



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**  
**ENERGÍA – GEOTERMIA**

DESARROLLO DE UN SIMULADOR NUMÉRICO PARA LA DETERMINACIÓN  
DE LAS CONDICIONES TERMOFÍSICAS EN POZOS GEOTÉRMICOS  
DURANTE LA RECUPERACIÓN TÉRMICA.

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
DOCTOR EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
M. en I. Jorge Alejandro Wong Loya

TUTOR PRINCIPAL  
Dr. Jorge Alberto Andaverde Arredondo  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
MIMBROS DEL COMITÉ TUTOR  
Dr. José Oscar Campos Enríquez, Instituto de Geofísica UNAM  
Dr. Jesús Antonio del Río Portilla, IER UNAM  
Dr. Pandarinath Kailasa, IER UNAM  
Dr. Edgar Rolando Santoyo Gutiérrez, IER UNAM

MÉXICO, D. F. FEBRERO 2013



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dr. Jesús Antonio Del Rio Portilla  
Secretario: Dr. Jorge Alberto Andaverde Arredondo  
Vocal: Dr. Edgar Rolando Santoyo Gutiérrez  
1 er. Suplente: Dr. José Oscar Campos Enríquez  
2 d o. Suplente: Dr. Pandarinath Kailasa

Lugar donde se realizó la tesis: Instituto de Energías Renovables

**TUTOR DE TESIS:**

Dr. Jorge Alberto Andaverde Arredondo

---

**FIRMA**

## **Dedicatorias**

**A mis padres:**

**Irma Yolanda Loya Flores y Arturo Wong Chio, por todo su amor, apoyo y enseñanzas, que se ven reflejados en cada logro que hemos conseguido como la conclusión de esta investigación.**

**A mi esposa:**

**Adriana Vargas Tabares, gracias por todo el amor que me has dado y por siempre estar a mi lado ayudándome y apoyandome. Te amo.**

**A mis hijos:**

**Yeshua, Uriel y Daniel, son la razón de mi vida y quienes me dieron las fuerzas para realizar y concluir esta investigación. Los Amo**

**A mis hermanos:**

**Cristina, Arturo y Martin, por el apoyo y el ánimo que siempre me brindan.**

## **Agradecimientos**

**A la Lic. Lucía Laura Muñoz Corona, por haberme brindado el apoyo para realizar el doctorado, por todos sus valiosos consejos y su amistad.**

**Al Dr. Jorge Alberto Andaverde Arredondo, por su apoyo y dirección para lograr esta investigación, por sus enseñanzas en cuanto a simulación numérica y por ser un gran profesor y sobre todo por su gran amistad.**

**Al Dr. Edgar Santoyo, por compartir sus conocimientos, haberme apoyado y ayudado a desarrollar este trabajo, en especial por su apoyo y confianza para realizar varias publicaciones.**

**Al Dr. Jesús Antonio del Río, por todas sus enseñanzas y apoyo, por ser un gran profesor y compartir conmigo tantos conocimientos, sobre todo en cuanto a propiedad intelectual.**

**Al Dr. Pandarinath Kailasa, por sus revisiones, participación y sugerencias sobre esta tesis.**

**Al Dr. Oscar Campos, por su tiempo, revisión y sugerencias sobre esta tesis.**

**Un agradecimiento a mis compañeros y amigos Osvaldo, Efraín, Teresa, Omar, Paulina, Oscar, Erika, Javier, Gerardo, Abdelaly, Christian y Bassam.**

**También gracias por su apoyo a mis amigos del CCH: Juan Mosqueda, Erika Rodríguez, Miguel Moreno, Virginia Tamayo, Maricela González, Roberto R. Belmont, Beto Escobar, José Luis Macías, Reina Barrera, Pedro González, Pedro Lara, Eleazar Pereda, Alejandro L. Selvas y Juventino Ávila (Perdón si se me olvido alguno).**

## Contenido

Índice de Tablas.....	4
Índice de figuras.....	6
Nomenclatura y acrónimos.....	9
Resumen.....	11
Abstract.....	13
Capítulo 1.....	15
Introducción.....	15
Planteamiento del problema.....	17
Justificación.....	17
Objetivos.....	19
Metodología.....	19
Estructura de la tesis.....	20
Capítulo 2.....	23
Propiedades termofísicas en rocas y estimación de la temperatura estabilizada de formación.....	23
Medición de propiedades termofísicas.....	25
Recuperación térmica por efecto de la perforación.....	27
Temperaturas estabilizadas de formación.....	28
Método de Horner o fuente lineal.....	32
Manetti (1973).....	34
Leblanc et al. (1981).....	35
Brennand (1984).....	36
Ascencio et al. (1994): Flujo de calor esférico y radial.....	37

Método de Hasan y Kabir (1994): Flujo de calor con fuente cilíndrica .....	39
Método de aproximación exponencial .....	41
Método de aproximación log-lineal.....	42
Método de Kutasov y Eppelbaum (2005): Generalizado de Horner .....	43
Método Racional Polinomial.....	43
Capítulo 3.....	50
Método Racional Polinomial por Mínimos Cuadrados.....	50
Desarrollo de ecuaciones para ajuste .....	50
Ecuaciones para calcular las incertidumbres en los parámetros a, b y c. ....	51
Creación del programa de cómputo .....	53
Aplicación del método y programa de cómputo .....	54
Serie Shen .....	55
Serie Cao .....	55
Serie Hyodo .....	55
Serie LH30 .....	56
Serie Larderello.....	56
Serie Sgil.....	57
Serie Mississippi .....	58
Resultados de la aplicación del LSRPM.....	58
Serie Shen .....	59
Serie Cao .....	60
Serie Mississippi .....	60
Serie Hyodo .....	61
Los Humeros.....	62
Larderello .....	63

Serie Sgil.....	64
Capítulo 4.....	66
Construcción de Simuladores de afectación y recuperación térmica .....	66
Simulador 2D de afectación Térmica .....	67
Diseño del simulador.....	67
Discretización de ecuaciones para simulador en 2D.....	68
Simulador 3D de afectación y recuperación térmica .....	72
Discretización de ecuaciones para simulador en 3D.....	73
Capítulo 5.....	94
Aplicación del simulador para obtención de propiedades termofísicas .....	94
Integración del simulador .....	94
Condiciones de convergencia .....	96
Resultados .....	97
Análisis de resultados .....	97
Serie LH29 .....	97
Serie KYU .....	114
Serie MISS .....	117
Conclusiones.....	120
Trabajo futuro.....	121
Productos obtenidos .....	122
Bibliografía .....	125
Anexos .....	135



## Índice de Tablas

Tabla 2.1 Métodos para estimar la temperatura estabilizada de la formación.....	32
Tabla 3.1 Datos de las series usadas para la validación del nuevo método .....	54
Tabla 3.2 Datos de TFP y tiempo de <i>shut-in</i> para la serie Shen. ....	55
Tabla 3.3 Datos de TFP y tiempo de <i>shut-in</i> para la serie Cao.....	55
Tabla 3.4 Datos de TFP y tiempo de <i>shut-in</i> para la serie Hyodo.....	56
Tabla 3.5 Datos de TFP y tiempo de <i>shut-in</i> para la serie LH30.....	56
Tabla 3.6 Datos de TFP y tiempo de <i>shut-in</i> para la serie Larderello.....	57
Tabla 3.7 Datos de TFP y tiempo de <i>shut-in</i> para la serie Sgil.....	57
Tabla 3.8 Datos de TFP y tiempo de <i>shut-in</i> para la serie Mississippi. ....	58
Tabla 3.9. Resultados de la aplicación del ajuste de mínimos cuadrados, incluyendo TEF, parámetros e incertidumbres asociadas (Datos no redondeados con fines de comparación). ....	58
Tabla 4.1 Datos de propiedades termofísicos reportados por Cao et al. (1988) ...	70
Tabla 4.2 Denominación de los nodos correspondientes a la formación y sus respectivas coordenadas.....	75
Tabla 4.3 Denominación de los nodos correspondientes al pozo y sus respectivas coordenadas.....	76
Tabla 5.1 Datos de la serie LH29 reportados y datos obtenidos por el modelo LSRPM.....	98
Tabla 5.2 Datos de la simulación con difusividad para la formación de $\alpha = 5 \text{ E-}7$ $\text{m}^2/\text{s}$ , donde se muestran los valores obtenidos y la $X^2$ .....	99
Tabla 5.3 Valores obtenidos en la simulación para una difusividad de $6 \text{ E-}7 \text{ m}^2/\text{s}$ . .....	100
Tabla 5.4 Valores obtenidos en la simulación para una difusividad de $5.5 \text{ E-}7 \text{ m}^2/\text{s}$ . .....	102
Tabla 5.3 Valores obtenidos en la simulación para una difusividad de $5.9 \text{ E-}7 \text{ m}^2/\text{s}$ . .....	103
Tabla 5.6 Valores obtenidos en la simulación para una difusividad de $5.6 \text{ E-}7 \text{ m}^2/\text{s}$ . .....	104

Tabla 5.7 Valores obtenidos en la simulación para una difusividad de $5.8 \text{ E-7 m}^2/\text{s}$ . .....	106
Tabla 5.8 Valores obtenidos en la simulación para una difusividad de $5.7 \text{ E-7 m}^2/\text{s}$ . .....	107
Tabla 5.9 Resultados obtenidos para las difusividades utilizadas en la simulación de la serie LH29. ....	107
Tabla 5.10 Resultados obtenidos para las difusividades utilizadas en la simulación de la serie KYU. ....	115
Tabla 5.10 Resultados obtenidos para las difusividades utilizadas en la simulación de la serie MISS. ....	117

## Índice de figuras

Figura 2.1 Gráfica con raíces positivas: a) función con numerador con raíces positivas; b) función con denominador con raíces positivas.....	47
Figura 2.2 Diagrama de flujo que representa el algoritmo del método de extrapolación racional polinomial para obtener TEF. ....	48
Figura 3.1 Gráfica comparativa de la serie Shen para el modelo LSRPM y los datos originales, mostrando el ajuste obtenido. ....	59
Figura 3.2 Gráfica comparativa de la serie Cao para el modelo LSRPM y los datos originales, mostrando el ajuste obtenido. ....	60
Figura 3.3 Gráfica comparativa de la serie Shen para el modelo Mississipi y los datos originales, mostrando el ajuste obtenido. ....	61
Figura 3.4 Gráfica comparativa de la serie Hyodo para el modelo LSRPM y los datos originales, mostrando el ajuste obtenido. ....	62
Figura 3.5 Gráfica comparativa de la serie Los Humeros para el modelo LSRPM y los datos originales, mostrando el ajuste obtenido.....	63
Figura 3.6 Gráfica comparativa de la serie Larderello para el modelo LSRPM y los datos originales, mostrando el ajuste obtenido. ....	64
Figura 3.7 Gráfica comparativa de la serie Sgil para el modelo LSRPM y los datos originales, mostrando el ajuste obtenido. ....	65
Figura 4.1. Diagrama de condiciones iniciales de temperatura utilizadas para el simulador de afectación térmica debido a la perforación.....	68
Figura 4.2 Imagen de los diferentes tipos de nodo que usan para la discretización de la ecuación de conducción en estado estacionario. ....	68
Figura 4.3 Gráfica de la afectación térmica de la formación debida al proceso de perforación. ....	71
Figura 4.4. Esquema representativo de los diferentes nodos que se tienen para el desarrollo del simulador. ....	73
Figura 4.5 Gráfica de los campos de temperatura obtenidos al finalizar la afectación térmica donde se muestran los campos obtenidos para pasos de 60, 6, 3 y 1s.....	92

Figura 5.1 Diagrama de flujo de la metodología que sigue el simulador para la obtención de difusividad térmica. ....	94
Figura 5.2 Gráfica de datos medidos y datos simulados con un valor de difusividad de $5 \text{ E-}7 \text{ m}^2/\text{s}$ .....	98
Figura 5.3 Gráfica de datos medidos y datos simulados con un valor de difusividad $\alpha = 6 \text{ E-}7 \text{ m}^2/\text{s}$ .....	100
Figura 5.4 Gráfica de datos medidos y datos simulados con un valor de difusividad $\alpha = 5.5 \text{ E-}7 \text{ m}^2/\text{s}$ .....	101
Figura 5.5 Gráfica de datos medidos y datos simulados con un valor de difusividad $\alpha = 5.9 \text{ E-}7 \text{ m}^2/\text{s}$ .....	102
Figura 5.6 Gráfica de datos medidos y datos simulados con un valor de difusividad $\alpha = 5.6 \text{ E-}7 \text{ m}^2/\text{s}$ .....	104
Figura 5.7 Gráfica de datos medidos y datos simulados con un valor de difusividad $\alpha = 5.8 \text{ E-}7 \text{ m}^2/\text{s}$ .....	105
Figura 5.8 Gráfica de datos medidos y datos simulados con un valor de difusividad $\alpha = 5.7 \text{ E-}7 \text{ m}^2/\text{s}$ .....	106
Figura 5.9 Gráfica del valor de $X^2$ para las difusividades utilizadas en la simulación de la serie LH29. ....	108
Figura 5.10 Gráfica de diferencias obtenidas entre la serie LH29 medida y las series simulada con su respectiva difusividad.....	109
Figura 5.7 Perfil de temperatura al centro del pozo en el eje Z.....	110
Figura 5.8 Perfil de temperatura del eje Y al fondo del pozo.....	110
Figura 5.9 Perfil de temperatura en corte vertical al centro del pozo. ....	111
Figura 5.10 Perfil de temperatura corte horizontal al fondo del pozo. ....	111
Figura 5.11 Perfiles de temperatura de afectación y recuperación térmica en corte vertical al centro del pozo.....	112
Figura 5.12 Perfiles de temperatura de afectación y recuperación térmica en el eje y al fondo del pozo. ....	113
Figura 5.13 Grafica de las series obtenidas para diferentes difusividades a partir del simulador de recuperación térmica con campo de temperatura inicial con valor de la TEF.....	114

Figura 5.14 Gráfica de comparación de los datos medidos y simulados de la serie KYU.....	115
Figura 5.15 Gráfica del valor de $X^2$ para las difusividades utilizadas en la simulación de la serie KYU.....	116
Figura 5.16 Gráfica de diferencias obtenidas entre la serie KYU medida y las series simulada con su respectiva difusividad.....	116
Figura 5.17 Gráfica de comparación de los datos medidos y simulados de la serie MISS.....	118
Figura 5.18 Gráfica del valor de $X^2$ para las difusividades utilizadas en la simulación de la serie MISS. ....	119
Figura 5.19 Gráfica de diferencias obtenidas entre la serie MISS medida y las series simulada con su respectiva difusividad.....	119

## Nomenclatura y acrónimos

### Latinas

$A''$	Parámetro de tiempo de relajación
$c$	Calor específico
$c_{pl}$	Capacidad calorífica del lodo
$k$	Conductividad térmica de la formación
$m$	Pendiente de la recta
LSRPM	Least Square Rational Polinomyal Method (Método racional polinomial por mínimos cuadrados)
$Q$	Fuente de calor
$Q'$	Fuente de calor adimensional
$R$	Invasión térmica radial
$R^2$	Coefficiente de determinación
$r$	Distancia radial
RPM	Rational Polinomyal Method (Método Racional Polinomial)
$r_w$	Radio del pozo
$T$	Temperatura
TAH	Tiempo adimensional de Horner
$T_D$	Función adimensional de temperatura
TEF	Temperatura estabilizada de formación
TFP	Temperatura de Fondo de Pozo
$TFP_{sim}$	Temperatura de Fondo de Pozo Simulada
$T_{fp}$	Temperatura de fondo de pozo
$T_i$	Temperatura inicial
$T_{ip}$	Temperatura de la interface pozo-formación
$T_\infty$	Temperatura a tiempo infinito
$t$	Variable tiempo
$t_c$	Tiempo de circulación
$V_{ri}$	Valor reportado

$V_{si}$	Valor simulado
$x$	variable independiente
$y$	variable dependiente

### **Griegas**

$\alpha$	Difusividad térmica
$\Delta T$	Variación de temperatura
$\Delta t$	Tiempo transcurrido a partir del cese de circulación
$\rho$	Densidad

## Resumen

Conocer las propiedades termofísicas de la formación es muy importante para los procesos de perforación y construcción de pozos geotérmicos y petroleros con el fin de determinar los materiales y equipos adecuados para realizar la perforación y la cementación del pozo.

Así mismo las propiedades termofísicas de la formación también nos permite determinar la viabilidad del yacimiento para generar energía eléctrica en el caso de la geotermia, o para conocer la historia de la cuenca en el caso de los hidrocarburos.

En el presente proyecto se construyó un simulador el cual permite obtener el valor de la difusividad térmica de la formación a partir de los datos medidos de temperatura del fondo del pozo, el tiempo de recuperación y como las propiedades del fluido de perforación.

La determinación de la difusividad térmica se realiza a través de un proceso iterativo que tiene como datos iniciales la temperatura estabilizada de formación y la temperatura inicial del lodo, estos parámetros se obtienen a partir de los datos de temperatura de fondo de pozo - tiempo y aplicando el método racional polinomial por mínimos cuadrados, el cual nos proporciona una función que describe el comportamiento térmico o historia térmica de recuperación del pozo. Con estos datos se propone una difusividad inicial para el simulador, y se simula tanto el proceso de afectación como el de recuperación térmica, de tal forma que se obtiene de la simulación una serie de datos de temperatura de fondo de pozo y tiempo para ser comparada con la serie original o medida, a partir de la comparación se varia el valor de la difusividad hasta que se empate la serie simulada con la medida y en este punto se determina el valor de la difusividad.

Para la realización de este trabajo se mejoró el método racional polinomial y se desarrollaron dos simuladores en tres dimensiones, el primero de afectación y el



segundo de recuperación térmica. En este contexto de investigación se acoplaron el método racional polinomial y los simuladores de afectación y recuperación térmica para formar un simulador numérico que permite estimar la difusividad térmica de la formación, mediante un proceso iterativo. El simulador fue validado mediante la aplicación del mismo en una serie geotérmica de la cual se conocen los datos de la formación y también se aplicó a otra serie geotérmica y una petrolera.

Finalmente, a través del historial térmico reportado y el simulado se logró obtener el valor de la difusividad, logrando reproducir la serie de temperatura de fondo y tiempo de los tres pozos utilizados.

## Abstract

The knowing of thermophysical properties of the formation is very important for the processes of drilling and construction of geothermal and oil wells in order to determine the right materials and equipment for drilling and well cementing. Also the thermophysical properties of the formation allow us to determine the viability of the reservoir to generate electricity in the case of geothermal resource, or know the history of the basin in the case of hydrocarbons.

In this project a simulator was developed which allows obtaining the value of the thermal diffusivity of the formation using the downhole temperature measured, recovery time and the properties of the drilling fluid used.

Determining the thermal diffusivity is performed through an iterative process having as initial data the static formation temperature and the initial temperature of the sludge, these parameters are obtained from data downhole temperature - time, applying the rational polynomial least squares method, which provides a function which describes the thermal history or thermal behavior well recovery. Using these parameters, it is proposed initial diffusivity for the simulator, then the process of thermal affectation and recovery are simulated, so that you get a series of simulation data downhole temperature and time to be compared with the series original, by comparing, the value of the diffusivity is varied until the simulated series reproduces the original series, at this point the value of the diffusivity is determined.

To carry out this work, the rational polynomial method was improved and two simulators were developed in three dimensions, the first of thermal affectation and the second thermal recovery. In this research the least square rational polynomial method, the simulators affectation and thermal recovery were coupled to form a numerical simulator to estimate the thermal diffusivity of the formation, through an iterative process. The simulator was validated by its application in a geothermal

series which formation data are known and another geothermal and oil field series was also applied.

Finally, through the thermal history reported it was possible to obtain the simulated value of the diffusivity , reproducing of the downhole temperature and time series of the three wells used .

# Capítulo 1

## Introducción

La generación de energía es uno de los principales retos que enfrenta la humanidad. En la actualidad la principal forma de producir energía proveniente de la tierra es a través de los hidrocarburos y la geotermia. Ambas formas de producción de energía se basan en el mismo proceso de obtención, el cual comprende la localización de la fuente de energía, la perforación de un pozo y la extracción del fluido (geotérmico o hidrocarburo).

Uno de los puntos más importantes para este proceso es la perforación y construcción del pozo, para lo cual es muy importante conocer las propiedades termofísicas (temperatura estabilizada, conductividad, densidad, calor específico y difusividad) de la formación, para poder determinar los materiales y equipos adecuados para realizar la perforación y la cementación del pozo. Así mismo, es muy importante la reología del fluido de perforación y las propiedades termofísicas del material que se utilizará para la cementación (Wooley, 1980; Beirute, 1991; Espinosa-Paredes et al., 2000).

El conocimiento de las propiedades termofísicas de la formación también nos permite determinar la viabilidad del yacimiento para generar energía eléctrica en el caso de la geotermia o para conocer la historia de la cuenca en el caso de los hidrocarburos (Wong et al., 2012).

Cabe resaltar que la Temperatura Estabilizada de Formación (TEF) es uno de los parámetros más importantes que necesita ser estimado en la perforación de pozos, ya sean geotérmicos o petroleros. Este parámetro nos aporta información importante para conocer el tipo de recurso geotérmico o petrolero con el que se puede contar en un lugar determinado y el saber que tipo de materiales se pueden usar para la terminación del pozo (cementación; García et al., 1998). Además en los sistemas geotérmicos permite definir la factibilidad de explotar los recursos geotérmicos para generación de energía eléctrica o procesos de uso directo de

calor geotérmico (García-Valladares et al., 2005). Por otra parte, del cálculo preciso de las TEF se pueden inferir regiones de entrada de fluido o zonas de pérdida de circulación; estimación de reservas de calor en un reservorio geotérmico y evaluación de gradientes geotérmicos, entre otros (García-Valladares et al., 2005).

Para calcular la TEF han surgido métodos tanto analíticos como numéricos, los cuales se basan en modelos de transferencia de calor, y con ellos se simula la perturbación térmica asociada a la perforación y a la subsecuente relajación térmica durante el periodo a partir del cual se detiene la perforación (*Shut-in*). Estos modelos se pueden clasificar en dos tipos: (a) los que tratan de simular la evolución de la temperatura de la columna completa de lodo y (b) los que se concentran en la región del fondo del pozo donde las temperaturas son medidas (Santoyo et al., 2000; Andaverde et al., 2005).

Además de las TEF que se obtienen a partir de los datos registrados durante el proceso de la recuperación térmica, se pueden determinar las propiedades térmicas de los materiales que intervienen en el sistema geotérmico. Estas propiedades termofísicas se utilizan para la simulación de yacimientos y pozos, cuando se resuelven numéricamente las ecuaciones de conservación de masa, momento y energía, tanto en la caracterización estática como en la dinámica de estos sistemas (Davis y Michaelides, 2009).

Otro de los puntos importantes de desarrollo de la geoenergía es el uso de intercambiadores de calor geotérmicos con fines de bioclimatización (Fan et al., 2006). En esta aplicación la caracterización adecuada del subsuelo, como fuente o sumidero de calor nos permite definir el mejor tipo de intercambiador de calor que se puede usar y además determinar de manera adecuada la mejor ubicación para los intercambiadores (Wong y Andaverde, 2010).

## Planteamiento del problema

La medición de propiedades termofísicas de rocas y fluidos de perforación en laboratorios modernos es precisa, pero las condiciones de temperatura y presión en las que se encuentran las rocas cambian al trasladarlas de su lugar (*in situ*) al laboratorio, provocando así que sus propiedades termofísicas cambien (Krishnaiah et al., 2004).

El proceso de afectación térmica durante la perforación y la recuperación térmica de un pozo está fuertemente relacionada con las propiedades termofísicas (Hadgu et al., 1995) y lo recomendable es que a partir de los datos de temperatura de fondo de pozo durante el proceso de recuperación térmica se pueda estimar *in-situ* las propiedades termofísicas a condiciones de yacimiento. La determinación de las propiedades podría lograrse si se simulan el comportamiento térmicos de un pozo y su vecindad hasta empatar los resultados de simulador con las series medidas en campo (Lister, 1977).

Por otra parte, el desarrollo de simuladores permite obtener alternativas de diseño (Bhat, 2005) y construcción, que pueden ser evaluadas rápidamente para poder optimizar el proceso de perforación y terminación de un pozo (Teng y Koike, 2007; Gunn et al., 1992). Por otra parte, los simuladores permiten estimar de manera confiable y económica las características y condiciones de los pozos a partir de datos que comúnmente son medidos durante la perforación de un pozo (García-Valladares et al., 2005).

## Justificación

El diseño de un simulador numérico que nos permita caracterizar un pozo a partir de datos de temperatura y tiempo redundaría en una herramienta confiable y económica que nos permite establecer las condiciones de terminación y cementación de un pozo.

El conocimiento de las propiedades termofísicas de la formación se debe realizar

bajo las condiciones originales, ya que se sabe que las propiedades termofísicas de las rocas están relacionadas con las condiciones de presión y temperatura a las que se encuentren (Vosteen y Schellscmidt, 2003).

El proceso de afectación térmica durante la perforación y el proceso de recuperación térmica de un pozo es un reflejo de las propiedades termofísicas de la formación y es de esperarse que a partir de un modelo físico – matemático más realista que nos represente el comportamiento de la afectación y recuperación térmica del pozo, sea posible inferir las propiedades termofísicas del pozo (Günzel y Wilhelm, 1999), esto es de gran relevancia, ya que en la actualidad hay pocos datos reportados en la literatura, los cuales son específicos de algún campo geotérmico, por lo que el simulador aportará información importante ya que será aplicable a cualquier campo geotérmico o petrolero.

Simular el comportamiento térmico de los pozos y el perfil de temperatura del subsuelo, nos permite generar información que actualmente es poco confiable y consume mucho tiempo y altos costos. Además se puede determinar de qué manera se puede aprovechar el recurso geotérmico, para generación de electricidad o para procesos de baja temperatura como precalentamiento de fluidos, así mismo en el caso de que no exista algún recurso geotérmico en la zona, con el perfil de temperaturas del suelo se puede determinar la viabilidad de colocar intercambiadores de calor geotérmicos para acondicionamiento de edificios (Wong y Andaverde, 2010). Además, al simular el comportamiento de los pozos nos permite construir series sintéticas de recuperación térmica, lo cual permitiría analizar la relación entre las variables termofísicas y el proceso de recuperación térmica.

## Objetivos

El objetivo general de esta tesis es:

Desarrollar un simulador numérico para determinar, a partir de temperatura de fondo de pozo y propiedades del lodo de perforación, las propiedades termofísicas de la formación en pozos geotérmicos y petroleros.

Los objetivos específicos son:

- Construir un simulador de pozos para obtener series sintéticas de TFP a partir de propiedades termofísicas de las rocas y el fluido en pozos y que también realice el proceso de inversión de datos.
- Validar el método racional polinomial para cálculo de TEF con las series sintéticas obtenidas con el simulador.
- Aplicar el simulador de pozos en el proceso inverso para obtener las condiciones y propiedades termofísicas de las rocas que generaron las series medidas en campo.

## Metodología

El objetivo general de este proyecto de tesis fue alcanzado mediante el desarrollo de las actividades que a continuación se describen.

Se realizó un análisis de los métodos más comunes para obtener las TEF y el proceso de recuperación térmica, dentro del cual se analizó el método racional polinomial, el cual se inició su desarrollo y validación durante el trabajo de maestría. Como resultado de este análisis se mejoró el método racional polinomial utilizando el modelo de primer orden y el método de mínimos cuadrados, llamado método racional polinomial por mínimos cuadrados (Least Square Rational Polinomyal Method, LSRPM) con el fin de obtener la TEF y la reproducción del proceso de recuperación térmica, determinando el modelo matemático y la



incertidumbre en cada parámetro. Para la utilización de este método se diseñó un programa en Fortran 90 y en Paython, el cual se utilizó para la validación del método.

Una vez desarrollado el método LSRPM, se desarrolló el simulador en dos y tres dimensiones para el proceso de afectación térmica que se da durante la perforación del pozo y la circulación del fluido de perforación, utilizando como condiciones iniciales y de frontera las obtenidas con el método LSRPM. El simulador de afectación térmica se validó con datos reportados en la literatura. Una vez concluido el simulador de afectación térmica se desarrolló el simulador de recuperación térmica en tres dimensiones, para la construcción de este simulador se utilizaron como condiciones iniciales y de frontera las obtenidas por el método LSRPM y el simulador de afectación térmica en 3D. Para determinar la funcionalidad del simulador de recuperación térmica, éste se validó con datos de campo y sintéticos obtenidos de la literatura.

Para concluir con el trabajo de doctorado se integraron los simuladores de recuperación y afectación térmica para determinar las propiedades de la formación a través del proceso iterativo, utilizando como condiciones iniciales y de frontera los obtenidos por el método LSRPM. El simulador numérico se desarrolló en el lenguaje de programación Fortran 90.

Estructura de la tesis

De acuerdo a la problemática planteada y a los objetivos propuestos en este trabajo de investigación, se ha estructurado la tesis de la siguiente forma:

El capítulo I comprende la introducción a la tesis, así como el planteamiento del problema, con el fin de establecer los objetivos y el propósito general de este trabajo de investigación. De igual manera, se detalla la justificación y estructura del presente trabajo.

En el Capítulo II se explica la importancia de las propiedades termofísicas de la formación, así como el efecto en el campo de temperaturas de la formación cuando se realiza la perforación de un pozo. También se describen los métodos frecuentemente utilizados para la estimación de las temperaturas estabilizadas de la formación y se explica con mayor detalle el método Racional Polinomial.

En el capítulo III se presenta el método racional polinomial a través del uso del método de mínimos cuadrados y su aplicación en la estimación de la temperatura estabilizada de formación y el proceso de recuperación térmica a partir de los datos de temperatura de fondo de pozo y tiempo de recuperación (*shut-in*). En este capítulo se incluye la descripción general del algoritmo del método y el programa de cómputo desarrollado, así como la evaluación y validación del método aplicándolo a las series sintéticas propuestas por Shen y Beck (1986) y por Cao et al. (1988), además se utilizan series de pozos geotérmicos y petroleros reportadas en la literatura internacional.

En el capítulo IV se describe el desarrollo del simulador de afectación térmica en dos y tres dimensiones, este simulador es desarrollado utilizando el método de volúmenes de control y se basa en la ecuación de transferencia de calor por conducción en estado transitorio y como condiciones de frontera se usan la temperatura estabilizada de formación y la temperatura del lodo de perforación obtenidas a partir del método LSRPM. Se describe el desarrollo del simulador de recuperación térmica en 3D, el cual está diseñado bajo el mismo método que el de afectación térmica, el cual provee las condiciones iniciales. Para validar estos simuladores se utilizan los datos obtenidos de la literatura.

Por último en el capítulo V se describe la integración de los simuladores y el método LSRPM para la determinación de las propiedades termofísicas a través del proceso iterativo. Los resultados se compararon con los datos recabados en la literatura con el fin de validar el simulador.

Al final se presentan las conclusiones de este trabajo de tesis, en términos de los objetivos alcanzados, así como las sugerencias y recomendaciones para trabajos futuros en esta misma línea de investigación. Se anexan los trabajos emanados de esta investigación.

## Capítulo 2

### Propiedades termofísicas en rocas y estimación de la temperatura estabilizada de formación

En la ingeniería geológica, las propiedades térmicas de las rocas son de las más importantes, particularmente para la construcción de túneles, depósitos de desechos nucleares, recursos geotérmicos entre otros (Khandelwal, 2011). Las propiedades térmicas más importantes son: la conductividad térmica, la capacidad calorífica y la difusividad térmica (Gul y Maqsood, 2006). Los primeros dos parámetros exhiben la capacidad del material para conducir o transmitir y para acumular calor, respectivamente; y la última nos da un estimado de que área del material ha sido afectada por el calor por segundo.

Las propiedades térmicas de las rocas han sido cada vez más importantes para el diseño y análisis de los sistemas de transporte de vapor de agua subterránea, agua caliente y para los sistemas de recuperación de energía geotérmica. También son necesarias para la comprensión de la distribución de temperatura en una formación rocosa. En la industria nuclear, las propiedades térmicas de la roca son importantes para el diseño de depósitos de residuos nucleares. En el depósito, los recipientes que contienen desechos se emplazan en pozos perforados a una profundidad de varios cientos de metros por debajo de la superficie del suelo (Cho y Kwon, 2010).

El conocimiento de las propiedades térmicas de la roca además sirve para: (i). Investigaciones en geología del petróleo y del gas natural (tecnología de recuperación mejorada por métodos térmicos de aceite, economía del petróleo y gas natural, y el origen y la acumulación de petróleo y gas natural así como su geoquímica, ingeniería de yacimientos, la termodinámica y el comportamiento de las fases en medios porosos), (ii) utilización de la energía hidrotérmica y almacenamiento subterráneo de energía térmica, (iii) Aplicaciones a los problemas

de energía geotérmica, gradientes geotérmicos y de flujo de calor a través de la corteza terrestre (modelos matemáticos), estudios hidrogeológicos (mecánica de rocas / petrofísica, los fluidos de perforación y la perforación, excavación de pozos, pruebas y evaluación, la mecánica de fluidos en medios porosos y la fase de multi-flujo, simulación de yacimientos), (iv) Aplicaciones de ingeniería civil (construcción de carreteras y edificios y en la perforación de pozos a través de las zonas de permafrost), (v) estudiar los materiales compuestos (materiales heterogéneos, los materiales nucleares, la energía solar, materiales compuestos de cerámica, polvos, la fusión termonuclear, los materiales granulares, los materiales compuestos fibrosos, aplicaciones criogénicas, de múltiples capas de aislamiento, entre otros) (Abdulagatova, 2009).

La conductividad térmica es una propiedad intrínseca de la roca y su valor depende de varios factores: (a) Composición química de la roca, (b) Contenido de fluido (tipo y grado de saturación de los poros); la presencia de agua incrementa la conductividad térmica, es decir aumenta el flujo de calor, (c) La presión (una alta presión incrementa la conductividad térmica debido al cierre de grietas) (d) temperatura y, (e) isotropía y homogeneidad de la roca.

La conductividad térmica de un material es definida como la cantidad de calor transmitida debido a la variación en un grado en la temperatura por unidad de tiempo bajo condiciones estables en dirección normal a la superficie por unidad de área, cuando la transferencia de calor depende únicamente del gradiente de temperatura. La conductividad térmica de las rocas puede ser determinada a través de pruebas de laboratorio bajo condiciones *in situ*, como en una perforación o en un pozo profundo, adoptando el método de calor transitorio (Troschke y Burkhardt, 1998). Para lograr esto, se emplea una fuente de calor de geometría conocida y se mide el cambio de la temperatura a través del tiempo (Clauser y Huenges, 1995).

Un gran número de investigadores han hecho intentos de desarrollar relaciones

para estimar la conductividad térmica de las rocas tomando en cuenta sus diferentes propiedades físico-mecánicas. Lo anterior es motivado por la amplia aplicación de las propiedades térmicas dentro de la ingeniería geotécnica. Los modelos utilizados son simples pero no han resultado confiables (Khandelwal, 2011).

El estudio de rocas en alta temperatura se utiliza para modelar una serie de procesos en la corteza terrestre, tales como: plegado, actividades geotérmicas, intrusiones magmáticas y la tectónica de placas. La información obtenida de los experimentos a altas temperaturas es también útil para el depósito profundo de residuos nucleares en las rocas. En el depósito convencional de residuos de alta actividad nuclear son almacenados en la superficie por un tiempo y posteriormente se almacenan en el subsuelo. La temperatura de la roca en torno a los residuos nucleares en el almacenamiento convencional no debe elevarse a más de 250 °C. En el caso del almacenamiento no convencional o directo de los residuos nucleares, la temperatura de roca puede ser muy alta y a veces supera su punto de fusión. El comportamiento mecánico de las rocas depende esencialmente de la mineralogía, la estructura, la temperatura, el estrés y la edad. El conocimiento de un comportamiento termo-mecánico de la roca es imprescindible porque las altas temperaturas dan lugar al desarrollo de nuevas micro-grietas o extensión/ampliación de las ya existentes micro-fisuras en las rocas. Este fenómeno afecta a la estructura de las rocas (Dawivedi, 2008).

#### Medición de propiedades termofísicas

El conocimiento de las propiedades termofísicas de la formación se debe realizar bajo las condiciones originales, ya que se sabe que las propiedades termofísicas de las rocas están relacionadas con las condiciones de presión y temperatura a las que se encuentren (Vosteen y Schellschmidt, 2003).

La medición de propiedades termofísicas de rocas en laboratorios modernos es

precisa, pero las condiciones de temperatura y presión en las que se encuentran las rocas cambian al trasladarlas de su lugar (*in situ*) al laboratorio, provocando así que sus propiedades termofísicas cambien y resulten poco confiables y representativas (Krishnaiah et al., 2004). Por otra parte, la determinación de la conductividad térmica en el laboratorio es muy tediosa y laboriosa, así mismo se requiere de instrumentos sofisticados y gran experiencia (Khandelwal, 2011).

Es bien sabido que las propiedades termofísicas de los materiales rocosos se ven afectados por diversos factores, entre los más importantes se encuentran la temperatura, presión, composición mineralógica, porosidad, contenido de fracciones de la microestructura, porosidad, estratificación, distribución, orientación, tamaño y forma de los componentes. Por lo tanto, la información de la conductividad térmica en las bases de datos de varios autores puede variar significativamente hasta en un factor de 2 a 3 para cualquier tipo de roca dado. Esto podría explicar la discrepancia de datos publicados por las rocas del mismo tipo (Sundberg, 2009; Abdulagatova, 2010).

La conductividad térmica se puede determinar por diferentes métodos, por ejemplo: (1) las mediciones de laboratorio, (2) la estimación de la composición mineral, (3) en las mediciones de campo *in situ* y (4) los experimentos de campo a gran escala. El método recomendado para las mediciones de laboratorio en las investigaciones del sitio es el método Fuente Plano transitorio (TPS). Las mediciones se realizan en muestras de núcleos y se requiere un gran número de mediciones para estimar la variabilidad espacial de rocas complejas. Los diversos minerales que forman rocas comunes tienen diferentes conductividades térmicas y en el caso de las rocas ígneas las proporciones son dependientes de un número limitado de minerales comunes. Conocer la conductividad térmica de los minerales constituyentes, permite estimar la conductividad térmica de cualquier roca con una composición mineral conocida. La conductividad térmica de muestras de roca se puede calcular a partir de la media geométrica de la conductividad térmica de los minerales o por el método de aproximación auto consistente (SCA). Estos

métodos utilizan análisis modales y valores de referencia de la conductividad térmica de diferentes minerales. Sin embargo, hay incertidumbres asociadas con el cálculo de las propiedades debido a que los productos de alteración no se consideran, ni las incertidumbres sobre los valores de referencia asignados a los minerales, ni los errores asociados con el llamado método de conteo de puntos.

Mediciones *in situ* con los métodos de investigación simples o múltiples proporcionan resultados a mayor escala y las incertidumbres asociadas con el escalado de los resultados de laboratorio son así eliminados. Experimentos a gran escala (100 m) son posibles y parece que se estima una conductividad térmica efectiva más alta que el pronóstico y puede ser influenciada por los movimientos de agua. Estimación de la variabilidad espacial de la conductividad térmica en rocas cristalinas se asocia con las dificultades y altos costos, sobre todo cuando la roca tiene una amplia difusión en la composición mineral. Esta variación de composición también implica una gran variabilidad espacial de la conductividad térmica (Sundberg, 2009).

#### Recuperación térmica por efecto de la perforación

La industria geotérmica y petrolera requiere de la perforación de pozos profundos para la explotación del recurso. Cuando los pozos son perforados, el campo de temperaturas a lo largo del eje del pozo y la formación es afectado debido a la circulación del lodo de perforación (Santoyo, 1997; Santoyo et al., 2000; Kutasov y Eppelbaum, 2009; Kutasov y Eppelbaum, 2010; Espinoza-Ojeda et al., 2011).

El fluido de perforación es una parte integral del proceso de perforación, debido a sus propiedades tribológicas y reológicas, las cuales son aprovechadas para diversas funciones (Santoyo et al., 2003; González et al., 2011). Una de las principales funciones del lodo de perforación es como lubricante de la barrena. El proceso de perforado genera fricción, la cual puede dañar la barrena o la formación que está siendo perforada, por lo que el lodo controla la fricción



disminuyendo el calentamiento por fricción y complicaciones relacionadas (Espinosa-Paredes y García-Gutiérrez, 2004). Así mismo, el lodo de perforación sirve para arrastrar los recortes de perforación hacia la superficie. También protege la estabilidad del pozo al controlar variables como la presión, lo cual es esencial para evitar el colapso de las paredes del pozo (Santoyo-Gutierrez et al., 1991; Salehi et al., 2010). A pesar de todos los beneficios técnicos en el proceso de perforado, desafortunadamente la circulación del lodo afecta de manera importante la temperatura de la formación debido al tiempo que dura la circulación del lodo de perforación, la diferencia de temperaturas entre la formación y el lodo, el radio del pozo, las propiedades termofísicas del sistema (pozo, formación y reservorio) y la tecnología de perforación usada (Kutasov y Eppelbaum, 2010).

La recuperación térmica de un pozo está fuertemente relacionada con las propiedades termofísicas (Hadgu et al., 1994) y lo recomendable sería que a partir de los datos de temperatura de fondo de pozo durante el proceso de recuperación térmica podemos estimar *in situ* las propiedades termofísicas y condiciones de un pozo. La determinación de las propiedades podría lograrse si se simulan los comportamientos térmicos de un pozo y su vecindad hasta empatar los resultados del simulador con las series medidas en campo (Lister, 1977). Por otra parte, el desarrollo de simuladores permite obtener alternativas de diseño (Bhat, 2005) y construcción que pueden ser evaluadas rápidamente para poder optimizar el proceso de perforación y terminación de un pozo (Teng y Koike, 2007; Gunn et al., 1992). Por otra parte, los simuladores permiten estimar de manera confiable y económica las características y condiciones de los pozos a partir de datos que comúnmente son medidos durante la perforación de un pozo (García-Valladares et al., 2005).

Temperaturas estabilizadas de formación

Cabe resaltar que la temperatura estabilizada de formación (TEF) es uno de los parámetros más importantes que necesita ser estimado en la perforación de

pozos, ya sean geotérmicos o petroleros. Este parámetro nos aporta información importante para conocer el tipo de recurso geotérmico o petrolero con el que se puede contar en un lugar determinado y el saber que tipo de materiales se puede usar para la cementación del pozo (García et al., 1998a).

En sistemas geotérmicos, la TEF es utilizada para evaluar las reservas de calor (Zschocke, 2005; Kutasov y Eppelbaum, 2010; Eppelbaum y Kutasov, 2011), mientras que en la industria petrolera las TEF son cruciales para modelar los procesos de maduración de los hidrocarburos (Melton y Giardini, 1984; Armstrong et al., 1996; Lampe y Person, 2002), así como para determinar las propiedades de transporte de los hidrocarburos (Williams, 1990; Zhangxin, 2007; Kutasov y Eppelbaum, 2010).

Las TEF también son requeridas para otras aplicaciones de ingeniería tales como: (i) el diseño óptimo del perforado y terminación de los programas de construcción de pozos petroleros y geotérmicos (e.g., Santoyo-Gutiérrez et al., 1991; Eppelbaum y Kutasov, 2011); (ii) la identificación de zonas permeables o porosas para problemas de circulación (e.g., García et al., 1998a; Kutasov y Eppelbaum, 2009); (iii) La determinación correcta de gradientes geotérmicos (e.g., Dowdle y Cobb, 1975; Kutasov, 1999); (iv) la adecuada calibración de simuladores de pozos para estudios de inyección, producción, circulación y procesos de perforado (e.g., Wooley, 1980, Beirute, 1991, García et al., 1998b, Pourafshary et al., 2009, Livescu et al., 2010); (v) la evaluación de factores volumétricos de formación de fluidos (e.g., Dowdle y Cobb, 1975; Eppelbaum y Kutasov, 2011); y (vi) el modelado térmico de fuentes primarias de calor (o cámaras magmáticas) en sistemas geotérmicos (e.g., Verma y Andaverde, 2006).

Para calcular la TEF han surgido métodos tanto analíticos como numéricos los cuales se basan en modelos de transferencia de calor y con ellos se simula la perturbación térmica asociada a la perforación y a la subsecuente relajación térmica durante el periodo a partir del cual se detiene la perforación (*Shut-in*).

Estos modelos se pueden clasificar en dos tipos: el primero trata de simular la evolución de la temperatura de la columna completa de lodo y el segundo se concentra en la región del fondo del pozo donde las temperaturas son medidas (Santoyo et al., 2000; Andaverde et al., 2005). Además de las TEF que se obtienen de los datos registrados durante la recuperación térmica, se pueden determinar las propiedades térmicas de los materiales que intervienen en el sistema geotérmico. Estas propiedades termofísicas se utilizan para la simulación de yacimientos y pozos, cuando se resuelven numéricamente las ecuaciones de conservación de masa, momento y energía, tanto en la caracterización estática como en la dinámica de estos sistemas (Davis y Michaelides, 2009).

De acuerdo con lo anterior, la determinación de las TEF de forma precisa a cualquier profundidad requiere de un cierto periodo de tiempo (o tiempo de recuperación térmica) en el cual se debe detener la perforación.

Las TEF son inferidas usualmente a partir de temperaturas de fondo de pozo (TFP) y tiempo de recuperación, los cuales son medidos durante el proceso de recuperación térmica, durante el tiempo en que se detiene la perforación de un pozo. Las mediciones TFP generalmente tienden a reflejar las anomalías térmicas causadas por la circulación del lodo de perforación en la roca de la formación (Espinosa-Paredes y Garcia-Gutierrez, 2004; Bassam et al., 2010). La toma de TFP es costosa debido a que se debe utilizar equipo sofisticado de medición y principalmente porque es necesario detener el proceso de perforación (Großwig et al., 1996; Wisian et al., 1998; Fomin et al., 2005).

Numerosos métodos analíticos y numéricos han sido propuestos en la literatura para determinar la TEF. Los métodos analíticos generalmente usan el análisis de series TFP-tiempo para inferir la TEF (e.g., Bullard, 1947; Dowdle y Cobb, 1975; Middleton, 1979; Leblanc et al., 1981; Kutasov y Eppelbaum, 2005; Bassam et al., 2010); mientras que los simuladores numéricos han sido diseñados para describir las historias térmicas (enfriamiento o calentamiento) de perforación de pozos y la

determinación de gradientes y TEF (e.g., Wooley, 1980; Beirute, 1991; García et al., 1998b; Bath et al., 2005). Los simuladores numéricos generalmente requieren una excesiva cantidad de datos de entrada, como mediciones de temperatura, así como las propiedades termofísicas del pozo (fluidos de perforación, cementos, y tubería del pozo) y formación (roca). Desafortunadamente estas propiedades en la mayoría de los casos no están disponibles y por lo tanto constituyen una seria limitación para la utilización exitosa de estas herramientas.

A pesar del gran número de métodos analíticos y numéricos disponibles, la TEF inferida por dichos métodos sigue presentando fuertes discrepancias cuando sus predicciones son comparadas estadísticamente entre ellos (Andaverde et al., 2005; Espinoza-Ojeda et al., 2011). Dichas discrepancias están comúnmente asociadas a varios errores tales como: (a) asumir modelos físicos poco realistas para describir el proceso de perforación (Santoyo et al., 2000); (b) la solución simplificada de los modelos de transferencia de calor para predecir la TEF analizando el proceso de recuperación térmica con métodos de regresión lineal (Andaverde et al., 2005); (c) los errores de medición de TFP, tiempo de circulación del fluido de perforación y el tiempo de recuperación (Kutasov y Eppelbaum, 2005); (d) el desconocimiento preciso de las propiedades termofísicas y de transporte de los fluidos de perforación, formación y materiales de cementación; y (e) las incertidumbres asociadas con la determinación de las TEF (Espinoza-Ojeda et al., 2011).

La determinación confiable de las TEF sigue siendo considerado un reto técnico para la industria geotérmica y petrolera (Eppelbaum y Kutasov, 2011). Consecuentemente, es necesario saber como inferir la TEF, con gran precisión y exactitud usando un número limitado de datos de TFP-tiempo (Duchkov et al., 2009).

En la Tabla 2.1 se citan los 44 métodos y simuladores reportados en la literatura para estimar TEF, los cuales se presentan en orden alfabético según su autor principal.

Tabla 2.1 Métodos para estimar la temperatura estabilizada de la formación.

Método	Año	Método	Año
Albrighth	1975	Kabir et al.	1997
Ascencio et al.	1994	Kritikos y Kutasov	1988
Bassam et al	2010	Kutasov	2003
Barelli y Palama	1981	Kutasov y Eppelbaum	2005
Brennand	1984	Kritikos y Kutasov	1988
Bullard	1947	Lanchenbruch y Brewer	1959
Burge	1965	Leblanc et al.	1981
Cao et al.	1988 a	Lee	1982
Cao et al.	1988 b	Luheshi	1983
Cao et al.	1988 c	Manetti	1973
Carlson y Barnette	1988	Middelton	1979
Cocanower et al.	1969	Middelton	1982
Cooper y Jones	1959	Oxburgh et al.	1972
Eppelbaum y kutasov	2006	Parasnis	1971
Fomin et al.	2003	Perrierand Raiga-Clemenceau	1984
Gogoi y Kutasov	1987	Pnric	1994
Guyod	1946	Ribeiro y Hamza	1986
Hasan y Kabir	1991	Roux et al.	1980
Hasan y Kabir	1994	Schoeppel y Gilarranz	1966
Holmes y Swift	1970	Shen y Beck	1986
Horner	1951	Squier et al.	1961
Jaeger	1961	Timko y Fertl	1972
Jones et al.	1984	Wong-Loya et al.	2012

A continuación se hace una breve descripción de los métodos más utilizados para la determinación de las TEF

### **Método de Horner o fuente lineal.**

El método analítico de Horner o fuente de calor lineal fue inicialmente propuesto para estimar la presión inicial de un yacimiento petrolero y posteriormente usado

en los geotérmicos (Horner, 1951). Este método fue extendido a la estimación de la temperatura inicial de un sistema geotérmico por Timko y Fertl (1972) y criticado por Dowdle y Cobb (1975). El método de Horner se basa en el concepto matemático de una fuente de calor constante e infinitamente larga o un sumidero sin sección transversal que representa la perforación y el proceso de recuperación térmica (*shut-in*). Debido a que la temperatura ( $T$ ) del pozo aumenta con respecto al tiempo ( $t$ ), puede aproximarse este comportamiento por medio de una solución analítica de la ecuación de difusividad térmica bajo condiciones de flujo de calor radial:

$$\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}\right) + \left(\frac{1}{r}\right)\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right) = \left(\frac{1}{\alpha}\right)\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right) \quad (2.1)$$

donde  $r$  y  $\alpha$  son el radio del pozo y la difusividad térmica de la formación, respectivamente. De acuerdo con Dowdle y Cobb (1975), la aplicación de la teoría de fuente lineal indica que la solución simplificada de la ecuación (2.1) está dada por:

$$T_{fp} = T_i - m \cdot \log\left(\frac{t_c + \Delta t}{\Delta t}\right) \quad (2.2)$$

donde  $\log\left(\frac{t_c + \Delta t}{\Delta t}\right)$  es conocido como el tiempo adimensional de Horner (TAH); en el cual  $t_c$  y  $\Delta t$  son el tiempo de circulación antes del proceso de recuperación térmica y el tiempo transcurrido desde que la circulación se detuvo (tiempo de *shut-in*), respectivamente.  $T_{fp}$  es la temperatura de fondo de pozo y  $T_i$  es la temperatura estabilizada de la formación. Si se traza una gráfica de  $T_{fp}$  contra  $\log[(t_c + \Delta t)/\Delta t]$  (o  $\log(\text{TAH})$ ) puede resultar una relación lineal con  $T_i$  y  $m$  como ordenada al origen y pendiente, respectivamente. Extrapolando la recta hacia el tiempo de recuperación térmica infinito obtenemos la temperatura estabilizada de la formación,  $T_i$ . El método de Horner requiere dos o más mediciones ( $T_{fp}$ ) registradas a la misma profundidad del pozo pero a diferentes tiempos de

recuperación térmica. El método de Horner es el más ampliamente usado en la industria geotérmica, aunque generalmente subestima el valor de la TEF (Andaverde et al. 2005; Verma et al. 2006; Espinoza-Ojeda, 2007). El uso exitoso de este método se ve limitado cuando se consideran cambios pequeños en el gradiente de temperatura y tiempos cortos de circulación (Dowdle y Cobb, 1975).

### **Manetti (1973)**

Manetti en 1973 desarrolló un método analítico para el cálculo de las TEF, el cual es aplicable a un proceso sin pérdidas de circulación y sin convección del fluido en la formación. Bajo estas condiciones, la temperatura medida a varias profundidades después del proceso de perforación tiende asintóticamente a retornar a valores iniciales no perturbados debido a procesos de transferencia de calor puramente conductivos, por lo que se basa en la ecuación (2.3) de difusión de calor.

$$\nabla^2 T = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.3)$$

Manetti (1973) propone que la temperatura en el eje de la fuente debe ser calculada a diferentes intervalos de tiempo de *shut-in*. La duración de la emisión térmica corresponde al periodo de perturbación, lo cual ocurre aproximadamente desde el momento en que la barrena llega al punto de medición hasta el momento en que llega al fondo del pozo. La tendencia radial de la temperatura correspondiente a la emisión de una cantidad de calor  $Q' = 2\pi r_w Q$  de una fuente de superficie "cilíndrica instantánea" a  $t = 0$  y radio  $r_w$  con eje a lo largo del eje  $z$  está dada por:

$$T(t) = T_{\infty} + \frac{Q'}{4\pi\alpha} \left[ Ei\left(\frac{-r_w^2}{4\alpha t}\right) - Ei\left(\frac{-r_w^2}{4\alpha(t-t_1)}\right) \right] \quad (2.4)$$

donde  $t_1$  es el tiempo de la emisión térmica. La ecuación (2.4) fue propuesta para representar la variación de la temperatura con el tiempo, lo cual puede ser también aproximada asintóticamente mediante la ley de variación logarítmica a tiempos  $t \gg t_1$ , donde la solución adopta la forma:

$$T(t) = T_{\infty+} + \frac{Q'}{4\pi\alpha} \ln\left(\frac{t}{t-t_1}\right) \quad (2.5)$$

Si  $t$  es el tiempo de circulación y  $t_1$  es el tiempo de *shut-in*, la solución de Manetti está dada por:

$$TFP(t) = T_{MM} + b_{MM} \ln\left(\frac{t}{t-t_1}\right) \quad (2.6)$$

Nuevamente si se traza una gráfica de  $TFP$  contra  $\ln\left(\frac{t}{t-t_1}\right)$  puede resultar una relación lineal con  $T_{MM}$  y  $b_{MM}$ , como ordenada al origen y pendiente, respectivamente. Extrapolando la recta hacia el tiempo de recuperación térmica infinito obtenemos la temperatura estabilizada de la formación  $T_{MM}$ .

### **Leblanc et al. (1981)**

Leblanc et al. (1981) propusieron otro método analítico para estimar la TEF, suponiendo un pozo circular con condiciones iniciales similares a las de un pozo con una geometría de tipo paralelepípedo. Asumiendo simetría circular y que el flujo de calor es radial (sin dependencia en  $z$ ), estos autores resolvieron la ecuación de difusividad térmica (2.3) y propusieron la siguiente ecuación para calcular la temperatura dentro del pozo:

$$TFP(t) = T_{LM} + b_{LM} \left[ 1 - \exp\left(\frac{-r_w^2}{4\alpha\Delta T}\right) \right] \quad (2.7)$$



A partir de la gráfica de  $TFP$  contra la función de tiempo  $\left[1 - \exp\left(\frac{-r_w^2}{4\alpha\Delta T}\right)\right]$  se obtiene una vez más una línea recta con pendiente  $b_{LM}$  y ordenada al origen  $T_{LM}$  (TEF). Las principales deficiencias de este método son las suposiciones del tiempo correspondiente a cero perturbación/circulación y la consideración de propiedades térmicas idénticas para el lodo y la roca.

### **Brennand (1984)**

Brennand (1984) desarrolló un método teórico el cual determina la TEF durante la perforación del pozo. La ecuación que gobierna la distribución de temperatura circundante al pozo es la ecuación de difusividad térmica (2.3). Para resolver la ecuación diferencial consideró implícitamente las siguientes suposiciones:

- Simetría radial con el pozo respecto al eje vertical.
- Formación homogénea y radialmente infinita con propiedades constantes.
- Flujo de calor puramente conductivo.

El método asume que antes de que el pozo sea perforado toda la roca circundante al pozo está a temperatura  $T_\infty$ . Durante la circulación la temperatura en el pozo es mantenida a  $T_m$  y un frente térmico se propaga lentamente en la formación. Esta consideración permite asumir que la temperatura de la roca no es perturbada a grandes distancias radiales. Cuando la circulación cesa, la distribución de temperatura decae hacia la TEF. Bajo estas condiciones la condición de frontera interna del método es complicada y depende de las funciones del tiempo de circulación  $t_c$  y el tiempo de *shut-in*  $\Delta t$ , dado por  $t = \Delta t + pt_c$ , donde  $p$  es una constante. La ecuación propuesta por Brennand es entonces reducida a:

$$T(r_w, t) = T_\infty - \frac{B\rho C_p r_w^2 (T_\infty - T_m)}{2k(\Delta t + pt_c)} \exp\left(-\frac{\rho C_p r_w^2}{4k(\Delta t + pt_c)}\right) \quad (2.8)$$

Teniendo como solución final la ecuación (2.9):

$$TFP(t) = T_{BM} - \frac{b_{BM}}{(\Delta t + p t_c)} \quad (2.9)$$

La TEF es inferida de una regresión lineal entre los datos de  $TFP$  y  $\frac{1}{(\Delta t + p t_c)}$  a partir de la ordenada al origen.

### **Ascencio et al. (1994): Flujo de calor esférico y radial**

Asencio et al. (1994) desarrollaron un nuevo método analítico para determinar la TEF. El modelo conceptual considera un flujo de calor esférico-radial en la formación circundante, asumiendo que la zona perturbada térmicamente alrededor de un pozo puede ser aproximada como una región esférica de radio  $R$  y que la formación es infinita, homogénea e isotrópica con propiedades termofísicas constantes y despreciando los efectos de convección en el pozo. La ecuación diferencial gobernante empleada en coordenadas esféricas del fenómeno de transferencia de calor está dada por:

$$\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}\right) + \left(\frac{2}{r}\right)\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right) = \left(\frac{1}{\alpha}\right)\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right); \quad 0 < r < \infty \quad (2.10)$$

donde  $\alpha$  es la difusividad térmica ( $\alpha = k/\rho c_p$ ),  $k$  es la conductividad térmica,  $\rho$  es la densidad y  $c_p$  es el calor específico.

Como una aproximación, asumieron que cuando la circulación se detiene, la zona perturbada puede permanecer a una temperatura constante dada por la temperatura media del fluido de perforación,  $T_m$ . Fuera de esta región, la formación circundante al pozo se considera que corresponde a la TEF,  $T_\infty$ . De esta manera, la condición inicial está dada por:

$$T(t = 0) = \begin{cases} T_m, & 0 \leq r \leq R \\ T_\infty, & R < r < \infty \end{cases} \quad (2.11)$$

El problema descrito por la ecuación (2.10) y las condiciones iniciales (2.11) establecen que el retorno al equilibrio térmico de la zona perturbada sigue un patrón de calentamiento esférico-radial. La solución analítica exacta está dada por:

$$T(t) = T_{\infty} - (T_{\infty} - T_m) \left\{ \frac{1}{2} \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{r+R}{2\sqrt{\alpha\Delta T}} \right) - \operatorname{erf} \left( \frac{r-R}{2\sqrt{\alpha\Delta T}} \right) \right] + \sqrt{\frac{\alpha\Delta T}{\pi r^2}} \left[ \exp \left( -\frac{(r+R)^2}{4\alpha\Delta T} \right) - \exp \left( -\frac{(r-R)^2}{4\alpha\Delta T} \right) \right] \right\} \quad (2.12)$$

Asencio et al. (1994) propusieron algunas simplificaciones a esta solución, las cuales pueden ser aplicadas en el centro de la esfera y en tiempos suficientemente grandes, para lo cual la ecuación (3.12) se simplifica como sigue:

En el centro de la esfera:

$$T(t) = T_{\infty} - (T_{\infty} - T_m) \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{R}{2\sqrt{\alpha\Delta T}} \right) \right] \quad (2.13)$$

Para tiempos grandes:

$$T(t) \approx T_{\infty} - \frac{R(T_{\infty} - T_m)}{\sqrt{\pi\alpha\Delta T}} \quad (2.14)$$

Con estas simplificaciones la ecuación (2.14) se puede expresar como:

$$T_{FP}(t) = T_i - m \frac{1}{\sqrt{\Delta T}} \quad (2.15)$$

La ecuación (2.15) representa una línea recta cuando se grafican  $T_{FP}$  y  $\frac{1}{\sqrt{\Delta T}}$  con pendiente  $m$ . Entonces la TEF se obtiene con la ordenada al origen  $T_i$  cuando  $\Delta T \rightarrow \infty$ . En este método es importante notar que no se requiere el tiempo de circulación, aunque de acuerdo con Ascencio et al. (1994), los datos medidos

deben de satisfacer dos condiciones para el uso adecuado de su método las cuales son:

$$\Delta T > \frac{2\pi m^2}{(T_i - T_m)^2} \quad (2.16)$$

$$T_{FP}(t) > [T_i - \{0.4(T_i - T_m)\}] \quad (2.17)$$

De acuerdo con Andaverde et al. (2005) y Verma et al. (2006), este método fue planteado de forma incorrecta tanto física como matemáticamente y esto explica porqué en la mayoría de las aplicaciones geotérmicas el método sobreestima la TEF sistemáticamente.

#### **Método de Hasan y Kabir (1994): Flujo de calor con fuente cilíndrica**

Hasan y Kabir (1994) desarrollaron un modelo teórico con base en el proceso de intercambio de calor transitorio que ocurre entre el lodo de perforación y la formación. Este modelo físico está basado en una fuente de calor cilíndrica que representa el proceso de recuperación térmica de un pozo perforado. Los mecanismos de flujo de calor conductivo y convectivo son representados por las siguientes tres ecuaciones:

1.- La transferencia de calor entre la perforación y la formación como pérdida de calor ( $Q_w$ ) por unidad de tiempo ( $t$ ) por unidad de longitud ( $z$ ), la cual se describe en la ecuación (2.26).

$$\frac{dQ_w}{dz} = M c_{pl} \frac{dT_{fp}}{dt} \quad (2.18)$$

donde  $M$  es la masa del lodo,  $c_{pl}$  es la capacidad calorífica del lodo y  $T_{fp}$  es la temperatura de fondo de pozo.

2.- La transferencia de calor entre el centro del pozo y la pared es descrita por la ecuación (2.19):

$$\frac{dQ_w}{dz} = -2\pi r U (T_{fp} - T_{ip}) \quad (2.19)$$

Donde  $r$  es el radio del pozo y  $T_{ip}$  es la temperatura de la interface pozo-formación. En esta ecuación el lodo de perforación fue considerado como el único elemento de resistencia a la transferencia de calor en el pozo por lo que  $U$  representa el coeficiente convectivo de transferencia de calor general.

3.- La transferencia de calor relacionada con la diferencia de temperatura entre la pared del pozo y la TEF o ( $T_i$ ) es descrita por la ecuación (2.20):

$$\frac{dQ_w}{dz} = -2\pi k_e \frac{(T_{ip} - T_i)}{T_D} \quad (2.20)$$

Donde  $T_D$  es la solución de la ecuación de difusividad térmica adimensional para una fuente de calor cilíndrica (Hasan y Kabir, 1991).

Hasan y Kabir (1994) combinaron las ecuaciones (2.18), (2.19) y (2.20) y utilizando el conjunto de correlaciones reportadas por Hasan y Kabir (1991, 1994) para tiempos cortos de  $shut-in < 1.5$ . De este procedimiento matemático, Hasan y Kabir (1994) proponen una solución rigurosa que se aplica a la temperatura del lodo en el pozo ( $T_{fp}$ ) para  $\Delta t_D$  desde que cesa la circulación y está dada por:

$$T_{fp} = T_i - C_0'' [\xi(t_D - \Delta t_D) - \xi(\Delta t_D)] \quad (2.21)$$

Esta ecuación nos indica que la gráfica de las medidas de la temperatura del pozo ( $T_{fp}$ ) o TFP contra la función del tiempo  $[\xi(t_D - \Delta t_D) - \xi(\Delta t_D)]$  es una línea recta con pendiente  $C_0''$  de la cual el valor de la ordenada al origen corresponde a la TEF.

La aplicación de este método requiere del conocimiento de muchos parámetros termofísicos de la formación y del coeficiente convectivo de transferencia de calor del lodo de perforación, lo cual es muy complicado estimar, ya que no se tienen relaciones para calcular este parámetro.

Considerando estas limitaciones Hasan y Kabir (1994) simplificaron la solución rigurosa para derivar tres métodos analíticos para calcular la TEF. Estos métodos fueron definidos como: i) aproximación exponencial. ii) aproximación log-lineal y iii) aproximación tiempo-raíz. En varios estudios se ha encontrado que la aproximación tiempo-raíz provee datos irreales de TEF para tiempos cortos de *shut-in* por lo que su uso es limitado. A continuación se describen las otras dos aproximaciones.

### **Método de aproximación exponencial**

Esta aproximación se obtiene al asumir como constante el parámetro de tiempo de relajación. Hasan y Kabir (1994) especifican que como suposición puede ser válido para una combinación de valores pequeños de  $t_D$  y coeficientes de transferencia de calor convectivo bajos. En este caso integrando la ecuación (2.20) de  $t = 0 (T_i)$  a  $t = t (T_{fp})$  y usando el principio de superposición para dar cuenta del lodo de circulación antes del *shut-in*, se obtiene la siguiente ecuación simplificada:

$$T_{fp} = T_i - C_0'' \left( \exp\left(-\frac{t_c}{A''}\right) - 1 \right) \left( \exp\left(-\frac{\Delta t}{A''}\right) \right) \quad (2.22)$$

Si graficamos las mediciones de temperatura del pozo ( $T_{fp}$ ) contra  $\exp\left(-\frac{\Delta t}{A''}\right)$  se debe obtener una línea recta en la cual la ordenada al origen corresponde a la TEF.

## Método de aproximación log-lineal

Esta aproximación se basa en suposiciones muy similares a las que se hacen en el método de Horner y se considera la circulación del lodo a tiempos muy grandes. Como el proceso permite estimar la función adimensional de temperatura ( $T_D$ ) por medio de una aproximación logarítmica cuando  $t_D > 1.5$ . Asimismo, la temperatura del lodo al centro del pozo ( $T_{fp}$ ) se asume que es igual a la temperatura de la interface pozo-formación ( $T_{ip}$ ) lo cual es válido únicamente para valores altos del coeficiente de transferencia de calor convectivo. Considerando estas suposiciones se puede obtener una ecuación para obtener  $T_{fp}$  y  $T_D$ :

$$T_{fp} = T_i - B_0 T_D \quad (2.23)$$

donde la pendiente  $B_0$  está dada por:

$$B_0 = \frac{dQ_w}{dz} \cdot \frac{1}{2\pi K_e} \quad (2.24)$$

Después de combinar la ecuación (2.24) con la correlación correspondiente  $T_D$  para tiempos largos ( $t_D > 1.5$ ) se deriva una ecuación log-lineal simplificada (2.33):

$$T_{fp} = T_i - 0.5B_0 \ln\left(\frac{t_c + \Delta t}{\Delta t}\right) \quad (2.25)$$

Entonces la gráfica de  $T_{fp}$  contra el logaritmo del tiempo adimensional de Horner (TAH) debe ser una línea recta. La ordenada al origen a TAH = 1 nos da el valor de TEF o ( $T_i$ ).

## Método de Kutasov y Eppelbaum (2005): Generalizado de Horner

Kutasov y Eppelbaum (2005) propusieron una modificación del método de Horner. En este método sugirieron que a  $t_D$  cortos, el pozo no puede ser considerado como una fuente de calor lineal. Usando la ecuación propuesta por Kutasov (2003) y el principio de superposición para un pozo como una fuente cilíndrica con una tasa constante de flujo de calor, en tiempos de circulación y *shut-in* se obtiene la ecuación (2.26):

$$TEF(t) = T_{KEM} + b_{KEM} \ln(x) \quad (2.26)$$

$$\text{donde } x = \frac{1 + \left( 1.4986055 - \frac{1}{2.7010505 + \sqrt{\frac{G \alpha t_c + \alpha \Delta t}{r_w^2}}} \right) \sqrt{\frac{G \alpha t_c + \alpha \Delta t}{r_w^2}}}{1 + \left( 1.4986055 - \frac{1}{2.7010505 + \sqrt{\frac{\alpha \Delta t}{r_w^2}}} \right) \sqrt{\frac{\alpha \Delta t}{r_w^2}}}, \quad G = \frac{2 + \frac{7}{8} \left[ \ln \left( 1 + \frac{\alpha t_c}{r_w^2} \right) \right]^{\frac{2}{3}}}{1 + \frac{7}{8} \left[ \ln \left( 1 + \frac{\alpha t_c}{r_w^2} \right) \right]^{\frac{2}{3}}} \quad \text{para } \frac{\alpha t_c}{r_w^2} \leq 10,$$

$$\text{y } G = \frac{\ln \left( \frac{\alpha t_c}{r_w^2} \right) - \exp \left( -0.236 \sqrt{\frac{\alpha t_c}{r_w^2}} \right)}{\ln \left( \frac{\alpha t_c}{r_w^2} \right) - 1} \quad \text{para } \frac{\alpha t_c}{r_w^2} > 10.$$

Como se puede observar los métodos antes descritos tienen en común que se resuelve una ecuación diferencial, se detallan sus condiciones de frontera e iniciales, sus suposiciones, se determina la solución a las ecuaciones diferenciales y mediante regresión lineal se obtiene la TEF, la cual equivale a la ordenada al origen de la recta obtenida en la regresión.

## Método Racional Polinomial

El método racional polinomial (RPM) es producto de una línea de investigación abordada en el Instituto de Energías Renovables (antes Centro de investigación en energía) que se desarrolló como proyecto durante la maestría y como un



trabajo inicial en la investigación de doctorado se depuró la metodología seguida, así mismo se comparó este método con algunos métodos publicados recientemente (Bassam et al., 2010) y se publicó este método.

El método racional polinomial (Wong-Loya et al., 2012) propone el uso de la función racional polinomial como herramienta de ajuste para estudiar el comportamiento asintótico que exhiben las TFP durante el proceso de recuperación térmica. Esta función tiene su fundamento matemático en la aproximación de Padé (Owen y Orville, 1995).

En la ingeniería y la ciencia, es común que se describan fenómenos físicos (y sus modelos matemáticos) con un comportamiento asintótico a medida que la variable independiente ( $x$ ) se incrementa. El comportamiento asintótico corresponde a la variable dependiente ( $y$ ) cuando su valor: (i) tiende a cero, (ii) **a una constante** o (iii) a una oscilación limitada o amortiguada. Existen varios tipos de funciones, como las logarítmicas o exponenciales, las cuales pueden utilizarse para ajustar tendencias asintóticas.

Si tomamos en cuenta que la variable  $x$  ahora es el tiempo de *shut-in* ( $t$ ), y la variable  $y$  es la TFP, la ecuación que define el proceso de recuperación térmica puede ser representada por la siguiente función racional polinomial:

$$TFP(t) = \frac{p_0 + p_1 t + p_2 t^2 + \dots + p_k t^k}{1 + q_1 t + q_2 t^2 + \dots + q_m t^m} \quad (2.27)$$

La temperatura en el fondo de un pozo se estabiliza con la formación cuando el tiempo tiende a infinito. La aproximación racional establece que para  $k = m$  los términos que predominan en la ecuación, cuando el tiempo tiende a infinito, son  $p_k t^k$  y  $q_m t^m$ , de tal forma que

$$TEF = \lim_{t \rightarrow \infty} TFP = \frac{p_k t^k}{q_m t^m} \quad (2.28)$$

como  $k = m$  nos queda:

$$TEF = \frac{p_k}{q_m} \quad (2.29)$$

a partir de la ecuación 3.29 se infiere el valor de la TEF para los valores de  $p_k$  y  $q_m$  determinados.

$$n = k + m + 1 \quad (2.30)$$

En cada perforación es muy variado el número de pares de datos (TFP, t) que se registran, dependiendo de las condiciones y tiempos con que se cuenten, de tal forma que puede haber series desde 3 pares de datos hasta 30 o más. Como no se conoce con certeza el número total de datos que tiene una serie de registros de un pozo, se proponen valores de  $k = m = i$  donde  $i = 1, 2$  y  $3$ , de tal forma que de acuerdo a la ecuación (3.30),  $n$  tomará los valores 3, 5 y 7, respectivamente, lo cual corresponde al número mínimo de datos requeridos para poder aplicar el modelo de regresión. De esta forma, las aproximaciones estarán constituidas como sigue:

Para la aproximación de primer orden  $k = m = 1$ , y  $n = 3$ :

$$TFP = \frac{p_0 + p_1 t}{1 + q_1 t} \quad (2.31)$$

Para la aproximación de segundo orden  $k = m = 2$ , y  $n = 5$ :

$$TFP = \frac{p_0 + p_1 t + p_2 t^2}{1 + q_1 t + q_2 t^2} \quad (2.32)$$

Para la aproximación de tercer orden  $k = m = 3$ , y  $n = 7$ :

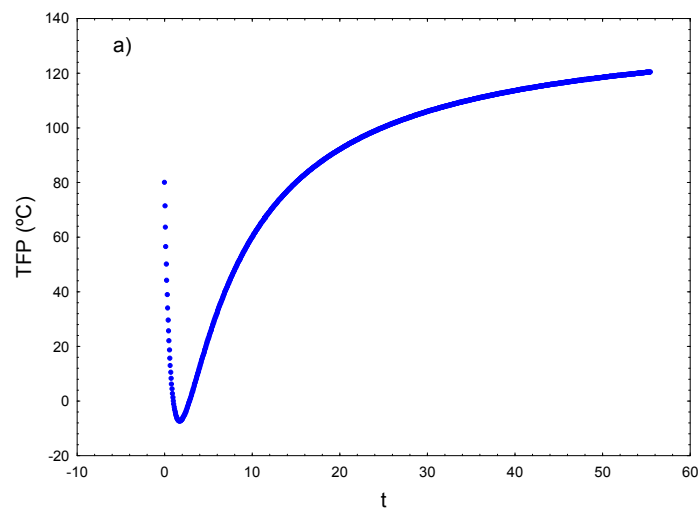
$$TFP = \frac{p_0 + p_1 t + p_2 t^2 + p_3 t^3}{1 + q_1 t + q_2 t^2 + q_3 t^3} \quad (2.33)$$

En resumen de las ecuaciones (2.31), (2.32) y (2.33) observamos que para aplicar la aproximación racional de primer orden, necesitamos al menos 3 pares de datos; para la de segundo orden al menos 5 pares de datos; y en el caso de tercer orden al menos 7 pares de datos.

Los modelos matemáticos obtenidos deben representar el fenómeno físico de recuperación térmica, por lo cual se proponen las siguientes condiciones a cumplir para que el modelo matemático sea congruente con el proceso físico.

### Discontinuidad de la función

La aproximación racional al requerir del cociente de dos polinomios del mismo grado se debe de tener cuidado de no tomar en cuenta aquellas aproximaciones en las que el polinomio del numerador o del denominador tengan sus raíces en el tiempo positivo, ya que esto nos daría una aproximación de una función discontinua, como se muestran en la figura 2.1, lo cual no representa el fenómeno físico que estamos analizando.



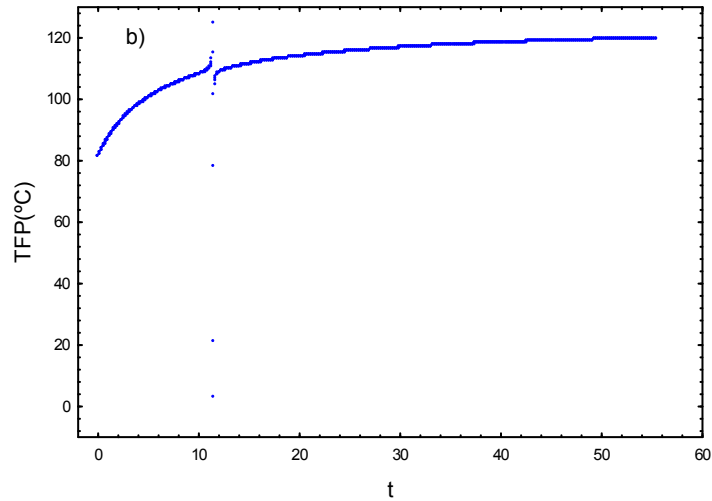


Figura 2.1 Gráfica con raíces positivas: a) función con numerador con raíces positivas; b) función con denominador con raíces positivas.

### Valores subestimados

De las aproximaciones que presenten continuidad, obtendremos una serie de valores de TEF, de los cuales descartaremos aquellos que tengan un valor menor al valor de la TFP más alta de la serie de datos, ya que la recuperación térmica de un pozo geotérmico o petrolero siempre va en incremento. Los datos de TEF depurados se les aplican herramientas estadísticas para obtener un valor de tendencia central (media) y de dispersión (desviación estándar).

En la figura 2.2 se muestra el diagrama de flujo que nos permite calcular la TEF, el cual resume esquemáticamente la aplicación del método racional polinomial. Este diagrama constituyó la base para el desarrollo del programa de cómputo.

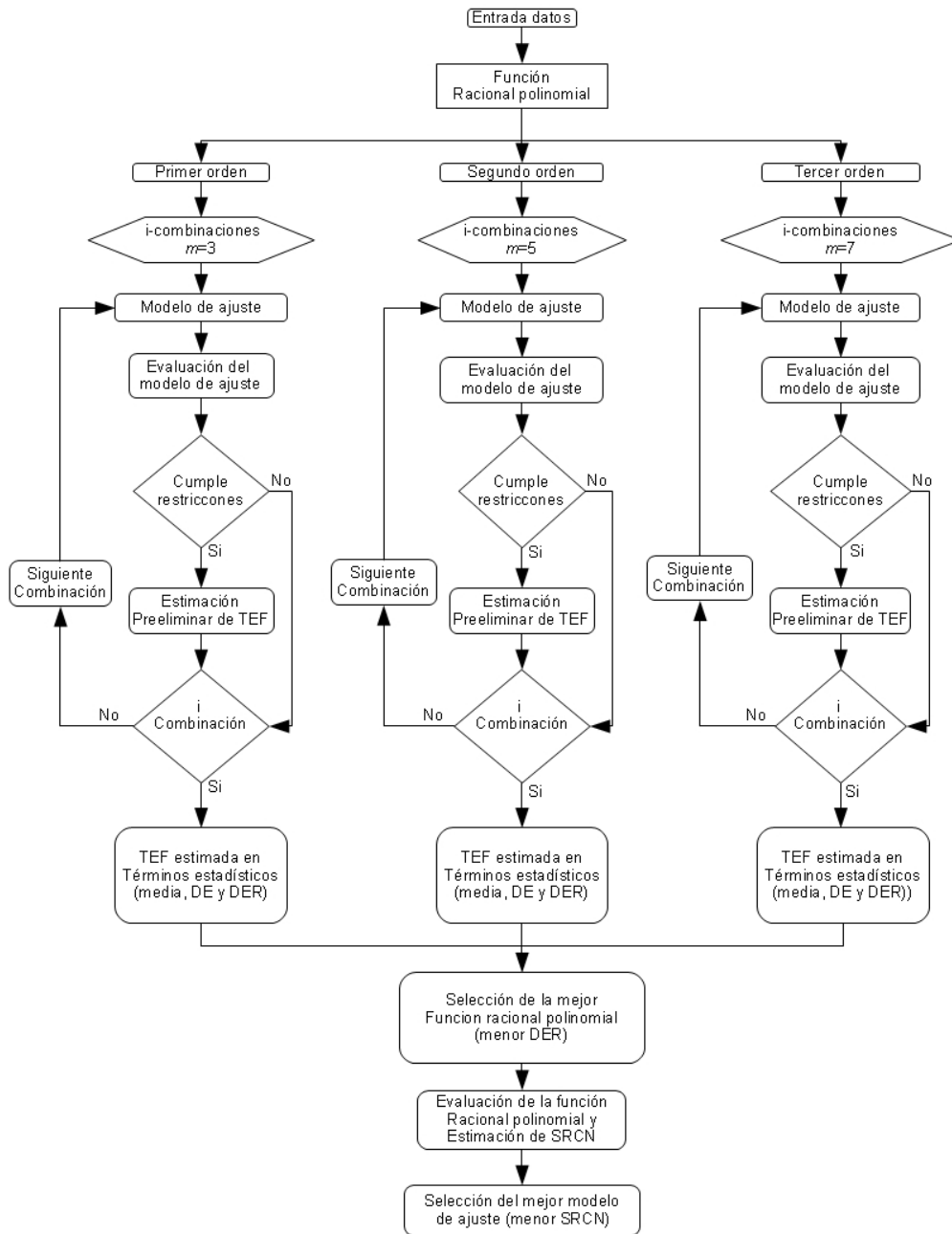


Figura 2.2 Diagrama de flujo que representa el algoritmo del método de extrapolación racional polinomial para obtener TEF.

Este método resulta ser muy poderoso y aplicable a muchos fenómenos físicos entre ellos la recuperación térmica del fondo de pozos para estimar la TEF, así mismo la relación racional polinomial puede ajustar modelos aún más sencillos como son regresiones lineales y polinomiales. Mediante el uso de estadística

superior se determina la incertidumbre en los valores calculados de TEF. Así mismo el método nos permite obtener una ecuación que describe la recuperación térmica en el tiempo. Otra de las ventajas de utilizar este método es que puede ser aplicado tanto para interpolar como para extrapolar datos.

La limitante del RPM es que las series de datos requieren al menos tres pares de datos para que se puedan analizar con el método racional polinomial de primer orden; cinco pares de datos para que se puedan analizar con el método racional polinomial de segundo orden y siete pares de datos para que se puedan analizar con el método racional polinomial de tercer orden.

Dado que el número de combinaciones que se obtienen de la serie de TFP-tiempo resulta muy grande (del orden de entre 80 a 12000000 de combinaciones) y se requiere resolver el mismo número de sistemas de ecuaciones de tres por tres, cinco por cinco o siete por siete, es necesario el uso de un programa de cómputo, el cual determina la TEF en aproximadamente 40 minutos.

## Capítulo 3

### Método Racional Polinomial por Mínimos Cuadrados

El método racional polinomial para determinar la TEF propuesto por Wong et al. (2012) ha demostrado en la aplicación a varias series sintéticas, petroleras y geotérmicas ser una herramienta confiable para la estimación de la TEF. Como parte del trabajo de doctorado se realizó el análisis de dicho método y se propuso determinar la incertidumbre asociada a cada uno de los coeficientes que se obtienen en el modelo matemático, así mismo se determinó que el uso de segundo y tercer orden implica un análisis más complejo, en el sentido de que estos modelos requiere un mayor número de datos, además de que el modelo puede presentar máximos o mínimos, lo cual requiere un análisis de cada función obtenida. Resultado del análisis del modelo racional polinomial se propuso el uso de mínimos cuadrados para el ajuste con polinomios de primer orden para aplicar a los datos de las series de TFP- tiempo sintéticas, de series geotérmicas y petroleras. Así mismo se propuso el desarrollo de las ecuaciones para determinar los coeficientes de la función y sus respectivas incertidumbres.

Desarrollo de ecuaciones para ajuste

La ecuación general para el método racional polinomial utilizando polinomios de primer orden es:

$$TFP = \frac{a+bt}{1+ct} \quad (3.1)$$

Como primer punto se desarrollaron las ecuaciones para determinar los coeficientes a, b y c del modelo racional polinomial (ecuación 3.1), para describir el fenómeno de recuperación térmica del fondo de un pozo a partir de datos de TFP y tiempo. Para encontrar los valores de los parámetros a, b y c que nos den el mínimo valor de  $X^2$ , se partió de las siguientes ecuaciones (Bevington y Robinson, 2002):

$$\frac{\partial}{\partial a} X^2 = \frac{\partial}{\partial a} \sum \left[ \frac{1}{\sigma^2} (y_i + cy_i x_i - a - bx_i) \right] = 0 \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial b} X^2 = \frac{\partial}{\partial b} \sum \left[ \frac{1}{\sigma^2} (y_i + cy_i x_i - a - bx_i) \right] = 0 \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial c} X^2 = \frac{\partial}{\partial c} \sum \left[ \frac{1}{\sigma^2} (y_i + cy_i x_i - a - bx_i) \right] = 0 \quad (3.4)$$

donde  $\sigma^2$  es la varianza

Se obtuvieron las derivadas para las ecuaciones 3.2, 3.3, y 3.4 y se resolvió el sistema de ecuaciones resultantes, para así obtener las ecuaciones que nos permiten determinar los parámetros a, b y c, las cuales se muestran a continuación:

$$a = \frac{\sum \frac{y_i}{\sigma_i^2} \left( \sum \frac{y_i x_i^2}{\sigma_i^2} \right)^2 - \sum \frac{y_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i^2 x_i^2}{\sigma_i^2} + \sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i x_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i^2 x_i^2}{\sigma_i^2} - \sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i x_i^2}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i^2 x_i}{\sigma_i^2} - \left( \sum \frac{y_i x_i}{\sigma_i^2} \right)^2 \sum \frac{y_i x_i^2}{\sigma_i^2} + \sum \frac{y_i x_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i^2 x_i}{\sigma_i^2}}{\sum \frac{1}{\sigma_i^2} \left( \sum \frac{y_i x_i^2}{\sigma_i^2} \right)^2 - \sum \frac{1}{\sigma_i^2} \sum \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i^2 x_i^2}{\sigma_i^2} + \left( \sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} \right)^2 \sum \frac{y_i^2 x_i^2}{\sigma_i^2} - 2 \sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i x_i^2}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i x_i}{\sigma_i^2} + \sum \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \left( \sum \frac{y_i x_i}{\sigma_i^2} \right)^2} \quad (3.5)$$

$$b = \frac{\sum \frac{1}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i x_i^2}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i^2 x_i}{\sigma_i^2} - \sum \frac{1}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i x_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i^2 x_i^2}{\sigma_i^2} + \sum \frac{y_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i^2 x_i^2}{\sigma_i^2} - \sum \frac{y_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i x_i^2}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i x_i}{\sigma_i^2} - \sum \frac{y_i x_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i^2 x_i}{\sigma_i^2} + \left( \sum \frac{y_i x_i}{\sigma_i^2} \right)^3}{\sum \frac{1}{\sigma_i^2} \left( \sum \frac{y_i x_i^2}{\sigma_i^2} \right)^2 - \sum \frac{1}{\sigma_i^2} \sum \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i^2 x_i^2}{\sigma_i^2} + \left( \sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} \right)^2 \sum \frac{y_i^2 x_i^2}{\sigma_i^2} - 2 \sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i x_i^2}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i x_i}{\sigma_i^2} + \sum \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \left( \sum \frac{y_i x_i}{\sigma_i^2} \right)^2} \quad (3.6)$$

$$c = \frac{\sum \frac{1}{\sigma_i^2} \sum \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i^2 x_i}{\sigma_i^2} - \sum \frac{1}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i x_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i x_i^2}{\sigma_i^2} - \sum \frac{y_i^2 x_i}{\sigma_i^2} \left( \sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} \right)^2 + \sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} \left( \sum \frac{y_i x_i}{\sigma_i^2} \right)^2 + \sum \frac{y_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i x_i^2}{\sigma_i^2} - \sum \frac{y_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i x_i}{\sigma_i^2}}{\sum \frac{1}{\sigma_i^2} \left( \sum \frac{y_i x_i^2}{\sigma_i^2} \right)^2 - \sum \frac{1}{\sigma_i^2} \sum \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i^2 x_i^2}{\sigma_i^2} + \left( \sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} \right)^2 \sum \frac{y_i^2 x_i^2}{\sigma_i^2} - 2 \sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i x_i^2}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i x_i}{\sigma_i^2} + \sum \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \left( \sum \frac{y_i x_i}{\sigma_i^2} \right)^2} \quad (3.7)$$

Ecuaciones para calcular las incertidumbres en los parámetros a, b y c.

La incertidumbre asociada a los coeficientes de la ecuación es muy importante, ya que nos permite conocer el error que se tiene debido al ajuste con respecto a los datos originales, así mismo nos permite realizar la propagación de errores para el cálculo de la TEF.

Las ecuaciones para el cálculo de las incertidumbres asociadas a los



coeficientes a, b y c se obtienen, de acuerdo con Bevington y Robinson (2002) a partir de las ecuaciones:

$$\sigma_a^2 = \sum \left[ \sigma_i^2 \left( \frac{\partial a}{\partial y_i} \right)^2 \right] \quad (3.8)$$

$$\sigma_b^2 = \sum \left[ \sigma_i^2 \left( \frac{\partial b}{\partial y_i} \right)^2 \right] \quad (3.9)$$

$$\sigma_c^2 = \sum \left[ \sigma_i^2 \left( \frac{\partial c}{\partial y_i} \right)^2 \right] \quad (3.10)$$

Donde  $\sigma_i$  es la incertidumbre de cada medición de temperatura.

A partir de sustituir las ecuaciones 3.5-3.7 en las ecuaciones 3.8-3.10 se obtuvieron las ecuaciones para la determinación de incertidumbre asociada a cada uno de los parámetros a, b y c.

Las expresiones finales al realizar la derivada y elevar al cuadrado, son muy extensas para ser presentadas en este trabajo, ya que son expresiones de aproximadamente 5800 términos cada una, por lo que dichas expresiones pueden ser consultadas en la pagina web <http://www.cie.unam.mx/~arp/LSRPM/> en la cual se encuentran los programas con el LSRPM incluyendo dichas expresiones, programadas tanto en Fortran como en Python. Del procedimiento anterior podemos obtener la ecuación 3.1 con sus respectivas incertidumbres.

$$TFP = \frac{(a \pm s_a) + (b \pm s_b)t}{1 + (c \pm s_c)t} \quad (3.11)$$

Una vez obtenida la incertidumbre asociada a cada parámetro es importante obtener la incertidumbre en la TEF por medio de la propagación de error en la siguiente ecuación

$$TEF = \frac{b}{c} \quad (3.12)$$

de acuerdo con Verma (2005) la ecuación para propagación del error es:

$$\frac{\sigma_{TEF}^2}{TEF^2} = \frac{\sigma_b^2}{b^2} + \frac{\sigma_c^2}{c^2} \quad (3.13)$$

Los parámetros que podemos obtener a partir del desarrollo de este método son:

i) La ecuación que describe el comportamiento de la recuperación térmica a partir de datos de temperatura de fondo y tiempo de recuperación.

ii) La TEF y su incertidumbre a partir de las ecuaciones 3.12 y 3.13.

iii) La temperatura de fondo al inicio del proceso de recuperación, a partir de evaluar la ecuación 3.11 en un tiempo igual a cero, lo que nos indica que esta temperatura será igual al valor del coeficiente a.

La metodología propuesta para aplicar el Método Racional Polinomial por Mínimos Cuadrados (LSRPM, Least Square Rational Polinomyal Method) consiste en:

- I. Aplicar las ecuaciones 3.5, 3.6 y 3.7 para obtener los coeficientes a, b y c.
- II. Aplicar las ecuaciones obtenidas a partir de las ecuaciones 3.8, 3.9 y 3.10 para obtener la incertidumbre de cada uno de los coeficientes.
- III. Obtener la temperatura de fondo inicial con su respectiva incertidumbre durante el proceso de recuperación térmica.

Este sistema se ha sometido para la obtención de una patente ante el Instituto Mexicano de la Propiedad Intelectual (IMPI) con el número de solicitud MX/a/2012/012315.

Creación del programa de cómputo

El desarrollo y uso de un programa de cómputo para obtener la ecuación racional polinomial, así como las incertidumbres asociadas fue necesario debido al gran

número de datos que se pueden usar y la extensión de las ecuaciones a resolver, también por el excesivo tiempo de cálculo que llevaría resolver las ecuaciones para obtener las incertidumbres. Por lo anteriormente mencionado se desarrolló un programa de cómputo en lenguaje Fortran 95 y en Paython, de los cuales se solicitaron los derechos de autor.

El programa de cómputo está diseñado de tal forma que nos permite, a partir de datos de TFP y tiempo, obtener la ecuación racional polinomial que nos describe el comportamiento del pozo durante su recuperación térmica, la incertidumbre asociada a cada coeficiente, el coeficiente de determinación, la TEF a partir de la ecuación y la incertidumbre asociada a la TEF.

#### Aplicación del método y programa de cómputo

Una vez desarrolladas las ecuaciones y el programa de cómputo, se aplicaron a series de TFP y tiempo sintéticas, geotérmicas y petroleras obtenidas de la literatura, con el fin de poder valorar adecuadamente los resultados obtenidos por este método.

Las series utilizadas para la aplicación del método se presentan en la Tabla 3.1 en la cual se señalan sus nombres y el lugar o procedencia de la misma.

Tabla 3.1 Datos de las series usadas para la validación del nuevo método

Nombre de la serie	n	Procedencia	Tipo	Referencia
Shen	8	Sintética	Sintética	Shen y Beck (1986)
Cao	15	Sintética	Sintética	Cao et al. (1988 a)
Hyodo	10	Japón	Geotérmica	Hyodo y Takasugi (1995)
LH30	7	México	Geotérmica	Verma et al. (2006)
Larderello	40	Italia	Geotérmica	Da-Xin (1986)
Sgil	12	USA	Geotérmica	Schoeppel y Gilarranz (1966)
Mississippi	14	USA	Petrolera	Kutasov (1999)

n: Número de datos de la serie.

## Serie Shen

Esta es una serie de tipo sintética obtenida a partir del trabajo experimental y modelo propuesto por Shen y Beck (1986), consta de 8 registros, los cuales se presentan en la Tabla 3.2:

Tabla 3.2 Datos de TFP y tiempo de *shut-in* para la serie Shen.

Tiempo (h)	Temperatura (°C)	Tiempo (h)	Temperatura (°C)
2.5	56.6	15	69.6
5	61.3	20	71.7
7.5	64.3	30	74.1
10	66.6	40	75.5

## Serie Cao

Es una serie sintética propuesta por Cao et al. (1988), la cual consta de 15 registros, los cuales se muestran en la Tabla 3.3.

Tabla 3.3 Datos de TFP y tiempo de *shut-in* para la serie Cao.

Tiempo (h)	Temperatura (°C)	Tiempo (h)	Temperatura (°C)	Tiempo (h)	Temperatura (°C)
2	91.7	12	109.8	22	115.2
4	98.1	14	111.3	24	115.8
6	102.4	16	112.5	30	117.1
8	105.5	18	113.6	40	118.4
10	107.9	20	114.4	50	119.1

## Serie Hyodo

Esta serie fue obtenida de las mediciones realizadas en el campo geotérmico Kyushu en Japón, reportada por Hyodo y Takasugi (1995). Esta serie consta de 10 registros, los cuales se muestran en la Tabla 3.4.

Tabla 3.4 Datos de TFP y tiempo de *shut-in* para la serie Hyodo.

Tiempo (h)	Temperatura (°C)	Tiempo (h)	Temperatura (°C)
5.5	92.0	12.5	119.0
6.5	98.5	15.5	126.6
7.5	103.0	18.5	132.8
8.5	107.0	24.5	142.4
9.5	110.0	72.5	170.9

### Serie LH30

Esta serie fue obtenida de las mediciones realizadas en el campo geotérmico de Los Humeros, Puebla, México y reportada por Verma et al (2006). Consta de 7 registros mismos que se muestran en la Tabla 3.5.

Tabla 3.5 Datos de TFP y tiempo de *shut-in* para la serie LH30.

Tiempo (h)	Temperatura (°C)	Tiempo (h)	Temperatura (°C)
6	178.6	30	235.1
12	198.9	36	240.4
18	211.4	42	247.1
24	225.8		

### Serie Larderello

Esta serie se obtuvo del campo geotérmico italiano Larderello el cual fue el primero en producir energía eléctrica a partir de energía geotérmica. Esta serie fue reportada por Da-Xin (1986) y consta de 40 registros los cuales se muestran en la Tabla 3.6.

Tabla 3.6 Datos de TFP y tiempo de *shut-in* para la serie Larderello.

Tiempo (h)	Temperatura (°C)	Tiempo (h)	Temperatura (°C)	Tiempo (h)	Temperatura (°C)
5.67	84.5	12.5	105.4	19.5	113.8
6	93.1	13	106.1	20	114.2
6.5	95.0	13.5	106.7	20.5	114.7
7	96.2	14	107.6	21	115.1
7.5	97.5	14.5	108.3	21.5	115.4
8	98.4	15	108.9	22	115.7
8.5	99.3	15.5	109.6	22.5	116.1
9	100.3	16	110.2	23	116.5
9.5	101.1	16.5	110.8	24	117.1
10	102.0	17	111.3	25	117.7
10.5	102.7	17.5	111.9	26	117.9
11	103.4	18	112.4	27	118.7
11.5	104.2	18.5	112.9		
12	104.7	19	113.3		

### Serie Sgil

Esta serie se obtuvo de las mediciones realizadas en un pozo geotérmico en Oklahoma, EE. UU., fue reportada por Schoeppel y Gilarranz (1966) y consta de 12 registros (Tabla 3.7).

Tabla 3.7 Datos de TFP y tiempo de *shut-in* para la serie Sgil.

Tiempo (h)	Temperatura (°C)	Tiempo (h)	Temperatura (°C)	Tiempo (h)	Temperatura (°C)
1	81.94	5	92.29	9	94.98
2	86.56	6	93.44	10	95.36
3	88.84	7	94.21	11	95.74
4	90.76	8	94.59	12	96.13

## Serie Mississippi

Esta serie se obtuvo de las mediciones tomadas en un pozo petrolero en Mississippi, EE. UU., reportado por Kutasov (1999) y consta de 14 registros presentados en la Tabla 3.8

Tabla 3.8 Datos de TFP y tiempo de *shut-in* para la serie Mississippi.

Tiempo (h)	Temperatura (°C)	Tiempo (h)	Temperatura (°C)	Tiempo (h)	Temperatura (°C)
1	138.75	20	143.21	70	145.40
2	139.55	25	143.60	100	146.04
5	140.89	30	143.92	150	146.76
10	142.03	40	144.42	200	147.27
15	142.72	50	144.81		

## Resultados de la aplicación del LSRPM

En la Tabla 3.9 se muestran los resultados de los casos analizados por el método de ajuste de mínimos cuadrados. Los resultados obtenidos son para las siguientes ecuaciones que nos determinan el proceso de recuperación térmica y la temperatura estabilizada de formación.

Tabla 3.9. Resultados de la aplicación del ajuste de mínimos cuadrados, incluyendo TEF, parámetros e incertidumbres asociadas (Datos no redondeados con fines de comparación).

	Shen	Mississippi	Cao	Hyodo	Larderello	Los Humeros	Sgil
<b>TEF (°C)</b>	80.956897	148.4994	123.47725	194.2037	143.80168	314.3594	100.0134
<b>S<sub>TEF</sub> (°C)</b>	0.0001277	0.0002706	0.0002915	0.0044613	0.0005062	0.0033268	6.83E-05
<b>a</b>	49.359632	139.60938	78.631016	55.237369	70.53897	150.85581	73.272306
<b>s<sub>a</sub></b>	0.286993	1.678472	1.0145469	2.6985746	2.8646305	6.7653474	0.779215
<b>b</b>	9.7125047	4.2859242	23.950149	13.295306	10.521783	10.773596	48.723626
<b>s<sub>b</sub></b>	1.14E-05	5.61E-06	4.06E-05	0.0002406	2.62E-05	8.28E-05	2.48E-05
<b>c</b>	0.1199713	0.0288616	0.1939641	0.0684606	0.0731687	0.0342716	0.487171
<b>s<sub>c</sub></b>	1.26E-07	3.66E-08	3.19E-07	9.69E-07	1.82E-07	2.49E-07	2.21E-07
<b>s</b>	0.0608187	0.4483857	0.2834651	0.6243446	1.3001853	1.3568781	0.1819242
<b>R<sup>2</sup></b>	0.9999379	0.9741254	0.9988829	0.9994655	0.9750858	0.9979792	0.9985626

Como podemos observar el ajuste que se realizó con el uso del LSRPM es aceptable de acuerdo con el parámetro  $R^2$ , el cual es mayor a 0.97 llegando a 0.9999.

A continuación se detallan los resultados obtenidos al aplicar el LSRPM a las series sintéticas, geotérmicas y petroleras.

### Serie Shen

Por medio del análisis de los datos de esta serie se obtiene el siguiente modelo matemático que representa la recuperación térmica en el fondo del pozo

$$TFP(t) = \frac{(49.359632 \pm 0.286993) + (9.7125047 \pm 1.14E-05)t}{1 + (0.1199713 \pm 1.26E-07)t} \quad (3.14)$$

A partir de este modelo (3.14) obtenemos la TEF evaluando el tiempo a infinito  $TEF = 80.956897 \pm 0.0001277$  °C y evaluando a tiempo igual a cero obtenemos la temperatura de inicio del proceso de recuperación  $TFP(0) = 49.359632 \pm 0.286993$  °C. Posteriormente reproducimos los datos de temperatura y tiempo y los comparamos con los datos originales, lo cual se puede observar en la Figura 3.1.

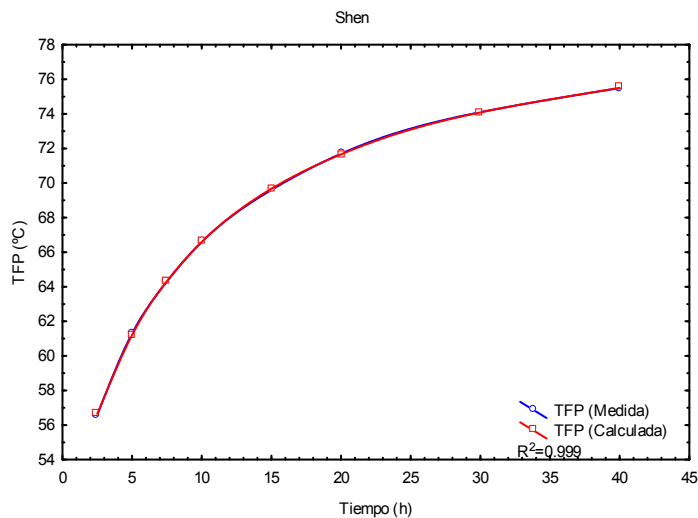


Figura 3.1 Gráfica comparativa de la serie Shen para el modelo LSRPM y los datos originales, mostrando el ajuste obtenido.



### Serie Cao

Con el uso del LSRPM se obtiene como resultado la siguiente ecuación

$$TFP(t) = \frac{(78.631016 \pm 1.0145469) + (23.950149 \pm 4.06E-05)t}{1 + (0.1939641 \pm 3.19E-07)t} \quad (3.15)$$

De la ecuación (3.15) obtenemos la TEF con un valor de  $123.47725 \pm 0.0002915$  °C, así mismo se obtiene el valor de TFP al inicio del proceso de recuperación térmica con un valor de  $78.631016 \pm 1.0145469$  °C.

En la Figura 3.2 se muestra la serie original y la serie obtenida a través del LSRPM, mostrando un ajuste satisfactorio.

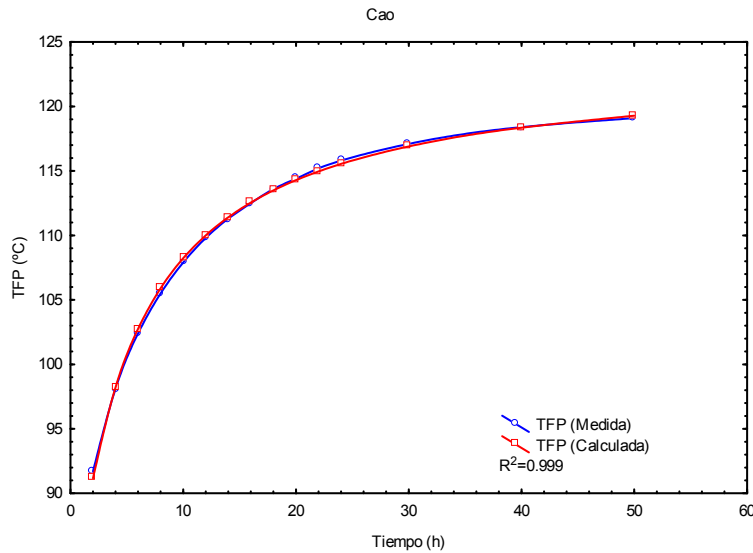


Figura 3.2 Gráfica comparativa de la serie Cao para el modelo LSRPM y los datos originales, mostrando el ajuste obtenido.

### Serie Mississippi

Con el uso del LSRPM se obtiene como resultado la siguiente ecuación

$$TFP(t) = \frac{(139.60938 \pm 1.678472) + (4.2859242 \pm 5.61E-06)t}{1 + (0.0288616 \pm 3.66E-08)t} \quad (3.15)$$

De la ecuación (3.15) obtenemos la TEF con un valor de  $148.4994 \pm 0.0002706$  °C,

así mismo se obtiene el valor de TFP al inicio del proceso de recuperación térmica con un valor de  $139.60938 \pm 1.678472$  °C.

En la Figura 3.3 se muestra la serie original y la serie obtenida a través del LSRPM, mostrando un ajuste satisfactorio.

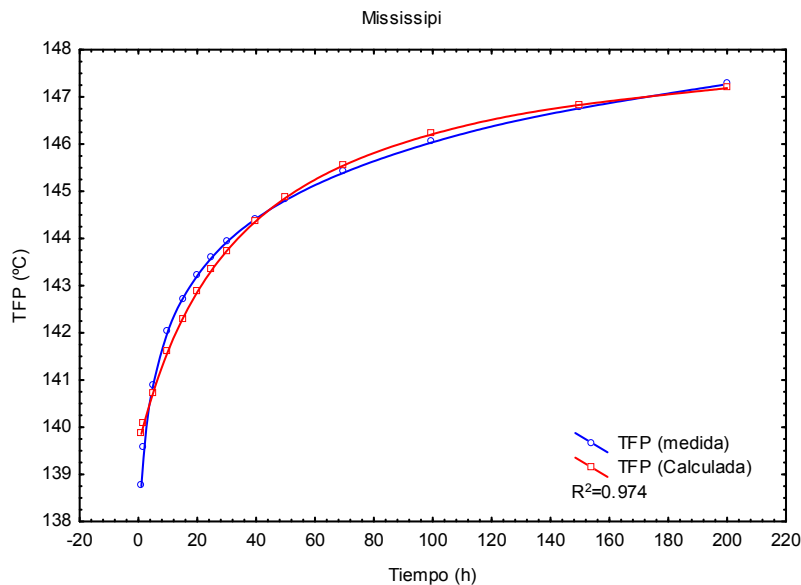


Figura 3.3 Gráfica comparativa de la serie Shen para el modelo Mississippi y los datos originales, mostrando el ajuste obtenido.

### Serie Hyodo

Con el uso del LSRPM se obtiene como resultado la siguiente ecuación

$$TFP(t) = \frac{(55.237369 \pm 2.6985746) + (13.295306 \pm 0.0002406)t}{1 + (0.0684606 \pm 9.69E-07)t} \quad (3.16)$$

De la ecuación (3.16) obtenemos la TEF con un valor  $194.2037 \pm 0.0044613$  °C, así mismo se obtiene el valor de TFP al inicio del proceso de recuperación térmica con un valor de  $55.237369 \pm 2.6985746$  °C.

En la figura 3.4 se muestra la serie original y la serie obtenida a través del LSRPM, mostrando un ajuste satisfactorio.

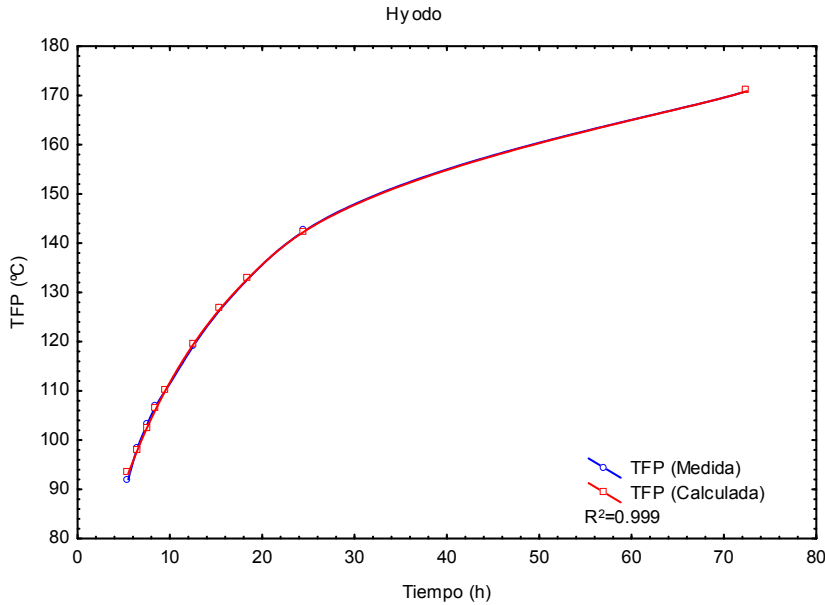


Figura 3.4 Gráfica comparativa de la serie Hyodo para el modelo LSRPM y los datos originales, mostrando el ajuste obtenido.

## Los Humeros

Con el uso del LSRPM se obtiene como resultado la siguiente ecuación

$$TFP(t) = \frac{(150.85581 \pm 6.7653474) + (10.773596 \pm 8.28E-05)t}{1 + (0.0342716 \pm 2.49E-07)t} \quad (3.17)$$

De la ecuación (3.17) obtenemos la TEF con un valor  $314.3594 \pm 0.0033268$  °C, así mismo se obtiene el valor de TFP al inicio del proceso de recuperación térmica con un valor de  $150.85581 \pm 6.7653474$  °C.

En la Figura 3.5 se muestra la serie original y la serie obtenida a través del LSRPM, mostrando un ajuste satisfactorio.

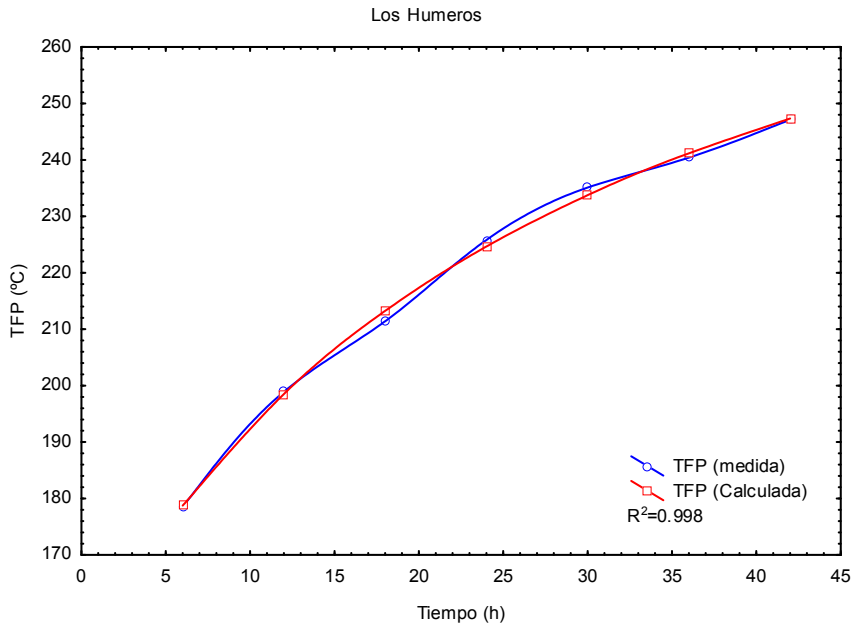


Figura 3.5 Gráfica comparativa de la serie Los Humeros para el modelo LSRPM y los datos originales, mostrando el ajuste obtenido.

### Larderello

Con el uso del LSRPM se obtiene como resultado la siguiente ecuación

$$TFP(t) = \frac{(70.53897 \pm 2.8646305) + (10.521783 \pm 2.62E-05)t}{1 + (0.0731687 \pm 1.82E-07)t} \quad (3.18)$$

De la ecuación (3.18) obtenemos la TEF con un valor  $143.80168 \pm 0.0005062$  °C, así mismo se obtiene el valor de TFP al inicio del proceso de recuperación térmica con un valor de  $70.53897 \pm 2.8646305$  °C.

En la Figura 3.6 se muestra la serie original y la serie obtenida a través del LSRPM, mostrando un ajuste satisfactorio.

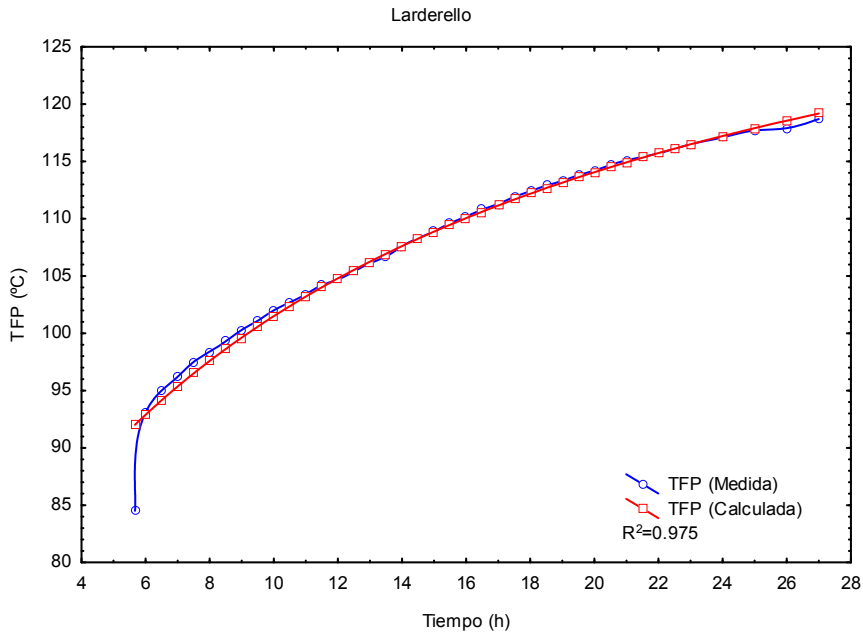


Figura 3.6 Gráfica comparativa de la serie Larderello para el modelo LSRPM y los datos originales, mostrando el ajuste obtenido.

### Serie Sgil

Con el uso del LSRPM se obtiene como resultado la siguiente ecuación:

$$TFP(t) = \frac{(73.272306 \pm 0.779215) + (48.723626 \pm 2.48E-05)t}{1 + (0.487171 \pm 2.21E-07)t} \quad (3.19)$$

De la ecuación (3.19) obtenemos la TEF con un valor  $100.0134 \pm 6.83E-05$  °C, así mismo se obtiene el valor de TFP al inicio del proceso de recuperación térmica con un valor de  $73.272306 \pm 0.779215$  °C.

En la Figura 3.7 se muestra la serie original y la serie obtenida a través del LSRPM, mostrando un ajuste satisfactorio.

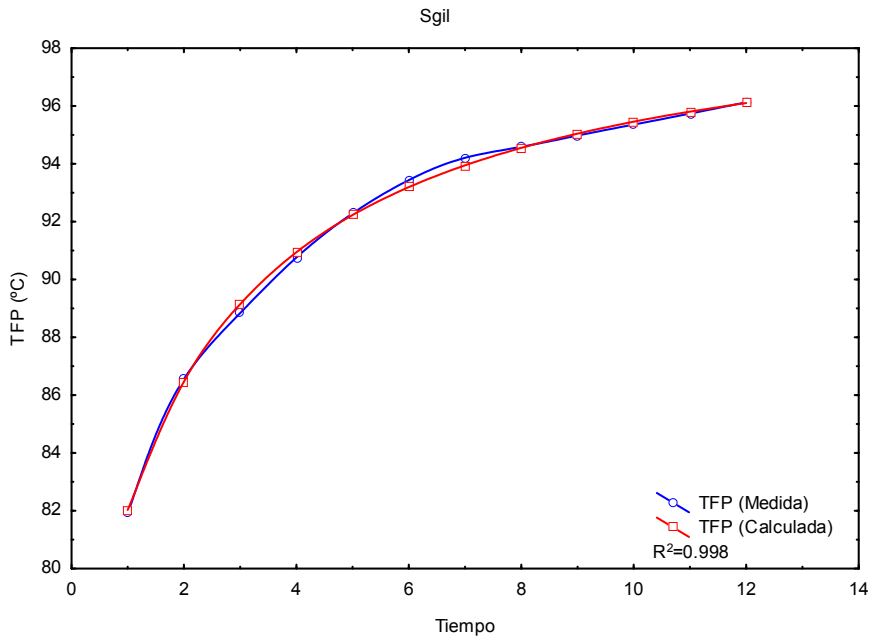


Figura 3.7 Gráfica comparativa de la serie Sgil para el modelo LSRPM y los datos originales, mostrando el ajuste obtenido.

Como podemos observar la aplicación del LSRPM nos permite reproducir el proceso de recuperación térmica sin el uso de las propiedades termofísicas de la formación, ni del lodo, además nos aporta información importante del proceso como es la TEF y la temperatura inicial del proceso. Todo esto es de gran importancia, ya que nos permite conocer las condiciones iniciales y finales del proceso.

Los resultados de esta investigación han sido la base para preparar un manuscrito que se ha sometido, desde marzo del 2013 a la revista Mathematical Geosciences, cuyo estado a la fecha es en revisión por los árbitros.

## Capítulo 4

### Construcción de Simuladores de afectación y recuperación térmica

Como objetivo principal de este trabajo doctoral se propuso el desarrollo de un simulador para determinar las propiedades termofísicas de las rocas o de la formación en el fondo de pozos geotérmicos y petroleros, para lo cual se realizó la construcción del simulador en varias etapas: i) el desarrollo de un simulador para la afectación térmica durante la perforación en dos dimensiones, ii) el desarrollo de un simulador para la afectación térmica durante la perforación en tres dimensiones, iii) el desarrollo de un simulador de recuperación térmica en tres dimensiones para obtener series sintéticas de TFP-tiempo y, iv) acoplar los simuladores de afectación y recuperación térmica con el LSRPM para que, mediante un proceso iterativo, determinar las propiedades térmicas de las rocas.

Para obtener las condiciones iniciales y de frontera de los simuladores se toma como base la información de la TEF y la temperatura del lodo en el fondo del pozo, dicha información se obtiene a partir de la aplicación del LSRPM a las series de TFP- tiempo del campo que se quiere simular. El uso del LSRPM además nos permite obtener el modelo matemático que describe el proceso de recuperación térmica, lo cual nos permite comparar los resultados que se obtienen en el simulador con los datos de recuperación térmica del pozo.

Como ya se mencionó en el capítulo 3, tanto el proceso de afectación como la recuperación térmica están relacionadas con las propiedades termofísicas de la formación, por lo que se requiere que el simulador reproduzca la historia de la recuperación térmica a lo largo del proceso, lo cual se logra si se tienen las propiedades termofísicas de la formación adecuadas.

### **Diseño del simulador**

Para el diseño de los simuladores se inició la investigación con el desarrollo del simulador en dos dimensiones, debido a que en la literatura existen datos sobre pozos que se han obtenido mediante simuladores (Cao et al., 1988). Este simulador se desarrolló mediante el uso de la ecuación de conducción de calor en coordenadas cilíndricas y asumiendo que la transferencia de calor en el eje vertical es despreciable.

En el simulador desarrollado en este trabajo se considera que la transferencia de calor en la formación se da por conducción, despreciando la convección, por lo que se utiliza la ecuación de transferencia de calor por conducción en estado transitorio para coordenadas cartesianas.

Se utiliza para el diseño del simulador el método de volúmenes de control, de tal forma que debemos definir el tamaño del volumen de control y el paso de tiempo, con el fin de optimizar el resultado y el tiempo de cómputo del mismo.

Para el simulador se determinaron las condiciones iniciales y de frontera obtenidas a través del uso de LSRPM. Para el campo inicial de temperatura se utilizó la temperatura estabilizada de formación para la roca y en el caso del pozo se utilizó la temperatura inicial. Como condiciones de frontera la temperatura de frontera al exterior de la formación se considera la TEF, y para el centro o perforación se marca una temperatura frontera igual a la temperatura del lodo de perforación (Fig 4.1).



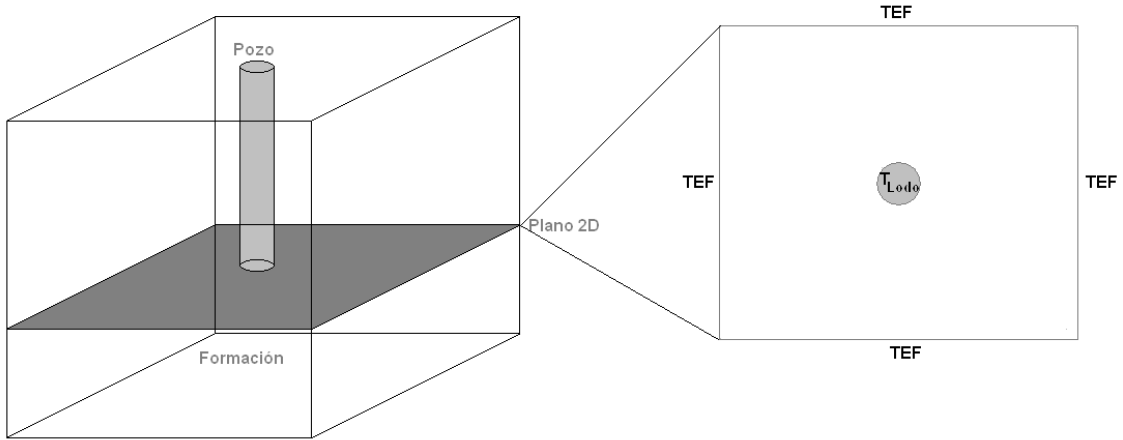


Figura 4.1. Diagrama de condiciones iniciales de temperatura utilizadas para el simulador de afectación térmica debido a la perforación.

### Discretización de ecuaciones para simulador en 2D

En la Figura 4.2 se muestra el plano en 2D de la malla que se utilizó y cuales fueron los diferentes volúmenes de control que obtuvieron para poder discretizar la ecuación de conducción de calor en estado transitorio.

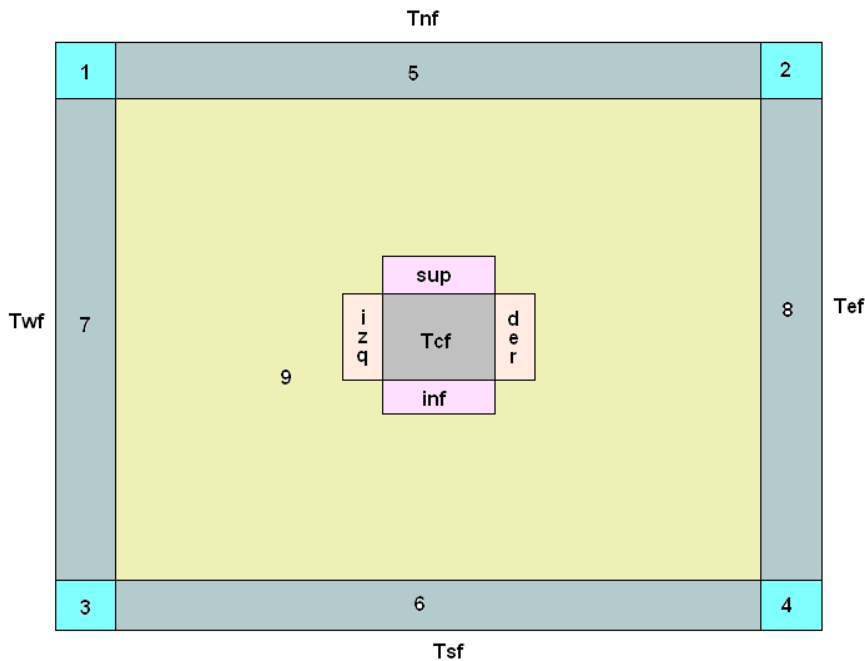


Figura 4.2 Imagen de los diferentes tipos de nodo que usan para la discretización de la ecuación de conducción en estado estacionario.

Como podemos observar en la Figura 4.2 tenemos nodos esquina (1, 2, 3 y 4), nodos laterales (5, 6, 7 y 8), nodos centrales (9) y nodos colindantes con el pozo (sup, inf, izq o der), en cada tipo de nodo se deben tomar en cuenta sus vecinos, para realizar la adecuada discretización.

La ecuación que se discretizó para cada volumen es:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$$

Para resolver el sistema de ecuaciones que se obtiene se utilizó el método de la matriz tridiagonal (TDMA), el cual nos permite obtener las temperaturas por medio de esquema línea por línea. Para optimizar el uso del TDMA primero se hace un barrido línea por línea en dirección del eje X y posteriormente en dirección del eje Y.

El barrido que se hace mediante el TDMA de los volúmenes de control en el eje X fue de oeste (w) al este (e), y en el eje Y será de norte (n) a sur (s)

Para la discretización partimos de:

$$\begin{aligned} \frac{k_x \Delta y}{\Delta x} (T_e - T_p) - \frac{k_x \Delta y}{\Delta x} (T_p - T_w) + \frac{k_y \Delta x}{\Delta y} (T_n - T_p) - \frac{k_y \Delta x}{\Delta y} (T_p - T_s) \\ = \frac{\rho c \Delta x \Delta y}{\Delta t} (T_p - T_p^0) \end{aligned}$$

Desarrollando:

$$\frac{k_x \Delta y}{\Delta x} T_e - \frac{k_x \Delta y}{\Delta x} T_p - \frac{k_x \Delta y}{\Delta x} T_p + \frac{k_x \Delta y}{\Delta x} T_w + \frac{k_y \Delta x}{\Delta y} T_n - \frac{k_y \Delta x}{\Delta y} T_p - \frac{k_y \Delta x}{\Delta y} T_p + \frac{k_y \Delta x}{\Delta y} T_s = \frac{\rho c \Delta x \Delta y}{\Delta t} T_p - \frac{\rho c \Delta x \Delta y}{\Delta t} T_p^0$$

Agrupando términos semejantes:

$$\left( \frac{\rho c \Delta x \Delta y}{\Delta t} + 2 \frac{k_y \Delta x}{\Delta y} + 2 \frac{k_x \Delta y}{\Delta x} \right) T_p$$

$$= \frac{k_x \Delta y}{\Delta x} T_e + \frac{k_x \Delta y}{\Delta x} T_w + \frac{k_y \Delta x}{\Delta y} T_n + \frac{k_y \Delta x}{\Delta y} T_s + \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} T_p^0$$

El simulador que resuelve estas ecuaciones para cada nodo por medio del TDMA fue programado en fortran.

Para validar este simulador se utilizaron datos de Cao et al. (1988), en el cual reporta la conductividad térmica, el calor específico y la densidad de la roca, así como la TEF y la temperatura del lodo, también reporta el radio de afectación térmica por el efecto de la circulación del lodo (tabla 4.1).

Tabla 4.1 Datos de propiedades termofísicos reportados por Cao et al. (1988)

Parámetro	Valor	Unidades
TEF	120	°C
Temperatura del lodo	80	°C
Densidad de la formación	2200	kg/m <sup>3</sup>
Calor específico de la formación	0.9	J/g°C
Conductividad térmica	2.14	W/m°C
Tiempo de afectación	3	Hr
Radio de afectación	0.941	m

El simulador tiene como datos de entrada las características termofísicas de la roca y con las temperatura frontera de la formación y del lodo, y el tiempo que se utiliza para el simulador es el tiempo de afectación, de esta forma analizaremos el campo de temperatura y el radio de afectación debido a la perforación.

En la Figura 4.3 podemos observar el radio de afectación térmica que se genera

debido a la perforación, tomando en cuenta que el pozo corresponde a los nodos 50, 51 y 52 en cualquier eje, la afectación parte de la frontera del nodo 52 hasta el nodo 63, dándonos un total de 11 volúmenes de control, de acuerdo al simulador cada volumen de control es de 7 cm por lo que el radio de afectación partiendo del nodo central o centro del pozo son 13 volúmenes de control, dando un total de 91 cm de radio, lo cual esta acorde con lo reportado por Cao et al. (1988) que indica un radio de afectación de 94 cm.

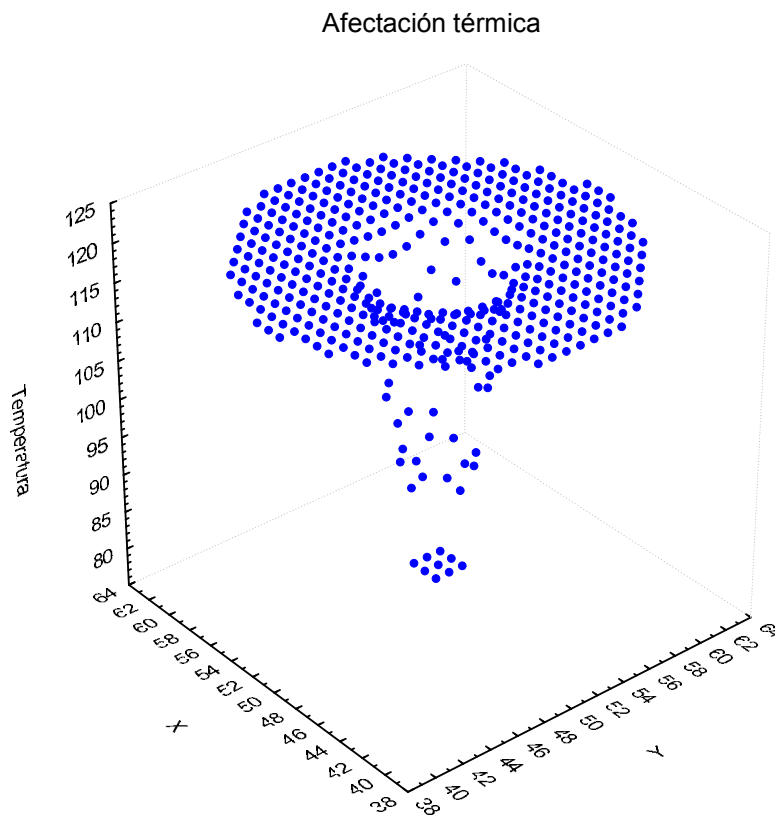


Figura 4.3 Gráfica de la afectación térmica de la formación debida al proceso de perforación.

El simulador desarrollado en coordenadas cartesianas nos da resultados similares al desarrollado en coordenadas cilíndricas el cual fue propuesto por Cao et al. (1988). Por lo que podemos afirmar que es valido simular el comportamiento térmico del pozo y la formación mediante un simulador en coordenadas

cartesianas usando tamaño de nodos muy pequeños que pueden ser considerados “puntuales”.

En la mayoría de los simuladores desarrollados se desprecia la transferencia de calor en la dirección axial del pozo, esto se hacía debido a la capacidad de cómputo que requiere el análisis de estos sistemas. Actualmente con el aumento en la capacidad de cómputo proponemos desarrollar el simulador en tres dimensiones para asemejar el proceso simulado al fenómeno físico real.

#### Simulador 3D de afectación y recuperación térmica

Una vez que comprobamos que desarrollar el simulador en coordenadas cartesianas nos dio un resultado acorde con la teoría, procedimos al desarrollo del simulador de afectación térmica debido al proceso de perforación y de recuperación térmica después de detenida la perforación.

Para el diseño del simulador se determinó usar el fondo del pozo para la simulación de la afectación térmica y de la recuperación térmica. El tamaño de la formación que se determinó de acuerdo a los datos reportados y obtenidos por el simulador en 2D fue de tres metros tanto de profundidad, ancho y largo, esto es debido a que la afectación es de 94 cm de radio y con las medidas seleccionadas tenemos mas de 50% de formación que no será afectada.

Para el simulador de afectación se consideraron como condiciones de frontera la temperatura exterior a la formación igual a la TEF y al centro se tomó la temperatura del lodo, estos datos son obtenidos de la aplicación del LSRPM a la serie de temperatura tiempo del pozo a analizar. En cuanto a las condiciones iniciales se le asigna la TEF como campo de temperatura a toda la formación y la temperatura del lodo al lodo y el tiempo de la simulación es el tiempo de circulación reportado en cada pozo.

En cuanto a la malla se seleccionó una distancia entre nodos de 3 cm por lado, por lo que tenemos un total de 1,000,000 volúmenes de control y un paso de tiempo de 6 segundos, el valor seleccionado para el paso de tiempo se detalla mas adelante.

### Discretización de ecuaciones para simulador en 3D

En la Figura 4.4 se muestra el esquema en 3D de la malla que se usó y cuales son los diferentes volúmenes de control que se obtuvieron para poder discretizar la ecuación de conducción de calor en estado transitorio.

Para identificar adecuadamente los ejes se utilizó la siguiente nomenclatura: eje X oeste (w) a este (e), eje Y norte (n) a sur (s) y eje z arriba (u) abajo (d). Al igual que en el caso del simulador en 2D tenemos diversos volúmenes de control, que se diferencian por las fronteras que tiene, éstos se muestran en la Figura 4.4

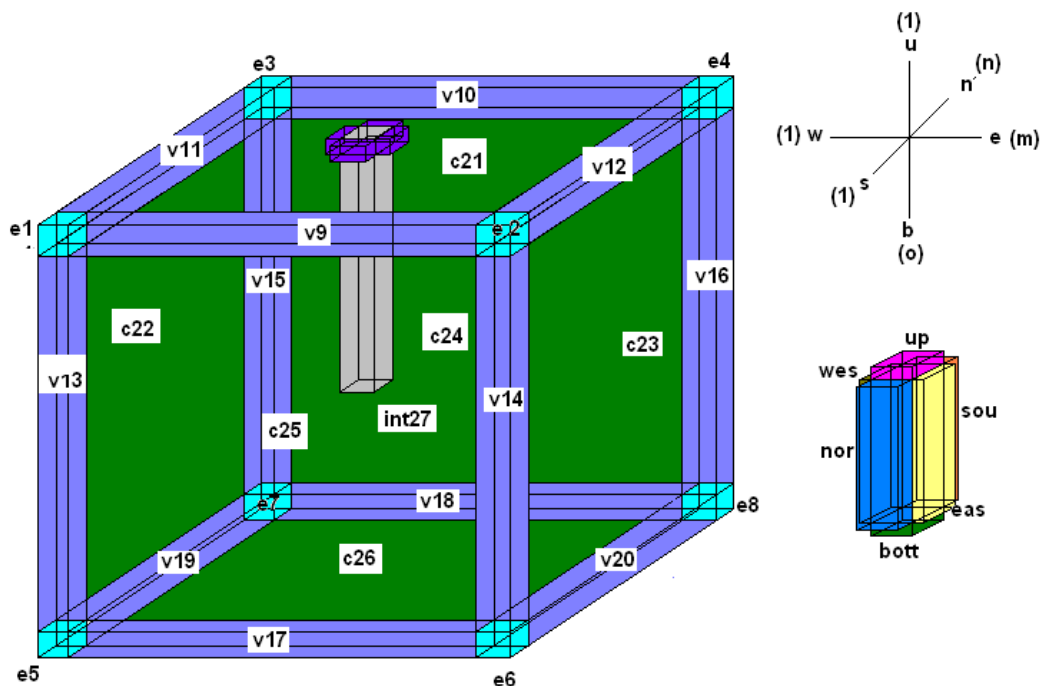


Figura 4.4. Esquema representativo de los diferentes nodos que se tienen para el desarrollo del simulador.

Para la solución de las ecuaciones obtenidas se utilizó el método TDMA, para lo cual se debe alternar el barrido en el eje X, Y y Z, para lo cual se propuso que el barrido de los volúmenes fuera en  $x$  de  $w$  a  $e$ , en  $Y$  de  $s$  a  $n$  y en  $Z$  de  $u$  a  $b$ .

Para el simulador de afectación se tienen fronteras con temperatura igual a la TEF en el exterior de la formación, y al centro en lo que es el pozo una temperatura igual a la temperatura del lodo.

En el caso del simulador de recuperación, se determinó que sólo se tienen fronteras al exterior de la formación y como condiciones iniciales se tiene el campo de temperatura obtenido del simulador de afectación y en el caso del pozo se utilizará la temperatura y propiedades termofísicas del lodo, en cuanto al tiempo de recuperación se selecciona el tiempo de recuperación que se tenga como dato reportado en la serie del pozo analizado, con el fin de determinar la similitud de los datos arrojados por el simulador con respecto a los reportados.

La ubicación de los nodos y su nomenclatura se muestran en las Tablas 4.2 y 4.3 donde se detallan los datos para la formación y el pozo respectivamente.

Tabla 4.2 Denominación de los nodos correspondientes a la formación y sus respectivas coordenadas.

Nodo	Coordenadas (x,y,z)		Nodo	Coordenadas (x,y,z)		Nodo	Coordenadas (x,y,z)
E1	(1,1,1)		V9	([2, m-1], 1, 1)		C21	(2,m-1], [2,n-1], 1) sin centro
E2	(m,1,1)		V10	([2, m-1], n, 1)		C21eu	([nc-dnc-1], [nc-dnc, nc+dnc], 1)
E3	(1,n,1)		V11	(1,[2,n-1],1)		C21wu	([nc+dnc+1], [nc-dnc, nc+dnc], 1)
E4	(m,n,1)		V12	(m,[2,n-1],1)		C21nu	([nc-dnc, nc+dnc], [nc-dnc-1], 1)
E5	(1,1,o)		V13	(1, 1, [2,o-1])		C21su	([nc-dnc, nc+dnc], [nc+dnc+1], 1)
E6	(m,1,o)		V14	(m, 1, [2,o-1])		C22	(1, [2,n-1], [2,o-1])
E7	(1,n,o)		V15	(1, n, [2,o-1])		C23	(m, [2,n-1], [2,o-1])
E8	(m,n,o)		V16	(m, n, [2,o-1])		C24	(2,[m-1], n, [2,o-1])
			V17	([2, m-1], 1, o)		C25	(2,[m-1], 1, [2,o-1])
Int27	([2,m-1], [2,n-1], [2,o-1])		V18	([2, m-1], n, o)		C26	(2,[m-1], [2,n-1], o)
			V19	(1,[2,n-1], o)		I up	No existe
			V20	(m,[2,n-1], o)		I bott	([nc-dnc, nc+dnc], [nc-dnc,nc+dnc], [nc+1])
						I wes	([nc-dnc-1], [nc-dnc,nc+dnc], [2,nc])
						I eas	([nc+dnc+1], [nc-dnc, nc+dnc], [2,nc])
						I sou	([nc-ndc, nc+dnc], [nc-dnc-1], [2,nc])
						I nor	([nc-dnc, nc+dnc], [nc+dnc+1], [2,nc])



m- Valor del último nodo en x

n- Valor del último nodo en y

o- valor del último nodo en z

nc- nodo central

dnc- número de nodos del centro a la orilla del pozo

Tabla 4.3 Denominación de los nodos correspondientes al pozo y sus respectivas coordenadas.

Nodo	Coordenadas (x,y,z)	Nodo	Coordenadas (x,y,z)	Nodo	Coordenadas (x,y,z)
PE1	(nc-dnc,nc-dnc,1)	PV9	([nc-dnc+1, nc+dnc-1], nc-dnc, 1)	PC21	([nc-dnc+1, nc+dnc-1], [nc-dnc+1, nc+dnc-1], 1)
PE2	(nc+dnc,nc-dnc,1)	PV10	([nc-dnc+1, nc+dnc-1], nc+dnc, 1)	PC22	(nc-dnc, [nc-dnc+1, nc+dnc-1], [2, nc-1])
PE3	(nc-dnc, nc+dnc, 1)	PV11	(nc-dnc,[ nc-dnc+1, nc+dnc-1], 1)	PC23	(nc+dnc, [nc-dnc+1, nc+dnc-1], [2, nc-1])
PE4	(nc+dnc,nc+dnc, 1)	PV12	(nc+dnc,[ nc-dnc+1, nc+dnc-1], 1)	PC24	([nc-dnc+1, nc+dnc-1], nc+dnc, [2, nc-1])
PE5	(nc-dnc, nc-dnc, nc)	PV13	(nc-dnc, nc-dnc, [2, nc-1])	PC25	([nc-dnc+1, nc+dnc-1], nc-dnc, [2, nc-1])
PE6	(nc+dnc,nc-dnc, nc)	PV14	(nc+dnc, nc-dnc, [2, nc-1])	PC26	([nc-dnc+1, nc+dnc-1], [nc-dnc+1, nc+dnc-1], nc)
PE7	(nc-dnc,nc+dnc, nc)	PV15	(nc-dnc, nc+dnc, [2, nc-1])		
PE8	(nc+dnc,nc+dnc,nc)	PV16	(nc+dnc, nc+dnc, [2, nc-1])		

		PV17	([nc-dnc+1, nc+dnc-1], nc-dnc, nc)			
PInt27	([nc-dnc+1, nc+dnc-1], [nc-dnc+1, nc+dnc-1], [2, nc-1])	PV18	([nc-dnc+1, nc+dnc-1], nc+dnc, nc)			
		PV19	(nc-dnc, [nc-dnc+1, nc+dnc-1], nc)			
		PV20	(nc+dnc, [nc-dnc+1, nc+dnc-1], nc)			

La ecuación que se discretizará para cada volumen es:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$$

Para la discretización particular partimos de:

$$\frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} (T_e - T_p) - \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} (T_p - T_w) + \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} (T_n - T_p) - \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} (T_p - T_s) + \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} (T_b - T_p) - \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} (T_p - T_u) = \frac{\rho c \Delta x \Delta y \Delta z}{k \Delta t} (T_p - T_p^0)$$

Donde  $\frac{\rho c}{k} = \frac{1}{\alpha}$

Desarrollando:

$$\begin{aligned} & \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e - \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_p - \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_p + \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n - \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_p - \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_p + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b - \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_p - \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_p + \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_u \\ & = \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p - \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0 \end{aligned}$$

Agrupando términos semejantes:

$$\begin{aligned} & \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p + \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_p + \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_p + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_p + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_p + \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_p + \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_p \\ & = \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_u + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0 \end{aligned}$$

$$\left( \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + 2 \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} + 2 \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} + 2 \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} \right) T_p = \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_u + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0$$

Para cada tipo de nodos se deben tomar en cuenta las condiciones de la frontera tanto exterior como interior

### Nodo, Int27

$$\left( \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + 2 \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} + 2 \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} + 2 \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} \right) T_p = \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_u + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0$$

### Nodo, E1

$$\left( \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + 3 \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} + 3 \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} + 3 \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} \right) T_p = \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + 2 \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_{wf} + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + 2 \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_{sf} + \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + 2 \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_{uf} + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0$$

### Nodo, E2

$$\left( \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + 3 \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} + 3 \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} + 3 \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} \right) T_p = 2 \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_{ef} + \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + 2 \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_{sf} + \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + 2 \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_{uf} + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0$$







**Nodo, C21**

$$\left(\frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + 2 \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} + 2 \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} + 3 \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z}\right) T_p = \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + 2 \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_{uf} + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0$$

**Nodo, C21wu**

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} + \left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + 2 \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} + 3 \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z}\right) T_p \\ & = \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + 2 \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_{uf} + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0 \end{aligned}$$

**Nodo, C21eu**

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + \left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} + 2 \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} + 3 \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z}\right) T_p \\ & = \left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + 2 \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_{uf} + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0 \end{aligned}$$

**Nodo, C21su**

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + 2 \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} + \left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} + 3 \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z}\right) T_p \\ & = \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + 2 \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_{uf} + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0 \end{aligned}$$

**Nodo, C21nu**

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + 2 \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} + 3 \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} \right) T_p \\ & = \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + 2 \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_{uf} + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0 \end{aligned}$$

**Nodo, C22**

$$\left( \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + 3 \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} + 2 \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} + 2 \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} \right) T_p = \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + 2 \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_{wf} + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_u + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0$$

**Nodo, C23**

$$\left( \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + 3 \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} + 2 \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} + 2 \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} \right) T_p = 2 \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_{ef} + \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + 2 \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_{nf} + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_u + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0$$

**Nodo, C24**

$$\left( \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + 2 \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} + 3 \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} + 2 \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} \right) T_p = \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + 2 \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_{nf} + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_u + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0$$

**Nodo, C25**

$$\left( \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + 2 \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} + 3 \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} + 2 \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} \right) T_p = \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + 2 \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_{sf} + \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_u + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0$$



**Nodo, C26**

$$\left(\frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + 2\frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} + 2\frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} + 3\frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z}\right) T_p = \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_{bf} + \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_u + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0$$

Nodo, I up, No existe

**Nodo, I bott**

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + 2\frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} + 2\frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} + \left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)\frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} + \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z}\right) T_p \\ & = \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + \left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)\frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_u + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0 \end{aligned}$$

**Nodo, I wes**

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + \left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)\frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} + 2\frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} + 2\frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z}\right) T_p \\ & = \left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)\frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_u + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0 \end{aligned}$$

**Nodo, I eas**

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + \left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)\frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} + 2\frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} + 2\frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z}\right) T_p \\ & = \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)\frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_u + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0 \end{aligned}$$

### Nodo, I sou

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + 2 \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} + 2 \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} \right) T_p \\ & = \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_u + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0 \end{aligned}$$

### Nodo, I nor

$$\left( \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + 2 \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} + \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} + 2 \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} \right) T_p = \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \frac{\alpha \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \frac{\alpha \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + \frac{\alpha \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_u + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\alpha \Delta t} T_p^0$$

Ecuaciones para nodos del pozo para el simulador de recuperación térmica

### Nodo, P-E1

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + \frac{\beta \Delta y \Delta z}{\Delta x} + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + \frac{\beta \Delta x \Delta z}{\Delta y} + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + 3 \frac{\beta \Delta x \Delta y}{\Delta z} \right) T_p \\ & = \frac{\beta \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \frac{\beta \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \frac{\beta \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + 2 \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_{uf} + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0 \end{aligned}$$

### Nodo, P-E2

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + \frac{\beta \Delta y \Delta z}{\Delta x} + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + \frac{\beta \Delta x \Delta z}{\Delta y} + 3 \frac{\beta \Delta x \Delta y}{\Delta z} \right) T_p \\ & = \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \frac{\beta \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \frac{\beta \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \frac{\beta \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + 2 \frac{\beta \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_{uf} + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0 \end{aligned}$$



**Nodo, P-E7**

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} + \beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} \right) T_p \\ & = \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + \beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_u + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0 \end{aligned}$$

**Nodo, P-E8**

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} + \beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} \right) T_p \\ & = \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + \beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_u + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0 \end{aligned}$$

**Nodo, P-V9**

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + 2\beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + 3\beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} \right) T_p \\ & = \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + 2 \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_{uf} + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0 \end{aligned}$$

**Nodo, P-V10**

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + 2\beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + 3\beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} \right) T_p \\ & = \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + 2\beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_{uf} + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0 \end{aligned}$$

**Nodo, P-V11**

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + 2\beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + 3\beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} \right) T_p \\ & = \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + 2\beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_{uf} + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0 \end{aligned}$$

**Nodo, P-V12**

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + 2\beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + 3\beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} \right) T_p \\ & = \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + 2\beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_{uf} + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0 \end{aligned}$$

**Nodo, P-V13**

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + 2\beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} \right) T_p \\ & = \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + \beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_u + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0 \end{aligned}$$

**Nodo, P-V14**

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + \beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} \right) T_p \\ & = \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + \beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_u + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0 \end{aligned}$$

**Nodo, P-V15**

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + 2 \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} \right) T_p \\ & = \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + \beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_u + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0 \end{aligned}$$

**Nodo, P- V16**

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + 2\beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} \right) T_p \\ & = \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + \beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_u + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0 \end{aligned}$$

**Nodo, P-V17**

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + 2\beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} + \beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} \right) T_p \\ & = \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + \beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_u + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0 \end{aligned}$$

**Nodo, P- V18**

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + 2\beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} + \beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} \right) T_p \\ & = \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + \beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_u + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0 \end{aligned}$$

**Nodo, P-V19**

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + 2\beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} + \beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} \right) T_p \\ & = \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + \beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_u + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0 \end{aligned}$$

**Nodo, P-V20**

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + 2\beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} + \beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} \right) T_p \\ & = \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + \beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_u + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0 \end{aligned}$$

**Nodo, P-C21**

$$\left( \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + 2\beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + 2\beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + 3\beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} \right) T_p = \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + 2\beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_{uf} + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0$$

**Nodo, P-C22**

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + 2\beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + 2\beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} \right) T_p \\ & = \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + \beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_u + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0 \end{aligned}$$

**Nodo, P-C23**

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + 2\beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + 2\beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} \right) T_p \\ & = \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + \beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_u + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0 \end{aligned}$$

**Nodo, P-C24**

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + 2\beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + 2\beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} \right) T_p \\ & = \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + \beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_u + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0 \end{aligned}$$

**Nodo, P-C25**

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + 2\beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + 2\beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} \right) T_p \\ & = \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + \beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_u + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0 \end{aligned}$$

**Nodo, P-C26**

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + 2\beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + 2\beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} + \beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} \right) T_p \\ & = \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \beta \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \beta \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + \beta \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_u + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0 \end{aligned}$$

**Nodo, P-Int27**

$$\left( \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + 2 \frac{\beta \Delta y \Delta z}{\Delta x} + 2 \frac{\beta \Delta x \Delta z}{\Delta y} + 2 \frac{\beta \Delta x \Delta y}{\Delta z} \right) T_p = \frac{\beta \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_e + \frac{\beta \Delta y \Delta z}{\Delta x} T_w + \frac{\beta \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_n + \frac{\beta \Delta x \Delta z}{\Delta y} T_s + \frac{\beta \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_b + \frac{\beta \Delta x \Delta y}{\Delta z} T_u + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} T_p^0$$



Una vez que se discretizaron las ecuaciones, se diseñó un programa de cómputo junto con el TDMA para el proceso de afectación. El simulador se programó en Fortran 90 y los resultados que se obtuvieron nos permitieron definir el paso de tiempo para el simulador.

Para determinar el paso del tiempo adecuado se realizaron varias corridas del simulador. En la figura 4.5 se presentan algunas de las curvas del campo de temperatura obtenido para diferentes incrementos de tiempo y de su observación se deduce que el incremento adecuado para las simulaciones es de 6 segundos, ya que disminuir más el paso de tiempo no variaba el campo de temperatura.

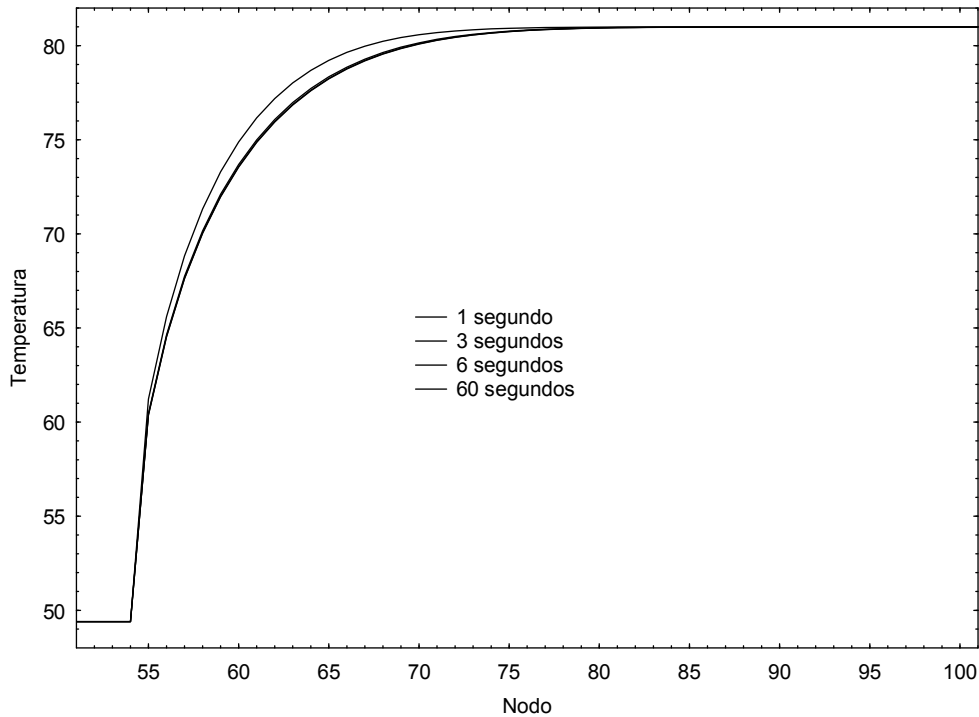


Figura 4.5 Gráfica de los campos de temperatura obtenidos al finalizar la afectación térmica donde se muestran los campos obtenidos para pasos de 60, 6, 3 y 1s.

De igual manera una vez determinado el paso de tiempo se diseñó el simulador de recuperación, el cual usa los datos de salida del simulador de afectación como condiciones iniciales.

Una vez desarrollados los simuladores de afectación y de recuperación térmica se acoplaron junto con el LSRPM para, a partir de los datos de temperatura- tiempo medidos durante las primeras horas de la recuperación térmica y con las propiedades termofísicas del lodo de perforación, determinar la difusividad de la formación por medio de un proceso iterativo.

## Capítulo 5

### Aplicación del simulador para obtención de propiedades termofísicas

#### Integración del simulador

Para determinar las propiedades termofísicas de la formación, en este caso la difusividad térmica, se requiere que el simulador tenga como parámetro de comparación la historia de la recuperación térmica del pozo, la TEF, la temperatura inicial del lodo y simular el proceso de afectación y recuperación térmica, para poder determinar el parámetro deseado. Para lograr lo anterior el simulador construido se basa en la metodología que a continuación se describe y se muestra en la figura 5.1.

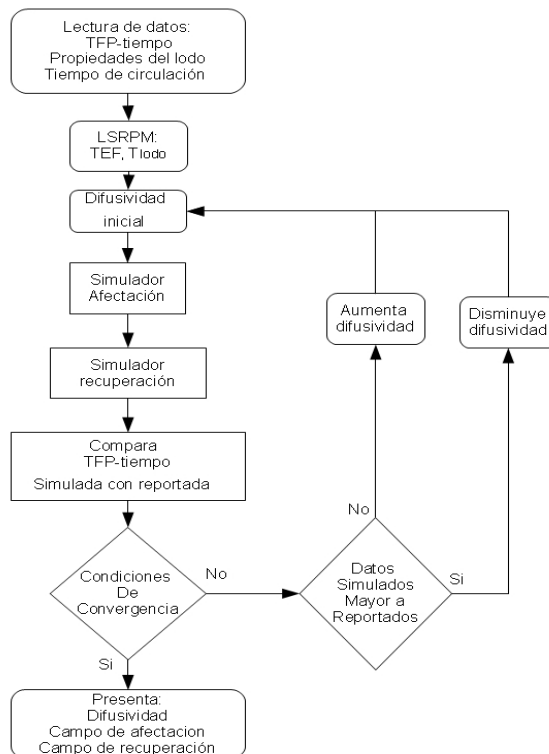


Figura 5.1 Diagrama de flujo de la metodología que sigue el simulador para la obtención de difusividad térmica.

Lectura de datos del pozo: el programa lee la serie de temperatura-tiempo medida o reportada para el pozo, así como el tiempo de circulación y las propiedades termofísicas del lodo de perforación que se utilizó.

LSRPM: Con los datos de temperatura-tiempo, se aplica el LSRPM para determinar la TEF y la temperatura del lodo, así mismo se obtiene el modelo matemático que describe el proceso de recuperación térmica

Se propone una difusividad inicial para que trabajen los simuladores, en este caso se escogieron valores de  $5 \text{ E-7} - 8 \text{ E-7} \text{ m}^2/\text{s}$  que es el valor medio de difusividad de los reportados para diversos núcleos extraídos de pozos geotérmicos (Contreras et al., 1990).

Simulación de afectación térmica: Con los datos obtenidos del LSRPM (TEF y  $T_{\text{inicial}}$ ), la difusividad propuesta y el tiempo de circulación, el simulador determina el campo de temperaturas de la formación que se obtiene del proceso de afectación térmica. Cabe recordar que en este simulador el pozo se toma como frontera ya que al estar en constante circulación el lodo este funciona como si tuviera una temperatura constante durante el proceso de afectación térmica.

Simulador de recuperación térmica: Este simulador requiere del campo de temperaturas inicial, el cual nos proporciona el simulador de afectación térmica, así mismo utiliza las condiciones de frontera exteriores de la formación (TEF) y la difusividad propuesta. En este caso el simulador utiliza como tiempo de recuperación el tiempo máximo de la serie de temperatura-tiempo reportada. El simulador da como resultado una serie de Temperatura-tiempo para ser comparada con la serie original, de tal forma que si el valor de la difusividad es adecuada, la serie proporcionada será muy similar a la original. Para efectos de comparación se ha seleccionado criterios de convergencia los cuales se detallan a continuación.

## Condiciones de convergencia

Para determinar el valor de la difusividad de la formación se comparan los datos de TFP- tiempo obtenidos por el simulador con los reportados o medidos en el pozo, se comparan los datos y cuando la diferencia entre estos datos no sea significativa, se considera que el simulador ha obtenido la difusividad de la formación, en caso de que exista diferencia se analiza si los datos están sobrestimando los datos medidos o si los está subestimando, en el caso de que se sobrestimen los datos, el valor de la difusividad se disminuye y en el caso de que se subestimen, el valor de la difusividad se aumentara. Cabe aclarar que los valores de difusividad se variaran en un inicio con una precisión de 1 E-7 del valor propuesto y posteriormente con una precisión de 1 E-8 para obtener la difusividad con mayor precisión.

Para realizar la comparación se utiliza la prueba de bondad de ajuste  $X^2$  (Ec. 5.1) que nos permite determinar si existe diferencia entre los datos simulados y los datos medidos o reportados.

$$X^2 = \sum_1^n \frac{(Vri - Vsi)^2}{Vri} \quad (5.1)$$

En donde  $Vri$  es el valor reportado,  $Vsi$  es el valor simulado y  $n$  es el número de pares de datos que tiene la serie.

Para determinar si los datos simulados están subestimando o sobreestimando los valores medidos o reportados y así determinar como se variará la difusividad, se obtiene la suma de la diferencia ponderada entre los puntos de la serie medida y la simulada (Ec. 5.2), de tal forma que si es positiva está subestimando, si por el contrario es negativa está sobrestimando

$$Diferencia = \sum_1^n \left( \frac{Vri - Vsi}{Vri} \right) \quad (5.2)$$

## Resultados

Para la validación y prueba del simulador se utilizaron tres series de campo de las cuales se tienen los datos de temperatura de fondo - tiempo, dichas series son LH29, KYU y MISS, con las cuales ya se ha probado el LSRPM y se han obtenido resultados acordes con los reportados por otros autores.

A continuación se describe el procedimiento detalladamente y los resultados obtenidos por el simulador con la serie LH29, posteriormente se analizan las series KYU y MISS para las cuales se presentan los resultados finales de la simulación.

### Análisis de resultados

#### **Serie LH29**

Para el análisis de la serie LH29 se utilizó el método LSRPM para obtener el modelo matemático que se presenta en la ecuación 5.1, de este modelo se obtiene la TEF =  $296.6970 \pm 0.0024$  °C y la temperatura inicial del lodo  $T = 126.91 \pm 8.74$  °C, así mismo se propone una difusividad para el lodo de perforación  $\alpha = 1.46 \text{ E-}7 \text{ m}^2/\text{s}$  (Shen y Beck, 1986) y un tiempo de circulación de 5 h (Verma et al., 2008)

$$TFP(t) = \frac{(126.91 \pm 8.74) + (15.9659 \pm 1.04 \text{E-}04)t}{1 + (5.38141 \text{E-}7 \pm 2.5453 \text{E-}07)t} \quad (5.1)$$

Los datos de TFP reportados así como los obtenidos por el LSRPM se muestran en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1 Datos de la serie LH29 reportados y datos obtenidos por el modelo LSRPM

Tiempo	TFP	TFP <sub>LSRPM</sub>
6	167.01	168.35
12	195.78	193.53
18	210.06	210.45
24	221.73	222.59
30	231.87	231.75
36	239.06	238.89

El coeficiente de determinación obtenido para el ajuste del LSRPM en esta serie es de  $R^2 = 0.998$ .

Con los datos obtenidos por el LSRPM se corrieron las simulaciones partiendo de una difusividad para la formación de  $\alpha = 5 \text{ E-}7 \text{ m}^2/\text{s}$ . A continuación se presentan los resultados obtenidos por la simulación para diferentes valores de difusividad.

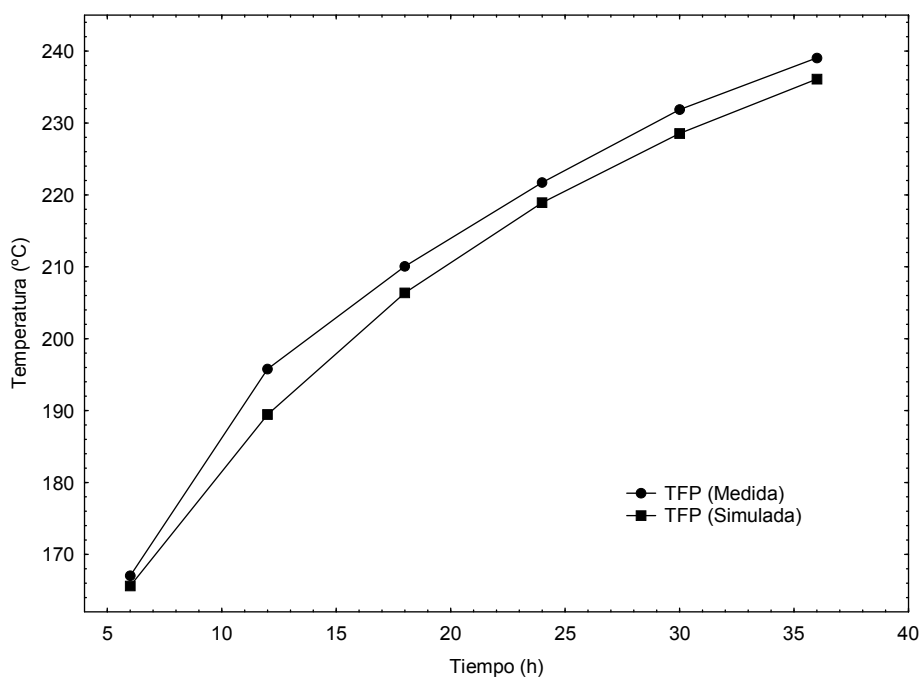


Figura 5.2 Gráfica de datos medidos y datos simulados con un valor de difusividad de  $5 \text{ E-}7 \text{ m}^2/\text{s}$ .

Como se puede observar en la figura 5.2 los datos arrojados por el simulador presentan una subestimación de los datos reportados para esta serie, esta diferencia se puede corroborar con los datos presentados en la tabla 5.2, en la cual podemos observar el resultado de la prueba de bondad de ajuste  $X^2$ , la cual da un valor alejado del cero el cual es el valor esperado para un buen ajuste, así mismo observamos que la suma de la diferencia entre los datos reportados y simulados es positiva, lo cual nos indica una subestimación de valores.

Tabla 5.2 Datos de la simulación con difusividad para la formación de  $\alpha = 5 \text{ E-7 m}^2/\text{s}$ , donde se muestran los valores obtenidos y la  $X^2$ .

Tiempo	TFP(°C)	TFP <sub>sim</sub> (°C)	Residuales
6	167.01	165.596865	0.011957068
12	195.78	189.446469	0.204891275
18	210.06	206.371819	0.06475617
24	221.73	218.921589	0.035571072
30	231.87	228.53739	0.047898781
36	239.06	236.1079	0.036454852
		$X^2$	0.401529218
		Diferencia	0.09775682

Como se puede observar el análisis de  $X^2$  y la diferencia de valores podemos determinar que hay una subestimación en los datos simulados, esto indica que la difusividad utilizada para esta simulación no es adecuada por lo que se propone otra difusividad.

El simulador de acuerdo a su algoritmo propuesto cambió el valor de difusividad a  $\alpha = 6 \text{ E-7 m}^2/\text{s}$  y se procedió a realizar el análisis de los datos arrojados por el simulador.

En la Figura 5.3 se pueden apreciar los valores obtenidos por el simulador con la nueva difusividad propuesta.



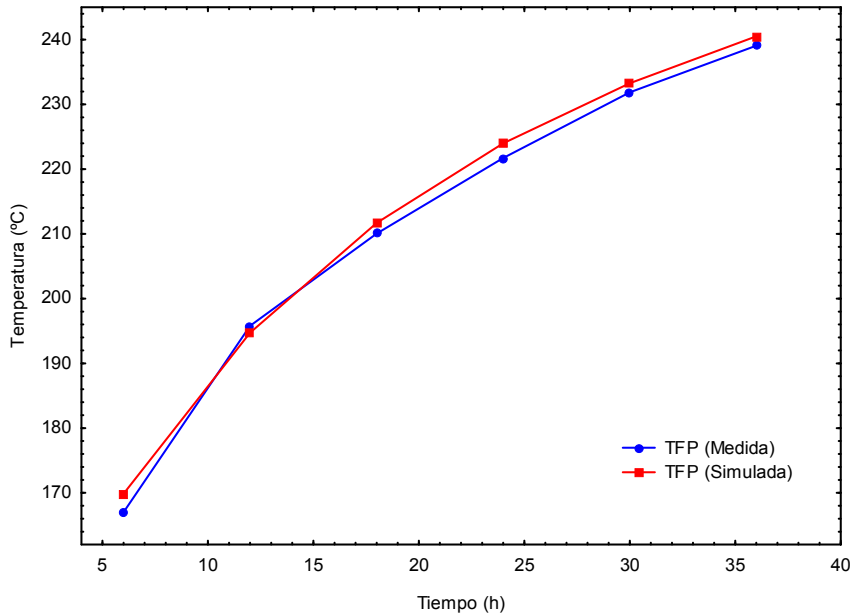


Figura 5.3 Gráfica de datos medidos y datos simulados con un valor de difusividad  $\alpha = 6 \text{ E-7 m}^2/\text{s}$ . Como se puede observar en la Figura 5.3 los datos arrojados por el simulador presentan aparentemente un ajuste aceptable de los datos reportados para esta serie, la diferencia entre los datos simulados y los reportados se puede corroborar con los datos presentados en la Tabla 5.3, en la cual podemos observar el resultado de la prueba de bondad de ajuste  $\chi^2$ , la cual da un valor cercano a uno, lo cual indica que esta simulación presenta un mejor ajuste que la anterior, aunque no es lo esperado también observamos que la diferencia es negativa lo que indica una sobreestimación de los valores.

Tabla 5.3 Valores obtenidos en la simulación para una difusividad de  $6 \text{ E-7 m}^2/\text{s}$ .

Tiempo	TFP(°C)	TFP <sub>sim</sub> (°C)	Residuales
6	167.01	169.876477	0.0491988
12	195.78	194.725494	0.00567976
18	210.06	211.694154	0.01271285
24	221.73	223.993584	0.02310835
30	231.87	233.27732	0.00854164
36	239.06	240.508352	0.00877488
		$\chi^2$	0.10801627
		Diferencia	-0.0418935

Tomando en cuenta el valor de  $X^2$  y la diferencia podemos determinar que se están sobre estimando los valores en la simulación por lo que ahora se propone realizar la simulación con un valor de difusividad  $\alpha = 5.5 \text{ E-7 m}^2/\text{s}$ .

El simulador de acuerdo a su algoritmo propuesto cambio el valor de difusividad  $\alpha = 5.5 \text{ E-7 m}^2/\text{s}$  y se procedió a realizar el análisis de los datos arrojados por el simulador.

En la Figura 5.4 se pueden apreciar los valores obtenidos por el simulador con esta nueva difusividad.

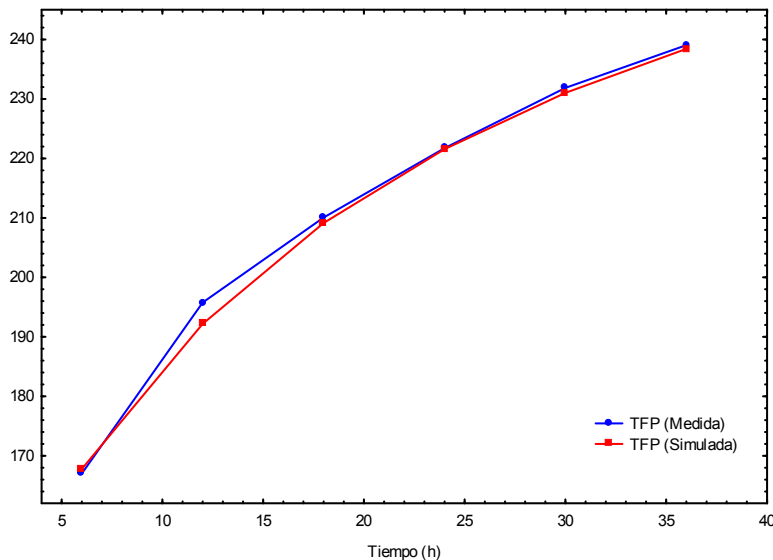


Figura 5.4 Gráfica de datos medidos y datos simulados con un valor de difusividad  $\alpha = 5.5 \text{ E-7 m}^2/\text{s}$ .

Como se puede observar en la Figura 5.4 los datos arrojados por el simulador presentan un mejor ajuste de los datos reportados para esta serie, la diferencia entre los datos simulados y los reportados se puede corroborar con los datos presentados en la Tabla 5.4, en la cual podemos observar el resultado de la prueba de bondad de ajuste  $X^2$ , la cual da un valor menor que con la simulación anterior, lo cual indica que esta simulación presenta un mejor ajuste, aunque la diferencia nos indica que se están subestimando los valores.

Tabla 5.4 Valores obtenidos en la simulación para una difusividad de  $5.5 \text{ E-}7 \text{ m}^2/\text{s}$ .

Tiempo	TFP(°C)	TFP <sub>sim</sub> (°C)	Residuales
6	167.01	167.783737	0.00358463
12	195.78	192.181665	0.06613552
18	210.06	209.153297	0.00391369
24	221.73	221.58784	9.1145E-05
30	231.87	231.039841	0.0029722
36	239.06	238.43883	0.00161404
		X <sup>2</sup>	0.07831123
		Diferencia	0.0248828

Si observamos el valor de  $X^2$  y la diferencia nos indican que se están subestimando los valores, por lo que ahora se propone realizar la simulación con un valor de difusividad de  $5.9 \text{ E-}7 \text{ m}^2/\text{s}$ .

El simulador de acuerdo a su algoritmo propuesto cambió el valor de difusividad  $\alpha = 5.9 \text{ E-}7 \text{ m}^2/\text{s}$  y se procedió a realizar el análisis de los datos arrojados por el simulador. En la Figura 5.5 se pueden apreciar los valores obtenidos por el simulador.

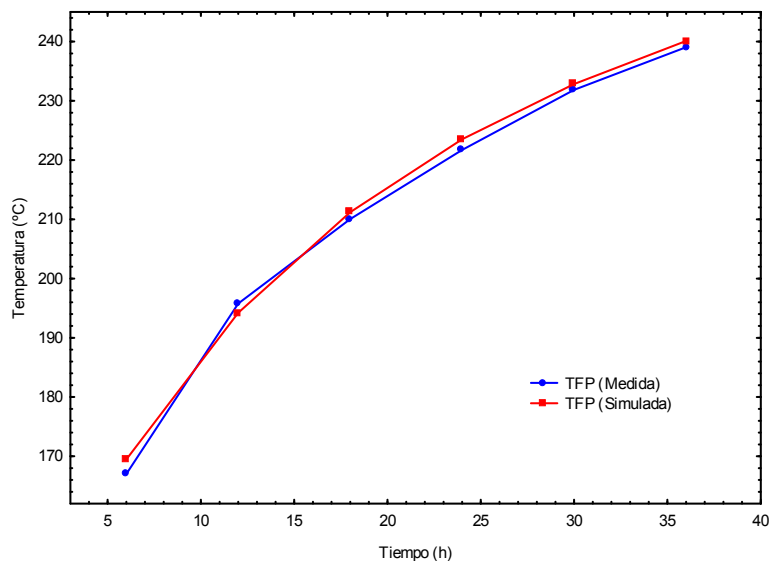


Figura 5.5 Gráfica de datos medidos y datos simulados con un valor de difusividad  $\alpha = 5.9 \text{ E-}7 \text{ m}^2/\text{s}$ .

Como se puede observar en la Figura 5.5 los datos arrojados por el simulador presentan un ajuste aceptable de los datos reportados para esta serie, la diferencia entre los datos simulados y los reportados se puede corroborar con los datos presentados en la Tabla 5.5, en la cual podemos observar el resultado de la prueba de bondad de ajuste  $X^2$ , lo cual indica que esta simulación presenta un mejor ajuste que la anterior, aunque también observamos que la diferencia es negativa lo que indica una sobreestimación de los valores.

Tabla 5.3 Valores obtenidos en la simulación para una difusividad de  $5.9 \text{ E-}7 \text{ m}^2/\text{s}$ .

Tiempo	TFP(°C)	TFP <sub>sim</sub> (°C)	Residuales
6	167.01	169.465246	0.03609504
12	195.78	194.231161	0.01225305
18	210.06	211.203794	0.00622805
24	221.73	223.531478	0.01463637
30	231.87	232.849016	0.00413367
36	239.06	240.113246	0.00464038
		$X^2$	0.07798654
		Diferencia	-0.0289878

Tomando en cuenta el valor de  $X^2$  y la diferencia podemos determinar que se está realizando una sobre estimando los valores en la simulación por lo que ahora se propone realizar la simulación con un valor de difusividad  $\alpha = 5.6 \text{ E-}7 \text{ m}^2/\text{s}$ .

El simulador de acuerdo a su algoritmo propuesto cambió el valor de difusividad  $\alpha = 5.6 \text{ E-}7 \text{ m}^2/\text{s}$  y se procedió a realizar el análisis de los datos arrojados por el simulador, los cuales se pueden observar en la Figura 5.6.

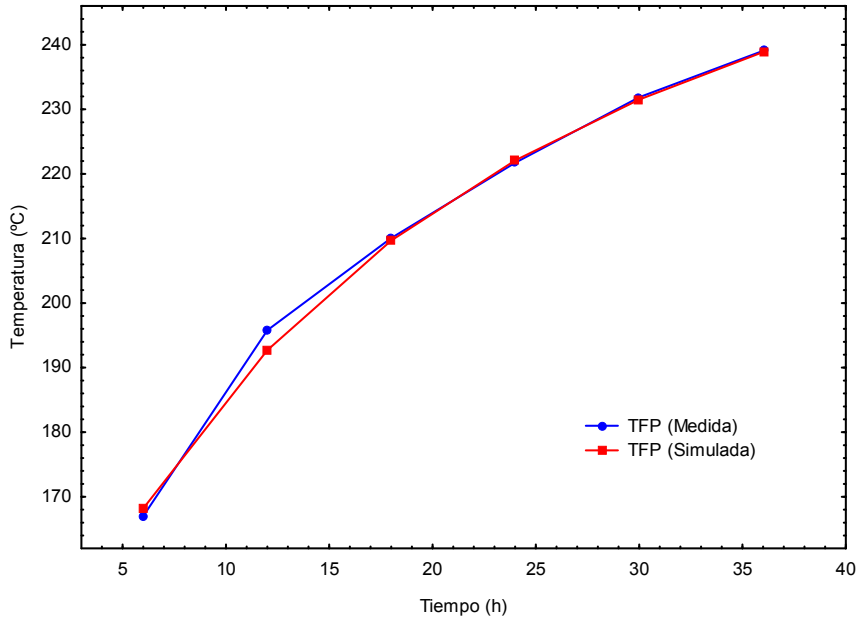


Figura 5.6 Gráfica de datos medidos y datos simulados con un valor de difusividad  $\alpha = 5.6 \text{ E-}7 \text{ m}^2/\text{s}$ .

Como se puede observar en la Figura 5.6 los datos arrojados por el simulador presentan un ajuste aceptable de los datos reportados para esta serie, la diferencia entre los datos simulados y los reportados se puede corroborar con los datos presentados en la Tabla 5.6, en la cual se presenta el resultado de la prueba de bondad de ajuste  $X^2$ , lo cual indica que esta simulación presenta un mejor ajuste que la anterior, también observamos que la diferencia es positiva lo que indica una subestimación de los valores.

Tabla 5.6 Valores obtenidos en la simulación para una difusividad de  $5.6 \text{ E-}7 \text{ m}^2/\text{s}$ .

Tiempo	TFP(°C)	TFP <sub>sim</sub> (°C)	Residuales
6	167.01	168.209673	0.00861754
12	195.78	192.705146	0.0482926
18	210.06	209.679736	0.00068838
24	221.73	222.088596	0.00057994
30	231.87	231.507155	0.0005678
36	239.06	238.87219	0.00014755
		$X^2$	0.05889381
		Diferencia	0.0110659

Tomando en cuenta el valor de  $X^2$  y la diferencia podemos determinar que se están sobre estimando los valores en la simulación por lo que ahora se propone realizar la simulación con un valor de difusividad  $\alpha = 5.8 \text{ E-7 m}^2/\text{s}$ .

El simulador de acuerdo a su algoritmo propuesto cambió el valor de difusividad  $\alpha = 5.8 \text{ E-7 m}^2/\text{s}$  y se procedió a realizar el análisis de los datos arrojados por el simulador, los cuales se pueden observar en la Figura 5.7.

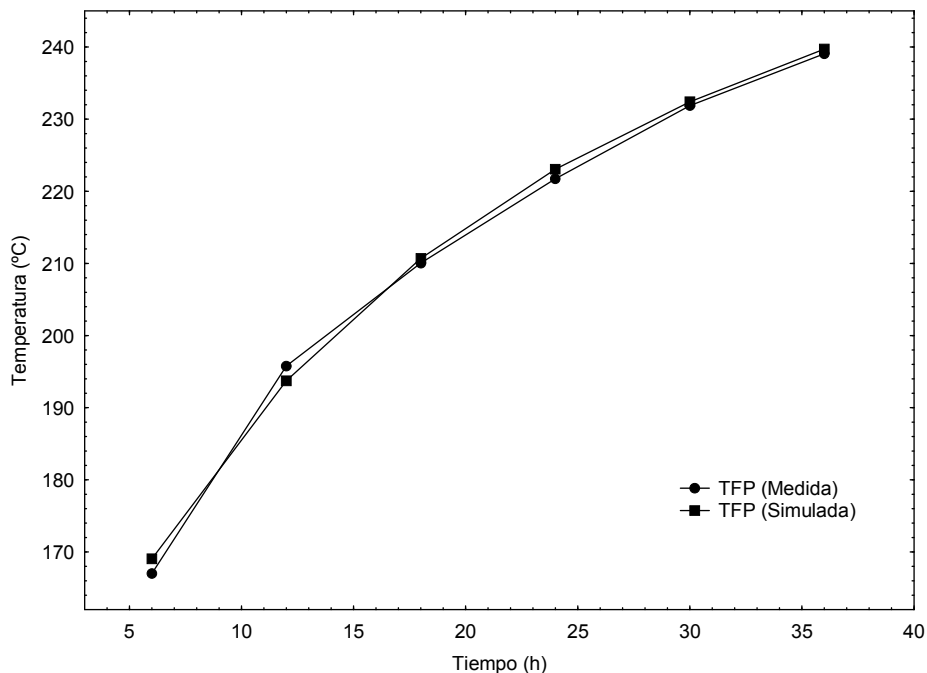


Figura 5.7 Gráfica de datos medidos y datos simulados con un valor de difusividad  $\alpha = 5.8 \text{ E-7 m}^2/\text{s}$ .

En la Figura 5.7 se muestran los datos arrojados por el simulador, la cual presenta un ajuste aceptable de los datos reportados para esta serie, la diferencia entre los datos simulados y los reportados se puede corroborar con los datos presentados en la tabla 5.7, en la cual podemos observar el resultado de la prueba de bondad de ajuste  $X^2$ , lo cual indica que esta simulación presenta un mejor ajuste, aunque también observamos que la diferencia es negativa lo que indica una sobreestimación de los valores.

Tabla 5.7 Valores obtenidos en la simulación para una difusividad de  $5.8 \text{ E-}7 \text{ m}^2/\text{s}$ .

Tiempo	TFP(°C)	TFP <sub>sim</sub> (°C)	Residuales
6	167.01	169.050392	0.02492784
12	195.78	193.729752	0.02147062
18	210.06	210.704752	0.00197898
24	221.73	223.060127	0.00797925
30	231.87	232.411423	0.00126424
36	239.06	239.709063	0.00176224
		X <sup>2</sup>	0.05938318
		Diferencia	-0.0158633

Tomando en cuenta el valor de  $X^2$  y la diferencia podemos determinar que se están sobre estimando los valores en la simulación por lo que ahora se propone realizar la simulación con un valor de difusividad  $\alpha = 5.7 \text{ E-}7 \text{ m}^2/\text{s}$ .

El simulador de acuerdo a su algoritmo propuesto cambió el valor de difusividad  $\alpha = 5.7 \text{ E-}7 \text{ m}^2/\text{s}$  y se procedió a realizar el análisis de los datos arrojados por el simulador, los cuales se pueden observar en la figura 5.8.

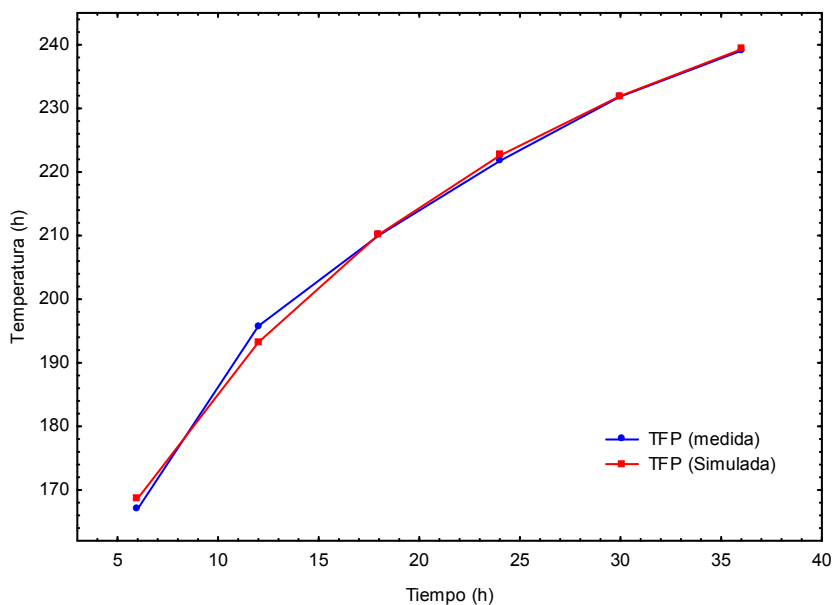


Figura 5.8 Gráfica de datos medidos y datos simulados con un valor de difusividad  $\alpha = 5.7 \text{ E-}7 \text{ m}^2/\text{s}$ .

Como se puede observar en la Figura 5.8 los datos arrojados por el simulador presentan aparentemente un ajuste aceptable de los datos reportados para esta serie, la diferencia entre los datos simulados y los reportados se puede corroborar con los datos presentados en la Tabla 5.8, en la cual podemos observar el resultado de la prueba de bondad de ajuste  $\chi^2$ , la cual da un valor de 0.0528, así mismo la diferencia presenta un valor cercano a cero por lo que podemos decir que esta simulación presenta un ajuste aceptable, lo cual se debe corroborar y comparar con los ajustes anteriores.

Tabla 5.8 Valores obtenidos en la simulación para una difusividad de  $5.7 \text{ E-}7 \text{ m}^2/\text{s}$ .

Tiempo	TFP(°C)	TFP <sub>sim</sub> (°C)	Residuales
6	167.01	168.63188	0.015750514
12	195.78	193.221127	0.03344484
18	210.06	210.196809	8.91018E-05
24	221.73	222.579261	0.003252802
30	231.87	231.96424	3.83026E-05
36	239.06	239.295486	0.000231966
		$\chi^2$	0.052807527
		Diferencia	-0.00251406

Si analizamos la  $\chi^2$  y la diferencia nos indican que es una simulación que arroja resultados aceptables.

Para definir cuál fue la mejor simulación se presentan en la Tabla 5.9 los datos obtenidos para las diferentes difusividades.

Tabla 5.9 Resultados obtenidos para las difusividades utilizadas en la simulación de la serie LH29.

	Difusividad ( $\text{m}^2/\text{s}$ )						
	5	5.5	5.6	5.7	5.8	5.9	6
$\chi^2$	0.401	0.078	0.059	0.053	0.059	0.078	0.108
Diferencia	0.098	0.025	0.011	-0.003	-0.016	-0.029	-0.042



En la Tabla 5.9 podemos observar los diferentes parámetros que se usaron para determinar la mejor simulación, con base en la prueba de bondad en el ajuste  $X^2$  y la diferencia determinan la difusividad más adecuada. En la Figura 5.9 se presenta una gráfica que muestra el comportamiento de  $X^2$  respecto a las difusividades, en la cual podemos apreciar que la difusividad que permite obtener la mejor simulación es  $5.7 \text{ E-7 m}^2/\text{s}$ .

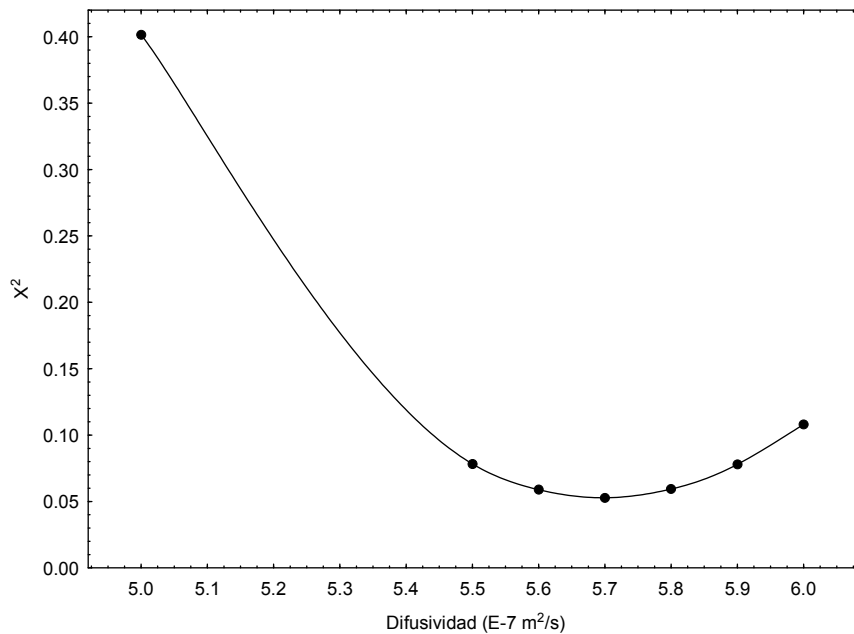


Figura 5.9 Gráfica del valor de  $X^2$  para las difusividades utilizadas en la simulación de la serie LH29.

Así mismo en la Figura 5.10 se puede observar que la difusividad que presenta el menor valor en la diferencia de la simulación con respecto a los datos medidos es la de  $5.7 \text{ E-7 m}^2/\text{s}$ .

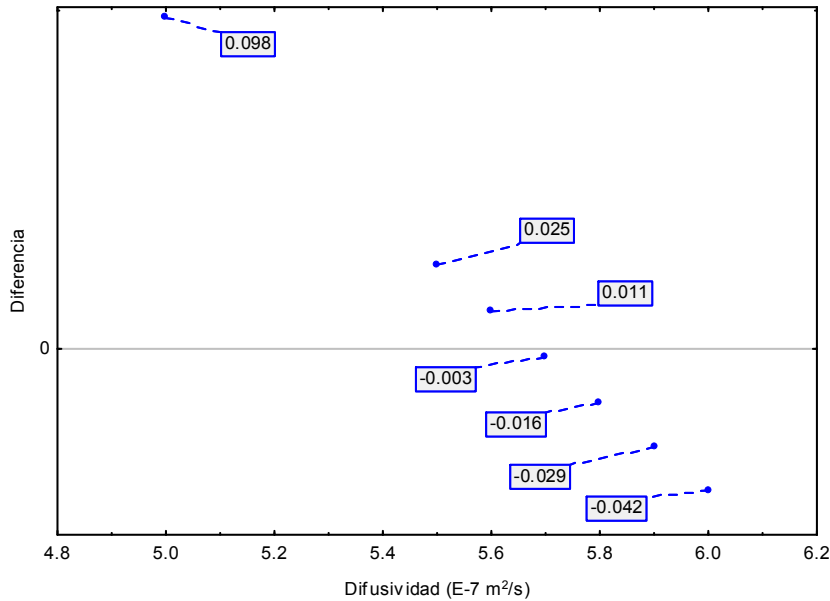


Figura 5.10 Gráfica de diferencias obtenidas entre la serie LH29 medida y las series simulada con su respectiva difusividad.

Con el análisis anteriormente descrito podemos determinar que la difusividad que se obtiene para la formación en este pozo es de  $5.7 \text{ E-7 m}^2/\text{s}$ , la cual se encuentra entre los valores para este campo geotérmico ( $4\text{-}17 \text{ E-7 m}^2/\text{s}$ ) reportados por Contreras et. al., (1990).

A continuación se presentan los perfiles de temperatura tanto de afectación como de recuperación térmica obtenidos a partir de la simulación.

### Afectación térmica

La simulación del proceso de afectación se realizó tomando como temperatura del lodo como una frontera al centro y se utilizó el tiempo de circulación como la duración de esta simulación. En la Figura 5.7 se presenta el perfil de temperatura en el eje Z al centro del pozo, en la cual podemos observar que todos los nodos correspondientes al pozo se mantuvieron a la temperatura del lodo de perforación, mientras que la formación presenta un aumento de temperatura conforme aumenta la profundidad, en este caso la afectación térmica en el eje Z es de 21 nodos que equivalen a 0.63 m.

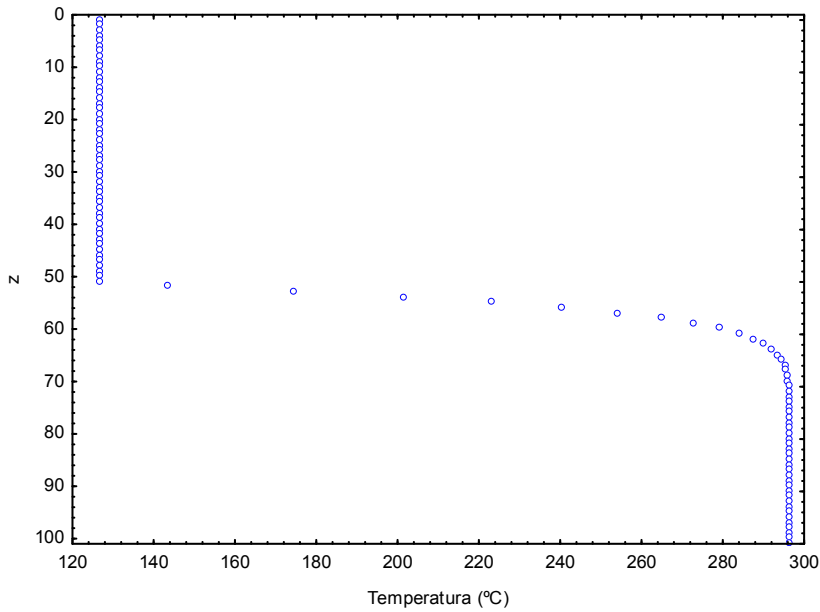


Figura 5.7 Perfil de temperatura al centro del pozo en el eje Z.

En la Figura 5.8 se muestra el perfil de temperatura en el eje y, a una profundidad igual al fondo del pozo en la cual podemos ver que los nodos correspondientes al pozo tienen una temperatura igual a la del lodo de perforación y en la formación va aumentando la temperatura conforme se aleja del pozo hasta alcanzar la TEF, en el caso radial la afectación es de 32 nodos que equivalen a 0.96 m.

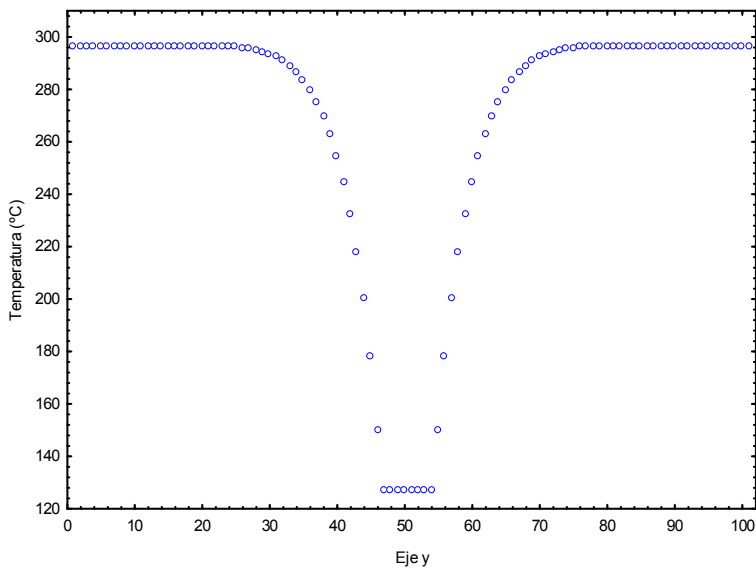


Figura 5.8 Perfil de temperatura del eje Y al fondo del pozo

En la Figura 5.9 se muestra un corte vertical al centro del pozo donde se observa el campo de temperaturas, en este caso la afectación térmica en el fondo del pozo es menor que la afectación radial del pozo en cuanto a distancia, con esto podemos ver que los modelos que desprecian la transferencia de calor en el eje z pueden presentar un error, así como los que toman una esfera como modelo para el fondo del pozo.

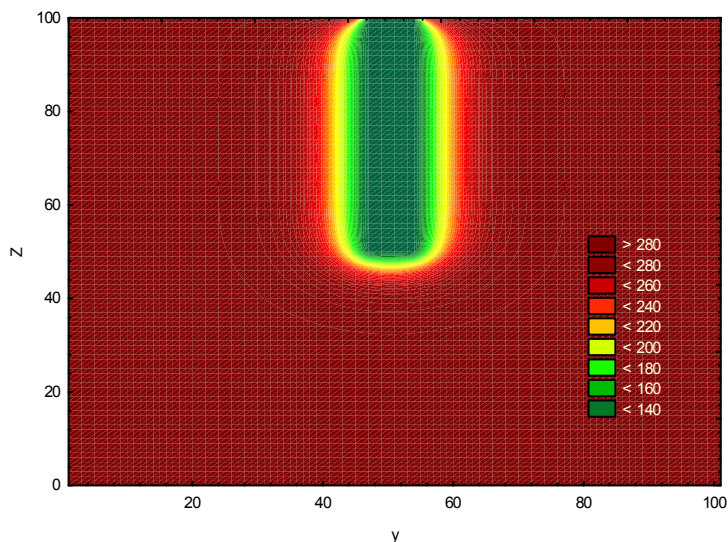


Figura 5.9 Perfil de temperatura en corte vertical al centro del pozo.

En la Figura 5.10 se presenta el perfil de temperatura de un corte horizontal al fondo del pozo, en este se puede observar que el campo de temperatura presenta una variación radial y simétrica.

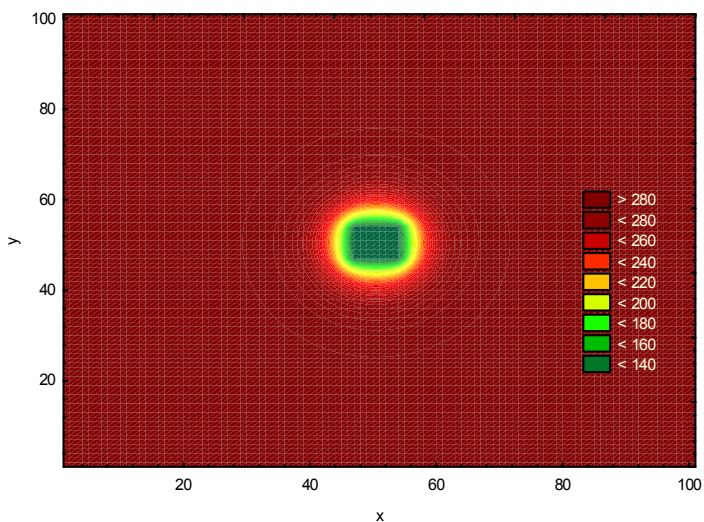


Figura 5.10 Perfil de temperatura corte horizontal al fondo del pozo.

### Recuperación térmica del pozo

Una vez que se realiza el proceso de afectación térmica se procede al proceso de recuperación térmica y se obtiene el campo de temperatura después de un tiempo igual al máximo medido en la serie, y se presentan los perfiles de temperatura de recuperación y de afectación.

En la Figura 5.11 se presentan los perfiles de temperatura de afectación y recuperación térmica en corte vertical al centro del pozo, en el que se puede observar que en la recuperación los nodos que corresponden al pozo presentan un comportamiento diferente a los nodos que corresponden a la formación, esto es debido a la diferencia en las propiedades termofísicas entre ellos.

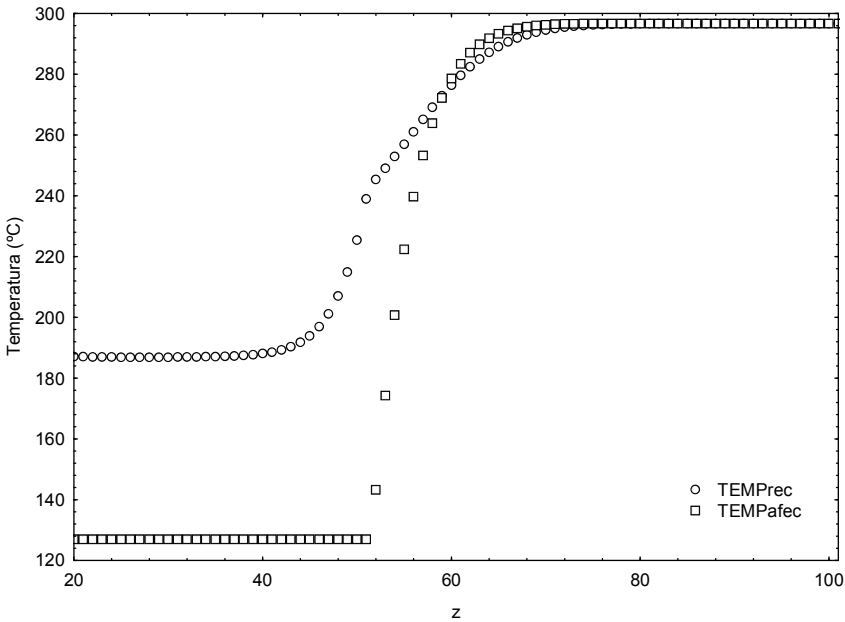


Figura 5.11 Perfiles de temperatura de afectación y recuperación térmica en corte vertical al centro del pozo.

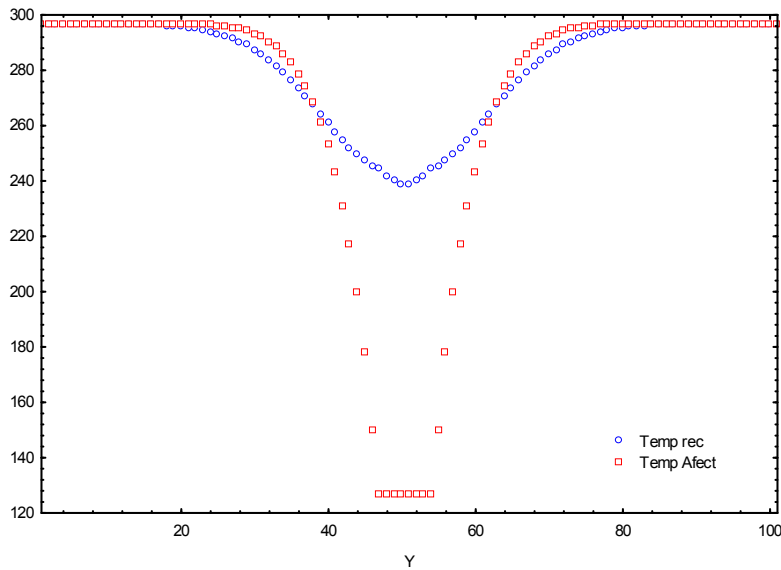


Figura 5.12 Perfiles de temperatura de afectación y recuperación térmica en el eje y al fondo del pozo.

Con los datos obtenidos podemos observar que el simulador presenta resultados aceptables, tanto en la simulación de la afectación térmica como en la recuperación térmica, lo cual nos permite determinar la difusividad de la formación.

#### Comparación de simulación sin el proceso de afectación

Beirute (1991) propuso en el desarrollo de su simulador el uso de la TEF como campo inicial de temperatura para el proceso de recuperación térmica, tomando en cuenta esta propuesta se realizó una simulación para determinar la difusividad térmica, en la Figura 5.13 se muestran los resultados que se obtuvieron.

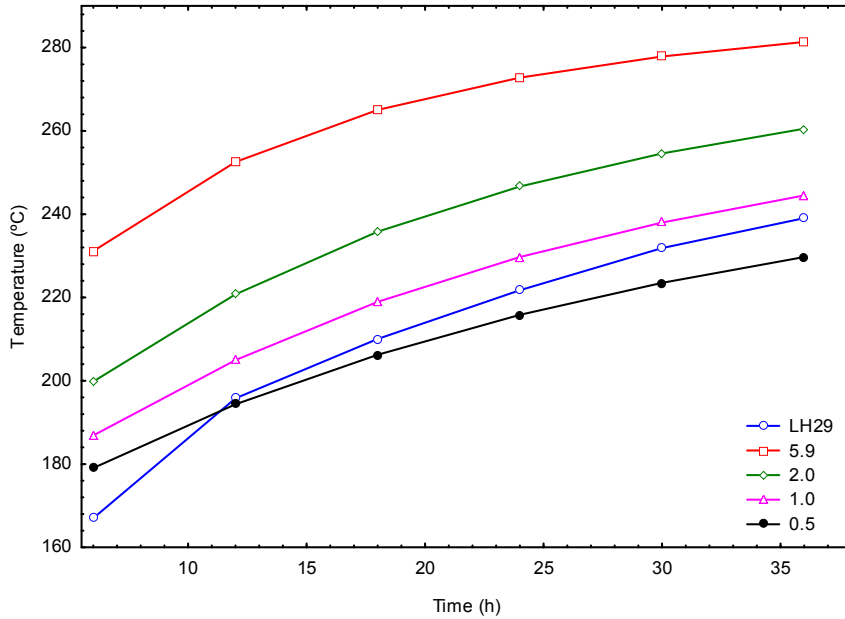


Figura 5.13 Grafica de las series obtenidas para diferentes difusividades a partir del simulador de recuperación térmica con campo de temperatura inicial con valor de la TEF

Como se puede observar en la Figura 5.13 las series obtenidas con el simulador no empatan con la serie original, el valor de difusividad que permite obtener la serie que más asemeja los datos reportados es de  $0.5 \text{ E-}7 \text{ m}^2/\text{s}$ , este valor está fuera de los valores reportados para diversas rocas, en consecuencia el proceso de afectación térmica debida a la perforación es de suma importancia para el simulador.

### Serie KYU

Para el análisis de la serie KYU se corrió el simulador siguiendo los pasos descritos en la metodología y ejemplificados con la serie LH29.

Los resultados obtenidos se describen a continuación.

Aplicando el método LSRPM a esta serie, del modelo se obtiene la TEF =  $194.2 \pm 0.06 \text{ }^\circ\text{C}$  y la temperatura inicial del lodo  $T = 55.24 \pm 2.70 \text{ }^\circ\text{C}$ , así mismo se propone una difusividad para el lodo de perforación de  $\alpha = 1.46 \text{ E-}7 \text{ m}^2/\text{s}$  y un tiempo de circulación de 5 h (Verma et al., 2008).

En la Tabla 5.10 se presentan los resultados obtenidos durante la simulación, en este caso los valores de difusividad variaron de  $6.1 \text{ E-}7$  hasta  $8.3 \text{ E-}7$ , dando, para este pozo, un valor de difusividad de  $8 \text{ E-}7 \text{ m}^2/\text{s}$ .

Tabla 5.10 Resultados obtenidos para las difusividades utilizadas en la simulación de la serie KYU.

	Difusividad ( $\text{m}^2/\text{s}$ )							
	6.1	7.1	7.5	7.7	7.9	8	8.1	8.3
$X^2$	3.210	0.672	0.235	0.118	0.064	0.058	0.067	0.124
Diferencia	0.515	0.227	0.122	0.072	0.022	-0.002	-0.026	-0.073

En la Figura 5.14 se presenta la gráfica donde se observa la serie simulada con una difusividad de  $8 \text{ E-}7$  y la serie reportada para este campo geotérmico. Podemos observar que la simulación se ajusta a la serie medida de forma aceptable.

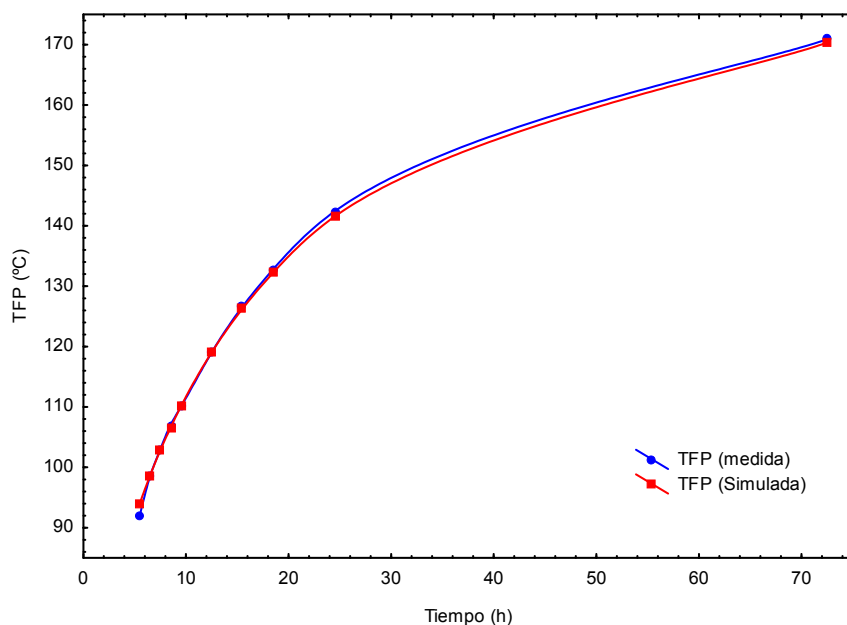


Figura 5.14 Gráfica de comparación de los datos medidos y simulados de la serie KYU.

En la Figura 5.15 se presentan los resultados de la prueba de bondad de ajuste  $X^2$  para las diferentes difusividades que utilizó el simulador, con lo cual se corrobora que la difusividad que permite obtener el mejor ajuste es de  $8 \text{ E-}7 \text{ m}^2/\text{s}$ .



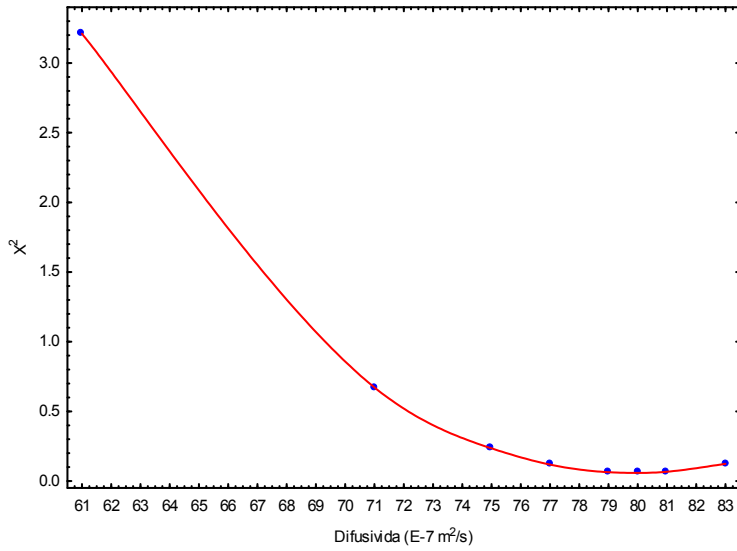


Figura 5.15 Gráfica del valor de  $X^2$  para las difusividades utilizadas en la simulación de la serie KYU.

Para comprobar que el ajuste es adecuado podemos observar la gráfica que se presenta en la Figura 5.16 en la que se tiene un valor muy cercano a cero en la diferencia entre la serie simulada y la serie medida.

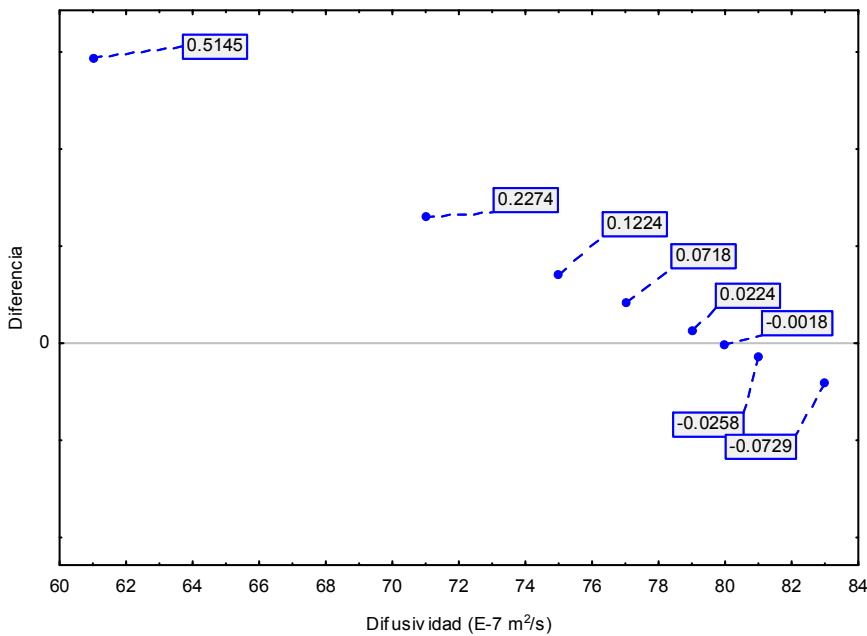


Figura 5.16 Gráfica de diferencias obtenidas entre la serie KYU medida y las series simulada con su respectiva difusividad.

Con los datos obtenidos por el simulador podemos determinar que la difusividad para este pozo es de  $8 \text{ E-7 m}^2/\text{s}$ .

### Serie MISS

Para la serie MISS se utilizó el simulador de la misma forma en que se describió en las series anteriores.

Aplicando el método LSRPM a esta serie, del modelo se obtiene la TEF =  $148.5 \pm 0.5 \text{ }^\circ\text{C}$  y la temperatura inicial del lodo  $T = 139.61 \pm 1.61 \text{ }^\circ\text{C}$ , así mismo se propone una difusividad para el lodo de perforación  $\alpha = 1.46 \text{ E-7 m}^2/\text{s}$  y un tiempo de circulación de 5 h (Verma et al., 2008)

Los resultados obtenidos de la simulación se presentan en la Tabla 5.10, en la cual se tiene que los valores de difusividad utilizados fueron de  $7.5 \text{ E-7 m}^2/\text{s}$  y se disminuyó hasta  $1.5 \text{ E-7 m}^2/\text{s}$ . Cabe señalar que esta serie es petrolera y la diferencia de temperatura inicial y final es menor a  $30 \text{ }^\circ\text{C}$ , por lo cual las condiciones termofísicas se espera que sean diferentes a las series geotérmicas.

Tabla 5.10 Resultados obtenidos para las difusividades utilizadas en la simulación de la serie MISS.

	Difusividad ( $\text{m}^2/\text{s}$ )					
	1.5	2	2.1	2.2	2.3	2.4
$X^2$	0.034	0.020	0.019	0.018	0.018	0.018
Diferencia	0.027	0.002	-0.002	-0.006	-0.010	-0.014

	Difusividad ( $\text{m}^2/\text{s}$ )					
	2.5	3	3.5	4	5.5	7.5
$X^2$	0.019	0.025	0.036	0.049	0.098	0.166
Diferencia	-0.018	-0.035	-0.050	-0.063	-0.094	-0.124

De acuerdo a los datos que se presentan en la Tabla 5.10 la difusividad que presenta un mejor ajuste es  $2.2 \text{ m}^2/\text{s}$ , en cuanto a la diferencia los valores correspondientes a 2, 2.1 y 2.2 son casi cero por lo que no es factible diferenciarlos.

A partir de la difusividad seleccionada se obtiene la gráfica de recuperación térmica del fondo del pozo y se compara con la serie reportada como se muestra en la Figura 5.17 en la cual se pueden observar algunas diferencias las cuales en su mayoría son menores a  $0.5 \text{ }^\circ\text{C}$ , sólo en un punto se observa una diferencia cercana a  $1 \text{ }^\circ\text{C}$ .

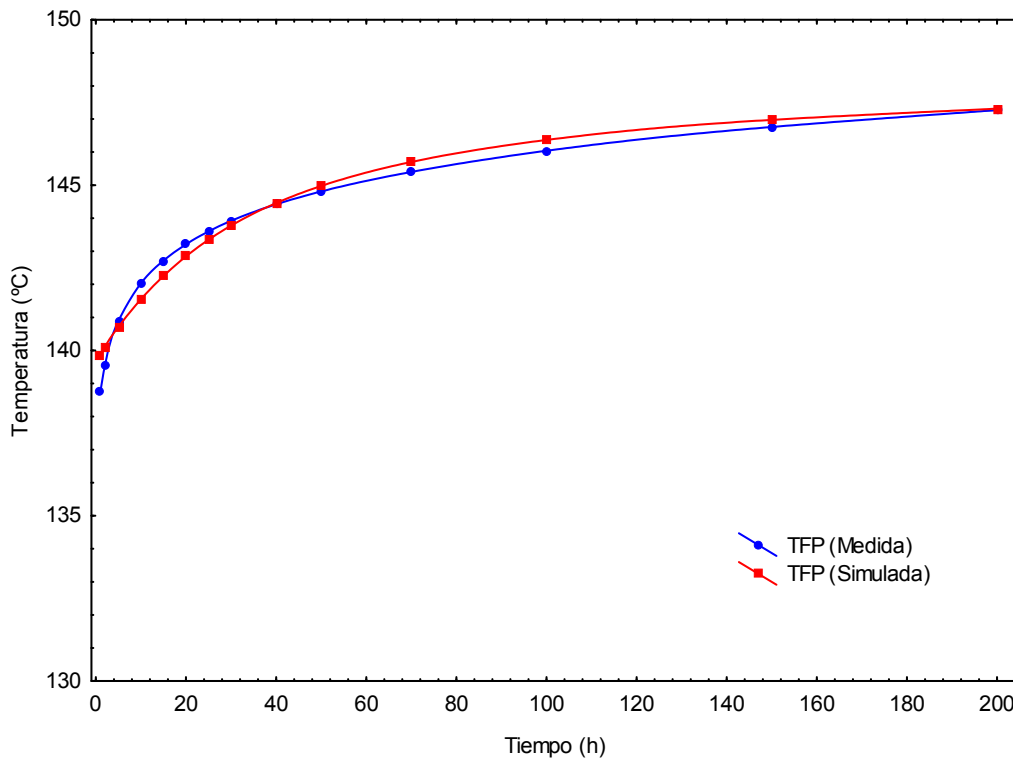


Figura 5.17 Gráfica de comparación de los datos medidos y simulados de la serie MISS

En la Figura 5.18 se muestra un gráfica con los valores de  $X^2$  para cada difusividad usada en la simulación, de la cual podemos observar que la difusividad de  $2.2$  y  $2.3 \text{ E-7 m}^2/\text{s}$  son las que presentan mejor ajuste.

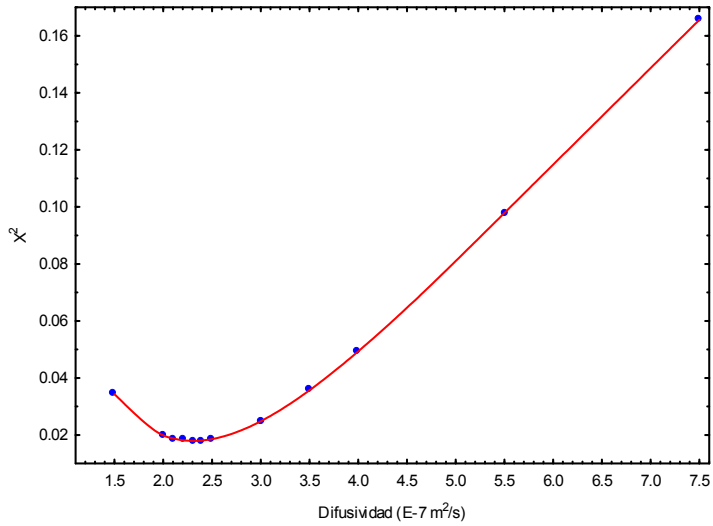


Figura 5.18 Gráfica del valor de  $X^2$  para las difusividades utilizadas en la simulación de la serie MISS.

En la Figura 5.19 se muestra la grafica de la suma de diferencias entre los puntos simulados y los puntos reportados, lo cual nos permite definir que de las difusividades que presentaban mejor ajuste la más adecuada es la de  $2.2 \text{ E-}7 \text{ m}^2/\text{s}$ .

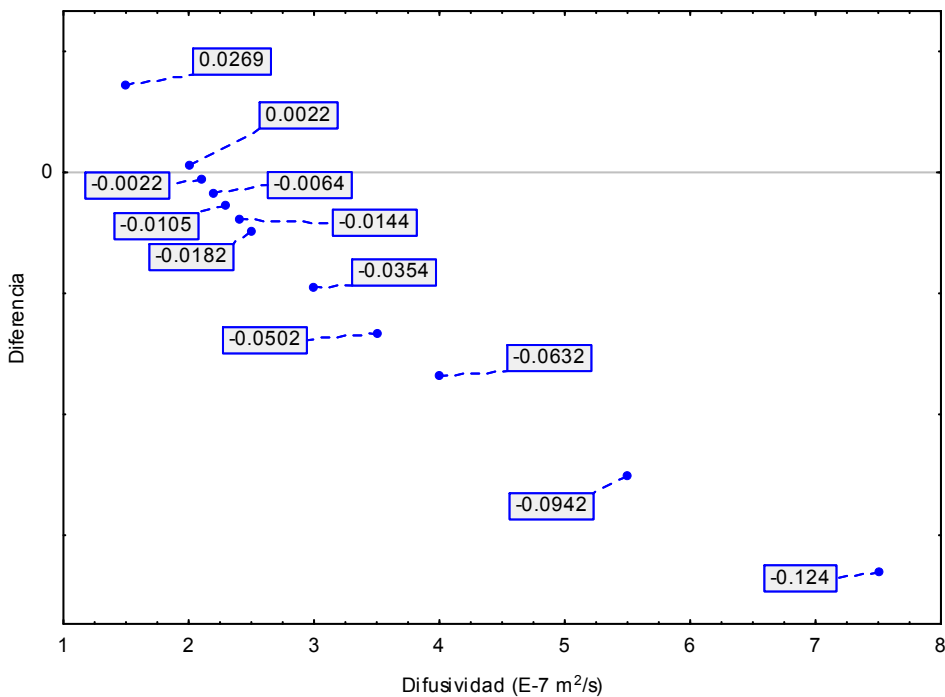


Figura 5.19 Gráfica de diferencias obtenidas entre la serie MISS medida y las series simulada con su respectiva difusividad.

## Conclusiones

En el desarrollo del doctorado se mejoró la metodología del método racional polinomial con el fin de optimizar el programa de cómputo y también se compararon los resultados obtenidos con nuevos métodos publicados.

Así mismo se desarrolló una mejora al método racional polinomial con el uso de mínimos cuadrados y el desarrollo de ecuaciones que permiten obtener la incertidumbre asociada a los coeficientes del modelo matemático que se obtiene; este método se validó con series sintéticas y de campo obteniéndose resultados acordes con los publicados en la literatura, lo que nos permite usar este método no solo para obtener temperaturas estabilizadas, sino también obtener la temperatura del lodo de perforación que se encuentra en el fondo del pozo al cesar la circulación. También se obtiene el modelo matemático que describe el fenómeno de la recuperación térmica.

Se pudo constatar que el método racional polinomial tiene aplicación en fenómenos transitorios que tienden a la estabilización, lo cual permitió colaborar en la aplicación del método a fenómenos de interacción agua roca, también se pudo aplicar para la obtención de presiones estáticas de formación en pozos petroleros.

Para el desarrollo del trabajo doctoral se dividió el trabajo en el desarrollo de dos simuladores, uno para la afectación térmica debido a la perforación, con el cual podemos determinar, cómo el lodo de perforación afecta la formación, es decir obtenemos el campo de temperaturas de la formación después del proceso de perforación. El segundo simulador se diseñó para el proceso de recuperación térmica que se da después de que se detiene la perforación y deja de circular el lodo de perforación, lo cual nos permite reproducir el comportamiento del fondo del pozo durante el proceso de recuperación térmica.

El trabajo principal del doctorado se cumplió al diseñar un simulador que se construyó con la integración del método racional polinomial por mínimos cuadrados, el simulador de afectación y el simulador de recuperación en un proceso iterativo. Todo esto nos permite determinar la difusividad de la formación a partir de la temperatura de fondo y el tiempo de recuperación, así como las propiedades termofísicas del lodo de perforación. A partir de este simulador se pueden construir series sintéticas de recuperación térmica que pueden ser usadas para validar nuevos métodos para determinar o estimar temperaturas estabilizadas de formación.

Una limitante en el desarrollo del trabajo fue la capacidad de los equipos de cómputo, ya que esto limita el tamaño de la formación que se desea analizar y también afecta en el tiempo que tarda cada simulación. Así mismo la escases de datos de propiedades termofísicas de los diversos pozos reportados en la literatura, no permite una mejor validación y puesta a prueba del simulador.

#### Trabajo futuro

Como trabajo futuro se propone el diseño de series sintéticas a partir de las mismas condiciones iniciales, sólo variando la difusividad con el fin buscar, mediante un análisis multivariado, si es que existe una relación entre los coeficientes del modelo matemático obtenido a partir del método racional polinomial y la difusividad

Así mismo se propone el extender el simulador para abarcar todo el pozo y poder simular el proceso de perforado tomando en cuenta el avance de la barrena en la formación.

## Productos obtenidos

A partir del trabajo desarrollado en el doctorado se obtuvieron los siguientes productos:

Publicación del artículo “A new practical method for the determination of static formation temperatures in geothermal and petroleum wells using a numerical method based on rational polynomial functions” en la revista Journal of Geophysics and Engineering. Autores: **Wong-Loya JA**, Andaverde J, Santoyo E

Publicación de trabajo en colaboración "A geochemometrical approach to determine the reaction time required to reach quasi-steady state conditions of mineral dissolution reactions in geothermal systems by water-rock interaction experiments, Na-K geothermometry and statistical tools" Autores: D. Pérez-Zarate, I.S. Torres-Alvaradot, **J.A. Wong-Loya**, M. Guevara, and E. Santoyo como parte del libro “Fuelling the future: Advances in Science and Technologies for Energy Generation, Transmission and Storage” pp 375-380. ISBN- 13: 978-1-61233-558-2, BrownWalker Press, 2012

Publicación del libro “Geotermia: Energía de la Tierra” Autores: Edgar Santoyo Gutierrez, Erika Almiduris Echeverria y **Jorge Alejandro Wong Loya**, Colección sello de arena, editorial Terracota. Seleccionado para formar parte del programa de Bibliotecas de Aula del Programa Nacional de Lectura y Escritura de la SEP.

A partir de la mejora del método racional polinomial se sometió la Patente “Método de obtención de temperaturas estabilizadas de formación y presiones estabilizadas de formación en pozos” con el número MX/a/2012/012315.

Como resultado del desarrollo del algoritmo del método Racional Polinomial por Mínimos Cuadrados se obtuvieron los derechos de autor del programa en Fortran (Número de registro: 03-2013-020113002200-01) y Paython (Número de registro 03-2013-011711284400-01).

Envío en marzo de 2013 del artículo “Improved method for estimating static formation temperatures in geothermal and petroleum wells” a la revista Mathematical Geosciences, Autores: **Wong-Loya, J.A.**, Andaverde, J.A., Del Rio, J.A. actualmente el estado es: Under review.

Los trabajos desarrollados en el doctorado permitieron la participación en los Congresos:

International Conference of Applied Energy, 2011, en Perugia Italia con el trabajo “Air conditioning in a station of subway new line in Mexico City using geothermal heat exchangers” en mayo de 2011, Autores **J.A. Wong-Loya**, C. Rivera and J. Andaverde.

The Energy & Material Research, 2012, con el trabajo “A new improved mathematical method to estimate stabilized formation temperatures using thermal recovery data of geothermal boreholes”, junio de 2012, en Malaga, España. Autores: **J.A. Wong-Loya**, J. Andaverde and E. Santoyo.

The Energy & Material Research, 2012, como colaborador en el trabajo “A geochemometric approach to determine the reaction time to reach quasi-steady state conditions of mineral dissolution reactions in geothermal systems using water-rock interaction experiments, Na-K geothermometry and statistical tools”, junio de 2012, en Malaga, España. D. Pérez-Zárate, I.S. Torres-Alvarado†, M. Guevara, **J.A. Wong-Loya**, E. Santoyo.



XXI Congreso Nacional de Geoquímica del 3-7 octubre de 2011 con el trabajo: “Nuevo método analítico para la estimación de temperaturas estabilizadas de formación de sistemas geotérmicos y petroleros: aplicación de la aproximación matemática de Padé”. Monclova . Autores: J.A. Andaverde-Arredondo, **J.A. Wong-Loya**, E. Santoyo.

XXII Congreso Nacional de Geoquímica del 1 al 5 de octubre, con el trabajo: Simulación de la afectación térmica de la formación por efecto de la perforación de un pozo (análisis de fondo de pozo). Obteniendo el **reconocimiento al mejor trabajo de doctorado**.

Segundo Simposio Internacional sobre Energías Renovables y Sustentabilidad, a del 20 al 22 de Marzo de 2013 con el trabajo: Improved Method for estimating static formation temperatures in geological Wells. Autores: **J.A. Wong-Loya**, J. A. Andaverde y J.A. Del Rio.

Segundo Simposio Internacional sobre Energías Renovables y Sustentabilidad, del 20 al 22 de Marzo de 2013 como colaborador en el trabajo: Water-rock interaction using volcanic rock samples (basalt and dacite): An experimental and geochemometrics study to predict geothermal fluid compositions and reaction times under quasi-steady state conditions. Autores: D. Pérez-Zarate, M. Guevara, L. Peiffer, **J.A. Wong-Loya**, I.S. Torres-Alvarado†, E. Santoyo.

Con el conocimiento adquirido y desarrollado sobre el método racional polinomial se participó como **Codirector de tesis de licenciatura**: “Nuevo método para la estimación de presión estabilizada de formación basado en la extrapolación racional polinomial, Universidad Veracruzana (Agosto de 2011). Del alumno Obed Rocha Gómez para obtener el título de Ingeniero petrolero.

## Bibliografía

Abdulagatova, Z.Z. Abdulagatov, I.M. y Emirov, S.N. (2009) Effect of temperature and pressure on the thermal conductivity of sandstone. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 46, 1055-1071.

Andaverde, J., Verma S. P., y Santoyo E. (2005). Uncertainty estimates of static formation temperatures in boreholes and evaluation of regression models. *Geophysical Journal International*, 160, 1112-1122.

Armstrong, P.A., Chapman D. S., Funnell R. H., Allis R. G, y Kamp P. J. J. (1996). Thermal Modeling and Hydrocarbon Generation in an Active-Margin Basin: Taranaki Basin, New Zealand. *The American Association of Petroleum Geologist*, 80, 1216-1241.

Ascencio, F., García A., Rivera J., y Arellano V. (1994). Estimation of undisturbed formation temperatures under spherical-radial heat flow conditions. *Geothermics*, 23, 317- 326.

Bassam, A., Santoyo, E., Andaverde, J., Hernández, J. A., y Espinoza-Ojeda, OM., (2010). Estimation of static formation temperatures in geothermal wells by using an artificial neural network approach. *Computers and Geosciences*, 36, 1191–1199.

Beirute, R. M. (1991). A circulating and Shut-in well-temperature-profile Simulator. *Journal of Petroleum Technology*, september, 1140-1146.

Bevington, P.R. y Robinson, D.K. (2002). *Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences* 3rd edn. McGraw-Hill, New York

Bhat, A., Swenson, D. y Gosavi, S. (2005). Coupling the hole wellbore simulator with TOUGH2. *Proceedings, Thirtieth Workshop on Geothermal Reservoir*

Engineering Stanford University, Stanford, California, Enero 31-Febrero 2, SGP-TR-176.

Brennand, A. W. (1984). A new method for the analysis of static formation temperature tests. In: Proceedings of the 6<sup>th</sup> *New Zeland Geothermal Congress*, Antalya, Turkey, April 24-29, 1-7.

Bullard, E.C. (1947). The time necessary for a borehole to attain temperature equilibrium. *Astronomical Society, Geophysics Supplement*, 5, 125-130.

Cao, S., I. Lerche, y Hermanrud C. (1988). Formation temperature estimation by inversion of borehole measurements. *Geophysics*, 53, 979-988.

Cho, W. y Kwon, S. (2010). Estimation of the thermal properties for partially saturated granite. *Engineering Geology*. 115,132-128.

Clauser, C. y Huenges, E. (1995). Thermal conductivity of rocks and minerals. Rock physics and phase relations: a handbook of physical constants. American Geophysical Union.

Contreras, E., Domínguez, B., y Rivera, O. (1990). Mediciones petrofísicas en núcleos de perforación del campo geotérmico Los Humeros. *Revista Mexicana de Geoenergía*. 6, 1, 9-42.

Da-Xin, L. (1986). Non-linear fitting method of finding equilibrium temperature from BHT data. *Geothermics*, 15, 657-664.

Davis, A. y Michaelides E. (2009). Geothermal power production from abandoned oil wells. *Energy*, 34, 866–872.

Dowdle, W. L. y Cobb, W.M. (1975). Static formation temperature from well logs – An empirical method. *Journal of Petroleum Technology*, 27, 1326-1330.

Duchkov, A. D., Kutasov, I. M. y Sokolova, L. S. (2009). Estimating heat flow from an unsteady temperature log of submarine borehole BDP-98 (Lake Baikal). *Russian Geology and Geophysics*. 50. 131-135.

Dwivedi, R D., Goel, R K., Prasad, V V R. y Sinha, A. (2008). Thermo-mechanical properties of Indian and other granites. *Rock Mechanics*. 45, 303-315.

Eppelbaum L.V. y Kutasov I.M. (2011). Determination of the formation temperature from shut-in logs: Estimation of the radius of thermal influence. *J Appl Geophys* 73:278-282.

Espinoza Ojeda Orlando Miguel (2007). Evaluación de métodos analíticos para la estimación de temperaturas estabilizadas en pozos geotérmicos. Tesis de Maestría. UNAM. CIE.

Espinoza-Ojeda OM., Santoyo E. y Andaverde J. (2011) A new look at the statistical assessment of approximate and rigorous methods for the estimation of stabilized formation temperatures in geothermal and petroleum wells. *J Geophys Eng* 8:233–258.

Espinosa-Paredes, G., Garcia, A., Santoyo, E. y Hernandez, I. (2000). TEMLOPI/V.2: a computer program for estimation of fully transient temperatures in geothermal wells during circulation and shut-in. *Computers and Geosciences*, 27, 327–344.

Espinosa-Paredes, G. y Garcia-gutierrez, A. (2004). Thermal behaviour of geothermal wells using mud and air-water mixtures as drilling fluids. *Energy Conversion and Management*. 45,9-10, 1513-1527.

Fan, R., Jiang, Y., Yao, Y., Shiming, D. y Ma, Z. (2007). A study on the performance of a geothermal heat exchanger under coupled heat conduction and groundwater advection. *Energy*, 32, 2199–2209.

Fomin, S. (2005). A borehole temperature during drilling in a fractured rock formation. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 48, 385-394.

García, A., Hernández, I., Espinosa, G., y Santoyo, E. (1998a). TEMLOPI: A thermal simulator for estimation of drilling mud and formation temperatures during drilling of geothermal wells. *Computers and Geosciences*, 24 (5): 465-477.

García, A., Santoyo, E., Espinosa, G., y Hernández, I. (1998b). Estimation of Temperatures in Geothermal Wells During Circulation and Shut-in in the Presence of Lost Circulation. *Transport in Porous Media*, 33 (1-2): 103-127.

García-Valladares O., Sánchez-Upton P. y Santoyo E. (2005). Numerical modeling of flow processes inside geothermal wells: An approach for predicting production characteristics with uncertainties. *Energy Conversion and Management*, 47 , 1621-1643.

González, J. M., Quintero, F., Arellano, J. E., Márquez, R. L., Sánchez, C., y Pernía, D. (2011). Effects of interactions between solids and surfactants on the tribological properties of water-based drilling fluids. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 4-11.

Großwig, S., Hurtig, E. y Kühn, K. (1996). Fibre optic temperature sensing: A new tool for temperature measurements in boreholes. *Geophysics* 61 1065–7

Gul, I.H. y Maqsood, A. (2006). Thermophysical properties of diorites along with the prediction of thermal conductivity from porosity and density data. *Int J Thermophys* 27(2):614–626

Gunn, C., Freeston, D., y Hadgu, T. (1992). Principles for wellbore simulator validation and calibration using matching analysis – I Analytical techniques. *Geothermics*, 21(3), 341–361.

Günzel, U. y Wilhelm, H. (2000). Estimation of the in-situ thermal resistance of a borehole using the Distributed Temperature Sensing (DTS) technique and the Temperature Recovery Method (TRM). *Geothermics*, 29, 689-700.

Hadgu, T. y Zimmerman, R. (1995). Coupled reservoir-wellbore simulation of geothermal reservoir behavior. *Geothermics*, 24(2), 145-166.

Hassan, A. R. y Kabir, C. S. (1991). Heat transfer during two-phase flow in wellbores: Part I. Formation temperature. In: *Proceedings of the SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, Dallas, Texas, October 6-9, 469-478.

Hassan, A. R. y Kabir, C. S. (1994). Static reservoir temperature determination from transient data after mud circulation. *SPE Drilling y Completion*, 9, 17-24.

Horner, D. R. (1951). Pressure build-up in wells. In: *Proceedings of the 3<sup>rd</sup> World Petroleum Congress*, The Hague, The Netherlands, 503-521.

Hyodo, M. y Takasugi, S. (1995). Evaluation of the curve-fitting method and the Horner-plot method for estimation of the true formation temperature using temperature recovery logging data. In: *Proceedings of the 20<sup>th</sup> Workshop on Geothermal Reservoir Engineering*, Stanford University, Stanford, California, January 24-26, 23-29.

Khandelwal, M. (2011). Prediction of thermal conductivity of rocks by soft computing. *International Journal of Earth Sciences (Geologische Rundschau)*, 1383-1389.

Krishnaiah, S., Singh, D., y Jadhav, G. (2004). A methodology for determining thermal properties of rocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 41(5), 877–882.

Kutasov, I. M. (1999). *Applied Geothermics for Petroleum Engineers*. First ed. Elsevier Scientific Publishing Company, 347.

Kutasov, I. M (2003). Dimensionless temperature at the wall of a infinite cylindrical source with a constant heat flow rate. *Geothermics*, 32, 63-68.

Kutasov, I.M. y Eppelbaum L.V. (2005). Dtermination of formation temperature from bottom-hole temperature logs-a generalized Horner method. *Journal of Geophysics and Engineering*, 2, 90-96.

Kutasov, I. M. y Eppelbaum, L. V. (2009). Estimation of geothermal gradients from single temperature log-field cases. *Journal of Geophysics and Engineering*, 6(2), 131-135.

Kutasov, I. y Eppelbaum, L. (2010). A new method for determining the formation temperature from bottom-hole temperature logs. *Journal of Petroleum and Gas Engineering Vol*, 1(1), 001–008.

Lampe, C. y Pearson, M. (2002). Advective cooling within sedimentary rift basins-application to the Upper Rhinegraben (Germany). *Marine and Petroleum Geology*, 19, 361-375.

Leblanc, Y., Pascoe, L. J., y Jones, F. W. (1981). The temperatura stabilization of a borehole. *Geophysics*, 46, 1301-1303.

Lister, C. (1977). Estimators for heat flow and deep rock properties based on boundary layer theory. *Tectonophysics*, 41, 157-171.

Manetti, G. (1973) Attainment of temperature equilibrium in holes during drilling. *Geothermics*, 2, 94-100.

Melton, C. y Giardini, A. (1984). Petroleum formation and the thermal history of the Earth's surface. *Journal of Petroleum Geology*, 7, 303-312.

Middleton, M. F. (1979). A model for Bottom-hole temperature stabilization. *Geophysics*, 44, 1458-1462.

Owen, T. H. y Orville, C. S (1995). *Computational Methods in Chemical Engineering*. Prentice Hall. 461.

Pourafshary, P., Varavei, A., Sepehrmoori, K., y Podio, A. (2009). A compositional wellbore / reservoir simulator to model multiphase flow and temperature distribution Standard condition. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 69(1-2), 40–52.

Salehi, S., Hareland, G., y Nygaard, R. (2010). Numerical simulations of wellbore stability in under-balanced-drilling wells. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 72(3-4), 229-235.

Santoyo, E. (1997). Transient numerical simulation of heat transfer processes during drilling of geothermal wells. PH. D. thesis, University of Salford, UK.



Santoyo, E., García, A., Espinosa, G., Hernandez, I., y Santoyo, S. (2000). STATIC\_TEMP: a useful computer code for calculating static formation temperatures in geothermal wells. *Computers y Goesciences*, 26, 201-217.

Santoyo, E., García, A., Espinosa, G., Santoyo-Gutiérrez, S., y González-Partida, E. (2003). Convective heat-transfer coefficients of non-Newtonian geothermal drilling fluids. *Journal of Geochemical Exploration*, 78-79, 249-255.

Santoyo-Gutiérrez, S., García, A., Morales, J. M., Perezyera, J. y Rosas, A.. (1991). Applied technology in the solution of geothermal drilling problems of deep Wells in La Primavera caldera (México). *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 47, 195-208.

Schoepfel, R. J. y Gilarranz, S. (1966). Use of well log temperatures to evaluate regional geothermal gradients. *Journal of Petroleum Technology*, 18, 667-673.

Shen, P. Y. y Beck, A. E. (1986). Stabilization of bottom hole temperature with finite circulation time and fluid flow. *Geophysic Journal of royal Astronomy Society*, 86, 63-69.

Sundberg, J., Back, P. E., Ericsson, L. O., y Wrafter, J. (2009). Estimation of thermal conductivity and its spatial variability in igneous rocks from in situ density logging. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 46(6), 1023–1028.

Teng Y. y K. Koike (2007). Three-dimensional Imaging of a geothermal system using temperature and geological models derived from a well-log dataset. *Geothermics*, 36, 518–538.

Timko, D. J. y Ferlt, W. H. (1972). How downhole temperatures, pressures affect drilling, part 5, Predicting hydrocarbon environments with wireline data. *World Oil*, 174, 73-88.

Troschke, B. y Burkhardt, H. (1998). Thermal conductivity models for two-phase systems. *Phys. Chem. Earth* 23(3):351–355

Verma, S.P. (2005) Estadística básica para el manejo de datos experimentales: Aplicación en la geoquímica. UNAM. 186.

Verma, S.P. y Andaverde J. (2006). Coupling of thermal and chemical simulations in a 3-D integrated magma chamber-reservoir model: A new energy research frontier. *Geothermal Energy Research Frontiers*. F. Columbus, Ed., Nova Science Publishers, Inc.

Verma, S.P., Andaverde, J.y Santoyo, E. (2006). Statistical evaluation of methods for the calculation of static formation temperatures in geothermal and oil wells using an extension of the error propagation theory. *Journal of geochemical Exploration*, 89, 398-404.

Vosteen, H. y Schellschmidt, R. (2003). Influence of temperature on thermal conductivity, thermal capacity and thermal diffusivity for different types of rock. *Physics and Chemistry of the Earth*, 28, 499–509.

Williams, D. y McCain, Jr.(1990). The properties of petroleum fluid. Third edition, Penn Well Books, Oklahoma, 548 pp.

Wong Loya, J.A. y Andaverde, J.A. (2010). Simulation of subsoil conditions for ground heat exchanger for application of heating and cooling buildings. *Proceedings of the International Conference on Applied Energy*, 1843-1853.

Wong-Loya, JA., Andaverde, J. y Santoyo, E. (2012) A new practical method for the determination of static formation temperatures in geothermal and petroleum wells using a numerical method based on rational polynomial functions. *J Geophys Eng.* 9:711-728

Wooley, G. R. (1980). Computing Doenhole Temperatures in circulation, injection, and production wells. *Journal of PetroleumTechnology*, 32,1509-1522.

Zhangxin, C. (2007). *Reservoir simulation: Mathematical techniques in oil recovery* first edition. Society for Industrial and Applied Mathematics Philadelphia. 2007. 219 pp.

Zschocke, A. (2005). Correction of non-equilibrated temperature logs and implications for geothermal investigations. *Journal of Geophysics Engineering*, 2, 364-371.

## **Anexos**

### **Anexo A**

Wong-Loya, JA., Andaverde, J. y Santoyo, E. (2012) A new practical method for the determination of static formation temperatures in geothermal and petroleum wells using a numerical method based on rational polynomial functions. J Geophys Eng. 9:711-728

A new practical method for the determination of static formation temperatures in geothermal and petroleum wells using a numerical method based on rational polynomial functions

This article has been downloaded from IOPscience. Please scroll down to see the full text article.

2012 J. Geophys. Eng. 9 711

(<http://iopscience.iop.org/1742-2140/9/6/711>)

View [the table of contents for this issue](#), or go to the [journal homepage](#) for more

Download details:

IP Address: 132.248.30.3

The article was downloaded on 06/11/2012 at 17:14

Please note that [terms and conditions apply](#).

# A new practical method for the determination of static formation temperatures in geothermal and petroleum wells using a numerical method based on rational polynomial functions

J A Wong-Loya<sup>1</sup>, J Andaverde<sup>2</sup> and E Santoyo<sup>3,4</sup>

<sup>1</sup> Posgrado en Ingeniería (Energía), Centro de Investigación en Energía, Universidad Nacional Autónoma de México, Priv. Xochicalco s/n, Col. Centro, Temixco, Morelos 62580, Mexico

<sup>2</sup> Centro de Investigación en Recursos Energéticos y Sustentables, Universidad Veracruzana, Av. Universidad Veracruzana Km. 7.5, Coatzacoalcos, Veracruz, Mexico

<sup>3</sup> Centro de Investigación en Energía, Universidad Nacional Autónoma de México, Priv. Xochicalco s/n, Col. Centro, Temixco, Morelos 62580, Mexico

E-mail: jawol@cie.unam.mx, jandaverde@uv.mx and esg@cie.unam.mx

Received 15 March 2012

Accepted for publication 20 September 2012

Published 2 November 2012

Online at [stacks.iop.org/JGE/9/711](http://stacks.iop.org/JGE/9/711)

## Abstract

A new practical method based on rational polynomial (RP) functions to estimate the static formation temperatures (SFT) in geothermal and petroleum boreholes is described. Thermal recovery processes involved during borehole drilling and completion operations were represented by mathematical asymptotic trends. Measurements of bottom-hole temperature and shut-in times (at least three or more) have been used both to obtain a mathematical function that describes the thermal recovery process of drilled boreholes, and to estimate the SFT. Using build-up temperature logs, the SFT have been reliably estimated with precision and accuracy. With these results, it was successfully demonstrated that the new RP method provides a practical tool for the reliable prediction of SFT in geothermal and petroleum boreholes.

**Keywords:** borehole completion, shut-in time, bottom-hole temperature, thermal recovery, drilling mud

(Some figures may appear in colour only in the online journal)

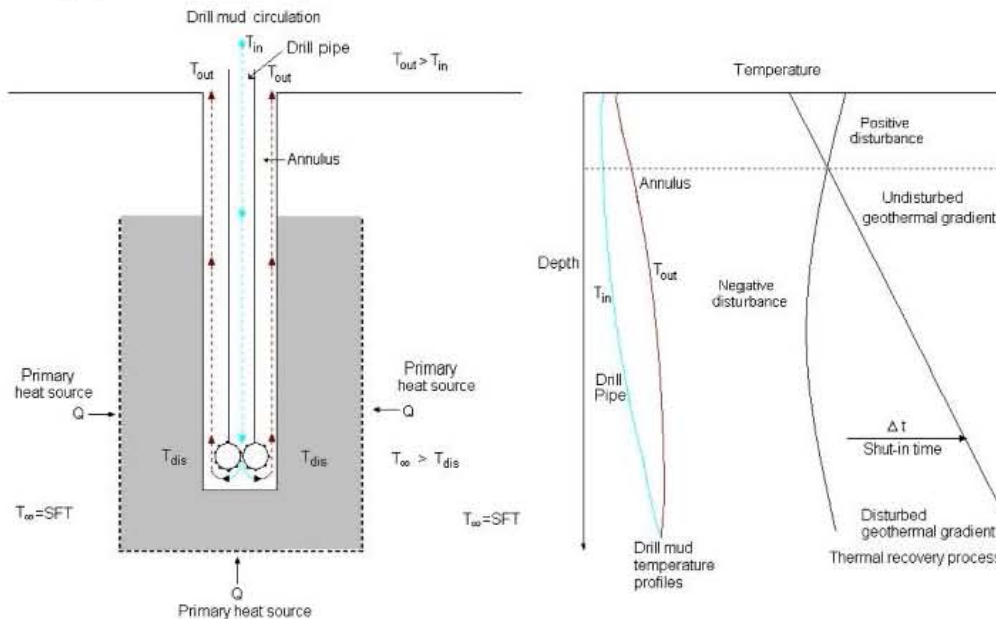
## 1. Introduction

Geothermal and petroleum industries require deep drilled wells for the exploitation of their endogen resources. When the geothermal and petroleum wells are drilled and completed, the distribution of temperatures along their borehole axes and the surrounding formations vary as a result of the circulation of the drilling mud (Santoyo 1997, Santoyo *et al* 2000, Kutasov and Eppelbaum 2009, Kutasov and Eppelbaum

2010, Espinoza-Ojeda *et al* 2011). A schematic diagram of a borehole under drilling conditions is depicted in figure 1. Thermal disturbances (positive and negative) due to drilling mud circulation are also schematically shown in the upper and lower sections of a borehole (Stulc 1995).

Temperature changes are disturbed by the time of drilling mud circulation, the temperature difference between the drilling mud and formation, the wellbore radius, the thermophysical properties of the system (wellbore, formation and fluid reservoir), and the drilling technology used (Kutasov and Eppelbaum 2010). Given these factors, the accurate

<sup>4</sup> Author to whom any correspondence should be addressed.



**Figure 1.** Schematic diagram showing a borehole under drilling conditions.  $T_{in}$  and  $T_{out}$  are the mud temperatures at the inlet and outlet, respectively.  $T_{dis}$  and  $T_{\infty}$  are the disturbed and undisturbed formation temperatures, respectively. Thermal disturbance shapes (positive and negative) are schematically depicted for the upper and lower sections of a borehole.

determination of formation temperatures at any depth requires a certain length of time (also called thermal recovery time) in which the borehole is not under operation.

In geothermal systems, the static formation temperatures (SFT), also referred to as stabilized, virgin or undisturbed formation temperatures, are one of the most important parameters required for the evaluation of their heat reserves (Zschocke 2005, Kutasov and Eppelbaum 2010, Eppelbaum and Kutasov 2011), whereas in petroleum systems, the knowledge of SFT is also crucial for modeling the hydrocarbon maturation (Melton and Giardini 1984, Armstrong *et al* 1996, Lampe and Person 2002), as well as for determining the transport properties of hydrocarbons (McCain 1990, Zhangxin 2007, Kutasov and Eppelbaum 2010).

SFT are usually inferred from bottom-hole temperatures (BHT) which are logged during thermal recovery processes, i.e., in the lower part of the well when the borehole drilling is stopped. BHT logs are costly due to the use of sophisticated log equipment, and mainly because it is necessary to stop the borehole drilling progress (Großwig *et al* 1996, Hurtig *et al* 1997, Wisian *et al* 1998, Fomin *et al* 2005). BHT measurements generally tend to reflect thermal anomalies caused by the drilling mud circulation to the rock-formation (Espinosa-Paredes and Garcia-Gutierrez 2004, Bassam *et al* 2010). BHT actually represents a measurement of the drilling mud temperature in a borehole, which is usually cooler than the true formation temperature (TFT) at the bottom-hole section. Because BHT are normally logged under transient

thermal conditions, such temperatures require to be corrected for representing the thermal equilibrium of rock-formation at long shut-in conditions. For this reason, a plethora of BHT correction methods (analytical methods and numerical simulators) have been proposed for a reliable estimation of the SFT. The analytical correction methods tend to calculate the SFT by extrapolation using non-equilibrium temperature logs or BHT data (e.g., Bullard 1947, Homer 1951, Lachenbruch and Brewer 1959, Dowdle and Cobb 1975, Middleton 1979, Leblanc *et al* 1981, Kutasov and Eppelbaum 2005, Bassam *et al* 2010). The analytical methods are applicable to repeated transient temperatures logged in the whole borehole using the mud circulation time (Kutasov and Eppelbaum 2009). Some improvements of these methods have been also suggested to consider the discontinuous drilling effects (Stulc 1995).

Numerical simulators have been developed both for describing the thermal histories (cooling and heating) of the drilled boreholes, and for the determination of gradients and SFT (e.g., Holmes and Swift 1970, Edwardson *et al* 1962, Tragesser *et al* 1967, Woolley 1980, Beirute 1991, García *et al* 1998, Bhat *et al* 2005). Numerical simulators typically require an excessive amount of input data, such as temperature build-up measurements (BHT and shut-in times), as well as the knowledge of the thermophysical properties of the wellbore (drilling fluids, cement slurries, and drill pipe), and formation or rock materials. Unfortunately, these properties in most cases are not available, and therefore constitute a serious limitation when these numerical tools are applied.

Despite the large number of analytical and numerical methods currently available, the SFT results inferred from these tools still present strong discrepancies when their predictions are statistically compared among themselves (Andaverde *et al* 2005, Espinoza-Ojeda *et al* 2011). These discrepancies are typically associated to several error sources:

- (a) the unrealistic assumptions of physical models to describe the borehole drilling process (Hassan and Kabir 1994, Santoyo *et al* 2000);
- (b) the simplified solution of heat transfer models to predict the SFT by analysing the thermal recovery data with linear regression methods (Andaverde *et al* 2005);
- (c) the measurement errors of BHT, circulation time of drilling fluid, and shut-in times (Kutasov and Eppelbaum 2005); and finally
- (d) the missing accurate knowledge of the mud circulation time, and the thermophysical and transport properties for drilling fluids, formation, drilling pipe and cement materials.

Drury (1984) and other authors demonstrated that most correction methods lead to significant errors in the calculation of SFT due to both mud circulation time and BHT uncertainties. In the first case, the duration of the mud circulation time is actually a parameter unknown or very difficult to measure with accuracy (Espinoza-Ojeda *et al* 2011). In a practical context, some authors suggest the use of circulation times between 2 and 5 h (e.g., Deming 1989), whereas others propose the use of equations to give some approaches of the circulation time or disturbance time (e.g., Kutasov and Eppelbaum 2009). With respect to the BHT uncertainties, these errors come from the BHT measurements which are logged when the thermal disturbance (caused by the mud circulation) is still intense (Andaverde *et al* 2005, Kutasov and Eppelbaum 2005).

The reliable determination of SFT is still considered a technical challenge to be achieved for the geothermal and petroleum industries (Eppelbaum and Kutasov 2011). Consequently, it is necessary to learn how to infer SFT with acceptable precision and accuracy, especially in the presence of a limited number of transient temperatures or BHT logs (Duchkov *et al* 2009). The development of improved methods for the determination of SFT is consequently an engineering task required for the geothermal and petroleum industries. Within this context, the proposal of new reliable methods to estimate SFT with high precision and accuracy is therefore recognized as a clear scientific target.

In this study, a new practical and numerical method, based on the application of rational polynomial (RP) functions to thermal recovery data, has been successfully developed for the determination of SFT with uncertainties. The aim of this study is to describe the development methodology of the new method, as well as its validation, application, and the accuracy evaluation.

## 2. General computational methodology

A schematic diagram showing a general description of the computational methodology is presented in figure 2.

According to this diagram, the methodology consisted of five major tasks which are briefly described as follows:

- (i) creation of a working database by compiling some transient temperature measurements logged during the drilling operations of geothermal and petroleum boreholes, and synthetic temperature series;
- (ii) processing and analysis of the thermal recovery behaviour of boreholes using BHT and shut-in time data;
- (iii) selection of analytical methods most commonly used for the estimation of SFT;
- (iv) development and implementation of the new rational polynomial method (RPM);
- (v) validation of the new practical RPM using a statistical comparison with true SFT reported for synthetic temperature datasets; and
- (vi) application of the new practical RPM to estimate the SFT in geothermal and petroleum boreholes, and their comparison with predictions inferred from other well-known analytical methods.

## 3. Computational methodology

### 3.1. Creation of a working database with transient BHT logs of geothermal and petroleum boreholes

For this study, six borehole data sets containing BHT measurements logged during drilling operations were compiled in a working database (three geothermal boreholes, one petroleum borehole, and two synthetic temperature data series). These BHT data were basically compiled from peer reviewed publications and technical reports of borehole drilling and completion operations.

For representing the BHT measurements of geothermal boreholes, three data sets were used: (i) KYU data set (with  $n = 10$  measurements of BHT and shut-in times ( $\Delta t$ ), and a mud circulation time of 5 h) which was logged during the drilling and completion operations of a borehole drilled in the Kyushu geothermal field, Japan (Hyodo and Takasugi 1995); (ii) LARD data set (with  $n = 40$  measurements of BHT and  $\Delta t$ , and a mud circulation time of 5 h) which was recorded during the drilling and completion operations of a borehole drilled in the Lardarello geothermal field, Italy (Da-Xin 1986); and (iii) HUM data set (containing  $n = 7$  measurements of BHT and  $\Delta t$ , and a mud circulation time of 2.5 h) which was logged during the drilling and completion operations of a borehole drilled in the Los Humeros geothermal field, México (Andaverde *et al* 2005).

To represent the BHT measurements of the petroleum borehole: MISS data set (with  $n = 14$  measurements of BHT and  $\Delta t$ , and a mud circulation time of 5 h) was compiled from drilling and completion reports of a borehole drilled in the Oklahoma petroleum field, USA (Kutasov 1999).

For the synthetic temperature data: SHEN ( $n = 8$ ) and CAO ( $n = 15$ ) data series were compiled from the numerical simulation works performed by Shen and Beck (1986) and Cao *et al* (1988), respectively. Shen and Beck (1986) studied the effects on the dissipation of the thermal disturbance induced



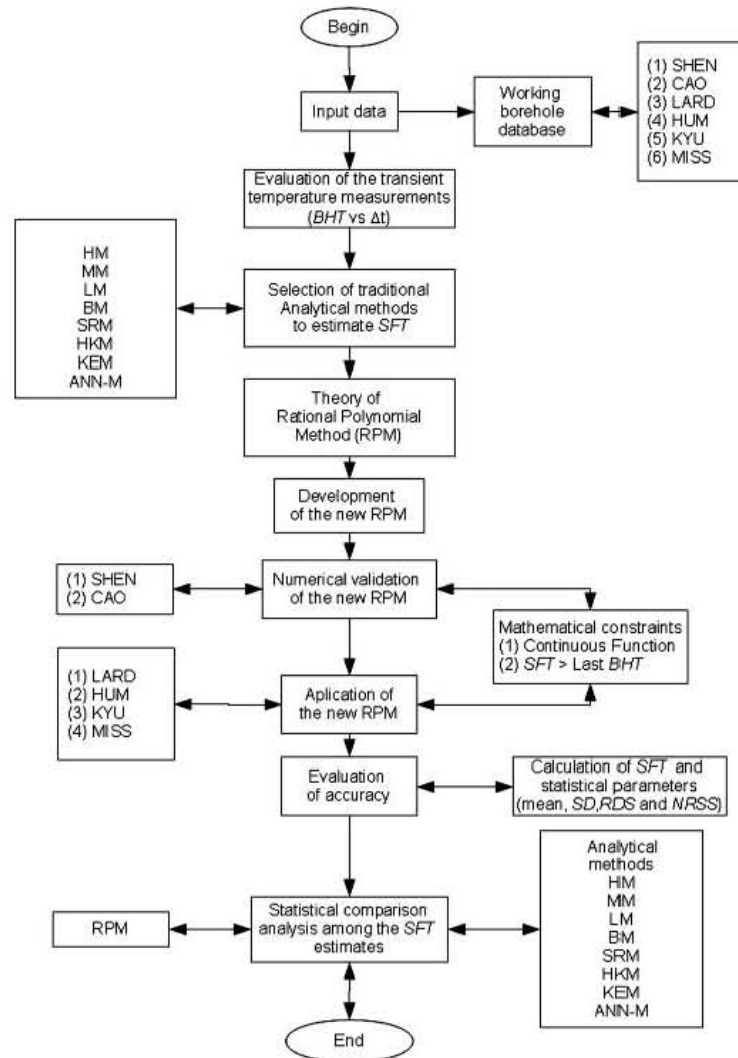


Figure 2. Flow diagram used for the development of the new RPM.

by drilling. These authors report analytical solutions (derived from the Laplace transformation method), and numerical results from several heat transfer models to describe the temperature stabilization process at bottom-hole conditions. In such models, the circulation time, the thermophysical properties of drilling muds and formation, as well as the fluid flow in the formation were analysed. Mud circulation was used either as a heat source (to provide a constant amount of heat to the borehole) or sink (to maintain the borehole mud at a constant temperature). The developed models were

used to predict equilibrium formation temperatures, which have been used in previous works as TPT to validate new analytical methods and wellbore thermal simulators. Cao et al (1988) reported inverse numerical methods to model a thermal stabilization process of a borehole after drilling mud circulation. From this model, thermal recovery data were predicted, and referred to as synthetic formation temperatures, among other variables such as mud temperatures, thermal perturbation distance, the formation thermal conductivity, and the efficiency factor for heating the mud in the borehole.

Transient measurements of BHT at different borehole depths, and mud temperatures at the surface were used as the main input data. The inverse numerical method was applied to both synthetic data and field data for obtaining TFT, which have also been used in previous works to validate analytical methods and simulators.

The synthetic temperature data reported by Shen and Beck (1986) and Cao *et al* (1988) were used for carrying out the numerical validation procedure of the new RPM here developed.

3.2. Processing and analysis of the thermal recovery behaviour of boreholes using BHT and shut-in time data

Six curve plots showing the thermal recovery behaviour of two synthetic temperature experiments (SHEN and CAO); three geothermal boreholes (LARD, HUM, and KYU), and a petroleum borehole (MISS) are presented in figures 3–8, respectively. A typical asymptotic behaviour is nearly observed in most of these build-up BHT data, which seems to show that the thermal stabilization of the surrounded formation has been closely reached (except for the HUM borehole in which the thermal stabilization of rock-formation is yet to be achieved: figure 6). According to the shut-in time periods commonly used for logging the geothermal BHT measurements, three different types of BHT data series were selected:

- (a) BHT logs collected at early shut-in times (e.g., LARD borehole: up to 27 h);
- (b) BHT measurements logged at typical shut-in times, which are commonly found in the geothermal well drilling industry (e.g., HUM borehole: up to 42 h); and
- (c) BHT logs recorded at long shut-in times (e.g., KYU boreholes: up to 72.5 h).

From the economical point of view, and mainly due to the overall drilling cost, the number of BHT measurements commonly logged represents a serious limitation to determine the thermal recovery of boreholes with precision and accuracy, and hence, the estimation of SFT (Andaverde *et al* 2005, Verma *et al* 2006, Espinoza-Ojeda *et al* 2011).

3.3. Selection of analytical methods for the estimation of SFT

Eight analytical methods most commonly used for the prediction of SFT in geothermal and petroleum boreholes were selected for comparison purposes:

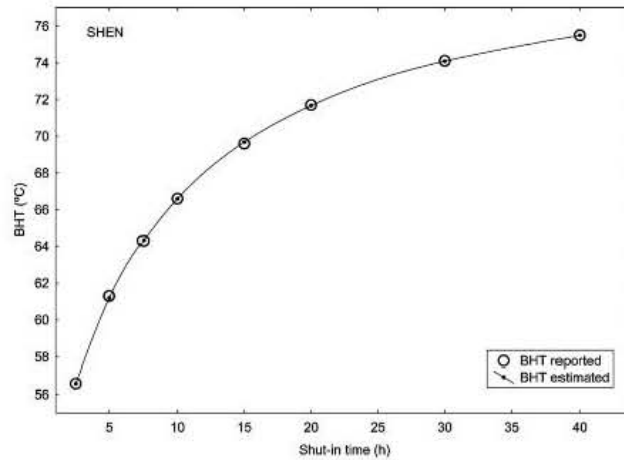
- (1) the Homer-plot method (HM) which is based on the well-known constant linear heat source model (Timko and Fertl 1972);
- (2) the Manetti method (MM) with physical fundamentals relied on a conductive cylindrical heat source model (Manetti 1973);
- (3) the Leblanc method (LM) which is based on a conductive cylindrical heat source model (Leblanc *et al* 1981);
- (4) the Brennand method (BM) which is based on a radial heat source model, and characterized by a conductive heat flow (Brennand 1984);

**Table 1.** Simplified equations used by analytical methods, including their identification number, and the regression models used both for fitting the transient BHT logs to estimate the SFT. OLR: ordinary linear regression; WLR: weighted linear regression; and QR: quadratic regression.

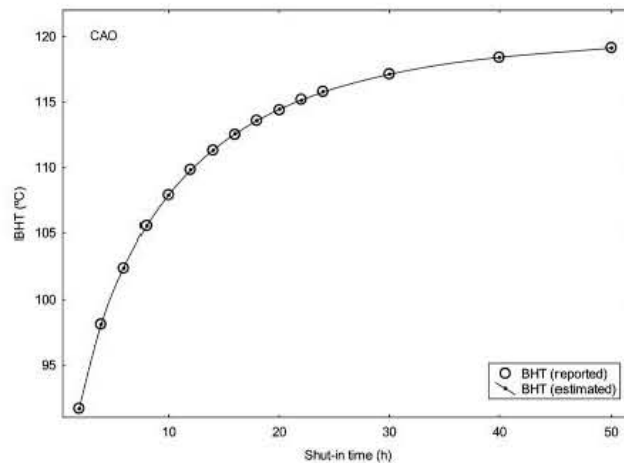
Analytical method (acronym)	Equation	Regression model	ID no
Homer (HM)	$BHT(\Delta t) = T_{iHM} - B_{HM} \left[ \ln \left( \frac{\Delta t + t_c}{\Delta t} \right) \right]$	OLR	1
		QR	2
		WLR	3
Manetti (MM)	$BHT(\Delta t) = T_{MM} - B_{MM} \left[ \ln \left( \frac{\Delta t}{\Delta t - t_c} \right) \right]$	OLR	4
		QR	5
		WLR	6
Leblanc (LM)	$BHT(\Delta t) = T_{LM} - B_{LM} \left[ 1 - \exp \left( \frac{-t}{4\alpha \Delta t} \right) \right]$	OLR	7
		QR	8
		WLR	9
Brennand (BM)	$BHT(\Delta T) = T_{BM} - B_{BM} \left( \frac{1}{\Delta t + p_c} \right)$	OLR	10
		QR	11
		WLR	12
Ascencio (SRM)	$BHT(\Delta T) = T_{SRM} - B_{SRM} \left( \frac{1}{\sqrt{\Delta t}} \right)$	OLR	13
		QR	14
		WLR	15
Hasan-Kabir (HKM)	$BHT(\Delta T) = T_{HKM} - B_{HKM} \left( e^{\frac{t}{\Delta t}} \right)$	OLR	16
		QR	17
		WLR	18
Kutasov-Eppelbaum (KEM)	$BHT(\Delta T) = T_j - B_j [\ln(x)]$	OLR	19
		QR	20
		WLR	21
Bassam (ANN-M)	$SFT = \sum_{j=1}^k \left[ W_{\alpha}(1, j) \times \left( \frac{2}{1 + \exp(-2(\sum_{k=1}^2 (W_{i,j,k} \ln(\Delta t)) + b_1(j)))} - 1 \right) \right] + b_2$	ANN	22
		ANN	22
Rational polynomial method (RPM)	$BHT(t) = \frac{p_0 + p_1 t + p_2 t^2 + \dots + p_k t^k}{1 + q_1 t + q_2 t^2 + \dots + q_m t^m}$ $k = m = 3, 5 \text{ and } 7$	General	23

- (5) the Ascencio method (SRM) which was fundamentally proposed on a spherical–radial heat flow model (Ascencio *et al* 1994);
- (6) the Hasan–Kabir method (HKM) with a physical theory based on a complex conductive–convective cylindrical heat source model (Hassan and Kabir 1994);
- (7) the Kutasov–Eppelbaum method (KEM) which is based on a generalized version of the constant linear heat source model (Kutasov and Eppelbaum 2005); and
- (8) the Bassam method (ANN-M) which constitutes an empirical approach based on the application of artificial neural network techniques (Bassam *et al* 2010).

Table 1 summarizes the simplified equations used by each analytical method, including their identification number,



**Figure 3.** Behaviour of the thermal recovery process (BHT and shut-in time data) exhibited by the SHEN synthetic data and a comparison with BHT values predicted by means of the new RPM.



**Figure 4.** Behaviour of the thermal recovery process (BHT and shut-in time data) exhibited the CAO synthetic data and a comparison with BHT values predicted by means of the new RPM.

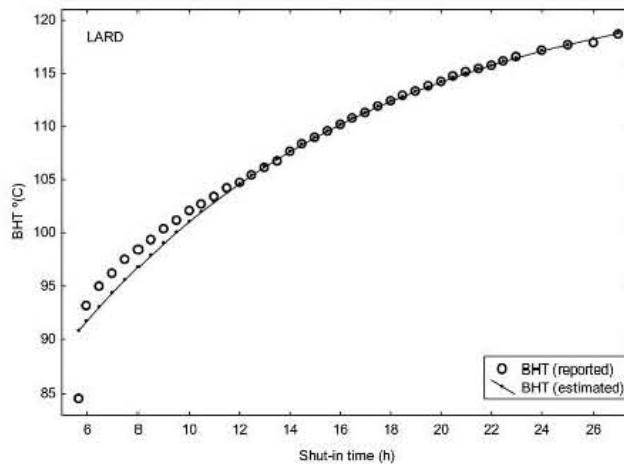
and the regression models used both for fitting the transient temperature logs (BHT and time functions), and to estimate the SFT (i.e. Ordinary Linear Regression: OLR; Weighted Linear Regression: WLR; and Quadratic Regression: QR). In relation to these regression models, Andaverde *et al* (2005) and Espinoza-Ojeda *et al* (2011) criticized the use of the traditional OLR model because it is statistically invalid in the presence of heteroscedastic errors, and the actual nonlinear behaviour of the transient BHT logs (e.g., see figures 3–5). As a result, these authors suggested the use of either the WLR or QR models to estimate the SFT with more accuracy.

In spite of this observation and only as a reference, three regression models (OLR, WLR, and QR) were all together

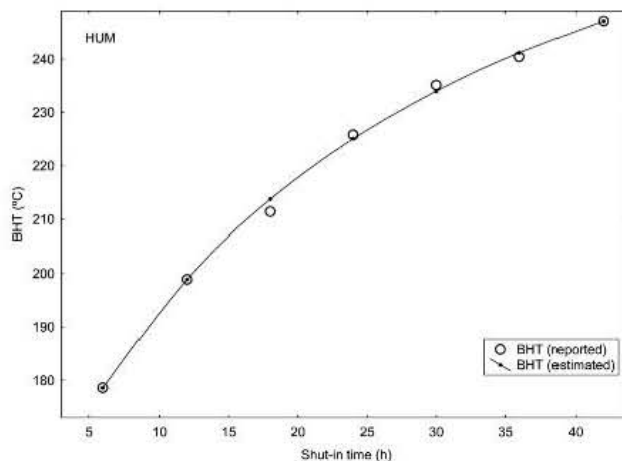
used to estimate SFT by using the analytical methods: HM, MM, LM, BM, SRM, HKM and KEM (excluding the ANN-M which directly uses an empirical equation reported in table 1). All the analytical methods have been used to compare their SFT estimates and uncertainties with those results predicted by using the new RPM (the goal of this work).

#### 3.4. Development and implementation of the rational polynomial method

In engineering and science, physicochemical and thermodynamic processes may be described (physically and mathematically) through typical asymptotic behaviours



**Figure 5.** Behaviour of the thermal recovery process depicted by the transient BHT data of the LARD geothermal borehole and a comparison with those BHT values predicted by using the new RPM.



**Figure 6.** Behaviour of the thermal recovery process depicted by the transient BHT data of the HUM geothermal borehole and a comparison with those BHT values predicted by using the new RPM.

between independent and dependent variables (e.g., chemical kinetic reactions (concentration-time), rheological (shear stress-shear rate) and fluid dynamic processes (pressure-time), thermal equilibrium experiments (temperature-time), among others).

Under such conditions, there are several mathematical functions that could fit the resulting asymptotic trends. One of these functions is the well-known RP function, which has been successfully used in a wide variety of engineering applications for modelling experimental data that exhibit an asymptotic trend (e.g., Wuytack 1979, Del Rio *et al* 1998, Kumar *et al* 2000, Nuñez-Santiago *et al* 2003). The RP function is actually

based on the well-known Padé approximation (Owen and Orville 1995). Such an approximation is actually a RP function that could be proposed as a generalization of the Taylor polynomial model, where the mathematical function is given by the ratio of two polynomials.

Because this approximation uses elementary arithmetic operations, it is easy to evaluate numerically. The RP model allows a dependent variable ( $y$ ) to be extrapolated when the value of the independent variable ( $x$ ) tends to infinity (Owen and Orville 1995). From the theoretical point of view, the dependent variable ( $y$ ) may be represented as a complex variable, whether or not the Padé approximant function may

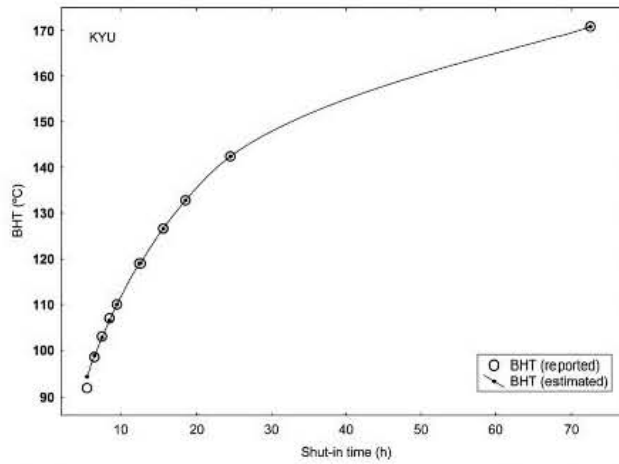


Figure 7. Behaviour of the thermal recovery process depicted by the transient BHT data of the KYU geothermal borehole and a comparison with those BHT values predicted by using the new RPM.

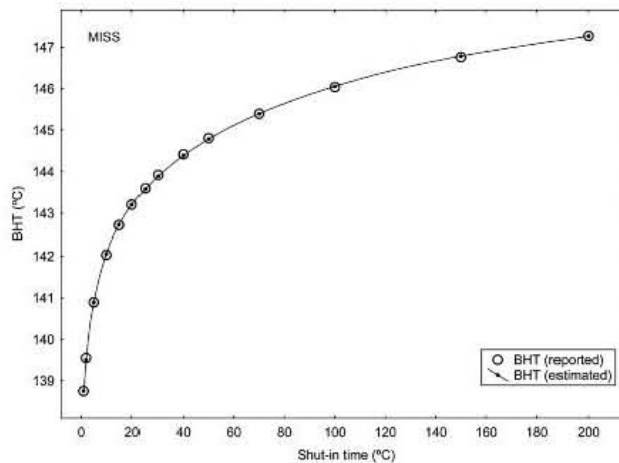


Figure 8. Behaviour of the thermal recovery process depicted by the transient BHT data of the MISS petroleum borehole and a comparison with those BHT values predicted by using the new RPM.

be designed to evaluate the approximant at actual values of  $x$  due to possible function discontinuities or singularities (Graves-Morris 1979). In this work, such problems were avoided according to the restrictions established below (see the following section). The generalized equation of an RP function is given by the following mathematical expression (1):

$$y(x) \cong \frac{p_0 + p_1x + p_2x^2 + \dots + p_kx^k}{1 + q_1x + q_2x^2 + \dots + q_jx^j} \quad (1)$$

The coefficients  $p_i$  and  $q_j$ , {from  $i = 0, 1, 2, \dots, k$ , and  $l = 1, 2, \dots, j$ , respectively} in equation (1) may have distinct specifications, leading to different approaches, and may be integer coefficients or fractions.

A fundamental condition to extrapolate the  $y$  variable when  $x$  tends to infinity is given by the  $k$  and  $j$  exponents, which must be equal ( $k = j$ ). According to this condition, equation (1) may be reduced to

$$\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = \frac{p_k}{q_j} \quad (2)$$

For obtaining the  $y$  values at their corresponding  $x$  data, it is therefore necessary to determine numerically the coefficients  $p_i$  and  $q_j$ . According to equation (1), the total number of coefficients will be given by the following sum:  $n = k + j + 1$ . Thus,  $n$ -pairs of data  $(x, y)$  are therefore required to obtain  $n$ -equations, which must be numerically solved for determining their coefficients (Owen and Orville 1995).

**3.4.1. RPM algorithm used for the determination of SFT.** In this work, a new application of the RPM was proposed for solving the problem of calculating the SFT from transient BHT measurements logged in geothermal and petroleum drilled boreholes. For this particular application, the dependent variable ( $y$ ) has been defined by the BHT measurements, whereas the independent variable ( $x$ ) was given by the shut-in times. After applying the mathematical fundamentals of the RP function, the following general equation was proposed:

$$\text{BHT}(t) = \frac{p_0 + p_1t + p_2t^2 + \dots + p_k t^k}{1 + q_1t + q_2t^2 + \dots + q_j t^j}. \quad (3)$$

To solve the asymptotic trends exhibited by a borehole during transient temperature measurements  $\text{BHT}(t)$  (or thermal recovery processes), RP functions of first-, second- and third-degree should be proposed for fitting the BHT data sets.

This mathematical condition implied that the highest  $k$  and  $j$  exponents of the RP functions adopt values equal to 1, 2, and 3, respectively. Equation (3) was therefore reduced to three mathematical functions (equations (4)–(6)) which directly depend on the polynomial-degree:

$$\text{BHT}(t) = \frac{p_0 + p_1t}{1 + q_1t}, \quad (4)$$

$$\text{BHT}(t) = \frac{p_0 + p_1t + p_2t^2}{1 + q_1t + q_2t^2}, \quad (5)$$

$$\text{BHT}(t) = \frac{p_0 + p_1t + p_2t^2 + p_3t^3}{1 + q_1t + q_2t^2 + q_3t^3}. \quad (6)$$

After examining the equations (4)–(6), the SFT may be directly determined from the highest degree term of the RP function by using the following simplified equation:

$$\text{SFT} = \frac{p_k}{q_j}. \quad (7)$$

This equation will be valid, and therefore applicable to the SFT estimation, if two main physical constraints are fulfilled. These restrictions are related to the behaviour of the thermal recovery that the borehole exhibits after drilling (at the bottom-hole section), which requires to be either closely or totally achieved. The first constraint establishes that the transient temperature measurements  $\{\text{BHT}(t)\}$  behave as a continuous thermal recovery process, whereas the second one requires a continuous increment in the borehole temperature until it reaches the thermal stabilization at infinite shut-in time conditions. From a mathematical point of view, these two constraints are respectively verified under the following conditions:

- (1) a continuous mathematical function must be obtained, which will be confirmed if both the numerator and denominator of the polynomials do not have positive roots; and
- (2) the extrapolated value of SFT (to be inferred from the new RPM) must be greater than the last BHT data recorded during the thermal recovery conditions.

The applicability of the new RPM is also limited by the total number of data pairs ( $\Delta t$ , BHT) logged in each dataset to be analysed, which will be controlled by the following additional restrictions: at least 3, 5, and 7 data pairs are required as minimum for the RP functions of the first- (equation (4)), second- (equation (5)), and third-degree (equation (6)), respectively. When the BHT datasets of a given borehole have more data than the minimum number of data required by each RP function, the iterative numerical procedure shown in figure 9 must be executed. Basically, the iterative procedure involves the following steps:

- (a) to create all the possible  $i$ -combinations with smaller data subsets given by  $m$ -data pairs of BHT and shut-in times (from the total number of  $n$ -data pairs stored in the original BHT data set), the typical combinatory probability equation has been used (Van Lint and Wilson 1993). Such an equation is given by:

$$C = \frac{n!}{m!(n-m)!} \quad (8)$$

where  $C$  is the total number of  $i$ -combinations,  $n$  is the total number of data, and  $m$  is the number of data subsets, which depend on the RP function selected (i.e.,  $m = 3$  for the first-degree;  $m = 5$  for the second-degree; and  $m = 7$  for the third-degree),

- (b) to determine the coefficients of RP functions per data subset by consideration of the mathematical restrictions above described,
- (c) to estimate preliminary SFT values for each data subset by using equation (7),
- (d) to calculate the statistical parameters of central tendency (mean) and dispersion (standard deviation and relative standard deviation values) for all the preliminary SFT estimates inferred per RP function (i.e. first-, second-, or third-degree),
- (e) to select the degree of the RP model to be used as the best preliminary approach of the SFT through the lowest relative standard deviation (RSD): see figure 9, and
- (f) to select the best RP function in conjunction with the data subset (only among the fitting analyses performed with the RP model selected in the step (e) and the created data subsets) for obtaining the best SFT estimate using a comprehensive evaluation of residuals given by the lowest value of the statistical parameter NRSS.

In the last numerical step (f), the statistical evaluation of NRSS enables the optimum RP function to be selected, and further analysed, for obtaining the estimate of SFT. Using all the valid equations for the RP function selected (e), the thermal recovery process of a given borehole is recalculated ( $\widehat{\text{BHT}}_i$ ) by using the best RP function, and the shut-in time data (as an independent variable). The statistical parameter of normalized residual sum of squares (NRSS) is also computed by means of the following equation:

$$\text{NRSS} = \sum_{i=1} \left( \frac{\text{BHT}_i - \widehat{\text{BHT}}_i}{\text{BHT}_i} \right)^2 \quad (9)$$

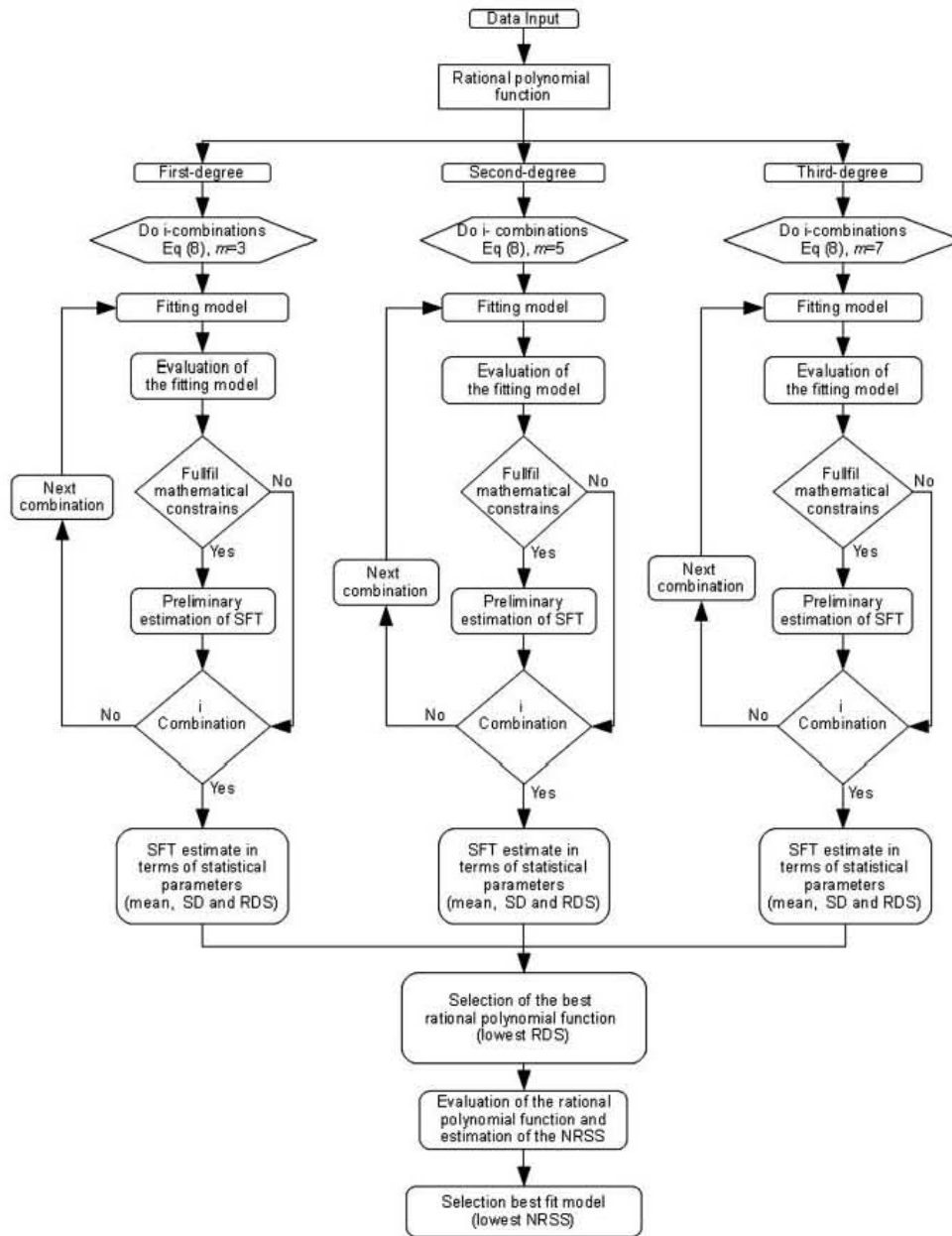


Figure 9. Schematic flow diagram describing the numerical algorithm used by the RPM for the determination of the SFT.

where  $\widehat{BHT}_i$  represents the predicted value by the RP equation selected, and  $BHT_i$  the actual experimental data measured in the field.

After applying equations (7)–(9), a final criterion based on the lowest NRSS value enables the most reliable SFT estimate to be obtained (see figure 9). For facilitating the application

of all the numerical algorithms (described in figures 2 and 9), as well as to verify the optimal solution of the method, a computer code written in Visual Fortran was used.

3.5. Numerical validation of the new practical method developed (RPM)

For carrying out the numerical validation of the new RPM, two synthetic temperature data series (SHEN and CAO) were used. The SFT predictions to be obtained from the new RPM were statistically compared (using some accuracy tests) with those true values of SFT previously reported for the synthetic temperature data series (Shen and Beck 1986, Cao et al 1988).

3.6. Application of the new RPM to estimate the SFT of geothermal and petroleum boreholes

To perform the application of the RPM to some geothermal and petroleum boreholes, transient BHT measurements of three geothermal boreholes (LARD, HUM, and KYU) and a petroleum drilled borehole (MISS) were used. The SFT estimates inferred from the RPM were statistically compared with those predictions obtained from other analytical methods (previously cited in section 3 and included in table 1).

4. Results and discussion

4.1. Results of the numerical validation

Before applying the RPM to some actual BHT data sets of geothermal and petroleum boreholes, the new method was numerically validated using the methodology described in figure 9. With these purposes, a preliminary mean estimation of the SFT for the synthetic BHT data sets (SHEN and CAO) was initially obtained.

For each validation case, a summary of results per RP model is reported in table 2. These validation results include the following information: (i) the original number of data logged during the thermal recovery stage (i.e., BHT logs); (ii) the total number of smaller data subsets calculated by equation (8) for each RP function to be used (i.e., each data subset contained  $m = 3, 5,$  and  $7$  data pairs ( $\Delta t, BHT$ ), which were given for the RP functions of first-, second-, and third-degree, respectively); (iii) the total number of valid data subsets; (iv) the total number of rejected data subsets; and finally, (iv) the preliminary mean estimates of SFT and their uncertainties (in terms of the standard deviation (SD) and the relative standard deviation (RSD) values). After analysing the SFT estimates per RP function (first-, second- and third-degree), the following optimized results were obtained per synthetic data set:

For the synthetic data set of SHEN (third column of table 2:  $n = 8$  BHT logs), the most acceptable RP function was given by a RP equation of first-degree which provides a preliminary SFT estimation of  $80.99 \pm 0.87$  °C (1.07% RSD). This preliminary SFT estimate corresponded to the mean value of SFT inferred from each valid data subsets, which were individually fitted by their corresponding RP function. According to the mathematical constraints of the RPM, the

Table 2. Summary of preliminary approaches of SFT computed by the RMP (per rational polynomial function evaluated) for the synthetic temperature data series.

Rational polynomial function		SHEN	CAO
Number of original data ( $n$ )		8	15
Rational polynomial function of first-degree	Number of data subsets ( $m = 3$ combinations)	56	455
	Number of valid data subsets	56	388
	Number of rejected data subsets	0	67
	Mean value of SFT $\pm$ Standard deviation (SD)	80.99 $\pm$ 0.87	124.39 $\pm$ 1.46
	$\pm$ Relative standard deviation (RSD)	1.07	1.18
Rational polynomial function of second-degree	Number of data subsets ( $m = 5$ combinations)	56	3003
	Number of valid data subsets	1	365
	Number of rejected data subsets	55	2638
	Mean value of SFT $\pm$ Standard deviation (SD)	80.69 $\pm$ -	121.57 $\pm$ 0.82
	$\pm$ Relative standard deviation (RSD)	-	0.67
Rational polynomial function of third-degree	Number of data subsets ( $m = 7$ combinations)	8	6435
	Number of valid data subsets	0	104
	Number of rejected data subsets	8	6331
	Mean value of SFT $\pm$ Standard deviation (SD)	- $\pm$ -	120.78 $\pm$ 0.61
	$\pm$ Relative standard deviation (RSD)	-	0.5
Rational polynomial function (selected)		First-degree	Third-degree

total number of BHT data allowed the RP function to be defined. This result was confirmed when the results provided by the other two RP functions were also analysed.

For example, the RP function of second-degree predicted a preliminary SFT of 80.69 °C which was inferred from one valid data subset (i.e., 55 data subsets were rejected using the two RPM mathematical constraints, which were already explained in section 3.4.1), whereas the third-degree RP function was not applied because there was no valid data subset (i.e., the possible 8 data subsets were rejected because they did not satisfy the same mathematical constraints). After selecting the RP function of first-degree, a comprehensive statistical evaluation of the numeric fitting of each valid data subset was again performed for finding out the best fitting process, and the lowest value of the normalized residual sum of squares (NRSS) parameter. As a result of this evaluation, the RP function of the first-degree that better reproduces the thermal recovery of the SHEN data set was given by the following equation:

$$BHT_{SHEN} = \frac{49.21719 + 9.829141t}{1 + 0.1214844t} \quad (10)$$



**Table 3.** Results of the numerical validation obtained for the determination of SFT using the BHT data reported for the synthetic data series of SHEN (Shen and Beck 1986).

Shut-in time (h)	Measured BHT (°C)	Calculated (BHT <sub>i</sub> ) (°C)	Normalized square residuals (NRSS)
2.5	56.6	56.599 999 92	1.836 56E-18
5	61.3	61.192 950 58	3.049 63E-06
7.5	64.3	64.326 107 86	1.648 62E-07
10	66.6	66.599 995 30	4.970 86E-15
15	69.6	69.679 578 40	1.307 29E-06
20	71.7	71.668 329 60	1.951 05E-07
30	74.1	74.085 272 75	3.950 09E-08
40	75.5	75.499 990 10	1.718 93E-14
		NRSS	4.756 39E-06
		SFT (°C)	80.908 668 11
		% error	± 1.07%

After applying the equation (10) to the complete thermal recovery history of the SHEN synthetic data set, the BHT data were recalculated (BHT<sub>i</sub>) together with their normalized square residuals (see figure 3).

Table 3 summarizes the final calculations per BHT data, including the optimized extrapolated estimate of SFT for the SHEN data set (SFT = 80.908 668 11 °C; equation (7)), the statistical parameter of residuals (NRSS = 4.75639E-06), and the associated error of the SFT estimate (<1.07% as RSD).

It is very important to mention that the SFT value predicted by the new RPM was in total agreement with the true SFT originally reported for this synthetic data set (TFT = 80 °C; Shen and Beck 1986) with an accuracy error of -1.13%. The quantitative results obtained from this application are also shown in figure 3 (represented by the small black points), where the prediction of the new RPM (given by the first-degree RP function; equation (10)) clearly reproduced the whole thermal recovery process of the SHEN synthetic data set (solid line of figure 3).

For the synthetic data set of CAO (fourth column of table 2: n = 15 BHT logs), a similar procedure was systematically executed to estimate the SFT. For this particular case of validation, the following number of data subsets was calculated by using equation (8) for the RP functions of the first- (455); second- (3003); and third-degree (6435), respectively. From these available structures, 388, 365, and 104 data subsets were used as valid data for the same RP functions; whereas 67, 2638, and 6331 data subsets were therefore rejected, respectively.

After using the valid data subsets, the RP functions of the first-, second- and third-degree provided the following preliminary SFT values: 124.39 ± 1.46 °C (1.18% RSD), 121.57 ± 0.82 °C (0.67% RSD), and 120.78 ± 0.61 °C (0.5% RSD), respectively. The most acceptable RP function was therefore given by a RP equation of the third-degree which was subsequently evaluated by fitting each valid data subset to find out the best fitting process with the lowest value of NRSS parameter. As a result of this evaluation, the third-degree RP function that better describes the thermal recovery of the CAO data set was given by the following equation:

**Table 4.** Results of the numerical validation obtained for the determination of SFT using the BHT data reported for the synthetic data series of CAO (Cao *et al* 1988).

Shut-in time (h)	Measured BHT (°C)	Calculated (BHT <sub>i</sub> ) (°C)	Normalized square residuals (NRSS)
2	91.7	91.699 998 84	1.588 83E-16
4	98.1	98.099 994 97	2.632 84E-15
6	102.4	102.387 143 40	1.576 36E-08
8	105.5	105.510 857 50	1.059 14E-08
10	107.9	107.899 993 20	3.958 64E-15
12	109.8	109.783 744 90	2.191 67E-08
14	111.3	111.299 994 30	2.631 06E-15
16	112.5	112.538 960 00	1.199 31E-07
18	113.6	113.563 281 20	1.044 77E-07
20	114.4	114.418 311 90	2.562 2E-08
22	115.2	115.137 895 00	2.906 36E-07
24	115.8	115.747 851 20	2.028 02E-07
30	117.1	117.099 998 80	1.070 68E-16
40	118.4	118.400 000 40	1.013 48E-17
50	119.1	119.100 001 40	1.302 85E-16
		NRSS	7.917 4E-07
		SFT (°C)	120.057 687 2
		% error	± 0.5%

$$BHT_{CAO} = \frac{80.475 56 + 30.577 66t + 1.585 888t^2 + 0.059 662 975t^3}{1 + 0.281 6809t + 0.0128 868 49t^2 + 0.000 496 952 56t^3} \quad (11)$$

After applying the equation (11) to the CAO thermal recovery series, the BHT data were again recalculated together with their normalized square residuals. The optimized results of validation have been summarized in table 4. By using equation (7), an optimized extrapolated estimate of SFT = 120.057 6872 °C was finally obtained for this synthetic data set with an NRSS = 7.9174E-07, and a global error less than 0.5% as RSD. The SFT value predicted by the new RPM provides an excellent match with the TFT reported for the CAO synthetic data set (TFT = 120 °C; Cao *et al* 1988) with an accuracy error of -0.048% (considering that such synthetic temperatures are noise-free). All the validation results have been also plotted in figure 4, where the RPM prediction of SFT (given by the RP function of the third-degree, equation (11)) reproduced point-to-point the whole thermal recovery history for the CAO synthetic data set (represented as a solid line of figure 4).

#### 4.2. Application of results of the RPM to actual field data

Following the numerical procedure described in figure 9, four BHT data sets were individually analysed to determine the SFT of the geothermal (LARD, HUM, and KYU) and petroleum (MISS) boreholes. A summary of these application cases have been reported in table 5.

For the geothermal data set of LARD (third column of table 5: n = 40 BHT measurements) and according to the possible combination of m-data pairs given by equation (8), the following number of data subsets were computed for the three RP functions to be evaluated: (i) 9880 data subsets, each

**Table 5.** Summary of preliminary approaches of SFT computed by the RMP (per rational polynomial function evaluated) for the geothermal and petroleum temperature data series.

Rational polynomial function		LARD	HUM	KYU	MISS
Number of original data		40	7	10	14
Rational polynomial of first-degree	Number of data subsets ( $m = 3$ combinations)	9880	35	120	364
	Number of valid data subsets	7453	26	100	39
	Number of rejected data subsets	2427	9	20	325
	Mean value of SFT	145.72	319.74	198.23	147.95
	± SD	14.1	45.20	20.83	1.95
	± RSD	9.68	14.4	10.51	1.02
Rational polynomial of second-degree	Number of data subsets ( $m = 5$ combinations)	658008	21	252	2002
	Number of valid data subsets	2831	0	3	1545
	Number of rejected data subsets	655177	21	249	457
	Mean value of SFT	128.85	–	191.61	149.44
	± SD	5.26	–	0.77	0.9
	± RSD	4.17	–	0.4	0.61
Rational polynomial of third-degree	Number of data subsets ( $m = 7$ combinations)	18643560	1	3432	
	Number of valid data subsets	6	0	1189	
	Number of rejected data subsets	18643554	1	2243	
	Mean value of SFT	159.02	–	152.54	
	± SD	51.07	–	13.73	
	± RSD	32.11	–	9	
Rational polynomial function (selected)		Second-degree	First-degree	Second-degree	Second-degree

one with  $m = 3$  data pairs for the function of first-degree; (ii) 658008 data subsets, each one with  $m = 5$  data pairs for the second-degree; and (iii) 18643560 data subsets, each one with  $m = 7$  data pairs for the third-degree.

From this classification, the following data subsets were used as valid/rejected data subsets: 7453/2427 for the function of first-degree; 2831/655177 for the second-degree; and 6/18643554 for the third-degree (see table 5). After using the valid data subsets, the fitted RP functions of the first-, second-, and third-degree provided the following preliminary mean SFT values:  $145.72 \pm 14.1$  °C (9.68% RSD),  $128.85 \pm 5.26$  °C (4.17% RSD), and  $159.02 \pm 51.07$  °C (32.11% RSD), respectively.

According to the RPM restrictions, the most acceptable RP function was given by a RP function of second-degree (4.17% RSD), which was subsequently evaluated by fitting each valid data subset to find out the best RP function with the lowest value of NRSS. As a result of this evaluation, the RP function of second-degree that better describes the thermal recovery of the LARD data set was given by the following equation:

$$BHT_{LARD} = \frac{71.0877 + 8.454524t + 0.3275805t^2}{1 + 0.06047016t + 0.00260398t^2} \quad (12)$$

After applying the equation (12) to the LARD thermal recovery series, the BHT data were recalculated ( $BHT_i$ ) together with their normalized square residuals. The optimized results of this first application task have also been plotted in figure 5. By using

equation (7), an optimized extrapolated estimate of SFT =  $125.7999293389$  °C was finally obtained for this geothermal borehole data set with an NRSS = 0.0079594, and a global mean error less than 0.61%.

For the geothermal data set of HUM (fourth column of table 5:  $n = 7$  BHT measurements) and according to the possible combination of  $m$ -data pairs given by equation (8), the following number of data subsets were calculated for the three RP functions to be evaluated: (i) 35 data subsets, each one with  $m = 3$  data pairs for the function of first-degree; (ii) 21 data subsets, each one with  $m = 5$  data pairs for the second-degree; and (iii) 1 data subsets, each one with  $m = 7$  data pairs for the third-degree. From this grouping, the following data subsets were used as valid/rejected data subsets: 26/9 for the RP functions of first-degree; 0/21 for the second-degree; and 0/1 for the third-degree (see table 5).

After using the valid data subsets and following the systematic procedure, the fitted RP function of first-degree provided a preliminary mean SFT value of  $319.74 \pm 45.2$  °C (14.4% RSD). As a result of the statistical evaluation of residuals (NRSS), the RP function of first-degree that better describes the thermal recovery of the HUM data set was given by the following equation:

$$BHT_{HUM} = \frac{149.1267 + 11.63779t}{1 + 0.0377t} \quad (13)$$

After applying the equation (13) to the whole thermal recovery series of the HUM borehole, the BHT data were recalculated

( $\widehat{\text{BHT}}_i$ ) together with their normalized square residuals. The optimized results of this second application task are also plotted in figure 6. By using equation (7), an optimized extrapolated estimate of SFT = 308.694 694 960 212 °C was finally found for this geothermal borehole data set with an NRSS = 0.000 166 568, and a global mean error less than 0.32%.

For the geothermal data set of KYU (fifth column of table 5:  $n = 10$  BHT measurements) and according to the possible combination of  $m$ -data pairs (equation (8)), the following number of data subsets were calculated for the three RP functions to be evaluated: (i) 120 data subsets, each one with  $m = 3$  data pairs for the first-degree; (ii) 252 data subsets, each one with  $m = 5$  data pairs for the second-degree; and (iii) 120 data subsets, each one with  $m = 7$  data pairs for the third-degree.

From this classification, the following data subsets were found as valid/rejected data subsets: 100/20 for the polynomial function of first-degree; 3/249 for the second-degree; and 0/120 for the third-degree (see table 5). After using the valid data subsets and following the same numerical procedure, only the RP functions of the first-degree and second-degree provided the preliminary mean SFT values:  $198.23 \pm 20.83$  °C (10.51% RSD) and  $191.61 \pm 0.77$  °C (0.4% RSD), respectively.

As a result of the statistical evaluation of residuals (NRSS), the RP function of second-degree that better describes the thermal recovery of the KYU data set was given by the following equation:

$$\widehat{\text{BHT}}_{\text{KYU}} = \frac{66.003\ 57 + 13.043\ 63t + 0.900\ 766t^2}{1 + 0.109\ 6782t + 0.004\ 69t^2}. \quad (14)$$

After applying equation (14) to the thermal recovery series of the KYU borehole, the BHT data were recalculated ( $\widehat{\text{BHT}}_i$ ) together with their normalized square residuals. The optimized results of this third application task are also plotted in figure 7. By using equation (7), an optimized extrapolated estimate of SFT = 192.060 980 81 °C was obtained for this geothermal borehole data set with an NRSS = 0.000 796, and a global mean error less than 0.38%.

For the petroleum data set of MISS (sixth column of table 5:  $n = 14$  BHT measurements) and according to the possible combination of  $m$ -data pairs (equation (8)), the following number of data subsets were calculated for the three RP functions to be evaluated: (i) 364 data subsets, each one with  $m = 3$  data pairs for the first-degree; (ii) 2002 data subsets, each one with  $m = 5$  data pairs for the second-degree; and (iii) 3432 data subsets, each one with  $m = 7$  data pairs for the third-degree.

From this arrangement, the following data subsets were detected as valid/rejected data subsets: 39/325 for the first-degree polynomial function; 1545/457 for the second-degree; and 1189/2243 for the third-degree (see table 5).

After using the valid data subsets, the RP functions of the first-degree, second-degree, and third-degree provided the following preliminary mean SFT values:  $147.95 \pm 1.95$  °C (1.02% RSD);  $149.44 \pm 0.9$  °C (0.61% RSD); and  $152.54 \pm 13.73$  °C (9% RSD), respectively. According to restrictions of the RPM, the most acceptable RP function was given by

a RP function of the second-degree which was also evaluated by fitting each valid data subset to find out the lowest value of NRSS parameter.

As a result of this evaluation, the RP function of second-degree that better describes the thermal recovery of the MISS data set was given by the following equation:

$$\widehat{\text{BHT}}_{\text{MISS}} = \frac{137.6801 + 33.0234t + 0.294\ 3668t^2}{1 + 0.230\ 4508t + 0.001\ 966\ 1277t^2}. \quad (15)$$

After applying equation (15) to the MISS thermal recovery series, the BHT data were recalculated ( $\widehat{\text{BHT}}_i$ ) together with their normalized square residuals. The optimized results of this first application have been also plotted in figure 8. By using equation (7), an optimized extrapolated estimate of SFT = 149.719 064 53 °C was finally attained for this petroleum borehole data set with an NRSS = 3.01E-7, and a global mean error less than 0.15%.

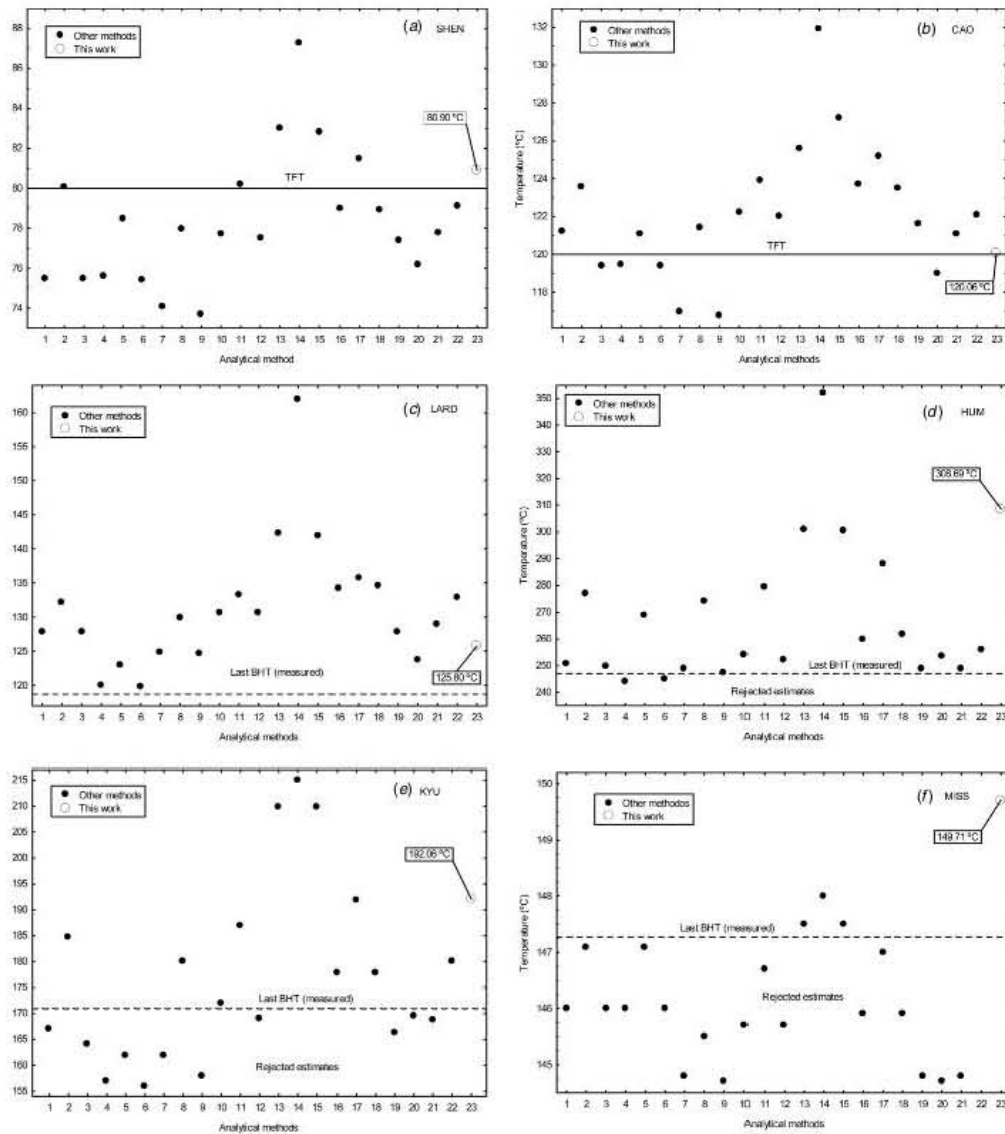
#### 4.3. Statistical comparison of the SFT estimates between the new RPM and other analytical methods

After a statistical rounding-off of decimal numbers, the SFT estimates predicted by using the RPM for the six BHT data sets (SFT<sub>SHEN</sub> = 80.908 °C; SFT<sub>CAO</sub> = 120.057 °C; SFT<sub>LARD</sub> = 125.799 °C; SFT<sub>HUM</sub> = 308.695 °C; SFT<sub>KYU</sub> = 192.061 °C; and SFT<sub>MISS</sub> = 149.719 °C (tables 3–5; figures 10(a)–(f)) were statistically compared with those values calculated by applying other available analytical methods (HM, MM, LM, BM, SRM, HKM, KEM, and the empirical ANN-M: listed in table 1). The SFT estimations were performed by using an updated version of the computer code STATIC\_TEMP (previously developed by Santoyo et al 2000).

All these analytical methods were applied by using three different regression algorithms for inferring the SFT estimates (i.e. OLR, WLR, and QR). Thus, three SFT estimates were obtained per analytical method (except for the ANN-M, which predicted only one SFT estimate). The SFT estimates obtained from these analytical methods (with their regression variants) have been identified according to the description given in table 1. The results obtained from these SFT calculations are shown in the six plots of figure 10 (SHEN (a); CAO (b); LARD (c); HUM (d); KYU (e); and MISS (f)).

For the SHEN data set (figure 10(a)), it is clearly observed that most of the analytical methods tend to underestimate the SFT in comparison with the known TFT, which is reported by the authors (TFT = 80 °C; and represented as a bold solid line). The most acceptable SFT approaches were provided by the analytical methods 2 (HM<sub>QR</sub>) and 11 (BM<sub>QR</sub>). As was previously cited, the new practical RPM predicts an SFT<sub>SHEN</sub> = 80.908 °C with an accuracy error of -1.13%, which is actually considered a quite acceptable estimate (SFT indicated with a clear circle in the figure 10(a)).

For the CAO data set (figure 10(b)), it was observed that most of the analytical methods tend to overestimate the SFT in comparison with the TFT reported (TFT = 120 °C; and also represented by the bold solid line). The best SFT approaches were actually provided by the new RPM, which predicts an SFT<sub>CAO</sub> = 120.057 °C with an accuracy error of -0.048% (SFT indicated with a clear circle in figure 10(b)).



**Figure 10.** Statistical comparison between the SFT estimates inferred from other analytical methods (listed in table 1) and those SFT predictions computed by the new RPM.

For the LARD data set (figure 10(c)), it was consistently found that all analytical methods provided SFT estimates greater than the last BHT measured in the borehole at a shut-in time of 27 h (BHT = 118.7 °C; represented as a dashed line), which it is normally expected in relation to both the large number of measurements logged ( $n = 40$ ) and the thermal

recovery behaviour of the borehole (figure 5). The new RPM provided a reasonable value of  $SFT_{LARD} = 125.799$  °C with an accuracy error <4.17% (SFT indicated with a clear circle in the figure 10(c)).

According to the uncertainties found for the SFT estimates of LARD (~7.5%), the predictions consistently provided by

the Manetti method 4 ( $MM_{OLR}$ ), 6 ( $MM_{WLR}$ ), and Ascencio method 14 ( $SRM_{OLR}$ ), 15 ( $SRM_{QR}$ ) and 16 ( $SRM_{WLR}$ ), may be considered as extreme values with respect to the normal statistical sample given by the remaining SFT estimates (with an average value of  $SFT_{mean} = 129 \pm 4$  °C, which agrees with the mean value reported previously by Bassam *et al* (2010),  $SFT_{sample} = 132 \pm 10$  °C).

For the HUM data set (figure 10(d)), it was consistently found that nearly all analytical methods, except 4 ( $MM_{OLR}$ ) and 6 ( $MM_{WLR}$ ), provide SFT estimates slightly greater than the last BHT measured at a shut-in time of 42 h ( $BHT = 247.1$  °C; represented as a dashed line), which it is also expected in relation to the thermal recovery behaviour of the borehole (figure 6).

Assuming a normal statistical sample, Bassam *et al* (2010) reported a mean SFT estimation of  $262 \pm 18$  °C (6.8% RSD) for this geothermal borehole. However, it is very important to note that according to the small number of BHT measurements recorded for the borehole ( $n = 7$ , and circulation time is 2.5 h) at early shut-in times, the SFT predictions provided by some analytical methods (e.g., 1 ( $HM_{OLR}$ ), 3 ( $HM_{WLR}$ ), 7 ( $LM_{OLR}$ ), 9 ( $LM_{WLR}$ ), 10 ( $BM_{OLR}$ ), 12 ( $BM_{WLR}$ ), 19 ( $KEM_{OLR}$ ), 20 ( $KEM_{QR}$ ), 21 ( $KEM_{WLR}$ ), and 22 (ANN-M)), could be assumed as low estimates, especially if we consider the last BHT recorded and the long shut-in times required to reach the thermal equilibrium (which is also supported by thermal and geochemical conceptual models reported for the Los Humeros geothermal reservoir and its magma chamber with equilibrium temperatures ranging from 300 °C to 400 °C: Arellano *et al* 2000, and Verma *et al* 2011) (figure 10(d)). Taking into account these arguments, the SFT estimates predicted by using the analytical methods (2 ( $HM_{QR}$ ), 5 ( $MM_{QR}$ ), 8 ( $LM_{QR}$ ), 11 ( $BM_{QR}$ ), 13 ( $SRM_{OLR}$ ), 14 ( $SRM_{QR}$ ), 15 ( $SRM_{WLR}$ ), 16 ( $HKM_{OLR}$ ), 17 ( $HKM_{QR}$ ), and 18 ( $HKM_{WLR}$ )), together with the SFT estimate computed by the new RPM ( $SFT_{HUM} = 308.695$  °C; indicated with a clear circle in the figure 10(d)) may be adopted as the more reliable estimations for this borehole.

For the KYU data set (figure 10(e)), it was found that the SFT estimates provided by traditional analytical methods fall in to two groups of prediction with the following features:

- (i) SFT underestimation (1 ( $HM_{OLR}$ ), 3 ( $HM_{WLR}$ ), 4 ( $MM_{OLR}$ ), 5 ( $MM_{QR}$ ), 6 ( $MM_{WLR}$ ), 7 ( $LM_{OLR}$ ), 9 ( $LM_{WLR}$ ), 12 ( $BM_{WLR}$ ), 19 ( $KEM_{OLR}$ ), 20 ( $KEM_{QR}$ ), and 21 ( $KEM_{WLR}$ )); and
- (ii) Acceptable SFT estimates (2 ( $HM_{QR}$ ), 8 ( $LM_{QR}$ ), 10 ( $BM_{OLR}$ ), 11 ( $BM_{QR}$ ), 13 ( $SRM_{OLR}$ ), 14 ( $SRM_{QR}$ ), and 15 ( $SRM_{WLR}$ ), 16 ( $HKM_{OLR}$ ), 17 ( $HKM_{QR}$ ), 18 ( $HKM_{WLR}$ ), 22 (ANN-M)), and the new RPM ( $SFT_{KYU} = 192.061$  °C, indicated with a clear circle in figure 10(e)).

In relation to the underestimation cases (i), the SFT values should be rejected because these values are actually below the last BHT recorded in the borehole ( $BHT = 170.9$  °C at a shut-in time of 72.5 h; represented as a dashed line in figure 10(e)).

By considering these arguments, the SFT estimates predicted with the analytical methods (2 ( $HM_{QR}$ ), 8 ( $LM_{QR}$ ), 11 ( $BM_{QR}$ ), 16 ( $HKM_{OLR}$ ), 17 ( $HKM_{QR}$ ), AND 18 ( $HKM_{WLR}$ )),

are in total agreement with the SFT estimation provided by the new RPM ( $SFT_{KYU} = 192.061$  °C), and therefore it may be considered as a reliable SFT estimate.

Additionally, the SFT values calculated in this work were in total agreement with the thermal study reported by Hyodo and Takasugi (1995), who predicted SFT estimates (ranging from 196 °C to 243 °C) by assuming different mud circulation times (from a few hours up to days).

Finally for the MISS data set (figure 10(f)), it was found that most of the analytical methods tend to underestimate the SFT, except those SFT values predicted by the analytical methods (13 ( $SRM_{OLR}$ ), 14 ( $SRM_{QR}$ ), and 15 ( $SRM_{WLR}$ )) and the new practical method (RPM;  $SFT_{MISS} = 149.719$  °C), which are considered as the most acceptable estimates. The underestimated SFT cases should be rejected because these values are actually lower than the last BHT logged in the borehole ( $BHT = 147.27$  °C at a shut-in time of 200 h; and represented as a dashed line in figure 10(f)).

As a summary of all these application cases, it was demonstrated that the new RPM (here developed) constitutes a practical tool to be reliably used for the estimation of SFT in geothermal and petroleum wells.

The new RPM only requires BHT and shut-in time measurements as major input data. These features actually constitute a great advantage over the currently existing methods, because the former strongly depend on other complex input variables, such as, the knowledge of thermophysical properties of drilling fluids and rocks (which are rarely available in the literature or the borehole drilling reports) and the drilling fluid circulation period (which it is also difficult to measure with high precision and accuracy). Other additional advantages of the new RPM are the following:

- (i) to use a practical tool without considering assumptions about the nature of underlying heat transfer mechanisms (usually present during the borehole drilling/completion operations);
- (ii) to optimize the computing time because the practical RPM rely on simple mathematical operations which may be easily performed by using a computer code in personal computers; and
- (iii) to obtain reliable predictions of SFT in comparison with those values inferred from other complex analytical methods.

## 5. Conclusions

A new practical method based on the mathematics of RP functions was successfully developed for estimating SFT. With these purposes, a computational methodology was developed for the geothermal and petroleum industries. The new method is based on the use of the RP functions. The developed RPM was applied for processing BHT measurements logged after the thermal disturbance caused to the rock formation as a result of the continuous drilling fluid circulation.

Using BHT logs (reported in the literature) together with a comprehensive numerical methodology (through a Visual Fortran computer code), the SFT were reliably determined

with acceptable precision and accuracy. Two synthetic data sets (SHEN and CAO) enabled the new RPM to be numerically validated. The optimized SFT estimates calculated by RPM ( $SFT_{SHEN} = 80.908\text{ }^{\circ}\text{C}$  and  $SFT_{CAO} = 120.057\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) showed excellent agreement with those TFT reported for these synthetic data sets ( $TFT_{SHEN} = 80\text{ }^{\circ}\text{C}$  and  $TFT_{CAO} = 120\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) with absolute accuracy errors of about 1.13% and 0.048%, respectively.

The new RPM only required BHT and shut-in time measurements as major input data, which actually constitutes a competitive advantage over the analytical methods currently available for the geothermal and petroleum industries. Finally, the future application of this new practical method for the geothermal and petroleum industries will increase the reliability of temperature field surveys which are greatly required for the evaluation of the geothermal heat reserves, and for a comprehensive modelling of the petroleum systems. Further research is underway to apply the new RPM for the construction of SFT-depth profiles in geothermal and petroleum boreholes.

### Acknowledgments

This work was partially financed by the PAPIIT-UNAM grant (IN 116511). The first author wishes to thank to the Engineering PhD Programme of UNAM and CONACyT for the financial support provided through the scholarships. The authors also want to thank to M Guevara and A Quiroz for their support in the development of the borehole databases and the programming of a computer code, respectively.

### References

- Andaverde J, Verma S P and Santoyo E 2005 Uncertainty estimates of static formation temperatures in boreholes and evaluation of regression models *Geophys. J. Int.* **160** 1112–22
- Arellano V, García A, Barragán R M, Izquierdo G, Aragón A and Pizano A 2000 A conceptual model of the Los Humeros (México) geothermal reservoir in its natural state *Proc. World Geothermal Congr. (Kyushu, Tohoku, Japan, 28 May–10 June 2000)* pp 2503–9
- Armstrong P A, Chapman D S, Funnell R H, Allis R G and Kamp P J J 1996 Thermal modeling and hydrocarbon generation in an active-margin basin: Taranaki Basin, New Zealand *Am. Assoc. Petrol. Geol.* **80** 1216–41
- Ascencio F, García A, Rivera J and Arellano V 1994 Estimation of undisturbed formation temperatures under spherical-radial heat flow conditions *Geothermics* **23** 317–26
- Bassam A, Santoyo E, Andaverde J, Hernández J A and Espinoza-Ojeda O M 2010 Estimation of static formation temperatures in geothermal wells by using an artificial neural network approach *Comput. Geosci.* **36** 1191–9
- Beirute R M 1991 A circulating and shut-in well temperature profile simulator *J. Petrol. Technol.* **43** 1140–6
- Bhat A, Swenson D and Gosavi S 2005 Coupling the HOLA wellbore simulator with TOUGH2 *Proc. 37th Workshop on Geothermal Reservoir Engineering, Stanford University, Stanford, CA (30 January–1 February 2012)* SGP-TR-176-182
- Brennand A W 1984 A new method for the analysis of static formation temperature tests *Proc. 6th New Zealand Geothermal Workshop (New Zealand)* pp 45–7
- Bullard E C 1947 Time necessary for a borehole to attain temperature equilibrium *Astron. Soc. Geophys. Suppl.* **5** 125–30
- Cao S, Lerche I and Hermanrud C 1988 Formation temperature estimation by inversion of borehole measurements *Geophysics* **53** 979–88
- Da-Xin L 1986 Linear fitting method of finding equilibrium temperature from BHT data *Geothermics* **15** 657–64
- Del Río J A, Zimmerman R W and Dawe R A 1998 Formula for the conductivity of a two-component material based on the reciprocity theorem *Solid State Commun.* **106** 183–6
- Deming D 1989 Application of bottom-hole temperature corrections in geothermal studies *Geothermics* **18** 775–86
- Dowdle W L and Cobb W M 1975 Static formation temperature from well logs—an empirical method *J. Petrol. Technol.* **27** 1326–30
- Drury M J 1984 On a possible source of error in extracting equilibrium formation temperatures from borehole BHT data *Geothermics* **13** 175–80
- Duchkov A D, Kutasov I M and Sokolova L S 2009 Estimating heat flow from an unsteady temperature log of submarine borehole BDP-98 (Lake Baikal) *Russ. Geol. Geophys.* **50** 131–5
- Edwardson M J, Girner H M, Parkinson H R, Williamson C D and Matthews C S 1962 Calculation of formation temperature disturbances caused by mud circulation *J. Petrol. Technol.* **14** 416–26
- Eppelbaum L V and Kutasov I M 2011 Determination of the formation temperature from shut-in logs: estimation of the radius of thermal influence *J. Appl. Geophys.* **73** 278–82
- Espinosa-Paredes G and Garcia-Gutierrez A 2004 Thermal behavior of geothermal wells using mud and air–water mixtures as drilling fluids *Energy Convers. Manage.* **45** 1513–27
- Espinoza-Ojeda O M, Santoyo E and Andaverde J 2011 A new look at the statistical assessment of approximate and rigorous methods for the estimation of stabilized formation temperatures in geothermal and petroleum wells *J. Geophys. Eng.* **8** 233–58
- Fomin S, Hashida T, Chugunov V and Kuznetsov A V 2005 A borehole temperature during drilling in a fractured rock formation *Int. J. Heat Mass Transfer* **48** 385–94
- García A, Santoyo E, Espinoza G, Hernández I and Gutiérrez H 1998 Estimation of temperatures in geothermal Wells during circulation and shut-in in the presence of lost circulation *Transp. Porous Med.* **33** 103–27
- Graves-Morris P R 1979 The numerical calculation of Padé approximants *Proc. Conf. Padé Approximation and Its Applications (Antwerp, Belgium)* pp 231–45
- Großwig S, Hurtig E and Kühn K 1996 Fiber optic temperature sensing: a new tool for temperature measurements in boreholes *Geophysics* **61** 1065–7
- Hassan A R and Kabir C S 1994 Static reservoir temperature determination from transient data after mud circulation *SPE Drill. Completion* **9** 17–24
- Holmes C S and Swift S C 1970 Calculation of circulating mud temperatures *J. Petrol. Technol.* **22** 670–4
- Horner D R 1951 Pressure buildup in wells *Proc. 3rd World Petroleum Congr. (The Hague, The Netherlands)* vol 2 p 503
- Hurtig E, Grosswig S and Kuhn K 1997 Distributed fiber optic temperature sensing: a new tool for long-term and short-term temperature monitoring in boreholes *Energy Source* **19** 55–62
- Hyodo M and Takasugi S 1995 Evaluation of the curve-fitting method and the Horner-plot method for estimation of the true formation temperature using temperature recovery logging data *Proc. 20th Workshop on Geothermal Reservoir Engineering, (Stanford University, Stanford, CA, 24–26 January)* pp 23–9
- Kumar A, Saboo S, Sheth S, Pilehvari A and Serth R 2000 Correlation of rheometric data and hydraulic calculations using rational polynomials *Chem. Eng. Commun.* **183** 99–117
- Kutasov I M 1999 *Applied Geothermics for Petroleum Engineers* 1st edn (Amsterdam: Elsevier)

- Kutasov I M and Eppelbaum L V 2005 Determination of formation temperature from bottom-hole temperature logs—a generalized Horner method *J. Geophys. Eng.* **2** 90–6
- Kutasov I M and Eppelbaum L V 2009 Estimation of geothermal gradients from single temperature log-field cases *J. Geophys. Eng.* **6** 131–5
- Kutasov I M and Eppelbaum L V 2010 A new method for determining the formation temperature from bottom-hole temperature logs *J. Petrol. Gas Eng.* **1** 1–8
- Lachenbruch A H and Brewer M C 1959 Dissipation of the temperature effect of drilling a well in arctic Alaska *Bull. US Geol. Surv.* **1083-C** 73–109
- Lampe C and Pearson M 2002 Advective cooling within sedimentary rift basins—application to the Upper Rhinegraben (Germany) *Mar. Petrol. Geol.* **19** 361–75
- Leblanc Y, Pascoe L J and Jones F W 1981 The temperature stabilization of a borehole *Geophysics* **46** 1301–3
- Manetti G 1973 Attainment of temperature equilibrium in holes during drilling *Geothermics* **2** 94–100
- McCain W D Jr 1990 *The Properties of Petroleum Fluid* 3rd edn (Tulsa, OK: Penn Well Books)
- Melton C E and Giardini A A 1984 Petroleum formation and the thermal history of the Earth's surface *J. Petrol. Geol.* **7** 303–12
- Middleton M F 1979 A model for bottom-hole temperature stabilization *Geophysics* **44** 1458–62
- Núñez-Santiago M C, Santoyo E, Bello-Perez L A and Santoyo-Gutiérrez S 2003 Rheological evaluation of non-Newtonian Mexican nixtamalised maize and dry processed masa flours *J. Food Eng.* **60** 55–66
- Owen T H and Orville C S 1995 *Computational Methods in Chemical Engineering* 1st edn (Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall)
- Santoyo E 1997 Transient numerical simulation of heat transfer processes during drilling of geothermal wells *PhD Thesis* University of Salford, Salford, UK
- Santoyo E, García A, Espinosa G, Hernández I and Santoyo S 2000 STATIC\_TEMP: a useful computer code for calculating static formation temperatures in geothermal Wells *Comput. Geosci.* **26** 201–17
- Shen P Y and Beck A E 1986 Stabilization of bottom hole temperature with finite circulation time and fluid flow *Geophys. J. R. Astron. Soc.* **86** 63–9
- Stulc P 1995 Return to thermal equilibrium of an intermittently drilled hole: theory and experiment *Tectonophysics* **241** 35–45
- Timko D J and Fertl W H 1972 How downhole temperatures, pressures affect drilling: part 5. Predicting hydrocarbon environments with wireline data *World Oil* **174** 73–88
- Tragesser A T, Crawford P B and Crawford H R 1967 A method for calculating circulating temperatures *J. Petrol. Technol.* **19** 1507–12
- Van Lint J H and Wilson R M 1993 *A Course in Combinatorics* 2nd edn (Cambridge: Cambridge University Press)
- Verma S P, Andaverde J and Santoyo E 2006 Statistical evaluation of methods for the calculation of static formation temperatures in geothermal and oil wells using an extension of the error propagation theory *J. Geochem. Explor.* **89** 398–404
- Verma S P, Gómez-Arias E and Andaverde J 2011 Thermal sensitivity analysis of the emplacement of magma chamber in Los Hornos caldera, Puebla, Mexico *Int. Geol. Rev.* **53** 905–25
- Wisian K W, Blackwell D D, Bellani S, Henfling J A, Normann R A, Lysne P C, Forster A and Schrotter J 1998 Field comparison of conventional and new technology temperature logging systems *Geothermics* **27** 131–41
- Wooley G R 1980 Computing downhole temperatures in circulation, injection and production wells *J. Petrol. Technol.* **32** 1509–22
- Wuytack L 1979 *Pade Approximation and Its Applications: Proceedings of a Conference held in Antwerp, Belgium* (New York: Springer)
- Zhangxin C 2007 *Reservoir Simulation: Mathematical Techniques in Oil Recovery* 1st edn (Philadelphia, PA: SIAM)
- Zschocke A 2005 Correction of non-equilibrated temperature logs and implications for geothermal investigations *J. Geophys. Eng.* **2** 364–71

## **Anexo B**

Wong-Loya, J.A., Andaverde, J.A., Del Rio, J.A.(2013) "Improved method for estimating static formation temperatures in geothermal and petroleum wells" a la revista Mathematical Geosciences, submitted: Under review.



## Mathematical Geosciences

### Improved method for estimating static formation temperatures in geothermal and petroleum wells --Manuscript Draft--

<b>Manuscript Number:</b>	MATG995
<b>Full Title:</b>	Improved method for estimating static formation temperatures in geothermal and petroleum wells
<b>Article Type:</b>	Original Research
<b>Keywords:</b>	rational function; uncertainties; formation; borehole; least-square.
<b>Corresponding Author:</b>	Jorge Alejandro Wong Loya, M.D. National Autonomous University of Mexico Temixco, Morelos MEXICO
<b>Corresponding Author Secondary Information:</b>	
<b>Corresponding Author's Institution:</b>	National Autonomous University of Mexico
<b>Corresponding Author's Secondary Institution:</b>	
<b>First Author:</b>	Jorge Alejandro Wong Loya, M.D.
<b>First Author Secondary Information:</b>	
<b>Order of Authors:</b>	Jorge Alejandro Wong Loya, M.D. Jorge Alberto Andaverde, Ph D Jesus Antonio del Rio, Ph D
<b>Order of Authors Secondary Information:</b>	
<b>Abstract:</b>	This paper describes a mathematical method for estimating static formation temperature using a function based on the extrapolation of the measured data in the thermal recovery process of geothermal and petroleum wells. This method use least-squares fit of a rational polynomial model to describe the transient temperature data and, it provides an analytical expression of thermal recovery processes. One can obtain enough accuracy with a relatively small number of approximation coefficients. We apply this method for estimating the static formation temperature of a geothermal and petroleum drilled well recovery process. In this work we have developed the equations of least-squares fit of rational polynomial function and the equation to calculate the uncertainties of its coefficients. This fitting procedure allows us to obtain a mathematical model that represents the thermal recovery process and extrapolate the value of temperature to infinite time. Also this method allows us to estimate the static formation temperature and its uncertainty. e-mail: jawol@cie.unam.mx

Manuscript

[Click here to download Manuscript: Manuscript.docx](#)

[Click here to view linked References](#)

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60  
61  
62  
63  
64  
65

## **Improved method for estimating static formation temperatures in geothermal and petroleum wells**

Wong-Loya J A<sup>1\*</sup>, Andaverde J A<sup>2,3</sup> and del Rio J A<sup>4</sup>

1 Posgrado en Ingeniería (Energía), Instituto de Energías Renovables, Universidad Nacional Autónoma de México. Priv. Xochicalco s/n, Col. Centro, Temixco, Morelos 62580, México. [jawol@cie.unam.mx](mailto:jawol@cie.unam.mx)

2 Centro de Investigación en Recursos Energéticos y Sustentables, Universidad Veracruzana, Av. Universidad Veracruzana Km. 7.5, Coatzacoalcos, Veracruz, México. [jandaverde@uv.mx](mailto:jandaverde@uv.mx)

3 Facultad de Ciencias Químicas, Universidad Veracruzana, Av. Universidad Veracruzana Km. 7.5, Coatzacoalcos, Veracruz, México. [jandaverde@uv.mx](mailto:jandaverde@uv.mx)

4 Instituto de Energías Renovables, Universidad Nacional Autónoma de México, Priv. Xochicalco s/n, Col. Centro, Temixco, Morelos 62580, México. [arp@cie.unam.mx](mailto:arp@cie.unam.mx)

\*Corresponding Author: [jawol@cie.unam.mx](mailto:jawol@cie.unam.mx)

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60  
61  
62  
63  
64  
65

**Abstract**

This paper describes a mathematical method for estimating static formation temperature using a function based on the extrapolation of the measured data in the thermal recovery process of geothermal and petroleum wells. This method use least-squares fit of a rational polynomial model to describe the transient temperature data and, it provides an analytical expression of thermal recovery processes. One can obtain enough accuracy with a relatively small number of approximation coefficients. We apply this method for estimating the static formation temperature of a geothermal and petroleum drilled well recovery process. In this work we have developed the equations of least-squares fit of rational polynomial function and the equation to calculate the uncertainties of its coefficients. This fitting procedure allows us to obtain a mathematical model that represents the thermal recovery process and extrapolate the value of temperature to infinite time. Also this method allows us to estimate the static formation temperature and its uncertainty.

**Keywords:** rational function, uncertainties, geothermal, petroleum, borehole, least-square.

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60  
61  
62  
63  
64  
65

## 1. Introduction

Drilling deep wells is required for the exploitation of petroleum or geothermal resources. During this drilling process, rock cuttings are generated. In order to transport the drilling cuts to the surface, a drilling fluid (also known as mud) is used. This mud also is used to lubricate and cooling the drill bite (Hermanrud et al. 1990). The complete drilling process affects the static formation temperature (SFT) or virgin rock temperature.

The SFT is an important parameter used in: (i) the optimum design of drilling and completion programmes of geothermal and petroleum boreholes (Eppelbaum and Kutasov 2011); (ii) the identification of permeable or porous zones characterized by lost circulation problems (Kutasov and Eppelbaum 2009).

In the geothermal industry the SFT is used in: (i) the estimation of energy reserves, and (ii) reliable heat flow (Santoyo et al. 2000); and in the petroleum industry it is used in the: (i) modeling of hydrocarbon maturation (Lampe and Person 2002), and (ii) in the determination of transport properties of hydrocarbons (Zhangxin 2007).

Measurements of temperature at the bottom hole (BHT) are registered when the drilling process stops or ends. The drilling mud temperature tends to equilibrium with the temperature formation in a long time (from days to months) (González-Partida et al. 1997) therefore it is too expensive or impossible to measure temperatures until the equilibrium temperature is reached.

A technique to estimate the SFT from registers of the thermal recovery process in short times (hours to days) is needed. These registers are composed by BHT's and time after the mud circulation is stopped (shut-in time). In order to estimate the SFT using BHT's and shut-in times numerous analytical methods (i.e. Horner 1951, Ascencio et al. 1994, Hassan and Kabir 1994, Kutasov and Eppelbaum 2005) and simulators (i.e. Beirute 1991,

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60  
61  
62  
63  
64  
65

Takahashi et al. 1997, Garcia et al. 1998) have been proposed. These methods besides using the BHT and shut-in time, also involve other parameters like circulation time, thermophysical properties of mud and formation (Cao et al. 1988; Andaverde et al. 2005). These properties requirement makes difficult the uses of these methods due to lack of information concerning here thermophysical properties in most cases, the applicability of the above methods is rather limited. Thus a method for the SFT estimation that only uses a BHT and Shut-in time is useful.

In thermal recovery process the temperature data on time behaves in an asymptotic form, but following a unknown mathematical function, because the complicated heat and mass transport neither the physical properties of the geological formations are well know or can precisely be defined, thus it obligates to try a different fitting approach. Padé approximants have a close relation with variational principles (Baker and Gammel 1970) then they can represent data in a closer form than many other approximants. Without specific information, but with the certainty that we need to describe a nonlinear behavior, the representation using a Padé approximant of first order of both polynomials seems reasonable; this specific form is the simplest structure to describe the behavior that we want to obtain. The Padé approximants have been used in many fitting uses, from transport coefficients in effective medium theories to equations of state (i.e. del Rio et al. 1998, Robles & López 2003). In all these cases they showed the ability of reproducing the desired behavior. Wong et al. (2012) proposed a rational polynomial method (RPM) based on Padé approximants to describe the thermal recovery process in geothermal and petroleum wells, and also to estimate the SFT. This method proposed consists in the use of Padé approximants to determine the rational function that fits a BHT- Shut in time data series. The rational function proposed was composed by polynomials of the same order for both numerator and denominator, the order proposed was first, second and third degree,

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60  
61  
62  
63  
64  
65

respectively. The methodology used consists in creating all the possible combinations with smaller data subsets of BHT and shut-in times (from the total number of data pairs stored in the original BHT data set), then to determine the coefficients of the rational polynomial functions per data subset and calculate the statistical parameters of central tendency (mean) and dispersion (standard deviation and relative standard deviation values) for all SFT estimates inferred per rational polynomial function. The degree of the rational polynomial model to be used as the best approach of the SFT is in agreement with the degree function with the lowest relative standard deviation. To select the best rational polynomial function to obtain the best SFT estimate, an evaluation of residuals is used. The limitations of this method are: the computing time is high due to all combinations and calculus to be done and depends of the number of data analyzed further the method does not obtain the uncertainty of the SFT value and neither of the coefficients finally use of different degree polynomials increases the difficulty of the physical interpretation.

The aim of this work is to improve on the RPM proposed by Wong et al. (2012) using statistical tools based on least square fitting and to provide a method to calculate the uncertainties of the estimation. Such uncertainty estimates in SFT are of immense value because they constrain the uncertainties in inferring the reservoir thermal conditions and the available energy budget for exploitation and, therefore, have important bearing on the investment risk for field development (Verma et. al. 2006). As a result of this improvement, the Least Square Rational Polynomial Method (LSRPM) is developed. With this method the mathematical model that represents the thermal recovery process is obtained. Due to the structure of LSRPM from the coefficients of the equation the SFT values may be obtained. Also the equations to obtain the uncertainties associated to the fitting process are developed. This method is validated using two synthetic data series reported by Shen and Beck (1986) and Cao et al. (1988) and then applied to one geothermal data series

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60  
61  
62  
63  
64  
65

measured in the Kyushu (KYU) geothermal field (Hyodo and Takasugi, 1995) and one petroleum data series obtained from Oklahoma (MISS) Petroleum field (Kutasov, 1999).

This work is organized in three sections in order to show the development, validation, application and comparison of method: In section 2.1 we describe the development of the equations to obtain the best fit model using a rational polynomial function. The fit method was made using a least-square fit. Also we explain the development of equations for the uncertainties in the rational polynomial coefficients, used to estimate the SFT and describe thermal recovery process. In section 3.1 we use the LSRPM together with a synthetic data series in order to illustrate and validate the method. In section 3.2 we apply the LSRPM to the field series, and compare of the results obtained for this method against the most common used methods, also the thermal recovery process obtained by the model is compared with the data series reported in order to demonstrate the applicability of the LSRPM.

## 2. Least Square Rational Polynomial Method

In this section we explain in detail the Least Square Rational Polynomial Method (LSRPM). It consists in three main tasks: first we develop the equation system to solve and obtain the coefficients with their uncertainties; second we validate the LSRPM using two synthetic series that allow us to compare the SFT estimate with a true SFT reported by the authors; and third, we applied the LSRPM to two field data series one obtained from geothermal field and the other one obtained from petroleum field

### 2.1 Development of the equations of LSRPM

#### Rational function

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60  
61  
62  
63  
64  
65

A rational function model is a generalization of the polynomial model, because it contains this model as a subset when the denominator is a constant. Taking in to account that the thermal recovery processes is continuous and the temperature increases until the stabilization is reached, we propose that both polynomials are of first degree. Considering the model for fitting the thermal recovery process using rational function, we can express the temperature  $T(t)$  as:

$$T(t) = \frac{P(t)}{Q(t)} = \frac{a+bt}{1+ct} \quad (1)$$

were  $t$  is time and  $a$ ,  $b$ , and  $c$  are the constants to be determined.

In order to estimate the SFT we can obtain the limit  $\lim_{t \rightarrow \infty} T(t) = b/c$  and then the SFT may be estimated with the following equation:

$$SFT = \frac{b}{c} \quad (2)$$

#### Least-squares fit

In order to obtain the best fit of the rational function, the least-square adjustment is used. The equation that represent the difference between the proposed function (eq 1) and the measured value of temperature  $X$  is obtained using eq. (1) as follows:

$$X = y_i - \frac{a+bx_i}{1+cx_i} \quad (3)$$

The least-squares fit method requires minimization of  $X^2$ , but this is a complicated task. Instead we use here the following function to be minimized.

$$X = y_i + cy_ix_i - a - bx_i \quad (4)$$



1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60  
61  
62  
63  
64  
65

To find the best fitting values of the coefficients  $a$ ,  $b$  and  $c$  that yield the minimum value for  $X^2$ , one sets to zero the partial derivatives of  $X^2$  with respect to each of the coefficients as follows:

$$\frac{\partial}{\partial a} X^2 = \frac{\partial}{\partial a} \sum \left[ \frac{1}{\sigma^2} (y_i + cy_i x_i - a - bx_i)^2 \right] = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial b} X^2 = \frac{\partial}{\partial b} \sum \left[ \frac{1}{\sigma^2} (y_i + cy_i x_i - a - bx_i)^2 \right] = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial c} X^2 = \frac{\partial}{\partial c} \sum \left[ \frac{1}{\sigma^2} (y_i + cy_i x_i - a - bx_i)^2 \right] = 0 \quad (7)$$

From these three equations we can obtain simultaneous equations to determine the coefficients  $a$ ,  $b$  and  $c$ . Solving these equations we arrive at:

$$a = \frac{\sum \frac{y_i}{\sigma_i^2} \left( \frac{y_i x_i^2}{\sigma_i^2} \right)^2 - \sum \frac{y_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i^2 x_i^2}{\sigma_i^2} + \sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i x_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i^2 x_i^2}{\sigma_i^2} - \sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i x_i^2}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i^2 x_i}{\sigma_i^2} - \left( \sum \frac{y_i x_i}{\sigma_i^2} \right)^2 \sum \frac{y_i x_i^2}{\sigma_i^2} + \sum \frac{y_i x_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i^2 x_i}{\sigma_i^2}}{\sum \frac{1}{\sigma_i^2} \left( \sum \frac{y_i x_i^2}{\sigma_i^2} \right)^2 - \sum \frac{1}{\sigma_i^2} \sum \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i^2 x_i^2}{\sigma_i^2} + \left( \sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} \right)^2 \sum \frac{y_i^2 x_i^2}{\sigma_i^2} - 2 \sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i x_i^2}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i x_i}{\sigma_i^2} + \sum \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \left( \sum \frac{y_i x_i}{\sigma_i^2} \right)^2} \quad (8)$$

$$b = \frac{\sum \frac{1}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i x_i^2}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i^2 x_i}{\sigma_i^2} - \sum \frac{1}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i x_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i^2 x_i^2}{\sigma_i^2} + \sum \frac{y_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i^2 x_i^2}{\sigma_i^2} - \sum \frac{y_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i x_i^2}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i^2 x_i}{\sigma_i^2} - \sum \frac{y_i x_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i^2 x_i}{\sigma_i^2} - \sum \frac{y_i x_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i^2 x_i}{\sigma_i^2} + \left( \sum \frac{y_i x_i}{\sigma_i^2} \right)^3}{\sum \frac{1}{\sigma_i^2} \left( \sum \frac{y_i x_i^2}{\sigma_i^2} \right)^2 - \sum \frac{1}{\sigma_i^2} \sum \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i^2 x_i^2}{\sigma_i^2} + \left( \sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} \right)^2 \sum \frac{y_i^2 x_i^2}{\sigma_i^2} - 2 \sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i x_i^2}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i x_i}{\sigma_i^2} + \sum \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \left( \sum \frac{y_i x_i}{\sigma_i^2} \right)^2} \quad (9)$$

$$c = \frac{\sum \frac{1}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i^2}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i^2 x_i}{\sigma_i^2} - \sum \frac{1}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i x_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i^2 x_i^2}{\sigma_i^2} - \sum \frac{y_i^2 x_i}{\sigma_i^2} \left( \sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} \right)^2 + \sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} \left( \sum \frac{y_i x_i}{\sigma_i^2} \right)^2 + \sum \frac{y_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i^2 x_i^2}{\sigma_i^2} - \sum \frac{y_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i x_i}{\sigma_i^2}}{\sum \frac{1}{\sigma_i^2} \left( \sum \frac{y_i x_i^2}{\sigma_i^2} \right)^2 - \sum \frac{1}{\sigma_i^2} \sum \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i^2 x_i^2}{\sigma_i^2} + \left( \sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} \right)^2 \sum \frac{y_i^2 x_i^2}{\sigma_i^2} - 2 \sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i x_i^2}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i x_i}{\sigma_i^2} + \sum \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \left( \sum \frac{y_i x_i}{\sigma_i^2} \right)^2} \quad (10)$$

In order to obtain the uncertainties in the coefficients  $a$ ,  $b$  and  $c$ , according with Bevington and Robinson (2003), the following equations, are used and solved:

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60  
61  
62  
63  
64  
65

$$\sigma_a^2 = \Sigma \left[ \sigma_i^2 \left( \frac{\partial a}{\partial y_i} \right)^2 \right] \quad (11)$$

$$\sigma_b^2 = \Sigma \left[ \sigma_i^2 \left( \frac{\partial b}{\partial y_i} \right)^2 \right] \quad (12)$$

$$\sigma_c^2 = \Sigma \left[ \sigma_i^2 \left( \frac{\partial c}{\partial y_i} \right)^2 \right] \quad (13)$$

were  $\sigma_i$  is the uncertainty of each temperature measurement.

To obtain the uncertainties  $\sigma_a$ ,  $\sigma_b$  and  $\sigma_c$ , equations 11, 12 and 13 were explicitly written down with the aid of Eqs. (8)-(10) and then and solved. The procedure is algebraically long and will be omitted, but the final expressions may be found in web page <http://www.cie.unam.mx/~arp/LSRPM/> where a program in Python and Fortran could be downloaded.

We obtain the SFT uncertainty using the propagation error equation as follows:

$$\frac{\sigma_{SFT}^2}{SFT^2} = \frac{\sigma_b^2}{b^2} + \frac{\sigma_c^2}{c^2} \quad (14)$$

The methodology, here proposed, to use the LSRPM consists in applying the equations 8 to 10 and 11 to 13 using the BHT data series in order to obtain the coefficients of the thermal recovery process, Eq (1), and its uncertainties respectively. Then is used the equation 2 is used to obtain the SFT value. A system that uses the least square rational polynomial method has been submitted to obtain a patent (MX/a/2012/012315).

## 2.2 Validation

With the purpose of illustrating the use of the least-squares rational polynomial model; it was applied to two synthetic series of well thermal recovery processes. The uses of synthetic series allow us to compare the results obtained by LSRPM with a true SFT

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60  
61  
62  
63  
64  
65

reported. For the synthetic temperature data: SHEN and CAO data series were compiled from the numerical simulation works performed by Shen and Beck (1986) and Cao et al. (1988), respectively. These time series have been used to validate a wide variety of methods (see for instance: Andaverde et al 2005, Santoyo et al 2000, Eppelbaum and Kutasov, 2011). Here these synthetic temperature data were used for carrying out the numerical validation procedure of the LSRPM.

In order to illustrate the method, the values of SFT and thermal recovery mathematical model are calculated using LSRPM. Equations 16 and 17 are obtained for the SHEN and CAO series, respectively. In figure 1 and 2 the values of fitted BHT (points) and reported BHT (circles) are shown. The figures show that the values estimated are in agreement with the values reported by the authors.

One parameter that allows comparing the data fitted against the original data is the regression coefficient ( $R^2$ ) that indicates the goodness of the predictor; this value is obtained from:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum(y_i - \hat{y})^2}{\sum(y_i - \bar{y})^2} \tag{15}$$

where  $y_i$  are the measured values of BHT,  $\hat{y}$  are the estimated values of BHT and  $\bar{y}$  is the mean of the measured BHT values. The corresponding R values are reported in the figures.

### 2.3 Application

Following the numerical procedure previously described, two BHT data sets are individually analyzed to determine the SFT of the geothermal (KYU) and petroleum (MISS) boreholes. We use of petroleum and geothermal series to apply the LSRPM, because in both, the original temperature field is perturbed during the drilling process, but the thermal

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60  
61  
62  
63  
64  
65

recovery process is affected by different factors like: the different geothermal gradient and the presence of heat source in geothermal wells. Then we want to show the applicability of LSRPM to both kinds of wells.

The first analyzed series is KYU. This series is composed by ten measurements of BHT and shut in times  $\Delta t$  which was logged during the drilling and completion operations of a borehole drilled in the Kyushu geothermal field, Japan (Hyodo and Takasugi 1995).

The second analyzed series is MISS, which is composed by fourteen measurements of BHT and  $\Delta t$  which was compiled from drilling and completion reports of a borehole drilled in the Oklahoma petroleum field, USA (Kutasov 1999).

#### 2.4 Statistical analysis and comparison

In order to compare the values obtained using the LSRPM, seven analytical methods are used for the prediction of SFT in geothermal and petroleum boreholes. These methods are shown in the table 1. Also to compare the equation obtained to describe the thermal recovery process  $R^2$  is used to estimate the differences between model and BHT data series.

The series use in this work are some of the series used by Wong et al. (2012) in order to compare the values obtained by LSRPM and other methods.

### 3. Results

#### 3.1 Results of validation

The first series used in order to validate the LSRPM is SHEN, reported by Shen and Beck (1986). Eight thermal recovery data pairs composed this series. The SFT reported by the

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60  
61  
62  
63  
64  
65

authors for this series is 80°C. After applying the LSRPM the following approximate result was derived.

$$BHT(t) = \frac{(49.36 \pm 0.29) + (9.712505 \pm 1.1E-5)t}{1 + (0.11997131 \pm 1.3E-7)t} \quad (16)$$

The SFT obtained for this series is 81.00 ± 0.10 °C, the difference between the SFT estimated by LSRPM and the SFT reported by the authors (80 °C) is of the order of 1.23%

The thermal recovery process described by equation (16) is shown in figure 1, in which can be observed that the fitting model is consistent with the reported data. Also, the usefulness of the LSRPM could be verified by using the coefficient of determination (eq. 15), for this model R<sup>2</sup>= 0.999.

The data obtained by LSRPM are one similar to values reported by Wong et al 2012, but the difference is that LSRPM allows one to obtain the uncertainties of coefficients of the thermal recovery process model and SFT.

The second series used to validate the model is CAO, reported by Cao et al. (1988), this series is composed by fourteen thermal recovery data pairs. The SFT reported for this series is 120°C.

The approximate results using the LSRPM for this series leads to

$$BHT(t) = \frac{(78.63 \pm 1.01) + (23.950149 \pm 4.1E-5)t}{1 + (0.19396406 \pm 3.2E-7)t} \quad (17)$$

The SFT obtained for this series was 123.53 ± 0.32 °C, the difference between the SFT estimated by LSRPM and the SFT reported by the authors (120 °C) is less than 2.9%

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60  
61  
62  
63  
64  
65

The thermal recovery process described by the equation 17 is shown in figure 2. Also, the usefulness of the LSRPM could be verified again since the coefficient of determination, for this model  $R^2=0.998$

The results obtained by LSRPM and those obtained by Wong et al 2012 for the CAO series (SFT= 120.1 °C) are different because in the formed reference they use a third degree polynomial for the mathematical model and in this work we only use a first degree polynomial. This later represents an advantage because the model is simpler and the time of computing and calculation are made less (less than 2 seconds) than RPM proposed by Wong et al 2012 (more than a minute up to 40 minutes depending of the number of data to be analyzed).

The SFT estimated by the most used methods and LSRPM are shown in table 2. The SFT estimated by LSRPM is in good agreement with the results of other methods and the actual SFT reported by the authors.

### 3.2 Results of Application

The first analyzed series is KYU composed by ten measurements of BHT and shut in times  $\Delta t$  which was logged during the drilling and completion operations of a borehole drilled in the Kyushu geothermal field, Japan (Hyodo and Takasugi 1995).

In this case, we get for the thermal recovery of the geothermal well the following result

$$BHT(t) = \frac{(55.24 \pm 2.70) + (13.29531 \pm 2.4E-4)t}{1 + (0.06846062 \pm 9.7E-7)t} \quad (18)$$

Using equation 2 with the values of the coefficients  $b$  and  $c$  obtained for this series, the SFT value obtained is  $194.2 \pm 0.6$  °C.

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60  
61  
62  
63  
64  
65

In figure 3 the measured data and the estimated data using equation 17 are shown. In this figure the agreement between the values reported and the values obtained by LSRPM is clearly observed. Also, this agreement is confirmed using the coefficient of regression, which is  $R^2=0.999$ .

The second experimental series used to apply the LSRPM is MISS with 14 measurements of BHT and shut-in times which was compiled from drilling and completion reports of a borehole drilled in the Oklahoma petroleum field, USA (Kutasov 1999).

After applying the method to MISS data set we obtain the following equation, which describes the thermal recovery behavior of this petroleum well.

$$BHT(t) = \frac{(139.61 \pm 1.68) + (4.2859242 \pm 5.6E-6)t}{1 + (0.028861560 \pm 3.7E-8)t} \quad (19)$$

Using the equation 2 with the values of the coefficients  $b$  and  $c$  obtained for this series, the SFT value obtained is  $148.5 \pm 0.5$  °C.

In figure 4 the measured data and the estimated data using the equation 19 are shown. The least-squares fit has a  $R^2=0.974$  that indicates the agreement between the values reported and the values obtained by LSRPM.

The comparison presented in table 3 shows that the value of SFT obtained for the KUY series (geothermal) and MISS (Petroleum) series agree with the value obtained after applying other methods with the advantage that LSRPM only uses the BHT an shut-in time data to obtain SFT moreover that LSRPM also describes the thermal recovery process and provide an estimate of the error on SFT.

### Conclusions

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60  
61  
62  
63  
64  
65

The problem of estimating the static formation temperature (SFT) in short time (shut-in less than 72 hours) without the use of thermophysical properties of the formation and drilling mud was solved with the use of a least-squares rational polynomial method.

A new method to estimate SFT and reproduce the thermal recovery process in geothermal and petroleum boreholes based on a least-squares of a rational polynomial fit was successfully developed. The least-squares rational polynomial method only requires BHT and shut-in time measurements as input data, which constitutes an advantage over the analytical methods currently developed for the geothermal and petroleum industries.

The developed least-squares rational polynomial method was applied for processing bottom-hole temperature measurements logged after the thermal disturbance caused to the rock-formation as a result of the continuous drilling fluid circulation.

The equations for least-squares fit of the rational polynomial function were developed, together with the equations to obtain the coefficients uncertainties of the fitting function.

Using bottom-hole temperature logs (reported in the literature) together with the above methodology, the static formation temperature was reliably determined with acceptable precision and accuracy. Two synthetic data sets (SHEN and CAO) enabled the least-squares rational polynomial method to be numerically validated. The optimized static formation temperature estimates calculated by LSRPM ( $SFT_{SHEN} = 81.00 \pm 0.10$  °C and  $SFT_{CAO} = 123.53 \pm 0.32$  °C) showed an excellent agreement with the true SFT reported for these synthetic data sets ( $SFT_{SHEN} = 80$  °C and  $SFT_{CAO} = 120$  °C) with absolute accuracy errors of about 1.29 % and 2.9 %, respectively and the thermal recovery fit equation showed a  $R^2=0.999$ . Also the LSRPM were applied to two field data series and the results obtained agreed with the values obtained by other methods, moreover the approximate equation describes the thermal recovery process very good with  $R^2$  of 0.974 at least.



1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60  
61  
62  
63  
64  
65

**Acknowledges**

Wong-Loya J A wishes to thank to the Engineering Ph.D Programme of UNAM, CCH UNAM and CONACyT for the financial support provided through the scholarships and we thank to Dr. M Lopez de Haro for his comments on this work.

**References**

Andaverde J, Verma SP, Santoyo E (2005) Uncertainty estimates of static formation temperatures in boreholes and evaluation of regression models. *Geophys J Int* 160: 112-1122.

Ascencio F, Garcia A, Rivera J, Arellano V (1994) Estimation of undisturbed formation temperatures under spherical-radial heat flow conditions. *Geothermics* 23:317- 326.

Baker GA, Gammel JL (1970) *The Padé Approximant in Theoretical Physics*, 1st edn. Academic Press, New York

Bevington PR, Robinson DK (2002) *Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences* 3rd edn. McGraw-Hill, New York

Beirute RM (1991) A circulating and shut-in well temperature profile simulator. *J Petrol Technol* 43:1140-1146

Brennand AW (1984) A new method for the analysis of static formation temperature tests. In: *Proceedings, 6th New Zeland Geothermal Workshop*, New Zeland, 45-47.

Cao S, Lerche I, Hermanrud C (1988) Formation temperature estimation by inversion of borehole measurements. *Geophysics* 53:979-988

del Río JA, Zimmerman RW, Dawe RA (1998) Formula for the conductivity of a two-component material based on the reciprocity theorem. *Solid State Commun* 106:183-186

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60  
61  
62  
63  
64  
65

Eppelbaum LV, Kutasov IM (2011) Determination of the formation temperature from shut-in logs: Estimation of the radius of thermal influence. *J Appl Geophys* 73:278-282

Espinoza-Ojeda OM, Santoyo E, Andaverde J (2011) A new look at the statistical assessment of approximate and rigorous methods for the estimation of stabilized formation temperatures in geothermal and petroleum wells. *J Geophys Eng* 8:233–258

García A, Hernández I, Espinosa G, Santoyo E (1998) TEMLOPI: a thermal simulator for estimation of drilling mud and formation temperatures during drilling of geothermal wells. *Comput Geosc* 24:465-477

Gonzalez-Partida E, Garcia-Gutierrez A, Torres-Rodriguez, V (1997) Thermal and petrologic study of the CH-A well from the Chipilapa-Ahuachapan geothermal area, El Salvador. *Geothermics* 26:701–713

Hassan AR, Kabir CS (1994) Static reservoir temperature determination from transient data after mud circulation. *SPE Drilling Completion* 9:17-24

Hermanrud C, Cao S, Lerche, I (1990) Estimates of virgin rock temperature derived from BHT measurements: bias and error. *Geophysics* 55:924–931

Holmes CS, Swift SC (1970) Calculation of circulating mud temperatures. *J Petrol Technol* 22:670-674

Hyodo M, Takasugi S (1995) Evaluation of the curve-fitting method and the Horner-plot method for estimation of the true formation temperature using temperature recovery logging data. In: *Proceedings: 20th Workshop on Geothermal Reservoir Engineering, Stanford University, Stanford, California, January 1995* 24-26, 23-29.

Kutasov IM (1999) *Applied Geothermics for Petroleum Engineers*. First Edition, Elsevier Scientific Publishing Company, Netherlands.

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60  
61  
62  
63  
64  
65

Kutasov IM, Eppelbaum LV (2005) Determination of formation temperature from bottom-hole temperature logs-a generalized Horner method. *J Geophys Eng* 2:90-96

Kutasov IM, Eppelbaum LV (2009) Estimation of geothermal gradients from single temperature log-field cases. *J Geophys Eng* 6:131-135

Lampe C, Pearson M (2002) Advective cooling within sedimentary rift basins-application to the Upper Rhinegraben (Germany). *Mar Petrol Geol* 19:361-375

Leblanc Y, Pascoe LJ, Jones FW (1981) The temperature stabilization of a borehole. *Geophysics* 46:1301-1303

Manetti G (1973) Attainment of temperature equilibrium in holes during drilling. *Geothermics* 294-100

Robles M, López de Haro M (2003) On the liquid-glass transition line in monatomic Lennard-Jones fluids. *Europhys. Lett.* 62 56

Santoyo E, García A, Espinosa G, Hernandez I, Santoyo S (2000) STATIC\_TEMP: a useful computer code for calculating static formation temperatures in geothermal Wells. *Comput Geosci* 26:201-217

Shen PY, Beck AE (1986) Stabilization of bottom hole temperature with finite circulation time and fluid flow. *Geophys J Roy Astr S* 86:63-69

Timko DJ, Ferlt WH (1972) How downhole temperatures, pressures affect drilling, part 5, Predicting hydrocarbon environments with wireline data. *World Oil* 174:73-88

Verma, S.P., Andaverde, J., Santoyo, E., 2006. Application of the error propagation theory in estimates of static formation temperatures in geothermal and petroleum boreholes. *Energy Conversion and Management* 47,3659–3671.

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60  
61  
62  
63  
64  
65

Wong-Loya JA, Andaverde J, Santoyo E (2012) A new practical method for the determination of static formation temperatures in geothermal and petroleum wells using a numerical method based on rational polynomial functions. J Geophys Eng 9:711-728

Zhangxin C (2007) Reservoir Simulation: Mathematical Techniques in Oil Recovery, First edn. Soc Industrial App. Math., Philadelphia.

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60  
61  
62  
63  
64  
65

**Figure captions**

Fig 1. Comparative results found between recovery process of the SHEN data (estimated by LSRPM) and the reported transient BHT data.

Fig 2. Comparative results found between recovery process of the CAO data (estimated by Least-square RP) and the reported transient BHT data.

Fig 3. Comparative results found between recovery process of the KYU data (estimated by Least-square RP) and the reported transient BHT data.

Fig 4. Comparative results found between recovery process of the MISS data (estimated by Least-square RP) and the reported transient BHT data.

\*Copyright Form  
Click [here](#) to download Copyright Form: Copyrigh\_release.docx

Table 1  
[Click here to download Table: Table 1.docx](#)

Table 1. Methods used to compare the values obtained by LSRPM.

Method	Physical model used	Reported by
Horner (HM)	Constant linear heat source	Timko and Fertl, 1972
Manetti (MM)	Conductive cylindrical heat source	Manetti, 1973
Leblanc (LM)	Conductive cylindrical heat source	Leblanc et al., 1981
Brennand (BM)	Radial heat source model with conductive heat flow	Brennand, 1984
Ascencio (AM)	Spherical–Radial heat flow	Ascencio et al., 1994
Hasan–Kabir (HKM)	Conductive–convective cylindrical heat source	Hasan and Kabir, 1994
Kutasov–Eppelbaum (KEM)	Generalized version of the constant linear heat source	Kutasov and Eppelbaum, 2005

Table 2  
[Click here to download Table: Table 2.docx](#)

Table 2. Comparison of the SFT estimation by different analytical methods, LSRPM and SFT value reported

Method	SFT ± S <sub>SFT</sub>			R <sup>2</sup>	SFT ± S <sub>SFT</sub>		
	SHEN	ΔT			CAO	ΔT	
SFT Reported	80.0				120.0		
Horner	OLR	75.5 ± 0.7	-4.5	N/A	121.2 ± 0.4	1.2	N/A
	QR	80.1 ± 0.2	0.1	N/A	123.6 ± 0.1	3.6	N/A
Manetti	OLR	75.6 ± 0.9	-4.4	N/A	119.5 ± 0.5	-0.5	N/A
	QR	78.5 ± 0.5	-1.5	N/A	121.1 ± 0.3	1.1	N/A
Leblanc	OLR	**	-	N/A	117.0 ± 1.0	-3.0	N/A
	QR	78.0 ± 0.6	-2.0	N/A	121.4 ± 0.4	1.4	N/A
Brennand	OLR	77.7 ± 0.6	-2.3	N/A	122.2 ± 0.3	2.2	N/A
	QR	80.2 ± 0.2	0.2	N/A	123.9 ± 0.2	3.9	N/A
Ascencio	OLR	83.0 ± 0.6	3.0	N/A	125.6 ± 0.8	5.6	N/A
	QR	87.3 ± 0.4	7.3	N/A	131.9 ± 0.6	11.9	N/A
Hasan-Kabir	OLR	79.0 ± 0.6	-1.0	N/A	123.0 ± 1.0	3.0	N/A
	QR	76.6 ± 0.3	-3.4	N/A	119.3 ± 0.2	-0.7	N/A
Kutasov-Eppelbaum	OLR	79.0 ± 0.5	-1.0	N/A	123.7 ± 0.3	3.7	N/A
	QR	81.5 ± 0.1	1.5	N/A	125.2 ± 0.4	5.2	N/A
LSRPM		81.0 ± 0.1	1.0	0.999	123.5 ± 0.3	3.5	0.998

\*\*This data was eliminated because its value is less than the last

BHT measured

OLR (Ordinary lineal regression)

QR (Quadratic regression)

S was reported by the authors with only one decimal



Table 3  
[Click here to download Table: Table 3.docx](#)

Table 3. Comparison between results of the SFT estimation by different analytical methods and LSRPM.

Method		SFT ± S <sub>SFT</sub>	R <sup>2</sup>	SFT ± S <sub>SFT</sub>	R <sup>2</sup>
		KYU		MISS	
Horner	OLR	167.0 ± 4.0	N/A	**	N/A
	QR	184.7 ± 2.5	N/A	**	N/A
Manetti	OLR	157.0 ± 7.0	N/A	**	N/A
	QR	162.0 ± 6.0	N/A	**	N/A
Leblanc	OLR	162.0 ± 5.0	N/A	**	N/A
	QR	180.1 ± 3.4	N/A	**	N/A
Brennand	OLR	172.0 ± 4.0	N/A	**	N/A
	QR	187.0 ± 2.0	N/A	**	N/A
Ascencio	OLR	209.9 ± 0.9	N/A	147.5 ± 0.4	N/A
	QR	215.0 ± *	N/A	148.0 ± 0.3	N/A
Hasan-Kabir	OLR	169.2 ± 1.5	N/A	**	N/A
	QR	171.8 ± 1.6	N/A	**	N/A
Kutasov-Eppelbaum	OLR	178.0 ± 3	N/A	**	N/A
	QR	192.0 ± 1	N/A	**	N/A
LSRPM		194.2 ± 0.6	0.974	148.5 ± 0.5	0.999

\* Not reported

\*\* This data was eliminated because its value is less than the last BHT measured.

N/A Not available.

S was reported by the authors with only one decimal

Figure 1  
[Click here to download high resolution image](#)

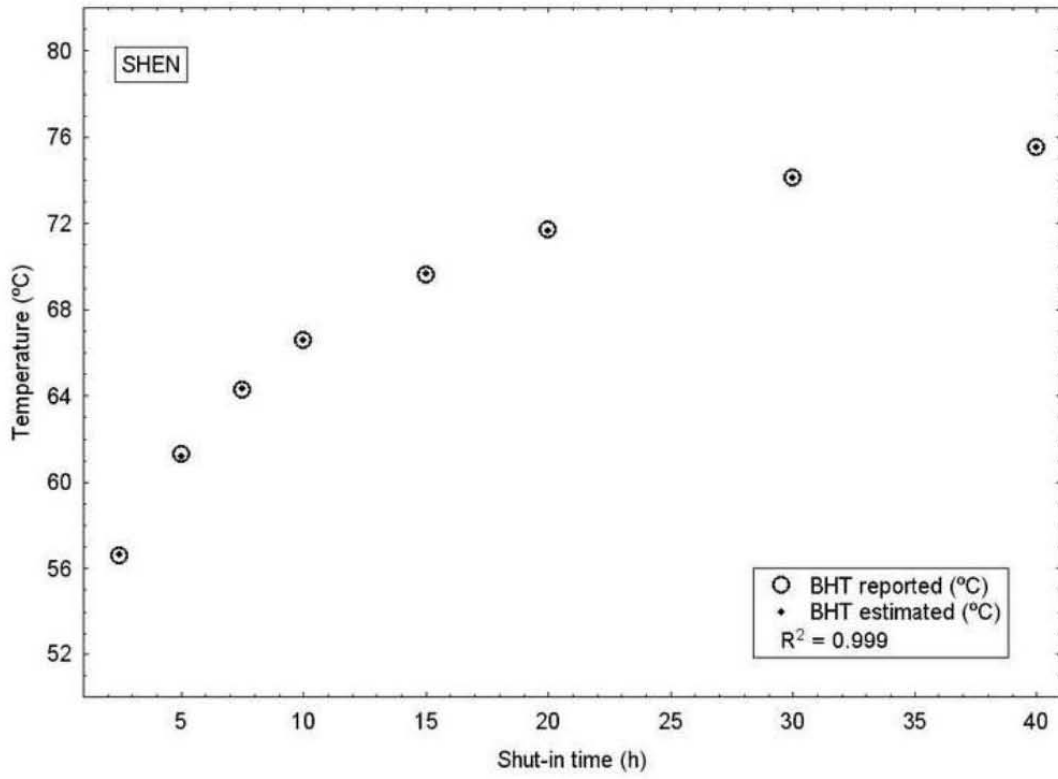


Figure 2  
[Click here to download high resolution image](#)

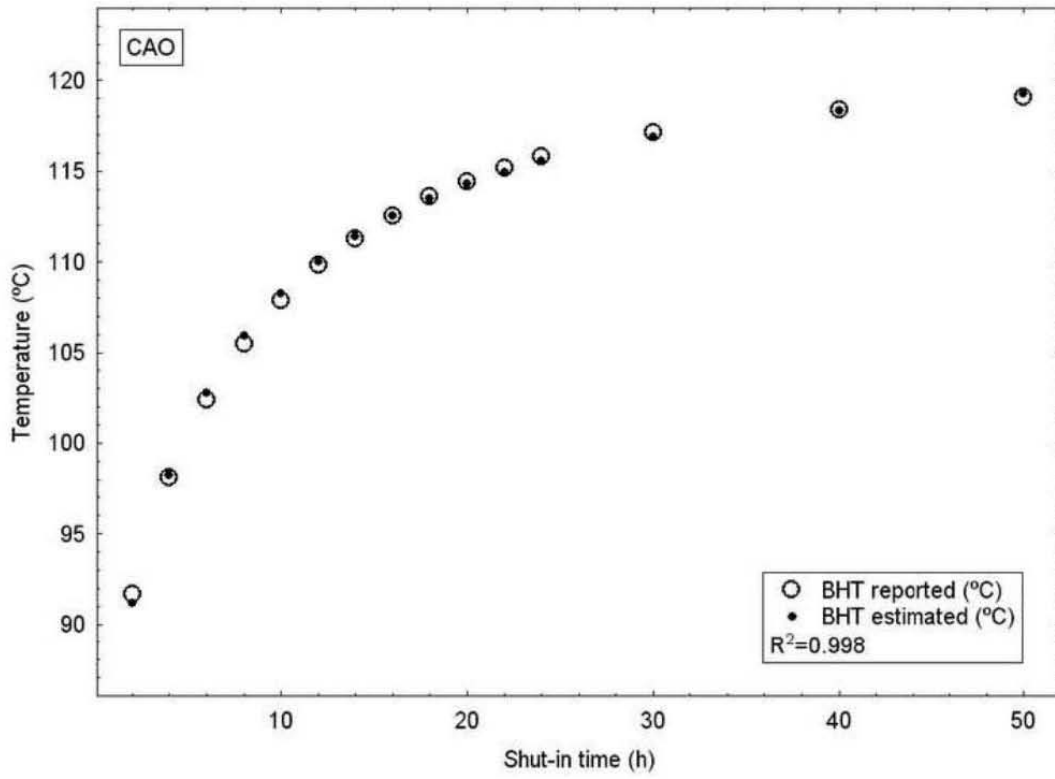


Figure 3  
[Click here to download high resolution image](#)

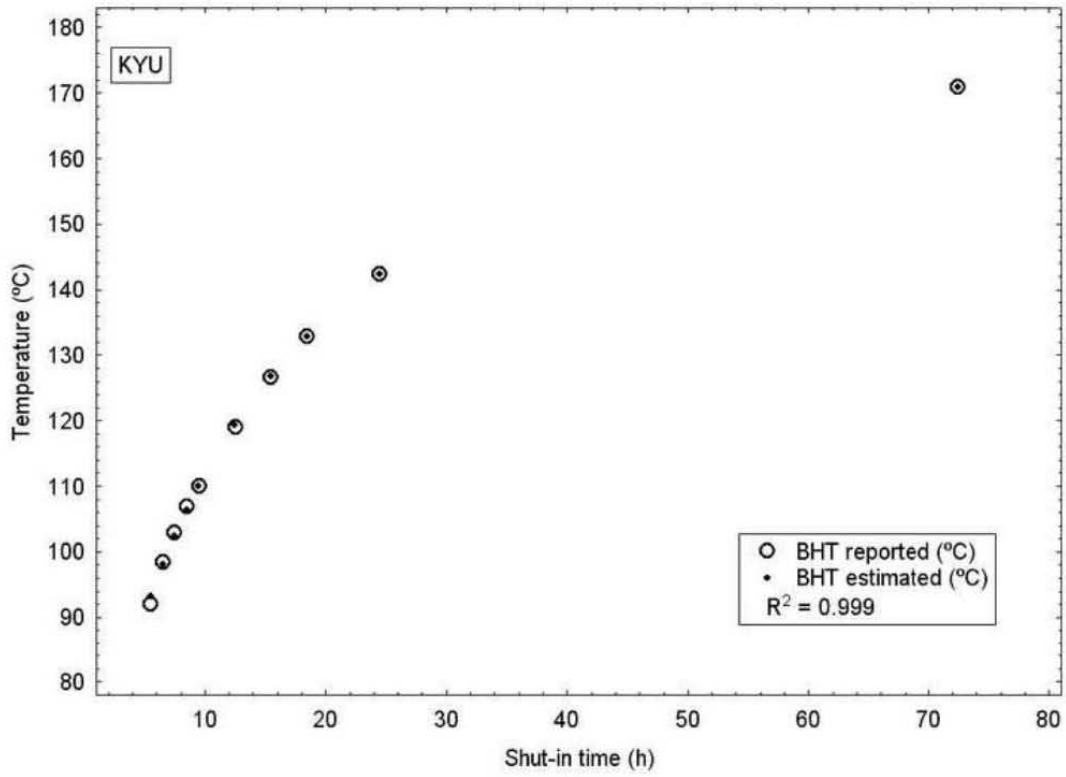


Figure 4  
[Click here to download high resolution image](#)

