UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES "ARAGÓN"

PROBLEMARIO AVANZADO DE ESTRUCTURAS ESTÁTICAMENTE DETERMINADAS E INDETERMINADAS.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

INGENIERO CIVIL

P R E S E N T A

OSWALDO IVAN CRUZ HERNÁNDEZ

OCTAVIO ARTURO NOLÁSQUEZ CRUZ

DIRECTOR DE TESIS: ING. PASCUAL GARCÍA CUEVAS.

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES "ARAGÓN", MÈXICO, D.F. MARZO DE 2014

DEDICATORIAS

OCTAVIO ARTURO NOLÀSQUEZ CRUZ

A mis padres:

CARMEN CRUZ LÓPEZ Y ARTURO NOLÁSQUEZ SANCHEZ.

"Por los ejemplos de perseverancia y constancia que los caracterizan y que me han infundado siempre, por el valor mostrado para salir adelante y por su amor."

A mi tía:

ERIKA SOLEDAD CRUZ LÓPEZ.

"Por haberme apoyado en todo momento, por sus consejos, sus valores, por la motivación constante que me ha permitido ser una persona de bien, pero más que nada, por su apoyo incondicional."

Al Ing. MARCOS MOLINA ELVIRA.

"Por la orientaciòn y ayuda que me brindó para la realización de esta tesis, por su apoyo y amistad que me permitieron aprender mucho más que lo estudiado en esta tesis."

Al Ing. PASCUAL GARCÍA CUEVAS.

"Muchas gracias, porque su trabajo me hizo llegar a esta meta".

DEDICATORIAS

OSWALDO IVÁN CRUZ HERNÁNDEZ

DEDICATORIAS Y AGRADECIMIENTOS.

A MIS PADRES:

Por su amor incondicional desde el inicio,

Mi madre y su ternura, mi padre y sus sacrificios,

Y en general por haberme apoyado no solo en mi trayecto escolar,

Sino también en todo ámbito de mi vida.

A MIS HERMANOS:

A mi hermano por brindarme su apoyo y ser

Una inspiración para seguir estudiando, y a mi hermana

Por su apoyo en todo momento.

Por ser como son

Al ingeniero Marcos Molina Elvira:

Por brindarme su apoyo y conocimientos en mi trayectoria escolar,

Además de ser un gran amigo y por inspirarme a seguir

Estudiando y seguir adelante profesionalmente.

Al ingeniero Pascual García Cuevas:

Por ayudarme y ser mi profesor en este trayecto escolar,

Además de brindarme su apoyo y mostrar siempre la

Disposición de ayudarme en distintos ámbitos de mi

Formación académica.

ÍNDICE:

INTRODUCCIÓN ____ 5

OBJETIVO. ____ 6

CAPITULO 1: CONCEPTOS BÁSICOS. ____ 7

CAPITULO 2:VIGAS. ____ 12

2.1 VIGAS ISOSTÁTICAS O DETERMINADAS ____ 12

2.2 VIGAS INDETERMINADAS. ____ 69

2.2.1 MÉTODO DE LA ECUACIÓN DIFERENCIAL. ____ 69

2.2.2 MÉTODO DE FLEXIBILIDADES. ____ 77

2.2.3 MÉTODO DE LA VIGA CONJUGADA. ____ 104

CAPITULO 3: ARMADURAS. ____ 120

3.1 MÉTODO DE LOS NODOS. ____ 122

3.2 MÉTODO DEL TRABAJO VIRTUAL. ____ 124

CAPITULO 4: MARCOS. ____ 140

4.1 MARCOS ISOSTÁTICOS O DETERMINADOS. ____ 140

4.2 MARCOS INDETERMINADOS. ____ 171

4.2.1 MÉTODO DE FLEXIBILIDADES. ____ 171

4.2.2 MÉTODO DE LAS RIGIDECES. ____ 188

CONCLUSIONES ____ 203

BIBLIOGRAFÍA. ____ 204

INTRODUCCIÓN

Actualmente son contados los libros de estructuras, que ejemplifican de una forma clara y concisa el desarrollo (cálculo), de algunos elementos estructurales; es decir generalmente estos abordan de manera compleja algunos ejercicios como lo son: vigas, marcos y armaduras, haciendo un poco complicada la comprensión para el lector, que además muchas veces lleva consigo dudas arraigadas durante toda su vida académica, haciendo que les sea casi imposible entender algunos temas.

Aunado a esto, nosotros pudimos darnos cuenta que durante el desarrollo de nuestra profesión en esta máxima casa de estudios (UNAM), existieron muchas dudas con respecto algunos ejercicios y temas de materias relacionadas con las estructuras, que lamentablemente por razones ajenas al curso no pudieron esclarecerse en su momento pero que lograron un gran índice de reprobados en dicha área.

Es por ello que nace la idea de realizar la presente tesis que lleva consigo una cantidad generosa de ejercicios, que fueron fruto del desarrollo del trabajo elaborado por nosotros y visto en materias que conformaron nuestro plan de estudios del área de estructuras , en su momento no solo fueron dudas nuestras, si no de muchos de nuestros compañeros de clase, en consecuencia nos planteamos como objetivo resolver todas esas dudas no solo para nosotros sino también para nuestros compañeros y futuras generaciones.

El reto para nosotros es ayudar con esta tesis a los alumnos en los temas con relación a las estructuras, desarrollando ejercicios de un buen grado de complejidad, analizados cada uno paso a paso, de manera que se logre un entendimiento en el lector claro y preciso, y por ende exista un menor índice de reprobados, un mejor desempeño en clase y una invitación a realizar estudios de posgrado en dicha área.

La presente tesis propone ser una guía de estudio, enfocado en el área de estructuras, abordando vigas, marcos y armaduras, siendo una recopilación de ejercicios elaborados y revisados por nosotros.

La tesis se divide en cuatro capítulos: El primero que se denomina “Conceptos Básicos”, en el se definen conceptos relacionados con las estructuras, estos conforman y ayudan a tener una mejor comprensión de lo que se está desarrollando en esta tesis y también anteceden de una manera muy práctica algunos temas relacionados con las estructuras. El segundo capítulo denominado “Vigas”, en este se hace una explicación sencilla y fácil para la obtención de reacciones en elementos estructurales determinados e indeterminados, así mismo se desarrollan ejercicios paso a paso, de manera que se logre ser claro y conciso. En el capítulo III, llamado “Armaduras”, se analiza cada ejercicio barra por barra, además de incluir en algunas armaduras el “Método del trabajo virtual”. El último capítulo, llamado “Marcos”, se analiza utilizando el “Método de las Rigidices y Flexibilidades”, el cual es una parte fundamental para entrar en el estudio del análisis y diseño estructural.

OBJETIVOS:

OBJETIVO GENERAL:

La presente tesis, propone como objetivo general; Analizar, explicar y realizar un Problemario en el área de estructuras enfocado en diferentes elementos estructurales, como lo son: vigas, marcos y armaduras, de manera que se logre apoyar a los alumnos de la facultad de la carrera de ingeniería civil, en particular en el área de estructuras, es por ende que en la presente tesis nos dimos la tarea de estudiar algunos ejercicios que ayuden a comprender mejor algunos temas, y considerando su nivel de complejidad los desarrollamos paso a paso con el objetivo de esclarecer cualquier tipo de duda, de manera que el alumnado logrará comprenderlos de la mejor manera posible y además de crear en ellos una base más sólida de conocimiento en el área de las estructuras logrando así un mejor desempeño en el campo laboral o estudios de posgrado.

OBJETIVOS ESPECIFICOS:

- Ser una guía de apoyo en el estudio de disciplinas que forman parte del plan de estudios de la licenciatura en ingeniería civil, como lo son Estática, Estructuras Isostáticas y las Mecánicas de Materiales 1 y 2, además de ser un buen antecedente en las materias de Análisis y Diseño estructural.
- Explicar y mencionar conceptos básicos, para una mayor comprensión e interpretación de los elementos estructurales.
- Desarrollar diferentes métodos, para realizar y explicar dichos elementos estructurales, además de interpretar resultados y analizarlos de manera adecuada.

1.-CONCEPTOS BÁSICOS.

Sistema Isostático: Los sistemas tales que la sola aplicación de las ecuaciones de la estática permite calcular las reacciones de los vínculos reciben el nombre de sistemas isostáticos. Generalmente se reducen de varias ecuaciones como incógnitas se puedan calcular, por ejemplo y generalmente la resolución de estos sistemas se reduce a las 3 ecuaciones fundamentales del equilibrio sumatorias con respecto a:

$$Rx = 0; Ry = 0; M_0 = 0$$

Cuando se consideran a los elementos estructurales que poseen la cantidad estrictamente necesaria de apoyos para garantizar la inmovilidad externa de la misma, estamos en presencia de sistemas isostáticos.

Estructura Isostática: Estructura que puede ser analizada mediante los principios de la estática, la supresión de cualquiera de sus ligaduras conduce al colapso también llamada estáticamente determinada.

Estructura: Son el elemento básico de toda construcción y su función es recibir y transmitir su peso y el de las fuerzas exteriores al terreno de manera que todos los elementos estén en equilibrio. La transmisión de dichas fuerzas se logra mediante la transformación en esfuerzos internos y distribución a lo largo de las piezas estructurales.

Isostático: Es una condición de equilibrio que presenta la superficie terrestre debido a la diferencia de densidad de sus partes.

Coplanar: Puntos o líneas que se encuentran en el mismo plano.

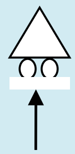
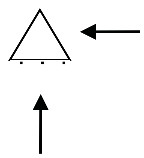
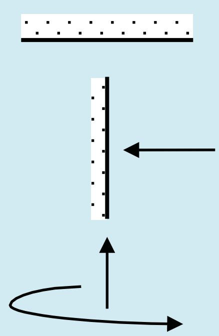
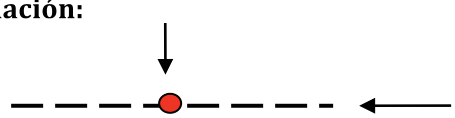
Momento: FxD Fuerza perpendicular a la distancia.

Equilibrio: Decimos que un cuerpo se encuentra en equilibrio estático cuando permanece en estado de reposo ante la acción de unas fuerzas externas.

El equilibrio estático se aplica al cuerpo en sí como a cada una de las partes.

Decimos que un cuerpo se encuentra en equilibrio dinámico cuando responde con un movimiento o vibración (aceleración) controlada de sus partes (deformación) mas no de su soportes, ante la acción de las cargas generadas por sismo, viento, motores y en general aquellas excitaciones dinámicas producidas por la carga viva.

A continuación se muestran los tipos de apoyos y sus respectivas reacciones:

APOYO	REACCIÓN
Libre o móvil. 	1
Fijo. 	2
Empotramiento: 	3
Articulación: 	2

ECUACIONES DE EQUILIBRIO.

Un sistema de fuerzas se encuentra en equilibrio estático cuando su resultante es nula. Si un cuerpo solido se encuentra sujeto a un sistema de fuerzas en equilibrio estático permanece en reposo, pero si el sistema de fuerzas no está en equilibrio estático, el cuerpo se mueve. Un cuerpo que se mueve puede estar en equilibrio dinámico, si las fuerzas que se le apliquen y la fuerza de inercia producida por el movimiento tiene una resultante nula.

Para determinar si un sistema de fuerzas está en equilibrio, o sea, si su resultante es nula, se debe revisar que se cumplan ciertas ecuaciones llamadas ecuaciones de equilibrio. Estas ecuaciones dependen de las características del sistema de fuerzas.

Decimos que un cuerpo se encuentra en equilibrio estático cuando permanece en estado de reposo ante la acción de unas fuerzas externas.

El equilibrio estático se aplica al cuerpo en sí como a cada una de las partes.

Decimos que un cuerpo se encuentra en equilibrio dinámico cuando responde con un movimiento o vibración (aceleración) controlada de sus partes (deformación) mas no de su soportes, ante la acción de las cargas generadas por sismo, viento, motores y en general aquellas excitaciones dinámicas producidas por la carga viva.

<u>Ecuaciones básicas de equilibrio</u>

Las ecuaciones que describen el equilibrio estático son planteadas en la primera ley de Newton y controlan los movimientos del cuerpo en traslación y rotación.

$$\sum F = 0 \quad y \quad \sum M = 0$$

Dos ecuaciones vectoriales que se convierten en seis ecuaciones escalares, tres de traslación y tres de rotación.

$$\sum Fx = 0, \qquad \sum Fy = 0 \quad y \quad \sum Fz = 0$$

Estas tres corresponden a tres posibles formas de desplazamiento, es decir, tres grados de libertad del cuerpo y

$$\sum Mx = 0, \qquad \sum My = 0 \quad y \quad \sum Mz = 0$$

Corresponden a tres grados de libertad de rotación.

En total representan seis formas de moverse, seis grados de libertad para todo cuerpo en el espacio.

Para estructuras planas basta con plantear tres ecuaciones que representen los tres grados de libertad del cuerpo, dos desplazamientos y una rotación:

$$\sum Fx = 0, \qquad \sum Fy = 0 \quad y \quad \sum M = 0$$

SISTEMA DE FUERZAS PARALELAS EN UN PLANO.

Este caso se presenta con frecuencia en estructuras planas sujetas únicamente a cargas por gravedad. Las cargas y las reacciones de apoyo son todas verticales y por lo tanto, paralelas. Las ecuaciones de equilibrio son dos:

$$\sum Fy = 0 \quad y \quad \sum M = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Donde ∑Fy representa la suma de las cargas verticales, o sea, paralelas al eje Y, y ∑M representa la suma de momentos alrededor de cualquier punto situado en el plano en que están contenidas las fuerzas. En forma alternativa se pueden plantear dos ecuaciones de equilibrio que expresen la suma de momentos alrededor de dos puntos distintos A y B, pero el número de ecuaciones no se altera:

$$\sum MA = 0 \quad y \quad \sum MB = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

SISTEMA DE FUERZAS NO PARALELAS EN UN PLANO.

Cuando en una estructura plana actúan cargas en distintas direcciones, estas fuerzas y las reacciones de apoyo constituyen un sistema de fuerzas no paralelas. Se tienen en este caso tres ecuaciones de equilibrio:

$$\sum Fx = 0, \qquad \sum Fy = 0 \quad y \quad \sum M = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

Donde ∑Fx es la suma de las fuerzas paralelas al eje X y los otros términos han sido definidos. En forma alternativa, el sistema (3) se puede plantear en la forma:

$$\sum Fy = 0, \qquad \sum MA = 0 \quad y \quad \sum MB = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

Siempre y cuando la línea que une los puntos A y B no sea perpendicular al eje Y, o bien, en la forma:

$$\sum MA = 0, \qquad \sum MB = 0 \quad y \quad \sum MC = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

Siempre y cuando los puntos A,B y C no sean colineales.

SISTEMA DE FUERZAS CONCURRENTES EN UN PLANO.

Las ecuaciones de equilibrio para un sistema de fuerzas comprendidas en un plano y que además concurren en un punto, puede expresarse de las tres maneras siguientes:

$$\sum Fx = 0 \quad y \quad \sum Fy = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

$$\sum Fy = 0 \quad y \quad \sum MA = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

Siempre y cuando el punto A no esté situado sobre la recta perpendicular al eje Y que pasa por el punto de concurrencia, y

$$\sum MA = 0 \quad y \quad \sum MB = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

Siempre y cuando la recta que une los puntos A y B no pase por el punto de concurrencia de las fuerzas.

SISTEMA DE FUERZAS EN EL ESPACIO.

Este es el caso más general y se presenta en estructuras tridimensionales con cargas no paralelas. Se tienen seis ecuaciones de equilibrio:

$$\sum Fx = 0, \sum Fy = 0, \sum Fz = 0, \sum Mx = 0, \sum My = 0 \quad y \quad \sum Mz = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

Donde $\sum Fz$ es la suma de las fuerzas paralelas al eje Z, $\sum Mx$, $\sum My$, $\sum Mz$ son las sumas de momentos alrededor de los ejes X, Y y Z, respectivamente, y los otros términos han sido definidos.

SISTEMAS DE FUERZAS.

Generalmente sobre un cuerpo actúan 2 o más fuerzas, obteniendo así un sistema de fuerzas dichas fuerzas pueden ser sustituidas por una llamada resultante .La fuerza que forma el sistema se conoce como componente.

Se clasifican en:

Coloniales: son las que actúan en una misma dirección, concurrentes o angulares cuando las líneas de acción convergen en un solo punto formando ángulos.

Paralelas: son aquellas cuyas direcciones son paralelas.

Sistemas Colineales: las resultantes en estos sistemas se obtienen sumando algebraicamente los componentes.

Fuerzas Concurrentes: cuando las rectas de acción de los vectores que forman un sistema pasan por un punto, las fuerzas son concurrentes.

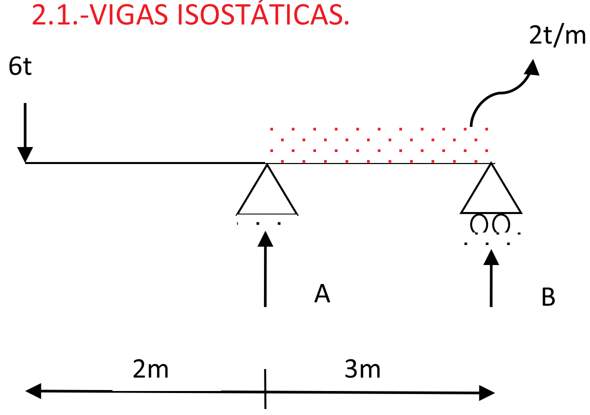
Sistema de Fuerzas Concurrentes de distinta dirección:

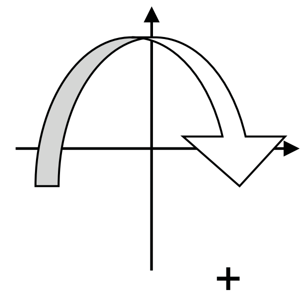
Fuerzas Paralelas: la forma de obtener la resultante en un sistema de fuerzas paralelas se explica a continuación siendo esta también paralela.

Primer Caso: cuando tiene el mismo sentido. Segundo caso: cuando las fuerzas paralelas son de sentido contrario y diferentes magnitud. Se suman algebraicamente las fuerzas

2.-VIGAS.

2.1.-VIGAS ISOSTÁTICAS.





Ecu. Equilibrio.

$\sum fx = 0$

∑fy =0

∑M= 0

3m (2t/m)=6t

∑MA=0

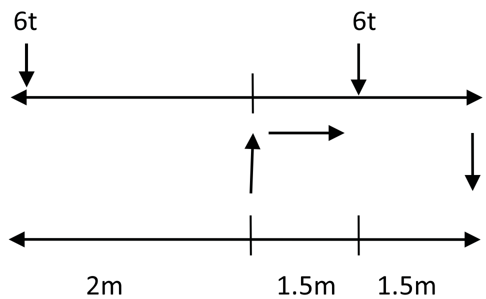
-6ton(2m)+6ton(1.5m)-RBy(3m)=0

RBy=$\frac{-12+9}{3}$=-1Ton

∑fy=0

-6m+RA-6m-1m=0

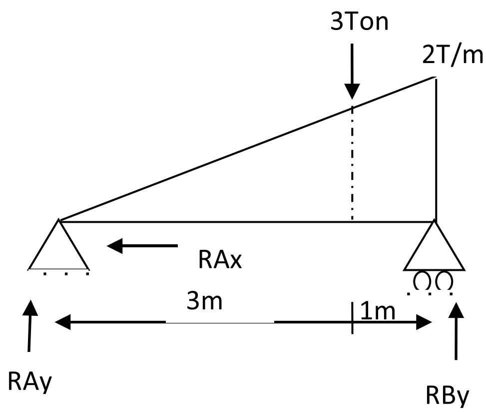
RAy=13Ton



∑fx=0

3-RHA=0

RHA=3Ton



∑MA=0

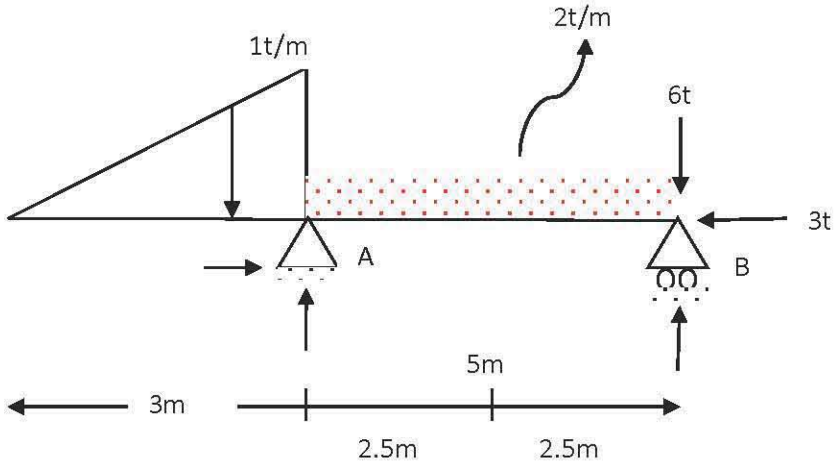
$$3ton(2m) - RBy(3m) + \frac{3m\left(\frac{2t}{m}\right)}{2}\left(\frac{2}{3}(3m)\right) = 0$$

$$RBy = \frac{12}{3} = 4Ton$$

∑fy=0

$$RAy - 3ton - \frac{\left(2\frac{t}{m}\right)(3m)}{2} + 4ton = 0$$

RAy=2Ton



3m(1t/m)=$\frac{3}{2}t = 1.5t$ …………..(CargaTriangular)

5m(2t/m)=10t ………………..(Carga Uniformemente distribuida)

$\sum$MA=0

-1.5t(1m)+10t(2.5m)+6t(5m)-RBy(5m)=0

RBy=$\frac{-1.5+25+30}{5} = \frac{53.5}{5} = 10.70$Ton

$\sum$fy=0

-1.5t+RAy-10t-6t+10.70t=0

RAy=6.80Ton

$\sum$FX=0

3+RAx=0

RAx=-3Ton

HIPERESTATICO: Una estructura es hiperestática o estáticamente indeterminada cuando está en equilibrio.

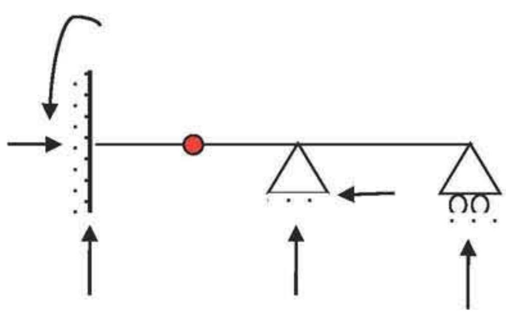
ISOSTATICO: Mismas ecuaciones, mismas variables y reacciones.

Estática.

3 Apoyos= 3 Reacciones

2‹3 Hipostática.

2 Apoyos ‹3 Reacciones

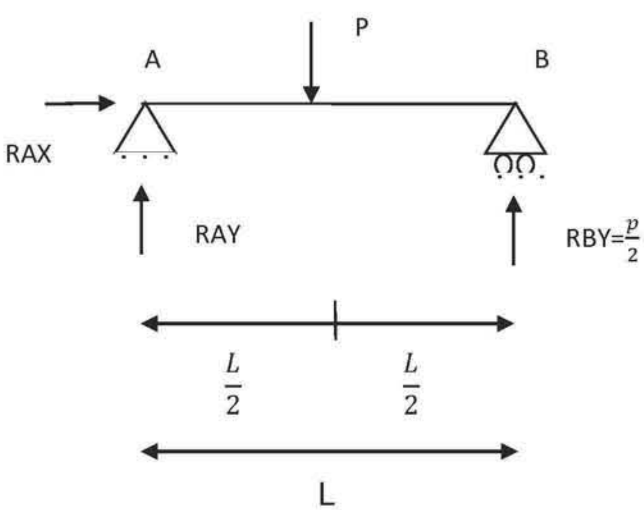


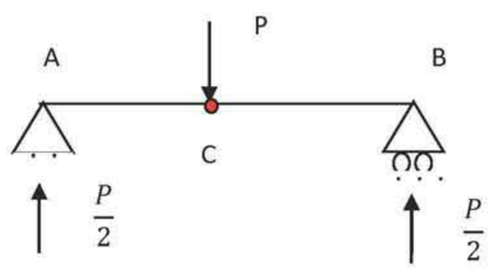
6‹3 Hiperestática.

6 Reacciones>3 Apoyos

M= Magnitud x Longitud.

METODO DE ÁREAS.





$\sum MA=0$

$P(\frac{L}{2}) - RBY(L)=0$

$RBY=\frac{p}{2}$

$\sum fy = 0$

$RAY-P+\frac{P}{2} = 0$

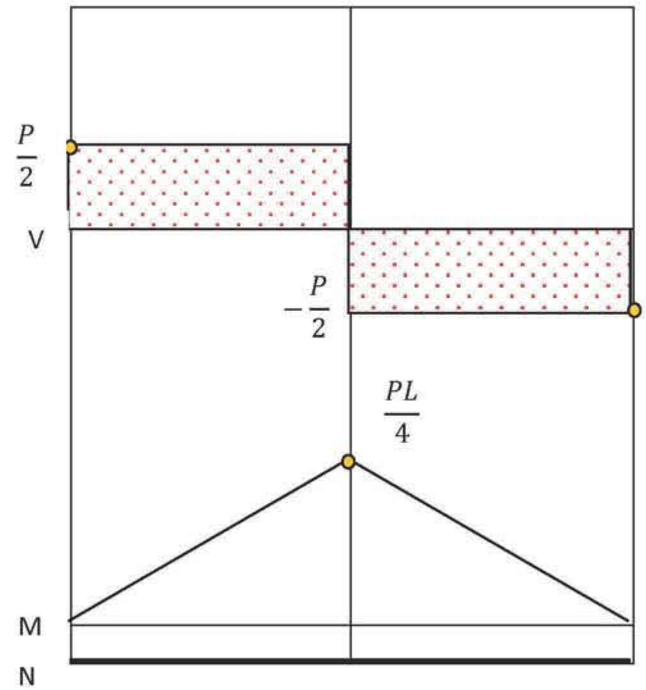
$RAY=\frac{P}{2}$

$\sum fx=0$

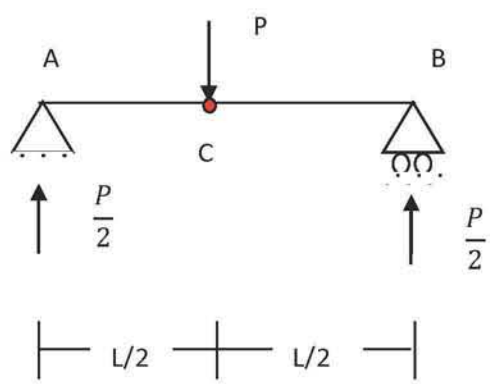
$RAX=0$

$A_1=\frac{P}{2}\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{PL}{4}$

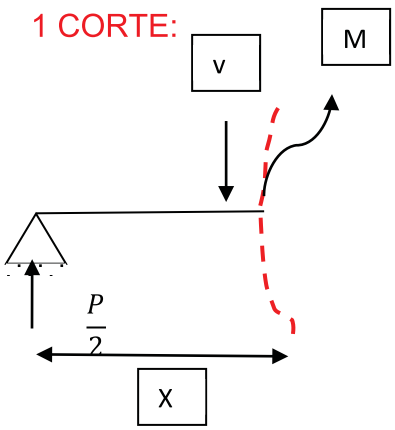
$A_2=-\frac{P}{2}\left(\frac{L}{2}\right) = -\frac{PL}{4}$



MÉTODO ANALÍTICO.



1 CORTE:



AC $(0\leq x\leq \frac{L}{2})$

$\sum M=0$ $\quad -M+\frac{P}{2}x=0$

$M=\frac{P}{2}x$

$\sum fy=0$

$\frac{P}{2}-v=0$

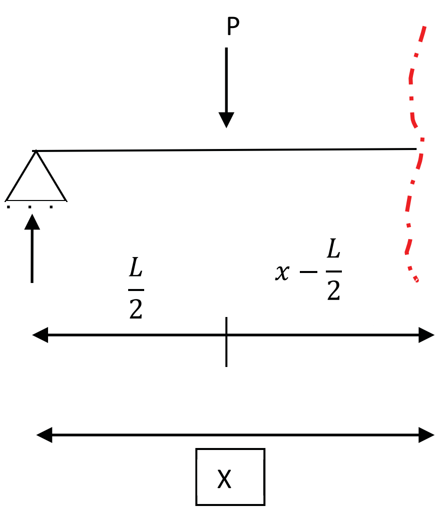
$V=\frac{P}{2}$

TABLA.

X	M	V
0	0	$\frac{P}{2}$
$\boldsymbol{\frac{L}{2}}$	$\frac{PL}{4}$	$\frac{P}{2}$

$V=\frac{dm}{dx}=\frac{P}{2}$

SEGUNDO CORTE. CB $(\frac{L}{2}\leq X\leq L)$



$M=\frac{P}{2}X-P\left(X-\frac{L}{2}\right)$

$M=-\frac{p}{2}x+\frac{PL}{2}$

$\sum fy=0$

$V=\frac{p}{2}-p=-\frac{p}{2}$

X	M	V
L/2	$\frac{PL}{4}$	$-\frac{P}{2}$
L	0	$-\frac{P}{2}$

DEMOSTRAR CON LA FORMULA QUE SE ENCUENTRA ABAJO, QUE EL BRAZO DE PALANCA DE UN TRINGULO RECTANGULO ESTA A 2/3b.

$$\bar{X} = \frac{\int_{L_1}^{L_2} x^2 \, dA}{\int_{L_1}^{L_2} dA}$$

FORMULAS A UTILIZAR:

PENDIENTE:

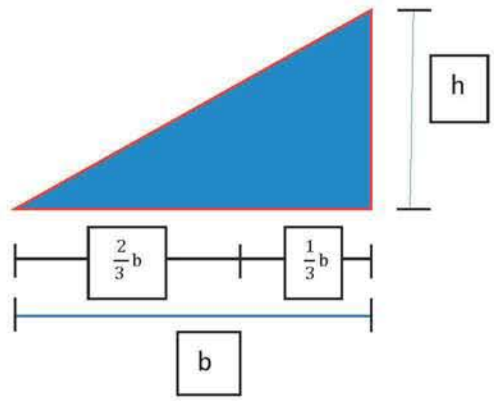
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

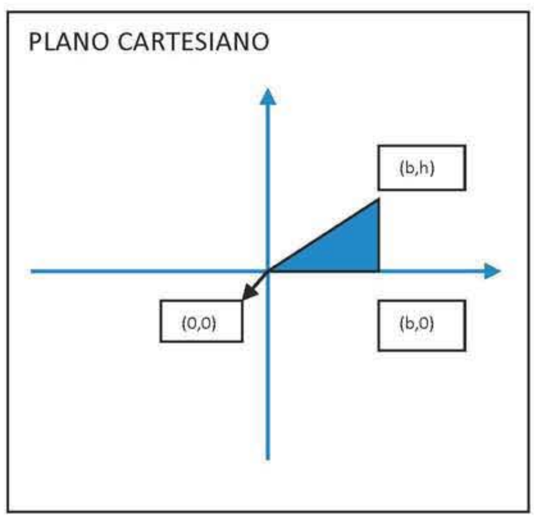
ECUACION DE LA RECTA:

$$y = mx + b$$

ECUACIÓN DE UNA RECTA PUNTO PENDIENTE:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$





UTILIZANDO LA FORMULA DE LA PENDIENTE Y SUSTITUYENDO NUSTRAS CORDENADAS DEL TRIANGULO EN EL PLANO CARTESIANO TENEMOS QUE:

$$m = \frac{h-0}{b-0} = \frac{h}{b}$$

COORDENADAS:

PUNTO 1 (0,0)

PUNTO 2 (b,h)

UTILIZANDO LA FORMULA DE ECUACION DE UNA RECTA PUNTO PENDINTE:

$$y - 0 = \frac{h}{b}(x - 0)$$
$$y = \frac{h}{b}x$$

UTILIZANDO LA SIGUIENTE FORMULA TENEMOS QUE:

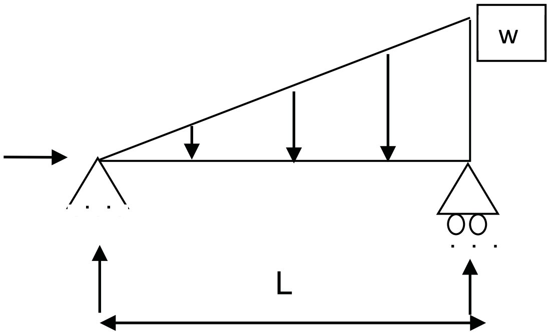
$$\bar{X} = \frac{\int_{L_1}^{L_2} x^2 \, dA}{\int_{L_1}^{L_2} dA}$$

$$\bar{X} = \frac{\int_0^b x(\frac{h}{b} x)dx}{\int_0^b \frac{h}{b} x dx}$$

$$\bar{X} = \frac{\left.\frac{h}{3b}x^3\right]_0^b}{\left.\frac{h}{2b}x^2\right]_0^b}$$

$$\bar{X} = \frac{\frac{hb^3}{3b}}{\frac{hb^2}{2b}} = \frac{\frac{hb^2}{3}}{\frac{hb}{2}} = \frac{2hb^2}{3hb} = \frac{2}{3}b$$

$$\bar{X} = \frac{2}{3}b$$



∑MA=0

$$\frac{wl}{2}\left[\frac{2}{3}l\right] - LRBY = 0$$

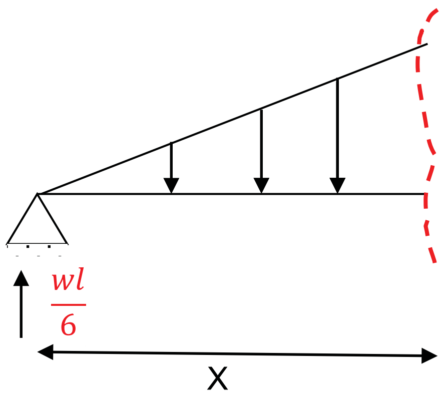
RBY=$\frac{wl}{3}$

∑fy=0

$$-\frac{wl}{2}+\frac{wl}{3}+RAY=0$$

RAY=$\frac{wl}{6}$

Triángulos Semejantes



w´=$\frac{wx}{L}$

w´-------x

w---------L

w´L=wx

w´=$\frac{wx}{L}$

∑fy=0

V=$\frac{wl}{6}-\frac{\left(\frac{wx}{L}\right)x}{2}$

V=$\frac{wl}{6}$-$\frac{wx^2}{2L}$

M=$\frac{wL}{6}X-\frac{\frac{wx}{L}(X)}{2}\left(\frac{X}{3}\right)$

M=$\frac{wL}{6}x-\frac{wx^3}{6L}$

CALCULO DE ÁREA.

A$_1$=$\int_0^{\frac{L}{\sqrt{3}}}\left(\frac{wl}{6}-\frac{wx^2}{2L}\right)dx$

A$_1$=$\frac{wl}{6}x\,\frac{wx^3}{6L}\Big]_0^{\frac{L}{\sqrt{3}}}$

Si v=0

$$\frac{wl}{6}-\frac{wx^2}{2L}=0$$

X=$\sqrt{\frac{\frac{wl}{6}(2l)}{w}}$

X= $\sqrt{\frac{2wL^2}{6w}}$

X= $\sqrt{\frac{L^2}{3}}=\frac{\sqrt{L^2}}{\sqrt{3}}=\frac{L}{\sqrt{3}}$

$A_1=\frac{wl}{6}\left(\frac{L}{\sqrt{3}}\right)-\frac{w}{6L}\left(\frac{L}{\sqrt{3}}\right)^3$

$A_1=\frac{wl^2}{6\sqrt{3}}-\frac{wl^2}{18\sqrt{3}}=\frac{3wl^2-wl^2}{18\sqrt{3}}=\frac{wl^2}{9\sqrt{3}}$

$A_2=\int_{\frac{L}{\sqrt{3}}}^{L}(\frac{wl}{6}-\frac{wx^2}{2L})dx$

$A_2=-\frac{\sqrt{3}wl^3}{3}$

$A_2=\int_{\frac{L}{\sqrt{3}}}^{L}\left(-\frac{wx^2}{2L}+\frac{wL}{3}\right)dx$

$A_2=-\frac{wx^3}{6L}+\frac{wl}{3}x]_{\frac{L}{3}}^{L}$

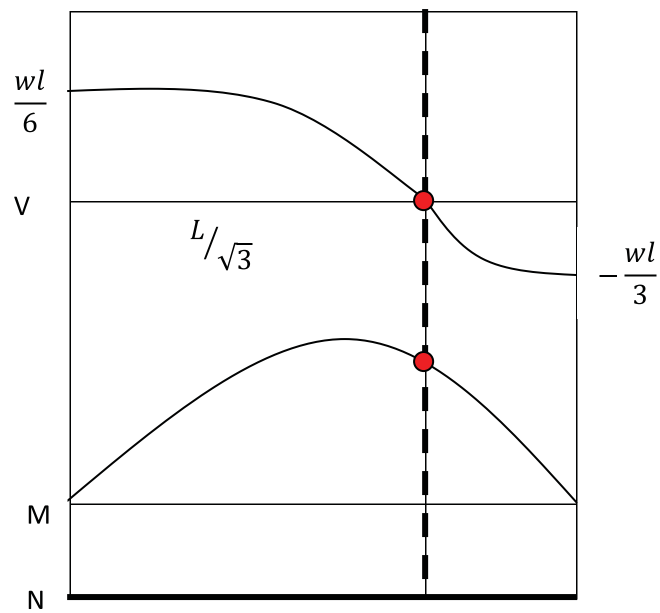
$A_2=\frac{w}{6L}\left(L-\frac{L}{\sqrt{3}}\right)^3+\frac{wl}{3}\left(L-\frac{L}{3\sqrt{3}}\right)$

$A_2=\frac{wL^3}{6l}-\frac{wL^3}{6L(3\sqrt{3})}+\frac{wL^2}{3}-\frac{wL^2}{3\sqrt{3}}$

$A_2=\frac{wL^2}{6}-\frac{wL^2}{18\sqrt{3}}+\frac{wl^2}{3}-\frac{wL^2}{3\sqrt{3}}$

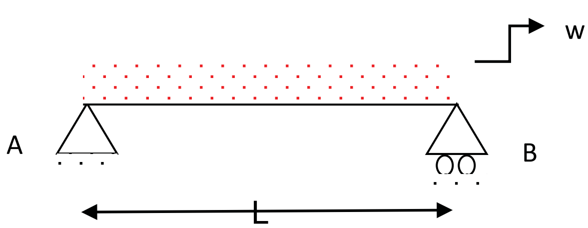
$A_2=\frac{wL^2}{2}-\frac{wL^2}{18\sqrt{3}}-\frac{WL^2}{3\sqrt{3}}$

$A_2=\frac{wL^2}{2}-\frac{7wL^2}{18\sqrt{3}}$



ESTRUCTURA:

Es un conjunto de barras y/o placas que unidas entre sí pueden soportar cargas sin presentar deformaciones exageradas.



$\sum MA=0$

$wL(\frac{L}{2})-L(RBy)=0$

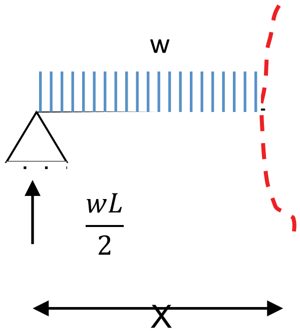
RBY=$\frac{wL}{2}$

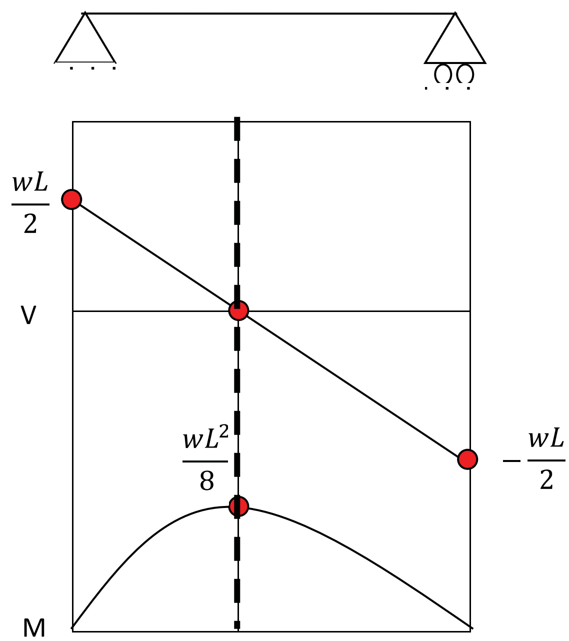
$\sum$fy=0

RAY-wL+$\frac{wL}{2}$=0

RAY=$\frac{wL}{2}$

1CORTE. AB $0 \leq x \leq L$





M=$\frac{wL}{2}(x) - wx(\frac{x}{2})$

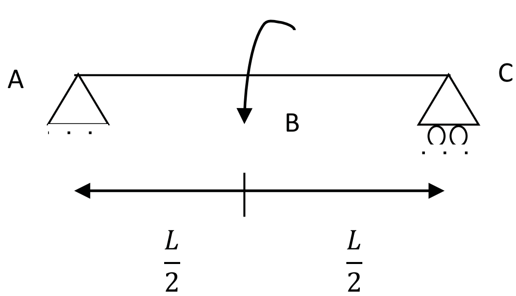
M=$\frac{wL}{2}x - \frac{wx^2}{2}$

V=$\frac{wL}{2}$-wx

$$x = 0 \quad v = \frac{wL}{2} \quad M = 0$$

$$x = L \quad v = -\frac{wL}{2} \quad M = 0$$

M max=$\frac{wL}{2}\left(\frac{L}{2}\right) - \frac{w}{2}\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{wL^2}{4} - \frac{wL^2}{8} = \frac{WL^2}{8}$



$\sum$MA=0

M-RCY(L)=0

M=RCY(L)

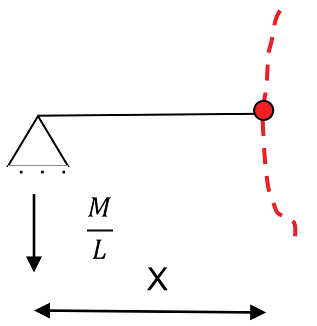
RCY=$\frac{M}{L}$

$\sum$fy=0

RAY+$\frac{M}{L}$=0

RAY=-$\frac{M}{L}$

1CORTE. TRAMO AB $0 \leq x \leq {}^{L}/_{2}$



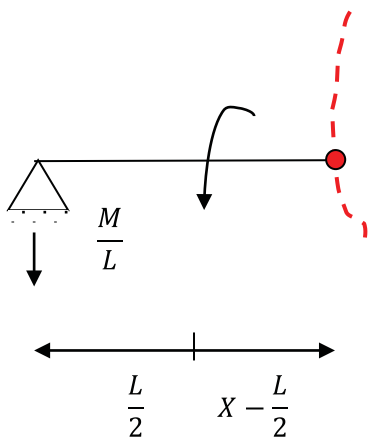
M=$-\frac{M}{L}(x)$

V=$-\frac{M}{L}$

$$x = 0 \qquad v = -\frac{M}{L} \qquad M = 0$$

$$x = \frac{L}{2} \qquad v = -\frac{M}{L} \qquad M = -\frac{M}{2}$$

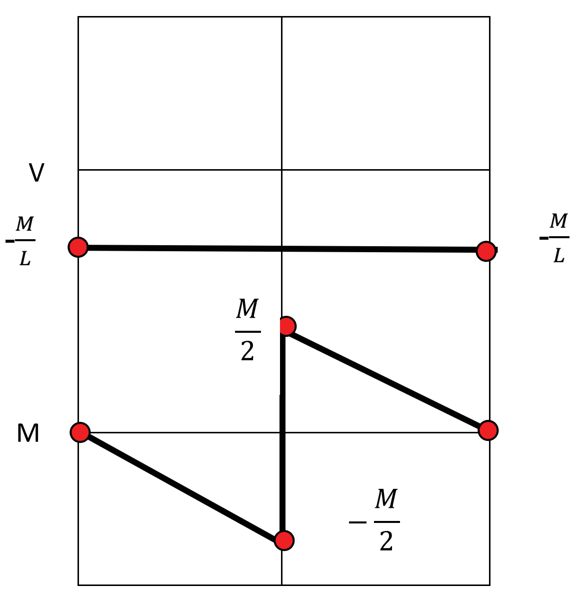
2 CORTE TRAMO BC.${}^{L}/_{2} \leq x \leq L$



M=$-\frac{M}{L}(x) + M$

V=$-\frac{M}{L}$

$$\boxed{M_{max} = -\frac{M}{L}\left(\frac{L}{2}\right) = -\frac{M}{2}}$$



0≤x≤ $\frac{L}{2}$

M$_1$=$-\frac{M}{L}x$

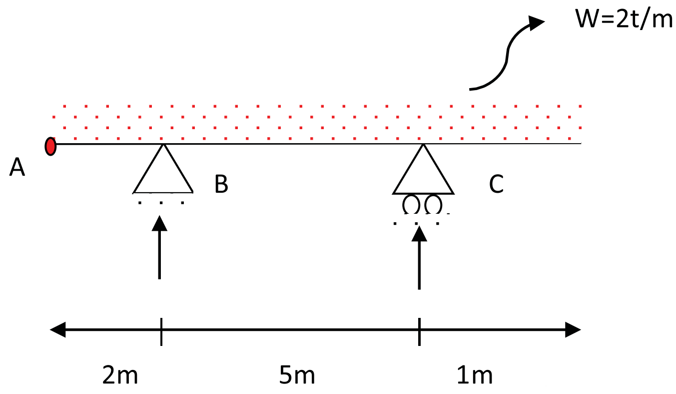
X=0 M$_1$=$-\frac{M}{L}(0) = 0$

X=$\frac{L}{2}$ M$_1$=$-\frac{M}{L}\left(\frac{L}{2}\right) = -\frac{M}{2}$

$\frac{L}{2} \leq X \leq L$

X=$\frac{L}{2}$ M$_2$=-.$\frac{M}{L}\left(\frac{L}{2}\right) + M$=$\frac{M}{2}$

X=L M$_2$=-$\frac{M}{L}(L) + M = 0$



$\sum MB=0$

$-2(2)\left(\frac{1}{2}(2)\right) + 2(5)\left(\frac{1}{2}(5)\right) - 5RCY + 2(1)\left(\frac{1}{2}(1) + 5\right) = 0$

RCY=6.4ton

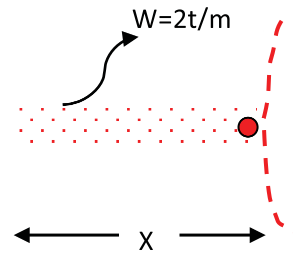
$\sum fy=0$

-2(8)+RBY+6.4=0

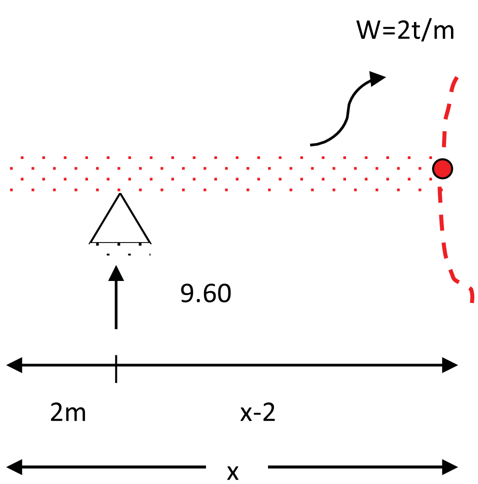
RBY=9.60 ton

1CORTE TRAMO AB. $0 \leq x \leq 2$

M=-2(x)$(\frac{x}{2}) = -x^2$ V=-2X



2 CORTE TRAMO BC. $2 \leq x \leq 7$



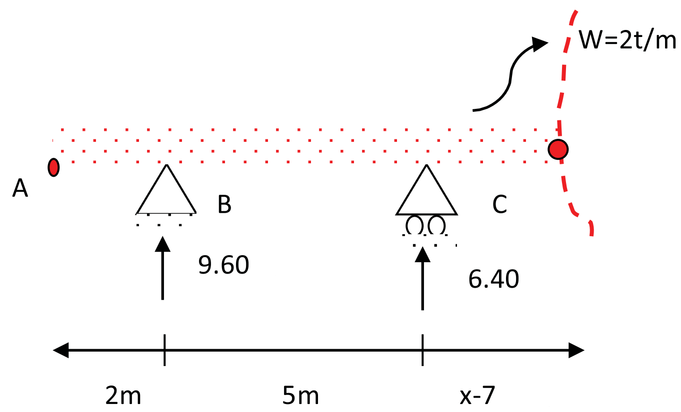
M_2=-2(2)(1)+x-2)+9.6(x-2)-2(x-2)$(\frac{x-2}{2})$

M_2=-15.2+5.6x-(x^2-4x+4)

M_2=-x^2+9.6x-19.2

V_2=-2X+9.6

3 CORTE.



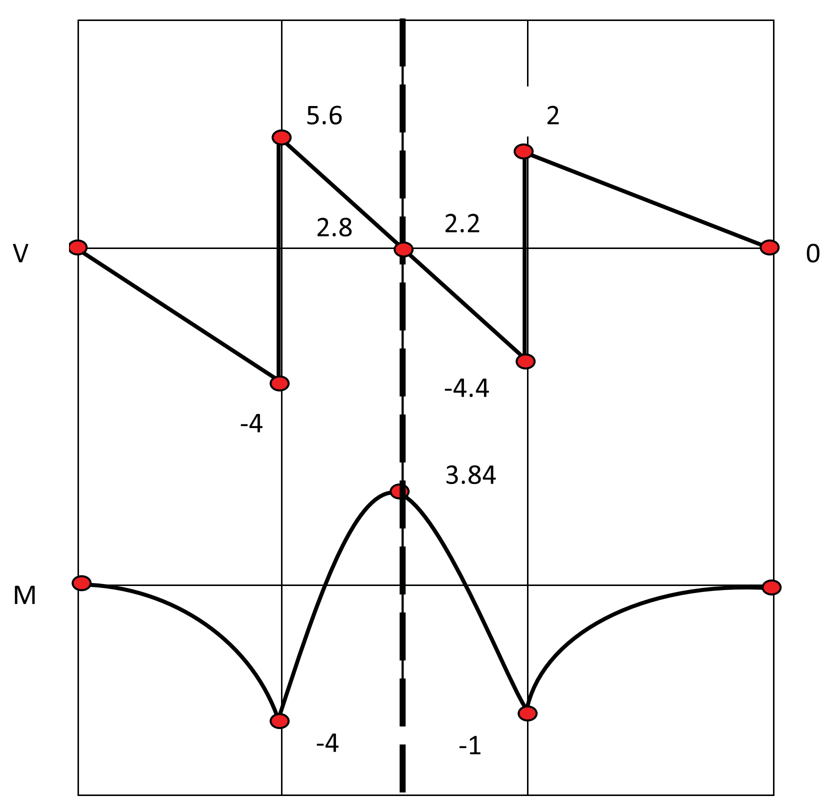
$M_3 = -2x(\frac{x}{2}) + 9.6(x-2) + 6.4(x-7)$

$M_3 = -x^2 + 9.6x - 19.2 + 6.4x - 44.80$

$M_3 = -x^2 + 16x - 64$

$V_3 = -2x + 16$

GRAFICA.



CD$=-X^2+16X-64$

BC$=-x^2+9.6x-19.2$

AB$=-x^2$

$V_1=-2x$

$X=0$

$V_1=0$

$X=2$

$V_2=-4$

$V_2=-2x+9.6$

$X=2 \quad V_1=5.6$

$X=7 \quad V_2=-4.4$

V_3=-2x+16

X=7 V_3=2

X=8 V_3=0

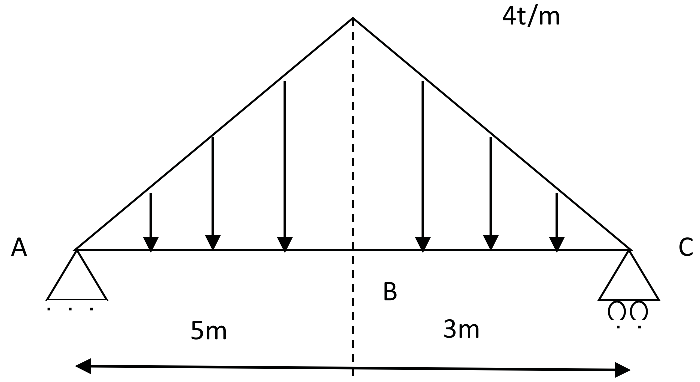
Sacar momento máximo.

V_2=0

-2x+9.6=0

X=4.8

M=3.84



∑MA=0

$$\frac{4(5)}{2}\left[\frac{2}{3}(5)\right]+\frac{4(3)}{2}\left[\frac{1}{3}(3)+5\right]-8RCY=0$$

33.3+64-8RCY=0

RCY=$\frac{33.3+36}{8}=8.6625ton$

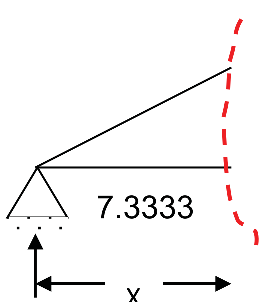
∑fy=0

-10-6+8.66+RAY=0

RAY=10+6-8.6625

RAY=7.3375 ton

1CORTE TRAMO AB   0≤X≤5.



w=$\frac{4}{5}x$

w-----x

4------5

5w=4x   w=$\frac{4}{5}x$

$M_1=7.3375x-\frac{(x)\left(\frac{4}{5}x\right)}{2}\left[\frac{1}{3}x\right]$

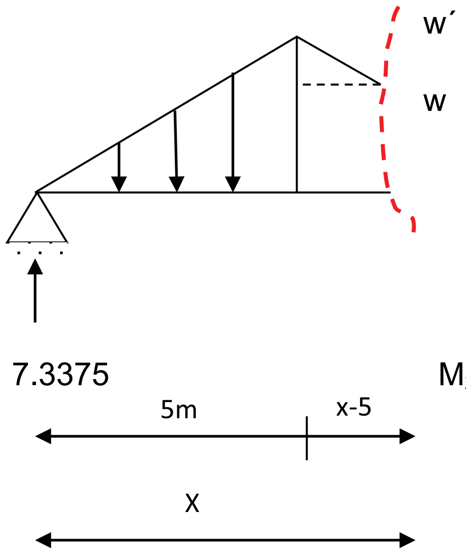
$M_1=7.3375x-\frac{2}{15}x^3$

$V_1=7.3375-\frac{2}{5}x^2$

$$x=0 \quad V=7.3375 \quad M=0$$

$$x=5 \quad V=-2.6666 \quad M=20$$

2 CORTE TRAMO BC 5≤X≤8.



w´---(x-5)

4-----3

3w´=4x-20 $\quad$ w´=$\frac{4}{3}x-\frac{20}{3}$

w´´=4-$\left(\frac{4}{3}x-\frac{20}{3}\right)$

w´´=-$\frac{4}{3}x+\frac{32}{3}$

$M_2=7.3375x-\frac{4(5)}{2}\left[\frac{1}{3}(5)+x-5\right]-\frac{(x-5)\left(\frac{4}{3}x-\frac{20}{3}\right)}{2}\left[\frac{2}{3}(x-5)\right]$

$-(x-5)\left(-\frac{4}{3}x+\frac{32}{3}\right)\left(\frac{x-5}{2}\right)$

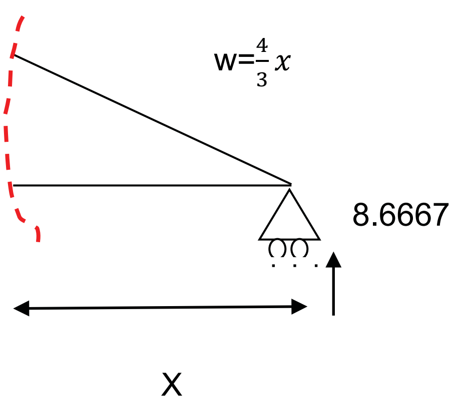
$M_2=\frac{2}{9}x^3-\frac{16}{3}x^2+34x-\frac{400}{9}$

$V_2=\frac{2}{3}x^2-\frac{32}{3}x+34$

$$x=5 \quad V=-2.6666 \quad M=20$$

$$x=8 \quad V=-8.6666 \quad M=0$$

3 CORTE.



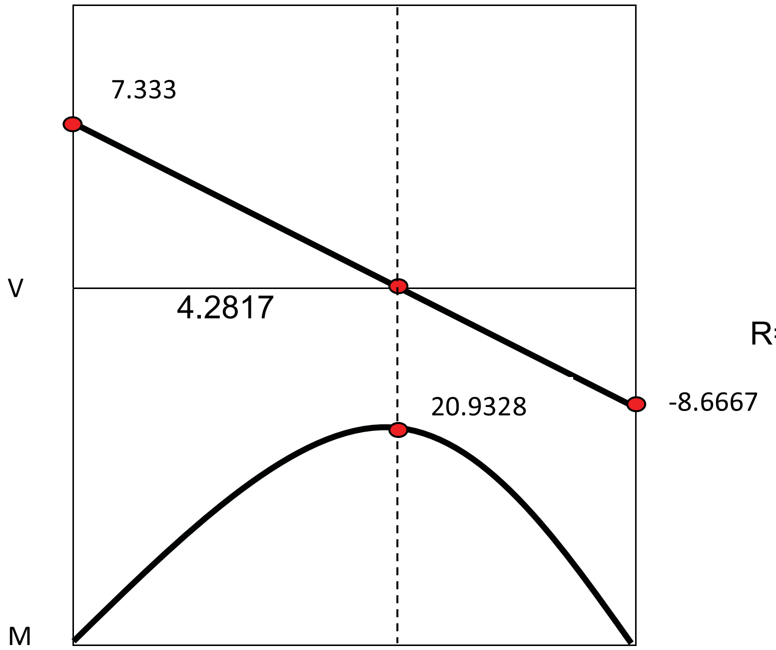
w----x

4-----3

3w=4x

w=$\frac{4}{3}x$

M=8.6625X-$\frac{(X)\left(\frac{4}{3}X\right)}{2}$



$V_1=7.3333-\frac{2}{5}x^2$

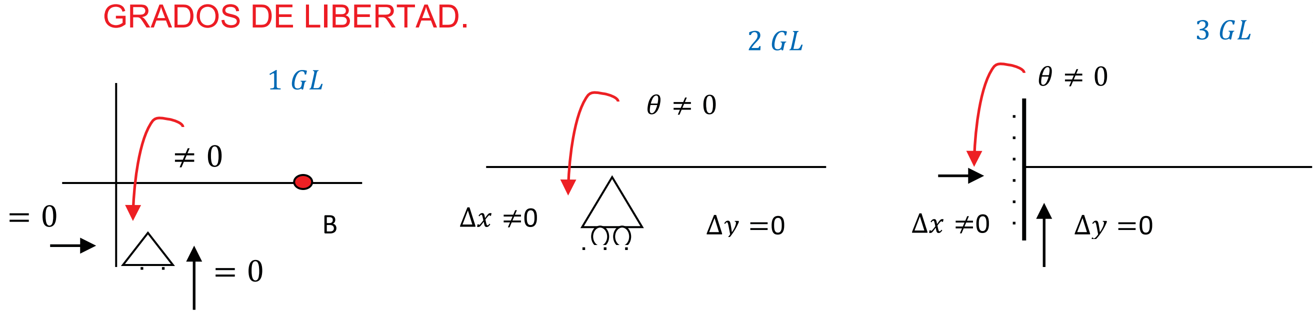
$V_1=0$

M max=4.2817

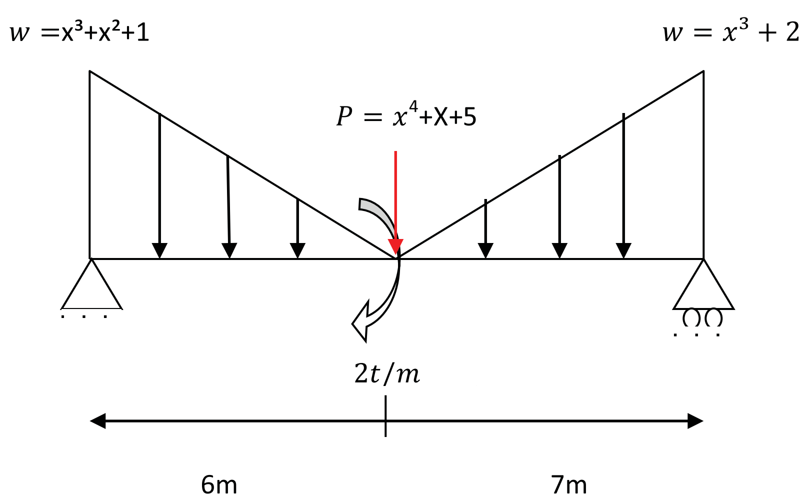
$7.3375(4.2817)-\frac{2}{15}(4.2817)^3$

R=20.9328t/m

GRADOS DE LIBERTAD.



Son los desplazamientos permitidos en una estructura.



$\frac{(x^3+x^2+1)6}{2}+x^4$+x+5+$\frac{x^3+2(7)}{2}=18$

3x³+3x²+3+x⁴+x+5+$\frac{7}{2}x^3+7=18$

$X^4+\frac{13}{2}x^3+3x^2+x-3=0$

Resolviendo la Ecuación de arriba tenemos que:

Solución 1: $x\approx -6.0446$

Solución: $x\approx 0.5825$

Sustituyendo en las cargas tenemos que:

$$w=x^3+x^2+1=(0.5825)^3+(0.5825)^2+1=1.537$$

$$p=x^4+x+5=(0.5825)^4+(0.5825)+5=5.6976$$

$$w=x^3+2=(0.5825)^2+2=2.1976$$

∑MA=0

$$\frac{(1.5370)(6)}{2}\left[\frac{1}{3}(6)\right]+5.6977(6)+2+\frac{2.1976(7)}{2}\left[\frac{2}{3}(7)+6\right]-RBY(13)=0$$

RBY=$\frac{191177}{19500}=9.8039$

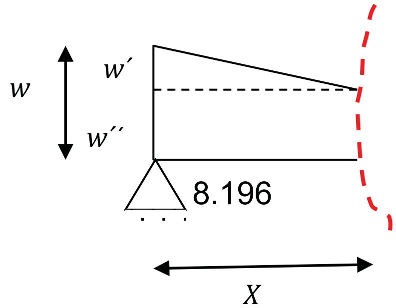
RBY=9.8040 ton

∑fy=0

RAY-$\frac{1.5370(6)}{2}-5.6977-\frac{2.1976(7)}{2}+9.8040=0$

RAY=$\frac{1598269}{195000}$ =8.1963 ton

1 CORTE $0\leq x\leq 6$



w´-----x

1.5370-----6

6w=1.5370x

=$\frac{1.537}{6}$ x

w´´=1.5370-$\frac{1.537}{6}$x

$$M_1 = \frac{1598269}{195000}(x) - \frac{\frac{1.537}{6}x(x)}{2}\left[\frac{2}{3}x\right] - \left(1.537 - \frac{1.537}{6}x\right)(x)\left[\frac{x}{2}\right]$$

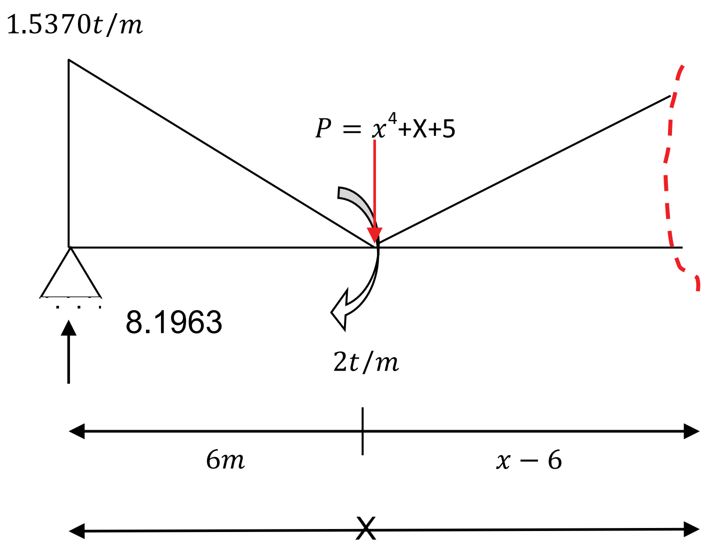
$$M_1 = \frac{1537}{36000}x^3 - \frac{1537}{2000}x^2 + \frac{159869}{195000}x$$

$$V_1 = \frac{1537}{12000}x^2 - \frac{1537}{1000}x + \frac{159869}{195000}$$

$$x = 0 \qquad v = \frac{1598269}{195000} \qquad M = 0$$

$$x = 6 \qquad v = \frac{174781}{48750} \qquad M = \frac{998839}{32500}$$

2 CORTE. $6 \leq x \leq 13$



w---(x-6)

2.1976---7

7w=2.1976x-13.1856

w=0.3139x-1.8837

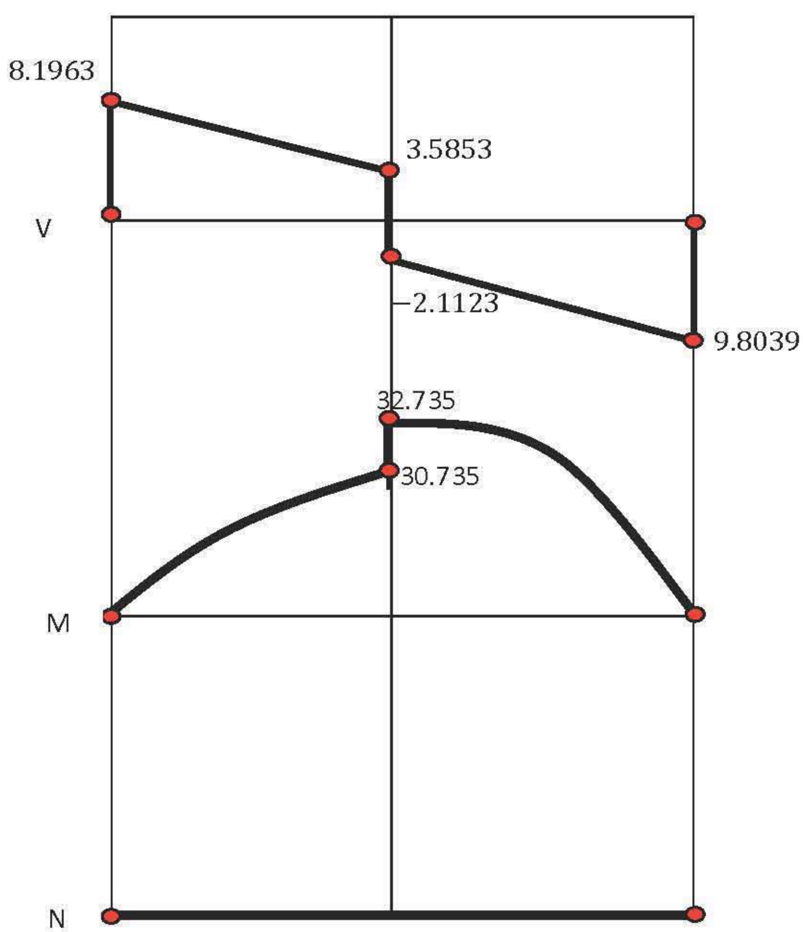
$$M_2 = \frac{1598269}{195000}(x) - \frac{1.537(6)}{2}\left[\frac{2}{3}(6) + x - 6\right] - 5.6976(x-6) + 2 - \left[\frac{\frac{2.1976x - 13.1856}{7}(x-6)}{2}\right]\left(\frac{x-6}{3}\right)$$

$$M_2 = -\frac{2747}{52500}x^3 + \frac{8241}{8750}x^2 - \frac{2649233}{341250}x + \frac{992417}{17500}$$

$$V_2 = -\frac{2747}{17500}x^2 + \frac{8241}{4375}x - \frac{2649233}{341250}$$

$$x = 6 \qquad v = -\frac{102977}{48750} \qquad M = \frac{1063839}{32500}$$

$$x = 13 \qquad v = -\frac{191177}{19500} \qquad M = 0$$

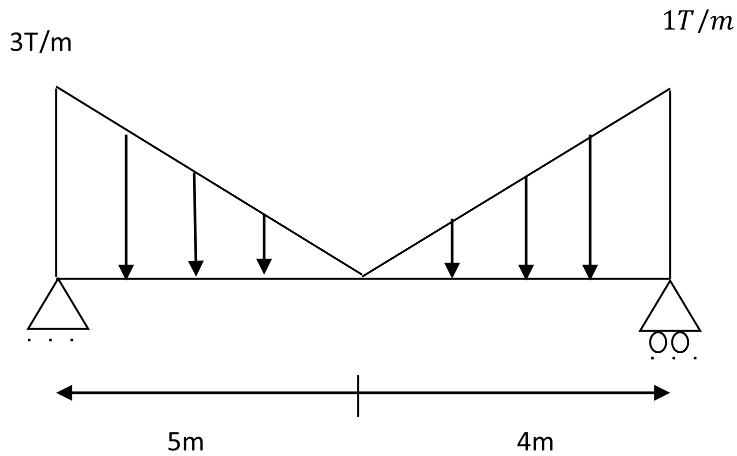


X=6 M_1=30.735

M_2

X= 6 M_2=32.735

X=13 M_2=0



$\sum MA = 0$

$$\frac{3(5)}{2}\left[\frac{5}{3}\right] + \frac{1(4)}{2}\left[\frac{2}{3}(4) + 5\right] - RBy(9) = 0$$

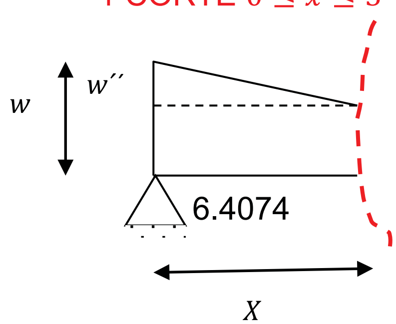
$$RBy = \frac{167}{54} = 3.0926$$

$\sum Fy = 0$

$$RAy - \frac{3(5)}{2} - \frac{4}{2} + \frac{167}{54} = 0$$

$$RAy = \frac{173}{27} = 6.4074$$

1 CORTE $0 \leq x \leq 5$



w´-----x

3-----5

w´ $=\frac{3}{5}$ x

w´´=3-$\frac{3}{5}$x

$$M_1 = \frac{173}{27}x - \frac{\frac{3}{5}x(x)}{2}\left[\frac{2}{3}x\right] - (3 - \frac{3}{5}x)(x)\left[\frac{x}{2}\right]$$

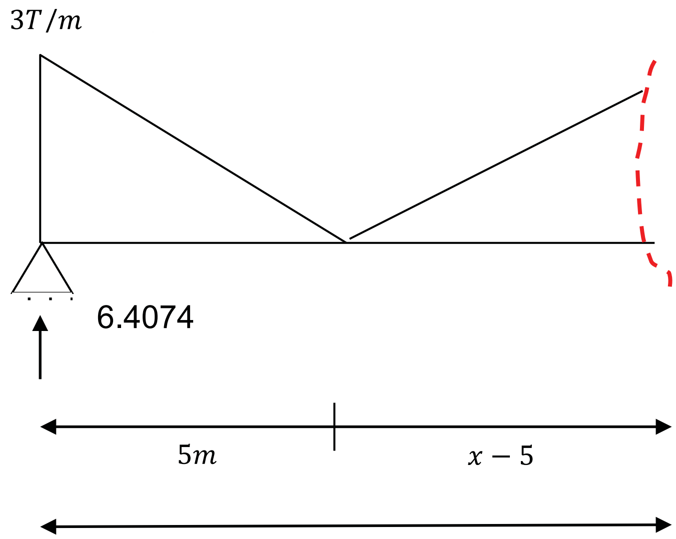
$$M_1 = \frac{x^3}{10} - \frac{3x^2}{2} + \frac{173}{27}x$$

$$V_1 = \frac{3x^2}{10} - 3x + \frac{173}{27}$$

$x = 0 \quad V = \frac{173}{27} \quad M = 0$

$x = 5 \quad V = -\frac{59}{54} \quad M = \frac{190}{27}$

2 CORTE. $5 \le x \le 9$



1---4

W´--x-5

W´=x-5/4

$$M_2 = \frac{173}{27}x - \frac{3(5)}{2}\left[\frac{2}{3}(5) + x - 5\right] - \frac{\frac{x-5}{4}(x-5)}{2}\left[\frac{1}{3}(x-5)\right]$$

$$M_2 = -\frac{x^3}{24} + \frac{5x^2}{8} - \frac{911}{216}x + \frac{425}{24}$$

$$V_2 = -\frac{x^2}{8} + \frac{5x}{8} - \frac{911}{216}$$

$x = 5 \quad V = -\frac{59}{54} \quad M = \frac{190}{27}$

$x = 5 \quad V = -\frac{167}{54} \quad M = 0$

Sacar momento máximo:

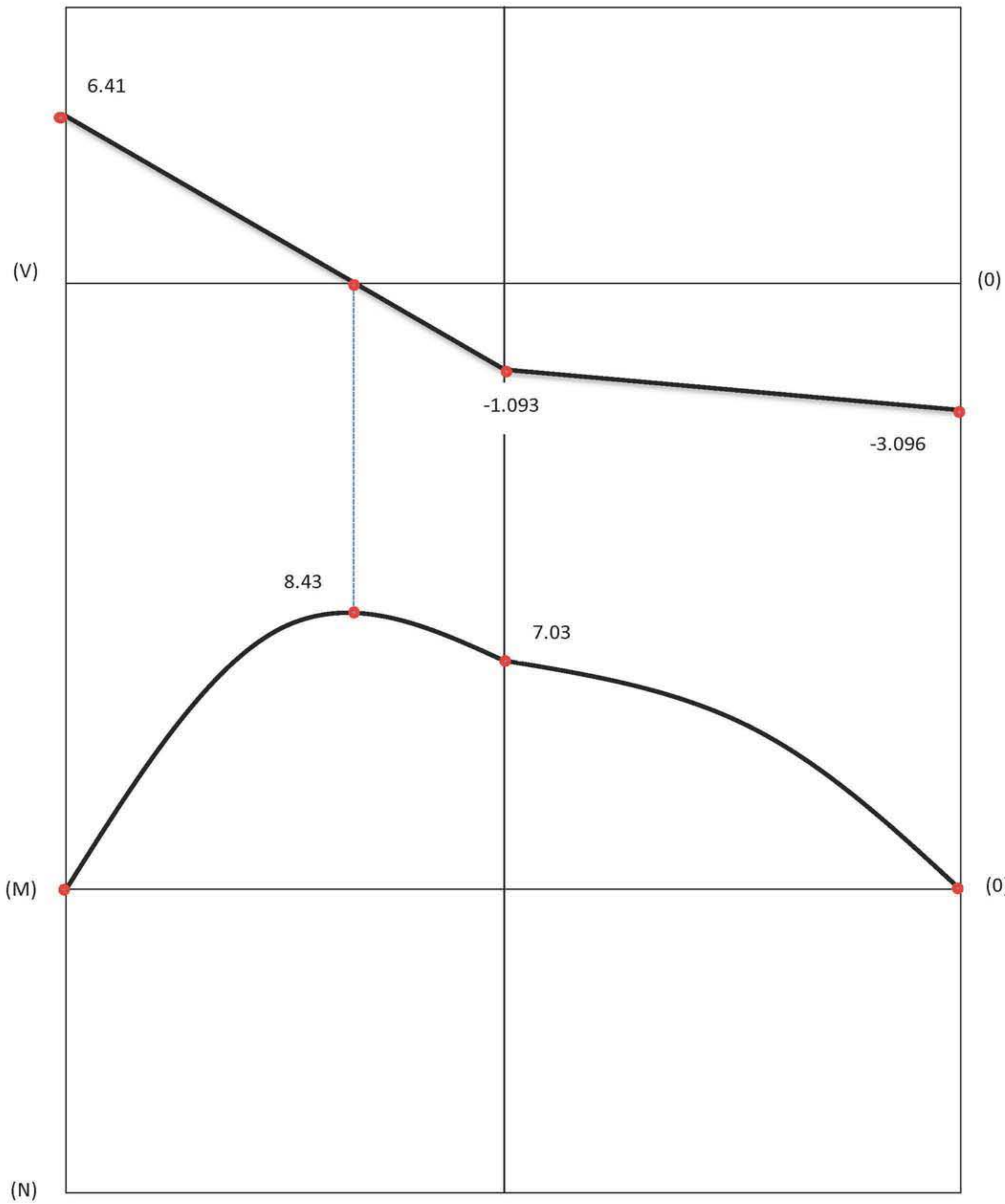
$$V_1 = \frac{3x^2}{10} - 3x + \frac{173}{27}$$

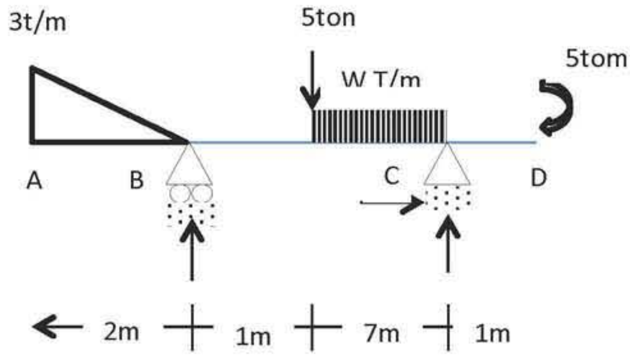
X=6.9084 x=3.0916

$$M_1 = \frac{x^3}{10} - \frac{3x^2}{2} + \frac{173}{27}x$$

$$M_1 = \frac{3.0916^3}{10} - \frac{3(3.0916)^2}{2} + \frac{173}{27}(3.0916)$$

$$M_{max} = 8.43$$


6.41
(V)
(0)
-1.093
-3.096
8.43
7.03
(M)
(0)
(N)



$$\sum MB = 0$$

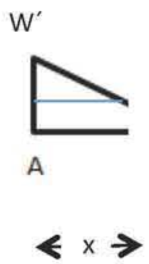
$$-\frac{6}{2}\left[\frac{2}{3}(2)\right] + 5(1) + 1(7)\left[\frac{7}{2}+1\right] + 5 - RCy(8) = 0$$

$$RCy = \frac{75}{16} = 4.6875Ton$$

$$\sum fy = 0$$

$$-\frac{6}{2} + RBy - 5 - 7 + \frac{75}{16} = 0$$

$$RBy = \frac{165}{16} = 10.3125Ton$$



3---2

W´--x

W´=3/2 x

W´´=3-3/2 x

Primer Corte. $0 \le x \le 2m$

$$M_1 = -\left(3 - \frac{3}{2}x\right)(x)\left[\frac{x}{2}\right] - \frac{\frac{3}{2}x(x)}{2}\left[\frac{2}{3}x\right]$$

$$M_1 = \frac{x^3}{4} - \frac{3x^2}{2}$$

$$V = \frac{3x^2}{4} - 3x$$

$x = 0 \quad V = 0 \quad M = 0$

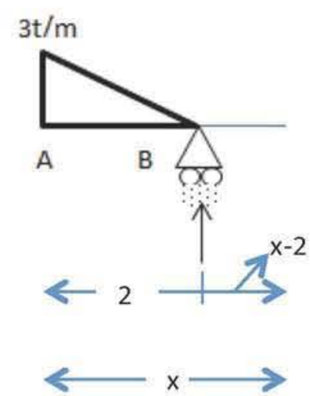
$x = 2 \quad V = -3 \quad M = -4$

Segundo Corte. $2 \le x \le 3m$

$$M_2 = -\left(\frac{6}{2}\right)\left[\frac{2}{3}(2) + x - 2\right] - \frac{165}{16}[x-2]$$

$$M_1 = \frac{117}{16}x - \frac{149}{8}$$

$$V = \frac{117}{16}$$

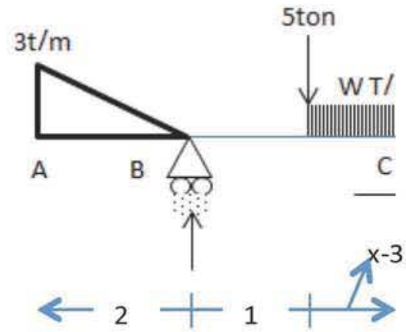


$x = 2 \quad V = \dfrac{117}{16} \quad M = -4$

$x = 3 \quad V = \dfrac{117}{16} \quad M = \dfrac{53}{16}$

Tercer Corte. $3 \leq x \leq 9m$

$$M_3 = -\left(\frac{6}{2}\right)\left[\frac{2}{3}(2) + x - 2\right] - \frac{165}{16}[x-2] - 5(x-3) - 1(x-3)\left[\frac{x-3}{2}\right]$$

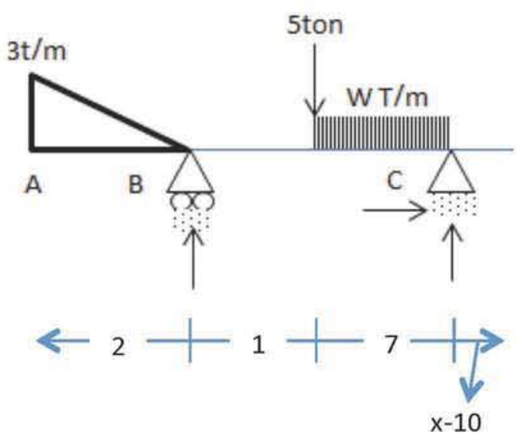


$$M_3 = \frac{x^2}{2} - \frac{85}{16}x - \frac{65}{8}$$

$$V = -x + \frac{85}{16}$$

$$x = 3 \quad V = \frac{37}{16} \quad M = \frac{53}{16}$$

$$x = 9 \quad V = -\frac{59}{16} \quad M = -\frac{13}{16}$$



Cuarto Corte. $9 \leq x \leq 10m$

$$M_4 = -\left(\frac{6}{2}\right)\left[\frac{2}{3}(2) + x - 2\right] - \frac{165}{16}[x-2] - 5(x-3) - 1(7)\left[\frac{7}{2} + x - 10\right] + \frac{75}{16}(x-10)$$

$$M_4 = -5$$

$$V = 0$$

$$x = 9 \quad V = 0 \quad M = -5$$

$$x = 10 \quad V = 0 \quad M = -5$$

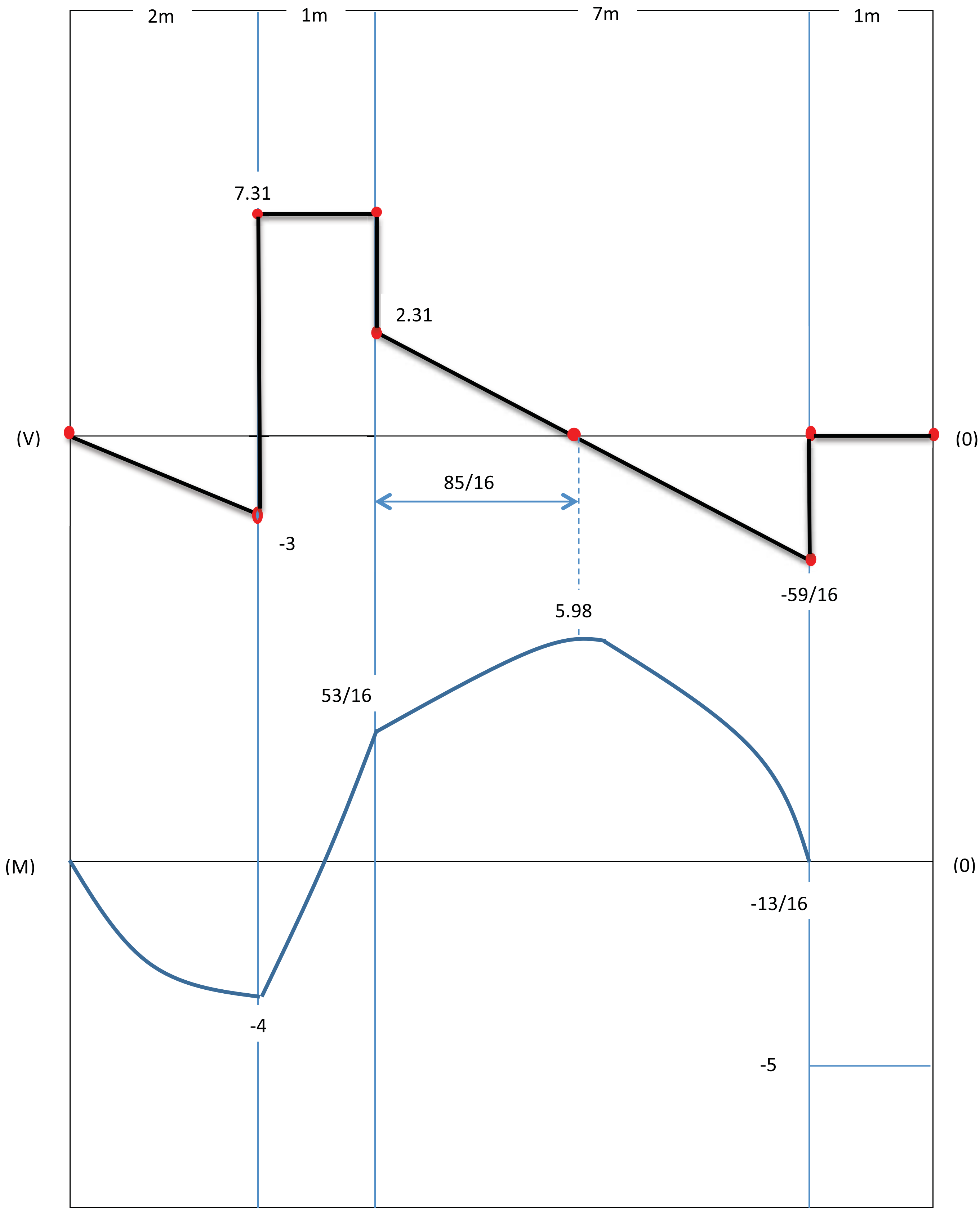
Sacar momento máximo:

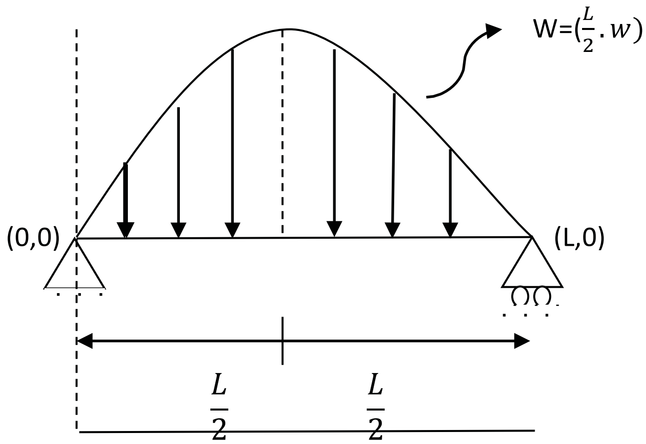
$$V = -x + \frac{85}{16}$$

$$X = \frac{85}{16}$$

$$M_3 = \frac{x^2}{2} - \frac{85}{16}x - \frac{65}{8}$$

$$M_{max} = \frac{3065}{512} = 5.9863$$


2m
1m
7m
1m
7.31
2.31
(V)
(0)
85/16
-3
-59/16
5.98
53/16
(M)
(0)
-13/16
-4
-5



Y=$ax^2 + bx$

a$(\frac{L}{2})^2 + b(\frac{L}{2}) = w$

a(L)+b(L)=0

a$(\frac{L^2}{4}) + b\left(\frac{L}{2}\right) = w$………1

aL²+bL=0………………2

METODO DE SUSTITUCIÓN.

De 2 despejamos "a"

aL²+bL=0

a=$-\frac{bL}{L^2} = -\frac{b}{L}$ … … . .3

Sust en 1

$(-\frac{b}{L})\left(\frac{L^2}{4}\right) + b(\frac{L}{2})$=w

$-\frac{bL}{4} + \frac{bL}{2} = \frac{bL}{4} = w$

b=$\frac{4w}{L}$

b Sust. en 3

a=$-\frac{4w}{L}\left(\frac{1}{L}\right) = -\frac{4w}{L^2}$

Y=ax²+bx

Y=$-\frac{4w}{L^2}x^2 + \frac{4w}{L}x$

Si x=$\frac{L}{2}$ $\quad y = w$

X=L y=0

Y $(\frac{L}{2}) = -\frac{4w}{L^2}(\frac{L}{2})^2 + \frac{4w}{L}(\frac{L}{2})$

Y $(\frac{L}{2}) = -\frac{4wL^2}{4L^2} + 2w$

Y=w

Y(L)= $-\frac{4w}{L^2}(L)^2 + \frac{4w}{L}(L)$

Y(L)=0

Y=$-\frac{4w}{L^2}x^2 + \frac{4w}{L}x$

Ap=?

X=?

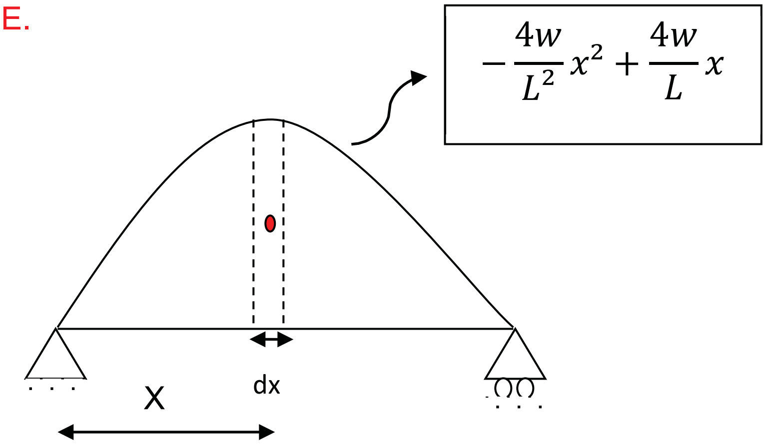
Ap=$\int_0^L(\frac{4w}{L^2}x^2 + \frac{4w}{L}x)dx$

Ap=$[\frac{-4w}{3L^2}x^3 + \frac{2w}{L}x^2]_0^L$

Ap=$\frac{-4w}{3L^2}(L)^3 + \frac{2w}{L}(L)^2 = -\frac{4wL}{3} + 2wL = \frac{2}{3}wL$

OBTENER EL CENTROIDE.

$$X=\frac{\int_{L2}^{L1} X\,dA}{\int_{L1}^{L3} dA}$$



$$X=\frac{\int_0^L (x)(-\frac{4w}{L^2}x^2+\frac{4w}{L}x)dx}{\int_0^L(-\frac{4w}{L^2}x^2+\frac{4w}{L}x)dx}$$

$$X=\frac{\frac{-4w}{4L^2}(x)^4+\frac{2w}{3L}(x)^3]_0^L}{\frac{2}{3}wL}$$

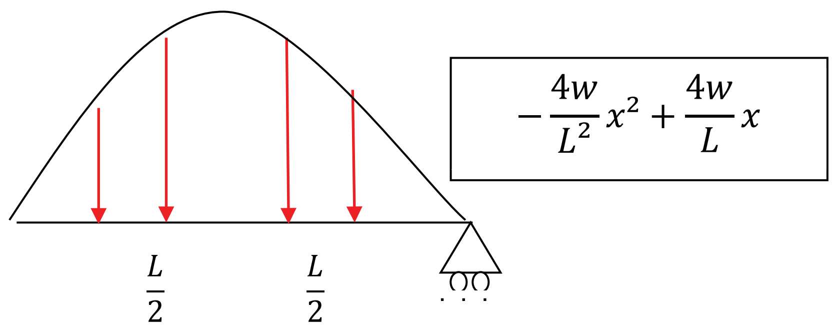
$$X=\frac{\frac{-w}{L^2}(L)^4+\frac{4w}{3L}(L)^3}{\frac{2}{3}L}$$

$$X=\frac{-wL^2+\frac{4}{3}wL^2}{\frac{2}{3}wL}$$

$$X=\frac{\frac{1}{3}wL^2}{\frac{2}{3}wL}$$

$$X=\frac{3}{6}L=\frac{1}{2}L$$

$$X=\frac{1}{2}L$$



$\sum MA=0$

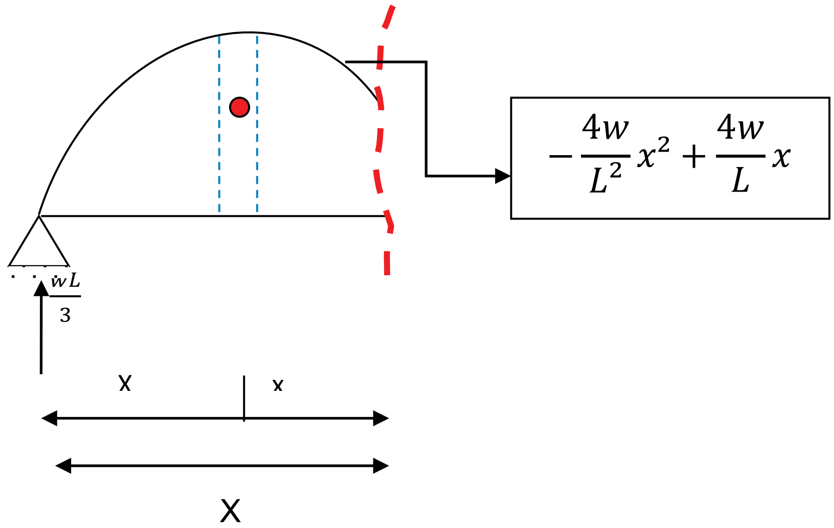
$$\frac{2}{3}wL\left(\frac{L}{2}\right)-RBY(L)=0$$

$RBY=\frac{wL}{3}$

$\sum fy=0$

$RAY-\frac{2}{3}wL+\frac{wL}{3}=0$

$$\boxed{\begin{array}{l} RBY=\frac{wL}{3} \\ RAY=\frac{wL}{3} \end{array}}$$



$$X=\frac{\int_0^x x\left(-\frac{4w}{L^2}x^2+\frac{4w}{L}x\right)dx}{\int_0^x\left(-\frac{4w}{L^2}x^2+\frac{4w}{L}x\right)dx}$$

$$X=\frac{\left[\frac{-w}{L^2}x^4+\frac{4w}{3L}x^3\right]_0^x}{\left[\frac{-4w}{3L^2}x^3+\frac{2w}{L}x^2\right]_0^x}$$

$$X=\frac{\frac{-w}{L^2}x^4+\frac{4w}{3L}x^3}{\frac{-4w}{3L^2}x^3+\frac{2w}{L}x^2}$$

$X´=X-\frac{\frac{-w}{L^2}x^4+\frac{4w}{3L}x^3}{\frac{-4w}{3L^2}x^3+\frac{2w}{L}x^2}$ Brazo de palanca.

$Ap=\frac{-4w}{3L^2}x^3+\frac{2w}{L}x^2$ Área

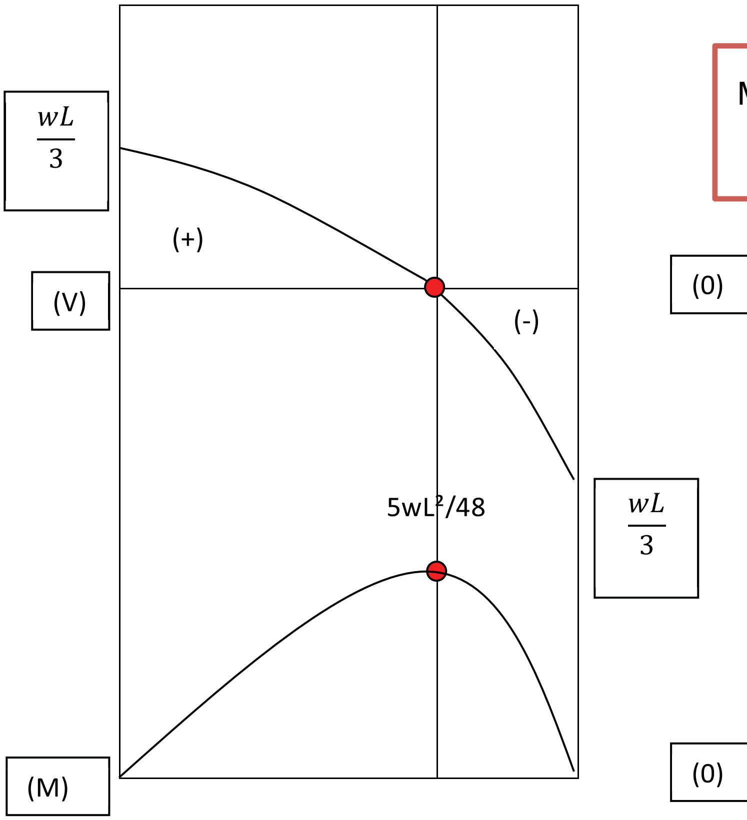
$$M(x)=\frac{wL}{3}x-\left[\frac{-4w}{3L^2}x^4+\frac{2w}{L}x^3+\frac{w}{L^2}x^4+\frac{4w}{3L}x^3\right]$$

$$M(x)=\frac{w}{3L^2}x^4-\frac{2w}{3L}x^3+\frac{wL}{3}X$$

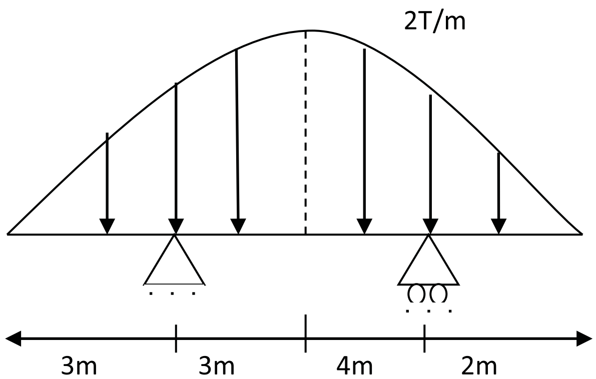
$$M(L)=\frac{w}{3L^2}(L)^4-\frac{2w}{3L}(L)^3+\frac{wL}{3}(L)$$

$$=\frac{wL^2}{3}-\frac{2wL^2}{3}+\frac{wL^2}{3}=\frac{2wL^2}{3}-\frac{2wL^2}{3}=0$$

$$V(x)=\frac{4w}{3L^2}x^3-\frac{2w}{L}x^2+\frac{wL}{3}$$



$$\text{Mmax}\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{w}{3L^2}\left(\frac{L}{2}\right)^4 - \frac{2w}{3L}\left(\frac{l}{2}\right)^3 + \frac{wL}{3}\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{5wL^2}{48}$$



$Y=ax^4+bx$ $\qquad$ $a(6)^4+b(6)=2$

$a(12)^4+b(12)=0$

X=0m y(0)=0

X=3m y(3)=?

X=6m y(6)=2

X=10m y(10)=?

X=12m y(12)=0

METODO DE SUSTITUCIÓN.

De 2 desp. "a"

$a(12)^4+b(12)=0$

a(20,736)+b(12)=0

a=$\frac{-b(12)}{20,736}$

Sust. En 1

$$\frac{-b(12)}{20,736}(1.296)+b(6)=2$$

$$\frac{-b}{0.75}+b(6)-2)=0$$

b=b(2)-2(0.75)

1296a+6b=2

207369+12b=0

b=-$\frac{20736}{12}a=-1728a$

1296a+6(-1728a)=2

1296a-10368a=2

-9072a=2

a=$\frac{2}{9072}=\frac{1}{4536}$

b=$\frac{1728}{4536}=\frac{8}{21}$

y=-$\frac{1}{4536}x^4+\frac{8}{21}x$

y(6)=2

y(12)=0

$A_1=\int_0^3(-\frac{1}{4536}x^4+\frac{8}{21}x)dx$

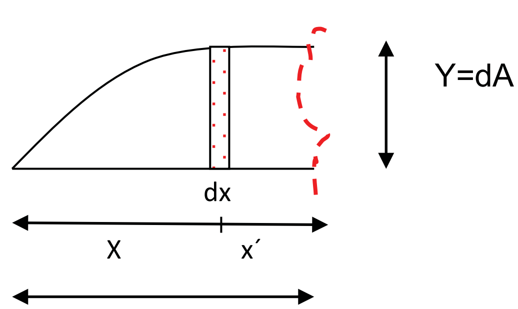
$=[-\frac{1}{22680}x^5+\frac{4}{21}x^2]_0^3$

$A_1=\frac{477}{280}$

$A_2=\int_3^{12}(-\frac{1}{4536}x^4+\frac{8}{21}x)dx$

$=\left[-\frac{1}{22680}(12^5-3^5)+\frac{4}{21}(12^2-3^2)\right]$

$A_2=\frac{4131}{280}$



$$X=\frac{\int_0^3 (-\frac{1}{4536}x^4+\frac{8}{21}x)dx}{\int_0^3 (-\frac{1}{4536}x^4+\frac{8}{21}x)dx}$$

$$X=\frac{-\frac{1}{27216}x^6+\frac{8}{63}x^3]_0^3}{-\frac{1}{22680}x^5+\frac{4}{21}x^2]_0^3}$$

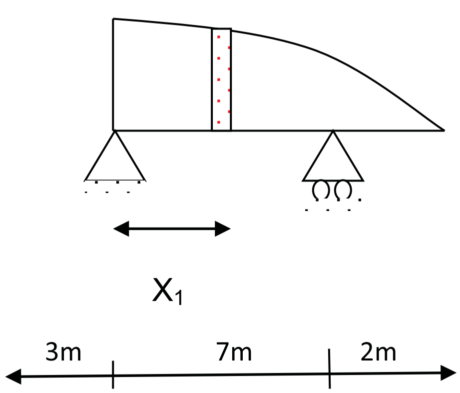
$$X=\frac{\frac{381}{112}}{\frac{477}{280}}=\frac{635}{318}$$

$$X´=3-\frac{635}{318}=\frac{319}{318}$$

$$X=\frac{-\frac{1}{27216}x^6+\frac{8}{63}x^3]_3^{12}}{-\frac{1}{22680}x^5+\frac{4}{21}x^2]_3^{12}}$$

$$X=\frac{\frac{1701}{16}}{\frac{4131}{280}}=\frac{345}{34}\approx 7.2059m$$

$$X=\frac{245}{34}-3=\frac{143}{34}\approx 4.2059m$$



$\sum$MA=0

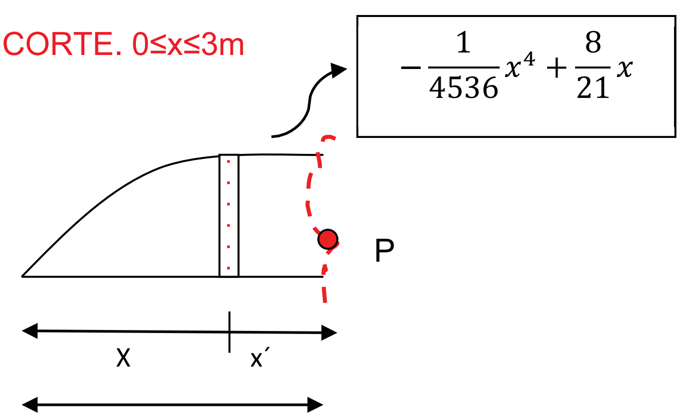
$$-\frac{477}{280}\left[\frac{319}{318}\right]+\frac{4131}{280}\left[\frac{143}{34}\right]-7RBY=0$$

$\sum$fy=0

$$-\frac{477}{280}+RAY-\frac{4131}{280}+8.6204=0$$

RAY=7.8367

1CORTE. 0≤x≤3m



$$X=\frac{\int_0^3(-\frac{1}{4536}x^4+\frac{8}{21}x)dx}{\int_0^3(-\frac{1}{4536}x^4+\frac{8}{21}x)dx}=\frac{-\frac{1}{27216}x^6+\frac{8}{63}x^3]_0^3}{-\frac{1}{22680}x^5+\frac{4}{21}x^2]_0^3}$$

$$X=\frac{-\frac{1}{27216}x^6+\frac{8}{63}x^3}{-\frac{1}{22680}x^5+\frac{4}{21}x^2}$$

$$X=x-\frac{-\frac{1}{27216}x^6+\frac{8}{63}x^3}{-\frac{1}{22680}x^5+\frac{4}{21}x^2}$$

$\sum Mp=0$

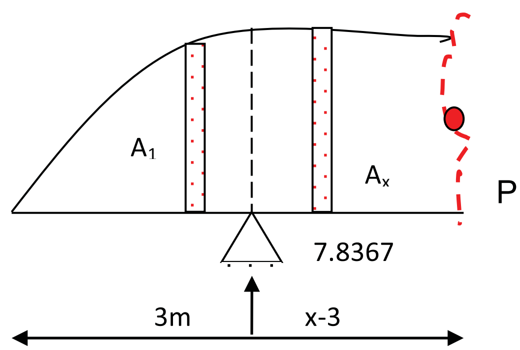
$$M=-(-\frac{1}{22680}x^5+\frac{4}{21}x^2)[x-\frac{-\frac{1}{27216}x^6+\frac{8}{63}x^3}{-\frac{1}{22680}x^5+\frac{4}{21}x^2}]$$

$$M=-[-\frac{1}{22680}x^6+\frac{4}{21}x^3+\frac{1}{27216}x^6-\frac{8}{63}x^3]$$

$$M=\frac{1}{13608}x^6-\frac{4}{63}x^3$$

$$V=\frac{1}{22680}x^5-\frac{4}{21}x^2$$

2 CORTE 3≤x≤10.



$\sum Mp=0$

$$A_1=\frac{477}{280} \qquad X_2=\frac{-\frac{1}{27216}x^6+\frac{8}{63}x^3]_3^x}{-\frac{1}{22680}x^5+\frac{4}{21}x^2]_3^x}$$

$$X'=\frac{319}{318}$$

$$X_2=\frac{-\frac{1}{27216}(x^6-3^6)+\frac{8}{63}(x^3-3^3)}{-\frac{1}{22680}(x^{-5}-3^5)+\frac{4}{21}(x^2-3^2)}$$

$$X_2'=x-\frac{-\frac{1}{27216}(x^6-3^6)+\frac{8}{63}(x^3-3^3)}{-\frac{1}{22680}(x^{-5}-3^5)+\frac{4}{21}(x^2-3^2)}$$

$$X_T'=\frac{319}{318}+x-3$$

$M_2=-\frac{477}{280}\left[\frac{319}{318}+x-3\right]+7.8367(x-3)-\left[-\frac{1}{22680}(x^5-3^5)+\frac{4}{21}(x^2-3^2)\right][x-\frac{-\frac{1}{27216}(x^6-3^6)+\frac{8}{63}(x^3-3^3)}{-\frac{1}{22680}(x^{-5}-3^5)+\frac{4}{21}(x^2-3^2)}]$

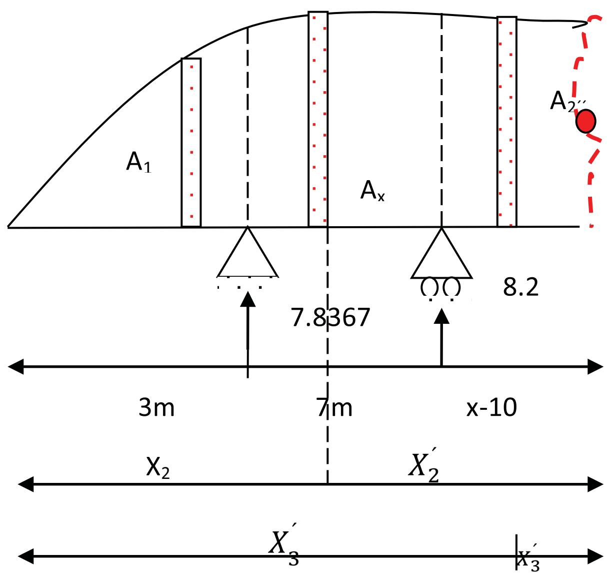
$M_2=-6.1331-20.1083-[-\frac{x}{22680}(x^5-3^5)+\frac{4x}{21}(x^2-3^2)+\frac{1}{27216}(x^6-3^6)-\frac{8}{63}(x^3-3^3)]$

$M_2=6.1331x-20.1083-[-\frac{x^6}{22680}x\frac{3}{280}x+\frac{4}{21}x^3-\frac{12}{7}x+\frac{x^6}{27216}-\frac{3}{112}-\frac{8}{63}x^3+\frac{24}{7}]$

$M_2=\frac{1}{136080}x^6-\frac{4}{63}x^3+7.8367x-23.5101$

$V_2=\frac{1}{22680}x^5-\frac{4}{21}x^2+7.8367$

3 CORTE 10≤X≤12



$$A_2^1=\int_3^{10}\left(-\frac{1}{4536}x^4+\frac{8}{21}x\right)dx$$

=12.9349

$X_2=\frac{\int_3^{10}x\left(-\frac{1}{4536}x^4+\frac{8}{21}x\right)dx}{\int_3^{10}\left(-\frac{1}{4536}x^4+\frac{8}{21}x\right)dx}$

$=\frac{-\frac{1}{27216}x^2+\frac{8}{63}x^3]_3^{10}}{-\frac{1}{22680}x^2+\frac{4}{21}x^2]_3^{10}}=\frac{86.8392}{12.9349}=6.7136m$

$x_2^1=x-6.7136$

$$A_2^{''} = \int_{10}^{x} \left(-\frac{1}{4536}x^4 + \frac{8}{21}x\right)dx$$

$$A_2^{''} = -\frac{1}{22680}(x^5 - 10^5) + \frac{4}{21}(x^2 - 10^2)$$

$$X_3 = \frac{\int_{10}^{x} x\left(-\frac{1}{4536}x^4 + \frac{8}{21}x\right)dx}{\int_{10}^{x}\left(-\frac{1}{4536}x^4 + \frac{8}{21}x\right)dx}$$

$$X_3 = \frac{-\frac{1}{27216}(x^6 - 10^6) + \frac{8}{63}(x^3 - 10^3)}{-\frac{1}{22680}(x^5 - 10^5) + \frac{4}{21}(x^2 - 10^2)}$$

$$x_3^{'} = x - \frac{-\frac{1}{27216}(x^6 - 10^6) + \frac{8}{63}(x^3 - 10^3)}{-\frac{1}{22680}(x^5 - 10^5) + \frac{4}{21}(x^2 - 10^2)}$$

M_3=$-\frac{477}{280}\left[\frac{319}{318} + x - 3\right]$ + 7.8367(7+x-10)-[-12.9349(x-6.7136)+8.6204(x-10)-[-

$\frac{1}{22680}(x^5 - 10^5) + \frac{4}{21}(x^2 - 10^2)$)][x-$\frac{-\frac{1}{27216}(x^6-10^6)+\frac{8}{63}(x^3-10^3)}{-\frac{1}{22680}(x^5-10^5)+\frac{4}{21}(x^2-10^2)}$]

M_3=1.8186x-19.4725-[$\frac{x}{22680}(x^5 - 10^5) + \frac{4}{21}(x^2 - 10^2) + \frac{1}{23216}(x^6 - 10^6) -$

$\frac{8}{63}(x^3 - 10^3)$)

M_3=1.8186x-19.4725[-$\frac{x^6}{22680} - \frac{2500}{567}x + \frac{4x^3}{21} - \frac{400}{21}x + \frac{x^6}{27216} - 36.7431 - \frac{8}{63}x^3 + \frac{8000}{63}$]

M_3=$\frac{1}{136080}x^6 - \frac{4}{63}x^3 + 16.457x - 109.7135$

V_3=$\frac{1}{22680}x^5 - \frac{4}{21}x^2 + 16.454$

X=12m M_3=0

M=$\frac{1}{13608}x^6 - \frac{4}{63}x^3$

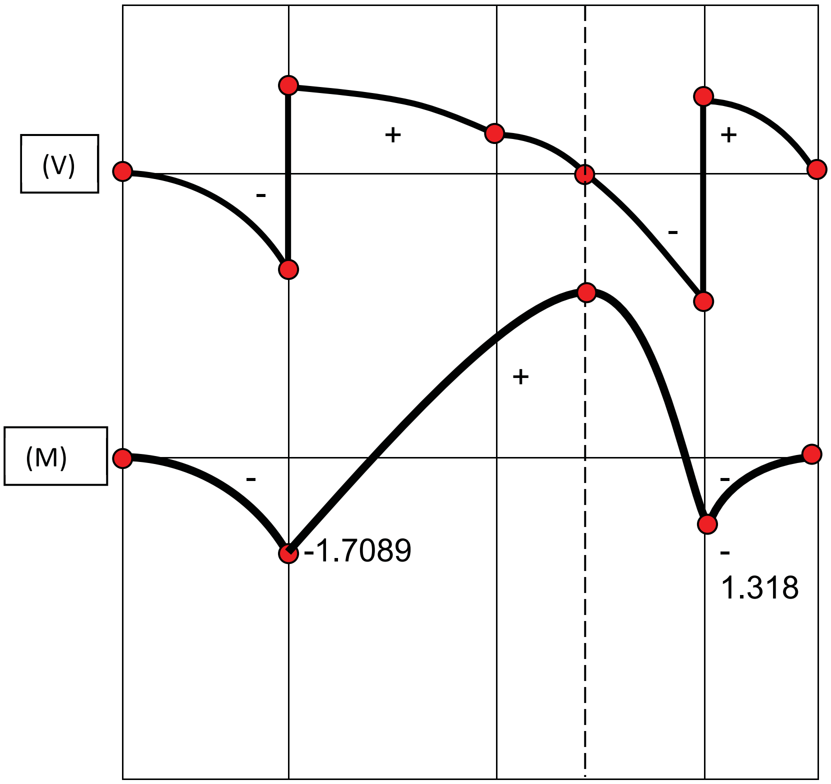
M_2=$\frac{1}{136080}x^6 - \frac{4}{63}x^3 + 7.8367x - 23.5101$

M_3=$\frac{1}{136080}x^6 - \frac{4}{63}x^3 + 16.457x - 109.7135$

V=$\frac{1}{22680}x^5 - \frac{4}{21}x^2$

V_2=$\frac{1}{22680}x^5 - \frac{4}{21}x^2 + 7.8367$

$V_3=\frac{1}{22680}x^5-\frac{4}{21}x^2+16.454$



$M_1=\frac{1}{136680}x^6-\frac{4}{63}x^3 \quad 0\le x\le 3m$

$M_2=\frac{1}{136680}x^6-\frac{4}{63}x^3+7.8367x-23.5101$

$M_3=\frac{1}{136680}x^6-\frac{4}{63}x^3+16.457x-109.7135$

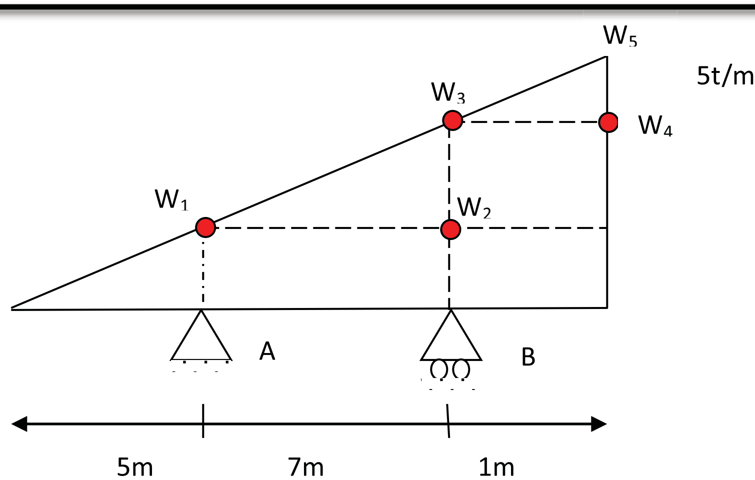
$M_1=$ x=0 M=0

x=3 M=-1.7089

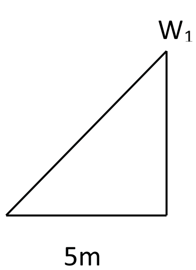
$M_2=$ x_3 M=1.7089

X_{10} M=1.318804

$M_3=$ x_{10} M=-1.318804



W1



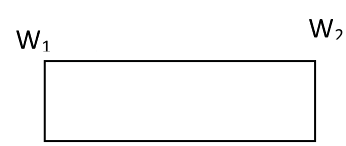
5----13

w´----5

25=13w´

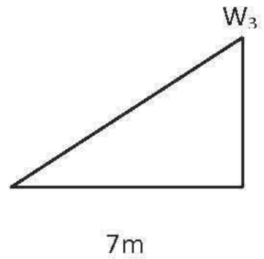
$\boxed{w'=\frac{25}{13}}$

W2



$w'=\frac{25}{13}$

W3



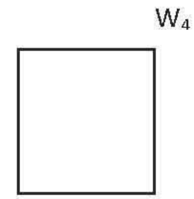
5-----13

W_3-----7

$35=13w_3$

$w_3=\frac{35}{13}$

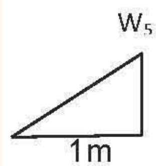
W4



W_2+W_3

$\frac{25}{13}+\frac{35}{13}=\frac{60}{13}$

W5



5-----13

w_5------1

$5=13w_5$

$w_5=\frac{5}{13}$

$\sum MA=0$

$$\frac{\frac{25}{13}(5)}{2}\left[\frac{1}{3}(5)\right]+\frac{\frac{35}{13}(7)}{2}\left[\frac{2}{3}(7)\right]+\frac{25}{13}(7)\left[\frac{1}{2}(7)\right]-RBY(7)+\frac{60}{13}(1)\left[\frac{1}{2}(1)+7\right]+\frac{\frac{5}{13}(1)}{2}\left[\frac{2}{3}(1)+7\right]$$

$$\frac{-\frac{5}{3}+\frac{14}{3}+\frac{7}{2}+34\frac{8}{13}+7\frac{2}{3}}{7}=RBY$$

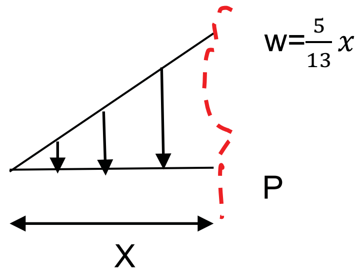
RBY=17.0238

$\sum fy=0$

$$\text{RAY}-4\frac{21}{26}-\frac{(7)\left(\frac{35}{13}\right)}{2}-\left(\frac{25}{13}\right)(7)+17.0238-\left(\frac{60}{13}\right)=0$$

RAY=15.4762 ton

1 CORTE 0≤x≤5m



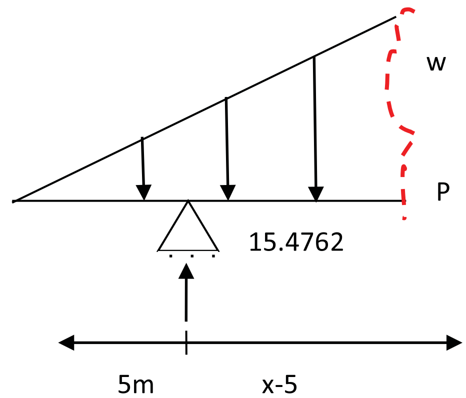
$\sum Mp=0$

$M_1=-\frac{(x)(\frac{5}{3}x)}{2}\left[\frac{1}{3}x\right]$

$M_1=-\frac{5}{78}x^3$

$$V_1=-\frac{5}{26}x^2$$

2 CORTE 5≤X≤12



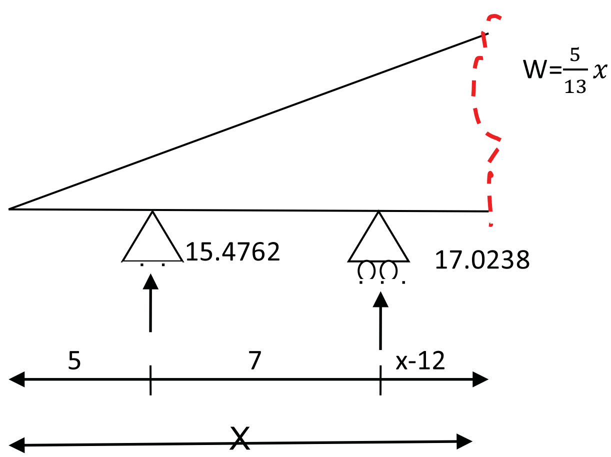
$\sum Mp=0$

$-\frac{\left(\frac{5}{13}x\right)(x)}{2}\left[\frac{1}{3}x\right]+15.4762(x-5)$

$M_2=\frac{5}{78}x^3+15.4762x-77.3810$

$V_2=-\frac{5}{26}x^2+15.4762$

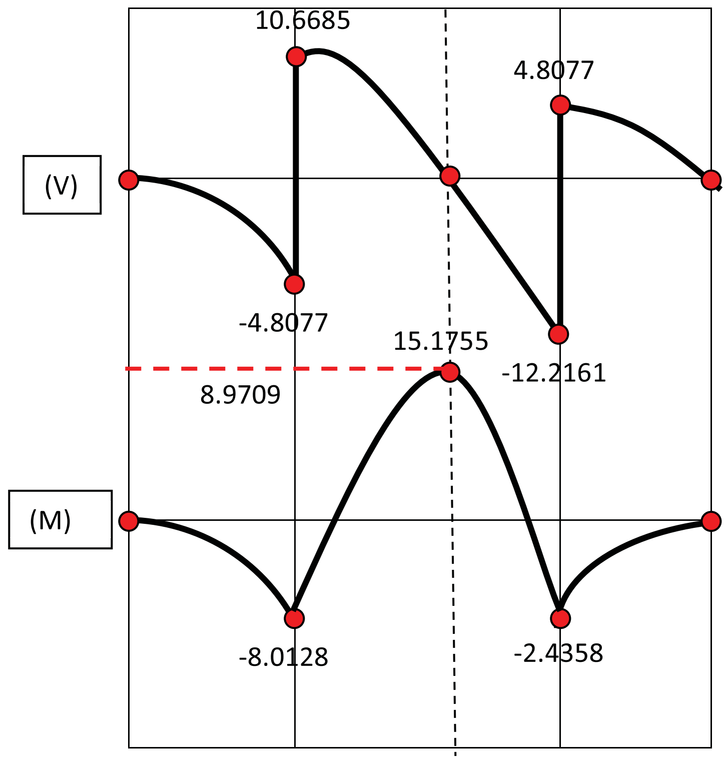
3 CORTE 12≤X≤13m.



$\sum Mp=0$

$M_3=\frac{-(x)\left(\frac{5}{13}x\right)}{2}\left[\frac{1}{3}(x)\right]+15.4762(x-5)+17.0238(x-12)$

$M_3=-\frac{5}{78}x^3+32.5x-281.6666$



$V_3=-\frac{5}{26}x^2+32.5$

$X=13 \quad M_3=0$

$x=0 \quad V_1=0$

$x=5 \quad V_1=-4.8077$ton

$x=5 \quad V_2=10.6685$

$x=12 \quad V_2=-12.2161$

$x=12 \quad V_3=4.8077$

$x=13 \quad V_3=0$

$V_2=0$

$-\frac{5}{26}x^2+15.4762$

$X=\sqrt{\frac{15.4762}{\frac{5}{22}}} \quad x=8.9709$

$X=0 \quad M_1=0$

$X=5 \quad M_1=-8.0128$

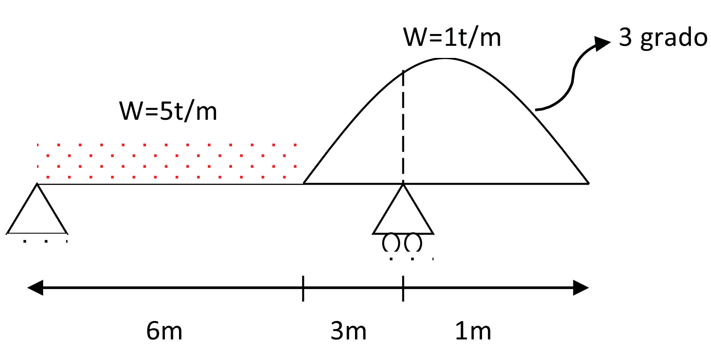
$X=5 \quad M_2=-8.0128$

$X=8.9709 \quad M_2=15.1755$

$X=12 \quad M_2=-2.4358$

$X=12 \quad M_3=-2.4358$

$X=13 \quad M_3=0$



$Y=ax^3+bx^2+cx$

X=6m Y=0 $\quad a=-\frac{1}{27}$

X=9m Y=1 $\quad b=\frac{16}{27}$

X=10m Y=0 $\quad c=-\frac{20}{9}$

$a(6)^3+b(6)^2+c(6)=0$

$a(9)^3+b(9)^2+c(9)=1 \quad y=-\frac{1}{27}x^3+\frac{16}{27}x^2-\frac{20}{9}x$

$a(10)^3+b(10)^2+c(10)=0$

$$\bar{x}=\frac{\int_6^{10} x(-\frac{1}{27}x^3+\frac{16}{27}x^2-\frac{20}{9}x)dx}{\int_6^{10}\left(-\frac{1}{27}x^3+\frac{16}{27}x^2-\frac{20}{9}x\right)dx}=\frac{\frac{120}{5}}{\frac{256}{81}}$$

$$\bar{x}=\frac{-\frac{1}{135}x^5+\frac{4}{27}x^4-\frac{20}{27}x^3]_6^{10}}{-\frac{1}{108}x^4+\frac{16}{81}x^3-\frac{10}{9}x^2]_6^{10}}=\frac{\frac{128}{5}}{\frac{256}{81}}=\frac{81}{10}$$

$\sum MA=0$

$5(6m)(\frac{6}{2})+\left(\frac{256}{81}\right)\left(\frac{81}{10}\right)-9RBY=0$

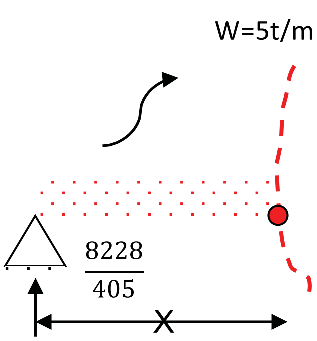
$RBY=\frac{578}{45}\,ton$

$\sum fy=0$

$RAY-5(6)-\frac{256}{81}+\frac{578}{45}=0$

$RAY=\frac{8228}{405}$ton

1 CORTE 0≤X≤6m

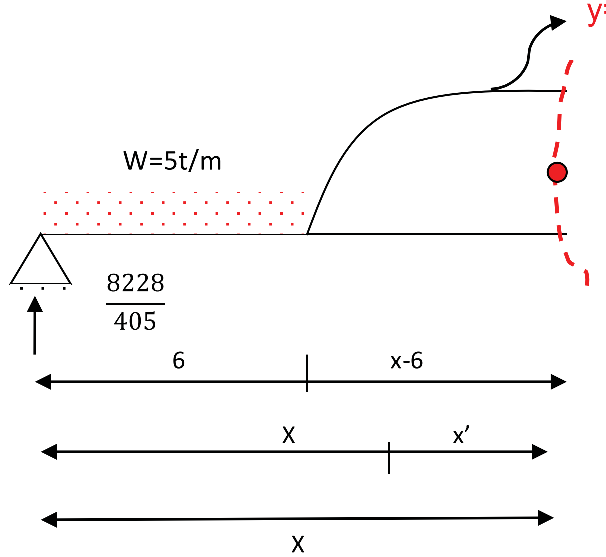


$M_1=\frac{8228}{405}x-\frac{5}{2}x^2$

$V_1=\frac{8228}{405}-5x$

2 CORTE 6≤x≤9m.

$$y=-\frac{1}{27}x^3+\frac{16}{27}x^2-\frac{20}{9}x$$

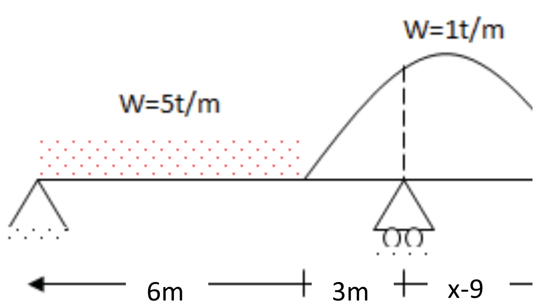


$$M_2=\frac{8228}{405}x-5(6)\left(\frac{6}{2}+x-6\right)-\left(-\frac{1}{108}(x^4-6^4)-\frac{16}{81}(x^3-6^3)-\frac{10}{9}(x^2-6^2)\right]\left[x-\frac{-\frac{1}{135}(x^5-6^5)+\frac{4}{27}(x^4-6^4)-\frac{20}{27}(x^3-6^3)}{-\frac{1}{108}(x^4-6^4)+\frac{16}{81}(x^3-6^3)-\frac{10}{9}(x^2-6^2)}\right]$$

$$M_2=\frac{1}{540}x^5-\frac{4}{81}x^4+\frac{10}{27}x^3-\frac{7702}{405}x+\frac{578}{5}$$

$$V_2=\frac{x^4}{108}-\frac{16x^3}{81}+\frac{10x^2}{9}-\frac{7702}{405}$$

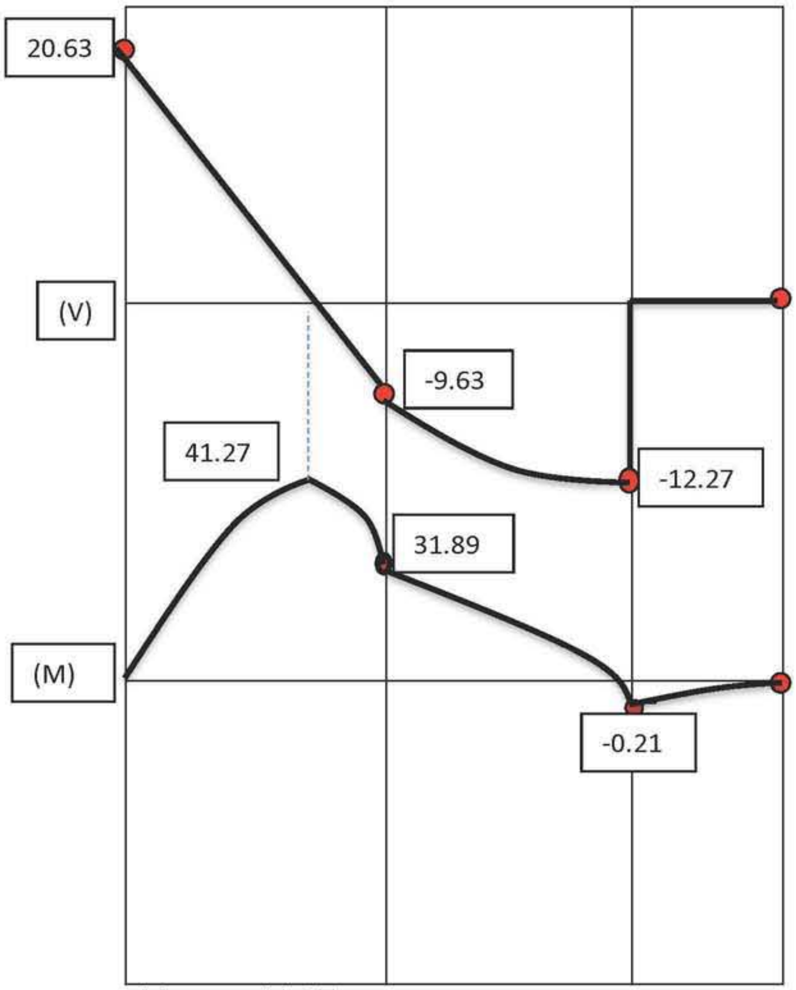
3 CORTE 9≤x≤10m.



$$M_3=\frac{8228}{405}X-5(6)\left(\frac{6}{2}+3+X-9\right)+\frac{578}{45}(X-9)$$
$$-\left[-\frac{1}{108}(X-6)^4+\frac{16}{81}(X-6)^3-\frac{10}{9}(X-6)^2\right]\left[X-\frac{-\frac{1}{135}(X-6)^5+\frac{4}{27}(X-6)^4-\frac{20}{27}(X-6)^3}{-\frac{1}{108}(X-6)^4+\frac{16}{81}(X-6)^3-\frac{10}{9}(X-6)^2}\right]$$

$$M_3=\frac{1}{540}x^5-\frac{4}{81}x^4+\frac{10}{27}x^3-\frac{500}{81}x$$

$$V_3 = \frac{x^4}{108} - \frac{16x^3}{81} + \frac{10x^2}{9} - \frac{500}{81}$$



Mmax= 41.27

$M_1 = \frac{8228}{405}x - \frac{5}{2}x^2$

$V_1 = \frac{8228}{405} - 5x$

$x = 0 \quad v = 20.32 \quad M = 0$

$x = 6 \quad v = 2.32 \quad M = 31.89$

$M_2 = \frac{1}{540}x^5 - \frac{4}{81}x^4 + \frac{10}{27}x^3 - \frac{7702}{405}x + \frac{578}{5}$

$$V_2 = \frac{x^4}{108} - \frac{16x^3}{81} + \frac{10x^2}{9} - \frac{7702}{405}$$

$x = 6 \quad v = -9.68 \quad M = 31.89$

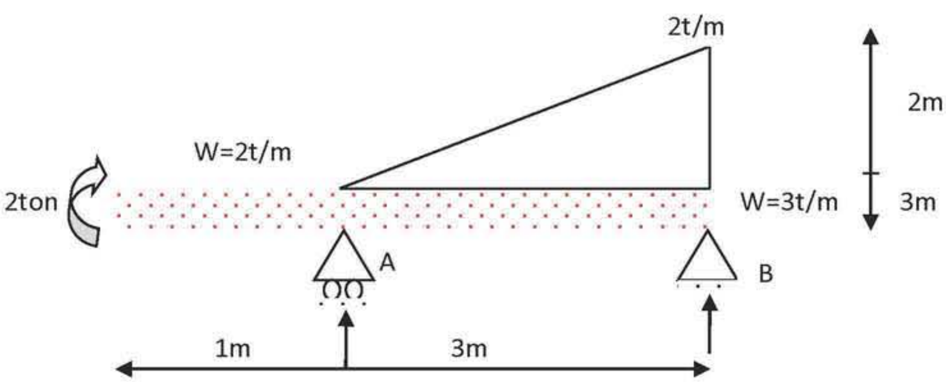
$x = 9 \quad v = -12.27 \quad M = -0.2$

$$M_3 = \frac{1}{540}x^5 - \frac{4}{81}x^4 + \frac{10}{27}x^3 - \frac{500}{81}x$$

$$V_3 = \frac{x^4}{108} - \frac{16x^3}{81} + \frac{10x^2}{9} - \frac{500}{81}$$

$x = 9 \quad v = 0.58 \quad M = -0.2$

$x = 10 \quad v = 0 \quad M = 0$



$\sum MA=0$

2ton(1m)-2ton(0.5m)+9ton(1.5m)+3ton$[\frac{2}{3}(3)] - RBY(3m)$

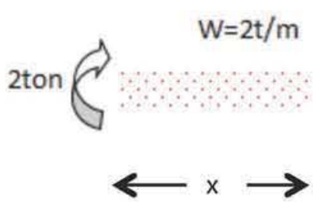
RBY=$\frac{2-1+13.5+6}{3} = 6.8333ton$

$\sum fy=0$

-2+RAY-9-3+6.8333=0

RAY=7.1667

1 CORTE 0≤x≤1m



$$M_1 = -2x\left[\frac{x}{2}\right] + 2$$

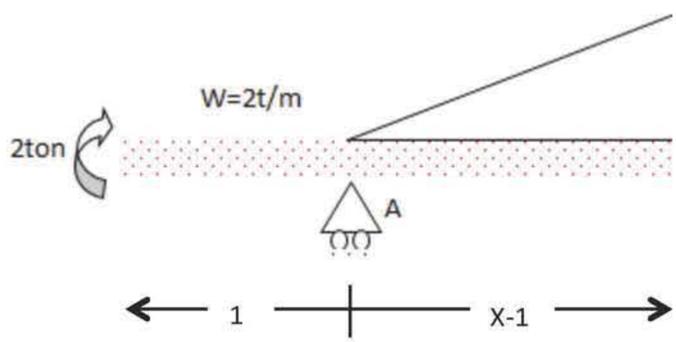
$$M_1 = -x^2 + 2$$

$$V_1 = -2x$$

$$x = 0 \quad V = 0 \quad M = 2$$

$$x = 1 \quad V = -2 \quad M = 1$$

2 CORTE 1≤x≤4m



M$_2$=2-2(1)$(\frac{1}{2}1 + X - 1) + 7.2(X-1) - 3(X-1)\left(\frac{1}{2}X - 1\right) - \left(\frac{2(X-1)}{3}(X-1)\right)(\frac{1}{3}X - 1)$

M$_2$=$-\frac{1}{9}x^3 - \frac{7}{6}x^2 + 7.8334x - 5.5556$

V$_2$=$-\frac{1}{3}x^2 - \frac{7}{3}x + 7.8334$

X=1 V_2=5.2 M_2=1

X=4 V_2=-6.8 M_2=0

Sacar el Momento Máximo:

$$V_2 = -\frac{x^2}{3} - \frac{7x}{3} + \frac{587}{75}$$

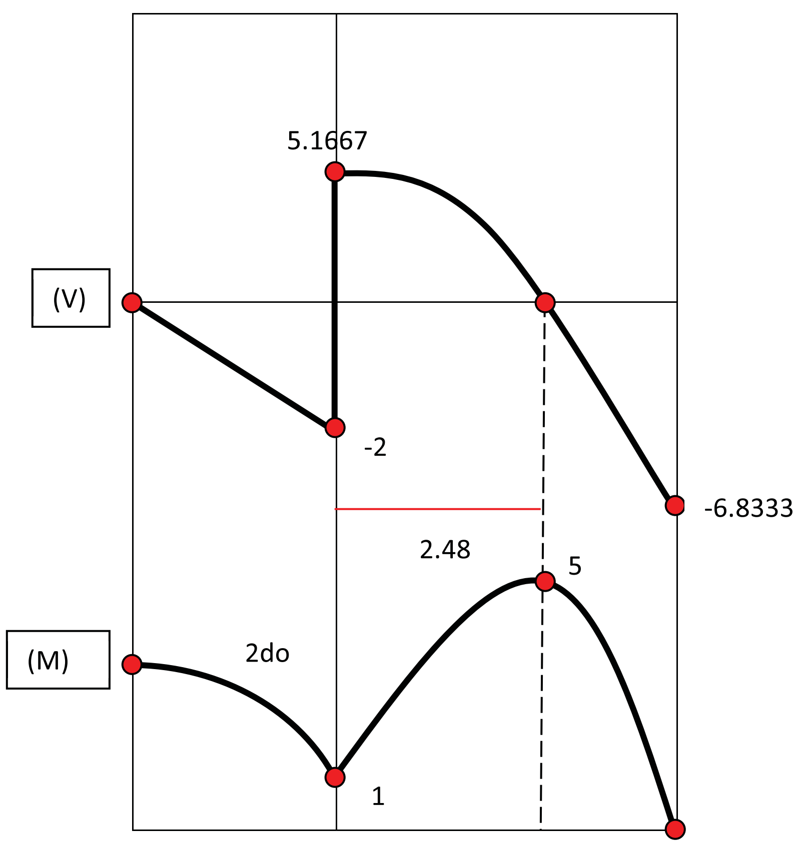
$$x = \frac{3\sqrt{397}}{10} - \frac{7}{2} \approx 2.4774576535514$$

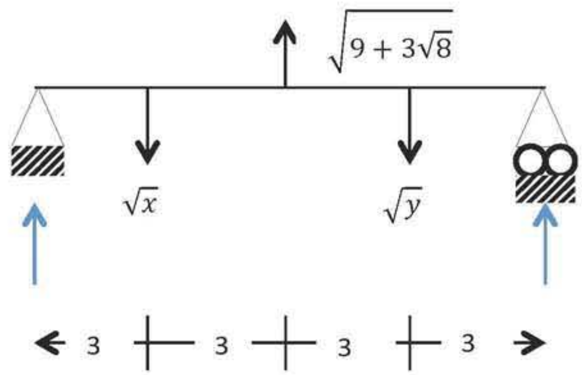
$$x = -\frac{3\sqrt{397}}{10} - \frac{7}{2} \approx -9.4774576535514$$

$$M_2 = -\frac{x^3}{9} - \frac{7x^2}{6} + \frac{587x}{75} - \frac{2497}{450}$$

$$M_2 = -\frac{(2.48)^3}{9} - \frac{7(2.48)^2}{6} + \frac{587(2.48)}{75} - \frac{2497}{450}$$

$$\frac{1403719}{281250} = 4.9910008888889$$





$\sqrt{x} = \sqrt{3}$

$\sqrt{y} = \sqrt{6}$

$\sqrt{9+3\sqrt{8}} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$

$\sqrt{9+3\sqrt{8}} = \left(\sqrt{x} + \sqrt{y}\right)^2$

$9 + 3\sqrt{8} = x + 2\sqrt{xy} + y$

X+y=9

$\left(2\sqrt{xy}\right)^2 = \left(3\sqrt{8}\right)^2$

4xy=9.8

Xy=18

$$x + y = 9 - - - - - - (1)$$

$$xy = 18 - - - - - - (2)$$

De 2 despejar Y.

$$y = \frac{18}{x} = 0 - - - - - - - - (3)$$

Sustituir en (1).

$$x + \frac{18}{x} = 9$$

$$x\left(x + \frac{18}{x}\right) = 9x$$

$$x^2 - 9x + 18 = 0$$

Resolviendo la ecuación de 2° grado tenemos que:

$$x_1 = 6 \;\; y \;\; x_2 = 3$$

$$\sqrt{9+3\sqrt{8}} = \sqrt{3} + \sqrt{6}$$

4.1815=4.1815

∑MA=0

$$-\sqrt{3}(3) - \sqrt{9+3\sqrt{8}}(6) - \sqrt{6}(9) + RBY(12) = 0$$

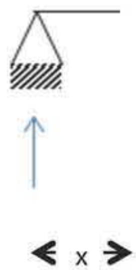
RBY=4.3609 Ton

∑Fy=0

$$RAY - \sqrt{3} + \sqrt{9+3\sqrt{8}} - \sqrt{6} + 4.3609 = 0$$

RAY= -4.3609

1 CORTE $0 \leq X \leq 3$



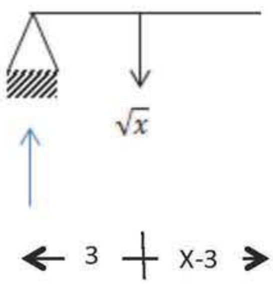
$$M_1 = -4.3609x$$

$$V_1 = -4.3609$$

$$x = 0 \quad v = -4.3609 \quad M = 0$$

$$x = 3 \quad v = -4.3609 \quad M = -13.0827$$

2 CORTE $3 \leq X \leq 6$



$$M_2 = -4.3609x - \sqrt{3}(x-3)$$

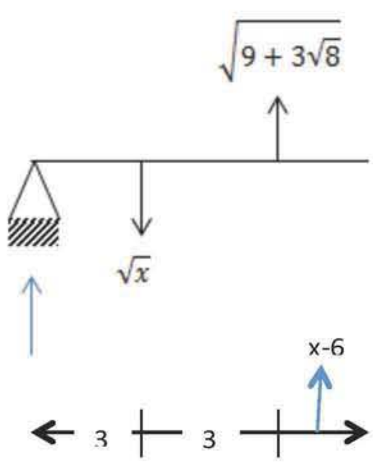
$$M_2 = -4.3609x - \sqrt{3}x + 3\sqrt{3}$$

$$V_2 = -4.3609 - \sqrt{3}$$

$$x = 3 \quad v = -6.093 \quad M = -13.0827$$

$$x = 6 \quad v = -6.093 \quad M = -31.3616$$

3 CORTE $6 \leq X \leq 9$



$$M_3 = -4.6309x - \sqrt{3}(x-3) + \sqrt{9+3\sqrt{8}}(x-6)$$

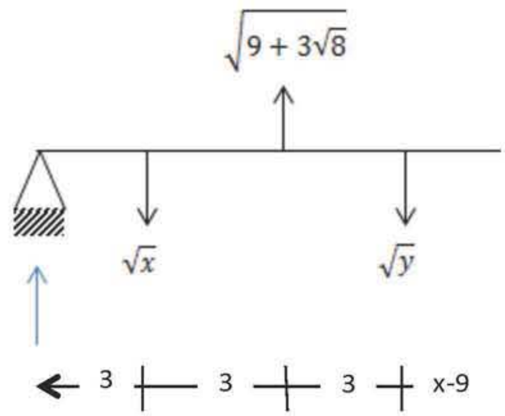
$$M_3 = -1.9114x - 19.8931$$

$$v_3 = -1.9114$$

$$x = 6 \quad v = -1.9114 \quad M = -31.3616$$

$$x = 9 \quad v = -1.9114 \quad M = -37.0958$$

4 CORTE $9 \leq X \leq 12$



$$M_4 = -4.3609x - \sqrt{3}(x-3) + \sqrt{9+3\sqrt{8}}(x-6) - \sqrt{6}(x-9)$$

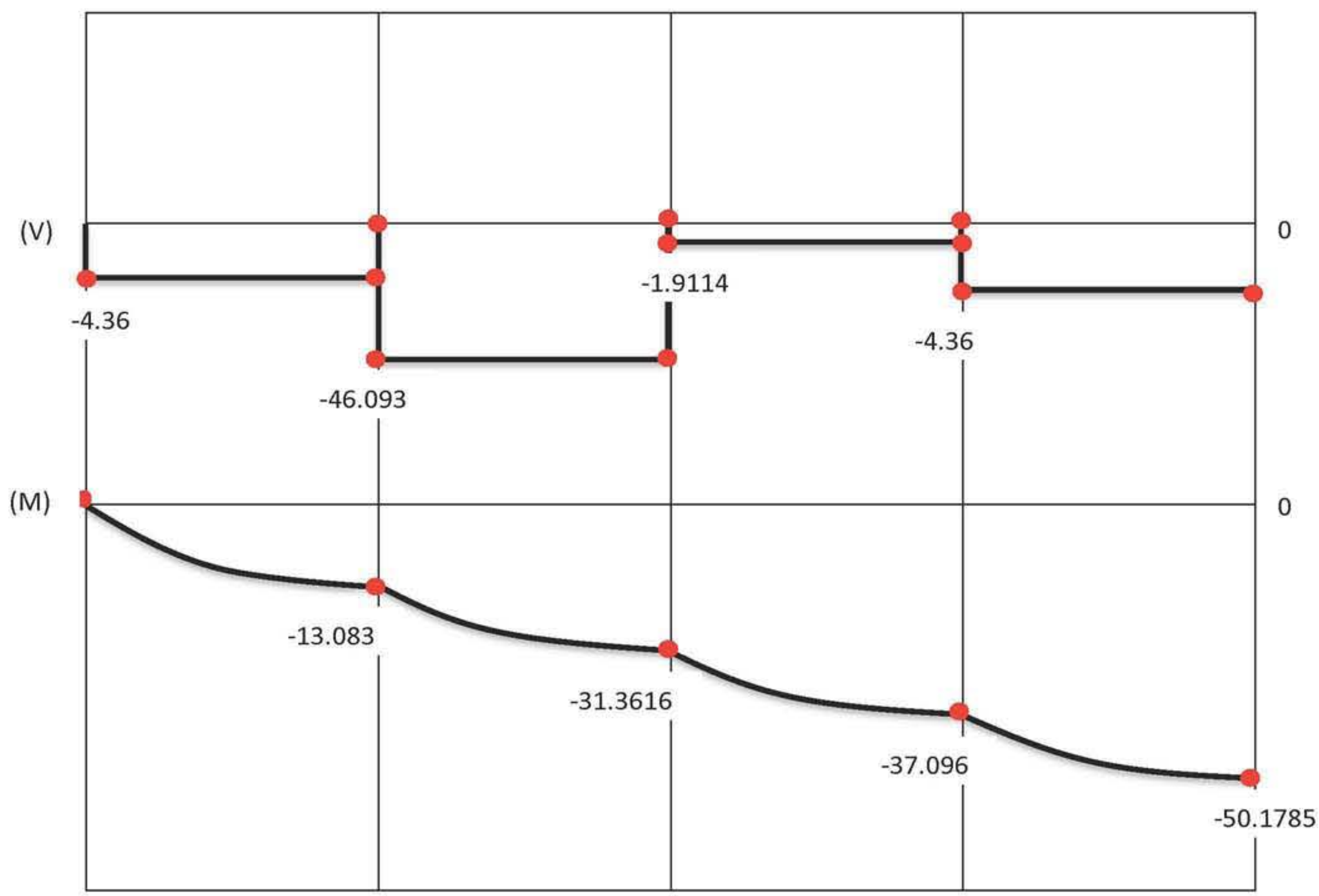
$$M_4 = -4.3609x + 2.1523$$

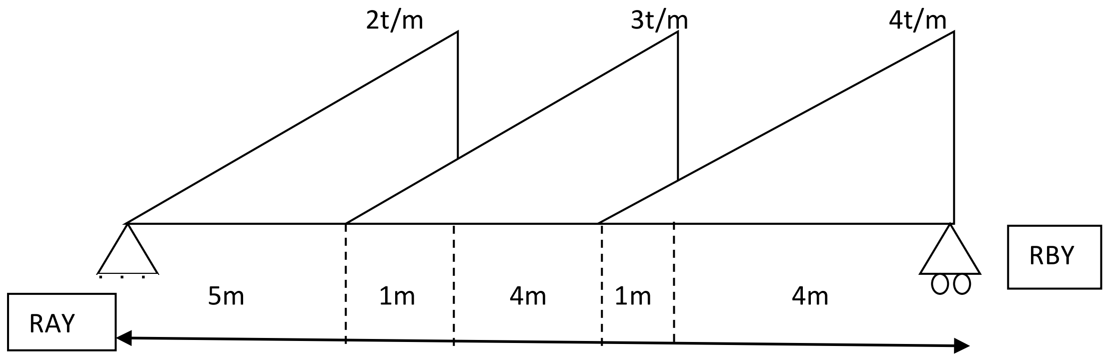
$$V_4 = -4.3609$$

$$x = 9 \quad v = -4.3609 \quad M = -37.0958$$

$$x = 12 \quad v = -4.3609 \quad M = -50.1785$$

DIAGRAMA DE CORTANTE Y MOMENTO.





∑MA=0

$$\frac{2(6)}{2}\left[\frac{2}{3}(6)\right]+\frac{3(6)}{2}\left[\frac{2}{3}(6)+5\right]+\frac{4(5)}{2}\left[\frac{2}{3}(5)+10\right]-15RBY=0$$

24+81+133.33=238.33

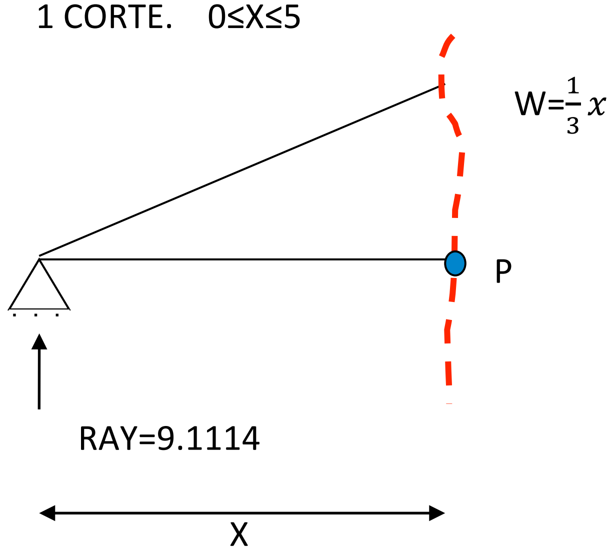
RBY=$\frac{238.33}{15}=$ 15.8 t/m

∑Fy=0

RAY+6+9+10-15.8

RAY=9.1114t/m

1 CORTE. 0≤X≤5



W ⟶ x

2 ⟶ 6

6w=2x

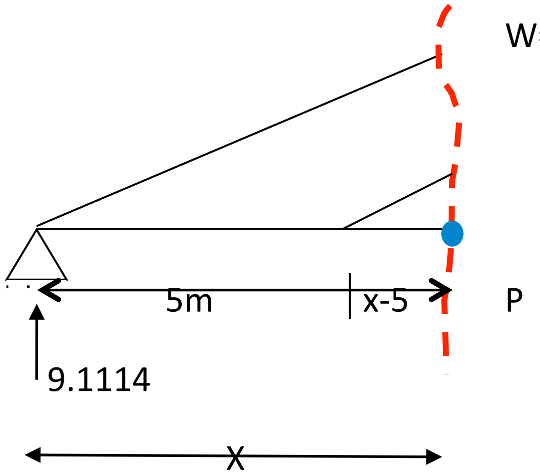
w=$\frac{2}{6}x$

w=$\frac{1}{3}x$

$M_1=9.1114x-\frac{1}{18}x^3$

$V_1=9.1114-\frac{1}{6}x^2$; x=5m $M_1=38.6126$

2 CORTE $5 \leq X \leq 6$



$W=\frac{1}{3}X$

$w' \longrightarrow x-5$

$3 \longrightarrow 6$

$6w=3x-15$; $w=\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}$

$$M_2=9.1114x-\frac{1}{18}x^3-\frac{(x-5)\left(\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}\right)}{2}\left[\frac{x-5}{3}\right]$$

$$M_2=9.1114x-\frac{1}{18}x^3-\frac{1}{6}(x^2-10x+25)\left(\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}\right)$$

$$M_2=9.1114x-\frac{1}{18}x^3-\frac{1}{6}\left(\frac{1}{2}x^3-5x^2+\frac{25}{2}x-\frac{5}{2}x^2+25x-62.5\right)$$

$$M_2=9.1114x-\frac{1}{18}x^3-\frac{1}{6}\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{15}{2}x^2+\frac{75}{2}x-62.5\right)$$

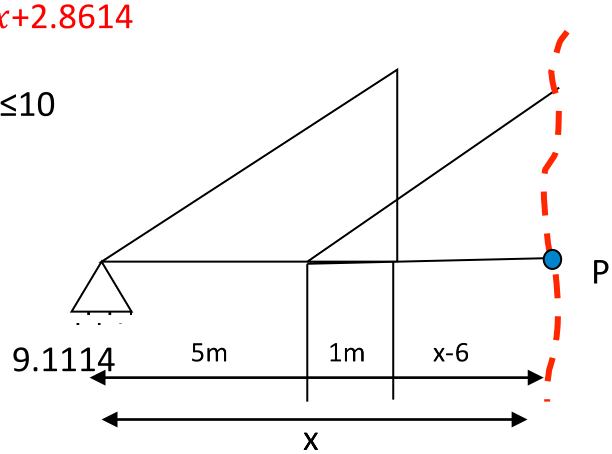
$$M_2=-\frac{5}{36}X^3+\frac{5}{4}X^2+2.8614X+\frac{125}{12}$$

$$V_2=-\frac{5}{12}x^2+\frac{5}{2}x+2.8614$$

$X=5m$ $M_2=38.6126$

$X=6m$ $M_2=42.5851$

3 CORTE $6 \leq X \leq 10$



$W=\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}$

$M_3=9.1114X-\frac{2(6)}{2}\left[\frac{1}{3}(6)+X-6\right]-\frac{(X-5)(\frac{1}{2}X-\frac{5}{2})}{2}[\frac{X-5}{3}]$

$M_3=3.1114X+24-\frac{1}{6}\left[\frac{1}{2}X^3-5X^2+\frac{25}{2}X-\frac{5}{2}X^2+25X-\frac{125}{2}\right]$

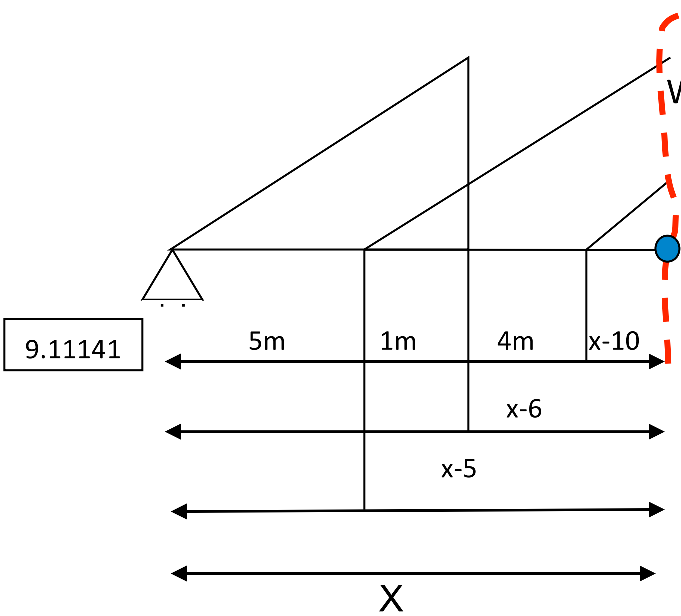
$M_3=-\frac{1}{12}X^3+\frac{5}{4}X^2-3.1386X+\frac{413}{12}$

$V_3=-\frac{1}{4}X^2+\frac{5}{2}X-3.1386$

X=6 M_3=42.5851

X=10 M_3=44.6973

4 CORTE 10≤X≤11



w´--- x-10

4----5

w´5=4x-40

w´=$\frac{4}{5}x-\frac{40}{5}$

$M_4=9.1114X-\frac{2(6)}{2}\left[\frac{1}{3}(6)+X-6\right]-\frac{(X-5)(\frac{1}{2}X-\frac{5}{2})}{2}\left[\frac{(X-5)}{3}\right]-\frac{(x-10)(\frac{4}{5}x-8)}{2}[\frac{(x-10)}{3}]$

$M_4=-\frac{1}{12}x^3+\frac{5}{4}x^2-3.1386x+\frac{413}{12}-\frac{1}{6}\left[(x^2-20x-100)\left(\frac{4}{5}x-8\right)\right]$

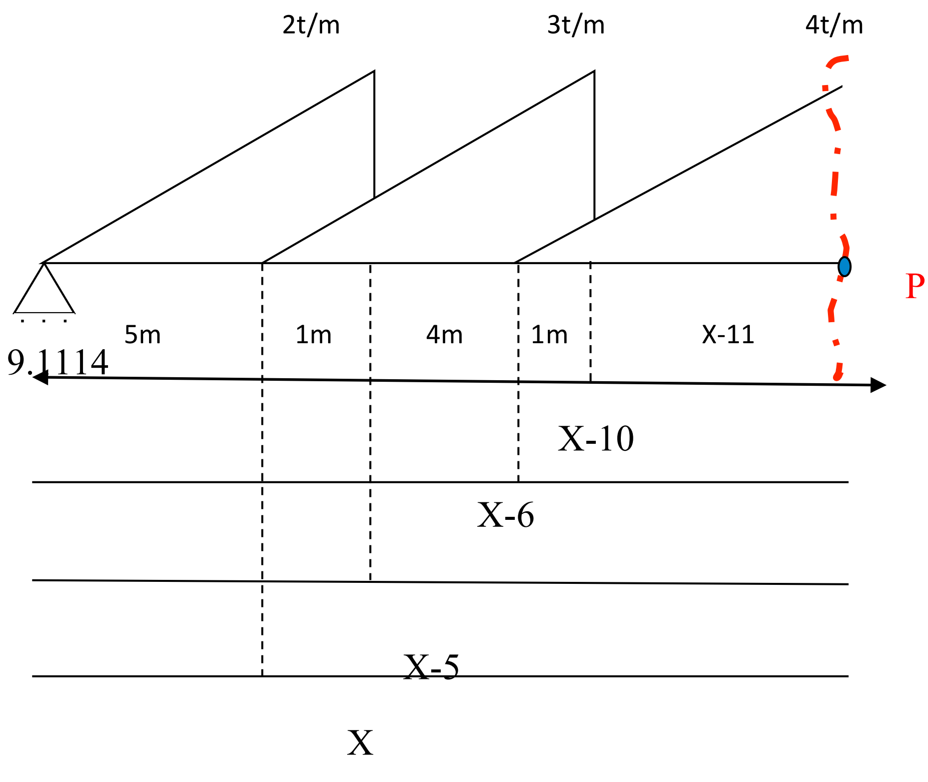
$M_4=-\frac{1}{12}x^3+\frac{5}{4}x^2-3.1386x+\frac{413}{12}-\frac{1}{6}\left[\left(\frac{4}{5}x^3-16x^2+80x-8x^2+160x-800\right)\right]$

$M_4=-\frac{13}{60}x^3+\frac{21}{4}x^2-43.1386x+\frac{671}{4}$

$V_4 = -\frac{13}{20}x^2 + \frac{21}{2}x - 43.1386$

X=10 M_4=44.6973

X=11 M_4 =40.0921



W---x-10

4------5

W´5=4x-40

W´=$\frac{4}{5}x - 8$

M_5=9.1114x $-\frac{2(6)}{2}\left[\frac{1}{3}(6) + (x-6)\right] - \frac{3(6)}{2}\left[\frac{1}{3}(6) + (x-11)\right] - \frac{(x-10)(\frac{4}{5}x-8)}{2}\left[\frac{x-10}{3}\right]$

$M_5 = \frac{16}{5}x + 24 + 81 - 9x - \frac{1}{6}\left[\frac{4}{5}x^3 - 1(x^2 + 80x - 8x^2 + 160x - 800\right]$

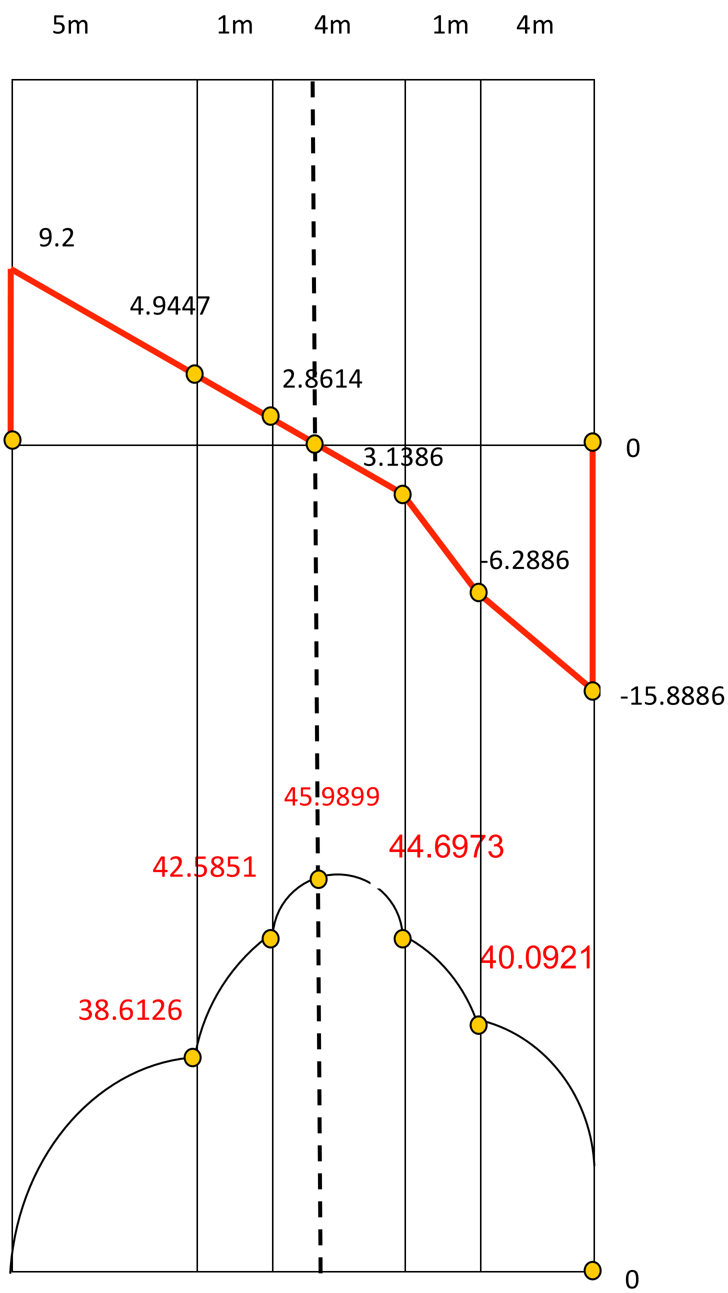
$M_5 = -5.8886x + 105 - \frac{1}{6}\left[\frac{4}{5}x^2 - 16x^2 + 80x - 8x^2 + 160x - 800\right]$

$M_5 = -\frac{2}{15}x^3 + 4x^2 - 45.8886x + \frac{715}{3}$

$V_5 = -\frac{2}{5}X^2 + 8X - 45.8886$

X=11 M_5=40.0921

X=15 M_5=0.0043



$V_1 = 9.1114 - \frac{1}{6}x^2$

x=0 ; x=5

v=9.1114 ; v=4.9447

$V_2 = -\frac{5}{12}x^2 + \frac{5}{2}x + 2.8614$

x=5 ; x=6

v=4.9447 ; v=2.8614

$V_3 = -\frac{1}{4}X^2 + \frac{5}{2}X - 3.1386$

X=6 ; x=10

V=2.8614 v=-3.1386

$V_4 = -\frac{13}{20}x^2 + \frac{21}{2}x - 43.1386$

X=10 ; x=11

V=-3.1386 ; v=-6.2886

$V_5 = -\frac{2}{5}x^2 + 8x - 45.8886$

X=11 ; x=15

V= -6.2886 ; v=-15.8886

Para determinar la distancia:

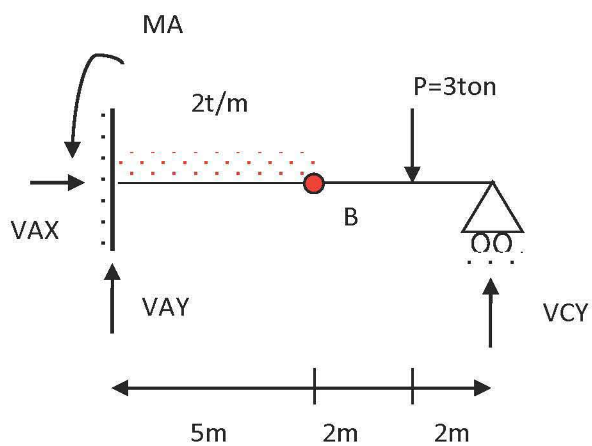
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad ; x = \frac{-\frac{5}{2} \pm \sqrt{(\frac{5}{2})^2 - 4\left(-\frac{1}{4}\right)(-3.1386)}}{2(\frac{1}{4})}$$

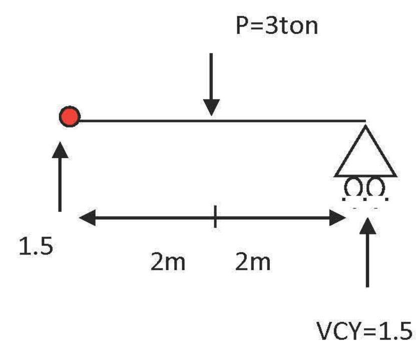
$$x = \frac{-\frac{5}{2} \pm \sqrt{3.1114}}{\frac{1}{2}} \quad ; \qquad x = \frac{-\frac{5}{2} \pm 1.7639}{\frac{1}{2}}$$

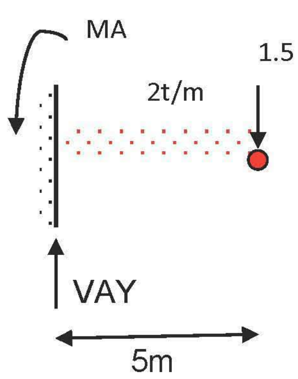
$$x^1 = \frac{-\frac{5}{2} + 1.7639}{\frac{1}{2}} = -1.4722 \quad ; \qquad x^2 = \frac{-\frac{5}{2} - 1.7639}{\frac{1}{2}} = -8.5278$$

$$M_3 = -\frac{1}{12}(7.4722)^3 + \frac{5}{4}(7.4722)^2 - 3.1386(7.4722) + \frac{413}{12} = 45.9899$$

VIGAS GERBER (VIGAS CON ARTICULACIÓN)







∑MA=0

-MA+1.5(5)+2(5)(2.5)=0

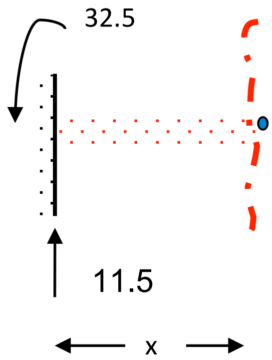
MA=32.5 ton

∑fy=0

VAY-2(5)-1.5=0

VAY=11.5 ton

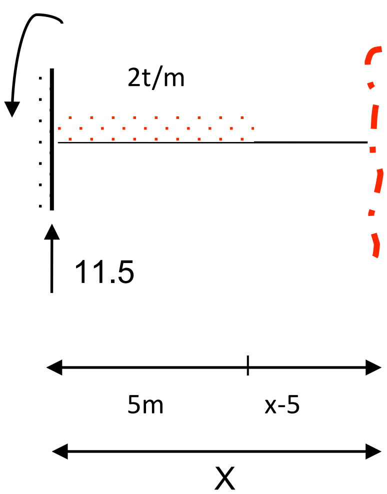
1 CORTE $0 \leq x \leq 5m$



$M_1 = -32.5 + 11.5x - 2x(\frac{x}{2})$

$M_1 = -x^2 + 11.5x - 32.5$

2 CORTE $5 \leq X \leq 7m$

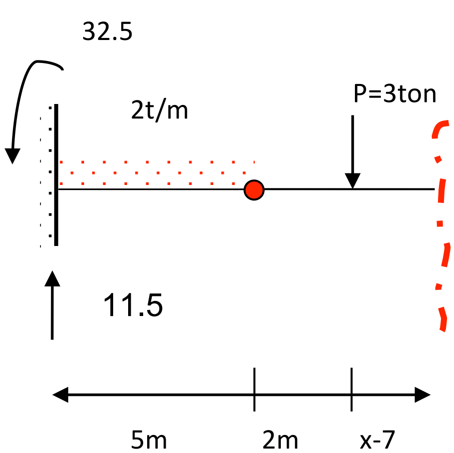


$M_2 = -32.5 + 11.5x - 2(5)(\frac{5}{2} + x - 5)$

$M_2 = 1.5x - \frac{15}{2}$

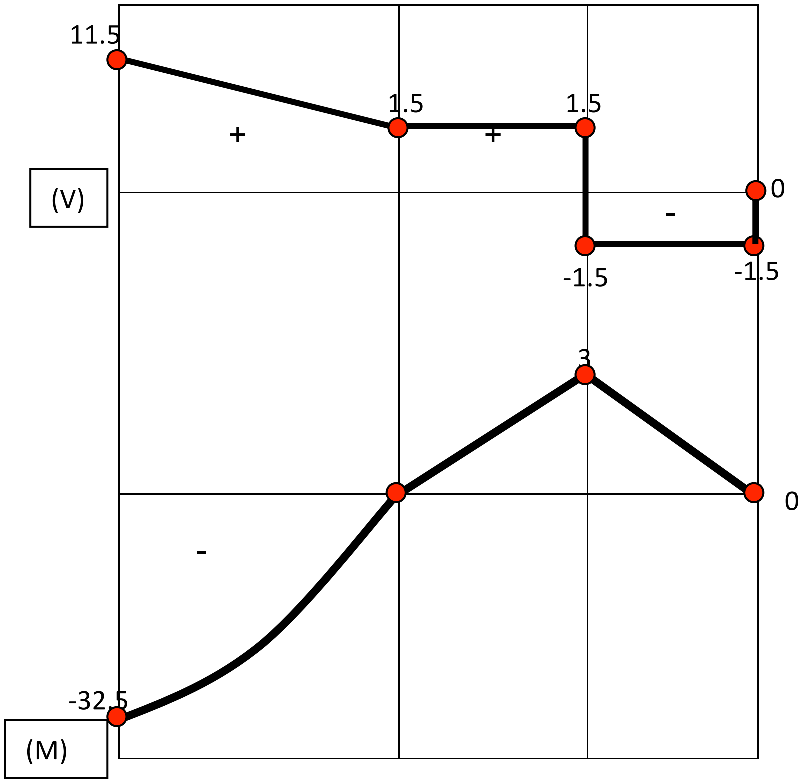
$X = 5m \quad M = 0$

3 CORTE $7 \leq X \leq 9m$



$M_3 = -32.5 + 11.5x - 2(5)(\frac{5}{2} + 2 + x - 7) - 3(x - 7)$

$M_3 = -\frac{3}{2}x + \frac{27}{2}$



$M_1=-x^2+11.5x-32.5$

$V_1=-2x+11.5$

$M_2=1.5x-\frac{15}{2}$

$V_2=1.5$

$M_3=-\frac{3}{2}x+\frac{27}{2}$

$V_3=-\frac{3}{2}$

X=0 $V_1=11.5$ $M_1=-32.5$

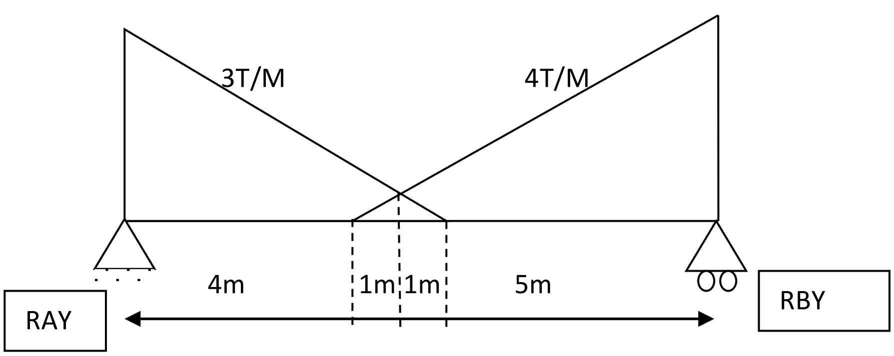
X=5m $v_1=1.5$ $M_1=0$

X=5m $v_2=1.5$ $M_2=0$

X=7m $v_2=1.5$ $M_2=3$

X=7m $v_3=-1.5$ $M_3=3$

X=9m $v_3=-1.5$ $M_3=0$



∑MA=0

$$\frac{3(6)}{2}\left[\frac{1}{3}(6)\right]+\frac{4(7)}{2}\left[\frac{2}{3}(7)+4\right]-11RBY=0$$

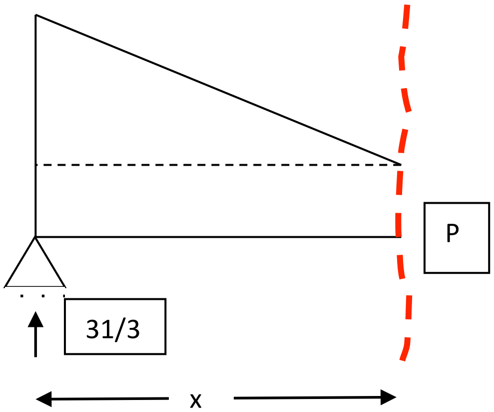
RBY=$\frac{38}{3}=12.6666$

∑FY=0

RAY-$-\frac{3(6)}{2}-\frac{4(7)}{2}+\frac{38}{3}=0$

RAY=-$\frac{31}{3}=10.3333$

1 CORTE. $0 \le x \le 4$



$$M_1= \frac{31}{3}X - \frac{(X)(\frac{1}{2}X)}{2}\left[\frac{2}{3}X\right] - (X)\left(3-\frac{1}{2}X\right)\left(\frac{X}{2}\right)$$

$$M_1= \frac{31}{3}X-\left[\frac{X^2}{4}\right]\left[\frac{2}{3}X\right]-\left(3X-\frac{X^2}{2}\right)\left(\frac{X}{2}\right)$$

$$M_1=\frac{31}{3}X-\frac{X^3}{6}-\left[\frac{3X^2}{2}-\frac{X^3}{4}\right]$$

$$M_1=\frac{31}{3}X-\frac{X^3}{6}-\frac{3X^2}{2}+\frac{X^3}{4}$$

$$M_1=\frac{1}{12}X^3-\frac{3}{2}X^2+\frac{31}{3}X$$

$$V_1=\frac{1}{4}X^2-3X+\frac{31}{3}$$

$X=0 \quad M_1= 0$

$X=4 \quad M_1=22.6$

W---X

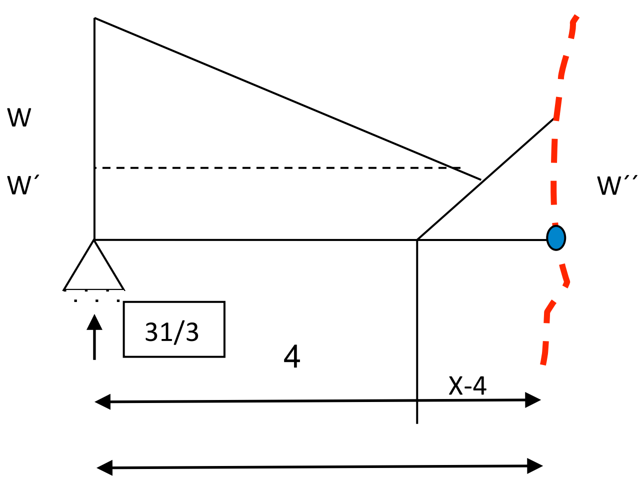
3---6

W6—3X

$W=\frac{3}{6}X=\frac{1}{2}X$

$W´=3-\frac{1}{2}X$

2 CORTE $4 \le X \le 6$



$W=\frac{1}{2}X \qquad W´=3-\frac{1}{2}X$

W´´------(X-4)

4------7

W´´7=4X-16

$W´´=\frac{4}{7}X-\frac{16}{7}$

$M_2 = \frac{31}{3}X - \frac{(X)(\frac{1}{2}X)}{2}\left[\frac{2}{3}X\right] - (X)\left(3 - \frac{1}{2}X\right)\left(\frac{X}{2}\right) - \frac{(X-4)(\frac{4}{7}X - \frac{16}{7})}{2}\left[\frac{X-4}{3}\right]$

$M_2 = \frac{31}{3}X - \frac{X^2}{4}\left[\frac{2X}{3}\right] - \left[\frac{3X^2}{2} - \frac{X^3}{4}\right] - \frac{1}{6}\left[\frac{4}{7}X^3 - \frac{48}{7}X^2 + \frac{192}{7}X - \frac{256}{7}\right]$

$M_2 = \frac{31}{3}X - \frac{X^3}{6} - \frac{3X^2}{2} + \frac{X^3}{4} - \frac{1}{6}\left[\frac{4}{7}X^3 - \frac{48}{7}X^2 + \frac{192}{7}X - \frac{256}{7}\right]$

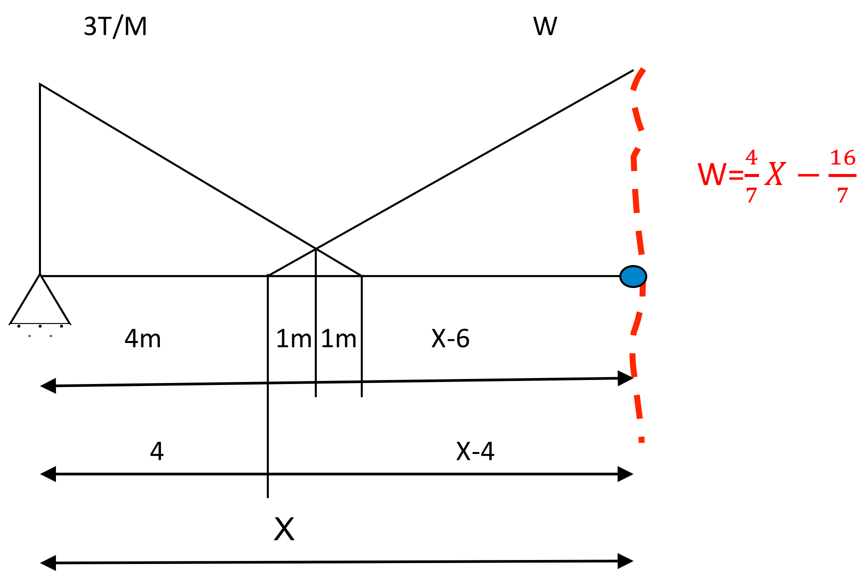
$M_2 = -\frac{1}{84}X^3 - \frac{5}{14}X^2 + \frac{121}{21}X + \frac{128}{21}$

$V_2 = -\frac{1}{28}x^2 - \frac{5}{7}x + \frac{121}{21}$

$X=4$; $M_2 = 22.6667$

$X=6$; $M_2 = 25.2381$

3 CORTE $6 \le X \le 11$



$M_3 = \frac{31}{3}X - \frac{18}{2}\left[\frac{2}{3}(6) + X - 6\right] - \frac{(X-4)(\frac{4}{7}X - \frac{16}{7})}{2}\left[\frac{(X-4)}{3}\right]$

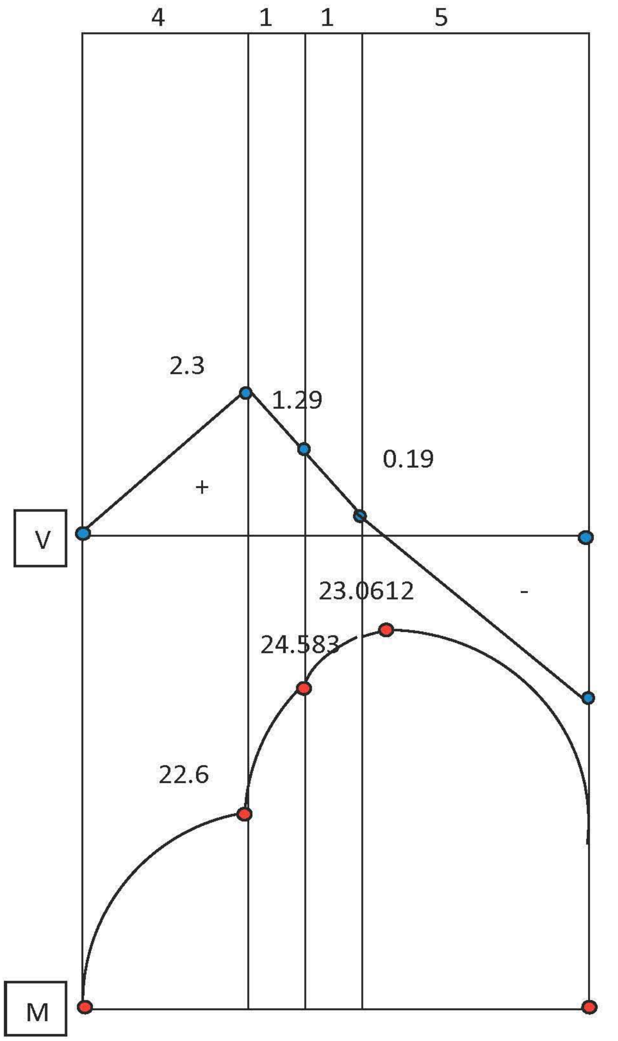
$M_3 = 18 + \frac{4}{3}X - \frac{1}{6}\left[\frac{4}{7}X^3 - \frac{48}{7}X^2 + \frac{192}{7}X - \frac{256}{7}\right]$

$M_3 = -\frac{2}{21}X^3 + \frac{8}{7}X^2 - \frac{68}{21}X + \frac{506}{21}$

$V_3 = -\frac{2}{7}X^2 + \frac{16}{7}X - \frac{68}{21}$

X=6 M_3=25.2381

X=11 M_3=0



$V_1=\frac{1}{4}X^2-3X+\frac{31}{3}$

X=0 V=10.3

X=4 V=2.3

$V_2=-\frac{1}{28}x^2-\frac{5}{7}x+\frac{121}{21}$

X=4 V=2.3

X=6 V=0.19

$V_3=-\frac{2}{7}X^2+\frac{16}{7}X-\frac{68}{21}$

X=6 V=0.19

X=11 V=-12.6

Determinar la distancia para obtener el momento máximo.

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

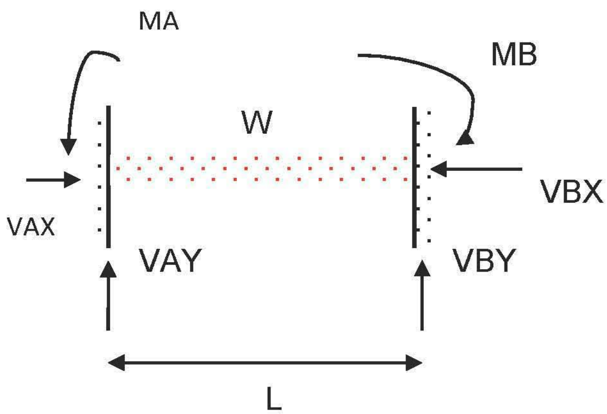
$$x=\frac{-\frac{16}{7}\pm\sqrt{(\frac{16}{7})^2-4\left(-\frac{2}{7}\right)(-\frac{68}{21})}}{2(-\frac{2}{7})}\ ;\quad x=\frac{-\frac{16}{7}\pm\sqrt{1.5238}}{2(-\frac{2}{7})}$$

$x^1 = \frac{-\frac{16}{7}+1.2344}{2\left(-\frac{2}{7}\right)} = 1.8398$; $x = \frac{-\frac{16}{7}-1.2344}{2\left(-\frac{2}{7}\right)}$=6.1602

$M_3 = -\frac{2}{21}(7.8398)^3 + \frac{8}{7}(7.8398)^2 - \frac{68}{21}(7.8398) + \frac{506}{21}$

2.2.- VIGAS INDETERMINADAS.

2.2.1.- MÉTODO DE LA ECUACIÓN DIFERENCIAL.



$M(x)=VA(x)-NA-\frac{wx^2}{2}$ $EI=\frac{d^2y}{dx^2} = M$

$EI\theta = \frac{VA}{2}x^2 - MAx - \frac{wx^3}{6} + C_1$

$EIY=\frac{VA}{6}x^3 - \frac{MA}{2}x^2 - \frac{wx^4}{24} + C_1x + C_2$

CONDICIONES DE FRONTERA.

X=0 Y=0 $\theta = 0$

$0=\frac{VA}{2}(0)^2 - MA(0) - \frac{w}{6}(0)^3 + C^1$

$C_1=0$

$0=\frac{VA}{6}(0)^3 - \frac{MA}{2}(0)^2 - \frac{w(0)^4}{24} + C^2$

$C_2=0$

$EI\theta x=\frac{VA}{2}x^2 - MAx - \frac{w}{6}x^3$

EIyx=$\frac{VA}{6}x^3 - \frac{MA}{2}x^2 - \frac{w}{24}x^4$

CONDICIONES DE FRONTERA.

X=L Y=0 $\theta = 0$

$\frac{VA}{2}L^2 - MAL - \frac{W}{6}L^3 = 0$-------1

$\frac{VA}{6}L^3 - \frac{MAL^2}{2} - \frac{W}{24}L^4 = 0$--------2

VA=$\frac{wL}{2}$ $MA = \frac{1}{12}wL^2$

$\frac{1}{2}VAL^2 - L - \frac{1}{6}L^3 = 0$

$\frac{1}{6}VAL^3 - \frac{1}{2}L^2 - \frac{1}{24}L^4$

DE 1 DESPEJAR VA

$$\frac{VA}{2}L^2 = MAL + \frac{w}{6}L^3$$

VA=$\frac{2MA}{L} + \frac{w}{3}L$----3

De la Ec. 3 Sustituir en 2.

$$\frac{L^3}{6}\left[\frac{2MA}{L} + \frac{W}{8}L\right] - \frac{MA}{2}L^2 - \frac{W}{24}L^4 = 0$$

MA=$\frac{wL^2}{12}$

MA Sustituir en 3.

VA=$\frac{2}{L}\left[\frac{wL^2}{12}\right] + \frac{w}{3}L$

VA=$\frac{wL}{2}$

EI$\theta x = \frac{1}{2}\left[\frac{wL}{2}\right]x^2 - \frac{wL^2}{12}x - \frac{w}{6}x^3$

EIyx=$\frac{1}{6}\left[\frac{wL}{2}\right]x^3 - \frac{1}{2}\left[\frac{wL^2}{12}\right]x^2 - \frac{w}{24}x^4$

EI$\theta x = \frac{wL}{4}x^2 - \frac{wL^2}{12}x - \frac{w}{6}x^3$

EIyx=$\frac{wL}{12}x^3 - \frac{wL^2}{24}x^2 - \frac{w}{24}x^4$

X=0 $\theta x = 0$ $Yx = 0$

X=L $\theta x = 0$ $Yx = 0$

FLECHA MAX.

Xmax $\theta x = 0$ $0 \leq x \leq L$

$[\frac{wL}{4}x^2 - \frac{wL^2}{12}x - \frac{w}{6}x^3] = 0$

x_1=0

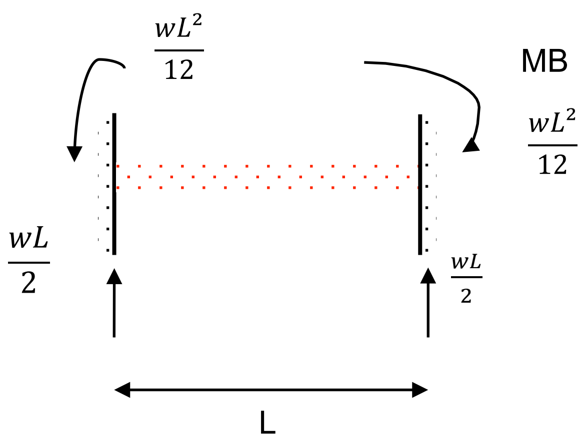
x_2=1

x_3=$\frac{L}{2}$

X max= $\frac{L}{2}$

$$EIYmax = \frac{wL}{12}\left(\frac{L}{2}\right)^3 - \frac{wL^2}{24}\left(\frac{L}{2}\right)^2 - \frac{w}{24}\left(\frac{L}{2}\right)^4$$

YMAX=-$\frac{wL^4}{384EI}$



$$-\frac{wL^2}{12} + \frac{wL^2}{2} - VBL + MB = 0$$

∑fy=0

$$\frac{wL}{2} - wL + VB = 0$$

VB=$\frac{wL}{2}$

∑MA=0

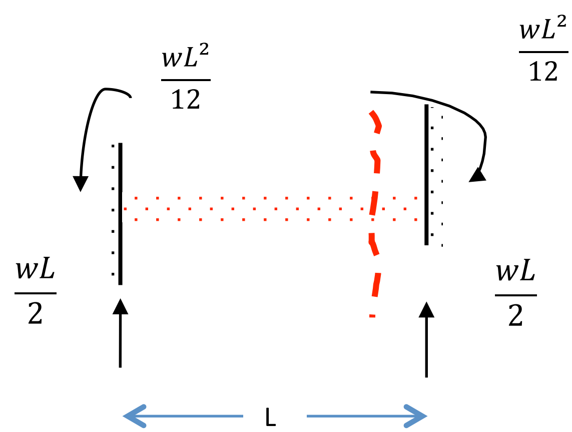
$$-\frac{wL^2}{12} + \frac{wL^2}{2} + \frac{wL}{2}(L) + MB = 0$$

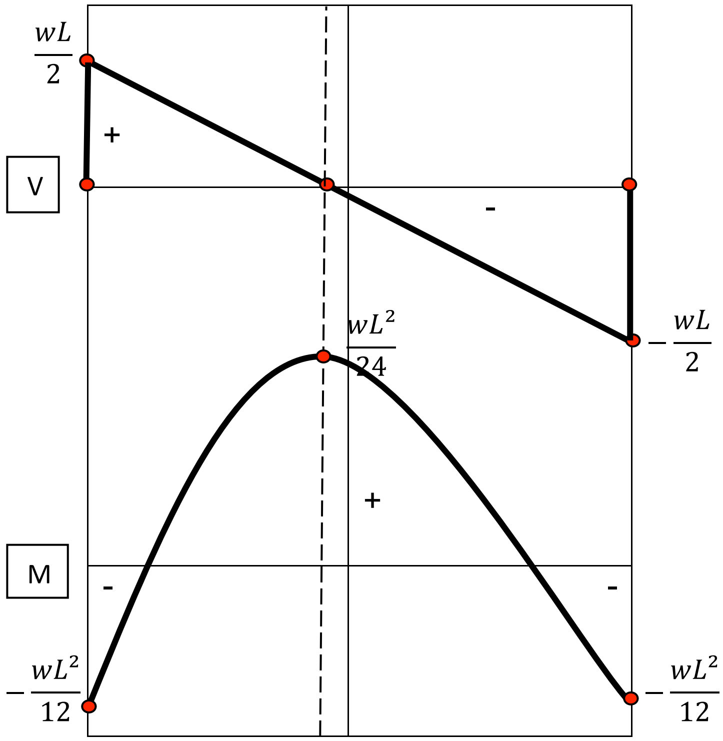
MB=$\frac{wL^2}{12}$

ELEMENTOS MECANICOS.

M(x)=$\frac{wL}{2}x - \frac{wL^2}{12} - \frac{wx^2}{2}$

V(x)=$\frac{wL}{2} - wx$





X=0 $\quad V=\frac{wL}{2}$

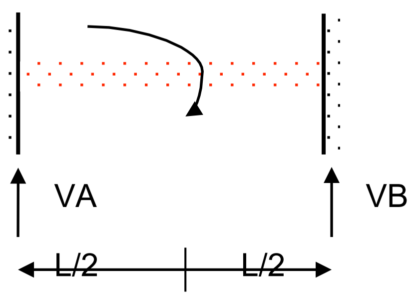
X=L $\quad V=\frac{wL}{2}$

Si V=0

$\frac{wL}{2} - wx=0$

X=0 $\quad M=-\frac{wL^2}{12}$

$X=\frac{L}{2} \quad M = \frac{wL^2}{24}$



MÉTODO DE LA ECUACIÓN DIFERENCIAL.

$M_1=VAx-MA \quad 0\leq X\leq L/2$

$M_2=VAx-NA+M \quad \frac{1}{2} \leq x \leq L$

$$\left.\begin{aligned} EI\theta 1 &= \frac{VA}{2}x^2 - MAx + C^1 \\ EIY1 &= \frac{VA}{6}x^3 - \frac{MA}{2}x^2 + C_1x + C_2 \end{aligned}\right\} \quad 0 \leq X \leq {}^{L}/_{2}$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{EI}\theta 2 = \frac{VA}{2}x^2 - MAx + Mx + C_3 \\ \\ \text{EIY2}=\frac{VA}{6}x^3 - \frac{MA}{2}x^2 + \frac{M}{2}x^2 + C_3x + C_4 \end{array}\right\} \quad {}^{L}/_{2} \leq X \leq L$$

X=0 $\theta^1 = 0$ $y_1 = 0$

C_1=0 C_2=0

0≤x≤L/2

EI$\theta 1 = \frac{VA}{2}x^2 - MAx$

EI$Y1 = \frac{VA}{6}x^3 - \frac{MA}{2}x^2$

POR CONTINUIDAD.

$\theta_1 = \theta_2$ X=$\frac{L}{2}$

$$\frac{VA}{2}\left(\frac{L}{2}\right)^2 - MA\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{VA}{2}\left(\frac{L}{2}\right)^2 - MA\left(\frac{L}{2}\right) + M\left(\frac{L}{2}\right) + C_3$$

0=$\frac{ML}{2} + C^3$

C_3=-$\frac{ML}{2}$

Y_1=Y_2 x=$\frac{L}{2}$

$$\frac{VA}{6}\left(\frac{L}{2}\right)^3 - \frac{MA}{2}\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{VA}{6}\left(\frac{L}{2}\right)^3 - \frac{MA}{2}\left(\frac{L}{2}\right)^2 + \frac{M}{2}\left(\frac{L}{2}\right)^2 - \frac{ML}{2}\left(\frac{L}{2}\right) + C_4$$

0=$\frac{ML^2}{8} - \frac{ML^2}{4} + C_4$

C_4=$\frac{ML^2}{8}$

EI$\theta_2 = \frac{VA}{2}x^2 - MAx + Mx - \frac{ML}{2}$

EIY_2=$\frac{VA}{6}x^3 - \frac{MA}{2}x^2 + \frac{M}{2}x^2 - \frac{ML}{2}x$+$\frac{ML^2}{8}$

0≤x≤$\frac{1}{2}$

X=0 θ_1 y Y_1=0

$\frac{L}{2} \leq x \leq L \quad \theta_2 \; y \, Y_2 = 0$

$$\frac{VA}{2}L^2 - MAL + ML - \frac{ML}{2} = 0$$

$$\frac{VA}{6}L^3 - \frac{MA}{2}L^2 + \frac{M}{2}L^2 - \frac{ML}{2}L + \frac{ML^2}{8} = 0$$

$$\frac{VA}{2}L^2 - MAL + \frac{ML}{2} = 0 - - - - - 1$$

$$\frac{VA}{6}L^3 - \frac{MA}{2}L + \frac{ML^2}{8} = 0 - - - -2$$

D 1 DESPEJAR MA.

MA=$\frac{VA}{2}L + \frac{M}{2} - - - -3$

3 SUSTITUIR EN 2

$$\frac{VA}{6}L^3 - \frac{L^2}{2}\left[\frac{VA}{2}L + \frac{M}{2}\right] + \frac{ML^2}{8} = 0$$

$$\frac{VA}{6}L^3 - \frac{VA}{4}L^3 - \frac{ML^2}{4} + \frac{ML^2}{8} = 0$$

$-\frac{VA}{12}L^3 - \frac{ML^2}{8} = 0$

VA=$-\frac{3M}{2L}$

EL VALOR DE VA SUSTITUIRLO EN 3

MA=$\frac{L}{2}\left[-\frac{3M}{2L}\right] + \frac{M}{2}$

MA=$-\frac{3}{4}M + \frac{M}{2}$

MA=$-\frac{M}{4}$

EI$\theta_1 = -\frac{3M}{4L}x^2 + \frac{M}{4}x$

EIY_1= $-\frac{M}{4L}x^3 + \frac{M}{8}x^2$

EI$\theta_2 = -\frac{3M}{4L}x^2 + \frac{5M}{4}x - \frac{ML}{2}$

$EIY_2 = -\frac{M}{4L}x^3 + \frac{5M}{8}x^2 - \frac{ML}{2}x + \frac{ML^2}{8}$

$\frac{1}{2} \leq x \leq L$

POSICIÓN DE LA FLECHA MAXIMA.

BARRA AC Y CB

$\theta_1 = 0; \quad \theta_2 = 0$

$\frac{3M}{4L}x^2 + \frac{M}{4}x = 0 ------\theta 1$

$X = [-\frac{3M}{4L}x + \frac{M}{4}] = 0 \qquad\qquad x_1 = 0 \qquad x_2 = L/_3$

$-\frac{3M}{4L}x^2 + \frac{5M}{4}x - \frac{ML}{2} = 0 --------\theta 2$

$X_1 = L$

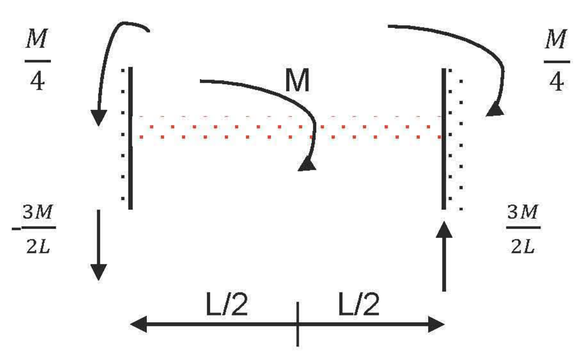
$X_2 = \frac{2}{3}L$

$Y_1 max\ (\frac{L}{3}) = -\frac{M}{4L}\left(\frac{L}{3}\right)^3 + \frac{M}{8}(\frac{L}{3})^2$

$Ymax = \frac{ML^2}{216EI}$

$EIY_2 max(\frac{2}{3}L) = -\frac{M}{4L}\left(\frac{2}{3}L\right)^3 + \frac{5M}{8}\left(\frac{2}{3}L\right)^2 - \frac{ML}{2}\left(\frac{2}{3}L\right) + \frac{ML^2}{8}$

$$EIY_2 max\left(\frac{2}{3}L\right) = -\frac{ML^2}{216EI}$$



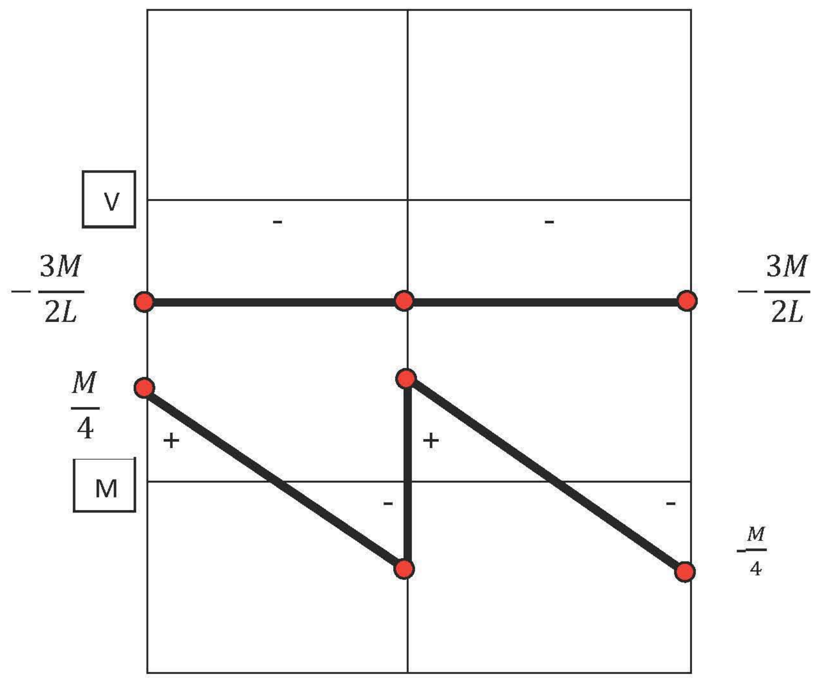
$\sum fy=0$

$-\frac{3M}{2L} + VB = 0 \qquad VB = \frac{3M}{2L}$

$\sum MA=0$

$\frac{M}{4} + M - \frac{3M}{2L}(L) + MB=0 \qquad MB = \frac{M}{4}$

DIAGRAMAS DE CORTANTE Y MOMENTO.



2.2.2.- MÉTODO DE FLEXIBILIDADES O DE LAS FUERZAS.

INTRODUCCIÓN:

Como ya sabemos las estructuras isostáticas pueden resolverse a partir de las ecuaciones de equilibrio de la estática, mientras que en las estructuras hiperestáticas requieren, para su solución, de ecuaciones adicionales ya que el número de incógnitas es mayor que el número de ecuaciones de equilibrio. Existen dos enfoques generales para la resolución de estructuras hiperestáticas. En el primero, la estructura por analizar se convierte en una estructura isostática en la que se satisfacen las condiciones de equilibrio, pero no se satisfacen las condiciones de deformación o de continuidad geométrica de la estructura original. Los errores o incompatibilidades de geometría que resultan en la estructura isostática se corrigen, en una segunda etapa, conservando las ecuaciones de equilibrio. En el segundo enfoque la estructura hiperestática se transforma en otra estructura en la que se satisfacen las condiciones de deformación o de continuidad geométrica, pero no las condiciones de equilibrio estático. En una segunda etapa, se corrigen las condiciones de equilibrio sin alterar las condiciones de continuidad geométrica.

El primer enfoque se conoce como método de las fuerzas o de flexibilidades, mientras que el segundo se denomina método de las deformaciones o de las rigideces.

<u>PLANTEAMIENTO GENERAL DEL MÉTODO DE FLEXIBILIDADES O DE LAS FUERZAS.</u>

Existen numerosas variantes en la aplicación del método, pero en todas ellas se distinguen los siguientes pasos.

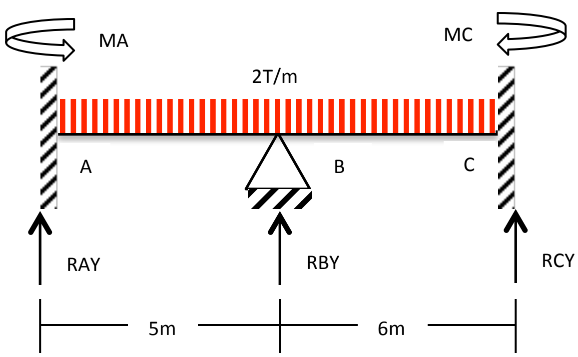
a) La estructura original hiperestática se transforma en una estructura isostática eliminando algunas de sus restricciones contra deflexiones o rotaciones. En general el número de restricciones que hay que eliminar es igual al grado de indeterminación de la estructura. La estructura que resulta de eliminar las restricciones hiperestáticas recibe el nombre de estructura isostática fundamental.
b) Se calculan las deformaciones de la estructura isostática fundamental bajo la acción de las mismas cargas que actúan en la estructura hiperestática. Estas deformaciones se denominan incompatibilidades geométricas porque no existe en la estructura original en los puntos en que se eliminaron las restricciones.
c) Se aplican fuerzas arbitrarias en las secciones donde se eliminaron las restricciones y se calculan las deformaciones producidas por estas fuerzas

correctivas. Es necesario aplicar una fuerza por cada restricción eliminada en la estructura hiperestática y calcular por separado las deformaciones debidas a cada fuerza.

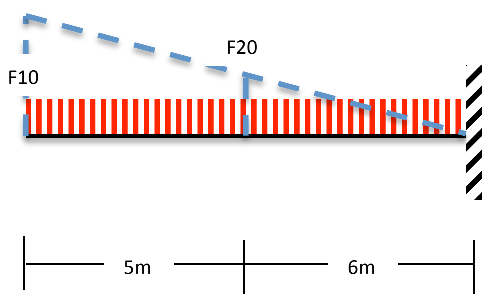
d) Se plantea un sistema de ecuaciones para determinar el valor que deben tener las fuerzas correctivas de tal manera que se corrijan las incompatibilidades geométricas.

e) Se obtienen las acciones finales (reacciones, fuerzas cortantes, fuerzas normales, momentos) sumando las que corresponden a la estructura isostática fundamental y las producidas por las fuerzas correctivas.

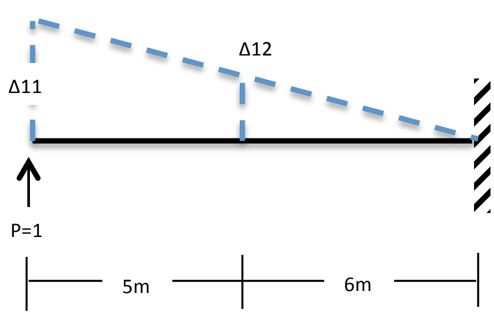
MÉTODO DE FLEXIBILIDADES.



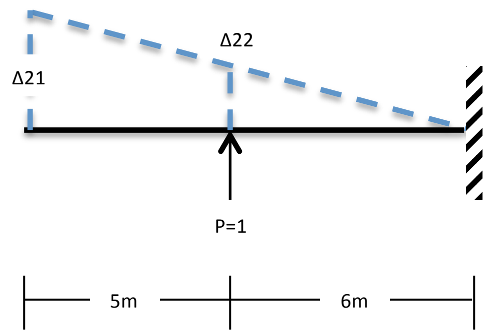
Paso 1: Quitar apoyos para hacer nuestra viga isostática, y aplicar una carga puntual en cada apoyo que se quitó, para así hacer nuestras vigas ficticias como se muestra a continuación:



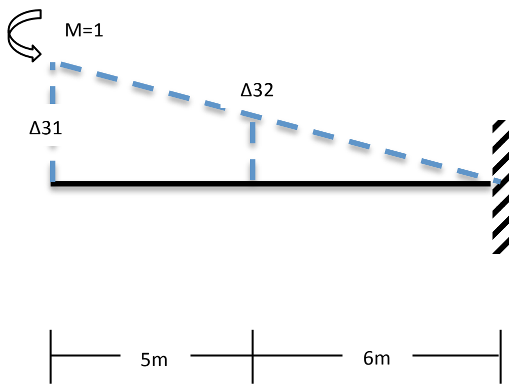
VIF 1: VIGA ISOSTÁTICA FICTICIA 1



VIF 2: VIGA ISOSTÁTICA FICTICIA 2



VIF 3: VIGA ISOSTÁTICA FICTICIA 3



VIF 4: VIGA ISOSTÁTICA FICTICIA 4

Paso 2: Obtener las ecuaciones de momento de VIF1, VIF2, VIF3 y VIF4.

VIF1.

$0 \leq x \leq 5m \quad M_1 = -x^2$

$5 \leq x \leq 11m \quad M_2 = -x^2$

VIF2.

$0 \leq x \leq 5m \quad M_1 = x$

$5 \leq x \leq 11m \quad M_2 = x$

VIF3.

$0 \leq x \leq 5m \quad M_1 = 0$

$5 \leq x \leq 11m \quad M_2 = x - 5$

VIF4.

$0 \leq x \leq 5m \quad M_1 = -1$

$5 \leq x \leq 11m \quad M_2 = -1$

Paso 3: Calculo de las deflexiones en todas las vigas ficticias.

F10=$\frac{1}{EI}\int_0^{11}(-x^2)(x)\,dx$

F10=$\frac{-14641}{4EI}$

F20=$\frac{1}{EI}\int_0^5(-x^2)(0)dx+\frac{1}{EI}\int_5^{11}(-x^2)(x-5)dx$

F20=$\frac{-1494}{EI}$

$\Delta_{11}=\frac{1}{EI}\int_0^{11}(x)(x)\,dx$

$\Delta_{11}=\frac{1331}{3EI}$

$\Delta_{12}=\frac{1}{EI}\int_0^5(x)(0)dx+\frac{1}{EI}\int_5^{11}(x)(x-5)\,dx$

$\Delta_{12}=\frac{162}{EI}$

$\Delta_{21}=\frac{1}{EI}\int_0^5(0)(0)dx+\frac{1}{EI}\int_5^{11}(x-5)(x)dx$

$\Delta_{21}=\frac{162}{EI}$

$\Delta_{22}=\frac{1}{EI}\int_0^5(0)(0)dx+\frac{1}{EI}\int_5^{11}(x-5)(x-5)dx$

$\Delta_{22}=\frac{72}{EI}$

$\Delta_{31}=\frac{1}{EI}\int_0^{11}(-1)(X)dx$

$\Delta_{31}=-\frac{121}{2EI}$

$\Delta_{32}=\frac{1}{EI}\int_0^5(-1)(0)dx+\frac{1}{EI}\int_5^{11}(-1)(x-5)dx$

$\Delta_{32}=-\frac{18}{EI}$

$\theta_{10}=\frac{1}{EI}\int_0^{11}(-x^2)(-1)dx$

$\theta_{10}=\frac{1331}{3EI}$

$$\theta_{11} = \frac{1}{EI}\int_0^{11}(x)(-1)dx$$

$$\theta_{11} = -\frac{121}{2EI}$$

$$\theta_{21} = \frac{1}{EI}\int_0^{5}(0)(-1)dx + \frac{1}{EI}\int_5^{11}(x-5)(-1)dx$$

$$\theta_{21} = -\frac{18}{EI}$$

$$\theta_{31} = \frac{1}{EI}\int_0^{11}(-1)(-1)dx$$

$$\theta_{31} = \frac{11}{EI}$$

Paso 4: Obtener la matriz de flexibilidades.

$$\text{F10}+\Delta 11RAY + \Delta 21RBY + \Delta 31MA = 0$$

$$\text{F20}+\Delta 12RAY + \Delta 22RBY + \Delta 32MA = 0$$

$$\theta 10 + \theta 11RAY + \theta 21RBY + \theta 31MA = 0$$

$$-\frac{14641}{4EI} + \frac{1331}{3EI}RAY + \frac{162}{EI}RBY - \frac{121}{2EI}MA = 0$$

$$-\frac{1494}{EI} + \frac{162}{EI}RAY + \frac{72}{EI}RBY - \frac{18}{EI}MA = 0$$

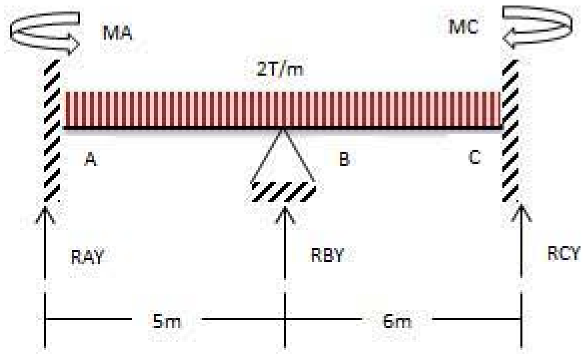
$$\frac{1331}{3EI} - \frac{121}{2EI}RAY - \frac{18}{EI}RBY + \frac{11}{EI}MA = 0$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones tenemos que:

$$RAY = \frac{47}{10}TON$$

$$RBY = \frac{1331}{120}TON$$

$$MA = \frac{11}{3}TON - M$$



$$\sum fy = 0$$

$$\frac{47}{10} + \frac{1331}{120} - 2(11) + RCY = 0$$

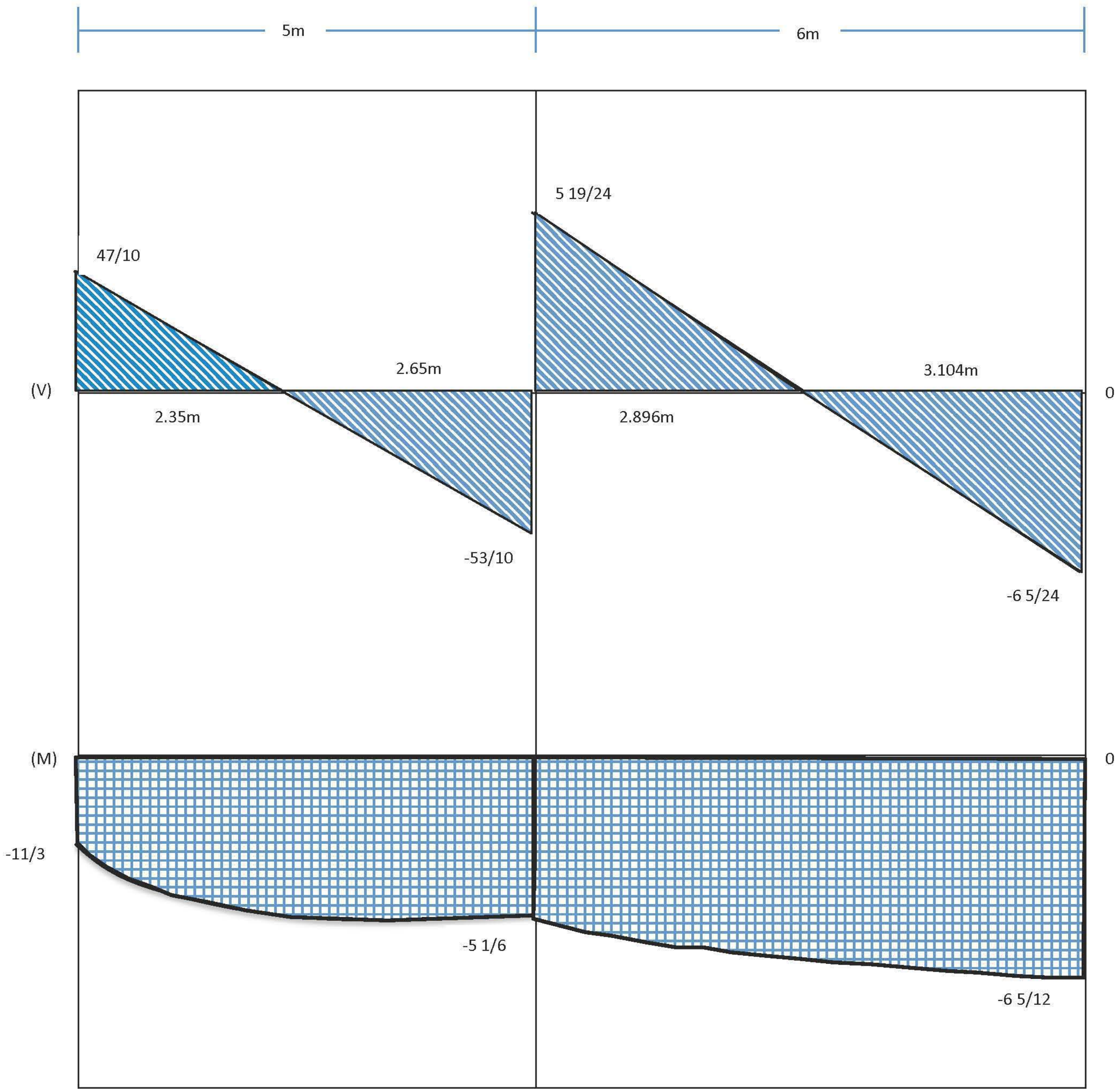
$$RCY = \frac{149}{24} TON$$

$$\sum MA = 0$$

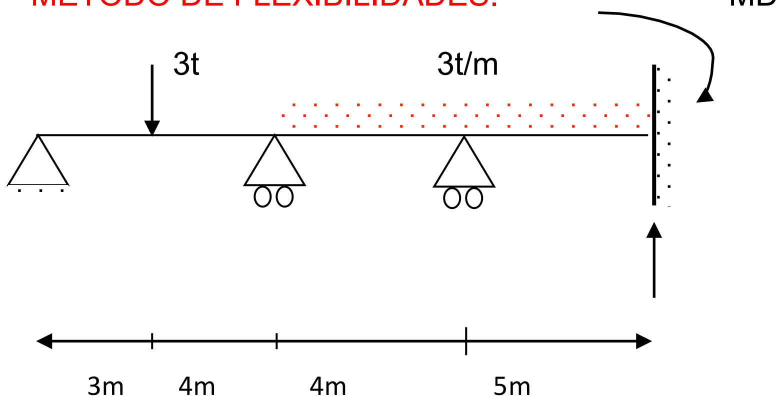
$$-\frac{11}{3} + 2(11)\left(\frac{11}{2}\right) - \frac{1331}{120}(5) - \frac{149}{24}(11) + MC = 0$$

$$MC = \frac{77}{12} TON - M$$

DIAGRAMA DE CORTANTE (V) Y MOMENTO (M).

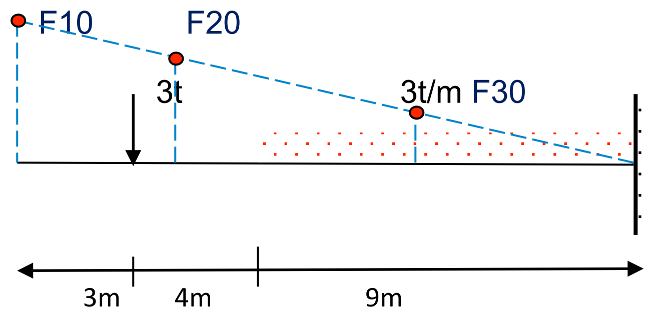


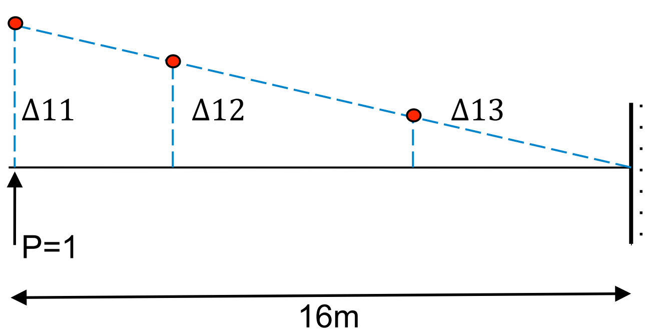
MÉTODO DE FLEXIBILIDADES.



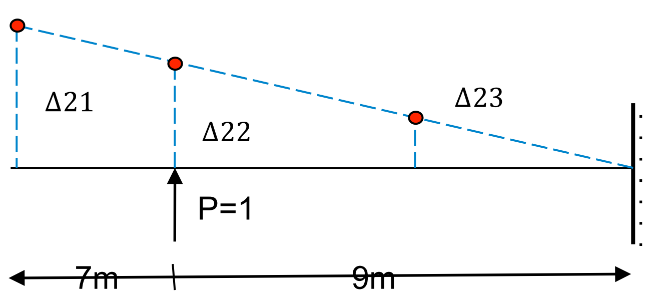
VIF

(viga isostática ficticia)

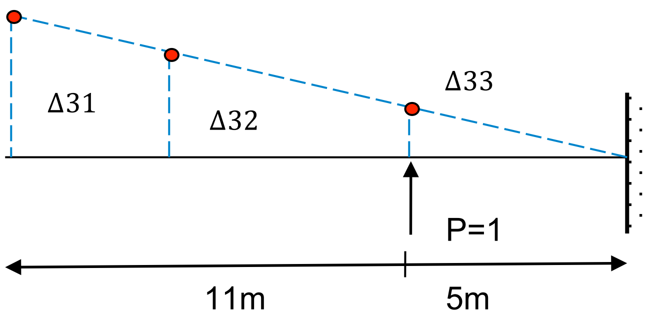




VIF2



VIF3



VIF4

OBTENER ECUACIÓN DE MOMENTO DE VIF, VIF2, VIF3, VIF4.

VIF

M_1=0   0≤X≤3m

M_2=-3(X-3)=-3X+9   3≤X≤7m

M_3=-3(x-3)-3$(x-7)\frac{(x-7)}{2} = -\frac{3}{2}x^2 + 18x - \frac{129}{2} \quad 7 \leq X \leq 11m$

M_4=$\frac{3}{2}x^2 - 15x + \frac{63}{2} = 0 \quad 11 \leq X \leq 16$

$$\Delta x = \frac{1}{EI}\int_{L1}^{L2} Mmdx$$

VIF 2

M_1VF2=x   0≤X≤16m

VIF 3

M_1VF3=0   0≤X≤7m   M2VF3=x-7   7≤X≤16m

VIF 4

M_1VF4=0   0≤X≤11m   M2VF4=x-11   11≤X≤16m

CALCULO DE LAS DEFLEXIONES EN TODAS LAS VIGAS FICTICIAS.

F10=$\frac{1}{EI}\int_0^3 (0)(X)dx + \frac{1}{EI}\int_3^7 (-3x+9)(x)dx + \frac{1}{EI}\int_7^{11}\left(-\frac{3}{2}x^2 + 18x - 64.5\right)(x)dx +$
$\frac{1}{EI}\int_{11|}^{16}\left(-\frac{3}{2}x^2 + 18x - 64.5\right)(x)dx$

F10=$\frac{-7969.375}{EI}$

F20=$\frac{1}{EI}\int_0^3(0)(0)dx+\frac{1}{EI}\int_3^7(-3x+9)(0)dx+\frac{1}{EI}\int_7^{11}\left(-\frac{3}{2}x^2+18x-64.5\right)(x-7)dx+$
$\frac{1}{EI}\int_{11}^{16}(-\frac{3}{2}x^2+18x-64.5)(x-7)dx$

F20=$\frac{-3675.375}{EI}$

F30=$\frac{1}{EI}\int_0^3(0)(0)dx+\frac{1}{EI}\int_3^7(3x+9)(0)dx+\frac{1}{EI}\int_7^{11}\left(-\frac{3}{2}x^2+18x-64.5\right)(0)dx+$
$\frac{1}{EI}\int_{11}^{16}\left(-\frac{3}{2}x^2+18x-64.5\right)(x-11)dx$

F30=$-\frac{1459.375}{EI}$

$$\Delta 11=\int_0^{16}(x)(x)dx$$

$$\Delta 11=\frac{4096}{3EI}$$

$$\Delta 12=\int_0^{11}(x)(x)dx+\int_7^{16}(x)(x-7)dx$$

$$\Delta 12=\frac{526.50}{EI}$$

$$\Delta 13=\int_0^{11}(x)(0)dx+\frac{1}{EI}\int_{11}^{16}(x)(x-11)dx$$

$$\Delta 13=\frac{1075}{EI}$$

VIF 3

$$\Delta 21=\frac{1}{EI}\int_0^{7}(0)(x)dx+\frac{1}{EI}\int_7^{16}(x-7)(x)dx$$

$$\Delta 21=\frac{526.50}{EI}$$

$$\Delta 22=\frac{1}{EI}\int_0^{7}(0)(0)dx+\frac{1}{EI}\int_7^{16}(x-7)(x-7)dx$$

$$\Delta 22=\frac{243}{EI}$$

$$\Delta 23=\frac{1}{EI}\int_0^7 (0)(0)dx+\frac{1}{EI}\int_7^{11}(X-7)(0)\,dx+\frac{1}{EI}\int_{11}^{16}(X-7)(X-11)dx$$

$$\Delta 23=\frac{275}{3EI}$$

VIF 4

$$\Delta 31=\frac{1}{EI}\int_0^{11}(0)(x)dx+\frac{1}{EI}\int_{11}^{16}(x-11)(x)dx$$

$$\Delta 31=\frac{1075}{6EI}$$

$$\Delta 32=\frac{1}{EI}\int_0^7 (0)(0)dx+\frac{1}{EI}\int_7^{11}(0)(x-7)dx+\frac{1}{EI}\int_{11}^{16}(x-11)(x-7)dx$$

$$\Delta 32=\frac{275}{3EI}$$

$$\Delta 33=\frac{1}{EI}\int_0^{11}(0)(0)dx+\frac{1}{EI}\int_{11}^{16}(x-11)(x-11)dx$$

$$\Delta 33=\frac{125}{3EI}$$

OBTENER MATRIZ DE FLEXIBILIDADES.

F10= $-\frac{7969.375}{EI}$

F20= $-\frac{3675.375}{EI}$

F30= $-\frac{1459.375}{EI}$

VIF 2

$$\Delta 11=\frac{4096}{3EI}$$

$$\Delta 12=\frac{526.50}{EI}$$

$$\Delta 13=\frac{1075}{EI}$$

VIF 3

F21= $-\frac{526.50}{EI}$

F22= $\frac{243}{EI}$

F23= $\frac{275}{EI}$

VIF 4

$$\Delta 31=\frac{1075}{6EI}$$

$$\Delta 32=\frac{275}{3EI}$$

$$\Delta 33=\frac{125}{3EI}$$

SISTEMA DE ECUACIONES DE FLEXIBILIDADES POR COMPATIBILIDAD DE DEFORMACIONES.

F10+$\Delta 11RAY + \Delta 21RBY + \Delta 31RCY = 0$

F20+$\Delta 12RAY + \Delta 22RBY + \Delta 32RCY = 0$

F30+$\Delta 13RAY + \Delta 23RBY + \Delta 33RCY = 0$

-7969.375+$\frac{4096}{3}RAY + 526.50RBY + \frac{1075}{6}RCY = 0$

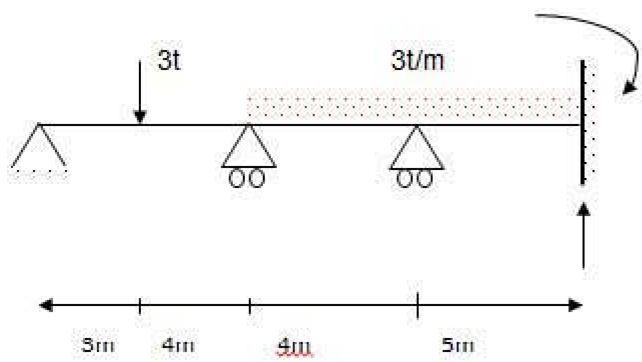
-3675.375+526.50RAY+243RBY+$\frac{275}{3}RCY = 0$

-1459.375+$\frac{1075}{6}RAY + \frac{275}{3}RBY$+$\frac{125}{3}RCY = 0$

RAY=1.2037 TON

RBY=7.9303 TON

RCY=13.5906 TON



∑fy=0

1.2037-3+7.9303-3(9)+13.5906+RDY=0

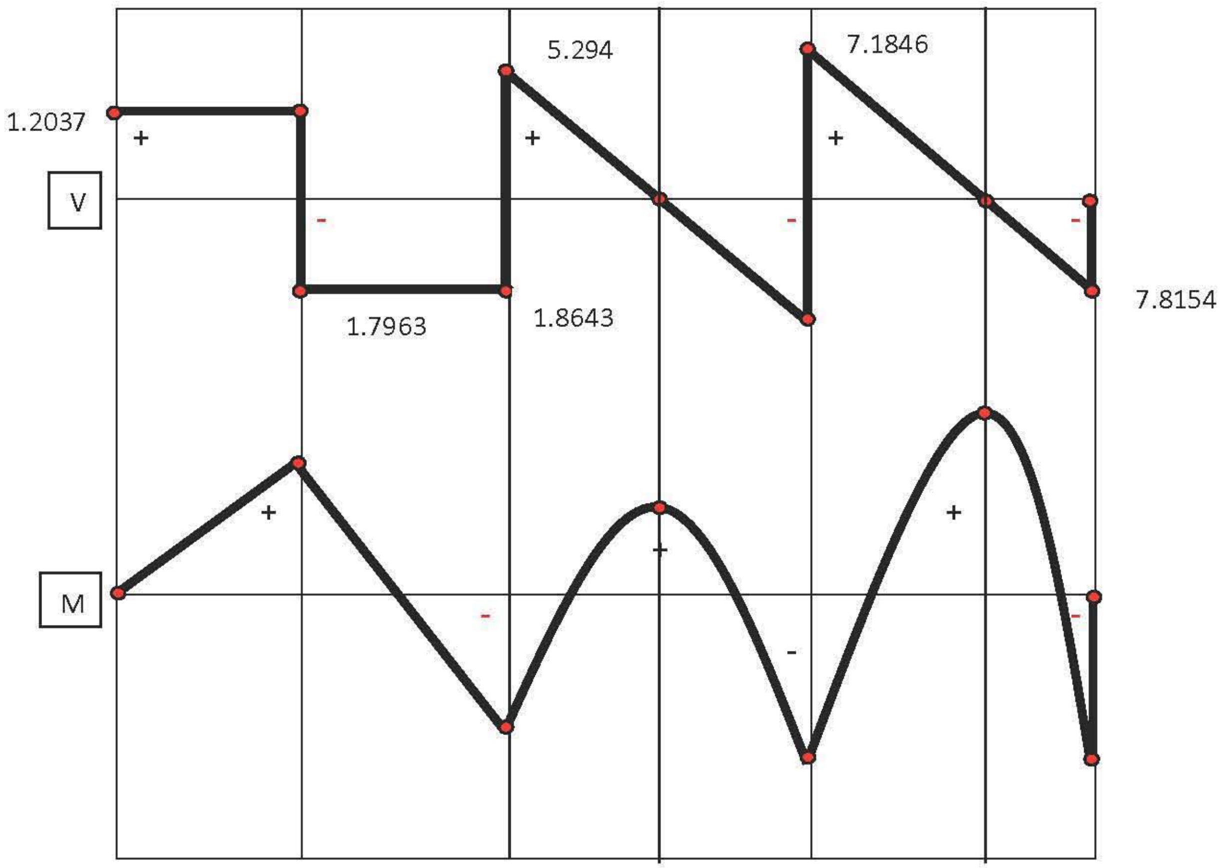
RDY=7.8154Ton

∑MA=0

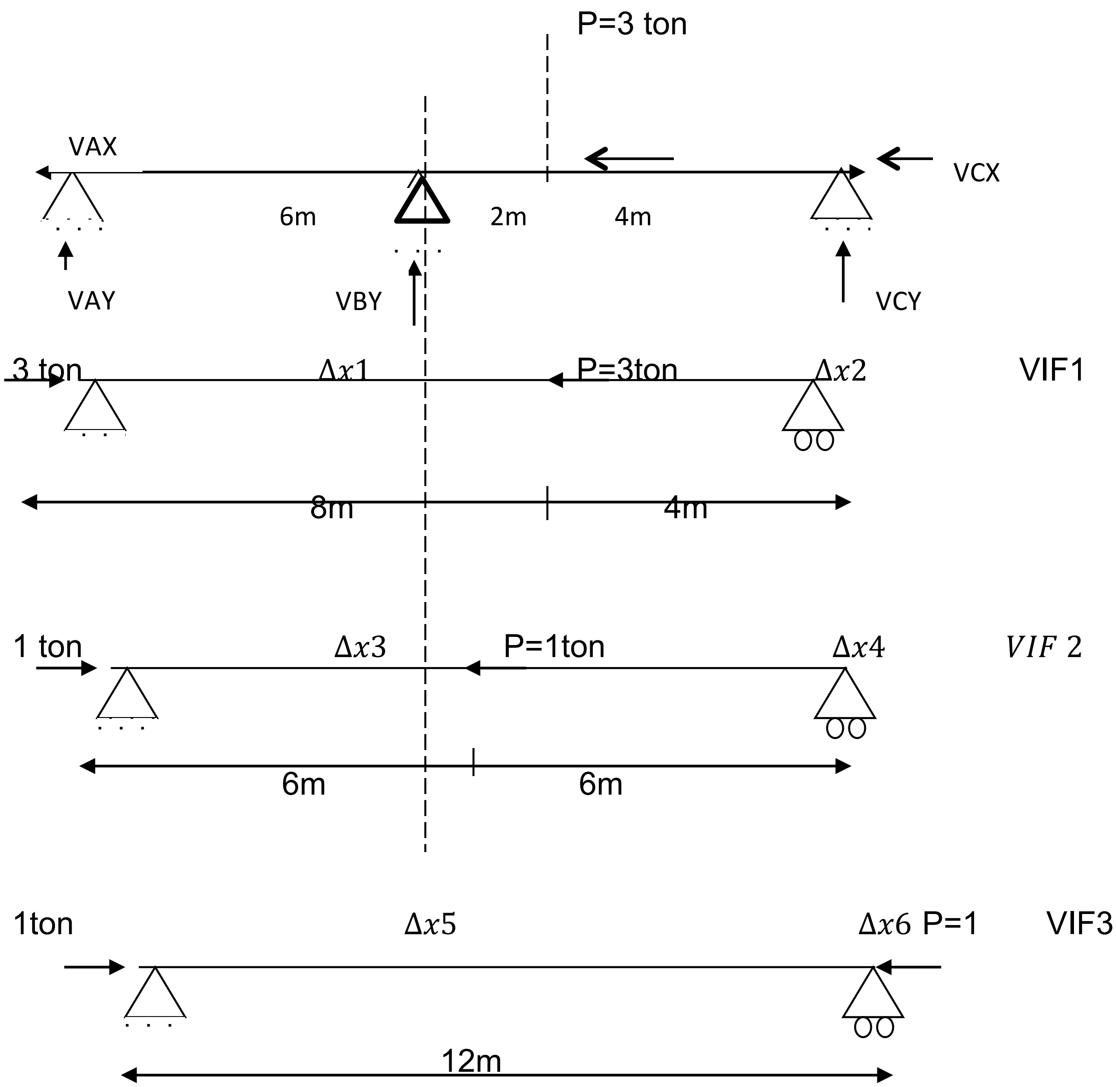
3(3)-7.9303(7)+3(9)($\frac{9}{2}+2$)-13.5906(11)-7.8153(16)+MD=0

MD=6.777Tom

GRAFICA DE CORTANTE Y DE MOMENTOS.



MÉTODO DE FLEXIBILIDADES (EJEMPLO PARA SACAR REACCIONES HORIZONTALES)



VIF1	VIF2	VIF3
0≤x≤8m	$0 \leq x \leq 6m$	0≤x≤12m
N_1=3[c]	N_1=1[c]	N_5=1[c]
8≤x≤12m	6≤x≤12m	
N_2=0	N_4=0	

$$\Delta x1 = \frac{(3)(1)(6)}{AE} + \frac{(3)(0)(6)}{AE}$$

$$\Delta x1 = \frac{18}{AE}$$

$$\Delta x2 = \frac{(3)(1)(8)}{AE} + \frac{(0)(1)(4)}{AE}$$

$$\Delta x2 = \frac{24}{AE}$$

$$\Delta x3 = \frac{(1)(1)(6)}{AE} + \frac{(0)(0)(6)}{AE}$$

$$\Delta x3 = \frac{6}{AE}$$

$$\Delta x4 = \frac{(1)(1)(6)}{AE} + \frac{(0)(0)(6)}{AE}$$

$$\Delta x4 = \frac{6}{AE}$$

$$\Delta x5 = \frac{(1)(1)(6)}{AE} + \frac{(1)(0)(6)}{AE}$$

$$\Delta x5 = \frac{6}{AE}$$

$$\Delta x6 = \frac{(1)(1)(12)}{AE}$$

$$\Delta x6 = \frac{12}{AE}$$

SISTEMA DE FLEXIBILIDADES.

$$\Delta x1 + \Delta x3VBx + \Delta x5VCx = 0$$

$$\Delta x2 + \Delta x4VBx + \Delta x6VCx = 0$$

18+6Bx+6VCx=0

24+6VBx+12VCx=0

VBx=-2ton

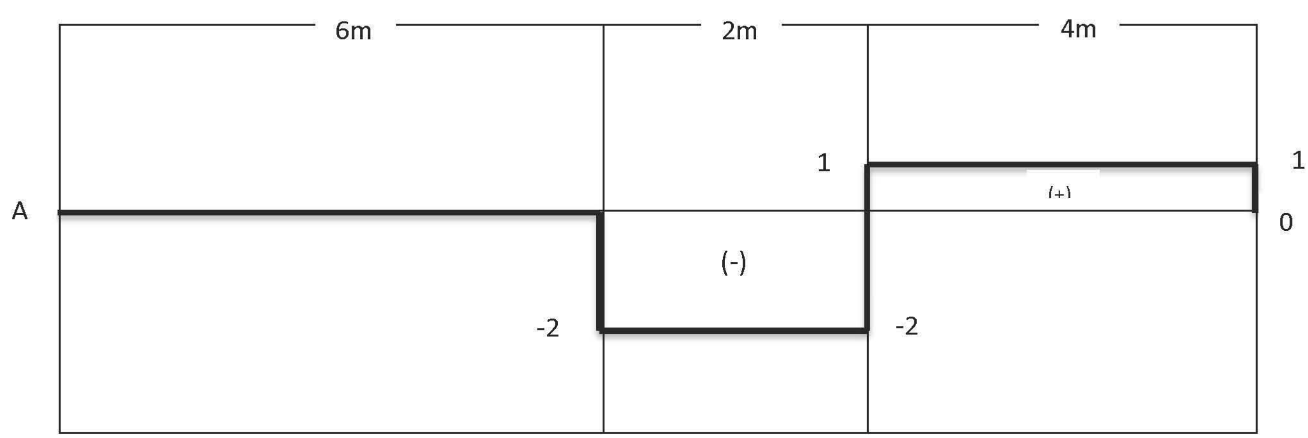
VCx=-1ton

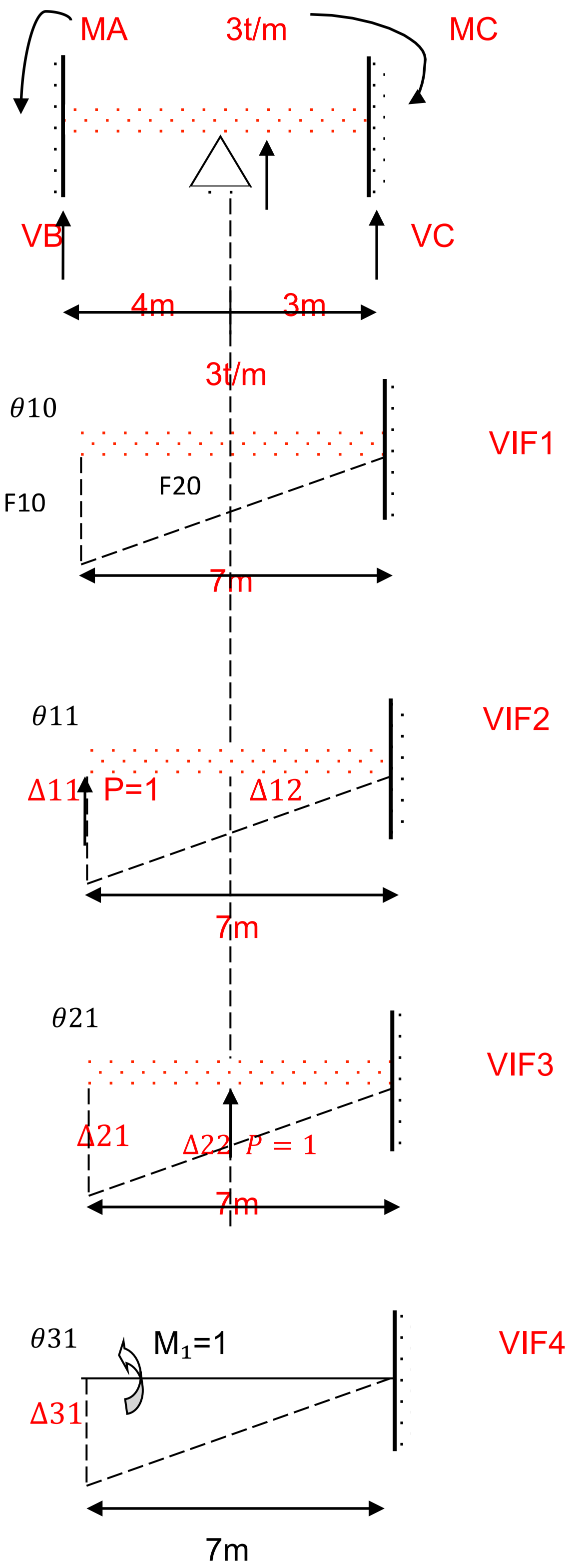
∑Fx=0

$$-VAx + 2 - 3 + 1 = 0$$

$$VAx = 0$$

DIAGRAMA.





$$M_1 = -\frac{3}{2}x^2$$

$$M_2 = x$$

$$M_3 = 0$$

$$M_4 = x - 4$$

$$M_5 = -1$$

F10= $-\frac{7203}{8EI}$

F20= $-\frac{1971}{8EI}$

$\Delta 11 = \frac{343}{3EI}$

$\Delta 12 = \frac{27}{EI}$

$\Delta 21 = \frac{27}{EI}$

$\Delta 22 = \frac{9}{EI}$

$\Delta 31 = \frac{49}{2EI}$

$\Delta 32 = -\frac{9}{2EI}$

$\theta 10 = \frac{343}{2EI}$

$\theta 11 = -\frac{49}{2EI}$

$\theta 21 = -\frac{9}{2EI}$

$\theta 31 = -\frac{7}{EI}$

$$F10 + \Delta 11 VA + \Delta 21 VB + \Delta 31 MA = 0$$

$$F20 + \Delta 12 VA + \Delta 22 VB + \Delta 32 MA = 0$$

$$\theta 10 + \theta 11 VA + \theta 21 VB + \theta 31 MA = 0$$

$$-\frac{7203}{8} + \frac{343}{3} VA + 27VB - \frac{49}{2} MA = 0$$

$$-\frac{1971}{8} + 27VA + 9VB - \frac{9}{2} MA = 1$$

$$\frac{343}{2} - \frac{49}{2} VA - \frac{9}{2} VB + 7MA = 0$$

VA= $\frac{201}{32}$

VB= $\frac{343}{32}$

MA= $\frac{35}{8}$

$\sum$Fy=0

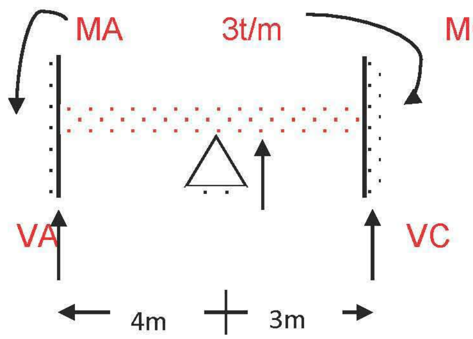
$$\frac{201}{32} - 3(7) + \frac{343}{32} + VC = 0$$

VC= 4Ton

$\sum$MA=0

$$-\frac{35}{8} + 3(7)\left[\frac{7}{2}\right] - \frac{343}{32}(4) - 4(7) + MC = 0$$

MC= $\frac{7}{4} Tom$



VA=201/32 Ton

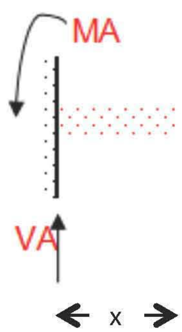
VB=343/32 Ton

VC= 4 Ton

MA= 35/8 Tom

MC= 7/4 Tom

1CORTE $0 \leq X \leq 4m$



$$M_1 = \frac{201}{32}x - 3(x)\left[\frac{x}{2}\right] - \frac{35}{8}$$

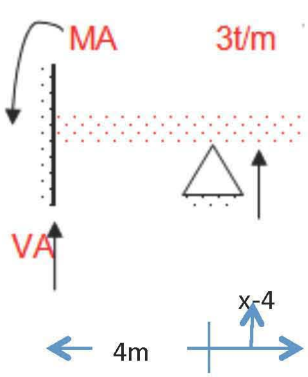
$$M_1 = -\frac{3}{2}x^2 + \frac{201}{32}x - \frac{35}{8}$$

$$V_1 = -3x + \frac{201}{32}$$

$$x = 0 \quad V = 0 \quad M = {}^{-35}/_{8}$$

$$x = 4 \quad V = -{}^{183}/_{32} \quad M = {}^{-13}/_{4}$$

1CORTE $0 \leq X \leq 4m$



$$M_2 = \frac{201}{32}x - 3(x)\left[\frac{x}{2}\right] + \frac{343}{32}(x-4) - \frac{35}{8}$$

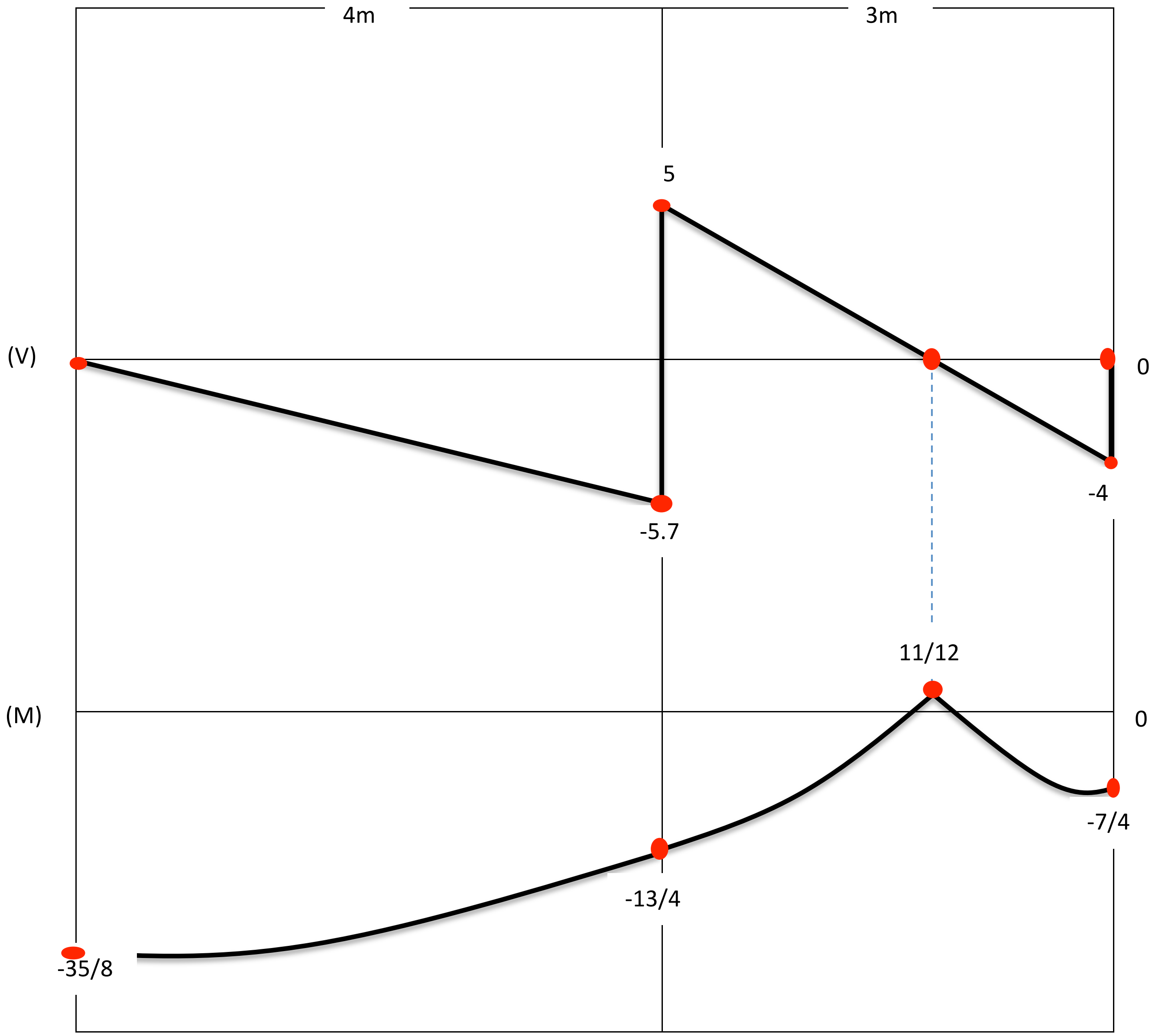
$$M_2 = -\frac{3}{2}x^2 + 17x - \frac{189}{4}$$

$$V_2 = -3x + 17$$

$$x = 4 \quad V = 5 \quad M = {}^{-13}/_{4}$$

$$x = 7 \quad V = -4 \quad M = {}^{-7}/_{4}$$

DIAGRAMAS DE MOMENTO Y CORTANTE.

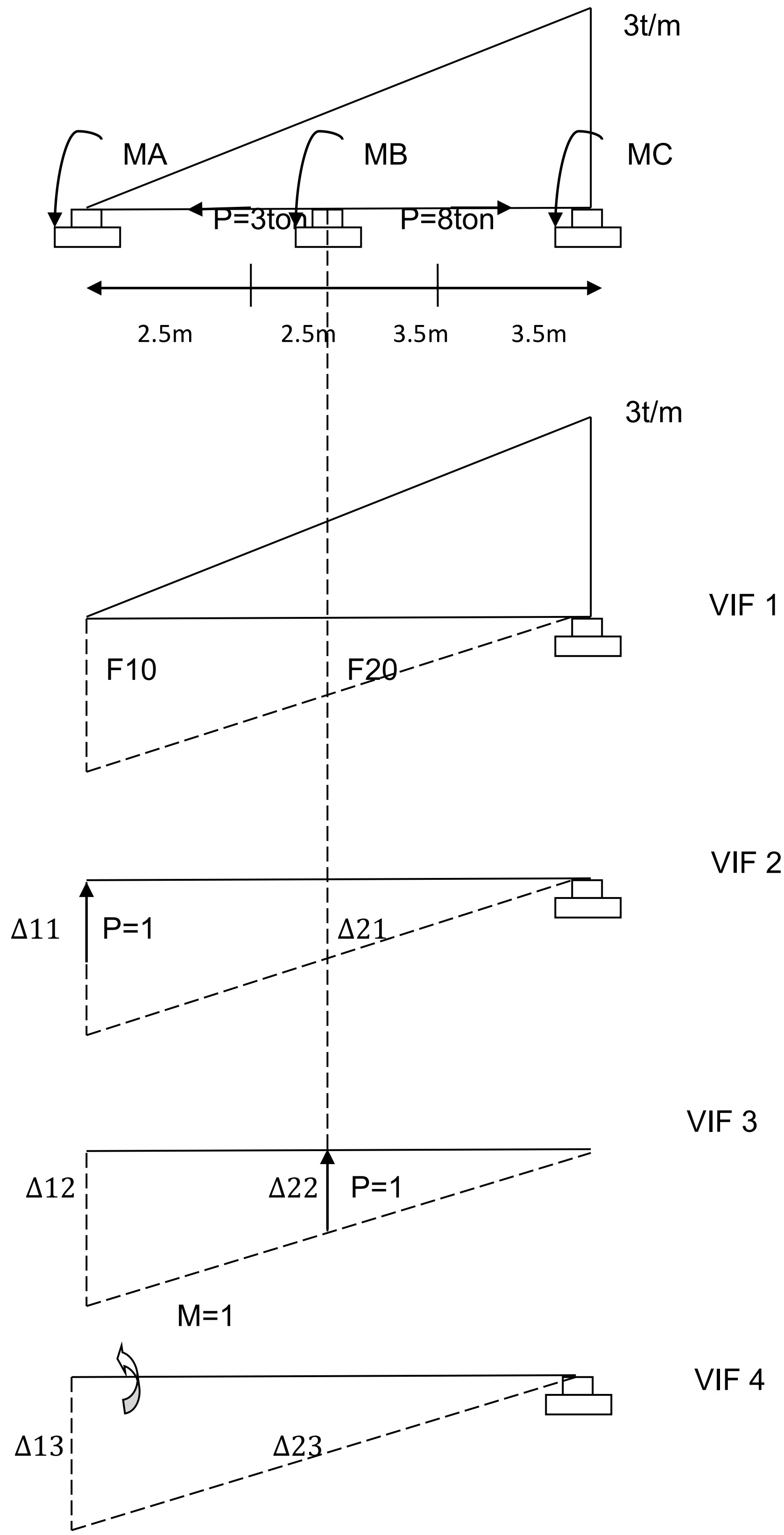


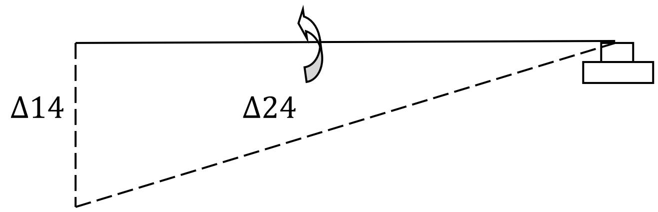
SACAR MOMENTO MAXIMO.

$$V_2 = -3x + 17 \quad \textit{Despejando x tenemos que: } x = \frac{17}{3}$$

$$M_2 = -\frac{3}{2}x^2 + 17x - \frac{189}{4} \quad \textit{Sustituyendo el valor anterior en esta ecuacion tenemos:}$$

$$M_{max} = {}^{11}/_{12}$$


3t/m
MA
MB
MC
P=3ton
P=8ton
2.5m
2.5m
3.5m
3.5m
3t/m
VIF 1
F10
F20
VIF 2
Δ11
P=1
Δ21
VIF 3
Δ12
Δ22
P=1
M=1
VIF 4
Δ13
Δ23



VIF 5

VIF 1

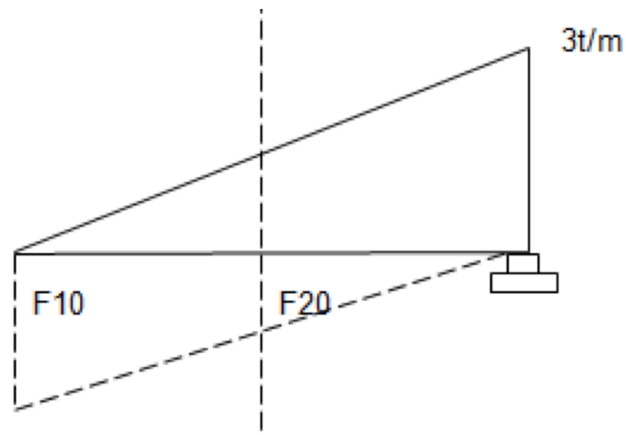
$0 \le x \le 12$ w___x

3____12

$12w=3x$

$W=\frac{x}{4}$

$M_1=-\frac{x\left(\frac{x}{4}\right)}{2}\left[\frac{x}{3}\right]=-\frac{x^3}{24}$

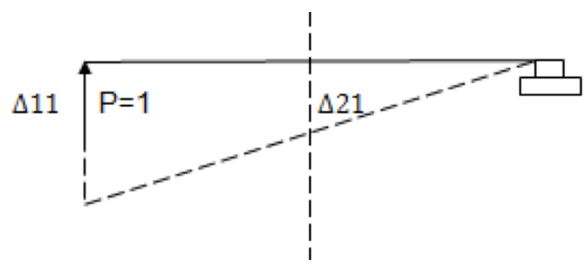


VIF 1

VIF 2

$0 \le x \le 12$

$M_2=x$



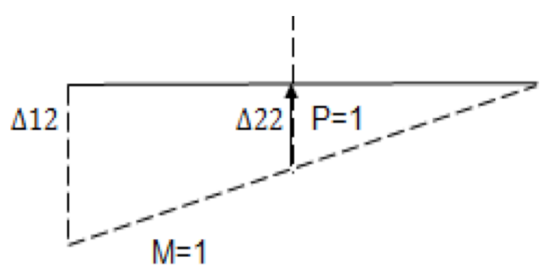
VIF 2

VIF 3

$0 \le x \le 5m$

$M_3=0$

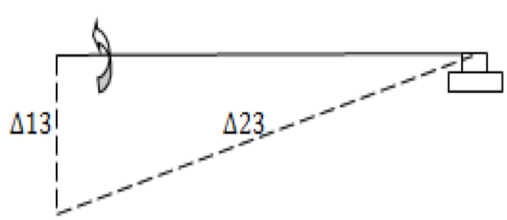
$M_4=x-5 \quad 5 \le x \le 12m$



VIF 3

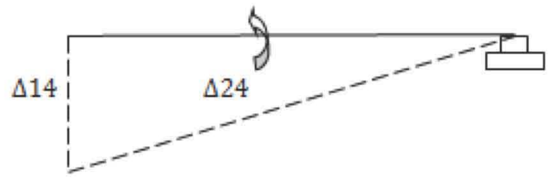
VIF 4

$M_5=-1 \quad 0 \le x \le 12$



VIF 4

VIF 5



M_6=0   0≤x≤5

M_7=-1   5≤x≤12

VIF1

F10=$\frac{1}{EI}\int_0^{12}\left(-\frac{1}{24}x^3\right)(x)dx$= - $\frac{10368}{5EI}$

F20=$\frac{1}{EI}\int_0^{5}\left(-\frac{1}{24}x^3\right)(0)dx+\frac{1}{EI}\int_5^{12}\left(-\frac{1}{24}x^3\right)(x-5)\,dx$= - -$\frac{1000.110417}{EI}$

VIF2

$$\Delta 11=\frac{1}{EI}\int_0^{12}(x)(x)dx$$

$$\Delta 11=\frac{570}{EI}$$

$$\Delta 21=\frac{1}{EI}\int_0^{5}(x)(0)dx+\frac{1}{EI}\int_5^{12}(x)(x-5)dx$$

$$\Delta 21=\frac{1421}{6EI}$$

VIF3

$$\Delta 12=\frac{1}{EI}\int_0^{5}(0)(x)dx+\frac{1}{EI}\int_5^{12}(x-5)(x)dx=\frac{1421}{6EI}$$

$$\Delta 22=\frac{1}{EI}\int_0^{5}(0)(0)dx+\frac{1}{EI}\int_5^{12}(x-5)(x-5)dx$$

$$\Delta 22=\frac{343}{3EI}$$

VIF4

$$\Delta 13=\frac{1}{EI}\int_0^{12}(-1)(X)dx$$

$$\Delta 13=-\frac{72}{EI}$$

$$\Delta 23=\frac{1}{EI}\int_{0}^{5}(0)(-1)dx+\frac{1}{EI}\int_{5}^{12}(-1)(x-5)=-\frac{44}{2EI}$$

VIF5

$$\Delta 14=\frac{1}{EI}\int_{0}^{5}(0)(x)dx+\frac{1}{EI}\int_{5}^{12}(-1)(x)dx$$

$$\Delta 14=-\frac{119}{2EI}$$

$$\Delta 24=\frac{1}{EI}\int_{0}^{5}(0)(0)dx+\frac{1}{EI}\int_{5}^{12}(x-5)(-1)dx$$

$$\Delta 24=-\frac{49}{2EI}$$

ECUACIÓN DE COMPATIBILIDAD PARA DEFLEXIONES.

F10+$\Delta 11VAy+\Delta 12VBy+\Delta 13MA+\Delta 14MB=0$

F20+$\Delta 21VAy+\Delta 22VBy+\Delta 23MA+\Delta 24MB=0$

ECUACIÓN PARA GIROS.

$$\theta 10=\frac{1}{EI}\int_{0}^{12}\left(-\frac{1}{24}x^{3}\right)(-1)dx$$

$$\theta 10=\frac{216}{EI}$$

$$\theta 20=\frac{1}{EI}\int_{0}^{5}\left(-\frac{1}{24}x^{3}\right)(0)dx+\frac{1}{EI}\int_{5}^{12}\left(-\frac{1}{24}x^{3}\right)(-1)\text{dx}$$

$$\theta 20=\frac{20111}{96EI}$$

$$\theta 11=\frac{1}{EI}\int_{0}^{12}(x)(-1)dx$$

$$\theta 11=-\frac{72}{EI}$$

$$\theta 21=\frac{1}{EI}\int_{0}^{5}(x)(0)dx+\frac{1}{EI}\int_{5}^{12}(x)(-1)dx$$

$$\theta 21 = -\frac{119}{2EI}$$

$$\theta 12 = \frac{1}{EI}\int_0^5 (0)(-1)dx + \frac{1}{EI}\int_5^{12} (X-5)(-1)dx$$

$$\theta 12 = -\frac{49}{2EI}$$

$$\theta 22 = \frac{1}{EI}\int_0^5 (0)(0)dx + \frac{1}{EI}\int_5^{12} (X-5)(-1)dx$$

$$\theta 22 = -\frac{49}{2EI}$$

$$\theta 13 = \frac{1}{EI}\int_0^{12} (-1)(-1)dx$$

$$\theta 13 = \frac{12}{EI}$$

$$\theta 23 = \frac{1}{EI}\int_0^5 (-1)(0)dx + \frac{1}{EI}\int_5^{12} (-1)(-1)dx$$

$$\theta 23 = \frac{7}{EI}$$

$$\theta 14 = \frac{1}{EI}\int_0^5 (0)(-1)dx + \frac{1}{EI}\int_5^{12} (-1)(-1)dx$$

$$\theta 14 = \frac{7}{EI}$$

$$\theta 24 = \frac{1}{EI}\int_0^5 (0)(0)dx + \frac{1}{EI}\int_5^{12} (-1)(-1)dx$$

$$\theta 24 = \frac{7}{EI}$$

ECUACIONES PARA DEFLEXIONES:

$$\theta 10 + \theta 11 VAy + \theta 12 VBy + \theta 13 MA + \theta 14 MB = 0$$

$$\theta 20 + \theta 21 VAy + \theta 22 VBy + \theta 23 MA + \theta 24 MB = 0$$

$$--\frac{10368}{5}+570VA+\frac{1421}{6}VB+(-72)MA-\frac{119}{2}MB=0$$

$$-1000.110417+\frac{1421}{6}VA+\frac{343}{3}VB--\frac{49}{2}MA-\frac{49}{2}MB=0$$

$$216-72VA-\frac{49}{2}VB+12MA+7MB=0$$

$$\frac{20111}{96}--\frac{119}{2}VA-\frac{49}{2}VB+7MA+7MB=0$$

VAy=0.9375 ton

VBy=8.40 ton

MA=1.04167ton

MB=6.4

∑fy=0

$0.9375-\frac{3(12)}{2}+8.40+VCy=0$

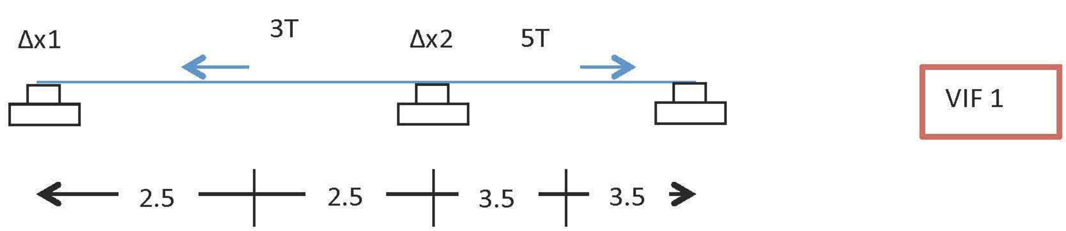
VCy=8.6625ton

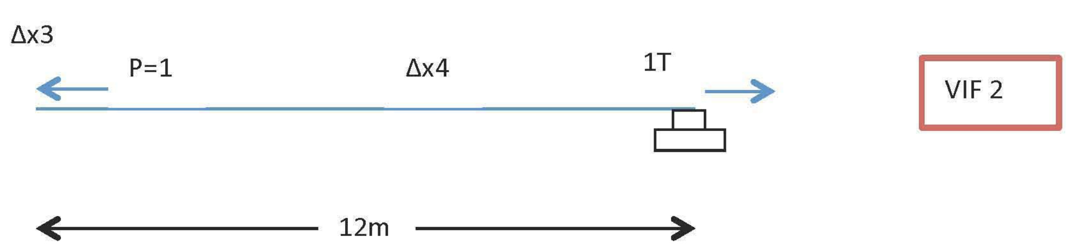
∑MA=0

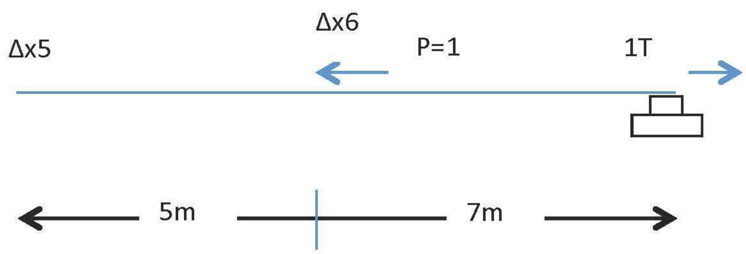
$-1.04167+\frac{3(12)}{2}\left[\frac{2}{3}(12)\right]-8.40(5)-6.4-8.6625(12)-MC=0$

MC=-9.3917Tom

CARGAS HORIZONTALES.







VIF 3

VIF1

$0 \leq x \leq 2.5m$

$N_1=0$

$2.5 \leq X \leq 8.5m$

$N_2=3[T]$

$8.5 \leq x \leq 12m$

$N_3=5[C]$

VIF 2

$0 \leq X \leq 12m$

N4=1[T]

VIF 3

$0 \leq x \leq 5$

N5=0

$5 \leq x \leq 12m$

N6=1[T]

DESPLAZAMIENTOS HORIZONTALES.

$$\Delta xn = \frac{NnL}{AE}$$

$$\Delta x1 = \frac{(0)(1)(2.5)}{AE} + \frac{(6)(3)(1)}{AE} + \frac{(3.5)(-5)(1)}{AE}$$

$$\Delta x1 = \frac{1}{2AE}$$

$$\Delta x2 = \frac{(2.5)(0)(0)}{AE} + \frac{(3)(2.5)(0)}{AE} + \frac{(3.5)(3)(1)}{AE} + \frac{(3.5)(-5)(1)}{AE}$$

$$\Delta x2 = -\frac{7}{AE}$$

$$\Delta x3 = \frac{(1)(1)(12)}{AE} = \frac{12}{AE}$$

$$\Delta x4=\frac{(5)(0)(1)}{AE}+\frac{(1)(1)(7)}{AE}$$

$$\Delta x4=\frac{7}{AE}$$

$$\Delta x5=\frac{(5)(0)(1)}{AE}+\frac{7(1)(1)}{AE}$$

$$\Delta x5=\frac{7}{AE}$$

$$\Delta x6=\frac{(5)(0)(0)}{AE}+\frac{(1)(1)(7)}{AE}$$

$$\Delta x6=\frac{7}{AE}$$

SISTEMA DE FLEXIBILIDADES.

$$\Delta x1+\Delta x3VAy+\Delta x5VBx=0$$

$$\Delta x2+\Delta x4VAx+\Delta x6VB=0$$

$$\frac{1}{2}+12VAX+7VBX=0$$

$$-7+7VAX+7VBX=0$$

RESOVIENDO EL SISTEMA ANTERIOR TENEMOS QUE:

VAx=$-\frac{3}{2}$

VBx=$\frac{5}{2}$

∑Fx=0

1.5-3-2.5+8-VCx=0

VCx=4Ton

RESUMEN DE REACCIONES:

MC=-9.3917Tom

VCy=8.6625ton

VAy=0.9375 ton

VBy=8.40 ton

MA=1.04167tom

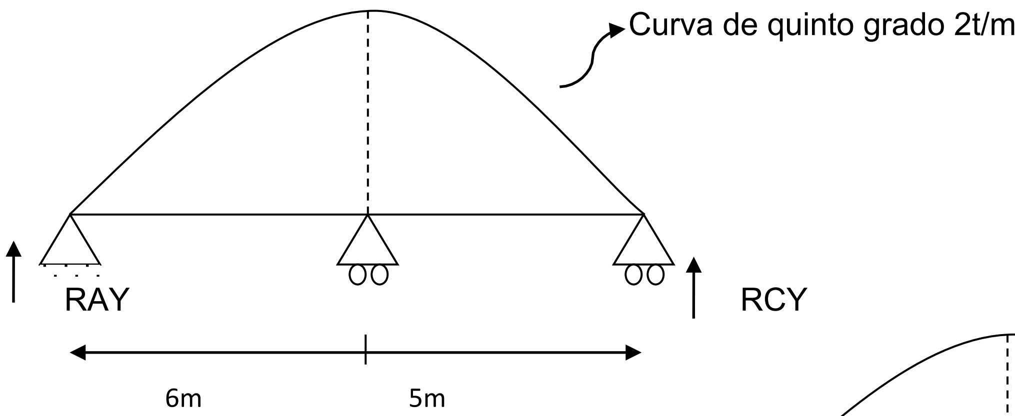
MB=6.4tom

VAx=$-\frac{3}{2}$ ton

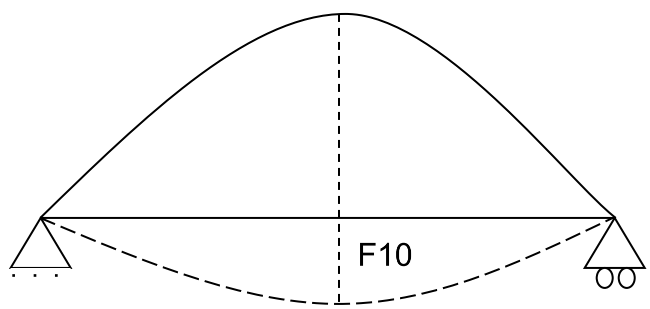
VBx=$\frac{5}{2}$ ton

VCx=4Ton

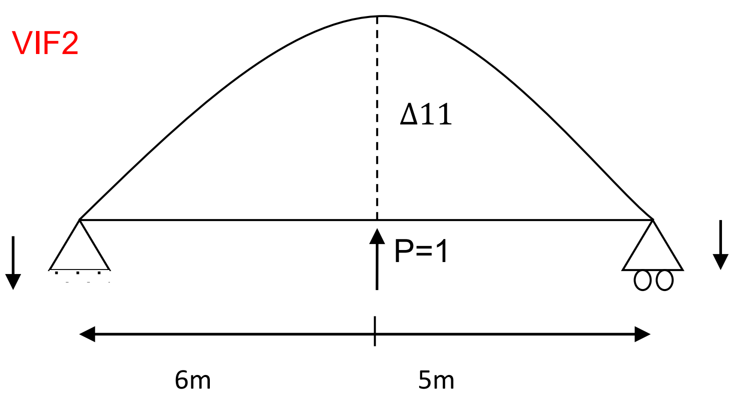
2.2.3.-MÉTODO DE VIGA CONJUGADA.



VIF 1



VIF2



VIF 1

$Y=ax^5+bx$

Cuando x=0   y=0

X=6   y=2

X=11   y=0

$a(6)^5+b(6)=2$

$a(11)^5+b(11)=0$

7776a+6b=2-------(1)

161051ª+11b=0-------(2)

De (2) despejar a.

$$a=-\frac{11}{161051}b----(3)$$

Sustituir (3) en (1).

$$\left(-\frac{11}{161051}\right)(7776)+6b=2$$

$$-\frac{85536}{161051}b+6b=2$$

$-\frac{85536}{161051}b+\frac{6(161051)}{161051}b=2$

$$\frac{85536+966306}{161051}=\frac{850770}{161051}b$$

$$\frac{8807770}{161051}b=2$$

b=2$\left(\frac{161051}{880770}\right)$

$$b=\frac{322102}{880770}=\frac{161051}{440385}$$

$$a=-\frac{11}{161051}\left(\frac{161051}{440385}\right)=-\frac{11}{440385}=-\frac{1}{40035}$$

y=$-\frac{1}{40035}x^5+\frac{161051}{440385}x$

X=$\frac{\int_0^{11}(-\frac{1}{40035}x^6+\frac{161051}{440385}x^2)}{\int_0^{11}(-\frac{1}{40035}x^5+\frac{161051}{440385}x)}$

X= $\frac{-\frac{1}{280245}x^7+\frac{161051}{1321155}x^3]_0^{11}}{-\frac{1}{240210}x^6+\frac{161051}{880770}x^2]_0^{11}}$

X=$\frac{92.714927}{14.750102}=6.285714m$

Ap=14.750102

∑MA=0

14.750102(6.285714)-11RBY=0

RBY=8.428629Ton

∑fy=0

RAY-14.750102+8.428629=0

RAY=6.321473Ton

M(x)=6.321473x-[(-$\frac{1}{240210}x^6+\frac{161051}{880770}x^2)(x-\frac{-\frac{1}{280245}x^7+\frac{161051}{1321155}x^3}{-\frac{1}{240210}x^6+\frac{161051}{880770}x^2}]$

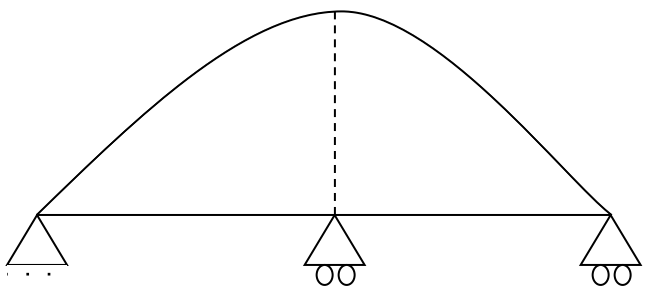
M(x)=6.321473x-[-$\frac{1}{240210}x^7+\frac{161051}{880770}x^3+\frac{1}{280245}x^7-\frac{161051}{1321155}x^3$

M(x)=$\frac{1}{1681470}x^7-0.06095x^3+6.321473x$

VIF 2

M_1=-$\frac{5}{11}x$ 0≤x≤6m

M_2=-$\frac{6}{11}x-6$ $6\leq x\leq$11m



F10=$\frac{1}{EI}\int_0^5\left(\frac{1}{1681470}x^7-0.06095x^3+6.321473x\right)\left(-\frac{5}{11}x\right)dx+\frac{1}{EI}\int_6^{11}\left(\frac{1}{1681470}x^7-0.06095x^3+6.321473x\right)\left(\frac{6}{11}x-6\right)dx$

F10=-$\frac{164.100435}{EI}-\frac{139.74776}{EI}$

F10=-$\frac{303.848220}{EI}$

VIF 2

$$\Delta 11=\frac{1}{EI}\int_0^6\left(-\frac{5}{11}x\right)(-\frac{5}{11}x)dx+\frac{1}{EI}\int_6^{11}\left(\frac{6}{11}x-6\right)\left(\frac{6}{11}x-6\right)dx$$

$$\Delta 11=\frac{1800}{121EI}+\frac{1500}{121EI}=\frac{300}{11EI}$$

F10+$\Delta 11R2=0$

-303.84822+$\frac{300}{11}R2=0$

R2=11.141101ton

$$\frac{92.714927}{14.750102} = 6.2857142953995$$

∑MA=0

14.750102(6.28571)-11.141101(6)-11R3=0

R3=2.351665ton

∑fy=0

R1=14.750102+11.141101+2.351665=0

R1=1.257336ton

Momentos y Cortantes.

$M_1 = \frac{1}{1681470}x^7 - 0{,}06095x^3 + 1.257336x$

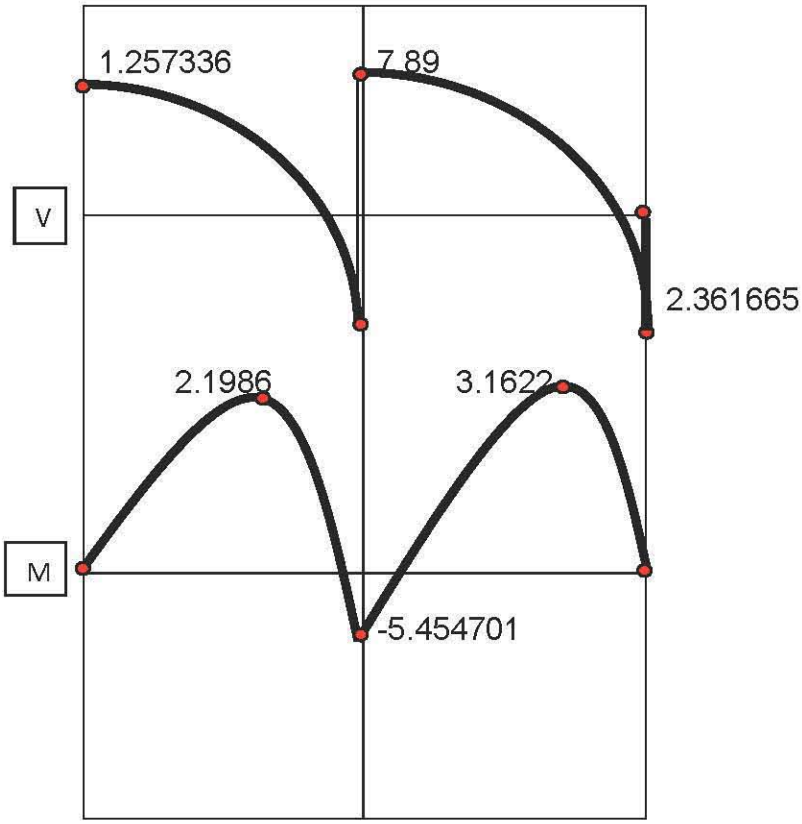
$M_{2=-}\frac{1}{1681470}x^7 - 0.06095x^3 + 1.257336x + 11.141101(x-6)$

$M_{2=-}\frac{1}{1681470}x^7 - 0.06095x^3 + 12.398437x - 66.846606$

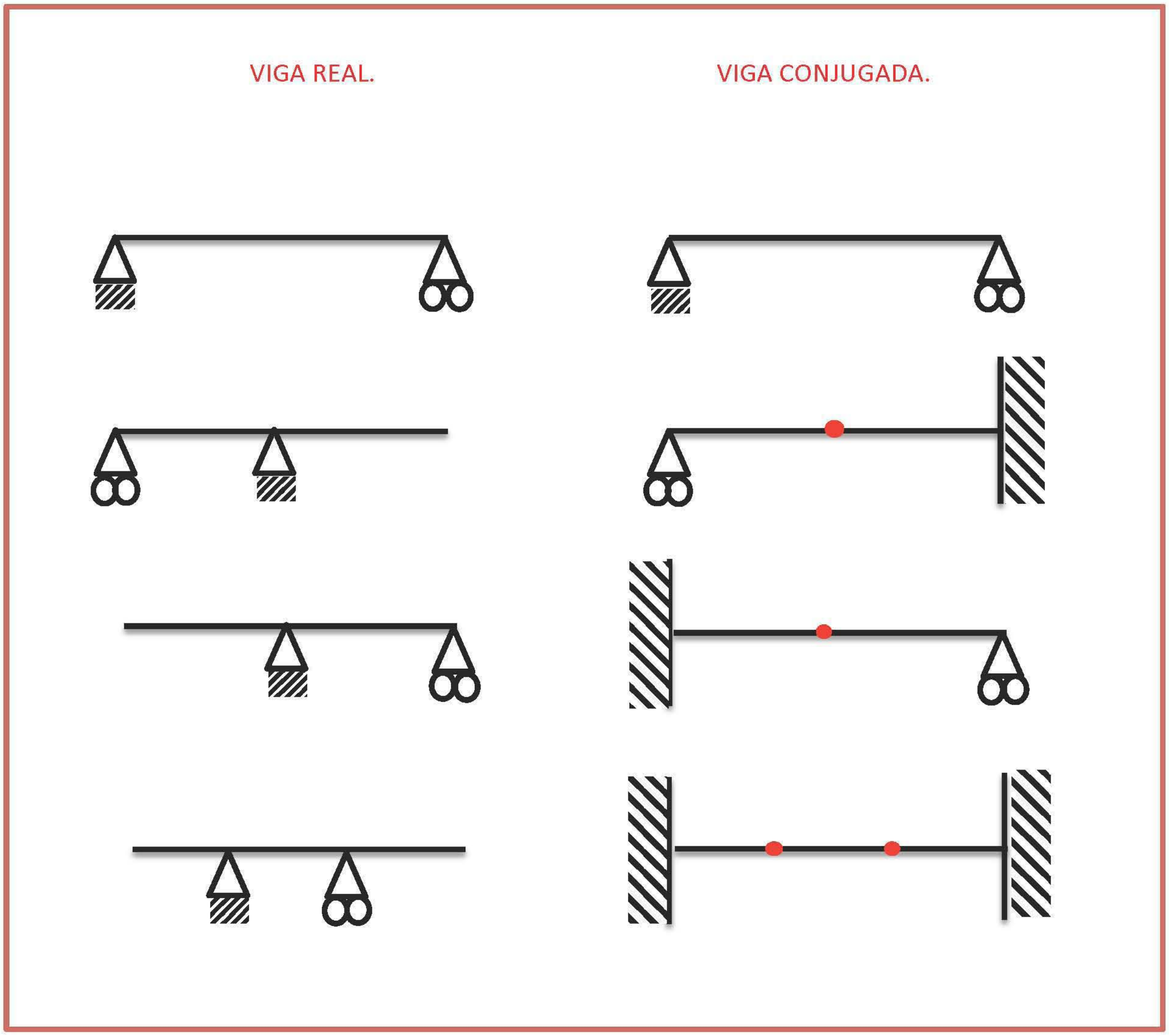
$V_1 = \frac{1}{240210}x^6 - 0.18285x^2 + 1.257336$

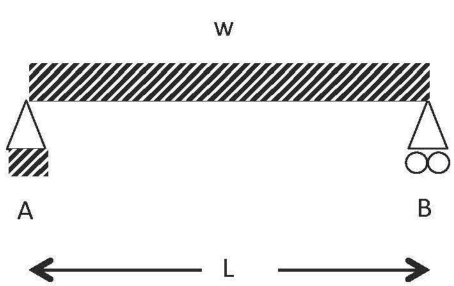
$V_2 = \frac{1}{240210}x^6 - 0.18295x^2 + 12.398437.$

GRAFICA DE CORTANTE Y MOMENTO.



VIGA CONJUGADA.





∑MA=0

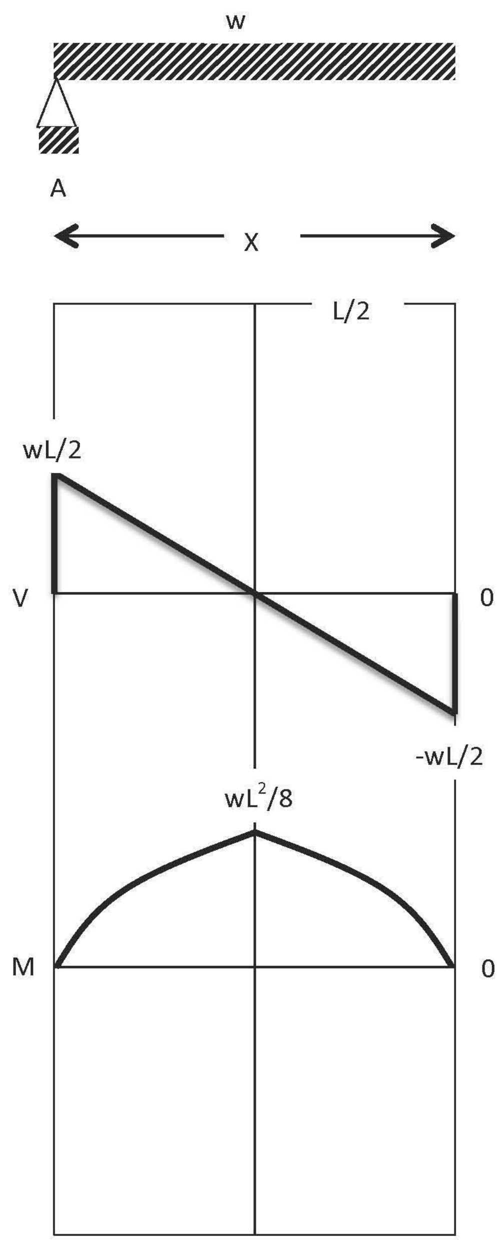
$$wL\left(\frac{L}{2}\right) - LRBY = 0$$

$$RBY = \frac{wL}{2}$$

∑FY=0

$$RAY - wL + \frac{wL}{2} = 0$$

$$RAY = \frac{wL}{2}$$



1 CORTE $0 \leq x \leq L$

$$M_1 = \frac{wL}{2}x - \frac{w}{2}x^2$$

$$V_1 = \frac{wL}{2} - wx$$

$$x = 0 \quad v = \frac{wL}{2} \quad M = 0$$

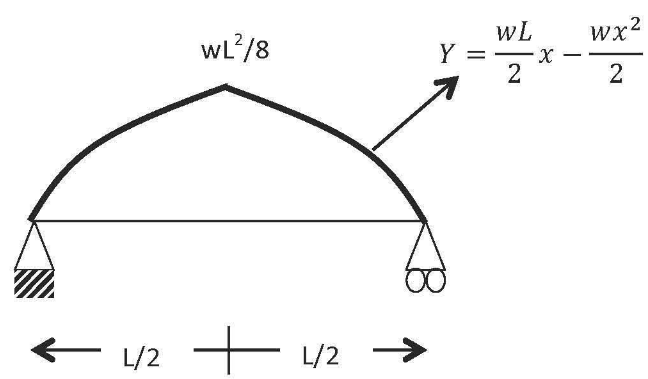
$$x = L \quad v = -\frac{wL}{2} \quad M = 0$$

$$\frac{wL}{2} - wx = 0$$

$$x = \frac{L}{2}$$

$$M = \frac{wL}{2}\left(\frac{L}{2}\right) - \frac{w}{2}\left(\frac{L^2}{2}\right) = \frac{wL^2}{8}$$

VIGA CONJUGADA:



$$\bar{x} = \frac{\int_{L1}^{L2} x^2 dA}{\int_{L1}^{L2} dA}$$

$$\bar{x} = \frac{\int_0^L x\left(\frac{wL}{2}x - \frac{wx^2}{2}\right)dx}{\int_0^L \left(\frac{wL}{2}x - \frac{wx^2}{2}\right)dx}$$

$$\bar{x} = \frac{\left.\frac{wL}{6}x^3 - \frac{w}{8}x^4\right]_0^L}{\left.\frac{wL}{4}x^2 - \frac{w}{6}x^3\right]_0^L} = \frac{L}{2}$$

$$Ac = \frac{wL^3}{12}$$

∑MA=0

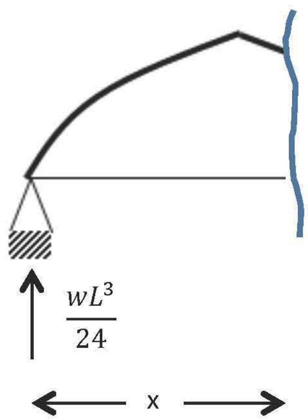
$$\frac{wL^3}{12}\left(\frac{L}{2}\right) - LRBY = 0$$

$$RBY = \frac{wL^3}{24}$$

∑FY=0

$$RAY - \frac{wL^3}{12} + \frac{wL^3}{24} = 0$$

$$RAY = \frac{wL^3}{24}$$



1 CORTE $0 \le x \le L$

$$\bar{x} = \frac{\left.\frac{wL}{6}x^3 - \frac{w}{8}x^4\right]_0^x}{\left.\frac{wL}{4}x^2 - \frac{w}{6}x^3\right]_0^x} = \frac{\frac{wL}{6}x^3 - \frac{w}{8}x^4}{\frac{wL}{4}x^2 - \frac{w}{6}x^3}$$

$$\overline{x_1} = x - \bar{x} = x - \frac{\frac{wL}{6}x^3 - \frac{w}{8}x^4}{\frac{wL}{4}x^2 - \frac{w}{6}x^3}$$

$$Ac = F = \frac{wL}{4}x^2 - \frac{w}{6}x^3$$

$$M_1 = \frac{wL^3}{24}x - \left[\frac{wL}{4}x^2 - \frac{w}{6}x^3\right]\left[x - \frac{\frac{wL}{6}x^3 - \frac{w}{8}x^4}{\frac{wL}{4}x^2 - \frac{w}{6}x^3}\right]$$

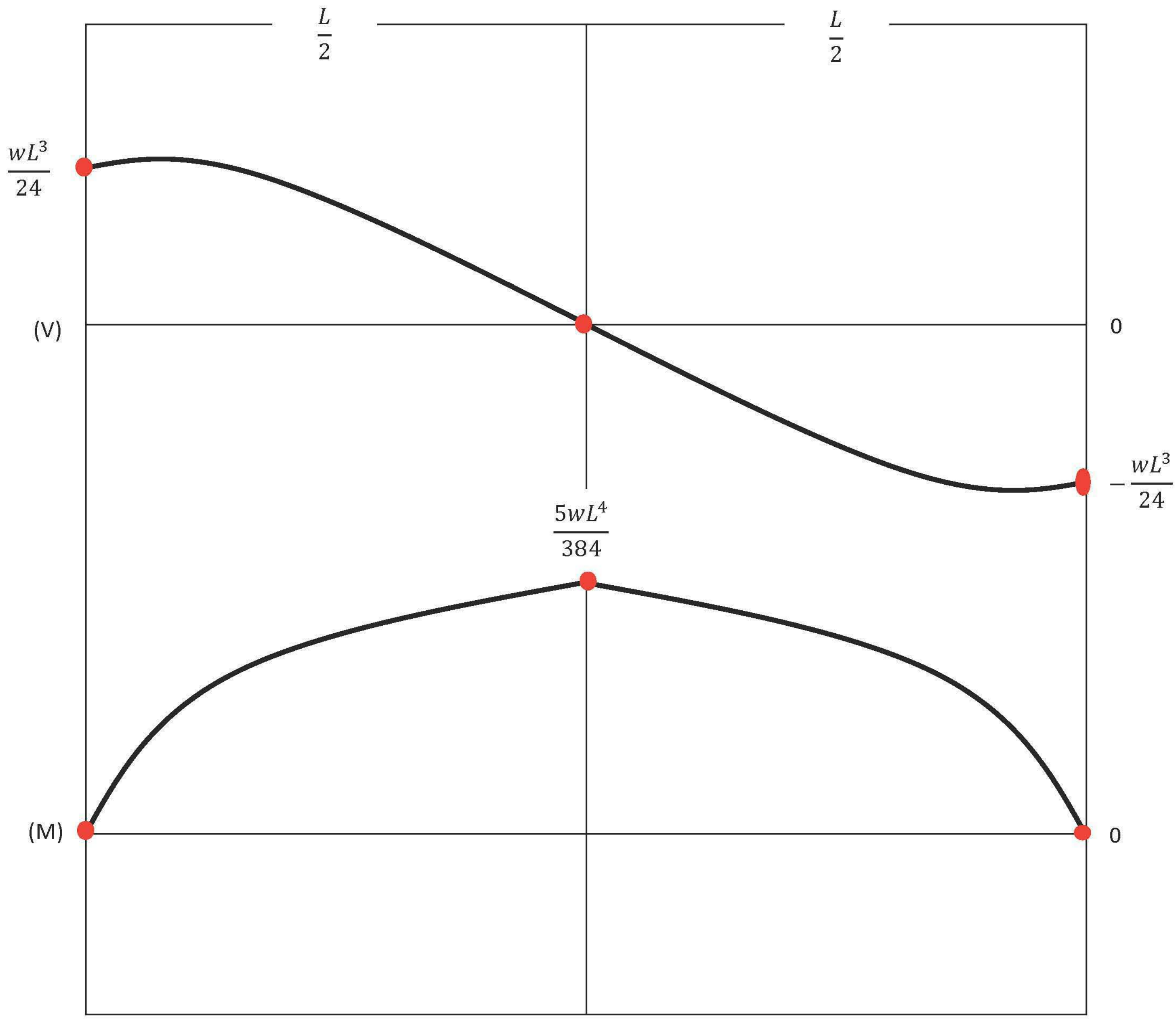
$$M_1 = \frac{wL^3}{24}x - \left[\frac{wL}{4}x^3 - \frac{w}{6}x^4 - \frac{wL}{6}x^3 + \frac{w}{8}x^4\right]$$

$$M_1 = \frac{wL}{12}x^3 + \frac{w}{24}x^4 + \frac{wL^3}{24}x$$

$$V_1 = \frac{w}{6}x^3 - \frac{wL}{4}x^2 + \frac{wL^3}{24}$$

$x = 0 \qquad M = 0 \qquad V = \frac{wL^3}{24}$

$x = L \qquad M = 0 \qquad V = -\frac{wL^3}{24}$



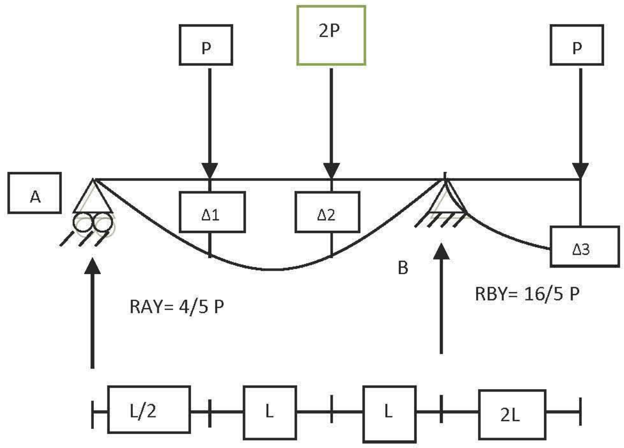
$$V_1 = \frac{w}{6}x^3 - \frac{wL}{4}x^2 + \frac{wL^3}{24}$$

$$x = \frac{L}{2}$$

$$M_1 = \frac{wL}{12}\left(\frac{L}{2}\right)^3 + \frac{w}{24}\left(\frac{L}{2}\right)^4 + \frac{wL^3}{24}\left(\frac{L}{2}\right)$$

$$M_1 = -\frac{wL^4}{96} + \frac{wL^4}{384} + \frac{wL^4}{48} = \frac{wL^4}{384}$$

OBTENER LAS DEFLEXIONES DE LA SIGUIENTE VIGA:



∑MA=0

$$P\left(\frac{L}{2}\right)+2P\left(\frac{3}{2}L\right)-RBY\left(\frac{5}{2}L\right)+P\left(\frac{9}{2}L\right)=0$$

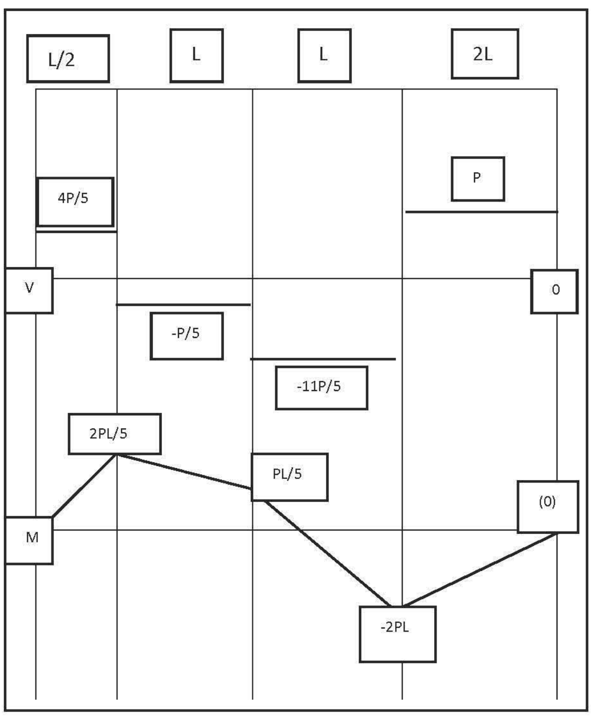
$$\frac{PL}{2}+3PL+\frac{9PL}{2}-RBY\left(\frac{5}{2}L\right)=0$$

$RBY=\frac{16}{5}P$ TON

∑fy=0

$RAY-P-2P+\frac{16}{5}P-P=0$

RAY=$\frac{4}{5}P$ TON



POR AREAS:

A1= $\left(\frac{4P}{5}\right)\left(\frac{L}{2}\right)=\frac{2PL}{5}=0.4PL$

A2= $\left(-\frac{P}{5}\right)(L)=\frac{-PL}{5}=-0.2PL$

A3= $\left(-\frac{11P}{5}\right)(L)=-\frac{11PL}{5}=-2.2PL$

A4= $(P)(2L)=2PL$

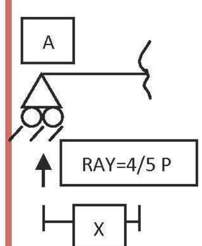
M1=0.4PL

M2=0.4PL-0.2PL=0.2PL

M3=0.2PL-2.2PL=-2PL

M4=-2PL+2PL=0

CORTE 1 0≤X≤L/2



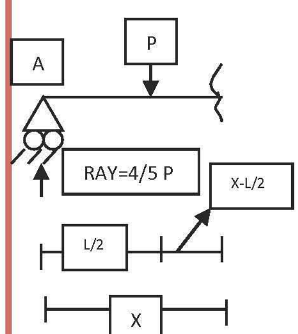
$$M=\frac{4}{5}PX$$

$$V=\frac{4}{5}P$$

X=0 M=O V=$\frac{4}{5}P$

X=L/2 M=$\frac{2PL}{5}$ V=$\frac{4}{5}P$

CORTE 2 L/2≤X≤3L/2



$$M=\frac{4}{5}PX-P\left(X-\frac{L}{2}\right)$$

$$M=\frac{4}{5}PX-PX+\frac{PL}{2}$$

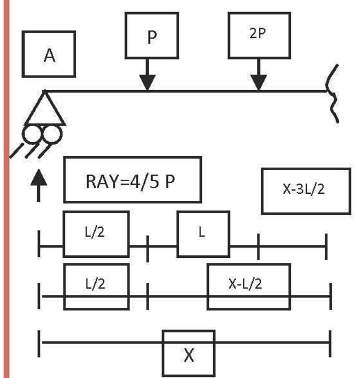
$$M=-\frac{PX}{5}+\frac{PL}{2}$$

$$V=-\frac{P}{5}$$

X=L/2 M=$\frac{2PL}{5}$ V=$-\frac{P}{5}$

X=3L/2 M=$\frac{PL}{5}$ V=$-\frac{P}{5}$

CORTE 3 $3L/2 \leq X \leq 5L/2$



$$M = \frac{4}{5}PX - P\left(X - \frac{L}{2}\right) - 2P\left(X - \frac{3L}{2}\right)$$

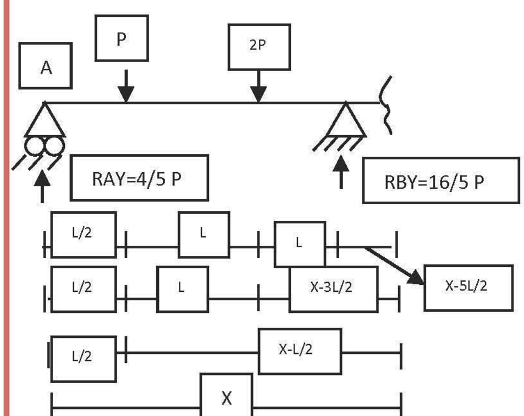
$$M = -\frac{PX}{5} + \frac{PL}{2} - 2PX + 3PL$$

$$M = -\frac{11PX}{5} + \frac{7PL}{2}$$

$$V = -\frac{11P}{5}$$

X=3L/2 M= $\frac{PL}{5}$ V= $-\frac{11P}{5}$
X=5L/2 M= $-2PL$ V= $-\frac{11P}{5}$

CORTE 4 $5L/2 \leq X \leq 9L/2$



$$M = \frac{4}{5}PX - P\left(X - \frac{L}{2}\right) - 2P\left(X - \frac{3L}{2}\right) + \frac{16P}{5}\left(X - \frac{5L}{2}\right)$$

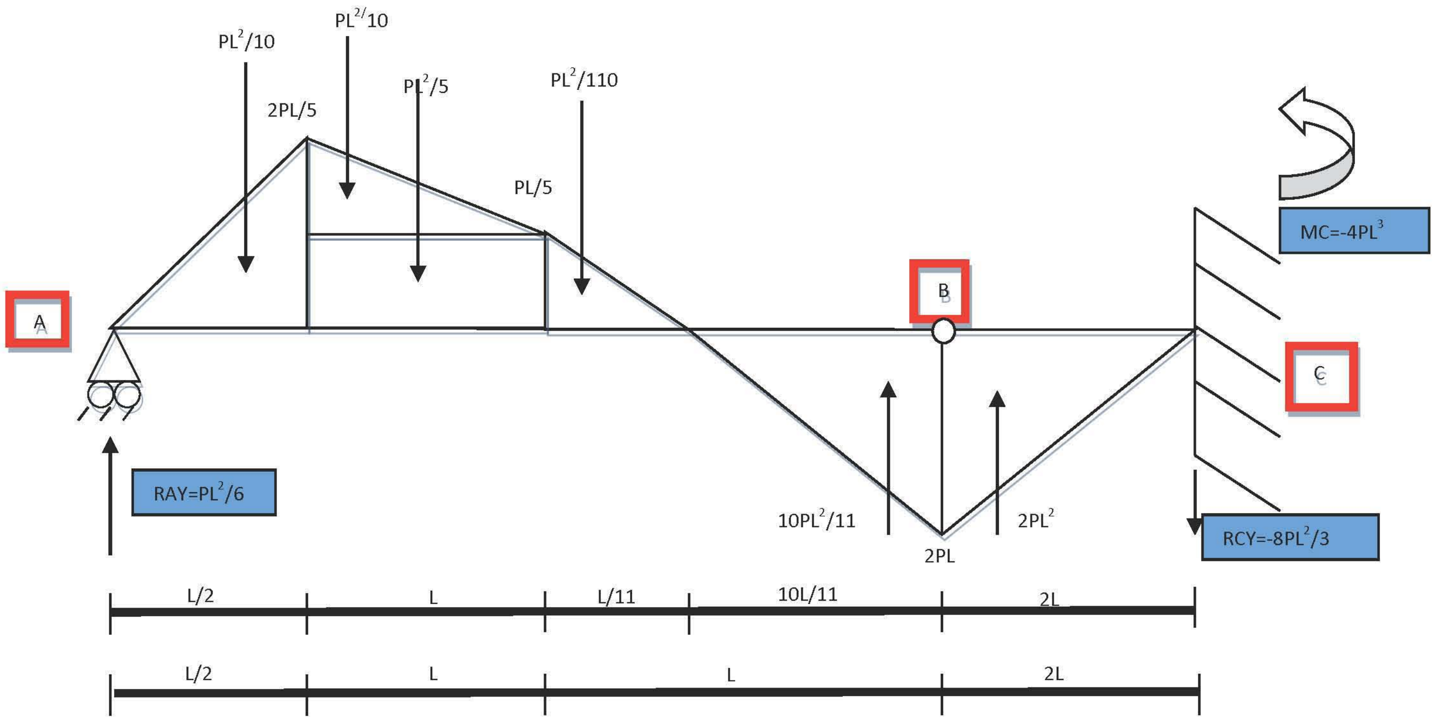
$$M = -\frac{11PX}{5} + \frac{7PL}{2} + \frac{16PX}{5} - 8PL$$

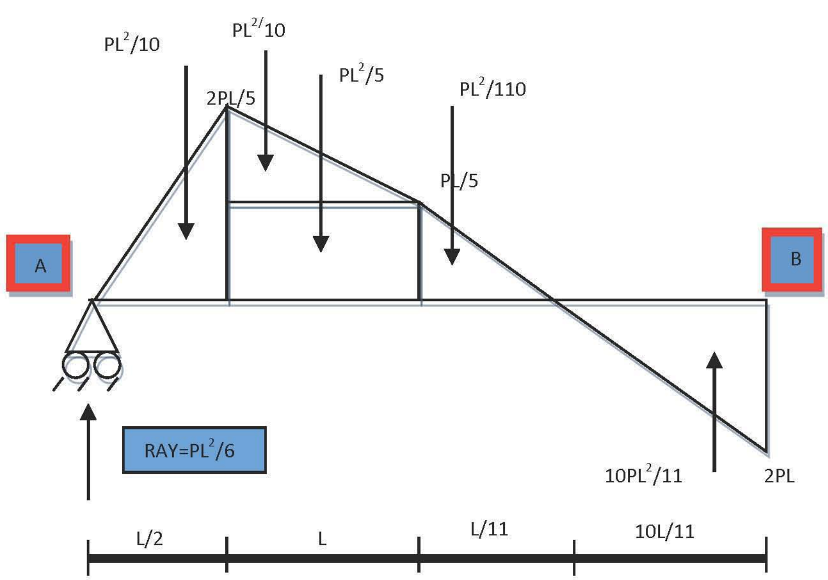
$$M = PX - 9PL/2$$

$$V = P$$

X=5L/2 M= -2PL V=P
X=9L/2 M=0 V=P

SACAR REACCIONES.





$\sum MB=0$

$$RAY\left(\frac{5L}{2}\right)-\frac{PL^2}{10}\left[\frac{1}{3}\left(\frac{L}{2}\right)+2L\right]-\frac{PL^2}{10}\left[\frac{2}{3}(L)+L\right]-\frac{PL^2}{5}\left[\frac{L}{2}+L\right]-\frac{PL^2}{110}\left[\frac{2}{3}\left(\frac{L}{11}\right)+\frac{10L}{11}\right]+\frac{10PL^2}{11}\left[\frac{1}{3}\left(\frac{10L}{11}\right)\right]=0$$

$$RAY\left(\frac{5L}{2}\right)-\frac{PL^2}{10}\left[\frac{13L}{6}\right]-\frac{PL^2}{10}\left[\frac{5L}{3}\right]-\frac{PL^2}{5}\left[\frac{3L}{2}\right]-\frac{PL^2}{110}\left[\frac{32L}{33}\right]+\frac{10PL^2}{11}\left[\frac{10L}{33}\right]=0$$

$$RAY\left(\frac{5L}{2}\right)-\frac{13PL^3}{60}-\frac{PL^3}{6}-\frac{3PL^3}{10}-\frac{16PL^3}{1815}+\frac{100PL^3}{363}=0$$

$$RAY\left(\frac{5L}{2}\right)=\frac{5PL^3}{12}$$

$$RAY=\frac{PL^2}{6}\ TON \uparrow$$

$\sum MC=0$

$$MC+\frac{PL^2}{6}\left(\frac{9L}{2}\right)-\frac{PL^2}{10}\left(\frac{1}{3}\left(\frac{L}{2}\right)+4L\right)-\frac{PL^2}{10}\left[\frac{2L}{3}+3L\right]-\frac{PL^2}{5}\left[\frac{L}{2}+3L\right]-\frac{PL^2}{110}\left[\frac{2}{3}\left(\frac{L}{11}\right)+\frac{32L}{11}\right]+\frac{10PL^2}{11}\left[\frac{1}{3}\left(\frac{10L}{11}\right)+2L\right]+2PL^2\left[\frac{2}{3}(2L)\right]=0$$

$$MC+\frac{3PL^3}{4}-\frac{5PL^3}{12}-\frac{11PL^3}{30}-\frac{7PL^3}{10}-\frac{49PL^3}{1815}+\frac{760PL^3}{363}+\frac{8PL^3}{3}=0$$

$$MC=-4PL^3$$

$\sum fy=0$

$$\frac{PL^2}{6}-\frac{PL^2}{10}-\frac{PL^2}{10}-\frac{PL^2}{5}-\frac{PL^2}{110}+\frac{10PL^2}{11}+2PL^2+RC=0$$

$$RC=-\frac{8PL^2}{3}\ TON \downarrow$$

$$\Delta_1=\frac{PL^2}{6}\left(\frac{L}{2}\right)-\frac{PL^2}{10}\left(\frac{1}{3}\left(\frac{L}{2}\right)\right)$$

$$\Delta_1=\frac{PL^3}{12}-\frac{PL^3}{60}$$

$$\Delta_1=\frac{PL^3}{15EI}$$

$$\Delta_2=\frac{PL^2}{6}\left(\frac{3L}{2}\right)-\frac{PL^2}{10}\left(\frac{1}{3}\left(\frac{L}{2}\right)+L\right)-\frac{PL^2}{10}\left(\frac{2L}{3}\right)-\frac{PL^2}{5}\left(\frac{L}{2}\right)$$

$$\Delta_2=-\frac{PL^3}{30EI}$$

$$\Delta_3=-\frac{4PL^3}{EI}$$

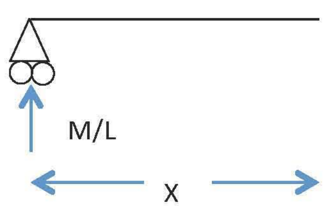
∑MA=0

$$-RBY(L) - M = 0$$

$$RBY = -\frac{M}{L}$$

∑FY=0

$$RAY - \frac{M}{L} = 0 \qquad RAY = \frac{M}{L}$$



1 CORTE $0 \leq x \leq L$

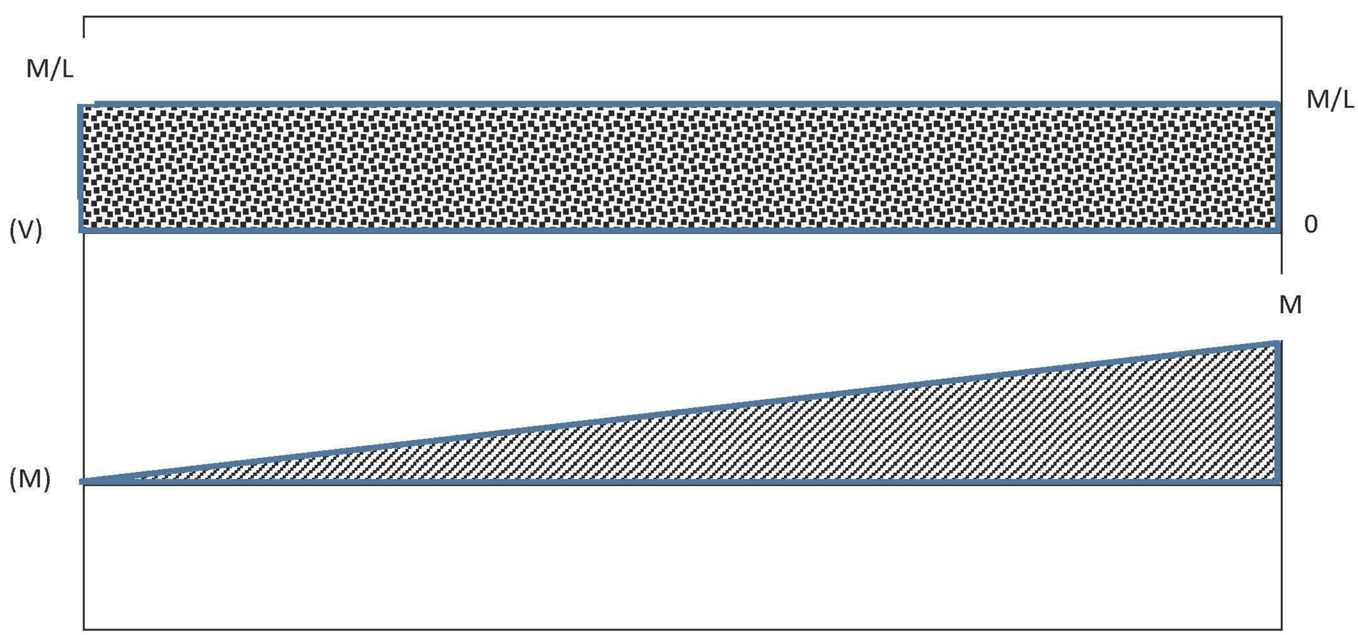
$$M_1 = \frac{M}{L}(x)$$

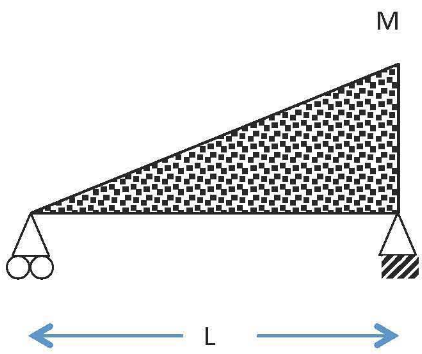
$$V_1 = \frac{M}{L}$$

$$x = 0 \quad M = 0 \quad V = M/L$$

$$x = L \quad M = M \quad V = M/L$$

DIAGRAMAS.





$\sum$MA=0

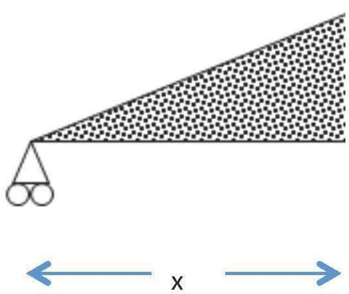
$$-\frac{M(L)}{2}\left[\frac{2}{3}L\right]+RBYL=0$$

$$RBY=-\frac{ML^2}{3}$$

$\sum$FY=0

$$RAY-\frac{ML}{2}-\frac{ML^2}{3}=0$$

$$RAY=\frac{ML^2}{3}+\frac{ML}{2}$$



1 CORTE $0\leq x\leq L$

$$M=\frac{ML^2}{3}+\frac{ML}{2}[x]-\frac{M(x)}{2}\left[\frac{x}{3}\right]$$

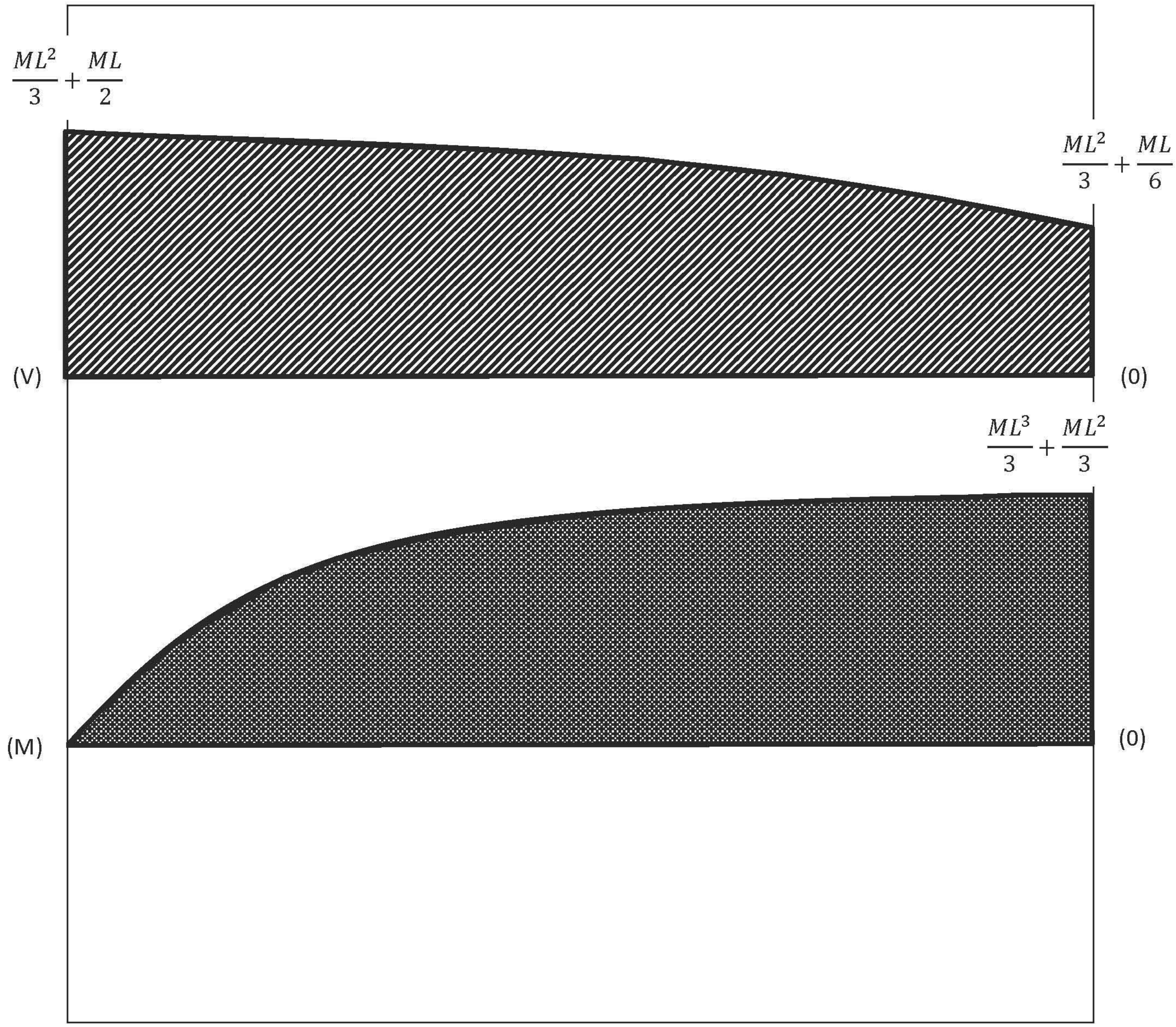
$$M=-\frac{Mx^2}{6}+\frac{ML^2}{3}X+\frac{ML}{2}$$

$$V=-\frac{Mx}{3}+\frac{ML^2}{3}+\frac{ML}{2}$$

$$x=0\quad M=0\quad V=\frac{ML^2}{3}+\frac{ML}{2}$$

$$x=L\quad M=\frac{ML^2}{3}+\frac{ML^3}{3}\quad V=\frac{ML}{6}+\frac{ML^2}{3}$$

DIAGRAMAS DE MOMENTO Y CORTANTE.



3.-ARMADURAS.

Este tipo de estructuras está construido por uniones de articulación, donde cada uno de sus elementos sólo trabaja a carga axial.

Por cada nudo se tienen dos ecuaciones estáticas. Si n es el número de nudos, m es el número de miembros y r es el número de reacciones necesarias para la estabilidad externa tenemos:

Número de ecuaciones disponibles: 2 x n

Número de incógnitas o fuerzas a resolver = m, una fuerza por cada elemento, note que aquí se pueden incluir las reacciones externas necesarias para mantener el equilibrio.

Entonces si:

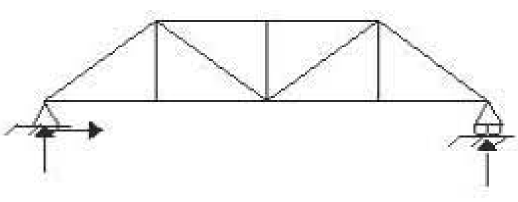
$2.n = m + r$ la estructura es estáticamente determinada internamente y

$m = 2.n – r$ representaría la ecuación que define el número de barras mínimas para asegurar la estabilidad interna. Esta ecuación es necesaria pero no suficiente, ya que se debe verificar también la formación de la estructura en general, por ejemplo al hacer un corte siempre deben existir barras de tal manera que generen fuerzas perpendiculares entre sí (caso de corte y axial) y posibles pares de momento resistente.

Si $m > 2\ n - r$ la armadura es estáticamente indeterminada internamente, r sólo incluye aquellas reacciones necesarias para la estabilidad externa ya que sólo estamos analizando determinación interna.

Ejemplos:

1.



Determinación externa
ecuaciones = 3
reacciones = 3
no concurrentes, no paralelas, es estable y estáticamente determinado.

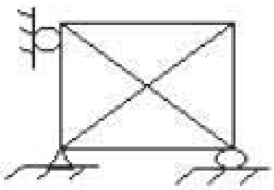
Determinación interna:

m = 13 $\qquad$ m + r = 2n

n = 8　　　　　　　13 + 3 = 2 x 8　Cumple

r = 3

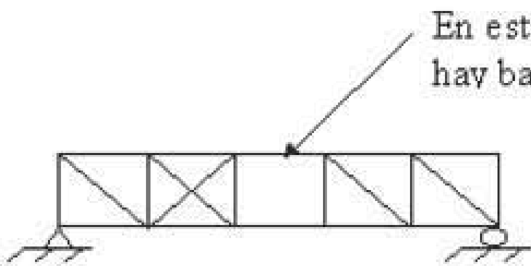
2.



Externamente:
r= 4
ecuaciones estáticas y de condición=Ec=3
Grado de indeterminación=GIEx=1
Internamente:
m=6
n=4
m+r=2n　6+3=9　G.I.Interno=1

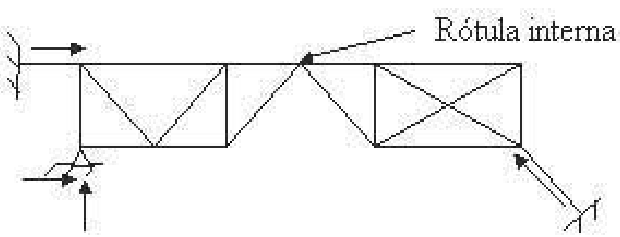
3.

En este tramo el cortante debe ser cero, no hay barras verticales



Externamente:
r=3 , ecuaciones=3+1condición=4
Inestable externamente

4.



Estáticamente determinado externamente.
m=17, n=10 , 2n-r=16, daría indeterminado internamente.

Estabilidad y determinación total en armaduras

Simplemente se aplica la ecuación:

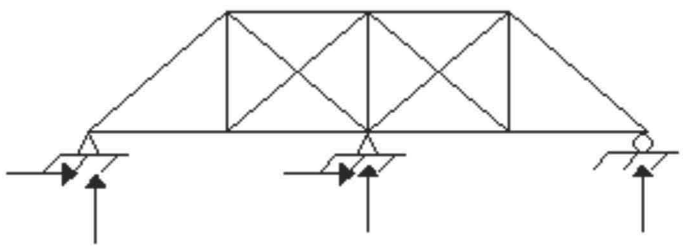
m = 2 n – r　donde r en este caso se considera el número de reacciones totales consideradas.

Para el ejemplo anterior tenemos:

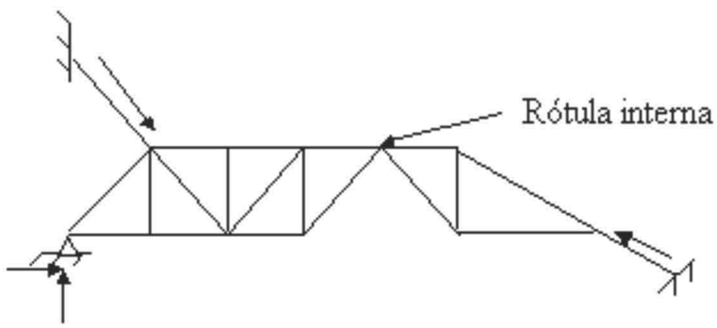
m = 6 n = 4 r = 4

6 > 8 – 4

GI total es 6 – 4 = 2

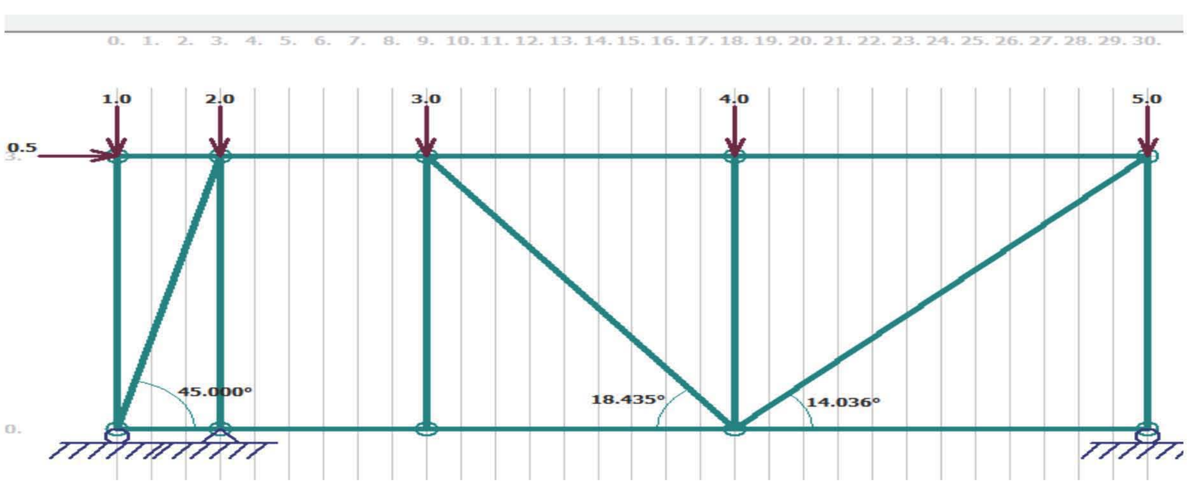


Externa G.I E = 2
Interna: n = 8; m = 15; r = 3
15 ? 16 – 3=13
G.I I = 2 GI T = 4
GIE + GII o también se puede calcular considerando toda la estructura:
GI T = (r+m)-2n=(15+5)-16=4



Estáticamente determinado externamente.
m=18, n=11 , 2n-r=18, daría determinado internamente.

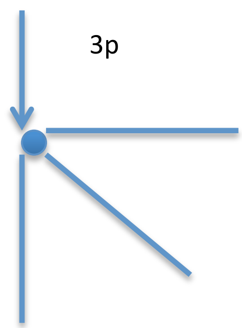
3.1.- MÉTODO DE LOS NODOS.



B+R=2i 16+4=20

20=20 ISOSTATICA.

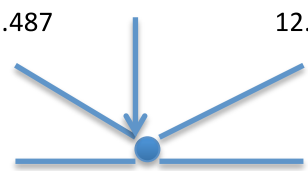
NODO “EH”



ΣFY=0

-3P+EH(3/9.487)=0

EH=9.487P

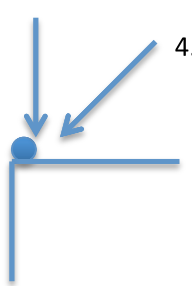


ΣFX=0

-4-3+HI(3/12.369)=28.861

28.861(12/12.369)+9.487(9/9.487)-HF=0

HF=37



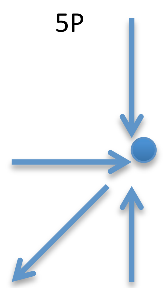
FX=0

36.5-AC(3/4.243)=0

AC=51.623

1+51.243(3/4.243)+RAY=0

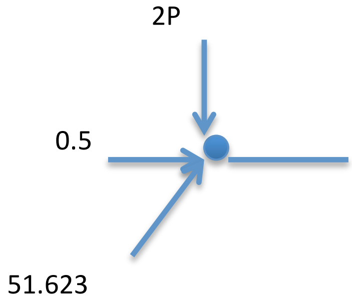
RAY=37.5



FY=0

-5-28.861(3/12.369)+JI=0

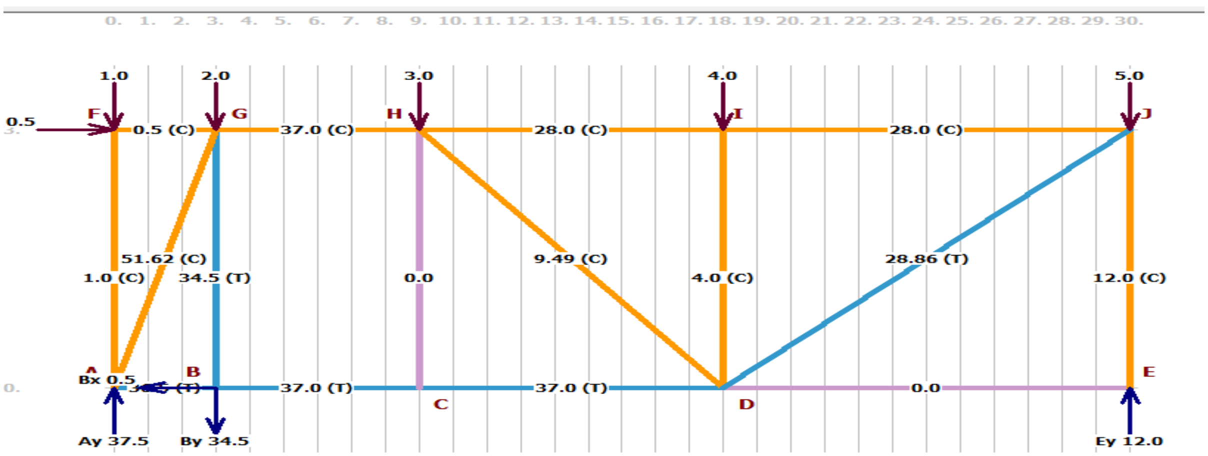
JI=12



FX=0

0.5+51.623(3/4.243)+CE=0

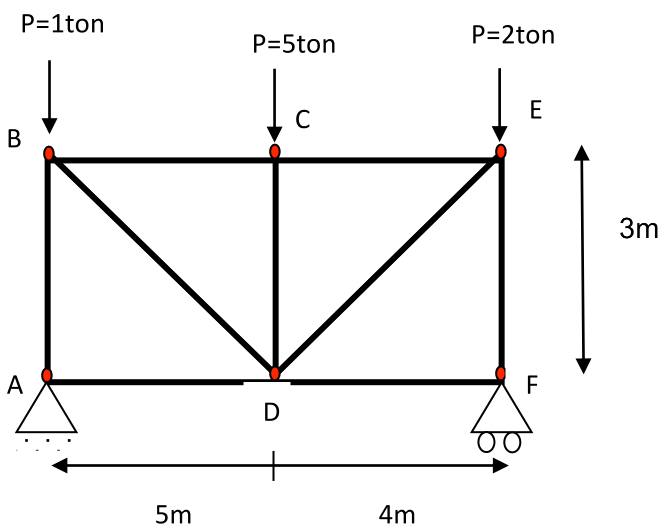
CE=37

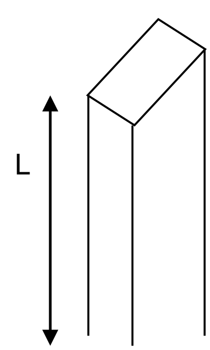


EJEMPLO 2

3.2.- MÉTODO DEL TRABAJO VIRTUAL.

Armadura real.





$\frac{l}{L} \leq 0.1$

Un sistema de barras que forman triángulos que solo son capaces de resistir fuerzas axiales.

Los momentos y cortantes si se presentan en armaduras pero se desprecian por su tendencia a cero.

E=Determina la calidad del material.

$\Delta x = \frac{Nn}{AE}$ $\quad \Delta x = Deflexión$

N=Fuerza axial de la armadura real

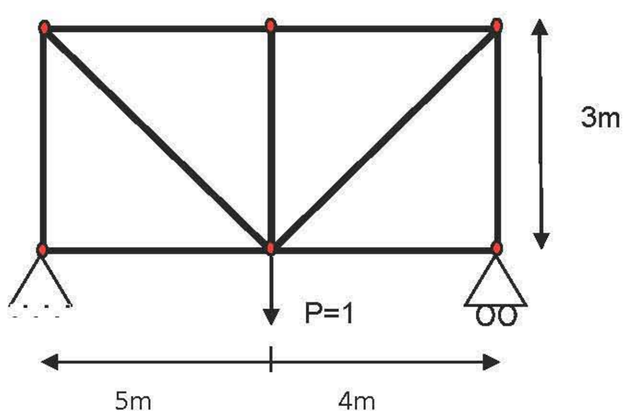
N=Fuerza axial de la armadura virtual

E=Modulo de elasticidad (kg/cm²)

A=Área

Es=2100000 kg/cm² Acero A -36

ARMADURA VIRTUAL.



$\Delta D = \Delta K = \int_{L1}^{L2} \frac{Mm}{AE}$

"MÉTODO DE LOS NODOS" PARA VIGAS.

∑MA=0

RAY=1.56

REY=6.4444

RAX=5

5(3)+5(5)+2(9)+1(0)-9REY=6.44

∑FY=0

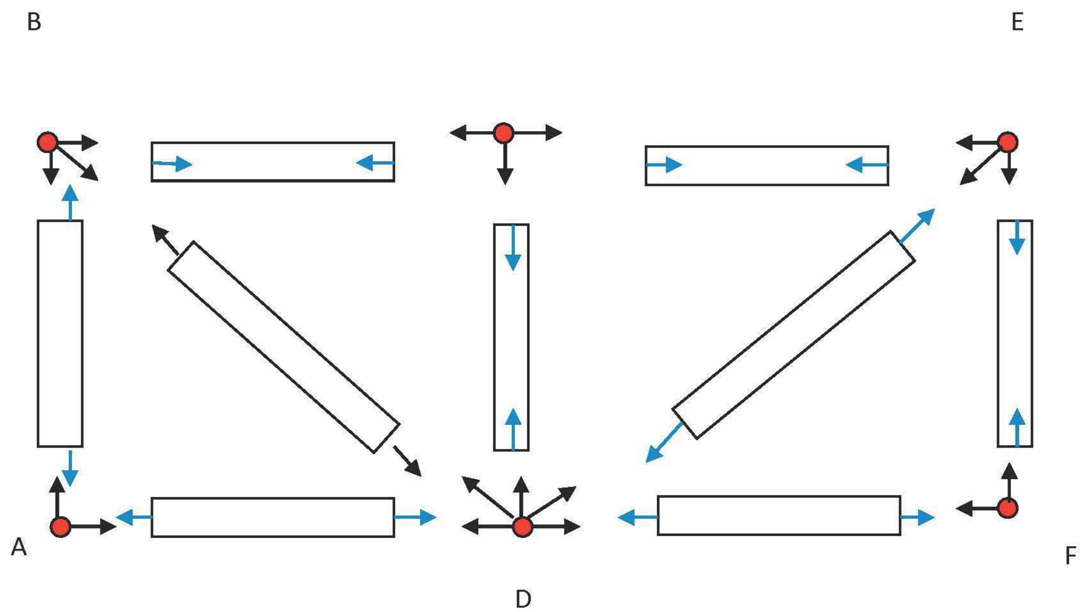
RAY-1-5-2+6.44=1.56

∑FX=0

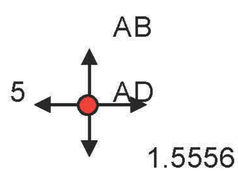
RAX+5=

RAX-5=0

RAX=



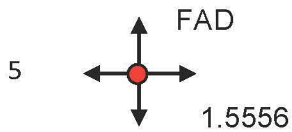
NODO A



∑fy=0

AB+1.5556=0

AB=-1.5556 [c]

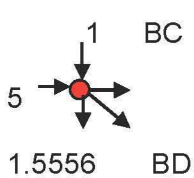


∑fx=0

-5+FAD=0

FAD=5 [t]

NODO B



$\theta = tan^{-1}(\frac{3}{5}) = 30.963757$

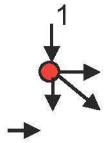
∑fy=0

-1+1.5556-FBD(SEN)(30.963757)=0

NODO B

1 BC

5



1.5556 BD

$\theta = tan^{-1}(\frac{3}{5}) = 30.963757$

∑fy=0

-1+1.5556-FBD(SEN)(30.963757)=0

FBD=1.079892

∑FX=0

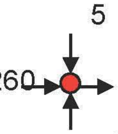
5+FBC+1.079892cos(30.963757)

FBC=-5.9260[C]

NODO C

5

5.9260 EF



CD

∑FY=0

-5-CD=0

CD=-5[C]

∑FX=0

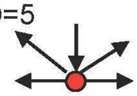
5.9260+CF=0

CF=-5.9260[C]

NODO D

BD 5 DF

AD=5 DE

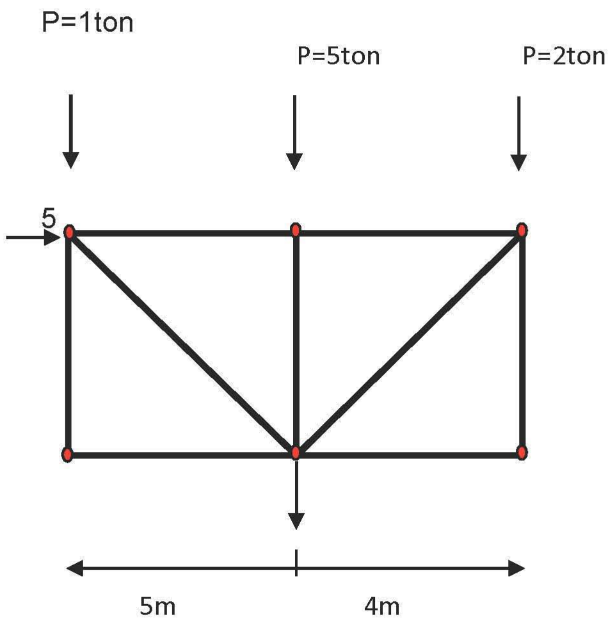


$\theta 1, \theta 2$ =36.8699

∑FY=0

-5+1.0799sen(36.8699)+FDEsen(36.8699)

FDE=7.4073[T]



∑MA=0

5(3)+5(5)+1(5)+2(9)-9REY=0

REY=7

∑fy=0

RAY-1-5-1-2+7=2

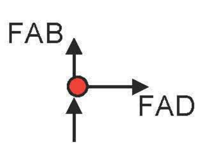
RAY=2

∑fx=0

RAX+5=0

RAX-5=0

NODO A



$\frac{4}{9}$

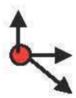
∑fy=0

$-\frac{4}{9}[C]$

∑FX=0

FAD=0

NODO B



BC

BD

∑fy=0

$\frac{4}{9} - FBDsen\ (30.9638) = 0$

FBD=0.8638[T]

∑FX=0

.8638cos30.9638+FBC=0

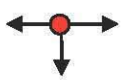
FBC=-0.74070[C]

NODO C

∑FY=0

0.7407

FCD=0



CF

∑FX=0

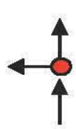
.7407+FCF=0

FCF=-.7407[C]

CD

NODO E

∑FY=0



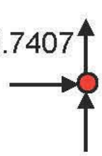
FEF+$\frac{5}{9} = 0$

FEF=0

NODO F

$\frac{5}{9} - FDFsen(36.8699) = 0$

0.7407



FEF=$\frac{5}{9}$

FDF=0.9259[T]

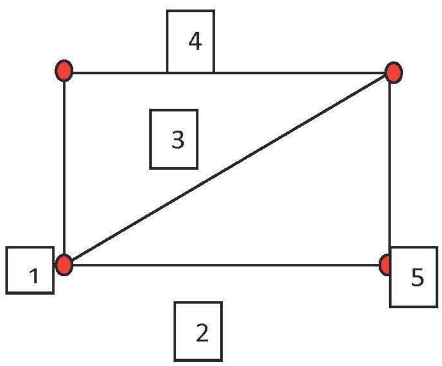
∑fx=0

.7407-FDFcos(36.8699)=0

FDF=0.9259.

BARRA	N	n	$\frac{Nn}{AE}$
AB	-1.5556	-4/9	0.6914
BC	-5.9260	-0.7407	4.9894
BD	1.0799	0.8638	0.9328
AD	5	0	0
CD	-5	0	0
CF	-5.9260	-0.7407	4.3894
DE	0	0	0
DF	7.4073	0.9259	6.8584
EF	-6.4444	-5/9	3.5802

$\sum = \frac{21.4416}{\Delta E}$



r=3

b=5---barras

i=4—nodos

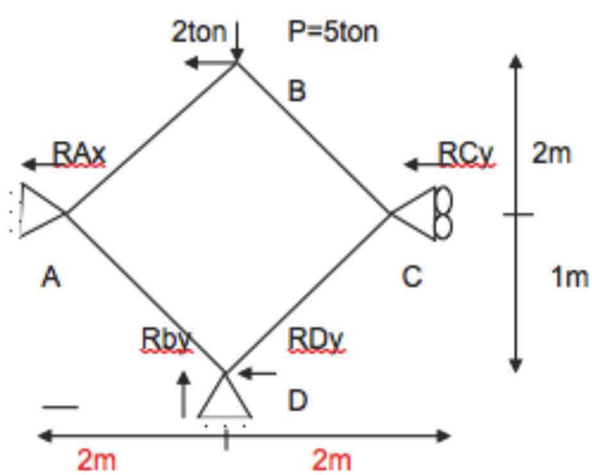
5+3=2(4)

8=8

b+r>2i(hiperestática)

b+r<2i(hipostática).

EJEMPLO 3



B+r=2i

4+4=2(4)=8

8=8 isostatica.

∑fy=0

RDy-5=0

RDy=5 ton

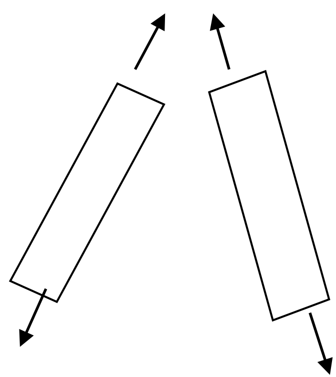
∑fx=0

-RAx-2-4-RCx=0

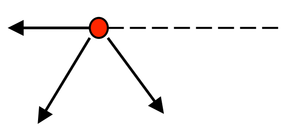
∑MA=0

5(2)-5(2)-1(RDx)+2(2)=0

RDx=4 ton ⟵



NODO B



∑fy=0

-5-ABsen 45º-BCsen45º=0

∑fx=0

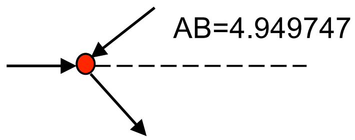
-2-ABcos45º+BCsen45º=0

-5-ABcos 45º+BC sen 45º=0

AB=-4.949747[C]

BC=-2.121310[C]

NODO A



$\theta \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 26.565051$

∑fy=0

-4.949747sen(45)-ADsen26.565051=0

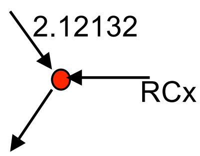
AD=-7.826237[c]

∑fx=0

RAx-4.949747cos45º-7.826237cos(26.565051)=0

RAx=10.5 ton

NODO C



∑fy=0

-2.121520sen 45º-CDsen(26.565051)=0

CD=-3.354101[C]

∑fx=0

-2.121320cos 45º+3.354101cos(26.565051)-RCx=0

RCx=4.5 ton

∑fy=0 [Toda la armadura]

-5+RDy=0

RDy=5 ↑

∑fx[Toda la armadura]

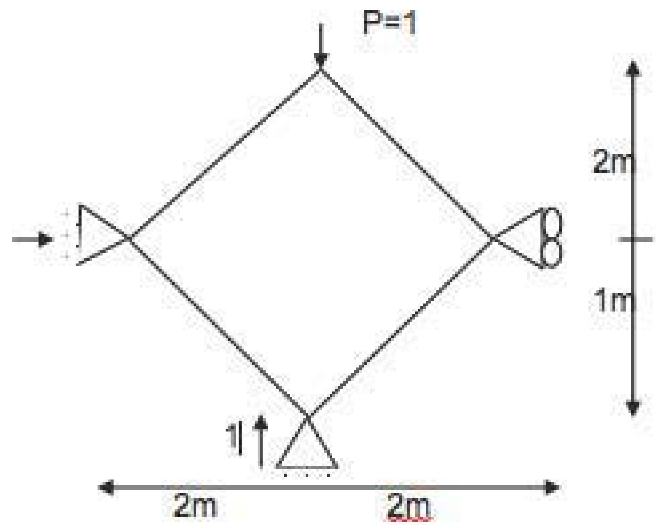
10.5-2-RDx-4.5=0

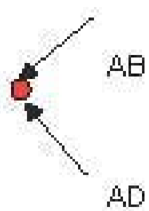
RDx=4 ←

BARRA	σp	Area	Fa
AB	1100kg/cm²	4.5cm²	4950[c]
BC	1100kg/cm ²	1.93cm²	2120[c]
AD	1100kg/cm²	7.12cm²	7830[c]
CD	1100kg/cm²	3.04cm²	3350[c]

DISEÑO POR DEFLEXIÓN.

Aplicar trabajo virtual.





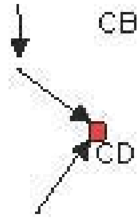
$\sum fx=0$

-AB cos 45°-ADcos 26.565051=0

$\sum fy=0$

-ABsen 45°+ADsen 26.565051=0

NODO C

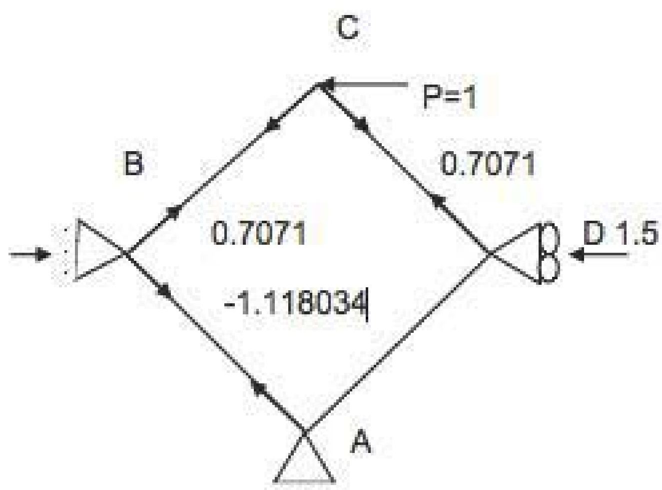


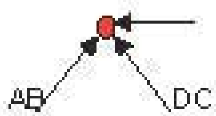
$\sum$fx=0

-CBcos45°-CDcos26.565051=0

BC=0

CD=0





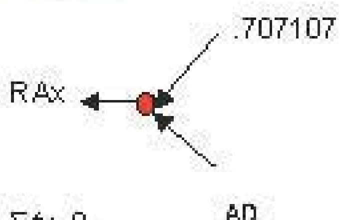
ABsen 45°+BCsen 45°=0

0.707107[c]

0.707107[T]

NODO A

$\sum$fx=0

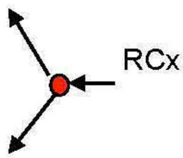


$\sum$fy=0

-0.707107 sen 45º+AD sen 26.565051=0

AD=1.118034[c]

NODO C



$\sum fx=0$

-707107 sen 45º-CD sen 26.565051

CD=1.118034[T]

$\sum fy=0$

-BC sen 45º-1-CDsen 45º=0

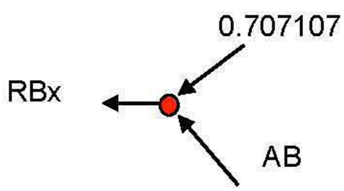
$\sum fx=0$

-BCcos 45º+ CD cos 45º=0

BC=-0.707107[c]

CD=-0.707107 [c]

NODO B



$\sum fy=0$

-0.707107 sen 45º-AB sen (26.565051)=0

AB=-1.118034

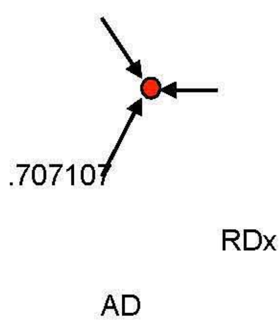
$\sum fx=0$

-RBx -0.707107 cos 45º-1.118034 cos (26.565051)=0

-RBx=-1.5 ton

RBx=1.5

NODO D



$\sum fy=0$

-.707107 sen 45º-AD sen 26.565051=0

AD=-1.118034[c]

$\sum fx=0$ 0.707107 cos 45º+1.118034 cos (26.565051)-RDx=0

$\sum fx=0$ [Toda la armadura]

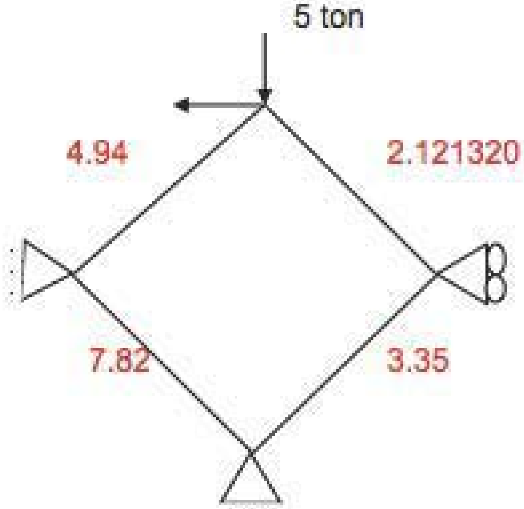
$1.5-RAx-1.5=0$

$RAx=0$

$\sum fy=0$

$-1+RAy=0$

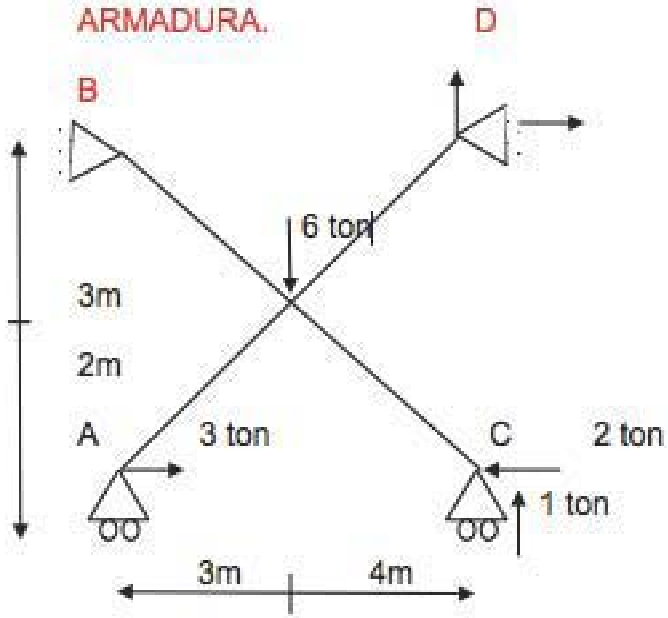
$RAy=1$



BARRA	N	n	L	$\frac{NnL}{AE}$
BC	-4.95	-.71	2.83	$\frac{9.95}{AE}$
CD	-2.12	-.71	2.83	$\frac{4.26}{AE}$
DA	-3.35	-1.11	2.24	$\frac{8.33}{AE}$
AB	-7.82	-1.11	2.24	$\frac{19.44}{AE}$

$\sum=\frac{41.98}{AE}$

EJEMPLO 4

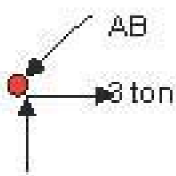


B=4 4+6=2(5)

R=6 10=10

N=5

NODO A



RBy

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) = 33.690068$

$\sum fx=0$

3+AB cos (33.690068)=0

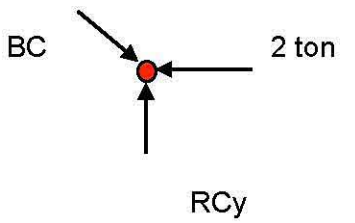
AB=-3.605551[c]

∑fy=0

RAy-3.605551 sen (33.690060)=0

RAy=2 ton

NODO C



$\theta \tan^{-1}\left(\frac{2}{4}\right) = 26.565051$

∑fx=0

-BCcos(26.565051)-2=0

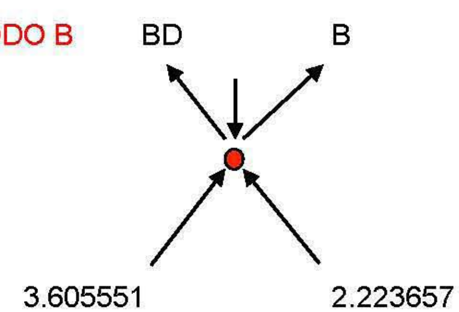
BC=-2.236067[c]

∑fy=0

RCy-2.236067 sen (26.565051)=0

RCy=1 ton

NODO B



∑fy=0

BC sen 45º+3.605551 sen(33.690008)-6+BEsen (36.869897)+2.236667 sen (26.565051)=0

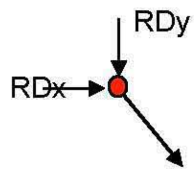
$\sum fx=0$

BD cos 45º+3.605551cos(33.690068)+BD cos (36.869897)-2.236057cos (26.565051)=0

BD=3.030458[T]

BE=1.428571[T]

NODO D



$\sum fy=0$

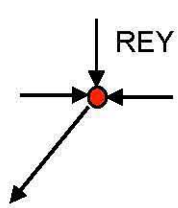
-RDy-3.030458 sen (45º)=0

RDy=-2.142533

RDx+3.030458 cos 45=0

RDx=-2.142857

NODO E



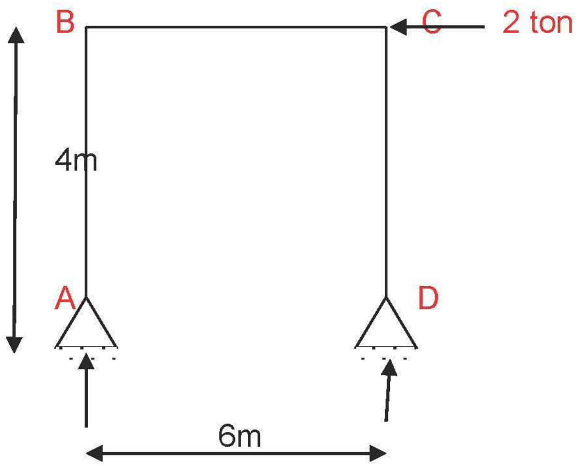
1.428571

REy=-0.857143

REx=-1.142857

4.-MARCOS.

4.1.- MARCOS ISOSTÁTICOS.



$\sum MA=0$

-2T(4m)-(6m)RDY=0

RDy $=-\frac{4}{3}Ton$ ↓

$R\sum fy = 0$

RAy-$\frac{4}{3}Ton = 0$

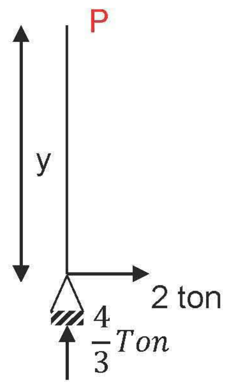
RAy= $\frac{4}{3}ton$ ↑

$\sum fx=0$

RAx-2Ton=0

RAx=2 ton →

CORTES (COLUMNA AB). 0≤y≤4m



$\sum MP=0$

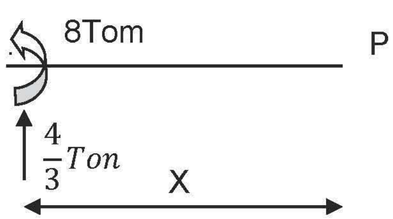
$M_1=-2y$

$V_1=2$

$y = 0 \quad V = -2 \quad M = 0$

$y = 4 \quad V = -2 \quad M = -8$

VIGA BC $0 \leq x \leq 6m$



$\sum MP=0$

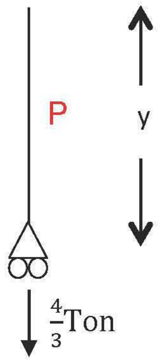
$M_2=\frac{4}{3}x - 8$

$V_2=\frac{4}{3}$

$X = 0 \quad V = 4/3 \quad M = -8$

$X = 6 \quad V = 4/3 \quad M = 0$

COLUMNA CD. $0 \leq y \leq 4m$



$\sum MP=0$

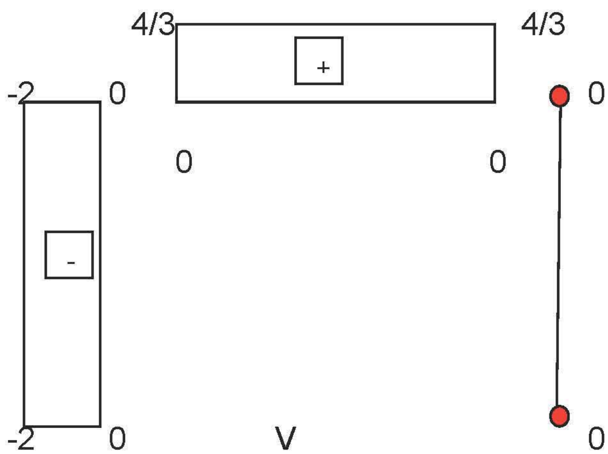
$M_3=0$

$V_3=0$

$$y = 0 \quad V = 0 \quad M = 0$$

$$y = 4 \quad V = 0 \quad M = 0$$

DIAGRAMA DE CORTANTE



$\sum Av=0$

$-2(4m)+4/3(6m)=0$

DIAGRAMA DE MOMENTO.

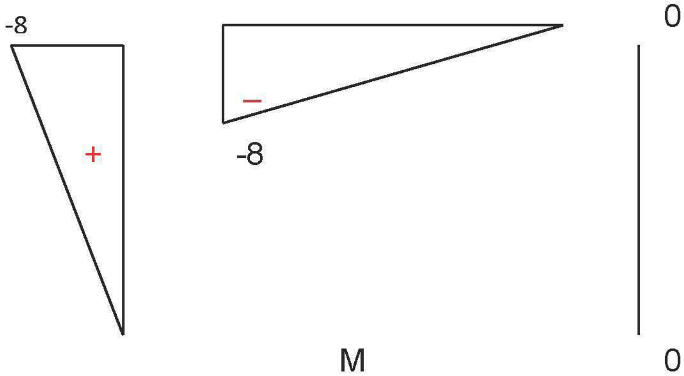
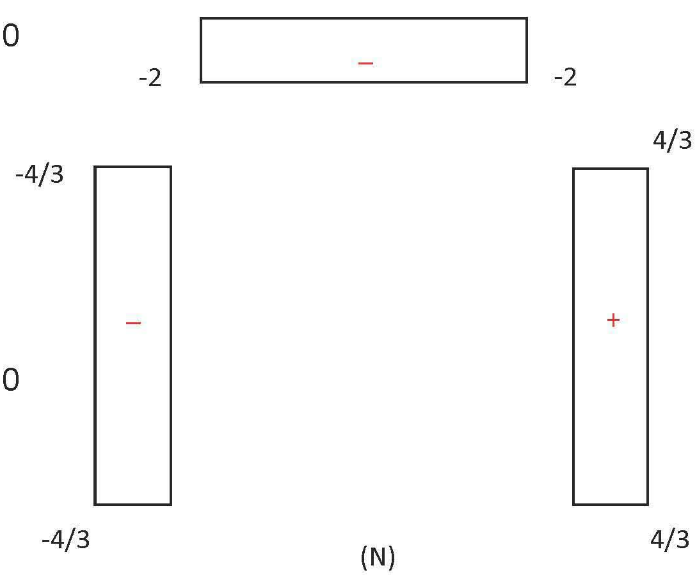
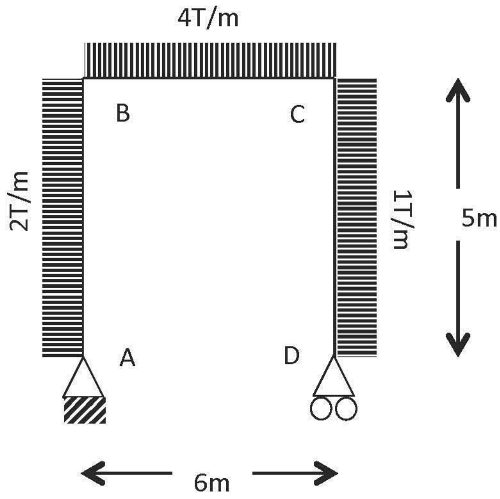


DIAGRAMA (N)





∑MA=0

$$(2T)(5m)\left[\frac{5}{2}\right]+(4T)(6m)\left[\frac{6}{2}\right]-(1T)(5m)\left[\frac{5}{2}\right]-RDY(6m)=0$$

$$RDY=\frac{169}{12}Ton$$

∑FY=0

$$RAY-(4)(6m)+\frac{169}{12}Ton=0$$

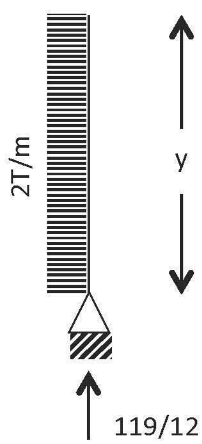
$$RAY=\frac{119}{12}Ton$$

∑Fx=0

$$(5m)(2)-(1)(5m)+RAX=0$$

$$RAX=-5Ton$$

CORTE AB. $0 \leq y \leq 5m$



∑MP=0

$$M_1=5(y)-2(y)\left[\frac{y}{2}\right]$$

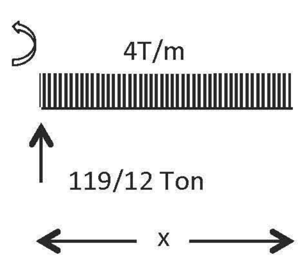
$$M_1=-y^2+5y$$

$$V_1=-2y+5$$

$$y=0 \quad V=5 \quad M=0$$

$$y=5 \quad V=-5 \quad M=0$$

CORTE BC $0 \leq x \leq 6m$



∑MP=0

$$M_2=\frac{119}{12}(x)-(4)(x)\left[\frac{x}{2}\right]$$

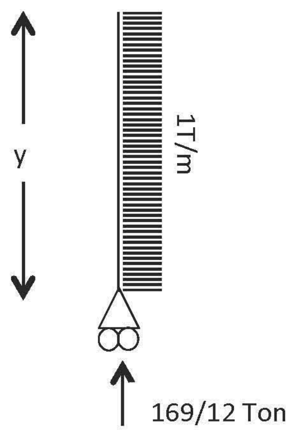
$$M_2=-2x^2+\frac{119}{12}x$$

$$V_2=-4x+\frac{119}{12}$$

$$x=0 \quad V=119/12 \quad M=0$$

$$x=6 \quad V=-169/12 \quad M=-25/2$$

CORTE CD $0 \leq y \leq 5m$



∑MP=0

$$M_3 = (1)(y)\left[\frac{y}{2}\right]$$

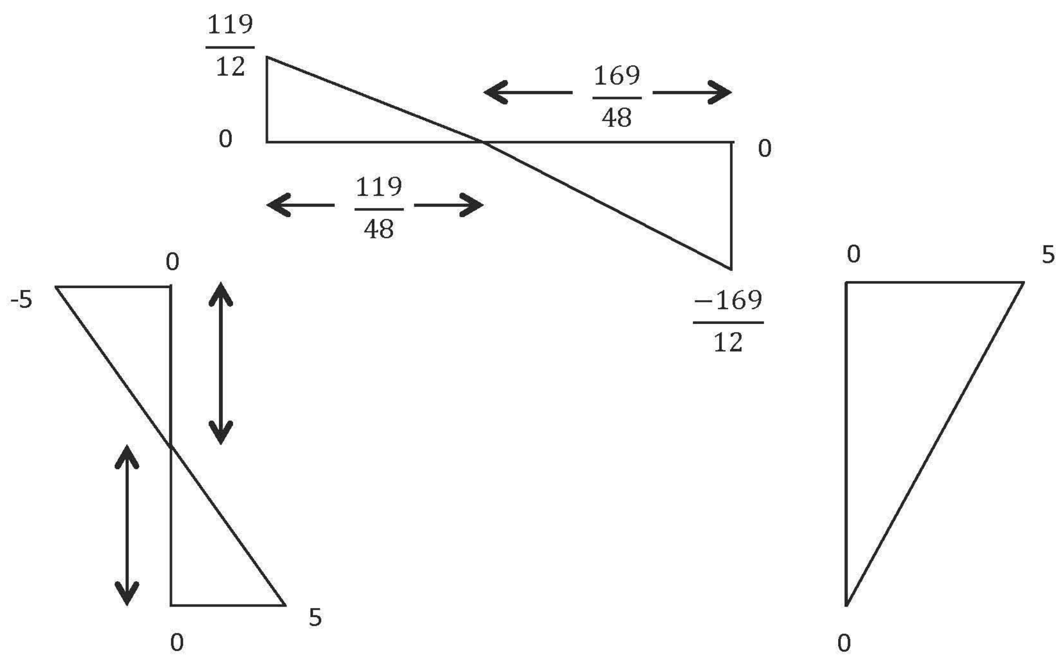
$$M_3 = \frac{y^2}{2}$$

$$V_3 = y$$

$$y = 0 \quad V = 0 \quad M = 0$$

$$y = 5 \quad V = 5 \quad M = 25/2$$

DIAGRAMA DE CORTANTE



∑Av=0

$$\frac{5(2.5)}{2} - \frac{5(2.5)}{2} + \frac{\frac{119}{12}\left(\frac{119}{48}\right)}{2} - \frac{\frac{169}{48}\left(\frac{169}{12}\right)}{2} + \frac{5(5)}{2} = 0$$

DIAGRAMA DE MOMENTO.

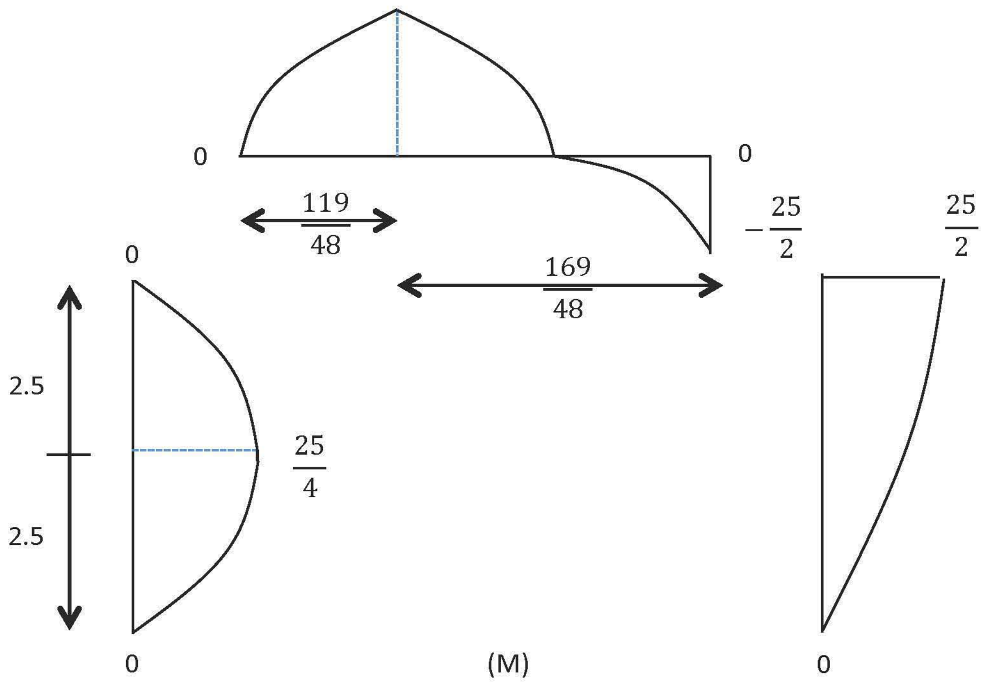
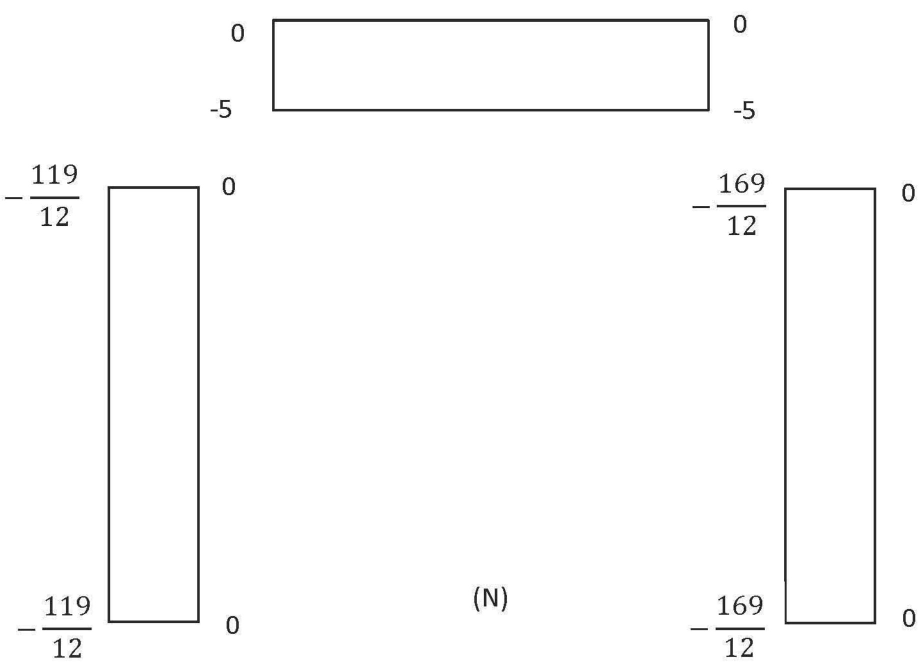
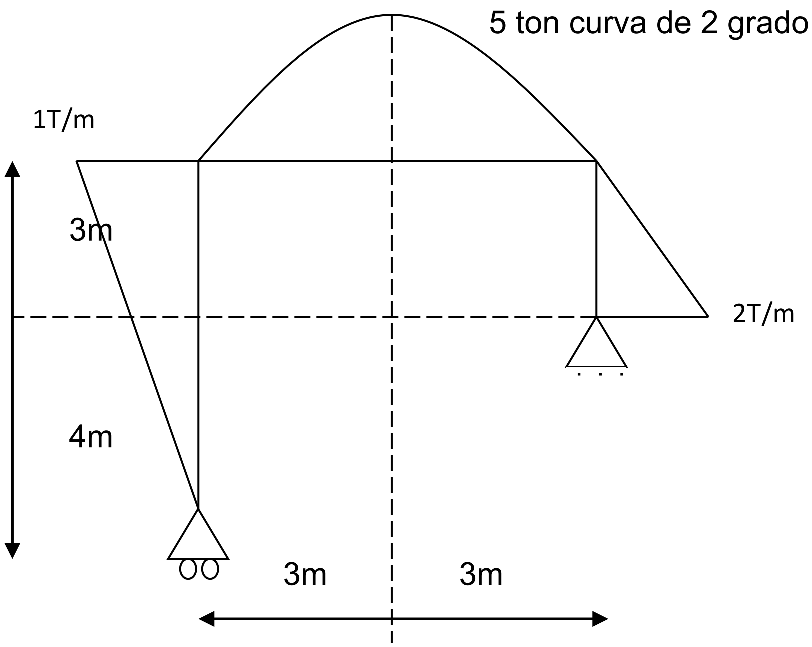


DIAGRAMA (N).





X=0 y=0

x=3 y=5

X=6 y=0

y=ax²+bx

a(3)²+b(3)=5

a(6)²+b(6)=0

SISTEMA DE ECUACIONES.

$$9a + 3b = 5$$

$$36a + 6b = 0$$

1.- Despejamos una de las incógnitas en una de las 2 ecuaciones. Elegimos la incógnita que tenga el coeficiente más bajo.

$$36a + 6b = 0$$

$$b = \frac{-36a}{6} = -6a$$

2.- Sustituimos el valor en la otra ecuación.

$$9a + 3(-6a) = 5$$

3.- Resolvemos la ecuación obtenida.

$$9a - 18a = 5$$

$$-9a = 5$$

$$a = -\frac{5}{9}$$

4.- Sustituimos el valor obtenido en la variable despejada.

$$36\left(-\frac{5}{9}\right)+6b=0$$

$$-20+6b=0$$

$$b=\frac{20}{6}=\frac{10}{3}$$

a=$-\frac{5}{9}$

b=$\frac{10}{3}$

y=$-\frac{5}{9}x^2+\frac{10}{3}x$

x=$\frac{\int_0^6 x\left(-\frac{5}{9}x^2+\frac{10}{3}x\right)dx}{\int_0^6\left(-\frac{5}{9}x^2+\frac{10}{3}x\right)dx}=\frac{-\frac{5}{36}x^4+\frac{10}{9}x^3]_0^6}{-\frac{5}{27}x^3+\frac{5}{6}x^2]_0^6}=\frac{60}{20}=3m$

$\sum$MP=0

$-\frac{-\frac{4}{7}(4)}{2}\left[\frac{1}{3}(4)\right]+\left(\frac{4}{7}\right)(3)\left(\frac{3}{2}\right)+\frac{\left(\frac{3}{7}\right)(3)}{2}\left(\frac{2}{3}(3)\right)-20(3)-\frac{2(3)}{3}\left(\frac{1}{3}(3)\right)+6RAy=0$

RAy=$\frac{91}{9}ton$ ↑

$\sum$fy=0

$\frac{91}{9}-20+RDy=0$

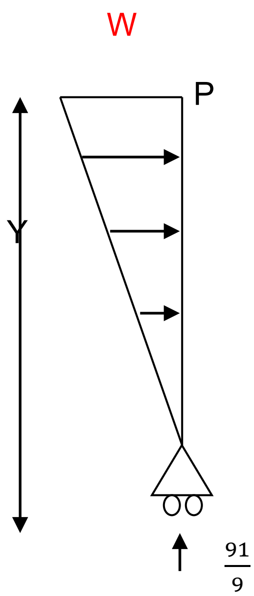
RDy= $\frac{89}{9}$ ↑

$\sum$fx=0

$\frac{1(7)}{2}-\frac{2(3)}{2}-RDx=0$

RDx= $-\frac{1}{2}$ ←

CORTES. COLUMNA AB $0 \leq y \leq 7m$



w--y

1---7

7w=y

W= $\frac{y}{7}$

∑MP=0

$M_1=-\frac{(y)\left(\frac{1}{7}y\right)}{2}\left(\frac{1}{3}y\right)$

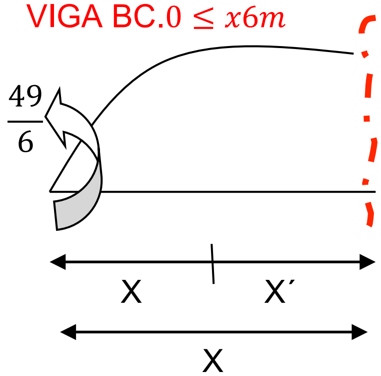
$M_1= -\frac{1}{42}y^3$

$V_1= -\frac{1}{14}y^2$

$M(7)=-\frac{49}{6}$

$$\boxed{\begin{array}{ccc} y=0 & V=0 & M=0 \\ y=7 & V=-7/2 & M=-49/6 \end{array}}$$

VIGA BC.$0 \leq x6m$



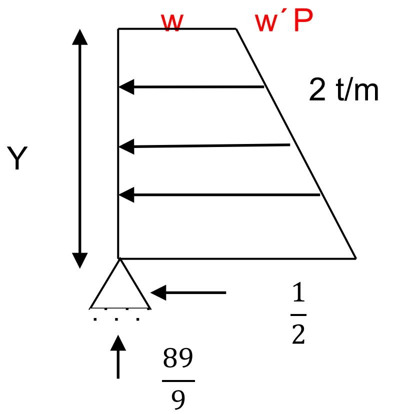
∑MP=0

$M_2=-\frac{49}{6}+\frac{91}{9}x-\left[-\frac{5}{27}x^3+\frac{5}{3}x^2\right]\left[x-\frac{-\frac{5}{36}x^4+\frac{10}{9}x^3}{-\frac{5}{27}x^3+\frac{5}{3}x^2}\right]$

$M_2=-\frac{49}{6}+\frac{91}{9}x-\left[-\frac{5}{24}x^4+\frac{5}{3}x^3+\frac{5}{36}x^4-\frac{10}{9}x^3\right]$

$M_2=\frac{5}{108}x^4-\frac{5}{9}x^3+\frac{91}{9}x-\frac{49}{6}$ $V_2=\frac{5}{29}x^3-\frac{5}{3}x^2+\frac{91}{4}$

COLUMNA CD.$0 \leq y \leq 3m$



W´--y

2--3

3w’=2y

W’=$\frac{2}{3}y$

W´´=2-$\frac{2}{3}y$

∑MP=0

M$_3$=$\frac{1}{2}y + \left(2 - \frac{2}{3}y\right)(y)\left(\frac{y}{2}\right) + \frac{\frac{2}{3}y(y)}{2}\left(\frac{2}{3}y\right)$

M$_3$=$\frac{1}{2}y + y^2 - \frac{1}{3}y^3 + \frac{2}{9}y^3$

M$_3$=-$\frac{1}{9}y^3 + y^2 + \frac{1}{2}y$

V$_3$=-$\frac{1}{3}y^2 + 2y + \frac{1}{2}$

$y = 0 \quad V = 1/2 \quad M = 0$

$y = 3 \quad V = 7/2 \quad M = 15/6$

DIAGRAMAS. CORTANTE

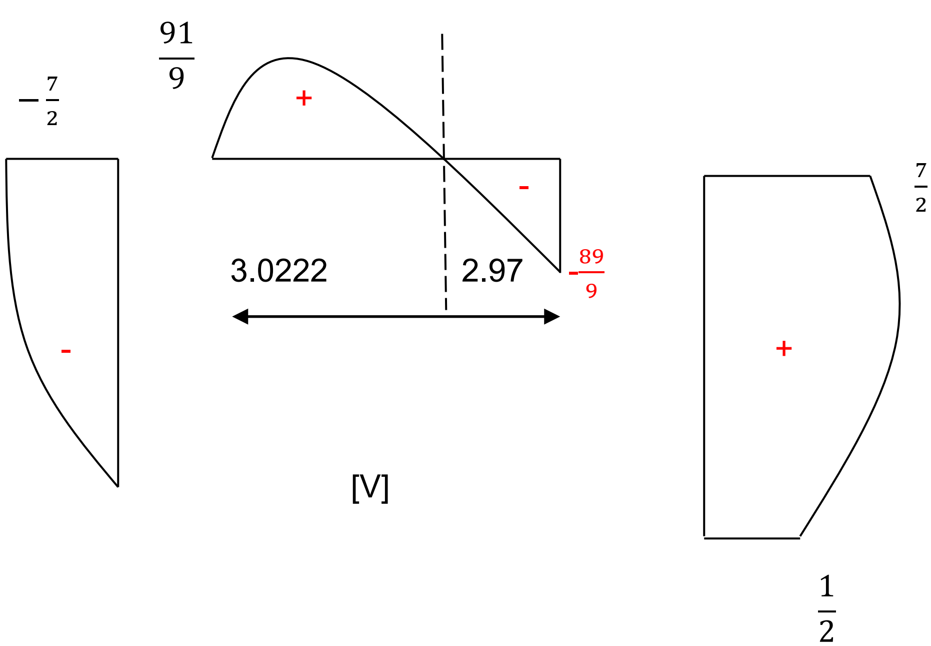
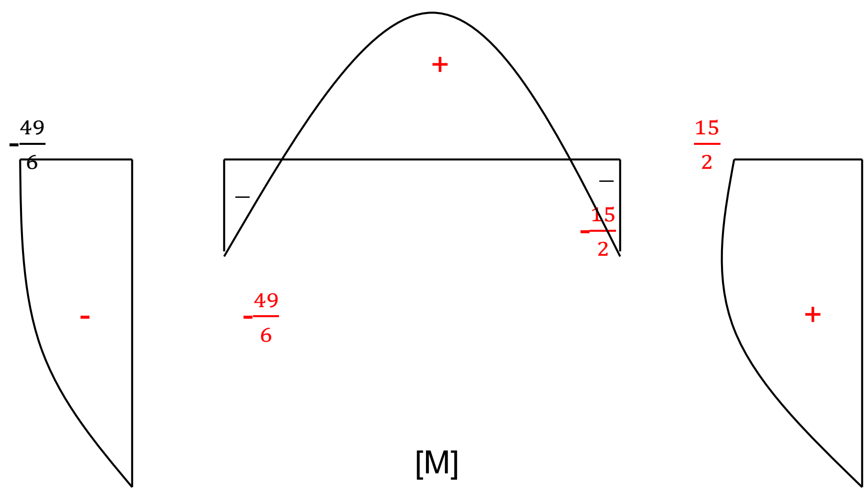


DIAGRAMA DE MOMENTO.



$\sum Av=0$

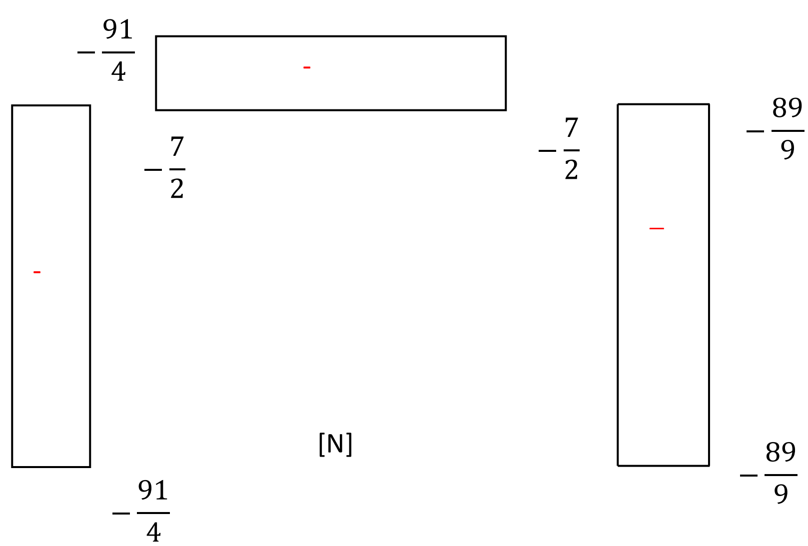
A1=$\int_0^7 \left(-\frac{1}{14}y^2\right) dy = -\frac{49}{6}$

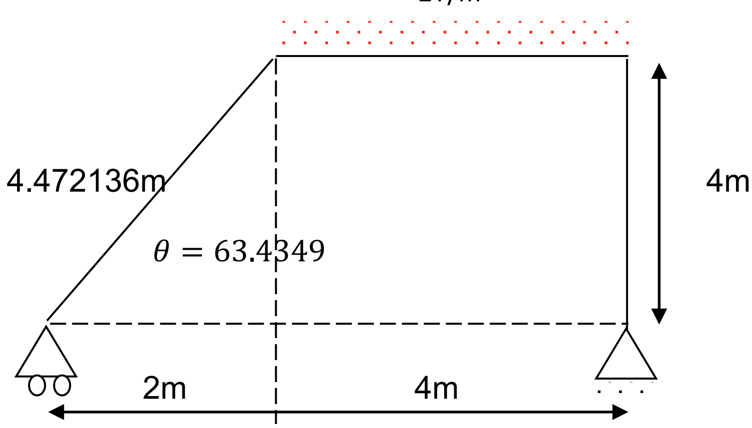
A2=$\int_0^{3.0722} \left(\frac{5}{27}x^3 + \frac{5}{3}x^2 + \frac{91}{9}\right) dx = 19.0846$

A3=$\int_{3.0722}^{6} \left(\frac{5}{27}x^3 - \frac{5}{3}x^2 + \frac{91}{4}\right) dx = -18.4179$

A4=$\int_0^3 \left(-\frac{1}{3}y^2 + 2y + \frac{1}{2}\right) dy = \frac{15}{2}$

DIAGRAMA (N)





∑MA=0

2(4)($\frac{4}{2} + 2) - 6RDy = 0$

RDy= $\frac{16}{3}$

∑fy=0

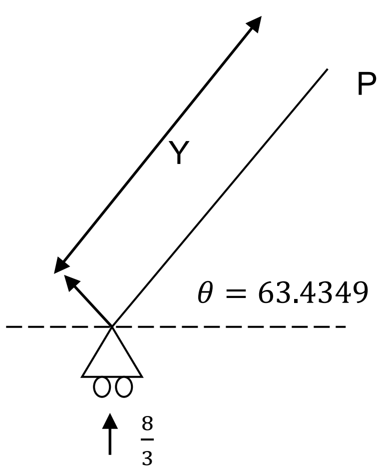
RAy-2(4)+$\frac{16}{3} = 0$

RAy= $\frac{8}{3}$

∑fx=0

RDx=0

CORTE COLUMNA AB. $0 \leq y \leq 4.472136m$

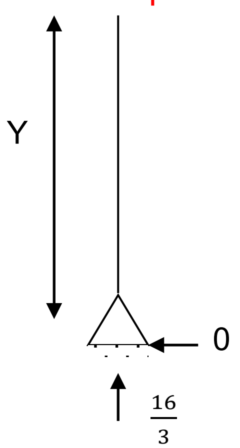


M_1=1.1926Y

V_1=1.1926

$$\frac{8}{3}cos(63.4349) = 1.1926$$

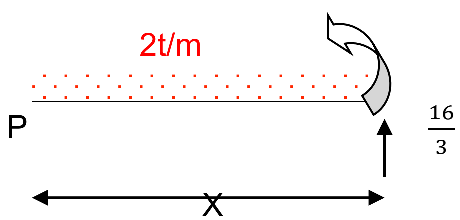
COLUMNA CD. $0 \leq x \leq 4m$



$M_2=0$

$V_2=0$

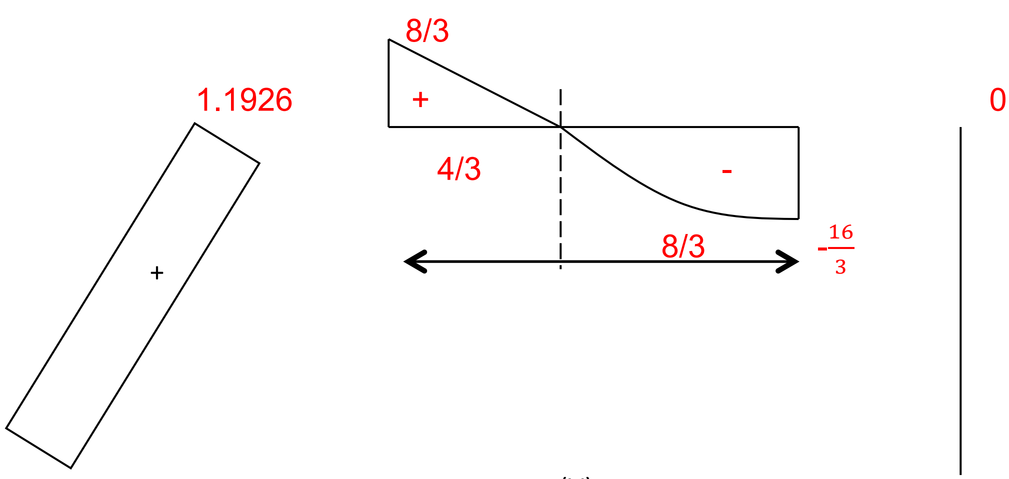
VIGA. $0 \leq x \leq 4m$



$M3= -\frac{16}{3}x + x^2$

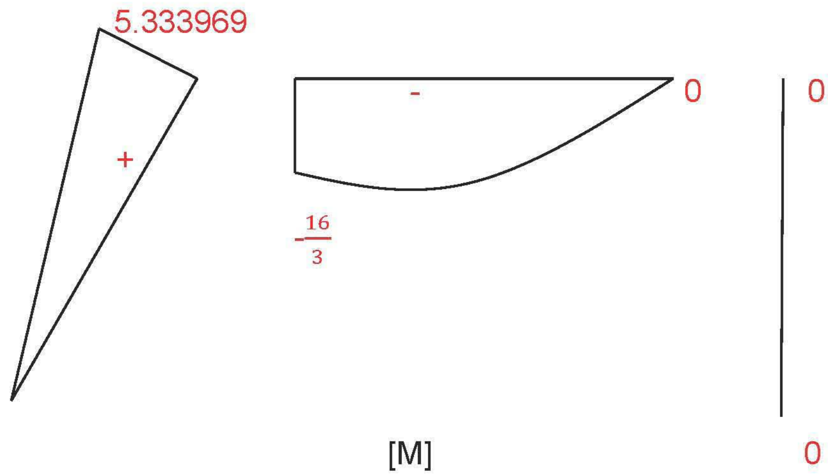
$V_3=-\frac{16}{3}+2x$

DIAGRAMAS (CORTANTE).



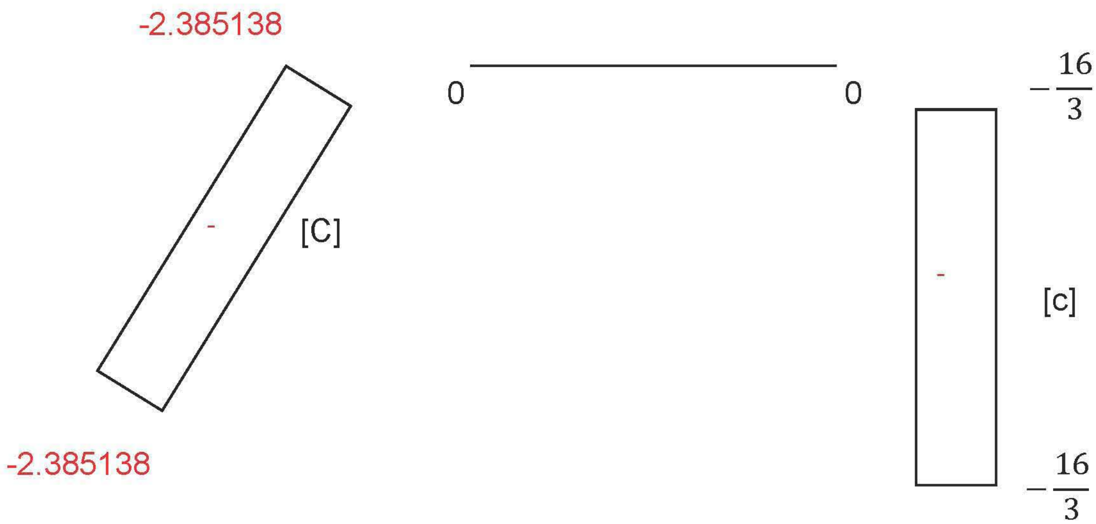
(V)

MOMENTO.

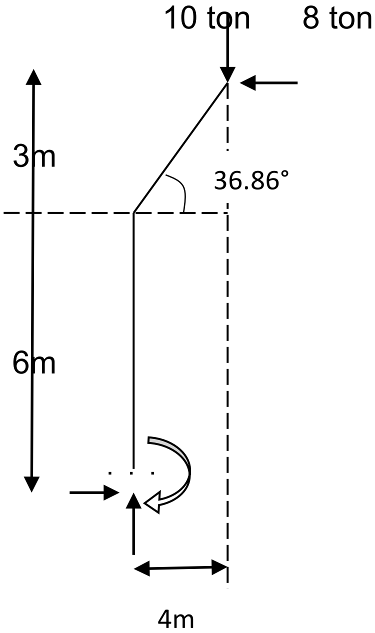


[M]

DIAGRAMA (N).



[N]



∑MA=0

10(4)-8(9)+MA=0

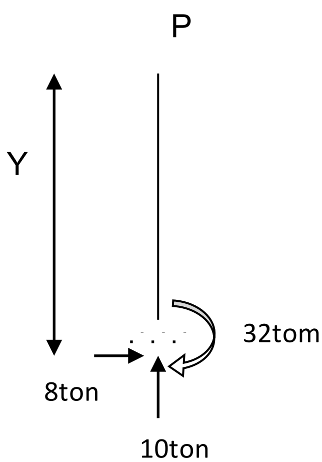
MA=32t/m

∑fy=0

VAy-10=0 VAy=10 ton

VAx-8=0 Vax=8 ton

COLUMNA AB. 0≤x≤6m



∑Mp=0

M= -8y+32

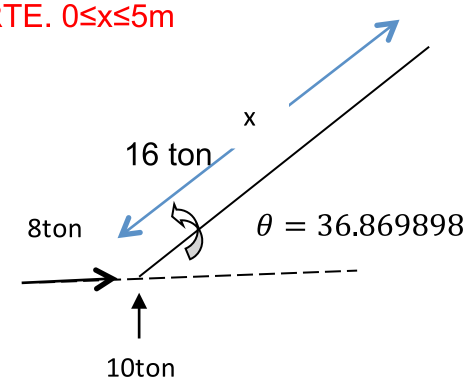
V= -8

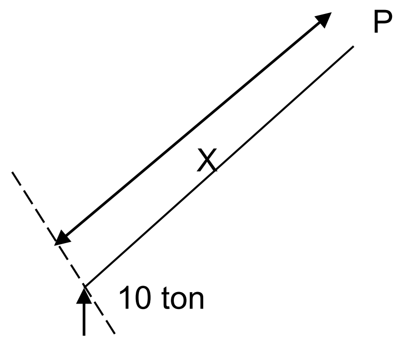
M(6)= -16 ton

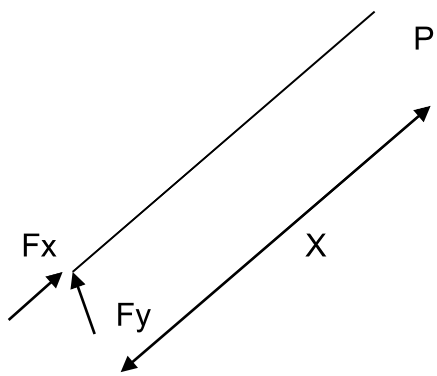
$y = 0 \quad V = -8 \quad M = 32$

$y = 6 \quad V = -8 \quad M = -16$

CORTE. 0≤x≤5m

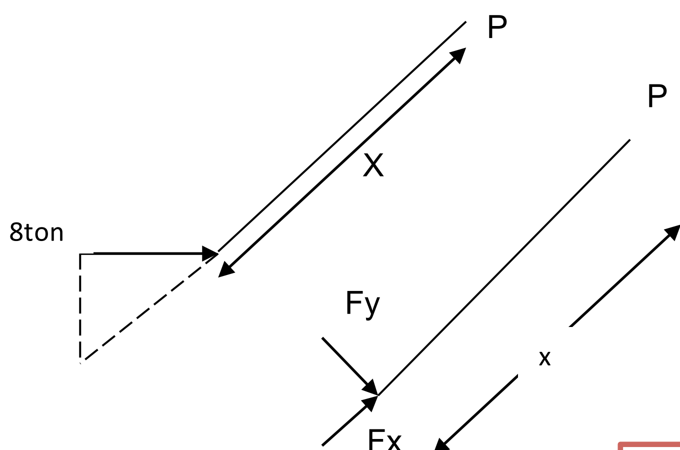






Fy=10 cos (36.869898) =8 ton

Fx=10 sen (36.869898) =6 ton

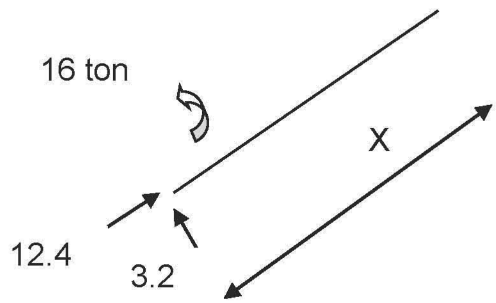


Fy=8 sen(36.869898)=4.8 ↓

Fx=8 cos (36.869898)=6.4 →

$FX_T = 6 + 6.4 = 12.4 \text{ton} \longrightarrow$

$FY_T = 8 - 4.8 = 3.2 \text{ ton} \uparrow$



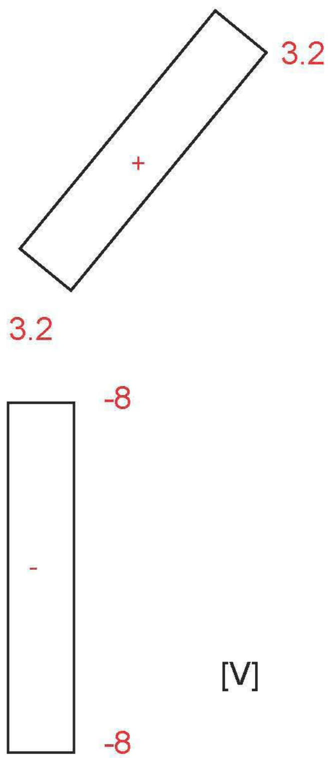
$M_2 = 3.2x - 16$

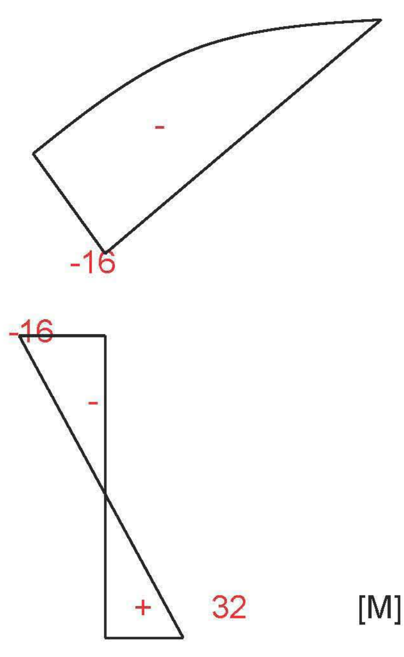
$V_2 = 3.2$

$$x = 0 \quad V = 3.2 \quad M = -16$$

$$x = 5 \quad V = 3.2 \quad M = 0$$

DIAGRAMAS.

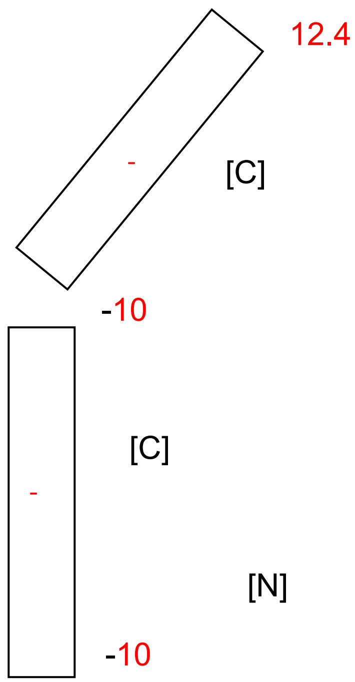


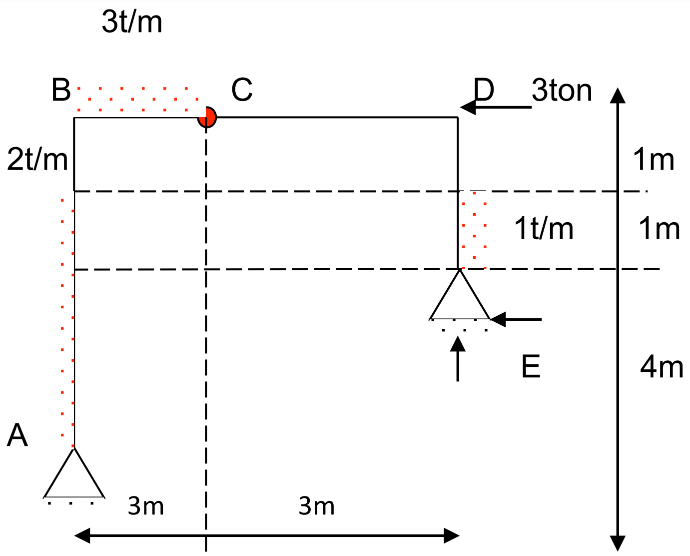


$\sum Av = 0$

$$32 - 8(6) + 3.2(5) = 0$$

DIAGRAMA (N).





∑Mc=0 [LL´Izquierdo]

-6VAx+3VAy-2(5)$(\frac{5}{2}+1)-3(3)\left(\frac{3}{2}\right)=0$

-6VAx+3VAy=48.5------(1)

∑ME=0 [TODO EL MARCO]

-4VAx+6VAy-2(4)$(\frac{4}{2})+2(1)\left(\frac{1}{2}\right)-3(3)\left(\frac{3}{2}+3\right)-3(2)-1(1)\left(\frac{1}{2}\right)=0$

-4VAx+6VAy=62-----(2)

VAx= $-\frac{35}{8}ton$ ←

VAy= $\frac{89}{12}ton$ ↑

∑fy=0 (TODO EL MARCO)

$$\frac{89}{12}-3(3)+VEy=0$$

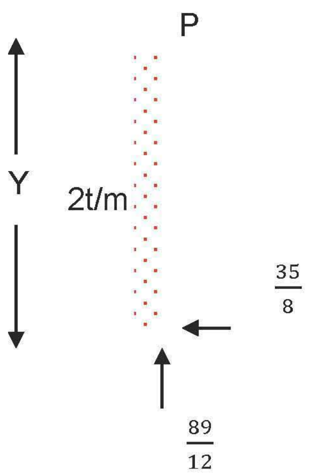
VEy= $\frac{19}{12}$ ↑

∑fx=0

2(5)-3-1(1)-$\frac{35}{8}-VEx=0$

VEx= $\frac{13}{8}Ton$ ←

COLUMNA AB. $0\leq y\leq 5m$



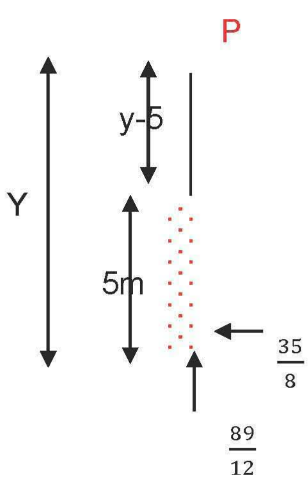
M$_1$=$\frac{35}{8}y-2y\left(\frac{y}{2}\right)$

M$_1$=$\frac{35}{8}y-y^2$

V$_1$= $\frac{35}{8}-2y$

$y=0$	$V=35/8$	$M=0$
$y=5$	$V=-45/8$	$M=-25/8$

COLUMNA AB. 5≤x≤6m.



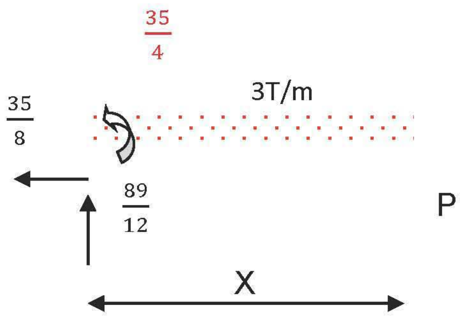
M2=$\frac{35}{8}y-2(5)(\frac{5}{2}+y-5)$

M2=$-\frac{45}{8}y+25$

V2=$-\frac{45}{8}$

$y=5$	$V=-45/8$	$M=-25/8$
$y=6$	$V=-45/8$	$M=-35/4$

VIGA BC. $0 \le x \le 3m$



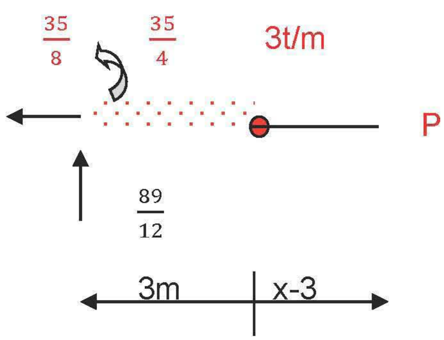
$M_3=\frac{89}{12}x-\frac{35}{4}-\frac{3}{2}x^2$

$M3=-\frac{3}{2}x^2+\frac{89}{12}x-\frac{35}{4}$

$V3=-3x+\frac{89}{12}$

$$\boxed{\begin{array}{ccc} x=0 & V=89/12 & M=-35/4 \\ x=3 & V=-19/12 & M=0 \end{array}}$$

VIGA CD. $3 \le x \le 6m$

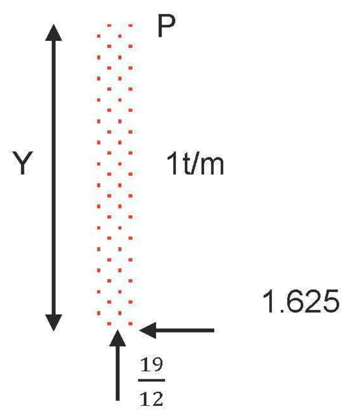


$M_4=-\frac{35}{4}+\frac{89}{12}+\left(-3(3)\right)(-\frac{3}{2}+x-3)$

$M_4=-\frac{19}{12}x+\frac{19}{4}$ $V_4=-\frac{19}{12}$

$$\boxed{\begin{array}{ccc} x=3 & V=-19/12 & M=0 \\ x=6 & V=-19/12 & M=-19/4 \end{array}}$$

COLUMNA EE´$0 \le x \le 1m$

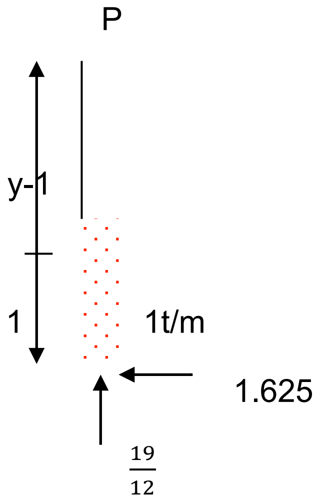


$M_5=1.625y+\frac{1}{2}y^2$

$V_5=1.625y$

$$\boxed{\begin{array}{ccc} y=0 & V=0 & M=0 \\ y=1 & V=1.625 & M=17/8 \end{array}}$$

COLUMNA ED. $1 \leq y \leq 2m$

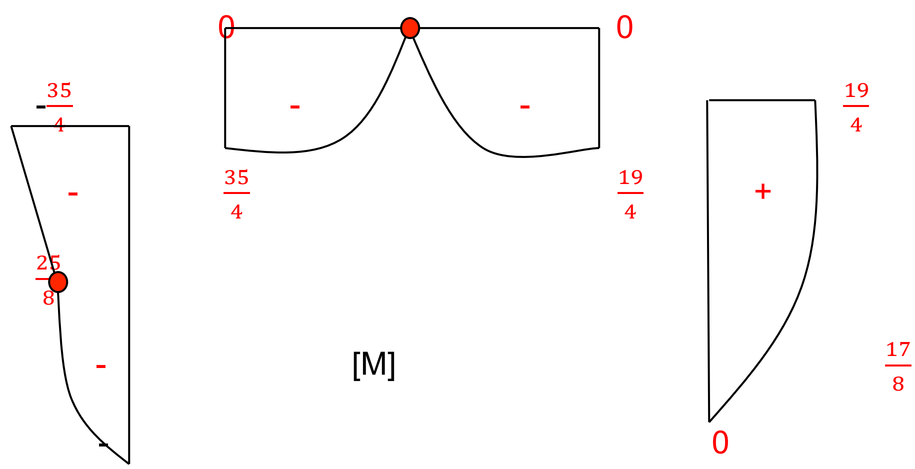


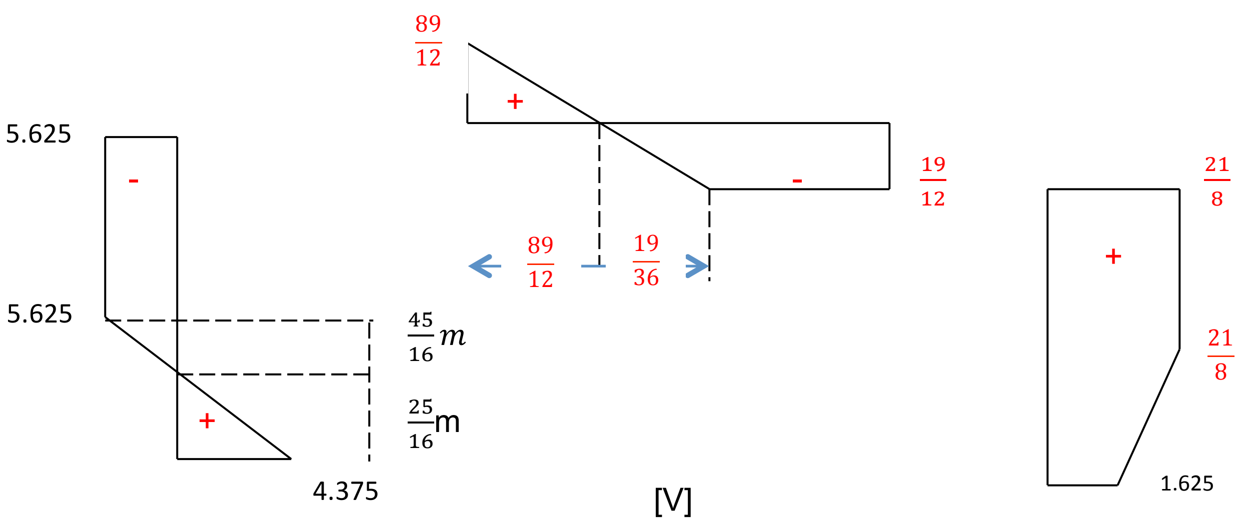
$M_6 = \frac{21}{8}y - \frac{1}{2}$

$V_6 = \frac{21}{8}$

$y = 1$	$V = 21/8$	$M = 17/8$
$y = 2$	$V = 21/8$	$M = 19/4$

DIAGRAMAS.

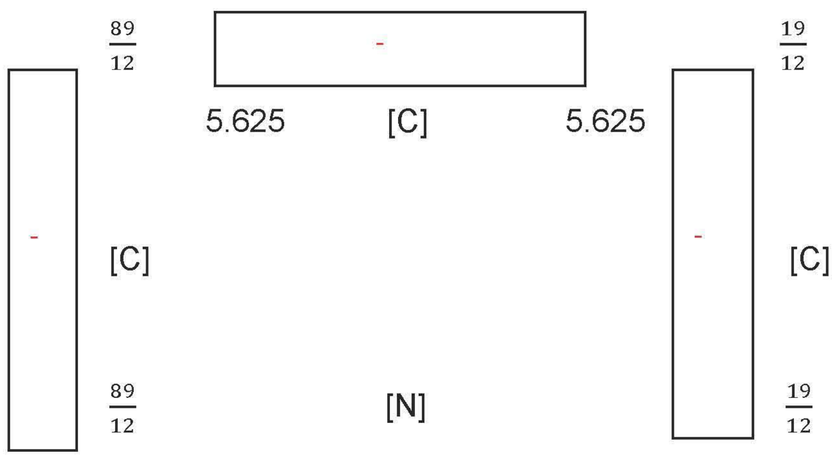




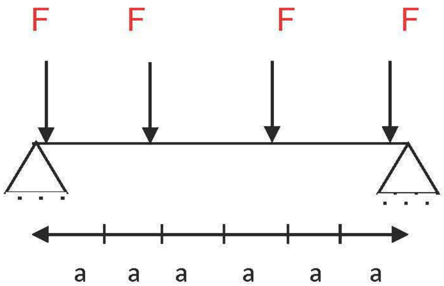
A1= $\frac{1225}{256}$ $\quad A2=-\frac{2025}{256} \quad A3=-\frac{45}{8} \quad A4=\frac{7921}{864} \quad A5=-\frac{361}{864}$

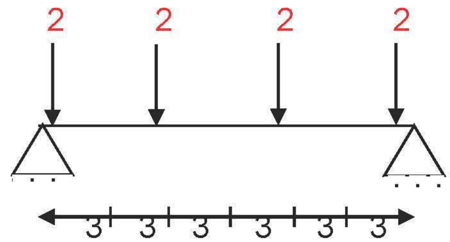
A6= -$\frac{19}{4}$ $\quad A7=\frac{21}{8} \quad A8=\frac{17}{8}$

AREAS =0



DEMOSTRACIÓN.





-2(3)+2(3+3)+2(3+3+3)-12RAy=0

2(3+6+9)-12 RAy

F(a)+F(2a)+F(3a)+………….F(na)-naRBy=0

$$\sum_{i=1}^{n} ai = n\left(\frac{ai + an}{2}\right)$$

F[na-a]-naRBy=0

a_1=a

an=na

n=na-a

n=n

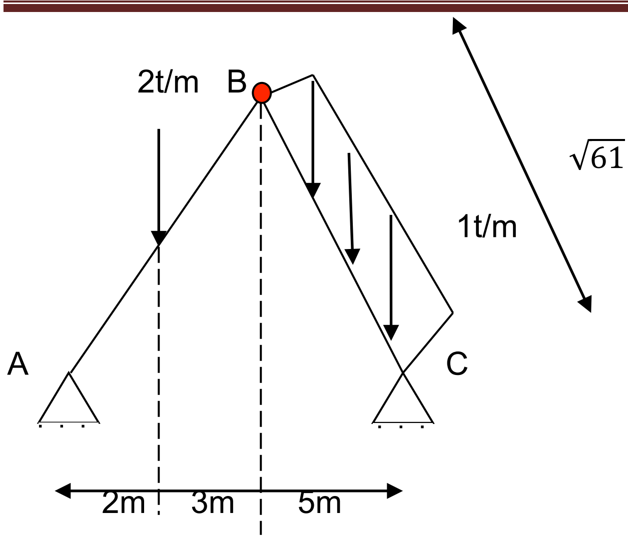
F[n$(\frac{a+na}{2}) - an] - naRBY = 0$

F[$\frac{na}{2} + \frac{n^2a}{2} - an] = naRBy$

RBy=$(\frac{n}{2} - \frac{1}{2})F$

RBy= $[\frac{n-1}{2}]F$

Ray= $[\frac{n-n}{2}]F$



$\sum$MA=0 TODO EL MARCO.

2(2)+$\frac{\sqrt{61}}{5}(5)\left(\frac{5}{2}+5\right)-10RCy=0$

RCy=6.257687 ton

$\sum$MB=0 [hh´ izquierdo]

3.552563(5)-2(3)-6RAx=0

RAx= 1.960469ton

$\sum$fy=0

RAy-2-$\frac{\sqrt{61}}{5}(5)+6.257687=0$

RAy=3.552563

$\sum$fx=0 TODO EL MARCO

1.960469-RCx=0

RCx=1.960469ton

ELEMENTOS MECANICOS.

h—L 5x=12

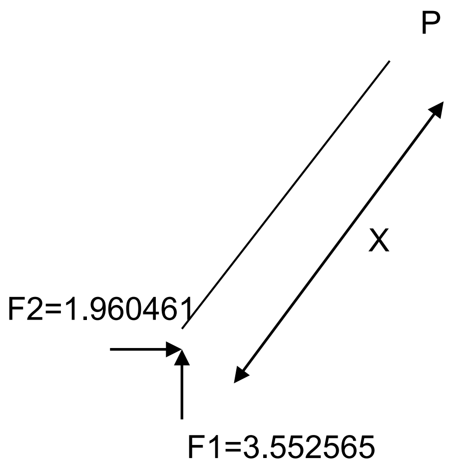
6—5 x=$\frac{12}{5}$

x—2

0≤x≤$\frac{\sqrt{61}}{5}m$

$$\frac{2\sqrt{61}}{5}m-\sqrt{61}=-\frac{3\sqrt{61}}{5}$$

$\tan^{-1}\left[\frac{6}{5}\right] = 50.194429$



F1x=3.552565sen[50.194429]=2.729156 →

F2x=3.552563cos[50.194429]=2.274295 ↑

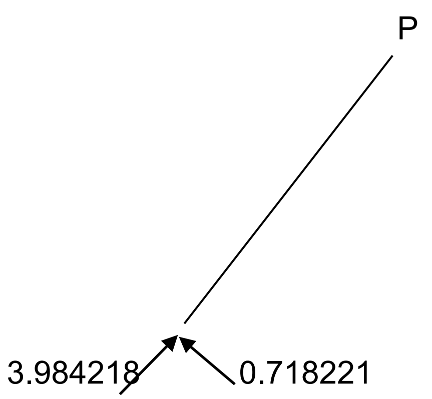
F2x=1.960469 cos[50.194429]=1.255062 →

F2y=-1.960469 sen[50.194429]=-1.506074 ↓

FxR=3.984218 →

FyR=0.718221 ↑

$$0 \leq X \leq \frac{2\sqrt{61}}{5} m$$



∑Mp=0

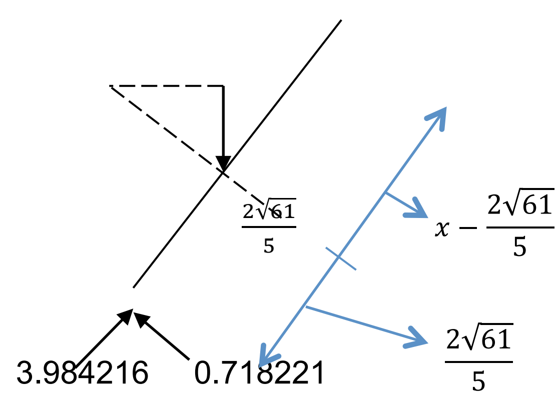
M_1=0.718221x

V_1=0.718221

$\frac{2\sqrt{61}}{3} \leq x \leq \sqrt{61}$

F3x=-2 sen[50.194429]=-1.536445

F3y=-2 cos[50.194429]=1.280869



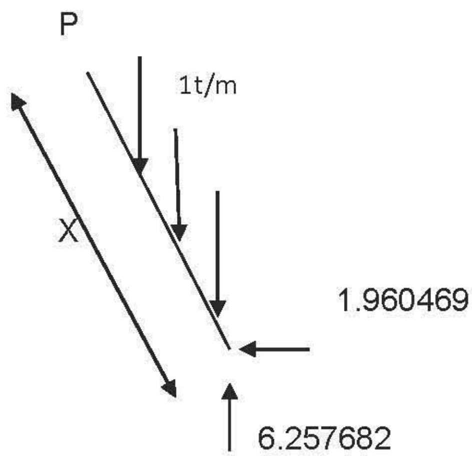
M_2=0.718221x - 1.280369(x-$\frac{2\sqrt{61}}{5}$)

M_2=0.512148x+4.000001

M($\sqrt{61}$) $= 0$

V_2=-0.512148

$$0 \leq x \leq \sqrt{61}$$



F1x=6.257682 sen [50.194429]=4.807275

F1y=-6.257682 cos [50.194429]=4.006082

F2x=-1.960469 cos [50.194429]=1.255062

F2y=-1.960469 sen [50.194429]=1.506074

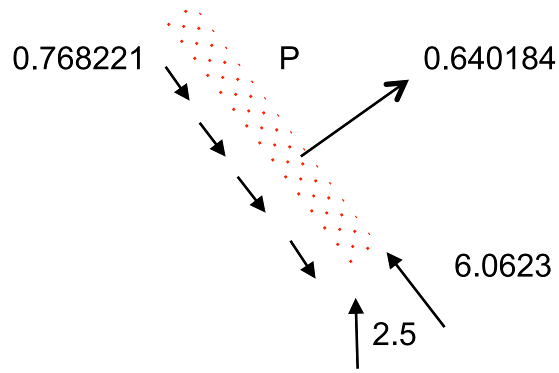
F3x=1 sen [50.194429]=0.768221

F3y=-1 cos [50.194429]=-0.640134

Fx puntual=6.062350 ton ←

Fy puntual=2.5 ton

$0 \leq x \leq \sqrt{61}$



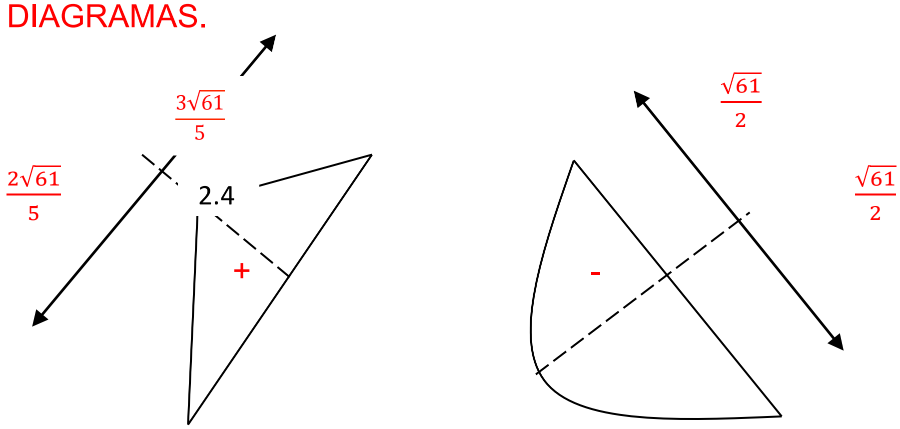
$\sum MP=0$

$M_3=-2.5X+.640184(X)(\frac{X}{2})$

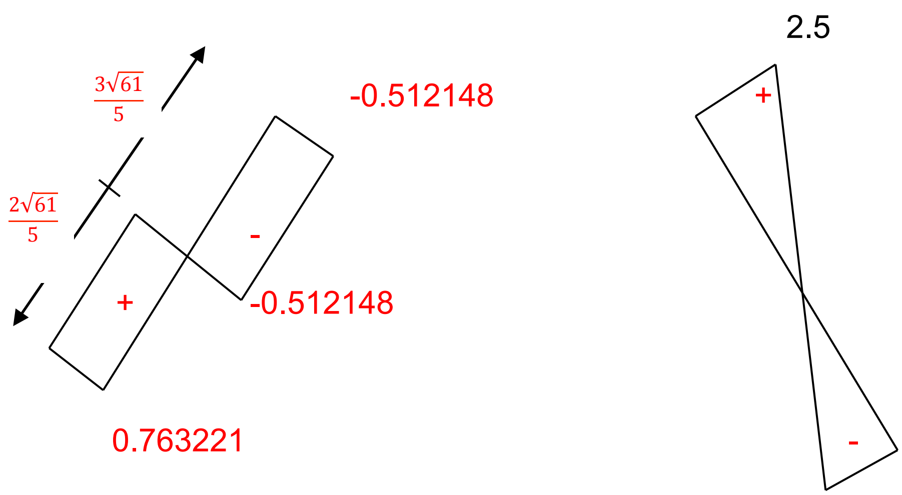
$M_3=0.320042x^2-2.5x$

$V_3=0.640184-2.5$

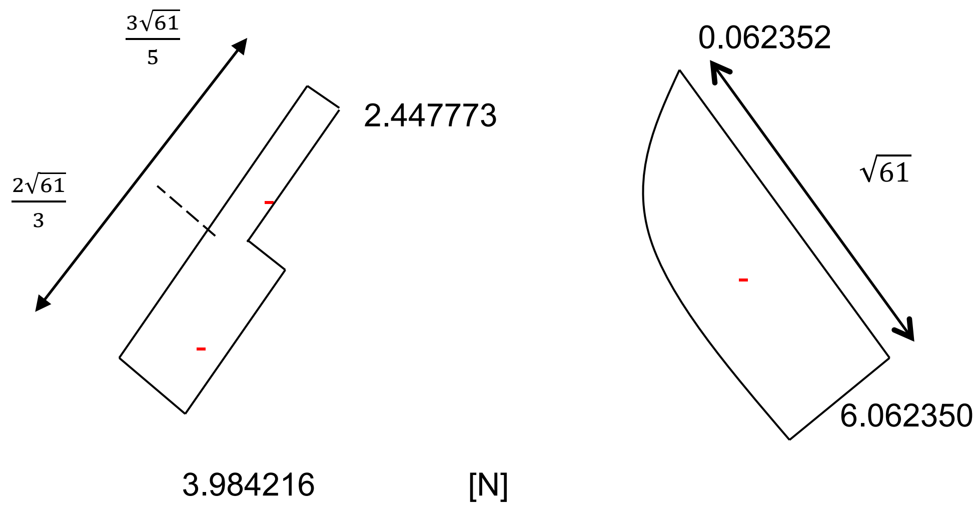
DIAGRAMAS.

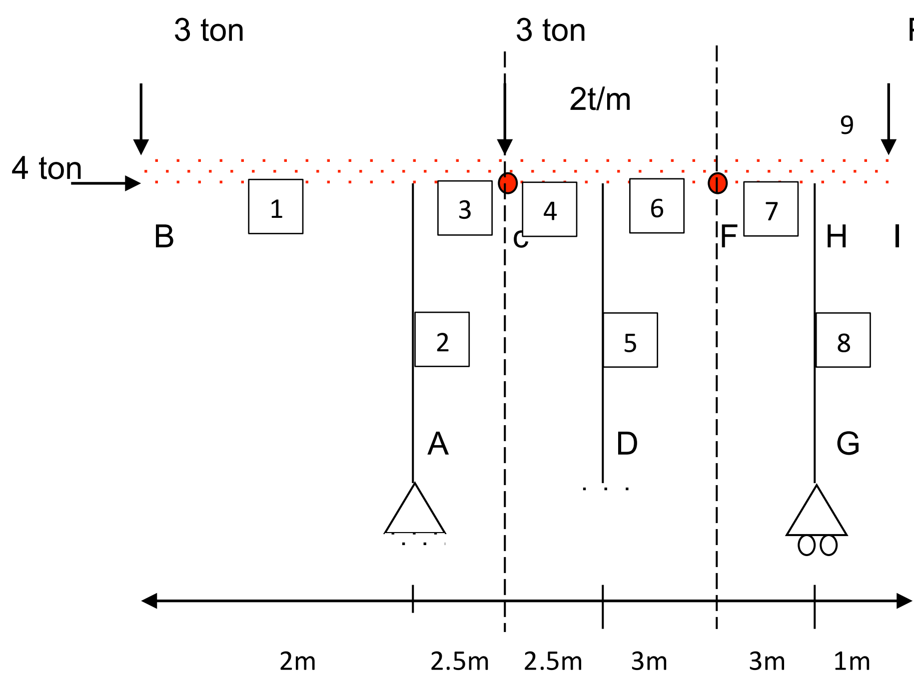


[MOMENTO]



[V]





AA´izquierdo

$\sum MC=0$

$-2(4.5)(\frac{4.5}{2}) - 3(4.5) + 2.5RAy = 0$

RAY=13.5Ton ↑

XX´DERECHA.

$\sum MF=0$

$1(4)+2(4)(\frac{4}{2}) - 3RGy = 0$

$RGy = \frac{20}{3} Ton$ ↑

$\sum MI=0$ DE TODO EL MARCO.

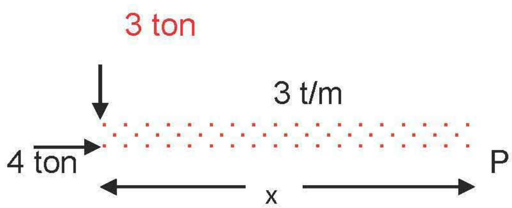
$$-2(14)\left(\frac{14}{2}\right)-3(14)+13.5(12)-3(9.5)+RDy(7)+\frac{20}{3}(1)+MD+4(5)=0$$

$\sum fy=0$ DE TODO EL MARCO.

$$-3-2(14)+13.5-3+RDy-1+\frac{20}{3}=0$$

$RDy=\frac{89}{6}$ ↑ MD=-26Tom

VIGA 1. $0 \le x \le 2m$



$\sum Mp=0$

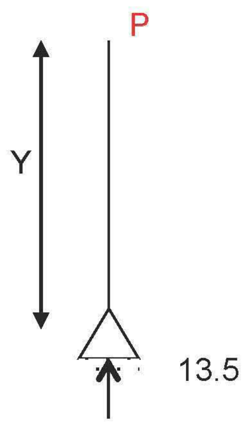
$M_1=-3x-x^2$

$V_1=-3-2x$

M(2m)=-10 ton

V(2m)=-7 ton

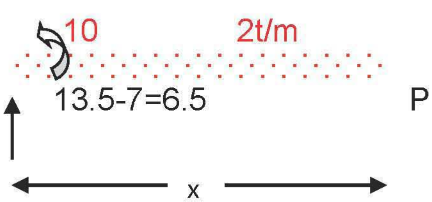
COLUMNA 2. $0 \le y \le 5m$



$M_2=0$

$V_2=0$

VIGA 3. $0 \le x \le 2.5$



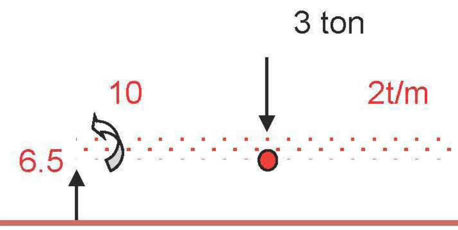
$M_3=-10+6.5x-x^2$

$M_3=-x^2+6.5x-10$

$V_3=-2x+6.5$

$x=0$	$V=6.5$	$M=-10$
$x=2.5$	$V=1.5$	$M=0$

VIGA 4. $2.5 \leq x \leq 5m$



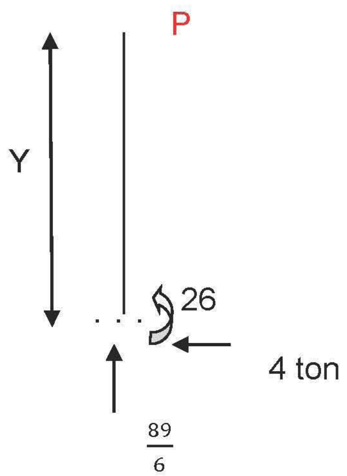
M4=-10+6.5x-x²-3(x-2.5)

M4= -x²+3.5x-2.5

V_4=-2x-3.5

$x = 2.5$	$V = -8.5$	$M = 0$
$x = 5$	$V = -13.5$	$M = -10$

COLUMNA 5. $0 \leq y \leq 5m$

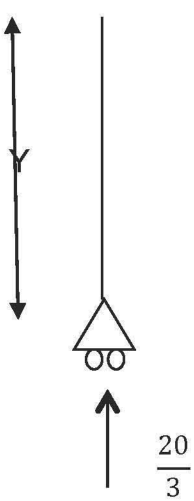


M_5=-26+4y

V_5=4

$y = 0$	$V = 4$	$M = -26$
$y = 5$	$V = 4$	$M = -6$

COLUMNA 8. $0 \leq y \leq 5m$

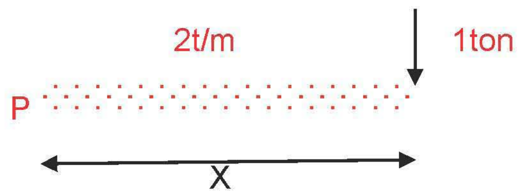


M_6=0

V_6=0

$y = 0$	$V = 0$	$M = 0$
$y = 5$	$V = 0$	$M = 0$

VIGA 9. $0 \leq x \leq 1m$

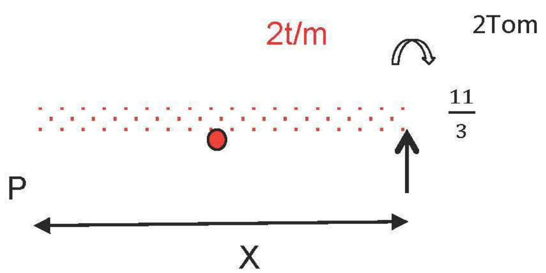


∑MP=0

M_7=x+x²   M(1)=2 ton

V_7=1+2x   V(1)=3 ton

VIGA 6-7.



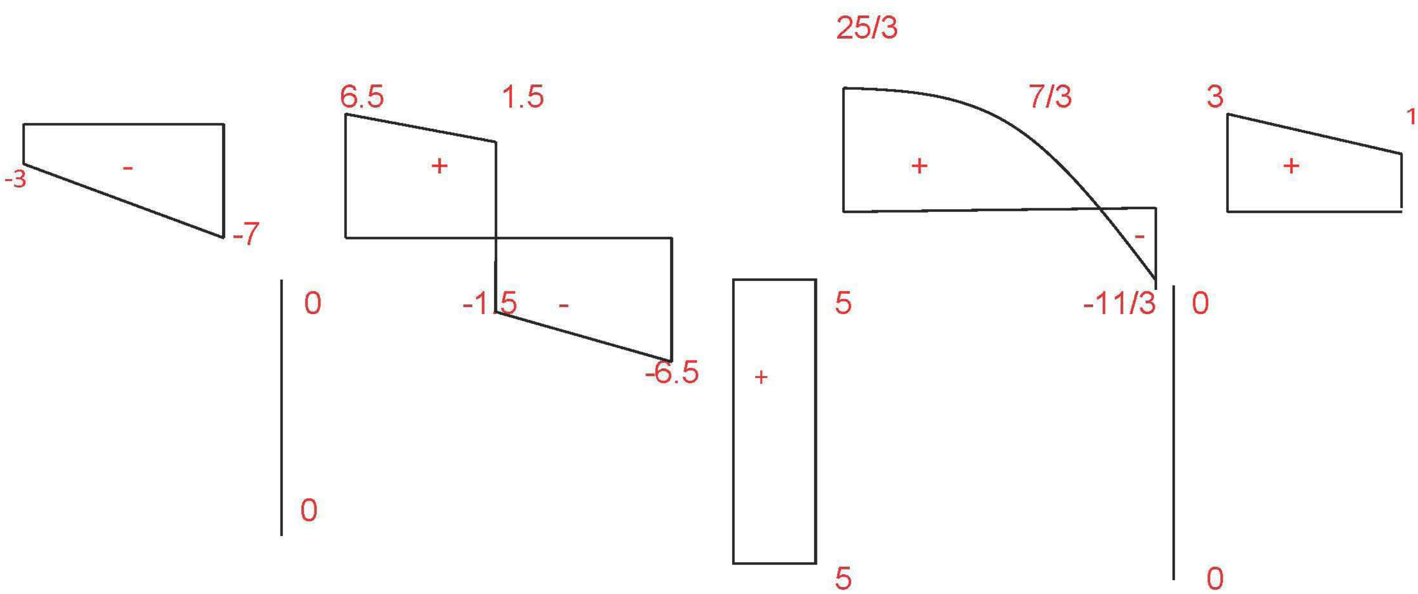
∑MP=0

$M_8=x^2-\frac{11}{3}x+2$

$V_8=2x-\frac{11}{3}$

$x = 0$	$V = -3.6$	$M = 2$
$x = 3$	$V = 2.3$	$M = 0$

DIAGRAMAS.



(V)

∑Av=0

$$A_1 = -3(2) - \frac{4(2)}{2} = -10$$

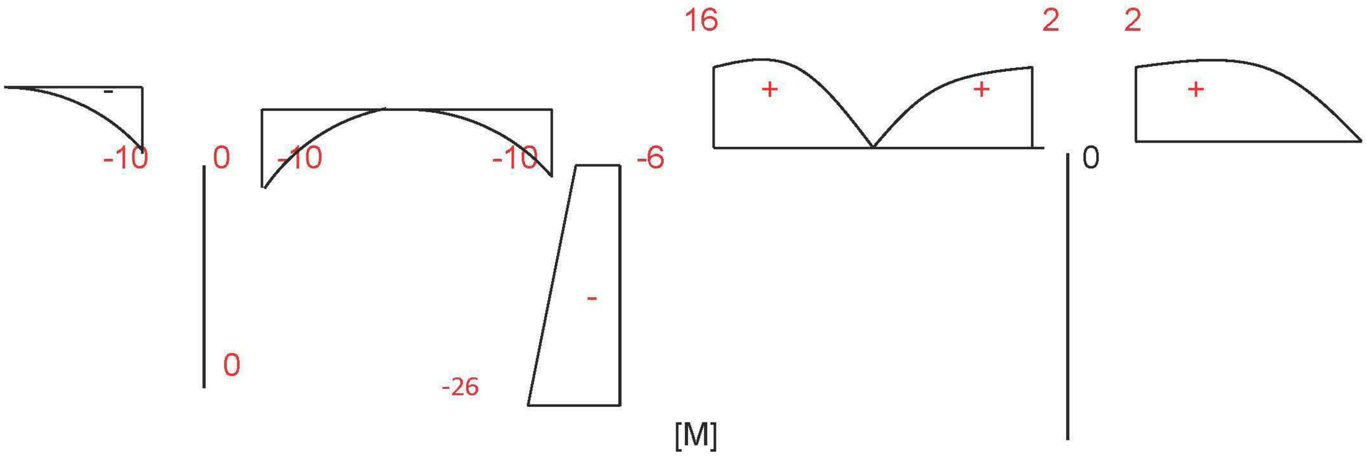
$$A_2 = 0$$

$$A_3 = 4(5) = 20$$

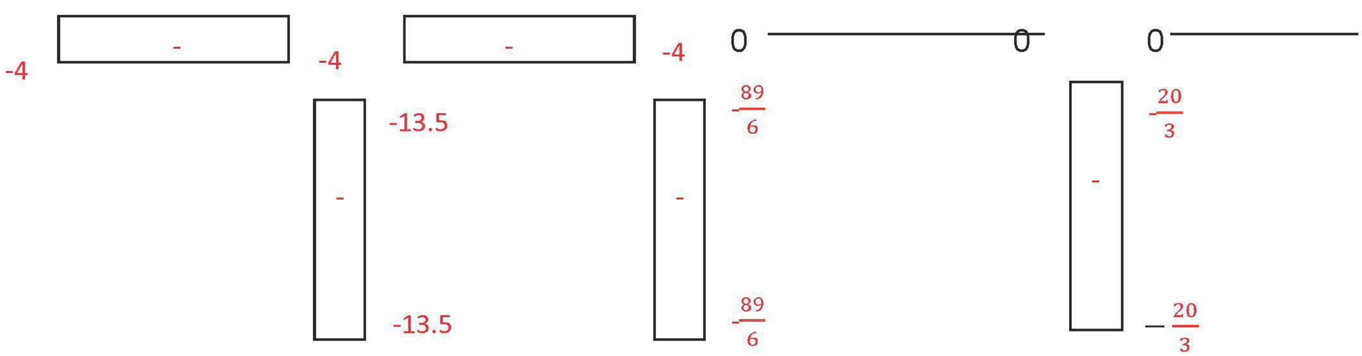
$$A_4 = \frac{6(3)}{2} + \frac{7}{3}(3) + \frac{\frac{7}{3}\left(\frac{7}{6}\right)}{2} - \frac{\frac{11}{3}\left(\frac{11}{6}\right)}{2} = 14$$

$$A_5 = \frac{2(1)}{2} + 1(1) = 2$$

$$A_6 = -26$$



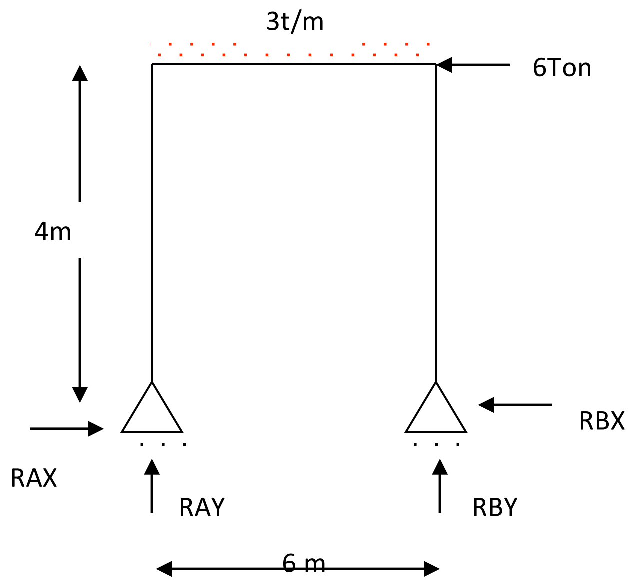
[M]

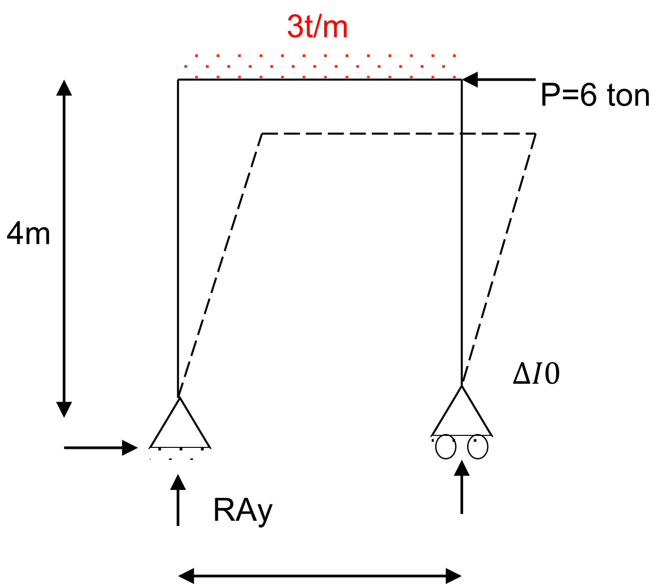


[N]

4.2.- MARCOS INDETERMINADOS.

4.2.1.-MARCOS HIPERESTATICOS. “MÉTODO DE FLEXIBILIDADES”





MR1

∑MA=0

$3(6)(\frac{1}{2}(6)) - 6(4) - 6RBy = 0$

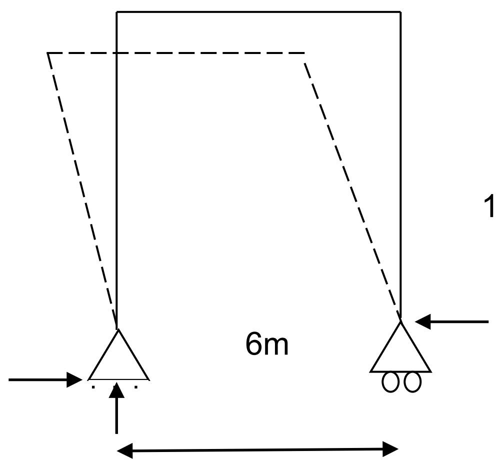
RBy=5Ton

∑fy=0

RAy-3(6)+5=0

RAy=13Ton

Rax=6 Ton



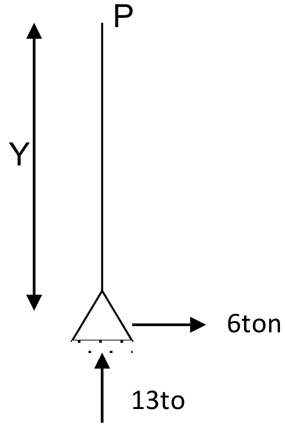
MF1

$\sum MA=0$

$RAy=0$ $\sum fy=0$

$RAx=1ton$ $RBy=0$

MRI



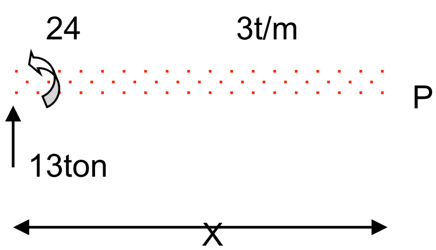
$\sum MP=0$

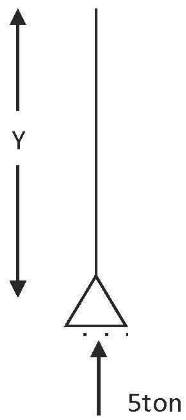
$M_1=-6Y$ $M(4)=-24tom$

$V_1=-6$

$\sum MP=0$

$M_2=-24+13x-\frac{3}{2}x^2$



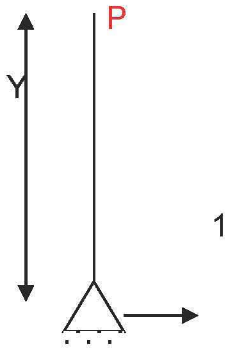


$\boxed{M_3=0}$

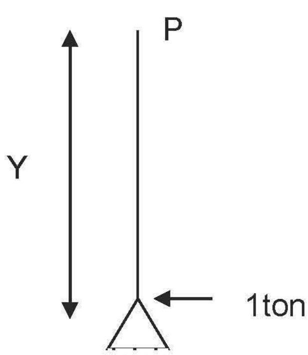
MF1

$M_1=-y$

$v_1=-1$



$\boxed{M_2=-4}$



$M_3=y$

F10$=\frac{1}{EI}\int_0^4(-6y)(-y)dx+\frac{1}{EI}\int_0^6\left(-24+13x-\frac{3}{2}x^2\right)(-4)dx+\frac{1}{EI}\int_0^4(0)(y)dy$

F10$=\frac{200}{EI}$

$$\Delta 10=\frac{1}{EI}\int_0^4(-y)(-y)dy+\frac{1}{EI}\int_0^6(-4)(-4)dx+\frac{1}{EI}\int_0^4(y)(y)dy$$

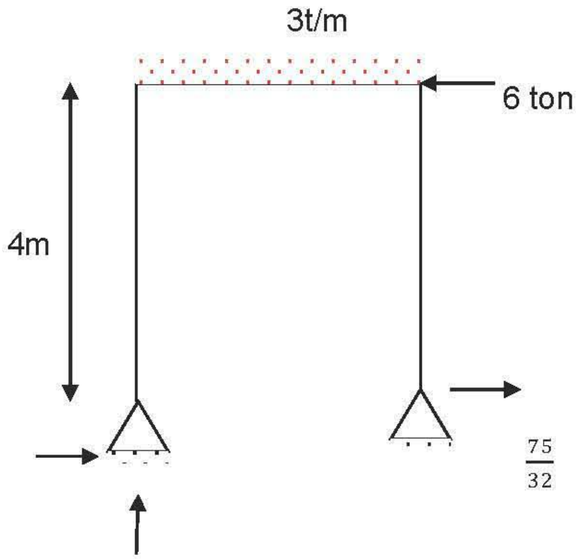
$\Delta 10 = \frac{416}{3EI}$

SISTEMA DE FLEXIBILIDADES.

$$f_{10} + \Delta_{10} RBx = 0$$

$$200 + \frac{416}{3EI} RBx = 0$$

RBx= $-\frac{75}{32} ton$ →



∑MA=0

$3(6)(\frac{1}{2}(6)) - 6(4) - 6RBy = 0$

RBy=5ton ↑

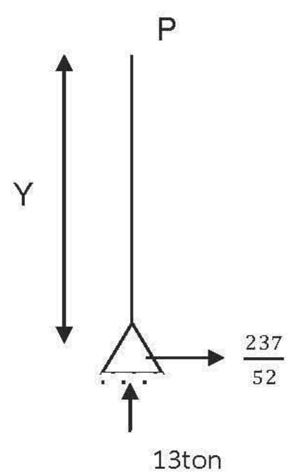
∑fy=0

Ray-3(6)+5=0

Ray=13ton

∑fx=0

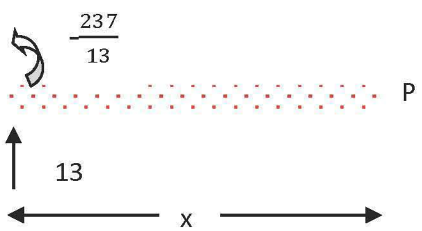
$-RAx + \frac{74}{32} - 6 = 0 \quad RAx = -\frac{237}{52} Ton$ →



$M_1 = -\frac{237}{52} y \ ton$

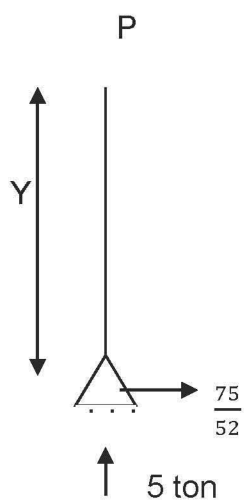
$V_1 = -\frac{237}{52}$

$M(4) = -\frac{237}{13}$



$M_2=-\frac{237}{13}+13x-\frac{3}{2}x^2$; $V_2=13-3X$

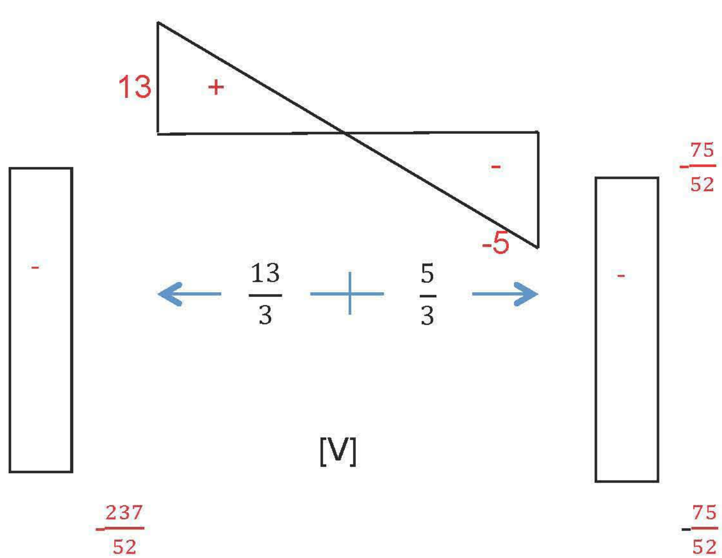
$M(6)=\frac{75}{13}$



$M_3=-\frac{75}{52}y$

$V_3=-\frac{75}{52}$

DIAGRAMAS.



$\sum Av=0$

$$A_1 = -\frac{237}{52}(4) = -\frac{237}{13}$$

$$A_2 = \frac{(13)(\frac{13}{3})}{2} = \frac{169}{6}$$

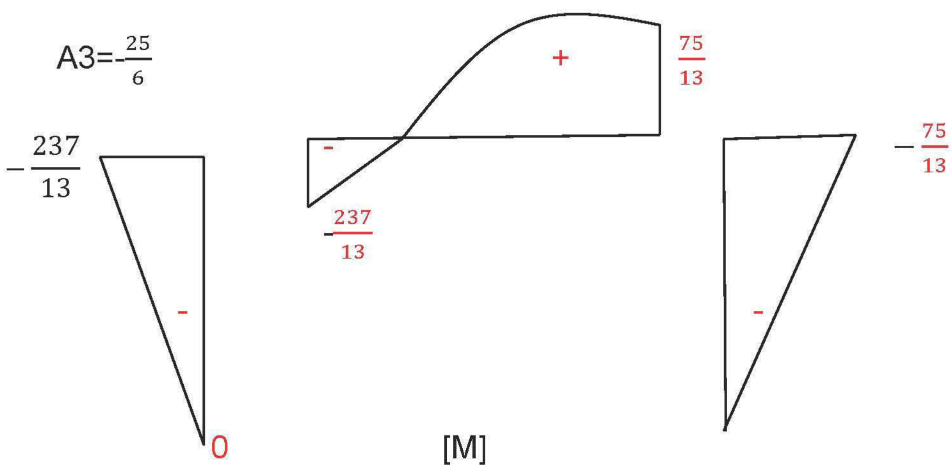
$$A_3 = \frac{(-5)\left(\frac{5}{3}\right)}{2} = -\frac{25}{6}$$

$$A_4 = -\frac{72}{52}(4) = -\frac{75}{13}$$

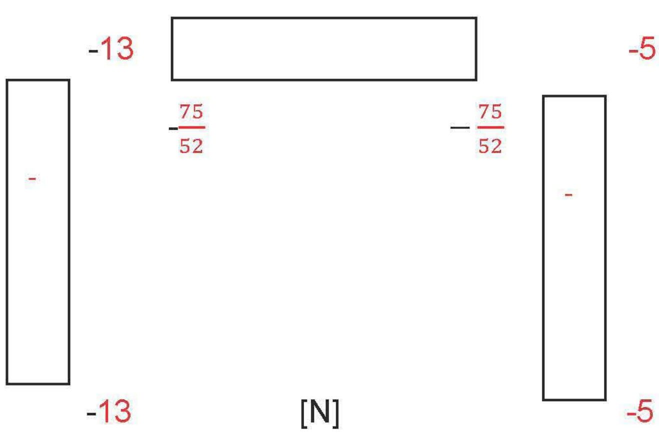
A1=$-\frac{237}{13}$

A2=$\frac{169}{6}$

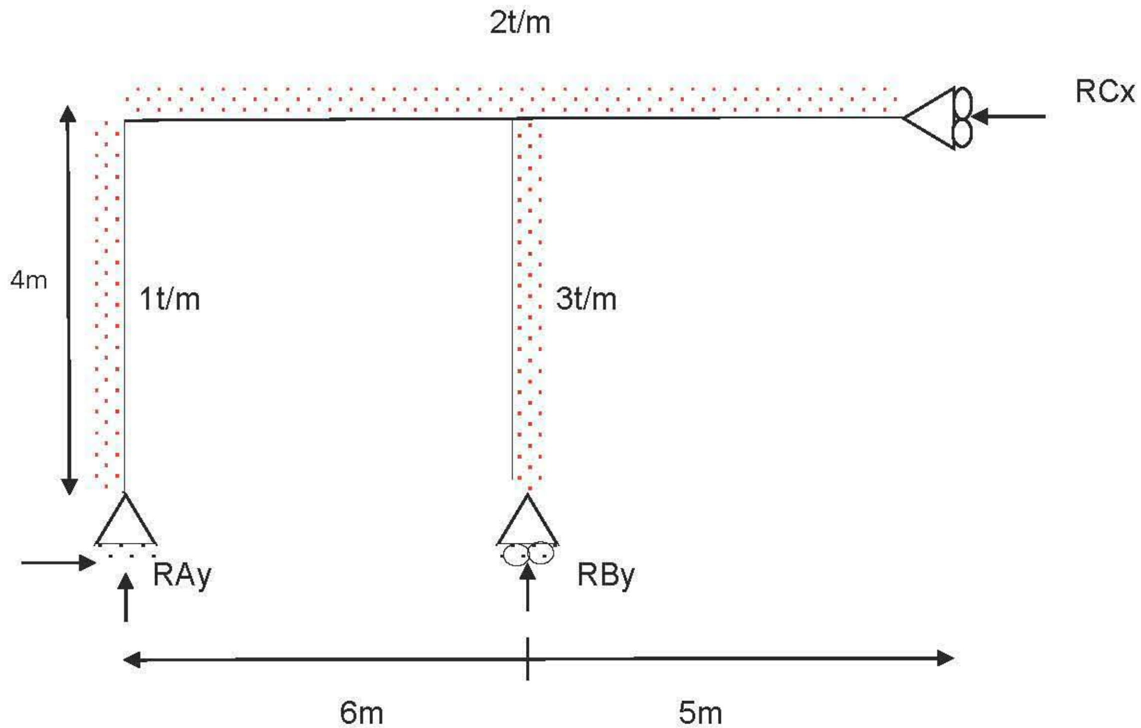
A3=$-\frac{25}{6}$

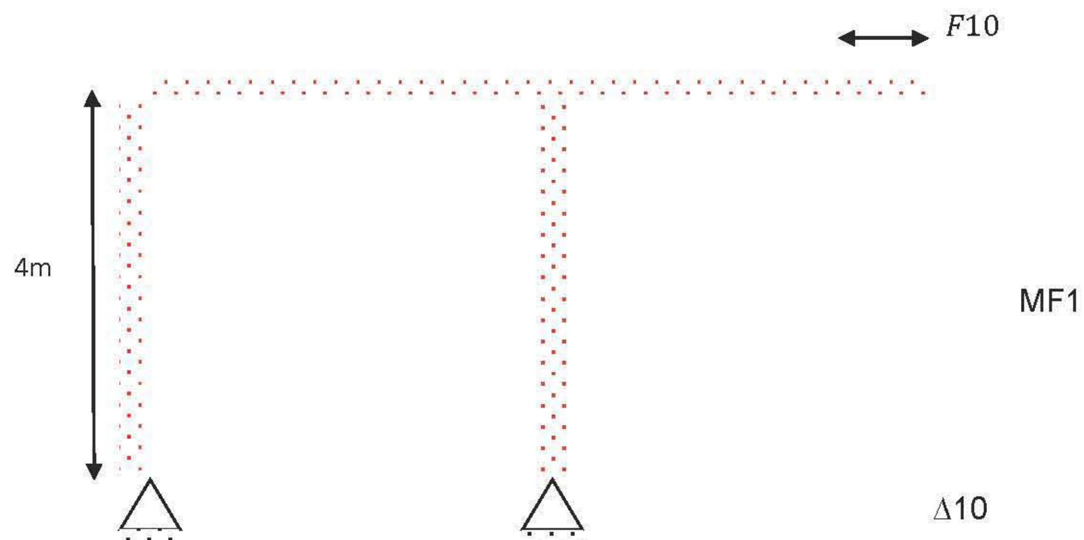


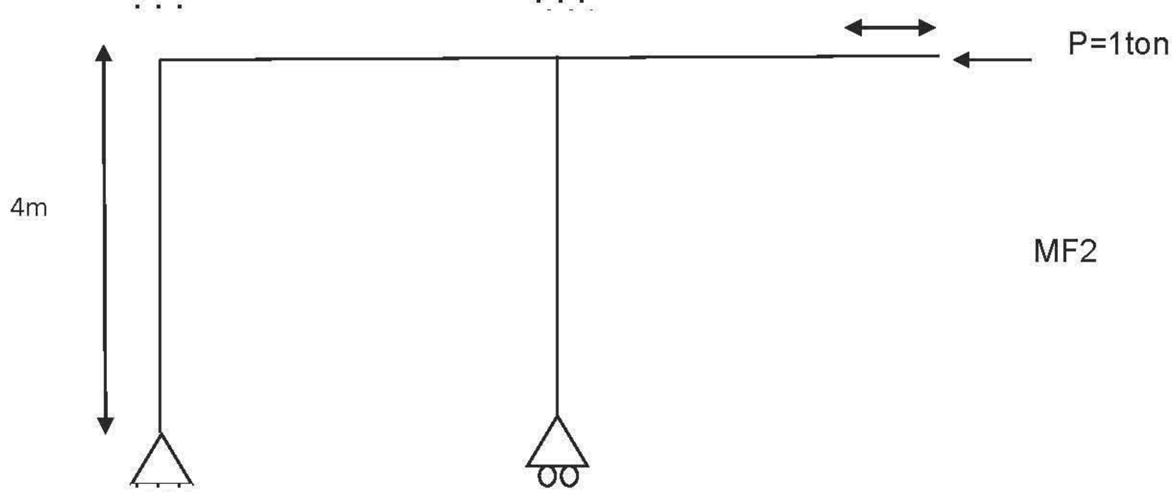
[M]



[N]


2t/m
RCx
4m
1t/m
3t/m
RAy
RBy
6m
5m


$F10$
4m
MF1


$\Delta 10$
P=1ton
4m
MF2

MIF1

$\sum MA=0$

$$2(11)\left(\frac{11}{2}(11)\right)+1(4)\left(\frac{1}{2}(4)\right)-3(4)\left(\frac{1}{2}(4)\right)-6RBy=0$$

RBY=17.5 ton ↑

$\sum Fy=0$

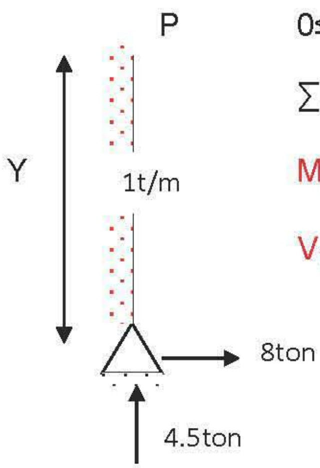
Ray-2(11)+17.5=0

RAY=4.5 ton ↑

$\sum fx=0$

RAx+1(4)-3(4)=0

RAx=8 ton →

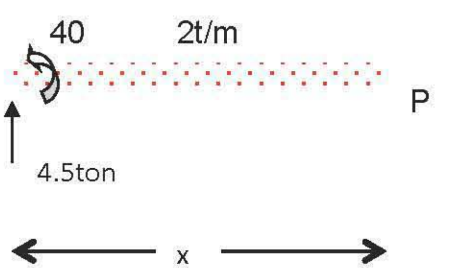


$0 \le x \le 4m$

$\sum MP=0$

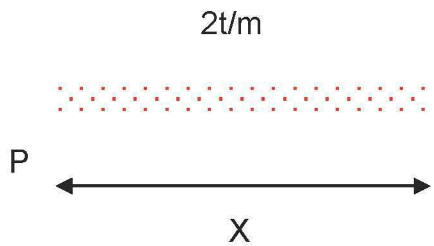
$M_1=-8Y-\frac{1}{2}y^2$ M(4)=-40 ton

$V_1=-8-Y$



$M_2=4.5x-40-x^2$

$V_2=4.5-2x$

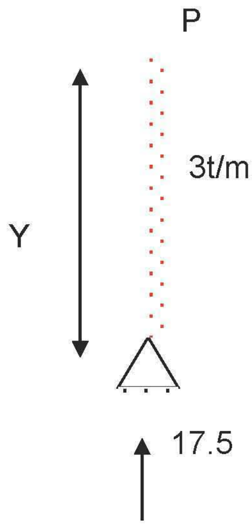


$0 \leq x \leq 5m$

M3=x²

$V_3=2x$

$0 \leq y \leq 4m$



$M_4=\frac{3}{2}y^2$

$V_4=3y$

MIF 2

-1(4)-6RBy=0

RBY= $-\frac{2}{3}$ton

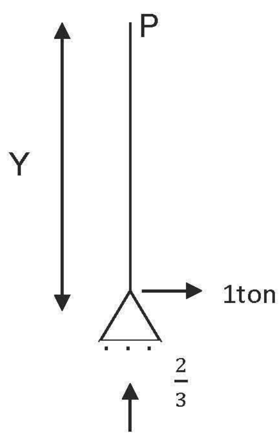
∑fy=0

Ray$-\frac{2}{3} = 0 \quad RAy = \frac{2}{3}\,ton$

∑fx=0

RAx= 1Ton

0≤x≤4m

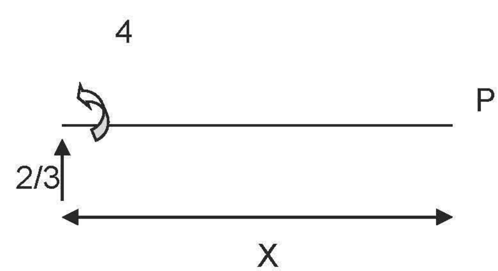


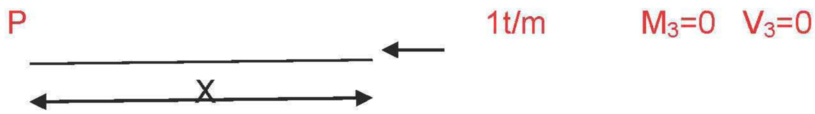
M_1=-y

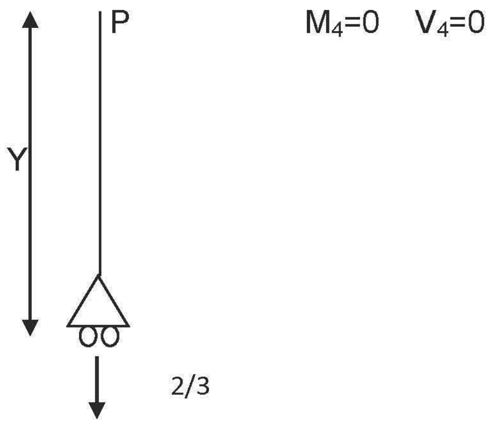
V_1=-1

M(4)=-4

$M_2=-4+\frac{2}{3}x$; $v_2=\frac{2}{3}$







F10=$\frac{1}{EI}\int_0^4(-\frac{1}{2}y^2-8y)(-y)dy+$
$\frac{1}{EI}\int_0^6(-40+4.5x-x^2)\left(-4+\frac{2}{3}x\right)dx+\frac{1}{EI}\int_0^5(x^2)(0)dx+\frac{1}{EI}\int_0^4\left(\frac{3}{2}y^2\right)(0)dx$

F10= $\frac{1940}{3EI}$

$$\Delta 10=\frac{1}{EI}\int_0^4(-y)(-y)dy+\frac{1}{EI}\int_0^6\left(-4+\frac{2}{3}x\right)(-4+\frac{2}{3}x)dx$$

$$\Delta 10=\frac{160}{3EI}$$

SISTEMA DE ECUACIONES.

$f_{10}+\Delta_{10}RCX=0$

$\frac{1940}{3}+\frac{160}{3}RCx=0 \quad RCx=-\frac{97}{8}ton$ →

∑MA=0

$1(4)(\frac{1}{2}(4))+2(11)(\frac{11}{2})-3(4)(\frac{1}{2}(4))-\frac{97}{8}(4)-6RBy=0$

RBy=$\frac{307}{12}Ton$

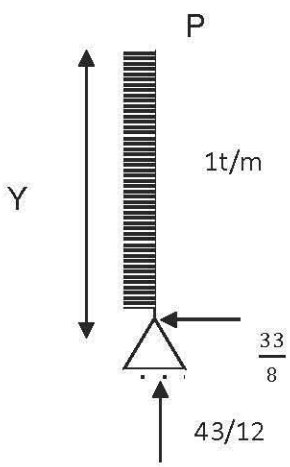
$\sum fy=0$

Ray-2(1)+$\frac{307}{12}=0$ $\quad RAy=-\frac{43}{12}Ton \downarrow$

$\sum fx=0$

RAx+1(4)-3(4)+$\frac{97}{8}=0$ $\quad RAx=-\frac{33}{8} \leftarrow$

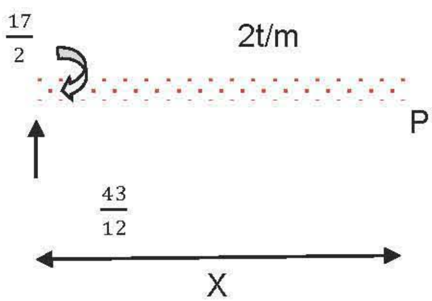
COLUMNA.



$M_1=\frac{33}{8}y-\frac{1}{2}y^2$

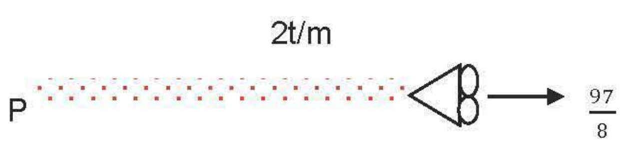
$V_1=\frac{33}{8}-y$

M(4)=$\frac{17}{2}ton$

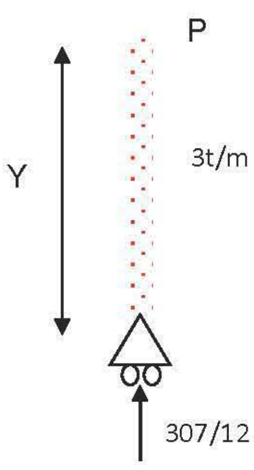


$M_2=\frac{17}{2}-\frac{43}{12}x-x^2$

$V_2=-\frac{43}{12}-2x$

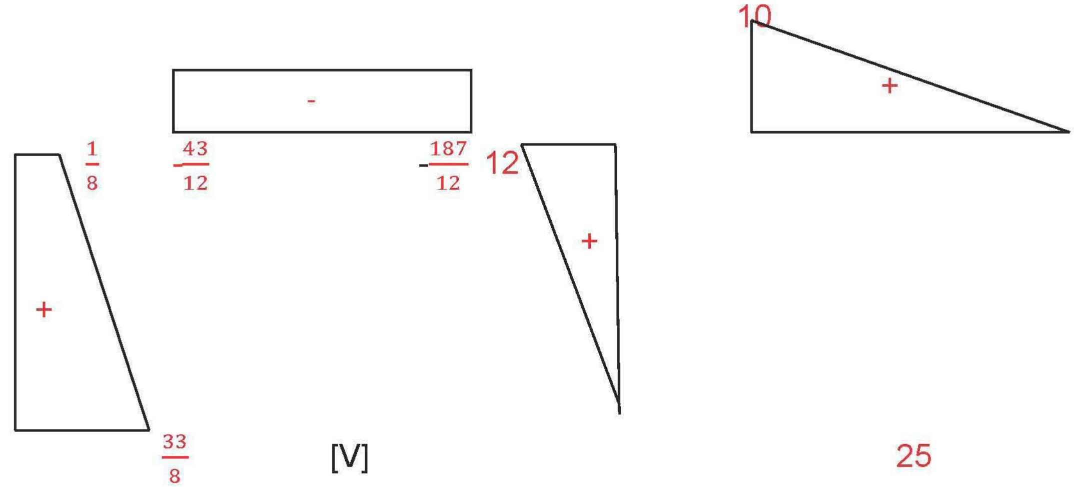


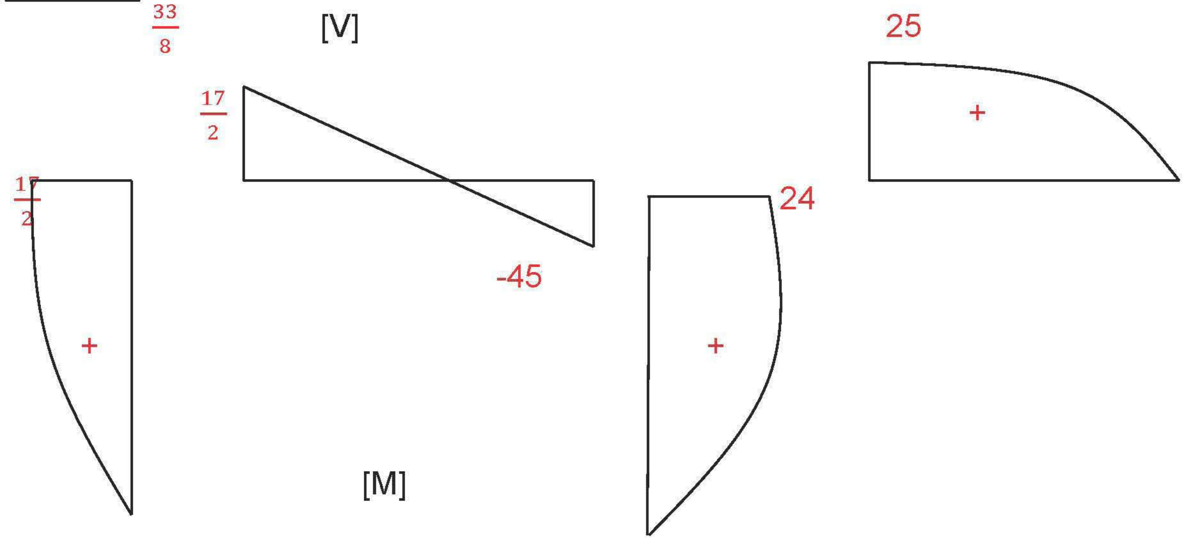
$M_3=x^2$; $V_3=2x$

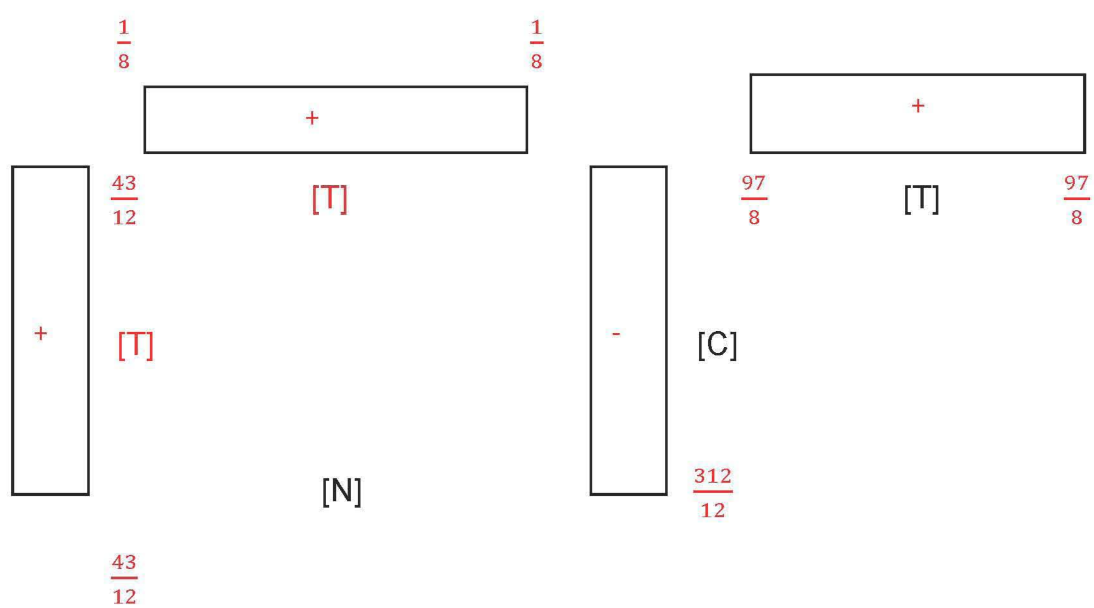


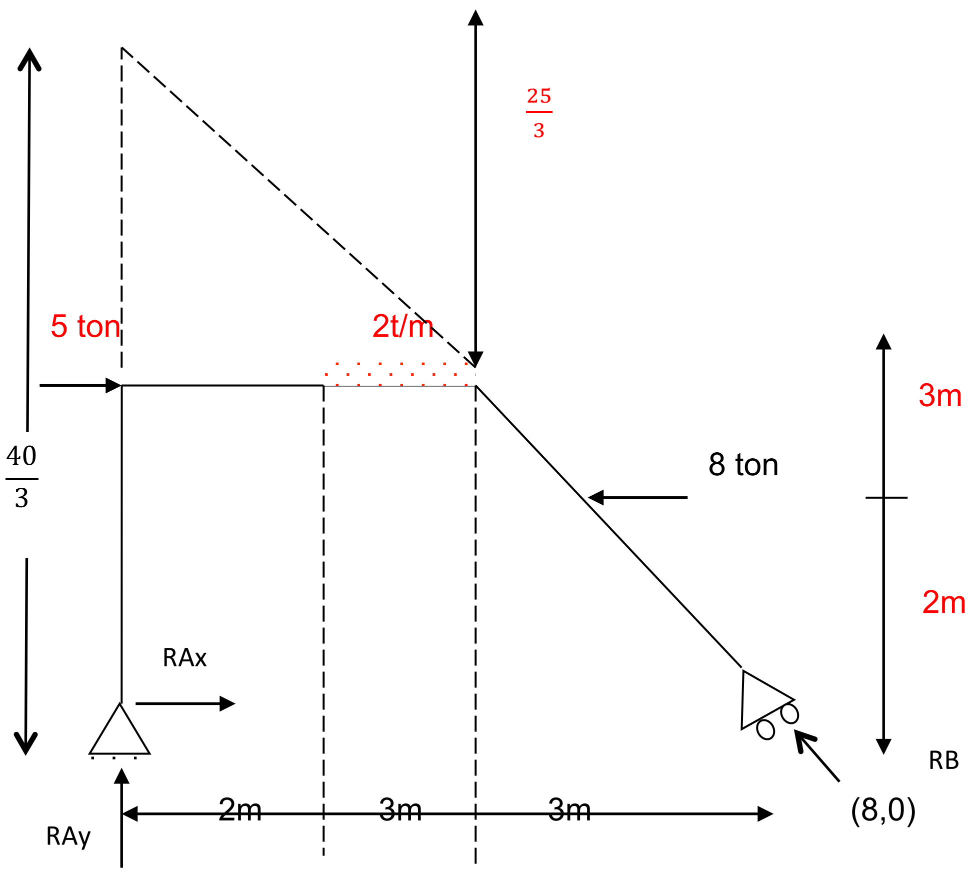
$M_4=\frac{3}{2}y^2$; $V_4=3y$

DIAGRAMAS.

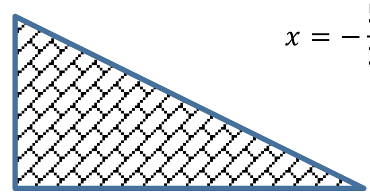

10
+
-
$\frac{1}{8}$
$-\frac{43}{12}$
$-\frac{187}{12}$
12
+
+
$\frac{33}{8}$
[V]


25
$\frac{17}{2}$
+
$\frac{17}{2}$
24
-45
+
+
[M]


$\frac{1}{8}$
$\frac{1}{8}$
+
+
$\frac{43}{12}$
[T]
$\frac{97}{8}$
[T]
$\frac{97}{8}$
+
[T]
-
[C]
[N]
$\frac{312}{12}$
$\frac{43}{12}$



$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-0}{5-8} = -\frac{5}{3}$$



$$x = -\frac{5}{3} + \frac{40}{3}$$

Si x=0 y=40/3

y-y1=m(x-x1)

y-0= $-\frac{5}{3}(x-8)$

y= $-\frac{5}{3} + \frac{40}{3}$

$\sum$Mx=0

$$-\frac{40}{3}RAx - 5\left(\frac{25}{3}\right) + 2(3)\left(\frac{1}{2}(3) + 2\right) + 8\left(3 + \frac{25}{3}\right) = 0$$

RAx= $\frac{21}{4} = 5.25$ton $\longrightarrow$

$\sum$fx=0

$$\frac{21}{4} + 5 - 8 - RBx = 0$$

RBx= $\frac{9}{4}$ton ←

∑MA=0

$5(5)+2(3)(\frac{1}{2}(3)+2)-8(2)-8RBy=0$

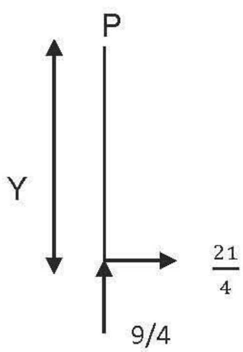
RBy=3.75 ton ↑

∑fy=0

Ray-2(3)+$\frac{15}{4}$=0

Ray= $\frac{9}{4}\,ton$ ↑

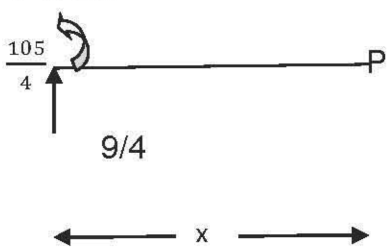
$$0 \le y \le 5m$$



$M_1= -\frac{21}{4}y$ $M(5)=-\frac{105}{4}\,tom$

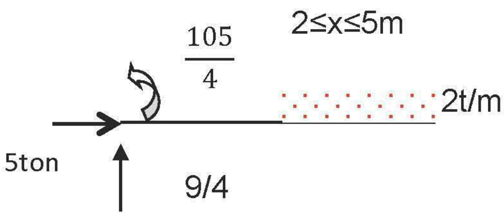
$V_1= -\frac{21}{4}$

0≤x≤2m



$M_2=-\frac{105}{4}+\frac{9}{4}x$

$V_2=\frac{9}{4}$



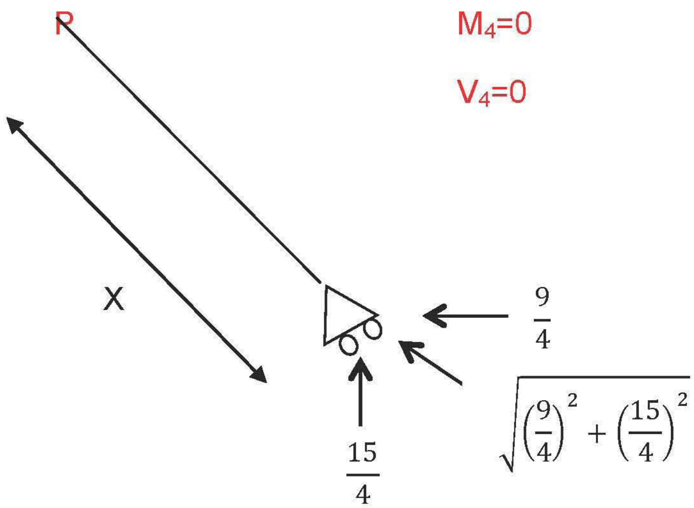
$M_3=-X^2+\frac{25}{4}x-\frac{121}{4}$

$V_3=-2x+\frac{25}{4}$

$$0\le x\le\frac{2\sqrt{34}}{5}m$$

$M_4=0$

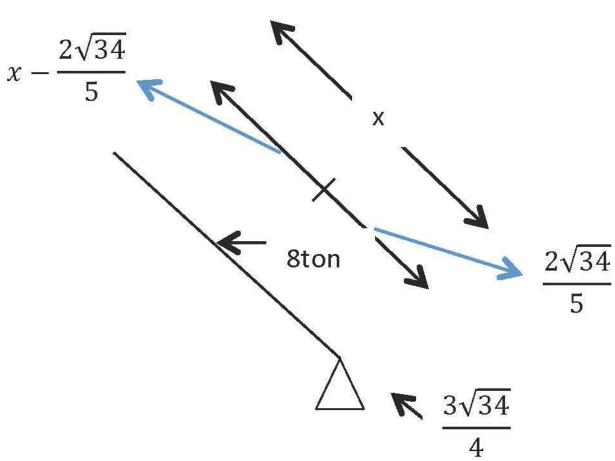
$V_4=0$



5—3 5x=6

L—x x=6/5

$$\frac{2\sqrt{34}}{5}\le x\le\sqrt{34}$$



FY=-8 sen (59.036243)=-6.859943

Fx=-8 cos (59.036243)=-4.115966

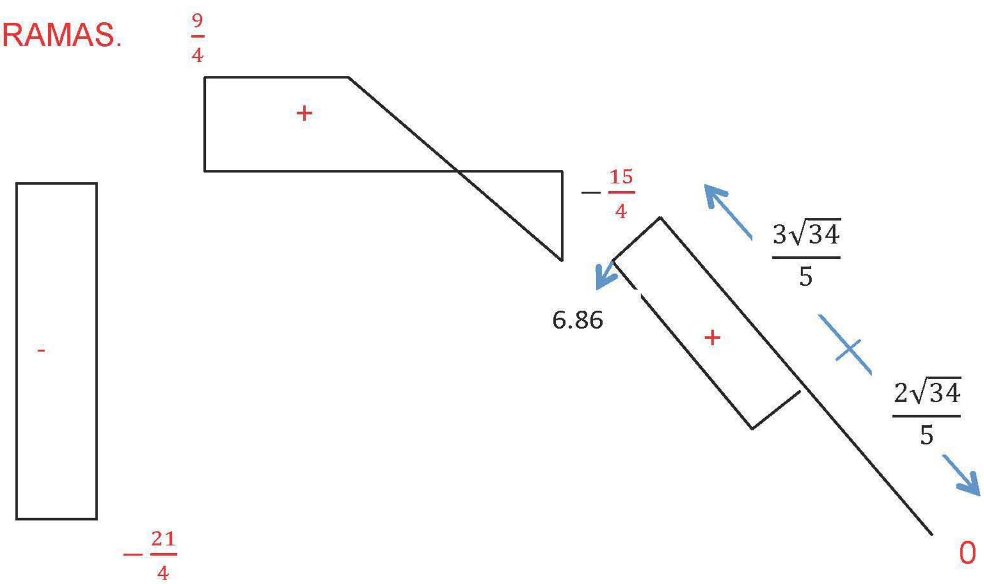
$\sum Mp = 0$

M5=6.859943(x-$\frac{2\sqrt{34}}{5}$)

M_5=6.859943x-16

V_5=6.859943

DIAGRAMAS.



$\sum$Av=0

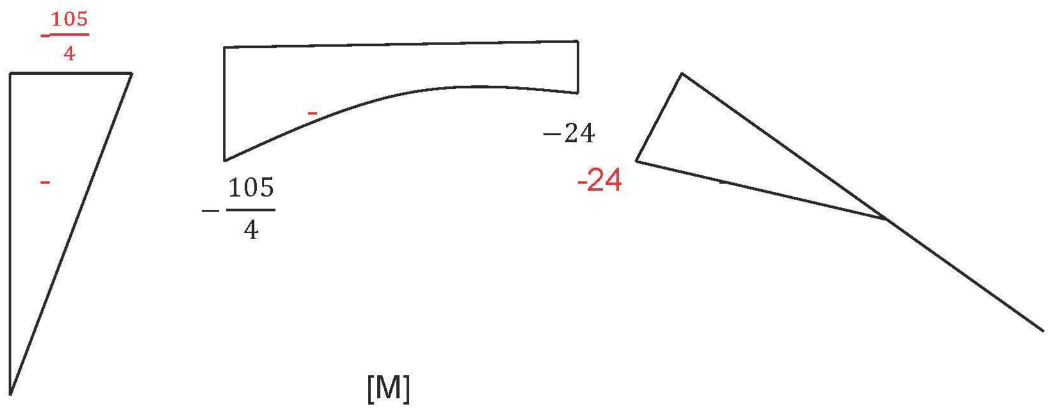
$$A_1 = -\frac{21}{4}(5) = -\frac{105}{4}$$

$$A_2 = \frac{9}{4}(2) = \frac{9}{2}$$

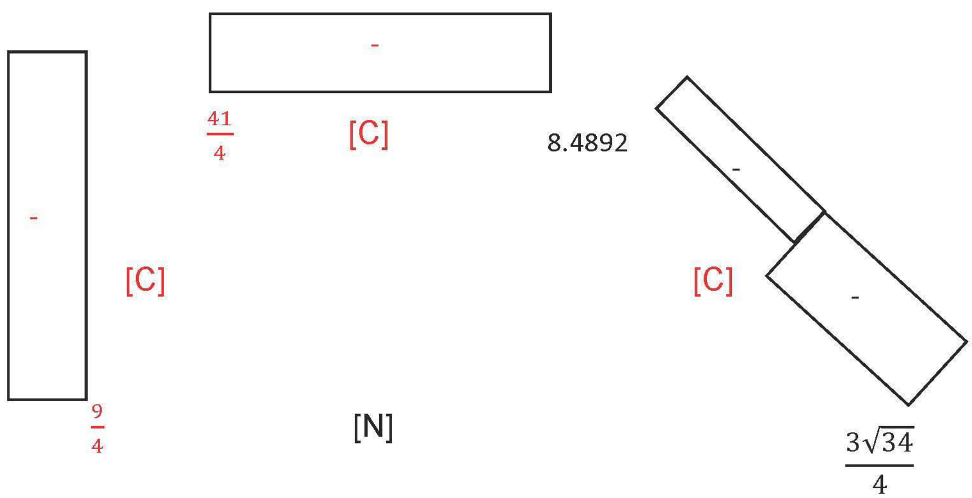
$$A_3 = \frac{9}{4}(9/8/2) = \frac{81}{64}$$

$$A_4 = \frac{-15/4(15/8)}{2} = -\frac{225}{64}$$

$$A_5 = 6.859943\left(\frac{3\sqrt{34}}{5}\right) = 24$$



[M]



[N]

4.2.2.- EL MÉTODO DE RIGIDECES.

INTRODUCCIÓN:

A diferencia del método de flexibilidades o de las fuerzas, en el método de las rigideces, se plantea una estructura en la que se satisfagan las condiciones de compatibilidad geométrica, aunque no se cumplan las condiciones de equilibrio. Estas últimas se logran en una segunda etapa introduciendo fuerzas correctivas que no alteren las condiciones de continuidad geométrica.

PLANTEAMIENTO GENERAL DEL MÉTODO DE RIGIDECES.

a) La estructura original hiperestática se transforma en otra que sea cinemáticamente determinada, o sea, en una estructura cuyos desplazamientos sean conocidos; la forma más sencilla de hacerlo es plantear que los nudos no giren y que no tengan deslizamientos lineales. Se obtienen las acciones en esta estructura transformada que generalmente son momentos flexionantes en vigas, fuerzas axiales en armaduras y momentos flexionantes y fuerzas horizontales en marcos. La estructura transformada tiene continuidad geométrica, pero no cumple las condiciones de equilibrio estático.
b) Se plantean las ecuaciones de equilibrio estático en los nudos de la estructura y en la estructura en su conjunto, y se determinan los desequilibrios que resulten. Estos desequilibrios son también momentos flexionantes o fuerzas, según el tipo de estructura.
c) Se aplican deformaciones arbitrarias en los nudos que están en desequilibrio y se calculan las acciones que producen estas deformaciones en la estructura. Las deformaciones aplicadas son rotaciones, en el caso de las vigas; rotaciones y desplazamientos relativos de los extremos de las barras en el caso de marcos; o alargamientos de los miembros, en el caso de armaduras.
d) Se calculan los valores que deben tener las deformaciones aplicadas en los nudos para corregir todos los desequilibrios determinados en el paso b).
e) Se calculan los valores de las acciones que corresponden a las deformaciones determinadas en el paso anterior.
f) Se calculan las acciones finales sumando las obtenidas en los pasos a) y e).

Método de la Rigidez

Hipótesis: Estructura lineal- Todos los movimientos y esfuerzos son funciones lineales de las cargas- Pequeñas deformaciones (ecuaciones de equilibrio en la estructura no distorsionada).

Las barras son rectas y de sección constante.

Para estudiar una estructura por el método de la rigidez, al igual que en cualquier otro problema elástico, disponemos de tres conjuntos de ecuaciones que deben cumplirse.

Ecuaciones de compatibilidad, Ecuaciones constitutivas, Ecuaciones de equilibrio.

Las ecuaciones de compatibilidad relacionan las deformaciones de barras con los desplazamientos nodales. Introduciendo estas relaciones en las ecuaciones constitutivas, relacionamos las fuerzas en los extremos de barras con los desplazamientos nodales.

Introduciendo estas últimas relaciones en las ecuaciones de equilibrio se obtiene un conjunto de ecuaciones de fuerzas nodales en función de desplazamientos nodales, que pueden ser consideradas como Ecuaciones de Equilibrio de la estructura en función de desplazamientos.

La resolución de este sistema de ecuaciones nos permite obtener el valor de las incógnitas (desplazamientos nodales), a partir de los cuales se obtienen las solicitaciones de las barras de la estructura, así como las reacciones.

Cuando se van a calcular las relaciones esfuerzos de extremo de barra - desplazamientos, es natural escoger un sistema de coordenadas que haga estas ecuaciones lo más sencillas posible.

Tomaremos por lo tanto como eje x el que coincide con el eje geométrico de la pieza y los ejes y y z coincidentes con los ejes principales de la sección transversal.

Tal sistema pertenece a la barra, y no depende de la orientación de la misma en la estructura y lo denominaremos sistemas de ejes locales.

Por el contrario, cuando las piezas se unen entre sí para formar la estructura, es necesario tener un sistema de coordenadas común para todos los movimientos y esfuerzos de extremo de barras para poder aplicar las condiciones de equilibrio y compatibilidad. A dicho sistema lo denominaremos sistema de ejes globales.

Dichos esfuerzos de extremos de barras y desplazamientos dependerán del tipo de estructura que estamos resolviendo, para barras de:

a) Reticulado Plano: tendremos dos desplazamientos por nudo

b) Reticulado Espacial: tres desplazamientos por nudo. En ambos casos sólo tendremos esfuerzos normales.

c) Pórtico Plano: tres desplazamientos por nudo. (una rotación en el plano del pórtico y dos traslaciones), como solicitaciones de extremo de barra una fuerza axial, un esfuerzo de corte y un momento flector.

d) Pórtico Espacial: seis desplazamientos por nudo, tres traslaciones y tres rotaciones. Como solicitaciones de extremo de barra una fuerza axial, dos esfuerzos de corte dos momentos flectores y un momento torsor.

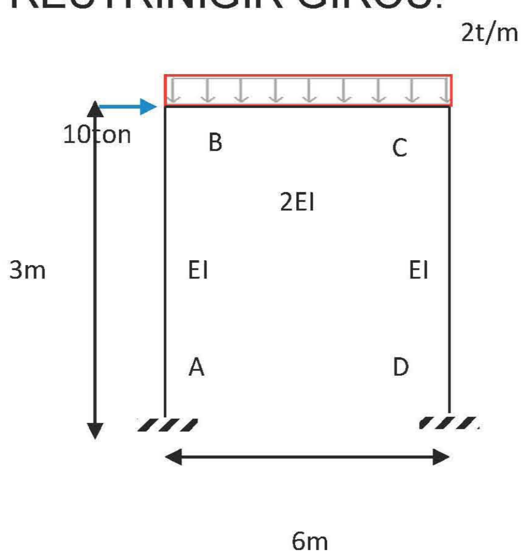
e) Emparrillado de vigas: tres desplazamientos nodales (un corrimiento normal al plano de la grilla) y dos rotaciones alrededor de los ejes contenidos en el plano mencionado). Los esfuerzos son un cortante y dos momentos (un torsor y un flector).

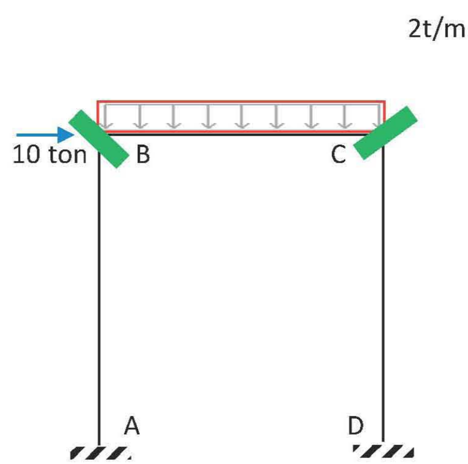
A continuación se muestran los siguientes pasos para desarrollar el Método de las rigideces:

PASO 1: RESTRINGIR LOS GIROS.
PASO 2: MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO.
PASO 3: LIBERAR GIROS O DESPLAZAMIENTOS.
PASO 4: SISTEMA DE ECUACIONES DE RIGIDECES.
PASO 5: MOMENTOS REALES
PASO 6: REACCIONES
PASO 7: ELABORACION DE DIAGRAMAS:

MÉTODO DE LAS RIGIDECES.

RESTRINIGIR GIROS.



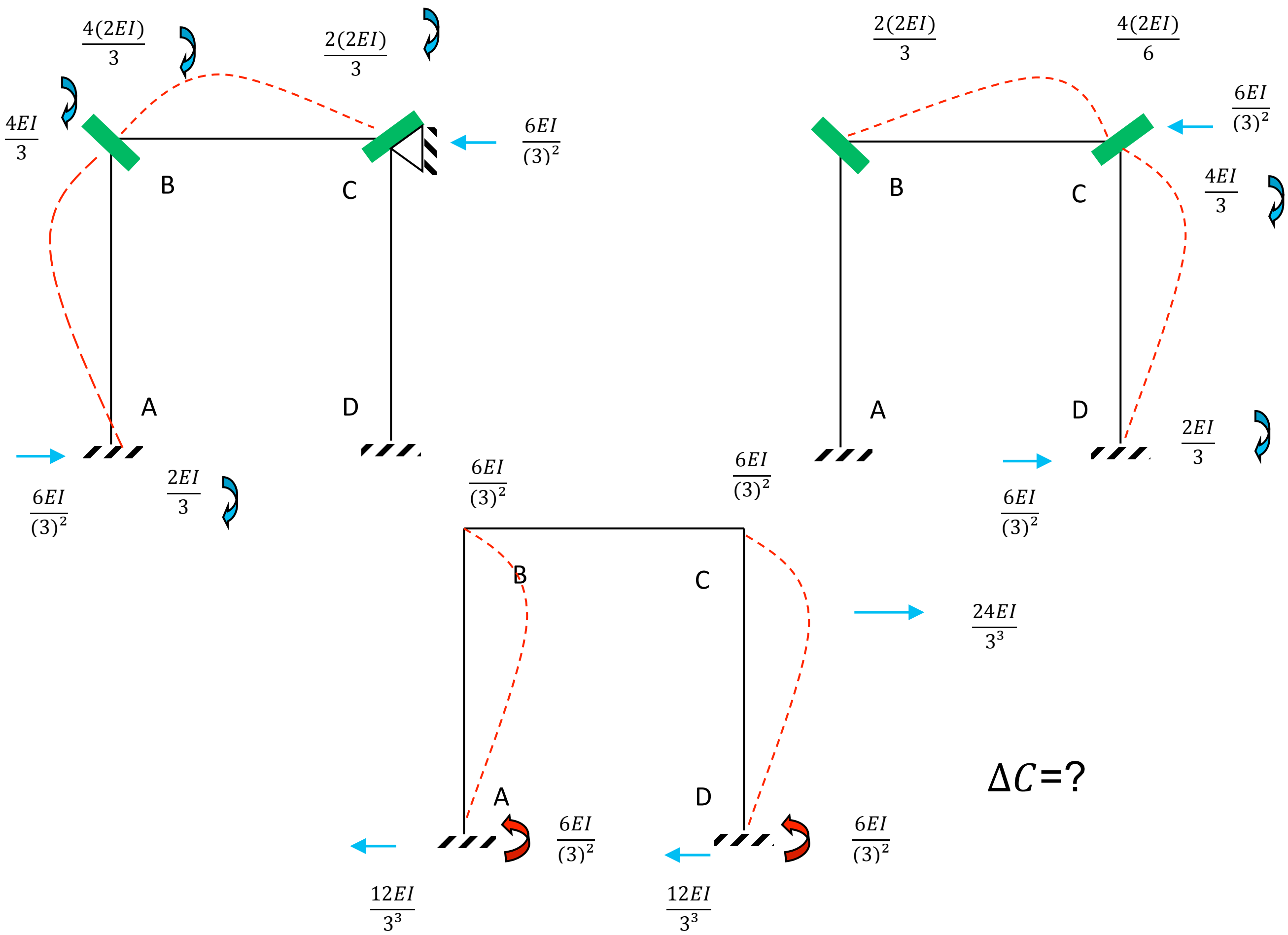


MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO.

MAB=0 MBC=$\frac{2(6)^2}{12} = 6$ t.m MCD=0

MBA=0 MCB=$\frac{2(6)^2}{12} = 6\ t.m$ MDC=0

LIBERAR GIROS O DESPLAZAMIENTOS.



SISTEMA DE ECUACIONES DE RIGIDECES.

∑ MOMENTOS Y/O ∑ FUERZAS DE CADA NODO EMPOTRADO (FICTISIO).

(0-6)+$(\frac{4EI}{3} + \frac{4(2EI)}{6})\theta B + \frac{2(2EI)}{6}\theta C - \frac{6EI}{(3)^2}\ \Delta C = 0$

(0+6)+$\frac{2(2EI)}{6}\theta B + \left(\frac{4EI}{3} + \frac{4(2EI)}{6}\right)\theta C - \frac{6EI}{3^2}\Delta C = 0$

-10- $\frac{6EI}{9}\theta B - \frac{6EI}{9}\theta C + \frac{24EI}{3^3}\Delta C = 0$

$$\theta B = \frac{87}{14}\,EI\ ;\quad \theta C = \frac{3}{14}EI\quad ;\quad \Delta C = \frac{225}{14}\,EI$$

MOMENTOS REALES:

MAB=0+$\frac{2EI}{3}\left(\frac{87}{14}\right) + 0\left(\frac{3}{14}\right) - \frac{6EI}{3^2}\left(\frac{225}{14}\right) = -\frac{46}{7}$

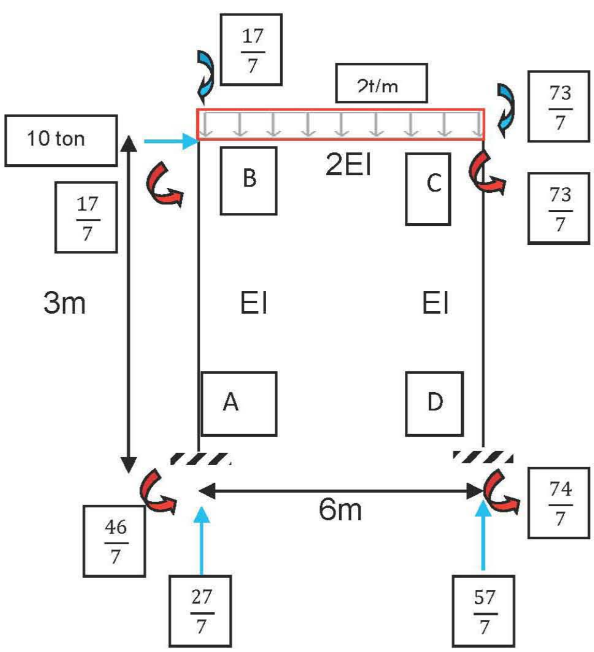
MBA=0+$\frac{4EI}{3}\left(\frac{87}{14}\right) - \frac{6EI}{3^2}\left(\frac{225}{14}\right) = -\frac{17}{7}$

MBC=-6+$\frac{8EI}{6}\left(\frac{87}{14}\right) + \frac{2(2EI)}{6}\left(\frac{3}{14}\right) = \frac{17}{7}$

MCB= 6+$\frac{2(2EI)}{6}\left(\frac{87}{14}\right) + \frac{4(2EI)}{6}\left(\frac{3}{14}\right) = \frac{73}{7}$

MCD=0+0($\frac{87}{14}$) $+ \frac{4EI}{3}\left(\frac{3}{14}\right) - \frac{6EI}{3}\left(\frac{225}{14}\right) = -\frac{73}{7}$

MDC=0+0($\frac{87}{14}$) $+ \frac{2EI}{3}\left(\frac{3}{14}\right) - \frac{6EI}{3^2}\left(\frac{225}{14}\right) = -\frac{74}{7}$



REACCIONES:

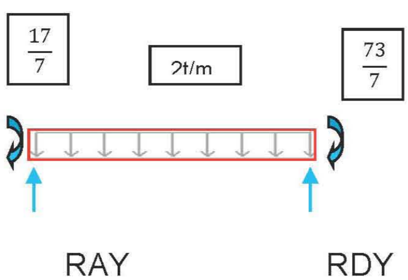
COLUMNA AB.

∑MB=0

3RAX-$\frac{46}{7}-\frac{17}{7}=0$

RAX=3 ton

VIGA BC.



∑MB=0

$\frac{17}{7}+2(6)(\frac{1}{2}(6)+\frac{73}{7}-6RDY=0$

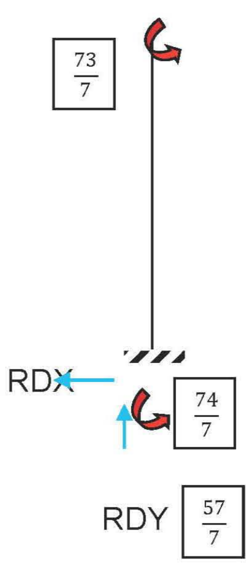
RDY=$\frac{57}{7}$

∑MC=0

$\frac{17}{7}+6RAY-2(6)(\frac{1}{2}(6)+\frac{73}{7}=0$

RAY=$\frac{27}{7}$

COLUMNA DC.



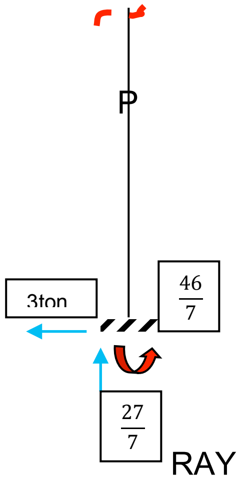
∑MC=0

3RDX-$\frac{73}{7}-\frac{74}{7}=0$

RDX=7 ton.

CORTES FINALES:

COLUMNA AB.

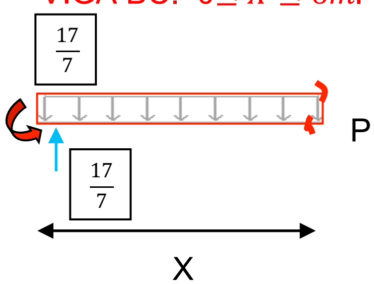


∑MP=0 $\qquad 0 \leq Y \leq 3M$

M1=3Y-$\frac{46}{7}$ $\qquad$ V1=3

M1 (3m)=17/7

VIGA BC. $0 \leq X \leq 6m.$



∑MP=0

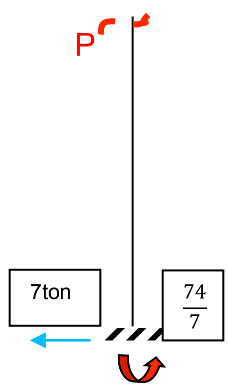
M2=-17/7 +27/7X-2(X)(X/2)=0

M2=-X² +27/7X-17/7

M2(6m)=-107/7

V2=-2X+27/7

COLUMNA CD. $0 \leq Y \leq 3m.$

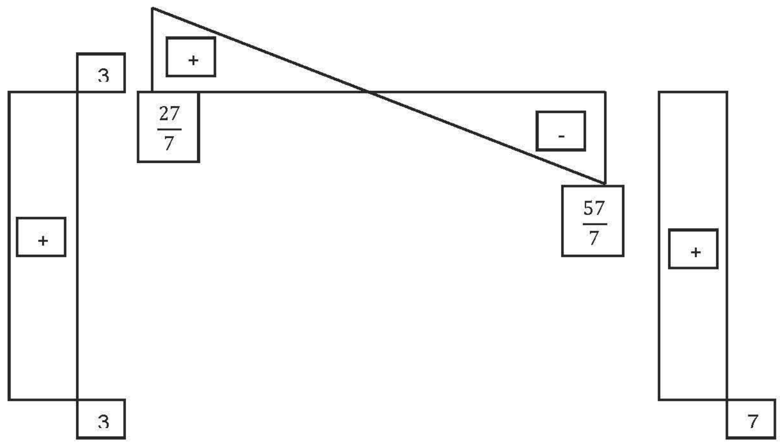


∑MP=0

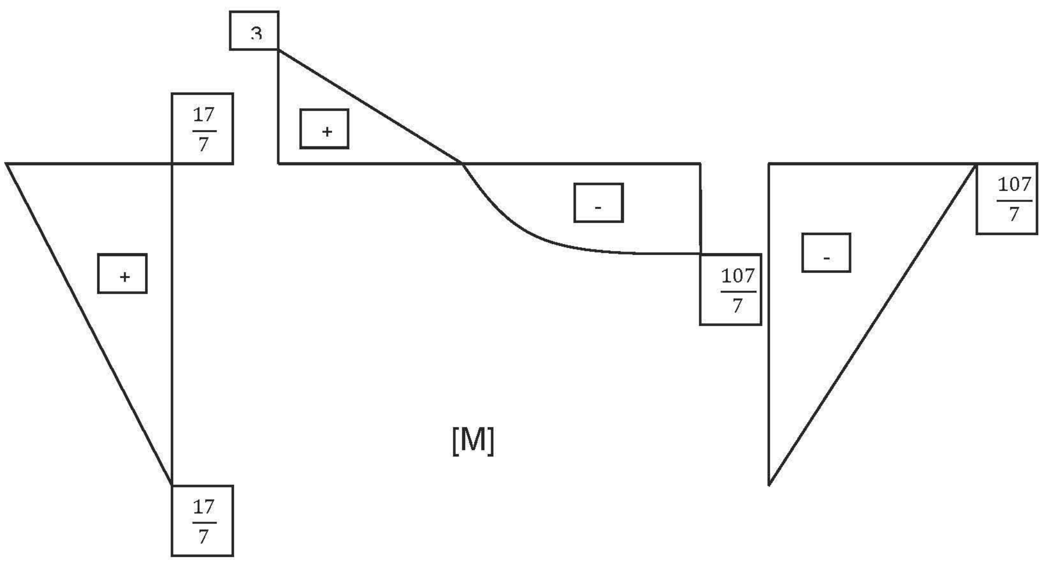
M3=-74/7+7Y

M3(3m)=73/7

DIAGRAMAS.

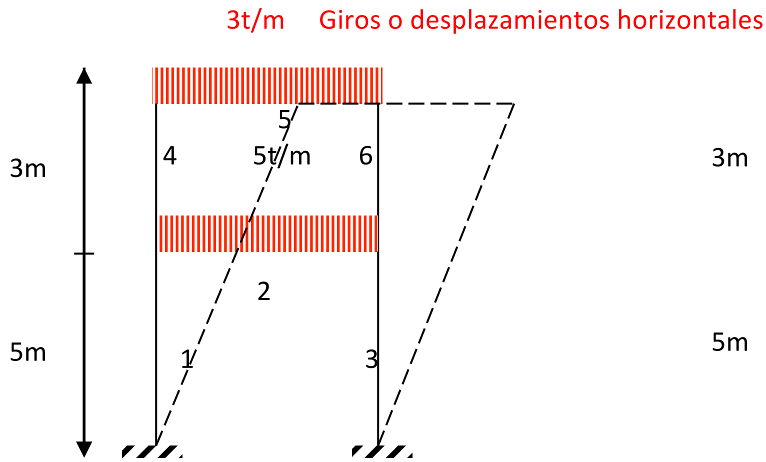


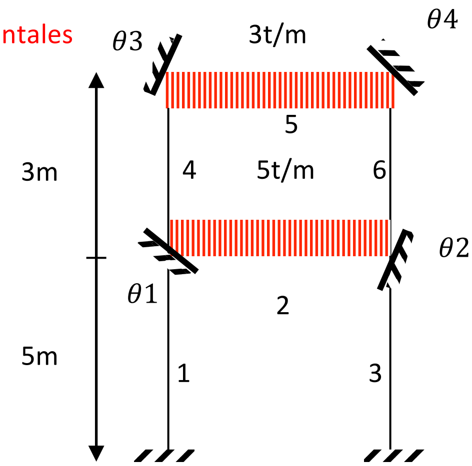
[V]

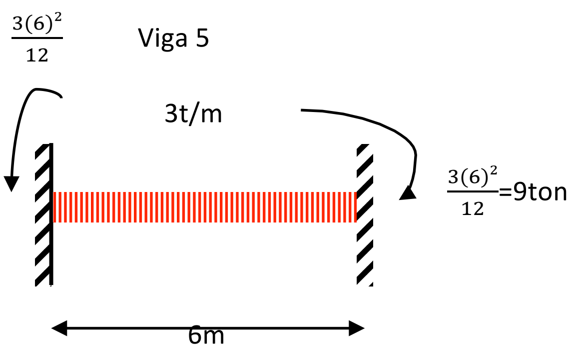


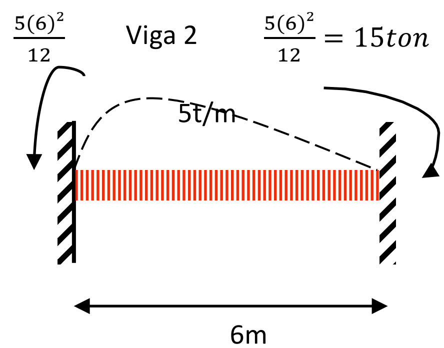
[M]

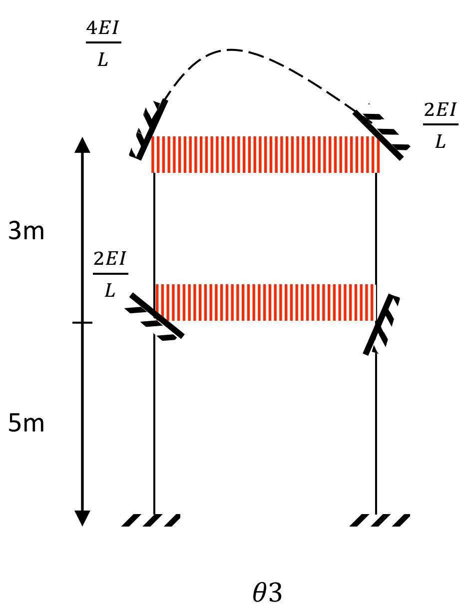
"MÉTODO DE RIGIDECES" [MARCOS SIN DESPLAZAMIENTOS HORIZONTALES]

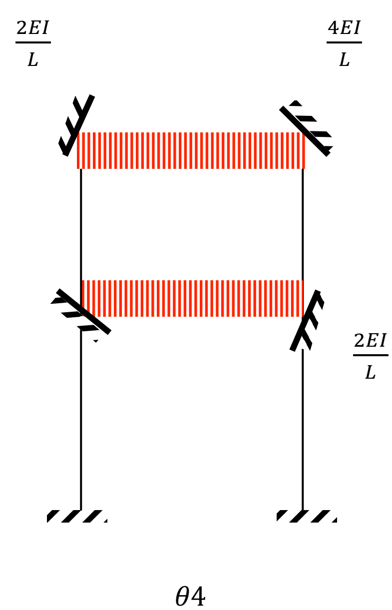




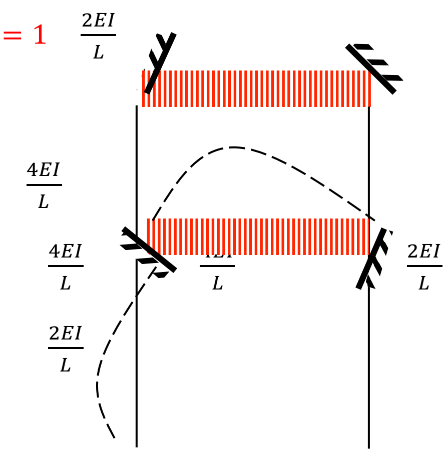




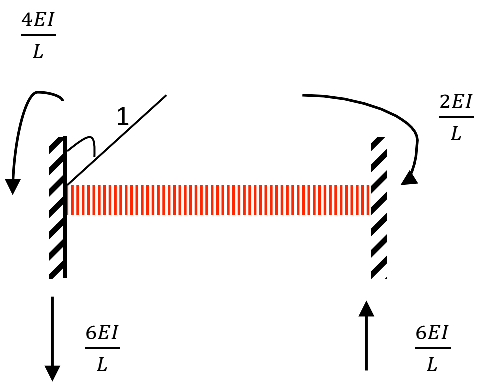


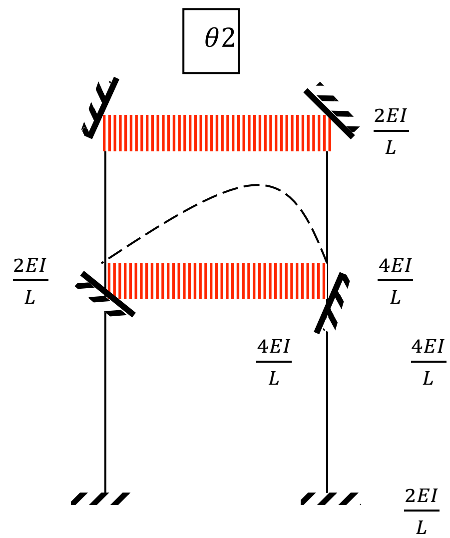


LIBERANDO GIROS. $\theta = 1$



$\theta 1$





MATRIZ DE RIGIDECES.

$-15+[\frac{4EI}{5}+\frac{4EI}{6}+\frac{4EI}{3}]\theta 1+\frac{2EI}{6}\theta 2+\frac{2EI}{3}\theta 3+0\theta 4=0$

$15+\frac{2EI}{6}\theta 1+\left[\frac{4EI}{6}+\frac{4EI}{5}+\frac{4EI}{3}\right]\theta 2+0\theta 3+\frac{2EI}{3}\theta 4=0$

$-9+\frac{2EI}{3}\theta 1+0\theta 2+\left[\frac{4EI}{3}+\frac{4EI}{6}\right]\theta 3+\frac{2EI}{6}\theta 4=0$

$9+0\theta 1+\frac{2EI}{3}\theta 2+\frac{2EI}{6}\theta 3+\left[\frac{4EI}{3}+\frac{4EI}{6}\right]\theta 4=0$

$-15+\frac{14}{5}\theta 1+\frac{1}{3}\theta 2+\frac{2}{3}\theta 3+0\theta 4=0$

$15+\frac{1}{3}\theta 1+\frac{14}{5}\theta 2+0\theta 3+\frac{2}{3}\theta 4=0$

$-9+\frac{2}{3}\theta 1+0\theta 2+2\theta 3+\frac{1}{3}\theta 4=0$

$9+0\theta 1+\frac{2}{3}\theta 2+\frac{1}{3}\theta 3+2\theta 4=0$

$\theta 1=\frac{57}{11}rad$

$\theta 2=-\frac{57}{11}\text{rad}$

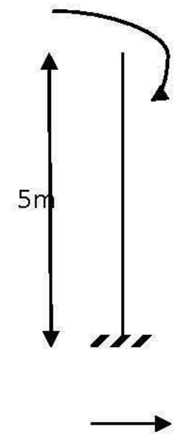
$\theta 3=\frac{183}{55}rad$

$\theta 4=-\frac{183}{55}rad$

COLUMNA 1

$M_F=\sum M_R\theta$

$\frac{228}{55}ton$



RAx $\frac{114}{55}ton$

∑MA=0

MA=$[\frac{2EI}{5}]\left[\frac{57}{11}\right]=\frac{114}{55}ton$

∑MB=0

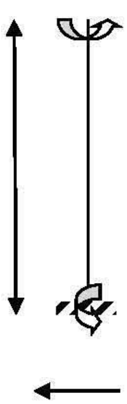
MB=$[\frac{4EI}{5}]\left[\frac{57}{11}\right]=-\frac{228}{55}ton$

∑MB=0

-5RAx+$\frac{228}{55}+\frac{114}{55}=0$

RAx=$\frac{342}{275}ton$

COLUMNA 3



$\frac{228}{55}tom$

$\frac{114}{55}$

RBx

MA=$\frac{2EI}{55}\left[-\frac{57}{11}\right]=-\frac{114}{55}ton$

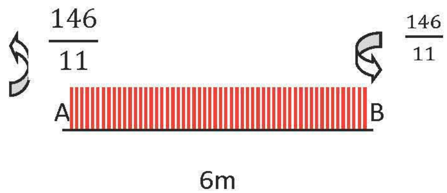
∑MB=0

MB=$\frac{4EI}{5}\left[-\frac{57}{11}\right]=-\frac{228}{55}ton$

∑MB=

5RBx-$\frac{114}{55}-\frac{228}{55}=0$ RBx=$\frac{342}{275}ton$

VIGA 2



$\sum$MA=0

MA=$\frac{4EI}{6}\left[\frac{57}{11}\right]+\frac{2EI}{6}\left[-\frac{57}{11}\right]-15=-\frac{146}{11}tom$

$\sum$MB=0

MB=15+$\frac{2EI}{6}\left[\frac{57}{11}\right]+\frac{4EI}{6}\left[-\frac{57}{11}\right]+\frac{4EI}{6}\left(-\frac{57}{11}\right)=\frac{146}{11}ton$

$\sum$MA=0

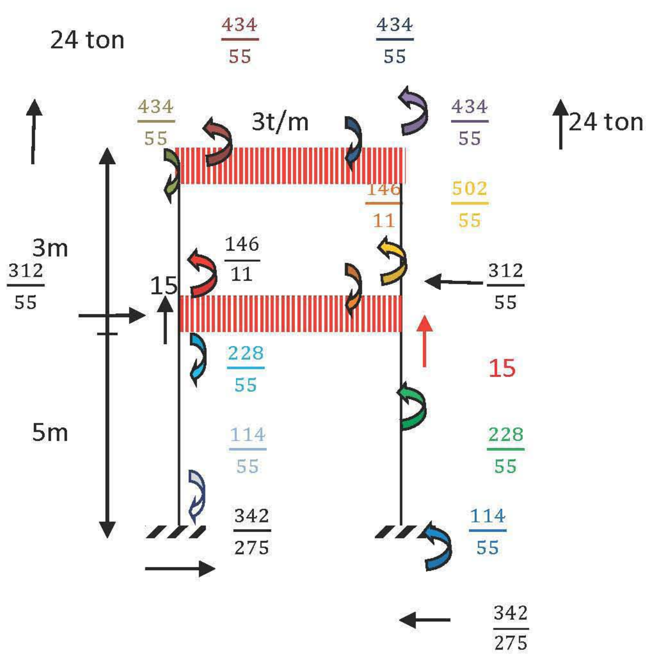
$-\frac{146}{11}+5(6)\left(\frac{1}{2}(6)\right)+\frac{146}{11}-6VBy=0$

VBy=15 ton

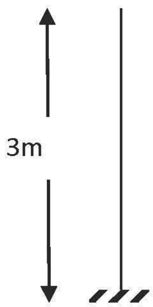
$\sum$MB=0

$$\frac{146}{11}+6VAy-5(6)\left(\frac{1}{2}(6)\right)-\frac{146}{11}=0$$

VAy=15 ton



COLUMNA 4.



∑MA=0

MA=$\frac{4EI}{3}\left[\frac{57}{11}\right]+\frac{2EI}{3}\left[\frac{183}{55}\right]$

MA=$\frac{502}{55}$ton

MB=$\frac{2EI}{3}\left[\frac{57}{11}\right]+\frac{4EI}{3}\left[\frac{183}{55}\right]$

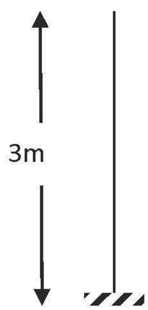
MB=$-\frac{434}{55}$

∑MB=0

$$-3RAx+\frac{502}{55}+\frac{434}{55}=0$$

RAx=312/55 ton

COLUMNA 6.



∑MA=0

MA=$\frac{4EI}{3}\left[\frac{57}{11}\right]+\frac{2EI}{3}\left[\frac{183}{55}\right]$

MA=$\frac{502}{55}$ton

MB=$\frac{2EI}{3}\left[\frac{57}{11}\right]+\frac{4EI}{3}\left[\frac{183}{55}\right]$

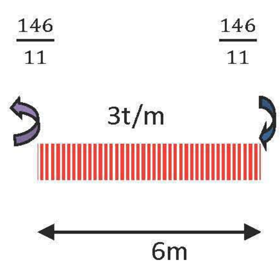
MB=$-\frac{434}{55}$

∑MB=0

$$3RAx-\frac{502}{55}+\frac{434}{55}=0$$

RAx=312/55 ton

VIGA 6.



∑MA=0

MA=-9+$\frac{4EI}{6}\left[\frac{183}{55}\right]+\frac{2EI}{6}\left[-\frac{183}{55}\right]$

MA=-$\frac{434}{55}tom$

MB=9+$\frac{2EI}{5}\left[\frac{183}{55}\right]+\frac{4EI}{6}\left[-\frac{183}{55}\right]$

MB=$\frac{434}{55}tom$

∑MA=0

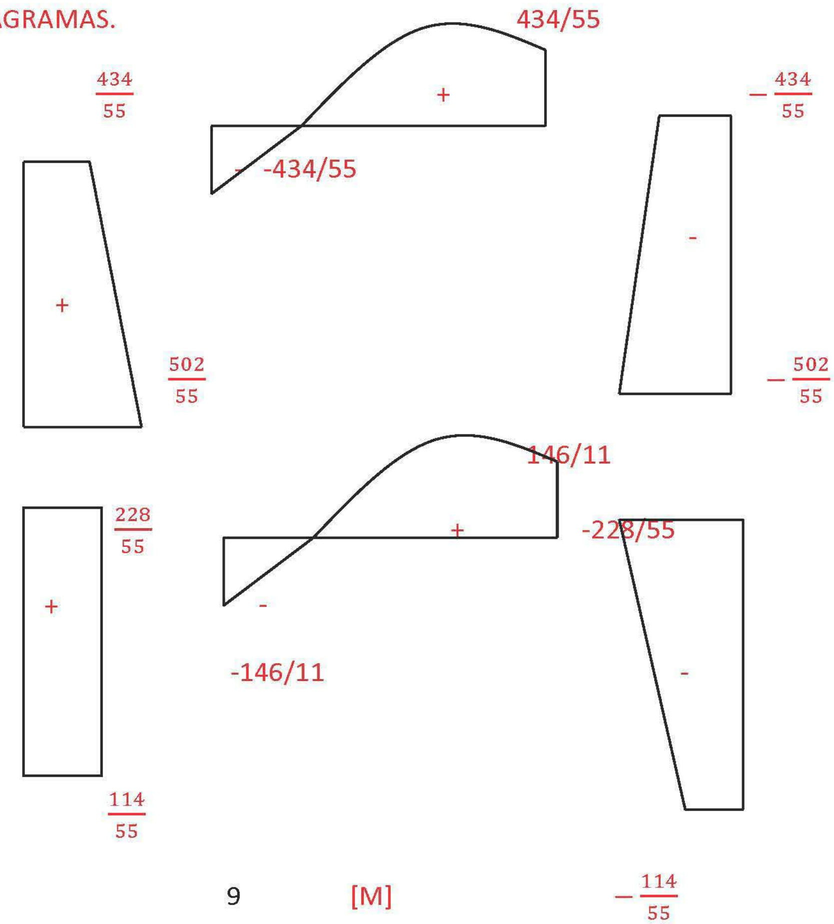
-$\frac{434}{55}+3(6)\left(\frac{1}{2}(6)\right)-6VBy+\frac{434}{55}=0$

VBy=-9 ton

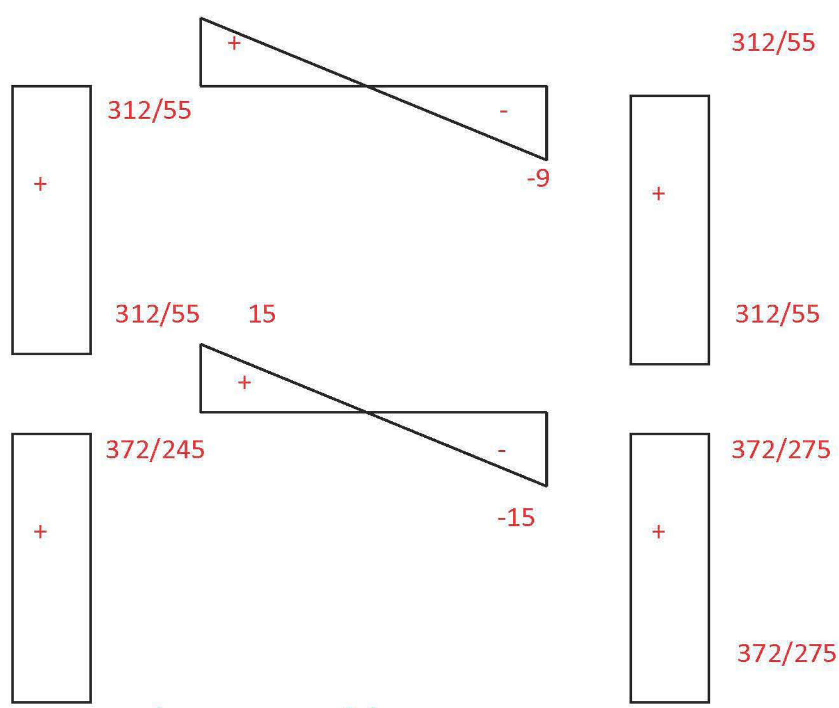
∑y=0

VAy-3(5)+9=0 VAy=9 ton

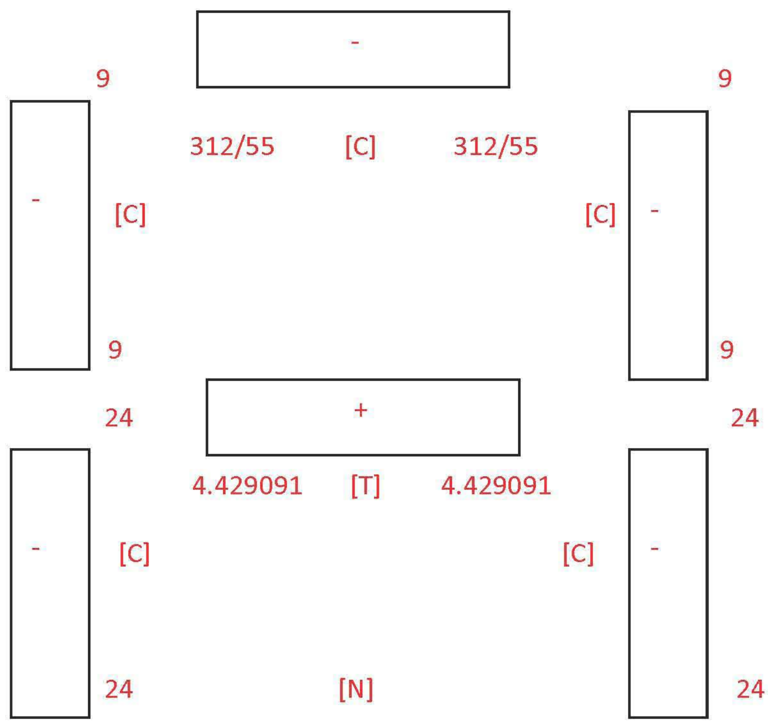
DIAGRAMAS.



[M]



[V]


-
9
9
312/55
[C]
312/55
-
[C]
[C]
-
9
9
24
+
24
4.429091
[T]
4.429091
-
[C]
[C]
-
24
[N]
24

CONCLUSIÓN:

Al finalizar la tesis, podemos mencionar que hemos obtenido los resultados esperados en cuanto al análisis de los diferentes elementos estructurales abordados en la presente tesis, logrando así formar una imagen más clara en temas relacionados en materias como estructuras isostáticas, mecánicas de materiales I y II y análisis estructural.

A través de los problemas expuestos, se señala la importancia que tiene para la formación del alumno, para lograr en él una comprensión y una forma eficaz de abordar los diferentes métodos de solución para el cálculo, interpretación y trazo de diagramas de elementos mecánicos, como lo son vigas, marcos y armaduras.

Es necesario hacer énfasis en que la mejor manera de que el alumno aprenda a razonar los diferentes elementos estructurales, es por medio de trabajo manual, es decir, resolver una serie de ejercicios, los cuales serán fundamento para trabajar con los diferentes softwares diseñados para el cálculo y análisis estructural, ya que sin esta base, el alumno no podrá interpretar de manera acertada los resultados arrojados mediante un software.

Gracias al desarrollo de esta tesis, es importante mencionar que la presente es un buen material como antecedente del análisis y diseño estructural, dando la pauta para el desarrollo de otra tesis donde aborde temas selectos relacionados con el análisis y diseño estructural, generando así un conocimiento más completo en el campo de las estructuras, logrando así beneficiar a toda la comunidad estudiantil.

BIBLIOGRAFÍA:

- Apuntes de la asignatura de estructuras isostáticas. impartida por el catedrático ing. Molina Elvira Marcos.

- Apuntes de la asignatura de mecanica de materiales 1. impartida por el catedrático ing. García Cuevas Pascual.

- Apuntes de la asignatura de mecanica de materiales 1. impartida por el catedrático ing. Molina Elvira Marcos.

- Cuevas, O. M. (2003). *Anàlisis Estructural* (Septima ed.). (UAM, Ed.) México: Limusa.