

Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Estudios Superiores Aragón



*“Diseño de elementos de acero
empleando los Métodos del LRFD
y el Eurocódigo 3.”*

Tesis:

Que para obtener el título de:

Ingeniero Civil.

PRESENTA:

Leonardo A. Hernández Cerpas

ASESOR:

M. en C. Luis Pomposo Viguera Muñoz

México. 2014





Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Diseño de elementos de acero
empleando los Métodos del
LRFD y el Eurocódigo 3.





Índice de contenido

ÍNDICE DE CONTENIDO	3
LISTA DE FIGURAS	6
LISTA DE TABLAS	7
INTRODUCCIÓN	8
ESQUEMA DE LA MEMORIA	12
PROBLEMÁTICA	14
OBJETIVO	17
CAPITULO 1.....	18
ANTECEDENTES.....	18
1.1 ESPECIFICACIONES DEL INSTITUTO AMERICANO DE LA CONSTRUCCIÓN EN ACERO AISC-LRFD	20
1.1.1 MANUAL DE LA CONSTRUCCIÓN EN ACERO	22
1.2 ESPECIFICACIONES DEL EUROCODIGO 3 (PROYECTO DE ESTRUCTURAS DE ACERO)	25
CAPITULO 2.....	28
CONCEPTOS FUNDAMENTALES.....	28
2.1 RESISTENCIA DE MATERIALES.....	29
2.1.1 HIPÓTESIS FUNDAMENTALES	31
2.1.2 DEFORMACIONES	32
2.1.3 ESFUERZOS A LOS QUE ESTÁN SOMETIDOS LOS MATERIALES	32
2.2 PROPIEDADES DE LA SECCIÓN.....	34
2.2.1 MOMENTO DE INERCIA	35
2.2.2 RADIO DE GIRO.....	35
2.2.3 MÓDULOS DE RESISTENCIA Y MOMENTOS DE RESISTENCIA.....	36
2.2.4 INERCIA TORSIONAL O CONSTANTE TORSIONAL DE ST. VENANT, J	38
2.2.5 INERCIA AL PANDEO O CONSTANTE TORSIONAL DE ALABEO, C_w	39
2.3 EXACTITUD DE LOS CÁLCULOS.....	39
2.4 RESISTENCIA DEL ACERO	39
2.4.1 ACERO COMO MATERIAL ESTRUCTURAL	43
2.4.1.1 <i>Ventajas del acero como material estructural</i>	43
2.4.1.2 <i>Desventajas del acero como material estructural</i>	44
2.5 PERFILES DE ACERO	45
2.5.1 CLASIFICACIÓN DE PERFILES AMERICANOS Y EUROPEOS	47
2.5.2 PROPIEDADES DEL ACERO NORMA ASTM Y EN	49
2.6 ESPECIFICACIONES, CARGAS Y MÉTODOS DE DISEÑO	50
2.6.1 CARGAS	52
2.6.2 MÉTODOS DE DISEÑO	54
2.6.3 FACTORES DE CARGA Y RESISTENCIA USADOS EN LAS ESPECIFICACIONES AISC	57
2.7 RESISTENCIA DE “VIGAS-COLUMNAS”	58
2.7.1 COMPORTAMIENTO CARGA-DEFLEXION ($M - \delta$)	59
2.7.2 PANDEO ELÁSTICO LATERAL-TORSIONAL DE VIGAS-COLUMNAS.	61
2.7.3 PANDEO LATERAL-TORSIONAL INELÁSTICO DE VIGAS-COLUMNA.....	61
2.7.4 RESISTENCIA EN EL PLANO DE “VIGAS-COLUMNAS” CON FLEXIÓN UNI-AXIAL.....	63
2.7.5 RESISTENCIA DE “VIGAS-COLUMNAS” CON FLEXIÓN RESPECTO AL EJE FUERTE: PANDEO LATERAL 65	
2.7.6 RESISTENCIA DE “VIGAS-COLUMNAS” FLEXIONADAS BIAIXIALMENTE.	66
2.7.6.1 <i>Resistencia de las “Vigas-columnas” cortos</i>	67
2.7.6.2 <i>Resistencia de las “Vigas-columnas” esbeltas y de longitud intermedia</i>	68
2.7.7 FACTOR DE MOMENTO UNIFORME EQUIVALENTE “ C_m ”	69





CAPITULO 3.....	74
MÉTODO LRFD Y EC3.....	74
3.1 CLASIFICACIÓN DE LAS SECCIONES.....	75
3.1.1 CLASIFICACIÓN DE LAS SECCIONES AISC-LRFD	75
3.1.2 CLASIFICACIÓN DE LAS SECCIONES EC3.....	78
3.2 DISEÑO ESTRUCTURAL DEL AISC LRFD.....	80
3.2.1 RESISTENCIA A COMPRESIÓN PURA	82
3.2.2 FACTOR DE LONGITUD EFECTIVA K	83
3.2.3 RESISTENCIA A FLEXIÓN PURA.....	87
3.2.3.1 <i>Zona I, pandeo plástico, (Momento plástico total)</i>	89
3.2.3.2 <i>Zona II, Pandeo inelástico</i>	90
3.2.3.3 <i>Zona III, pandeo elástico</i>	92
3.2.4 MOMENTOS DE PRIMER ORDEN Y SEGUNDO ORDEN PARA ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXO-COMPRESIÓN	94
3.2.5 FACTOR C_m	99
3.2.6 MOMENTO CRITICO ELÁSTICO A PANDEO LATERAL M_{cr}	101
3.2.7 RESISTENCIA DE “VIGAS-COLUMNAS”	102
3.2.8 RESISTENCIA A ESFUERZO CORTANTE.....	104
3.2.9 ECUACIONES ALTERNATIVAS PARA EL DISEÑO DE “VIGAS-COLUMNAS” A LAS DE INTERACCIONES.....	105
3.2.10 DISEÑO PRELIMINAR DE VIGAS-COLUMNAS: ARRIOSTRADAS Y SIN ARRIOSTRAR	105
3.3 DISEÑO ESTRUCTURAL DEL EC3.....	107
3.3.1 ANALISIS GLOBAL.....	107
3.3.1.1 <i>Imperfecciones en el análisis global de la estructura</i>	110
3.3.2 DISEÑO PARA LA RESISTENCIA A COMPRESIÓN PURA	113
3.3.3 DISEÑO PARA LA RESISTENCIA A FLEXIÓN PURA	117
3.3.3.1 <i>Coficiente del pandeo lateral</i>	118
3.3.3.2 <i>Efecto del Diagrama de momento variable</i>	120
3.3.4 MOMENTO CRITICO ELÁSTICO A PANDEO LATERAL M_{cr}	121
3.3.4.1 <i>Distribución lineal de momento</i>	122
3.3.4.2 <i>Distribución no lineal de momento</i>	123
3.3.5 RESISTENCIA DE UNA “VIGA-COLUMNA”	124
3.3.5.1 <i>Reducción de la resistencia de una “viga-columna” por la presencia de esfuerzo cortante</i>	125
3.3.6 ECUACIÓN DE DISEÑO PARA LA RESISTENCIA A PANDEO DE LAS “VIGAS-COLUMNAS”: MÉTODO 1 DEL EC3	126
3.3.6.1 <i>Ecuación de interacción del Método 1</i>	126
3.3.6.2 <i>Comportamiento elástico-plástico de las “vigas-columnas” sin desarrollar pandeo lateral: Método 1</i>	127
3.3.6.3 <i>Comportamiento elástico-plástico de las “Vigas-columnas” con pandeo lateral: Método 1</i>	130
3.3.6.4 <i>Factor del momento equivalente del Método 1</i>	133
3.3.7 ECUACIÓN DE DISEÑO PARA LA RESISTENCIA A PANDEO DE LAS “VIGAS-COLUMNAS”: MÉTODO 2 DEL EC3	135
3.3.7.1 <i>Ecuación de interacción del Método 2</i>	135
3.3.7.2 <i>Comportamiento elástico-plástico de las “vigas-columnas” sin desarrollar pandeo lateral: Método 2</i>	136
3.3.7.3 <i>Comportamiento elástico-plástico de las “Vigas-columnas” con pandeo lateral: Método 2</i>	137
3.3.7.4 <i>Factor de momento uniforme equivalente del Método 2</i>	139
3.4 SÍNTESIS DE DIMENSIONAMIENTO DEL EUROCÓDIGO 3.....	141
3.4.1 COMPRESIÓN Y FLEXIÓN (MÉTODO 1)	144
3.4.2 COMPRESIÓN Y FLEXIÓN (MÉTODO 2. ANEXO B. EUROCODIGO 3)	146
3.5 COMPARATIVAS ENTRE EL AISC LRFD Y EC3	147
3.5.1 CLASIFICACIÓN DE SECCIONES.....	148
3.5.2 DISEÑO DE MIEMBROS CARGADOS AXIALMENTE A COMPRESIÓN.....	148





3.5.3	DISEÑO DE MIEMBROS A FLEXIÓN.....	151
3.5.4	DISEÑO DE VIGAS-COLUMNAS	155
3.5.5	MOMENTOS CRÍTICO ELÁSTICO M_{CR} , MOMENTO DE SEGUNDO ORDEN M_U Y FACTOR CM	157
CAPITULO 4.....		160
EJEMPLOS DE APLICACIÓN.....		160
4.1	EJEMPLO 1: ESTRUCTURA.....	161
4.1.1	VERIFICACIÓN ESTRUCTURAL ACORDE CON EL AISC LRFD	162
4.1.2	VERIFICACIÓN ESTRUCTURAL ACORDE CON EL EUROCÓDIGO 3	169
4.1.2.1	<i>Método 1</i>	174
4.1.2.2	<i>Método 2</i>	178
4.2	EJEMPLO 2: ARMADURA.....	180
4.2.1	DISEÑO DE LARGUEROS	180
4.2.2	DISEÑO DE ARMADURA SECUNDARIA	186
4.2.2.1	<i>Cuerda superior</i>	186
4.2.2.2	<i>Cuerda inferior</i>	189
4.2.2.3	<i>Diagonales</i>	191
4.2.2.4	<i>Montantes</i>	193
4.2.2.5	<i>Perfiles de armadura secundaria</i>	197
4.2.3	DISEÑO DE ARMADURA PRINCIPAL.....	197
4.2.3.1	<i>Cuerda superior</i>	197
4.2.3.2	<i>Cuerda inferior</i>	200
4.2.3.3	<i>Diagonal Extrema</i>	202
4.2.3.4	<i>Montante Extrema</i>	204
4.2.3.5	<i>Perfiles de armadura principal</i>	207
4.3	EJEMPLO 3: PUENTE	208
4.3.1	DISEÑO DE ARMADURA DE PUENTE.....	209
4.3.1.1	<i>Cuerda superior elemento HG</i>	209
CUERDA SUPERIOR.....		209
DIAGONALES Y MONTANTES		209
CUERDA INFERIOR		209
4.3.1.2	<i>Diagonales (elemento AH y BG)</i>	211
4.3.1.3	<i>Montante elemento HG</i>	214
4.3.1.4	<i>Cuerda inferior elemento AB y BC</i>	216
4.4	EJEMPLO 4: VIGA CONTINÚA	219
4.5	EJEMPLO 5: MARCO.....	223
CAPITULO 5.....		227
ANÁLISIS DE RESULTADOS		227
5.1	MÉTODO DE NEWMARK	228
ELEMENTOS MECÁNICOS DE DISEÑO.....		233
5.1.1	EJEMPLO M. NEWMARK: ARMADURA	234
5.2	MÉTODO DE LOS NODOS	240
5.2.1	EJEMPLO M. NODOS: ARMADURA DE PUENTE.	242
5.3	MÉTODO DE HARDY CROSS.....	252
5.3.1	EJEMPLO M. HARDY CROSS: VIGA CONTINÚA.	255
5.3.2	EJEMPLO M. HARDY CROSS: MARCO	266
CAPITULO 6.....		272
CONCLUSIÓN Y RECOMENDACIONES		272
6.1	CONCLUSIONES GENERALES.....	272
BIBLIOGRAFÍA		277





Lista de figuras

FIGURA 1. 1 CLASIFICACIÓN DE CARGA EN LA SECCIÓN TRASVERSAL (A) COLUMNA CON CARGA AXIAL Y FLEXIÓN UNI-AXIAL, (B) COLUMNA CON CARGA AXIAL Y FLEXIÓN BIAxIAL.....	19
FIGURA 2. 1 FUERZAS EXTERNAS EN EQUILIBRIO CON LAS FUERZAS INTERNAS.....	30
FIGURA 2. 2 ESFUERZO DE TRACCIÓN	33
FIGURA 2. 3 ESFUERZO AXIAL	33
FIGURA 2. 5 ESFUERZO DE FLEXIÓN.....	33
FIGURA 2. 4 ESFUERZOS CORTANTES O DE CIZALLA.....	33
FIGURA 2. 7 ESFUERZO DE TORSIÓN	34
FIGURA 2. 6 ESFUERZOS COMPUESTOS	34
FIGURA 2. 8 RADIOS DE GIRO RESPECTO A SU EJE.....	36
FIGURA 2. 9 FASES ELÁSTICAS Y PLÁSTICAS DE SECCIONES EN FLEXIÓN SIMPLE.....	37
FIGURA 2. 11 CURVA ESFUERZO-DEFORMACIONES DE ACEROS.....	41
FIGURA 2. 11 CURVA MOMENTO-ROTACIÓN EN EL EXTREMO DE UNA VIGA-COLUMNA CON CARGA AXIAL CRECIENTE.	60
FIGURA 2. 12 PANDEO LATERAL-TORSIONAL INELÁSTICO DE VIGAS-COLUMNAS DE ACERO.....	62
FIGURA 2. 13 VIGA-COLUMNA EN LOS EXTREMOS MA Y MB	70
FIGURA 2. 14 VIGA-COLUMNA BAJO MOMENTO UNIFORME	71
FIGURA 2. 15 MOMENTOS UNIFORMES EQUIVALENTES PARA UNA VIGA-COLUMNA BAJO UNA CARGA AXIAL P Y MOMENTOS EN LOS EXTREMOS MA Y MB	72
FIGURA 3. 1 REPRESENTACIÓN GRAFICA, RESISTENCIA NOMINAL DE FLUENCIA CON LA ESBELTEZ “CURVA PANDEO”	83
FIGURA 3. 3 LONGITUD EFECTIVA EN COLUMNAS	84
FIGURA 3. 2 LONGITUD EFECTIVA DE COLUMNAS	84
FIGURA 3. 4 CUADRO DE ALINEACIÓN PARA DETERMINAR FACTOR DE LONGITUD EFECTIVA EN COLUMNAS DE MARCOS ARRIOSTRADOS Y NO ARRIOSTRADOS LATERALMENTE.....	86
FIGURA 3. 5 DISTANCIA ENTRE LAS PUNTAS DE LOS FILETES EN LAS PARTES SUPERIORES E INFERIOR DEL ALMA.....	88
FIGURA 3. 6 MOMENTO NOMINAL EN FUNCIÓN DE LA LONGITUD, NO SOPORTADAS LATERALMENTE, DEL PATÍN DE COMPRESIÓN	88
FIGURA 3. 7 GRAFICA DE LA VARIACIÓN DE MOMENTO NOMINAL M_N EN FUNCIÓN DE LA LONGITUD LATERAL NO ARRIOSTRADA L_b ..	93
FIGURA 3. 8 COLUMNA EN UN MARCO NO ARRIOSTRADO	95
FIGURA 3. 9 AMPLIFICACIÓN DEL MOMENTO DE UNA COLUMNA ARRIOSTRADA CONTRA LADEO	95
FIGURA 3. 10 MODELOS DE MARCOS PARA DETERMINAR LOS MOMENTOS M_{nt} Y M_{lt}	98
FIGURA 3. 11 VALORES DE MOMENTO	102
FIGURA 3. 12 INTERACCIÓN ENTRE LA FUERZA AXIAL DE COMPRESIÓN Y EL MOMENTO	103
FIGURA 3. 13 IMPERFECCIÓN EN MARCOS.....	111
FIGURA 3. 14 SISTEMAS DE FUERZAS HORIZONTALES EQUIVALENTES.....	113
FIGURA 3. 15 CURVAS EUROPEAS DE PANDEO EC3	116
FIGURA 3. 16 DIAGRAMA DE MOMENTO DE SEGUNDO ORDEN Y DIAGRAMA DE MOMENTO SINUSOIDAL.....	133
FIGURA 3. 17 DEFINICIÓN DE LOS FACTORES C_m	141
FIGURA 3. 18 COMPARACIÓN DE LAS CURVAS DE PANDEO EN ELEMENTOS SOMETIDOS A COMPRESIÓN	150
FIGURA 3. 19 RESISTENCIA A COMPRESIÓN PURA	151
FIGURA 3. 20 CURVAS COMPARATIVAS ENTRE LAS NORMAS DEL LRFD Y EL EC3 ENTRE LOS PERFILES AMERICANOS W10x4x19 Y HP14x19	153
FIGURA 3. 21 CURVAS COMPARATIVAS ENTRE LAS NORMAS DEL LRFD Y EL EC3 ENTRE LOS PERFILES EUROPEOS IPE 200 Y HEB 700	154
FIGURA 3. 22 RESULTADOS COMPARATIVOS DE LA RESISTENCIA A FLEXIÓN, ENTRE LAS NORMAS DEL LRFD Y EL EC3 ENTRE LOS PERFILES AMERICANOS W10x4x19 Y HP14x19	154
FIGURA 3. 23 RESULTADOS COMPARATIVOS DE LA RESISTENCIA A FLEXIÓN, ENTRE LAS NORMAS DEL LRFD Y EL EC3 ENTRE LOS PERFILES EUROPEOS IPE 200 Y HEB 700	155





Lista de tablas

TABLA 1. 1 ACEROS CONSIDERADOS POR EL AISC	23
TABLA 1. 2 EUROCÓDIGOS ESTRUCTURALES	26
TABLA 2. 1 CLASIFICACIÓN DE PERFILES AMERICANOS Y EUROPEOS	47
TABLA 2. 2 CLASIFICACIÓN DE PERFILES	48
TABLA 2. 3 PROPIEDADES DEL ACERO	49
TABLA 2. 4 NORMAS AMERICANAS ASTM PROPIEDADES MECÁNICAS	49
TABLA 2. 5 NORMAS EUROPEAS EN PROPIEDADES MECÁNICAS	50
TABLA 2. 6 CARGAS VIVAS.....	54
TABLA 2. 7 FACTORES DE RESISTENCIA DE LAS ESPECIFICACIONES LRFD.....	58
TABLA 3. 1 RAZONES LIMITE ANCHO-ESPEJOR PARA ELEMENTOS A COMPRESIÓN	77
TABLA 3. 2 TIPO DE CLASE DEL ALMA.....	79
TABLA 3. 3 TIPO DE CLASE DEL PATÍN	80
TABLA 3. 4 LONGITUDES EFECTIVAS DE COLUMNAS	85
TABLA 3. 5 FACTORES DE MODIFICACIÓN PARA VIGAS—COLUMNAS SUJETAS A CARGAS TRASVERSALES ENTRE SUS APOYOS	100
TABLA 3. 6 DISEÑO PRELIMINAR DE “VIGAS-COLUMNAS”	107
TABLA 3. 7 IMPERFECCIONES EN LOS ELEMENTOS	112
TABLA 3. 8 FACTORES DE IMPERFECCIÓN PARA CURVAS DE PANDEO	114
TABLA 3. 9 VALORES DE LAS CURVAS DE PANDEO (EC3).....	115
TABLA 3. 11 DETERMINACIÓN DE CURVA DE PANDEO	117
TABLA 3. 11 FACTORES DE IMPERFECCIÓN PARA CURVAS DE PANDEO LT	119
TABLA 3. 12 SELECCIÓN DE LA CURVA DE PANDEO (ECU. 3.59).....	119
TABLA 3. 14 SELECCIÓN DE LA CURVA DE PANDEO (PARA LA ECU. 3.66)	119
TABLA 3. 15 VALORES DE kc	120
TABLA 3. 16 FACTOR $C1$ PARA DISTRIBUCIÓN LINEAL DE MOMENTO	123
TABLA 3. 17 FACTOR $C1$ PARA DISTRIBUCIÓN NO LINEAL DE MOMENTOS.....	123
TABLA 3. 18 FACTOR $C1$ PARA DISTRIBUCIÓN NO LINEAL DE MOMENTOS.....	123
TABLA 3. 18 FACTORES Cm DEL MÉTODO 2 (EC3)	140
TABLA 3. 20 VALORES DE $NRk = fyAi$, Mi , $Rk = fyWi$ y $\Delta Mi, Ed$ EN LAS EXPRESIONES DE COMPROBACIÓN Y DIMENSIONAMIENTO FRENTE A PANDEO.	143
TABLA 3. 21 COEFICIENTES DE INTERACCIÓN kij (COINCIDE CON TABLA A.1 ANEXO A DEL EC3 1-1)	144
TABLA 3. 22 TÉRMINOS AUXILIARES	145
TABLA 3. 23 CONTINUACIÓN TABLA 3.22 (COINCIDE CON LA CONTINUACIÓN DE TABLA A.1, ANEXO A DEL EC3 1-1)	145
TABLA 3. 24 COEFICIENTES DE MOMENTO UNIFORME EQUIVALENTE $Cmi, 0$ (TABLA A.2, EC3 1-1).....	145
TABLA 3. 25 COEFICIENTE DE INTERACCIÓN kij PARA PIEZAS NO SUSCEPTIBLES DE SUFRIR DEFORMACIÓN POR TORSIÓN (COINCIDE B.1 ANEXO B DEL EC3 1-1)	146
TABLA 3. 26 COEFICIENTES DE INTERACCIÓN kij PARA PIEZAS SUSCEPTIBLES DE SUFRIR DEFORMACIÓN POR TORSIÓN (COINCIDE CON TABLA B.2 ANEXO B DEL EC3 1-1)	147
TABLA 3. 27 COEFICIENTES DE MOMENTO UNIFORME EQUIVALENTE Cm (TABLA B.3, EC3 1-1)	147
TABLA 3. 28 CLASIFICACIÓN DE SECCIONES AISC-LRFD Y EC3	148
TABLA 3. 29 COMPRESIÓN PURA MÉTODO DEL AISC LRFD Y EC3	149
TABLA 3. 30 FLEXIÓN PURA MÉTODO DEL AISC LRFD Y EC3	152
TABLA 3. 31 VIGAS-COLUMNAS MÉTODO DEL AISC LRFD Y EC3	156
TABLA 3. 32 VERIFICACIÓN DE LA RESISTENCIA DE VIGAS-COLUMNAS DEL EC3	157
TABLA 3. 33 MOMENTO CRÍTICO ELÁSTICO DEL LRFD Y EC3	158
TABLA 3. 34 FACTOR DE REDUCCIÓN Cm DEL EC3	159





Introducción

A menudo las estructuras de acero están sujetas a fuerza axial (ya sea tensión o compresión) y a flexión alrededor de uno o de ambos ejes de simetría. El miembro sujeto a compresión axial y a flexión es conocido como viga-columna y es el principal elemento tratado en este trabajo.

Las vigas-columnas en estructuras de marcos suelen estar sujetas únicamente a fuerzas en los extremos. Por lo general, la fuerza axial en una viga-columna se debe a la carga axial trasferida por la columna que se encuentra arriba del miembro en estudio, y de los cortantes en los extremos de las vigas y las trabes adyacentes que sirven de marco en sus extremos.

En el diseño de elementos sujetos a flexo-compresión se sigue el procedimiento general llamado de Estado Limite, equivalente al diseño plástico o por resistencia última, estipulado por otros reglamentos.

Los elementos mecánicos obtenidos de análisis bajo cargas de servicio, deben multiplicarse por los factores de carga especificada a fin de lograr sus valores de diseño, estas fuerzas deben compararse con las resistencias de las reacciones obtenidas a partir de valores nominales de los esfuerzos y afectadas por factores de reducción que toma en cuenta la incertidumbre en su determinación.

En las uniones de miembros en estructuras de acero se pueden generar excentricidades en la transmisión de cargas que pueden producir momentos flexionantes. Los momentos flexionantes también pueden ser producidos por cargas transversales o por momentos aplicados en los extremos o en el claro del miembro. Independientemente del origen de los momentos, si sus valores son significativos, estos no pueden ser despreciados y deberán considerarse actuando en combinación con los otros efectos de carga presentes en el miembro. En este apartado se analizarán los miembros estructurales sujetos a combinación de esfuerzos de compresión axial y flexión (o flexo-compresión).





Las vigas-columnas se encuentran frecuentemente en marcos, armaduras y en puntales de muros exteriores. Las condiciones típicas de carga que generan flexo-compresión son las que están (a) Sujetas a carga excéntrica, generadas por la acción continua de los elementos adyacentes conectadas a la columna en cuestión; (b) Sujetas a carga axial y transversal por cargas de viento y fuerzas laterales de sismos; (c) Sujetas a carga axial y momentos de extremo, efecto de segundo orden.

Los elementos de los portales de puentes deben resistir esfuerzos combinados en forma semejante a las columnas de edificios; entre las causas que los originan se encuentran los fuertes vientos laterales, cargas verticales de tránsito, sean o no simétricas y la fuerza centrífuga debida al tránsito de los puentes con curvas. Una columna de un edificio industrial que soporta cargas de viento que actúan sobre un muro transferida por cinturones o la cuerda superior de de la armadura de un puente sujeto a cargas de viento son otros ejemplos de vigas-columnas.

El comportamiento estructural de las vigas-columnas depende principalmente de la configuración y dimensiones de la sección transversal, de la ubicación de la carga excéntrica aplicada, de la longitud de columna y de las condiciones de apoyo lateral.

Los momentos flexionantes en los extremos de la viga-columna representan resistencia a los momentos flexionantes impuestos en los extremos por las trabes y las vigas que integran el marco. Las vigas-columnas en estructuras de acero suelen estar sujetas a momentos flexionantes que actúan en dos planos principales. Estos momentos flexionantes bi-axiales se deben a la acción en el espacio del sistema reticular. La forma de la columna suelen orientarse de modo que produce una considerable flexión alrededor del eje mayor del miembro, pero los momentos flexionantes alrededor del eje menor pueden también adquirir una importancia significativa, porque la resistencia a la flexión en el eje menor de una sección de perfil I es relativamente pequeña, en comparación con la resistencia a la flexión en el eje mayor.

Las columnas que forman parte de una estructura de acero deben soportar, casi siempre, momentos flexionantes además de sus cargas usuales de compresión. Es





casi imposible montar y centrar exactamente las cargas axiales sobre las columnas aun en los casos de prueba de laboratorio. Aunque las cargas en un edificio o estructura pudieran centrarse perfectamente en un momento determinado, no permanecerían estacionarias. Además las columnas pueden tener defectos iniciales o tener otras fallas, dando como resultado que se produzcan flexiones laterales.

El análisis de un elemento flexo-comprimido es mas complicado que un elemento sometido a compresión pura o a flexión pura porque involucra los problemas de estabilidad de una columna como el pandeo de flexión, el pandeo torsional o el pandeo flexo-torsional y los problemas de flecha y la estabilidad de una viga como el pandeo lateral.

Por la razón expuesta, el diseño de miembros a flexo compresión se basa bien sea en suposiciones simplificadas o en formulaciones desarrolladas a partir de investigaciones teóricas y experimentales.

Hay esencialmente tres métodos de diseño de elementos solicitados por flexión y carga axial. En todos ellos se trabaja con el elemento como una columna aislada bajo cargas que se incrementan proporcionalmente, cuando el realidad estos elementos suelen formar parte de edificios el orden de aplicación de las cargas es aleatorio

Estos tres métodos se pueden sintetizar como:

El método analítico que se basa en una serie de expresiones obtenidas partiendo dela ecuación diferencial que plantea el equilibrio de los momentos interno y externo, causado este último por la aplicación de las cargas, incluido el efecto de una curvatura inicial o de cierta excentricidad accidental de las cargas.

Métodos numéricos o de aproximación sucesiva, mediante los cuales es posible trazar familias de curvas que pueden ser utilizados en la predicción del comportamiento de barras de características análogas a las utilizadas en la formulación.





Ecuaciones de interacción desarrolladas empíricamente y probadas experimentalmente, frecuentemente más utilizadas por su simplicidad y versatilidad. Estas fórmulas relacionan la interacción entre la fuerza axial, los momentos flexionantes y la geometría del miembro en el límite de la capacidad del mismo, mediante el empleo de expresiones algebraicas sencillas.

La solución ideal para calcular vigas-columnas es basarse en la interacción de toda la estructura pero por ahora prevalece la manera tradicional de aislar cada elemento individual como base para el cálculo.

Se considera que las armaduras se cargan en los nudos y como consecuencia, sus miembros están axialmente cargados; sin embargo, en ocasiones los largueros de la cubierta quedan colocados entre los nudos de la cuerda cargada de la armadura haciendo que dicha cuerda se flexione; de modo semejante, la cuerda inferior puede flexionarse por el peso de las instalaciones de alumbrado, ductos u otros elementos colocados entre los nudos de la armadura. Todos los miembros horizontales o inclinados de las armaduras están sometidos a un momento ocasionado por su propio peso, en tanto que todos los miembros de las armaduras sean o no verticales, quedan sujetos a esfuerzos de flexión secundaria.

En una viga-columna en sus extremos, y/o a cargas transversales en el claro, además de cargas axiales, los momentos flexionantes que se desarrollan en el miembro con esas cargas axiales eliminadas, se denominan momentos primarios o momentos de primer orden. A los momentos adicionales inducidos por la interacción entre la fuerza axial y la deflexión se les denomina momentos secundarios

Los esfuerzos secundarios se ocasionan por que los miembros no se conectan mediante pasadores sin fricción, como se supone por el análisis que se hizo de esfuerzos y los ejes de gravedad de los miembros, o los de sus elementos de conexión no coinciden exactamente en las juntas.





Los momentos flexionantes en los miembros sujetos a tensión no son tan peligrosos como en los miembros sujetos a compresión, porque la tensión tiende a reducir las deflexiones laterales se traduce en incrementos de momento, con el resultado de mayores deflexiones laterales.

A medida que el momento flexionante de una viga-columna se aproxime a cero, el miembro tiende a convertirse en una columna cargada céntricamente. A medida que la fuerza axial en la viga-columna se aproxime a cero, el problema se vuelve el de una viga. Todos los parámetros que afectan el comportamiento de una viga o de una columna (como longitud de miembro, geometría y propiedades de los materiales de la sección transversal magnitud y distribución de cargas transversales y momentos, presencia o ausencia de soporte lateral y si el miembro es parte de un marco contra venteadado o de uno no contra venteadado, también influirán en el comportamiento, la resistencia y el diseño de vigas –columnas.

Es de esperar que los miembros en tal situación sean suficientemente rígidos como para impedir que las deflexiones laterales lleguen a ser efectivas.

Esquema de la memoria

Este trabajo de tesis está dividido en seis capítulos. Con objetivo de presentar una visión general de este trabajo se da una descripción breve del contenido de cada capítulo.

En el Capítulo 1 se hace un resumen de los antecedentes y descripción del contenido de las Normas del AISC-LRFD (*American Institute of Steel Construction y Load and Resistance Factor Design*) y el EC3 (*Eurocódigo 3*)

En el Capítulo 2 se hace mención a conceptos básicos e importantes que se contemplan en el diseño estructural como son consideración de cargas, Métodos de diseño, propiedades físicas, propiedades mecánicas del acero estructural, posteriormente se presenta un resumen del estudio del comportamiento y resistencia de los elementos flexo-comprimidos conocidos como “vigas-columnas”.





En el Capítulo 3 se resumen las filosofías de diseño de las normas del AISC-LRFD (1994) y el EC3 (2005). En donde se juntan las ecuaciones, factores de reducción, clasificación de secciones procedimientos y métodos que utilizan el AISC LRFD (1994) y el EC3 (2005) para el diseño de estructuras de acero sometidas a Compresión pura, Flexión pura y Flexocompresión. Posteriormente se hace el estudio comparativo de la capacidad resistente para los casos mas frecuentes de sollicitación de carga de los elementos estructurales.

En el Capítulo 4 se desarrolla la aplicación de los métodos utilizados por el LRFD y el EC3, con diferentes ejemplos de aplicación y así poder hacer una comparación en los resultados

En el Capítulo 5 consiste en la obtención de las cargas utilizadas en los ejemplos de aplicación del Capítulo 4, aplicando diferentes Métodos básicos, sencillos y muy prácticos de Análisis estructural

Finalmente en el Capítulo 6 se conjuntan las conclusiones generales del trabajo de tesis presentado.





Problemática

Los elementos flexo-comprimidos son definidos como elementos estructurales sometidos a una combinación de esfuerzo axial de compresión y momento flector.

El análisis de un elemento flexo-comprimido es más complicado que el de un elemento sometido a compresión pura o a flexión pura porque involucra los problemas de estabilidad de una columna como el pandeo por flexión, y los problemas de flecha y de estabilidad de una viga como el pandeo lateral.

El estudio de estos elementos es de gran interés, en particular por su involucración en el análisis de pórticos que son un claro ejemplo de aplicación de estos conceptos.

A parte de la solución de estudiar el soporte como elemento de un sistema global, las normas actuales proponen también el análisis del elemento individual aislado mediante el uso de fórmulas de interacción que toman en cuenta los efectos de segundo orden y permiten acercarse de forma aceptable al resultado teórico

Durante la última década ha ganado terreno en Estados Unidos la adopción de la filosofía de Diseño por Factores de Carga y Resistencia (AISC-LRFD), en especial para el caso de las estructuras de acero, desde la divulgación de las Especificaciones AISC-86 correspondientes y que están basadas en los siguientes criterios:

Un modelo basado en probabilidades.

Calibración de los resultados con los que se obtiene en el método ASD (*Allowable Stress Design*, con el objeto que las estructuras no sean muy diferentes entre ambos métodos.

Algunas de las ventajas de este procedimiento son:

Es una herramienta adicional para que el diseñador no difiera en su concepto de solución que emplea en diseño de concreto armado, por ejemplo.





LRFD (*Load and Resistance Factor Design*) aparece más racional y por lo tanto se acerca más a la realidad de lo que ocurre en la vida útil de la estructura. El uso de varias combinaciones de cargas conduce a economía de la solución, porque se acerca con más exactitud a lo que ocurra.

Facilita el ingreso de las bases de diseño conforme más información esté disponible.

Es posible introducir algunos cambios en los factores de reducción (γ_i o ϕ) cuando se conoce con mayor exactitud la naturaleza de las cargas. Esto tiene importancia cuando existen cargas no usuales, o mejor conocimiento de la resistencia.

Futuros ajustes y calibraciones serán más fáciles de hacer.

Las ecuaciones de interacción correspondientes a la primera versión del Eurocódigo 3 (1992) fueron desarrolladas en Alemania. Estas ecuaciones proporcionan en su mayoría estimaciones excesivamente conservadoras lo cual conduce a un diseño moderadamente no económico, especialmente en los elementos sometidos a esfuerzos combinados de compresión axial y flexión biaxial. Desde entonces con el propósito de corregir este problema el *Comité Técnico 8 de la European Convention for Constructional Steelwork (ECCS Technical Committee 8–Stability 2006)* presento una metodología de diseño basada en dos niveles de formulas de interacción, las cuales fueron denominadas “Level 1” y “Level 2”.

Las fórmulas de interacción del “Level 1” fueron desarrolladas por un equipo de investigadores austriacos-alemanes (Greiner et al. 1998; Greiner y Lindner 1999; Greiner y Ofner 1999; Greiner et al. 1999; Greiner y Lindner 2000; Greiner 2001; Greiner y Ofner 2001; Greiner 2002; Greiner y Lechner 2002; Greiner y Lindner 2006), y están basadas en aproximaciones semiempíricas, estas aproximaciones fueron ajustadas en basa a los resultados obtenidos usando el Método de Elementos Finitos, el donde se considera el comportamiento elástico-plástico de los elementos estructurales individuales, incluyendo la no linealidad geométrica, las imperfecciones iniciales, las tenciones residuales y las zonas plásticas a lo largo de





la longitud del elemento. Todos los elementos físicos de la inestabilidad son tomados en cuenta, en las formulas del “Level 1” por medio de un coeficiente compacto.

Las fórmulas de « Level 2 » fueron desarrolladas por otro equipo franco-belga (Boissonnade et al. 2002; Boissonnade et al. 2004), las cuales están basadas en la teoría de la elasticidad de segundo orden, y analizadas inicialmente en le plano de flexión. Estas ecuaciones fueron mejoradas al incorporarse el comportamiento espacial y el comportamiento elástico-plástico. Cada efecto físico que produce la inestabilidad estructural de las “vigas-columna”, esta normalmente asociada a un determinado coeficiente, dando lugar a que las formulas del “Level 2”. Tengan una clara transparencia física.

En los anexos A y B del EC3 (2005) la propuesta franco-belga se recoge en el anexo A como método 1 y la propuesta austriaco-alemán en el anexo B como método 2. Cabe indicar que estos dos métodos solo evalúan la estabilidad estructural “in plane” y “out of plane” de los elementos flexo-comprimidos. La evaluación de la resistencia de la interacción distinta a la de los dos métodos.





Objetivo

Esta tesis tiene como propósito realizar un análisis comparativo de la norma Americana el AISC-LRFD y el Eurocódigo 3 (2005) las cuales son usadas como documento base en la Unión Europea, en el diseño de compresión pura y flexión pura y una combinación de esfuerzo axial de compresión y momento vigentes para la comprobación y el dimensionamiento de elementos sometidos a flexocompresión

Las normas estudiadas son:

- Método propuesto por el AISC-LRFD
- Método franco-belga (conocido como método 1) del Eurocódigo 3
- Método austriaco-alemán (conocido como método 2) del Eurocódigo 3

La finalidad de esta comparación es dar alternativas al diseño de elementos de acero y el estudio del comportamiento estructural de vigas-columnas y destacar, si los hay, mejoras en el diseño.





CAPITULO 1

Antecedentes

El comportamiento de una “vigas-columnas” ha sido intensamente estudiado durante mucho tiempo y es a un el centro de atención de muchos investigadores por su importancia en el cálculo estructural de marcos.

Los primeros estudios fueron realizados en 1961 y se hicieron trabajos en el dominio puramente elástico y se plantearon una serie de soluciones para los casos básicos de carga. Sin embargo la suposición de un comportamiento totalmente elástico solo es justificada en elementos que al aplicarle carga no original esfuerzos que superan el limite de fluencia del material y no seria valido al analizar el comportamiento de las “vigas-columnas” ya que en esta situación, el elemento se comporta inelásticamente, dando lugar a que las ecuaciones diferenciales se conviertan en no lineales y no puedan ser tratadas con el uso de las matemáticas formales salvo que se utilicen métodos numéricos para obtener soluciones.



En los 70's investigadores hicieron estudios exhaustivos sobre el comportamiento inelástico de las "vigas-columnas". Estos estudios dieron como resultado aproximaciones para los casos con flexión uni-axial y bi-axial (véase figura 1.1).

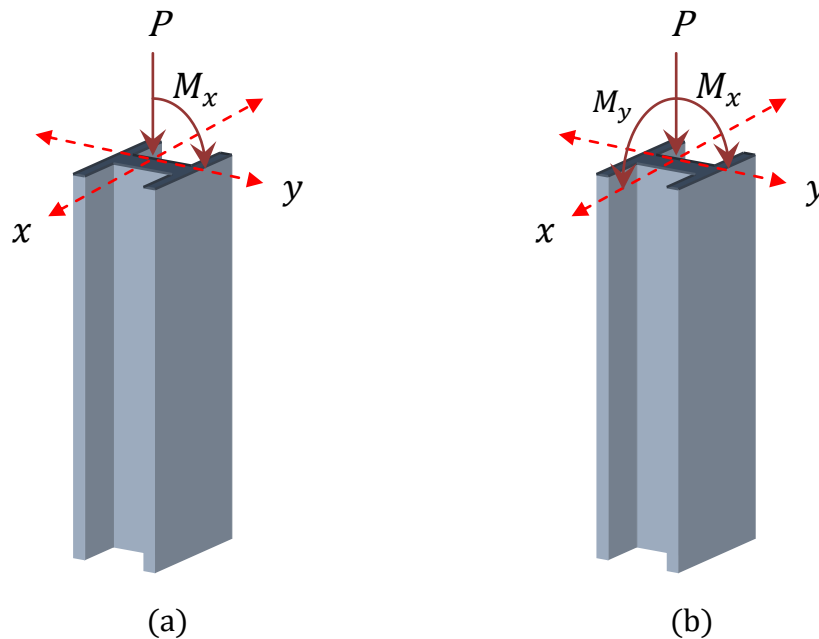


Figura1. 1 Clasificación de carga en la sección transversal (a) Columna con carga axial y flexión uni-axial, (b) Columna con carga axial y flexión biaxial

Estas aproximaciones se conocen como formulas de interacción, las cuales hoy en día son utilizadas en muchas normas de diseño en donde toman en cuenta los problemas de estabilidad que se producen en el elemento y los efectos de segundo orden en la viga-columna, que es el resultado del desplazamiento lateral en el plano de flexión, causado por un momento a lo largo de su longitud no soportada, que es igual a la carga de compresión axial multiplicada por el desplazamiento lateral ($P_u \delta$). Las formulas de interacción son una manera practica de calcular la capacidad de carga sin necesidad de recurrir a simulaciones numéricas basadas en el Método de Elemento Finito.

A pesar de los estudios realizados, no existe a un una solución satisfactoria en el calculo de las "vigas-columnas".



1.1 Especificaciones del Instituto Americano de la Construcción en Acero AISC-LRFD

El *American Institute of Steel Construction* (AISC) fundada en 1921, es una organización sin fines de lucro encargada de las especificaciones y comercio para la fabricación de estructuras de acero en Estados Unidos.

Los objetivos del Instituto son mejorar y avanzar en el uso de la fabricación de estructuras de acero, a través de estudios de investigación en ingeniería y desarrollar el diseño más eficiente y económico de las estructuras. También lleva a cabo programas para mejorar la calidad del producto. Para lograr estos objetivos, el Instituto publica manuales, libros de texto, las especificaciones y folletos técnicos. El más conocido y más ampliamente utilizados son los manuales de acero LRFD (*Load and Resistance Factor Design*) y ASD (*Allowable Stress Design*).

Estas están escritas y mantenidas al día por un comité del AISC que comprende practicantes de la ingeniería estructural, educadores, productores de acero y fabricantes de estructuras. Periódicamente se publican nuevas ediciones y, siempre es necesaria una revisión intermedia, se editan suplementos. El diseño por esfuerzos permisibles ha sido el principal método usado para los edificios de acero estructural desde que las primeras especificaciones AISC fueron editadas en 1923, aunque recientes ediciones han contenido estipulaciones para el diseño plástico. En 1986, el AISC editó la primera especificación para el diseño de factores de carga y resistencia de edificios de acero estructural y un libro en paralelo, el *Manual of Steel Construction* (Manual de construcción en acero). El propósito de esos documentos es proporcionar un diseño alternativo al diseño por esfuerzos permisibles, tal como el diseño plástico es también una alternativa. La segunda edición del manual (AISC, 1994), incluye las especificaciones AISC de 1993. Las normas de las especificaciones LRFD se basan en las investigaciones reportadas en ocho artículos publicados en 1978 en la revista estructural de la *American Society of Civil Engineers* (Ravindra





y Galambos; Yura, Galambos y Ravindra; Bjorhovde, Galambos y Ravindra; Cooper, Galambos y Ravindra; Hansell y otros; Fisher y otros; Ravindra, Cornell y Galambos; Galambos y Ravindra, 1978). A menos que se indique de manera diferente, las referencias a las especificaciones AISC y al *Manual of Steel Construction* serán las versiones LRFD.

EL diseño por factores de carga y resistencia no es un concepto reciente, desde 1974 se ha usado en Canadá, donde se conoce como diseño por estado límite. Es también la base de la mayoría de los reglamentos europeos de edificación.

Las especificaciones AISC son publicadas como un documento independiente, pero son también parte del manual de construcción en acero. Excepto por los productos especializados de acero como los de acero formados en frío, que son tratados por una especificación diferente (AISI, 1996), las especificaciones AISC son las normas por medio de las cuales virtualmente todos los edificios de acero estructural se diseñan y construyen en Estados Unidos.

Las especificaciones consisten en cuatro partes: el cuerpo principal, los apéndices, la sección de valores numéricos y los comentarios. El cuerpo principal está organizado alfabéticamente según los capítulos A al M.

Subdivisiones adicionales están rotuladas numéricamente. Por ejemplo, los tipos de acero estructural autorizados se dan en una lista del capítulo A, "*General Provisions*", bajo la sección A3. Material y, bajo ésta, la sección 1. Acero estructural. El cuerpo principal de las especificaciones es seguido por apéndices a capítulo seleccionados. Los apéndices se designan B, E, F, G, H, I, J, y K para corresponder a los capítulos a los que se refieren. Esta sección es seguida sobre la sección sobre valores numéricos, que contiene tablas de valores numéricos es seguida por comentarios, que explican muchas de las estipulaciones de las especificaciones. Su esquema organizativo es el mismo que el de las especificaciones, por lo que el material aplicable a una sección particular puede localizarse fácilmente. Los apéndices, la sección de valores numéricos y los





comentarios consideran las partes oficiales de las especificaciones y tienen la misma autoridad que el material en el cuerpo principal.

1.1.1 Manual de la Construcción en Acero

La publicación del *Manual of Steel Construction* del AISC (AISC, 1994), contiene las especificaciones AISC y numerosas ayudas de diseño en forma de tablas y graficas así como un catalogo de los perfiles estructurales de acero mas ampliamente disponibles.

El manual consta de dos volúmenes.

El volumen I, subtulado “*Structural Members, Specifications and Codes*”, contiene las partes 1 a la 7 y trata principalmente con el diseño de miembros. El volumen II, subtulado “*Connections*”, contiene las partes 8 al 12 y se dedica al diseño de conexiones.

1.-Dimensiones y propiedades.

Esta parte contiene detalles sobre perfiles estándar laminados, tubos y perfiles tubulares, incluidas todas las dimensiones de secciones transversales necesarias y propiedades como área y momento de inercia. Se da también información sobre la disponibilidad de los perfiles en varias resistencias. Los aceros considerados son algunas de los autorizados por las especificaciones AISC para su uso en la construcción de edificios y se incluyen los siguientes:





ASTM A36	Acero estructural al carbono
ASTM A529	Acero estructural al carbono-manganeso, de alta resistencia
ASTM A572	Acero estructural de baja aleación, de alta resistencia
ASTM A242	Acero estructural de baja aleación, de alta resistencia, resistente a la corrosión
ASTM A588	Acero estructural de baja aleación, de alta resistencia, resistente a la corrosión
ASTM A852	Placa de acero estructural de baja aleación, templado y revenido
ASTM A514	Placa de acero aleado estructural de alta resistencia, templado y revenido

Tabla 1. 1 Aceros considerados por el AISC

2.- Aspectos esenciales del LRFD

Esta parte es una introducción condensada a los aspectos básicos del diseño por factores de carga y resistencia de las estructuras de acero. Se incluyen ejemplos numéricos.

3.- Diseño de columnas.

Esta parte contiene numerosas tablas para facilitar el diseño de miembros cargados en compresión axial y de vigas-columnas. La mayoría de esas tablas se refieren a aceros con esfuerzos de fluencia de 36 *Ksi* y 50 *Ksi*. Se dan adicionalmente ejemplos de diseño que ilustran el uso de las tablas.

4.- Diseño de vigas y trabes.

Esta parte, igual que la parte 3, contiene muchas ayudas de diseño, incluyendo graficas y tablas. Muchas de ellas tratan sobre los requisitos de las Especificaciones AISC, pero algunas, como los diagramas y formulas de vigas, pertenecen al análisis estructural. Esta parte también contiene un análisis de los procedimientos de diseño de vigas y trabes, así como ejemplos de diseño.

5.- Diseño compuesto.





Esta parte trata de los miembros compuestos, usualmente vigas o columnas, que son componentes estructurales formadas por dos materiales: acero estructural y concreto reforzado. Comúnmente las vigas compuestas se usan cuando un sistema de vigas paralelas soporta una losa de piso de concreto reforzado. En esta aplicación, elementos soldados al patín superior quedan embebidos en el concreto, formando la conexión entre los dos materiales. Las columnas compuestas consisten en perfiles estructurales de acero embebidos en concreto reforzado o en perfiles huecos rellenos de concreto. Esta parte contiene información básica, ayudas de diseño y ejemplos.

6.- Especificaciones y reglamentos.

Esta parte contiene las especificaciones y comentarios del AISC, una especificación para tornillos de alta resistencia (RCSC, 1994) y otros documentos.

7.- Datos diversos y tablas matemáticas.

Esta parte trata el alambre y lamina de acero, así como varias propiedades del acero y otros materiales de construcción. Se incluyen también formulas matemáticas y factores de conversión para diferentes sistemas de unidades.

El volumen II, que comprende las partes 8 a la 13, contiene tablas de ayuda para el diseño de conexiones atornilladas y soldadas junto con tablas que proporcionan detalles sobre conexiones “estandarizadas”. (La parte 13 es una lista de organizaciones de la industria de la construcción).

Las especificaciones AISC son solo una pequeña parte del manual. Muchas de los términos y constantes usados en otras partes del manual se presentan para facilitar el proceso de diseño y no son necesariamente parte de las especificaciones. En algunos casos, las recomendaciones son solo “reglas empíricas” basadas en la práctica común, no requisitos de las especificaciones, es importante reconocer que es un requisito (cuando es adoptado por un reglamento de construcción) y que no lo es.





1.2 Especificaciones del Eurocodigo 3 (Proyecto de estructuras de acero)

Esta Norma Europea EN 1993, Eurocódigo 3: proyecto de estructuras de acero, ha sido elaborada por el Comité Técnico CEN/TC250 “Eurocódigos estructurales”, cuya Secretaria esta desempeñada por *British Standards Institution (BSI)*. El Comité CEN/TC250 es responsable de todos los Eurocódigos Estructurales. Este Eurocódigo anula y sustituye a la Norma Europea Experimental ENV-1993-1-1.

En 1975 la Comisión de la Comunidad Europea decidió llevar a cabo un programa de actuación en el campo de la construcción. El objetivo de este programa era la eliminación de las barreras técnicas en el comercio y la armonización de las especificaciones técnicas.

Dentro de este programa de actuación, la Comisión tomo la iniciativa de establecer un conjunto de reglas técnicas armonizadas para el proyecto de las estructuras que en una primera etapa, sirviera como alternativa a las reglas nacionales en vigor en los Estados Miembros y finalmente las pudiera reemplazar.

Durante quince años, la Comisión, con la ayuda de un comité Director con representantes de los Estados Miembros condujo el desarrollo del programa de los Eurocódigos lo que llevo a los años 80 a la primera generación de códigos Europeos.

En 1989 Los Estados Miembros de la Unión Europea (UE) y de la AELC (Acuerdo Europeo de Libre Comercio) decidieron sobre la base del *Acuerdo entre Comisiones de las Comunidades Europeas y el Comité de Normalización (CEN) referente al trabajo sobre los EUROCÓDIGOS para el proyecto de edificios y de obras de ingeniería civil (BC/CEN/03/89)*, transferir al CEN la preparación y publicación de los Eurocódigos mediante una serie de Mandatos con el fin de dotarlos de un futuro estatus de Normas Europeas (EN). Esto vincula de facto los





Eurocódigos con la disposición de todas las Directivas del Consejo y Decisiones de la Comisión que hacen referencia a las Normas Europeas

El programa Eurocódigos Estructurales comprende las siguientes normas, compuestas generalmente de diversas Partes:

EN 1990 Eurocódigo 0	Bases para el cálculo de estructuras
EN 1991 Eurocódigo 1	Acciones en estructuras
EN 1992 Eurocódigo 2	Proyecto de estructuras de hormigón
EN 1993 Eurocódigo 3	Proyecto de estructuras de acero
EN 1994 Eurocódigo 4	Proyecto de estructuras mixtas
EN 1995 Eurocódigo 5	Proyecto de estructuras de madera
EN 1996 Eurocódigo 6	Proyecto de estructuras de fábrica
EN 1997 Eurocódigo 7	Proyecto geotécnico
EN 1998 Eurocódigo 8	Proyecto de estructuras sismo resistentes
EN 1999 Eurocódigo 9	Proyecto de estructuras de aluminio

Tabla 1. 2 Eurocódigos Estructurales

La Norma Europea EN 1993 esta destinada a ser utilizada con los Eurocódigos EN1993 Proyecto de Estructuras de Acero, EN 1992 Acciones en Estructuras y EN1992 a EN 1999, cuando se refiere a estructuras o componentes de acero

La Norma EN 1993-1 es la primera de las seis partes que componen la Norma Europea EN 1993 Proyecto de Estructuras de Acero. Proporciona Normas genéricas de cálculo destinadas a ser utilizadas con las otras partes de las Normas EN 1993-2 a EN 1993-6. También proporciona reglas suplementarias aplicadas únicamente a edificios.

La Norma Europea contempla doce subpartes, EN 1993-1-1 a EN 1993-1-12, relativas cada una a componentes, estados limites o materiales específicos.

Hoy en día en España, existen varias normativas vigentes para el dimensionamiento de estructuras metálicas:





- El Código Técnico de la Edificación (CTE)
- La Instrucción de Acero Estructural (EAE)
- El Eurocodigo 3 (EN 1993)

El Eurocódigo 3 es aplicable al proyecto de edificios y obras de ingeniería civil en acero. Es conforme con los principios y requisitos relativos con la seguridad y la actitud al servicio de las estructuras, sus bases de cálculo y verificación dadas en la Norma Europea EN 1990 *Eurocódigos: Bases de Calculo de Estructuras*.

EL EC3 se refiere únicamente a los requisitos de resistencia, aptitud al servicio, durabilidad y resistencia al fuego de las estructuras de acero. No se consideran los requisitos referentes al aislamiento térmico o acústico.





CAPITULO 2

Conceptos fundamentales

El diseñador estructural distribuye y dimensiona las estructuras y las partes de estas para que soporten satisfactoriamente las cargas a que quedaran sometidas, la palabra diseño se refiere al dimensionamiento de las partes de una estructura después de que se han calculado las fuerzas, por lo que el estructurista debe distribuir y proporcionar adecuadamente los miembros estructurales para que puedan montarse fácilmente, y tengan la resistencia suficiente, al igual que sean económicas, el estructurista debe garantizar seguridad ya que la estructura debe soportar no solo las cargas a que va estar sometida, si no también debe de soportar los estados limite de servicio. Para hacer un buen diseño se requiere la evaluación de varias alternativas de estructuración de los miembros y de sus conexiones, por lo que se deben hacer varios diseños para poder abatir costos, tanto en la estructuración como en la construcción sin sacrificar la resistencia de la misma. Otra prioridad del estructurista es la factibilidad, ya que en el diseño





de los miembros se debe ver que se puedan fabricarse y montarse sin que haya problemas, por lo que el estructurista debe adaptar sus diseños a los métodos de fabricación y a los materiales e instalaciones disponibles. Para poder seleccionar y evaluar el sistema estructural en una forma global, el estructurista debe de tener un conocimiento suficiente en el diseño de miembros individuales de la estructura para poder diseñar de una forma eficiente y económica.

Al diseñar estructuras metálicas, las normas toman en consideración, las cargas a las que esta sometida la estructura, propiedades de sección, sistemas geométricos del elemento, propiedades del material y evalúan la estabilidad estructural considerando tres situaciones de esfuerzos: compresión pura, flexión pura y una combinación de flexión y compresión. Un elemento sometido a compresión puede tener diferentes tipos de pandeo, como son pandeo de flexión, pandeo torsional o pandeo flexo-torsional, éstos dependen de la longitud del elemento, de la rigidez a la flexión, de la rigidez a la torsión y de las propiedades de la sección. Los elemento sometidos a flexión con respecto a su eje fuerte pueden desarrollar el pandeo lateral, en donde el patín comprimido del perfil metálico se desplaza produciendo flexión respecto al eje débil y giro de la sección por torsión. Este fenómeno de inestabilidad ocurrirá cuando el máximo momento flector actuando en el elemento supera el momento crítico elástico. El los elementos sometidos a flexo-compresión se puede producir cualquiera de los cuatro tipos de pandeo antes mencionados. Además existen otros tipos de pandeos como son el pandeo local y el pandeo distorsional, los cuales tienen importancia en secciones consideradas como no compactas.

2.1 Resistencia de materiales

«Resistencia de materiales» estudia el comportamiento de los distintos órganos de las estructuras, atendiendo a su forma, dimensiones y constitución, frente a las cargas externas a que pueden estar sometidos



Toda carga externa provoca en el elemento una deformación progresiva hasta que se establece un equilibrio con las fuerzas internas. Por ejemplo considerando una barra corta AB en la cual actúan dos fuerzas axiales iguales y opuestas P_1 y P_2 como se muestra en la figura 2.1a. De acuerdo con el principio de transmisibilidad la fuerza P_2 se puede reemplazar con una fuerza P'_2 que tiene la misma magnitud, misma dirección y misma línea de acción pero que actúa en A en lugar de B (figura 2.1b) como dichas fuerzas son iguales y opuestas su suma es igual a cero. Por lo tanto, en términos del comportamiento externo de la barra el sistema de fuerzas original mostrado en la figura 2.1a es equivalente a que no existiera fuerza alguna que actuara sobre la barra (figura 2.1c)

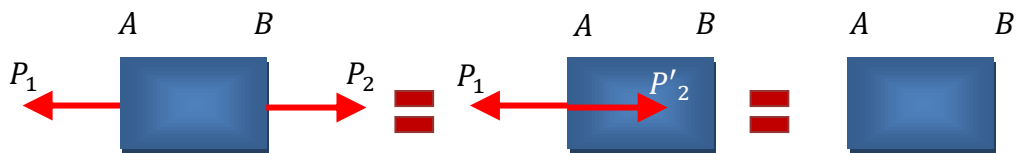


Figura 2.1 Fuerzas externas en equilibrio con las fuerzas internas

Para simplificar el estudio de estos fenómenos suponemos que los cuerpos están formados por pequeñas partículas o moléculas homogéneas sometidas entre sí a esfuerzos de tracción o cohesión iguales. Estas fuerzas internas se admiten que se distribuyen uniformemente en toda la sección esto no será cierto de una forma estricta ya que la composición del material no será totalmente homogénea, ni la distribución y orientación de los granos cristalinos será la misma. El valor exacto de la fuerza que actúa en cada partícula de la sección transversal es función de la naturaleza y de la orientación de la estructura cristalina en este punto, pero para el conjunto de la sección la hipótesis de una distribución uniforme da una exactitud perfectamente aceptable para los cálculos normalmente requeridos

En resumen, designamos por:

- Fuerzas externas, las que actúan exteriormente sobre los cuerpos.
- Fuerzas internas, las debidas al propio cuerpo, como son las de cohesión



2.1.1 Hipótesis fundamentales

- a) Los materiales se consideran homogéneos: esto quiere decir que se hace caso omiso de las variaciones de composición que de punto a punto de los mismos tienen los materiales reales. El acero es un material altamente homogéneo
- b) El material se considera continuo: El comportamiento real de los materiales cumple con esta hipótesis aún cuando pueda detectarse la presencia de poros o se considere la discontinuidad de la estructura de la materia, compuesta por átomos que no están en contacto rígido entre sí, ya que existen espacios entre ellos y fuerzas que los mantienen vinculados, formando una red ordenada.
- c) El material de la pieza es isótropo: Esto significa que admitimos que el material mantiene idénticas propiedades en todas las direcciones.
- d) Las fuerzas interiores, originales, que preceden a las cargas, son nulas: Las fuerzas interiores entre las partículas del material, cuyas distancias varían, se oponen al cambio de la forma y dimensiones del cuerpo sometido a cargas. Al hablar de fuerzas interiores no consideramos las fuerzas moleculares que existen en sólido no sometido a cargas.
- e) Principio de superposición: los efectos de un sistema de fuerzas sobre un elemento son iguales a la suma de los efectos individuales de cada una de las fuerzas.
- f) Es aplicable el principio de Saint – Venant: Este principio establece que el valor de las fuerzas interiores en los puntos de un sólido, situados suficientemente lejos de los lugares de aplicación de las cargas, depende muy poco del modo concreto de aplicación de las mismas.
- g) Las cargas son estáticas o cuasi-estáticas: Las cargas se dicen que son estáticas cuando demoran un tiempo infinito en aplicarse, mientras que se denominan cuasi-estáticas cuando el tiempo de aplicación es suficientemente prolongado. Las cargas que se aplican en un tiempo muy reducido se denominan dinámicas, y las sollicitaciones internas que producen son sensiblemente mayores que si fuesen estáticas o cuasi-estáticas.





2.1.2 Deformaciones

Toda fuerza exterior al actuar sobre un cuerpo le produce una deformación por pequeña que sea. Esta deformación se irá desarrollando hasta que se produzca el equilibrio entre las fuerzas externas e internas. Si el esfuerzo se ha mantenido dentro del límite elástico, al cesar la fuerza externa el cuerpo recuperará su forma primitiva; por el contrario sí se ha sobrepasado dicho límite, al cesar la fuerza el cuerpo sólo recupera una parte de la deformación, la otra queda como deformación permanente.

Factores que influyen en la deformación

Tres son los factores que fundamentalmente nos determinan la deformación sufrida por un elemento:

- a) Factor de constitución, depende de la sustancia o sustancias de que esté constituido el cuerpo. Es evidente que no todos los materiales resisten lo mismo.
- b) Factor de dimensiones, depende del tamaño del cuerpo. Cuanto mayor sea el cuerpo (mayor sección afectada), mayor carga deberemos aplicar para alcanzar la misma deformación.
- c) Factor de forma, a igualdad de sección varía el comportamiento del elemento según la forma que tenga

2.1.3 Esfuerzos a los que están sometidos los materiales

Según la forma con que actúan las fuerzas sobre un cuerpo, se clasifican en:

- | | |
|------------------------|-------------------------|
| a) Tracción | d) Flexión |
| b) Compresión | e) Torsión |
| c) Corte o cizalladura | f) Esfuerzos combinados |

Esfuerzo de tracción (figura 2.2), un cuerpo está sometido a un esfuerzo de tracción, cuando dicho esfuerzo F tiende a estirarlo según la dirección en que actúa el esfuerzo. Las fuerzas de cohesión de las moléculas son las que se oponen al



esfuerzo de tracción. Si la fuerza F va aumentando llegará un momento que vencerá a las de cohesión produciéndose la rotura del cuerpo.



Figura 2. 2 Esfuerzo de tracción

Esfuerzo axial (figura 2.3), se dice que un cuerpo trabaja a compresión cuando actúan sobre él una o varias cargas que tienden a acortarlo en la dirección del eje de la carga.



Figura 2. 3 Esfuerzo axial

Esfuerzos cortantes o de cizalla (figura 2.4): Son fuerzas perpendiculares a la dirección de la barra.

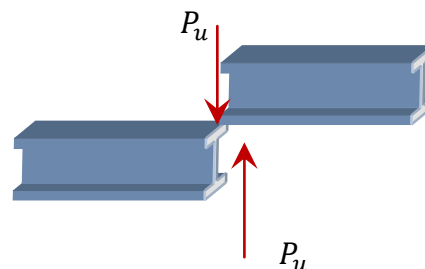


Figura 2. 5 Esfuerzos cortantes o de cizalla

Esfuerzo de flexión, decimos que un cuerpo trabaja a flexión cuando está sometido a esfuerzos que tienden a pandearlo.

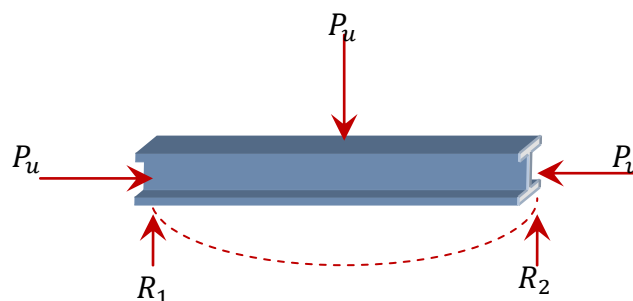


Figura 2. 4 Esfuerzo de flexión

Esfuerzo de torsión, consideramos que un cuerpo está sometido a un esfuerzo de torsión cuando éste tiende a que dos secciones transversales contiguas de dicho cuerpo resbalen una sobre la otra girando en su plano alrededor de su eje longitudinal.



Figura 2. 6 Esfuerzo de torsión

Esfuerzos compuestos, es el caso de cuando actúan simultáneamente dos o más esfuerzos de los mencionados anteriormente, sobre el cuerpo

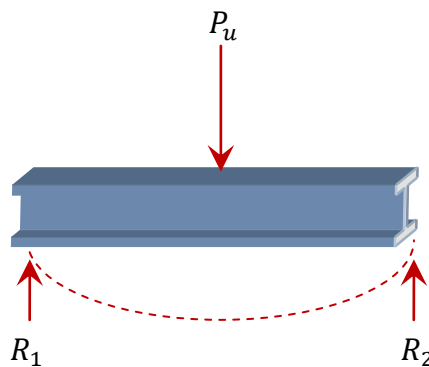


Figura 2. 7 Esfuerzos compuestos

2.2 Propiedades de la sección

Los elementos estructurales tienen un determinado trazo longitudinal y una sección transversal de cualquier forma geométrica. La capacidad de un elemento estructural para soportar los elementos mecánicos, depende de la forma de su sección transversal. Por lo que el manejo de estas es de vital importancia para el estructurista.

La resistencia que opone el elemento estructural a los diferentes tipos de deformación depende no sólo de su material, sino también de propiedades geométricas de su sección transversal la orientación de sus ejes y de la dirección del plano donde actúan las cargas con respecto a la ubicación de sus ejes principales



de inercia. Las principales características geométricas de las secciones transversales del elemento estructural que interesan son: Momentos de Inercia, Módulos de Resistencia

2.2.1 Momento de inercia

El momento de inercia o segundo momento es un parámetro indicativo de la resistencia de una sección a la compresión, al cortante, al momento flexionante y a la torsión. Por ello no se trata de un concepto físico o mecánico, sino una definición matemática a la que pueda atribuirse alguna interpretación en función del objeto estudiado.

En general, puede decirse que el segundo momento es el producto del área, volumen peso o masa (según sea el caso) por el cuadrado de la distancia a un eje o punto de referencia.

Para algunos estudios la “masa” es la propiedad de la materia que se opone a la “fuerza” es decir a mayor masa mayor será la fuerza que resista una partícula. Una pequeña cantidad de “masa” puede resistir “Fuerzas” considerables, simplemente modificando su geometría. Esta propiedad geométrica que ayuda a resistir mayores “fuerzas” sin aumentar la “masa” es el Momento de inercia el cual se denota como (I_x, I_y, I_z) y están en unidades a la cuarta.

2.2.2 Radio de giro

Cualquiera que sea la forma de un cuerpo, siempre es posible encontrar una distancia al eje dado, a la cual pudiera concentrarse la masa o la superficie del cuerpo sin modificar el momento de inercia del mismo respecto al eje. Esta distancia recibe el nombre de radio de giro del cuerpo respecto al eje y lo representaremos por la letra r_x, r_y, r_z .



Para entender mejor esto, considere un área A que tiene un momento de inercia I_x con respecto al eje x (figura 2.8a) Imagine que se a concentrado esta área A en una tira delgada paralele al eje x (figura 2.8b). Si el área A , concentrada de esta forma debe tener el mismo momento de inercia con respecto al *eje x*. Concentrado esta área A en una tira delgada paralele al *eje y* (figura 2.8c) el área A , concentrada de esta forma tiene el mismo momento de inercia con respecto al *eje y*.

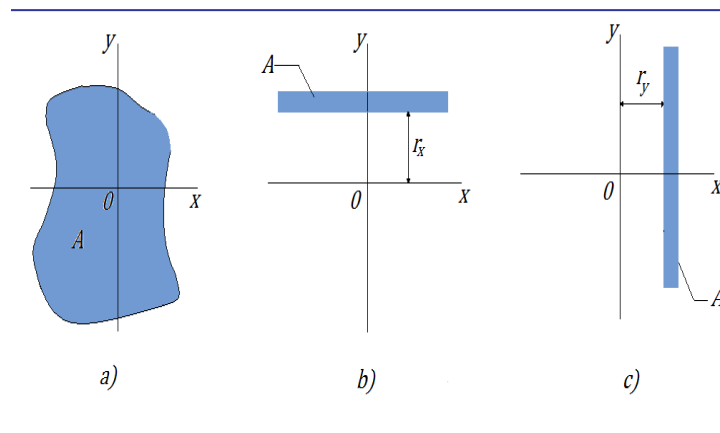


Figura 2. 8 Radios de giro respecto a su eje

2.2.3 Módulos de resistencia y momentos de resistencia

El momento resistente o módulo resistente es una magnitud geométrica que caracteriza resistencia de una sección transversal sometido a flexión. De hecho, el momento resistente es calculable a partir de la forma y dimensiones de dicha sección transversal, y representa la relación entre las tensiones máximas sobre dicha sección transversal y el esfuerzo de flexión aplicado sobre dicha sección.

Para comprender el concepto de momentos resistentes se muestra en la figura 2.9, al final del primer estado (1) se alcanza, solo en las fibras extremas de la sección el esfuerzo de fluencia (f_y), el momento correspondiente es M_y (momento elástico), al final de segundo estado (2) se alcanza el momento máximo real que puede resistir la sección el momento $M > M_y$, queda la parte central del alma sin plastificar, y finalmente el tercer estado (3) toda la sección está plastificada con esfuerzos de fluencia (f_y), el momento correspondiente es M_p (momento plástico).

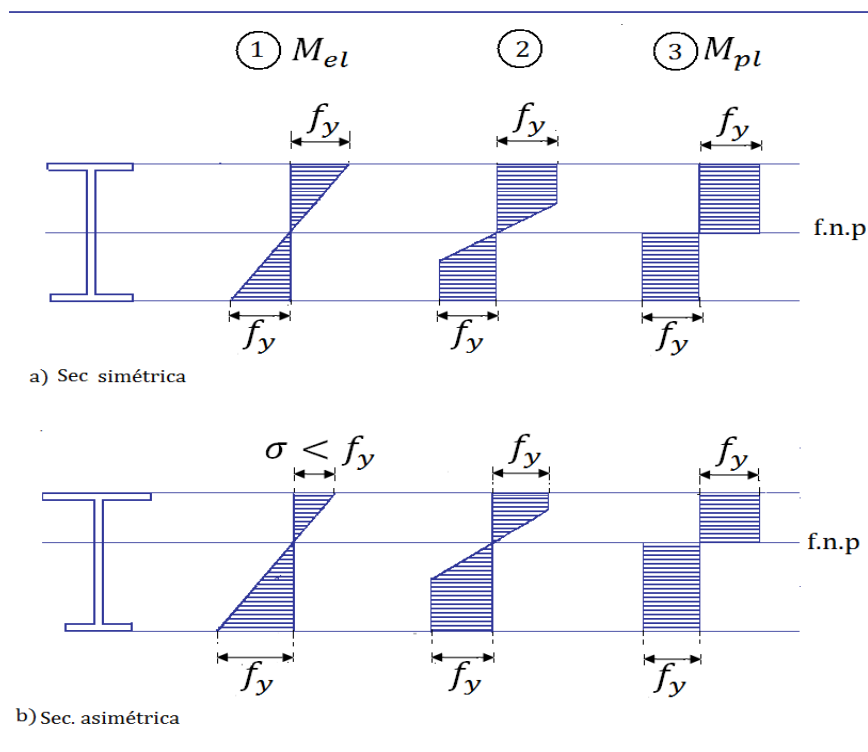


Figura 2.9 Fases elásticas y plásticas de secciones en flexión simple

El momento resistente elástico (M_y) de la sección se produce cuando las fibras extremas de la sección se encuentran sometidas al esfuerzo de fluencia, produciéndose una disminución de forma lineal hacia el eje neutro de la sección, se define al momento elástico como el producto entre el módulo resistente elástico y el esfuerzo de fluencia (f_y) de la sección, es decir:

$$M_y = S f_y$$



Modulo resistente elástico (S): es el valor de la relación entre el momento de inercia y la distancia entre el eje neutro hasta la fibra más alejada, o conceptualmente el momento interno que genera la pieza para contrarrestar el esfuerzo externo para cuando dicha fibra se encuentra sometida al esfuerzo de fluencia (f_y), disminuyendo su valor linealmente hasta llegar a ser nula en el eje neutro.

El momento resistente plástico (M_p) de la sección se desarrolla cuando todas las fibras de la sección alcanzan la plastificación, o sea que todas las fibras se encuentran sometidas al esfuerzo de fluencia (f_y), se define al momento plástico como el producto entre el módulo resistente plástico y al esfuerzo de fluencia (f_y) de la sección, es decir:

$$M_p = Z f_y$$

Modulo resistente plástico (Z): es el valor de la relación entre el momento de inercia y la distancia entre el eje neutro hasta la fibra más alejada o conceptualmente el momento interno que genera la pieza para contrarrestar el esfuerzo externo para cuando todas las fibras de la sección se encuentran sometidas al esfuerzo de fluencia (f_y), en general para secciones simétricas el modulo resistente es el doble del momento estático de media sección.

2.2.4 Inercia torsional o Constante torsional de St. Venant, J

La constante torsional de St. Venant, J mide la resistencia de un elemento estructural a torsión pura o torsión uniforme. Se utiliza en miembros a compresión para calcular el momento resistente a pandeo en vigas no soportadas lateralmente y a pandeo flexotorcional

El módulo de torsión o momento de torsión (o inercia torsional) es una propiedad geométrica de la sección transversal de una viga que está implicado en la relación entre el ángulo de giro y la aplicación de torsión a lo largo del eje longitudinal del elemento estructural, la constante de torsión describe rigidez a la torsión de una viga. Dicho módulo se designa por la letra J .





2.2.5 Inercia al pandeo o Constante torsional de alabeo, C_w

La constante torsional de alabeo, C_w mide la resistencia de un elemento estructural sometido a torsión no uniforme o alabeo torsional. Se utiliza en miembros a compresión para calcular el momento resistente a pandeo en vigas no soportadas lateralmente y a pandeo flexo-torsional.

2.3 Exactitud de los cálculos

El diseño estructural no es una ciencia exacta y que no tiene sentido tener resultados con ocho cifras significativas. Algunas de las razones se deben a que los métodos de análisis se basan en suposiciones parcialmente ciertas, a quien la resistencia de los materiales varían apreciablemente y a que las cargas máximas solo pueden determinarse en forma aproximada.

2.4 Resistencia del acero

El acero es el material estructural más usado para construcción de estructuras en el mundo. Es fundamentalmente una aleación de hierro (mínimo 98 %), con contenidos de carbono menores del 1 % y otras pequeñas cantidades de minerales como manganeso, para mejorar su resistencia, y fósforo, azufre, sílice y vanadio para mejorar su soldabilidad y resistencia a la intemperie. Es un material usado para la construcción de estructuras, de gran resistencia, producido a partir de materiales muy abundantes en la naturaleza

El acero es más o menos un material elástico, responde teóricamente igual a la compresión y a la tensión, sin embargo con bastante fuerza aplicada, puede comenzar a comportarse como un material plástico, pero a diferencia de los materiales plásticos a máximas sollicitaciones rompe, pero su comportamiento plástico en tales situaciones como un terremoto, la fase plástica es útil, ya que da un plazo para escapar de la estructura.





Para entender el comportamiento de las estructuras metálicas es absolutamente indispensable que el proyectista conozca las propiedades del acero.

Las propiedades del acero estructural nos permite conocer el comportamiento de las estructuras de acero, y para entender parte de ese comportamiento se cuenta con los diagramas de esfuerzo-deformación figura 2.10.

Si una pieza de acero estructural dúctil se somete a una fuerza de tensión, esta comenzara a alargarse. Si se incrementa la fuerza a razón constante la magnitud del alargamiento aumentara constantemente dentro de ciertos límites.

El **esfuerzo de fluencia** (f_y) punto B de la figura 2.10, es la propiedad más importante que el ingeniero estructural considera para un diseño, ya que la mayoría de los procedimientos se basan en él. La resistencia de fluencia es el mínimo valor garantizado por el productor de acero y que se basa en el promedio estadístico y la consideración del valor mínimo de fluencia obtenido mediante un gran número de pruebas

El *límite de proporcionalidad* (punto A de la figura 2.10) es el punto más alto de la porción recta del diagrama esfuerzo-deformación, En la figura se puede ver que existe una primera zona llamada período elástico en que las deformaciones son proporcionales a las cargas. Dentro de este período, cuando la fuerza que se ejerce sobre la probeta deja de actuar, ésta vuelve a su longitud primitiva. También dentro del período elástico, al aumentar la intensidad del esfuerzo, aumenta proporcionalmente la deformación. Este fenómeno tiene un límite, el cual es límite de proporcionalidad El inglés Hooke realizó estudios y ensayos sobre este comportamiento de los materiales, descubriendo esta proporcionalidad, por lo que se le ha llamado a este fenómeno Ley de Hooke. Cuando un material soporta un esfuerzo (máximo), sin que se deforme permanentemente se dice que esta en su límite elástico o límite de proporcionalidad. Cuando el acero presenta un incremento brusco en su deformación sin que el esfuerzo se incremente, se denomina *esfuerzo de fluencia* del acero, f_y , (punto B). La deformación del acero



antes del esfuerzo de fluencia se llama *límite elástico* en el cual se basa el diseño por esfuerzos permisibles o diseño elástico; en el rango donde el acero se deforma después del esfuerzo de fluencia, sin que se incremente el esfuerzo, se le considera *rango plástico o deformación plástica*, (del punto B al C), en la cual se basa el diseño plástico o diseño ultimo, lo cual aprovecha la resistencia de reserva (deformación plástica) que proporciona la ductibilidad del acero.

Después de la región plástica se tiene una zona llamada *endurecimiento por deformación*, (del punto C al D), esta porción del diagrama no resulta muy importante para los proyectistas actuales porque las deformaciones son muy grandes. Más allá del punto de fluencia C es necesario seguir aplicando un aumento de la carga para conseguir un pronunciado aumento del alargamiento. Entramos ya en la zona de las grandes deformaciones plásticas hasta alcanzar el punto E, donde la carga alcanza su valor máximo, lo que dividida por el área inicial de la probeta proporciona la tensión **máxima de rotura o resistencia a la tracción (f_u)**.

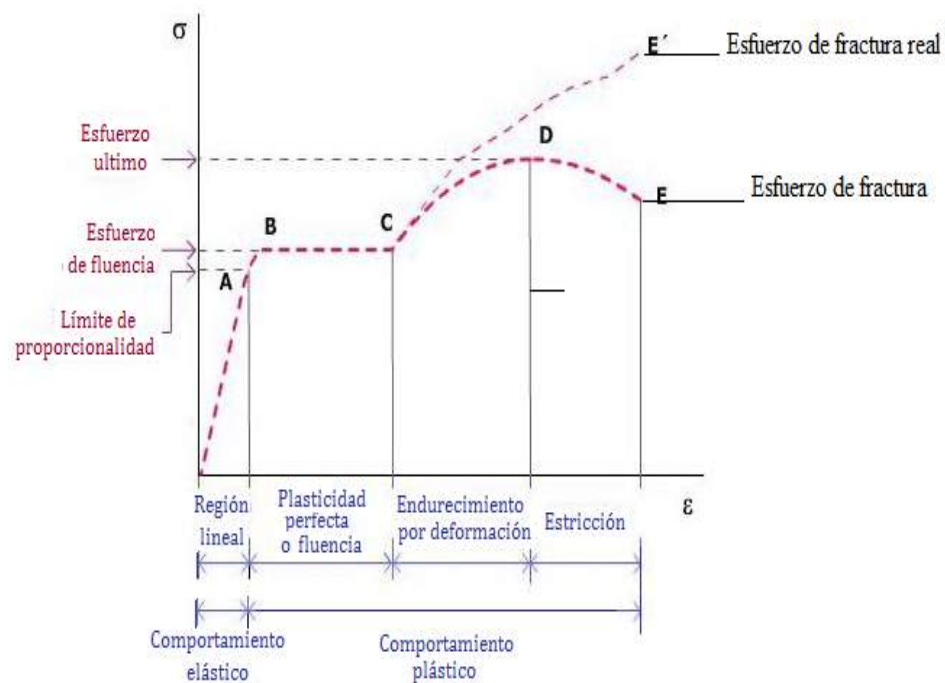


Figura 2. 10 Curva esfuerzo-deformaciones de aceros



A partir del punto D tiene lugar el fenómeno de estricción de la probeta, consistente en una reducción de la sección en la zona de la rotura, y el responsable del periodo de bajada del diagrama, dado que al reducirse el valor de la sección real, el valor de la carga aplicado a partir del punto D también se va reduciendo hasta alcanzar el punto E de rotura.

La curva esfuerzo-deformaciones típica de los aceros estructurales dúctiles y se supone que es la misma para miembros a tensión y compresión. (Los miembros estructurales a compresión deben ser gruesos ya que los miembros esbeltos sujetos a compresión tienden a flexionarse lateralmente y sus propiedades se ven afectadas por los momentos que se generan)

Una propiedad muy importante de una estructura que no se ha esforzado mas allá de su punto de fluencia, es que esta se recupere su longitud original cuando se suprimen las cargas. Si se esfuerza mas allá de ese punto, recupera sólo parte de su longitud inicial. Si después de que las cargas se retiren la estructura no recupera sus dimensiones originales, significa que se ha esforzado más allá de su punto de fluencia.

Por lo que acabamos de decir en la zona elástica de un material al dividir cualquier carga unitaria por la deformación unitaria correspondiente, nos da una constante característica de cada material que se denomina **modulo elástico** o **modulo de Young** el cual se representa con la letra ***E*** y nos dice que tan rígido es un material.

El **módulo de elasticidad transversal, módulo de cortante** o **módulo de cizalla** ***G***, es una constante elástica que caracteriza el cambio de forma que experimenta un material elástico (lineal e isótropo) cuando se aplican esfuerzos cortantes, para la mayoría de los materiales, es la relación fija con el módulo de elasticidad longitudinal y el coeficiente de Poisson.





2.4.1 Acero como material estructural

La supuesta perfección de este metal, tal vez el mas versátil de todos los materiales estructurales, parece mas razonable cuando se considera su gran resistencia, poco peso facilidad de fabricación y otras propiedades convenientes. Estas y otras ventajas del acero estructural se analizan en los siguientes apartados.

2.4.1.1 Ventajas del acero como material estructural

La *alta resistencia* del acero por unidad de peso implica que será poco el peso de las estructuras, esto es de gran importancia en puentes de grandes claros., en edificios altos y en estructuras con condiciones deficientes en la cimentación.

Uniformidad; las propiedades del acero no cambian apreciablemente con el tiempo como es el caso de las estructuras de concreto reforzado, que se da por el efecto del flujo plástico

Elasticidad; El acero es capaz de recuperar su estado primitivo después de que se le ha aplicado una fuerza que lo deforma, esto se da si la deformación no ha pasado un limite (limite de elasticidad), este comportamiento sigue la ley de Hooke. Los momentos de inercia de una estructura de acero pueden calcularse exactamente, no como las estructuras de concreto reforzado que son relativamente imprecisas

Durabilidad; Si el mantenimiento de las estructuras de acero es adecuado duraran indefinidamente.

Ductilidad; La ductilidad es la propiedad que tiene un material de soportar grandes deformaciones sin fallar bajo altos esfuerzos de tensión. La naturaleza dúctil de los aceros estructurales comunes les permite fluir localmente, evitando así fallas prematuras.





Tenacidad. Los aceros estructurales son tenaces, es decir, poseen resistencia y ductilidad. La propiedad de un material para absorber energía en grandes cantidades se denomina tenacidad.

Otras ventajas importantes del acero estructural son

- a. Gran facilidad para unir diversos miembros por medio de varios tipos de conectores como son la soldadura, los tornillos y los remaches.
- b. Posibilidad de prefabricar los miembros de una estructura.
- c. Rapidez de montaje.
- d. Gran capacidad de laminarse y en gran cantidad de tamaños y formas.
- e. Resistencia a la fatiga.
- f. Posible rehusó después de desmontar una estructura.

2.4.1.2 Desventajas del acero como material estructural

Costo de mantenimiento; La mayor parte de los aceros son susceptibles a la corrosión al estar expuestos al agua y al aire y, por consiguiente, deben pintarse periódicamente

Costo de la protección contra el fuego; A pesar de la susceptibilidad al fuego y a la intemperie es el material estructural más usado, por su abundancia, facilidad de ensamblaje y costo razonable.

Susceptibilidad al pandeo; Entre más largos y esbeltos sean los miembros a compresión, mayor es el peligro de pandeo. Como se indico previamente, el acero tiene una alta resistencia por unidad de peso, pero al utilizarse como columnas no resulta muy económico ya que debe usarse bastante material, solo para hacer más rígidas las columnas contra el posible pandeo.

Fatiga; Su resistencia puede reducirse si se somete a un gran numero de cambios de la magnitud del esfuerzo de tensión (se tienen problemas de fatiga solo cuando se presentan tensiones).





Fractura frágil; Bajo ciertas condiciones, el acero puede perder su ductibilidad y la falla frágil puede ocurrir en lugares de concentración de esfuerzos. Las cargas que producen fatiga y muy bajas temperaturas agravan la situación.

2.5 Perfiles de acero

La industria de la construcción ha desarrollado diferentes formas de secciones y tipos de acero que se adaptan más eficientemente a las necesidades de la construcción de edificios.

Las aplicaciones comunes del acero estructural en la construcción incluyen perfiles estructurales de secciones: *I H L T* [0 usadas en edificios e instalaciones para industrias;

El acero estructural puede laminarse en forma económica en una gran variedad de formas y tamaños sin cambios apreciables en sus propiedades físicas. Generalmente los miembros estructurales más convenientes son aquellos con grandes momentos de inercia en relación con su área. Los perfiles *I*, *T* y *C* tienen esta propiedad.

El acero se produce por la refinación del mineral de hierro y metales de desecho, junto con agentes fundentes apropiados; Coke (para el carbono) y oxígeno, en hornos a alta temperatura, para producir grandes masas de hierro llamadas arrabio de primera fusión. El arrabio se refina aún mas para mover el exceso de carbono y otras impurezas y/o se combina (aleación) con otros metales como cobre, níquel, cromo, manganeso, molibdeno, fosforo, sílice, azufre, titanio, columbio, y vanadio, para producir las características deseadas de resistencia, ductibilidad, soldabilidad y resistencia a la corrosión.

Los lingotes de acero obtenidos de este proceso pasan entre rodillos que giran a la misma velocidad y en direcciones opuestas para producir un producto semiterminado, largo y de forma rectangular que se llama plancha o lingote, dependiendo de su sección transversal. La mayor parte del laminado se efectúa





sobre el acero en caliente, y el producto se llama “acero laminado en caliente”. Después de que se enfrían, algunas de las placas más delgadas se laminan o doblan aún más, para hacer productos de acero laminados en frío o “formados en frío

Desde aquí, se envía el producto a otros molinos laminadores para producir el perfil geométrico final de la sección, incluyendo perfiles estructurales así como barras, alambres, tiras, placas y tubos. El proceso de laminado, además de producir el perfil deseado, tiende a mejorar las propiedades materiales de tenacidad, resistencia y maleabilidad. Desde estos molinos laminadores, los perfiles estructurales se embarcan a los fabricantes de acero o a los depósitos, según se soliciten.

Durante los primeros años de la utilización de acero como elemento estructural, diversas laminadoras fabricaron sus propios perfiles y publicaron catálogos con las dimensiones, pesos y otras propiedades de esas secciones. En 1896, la *Association of American Steel Manufacturers*; (Asociación Americana de fabricantes de Acero actualmente llamada Instituto Americano de Fabricantes de Acero AISI) hizo los primeros esfuerzos para estandarizar los perfiles. En la actualidad casi todos los perfiles estructurales se encuentran estandarizados, aunque sus dimensiones exactas pueden variar un poco de laminadora a laminadora.

Por lo general los perfiles de acero se designan por la forma de sus secciones transversales





2.5.1 Clasificación de perfiles americanos y europeos

Perfiles europeos		Perfiles americanos	
IPE	I de alas paralelas	W	de alas paralelas
IPN	I de alas inclinadas	S	I s de alas inclinadas
HE	H de alas anchas	HP	H alas anchas para pilotes
HL	H de alas muy anchas	C	U estándar de alas inclinadas
HD	H de alas anchas para pilotes	MC	U de alas inclinadas
HP	H de alas anchas para pilotes	L	angulares de lados iguales y desiguales
UPE	U de alas paralelas		
UPN	U de alas inclinadas		
U	U comerciales de alas inclinadas		
L	angulares de lados iguales y desiguales		
FL	Pletinas y llantas		
SQ	Barras cuadradas		
HR	Barras redondeadas de acero laminadas en caliente		

Tabla 2. 1 Clasificación de perfiles americanos y europeos

Perfil	Descripción
W	Este tipo de perfil es el que generalmente se usa para el diseño, ya que es un perfil de patines anchos, es doblemente simétrico. Un W16 X 40 tiene un peralte nominal total de 16 in. y un peso de 40 Lb/pie.
S	Siendo doblemente simétricos. Estos se diferencian con los perfiles W por tener el patín mas chico, con una pendiente aproximada de 16.7 °, su peralte nominal y el teórico son iguales a diferencia de los perfiles W que varían
M	Son perfiles ligeros y simétricos. Existen 20 perfiles de este tipo. Un perfil M360 X 25.6 es el mayor de la clasificación M, y es una sección de peralte nominal de 360 mm y una masa de 25.6 kg/m
C	Son perfiles de canal, con la misma inclinación de los patines que los perfiles S, siendo el peralte nominal igual al peralte teórico. Un C150 X 19.3 es un perfil estándar de canal que tiene un peralte nominal de 150 mm y una masa de 19.3 kg/m
MC	Estos son perfiles en canal que no se clasifican como perfiles C. Se conocían como canales diversos o para construcción de barcos.
L	Estos perfiles son de lados iguales o desiguales. Un perfil L6 X 6 X ¾ es un ángulo de lados iguales con una dimensión nominal de 6 in. y con un espesor de 3/4 in.
T	Son tes estructurales que se obtienen cortando los perfiles W, S, M. Para la obtención de una WT, ST, MT respectivamente



Clasificación de perfiles					
Perfil Americano		Perfil Europeo			
W	Perfiles americanos de alas paralelas	IPE	Perfiles I de alas paralelas		
S	Perfiles I de alas inclinadas	IPN	Perfiles I americanos de alas inclinadas		
HP	Perfiles H americanos de alas anchas para pilotes	HP	Perfiles H de alas anchas para pilotes		
C	Perfiles U americanos estándar de alas inclinadas	U	Perfiles U comerciales de alas inclinadas		
MC	Perfiles U americanos de alas inclinadas	UPN	Perfiles U de alas inclinadas		
L	Perfiles americanos angulares de lados iguales y desiguales				

Tabla 2. 2 Clasificación de perfiles



2.5.2 Propiedades del acero Norma ASTM y EN

Propiedades del acero		
Símbolo	Nombre	Descripción
E	Modulo de Elasticidad	Relativamente independiente de la resistencia de fluencia; el modulo de elasticidad para todos los aceros es de: 1,968,400 kg/cm (28000 Ksi) a 2,109,000 kg/cm (30000 Ksi), pero el que generalmente se toma para el diseño es de: 2,040,000 kg/cm^2 o 29 000 Ksi .
G	El módulo de elasticidad transversal, módulo de cortante o módulo de cizalla	Para la mayoría de los materiales guarda una relación fija con el módulo de elasticidad longitudinal y el coeficiente de Poisson, según la siguiente expresión: <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> $G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$ </div> <div style="text-align: left;"> <p>Donde μ = Coeficiente de Poisson, igual a 0.3 para el acero. Usando $\mu = 3$; $G = 784,615 \text{ kg/cm}^2$</p> </div> </div>
F_y y F_u	El punto de fluencia y resistencia última a tensión	En la tabla se dan los puntos de fluencia de los varios grados de acero que interesan al ingeniero estructural
α	Coeficiente de expansión térmica del acero	$\alpha = 11.25 \times 10 \text{ por } ^\circ\text{Celsius}$ $\Delta L = \alpha(T_f - T_i)L$

Tabla 2. 3 Propiedades del acero

Normas Americanas ASTM Propiedades Mecánicas					
Designación ASTM	Acero	Formas	Usos	$F_y \text{ min}$ Ksi^a	$F_u \text{ min}$ Ksi^b
A-36	Al carbono	Perfil, barras y placas	Puentes, edificios, estructurales en Gral. Atornillados, remachados y soldados	36 $e < 8"$ 32 $e > 8"$	58 – 80
A-529	Al carbono	Perfiles y placas $e < \frac{1}{2}"$	Igual al A-36	42	60-85
A-441	Al magnesio, vanadio de alta resistencia y baja aleación	Perfiles, placas y barras $e < 8"$	Igual al A-36 Tanques	40-50	60-70
A-572	Alta resistencia y baja aleación	Perfiles, placas y barras $e < 6"$	Construcciones atornilladas, remaches. No en puentes soldados cuando $F_y > 55 \text{ ksi}$	42-65	60-80
A-242	Alta resistencia, baja aleación y resistente a la corrosión atmosférica	Perfiles, placas y barras $e < 5"$	Construcciones soldadas, atornillada, técnica especial de soldadura	42-50	63-70
A-588	Alta resistencia, baja aleación y resistente a la corrosión atmosférica	Placas y barras $e < 4"$	Construcciones atornilladas y remachadas	42-50	63-70
A-514	Templados y revenidos	Placas $e < 4"$	Construcciones soldada especialmente. No se usa si se requiere gran ductilidad	90-100	100-15

Tabla 2. 4 Normas Americanas ASTM Propiedades Mecánicas



Límite elástico mínimo y Resistencia a tracción (N/mm²)				
Tipo	Espesor nominal de la pieza, t (mm)			
	t ≤ 40		40 < t ≤ 80	
	Límite elástico, f_y	Resistencia a tracción, f_u	Límite elástico, f_y	Resistencia a tracción, f_u
S 235	235	360 a 510	215	360 a 510
S 275	275	430 a 580	255	410 a 560
S 355	355	490 a 680	335	470 a 630
Aceros no aleados laminados en caliente				
S 275 N/NL	275	370 a 510	255	370 a 510
S 355 N/NL	355	470 a 630	335	470 a 630
S 420 N/NL	420	520 a 680	390	520 a 680
S 460 N/NL	460	540 a 720	430	540 a 720
Aceros soldados de grano fino, en la condición de normalizado				
275 M/ML	275	370 a 530	255	360 a 520
S 355 M/ML	355	470 a 630	335	450 a 610
S 420 M/ML	420	520 a 680	390	500 a 660
S 460 M/ML	460	540 a 720	430	530 a 710
Aceros soldados de grano fino, laminados termomecánicamente				
S 235 J0W	235	360 a 510	215	360 a 510
S 235 J2W	235	360 a 510	215	360 a 510
S 355 J0W	355	490 a 680	335	470 a 630
S 355 J2W	355	490 a 680	335	470 a 630
S 355 K2W	355	490 a 680	335	470 a 630
Aceros con resistencia mejorada a la corrosión atmosférica				
S 460 Q	460	550 a 720	440	550 a 720
S 460 QL				
S 460 QL1				
Aceros de alto límite elástico, en la condición de templado y revenido				

Tabla 2. 5 Normas Europeas EN Propiedades Mecánicas

2.6 Especificaciones, cargas y métodos de diseño

El diseño de la mayoría de las estructuras esta regido por especificaciones o normas. No importa cuantas estructuras allá diseñado, es imposible que el proyectista haya encontrado toda situación posible, por lo mismo al recurrir a las especificaciones, él recomendara el mejor material de que se dispone. Las especificaciones de ingeniería son desarrolladas por varias organizaciones y contienen la opinión mas valiosa de esas instituciones sobre la buena practica de la ingeniería.



Las autoridades municipales y estatales, preocupadas por la seguridad pública, han establecido códigos de control de la construcción de las estructuras bajo su jurisdicción. Estos códigos, que en realidad son reglamentos, especifican las cargas de diseño, esfuerzos de diseño, tipos de construcción, calidad de los materiales y otros factores; varían considerablemente de ciudad en ciudad, hecho que origina cierta confusión entre arquitecto e ingeniero.

Las especificaciones de diseño representan una investigación constante, ya que son renovadas periódicamente y puestas al día en suplementos o ediciones completamente nuevas. Igual que los reglamentos modelo de construcción, las especificaciones de diseño se escriben en un formato legal por organizaciones no lucrativas. Tales especificaciones no tienen por sí mismas vigencia legal, pero al presentar los criterios y límites de diseño en forma de mandatos y prohibiciones legales, ellas pueden ser fácilmente adoptadas, por referencia, como parte de un reglamento de construcción.

Las especificaciones de mayor interés para el ingeniero estructurista en acero, son aquellas publicadas por las siguientes organizaciones.

1. *American Institute of Steel Construction (AISC)*: Estas especificaciones se refieren al diseño de edificios de acero estructural y sus conexiones (AISC, 1993).
2. *American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO)*: Estas especificaciones se refieren al diseño de puentes carreteros y estructuras afines. Ellas se refieren a todos los materiales estructurales usados normalmente en puentes, como el acero, el concreto reforzado y la madera (AASHTO, 1992, 1994).
3. *American Railway Engeneering Association (AREA)*: Este documento se refiere al diseño de puentes ferroviarios y estructuras afines (AREA, 1992).
4. *American Iron and Steel Institute (AISI)*: Estas especificaciones tratan todo lo relativo al acero formado en frío, (AISI 1996).

No importa cuantas especificaciones se escriban, resulta imposible que cubran toda situación posible. En consecuencia, no importa que código o especificaciones se





use o no, la responsabilidad última del diseño de una construcción segura es del ingeniero estructurista.

2.6.1 Cargas

Quizá la tarea más importante y difícil que debe enfrentar un diseñador de estructuras es la estimación precisa de las cargas que recibirá una estructura durante su vida útil. No debe omitirse la consideración de cualquier carga que pueda llegar a presentarse

Toda estructura y cada uno de sus miembros deben diseñarse para cualquier estado límite de falla posible ante las combinaciones de acciones más desfavorables que se puedan presentar durante la vida útil de la estructura, no rebasando ningún estado límite de servicio ante las combinaciones de acciones que corresponden a condiciones normales de operación.

El estado límite de falla corresponde al agotamiento de la capacidad de carga de la estructura o de cualquier miembro, ocurriendo daños irreversibles que afectan considerablemente la resistencia ante nuevas aplicaciones de carga. El estado límite de servicio corresponde a los desplazamientos, agrietamientos, vibraciones o daños que afectan al funcionamiento de la estructura, estas no deben de perjudicar la capacidad de carga de la estructura o de cualquier miembro estructural.

En el diseño de estructuras se deben tomar en cuenta los efectos de las cargas muertas, de las cargas vivas, del sismo y del viento, cuando este último sea significativo, también cuando otros efectos producidos por otras acciones sean significativos (nieve, lluvia o hielo, debido al funcionamiento de maquinaria y equipo y su ocupación) se deben considerar en diferentes combinaciones para el diseño.





Categorías de acciones, de acuerdo con la duración:

1. *Acciones Permanentes*: Son aquellas que obran sobre la estructura en forma continua, y cuya intensidad casi no varía con el tiempo (carga muerta, el empuje estático de tierras y de líquidos, etc.).
2. *Acciones Variables*: Son aquellas que obran sobre la estructura con una intensidad que varía considerablemente con el tiempo (cargas vivas, efectos de temperatura (lluvia, nieve, hielo), etc.).
3. *Acciones Accidentales*: Son aquellas que no se deben al funcionamiento normal de la estructura, y que pueden tomar valores significativos en periodos sumamente pequeños con respecto a la vida útil de la estructura (vientos, sismos, incendios, etc.).

Toda fuerza que actúe sobre la estructura se denomina carga, estas cargas se clasifican en muertas y vivas.

- Las *cargas muertas* ocupan una posición permanente y son de magnitud constante, incluyen el peso propio de la estructura, el peso de componentes no estructurales como recubrimientos de pisos, los muros divisorios, plafones, instalaciones, equipo mecánico y plomería. Todas las cargas mencionadas hasta ahora son fuerzas que resultan de la gravitación y se llaman cargas de gravedad. Para su evaluación se cuentan con las dimensiones de los elementos constructivos y los pesos unitarios de los materiales.
- Las *cargas vivas*, que también pueden ser fuerzas de gravedad, estas se producen por el uso y ocupación de las edificaciones, estas no son tan permanentes como las cargas muertas. Ellas pueden o no estar actuando sobre la estructura en cualquier momento y su posición puede no ser fija (muebles, el equipo y los ocupantes de los edificios). En el diseño de edificios se especifican claramente en los reglamentos o códigos de construcción que serían las cargas de piso.



<i>Cargas vivas</i>	
Cargas de piso	El peso mínimo de las cargas vivas que debe usarse en el diseño de piso de edificios se especifican claramente en los códigos de construcción.
Hielo y nieve	Debido a la incertidumbre que es causada por la presencia del viento que suele acumular la nieve sobre áreas muy pequeñas. Los valores mayores de carga se usan para techos horizontales y los menores para techos inclinados
Lluvia	se puede considerar menos problemática que la carga de nieve, pero si se acumula el agua en techos sin pendiente, puede causar que la losa se flexione
C. de T. en puentes	cargas concentradas de magnitud variable causada por grupos de camiones o trenes
C.de impacto	Las causan las vibraciones de las cargas móviles.
Cargas laterales	<p>viento</p> <p>Actúan como presiones o succiones sobre las superficies exteriores de un edificio, debido a la relativa complejidad de determinar las cargas de viento, éstas se consideran como una categoría aparte de carga. La presión del viento que actúa sobre superficies verticales de una estructura se puede estimar con la siguiente expresión:</p> $P = 0.002558 C_s V^2$ <p>Donde: P = Presión del viento en lb/ft^2 C_s = Coeficiente de acuerdo a la forma; para estructuras tipo caja es igual a 1.3 de donde 0.8 es para la presión de barlovento y 0.5 para la succión de sotavento. V = Velocidad básica del viento en mi/hra.</p>
	<p>sísmicas</p> <p>El un sismo hay una aceleración en el terreno, la cual tiene dos componentes, que serían una vertical y otra horizontal, debido a que la componente vertical es insignificante, en un análisis estructural se toman en cuenta los efectos de la componente horizontal de un sismo y se simula por un sistema de cargas horizontales, el efecto de la aceleración horizontal crece con la altura debido al efecto de "resonancia" del sismo.</p>
C. longitudinales	Se consideran en el diseño de ciertas estructuras. Al detenerse un tren sobre un puente o un camión en un puente carretero, se generan fuerzas longitudinales que deben considerarse
Otras C. vivas	las <i>presiones hidrostáticas, la presión del suelo, cargas de explosión, fuerzas térmicas y fuerzas centrífugas</i>

Tabla 2. 6 Cargas vivas

2.6.2 Métodos de diseño

Para el diseño de una estructura se debe de hacer de acuerdo a un método de diseño, por lo que se debe tener conocimiento de los métodos existentes.

En el **diseño elástico**, también llamado **diseño por esfuerzos permisibles** o **diseño por esfuerzos de trabajo**, donde se consideran las cargas de servicio o de trabajo, es decir, las cargas que la estructura tiene que soportar, para lo cual se



obtiene el área transversal y el momento de inercia suficiente para soportar los esfuerzos máximos debidos a esas cargas, sin que rebasen el esfuerzo permisible que es menor que el esfuerzo de fluencia F_y , encontrándose en el rango elástico del material, el esfuerzo permisible será igual al esfuerzo de fluencia F_y , ò la resistencia última de tensión F_u entre un factor de seguridad.

Lo cual un miembro deberá soportar las cargas aplicadas que son las cargas de trabajo quedando sometido a esfuerzos no mayores que el esfuerzo permisible.

El **diseño plástico** se basa en el rango plástico del material, lo cual considera una condición de falla del miembro estructural (colapso), es decir, se basa en la resistencia que proporciona la ductibilidad del acero y esta ocurre bajo esfuerzo constante por encima del límite elástico. Después de cierta cantidad de deformación plástica, el acero tiende a endurecerse por deformación, y es posible un aumento en la carga, acompañado por deformaciones adicionales. Las cargas de trabajo se multiplican por factores de seguridad o de carga (sobrecapacidad), y donde los miembros estructurales fallaran bajo cargas mayores que la carga de trabajo; provocando deformaciones muy grandes introduciendo al miembro en un rango elástico, y cuando la sección transversal se plastifica en varias localidades, se formaran articulaciones plásticas en las mismas localidades, llevando así al miembro al colapso. Las cargas reales son inferiores a las cargas de falla, resultando esta última de la multiplicación de las cargas de servicio por el factor de carga correspondiente, este método nos dice que el miembro fallara cuando este sometido a las cargas factorizadas, pero como el miembro estará soportando esfuerzos menores debido a las cargas reales, este no tendrá problemas de falla, lo cual nos proporciona cierta seguridad.

El **diseño por factores de carga y resistencia** (LRFD) se basa en los estados límite del material, siendo similar al diseño plástico ya que considera la resistencia o la condición de falla. Las cargas de servicio o de trabajo se multiplican por factores de seguridad que son casi siempre mayores que uno obteniéndose las cargas factorizadas, estas cargas factorizadas se usan para el diseño del





miembro estructural, lo cual debe resistirlas. La resistencia teórica o nominal es multiplicada por un factor de resistencia que es normalmente menor que la unidad. Este factor toma en cuenta las incertidumbres de resistencia de los materiales, dimensiones y la mano de obra.

En el método por esfuerzos permisibles o diseño elástico los factores de seguridad son los mismos para las cargas muertas que para las cargas vivas, en el método LRFD son diferentes, ya que para las cargas muertas el factor de carga es menor que el factor de carga de las cargas vivas, por lo que las cargas muertas se pueden determinar más fácilmente que las cargas vivas, lo que se podría decir que el método LRFD puede ser más económico que el diseño por esfuerzos permisibles ya que si las cargas vivas son más pequeñas que las cargas muertas, las cargas factorizadas se reducirían.

Los estados límites se dividen en dos categorías: Resistencia y Servicio. El primer estado tiene que ver con el comportamiento para máxima resistencia dúctil, pandeos, fatiga, fractura, volteo o deslizamiento. El segundo estado tiene que ver con la funcionalidad de la estructura, en situaciones tales como deflexiones, vibraciones, deformación permanente y rajaduras.

Lo que se pretende, entonces, es conseguir que la estructura no sobrepase los estados límites mencionados, pero como es imposible conseguir riesgo cero en la práctica, el diseñador se debe conformar con una probabilidad adecuada. Para poder conseguirla se debe basar en métodos estadísticos, que se denominan “Métodos de Confiabilidad de momentos de primer orden-segundo orden” para no sobrepasar la resistencia de los elementos, que es lo que más preocupa al diseñador.

Aceptando los criterios de base estadística en los que se basa este nuevo método, se puede expresar el requerimiento de seguridad estructural como sigue:

$$\sum \gamma_i Q_i \leq \phi R_n$$





Donde;

γ_i Es un factor de carga, Q_i es un efecto de carga (una fuerza o un momento), ϕ es el factor de resistencia, R_n es la resistencia teórica o nominal del miembro.

La parte derecha de la inecuación representa la resistencia del componente o sistema, y la parte izquierda representa la carga máxima esperada. La resistencia nominal R_n es reducida por un factor menor que la unidad ϕ (factor de resistencia) para obtener la “Resistencia de Diseño”. Al otro lado de la inecuación, las cargas son amplificadas por sus respectivos factores de mayoración γ_i para tener las cargas factorizadas.

2.6.3 Factores de carga y resistencia usados en las especificaciones AISC

El propósito de los factores de carga es incrementar las cargas para tomar en cuenta las incertidumbres implicadas al estimar las cargas vivas y muertas

El valor del factor de carga usado para cargas muertas es menor que el usado para cargas vivas, ya que los proyectistas pueden estimar con mas precisión las magnitudes de las cargas muertas que las vivas

La resistencia factorizada ϕR_n que se menciona anteriormente se llama resistencia de diseño y la carga factorizada resulta de la combinación de los diferentes efectos de carga a las que va a estar sometido el miembro estructural. En las especificaciones del AISC en el capítulo A, “*General Provisions*”, se dan las condiciones de carga siguientes:

$$U = 1.4D$$

$$U = 1.2D + 1.6L + 0.5(L_r \text{ o } S \text{ o } R)$$

$$U = 1.2D + 1.6(L_r \text{ o } S \text{ o } R) + (0.5L \text{ o } 0.8W)$$

$$U = 1.2D + 1.3W + 0.5L + 0.5(L_r \text{ o } S \text{ o } R)$$

$$U = 0.9D \pm 1.0E + 0.5L + 0.2S$$

$$U = 0.9D \pm (1.3W \text{ o } 1.0E)$$





Donde: U es la carga factorizada, D es la carga muerta, L es la carga viva debido al equipo y ocupación, L_r es la carga viva de techo, S es la carga de nieve, R es la carga de lluvia o hielo, W es la carga de viento, E es la carga por sismo

Estas ecuaciones de combinaciones de cargas, el AISC las identifica con una letra que representa el capítulo, el primer número la sección, y el segundo número la secuencia de la misma sección.

Los factores de resistencia toman en cuenta las incertidumbres de la resistencia de los materiales, dimensiones y mano de obra. El factor de resistencia ϕ para cada tipo de resistencia está dado por el AISC en el capítulo de las especificaciones que trata con esa resistencia.

Factores de resistencia de las especificaciones LRFD	
Factores de resistencia (ϕ)	Situación
1.00	Aplastamiento en áreas proyectantes de pasadores, fluencia del alma bajo cargas concentradas, cortante en tornillos en juntas tipo fricción.
0.90	Vigas sometidas a flexión y corte, filetes de soldadura con esfuerzos paralelos al eje de la soldadura, soldaduras de ranura en el metal base
0.85	Columnas, aplastamiento del alma, distancias al borde y capacidad de aplastamiento de agujeros.
0.75	Tornillos a tensión, soldaduras de tapón o muesca, fractura en la sección neta de miembros a tensión
0.65	Aplastamiento de tornillos (menos A307)
0.60	Aplastamiento en tornillo A307, aplastamiento en cimentaciones de concreto

Tabla 2. 7 Factores de resistencia de las especificaciones LRFD

2.7 Resistencia de “vigas-columnas”

Las condiciones típicas de carga que generan flexo-compresión son las que están (a) Sujetas a carga excéntrica, generadas por la acción continua de los elementos adyacentes conectadas a la columna en cuestión; (b) Sujetas a carga axial y transversal por cargas de viento y fuerzas laterales de sismos; (c) Sujetas a carga axial y momentos de extremo, efecto de segundo orden.





La capacidad de resistencia de las “vigas-columnas” depende de muchos factores, los cuales pueden agruparse en tres grupos:

El primero de ellos está relacionado con las cargas aplicadas, las cuales pueden originar cualquier combinación de esfuerzo axial de compresión, momento flector en el eje mayor y momento flector en el eje menor

El segundo grupo está relacionado con propiedades del elemento tales como las proporciones geométricas, la resistencia del material, la longitud no arriostrada del elemento y las condiciones del enlace.

El tercer grupo está relacionado con imperfecciones tales como la falta de rectitud del elemento, las tensiones residuales y la variación de la resistencia del material en toda la sección recta

2.7.1 Comportamiento carga-deflexión ($M - \delta$)

Para comprender el comportamiento de una barra flexo comprimida solicitada con carga creciente, es necesario el estudio de la curva carga-deflexión del mismo. En la figura 2.11 se presenta en forma cualitativa una curva $M - \delta$ para un perfil típico. La falla se puede ver influenciada por los siguientes factores: 1) plastificación; 2) pandeo lateral torsional, y 3) pandeo local.

La línea llena de la fig.2.11 representa el comportamiento óptimo de la barra; la situación no se ve influenciada por fenómenos de pandeo local o lateral. Esto significa que todas las deformaciones tienen lugar en el plano de la flexión y la falla se presenta, entonces, por la plastificación de la sección transversal. La curva $M - \delta$ presenta dos zonas bien definidas:

1. La parte ascendente, donde un incremento de la deflexión implica un incremento de momento, y
2. La parte descendente, donde un incremento de la deformación está acompañado por un decrecimiento de M



El punto más alto de la curva corresponde al momento máximo que está en capacidad de resistir la pieza M_{pc} , que es el momento plástico corregido por la presencia de la carga axial.

La curva $M - \delta$ es una línea recta en su primer tramo si la fuerza axial se mantiene constante. Debido a la presencia de esfuerzos residuales.

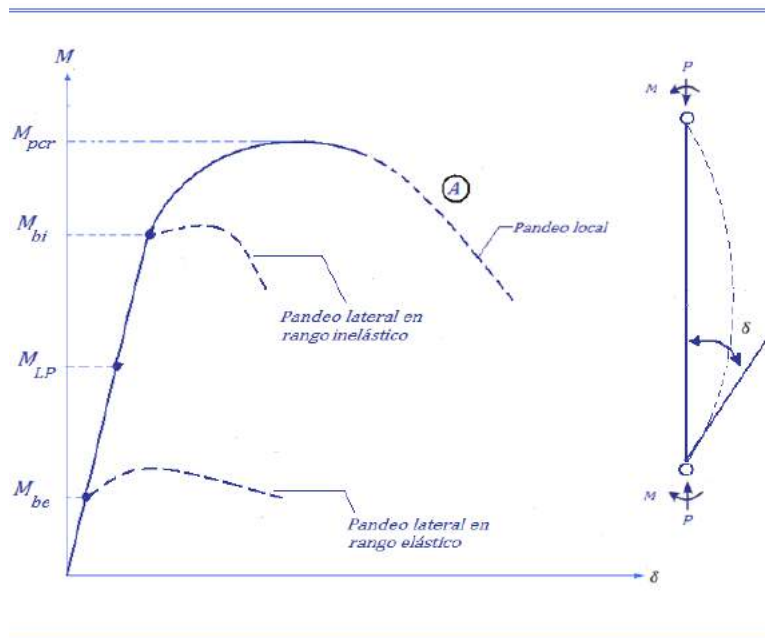


Figura 2. 11 Curva momento-rotación en el extremo de una viga-columna con carga axial creciente.

Cuando $M = M_{LP}$ en la figura 2.11, los esfuerzos alcanzan el esfuerzo de fluencia y la plastificación comienza, punto a partir del cual deja de ser lineal la curva $M - \delta$. Como resultado de la plastificación creciente de la sección transversal del miembro, en la medida en que se incrementa M , su rigidez va disminuyendo progresivamente hasta llegar a ser nula, por lo cual no puede resistirse un mayor momento. Este punto corresponde a M_{pc} . Dado que la relación esfuerzo-deformación de perfiles de acero no es lineal por encima del límite de proporcionalidad, el cual se encuentra muy por debajo de M_y , debido a la presencia de los esfuerzos residuales, el cálculo directo del momento máximo resistente no es tarea fácil y generalmente hay que recurrir a los métodos de integración numérica.



La falla en el plano de flexión es factible solamente si la flexión actúa en el eje débil del miembro, o si esta lateralmente soportado contra el pandeo flexotorcional, en el caso de estar cargado con respecto al eje mayor. en ausencia de un adecuado arriostramiento, un miembro inicialmente recto puede empezar a deflectarse lateralmente con un momento menor que M_{pc} , tal como M_{bi} , si el pandeo de presenta en el rango inelástico ,o M_{bc} si en el rango elástico, con lo que el comportamiento $M - \delta$ pasa a ser el que muestra las líneas punteadas en la fig.2.11. Además del pandeo flexotorcional, es también posible que la relación $M - \delta$, y por lo tanto la resistencia máxima, se vea influenciada por el pandeo local.

2.7.2 Pandeo elástico lateral–torcional de vigas-columnas.

Si se considera una viga-columna perfectamente recta de perfil I uniforme doblemente simétrica, de longitud L . Se supone que los extremos de la viga-columna tienen apoyos simples a la flexión y a la torsión y que permiten alabeo. El miembro de encuentra flexionado alrededor de su eje mayor por momentos de extremos iguales y opuestos M^0 y cargando con una fuerza axial P ; además los momentos aplicados actúan en el plano de simetría (*plano yz*). La viga-columna se pandeara en un momento elástico crítico $M^0 = M_{ccrE}^0$ cuando sea posible una posición de equilibrio flexionada y por torsión.

La deformación del miembro en cualquier sección puede dividirse en tres movimientos distintos: un desplazamiento vertical v en la dirección de y , un lateral u en la dirección x y una rotacional ϕ alrededor del eje z .

2.7.3 Pandeo lateral-torsional inelástico de viga-columna

Si una viga-columna tiene rigideces a la flexión muy diferentes en las direcciones principales ,carece de soporte lateral y está sujeta a momentos extremos alrededor del eje fuerte , puede fallar debido a pandeo lateral-torsional , antes que pueda



hacerlo debido a la flexión excesiva en el plano del momento. Por tradición, la resistencia de estos miembros de estudio desde el punto de vista de la bifurcación (véase fig.2.12) al suponer un miembro inicialmente recto. Por lo tanto, se supone que las deformaciones fuera del plano (u, θ) en cualquier punto permanecen en cero hasta que se alcanza el momento inelástico crítico M_{ccrI}^0 .

El pandeo lateral-torsional reduce la capacidad de carga máxima del miembro por debajo de la resistencia a la flexión en el plano $M_{cf,max}^0$ a un valor designado como $M_{cl,max}^0$. Como ya se mencionó, las vigas-columnas reales tendrán imperfecciones iniciales (desplazamientos u_i, v_i y giro inicial θ_i). Cuando una viga-columna de este tipo se carga con la fuerza axial, P y momentos M_x^0 el miembro muestra el tipo de

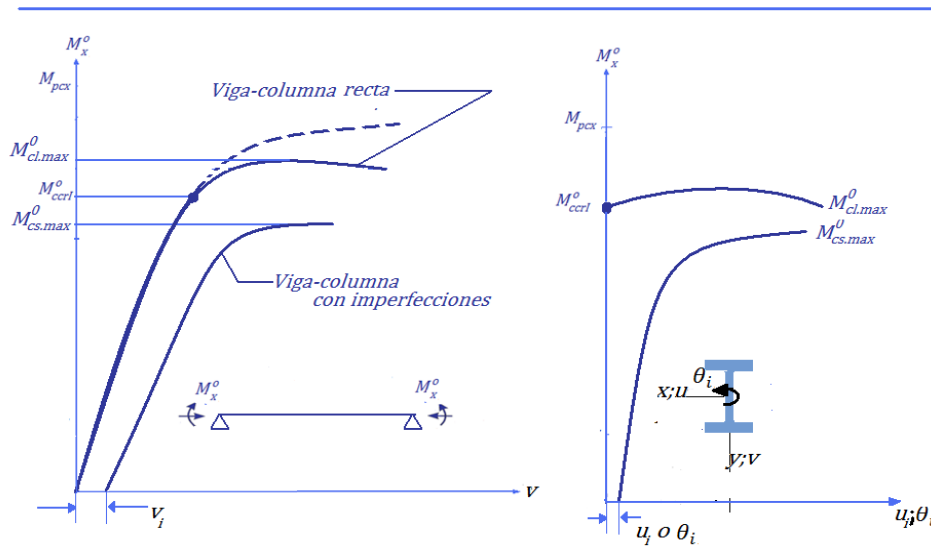


Figura 2. 12 Pandeo lateral-torsional inelástico de vigas-columnas de acero

inestabilidad de no bifurcación, en la que aumentan las deformaciones (de u_i, v_i y θ_i), hasta que se alcanza un momento máximo, más allá del cual solo se puede sostener el equilibrio estático mediante la reducción del momento. La resistencia máxima basada en el comportamiento espacial de estas vigas-columnas inicialmente con imperfecciones $M_{cs,max}^0$ puede ser menor que la carga de pandeo lateral M_{ccrI}^0 de la viga-columna inicialmente recta correspondiente, como se muestra de manera esquemática en la fig. 2.12 a y b.



2.7.4 Resistencia en el plano de “Vigas–columnas” con flexión uni-axial

La resistencia “in plane” hace referencia a la falla del elemento por excesiva deformación en el plano de flexión. Esta situación ocurre cuando el elemento flecta, por las cargas aplicadas, con respecto a su eje débil o cuando el elemento, con suficiente arriostramiento lateral que impide el pandeo lateral, flecta con respecto a su eje fuerte.

Para determinar la resistencia en el plano de flexión la siguiente expresión lineal, puede ser usada como punto de partida:

$$\frac{P}{P_u} + \frac{M}{M_u} \leq 1 \quad (2.1)$$

Donde P y M son el esfuerzo axial de compresión y máximo momento flector al fallo respectivamente; P_u es la carga última a compresión para el pandeo en el plano en donde se aplica el momento flector; y M_u es el momento último en ausencia de la carga axial de compresión.

Si el cálculo estructural es realizado de tal forma que solo se alcance la primera fluencia y sin tener en cuenta las tensiones iniciales de elemento P_u y M_u deben ser iguales a las resistencias del elemento sometido a compresión axial pura y el momento plástico de la sección, respectivamente.

Mientras que el valor de P es simplemente el valor del esfuerzo axial aplicado, el valor de M es difícil de ser obtenido puesto que los momentos flectores actuando en el elemento (momento de primer orden) serán amplificados por la presencia de la carga P , que actúa junto con la deformación producida por las cargas aplicadas, dando lugar a los llamados momentos de segundo orden. El máximo valor de los momentos de segundo orden sería el valor de momento M a introducir en la expresión (2.1)





Para el caso de una “viga-columna” sometida a esfuerzo axial de compresión P y momento uniforme M_0 se propone la siguiente expresión para determinar el máximo momento actuando en la mitad del elemento:

$$M_{max} = M_0 \left(\frac{1}{1 - P/P_e} \right) \quad (2.2)$$

Siendo P_e la carga crítica elástica para el pandeo en el plano de los momentos aplicados. El término entre paréntesis de la expresión (2.2) es considerado como un factor de amplificación que multiplica al momento de primer orden M_0 para obtener el momento de segundo orden M_{max}

Aunque la expresión (2.4) fue deducida en base a la suposición de un comportamiento elástico, su aplicación en el contexto de carga última de diseño está muy extendida. Sustituyendo la expresión de M_{max} en la expresión (2.1) se obtiene la siguiente ecuación de interacción, la cual se encuentra en muchas normas de diseño:

$$\frac{P}{P_u} + \frac{M_0}{M_u(1 - P/P_e)} \leq 1 \quad (2.3)$$

Para “vigas –columnas” sometidas a momentos flectores que varían a lo largo del elemento, la expresión (2.3) puede ser usada si se sustituye el momento M_0 por un momento $C_m M_0$ donde C_m es un factor de reducción conocido como factor del momento uniforme equivalente y M_0 es el máximo momento de primer orden. Por lo tanto, la ecuación general de interacción será:

$$\frac{P}{P_u} + \frac{C_m M_0}{M_u(1 - P/P_e)} \leq 1 \quad (2.4)$$

Esta expresión evalúa las condiciones de la falla provocada por la inestabilidad estructural. Sin embargo cuando la “viga-columna” es flectada por momentos que producen rotulas plásticas en uno o en ambos extremos del elemento, se propone la siguiente ecuación para evaluar la resistencia de la sección:





Para “vigas-columnas” flectadas en el eje fuerte:

$$\frac{P}{P_y} + 0.85 \left(\frac{M_0}{M_p} \right) \leq 1 \quad \text{con } M_0 \leq M_p \quad (2.5)$$

Para “viga columna” flectado en el eje débil:

$$\left(\frac{P}{P_y} \right)^2 + 0.84 \left(\frac{M_0}{M_p} \right) \leq 1 \quad \text{con } M_0 \leq M_p \quad (2.6)$$

Donde P_y y M_0 de ambas expresiones corresponden a la carga de fluencia y al momento plástico de la sección, respectivamente.

2.7.5 Resistencia de “Vigas-columnas” con flexión respecto al eje fuerte: pandeo lateral

Cuando el elemento no es arriostrado lateralmente esta flecta con respecto a su eje fuerte, existe la tendencia de que este falle por pandeo lateral, dando lugar a desplazamiento lateral del ala comprimida y giro de la sección por torsión. La presencia de una carga axial de compresión acentuara más esta tendencia puesto que un elemento sometido a compresión axial pura pandearía con respecto a su eje débil. En consecuencia, las “vigas-columnas” con flexión respecto al eje fuerte presentaran una interacción entre el pandeo de una columna y el pandeo de una viga.

Para este caso. La ecuación (2.4) es modificada para incorporar este pandeo lateral y del pandeo de flexión respecto al eje débil:

$$\frac{P}{P_{u,z}} + \frac{C_m M_{0,y}}{M_u (1 - P/P_{e,y})} \leq 1 \quad (2.7)$$

Donde $P_{u,z}$ carga resistente a compresión axial sin tomar en cuenta la presencia del momento flector y es calculada para el pandeo respecto al eje débil, $P_{e,y}$ es la carga crítica elástica a compresión correspondiente al eje fuerte, $M_{0,y}$ es el momento





máximo de primer orden actuando en el eje fuerte, y M_U es el momento resistente al pandeo lateral sin considerar la presencia de carga axial de compresión. Esta expresión se aplica en cualquier distribución de momento y debe ser verificada la resistencia de la sección con la ecuación (2.5).

2.7.6 Resistencia de “Vigas –columnas” flexionadas biaxialmente.

En las estructuras, las columnas suelen estar sujetas a momentos flexionantes en dos direcciones perpendiculares, además de una carga axial. Estos momentos biaxiales pueden ser resultado de una carga axial aplicada excéntricamente en relación con los ejes principales de la sección transversal de la columna (columna aislada), o de sección espacial de toda la estructura (columna registrada) .Este último caso es el mas realista y el que se encuentra con mas frecuencia en la práctica, pero es el mas difícil de resolver. Para un plano determinado. Las restricciones en los extremos para una columna serán solo rotacionales si la estructura tiene arriostamiento lateral, o serán rotacionales y direccionales si la estructura carece de arriostamiento lateral. La columna de esquina de un edificio de varios pisos es un ejemplo de una viga-columna flexionada biaxialmente

Aportaciones sobre la capacidad de carga de las “vigas-columnas” con flexión biaxial, han sido dadas por diversos investigadores los cuales han obtenido una serie de resultados experimentales y han propuesto soluciones analíticas que han servido para crear procedimientos de cálculo más aproximados y fiables. Haciendo una síntesis de todos estos resultados se clasifico a las “vigas-columnas” en dos grupos de acorde a su modo de fallo los cuales son:

“Vigas–columnas” cortos: en estas el fallo estaría gobernado por la resistencia de la sección, es decir el elemento fallaría en su sección más solicitada, siempre que no se produzca pandeo local en las alas y en el alma del perfil

“Vigas-columnas” esbeltos: es producido por la interacción entre el pandeo de una columna y el pandeo de una viga cargada en sus dos planos.





En las siguientes líneas se presentan los procedimientos de cálculo para determinar la resistencia de los grupos citados.

El análisis se hace suponiendo que el miembro se comporta independientemente y no como parte de una estructura.

2.7.6.1 Resistencia de las “Vigas–columnas” cortos

La resistencia de estos elementos con bajos valores de esbeltez, estaría gobernado por el desarrollo de la plastificación total de su sección recta, siempre que se trabaje con secciones compactas para evitar que se produzca el pandeo local.

La resistencia de estos elementos con flexión uni-axial puede ser obtenida con esta sencilla expresión lineal:

$$\frac{P}{P_y} + 0.85 \left(\frac{M_{0,y}}{M_{py}} \right) + 0.84 \left(\frac{M_{0,z}}{M_{pz}} \right) \leq 1 \quad (2.8)$$

Una mejor aproximación se puede conseguir al emplear la siguiente expresión

$$\left(\frac{M_{0,y}}{M_{pcy}} \right)^a + \left(\frac{M_{0,z}}{M_{pcz}} \right)^a \leq 1 \quad (2.9)$$

Con

$$a = 1.6 - \frac{P/P_y}{2[\ln(P/P_y)]} \quad (2.10)$$

Siendo M_{pcy} y M_{pcz} los momentos resistentes con respecto a sus respectivos ejes, reducidos por la presencia de carga axial de compresión. Estos momentos son obtenidos al despejar el momento M_0 de las expresiones (2.5) y (2.6).

$$M_{pcy} = \frac{M_{py}}{0.85} \left(1 - \frac{P}{P_y} \right) \leq M_{py} \quad (2.11)$$

$$M_{pcz} = \frac{M_{pz}}{0.84} \left(1 - \left(\frac{P}{P_y} \right)^2 \right) \leq M_{pz} \quad (2.12)$$

En todas las ecuaciones antes mencionadas, se ha asumido que la fluencia ocurre como un resultado de las tensiones producidas por compresión y flexión. Sin





embargo, la presencia de cualquier tensión cortante reducirá la capacidad resistente de la sección transversal. En consecuencia se sugiere que la tensión de fluencia f_y del material debe ser reducida a:

$$f_y \sqrt{1 - \left(\frac{\tau}{\tau_y}\right)^2} \quad (2.13)$$

Donde τ y τ_y son la tensión aplicada y la tensión admisible de cortadura respectivamente

2.7.6.2 Resistencia de las “Vigas–columnas” esbeltas y de longitud intermedia

El problema de columnas largas y columnas de longitud intermedia, solicitadas por carga axial y flexión con respecto a los dos ejes principales es bastante más complejo que el de columnas cortas .la solución depende de las suposiciones hechas en el desarrollo analítico.

Aun cuando planteado las ecuaciones diferenciales que gobiernan el comportamiento elástico de estas barras, e incluso sean hallado soluciones para algunas de ellas, realmente la resistencia de las mismas se evalúan usando procedimientos numéricos que determinan, con incrementos sucesivos de carga y deflexión, la curva $P - \theta$ con la cual se puede obtener la carga máxima. La combinación de todos los casos posibles, curvatura simple en ambos ejes, los dos casos de curvatura simple en un eje doble en el otro, y doble en ambos ejes, constituyen problemas de gran envergadura.

En estos elementos el control de la estabilidad estructural gobernara el estado límite último. La resistencia de estos elementos esbeltos, sometidos a flexión bi-axial, puede ser determinada utilizando la siguiente ecuación de interacción, la cual combina las expresiones (2.6) y (2.9):

$$\frac{P}{P_u} + \frac{C_{my}M_{0y}}{M_{uy}(1 - P/P_{ey})} + \frac{C_{mz}M_{0z}}{M_{uz}(1 - P/P_{e,z})} \leq 1 \quad (2.14)$$





Sin embargo los dos términos de momentos de la expresión (2.7) brindan una interacción lineal, que difiere con la interacción no lineal obtenida de los resultados experimentales y de las soluciones teóricas.

Una expresión no lineal, cuyos resultados se ajustan a las soluciones teóricas del comportamiento elástico-plástico de las “vigas-columnas” es al siguiente:

$$\left(\frac{C_{my}M_{0y}}{M_{ucy}}\right)^\eta \left(\frac{C_{mz}M_{0z}}{M_{ucz}}\right)^\eta \leq 1 \quad (2.15)$$

Donde

$$M_{ucy} = M_{uy}[1 - (P/P_u)][1 - (P/P_{ey})] \quad (2.16)$$

$$M_{ucz} = M_{uz}[1 - (P/P_u)][1 - (P/P_{ez})] \quad (2.17)$$

Para el cálculo del exponente η se recomienda las siguientes expresiones en función de la relación del ancho del ala del perfil entre el canto de la sección (b_f/d):

$$\text{si } \frac{b_f}{d} \geq 0.3 \quad : \quad \eta = 0.4 + \frac{P}{P_y} + \frac{b_f}{d} \leq 1 \quad (2.18)$$

$$\text{si } \frac{b_f}{d} \geq 0.3 \quad : \quad \eta = 1 \quad (2.19)$$

2.7.7 Factor de momento uniforme equivalente “ C_m ”

Considere un miembro AB con articulaciones en los extremos, de longitud L y rigidez a la flexión EI . Esta sujeta a momentos en los extremos M_A y M_B En donde $M_B > M_A$, además de una fuerza de compresión axial P , como se muestra en la figura 2.13. El miembro de la sección uniforme y las fuerzas aplicadas flexionan al miembro en un plano de simetría. El momento máximo de segundo orden M_U esta dado por:

$$M_u = |M_B| \left[\sqrt{\frac{1 + 2r_M \cos \phi + r_M^2}{\sin^2 \phi}} \right] \quad (2.20)$$

Donde

$$r_M = \pm \frac{|M_A|}{|M_B|} \quad (2.21)$$



$$\phi^2 = \frac{PL^2}{EI} = \frac{1}{\pi^2} \left(\frac{P}{P_E} \right) \quad (2.22)$$

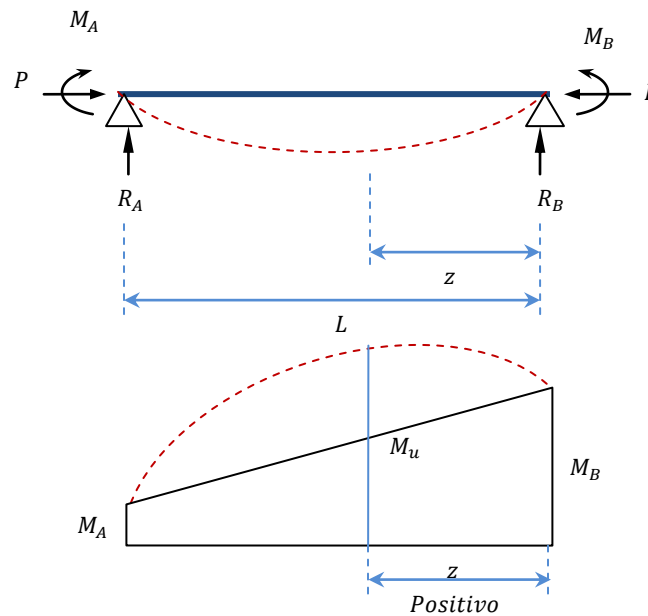


Figura 2. 13 Viga-columna en los extremos M_A y M_B .

Aquí la relación de momento r_M tiene asignado un signo positivo si la viga-columna está flexionada en curvatura doble y negativa si lo está en curvatura simple. Además P_E es la carga de Euler de la columna. El valor absoluto del mayor de los dos momentos (M_B) se usa en la ecuación 2.20 porque en el diseño, solo interesa la magnitud y no la dirección de M_u .

Para el caso particular en que la viga-columna está sujeta a un momento uniforme que produce flexión con curvatura simple, es decir, con $M_A = M_B = M^0$, como se muestra en la figura 2.14, el momento máximo de segundo orden ocurre en la parte media del claro, Su magnitud se obtiene al asignar $r_M = -1$ en la ecuación 2.20 como:

$$M_u = M^0 \sqrt{\frac{2(1 - \cos \phi)}{\sin^2 \phi}} = M^0 \sec \frac{\phi}{2} \quad (2.23)$$

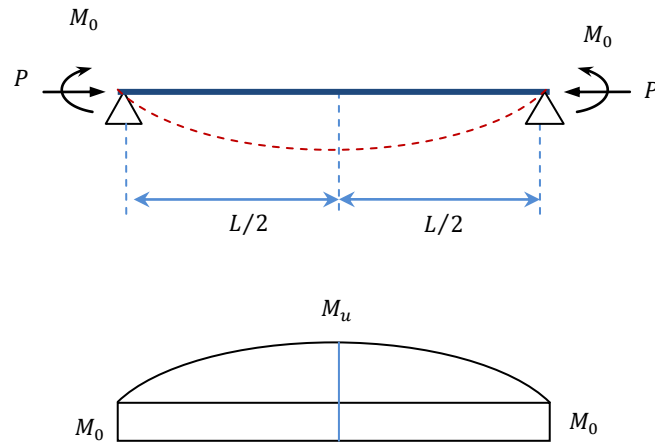


Figura 2. 14 Viga-columna bajo momento uniforme

Los tamaños de los miembros de las vigas-columnas suelen basarse en la magnitud del momento máximo, mientras que la ubicación de esta no forma parte del proceso de diseño, por lo tanto, el concepto de momento equivalente, mostrado de manera esquemática en la figura 2.15 para una viga-columna bajo momentos desiguales en los extremos, suele seguirse en las especificaciones del diseño. En términos simples, el momento máximo de segundo orden de una viga-columna sujeta a carga axial P y diagrama de momento flexionante determinado (momento de extremos M_A y M_B determinados, con $|M_B| > |M_A|$ en la figura 2.15a) es numéricamente igual al momento máximo de segundo orden del mismo miembro y carga axial P , bajo un par de momentos de extremos iguales y opuestos M_{eq} , conocidos como **momentos de extremos equivalentes** (véase figura 2.15b). Observe que la carga axial P y el momento de segundo orden M_U son los mismos para ambos miembros. Así, para determinar la magnitud del momento de extremo equivalente M_{eq} , igualamos la ecuación 2.23 (pero reemplazando M^0 con M_{eq}) con la 2.20:

$$M_{eq} \sqrt{\frac{2(1 - \cos \phi)}{\sin^2 \phi}} = |M_B| \left[\sqrt{\frac{1 + 2r_M \cos \phi + r_M^2}{\sin^2 \phi}} \right] \quad (2.24)$$

Resolviendo para M_{eq} , se obtiene:

$$M_{eq} = \left[\sqrt{\frac{1 + 2r_M \cos \phi + r_M^2}{2(1 - \cos \phi)}} \right] |M_B| = C_m |M_B| \quad (2.25)$$

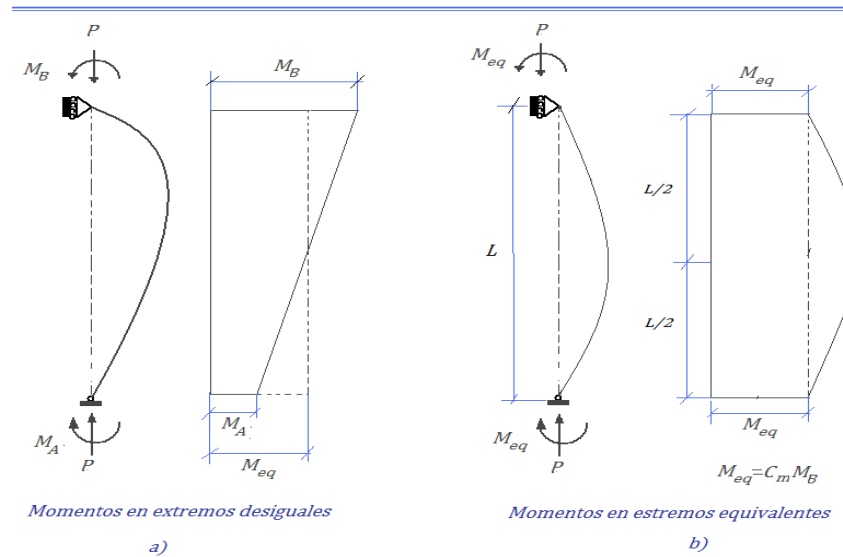


Figura 2. 15 Momentos uniformes equivalentes para una viga-columna bajo una carga axial P y momentos en los extremos M_A y M_B

Esta relación aplica cuando el momento amplificado dentro del claro excede el momento de extremo M_B . Aquí, a C_m se le conoce **como factor de momento equivalente o factor de reducción de momento**. De acuerdo con la ecuación 2.25 se observa que C_m es una función de la relación de momento r_M y también de la relación de carga axial P/P_E (ver ecuación 2.22)

Los estudios realizados “in plane” y para los casos con pandeo lateral al demostrado que si M_0 es reemplazado por un $C_m M_0$ el resultado es una aproximación bastante razonable.

La ecuación que se utiliza para obtener el momento uniforme equivalente o factor C_m es deducida matemáticamente usando la teoría de elasticidad:



$$C_m = \sqrt{\frac{1 + 2r_M \cos \phi + r_M^2}{2(1 - \cos \phi)}} \quad (2.26)$$

En estas expresiones podemos ver que el momento uniforme equivalente depende de la carga axial de compresión, P de la rigidez a la flexión EI , de la longitud del elemento, L ; y del parámetro r_M que es la relación entre el menor y mayor momento aplicado en los extremos del elemento. Si el elemento flecta en simple curvatura será positivo, si flecta de forma opuesta será negativo. La expresión (2.26) no tiene validez si el momento máximo se produce en uno de los extremos del elemento.





CAPITULO 3

Método LRFD y EC3

Las normas de diseño siguen a un método tradicional y proponen el uso de las denominadas ecuaciones de interacción, las cuales toman en cuenta los efectos de segundo orden y brindan una aproximación bastante aceptable a los resultados teóricos

Es importante aclarar que la presente tesis es guiada en base a las normas de los códigos:

- AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCCION.
Manual of Steel Load & Resistance Factor Design.
Que se denominara en el presente LRFD
- EUROCODIGO 3
Proyecto de estructuras de acero, (EC3)

A continuación se dará una pequeña introducción de las consideraciones que manejan las normas antes mencionadas y se verán con más detalle en los apartados de este trabajo





3.1 Clasificación de las secciones

Una condición básica para que los cálculos efectuados en una estructura se adapten a su comportamiento real consiste en que ésta se aproxime en la mayor medida de lo posible a las hipótesis con las que se efectúa el mismo. Cuando se utilice un análisis elástico, se podrá considerar cualquier tipo de sección transversal siempre y cuando en el cálculo de los diferentes elementos se consideren las posibles limitaciones de la resistencia de la sección transversal debida a su pandeo local.

La asignación de clase a una sección transversal de acero depende de:

1. El límite elástico del material.
2. La geometría de la sección y, en particular, la esbeltez de sus paneles comprimidos total o parcialmente.
3. Las posibles vinculaciones laterales de las zonas comprimidas.
4. La geometría y extensión de las zonas de panel comprimidas, lo que, a su vez, depende de la geometría de la sección y del conjunto de esfuerzos que producen tensiones normales (axil y momentos) a los que esta sometida.

3.1.1 Clasificación de las secciones AISC-LRFD

La sección B5 de las especificaciones LRFD proporcionan valores límite para la relación ancho a espesor de las partes individuales de miembros a compresión y de las partes de vigas en regiones de compresión.

El LRFD consideran dos tipos de elementos: **los elementos atiesados** y **los no atiesados**.

Un elemento no atiesado es una pieza proyectada con un borde libre paralelo a la dirección de la fuerza de compresión, en tanto que **un elemento atiesado** esta soportado a lo largo de los dos bordes en esa dirección.

Dependiendo de la relación ancho espesor de los elementos a compresión y de si estos son atiesados o no, los elementos se pandearan bajo diferentes condiciones





de esfuerzo.

Las especificaciones del LRFD agrupan a los miembros según límites de la relación ancho espesor de los elementos, en las tres clasificaciones siguientes:

Secciones compactas: Una sección compacta es aquella con un perfil suficientemente fuerte para que sea capaz de desarrollar una distribución total de esfuerzos plásticos antes de pandearse, para que un miembro pueda clasificarse como compacto, sus patines deben estar conectados en forma continua al alma o almas y las relación ancho espesor de sus elementos a compresión no deben ser mayores que los valores λ_p dados en la tabla 3.1 (tabla B5.1 en la parte 6 del manual LRFD)

Secciones no compactas: una sección no compacta es aquella en la que el esfuerzo de fluencia puede alcanzarse en algunos, pero no en todos sus elementos a compresión antes de que ocurra el pandeo; no es capaz de alcanzar una distribución plástica de esfuerzo total. En la tabla 3.1 las secciones no compactas son aquellas con relación ancho a espesor mayor que λ_p pero no mayores que λ_r .

Elementos esbeltos a compresión: Un elemento esbelto con una sección transversal que no satisface los requisitos ancho a grueso de la tabla 3.1 puede a un usarcé como un a columna, pero el procedimiento para hacerlo así es muy complejo. A demás la reducción en el esfuerzo de diseño es considerable. En consecuencia, es usualmente más económico engrosar los miembros para sacarlos del rango esbelto.





Descripción del elemento		Razón ancho-espesor	Razone limite ancho-espesor	
			λ_p (compacto)	λ_r (no compacto)
Elementos no rigidizados	Patines de vigas laminadas I y canales en flexión	b/t	$65/\sqrt{f_y} [c]$	$141/\sqrt{f_y - 10}$
	Patines de perfiles I híbridos o vigas soldadas en flexión	b/t	$65/\sqrt{f_{yf}}$	$\frac{162}{\sqrt{(f_{yf} - 16.5)/k_e}} [f]$
	Patines proyectantes de miembros compuestos a compresión	b/t	NA(no aplicable)	$109/\sqrt{f_y/k_e} [f]$
	Lados salientes de pares de ángulos en contacto continuo , patines de canales en compresión axial:	b/t	NA	$95/\sqrt{f_y}$
	Lados de puntales de ángulos simples ; lados de puntales de ángulos dobles con separadores ;elementos soportados a lo largo de un borde	b/t	NA	$76/\sqrt{f_y}$
	Almas de Tes	d/t	NA	$127/\sqrt{f_y}$
Elementos rigidizados	Patines de secciones en caja cuadrada o rectangular y secciones huecas de espesor uniforme sometidas a flexión o compresión	b/t	$190/\sqrt{f_y}$	$238/\sqrt{f_y}$
Elementos rigidizados	Ancho no soportado de cubre placas perforadas con un a sucesión de agujeros de acero [b]	b/t	NA	$317/\sqrt{f_y}$
	Almas en compresión por flexión [a]	h/t_w	$640/\sqrt{f_y}$	$970/\sqrt{f_y}$
	Almas en flexión y compresión axial combinadas	h/t_w	$para P_u/\phi_b P_y \leq 0.125 [c]$ $\frac{640}{\sqrt{f_y}} \left(2.33 - \frac{2.75 P_u}{\phi_b P_y} \right)$ $para P_u/\phi_b P_y > 0.125 [c]$ $\frac{191}{\sqrt{f_y}} \left(2.33 - \frac{P_u}{\phi_b P_y} \right) \geq \frac{253}{\sqrt{f_y}}$	$\frac{970}{\sqrt{f_y}} \left(1 - 0.74 \frac{P_u}{\phi_b P_y} \right)$
	Todos los otros elementos realizados, es decir, soportados a lo largo de dos bordes uniformemente comprimidos	b/t h/t_w	NA	$253/\sqrt{f_y}$
	Secciones circulares huecas en compresión axial	D/t	NA[d]	$3300/f_y$
	En flexión		$2070/f_y$	$8970/f_y$

Tabla 3. 1 Razones limite ancho-espesor para elementos a compresión





3.1.2 Clasificación de las secciones EC3

El papel de la clasificación de las secciones transversales es el de identificar en que medida su resistencia y su capacidad de rotación pueden verse limitadas por la aparición y desarrollo de fenómenos de abolladura en las chapas comprimidas.

El EC3 define cuatro clases de secciones transversales. La clase en que una sección en particular alcance el agotamiento, depende de la esbeltez adimensional y de la distribución de tensiones de compresión: uniforme, linealmente variable. Las clases se definen en términos de sus requerimientos de resistencia a los momentos flectores:

En función de la sensibilidad de una sección a los fenómenos de inestabilidad de chapas, se definen cuatro clases de secciones de acero, a saber:

- **Secciones de Clase 1 (plásticas):** son aquellas capaces de alcanzar su momento plástico sin presentar problemas de inestabilidad y, además, tienen suficiente capacidad de rotación como para desarrollar una rotula plástica tal y como esta se entiende en un análisis plástico.
- **Secciones de Clase 2 (compactas):** son aquellas que siendo capaces de alcanzar su momento plástico sin presentar problemas de inestabilidad, no tienen capacidad de rotación suficiente para formar rotulas plásticas.
- **Secciones de Clase 3 (semi-compactas):** estas secciones presentan problemas de abolladura local antes de alcanzar el momento plástico y una vez rebasado el momento elástico. El momento resistente de la sección se considerara igual a su momento elástico.
- **Secciones de Clase 4 (esbeltas):** la esbeltez de los paneles que forman estas secciones impiden que se alcance incluso el momento elástico antes de que se presenten fenómenos de inestabilidad.

En el apartado 5.6 del EC3 (2005) se dan tablas para verificar la clase de la sección. La clase de sección transversal se define por la clase más elevada (la



menos favorable) de sus diferentes partes comprimidas estas tablas coinciden con las que se presentan a continuación:

Elementos de chapas comprimidos internos

Clase	Chapa flectada	Chapa comprimida	Chapa flexo-comprimida			
Ley de tensiones en las chapas (compresión positiva)						
1	$c/t \leq 72\varepsilon$	$c/t \leq 33\varepsilon$	Cuando $\alpha > 0.5$: $c/t \leq \frac{396\varepsilon}{13\alpha - 1}$ Cuando $\alpha \leq 0.5$: $c/t \leq \frac{36\varepsilon}{\alpha}$			
2	$c/t \leq 83\varepsilon$	$c/t \leq 38\varepsilon$	Cuando $\alpha > 0.5$: $c/t \leq \frac{456\varepsilon}{13\alpha - 1}$ Cuando $\alpha \leq 0.5$: $c/t \leq \frac{41.5\varepsilon}{\alpha}$			
Ley de tensiones en las chapas (compresión negativa)						
3	$c/t \leq 124\varepsilon$	$c/t \leq 42\varepsilon$	Cuando $\psi > -1$: $c/t \leq \frac{456\varepsilon}{13\alpha - 1}$ Cuando $\psi \leq -1$: $c/t \leq \frac{41.5\varepsilon}{\alpha}$			
$\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$	f_y	235	275	355	420	460
	ε	1.00	0.92	0.81	0.75	0.71

Tabla 3. 2 Tipo de clase del alma

Alas en vuelo						
Secciones laminadas			Secciones soldadas			
Clase	Chapa comprimida	Chapa a flexo-compresión				
		Extremo comprimido		Extremo traccionada		
Ley de tensiones en las chapas (compresión positiva)						
	1	$c/t \leq 9\varepsilon$	$c/t \leq 9\varepsilon/\alpha$	$c/t \leq 9\varepsilon/\alpha\sqrt{\alpha}$		
2	$c/t \leq 10\varepsilon$	$c/t \leq 10\varepsilon/\alpha$	$c/t \leq 10\varepsilon/\alpha\sqrt{\alpha}$			
Ley de tensiones en las chapas (compresión positiva)						
	3	$c/t \leq 14\varepsilon$	$c/t \leq 21\varepsilon\sqrt{k_\sigma}$			
		Para k_σ véase la norma EN-1993-1-5				
$\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$	f_y	235	275	355	420	460
	ε	1.00	0.92	0.81	0.75	0.71

Tabla 3. 3 Tipo de clase del patín

3.2 Diseño estructural del AISC LRFD

Las ecuaciones de interacción del AISC LRFD utilizadas para calcular la capacidad de carga de los elementos flexo-comprimidos están en función de la resistencia a compresión pura, de la resistencia a flexión pura y de los momentos de segundo orden.

En la práctica actual, el método usado para diseñar marcos de acero consiste en modificar el diseño de un miembro individual de manera que represente de forma



aproximada la continuidad de la acción del marco. Esto se logra de la manera siguiente:

- 1) En primer lugar, se aísla un miembro a compresión más sus miembros adyacentes en ambos extremos y se determina la carga de bifurcación del subensamble, la que se expresa en términos de factor de longitud efectiva, K . Esto se hace de manera conveniente mediante el cálculo de los factores G en cada extremo del miembro y con el uso de las cartas de alineación (nomogramas) dadas en el manual del LRFD.
- 2) A continuación, se determina para efectos de diseño, la distribución de momentos flexionantes y de fuerzas internas en toda la estructura, bajo cargas factorizadas, las ecuaciones de interacción del LRFD para el diseño de vigas c-columnas, dadas en el capítulo H , están basadas en la premisa de que los momentos usados son los momentos máximos de segundo orden en la longitud del miembro. Dos métodos son posibles:
 - La especificación LRFD motiva el diseño a que determine las fuerzas internas y los momentos flexionantes a partir de un análisis elástico directo de segundo orden de la estructura sujeta a cargas factorizadas. En un análisis de segundo orden, las ecuaciones de equilibrio se formulan sobre la estructura deformada. estos cálculos son responsables del momento de segundo orden producido por la acción de las cargas de gravedad sobre la estructura desplazada (es decir, el **efecto $P\Delta$** , también conocido como **efecto de rotación de cuerda**), El análisis de segundo orden también debe incluir la reducción de la rigidez de las columnas individuales por sus cargas axiales (es decir, el **efecto $P\delta$** , también conocido como **efecto de curvatura del miembro**).
 - Sin embargo, a menudo las fuerzas y los momentos del miembro se suelen obtener a partir de un análisis elástico de primer orden sujeto a cargas factorizadas. este tipo de análisis está basado en la geometría inicial de la estructura y desprecia la influencia de la fuerza axial en la rigidez del miembro. A continuación, los momentos de segundo orden se calculan de manera aproximada al hacer uso de **factor B_1** (efecto $P\delta$) y del **factor B_2** (efecto $P\Delta$).
- 3) Entonces se diseña el miembro como una viga-columna mediante una ecuación de interacción simplificada que representa de manera aproximada





la continuidad, la inestabilidad y los efectos de segundo orden. de esta manera, el diseño de miembros se sustituye con un diseño de marco.

3.2.1 Resistencia a compresión pura

Para calcular la resistencia de los elementos sometidos a compresión axial pura, las especificaciones del LRFD en el capítulo E, proporcionan la ecuación de Euler para columnas largas con pandeo inelástico y una ecuación parabólica para las columnas cortas e intermedias, las cuales están basadas en el estado límite del pandeo elástico e inelástico de flexión y del pandeo local del alma y del ala, las ecuaciones son las siguientes:

$$P_n = A_g F_{cr} \quad (3.1)$$

$$P_u = \phi_c P_n = \phi_c A_g F_{cr} \quad \text{con} \quad \phi_c = 0.85 \quad (3.2)$$

Para $\lambda_c \leq 1.5$:

$$F_{cr} = (0.658^{\lambda_c^2}) F_y \quad (3.3)$$

Para $\lambda_c > 1.5$:

$$F_{cr} = \left(\frac{0.877}{\lambda_c^2} \right) F_y \quad (3.4)$$

Donde ϕ_c es el factor de resistencia a compresión P_n es la resistencia nominal a compresión; A es el área de la sección recta del elemento F_y es la tensión de fluencia del material y λ_c es la esbeltez del elemento, cuya expresión de cálculo es:

$$\lambda_c = \frac{KL}{r\pi} \sqrt{\frac{f_y}{E}} \quad (3.5)$$

Siendo K el factor de longitud efectiva, L la longitud lateral no arriostrada del elemento, r el radio de giro con respecto al eje de pandeo, y E el módulo de elasticidad del material.

Ambas ecuaciones para F_{cr} incluyen los efectos estimados de los esfuerzos residuales y de la falta de rectitud inicial de las columnas. La ecuación (3.3) hace



referencia a las columnas que fallan por pandeo inelástico y la ecuación (3.4) a columnas que fallan por pandeo elástico.

En la figura 3.1 se puede ver la representación gráfica de estas ecuaciones, en donde esta relacionada la resistencia nominal dividida entre la resistencia de fluencia, con la esbeltez.

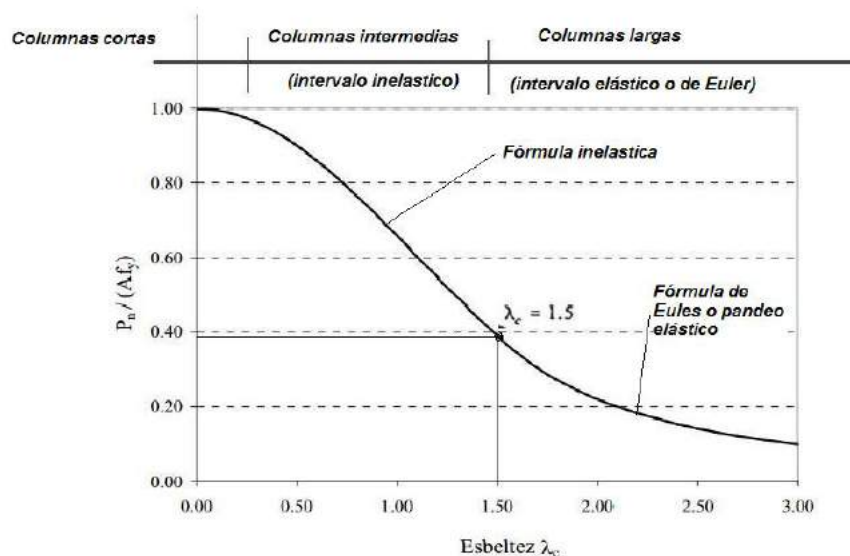


Figura 3. 1 Representación Grafica, resistencia nominal de fluencia con la esbeltez “Curva pandeo”

3.2.2 Factor de longitud efectiva K

La longitud efectiva de una columna se define como la distancia entre puntos de momento nulo en la columna, o seas, la distancia entre sus puntos de inflexión El factor de longitud efectiva K tiene su importancia en el calculo de la longitud efectiva KL, en donde K es el factor de longitud efectiva. K es el número por el que debe multiplicarse la longitud de la columna para obtener su longitud efectiva. Su magnitud depende de la restricción rotacional en los extremos de la columna y de la resistencia al movimiento lateral de ésta.

Columnas con condiciones de extremos diferentes tienen longitudes efectivas completamente diferentes. Si una columna esta articulada en sus extremos como se muestra en a) en la figura 3.2, su longitud efectiva es igual a su longitud real y K es

entonces igual a 1.0. Si los extremos están perfectamente empotrados, sus puntos de inflexión (o puntos de momento nulo) se localizan en los cuartos de la altura y la longitud efectiva es igual a $L/2$ como se muestra en b) de la figura 3.2; K es entonces igual a 0.50.

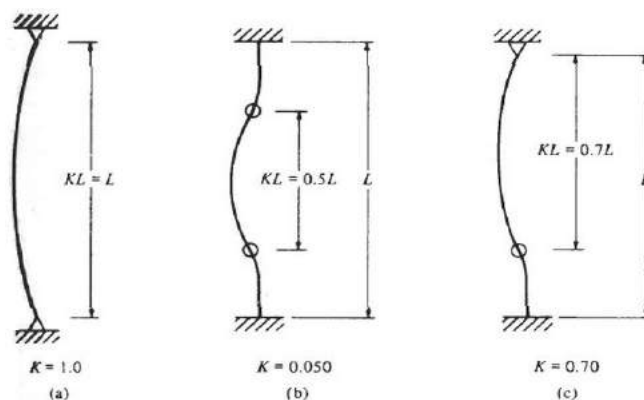


Figura 3. 3 Longitud efectiva de columnas

Como se puede observar entre menor sea la longitud efectiva de una columna, menor será el peligro de que se pandee y mayor su capacidad de carga. En c) de la figura 3.2 se muestra una columna con un extremo empotrado y el otro articulado, la K para esta columna es teóricamente igual a 0.70. En la figura 3.3 se ve que la longitud efectiva excederá a la longitud real de la columna, ya que la curva elástica tomara en teoría la forma de la curva de una columna doblemente articulado de longitud doble y K será igual a 2.0.

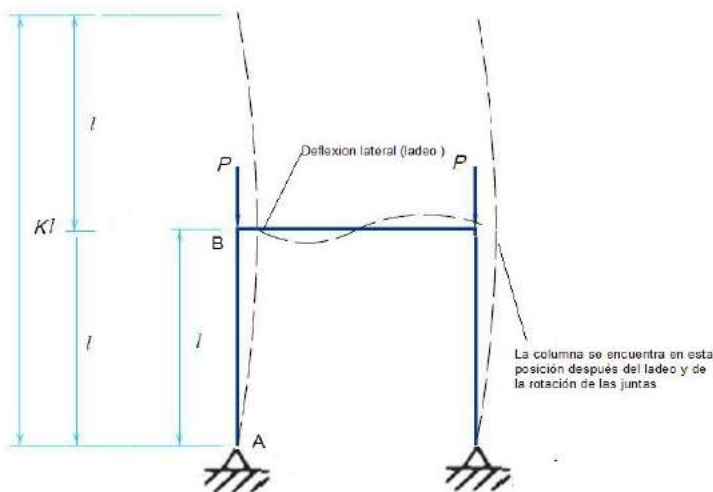


Figura 3. 2 Longitud efectiva en columnas

En la tabla 3.4 que se presenta aquí y que se encuentra en el LRFD como Tabla C-C2.1 presenta los factores de longitud efectiva recomendados cuando se tienen condiciones ideales aproximadas. Se proporcionan en la tabla dos grupos de valores de K ; uno de ellos es el factor teórico y el otro el valor recomendado para el diseño, basado en el hecho de que no son posibles las condiciones de articulación y empotramiento perfecto.

	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
Las líneas interrumpidas muestran la forma pandeada de la columna						
Valor K teórico	0.5	0.7	1.0	1.0	2.0	2.0
Valores recomendados de diseño cuando las condiciones reales son parecidas a las ideales	0.65	0.80	1.2	1.0	2.10	2.0
Simbolos para las condiciones de diseño						
	<ul style="list-style-type: none"> Rotación y traslación impedidos Rotación libre y traslación impedida Rotación impedida y traslación libre Rotación y traslación libres 					

Tabla 3. 4 Longitudes efectivas de columnas

Varios métodos racionales están disponibles para calcular la longitud efectiva de las columnas en un marco no arriostrado con suficiente precisión. Estos van desde una simple interpolación entre los casos idealizados que se muestran en la tabla 3.4 a procesos analíticos muy complejos. Una vez que el proceso de selección de los miembros estructurales se ha hecho, el uso del cuadro de alineación en la Figura 3.4, que se encuentra en el LRFD en el capítulo C de sus comentarios, proporciona un método bastante rápido para determinar los valores adecuados de K . Sin embargo, debe tenerse en cuenta que este cuadro de alineación se basa en suposiciones de condiciones idealizadas que rara vez se dan en las estructuras reales. Estas suposiciones son las siguientes:

- El comportamiento es puramente elástica.
- Todos los miembros tienen sección transversal constante.
- Todas las juntas son rígidas.
- Para marcos arriostrados, rotaciones en los extremos opuestos de las vigas son iguales en magnitud, produciendo una sola curvatura flexión

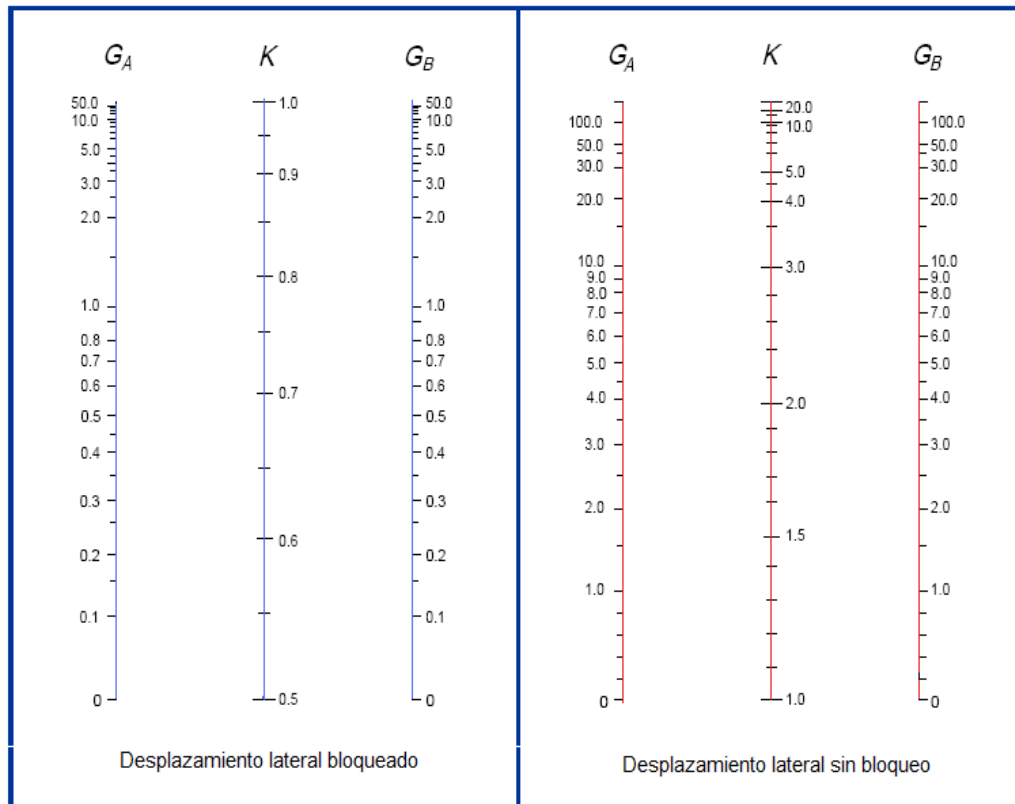


Figura 3. 4 Cuadro de alineación para determinar factor de longitud efectiva en columnas de marcos arriostrados y no arriostrados lateralmente

Los subíndices A y B hacen referencia a las uniones en ambos extremos del elemento. La definición de G viene dada por:

$$G = \frac{\sum(I_c/L_c)}{\sum(I_g/L_g)} \quad (3.6)$$

Donde \sum indica la suma de todos los elementos rígidamente conectados a la unión y situados en el plano en donde se está considerando el pandeo de la columna; I es el momento de inercia de cada elemento y es calculado con respecto al eje perpendicular al plano de pandeo: y L , es la longitud de cada elemento medido



desde el punto A a la unión B . Los subíndices c y g son usados para hacer referencias a columna y viga, respectivamente. El AISC LRFD manifiesta que si la base de una columna no esta conectada rígidamente a la zapata. G Tendería teóricamente al infinito, pero un valor de 10 podría ser considerado en el diseño practico. Si por el contrario, la base de la columna esta rígidamente conectado a la zapata, el valor teórico de G tendería a cero; en este caso, se podría considerar un valor G igual a 1.

3.2.3 Resistencia a flexión pura

En las especificaciones del LRFD, define a la resistencia de la flexión nominal M_n como el valor más bajo obtenido de acorde con los estados limites de a) fluencia; b) pandeo lateral; c) pandeo local del patín; y d) pandeo local del alma

Como parte del diseño, será necesario comprobar que las relaciones ancho-espesor de los elementos que componen la sección transversal de la barra no excedan los limites, λ_p y λ_r .

El fenómeno de pandeo local puede ser evitado limitando la relación ancho y espesor de los patines y almas de la sección en donde se limitan a los siguientes valores máximo, tomados de la tabla B5.1 de las especificaciones del LRFD.

Para patines:

$$\lambda_p = \frac{b_f}{t_f} \leq \frac{65}{\sqrt{F_y}} \quad (3.7)$$

Para almas:

$$\lambda_p = \frac{h}{t_w} \leq \frac{640}{\sqrt{F_y}} \quad (3.8)$$

En esta ultima expresión, h es la distancia entre las puntas de los filetes en las partes superiores e inferior del alma (figura 3.5), es decir, el doble de la distancia entre el eje neutro y la cara interior del patín de compresión menos el filete o radio de la esquina; b es el ancho del patín y t es el espesor del patín.



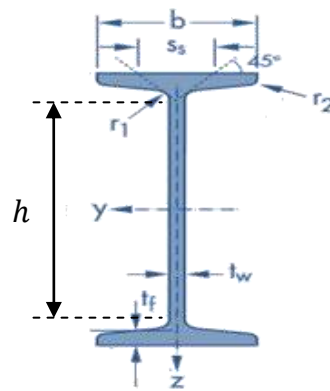


Figura 3. 5 Distancia entre las puntas de los filetes en las partes superiores e inferior del alma

Estas expresiones garantizan que el pandeo local no se producirá y que las secciones serán compactas, por lo cual un diseño por análisis plástico es permitido siempre que la tensión de fluencia no supere a $65 \text{ klb/pulg}^2 (\approx 450 \text{ MPa})$

Al hacer cálculos en el tema de flexión pura se toman en consideración distintos intervalos que se pueden dividir en tres zonas, que se pueden observar en la figura 3.6, que dependen de sus condiciones de soporte lateral.

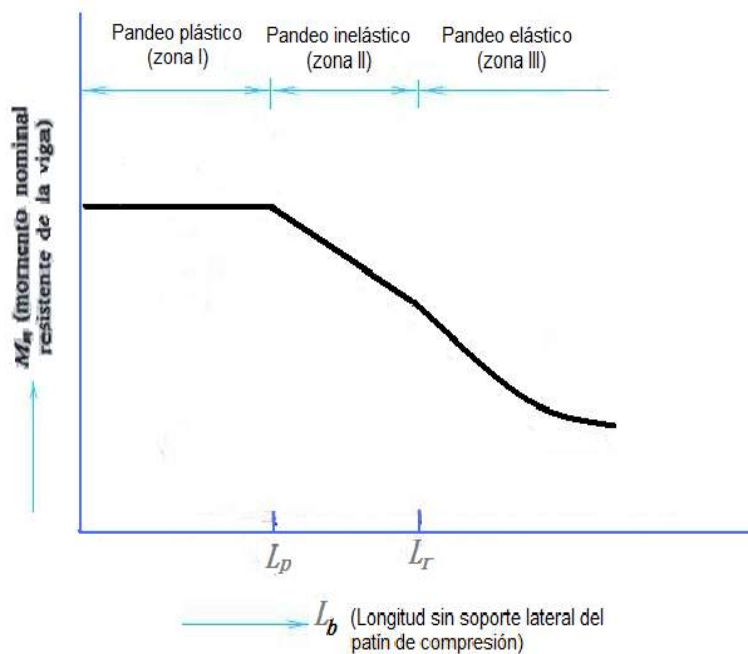


Figura 3. 6 Momento nominal en función de la longitud, no soportadas lateralmente, del patín de compresión



En el LRFD aparte de las longitudes L_p y L_r se emplea la longitud L_b que es la distancia entre puntos arriostrados contra el desplazamiento lateral del patín comprimido o entre puntos arriostrados para prevenir el giro por torsión de las sección recta; esta longitud es obtenido directamente conociendo las condiciones de contorno de la viga.

3.2.3.1 Zona I, pandeo plástico, (Momento plástico total)

Si se tiene un soporte lateral continuo o estrechamente espaciado, las vigas se pandearan plásticamente y quedara en lo que se a clasificado como **zona I**, si se ensaya este tipo de viga, encontraremos que a un se puede cargar hasta que se alcance el momento plástico y se redistribuyan los momentos, siempre que la separación entre los soportes laterales no exceda el valor L_p .

Para vigas compactas arriostradas lateralmente con $L_b \leq L_p$ únicamente se aplica el estado de limite de fluencia.

$$M_n = M_p = F_y Z \leq 1.5 M_y \quad (3.9)$$

$$M_u = \phi_b M_n$$

Con

$$\phi_b = 0.90$$

$$M_y = M_r = F_y f S \quad (3.10)$$

Cuando una sección de acero tiene un gran factor de forma, pueden ocurrir deformaciones inelásticas apreciables bajo cargas de servicio si la sección se diseña de manera que M_p se alcanza bajo la condición de carga factorizada. Por esto en las especificaciones del LRFD capitulo F limita la cantidad de tal deformación para secciones con factores de forma mayores que 1.5. Esto se logra limitando M_p a un valor máximo de $1.5 M_y$ por lo tanto dependiendo del estado limite de fluencia, la resistencia de un elemento sometido a flexión pura queda determinado al multiplicar al momento plástico M_p por el factor de resistencia a flexión ϕ_b cuyo valor es igual a 0.90.





En un análisis elástico, la longitud sin soporte lateral L_b no debe exceder el siguiente valor L_p , con esto el LRDF propone identificar el estado límite que predomina calculando las siguientes longitudes:

$$L_p = \frac{300r_y}{\sqrt{F_{yf}}} \quad (3.11)$$

Donde L_p es la máxima longitud lateral no arriostrada que, para el caso de una distribución uniforme de momento, limita la zona en donde se dará la resistencia plástica de toda la sección; F_{yf} es la tensión de fluencia de los aceros del patín; r_y es el radio de giro del eje menor

3.2.3.2 Zona II, Pandeo inelástico

Conforme se incrementa la separación de los soportes de las vigas empezaran a fallar inelásticamente, bajo momentos menores y quedaran en la **zona II**, hasta que finalmente falle antes de que se alcance en cualquier punto el esfuerzo de fluencia, longitud máxima sin soporte lateral con la que a un se puede alcanzar F_y en un punto es el extremo del intervalo inelástico, se denota como L_r

Para vigas compactas no arriostradas lateralmente con $L_p \leq L_b \leq L_r$, el pandeo lateral inelástico podría ocurrir en el elemento y se aplican los estados limites de fluencia y el pandeo lateral

Puesto que el pandeo lateral ocurre en elementos que flexa con respecto al eje mayor de inercia, no se debe aplicar el estado limite de pandeo lateral a elementos sometidos a flexión en el eje menor ni a elementos cuyas secciones son circulares o cuadradas; siendo para estos casos, aplicable solamente el estado limite de fluencia.

Para el caso del estado limite de pandeo lateral, se emplean las siguientes expresiones, las cuales son validas para secciones doblemente simétricas y secciones canales





Para $L_b \leq L_r$:

$$M_n = C_b \left[M_p - (M_p - M_r) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_p \quad (3.12)$$

Donde:

$$C_b = \frac{12.5M_{max}}{2.5M_{max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} \quad (3.13)$$

$$M_r = F_L S_x \quad (3.14)$$

Con

$$f_L \text{ Es el menor valor de } \begin{cases} f_{yf} - f_r \\ f_{yw} \end{cases} \quad (3.15)$$

$$L_r = \frac{r_y X_1}{f_L} \sqrt{1 + \sqrt{1 + X_2 f_L^2}} \quad (3.16)$$

Con

$$X_1 = \frac{\pi}{S_x} \sqrt{\frac{EGJA}{2}} \quad (3.17)$$

$$X_2 = 4 \frac{C_W}{I_y} \left(\frac{S_x}{GJ} \right)^2 \quad (3.18)$$

L_r es la máxima longitud lateral no arriostrada que limita la zona en donde se dará el pandeo lateral inelástico; r_y es el radio de giro del eje menor; S_x es el modulo resistente con respecto al eje mayor; A es el área de la sección recta; I_y es la inercia con respecto al eje menor; J es la constante de torsión; C_W es la constante de pandeo; F_{yf} y F_{yw} son las tensiones de fluencia de los aceros del patín y del alma, respectivamente; F_r es la tensión residual de compresión en el patín, y es igual a 10 Klb/pulg^2 para perfiles laminados y 16.5 Klb/pulg^2 para perfiles soldados; E y G son los módulos de elasticidad y de cortadura del acero, respectivamente ($E = 2900 \text{ Klb/pulg}^2$ y $G = 11200 \text{ Klb/pulg}^2$) C_b , Este termino es un coeficiente de momento que se incluye en las formulas para tomar en cuenta en cuenta el efecto de diferentes gradientes de momento sobre el pandeo torsional lateral.





El valor de C_b se determina con M_{Max} es el momento más grande en un segmento no soportado de una viga, en tanto que M_A, M_B, M_C , son, respectivamente, los momentos en el punto $1/4, 1/2, 3/4$ del segmento.

3.2.3.3 Zona III, pandeo elástico

Finalmente, si $L_b > L_r$, la sección se pandeara elásticamente antes de que se alcance el esfuerzo de fluencia en cualquier punto y quedaran en la **zona III**, al crecer esta longitud, el momento de pandeo se vuelve cada vez más pequeño. Al incrementar el momento, esta se deflexiona transversalmente mas y mas hasta que se alcance un valor critico para el momento M_{cr}

El momento critico o momento flexionante M_{cr} en una viga esta formado por la resistencia torcionante (llamada comúnmente torsión de St. Venant) mas la resistencia al alabeo de la sección.

En las especificaciones del LRFD, se presenta la ecuación clásica para determinar el momento de pandeo por flexo-torsión llamado M_{cr} esta es:

Para $L_b > L_r$:

$$\phi_b M_n = \phi_b M_{cr} \leq \phi_b M_p \quad (3.19)$$

$$M_{cr} = C_b \frac{\pi}{L_b} \sqrt{EI_y GJ + \left(\frac{\pi E}{L_b}\right)^2 I_y C_w} \quad (3.20)$$

O

$$M_{cr} = \frac{C_b S_x X_1 \sqrt{2}}{L_b / r_y} \sqrt{1 + \frac{X_1^2 X_2}{2(L_b / r_y)^2}} \quad (3.21)$$

En donde X_1, X_2 se pueden obtener de las ecuaciones (3.17) y (3.18).

La expresion (3.19) que se emplea para calcular el momento crítico elástico, asume que la carga esta aplicada en el eje centroidal de la viga. Si la carga se aplica en el patín superior no arriostrado (patín comprimido por flexión) se producirá un efecto



desestabilizador en el elemento ocasionando un momento crítico menor; por el contrario, si la carga actúa en el patín inferior no arriostrado (patín traccionada por flexión) se producirá un efecto estabilizador dando lugar a un momento crítico mayor.

Para la carga aplicada en el patín superior no arriostrada, el LRFD recomienda en el capítulo F de sus comentarios, usar un valor de X_2 igual a cero para estimar, conservadoramente el valor reducido del momento crítico elástico.

La figura 3.7 muestra la grafica de la variación del momento nominal M_n frente a la longitud L_b , en donde se aprecia, para el caso de una distribución de momento uniforme ($C_b = 1$), las tres zonas principales definidas por las longitudes L_p y L_r , la primera zona corresponde a la plastificación de la sección [expresión (3.9)] y se encuentra marcada por la longitud L_p ; la segunda zona corresponde al pandeo lateral inelástico, en donde la variación del M_n esta representado por una línea recta trazada entre los limites establecidos por L_p y L_r [expresión (3.12)] y la tercera zona corresponde al pandeo lateral elástico en donde M_n varia siguiendo la curva de momento crítico elástico [expresión (3.19)].

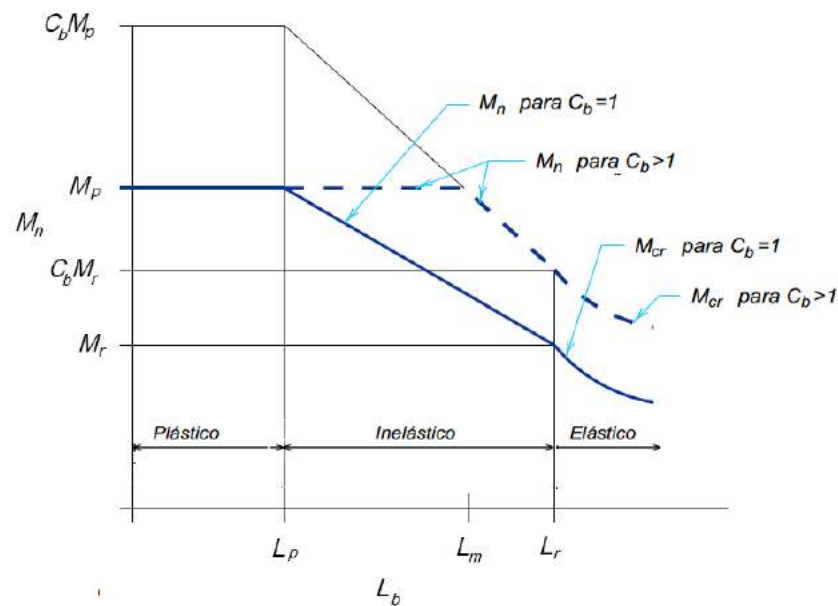


Figura 3. 7 Grafica de la variación de momento nominal M_n en función de la longitud lateral no arriostrada L_b



Para otras distribuciones de momento, M_n obtenida multiplicando el momento nominal correspondiente a la distribución del momento uniforme, por el factor C_b ; pero sin que M_n no debe superar el momento plástico M_p , De esta manera, se permite a M_n llegar al momento M_p cuando se tiene longitudes L_b mayores a L_p tal como se indica en la curva trazada con líneas discontinuas para $C_b > 1$.

3.2.4 Momentos de primer orden y segundo orden para elementos sometidos a flexo-compresión

Cuando una viga-columna esta sometida a momentos a lo largo de su longitud no soportada, ella se desplazara lateralmente en el plano de flexión. El resultado será un momento secundario o incrementado igual a la carga de compresión axial multiplicado por el desplazamiento lateral o excentricidad. En el calculo de este momento, se requiere la inclusión de efectos perjudiciales de segundo orden de compresión axial, los momentos $P\delta$ y $P\Delta$.

En la figura 3.8 podemos ver que el momento del miembro se incrementó una cantidad $P_U\delta$. Este momento ocasionará una deflexión lateral, y así sucesivamente hasta que se alcance el equilibrio.

Si un marco esta sujeto a ladeo, o sea que lo extremos de las columnas puedan moverse lateralmente entre si, aparecerán otros momentos secundarios adicionales. En la figura 3.9, el momento secundario producido por el ladeo es igual a $P_U\Delta$. Se supone por las especificaciones del LRFD que el momento es:



$$M_2 = M_{lt} + P_u \Delta \quad (3.22)$$

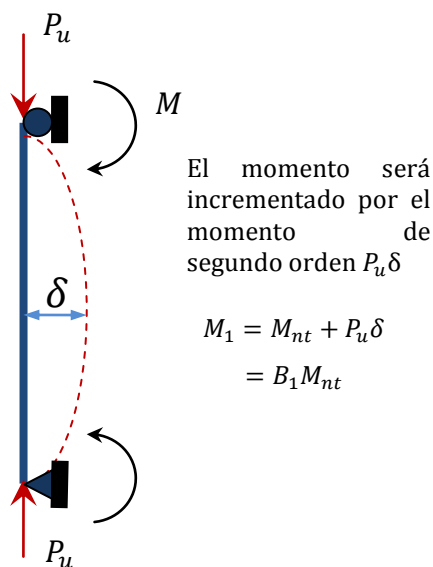


Figura 3. 8 Columna en un marco no arriostrado

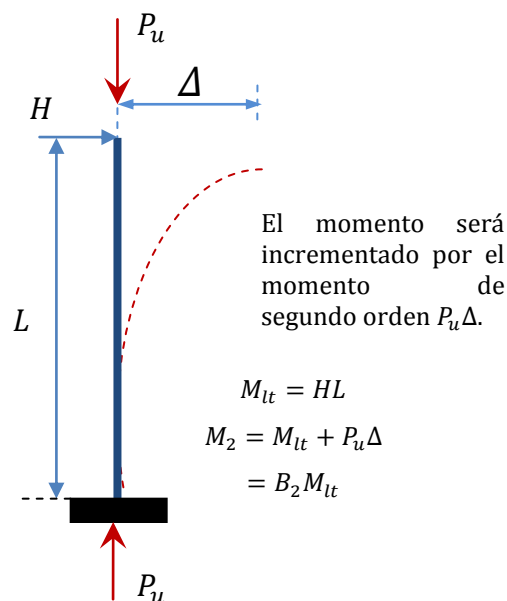


Figura 3. 9 Amplificación del momento de una columna arriostrada contra ladeo

La resistencia por flexión total requerida de un miembro debe ser igual por lo menos a la suma de los momentos de primer y segundo orden. Se dispone de varios métodos para determinar esta resistencia requerida.

Las especificaciones del LRFD establece que podemos 1) efectuar un análisis de segundo orden para de terminar la resistencia por carga máxima factorizada o 2) usar un análisis de primer orden y amplificar los momentos obtenidos con algunos factores de amplificación llamados B_1 y B_2 .

Si se efectúa un análisis de segundo orden, este debe de tomar en cuenta la interacción de los efectos de las cargas factorizada. Es decir, debemos considerar combinaciones de las cargas factorizada actuando al mismo tiempo.

En las especificaciones del LRFD capítulo C, indica que los momentos de segundo orden M_u , deben ser determinados haciendo dos análisis de primer orden en ambos



usando un análisis elástico, donde se analice un marco que se supone arriostrado de manera que no pueda ladearse (M_{nt}) y en el segundo se analizara de nuevo el marco, permitiéndole el ladeo (M_{lt}). En el primer análisis a los momentos se les conocen como M_{nt} y se multiplicaran por un factor de amplificación llamado B_1 para tomar en cuenta el efecto $P_U \delta$. En el segundo análisis a los momentos se les conoce como M_{lt} y se multiplicaran por un factor de amplificación llamado B_2 para tomar en cuenta el efecto $P_U \Delta$. El momento final en un miembro particular será:

$$M_u = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt} \quad (3.23)$$

Donde el factor B_1 se puede obtener de la expresión:

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{P_{e1}}} \geq 1 \quad (3.24)$$

Donde

$$P_{e1} = \frac{A_g F_y}{\lambda_c^2} \quad (3.25)$$

Con

$$\lambda_c = \left(\frac{KL}{r\pi} \right) \sqrt{\frac{F_y}{E}} \quad (3.26) \quad y \quad A_g = \frac{I}{r^2} \quad (3.27)$$

Sustituyendo estos valores en la expresión (3.25). I y KL se toman ambos en el plano de flexión determinado de acuerdo con las especificaciones del LRFD C2.1 para un marco arriostrado tenemos:

$$P_{e1} = \frac{\frac{I}{r^2} F_y}{\left(\left(\frac{KL}{r\pi} \right) \sqrt{\frac{F_y}{E}} \right)^2} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} \quad (3.28)$$

Siendo P_{e1} la carga crítica de Euler correspondiente al plano de flexión, y es calculada asumiendo que el elemento forma parte de un marco arriostrado lateralmente. Con esta suposición el LRFD recomienda que el factor de longitud efectiva de pandeo deba ser igual a la unidad.





Para el factor B_2 se tiene:

$$B_2 = \frac{1}{1 - \sum P_u \left(\frac{\Delta_{oh}}{\sum HL} \right)} \quad (3.29)$$

Ó

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{\sum P_{e2}}} \quad (3.30)$$

Donde Δ_{oh} es la deflexión lateral y h es la altura o distancia al nivel inferior; En la primera ecuación $\sum P_u$ representa la resistencia axial necesaria por todas las columnas del piso en cuestión Δ_{oh}/L corresponde al índice de ladeo del piso y $\sum H$ es la suma de todas las fuerzas horizontales de piso que produce Δ_{oh} .

El valor de P_{e2} es la resistencia del pandeo de Euler $\pi^2 EI / (KL)^2$ con k determinado en el plano de flexión para *marco no arriostrado*.

Los valores mostrados para $\sum P_u$ y $\sum P_{e2}$ son para todas las columnas del piso en cuestión. Esto se considera necesario porque el término B_2 se usa para amplificar los momentos de las columnas por ladeo. Para que el ladeo ocurra en una columna en particular, se requiere que todas las columnas del piso se ladeen simultáneamente. El valor $\sum H$ usado en la primera expresión B_2 representa la suma de las cargas laterales que actúan arriba del piso en consideración. Para calcular la razón $\Delta_{oh}/\sum H$ podemos usar cargas factorizadas o no factorizada.

En la figura 3.10 se muestra el procedimiento para determinar los momentos M_{nt} y M_{lt} . Las cargas verticales P_1, P_2, P_3 y las cargas horizontales V_1, V_2, V_3 actuando en un marco no arriostrado, son aplicadas, por separado, a los dos modelos de marcos indicados en dicha figura. En el primer modelo se aplican las cargas verticales del marco original y unas reacciones horizontales ficticias R_1, R_2, R_3 aplicadas a cada planta para arriostrar lateralmente al marco original; luego, se realiza un análisis de primer orden para determinar las reacciones horizontales ficticias y los momentos M_{nt} de cada elemento del marco. Posteriormente, en el



segundo modelo, correspondiente al marco no arriostrado lateralmente, se aplican las cargas horizontales del marco original y, en sentido contrario, las reacciones horizontales ficticias. Los momentos M_{lt} de cada elemento también son obtenidos al realizar un análisis de primer orden

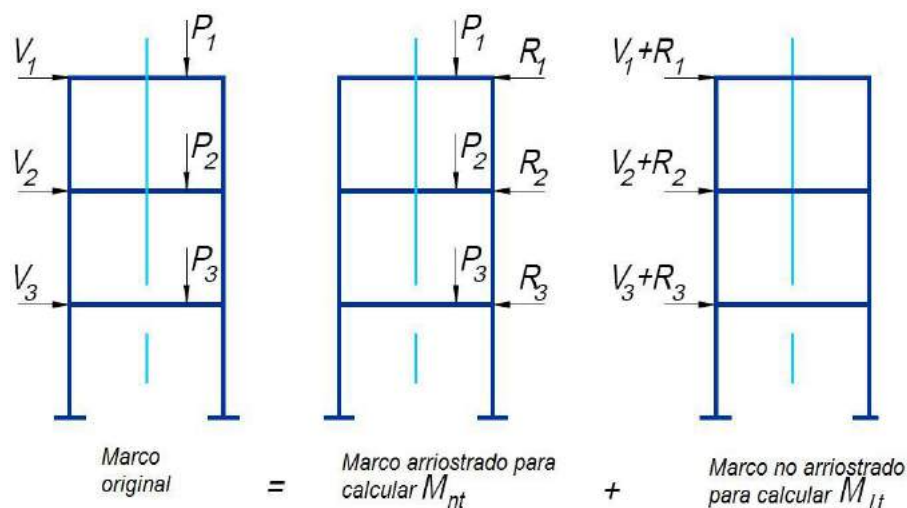


Figura 3. 10 Modelos de marcos para determinar los momentos M_{nt} y M_{lt}

Para el caso de un elemento que forma parte de un marco arriostrado, el valor del momento M_{lt} sería igual a cero; mientras que, el valor del momento M_{nt} sería obtenido por un análisis de primer orden realizado en el marco arriostrado (marco original).

Una vez obtenidos los valores B_1, B_2, M_{nt} y M_{lt} se utiliza la ecuación (3.23) Para determinar el momento máximo de segundo orden M_u que se produce en el elemento.

Estos factores son teóricamente aplicables cuando las conexiones están totalmente restringidas o cuando ellas no están restringidas en lo absoluto.

La ecuación 3.23 a menudo da como resultado un estimado conservador del momento máximo de segundo orden en la viga-columna. Esto se debe a que el momento amplificado resultante del efecto $P\delta$ (el termino $B_1 M_{nt}$) y el momento



amplificador resultante del efecto $P\Delta$ (el término B_2M_{lt}) no suelen presentarse en la misma sección. El efecto $P\Delta$ siempre magnifica los momentos de extremos. El momento máximo elástico de no traslación de segundo orden, B_1M_{nt} , podría ocurrir dentro de la longitud del miembro, como lo evidencia el hecho de que el parámetro B_1 es mayor que 1. En efecto a medida que la fuerza axial aumenta o que el miembro se vuelva más esbelto, hay una mayor probabilidad de que el momento B_1M_{nt} no ocurra en el extremo del miembro.

3.2.5 Factor C_m

En la sección 3.2.4 se trató el tema de la amplificación de momentos debido a las deflexiones laterales y se presentaron los valores B_1 , B_2 , con los que se pueden estimar los incrementos de los momentos. En la expresión para B_1 se incluyó un término C_m llamado factor de modificación. El factor B_1 de amplificación fue desarrollado para el máximo desplazamiento lateral posible. En muchas ocasiones del desplazamiento no es tan grande y B_1 sobre amplifica el momento de la columna y en consecuencia el momento tiene que ser reducido con el factor C_m . El propósito del factor de modificación es cambiar o reducir el momento amplificado cuando la variación de los elementos en la columna es tal que B_1 (factor de amplificación) resulta demasiado grande.

Los factores de modificación se basan en la restricción rotacional en los extremos del miembro y en los gradientes de momentos en los miembros. En las especificaciones C1 del LRFD incluye dos categorías de C_m .

En la categoría 1, los miembros están impedidos de traslación en sus juntas o ladeo y no están sujetas a cargas transversales entre sus extremos. Para esos miembros el factor de modificación está basado en un análisis de primer orden.

$$C_m = 0.6 - 0.4 \frac{M_1}{M_2} \quad (3.31)$$



En donde M_1/M_2 es la relación del menor al mayor momento en los extremos de la longitud sin soporte lateral en el plano de flexión que se está considerando. La relación es negativa si los momentos general curvatura simple en el miembro y positiva si generan curvatura doble en él.

La categoría 2 se aplica a miembros sujetos a carga transversales entre sus nudos y que están soportados contra traslaciones de sus nudos en el plano de carga.

Las especificaciones del LRFD estipula que el valor C_m debe tomarse como:

- Para miembros con extremos restringidos $C_m = 0.85$
- Para miembros con extremos no restringidos $C_m = 1.0$

Los valores para C_m para la categoría 2 pueden determinarse de los valores en la tabla 3.4 que es una reproducción de la tabla C-C1.1 de las especificaciones del LRFD.

En las expresiones dadas en la tabla 3.5. P_u , es la carga axial factorizada de la columna P_{e1} , es la carga de pandeo elástico para una columna arriostrada para el eje respecto al cual la flexión está siendo considerada.

$$P_{e1} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} \quad (3.32)$$

Caso	ψ	C_m	Caso	ψ	C_m
	0	1.0		-0.2	$1 - 0.2 \frac{P_u}{P_{e1}}$
	-0.4	$1 - 0.4 \frac{P_u}{P_{e1}}$		-0.3	$1 - 0.3 \frac{P_u}{P_{e1}}$
	-0.4	$1 - 0.4 \frac{P_u}{P_{e1}}$		-0.2	$1 - 0.2 \frac{P_u}{P_{e1}}$

Tabla 3. 5 Factores de modificación para vigas–columnas sujetas a cargas transversales entre sus apoyos



3.2.6 Momento crítico elástico a pandeo lateral M_{cr}

En el AISC LRFD definen al momento crítico elástico de pandeo lateral como:

$$M_{cr} = C_b \frac{\pi}{L_b} \sqrt{EI_y GJ + \left(\frac{\pi E}{L_b}\right)^2 I_y C_w}$$

Donde L_b es la longitud de pandeo lateral y C_b es el factor de momento uniforme equivalente, G es el modulo de elasticidad por cortante del acero e igual a 11200 ksi, J es una constante de torsión (pulg^4) y C_w es la constante de pandeo (pulg^6). Los valores de J y C_w se presentan en la tabla de *Torsion Properties* (propiedades de la torsión) en la primera parte del Manual LRFD para secciones laminadas.

Esta expresión es aplicable a miembros con sección I compactas con doble simetría, a canales cargadas en el plano de sus almas y a secciones I de simetría simple con sus patines de compresión mayores que los de tensión. En las secciones F1.1.2.2b y F1.1.2c de las especificaciones del LRFD se presentan también expresiones para M_{cr} en el intervalo elástico para otras secciones como la rectangular sólida, la sección en cajón la sección T y la sección de doble ángulo.

No es posible que ocurra el pandeo lateral torcionante si el momento de inercia de la sección respecto al eje de flexión es igual o menor que el momento de inercia fuera del plano. En consecuencia, el estado limite de pandeo lateral torcionante no es aplicable a perfiles flexionados respecto a sus ejes menores, ni a perfiles con $I_x \leq I_y$, ni a perfiles circulares o cuadrados. Además la fluencia rige si la sección es no compacta.

El C_b puede obtenerse a partir de la siguiente expresión la cual es aplicable a cualquier distribución de momento. Con referencia a la Fig. 3.11 el factor de momento uniforme equivalente es igual a:



$$C_b = \frac{12.5M_{max}}{2.5M_{max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C}$$

Donde M_{max} es el momento más grande en un segmento no soportado de una viga, en tanto que M_A, M_B y M_C son, respectivamente, los momentos en los puntos $1/4, 1/2$ y $3/4$ del segmento, todos estos valores son absolutos, es decir, positivos sin considerar el signo de los momentos flectores

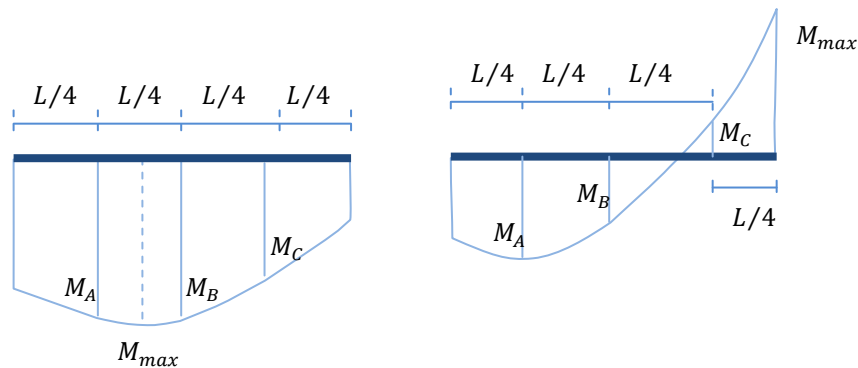


Figura 3. 11 Valores de momento

3.2.7 Resistencia de “VIGAS-COLUMNAS”

En las especificaciones del LRFD en la sección H se dan las siguientes ecuaciones de interacción para perfiles simétricos sujetos simultáneamente a flexión y a tensión axial. Esas ecuaciones también se aplican a miembros sujetos a flexión y a compresión axial.

$$Si \quad \frac{P_u}{\phi_c P_n} > 0.2$$

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1.0 \quad (3.33)$$

$$Si \quad \frac{P_u}{\phi_c P_n} < 0.2$$

$$\frac{P_u}{2\phi_c P_n} + \left(\frac{M_{ux}}{f_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1.0 \quad (3.34)$$

Estos términos se han definido previamente P_u es la resistencia requerida a compresión; M_u son las resistencias requeridas a flexión e incluyendo los efectos del momentos de segundo orden (apartado 3.2.4); P_n y M_n son las resistencias nominales a compresión y a flexión (apartado 3.2.1 y 3.2.3), respectivamente; ϕ_c y ϕ_b son los factores de resistencia a compresión y a flexión, respectivamente, cuyos valores son 0.85 y 0.90, respectivamente.

En el LRFD estas ecuaciones de interacción son describen una curva bi-lineal (figura 3.12) de resistencia y toman en cuenta todos los estados limites últimos de un elemento flexo-comprimido como son la resistencia “en plano” de los elementos que flecta con respecto a su eje fuerte o eje débil, la resistencia de sus elementos que flecta con respecto a su eje fuerte y la resistencia espacial de los elementos sometidos a una combinación de esfuerzo axial de compresión y flexión bi-axial. También son validas para la flexión uni-axial es decir, cuando $M_{ux} = 0$ ó $M_{uy} = 0$.

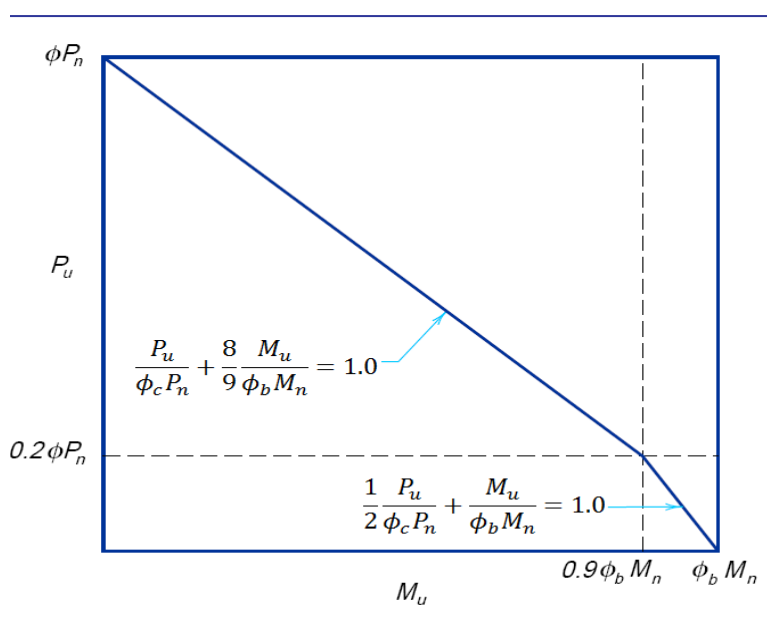


Figura 3. 12 Interacción entre la fuerza axial de compresión y el momento

Una de las ventajas de estas ecuaciones de interacción es que son aplicables a “vigas–columna” de marcos arriostrados y no arriostrados. Otra de las ventajas de las ecuaciones de interacción del LRFD es que se evita la necesidad de evaluar por



separado los estados limites últimos, especialmente en los casos donde el factor C_m es menor a la unidad, si se mantiene el valor del efecto de segundo orden B_1 , por encima de la unidad (expresión 3.24)

3.2.8 Resistencia a esfuerzo cortante

Para completar el proceso de diseño de una “viga-columna” se debe comprobar que los esfuerzos cortantes producidos por una distribución de momentos no superen la resistencia cortante de la sección. Esta comprobación estructural es más importante en elementos de tramos cortos y en aquellos que soportan cargas concentradas.

En el LRFD en el apéndice G3 de sus especificaciones se propone unas expresiones para el diseño por fuerza cortante con campo de acción de tensión:

$$a) \text{ Para } \frac{h}{t_w} \leq 187 \sqrt{\frac{k_v}{F_{yw}}} \quad V_n = 0.6A_w F_{yw} \quad (3.35)$$

$$b) \text{ Para } \frac{h}{t_w} > 187 \sqrt{\frac{K_V}{f_{yw}}}: \quad V_n = 0.6A_w F_{yw} \left(C_v + \frac{1 - C_v}{1.15\sqrt{1 + (a/h)^2}} \right) \quad (3.36)$$

Donde C_v es el radio de tensión crítica del alma, de acuerdo con la teoría de pandeo, V_n es la resistencia nominal cortante, h es, para perfiles laminados la distancia entre patines menos los radios del acuerdo entre patín y alma, y es para secciones soldadas, la distancia entre patines, t_w , es el espesor del alma; A_w es el área del alma en pulgadas cuadradas, que debe ser calculando multiplicando todo el canto del perfil por el espesor del alma. F_{yw} , es la tensión de fluencia del alma en $klb/pulg^2$ es el coeficiente de pandeo del alma, que se determina de la siguiente manera:

$$k_v = 5 + \frac{5}{(a/h)^2} \quad (3.37)$$





salvo que se tomara $K_V = 5$ cuando $a/h > 3$ ó $a/h > [260/(h/t_w)]^2$

Siendo a la distancia entre rigidizadores transversales. Para perfiles con alma no rigidizadas se debe tomar $K_V = 5$

El coeficiente C_v se determina:

$$a) \text{ para } 187 \sqrt{\frac{k_v}{F_{yw}}} \leq \frac{h}{t_w} \leq 234 \sqrt{\frac{k_v}{F_{yw}}}: \quad C_v = \frac{187 \sqrt{k_v/F_{yw}}}{h/t_w} \quad (3.38)$$

$$b) \text{ Para } \frac{h}{t_w} > 234 \sqrt{\frac{k_v}{F_{yw}}}: \quad C_v = \frac{44,000 k_v}{(h/t_w)^2 F_{yw}} \quad (3.39)$$

3.2.9 Ecuaciones alternativas para el diseño de “vigas-columnas” a las de interacciones

El LRFD en el apéndice H de sus especificaciones propone ecuaciones alternativas para las fórmulas de interacción (3.33) y (3.34), plantea usar dos ecuaciones no lineales, que solo son usadas para elementos de marco arriostrado, estas ecuaciones son menos conservadoras que las fórmulas de interacción bi-lineal, especialmente en los casos en donde las “vigas-columnas” son cargadas espacialmente; estas ecuaciones son la (2.9) y (2.15) fueron indicadas en los apartados 2.7.6.1 y 2.7.6.2, y son empleadas para controlar el estado limite de fluencia y para controlar la estabilidad estructural del elemento respectivamente.

3.2.10 Diseño preliminar de vigas-columnas: arriostradas y sin arriostrar

El diseño de vigas-columnas implica el uso de un procedimiento de tanteos. Se selección una sección de prueba y luego se revisa con la ecuación apropiada de interacción. Si la sección no satisface la ecuación o si esta sobre diseñada, se escoge otra sección y se aplica otra vez la ecuación de interacción. El objetivo de lo





que resta de esta sección es mostrar como escoger desde el principio una sección más o menos adecuada.

El método usado para escoger secciones que resistan momento y carga axial es el “Método de la carga axial equivalente o de la carga axial efectiva” En este método, la carga axial (P_u) y el momento flexionante (M_{ux} y/o M_{uy}) se reemplazan por una carga concéntrica ficticia P_{ueq} equivalente a la carga axial real de diseño mas el momento de diseño.

Por medio de ecuaciones se convierte el momento flexionante en una carga axial equivalente P'_u que se suma a la carga axial real de diseño P_u . El total de $P'_u + P_u$ es la carga axial equivalente o efectiva P_{ueq} y se usa para adoptar las tablas de columnas del Manual LRFD para escoger una sección de prueba. En la ecuación para P_{ueq} que siga, m es un factor dado en la tabla 3.6 y que es la tabla 3.2 en la parte 3 del manual LRFD.

$$P_{ueq} = P_u + M_{ux}m + M_{uy}mu \quad (3.40)$$

Para aplicar esta expresión se toma un valor de m de la sección de primera aproximación de la tabla 3.6 y u se supone igual a 2. Al implicar la ecuación los momentos M_{ux} y M_{uy} deben estar en $klb - pie$ De la ecuación se despeja P_{ueq} y se selecciona para esa carga, una columna de las tablas para columnas cargadas concéntricas luego se despeja nuevamente P_{ueq} usando un valor revisado de m de la parte de aproximaciones subsecuentes de la tabla y el valor de u se toma de las tablas para columnas para la columna seleccionada inicialmente. Se selecciona otro perfil y el proceso se continua hasta que m y u se estabilizan(es decir hasta que el tamaño de la columna seleccionada no cambie)





Diseño Preliminar de "Vigas-columna" $F_y = 36 \text{ ksi}, F_y = 50 \text{ ksi}$														
Valores de m														
F_y	36 ksi							50 ksi						
$KL \text{ (ft)}$	10	12	14	16	18	20	22 and over	10	12	14	16	18	20	22 and over
1st Aproximación														
Todas las formas	2.0	1.9	1.8	1.7	1.6	1.5	1.3	1.9	1.8	1.7	1.6	1.4	1.3	1.2
Subsecuente aproximación														
W4	3.1	2.3	1.7	1.4	1.1	1.0	0.8	2.4	1.8	1.4	1.1	1.0	0.9	0.8
W6	3.2	2.7	2.1	1.7	1.4	1.2	1.0	2.8	2.2	1.7	1.4	1.1	1.0	0.9
W8	2.8	2.5	2.1	1.8	1.5	1.3	1.1	2.5	2.2	1.8	1.5	1.3	1.2	1.1
W8	2.5	2.3	2.2	2.0	1.8	1.6	1.4	2.4	2.2	2.0	1.7	1.5	1.3	1.2
W10	2.1	2.0	1.9	1.8	1.7	1.6	1.4	2.0	1.9	1.8	1.7	1.5	1.4	1.3
W12	1.7	1.7	1.6	1.5	1.5	1.4	1.3	1.7	1.6	1.5	1.5	1.4	1.3	1.2
W14	1.5	1.5	1.4	1.4	1.3	1.3	1.2	1.5	1.4	1.4	1.3	1.3	1.2	1.2

This table is from a paper in AISC *Engineering Journal* by **Uang, Wattar, and Leet (1990)**.

Tabla 3. 6 Diseño preliminar de "vigas-columnas"

Por último es necesaria revisar la columna de prueba con la apropiada ecuación de interacción dadas en las expresiones 3.33 o 3.34. La ecuación de la carga axial equivalente muestra secciones que resultan conservadoras. Por esta razón el proyectista puede escoger una sección con el método de la carga axial equivalente y luego usar la ecuación de interacción en una sección uno o dos tamaños más pequeña.

La aplicación de esta ecuación dan resultados económicos en el diseño de vigas-columnas a menos que el momento sea muy grande en comparación con la carga axial. En estos casos, los miembros seleccionados serán capaces de soportar las cargas y momentos, pero pueden resultar antieconómicos.

3.3 Diseño estructural del EC3

3.3.1 Analisis global

El EC3 (2005), recomienda en sus apartados 5.2 un análisis global tomando en consideración, los efectos de la geometría deformada de la estructura, la verificación





de la estabilidad global de los marcos o de los elementos individuales, considerando las imperfecciones y los efectos de segundo orden:

En el apartado 5.2.1 se recomienda considerar los efectos de la geometría deformada:

En general las solicitaciones en las estructuras pueden ser obtenidas por uno de los métodos siguientes:

- Análisis en primer orden, utilizando la geometría inicial de la estructura
- Análisis en segundo orden: tomando en consideración la influencia de la deformación de la estructura

Puede utilizarse el análisis de la estructura en segundo orden, cuando aumentan los efectos de las acciones o modifica la respuesta estructural global de forma significativa.

Para el análisis de primer orden puede utilizarse cuando las deformaciones tienen una incidencia despreciable, tanto como en el incremento de las solicitaciones, como sobre el comportamiento estructural general. Dicha condición puede suponerse satisfactoria si se cumple:

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} > 10 \quad \text{para análisis elástico}$$

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} > 15 \quad \text{para análisis plástico}$$

En donde α_{cr} es el coeficiente por el que resulta necesario multiplicar las cargas de cálculo para provocar la inestabilidad elástica del modo de pandeo global de la estructura; F_{Ed} es la carga de cálculo actuando sobre la estructura, en la hipótesis de la carga considerada; F_{cr} es la carga crítica de inestabilidad elástica para el pandeo de la estructura según un modo global, calculado con las rigideces elásticas iniciales, para la hipótesis de carga considerada.





Si de acuerdo con lo anterior, debe considerarse la influencia de la deformación de la estructura en la verificación de la estabilidad global, debería aplicarse el procedimiento descrito en el apartado 5.2.2 del EC3 (2005) el cual recomiende uno de los tres procedimientos descritos a continuación.

El primero consiste en realizar un análisis global de todo el marco, considerando los efectos de segundo orden $(P - \Delta)$ y $(P - \delta)$, las imperfecciones del marco traslacional y las imperfecciones de cada elemento. Con este procedimiento solo se requiere verificar la resistencia de la sección más solicitada.

El segundo procedimiento permite realizar un análisis global de todo el marco, considerando parcialmente los efectos de segundo orden $(P - \delta)$ y las imperfecciones de los elementos no son tomados en cuenta en el análisis global, la estabilidad de cada elemento deberá ser verificado. Para llevar a cabo esta verificación el EC3 (2005) permite emplear una longitud de pandeo igual a la longitud del elemento, siempre que los esfuerzos de los extremos del elemento, los cuales son obtenidos de un análisis global de la estructura, incluyan los efectos globales de segundo orden $(P - \Delta)$ y la imperfección global del marco. Adicionalmente a esta verificación de la estabilidad, es necesario verificar también la resistencia de la sección en los extremos del elemento.

El tercer procedimiento propone emplear el método de la columna equivalente para evaluar la estabilidad del marco y de los elementos estructurales. Este método implica que el valor de la longitud de pandeo correspondiente a cada elemento, debe ser calculado acorde con el modo de pandeo global del marco, en donde se considera el comportamiento rígido de los elementos y de las uniones, la presencia de las rotulas plásticas y la distribución de las fuerzas de compresión producidas por las cargas de diseño. Con este procedimiento, los esfuerzos internos que deben ser usados tanto en la verificación de la estabilidad de los elementos, son calculados acorde con la teoría de primer orden sin considerar las imperfecciones.





3.3.1.1 Imperfecciones en el análisis global de la estructura

Los efectos de las imperfecciones deben ser considerarse de manera apropiada de acuerdo al EC3 (2005) en su apartado 5.3, donde se incluyen las tensiones residuales y las imperfecciones geométricas, tales como verticalidad y alineación en la estructura.

La geometría del modelo de cálculo deberá ser el resultado de incorporar a la geometría teórica de la estructura, las imperfecciones geométricas equivalentes, establecidas de forma que produzcan los efectos más desfavorables. En general, es necesario estudiar la posibilidad de pandeo global de la estructura en su plano y fuera de él, aunque de forma no simultánea.

Para obtener las imperfecciones laterales globales equivalentes de un marco estructural figura 3.13, el EC3 (2005) en el apartado 5.3.2, se considera un desplome lineal en altura dado por:

$$\phi = \frac{\alpha_h \alpha_m}{200} \quad (3.41)$$

Con

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} \quad \text{pero} \quad \frac{2}{3} \leq \alpha_h \leq 1.0 \quad (3.42)$$

$$\alpha_m = \sqrt{0.5 \left(1 + \frac{1}{m}\right)} \quad (3.43)$$

Donde h es la altura en metros de toda la estructura; y m es el número de columnas por piso incluyendo solamente las columnas que llevan una carga N_{Ed} superior al 50% de la media.



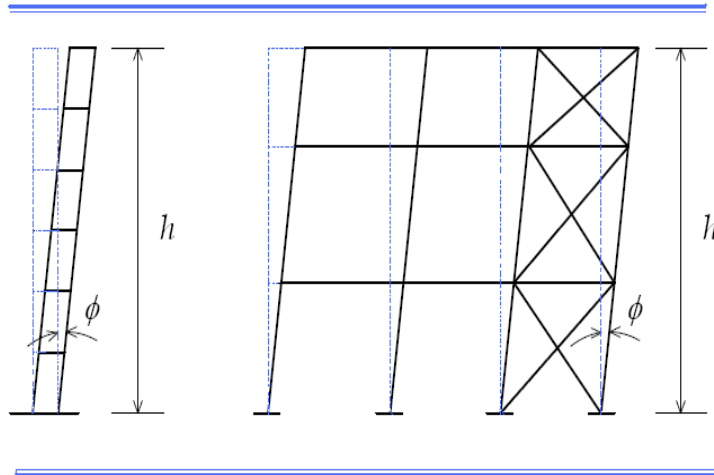


Figura 3. 13 Imperfección en marcos

En el análisis de la inestabilidad global de las estructuras traslacionales, deberá ser considerada, además de la imperfección global de la estructura asociada al desplome, la influencia de las imperfecciones a nivel local de las barras cuando éstas sean esbeltas y se cumplan las dos condiciones siguientes:

1. Que al menos uno de los dos nudos extremos del elemento no se pueda considerar como articulado.
2. Que su esbeltez adimensional, en el plano de pandeo considerado, calculada como barra biarticulada en sus extremos, sea tal que:

$$\lambda > 0.5 \sqrt{\frac{Af_y}{N_{Ed}}} \quad (3.44)$$

Esta condición equivale a que el axial cálculo del elemento, N_{Ed} para la hipótesis de carga analizada sea superior al 25% de su carga crítica de Euler N_{cr} .

En dichos casos puede adoptarse una curvatura inicial equivalente en los elementos comprimidos afectados, con forma parabólica de segundo grado y una flecha máxima e_0 .

La imperfección a nivel elemento tiene una forma sinusoidal, y su amplitud e_0 depende de las curvas de pandeo, del tipo de análisis estructural a realizar y de la longitud del elemento (tabla 3.7).

Curva de pandeo acorde a Tabla 2.5	Análisis elástico	Análisis plástico
	e_0	e_0
a_0	$L/350$	$L/300$
a	$L/300$	$L/250$
b	$L/250$	$L/200$
c	$L/200$	$L/150$
d	$L/150$	$L/100$

Tabla 3. 7 Imperfecciones en los elementos

Los efectos de las imperfecciones laterales globales y de las curvaturas iniciales en los elementos comprimidos pueden asimilarse a unos sistemas de fuerzas horizontales equivalentes figura 3.14, proporcionales a las cargas verticales aplicadas en la hipótesis de carga correspondiente, y estimadas como sigue para cada elemento:

- Para el caso de defectos iniciales de desplome de elementos comprimidos:

$$H_{td} = \phi N_{Ed}$$

- Para curvaturas iniciales en piezas comprimidas cuando haya que considerarlas:

$$q_{td} = \frac{8N_{Ed}e_{0,d}}{L^2}; \quad H_{td} = \frac{4N_{Ed}e_{0,d}}{L}$$

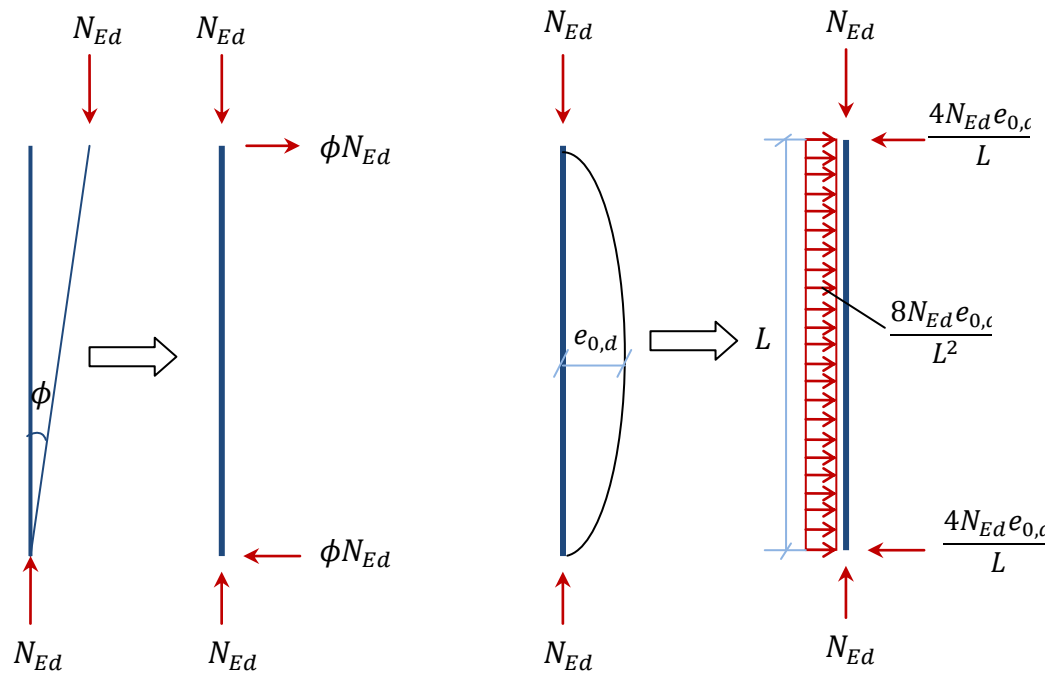


Figura 3. 14 Sistemas de fuerzas horizontales equivalentes

3.3.2 Diseño para la Resistencia a compresión pura

En el apartado 6.2.4 del EC3 (2005), El valor de cálculo del esfuerzo axial de compresión N_{Ed} es cada sección transversal debe cumplir:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} \leq 1 \quad (3.45)$$

En el apartado 6.3.1.1 del EC3 (2005), Un elemento comprimido deberá ser comprobado frente a pandeo como sigue:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1 \quad (3.46)$$

La resistencia de cálculo de la sección transversal para un esfuerzo axial de compresión $N_{c,Rd}$ debe calcularse con la expresión 3.51 y es valida para secciones transversales de Clase 1,2 ó 3.

Para determinar el máximo valor de N_{Ed} que puede soportar el elemento,

$$N_{Ed \max} = \chi A f_y \quad (3.47)$$

El factor χ de la expresión (3.47) se obtiene:

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \quad \text{pero} \quad \chi \leq 1 \quad (3.48)$$

Con

$$\phi = 0.5[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2] \quad (3.49)$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr}}} \quad ; \quad \text{Con} \quad N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (3.50)$$

La resistencia de un elemento sometido a compresión axial pura es determinada con las siguientes expresiones las cuales son validas para secciones de Clase 1, 2 y 3:

Para la resistencia de la sección

$$N_{c,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}} \quad (3.51)$$

Para la resistencia al pandeo:

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} \quad (3.52)$$

Donde γ_{M0} y γ_{M1} son los factores de seguridad parcial tanto para a resistencia de la sección como para la resistencia al pandeo respectivamente, y son mayores o iguales a la unidad el EC3 (2005) recomienda utilizar $\gamma_{M0} = 1$ y $\gamma_{M1} = 1$.

El factor χ de la expresión 3.52 tiene la función de reducir la resistencia plástica $A f_y$ debido a la aparición del pandeo de flexión y es siempre menor o igual a la unidad. Este factor depende de la esbeltez adimensional $\bar{\lambda}$ y del factor de imperfección α , que a su vez depende de las curvas de pandeo.

Curva de pandeo	α_0	a	b	c	d
Factor de imperfección α	0.13	0.21	0.34	0.49	0.76

Tabla 3. 8 Factores de imperfección para curvas de pandeo



La figura 3.15 presenta las cinco curvas de pandeo del EC3 (2005) a_0 , a , b , c y d . La curva a_0 solo se emplea en algunas secciones conformadas con acero de alta resistencia; la curva d se emplea en perfiles H laminados cuando el espesor del patín es mayor a 100 mm, o en perfiles I soldados cuando el espesor del patín es mayor a 40 mm.

Para una esbeltez adimensional $\bar{\lambda}$ menor o igual a 0.2, no habrá reducción de la resistencia plástica de la sección puesto que las curvas de pandeo del EC3 dan un factor χ igual a 1 en este caso, el pandeo no se producirá en el elemento, y por lo tanto la resistencia de este elemento quedaría determinado al calcular la resistencia de este elemento de la sección (expresión 3.52)

Curvas de pandeo											
$\bar{\lambda}$	a_0	a	b	c	d	$\bar{\lambda}$	a_0	a	b	c	d
0.2	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.7	0.3150	0.2994	0.2781	0.2577	0.2289
0.3	0.9859	0.9775	0.9641	0.9491	0.9235	1.8	0.2833	0.2702	0.2521	0.2345	0.2093
0.4	0.9701	0.9528	0.9262	0.8973	0.8504	1.9	0.2559	0.2449	0.2294	0.2141	0.1920
0.5	0.9513	0.9243	0.8842	0.8430	0.7793	2.0	0.2323	0.2229	0.2095	0.1962	0.1766
0.6	0.9276	0.8900	0.8371	0.7854	0.7100	2.1	0.2117	0.2036	0.1920	0.1803	0.1630
0.7	0.8961	0.8477	0.7837	0.7247	0.6431	2.2	0.1937	0.1867	0.1765	0.1662	0.1508
0.8	0.8533	0.7957	0.7245	0.6622	0.5797	2.3	0.1779	0.1717	0.1628	0.1537	0.1399
0.9	0.7961	0.7339	0.6612	0.5998	0.5208	2.4	0.1639	0.1585	0.1506	0.1425	0.1302
1.0	0.7253	0.6656	0.5970	0.5399	0.4671	2.5	0.1515	0.1467	0.1397	0.1325	0.1214
1.1	0.6482	0.5960	0.5332	0.4842	0.4189	2.6	0.1404	0.1362	0.1299	0.1234	0.1134
1.2	0.5732	0.5300	0.4781	0.4338	0.3762	2.7	0.1305	0.1267	0.1211	0.1153	0.1062
1.3	0.5053	0.4703	0.4269	0.3888	0.3385	2.8	0.1216	0.1182	0.1132	0.1079	0.0997
1.4	0.4461	0.4179	0.3817	0.3492	0.3055	2.9	0.1136	0.1105	0.1060	0.1012	0.0937
1.5	0.3953	0.3724	0.3422	0.3145	0.2766	3.0	0.1063	0.1036	0.0994	0.0951	0.0882
1.6	0.3520	0.3332	0.3079	0.2842	0.2512						

Tabla 3. 9 Valores de las curvas de pandeo (EC3)



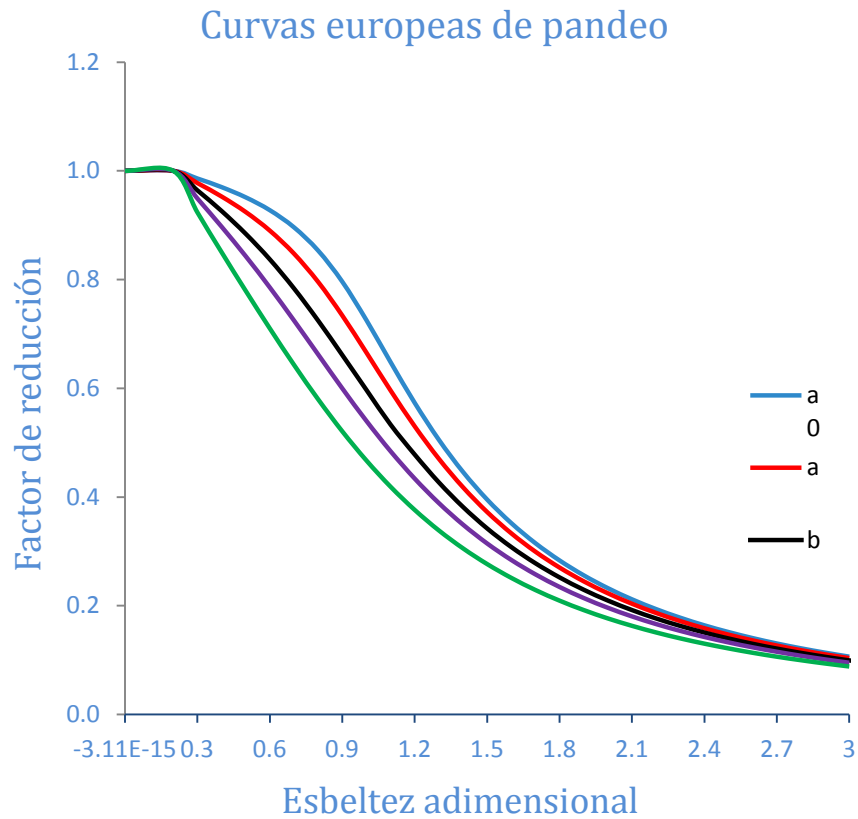


Figura 3. 15 Curvas europeas de pandeo EC3

Para calcular la resistencia al pandeo de un elemento comprimido, primero se determina, usando la tabla 3.10, La curva de pandeo que le corresponde a la sección recta; luego, se determina el factor de imperfección α con la tabla 3.8; posteriormente, se calculan la esbeltez adimensional [expresión (3.50)] y el factor χ [expresión (3.48)] o (fig. 3.14) por ultimo, se calcula la resistencia $N_{b,Rd}$ con la expresión 3.52. La resistencia del elemento sería igual a la menor de las resistencias $N_{c,Rd}$ y $N_{b,Rd}$. Este procedimiento también es valido cuando el pandeo torsional o pandeo flexo-torsional predomina en el elemento; en este caso la carga N_{cr} de la expresión 3.50 será reemplazada por la carga crítica del pandeo predominante y el factor de imperfección α será determinado de las tablas 3.8 y 3.10, usando la curva de pandeo del eje $z - z$.

Tipo de sección	Límites	Pandeo sobre el eje	Curvas de pandeo			
			S235 S355	S420 S275	S460	S420
Sección doble T laminada 	$h/b > 1.2:$ $t_f \leq 40mm$ $40mm < t_f \leq 100mm$	y-y	a	a ₀	a	
		z-z	b	a ₀	a	
		y-y	b	a	b	
		z-z	c	a	b	
	$h/b \leq 1.2:$ $t_f \leq 100mm$ $t_f > 100mm$	y-y	b	a	b	
		z-z	c	a	b	
Sección doble T soldada 	$t_f \leq 40mm$	y-y	b	b	b	
	z-z	c	c	c		
$t_f > 40mm$	y-y	c	c	c		
	z-z	d	d	d		
Secciones huecas 	laminada en caliente	cualquiera	a	a	a	
	conformada en frío utilizando f_{yb}^*	cualquiera	b	b	b	
	conformada en frío utilizando f_{ya}^*	cualquiera	c	c	c	
Secciones de cajón soldadas 	En general	cualquiera	b	b	b	
	Soldadura gruesa y $b/t_f < 30$ $h/t_w < 30$	y-y	c	c	c	
		z-z	c	c	c	
	Secciones en U, T y macizas 	Cualquiera	c	c	c	

Tabla 3. 10 Determinación de curva de pandeo

3.3.3 Diseño para la Resistencia a flexión pura

En el apartado 6.2.5 del EC3 (2005), El valor de cálculo del momento flector M_{Ed} en cada sección transversal debe cumplir:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} \leq 1 \quad (3.53)$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1 \quad ; \text{ comprobado frente a pandeo lateral} \quad (3.54)$$



Para determinar el máximo valor que puede alcanzar al momento aplicado $M_{y,Ed}$ antes de que suceda el pandeo lateral.

$$M_{y,Ed \max} = \chi_{LT} W_{el,y} f_y \quad (3.55)$$

Se puede escribir la siguiente ecuación sencilla para evaluar el estado límite de pandeo, con la expresión anterior.

$$\frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} W_{el,y} f_y} \leq 1 \quad (3.56)$$

La resistencia de cálculo a flexión alrededor de un eje principal de una sección transversal se determina como sigue:

Para la resistencia de la sección:
$$M_{c,Rd} = \frac{W_y f_y}{\gamma_{M0}} \quad (3.57)$$

Para la resistencia al pandeo:
$$M_{b,Rd} = \frac{\chi_{LT} W_y f_y}{\gamma_{M1}} \quad (3.58)$$

Donde W_y es el modulo de resistencia de las sección, si la sección es de Clase 1 ó 2 será plástica, si la sección es de Clase 3 será elástico.

3.3.3.1 Coeficiente del pandeo lateral

Expresiones validas para secciones I laminadas y soldadas equivalentes:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - 0.75 \bar{\lambda}_{LT}^2}} \text{ pero } \chi_{LT} \leq 1, \chi_{LT} \leq \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \quad (3.59)$$

Con
$$\phi_{LT} = 0.5 [1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0.4) + 0.75 \bar{\lambda}_{LT}^2] \quad (3.60)$$

Usando la definición de la esbeltez adimencional:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}} \quad (3.61)$$

Con estas ecuaciones, se reduce la resistencia plástica a flexión cuando los valores de esbeltez adimencional $\bar{\lambda}_{LT}$ son mayores a 0.4



Para determinar el factor de imperfección α_{LT} , que se muestran en la tabla 3.11 se propone el uso de tres curvas de pandeo tabla 3.12 las cuales son seleccionadas dependiendo de la relación *canto* –*base* de la sección *I*.

Curva de pandeo	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
Factor de imperfección α_{LT}	0.21	0.34	0.49	0.76

Tabla 3. 11 Factores de imperfección para curvas de pandeo LT

Sección	Límites	Curva de pandeo
Secciones-I laminadas	$h/b \leq 2$	<i>b</i>
	$h/b > 2$	<i>c</i>
Secciones-I soldadas	$h/b \leq 2$	<i>c</i>
	$h/b > 2$	<i>d</i>

Tabla 3. 12 Selección de la curva de pandeo (Ecu. 3.59)

Otra ecuación más conservadora que la anterior, y que tiene la ventaja de ser aplicada a todo tipo de secciones, que se encuentra igualmente en el EC3, emplea cuatro curvas de pandeo (tabla 3.13), las cuales reducen la resistencia plástica a flexión cuando los valores de $\bar{\lambda}_{LT}$ son mayores a 0.2

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \leq 1 \quad (3.62)$$

Con
$$\phi_{LT} = 0.5[1 + \alpha_{LT}(\bar{\lambda}_{LT} - 0.2) + \bar{\lambda}_{LT}^2] \quad (3.63)$$

De la tabla 3.11 se toman los valores de α_{LT} .

Sección	Límites	Curva de pandeo
Secciones-I laminadas	$h/b \leq 2$	<i>a</i>
	$h/b > 2$	<i>b</i>
Secciones-I soldadas	$h/b \leq 2$	<i>c</i>
	$h/b > 2$	<i>d</i>
Otras secciones	-	<i>d</i>

Tabla 3. 13 Selección de la curva de pandeo (para la Ecu. 3.66)

3.3.3.2 Efecto del Diagrama de momento variable

Las curvas de pandeo mostradas anteriormente están relacionadas en base a un diagrama de momento uniforme que actúa a lo largo de toda de la viga. Para otros tipos de diagrama, los valores χ_{LT} son mucho más altos debido a que se reducen las zonas de plastificación del elemento, lo cual produce una mayor capacidad de carga, por esto se proponen una ecuación para determinar un nuevo factor de reducción, el cual se conoce como factor de reducción modificado $\chi_{LT\ mod}$:

$$\chi_{LT\ mod} = \frac{\chi_{LT}}{f} \leq 1 \quad (3.64)$$

Con

$$f = 1 - 0.5(1 - k_c) \left[1 - 2(\bar{\lambda}_{LT} - 0.8)^2 \right] \leq 1 \quad (3.65)$$

Donde k_c es un factor de corrección que toma en cuenta la variación de los momentos flectores a lo largo de la viga, este factor es tomado de la tabla 3.14. Los factores χ_{LT} y f usados para determinar $\chi_{LT\ mod}$ deben ser calculados con la esbeltez $\bar{\lambda}_{LT}$ correspondientes a la forma del diagrama de momento de la viga.

Diagrama de momento	k_c	Diagrama de momento	k_c	Diagrama de momento	k_c
	1.00		0.94		0.86
	1		0.90		0.77
	$\frac{1}{1.33 - 0.33\psi}$		0.91		0.82

Tabla 3. 14 Valores de k_c

Para determinar el factor de reducción χ_{LT} se proponen dos procedimientos los cuales se citan a continuación:

El primer procedimiento emplea la expresión (3.62) y es aplicable en casos generales, las curvas de pandeo LT, cuya formulación es equivalente a la de curvas de pandeo de una columna, pueden ser usadas el vigas con cantos muy grandes que están fuera del rango de las formas de las secciones laminadas y pueden ser



usadas en los casos donde los efectos de las restricciones en los enlaces son tomados en cuenta en la determinación del M_{cr} .

El segundo procedimiento utiliza la expresión (3.59) y se aplica solamente a secciones-I laminadas y soldadas equivalentes, no se aplica a secciones con cantos muy grandes porque el comportamiento estructural será dominado por el desplazamiento lateral del patín comprimido

Para considerar lo efectos de los diagramas de momento no uniforme, se permite el uso del factor de reducción modificado $\chi_{LT\ mod}$ en el segundo procedimiento y en el primer procedimiento no se indica a pesar de que es recomendado.

Para la determinación de la resistencia al pandeo de un elemento sometido a flexión pura, primero se selecciona , usando la tabla 3.11 o la tabla 3.12 (dependiendo del procedimiento elegido) la curva de pandeo que le corresponde a la sección recta; a continuación se determina el factor de imperfección α_{LT} con la tabla 3.10; después se calcula la esbeltez adimensional (expresión (3.61)) y el factor χ_{LT} (expresión (3.62)) para el primer procedimiento, o (expresión (3.59)) para el segundo procedimiento; posteriormente se determina el factor $\chi_{LT\ mod}$ (expresión (3.64)) si se esta trabajando con el segundo procedimiento por último se calcula la resistencia $M_{b,Rd}$ (expresión (3.58)). La resistencia del elemento será igual a la menor de la resistencia $M_{c,Rd}$ y $M_{b,Rd}$.

3.3.4 Momento critico elástico a pandeo lateral M_{cr}

El momento critico elástico es directamente afectado por factores como son: las propiedades del material como modulo de elasticidad y modulo de cortadura; las propiedades geométricas de la sección recta como la constante torsional, constante al pandeo, momento de inercia respecto al eje menor; las propiedades de la viga como su longitud y las restricciones a la flexión lateral y al pandeo en los apoyos; y el tipo de carga y su posición respecto al centro cortante de la sección. Para contemplar los diferentes diagramas de momentos flectores, se utiliza el *factor de*





momento uniforme equivalente C_1 (FMUE). El momento crítico elástico correspondiente a cualquier diagrama de momento es calculado multiplicando este factor por el momento crítico elástico de un elemento bi-articulado sometido a momento flector uniforme.

En vigas con doble simetría en su sección y cargados a su centro cortante el EC3 presenta la siguiente ecuación para calcular el momento crítico elástico a pandeo lateral:

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{(KL)^2} \sqrt{\left(\frac{k}{k_w}\right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(KL)^2 GI_t}{\pi^2 EI_z}} \quad (3.66)$$

Las condiciones de enlace del elemento son introducidas por medio del coeficiente a la flexión lateral k y del coeficiente de pandeo k_w . k y k_w son iguales a la unidad cuando el enlace es libre de flecha lateralmente y libre de pandeo respectivamente; y son iguales a 0.5 cuando el enlace se le restringe la flexión lateral y el pandeo respectivamente. Todos los parámetros que intervienen en el cálculo del momento crítico elástico, exceptuando el factor C_1 , son definidos ya que dependen de las propiedades geométricas del elemento, las condiciones de enlace y las propiedades del acero. El C_1 el EC3 brinda valores que dependen de la distribución de momentos flectores y del grado de restricción a la flexión lateral en los enlaces extremos del elemento.

3.3.4.1 Distribución lineal de momento

De acuerdo con el EC3, el valor de C_1 para un a viga simplemente apoyada con un $k = 1$ y con una distribución lineal de momento, es determinada con la siguiente ecuación:

$$C_1 = 1.88 - 1.40\psi + 0.52\psi^2 \quad \text{siendo} \quad C_1 \leq 2.70 \quad (3.67)$$

El EC3 también proporciona valores tabulados en función del parámetro ψ para los casos con flexión lateral libre ($k = 1$) e impedida ($k = 0.5$) en los apoyos extremos del elemento estos valores son los de la tabla 3.15.



	ψ								
	1.00	0.75	0.50	0.25	0.00	-0.25	-0.50	-0.75	-1.00
$k = 1(Ec.)$	1.000	1.122	1.310	1.562	1.880	2.262	2.700	2.700	2.700
$k = 1$	1.000	1.141	1.323	1.563	1.879	2.281	2.704	2.927	2.752
$k = 0.50$	1.000	1.305	1514	1.788	2.150	2.609	3.093	3.093	3.149

Tabla 3. 15 Factor C_1 para distribución lineal de momento

3.3.4.2 Distribución no lineal de momento

Para la distribución no lineal de momento se brindan valores de C_1 para cinco casos específicos de cargado los cuales son:

Tipo de carga	Diagrama de momento	k	C_1
		1.0 0.5	1.132 0.972
		1.0 0.5	1.285 0.712
		1.0 0.5	1.365 1.070

Tabla 3. 16 Factor C_1 para distribución no lineal de momentos

Tipo de carga	Diagrama de momento	k	C_1
		1.0 0.5	1.565 0.938
		1.0 0.5	1.046 1.010

Tabla 3. 17 Factor C_1 para distribución no lineal de momentos

Los valores de C_1 de la tabla 3.16 y 3.17 para la viga bi-empotrada sometida a carga uniformemente distribuida, no están referidos al momento máximo que se produce en los extremos de la viga sino al momento que se produce en el centro del claro.



Por lo tanto estos valores deben multiplicarse por dos cuando son comparados con los valores de C_1 de otras normas.

3.3.5 Resistencia de una “viga-columna”

La resistencia de un elemento sometido a esfuerzo axial por compresión y flector uni-axial debe ser verificada con el siguiente criterio para secciones de Clase 1 y 2:

$$M_{Ed} \leq M_{N,Rd} \quad (3.68)$$

Donde $M_{N,Rd}$ es la resistencia del momento plástico de diseño reducida por la presencia del esfuerzo axial N_{Ed} .

Se proporcionan criterios para determinar si el efecto del esfuerzo axial N_{Ed} es despreciable, de tal forma que si se cumplen, la resistencia $M_{N,Rd}$ será considerada igual a la resistencia plástica $M_{pl,Rd}$

Para el eje $y - y$

$$N_{Ed} \leq 0.25N_{pl,Rd} \quad y \quad N_{Ed} \leq \frac{0.5h_w t_w f_y}{\gamma_{M0}} \quad (3.69)$$

Para eje $z - z$

$$N_{Ed} \leq \frac{h_w t_w f_y}{\gamma_{M0}} \quad (3.70)$$

Para determinar el momento $M_{N,Rd}$ se emplea la siguiente expresión la cual es valida para secciones I ó H doblemente simétrica

$$M_{N,y,Rd} = M_{pl,y,Rd} \frac{(1 - n)}{1 - 0.5a} \leq M_{pl,y,Rd} \quad (3.71)$$

Con

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} \quad , \quad a = \frac{(A - 2bt_f)}{A} \quad pero; \quad a \leq 0.5 \quad (3.72)$$

Cuando el elemento esta sometido a una combinación de esfuerzo axial de compresión y flector bi-axial el EC3 sugiere verificar la resistencia de la sección con la siguiente ecuación de interacción:



$$\left[\frac{M_{y,Ed}}{M_{N,y,Rd}} \right]^\alpha + \left[\frac{M_{z,Ed}}{M_{N,z,Rd}} \right]^\beta \leq 1 \quad (3.73)$$

Con

$$\alpha = 2 \quad y \quad \beta = 5n \geq 1 \quad (3.74)$$

Para $n \leq a$

$$M_{Nz,Rd} = M_{pl,z,Rd} \quad (3.75)$$

Para $n > a$

$$M_{Nz,Rd} = M_{pl,z,Rd} \left[1 - \left(\frac{n-a}{1-a} \right)^2 \right] \quad (3.76)$$

Por último para verificar la resistencia de la sección en los elementos de Clase 3, se propone usar la siguiente ecuación:

$$\sigma_{x,Ed} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \quad (3.77)$$

Siendo $\sigma_{x,Ed}$ la tensión longitudinal máxima.

3.3.5.1 Reducción de la resistencia de una “viga-columna” por la presencia de esfuerzo cortante

Se recomienda reducir la tensión de fluencia f_y en el área de cortante para verificar la resistencia de la sección de una “viga-columna” cuando el esfuerzo cortante V_{Ed} supera el 50% de la resistencia plástica a cortante $V_{pl,Rd}$. Esta reducción es calculada con la siguiente expresión:

$$(1 - \rho)f_y \quad (3.78)$$

Con

$$\rho = \left(\frac{V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2 \quad (3.79)$$

Donde

$$V_{Ed} = \frac{M_{y,Ed,Der.} + M_{y,Ed,Izq}}{L}$$

V_{Ed} , es el esfuerzo cortante máximo. La resistencia plástica a cortante se determina:

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v \left(\frac{f_y}{\sqrt{3}} \right)}{\gamma_{M0}} \quad (3.80)$$

Con

$$A_v = A - 2bt_f + (t_w + 2r)t_f \quad (3.81)$$

3.3.6 Ecuación de Diseño para la resistencia a pandeo de las “VIGAS-COLUMNAS”: Método 1 del EC3

Las formulas de interacción del Método 1 fueron deducidas, en principio, considerando la teoría elástica de segundo orden y analizando el comportamiento “in plane” de colapso. Después, estas formulas fueron implementadas con el objetivo de evaluar el comportamiento espacial de colapso y el comportamiento elástico-plástico del elemento, considerando el pandeo lateral, estas ecuaciones tienen la peculiaridad de poseer coeficientes específicos que toman en cuenta cada fenómeno de inestabilidad que se produce en el elemento estructural.

3.3.6.1 Ecuación de interacción del Método 1

Forma general de la ecuación de interacción propuesta por el Método 1 del EC3

$$\frac{N_{Ed}}{\chi N_{Rd}} + \mu \frac{C_m}{1 - N_{Ed}/N_{cr}} \frac{M_{Ed}}{M_{el,Rd}} \leq 1 \quad (3.82)$$

Con

$$\mu = \frac{1 - N_{Ed}/N_{cr}}{1 - \chi N_{Ed}/N_{cr}} \quad (3.83)$$

Para la combinación de esfuerzo axial de compresión y flexión bi-axial, la expresión (3.82) se convierte en:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{pl,Rd}} + \mu_y \left[\frac{C_{my}}{1 - N_{Ed}/N_{cr,y}} \frac{M_{y,Ed}}{M_{el,y,Rd}} + \frac{C_{mz}}{1 - N_{Ed}/N_{cr,z}} \frac{M_{z,Ed}}{M_{el,z,Rd}} \right] \leq 1 \quad (3.84)$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{pl,Rd}} + \mu_z \left[\frac{C_{my}}{1 - N_{Ed}/N_{cr,y}} \frac{M_{y,Ed}}{M_{el,y,Rd}} + \frac{C_{mz}}{1 - N_{Ed}/N_{cr,z}} \frac{M_{z,Ed}}{M_{el,z,Rd}} \right] \leq 1 \quad (3.85)$$

Con

$$\mu_y = \frac{1 - N_{Ed}/N_{cr,y}}{1 - \chi_y N_{Ed}/N_{cr,y}} \quad (3.86)$$

$$\mu_z = \frac{1 - N_{Ed}/N_{cr,z}}{1 - \chi_z N_{Ed}/N_{cr,z}} \quad (3.87)$$

Las expresiones (3.84) y (3.85) evalúan la resistencia al pandeo con respecto a los ejes $y - y$ y $z - z$ respectivamente los factores C_{my} y C_{mz} son los factores de momento equivalente del Método 1, los cuales son determinados al considerar un diagrama sinusoidal de momentos los cuales se verán mas adelante.

3.3.6.2 Comportamiento elástico-plástico de las “vigas-columnas” sin desarrollar pandeo lateral: Método 1

El formato general del Método 1, usado en el pandeo elástico a flexión, ha sido extendido al comportamiento elástico-plástico. Esto ha implicado que muchos conceptos empleados en la teoría elástica sean aún aplicables en el rango inelástico. La siguiente expresión es muy parecida a La expresión (3.82) en donde el término $M_{el,Rd}$ es reemplazado por $CM_{pl,Rd}$:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi N_{pl,Rd}} + \mu \frac{C_m}{1 - N_{Ed}/N_{cr}} \frac{M_{Ed}}{CM_{pl,Rd}} \leq 1 \quad (3.88)$$

El factor de plasticidad C toma en cuenta la interacción elástico-plástico “in plane” entre el momento uni-axial aplicado y la fuerza axial de compresión. Cuando la fuerza axial es muy pequeña o cuando la resistencia del elemento este gobernada por el comportamiento a flexión pura el factor de plasticidad C tendera a la unidad. Cuando la longitud del elemento tiende a cero, el factor de amplificación y los factores χ y μ son iguales a 1, por lo tanto la expresión (3.88) queda:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi N_{pl,Rd}} + \frac{M_{Ed}}{CM_{pl,Rd}} \leq 1 \quad (3.89)$$

El factor C deberá tender a la inversa del factor de forma, por lo tanto el factor C debe estar en función de:

$$C = f\left(\frac{W_{pl}}{W_{el}}, N_{Ed}, C_m, \bar{\lambda}, \dots\right) \geq \frac{W_{el}}{W_{pl}} \quad (3.90)$$

Cuando el elemento es sometido a una combinación de esfuerzo axial de compresión y flexión bi-axial. Las expresiones (3.84) y (3.85) dadas en el apartado anterior solo son validas para secciones de Clase 3. Para de clase 1 ó 2 se emplea lo siguiente expresiones que toman en cuenta los efectos inelásticos en el elemento:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{pl,Rd}} + \mu_y \left[\frac{C_{my}}{1 - N_{Ed}/N_{cr,y}} \frac{M_{y,Ed}}{C_{yy} M_{pl,y,Rd}} + \alpha' \frac{C_{mz}}{1 - N_{Ed}/N_{cr,z}} \frac{M_{z,Ed}}{C_{yz} M_{pl,z,Rd}} \right] \leq 1 \quad (3.91)$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{pl,Rd}} + \mu_z \left[\beta' \frac{C_{my}}{1 - N_{Ed}/N_{cr,y}} \frac{M_{y,Ed}}{C_{zy} M_{pl,y,Rd}} + \frac{C_{mz}}{1 - N_{Ed}/N_{cr,z}} \frac{M_{z,Ed}}{C_{zz} M_{pl,z,Rd}} \right] \leq 1 \quad (3.92)$$



Los subíndices en los factores C sirven para indicar los planos en donde se produce la flexión y el pandeo. De esta forma, los factores C_{yy} y C_{zz} tratan los efectos de plasticidad en la interacción $N - M$ cuando el plano de flexión coincide con el plano de pandeo; mientras que los factores C_{yz} y C_{zy} tratan los efectos de plasticidad cuando el plano de flexión es perpendicular al plano de pandeo. El Método 1 propone las siguientes expresiones para definir los factores de plasticidad:

$$C_{ii} = 1 + (w_i - 1) \left[2 - \frac{1.6}{w_i} C_{mi}^2 (\bar{\lambda}_{max} + \bar{\lambda}_{max}^2) \right] n_{pl} \geq \frac{W_{el,i}}{W_{pl,i}} \quad (3.93)$$

$$C_{ij} = 1 + (w_j - 1) \left[2 - 14 \frac{C_{mj}^2 \bar{\lambda}_{max}^2}{W_j^5} \right] n_{pl} \geq 0.6 \sqrt{\frac{w_j}{w_i} \frac{W_{el,j}}{W_{pl,j}}} \quad (3.94)$$

Con

$$n_{pl} = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} \quad (3.95)$$

Donde lo subíndices i y j hacen referencia a los planos principales del elemento $\bar{\lambda}_{max}$ es la mayor esbeltez adimensional escogida entre $\bar{\lambda}_y$ y $\bar{\lambda}_z$. La relación $N_{Ed}/N_{pl,Rd}$ ha sido introducida en estas expresiones porque la interacción elástica plástica de $N - M$ es diferente en elementos esbeltos sometidos a valores elevados de carga axial de compresión que en elementos cortos sometidos a valores bajos de carga axial de compresión. Cuando se tienen diferentes solicitaciones de carga transversales, los elementos no pueden desarrollar la misma resistencia elástica-plástica, por esta razón los factores de plasticidad dependen también de la distribución de momentos flectores, la cual es considerada por medio de los factores de momentos equivalentes C_m los cuales se verán mas adelante. La condición impuesta a los factores C_{ii} y C_{ij} de las expresiones (3.93) y (3.94) fue realizada con el objetivo de limitar el momento resistente $CM_{pl,Rd}$ de tal forma que este no llegue a ser menor al momento elástico de diseño $M_{el,Rd}$. w es el factor de forma, que es definido como la relación entre el momento plástico y el momento correspondiente a la aparición de la primera fluencia en la fibra extrema, y cuyo valor no debe superar a 1.5:





$$w = \frac{W_{pl}}{W_{el}} \leq 1.5 \quad (3.96)$$

El factor $(w - 1)$ de las expresiones (3.93) y (3.94) representan el máximo potencial disponible de resistencia a flexión medido desde la elasticidad pura hasta la plasticidad total. Los otros coeficientes que aparecen en estas expresiones han sido obtenidos por calibración.

Finalmente, para tomar en cuenta la no linealidad existente entre los momentos $M_{y,Ed}$ y $M_{z,Ed}$ se han introducido los coeficientes α' y β' en las expresiones (3.91) y (3.92):

$$\alpha' = 0.6 \sqrt{\frac{w_z}{w_y}} \quad (3.97)$$

$$\beta' = 0.6 \sqrt{\frac{w_y}{w_z}} \quad (3.98)$$

3.3.6.3 Comportamiento elástico-plástico de las “Vigas-columnas” con pandeo lateral: Método 1

Para el desarrollo de las formulas de diseño del Método 1, se simplifico la ecuación teórica, haciendo uso de coeficientes que tomen en cuenta los diferentes efectos del comportamiento al pandeo lateral. El formato propuesto por el Método 1 para vigas-columnas con secciones de clase 1 y 2 es la siguiente:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{pl,Rd}} + \mu_y \left[\frac{C_{mLT}}{\chi_{LT}} \frac{C'_{my}}{1 - N_{Ed}/N_{cr,y}} \frac{M_{y,Ed}}{C_{yy,mod} M_{pl,y,Rd}} + \alpha' \frac{C_{mz}}{1 - N_{Ed}/N_{cr,z}} \frac{M_{z,Ed}}{C_{yz,mod} M_{pl,z,Rd}} \right] \leq 1 \quad (3.99)$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{pl,Rd}} + \mu_z \left[\beta' \frac{C_{mLT}}{\chi_{LT}} \frac{C'_{my}}{1 - N_{Ed}/N_{cr,y}} \frac{M_{y,Ed}}{C_{zy,mod} M_{pl,y,Rd}} + \frac{C_{mz}}{1 - N_{Ed}/N_{cr,z}} \frac{M_{z,Ed}}{C_{zz,mod} M_{pl,z,Rd}} \right] \leq 1 \quad (3.100)$$





Estas ecuaciones suponen, implícitamente, que los conceptos de longitud de pandeo, Factor de amplificación, y factor de momento equivalente pueden ser aun aplicables cuando el pandeo lateral es posible.

Una expresión modificada del factor de momento equivalente C'_{my} ha sido introducida en las expresiones anteriores, de tal forma que los valores de C'_{my} tenderán a la unidad cuando el efecto de la carga axial de compresión es despreciable frente al efecto del momento flector aplicado al eje mayor y tenderán a los valores de C_{my} , cuando el efecto del momento flector aplicado en el eje mayor es despreciable frente al efecto de la carga axial a compresión:

$$C'_{my} = C_{my} + (1 - C_{my}) \frac{a_{LT} \sqrt{\varepsilon_y}}{1 + a_{LT} \sqrt{\varepsilon_y}} \quad (3.101)$$

Con

$$\varepsilon_y = \frac{M_{y,Ed}}{N_{Ed}} \frac{A}{W_{el,y}} \quad (3.102)$$

y

$$a_{LT} = 1 - \frac{I_t}{I_y} \geq 0 \quad (3.103)$$

El coeficiente a_{LT} permite un a suave transición entre el comportamiento de una sección abierta y el de una sección hueca:

El factor C_{mLT} de las expresiones (3.99) y (3.100) toman en cuenta la influencia de la fuerza axial de compresión en el fenómeno del pandeo lateral y es definido con:

$$C_{mLT} = C'^2_{my} \frac{a_{LT}}{\sqrt{\left(1 - N_{Ed}/N_{cr,z}\right) \left(1 - N_{Ed}/N_{cr,T}\right)}} \geq 1 \quad (3.104)$$

Con:

$$N_{cr,T} = \frac{A}{I_y + I_z} \left(G I_t + \frac{\pi^2 E I_w}{L^2} \right)$$





Debido a que el fenómeno del pandeo lateral influye también en la obtención de la fluencia a lo largo del elemento, los factores de plasticidad deben ser modificados a:

$$C_{yy,mod} = 1 + (w_y - 1) \left\{ \left[2 - \frac{1.6}{w_y} C'_{my} (\bar{\lambda}_{max} + \bar{\lambda}_{max}^2) \right] n_{pl} - b_{LT} \right\} \geq \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}} \quad (3.105)$$

$$C_{yz,mod} = 1 + (w_z - 1) \left[\left(2 - 14 \frac{C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{max}^2}{w_z^5} \right) n_{pl} - c_{LT} \right] \geq 0.6 \sqrt{\frac{w_z}{w_y} \frac{W_{el,z}}{W_{pl,z}}} \quad (3.106)$$

$$C_{zy,mod} = 1 + (w_y - 1) \left[\left(2 - 14 \frac{C_{my}^2 \bar{\lambda}_{max}^2}{w_y^5} \right) n_{pl} - d_{LT} \right] \geq 0.6 \sqrt{\frac{w_y}{w_z} \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}}} \quad (3.107)$$

$$C_{zz,mod} = 1 + (w_z - 1) \left[2 - \frac{1.6}{w_z} C_{mz}^2 (\bar{\lambda}_{max} + \bar{\lambda}_{max}^2) - e_{LT} \right] n_{pl} \geq \frac{W_{el,z}}{W_{pl,z}} \quad (3.108)$$

Con

$$b_{LT} = 0.5 a_{LT} \bar{\lambda}_0^2 \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{pl,y,Rd}} \frac{M_{z,Ed}}{M_{pl,z,Rd}} \quad (3.109)$$

$$c_{LT} = 10 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0^2}{5 + \bar{\lambda}_0^4} \frac{M_{y,Ed}}{C'_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}} \quad (3.110)$$

$$d_{LT} = 2 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0}{0.1 + \bar{\lambda}_0^4} \frac{M_{y,Ed}}{C'_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}} \frac{M_{z,Ed}}{C_{mz} M_{pl,z,Rd}} \quad (3.111)$$

$$e_{LT} = 1.7 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0}{0.1 + \bar{\lambda}_0^4} \frac{M_{y,Ed}}{C'_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}} \quad (3.112)$$

Donde $\bar{\lambda}_0$ es la esbeltez reducida de pandeo lateral correspondiente al caso particular de una viga sometida a momento flector uniforme.

Para las secciones de Clase 3, se emplea en mismo formato de las expresiones (3.99) y (3.100), con la diferencia de que en lugar de utilizar el momento plástico resistente se utilice el momento elástico resistente y los factores de plasticidad y los coeficientes α' y β' son iguales a 1 en estas expresiones puesto que las secciones de Clase 3 se comportan elásticamente:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{pl,Rd}} + \mu_y \left[\frac{C_{mLT}}{\chi_{LT}} \frac{C'_{my}}{1 - N_{Ed}/N_{cr,y}} \frac{M_{y,Ed}}{M_{el,y,Rd}} + \frac{C_{mz}}{1 - N_{Ed}/N_{cr,z}} \frac{M_{z,Ed}}{M_{el,z,Rd}} \right] \leq 1 \quad (3.113)$$



$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{pl,Rd}} + \mu_z \left[\frac{C_{mLT}}{\chi_{LT}} \frac{C'_{my}}{1 - N_{Ed}/N_{cr,y}} \frac{M_{y,Ed}}{M_{el,y,Rd}} + \frac{C_{mz}}{1 - N_{Ed}/N_{cr,z}} \frac{M_{z,Ed}}{M_{el,z,Rd}} \right] \leq 1 \quad (3.114)$$

3.3.6.4 Factor del momento equivalente del Método 1

En las expresiones anteriores del Método 1 se tocó el tema de los factores C_{my} y C_{mz} , que son denominados factores de momento equivalente.

Estos factores multiplican el momento máximo de primer orden, obtenido del diagrama real de momentos flectores, para obtener el máximo momento de segundo orden.

Estos factores de momento y los factores del C_m de los apartados 2.7.7 y 3.2.5 tienen la misma función, pero no son iguales en magnitud porque los factores de momento equivalentes son deducidos utilizando un diagrama sinusoidal de momentos, mientras que los factores C_m de los apartados 2.7.7 y 3.2.5 son deducidos a partir de diagramas de momento uniforme

En la figura 3.16 se ilustra el procedimiento empleado por el Método 1 para obtener el factor de momento equivalente. El máximo momento amplificado resultado de la aplicación de la carga de compresión axial en la “viga-columna” real, es igual al máximo momento amplificado de una columna similar sometida a una distribución sinusoidal de momento.

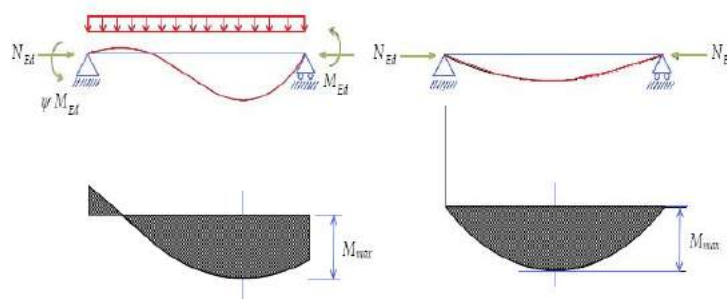


Figura 3. 16 Diagrama de momento de segundo orden y diagrama de momento sinusoidal



El factor de amplificación, que aparece en las formulas de interacción, corresponde al caso de un elemento sometido a una distribución sinusoidal de momento, por lo cual el uso de esta distribución sinusoidal esta justificada. Este factor de amplificación es:

$$\frac{1}{1 - N_{Ed}/N_{cr}} \quad (3.115)$$

Cuando se tiene una columna sometida a una distribución de momento constante, el valor exacto del factor de amplificación ese calculado con la siguiente expresión:

$$\frac{1}{\cos \frac{\pi}{2} \sqrt{N_{Ed}/N_{cr}}} \quad (3.116)$$

Las expresiones (3.115) y (3.116) dan resultados muy similares cuando la fuerza axial N_{Ed} es muy pequeña. Sin embargo la diferencia entre los resultados de ambas expresiones es significativa cuando N_{Ed} se acerca al valor crítico N_{cr} . Esta diferencia puede ser minimizada al tener valores apropiados de C_m deducidos de un diagrama sinusoidal de momento.

El método 1 propone usar la siguiente expresión aproximada cuando se tiene una distribución lineal de momento

$$C_m = 0.79 + 0.21\psi + 0.36(\psi - 0.33) \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} \quad (3.117)$$

Como se puede apreciar esta expresión no solo depende de la distribución de momentos flectores sino también de la relación N_{Ed}/N_{cr} . Cabe resaltar que esta relación de esfuerzo axial no aparece en las expresiones del LRFD ni en las dadas por el Método 2 del EC3

Para “vigas –columnas” sometidas a cargas transversales y momentos aplicados en los extremos del elemento, el Método 1 recomienda usar las siguiente expresión

$$C_m = 1 + \left(\frac{\pi^2 EI \delta_0}{L^2 M_0} - 1 \right) \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} \quad (3.118)$$





Donde M_0 es el máximo momento flector de primer orden; y δ_0 es la máxima flecha que se produce en el elemento por la aplicación de los momentos de primer orden.

3.3.7 Ecuación de Diseño para la resistencia a pandeo de las “VIGAS-COLUMNAS”: Método 2 del EC3

Esta ecuación se caracteriza por poseer un número reducido de coeficientes, lo cual simplifica el procedimiento de cálculo para predecir la capacidad al pandeo de los elementos.

La ecuación de interacción y sus factores de interacción fueron inicialmente deducidos del comportamiento elástico de una “viga-columna” en pandeo de flexión, y posteriormente han sido modificados para considerar el pandeo lateral y permitir el comportamiento elástico-plástico del elemento.

3.3.7.1 Ecuación de interacción del Método 2

Forma general de la ecuación de interacción propuesta por el Método 2 del EC3, la cual es similar a la ecuación del Método 1 con la diferencia de que en vez de utilizar momentos de resistencia elástica se utilizan momentos de resistencias plásticas

$$\frac{N_{Ed}}{\chi N_{pl,Rd}} + k \frac{C_m M_{Ed}}{M_{pl,Rd}} \leq 1 \quad (3.119)$$

con

$$k = \frac{1}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} \chi \bar{\lambda}^2} \quad (3.120)$$

Siendo C_m el factor de momento uniforme equivalente. El factor de interacción del Método 2 es determinado al multiplicar los factores C_m y k .

La expresión (3.120) no es muy apropiada para considerar el comportamiento plástico del elemento ya que esta ha sido deducida usando la teoría elástica de segundo orden y la interacción lineal de resistencia de la sección.





3.3.7.2 Comportamiento elástico-plástico de las “vigas-columnas” sin desarrollar pandeo lateral: Método 2

En el Método 2 varios coeficientes han sido reducidos a pocos factores, pero sin perder de vista en las ecuaciones los aspectos de continuidad entre la capacidad de pandeo y la capacidad de la sección recta, esto es con la finalidad de hacer menos laborioso la aplicación de esta ecuación.

Estas ecuaciones de interacción son para elementos que no son susceptibles a deformaciones torsionales y evalúan la resistencia al pandeo respecto a los ejes $y - y$ y $z - z$ y son validas para secciones I y H de Clase 1 y 2.

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{pl,Rd}} + k_y \frac{C_{my} M_{y,Ed}}{M_{pl,y,Rd}} + 0.6 k_z \frac{C_{mz} M_{z,Ed}}{M_{pl,z,Rd}} \leq 1 \quad (3.121)$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{pl,Rd}} + 0.6 k_y \frac{C_{my} M_{y,Ed}}{M_{pl,y,Rd}} + k_z \frac{C_{mz} M_{z,Ed}}{M_{pl,z,Rd}} \leq 1 \quad (3.122)$$

Con

$$k_y = 1 + (\bar{\lambda}_y - 0.2)n_y \leq 1 + 0.8n_y \quad (3.123)$$

$$k_z = 1 + (2\bar{\lambda}_z - 0.6)n_z \leq 1 + 1.4n_z \quad (3.124)$$

Donde

$$n_y = \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{pl,Rd}} \quad y \quad n_z = \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{pl,Rd}} \quad (3.125)$$

Los factores C_{my} y C_{mz} son los factores de momento uniforme equivalente que se verán mas adelante

El factor 0.6 que aparece en las expresiones (3.121 y 3.122) mejoran la aproximación del Método 2, especialmente para el caso de la interacción bi-axial del momento (cuando N_{Ed} tiende a cero) en donde se explota mejor la capacidad plástica de la sección.

Las ecuaciones de interacción del Método 2 para secciones de Clase 3, tienen en mismo formato que las ecuaciones de interacción presentadas para secciones de Clase 1 y 2 pero cambiando el M_{pl} por el M_{el} y usando distintas expresiones de k_y y k_z .



$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{pl,Rd}} + k_y \frac{C_{my} M_{y,Ed}}{M_{el,y,Rd}} + k_z \frac{C_{mz} M_{z,Ed}}{M_{el,z,Rd}} \leq 1 \quad (3.126)$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{pl,Rd}} + 0.8k_y \frac{C_{my} M_{y,Ed}}{M_{el,y,Rd}} + k_z \frac{C_{mz} M_{z,Ed}}{M_{el,z,Rd}} \leq 1 \quad (3.127)$$

Con

$$k_y = 1 + 0.6\bar{\lambda}_y n_y \leq 1 + 0.6n_y \quad (3.128)$$

$$k_z = 1 + 0.6\bar{\lambda}_z n_z \leq 1 + 0.6n_z \quad (3.129)$$

Las secciones de Clase 3 son definidas como secciones elásticas en el EC3, pero se ha aclarado que el comportamiento puramente elástico no existe por naturaleza ya que siempre ocurre una cierta cantidad de plastificación aun para cubrir los efectos de las tensiones residuales. En estudios numéricos en secciones de Clase 3 se logro confirmar la existencia de la resistencia plástica parcial a pesar de estar relacionada con $M_{el,Rd}$

Este efecto de plastificación parcial ha sido considerado, moderadamente, en las ecuaciones de interacción (3.126 y 3.177) para explotar la capacidad de resistencia del elemento, y conseguir un diseño más económico

Los factores k_y y k_z de las expresiones (3.128 y 3.129) han sido deducidas usando la teoría elástica de segundo orden. El coeficiente 0.8 responde al hecho de tomar en cuenta el efecto de la plasticidad parcial.

3.3.7.3 Comportamiento elástico-plástico de las “Vigas-columnas” con pandeo lateral: Método 2

Estas ecuaciones de interacción son para elementos que son susceptibles a deformaciones torsionales y evalúan la resistencia al pandeo respecto al los ejes $y - y$ y $z - z$ y son validas para secciones I y H de Clase 1 y 2:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{pl,Rd}} + k_y \frac{C_{my} M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{pl,y,Rd}} + 0.6k_z \frac{C_{mz} M_{z,Ed}}{M_{pl,z,Rd}} \leq 1 \quad (3.130)$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{pl,Rd}} + k_{LT} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{pl,y,Rd}} + k_z \frac{C_{mz} M_{z,Ed}}{M_{pl,z,Rd}} \leq 1 \quad (3.131)$$



$$\text{con} \quad k_{LT} = 1 - \frac{0.1\bar{\lambda}_z n_z}{C_{mLT} - 0.25} \geq 1 - \frac{0.1n_z}{C_{mLT} - 0.25} \quad (3.132)$$

Pero cuando $\bar{\lambda}_z < 0.4$ se debe usar:

$$k_{LT} = 0.6 + \bar{\lambda}_z \quad (3.133)$$

Los factores k_y y k_z son determinados con las expresiones (3.123 y 3.124) respectivamente. El factor C_{mLT} es el factor de momento uniforme equivalente correspondiente al pandeo lateral que será tratado mas adelante junto con los factores C_{my} y C_{mz} .

El factor de reducción k_{LT} toma en cuenta el efecto del pandeo lateral. Si la esbeltez $\bar{\lambda}_{LT}$ decrece, el factor χ_{LT} se aproxima a 1 y por consiguiente, para el modo de pandeo respecto al eje $y - y$ con $N_{Ed} + M_{y,Ed}$, la ecuación de interacción (3.130) sería idéntica a la ecuación (3.121). Esto significa que a pesar de que el elemento es susceptible a deformaciones torsionales, este fallaría por pandeo de flexión “in-plane”

En la ecuación de interacción correspondiente a l modo de pandeo respecto al eje $z - z$, expresión (3.131) también se incluyo el factor χ_{LT} .

Las formulas de interacción (3.130 y 3.131) inicialmente fueron ajustadas considerando que los esfuerzos $N_{Ed} + M_{y,Ed}$ solo actúan en el elemento. Posteriormente, para evaluar el comportamiento espacial, se incorporaron los términos correspondientes al momento $M_{z,Ed}$ los cuales son los mismos que se emplean en las ecuaciones de interacción (3.121 y 3.122) ; de esta forma, cuando $M_{y,Ed}$ es igual a cero, el comportamiento del pandeo de flexión bajo los esfuerzos $N_{Ed} + M_{z,Ed}$ queda reflejado en las ecuaciones de interacción 3.130 y 3.131

Para lo elementos con secciones de Clase 3, El Método 2 propone las siguientes ecuaciones de interacción para evaluar la resistencia al pandeo respecto a los ejes $y - y$ y $z - z$



$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{pl,Rd}} + k_y \frac{C_{my} M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{el,y,Rd}} + k_z \frac{C_{mz} M_{z,Ed}}{M_{el,y,Rd}} \leq 1 \quad (3.134)$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{pl,Rd}} + k_{LT} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{el,y,Rd}} + k_z \frac{C_{mz} M_{z,Ed}}{M_{el,y,Rd}} \leq 1 \quad (3.135)$$

con

$$k_{LT} = 1 - \frac{0.05 \bar{\lambda}_z n_z}{C_{mLT} - 0.25} \geq 1 - \frac{0.05 n_z}{C_{mLT} - 0.25} \quad (3.136)$$

Los factores k_y y k_z son determinados con las expresiones (3.128 y 3.129) respectivamente. El factor k_{LT} tiene el mismo formato que se utiliza para secciones de Clase 1 y 2 pero con un menor efecto de reducción para tomar en cuenta el comportamiento plástico de la sección Clase 3.

3.3.7.4 Factor de momento uniforme equivalente del Método 2

Los factores C_m (C_{my} , C_{mz} y C_{mLT}) mencionados anteriormente son determinados usando las expresiones indicadas en la Tabla 3.15.

El Método 2 asume un momento uniforme ficticio $C_m M$ de tal forma que su efecto sobre el comportamiento al pandeo sea el mismo al de la distribución real del momento. Estos factores C_m pueden ser usados si ambos extremos del elemento son considerados como apoyo simples. Cuando el modo de pandeo traslacional ocurre, debido al simple hecho de que uno de los extremos del elemento no este restringido, las expresiones indicadas en la tabla 3.18 no serian validas. Para esta situación se debe usar un valor de C_{my} o C_{mz} (dependiendo del plano en donde se produce en pandeo traslacional) igual a 0.9.

Diagrama de momentos	Rango		C_{my}, C_{mz} y C_{mLT}	
			Carga uniforme	Carga concentrada
	$-1 \leq \psi \leq 1$		$0.6 + 0.4\psi \geq 0.4$	
 $\alpha_s = M_s / M_h$	$0 \leq \alpha_s \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0.2 + 0.8\alpha_s \geq 0.4$	$0.2 + 0.8\alpha_s \geq 0.4$
	$-1 \leq \alpha_s < 0$	$0 \leq \psi \leq 1$	$0.1 - 0.8\alpha_s \geq 0.4$	$-0.8\alpha_s \geq 0.4$
$-1 \leq \psi < 0$		$0.1(1 - \psi) - 0.8\alpha_s \geq 0.4$	$0.2(-\psi) - 0.8\alpha_s \geq 0.4$	
 $\alpha_h = M_h / M_s$	$0 \leq \alpha_h \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0.95 + 0.05\alpha_h$	$0.90 + 0.10\alpha_h$
	$-1 \leq \alpha_h < 0$	$0 \leq \psi \leq 1$	$0.95 + 0.05\alpha_h$	$0.90 + 0.10\alpha_h$
		$-1 \leq \psi < 0$	$0.95 + 0.05\alpha_h(1 + 2\psi)$	$0.90 + 0.10\alpha_h(1 + 2\psi)$

En elementos con modo de pandeo traslacional, C_{my} o C_{mz} debe ser igual a 0.9

C_{my}, C_{mz} y C_{mLT} deben ser obtenidos acorde con el diagrama de momentos flectores, producido entre los puntos arriostrados que se indican:

Factor de momento	Eje de flexión	Dirección de los puntos arriostrados
C_{my}	y-y	z-z
C_{mz}	z-z	y-y
C_{mLT}	y-y	y-y

Tabla 3. 18 Factores C_m del método 2 (EC3)

En la figura 3.17 se muestra la manera de considerar los diagramas de momentos flectores para determinar los diferentes factores C_m del Método 2. Mientras que C_{my} esta siempre relacionado con el diagrama de momentos flectores producido en toda la longitud del elemento C_{mLT} y C_{mz} son determinados por el diagrama relevante de momentos producido entre restricciones intermedias.

Para elementos con una distribución lineal de momentos, El factor C_m es calculado con la ecuación de Austin:

$$C_m = 0.6 + 0.4(M_1/M_2) \geq 0.4 \quad (3.137)$$

La cual ha sido ampliamente usada en muchas normas de diseño por su sencillez.

Para elementos con distribución no lineal de momentos, originada por aplicaciones de momentos concentrados en los extremos y cargas transversales, no existe ninguna ecuación general de uso práctico, es por esta razón que el Método 2 propone las expresiones de la Tabla 3.18

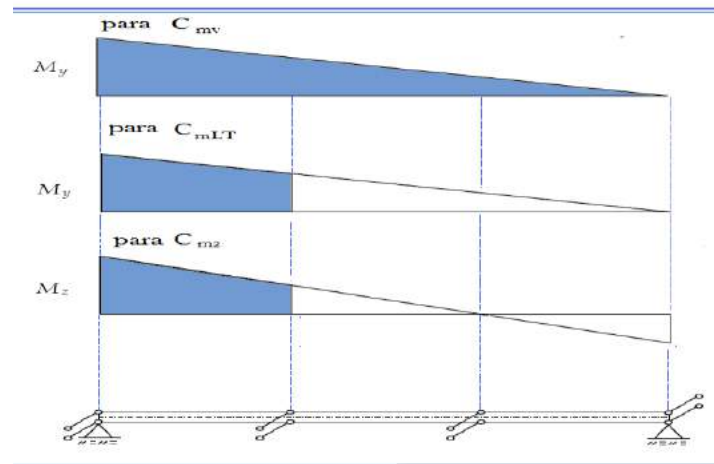


Figura 3. 17 Definición de los factores C_m

Todos los factores C_m están relacionados con el máximo valor de momento flector. Esto implica que los máximos valores de los momentos $M_{y,Ed}$ y $M_{z,Ed}$ deben ser introducidos en las ecuaciones de interacción aun si estos máximos no ocurren en la misma posición en el elemento.

3.4 Síntesis de dimensionamiento del Eurocódigo 3

El tratamiento propuesto por el EC3 resulta lejano al significado físico de lo que se está haciendo, teniendo que calcular, para la comprobación de un soporte sometido a flexocompresión, unos coeficientes con poca representatividad física del fenómeno que son responsables de dos efectos.

El primero, y más importante desde un punto de vista físico, es que estos coeficientes ocultan el significado de cada término, de manera que no es posible la identificación de los conceptos habituales que caracterizan el estudio del fenómeno del pandeo. Por ejemplo, no está claramente especificado el término que representa



el factor de amplificación del momento flector, o el factor que define el momento flector equivalente. Como consecuencia, la formulación se hace difícil de entender.

El segundo efecto es que el manejo de la formulación, desde un punto de vista práctico, es delicado. El riesgo de errores es alto, debido a que cada coeficiente es calculado partiendo de otros coeficientes.

Por estos motivos, recientemente dos distintos grupos de trabajo han dedicado significativos esfuerzos a definir nuevas formulaciones para el dimensionamiento de pilares. El equipo austriaco-alemán ha basado su estudio en simulaciones numéricas, con el propósito de obtener una formulación simple que involucre un pequeño número de factores globales. Por el contrario, el grupo franco-belga ha dedicado sus esfuerzos a considerar los aspectos físicos del problema, dirigiéndose a una formulación que proporcione una mejor transparencia y con mejor significación teórica.

El grupo austriaco-alemán (propuesta Level 1) ha elegido la simplicidad de la formulación como objetivo de sus estudios. La propuesta original es presentada con un formato habitual de fórmulas de interacción, en donde los factores son obtenidos mediante calibraciones numéricas. De esta manera, el empleo de estos factores globales reduce el riesgo de errores.

El grupo franco-belga (propuesta Level 2) ha concluido sus esfuerzos en preservar la transparencia física de los términos. El equipo ha seguido paso a paso el planteamiento teórico del fenómeno del pandeo, llegando a una formulación en que cada factor es más controlable porque es la expresión de un efecto físico individual.

Con estos objetivos, los borradores originales de los dos equipos fueron significativamente diferentes. La propuesta austriaco-alemán presenta un formato más simple debido a la presencia de coeficientes globales. La propuesta franco-belga, con un formato refinado, es más transparente y exacta, aunque mucho más compleja en lo que se refiere al cálculo.





Después de la revisión de ECCS Technical Committee 8, los esfuerzos de los dos grupos fueron unidos, y se obtuvo un formato único en forma de fórmulas de interacción. Las ecuaciones son las siguientes:

La primera ecuación representa la comprobación del pandeo alrededor del eje fuerte (eje y-y). La segunda ecuación representa la comprobación del pandeo alrededor del eje débil (z-z).

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

donde $N_{Rk} = f_y A_i$

$$M_{i,Rk} = f_y W_i \quad y \quad \Delta M_{i,Ed}$$

Siendo:

$N_{Ed}, M_{y,Ed}, M_{z,Ed}$	Valores de cálculo del axil de compresión y de los momentos flectores máximos a lo largo del elemento alrededor de los ejes y-y y z-z
$\Delta M_{y,Ed} \Delta M_{z,Ed}$	Momentos adicionales debidos al desplazamiento del eje baricéntrico del área A_{ef} respecto al eje baricéntrico de la sección bruta. Tabla 3.19.
$\chi_y \chi_z$	ón para pandeo por flexión
χ_{LT}	Coefficientes de reducción para pandeo lateral. Para elementos no susceptibles a deformaciones por torsión $\chi_{LT} = 1,0$
$k_{yy} k_{yz} k_{zy} k_{zz}$	Coefficientes de interacción, que se obtendrán de la tabla 6

Clase	1	2	3	4
A	A	A	A	A_{ef}
W_y	$W_{pl,y}$	$W_{pl,y}$	$W_{el,y}$	$W_{ef,y}$
W_z	$W_{pl,z}$	$W_{pl,z}$	$W_{el,z}$	$W_{ef,z}$
$\Delta M_{y,Ed}$	0	0	0	$e_{N,y} N_{Ed}$
$\Delta M_{z,Ed}$	0	0	0	$e_{N,z} N_{Ed}$

Tabla 3. 19 Valores de $N_{Rk} = f_y A_i$, $M_{i,Rk} = f_y W_i$ y $\Delta M_{i,Ed}$ en las expresiones de comprobación y dimensionamiento frente a pandeo.



3.4.1 Compresión y flexión (Método 1)

Interaction factors	Design assumptions	
	Elastic cross-sectional properties class 3, class 4	Plastic cross-sectional properties class 1, class 2
k_{yy}	$C_{my}C_{mLT} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}$	$C_{my}C_{mLT} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{yy}}$
k_{yz}	$C_{mz} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}$	$C_{mz} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \frac{1}{C_{yz}} 0.6 \sqrt{\frac{w_z}{w_y}}$
k_{zy}	$C_{my}C_{mLT} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}$	$C_{my}C_{mLT} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{zy}} 0.6 \sqrt{\frac{w_y}{w_z}}$
k_{zz}	$C_{mz} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}$	$C_{mz} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \frac{1}{C_{zz}}$

Tabla 3. 20 Coeficientes de interacción k_{ij} (coincide con Tabla A.1 Anexo A del EC3 1-1)

Auxiliary terms	
$\mu_y = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}{1 - \chi_y \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}$	$C_{yy} = 1 + (w_y - 1) \left\{ \left[2 - \frac{1.6}{w_y} C_{my}^2 (\bar{\lambda}_{max} + \bar{\lambda}_{max}^2) \right] n_{pl} - b_{LT} \right\} \geq \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}}$ <p style="text-align: center;">with $b_{LT} = 0.5 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0^2}{\chi_{LT} M_{pl,y,Rd}} \frac{M_{y,Ed}}{M_{pl,z,Rd}}$</p>
$\mu_z = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}{1 - \chi_z \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}$	$C_{yz} = 1 + (w_z - 1) \left[\left(2 - 14 \frac{C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{max}^2}{w_z^5} \right) n_{pl} - c_{LT} \right] \geq 0.6 \sqrt{\frac{w_z}{w_y}} \frac{W_{el,z}}{W_{pl,z}}$ <p style="text-align: center;">with $c_{LT} = 10 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0^2}{5 + \bar{\lambda}_0^4 C'_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}} \frac{M_{y,Ed}}{M_{pl,z,Rd}}$</p>
$w_y = \frac{W_{pl,y}}{W_{el,y}} \leq 1.5$	$C_{zy} = 1 + (w_y - 1) \left[\left(2 - 14 \frac{C_{my}^2 \bar{\lambda}_{max}^2}{w_y^5} \right) n_{pl} - d_{LT} \right] \geq 0.6 \sqrt{\frac{w_y}{w_z}} \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}}$ <p style="text-align: center;">with $d_{LT} = 2 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0}{0.1 + \bar{\lambda}_0^4 C'_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}} \frac{M_{y,Ed}}{C_{mz} M_{pl,z,Rd}}$</p>
$w_z = \frac{W_{pl,z}}{W_{el,z}} \leq 1.5$	$C_{zz} = 1 + (w_z - 1) \left[2 - \frac{1.6}{w_z} C_{mz}^2 (\bar{\lambda}_{max} + \bar{\lambda}_{max}^2) - e_{LT} \right] n_{pl} \geq \frac{W_{el,z}}{W_{pl,z}}$ <p style="text-align: center;">with $e_{LT} = 1.7 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0}{0.1 + \bar{\lambda}_0^4 C'_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}} \frac{M_{y,Ed}}{M_{pl,z,Rd}}$</p>
$n_{pl} = \frac{N_{Ed}}{N_{Rk} / \gamma_{M1}}$	
$C_{my} \text{ see Table A. 2}$	
$a_{LT} = 1 - \frac{I_T}{I_y} \geq 0$	

Tabla 3. 21 términos auxiliares

$\bar{\lambda}_{max} = \max \text{ entre } \bar{\lambda}_y \text{ y } \bar{\lambda}_z$ $\bar{\lambda}_0 = \text{nom-dimensional slenderness for lateral-torsional buckling due uniform bending moment, } i, e \psi_y = 1, 0 \text{ Table A.2}$ $\bar{\lambda}_{LT} = \text{nom-dimensional slenderness for lateral-torsional buckling}$	
For $\bar{\lambda}_0 = 0$	For $\bar{\lambda}_0 > 0$
$C_{my} = C_{my,0}$ $C_{mz} = C_{mz,0}$ $C_{mLT} = 1.0$	$C_{my} = C_{my,0} + (1 - C_{my,0}) \frac{a_{LT} \sqrt{\varepsilon_y}}{1 + a_{LT} \sqrt{\varepsilon_y}}$ $C_{mz} = C_{mz,0} \frac{a_{LT}}{a_{LT}}$ $C_{mLT} = C_{my}^2 \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{crit,z}}\right) \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{crit,T}}\right)}}$
for class 1,2 and 3 cross-section $\varepsilon_y = \frac{M_{y,Ed} A}{N_{Ed} W_{el,y}}$ for class 4 cross- sections $\varepsilon_y = \frac{M_{y,Ed} A_{eff}}{N_{Ed} W_{eff,y}}$	$N_{crit,y}$ =elastic flexural buckling force about the y-y axis $N_{crit,z}$ =elastic flexural buckling force about the z-z axis $N_{crit,T}$ = elastic torsional buckling force I_T = St. Venant torsional constant I_y =second moment of area about z-z axis

Tabla 3. 22 Continuación Tabla 3.22 (Coincide con la continuación de Tabla A.1, Anexo A del EC3 1-1)

Diagrama de momento	$C_{mi,0}$
$-1 \leq \psi \leq 1$ 	$C_{mi,0} = 0.79 + 0.21\psi_i + 0.36(\psi_i - 0.33) \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$
	$C_{mi,0} = 1 + \left(\frac{\pi^2 EI_i \delta_x }{L^2 M_{i,Ed}(x) } \right) \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$ <p>$M_{i,Ed}(x)$ is the maximum moment $M_{y,Ed}$ or $M_{z,Ed}$ δ_x is the maximum member displacement along the member</p>
	$C_{mi,0} = 1 - 0.18 \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$
	$C_{mi,0} = 1 - 0.03 \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$

Tabla 3. 23 Coeficientes de momento uniforme equivalente $C_{mi,0}$ (Tabla A.2, EC3 1-1)



3.4.2 Compresión y flexión (Método 2. Anexo B. Eurocodigo 3)

En el EC3 Parte 1-1 se propone además el Método 2 recogido en su Anexo B, proponiendo coeficientes de interacción diferentes (ver tablas 3.24, 3.25, 3.26).

Interaction factors	Type of section	Design assumption	
		Elastic cross-section properties class3, class 4	Plastic cross-section properties class1, class 2
k_{yy}	I-sections	$C_{my} \left(1 + 0.6\bar{\lambda}_y \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}/\gamma_{M1}} \right)$	$C_{my} \left(1 + (\bar{\lambda}_y - 0.2) \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}/\gamma_{M1}} \right)$
	RHS-sections	$\leq C_{my} \left(1 + 0.6 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}/\gamma_{M1}} \right)$	$\leq C_{my} \left(1 + 0.8 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}/\gamma_{M1}} \right)$
k_{yz}	I-sections	k_{zz}	$0.6k_{zz}$
	RHS-sections		
k_{zy}	I-sections	$0.8k_{yy}$	$0.6k_{yy}$
	RHS-sections		
k_{zz}	I-sections	$C_{mz} \left(1 + 0.6\bar{\lambda}_z \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}/\gamma_{M1}} \right)$	$C_{mz} \left(1 + (2\bar{\lambda}_z - 0.6) \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}/\gamma_{M1}} \right)$
	RHS-sections	$\leq C_{mz} \left(1 + 0.6 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}/\gamma_{M1}} \right)$	$\leq C_{mz} \left(1 + 0.4 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}/\gamma_{M1}} \right)$
			$C_{mz} \left(1 + (\bar{\lambda}_z - 0.2) \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}/\gamma_{M1}} \right)$
			$\leq C_{mz} \left(1 + 0.8 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}/\gamma_{M1}} \right)$

For I-and H- sections and rectangular hollow sections under axial compression and uniaxial bending $M_{y,Ed}$ the coefficient k_{zy} may be $k_{zy} = 0$

Tabla 3. 24 Coeficiente de interacción k_{ij} para piezas no susceptibles de sufrir deformación por torsión (coincide B.1 Anexo B del EC3 1-1)

Interaction factors	Design assumption	
	Elastic cross-section properties class3, class 4	Plastic cross-section properties class1, class 2
k_{yy}	k_{yy} from Table B.1	k_{yy} from Table B.1
k_{yz}	k_{yz} from Table B.1	k_{yz} from Table B.1





k_{zy}	$\left[1 - \frac{0.05\bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0.25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$ $\geq \left[1 - \frac{0.05}{(C_{mLT} - 0.25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$	<i>for</i> $\bar{\lambda}_z > 0.4$ $\left[1 - \frac{0.1\bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0.25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$ $\geq \left[1 - \frac{0.1}{(C_{mLT} - 0.25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$
		<i>for</i> $\bar{\lambda}_z < 0.4$ $t_{zy} = 0.6 + \bar{\lambda}_z \leq 1 - \frac{0.1\bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0.25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}}$
k_{zz}	k_{zz} from Table B.1	k_{zz} from Table B.1

Tabla 3. 25 Coeficientes de interacción k_{ij} para piezas susceptibles de sufrir deformación por torsión (coincide con Tabla B.2 Anexo B del EC3 1-1)


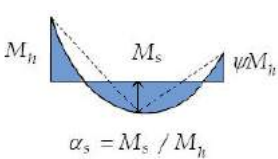
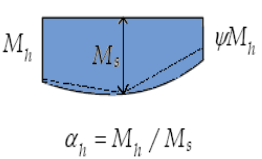
Moment Diagram	Range	C_{my} and C_{mz} and C_{mLT}	
		Uniform loading	Concentrated load
	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0.6 + 0.4 \psi \geq 0.4$	
 $\alpha_s = M_s / M_h$	$0 \leq \alpha_s \leq 1$ $-1 \leq \psi \leq 1$	$0.2 + 0.8 \alpha_s \geq 0.4$	
	$-1 \leq \alpha_s \leq 1$		
	$0 \leq \psi \leq 1$ $\psi = -1$	$0.1 - 0.8 \alpha_s \geq 0.4$ $0.2 - 0.8 \alpha_s \geq 0.4$	$-0.8 \alpha_s \geq 0.4$ $0.2 - 0.8 \alpha_s \geq 0.4$
 $\alpha_h = M_h / M_s$	$0 \leq \alpha_h \leq 1$ $-1 \leq \psi \leq 1$	$0.95 + 0.05\alpha_h$	$0.90 + 0.10\alpha_h$
	$-1 \leq \alpha_h \leq 1$		
	$0 \leq \psi \leq 1$ $\psi = -1$	$0.95 + 0.05\alpha_h$ $0.95 - 0.05\alpha_h$	$0.90 + 0.10\alpha_h$ $0.90 - 0.10\alpha_h$
For members with sway buckling mode the equivalent uniform moment diagram between the relevant braced points as follows:			
Moment factor	Bending axis	Points braced in direction	
C_{my}	y-y	z-z	
C_{mz}	z-z	y-y	
C_{mLT}	y-y	y-y	

Tabla 3. 26 Coeficientes de momento uniforme equivalente C_m (Tabla B.3, EC3 1-1)

3.5 Comparativas entre el AISC LRFD y EC3

Con los apartados vistos anteriormente, en esta parte del capítulo se hace la comparación entre las especificaciones del AISC LRFD (1994) y las normas del EC3 (2005) en el diseño de elementos a compresión pura, flexión pura y flexo-compresión. El propósito de esto es comparar los resultados entre ambas normas.





3.5.1 Clasificación de secciones

LRFD
Secciones compactas: Una sección compacta es aquella con un perfil suficientemente fuerte para que sea capaz de desarrollar una distribución total de esfuerzos plásticos antes de pandearse,
Secciones no compactas: una sección no compacta es aquella en la que el esfuerzo de fluencia puede alcanzarse en algunos, pero no en todos sus elementos a compresión antes de que ocurra el pandeo; no es capaz de alcanzar una distribución plástica de esfuerzo total.
Elementos esbeltos a compresión: Un elemento esbelto con una sección transversal que no satisface el requisito ancho-grueso de la tabla 3.1 puede a un usarcé como una columna. Pero es más económico engrosar los miembros para sacarlos del rango esbelto.
el LRFD utiliza tablas para el dimensionamiento de secciones y así clasificarlas en compactas o no compactas, dependiendo de la relación ancho-espesor de la sección.

EC3
En función de la sensibilidad de una sección a los fenómenos de inestabilidad de chapas, se definen cuatro clases de secciones de acero, a saber:
Secciones de Clase 1 (plásticas): son aquellas capaces de alcanzar su momento plástico sin presentar problemas de inestabilidad
Secciones de Clase 2 (compactas): son aquellas que siendo capaces de alcanzar su momento plástico sin presentar problemas de inestabilidad.
Secciones de Clase 3 (semi-compactas): estas secciones presentan problemas de abolladura local antes de alcanzar el momento plástico y una vez rebasado el momento elástico. El momento resistente de la sección se considerara igual a su momento elástico.
Secciones de Clase 4 (esbeltas): la esbeltez de los paneles que forman estas secciones impiden que se alcance incluso el momento elástico antes de que se presenten fenómenos de inestabilidad.
El EC3 clasifica sus secciones en función de la sensibilidad de una sección a los fenómenos de inestabilidad de chapas.

Tabla 3. 27 Clasificación De secciones AISC-LRFD y EC3

3.5.2 Diseño de miembros cargados axialmente a compresión

Las ecuaciones presentadas por el AISC LRFD y EC3 para el diseño de elementos a compresión pura se presentan nuevamente pero en forma de cuadro comparativo para tener una mejor visión de los elementos que se ocupan.

Compresión pura	
LRFD	Eurocodigo 3



$P_n = A_g F_{cr}$ $P_u = \phi_c A_g F_{cr} \quad \text{con } \phi_c = 0.8$ <p>Para $\lambda_c \leq 1.5$</p> $F_{cr} = (0.658^{\lambda_c^2}) F_y$ <p>Para $\lambda_c > 1.5$:</p> $F_{cr} = \left(\frac{0.877}{\lambda_c^2} \right) F_y$ $\lambda_c = \frac{KL}{r\pi} \sqrt{\frac{f_y}{E}}$	<p>Para la resistencia de la sección</p> $N_{c,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}}$ <p>Para la resistencia al pandeo:</p> $N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}}$ <p>donde $\gamma_{M0} = 1$ y $\gamma_{M1} = 1$</p> $\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \quad \text{pero } \chi \leq 1$ <p>con $\phi = 0.5[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 2) + \bar{\lambda}^2]$</p> $\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr}}} \quad \text{con } N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(L)^2}$
--	---

Tabla 3. 28 Compresión pura Método del AISC LRFD y EC3

Ya que estamos hablando del mismo propósito las ecuaciones del LRFD y EC3 pueden igualarse dando como resultado las siguientes ecuaciones:

$$P_u = N_{b,Rd} \quad \therefore \quad \phi_c A_g F_{cr} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}}$$

Para $\lambda_c \leq 1.5$:

$$\phi_c A_g (0.658^{\lambda_c^2}) F_y = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}}$$

Para $\lambda_c > 1.5$:

$$\phi_c A_g \left(\frac{0.877}{\lambda_c^2} \right) F_y = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}}$$

Podemos observar que el factor ϕ_c del AISC LRFD y el γ_{M1} del EC3, tienen la misma función que es la de reducir la resistencia nominal a compresión, dejando las ecuaciones anteriores en función de la esbeltez adimensional y reduciendo términos semejantes podemos obtener un factor de reducción χ para el LRFD y obteniendo la siguiente ecuación:

Para $\lambda_c \leq 1.5$:

$$\chi_{LRFD} = (0.658^{\lambda_c^2})$$

Para $\lambda_c > 1.5$:

$$\chi_{LRFD} = \left(\frac{0.877}{\lambda_c^2} \right)$$

Estos factores dan origen a la figura 3.18 donde se muestran las cinco curvas de pandeo del EC3 y la única curva del LRFD que se obtuvo con las ecuaciones anteriores.

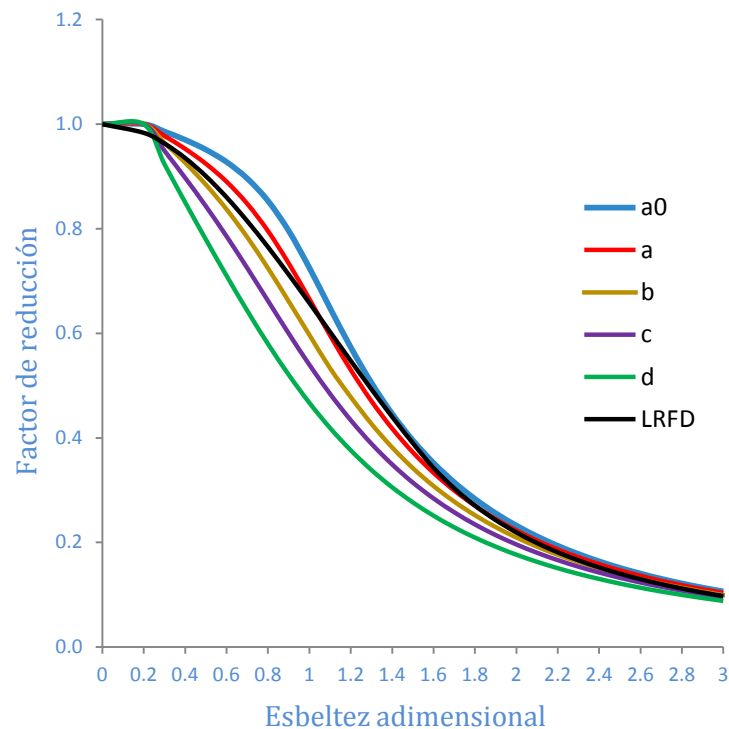


Figura 3. 18 Comparación de las curvas de pandeo en elementos sometidos a compresión

En donde se observa que el EC3 mantiene un factor de reducción constante y comienza a descender cuando $\lambda \leq 2$. En cambio la curva del LRFD comienza a descender desde que $\lambda = 0$. Siguiendo la curva del LRFD se puede observar que en un tramo esta se encuentra entre la curva a y b, después se incorpora a la línea a0 para terminar igualándose a la curva b en el último tramo.

La capacidad de resistencia a compresión no solo depende de las curvas de pandeo si no también del factor de seguridad parcial γ_{M1} del EC3, que cumple la misma función que el factor de reducción ϕ_c del LRFD. La diferencia es que el EC3 recomienda un factor γ_{M1} igual a 1 y el LRFD recomienda el factor ϕ_c igual a 0.86.

La figura 3.19 muestra la resistencia a compresión pura, dadas por el LRFD y el EC3, como se observa el EC3 para valores bajos de esbeltez da mayores resistencias que el LRFD.

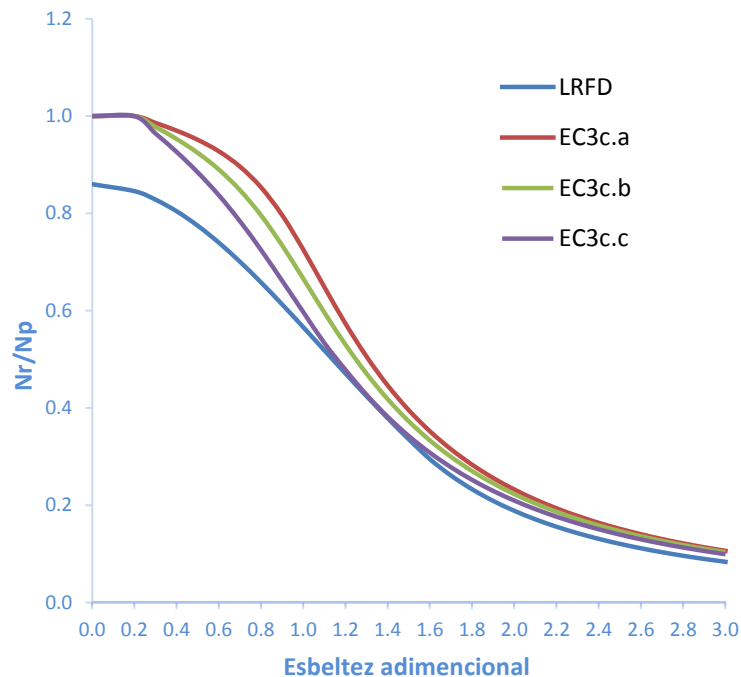


Figura 3. 19 Resistencia a compresión pura

3.5.3 Diseño de miembros a flexión

Las ecuaciones presentadas por el AISC LRFD y EC3 para el diseño de elementos a flexión pura se presentan en forma de cuadro comparativo para tener una mejor visión de los elementos que se ocupan.

En el caso de el diseño de resistencia a flexión pura del AISC LRFD, se puede observar que ésta esta en función de las longitudes L_p y L_r , mientras que el EC3 (2005) esta en función de la esbeltez adimensional, por lo tanto la comparación se hará con la ayuda de secciones donde las propiedades geométricas están definidas.



Flexión pura		LRFD
1. Se confirma que el elemento sea compacto con las relaciones ancho a espesor de los patines y almas		
Para patines: $\lambda_p = \frac{b}{t} \leq \frac{65}{\sqrt{F_y}}$	Para almas: $\lambda_p = \frac{h}{t_w} \leq \frac{640}{\sqrt{F_y}}$	
2. Se determina la zona de pandeo		
Zona I, pandeo plástico Para $L_b \leq L_p$ $M_n = M_p = F_y Z \leq 1.5 M_y$ $M_u = \phi_b M_n$ Con $\phi_b = 0.90$ $M_y = M_r = F_y f S$ Para que $M_n = F_y Z$, L_b no debe exceder el siguiente valor de L_p $L_p = \frac{300 r_y}{\sqrt{F_y f}}$	Zona II, pandeo inelástico Para $L_p \leq L_b \leq L_r$ $M_n = C_b \left[M_p - (M_p - M_r) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_p$ Donde: $M_r = F_L S_x$ $C_b = \frac{12.5 M_{max}}{2.5 M_{max} + 3 M_A + 4 M_B + 3 M_C}$ Con $L_r = \frac{F_r X_1}{f_L} \sqrt{1 + \sqrt{1 + X_2 f_L^2}}$ $f_L = \text{menor valor entre } (F_{yf} - F_r) \text{ o } F_{yw}$ Con $X_1 = \frac{\pi}{S_x} \sqrt{\frac{EGJA}{2}}$ y $X_2 = 4 \frac{C_w}{I_y} \left(\frac{S_x}{GJ} \right)^2$	Zona III, pandeo elástico Para $L_b > L_r$: $\phi_b M_n = \phi_b M_{cr} \leq \phi_b M_p$ $M_{cr} = C_b \frac{\pi}{L_b} \sqrt{EI_y GJ + \left(\frac{\pi E}{L_b} \right)^2 I_y C_w}$ O $M_{cr} = \frac{C_b S_x X_1 \sqrt{2}}{L_b / r_y} \sqrt{1 + \frac{X_1^2 X_2}{2(L_b / r_y)^2}}$
Flexión pura		EC3
Resistencia de la sección $M_{c,Rd} = \frac{W_y f_y}{\gamma_{M0}}$ Resistencia al pandeo $M_{b,Rd} = \frac{\chi_{LT} W_y f_y}{\gamma_{M1}}$	Donde: Casos generales, $\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \leq 1$ Con $\phi_{LT} = 0.5 [1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0.2) + \bar{\lambda}_{LT}^2]$ $\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}}$	Se aplica solamente a secciones-I laminadas y soldadas equivalentes $\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - 0.75 \bar{\lambda}_{LT}^2}}$ pero $\chi_{LT} \leq 1$, $\chi_{LT} \leq \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2}$ Con $\phi_{LT} = 0.5 [1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0.4) + 0.75 \bar{\lambda}_{LT}^2]$

Tabla 3. 29 Flexión pura Método del AISC LRFD y EC3

Al hacer el análisis comparativo se escogieron dos perfiles europeos *IPE 200* y *HEB 700* y dos perfiles americanos de sección *W10x4x19* y *HP14x19*. Se emplearon las propiedades de acero más comunes entre las dos normas el *S275* y *A36*. Para incorporar la curva de pandeo del AISC LRFD se obtuvo primero el momento nominal M_n , después al dividir este momento con el momento plástico M_p se obtuvo



un factor de reducción χ_{LT} equivalente al de las normas europeas, para relacionar la esbeltez adimensional con las longitudes de la viga se emplearon escalas

En la figura 3.20 se muestra las curvas comparativas de los perfiles americanos $W10x4x19$ y $HP14x19$. Para estos perfiles el EC3 asigna la curva b y la curva a de pandeo respectivamente en ambas comparativas se ve que el EC3 trabaja con valores menores al AISC LRFD. La diferencias que se pueden apreciar es en valor de $\bar{\lambda}_{LT} = 0.2$ de la curva b en donde a partir de aquí comienza a tener un comportamiento inelástico, mientras que el AISC LRFD comienza a partir de $\bar{\lambda}_{LT} = 0.6$. En la figura se observa el mismo comportamiento el EC3 se mantiene con valores bajos y su comportamiento inelástico en el mismo punto.

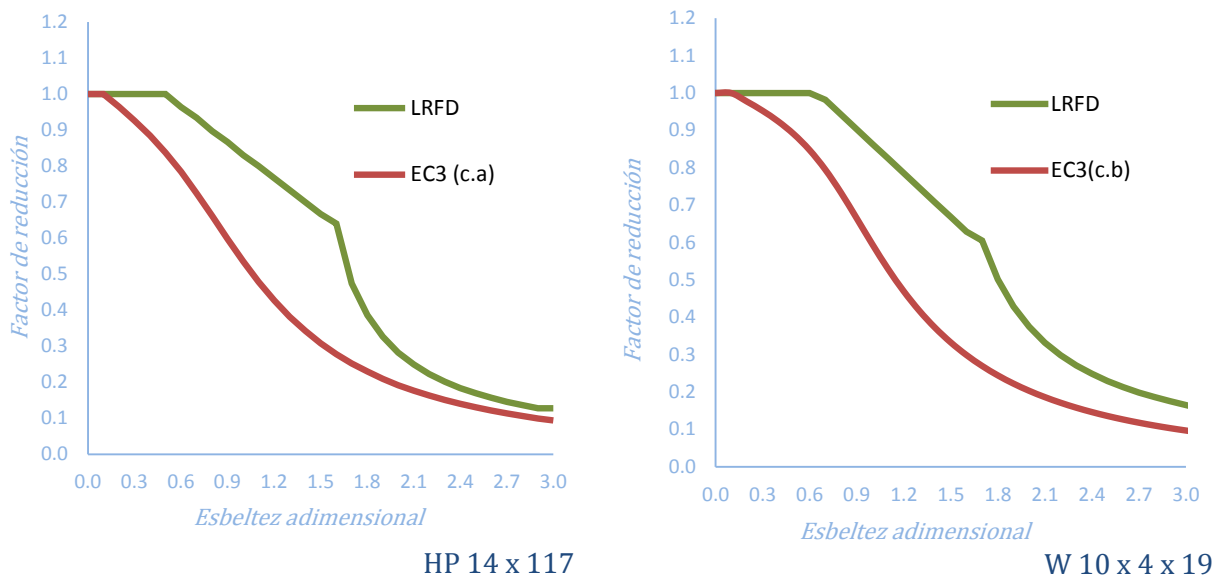


Figura 3. 20 Curvas comparativas entre las normas del LRFD y el EC3 entre los perfiles americanos $W10x4x19$ y $HP14x19$

En los perfiles europeos se puede observar el mismo comportamiento que en las americanas pero con una menor diferencia en sus valores (figura 3.21).

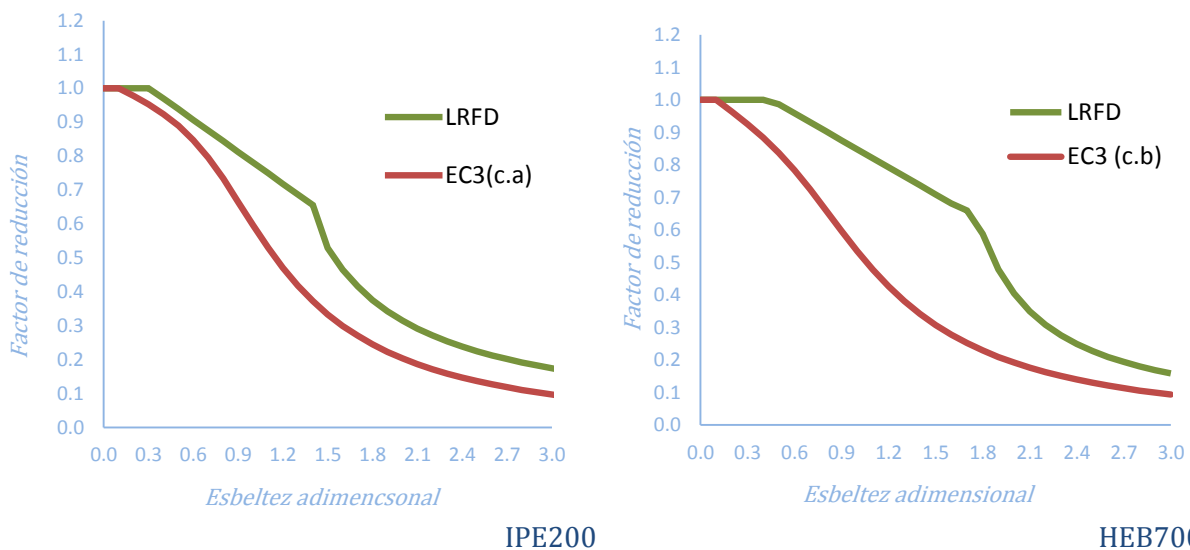


Figura 3. 21 Curvas comparativas entre las normas del LRFD y el EC3 entre los perfiles europeos IPE 200 y HEB 700

En las figuras 3.22 se muestran los resultados comparativos de la resistencia a flexión entre las normas del LRFD y el EC3 entre los perfiles americanos $W10x4x19$ y $HP14x1$.

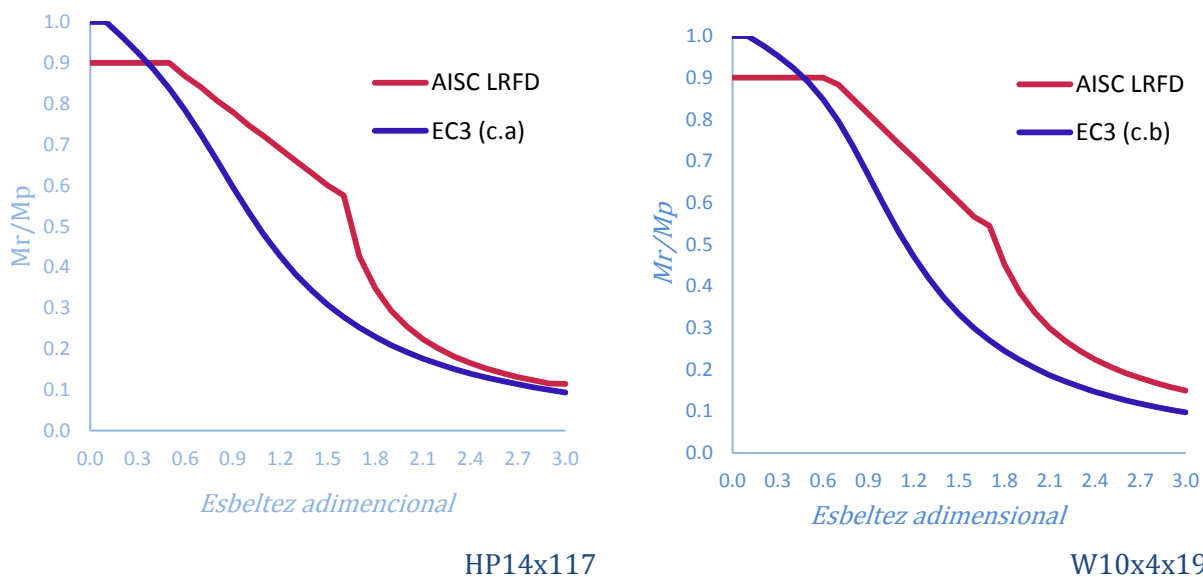


Figura 3. 22 Resultados comparativos de la resistencia a flexión, entre las normas del LRFD y el EC3 entre los perfiles americanos $W10x4x19$ y $HP14x19$

En la figura 3.23 se muestran los resultados comparativos de la resistencia a flexión entre las normas del LRFD y el EC3 entre los perfiles europeos *IPE 200* y *HEB 700*. Estos valores fueron obtenidos al afectar los valores de las curvas de pandeo del AISC LRFD y del EC3, con sus respectivos factores ϕ_b y $1/\gamma_{M1}$.

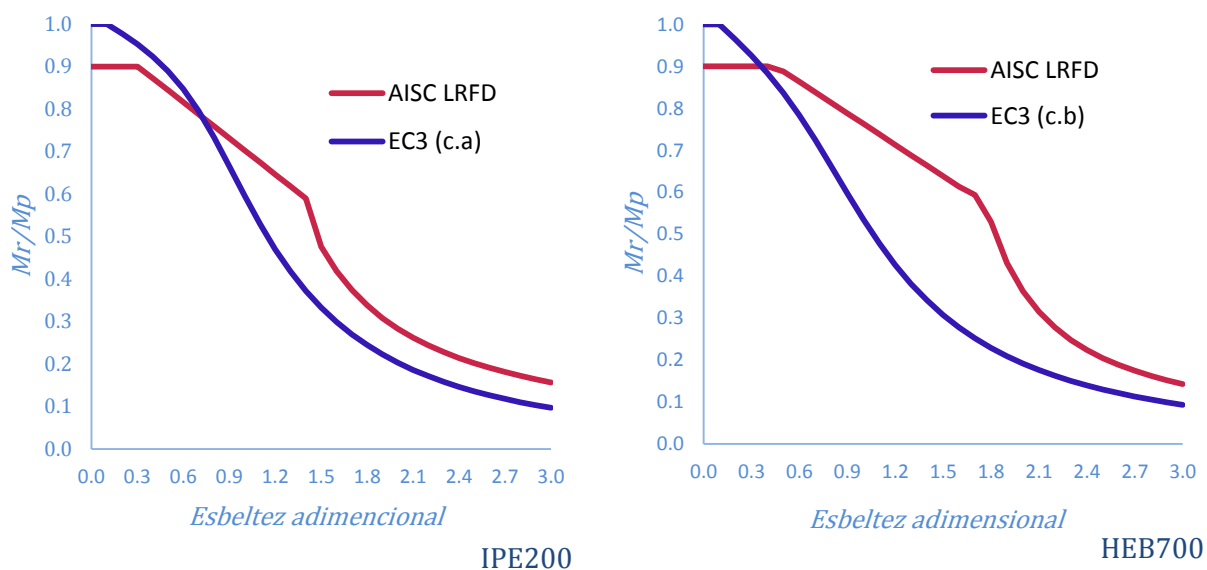


Figura 3. 23 Resultados comparativos de la resistencia a flexión, entre las normas del LRFD y el EC3 entre los perfiles europeos *IPE 200* y *HEB 700*

Como se indica en el AISC LRFD éste emplea el factor de resistencia ϕ_b igual a 0.90, mientras que el EC3 mantiene su factor de resistencia γ_{M1} igual a 1 para cualquier situación de carga. La curva de resistencia del AISC LRFD quedara determinada al multiplicar por 0.9 los valores de su curva de pandeo, mientras que para el EC3 su curva de resistencia será igual que su curva de pandeo.

3.5.4 Diseño de vigas-columnas

EL AISC LRFD (1994) en su capítulo H de sus especificaciones, proporciona una simple ecuación de interacción bi-lineal que permite determinar la resistencia de la “viga-columna” y evaluar, a la vez todos los posibles modos de colapso. Mientras



que el EC3 (2005) en su apartado 6.3.3 la resistencia de un elemento flexo-comprimido es determinado usando dos tipos distintos de ecuaciones de interacción el primer tipo es usado para determinar la resistencia a pandeo mientras que el segundo tipo se usa para evaluar la resistencia de la sección en cada extremo del elemento.

Resistencia de vigas-columnas																															
LRFD	EC3																														
<p>Si $\frac{P_u}{\phi_c P_n} > 0.2$</p> $\frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1.0$ <p>Si $\frac{P_u}{\phi_c P_n} < 0.2$</p> $\frac{P_u}{2\phi_c P_n} + \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1.0$ <p>Se debe comprobar que los esfuerzos cortantes producidos por una distribución de momentos no superen la resistencia cortante de la sección. Propone unas expresiones para el diseño por fuerza cortante con campo de acción de tensión</p> <p>a) Para $\frac{h}{t_w} \leq 187 \sqrt{\frac{k_v}{F_{yw}}}$</p> $V_n = 0.6 A_w F_{yw}$ <p>b) Para $\frac{h}{t_w} > 187 \sqrt{\frac{k_v}{F_{yw}}}$:</p> $V_n = 0.6 A_w F_{yw} \left(C_v + \frac{1 - C_v}{1.15 \sqrt{1 + (a/h)^2}} \right)$ $k_v = 5 + \frac{5}{(a/h)^2}$	<p>La primera ecuación representa la comprobación del pandeo alrededor del eje fuerte (eje y-y). La segunda ecuación representa la comprobación del pandeo alrededor del eje débil (z-z).</p> $\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT,mod} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\gamma_{M1}} \leq 1$ $\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT,mod} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\gamma_{M1}} \leq 1$ <p>Donde</p> $N_{Rk} = f_y A_i$ $M_{i,Rk} = f_y W_i \quad y \quad \Delta M_{i,Ed}$ $\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f} \leq 1$ <p>Con</p> $f = 1 - 0.5(1 - k_c) [1 - 2(\bar{\lambda}_{LT} - 0.8)^2] \leq 1$ <table border="1"> <thead> <tr> <th>Clase</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>A</td> <td>A</td> <td>A</td> <td>A_{ef}</td> </tr> <tr> <td>W_y</td> <td>W_{pl,y}</td> <td>W_{pl,y}</td> <td>W_{el,y}</td> <td>W_{ef,y}</td> </tr> <tr> <td>W_z</td> <td>W_{pl,z}</td> <td>W_{pl,z}</td> <td>W_{el,z}</td> <td>W_{ef,z}</td> </tr> <tr> <td>ΔM_{y,Ed}</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>e_{N,y}N_{Ed}</td> </tr> <tr> <td>ΔM_{z,Ed}</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>e_{N,z}N_{Ed}</td> </tr> </tbody> </table>	Clase	1	2	3	4	A	A	A	A	A _{ef}	W _y	W _{pl,y}	W _{pl,y}	W _{el,y}	W _{ef,y}	W _z	W _{pl,z}	W _{pl,z}	W _{el,z}	W _{ef,z}	ΔM _{y,Ed}	0	0	0	e _{N,y} N _{Ed}	ΔM _{z,Ed}	0	0	0	e _{N,z} N _{Ed}
Clase	1	2	3	4																											
A	A	A	A	A _{ef}																											
W _y	W _{pl,y}	W _{pl,y}	W _{el,y}	W _{ef,y}																											
W _z	W _{pl,z}	W _{pl,z}	W _{el,z}	W _{ef,z}																											
ΔM _{y,Ed}	0	0	0	e _{N,y} N _{Ed}																											
ΔM _{z,Ed}	0	0	0	e _{N,z} N _{Ed}																											

Tabla 3. 30 vigas-columnas Método del AISC LRFD y EC3

Mientras que el AISC LRFD su método es muy sencillo y práctico el método del EC3 resulta ser complejo y laborioso que al emplearlo sería necesario la ayuda de programas de análisis.



Al utilizar el Método del EC3 propone la verificación de los siguientes datos

Verificaciones Resistencia de vigas-columnas	EC3
<p>una “viga-columna” debe ser verificada con el siguiente criterio para secciones de Clase 1 y 2</p> $M_{Ed} \leq M_{N,Rd}$ <p>donde</p> $M_{N,y,Rd} = M_{pl,y,Rd} \frac{(1-n)}{1-0.5a} \leq M_{pl,y,Rd}$ <p>con</p> $n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}}, \quad a = \frac{(A-2bt_f)}{A} \quad \text{pero } a \leq 0.5$ <p>Finalmente se debe cumplir la condición:</p> $\frac{M_{y,Ed}}{M_{N,y,Rd}} \leq 1$ <p>Si el efecto del esfuerzo axial N_{Ed} es despreciable, la resistencia $M_{N,Rd}$ será considerada igual a la resistencia plástica $M_{pl,Rd}$ si se cumple:</p> <p>Para el eje $y - y$</p> $N_{Ed} \leq 0.25N_{pl,Rd} \quad \text{y} \quad N_{Ed} \leq \frac{0.5h_w t_w f_y}{\gamma_{M0}}$ <p>Para eje $z - z$</p> $N_{Ed} \leq \frac{h_w t_w f_y}{\gamma_{M0}}$ <p>Se sugiere verificar la resistencia de la sección (elemento sometido a combinación de esfuerzo axial de compresión y flector bi-axial) con la siguiente ecuación de interacción:</p> $\left[\frac{M_{y,Ed}}{M_{N,y,Rd}} \right]^\alpha + \left[\frac{M_{z,Ed}}{M_{N,z,Rd}} \right]^\beta \leq 1$ <p>con $\alpha = 2$ y $\beta = 5n \geq 1$</p> <p>Para $n \leq a$ $M_{Nz,Rd} = M_{pl,z,Rd}$</p> <p>Para $n > a$ $M_{Nz,Rd} = M_{pl,z,Rd} \left[1 - \left(\frac{n-a}{1-a} \right)^2 \right]$</p>	<p>verificar la resistencia de la sección en los elementos de Clase 3, Con la siguiente ecuación:</p> $\sigma_{x,Ed} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$ <p>Siendo $\sigma_{x,Ed}$ la tensión longitudinal máxima.</p> <p>Se recomienda reducir la tensión de fluencia f_y en el área de cortante para verificar la resistencia de la sección de una “viga-columna” cuando el esfuerzo cortante V_{Ed} supera el 50% de la resistencia plástica a cortante $V_{pl,Rd}$. Esta reducción es calculada con la siguiente expresión:</p> $(1-\rho)f_y$ <p>Con $\rho = \left(\frac{V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2$</p> <p>Donde</p> $V_{Ed} = \frac{M_{y,Ed,Der.} + M_{y,Ed,Izq}}{L}$ <p>V_{Ed}, es el esfuerzo cortante máximo</p> <p>La resistencia plástica a cortante se determina:</p> $V_{pl,Rd} = \frac{A_v (f_y / \sqrt{3})}{\gamma_{M0}}$ <p>Con</p> $A_v = A - 2bt_f + (t_w + 2r)t_f$

Tabla 3. 31 Verificación de la resistencia de vigas-columnas del EC3

3.5.5 Momentos crítico elástico M_{cr} , Momento de segundo orden M_u y Factor C_m

Las normas de diseño de elementos estructurales desarrollan su estudio considerando tres principales situaciones de esfuerzos; compresión axial, flexión pura y flexocompresión, dependiendo de la longitud del elemento y de las propiedades de la sección, el elemento a compresión puede presentar fallas que provoquen el colapso como son: el pandeo de flexión, pandeo torsional o pandeo flexo-torsional, mientras que los elementos sometidos a flexión con respecto a su

eje fuerte pueden presentar pandeo lateral, en donde el ala comprimida del perfil se desplaza produciendo flexión respecto al eje débil y giro de la sección por torsión, este fenómeno de inestabilidad ocurre cuando en máximo momento flector actuando en el elemento supera el momento crítico elástico. En los elementos flexo-comprimidos se puede producir cualquiera de los cuatro tipos de pandeo mencionados. Cabe indicar que existen otros tipos de pandeo como el pandeo local y el pandeo distorsional los cuales tiene importancia en elementos clasificados como no compactos. Las normas de diseño de elementos de acero basan sus estudios en el concepto de estado límites y dan un procedimiento de diseño para evaluar la resistencia al pandeo lateral de los elementos. Para la aplicación de estos procedimientos es necesario determinar el valor del momento crítico elástico.

Momento crítico elástico M_{cr}	
LRFD	EC3
$M_{cr} = C_b \frac{\pi}{L_b} \sqrt{EI_y GJ + \left(\frac{\pi E}{L_b}\right)^2 I_y C_w}$ $C_b = \frac{12.5M_{max}}{2.5M_{max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C}$	$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{(KL)^2} \sqrt{\left(\frac{k}{k_w}\right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(KL)^2 GJ_t}{\pi^2 EI_z}}$ $C_1 = 1.88 - 1.40\psi + 0.52\psi^2 \quad \text{siendo } C_1 \leq 2.70$ $\psi = -\frac{M_{y,Ed,Der.}}{M_{y,Ed,Izq}}$
LRFD	
Momento del segundo orden	
$M_u = B_1 M_{nt} + B_2 M_{1t}$ <p>Donde:</p> $B_1 = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{P_{e1}}} \geq 1 \quad B_2 = \frac{1}{1 - \sum P_u \left(\frac{\Delta_{oh}}{\sum HL}\right)} \quad \text{ó} \quad B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{\sum P_{e2}}}$ <p>con</p> $\lambda_c = \left(\frac{KL}{r\pi}\right) \sqrt{\frac{F_y}{E}} \quad P_{e1} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$	
Factor C_m	
$C_m = 0.6 - 0.4 \frac{M_1}{M_2}$ <p>Para miembros con extremos restringidos $C_m = 0.85$ Para miembros con extremos no restringidos $C_m = 1.0$</p>	

Tabla 3. 32 Momento crítico elástico del LRFD y EC3

Las expresiones que ambas normas utilizan para determinar el momento crítico elástico, son iguales cuando el coeficiente a la flexión lateral k y el coeficiente de alabeo k_w , tienen el mismo valor en cada uno de sus extremos del elemento. Así, también, L_b es igual a kL y C_b es igual a C_1 .



A diferencia de la ecuación utilizada por el EC3 para determinar el momento crítico elástico el AISC LRFD no considera la posibilidad de tener el coeficiente a la flexión lateral k y el coeficiente de alabeo k_w

Factor C_m		EC3	
Método 1			
El método 1 propone usar la siguiente expresión aproximada cuando se tiene una distribución lineal de momento			
$C_m = 0.79 + 0.21\psi + 0.36(\psi - 0.33) \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}$			
Para “vigas –columnas” sometidas a cargas transversales y momentos aplicados en los extremos del elemento, el Método 1 recomienda usar la siguiente expresión			
$C_m = 1 + \left(\frac{\pi^2 EI \delta_0}{L^2 M_0} - 1 \right) \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}$			
Método 2			
Para elementos con distribución no lineal de momentos, originada por aplicaciones de momentos concentrados en los extremos y cargas transversales, no existe ninguna ecuación general de uso práctico, es por esta razón que el Método 2 propone las siguientes expresiones :			
Moment Diagram	Range	C_{my} and C_{mz} and C_{mLT}	
		Uniform loading	Concentrated load
	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0.6 + 0.4 \psi \geq 0.4$	
	$0 \leq \alpha_s \leq 1$	$0.2 + 0.8 \alpha_s \geq 0.4$	
	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0.2 + 0.8 \alpha_s \geq 0.4$	
	$-1 \leq \alpha_s \leq 1$	$0.1 - 0.8 \alpha_s \geq 0.4$	$-0.8 \alpha_s \geq 0.4$
	$0 \leq \psi \leq 1$	$0.2 - 0.8 \alpha_s \geq 0.4$	$0.2 - 0.8 \alpha_s \geq 0.4$
	$0 \leq \alpha_h \leq 1$	$0.95 + 0.05 \alpha_h$	$0.90 + 0.10 \alpha_h$
	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0.95 + 0.05 \alpha_h$	$0.90 + 0.10 \alpha_h$
	$-1 \leq \alpha_h \leq 1$	$0.95 - 0.05 \alpha_h$	$0.90 - 0.10 \alpha_h$
For members with sway buckling mode the equivalent uniform moment diagram between the relevant braced points as follows:			
Moment factor	Bending axis	Points braced in direction	
C_{my}	y-y	z-z	
C_{mz}	z-z	y-y	
C_{mLT}	y-y	y-y	

Tabla 3. 33 Factor de reducción C_m del EC3

Para obtener el valor de C_m las dos normas varían en su obtención mientras que el EC3 utiliza ecuaciones diferentes en sus dos métodos, las cuales son confusas, el AISC LRFD solo utiliza la ecuación de Austin la cual es muy sencilla para obtener este factor.





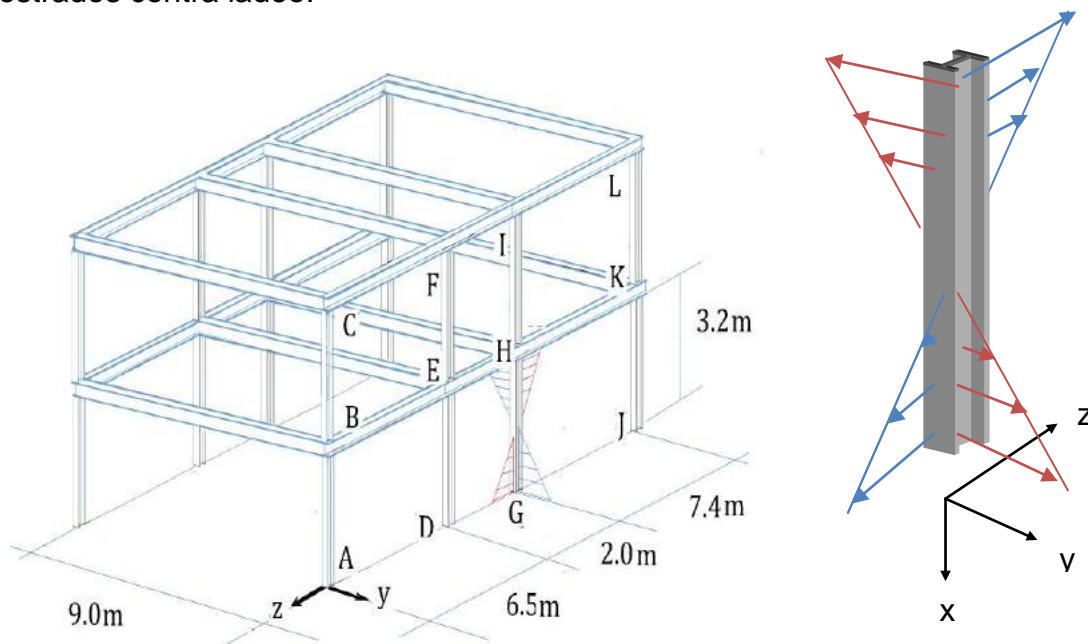
CAPITULO 4

Ejemplos de aplicación

Con el propósito de presentar los procedimientos propuestos por el AISC LRFD (1994) y el EC3 (2005) en la verificación de la resistencia de elementos de acero, vistos en el Capítulo 3, se presenta este capítulo donde se trabaja con elementos estructurales sometidos a esfuerzos de compresión axial, flexión pura y flexo-compresión, vistos en los Apartados 3.2.1, 3.2.3 y 3.2.7 en donde se vio los métodos propuestos por el AISC LRFD (1993) y en los Apartados 3.3.2, 3.3.3, y 3.3.5 donde se vieron los métodos propuestos por el EC3, los esfuerzos con los que se trabajo en este Capítulo, fueron obtenidos a partir de diferentes Métodos de análisis estructural, mismos que se presentan en el Capítulo 5 de este trabajo.



De la estructura que se muestra en la figura se seleccionara un perfil W económico y adecuado que satisfaga las condiciones de resistencia de un elemento sometido a flexión y compresión axial combinadas. Considere que los elementos no están arriostrados contra ladoeo.



Se propone acero A36. Analizando la columna GH de 3.20 m de largo que está sometida a una carga axial de compresión de $P = 120\text{ ton}$ y Momentos como se muestran en la figura. Considerando un perfil $W24 \times 76$ en todos los elementos.



Sistema geométrico de elementos

Longitud del elemento $L = 3.20 \text{ m} = 125.98 \text{ ft}$

Longitud de pandeo lateral $L_{LT} = 125.98 \text{ ft} = 3.20 \text{ m}$

Propiedades del acero

Tensión de fluencia:

$$f_y = 248.2 \text{ Mpa} = 36 \text{ ksi} = 2530 \text{ kg/cm}^2$$

Modulo de elasticidad:

$$E = 206 \text{ Gpa} = 29,877.8 \text{ ksi} = 2,100,000 \text{ kg/cm}^2$$

Modulo de cortante:

$$G = 77 \text{ Gpa} = 11200 \text{ ksi} = 787,437.89 \text{ kg/cm}^2$$

4.1.1 Verificación estructural acorde con el AISC LRFD

Para verificar de acorde con el LRFD, la capacidad resistente del perfil $W24x76$ indicado en el ejemplo se sigue los siguientes pasos

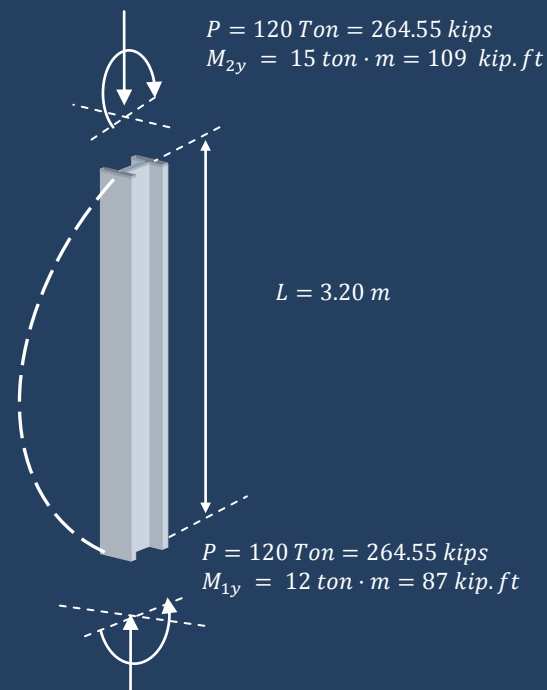
Factores de resistencia para la compresión y para la flexión son $\phi_c = 0.85$ y $\phi_b = 0.90$ respectivamente

Verificación de la esbeltez del patín y alma Tabla B5.1 del LRFD (apartado 3.1.1)

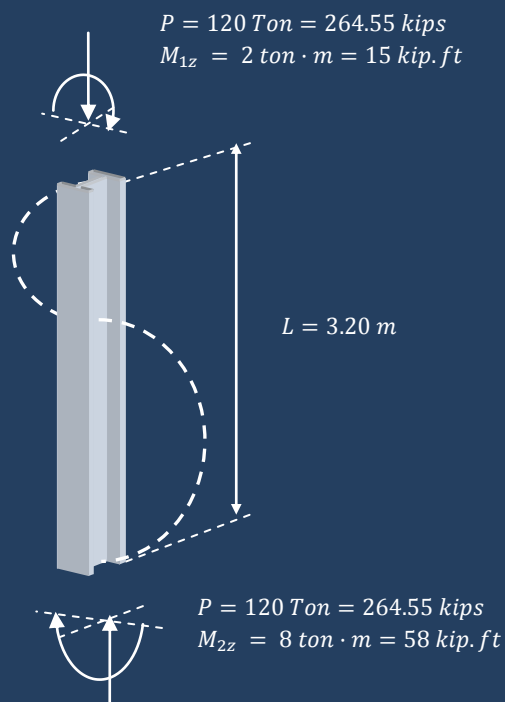
Para aplicar las formulas de interacción (H1-1a y H1-1b) se debe verificar que el patín y alma del perfil no sean elementos esbeltos para eso las siguientes condiciones deben cumplirse:

Sistema de carga

Dirección y



Dirección z





Para el patín (tabla 3.1):

$$\frac{b_f}{2t_f} < \lambda_r \quad \text{con} \quad \lambda_{rf} = \frac{141}{\sqrt{f_y - 10}}$$

Para el alma:

$$\frac{C_w}{t_w} < \lambda_{rw}$$

$$\text{con} \quad C_w = h_w - 2r \quad \text{y} \quad \lambda_{rw} = \frac{970}{\sqrt{f_y}} \left(1 - 0.74 \frac{P_u}{\phi_b A f_y} \right)$$

Patín:

$$\frac{b_f}{2t_f} = \frac{8.97 \text{ in}}{2 * 0.68 \text{ in}} = 6.59 \quad \text{y} \quad \lambda_{rf} = \frac{141}{\sqrt{36 - 10}} = 27.65$$

$$\therefore 6.59 < 27.65 \quad \text{si cumple}$$

Alma:

$$\frac{C_w}{t_w} = \frac{h_w - 2r}{t_w} = \frac{23.93 \text{ in} - 2 * 0.511 \text{ in}}{0.44 \text{ in}} = 52.06$$

$$\lambda_{rw} = \frac{970}{\sqrt{36}} \left(1 - 0.74 \frac{264.55}{0.9 * 22.4 * 36} \right) = 118.059$$

$$\therefore 52.06 < 118.059 \quad \text{si cumple}$$

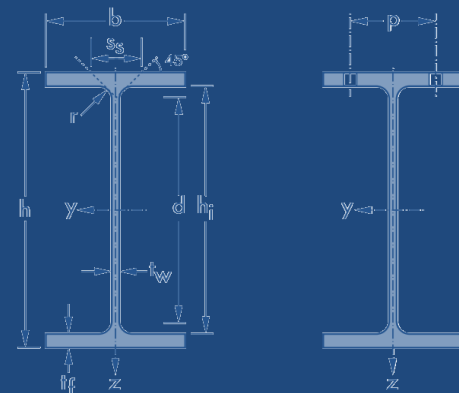
Por lo tanto el patín y el alma del perfil W24x76 no es un elemento esbelto.

Cálculo de la resistencia nominal para la compresión. Cálculo de $\phi P_n = \phi P_{cr}$

Como se vio en el Apartado 3.2 se desarrollara el Método propuesto por el AISC LRFD. En donde el factor de longitud efectiva k se obtuvo del nomograma de la figura 3.4 apartado 3.2.2 y el factor

Propiedades de la sección

W24x76



$$b_f = 0.228 \text{ m} = 8.97 \text{ in}$$

$$t_f = 0.017 \text{ m} = 0.68 \text{ in}$$

$$h_w = 0.608 \text{ m} = 23.93 \text{ in}$$

$$t_w = 0.0112 \text{ m} = 0.44 \text{ in}$$

$$r = 0.013 \text{ m} = 0.511 \text{ in}$$

$$A = 22.4 \text{ in}^2 = 144.52 \text{ cm}^2$$

$$I_y = 2100 \text{ in}^4 = 87,408.60 \text{ cm}^4$$

$$I_z = 82.5 \text{ in}^4 = 3,434 \text{ cm}^4$$

$$I_t = 1.113 * 10^{-6} \text{ m}^4 = 2.72 \text{ in}^4$$

$$I_w = 2.98 * 10^{-6} \text{ m}^6 = 11,100.8 \text{ in}^6$$

$$Z_y = 200 \text{ in}^3 = 3277.40 \text{ cm}^3$$

$$Z_z = 28.6 \text{ in}^3 = 468.70 \text{ cm}^3$$

$$S_y = 176 \text{ in}^3 = 2884.1 \text{ cm}^3$$

$$S_z = 18.4 \text{ in}^3 = 301.52 \text{ cm}^3$$

$$r_y = 9.69 \text{ in} = 24.61 \text{ cm}$$

$$r_z = 1.92 \text{ in} = 4.88 \text{ cm}$$





ϕF_{cr} se obtuvo utilizando las tablas que proporciona el AISC LRFD en su sexta parte.

$$\left(\frac{KL}{r}\right)_y = \left(\frac{1.87 * 320}{24.61}\right)_y = 24.32$$

$$\left(\frac{KL}{r}\right)_z = \left(\frac{1.70 * 320}{4.88}\right)_z = 111.48$$

$$\left(\frac{KL}{r}\right)_z > \left(\frac{KL}{r}\right)_y \quad \therefore \text{se usa } \left(\frac{KL}{r}\right)_z$$

Calculando ϕF_{cr} de la tabla 3.36 de la sexta parte del AISC LRFD con el $\left(\frac{KL}{r}\right)_z$ se obtiene:

$$\phi F_{cr} = 16.99 \text{ ksi}$$

$$\therefore \phi P_{cr} = \phi P_n = A \phi F_{cr}$$

$$\phi P_{cr} = 22.4 \text{ in}^2 * 16.99 \text{ ksi}$$

$$\phi P_{cr} = 380.57 \text{ kips} > 264.55 \text{ kips}$$

Por lo tanto la viga $W24x76$ no fallara por resistencia.

Cálculo de la resistencia nominal a flexión pura

Para determinar las resistencias nominales a flexión pura Apartado 3.2.3, se debe conocer las tensiones de fluencia del patín y del alma

$$f_{yf} = f_{yw} = f_y \quad \therefore f_y = 36 \text{ ksi}$$

Tomando en consideración las tensiones residuales de compresión en donde el LRFD recomienda $f_r = 10 \text{ ksi}$ este valor es el recomendado por el AISC LRFD para perfiles laminados Con este valor se puede determinar el valor f_L

$$f_L \text{ Es el menor valor de } \begin{cases} f_{yf} - f_r = 36 \text{ ksi} - 10 \text{ ksi} = 26 \text{ ksi} \\ f_{yw} = 36 \text{ ksi} \end{cases} \quad \therefore f_L = 26 \text{ ksi}$$





Por otro lado las longitudes laterales no arriostradas del elemento obtenidas de la tabla del LRFD “Load Factor Design Selection Table” las cuales son:

$$L_r = 23.4 \text{ ft} = 7.13 \text{ m} \quad ; \quad L_p = 8.0 \text{ ft} = 2.44 \text{ m}$$

Como $L_p < L_b < L_r$ estos limites nos indican que la viga empezara a fallar inelásticamente, bajo momentos menores y quedara en la **zona II**, hasta que finalmente falle antes de que se alcance en cualquier punto el esfuerzo de fluencia, apartado 3.2.3.2 se utilizara la ecuación 3.12:

$$\phi M_n = \left[\phi M_p - (\phi M_p - \phi M_r) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_p$$

Para el eje $y - y$

$$\begin{aligned} \phi_b M_{ry} &= \phi_b S_y (f_{yf} - f_r) & \phi_b M_{rz} &= 430.56 \text{ kip.in} = 35.88 \text{ Kip.ft} \\ \phi_b M_{py} &= \phi_b f_y Z_y & \phi_b M_{pz} &= 6480 \text{ kip.in} = 540 \text{ Kip.ft} \\ \phi M_{ny} &= \left[540 - (540 - 343.2) \left(\frac{10.49 - 8.0}{23.4 - 8.0} \right) \right] \\ \phi M_{ny} &= 508.18 \text{ kip.ft} = 6,098.16 \text{ kip.in} \\ \phi M_{ny} &\leq \phi M_{py} \\ 508.18 \text{ kip.ft} &< 540 \text{ Kip.ft} \quad \therefore \text{si cumple} \end{aligned}$$

Para el eje $z - z$

$$\begin{aligned} \phi_b M_{ry} &= \phi_b S_y (f_{yf} - f_r) & \phi_b M_{ry} &= 4,118.4 \text{ kip.in} = 343.2 \text{ Kip.ft} \\ \phi_b M_{py} &= \phi_b f_y Z_y & \phi_b M_{pz} &= 926.6 \text{ kip.in} = 77.22 \text{ Kip.ft} \\ \phi M_{nz} &= \left[77.22 - (77.22 - 35.88) \left(\frac{10.49 - 8.0}{23.4 - 8.0} \right) \right] \\ \phi M_{nz} &= 70.53 \text{ kip.ft} = 846.43 \text{ kip.in} \\ \phi M_{nz} &\leq \phi M_{pz} \\ 70.53 \text{ kip.ft} &< 77.22 \text{ Kip.ft} \quad \therefore \text{si cumple} \end{aligned}$$





Calculo del momento de segundo orden

Calcular el factor de modificación C_m utilizando la tabla C-C1.1 proporcionada por el LRFD (apartado 3.2.5) se obtiene:

$$C_{my} = 0.6 - 0.4 \frac{M_{1y}}{M_{2y}} = 0.6 - 0.4 \left(-\frac{12}{15} \right) = 0.92$$

$$C_{mz} = 0.6 - 0.4 \frac{M_{1z}}{M_{2z}} = 0.6 - 0.4 \left(\frac{2}{8} \right) = 0.50$$

Donde:

Si se pandea en doble curvatura entonces:	Si se pandea en doble curvatura entonces:
$\frac{M_1}{M_2} > 0 \Rightarrow$ Positivo	$\frac{M_1}{M} < 0 \Rightarrow$ Negativo
M_1 Es el menor momento M_2 Es el mayor momento	

Determinar el valor de P_{e1} mediante la fórmula de Euler

Los valores del coeficiente de esbeltez k se dedujeron a partir de nomogramas figura 3.4 apartado 3.2.2 para determinar la longitud efectiva de columnas en marcos continuos dados por el AISC LRFD.

Para el eje $y - y$

$$P_{e1y} = \frac{\pi^2 EI_y}{(K_y L)^2} = \frac{\pi^2 (29,877.8 \text{ ksi})(2100 \text{ in}^4)}{(1.87 * 126 \text{ in})^2} \quad P_{e1y} = 11,154.33 \text{ lb} = 11.54 \text{ kips}$$

Para el eje $z - z$

$$P_{e1z} = \frac{\pi^2 EI_z}{(K_z L)^2} = \frac{\pi^2 (29,877.8 \text{ ksi})(82.5 \text{ in}^4)}{(1.70 * 126 \text{ in})^2} \quad P_{e1z} = 530.23 \text{ lb} = 0.530 \text{ kips}$$





Para determinar la longitud efectiva k se dedujeron a partir de nomogramas que propone el AISC LRFD figura 3.4 utilizando los siguientes valores

Perfil W24x76

Miembro	Perfil	I_y (in ⁴)	I_z (in ⁴)	L (in ⁴)	(I_y/L)	(I_z/L)	
GH	W24x76	2100	82.5	255.8	8.21	0.3225	
HI	W24x76	2100	82.5	78.72	26.68	1.05	
EH	W24x76	2100	82.5	291.24	7.21	0.2832	
HK	W24x76	2100	82.5	125.88	16.68	0.6553	
Nudo	$\sum (I_c/L_c) / \sum (I_g/L_g)$					G	
H	y		z		G_y	G_z	
	$\frac{(8.21 + 26.68)}{(7.21 + 16.68)}$		$\frac{(0.3225 + 1.05)}{(0.2832 + 0.6553)}$		1.46	1.47	
G	Extremo de columna teóricamente G es igual a infinito pero para diseños prácticos se tomara como:					10	10
Columna	$(G_A)_y$	$(G_B)_y$	$(G_A)_z$	$(G_B)_z$	K_y	K_z	
GH	10	1.46	10	1.47	1.87	1.70	

Calculo del factor de amplificación B_1

En el apartado 3.2.4 se toco el tema de factores de amplificación los cuales su trabajo es amplificar los momentos:

$$B_1 = \frac{C_m}{\left(1 - \frac{P_u}{P_{e1}}\right)} \geq 1$$





Para el eje $y - y$

$$B_{1y} = \frac{C_{my}}{\left(1 - \frac{P_u}{P_{e1y}}\right)} = \frac{0.92}{\left(1 - \frac{254.65 \text{ kips}}{11.54 \text{ kips}}\right)} \quad B_{1y} = -0.042 < 1 \quad \therefore B_{1y} = 1$$

Para el eje $z - z$

$$B_{1z} = \frac{C_{my}}{\left(1 - \frac{P_u}{P_{e1y}}\right)} = \frac{0.50}{\left(1 - \frac{264.55 \text{ kips}}{0.530 \text{ kips}}\right)} \quad B_{1z} = -0.001 < 1 \quad \therefore B_{1z} = 1$$

Se procede al cálculo de los momentos de segundo orden apartado 3.2.4

$$M_{uy} = B_{1y}M_{nt} = 1.0 * 1,038 \text{ kip.in} = 1,038 \text{ kip.in}$$

$$M_{uz} = B_{1z}M_{nt} = 1.0 * 696 \text{ kip.in} = 696 \text{ kip.in}$$

Verificación estructural del elemento formulas de interacción H1-1a y H1-1b del LRFD (apartado 3.2.7)

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} = \frac{264.55 \text{ kips}}{380.57 \text{ kips}} = 0.69$$

Como:

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} > 0.2 \quad \therefore \text{se utiliza}$$

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} + \frac{M_{uz}}{\phi_b M_{nz}} \right) \leq 1.0$$

$$0.69 + \frac{8}{9} \left(\frac{1,038 \text{ kip.in}}{6,098.16 \text{ kip.in}} + \frac{696 \text{ kip.in}}{846.43 \text{ kip.in}} \right) = 1.6$$

$\therefore 1.6 > 1$ la cual no pasa





Según las especificaciones del AISC LRFD el elemento no soportaría los esfuerzos permisibles

4.1.2 Verificación Estructural acorde con el Eurocódigo 3

Clasificación de la sección tabla 5.2 del EC3 (2005)

En el apartado 3.2.2 se dieron las tablas 3.2 y 3.3 donde el EC3 propone la clasificación de la sección con el siguiente método, primero se determina el valor de ε :

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} \quad \varepsilon = 0.97$$

El alma sometida a flexión simple será de clase 1 si cumple (tabla 3.2):

$$\frac{c_w}{t_w} \leq 72\varepsilon \quad \text{siendo} \quad c_w = h_w - 2r$$

$$\frac{h_w - 2r}{t_w} = \frac{0.608 \text{ m} - 2 * 0.013 \text{ m}}{0.0112 \text{ m}} = 51.96 \quad 72\varepsilon = 72 * 0.97 = 70.06$$
$$51.96 < 70.06$$

\therefore el alma es de Clase 1

Para saber si el patín comprimido de la sección es de clase 1 se debe cumplir (tabla 3.3):

$$\frac{c_f}{t_f} \leq 9\varepsilon \quad \text{siendo} \quad c_f = \frac{b_f}{2} - \frac{t_w}{2} - r$$



$$c_f = \frac{0.228m}{2} - \frac{0.0112m}{2} - 0.013 m = 0.0954$$

$$\frac{c_f}{t_f} = \frac{0.0954m}{0.017m} = 5.6118 \qquad 9\varepsilon = 9 * 0.97 = 8.73$$

$$5.6118 < 8.73$$

\therefore el patin es de Clase 1

Factores de seguridad parcial.

Se tomaran $\gamma_{M0} = 1$ y $\gamma_{M1} = 1$ en todos los cálculos, puede que el valor de 1 es el valor recomendado por el EC3 para edificaciones.

Verificación de la resistencia de secciones (apartado 6.2.9 y 6.2.10 del EC3 (2005))

El Método 1 y el Método 2 se basan en el concepto del factor de momento equivalente es necesario verificar la resistencia de la sección en los extremos de los elemento.

Para esto primero se debe de saber si habrá una reducción de la tensión de fluencia en el área de cortante (apartado 3.3.5.1), causada por el esfuerzo cortante máximo ($V_{y,Ed}$) que actúa en los extremos del elemento.

$$V_{y,Ed} = \frac{M_{y,Ed,der} + M_{y,Ed,izq.}}{L}$$

$$V_{y,Ed} = \frac{15 \text{ ton} \cdot m + 12 \text{ ton} \cdot m}{3.20 m} \qquad V_{y,Ed} = 8.44 \text{ ton.}$$

$$A_v = A_v = A - 2bt_f + (t_w + 2r)t_f \qquad A_v = 0.0075m^2$$

$$V_{pl,Rd} = V_{pl,Rd} = \frac{A_v(f_y/\sqrt{3})}{\gamma_{M0}} \qquad V_{pl,Rd} = 109.55 \text{ ton}$$

Se debe cumplir

$$V_{y,Ed} < 0.5 V_{pl,Rd}$$

$$0.5 V_{pl,Rd} = 0.5 * 109.55 \text{ ton} = 54.77\text{ton.}$$

$\therefore 8.44 \text{ ton} < 54.77\text{ton}$



Puesto que se cumple la $V_{y,Ed} < 0.5 V_{pl,Rd}$ la reducción de la tensión de fluencia no será necesaria.

Resistencia de una “viga-columna” debe ser verificada con el siguiente criterio para secciones de Clase 1 y 2

$$M_{Ed} \leq M_{N,Rd}$$

Posteriormente se debe calcular el momento plástico resistente ($M_{N,y,Rd}$) por la presencia del esfuerzo axial de compresión (apartado 3.3.5):

$$M_{N,y,Rd} = M_{pl,y,Rd} \frac{(1 - n)}{1 - 0.5a} \leq M_{pl,y,Rd}$$

Con

$$M_{pl,y,Rd} = \frac{Z_y f_y}{\gamma_{M0}}, \quad n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}}, \quad N_{pl,Rd} = A f_y / \gamma_{M0}, \quad a = \frac{(A - 2bt_f)}{A} \leq 0.5$$

$$M_{pl,y,Rd} = \frac{3.28 * 10^{-3} m^3 * 2.5 * 10^4 \text{ ton/m}^2}{120 \text{ ton}} = 75.38 \text{ ton} \cdot m$$

$$n = \frac{120 \text{ ton}}{(0.0145 m^2 * 2.5 * 10^4 \text{ ton/m}^2) / 1} = 0.331$$

$$a = \frac{(0.0145 m^2 - 2 * 0.228 m * 0.017 m)}{0.0145 m^2} = 0.465 \leq 0.5$$

$$M_{N,y,Rd} = 75.38 \text{ ton} \cdot m * \frac{(1 - 0.331)}{1 - (0.5 * 0.465)} = 65.70 \text{ ton} \cdot m$$

$$M_{N,y,Rd} \leq M_{pl,y,Rd} \quad \therefore \quad 65.70 \text{ ton} \cdot m \leq 75.38 \text{ ton} \cdot m \quad \text{si cumple}$$

Finalmente para verificar la resistencia de la sección la siguiente condición debe cumplirse:

$$M_{y,Ed} \leq M_{Ny,Rd}$$

$$15 \text{ ton} \cdot m \leq 65.70 \text{ ton} \cdot m$$

La verificación de la resistencia de la sección es satisfactoria; en otras palabras, el perfil W24x76 del problema no fallara por resistencia de la sección.





Calculo de los factores de reducción de la resistencia por pandeo (apartado 3.3.3)
Usando las tabla 3.11 se pueden determinar las curvas de pandeo y los correspondientes factores de imperfección para el perfil $W24x76$.

$$\chi_i = \frac{1}{\phi_i + \sqrt{\phi_i^2 - \bar{\lambda}_i^2}} \quad \text{pero} \quad \chi \leq 1$$

$$\text{donde: } \phi_i = 0.5[1 + \alpha_i(\bar{\lambda}_i - 0.2) + \bar{\lambda}_i^2], \quad \bar{\lambda}_i = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr,i}}} \quad \text{con} \quad N_{cr,i} = \frac{\pi^2 EI_i}{L^2}$$

Los valores de a_i seran obtenido de la tabla 3.11 utilizando los valor de $t_f = 17mm$, $17mm < 40mm$ por lo tanto *en el eje y – y la curva de pandeo sera la b* y $\alpha_y = 0.34$, y *en el eje z – z la curva de pandeo sera la c* y $\alpha_z = 0.49$

Para el eje y – y

$$N_{cr,y} = \frac{\pi^2 * 2.1 * 10^7 \frac{\text{ton}}{\text{m}^2} * 8.7 * 10^{-4} \text{m}^4}{(3.20 \text{ m})^2}$$

$$N_{cr,y} = 17608.15 \text{ ton}$$

$$\bar{\lambda}_y = \sqrt{\frac{0.0145 \text{m}^2 * 2.5 * 10^4 \text{ ton/m}^2}{17608.15 \text{ ton}}}$$

$$\bar{\lambda}_y = 0.143$$

$$\phi_y = \frac{0.5[1 + 0.34(0.143 - 0.2) + 0.143^2]}{1}$$

$$\phi_y = 0.479$$

$$\chi_y = \frac{1}{0.479 + \sqrt{0.479^2 - 0.143^2}}$$

$$\chi_y = 1.069 \approx 1$$

Para el eje z – z

$$N_{cr,z} = \frac{\pi^2 * 2.1 * 10^7 \frac{\text{ton}}{\text{m}^2} * 3.4 * 10^{-5} \text{m}^4}{(3.20 \text{ m})^2}$$

$$N_{cr,z} = 695.06 \text{ ton}$$

$$\bar{\lambda}_z = \sqrt{\frac{0.0145 \text{m}^2 * 2.5 * 10^4 \text{ ton/m}^2}{695.06 \text{ ton}}}$$

$$\bar{\lambda}_z = 0.722$$

$$\phi_z = \frac{0.5[1 + 0.49(0.722 - 0.2) + 0.722^2]}{1}$$

$$\phi_z = 0.889$$

$$\chi_z = \frac{1}{0.889 + \sqrt{0.889^2 - 0.722^2}}$$

$$\chi_z = 0.711$$





Se procede a determinar el factor de reducción χ_{LT} como se vio en el apartado 3.3.3.1

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \text{ pero } \chi_{LT} \leq 1$$

$$\phi_{LT} = 0.5[1 + \alpha_{LT}(\bar{\lambda}_{LT} - 0.2) + \bar{\lambda}_{LT}^2] \quad ; \quad \bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_{el,y} f_y}{M_{cr}}}$$

Para determinar el factor de imperfección α_{LT} , se utiliza la tabla 3.11 la curva de pandeo se obtiene de la tabla 3.12 la cual es seleccionada dependiendo de la relación *canto*–*base* de la sección *I* por lo tanto $(h/b_f) = (608\text{mm}/228\text{mm}) = 2.6 > 2$
 \therefore la curva de pandeo sera "b" y $\alpha_{LT} = 0.34$. Los valores k y k_w son iguales a la unidad cuando el enlace es libre de flectar lateralmente

$$\psi = -\frac{M_{y,Ed.der}}{M_{y,Ed.izq.}} = -\frac{12 \text{ ton} \cdot \text{m}}{15 \text{ ton} \cdot \text{m}} \quad \psi = -0.8$$

$$C_1 = 1.88 - 1.40\psi + 0.52\psi^2 \leq 2.7 \quad C_1 = 2.66$$

$$M_{cr} = M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{(KL)^2} \sqrt{\left(\frac{k}{k_w}\right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(L_{LT})^2 GI_t}{\pi^2 EI_z}} \quad M_{cr} = 1,830.54 \text{ ton} \cdot \text{m}$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_{el,y} f_y}{M_{cr}}} \quad \bar{\lambda}_{LT} = 0.1985$$

$$\phi_{LT} = 0.5[1 + \alpha_{LT}(\bar{\lambda}_{LT} - 0.2) + \bar{\lambda}_{LT}^2] \quad \phi_{LT} = 0.519$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{0.519 + \sqrt{0.519^2 - 0.1985^2}} \leq 1 \quad \chi_{LT} = 1.001$$

Tomando en cuenta el factor de reducción modificado $\chi_{LT \text{ mod}}$ (apartado 3.3.3.2) correspondiente a la forma del diagrama de momento de la viga

$$\chi_{LT \text{ mod}} = \frac{\chi_{LT}}{f} \leq 1$$



Con

$$f = 1 - 0.5(1 - k_c) [1 - 2(\bar{\lambda}_{LT} - 0.8)^2] \leq 1$$

$$k_c = \frac{1}{1.33 - 0.33\psi} ; \text{correspondiente a la forma del diagrama de momento de la viga}$$

$$k_c = \frac{1}{1.33 - (0.33 * -0.8)}$$

$$k_c = 0.627$$

$$f = 1 - 0.5(1 - 0.627)[1 - 2(0.1985 - 0.8)^2] \leq 1$$

$$f = 0.948$$

$$\chi_{LT \text{ mod}} = \frac{1}{0.948} \leq 1$$

$$\chi_{LT \text{ mod}} = 1.054$$

Calculo de los factores de interacción y verificación de la resistencia al pandeo (Método 1 y Método 2)

4.1.2.1 Método 1

Los factores de interacción pueden ser determinados usando el Método 1 o Método 2 del EC3. Una vez que se determinen estos factores se pueden realizar la verificación de la resistencia al pandeo.

Para realizar usando el Método 1 primero se determina los términos auxiliares, vistos en el apartado 3.4.1, en la tabla 3.22 y 3.23:

Para el eje y - y

$$\mu_i = \frac{1 - N_{Ed}/N_{cr,i}}{1 - \chi_i N_{Ed}/N_{cr,i}}$$

$$\mu_y = 1$$

$$w_i = \frac{W_{pl,i}}{W_{el,i}} \leq 1.5$$

$$w_y = 1.13$$

Para el eje z - z

$$\mu_i = \frac{1 - N_{Ed}/N_{cr,i}}{1 - \chi_i N_{Ed}/N_{cr,i}}$$

$$\mu_z = 0.943$$

$$w_i = \frac{W_{pl,i}}{W_{el,i}} \leq 1.5$$

$$w_z = 1.5$$



$$N_{pl,Rd} = Af_y / \gamma_{M0}$$

$$N_{pl,Rd} = 362.5 \text{ ton}$$

$$n_{pl} = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}}$$

$$n_{pl} = 0.331$$

$$\varepsilon_y = \frac{M_{y,Ed}}{N_{Ed}} \frac{A}{W_{el,y}}$$

$$\varepsilon_y = 0.628$$

$$a_{LT} = 1 - \frac{I_t}{I_y} \geq 0$$

$$a_{LT} = 0.999$$

$$N_{cr,T} = \frac{A}{I_y + I_z} \left(GI_t + \frac{\pi^2 EI_w}{L^2} \right)$$

$$N_{cr,T} = 1,102.87 \text{ ton}$$

$$M_{cr,0} = \frac{\pi^2 EI_z}{(KL)^2} \sqrt{\frac{I_w}{I_z} + \frac{(L_{LT})^2 GI_t}{\pi^2 EI_z}}$$

$$M_{cr,0} = 688.17 \text{ ton.m}$$

$$\bar{\lambda}_0 = \sqrt{\frac{W_{pl,y} f_y}{M_{cr,0}}}$$

$$\bar{\lambda}_0 = 0.481$$

$\bar{\lambda}_{max}$ es la mayor esbeltez adimensional escogida entre $\bar{\lambda}_y$ y $\bar{\lambda}_z$

$$\bar{\lambda}_{max} = \bar{\lambda}_z = 0.722$$

Como se indica en la tabla 3.23 (apartado 3.4.1) $\bar{\lambda}_0 > 0$ los factores C_{my} y C_{mLT} serán:

$$C_{yy} = 1 + (w_y - 1) \left\{ \left[2 - \frac{1.6}{w_y} C_{my}^2 (\bar{\lambda}_{max} + \bar{\lambda}_{max}^2) \right] n_{pl} \right\} \geq \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}}$$

$$C_{yy} = 1.039 \geq 0.879$$

$$C_{yz} = 1 + (w_z - 1) \left[\left(2 - 14 \frac{C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{max}^2}{w_z^5} \right) n_{pl} \right] \geq 0.6 \sqrt{\frac{w_z}{w_y} \frac{W_{el,z}}{W_{pl,z}}}$$

$$C_{yz} = 1.253 \geq 0.441$$

$$C_{zy} = 1 + (w_y - 1) \left[\left(2 - 14 \frac{C_{my}^2 \bar{\lambda}_{max}^2}{w_y^5} \right) n_{pl} \right] \geq 0.6 \sqrt{\frac{w_y}{w_z} \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}}}$$

$$C_{zy} = 0.980 \geq 0.458$$

$$C_{zz} = 1 + (w_z - 1) \left[2 - \frac{1.6}{w_z} C_{mz}^2 (\bar{\lambda}_{max} + \bar{\lambda}_{max}^2) \right] n_{pl} \geq \frac{W_{el,z}}{W_{pl,z}}$$

$$C_{zz} = 1.223 \geq 0.638$$





Se procede a calcular los factores de plasticidad como se indica en la tabla 3.24 (apartado 3.4.1) y debido al diagrama de momento se obtendrán estos factores con:

$$C_{mi,0} = 0.79 + 0.21\psi_i + 0.36(\psi_i - 0.33) \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$$

$$\begin{aligned} \psi_z &= -\frac{2 \text{ ton} \cdot \text{m}}{8 \text{ ton} \cdot \text{m}} & \psi_z &= -0.25 \\ C_{my,0} &= 0.79 + 0.21(-0.8) + 0.36((-0.8) - 0.33) \frac{120}{17608.15 \text{ ton}} & C_{my,0} &= 0.619 \\ C_{mz,0} &= 0.79 + 0.21(-0.25) + 0.36((-0.25) - 0.33) \frac{120}{695.06 \text{ ton}} & C_{mz,0} &= 0.701 \\ C_{my} &= C_{my,0} + (1 - C_{my,0}) \frac{a_{LT} \sqrt{\varepsilon_y}}{1 + a_{LT} \sqrt{\varepsilon_y}} & C_{my} &= 0.787 \\ C_{mLT} &= C_{my}^2 \frac{a_{LT}}{\sqrt{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{crit,z}}\right) \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{crit,T}}\right)}} & C_{mLT} &= 0.721 \end{aligned}$$

Por lo tanto los factores de interacción serían (tabla 3.21, apartado 3.4.1):

$$\begin{aligned} k_{yy} &= C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{yy}} & k_{yy} &= 0.550 \\ k_{yz} &= C_{mz} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \frac{1}{C_{yz}} 0.6 \sqrt{\frac{w_z}{w_y}} & k_{yz} &= 0.467 \\ k_{zy} &= C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{zy}} 0.6 \sqrt{\frac{w_y}{w_z}} & k_{zy} &= 0.455 \\ k_{zz} &= C_{mz} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \frac{1}{C_{zz}} & k_{zz} &= 1.039 \end{aligned}$$

Finalmente se aplican las formulas de interacción para evaluar la resistencia al pandeo, apartado 3.4:





$$\frac{N_{Ed}}{\frac{\chi_y N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\frac{\chi_z N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

Donde

$$N_{Rk} = f_y A \quad ; \quad M_{i,Rk} = f_y W_i$$

Como es un elemento de Clase 1, $\Delta M_{y,Ed}$ y $\Delta M_{z,Ed}$ serán igual a cero y $W_y = W_{pl,y}$ y $W_z = W_{pl,z}$, (ver tabla 3.20) para χ_{LT} se utilizara $\chi_{LTmod.}$ por lo tanto quedara:

$$\frac{N_{Ed}}{\frac{\chi_y f_y A}{\gamma_{M1}}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LTmod.} \frac{f_y W_{pl,y}}{\gamma_{M1}}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed}}{\frac{f_y W_{pl,z}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\frac{\chi_z f_y A}{\gamma_{M1}}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LTmod.} \frac{f_y W_{pl,y}}{\gamma_{M1}}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed}}{\frac{f_y W_{pl,z}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

$$\frac{120}{\frac{1 * 2.5 * 10^4 * 0.0145}{1}} + 0.550 \frac{15}{1 * \frac{2.5 * 10^4 * 3.3 * 10^{-3}}{1}} + 0.467 \frac{8}{\frac{2.5 * 10^4 * 4.7 * 10^{-4}}{1}} = 0.749$$

$$R_y = 0.749 < 1$$



$$\frac{120}{\frac{0.711 * 2.5 * 10^4 * 0.0145}{1}} + 1.039 \frac{15}{1 * \frac{2.5 * 10^4 * 3.3 * 10^{-3}}{1}} + 1.039 \frac{8}{\frac{2.5 * 10^4 * 4.7 * 10^{-4}}{1}} = 1.362$$

$$R_z = 1.362 > 1$$



De acorde con el Método 1, el elemento $W24x76$ resistiría satisfactoriamente en el eje $y - y$ ya que $R_y = 0.749 < 1$, pero no cumpliría en el eje $z - z$ ya que $R_z = 1.362 > 1$.





4.1.2.2 Método 2

Para realizar la verificación de la resistencia al pandeo usando este método (apartado 3.4.2) primero se deben determinar los factores de momento uniforme equivalente (tabla 3.24):

$$C_{my} = 0.6 + 0.4 \psi \geq 0.4$$

$$C_{my} = 0.28$$

$$C_{mz} = 0.6 + 0.4 \psi \geq 0.4$$

$$C_{mz} = 0.28$$

$$C_{mLT} = 0.6 + 0.4 \psi \geq 0.4$$

$$C_{mLT} = 0.28$$

Luego se determinan los factores de interacción (tabla 3.25):

$$k_{yy} = C_{my} \left(1 + (\bar{\lambda}_y - 0.2) \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right) \leq C_{my} \left(1 + 0.8 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$$

$$k_{yy} = 0.275 \leq 0.354$$

$$k_{yz} = 0.6 k_{zz}$$

$$k_{yz} = 0.6 * 0.390 = 0.234$$

$$\bar{\lambda}_z = 0.722 \quad \bar{\lambda}_z > 0.4 \quad \therefore k_{zy} \text{ sera:}$$

$$k_{zy} = \left[1 - \frac{0.1 \bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0.25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right] \geq \left[1 - \frac{0.1}{(C_{mLT} - 0.25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$$

$$k_{zy} = -0.121 \geq -0.552$$

$$k_{zz} = C_{mz} \left(1 + (2\bar{\lambda}_z - 0.6) \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right) \leq C_{mz} \left(1 + 0.4 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$$


$$k_{zz} = 0.390 \leq 0.332$$





Finalmente se aplican las formulas de interacción para evaluar la resistencia al pandeo (apartado 3.4):

$$\frac{120}{1 * 2.5 * 10^4 * 0.0145} + 0.275 \frac{15}{1 * \frac{2.5 * 10^4 * 3.3 * 10^{-3}}{1}} + 0.234 \frac{8}{\frac{2.5 * 10^4 * 4.7 * 10^{-4}}{1}} = 0.540$$
$$R_y = 0.540 < 1$$

$$\frac{120}{0.711 * 2.5 * 10^4 * 0.0145} + (-0.121) \frac{15}{1 * \frac{2.5 * 10^4 * 3.3 * 10^{-3}}{1}} + 0.390 \frac{8}{\frac{2.5 * 10^4 * 4.7 * 10^{-4}}{1}} = 0.709$$
$$R_z = 0.709 < 1$$


Los valores de R_y y R_z son menores a 1, por consiguiente la verificación estructural es satisfactoria acorde con el Método 2





Utilizando los esfuerzos obtenidos del análisis estructural del ejemplo de la armadura utilizando el Método de Newmark (Capítulo 5, apartado 5.1.1) se procederá a seleccionar un perfil para la resistencia de los esfuerzos, verificando el mismo perfil y los mismos esfuerzos con el método del AISC LRFD y EC3.

De la armadura que se muestra en el Capítulo 5, apartado 5.1.1 se seleccionaran perfiles económicos y adecuados que satisfagan las condiciones de resistencia del elemento. Considere que los elementos tienen soporte lateral y considerando un Acero A36.

Para todos los perfiles se usaran las mismas propiedades de acero:

Propiedades del acero

Tensión de fluencia: $f_y = 248.2 \text{ Mpa} = 36 \text{ ksi} = 2530 \text{ kg/cm}^2 = 2.5 * 10^7 \text{ kg/m}^2$

Modulo de elasticidad: $E = 206 \text{ Gpa} = 29,877.8 \text{ ksi} = 2.1 * 10^6 \text{ kg/cm}^2 = 2.5 * 10^{10} \text{ kg/m}^2$

Modulo de cortante; $G = 77 \text{ Gpa} = 11200 \text{ ksi} = 7.9 * 10^5 \text{ kg/cm}^2 = 7.9 * 10^9 \text{ kg/m}^2$

4.2.1 Diseño de largueros

Primero seleccionaremos el tipo de perfil utilizando un $M_u = 1350 \text{ kg.m}$ un modulo de sección necesario de $Z = 53.36 \text{ cm}^3$ (ver apartado 5.1.1)

Proponiendo un perfil C8 x 11.5 el cual tiene un $Z = 156 \text{ cm}^3 > 53.36 \text{ cm}^3$
NESESARIOS:





La sección solo esta sometida a flexión pura (apartado 3.2.3) por lo cual se omitirán la verificación por compresión axial y flexo-compresión

Sistemas De carga

Momento flector máximo $M_u = 1350 \text{ kg.m} = 117.18 \text{ kip.in}$

Sistema geométrico de elementos

Longitud del elemento $L = 6.0 \text{ m} = 236.22 \text{ in}$

Longitud de pandeo lateral $L_{LT} = 6.0 \text{ m} = 236.22 \text{ in}$

Verificación estructural acorde con el AISC LRFD

Para verificar de acorde con el LRFD (apartado 3.2.3),, la capacidad resistente del perfil $W24x76$ indicado en el ejemplo se sigue los siguientes pasos

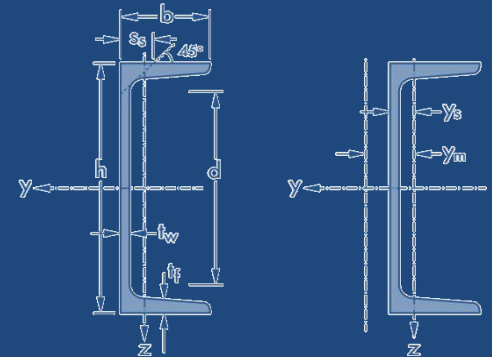
1. Factores de resistencia para la flexión $\phi_b = 0.90$
2. Calculo de la resistencia nominal a flexión pura
3. Para determinar las resistencias nominales a flexión pura, se debe conocer las tenciones de fluencia del patín y del alma

$$f_{yf} = f_{yw} = f_y \quad \therefore f_y = 36 \text{ ksi}$$

Tomando en consideración las tenciones residuales de compresión en donde el LRFD recomienda $f_r = 10 \text{ ksi}$ este valor es el recomendado por el AISC LRFD para perfiles laminados. Con este valor se puede determinar el valor f_L

Propiedades de la sección

" C8 x 11.5"



$$b_f = 0.057 \text{ m} = 2.24 \text{ in}$$

$$h_w = 0.203 \text{ m} = 8 \text{ in}$$

$$t_f = 0.006 \text{ m} = 0.220 \text{ in}$$

$$t_w = 0.009 \text{ m} = 0.390 \text{ in}$$

$$r = 0.013 \text{ m} = 0.511 \text{ in}$$

$$A = 0.0022 \text{ m}^2 = 3.38 \text{ in}^2$$

$$I_y = 1.34 * 10^{-5} \text{ m}^4 = 32.193 \text{ in}^4$$

$$I_z = 5.38 * 10^{-7} \text{ m}^4 = 1.293 \text{ in}^4$$

$$I_t = 5.86 * 10^{-8} \text{ m}^4 = 0.141 \text{ in}^4$$

$$I_w = 3.79 * 10^{-9} \text{ m}^6 = 14.113 \text{ in}^6$$

$$Z_y = 1.56 * 10^{-4} \text{ m}^3 = 9.52 \text{ in}^3$$

$$Z_z = 2.76 * 10^{-5} \text{ m}^3 = 1.684 \text{ in}^3$$

$$S_y = 1.32 * 10^{-4} \text{ m}^3 = 8.055 \text{ in}^3$$

$$S_z = 1.26 * 10^{-5} \text{ m}^3 = 0.769 \text{ in}^3$$

$$r_y = 0.079 \text{ m} = 3.094 \text{ in}$$

$$r_z = 0.016 \text{ m} = 0.618 \text{ in}$$





$$f_L \text{ Es el menor valor de } \begin{cases} f_{yf} - f_r = 36 \text{ ksi} - 10 \text{ ksi} = 26 \text{ ksi} \\ f_{yw} = 36 \text{ ksi} \end{cases} \quad \therefore f_L = 26 \text{ ksi}$$

4. El fenómeno de pandeo local puede ser evitado limitando la relación ancho y espesor de los patines y almas de la sección en donde se limitan a los siguientes valores máximo, tomados de la tabla 3.1.

Para patín:

$$\lambda_p = \frac{b_f}{t_f} \leq \frac{65}{\sqrt{F_y}}$$

$$\lambda_p = \frac{2.24 \text{ in}}{0.220 \text{ in}} \leq \frac{65}{\sqrt{36 \text{ ksi}}}$$

$$10.18 \leq 10.83 \quad \text{si cumple}$$

Para alma:

$$\lambda_p = \frac{h}{t_w} \leq \frac{640}{\sqrt{F_y}}$$

$$\frac{8 \text{ in}}{0.390 \text{ in}} \leq \frac{640}{\sqrt{36}}$$

$$20.51 \leq 106.7 \quad \text{si cumple}$$

Por lo tanto el patín y el alma del perfil C8 x 11.5 no es un elemento esbelto.

5. Por otro lado las longitudes laterales apartado (3.2.3) no arriestradas del elemento se obtendrán a continuación:

$$L_b = 236.22 \text{ in} \quad ; \quad L_p = \frac{300r_z}{\sqrt{F_{yf}}} \quad ; \quad L_r = \frac{r_z X_1}{f_L} \sqrt{1 + \sqrt{1 + X_2 f_L^2}}$$

$$\text{con: } X_1 = \frac{\pi}{S_y} \sqrt{\frac{E G I_t A}{2}} \quad ; \quad X_2 = 4 \frac{I_w}{I_z} \left(\frac{S_y}{G I_t} \right)^2$$

$$X_1 = \frac{\pi}{8.055} \sqrt{\frac{29,877.8 * 11200 * 0.141 * 3.38}{2}}$$

$$X_1 = 3,482.22 \text{ ksi}$$

$$X_2 = 4 * \frac{14.113}{1.293} \left(\frac{8.055}{1200 * 0.141} \right)^2$$

$$X_2 = 0.099 \text{ ksi}$$

$$L_r = \frac{0.618 * 3,482.22}{26} \sqrt{1 + \sqrt{1 + (0.099 * 26^2)}}$$

$$L_r = 251.76 \text{ in}$$

$$L_p = \frac{300 * 0.618}{\sqrt{36}}$$

$$L_p = 30.9 \text{ in}$$





6. Como $L_p < L_b < L_r$ se encuentra en la Zona II (Apartado 3.2.3.2) entonces se utilizara:

$$\phi M_n = \left[\phi M_p - (\phi M_p - \phi M_r) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_p$$

$$\phi_b M_r = 0.9 * 8.055 * 26ksi$$

$$\phi_b M_r = 188.49 \text{ kip.in}$$

$$\phi_b M_p = 0.9 * 36ksi * 9.52 \text{ in}^3$$

$$\phi_b M_p = 308.45 \text{ kip.in}$$

$$\phi M_n = \left[308.45 - (308.45 - 188.49) \left(\frac{236.22 - 30.9}{251.76 - 30.9} \right) \right]$$

$$\phi M_n = 196.93 \text{ kip.in}$$

$$\phi M_n \leq \phi_b M_p$$

$$196.93 \text{ kip.in} < 308.45 \text{ kip.in} \quad \therefore \text{si cumple}$$

Para el momento factorizada de $M_u = 117.18 \text{ kip.in}$

$$117.18 \text{ kip.in} < 196.93 \text{ kip.in} \quad \therefore \text{SI cumple}$$

Por lo tanto el elemento soportara las cargas.

Verificación estructural acorde con el Eurocódigo 3

1. Clasificación de la sección apartado 3.1.2
 - a. Primero se determina el valor de ε :

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$

$$\varepsilon = 0.97$$

- b. Se determinan las tensiones que producen los esfuerzos actuantes en la sección:

El alma sometida a flexión simple será de clase 1 (tabla 3.2) si cumple:

$$\frac{c_w}{t_w} \leq 72\varepsilon \quad \text{siendo} \quad c_w = h_w - 2r$$



$$\frac{h_w - 2r}{t_w} = \frac{0.203m - 2 * 0.013 m}{0.009 m} = 15.33 \qquad 72\varepsilon = 72 * 0.97 = 70.06$$
$$15.33 < 70.06 \quad \therefore \text{el alma es de Clase 1}$$

Para saber si el patín comprimido de la sección es de clase 1 (tabla 3.3) se debe cumplir:

$$\frac{c_f}{t_f} \leq 9\varepsilon \quad \text{siendo} \quad c_f = \frac{b_f}{2} - \frac{t_w}{2} - r$$

$$c_f = \frac{0.057 m}{2} - \frac{0.009 m}{2} - 0.013 m \qquad c_f = 0.011$$
$$\frac{c_f}{t_f} = \frac{0.011}{0.006} = 1.83 \qquad 9\varepsilon = 9 * 0.97 = 8.73$$
$$1.83 < 8.73 \quad \therefore \text{el patin es de Clase 1}$$

2. Factores de seguridad parcial.

Se tomaran $\gamma_{M0} = 1$ y $\gamma_{M1} = 1$ en todos los cálculos, puede que el valor de 1 es el valor recomendado por el EC3 para edificaciones

3. Un elemento sometido a flexión deberá ser comprobado frente a pandeo lateral como sigue apartado 3.3.3:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1 \quad \text{donde} \quad M_{b,Rd} = \frac{\chi_{LT} W_y f_y}{\gamma_{M1}} \quad \text{con} \quad \chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}}$$



$$\psi = -\frac{M_{y,Ed.der}}{M_{y,Ed.izq.}} = -\frac{1350 \text{ kg} \cdot \text{m}}{1350 \text{ kg} \cdot \text{m}} \quad \psi = -1$$

$$C_1 = 1.88 - 1.40\psi + 0.52\psi^2 \leq 2.70 \quad C_1 = 3.8 > 2.7 \quad \therefore \quad C_1 = 2.70$$

k y k_w son iguales a la unidad cuando el enlace es libre de flecha lateralmente

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{(KL)^2} \sqrt{\left(\frac{k}{k_w}\right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(L_{LT})^2 GI_t}{\pi^2 EI_z}} \quad M_{cr} = 3,625.27 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

Como la sección es de Clase 1 entonces $W_y = W_{pl,y}$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}} \quad \bar{\lambda}_{LT} = 1.037$$

para un perfil "C" \therefore la curva de pandeo sera "c" y $\alpha_{LT} = 0.49$

$$\phi_{LT} = 0.5[1 + \alpha_{LT}(\bar{\lambda}_{LT} - 0.2) + \bar{\lambda}_{LT}^2] \quad \phi_{LT} = 1.24$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{1.24 + \sqrt{1.24^2 - 1.037^2}} \leq 1 \quad \chi_{LT} = 0.519$$

Y para tener en cuenta el diagrama de momento utilizaremos el $\chi_{LT \text{ mod}}$ (apartado 3.3.3.2) el cual es:

$$\chi_{LT \text{ mod}} = \frac{\chi_{LT}}{f} \leq 1 \quad \text{con} \quad f = 1 - 0.5(1 - k_c) [1 - 2(\bar{\lambda}_{LT} - 0.8)^2] \leq 1$$

$$k_c = \frac{1}{1.33 - (0.33 * -1)} \quad k_c = 0.602$$

$$f = 1 - 0.5(1 - 0.602)[1 - 2(1.037 - 0.8)^2] \leq 1 \quad f = 0.823$$

$$\chi_{LT \text{ mod}} = \frac{0.519}{0.823} \leq 1 \quad \chi_{LT \text{ mod}} = 0.630$$

4. Se procede a obtener el valor de $M_{b,Rd}$





$$M_{b,Rd} = \frac{0.630 * 1.56 * 10^{-4} * 2.5 * 10^7}{\gamma_{M1}} \quad M_{b,Rd} = 2,458.36 \text{ kg. m}$$

Se debe cumplir:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} < 1 \therefore \frac{1350 \text{ kg. m}}{2,458.36 \text{ kg. m}} = 0.549$$

0.549 < 1 \therefore si cumple y el perfil no fallara por resistencia

Por lo tanto la verificación de resistencia al pandeo del elemento C8 x 11.5 es satisfactoria tanto en las especificaciones del AISC LRFD (1994) y el EC3 (2005).

4.2.2 Diseño de armadura secundaria

4.2.2.1 Cuerda superior

Primero seleccionaremos el tipo de perfil utilizando un $P_u = 8.74 \text{ ton}$ una longitud de $L = 2 \text{ m}$

En la sexta parte , sección B7 ,las especificaciones LRFD establece que de preferencia los miembros a compresión deben diseñarse con relaciones KL/r menores de 200 por lo tanto, tomando esta articulada en sus dos extremos y su longitud efectiva es igual a su longitud real entonces $k = 1$:

$$\frac{KL}{r} = 200 \quad \therefore r = \frac{KL}{200} = \frac{1 * 78.79 \text{ in}}{200} = 0.39 \text{ in} = 0.010 \text{ m}$$

Proponiendo un perfil $L 4 \times 4 \times 1/4$ el cual tiene un $r = 1.25 \text{ in} > 0.39 \text{ in}$ NESESARIOS. La sección solo esta sometida a compresión por lo cual se omitirán la verificación por flexión y flexo-compresión

Sistemas De carga

Compresión axial $P_u = 8.74 \text{ ton} = 19.27 \text{ kip}$.





Sistema geométrico de elementos

Longitud del elemento $L = 2.0 \text{ m} = 78.74 \text{ in}$

Longitud de pandeo lateral $L_{LT} = 2.0 \text{ m} = 78.74 \text{ in}$

Verificación estructural acorde con el AISC LRFD

Para verificar de acorde con el LRFD (apartado 3.2.1), la capacidad resistente del perfil $L 4 \times 4 \times 1/4$ indicado en el ejemplo se sigue los siguientes pasos

- Factores de resistencia para la compresión $\phi_c = 0.85$
- Calculo de la resistencia nominal a compresión axial

$$\frac{K_y L_y}{r_y} = \frac{(1.0)(78.74 \text{ in})}{1.25 \text{ in}} = 62.99 < 200$$

El esfuerzo de Euler es:

$$F_e = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{K_y L_y}{r_y}\right)^2} \quad F_e = 74.32 \text{ ksi}$$

$$\lambda_c = \sqrt{\frac{f_y}{F_e}} = \sqrt{\frac{36 \text{ ksi}}{74.32 \text{ ksi}}} \quad \lambda_c = 0.696$$

Como $\lambda_c < 1.5$ entonces:

$$F_{cr} = (0.658^{\lambda_c^2}) F_y \quad F_{cr} = 29.39 \text{ ksi}$$

$$P_n = A_g F_{cr} \quad P_n = 57.01 \text{ kip}$$

$$P_u = \phi_c P_n \quad P_u = 48.46 \text{ kip}$$

$$48.46 \text{ kip} > 19.27 \text{ kip} \quad \therefore \text{si cumple}$$

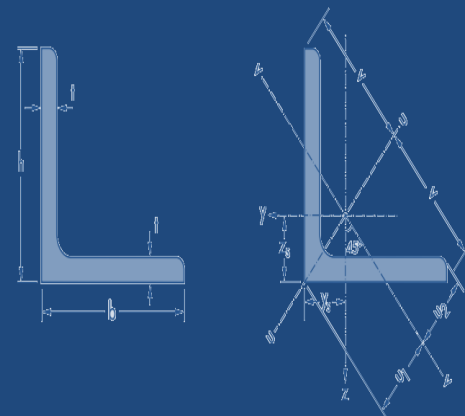


Verificación estructural acorde con el EC3 (2005)

- Clasificación de la sección apartado 3.1.2
 - Primero se determina el valor de ε :

Propiedades de la sección

" L 4 x 4 x 1/4 "



$$h = 0.102 \text{ m} = 4 \text{ in}$$

$$b = 0.102 \text{ m} = 4 \text{ in}$$

$$t = 0.0054 \text{ m} = 0.210 \text{ in}$$

$$r = 0.032 \text{ m} = 1.25 \text{ in}$$

$$A = 0.0013 \text{ m}^2 = 1.94 \text{ in}^2$$

$$I_y = I_z = 1.26 * 10^{-6} \text{ m}^4 = 3.025 \text{ in}^4$$

$$Z_y = Z_z = 3.08 * 10^{-5} \text{ m}^3 = 1.88 \text{ in}^3$$

$$S_y = S_z = 1.70 * 10^{-5} \text{ m}^3 = 1.05 \text{ in}^3$$

$$r_y = r_z = 0.032 \text{ m} = 1.25 \text{ in}$$



$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} \qquad \varepsilon = 0.97$$

b. Se determinan las tenciones que producen los esfuerzos actuantes en la sección:

El alma sometida a flexión simple será de clase 1 si cumple (tabla 3.2):

$$\frac{c_w}{t_w} \leq 72\varepsilon \quad \text{siendo} \quad c_w = h_w - 2r$$

$$\frac{h_w - 2r}{t_w} = \frac{0.102\text{m} - 2 * 0.032\text{m}}{0.0054\text{m}} = 7.037 \qquad 72\varepsilon = 72 * 0.97 = 70.06$$
$$7.037 < 70.06$$

\therefore el alma es de Clase 1

Para saber si el patín comprimido de la sección es de clase 1 se debe cumplir (tabla 3.3):

$$\frac{c_f}{t_f} \leq 9\varepsilon \quad \text{siendo} \quad c_f = \frac{b_f}{2} - \frac{t_w}{2} - r$$

$$c_f = \frac{0.102\text{m}}{2} - \frac{0.0054\text{m}}{2} - 0.032\text{m} \qquad c_f = 0.016$$
$$\frac{c_f}{t_f} = \frac{0.016}{0.0054\text{m}} = 3.019 \qquad 9\varepsilon = 9 * 0.97 = 8.73$$

$3.019 < 8.73 \therefore$ el patin es de Clase 1

2. Factores de seguridad parcial.

Se tomaran $\gamma_{M0} = 1$ y $\gamma_{M1} = 1$ en todos los cálculos, puede que el valor de 1 es el valor recomendado por el EC3 para edificaciones



3. Un elemento sometido a compresión axial (apartado 3.3.2) deberá ser comprobado frente a pandeo lateral como sigue:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1 \quad \text{donde} \quad N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} \quad \text{con} \quad \chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1$$

Se procede a determinar el factor de reducción χ (apartado 3.3.3.1):

para un perfil L \therefore la curva de pandeo sera "c" y $\alpha = 0.49$ (tabla 3.8)

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad N_{cr} = 77,723.14 \text{ kg}$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr}}} \quad \bar{\lambda} = 0.647$$

$$\phi = 0.5 [1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2] \quad \phi = 0.819$$

$$\chi = \frac{1}{0.819 + \sqrt{0.819^2 - 0.647^2}} \leq 1 \quad \chi = 0.757$$

Se procede a obtener el valor de $N_{b,Rd}$

$$N_{b,Rd} = \frac{0.757 * 0.0013 \text{ m}^2 * 2.5 * 10^7 \text{ kg/m}^2}{\gamma_{M1}} \quad N_{b,Rd} = 24,612.28 \text{ kg}$$

Se debe cumplir:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} < 1 \quad \therefore \quad \frac{8,740 \text{ kg}}{24,612.28 \text{ kg}} = 0.355$$

0.355 < 1 \therefore si cumple y el perfil no fallara por resistencia



La verificación de los Métodos del LRFD Y el EC3 cumplen satisfactoriamente en la resistencia a compresión pura.

4.2.2.2 Cuerda inferior

Primero seleccionaremos el tipo de perfil utilizando un $P_u = 8.64 \text{ ton}$ una longitud de $L = 2 \text{ m}$. Se escogerá un perfil a partir del área necesaria para soportar la carga de tensión con:





$$A_g = \frac{P_u}{f_y} = \frac{8,640 \text{ kg}}{2.5 * 10^7 \text{ kg/m}^2} = 0.00035 \text{ m}^2 = 3.46 \text{ cm}^2$$

Proponiendo un perfil $L 2 \times 2 \times 3/16$ el cual tiene un $A = 4.61 \text{ cm}^2 > 3.46 \text{ cm}^2$ **NESESARIOS**. La sección solo esta sometida a tensión por lo cual se omitirán la verificación por compresión axial, flexión y flexo-compresión:

Sistemas De carga

Tensión $P_u = 8.64 \text{ ton} = 19.05 \text{ kip}$.

Sistema geométrico de elementos

Longitud del elemento y Longitud de pandeo lateral

$$L_{LT} = L = 2.0 \text{ m} = 78.74 \text{ in}$$

Verificación estructural acorde con el AISC LRFD

Para verificar de acorde con el LRFD, la capacidad resistente del perfil $L 2 \times 2 \times 3/16$ indicado en el ejemplo se sigue los siguientes pasos

1. Factores de resistencia para la tensión $\phi_t = 0.90$
2. Radio de giro mínimo preferido:

$$r = \frac{L}{300} = \frac{2 \text{ m}}{300} = 0.007 \text{ m} < 0.015 \text{ m} \quad ; \text{ si cumple}$$

3. Calculo de la resistencia nominal a tensión

$$P_u = \phi_t A_g f_y \qquad P_u = 23.166 \text{ kip}$$

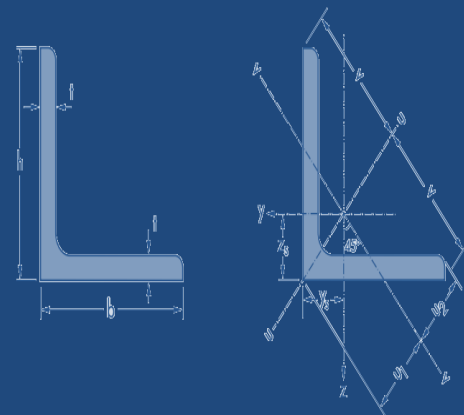
$$23.166 \text{ kip} > 19.05 \text{ kip}$$

por lo tanto si cumple



Propiedades de la sección

"L 2 x 2 x 3/16"



$$h = 0.051 \text{ m} = 2 \text{ in}$$

$$b = 0.051 \text{ m} = 2 \text{ in}$$

$$t = 0.0048 \text{ m} = 0.1874 \text{ in}$$

$$r = 0.015 \text{ m} = 0.617 \text{ in}$$

$$A = 0.00046 \text{ m}^2 = 0.715 \text{ in}^2$$

$$I_y = I_z = 1.12 * 10^{-7} \text{ m}^4 = 0.269 \text{ in}^4$$

$$Z_y = Z_z = 6.6 * 10^{-6} \text{ m}^3 = 0.343 \text{ in}^3$$

$$S_y = S_z = 3.06 * 10^{-6} \text{ m}^3 = 0.187 \text{ in}^3$$

$$r_y = r_z = 0.016 \text{ m} = 0.610 \text{ in}$$





Verificación estructural acorde con el Eurocódigo 3

1. En el apartado 6.2.3 del EC3(2005) se dan las siguientes ecuaciones para el calculo de la resistencia nominal a tensión,
2. Factores de seguridad parcial.
Se tomaran $\gamma_{M0} = 1$ y $\gamma_{M1} = 1$ en todos los cálculos, puede que el valor de 1 es el valor recomendado por el EC3 para edificaciones
3. Donde un elemento sometido a tensión deberá ser comprobado como sigue

$$\frac{N_{Ed}}{N_{t,Rd}} \leq 1 \quad \text{donde:} \quad N_{t,Rd} = \frac{Af_y}{\gamma_{M0}}$$

$$N_{t,Rd} = \frac{0.00046 \text{ m}^2 * 2.5 * 10^7 \text{ kg/m}^2}{\frac{\gamma_{M0}}{8,640 \text{ kg}}} = 0.750.75 \leq 1 \quad \therefore \text{ si cumple} \quad N_{t,Rd} = 11,500.0 \text{ kg}$$



4.2.2.3 Diagonales

Seleccionaremos el tipo de perfil utilizando un $P_u = 5.56 \text{ ton}$ una longitud de $L = 2 \text{ m}$, considerando que la diagonales esta en tensión. Se escogerá un perfil a partir del área necesaria para soportar la carga de tensión con:

$$A_g = \frac{P_u}{f_y} = \frac{5,560 \text{ kg}}{2.5 * 10^7 \text{ kg/m}^2} = 0.00022 \text{ m}^2 = 2.22 \text{ cm}^2$$

Proponiendo un perfil $L 1 \frac{1}{4} x 1 \frac{1}{4} x 1/4$ el cual tiene un $A = 3.63 \text{ cm}^2 > 2.22 \text{ cm}^2$
NESESARIOS:

La sección solo esta sometida a tensión por lo cual se omitirán la verificación por compresión axial, flexión y flexo-compresión:





Sistemas De carga

Tensión $P_u = 5.56 \text{ ton} = 12.26 \text{ kip}$.

Sistema geométrico de elementos

Longitud del elemento y Longitud de pandeo lateral

$$L_{LT} = L = 2.0 \text{ m} = 78.74 \text{ in}$$

Verificación estructural acorde con el AISC LRFD

Para verificar de acorde con el LRFD, la capacidad resistente del perfil $L 1 \frac{1}{4} \times 1 \frac{1}{4} \times 1/4$ indicado en el ejemplo se sigue los siguientes pasos

1. Factores de resistencia para la tensión

$$\phi_t = 0.90$$

2. Radio de giro mínimo preferido:

$$r = \frac{L}{300} = \frac{2\text{m}}{300} = 0.007\text{m} < 0.0094 \text{ m} \quad ; \text{ si cumple}$$

3. Calculo de la resistencia nominal a tensión

$$P_u = \phi_t A_g f_y$$

$$P_u = 0.90 * 0.563 \text{ in}^2 * 36 = 18.08 \text{ kip}$$

$$18.08 \text{ kip} > 12.26 \text{ kip}$$

por lo tanto si cumple

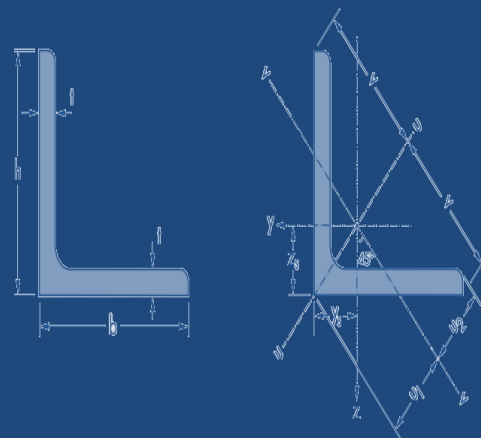


Verificación estructural acorde con el Eurocódigo 3

1. En el apartado 6.2.3 del EC3(2005) se dan las siguientes ecuaciones para el calculo de la resistencia nominal a tensión,
2. Factores de seguridad parcial.

Propiedades de la sección

"L 1 1/4 x 1 1/4 x 1/4"



$$h = 0.0318\text{m} = 1 \frac{1}{4} \text{ in}$$

$$b = 0.0318\text{m} = 1 \frac{1}{4} \text{ in}$$

$$t = 0.0064 \text{ m} = 0.25 \text{ in}$$

$$r = 0.0094 \text{ m} = 0.370 \text{ in}$$

$$A = 0.00036 \text{ m}^2 = 0.563 \text{ in}^2$$

$$I_y = I_z = 3.19 * 10^{-8} \text{ m}^4 = 0.077 \text{ in}^4$$

$$S_y = S_z = 1.48 * 10^{-6} \text{ m}^3 = 0.090 \text{ in}^3$$

$$r_y = r_z = 0.0094 \text{ m} = 0.370 \text{ in}$$






Se tomaran $\gamma_{M0} = 1$ y $\gamma_{M1} = 1$ en todos los cálculos, puede que el valor de 1 es el valor recomendado por el EC3 para edificaciones

3. Donde un elemento sometido a tensión deberá ser comprobado como sigue

$$\frac{N_{Ed}}{N_{t,Rd}} \leq 1 \quad \text{donde:} \quad N_{t,Rd} = \frac{Af_y}{\gamma_{M0}}$$

$$N_{t,Rd} = \frac{0.00036 \text{ m}^2 * 2.5 * 10^7 \text{ kg/m}^2}{\gamma_{M0}} \quad N_{t,Rd} = 9,000.00 \text{ kg}$$

$$\frac{5,560 \text{ kg}}{9,000.00 \text{ kg}} = 0.62$$

$$0.62 \leq 1 \quad \text{si cumple}$$


4.2.2.4 Montantes

Primero seleccionaremos el tipo de perfil utilizando un $P_u = 3.6 \text{ ton}$ una longitud de $L = 2 \text{ m}$ El área requerida es

$$A_g = \frac{P_u}{f_y} = \frac{3,600 \text{ kg}}{2.5 * 10^7 \text{ kg/m}^2} = 0.00014 \text{ m}^2 = 1.44 \text{ cm}^2$$

Proponiendo un perfil $L 1 x 1 x 3/16$ el cual tiene un $A = 2.19 \text{ cm}^2 > 1.44 \text{ cm}^2$ NESESARIOS La sección solo esta sometida a compresión por lo cual se omitirán la verificación por flexión y flexo-compresión

Sistemas De carga

Compresión axial $P_u = 3.6 \text{ ton} = 7.94 \text{ kip}$.

Sistema geométrico de elementos

Longitud del elemento y Longitud de pandeo lateral $L_{LT} = L = 2.0 \text{ m} = 78.74 \text{ in}$



Verificación estructural acorde con el AISC LRFD

Para verificar de acorde con el LRFD (apartado 3.2.1), la capacidad resistente del perfil $L 4 \times 4 \times 1/4$ indicado en el ejemplo se sigue los siguientes pasos

1. Factores de resistencia para la compresión
 $\phi_c = 0.85$
2. Calculo de la resistencia nominal a compresión axial

$$\frac{K_y L_y}{r_y} = \frac{(1.0)(78.74 \text{ in})}{1.25 \text{ in}} = 62.99 < 200$$

$F_{cr}\phi_c$ De la tabla 3.36, sexta parte del Manual del LRFD se obtiene:

$$F_{cr}\phi_c = 24.83 \text{ ksi}$$

$$P_u = \phi_c P_n$$

$$\phi_c P_n = \phi_c F_{cr} A_g$$

$$\phi_c P_n = 24.83 \text{ ksi} * 0.3394 \text{ in}^2 = 8.43 \text{ kip}$$

$$8.43 \text{ kip} > 7.94 \text{ kip} \quad \therefore \text{si cumple}$$

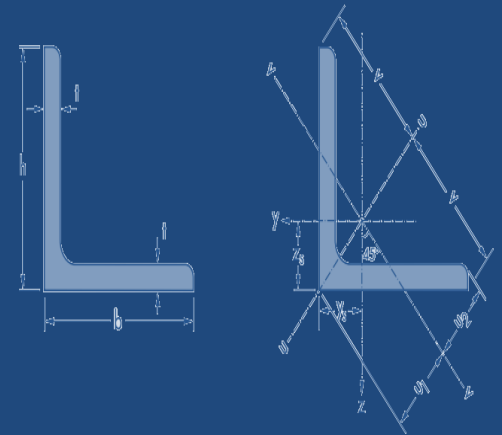


Verificación estructural acorde con el Eurocódigo 3

1. Clasificación de la sección (apartado 3.1.2)
 - a. Primero se determina el valor de ϵ :
 - b. Se determinan las tensiones que producen los esfuerzos actuantes en la sección:

Propiedades de la sección

"L 1 x 1 x 3/16"



$$h = 0.0254 \text{ m} = 1.00 \text{ in}$$

$$b = 0.0254 \text{ m} = 1.00 \text{ in}$$

$$t = 0.0048 \text{ m} = 0.1874 \text{ in}$$

$$r = 0.0071 \text{ m} = 0.2795 \text{ in}$$

$$A = 0.0002 \text{ m}^2 = 0.3394 \text{ in}^2$$

$$I_y = I_z = 1.15 * 10^{-8} \text{ m}^4 = 0.028 \text{ in}^4$$

$$S_y = S_z = 6.6 * 10^{-7} \text{ m}^3 = 0.0403 \text{ in}^3$$

$$r_y = r_z = 0.0071 \text{ m} = 0.2795 \text{ in}$$



$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$

$$\varepsilon = 0.97$$

El alma sometida a flexión simple será de clase 1 si cumple (tabla 3.2):

$$\frac{c_w}{t_w} \leq 72\varepsilon \quad \text{siendo } c_w = h_w - 2r$$

$$\frac{h_w - 2r}{t_w} = \frac{0.0254m - 2 * 0.0071 m}{0.0048 m} = 2.33 \qquad 72\varepsilon = 72 * 0.97 = 70.06$$

$2.33 < 70.06 \quad \therefore \text{el alma es de Clase 1}$

Para saber si el patín comprimido de la sección es de clase 1 se debe cumplir (tabla 3.3):

$$\frac{c_f}{t_f} \leq 9\varepsilon \quad \text{siendo } c_f = \frac{b_f}{2} - \frac{t_w}{2} - r$$

$$c_f = \frac{0.0254m}{2} - \frac{0.0048 m}{2} - 0.0071 m \qquad c_f = 0.003$$
$$\frac{c_f}{t_f} = \frac{0.003}{0.0048 m} = 0.667 \qquad 9\varepsilon = 9 * 0.97 = 8.73$$

$0.667 < 8.73 \quad \therefore \text{el patin es de Clase 1}$

2. Factores de seguridad parcial.

Se tomarán $\gamma_{M0} = 1$ y $\gamma_{M1} = 1$ en todos los cálculos, puede que el valor de 1 es el valor recomendado por el EC3 para edificaciones

3. Un elemento sometido a compresión axial (apartado 3.3.2) deberá ser comprobado frente a pandeo lateral como sigue:





$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1 \quad \text{donde} \quad N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} \quad \text{con} \quad \chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1$$

Se procede a determinar el factor de reducción χ , para un perfil L (tabla 3.8) la curva de pandeo sera "c" y $\alpha = 0.49$

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad N_{cr} = 709.38 \text{ kg}$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr}}} \quad \bar{\lambda} = 2.65$$

$$\phi = 0.5 [1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2] \quad \phi = 4.61$$

$$\chi = \frac{1}{0.819 + \sqrt{0.819^2 - 0.647^2}} \leq 1 \quad \chi = 0.119$$

Se procede a obtener el valor de $N_{b,Rd}$

$$N_{b,Rd} = \frac{0.119 * 0.0002 \text{ m}^2 * 2.5 * 10^7 \text{ kg/m}^2}{\gamma_{M1}} \quad N_{b,Rd} = 596.37 \text{ kg}$$

Se debe cumplir:

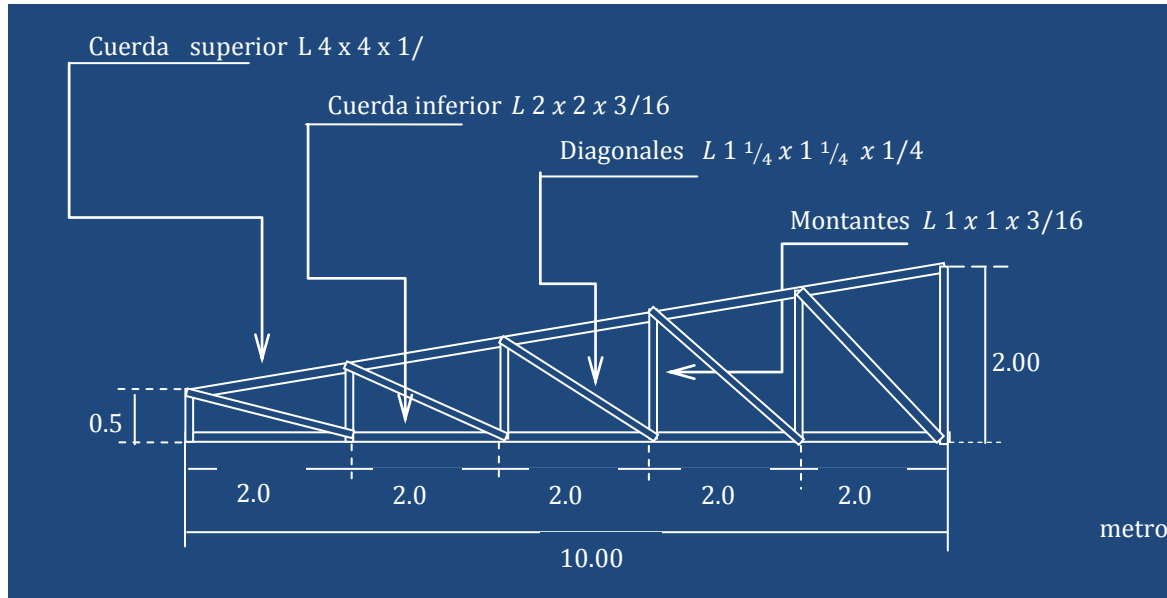
$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} = \frac{3,600 \text{ kg}}{596.37 \text{ kg}} = 6.037$$

6.037 > 1 \therefore segun el EC3 no cumple y el perfil fallara por resistencia





4.2.2.5 Perfiles de armadura secundaria



4.2.3 Diseño de armadura principal

4.2.3.1 Cuerda superior

Se selecciona el tipo de perfil utilizando un $P_u = 54.0 \text{ ton}$ una longitud de $L = 2 \text{ m}$

$$\frac{KL}{r} = 200 \quad \therefore r = \frac{KL}{200} = \frac{1 * 78.79 \text{ in}}{200} = 0.39 \text{ in} = 0.010 \text{ m}$$

Proponiendo un perfil $2 L 4 x 4 x 1/2$ el cual tiene un $r = 1.21 \text{ in} > 0.39 \text{ in}$ NESESARIOS. La sección esta sometida a compresión

Sistemas de carga

Compresión axial $P_u = 54 \text{ ton} = 119.05 \text{ kip}$.

Sistema geométrico de elementos

Longitud del elemento y Log. De pandeo lateral $L_{LT} = L = 2.0 \text{ m} = 78.74 \text{ in}$





Verificación estructural acorde con el AISC LRFD

Para verificar de acorde con el LRFD, la capacidad resistente del perfil $2L 4 \times 4 \times 1/4$ indicado en el ejemplo se sigue los siguientes pasos

1. Factores de resistencia para la compresión
 $\phi_c = 0.85$
2. Calculo de la resistencia nominal a compresión axial

$$\frac{K_y L_y}{r_y} = \frac{(1.0)(78.74 \text{ in})}{1.22 \text{ in}} = 64.54 < 200$$

$F_{cr}\phi_c$ De la tabla 3.36, sexta parte del Manual del LRFD se obtiene:

$$F_{cr}\phi_c = 24.50 \text{ ksi}$$

$$P_u = \phi_c P_n$$

$$\phi_c P_n = 2\phi_c F_{cr} A_g$$

$$\phi_c P_n = 2 * 24.50 \text{ ksi} * 3.72 \text{ in}^2 = 182.28 \text{ kip}$$

$$182.28 \text{ kip} > 119.05 \text{ kip.} \quad \therefore \text{si cumple}$$

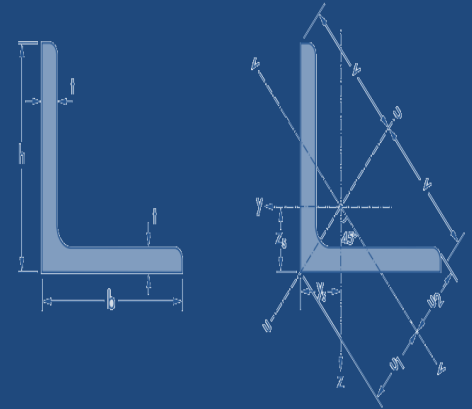


Verificación estructural acorde con el Eurocódigo 3

1. Clasificación de la sección apartado 3.1.2
 - a. Primero se determina el valor de ε :
 - b. Se determinan las tenciones que producen los esfuerzos actuantes en la sección:

Propiedades de la sección

"L 4 x 4 x 1/2 "



$$h = 0.102 \text{ m} = 4.00 \text{ in}$$

$$b = 0.102 \text{ m} = 4.00 \text{ in}$$

$$t = 0.013 \text{ m} = 0.5 \text{ in}$$

$$r = 0.031 \text{ m} = 1.22 \text{ in}$$

$$A = 0.0024 \text{ m}^2 = 3.72 \text{ in}^2$$

$$I_y = I_z = 2.31 * 10^{-6} \text{ m}^4 = 5.55 \text{ in}^4$$

$$S_y = S_z = 3.22 * 10^{-5} \text{ m}^3 = 1.97 \text{ in}^3$$

$$r_y = r_z = 0.031 \text{ m} = 1.22 \text{ in}$$





$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} \qquad \varepsilon = 0.97$$

El alma sometida a flexión simple será de clase 1 si cumple:

$$\frac{c_w}{t_w} \leq 72\varepsilon \quad \text{siendo} \quad c_w = h_w - 2r$$

$$\frac{h_w - 2r}{t_w} = \frac{0.102 \text{ m} - 2 * 0.031 \text{ m}}{0.013 \text{ m}} = 3.077 \qquad 72\varepsilon = 72 * 0.97 = 70.06$$

$$3.077 < 70.06 \quad \therefore \text{el alma es de Clase 1}$$

Para saber si el patín comprimido de la sección es de clase 1 se debe cumplir:

$$\frac{c_f}{t_f} \leq 9\varepsilon \quad \text{siendo} \quad c_f = \frac{b_f}{2} - \frac{t_w}{2} - r$$

$$c_f = \frac{0.102 \text{ m}}{2} - \frac{0.013}{2} - 0.031 \text{ m} \qquad c_f = 0.014$$

$$\frac{c_f}{t_f} = \frac{0.014}{0.013 \text{ m}} = 1.038 \qquad 9\varepsilon = 9 * 0.97 = 8.73$$

$$1.038 < 8.73 \quad \therefore \text{el patin es de Clase 1}$$

2. Factores de seguridad parcial.

Se tomaran $\gamma_{M0} = 1$ y $\gamma_{M1} = 1$ en todos los cálculos, puede que el valor de 1 es el valor recomendado por el EC3 para edificaciones

3. Un elemento sometido a compresión axial deberá ser comprobado frente a pandeo lateral como sigue:





$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1 \quad \text{donde} \quad N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} \quad \text{con} \quad \chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1$$

Se procede a determinar el factor de reducción χ para un perfil L , la curva de pandeo sera "c" y $\alpha = 0.49$

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad N_{cr} = 142,492.41 \text{ kg}$$

$$\bar{\lambda} = \frac{\sqrt{A f_y}}{\sqrt{N_{cr}}} \quad \bar{\lambda} = 0.649$$

$$\phi = 0.5[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2] \quad \phi = 0.821$$

$$\chi = \frac{1}{0.821 + \sqrt{0.821^2 - 0.649^2}} \leq 1 \quad \chi = 0.756$$

Se procede a obtener el valor de $N_{b,Rd}$

$$N_{b,Rd} = \frac{2 * 0.756 * 0.0024 \text{ m}^2 * 2.5 * 10^7 \text{ kg/m}^2}{\gamma_{M1}} \quad N_{b,Rd} = 90,697.14 \text{ kg}$$

Se debe cumplir:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} < 1 \quad \therefore \quad \frac{54,000 \text{ kg}}{90,697.14 \text{ kg}} = 0.595$$

0.595 < 1 \therefore si cumple y el perfil no fallara por resistencia

4.2.3.2 Cuerda inferior

Primero seleccionaremos el tipo de perfil utilizando un $P_u = 54 \text{ ton}$ una longitud de $L = 2 \text{ m}$. Se escogerá un perfil a partir del área necesaria para soportar la carga de tensión con:

$$A_g = \frac{P_u}{f_y} = \frac{54,000 \text{ kg}}{2.5 * 10^7 \text{ kg/m}^2} = 0.0022 \text{ m}^2 = 21.6 \text{ cm}^2$$





Proponiendo un perfil 2 L4 x 4 x 3/8 el cual tiene un $A = 2 * 18.5 \text{ cm}^2 = 37 \text{ cm}^2 > 21.6 \text{ cm}^2$ NESESARIOS. La sección solo esta sometida a tensión por lo cual se omitirán la verificación por compresión axial, flexión y flexo-compresión:

Sistemas De carga

Momento flector máximo $P_u = 54 \text{ ton} = 119.05 \text{ kip}$

Sistema geométrico de elementos

Longitud del elemento y Longitud de pandeo lateral

$$L_{LT} = L = 2.0 \text{ m} = 78.74 \text{ in}$$

Verificación estructural acorde con el AISC LRFD

Para verificar de acorde con el LRFD, la capacidad resistente del perfil 2 L4 x 4 x 3/8 indicado en el ejemplo se sigue los siguientes pasos

1. Factores de resistencia para la tensión $\phi_t = 0.90$
2. Radio de giro mínimo preferido:

$$r = \frac{L}{300} = \frac{2\text{m}}{300} = 0.007\text{m} < 0.031 \text{ m} \quad ; \text{ si cumple}$$

3. Calculo de la resistencia nominal a tensión

$$P_u = \phi_t A_g f_y$$

$$P_u = 0.9 * 2 * 2.87 \text{ in}^2 * 36 \text{ ksi}$$

$$P_u = 185.97 \text{ kip}$$

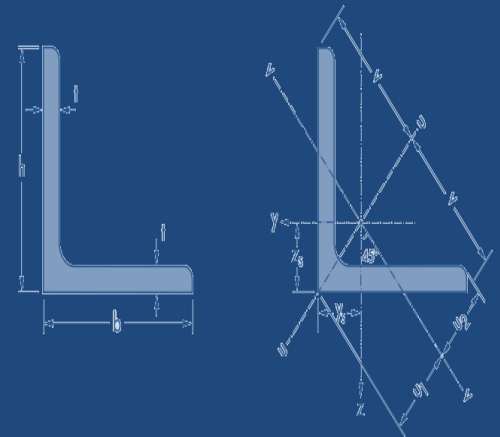
$$185.97 \text{ kip} > 119.05 \text{ kip}$$

por lo tanto si cumple



Propiedades de la sección

"L4 x 4 x 3/8 "



$$h = 0.102\text{m} = 4 \text{ in}$$

$$b = 0.102\text{m} = 4 \text{ in}$$

$$t = 0.0095 \text{ m} = 0.3752 \text{ in}$$

$$r = 0.031 \text{ m} = 1.23 \text{ in}$$

$$A = 0.0019 \text{ m}^2 = 2.87 \text{ in}^2$$

$$I_y = I_z = 1.8 * 10^{-6} \text{ m}^4 = 4.324 \text{ in}^4$$

$$S_y = S_z = 2.47 * 10^{-5} \text{ m}^3 = 1.51 \text{ in}^3$$


$$r_y = r_z = r = 0.031 \text{ m} = 1.23 \text{ in}$$



Verificación estructural acorde con el Eurocódigo 3

1. En el apartado 6.2.3 del EC3(2005) se dan las siguientes ecuaciones para el calculo de la resistencia nominal a tensión,
2. Factores de seguridad parcial.
Se tomaran $\gamma_{M0} = 1$ y $\gamma_{M1} = 1$ en todos los cálculos, puede que el valor de 1 es el valor recomendado por el EC3 para edificaciones
3. Donde un elemento sometido a tensión deberá ser comprobado como sigue

$$\frac{N_{Ed}}{N_{t,Rd}} \leq 1 \quad \text{donde:} \quad N_{t,Rd} = \frac{Af_y}{\gamma_{M0}}$$

$$N_{t,Rd} = \frac{2 * 0.0019 \text{ m}^2 * 2.5 * 10^7 \text{ kg/m}^2}{\gamma_{M0}} \quad N_{t,Rd} = 95,000.00 \text{ kg}$$
$$\frac{94,000.00 \text{ kg}}{95,000.00 \text{ kg}} = 0.9895$$
$$0.9895 \leq 1 \quad \text{si cumple}$$


4.2.3.3 Diagonal Extrema

Seleccionaremos el tipo de perfil utilizando un $P_u = 19.092 \text{ ton}$ una longitud de $L = 2 \text{ m}$, considerando que la diagonales esta en tensión. Se escogerá un perfil a partir del área necesaria para soportar la carga de tensión con:

$$A_g = \frac{P_u}{f_y} = \frac{19,092 \text{ kg}}{2.5 * 10^7 \text{ kg/m}^2} = 0.0008 \text{ m}^2 = 7.66 \text{ cm}^2$$

Proponiendo un perfil $L 4 \times 4 \times 1/4$ el cual tiene un $A = 12.5 \text{ cm}^2 > 7.66 \text{ cm}^2$
NESESARIOS:

La sección solo esta sometida a tensión por lo cual se omitirán la verificación por compresión axial, flexión y flexo-compresión:

Sistemas De carga

Tensión $P_u = 19.092 \text{ ton} = 42.09 \text{ kip}$.

Sistema geométrico de elementos

Longitud del elemento y Longitud de pandeo lateral

$$L_{LT} = L = 2.0 \text{ m} = 78.74 \text{ in}$$

Verificación estructural acorde con el AISC LRFD

Para verificar de acorde con el LRFD, la capacidad resistente del perfil $L 4 \times 4 \times 1/4$ indicado en el ejemplo se sigue los siguientes pasos:

1. Factores de resistencia para la tensión $\phi_t = 0.90$
2. Radio de giro mínimo preferido:

$$r = \frac{L}{300} = \frac{2\text{m}}{300} = 0.007\text{m} < 0.032 \text{ m} \quad ; \text{ si cumple}$$

3. Calculo de la resistencia nominal a tensión

$$P_u = \phi_t A_g f_y$$

$$P_u = 0.90 * 1.94 \text{ in}^2 * 36\text{ksi} = 62.85 \text{ kip}$$

$$62.85 \text{ kip} > 42.09\text{kip}$$

por lo tanto si cumple



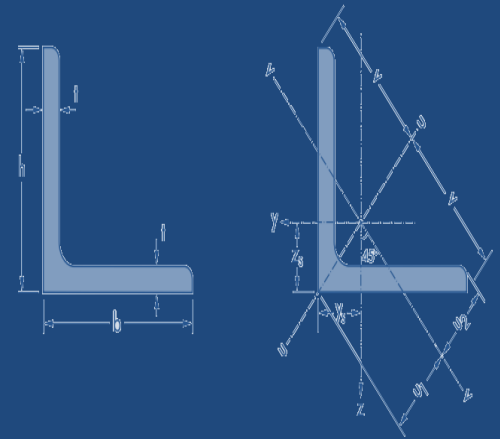
Verificación estructural acorde con el Eurocódigo 3

1. En el apartado 6.2.3 del EC3(2005) se dan las siguientes ecuaciones para el calculo de la resistencia nominal a tensión,
2. Factores de seguridad parcial.

Se tomaran $\gamma_{M0} = 1$ y $\gamma_{M1} = 1$ en todos los cálculos, puede que el valor de 1 es el valor recomendado por el EC3 para edificaciones

Propiedades de la sección

"L 4 x 4 x 1/4 "



$$h = 0.102\text{m} = 4 \text{ in}$$

$$b = 0.102\text{m} = 4 \text{ in}$$

$$t = 0.0063 \text{ m} = 0.25 \text{ in}$$

$$r = 0.032 \text{ m} = 1.25 \text{ in}$$

$$A = 0.0013\text{m}^2 = 1.94 \text{ in}^2$$

$$I_y = I_z = 1.3 * 10^{-6} \text{ m}^4 = 3.025 \text{ in}^4$$

$$S_y = S_z = 1.7 * 10^{-5} \text{ m}^3 = 1.039 \text{ in}^3$$

$$r_y = r_z = 0.032 \text{ m} = 1.25 \text{ in}$$




3. Donde un elemento sometido a tensión deberá ser comprobado como sigue

$$\frac{N_{Ed}}{N_{t,Rd}} \leq 1 \quad \text{donde:} \quad N_{t,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$N_{t,Rd} = \frac{2 * 0.0013m^2 * 2.5 * 10^7 kg/m^2}{\gamma_{M0}} \quad N_{t,Rd} = 65,000.00 \text{ kg}$$

$$\frac{19,092 \text{ kg}}{65,000.00 \text{ kg}} = 0.294$$

$$0.294 \leq 1 \quad \text{si cumple}$$


4.2.3.4 Montante Extrema

Primero seleccionaremos el tipo de perfil utilizando un $P_u = 13.5 \text{ ton}$ una longitud de $L = 2 \text{ m}$ El área requerida es

$$A_g = \frac{P_u}{f_y} = \frac{13,500 \text{ kg}}{2.5 * 10^7 kg/m^2} = 0.0005 \text{ m}^2 = 5.4 \text{ cm}^2$$

Proponiendo un perfil $L 4 \times 4 \times 5/16$ el cual tiene un $A = 15.48 \text{ cm}^2 > 5.4 \text{ cm}^2$ NESESARIOS:

La sección solo esta sometida a compresión por lo cual se omitirán la verificación por flexión y flexo-compresión

Sistemas De carga

Compresión axial $P_u = 13.5 \text{ ton} = 29.76 \text{ kip}$.

Sistema geométrico de elementos

Longitud del elemento y Longitud de pandeo lateral $L_{LT} = L = 2.0 \text{ m} = 78.74 \text{ in}$

Verificación estructural acorde con el AISC LRFD

Para verificar de acorde con el LRFD, la capacidad resistente del perfil $L 4 \times 4 \times 5/16$ indicado en el ejemplo se sigue los siguientes pasos





1. Factores de resistencia para la compresión $\phi_c = 0.85$

2. Calculo de la resistencia nominal a compresión axial

$$\frac{K_y L_y}{r_y} = \frac{(1.0)(78.74 \text{ in})}{1.24 \text{ in}} = 63.5 < 200$$

$F_{cr} \phi_c$ De la tabla 3.36, sexta parte del Manual del LRFD se obtiene:

$$F_{cr} \phi_c = 24.7 \text{ ksi}$$

$$P_u = \phi_c P_n$$

$$\phi_c P_n = \phi_c F_{cr} A_g = 24.7 \text{ ksi} * 1.09 \text{ in}^2 = 26.92 \text{ kip}$$

$$26.92 \text{ kip} < 29.76 \text{ kip} \quad \therefore \text{no cumple}$$



Verificación estructural acorde con el Eurocódigo 3

1. Clasificación de la sección tabla 5.2 del EC3(2005)

a. Primero se determina el valor de ε :

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} \quad \varepsilon = 0.97$$

b. Se determinan las tenciones que producen los esfuerzos actuantes en la sección:

El alma sometida a flexión simple será de clase 1 si cumple:

$$\frac{c_w}{t_w} \leq 72\varepsilon \quad \text{siendo } c_w = h_w - 2r$$

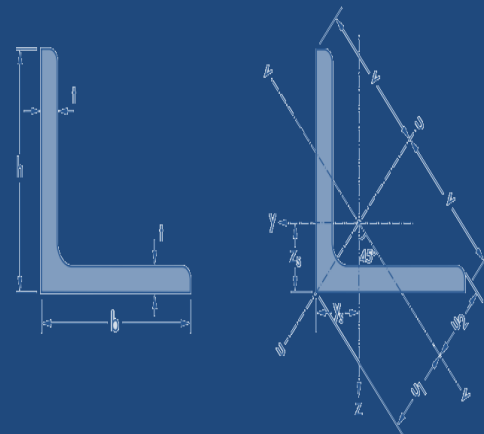
$$\frac{h_w - 2r}{t_w} = \frac{0.102 \text{ m} - 2 * 0.032 \text{ m}}{0.006 \text{ m}} = 6.33$$

$$72\varepsilon = 72 * 0.97 = 70.06$$

$$6.33 < 70.06 \quad \therefore \text{el alma es de Clase 1}$$

Propiedades de la sección

"L 4 x 4 x 5/16"



$$h = 0.102 \text{ m} = 4.00 \text{ in}$$

$$b = 0.102 \text{ m} = 4.00 \text{ in}$$

$$t = 0.006 \text{ m} = 0.250 \text{ in}$$

$$r = 0.032 \text{ m} = 1.24 \text{ in}$$

$$A = 0.0015 \text{ m}^2 = 0.0609 \text{ in}^2$$

$$I_y = I_z = 1.5 * 10^{-6} \text{ m}^4 = 3.7 \text{ in}^4$$

$$S_y = S_z = 2.1 * 10^{-5} \text{ m}^3 = 1.281 \text{ in}^3$$

$$r_y = r_z = 0.032 \text{ m} = 1.24 \text{ in}$$





Para saber si el patín comprimido de la sección es de clase 1 se debe cumplir:

$$\frac{c_f}{t_f} \leq 9\varepsilon \quad \text{siendo} \quad c_f = \frac{b_f}{2} - \frac{t_w}{2} - r$$

$$c_f = \frac{0.102}{2} - \frac{0.005 \text{ m}}{2} = 0.032 \text{ m}$$

$$c_f = 0.017$$

$$\frac{c_f}{t_f} = \frac{0.017}{0.006} = 2.8$$

$$9\varepsilon = 9 * 0.97 = 8.73$$

$2.8 < 8.73 \therefore$ el patin es de Clase 1

2. Factores de seguridad parcial.

Se tomaran $\gamma_{M0} = 1$ y $\gamma_{M1} = 1$ en todos los cálculos, puede que el valor de 1 que es el valor recomendado por el EC3 para edificaciones.

3. Un elemento sometido a compresión axial deberá ser comprobado frente a pandeo lateral como sigue:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1 \quad \text{donde} \quad N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} \quad \text{con} \quad \chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1$$

Se procede a determinar el factor de reducción χ , para un perfil L \therefore la curva de pandeo sera "c" y $\alpha = 0.49$ tabla 3.8:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

$$N_{cr} = 92527.54 \text{ kg}$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr}}}$$

$$\bar{\lambda} = 0.637$$

$$\phi = 0.5 [1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2]$$

$$\phi = 0.810$$

$$\chi = \frac{1}{0.810 + \sqrt{0.810^2 - 0.637^2}} \leq 1$$

$$\chi = 0.763$$



Se procede a obtener el valor de $N_{b,Rd}$

$$N_{b,Rd} = \frac{0.763 * 0.0015 \text{ m}^2 * 2.5 * 10^7 \text{ kg/m}^2}{\gamma_{M1}}$$

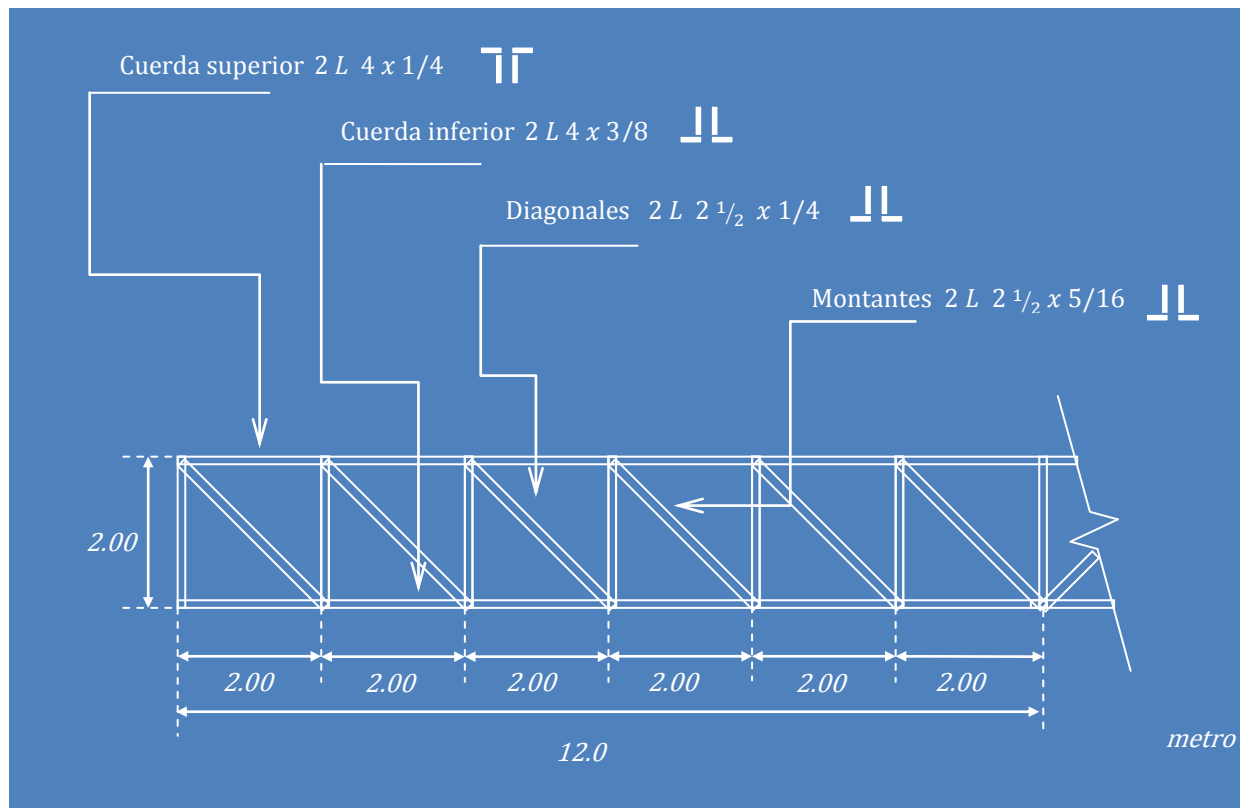
$$N_{b,Rd} = 28,629.079 \text{ kg}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} = \frac{13,500 \text{ kg}}{28,629.079 \text{ kg}} = 0.472$$

$0.472 < 1$ \therefore según el EC3 si cumple y el perfil no fallara por resistencia



4.2.3.5 Perfiles de armadura principal





Utilizando los esfuerzos obtenidos del análisis estructural del Capítulo 5 ejemplo 5.2.1 de la armadura del puente utilizando el Método de los nodos se procederá a seleccionar un perfil para la resistencia de los esfuerzos, verificando el mismo perfil y los mismos esfuerzos con el método del AISC LRFD y EC3.

De la armadura que se muestra en la figura seleccione perfiles económicos y adecuados que satisfagan las condiciones de resistencia del elemento. Considere que los elementos tienen soporte lateral y considerar un Acero A36.

Para todos los perfiles se usaran las mismas propiedades de acero:

Propiedades del acero

Tensión de fluencia: $f_y = 248.2 \text{ Mpa} = 36 \text{ ksi} = 2530 \text{ kg/cm}^2 = 2.5 * 10^7 \text{ kg/m}^2$

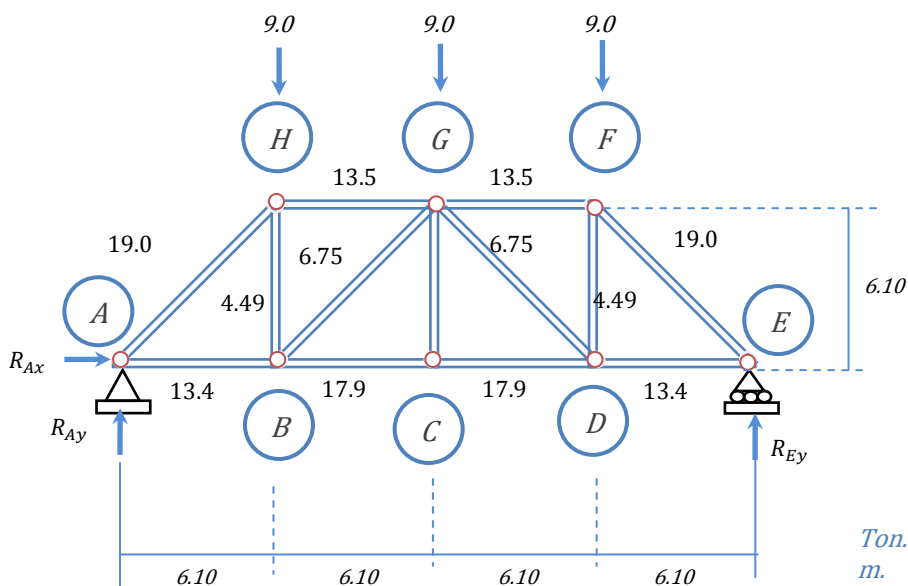
Modulo de elasticidad: $E = 206 \text{ Gpa} = 29,877.8 \text{ ksi} = 2.1 * 10^6 \text{ kg/cm}^2 = 2.5 * 10^{10} \text{ kg/m}^2$

Modulo de cortante; $G = 77 \text{ Gpa} = 11200 \text{ ksi} = 7.9 * 10^5 \text{ kg/cm}^2 = 7.9 * 10^9 \text{ kg/m}^2$



4.3.1 Diseño de armadura de puente

Esfuerzos obtenidos



Por similitud de carga para los demás elementos se omitirá el cálculo de diseño y se usaran los mismos elementos.

4.3.1.1 Cuerda superior elemento *HG*

Se escogerá un perfil a partir del área necesaria para soportar la carga de tensión con:

Sistemas de carga

Compresión axial $P_u = 13.5 \text{ ton} = 29.76 \text{ kip}$.

Sistema geométrico de elementos

Longitud del elemento y Log. De pandeo lateral $L_{LT} = L = 6.1 \text{ m} = 240.16 \text{ in}$

Se propondrá lo siguiente:

Cuerda superior



Dos ángulos con espalda elemento *HG*

Diagonales y Montantes



Dos ángulos en cajón elementos *AH*, *BG*, *BH*

Cuerda inferior



Dos ángulos con espalda elemento *AB* y *BC*

Área necesaria

$$A_g = \frac{P_u}{f_y} = \frac{13,500 \text{ kg}}{2.5 * 10^7 \text{ kg/m}^2} = 0.00054 \text{ m}^2 = 5.4 \text{ cm}^2$$

Proponiendo un perfil 2 L 1 1/2 x 3/16 el cual tiene un

$$A = 2 * 3.4 \text{ cm}^2 = 6.8 \text{ cm}^2 > 5.4 \text{ cm}^2 \quad \text{NESESARIOS}$$

La sección esta sometida a tensión

Verificación estructural acorde con el AISC LRFD

Para verificar de acorde con el LRFD, la capacidad resistente del perfil 2 L 1 1/2 x 3/16 indicado en el ejemplo se sigue los siguientes pasos

1. Factores de resistencia para la compresión
 $\phi_c = 0.90$
2. Calculo de la resistencia nominal a tensión:

$$P_u = \phi_t A_g f_y$$

$$P_u = 0.9 * 2 * 0.527 \text{ in}^2 * 36 \text{ ksi} = 34.15 \text{ kip}$$

$$34.15 \text{ kip} > 29.76 \text{ kip}$$

por lo tanto si cumple

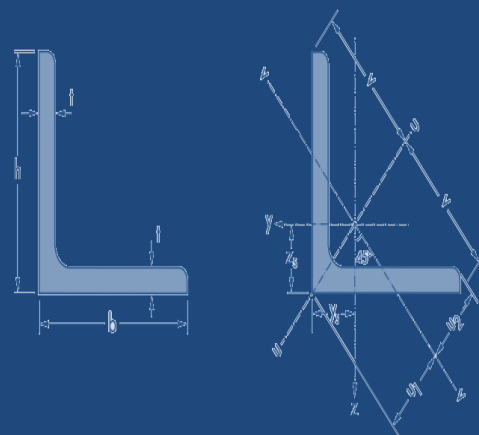


Verificación estructural acorde con el EC 3

1. En el apartado 6.2.3 del EC3(2005) se dan las siguientes ecuaciones para el calculo de la resistencia nominal a tensión,
2. Factores de seguridad parcial.
Se tomaran $\gamma_{M0} = 1$ y $\gamma_{M1} = 1$ en todos los cálculos, puede que el valor de 1 es el valor recomendado por el EC3 para edificaciones
3. Donde un elemento sometido a tensión deberá ser comprobado como sigue

Propiedades de la sección

"L 1 1/2 x 3/16 "



$$h = 0.039 \text{ m} = 1 \frac{1}{2} \text{ in}$$

$$b = 0.039 \text{ m} = 1 \frac{1}{2} \text{ in}$$

$$t = 0.0047 \text{ m} = 0.187 \text{ in}$$

$$r = 0.0115 \text{ m} = 0.45 \text{ in}$$

$$A = 0.00034 \text{ m}^2 = 0.527 \text{ in}^2$$

$$I_y = I_z = 4.49 * 10^{-8} \text{ m}^4 = 0.108 \text{ in}^4$$

$$S_y = S_z = 1.7 * 10^{-6} \text{ m}^3 = 0.102 \text{ in}^3$$

$$r_y = r_z = 0.0115 \text{ m} = 0.45 \text{ in}$$



$$\frac{N_{Ed}}{N_{t,Rd}} \leq 1 \quad \text{donde:} \quad N_{t,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$N_{t,Rd} = \frac{2 * 0.00034 \text{ m}^2 * 2.5 * 10^7 \text{ kg/m}^2}{\gamma_{M0}} \quad N_{t,Rd} = 17,000.00 \text{ kg}$$
$$\frac{N_{Ed}}{N_{t,Rd}} = \frac{13,500 \text{ kg}}{17,000 \text{ kg}} = 0.7941$$
$$0.7941 \leq 1 \quad \text{si cumple}$$

4.3.1.2 Diagonales (elemento AH y BG)

Primero analizaremos la **diagonal extrema (elemento AH)** Seleccionaremos el tipo de perfil utilizando un $P_u = 19.09 \text{ ton}$ una longitud de $L = 6.10 \text{ m}$, considerando que la diagonales esta en tensión. Se escogerá un perfil a partir del área necesaria para soportar la carga de tensión con:

$$A_g = \frac{P_u}{f_y} = \frac{19,090 \text{ kg}}{2.5 * 10^7 \text{ kg/m}^2} = 0.00076 \text{ m}^2 = 7.63 \text{ cm}^2$$

Proponiendo un perfil $2 L 1 \frac{3}{4} x 3/16$ el cual tiene un $A = 4.01 * 2 = 8.02 \text{ cm}^2 > 7.63 \text{ cm}^2$ NESESARIOS:

La sección solo esta sometida a tensión por lo cual se omitirán la verificación por compresión axial, flexión y flexo-compresión:



Verificación estructural acorde con el AISC LRFD

Para verificar de acorde con el LRFD, la capacidad resistente del perfil $L 1\frac{3}{4} \times 3/16$ indicado en el ejemplo se sigue los siguientes pasos

- Factores de resistencia para la tensión
 $\phi_t = 0.90$
- Calculo de la resistencia nominal a tensión

$$P_u = \phi_t A_g f_y$$

$$P_u = 0.90 * 2 * 0.6215 \text{ in}^2 * 36 = 40.27 \text{ kip}$$

$$40.27 \text{ kip} > 19.09 \text{ kip}$$

por lo tanto si cumple



Verificación estructural acorde con el Eurocódigo 3

$$\frac{N_{Ed}}{N_{t,Rd}} \leq 1 \quad \text{donde:} \quad N_{t,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$N_{t,Rd} = \frac{2 * 0.000401 \text{ m}^2 * 2.5 * 10^7 \text{ kg/m}^2}{\gamma_{M0}}$$

$$N_{t,Rd} = 20,050 \text{ kg}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{t,Rd}} = \frac{19,090 \text{ kg}}{20,050 \text{ kg}} = 0.952$$

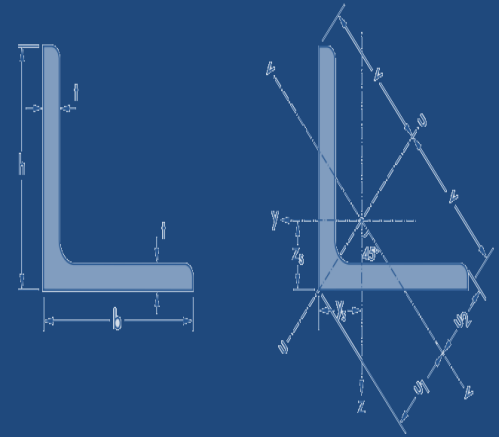
$$0.952 \leq 1 \quad \text{si cumple}$$



Después analizaremos la diagonal BG .
Seleccionaremos el tipo de perfil utilizando $P_u = 6.75 \text{ ton} = 14.88 \text{ kip}$ y una longitud de $L = 6.10 \text{ m} = 240.15 \text{ in}$, considerando que la diagonal esta en tensión:

Propiedades de la sección

" $L 1\frac{3}{4} \times 3/16$ "



$$h = 0.045 \text{ m} = 1\frac{3}{4} \text{ in}$$

$$b = 0.045 \text{ m} = 1\frac{3}{4} \text{ in}$$

$$t = 0.0047 \text{ m} = 0.19 \text{ in}$$

$$r = 0.014 \text{ m} = 0.535 \text{ in}$$

$$A = 0.000401 \text{ m}^2 = 0.6215 \text{ in}^2$$

$$I_y = I_z = 7.4 * 10^{-8} \text{ m}^4 = 0.179 \text{ in}^4$$

$$S_y = S_z = 2.4 * 10^{-6} \text{ m}^3 = 0.143 \text{ in}^3$$

$$r_y = r_z = 0.014 \text{ m} = 0.535 \text{ in}$$

$$A_g = \frac{P_u}{f_y} = \frac{6,750 \text{ kg}}{2.5 * 10^7 \text{ kg/m}^2} = 0.00027 \text{ m}^2 = 2.7 \text{ cm}^2$$

Proponiendo un perfil $2 L 1 x 1 x 1/8$ el cual tiene un $A = 1.51 * 2 = 3.02 \text{ cm}^2 > 2.7 \text{ cm}^2$ NESESARIOS:

Verificación estructural acorde con el AISC LRFD

Para verificar de acorde con el LRFD, la capacidad resistente del perfil indicado en el ejemplo se sigue los siguientes pasos

3. Factores de resistencia para la tensión $\phi_c = 0.90$
4. Calculo de la resistencia nominal a tensión.

$$P_u = \phi_t A_g f_y$$

$$P_u = 0.90 * 2 * 0.2340 \text{ in}^2 * 36 = 15.16 \text{ kip}$$

$$15.16 \text{ kip} > 14.88 \text{ kip} \text{ por lo tanto si cumple}$$



Verificación estructural acorde con el Eurocódigo 3

$$\frac{N_{Ed}}{N_{t,Rd}} \leq 1 \quad \text{donde:} \quad N_{t,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}}$$

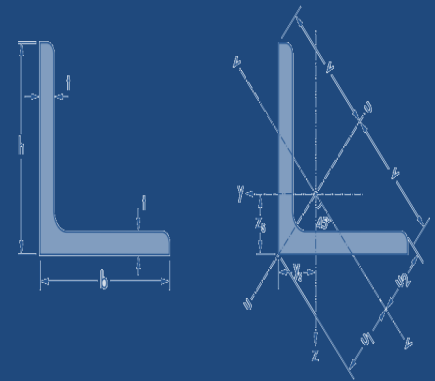
$$N_{t,Rd} = \frac{2 * 0.00015 \text{ m}^2 * 2.5 * 10^7 \text{ kg/m}^2}{\gamma_{M0}} = 7,500 \text{ kg}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{t,Rd}} = \frac{6750 \text{ kg}}{7500 \text{ kg}} = 0.9$$

$$0.9 \leq 1 \quad \text{si cumple}$$



Propiedades de la sección "L 1 x 1/8"



$$h = 0.0254 \text{ m} = 1 \text{ in}$$

$$b = 0.0254 \text{ m} = 1 \text{ in}$$

$$t = 0.0032 \text{ m} = 0.125 \text{ in}$$

$$r = 0.008 \text{ m} = 0.299 \text{ in}$$

$$A = 0.000151 \text{ m}^2 = 0.2340 \text{ in}^2$$

$$I_y = I_z = 8.8 * 10^{-9} \text{ m}^4 = 0.021 \text{ in}^4$$

$$S_y = S_z = 4.9 * 10^{-7} \text{ m}^3 = 0.03 \text{ in}^3$$

$$r_y = r_z = 0.008 \text{ m} = 0.299 \text{ in}$$



4.3.1.3 Montante elemento *HG*

Primero seleccionaremos el tipo de perfil utilizando una $P_u = 4.5 \text{ ton} = 9.92 \text{ kip}$ una longitud de $L = 6.1 \text{ m} = 240.15 \text{ in}$ El área requerida es:

En la sexta parte , sección B7 ,las especificaciones LRFD establece que de preferencia los miembros a compresión deben diseñarse con relaciones KL/r menores de 200 por lo tanto, tomando esta articulada en sus dos extremos y su longitud efectiva es igual a su longitud real entonces $k = 1$:

$$\frac{KL}{r} = 200 \quad \therefore r = \frac{KL}{200} = \frac{1 * 240.15 \text{ in}}{200}$$

$$r = 1.201 \text{ in} = 0.030 \text{ m}$$

Proponiendo un perfil $L 4 \times 4 \times 1/4$ el cual tiene un $r = 1.25 \text{ in} > 1.201 \text{ in}$ NESESARIOS:

Verificación estructural acorde con el AISC LRFD

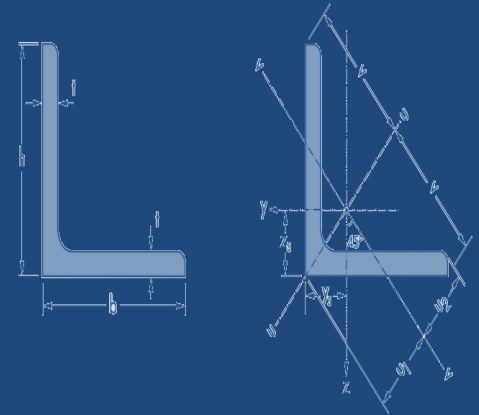
Para verificar de acorde con el LRFD, la capacidad resistente del perfil $L 4 \times 4 \times 1/4$ indicado en el ejemplo se sigue los siguientes pasos

1. Factores de resistencia para la compresión $\phi_c = 0.85$
2. Calculo de la resistencia nominal a compresión axial

$$\frac{K_y L_y}{r_y} = \frac{(1.0)(240.15 \text{ in})}{1.25 \text{ in}} = 192.12 < 200$$

Propiedades de la sección

" L 4 x 4 x 1/4 "



$$h = 0.102 \text{ m} = 4 \text{ in}$$

$$b = 0.102 \text{ m} = 4 \text{ in}$$

$$t = 0.0054 \text{ m} = 0.210 \text{ in}$$

$$r = 0.032 \text{ m} = 1.25 \text{ in}$$

$$A = 0.0013 \text{ m}^2 = 1.94 \text{ in}^2$$

$$I_y = I_z = 1.26 * 10^{-6} \text{ m}^4 = 3.025 \text{ in}^4$$

$$Z_y = Z_z = 3.08 * 10^{-5} \text{ m}^3 = 1.88 \text{ in}^3$$

$$r_y = r_z = 0.032 \text{ m} = 1.25 \text{ in}$$





De la tabla 3.36, sexta parte del Manual del LRFD con el $\frac{K_y L_y}{r_y} = 192.12$, se obtiene:

$$F_{cr} \phi_c = 5.69 \text{ ksi}$$

$$P_u = \phi_c P_n$$

$$\phi_c P_n = \phi_c F_{cr} A_g$$

$$\phi_c P_n = 5.69 \text{ ksi} * 1.94 \text{ in}^2 = 11.024 \text{ kip}$$

$$11.024 \text{ kip} > 9.92 \text{ kip} \quad \therefore \text{si cumple}$$



Verificación estructural acorde con el Eurocódigo

- Factores de seguridad parcial.
Se tomarán $\gamma_{M0} = 1$ y $\gamma_{M1} = 1$ en todos los cálculos, puede que el valor de 1 es el valor recomendado por el EC3 para edificaciones
- Un elemento sometido a compresión axial deberá ser comprobado frente a pandeo lateral como sigue:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1 \quad \text{donde} \quad N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} \quad \text{con} \quad \chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1$$

Se procede a determinar el factor de reducción χ

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

$$N_{cr} = 8,355.08 \text{ kg}$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr}}}$$

$$\bar{\lambda} = 1.97$$

para un perfil L \therefore la curva de pandeo sera "c" y $\alpha = 0.49$

$$\phi = 0.5 [1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2]$$

$$\phi = 2.87$$

$$\chi = \frac{1}{2.87 + \sqrt{2.87^2 - 1.97^2}} \leq 1$$

$$\chi = 0.202$$

Se procede a obtener el valor de $N_{b,Rd}$





$$N_{b,Rd} = \frac{0.202 * 0.0013 \text{ m}^2 * 2.5 * 10^7 \text{ kg/m}^2}{\gamma_{M1}}$$

$$N_{b,Rd} = 6,565 \text{ kg}$$

Se debe cumplir:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} < 1 \quad \therefore \quad \frac{4500 \text{ kg}}{6,565 \text{ kg}} = 0.344$$

0.685 < 1 \therefore si cumple y el perfil no fallara por resistencia



4.3.1.4 Cuerda inferior elemento **AB y BC**

Ambos elementos se encuentran a compresión el elemento *AB* tiene una $P_u = 13.48 \text{ ton} = 29.72 \text{ kip}$ y el elemento *BC* tiene una $P_u = 17.97 \text{ ton} = 39.72 \text{ kip}$ y una longitud de $L = 6.1 \text{ m} = 240.15 \text{ in}$. Seleccionaremos el tipo de perfil utilizando la esbeltez adimensional que es:

Elemento **AB y BC**

Ambos elementos tienen la misma longitud y están a compresión

$$\frac{KL}{r} = 200 \quad \therefore \quad r = \frac{KL}{200} = \frac{1 * 240.15 \text{ in}}{200} = 1.201 \text{ in} = 0.030 \text{ m}$$

Proponiendo un perfil $2 L 5 x 5 x 5/16$ el cual tiene un $r = 1.56 \text{ in} > 1.201 \text{ in}$ NESESARIOS (Para ambos elementos)

Verificación estructural acorde con el AISC LRFD

Para verificar de acorde con el LRFD, la capacidad resistente del perfil $L 5 x 5 x 5/16$ indicado en el ejemplo se sigue los siguientes pasos

1. Factores de resistencia para la compresión $\phi_c = 0.85$
2. Calculo de la resistencia nominal a compresión axial

$$\frac{K_y L_y}{r_y} = \frac{(1.0)(240.15 \text{ in})}{1.56 \text{ in}} = 153.64 < 200$$





Elemento AB

De la tabla 3.36, sexta parte del Manual del LRFD con el $\frac{K_y L_y}{r_y} = 153.64$, se obtiene:

$$F_{cr} \phi_c = 9.00 \text{ ksi}$$

$$P_u = \phi_c P_n$$

$$\phi_c P_n = \phi_c F_{cr} A_g$$

$$\phi_c P_n = 9.00 \text{ ksi} * 2 * 3.038 \text{ in}^2 = 11.024 \text{ kip}$$

$$54.68 \text{ kip} > 29.72 \text{ kip} \quad \therefore \text{si cumple}$$



Elemento BC

Proponiendo el mismo perfil se tiene

$$F_{cr} \phi_c = 9.00 \text{ ksi}$$

$$P_u = \phi_c P_n$$

$$\phi_c P_n = \phi_c F_{cr} A_g$$

$$\phi_c P_n = 9.00 \text{ ksi} * 2 * 3.038 \text{ in}^2 = 11.024 \text{ kip}$$

$$54.68 \text{ kip} > 39.72 \text{ kip} \quad \therefore \text{si cumple}$$

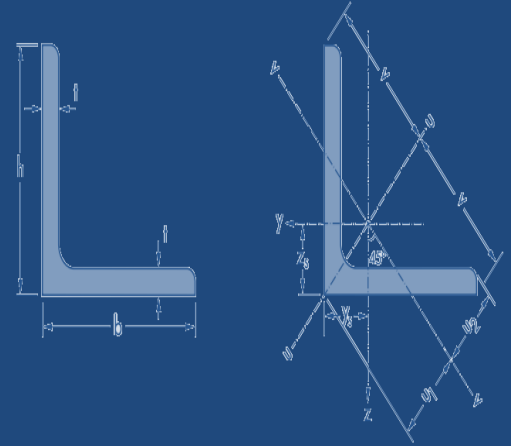


Verificación estructural acorde con el Eurocódigo

- Factores de seguridad parcial.
Se tomaran $\gamma_{M0} = 1$ y $\gamma_{M1} = 1$ en todos los cálculos, puede que el valor de 1 es el valor recomendado por el EC3 para edificaciones
- Un elemento sometido a compresión axial deberá ser comprobado frente a pandeo lateral como sigue:

Propiedades de la sección

" L 5 x 5 x 5/16"



$$h = 0.127 \text{ m} = 5 \text{ in}$$

$$b = 0.127 \text{ m} = 5 \text{ in}$$

$$t = 0.008 \text{ m} = 5/16 \text{ in}$$

$$r = 0.032 \text{ m} = 1.25 \text{ in}$$

$$A = 0.002 \text{ m}^2 = 3.038 \text{ in}^2$$

$$I_y = I_z = 3.1 * 10^{-6} \text{ m}^4 = 7.407 \text{ in}^4$$

$$Z_y = Z_z = 3 * 10^{-5} \text{ m}^3 = 2.036 \text{ in}^3$$

$$r_y = r_z = 0.04 \text{ m} = 1.56 \text{ in}$$





$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1 \quad \text{donde} \quad N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} \quad \text{con} \quad \chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1$$

Se procede a determinar el factor de reducción χ

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

$$N_{cr} = 20,556.15 \text{ kg}$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr}}}$$

$$\bar{\lambda} = 1.56$$

para un perfil L \therefore la curva de pandeo sera "c" y $\alpha = 0.49$

$$\phi = 0.5[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2]$$

$$\phi = 2.05$$

$$\chi = \frac{1}{2.05 + \sqrt{2.05^2 - 1.56^2}} \leq 1$$

$$\chi = 0.296$$

Se procede a obtener el valor de $N_{b,Rd}$

$$N_{b,Rd} = \frac{0.296 * 2 * 0.002 \text{ m}^2 * 2.5 * 10^7 \text{ kg/m}^2}{\gamma_{M1}}$$

$$N_{b,Rd} = 29,600 \text{ kg}$$

Se debe cumplir:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} < 1$$

Elemento AB

$$\therefore \frac{13,480 \text{ kg}}{29,600 \text{ kg}} = 0.455$$

Elemento BC

$$\therefore \frac{17,970 \text{ kg}}{29,600 \text{ kg}} = 0.607$$

\therefore si cumple y el perfil no fallara por resistencia



Utilizando los momentos obtenidos en el Capítulo 5 del análisis estructural del ejemplo 5.3.1 de la viga continua utilizando el Método de Hardy Cross se procederá a seleccionar un perfil para la resistencia de los esfuerzos, verificando el mismo perfil y los mismos esfuerzos con el método del AISC LRFD y EC3.

De la viga que se muestra en la figura seleccionaremos un único perfil y se someterá a las cargas mostradas. Considere que los elementos tienen soporte lateral y se considera un Acero A36.

Propiedades de la sección " W 24 x 7 x 62 "



$$b_f = 0.179 \text{ m} = 7.047 \text{ in}$$

$$h_w = 0.603 \text{ m} = 24 \text{ in}$$

$$t_f = 0.015 \text{ m} = 0.591 \text{ in}$$

$$t_w = 0.011 \text{ m} = 0.429 \text{ in}$$

$$r = 0.013 \text{ m} = 0.511 \text{ in}$$

$$A = 0.012 \text{ m}^2 = 19.23 \text{ in}^2$$

$$I_y = 6.5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4 = 1,553.9 \text{ in}^4$$

$$I_z = 1.4 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4 = 34.62 \text{ in}^4$$

$$t = 7.3 \cdot 10^{-7} \text{ m}^4 = 1.749 \text{ in}^4$$

$$w = 1.2 \cdot 10^{-15} \text{ m}^6 = 0.282 \text{ in}^6$$

$$I'_y = 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 153.47 \text{ in}^3$$

$$I'_z = 2.6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 = 15.77 \text{ in}^3$$

$$I''_y = 2.1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 130.89 \text{ in}^3$$

$$I''_z = 1.6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 = 9.825 \text{ in}^3$$

$$y = 0.235 \text{ m} = 9.23 \text{ in}$$

$$z = 0.035 \text{ m} = 1.38 \text{ in}$$

Propiedades del acero

Tensión de fluencia: $f_y = 248.2 \text{ Mpa} = 36 \text{ ksi} = 2530 \text{ kg/cm}^2 = 2.5 \cdot 10^7 \text{ kg/m}^2$

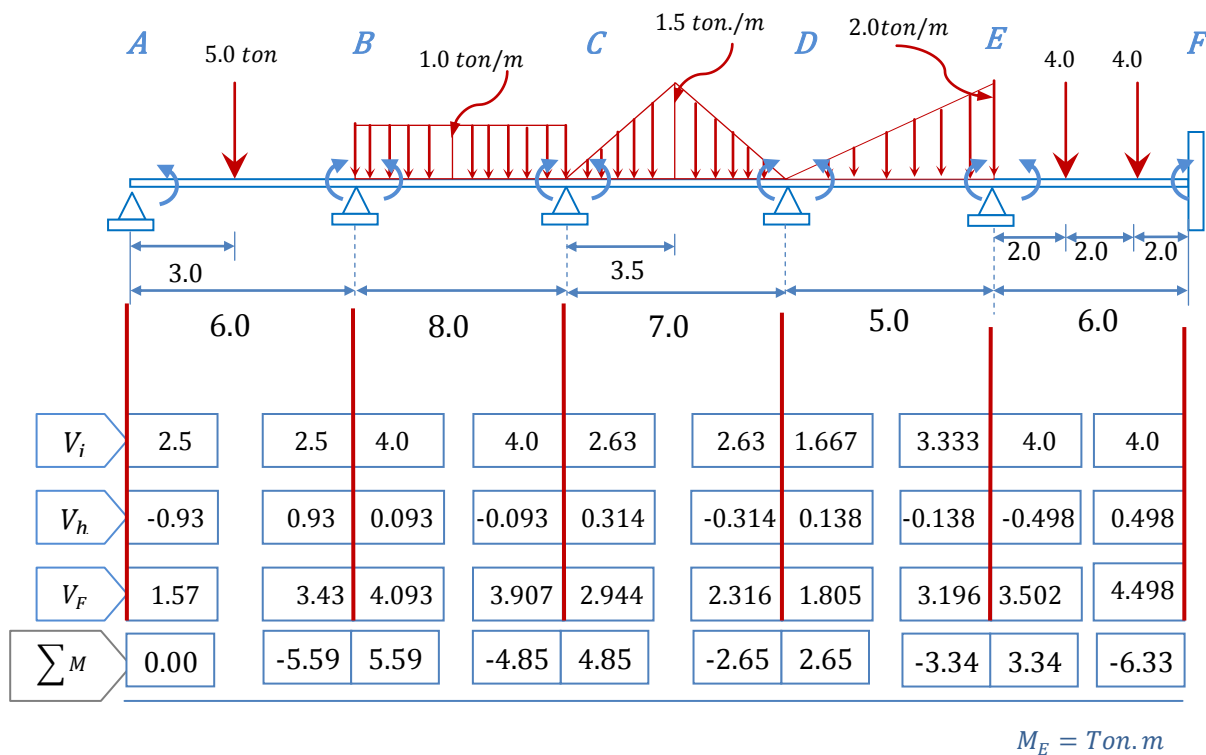
Modulo de elasticidad: $E = 206 \text{ Gpa} = 29,877.8 \text{ ksi} = 2.1 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2 = 2.5 \cdot 10^{10} \text{ kg/m}^2$

Modulo de cortante: $G = 77 \text{ Gpa} = 11200 \text{ ksi} = 7.9 \cdot 10^5 \text{ kg/cm}^2 = 7.9 \cdot 10^9 \text{ kg/m}^2$



Diseño Viga continua

Calculo de la resistencia nominal a flexión pura.



Verificación estructural acorde al AISC LRFD

La sección 4 DEL Manual LRFD Contiene una tabla titulada *Load Factor Design Selection Table for Shapes Used as Beams* (tabla para la selección de perfiles usados como vigas según el método de diseño por factor de carga). En esta tabla se pueden escoger rápidamente perfiles de acero con módulos plásticos suficientes para resistir ciertos momentos.

El coeficiente de flexión C_b fue tomado de la tabla 4.1 del LRFD para diferentes tipos de carga.





<i>Momento nominal</i> ($\phi_b M_n$) $\phi_b = 0.90$	
Zona 2 $\phi_b M_n = M_u$ $\phi_b M_n = C_b \left[\phi M_p - (\phi M_p - \phi M_r) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right]$ $\leq \phi_b M_p$	Zona 3 $\phi_b M_n = \phi_b M_{cr} = M_u \leq \phi_b M_p$ $M_{cr} = C_b \frac{\pi}{L_b} \sqrt{EI_z GI_t + \left(\frac{\pi E}{L_b} \right)^2 I_z I_w}$

Capacidad de momento del perfil									
Elemento	$L_b = L_{LT}$ (in)	L_p (in)	L_r (in)	C_b	Relación de longitud	Zona	$\phi_b M_p$ (kip. in)	$\phi_b M_r$ (kip. in)	$\phi_b M_n$ (kip. in)
AB	236.22	69.6	206.4	1.32	$L_p < L_r < L_b$	3	4,956	3,060	2,249.09
BC	314.96	69.6	206.4	1.30	$L_p < L_r < L_b$	3	4,956	3,060	1,661.29
CD	275.59	69.6	206.4	1.30	$L_p < L_r < L_b$	3	4,956	3,060	1,898.56
DE	196.85	69.6	206.4	1.14	$L_p < L_b < L_r$	2	4,956	3,060	3,639.29
EF	236.22	69.6	206.4	1.67	$L_p < L_r < L_b$	3	4,956	3,060	2845.44

Verificación de momentos				
Elemento	M_1 (kip. in)	M_2 (kip. in)	$M_u \leq \phi_b M_p$ (kip. in)	$M_u < M_{max}$ (kip. in)
AB	0.0	489.06	si cumple	si cumple
BC	489.06	424.32	si cumple	si cumple
CD	424.32	231.84	si cumple	si cumple
DE	231.84	292.21	si cumple	si cumple
EF	292.21	553.80	si cumple	si cumple

Como se puede observar los momentos que resiste el perfil son mucho mas grandes que los momentos que debe resistir por lo tanto se podría proponer un perfil mas liviano.



Verificación estructural acorde al EC3

1. Factores de seguridad parcial.

Se tomarán $\gamma_{M0} = 1$ y $\gamma_{M1} = 1$ en todos los cálculos, puede que el valor de 1 es el valor recomendado por el EC3 para edificaciones

2. Un elemento sometido a flexión deberá ser comprobado frente a pandeo lateral como sigue:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1 \quad \text{donde} \quad M_{b,Rd} = \frac{\chi_{LT} W_y f_y}{\gamma_{M1}} \quad \text{con} \quad \chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}}$$

Con

$$\psi = -\frac{M_{y,Ed.der}}{M_{y,Ed.izq.}} \quad C_1 = 1.88 - 1.40\psi + 0.52\psi^2$$

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{(KL)^2} \sqrt{\frac{I_w}{I_z} + \frac{(L_{LT})^2 G I_t}{\pi^2 E I_z}}$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}} \quad \phi_{LT} = 0.5[1 + \alpha_{LT}(\bar{\lambda}_{LT} - 0.2) + \bar{\lambda}_{LT}^2]$$

para un perfil "W" $h/b = 3.34 > 1.2$ y $t_f = 15 \text{ mm} < 40 \text{ mm}$

\therefore la curva de pandeo para el eje $y - y$ sera "a" y $\alpha_{LT} = 0.21$

Capacidad de momento del perfil										
Elemento	M_{Ed} (kg.m)	$KL = L_{LT}$ (m)	ψ	$C_1 \leq 2.70$	M_{cr} (kg.m)	$\bar{\lambda}_{LT}$	ϕ_{LT}	$\chi_{LT} \leq 1$	$M_{b,Rd}$ (kg.m)	$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1$
AB	5,590	6.0	0	1.88	44,224.75	1.19	1.31	0.538	33,625	0.166
BC	5,590	8.0	0.87	1.06	18,701.43	1.83	2.34	0.263	16,437.5	0.340
CD	4,850	7.0	0.55	1.27	25,607.35	1.56	1.86	0.348	21,750	0.223
DE	3,340	5.0	1.26	0.94	26,534.85	1.54	1.83	0.355	22,187.5	0.151
EF	6,330	6.0	1.89	1.09	25,640.95	1.56	1.86	0.348	21,750	0.291

Por lo tanto el perfil $W 24 \times 7 \times 62$ soportara los momentos factorizadas que existen en la viga conjugada

Calculo de la resistencia nominal a flexión pura.

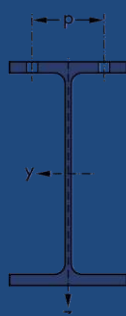
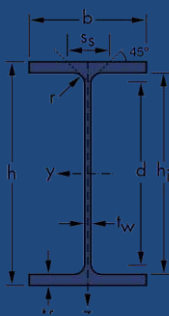
Se seleccionara la sección mas ligera para el momento factorizado mas alto que en este caso seria el de 9.864 ton.m considerando un acero A-36 seleccionaremos el perfil con:

$$M_n = f_y Z_y$$

$$Z_y = \frac{M_n}{f_y} = \frac{9.864 \text{ ton.m}}{2.5 * 10^4 \text{ ton/m}^2} = 0.00039 \text{ m}^3 = 394.53 \text{ cm}^3$$

Proponiendo una sección $W 8 x 6.5 x 28$ la cual tiene un $Z_y = 445.6 \text{ cm}^3 > 394.53 \text{ cm}^3$ necesario.

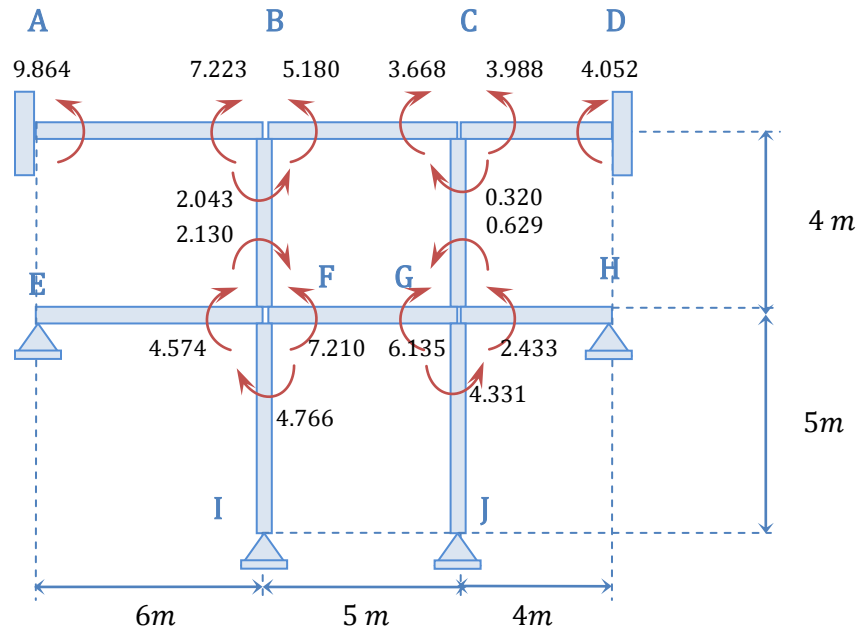
Propiedades de la sección " W 8 x 6.5 x 28 "



$b_f = 0.166 \text{ m} = 6.5 \text{ in}$	$I_t = 7.3 * 10^{-7} \text{ m}^4 = 1.749 \text{ in}^4$
$h_w = 0.205 \text{ m} = 8 \text{ in}$	$I_w = 1.2 * 10^{-15} \text{ m}^6 = 0.282 \text{ in}^6$
$t_f = 0.015 \text{ m} = 0.591 \text{ in}$	$Z_y = 4.5 * 10^{-4} \text{ m}^3 = 27.19 \text{ in}^3$
$t_w = 0.011 \text{ m} = 0.429 \text{ in}$	$Z_z = 2.6 * 10^{-4} \text{ m}^3 = 15.77 \text{ in}^3$
$r = 0.013 \text{ m} = 0.511 \text{ in}$	$S_y = 2.1 * 10^{-3} \text{ m}^3 = 130.89 \text{ in}^3$
$A = 0.012 \text{ m}^2 = 19.23 \text{ in}^2$	$S_z = 1.6 * 10^{-4} \text{ m}^3 = 9.825 \text{ in}^3$
$I_y = 6.5 * 10^{-4} \text{ m}^4 = 1,553.9 \text{ in}^4$	$r_y = 0.088 \text{ m} = 3.45 \text{ in}$
$I_z = 1.4 * 10^{-5} \text{ m}^4 = 34.62 \text{ in}^4$	$r_z = 0.041 \text{ m} = 1.62 \text{ in}$

Marco

Marco con los momentos obtenidos del Método Hardy Cros ,ejemplo 5.3.2, Capitulo 5.



Verificación estructural acorde al AISC LRFD

De igual forma tomaremos los datos de la sección 4 del Manual LRFD de la tabla titulada *Load Factor Design Selection Table for Shapes Used as Beams* (tabla para la selección de perfiles usados como vigas según el método de diseño por factor de carga). El coeficiente de flexión C_b fue tomado de la tabla 4.1 del LRFD para diferentes tipos de carga.

<p><i>Momento nominal</i> $(\phi_b M_n) \phi_b = 0.90$</p>
<p>Zona 2</p> $\phi_b M_n = M_u$ $\phi_b M_n = C_b \left[\phi M_p - (\phi M_p - \phi M_r) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq \phi_b M_p$



Capacidad de momento del perfil									
Elemento	$L_b = L_{LT}$ (in)	L_p (in)	L_r (in)	C_b	Relación de longitud	Zona	$\phi_b M_p$ (kip.in)	$\phi_b M_r$ (kip.in)	$\phi_b M_n$ (kip.in)
AB	236.22	81.6	327.6	1.30	$L_p < L_b < L_r$	2	880.8	568.8	890.10
BC	196.85	81.6	327.6	1.30	$L_p < L_b < L_r$	2	880.8	568.8	955.01
CD	157.2	81.6	327.6	1.30	$L_p < L_b < L_r$	2	880.8	568.8	1020.39
EF	236.22	81.6	327.6	1.32	$L_p < L_b < L_r$	2	880.8	568.8	903.79
FG	196.85	81.6	327.6	1.30	$L_p < L_b < L_r$	2	880.8	568.8	955.01
GH	157.2	81.6	327.6	1.32	$L_p < L_b < L_r$	2	880.8	568.8	1036.09
BF	157.2	81.6	327.6	1.0	$L_p < L_b < L_r$	2	880.8	568.8	784.91
CG	157.2	81.6	327.6	1.0	$L_p < L_b < L_r$	2	880.8	568.8	784.91
FI	196.85	81.6	327.6	1.32	$L_p < L_b < L_r$	2	880.8	568.8	969.71
GJ	196.85	81.6	327.6	1.32	$L_p < L_b < L_r$	2	880.8	568.8	967.71

Verificación de momentos				
Elemento	M_1 (kip.in)	M_2 (kip.in)	$M_u \leq \phi_b M_p$ (kip.in)	$M_u < M_{max}$ (kip.in)
AB	862.99	631.93	NO cumple	NO cumple
BC	453.19	320.90	NO cumple	NO cumple
CD	348.90	354.50	NO cumple	NO cumple
EF	0.0	400.17	NO cumple	NO cumple
FG	630.79	536.74	NO cumple	NO cumple
GH	212.86	0.0	NO cumple	NO cumple
BF	178.74	186.35	SI cumple	NO cumple
CG	27.99	55.03	SI cumple	NO cumple
FI	416.97	0.0	NO cumple	NO cumple
GJ	378.91	0.0	NO cumple	NO cumple

Como se puede observar los momentos que resiste el perfil $W 8 \times 6.5 \times 28$ no cumplen con las especificaciones del LRFD por lo tanto se propondrá una sección con un modulo de sección mayor Z_y .





Verificación estructural acorde al EC3

1. Factores de seguridad parcial.

Se tomarán $\gamma_{M0} = 1$ y $\gamma_{M1} = 1$ en todos los cálculos, puede que el valor de 1 es el valor recomendado por el EC3 para edificaciones

2. Un elemento sometido a flexión deberá ser comprobado frente a pandeo lateral como sigue:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1 \quad \text{donde} \quad M_{b,Rd} = \frac{\chi_{LT} W_y f_y}{\gamma_{M1}} \quad \text{con} \quad \chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}}$$

Con

$$\psi = -\frac{M_{y,Ed.der}}{M_{y,Ed.izq.}} \quad C_1 = 1.88 - 1.40\psi + 0.52\psi^2$$

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{(KL)^2} \sqrt{\frac{I_w}{I_z} + \frac{(L_{LT})^2 G I_t}{\pi^2 E I_z}}$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}} \quad \phi_{LT} = 0.5[1 + \alpha_{LT}(\bar{\lambda}_{LT} - 0.2) + \bar{\lambda}_{LT}^2]$$

para un perfil "W" $h/b = 1.24 > 1.2$ y $t_f = 15 \text{ mm} < 40 \text{ mm}$

\therefore la curva de pandeo para el eje $y - y$ sera "a" y $\alpha_{LT} = 0.21$

Capacidad de momento del perfil										
Elemento	M_{Ed} (kg.m)	$KL = L_{LT}$ (m)	ψ	$C_1 \leq 2.70$	M_{cr} (kg.m)	$\bar{\lambda}_{LT}$	ϕ_{LT}	$\chi_{LT} \leq 1$	$M_{b,Rd}$ (kg.m)	$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1$
AB	9,864	6.0	0.73	1.14	26,817.14	0.65	0.76	0.87	9,787.5	1.01
BC	5,180	5.0	1.41	0.94	26,534.85	0.65	0.76	0.87	9,787.5	0.53
CD	4,052	4.0	1.02	0.99	34,932.85	0.57	0.70	0.90	10,125	0.40
EF	4,574	6.0	0.0	1.88	44,224.75	0.50	0.66	0.92	10,350	0.44
FG	7,210	5.0	0.85	1.07	30,204.57	0.61	0.73	0.88	9,900	0.73
GH	2,433	4.0	0.0	1.88	66,337.13	0.41	0.61	0.94	10,575	0.23
BF	2,130	4.0	1.04	0.98	34,579.9	0.57	0.70	0.90	10,125	0.21
CG	6,29	4.0	0.51	1.30	45,871.42	0.49	0.65	0.93	10,462.5	0.06
FI	4,766	5.0	0.0	1.88	53,069.71	0.46	0.63	0.94	10,575	0.23
GJ	4,331	5.0	0.0	1.88	53,069.71	0.46	0.63	0.94	10,575	0.23

A diferencia del LRFD el EC3 nos indica que el perfil $W 8 \times 6.5 \times 28$ soportara los momentos factorizadas que existen en el marco.





CAPITULO 5

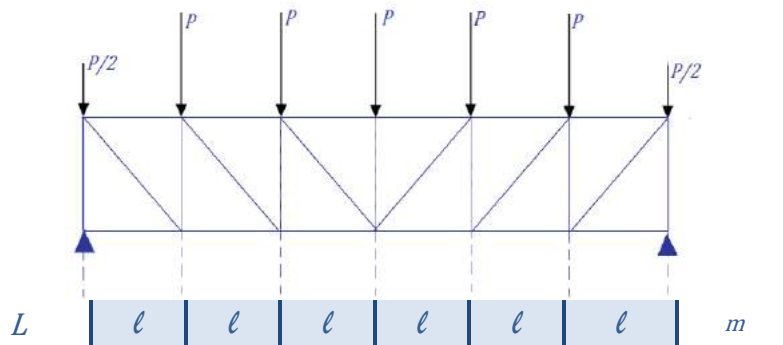
Análisis de resultados

En este capítulo se encuentran los esfuerzos obtenidos para cada uno de los ejemplos mostrados en el Capítulo 4, los esfuerzos fueron obtenidos haciendo uso de diferentes métodos de Análisis Estructural como son el Método de Newmark, Método de los Nodos y el Método de Hardy Cross. Para comenzar los Métodos son explicados de forma simple e ilustrados, posteriormente éstos fueron aplicados a diferentes tipos de estructuras con diferentes tipos de carga.

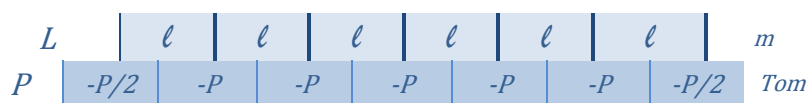


Método de Newmark

1. A partir de la armadura mostrada, en el primer renglón se anotan las longitudes de cada tablero.



2. En el segundo renglón se anota el valor de las cargas sobre su propia línea de acción, de acuerdo a la siguiente conversión de signos:



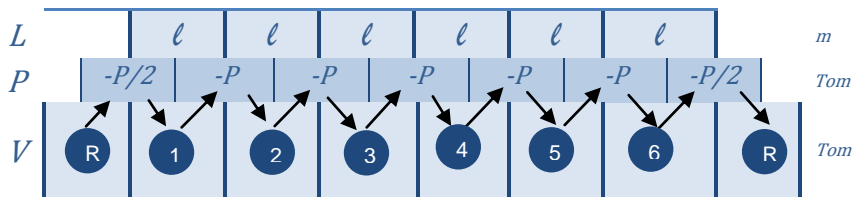
Antecedentes

Las cargas sobre cada elemento deben valuarse considerando la siguiente canalización:

- Laminas → largueros
- Largueros → Arm. Secundarias
- Arm. Secundarias → principales
- Arm. Principales → columnas
- Columnas → cimientos
- Cimiento → suelo

Dando naturalmente lugar a la obtención de cargas concentradas en los nudos

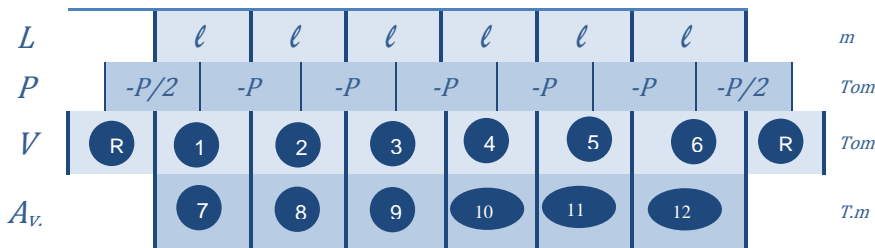
3. A partir de un valor de frontera (reacción) se obtiene los cortantes en cada tablero, sumando algebraicamente las cargas así:



3.-

$$\begin{aligned}
 R - P/2 &= 1 \\
 1 - P &= 2 \\
 2 - P &= 3 \\
 3 - P &= 4 \\
 4 - P &= 5 \\
 5 - P &= 6 \\
 6 - P/2 &= R
 \end{aligned}$$

4. Las áreas de cortante se obtienen multiplicando los cortantes, obtenidos en el renglón anterior, por la longitud de los tableros anotados en el primer renglón.



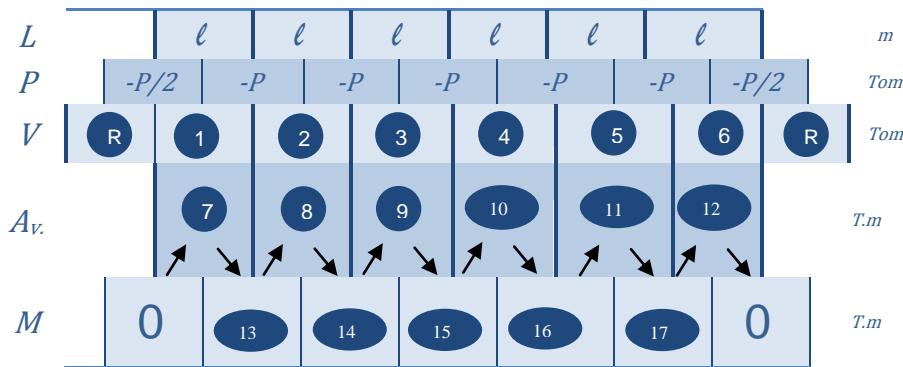
4.-

$$\begin{aligned}
 1 * l &= 7 \\
 2 * l &= 8 \\
 3 * l &= 9 \\
 4 * l &= 10 \\
 5 * l &= 11 \\
 6 * l &= 12
 \end{aligned}$$



5.-

5.- A partir de un valor frontera (momento en un apoyo igual a cero) se obtienen los momentos flexionantes en cada sección, sumando algebraicamente las áreas de cortante



$$0 + 7 = 13$$

$$13 + 8 = 14$$

$$14 + 9 = 15$$

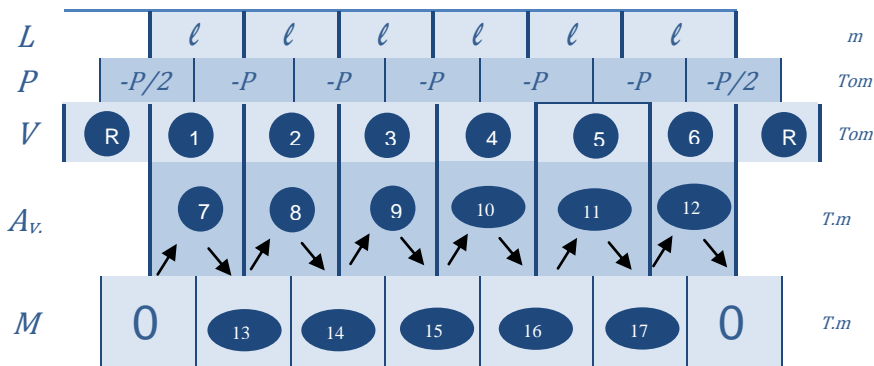
$$15 + 10 = 16$$

$$16 + 11 = 17$$

$$17 + 12 = 0$$

6.-

6.- Puede presentarse el caso de que no se conozcan las reacciones, pudiéndose entonces partir de cualquier valor supuesto arbitrariamente (k)



$$K - P_1 = 1$$

$$1 - P_2 = 2$$

$$2 - P_3 = 3$$

$$3 - P_4 = 4$$

$$4 - P_5 = 5$$

$$5 - P_6 = 6$$

$$6 - P_7 = J$$





7.- Se obtienen a continuación, las áreas de cortante en la forma ya descrita

L		l_1	l_2	l_3	l_4	l_5	l_6	m	
P		$-P_1$	$-P_2$	$-P_3$	$-P_4$	$-P_5$	$-P_6$	Tom	
V	K	1	2	3	4	5	6	J	Tom
A_v		7	8	9	10	11	12	$T.m$	

8.- Se sabe que en un apoyo el momento vale cero, así que procedemos en la forma antes explicada, a determinar el momento flexionante en cada sección

L		l_1	l_2	l_3	l_4	l_5	l_6	m	
P		$-P_1$	$-P_2$	$-P_3$	$-P_4$	$-P_5$	$-P_6$	Tom	
V	K	1	2	3	4	5	6	J	Tom
A_v		7	8	9	10	11	12	$T.m$	
M		0	13	14	15	16	17	18	$T.m$

7.-

$$1 * l = 7$$

$$2 * l = 8$$

$$3 * l = 9$$

$$4 * l = 10$$

$$5 * l = 11$$

$$6 * l = 12$$

8.-

$$0 + 7 = 13$$

$$13 + 8 = 14$$

$$14 + 9 = 15$$

$$15 + 10 = 16$$

$$16 + 11 = 17$$

$$17 + 12 = 18$$





9.-Las diversas ordenadas de este diagrama, son precisamente los momentos de corrección

En donde:

$$M.C_{18} = \textcircled{18} \text{ (Con signo opuesto)}$$

$$\frac{M.C_{18}}{L} = \frac{M.C_{19}}{L - l_6}$$

Despejando para $M.C_{19}$:

$$M.C_{19} = \frac{L - l_6}{L} M.C_{18}$$

$$M.C_{16} = \frac{L - (l_5 - l_6)}{L} M.C_{18}$$

$$M.C_{15} = \frac{L - (l_4 - l_5 - l_6)}{L} M.C_{18}$$

$$M.C_{14} = \frac{L - (l_3 - l_4 - l_5 - l_6)}{L} M.C_{18}$$

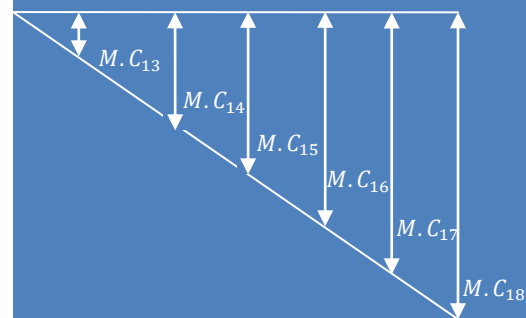
$$M.C_{13} = \frac{L - (l_2 - l_3 - l_4 - l_5 - l_6)}{L} M.C_{18}$$

10.-Sumando algebraicamente los momentos M con los momentos de corrección $M.C$ se tendrán los momento finales $M.F$

L		l_1	l_2	l_3	l_4	l_5	l_6	m
P		$-P_1$	$-P_2$	$-P_3$	$-P_4$	$-P_5$	$-P_6$	T_o
V	K	$\textcircled{1}$	$\textcircled{2}$	$\textcircled{3}$	$\textcircled{4}$	$\textcircled{5}$	$\textcircled{6}$	T_{om}
A		$\textcircled{7}$	$\textcircled{8}$	$\textcircled{9}$	$\textcircled{10}$	$\textcircled{11}$	$\textcircled{12}$	T_m
M	0	$\textcircled{13}$	$\textcircled{14}$	$\textcircled{15}$	$\textcircled{16}$	$\textcircled{17}$	$\textcircled{18}$	T_m
$M.C$	0	$M.C_{13}$	$M.C_{14}$	$M.C_{15}$	$M.C_{16}$	$M.C_{17}$	$M.C_{18}$	T_m
$M.F$	0	$M.F_{13}$	$M.F_{14}$	$M.F_{15}$	$M.F_{16}$	$M.F_{17}$	0	T_m

9.-

Como se ve, en el apoyo derecho en lugar de tener un momento igual a cero se tiene un cierto valor ($\textcircled{18}$) apliquemos entonces en ese apoyo un momento de igual valor pero de signo contrario teniéndose entonces un



10.-

- $\textcircled{13} \quad \mp M.C_{13} = M.F_{13}$
- $\textcircled{14} \quad \mp M.C_{14} = M.F_{14}$
- $\textcircled{15} \quad \mp M.C_{15} = M.F_{15}$
- $\textcircled{16} \quad \mp M.C_{16} = M.F_{16}$
- $\textcircled{17} \quad \mp M.C_{17} = M.F_{17}$
- $\textcircled{18} \quad \mp M.C_{18} = M.F_{18} = 0$



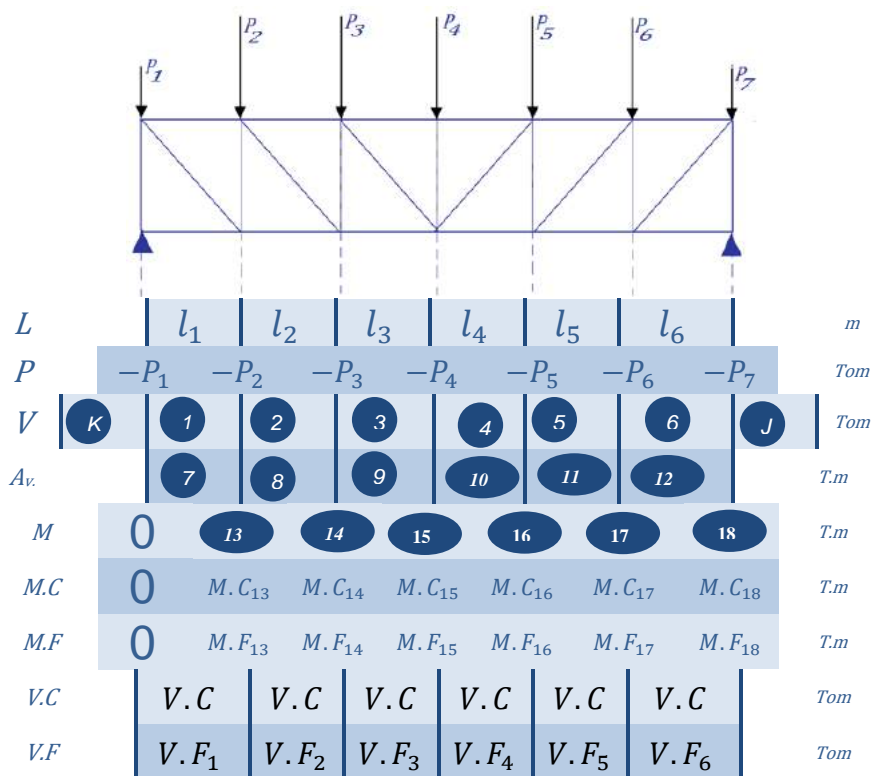


11.-

A continuación se determina el cortante de corrección:

$$V.C = \frac{M.C_{18}}{L}$$

Sumando algebraicamente los cortantes V con los cortantes de corrección $V.C$ se tendrán los cortantes finales $V.F$.



- $\textcircled{1} \quad \mp V.C = V.F_1$
- $\textcircled{2} \quad \mp V.C = V.F_1$
- $\textcircled{3} \quad \mp V.C = V.F_1$
- $\textcircled{4} \quad \mp V.C = V.F_1$
- $\textcircled{5} \quad \mp V.C = V.F_1$
- $\textcircled{6} \quad \mp V.C = V.F_1$

Elementos mecánicos de diseño

Es posible deducir de cualquiera de los desarrollos anteriores, los elementos mecánicos para el diseño de la armadura en cuestión.

a) Cuerda superior:

$$\text{Compresión} = \frac{\text{Momento máximo}}{h}$$

Siendo h peralte de la armadura

b) Cuerda inferior

$$\text{Compresión} = \frac{\text{Momento máximo}}{h}$$

c) Montantes:

$$\text{Compresión} = \text{valor } \textcircled{1} \text{ ó } V.F_1$$

d) Diagonales:

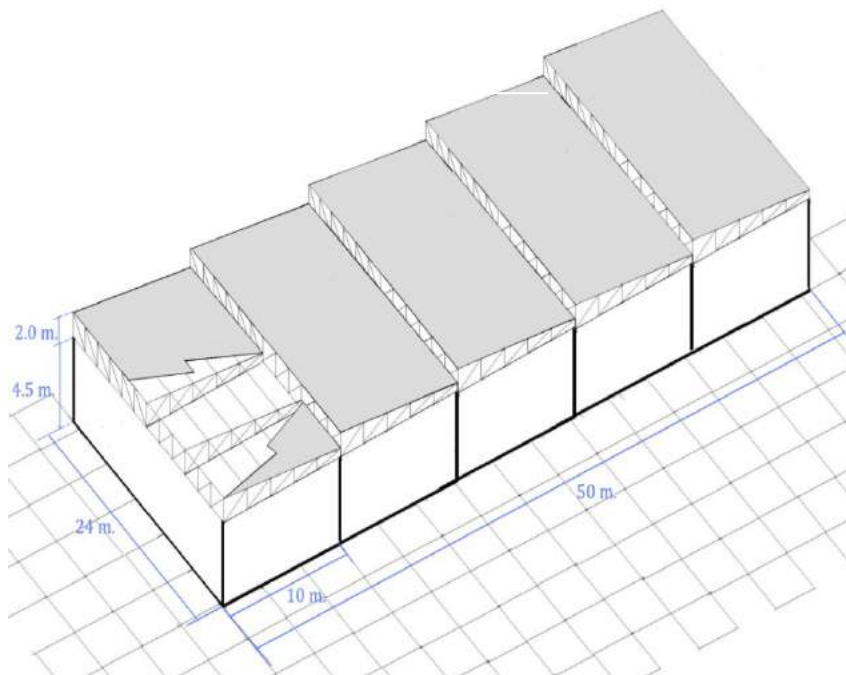
$$\text{Tracción} = \frac{\text{valor } \textcircled{1} \text{ ó } V.F_1}{0.7071}$$

Como comprobación:

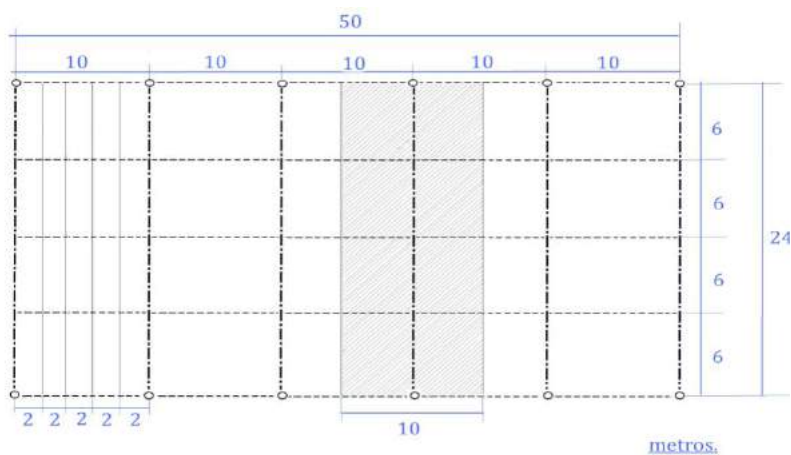
$$V.F_1 + V.F_6 = \sum C.\text{externas}$$



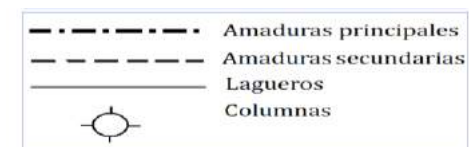
Armadura



Vista en planta



Simbología

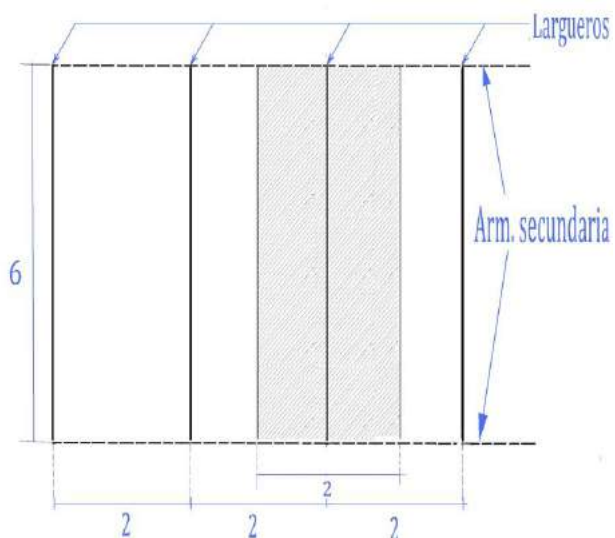


Para la armadura siguiente se obtuvieron los esfuerzos por el Método de Newmark.

Se considere una carga unitaria (que incluye carga viva y carga muerta) de $w = 150 \text{ Kg/m}^2$ y se considerando un acero A36 con $f_y = 2530 \text{ kg/cm}^2$

Análisis de largueros

1. Análisis de carga



1.a. Carga unitaria

$$w = 150 \text{ Kg/m}^2$$

1.b. Área tributaria y cargas

$$A_T = (2)(6) = 12\text{m}^2$$

Carga total

$$w = (12\text{m}^2) \left(150 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^2}\right) = 1800\text{kg}$$

Carga por metro

$$\frac{1800\text{kg}}{6\text{m}} = 300 \frac{\text{Kg}}{\text{m}}$$

2. Momento flexionante

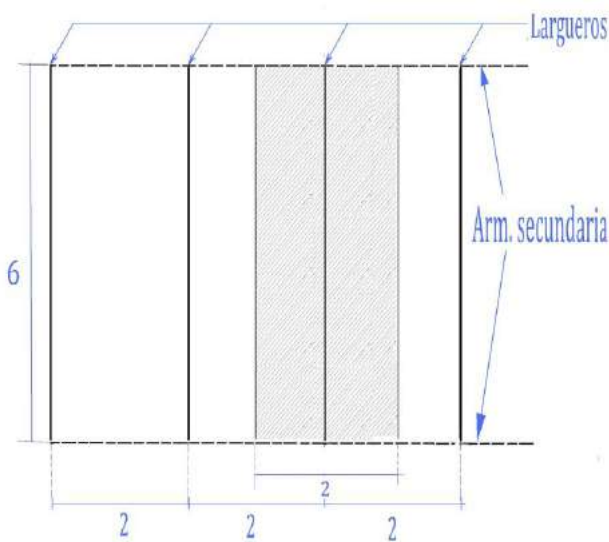
$$M_u = \frac{wl^2}{8} = \frac{(300)(6)^2}{8} = 1350\text{kg.m}$$

3. Modulo de sección necesaria

$$Z_x = \frac{M_u}{f_y} = \frac{135000\text{kg.cm}}{2530\text{kg/cm}^2} = 53.36 \text{ cm}^3$$

Análisis de armaduras secundaria

1. Análisis de carga



1.a. Carga unitaria

$$w = 150 \text{ Kg/m}^2$$

1.b. Área tributaria y cargas

$$A_T = (2)(6) = 12\text{m}^2$$

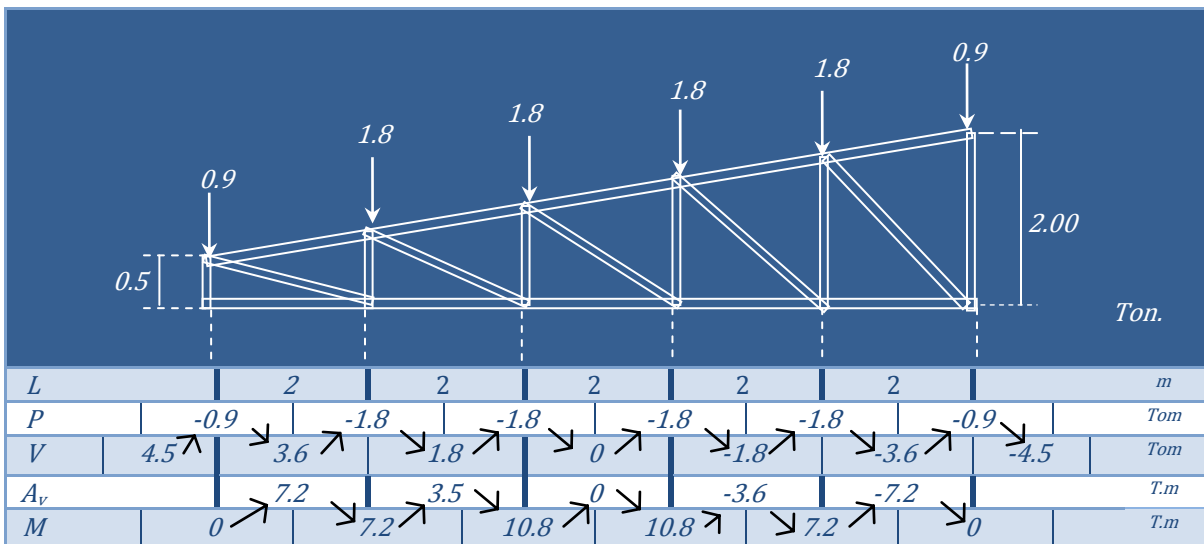
Carga total

$$w = (12\text{m}^2) \left(150 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^2}\right) = 1800\text{kg}$$

Carga por metro

$$1800\text{kg} / 10\text{m} = 180\text{kg/m}$$

2. Obtención de elementos mecánicos

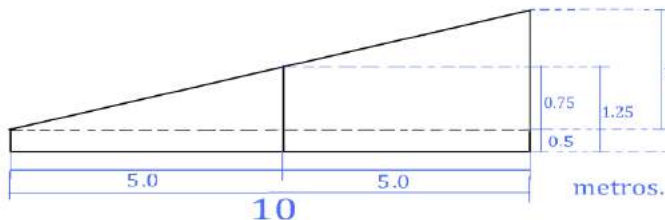




3. Obtención de esfuerzos

3.a. Cuerda superior

$$\text{Compresión} = \frac{M_{max}}{h} = \frac{10.8}{1.25} = 8.64 \text{ ton.}$$



$$\cos \alpha = C/C'$$

$$C' = \frac{C}{\cos \alpha} = \frac{8.64 \text{ ton}}{\cos 8.53} = 8.74 \text{ Ton.}$$

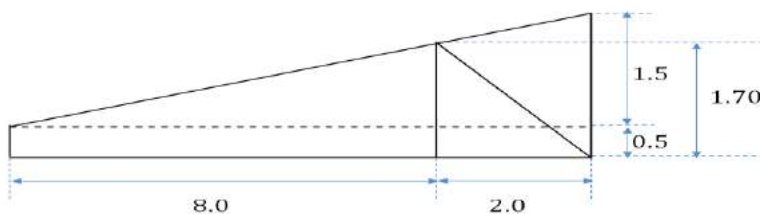
3.b. Cuerda inferior

$$\text{Tracción} = 8.64 \text{ Ton.}$$

3.c. Diagonales

$$\frac{1.5}{10} = \frac{x}{8} \quad \therefore x = \frac{1.5(8)}{10} = 1.20$$

$$h = 1.20 + 0.50 = 1.7 \text{ m.}$$



$$\cos 49.53 = 0.6467$$

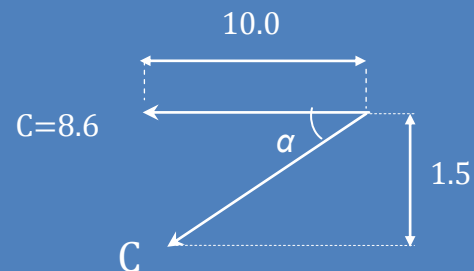
$$\cos \alpha = \frac{V}{V'} \quad \therefore V' = \frac{V}{\cos \alpha} = \frac{3.6}{0.6467} \quad V' = 5.56 \text{ Ton.}$$

3.d. Montantes

$$\text{Compresión} = 3.6 \text{ Ton.}$$

3.a Cuerda Superior

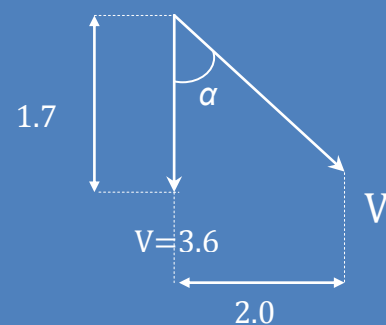
Si la cuerda superior fuera horizontal por ser inclinada se tiene:



$$\tan \alpha = 1.5/10 = 0.15$$

$$\therefore \alpha = 8.53$$

3.c Diagonales



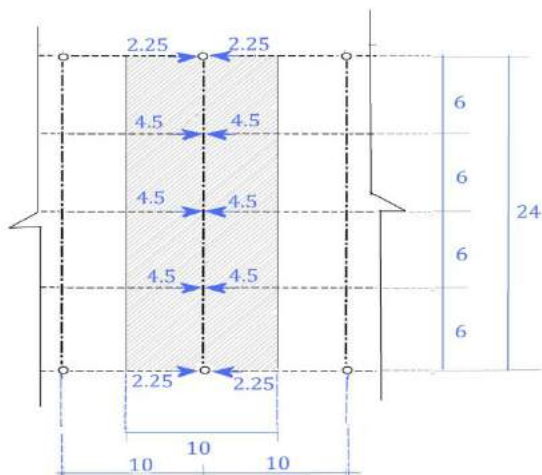
$$\tan \alpha = 2/1.7 = 1.1764$$

$$\therefore \alpha = 49.53$$



Análisis de armaduras principal

1. Análisis de carga



Como puede observarse:

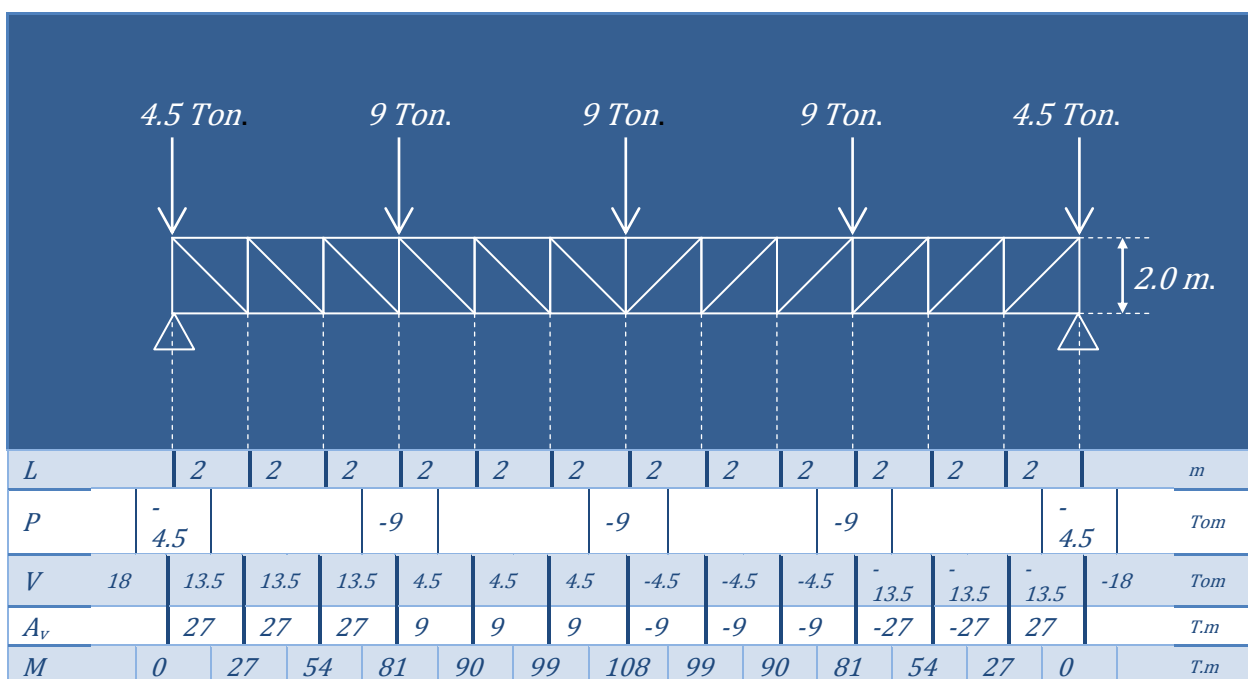
Las armaduras secundarias intermedias, canalizan a la principal:

$$P = 4.5 \text{ Ton.}$$

Mientras las armaduras secundarias extremas canalizan a la principal:

$$P = 2.25 \text{ Ton.}$$

2. Obtención de elementos mecánicos de diseño



3. Obtención de esfuerzos

3.a. Cuerda superior

$$\text{Compresión} = \frac{M_{max.}}{h} = \frac{108}{2}$$
$$\therefore C = 54 \text{ Ton.}$$

3.b. Cuerda inferior

$$\text{Tracción} = \frac{M_{max.}}{h} = \frac{108}{2}$$
$$\therefore T = 54 \text{ Ton.}$$

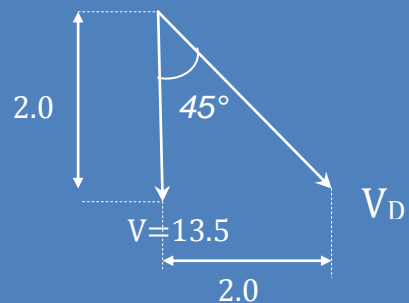
3.c. Montante extremo

$$\text{Compresión} = 13.5 \text{ Ton}$$

3.d. Diagonal extrema

$$V_D = \frac{13.5}{\cos 45} = 19.092 \text{ Ton.}$$

3.d Diagonal extrema



$$\cos \alpha = \frac{V}{V_D}$$
$$\therefore V_D = \frac{V}{\cos \alpha}$$

Método de los Nodos

El método de los nodos implica dibujar diagramas de cuerpo libre de las juntas de una armadura, una por una, y usar las ecuaciones de equilibrio para determinar las fuerzas axiales en las barras.

En cualquier cuerpo libre que se use no puede haber más fuerzas desconocidas que ecuaciones de equilibrio estático.

Cuando se usa el método de los nudos se tendrán dos ecuaciones de equilibrio ($\sum F_x$ y $\sum F_y$). Se debe adoptar una conversión de signos al analizar la armadura al hacerlo así, se eliminan muchos errores al cambio de conversión de signo.

Se recomienda para la conversión de signos que todas las fuerzas desconocidas son fuerzas en tensión.

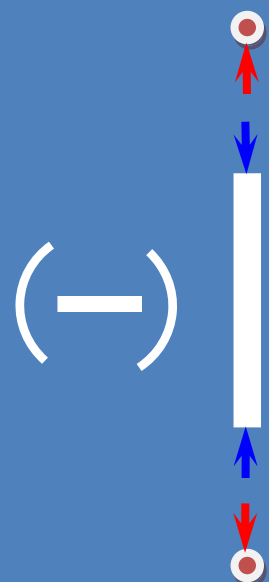
Además las fuerzas de tensión y compresión las identificaremos con el signo más y menos respectivamente, que obtenemos de los resultados de las ecuaciones de equilibrio.

Se usan flechas para representar el carácter de las fuerzas las flechas internas indican que están haciendo los elementos para resistir las fuerzas axiales aplicadas a ellos, si una barra está trabajando a compresión el elemento empuja contra el nudo al que está conectado.

Fuerza interna de tensión en el elemento de la armadura, jala al nudo, signo positivo.



Fuerza interna de compresión en el elemento de la armadura, empuja al nudo, signo negativo



Si una barra trabaja a tensión el elemento jala al nudo que esta conectado.

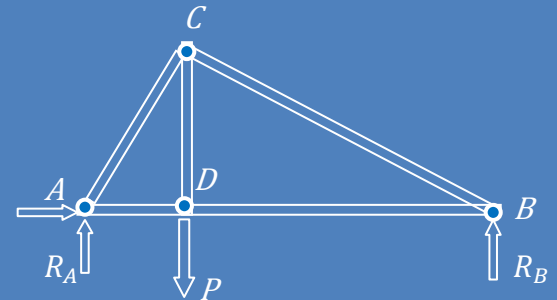
Por lo general, antes debemos dibujar un diagrama de toda la armadura (es decir, tratar la armadura como un solo cuerpo) y calcular las reacciones en sus soportes.

Primero se pasara una sección imaginaria alrededor del nudo independientemente de su ubicación y aislarlo completamente del resto de la armadura. Este nudo se convierte entonces en un cuerpo libre que esta en equilibrio. Deberá resolverse nudo por nudo y cada nudo por resolver no deberá de tener más de dos incógnitas. Las fuerzas y las cargas en los demás nudos no deberán considerarse para el nudo en estudio.

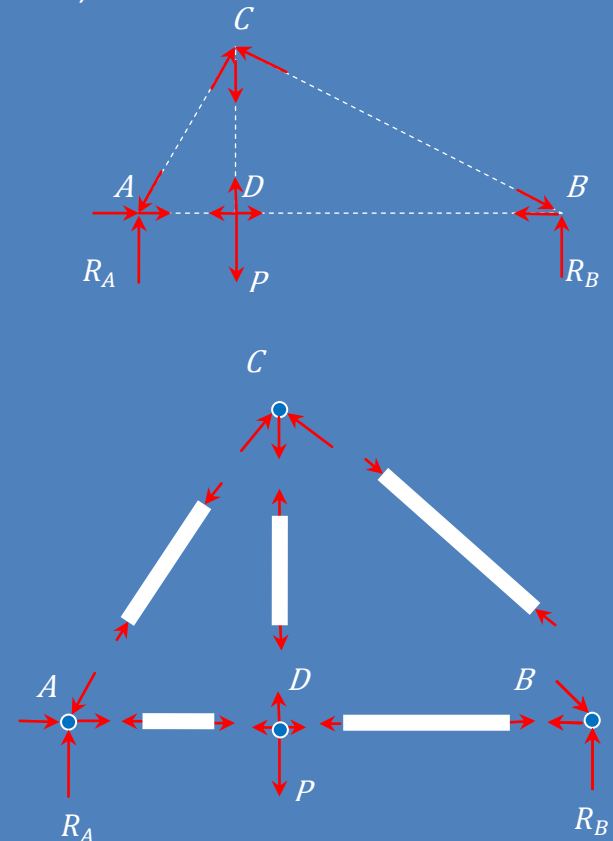
Por ejemplo, la armadura mostrada en la figura a), cuyo diagrama de cuerpo libre se muestra en la figura b) se puede desarmar y dibujar un diagrama de cuerpo libre para cada nudo y para cada elemento. Los elementos de esta estructura están sometidos a dos fuerzas iguales y opuestas dirigidas a lo largo del elemento.

Como las líneas de acción de todas las fuerzas internas de una armadura son conocidas, el análisis de una armadura se reduce a calcular las fuerzas de los elementos que la constituyen y a determinar si cada uno de dichos elementos esta en tensión o en compresión.

a)



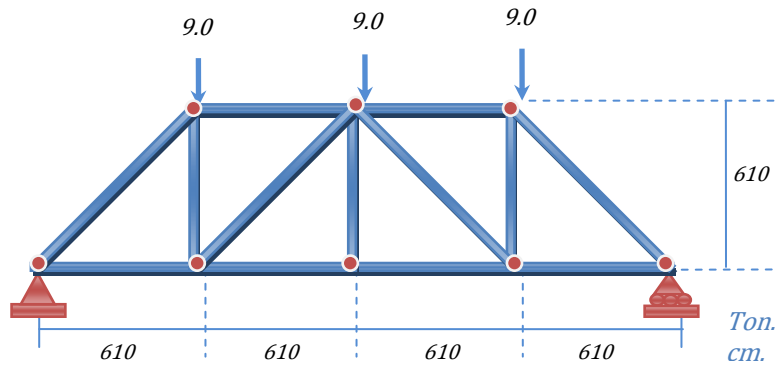
b)



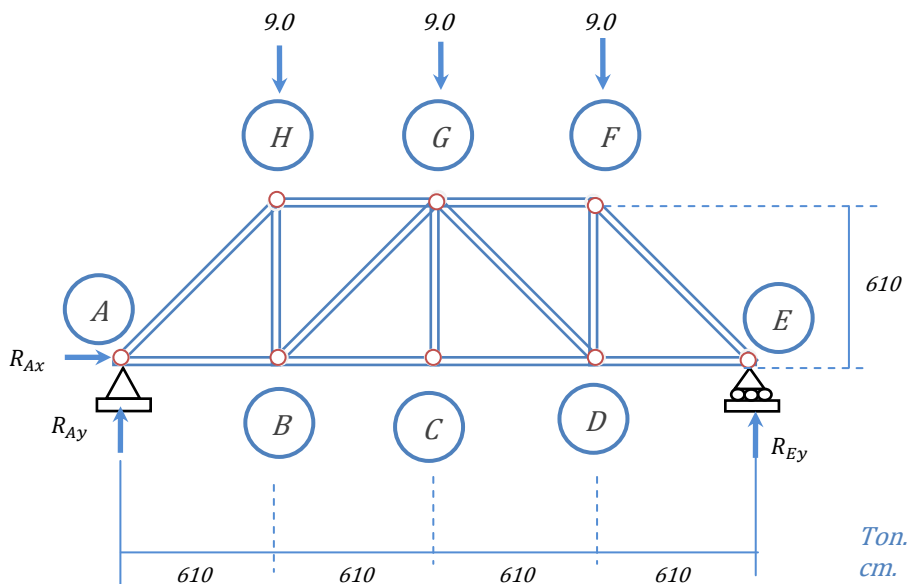
Elemento en compresión

Elemento en tensión

Armadura de puente



1. Primero enumeramos cada nudo y procedemos a realizar un diagrama de toda la armadura (es decir, tratar la armadura como un solo cuerpo)



Aplicando el método de los nudos determine la fuerza en cada uno de los elementos de la armadura mostrada.

Conversión de signos:

$$\sum M = 0$$

$$\sum F_x = 0$$

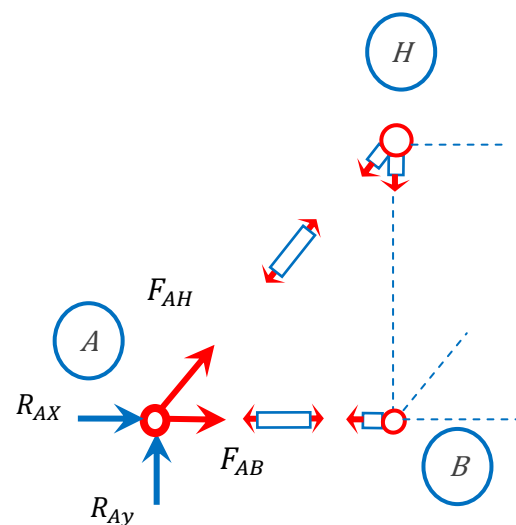
$$\sum F_y = 0$$

2. Calcular las reacciones en sus soportes utilizando las ecuaciones de equilibrio ($\sum F_x = 0$ $\sum F_y = 0$ $\sum M = 0$).

$+\curvearrowright \sum M_A = 0 \quad ; (ton.m)$	$(9.0 * 6.1) + (9.0 * 12.2) + (9.0 * 18.3) - (R_{Ey} * 24.4) = 0$ $R_{Ey} = \frac{32,940}{2,440} = 13.5 \text{ ton}$
$+\uparrow \sum F_y = 0 \quad ; (ton.)$	$R_{Ay} - 9 - 9 - 9 + R_{Ey} = 0$ $R_{Ay} = 13.5 \text{ ton}$
$+\rightarrow \sum F_x = 0 \quad ; (ton.)$	$R_{Ax} = 0$

3. El siguiente paso es elegir un nudo y dibujar su diagrama de cuerpo libre. aislamos el nudo A cortando las barras AB y AH . Los términos F_{AB} y F_{AH} son las fuerzas axiales en las barras AB y AH respectivamente. Aunque las direcciones de las flechas que representan las fuerzas axiales desconocidas se pueden escoger arbitrariamente, observe que las hemos elegido de manera que las fuerzas desconocidas están en tensión.

Cuerpo libre: nudo A. El nudo sujeto a dos fuerzas desconocidas, esta son las fuerzas ejercidas por los elementos AB y AH . Se usa ecuaciones de equilibrio para determinar las fuerzas F_{AB} y F_{AH} .



A

$$+\uparrow \sum F_y = 0$$

$$R_{Ay} + F_{AHy} = 0$$

Resolviendo la proyección

$$13.5 + F_{AH} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 0$$

$$F_{AH} = -\frac{13.5}{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)} = -19.09$$

$$\therefore F_{AH} = 19.09(C)$$

$$\rightarrow \sum F_x = 0$$
~~$$R_{Ax} + F_{AB} + F_{AHx} = 0$$~~

Resolviendo la proyección:

$$F_{AB} + \left(F_{AH} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right) = 0$$

$$F_{AB} + \left((-19.09) \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right) = 0$$

$$F_{AB} = 19.09 \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 13.49$$

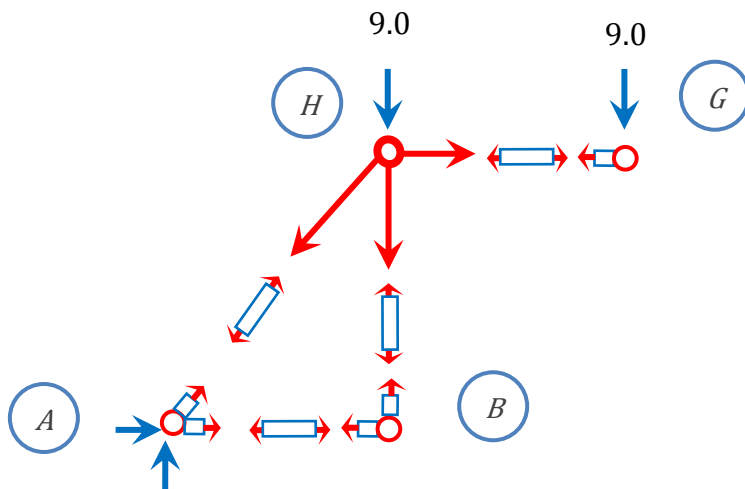
$$\therefore F_{AB} = 13.49(T)$$

$$\sin \phi = \frac{c.o}{h} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos \phi = \frac{c.a}{h} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Como podemos observar al proponer la flecha de F_{AH} a tensión, los cálculos nos dieron un resultado negativo de esta forma nos indica que el elemento está a compresión. El F_{AB} el resultado obtenido fue positivo el cual nos indica que nuestra suposición de que esta fuerza estaba en tensión es correcta. Si el F_{AH} se hubiera propuesto la flecha a compresión el análisis nos hubiera respondido con un número positivo.

4. Luego obtenemos el diagrama del nodo H cortando las barras HA , HB y HG . Resolvemos con las ecuaciones de equilibrio para el nudo H .





Cuerpo libre: nodo H. Como la fuerza ejercida por el elemento AH ya se determino, ahora solo se tienen dos incógnitas involucradas con este nodo, (F_{HB} y F_{HG}). De nuevo utilizaremos las ecuaciones de equilibrio. Cuando entramos al análisis del nudo que sigue, hay que recordar que las fuerzas ya obtenidas se colocan en el diagrama de cuerpo libre de éste con la dirección de la flecha obtenida en el análisis anterior y con el signo que se ha obtenido en el análisis:

$F_{AH} = 19.09$

$\sin \phi = \frac{c.o}{h} = \frac{1}{\sqrt{2}}$
 $\cos \phi = \frac{c.a}{h} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$+\uparrow \sum F_y = 0$$

$$F_{AHy} - 9.0 - F_{AB} = 0$$

Resolviendo la proyección

$$F_{AH} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) - 9.0 - F_{AB} = 0$$

$$F_{AB} = 19.09 \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) - 9.0$$

$$\therefore F_{HB} = 4.49(T)$$

$$\rightarrow \sum F_x = 0$$

$$F_{AHx} + F_{HG} = 0$$

Resolviendo la proyección:

$$F_{AH} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + F_{HG} = 0$$

$$19.09 \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + F_{HG} = 0$$

$$F_{HG} = -19.09 \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -13.49$$

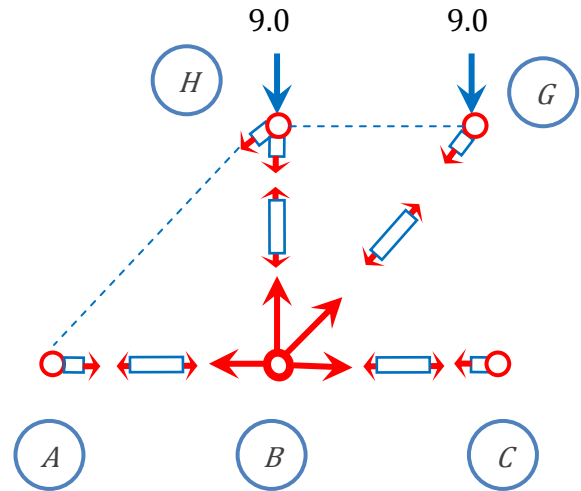
$$\therefore F_{HG} = 13.49(C)$$

Aquí se puede ver que la suposición de que el elemento F_{HB} esta en tensión fue correcta ya que el análisis lanzo un numero positivo, mientras que el elemento F_{HG} al suponerlo en tensión nos dio un resultado negativo el cual nos indica de la suposición es errónea y el elemento esta en compresión.

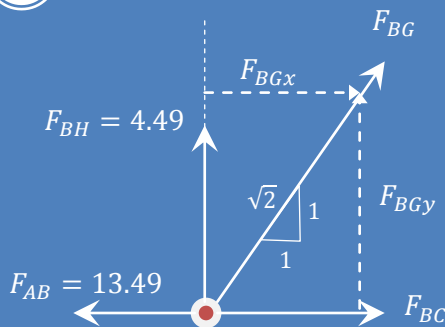


5. Luego obtenemos el diagrama del nodo B cortando las barras BA , BH , BC y BG . Resolvemos con las ecuaciones de equilibrio para el nudo B .

Cuerpo libre: nodo B . Como las fuerzas ejercidas por los elementos AB y BH ya se determinaron, solo se tienen dos incógnitas involucradas con este nodo, (F_{BC} y F_{BG}). De nuevo utilizaremos las ecuaciones de equilibrio.



B



$$\sin \phi = \frac{c.o}{h} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos \phi = \frac{c.a}{h} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0$$

$$F_{BH} + F_{BGy} = 0$$

Resolviendo la proyección

$$F_{BH} + F_{BG} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 0$$

$$F_{BG} = \frac{-4.49}{\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)} = -6.35$$

$$\therefore F_{BG} = 6.35(C)$$

$$+\rightarrow \sum F_x = 0$$

$$-F_{AB} + F_{BC} + F_{BGx} = 0$$

Resolviendo la proyección:

$$-F_{AB} + F_{BC} + F_{BG} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 0$$

$$-13.49 + F_{BC} + (-6.35) \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 0$$

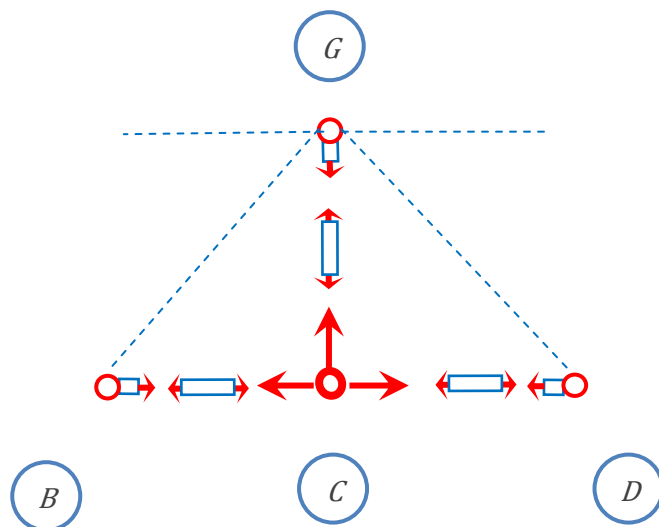
$$F_{BC} = 13.49 + 6.35 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 0$$

$$\therefore F_{BC} = 17.98(T)$$

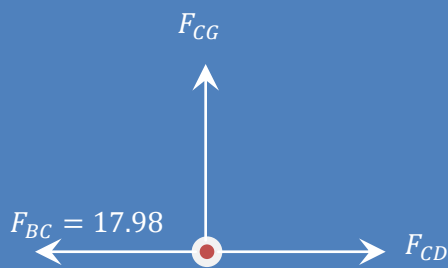
La suposición de que el elemento F_{BC} está en tensión fue correcta ya que el análisis lanzó un número positivo, mientras que el elemento F_{BG} al suponerlo en tensión nos dio un resultado negativo el cual nos indica de la suposición es errónea y el elemento está en compresión.

6. Obtenemos el diagrama del nodo C cortando las barras CB , CD , y CG . Resolvemos con las ecuaciones de equilibrio para el nudo C .

Cuerpo libre: nodo C . Las fuerzas ejercidas por los elementos BC ya se determinaron, entonces solo se tienen dos incógnitas involucradas con este nodo, (F_{CG} y F_{CD}). De nuevo utilizaremos las ecuaciones de equilibrio.



C



$$\sin \phi = \frac{c.o}{h} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos \phi = \frac{c.a}{h} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0$$

$$F_{CG} = 0$$

$$+\rightarrow \sum F_x = 0$$

$$-F_{BC} + F_{CD} = 0$$

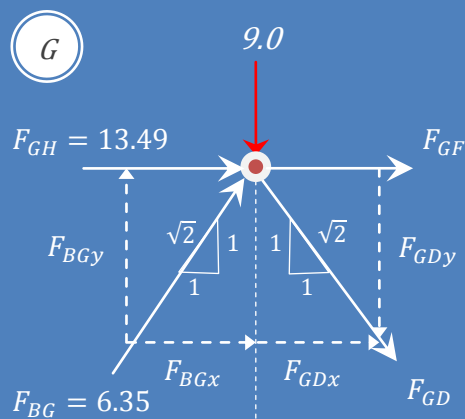
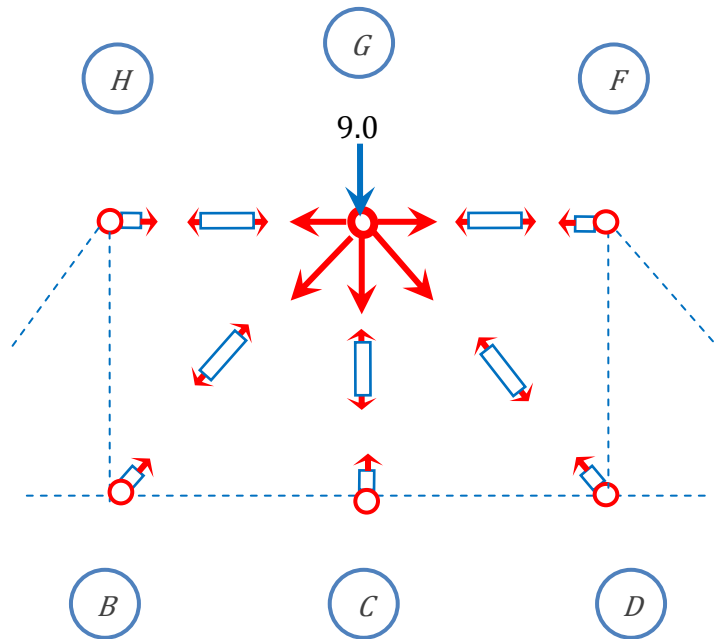
$$-17.98 + F_{CD} = 0$$

$$\therefore F_{CD} = 17.98(T)$$

La suposición de que el elemento F_{CD} está en tensión fue correcta ya que el análisis lanzó un número positivo, mientras que el elemento F_{CG} al solo tener un valor el y este nos dio cero, el cual nos indica que el elemento CG no está trabajando

7. Obtenemos el diagrama del nodo G cortando las barras GH , GF , GB , GC y GD . Resolvemos con las ecuaciones de equilibrio para el nudo G .

Cuerpo libre: nodo G . Las fuerzas ejercidas por los elementos GH y BG ya se determinaron, y el elemento GC no está trabajando, entonces solo se tienen dos incógnitas involucradas con este nodo, (F_{GF} y F_{GD}). De nuevo utilizaremos las ecuaciones de equilibrio.



$$\sin \phi = \frac{c.o}{h} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos \phi = \frac{c.a}{h} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0$$

$$F_{BGy} + F_{GDy} - 9 = 0$$

Resolviendo la proyección

$$F_{BG} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) + F_{GD} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) - 9 = 0$$

$$F_{GD} = \frac{-F_{BG} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)}{\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)} = -6.35$$

$$\therefore F_{GD} = 6.35(C)$$

$$+\rightarrow \sum F_x = 0$$

$$F_{GH} + F_{BGx} + F_{GDx} + F_{GF} = 0$$

Resolviendo la proyección:

$$F_{GH} + F_{BG} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) + F_{GD} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) + F_{GF} = 0$$

$$13.49 + 6.35 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) + (-6.35) \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) + F_{GF} = 0$$

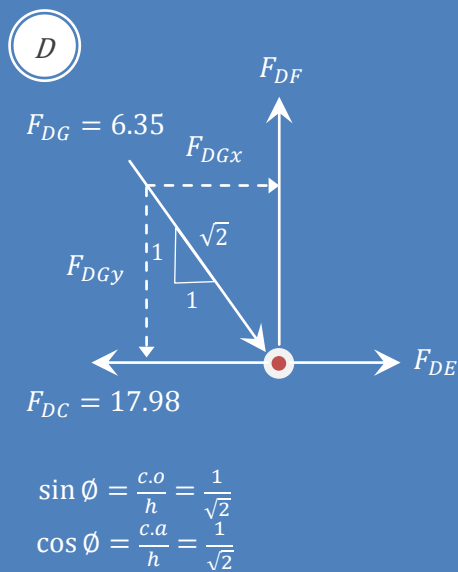
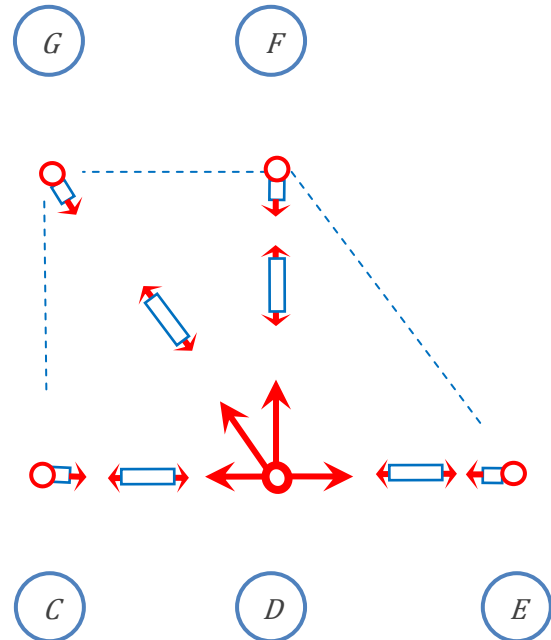
$$F_{GF} = -13.49$$

$$\therefore F_{GF} = 13.49(C)$$

Al suponer que el elemento F_{GD} está en tensión fue incorrecta ya que el análisis lanzó un número negativo, mientras que el elemento F_{GF} ocurrió lo mismo, por lo tanto los elementos GF y GD están en compresión.

8. Obtenemos el diagrama del nodo D cortando las barras DC , DG , DF , y DE . Resolvemos con las ecuaciones de equilibrio para el nudo D .

Cuerpo libre: nodo D . Las fuerzas ejercidas por los elementos CD y GD ya se determinaron, entonces solo se tienen dos incógnitas involucradas con este nodo, (F_{DF} y F_{DE}). De nuevo utilizaremos las ecuaciones de equilibrio.



$$+\uparrow \sum F_y = 0$$

$$-F_{DGy} + F_{DF} = 0$$

Resolviendo la proyección

$$-F_{DG} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) + F_{DF} = 0$$

$$F_{DF} = 6.35 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 4.49$$

$$\therefore F_{DF} = 4.49(T)$$

$$+\rightarrow \sum F_x = 0$$

$$-F_{DC} + F_{DGx} + F_{DE} = 0$$

Resolviendo la proyección:

$$-F_{DC} + F_{DG} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) + F_{DE} = 0$$

$$-17.98 + 6.35 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) + F_{DE} = 0$$

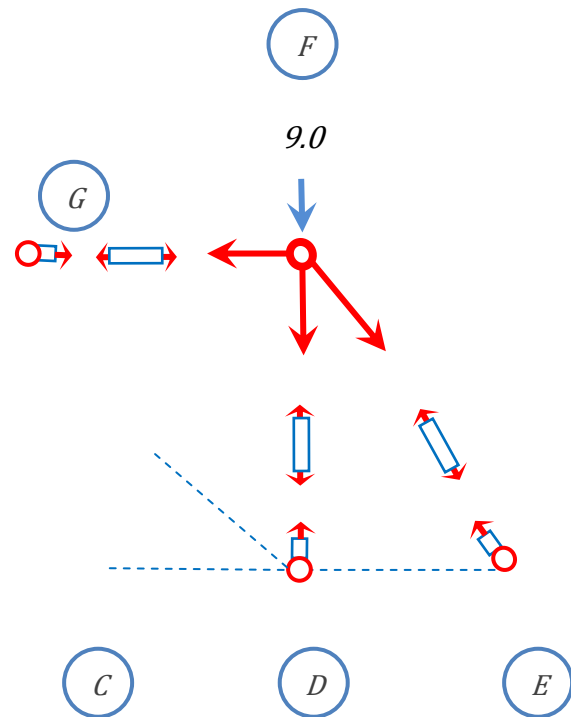
$$F_{DE} = 17.98 - 6.35 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 13.49$$

$$\therefore F_{DE} = 13.49(T)$$

Al suponer que los elemento F_{DF} y F_{DE} esta en tensión fue correcta ya que el análisis de ambos lanzo numero positivos, por lo tanto los elementos DF y DE están en tensión.

9. Para finalizar con el análisis de la armadura por el Método de los nodos obtenemos el diagrama del nodo F cortando las barras FE , FG , y FD . Resolvemos con las ecuaciones de equilibrio para el nudo E .

Cuerpo libre: nodo F . Las fuerzas ejercidas por los elementos FG y FD ya se determinaron, entonces solo se tiene una incógnitas involucradas con este nodo, (F_{FE}). De nuevo utilizaremos las ecuaciones de equilibrio.



$\sin \emptyset = \frac{c.o}{h} = \frac{1}{\sqrt{2}}$
 $\cos \emptyset = \frac{c.a}{h} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$+\uparrow \sum F_y = 0$$

$$-9 - F_{FD} - F_{FEy} = 0$$

Resolviendo la proyección

$$-9 - F_{FD} - F_{FE} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 0$$

$$F_{FE} = \frac{-9 - 4.49}{\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)} = -19.09$$

$$\therefore F_{FE} = 19.09 (C)$$

$$+\rightarrow \sum F_x = 0$$

$$F_{FG} + F_{FEEx} = 0$$

Resolviendo la proyección:

$$F_{FG} + F_{FE} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 0$$

$$13.49 + (-19.09) \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 0$$

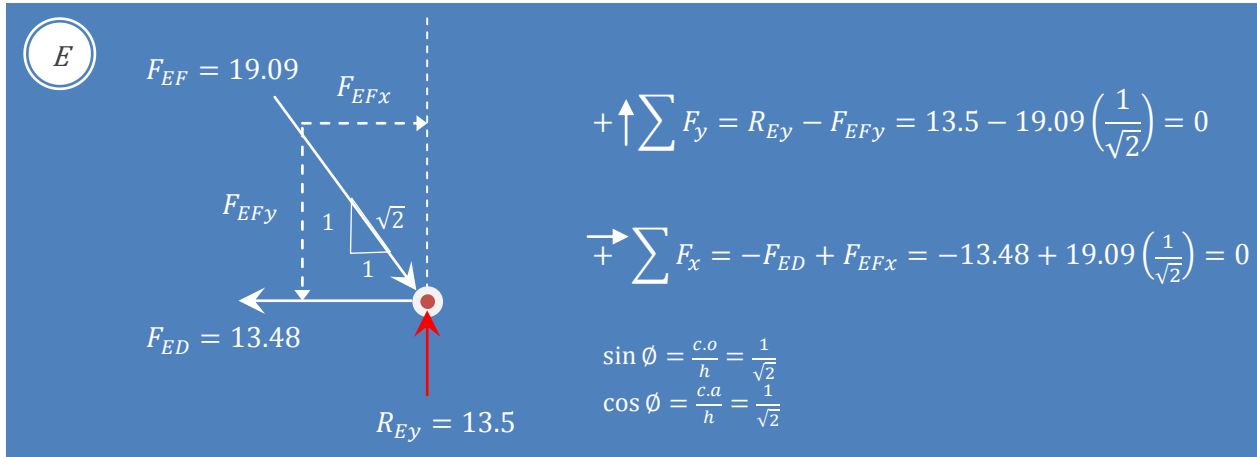
$$0 = 0$$

Al suponer que el elemento F_{Fe} esta en tensión fue incorrecta ya que el análisis lanzo un numero negativo, por lo tanto el elemento FE están en compresión y al llegar a un resultado de cero nos indica que el análisis esta comprobado.

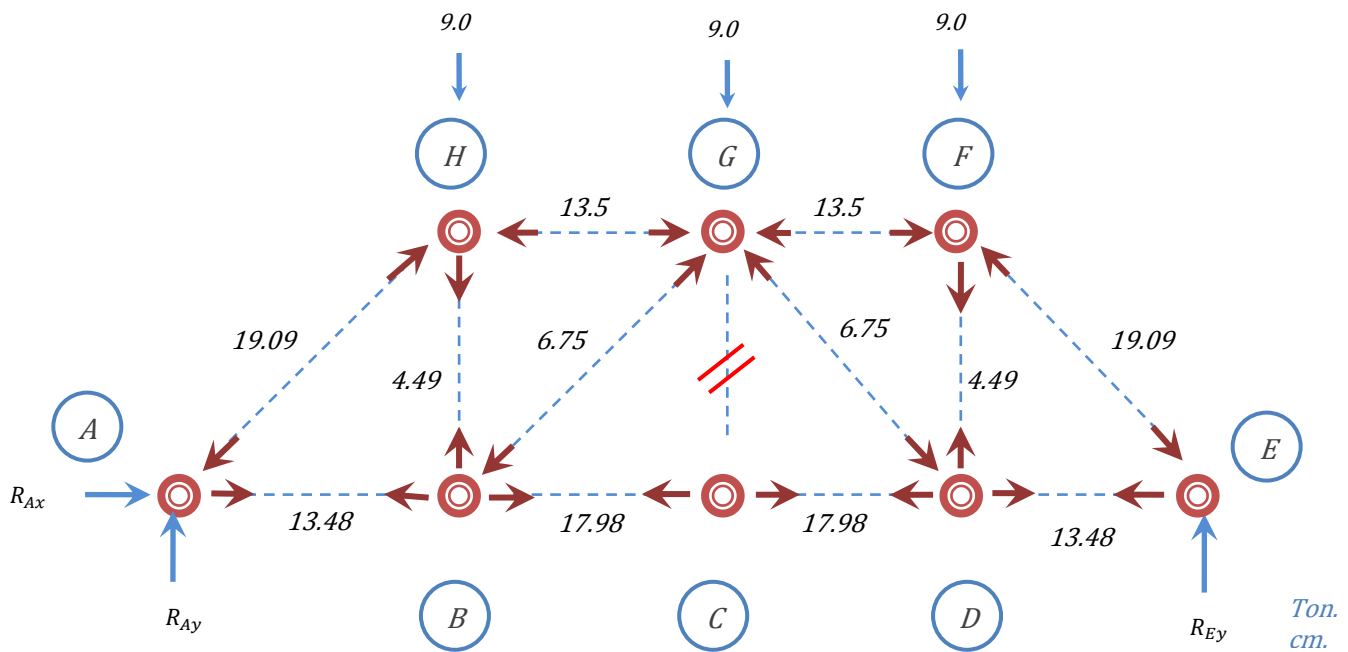


También se pueden usar los valores calculados de todas las fuerzas que actúan en el nodo (fuerzas de los elementos y reacciones) y comprobar que éste se encuentra en equilibrio.

Por ejemplo tomare el nodo E y se realizaran las ecuaciones de equilibrio ($\sum F_x$ y $\sum F_y$).



Esfuerzos en armaduras





Método de Hardy Cross

El método Hardy Cross es conocido también como de la distribución de momentos y parte de una estructura ideal cuyos nodos están perfectamente rígidos. Básicamente es un método de análisis numérico de aproximaciones sucesivas, lo que no quiere decir que sea un método aproximado. La iteración es un método basado en la repetición de un cierto proceso; en este método, los valores van acercándose cada vez más al resultado final. Ya que cada paso mejora los valores de las incógnitas, pueden obtenerse resultados con la exactitud deseada sin más que repetir el proceso un número suficiente de veces y que evita tener que resolver ecuaciones simultáneas en un número elevado. Es necesario realizar dos pasos:

1. Distribuir los momentos de desequilibrio que se presentan en cada nodo.
2. Estos momentos de desequilibrio distribuidos afectan el otro extremo de la barra.

El método de CROSS posee las tres cualidades que deben exigirse a un método:

- generalidad,
- sencillez,
- exactitud.

Su cuantificación se hace a través de un factor de transporte. Al realizar este transporte se vuelve a desequilibrar la viga lo que obliga a realizar una nueva distribución. Este proceso termina cuando el momento distribuido, sea tan pequeño que no afecte el resultado del momento final.

Puede aplicarse a piezas de sección transversal constante o variable así como también para estructuras de eje recto o curvo. El procedimiento es usado para un número cualquiera de nudos, equilibrando momentos de nudo en nudo primero para giros y después para desplazamientos lineales hasta obtener la precisión deseada.





Los conceptos básicos son:

La rigidez angular (K) que no es más que el momento que debemos aplicar a el miembro para producir una rotación unitaria en el mismo. Básicamente la rigidez se calcula por:

$$K = \frac{4EI}{L}$$

En caso de que todas las barras de la viga sean del mismo material la fórmula se podrá reducir a:

$$K = \frac{4I}{L}$$

Si además de estos todas las barras tienen la misma sección podemos utilizar la fórmula:

$$K = \frac{4}{L}$$

En nuestra práctica es común que las estructuras sean del mismo material, el valor del Modulo de elasticidad (E) es el mismo para todos los miembros. Como lo que interesa es la rigidez relativa de los diferentes miembros estructurales, por lo que suele considerarse que: La rigidez de un miembro con un extremo articulado y el otro empotrado es:

$$K = \frac{I}{L}$$

Factor de transporte es la relación entre el momento desarrollado en el extremo de un miembro cuando se aplica un momento en el otro extremo. De manera general cuando se aplica en un extremo A un momento M_{AB} y el extremo B desarrolla como consecuencia un momento M_{BA} , el factor de transporte del miembro AB es la relación entre los momentos M_{BA}/M_{AB} .





De manera general los factores de transporte (ft) para los casos anteriores son:

- Extremo articulado y otro empotrado $ft = \frac{1}{2}$
- Dos extremos articulados $ft = 0$

Momentos de empotramiento: son momentos de reacción sobre una viga cuyos extremos están fijos al ser coaccionados para no moverse.

Rigidez Lineal: es el valor de los momentos que se desarrollan en los extremos de un miembro cuando se impone un desplazamiento lineal unitario entre dichos extremos.

Factores de distribución (fd): es igual a la rigidez simplificada entre la suma de las rigideces simplificadas de todos los elementos que concurren al nodo.

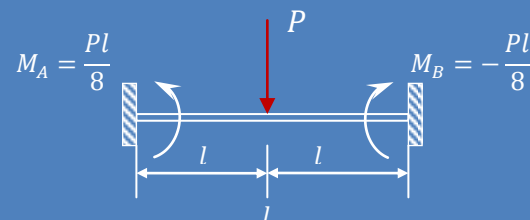
$$fd_i = \frac{K_i}{\sum K} = \frac{\frac{4EI_1}{L_1}}{\sum \frac{4EI}{L}}$$

Podemos dividir todas las rigideces angulares entre $4E$ con lo cual las rigideces angulares para piezas con un transporte igual a $\frac{1}{2}$ las calcularemos ya no como $4EI/L$, sino como I/L . Para el caso de los extremos libremente apoyados o en voladizo el factor de distribución (fd) es 1 y si es empotrado es 0. La suma de todos los factores de distribución de un nodo siempre es igual a 1.

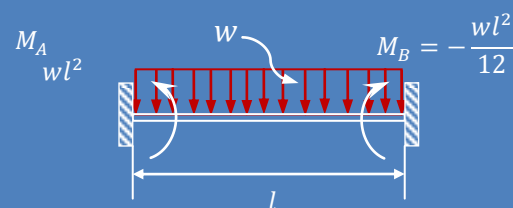
Momentos de empotramiento



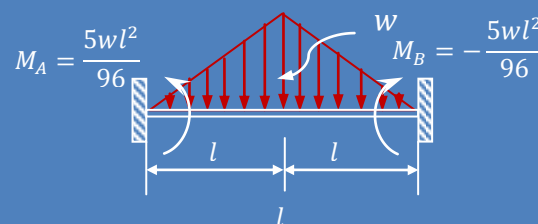
Para una carga puntual en el centro será:



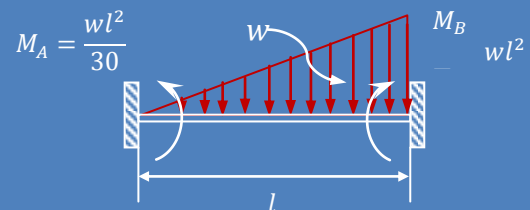
Para una carga uniforme será:



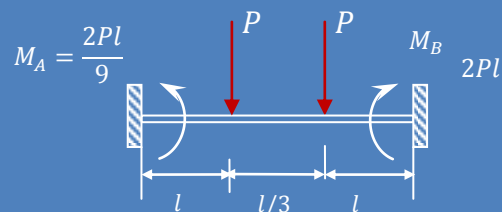
Para una carga triangular será:



Para una carga triangular rectangular será:

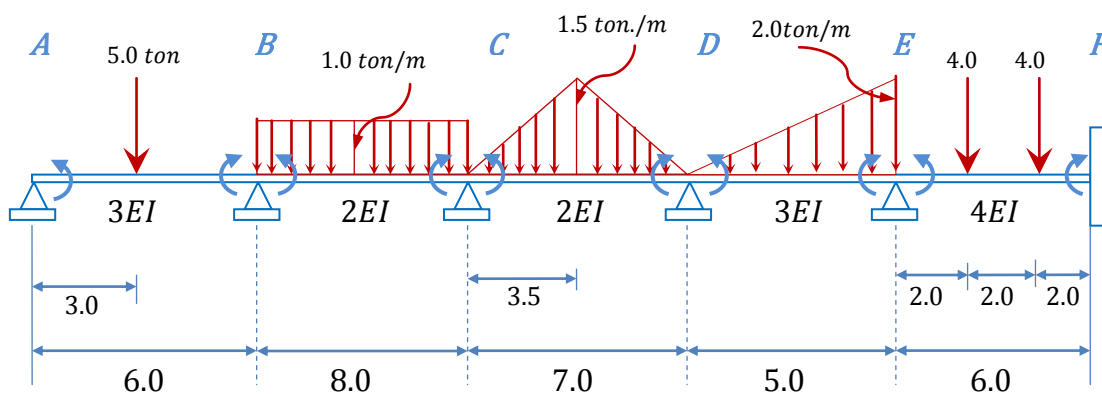


Para dos cargas puntuales repartidas a $\frac{1}{3}$ será:



Viga continúa

Determine las reacciones en los apoyos:



Siguiendo la tendencia del aprendizaje, aprender haciendo, se explica el desarrollo de un ejercicio acompañado de los pasos.

1. Calcular las rigideces angulares simplificadas o relativas a las inercias entonces usaremos:

$$K = \frac{4EI}{L}$$

Nodo B

$$K_{BA} = K_{AB} = \frac{4EI}{L} = \frac{4(3EI)}{6} = 2EI$$

$$K_{BC} = \frac{4EI}{L} = \frac{4(2EI)}{8} = EI$$

Nodo C

$$K_{CB} = \frac{4EI}{L} = \frac{4(2EI)}{8} = EI$$

$$K_{CD} = \frac{4EI}{L} = \frac{4(2EI)}{7} = 1.14EI$$

Nodo D

$$K_{DC} = \frac{4EI}{L} = \frac{4(2EI)}{7} = 1.14EI$$

$$K_{DE} = \frac{4EI}{L} = \frac{4(3EI)}{5} = 2.4EI$$

Nodo E

$$K_{ED} = \frac{4EI}{L} = \frac{4(3EI)}{5} = 2.4EI$$

$$K_{EF} = \frac{4EI}{L} = \frac{4(4EI)}{6} = 2.66EI$$

2. Calcular los factores de distribución fd , como sabemos:

$$fd_i = \frac{K_i}{\sum K}$$

Nodo B

$$fd_{BA} = \frac{K_{BA}}{K_{BA} + K_{BC}} = \frac{2EI}{2EI + EI} = \frac{2EI}{3EI} = 0.667$$

$$fd_{BC} = \frac{K_{BC}}{K_{BC} + K_{BA}} = \frac{EI}{EI + 2EI} = \frac{EI}{3EI} = 0.333$$

Nodo C

$$fd_{CB} = \frac{K_{CB}}{K_{CB} + K_{CD}} = \frac{EI}{EI + 1.14EI} = \frac{EI}{2.14EI} = 0.467$$

$$fd_{CD} = \frac{K_{CD}}{K_{CD} + K_{CB}} = \frac{1.14EI}{1.14EI + EI} = \frac{1.14EI}{2.14EI} = 0.533$$

Nodo D

$$fd_{DC} = \frac{K_{DC}}{K_{DC} + K_{DE}} = \frac{1.14EI}{1.14EI + 2.4EI} = \frac{1.14EI}{3.54EI} = 0.322$$

$$fd_{DE} = \frac{K_{DE}}{K_{DE} + K_{DC}} = \frac{2.4EI}{2.4EI + 1.14EI} = \frac{2.4EI}{3.54EI} = 0.678$$

Nodo E

$$fd_{ED} = \frac{K_{ED}}{K_{ED} + K_{EF}} = \frac{2.4EI}{2.4EI + 2.66EI} = \frac{2.4EI}{5.06EI} = 0.474$$

$$fd_{EF} = \frac{K_{EF}}{K_{EF} + K_{ED}} = \frac{2.66EI}{2.66EI + 2.4EI} = \frac{2.66EI}{5.06EI} = 0.526$$

Para comprobar los resultados, al final el factor de distribución fd_B construido por fd_{BA} y fd_{BC} la suma de estos debe ser igual a uno y para todos los demás factores de distribución fd

A fin de calcular el factor de distribución en el nodo A, para la pieza del lado derecho, supondremos que la viga continúa hacia el lado izquierdo de A, pero que su rigidez angular es nula: En los apoyos extremos siempre tendrán un $fd_A = 1$.

Para calcular el factor de distribución en F para la pieza del lado izquierdo también supondremos que la viga continúa, pero el tramo que sigue tiene una rigidez angular infinita:



El factor de distribución en los extremos empotrados, como se dijo anteriormente, siempre será cero.

$$fd_A = \frac{K_{AB}}{K_{AR} + 0} = \frac{2EI}{2EI + 0} = \frac{2EI}{2EI} = 1 \qquad fd_F = \frac{1.0}{1.0 + \infty} = 0$$

3. Considerar perfectamente empotrados todos los apoyos y se calculan los momentos de empotramiento. (Empotramiento perfecto es considerar que todos los apoyos son empotrados).

$$\begin{aligned}M_{AB} = -M_{BA} &= \frac{PL}{8} = \frac{5.0 * 6}{8} = 3.75 \text{ ton.m} \\M_{BC} = -M_{CB} &= \frac{wL^2}{12} = \frac{1.0 * 8^2}{12} = 5.33 \text{ ton.m} \\M_{CD} = -M_{DC} &= \frac{wL^2}{96} = \frac{5 * 1.5 * 7^2}{96} = 3.83 \text{ ton.m} \\M_{Di} &= \frac{wL^2}{30} = \frac{2.0 * 5^2}{30} = 1.67 \text{ ton.m} \\M_{Df} &= -\frac{wL^2}{20} = -\frac{2.0 * 5^2}{20} = -2.5 \text{ ton.m} \\M_{EF} = -M_{FE} &= \frac{2PL}{9} = \frac{2 * 4.0 * 6}{20} = 5.33 \text{ ton.m}\end{aligned}$$

Como podemos observar, en el apoyo *A* el momento es nulo, lo cual es previsible de antemano, pues se trata de un apoyo simple que permite deformaciones angulares libremente es decir, en este nudo no hay empotramiento ni continuidad. Por tanto, podemos ahorrar un poco de trabajo si no consideramos ese apoyo como empotramiento.



4. Se hace distribución de momentos

Para dar inicio colocamos los factores de distribución fd ya calculados. Tal y como se muestra en *fila 1*. En la *fila 2* ubicamos los momentos calculados, en los cuales se idealizó empotramiento perfecto con sus signos correspondientes. (Se considero antihorario positivo).

	A	B	C	D	E	F
fd	1	0.667 0.333	0.467 0.533	0.322 0.678	0.474 0.526	0
M.emp.	3.75	-3.75 5.33	-5.33 3.83	-3.83 1.67	-2.5 5.33	-5.33
I.D	-3.75	-1.05 -0.53	0.70 0.8	0.70 1.46	-1.34 -1.49	0
T.I	-0.53	-1.88 0.35	-0.27 0.35	0.40 -0.67	0.73 0	-0.75
II.D	0.53	1.02 0.51	-0.04 -0.04	0.09 0.18	-0.35 -0.38	0
T.II	0.51	0.27 -0.02	0.26 0.05	-0.02 -0.18	0.09 0	-0.19
III.D	-0.51	-0.17 -0.08	-0.14 -0.17	0.06 0.14	-0.04 -0.05	0
T.III	-0.09	-0.26 -0.07	-0.04 0.03	-0.08 -0.02	0.07 0	-0.03
IV.D	0.09	0.22 0.11	0.00 0.01	0.03 0.07	-0.03 -0.04	0
T.IV	0.11	0.05 0	0.06 0.02	0.01 -0.02	0.04 0	-0.02
V.D	-0.11	-0.03 -0.02	-0.04 -0.04	0.00 0.01	-0.02 -0.02	0
T.V	-0.02	-0.06 -0.02	-0.01 0.00	-0.02 -0.01	0.01 0	-0.01
VI.D	0.02	0.05 0.03	0 0.01	0.01 0.02	0.00 -0.01	0
$\sum M$	0.00	-5.59 5.59	-4.85 4.85	-2.65 2.65	-3.34 3.34	-6.33



En la *fila 3* se realiza la primera distribución *I.D.* Misma que se inicia de forma aleatoria. Para obtener el momento desequilibrante en el nodo *A*, ($M.d_A$) se considera lo dicho anteriormente de que el momento *A* es cero por lo tanto:

$$(M.d_A = 0 + 3.75 = 3.75)$$

Es necesario introducir un momento con sentido contrario es decir de -3.75 ton.m siendo este el momento que debe distribuirse y después se procede a la *fila 3* multiplicando el momento desequilibrado ($M.d_A$) por su factor de distribución (fd) de la barra que concurre ese nodo:

$$M.d_A * fd_{AB} = -3.75 * 1 = -3.75 \text{ ton.m}$$

Y se

procede a trasladar el efecto de este momento al otro extremo, para lo cual dicho factor de transporte es 0.5 tal y como explicamos anteriormente. De modo que:

$$(M.d_A * fd_{AB})ft = -3.75 * 0.5 = -1.88 \text{ ton.m}$$

En el nodo *B*. Puede notarse que los momentos están desequilibrados (cuadros azules momentos desequilibrantes, $M.d$) pues son diferentes (-3.75 y 5.73), por lo tanto al hacer la suma de estos dos momentos:

$$(M.d_B = -3.75 + 5.73 = 1.58)$$

Obtendrá el momento desequilibrante ($M.d_B$), el cual es positivo. Al momento de quitar este empotramiento habría un momento de 1.58 ton.m que hará girar la viga en este sentido, por tanto, para liberar el nodo es necesario introducir un momento con sentido contrario es decir de -1.58 ton.m siendo este el momento que debe distribuirse. (Está es la lógica de construcción del método).

En la *fila 3* se muestra la primera distribución de momento (*I.D.*), multiplicando el momento desequilibrado ($M.d$) por los factores de distribución (fd) de las barras





que concurren a ese nodo. Al introducir el momento para equilibrar (-1.58 ton.m) se producirá momentos mismos que deben distribuirse. De tal manera que:

$$M. d_B * f d_{BA} = -1.58 * 0.667 = -1.05 \text{ ton.m}$$

$$M. d_B * f d_{BC} = -1.58 * 0.333 = -0.53 \text{ ton.m}$$

En la *fila 4* se realiza el primer transporte (*T.I*); los momentos distribuidos ($M. d * f d$) se multiplican por el factor de transporte $f t = 0.5$ para encontrar los momentos que se van a transmitir al otro extremo de la barra, o sea que se transmiten los momentos al nudo opuesto con la mitad de su valor y el mismo signo (como muestran las flechas rojas de la tabla). Esto consiste en trasladar el efecto de este momento al otro extremo, para lo cual dichos factores son 0.5 tal y como explicamos anteriormente. De modo que:

$$(M. d_B * f d_{BA}) f t = -1.05 * 0.5 = -0.53 \text{ ton.m}$$

$$(M. d_B * f d_{BC}) f t = -0.53 * 0.5 = -0.27 \text{ ton.m}$$

Y así obteniendo los nuevos momentos de desequilibrio del nodo en cuestión (cuadros azules) y a éstos se les someterá al mismo procedimiento descrito anteriormente.

Partiendo del nodo C, cuyo momento desequilibrado es de:

$$(M. d_C = -5.33 + 3.83 = -1.5)$$

Por tanto el que vamos a ingresar y distribuir es uno con dirección contraria equivalente a 1.5 ton.m . Al igual que en el nodo B hacemos la distribución de momento:





$$M.d_C * fd_{CB} = 1.5 * 0.467 = 0.7 \text{ ton.m}$$

$$M.d_C * fd_{CD} = 1.5 * 0.533 = 0.8 \text{ ton.m}$$

Y se multiplican por el factor de transporte $ft = 0.5$ para encontrar los momentos que se van a transmitir al otro extremo de la barra (como muestran las flechas rojas de la tabla)

Se repiten los procedimientos anteriores con los nuevos momentos desequilibrantes obtenidos de cada nodo, hasta que el momento distribuido sean despreciables o menores del 10% de los momentos de empotramiento. Generalmente esto sucede en la 3ra o 4ta distribución.

$$(M.d_C * fd_{CB})ft = 0.7 * 0.5 = 0.35 \text{ ton.m}$$

$$(M.d_C * fd_{CD})ft = 0.8 * 0.5 = 0.4 \text{ ton.m}$$

Los momentos finales (*Fila 14*) se encontraran sumando todos los momentos distribuidos y transportados; verificando que el momento final de las barras que concurren al nodo sean iguales. La secuencia de cálculo antes descrita parece difícil, pero no lo es, sólo hay que cuidar el orden y los signos.

5. Se hacen los diagramas de momento y cortante.-Una vez realizados los momentos determinaremos las reacciones de la estructura, para ello se separan las vigas y se consideran los momentos antes obtenidos, para hacer los diagramas de cortante y momento.

Procedimiento: Como la viga es un conjunto se encuentra en equilibrio, cada una de las barras debe estarlo en forma aislada. Basándose en este concepto se hizo en diagrama de cuerpo libre de cada elemento, calculándose las fuerzas reaccionantes en los extremos de los mismos. A continuación se detallan las operaciones ejecutadas:



Barra AB

- ✓ **Cortante isostático.**- son las reacciones producidas por las cargas actuante externas en el elemento, así:
La reacción de una carga puntual en el centro es

$$R_A = R_B = \frac{P}{2}$$

$$\text{En el extremo A: } V_i = \frac{P}{2} = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ ton}$$

(por simetria de carga)

$$\text{En el extremo B : } V_i = \frac{P}{2} = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ ton.}$$

- ✓ **Cortante hiperestático.**- Este es causado por la diferencia de momentos existentes al sumar algebraicamente los mismos en los extremos de las barras. Su valor se obtiene como se indica enseguida: **Diferencia de momentos:**

$D.M = -5.59 \text{ ton.m}$ (Giro en el sentido de las manecillas del reloj.)

Para lograr el equilibrio es necesario un par de sentido contrario el anotado por el momento anterior. Esto se obtiene dividiendo dicho valor entre la longitud del elemento, de esta manera se tiene:

$$\text{En el extremo A: } V_h = \frac{D.M}{L} = \frac{-5.59}{6} = -0.93 \text{ ton.}$$

$$\text{En el extremo B: } V_h = \frac{D.M}{L} = \frac{5.59}{6} = 0.93 \text{ ton}$$

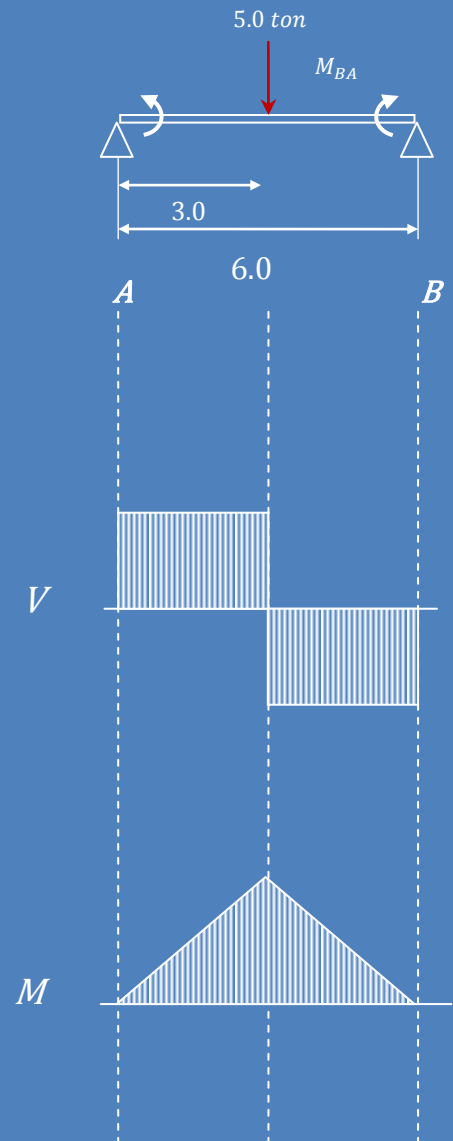
(Los signos son consecuencia de lo mencionado anteriormente)

- ✓ **Cortante final.**-Es la suma algebraica de los cortantes isostáticos e hiperestáticos en los extremos de cada una de las barras

$$\text{En el extremo A: } V_f = V_i + V_h = 2.5 - 0.93 = 1.57 \text{ ton}$$

$$\text{En el extremo B : } V_f = V_i + V_h = 2.5 + 0.93 = 3.43 \text{ ton}$$

Diagrama de fuerza cortante y momento



Barra BC

- ✓ Cortante isostático: La reacción de una carga

uniforme es $R_A = R_B = \frac{WL}{2}$

En el extremo B: $V_i = \frac{WL}{2} = \frac{1 \cdot 8}{2} = 4 \text{ ton}$

(por simetría de carga)

En el extremo C : $V_i = \frac{WL}{2} = \frac{1 \cdot 8}{2} = 4 \text{ ton.}$

- ✓ Cortante hiperestático:

Diferencia de momentos: $D.M = 5.59 - 4.85 = 0.74 \text{ ton.m}$

En el extremo B: $V_h = \frac{D.M}{L} = \frac{0.74}{8} = 0.093 \text{ ton}$

En el extremo C : $V_h = \frac{D.M}{L} = \frac{-0.74}{8} = -0.093 \text{ ton.}$

- ✓ Cortante final:

En el extremo B: $V_f = V_i + V_h = 4 + 0.093 = 4.093 \text{ ton}$

En el extremo C : $V_f = V_i + V_h = 4 - 0.093 = 3.908 \text{ ton}$

Barra CD

- ✓ Cortante isostático: La reacción de una carga

uniforme triangular es $R_A = R_B = \frac{WL}{4}$

En el extremo C: $V_i = \frac{WL}{4} = \frac{1.5 \cdot 7}{4} = 2.63 \text{ ton}$

(por simetría de carga)

En el extremo D : $V_i = \frac{WL}{4} = \frac{1.5 \cdot 7}{4} = 2.63 \text{ ton.}$

- ✓ Cortante hiperestático:

Diferencia de momentos: $D.M = 4.85 - 2.65 = 2.2 \text{ ton.m}$

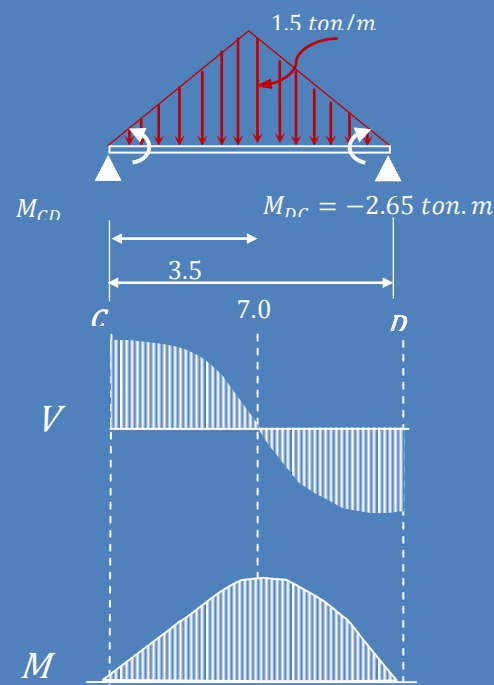
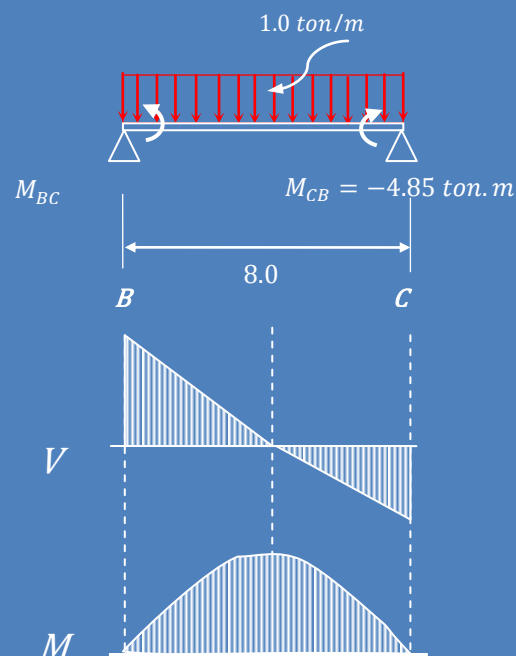
En el extremo C: $V_h = \frac{D.M}{L} = \frac{2.2}{7} = 0.314 \text{ ton}$

En el extremo D : $V_h = \frac{D.M}{L} = \frac{-2.2}{7} = -0.314 \text{ ton.}$

- ✓ Cortante final:

En el extremo C: $V_f = V_i + V_h = 2.63 + 0.093 = 2.94 \text{ ton}$

En el extremo D : $V_f = V_i + V_h = 2.63 - 0.093 = 2.316 \text{ ton}$





Barra DE

- ✓ Cortante isostático: La reacción de una carga uniforme triangular rectangular es $R_A = \frac{WL}{6}$; $R_B = \frac{WL}{3}$

En el extremo D: $V_i = \frac{WL}{6} = \frac{2*5}{6} = 1.667 \text{ ton}$

En el extremo E : $V_i = \frac{WL}{3} = \frac{2*5}{3} = 3.33 \text{ ton.}$

- ✓ Cortante hiperestático:

Diferencia de momentos: $D.M = 2.6 - 3.34 = -0.69 \text{ ton.m}$

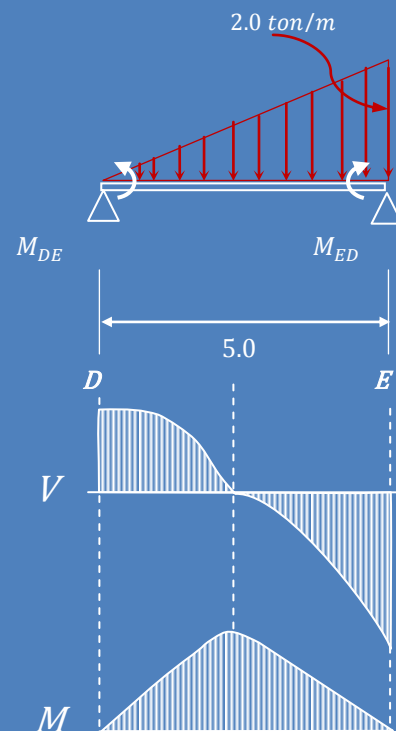
En el extremo D: $V_h = \frac{D.M}{L} = \frac{0.69}{5} = 0.138 \text{ ton}$

En el extremo E : $V_h = \frac{D.M}{L} = \frac{-0.69}{5} = -0.138 \text{ ton.}$

- ✓ Cortante final:

En el extremo D: $V_f = V_i + V_h = 1.66 + 0.138 = 1.805 \text{ ton}$

En el extremo E : $V_f = V_i + V_h = 3.33 - 0.138 = 3.19 \text{ ton}$



Barra EF

- Cortante isostático: La reacción de dos carga puntales es $R_A = R_B = P$

En el extremo E: $V_i = P = 4 \text{ ton}$

(por simetria de carga)

En el extremo F : $V_i = P = 4 \text{ ton.}$

- ✓ Cortante hiperestático:

Diferencia de momentos: $D.M = 3.34 - 6.3 = -2.9 \text{ ton.m}$

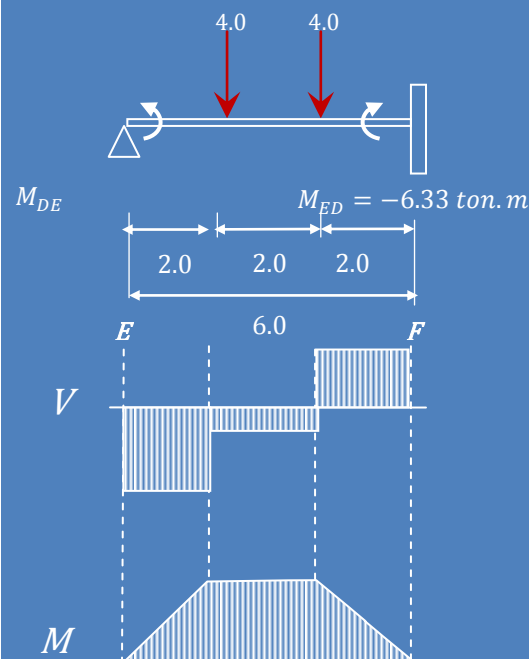
En el extremo E: $V_h = \frac{D.M}{L} = \frac{-2.99}{6} = -0.498 \text{ ton}$

En el extremo F : $V_h = \frac{D.M}{L} = \frac{2.99}{6} = 0.498 \text{ ton.}$

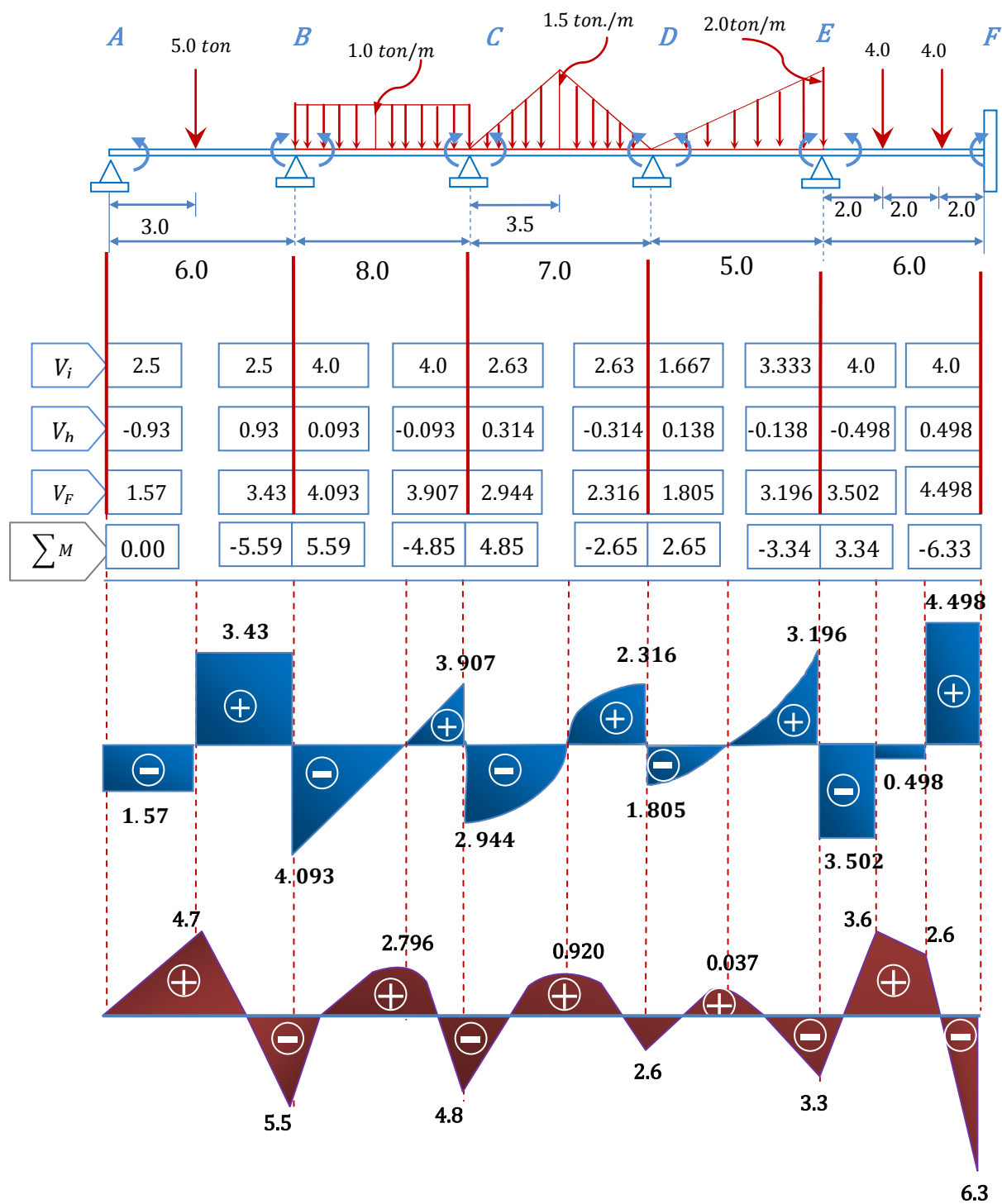
- ✓ Cortante final:

En el extremo E: $V_f = V_i + V_h = 4 - 0.498 = 3.502 \text{ ton}$

En el extremo F : $V_f = V_i + V_h = 4 + 0.498 = 4.498 \text{ ton}$



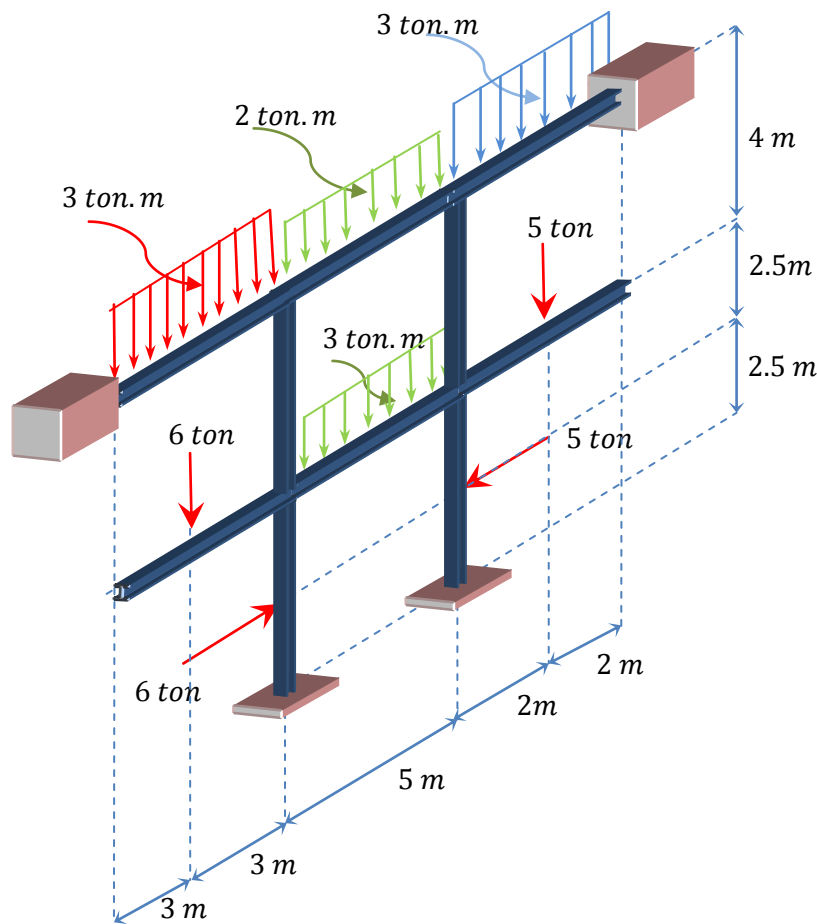
Diagramas de cortante y momento





Marco

Encontrar los momentos finales en los extremos de los elementos, del marco hiperestático:

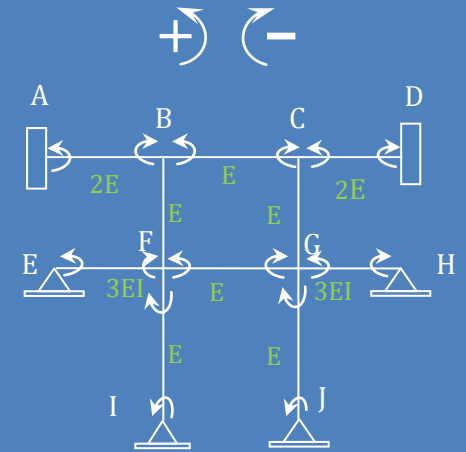


1. Calcular las rigideces angulares simplificadas o relativas a las inercias entonces usaremos:

$$K = \frac{4EI}{L} \quad \text{y} \quad K = \frac{3EI}{L}$$

La segunda ecuación es para los elementos que se encuentran empotrados de un lado y simplemente apoyados del otro.

Diagrama de cuerpo libre



Momentos de empotramiento

$$M_{AB} = -M_{BA} = \frac{PL^2}{12} = 9.0 \text{ ton}$$

$$M_{BC} = -M_{CB} = \frac{PL^2}{12} = 4.167 \text{ ton}$$

$$M_{CD} = -M_{DC} = \frac{PL^2}{12} = 4.0 \text{ ton}$$

$$M_{FG} = -M_{GF} = \frac{PL^2}{12} = 6.25 \text{ ton}$$

$$-M_{FE} = \frac{3PL}{16} = -6.75 \text{ ton}$$

$$M_{GH} = \frac{3PL}{16} = 3.75 \text{ ton}$$

$$-M_{FI} = \frac{3PL}{16} = -5.652 \text{ ton}$$

$$M_{GJ} = \frac{3PL}{16} = 4.687 \text{ ton}$$





Nodo B

$$K_{BA} = K_{AB} = \frac{4EI}{L} = \frac{4(2EI)}{6} = 1.33EI$$

$$K_{BC} = \frac{4EI}{L} = \frac{4(EI)}{5} = 0.8EI$$

$$K_{BF} = \frac{4EI}{L} = \frac{4(EI)}{4} = EI$$

Nodo C

$$K_{CB} = \frac{4EI}{L} = \frac{4(EI)}{5} = 0.8EI$$

$$K_{CD} = \frac{4EI}{L} = \frac{4(2EI)}{4} = 2EI$$

$$K_{CG} = \frac{4EI}{L} = \frac{4(EI)}{4} = EI$$

Nodo F

$$K_{FE} = \frac{3EI}{L} = \frac{3(3EI)}{6} = 1.5EI$$

$$K_{FG} = \frac{4EI}{L} = \frac{4(EI)}{5} = 0.8EI$$

$$K_{FB} = \frac{4EI}{L} = \frac{4(EI)}{4} = EI$$

$$K_{FI} = \frac{3EI}{L} = \frac{3(EI)}{5} = 0.6EI$$

Nodo G

$$K_{GF} = \frac{4EI}{L} = \frac{4(EI)}{5} = 0.8EI$$

$$K_{GH} = \frac{3EI}{L} = \frac{3(3EI)}{4} = 2.25EI$$

$$K_{GC} = \frac{4EI}{L} = \frac{4(EI)}{4} = EI$$

$$K_{GJ} = \frac{3EI}{L} = \frac{3(EI)}{5} = 0.6EI$$

2. Calcular los factores de distribución fd , como sabemos : $fd_i = \frac{K_i}{\sum K}$

Nodo B

$$fd_{BA} = \frac{K_{BA}}{K_{BA} + K_{BC} + K_{BF}} = 0.43$$

$$fd_{BC} = \frac{K_{BC}}{K_{BC} + K_{BA} + K_{BF}} = 0.25$$

$$fd_{BF} = \frac{K_{BF}}{K_{BF} + K_{BA} + K_{BC}} = 0.32$$

Nodo C

$$fd_{CB} = \frac{K_{CB}}{K_{CB} + K_{CD} + K_{CG}} = 0.21$$

$$fd_{CD} = \frac{K_{CD}}{K_{CD} + K_{CB} + K_{CG}} = 0.53$$

$$fd_{CG} = \frac{K_{CG}}{K_{CG} + K_{CB} + K_{CD}} = 0.53$$

Nodo F

$$fd_{FE} = \frac{K_{FE}}{K_{FE} + K_{FG} + K_{FB} + K_{FI}} = 0.38$$

$$fd_{FG} = \frac{K_{FG}}{K_{FG} + K_{FE} + K_{FB} + K_{FI}} = 0.21$$

$$fd_{FB} = \frac{K_{FB}}{K_{FB} + K_{FE} + K_{FG} + K_{FI}} = 0.21$$

Nodo G

$$fd_{GF} = \frac{K_{GF}}{K_{GF} + K_{GH} + K_{GC} + K_{GJ}} = 0.17$$

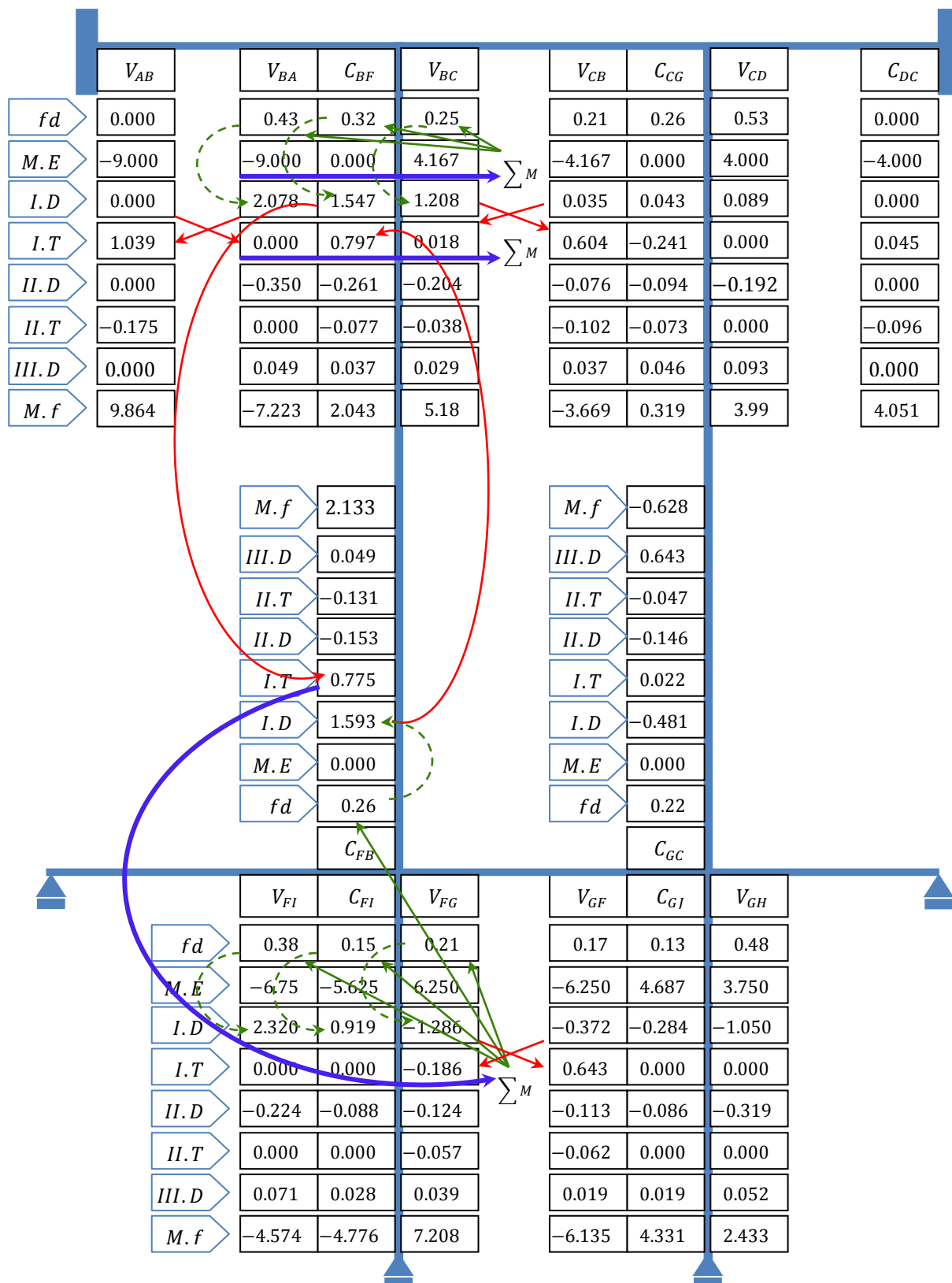
$$fd_{GH} = \frac{K_{GH}}{K_{GH} + K_{GF} + K_{GC} + K_{GJ}} = 0.48$$

$$fd_{GC} = \frac{K_{GC}}{K_{GC} + K_{GF} + K_{GH} + K_{GJ}} = 0.22$$

$$fd_{GJ} = \frac{K_{GJ}}{K_{GJ} + K_{GF} + K_{GH} + K_{GC}} = 0.13$$



3. Se hace distribución de momento





Para dar inicio procedemos a realizar lo que anteriormente se dijo, colocamos los factores de distribución fd ya calculados. Tal y como se muestra en *fila 1*. En la *fila 2* ubicamos los momentos calculados, en los cuales se idealizó empotramiento perfecto con sus signos correspondientes. (Se considero antihorario positivo).

Después se suman los momento de empotramiento (como se indica en la flechas azules) para obtener el momento desequilibrante ($M.d$) En la *fila 3* se realiza la primera distribución $I.D$. Misma que se inicia de forma aleatoria

Al igual que en el ejemplo de la viga es necesario introducir un momento con sentido contrario siendo este el momento que debe distribuirse y después se procede ha la *fila 3* multiplicando el momento desequilibrado ($M.d$) por su factor de distribución (fd) de la barra que concurre ese nodo (como indican la flechas verdes) y el resultado de esto será la primera distribución ($I.D$) (flechas verdes punteada).

Y se procede a trasladar el efecto de este momento al otro extremo, para lo cual dicho factor de trasporte es 0.5 tal y como explicamos anteriormente.

En la *fila 4* se realiza el primer transporte ($T.I$); los momentos distribuidos ($M.d * fd$) se multiplican por el factor de transporte $ft = 0.5$ para encontrar los momentos que se van a transmitir al otro extremo de la barra, o sea que se transmiten los momentos al nudo opuesto con la mitad de su valor y el mismo signo (como muestran las flechas rojas de la tabla).

Como recordatorio en un elemento apoyado de un extremo y del otro empotrado su factor de trasporte es 0.

Y así obteniendo los trasportes se convierten en los nuevos momentos de desequilibrio del nodo en cuestión, los cuales se sumaran (flechas azules) y a éstos se les someterá al mismo procedimiento descrito anteriormente.





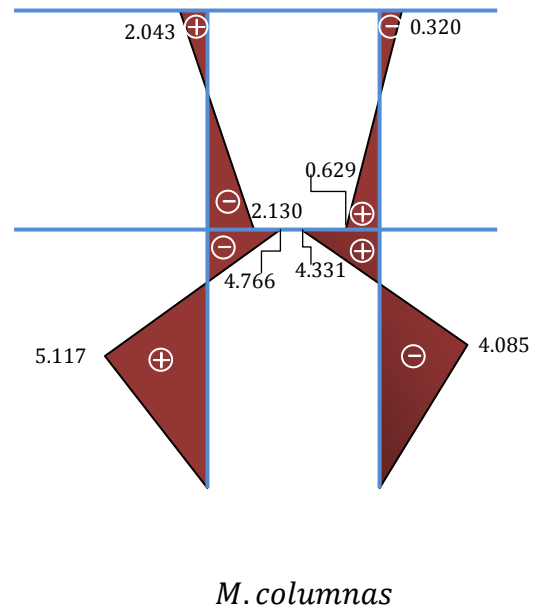
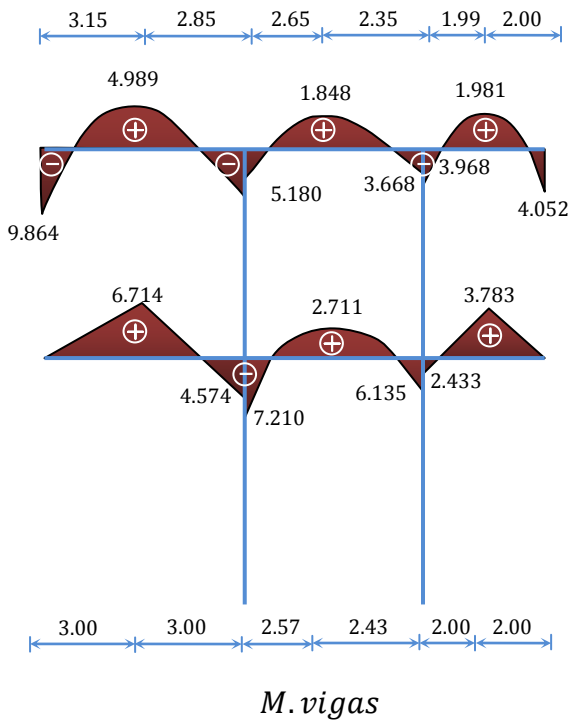
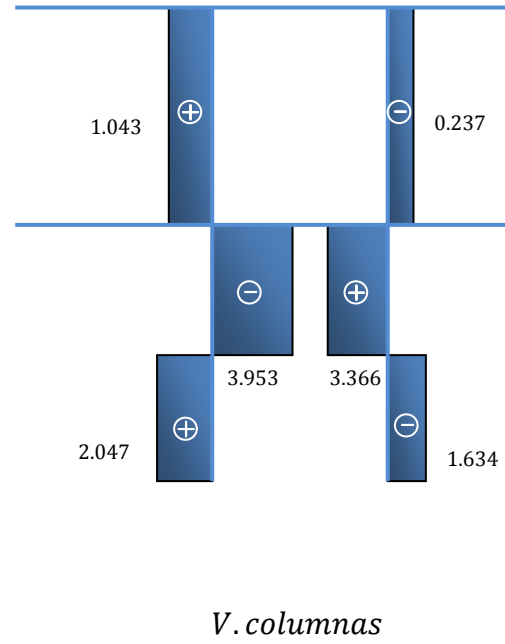
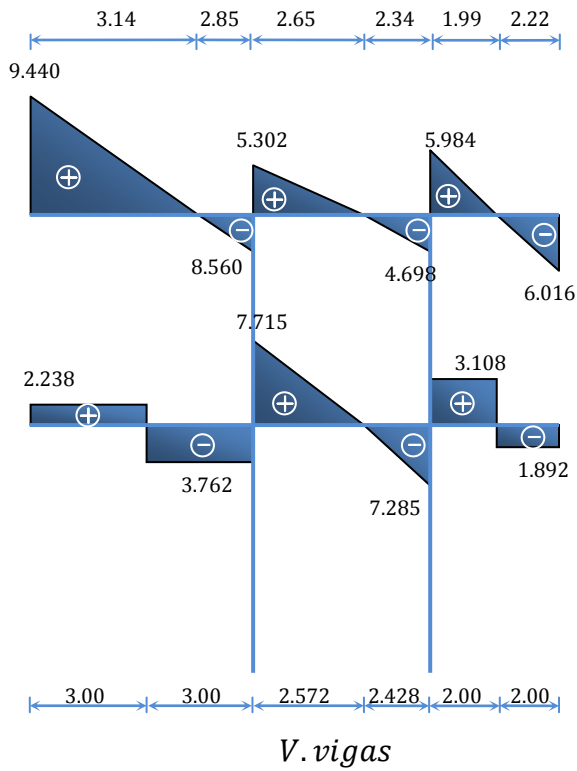
6. Se hacen los diagramas de momento y cortante.

<i>Vigas</i>							
Barra	Cortante isostático (V_i)		Cortante hiperestático (V_h)			Cortante final	
	$R_A = R_B = \frac{WL}{2}$ (ton)		$V_h = \frac{D.M}{L}$ (ton) Diferencia de momentos $D.M = M_i + M_f$ (ton.m)			$V_f = V_i + V_h$ (ton)	
AB	R_A	R_B	$D.M$	A	B	A	B
	9.0	9.0	-2.641	-0.44	0.44	9.44	8.56
BC	R_B	R_C	$D.M$	B	C	B	C
	5.0	5.0	-1.512	-0.302	0.302	5.302	4.698
CD	R_C	R_D	$D.M$	C	D	C	D
	6.0	6.0	0.064	-0.016	0.016	5.984	6.016
FG	R_F	R_G	$D.M$	F	G	F	G
	7.5	7.5	-1.075	-0.215	0.215	7.715	7.285
Barra	Cortante isostático (V_i)		Cortante hiperestático (V_h)			Cortante final	
	$R_A = R_B = \frac{p}{2}$ (ton)		$V_h = \frac{D.M}{L}$ (ton) Diferencia de momentos $D.M = M_i + M_f$ (ton.m)			$V_f = V_i + V_h$ (ton)	
EF	R_E	R_F	$D.M$	E	F	E	F
	3.0	3.0	4.574	-0.762	0.762	2.238	3.762
GH	R_G	R_H	$D.M$	G	H	G	H
	2.5	2.5	-2.433	-0.608	0.608	3.108	1.892

<i>Columnas</i>							
Barra	Cortante isostático (V_i)		Cortante hiperestático (V_h)			Cortante final	
	$R_A = R_B = \frac{p}{2}$ (ton)		$V_h = \frac{D.M}{L}$ (ton) Diferencia de momentos $D.M = M_i + M_f$ (ton.m)			$V_f = V_i + V_h$ (ton)	
BF	R_B	R_F	$D.M$	B	F	B	F
	Sin carga		-4.173	1.043	1.043	1.043	1.043
CG	R_C	R_G	$D.M$	C	G	C	G
	Sin carga		0.949	0.237	0.237	0.237	0.237
FI	R_F	R_I	$D.M$	F	I	F	I
	3.0	3.0	4.766	0.953	-0.953	3.953	2.047
GJ	R_G	R_J	$D.M$	G	J	G	J
	2.5	2.5	-4.331	0.866	-0.866	3.366	1.634



Diagramas finales:





CAPITULO 6

Conclusión y Recomendaciones

En el presente trabajo se ha centrado en el estudio del Diseño de los elementos de acero , aunque al empezar el trabajo uno de los principales objetivos era el estudio de los elementos sometidos a flexo-compresión y encontrar alternativas de diseño en la ejecución de estructuras de acero, el trabajo fue ampliándose a una vista mas en general del diseño de elementos de acero utilizando las normas del AISC LRFD (1994) y el EC3(2005) Desde el punto de vista de sus aplicaciones, ventajas y desventajas, su historia, las normas aplicables en el diseño y la ejecución.

Para la realización de este trabajo ha sido necesaria consultar bibliográficamente y en Internet. Además, la consulta de la norma, española y americana.

6.1 Conclusiones generales

El método de diseño LRFD consiste en determinar en primer termino, las acciones (cargas o momentos) que se presentan en las secciones críticas de un miembro





estructural o estructura bajo el efecto de las acciones de diseño o cargas factorizadas. El margen de seguridad proporcionado en el diseño puede ser más realista y refleja la diferencia de niveles o incertidumbres asociadas con diferentes condiciones de carga.

En general, las cargas factorizadas se obtienen multiplicando las cargas de servicio o de trabajo por un factor de carga, que suele ser mayor que la unidad.

El LRFD (2005) utiliza un criterio básico en la aplicación de las ecuaciones el cual se basa en el efecto de las acciones calculado ($M, V, P, etc.$) bajo cargas de servicio debe ser menor a la Resistencia a los efectos de las acciones (Resistencia, rigidez, ductilidad). Los dos lados de la ecuación básica de diseño están asociados a varias incertidumbres como son incertidumbres en las acciones (dependiendo del tipo de carga), incertidumbres en las combinaciones de carga, incertidumbres en el modelaje y análisis estructural, incertidumbres en las propiedades del elemento (propiedades del material, dimensiones, imperfecciones iniciales, esfuerzos residuales)

Al estudiar los casos de compresión pura, flexión pura y flexo-compresión resaltaron diferencias entre el AISC LRFD y el EC3.

En los elementos sometidos a compresión pura, ambas normas determinan la resistencia del elemento de forma similar, ya que estas utilizan en sus ecuaciones curvas de pandeo. La diferencia que existe entre ambas normas es que en la americana se calcula la tensión o carga crítica con la única curva que tiene, mientras que la europea tiene cinco curvas, cuando se trabaja con aceros de límites de fluencia normales, la mayor diferencia estriba en el uso de las curvas.

En los elementos sometido a flexión pura el AISC LRFD determina la resistencia del elemento utilizando las longitudes laterales límites no arriostradas, y nos da la opción de verificar con la relación ancho a espesor del elemento, si el elemento es compacto y así verificar desde un principio si éste se pandeara. El LRFD también proporciona tres ecuaciones que dependen de la zona que marquen las longitudes





laterales proporcionando más seguridad a la hora del diseño. En cambio el EC3 propone dos procedimientos para calcular la resistencia, el primero es más conservador, el cual utiliza las curvas de pandeo dependiendo de las características físicas del perfil (espesores del perfil y tipo de acero) este procedimiento es independiente del diagrama de momento. El segundo también ocupa las curvas de pandeo dependiendo del perfil, pero la curva que dependa de este perfil cambiara acorde con la forma del diagrama del momento.

En los elementos flexo-comprimidos el AISC LRFD utiliza una ecuación muy sencilla y conservadora mientras que el EC3 de da dos opciones para obtener la resistencia del elemento en donde el primer método es complejo pero el segundo es mucho más generoso

Una diferencia clara que existe en estas normas se encuentra en el análisis estructural en donde el LRFD no toma en consideración las imperfecciones del marco traslacional ni las imperfecciones del elemento, sino que el LRFD toma en consideración las longitudes de pandeo traslacional en sus ecuaciones de interacción, mientras que el EC3 permite utilizar la longitud del elemento siempre que el análisis se realizó introduciendo la imperfección del marco traslacional.

El EC3 (2005) sigue un diseño en donde toma a consideración los dos estados límites últimos (ELU) para todas las situaciones de carga las cuales son la resistencia de la sección y la resistencia al pandeo, lo que hay que observar es que las formulas de interacción del EC3 son más complejas, por ejemplo en el Método 1 las ecuaciones que utiliza incorpora todos los fenómenos físicos de pandeo, para llevar a cabo este método es necesario el cálculo de más de quince términos auxiliares. Por el lado del AISC LRDF, emplea los dos estados límites últimos (ELU) y emplea una sencilla aproximación bi-lineal para evaluar todos los posibles casos de colapso.

Durante el desarrollo e investigación de este trabajo, se ha visto la importancia del factor C_m en la determinación de la sección más solicitada de un elemento flexo-





comprimido la obtención de este factor nos lleva a mejores resultados y de mayor calidad y exactitud.

En los métodos del EC3 (Método 1 y Método 2) el factor C_m son distintos entre si, en el Método 1 su deducción es a partir de un diagrama sinusoidal de momentos y el Método 2 es a partir de un diagrama de momento uniforme.

En el LRFD el factor C_m emplea la ecuación de Austin, al igual que en el Método 2 del EC3, en los casos con distribución lineal de momento. Esta ecuación es usada por ambos métodos la cual es muy efectiva y conservadora en los casos de distribución bi-triangular de momento esta ecuación hace que estos métodos se han conservadores a comparación del Método 1 del EC3.

En el Método 1 del EC3 utiliza ecuaciones complejas que poseen factores específicos que toman en cuenta cada fenómeno de inestabilidad que se produce en el elemento, seria complicado hacer un pre diseño sin la ayuda de software, al realizar este método se corre un gran riesgo a la hora de utilizarlo ya que cada termino de cada ecuaciones están encadenadas una con otra lo cual aumenta el riesgo de equivocarse el alguno de los términos.

Pero el EC3 nos da la opción del utilizar el Método 2 el cual posee factores mucho mas compactos y sencillos que toman en cuenta, en general, todos los fenómenos de inestabilidad, con un formato más amable. Sin embargo, a la hora de calcular el factor C_m resulta un poco tedioso en este método debido ala cantidad de expresiones que existen para los casos con distribución no lineal de momento.

Se llega a concluir que la complejidad de los métodos alternativos que ofrece el EC3 no son justificables a la hora del diseño ya que sus resultados no consiguen un ajuste a los tiempos de hoy esto es hablando en la determinación de la resistencia de los elemento flexo-comprimidos la complejidad de la opción del Método 1 seria necesario la utilización de software, pero utilizar esta norma en el diseño de las diferentes solicitaciones del elemento es una herramienta muy interesante ya que utiliza las llamadas “Curvas Europeas de Pandeo” a la hora del





diseño éstas proporcionan opciones para elegir diferentes elementos que ya será opción del Diseñador si los utiliza o no pero hay que mencionar que el LRFD proporciona una mayor seguridad ya que a la hora de emplear esta norma sabes que estas diseñando con cantidades menores alas solicitadas la cual da mayor garantía a la hora del diseño.





Bibliografía

AISC LRFD (1994) Load and Resistencia Factor Design, American Institute of Steel Construction (AISC)

Bruce G. Johnston, F. J. Lin, T. V. Galambos, (1988) “Diseño Básico de Estructuras de Acero”. Prentice-Hall Hispanoamericana.

Danny Jim Yong Ayón (2007) “Diseño de elementos estructurales de acero sometidos a flexo-compresión; desarrollo teórico y comparativo”

Delfino Rodríguez Peña. (1987) “Diseño práctico de estructuras de acero”. Limusa

EC 3 (2005) European Committee for Standardization EN1993-1-1 Eurocode 3: Design of Steel Structures Part 1-1: General Rules for Building. Brussels.

Ferdinand P. Beer, E. Russell Johnston, Elliot R. Eisenberg (2007) “Mecánica Vectorial para Ingenieros: Estática” Edit. Mc Graw Hill.

Gabriel Valencia Clement (2004) “Estructuras De Acero. Diseño con factores de carga y de resistencia” .2ª Edición. Escuela Colombiana de Ingenieros.

Gabriel Valencia Clement (2009) “Estructura de Acero. Introducción al Diseño”. Facultad de Ingeniería. Universidad de Colombia

J.C Smith (1996) “Structural Steel Design LRFD Approach” United State of America

Jack C. McCormac, James K. Nelson. (2002) “Diseño de Estructuras de Acero, Método LRFD” 2a Edición. Alfa omega

José Monfort Lleonart (2002) “Estructuras Metálicas para edificación. Tomo II Según criterios del Eurocódigo 3” Universidad Politécnica de Valencia.





Miguel Chiñas de la Torre (2007) “Cálculo Estructural Ingeniería Civil y Arquitectura” Edit. Trillas. México.

Rodolfo López Ruelas. (1990) “Apuntes de la ENEP Aragón, Apuntes de Análisis Estructural I” ENEP Aragón, UNAM.

Sriramula Vinnakota (2006) “Estructuras de acero comportamiento y LRFD” Edit. McGraw Hill.

William T. Segui (1999) “LRFD Steel Design” second edition. John Wiley & Sons Inc.

