo magnético estacionario.

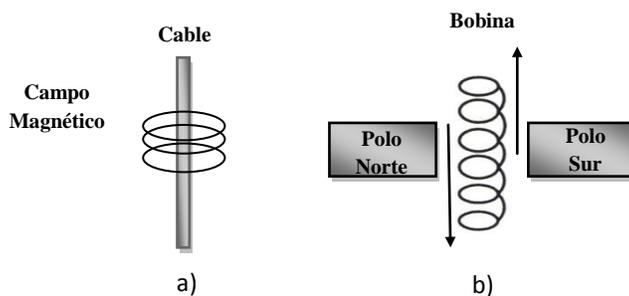


Figura 2.5 Campo inducido en conductores expuestos a un campo magnético.

Los servo motores de corriente alterna constan de los siguientes componentes:

- Estator: La parte fija de un servo motor que contiene un conjunto de electro magnetos.
- Rotor: La parte rotativa de un servo motor que está fabricada de acero e imanes permanentes..

Lo que causa la inducción es la corriente que fluye a través del servo motor y lo realiza de la siguiente manera:

Las líneas de flujo del campo magnético del estator son cortadas por las barras conductoras del rotor a medida que giran, como se muestra en la figura 2.6 las líneas de campo magnético del estator fluyen de norte a sur, las barras del rotor generan un campo magnético al inducirse una corriente sobre de ellas.

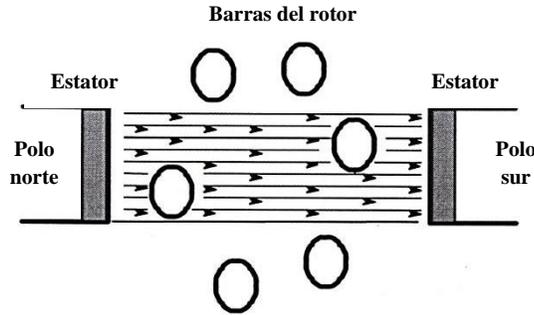


Figura 2.6 Inducción magnética en las barras del estator.

Un flujo de corriente es inducida en el rotor, lo cual produce líneas de flujo magnético alrededor de las barras del rotor. Como se muestra en la figura 2.7 un campo magnético es creado alrededor de las barras del rotor al ser expuestas al campo magnético del estator.

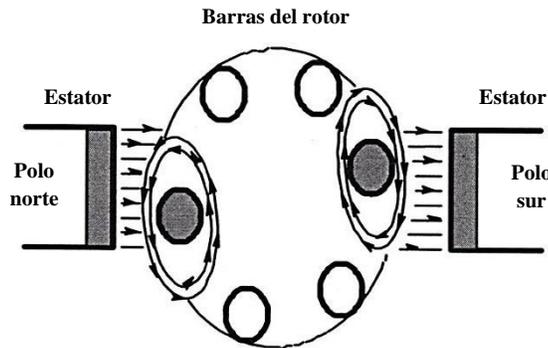


Figura 2.7 Campo magnético inducido en las barras del rotor.

Los campos magnéticos del estator y el rotor se atraen uno al otro causando que el rotor siga el campo magnético del estator y comience a producirse un movimiento angular en la flecha del rotor, la figura 2.8 muestra el movimiento angular del rotor por la inducción de una campo magnético en las barras del rotor.

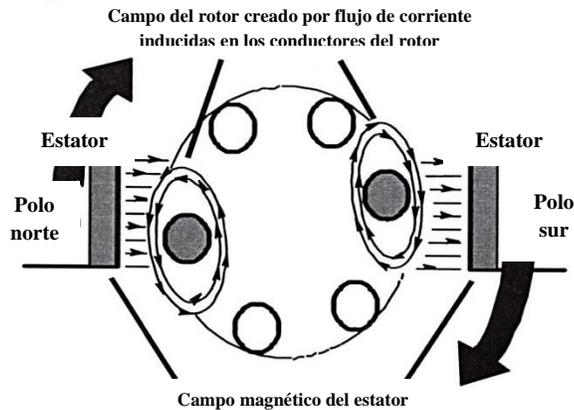


Figura 2.8 Movimiento angular del rotor por inducción de campo magnético en las barras del rotor.

2.3.2 Rotación.

Cuando las tres fases de voltaje de corriente alterna, son aplicadas desde una fuente de CA, ondas senoidales son introducidas dentro del servo motor, dado que el rotor continua siguiendo al estator, es aquí cuando la rotación ocurre. El estator recibe el voltaje alternante generando un campo magnético con las mismas características de alternancia provocando que el rotor constituido por imanes permanentes se desplace una revolución en un ciclo de corriente alterna, se determina que la velocidad angular del motor dependerá de la frecuencia del voltaje de CA que sea inyectado al rotor. Estas características son mostradas en la figura 2.9 en donde se puede ver las posiciones del rotor en un ciclo de corriente alterna de 360° .

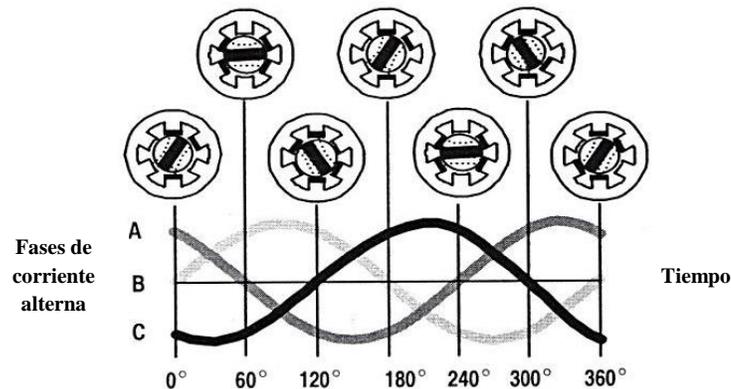


Figura 2.9 Desplazamiento del rotor en un ciclo de CA.

2.3.3 Deslizamiento.

Hay dos componentes de velocidad que son medidas en un servo motor de CA.

- Velocidad del rotor: La velocidad física del rotor en un servo motor de CA.
- Velocidad síncrona: La velocidad producida por el campo magnético giratorio en un servo motor de CA. Es determinada por la frecuencia aplicada por el estator y el número de polos magnéticos presentes. La velocidad de sincronismo en el rotor no puede ser alcanzada con un motor de inducción estándar.

Deslizamiento: Es la diferencia entre la velocidad de sincronismo y la velocidad del rotor en un servo motor de CA. Es usualmente representada como porcentaje de la velocidad de sincronismo. Cabe mencionar que la rotación del rotor continúa debido al deslizamiento.

El deslizamiento tiene las siguientes características:

- La frecuencia es determinada por la diferencia entre la velocidad del campo magnético del estator y la velocidad del rotor.
- El deslizamiento impide que el motor alcance la velocidad de sincronía.
- El deslizamiento es calculado como porcentaje de velocidad síncrona.

Los conceptos de deslizamiento son representados en la figura 2.9, se muestra al rotor en una posición la cual se encuentra en retraso de acuerdo a la posición del campo magnético del estator.

$$\text{Deslizamiento} = \text{Velocidad síncrona} - \text{Velocidad del rotor}$$

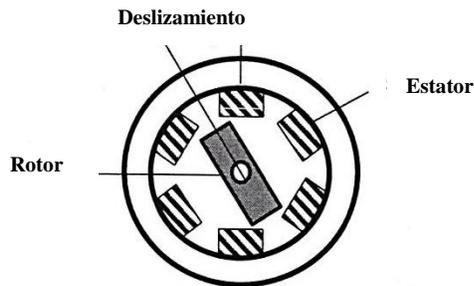


Figura 2.9 Deslizamiento en un servo motor.

La rotación se detiene cuando una de las siguientes condiciones ocurre:

- El rotor corre a la misma velocidad que el estator.
- Las barras del rotor están paralelas a los polos del estator.

2.3.4 Velocidad base o velocidad nominal.

La velocidad a la cual el motor puede desarrollar la potencia nominal con una carga nominal y voltaje. Con un servo motor de CA, la velocidad base es comúnmente el punto en donde se aplican 60 Hz al motor de inducción.

Cada servo motor tiene una relación de voltaje frecuencia conocida como volts por *Hertz*. Esta relación requiere que las siguientes condiciones sean verdaderas:

- El voltaje es incrementado a la relación más alta que impide suficiente torque al arranque a plena carga.
- La relación es mantenida a 7.6 V/Hz arriba de la velocidad base.
- La relación debería variar arriba de la velocidad base cuando el torque decrementa.

Torque: Es la fuerza de giro aplicada a un objeto y tiende a causar rotación.

Impulso: Es el ajuste de voltaje hecho por un servo motor de CA que produce suficiente torque para arrancar una aplicación.

Como el rotor continua siguiendo al estator, el torque puede variar como los intentos del servo motor para alcanzar la velocidad de sincronismo como se muestra en la figura 2.10.

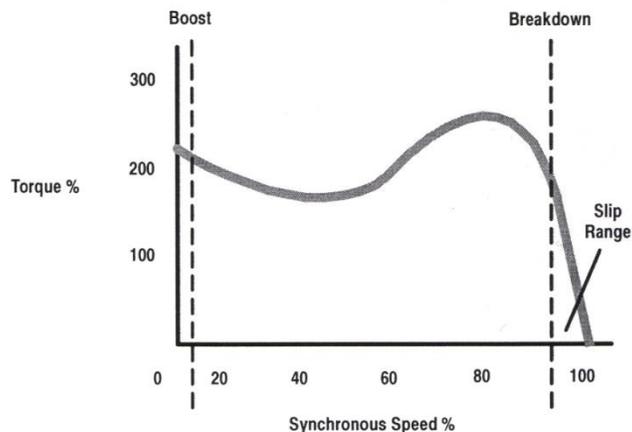


Figura 2.10 Representación gráfica de velocidad síncrona y torque.

El torque de un servo motor tiene las siguientes características:

- Se incrementa temporalmente para crear el impulso necesario para desplazar la mayoría de las cargas.
- Se incrementa temporalmente cuando la carga se aplica.
- Se incrementa sostenidamente cuando el motor se aproxima a la velocidad base.
- Velocidad base en el punto de ruptura
- Teóricamente cae a cero cuando el servo motor se aproxima a la velocidad de sincronismo.

2.4 Características del servo motor de corriente alterna.

La aplicación industrial de dichos motores está desarrollándose significativamente por múltiples razones entre las que podemos mencionar: nuevos y más potentes componentes magnéticos para los motores como los imanes de tierras raras, reducción de costo de los motores y los equipos electrónicos necesarios para el control de los mismos, incorporación en dichos equipos electrónicos de nuevas funciones para un control preciso y confiable del

movimiento que permiten utilizarlos eficientemente e incorporar nuevas áreas a su dominio de aplicación.

Las características principales de un servo motor de corriente alterna son las siguientes:

- El campo magnético del rotor está constituido por imanes posicionados sobre el rotor.
- El estator es una serie de embobinados de cable de cobre.
- Máximo torque producido cuando el rotor está bloqueado.
- La inercia es arriba del 80% menor comparado con servo motores de corriente directa.
- Velocidades continuas mayores de 7000 *rpm* pueden ser logradas.
- La velocidad es controlada por un sistema de retroalimentación interna propia del servo motor.
- La operación de impulso puede ser logrado a bajas velocidades.

La figura 2.11 muestra el diagrama esquemático de la sección transversal de un servo motor y los elementos de los que está constituido.

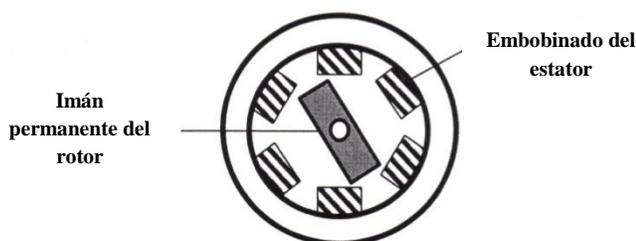


Figura 2.11 Componentes característicos del servo motor.

2.4.1 Servo motores de CA y control de movimiento.

Esencialmente un motor “brushless” a imán permanente es una máquina sincrónica con la frecuencia de alimentación capaz de desarrollar altos torques (hasta 3 o 4 veces su torque nominal) en forma transitoria para oponerse a todo esfuerzo que trate de sacarla de sincronismo. La denominación “brushless” viene del hecho de que no posee escobillas y es una forma de diferenciarlo de sus predecesores los servo motores a imán permanente alimentados con corriente continua. En comparación con motores asíncronos o jaula de ardilla, la inercia de un servo motor “brushless” es sustancialmente menor. Ambas características sobre torques importantes e inercias reducidas son características apreciadas y útiles para el control del movimiento pues permiten rápidas aceleraciones y desaceleraciones así como control preciso de posición en altas velocidades.

Al usar un servo motor de CA junto con una aplicación de control de movimiento se obtienen las siguientes ventajas:

- Alto torque de salida
- Alta velocidad de salida
- Alto torque relación al peso.
- Baja inercia del motor.
- Capacidad de alta aceleración y desaceleración.
- Disponibilidad de operación con las siguientes características.
 - Cero embobinados de armadura.
 - Cero componentes mecánicos de fricción
 - Mantenimiento mínimo del servo motor.

2.5 Tipos de realimentación de posición en servo motores de corriente alterna.

En un lazo cerrado dentro de un sistema de control digital de control de movimiento, el elemento de retroalimentación o feedback convierte la posición y la velocidad de un eje de movimiento en señales eléctricas que son usadas para comparar las señales de comando enviadas por el controlador de movimiento, en la figura 2.12 se muestran los principales elementos que participan en el control eléctrico de un servo motor y de forma esquemática se observa que la realimentación de posición es llevada al sistema que genera el control digital de posición, generando un lazo cerrado entre todos los elementos.

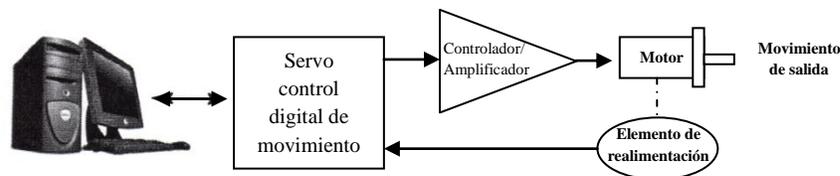


Figura 2.12 Diagrama esquemático de un sistema de control de movimiento.

2.5.1 Clasificación de elementos de realimentación.

Los elementos de realimentación se clasifican de la siguiente manera:

- Transductores digitales:
 - Encoders incrementales.
 - Encoders absolutos.
- Transductores análogos o resolvers.

Diferentes tipos de elementos de realimentación producen diferentes grados de resolución, el cual es el más pequeño y distinguible incremento en el cual una señal o cantidad puede ser dividida. La tabla 2.1 muestra las principales características de los elementos de realimentación haciendo mención que la resolución es uno de los más importantes.

<i>Dispositivo</i>	<i>Resolución</i>	<i>Precisión</i>	<i>Características</i>
Encoder incremental	Moderada	Alta	Barato, Exacto
Encoder absoluto	Moderada/Alta	Alta	Caro, Absoluto
Resolver	Alta	Moderada	Grande, Absoluto

Tabla 2.1 Principales atributos de los transductores digitales de posición angular.

2.5.2 Funcionamiento de un encoder.

Un encoder óptico es un dispositivo digital que traduce la posición angular de una flecha rotativa en una serie de pulsos por revolución las funciones principales del encoder son las siguientes:

- Un movimiento alternativo del disco permite y previene que la fuente de luz pase a través del alcance de cada uno de los foto detectores ubicados del lado opuesto.
- Un disco móvil es conectado a la flecha que esta enlazada con el eje de movimiento.
- Contiene una máscara fija posicionada entre el disco móvil y el foto detector hacia el canal de luz del foto detector.
- En tanto que el eje gira, el disco lo hace también, permitiendo o previniendo que la luz pase a través del disco y la máscara, hacia el foto detector.
- La salida del encoder es una onda alternante digital que es leída por el controlador para determina la posición actual del eje.
- Multiplicando la línea de conteos de salida por cuatro, la resolución se ve incrementada y recibida por el controlador, a esto se le llama cuadratura.

Un ejemplo del funcionamiento de un encoder se ve en la figura 2.13, mostrando cómo es que el foto detector recibe la señal lumínica y la convierte en un pulso eléctrico digital.

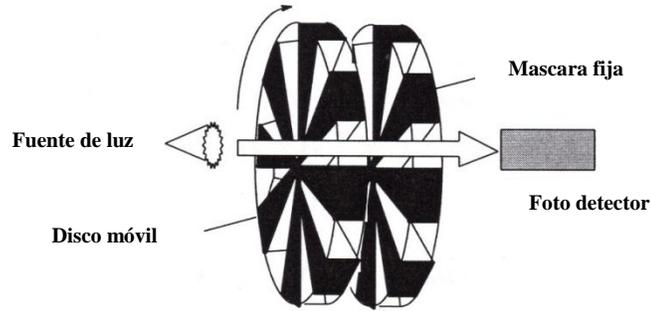


Figura 2.13 Principio de funcionamiento de un encoder digital.

La figura 2.14 muestra el tren de pulsos generado por un encoder digital, tres sensores receptores de forma independiente crean tres señales digitales. El canal A es un tren de pulsos digitales y la cantidad de ellos corresponde a la resolución del encoder por revolución, es decir en una revolución del disco móvil la cantidad de pulsos esta predefinido por el fabricante, los más comunes están fabricados para producir 1000, 2000 o 3600 pulsos por revolución. El canal B tiene las mismas características de conteo que el canal A, la diferencia que existe entre ellos es un defasamiento de 90° utilizado para detectar el sentido de giro del motor. La tercera señal corresponde al marcador o índice, este genera pulso por cada revolución del encoder o por revolución del servo motor.

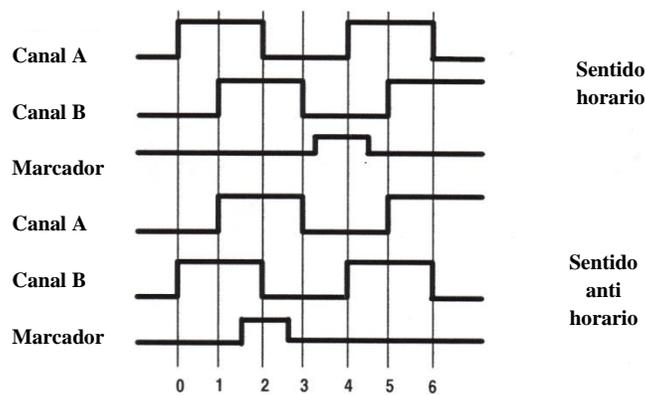


Figura 2.14 Salidas digitales de un encoder digital incremental.

2.5.3 Encoder Absoluto.

Un encoder absoluto es un transductor electrónico digital de posición que contiene un código único (código gray) para cada posición en una revolución. Un encoder absoluto tiene las siguientes características:

- Usa una pista por bit.
- Recuerda la posición actual si el voltaje es removido y aplicado nuevamente.
- Produce un código único para cada posición angular.
- Produce una salida en código binario natural o código gray.
- Están disponibles en un máximo de 13 bits.

La figura 2.15 muestra la constitución física del disco correspondiente a un encoder absoluto de 3 bits, a diferencia del encoder incremental este cuenta con un juego de sensores emisor receptor por cada bit de resolución lo cual lo hace más caro y complejo de fabricar.

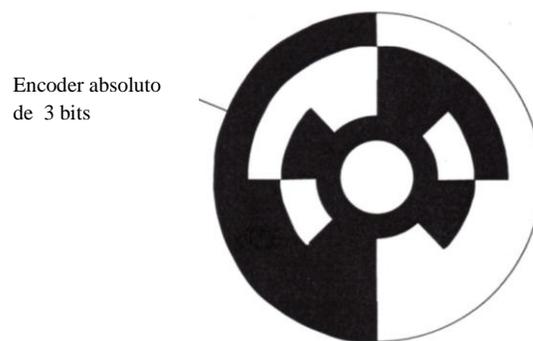


Figura 2.15 Aspecto físico de una encoder absoluto de 3 bits.

En la figura 2.16 se representa la salida digital para un encoder absoluto basado en una resolución de 3 bits, en el ejemplo se observan solo siete posibles posiciones siendo cada una de ellas diferentes en cada posición de revolución.

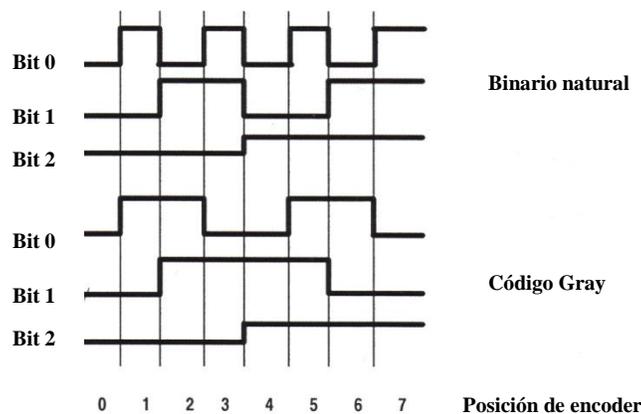


Figura 2.16 Posibles posiciones en un encoder absoluto de tres bits.

2.5.4 Resolver.

Un resolver es un dispositivo electrónico análogo que transforma la posición angular o rotación de una flecha rotatoria en una serie de pulsos digitales mediante un convertidor analógico digital, un resolver tiene las siguientes características:

- Funciona como transformador rotatorio.
 - Contiene un embobinado rotatorio sobre la flecha del rotor.
 - Contiene dos embobinados estacionarios correspondientes al estator.
 - Contiene un acoplamiento entre el estator y el rotor que varía con el ángulo de la flecha.
- Contiene un transformador sin escobillas.
- Proporciona posición absoluta sobre una revolución.

En la figura 2.17 se muestra el comportamiento esquemático de un resolver de acuerdo a las ondas inducidas al rotor.

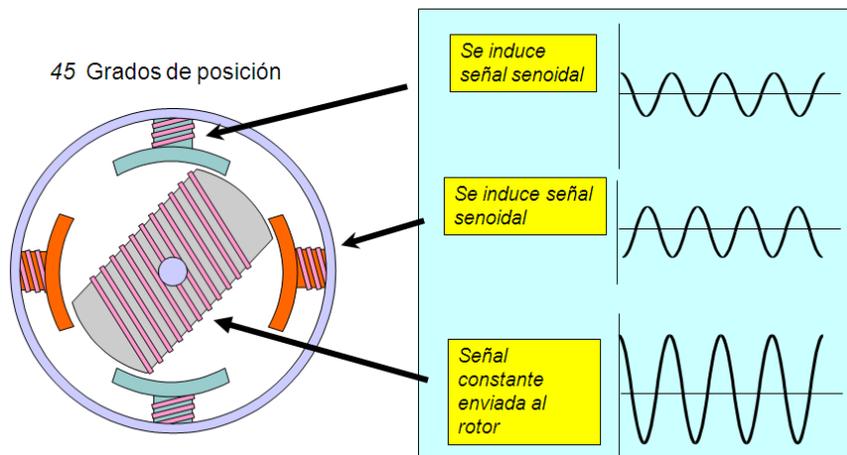


Figura 2.17 Señales inducidas en rotor del resolver y su salidas representativas.

Las características de funcionamiento de un resolver se enuncian a continuación:

- El rotor pasa por dos campos magnéticos del estator por cada revolución, variando una señal basada en el acoplamiento de dos componentes.
- El transformador sin escobillas se acopla para proporcionar una señal para cada posición del rotor en la unidad de una revolución.
- La diferencia es calculada en el ángulo de la flecha produciendo un valor análogo de salida.

- El valor de salida análoga producida por el resolver debería ser convertida en una señal digital dirigida al controlador de movimiento.

2.6 Parámetros técnicos de un servo motor.

La tabla 2.1 y la tabla 2.2 muestran la mayor parte de los parámetros que pueden ser encontrados en la especificación técnica de un servo motor y se explica la definición cada uno de ellos, también visualiza el símbolo con el cual se pueden encontrar en manuales de referencia del fabricante y en la placa de identificación del servo motor.

La compleja constitución de un servo motor llena de parámetros y variables la especificación técnica, las características de diseño de cada uno de los elementos que lo conforman brinda una amplia gama de abreviaturas comúnmente encontradas en la placa de identificación de un servo motor, algunas de ellas solo son proporcionadas por el fabricante si así él lo desea.

Para hacer más fácil el entendimiento de cada uno de ellos se han dividido de acuerdo al elemento físico que aporta dentro del funcionamiento y operación de un servo motor, la tabla 2.1 muestra los parámetros eléctricos y la tabla 2.2 hace referencia las variables mecánicas.

Parámetro eléctrico	Símbolo	Unidades	Definición
Voltaje de referencia	V	Volts	Voltaje nominal del motor.
Corriente nominal	I_r	Amps	Corriente del motor cuando este entrega el torque nominal.
Corriente pico (stall)	I_{pk}	Amps	Es la corriente máxima permitida por el motor basada en picos correspondiente solo a instantes de tiempo y sin causar daños al embobinado.
Corriente sin carga	INL	Amps	Corriente del motor cuando no existe carga en la flecha y esta se mantiene en forma estática.
Constante EMF	KE	V/RPM o V/rad/s	Usando este parámetro, retorno EMF puede ser estimado por la velocidad dada. Este parámetro representa la fuerza electromotriz de retorno. $KE = K_{\omega}\Phi\omega$ Donde KE es EFM de retorno, K_{ω} es una constante, Φ es el flujo, y ω es la velocidad angular
Resistencia	R	Ohms	Resistencia de cada embobinado del estator.
Inductancia	L	mH	Inductancia del embobinado. Este combinado con el parámetro de resistencia puede ser usado para calcular la impedancia total de un embobinado para calcular la constante de tiempo eléctrica.
Constante del motor	K_M	Oz-in o N-M	Esta entrega la relación de torque potencia.
Constante eléctrica de tiempo	τE	ms	Cálculo basado en R y L de los embobinados.

Tabla 2.1 Parámetros eléctricos comunes en un servo motor.

La relación directa entre los parámetros mecánicos y los parámetros eléctricos está basada en las características de diseño del sistema eléctrico, por ejemplo se sabe que la corriente y el torque son dos variables que actúan en proporción directa, estas dos variables en sus puntos máximos son afectadas por la constitución física del embobinado del estator. Otro ejemplo puede ser como es afectada la velocidad si el número de polos cambia. Nos hemos dado cuenta que las características eléctricas de un servo motor dependen claramente del diseño eléctrico de cada uno de los elementos que lo componen, no dejaremos de hacer mención acerca del principal elemento de la constitución mecánica de un servo motor, el rotor está constituido de un grupo de imanes permanentes que proveen la mayor parte de las condiciones mecánicas de funcionamiento.

Parámetro mecánico	Símbolo	Unidades	Definición
Velocidad	n	RPM o rad/seg	Velocidad nominal del motor
Torque continuo	TC	Oz-in o N-M	El torque disponible en la flecha del motor proporcionado en su rango de velocidad.
Torque pico o torque (stall)	Tpk	Oz-in o N-M	El torque máximo del motor que puede ser entregado en un corto periodo de tiempo, este torque puede no ser disponible para todos los rangos de velocidad.
Torque constante	Kt	Oz-in o N-M/A	Este es el torque producido por cada ampere de corriente marcada por el servo motor, desde que el torque varia linealmente con la corriente este parámetro puede ser usado para interpolar el torque entregado por corriente y viceversa.
Torque de fricción	TF	Oz-in o N-M	Este es la perdida de torque producido principalmente por la fricción de los rodamientos del motor.
Inercia del rotor	JM	Oz-in – S ² /N-M-s ²	Momento de inercia del motor. Este es determinado para determinar la aceleración y desaceleración nominales. La respuesta dinámica del sistema y para calcular la constante mecánica de tiempo del rotor.
Temperatura	T	°F o °C	Temperatura ambiente de operación.
Temperatura máxima del embobinado	θ_{max}	°F o °C	Máxima temperatura permitida por el embobinado. Si la temperatura del embobinado excede este límite, la corriente del embobinado se incrementara existiendo la posibilidad de abrirse el circuito.
Impedancia termal	RTH	°F/W o °C/W	Esta es la impedancia que posee el motor a temperatura ambiente.
Constante termal de tiempo	τ_{TH}	min	Constante de tiempo basada en la impedancia termal. Un motor con disipador de calor puede tener una constante de tiempo alta a diferencia de un motor sin disipación.

Tabla 2.2 Parámetros mecánicos comunes en un servo motor.

2.7 Características físicas de un servo motor de CA de baja inercia.

Los motores de baja inercia son diseñados para reducir su tamaño con capacidad de entregar alto torque. Estos compactos y altamente dinámicos servo motores son diseñados conociendo los elevados requerimientos de rendimiento y exactitud en sistemas de control de movimiento. Este tipo de servo motores están disponibles en diferentes tamaños que proporcionan torque continuo de forma estática de 0.026 a 163 Nm (2.3-1440 lb-in) y torque pico desde 0.77 a 278 Nm (6.8-2460 lb-in)

Para este tipo de servo motores se ha mejorado el material de aislamiento del embobinado, esto determina un mejor manejo de la transferencia de calor resultando en un alto rendimiento.

El rotor está constituido de imanes de alta energía constituidos de tierras raras, esto proporciona elevadas aceleraciones. Los motores de baja inercia están disponibles con encoders de alto rendimiento y resolución con selección de una sola vuelta de detección o múltiples vueltas a un nivel de alta resolución por revolución del servo motor.

La figura 2.18 muestra la constitución interna de la mayoría de los servo motores y sus principales elementos que lo conforman. La sección marcada con la letra (A) corresponde a los conectores rápidos utilizados para el suministro de energía eléctrica y la señal de realimentación del encoder, comúnmente estos proporcionar versatilidad por su capacidad de desconexión inmediata. El rotor marcado con la letra (B) comúnmente fabricado de imanes sujetos a un núcleo mediante la utilización de adhesivos especiales. La flecha de transmisión (C) es el último elemento en la construcción de un servo motor, a esta se le acoplan las cargas que serán desplazadas de forma angular y es de notarse que el tamaño de las flechas en este tipo de servo motores es considerablemente de mayor diámetro que la que pudiese tener un servo motor de CA común y corriente. El encoder de realimentación (D) determina la propiedad del servo motor en controlar la posición del rotor, la variación de torque es proporcionada por el controlador o manejador del motor y esto lo determina el lazo de control de posición. El último elemento (E) no menos importante es el que determina la capacidad de montaje a la maquinaria o a los elementos que el servo motor moverá.

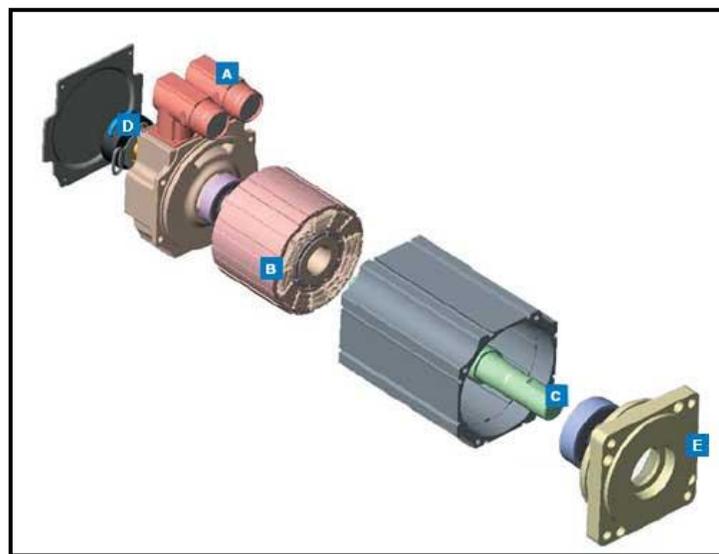


Figura 2.18 Principales elementos de un servo motor.

CAPITULO 3 REDUCTORES MECÁNICOS DE BAJA INERCIA

3.1 El reductor de velocidad.

Toda máquina cuyo movimiento sea generado por un motor (ya sea eléctrico, de explosión u otro) necesita que la velocidad de dicho motor se adapte a la velocidad necesaria para el buen funcionamiento de la máquina. Además de esta adaptación de velocidad, se deben contemplar otros factores como la potencia mecánica a transmitir, la potencia térmica, rendimientos mecánicos, estáticos y dinámicos. Esta adaptación se realiza generalmente con uno o varios pares de engranajes que adaptan la velocidad y potencia mecánica montados en un cuerpo compacto denominado reductor de velocidad.

Los reductores son sistemas de engranajes que permiten que los motores eléctricos funcionen a diferentes velocidades para los que fueron diseñados. En todo tipo de industria siempre se requiere de equipos cuya función es variar las *rpm* de entrada, que por lo general son mayores de 1200, entregando a la salida un menor número de *rpm* sin sacrificar de manera notoria la potencia. Esto se logra por medio de los reductores y motorreductores de velocidad. Los reductores o motorreductores son apropiados para el accionamiento de toda clase de máquinas y aparatos de uso industrial, que necesitan tener control sobre la velocidad de operación.

Las transmisiones de fuerza por correa, cadena o trenes de engranajes que aún se usan para la reducción de velocidad presentan ciertos inconvenientes.

Al emplear reductores o motorreductores se obtiene una serie de beneficios sobre estas otras formas de reducción. Algunos de estos beneficios son:

- Una regularidad perfecta tanto en la velocidad como en la potencia transmitida.
- Una mayor eficiencia en la transmisión de la potencia suministrada por el motor.
- Mayor seguridad en la transmisión, reduciendo los costos en el mantenimiento.
- Menor espacio requerido y mayor rigidez en el montaje.
- Menor tiempo requerido para su instalación.

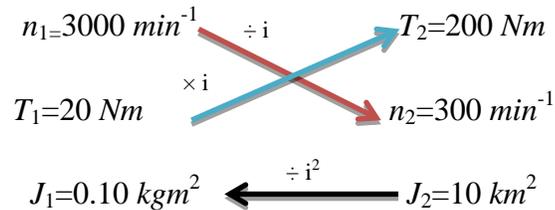
Los motorreductores se suministran normalmente acoplado a la unidad reductora un motor eléctrico normalizado asincrónico tipo jaula de ardilla, totalmente cerrado y refrigerado por ventilador diseñado para ser alimentado alas redes trifásicas de 220/440 voltios y 60 *Hz*.

3.1.1 Relación de trasmisión (*i*).

Este parámetro es una de las características más importantes en un reductor de velocidad. La relación de trasmisión indica el factor con el que el reductor trasforma los tres parámetros

relevantes de un movimiento rotacional (velocidad de giro, par y momento de inercia). Se obtiene a partir de la geometría de las piezas dentadas.

El siguiente ejemplo visualiza el comportamiento de los tres parámetros de entrada y salida de un reductor para una relación de transmisión de 10 ($i=10$).



Es el valor de la relación de reducción entre las velocidades, se identifica por el símbolo (i), y se calcula a partir de la velocidad de entrada n_1 y de la velocidad de salida n_2 mediante la siguiente expresión:

$$i = \frac{n_1}{n_2} \quad (3.1)$$

La relación de transmisión es solamente un número decimal representado en el catálogo con solamente una cifra decimal o ninguna cuando $i > 1000$.

3.1.2 Torque o par máximo.

En general, el par máximo (entendido como pico de carga instantáneo) aplicable al reductor, no deberá superar el 300 % del par nominal, por lo tanto, se ha de verificar que este límite no sea superado, adoptando si fuese necesario los dispositivos adecuados para la limitación del par. Para los motores trifásicos de doble polaridad, es necesario prestar atención especial al par de conmutación instantánea, que se genera en la conmutación de la alta velocidad a la baja, por cuanto puede ser decisivamente más elevado que el propio par máximo.

El par de torsión nominal de salida, es el par del reductor cuando el motor funciona con el par nominal.

El par de torsión de salida máximo instantáneo es el par del reductor cuando el motor funciona con el par de torsión máximo instantáneo, bajo el supuesto de que el par de torsión máximo instantáneo del motor es el triple del par de torsión nominal.

3.1.3 Par nominal.

Los reductores, por motivos de diseño, tienen una velocidad máxima admisible, que como regla general aumenta a medida que disminuye el tamaño del motor. También existe una

limitación en cuanto al par de entrada nominal permisible (T_2) que depende del par de entrada (T_1) y de la relación de transmisión a través de la relación:

$$T_2 = nT_1 (w_1 / w_2) \quad (3.2)$$

El par nominal (Nm) T_{2N} es el par que el reductor puede transmitir continuamente (sin desgaste) durante un periodo de tiempo prolongado, es decir en servicio continuo.

3.1.4 Relación de momento de inercia (λ).

El momento de inercia J es una magnitud que define la tendencia de un cuerpo mantener su estado de movimiento (reposo o movimiento).

Los momentos de inercia están referidos al eje de entrada del reductor y por lo tanto, cuando se acopla a un motor eléctrico, su valor simplemente debe sumarse al del reductor.

La relación de momentos de inercia λ es la relación de momentos de inercia externo (lado de la aplicación mecánica) y el momento de inercia interno (lado del motor). Es un parámetro importante para la capacidad de regulación de una aplicación. Los procesos dinámicos pueden regularse con una menor exactitud cuánto más distintos sean los momentos de inercia y mayor sea λ . Como valor orientativo, se recomienda tener un valor $\lambda < 5$, el momento de inercia disminuye en un factor $1/i^2$.

$$\lambda = \frac{J_{extremo}}{J_{interno}} \quad (3.3)$$

Existen distintas aplicaciones para las cuales la relación de momentos de inercia es diferente, a continuación se enuncian.

- Aplicaciones simples ≤ 10
- Aplicaciones dinámicas ≤ 5
- Aplicaciones muy dinámicas ≤ 1

3.1.5 Juego mecánico o “backlash”.

Uno de los fenómenos usualmente presente en mecanismos es el de huelgo, holgura o “backlash”. La holgura (“backlash”) se presenta cuando dos piezas mecánicas no encajan perfectamente (véase figura 3.1), ocasionando que la transmisión del movimiento se interrumpa cuando el elemento propulsor no hace contacto con el elemento de transmisión del movimiento. En la figura 3.1 se ilustran dos bloques donde el acoplamiento presenta backlash.

El bloque superior cuenta con un diente de ancho d , mientras que el inferior tiene una muesca de ancho D . El desplazamiento de la pieza superior se indica por x_1 , mientras que x_2 indica el desplazamiento de la pieza inferior. La transmisión es posible si $D \geq d$ y el “backlash” se presenta cuando $D > d$. La Figura 3.1 muestra las piezas mecánicas con “backlash”. La distancia que recorre el diente está dada por x_1 , mientras que la distancia que recorre la muesca está dada por x_2 . El ancho del diente y muesca están dadas respectivamente por d y D .

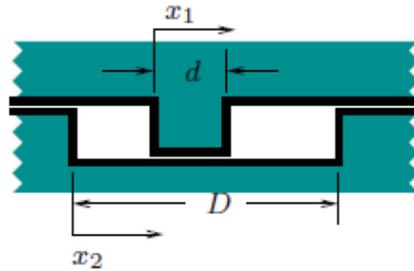


Figura 3.1 Representación esquemático del juego mecánico.

Generalmente el juego mecánico o “backlash” en un reductor es una característica de diseño que permite la lubricación de los engranes, todos los reductores están fabricados por sistemas de engranes que como elementos mecánicos de transmisión presentan una holgura o pérdida de contacto entre ellos, la figura 3.2 muestra la pérdida de contacto entre dos engranes lo cual representa el juego mecánico.



Figura 3.2 Representación gráfica del juego mecánico entre dos engranes.

3.1.6 Eficiencia o rendimiento.

La eficiencia o rendimiento es uno de los elementos constitutivos de un reductor que hacen referencia a las características de diseño e ingeniería. En todo sistema de transformación de

energía o manipulación de ella, se busca que la máquina que se encarga de realizar esta tarea genere las menores pérdidas posibles en el momento de operación.

El rendimiento, generalmente expresado en porcentaje (%) es la relación entre la potencia de salida y la potencia de entrada. Las pérdidas de potencia generadas por la fricción hacen que el rendimiento sea siempre menor que 1 o menor que 100%

$$\eta = \frac{P_{sal}}{P_{ent}} \quad (3.4)$$

3.1.7 Momento de inercia y factor de servicio.

Momento de inercia J_r (Kgm^2): Los momentos de inercia están referidos al eje de entrada del reductor y por lo tanto, cuando se acopla a un motor eléctrico su valor simplemente debe sumarse al del motor. Este parámetro es uno de los más importantes ya que resume las características dinámicas del movimiento del reductor. En un sistema de desplazamiento angular que consta de varios elementos es primordial el conocimiento de las inercias de cada uno de ellos para poder así calcular la capacidad del reductor y del servo motor.

Factor de servicio [f_s]: El factor de servicio es el parámetro que traduce a un valor numérico la dificultad del servicio a que el reductor estará solicitado, teniendo en cuenta la inevitable aproximación, el funcionamiento diario, variaciones de carga y las posibles sobrecargas vinculadas con la aplicación. Mediante la figura 3.3 el factor de servicio expuesto se obtiene después de haber seleccionado la columna correspondiente a las horas de funcionamiento diario, por la intersección entre el número de arranques / hora y una de las curvas K1, K2 y K3. Las curvas K están asociadas a la naturaleza del servicio (aproximadamente: uniforme, medio y pesado) mediante el factor de aceleración de las masas K, ligado a la relación entre las inercias de las masas conducidas y el motor. Independientemente del valor del factor de servicio así obtenido, destacamos que existen aplicaciones, entre las cuales y solamente a título de ejemplo, la elevación para las que la rotura de un elemento del reductor puede representar un riesgo de lesiones al personal que opere en las proximidades.

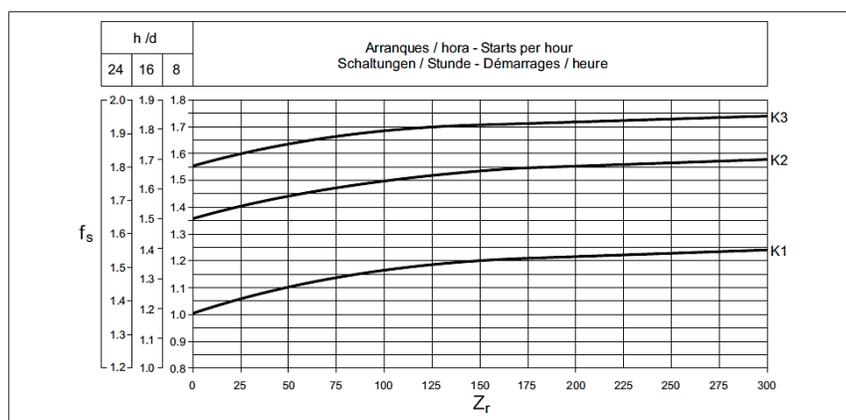


Figura 3.3 Representación gráfica del factor de servicio en un reductor de acuerdo a las curvas de aceleración de las masas.

3.1.8 Factor de aceleración de las masas.

Factor de aceleración de las masas (K): Este parámetro sirve para seleccionar la curva correspondiente a un determinado tipo de carga. El valor viene dado por la relación:

$$K = \frac{J_c}{J_m} \quad (3.5)$$

J_c = momento de inercia de las masas conducidas, referido al eje del motor.

J_m = momento de inercia del motor.

La tabla 3.1 describe la relación de inercias y el tipo de carga a la que corresponde, es de gran importancia saber el tipo de reductor que será utilizado en cualquier aplicación, este se seleccionara de acuerdo al factor de aceleración de las masas.

$K = \frac{J_c}{J_m}$	Curva	Tipo de carga
$K \leq 0.25$	K1	Uniforme
$0.25 < K \leq 3$	K2	Con choque moderados
$3 < K \leq 10$	K3	Con choque fuertes
$K > 10$	-	Consultar servicio técnico

Tabla 3.1 Factores de aceleración para diferentes tipos de carga.

3.3 Tipos de reductores.

Existe una amplia gama de reductores de velocidad, los cuales se diferencian entre sí, principalmente por su forma constructiva, disposición de montaje y resistencia. Ejemplo de ellos son: Engranajes helicoidales, horona y sin fin, ortogonales, ejes paralelos, pendulares y planetarios. Para el ensamble de estos equipos se necesitan diferentes accesorios, como son ruedas dentadas, árboles, rodamientos, etc.

Los reductores se pueden clasificar por la tipología de sus engranajes, las clasificaciones más usuales son: Sin fin-Corona, engranajes y planetarios.

3.3.1 Reductores de velocidad de Sin fin-Corona.

Es quizás el tipo de reductor de velocidad más sencillo, se compone de una corona dentada, normalmente de bronce en cuyo centro se ha embutido un eje de acero (eje lento), esta corona está en contacto permanente con un husillo de acero en forma de tornillo sin-fin. Una vuelta

del tornillo sin fin provoca el avance de un diente de la corona y en consecuencia la reducción de velocidad. La reducción de velocidad de una corona sin fin se calcula con el producto del número de dientes de la corona por el número de entradas del tornillo sin fin.

Paradójicamente es el tipo de reductor de velocidad más usado y comercializado a la par que todas las tendencias de ingeniería lo consideran obsoleto por sus grandes defectos que son, el bajo rendimiento energético y la pérdida de tiempo entre ciclos. En la figura 3.4a se muestran las propiedades físicas de un sistema de transmisión mecánica sinfín-corona, en la figura 3.4b representa el sistema de engranaje haciendo referencia al sentido de giro del eje de transmisión y el sentido de giro del eje de salida.

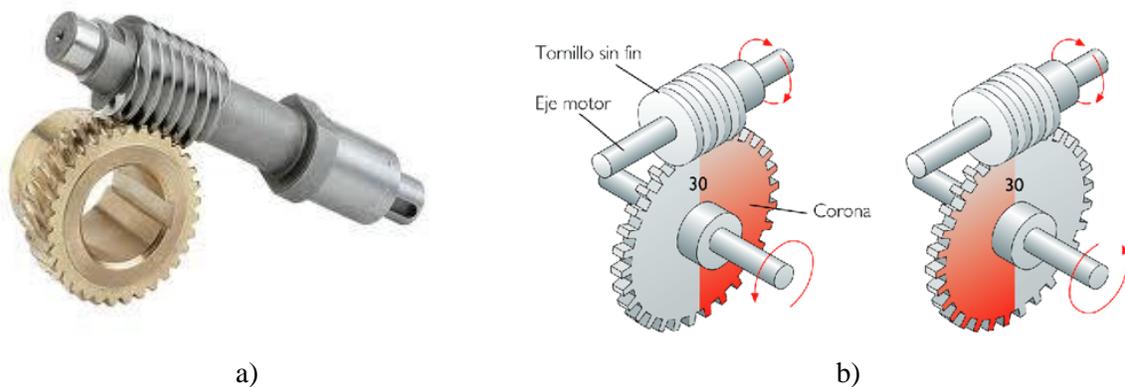


Figura 3.4 Sistema de engranes sinfín-corona.

Se fabrican a partir de un trozo de cono, formándose los dientes por fresado de su superficie exterior. Estos dientes pueden ser rectos, helicoidales o curvos. Esta familia de engranajes soluciona la transmisión entre ejes que se cortan y que se cruzan. En las figuras se aprecian un par de engranes cónicos para ejes que se cortan y un par de engranes cónicos hipoidales de diente curvo para ejes que se cruzan.

3.3.2 Reductores de velocidad de engranajes.

Los reductores de engranajes son aquellos en que toda la transmisión mecánica se realiza por pares de engranajes de cualquier tipo excepto los basados en tornillo sin fin. Sus ventajas son el mayor rendimiento energético, menor mantenimiento y menor tamaño.

Ventajas de transmisión por engranajes:

- Relación de transmisión constante e independiente de la carga.
- Seguridad de funcionamiento y larga duración, soportando sobrecargas y no precisando más que una escasa vigilancia.

- Dimensiones reducidas y elevado rendimiento (exceptuando algunos tipos de reductores de ejes cruzados).

Desventajas de transmisión por engranajes:

- Costo elevado.
- Ruido durante el funcionamiento
- Requieren mantenimiento: control y cambio del lubricante.

La figura 3.5 muestra diferentes tipos de transmisión por engranes, helicoidales, rectos y de ejes paralelos o de ejes cruzados.



Figura 3.5 Engranes ejes cruzados, rectos y ejes paralelos.

3.3.3 Reductores de velocidad de engranes planetarios

Son reductores de engranaje con la particularidad de que no están compuestos de pares de engranes sino de una disposición algo distinta, y sirven para diferentes tipos de variaciones de velocidad.

Hay dos tipos de engranajes planetarios para reducir la velocidad de la hélice con respecto a la del cigüeñal. Un sistema tiene el engranaje principal sol fijado rígidamente a la sección delantera del motor, y una corona interna es impulsada por el cigüeñal. El piñón está unido al

eje de lo que quiere mover montado en ella y son una serie de piñones que cuando el cigüeñal gira, los piñones giran en torno al principal fijo, en compañía de la hélice en la misma dirección, pero a una velocidad reducida. La figura 3.6 demuestra el uso de cada uno de los engranes en un sistema de reducción de velocidad por engranes planetarios, se muestra la corona el planeta y los satélites.

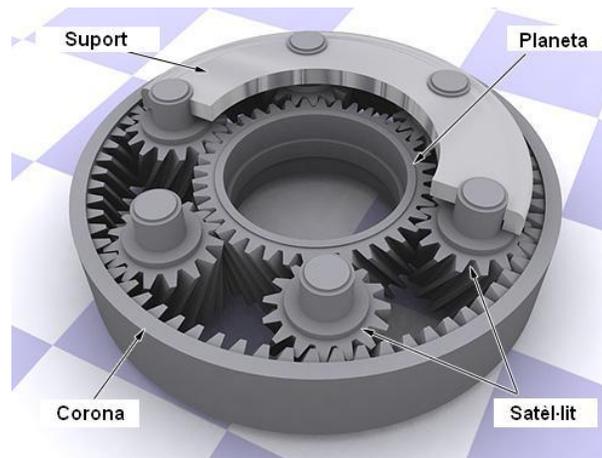


Figura 3.6 Principales elementos en un sistema de engranes planetarios.

Los reductores de velocidad de engranajes planetarios, interiores o anulares son variaciones del engranaje recto en los que los dientes están tallados en la parte interior de un anillo o de una rueda con reborde, en vez de en el exterior. Los engranajes interiores suelen ser impulsados por un piñón, (también llamado piñón Sol, que es un engranaje pequeño con pocos dientes). Este tipo de engrane mantiene el sentido de la velocidad angular. El tallado de estos engranajes se realiza mediante talladoras mortajadoras de generación. La eficiencia de este sistema de reductores planetarios es igual a $98^{(\#etapas)}$; es decir si tiene 5 etapas de reducción la eficiencia de este reductor sería 0,904 o 90,4%. En la figura 3.7 se muestra el sentido de giro de los engranes en un sistema de reducción por engranes planetarios.

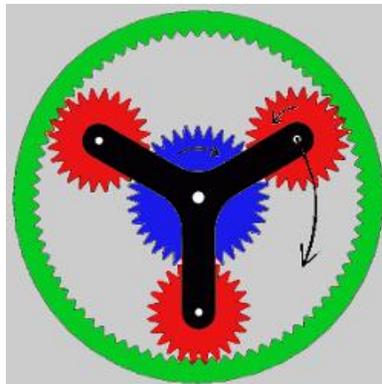


Figura 3.7 Características de giro en un sistema de engranes planetarios.

Debido a que tienen más dientes en contacto que los otros tipos de reductores, son capaces de transferir y soportar más torque, por lo que su uso en la industria cada vez es más difundido. Ya que generalmente un reductor convencional de flechas paralelas en aplicaciones de alto torque debe recurrir a arreglos de corona y cadenas lo cual no solo requiere de más tamaño sino que también implicara el uso de lubricantes para el arreglo corona - cadena.

La selección de reductores planetarios se hace como la de cualquier reductor, en función del torque Newton-metro. Como cualquier reductor tienen engranajes y rodamientos, los engranajes también son afectos a la fricción y agotamiento de los dientes. Debido a que los fabricantes utilizan diferentes formas de presentación del tiempo de operación para sus engranajes y del torque máximo que soportan, la ISO tiene estándares para regular esto: ISO 6636 para los engranajes, ISO 281 para los rodamientos y UNI 7670 para los ejes.

De esta forma se pueden comparar realmente las especificaciones técnicas de los reductores y se puede proyectar un tiempo de operación antes de fallo de cualquiera de los componentes principales del reductor, (ya sea planetario o flechas paralelas).

3.3.4 Clasificación por disposición de los ejes lento y rápido.

Los reductores se pueden clasificar por la posición relativa del eje lento del reductor con respecto al eje rápido del mismo, las clasificaciones más usuales son; paralelos, ortogonales y coaxiales. En los reductores de ejes paralelos comúnmente los ejes de transmisión se alejan pero permanecen paralelos, compuestos por trenes de engranes que proporciona una considerable reducción de velocidad y alto torque a la salida, en la figura 3.7 se muestran dos ejemplos de este tipo de reductores.



Figura 3.7 Reductores de ejes paralelos.

Los reductores de ejes ortogonales mantienen una relación de perpendicularidad entre sus ejes, comúnmente fabricados con engranes planetarios o engranes cónicos helicoidales. La figura 3.8a muestra un reductor ortogonal de engranes planetarios, con brida de aluminio

especialmente fabricada para montaje de servo motor. En la figura 3.8b se observa un reductor ortogonal fabricado con engranes cónicos helicoidales.

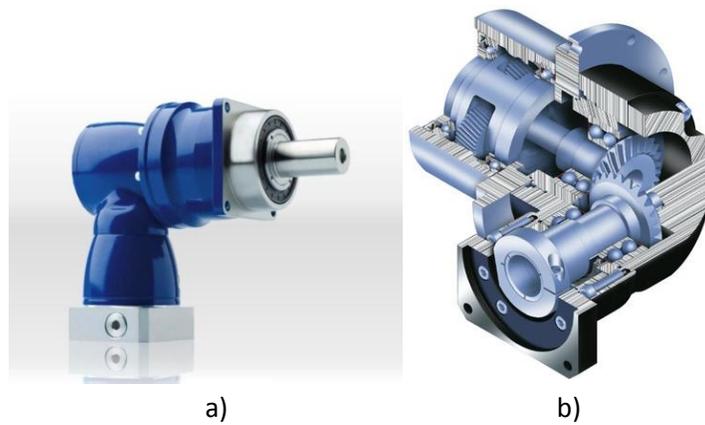


Figura 3.8 Reductores de ejes ortogonales.

Los reductores coaxiales mantienen la línea de entrada del eje de transmisión del motor, comúnmente usados como una extensión del servo motor y alta exactitud en la transmisión de movimiento. Este tipo de reductores se fabrican con sistema de engranes planetarios ya que su constitución física se lo permite. En la figura 3.9 se pueden ver dos ejemplos de este tipo de reductor.



Figura 3.9 Reductores de ejes coaxiales.

3.4 Elementos constitutivos del reductor de baja inercia de engranes planetarios.

Los reductores planetarios de alta precisión se estacan por su capacidad dinámica, alta precisión, baja inercia, rigidez torsional y excelente respetabilidad. Existen reductores planetarios de acero inoxidable para industrias que requieren un alto nivel de higiene o

máquinas que trabajan en condiciones ambientales corrosivas. Los reductores planetarios de alta precisión con salida ISO-9409 se destacan por su capacidad dinámica, alta precisión y excelente respetabilidad. A continuación en la figura 3.10 se enuncian los principales elementos que conforman un reductor coaxial de engranes planetarios.

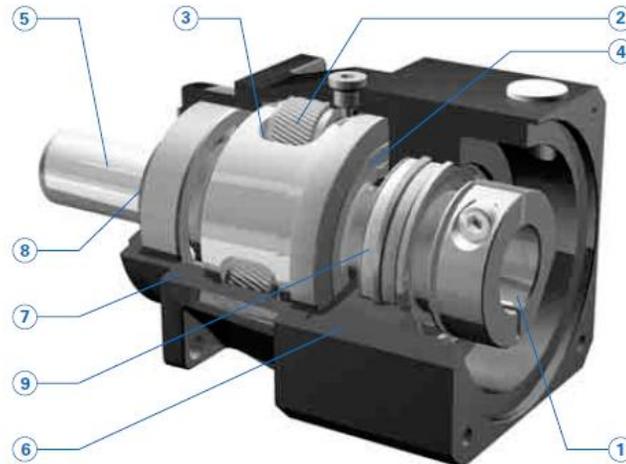


Figura 3.10 Principales elementos de un reductor de coaxial de engranes planetarios.

1.- Acoplamiento de motor sin errores mediante un tornillo de apriete. Concebido para grandes diámetros de ejes de motor. La estructura de una pieza y la óptima adaptación al diámetro del eje del motor se encargan de bajísimos momentos de inercia de masa y así de alta dinámica. El acoplamiento equilibrado de anillo de apriete se encarga de una marcha suave, libre de vibraciones, aún a altas velocidades. Manguitos distanciadores para la adaptación de diámetros no usuales de motor.

2.-Alta calidad de dentado por piñones solares y ruedas planetarias templados por cementación y rectificadas.

3.-Capacidad de carga de los apoyos de los planetas incrementada en aproximadamente 100 %.

4.-Tipo de protección IP65. Sellado con anillo retén FKM sobre mínimo diámetro posible del eje. Reduce la fricción y así también el calentamiento. Aumenta el rendimiento. Trabajo continuo posible sin enfriamiento adicional.

5.- Máxima rigidez a la torsión y resistencia a la rotura por porta planetas generosamente dimensionados, de una sola pieza, fabricados de material de alta resistencia.

6.- Adaptador de motor de aluminio para peso reducido del reductor.

7.- Máxima exactitud y precisión de marcha por diseño de carcasa de una pieza.
Material de la carcasa: Fundición nodular de alta resistencia.

8.- Anillos retén de doble labio de NBR. Para el uso en trabajo continuo así como para muy buena resistencia química, es ofrecida adicionalmente la opción FKM.

9.-Apoyos del eje de accionamiento con discos de cubierta y grasa para alta temperatura para trabajo libre de mantenimiento.

10.- Lubricación de por vida con aceite sintético, hidrófobo, de alta calidad, para reductores.

CAPITULO 4 CÁLCULO DE INERCIA DE ELEMENTOS MECÁNICOS

4.1 Relación de inercia.

Relación de inercia: La relación de inercia entre el motor y la carga es la relación que existe entre el momento de inercia de la carga referida al eje del motor (J_C) y el momento de inercia propio del servo motor (J_M). La relación de inercia es uno de los parámetros de mayor importancia cuando se calcula el servo motor a usar en un servo mecanismo, incluso más importante que el torque de aceleración. Comúnmente el momento de inercia de un servo motor (J_M) se especifica como parámetro de placa y es determinado por el fabricante (corresponde al momento de inercia del rotor), en tanto que el momento de inercia de la carga (J_C) tiene que ser determinado de forma matemática. En un servo sistema se recomienda no utilizar una relación de inercia mayor a 10 con el fin de poder controlar con exactitud y respuesta adecuada la carga que será desplazada. Está comprobado que si la relación de inercia sobrepasa este límite, el sistema de control de posición se vuelve inestable generando pérdidas de posición que causan vibración excesiva dañando los componentes mecánicos acoplados al servo motor.

$$\lambda = \frac{J_C}{J_M} \quad (4.1)$$

En donde:

J_C =Inercia de la carga.

J_M =Inercia del servo motor.

A continuación se presenta un ejemplo en el que se ha calculado la inercia total de la carga de los elementos mostrados en la figura 4.1, el valor corresponde a 3 Kgm^2 y la inercia del servo motor se obtiene del dato de placa, para este caso el valor correspondiente es de 0.00334 Kgm^2 .

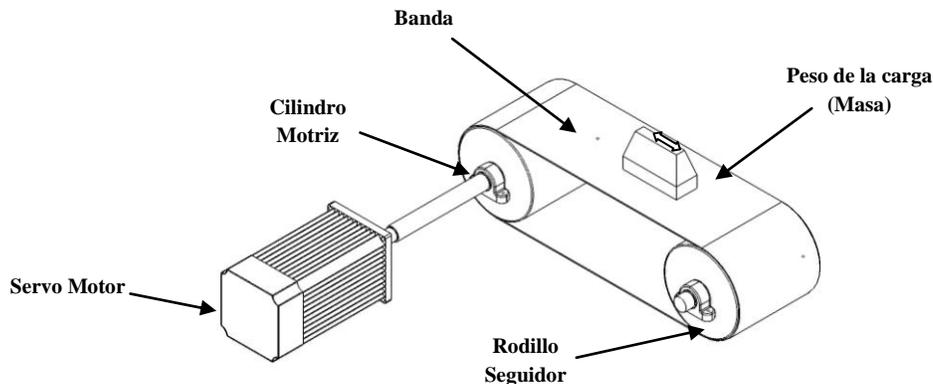


Figura 4.1 Servo mecanismo sin reductor.

$$J_C = 3 \text{ Kgm}^2$$

$$J_M = 0.00334 \text{ Kgm}^2$$

De la ecuación 4.1 se obtiene:

$$\lambda = \frac{3 \text{ Kgm}^2}{0.00334 \text{ Kgm}^2} = 899$$

El resultado de la relación de inercia del sistema, presenta un valor muy elevado e impide que el sistema de control aplicado al servo motor tenga la exactitud requerida, de esta manera hemos determinado que el acoplamiento entre el servo motor y el transportador de banda mostrado en la figura 4.1 no es el más adecuado ya que el momento de inercia de un servo motor de baja inercia se encuentra por debajo de 0.01 Kgm^2 . En el capítulo 3.1.1 aprendimos cómo se comporta el momento de inercia referido a la entrada de un reductor de velocidad. Con el ejemplo de cálculo anterior se incorpora el uso de un reductor de baja inercia como acoplamiento entre la carga y el servo motor. En la figura 4.2 se presentan los mismos elementos que en el ejemplo anterior incluyendo ahora la suma de la inercia de 0.00257 Kgm^2 proporcionada por el reductor con relación de reducción (i) de 10.

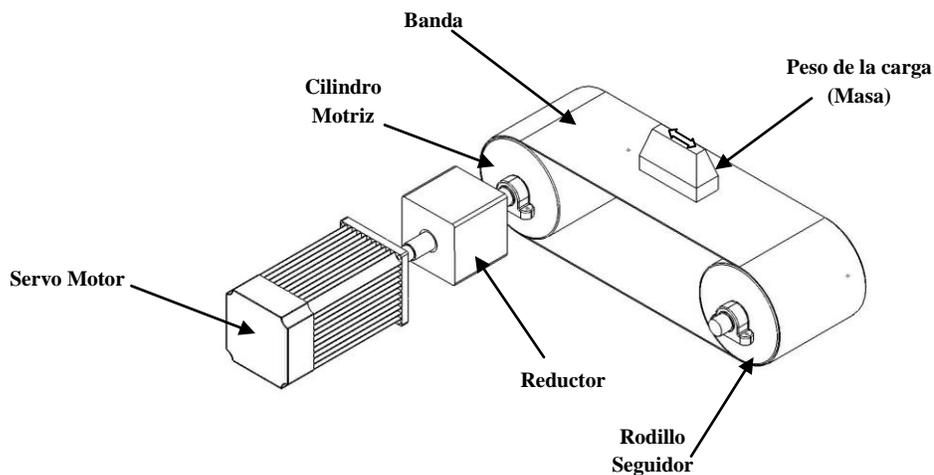


Figura 4.2 Servo mecanismo con acoplamiento de reductor.

Para el cálculo de la relación de inercia en un servo mecanismo que cuenta con reductor, se deben considerar las nuevas variables que este aporta, estas características se mencionaron en el capítulo 3 y de las cuales se obtiene la siguiente ecuación.

$$\lambda = \frac{J_C + J_R}{J_M} \quad (4.2)$$

de donde:

J_C =Inercia de la carga.

J_M =Inercia del servo motor.

J_R =Inercia del reductor.

i =Relación de reducción.

Para el ejemplo de la figura 4.2 se obtiene la relación de inercia en función ahora del reductor y las variables que aporta, para esto tenemos lo siguiente:

$$J_C=3 \text{ Kgm}^2$$

$$J_M=0.00334 \text{ Kgm}^2$$

$$J_R=0.00254 \text{ Kgm}^2$$

$$i=10$$

$$\lambda = \frac{\frac{3\text{kgm}^2}{10^2} + 0.00257\text{kgm}^2}{0.00334\text{kgm}^2} = 9.75$$

Se observa una reducción considerable en la relación de inercia pero aún se encuentra alta y se aproxima al valor máximo de inestabilidad, la opción más adecuada es incrementar la relación de reducción, a continuación se presenta el mismo ejemplo de la figura 4.2 con una relación de reducción de 15. Antes de continuar se contemplan otros factores importantes que son afectados en la instalación de un reductor y el incremento de su relación de trasmisión, uno de los más importantes es la velocidad de salida y también el torque en el eje del reductor, estos parámetros se calculan para comenzar a ver los principales efectos en un servo mecanismo.

Para calcular la velocidad y el torque de salida se presentan las siguientes ecuaciones:

$$Vel_2 = \frac{Vel_1}{i} = Vel_2 \text{ rpm} \quad (4.3)$$

$$Tn_2 = Tn_1 \times i \times \eta = Tn_1 \text{ Nm} \quad (4.4)$$

Vel_1 =Velocidad de entrada (eje del servo motor).

Vel_2 =Velocidad de salida (eje del reductor).

Tn_1 =Torque de entrada (eje del servo motor).

Tn_2 =Torque de salida (eje del reductor).

η =Eficiencia del reductor.

Dadas las ecuaciones 4.3 y 4.4 procedemos a calcular los parámetros de salida del servo mecanismo representado en la figura 4.3 en donde se observa que el único inconveniente es la reducción considerable de la velocidad de salida en el eje del reductor, por consiguiente la

velocidad lineal de la banda tendrá este límite y podría ser causa importante de la inoperatividad del sistema.

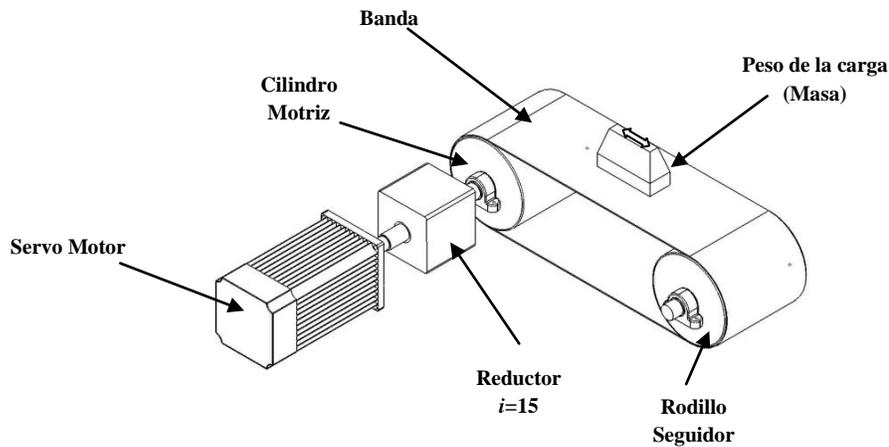


Figura 4.3 Servo mecanismo con reductor $i=15$.

$$\begin{aligned}
 J_C &= 3 \text{ Kgm}^2 \\
 J_M &= 0.00334 \text{ Kgm}^2 \\
 J_R &= 0.00254 \text{ Kgm}^2 \\
 i &= 15 \\
 \text{Vel}_1 &= 3000 \text{ rpm} \\
 T_{n1} &= 20 \text{ Nm} \\
 \eta &= 94\%
 \end{aligned}$$

en donde:

$$\lambda = \frac{\frac{3 \text{ Kgm}^2}{15^2} + 0.00257 \text{ Kgm}^2}{0.00334 \text{ Kgm}^2} = 4.7$$

$$\text{Vel}_2 = \frac{3000 \text{ rpm}}{15} = 200 \text{ rpm}$$

$$T_{n2} = 20 \text{ Nm} \times 15 \times 0.94 = 283 \text{ Nm}$$

4.2 Tipos de operación en un servo mecanismo.

El movimiento controlado en un sistema mecánico es determinado por el tipo de aplicación o proceso al que está sometido, si el sistema mecánico cuenta con diferentes etapas de aceleración, velocidad, así como paros y arranques continuos estos parámetros determinan el tipo de operación del sistema. Comúnmente un servo motor proporciona elevadas aceleraciones con alta repetitividad, siendo esta característica la que determina la elección de los elementos de un servo mecanismo que constituyen una línea de producción.

4.2.1 Operación cíclica.

En un servo mecanismo la operación cíclica es aquella que representa paros y arranques continuos con periodos constantes o variables, es decir este tipo de aplicación no mantiene una velocidad constante durante un periodo de tiempo no mayor a 20 minutos siendo el tiempo el que la determina. Si en este lapso de tiempo se presenta un cambio de velocidad llevando al sistema a un paro total, la operación se considera cíclica. En la figura 4.4 se presenta el perfil de movimiento de una operación cíclica, esta consta de cinco periodos de tiempo en donde el tiempo (a) no se considera por estar deteniendo y no haber iniciado el aun sistema.

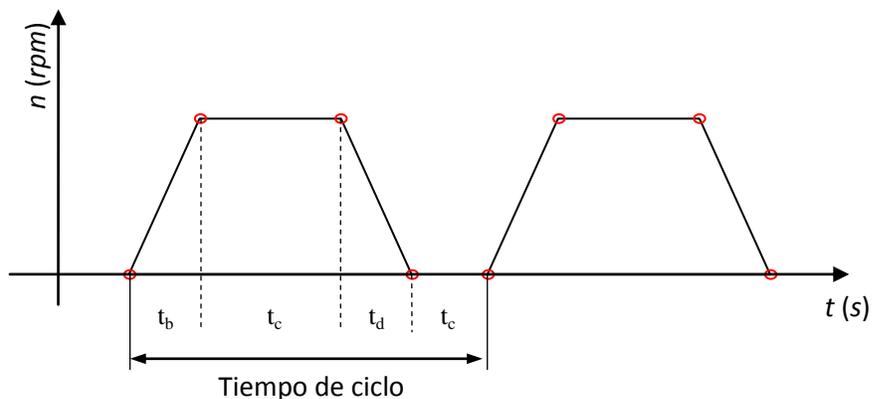


Figura 4.4 Perfil de movimiento en una operación cíclica.

4.2.2 Operación continua.

Habiendo definido el concepto de operación cíclica nos resulta fácil el entendimiento de la operación continua. En una aplicación de movimiento mecánico que requiere mantener todos sus elementos en desplazamiento continuo y con un periodo mayor o igual a 20 minutos, se considera una aplicación continua. Es de gran importancia conocer e identificar el tipo de operación de un servo sistema ya que este determinara la elección de cada uno de los

elementos que lo constituyen, principalmente el tipo de reductor a usar, este será seleccionado por el tipo de operación a la que será expuesto. La figura 4.5 muestra el perfil de movimiento en un sistema de operación continua en donde parte del reposo y se mantiene con un desplazamiento contante por un periodo mayor o igual a 20 minutos.

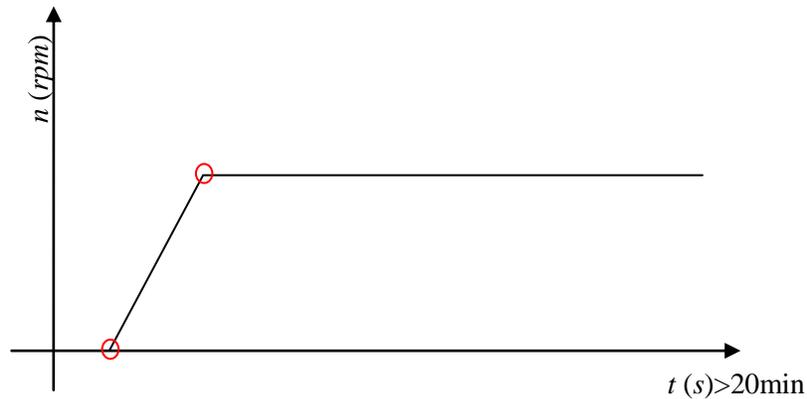


Figura 4.5 Perfil de movimiento en una operación continua.

4.3 Ciclo de trabajo en un servo mecanismo.

Anteriormente se mencionó la importancia de identificar el tipo de aplicación de nuestro servo sistema, principalmente para la elección del reductor. En el capítulo 3 hemos conocido los parámetros principales para la elección de un reductor de baja inercia, uno de estos es el ciclo de trabajo que depende del tipo de operación del sistema. El ciclo de trabajo (ED) se calcula en tiempo o porcentaje de la operación, para esto se realizara un análisis de los tiempos de paro total, aceleración y velocidad continua, también se contempla el tiempo de desaceleración cuando el sistema se lleva a velocidad cero. A continuación se presenta las fórmulas para el cálculo del ciclo de trabajo en porcentaje y tiempo de operación basadas en la operación cíclica de la figura 4.4.

$$ED = \frac{t_b + t_c + t_d}{t_b + t_c + t_d + t_e} \times 100 = ED[\%] \quad (4.5)$$

$$ED = t_b + t_c + t_d = ED[min] \quad (4.6)$$

La ecuación 4.5 y 4.5 son las que determinan el tipo de operación de un mecanismo de control de movimiento, ahora con el porcentaje del ciclo de trabajo se sabe que siendo menor al sesenta por ciento se considera una operación cíclica y aquella que lo rebasa o lo iguala será

una operación continua. A continuación la figura 4.6 resume y ejemplifica la relación directa entre el ciclo de trabajo y los tipos de operaciones en un servo mecanismo.

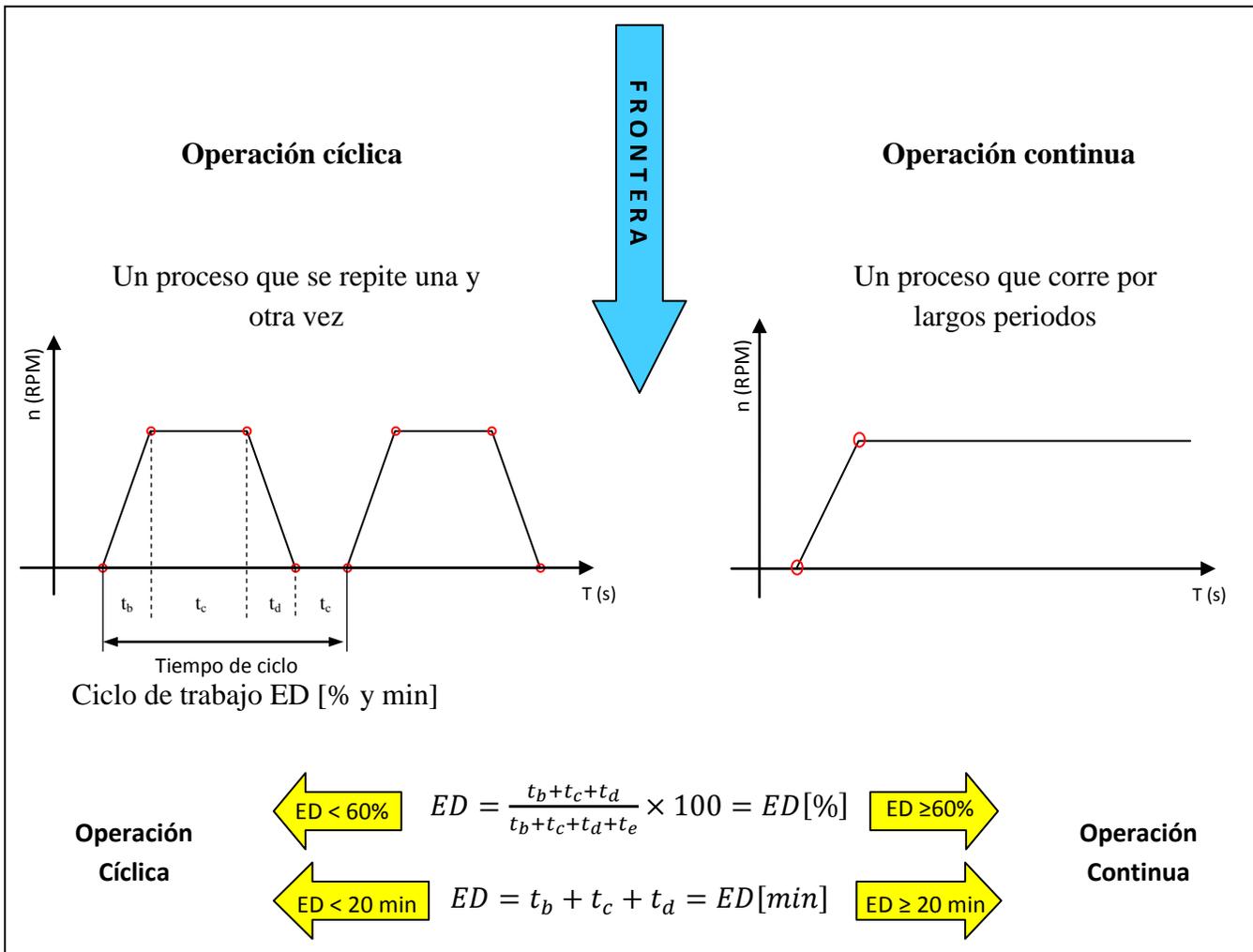


Figura 4.6 Tipo de operación en función del ciclo de trabajo.

4.4 Coeficiente de impacto.

Los cambios de dirección rápidos combinados con tiempos de aceleración cortos, pueden causar vibraciones en los componentes internos del reductor. Como resultado tendremos una sobrecarga que debe ser considerada al seleccionar el reductor usando el coeficiente de impacto f_s .

El coeficiente de impacto determina el torque máximo requerido por el reductor, basado en el número de ciclos en una hora y es uno de los parámetros más importantes en el cálculo de los elementos que constituyen un servo mecanismo, en este caso el reductor. Cabe mencionar que

el coeficiente de impacto siempre será mayor a 1 si la aplicación tiene al menos un ciclo dentro del lapso de una hora.

El tiempo de ciclo se calcula sumando los tiempos correspondientes a la operación del sistema, dado que la operación se comporta de manera cíclica los tiempos se repiten en un determinado tiempo de operación. La figura 4.7 muestra los tiempos de aceleración, desaceleración, el tiempo de velocidad continua y el tiempo de reposo del sistema.

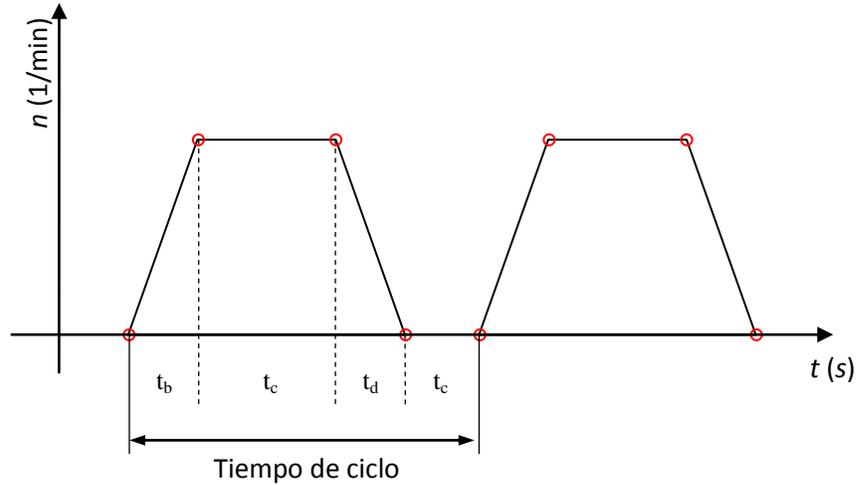


Figura 4.7 Representación gráfica del tiempo de ciclo en una operación cíclica.

Se ha visto que el coeficiente de impacto aumenta si el número de ciclos lo hace también, dado esto se observa que el torque máximo del reductor es también proporcional a estos dos parámetros, de aquí la importancia del correcto cálculo de este parámetro. A continuación se presenta la ecuación para el cálculo del número de ciclos por hora.

$$z_h = \frac{3600 \text{ [s/h]}}{\text{Tiempo de ciclo [s]}} \quad (4.7)$$

Una vez habiendo obtenido el número de ciclos por hora, el factor de impacto f_s puede determinarse con ayuda de la curva de la figura 4.8. El valor obtenido se multiplica por el par de aceleración realmente existente T_{2b} y se compara entonces con el par de aceleración máximo autorizado por el reductor $T_{2b} \cdot f_s \leq T_{2B}$. La elección del reductor será determinada por el parámetro que el coeficiente de impacto y el torque máximo de aceleración del sistema. Este es solo uno de los parámetros importantes que se tiene que considerar al elegir el reductor de velocidad, el proveedor de reductores proporcionará una lista con características que se adecuen a la necesidad del sistema teniendo cuidado de mantener la velocidad máxima de nuestra aplicación y no incurrir en errores de elección del sistema del reductor de velocidad.

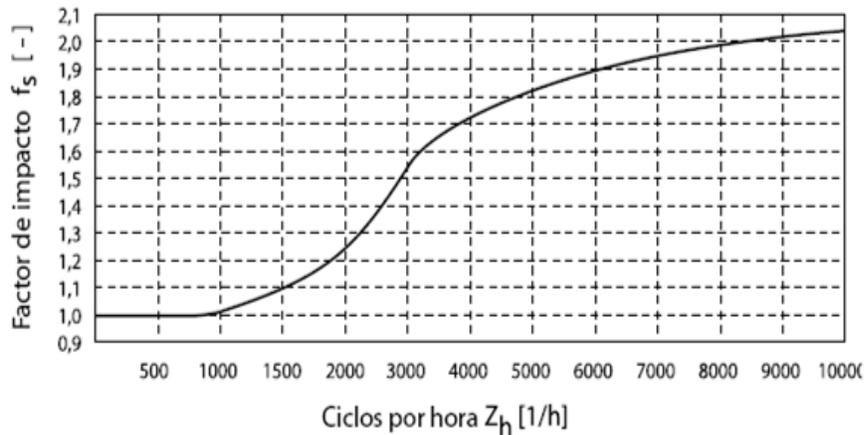


Figura 4.7 Gráfica para calcular el factor de impacto basado en los ciclos por hora.

4.5 Reductor de velocidad en un servo sistema.

Son varias las ventajas de implantación de un reductor en un sistema mecánico de control de movimiento, pero también existen desventajas que tienen que ser consideradas cuando se instala un reductor de velocidad. La siguiente lista de ventajas y desventajas nos hace ver la gran ayuda que un reductor proporciona al servo motor, para poder realizar el control de posición del sistema mecánico, más allá de los inconvenientes que el reductor causa, son más los atributos que este suministra al servo mecanismo. La siguiente lista enuncia las propiedades de selección de un reductor mecánico de baja inercia.

Factores positivos:

- Reducción de inercia al cuadrado de la relación de trasmisión (i).
- Aumento de torque i veces \times eficiencia.
- Utilización de un servo motor como entrada de movimiento.
- Menor consumo de corriente.
- Aplicaciones de espacio limitado.
- Cambio de dirección a 90°

Factores negativos:

- Disminución de velocidad directamente proporcional a la relación de trasmisión (i).

- Juego mecánico.

4.6 Juego mecánico de un reductor (“backlash”).

El juego mecánico torsional o “backlash” es una medida del ángulo que la flecha de salida del reductor puede moverse cuando la entrada está sujeta de manera que es imposible moverla.

El juego mecánico es necesario para la lubricación de sus engranes.

Unidad: *arc min* (arco minuto), un *arc min* = 1 grado/60

A continuación se enumeran los requisitos necesarios para la elección de un reductor mecánico de velocidad.

Baja inercia

Alta eficiencia.

Alta velocidad de entrada.

Bajo juego mecánico y alta rigidez torsional.

Libre de mantenimiento.

Alta confiabilidad.

4.7 Cálculo del torque máximo en diferentes etapas del sistema.

Conociendo ahora los principios fundamentales de los componentes que constituyen un servo mecanismo, es tiempo de realizar un análisis del torque máximo total en la constitución física de todos los elementos que conforman el sistema. Una vez realizado este análisis obtendremos los fundamentos para desarrollar cualquier servo sistema al que se quiera implantar un servo motor como eje de transmisión.

Cualquier sistema mecánico será diseñado de acuerdo a las necesidades del proceso, los elementos que lo constituyen se fabricaran para soportar los esfuerzos y cargas a las que será sometido e incluso la geometría de los elementos determina la funcionalidad en una aplicación específica.

4.7.1 Cálculo de torque del cuerpo a mover.

Una vez conociendo la constitución física de todos los elementos se realiza el cálculo del torque basado en la aceleración y la inercia del servo sistema, de estos dos elementos se sabe que la aceleración la determina el funcionamiento de la aplicación y conociendo que esto se desarrolló de acuerdo a cálculos de ingeniería, se recomienda que la aceleración propuesta tenga un rango de 10% arriba de su valor máximo, esto ayudara a realizar ajustes en el desplazamiento del sistema sin perder la capacidad de todos los elementos. La ecuación 4.8

determina el cálculo de torque máximo en un sistema rotatorio basado en la aceleración y la inercia de la carga.

$$T_2 = J_2 \cdot \alpha_2 \quad (4.8)$$

En donde:

T_2 =Torque del sistema mecánico rotatorio.

J_2 =Inercia del sistema mecánico rotatorio.

α_2 =Aceleración máxima del sistema mecánico rotatorio.

Para el cálculo del torque en un sistema lineal, se utiliza la ecuación 4.9, esta se basa en los parámetros dinámicos y geométricos característicos del sistema, la masa, aceleración y el diámetro.

$$T_2 = m_2 \cdot a_2 \cdot \frac{D}{2} \quad (4.9)$$

En donde:

T_2 =Torque del sistema mecánico lineal.

m_2 =Masa del sistema mecánico lineal.

a_2 =Aceleración máxima del sistema mecánico lineal.

D =Diámetro del rodillo de transmisión.

Con las ecuaciones 4.8 y 4.9 se presentan como el primer paso para el cálculo del torque en un servo mecanismo, la masa del cuerpo a mover es el más representativo para el cálculo del torque, es decir todos los demás elementos como la fricción en rodamientos y chumaceras no se comparan con los valores que arroja la masa del cuerpo e incluso estos elementos se desprecian al momento del análisis y solo se hace cuando la cantidad de ellos es minoritaria.

4.7.2 Cálculo de torque en la entrada del reductor.

En este momento conocemos el torque máximo necesario para mover el sistema mecánico basado en las condiciones dinámicas de diseño, principalmente la aceleración máxima. Para encontrar el torque de entrada del reductor se consideran parámetros propios de este, uno de los más importantes es la relación de transmisión (i), es el que más afecta al realizar el cálculo, también la inercia del reductor (J) y la eficiencia son de gran importancia para la elección, estas propiedades serán determinadas por el diseño del reductor y serán proporcionados por el proveedor. La ecuación 4.10 revela la importancia y el comportamiento del torque de entrada basado en el torque de salida.

$$T_1 = \frac{T_2}{i \eta_{reductor}} + J_{reductor} \cdot \alpha_1 \quad (4.10)$$

En donde:

T_2 = Torque del sistema mecánico.

i = Relación de transmisión.

$J_{reductor}$ = Inercia del reductor.

$\eta_{reductor}$ = Eficiencia del reductor.

α_1 = Aceleración máxima de entrada al reductor.

La aceleración máxima de entrada al reductor es afectada directamente por la relación de reducción y se calcula con la siguiente ecuación.

$$\alpha_1 = \alpha_2 \times i \quad (4.11)$$

4.7.3 Cálculo de torque del servo motor.

Esta es la última etapa para el cálculo de torque necesario para mover el sistema mecánico por medio del servo motor (J_M) y es aquí cuando los tres elementos se unen y crean un servo mecanismo. Todos los elementos de inercia serán contemplados, comenzando con el sistema mecánico, posteriormente con la inercia del reductor y se finaliza con la inercia del servo motor. La ecuación 4.12 es la que nos permitirá conocer el torque necesario de entrada al reductor para poder mover todo el servo mecanismo e incluso el servo motor, ya que este es un elemento que constituye el servo sistema. La aceleración máxima que se utiliza en este paso del cálculo es la misma que se usó para el cálculo del torque máximo en el reductor, la razón es que la flecha del motor acopla directamente a la entrada del reductor y en este punto la aceleración es igual para los dos elementos.

$$T_{total} = T_1 + J_{motor} \cdot \alpha_1 \quad (4.12)$$

En donde:

T_{total} = Torque requerido por el servo motor.

T_1 = Torque de entrada al reductor.

J_{motor} = Inercia del motor.

α_1 = Aceleración máxima del servo motor entrada al reductor.

4.8 Cálculo de momento de masa de inercia en diferentes etapas del sistema.

Se sabe que el momento de masa de inercia es el enemigo a vencer cuando de movimiento angular se habla, realmente la inercia de la masa de los cuerpos es la que se opone al movimiento del servo mecanismo. El primer elemento que se calcula es el sistema mecánico, se consideran todos los elementos que afectan o impiden el desplazamiento o rompimiento de inercia en el instante en que el motor comienza a moverse, todos los factores como coeficientes de fricción de rodamientos y de cuerpos por contacto, no afectaran de manera tan considerable como lo es la masa propia de los cuerpo basada en la densidad y el radio, estos últimos elementos se tienen que considerar y poner especial atención para evitar errores considerables al momento de calcular el momento de masa de inercia.

En los sistemas rotatorios el momento de masa de inercia depende del cuerpo a desplazar y las características de los elementos lineales, en el capítulo posterior se entenderá esto basado en los ejemplos que se exponen. Un sistema lineal será calculado con la ecuación 4.13 basado en la masa y el rodillo de trasmisión.

$$J_2 = m \cdot r^2 \quad (4.13)$$

En donde:

J_2 =Momento de masa de inercia del sistema mecánico lineal.

m =Masa del cuerpo a mover.

r^2 =Radio del rodillo de trasmisión.

El siguiente paso es calcular la inercia en la entrada del reductor siendo en este punto uno de los de mayor interés ya que este será usado para determinar la relación de inercia (λ), parámetro que es usado para determinar si el servo sistema es controlable. La ecuación 4.14 muestra como la relación de transmisión del reductor afecta considerablemente al cálculo.

$$J_1 = J_{reductor} + \frac{J_2}{i^2} \quad (4.14)$$

En donde:

J_1 =Momento de masa de inercia en la entrada del reductor.

$J_{reductor}$ =Momento de masa de inercia propia del reductor.

J_2 =Momento de masa de inercia del sistema mecánico lineal o rotatorio.

i^2 =Relación de transmisión del reductor.

Para el cálculo de la inercia total se contempla la inercia correspondiente al rotor del servo motor y la inercia correspondiente a la entrada del reductor. El valor de inercia que aquí se determina refleja el torque necesario para que el motor desplace los elementos mecánicos y debemos notar que no se contempla las características de movimiento dinámico, como es la velocidad máxima en un tiempo determinado, es decir el momento de masa de inercia total representa solo el nivel mínimo de torque para iniciar el movimiento angular del sistema.

$$J_{total} = J_{motor} + J_1 \quad (4.15)$$

En donde:

J_{total} =Momento de masa de inercia de todo el servo mecanismo.

J_{motor} =Momento de masa de inercia propia del servo motor.

J_1 =Momento de masa de inercia en la entrada del reductor.

CAPITULO 5 APLICACIONES CLASICAS DE SERVO MECANISMOS

5.1 Análisis de la aplicación.

En el capítulo anterior se encuentran los principios básicos de cálculo de torque y momento de masa de inercia aplicado al movimiento de sistemas mecánicos, sin embargo el entendimiento y desarrollo no ha sido visualizado de manera práctica. Siendo el torque y la relación de inercia los puntos más importantes a considerar cuando se diseñan o implementan servo mecanismos, en este capítulo se desarrollaran ejemplos prácticos que generalizan cualquier posible desarrollo encontrado en la industria de manufactura, permitirán de manera paulatina desarrollar las habilidades necesarias para el diseño e implementación de los elementos que constituyen un servo mecanismo. Los ejemplos desarrollados durante este capítulo ejemplifican casos reales de los muchos que pudiesen encontrarse como aplicaciones ya desarrolladas o como necesidades de implementación, al interpretar el análisis del ejemplo 3 y con los fundamentos que los capítulos anteriores a este proporcionan, se tendrá el conocimiento suficiente para realizar el análisis y desarrollo de servo mecanismos.

Lo primero es estudiar el objetivo de lo que se busca automatizar con la implementación de un servo mecanismo, alguna máquina o proceso, de esta manera se define el conjunto de características que debe cumplir cada eje servo controlado. En este análisis es necesario descifrar el mecanismo actual en donde se desea instalar un servo motor, es decir cuando en una máquina se ha decidido instalar un servo motor en sustitución del sistema de transmisión actual (compuesto por bandas, poleas y cardanes), se necesita realizar un estudio de momento de inercia de los elementos que componen el sistema mecánico original, de esta manera se puede elegir el reductor y servomotor adecuado. Por otro lado una forma de diseñar un servo mecanismo es proponer todos los elementos que lo componen (sistema mecánico, reductor y servo motor), considerando la velocidad y aceleración a la que el sistema estará expuesto.

5.2 Calculo del servo mecanismo rotatorio.

Un sistema mecánico es considerado como rotatorio, cuando sus ejes de transmisión se mantienen en la misma línea y en algunas ocasiones mantienen sus ejes de forma coaxial, siendo ésta la mejor opción para mantener los parámetros de rigidez en el acoplamiento de los elementos, otra característica de los sistemas rotatorios es que sus elementos principalmente constituidos por sistemas mecánicos basados en rodillos de geometría circular y que su principal unidad de desplazamiento son los grados, radianes y *rpm*'s. En el capítulo 1.6 se describe todo lo relacionado con el movimiento circular uniforme, particularidad principal del servo mecanismo rotatorio.

A continuación se presenta un ejemplo de sistema rotatorio en el cual se apreciarán todos los elementos de los que está constituido y se observará como cada uno de los componentes es importante en el cálculo de momento de inercia.

Ejemplo 5.1. Se cuenta con una mesa indexadora dedicada a poner en operación doce herramientas mecánicas con un desplazamiento de posición determinado por un perfil de movimiento, el cual cumple con las necesidades de operación e intercambio de herramientas solo una por vez y con el mismo lapso de tiempo. La mesa se desplaza dependiendo de la necesidad de uso de cada una de ellas, es decir no tiene un comportamiento cíclico periódico, una herramienta puede permanecer estática por el tiempo que se requiera. La figura 5.1 muestra las dimensiones físicas de la mesa indexadora de herramientas. Los datos de todos los elementos así como los datos que determinan el desplazamiento se enlistan a continuación, tomando en cuenta que todo el análisis parte de ellos y será lo único con lo que se cuenta hasta llegar al objetivo de análisis y cálculo de todos sus elementos.

Datos:

- Disco de aluminio (mesa) de 1200 mm de diámetro por 35 mm de espesor.
- Doce posiciones.
- Doce herramientas de acero 120 mm de ancho por 150 mm de largo por 90 mm de alto.
- Torque de fricción por rodamientos de 3.8 Nm.
- Tiempo de movimiento entre estaciones de 0.6 s con tiempo de espera de 1 s.
- ρ Aluminio = 2700 kg/m³.
- ρ Acero = 7850 kg/m³.

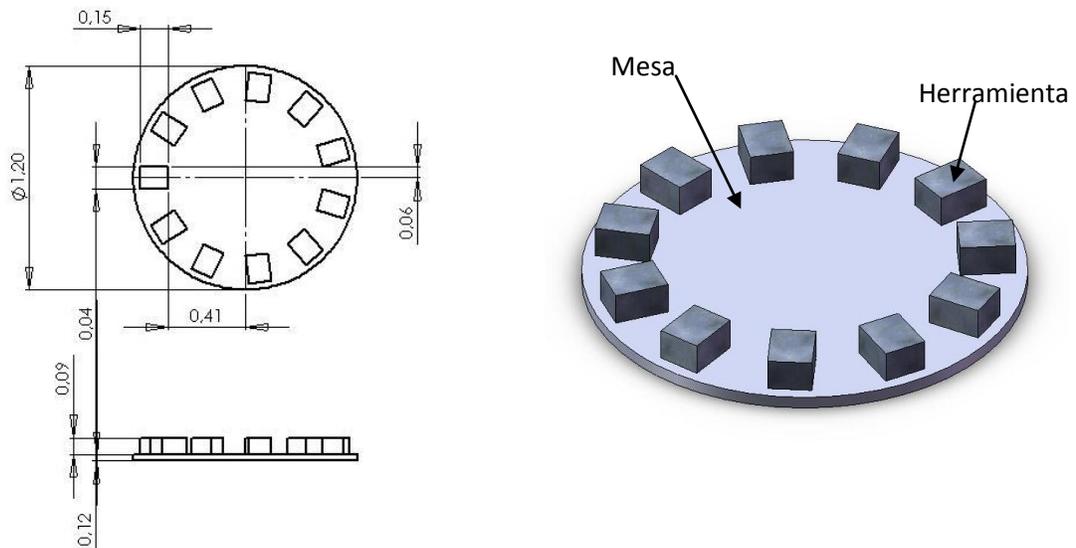


Figura 5.1 Características geométricas de la mesa de indexado del ejemplo 5.1

5.2.1 Cálculo del momento de inercia del sistema rotatorio.

Como primer paso, se calcula el volumen total del cuerpo a mover tomando en cuenta las características físicas y geométricas de los elementos que constituyen la mesa. La mesa de indexado consta de dos elementos geométricos que componen en su totalidad el volumen del elemento mecánico en análisis.

Volumen de la mesa circular:

$$V = \pi \times r^2 \times h \quad (5.1)$$
$$V_M = \pi (0.6m)^2 (0.035m)$$
$$V_M = \mathbf{0.039584 \text{ m}^3}$$

Volumen de la herramienta:

$$V = L_1 \times L_2 \times h \quad (5.3)$$
$$V_H = (0.15m) (0.9m) (0.12m)$$
$$V_H = \mathbf{1.62 \times 10^{-3} \text{ m}^3}$$

Habiendo obtenido el volumen lo siguiente es calcular la masa de los elementos mecánicos. La densidad de los materiales se ha mencionado como dato del problema.

Se calcula la masa de la mesa:

$$m = V \times \rho$$
$$m_1 = (0.039584 \text{ m}^3) (2700 \text{ kg/m}^3)$$
$$m_1 = 106.876982 \text{ kg}$$

Se calcula la masa de la herramienta:

$$m_2 = (1.62 \times 10^{-3} \text{ m}^3) (7850 \text{ kg/m}^3)$$
$$m_2 = 12.717 \text{ kg}$$

Una vez teniendo la masa se calcula el momento de inercia con la ecuación correspondiente a la geometría de los elementos. La tabla 1.5 del capítulo 1.7.5 muestra los momentos de inercia para todos los cuerpos geométricos referidos a diferentes ejes de giro.

De la misma forma que en el cálculo del volumen, el momento de inercia se calcula de forma independiente para los dos elementos. Primero determinamos el momento de masa de inercia de la mesa con la ecuación que corresponde a un cilindro sólido o disco.

$$J_1 = \frac{mr^2}{2}$$

$$J_1 = \frac{(106.8769 \text{ kg})(0.6 \text{ m})^2}{2}$$

$$J_1 = 19.237856 \text{ kg m}^2$$

Se calcula el momento de masa de inercia de la herramienta con la ecuación que corresponde a una placa rectangular.

$$J_2 = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}$$

$$J_2 = \frac{12.717 \text{ kg} (0.12 \text{ m}^2 + 0.15 \text{ m}^2)}{12}$$

$$J_2 = 0.0391047 \text{ kg m}^2$$

Ya que la herramienta es un elemento que se encuentra montado sobre la mesa su centro de masa no corresponde con el de la mesa, por este motivo la inercia requiere ser trasladada de acuerdo al centro de masa de la mesa. Se utiliza la ecuación 5.1 (volumen de un cilindro) en donde l_s es la longitud del centro de la mesa al centro de la herramienta, esta distancia corresponde a 0.49 m de acuerdo a la imagen 5.1.

$$J = J_s + ml_s^2 \quad (5.3)$$

$$J_3 = (0.0391047 \text{ kg m}^2) + (12.71 \text{ kg} \times 0.49 \text{ m}^2)$$

$$J_3 = 3.0907757 \text{ kg m}^2$$

El valor obtenido de esta operación es el traslado de inercia de solo una de las herramientas, se sabe que la mesa indexadora cuenta con 12 elementos con las mismas características físicas, se necesita calcular el momento de inercia de todos los elementos Siendo que todas las herramientas se mantienen a la misma distancia del centro de la mesa al centro de la

herramienta, solo multiplicamos el traslado de momento de inercia de una herramienta por el número total de ellas.

$$J_4 = 3.09077577 \text{ kg m}^2 \times 12$$

$$J_4 = 37.08930 \text{ kg m}^2$$

Finalmente realizaremos la suma de las inercias correspondientes a los dos elementos que constituyen la inercia total de la mesa de indexado.

En los cálculos anteriores encontramos la inercia de la mesa (J_1) y la inercia de las herramientas (J_4), se determina el total realizando la suma aritmética del momento de inercia de los dos elementos.

$$J_T = (19.237856 \text{ kg m}^2) + (37.0893093 \text{ kg m}^2)$$

$$J_T = 56.327166 \text{ kg m}^2$$

Con la suma de los elementos hemos encontrado el valor final de momento de masa de inercia correspondiente a la constitución geométrica y física de nuestro ejemplo de mesa intercambiadora de herramientas. Este ejemplo permite el desarrollo del cálculo de sistemas similares ya que el cálculo de las inercias depende del volumen, la densidad de los materiales, del radio y el traslado de inercias si así lo requiere. Cuando se desea realizar un diseño mecánico o cuando se quiere desarrollar el análisis de inercias de un sistema ya implantado, es recomendable seguir los pasos de un ejemplo ya desarrollado, debido a esto se continuará con el análisis del sistema de mesa indexadora de forma que el lector desarrolle la habilidad de interpretación y análisis de un servo mecanismo del tipo rotatorio.

5.2.2 Perfil de movimiento del sistema rotatorio.

El perfil de movimiento es aquel que muestra la posición de un sistema físico en cada unidad de tiempo. El perfil de movimiento depende de la necesidad de desplazar un objeto en un tiempo determinado sin contemplar la velocidad ni la aceleración, ya que la gráfica de posición tiempo permitirá la obtención de estas variables. De los datos iniciales solo sabemos que la mesa tiene doce posiciones y el desplazamiento angular es requerido en un tiempo de 0.6 segundos. Se comienzan a hacer deducciones basándonos en la figura 5.2 y se sabe que por cada desplazamiento entre herramientas la mesa solo se mueve 1/12 de revolución de toda la mesa lo que es igual a 0.08333 de unidad.

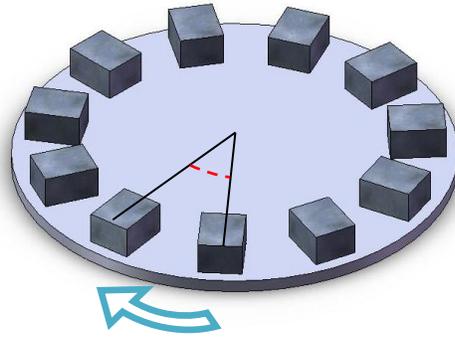
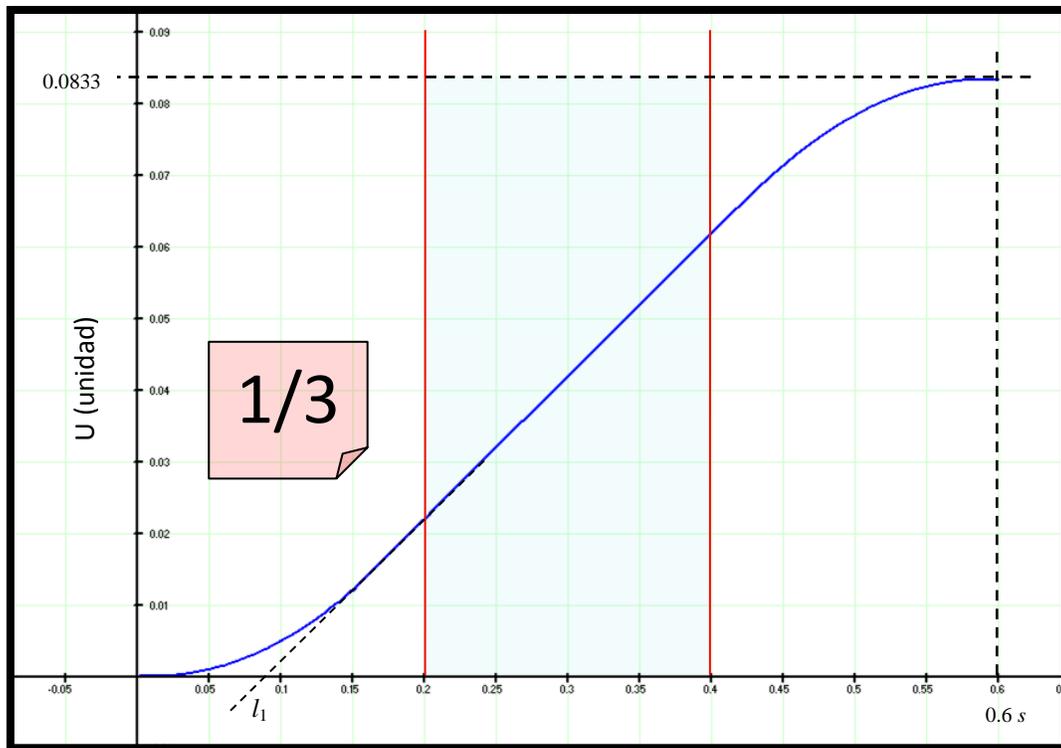


Figura 5.2 Desplazamiento entre herramientas es igual a $1/12$ de Rev. o 0.08333 U.

Con los datos de posición y tiempo podemos realizar una gráfica que represente el desplazamiento de la mesa en un tiempo de 0.6 s, para esto se utilizara la regla de un tercio en el perfil, esta regla nos permite dividir el tiempo total del desplazamiento en tres partes iguales, utilizando el primer lapso de tiempo para acelerar la mesa haciendo que el perfil sea representado por una curva parabólica, cuando el segundo lapso de tiempo inicia, la curva se detiene y da paso a una línea recta paralela a la tangente de la parábola en el último instante de antes de detenerse, la línea recta se extiende hasta el último tercio, siendo en este momento cuando inicia la desaceleración de la mesa, la parábola de desaceleración es la misma con la cual la mesa inicio su movimiento pero de forma inversa, la gráfica 5.1 representa el perfil de movimiento de la mesa con los requerimientos establecidos y forzados a respetar la regla de un tercio en el perfil de control.

La regla de un tercio puede ser usada en la mayoría de los casos en que el tiempo en el que se genera el desplazamiento es corto y se requiere de alta exactitud en el posicionamiento del sistema mecánico. En control de movimiento, un servo mecanismo se comporta con un periodo de aceleración con velocidad variable incremental, posteriormente la aceleración se va haciendo cero y da paso a la velocidad constante, al final cuando el servo mecanismo comienza a detenerse inicia el periodo de desaceleración con velocidad variable decreciente.



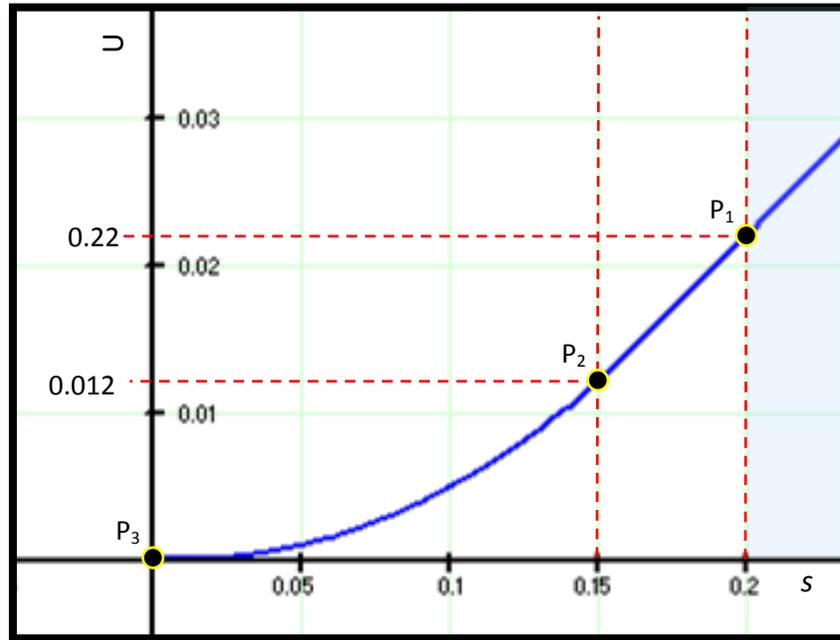
Gráfica 5.1 Representación del desplazamiento de la mesa aplicando la regla de 1/3.

En la gráfica 5.1 se observan todos los elementos que determinan que la mesa se desplace solo una herramienta ($0.0833 U$) en el tiempo requerido de $0.6 s$, se puede ver que la rampa de aceleración es exactamente igual que la rampa de desaceleración pero de forma inversa. También observamos que la línea recta que se presenta en el segundo tercio corresponde a la línea tangente (l_1) generada por el último punto (distancia-tiempo) de la curva de aceleración. El entendimiento de esta gráfica y su comportamiento es de gran importancia ya que de ella se determinaran los componentes como velocidad y aceleración, dando paso al cálculo del torque y a la selección de los elementos que constituyen el servo mecanismo.

5.2.3 Cálculo de velocidad y aceleración del sistema rotatorio.

Haciendo un análisis de la gráfica 5.1 podemos ver que la velocidad máxima está dada cuando el desplazamiento del cuerpo respecto al tiempo representa una línea recta, siendo la pendiente de la recta la que representa este valor, podemos observar que la pendiente de la parábola en el último punto antes de pasar al segundo tercio es la misma que deseamos encontrar, esto quiere decir que la velocidad y la aceleración se pueden determinar en el primer tercio de tiempo basándonos en el análisis de la curva inicial de posición. La gráfica 5.2 representa el segmento

principal del movimiento de la mesa giratoria, es aquí donde se encuentra el desarrollo más importante de nuestro análisis inicial, de aquí obtendremos la base para realizar el cálculo del torque máximo requerido para todos los elementos que conforman el servo mecanismo basado en el cálculo del momento de inercia anteriormente obtenido.



Gráfica 5.2 Curva inicial de desplazamiento de la mesa giratoria.

En la gráfica 5.2 se han identificado tres puntos distancia-tiempo con el objetivo de encontrar la ecuación parabólica que representa el movimiento inicial de desplazamiento de la mesa giratoria. En este primer ejemplo se realizara por completo el desarrollo para encontrar la ecuación de la parábola, de esta manera se lograra el desarrollo paso a paso y se entenderá por completo para ser aplicado en ejemplos similares a este.

Partiendo de la ecuación canónica de la parábola representada en la ecuación 5.4 se inicia el cálculo.

$$y = Ax^2 + Bx + C \quad (5.4)$$

Se seleccionan los tres puntos de posición-tiempo por donde nuestro sistema mecánico se desplaza, uno de los puntos será el origen (P_3) del plano cartesiano lo cual facilitara el cálculo manual de la ecuación de la parábola. Cabe mencionar que el punto intermedio (P_2) fue determinado de forma aleatoria sin contemplar alguna regla o procedimiento, este pudo haber sido cualquier otro en la línea de tiempo entre el origen y el final de la parábola.

Tenemos:

$$P1 (0.2, 0.022)$$

$$P2 (0.15, 0.012)$$

$$P3 (0,0)$$

A continuación se obtienen tres ecuaciones relacionados con los puntos obtenidos basándonos a la ecuación 5.4.

$$\text{Del punto 1: } A(0.2)^2 + B(0.2) + C = 0.022$$

$$\text{Del punto 2: } A(0.15)^2 + B(0.15) + C = 0.012$$

$$\text{Del punto 3: } A(0)^2 + B(0) + C = 0$$

De inmediato observamos que en la última ecuación el valor de C es cero, y solo quedan dos incógnitas en las dos ecuaciones restantes.

$$A(0.2)^2 + B(0.2) = 0.022$$

$$A(0.15)^2 + B(0.15) = 0.012$$

Se procede a eliminar una de las dos incógnitas utilizando el método de igualación, en el caso de las dos ecuaciones anteriores se eliminara B multiplicando la segunda ecuación anterior mostrada por (-1.333333) de lo cual se obtiene el valor de A.

$$A(0.04) + B(0.2) = 0.022$$

$$(-1.333333) A(0.0225) + B(0.15) = 0.012$$

$$A(0.04) + \cancel{B(0.2)} = 0.022$$

$$A(-0.03) - \cancel{B(0.2)} = 0.016$$

$$A(-0.01) = 0.006$$

Se despejando A.

$$A = 0.6$$

En la primera ecuación sustituimos los valores de A y C para encontrar el valor de B.

$$\begin{aligned}
0.6(0.04) + B(0.2) + 0 &= 0.022 \\
(0.024) + B(0.2) &= 0.022 \\
B(0.2) &= 0.022 - 0.024 \\
B &= -0.01
\end{aligned}$$

Se sustituyen los valores de A, B y C en la ecuación canónica de la parábola y se obtiene la ecuación que predice el desplazamiento de la mesa indexadora que estamos estudiando.

$$y = 0.6x^2 - 0.01x \quad (5.5)$$

Ahora se sabe que el comportamiento de nuestra mesa indexadora en proceso de aceleración lo determina la ecuación 5.5, el siguiente paso es calcular la velocidad máxima antes de iniciar el segundo tercio de movimiento, para esto solo basta visualizar el punto máximo de incremento de velocidad antes que esta sea constante, de acuerdo con el cálculo de la ecuación y la representación gráfica, el punto de velocidad máxima en tiempo es 0.2 segundos.

Al derivar la ecuación 5.5 se determina el comportamiento de la velocidad en cada instante de tiempo mientras el proceso de aceleración se está llevado a cabo.

$$\frac{dy}{dx} = 1.2x - 0.01 \quad (5.6)$$

Conocemos que la primera derivada de la ecuación que describe el comportamiento de una partícula es la velocidad, la ecuación que hemos derivado representa la velocidad en cualquier instante de tiempo, analizando la gráfica de perfil de movimiento determinamos que el tiempo en el que la velocidad es máxima es 0.2 s, ahora solo sustituimos este valor en la ecuación 5.4.

$$\begin{aligned}
v &= 1.2(0.2 \text{ s}) - 0.01 \\
v &= 0.23 \frac{U}{s}
\end{aligned}$$

Multiplicamos el resultado por 60 segundos para obtener la base de tiempo en minutos.

$$\begin{aligned}
v &= 0.23 \frac{U}{s} \left(\frac{60 \text{ s}}{1 \text{ m}} \right) \\
v &= 13.8 \frac{U}{m}
\end{aligned}$$

Lo siguiente es calcular la aceleración, para obtener este valor derivamos dos veces la ecuación 5.4 de la mesa indexadora en cada instante de tiempo y obtendremos un valor constante de aceleración para el primer tercio del desplazamiento.

$$\frac{dy^2}{dx^2} = 1.2 \frac{U}{s^2}$$

Para poder calcular el torque, la aceleración requiere ser calculada en radianes, por esto multiplicamos el valor obtenido por el factor 2π y obtenemos:

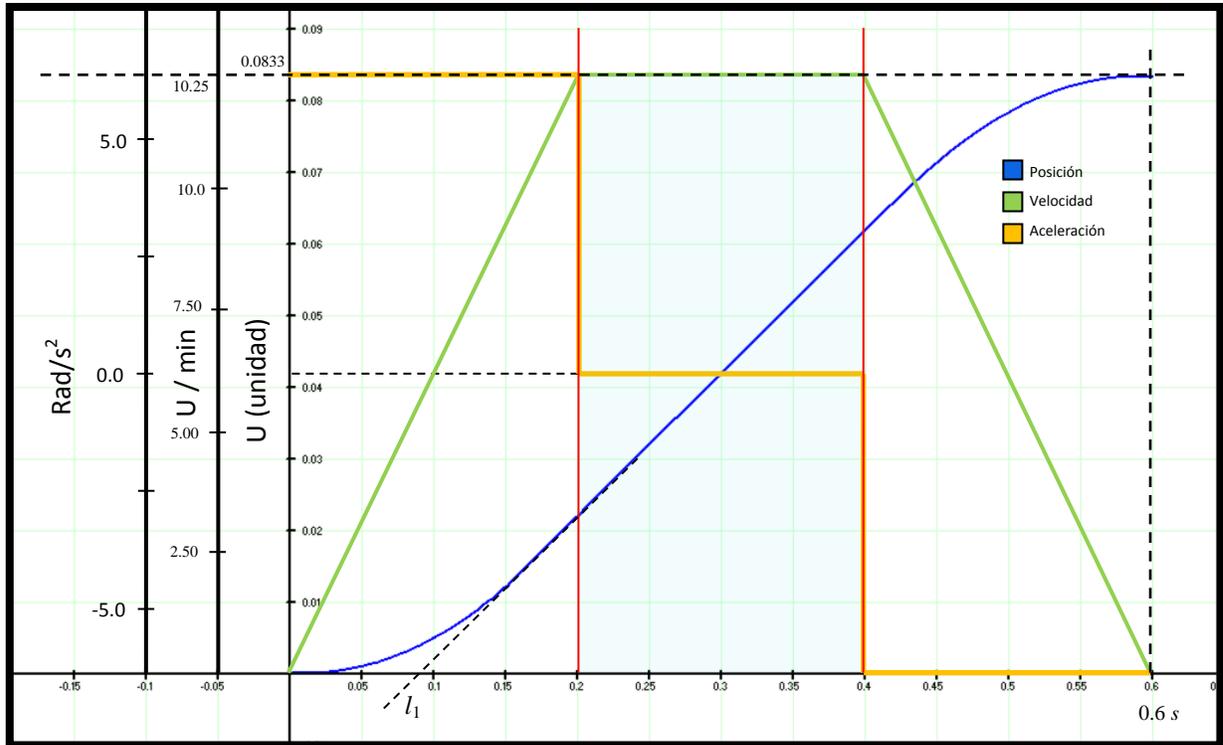
$$\alpha = 7.5398 \text{ Rad}/s^2$$

5.2.4 Cálculo de torque inicial del sistema rotatorio.

El análisis anterior determina la parte principal para la identificación del comportamiento de un sistema dinámico, se deduce que todo parte de la interpretación de la gráfica posición-tiempo, de aquí nace el principio del cálculo del servo sistema propuesto, este paso es imposible pasarlo para reducir el tiempo de desarrollo. Ya que hemos encontrado el valor de la aceleración, también llamada aceleración de arranque estamos listos para calcular el torque necesario para mover el sistema con las condiciones dadas o propuestas al inicio, más adelante veremos que la aceleración es uno de los parámetros más importantes en el desarrollo de servo mecanismos. El torque basado en la aceleración es el elemento que define las características físicas dimensionales de todos los elementos que constituyen el servo sistema, partiendo del tamaño físico del reductor y el servo motor, son elementos que dependen directamente del torque inicial o torque de aceleración.

La gráfica 5.3 muestra la velocidad y la aceleración calculada anteriormente, se puede observar el comportamiento de estas variables directamente en función del comportamiento basado en el movimiento de la mesa, también podemos ver que respetan la regla de un tercio, tanto la velocidad como la aceleración.

Hasta este punto hemos calculado el momento de inercia basado en las características físicas del sistema, también la aceleración fue calculada basándonos en el perfil de movimiento, con la ecuación 4.8 se obtendrá el torque de aceleración (T_2), que permitirá obtener los elementos como el reductor de baja inercia y el servo motor. El torque uno de los dos elementos más importantes en el cálculo de servo mecanismos, cuando este se obtenga se podrá decir que en este momento hemos resuelto el problema al 50% y solo hará falta determinar la relación de inercia.



Gráfica 5.3 Representación del comportamiento dinámico de la mesa indexadora, se observa la posición, velocidad y aceleración.

Dada la ecuación (4.8) para cálculo de torque máximo en un sistema rotatorio basada en el momento de inercia del cuerpo a mover y la aceleración de arranque obtenemos el torque necesario para desplazar la mesa con las condiciones del perfil de movimiento.

$$T_2 = J_2 \cdot \alpha_2$$

Sustituimos el momento de inercia y la aceleración y obtenemos el torque buscado.

$$T_2 = (56.347 \text{ Kg m}^2) (7.5398 \text{ Rad/s}^2)$$

$$T_2 = (424.8 \text{ Nm})$$

Al final sumamos el torque por fricción de rodamientos equivalente a 3.8 Nm , obteniendo:

$$T_2 = (428.6 \text{ Nm})$$

Dadas las características de aceleración y momento de inercia, sería imposible mover la mesa con un acoplamiento directo entre la mesa y un servo motor ya que la mayoría de los fabricantes de servo motores de baja inercia no tienen el alcance para llegar a torques tan elevados por las condiciones físicas de diseño. Otro elemento que impide el acoplamiento directo entre la carga y el servomotor, es que los servo motores tienen la característica de ser libres de mantenimiento siempre y cuando las cargas radiales y axiales sean eliminadas de la flecha del servo motor. Para eliminar estas fuerzas se utilizan los reductores de baja inercia, el acoplamiento a la entrada del reductor está diseñado para eliminarlas casi en su totalidad.

5.2.5 Cálculo de velocidad y aceleración referida a la salida del reductor.

Es importante conocer todos los elementos con los que contamos hasta este momento para continuar con el cálculo de los componentes, en este momento contamos con el torque, la velocidad y aceleración de la mesa, con estos tres parámetros seremos capaces de identificar la relación de inercia, el torque referido a la entrada del reductor y el momento de inercia total.

Sabemos que una unidad de desplazamiento (cambio de herramienta) corresponde a 0.08333 *revs* (visto en la gráfica 5.3) de la mesa indexadora, para comenzar a hacer las comparaciones de elección del reductor y el servo motor, necesitamos conocer y asimilar el valor de la velocidad en *revs/min*, ya que la mayoría de tablas de selección de reductores hacen referencia a este como velocidad máxima o velocidad de operación, siendo la velocidad 13.8 *rpm* continuamos con nuestro análisis.

Como podemos ver la velocidad no va a ser un impedimento para la elección del reductor de velocidad, este valor corresponde a la velocidad angular necesaria para mover la mesa directamente acoplada al reductor, siendo la velocidad un parámetro que tendremos mucho cuidado siempre que propongamos diferentes relaciones de reducción (*i*) para el reductor, aseguramos que la velocidad de entrada al reductor no sea excedida por relaciones de transmisión muy grandes.

La aceleración angular referida a la salida del reductor, es la misma que la que hemos calculado anteriormente para mover la mesa. La figura 5.3 muestra un reductor ortogonal que sería por las características de la mesa el más adecuado para usarse, la aceleración y velocidad que actualmente conocemos se aplican a la flecha de salida, la cual soportará los torques máximos de aceleración para desplazar el eje principal de la mesa.

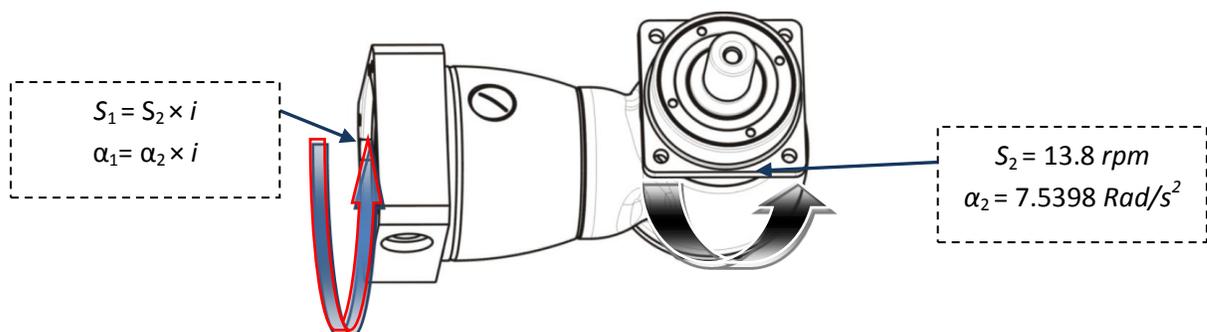


Figura 5.3 Aceleración y velocidad a la entrada y salida de un reductor ortogonal.

5.2.6 Cálculo de relación de inercia del sistema rotatorio.

Para definir la relación de inercia menor a 10 comenzamos por la elección del reductor ya que este determinara que tipo de servo motor es el más apropiado. No existe método matemático que con los datos de torque, velocidad y aceleración que conocemos nos permita determinar que reductor y servo motor son los más adecuados. Como primer punto sabemos que el reductor será de baja inercia por el corto tiempo en que se realiza el movimiento, también dado la necesidad de acoplamiento mecánico el reductor tendrá la característica de ser ortogonal por el ángulo que existe entre el motor y el eje de transmisión de la mesa.

Para la elección del reductor utilizaremos tablas que contienen todos los parámetros de reductores de baja inercia de la marca *alpha*TM, especializada en reductores de baja inercia con relaciones de reducción hasta 10000 rpm's de entrada por una rpm de salida y torques de 10000 Nm (referidos a la salida del reductor), existen en el mercado otras marcas que se pueden adecuar a nuestras necesidades, cualquiera de ellas presenta tablas de parámetros de los reductores que fabrica.

		2 etapas													
Relación de transmisión #		<i>i</i>	12	16	20	25	28	35	40	49	50	70	100		
Par de aceleración máx. (máx. 1000 veces por hora)	T_{acc}	Nm	680	680	750	750	700	700	500	700	625	700	540		
Par nominal en la salida (a n_{out})	$T_{n\%}$	Nm	370	370	370	370	370	370	320	370	370	370	240		
Par de parada de emergencia (adm. 1000 veces durante la vida del reductor)	T_{stop}	Nm	1000	1000	1250	1250	1250	1250	1000	1250	1250	1250	1250		
Velocidad de entrada media admisible (a T_a y 20 °C temperatura ambiente) 6/4	n_{av}	rpm	1900	2300	2300	2600	2300	2300	2300	2300	2300	2300	2300		
Régimen continuo máx. (a 20% T_a y 20 °C temperatura ambiente)	n_{regm}	rpm	2700	3100	3100	3500	3100	3000	3000	3000	3000	3000	3000		
Velocidad de entrada máx.	n_{max}	rpm	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500		
Par de pérdida por fricción medio (a n_{in} = 3000 rpm y 20 °C temperatura del reductor) 6	T_{f22}	Nm	4,0	3,7	3,6	2,8	3,5	2,8	3,1	3,9	3,1	3,1	3,1		
Juego torsional máx.	j_t	arcmin	Estándar ≤ 4 / Reducido ≤ 2												
Rigidez torsional	C_{tor}	Nm/arcmin	87	91	111	119	123	127	96	127	115	125	112		
Fuerza axial máx. 6	F_{zMax}	N	6130												
Momento de vuelco máx.	M_{zMax}	Nm	1295												
Rendimiento a plena carga	η	%	94												
Vida útil (véase el cálculo en el capítulo "Informaciones")	L_u	h	> 20000												
Peso incl. placa adaptadora estándar	m	kg	17,0												
Ruido de funcionamiento (a n_{in} = 3000 rpm sin carga)	L_{rn}	dB(A)	≤ 68												
Temp. máx. admisible de la carcasa		°C	+90												
Temperatura ambiente		°C	0 a +40												
Lubricación			Lubricación de por vida												
Pintura			Azul RAL 5002												
Sentido de rotación			Sentido contrario de entrada y salida												
Clase de protección			IP 65												
Momento de inercia (referido a la entrada) Diámetro de orificio del cubo de fijación [mm]	H	28	J_t	kgcm ²	4,56	3,76	3,71	3,28	3,66	3,00	2,79	3,10	2,78	2,77	2,77
	K	38	J_t	kgcm ²	11,7	10,9	10,9	10,4	10,8	10,3	9,95	10,4	9,94	9,94	9,93

Tabla 5.1 Tabla de reductores de baja inercia modelo TPK⁺ 050 MF de la marca *alpha*TM.

Basándonos en la tabla 5.1 se observa que todos los reductores con diferentes relaciones de transmisión soportan el torque de aceleración necesario para mover la mesa. Como prueba de elección iniciaremos eligiendo el reductor con relación de transmisión (i) de 12 y torque máximo de $680 Nm$ que en el caso de la tabla es la primera elección posible.

Utilizando la ecuación 4.2 para calcular la relación de inercia vemos que hace falta la inercia del servo motor la cual no conocemos. Necesitamos elegir el servo motor adecuado al acoplamiento del reductor que elegimos anteriormente, para esto necesitamos calcular el torque referido a la entrada del reductor, utilizamos la ecuación 4.11 para calcular la aceleración máxima de entrada y posteriormente con la ecuación 4.10 determinar el torque máximo a la entrada que es igual al torque requerido por el servo motor.

$$\alpha_1 = (7.5398 \text{ Rad/s}^2) \quad (12)$$

$$\alpha_1 = (90.4776 \text{ Rad/s}^2)$$

Ahora calculamos el torque de entrada con los parámetros que proporciona la tabla del reductor que elegimos. Los datos del reductor son los siguientes:

Modelo= TPK⁺ 050 MF

$i = 12$

$T_{max} = 680 Nm$

$\eta = 94\%$

$J_{reductor} = 4.56 \text{ kg cm}^2 = 0.000376 \text{ kg m}^2$

$T_2 = 428.6 Nm$

Se calcula el torque referido a la entrada del reductor.

$$T_1 = \frac{428.6 Nm}{12 \cdot 0.94} + (0.000376 \text{ kgm}^2 \cdot 90.47760 \text{ Rad/s}^2)$$

$$T_1 = 38.0299 Nm$$

El torque calculado se presenta en la entrada del reductor así como en la flecha de transmisión del servo motor, este parámetro nos permite seleccionar el servo motor adecuado al tipo de reductor elegido inicialmente, en la figura 5.4 se pueden identificar cada uno de los elementos de cálculo obtenidos hasta este momento, en esta figura se determina como el reductor es uno de los principales elementos que afectan el manejo del torque en todo el servo mecanismo.

Para seleccionar el servo motor utilizamos la tabla 5.2 la cual presenta servo motores de baja inercia de la marca *Allen Bradley*TM que van desde 0.26 a $141 Nm$ de torque, las velocidades

presentadas van desde 1000 a 8000 *rpm*, existen otras marcas en el mercado que proporcionan todos los parámetros relacionados con los servo motores.

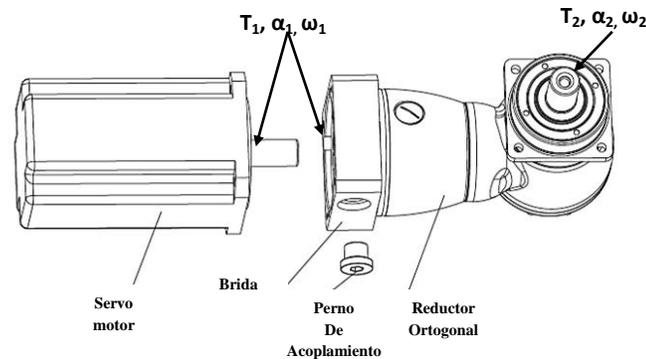


Figura 5.4 Torque velocidad y aceleración a la entrada y a la salida del reductor.

Dentro de la tabla 5.2 tenemos listados todos los elementos para la elección de un servo motor de acuerdo a sus características mecánicas o eléctricas, para elegir el servo motor que necesitamos en nuestra aplicación solo utilizaremos dos variables, velocidad y torque, de ante mano sabemos que la velocidad (1.8 rpm a la salida del reductor) de cualquiera de los servo motores que la tabla presenta, servirá en el desarrollo de nuestra aplicación, de manera que la elección se realiza contemplando solo el torque pico (*Peak Stall Torque*).

De la tabla 5.2 se eligió el servo motor MPL-540D que tiene las siguientes características:

Velocidad nominal (*Rated Speed*) = 2000 *rpm*.

Torque pico (*Peak Stall Torque*) = 41.0 *Nm*.

J_M = Momento de inercia del servomotor (*Rotor Inertia*) = 0.00147 $kg\ m^2$

Como podemos observar, la elección del servo motor fue basada en el torque que proporciona, sobrepasa el torque de la aplicación por tan solo un par de *Nm*.

Con estos datos y la ecuación 4.2 calculamos la relación de inercia y determinamos si los elementos seleccionados son los adecuados ya que si consideramos solo el manejo de torques, en este momento parece que el reductor y el servomotor serían los adecuados.

460 Volt Motor Specifications

Catalog Number	Rated Speed rpm	Rated Output kW	Rotor Inertia* kg-m ² (lb-in.-s ²)	Continuous Stall Torque Nm (lb-in.)	Peak Stall Torque Nm (lb-in.)	Continuous Stall Current Amperes (0-peak)	Peak Stall Current Amperes (0-peak)
MPL-B1510V	8000	0.16	0.0000074 (0.000065)	0.26 (2.3)	0.77 (6.8)	95	31
MPL-B1520U	7000	0.27	0.000013 (0.00012)	0.49 (4.3)	1.58 (14)	1.8	6.1
MPL-B1530U	7000	0.39	0.000023 (0.00020)	0.90 (8.0)	2.82 (25)	2.0	7.2
MPL-B210V	8000	0.37	0.000015 (0.00013)	0.55 (4.9)	1.52 (13)	1.8	5.8
MPL-B220T	6000	0.62	0.000039 (0.00035)	1.61 (14)	4.74 (42)	3.3	11.3
MPL-B230P	5000	0.86	0.000063 (0.00056)	2.10 (19)	8.20 (73)	2.6	11.3
MPL-B310P	5000	0.77	0.000044 (0.00039)	1.58 (14)	3.61 (32)	2.4	7.1
MPL-B320P	5000	1.5	0.000078 (0.00069)	3.05 (27)	7.91 (70)	4.5	14.0
MPL-B330P	5000	1.8	0.00012 (0.0010)	4.18 (37)	11.1 (98)	6.1	19.0
MPL-B420P	5000	1.9	0.00026 (0.0023)	4.74 (42)	13.5 (120)	6.4	22.0
MPL-B430P	5000	2.2	0.00038 (0.0033)	6.55 (58)	19.8 (175)	9.2	32.0
MPL-B4530F	3000	2.1	0.00040 (0.0036)	8.25 (73)	20.3 (180)	7.0	21.0
MPL-B4530K	4000	2.6	0.00040 (0.0036)	8.25 (73)	20.3 (180)	11.0	31.0
MPL-B4540F	3000	2.6	0.00052 (0.0046)	10.2 (90)	27.1 (240)	9.1	29.0
MPL-B4560F	3000	3.2	0.00078 (0.0067)	14.1 (125)	34.4 (305)	11.8	36.0
MPL-B520K	4000	3.5	0.000783 (0.0069)	10.7 (95)	23.2 (205)	11.5	33.0
MPL-B540D	2000	3.4	0.00147 (0.013)	19.4 (172)	41.0 (362)	10.5	23.0
MPL-B540K	4000	5.4	0.00147 (0.013)	19.4 (172)	48.6 (430)	20.5	60.0
MPL-B560F	3000	5.5	0.00213 (0.019)	26.8 (237)	67.8 (600)	20.6	68.0
MPL-B580F	3000	7.1	0.00289 (0.023)	34.0 (301)	87.0 (770)	26.0	94.0
MPL-B580J	3800	7.9	0.00289 (0.023)	34.0 (301)	87.0 (770)	32.0	115.0
MPL-B640F	3000	6.1	0.00400 (0.0354)	36.7 (325)	72.3 (640)	32.1	65.0
MPL-B660F	3000	6.15	0.00580 (0.051)	48.0 (425)	101.1 (895)	38.5	96.0
MPL-B680D	2000	9.3	0.00775 (0.0685)	62.8 (556)	154.2 (1365)	34.0	94.0
MPL-B680F	3000	7.5	0.00775 (0.0685)	60.0 (531)	108.5 (960)	48.0	96.0
MPL-B680H	3500	7.5	0.00775 (0.0685)	60.0 (531)	146.9 (1300)	51.0	140.0
MPL-B860D	2000	12.5	0.0169 (0.150)	83.0 (735)	152.5 (1350)	47.5	95.5
MPL-B880C	1500	12.6	0.0224 (0.198)	110.0 (973)	203.0 (1800)	47.5	97.5
MPL-B880D	2000	12.6	0.0224 (0.198)	110.0 (973)	147.0 (1300)	67.0	96.0
MPL-B960B	1200	12.7	0.0273 (0.242)	130.0 (1150)	231.0 (2050)	42.5	94.0
MPL-B960C	1500	14.8	0.0273 (0.242)	124.3 (1100)	226.0 (2000)	55.0	125.0
MPL-B960D	2000	15.0	0.0273 (0.242)	124.3 (1100)	226.0 (2000)	70.0	125.0
MPL-B980B	1000	15.2	0.0354 (0.313)	162.7 (1440)	278.0 (2460)	40.0	94.0
MPL-B980C	1500	16.8	0.0354 (0.313)	158.2 (1400)	271.0 (2400)	68.0	140.0
MPL-B980D	2000	18.6	0.0354 (0.313)	158.2 (1400)	260.0 (2300)	79.0	140.0
MPL-B980E	2750	13.0	0.0354 (0.313)	141.0 (1250)	237.0 (2100)	105.0	230.0

*Rotor inertia values shown are for non-brake encoder motors. Inertias are higher for brake and resolver versions of the motors. The incremental encoder and resolver versions are available in limited sizes.

Tabla 5.2 Diferentes modelos de servo motores de baja inercia marca Allen Bradley, familia MPL.

Calculamos la relación de inercia.

$$\lambda = \frac{56.347 \text{ kgm}^2}{12^2} + 0.000376 \text{ kg m}^2$$

$$\lambda = \frac{0.00147 \text{ kg m}^2}{0.00147 \text{ kg m}^2}$$

$$\lambda = 266.445$$

El resultado que obtuvimos está muy alejado de la relación de inercia ideal cuando se diseñan servo mecanismos, en este punto sabemos que el torque de la salida del reductor y el torque del servo motor que seleccionamos son los adecuados para mover la mesa, esto quiere decir que el par de torsión puede ser soportado por las flechas de transmisión. Si la elección del reductor y el servo motor se realizara basándonos solo en el torque, la probabilidad de que el servo mecanismo fuera inestable en su operación es demasiado alta, debido a esto continuaremos con la elección de los elementos adecuados que proporcionen una relación de inercia menor a 10.

Se observa que en la ecuación 4.2 (cálculo de relación de inercia), el cociente que determina llegar a la relación de inercia adecuada, es el que relaciona el momento de inercia del cuerpo a mover y la relación de transmisión del reductor.

Nuevamente de la tabla 5.1 seleccionamos un reductor que mantenga el límite mínimo de torque (T_2) y que sea de la misma familia pero ahora con una relación de transmisión mayor, el servo motor seguirá siendo el mismo ya que la primera aproximación utilizando el torque referido a la entrada del reductor determina que estos dos elementos coincidan en su acoplamiento mecánico desde el primer momento, las características del nuevo reductor son las siguientes:

$$\begin{aligned}
 i &= 70 \\
 T_{max} &= 700 \text{ Nm} \\
 \eta &= 94\% \\
 J_{\text{reductor}} &= 2.77 \text{ kg cm}^2 = 0.000277 \text{ kg m}^2 \\
 T_2 &= 428.6 \text{ Nm}
 \end{aligned}$$

Calculamos nuevamente la relación de inercia con la selección del nuevo reductor.

$$\lambda = \frac{\frac{56.347 \text{ kgm}^2}{70^2} + 0.000277 \text{ kg m}^2}{0.00147 \text{ kg m}^2}$$

$$\lambda = 8.011$$

Con este procedimiento encontramos el reductor y servo motor adecuados para mover nuestra mesa indexadora de herramientas con las necesidades requeridas por el perfil de movimiento, la relación de inercia puede ser reducida aún más pero se debe considerar que entre mayor sea la relación de reducción el costo del reductor se acrecenta de igual forma. Como pudimos observar el procedimiento se inicia con la elección del reductor aproximarlos a los límites de torque calculado para desplazar los elementos mecánicos.

5.2.7 Cálculo de torque final del sistema rotatorio.

La finalidad de conocer el torque final es la de visualizar la capacidad de carga a la que el servo motor estará expuesto en cada ciclo de trabajo, también se define la proximidad de los límites de funcionamiento de los elementos mecánicos y eléctricos. El torque final es el encargado de vencer el momento de inercia de todos los elementos que constituyen el servo mecanismo, este torque es generado por el campo magnético del servo motor y desplaza todos los elementos, inclusive el momento de inercia de su propio rotor.

Primero calculamos la aceleración referida a la entrada del reductor usando la ecuación 4.11.

$$\alpha_1 = (7.5398 \text{ Rad/s}^2) (70)$$

$$\alpha_1 = 527.78 \text{ Rad/s}^2$$

Posteriormente calculamos el torque en el mismo punto del sistema utilizando la ecuación 4.10.

$$T_1 = \frac{428.6 \text{ Nm}}{70 \cdot 0.94} + (0.000277 \text{ kgm}^2 \cdot 527.78 \text{ Rad/s}^2)$$

$$T_1 = 7.975 \text{ Nm}$$

Este resultado representa la capacidad de torque a la que el servo motor va a estar expuesto, sin embargo en la selección de los componentes el servo motor no cambio desde la primera elección, la pregunta es ¿por qué no cambiar el tipo de servomotor con un nuevo torque calculado?, la principal razón es que la familia del reductor y el servo motor están en proporción al a capacidad de torque, si el servo motor se cambia acorde al nuevo torque (T_1), el tamaño del servo motor se reduce lo que lo haría incompatible con el reductor en el aspecto de montaje y acoplamiento físico entre sus flechas de transmisión.

Para calcular el torque total utilizamos la ecuación 4.12 y obtenemos lo siguiente:

$$T_{total} = 7.975 \text{ Nm} + (0.00147 \text{ kg m}^2 \times 527.78 \text{ Rad/s}^2)$$

$$T_{total} = 8.7508 \text{ Nm}$$

5.3 La importancia del radio de giro en sistemas rotatorios.

En el análisis anterior se observó el comportamiento de la relación de inercia y el torque final al cambiar la relación de reducción, este parámetro fue uno de los más importantes y determino la estabilidad de nuestro servo mecanismo, la funcionalidad y el torque término siendo un factor secundario en la elección del reductor. El proceso de desarrollo de la aplicación anterior se llevó a cabo sin poder intervenir en el diseño original de la mesa indexadora, debido a esto la masa y la geometría de la misma se mantiene sin modificaciones hasta la finalización del cálculo, otro de los elementos de desarrollo fue el perfil de

movimiento, que desde el principio del problema se planteó con un tiempo fijo y no sufrió modificaciones.

Cuando se tiene la oportunidad de diseñar un servo mecanismo se pueden cometer errores incorregibles, dado que el diseño comienza por el sistema mecánico a mover, es aquí en donde se debe poner especial atención en la geometría de los elementos. En sistemas rotatorios lo más importante es definir el radio de los elementos que lo constituyen, este debe estar por debajo del límite de fabricación, es decir un elemento rotatorio no debe ser sobre proporcionado respecto a su radio si este no lo requiere, la tolerancia por desgaste de diámetro debe ser la menor posible.

A continuación se presenta el análisis de un sistema rotatorio que entrega suficiente información para comprender como el radio de giro de los elementos que lo constituyen, afecta directamente en el cálculo del momento de inercia y por consiguiente el torque se ve afectado de igual manera.

Ejemplo 5.2. Se desarrolla un sistema de solo un elemento mecánico rotatorio, el reductor y el servo motor serán elegidos basándonos en el momento de inercia y el perfil de movimiento. Con el objetivo de ejemplificar el efecto que genera la variación de radio en la fabricación, se decide mantener la masa como constante.

Se tiene un disco giratorio de aluminio el cual se quiere llevar a una velocidad de 500 rpm en un tiempo de 5 segundos, después de haberlo llevado a la velocidad requerida esta se mantendrá por tiempo indefinido. El disco tiene una flecha de transmisión de acero acoplada por soldadura a su eje. La figura 5.5 muestra la geometría de cada uno de los elementos del sistema mecánico. En este caso, el torque por fricción de chumaceras será de 1.5 Nm, parámetro que será considerado en el cálculo de torque a la salida del reductor.

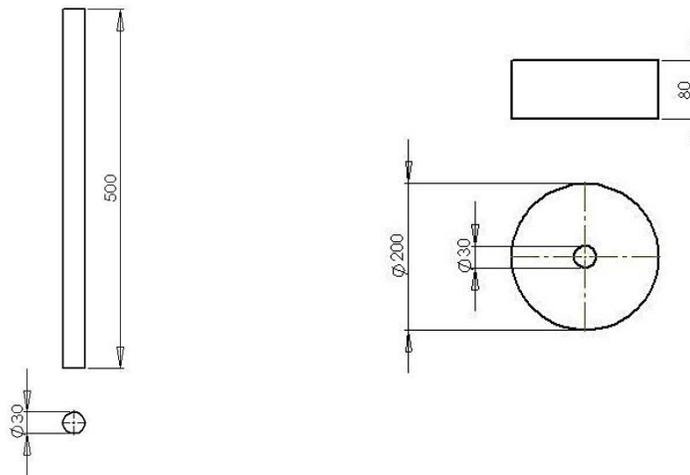


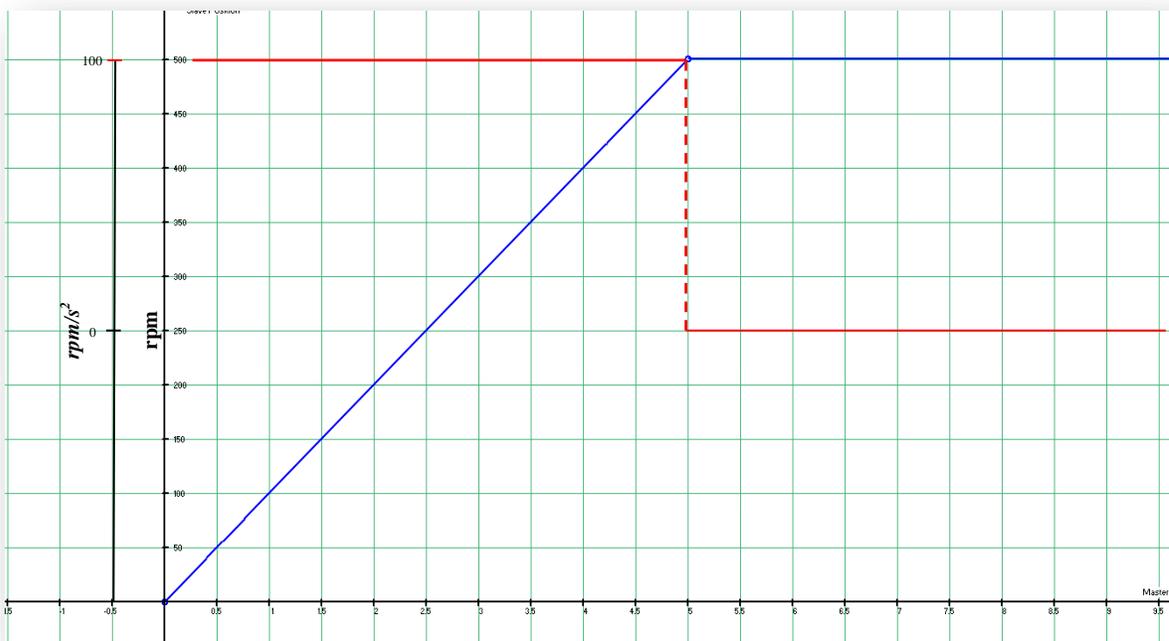
Figura 5.5 Geometría física de los elementos que conforman el ejemplo 5.2, rodillo y flecha motriz con 200 mm de diámetro exterior en el disco giratorio.

5.3.1 Perfil de velocidad-aceleración de un sistema rotatorio.

Como primer paso es realizar la representación gráfica del perfil de velocidad, siendo estos los principales datos que tendremos del problema. La gráfica 5.4 es la representación gráfica del comportamiento de la velocidad y aceleración del rodillo, en el ejemplo 5.1 se comprendió que la aceleración es el elemento esencial del comportamiento del torque, por lo cual es una necesidad aprender el desarrollo y comprensión del perfil de velocidad-aceleración en un sistema rotatorio, en este ejemplo el sistema comienza como una rampa de incremento de velocidad angular y termina su operación con una velocidad angular constante, esta forma de desplazamiento es una operación continua a diferencia del ejemplo anterior que se refería a una operación cíclica.

Los datos del problema son:

- Disco de aluminio de 200 *mm* de diámetro exterior, 30 *mm* diámetro interior por 80 *mm* de espesor.
- Flecha motriz (acero) de 30 *mm* de diámetro por 500 *mm* de largo.
- Velocidad inicial 0 *rpm*, velocidad final 500 *rpm*.
- Torque de fricción por rodamientos de 1.5 *Nm*.
- Tiempo máximo requerido para alcanzar la velocidad deseada es igual a 5 *s*.
- ρ Aluminio = 2700 kg/m^3 .
- ρ Acero = 7850 kg/m^3 .



Grafica 5.4 Perfil de velocidad-aceleración del ejemplo 5.1 (disco de aluminio).

En la gráfica 5.4 se observan dos puntos característicos de la rampa de velocidad del rodillo, estos nos servirán para calcular la ecuación de la recta de dicha rampa y posteriormente se derivara para obtener la aceleración del sistema.

$$P_1(0,0)$$
$$P_2(5,500)$$

De la ecuación para el cálculo de la pendiente de la recta tenemos:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (5.7)$$

$$m = \frac{500}{5} = 100$$

La ecuación de la recta queda de la siguiente manera:

$$y = mx + b \quad (5.8)$$
$$y = 100x$$

La ecuación de velocidad se deriva para obtener el parámetro de aceleración de lo cual se define que $\alpha = 100 \text{ rpm/s}^2$, dado que para calcular el momento de inercia la aceleración se requiere en radianes convertimos el valor anterior a este parámetro.

Tenemos:

$$\alpha = 628.3185 \text{ Rad/s}^2$$

5.3.2 Cálculo de torque para diferentes radios de giro.

Para los elementos físicos del sistema mecánico se calcula el volumen y la masa de acuerdo a su geometría:

Flecha motriz:

$$V_1 = 0.0003534291735 \text{ m}^3$$

$$m_1 = 2.756747553 \text{ kg}$$

Para el caso del disco de aluminio se calcula el volumen total con el diámetro interior (V_2) y se resta el volumen del diámetro interior (V_3) por donde pasa la flecha motriz de acoplamiento.

$$V_2 = 0.002513274123 \text{ m}^3$$

$$V_3 = 5.654866 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$V_4 = V_2 - V_3 = 0.0024567 \text{ m}^3$$

$$m_2 = 6.63315872 \text{ kg}$$

En este punto de acuerdo al ejemplo 5.1, se requiere calcular el momento de inercia de los elementos que constituyen el rodillo motriz, al obtener el momento de inercia de la flecha motriz y el disco de aluminio, los resultados se suman para obtener el momento de inercia total de los elementos. La tabla 1.5 muestra las ecuaciones para cálculo de momento de inercia de todos los elementos geométricos posibles, en este caso se utilizaron las ecuaciones para el cálculo de momento de inercia en un cilindro sólido o disco para la flecha motriz, para el caso del disco giratorio se utilizara la ecuación para calcular el momento de inercia en un cilindro hueco.

Momento de inercia flecha motriz:

$$J_1 = \frac{mr^2}{2}$$

$$J_1 = \frac{2.7567 \text{ kg} \times 0.015^2}{2}$$

$$J_1 = 3.101341 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$$

Momento de inercia disco giratorio:

$$J_2 = \frac{1}{2} m(r_1^2 + r_2^2)$$

$$J_2 = \frac{1}{2} [6.63315872 \text{ kg} (0.015^2 + 0.1^2)]$$

$$J_2 = 0.033912024 \text{ kgm}^2$$

Hasta este punto tenemos el momento de inercia de los dos elementos que constituyen el sistema mecánico, se ha realizado de forma separada como en el ejemplo anterior, lo único que hace falta es sumar los momentos de inercia de los dos elementos (disco giratorio y flecha motriz).

$$J_T = J_1 + J_2$$

$$J_T = 3.101341 \times 10^{-4} \text{ kgm}^2 + 0.033912024 \text{ kgm}^2$$

$$J_T = 0.0342221581 \text{ kgm}^2$$

Para el cálculo de torque se tiene de la ecuación 4.8:

$$T_2 = 0.0342221581 \text{ kgm}^2 \times 628.3185 \text{ Rad/s}^2$$

$$T_2 = 21.502415 \text{ Nm}$$

Se debe poner especial atención en el valor de torque obtenido en este primer análisis, contemplando las propiedades geométricas y físicas de los elementos mecánicos representados en la figura 5.5.

¿Cómo mostrar la diferencia entre radios de giro? Se propondrá un ejemplo en donde el radio de giro cambia manteniendo el volumen y la masa del primer disco, en este caso la flecha motriz mantiene sus características geométricas, el cilindro se convierte en un plato con la misma masa y volumen que el cilindro analizado anteriormente. La figura 5.6 muestra las dimensiones de la flecha motriz y el plato giratorio que permite mantener la masa del cuerpo en análisis.

En el siguiente proceso conocemos todos los elementos necesarios para calcular el momento de inercia, siendo que las características geométricas han cambiado pero la masa y volumen continúan siendo los mismos.

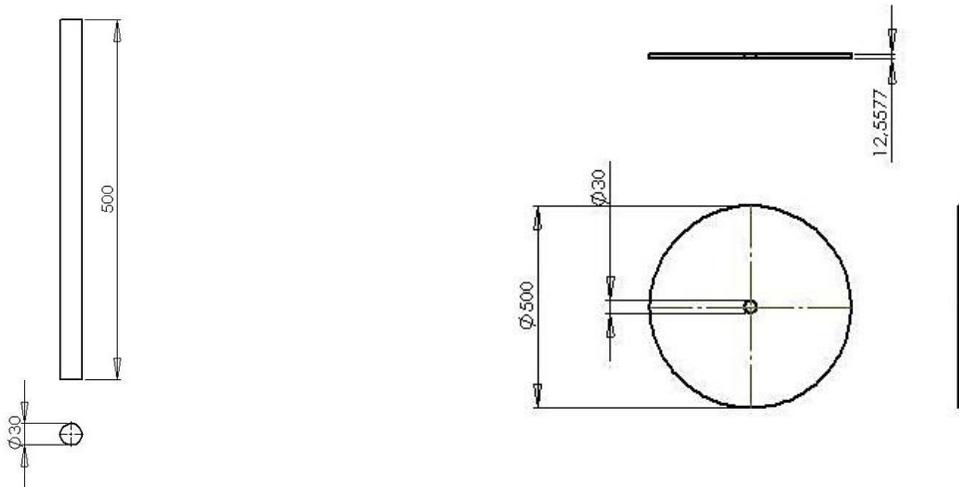


Figura 5.5 Geometría física de los elementos que conforman el ejemplo 5.2 con plato giratorio de 500 mm de diámetro y flecha motriz con las mismas dimensiones que el caso anterior.

Momento de inercia de la flecha motriz:

$$J_1 = \frac{mr^2}{2}$$

$$J_1 = \frac{2.7567 \text{ kg} \times 0.015^2}{2}$$

$$J_1 = 3.101341 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$$

Momento de inercia del plato giratorio:

$$J_2 = \frac{1}{2}m(r_1^2 + r_2^2)$$

$$J_2 = \frac{1}{2}[6.63315872 \text{ kg} (0.015^2 + 0.25^2)]$$

$$J_2 = 0.20803244 \text{ kgm}^2$$

Nuevamente sumamos los momentos de inercia de la flecha motriz y el plato con su nuevo radio.

$$J_T = J_1 + J_2$$

$$J_T = 3.101341 \times 10^{-4} \text{ kgm}^2 + 0.20803244 \text{ kgm}^2$$

$$J_T = 0.2111337814 \text{ kgm}^2$$

Utilizamos la ecuación 4.8 para calcular el torque de aceleración.

$$T_2 = 0.2111337814 \text{ kgm}^2 \times 628.3185 \text{ Rad/s}^2$$

$$T_2 = 132.65926 \text{ Nm}$$

Se ha comprobado como el radio afecta al momento de inercia de los elementos, se observa que si el radio aumenta el momento lo hace de igual forma aun en cuando la masa del cuerpo se mantenga. Esta es la razón por lo cual al diseñar sistemas rotatorios el diámetro de los rodillos o flechas motrices deben permanecer lo más cerca posible del eje giratorio, un

sobredimensionamiento de los elementos mecánicos puede elevar considerablemente el costo de nuestro servo mecanismo.

5.3.3 Cálculo de reductor y servo motor para diferentes radios de giro.

Para ambos casos se tienen los elementos como momento de inercia, torque y aceleración, como en el ejemplo 1 el siguiente paso es calcular la aceleración máxima de entrada al reductor (α_1) y el torque máximo en el mismo punto (T_1), estos elementos son esenciales para la elección del servo motor.

Comenzamos con el primer caso en donde el radio es 0.1 m para el disco de aluminio, los datos utilizados son los siguientes:

$$J_T = 0.0342221581 \text{ kgm}^2$$

$$T_2 = 21.502415 \text{ Nm}$$

Para los dos casos utilizaremos un reductor del tipo coaxial dadas las condiciones de acoplamiento en donde los ejes del disco, el reductor y el servomotor se mantienen orientados en la misma posición. Como en el ejemplo 1 utilizamos el torque calculado para seleccionar el posible reductor que proporcione las características de movimiento angular del disco de aluminio propuesto. La tabla 5.3 muestra los parámetros característicos de reductores de la misma constitución física pero con diferentes relaciones de transmisión, la tabla se seleccionó para proveer reductores que se aproximan al torque para mover el disco, también son reductores del tipo coaxial.

El reductor seleccionado es de la marca *alpha*TM al igual que el ejemplo 1 y en este caso la familia es SP⁺ 060 MF, que proporciona los parámetros de velocidad, torque y aceleración requeridos por la aplicación en desarrollo, los parámetros para la selección son los siguientes:

$$i = 3$$

$$T_{\max} = 30 \text{ Nm}$$

$$\eta = 97\%$$

$$J_{\text{reductor}} = 0.21 \text{ kg cm}^2 = 0.000021 \text{ kg m}^2$$

$$T_2 = 21.542415 \text{ Nm}$$

Con la ecuación 4.11 calculamos la aceleración máxima de entrada al reductor contemplando la relación de transmisión.

$$\alpha_1 = (628.3185 \text{ Rad/s}^2)(3)$$

$$\alpha_1 = (1884.9555 \text{ Rad/s}^2)$$

La aceleración máxima referida a la entrada del reductor es el único elemento faltante para obtener el torque (T_1), para esto utilizamos la ecuación 4.10.

$$T_1 = \frac{21.502415 \text{ Nm}}{3 \times 0.97} + \left(0.000021 \text{ kgm}^2 \times 1884.9555 \text{ Rad/s}^2\right)$$

$$T_1 = 7.42 \text{ Nm}$$

Nuevamente utilizamos la tabla 5.2 para seleccionar el servo motor más adecuado de acuerdo al torque de entrada al reductor, otra consideración que hay que mencionar es mantener la selección del motor con una aproximación del 10% arriba del torque exacto calculado, esto se hace considerando que pueden existir cambios en el perfil de aceleración basados en las necesidades de la aplicación, es decir aumento de velocidad y aceleración y por consiguiente aumento de torque.

		1 etapa				
Relación de transmisión #	i	3	4	5	7	10
Par de aceleración optimizado con cymex® (por favor, contactenos para el dimensionado)	T_{20rpm} Nm	—	58	60	54	—
Par de aceleración máx. (máx. 1000 ciclos por hora)	T_{20} Nm	30	42	42	42	32
Par nominal en la salida (a n_{out})	T_{20} Nm	17	26	26	26	17
Par de parada de emergencia (admiso. 1000 veces durante la vida del reductor)	T_{stop} Nm	80	100	100	100	80
Velocidad de entrada media admisible (a T_{in} y 20°C temperatura ambiente) ⁽¹⁾	n_{in} rpm	3300	3300	3300	4000	4000
Velocidad de entrada máx.	n_{inMax} rpm	6000	6000	6000	6000	6000
Par de pérdida por fricción medio (a n_{in} = 3000 rpm y 20°C temperatura del reductor) ⁽¹⁾	T_{012} Nm	0,9	0,7	0,6	0,4	0,3
Juego torsional máx.	i_t arcmin	Estándar ≤ 4 / Reducido ≤ 2				
Rigidez torsional	C_{G1} Nm/arcmin	4,5				
Fuerza axial máx. ⁽⁴⁾	F_{axMax} N	2400				
Fuerza radial máx. ⁽⁴⁾	F_{radMax} N	2800				
Momento de vuelco máx.	M_{vulMax} Nm	152				
Rendimiento a plena carga	η %	97				
Vida útil (véase el cálculo en el capítulo "Informaciones")	L_n h	> 20000				
Peso incl. placa adaptadora-estándar	m kg	1,9				
Ruido de funcionamiento (a $i=10$ y $n_{in}=3000$ rpm sin carga)	L_{rit} dB(A)	≤ 58				
Temp. máx. admisible de la carcasa	°C	+90				
Temperatura ambiente	°C	-15 a +40				
Lubricación		Lubricación de por vida				
Pintura		Azul RAL 5002				
Sentido de rotación		Mismo sentido de entrada y salida				
Clase de protección		IP 65				
Momento de inercia (referido a la entrada)	B 11 J_v kgcm ²	0,21	0,15	0,12	0,10	0,09
Diámetro de orificio del cubo de fijación [mm]	C 14 J_v kgcm ²	0,28	0,22	0,20	0,18	0,17
	E 19 J_v kgcm ²	0,61	0,55	0,52	0,50	0,49

Tabla 5.3 Tabla de reductores de baja inercia modelo SP⁺ 060 MF de la marca alphaTM.

El servomotor seleccionado es el MPL-B330P con las siguientes características:

Velocidad nominal (*Rated Speed*) = 5000 rpm.

Torque pico (*Peak Stall Torque*) = 11.1 Nm.

J_M = Momento de inercia del servomotor (*Rotor Inertia*) = 0.00012 kg m²

Con la ecuación 4.2 calculamos la relación de inercia.

$$\lambda = \frac{\frac{0.0342221581 \text{ kgm}^2}{3^2} + 0.000021 \text{ kg m}^2}{0.00012 \text{ kg m}^2}$$

$$\lambda = 31.8621$$

La relación de inercia se encuentra fuera de los parámetros de estabilidad con el reductor propuesto, pero nos encontramos cerca de la elección adecuada, en la tabla 5.3 encontramos posibles opciones, sabemos que la mayoría de los reductores soporta el torque necesario para desplazar el sistema mecánico, en este punto de la selección, el parámetro a considerar es la velocidad máxima del motor contemplando que la relación de reducción va en aumento al igual que la velocidad del motor, la velocidad máxima del cilindro es 500 rpm, si eligiéramos el reductor con la relación de 10 quedaríamos en el límite de funcionamiento del servo motor (5000 rpm). Considerando lo anterior decidimos elegir el reductor de la misma familia con relación de transmisión de 7, los parámetros de este son los siguientes:

$$i = 7$$

$$T_{\max} = 42 \text{ Nm}$$

$$\eta = 97\%$$

$$J_{\text{reductor}} = 0.1 \text{ kg cm}^2 = 0.00001 \text{ kg m}^2$$

$$J_M = 0.00012 \text{ kg m}^2$$

Calculamos nuevamente la relación de inercia con la selección del nuevo reductor.

$$\lambda = \frac{\frac{0.0342221581 \text{ kgm}^2}{7^2} + 0.00001 \text{ kg m}^2}{0.00012 \text{ kg m}^2}$$

$$\lambda = 5.9034$$

Este resultado presenta la relación de inercia adecuada para desplazar el cilindro giratorio de acuerdo al perfil de velocidad-aceleración. Recordemos que la relación de inercia debe ser

menor a 10 para que sistema de control mantenga un correcto posicionamiento del servo mecanismo.

La figura 5.6 representa los tres elementos del servo mecanismo, el rodillo giratorio es el único que mantiene sus dimensiones a escala real con el fin de visualizar la diferencia entre los dos casos con diferente radio de giro, el servo motor y el reductor de baja inercia solo son representaciones esquemáticas de los elementos, otro componente que se puede observar son las chumaceras que sujetan la fecha de transmisión principal, el torque por fricción se presenta en este punto y en mayor parte se genera cuando se producen cargas axiales o longitudinales generadas por el desbalanceo de los elementos giratorios o por malos acoplamientos entre reductor y carga.

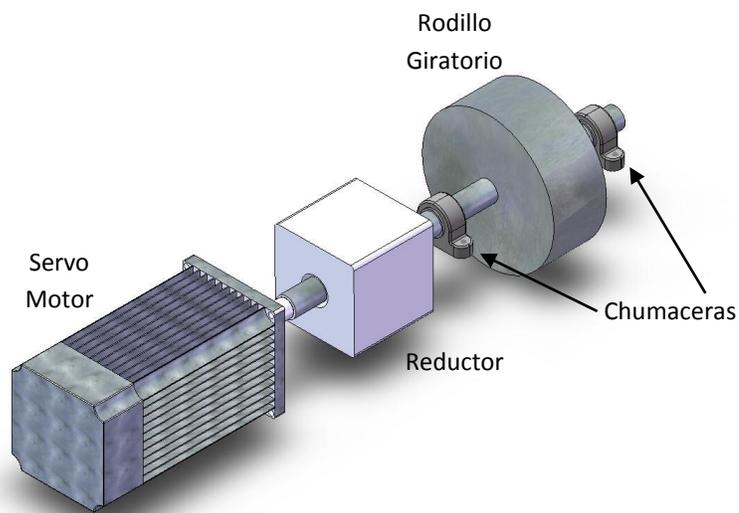


Figura 5.6 Servo mecanismo con disco giratorio de aluminio de 200 mm de diámetro.

A continuación realizamos el análisis y elección de los elementos del plato giratorio (500 mm de diámetro), utilizaremos el mismo método basado en tablas para la selección de los componentes.

Para el segundo caso podemos ver que en la tabla 5.3 no provee de reductores que soporten el torque requerido para desplazar el plato giratorio, esto nos lleva a la selección de otra familia con rangos más altos de torque, el propósito de esto es mantener la elección del reductor dentro de los límites inferiores más aproximados al torque calculado en relación al momento de inercia del sistema. Para resolver este caso utilizamos la tabla 5.4 en donde se presenta la familia TP⁺ 010 MF con reductores coaxiales que proporcionan el torque más aproximado a nuestro sistema, comenzamos con la relación de transmisión menor mostrada en la tabla

siempre y cuando soporte el torque requerido. Los parámetros del reductor seleccionado son los siguientes:

$$i = 4$$

$$T_{\max} = 143 \text{ Nm}$$

$$\eta = 97\%$$

$$J_{\text{reductor}} = 0.78 \text{ kg cm}^2 = 0.000078 \text{ kg m}^2$$

$$T_2 = 132.65926 \text{ Nm}$$

$$T_1 = \frac{132.65926 \text{ Nm}}{4 \times 0.97} + \left(0.000078 \text{ kgm}^2 \times 1884.9555 \text{ Rad/s}^2 \right)$$

$$T_1 = 34.33755746 \text{ Nm}$$

		1 etapa					
Relación de transmisión ⁴⁾	<i>i</i>	4	5	7	10		
Par de aceleración optimizado con cymex [®] (por favor, contactarnos para el dimensionado)	T_{abSym} Nm	150	162	162	–		
Par de aceleración máx. (máx. 1000 ciclos por hora)	T_{aB} Nm	143	143	143	105		
Par nominal en la salida (con n_{in})	T_{aN} Nm	75	75	75	60		
Par de parada de emergencia (admis. 1000 veces durante la vida del reductor)	T_{aMa} Nm	250	250	250	250		
Velocidad de entrada media admisible (con T_{aB} y 20 °C temperatura ambiente) ⁵⁾	n_{IV} rpm	2600	2900	3100	3100		
Velocidad de entrada máx.	n_{IMax} rpm	6000	6000	6000	6000		
Par de pérdida por fricción medio (con $n_{\text{in}} = 3000$ rpm y 20 °C temperatura del reductor) ⁶⁾	T_{otz} Nm	1,6	1,3	1,0	0,7		
Juego torsional máx.	j_t arcmin	Estándar ≤ 3 / Reducido ≤ 1					
Rigidez torsional ⁴⁾	C_{GT} Nm/arcmin	32	33	30	23		
Rigidez momento de vuelco	C_{ZK} Nm/arcmin	225					
Fuerza axial máx. ⁴⁾	F_{aBMax} N	2150					
Momento de vuelco máx.	M_{aZMax} Nm	270					
Rendimiento a plena carga	η %	97					
Vida útil (véase el cálculo en el capítulo "Informaciones")	L_{h} h	> 20000					
Peso incl. placa adaptadora-estándar	<i>m</i> kg	3,8					
Ruido de funcionamiento (con $n=10$ y $n_{\text{in}}=3000$ rpm sin carga)	L_{pA} dB(A)	≤ 59					
Temp. máx. admisible de la carcasa	°C	+90					
Temperatura ambiente	°C	-15 a +40					
Lubricación		Lubricación de por vida					
Pintura		Azul RAL 5002					
Sentido de rotación		Mismo sentido de entrada y salida					
Clase de protección		IP 65					
Momento de inercia (referido a la entrada) Diámetro de orificio del cubo de fijación [mm]	C	14	J_1 kgcm ²	0,78	0,62	0,48	0,40
	E	19	J_1 kgcm ²	0,95	0,79	0,64	0,57
	G	24	J_1 kgcm ²	2,32	2,16	2,02	1,94

Tabla 5.3 Tabla de reductores de baja inercia modelo TP⁺ 010 MF de la marca alphaTM, 1 etapa.

Seleccionamos el servo motor de acuerdo a la tabla 5.2, los parámetros son los siguientes.

Velocidad nominal (*Rated Speed*) = 3000 rpm.

Torque pico (*Peak Stall Torque*) = 36.7 Nm.

J_M = Momento de inercia del servomotor (*Rotor Inertia*) = 0.0040 kg m²

Calculamos la relación de inercia con los componentes seleccionados.

$$\lambda = \frac{\frac{0.2111337814 \text{ kg m}^2}{4^2} + 0.000078 \text{ kg m}^2}{0.004 \text{ kg m}^2}$$

$$\lambda = 3.3184$$

La figura 5.7 muestra las características físicas de los elementos que conforman el segundo caso, en donde el radio de giro se incrementó generando mayor momento de inercia y por consecuencia incremento de torque.

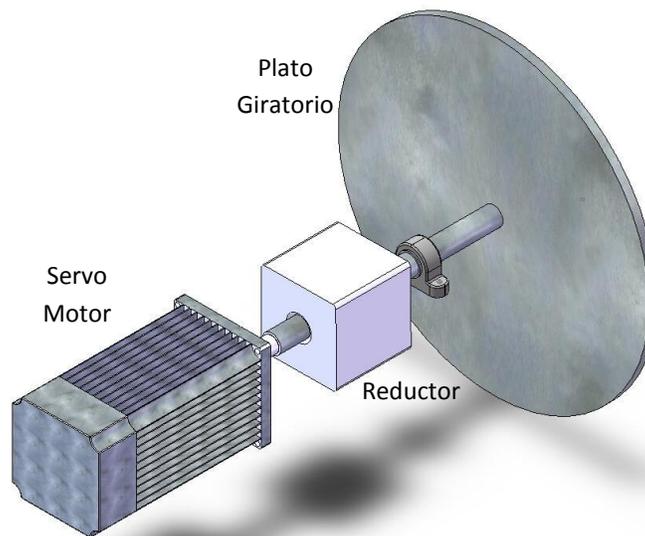


Figura 5.7 Servo mecanismo con plato giratorio de aluminio de 500 mm de diámetro y con el mismo volumen que el caso de la figura 5.5.

El resultado de relación de inercia no podía ser mejor, esto demuestra que los elementos que conforman el sistema de transmisión mecánica (servomotor y reductor), son los más adecuados para desplazar nuestro plato giratorio con la mayor exactitud posible. El servo motor y el reductor serán capaces de mantener en posición los elementos mecánicos siempre y cuando no se excedan los límites para los cuales fueron diseñados, en un sistema de control de

posición como los presentados en el ejemplo 1 y 2, la relación de inercia siempre será menor a 10, con el fin de manipular la posición de los elementos mecánicos asegurando la posibilidad de errores de posición no deseados.

5.4 Servo mecanismo lineal.

Para desarrollar el entendimiento y comprensión de un servo mecanismo del tipo lineal, se propone encontrar los elementos de los que está constituido un sistema de este tipo el cual ya ha sido desarrollado e implementado para su funcionamiento en la industria, existen varios propósitos por los cuales se ha decidido hacer de esta manera y con este tipo de ejemplo, lo siguiente es poder definir si los elementos que constituyen un servo mecanismo en especial el servo motor y el reductor son los adecuados, siendo el caso en el que el servo mecanismo o grupo de ellos que nosotros necesitamos lo haya diseñado alguna compañía de diseño de maquinaria, es responsabilidad del ingeniero encargado de recibirlo, validar el equipo adquirido por la empresa a la que pertenece. Otro de los propósitos es desarrollar un servo sistema lineal de acuerdo a las necesidades y características con la que cuentan los sistemas mecánicos establecidos, es decir se tendrá la capacidad para elegir los elementos adecuados para constituir un servo mecanismo, siendo que el sistema existe pero opera con elementos mecánicos como bandas, poleas, cardanes y su elemento motriz puede ser un motor de corriente alterna e inclusive un servo motor de fabricación anterior a los modelos de baja inercia existentes en la actualidad.

Ejemplo 5.3. Se cuenta con un desenrollador de material, que abastece lámina de polietileno a una línea continua de producción. El desenrollador cuenta con tres partes funcionales que permiten que la línea de producción no se detenga cuando el material se termina en uno de los rollos. La sección de montaje de rollos consta de dos flechas de transmisión que permiten el desenrollado de material de manera intercalada, al terminarse cualquiera de los rollos, la sección de empalme (empalmador de material), realiza el corte de la guía de material del rollo que se ha terminado y lo une con la punta del rollo nuevo, esto requiere de aproximadamente tres segundos y para esto la sección de empalme se ayuda del acumulador de material, que a su vez está constituido de trece rodillos separados de forma vertical en los que el material se enhebra de tal forma que cuando el suministro de material se detiene, la línea de rodillos superiores desciende y el material es consumido por la máquina.

La imagen 5.1 muestra los tres elementos de los que está constituido el sistema.

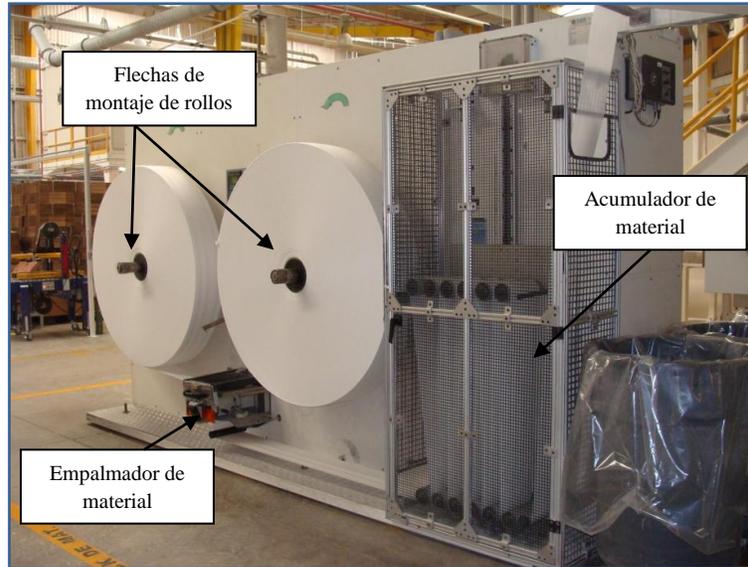


Imagen 5.1 Principales componentes de un sistema de desenrollado de material.

El objetivo de este ejemplo es determinar si los elementos mecánicos y eléctricos (servo mecanismo) que suministran movimiento a Los rollos de material, son los adecuados de acuerdo a las necesidades de suministro de material hacia la máquina así como las dimensiones de la bobina.

5.4.1 Recolección de datos generales del sistema lineal.

Para iniciar el análisis se realiza una recolección de datos de los elementos que conforman el servo mecanismo, cabe mencionar que la masa inercial del rollo de material es proporcionada por el fabricante, en caso de no tenerla como dato, el rollo pudo haber sido pesado por medio de una báscula y de esta manera determinar su masa inercial.

Datos generales:

Velocidad de la máquina = 106.75 m/min

Diámetro inicial del rollo = $136 \text{ cm} = 1.36 \text{ m}$

Diámetro interior = $17 \text{ cm} = 0.17 \text{ m}$

Tiempo de aceleración: = 3 s

$m_{\text{bobina}} = 120 \text{ kg}$

La velocidad de la máquina es un parámetro que ha sido medido mediante un tacómetro justamente a la entrada de la máquina. El tiempo de aceleración de tres segundos es un

parámetro que se propone de acuerdo a la cantidad de material en el acumulador y la velocidad máxima de la máquina, es decir, solo se tienen tres segundos para acelerar el rollo y evitar que el material acumulado se termine.

La figura 5.8 muestra las dimensiones de la bobina cuando esta es completamente nueva, el método de selección de estos datos es simplemente medirlos sobre la bobina de material.

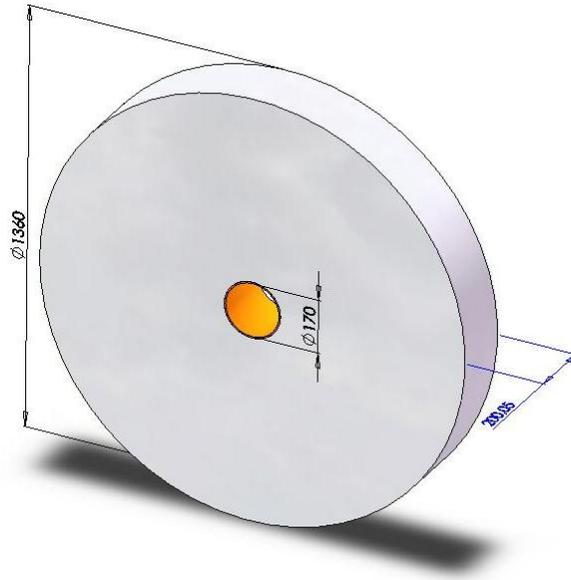


Figura 5.8 Dimensiones de la bobina de polietileno de acuerdo a datos medidos directamente, las medidas se encuentran en milímetros.

Datos del reductor:

Marca = *Alpha*

Modelo = LP 120-M01-3

$i = 3$

$\eta = 97\%$

$J_{\text{reductor}} = 6.9 \text{ kg cm}^2 = 0.00069 \text{ kg m}^2$

$T_{2B} = 305 \text{ Nm}$

Los principales datos como la marca y el modelo del reductor fueron tomados directamente de los datos de placa, la relación de transmisión puede ser vista directamente en la placa o podrá ser identificada en la tabla de datos de acuerdo al modelo del reductor, de la misma manera la eficiencia y el momento de inercia del reductor fueron tomados de la tabla de parámetros. La imagen 5.2 muestra el reductor que se está utilizando actualmente y la ubicación de la placa de identificación del modelo.



Imagen 5.2 Identificación de modelo y relación de transmisión directamente de la placa de datos del reductor.

Datos de la transmisión por poleas:

Polea motriz = 36 dientes

Polea inducida = 48 dientes

Material = Acero

$i_{\text{poleas}} = 1.5$

Comúnmente los datos de las poleas dentadas de cualquier tipo, son un dato basado en el número de dientes ubicados en su diámetro exterior. La relación de transmisión entre una polea motriz y una inducida es el cociente del número de dientes de la polea inducida entre el número de dientes de la polea motriz.

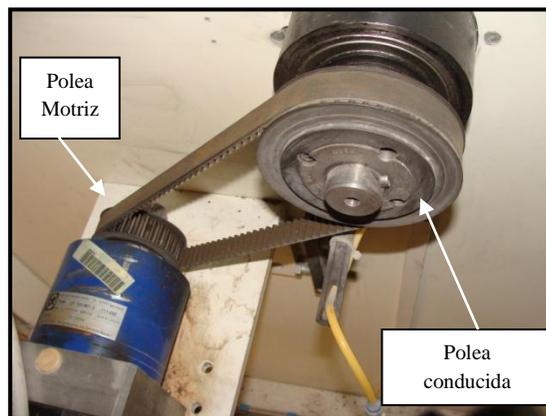


Imagen 5.3 Identificación de poleas del sistema mecánico de transmisión.

En la figura 5.3 se muestran las dos poleas que proporcionan una relación de transmisión secundaria a la del reductor la cual tendrá que ser contemplada para los cálculos de torque.

Datos del servomotor:

Marca = *Allen Bradley*

Modelo = MPL-B4540F-H

Velocidad nominal (*Rated Speed*) = 3000 rpm.

Torque pico (*Peak Stall Torque*) = 27.1 Nm.

J_M = Momento de inercia del servomotor (*Rotor Inertia*) = 0.00052 kg m²

El principal dato que se obtuvo de la placa del servo motor es el modelo y la marca, se utilizó la tabla 5.2 para encontrar todos los datos requeridos.

5.4.1.1 Cálculo de velocidad y aceleración angular.

Con los datos de longitud de la bobina lo primero que tenemos que hacer es determinar la cantidad de material que la bobina suministra por cada revolución, para esto calculamos el perímetro como sigue:

Perímetro del rollo con radio inicial:

$$P = \pi \cdot D = 2 \cdot \pi \cdot r \quad (5.9)$$

$$P = \pi \cdot 1.36 \text{ m}$$

$$P = 4.2725 \text{ m} = \frac{34}{25} \pi \text{ m}$$

Del resultado anterior se determina que por cada revolución de la flecha de montaje se suministran 4.2725m de material a la máquina. Con estos datos podemos calcular la velocidad (n) en rpm's y la aceleración angular (ω) en Rad/s².

$$n = \left(\frac{1 \text{ rev}}{4.2725 \text{ m}} \right) \left(106.75 \frac{\text{m}}{\text{min}} \right)$$

$$n = 24.9853 \text{ rpm}$$

Calculamos la velocidad angular, (referirse a la tabla 1.5 de ecuaciones generales):

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot 24.9853 \text{ rpm}$$

$$\omega = 156.9872 \text{ Rad}/_{min} = 2.6164 \text{ Rad}/_s$$

Calculamos la aceleración angular, (referirse a la tabla 1.5 de ecuaciones generales):

$$\alpha = \frac{\omega}{t}$$

$$\alpha = \frac{2.6164 \text{ Rad}/_s}{3 \text{ s}}$$

$$\alpha = 0.872133 \text{ Rad}/_{s^2}$$

Los datos encontrados serán utilizados para calcular el momento de inercia de los elementos que constituyen el servo mecanismo y la masa que este desplaza (bobina).

5.4.2 Método de aproximación de masa de los elementos mecánicos.

Se calcula el volumen de todos los elementos mecánicos con los que cuenta el sistema de transmisión, el método es tomar las dimensiones aproximadas sin tomar en cuenta los detalles de fabricación, posteriormente se calcula la masa de cada uno de los elementos considerando el materia del que fueron construidos.

Cálculo de volumen de la polea motriz:

$$V_T = V_E - V_I$$

En donde: V_E =Volumen exterior.

V_I =Volumen interior.

$$V_T = (\pi \times r_1^2 \times h) - (\pi \times r_2^2 \times h)$$

$$V_T = (\pi \times (0.048 \text{ m})^2 \times 0.021 \text{ m}) - (\pi \times (0.016 \text{ m})^2 \times 0.021 \text{ m})$$

$$V_T = 1.3511 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

Cálculo de masa de la polea motriz considerando su construcción en acero:

$$m = \rho \times V$$

$$m = \left(7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) (1.3511 \times 10^{-4} \text{ m}^3)$$

$$m = 0.3648 \text{ kg}$$

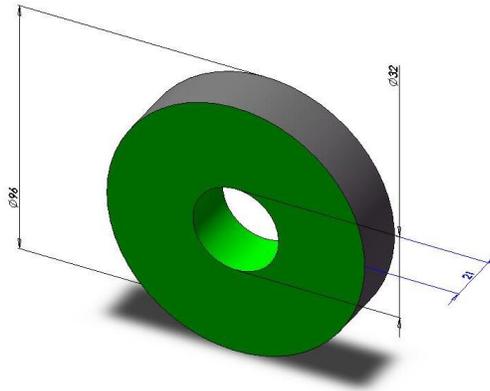


Figura 5.9 Dimensiones aproximadas de la polea motriz de transmisión principal con acoplamiento a la flecha de salida del reductor.

Cálculo de volumen de la polea conducida:

$$V_T = V_E - V_I$$

$$V_T = (\pi \times r_1^2 \times h) - (\pi \times r_2^2 \times h)$$

$$V_T = (\pi \times (0.072 \text{ m})^2 \times 0.021 \text{ m}) - (\pi \times (0.015 \text{ m})^2 \times 0.021 \text{ m})$$

$$V_T = 3.2716 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

Cálculo de masa de la polea inducida considerando su construcción en acero:

$$m = \rho \times V$$

$$m = \left(7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) (3.2716 \times 10^{-4} \text{ m}^3)$$

$$m = 0.88333 \text{ kg}$$

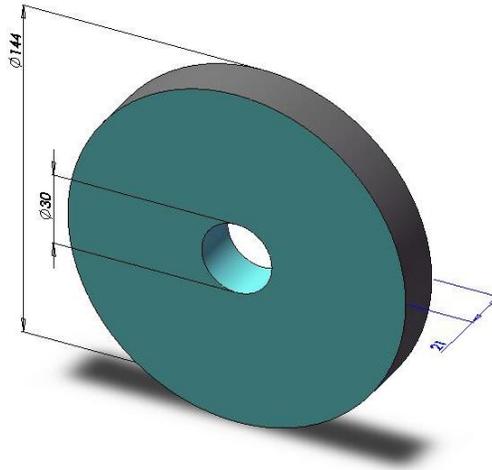


Figura 5.10 Dimensiones aproximadas de la polea conducida con acoplamiento directo a la transmisión principal.

Cálculo de volumen de flecha transmisión principal.

Se calcula el volumen dividiendo la flecha en dos secciones que permitirán calcular el momento de inercia por separado y sumado posteriormente al total correspondiente a la flecha. Una de las secciones será la de menor diámetro (acoplamiento polea inducida) y la otra la de mayor longitud (acoplamiento rodillo de montaje).

Cálculo de volumen de la flecha principal sección acoplamiento con rodillo de montaje:

$$V_T = (\pi \times r_1^2 \times h)$$

$$V_T = (\pi \times (0.025 \text{ m})^2 \times 0.485 \text{ m})$$

$$V_T = 9.5229 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

Cálculo de masa de la flecha principal sección acoplamiento con rodillo de montaje considerando su construcción en acero:

$$m = \rho \times V$$

$$m = \left(7850 \frac{kg}{m^3} \right) (9.5229 \times 10^{-4} m^3)$$

$$m = 7.4754 kg$$

Cálculo de volumen de la flecha principal sección acoplamiento con polea conducida:

$$V_T = V_E - V_I$$

$$V_T = (\pi \times r_1^2 \times h)$$

$$V_T = (\pi \times (0.015 m)^2 \times 0.035 m)$$

$$V_T = 2.474 \times 10^{-5} m^3$$

Cálculo de masa de la flecha principal sección acoplamiento con polea conducida considerando su construcción en acero:

$$m = \rho \times V$$

$$m = \left(7850 \frac{kg}{m^3} \right) (2.474 \times 10^{-4} m^3)$$

$$m = 0.1942 kg$$

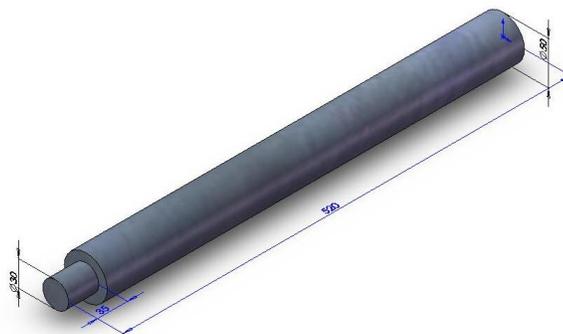


Figura 5.11 Dimensiones aproximadas de la flecha motriz con acoplamiento a la flecha inducida y al rodillo de montaje.

Cálculo de volumen del rodillo de montaje:

$$V_T = V_E - V_I$$

$$V_T = (\pi \times r_1^2 \times h) - (\pi \times r_2^2 \times h)$$

$$V_T = (\pi \times (0.085 \text{ m})^2 \times 0.145 \text{ m}) - (\pi \times (0.025 \text{ m})^2 \times 0.145 \text{ m})$$

$$V_T = 3.0065 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

Cálculo de masa del rodillo de montaje considerando su construcción en aluminio:

$$m = \rho \times V$$

$$m = \left(2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) (3.0065 \times 10^{-4} \text{ m}^3)$$

$$m = 8.1175 \text{ kg}$$

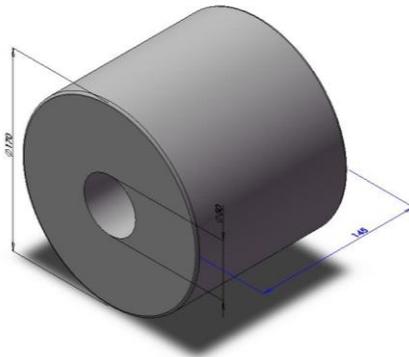


Figura 5.12 Dimensiones aproximadas del rodillo de montaje con acoplamiento a la flecha principal.

Los datos de masa calculados anteriormente forman parte de todo el sistema mecánico que será desplazado por la flecha de salida del reductor, lógicamente que el elemento más importante y de mayor radio es la bobina de material. Teniendo en cuenta lo que hemos aprendido sabemos que los elementos con mayor radio de giro, son los que presentan mayor momento de inercia aun para bajas aceleraciones, es por esto que los detalles de los elementos secundarios como poleas y flechas de transmisión no se toman en cuenta ya que incluso para este proceso de validación podrían ser despreciados y solo nos basaríamos a las dimensiones de la bobina de material. La figura 5.13 muestra todos los elementos mecánicos a considerar en el cálculo de momento de inercia. El resultado determinara si el reductor y el servo motor

Momento de inercia de la polea conducida:

$$m = 0.88333 \text{ kg}$$

$$J_2 = \frac{1}{2} m (r_1^2 + r_2^2)$$

$$J_2 = \frac{1}{2} [0.88333 \text{ kg} ((0.072 \text{ m})^2 + (0.015 \text{ m})^2)]$$

$$J_2 = 2.38889 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$$

Momento de inercia de la flecha de trasmisi3n principal acoplamiento rodillo de montaje:

$$m = 7.4754 \text{ kg}$$

$$J_1 = \frac{mr^2}{2}$$

$$J_1 = \frac{7.4754 \text{ kg} \times 0.025^2}{2}$$

$$J_1 = 2.33606 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$$

Momento de inercia de la flecha de trasmisi3n principal acoplamiento polea conducida:

$$m = 0.1942 \text{ kg}$$

$$J_1 = \frac{mr^2}{2}$$

$$J_2 = \frac{0.1942 \text{ kg} \times 0.015^2}{2}$$

$$J_2 = 2.1847 \times 10^{-5} \text{ kg m}^2$$

Momento de inercia del rodillo de montaje:

$$m = 8.1175 \text{ kg}$$

$$J_2 = \frac{1}{2} m (r_1^2 + r_2^2)$$

$$J_2 = \frac{1}{2} [8.1175 \text{ kg} ((0.085 \text{ m})^2 + (0.025 \text{ m})^2)]$$

$$J_2 = 0.0318613 \text{ kgm}^2$$

Momento de inercia bobina de material

$$m_{\text{bobina}} = 120 \text{ kg}$$

$$J_2 = \frac{1}{2} m (r_1^2 + r_2^2)$$

$$J_2 = \frac{1}{2} [120 \text{ kg} ((1.36 \text{ m})^2 + (0.17 \text{ m})^2)]$$

$$J_2 = 117.71 \text{ kgm}^2$$

5.4.4 Cálculo de torque de los elementos mecánicos del sistema lineal.

En el capítulo 5.4.1.1 calculamos la velocidad y la aceleración necesaria para que la bobina de material iguale el desplazamiento lineal con el de la máquina que se encuentra en movimiento, estas características de funcionalidad han sido proporcionadas por el comportamiento de la máquina y las características de operación de la misma. Para continuar el desarrollo se debe tomar en cuenta que la transmisión actual está dividida en dos secciones que presentan diferentes velocidades y aceleraciones. Para calcular el torque necesario para desplazar la bobina de material se observa que todos aquellos elementos que se encuentran en el mismo eje de transmisión serán considerados en el cálculo. En la figura 5.14 se muestran los elementos

que pertenecen al eje de transmisión los cuales serán considerados sus momentos de inercia para el cálculo de torque en este punto del servo mecanismo.

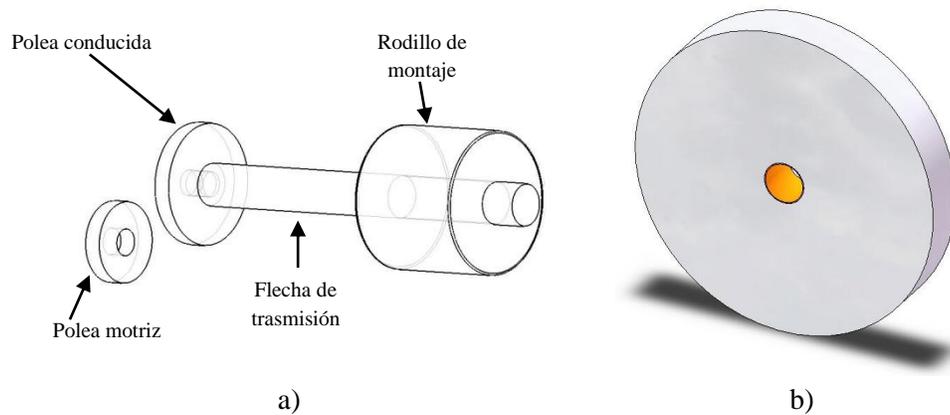


Figura 5.14 a) Elementos mecánicos a considerar en el cálculo torque. b) Bobina de material acoplada al eje de transmisión principal

Basándonos en la figura 5.14 se determina que la polea motriz no se encuentra sobre el eje principal y se considera que esta tiene diferente velocidad y aceleración angular, debido a esto no se tomara en cuenta para el cálculo de torque referido a la flecha principal.

A continuación se enlistan los momentos de inercia de los elementos a considerar en al cálculo del torque:

Momento de inercia de la polea conducida:

$$J_2 = 2.38889 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$$

Momento de inercia de la flecha de trasmisión principal acoplamiento rodillo de montaje:

$$J_2 = 2.33606 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$$

Momento de inercia de la flecha de trasmisión principal acoplamiento polea conducida:

$$J_2 = 2.1847 \times 10^{-5} \text{ kg m}^2$$

Momento de inercia del rodillo de montaje:

$$J_2 = 0.0318613 \text{ kgm}^2$$

Momento de inercia bobina de material

$$J_2 = 117.71 \text{ kgm}^2$$

Lo siguiente es sumar los momentos de inercia y obtener el total correspondiente al servo mecanismo, incluyendo la bobina de material.

$$J_T = (2.38889 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2) + (2.38889 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2) + (2.1847 \times 10^{-5} \text{ kg m}^2) \\ + (0.0318613 \text{ kgm}^2) + (117.71 \text{ kgm}^2)$$

$$J_T = 117.71666 \text{ kgm}^2$$

El resultado de momento de inercia total en su mayor parte está constituido del momento de inercia del rodillo de montaje y el momento de inercia de la bobina de material, los elementos más pequeños y de menor diámetro son despreciables en este tipo de análisis, debido a la diferencia representativa entre el objeto de mayor radio de giro y el radio de los elementos que proporcionan el movimiento angular.

Con el momento de inercia calculado procedemos a calcular el torque referido a la flecha de transmisión principal utilizando la aceleración calculada en el capítulo 5.4.1.1, para esto utilizaremos la ecuación 4.8 que determina el torque máximo de aceleración.

$$T_2 = J_2 \cdot \alpha_2 \quad (4.8)$$

$$T_2 = 117.71666 \text{ kgm}^2 \times 0.872133 \text{ Rad/s}^2$$

$$T_2 = 102.664583 \text{ Nm}$$

5.4.5 Comprobación y cálculo de torque.

Esta es la parte final del análisis de capacidad de los elementos que constituyen el servo mecanismo. Sabemos que el torque en la flecha de transmisión no es el mismo que el torque al que se expone la flecha de salida del reductor, esto es generado por el acoplamiento entre poleas existente entre la flecha de salida del reductor y la flecha de transmisión principal. En el capítulo 5.4.1 se determina que la relación de transmisión generada por las poleas (i_{poleas}) es de 1.5 solo considerando el número de dientes con los que cada polea cuenta. En la imagen 5.4 se puede ver la relación de transmisión definida por las poleas motriz y conducida. Conociendo la relación de transmisión y el torque en la flecha de transmisión calculamos el torque referido a la flecha del reductor de la siguiente manera:

$$T_{2R} = 102.664583 \text{ Nm} / 1.5$$

$$T_{2R} = 68.443055 \text{ Nm}$$

En donde T_{2R} es el torque máximo de aceleración referido a la flecha del reductor con la existencia de reducción entre poleas.

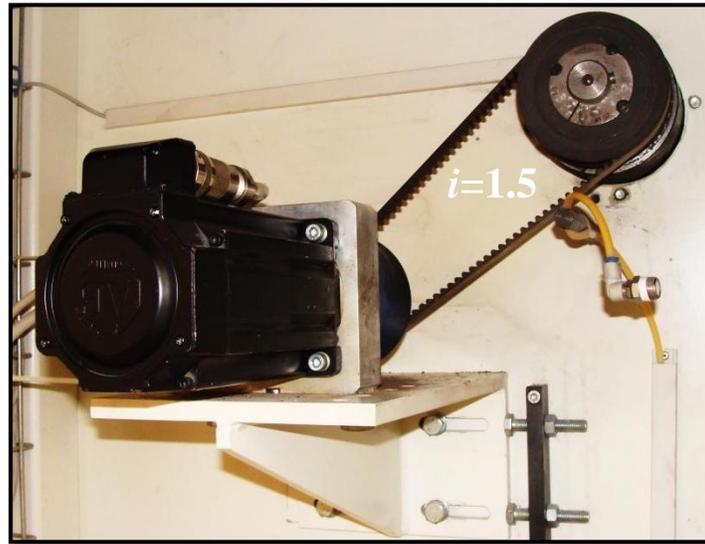


Imagen 5.4 Relación de transmisión entre polea motriz y polea conducida del sistema lineal.

El torque máximo de aceleración calculado (T_{2R}), es el cual la flecha de salida del reductor soportara y debe estar diseñando para absorber esta carga. De las características de diseño sabemos que el reductor soporta como máximo torque de aceleración (T_{2B}) la cantidad de 305 Nm en la flecha de salida (ver apéndice) y el torque calculado es considerable mente menor.

Dado que:

$$T_{2R} < T_{2B}$$

Se considera que el reductor de velocidad es apto para la aplicación e incluso se considera que existe un rango correspondiente al límite máximo en proporción a la velocidad de la máquina.

Por último se calcula el torque referido a la entrada del reductor de velocidad, que es igual al torque del servo motor (T_M) necesario para mover todo el sistema, para esto solo se considera la relación de reducción del reductor y se calcula como sigue:

$$T_M = 68.443055 \text{ Nm} / 3$$

$$T_M = 22.814351 \text{ Nm}$$

Dado que el torque máximo de aceleración del servo motor instalado en esta aplicación, es mayor que el torque requerido para mover todo el sistema, se considera que el servo motor es el adecuado para la aplicación que se ha presentado en este ejemplo.

RESULTADOS

Los ejemplos sencillos y prácticos presentados en el último capítulo, brindan la capacidad de deducción del comportamiento correspondiente al movimiento de un servo mecanismo. La base de entendimiento radicó en comprender las ramas de la física que intervienen en el control de posición de un servo mecanismo, así como los principales elementos que lo conforman. Al interpretar los parámetros a los que este está sometido (principalmente velocidad y aceleración), se puede estimar el torque necesario para desplazar un objeto que forma parte de un sistema mecánico. Las aplicaciones reales expuestas permiten hacer analogías al momento de realizar el estudio y desarrollo de sistemas parecidos encontrados en la industria. Una característica sobre toda la información presentada es que permite la comprobación de los métodos de desarrollo con la exactitud que el investigador desee, la sencillez con la que son expuestos permite reflexionar y entender cuáles son los elementos que realmente deben ser considerados en el cálculo y cuales se deben despreciar por no ser representativos, al final, este tipo de decisiones quedaran al criterio del diseñador.

DISCUSIÓN

Durante el trascurso de esta investigación se encontró que la realización de cálculos para control de posición utilizando como base servo motores de baja inercia, depende de las características dinámicas de movimiento de los elementos a mover. Todo el conocimiento adquirido se enfoca en encontrar la relación de momentos de inercia que presenta la masa incluyendo el reductor y el momento de inercia del rotor del servo motor, esta debe ser menor a diez, encontrando que cuando se cumple esta condición el torque para el cual está diseñado el reductor y el que proporciona el servo motor, no tendrán que ser calculados de manera posterior, lo único que se necesita considerar es la capacidad que los elementos proporcionan respecto a la velocidad angular del sistema. En esta etapa se terminan los resultados de los cálculos y se da paso a un proceso de selección basado en la ubicación de los elementos con la ayuda de tablas y manuales de referencia, un proceso que solo depende de proponer y encontrar un resultado que cumpla con las características de torque, velocidad y relación de inercia.

CONCLUSIONES

Actualmente en la industria se utilizan nuevas tecnologías con el propósito de ser más competitivos en este sector. La utilización de servo mecanismos para desarrollo de máquinas de manufactura genera la necesidad de conocimiento y desarrollo basado en el principio fundamental del comportamiento de los elementos que lo componen.

Es claro que para ser competitivo se requiere la base del conocimiento para la comprensión y entendimiento de cada uno de los elementos que conforman un servo mecanismo. Dado que hasta el momento no existe suficiente información que promueva el desarrollo de este tipo de sistemas se determina que este trabajo será de gran utilidad para aquellos que se relacionen con elementos de automatización como el servo motor y que hayan decidido realizar ingeniería sin necesidad de recurrir de alguna organización especializada en el tema.

BIBLIOGRAFIA

Raymond A. Serway & John W. Jewett, Jr. (2008). *Física para ciencias e ingeniería* (Septima ed.). Mexico, DF: CENGAGE Learning. ISBN: 13-978-970-686-822-0

Muhammad H. Rashid (2004). *Electrónica de potencia* (Tercera ed.). México: Pearson Pretice Hall. ISBN: 970-26-0532-6

R. C. Hibbeler (2004). *Mecánica vectorial para ingenieros dinámica* (Decima ed.). México: Pearson Pretice Hall. ISBN 970-26-0500-8

R. C. Hibbeler (2004). *Mecánica vectorial para ingenieros estática* (Decima ed.). México: Pearson Pretice Hall. ISBN 970-26-0501-6

Irving L. Kosow (1975). *Máquinas eléctricas y transformadores* (1a. ed.). Barcelona España: Reverte. ISBN: 84-291-3045-4

Ferdinand P. Beer & E. Russel Johnston, Jr & William E. Clausen (2007). *Mecánica vectorial para ingenieros Dinámica* (Octava ed.). México, DF: McGraw-Hill Interamericana. ISBN-13: 978-970-10-6102-2

Gettys, Keller & Skove (2005). *Física para ingenierías y ciencias* (2a. ed.). México, DF: McGraw-Hill Interamericana. ISBN: 970-10-4893-8

Raymond A. Serway, John W. Jewett, Jr., Robert W Soutas-Little, Daniel J. Inman & Daniel S. Balint (2010). *Física e ingeniería mecánica* (1a. ed.). México, DF: CENGAGE Learning. ISBN: 13: 978-607-481-248-0

Sabri Cetinkunt (2007). *Mecatrónica* (1a. ed.). México, DF: Grupo editorial patria. ISBN: 978-970-817-0760-5

Robert L. Norton (2009). *Diseño de maquinaria* (Cuarta ed.). México, DF: McGraw-Hill. ISBN: 978-970-10-6884-7

E. Fitzgerald, Charls Kingsley, Jr. & Stephen D. Umans (2004). *Máquinas eléctricas* (Sexta ed.). México, DF: McGraw-Hill. ISBN: 970-10-4052-X

APENDICE



TABLAS DE Densidad y Peso Específico

LA DENSIDAD Y EL PESO ESPECIFICO

La **densidad** de una sustancia se define como el **masa** de esa sustancia por unidad de **volumen**, esto es el resultado de dividir la **masa** conocida (Kgrs) entre un **volumen** conocido (cm³).

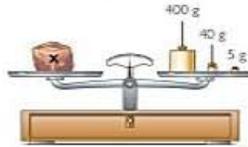
$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{Kgrs}{m^3}$$

* Aunque Kgrs/m³ es la unidad de **densidad** del Sistema Internacional, también es muy común el uso de grs/cm³.

El **peso específico** de una sustancia se define como el **peso** de esa sustancia por unidad de **volumen**, esto es el resultado de dividir un **peso** conocido (N) entre un **volumen** conocido (cm³).

$$\delta = \frac{P}{V} = \frac{N}{m^3}$$

* La unidad de **peso específico** del Sistema Internacional, es el N/m³ y en el Sistema Técnico es Kgr/m³



Existe una relación entre **densidad** y **peso específico** y es la **fuerza de la gravedad** ya que el peso "P" es igual a la **masa "M"** por la aceleración de la gravedad.

$$\delta = \frac{P}{V} = \frac{mg}{V} = \rho g$$

AGUNOS EJEMPLOS DE DENSIDAD Y PESO ESPECIFICO DE GASES

GAS	DENSIDAD	PESO ESPECIFICO
	Kgrs/m ³	N/m ³
HIDROGENO	0,089	0,872
HELIO	0,178	1,744
METANO	0,717	7,027
NITOGENO	1,25	12,25
AIRE	1,293	12,671
OXIGENO	1,429	14,004
DIOXIDO DE CARBONO	1,6	15,68
ARGON	1,784	17,483
PROPANO	1,83	17,934
BUTANO	2,6	25,48

AGUNOS EJEMPLOS DE DENSIDAD Y PESO ESPECIFICO DE LIQUIDOS

LIQUIDO	DENSIDAD	PESO ESPECIFICO
	grs/cm ³	N/m ³
GASOLINA	0,68	6,660
ALCOHOL ETILICO	0,78	7,640
ACETONA	0,79	7,740
PETROLEO	0,8	7,840
ETANOL	0,81	7,940
ACEITE	0,92	9,015
AGUA DESTILADA	1	9,800
CERVEZA	1,010	9,900
AGUA DE MAR	1,027	10,065
LECHE	1,03	10,100
GLICERINA	1,26	12,350
COLOR FORMO	1,475	14,485
SANGRE	1,48 - 1,60	14,500-15,680
MERCURIO	13,58	133,085

LOS DATOS CONTENIDOS EN ESTA HOJA SON MERAMENTE INFORMATIVOS, Y SON EL RESULTADO DE RECOLECCIONES INFORMACION POR PARTE DE ATPP EN DIFERENTES FUENTES Y AUTORES. ATPP NO ASUME NINGUNA RESPONSABILIDAD SOBRE LOS CALCULOS QUE SE PUEDAN REALIZAR UTILIZANDO DATOS CONTENIDOS EN ESTA FICHA. SE OCHO INFORMACIÓN, INDEPENDIENTEMENTE DE QUE SEAN DE PROPIEDAD DE TERCEROS, TRANSMITIDOS INDEBIDAMENTE DE LOS DATOS.

AGUNOS EJEMPLOS DE DENSIDAD Y PESO ESPECIFICO DE SOLIDOS

SOLIDO	DENSIDAD	PESO ESPECIFICO
	grs/cm ³	N/m ³
POLIURETANO	0,04	392
CORCHO	0,24	2.350
PINO	0,31 - 0,76	3.040-7.450
HAYA	0,66 - 0,83	6.470-8.135
ENCINA	0,69 - 1,03	6.760-10.100
ROBLE	0,81 - 1,07	7.940-10.485
HIELO	0,92	9.015
CAUCHO	0,95	9.310
MAGNESIO	1,74	17.050
LADRILLOS	1,84	18.030
ALABASTRO	2,3	22.540
HORMIGON	2,4 - 2,5	23.520-24.500
VIDRIO	2,5	24.500
CUARZO	2,5 - 2,8	24.500-27.440
MARMOL ORDINARIO	2,5 - 2,85	24.500-27.930
GRANITO	2,51 - 3,05	24.600-29.890
ALUMINIO	2,7	26.460
DIAMANTE	3,52	34.496
ESTAÑO	7,31	71.640
BRONCE	7,4	72.520
ACERO	7,85	76.930
HIERRO	7,87	77.165
LATON	8,6	84.280
COBRE	8,96	87.810
PLATA	10,50	102.900
PLOMO	11,34	111.130
URANIO	19,05	186.690
ORO	19,3	189.140
PLATINO	21,45	210.700

+34 933 396 203

C. PALAUTORDERA 36
POL. IND. CAN PRAT
08450 LLINARS DEL VALLES

APARTADO DE CORREOS 14074
08080 · BARCELONA · SPAIN

OFICINATECNICA@ATPPLLEAL.COM

Nuevos tiempos, nuevos conceptos

Oftrecemos servicios, aportamos soluciones

Nuestro objetivo, su solución

WWW.ATPPLLEAL.COM



INFO TECNICAS



MP-Series™ Low-Inertia Motors



Brushless servo motors with absolute feedback

The Allen-Bradley® MP-Series Low-Inertia, high-output brushless servo motors use innovative design characteristics to reduce motor size while delivering significantly higher torque. These compact and highly dynamic brushless servo motors from Rockwell Automation are designed to meet the demanding requirements of high-performance motion systems. This series of servo motors is typically used with the Allen-Bradley Kinetix® 6000, Kinetix 6200, Kinetix 6500, Kinetix 300, and Kinetix 350 servo drive families. Available in nine frame sizes, these motors provide continuous stall torque from 0.26 to 163 Nm (2.3-1440 lb-in.) and peak torque from 0.77 to 278 Nm (6.8-2460 lb-in.)

MP-Series Low-Inertia Motors Provide:

- Innovative winding technology yields up to 40% higher torque per unit size than conventional servo motors
- Improved winding insulation material for enhanced thermal management and heat transfer, resulting in higher performance
- High-energy rare-earth magnets for quicker acceleration
- New SpeedTEC DIN connectors allow flexible orientation of connectors and use of a single cable family with all MP-Series motors
- Integral 24-volt brake option
- Broad torque range – all within one motor family
- Optional Shaft Seal for IP 66 environmental rating
- Standard IEC 72-1 mounting dimensions
- Operating temperature range: 0 - 40° C (32 - 104° F)
- The MP-Series Low-Inertia Motors are UL recognized components to applicable UL and CSA standards and CE marked for all applicable directives.



Applications where more power is required in a smaller package will benefit from the use of MP-Series Low-Inertia Motors. Typical applications include: packaging, converting, electronics assembly, automotive, metal forming and material handling.

High-Performance Feedback

MP-Series Low-Inertia motors are available with high performance encoders with a choice of single-turn or multi-turn high-resolution feedback.

- Up to 2 million counts per revolution for smooth performance and precise control (MPL-A/B3xx, -A/B4xx, -A/B45xx, -A/B5xx, -B6xx, -B8xx, and -B9xx motors)
- Up to 260 thousand counts per revolution for smooth performance and precise control (MPL-A/B15xx and -A/B2xx motors)
- Multi-turn encoder provides high-resolution absolute position feedback within 4096 turns. The electromechanical design does not require a battery
- MP-Series servo motors with high resolution encoders may be used as a component of the Kinetix safe-off feature

Smart Motor Technology

- On-board memory retains motor identity
- Communication link automatically reports identity to the system upon startup for reduced commissioning time



230 Volt Motor Specifications

Catalog Number	Rated Speed rpm	Rated Output kW	Rotor Inertia* kg-m ² (lb-in.-s ²)	Continuous Stall Torque Nm (lb-in.)	Peak Stall Torque Nm (lb-in.)	Continuous Stall Current Amperes (0-peak)	Peak Stall Current Amperes (0-peak)
MPL-A1510V	8000	0.16	0.0000074 (0.000065)	0.26 (2.3)	0.77 (6.8)	1.1	3.4
MPL-A1520U	7000	0.27	0.000013 (0.00012)	0.49 (4.3)	1.58 (14)	1.8	6.1
MPL-A1530U	7000	0.39	0.000023 (0.00020)	0.90 (8.0)	2.82 (25)	2.8	10.1
MPL-A210V	8000	0.37	0.000015 (0.00013)	0.55 (4.9)	1.52 (14)	3.1	10.2
MPL-A220T	6000	0.62	0.000039 (0.00035)	1.61 (14)	4.74 (42)	4.5	15.5
MPL-A230P	5000	0.86	0.000063 (0.00056)	2.10 (19)	8.20 (73)	5.4	23.0
MPL-A310P	5000	0.73	0.000044 (0.00039)	1.58 (14)	3.61 (32)	4.9	14.0
MPL-A310F	3000	0.46	0.000044 (0.00039)	1.58 (14)	3.61 (32)	3.2	9.3
MPL-A320P	5000	1.3	0.000078 (0.00069)	3.05 (27)	7.91 (70)	9.0	29.5
MPL-A320H	3500	1.0	0.000078 (0.00069)	3.05 (27)	7.91 (70)	6.1	19.3
MPL-A330P	5000	1.8	0.00012 (0.0010)	4.18 (37)	11.1 (98)	12.0	38.0
MPL-A420P	5000	2.0	0.00026 (0.0023)	4.74 (42)	10.2 (90)	12.7	46.0
MPL-A430P	5000	2.2	0.00038 (0.0033)	5.99 (53)	19.8 (175)	16.8	67.0
MPL-A430H	3500	1.8	0.00038 (0.0033)	6.21 (55)	19.8 (175)	12.2	45.0
MPL-A4530F	2800	1.9	0.00040 (0.0036)	8.36 (74)	20.3 (180)	13.4	42.0
MPL-A4530K	4000	2.5	0.00040 (0.0036)	8.13 (72)	20.3 (180)	19.5	62.0
MPL-A4540C	1500	1.5	0.00052 (0.0046)	10.2 (90)	27.1 (240)	9.4	29.0
MPL-A4540F	3000	2.6	0.00052 (0.0046)	10.2 (90)	27.1 (240)	18.4	58.0
MPL-A4560F	3000	3.0	0.00078 (0.0067)	14.1 (125)	34.4 (305)	22.0	66.0
MPL-A520K	4000	3.5	0.000783 (0.0069)	10.7 (95)	24.3 (215)	23.0	65.0
MPL-A540K	4000	5.5	0.00147 (0.013)	19.4 (172)	48.6 (430)	41.5	120.0
MPL-A560F	3000	5.3	0.00213 (0.019)	26.8 (237)	61.0 (540)	42.0	120.0

*Rotor inertia values shown are for non-brake encoder motors. Inertias are higher for brake and resolver versions of the motors. The incremental encoder and resolver versions are available in limited sizes.

In addition to the MP-Series Low Inertia servo motors, Rockwell Automation offers a variety of other Allen-Bradley MP-Series motors, enabling you to use exactly the right motor for your application.

Motor	Description	Features	Applications
	MP-Series Food Grade Motors combine the characteristics of the MP-Series Low-Inertia Motors with features specifically designed to meet the unique needs of many food and beverage packaging and handling applications. These motors address the challenges of food environments by incorporating improved sealing techniques and non-corrosive food grade fasteners and coatings.	<ul style="list-style-type: none"> • Can be used in close proximity to food • IP66 and IP67 for low pressure wash and incidental spillage protection • Dilute cleaning compounds can be used • Durable two-part food-grade epoxy • Food-grade grease • All stainless steel fasteners and shaft • High-resolution feedback standard • Speeds up to 5000 rpm 	<ul style="list-style-type: none"> • Food packaging • Volumetric filling • Form, fill, seal • Food handling • <i>For meat, poultry, dairy, and applications, the MP-Series Stainless Steel motors are recommended</i>
	MP-Series Stainless Steel Motors are specifically designed to meet the unique needs of hygienic environments. Use these servo motors even in high pressure, highly caustic washdown conditions, such as meat and poultry and dairy applications.	<ul style="list-style-type: none"> • Can be used in close proximity to food • IP66, IP67 and IP69K for 1200 psi caustic washdown • Smooth, passivated 300 series stainless steel cylindrical exterior • Factory sealed and leak tested • High-resolution feedback standard 	<ul style="list-style-type: none"> • Meat, poultry and dairy • Food slicing and filling • Raw food handling • Processing • Closing machinery • Life science • Consumer products

460 Volt Motor Specifications

Catalog Number	Rated Speed rpm	Rated Output kW	Rotor Inertia* kg-m ² (lb-in.-s ²)	Continuous Stall Torque Nm (lb-in.)	Peak Stall Torque Nm (lb-in.)	Continuous Stall Current Amperes (0-peak)	Peak Stall Current Amperes (0-peak)
MPL-B1510V	8000	0.16	0.0000074 (0.000065)	0.26 (2.3)	0.77 (6.8)	.95	3.1
MPL-B1520U	7000	0.27	0.000013 (0.00012)	0.49 (4.3)	1.58 (14)	1.8	6.1
MPL-B1530U	7000	0.39	0.000023 (0.00020)	0.90 (8.0)	2.82 (25)	2.0	7.2
MPL-B210V	8000	0.37	0.000015 (0.00013)	0.55 (4.9)	1.52 (13)	1.8	5.8
MPL-B220T	6000	0.62	0.000039 (0.00035)	1.61 (14)	4.74 (42)	3.3	11.3
MPL-B230P	5000	0.86	0.000063 (0.00056)	2.10 (19)	8.20 (73)	2.6	11.3
MPL-B310P	5000	0.77	0.000044 (0.00039)	1.58 (14)	3.61 (32)	2.4	7.1
MPL-B320P	5000	1.5	0.000078 (0.00069)	3.05 (27)	7.91 (70)	4.5	14.0
MPL-B330P	5000	1.8	0.00012 (0.0010)	4.18 (37)	11.1 (98)	6.1	19.0
MPL-B420P	5000	1.9	0.00026 (0.0023)	4.74 (42)	13.5 (120)	6.4	22.0
MPL-B430P	5000	2.2	0.00038 (0.0033)	6.55 (58)	19.8 (175)	9.2	32.0
MPL-B4530F	3000	2.1	0.00040 (0.0036)	8.25 (73)	20.3 (180)	7.0	21.0
MPL-B4530K	4000	2.6	0.00040 (0.0036)	8.25 (73)	20.3 (180)	11.0	31.0
MPL-B4540F	3000	2.6	0.00052 (0.0046)	10.2 (90)	27.1 (240)	9.1	29.0
MPL-B4560F	3000	3.2	0.00078 (0.0067)	14.1 (125)	34.4 (305)	11.8	36.0
MPL-B520K	4000	3.5	0.000783 (0.0069)	10.7 (95)	23.2 (205)	11.5	33.0
MPL-B540D	2000	3.4	0.00147 (0.013)	19.4 (172)	41.0 (362)	10.5	23.0
MPL-B540K	4000	5.4	0.00147 (0.013)	19.4 (172)	48.6 (430)	20.5	60.0
MPL-B560F	3000	5.5	0.00213 (0.019)	26.8 (237)	67.8 (600)	20.6	68.0
MPL-B580F	3000	7.1	0.00289 (0.023)	34.0 (301)	87.0 (770)	26.0	94.0
MPL-B580J	3800	7.9	0.00289 (0.023)	34.0 (301)	87.0 (770)	32.0	115.0
MPL-B640F	3000	6.1	0.00400 (0.0354)	36.7 (325)	72.3 (640)	32.1	65.0
MPL-B660F	3000	6.15	0.00580 (0.051)	48.0 (425)	101.1 (895)	38.5	96.0
MPL-B680D	2000	9.3	0.00775 (0.0685)	62.8 (556)	154.2 (1365)	34.0	94.0
MPL-B680F	3000	7.5	0.00775 (0.0685)	60.0 (531)	108.5 (960)	48.0	96.0
MPL-B680H	3500	7.5	0.00775 (0.0685)	60.0 (531)	146.9 (1300)	51.0	140.0
MPL-B860D	2000	12.5	0.0169 (0.150)	83.0 (735)	152.5 (1350)	47.5	95.5
MPL-B880C	1500	12.6	0.0224 (0.198)	110.0 (973)	203.0 (1800)	47.5	97.5
MPL-B880D	2000	12.6	0.0224 (0.198)	110.0 (973)	147.0 (1300)	67.0	96.0
MPL-B960B	1200	12.7	0.0273 (0.242)	130.0 (1150)	231.0 (2050)	42.5	94.0
MPL-B960C	1500	14.8	0.0273 (0.242)	124.3 (1100)	226.0 (2000)	55.0	125.0
MPL-B960D	2000	15.0	0.0273 (0.242)	124.3 (1100)	226.0 (2000)	70.0	125.0
MPL-B980B	1000	15.2	0.0354 (0.313)	162.7 (1440)	278.0 (2460)	40.0	94.0
MPL-B980C	1500	16.8	0.0354 (0.313)	158.2 (1400)	271.0 (2400)	68.0	140.0
MPL-B980D	2000	18.6	0.0354 (0.313)	158.2 (1400)	260.0 (2300)	79.0	140.0
MPL-B980E	2750	13.0	0.0354 (0.313)	141.0 (1250)	237.0 (2100)	105.0	230.0

*Rotor inertia values shown are for non-brake encoder motors. Inertias are higher for brake and resolver versions of the motors. The incremental encoder and resolver versions are available in limited sizes.

Connectors and Cables

New SpeedTEC DIN connector versions of MP-Series Low-Inertia Motors allow flexible orientation of connectors and use of a single cable family with all MP-Series motors.

The SpeedTEC DIN connectors are designed to provide a quick, one-quarter turn connection. This provides an easy, yet secure servo connection.

The connectors meet a wide range of codes and standard requirements:

- UL-Listed
- NFPA 79 compliant
- DESINA cable jacket coloring
- Tray cable rating
- RoHS and REACH
- 600V insulation rating

Motor Cables

Rockwell Automation offers a comprehensive selection of power, feedback, and brake cables for your MP-Series motors. Offerings include standard and continuously flexing cables, in lengths ranging from 1 meter to 90 meters.

The continuously flexing power and brake cables comply with RoHS and NFPA-79 tray ratings, and are composed of UL-listed bulk cable. Jacket coloring is compliant with DESINA specifications.

Motor Accessories

Shaft seal kits are available for all frame sizes of the MP-Series Low Inertia motors. When installed correctly, the seals yield an IP66 rating at the shaft. Note that shaft seals are wearing parts that will need to be replaced periodically. Refer to the Motion Control Selection Guide to select the shaft seal kit for your specific motor.

Motor-end connector kits are available for most MP-Series motors. They are used by customers who choose to build their own cables. The kits utilize metallic backshells, compression-style sealing to the cable jacket, and are solder-style or crimp-style connector sockets depending on the kit. Crimping tools are offered by Rockwell Automation for crimp-style sockets.

For more information refer to our website, www.ab.com/motion, or the Kinetics selection guide GMC-SG007X.

Allen-Bradley and Kinetics are registered trademarks of Rockwell Automation. SERCOS Interface is a trademark of InterestsGroup SERCOS Interface e.VofStuttgart, Germany.

www.rockwellautomation.com

Power, Control and Information Solutions Headquarters

Americas: Rockwell Automation, 1201 South Second Street, Milwaukee, WI 53204-2496 USA, Tel: (1) 414.382.2000, Fax: (1) 414.382.4444

Europe/Middle East/Africa: Rockwell Automation NV, Pegasus Park, De Kleetlaan 12a, 1831 Diegem, Belgium, Tel: (32) 2 663 0600, Fax: (32) 2 663 0640

Asia Pacific: Rockwell Automation, Level 14, Core E, Cyberport 3, 100 Cyberport Road, Hong Kong, Tel: (852) 2887 4788, Fax: (852) 2508 1846

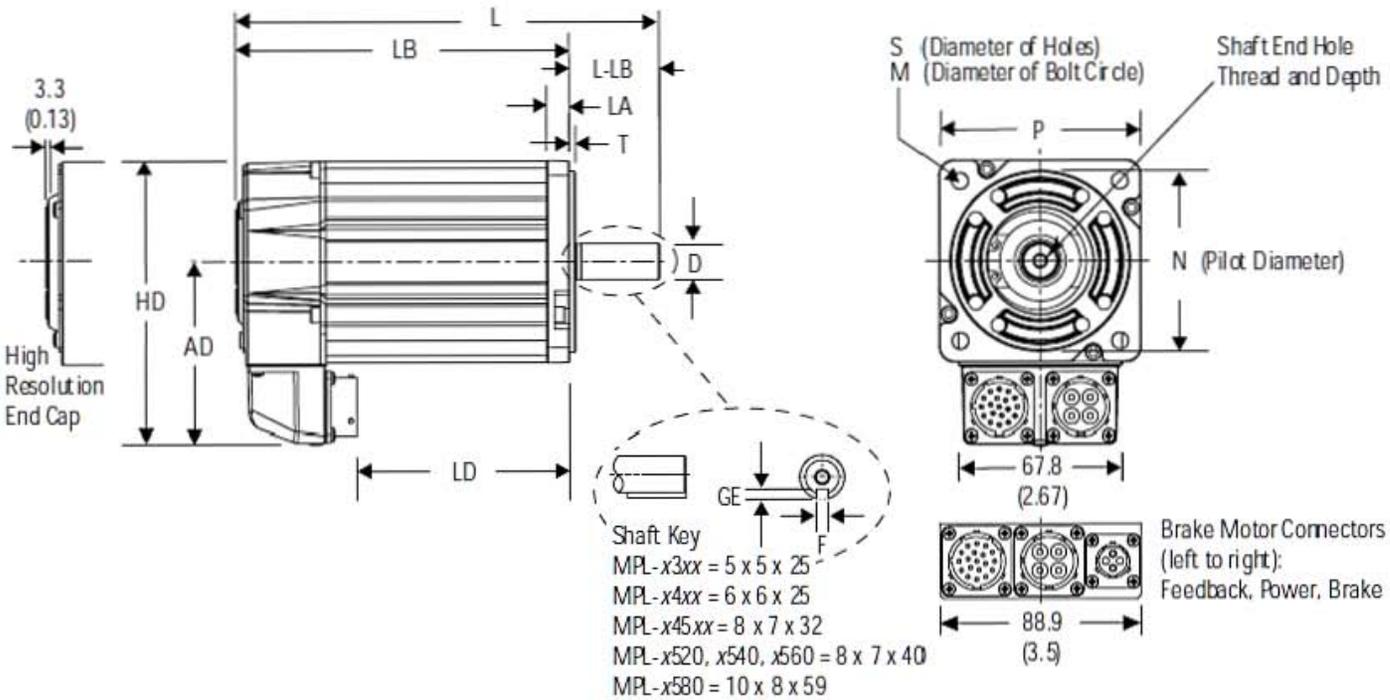


Cables are available for MP-Series Motors and other Allen-Bradley motors and actuators with DIN style connectors.

Mounting Dimensions

Motors are designed to metric dimensions (mm), inch dimensions (in.) are conversions

Figure 1 References for Motor Dimensions



Note: Electronic zero (index pulse or Stegmann ABS = 0) occurs when the shaft key or dimple (not shown) is aligned with the connectors (as shown).

Motor Series MPL-A or MPL-B	AD mm (in.)	D * mm (in.)	HD mm (in.)	L 1,2 mm (in.)	L-LB 3 mm (in.)	LA mm (in.)	LB 1,2 mm (in.)	LD 1 mm (in.)	M mm (in.)	N * mm (in.)	P mm (in.)	S 4 mm (in.)	T mm (in.)	F 5 mm (in.)	GE 6 mm (in.)	End of Shaft Thread and Depth of Hole
310	80.9 (3.19)	16.0 (0.629)	125.7 (4.95)	164.7 (6.49)	40.0 (1.58)	9.9 (0.39)	124.7 (4.91)	70.7 (2.78)	100.0 (3.937)	80.0 (3.15)	89.4 (3.52)	7.0 (0.28)	2.87 (0.113)	5.0 (0.20)	3.0 (0.12)	M5 x 0.8 x 12.5 (0.49)
320				190.1 (7.49)			150.1 (5.91)	96.1 (3.78)								
330				215.5 (8.49)			175.5 (6.91)	121.5 (4.78)								
420	83.9 (3.3)	19.0 (0.748)	132.8 (5.23)	186.5 (7.35)	40.0 (1.58)	10.2 (0.4)	146.5 (5.77)	92.5 (3.64)	115.0 (4.528)	95.0 (3.74)	98.3 (3.87)	10.0 (0.41)	2.87 (0.113)	6.0 (0.20)	3.5 (0.14)	M6 x 1.0 x 16 (0.63)
430				211.9 (8.35)			171.9 (6.77)	117.9 (4.64)								
4520	91.5 (3.6)	24.0 (0.945)	148.3 (5.84)	199.8 (7.87)	50.0 (1.97)	12.2 (0.48)	149.8 (5.90)	95.8 (3.77)	130.0 (5.118)	110.0 (4.331)	113.7 (4.48)	10.0 (0.41)	3.38 (0.133)	8.0 (0.31)	4.0 (0.158)	M8 x 1.25 x 19 (0.75)
4530				225.2 (8.87)			175.2 (6.90)	121.2 (4.77)								
4540				250.6 (9.87)			200.6 (7.90)	146.6 (5.77)								
4560				301.5 (11.87)			251.5 (9.90)	197.4 (7.77)								
520	106.2 (4.18)	28.0 (1.1)	178.1 (7.01)	233.7 (9.20)	60.0 (2.38)	13.97 (0.55)	173.7 (6.84)	115.8 (4.56)	165.0 (6.496)	130.0 (5.118)	143.5 (5.65)	12.0 (0.48)	3.38 (0.133)	8.0 (0.31)	4.1 (0.162)	M10 x 1.5-6H x 22 (0.87)
540				284.5 (11.20)			224.5 (8.84)	166.9 (6.57)								
560				335.3 (13.20)			275.3 (10.84)	217.7 (8.56)								
580		32.0 (1.26)		406.1 (15.99)	80.0 (3.15)		326.1 (12.84)	268.5 (10.57)						10.0 (0.39)	5.1 (0.20)	M12 x 1.75-6H x 28 (1.10)

1 Motors with brake, add this value to the dimension:
 MPL-x310 through -x330: add 34.5 mm (1.36 in.) to L, LB, and LD.
 MPL-x420 through -x4560: add 48.5 mm (1.91 in.) to L, LB, and LD.
 MPL-x520 through -x580 add 51.6 mm (2.03 in.) to L and LB, and 45.6 mm (1.79 in.) to LD.
 2 Motors with high-resolution feedback, add 3.3 mm (0.13 in.) to L and LB.
 * Refer to *Motion Control Selection Guide* (referenced on page 20) for tolerances on these measurements.

3 Tolerance for this dimension is ±0.7 (±0.028).
 4 Tolerance for this dimension is +0.36 (±0.007).
 5 Tolerance for this dimension is -0.03 (-0.001).
 6 Tolerance for this dimension is +0.1 (+0.004).



WITTENSTEIN

alpha

Componentes y sistemas Catálogo 2012/2013

Reductores planetarios
de bajo juego
Servorreductores ortogonales
Sistemas mecánicos



Gama de reductores Vista de conjunto

		Reductores planetarios de bajo juego								
										
Productos		alpheno [®]	RP ⁺	TP ⁺	TP ⁺ HIGH TORQUE	SP ⁺	SP ⁺ HIGH SPEED	LP ⁺ Generation 3	LPB ⁺ Generation 3	alpha [®]
Densidad de potencia		←								
En el catálogo, a partir de la página		22	26	26		66		118		138
Relación de transmisión ⁴⁾	Mín. i =	3	22	4	22	3	3	3	3	4
	Máx. i =	100	220	100	220	100	100	100	100	100
Juego torsional [arcmin] ⁴⁾	Estándar	≤ 3	≤ 1	≤ 3	≤ 1	≤ 3	≤ 4	≤ 6	≤ 6	≤ 20
	Reducido	≤ 1	-	≤ 1	-	≤ 1	≤ 2	-	-	-
Forma de la salida										
Eje de salida	Uso	•				•	•	•		
	Ranurado	•				•	•	•		•
Eje de salida evolvente		•				•	•			
Eje de inserción Conexión mediante disco de contracción		•				•	•			
Brida de salida			•	•	•				•	
Salida de sistema con piñón		•	•	•	•	•	•			
Forma de la entrada										
Versión montaje motor		•	•	•	•	•	•	•	•	•
Eje de entrada		•		•		•				
Variante										
ATEX ⁴⁾						•	•			
Lubricación apta para industria alimentaria ⁴⁾ ⁴⁾		•	•	•	•	•	•	•	•	•
Resistente a la corrosión ⁴⁾ ⁴⁾				•	•	•	•			
Optimizada en momentos de inercia ⁴⁾		•	•	•	•	•				
Accesorios (otras opciones se indican en las páginas de productos)										
Acoplamiento		•		•	•	•	•	•		•
Cremallera		•	•	•	•	•	•	•		
Piñón		•	•	•	•	•	•	•		
Polea									•	
Disco de contracción		•				•	•			
Brida de sensor torque				•	•	•	•			
Brida NEMA								•		•

⁴⁾ Reducción de la potencia: datos teóricos disponibles a petición ⁴⁾ Por favor, consulte con WITTENSTEIN alpha ⁴⁾ Referido a los tamaños de referencia

⚠ Por favor, tenga en cuenta las indicaciones técnicas y de seguridad del glosario.

		Servorreductores ortogonales													
															
Productos		RPK	TK	TPK	TPK HIGH TORQUE	SK	SPK	HG	VDT	VDH	VDS	LK	LPK	LPBK	
Densidad de potencia		←													
En el catálogo, a partir de la página		148	150			196		236	248			306	276		
Relación de transmisión ¹⁾	Mín. i =	66	3	12	66	3	12	3	4	4	4	1	3	3	
	Máx. i =	5500	100	10000	5500	100	10000	100	40	40	40	1	100	10	
Juego torsional [arcmin] ¹⁾	Estándar	≤ 1,3	≤ 4	≤ 4	≤ 1,3	≤ 4	≤ 4	≤ 4	≤ 3	≤ 3	≤ 3	≤ 15	≤ 12	≤ 12	
	Reducido	-	-	-	-	-	≤ 2	-	-	-	-	-	-	-	
Forma de la salida															
Eje de salida	Liso					*	*				*		*		
	Ranurado					*	*				*	*	*		
Eje de salida posterior	Liso		*	*	*	*	*	*							
	Ranurado		*	*	*	*	*	*							
Eje de salida evolvente						*	*				*				
Brida de salida		*		*	*				*					*	
Interfaz de eje hueco Conexión mediante disco de contracción	Estándar							*	*	*					
	Posterior		*	*	*	*	*	*		*					
Eje hueco con brida			*						*						
Tapa cerrada, posterior			*	*	*	*	*	*							
Salida de sistema con piñón		*		*	*										
Eje en ambos lados											*				
Forma de la entrada															
Versión montaje motor		*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
Variante															
ATEX ²⁾			*			*		*							
Lubricación apta para industria alimentaria ³⁾			*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
Resistente a la corrosión ^{4) 5)}			*	*	*	*	*	*	*	*	*				
Optimizada en momentos de inercia ⁶⁾															
Accesorios (otras opciones se indican en las páginas de productos)															
Acoplamiento			*	*	*	*	*	*	*		*	*	*		
Cremallera		*	*	*	*	*	*		*		*	*	*		
Piñón		*	*	*	*	*	*	*	*		*				
Polea														*	
Disco de contracción			*	*	*	*	*	*		*					
Brida de sensor torque			*	*	*	*	*	*							
Brida NEMA												*	*		

¹⁾ Reducción de la potencia: datos técnicos disponibles a petición ²⁾ Por favor, consulte con WITTENSTEIN Alpha ³⁾ Referido a los tamaños de referencia

 Por favor, tenga en cuenta las indicaciones técnicas y de seguridad del glosario.

Reductor planetario de bajo juego High End



alpheno®

Perfección en una nueva dimensión

¿Busca una solución a la medida de sus necesidades? Satisfacer sus necesidades es nuestro reto.

¡Más rendimiento en menos espacio!
alpheno® – el camino seguro hacia el éxito.



RP+

El nuevo reductor planetario de altas prestaciones

El RP+ crea nuevas pautas en materia de densidad de potencia, modularidad y facilidad de montaje. La alta rigidez de su construcción garantiza una precisión de posicionamiento máxima.



TP+ y TTP+ HIGH TORQUE

La precisión compacta

La transmisión de potencia compacta con brida de salida. La variante estándar es óptima para obtener una alta precisión de posicionamiento y un funcionamiento por ciclos de alta dinámica. La variante TP+ HIGH TORQUE es especialmente apropiada para aplicaciones de alta precisión en las que se requiere una alta rigidez torsional.

Densidad de potencia ←

Densidad de potencia máxima

¿Y los pares?

Aunque la serie anterior ya ofrecía aquí prestaciones brillantes, hemos podido una vez más incrementar los pares hasta un 40%. Rompiendo límites hacia arriba. ¡Típico de WITTENSTEIN alpha!

Montaje a placer

Da igual en la posición en que lo monte. Su reductor contiene siempre la misma cantidad de lubricante. Los reductores son tan flexibles que puede montarlos en posición vertical, horizontal, con la salida hacia arriba o hacia abajo.

¿El montaje del motor? Un juego de niños

El motor se monta de forma segura y sin errores en un solo paso de trabajo. Opcionalmente puede obtener el sistema de montaje del motor patentado de WITTENSTEIN alpha también con compensación longitudinal térmica integrada.

Máxima exactitud de posicionamiento

Si lo desea puede obtener el reductor planetario High End con un juego torsional inferior a un minuto de ángulo. Esto incrementa notablemente la precisión de posicionamiento de su aplicación.



SP+ y SP- HIGH SPEED

El todoterreno clásico de los reductores planetarios

La variante estándar es óptima para obtener una alta precisión de posicionamiento y un funcionamiento por ciclos de alta dinámica. La variante SP+ HIGH SPEED es especialmente apropiada para aplicaciones con velocidades máximas en servicio continuo.



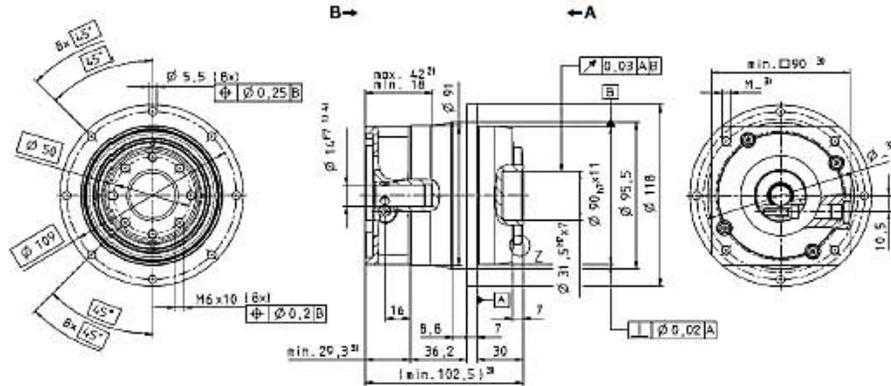
Rodadura suave gracias al dentado helicoidal

Nuestros reductores planetarios High End "susurran". En comparación con los reductores de dentado recto, nuestros reductores de dentado helicoidal son 6 dB(A) más silenciosos. Y Usted más que nadie sabe el valor añadido que suponen 64 decibelios en lugar de 70. Es más: en principio, las vibraciones ya no resultan ni siquiera apreciables; su suavidad de funcionamiento le fascinará.

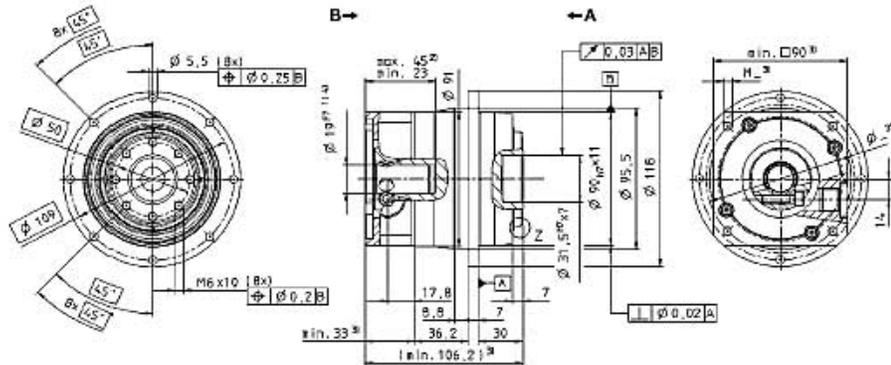
Durabilidad de primera clase

Los retenes de los reductores planetarios High End están diseñados a conciencia. Tanto el material como la geometría están optimizados. Poder en suma: ¡durabilidad de primera clase!

hasta 14⁴⁾(E)
Diámetro del
cubo de fijación

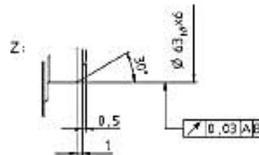
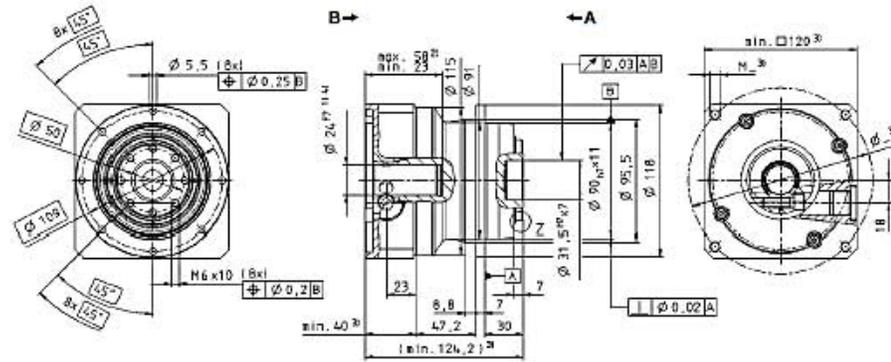


hasta 19⁴⁾(E)
Diámetro del
cubo de fijación



Diámetro eje motor [mm]

hasta 24⁴⁾(G)
Diámetro del
cubo de fijación



Cotas no toleradas ± 1 mm

- 1) Comprobar ajuste eje motor.
- 2) Longitud eje motor mín./máx. admisible. Son posibles ejes motor más largos: Por favor, contactenos.
- 3) Cotas en función del motor.
- 4) Pueden adaptarse diámetros de eje menores utilizando un casquillo distanciador con un grosor de pared mínimo de 1 mm.

Los datos CAD los encontrará en www.wittenstein.es

Montaje de l motor conforme a las instrucciones de servicio

Reductores planetarios
High End

TP+
MF

TP+ 010 MF 1 etapa

		1 etapa					
Relación de transmisión *	<i>i</i>	4	5	7	10		
Par de aceleración optimizado con cy mex® (por favor, consultar para el dimensionado)	T_{3000} Nm	150	162	162	-		
Par de aceleración máx. (máx. 1000 ciclos por hora)	T_{30} Nm	143	143	143	105		
Par nominal en la salida (con n_{10})	T_{30} Nm	75	75	75	60		
Par de parada de emergencia (adm. 1000 veces durante la vida del reductor)	T_{300} Nm	250	250	250	250		
Velocidad de entrada media admisible (con T_{30} y 20 °C temperatura ambiente) ¹⁴	n_{10} rpm	2600	2900	3100	3100		
Velocidad de entrada máx.	n_{10max} rpm	6000	6000	6000	6000		
Par de pérdida por fricción medio (con n_1 = 3000 rpm y 20 °C temperatura del reductor) ¹⁵	T_{fric} Nm	1,6	1,3	1,0	0,7		
Juego torsional máx.	j_z arcmin	Estándar ≤ 3 / Reducido ≤ 1					
Rigidez torsional ¹⁶	C_{G1} Nm/arcmin	32	33	30	23		
Rigidez momento de vuelco	C_{G2} Nm/arcmin	225					
Fuerza axial máx. ¹⁷	F_{30max} N	2150					
Momento de vuelco máx.	M_{30max} Nm	370					
Rendimiento a plena carga	η %	97					
Vida útil (véase el cálculo en el capítulo "Información")	L_h h	> 20000					
Peso ind. placa adaptadora-estándar	<i>m</i> kg	3,8					
Ruido de funcionamiento (con n_1 = 10 y n_2 = 3000 rpm sin carga)	L_{PA} dB(A)	≤ 59					
Temp. máx. admisible de la carcasa	°C	-90					
Temperatura ambiente	°C	-15 a +40					
Lubricación		Lubricación de por vida					
Pintura		Azul RAL 5002					
Sentido de rotación		Mismo sentido de entrada y salida					
Clase de protección		IP 65					
Momento de inercia (referido a la entrada) Diámetro de orificio del cubo de fijación [mm]	C	14	J_1 kgcm ²	0,78	0,62	0,48	0,40
	E	19	J_2 kgcm ²	0,95	0,79	0,64	0,57
	G	24	J_1 kgcm ²	2,32	2,16	2,02	1,94

Son posibles momentos de inercia reducidos (por favor, consultar).

* Opcionalmente son posibles otras relaciones (por favor, consultar)

¹⁴ A temperaturas ambiente mayores, reducir por favor las velocidades de giro

¹⁵ Válido para un diámetro del cubo de fijación de 19 mm

¹⁶ Referido al centro del eje o de la brida de salida

SP+ 060 MF 1 etapa

		1 etapa				
Relación de transmisión *	i	3	4	5	7	10
Par de aceleración optimizado con cyrex® (por favor, consultar para el dimensionado)	T_{20rpm} Nm	-	58	60	54	-
Par de aceleración máx. (máx. 1000 ciclos por hora)	T_{20} Nm	30	42	42	42	32
Par nominal en la salida (a n_n)	T_{20W} Nm	17	26	26	26	17
Par de parada de emergencia (adm. 1000 veces durante la vida del reductor)	T_{20Max} Nm	60	100	100	100	60
Velocidad de entrada media admisible (a T_a y 20°C temperatura ambiente) ¹⁾	n_{20} rpm	3300	3300	3300	4000	4000
Velocidad de entrada máx.	n_{1Max} rpm	6000	6000	6000	6000	6000
Par de pérdida por fricción medio (a n_n y 3000 rpm y 20°C temperatura del reductor) ²⁾	T_{012} Nm	0,9	0,7	0,6	0,4	0,3
Juego torsional máx.	i_t arcmin	Estándar ≤ 4 / Reducido ≤ 2				
Rigidez torsional	C_{t20} Nm/arcmin	4,5				
Fuerza axial máx. ⁴⁾	F_{20Max} N	2400				
Fuerza radial máx. ⁴⁾	F_{r20Max} N	2800				
Momento de vuelco máx.	M_{20Max} Nm	152				
Rendimiento a plena carga	η %	97				
Vida útil (véase el cálculo en el capítulo "Información")	L_N h	> 20000				
Peso incl. placa adaptadora-estándar	m kg	1,9				
Ruido de funcionamiento (a n_{10} y n_1 = 3000 rpm sin carga)	L_{PK} dB(A)	≤ 58				
Temp. máx. admisible de la carcasa	°C	+90				
Temperatura ambiente	°C	-15 a +40				
Lubricación		Lubricación de por vida				
Pintura		Azul RAL 5002				
Sentido de rotación		Mismo sentido de entrada y salida				
Clase de protección		IP 65				
Momento de inercia (referido a la entrada)	B 11 J_1 kgcm ²	0,21	0,15	0,12	0,10	0,09
Diámetro de orificio del cubo de fijación [mm]	C 14 J_2 kgcm ²	0,28	0,22	0,20	0,18	0,17
	E 19 J_3 kgcm ²	0,61	0,55	0,52	0,50	0,49

Son posibles momentos de inercia reducidos (por favor, consultar).

* Opcionalmente son posibles otras relaciones (por favor, consultar)

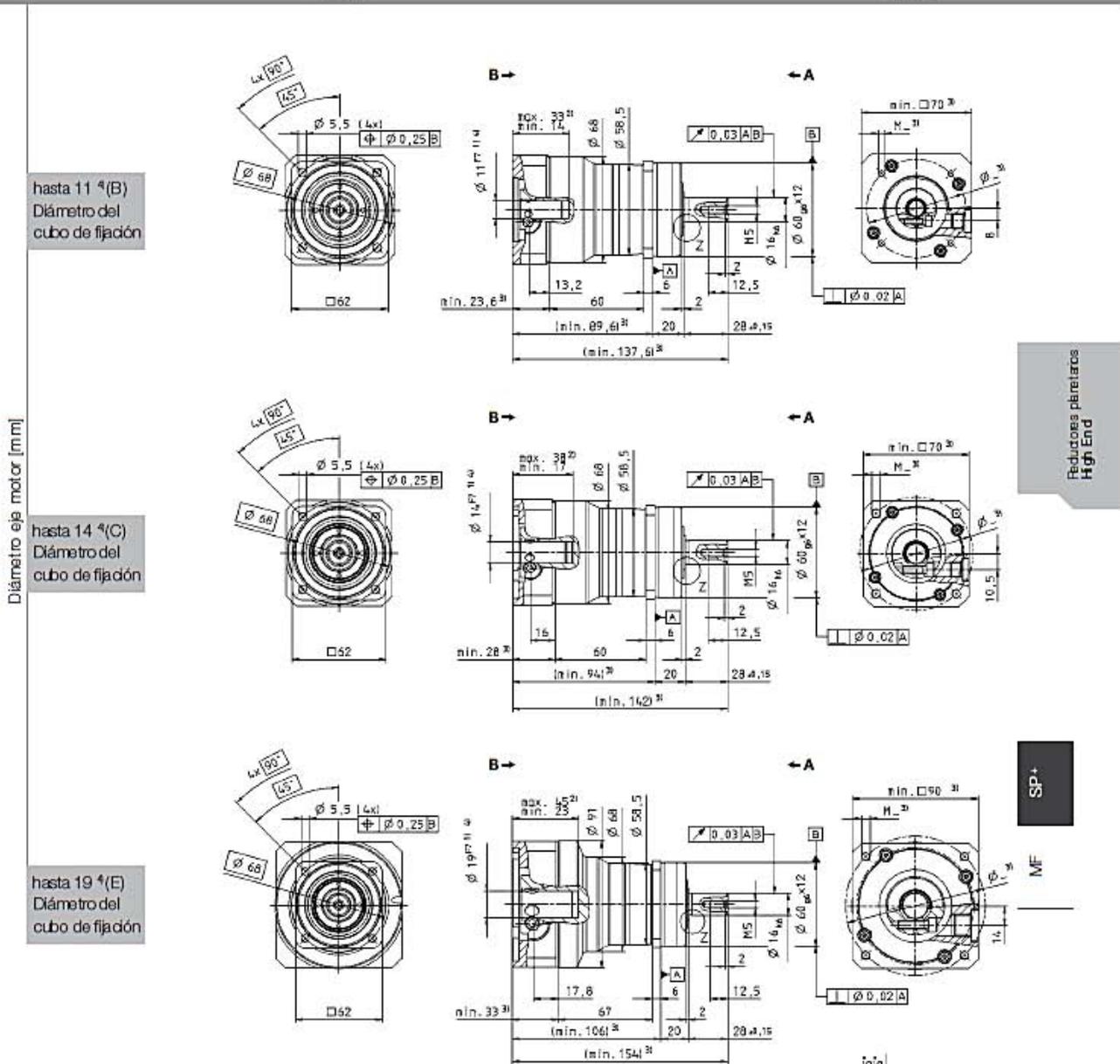
¹⁾ A temperaturas ambiente mayores, reducir por favor las velocidades de giro.

²⁾ Válido para un diámetro del cubo de fijación de 14 mm.

⁴⁾ Referido al centro del eje o de la brida de salida.

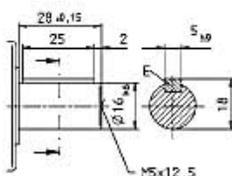
Vista A

Vista B

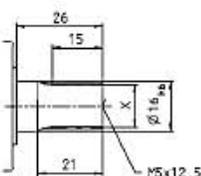


Alternativas: Variantes de eje de salida

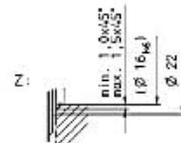
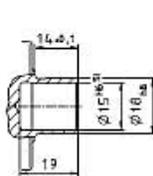
Eje de salida ranurado, en mm
E=Chaveta según DIN 685, Hoja 1, Forma A



Dentado evolvente DIN 5480, en mm
X=W 16 x 0,6 x 30 x 1,6 x dn, DIN 5480



Eje de inserción
Conexión mediante tubo de contracción



- Cotas no tolemas ± 1 mm
- 1) Comprobar ajuste eje motor.
 - 2) Longitud eje motor min./máx. admisible. Son posibles ejes motor más largos: Por favor, contáctenos.
 - 3) Cotas en función del motor.
 - 4) Pueden adaptarse diámetros de eje menores utilizando un casquillo distanciator con un grosor de pared mínimo de 1 mm.
 - 5) Tolerancia h6 para el eje de carga.

Los datos CAD los encontrará en www.wittenstein.es

Montaje del motor conforme a las instrucciones de servicio

TPK+ 050 MF 3 etapas

		3 etapas													
Relación de transmisión [#]	<i>i</i>	64	84	100	125	140	175	200	250	280	350	400	500	700	1000
Par de aceleración máx. (máx. 1000 ciclos por hora)	T_{ab} Nm	680	680	750	750	750	750	750	750	700	700	500	625	700	540
Par nominal en la salida (a n_{10})	T_{av} Nm	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	320	370	400	240
Par de parada de emergencia (adm. 1000 veces durante la vida del reductor)	T_{avE} Nm	1000	1000	1250	1250	1250	1250	1250	1250	1250	1250	1000	1250	1250	1250
Velocidad de entrada mediana admisible (a T_{20} y 20 °C temperatura ambiente) ^{§1, §1}	n_{10} rpm	3100	3100	3100	3100	3100	3100	3100	3500	3100	3500	4200	4200	4200	4200
Régimen continuo máx. (a 20% T_{20} y 20 °C temperatura ambiente)	n_{10Max} rpm	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4200	4200	4200	4200
Velocidad de entrada máx.	n_{10Max} rpm	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500
Par de pérdida por fricción medio (a $n_1=3000$ rpm y 20 °C temperatura del reductor) ^{§6}	T_{fp} Nm	0,7	0,4	0,6	0,5	0,5	0,4	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
Juego torsional máx.	j_t arcmin	Estándar ≤ 4 / Reducido ≤ 2													
Rigidez torsional	C_{gt} Nm/arcmin	91	87	111	119	111	119	111	119	123	127	95	115	125	112
Rigidez momento de vuelco	C_{gk} Nm/arcmin	560													
Fuerza axial máx. ^{§5}	F_{axMax} N	6130													
Momento de vuelco máx.	M_{gkMax} Nm	1295													
Rendimiento a plena carga	η %	92													
Vida útil (véase el cálculo en el capítulo "Informaciones")	L_n h	> 20000													
Peso incl. placa adaptadora-estándar	<i>m</i> kg	18,7													
Ruido de funcionamiento (a $n_1=3000$ rpm sin carga)	L_{pk} dB(A)	< 68													
Temp. máx. admisible de la carcasa	°C	90													
Temperatura ambiente	°C	0 a +40													
Lubricación		Lubricación de por vida													
Pintura		Azul RAL 5002													
Sentido de rotación		Sentido contrario de entrada y salida													
Clase de protección		IP 65													
Momento de inercia (referido a la entrada) Diámetro de orificio al cubo de fijación [mm]	E 19	J_1 kgcm ²	1,01	0,76	0,88	0,85	0,76	0,75	0,70	0,69	0,70	0,69	0,69	0,69	0,69
	G 24	J_2 kgcm ²	2,57	2,32	2,44	2,42	2,32	2,31	2,26	2,25	2,26	2,25	2,25	2,25	2,25

Para un dimensionado óptimo para condiciones de utilización S1 (servicio continuo), por favor contactarnos.

[#] Opcionalmente son posibles otras relaciones (por favor, consulta)

^{§1} Son posibles regímenes mayores con un par nominal reducido

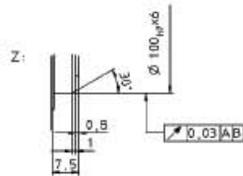
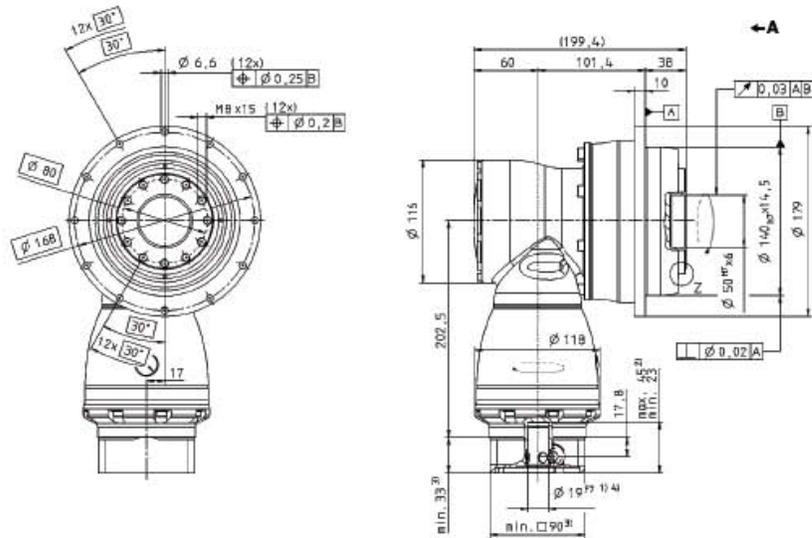
^{§2} A temperaturas ambiente mayores, reducir por favor las velocidades de giro

^{§3} Los pares de pérdida por fricción se reducen durante el servicio

^{§4} Referido al centro del eje o de la brida de salida

Todos los datos técnicos son válidos para lado de salida delantero. Véanse los datos técnicos de las variantes de salida posteriores en la página 386.

3 etapas:



Reductores orbitales
High End

TPK

MF

Diámetros disponibles de los cubos de fijación, véase la hoja de especificaciones técnicas (momento de inercia). Medidas obtenibles a petición.

Cotas no toleradas ± 1 mm

- 1) Comprobar ajuste eje motor.
- 2) Longitud eje motor mín./máx. admisible. Son posibles ejes motor más largos: Por favor, contáctenos.
- 3) Cotas en función del motor.
- 4) Pueden adaptarse diámetros de eje menores utilizando un casquillo distanciador con un grosor de pared mínimo de 1 mm.

Los datos CAD los encontrará en www.wittenstein.es

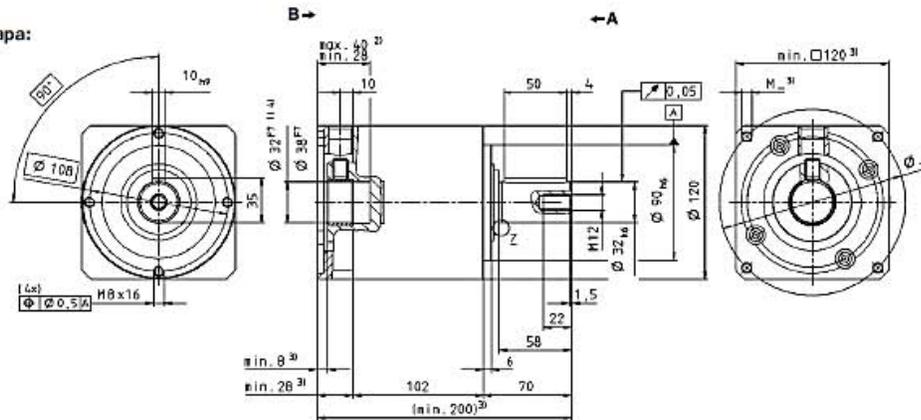
Montaje del motor conforme a las instrucciones de servicio

LP+ 120 MF 1/2 etapas

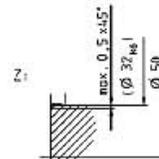
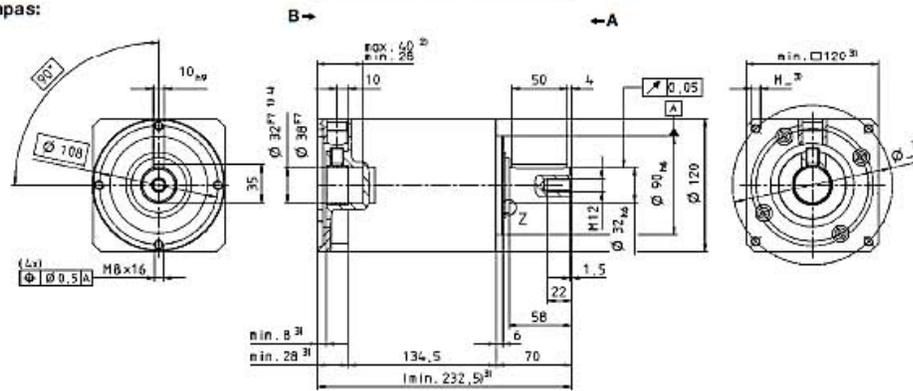
		1 etapa					2 etapas												
Relación de transmisión *	<i>i</i>	3	4	5	7	10	9	12	16	20	25	30	40	50	70	100			
Par de aceleración máx. (máx. 1000 acios por hora)	T_{aB}	Nm	305	305	250	250	220	305	305	305	305	250	305	305	250	220			
Par nominal en la salida (a n_{2N})	T_{2N}	Nm	155	155	125	125	110	155	155	155	125	155	155	125	110				
Par de parada de emergencia (adm. 1000 veces durante la vida del reductor)	T_{2Max}	Nm	400	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480			
Velocidad de entrada media admisible (a n_{2N} y 20°C temperatura ambiente) †	n_{2N}	rpm	2600	2600	2600	2600	2600	2600	2600	2600	2600	2600	2600	2600	2600	2600			
Velocidad de entrada máx.	n_{2Max}	rpm	4800	4800	4800	4800	4800	4800	4800	4800	4800	4800	4800	4800	4800	4800			
Par de pérdida por fricción medio (a n_{2N} y 20°C temperatura del reductor)	T_{fr}	Nm	1,1	1,0	0,9	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,5	0,4	0,5	0,4	0,4	0,4			
Juego torsional máx.	j	arcmin	≤ 8					≤ 10											
Rigidez torsional	C_{gr}	Nm/arcmin	30	30	25	25	22	30	30	30	30	25	25	30	25	22			
Fuerza axial máx. †	F_{2Max}	N	4000					4000											
Fuerza radial máx. †	F_{2Max}	N	4800					4800											
Rendimiento a plena carga	η	%	97					95											
Vida útil (véase el cálculo en el capítulo "Informaciones")	L_h	h	> 20000					> 20000											
Peso ind. placa adaptadores-estándar	<i>m</i>	kg	8,6					11,0											
Ruido de funcionamiento (con n_{2N} y $n_1 = 3000$ rpm sin carga)	L_{pA}	dB(A)	≤ 68																
Temp. máx. admisible de la carcasa		°C	+90																
Temperatura ambiente		°C	-15 a +40																
Lubricación			Lubricación de por vida																
Pintura			Azul RAL 5002																
Sentido de rotación			Mismo sentido de entrada y salida																
Clase de protección			IP 64																
Momento de inercia (referido a la entrada)	I	32	J_1	kgcm ²	6,9	5,9	5,6	5,2	5,1	5,4	5,4	5,5	5,5	5,3	5,3	5,0	5,0	5,0	5,0
Díametro de orificio del cubo de fijación (mm)	K	38	J_1	kgcm ²	7,8	6,8	6,4	6,1	5,9	6,2	6,2	6,4	6,4	6,2	6,2	5,9	5,9	5,9	5,9

* Son posibles otras relaciones de transmisión (por favor, consultar):
i = 15, 21, 28 y 35.
† A temperaturas ambiente mayores, reducir por favor las velocidades de giro.
‡ Referido al centro del eje de salida, a $n_2 = 100$ rpm.

LP* 1 etapa:



LP* 2 etapas:



Cotas no toleradas ± 1mm

- 1) Comprobar ajuste eje motor.
- 2) Longitud eje motor min./máx. admisible. Son posibles ejes motor más largos: Por favor, contactenos.
- 3) Cotas en función del motor.
- 4) Pueden adaptarse diámetros de eje menores mediante un casquillo distancador. Son posibles diámetros de eje motor de hasta 38mm (por favor, consulte con WITTENSTEIN alpha)

Los datos CAD los encontrará en www.wittenstein.es

Montaje del motor conforme a las instrucciones de servicio

LP
Generation 3
Reductores planetarios
Economy