



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
EXPLOTACIÓN –YACIMIENTOS

INTERPRETACIÓN DE PRUEBAS DE INTERFERENCIA DOMINADAS POR
FLUJO BILINEAL

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

MAESTRA EN INGENIERÍA

PRESENTA:

ALMA YURIDIA GAONA ALBARRÁN

TUTOR

DR. HEBER CINCO LEY
FACULTAD DE INGENIERÍA

MÉXICO, D. F. ABRIL 2014



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Arévalo Villagrán Jorge Alberto

Secretario: Dr. Rangel Germán Edgar

Vocal: Dr. Cinco Ley Heber

1^{er.} Suplente: Dr. Rodríguez De La Garza Fernando

2^{do.} Suplente: Dr. Camacho Velázquez Rodolfo Camacho

MÉXICO, D.F., CIUDAD UNIVERSITARIA 2014

TUTOR DE TESIS:

Dr. Cinco Ley Heber

FIRMA

Dedicado con todo amor:

*A **Julio César Gaona**, siempre estarás en mi corazón. Aunque mis ojos no te puedan ver, te puedo sentir, sé que estás aquí. Te amo hermano.*

*A mis padres **Rodolfo y Obdulia**, por llenarme de cariño todos estos años de mi vida, por su fe y esperanza en mí; por las enseñanzas, los regaños y el amor incondicional, por su apoyo, sus desvelos y todos los sacrificios; por su ejemplo, sus virtudes, su humildad, sus consejos que me guían día a día, por ser el motor de mi vida, por tenerme infinita paciencia, porque mis triunfos son más suyos que míos, por todo esto y mucho más son lo que más amo en este mundo. Me siento una mujer dichosa de tenerlos conmigo y orgullosa de ser su hija.*

*A mi adorado niño **Julio C. Gaona Jr.** que llegó a darle luz y alegría a mi vida. Te quiero con todas las fuerzas de mi alma.*

*A mis hermanas **Yecenia y Elsy** por todo el cariño, consejos y motivación que me han sabido dar. Por estar siempre dispuestas a apoyarme en lo que necesito. Como las ramas de un árbol crecemos en diferentes direcciones pero nuestra raíz es una sola, así la vida de cada una siempre será una parte esencial de la vida de la otra.*

*A mi amiga **Miriam** por nuestra valiosa amistad, por escucharme siempre y tener un consejo para mí. El destino nos hizo amigas pero el corazón nos hizo hermanas.*

AGRADECIMIENTOS

Agradezco mucho a Dios por haberme dado la oportunidad de culminar con este gran logro en mi vida. Gracias por todas tus bendiciones y por la fortaleza que me brindas cada día para salir adelante, a pesar de las dificultades sé que nunca me dejarás sola. Por tu inmenso e infinito amor muchas gracias Dios mío.

Deseo expresar mi sincera gratitud al Dr. Heber Cinco Ley, mi director de tesis, por su valiosa orientación, comprensión y aliento. El Dr. Cinco-Ley me sugirió este tema de investigación y pasamos muchas horas discutiendo los resultados y problemas. Gracias por compartir sus conocimientos conmigo y siempre tener un momento para mí. Sin su ayuda no hubiera sido posible cumplir esta meta.

A mis sinodales, Dr. Edgar Rangel por el interés mostrado en mi superación profesional, por su apoyo y disposición. Al Dr. Jorge Arévalo Villagrán, Dr. Fernando Rodríguez de la Garza y al Dr. Rodolfo Camacho por sus valiosos comentarios para mejora de este trabajo y el tiempo dedicado en el mismo.

También me gustaría agradecer a mis amigas y compañeras de generación Aidee Galindres y Nancy Peregrino por su valiosa amistad, por todo lo compartido en estos años, sin ustedes nada habría sido igual. Gracias por su apoyo y por compartir su conocimiento conmigo.

A mis profesores de la maestría por ser parte de mi formación profesional, que durante mi estancia en la maestría me brindaron su tiempo, sabiduría y consejos.

A la UNAM, por darme la oportunidad de estudiar en tus aulas y haberme otorgado las herramientas necesarias para emprender el nuevo camino que me espera.

RESUMEN

Este trabajo aborda pruebas de interferencia en yacimientos con fallas conductivas que permiten el flujo a través y a lo largo del plano de la falla.

Se ha demostrado diferencias en las características del transiente de presión dependiendo de la localización del pozo de observación. Abbaszadeh *et al*¹ estudiaron las pruebas de interferencia cuando el pozo de observación se sitúa en cualquiera de los lados de una falla conductiva. Sin embargo, existen situaciones que aún no han sido consideradas, tal es el caso que se muestra en esta tesis.

Este estudio presenta una nueva metodología de análisis para los datos de presión de pruebas de interferencia cuando el pozo activo y el de observación son interceptados por una fractura o falla conductiva. Este método se basa en la teoría de flujo bilineal, la cual considera flujo lineal tanto en la falla como en la formación.

El análisis parte del modelo para flujo bilineal presentado por Cinco-Ley y Samaniego². Se describen dos casos: medio incompresible y compresible.

Para facilidad de análisis se presentaron dos variantes en el caso del medio compresible; Modelo dominado por la conductividad de la falla y Modelo dominado por la difusividad hidráulica de la falla. Adicionalmente, se desarrollan las curvas tipo específicas y se aplican en la interpretación de datos de campo de una prueba de inferencia estimando los parámetros de mediante ajuste de curva tipo.

La metodología descrita en esta tesis no sólo aplica para fallas conductivas, también será válida para cualquier situación en la que se presente flujo bilineal, ya sea fracturas, fallas o canales.

CONTENIDO

AGRADECIMIENTOS.....	IV
RESUMEN.....	V
CONTENIDO	VI
LISTA DE FIGURAS.....	VIII
LISTA DE TABLAS	XI
CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 2 ANÁLISIS DE PRUEBRAS DE INTERFERENCIA.....	3
2.1 Caracterización Areal del Yacimiento	3
2.2 Respuestas Típicas de Interferencia	7
2.3 Pruebas de Interferencia en Yacimientos con Comportamiento Homogéneo	9
2.3.1 Flujo Radial en Medio Homogéneo	10
2.3.2 Flujo Lineal en Medio Homogéneo.....	11
2.3.3 Flujo Esférico en Medio Homogéneo	12
2.3.4 Pruebas de Interferencia para Pozos Cercanos a una Falla Impermeable	14
2.3.5 Pruebas de Interferencia en Pozos Cercanos a una Falla Conductiva	21
2.4 Pruebas de Interferencia en Yacimientos de Doble Porosidad	23
2.4.1 Curva Tipo de Presión para Yacimientos de Doble Porosidad (Flujo Pseudo-estacionario)	23
2.4.2 Curva Tipo de Presión para Yacimientos de Doble Porosidad (Flujo Transitorio)	27
2.5 Análisis de Ajuste de Curva Tipo.....	30
CAPÍTULO 3 PRUEBAS DE INTERFERENCIA ENTRE POZOS LOCALIZADOS EN UNA FALLA CONDUCTIVA	34
3.1 Planteamiento del Problema.....	34
3.2 Características de Flujo en Fallas Conductivas	36

3.3 Ecuaciones Básicas	38
3.4 Flujo Bilineal y Nuevas Curvas Tipo	41
3.4.1 CASO I. MEDIO INCOMPRESIBLE	42
3.4.2 CASO II. MEDIO COMPRESIBLE	51
CAPÍTULO 4 METODOLOGÍA DE ANÁLISIS Y APLICACIONES PRÁCTICAS	64
4.1 Campo Jujo-Tecominoacán.....	64
4.1.1 Información General	64
4.1.2 Datos de la Prueba de Interferencia.....	66
4.1.3 Interpretación.....	69
4.2 Campo Puerto Ceiba	72
4.2.1 Información General	72
4.2.2 Datos de la Prueba de Interferencia.....	74
4.2.3 Interpretación.....	75
4.2.4 Estimación de parámetros:	76
CONCLUSIONES	79
NOMENCLATURA.....	81
REFERENCIAS	84
APÉNDICE A.....	87
APÉNDICE B.....	94

LISTA DE FIGURAS

CAPÍTULO 2

Figura 2.1 Representación de una prueba de interferencia .	4
Figura 2.2 Respuesta de presión en una prueba de interferencia .	5
Figura 2.3 Zona afectada en una prueba de interferencia.	6
Figura 2.4 Respuesta de un pozo productor y un pozo de observación. Escala lineal. p vs t . En la segunda gráfica, la presión del pozo de observación se presenta en una escala extendida en el tiempo del cierre.	7
Figura 2.5 Respuesta de incremento del pozo productor y el observador Escala log-log, Δp vs Δt	8
Figura 2.6 Curva tipo de solución línea fuente	10
Figura 2.7 Comportamiento de Presión para un flujo transitorio Lineal.	11
Figura 2.8 Solución de Presión para Flujo Esférico.	12
Figura 2. 9 Curvas tipo para pruebas de interferencia	13
Figura 2.10 Respuesta de presión y derivada para un pozo cercano a una falla sellante	15
Figura 2.11 Interferencia en un yacimiento con una falla sellante. Ubicación del pozo activo A y los dos pozos de observación O_1 y O_2	16
Figura 2. 12 . Interferencia en un yacimiento con una falla sellante. Escala log-log. Curvas de presión y derivada de los dos pozos de observación	17
Figura 2 13 Simulación de una prueba de interferencia con una falla impermeable.	18
Figura 2.14 Curva tipo de análisis de pruebas de interferencia para pozos cercanos a una falla impermeable	19
Figura 2.15 Curva tipo para interferencia. Pozo cercano a una frontera a presión constante.	20
Figura 2.16 Posición de la falla impermeable. Prueba de Interferencia.	20

Figura 2.17 Determinación de la posición de una falla	21
Figura 2.18 Curvas tipo para pozo de observación en del lado izquierdo de la falla, $s_{fa}=0$, $\theta=3\pi/4$	22
Figura 2.19 Curva tipo para cuando el pozo activo y el de observación están en lados opuestos, $s_{af}=0$, $x_{Da}=0.5$	22
Figura 2.20 Curva tipo de presión para yacimientos de doble porosidad (flujo pseudo-estacionario). Escala log-log p_D vs. t_{Df}/r_D^2	25
Figura 2.21 Respuesta de interferencia en yacimientos de doble porosidad (flujo pseudo-estacionario). Escala log-log, p_D contra t_{Df} , $\lambda=5 \times 10^{-8}$, dos distancias	26
Figura 2.22 Respuesta de interferencia en yacimientos de doble porosidad (flujo pseudo-estacionario). Escala log-log, p_D contra t_{Df}/r_D^2	27
Figura 2.23 Curva tipo para yacimientos de doble porosidad (flujo transitorio). Escala log-log, p_D contra t_{Df}/r_D^2	28
Figura 2.24 Respuesta de interferencia en yacimientos de doble porosidad (flujo transitorio). Escala log-log, p_D contra t_{Df}/r_D^2	29
Figura 2.25 Prueba de interferencia Flujo Radial.....	31
Figura 2.26 Prueba de interferencia. Ajuste de curva tipo. Flujo Radial.....	32
Figura 2.27 Selección del Punto de Ajuste	32

CAPÍTULO 3

Figura 3 1 Esquema de líneas de flujo a diferentes tiempos para una falla conductiva. ..	36
Figura 3 2 Periodos de flujo para un pozo fracturado verticalmente	38
Figura 3.3 Curva tipo de interferencia para flujo bilineal en medio incompresible.....	46
Figura 3.4 Ajuste de datos con la curva tipo y selección del punto de ajuste.	47
Figura 3.5 Curva tipo de interferencia para flujo bilineal y solución analítica a tiempos grandes.....	49
Figura 3.6 Comparación entre curvas tipo de flujo radial, lineal, esférico y bilineal en medio incompresible.....	50

Figura 3.7. Familia de Curvas Tipo de interferencia para Flujo Bilineal en Medio Compresible dominado por la Conductividad de la Falla.....	54
Figura 3.8 Comparación entre curvas tipo para pruebas de interferencia.....	55
Figura 3.9 Ajuste de datos y selección del punto de ajuste para medio compresible dominado por la conductividad de la falla	56
Figura 3.10. Curvas tipo de interferencia para flujo bilineal en medio compresible. Comportamiento dominado por la difusividad hidráulica dentro de la falla	60
Figura 3.11 Comparación entre curvas tipo de interferencia	61
Figure 3.12 Ajuste de datos y selección del punto de ajuste para medio compresible dominado por la difusividad hidráulica de la falla.	62

CAPÍTULO 4

Figura 4.1 Mapa estructural del Campo Jujo-Tecominoacán.....	65
Figura 4.2 Regímenes de flujo en el Campo Jujo-Tecominoacán.....	66
Figura 4.3 Arreglo de pozos Jujo-Tecominoacán	67
Figura 4.4 Ubicación de pozos en la prueba de campo.....	67
Figura 4.5 Datos de la Prueba de Interferencia entre J52-J54 medidos en J54.....	68
Figura 4.6 Ajuste de datos de la prueba de interferencia J52-J54 con la curva tipo	69
Figura 4.7 Análisis de Sensibilidad para la prueba de interferencia J52-J54.	71
Figura 4.8 Ubicación del Campo Puerto Ceiba.....	72
Figura 4.9 Plano estructural del cretácico inferior. Campo Puerto Ceiba.....	73
Figura 4.10 Plano estructural del Jurásico Superior Kimmeridgiano en Puerto Ceiba	73
Figura 4.11 Datos de la Prueba de Interferencia entre PC115-PC135.	74
Figura 4.12 Ajuste de curva tipo de los datos de Puerto Ceiba PC115-PC135.....	75
Figura 4.13 Análisis de Sensibilidad para la prueba de interferencia PC115-PC135.....	78

LISTA DE TABLAS

Tabla 1 Definición de Variables adimensionales de acuerdo al flujo existente	14
Tabla 2 Datos del yacimiento y del pozo para la prueba del. Campo Jujo.....	68
Tabla 3 Datos del yacimiento y del pozo para la prueba Puerto Ceiba.....	74

CAPÍTULO 1

Introducción

Uno de los principales objetivos de los ingenieros de yacimientos es maximizar el valor económico de las reservas de hidrocarburos, para esto, es necesario definir el mejor esquema de explotación simulando el comportamiento del yacimiento y probando diferentes esquemas hasta encontrar el mejor. Sin embargo, para simularlo se necesita conocer el yacimiento, es decir, caracterizarlo estática y dinámicamente.

Algunas de las herramientas confiables para la caracterización de yacimientos son las pruebas de presión y los datos de producción, ya que nos pueden proporcionar información valiosa acerca del comportamiento dinámico del yacimiento. Dentro de las pruebas de presión, se ha visto que las pruebas de un solo pozo solamente nos permiten conocer lo que hay alrededor de éste, tales como el daño, almacenamiento, permeabilidad, porosidad, etc., sin embargo, las pruebas de múltiples pozos, tales como las pruebas de interferencia nos permiten estimar las propiedades de la formación productora en la zona que se encuentra entre los pozos activo y de observación, es decir, nos permite caracterizar arealmente al yacimiento.

El análisis de pruebas de interferencia se ha basado esencialmente en el uso de ajuste de curvas tipo. Las curvas tipo existentes contemplan únicamente los modelos de flujo, sin embargo, Abbaszadeh *et al.*¹ desarrollaron modelos y curvas tipo para los casos en que el pozo de observación se encuentra en cualquiera de los lados de la falla conductiva. Aunque el trabajo de Abbaszadeh *et al.*¹ en general, cubre gran parte de los casos, existen situaciones que no se han

planteado, tal es el caso que se presenta en esta tesis cuando en una prueba de interferencia los dos pozos caen en una falla conductiva.

Las fallas son la heterogeneidad más común en yacimientos de hidrocarburos. Las fallas conductivas pueden actuar como corredor de alta permeabilidad permitiendo no sólo la conexión lateral sino también a lo largo de ella. Es importante detectarlas y evaluarlas ya que pueden ser adversas a la explotación.

Cuando el pozo activo y el de observación se encuentran en una falla conductiva, el comportamiento de interferencia se asemeja al de un pozo hidráulicamente fracturado con características de flujo bilineal. El trabajo de Cinco-Ley y Samaniego² para un pozo fracturado provee directrices útiles en el entendimiento de los mecanismos de flujo y del comportamiento del transiente de presión de una prueba de interferencia durante el régimen de flujo bilineal.

El objetivo de esta tesis es desarrollar las ecuaciones y presentar las curvas tipo para analizar pruebas de interferencia entre pozos que caen dentro de una falla conductiva. Se presenta una nueva técnica de interpretación para pruebas de interferencia bajo condiciones de flujo bilineal. Se discuten estas curvas tipo y el procedimiento de interpretación. Finalmente, la metodología se aplica en la interpretación de datos de campo de una prueba de interferencia en pozos que caen en una falla conductiva.

Aunque este modelo fue desarrollado para el caso cuando los pozos se encuentran en la zona afectada por una falla conductiva el modelo puede extenderse al caso de canales con alimentación lateral como sucede en el caso de yacimientos turbidíticos como Chicontepec.

CAPÍTULO 2

Análisis de Pruebas de Interferencia

2.1 Caracterización Areal del Yacimiento

Las pruebas en un solo pozo permiten únicamente determinar las propiedades del área de drenaje tales como permeabilidad, volumen poroso, tamaño del área de drenaje y factor de daño en el pozo. Para proyectos de recuperación secundaria o proyectos de recuperación mejorada es necesario conocer las heterogeneidades que presenta un yacimiento. Heterogeneidades tales como anisotropía, zona de alta y baja permeabilidad, fallas semipermeables y conductivas, a fin de detectar la dirección en que se pueden canalizar los fluidos de inyección y evitar el fracaso del proyecto.

Para poder determinar las heterogeneidades mencionadas es imprescindible llevar a cabo pruebas entre dos o más pozos, tales como las pruebas de interferencia. Estas pruebas fueron propuestas por los hidrólogos desde hace décadas y la idea es conocer que tan conectadas están las áreas de drenaje de los pozos.

En una prueba de interferencia se requiere al menos de dos pozos. La prueba consiste en la medición continua en un pozo de observación de la respuesta de presión causada por un cambio del gasto (caudal) en otro pozo (activo)³.

Normalmente, el pozo de observación debe estar cerrado, esto con la idea de que su propia producción no genere ruido que pueda enmascarar la señal del pozo activo. En caso de decidir usar como pozo de observación a un pozo fluyente se debe asegurar de que haya un flujo estabilizado en éste para que el nivel de ruido generado por la producción de ese pozo sea mínimo.

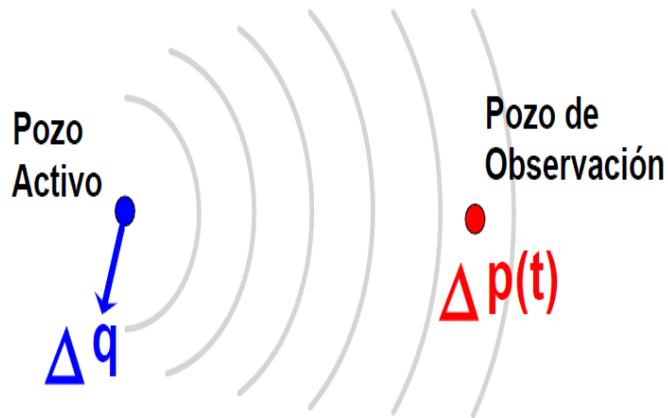


Figura 2.1 Representación de una prueba de interferencia (Cinco-Ley³).

El nombre de pruebas de interferencia proviene del hecho de que la caída de presión causada por el pozo activo “interfiere” con la presión medida en los pozos de observación. Este tipo de pruebas puede dar información de las propiedades del yacimiento que no se pueden obtener de pruebas ordinarias como incremento o decremento ya que nos permite caracterizar la zona localizada entre el pozo activo y el pozo de observación.

El inicio de la prueba se considera en el momento en que se modifica el gasto en el pozo activo y a partir de ahí empieza el tiempo cero. En la figura 2.2, un pozo comienza a producir en un tiempo igual cero a gasto constante. La presión en el pozo observador, a una distancia r , empieza a responder después de un cierto tiempo de retraso (relacionado con el tiempo en que la perturbación de presión del pozo activo alcanza al pozo observador). La presión en el pozo activo comienza a decaer inmediatamente. La magnitud y el tiempo de desviación en la respuesta de presión en el pozo observador dependen de las propiedades de la roca y de las del fluido.

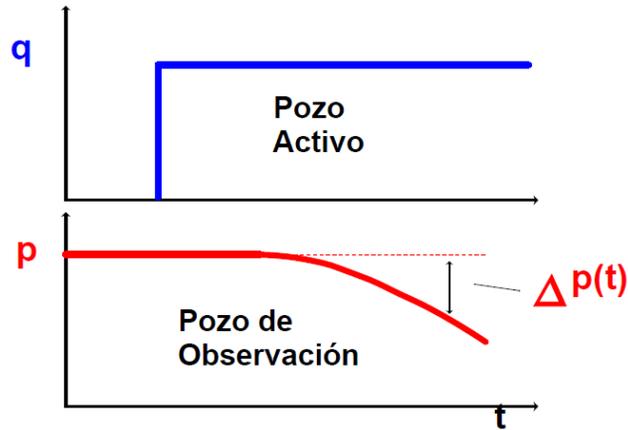


Figura 2.2 Respuesta de presión en una prueba de interferencia (Cinco-Ley³).

Para las pruebas de interferencia, la respuesta del pozo de observación corresponde ya sea a un periodo de producción o a un cierre en el pozo activo. Cuando la interferencia ha alcanzado al pozo de observación, el cambio de la presión se puede analizar con la metodología de análisis de curva tipo.

Los objetivos de las pruebas de interferencia son básicamente (1) determinar si existe comunicación entre dos o más pozos en el mismo yacimiento y (2) determinar las propiedades promedio del yacimiento en el área que separa a los pozos. El análisis de la respuesta de presión del pozo de observación para flujo radial proporciona el producto de permeabilidad por espesor kh , y además, se puede estimar la capacidad de almacenamiento ($\Phi c_t h$) lo cual no se podría obtener de la prueba del pozo activo. Con las pruebas de interferencia se puede saber si la porción de un yacimiento en la que se encuentra un pozo, está siendo drenada por pozos vecinos y qué tan rápido ocurre esto. Otro uso importante de las pruebas de interferencia es determinar la dirección preferencial de flujo. Esto es posible al abrir selectivamente pozos alrededor del pozo cerrado⁴.

Las desventajas que tenemos para este tipo de pruebas es que hay producción diferida porque de preferencia los pozos de observación están cerrados y la respuesta de presión es muy pequeña.

Se ha demostrado que la zona de estudio con una prueba de interferencia es una elipse que crece con el tiempo y cuyos focos son el pozo activo y el pozo de observación (Vela⁵). La Figura 2.3 muestra esquemáticamente la zona que afecta una prueba de interferencia.



Figura 2.3 Zona afectada en una prueba de interferencia.

Mientras que en una prueba de un solo pozo lo que se estudia es un círculo que va creciendo con el radio de investigación, en una prueba de interferencia es una elipse de investigación. Todo lo que está fuera de esa elipse en un cierto tiempo no afecta la prueba y todo lo que está dentro afecta la prueba.

Las bases matemáticas para las pruebas de interferencia en pozos de agua fueron presentadas por primera vez por Theis⁶ en 1935, el cual presenta la solución al problema de línea fuente (considerando los pozos con radio despreciable), en un medio poroso finito, análogamente con el problema de transferencia de calor y uso del principio de superposición en tiempo para simular un período de flujo finito.

Posteriormente, Jacob⁷ en 1941, es el primero en utilizar el término prueba de interferencia (pozos de agua) para describir el cambio de presión en un pozo debido a cambios en el flujo de otros pozos. Él también propuso un método de análisis al que se refirió como el “método gráfico”, actualmente este método recibe

el nombre de “Ajuste de Curva Tipo” el cual ha sido descrito ampliamente por Ramey⁸ y por Earlougher⁹.

2.2 Respuestas Típicas de Interferencia

La Figura 2.4 compara en una escala lineal la respuesta de un pozo productor y la respuesta de un pozo de observación a cierta distancia. La secuencia de la prueba es 200 horas de decremento seguidas por un período de incremento de 300 horas. Los dos pozos tienen el mismo almacenamiento y daño. El yacimiento es homogéneo e infinito.

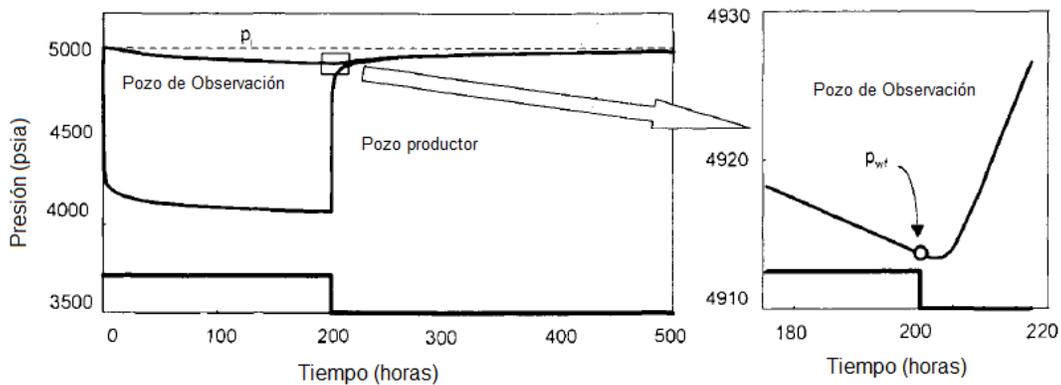


Figura 2.4 Respuesta de un pozo productor y un pozo de observación. Escala lineal. p vs t . En la segunda gráfica, la presión del pozo de observación se presenta en una escala extendida en el tiempo del cierre. (Bourdet¹⁰, 2002)

Al inicio del periodo de flujo, la caída de presión es instantánea en el pozo activo mientras que en el pozo de observación la respuesta se da muy lenta. Al final de las 200 hrs de producción, el cambio de presión es de 1000 psi en el pozo productor y menos de 100 psi en el pozo de observación. Como se muestra en la escala expandida de la Figura 2.4, la presión continúa cayendo por varias horas, hasta que la influencia del cierre ha viajado la distancia que separa a los dos

pozos, una vez que el disturbio ha alcanzado al pozo de observación, la presión comienza a subir.

La Figura 2.5 es una gráfica log-log de la presión y derivada de las dos respuestas de incremento. Para cada pozo, la diferencia de presión $\Delta p = p_{ws} - p_{wf}$ se calcula con respecto a la presión fluyendo definida al tiempo de cierre $\Delta t = 200 \text{ hr}$. En el pozo de observación, la presión continúa cayendo en el tiempo de cierre (ver Figura 2.4) y los cambios de presión Δp son *negativos*, por tanto, la primera parte de la respuesta no se puede graficar en la escala log-log. Este último hecho puede corregirse si se quita la tendencia de presión.

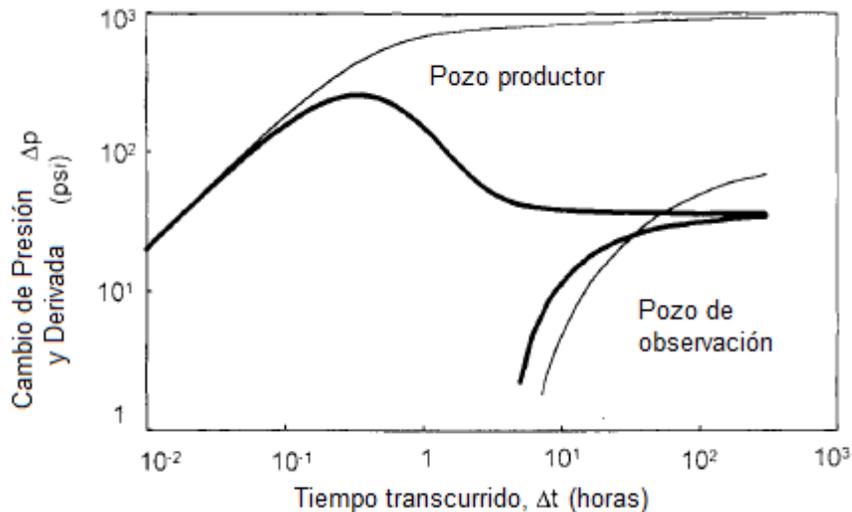


Figura 2.5 Respuesta de incremento del pozo productor y el observador. Escala log-log, Δp vs Δt (Bourdet¹⁰, 2002).

- En el pozo de observación, la respuesta build-up comienza a identificarse después de 5 o 10 hrs, la intersección de las curvas de presión y derivada se da en $\Delta t = 33$ horas cuando $\Delta p = 25 \text{ psi}$, y las 300 horas de longitud del periodo de incremento cubren menos de *dos ciclos logarítmicos* en la

gráfica log-log. La aproximación semi-logarítmica se alcanza al final de las 300 hrs de cierre.

- En el pozo productor, la curva se extiende más de cuatro ciclos logarítmicos, y la aproximación semi-logarítmica se alcanza después de cinco horas de cierre.

A 10 horas de cierre la respuesta de incremento es interpretable para el pozo productor pero, en el pozo de observación se requiere un período 10 veces más grande para definir un único ajuste.

Cuando la historia de gastos del productor es una simple secuencia de decremento e incremento (prueba de pulso) como en el ejemplo de la Figura 2.4, Ramey (1982) sugiere ajustar la respuesta completa del pozo de observación en la curva tipo.

2.3 Pruebas de Interferencia en Yacimientos con Comportamiento Homogéneo

Para poder desarrollar métodos de análisis de cualquier prueba de presión, es necesario establecer primero modelos de flujo que involucren simplificaciones válidas bajo las condiciones en que se efectúan las pruebas de presión.

Numerosos autores han descrito y analizado los modelos de flujo lineal, radial y esférico^{9,4,10,11} por lo que no serán discutidos en este trabajo, sólo se mostrará los modelos de flujo y las curvas tipo correspondientes, para mayor detalle ver referencia 11.

2.3.1 Flujo Radial en Medio Homogéneo

La caída de presión que se tiene en el yacimiento bajo condiciones de flujo radial está dada para propósitos prácticos por la solución de línea fuente propuesta por Polubarinova Kocina¹².

En términos de variables adimensionales, la caída de presión en cualquier punto de yacimiento causada por la producción en el pozo en un tiempo cualquiera está dada por la ecuación conocida como la solución de línea fuente:

$$p_D = \frac{1}{2} E_i \left(\frac{r_D^2}{4t_D} \right) \quad (2.1)$$

Si se grafica en una plano logarítmico la Ec.(2.1), se obtiene la curva tipo para flujo radial.

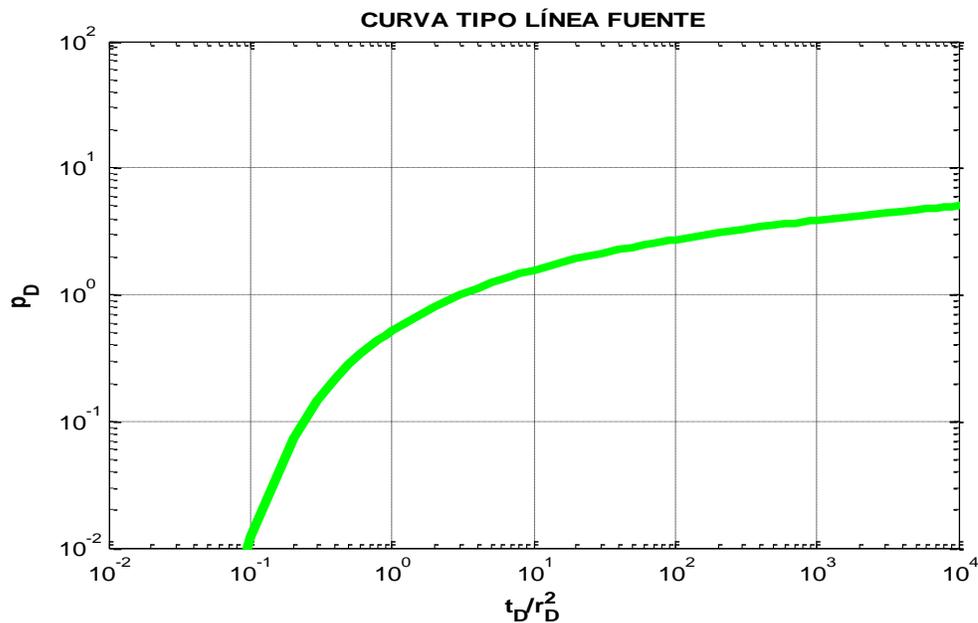


Figura 2.6 Curva tipo de solución línea fuente (Matthews and Russell 1967⁴).

Con los datos de interferencia se ajustan a la curva tipo y se encuentra el producto kh y $\Phi c_t h$.

2.3.2 Flujo Lineal en Medio Homogéneo

La expresión que proporciona la presión en cualquier punto del yacimiento (flujo lineal) a cualquier tiempo fue presentada por Miller¹³ y expresada en variables adimensionales es:

$$\frac{p_{DL}}{x_D} = 2 \sqrt{\frac{t_{DL}/x_D^2}{\pi}} e^{-\left(\frac{1}{4t_{DL}/x_D^2}\right)} - \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{2\sqrt{t_{DL}/x_D^2}}\right) \quad (2.2)$$

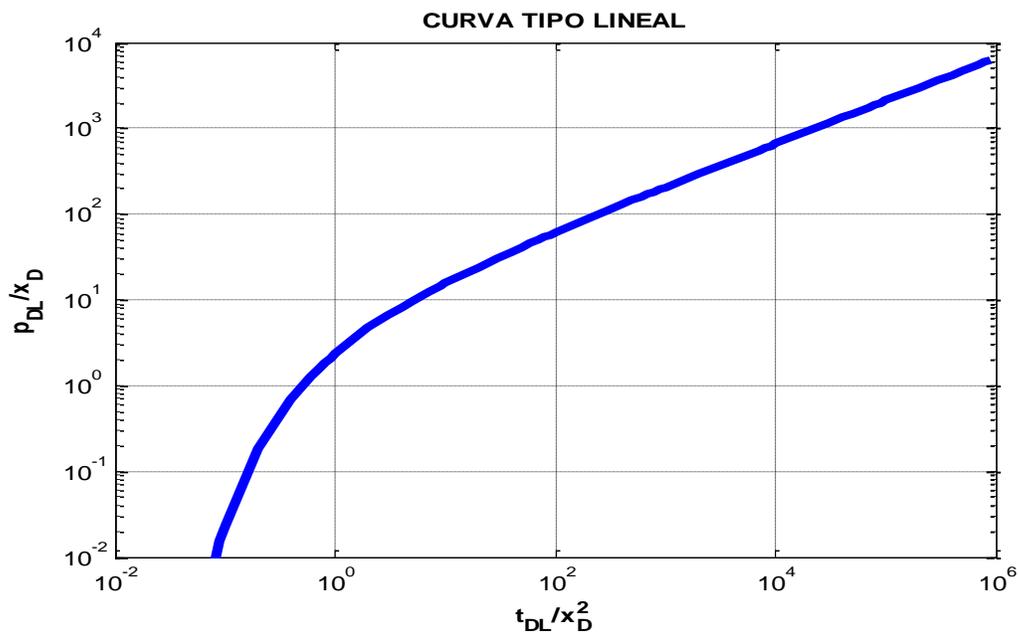


Figura 2.7 Comportamiento de Presión para un flujo transitorio Lineal

2.3.3 Flujo Esférico en Medio Homogéneo

Las líneas de flujo para este caso serán radiales y la geometría de flujo puede considerarse como esférica. Se considera un yacimiento producido a través de una esfera; es decir, el pozo se representa por una esfera de radio r_w .

La distribución de la presión en el yacimiento en puntos alejados de la esfera está dada por la ecuación presentada por Culham¹⁴.

$$p_{Dsph} = \frac{1}{r_D} \operatorname{erfc} \left(\frac{r_D}{2t_D^{1/2}} \right) \quad (2.3)$$

Esta ecuación indica que una gráfica de $p_{Dsph} r_D$ contra t_D/r_D^2 nos da una sola línea mediante la cual puede determinarse la caída de presión causada en cualquier punto del yacimiento a cualquier tiempo.

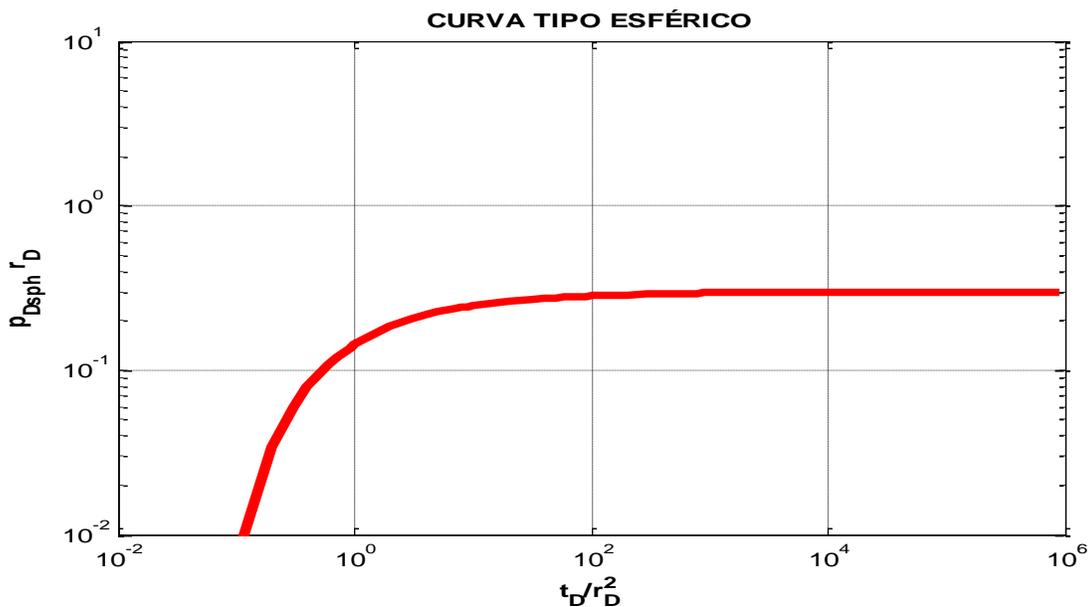


Figura 2.8 Solución de Presión para Flujo Esférico.

En la Figura 2.9 se pueden observar las tres curvas tipo base: flujo radial, lineal y esférico en el mismo plano logarítmico. Al inicio podemos observar que las curvas son prácticamente idénticas para tiempos cortos, después a medida que crece el tiempo las curvas se separan. Por tanto, para que una prueba sea completamente analizada debemos salir de la zona donde se confunden las líneas, así se podrá distinguir perfectamente que tipo de flujo está ocurriendo, si sólo se hace el análisis en la zona donde las 3 curvas están juntas no se podría apreciar a qué tipo de flujo pertenece.

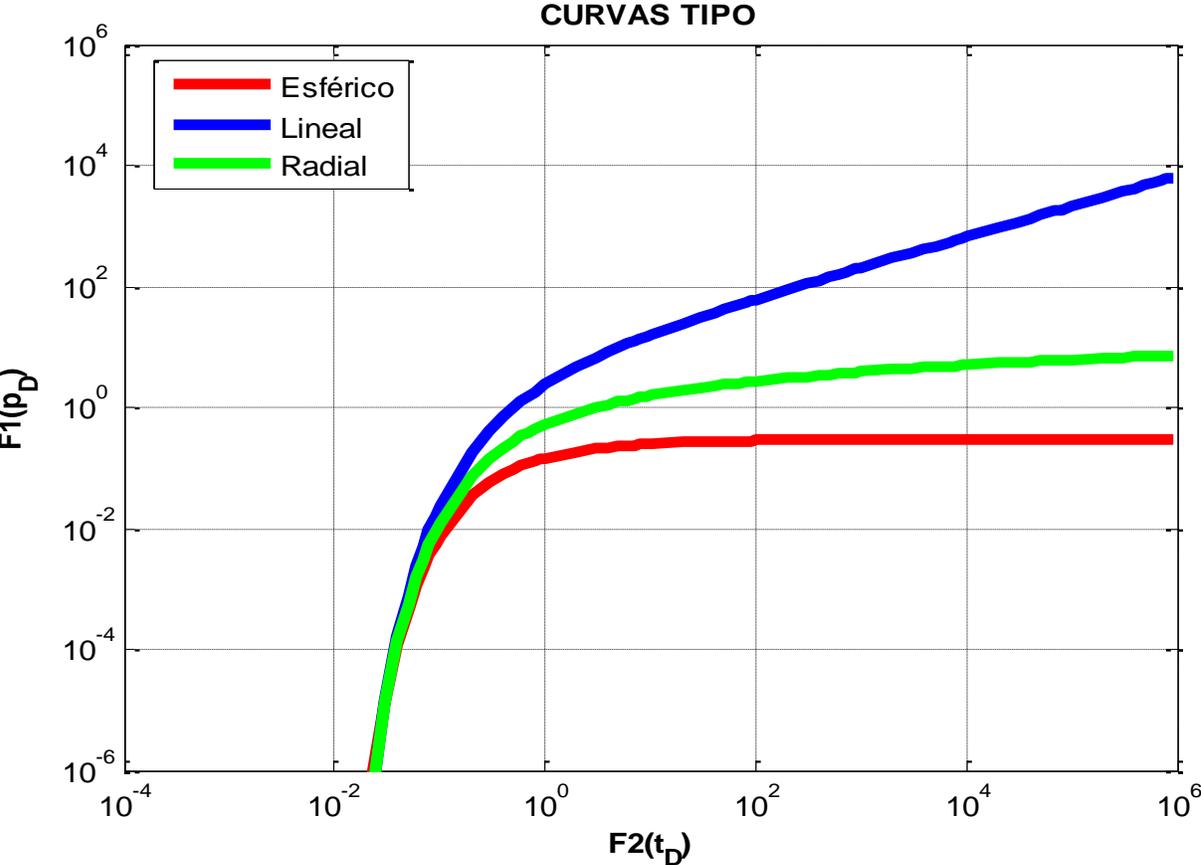


Figura 2. 9 Curvas tipo para pruebas de interferencia

A continuación se definen las variables adimensionales usadas en las curvas tipo de la Figura 2.9.

Tabla 1 Definición de Variables adimensionales de acuerdo al flujo existente (Cinco-Ley³).

Flujo	$F_1 (p_D)$	$F_2 (t_D)$
Lineal	$kbh \Delta p / \alpha_L q B \mu x$	$\beta k t / \Phi \mu c_t x^2$
Radial	$kh \Delta p / \alpha q B \mu$	$\beta k t / \Phi \mu c_t r^2$
Esférico	$k r \Delta p / \alpha_{sph} q B \mu$	$\beta k t / \Phi \mu c_t r^2$

2.3.4 Pruebas de Interferencia para Pozos Cercanos a una Falla Impermeable

Mientras que no haya una barrera de flujo entre el pozo productor y el de observación, el efecto de las fronteras externas tiene una influencia similar en la respuesta del pozo activo y de observación. Se pueden observar diferentes comportamientos de la derivada en los datos de una prueba de interferencia. En el caso de una falla sellante, la derivada se estabiliza en $p'_d = 1$ a tiempos largos (Figura 2.10). Cuando se presentan dos fallas sellantes paralelas, las curvas de presión y derivada siguen una línea recta de pendiente $\frac{1}{2}$. En un sistema cerrado, el régimen de flujo pseudo-estacionario se describe por una línea recta de pendiente unitaria.

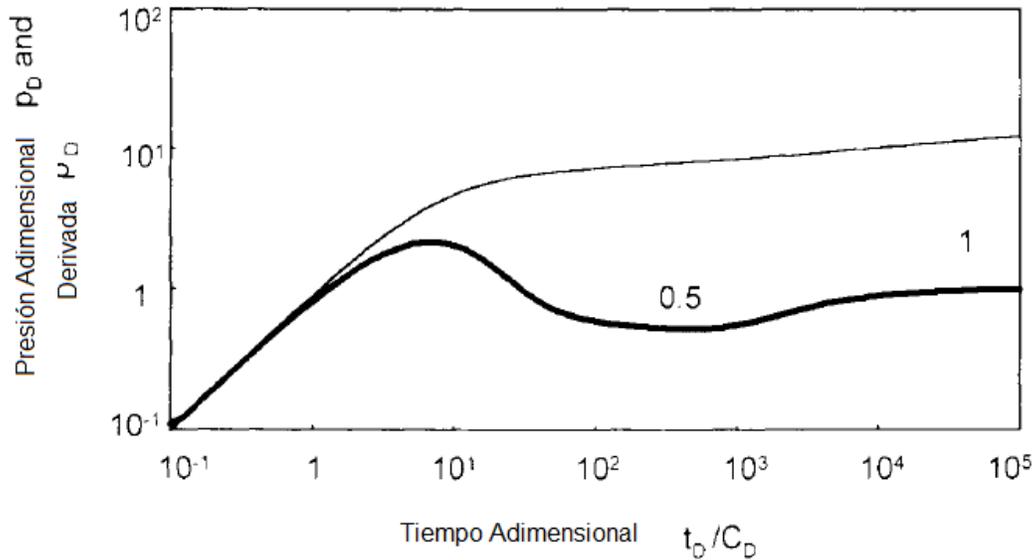


Figura 2.10 Respuesta de presión y derivada para un pozo cercano a una falla sellante (Bourdet¹⁰, 2002)

Cuando se usan modelos analíticos para generar respuestas de interferencia con efectos de frontera, se debe conocer la ubicación relativa de los pozos en la geometría de la frontera. A continuación se presenta un ejemplo de una prueba de interferencia que ilustra lo anterior:

En la Figura 2.11, el yacimiento está limitado por una falla sellante. El pozo de observación “O₁” está localizado entre la falla y el pozo activo “A”, y el pozo de observación “O₂” se localiza en la dirección opuesta al primero. Se asume que los pozos de observación están a la misma distancia r del pozo productor A. La frontera se observa en diferente tiempo en la respuesta de los tres pozos. La secuencia de regímenes se puede resumir como:

1. La interferencia no ha alcanzado a los pozos de observación. “A” muestra comportamiento de yacimiento infinito, “O₁” y “O₂” están a la presión inicial.

2. La interferencia ha alcanzado a alcanzado a los dos pozos de observación pero no a la falla sellante. El comportamiento de los tres pozos “A”, “O₁” y “O₂” muestra respuesta de yacimiento infinito (el círculo interno en la Figura 2.10 describe el radio de investigación alcanzado en el momento del periodo#2).
3. La influencia de la falla sellante se ve en “O₁” pero no en , “A” y “O₂” los cuales aún están en régimen de yacimiento infinito (corresponde al periodo #3 del círculo exterior)
4. Se siente la influencia de la falla sellante en “A”: “O₁” y “A” cambian a comportamiento de flujo hemi-radial pero “O₂” muestra régimen de yacimiento infinito.
5. La influencia de la falla sellante alcanza “O₂” y los tres pozos muestran condición de flujo hemi-radial.

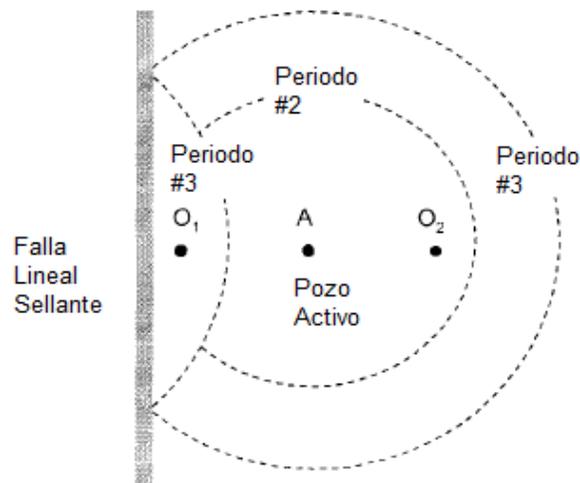


Figura 2.11 Interferencia en un yacimiento con una falla sellante. Ubicación del pozo activo A y los dos pozos de observación O₁ y O₂ (Bourdet¹⁰, 2002).

En el ejemplo de la Figura 2.12, la respuesta de interferencia de la derivada de O_1 muestra la influencia de la falla antes que O_2 . La derivada del pozo activo **A** (línea punteada) describe la respuesta de la falla en un tiempo intermedio.

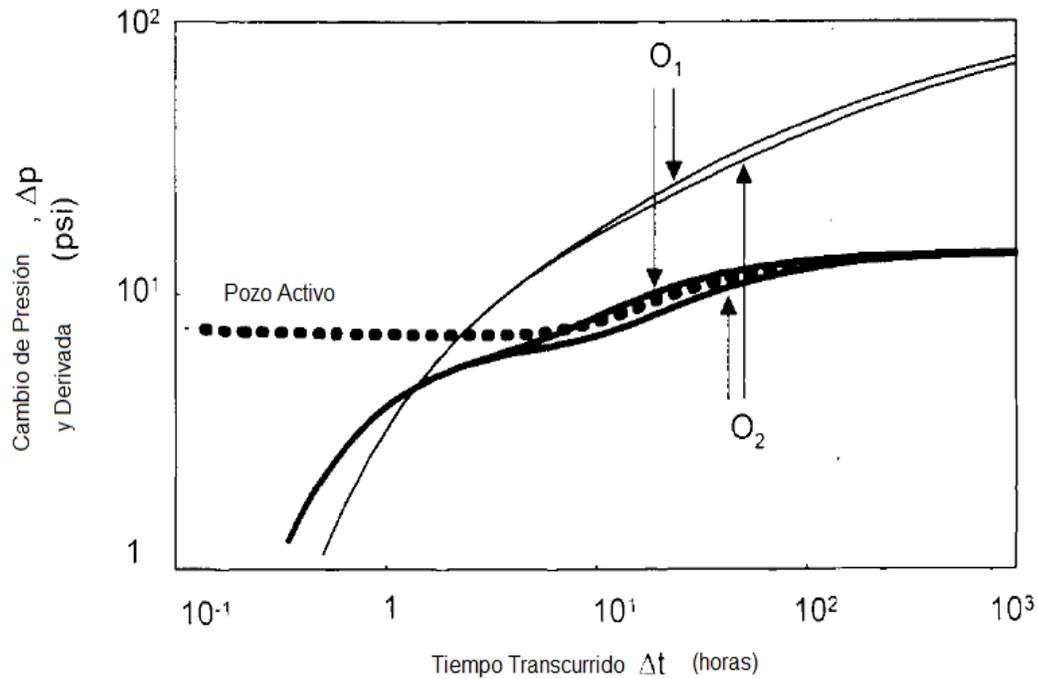


Figura 2. 12 . Interferencia en un yacimiento con una falla sellante. Escala log-log. Curvas de presión y derivada de los dos pozos de observación

El análisis de las respuestas de interferencia influenciadas por una frontera requiere el uso de una curva tipo.

El pozo activo y el pozo de observación están separados por una distancia r (Figura 2.13). El problema se plantea y se resuelve usando el método de imágenes.

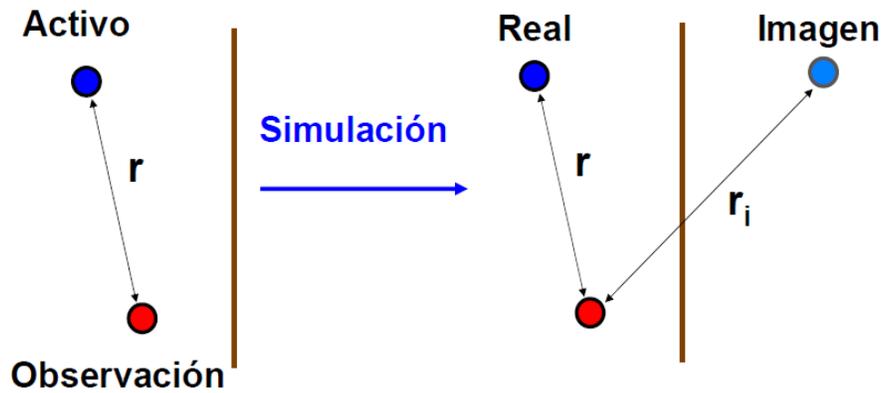


Figura 2 13 Simulación de una prueba de interferencia con una falla impermeable³.

En una prueba de interferencia el pozo de observación recibe dos señales, una del pozo activo y otra del pozo imagen, el efecto de la falla es similar al del pozo imagen.

$$p_{DO}(t_D) = p_{DA}(r_D, t_D) + p_{DI}(r_{Di}, t_D) \quad (2.4)$$

$$p_{DO}(t_D) = \frac{1}{2} E_i \left(\frac{r_D^2}{4t_D} \right) + \frac{1}{2} E_i \left(\frac{r_{Di}^2}{4t_D} \right) \quad (2.5)$$

Donde $r_{Di} = r_i / r_w$

La Figura 2.14 muestra el grupo de presión adimensional y de la derivada de presión adimensional como una función del parámetro R para fallas impermeables, donde $R=a/b$.

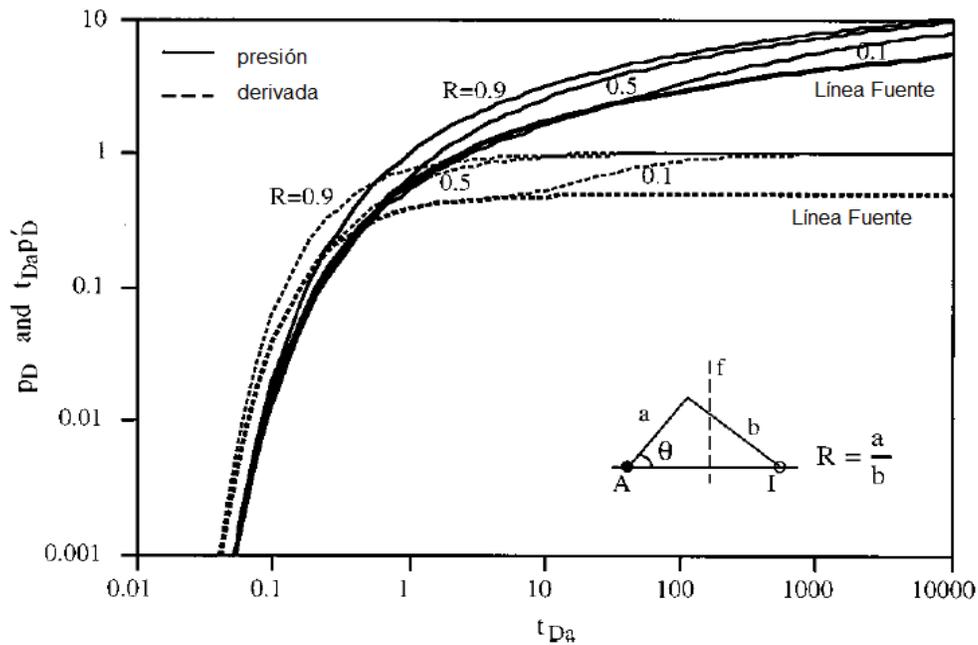


Figura 2.14 Curva tipo de análisis de pruebas de interferencia para pozos cercanos a una falla impermeable (Abbaszadeh y Cinco-Ley¹, 2000).

La Figura 2.15 muestra gráficamente los resultados para el caso de frontera a presión constante.

Cuando una prueba de interferencia se analiza ya sea con la Figura 2.14 o 2.15, se puede estimar del ajuste de curva tipo el producto kh , la difusividad hidráulica η , y el parámetro $R = a/b$. Dado que a se conoce del ajuste del tiempo, b (distancia al pozo imagen) se puede calcular. Sin embargo, el conocimiento de b es insuficiente para determinar la posición de la falla. Todos los pozos imágenes localizados en un círculo de radio b con pozo de observación en el centro son solución (Abbaszadeh y Cinco-Ley¹, 2000).

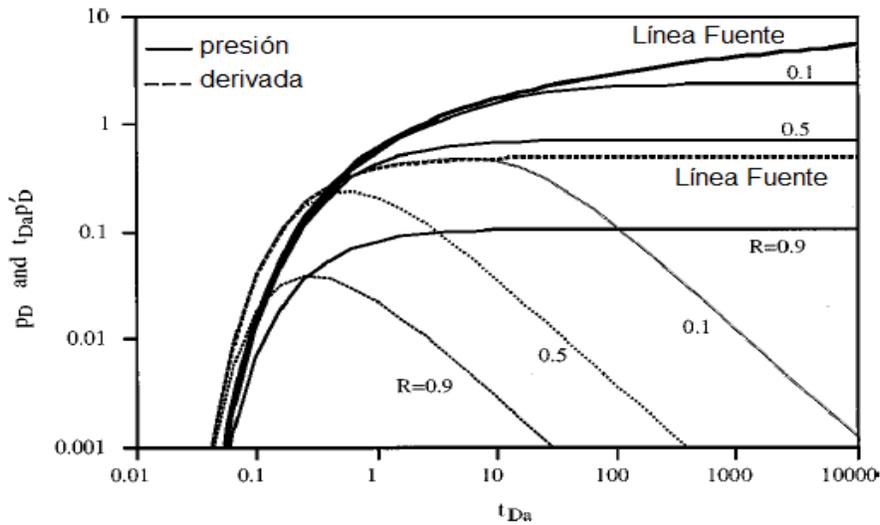


Figura 2.15 Curva tipo para interferencia. Pozo cercano a una frontera a presión constante (Abbaszadeh Cinco-Ley¹, 2000).

Vela⁵ ha demostrado que una frontera lineal puede tener diferentes ubicaciones en un yacimiento y tienen el mismo efecto en la respuesta transitoria de una prueba de interferencia. La envolvente de todas las posibles ubicaciones de falla es una elipse. La falla es tangente a la elipse, cualquier tangente a esta elipse es solución (Figura 2.16).

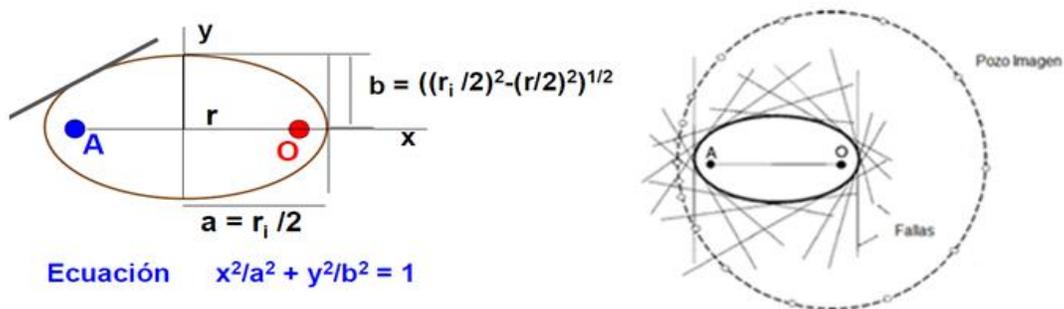


Figura 2.16 Posición de la falla impermeable. Prueba de Interferencia. (Cinco-Ley³, Vela⁵)

Por lo tanto, con el fin de reducir la respuesta a un solo punto en la envolvente elíptica de la Figura 2.16, y para delinear completamente la ubicación y orientación de la frontera lineal, se requiere información de un mínimo de 3 pruebas de un solo pozo o de interferencia en pozos no alineados.

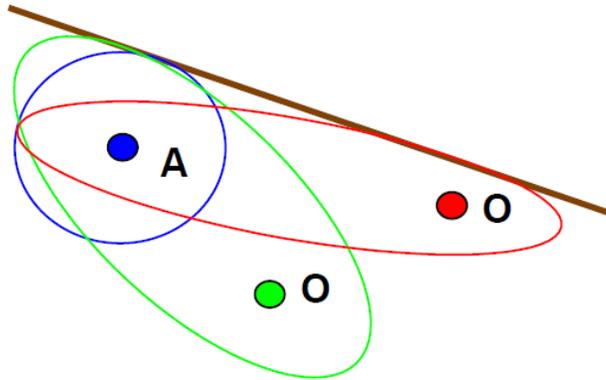


Figura 2.17 Determinación de la posición de una falla (Cinco-Ley³)

2.3.5 Pruebas de Interferencia en Pozos Cercanos a una Falla Conductiva

Abbaszadeh y Cinco-Ley¹ estudiaron las pruebas de interferencia cuando el pozo de observación se localiza en cada lado de una falla conductiva. En el capítulo 3 se tratará con mayor profundidad este tema. Aquí sólo se hará referencia a las curvas tipo obtenidas.

La curva tipo (Figura 2.18) para cuando el pozo activo y el pozo de observación están del lado izquierdo de la falla, muestra que los datos de interferencia inicialmente muestran una respuesta similar a la de línea fuente. A medida que la expansión de los fluidos (o la difusión de la presión) alcanza el plano de falla, ésta actúa como una frontera lineal a presión constante manifestada por una recta de pendiente unitaria en la derivada de presión.

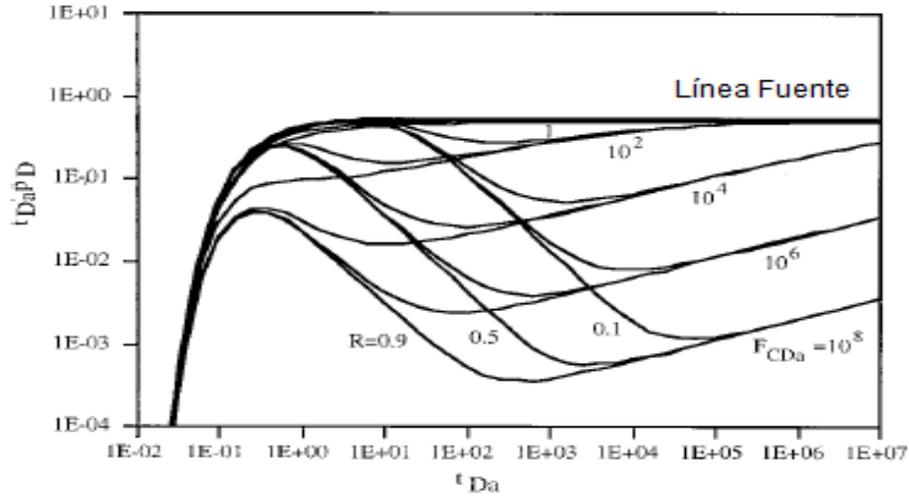


Figura 2.18 Curvas tipo para pozo de observación en del lado izquierdo de la falla, $s_{fa}=0$, $\theta=3\pi/4$ (Abbaszadeh¹, et al 2000)

En la referencia 1 se puede encontrar una variedad de curvas tipo para diferentes factores de daño de la falla, s_{fa} y diferentes posiciones del pozo de interferencia (ángulo θ). Para mejor comprensión ir a referencia 1.

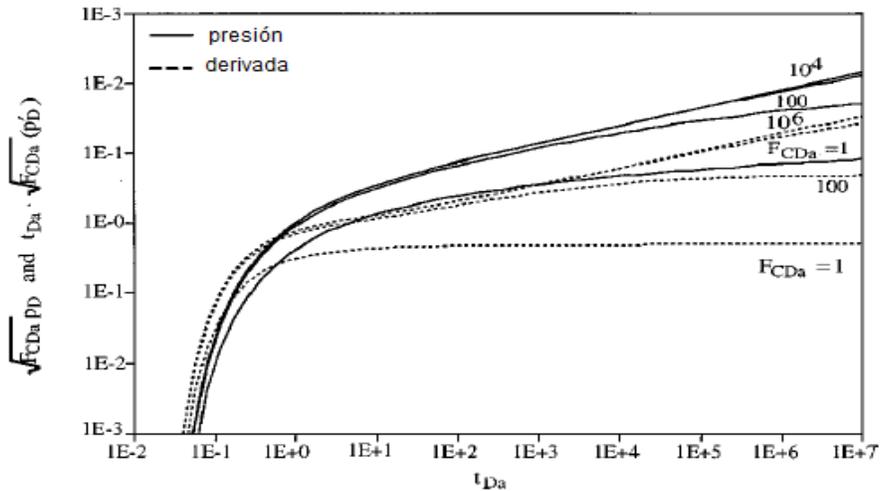


Figura 2.19 Curva tipo para cuando el pozo activo y el de observación están en lados opuestos, $s_{af}=0$, $x_{Da}=0.5$ (Abbaszadeh , et al 2000¹).

2.4 Pruebas de Interferencia en Yacimientos de Doble Porosidad

En yacimientos naturalmente fracturados, la presencia de fracturas afecta la propagación de la señal de interferencia alrededor del pozo productor:

- Durante el flujo en la fractura, la respuesta de interferencia viaja muy rápido hasta una cierta distancia del pozo productor.
- Cuando la distancia entre el pozo activo y el pozo de observación es muy grande, la heterogeneidad de la respuesta *desaparece* (Kazemi¹⁵ et al 1969).

2.4.1 Curva Tipo de Presión para Yacimientos de Doble Porosidad (Flujo Pseudo-estacionario)

Antes de presentar las curvas tipo es conveniente describir dos parámetros importantes en el modelo de doble porosidad. El primero es; la capacidad adimensional de almacenamiento de fracturas ω que define la contribución del sistema de fracturas en el sistema total:

$$\omega = \frac{(\Phi c_t)_f}{(\Phi c_t)_f + (\Phi c_t)_{ma}} \quad (2.6)$$

Un segundo parámetro heterogéneo, llamado coeficiente de flujo interporoso λ , se usa para describir la habilidad de los bloques de matriz para fluir en las fracturas, es decir, define la comunicación entre los bloques de matriz y las fracturas. Warren y Root¹⁶ (1963) expresan a λ como una función de la geometría de los bloques de matriz y de la permeabilidad.

$$\lambda = \frac{Fk_{ma}r_w^2}{k_f h_{ma}^2} \quad (2.7)$$

Cuando λ es pequeño, la transferencia del fluido de la matriz hacia las fracturas es difícil.

En la Figura 2.20, se muestra la curva tipo para un pozo de observación en un yacimiento de doble porosidad con flujo pseudo-estacionario (Bourdet y Gringarten¹⁷, 1980; Deruyck¹⁸ et al., 1982). El grupo adimensional $t_{Df}r_D^2$ se define con referencia a la capacidad de almacenamiento del sistema de fracturas $(\Phi V c_t)_f$.

La curva tipo se grafica con un conjunto de soluciones de la integral exponencial etiquetados en términos de valores de ω (capacidad adimensional de almacenamiento de fracturas) para los dos regímenes de flujo homogéneo, y una familia de curvas de transición con valores típicos de λr_D^2 para el período de transición.

La primera curva de la exponencial integral corresponde a $\omega=1$ y describe el flujo en la fractura. Cuando comienza la transición, la respuesta se desvía de la curva de fractura y sigue a la curva de transición λr_D^2 . Posteriormente, se alcanza el régimen homogéneo equivalente al sistema total. A tiempos largos, se observa una segunda curva de exponencial integral desplazada por la relación de capacidad de almacenamiento ω .

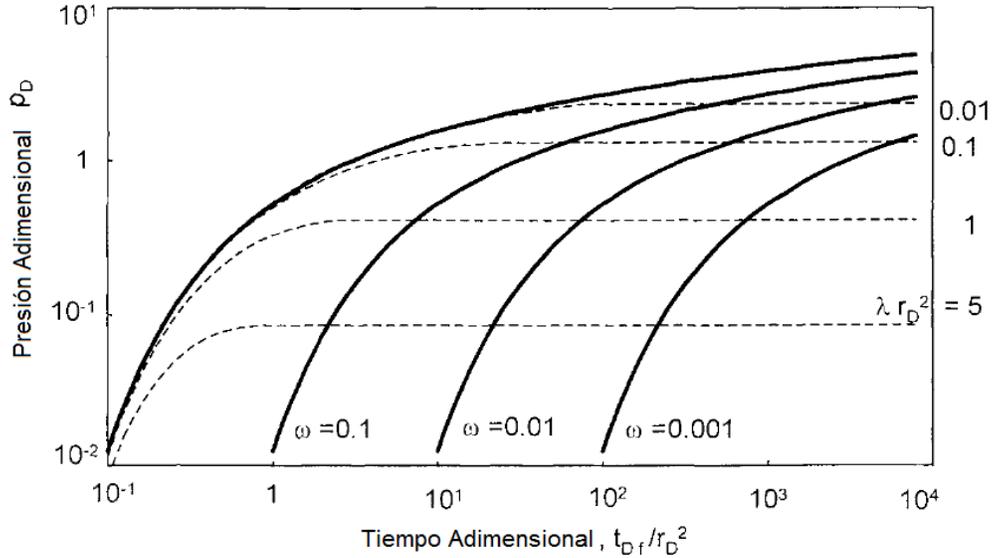


Figura 2.20 Curva tipo de presión para yacimientos de doble porosidad (flujo pseudo-estacionario). Escala log-log p_D vs. t_{Df}/r_D^2 . (Bourdet y Gringarten¹⁶, 1980).

Si el pozo de observación está a una distancia mayor que r_{iD} (*radio de influencia* de las fracturas alrededor del pozo activo), la señal de interferencia se mide solo después del régimen de transición, cuando la respuesta está en flujo total del sistema. En tal caso, a pesar de que la respuesta del pozo activo es claramente de doble porosidad, el pozo de observación muestra comportamiento de yacimiento homogéneo (Kazemi¹⁵ *et. al*, 1969). La interpretación de la prueba de interferencia proporciona la permeabilidad y la capacidad total de almacenamiento del sistema $(\Phi V c_t)_{f,m}$ sin embargo, los parámetros ω y λ no se pueden estimar.

Por otro lado, si el pozo de observación se localiza dentro del radio de influencia r_{iD} , el régimen de flujo en las fracturas se observa antes del flujo total del sistema homogéneo equivalente.

La respuesta de interferencia en yacimientos fracturados puede ser relativamente rápida, y frecuentemente se puede observar después de solo unos minutos, aun cuando el pozo de observación esté a varios cientos de pies de distancia del

productor. Esto no significa que la duración de la prueba se pueda reducir. En el ajuste de curva tipo, para tiempos de respuesta pequeños no se define el ajuste y se necesita una respuesta completa del régimen de flujo del sistema total para la interpretación.

En las Figuras 2.21 y 2.22 se compara la respuesta de dos pozos de observación en un yacimiento fracturado. El pozo **A** está a $r_D=1000$ del pozo productor y el pozo **B** está más lejos ($r_D=5000$). El parámetro $\lambda=5 \times 10^{-8}$ y $\omega=10^{-1}$.

En la Figura 2.21, las curvas de presión y derivada se presentan contra el tiempo adimensional t_{Df} y en la Figura 2.22 se usa el mismo grupo de la curva tipo t_{Df}/r_D^2 . En la escala de tiempo t_{Df} de la Figura 2.21, la respuesta del pozo **B** se retrasa por un factor de 25 comparada con la respuesta del pozo **A**. Con la escala de tiempo adimensional t_{Df}/r_D^2 de la Figura 2.22, la respuesta de los dos pozos se superponen a tiempos cortos. Después de la superposición, la forma del valle de la curva de la derivada durante la transición es característica de la respuesta de doble porosidad para flujo pseudoestacionario. La transición comienza después que las curvas de presión y derivada se intersectan.

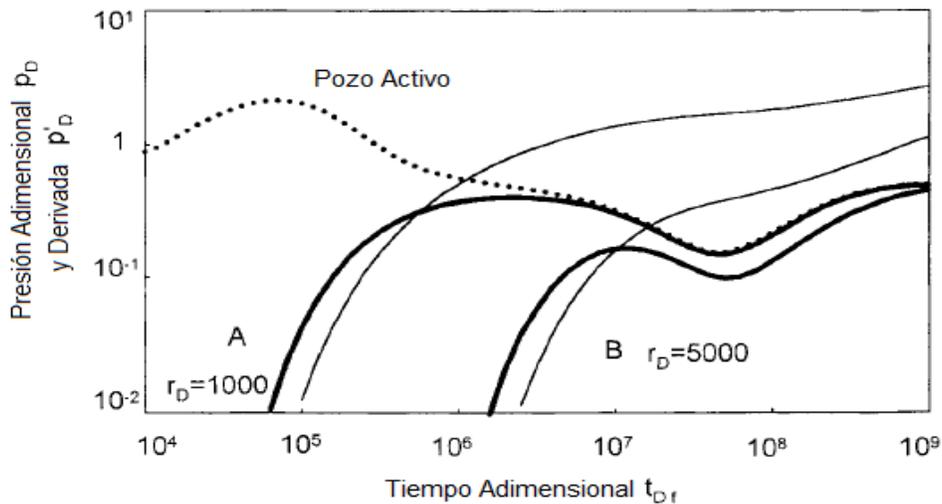


Figura 2.21 Respuesta de interferencia en yacimientos de doble porosidad (flujo pseudo-estacionario). Escala log-log, p_D contra t_{Df} , $\lambda=5 \times 10^{-8}$, dos distancias (Bourdet¹⁰).

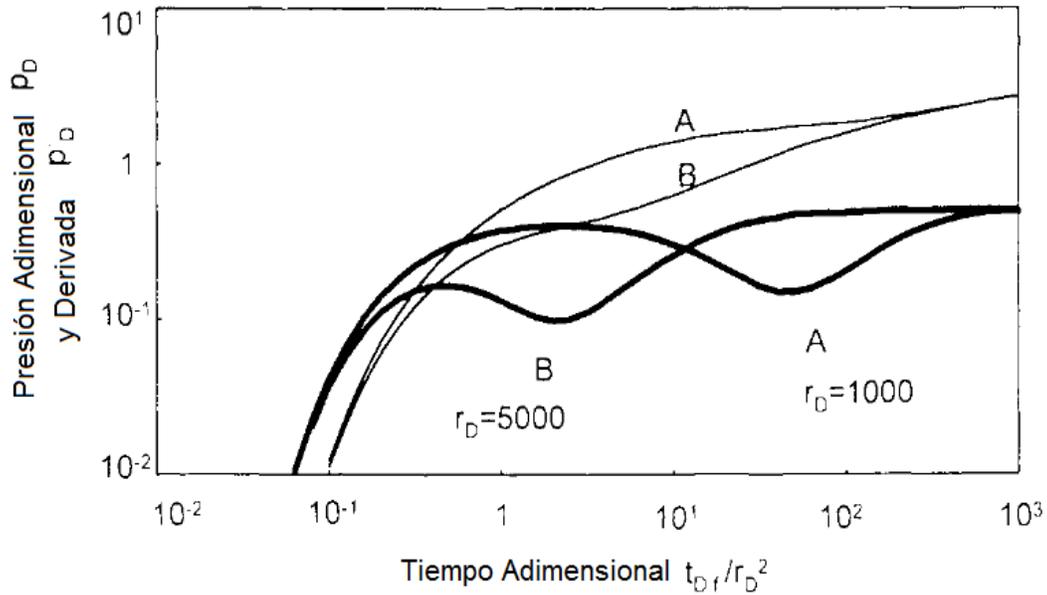


Figura 2.22 Respuesta de interferencia en yacimientos de doble porosidad (flujo pseudo-estacionario). Escala log-log, p_D contra t_{Df}/r_D^2 . Como la Figura 2.21. (Bourdet¹⁰, 2002).

2.4.2 Curva Tipo de Presión para Yacimientos de Doble Porosidad (Flujo Transitorio)

La curva tipo de la Figura 2.23 corresponde a un yacimiento de doble porosidad para flujo transitorio (Bourdet y Gringarten¹⁶, 1980; Deruyck¹⁷ *et al.*, 1982). Una familia de curvas de soluciones de Theis, etiquetadas en valores de ω se superpone en curvas de transición etiquetadas con βr_D^2 . El parámetro interporoso β se define de acuerdo al tipo de bloque de matriz.

En flujo transitorio, el flujo en las fracturas es muy corto y pocas veces se ve. La respuesta de interferencia comienza en una curva de transición βr_D^2 y a tiempos largos alcanza a la curva de integral exponencial del sistema total. La forma de la curva de transición βr_D^2 es suave y no muy característica comparada con la

respuesta final del sistema total homogéneo. Cuando no se usa la derivada, el ajuste es algunas veces más complicado.

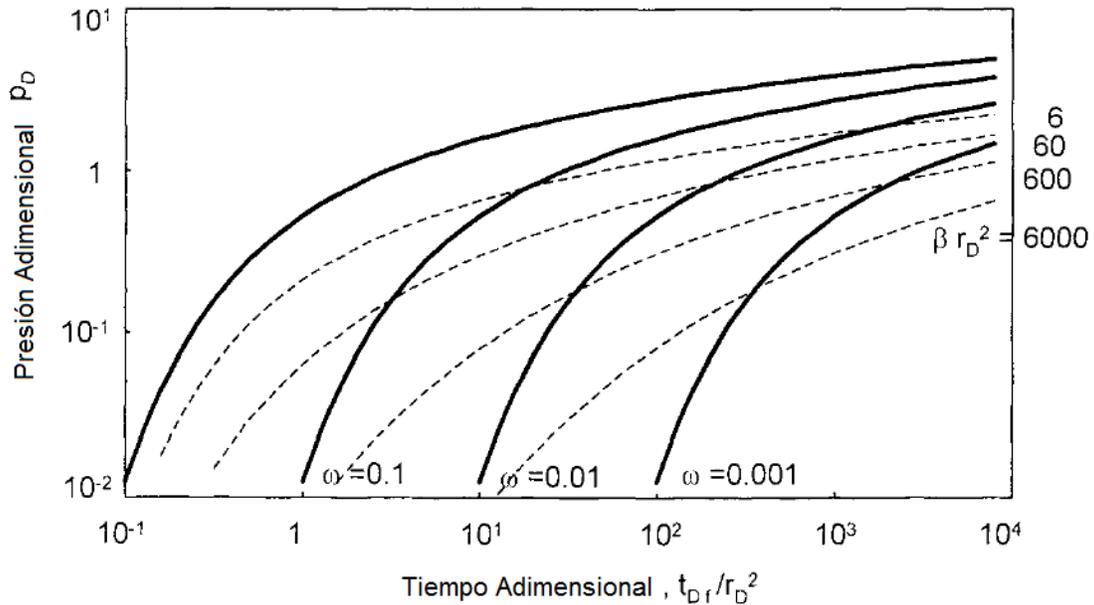


Figura 2.23 Curva tipo para yacimientos de doble porosidad (flujo transitorio).
Escala log-log, p_D contra t_{Df}/r_D^2 (Bourdet y Gringarten¹⁶, 1980).

Las dos respuestas de los pozos de observación presentados en la Figura 2.24 se generaron con los mismos parámetros del ejemplo de la Figura 2.21. El bloque de matriz se supone esférico. La escala de tiempo es t_{Df}/r_D^2 .

Para el pozo **A**, la respuesta muestra una curva similar a la Figura 2.22 (flujo pseudo-estacionario). Cuando las curvas de presión y derivada se intersectan, la respuesta ya está en comportamiento transitorio. Para el pozo A, la respuesta muestra un régimen de flujo en la fractura muy pequeño, similar al de la una curva de la Figura 2.22 para flujo pseudo-estacionario. Cuando las curvas de presión y derivada se intersectan, la respuesta ya está en comportamiento transitorio.

Durante la transición de doble porosidad del ejemplo **A**, la derivada tiende a estabilizarse aproximadamente en 0.3. Finalmente, cuando se observa el flujo radial en el sistema total de comportamiento homogéneo, la derivada alcanza el valor de 0.5.

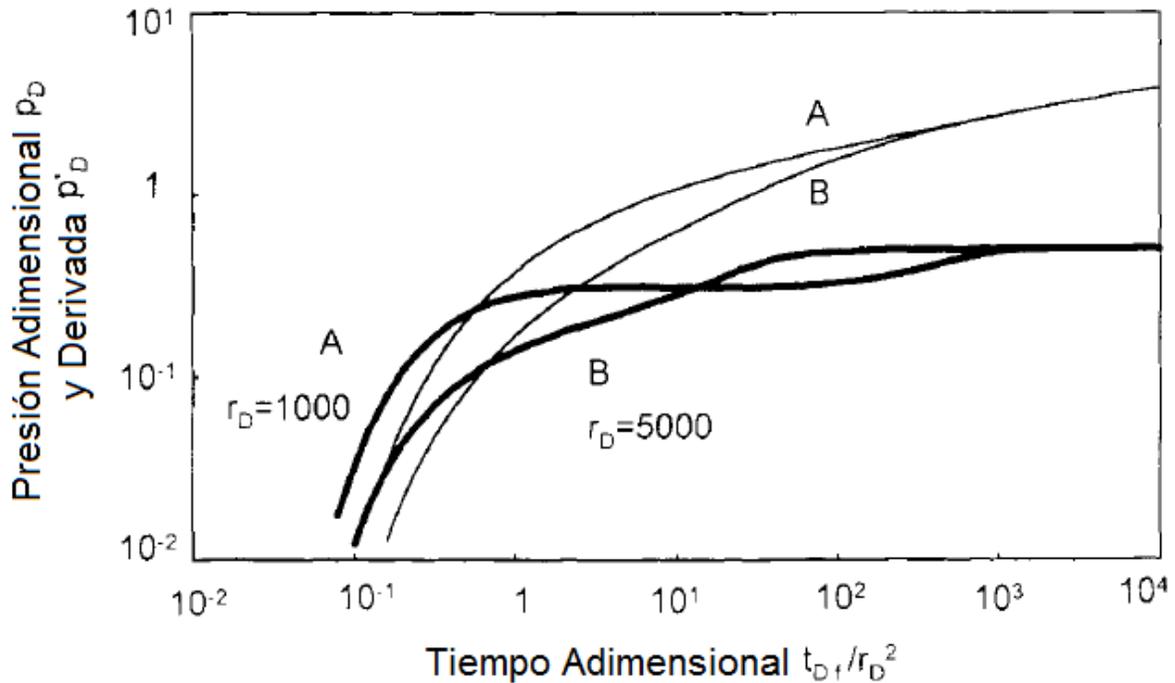


Figura 2.24 Respuesta de interferencia en yacimientos de doble porosidad (flujo transitorio). Escala log-log, p_D contra t_{Df}/r_D^2 . Mismos parámetros que Figura 2.21 (Bourdet¹⁰, 2002)

La respuesta del pozo **B** es menos característica. El flujo en las fracturas no se observa y la señal se retrasa comparada con la curva **A**. La transición es corta y no se observa estabilización intermedia de la derivada antes de 0.5. Si el período de prueba es corto y el flujo radial final no se alcanza, el análisis puede ser difícil.

Aquí podemos darnos cuenta que las pruebas de interferencia son el único tipo de prueba que permite encontrar la compresibilidad total c_t .

2.5 Análisis de Ajuste de Curva Tipo

Aun cuando existen varios métodos de interpretación de datos de pruebas de interferencia, la utilización de curvas tipo ha demostrado ser la más ventajosa; debido a que por medio de esta técnica pueden ser analizados simultáneamente todos los datos de presión obtenidos en la prueba incluyendo los períodos de transición.

Como se ha mostrado anteriormente, la curva tipo es una gráfica que representa el comportamiento de presión en un pozo o en un punto de observación expresada en términos de variables adimensionales; generalmente se usan escalas logarítmicas. La curva debe tener ciertas características tales como; poseer una forma con curvatura característica y en caso de una familia de curvas, éstas deben emerger o converger a una curva común.

El modelo de flujo para una prueba de interferencia en un yacimiento puede ser cualquiera de los descritos en la sección 2.3, 2.4 o una combinación de éstos, es conveniente por consiguiente, determinar bajo qué condiciones está actuando el yacimiento.

El procedimiento de ajuste de curva tipo para el análisis de una prueba de interferencia consiste en lo siguiente:

1. Seleccionar la curva tipo.
2. Graficar datos de la prueba en un papel semitransparente usando la escala de la curva tipo.
3. Ajustar datos a la curva tipo deslizando la hoja con datos sobre la curva tipo.
4. Seleccionar un punto de ajuste.
5. Estimar los parámetros usando el punto de ajuste y las definiciones de las variables adimensionales que representan los ejes de la curva tipo.

A continuación se ejemplifica esta metodología utilizando la curva tipo para flujo radial en medio homogéneo.

Paso 1. Seleccionar la curva tipo

- ✓ - Flujo radial en medio homogéneo
- Flujo lineal en medio homogéneo
- Flujo esférico en medio homogéneo
- Flujo radial afectado por una falla
- Flujo radial en medio de doble porosidad

Paso 2. Graficar datos en papel semitransparente

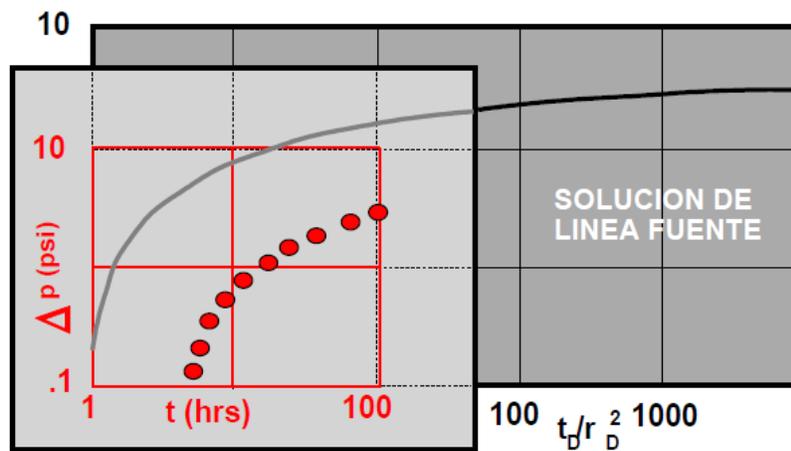


Figura 2.25 Prueba de interferencia Flujo Radial.

Paso 3. Ajustar los datos con la curva tipo

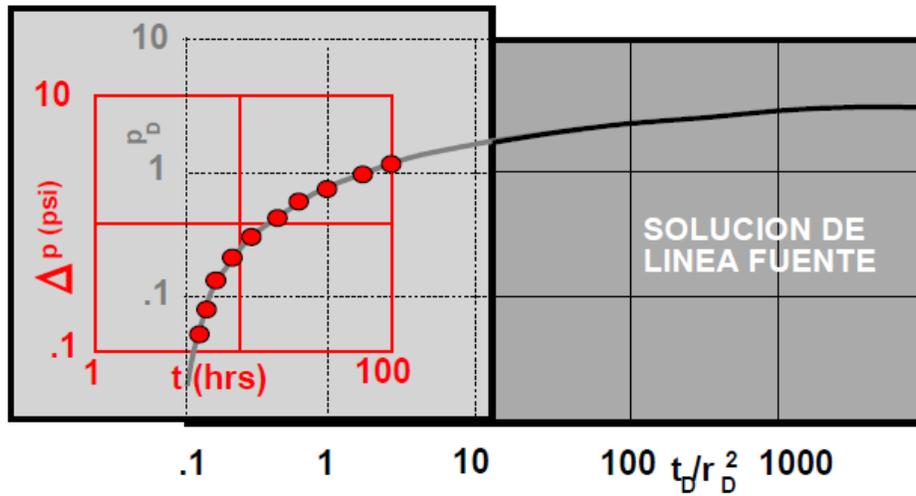


Figura 2.26 Prueba de interferencia. Ajuste de curva tipo. Flujo Radial

Paso 4. Seleccionar el punto de ajuste

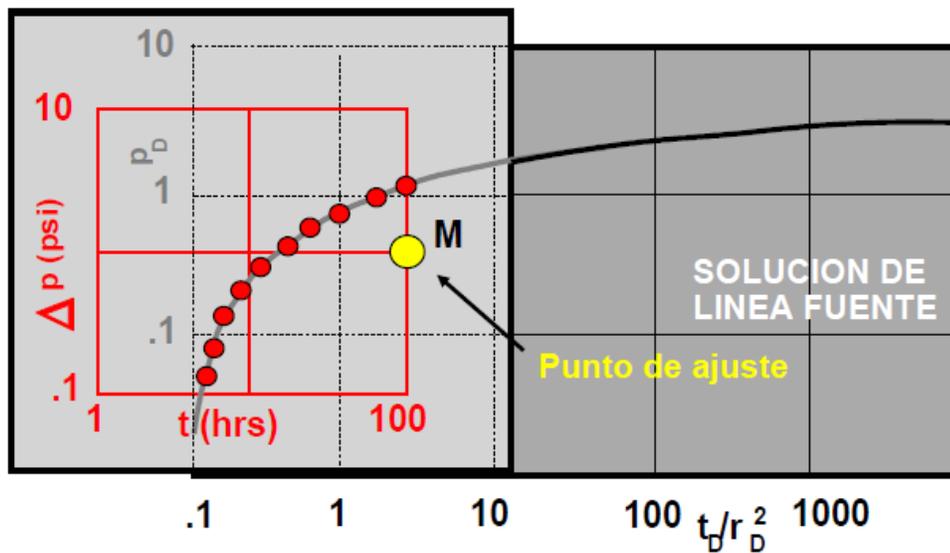


Figura 2.27 Selección del Punto de Ajuste

Paso 5. Estimar parámetros

Datos del punto de ajuste:

$$(\Delta p)_M \quad (t)_M \quad (p_D)_M \quad (t_D/r_D^2)_M$$

Definición de variables adimensionales:

$$p_D = \frac{k h \Delta p}{\alpha q B \mu} \quad (2.8)$$

$$t_D / r_D^2 = \frac{\beta k t}{\Phi \mu c_t r^2} \quad (2.9)$$

Estimación de parámetros:

$$k h = \frac{\alpha q B \mu (p_D)_M}{(\Delta p)_M} \quad (2.10)$$

$$\Phi c_t = \frac{\beta k (t)_M}{\mu r^2 (t_D/r_D^2)_M} \quad (2.11)$$

El procedimiento es el mismo independientemente de la curva tipo que se utilice y dependiendo de ésta serán los parámetros que se obtengan.

CAPÍTULO 3

Pruebas de Interferencia entre Pozos Localizados en una Falla Conductiva

3.1 Planteamiento del Problema

En años recientes se ha detectado que las fallas conductivas son muy comunes en Yacimientos Naturalmente Fracturados, la presencia de este tipo de fallas distorsiona totalmente la dinámica de flujo en el medio poroso. Es necesario detectar y evaluar estos elementos para tener una explotación óptima del campo, ya sea mediante energía natural o mediante recuperación secundaria o mejorada. La naturaleza conductiva de la falla tiene un efecto profundo en la recuperación de gas y aceite de yacimientos fracturados. Las fallas conductivas permiten el flujo a través y a lo largo de la falla, sirven de canales, son adversas a la explotación debido a que si se encuentran cercanas al pozo y se extienden al acuífero los pozos comenzarán a producir agua prematuramente y en el caso de proyectos de inyección, los fluidos inyectados pueden canalizarse inmediatamente vía la falla conductiva hacia los pozos productores, de aquí la importancia de detectar y caracterizar este tipo de fallas.

El análisis de pruebas de presión es una herramienta poderosa que proporciona información confiable y útil sobre las características del yacimiento. El uso de pruebas de presión de un solo pozo en la delimitación de fallas es abundante en la literatura. Se han propuesto las pruebas de decremento e incremento para detectar y evaluar las fallas geológicas conductivas. El trabajo de Abbaszadeh y Cinco-Ley¹⁹ presenta una solución analítica para la distribución de presión en un yacimiento causada por un pozo activo cerca de una falla de conductividad finita no intersectante. Las soluciones consideran flujo a través y a lo largo del plano de

la falla. Estos autores muestran que es posible estimar las propiedades del yacimiento, la conductividad de la falla, el factor de daño y la distancia a la falla en una prueba de incremento o decremento.

Sin embargo, a pesar de que el trabajo de Abbaszadeh y Cinco-Ley¹⁹ es en general suficiente para cubrir la distribución de presión en un yacimiento con fallas, no está dirigido específicamente a pruebas de múltiples pozos como pruebas de interferencia o pruebas de pulso. Debido a que las pruebas de interferencia han demostrado su utilidad en identificar heterogeneidades entre pozos y otras características del yacimiento se justifica su aplicación en yacimientos con fallas conductivas²⁰. Abbaszadeh¹ et. al., estudiaron las pruebas de interferencia cuando el pozo activo se encuentra ubicado del lado izquierdo de la falla y el pozo de observación puede localizarse a un lado u otro de la falla conductiva. En ese trabajo se plantearon diversas situaciones y se presentaron curvas tipo específicas para tales casos, sin embargo, no se cubrió la totalidad de ellos, existen situaciones que aún no han sido consideradas por lo que es conveniente incluir el modelo de flujo bilineal para tener herramientas de análisis más completas y poderosas. El modelo de flujo bilineal presentado por Cinco-Ley y Samaniego² que sería el modelo válido en una prueba de interferencia cuando los dos pozos caen dentro de la falla conductiva es el objeto de estudio de este trabajo. En esta tesis se desarrollan las ecuaciones y se presentan las curvas tipo específicas para analizar las pruebas de interferencia cuando el pozo de observación y el pozo activo se encuentran en la falla conductiva o en zonas donde está presente el flujo bilineal, porque no sólo es válido para fallas conductivas también puede extenderse al caso de canales con alimentación lateral como sucede en el caso de yacimientos turbidíticos como Chicontepec.

En este capítulo se discuten dos casos: cuando el medio es incompresible y cuando el medio es compresible.

3.2 Características de Flujo en Fallas Conductivas

Las fallas son la forma más común de heterogeneidad en yacimientos de hidrocarburos. Las fallas conductivas actúan como fuentes de mantenimiento de presión permitiendo la transferencia de fluido a lo largo y a través de sus planos. Las características de flujo en un yacimiento que contiene una falla conductiva son complejas y dependen del tiempo. Abbaszadeh¹ *et.al* muestra un esquema de las líneas de flujo a diferentes tiempos para cuando el pozo activo está cerca de una falla conductiva (Figura 3.1). Para tiempos cortos no se siente el efecto de la falla, y se presenta flujo radial alrededor del pozo activo (Figura 3.1a, el área sombreada muestra la región afectada por la expansión del fluido o difusión de la presión). A medida que la presión transitoria se propaga a lo largo de la falla y de su vecindad, se desarrolla un patrón de flujo complejo. Para tiempos intermedios las líneas de flujo indican que hay una frontera a presión constante (Figura 3.1b) y subsecuentemente se da flujo bilineal (Figura 3.1c). Para tiempos largos se da flujo pseudoradial (Figura 3.1d).

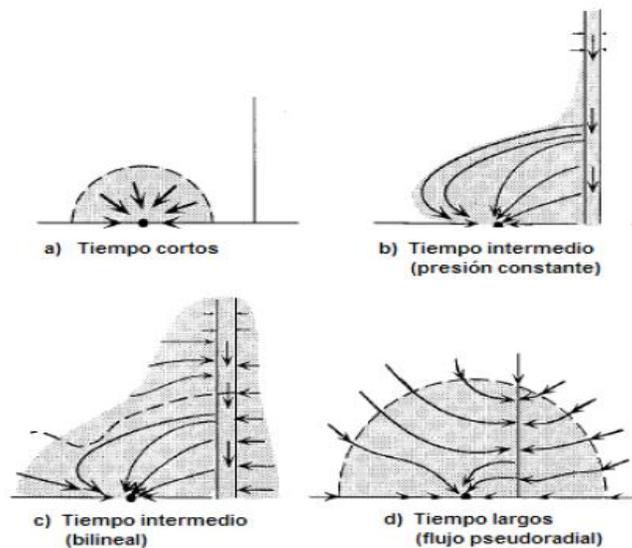


Figura 3 1 Esquema de líneas de flujo a diferentes tiempos para una falla conductiva. (Abbaszadeh¹ *et.al* 2000)

En la Figura 3.1b el sistema actúa como una fuente en estado estacionario y sumidero, donde la falla es la fuente del fluido que suministra al yacimiento y el pozo activo constituye el punto de extracción de los fluidos (sumidero). En la Figura 3.1c, virtualmente todo el fluido producido del yacimiento pasa a través de la falla y no hay expansión en las regiones alrededor del pozo, lo cual hace que alcance estado estacionario o condición incompresible. Lejos del pozo activo, donde la expansión del fluido todavía ocurre, el flujo en el yacimiento (en ambos lados de la falla derecho e izquierdo) es lineal hacia la falla. A tiempos grandes donde la presión se ha difundido a través de la falla (usualmente para casos de baja conductividad), se establece flujo pseudo radial (Figura 3.1c) que puede ser analizado mediante las características y procedimientos de flujo radial.

Sin embargo, para el caso cuando la falla conductiva es intersectante los periodos de flujo son distintos a los establecidos por Abbaszadeh¹ *et. al.* Cinco-Ley y Samaniego² describen las características de flujo en un pozo interceptado por una fractura vertical de conductividad finita, tal caso, es aplicable a un pozo que se encuentra en una falla conductiva o en un canal. Inicialmente, hay un flujo lineal en la falla caracterizado por una línea recta de pendiente $\frac{1}{2}$; después de un periodo de transición el sistema exhibe flujo bilineal, indicado por una línea recta de pendiente de $\frac{1}{4}$. A medida que el tiempo incrementa, se desarrolla un periodo de flujo lineal en la formación. Eventualmente, en todos los casos, el sistema alcanza un periodo de flujo pseudo radial (Figura 3.2) siempre y cuando la zona conductiva de la falla sea de longitud finita. La única excepción en que se da flujo pseudo radial no por la longitud finita de la falla sino por la conductividad es cuando se tiene una falla de muy baja conductividad.

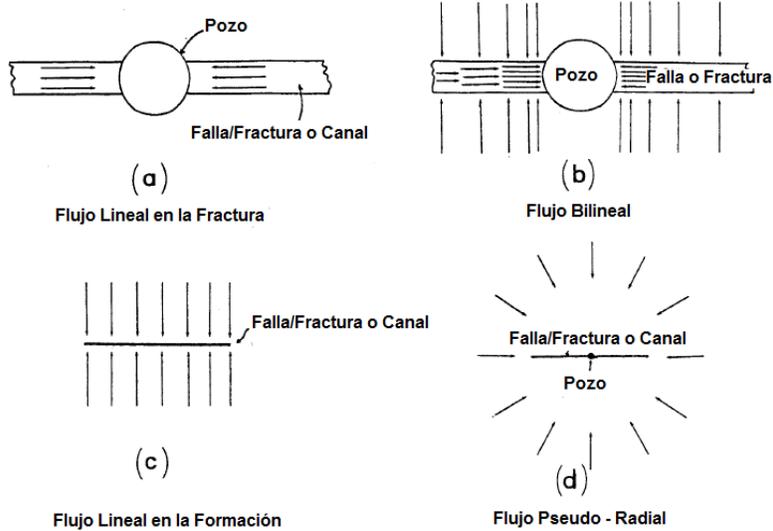


Figura 3.2 Periodos de flujo para un pozo fracturado verticalmente (Cinco-Ley y Samaniego², 1981)

3.3 Ecuaciones Básicas

Cinco-Ley y Samaniego² presentaron una técnica para analizar los datos del transiente de presión para pozos interceptados por una fractura vertical de conductividad finita. El método se basa en la teoría de flujo bilineal. El flujo en la formación es esencialmente lineal y perpendicular al plano de fractura. El yacimiento y la fractura se pueden tratar como dos regiones homogéneas diferentes²¹.

Si el flujo en la fractura se asume lineal, el comportamiento de presión se puede describir en términos de variables adimensionales² por:

$$\frac{\partial^2 p_{fD}}{\partial x_D^2} + \frac{2}{(k_f b_f)_D} \frac{\partial p_D}{\partial y_D} \Big|_{y_D=0} = \frac{1}{\eta_{fD}} \frac{\partial p_{fD}}{\partial t_D x_f} \quad (3.1)$$

Para $0 < x_D < \infty, t_{Dx_f} > 0$

Condición inicial

$$p_{fD} = 0, \quad t_{Dx_f} = 0, \quad 0 \leq x_D < \infty, \quad (3.2)$$

Condiciones de frontera

$$\frac{\partial p_{fD}}{\partial x_D} \Big|_{x_D=0} = -\frac{\pi}{(k_f b_f)_D}, \quad t_{Dx_f} > 0 \quad (3.3)$$

$$\lim_{x_D \rightarrow \infty} p_{fD} = 0, \quad t_{Dx_f} > 0 \quad (3.4)$$

A continuación se definen las variables adimensionales en unidades de campo²:

$$p_{fD} = \frac{kh [p_i - p_f]}{141.2 qB\mu} \quad (3.5)$$

$$p_D = \frac{kh [p_i - p]}{141.2 qB\mu} \quad (3.6)$$

$$t_{Dx_f} = \frac{0.000264 kt}{\Phi \mu c_t x_f^2} \quad (3.7)$$

$$x_D = \frac{x}{x_f} \quad (3.8)$$

$$y_D = \frac{y}{y_f} \quad (3.9)$$

$$\eta_{fD} = \frac{k_f \Phi c_t}{k \Phi_f c_{ft}} \quad (3.10)$$

$$(k_f b_f)_D = \frac{k_f b_f}{k x_f} \quad (3.11)$$

p y p_f representan la presión de la formación y la presión de la fractura, respectivamente, x es la dirección del flujo en la fractura, y y es la dirección del flujo en la formación perpendicular al plano de fractura.

El transiente en la formación puede describirse por:

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial y_D^2} = \frac{\partial p_D}{\partial t_{Dx_f}} \quad (3.12)$$

Para $0 < y_D < \infty, t_{Dx_f} > 0$

Condición inicial

$$p_D = 0, \quad t_{Dx_f} = 0, \quad 0 < y_D < \infty, \quad (3.13)$$

Condiciones de frontera

$$p_D|_{y_D=0} = p_{fD}, \quad t_{Dx_f} > 0 \quad (3.14)$$

$$\lim_{y_D \rightarrow \infty} p_D = 0, \quad t_{Dx_f} > 0 \quad (3.15)$$

Mediante la aplicación de transformada de Laplace con respecto al tiempo a las ecuaciones diferenciales parciales del flujo en la fractura (Ec. 3.1) y en la formación (Ec. 3.12), acopladas por las condiciones de frontera, Cinco-Ley y Samaniego² obtienen la solución en el dominio de Laplace para la presión transitoria de un pozo con una fractura de conductividad finita:

$$\bar{p}_{fD} = \frac{\pi \exp\left\{-x_D \left[\frac{s}{\eta_{fD}} + \frac{2\sqrt{s}}{(k_f b_f)_D} \right]^{1/2}\right\}}{(k_f b_f)_D s \left[\frac{s}{\eta_{fD}} + \frac{2\sqrt{s}}{(k_f b_f)_D} \right]^{1/2}} \quad (3.16)$$

Para detalles de la derivación del modelo, se sugiere al lector consultar la Ref. 2 y Ref. 21.

Cabe señalar que la falla lo que crea es un corredor de alta permeabilidad y este modelo (Ec. 3.16) lo que considera es ese corredor, no la falla en sí, ésta puede ser solo un plano, pero lo que consideramos es que alrededor hay fracturas, entonces, lo que está afectando es una zona.

3.4 Flujo Bilineal y Nuevas Curvas Tipo

Se considera un yacimiento isotrópico de espesor constante conteniendo fluido ligeramente compresible con una falla de extensión infinita, permeabilidad k_f y ancho b_f , en la cual se encuentra el pozo activo y de observación.

Las soluciones derivadas por Cinco-Ley y Samaniego² para pozos fracturados proporcionan directrices útiles en el entendimiento de los mecanismos de flujo y del comportamiento de presión de una prueba de interferencia durante el régimen

de flujo bilineal. A partir del modelo desarrollado por estos autores Ec. (3.16) se consideran dos casos de estudio, cuando el medio es incompresible y cuando es compresible.

3.4.1 CASO I. MEDIO INCOMPRESIBLE

Se considera medio incompresible cuando el volumen poroso de la falla conductiva es pequeño.

En este modelo la expansión de la falla es despreciable, por lo que hace énfasis en que casi no hay aporte de la falla sino más bien lo aporta la formación, desde un inicio aportan las zonas vecinas y es por eso que llega al bilineal.

Según lo descrito por Cinco-Ley³ en sus notas, en el flujo bilineal por definición no aporta la falla. Para que exista flujo bilineal puro es necesario que el medio de mayor permeabilidad sea incompresible. Existen dos flujos lineales que se superponen, un lineal incompresible dentro de la falla y un lineal compresible en la formación.

Se parte del modelo de flujo bilineal² en el espacio de Laplace Ec. (3.16):

$$\bar{p}_{fD} = \frac{\pi \exp\left\{-x_D \left[\frac{s}{\eta_{fD}} + \frac{2\sqrt{s}}{(k_f b_f)_D} \right]^{1/2}\right\}}{(k_f b_f)_D s \left[\frac{s}{\eta_{fD}} + \frac{2\sqrt{s}}{(k_f b_f)_D} \right]^{1/2}} \quad (3.16)$$

En medio incompresible el valor de $\Phi_f c_{ft}$ de la falla es muy pequeño, por lo tanto

$$\eta_{fD} \rightarrow \infty$$

Entonces, tomando el límite de la Ec. (3.16) cuando $\eta_{fD} \rightarrow \infty$:

$$\bar{p}_{fD} = \frac{\pi \exp\left\{-x_D \left[\frac{2\sqrt{s}}{(k_f b_f)_D}\right]^{1/2}\right\}}{(k_f b_f)_D s \left[\frac{2\sqrt{s}}{(k_f b_f)_D}\right]^{1/2}} \quad (3.17)$$

De la Ec. 3.17 se agrupan las variables de tal manera que se formen los mismos grupos adimensionales que acompañan a “s”. En el apéndice A se puede consultar la derivación de matemática para flujo bilineal en medio incompresible en pruebas de interferencia cuando ambos pozos están en la falla conductiva. El modelo obtenido es:

$$\frac{(k_f b_f)_D^3}{x_D^5} \bar{p}_{fD} = \frac{\pi \exp\left\{-\left[2 \sqrt{\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2} s}\right]^{1/2}\right\}}{\sqrt{2} \left[\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2} s\right]^{5/4}} \quad (3.18)$$

La Ec. (3.18) permite identificar fácilmente los parámetros de correlación que se deben graficar para obtener la respuesta de presión como función del tiempo mediante el uso de la siguiente propiedad de la transformada de Laplace.

$$\mathcal{L}^{-1}f(as) = \frac{1}{a} F\left[\frac{t}{a}\right] \quad (3.19)$$

Entonces, la Ec. (3.18) se puede escribir como:

$$\frac{(k_f b_f)_D}{x_D} p_{fD} = F \left[\frac{(k_f b_f)_D^2}{x_D^4} t_{Dxf} \right] \quad (3.20)$$

Lo cual indica significa que la solución para flujo bilineal en medio incompresible se puede representar por una curva graficada en términos de:

$$\frac{(k_f b_f)_D}{x_D} p_{fD} \text{ vs. } \frac{(k_f b_f)_D^2}{x_D^4} t_{Dxf} \quad (3.21)$$

La derivación de los parámetros de correlación para flujo bilineal en medio incompresible se puede consultar también en el Apéndice A.

Para obtener la curva de la Ec. (3.21) primero se debe tener la función de tiempo, esto es, la anti transformada de la función $f(as)$ [Ec. (3.18)] que no puede invertirse de manera directa al dominio real, por tanto, la inversión se realiza numéricamente con ayuda del algoritmo de Harald Stehfest²² 1970. El método de Stehfest²² es una técnica de inversión numérica ampliamente usada en ingeniería de yacimientos de petróleo, que comparado con otras metodologías (por ejemplo, la de Fourier), éste es menos complejo en su aplicación y mucho más rápido en la obtención de resultados.

El desarrollo realizado por Stehfest²² permite aproximar soluciones de una función cualquiera mediante la siguiente serie ponderada:

$$f(t) \approx [s \cdot \sum_{n=1}^N K_n \cdot F(ns)] \quad (3.22)$$

Donde el parámetro a transformar s se define como:

$$s = \ln(2/t) \quad (3.23)$$

Los coeficientes ponderados K_n están dados por,

$$K_n = (-1)^{n+N/2} \cdot \sum_{k=(n+1)/2}^{\min(n, N/2)} \frac{k^{N/2} (2k)!}{\left(\frac{N-k}{2}\right)! k! (k-1)! (n-k)! (2k-n)!} \quad (3.24)$$

Los valores de s a los que $F(s)$ debe ser valuada son dependientes de t , por lo que pueden tenerse tantos puntos de $f(t)$ como sean requeridos.

En la Ec. (3.24), N conocido como el coeficiente de Stehfest, es un parámetro elegible. Diversos trabajos han detallado que el valor de N debe ser un número par acotado entre 10 y 20, siendo el valor óptimo 14.

Para la solución de la Ec. (3.18) se propone la construcción de un programa en Matlab que permita generar curvas tipo para flujo bilineal mediante el algoritmo de Stehfest²².

Resultados del Medio Incompresible

La Figura 3.3, muestra la curva generada para la solución numérica de la Ec. (3.18). Ésta es una curva tipo para analizar pruebas de interferencia cuando ambos pozos se encuentran en la falla conductiva y exhiben características de flujo bilineal. Es aplicable a regiones de flujo bilineal cuando el medio es incompresible. La recta tiene pendiente de $\frac{1}{4}$ lo que confirma flujo bilineal.

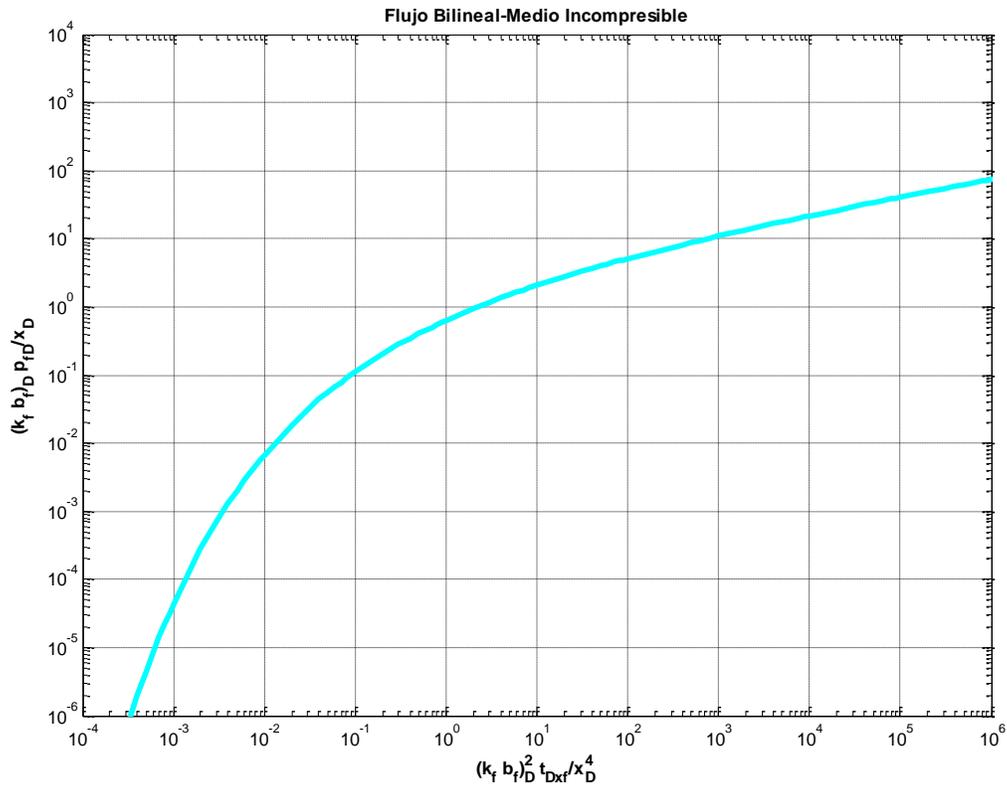


Figura 3.3 Curva tipo de interferencia para flujo bilineal en medio incompresible

De acuerdo al procedimiento de ajuste de curva tipo descrito en el Capítulo 2 de este trabajo, se estiman los parámetros correspondientes. La Figura 3.4 muestra un ejemplo de cómo se deben ajustar los datos y determinar un punto de ajuste.

Los datos que se obtiene del punto de ajuste con los siguientes:

$$\text{Datos del punto de ajuste: } (\Delta p)_M (t)_M F(p_D)_M F(t_{Dxf})_M$$

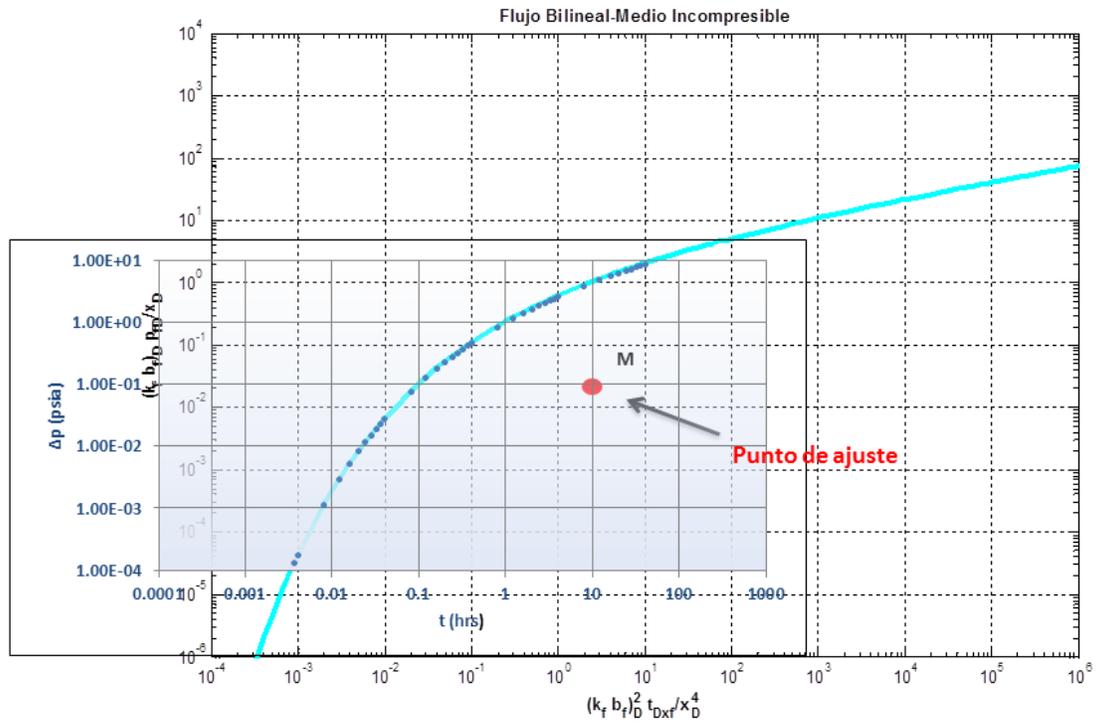


Figura 3.4 Ajuste de datos con la curva tipo y selección del punto de ajuste.

De acuerdo con la definición de las variables adimensionales dadas al inicio de este capítulo y con los datos del punto de ajuste, se puede estimar la capacidad de flujo de la falla ($k_f b_f h$) mientras que del ajuste horizontal se encontrará el producto $h^2(\Phi c_t)_{formac}$.

Ajuste vertical:

$$k_f b_f h = \frac{\alpha x B \mu q F(p_D)_M}{(\Delta p)_M} \tag{3.25}$$

Ajuste horizontal:

$$h^2(\Phi c_t)_{form} = \frac{\beta(h k_f b_f)^2 (t)_M}{\mu x^4 F(t_{Dxf})_M} \quad (3.26)$$

El subíndice M indica datos del punto de ajuste, x representa la distancia entre el pozo activo y de observación, α y β son factores de conversión de unidades.

Comportamiento a Tiempos Largos

La respuesta de presión a tiempos largos de la Figura 3.3 puede ser comparada con la solución analítica para tiempos grandes.

Tomando el límite de la Ec. (3.18) cuando s tiende a cero se tiene,

$$\frac{(k_f b_f)_D^3}{x_D^5} \bar{p}_{fD} \approx \frac{\pi}{\sqrt{2} \left[\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2} s \right]^{5/4}} \quad (3.27)$$

La Ec. (3.27) se puede invertir al espacio real directamente haciendo uso de tablas de transformada de Laplace de Carslaw and Jaeger²³,

$$\frac{(k_f b_f)_D}{x_D} p_{fD} \cong 2.45 \left(\frac{(k_f b_f)_D^2}{x_D^4} t_{Dxf} \right)^{1/4} \quad (3.28)$$

Esta ecuación indica que una gráfica de $\frac{(k_f b_f)}{x_D} p_{fD}$ vs. $\sqrt[4]{\frac{(k_f b_f)_D^2}{x_D^4} t_D x_f}$ Produce una línea recta que debe coincidir con la Figura 3.3 para tiempos largos, tal como se muestra en la Figura 3.5.

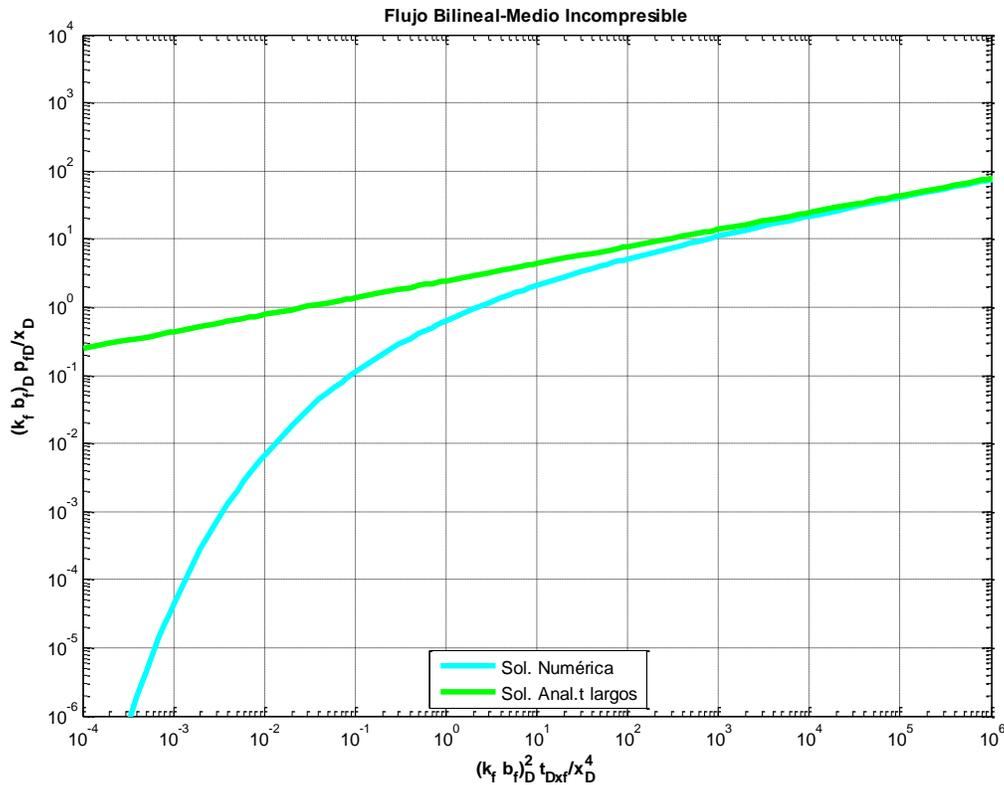


Figura 3.5 Curva tipo de interferencia para flujo bilineal y solución analítica a tiempos grandes

De acuerdo con la Figura 3.5 la solución analítica para tiempos largos coincide perfectamente con la solución numérica en la parte recta (tiempos largos), lo cual confirma la validez de la solución numérica.

En la Figura 3.6, se muestra una gráfica comparativa de las diferentes curvas tipo (radial, lineal, esférica y bilineal incompresible). En esta Figura se puede observar que al ser incompresible el medio, el disturbio de presión viaja rápidamente, por lo que el efecto se siente más pronto que en las otras curvas, por esta razón la curva de flujo bilineal para medio incompresible no parte del mismo punto que las demás.

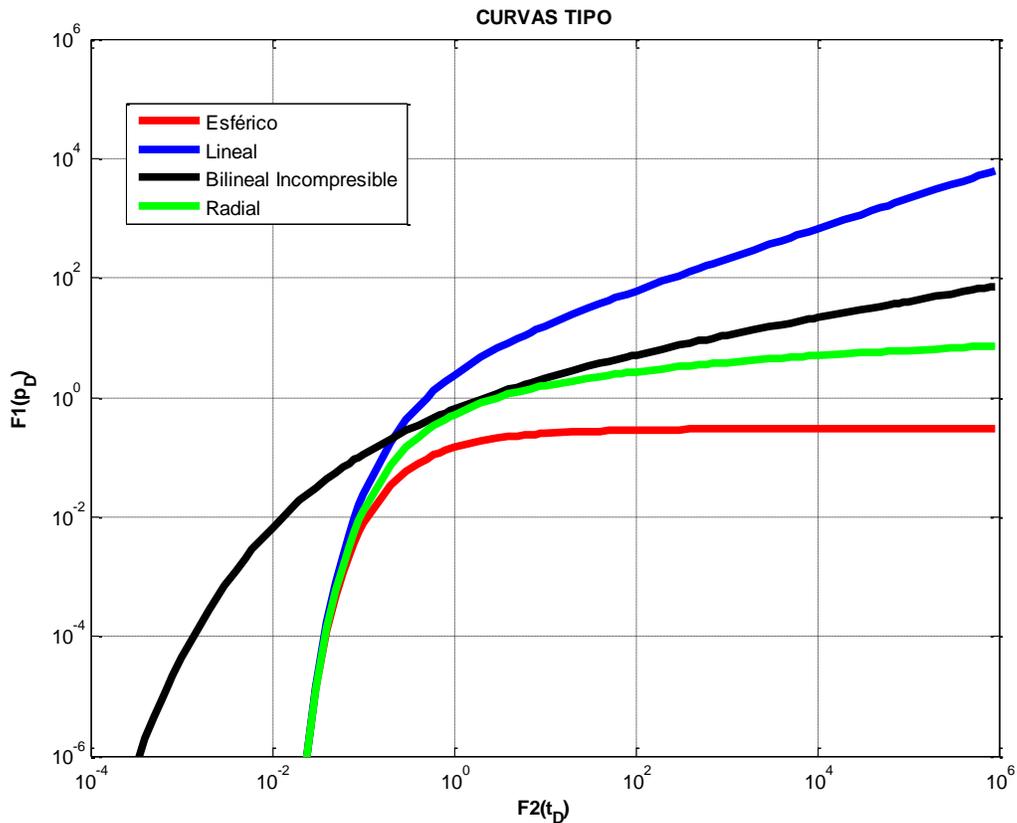


Figura 3.6 Comparación entre curvas tipo de flujo radial, lineal, esférico y bilineal en medio incompresible

La definición de las variables adimensionales en $F_1(p_D)$ y $F_2(t_D)$ para flujo radial, lineal y esférico se puede consultar en el Cap. 2 de este trabajo.

3.4.2 CASO II. MEDIO COMPRESIBLE

Para facilidad de análisis se presentan dos variantes en el caso del medio compresible. El primer modelo es dominado por la conductividad de la falla y el segundo modelo está dominado por la difusividad hidráulica dentro de la falla. En realidad son los mismos datos solo graficados de distinta manera.

Cuando el modelo es dominado por la conductividad de la falla resulta una familia de curvas que se unen al final y cuya envolvente es la curva de flujo bilineal, por otro lado, cuando el modelo es dominado por la difusividad hidráulica de la falla las curvas resultantes se unen al principio y van orientadas hacia la curva tipo lineal porque es la que sirve de envolvente en este caso.

Esta manera de graficar se selecciona porque de acuerdo a las recomendaciones de Gringarten una buena curva tipo es cuando las curvas emergen o convergen a una curva común para evitar la unicidad en cuanto a los resultados.

Modelo Dominado por la Conductividad de la Falla

Este modelo hace énfasis en que casi no hay aporte de la falla sino más bien lo aporta la formación, desde un inicio aportan las zonas vecinas es por eso que llega al bilineal. Es decir, la falla a tiempos grandes se comporta como incompresible.

Retomando el modelo de flujo bilineal desarrollado por Cinco-Ley y Samaniego²:

$$\bar{p}_{fD} = \frac{\pi \exp\left\{-x_D \left[\frac{s}{\eta_{fD}} + \frac{2\sqrt{s}}{(k_f b_f)_D} \right]^{1/2}\right\}}{(k_f b_f)_D s \left[\frac{s}{\eta_{fD}} + \frac{2\sqrt{s}}{(k_f b_f)_D} \right]^{1/2}} \quad (3.16)$$

El procedimiento seguido es similar al del caso incompresible, el desarrollo matemático para cualquier método del medio compresible se puede consultar en el apéndice B de este trabajo.

El modelo que resulta después de realizar el álgebra sobre la Ec. (3.16) para agrupar los parámetros adimensionales deseados, se presenta en la Ec. (3.29):

$$\frac{(k_f b_f)_D^3}{x_D^5} \bar{p}_{fD} = \frac{\pi \exp \left\{ - \left[2 \left(\sqrt{\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2} s} \right) \left(1 + \frac{(k_f b_f)_D^2}{2 \eta_{fD} x_D^2} \sqrt{\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2} s} \right) \right]^{1/2} \right\}}{\sqrt{2} \left(\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2} s \right)^{5/4} \left(1 + \frac{(k_f b_f)_D^2}{2 \eta_{fD} x_D^2} \sqrt{\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2} s} \right)^{1/2}} \quad (3.29)$$

Donde el **parámetro del modelo** es el grupo adimensional:

$$p.m_A = \frac{(k_f b_f)_D^2}{\eta_{fD} x_D^2} \quad (3.30)$$

Este parámetro tomará diferentes valores y se tendrá una familia de curvas dependiendo del valor que tenga éste.

Aplicando la propiedad de Laplace Ec (3.19) al modelo de flujo bilineal para medio compresible [Ec. (3.29)],

$$\frac{(k_f b_f)_D}{x_D} p_{fD} = F \left[\frac{(k_f b_f)_D^2}{x_D^4} t_{Dxf} \right] \quad (3.31)$$

Esto significa que la solución para flujo bilineal en medio compresible se representa por la curva graficada en términos de:

$$\frac{(k_f b_f)_D}{x_D} p_{fD} \text{ vs. } \frac{(k_f b_f)_D^2}{x_D^4} t_{Dxf} \quad (3.32)$$

La solución de la Ec. (3.29) en el espacio real se obtiene mediante la aplicación del Algoritmo de Harald Stehfest²² 1970. Se realiza un programa en Matlab que permita generar curvas tipo para flujo bilineal con diferentes valores de parámetro del modelo.

Resultados del Modelo Dominado por la Conductividad de la Falla

La mejor manera de analizar los datos cuando domina la conductividad de la falla es mediante las curvas tipo mostradas en la Figura 3.7 que resulta de graficar en términos de variables adimensionales una función $F_1(p_{fD})$ contra $F_2(t_{Dxf})$ como lo indica la Ec. (3.32). La gráfica 3.7 muestra una serie de curvas para diferentes valores de parámetro del modelo, éstas representan el comportamiento de presión en una prueba de interferencia cuando el pozo de observación y el pozo activo se localizan en una falla conductiva y el medio es compresible dominado por la conductividad de la falla.

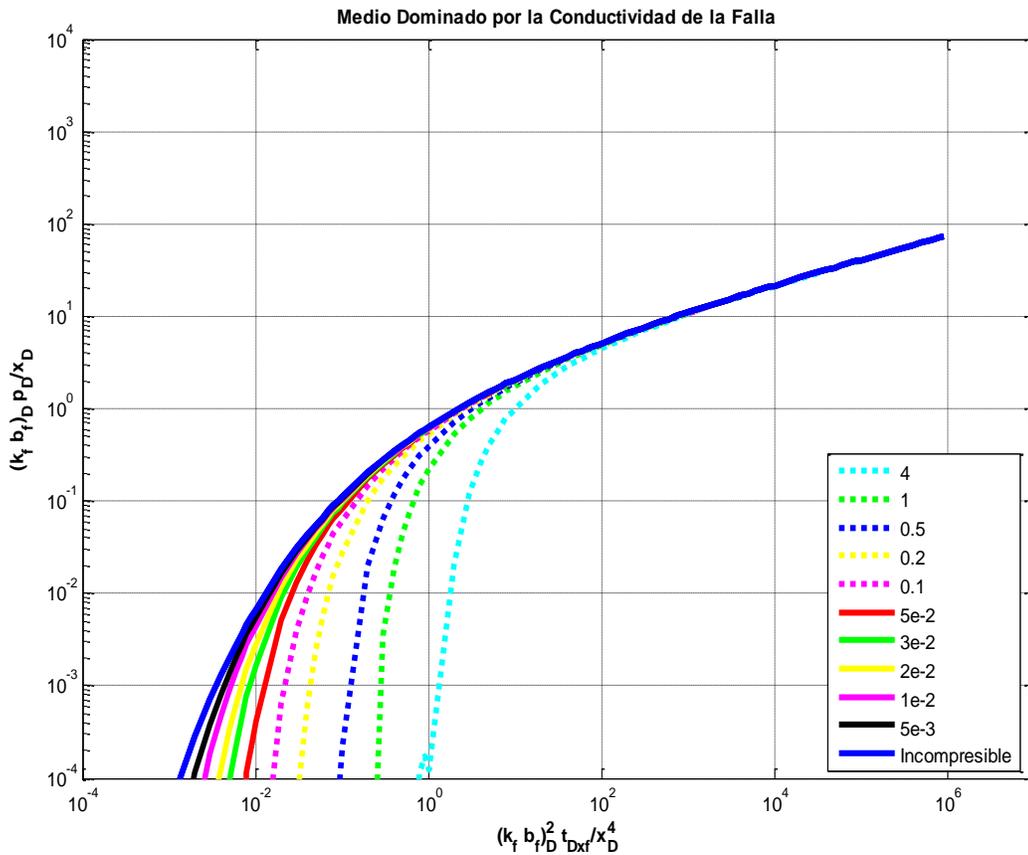


Figura 3.7. Familia de Curvas Tipo de interferencia para Flujo Bilineal en Medio Compresible dominado por la Conductividad de la Falla.

Se puede observar que eventualmente todas las curvas llegan al bilineal y se ajustan perfectamente a una recta de pendiente $\frac{1}{4}$. La curva tipo de flujo bilineal en medio incompresible sirve de envolvente, es el límite y todas las curvas van orientadas hacia el bilineal. En la Figura 3.8 se muestra una comparación entre las curvas tipo de flujo lineal, radial, esférico y las curvas desarrolladas en este trabajo (bilineal incompresible y compresible dominado por la conductividad de la falla) para pruebas de interferencia, se puede apreciar que a tiempos largos todas las curvas bilineal dominadas por la conductividad de la falla convergen a la curva

bilineal para medio incompresible, lo que significa que la falla a tiempos grandes se comporta como incompresible.

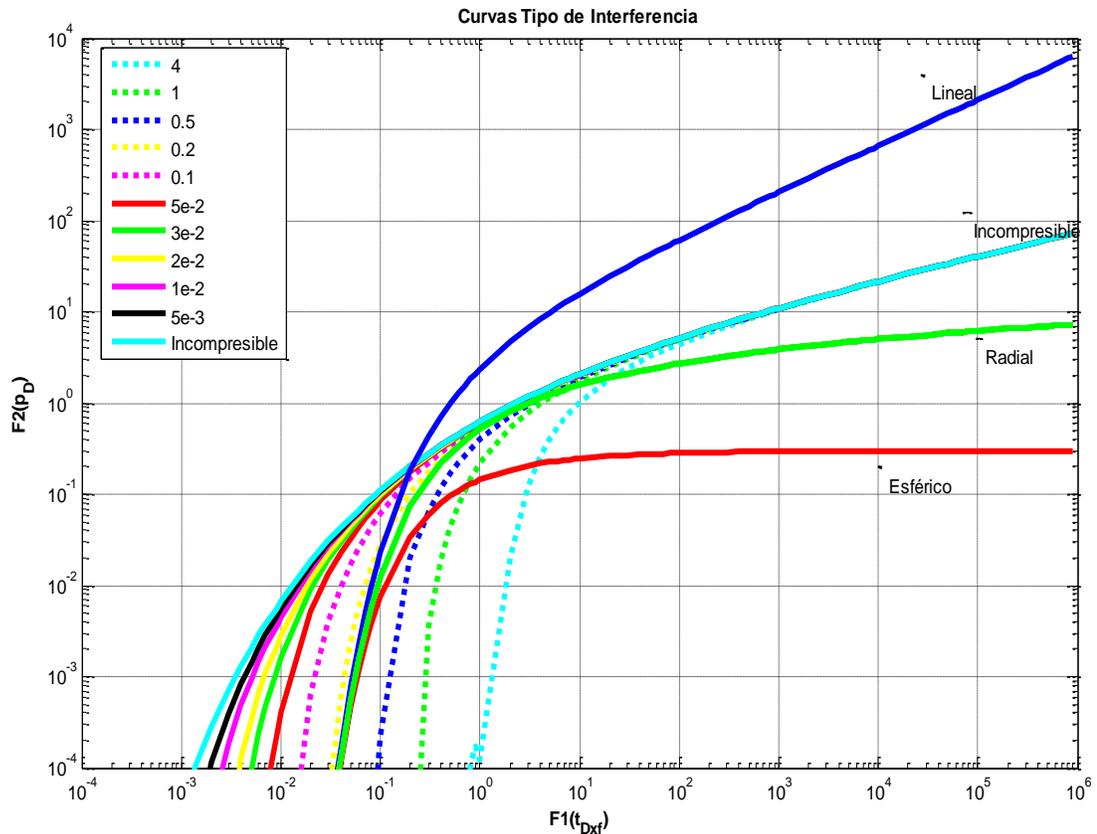


Figura 3.8 Comparación entre curvas tipo para pruebas de interferencia

Si la respuesta de presión llega como bilineal y se ajusta a alguna curva de la Figura 3.7 se puede encontrar del ajuste vertical el producto de la permeabilidad por el área de flujo de la falla, es decir, la capacidad de flujo de la falla ($k_f b_f h$) mientras que del ajuste horizontal se encontrará el producto $h^2(\Phi c_t)_{formac}$.

En la Figura 3.9 se muestra un ejemplo de ajuste de datos y la selección de un punto de ajuste para determinar los parámetros a través de este ajuste.

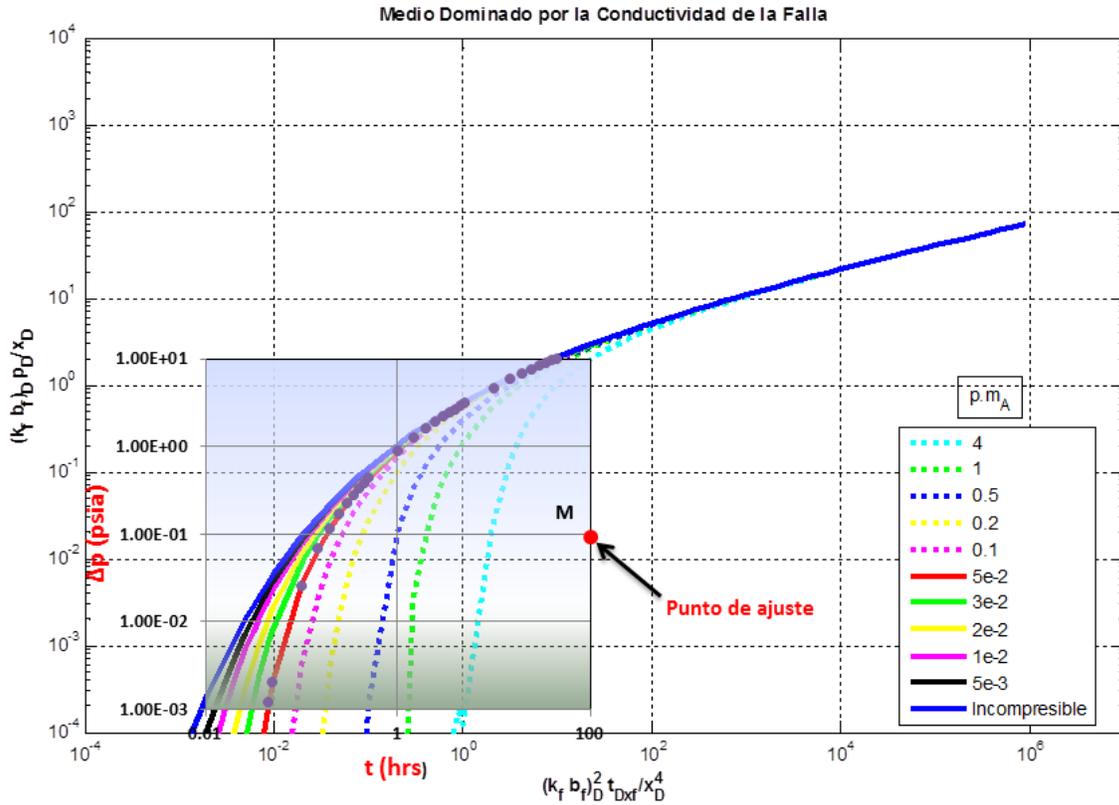


Figura 3.9 Ajuste de datos y selección del punto de ajuste para medio compresible dominado por la conductividad de la falla

Ajuste Vertical:

$$k_f b_f h = \frac{\alpha x B \mu q F(p_D)_M}{(\Delta p)_M} \quad (3.33)$$

Ajuste horizontal:

$$h^2 (\Phi c_t)_{form} = \frac{\beta (k_f b_f h)^2}{\mu x^4} \frac{(t)_M}{F(t_{Dxf})_M} \quad (3.34)$$

Una de las grandes incógnitas que podemos encontrar en la práctica es el espesor (h), sobretodo en un yacimiento naturalmente fracturado es difícil determinar la h no así en arenas que es más sencillo y se puede obtener del registro. Por tanto, debido a las indefiniciones en cuanto al valor de h se deja como incógnita.

Si existen valores de Φ_{ct} de otra prueba de interferencia fuera de la falla conductiva entonces se puede determinar el espesor correcto.

Adicional a estos parámetros, se puede determinar el grupo $\frac{h^2 b_f \Phi_f c_{ft}}{k h}$ a partir de la curva a la cual se hayan ajustado los datos.

$$\frac{h^2 b_f \Phi_f c_{ft}}{k h} = \frac{p.m_A x^2 h^2 (\Phi_{ct})_{form}}{k_f b_f h} \quad (3.35)$$

Si hubiera un pozo lejos de la falla, que no la intercepte, se podría encontrar la kh y entonces se determinará el producto $b_f \Phi_f c_{ft}$. Mientras más pequeño sea el parámetro menor será $b_f \Phi_f c_{ft}$.

Modelo Dominado por la Difusividad Hidráulica de la Falla

Este modelo es una variante del medio compresible. El comportamiento es dominado por la difusividad hidráulica dentro de la falla. Pone énfasis en que casi no hay aportación de la formación (es decir hay flujo lineal) parte de ahí todo y tarde o temprano cede la formación. Posteriormente aportan las zonas vecinas.

Iniciando con el modelo de flujo bilineal² Ec. (3.16)

$$\bar{p}_{fD} = \frac{\pi \exp \left\{ -x_D \left[\frac{s}{\eta_{fD}} + \frac{2\sqrt{s}}{(k_f b_f)_D} \right]^{1/2} \right\}}{(k_f b_f)_D s \left[\frac{s}{\eta_{fD}} + \frac{2\sqrt{s}}{(k_f b_f)_D} \right]^{1/2}} \quad (3.16)$$

Se eleva al cuadrado x_D y se integra a la raíz cuadrada. El parámetro $(k_f b_f)_D$ se pasa del lado izquierdo de la ecuación,

$$(k_f b_f)_D \bar{p}_{fD} = \frac{\pi \exp \left\{ - \left[\frac{x_D^2 s}{\eta_{fD}} + \frac{2 x_D^2 \sqrt{s}}{(k_f b_f)_D} \right]^{1/2} \right\}}{s \left[\frac{s}{\eta_{fD}} + \frac{2\sqrt{s}}{(k_f b_f)_D} \right]^{1/2}} \quad (3.36)$$

Para este método la transformación de \sqrt{s} tanto en el numerador como en el denominador se hace al final por conveniencia matemática (Ver Apéndice B).

El modelo final obtenido es,

$$\frac{\eta_{fD}}{x_D^3} (k_f b_f)_D \bar{p}_{fD} = \frac{\pi \exp \left\{ - \left(\frac{x_D^2 s}{\eta_{fD}} \right)^{1/2} \left[1 + \frac{2 \eta_{fD}^{1/2} x_D}{(k_f b_f)_D \sqrt{\frac{x_D^2 s}{\eta_{fD}}}} \right]^{1/2} \right\}}{\left(\frac{x_D^2 s}{\eta_{fD}} \right)^{3/2} \left[1 + \frac{2 \eta_{fD}^{1/2} x_D}{(k_f b_f)_D \sqrt{\frac{x_D^2 s}{\eta_{fD}}}} \right]^{1/2}} \quad (3.37)$$

Para este caso, el **parámetro del modelo** es el grupo adimensional:

$$p \cdot m_B = \frac{\eta_{fD}^{1/2} x_D}{(k_f b_f)_D} \quad (3.38)$$

La Ec. (3.37) se puede graficar en términos de

$$\frac{(k_f b_f)_D}{x_D} p_{fD} \text{ vs. } \frac{\eta_{fD}}{x_D^2} t_{Dxf} \quad (3.39)$$

De este método también se obtendrá una familia de curvas que depende del valor que tome el parámetro del modelo.

La inversión numérica de la Ec. (3.37) se realiza, al igual que los anteriores casos, mediante el Algoritmo de Harald Stehfest²² 1970 programado en Matlab.

Resultados del Medio Compresible Dominado por la Difusividad Hidráulica dentro de la Falla.

La Figura 3.10 muestra el comportamiento de la presión en una prueba de interferencia cuando el pozo de observación y el pozo activo están localizados en una falla conductiva y el medio es compresible dominado por la difusividad hidráulica dentro de la falla. En la Figura 3.10 se puede observar que los datos de interferencia inicialmente exhiben una respuesta similar a la solución lineal. Las curvas tipo van orientadas hacia la lineal porque es la que sirve de envolvente. El flujo lineal que se ve al inicio significa que durante el transitorio no hubo aportación de la formación hacia la falla, cuando ésta comienza a tener aportación de la formación, se separa la curva. Es decir, en este modelo la aportación es

variable, comienza aportando solo la falla y posteriormente la formación va aportando la formación. Inicialmente actúa el almacenamiento de la falla por eso es que se ve el flujo lineal pero después desaparece una vez que va cediendo la formación.

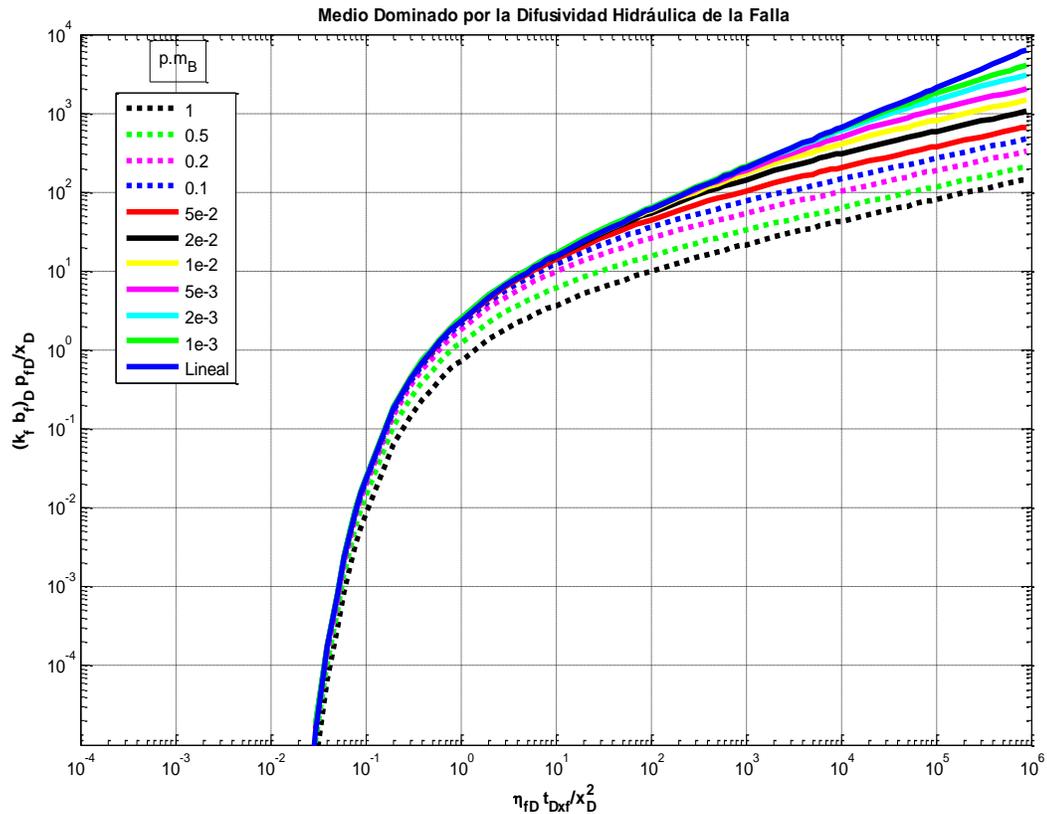


Figura 3.10. Curvas tipo de interferencia para flujo bilineal en medio compresible.

Comportamiento dominado por la difusividad hidráulica dentro de la falla

En la Figura 3.11 se muestran las curvas para diferentes valores de parámetro del modelo junto a estas también se grafica la curva tipo de flujo lineal, radial, esférico y bilineal incompresible. Se puede observar cómo la familia de curvas comienza con una pendiente de $\frac{1}{2}$, se estabiliza y va hacia $\frac{1}{4}$, a medida que el parámetro del modelo aumenta el período de flujo lineal es más corto hasta que desaparece y se observa solamente el flujo bilineal con pendiente de $\frac{1}{4}$, lo que significa que en un inicio toda la aportación viene de la formación, es decir, para este caso, si el medio

es compresible es como si fuera un medio lineal, el bilineal tardará en aparecer. A medida que vaya teniendo aportación de los lados va tendiendo hacia $\frac{1}{4}$. La transición ocurrirá a distintos tiempos.

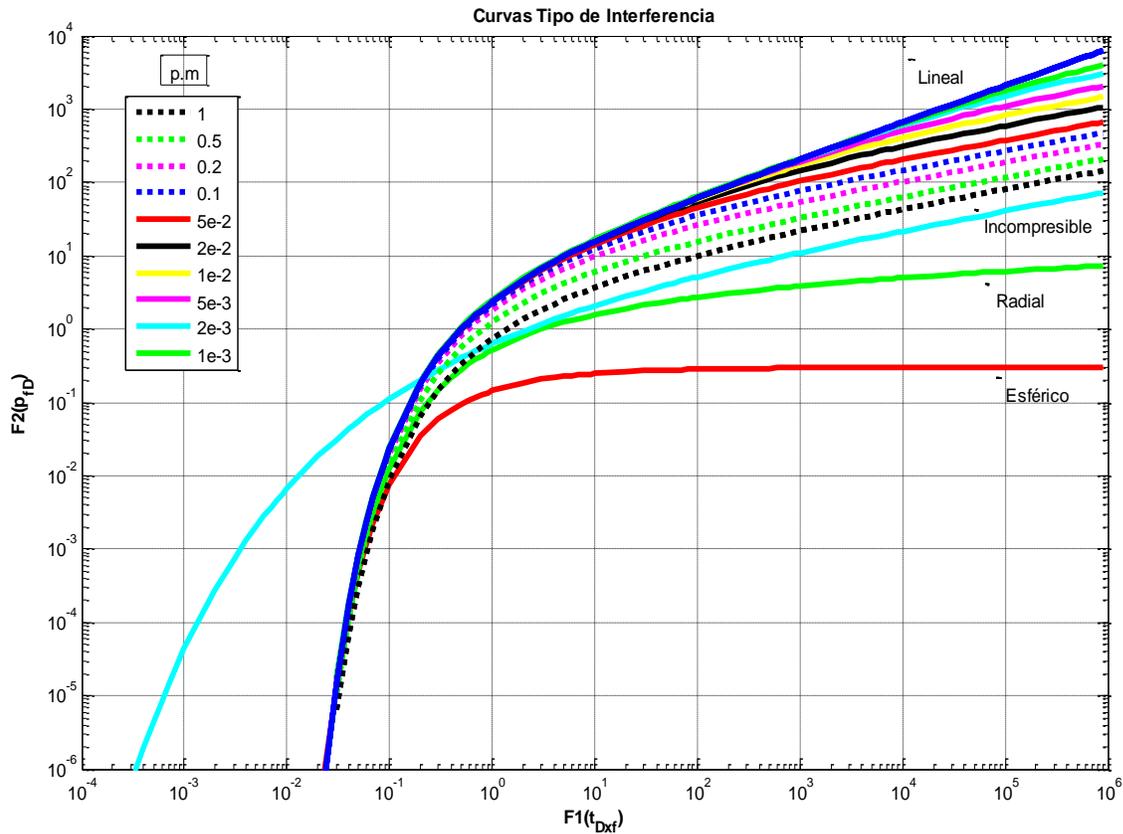


Figura 3.11 Comparación entre curvas tipo de interferencia

La mejor manera de analizar los datos cuando domina la difusividad hidráulica es la curva tipo de la Figura 3.12. Del ajuste de curva tipo se puede estimar la capacidad de flujo de la falla ($k_f b_f h$) en el ajuste vertical mientras que del ajuste horizontal se obtiene el producto $b_f h \Phi_f c_{ft}$.

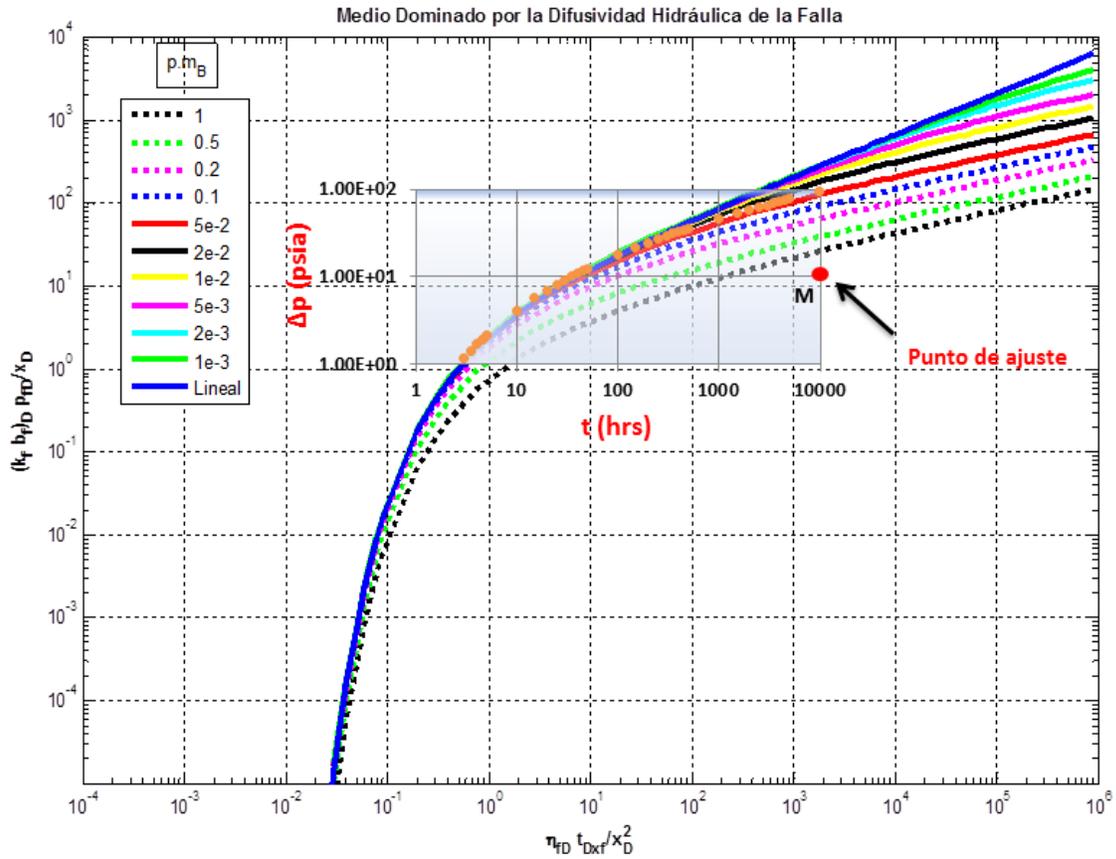


Figure 3.12 Ajuste de datos y selección del punto de ajuste para medio compresible dominado por la difusividad hidráulica de la falla.

Ajuste Vertical:

$$k_f b_f h = \frac{\alpha x_B \mu q F(p_D)_M}{(\Delta p)_M} \quad (3.39)$$

Ajuste Horizontal:

$$h b_f \Phi_f c_{ft} = \frac{\beta k_f b_f h}{\mu x^2} \frac{(t)_M}{F(t_{Dxf})_M} \quad (3.40)$$

Adicional a estos parámetros también se puede conocer el producto $kh^2(\Phi_{c_t})_{form}$ de la curva a la que se ajustaron los datos.

$$kh^2(\Phi_{c_t})_{form} = \frac{p.m_B^2 (k_f b_f h) (h b_f \Phi_f c_{ft})}{x^2} \quad (3.41)$$

Como se ha mencionado anteriormente, si se cuenta con el valor de kh de alguna prueba de un pozo que no intercepte la falla y si existen valores de Φ_{c_t} de otra prueba de interferencia fuera de la falla conductiva entonces se puede determinar el espesor correcto y consecuentemente la conductividad de la falla $k_f b_f$ y el producto $b_f \Phi_f c_{ft}$.

Como se ha demostrado, con ambos modelos se obtiene prácticamente los mismos parámetros y esto se debe a que es el mismo modelo solo graficado en forma distinta, en uno se pone énfasis en la conductividad de la falla y el otro en la difusividad hidráulica dentro de la falla por lo que da casi lo mismo en el análisis.

Dependiendo de las características se usará un modelo u otro. Si se tiene una prueba de interferencia en la que se alcance el flujo bilineal se usará el primer modelo donde la envolvente es la curva tipo de flujo bilineal, el ajuste se debe realizar al inicio de la curva. Por otra parte, si hay datos que se ajusten al comportamiento lineal se usará la curva tipo dominada por la difusividad hidráulica dentro de la falla, el ajuste se hace al final de la curva.

CAPÍTULO 4

Metodología de Análisis y Aplicaciones Prácticas

Con el objeto de validar las curvas desarrolladas en el Capítulo 3 de este trabajo se aplican al análisis de una prueba de interferencia del yacimiento Jujo-Tecominoacán y Puerto Ceiba.

4.1 Campo Jujo-Tecominoacán

4.1.1 Información General²⁴

El campo Jujo-Tecominoacán es uno de los yacimientos de la Región Sur de México. Se localiza a 63 kilómetros al suroeste de la ciudad de Villahermosa, Tabasco, en el suroeste de la República Mexicana.

La ubicación geológica del mismo es en las Cuencas Terciarias del Suroeste, y específicamente, en el área central del denominado alto de Chiapas-Tabasco. Las rocas del yacimiento son dolomías en una trampa de tipo estructural. Se compone de un yacimiento de edades del Jurásico Superior Kimmeridgiano, Tithoniano y Cretácico Inferior. El yacimiento es de aceite volátil, con una densidad de 38° API.

Cubre un área de 74 km². La estructura de Jujo-Tecominoacán es un anticlinal, limitado al oriente por una falla inversa. Al oeste y sureste se presenta un cierre estructural, mientras que al norte y sur se encuentran dos intrusiones salinas. Asimismo, el campo está dividido en una serie de bloques originados por una serie

de fallas normales, aunque estos bloques están conectados hidráulicamente entre sí.

Se encuentra delimitado por un acuífero. Por medio de trabajos geológicos, petrofísicos y geofísicos se ha identificado que su matriz es microcristalina con una porosidad aproximadamente 3% y permeabilidad de 0.01 md o menos.

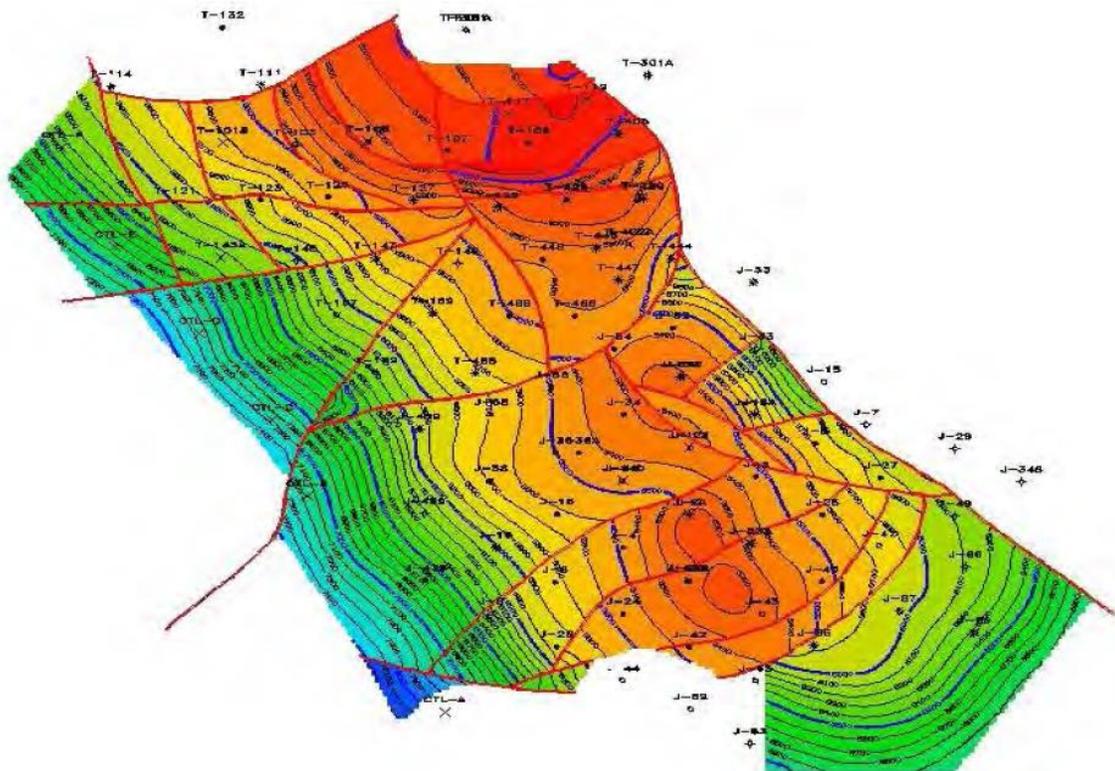


Figura 4.1 Mapa estructural del Campo Jujo-Tecominoacán²⁴

Con base en pruebas de presión y otras fuentes se muestra en la Figura 4.2 los diferentes regímenes de flujo que se han determinado en el yacimiento.

MODELOS DE FLUJO PARA YNF'S (PRUEBAS DE PRESION)

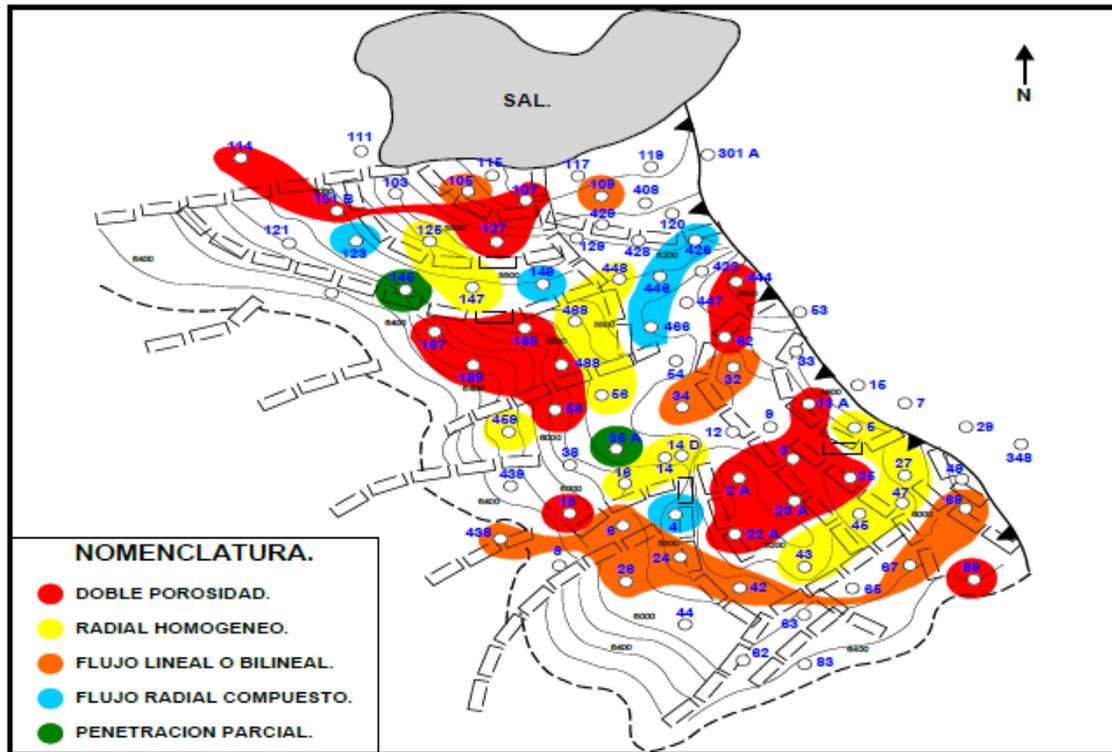


Figura 4.2 Regímenes de flujo en el Campo Jujo-Tecominoacán³

4.1.2 Datos de la Prueba de Interferencia

Se llevó a cabo una prueba de interferencia entre los pozos J-52 y J-54 del campo Jujo-Tecominoacán. En las Figura 4.3 y 4.4 se muestra un esquema del arreglo de pozos.

Esta información es necesaria para establecer la existencia y natural comunicación entre las regiones del yacimiento ayudando de esta manera en los planes de desarrollo del campo. La tabla 2 da información de las características del pozo y el yacimiento.

Tabla 2 Datos del yacimiento y del pozo para la prueba. Campo Jujo

Tabla 2. Datos del yacimiento y del pozo para la prueba	
Φ , fracción	0.02
C_t , psi^{-1}	2.64×10^{-5}
μ_o , cp	0.14
B_o , RB/STB	1.69
x , ft	2831
Δq (interf), STB/D	2220

La Figura 4.5 muestra los datos de campo de la prueba de interferencia entre los pozos J52 y J54 medidos en el pozo J54.

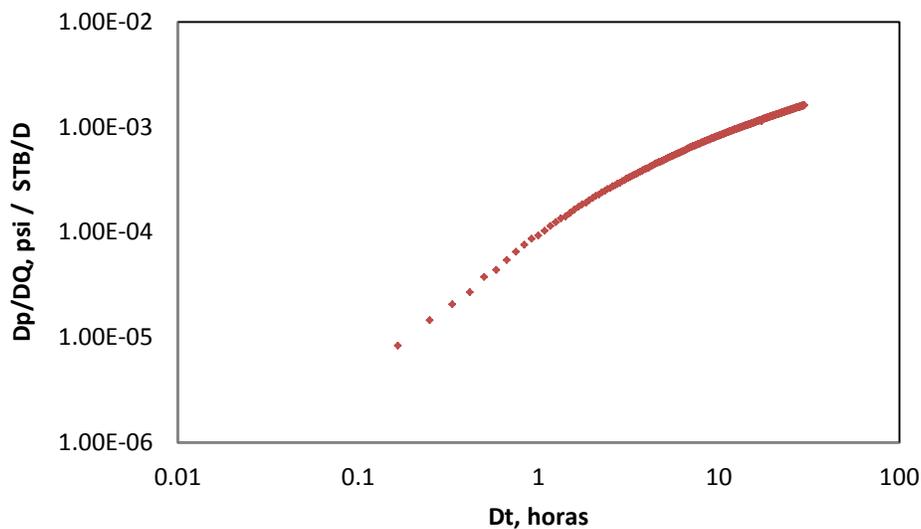


Figura 4.5 Datos de la Prueba de Interferencia entre J52-J54 medidos en J54

4.1.3 Interpretación

El análisis de los datos de interferencia en la Figura 4.5 requiere el uso de ajuste de curva tipo. El primer paso consiste en seleccionar la curva, se elige la curva tipo de flujo bilineal en medio incompresible debido a que es la que mejor se ajusta a los datos de la prueba de interferencia entre J52-J54. La Figura 4.6, muestra el ajuste.

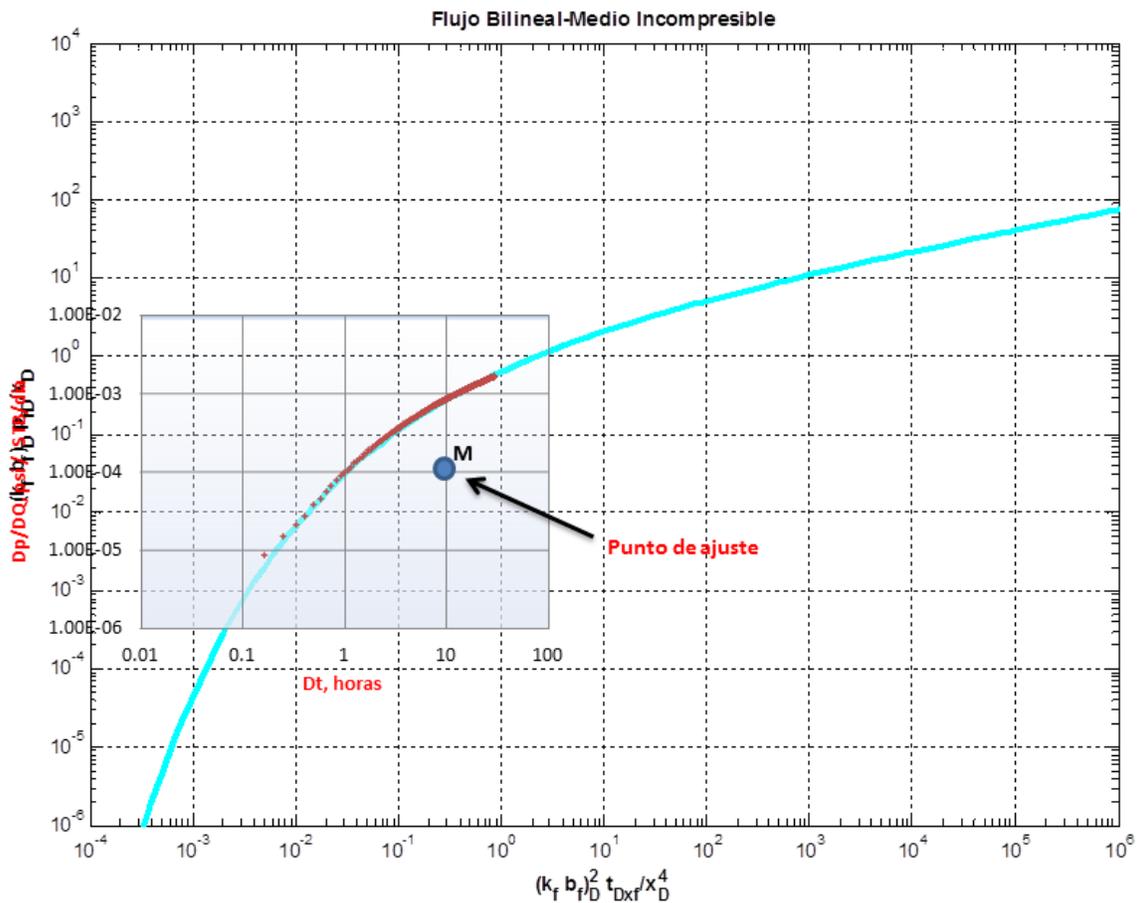


Figura 4.6 Ajuste de datos de la prueba de interferencia J52-J54 con la curva tipo

Con los datos del punto de ajuste y la definición de variables adimensionales (Cap. 3) que representan los ejes de la curva tipo, se estiman los parámetros.

Datos del punto de ajuste:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta q}\right)_M = 10^{-4}$$

$$(t)_M = 10$$

$$F(p_D)_M = 0.03$$

$$F(t_{Dxf})_M = 0.3$$

Estimación de parámetros:

Ajuste vertical (presión)

$$k_f b_f h = \frac{\alpha x B \mu F(p_D)_M}{\left(\frac{\Delta p}{\Delta q}\right)_M} \quad (4.1)$$

Sustituyendo los datos de la tabla 2:

$$k_f b_f h = \frac{(141.2) * (2831 \text{ ft}) * \left(1.69 \frac{\text{RB}}{\text{STB}}\right) * (0.14 \text{ cp}) * (0.03)}{(1 \times 10^{-4})}$$

$$k_f b_f h = 2.84 \times 10^7 \text{ md} - \text{ft}^2$$

Ajuste horizontal (tiempo)

$$h^2 (\Phi C_t)_{\text{formación}} = \frac{\beta (k_f b_f h)^2 (t)_M}{\mu x^4 F(t_{Dxf})_M} \quad (4.2)$$

$$h^2(\Phi c_t)_{formación} = \frac{(0.000264) * (2.83733 \times 10^7 \text{ md ft}^2)^2 * 10}{(0.14 \text{ cp}) * (2831 \text{ ft})^4 * 0.3}$$

$$h^2(\Phi c_t)_{formación} = 0.7878 \text{ psi}^{-1} \text{ ft}^2$$

Debido a que puede haber indefiniciones en cuanto al valor del espesor (h), se construye la siguiente gráfica:

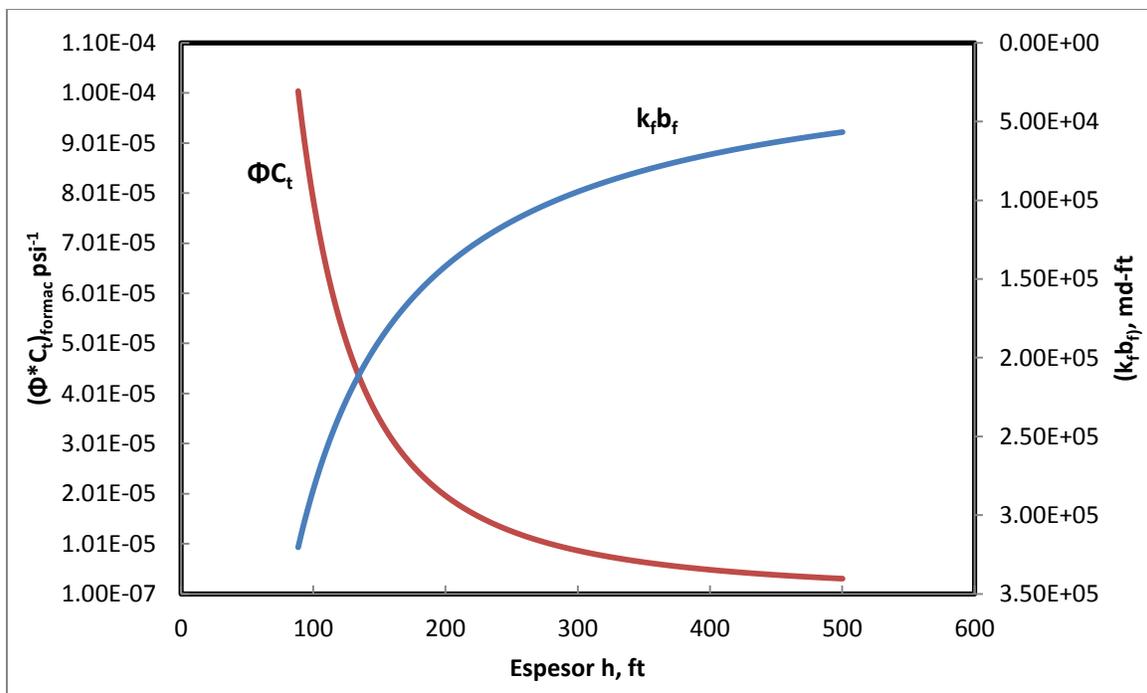


Figura 4.7 Análisis de Sensibilidad para la prueba de interferencia J52-J54.

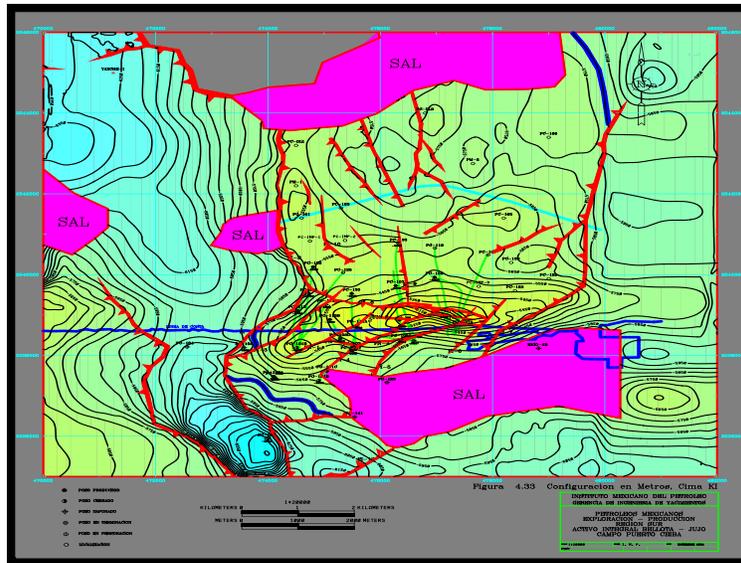


Figura 4.9 Plano estructural del cretácico inferior. Campo Puerto Ceiba

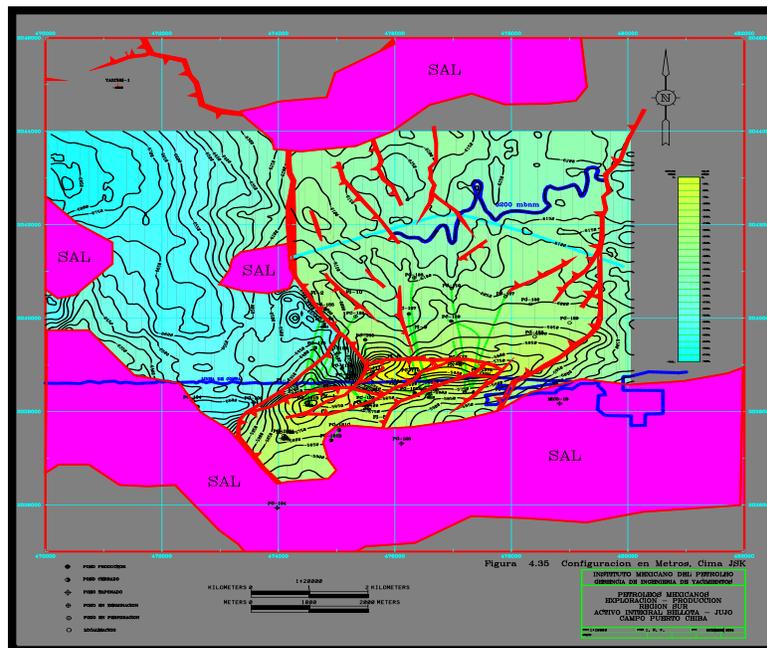


Figura 4.10 Plano estructural del Jurásico Superior Kimmeridgiano en Puerto Ceiba

4.2.2 Datos de la Prueba de Interferencia

Se realizó una prueba de interferencia entre los pozos PC115 (pozo observador) y el pozo PC135 (pozo activo) del campo Puerto Ceiba.

Tabla 3. Muestra la información de las características del pozo y el yacimiento

Tabla 3 Datos del yacimiento y del pozo para la prueba	
Φ , fracción	0.04
C_t , psi^{-1}	1.5×10^{-5}
μ_o , cp	0.61
B_o , RB/STB	1.52
x , ft	1530
Δq (interf), STB/D	1000

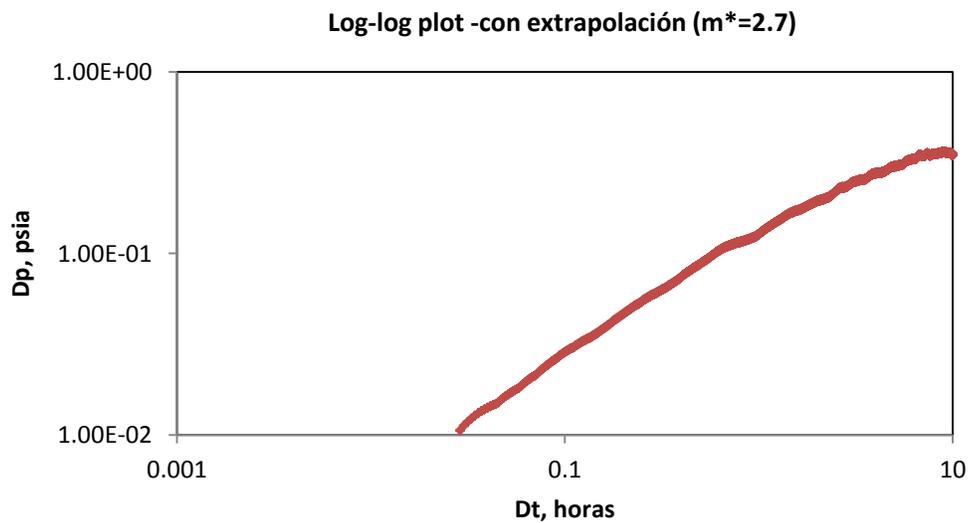


Figura 4.11 Datos de la Prueba de Interferencia entre PC115-PC135.

La Figura 4.11 muestra los datos de campo de la prueba de interferencia entre los pozos PC115-PC135 medidos en el pozo PC115.

4.2.3 Interpretación

El análisis de los datos de interferencia en la Figura 4.11 requiere el uso de ajuste de curva tipo. El mejor ajuste se logra con la curva tipo del medio compresible dominado por la difusividad hidráulica de la falla.

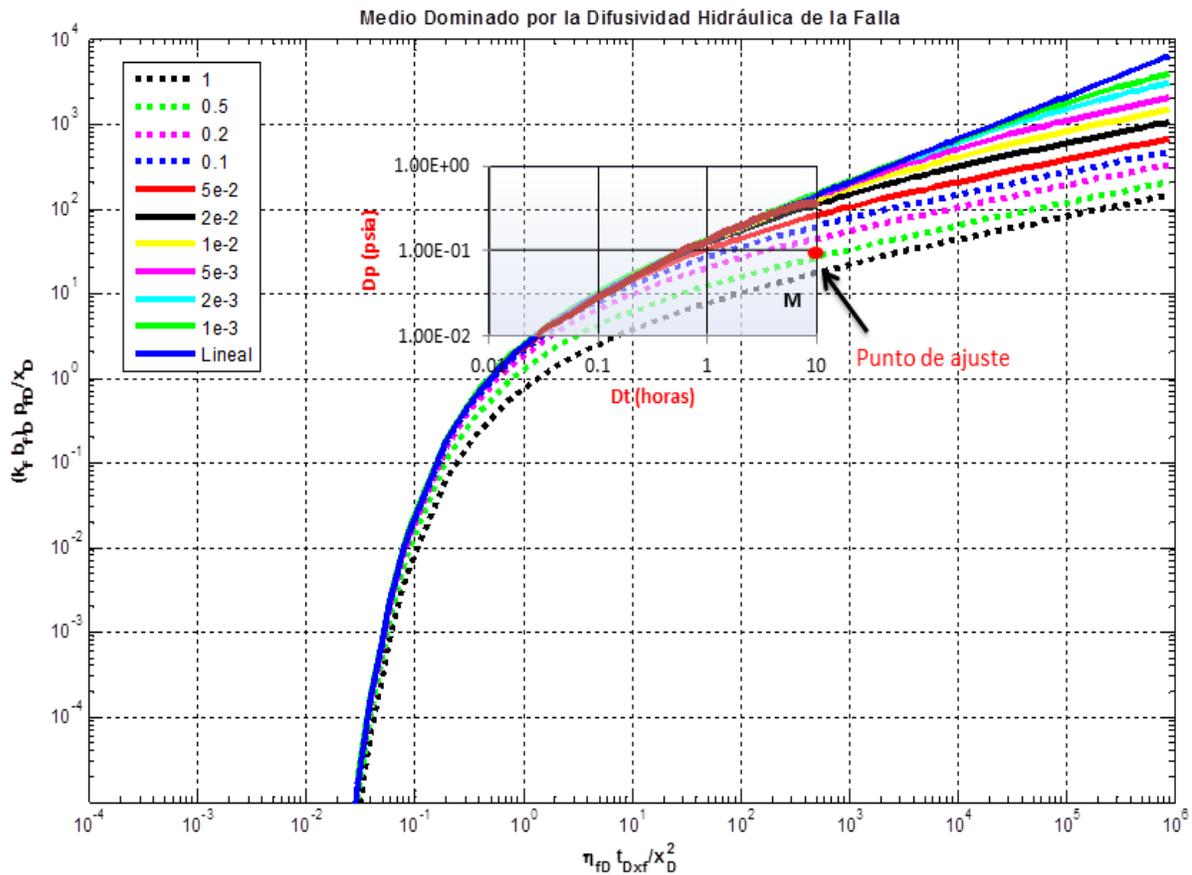


Figura 4.12 Ajuste de curva tipo de los datos de Puerto Ceiba PC115-PC135.

Datos del punto de ajuste:

$$(\Delta p)_M = 1.00E - 01$$

$$(\Delta t)_M = 2$$

$$F(p_D)_M = 30$$

$$F(t_{Dxf})_{M_A} = 80$$

4.2.4 Estimación de parámetros:

Capacidad de flujo de la falla. Ajuste vertical (presión)

$$k_f b_f h = \frac{\alpha x \Delta q B \mu F(p_D)_M}{(\Delta p)_M} \quad (4.1)$$

Sustituyendo los datos de la tabla 3:

$$k_f b_f h = \frac{(141.2) * (1530 \text{ ft}) * 1000 \frac{STB}{\text{dia}} * \left(1.52 \frac{RB}{STB}\right) * (0.61 \text{ cp}) * (30)}{(1 \times 10^{-1})}$$

$$k_f b_f h = 6.00926 \times 10^{10} \text{ md} - \text{ft}^2$$

Producto $h b_f \Phi_f c_{ft}$. Ajuste horizontal (tiempo)

$$h b_f \Phi_f c_{ft} = \frac{\beta k_f b_f h}{\mu x^2} \frac{(t)_M}{F(t_{Dxf})_M} \quad (4.3)$$

$$h b_f \Phi_f c_{ft} = \frac{(0.000264) * (6.00926 \times 10^{10} \text{ md ft}^2) * 10}{(0.61 \text{ cp}) * (1530 \text{ ft})^2 * 500}$$

$$h b_f \Phi_f c_{ft} = 0.222199 \text{ psi}^{-1} * \text{ft}^2$$

Producto $kh^2(\Phi c_t)_{form}$.Ajuste de la curva

En la Figura 4.12 se puede observar que los datos de campo se ajustan a curvas cuyo $p. m_B \leq 1 \times 10^{-2}$, por tanto,

$$kh^2(\Phi c_t)_{form} \leq \frac{p. m_B^2 (k_f b_f h) (h b_f \Phi_f c_{ft})}{x^2} \quad (4.4)$$

$$kh^2(\Phi c_t)_{form} \leq \frac{(10^{-2})^2 (6.00926 \times 10^{10}) (0.222199)}{(1530 \text{ ft})^2}$$

$$kh^2(\Phi c_t)_{form} \leq 0.5704 \text{ md} - \text{ft}^2 \text{ psi}^{-1}$$

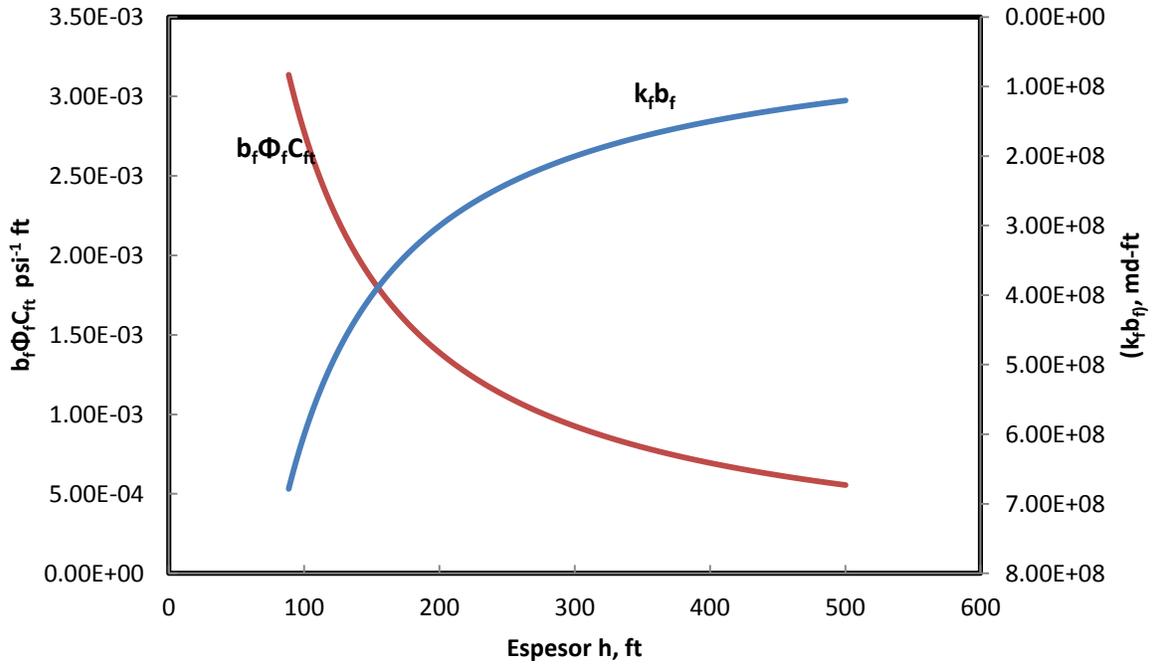


Figura 4.13 Análisis de Sensibilidad para la prueba de interferencia PC115-PC135.

CONCLUSIONES

Basado en el material presentado en este trabajo, se tienen los siguientes comentarios.

Se estudió el comportamiento del transiente de presión en pozos de interferencia situados en una falla conductiva.

Cuando el pozo activo y el de observación se encuentran en una falla conductiva, el comportamiento de interferencia se asemeja al de un pozo hidráulicamente fracturado con características de flujo bilineal.

Se analizaron dos casos de estudio; medio compresible e incompresible. Se obtuvieron nuevas curvas tipo para el análisis de datos de presión de pruebas de interferencia dominadas por flujo bilineal. En todos los casos, para tiempos grandes, las curvas tipo de interferencia exhiben pendiente de $\frac{1}{4}$, característica de comportamiento de flujo bilineal.

Se considera medio incompresible cuando el volumen poroso de la falla conductiva es pequeño. No hay aporte de la falla solo aporta la formación. En este caso, el disturbio de presión viaja rápidamente y el efecto se siente más pronto en comparación con el medio compresible o con el flujo radial, lineal y esférico.

Para facilidad de análisis se presentaron dos variantes en el caso del medio compresible; Modelo dominado por la conductividad de la falla y Modelo dominado por la difusividad hidráulica de la falla. Es el mismo modelo pero graficado en forma distinta, en uno se pone énfasis en la conductividad y otro en la difusividad. En el análisis arrojan prácticamente los mismos resultados.

El modelo dominado por la conductividad de la falla a tiempos grandes se comporta como incompresible. La envolvente en este modelo es la curva incompresible y es bilineal.

En el modelo dominado por la difusividad hidráulica de la falla actúa como si fuera un medio lineal con pendiente de $\frac{1}{2}$, la envolvente es la curva tipo lineal. A medida que vaya teniendo aportación de los lados va tendiendo hacia $\frac{1}{4}$. La transición ocurre a distintos tiempos.

Dependiendo de las características se usará un modelo u otro. Si se tiene una prueba de interferencia que en la que se alcance el bilineal entonces se ajustará al modelo dominado por la conductividad de la falla, pero si hay datos que se ajusten al comportamiento lineal se ajustarán con el modelo dominado por la difusividad hidráulica de la falla. En el primero se ajusta al inicio de la curva y en el segundo al final de la curva.

Se analizaron datos de campo de dos pruebas de interferencia utilizando la metodología de análisis descrita en este trabajo. Se demostró que una sola prueba de interferencia no es suficiente para caracterizar completamente el yacimiento.

Aunque este modelo fue desarrollado para el caso en el que los pozos se encuentran en la zona afectada por una falla conductiva el modelo puede extenderse al caso de canales con alimentación lateral como sucede en el caso de yacimientos turbidíticos como Chicontepec.

NOMENCLATURA

Δp	=	cambio de presión, psi
Δq	=	cambio en el gasto, bbl/día
p	=	presión, psi
q	=	gasto del pozo, bbl/día
t	=	tiempo, horas
k	=	permeabilidad, md
h	=	espesor de la formación, ft
Φ	=	porosidad, fracción
c_t	=	compresibilidad total del sistema, psi ⁻¹
r	=	distancia radial, ft
p_i	=	presión inicial del yacimiento, psi
p_{wf}	=	presión de fondo fluyendo, psi
p_{ws}	=	presión de fondo estática, psi
Δt	=	tiempo transcurrido, horas
p_D	=	presión adimensional
E_i	=	integral exponencial
r_D	=	radio adimensional
t_D	=	tiempo adimensional
x_D	=	espacio lineal adimensional
$erfc$	=	función error complementaria
r_w	=	radio del pozo, ft

b	=	ancho, ft
B	=	factor de volumen, RB/STB
μ	=	viscosidad, cp
x	=	distancia, ft
α, β	=	factores de conversión de unidades
C_D	=	coeficiente de almacenamiento del pozo, adimensional
a	=	distancia desde el pozo de interferencia al pozo activo
b	=	distancia desde el pozo de interferencia al pozo imagen
η	=	difusividad hidráulica
s_{fa}	=	factor de daño de la falla
ω	=	capacidad adimensional de almacenamiento de fracturas
λ	=	coeficiente de flujo interporoso
b_f	=	ancho de la fractura
h_f	=	longitud de la fractura
$k_f b_f$	=	conductividad de la fractura
s	=	factor de daño o variable del espacio de Laplace
x, y	=	coordenadas espaciales
x_f	=	mitad de la longitud de la fractura
Γ	=	función gamma
\int	=	transformada de Laplace
$p.m$	=	parámetro del modelo

Subíndices

O	=	observación
A	=	activo
i	=	inicial
t	=	total
L	=	lineal
psh	=	esférico
w	=	pozo
D	=	adimensional
I	=	imagen
a	=	basado en la distancia entre el par de pozos, de Abbaszadeh ¹
f	=	fractura
ma	=	matriz
M	=	ajuste
bf	=	flujo bilineal
lf	=	flujo lineal
x_f	=	basado en x_f

Superíndice

-	=	variable de Laplace
N	=	coeficiente de Stehfest

REFERENCIAS

1. Abbaszadeh, M. *et al.*: "Interference Testing in Reservoirs With Conductive Faults or Fractures," *SPE (October 2000) Reservoir Eval. & Eng.*, Vol. 3, No. 5.
2. Cinco-Ley, H. and Samaniego, F.V.: "Transient Pressure Analysis for Fractured Wells," *JPT (September 1981) 1749; Trans., AIME, 271.*
3. Cinco-Ley, H.: "Notas del Curso de Pruebas de Presión", UNAM.
4. Matthews, C. S and Russell D. G.: "Pressure Buildup and Flow Test in Wells," Monograph Volume 1, Chapter 7. SPE of AIME. 1967. Tex.
5. Vela, S.: "Effect of a Linear Boundary on Interference and Pulse Tests—the Elliptical Influence Area," *JPT (August 1977) 947; Trans., AIME, 263.*
6. Theis, C.V.: "The Relationship Between the Lowering of Piezometric Surface and Rate and Duration of Discharge of Wells Using Ground-Water Storage", *Trans., (August 1935) II, 519.*
7. Jacob, C. E.: "Flow of Water in Elastic Artesian Aquifer", *Trans., (August 1940) II, 574.*
8. Ramey, H. J., Jr.: "Short-Time Well test Data Interpretation in the Presence of Skin Effect and Wellbore Storage," *J. Pet. Tech. (Jan. 1970) 97-104; Trans., AIME, 249.*

9. Earlougher, R. C. Jr.: "Advances in Well Test Analysis," Monograph Series, SPE Richardson, Texas (1977).
10. Bourdet, D.: "Well Test Analysis the Use of Advanced Interpretation Models," 1 st ed. 2002.
11. Gutiérrez, R. E.: "Uso de Curvas Tipo en el Análisis de Pruebas de Interferencia y de un solo Pulso," UNAM, México, D.F (1984).
12. Polubarinova-Kocina, P.Y.: "Theory of Groundwater Movement," *Princeton Univ. Press*. Princeton, N.J (1962).
13. Miller, F.G.: "Theory of Unsteady-State Influx of Water in Linear Reservoirs," *J. Inst. Pet.*, Vol. 48, No 467 (1962).
14. Culham, W.E. (1974). Pressure buildup Equations for spherical flow regime problems. *SPE Journal*, 14(6), 545-555.
15. Kazemi, H.: "Pressure Transient Analysis of Naturally Fractured Reservoirs with Uniform Fracture Distribution," *SPEJ*, Dec., (1969), 451-462; *Trans AIME*, 246.
16. Warren, J. E. and Root, P. J.: "Behavior of Naturally Fractured Reservoirs" *SPEJ*. (Sept.1963), 245-255; *Trans. AIME*, 228.
17. Bourdet, D. and Gringarten, A. C.: "Determination of Fissure Volume and Block Size in Fractured Reservoirs by Type-Curve Analysis," *SPE paper 9293. 55 th Annual Fall Meeting, Dallas, Tex.* 1980.

18. Deruyck, B. G, Bourdet, D. P, *et. al.* "Interpretation of Interference Test in Reservoirs with Double Porosity Behavior – Theory and Field Examples," *SPE paper 11025. 57 th Annual Fall Meeting. New Orleans, La.* 1982.
19. Abbaszadeh, M. and Cinco-Ley, H.: "Pressure-Transient Behavior in a Reservoir with a Finite-Conductivity Fault," *SPEFE* (March 1995) 26; *Trans., AIME*, 299.
20. Kamal, M.M.: "Interference and Pulse Testing—A Review," *JPT* (December 1983) 2257.
21. Cinco-Ley H., Samaniego, F., and Dominguez, N.: "Transient Pressure Behavior for a Well with a Finite-Conductivity Vertical Fracture," *Soc. Pet. Eng. J.* (Aug. 1978) 253-264.
22. Stehfest, H.: "Numerical Inversion of Laplace Transform", *Communications of the ACM* (January 1970) 13, No. 1, 47-49. (Algorithm 368 with correction (October 1970) 13, No. 10).
23. Carslaw, H. S and Jaeger, J. C.: "Conduction of Heat in Solids," 2nd ed., Oxford at the Clarendon Press (1959) 275.
24. León, V. C.: "Análisis de Pruebas de Interferencia en Yacimientos Naturalmente Fracturados con Geometría Fractal," UNAM, México D.F 2010.
25. Prueba de Interferencia en el Campo Jujo-Tecominoacán – Área Jujo. Pemex Exploración y Producción.
26. Prueba de Interferencia en el Campo Puerto-Ceiba. Pemex Exploración y Producción.

APÉNDICE A

Derivación de los Parámetros de Correlación Para Flujo Bilineal en Medio Incompresible

Mediante la aplicación de transformada de Laplace con respecto al tiempo, Cinco-Ley y Samaniego² obtienen la solución para el transiente de presión en un pozo con una fractura de conductividad finita:

$$\bar{p}_{fD} = \frac{\pi \exp\left\{-x_D \left[\frac{s}{\eta_{fD}} + \frac{2\sqrt{s}}{(k_f b_f)_D}\right]^{1/2}\right\}}{(k_f b_f)_D s \left[\frac{s}{\eta_{fD}} + \frac{2\sqrt{s}}{(k_f b_f)_D}\right]^{1/2}} \quad (\text{A-1})$$

Cuando el medio es incompresible, el valor de $\Phi_f c_{ft}$ de la falla es muy pequeño, por lo tanto $\eta_{fD} \rightarrow \infty$.

Tomando el límite de la ec. (A-1) cuando η_{fD} tiende a infinito:

$$\lim_{\eta_{fD} \rightarrow \infty} \bar{p}_{fD} = \lim_{\eta_{fD} \rightarrow \infty} \frac{\pi \exp\left\{-x_D \left[\frac{s}{\eta_{fD}} + \frac{2\sqrt{s}}{(k_f b_f)_D}\right]^{1/2}\right\}}{(k_f b_f)_D s \left[\frac{s}{\eta_{fD}} + \frac{2\sqrt{s}}{(k_f b_f)_D}\right]^{1/2}} \quad (\text{A-2})$$

$$\bar{p}_{fD} = \frac{\pi \exp\left\{-x_D \left[\frac{2\sqrt{s}}{(k_f b_f)_D}\right]^{1/2}\right\}}{(k_f b_f)_D s \left[\frac{2\sqrt{s}}{(k_f b_f)_D}\right]^{1/2}} \quad (\text{A-3})$$

A continuación se agruparán las variables de tal manera que se formen grupos adimensionales que acompañen a “s”.

De la ecuación (A-3) se eleva al cuadrado x_D y se integra a la raíz cuadrada

$$\bar{p}_{fD} = \frac{\pi \exp\left\{-\left[\frac{2x_D^2 \sqrt{s}}{(k_f b_f)_D}\right]^{1/2}\right\}}{(k_f b_f)_D s \left[\frac{2\sqrt{s}}{(k_f b_f)_D}\right]^{1/2}} \quad (\text{A-4})$$

Se incluye el grupo adimensional $\frac{x_D^2}{(k_f b_f)_D}$ en la raíz cuadrada de s en el numerador, para esto, x_D se eleva a la cuarta potencia y $(k_f b_f)_D$ al cuadrado, mientras tanto el denominador, dentro de la raíz se multiplica y se divide por x_D^2 para formar el mismo grupo que en la raíz del numerador.

$$\bar{p}_{fD} = \frac{\pi \exp\left\{-\left[2 \frac{x_D^4}{\sqrt{(k_f b_f)_D^2} s}\right]^{1/2}\right\}}{(k_f b_f)_D s \left[\frac{2}{x_D^2} \frac{x_D^4}{\sqrt{(k_f b_f)_D^2} s}\right]^{1/2}} \quad (\text{A-5})$$

Se multiplica y divide el denominador por x_D^4 y por $(k_f b_f)_D^2$

$$\bar{p}_{fD} = \frac{\pi \exp \left\{ - \left[2 \sqrt{\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2} s} \right]^{1/2} \right\}}{\frac{(k_f b_f)_D^3}{x_D^4} \frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2} s \left[\frac{2}{x_D^2} \sqrt{\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2} s} \right]^{1/2}} \quad (\text{A-5})$$

Se pasa del lado izquierdo el término $\frac{(k_f b_f)_D^3}{x_D^4}$

$$\frac{(k_f b_f)_D^3}{x_D^4} \bar{p}_{fD} = \frac{\pi \exp \left\{ - \left[2 \sqrt{\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2} s} \right]^{1/2} \right\}}{\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2} s \left[\frac{2}{x_D^2} \sqrt{\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2} s} \right]^{1/2}} \quad (\text{A-6})$$

La ec. (A-6) la podemos escribir como:

$$\frac{(k_f b_f)_D^3}{x_D^4} \bar{p}_{fD} = \frac{\pi \exp \left\{ - \left[2 \sqrt{\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2} s} \right]^{1/2} \right\}}{\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2} s \left[\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2} s \right]^{1/4} \left[\frac{2}{x_D^2} \right]^{1/2}} \quad (\text{A-7})$$

Agrupando el denominador

$$\frac{(k_f b_f)_D^3}{x_D^4} \bar{p}_{fD} = \frac{\pi \exp \left\{ - \left[2 \sqrt{\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2} s} \right]^{1/2} \right\}}{\left[\frac{2}{x_D^2} \right]^{1/2} \left[\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2} s \right]^{5/4}} \quad (\text{A-8})$$

Pasando del lado izquierdo $\sqrt{x_D^2}$ y agrupando términos semejantes:

$$\frac{(k_f b_f)_D^3}{x_D^5} \bar{p}_{fD} = \frac{\pi \exp \left\{ - \left[2 \sqrt{\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2} s} \right]^{1/2} \right\}}{\sqrt{2} \left[\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2} s \right]^{5/4}} \quad (\text{A-9})$$

De las propiedades de la transformada de Laplace,

$$\mathcal{L}^{-1} f(as) = \frac{1}{a} F \left[\frac{t}{a} \right] \quad (\text{A-10})$$

En este caso;

$$a = \frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2}$$

Entonces la Ec. (A-9) se puede escribir como

$$\frac{1}{a} \frac{(k_f b_f)_D}{x_D} p_{fD} = \frac{1}{a} F \left[\frac{t}{a} \right]$$

Esto es,

$$\frac{(k_f b_f)_D}{x_D} p_{fD} = F \left[\frac{(k_f b_f)_D^2}{x_D^4} t_{Dxf} \right] \quad (\text{A-11})$$

Esto significa que la solución para flujo bilineal en medio incompresible se representa por una simple curva cuando graficamos en términos de:

$$\frac{(k_f b_f)_D}{x_D} p_{fD} \text{ vs. } \frac{(k_f b_f)_D^2}{x_D^4} t_{Dxf} \quad (\text{A-12})$$

La solución de la Ec. (A-9) en el espacio real se obtiene mediante la aplicación del Algoritmo de Harald Stehfest²² 1970, el cual considera la siguiente fórmula para invertir numéricamente una función F(s):

$$f(t) \simeq [s \cdot \sum_{n=1}^N K_n \cdot F(ns)]_{s=\ln(2/t)} \quad (\text{A-13})$$

Los coeficientes ponderados K_n están dados por,

$$K_n = (-1)^{n+N/2} \cdot \sum_{k=(n+1)/2}^{\min(n, N/2)} \frac{k^{N/2} (2k)!}{\left(\frac{N}{2}-k\right)! k! (k-1)! (n-k)! (2k-n)!} \quad (\text{A-14})$$

Comportamiento a tiempos largos

Se puede obtener la solución para medio incompresible a tiempos largos tomando el límite de la Ec. (A-9) cuando s se aproxima a cero; entonces,

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{(k_f b_f)_D^3}{x_D^5} \bar{p}_{fD} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\pi \exp \left\{ - \left[2 \sqrt{\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2} s} \right]^{1/2} \right\}}{\sqrt{2} \left[\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2} s \right]^{5/4}} \quad (\text{A-15})$$

$$\frac{(k_f b_f)_D^3}{x_D^5} \bar{p}_{fD} \approx \frac{\pi}{\sqrt{2} \left[\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2} s \right]^{5/4}} \quad (\text{A-16})$$

Invirtiendo la Ec.(A-16):

$$\frac{(k_f b_f)_D^3}{x_D^5} \mathcal{L}^{-1}(\bar{p}_{fD}) = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{1}{\left[\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2} s \right]^{5/4}} \right] \quad (\text{A-17})$$

La transformada de Laplace inversa del lado derecho de la Ec. (A-17) se puede obtener directamente de Carslaw and Jaeger²³

$\bar{v}(s)$ $v(t)$

$$\frac{1}{s^{(\nu+1)}}, \quad \nu > -1$$

$$\frac{t^\nu}{\Gamma(\nu + 1)}$$

Entonces,

$$\frac{(k_f b_f)_D^3}{x_D^5} p_{fD} \cong \frac{\pi}{\sqrt{2}} \left[\frac{(k_f b_f)_D^2}{x_D^4} \right]^{5/4} \frac{t_{Dxf}^{1/4}}{\Gamma(1.25)} \quad (\text{A-18})$$

$$\frac{(k_f b_f)_D}{x_D} p_{fD} \cong 2.45 \frac{\sqrt{(k_f b_f)_D}}{x_D} t_{Dxf}^{1/4} \quad (\text{A-19})$$

$$\frac{(k_f b_f)_D}{x_D} p_{fD} \cong 2.45 \left(\frac{(k_f b_f)_D^2}{x_D^4} t_{Dxf} \right)^{1/4} \quad (\text{A-20})$$

APÉNDICE B

Derivación de los Parámetros de Correlación Para Flujo Bilineal en Medio Compresible

En este caso se puede tener dos variantes, una cuando el medio es dominado por la conductividad de la fractura y otra para cuando el medio es dominado por la difusividad hidráulica dentro de la falla.

Modelo Dominado por la Conductividad de la Falla

Partiendo del modelo de flujo bilineal propuesto por Cinco-Ley y Samaniego²:

$$\bar{p}_{fD} = \frac{\pi \exp\left\{-x_D \left[\frac{s}{\eta_{fD}} + \frac{2\sqrt{s}}{(k_f b_f)_D} \right]^{1/2}\right\}}{(k_f b_f)_D s \left[\frac{s}{\eta_{fD}} + \frac{2\sqrt{s}}{(k_f b_f)_D} \right]^{1/2}} \quad (\text{B-1})$$

De la ecuación (B-1) se eleva al cuadrado x_D y se integra a la raíz cuadrada del numerador, mientras que el denominador se multiplica y divide por x_D . Se integra también a la raíz,

$$\bar{p}_{fD} = \frac{\pi \exp\left\{-\left[\frac{x_D^2}{\eta_{fD}}s + \frac{2x_D^2\sqrt{s}}{(k_f b_f)_D}\right]^{1/2}\right\}}{\frac{(k_f b_f)_D}{x_D} s \left[\frac{x_D^2}{\eta_{fD}}s + \frac{2x_D^2\sqrt{s}}{(k_f b_f)_D}\right]^{1/2}} \quad (\text{B-2})$$

Se factoriza el grupo $\frac{2x_D^2\sqrt{s}}{(k_f b_f)_D}$

$$\bar{p}_{fD} = \frac{\pi \exp\left\{-\left[\left(\frac{2x_D^2\sqrt{s}}{(k_f b_f)_D}\right)\left(1 + \frac{(k_f b_f)_D\sqrt{s}}{2\eta_{fD}}\right)\right]^{1/2}\right\}}{\frac{(k_f b_f)_D}{x_D} s \left[\left(\frac{2x_D^2\sqrt{s}}{(k_f b_f)_D}\right)\left(1 + \frac{(k_f b_f)_D\sqrt{s}}{2\eta_{fD}}\right)\right]^{1/2}} \quad (\text{B-3})$$

Ahora hay que formar el grupo $\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2}$ dentro de la raíz cuadrada junto a s, para de esta manera tener el grupo adimensional deseado,

$$\bar{p}_{fD} = \frac{\pi \exp\left\{-\left[2\left(\sqrt{\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2}}s\right)\left(1 + \frac{(k_f b_f)_D}{2\eta_{fD}} \frac{(k_f b_f)_D}{x_D^2} \sqrt{\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2}}s\right)\right]^{1/2}\right\}}{\frac{(k_f b_f)_D}{x_D} s \left[2\left(\sqrt{\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2}}s\right)\left(1 + \frac{(k_f b_f)_D}{2\eta_{fD}} \frac{(k_f b_f)_D}{x_D^2} \sqrt{\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2}}s\right)\right]^{1/2}} \quad (\text{B-4})$$

Se multiplica y divide el denominador por x_D^5 y por $(k_f b_f)_D^3$,

$$\bar{p}_{fD} = \frac{\pi \exp\left\{-\left[2\left(\sqrt{\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2}}s\right)\left(1 + \frac{(k_f b_f)_D^2}{2\eta_{fD}x_D^2} \sqrt{\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2}}s\right)\right]^{1/2}\right\}}{\frac{x_D^5}{x_D^5} \frac{(k_f b_f)_D^3}{(k_f b_f)_D^3} \frac{(k_f b_f)_D}{x_D} s \left[2\left(\sqrt{\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2}}s\right)\left(1 + \frac{(k_f b_f)_D^2}{2\eta_{fD}x_D^2} \sqrt{\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2}}s\right)\right]^{1/2}} \quad (\text{B-5})$$

La Ec. (B-5) se puede acomodar de la siguiente manera,

$$\frac{(k_f b_f)_D^3}{x_D^5} \bar{p}_{fD} = \frac{\pi \exp \left\{ - \left[2 \left(\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2 s} \right) \left(1 + \frac{(k_f b_f)_D^2}{2 \eta_{fD} x_D^2} \sqrt{\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2 s}} \right) \right]^{1/2} \right\}}{\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2 s} \left[2 \left(\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2 s} \right) \left(1 + \frac{(k_f b_f)_D^2}{2 \eta_{fD} x_D^2} \sqrt{\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2 s}} \right) \right]^{1/2}} \quad (\text{B-6})$$

La Ec. (B-6) es equivalente con (B-7),

$$\frac{(k_f b_f)_D^3}{x_D^5} \bar{p}_{fD} = \frac{\pi \exp \left\{ - \left[2 \left(\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2 s} \right) \left(1 + \frac{(k_f b_f)_D^2}{2 \eta_{fD} x_D^2} \sqrt{\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2 s}} \right) \right]^{1/2} \right\}}{\sqrt{2} \left(\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2 s} \right) \left(\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2 s} \right)^{1/2} \left(1 + \frac{(k_f b_f)_D^2}{2 \eta_{fD} x_D^2} \sqrt{\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2 s}} \right)^{1/2}} \quad (\text{B-7})$$

Agrupando términos semejantes,

$$\frac{(k_f b_f)_D^3}{x_D^5} \bar{p}_{fD} = \frac{\pi \exp \left\{ - \left[2 \left(\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2 s} \right) \left(1 + \frac{(k_f b_f)_D^2}{2 \eta_{fD} x_D^2} \sqrt{\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2 s}} \right) \right]^{1/2} \right\}}{\sqrt{2} \left(\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2 s} \right)^{5/4} \left(1 + \frac{(k_f b_f)_D^2}{2 \eta_{fD} x_D^2} \sqrt{\frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2 s}} \right)^{1/2}} \quad (\text{B-8})$$

Parámetro del modelo

$$p. m_A = \frac{(k_f b_f)_D^2}{\eta_{fD} x_D^2} \quad (\text{B-9})$$

El parámetro del modelo significa que se tendrá una familia de curvas dependiendo de los valores que tome el parámetro del modelo.

Usando la misma propiedad de la transformada de Laplace que para el incompresible

$$\mathcal{L}^{-1}f(as) = \frac{1}{a}F\left[\frac{t}{a}\right] \quad (\text{B-10})$$

Siendo;

$$a = \frac{x_D^4}{(k_f b_f)_D^2}$$

Entonces la Ec. (B-8) se puede escribir como

$$\frac{1}{a} \frac{(k_f b_f)_D}{x_D} p_{fD} = \frac{1}{a} F\left[\frac{t}{a}\right]$$

Esto es,

$$\frac{(k_f b_f)_D}{x_D} p_{fD} = F\left[\frac{(k_f b_f)_D^2}{x_D^4} t_{Dxf}\right] \quad (\text{B-11})$$

Esto significa que la solución para flujo bilineal en medio compresible se representa por la curva graficada en términos de:

$$\frac{(k_f b_f)_D}{x_D} p_{fD} \text{ vs. } \frac{(k_f b_f)_D^2}{x_D^4} t_{Dxf}$$

La solución de la Ec. (B-8) en el espacio real se obtiene mediante la aplicación del Algoritmo de Harald Stehfest²² 1970.

Modelo Dominado por la Difusividad Hidráulica dentro de la Falla

Este modelo es una variante del medio compresible que considera el efecto de la difusividad hidráulica dentro de la falla.

Iniciando con el modelo de flujo bilineal Ec. (B-1)

$$\bar{p}_{fD} = \frac{\pi \exp \left\{ -x_D \left[\frac{s}{\eta_{fD}} + \frac{2\sqrt{s}}{(k_f b_f)_D} \right]^{1/2} \right\}}{(k_f b_f)_D s \left[\frac{s}{\eta_{fD}} + \frac{2\sqrt{s}}{(k_f b_f)_D} \right]^{1/2}} \quad (\text{B-1})$$

En el numerador de la ecuación (B-1) se eleva al cuadrado x_D y se integra a la raíz cuadrada. El parámetro $(k_f b_f)_D$ se pasa del lado izquierdo de la ecuación,

$$(k_f b_f)_D \bar{p}_{fD} = \frac{\pi \exp \left\{ - \left[\frac{x_D^2}{\eta_{fD}} s + \frac{2 x_D^2 \sqrt{s}}{(k_f b_f)_D} \right]^{1/2} \right\}}{s \left[\frac{s}{\eta_{fD}} + \frac{2\sqrt{s}}{(k_f b_f)_D} \right]^{1/2}} \quad (\text{B-12})$$

Como lo que se quiere es tener el mismo grupo adimensional que acompañe a “s”, se debe completar en donde falte. De esta manera, en el denominador y numerador se forma el grupo $\frac{x_D^2}{\eta_{fD}}$ junto a “s”.

$$\frac{\eta_{fD}}{x_D^3} (k_f b_f)_D \bar{p}_{fD} = \frac{\pi \exp \left\{ - \left[\frac{x_D^2}{\eta_{fD}} s + \frac{2 x_D^2 \sqrt{s}}{(k_f b_f)_D} \right]^{1/2} \right\}}{\frac{x_D^2}{\eta_{fD}} s \left[\frac{x_D^2}{\eta_{fD}} s + \frac{2 x_D^2 \sqrt{s}}{(k_f b_f)_D} \right]^{1/2}} \quad (\text{B-13})$$

Factorizando $\frac{x_D^2}{\eta_{fD}} s$

$$\frac{\eta_{fD}}{x_D^3} (k_f b_f)_D \bar{p}_{fD} = \frac{\pi \exp\left\{-\left[\left(\frac{x_D^2}{\eta_{fD}} s\right) \left(1 + \frac{2\eta_{fD}}{(k_f b_f)_D \sqrt{s}}\right)\right]^{1/2}\right\}}{\left(\frac{x_D^2}{\eta_{fD}} s\right) \left[\left(\frac{x_D^2}{\eta_{fD}} s\right) \left(1 + \frac{2\eta_{fD}}{(k_f b_f)_D \sqrt{s}}\right)\right]^{1/2}} \quad (\text{B-14})$$

La Ec. (B-14) se puede expresar como,

$$\frac{\eta_{fD}}{x_D^3} (k_f b_f)_D \bar{p}_{fD} = \frac{\pi \exp\left\{-\left(\frac{x_D^2}{\eta_{fD}} s\right)^{1/2} \left[1 + \frac{2\eta_{fD}}{(k_f b_f)_D \sqrt{s}}\right]^{1/2}\right\}}{\left(\frac{x_D^2}{\eta_{fD}} s\right) \left(\frac{x_D^2}{\eta_{fD}} s\right)^{1/2} \left[1 + \frac{2\eta_{fD}}{(k_f b_f)_D \sqrt{s}}\right]^{1/2}} \quad (\text{B-15})$$

Juntando términos semejantes,

$$\frac{\eta_{fD}}{x_D^3} (k_f b_f)_D \bar{p}_{fD} = \frac{\pi \exp\left\{-\left(\frac{x_D^2}{\eta_{fD}} s\right)^{1/2} \left[1 + \frac{2\eta_{fD}}{(k_f b_f)_D \sqrt{s}}\right]^{1/2}\right\}}{\left(\frac{x_D^2}{\eta_{fD}} s\right)^{3/2} \left[1 + \frac{2\eta_{fD}}{(k_f b_f)_D \sqrt{s}}\right]^{1/2}} \quad (\text{B-16})$$

Ahora se tiene que hacer la misma transformación en \sqrt{s} , de tal manera que se

tenga $\sqrt{\frac{x_D^2}{\eta_{fD}} s}$,

$$\frac{\eta_{fD}}{x_D^3} (k_f b_f)_D \bar{p}_{fD} = \frac{\pi \exp \left\{ -\left(\frac{x_D^2}{\eta_{fD} s} \right)^{1/2} \left[1 + \frac{2\eta_{fD}}{(k_f b_f)_D \left(\frac{x_D^2}{\eta_{fD} s} \right)^{1/2} \left(\frac{\eta_{fD}^{1/2}}{x_D} \right)} \right]^{1/2} \right\}}{\left(\frac{x_D^2}{\eta_{fD} s} \right)^{3/2} \left[1 + \frac{2\eta_{fD}}{(k_f b_f)_D \left(\frac{x_D^2}{\eta_{fD} s} \right)^{1/2} \left(\frac{\eta_{fD}^{1/2}}{x_D} \right)} \right]^{1/2}} \quad (\text{B-17})$$

Simplificando y acomodando términos,

$$\frac{\eta_{fD}}{x_D^3} (k_f b_f)_D \bar{p}_{fD} = \frac{\pi \exp \left\{ -\left(\frac{x_D^2}{\eta_{fD} s} \right)^{1/2} \left[1 + \frac{2\eta_{fD}^{1/2} x_D}{(k_f b_f)_D \sqrt{\frac{x_D^2}{\eta_{fD} s}}} \right]^{1/2} \right\}}{\left(\frac{x_D^2}{\eta_{fD} s} \right)^{3/2} \left[1 + \frac{2\eta_{fD}^{1/2} x_D}{(k_f b_f)_D \sqrt{\frac{x_D^2}{\eta_{fD} s}}} \right]^{1/2}} \quad (\text{B-18})$$

Parámetro del modelo

$$p.m_A = \frac{(k_f b_f)_D^2}{\eta_{fD} x_D^2}$$

De igual manera que en la Parte A, se tendrá una familia de curvas dependiendo de los valores que tome el parámetro del modelo.

De acuerdo con la propiedad de Laplace que se ha venido utilizando para este trabajo, la Ec. (B-18) se puede graficar en términos de,

$$\frac{(k_f b_f)_D}{x_D} p_{fD} = F \left[\frac{\eta_{fD}}{x_D^2} t_{Dxf} \right] \quad (\text{B-19})$$

$$\frac{(k_f b_f)_D}{x_D} p_{fD} \text{ vs. } \frac{\eta_{fD}}{x_D^2} t_{Dxf} \quad (\text{B-20})$$

La inversión numérica de la Ec. (B-18) se realiza, al igual que los anteriores casos, mediante el Algoritmo de Harald Stehfest²² 1970.