



1274  
**DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO**

**Facultad de Ingeniería**

**ESTRUCTURAS ESPACIALES DISCONTINUAS**

**RODOLFO ORTIZ MALDONADO**

**TRABAJO**

Presentado a la División de Estudios de Posgrado de la  
FACULTAD DE INGENIERIA  
DE LA  
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

como requisito para obtener

el grado de

**MAESTRO EN INGENIERIA**

**(ESTRUCTURAS)**

**CIUDAD UNIVERSITARIA**

1991



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



DEPFI



DEPFI

TUNAM

1 9 9 1

ORT

**ESTRUCTURAS ESPACIALES DISCONTINUAS.**

**RODOLFO ORTIZ MALDONADO.**

**TRABAJO**

Presentado a la División de Estudios de Posgrado de la

**FACULTAD DE INGENIERIA**

**DE LA**

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO.**

como requisito para obtener

el grado de

**MAESTRO EN INGENIERIA**

**(ESTRUCTURAS)**

**CIUDAD UNIVERSITARIA, D.F.**

**MEXICO, 1991**

**G(2).501274**

## DEDICATORIA

A mis Padres que me dieron la libertad de elegir mis metas y la fuerza y cariño para lograrlas.

A mis hermanos para que crezca el deseo de superación y anhelan cada día más en la vida.

Especialmente para tí, Lorena, por compartir conmigo cada momento, por entender mis motivos, por encontrar en tí una razón más para vivir y por ser la mujer que amo.

A Gerardo, por enseñarme a luchar cada día más, a dar sin recibir nada a cambio y por esa gran amistad incondicional en cualquier momento.

A Paco, por darme el empuje necesario para seguir superandome, por abrir mi mente a nuevos horizontes y por esa amistad diferente.

A todas aquellas personas que me brindaron su apoyo y ayuda en todo momento.

## RECONOCIMIENTO

Al Ing. Neftalí Rodríguez Cuevas, por su orientación y ayuda en la realización de este trabajo y en el transcurso de mis estudios.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, porque gracias a éste fue posible la realización de mis estudios y de una de mis metas trazadas.

A los profesores de la DEPMI, por inculcarme ese Espíritu de enseñanza y por darnos la oportunidad de aprender cada día más.

## RESUMEN

En este trabajo se revisan las estructuras espaciales discontinuas empleadas frecuentemente para cubrir grandes claros y se mencionan las características generales de las mismas.

Se describen los diferentes tipos de estructuras espaciales discontinuas; enfocando el estudio a las retículas tridimensionales, en donde se mencionan algunos tipos de estructuraciones existentes; así como, los sistemas de conexión empleados en las mismas. Se especifican los diferentes tipos de cargas que comúnmente se utilizan en el análisis y los criterios generales de análisis empleados para la solución de este tipo de estructuras.

Se considera la posibilidad de análisis y diseño preliminares, mediante soluciones continuas representativas que son usadas en el análisis estructural.

Se describe la importancia de la programación de un ordenador digital, que es de gran utilidad en el análisis y diseño de estas estructuras, además que facilita y reduce grandemente el monto de trabajo rutinario.

Se selecciona un problema en particular, en donde se ejemplifican algunos de los criterios antes mencionados y se presentan resultados que definen una estructura capaz de soportar de manera eficiente fuerzas verticales, horizontales y combinaciones de las mismas.

Por último, se mencionan los criterios que generalmente son usados para la revisión del diseño.

## CONTENIDO.

1. - Introducción.	1
2. - Tipos Comunes de Estructuración.	2
3. - Características de los Sistemas de Conexión.	7
4. - Tipos de Cargas Comunes para el Análisis.	12
5. - Criterios Generales de Análisis.	18
6. - Soluciones Continuas Representativas.	21
7. - Programación de un Ordenador Digital.	25
8. - Aplicación a una Estructura Piramidal.	28
9. - Efecto Comparativo de Diversas Solicitaciones.	32
10. - Criterios para la Revisión del Diseño.	35
11. - Comentarios Finales.	38
12. - Referencias.	39
Apéndice	40

---

## INTRODUCCIÓN.

En el transcurso de las últimas décadas, las estructuras espaciales suscitaron un interés creciente en el mundo de la construcción debido a las numerosas ventajas que presentan tanto en el punto de vista técnico como el económico. Son obras racionales y lógicas, generalmente de una gran belleza arquitectónica; en la naturaleza, donde todo es equilibrio y armonía nos presenta en el reino vegetal y animal, estructuras espaciales de una maravillosa configuración, de una extraordinaria ligereza y de una admirable resistencia a las sollicitaciones. Las condiciones de vida moderna imponen a la arquitectura concebir construcciones que cubran grandes claros (auditorios, salas de reunión, piscinas, estadios, etc.); los imperativos económicos obligan al ingeniero a aligerar más y más las obras y a utilizar al máximo el potencial de resistencia del material. Una nueva forma de arquitectura nació de estas condiciones: la estructura espacial. Diversos factores frenaron al principio el desarrollo de ésta, principalmente las dificultades de cálculo, pero las dificultades fueron superadas por el empleo generalizado de ordenadores digitales. Simultáneamente, los progresos aportados por éstos en el cálculo numérico, estaban acompañadas las realizaciones, en los últimos años, con el uso de aluminio y acero, quienes evidentemente gracias a sus cualidades de resistencia y adaptación, son los materiales que se imponen para la realización de estructuras espaciales, con las numerosas ventajas que presentan para tales realizaciones:

- Ligereza.
- Facilidad de prefabricación.
- Facilidad de ensamblaje y montaje.
- Posibilidad de desmontarse y recuperarse.
- Estética en la estructura.

Al enfocar ahora lo referente a las estructuras espaciales discontinuas, se puede mencionar que son aquellas estructuras formadas por un ensamble de nudos conectados mediante barras rectilíneas -barras o cables- dispuestas de manera de que la condiciones de equilibrio dependen de la acción de fuerzas no coplanares. Se oponen a los armazones y marcos tradicionales, los que están constituidos por conjuntos de estructuras planas.

---

## TIPOS COMUNES DE ESTRUCTURACIÓN.

Es frecuente en la práctica, que la mayoría del tiempo que se dedica al diseño estructural de este tipo de estructuras se invierte en los procesos de análisis y diseño, y que se examinen con brevedad los aspectos de diseño conceptual y de estructuración. Desde el punto de vista de diseño bajo ciertas sollicitaciones, esta costumbre es particularmente peligrosa, puesto que no se puede esperar que este tipo de estructuras se comporten de manera satisfactoria bajo la acción de distintas sollicitaciones, por mucho que se refinen los procedimientos de análisis y dimensionamiento. Por lo contrario, la experiencia obtenida muestra que las estructuras bien concebidas estructuralmente y bien detalladas han tenido un comportamiento adecuado, aunque no hayan sido objeto de cálculos elaborados.

Las estructuras espaciales discontinuas se clasifican en tres grandes grupos que son:

1. - Techumbres colgantes.
2. - Reticulas tridimensionales.
3. - Membranas reticuladas.

Se enfocaran los detalles de estructuración en las estructuras del tipo 2, las cuales son objeto de análisis más adelante, haciendo una breve descripción de los otros dos tipos.

### 1. - Techumbres colgantes.

Si se desea cubrir grandes espacios libres, mediante la utilización de tiéandas en tela, no es posible, pues rápidamente se alcanza la resistencia límite de los tejidos. Además las costuras y ataderos plantean problemas delicados. Después de que el claro sobrepasa algunos metros, se está obligando a separar las funciones de cubierta y fuerza de sustentación. Esta última función es realizada en las mejores condiciones, por cables metálicos, según una técnica utilizada desde 1834 en los puentes colgantes.

El primer techado colgante en cables de acero parece haber sido realizado en 1896 por Suchov de Nijni-Novgorod.

Este tipo de cubierta es particularmente indicada para vastas salas de reunión como auditorios, piscinas, complejos deportivos, etc. Se puede aplicar también a edificios industriales, como naves de fábricas o almacenes.

Las principales ventajas son:

- Bajo consumo de materiales, los pesos de los cables resultan próximos a 5 o 6 kg/m<sup>2</sup>.

- Gran ligereza de la estructura.
- Gran resistencia y durabilidad.
- Facilidad y rapidez de montaje.
- Estética.

## 2. - Reticulas Tridimensionales.

Las reticulas tridimensionales son estructuras espaciales constituidas por barras dispuestas en superficies paralelas, planas o curvas, con barras de unión entre cada nudo de una red a nudos de la otra.

Este sistema de construcción conoció un rápido desarrollo desde 1950, gracias a los trabajos de Le Ricolais, en Estados Unidos, de S. de Castillo en Francia y de Z. Makowski en Gran Bretaña (Ref.5).

Inicialmente, los nudos se lograron por uniones tradicionales, << sobre medida >>, con pernos o cordones de soldadura.

Progresivamente, se ha visto aparecer numerosos sistemas especiales de unión, dando a la estructura un interesante caracter de industrialización.

Estas técnicas naturalizaron favorablemente la normalización de la prefabricación. Esto se logra con elementos simples, con nudos o barras, en módulos de elementos compuestos como triángulos o tetraedros. La modulación facilita la generación de estructuras.

Las reticulas tridimensionales presentan numerosas ventajas:

- Ligereza.
- Rigidez.
- Posibilidad de crear una hiperestaticidad elevada, proporciona una reserva a la resistencia en caso de fallar un elemento.
- Utilización óptima del material al lograr que los elementos no trabajen principalmente a flexión.
- Gran libertad del trazo de formas.
- Facilidad de prefabricación y montaje.
- Facilidad de desmontaje o transportación.

Los inconvenientes que existen al principio fueron eliminados progresivamente:

- Las dificultades tecnológicas debidas a la unión en el espacio de barras que forman ángulos diferentes, se han resuelto gracias a numerosos sistemas de construcción que aparecieron en el mercado.
- Las dificultades de cálculo no son un obstáculo, desde el desarrollo del empleo de ordenadores digitales

Existe gran número de configuraciones admisibles; lo cual resulta de gran interés estructural para los autores del proyecto.

A continuación se mencionan aquí los más importantes, subrayando que es posible imaginar combinaciones más elaboradas.

Para dar esquemas comprensibles de estructuraciones, se utilizarán las representaciones convencionales indicadas en la fig.1.

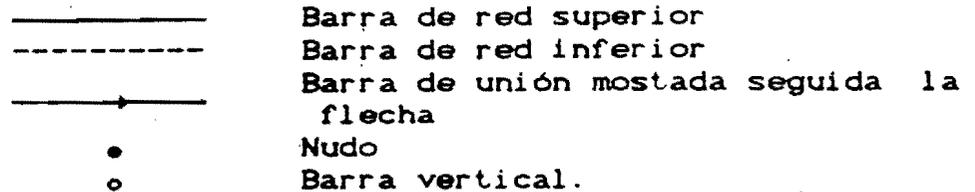


Figura 1

### *Tipos de Estructuración.*

#### *- Estructura unidireccional - Tipo U.*

Se trata de un superficie plisada en la que cada lado está constituido por un viga plana generalmente del tipo Warren, los miembros siendo comunes a dos capas vecinas. (fig.2)

Tal estructura transmite las cargas en una sola dirección.

#### *- Estructura bidireccional rectangular - Tipo B1.*

Consiste de una unión de pirámides de base rectangular en las que las cúspides se unen por una red ortogonal de barras.

Esta estructura se concibe en dos direcciones perpendiculares. (fig. 3)

#### *- Estructura bidireccional oblicua - Tipo B2.*

Este tipo difiere del anterior, por el contorno de la estructura, que aquí forma ángulos de  $45^\circ$  con las barras de las retículas superior e inferior. (fig.4)

Para una misma superficie a cubrir y una misma dimensión de mallas, el tipo B2 es más rígido que el tipo B1. En efecto, las vigas de una red oblicua tienen longitudes diferentes. Las vigas de ángulo más cortas tienen una gran rigidez y constituyen un soporte para las vigas más largas que se comportan como vigas continuas sobre apoyos elásticos.

#### *- Estructura bidireccional alternada - Tipo B3.*

Las barras de la retícula inferior forman ángulos de  $45^\circ$  en relación a las de la retícula superior (fig.5). Esta estructura es pues intermedia entre las dos precedentes. Presenta la ventaja de dar a las barras inferiores un espaciamiento más grande que el de las barras solicitadas en compresión, la relación de espaciamientos es igual a raíz de 2.

En general, con el fin de disminuir el número de barras, el grado de hiperestaticidad y de permitir incorporar a la estructura partes abiertas o con cristales, se deja un espacio vacío.

Las figuras 6 y 7 muestran que tal aligeramiento, también puede implementarse en las estructuras del tipo B<sub>1</sub> y B<sub>2</sub>.

- *Estructura tridireccional directa - Tipo T1.*

Las dos retículas son idénticas y constituidas por triángulos equiláteros. (fig. 8)

Esta estructura se establece en tres direcciones. Es necesario sin embargo, que éste tipo de estructura no constituya una estructura tridimensional, porque se puede considerar como formada por la asociación de tres familias de vigas planas verticales.

Se encuentra en éste grupo por el hecho de la analogía que presenta con otros tipos, tanto desde el punto de vista tecnológico como del punto de vista de cálculo.

- *Estructura tridireccional inversa - Tipo T2.*

Se realiza una reunión de tetraedros en los cuáles las cúspides se reúnen por una red triangular de barras. (fig. 9)

- *Estructura cuadridireccional - Tipo Q.*

Es una reunión de cuatro familias de vigas planas verticales en retícula. (fig. 10)

- *Estructura hexagonal simple - Tipo H1.*

Una de las redes se forma por unión de hexágonos, los que sirven de base a las pirámides en las cuáles las cúspides son unidas por una retícula triangular. (fig. 11)

- *Estructura hexagonal doble - Tipo H2.*

Las dos redes son hexagonales y defasadas de tal forma que el centro de una retícula se encuentra en la vertical de un nudo de la otra red. Los nudos situados sobre una misma vertical se unen por una barra. (fig. 12)

La disposición de las diagonales busca que los nudos de una retícula no sean idénticos a los de la otra.

La selección del tipo de estructura, depende ante todo de la forma de la superficie a cubrir. Así, los tipos U, B y Q convendrían mejor para una superficie cuadrada o rectangular, mientras que los tipos T y H se inscriben más fácilmente en un contorno triangular, hexagonal o aún circular.

### 3. - Membranas reticuladas.

Las membranas reticuladas se caracterizan por el hecho de que las barras constituyentes están situadas sobre una misma superficie curva.

Contrariamente a las retículas tridimensionales, la rigidez de la flexión y torsión es por consecuencia muy débil, ella depende de la rigidez de las barras mismas.

Se hace notar que el comportamiento de tales estructuras presenta una gran analogía con un cascarón delgado.

La estabilidad de las membranas reticuladas no es concebible más que en superficies con curvatura doble. Las superficies desarrolladas deben ser apoyadas en tímpanos y sus claros están limitados.

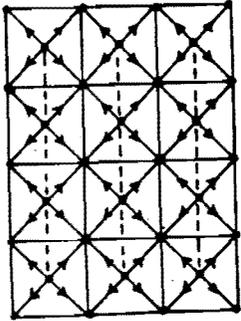


Fig.2 Estructura Tipo U

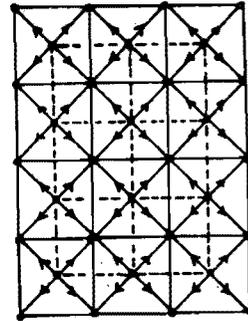


Fig.3 Estructura Tipo B<sub>1</sub>

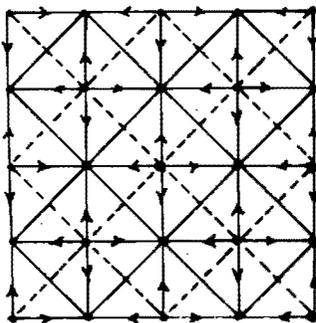


Fig.4 Estructura Tipo B<sub>2</sub>

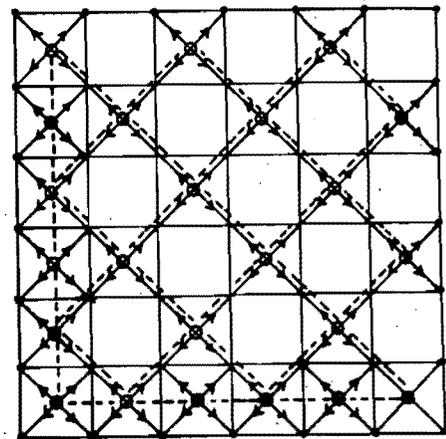


Fig.5 Estructura Tipo B<sub>3</sub>

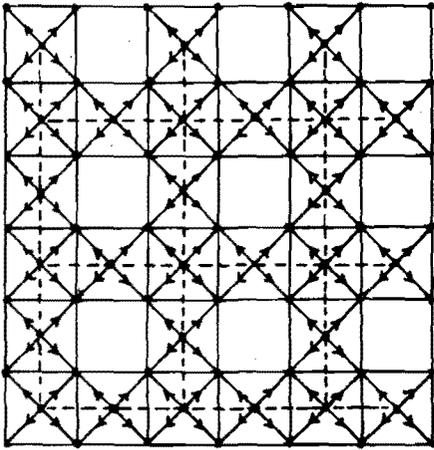


Fig.6 Aligeramiento de una Estructura Tipo B<sub>1</sub>

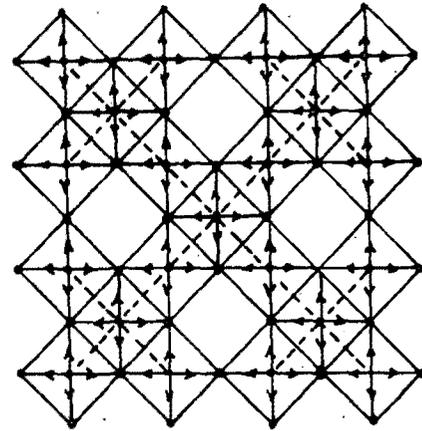


Fig.7 Aligeramiento de una Estructura Tipo B<sub>2</sub>

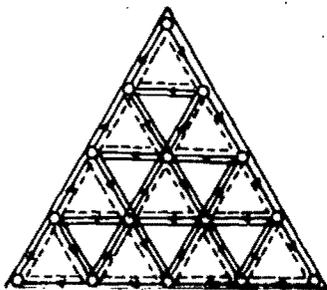


Fig.8 Estructura Tipo T<sub>1</sub>

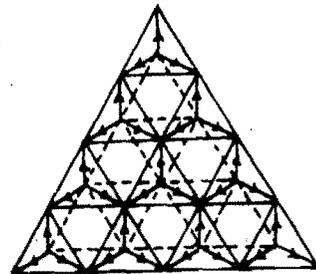


Fig.9 Estructura Tipo T<sub>2</sub>

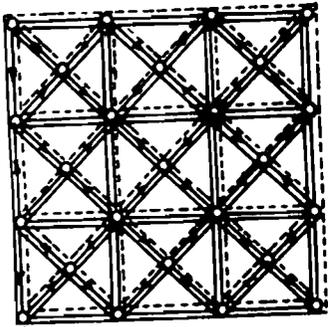


Fig.10 Estructura Tipo Q

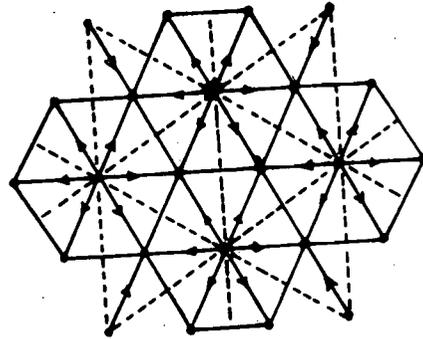


Fig.11 Estructura Tipo H1

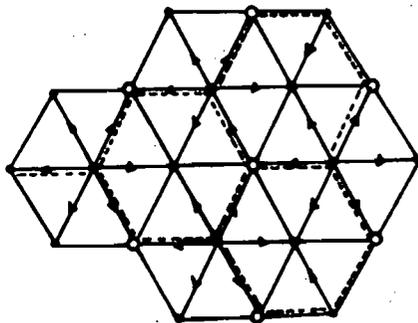


Fig.12 Estructura Tipo H2

## CARACTERÍSTICAS DE LOS SISTEMAS DE CONEXIÓN.

En el campo de las estructuras espaciales discontinuas (tipo 2 - Reticulas tridimensionales) han surgido innumerables soluciones al problema de conectar los miembros que coinciden en un nudo, transmitiendo todos los elementos mecánicos que se generan por el movimiento de la estructura.

La parte más delicada en la construcción de una retícula tridimensional reside en la selección de los nudos.

Estos tienen en efecto una gran incidencia sobre las facilidades de montaje y sobre el costo de la estructura.

Existe un número impresionante de sistemas de conexión que generalmente son objeto de patentes. A continuación se hace una descripción de algunos de los que han sido desarrollados:

### */- Sistema Wachsmann (USA; fig.13).*

Los nudos se articulan y permiten realizar enjambres bidireccionales con elementos adicionales en las dos redes; estos elementos dividen cada retícula cuadrada en dos triángulos.

Las mordazas se ajustan sobre los miembros y permiten la unión de las diagonales por medio de dientes y pasadores.

El sistema data de 1946; actualmente ha pasado de moda, a causa de su complejidad. Constituye, sin embargo, el único ejemplo de nudo articulado.

Fue principalmente utilizado para cubiertas de hangares de aviones.

### *- Sistema Oktaplatte (Mannesmann A.G., República Federal Alemana; fig.14).*

Los nudos son esferas de acero obtenidas al soldar dos hemisferios sobre una rodaja intermedia.

Las uniones se realizaron por simple soldadura de los tubos sobre las esferas.

#### Ventajas:

- Concepción simple.
- Sin trabajo en las extremidades de los tubos.
- Soldaduras fáciles de realizar.
- Estética.
- Gran rigidez.
- Posibilidad de construcción de superficies curvas

#### Inconvenientes:

Las longitudes de los tubos deben ser muy precisas.

- Las extremidades deben estar bien alineadas, de manera que se eviten las excentricidades.
- Dificultad de montaje.
- Desmontaje imposible.
- La concepción de los nudos impide la realización de grandes claros.

✓ - *Sistema S.D.C. (Stéphane del Castillo, Francia; fig.15).*

Los nudos están constituidos por dos conchas en acero colado, ligeramente abombadas, que después de su yuxtaposición, delimitan la intersección de seis cilindros con ejes coplanares y concurrentes. Las dos semiconchas se juntan con soldadura.

Los tubos en las redes superior e inferior penetran en los nudos y son soldados después de ajustadas.

Las barras de unión entre redes están soldadas directamente sobre las conchas.

Para reducir las obstrucciones de los cordones de soldar, las diagonales tienen regatones en caña maciza, que pueden fácilmente compensar las variaciones de longitud.

**Ventajas:**

- Facilidad de ajustes de las longitudes.
- Posibilidad de ligeras variaciones angulares, gracias a los juegos de barras en los nudos, lo que permite realizar superficies curvas.
- Soldadura fácil de ejecutar.
- Estética: nudos pequeños y regulares.
- Gran rigidez.

**Inconvenientes:**

- Limite de las estructuras tridireccionales.
- Desmontaje imposible.

El sistema S.D.C. conviene sobretodo para las cubiertas permanentes de gran claro.

✓ - *Sistema triodetic (Fentiman, Canadá; fig.16).*

Las uniones de tubos se hacen en medio de cilindros ranurados en aluminio o en acero, que contienen un número variable de aberturas radiales dentadas.

Las extremidades de los tubos se cortan siguiendo el ángulo adecuado y aplanadas en frío, en una sola operación, con una precisión del orden de 0.2 mm.

En el montaje, las extremidades se introducen por fuerza en las aberturas de los cilindros; la unión se hace por autounión, sin soldadura.

#### Ventajas:

- Fácil montaje, sin pernos ni soldadura.
- Resistencia elevada de los nudos, que alcanzan los 9/10 de los tubos.
- Posibilidad de prefabricación.
- Desmontaje posible.

#### Inconvenientes:

- No hay posibilidad de reforzar en el montaje lo que impone tolerancias débiles.

El sistema ha sido utilizado para la cubierta de grandes superficies, con estructuras de aluminio o acero.

- Sistema Varitoc (Stienen & Tröhler A.G. Suiza; fig.17).

Los nudos comprenden piezas de ángulo que permiten unir ocho barras. Las uniones se hacen con pernos. Las barras de la red superior son tubos rectangulares o perfiles capaces de soportar la cubierta.

En general el sistema se aplica a las estructuras bidireccionales, pero puede sin embargo ser fácilmente adaptada a las tridireccionales.

#### Ventajas:

- Concepción simple.
- Construcción económica.
- Facilidad de montaje y desmontaje.
- Industrialización accesible.
- Variaciones angulares de las diagonales alrededor de su fijación.

#### Inconvenientes:

- Ninguna posibilidad de refuerzo.
- Resistencia de las uniones condicionada por los pernos.

- Sistema Unistrut (Ch. W. Attwood, USA; fig.18).

Contrariamente a los sistemas anteriores, las barras son perfiles en U laminados en frío.

El nudo de unión consiste en una placa en chapa de acero de 8.35 mm de espesor, deformada por presión; se obtiene una superficie plisada en la cual se generan ocho facetas taladradas.

Los perfiles tienen la misma sección para todas las barras, tanto las diagonales como los largueros, lo que explica el nombre del sistema.

Cada extremidad de barra se une por un solo perno de alta resistencia. El refuerzo de las uniones se puede hacer por medio de tapajuntas soldadas en cruz; fijadas por los pernos que toman las barras opuestas de un mismo nudo.

Ventajas:

- Facilidad de montaje y desmontaje.
- Industrialización de la estructura.
- Posibilidad de reforzar aún después del montaje completo.

Inconvenientes:

- Débil resistencia de los nudos.
- Ninguna corrección posible.
- Aspecto poco favorable.
- No conviene más que para las estructuras bidireccionales.

El sistema Unistrut está principalmente indicado para las construcciones desmontables.

*/- Sistema Gero (Gero, Ding et al., Australia; fig.19).*

Los tubos atraviesan los nudos, donde están localmente aplanados y eventualmente plegados para formar las diagonales. Las diferentes superficies planas de un mismo nudo se juntan por medio de un perno.

Ventajas:

- Ninguna pieza especial en los nudos.
- Fácil de desmontar.

Inconvenientes:

- Las barras admiten poca tolerancia de error.
- Débil resistencia en las uniones.
- Diferencia vertical de los ejes de las barras.
- Dificultad de montaje.

*- Sistema Mero (M. Menninghausen, R.F.A.; fig.20 y 21).*

Los nudos son pequeñas esferas masivas que comprenden 18 hoyos enroscados, en los cuales los ejes se orientan en tres direcciones ortogonales y las diagonales a 45°.

Las extremidades de los tubos se proveen de una clavija, sobre la cual atornilla un manguito-tuerca (fig.21). Al hacer girar el manguito, se hace salir la clavija enroscada sobre una longitud igual a la penetración en el núcleo. Después, al girar el manguito al mismo tiempo que la clavija, se atornilla ésta en el nudo; el ajuste se obtiene juntando el manguito contra la extremidad del tubo.

**Ventajas:**

- Prefabricación total.
- Montaje muy fácil.
- Fácil desmontaje.
- Estética: nudos pequeños y regulares.
- Número elevado de construcciones posibles con un solo tipo de nudo.

**Inconvenientes:**

- Débil resistencia en las uniones.
- Piezas fabricadas de alto costo.

Este sistema está indicado para claros limitados a

30m.

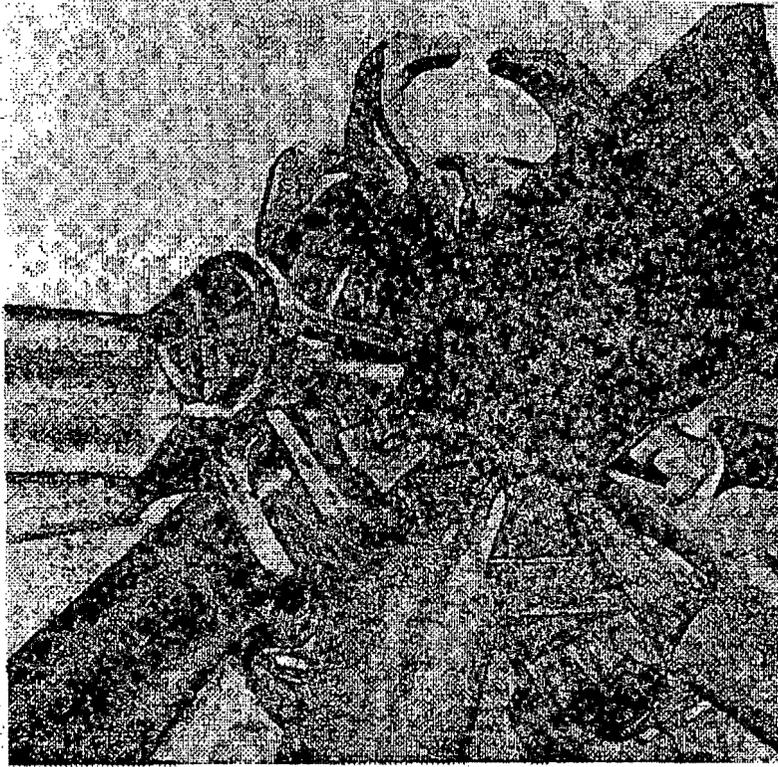


FIG. 13 SISTEMA WACHSMANN

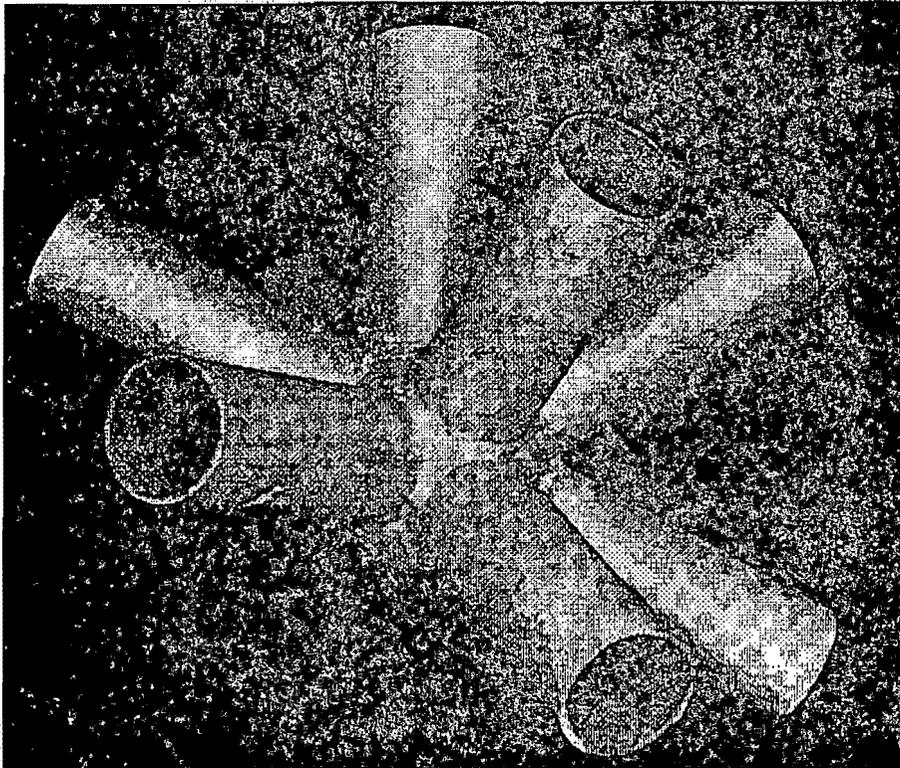


FIG. 14 SISTEMA OKTAPLATE

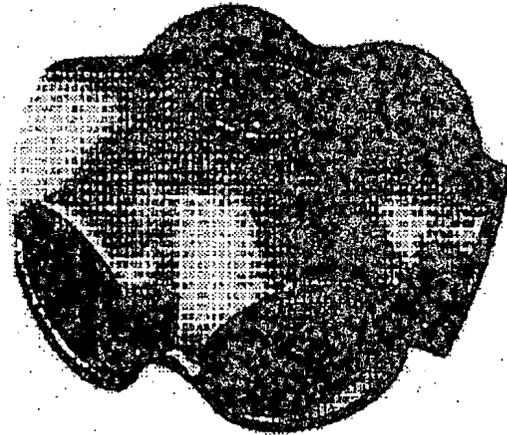
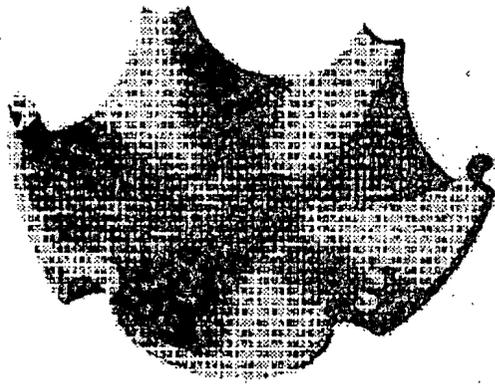


FIG. 15 SISTEMA S.D.C.

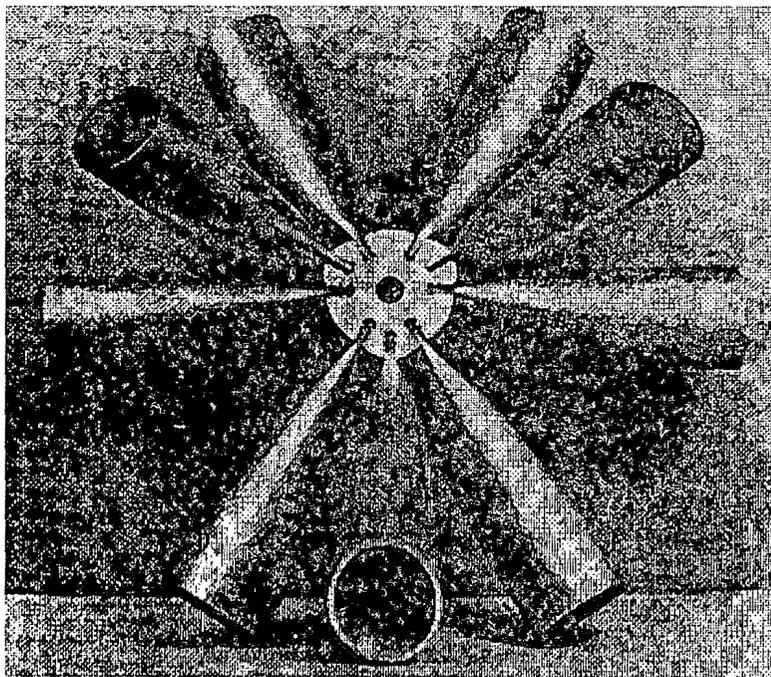


FIG. 16 SISTEMA TRIODETIC

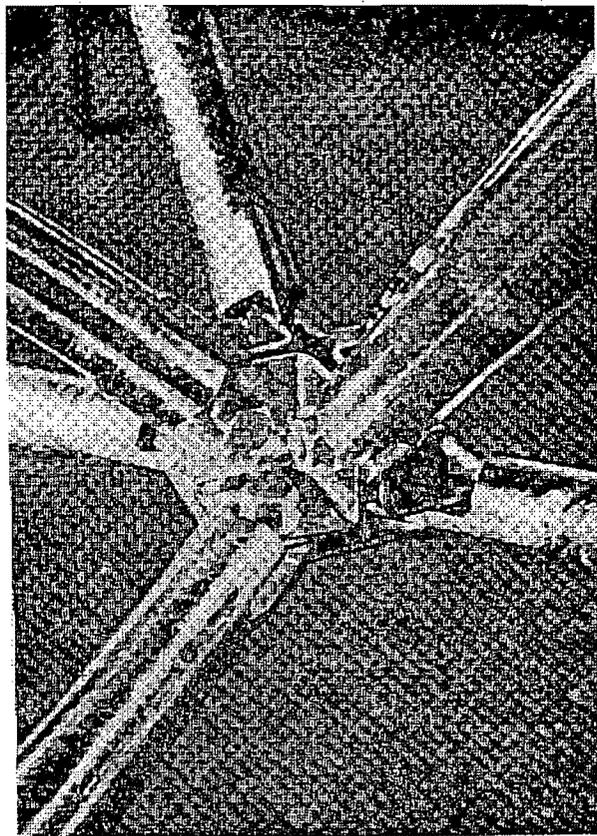


FIG. 17 SISTEMA VARITEC

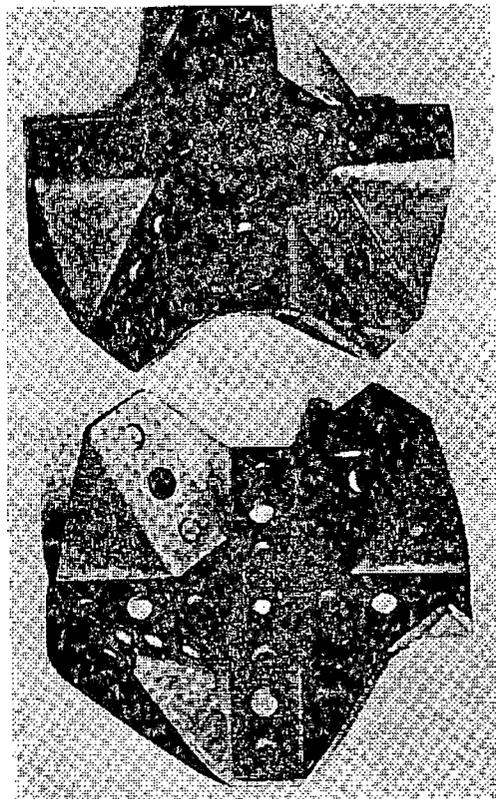


FIG. 18 SISTEMA UNISTRUT

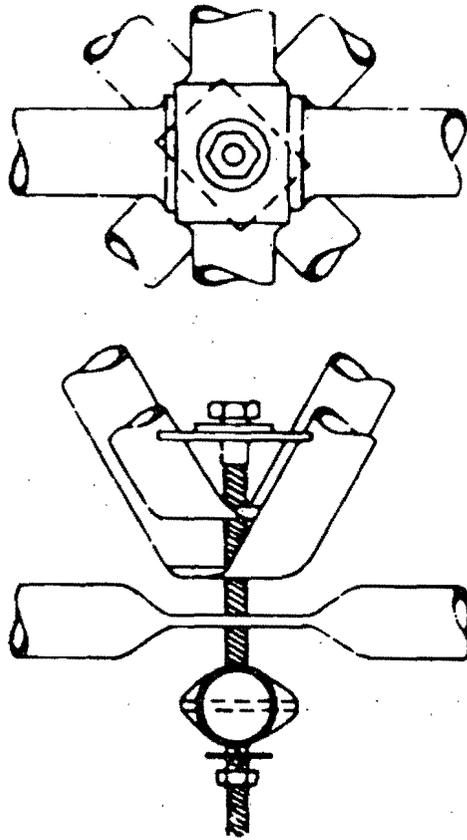


FIG. 19 SISTEMA GERO

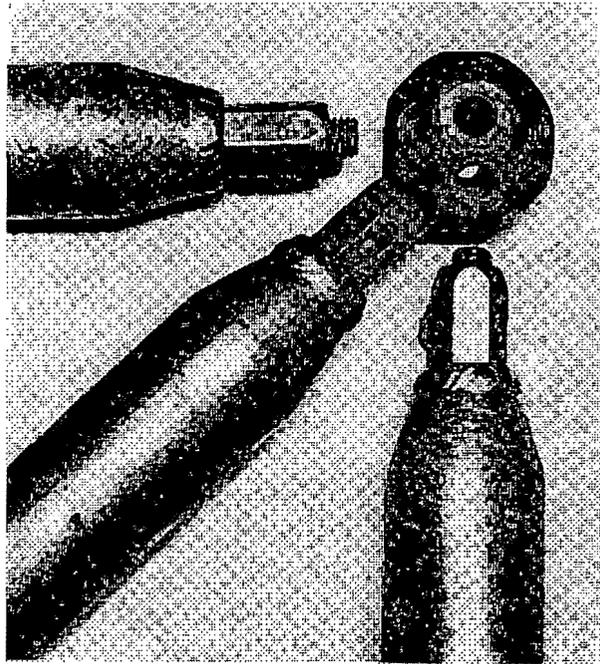


fig. 20 SISTEMA MERO

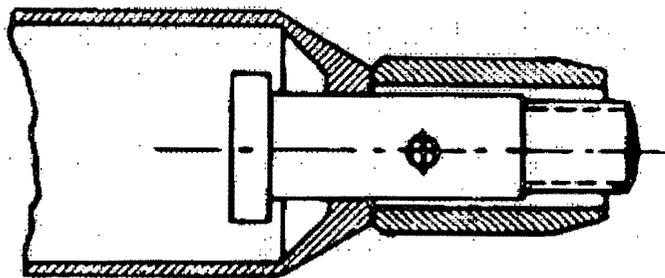


fig. 21 SISTEMA MERO. DETALLE DEL  
EXTREMO DE UN TUBO

## CRITERIOS GENERALES DE ANÁLISIS.

Dado el alto grado de hiperestaticidad y el gran número de nudos de las estructuras tridimensionales, el empleo de métodos clásicos de cálculo de sistemas hiperestáticos no se puede concebir sin el recurso de ordenadores digitales para efectuar análisis matriciales.

### Método General.

Se utiliza el método de desplazamientos, ya que el grado de hiperestaticidad elevado conduce a un número más pequeño de ecuaciones, que el método de las fuerzas.

Se hacen las siguientes hipótesis:

- Las deformaciones de las barras son elásticas.
- Las barras son prismáticas y tienen una sección simétrica.
- Las fuerzas exteriores se aplican a los nudos.

El sistema se refiere a un sistema general dextrógiro de ejes coordenados XYZ. (fig.22)

Además, para cada barra  $k$ , se define un triedro de referencia local, igualmente dextrógiro  $xyz$ .

El eje  $x$  coincide con la fibra centroidal de la barra y los otros dos ejes son orientados conforme a los ejes principales de inercia de la sección transversal.

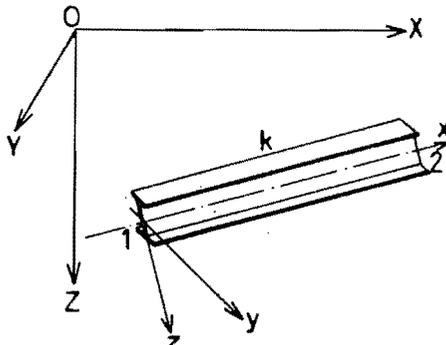


Fig. 22

### a) Sistemas de nudos rígidos.

1. Vector de desplazamientos (fig.23). - Para cada barra  $k$ , se puede definir en el triedro local, un vector de desplazamientos  $\delta^k$ , tal que:

$$\delta^k = \begin{vmatrix} \delta_{x1} & \delta_{y1} & \delta_{z1} & \varphi_{x1} & \varphi_{y1} & \varphi_{z1} & \delta_{x2} & \delta_{y2} & \delta_{z2} & \varphi_{x2} & \varphi_{y2} & \varphi_{z2} \end{vmatrix} \quad (1)$$

donde  $\delta_i$  representa las translaciones de las extremidades paralelas a los ejes  $x, y, z$ ;  $\varphi_i$  representa las rotaciones de las extremidades alrededor de estos mismos ejes.

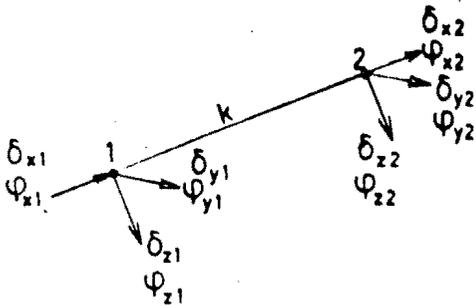


Fig. 23

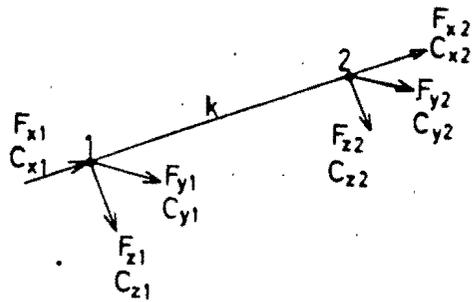


Fig. 24

2. Vector de sollicitaciones (fig. 24). - Para cada barra  $k$ , se puede definir en el triedro local, un vector de sollicitaciones  $f^k$ , tal que:

$$f^k = \begin{bmatrix} F_{x1} & F_{y1} & F_{z1} & C_{x1} & C_{y1} & C_{z1} & F_{x2} & F_{y2} & F_{z2} & C_{x2} & C_{y2} & C_{z2} \end{bmatrix} \quad (2)$$

donde  $F$  representa las componentes paralelas en los ejes de fuerzas ejercidas por los nudos sobre las extremidades de la barra;  $C$  representa las parejas de estas fuerzas, con relación a estos mismos ejes.

3. Matriz de rigidez. - El vector  $f^k$  está relacionado al vector  $\delta^k$  por una relación de la forma:

$$f^k = R^k * \delta^k \quad (3)$$

$R^k$  es la matriz de rigidez de la barra  $k$  en el triedro local.

Las fórmulas clásicas de la estabilidad de las construcciones permiten escribir:

$$R^k = \begin{bmatrix} a & b & -a & b \\ c & b & -c & e \\ -a & -b & a & -b \\ c & e & -c & d \end{bmatrix} \quad (4)$$

Las submatrices  $a, b, c, d, e$  se dan gracias a las propiedades elásticas de las vigas rectas.

Al considerar que:

- $\Omega$  el área de la sección de la barra  $k$ .
- $I_y$  el momento de inercia de esta sección en relación a  $y$ .
- $I_z$  el momento de inercia de esta sección en relación a  $z$ .
- $GK$  la rigidez torsional de la barra.
- $l$  la longitud de la barra.

Se tiene:

$$a = \begin{vmatrix} \frac{E \Omega}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{l^3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{12EI_y}{l^3} \end{vmatrix} \quad (5a)$$

$$b = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6EI_z}{l^2} \\ 0 & -\frac{6EI_y}{l^2} & 0 \end{vmatrix} \quad (5b)$$

$$c = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI_y}{l^2} & 0 \end{vmatrix} \quad (5c)$$

$$d = \begin{vmatrix} \frac{G K}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4EI_y}{l} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4EI_z}{l} \end{vmatrix} \quad (5d)$$

$$e = \begin{vmatrix} -\frac{G K}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2EI_y}{l} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2EI_z}{l} \end{vmatrix} \quad (5e)$$

4. Matriz de rotación.- Para estudiar el conjunto de la estructura, es necesario pasar de un triedro local, a uno general XYZ.

Sean  $\alpha_{ij}^k$  los cosenos del ángulo formados por el eje  $i$  del triedro local sujeto a la barra  $k$  ( $i=x,y,z$ ) con el eje  $J$  del triedro general ( $J=X,Y,Z$ ).

Si  $A^k$  es la matriz de  $3 \times 3$  de los  $\alpha_{ij}^k$

$$A^k = \begin{vmatrix} \alpha_{xx}^k & \alpha_{xy}^k & \alpha_{xz}^k \\ \alpha_{yx}^k & \alpha_{yy}^k & \alpha_{yz}^k \\ \alpha_{zx}^k & \alpha_{zy}^k & \alpha_{zz}^k \end{vmatrix} \quad (6)$$

Los términos  $\alpha_{ij}^k$  son tales que:

$$A^k = (A^k)^T \quad (7)$$

Sean también  $D^k$  y  $F^k$  los vectores, con doce términos, de los desplazamientos y las sollicitaciones abajo definidas, en el triedro general de referencia.

Representemos por  $A^{4k}$  la matriz cuadrada

$$A^{4k} = \begin{vmatrix} A^k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A^k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A^k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A^k \end{vmatrix} \quad (8)$$

Donde:

$$\delta^k = A^{4k} * D^k \quad (9a)$$

$$y \quad f^k = A^{4k} * F^k \quad (9b)$$

La relación (3) se transforma en:

$$A^{4k} * F^k = R^k * A^{4k} * D^k \quad (10)$$

Al premultiplicar a la izquierda los dos miembros de (10) por  $A^{4kT}$  y tomar en cuenta (7), se obtiene:

$$F^k = A^{4kT} * R^k * A^{4k} * D^k \quad (11)$$

La fórmula (11) da en el triedro general de referencia, las componentes de las sollicitaciones ejercidas por los nudos sobre las extremidades de la barra  $k$ , en función de las componentes de los desplazamientos de estas extremidades; para ello se recurre a una matriz de rigidez, definida en el triedro local de referencia y de la matriz de rotación  $A^k$ .

5. Equilibrio de los nudos. - El nudo 1 (fig.25) sobre el cual se aplica la fuerza exterior  $P_1$ , está en equilibrio gracias a las sollicitaciones  $-F^k$  aplicadas por cada una de las barras que ahí concurren.

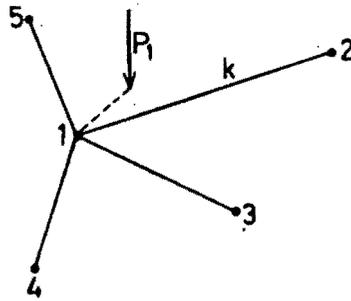


Fig. 25

Sea  $P_1$  el vector, con seis elementos, de las componentes  $P_1$ , fuerzas pares, calculadas en el triedro general de referencia.

Las condiciones de equilibrio del nudo 1 se escriben:

$$P^1 = \sum_k F_s^k \quad (12)$$

La suma se expande a todas las barras que concurren en el nudo 1.

En esta fórmula,  $F_s^k$  representa la mitad superior de la matriz  $F^k$  dada por (11).

La mitad inferior de esta matriz, servirá para el equilibrio del nudo 2.

Al escribir las ecuaciones (12) para todos los nudos de la retícula, se obtiene un sistema de  $6n$  ecuaciones lineales con  $6$  incógnitas, cuando  $n$  es el número de nudos.

Ciertas incógnitas tienen un valor impuesto por las condiciones del contorno. Las ecuaciones de equilibrio de los nudos correspondientes permiten calcular las reacciones de apoyo.

La solución en ordenador digital de este sistema proporciona las seis componentes de desplazamiento de cada nudo.

Las relaciones (11) y (9b) permiten calcular enseguida las distorsiones ejercidas en las extremidades de cada barra; no queda más que verificar las tensiones máximas en ellos.

#### b) Sistemas de nudos articulados.

Las fórmulas precedentes, se simplifican considerablemente cuando los ejes  $y$  y  $z$  del triedro local de referencia no intervienen.

Se tiene sucesivamente:

$$(1) \rightarrow \delta^k = \begin{vmatrix} \delta_{x1} \\ \delta_{x2} \end{vmatrix} \quad (1')$$

$$(2) \rightarrow f^k = \begin{vmatrix} F_{x1} \\ F_{x2} \end{vmatrix} \quad (2')$$

$$(4) \rightarrow R^k = \frac{E \Omega}{1} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \quad (4')$$

$$(6) \rightarrow A^k = \begin{vmatrix} \alpha_x^k & \alpha_y^k & \alpha_z^k \end{vmatrix} \quad (6')$$

los términos  $\alpha$  con un solo índice representa los cosenos de los ángulos que hace el eje de la barra con X, Y, Z.

Se propone

$$A^{2k} = \begin{vmatrix} \alpha_x^k & \alpha_y^k & \alpha_z^k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_x^k & \alpha_y^k & \alpha_z^k \end{vmatrix} \quad (8')$$

$$(9) \rightarrow \delta^k = A^{2k} D^k \quad (9'a) \quad \text{y} \quad f^k = A^{2k} F^k \quad (9'b)$$

Finalmente (11) se puede escribir como:

$$F^k = \frac{E \Omega}{1} \begin{vmatrix} g & -g \\ -g & g \end{vmatrix} D^k \quad (11')$$

con

$$g = \begin{vmatrix} \alpha_x^{k2} & \alpha_x^k \alpha_y^k & \alpha_x^k \alpha_z^k \\ \alpha_y^k \alpha_x^k & \alpha_y^{k2} & \alpha_y^k \alpha_z^k \\ \alpha_z^k \alpha_x^k & \alpha_z^k \alpha_y^k & \alpha_z^{k2} \end{vmatrix} \quad (13)$$

Las ecuaciones de translación de los nudos conservan la forma (12) pero  $P^k$  es un vector de 3 elementos, ya que la fuerza exterior  $P_i$  debe necesariamente estar centrada.

$F^k$  representa aquí la mitad superior de la matriz  $F^k$  dada por (11').

Se obtiene así un sistema de  $3n$  ecuaciones lineales con 3 incógnitas.

Mientras que ciertos desplazamientos de nudos están impuestos por las condiciones de apoyo, las ecuaciones dan las componentes de las reacciones.

Las relaciones (11') y (9b') permiten calcular las fuerzas en cada barra.

Una vez descrito el método de análisis, se puede mencionar que el tipo de análisis que se realiza es elástico lineal. Para considerar los efectos no lineales en el análisis muchos programas, de los existentes, incrementan en 1.5 veces los desplazamientos; ya que se puede decir que el efecto de rotación en los nudos es factible y se producen efectos p- $\Delta$  en cada uno de los elementos de la estructura, por lo que, con este incremento se puede decir que estos efectos están considerados en los resultados finales.

## TIPOS DE CARGAS COMUNES PARA EL ANÁLISIS.

El análisis estructural, o sea, la determinación de las fuerzas internas en los elementos de la estructura, implica un conocimiento de las acciones que actúan sobre la misma; dichas acciones deberán tomar en cuenta los efectos de las cargas muertas, de las cargas vivas, del sismo y del viento. Cuando sean significativos, se deberá tomar en cuenta los efectos producidos por otras acciones, como son los cambios de temperatura, las contracciones de los materiales, los hundimientos de los apoyos y las sollicitaciones originadas por el funcionamiento de maquinaria y equipo. Estas acciones, que actúan sobre la estructura, se evalúan con el uso de normas que especifican las fuerzas. Las normas también establecen los esfuerzos permisibles y los desplazamientos límites que puede admitir una construcción.

En México se están desarrollando normas para construcciones en toda la República que especifican las normas legales de diseño, las cuáles aún no han sido aprobadas en todos los estados del país. En el Distrito Federal, Acapulco, Gro y nueve estados de la República existen ordenamientos legales para analizar sistemas estructurales.

De acuerdo a las normas del Distrito Federal se considerarán tres categorías de acciones, en función de la duración en que obran sobre las estructuras con su intensidad máxima:

1. - Las acciones permanentes son las que obran en forma continua sobre la estructura y cuya intensidad varía poco con el tiempo. Las principales acciones que pertenecen a esta categoría son: la carga muerta; las deformaciones y desplazamientos impuestos a la estructura que varían poco con el tiempo, como los debidos a movimientos diferenciales de los apoyos.

2. - Las acciones variables son las que obran sobre la estructura con una intensidad que varía significativamente con el tiempo. Las principales acciones que entran en esta categoría son: la carga viva, los efectos de temperatura, las deformaciones impuestas y los hundimientos que tengan una intensidad variable con el tiempo, y las acciones debidas al funcionamiento de maquinaria y equipo, incluyendo los efectos dinámicos que pueden presentarse debido a vibraciones, impacto y frenaje.

3. - Las acciones accidentales son las que no se deben al funcionamiento normal de la construcción y que pueden alcanzar intensidades significativas sólo durante lapsos breves. Pertenecen a esta categoría: las acciones sísmicas, los efectos de viento, los efectos de explosiones, incendios y otros fenómenos que pueden presentarse en casos extraordinarios. Será necesario tener precauciones en la estructura y detalles constructivos, para evitar un comportamiento catastrófico de la estructura para el caso de que ocurran estas acciones.

Las acciones que se mencionan en las normas del Distrito Federal, se indican sus características, que se describen a continuación:

**- Carga Muerta:**

Se considerarán como cargas muertas los pesos de todos los elementos constructivos, de los acabados y de todos los elementos que ocupan una posición permanente y cuya magnitud no cambia sustancialmente con el tiempo.

Para la evaluación de las cargas muertas se recurre a las dimensiones especificadas de los elementos constructivos y los pesos unitarios de los materiales. Para estos últimos, se utilizan valores mínimos probables, cuando sea más desfavorable para la estabilidad de la estructura considerar una carga muerta menor, como en el caso de volteo, flotación, lastre y succión producida por el viento. En otros casos se emplearán valores máximos probables.

**- Carga Viva:**

Se considerarán vivas las fuerzas que se producen por el uso y ocupación de las construcciones y que no tienen carácter permanente.

En las normas del Distrito Federal se muestra una tabla de cargas vivas unitarias para diferentes tipos de estructuras de acuerdo al destino de las mismas. Para el caso de estructuras espaciales discontinuas, las cuales son utilizadas generalmente como cubiertas, se muestran los siguientes valores:

Tabla de Cargas Vivas Unitarias, en Kg/cm<sup>2</sup>

Destino	W	Wa	Wm
-Cubiertas y azoteas con pendiente no mayor de 5%.	15	70	100
-Cubiertas y azoteas con pendiente mayor de 5%.	5	20	40

Para la aplicación de estas cargas se deberán tomar en cuenta los siguientes puntos:

1.- La carga viva máxima Wm se deberá emplear para diseño estructural por fuerzas gravitacionales y para calcular asentamientos inmediatos en suelos, así como en el diseño estructural de los cimientos ante cargas gravitacionales.

2.- La carga instantánea  $W_a$  se deberá usar para diseño sísmico ó por viento y cuando se revisen distribuciones de carga más desfavorables que la uniformemente repartida sobre toda el área.

3.- La carga media  $W$  se deberá emplear en el cálculo de asentamientos diferidos y para el cálculo de flechas diferidas.

4.- Cuando el efecto de carga viva sea favorable para la estabilidad de la estructura, como en el caso de problemas de flotación, volteo y de succión por viento, su intensidad se considerará nula sobre toda el área, a menos que pueda justificarse otro valor.

5.- Las cargas uniformes de la tabla se considerarán distribuidas sobre el área tributaria de cada elemento.

- *Acción de Sismo:*

Para el análisis de estructuras se considera la acción del sismo actuando en dos componentes horizontales ortogonales no simultáneos del movimiento del terreno.

Segun sean las características de la estructura, se podrá analizar por sismo mediante el método simplificado, el método estático o dinámico.

Para estructuras espaciales discontinuas se considerará que la acción de sismo no es significativa, ya que estudios realizados a este tipo de estructuras muestran que bajo estas condiciones, las fuerzas que se generan en la base resultan ser bajas, debido al bajo valor de las cargas verticales provocadas por el peso propio y la carga viva que actúan sobre la estructura.

- *Efectos de Viento:*

Para el análisis de estructuras espaciales discontinuas el efecto de viento es significativo. Se diseñará la estructura para resistir los efectos del viento proveniente de cualquier dirección horizontal. Es importante verificar la estabilidad general de la estructura ante volteo y considerar el efecto de las presiones interiores ya que cuentan, en ocasiones, con aberturas.

Se aplicarán las acciones debidas al viento como son la fuerzas generadas por las presiones (empujes o succiones) producidas por el viento sobre la superficie de la estructura expuesta, las cuales serán transmitidas al sistema estructural.

En estructuras de forma geométrica poco usual y con características que las hagan particularmente sensibles a los efectos del viento, el cálculo de dichos efectos se basa en resultados de estudios en túnel de viento.

## SOLUCIONES CONTINUAS REPRESENTATIVAS.

Cascarones reticulares de varias formas han sido construidos en un gran número de países en los últimos años.

El simple cascarón reticular consiste de una superficie curvada compuesta de una carga única de elementos estructurales prismáticos cuyas posiciones coinciden con un patrón regular de divisiones en la superficie.

La figura 26 muestra algunos patrones que han sido usados o propuestos.

Las primeras consideraciones en el establecimiento de una estructuración reticular depende del tipo de conexión y el tipo de miembro para ser utilizado. Las divisiones de la superficie son seleccionadas a fin de minimizar la variedad de miembros y conexiones requeridas.

El domo de la figura 27 requiere solamente dos diferentes miembros en cada anillo y todos los nudos puedan formar ángulos idénticos. Tales cascarones reticulares deben ser estables y la resistencia a las cargas es independiente de cualquier revestimiento metálico que pueda ser utilizado.

Las derivaciones de patrones reticulares han involucrado miembros adicionales fuera de la superficie del cascarón (fig. 28), o recurren a una capa doble completa (fig. 29). Aunque más complejo que la simple estructura reticular, los análisis para todos estos tipos pueden ser formulados siguiendo los procedimientos realizados para un simple cascarón reticular.

Para el análisis y diseño de cascarones reticulares es necesario considerar la orientación de las barras dentro de la "superficie" del cascarón y la influencia de flexión y efectos de membrana. Los cascarones reticulares pueden ser tratados como un sistema discreto, mediante la extensión de las teorías ordinarias para marcos estructurales, o alternativamente, estas pueden ser tratadas como continuos porosos.

Definitivamente es mucho más atractivo el tratamiento de cascarones reticulares como continuos porosos.

Lederer, Pagano, Soare y Wright (Ref. 2) han establecido relaciones de equilibrio entre fuerzas de membrana en cascarones y las fuerzas en la retícula de barras reticular. Al evaluar la posible existencia de pandeo, Lederer ha utilizado un espesor efectivo de un cascarón homogéneo equivalente. La flexión en un cascarón reticular es generalmente un fenómeno que se puede analizar al considerar el comportamiento de los elementos discretos en la región perturbada, o las deformaciones del cascarón análogo homogéneo.

- Continuo equivalente a una estructura reticular.

Al seleccionar una superficie que tenga la misma superficie media del arreglo de barras que forman una estructura reticular y definir las cargas exteriores a la superficie media, se pueden

establecer las fuerzas de membrana en la superficie. Cuando el arreglo modular se basa en triángulos equiláteros, las fuerzas en las barras se pueden obtener mediante:

$$P_1 = \frac{L}{2\sqrt{3}} (3N_x - N_y)$$

$$P_2 = \frac{L}{\sqrt{3}} (N_y + \sqrt{3} N_{xy})$$

$$P_3 = \frac{L}{\sqrt{3}} (N_y - \sqrt{3} N_{xy})$$

Cuando el arreglo modular se basa en triángulos rectángulos, las fuerzas en las barras, quedan definidas por:

$$N_x = \frac{P_2}{L_1} + \frac{L_2 P_3}{L_1 L_3}$$

$$N_y = \frac{P_1}{L_2} + \frac{L_1 P_3}{L_2 L_3}$$

$$N_{xy} = \frac{P_3}{L_3}$$

$$P_1 = L_2 N_y - L_1 N_{xy}$$

$$P_2 = L_1 N_x - L_2 N_{xy}$$

$$P_3 = L_3 N_{xy}$$

expresiones que se obtienen mediante razonamientos de equilibrio.

- *Propiedades elásticas del continuo equivalente:*

Cuando se seleccionan estructuras reticulares formadas por triángulos equiláteros, es posible demostrar que las relaciones constitutivas se pueden expresar como:

$$\sigma_x = \frac{\sqrt{3}}{4t'} \frac{AE}{L} (3\epsilon_x + \epsilon_y)$$

$$\sigma_y = \frac{\sqrt{3}}{4t'} \frac{AE}{L} (3\epsilon_y + \epsilon_x)$$

$$\tau_{xy} = \frac{\sqrt{3}}{4t'} \left( \frac{AE}{L} \right) \gamma_{xy}$$

Donde A es el área de las barras, E el módulo de Young del material que forma las barras, L es la longitud de cada una de las barras y t' es el espesor del continuo que sustituye al sistema de barras.

- *Espesor equivalente:*

Del estudio de las características de deformación se puede llegar a establecer que el espesor equivalente de la estructura formada por barras queda definido por:

$$t' = 2\sqrt{3} r_g$$

donde  $r_g$  el radio de giro de la sección transversal respecto a ejes centroidales de la barra. Con este resultado se definen las propiedades elásticas del continuo poroso equivalente mediante:

$$E' = \frac{AE}{3r_g L}$$

$$G' = \frac{AE}{8r_g L}$$

$$\nu' = 1/3$$

$$D' = \frac{3\sqrt{3}}{4} \frac{EI}{L}$$

Existen también métodos aproximados que permiten analizar estas estructuras haciéndolas similares a placas planas continuas sometidas a flexión, siempre y cuando las dimensiones modulares sean pequeñas respecto a los claros de la estructura.

En éstos métodos, se considera que los momentos flexionantes provocan fuerzas en el plano inferior y superior, y que las fuerzas cortantes y momentos torsionantes son tomados por los elementos diagonales que conectan a los dos planos.

El análisis busca relacionar los desplazamientos ( $\xi$ ) con los elementos mecánicos que se producen en la placa.

Se parte de la definición de momentos flexionantes y torsionantes en función de las curvaturas, y se busca la existencia de equilibrio vertical en una placa ortotrópica (es decir, una placa con propiedades diferentes a  $90^\circ$ ).

Se llega a plantear una ecuación diferencial de equilibrio en términos de las derivadas del campo de desplazamientos, y en función de las propiedades geométricas de las placas que se intenta analizar.

La ecuación diferencial de equilibrio, se puede simplificar, dependiendo del tipo de estructuración. Así, para placas bidireccionales:

$$\alpha_1 = 0 \quad \alpha_x = 0 \quad \text{y} \quad \alpha_2 = \alpha_y = \pi/2$$

La ecuación diferencial se reduce a:

$$\frac{EI_x}{\lambda_x} \zeta^{''''} + \left( \frac{GK_x}{\lambda_x} + \frac{GK_y}{\lambda_y} \right) \zeta^{''''} + \frac{EI_y}{\lambda_y} \zeta^{''''} = p$$

En placas tridireccionales, al considerar tres direcciones básicas:

$$\alpha_1 = 0 \quad \alpha_2 = 60^\circ \quad \alpha_3 = 120^\circ$$

la ecuación diferencial resulta:

$$\zeta'''''' + 2\zeta'''' + \zeta'''' = \frac{8\lambda}{9EI + 3GK} P$$

Y para placas tetra-direccionales, donde:

$$\alpha_1 = 0 \quad \alpha_2 = \pi/4 \quad \alpha_3 = \pi/2 \quad \alpha_4 = 3\pi/4$$

$$[EI_p + \frac{\sqrt{2}}{2}(EI_d + GK_d)](\zeta'''''' + \zeta''''') +$$

$$(3\sqrt{2}EI_d + 2KG_p - \sqrt{2}GK_d)\zeta'''' = p\lambda$$

$$EI_p - GK_p = \sqrt{2}(EI_d - GK_d)$$

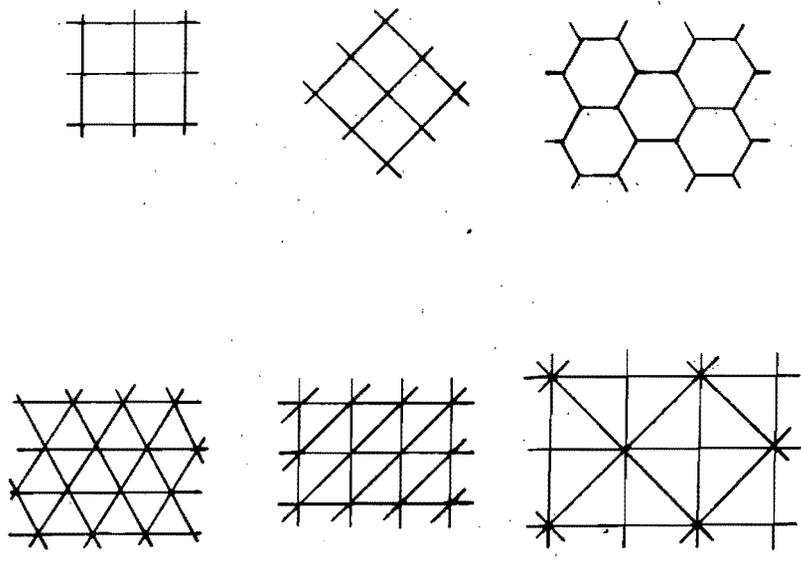


Fig.26 Estructuraciones Reticulares

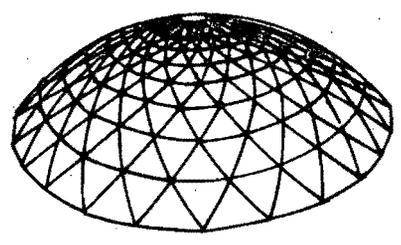


Fig.27 Domo

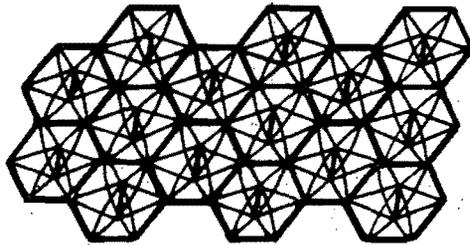


Fig. 28

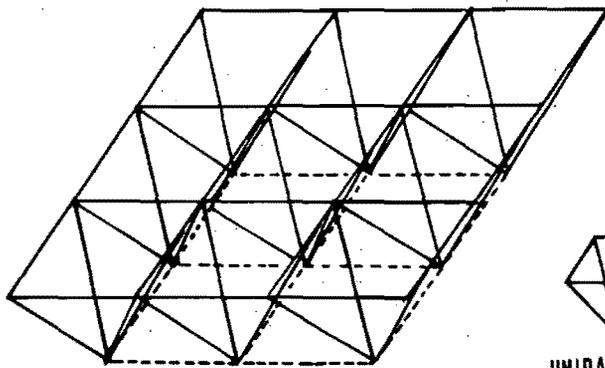


Fig. 29

---

## PROGRAMACIÓN DE UN ORDENADOR DIGITAL.

El enorme incremento en el tamaño y complejidad de estructuras espaciales que ahora pueden ser analizadas, ha tenido efecto en la preparación y revisión de datos requeridos para la programación electrónica de gran problema en esta.

Las características topológicas de los arreglos de miembros y nudos en las estructuras espaciales adecuadamente programadas, pueden reducir grandemente el monto de trabajo de rutina humana en la preparación de datos.

Para esto, la información de las características cinemáticas, propiedades de los miembros y cargas debe describir topológica y geoméricamente de muchas maneras en el análisis.

Muchos de los métodos de análisis fueron desarrollados con el objeto de reducir el monto de trabajo numérico mediante la introducción de simplificaciones en la formulación del problema.

Para ello se investigó el uso de las computadoras para el análisis estructural lineal de este tipo de estructuras y se definieron los siguientes puntos:

a.- El desarrollo de lenguajes y procedimientos de análisis estándares.

b.- El posible uso de programas en la etapa final de diseño, después del análisis de la estructura.

c.- El uso de programas para elaborar información básica. Este es un punto de gran importancia cuando se trata con estructuras grandes y complejas; en efecto, el monto de la rutina de trabajo para la preparación y revisión de los datos es usualmente un proceso que consume tiempo y puede llegar a ser un obstáculo mayor en el análisis. La manera en la cual los datos son almacenados y usados durante la ejecución del programa, puede reducir la capacidad de almacenamiento y el tiempo requerido para proceso.

Deben revisarse los procesos lógicos involucrados en el análisis de estructuras espaciales lineales, y los fundamentos topológicos del problema para facilitar su programación, la cual debe considerar los siguientes aspectos:

Dando un arreglo estable a la interconexión de barras, calcular los esfuerzos y desplazamientos resultantes en los extremos de las barras producidos por las fuerzas externas, asumiendo relaciones lineales entre causa y efecto.

Para obtener la solución, los elementos básicos del problema son idealizados y las relaciones expresadas matemáticamente. Los elementos involucrados son:

a) La geometría y propiedades físicas de los miembros y la manera en la cual estos son conectados. Esta es descrita en formulación matemática por las coordenadas de los nudos y las propiedades geométricas de la sección transversal de los miembros, por las constantes elásticas del material así como la conectividad de los nudos y la lista de miembros.

b) Las características cinemáticas. Los desplazamientos en los extremos de los miembros son relevantes en el análisis, los cuales deben satisfacer las condiciones internas de compatibilidad.

Los desplazamientos en los nudos son producidos por las fuerzas mecánicas externas o por algunas otras causas tales como son el cambio de temperatura o el hundimiento diferencial.

c) El sistema externo de fuerzas formado de fuerzas y reacciones, y el interno por los esfuerzos resultantes en los extremos de los miembros. Debe cumplirse que todas esas fuerzas, al actuar sobre cualquier porción de la estructura, formen un sistema en equilibrio.

El problema se reduce a analizar el movimiento de los nudos, con dos enfoques posibles de análisis:

- 1.- Uso de flexibilidades.
- 2.- Uso de rigideces.

En algunos casos, una combinación de rigideces y flexibilidades puede usarse con ventaja, pero, en general, el enfoque de rigideces es con mucho el más conveniente; en adelante se hará referencia principalmente a este método.

En el análisis de grandes estructuras no es práctico considerar los nudos por separado, sino que se agrupan nudos de manera conveniente, según la topología de la estructura y la capacidad de la máquina.

La manera en la cual los nudos se agrupan y las conexiones entre los grupos depende del patrón de la matriz general de rigideces. El tamaño de los grupos depende de la capacidad de la máquina lo que limita el tamaño máximo de la estructura que se puede analizar para cada estado de carga.

Existen varios tipos de patrones de agrupamiento, los cuales son los siguientes:

- 1.- Patrón lineal.
- 2.- Patrón lineal en anillo.
- 3.- Patrón triangular.

Para estructuras grandes el programa decide la mejor manera de agrupar, de acuerdo a los requerimientos de tiempo y capacidad de la máquina. Para hacer esto, el agrupamiento y numeración de los nudos se ejecuta automáticamente a partir de algunos datos topológicos básicos.

Dos consideraciones importantes aparecen en relación a los nudos: se deben numerar de acuerdo a los patrones de agrupamiento, y se debe automatizar el cálculo de coordenadas de los nudos.

Es importante numerar los nudos de manera correspondiente al agrupamiento. Los nudos se pueden numerar continuamente, por una serie de números naturales; o por el uso de dos números por cada nudo; uno para el grupo y el otro para el orden dentro del grupo.

Para programar el cálculo de las coordenadas de la topología mínima e información geométrica acerca de la estructura, se considerará la distribución de los nudos generados por la operación de patrones geométricos. El programa se puede desarrollar por la automatización de cálculo de coordenadas y la identificación de los nudos.

Existen programas de análisis para el cálculo de este tipo de estructuras espaciales, los cuáles recurren a planteamientos de análisis elástico, mediante el método de rigideces; una secuencia típica de análisis es la siguiente:

a) Conocidas las cargas y características geométricas de la estructura, así como las escuadriñas de cada uno de los miembros que la forman, se introducen los datos en el programa.

b) El programa analiza los datos y construye la matriz de rigideces de la estructura; comprueba sus características y verifica que no se presente un caso de singularidad, lo que indicaría la inestabilidad de la estructura en estudio.

c) Con los datos de cargas establece el producto matricial que permite encontrar el campo de desplazamientos en todos los nudos de la estructura, así como el campo del rotacional del campo de desplazamientos.

d) Con base en el campo de desplazamientos, y mediante la aplicación de las expresiones comunes de análisis estructural, define el valor numérico de los elementos mecánicos en cada una de las secciones extremas en cada barra.

En este tipo de programas se acepta que el material que forma la estructura es elástico lineal, y se aceptan las características del material definidas en los datos de entrada del programa.

Finalmente, se puede decir que el uso de ordenadores digitales en el análisis estructural, reduce grandemente el monto de trabajo rutinario.

## APLICACIÓN A UNA ESTRUCTURA PIRAMIDAL.

Se construyó una estructura espacial metálica sobre un edificio de forma irregular, destinado al turismo, en la costa de la ciudad de Cancún.

Es una estructura piramidal, formada por barras tubulares de acero, conectadas entre sí mediante esferas del sistema Mero. Sobre la estructura de soporte, se colocó una estructura de aluminio, que forma ocho planos inclinados; los largueros de aluminio se apoyan mediante birlos de acero en los conectores exteriores de la estructura.

Esta se apoya en 12 puntos en todo su perímetro, sobre placas metálicas que descansan sobre la estructura de concreto del edificio principal.

Toda la estructura está recubierta con placas de vidrio, que soportan directamente la acción del viento y otras sollicitaciones.

Toda la información concerniente a los datos de la estructura espacial se muestra en el apéndice.

La estructura está formada por 102 nudos y 385 elementos o barras, sus dimensiones se aprecian en la figura 30. La localización de nudos se muestra en las figs. 31a-c y la identificación de barras en las figs. 32a-d. La estructura tiene una altura de 292.308 plg. (7.425 mts).

El estudio de la estructura se realizó mediante un procedimiento reconocido de análisis elástico, con el uso de una computadora digital se obtuvo la solución de la estructura para distintas sollicitaciones.

Las condiciones de carga que se aplicaron a la estructura son las siguientes:

### *Carga Muerta:*

Se consideró que la estructura metálica y la cubierta pueden tener un peso de  $30 \text{ kg/m}^2 = 0.0426 \text{ lb/in}^2$ .

### *Carga Viva:*

La tabla de cargas vivas unitarias del Reglamento del Distrito Federal especifica que para analizar la estructura bajo la acción de fuerzas verticales, con azoteas con pendiente superior a 5%, se debe considerar una carga uniformemente distribuida de  $40 \text{ kg/cm}^2 = 0.0568 \text{ lb/in}^2$ , y cuando se considere acción de sismo o viento, una carga equivalente de  $20 \text{ kg/cm}^2 = 0.0282 \text{ lb/in}^2$ .

Con base en estas cargas, se establecen cargas verticales aplicadas en cada uno de los nudos superiores de la estructura.

### Efecto de Viento:

La estructura fue diseñada para una velocidad de viento de  $V = 200$  km/h. Las cargas se calcularon de acuerdo a los criterios de análisis que marcan las normas técnicas complementarias para diseño por viento del Reglamento del Distrito Federal, considerando las características topográficas locales de Cancún y la topografía general de la zona en donde se mide la velocidad del viento.

El lugar es terreno abierto (Zona "C").  
Por tanto, se tiene:

$$K = 1.6$$

$$a = 7.0$$

Se consideró una variación del viento con la altura para observar el comportamiento de la estructura, ya que se considera variable a partir de una altura de 10 m, por consiguiente:

$$C_z = \left(\frac{z}{10}\right)^{z/a} = \left(\frac{7.425}{10}\right)^{z/7} = 0.918$$

Donde:  $z = 292.308 \text{ in} = 7.425 \text{ m}$ .

$$P_0 = 1/2 \rho V^2 = 0.0048 (200)^2 = 192 \text{ kg/m}^2$$

Así, tendremos que:

$$P = C_p C_z K P_0$$

$$P = C_p (0.918)(1.6)(192)$$

$$P = 282.0 C_p$$

Se realizó un modelo de la estructura para obtener la distribución de presiones en la estructura generadas en el túnel de viento, para dos direcciones:

1.- Una con el viento dirigido hacia el modelo con dos de sus aristas interiores paralelas al flujo.

2.- Otra con el viento dirigido en dirección de una de las diagonales principales de la estructura piramidal.

Del estudio del túnel de viento, se obtuvo los coeficientes de presión mostrados en las figuras 33 y 34 para las dos direcciones.

Con estos resultados, se pueden definir las presiones en cada una de las caras de la estructura, por consiguiente, se tiene que:

Presiones en la estructura, en  $\text{Kg/m}^2 - (\text{Lb/in}^2)$ .

Cara		1	2	3	4	5
D i r e c c i o n	1	118.44 (0.168)	-87.42 (-0.124)	-76.14 (-0.108)	-109.98 (-0.156)	-95.88 (-0.136)
	2	107.16 (0.152)	47.94 (0.068)	-222.78 (-0.318)	-135.36 (-0.192)	-135.36 (-0.192)

Con base en esta tabla, se establecen cargas aplicadas en cada uno de los nudos superiores de la estructura.

Se aplicarán distintas combinaciones de carga a la estructura para analizar sus efectos en la misma.

Las combinaciones de carga aplicadas fueron:

- 1.- Carga Muerta + Carga Viva.
- 2.- Carga Muerta + Efecto del Viento actuando en dirección 1.
- 3.- Carga Muerta + Efecto del Viento actuando en dirección 2.

Al considerar la combinación de carga muerta más carga viva (CM + CV), se definen las cargas siguientes:

$$p = 30 + 40 = 70 \text{ kg/cm}^2 = 0.0995 \text{ lb/in}^2$$

$$A = (116.92)(58.46) = 6835.5 \text{ in}^2$$

$$F = p * A = (0.0995)(6835.5) = 680.13 \text{ lbs.}$$

$$F = 0.68 \text{ kips.}$$

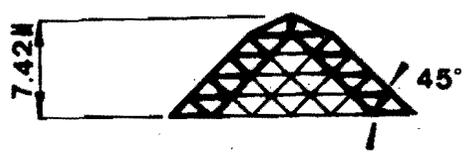
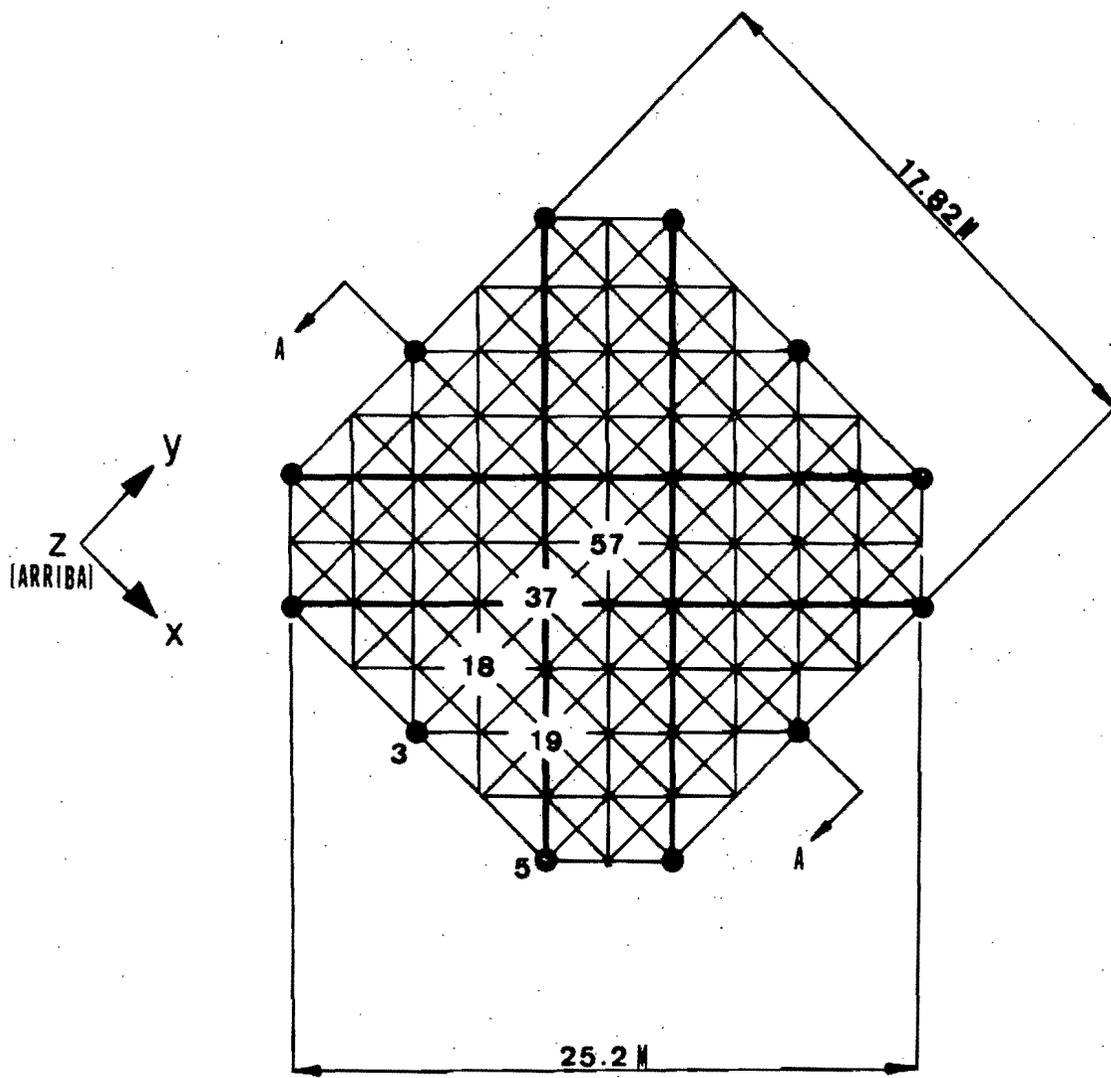
El efecto de viento es considerado con la carga muerta en ambas direcciones, al considerar la tabla de presiones se obtienen las siguientes tablas de cargas:

Cara		1	2	3	4	5
CM + V1	P	-0.211	+0.082	+0.065	+0.113	+0.093
	F	-1.440	+0.556	+0.447	+0.775	+0.638

Cara		1	2	3	4	5
CM + Vz	p	-0.195	-0.111	+0.273	+0.150	+0.150
	F	-1.330	-0.756	+1.869	+1.021	+1.021

En donde p esta dada en lbs/in<sup>2</sup> y F en kips.

Bajo estas combinaciones de carga se obtuvieron resultados de desplazamientos y elementos mecánicos en la estructura, los cuales serán comparados en el capítulo siguiente.

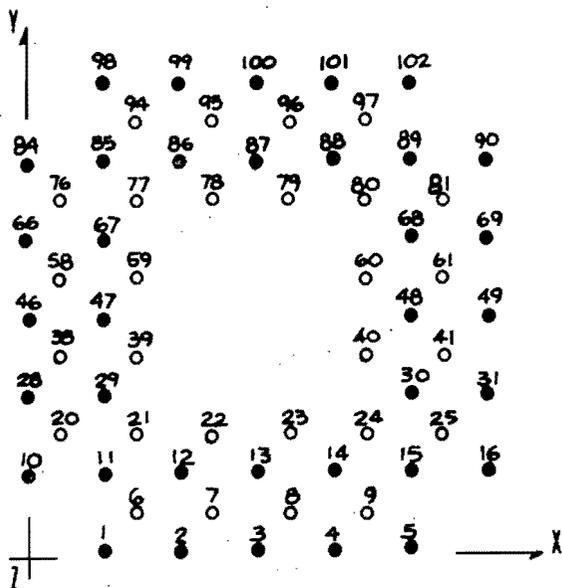


SECCION A-A

Fig.30 Dimensiones de la Pirámide

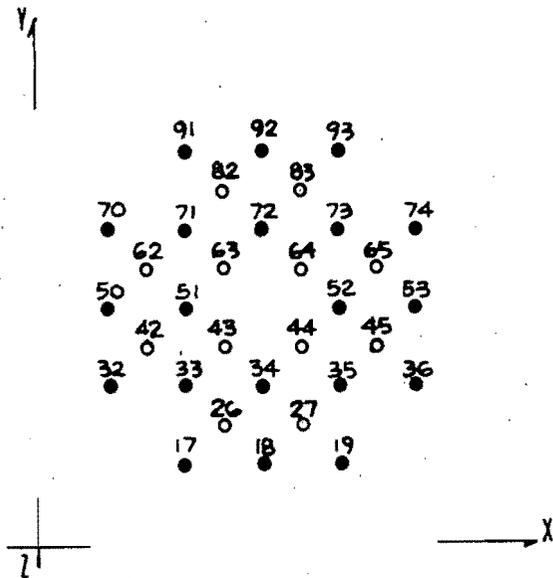
# LOCALIZACION DE NUDOS

• Z = 0  
 ◦ Z = 58.46



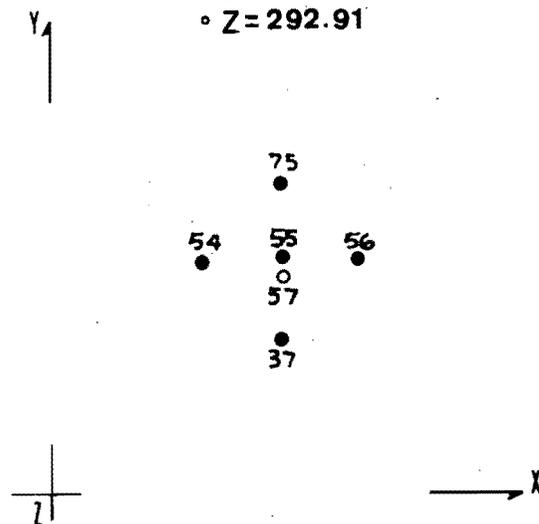
(a)

• Z = 116.92  
 ◦ Z = 175.38



(b)

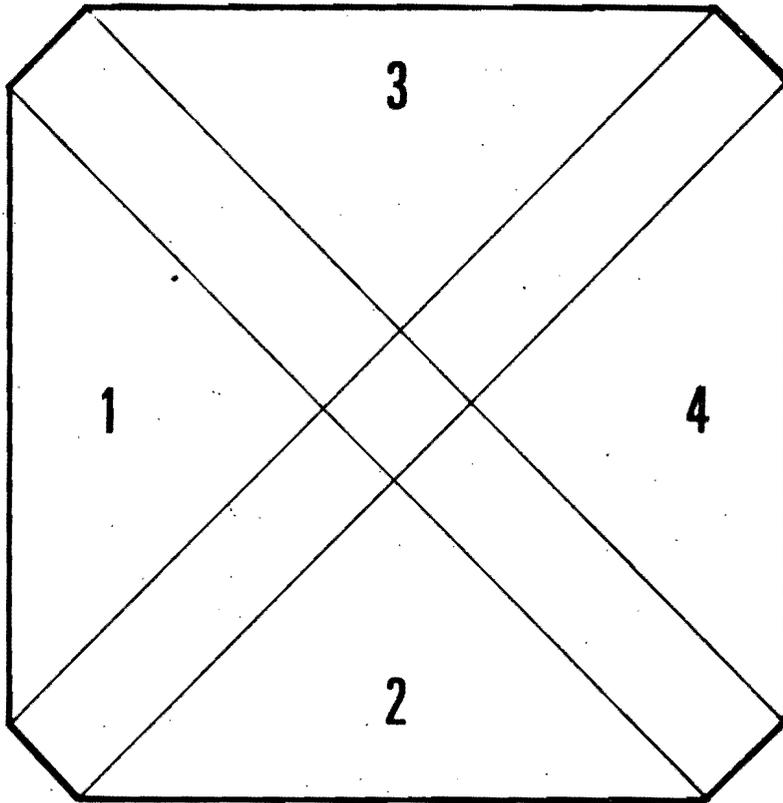
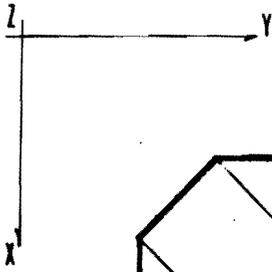
• Z = 233.85  
 ◦ Z = 292.91



(c)

ACOT - PLG

Fig. 31



**CARA:**

1. BARLOVENTO
2. LATERAL DERECHA
3. LATERAL IZQUIERDA
4. SOTAVENTO

# BARLOVENTO

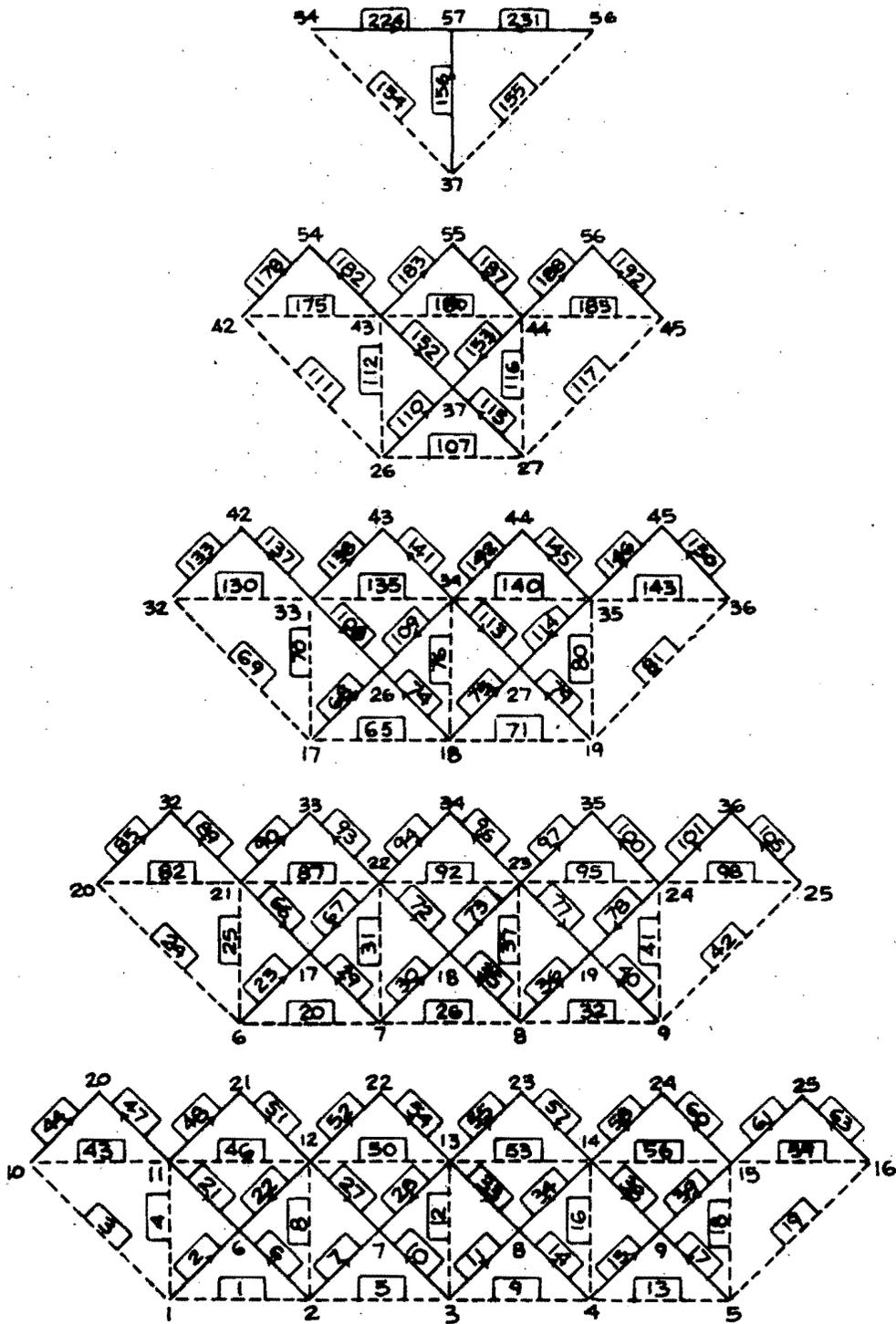


Fig. 32a Identificación de barras

# LATERAL DERECHA

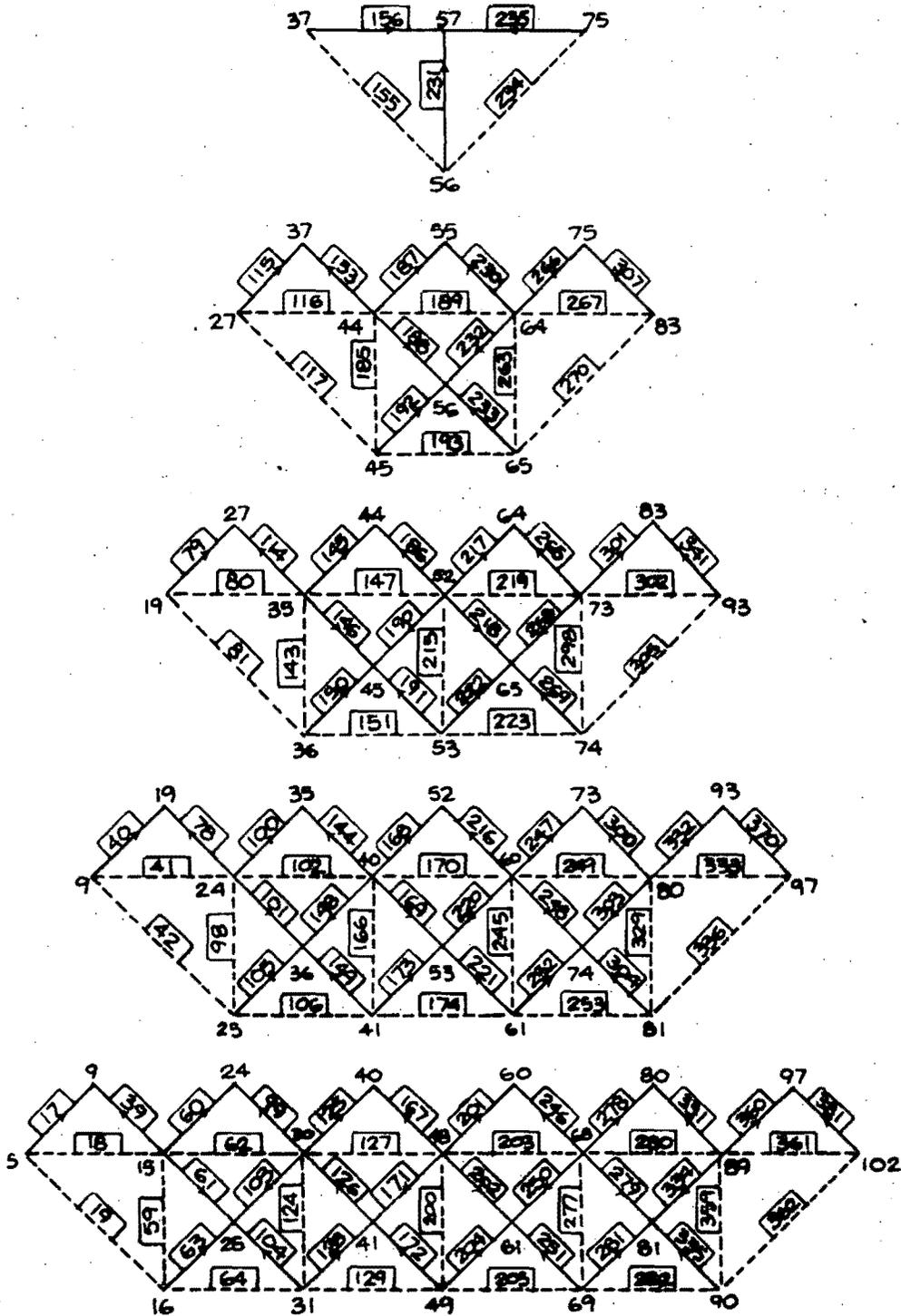


Fig. 32b Identificación de barras

# LATERAL IZQUIERDA

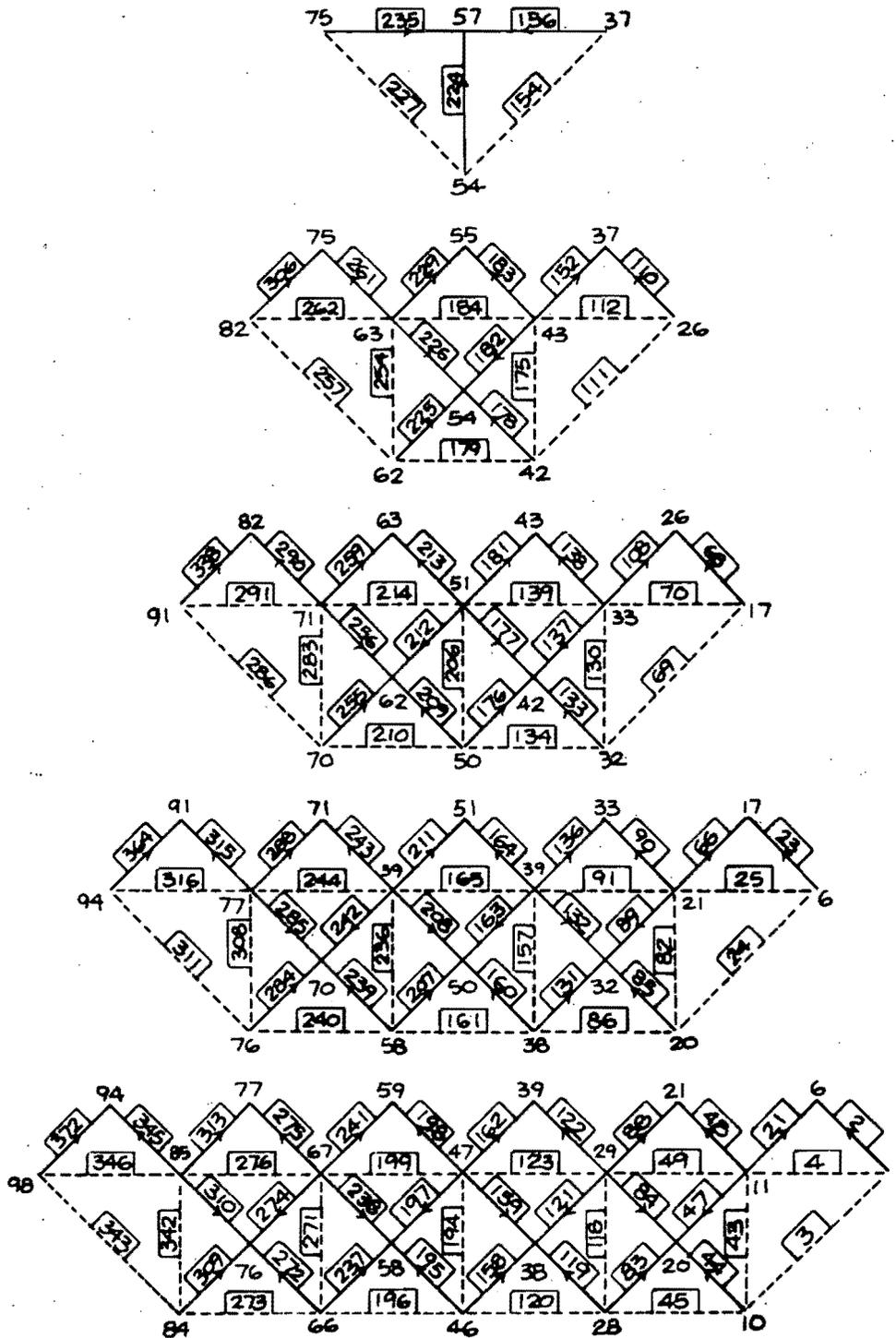
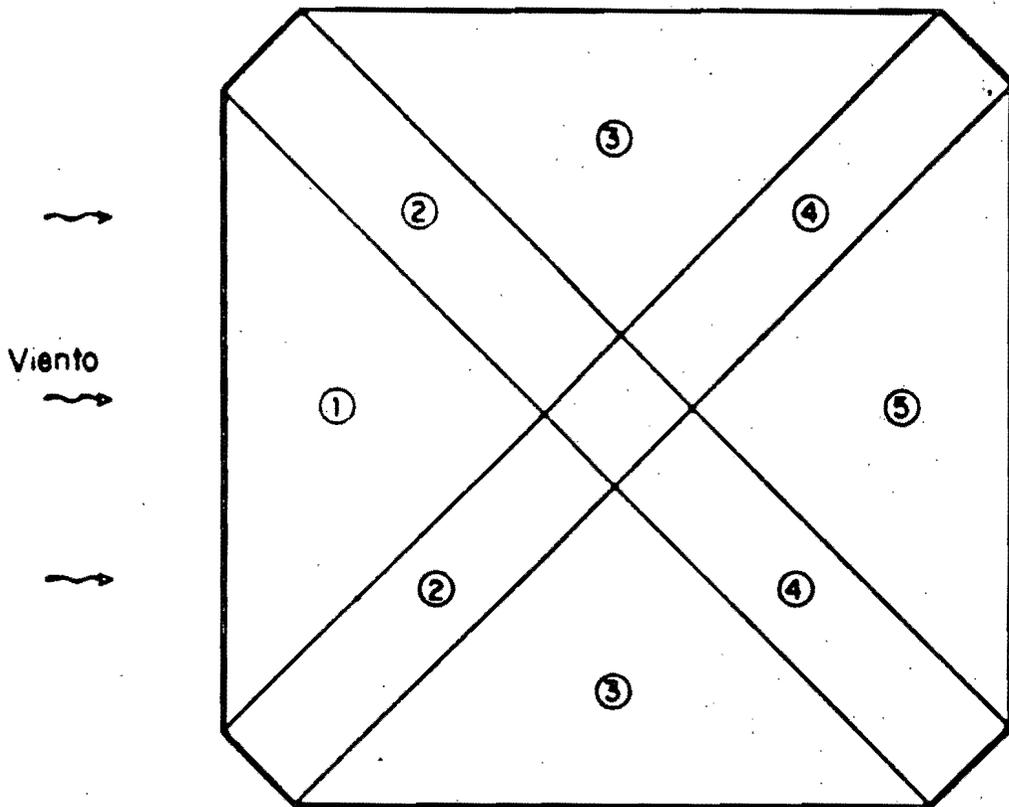


Fig.32c Identificación de barras



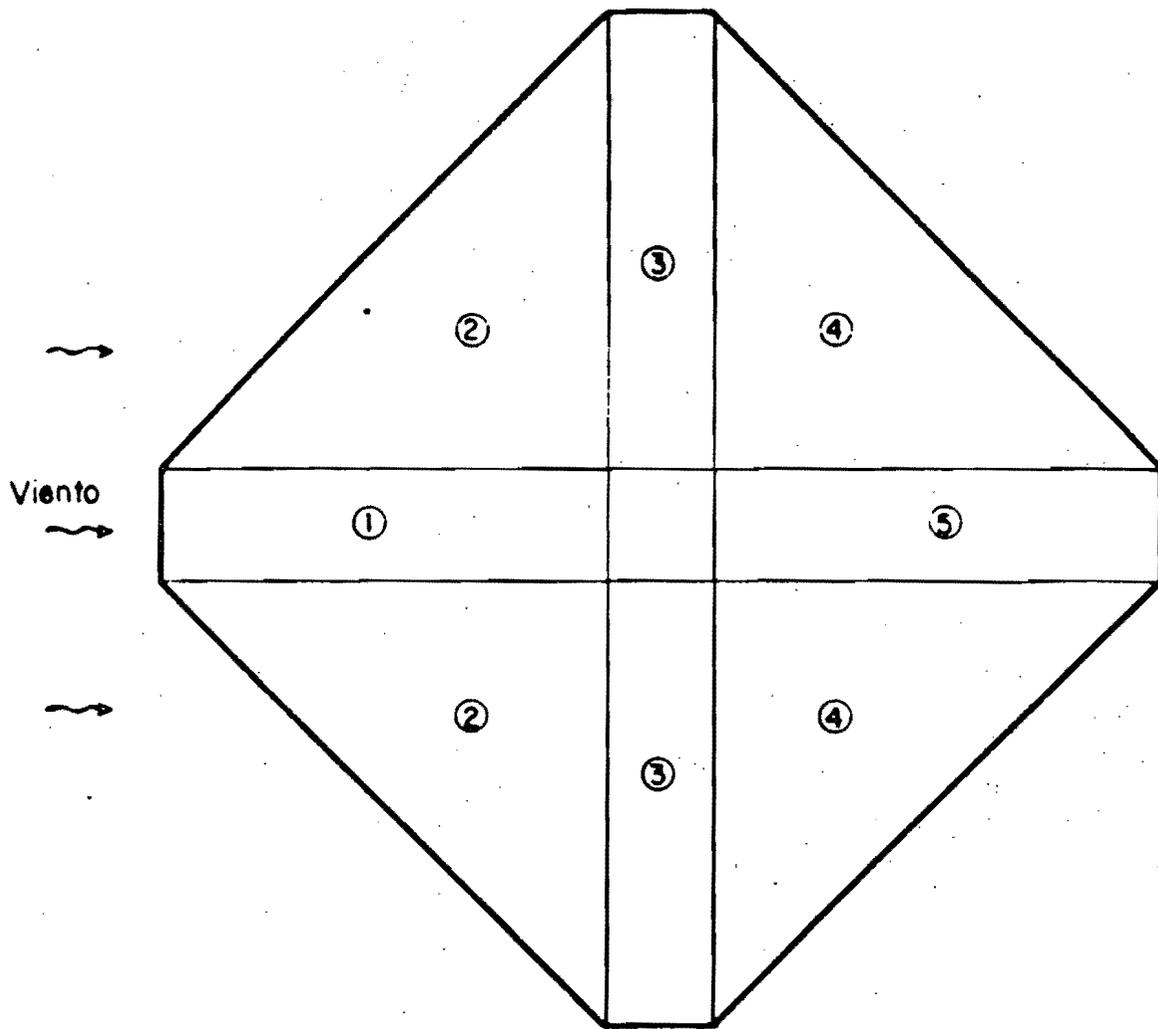


Cara Modelo	①	②	③	④	⑤
1 Estanco	+0.42	-0.31	-0.27	-0.39	-0.34
2 Abierto borde inferior	+0.74	+0.03	-0.10	-0.18	-0.15
3 Abierto abajo y arriba	+0.85	+0.075	-0.085	-0.167	-0.21

(+) Empuje

(-) Succión

Fig.33 Coeficientes de presión medios con flujo laminar paralelo a los bordes



Cara Modelo	①	②	③	④	⑤
1 Estanco	+0.38	+0.17	-0.79	-0.48	-0.48
2 Abierto borde inferior	+0.625	+0.295	-0.52	-0.435	-0.365
3 Abierto abajo y arriba	+0.689	+0.329	-0.475	-0.309	-0.259

(+) Empuje

(-) Succión

Fig.34 Coeficientes de presión medios con flujo laminar paralelo a una diagonal

## EFFECTO COMPARATIVO DE DIVERSAS SOLICITACIONES.

A fin de comparar soluciones con diferentes condiciones de carga, se resolvió la estructura para las distintas combinaciones de carga mencionadas anteriormente.

La estructura se analizó mediante el uso de un programa llamado "ANET - ANálisis EsTructural" (Ref.10), el cuál permite obtener los desplazamientos en todos los nudos de la estructura espacial y los elementos mecánicos en los extremos de cada barra.

Se realizó un estudio de desplazamientos para cada una de las caras exteriores de la pirámide, al obtener así, los desplazamientos por carga muerta + carga viva (CM + CV) en dirección vertical, o sea en el eje de las Z, así como los desplazamientos producidos por carga muerta + efecto del viento (CM + VIENTO) para ambas direcciones en las que actúa el viento, considerando los desplazamientos en dirección perpendicular a la superficie.

A fin de establecer una comparación entre estos desplazamientos obtenidos para las diferentes combinaciones de carga, adelante se anexan tablas y gráficas de cada una de las caras estudiadas y para cada una de las combinaciones de carga analizadas. De las cuales se puede hacer notar lo siguiente:

1.- Debido a la simetría, tanto de geometría como de cargas, para el caso de CM + CV, los desplazamientos en todas las caras de la pirámide son iguales, por lo que solo se muestran dos de las cuatro caras de la pirámide, en las cuales se corrobora lo antes dicho. El máximo desplazamiento que se presenta bajo esta condición de carga es de  $-0.05064$  plg. =  $-0.1286$  cm. en la parte superior de la pirámide, siendo este de signo negativo indicando que el desplazamiento es hacia abajo.

2.- Bajo el efecto del viento actuando en dirección 1, o sea, paralelo a las caras laterales de la pirámide, el desplazamiento máximo producido por presión en la cara de barlovento es de  $-0.0565$  plg. =  $-0.1435$  cm. en la base de la pirámide y el máximo producido por succión en la cara de sotavento es  $0.04807$  plg. =  $0.117$  cm. presentandose también en la base de la pirámide.

3.- En la otra dirección, el desplazamiento máximo que se presenta por presión es de  $-0.0508$  plg. =  $-0.1285$  cm. y por succión es de  $0.08277$  plg. =  $0.2102$  cm., ambos se presentan en la base de la pirámide.

Como se puede observar, los desplazamientos en la pirámide bajo cualquier condición de carga son pequeños en relación con el tamaño de la estructura, lo que indica que la estructura permanece rígida para cualquier condición de carga.

El efecto del viento se ve reducido por el peso de la estructura, el cual favorece para mantener la estructura estable.

La condición más desfavorable que se presenta, es cuando el viento actúa en dirección a una de las diagonales de la pirámide, o sea, en la dirección 2, en la cuál se presenta el desplazamiento más alto.

Ahora bien, de los datos de fuerzas axiales de compresión o tensión obtenidas del análisis para las diferentes combinaciones de carga, se obtuvo un promedio entre el valor máximo de fuerza del elemento (compresión o tensión) presentada y el valor permisible de acuerdo a lo establecido en reglamentos. Con esto, se logró establecer en que porcentaje de eficiencia trabaja la estructura, estos resultados se pueden apreciar en la tabla 1 y su correspondiente histograma de frecuencias, anexado adelante. Se realizaron gráficas en las cuales se muestra la variación de valores medios para cada uno de los elementos que forman la estructura.

Tabla 1. Análisis de Eficiencia de las barras de la Estructura Espacial.

Eficiencia	No. de barras	Porcentaje de barras	Porcentaje acumulado
0.00-0.05	6	1.6	1.6
0.05-0.10	143	37.2	38.8
0.10-0.15	111	28.8	67.6
0.15-0.20	50	13.0	80.6
0.20-0.25	33	8.6	89.2
0.25-0.30	18	4.7	93.9
0.30-0.35	6	1.6	95.5
0.35-0.40	4	1.0	96.5
0.40-0.45	4	1.0	97.5
0.45-0.50	2	0.5	98.0
0.50-0.55	2	0.5	98.5
0.55-0.60	2	0.5	99.0
0.60-0.65	2	0.5	99.5
0.65-0.70	2	0.5	100.0
0.70-0.75	0	0.0	100.0
0.75-0.80	0	0.0	100.0
0.80-0.85	0	0.0	100.0
0.85-0.90	0	0.0	100.0
0.90-0.95	0	0.0	100.0
0.95-1.00	0	0.0	100.0

En resumen, se pueden mencionar los siguientes puntos:

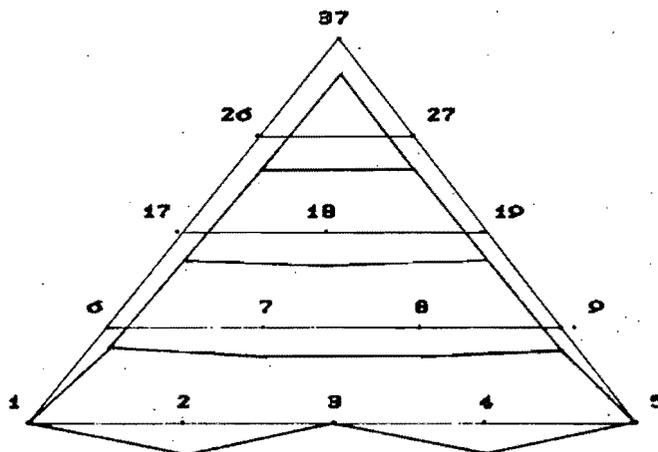
1.- Se observa que la estructura es estable, ya que los desplazamientos resultan ser de un orden de magnitud pequeña para las diferentes combinaciones de carga.

2.- El nivel de esfuerzos es bajo, el cual se observa en el histograma de frecuencias, donde se muestra una distribución cargada a la izquierda presentando los niveles más bajos de esfuerzos, así como en las gráficas de valores medios se observa la gran variedad de valores bajos, presentando un valor medio de 9.7 y un valor máximo de 63.3.

3.- Con lo anterior, se puede mencionar que la estructura permite niveles más altos de carga, o bien, permite reducir las secciones de sus elementos, con el fin de aumentar el nivel de eficiencia de la estructura, así como reducir el peso y el costo de la misma.

- Desplazamientos nodales bajo CM + CV
- Cara : Barlovento.

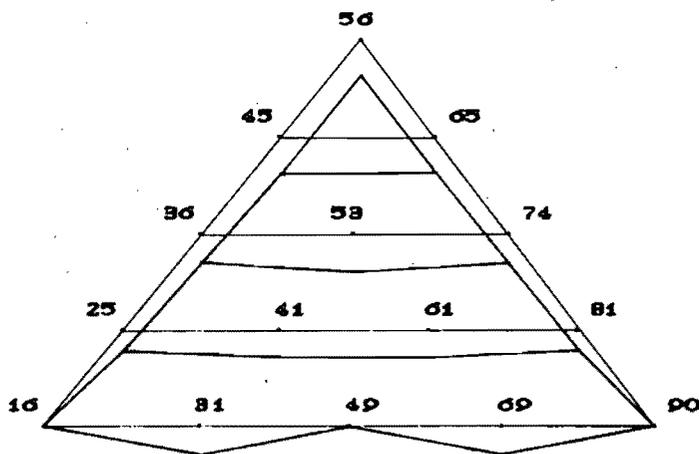
Nudo	Desplazamiento	
	Plg.	Cms.
1	0.00000	0.00000
2	-0.04540	-0.11530
3	0.00000	0.00000
4	-0.04540	-0.11530
5	0.00000	0.00000
6	-0.03440	-0.08740
7	-0.03900	-0.09910
8	-0.03900	-0.09910
9	-0.03440	-0.08740
17	-0.04150	-0.10540
18	-0.05030	-0.12780
19	-0.04150	-0.10540
26	-0.04980	-0.12800
27	-0.04980	-0.12800
37	-0.05020	-0.12750
57	-0.05064	-0.12880



Nota: Los desplazamientos son en dirección vertical, en el eje de las Z.

- Desplazamientos nodales bajo CM + CV
- Cara : Lateral Derecha.

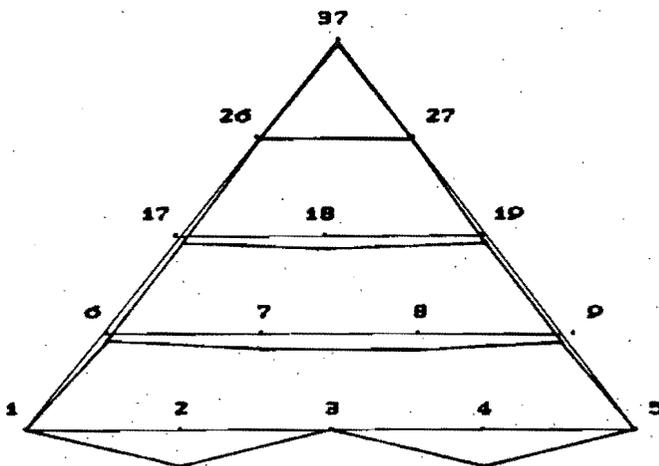
Nudo	Desplazamiento	
	Plg.	Cms.
16	0.00000	0.00000
31	-0.04540	-0.11530
49	0.00000	0.00000
69	-0.04540	-0.11530
90	0.00000	0.00000
25	-0.03440	-0.08740
41	-0.03900	-0.09910
61	-0.03900	-0.09910
81	-0.03440	-0.08740
36	-0.04150	-0.10540
53	-0.05030	-0.12780
74	-0.04150	-0.10540
45	-0.04980	-0.12600
65	-0.04980	-0.12600
56	-0.05020	-0.12750
57	-0.05084	-0.12860



Nota: Los desplazamientos son en dirección vertical, en el eje de las Z.

- Desplazamientos nodales bajo CM + VIENTO I
- Cara : Barlovento.

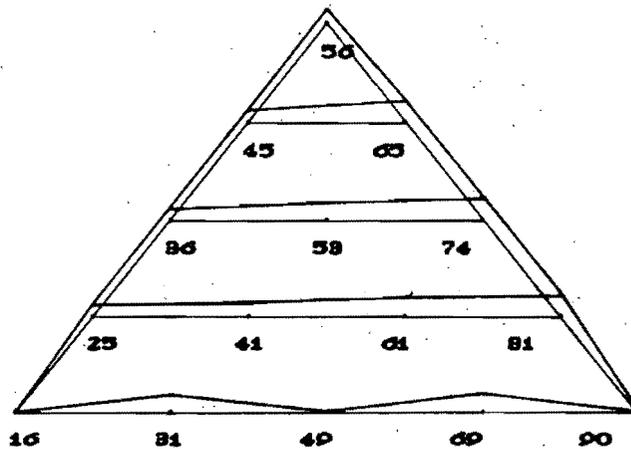
Nudo	Desplazamiento	
	Plg.	Cms.
1	0.00000	0.00000
2	-0.05850	-0.14350
3	0.00000	0.00000
4	-0.05850	-0.14350
5	0.00000	0.00000
6	-0.01030	-0.02818
7	-0.02320	-0.05893
8	-0.02320	-0.05893
9	-0.01030	-0.02818
17	-0.00457	-0.01180
18	-0.01807	-0.04590
19	-0.00457	-0.01180
26	-0.00083	-0.00211
27	-0.00083	-0.00211
37	-0.00489	-0.01190
57	0.01484	0.03720



Nota: Los desplazamientos son máximos en dirección perpendicular a la superficie de la pirámide.

- Desplazamientos nodales bajo CM + VIENTO I
- Cara : Lateral Derecha.

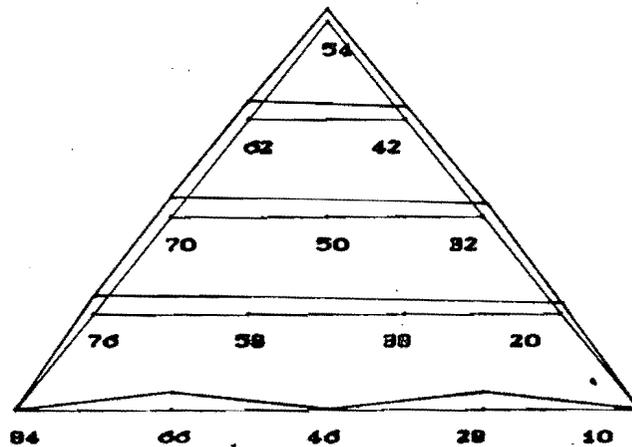
Nudo	Desplazamiento	
	Plg.	Cms.
18	0.00000	0.00000
31	0.03085	0.07838
49	0.00000	0.00000
89	0.03351	0.08511
90	0.00000	0.00000
25	0.01490	0.03785
41	0.02208	0.05808
81	0.02770	0.07038
81	0.02921	0.07419
38	0.01975	0.05018
53	0.03080	0.07823
74	0.03523	0.08948
45	0.02207	0.05808
65	0.03412	0.08888
58	0.02280	0.05790
57	0.01484	0.03718



Nota: Los desplazamientos son máximos en dirección perpendicular a la superficie de la pirámide.

- Desplazamientos nodales bajo CM + VIENTO I
- Cara : Lateral Izquierda.

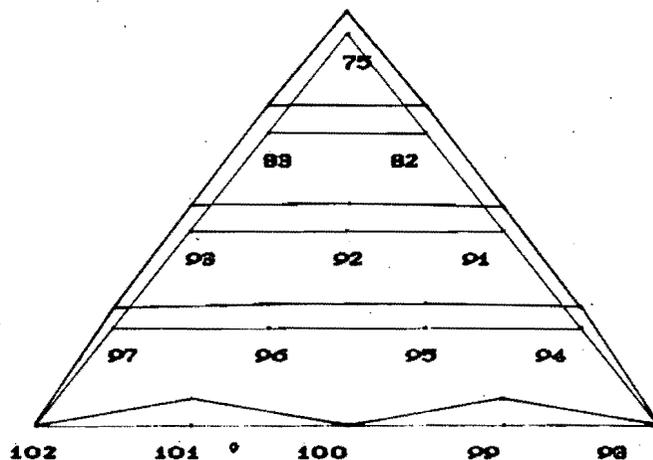
Nudo	Desplazamiento	
	Plg.	Cms.
84	0.00000	0.00000
66	0.03351	0.08511
48	0.00000	0.00000
28	0.03084	0.07838
10	0.00000	0.00000
78	0.02921	0.07419
58	0.02770	0.07038
38	0.02208	0.05808
20	0.01490	0.03785
70	0.03523	0.08948
50	0.03080	0.07848
32	0.01975	0.05018
62	0.03412	0.08888
42	0.02207	0.05808
54	0.02280	0.05790
57	0.01484	0.03718



Nota: Los desplazamientos son máximos en dirección perpendicular a la superficie de la pirámide.

- Desplazamientos nodales bajo CM + VIENTO I
- Cara : Sotavento.

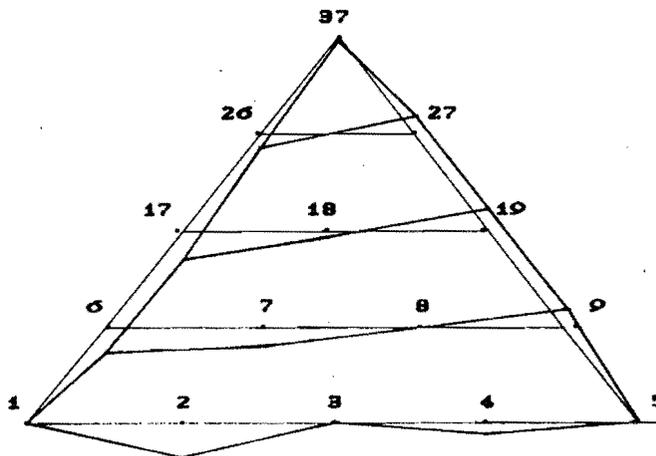
Nudo	Desplazamiento	
	Plg.	Cms.
102	0.00000	0.00000
101	0.04807	0.11700
100	0.00000	0.00000
99	0.04807	0.11700
98	0.00000	0.00000
97	0.03324	0.08443
96	0.03878	0.09342
95	0.03878	0.09342
94	0.03324	0.08443
93	0.04132	0.10495
92	0.04831	0.11783
91	0.04132	0.10495
83	0.04352	0.11054
82	0.04352	0.11054
75	0.03730	0.09474
57	0.01484	0.03718



Nota: Los desplazamientos son máximos en dirección perpendicular a la superficie de la pirámide.

- Desplazamientos nodales bajo CM + VIENTO 2
- Cara : Barlovento.

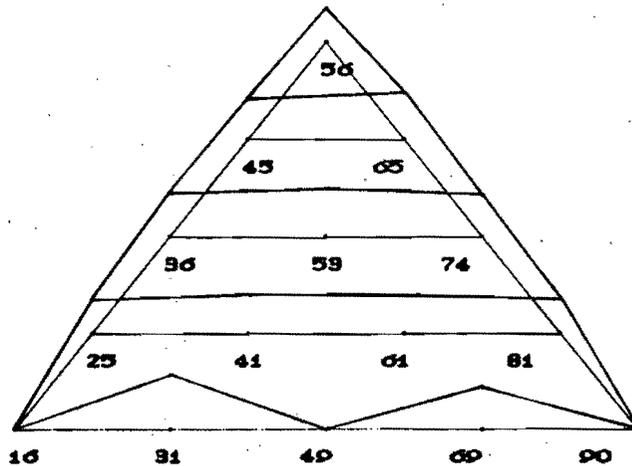
Nudo	Desplazamiento	
	Plg.	Cms.
1	0.00000	0.00000
2	-0.05060	-0.12850
3	0.00000	0.00000
4	-0.01440	-0.03660
5	0.00000	0.00000
6	-0.03860	-0.09800
7	-0.02513	-0.06380
8	0.00073	0.00184
9	0.02648	0.06726
17	-0.03700	-0.09400
18	-0.00894	-0.02270
19	0.03264	0.08290
26	-0.02260	-0.05740
27	0.02530	0.06430
37	0.00258	-0.00655
57	0.02572	0.06530



Nota: Los desplazamientos son máximos en dirección perpendicular a la superficie de la pirámide.

- Desplazamientos nodales bajo CM + VIENTO 2
- Cara : Lateral Derecha.

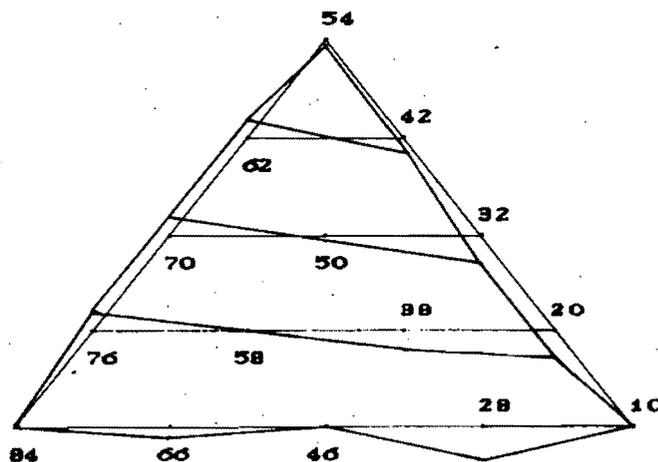
Nudo	Desplazamiento	
	Plg.	Cms.
18	0.00000	0.00000
31	0.08277	0.21020
49	0.00000	0.00000
69	0.07184	0.18250
90	0.00000	0.00000
25	0.05817	0.14270
41	0.06091	0.15470
61	0.06017	0.15260
81	0.05376	0.13650
36	0.06865	0.17440
53	0.07597	0.19300
74	0.06792	0.17250
45	0.06918	0.17570
65	0.07244	0.18400
56	0.05860	0.14660
57	0.02572	0.06530



Nota: Los desplazamientos son máximos en dirección perpendicular a la superficie de la pirámide.

- Desplazamientos nodales bajo CM + VIENTO 2
- Cara : Lateral Izquierda.

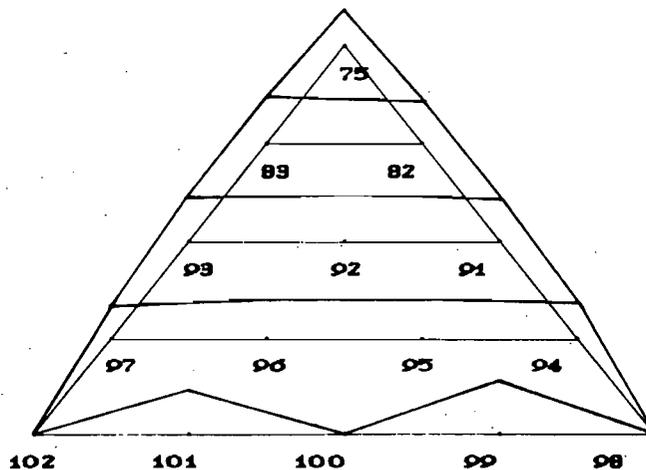
Nudo	Desplazamiento	
	Plg.	Cms.
84	0.00000	0.00000
88	-0.01440	-0.03880
48	0.00000	0.00000
28	-0.05080	-0.12850
10	0.00000	0.00000
76	0.02848	0.08728
58	0.00725	0.00184
38	-0.02513	-0.06380
20	-0.03880	-0.09800
70	0.03284	0.08290
50	-0.00894	-0.02270
32	-0.03700	-0.09400
62	0.02530	0.06430
42	-0.02280	-0.05740
54	0.00258	0.00655
57	0.02572	0.06530



Nota: Los desplazamientos son máximos en dirección perpendicular a la superficie de la pirámide.

- Desplazamientos nodales bajo CM + VIENTO 2
- Cara : Sotavento.

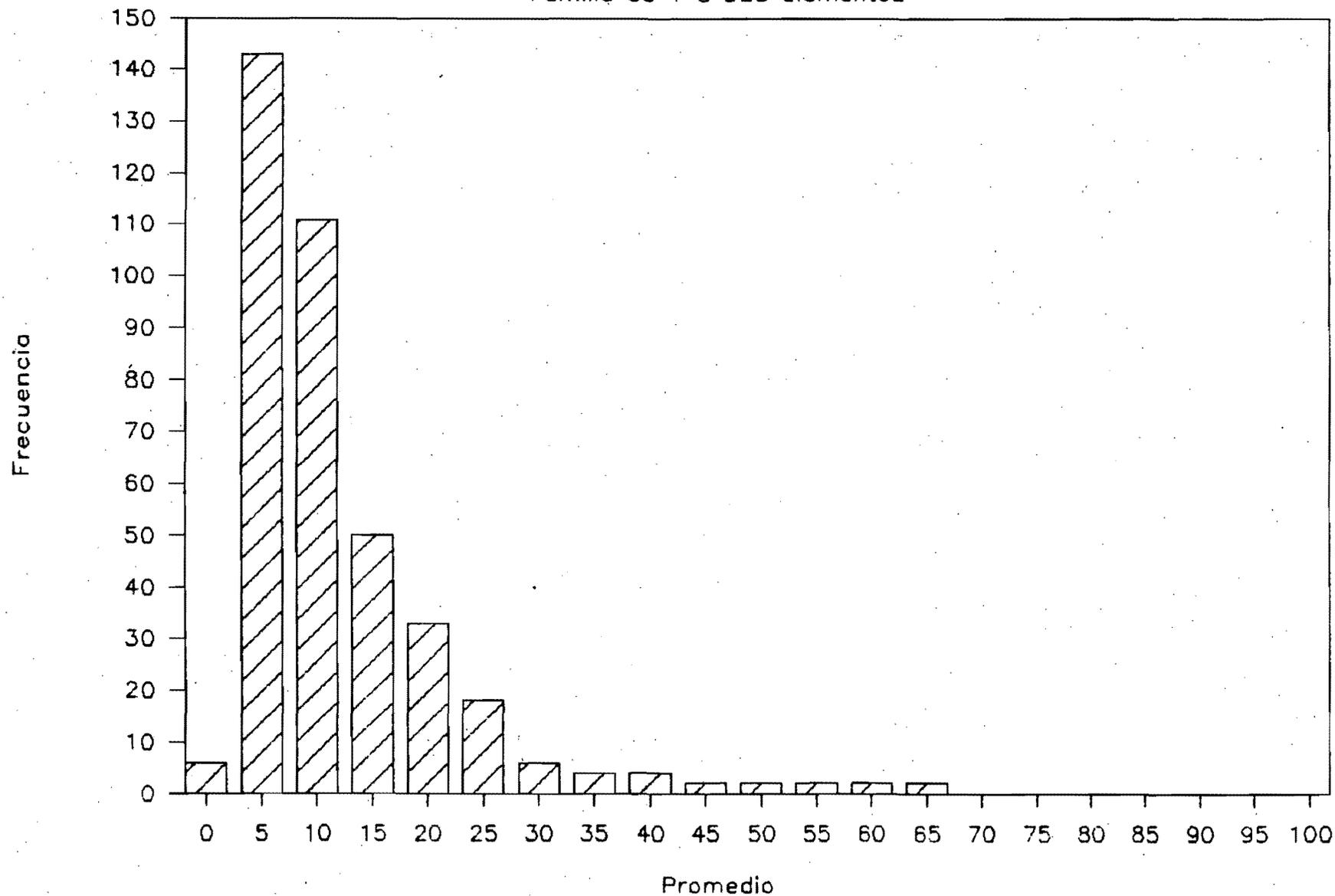
Nudo	Desplazamiento	
	Plg.	Cms.
102	0.00000	0.00000
101	0.07184	0.18250
100	0.00000	0.00000
99	0.08277	0.21020
98	0.00000	0.00000
97	0.05376	0.13650
96	0.06017	0.15280
95	0.06091	0.15470
94	0.05617	0.14270
93	0.06792	0.17250
92	0.07597	0.19300
91	0.06865	0.17440
83	0.07244	0.18400
82	0.06918	0.17570
75	0.05860	0.14880
57	0.02572	0.06530



Nota: Los desplazamientos son máximos en dirección perpendicular a la superficie de la pirámide.

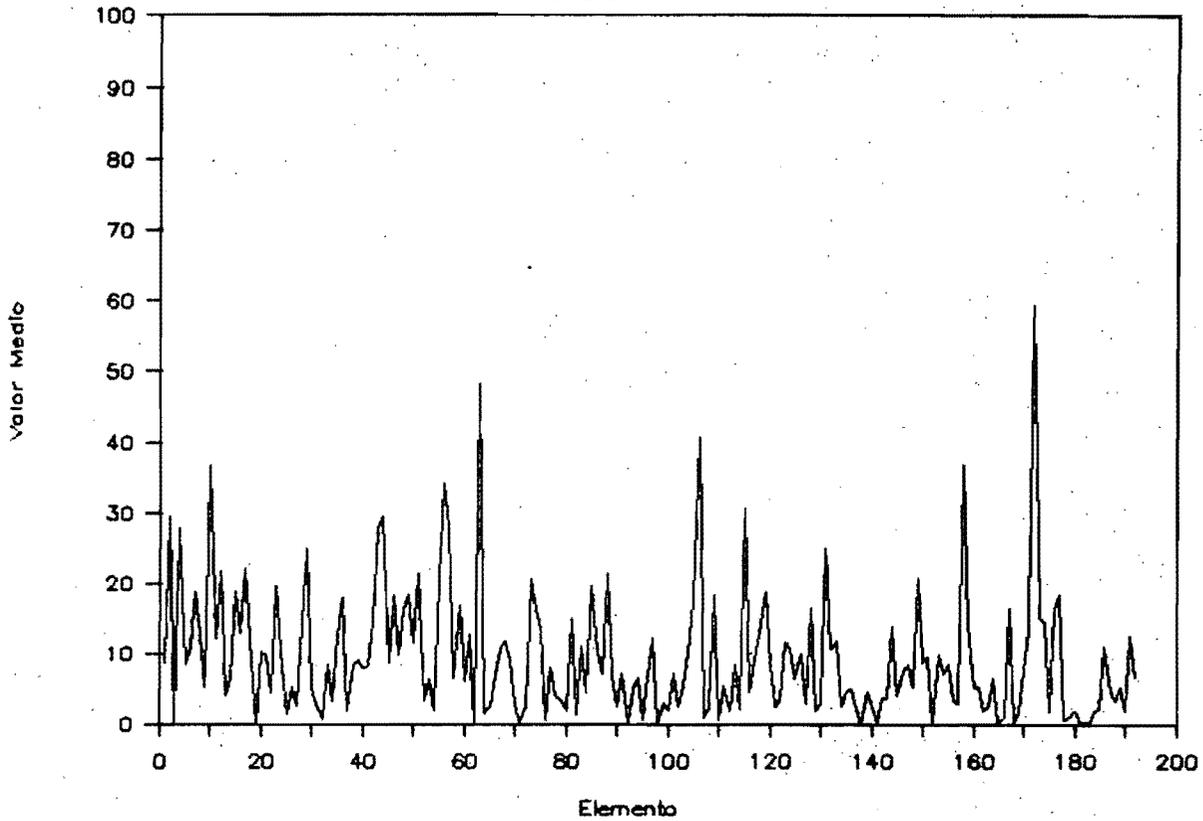
# Histograma de Frecuencias

Familia de 1 a 385 elementos



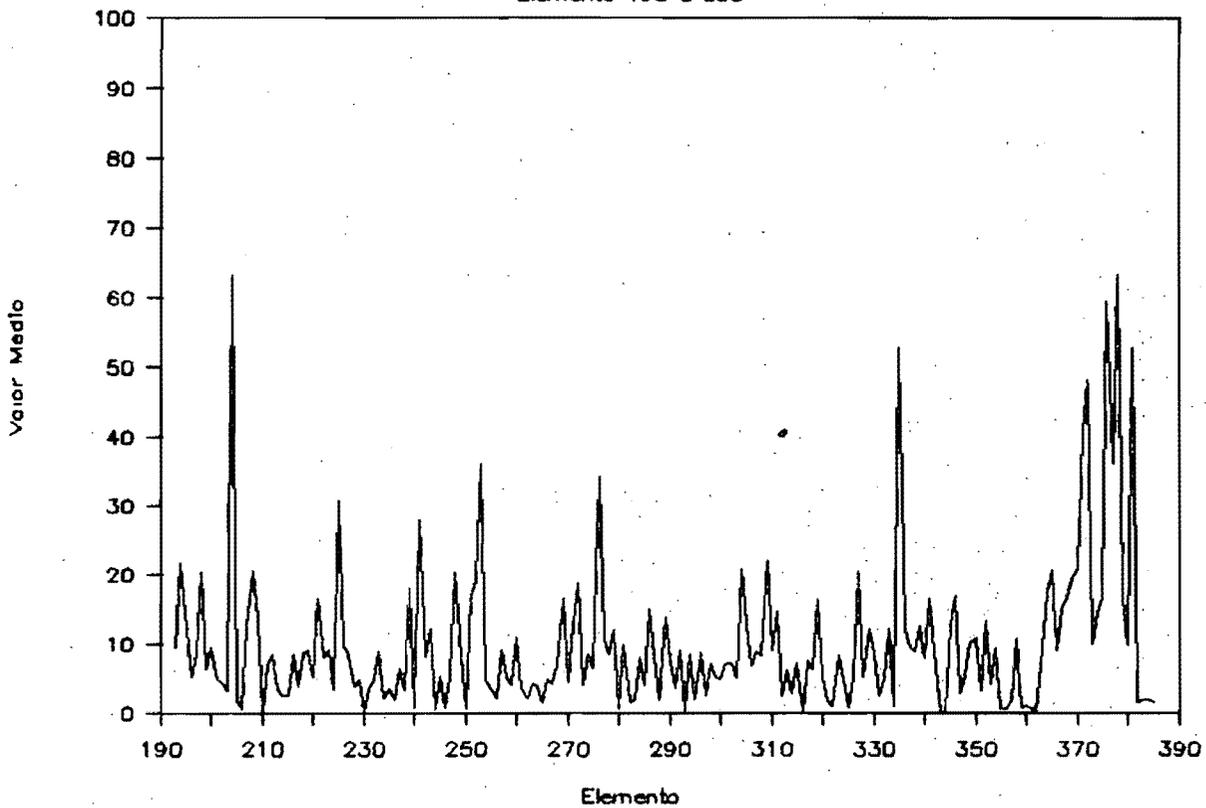
# Familia de 385 elementos

Elemento 1 a 192



# Familia de 385 elementos

Elemento 193 a 385



## CRITERIOS PARA LA REVISIÓN DEL DISEÑO.

La solución de una estructura, ilustra muy bien la diferencia básica entre el problema de análisis y el problema de diseño, para el cual se proporcionan especificaciones.

Existen diferentes especificaciones que norman el problema de diseño, las cuales marcan los valores permisibles para los miembros de la estructura.

En las estructuras espaciales discontinuas tipo 2, retículas tridimensionales, el problema de diseño se enfoca principalmente en los efectos de tensión y compresión en los miembros, ya que los efectos de flexión y cortante en los mismos, no es significativo. Es importante considerar los efectos locales en los miembros, si es que se requiere, como lo es el pandeo.

### - Tensión:

Los miembros a tensión cargados axialmente se proporcionan de modo que los esfuerzos nominales, no excedan el esfuerzo de tensión permisible. El esfuerzo nominal de tensión  $F_t$  simplemente es la carga de diseño axial esperada  $P$  dividida entre el área  $A$  del miembro en el lugar particular que se considera.

El esfuerzo de tensión permisible se define como:

$$F_t = 0.6 * F_y$$

Y la carga axial permisible como:

$$P_t = 0.6 * F_y * A_g$$

donde:

$P_t$  = Carga axial de tensión permisible.

$F_y$  = Esfuerzo de fluencia mínimo especificado para un acero A-36.

$$F_y = 36000 \text{ lb/in}^2$$

$$F_y = 2520 \text{ kg/cm}^2$$

$A_g$  = Área bruta.

Para miembros principales en tensión se debe cumplir que:

$$l/r < 240$$

- *Compresión:*

Para fines de diseño, se define que un elemento está cargado axialmente cuando este transmite una fuerza de compresión cuya resultante en cada extremo coincide aproximadamente con el eje centroidal longitudinal del miembro. Aunque no existen cargas de diseño que produzcan momento flexionante puede haber momentos debidos a imperfecciones iniciales, curvatura inicial o una excentricidad no intencional en el extremo; los cuáles reducen la resistencia del miembro, pero se supone que se les toma en cuenta en la fórmula de diseño con un factor de seguridad apropiado.

El esfuerzo de compresión permisible se define como:

- Cuando  $kL/r < C_c$

$$F_a = \frac{\left[ 1 - \frac{(kL/r)^2}{2C_c^2} \right] F_y}{F.S.}$$

donde:

$$F.S. = \frac{5}{3} + \frac{3(kL/r)}{8C_c} - \frac{(kL/r)^6}{8C_c^3}$$

- Cuando  $kL/r > C_c$

$$F_a = \frac{12\pi^2 E}{23(kL/r)^2}$$

donde:

$$C_c = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{F_y}}$$

E = Módulo de Young del material.

$$E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$E = 2.9 \times 10^7 \text{ lb/in}^2$$

Para miembros principales en compresión se debe cumplir:

$$kL/r < 200$$

k depende de las condiciones de apoyo del miembro.

- Revisión de elementos localmente:

Para considerar este efecto se establecen las limitaciones de ancho/espesor de la sección transversal del elemento, ya que estas se plantean para asegurar que el diseño por esfuerzos permisibles se regirá por el pandeo general del elemento y no por el local. Estas limitaciones de ancho/espesor se establecen en reglamentos, cuando estas son excedidas se utiliza el siguiente criterio.

El esfuerzo permisible por pandeo local se define como:

$$F_p = \frac{E t}{r \sqrt{3(1-\nu^2)}}$$

$$F_p = 0.605 E \left( \frac{t}{r} \right)$$

donde:

$F_p$  = Esfuerzo permisible por pandeo local.

$r$  = Radio de giro.

$E$  = Módulo de Young del material.

$\nu$  =  $1/3$

$t$  = Espesor de la pared.

---

## COMENTARIOS FINALES.

En este trabajo se ha intentado establecer las características generales de las estructuras espaciales discontinuas, las cuales son empleadas comúnmente para cubrir grandes claros.

El tipo de estructuración seleccionado y el tipo de conexión que se piense utilizar, son factores importantes en el buen funcionamiento de la estructura; que el trabajo estructural sea óptimo y que su construcción sea industrializable en gran escala, sin presentar problemas de transporte de la estructura al sitio de la construcción, ya que esta puede ser enviada totalmente desarmada, armada y atornillada o soldada en el sitio, sin requerir mano de obra especializada.

En estructuras de forma irregular, es conveniente realizar un estudio en el túnel de viento, para así lograr establecer una distribución de presiones en la estructura que se asemeje a las condiciones reales y los resultados del análisis sean más confiables.

La importancia de contar hoy en día con programas de análisis y diseño estructural es de gran ayuda, ya que estos permiten al ingeniero resolver estructuras mayores, en cuanto a su número de elementos y claros más grandes, en un tiempo de trabajo relativamente bajo.

El estudio de la estructura piramidal mostró que los niveles de esfuerzos a los que está sometida la estructura son muy bajos, permitiendo buscar una optimación en las secciones de sus elementos y poder reducir el peso de la estructura.

Se considera que el trabajo plantea una visión más amplia con referencia a este tipo de estructuras y que la solución de las mismas, no requiere de niveles de ingeniería muy elaborados.

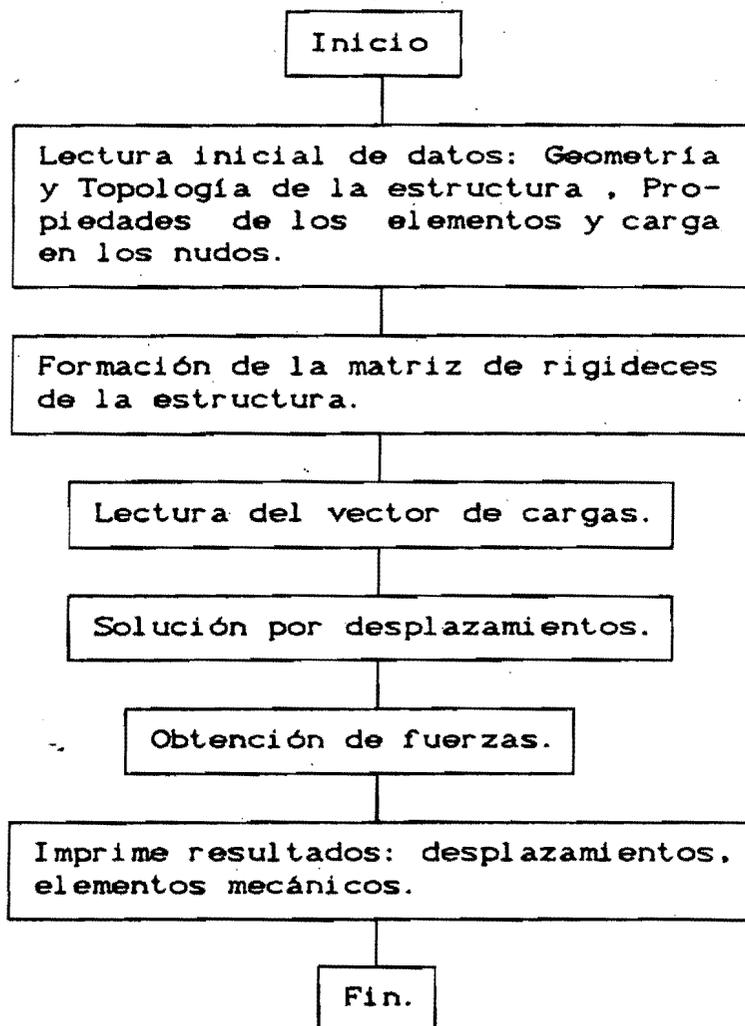
## REFERENCIAS.

- 1.- Rodríguez Cuevas, N. "Estructuras para Grandes Claros", Publicación del Instituto de Ingeniería, UNAM.
- 2.- Wright, D.T. "Membrane Forces and Buckling in Reticulated Shells". Journal of the Structural Division. ASCE, N. 91 ST.1 Febrero 1965, pp. 173-201
- 3.- Davies, R.M. "Spaces Structures" John Wiley and Sons Inc. 1967.
- 4.- Flugge, W. "Stresses in Shells", Spinger Verlag.
- 5.- Paduart, André. "Structures Spatiales Discontinues" Edit. C.B.L.I.A., Bruxelles 1964.
- 6.- Reglamento para Construcciones en el Distrito Federal, Diario Oficial de la Federación. (Marzo 1989)
- 7.- Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Viento del Reglamento del Distrito Federal. (Marzo 1989)
- 8.- Manual de Construcciones en Acero, Instituto Mexicano de la Construcción en Acero, A.C., Tomo I. Edit. Limusa. 1987
- 9.- Johnston, B.G., Lin, F.J. "Basic Steel Design", Edit. Prentice Hall, Tercera Edición, 1988.
- 10.- Sistema para ANálisis EsTructural "ANET", Versión 1.0. Serie AN058CR, 1989. BAI División Computación, S.A. de C.V., México, D.F.



## APÉNDICE.

### Diagrama de Bloques del Programa.



Est Piramidal CM+CV

FECHA : 06-09-1991

COORDENADAS DE LOS NUDOS :

NUDO	COORD. X	COORD. Y	COORD. Z
1	1.16923E+02	0.00000E+00	0.00000E+00
2	2.33846E+02	0.00000E+00	0.00000E+00
3	3.50770E+02	0.00000E+00	0.00000E+00
4	4.67693E+02	0.00000E+00	0.00000E+00
5	5.84616E+02	0.00000E+00	0.00000E+00
6	1.75385E+02	5.84616E+01	5.84616E+01
7	2.92308E+02	5.84616E+01	5.84616E+01
8	4.09231E+02	5.84616E+01	5.84616E+01
9	5.26154E+02	5.84616E+01	5.84616E+01
10	0.00000E+00	1.16923E+02	0.00000E+00
11	1.16923E+02	1.16923E+02	0.00000E+00
12	2.33846E+02	1.16923E+02	0.00000E+00
13	3.50770E+02	1.16923E+02	0.00000E+00
14	4.67693E+02	1.16923E+02	0.00000E+00
15	5.84616E+02	1.16923E+02	0.00000E+00
16	7.01539E+02	1.16923E+02	0.00000E+00
17	2.33846E+02	1.16923E+02	1.16923E+02
18	3.50770E+02	1.16923E+02	1.16923E+02
19	4.67693E+02	1.16923E+02	1.16923E+02
20	5.84616E+01	1.75385E+02	5.84616E+01
21	1.75385E+02	1.75385E+02	5.84616E+01
22	2.92308E+02	1.75385E+02	5.84616E+01
23	4.09231E+02	1.75385E+02	5.84616E+01
24	5.26154E+02	1.75385E+02	5.84616E+01
25	6.43078E+02	1.75385E+02	5.84616E+01
26	2.92308E+02	1.75385E+02	1.75385E+02
27	4.09231E+02	1.75385E+02	1.75385E+02
28	0.00000E+00	2.33846E+02	0.00000E+00
29	1.16923E+02	2.33846E+02	0.00000E+00
30	5.84616E+02	2.33846E+02	0.00000E+00
31	7.01539E+02	2.33846E+02	0.00000E+00
32	1.16923E+02	2.33846E+02	1.16923E+02
33	2.33846E+02	2.33846E+02	1.16923E+02
34	3.50770E+02	2.33846E+02	1.16923E+02
35	4.67693E+02	2.33846E+02	1.16923E+02
36	5.84616E+02	2.33846E+02	1.16923E+02
37	3.50770E+02	2.33846E+02	2.33846E+02
38	5.84616E+01	2.92308E+02	5.84616E+01
39	1.75385E+02	2.92308E+02	5.84616E+01
40	5.26154E+02	2.92308E+02	5.84616E+01
41	6.43078E+02	2.92308E+02	5.84616E+01
42	1.75385E+02	2.92308E+02	1.75385E+02
43	2.92308E+02	2.92308E+02	1.75385E+02
44	4.09231E+02	2.92308E+02	1.75385E+02
45	5.26154E+02	2.92308E+02	1.75385E+02
46	0.00000E+00	3.50770E+02	0.00000E+00
47	1.16923E+02	3.50770E+02	0.00000E+00
48	5.84616E+02	3.50770E+02	0.00000E+00
49	7.01539E+02	3.50770E+02	0.00000E+00
50	1.16923E+02	3.50770E+02	1.16923E+02
51	2.33846E+02	3.50770E+02	1.16923E+02
52	4.67693E+02	3.50770E+02	1.16923E+02
53	5.84616E+02	3.50770E+02	1.16923E+02
54	2.33846E+02	3.50770E+02	2.33846E+02
55	3.50770E+02	3.50770E+02	2.33846E+02
56	4.67693E+02	3.50770E+02	2.33846E+02
57	3.50770E+02	3.50770E+02	2.92308E+02
58	5.84616E+01	4.09231E+02	5.84616E+01
59	1.75385E+02	4.09231E+02	5.84616E+01
60	5.26154E+02	4.09231E+02	5.84616E+01
61	6.43078E+02	4.09231E+02	5.84616E+01
62	1.75385E+02	4.09231E+02	1.75385E+02
63	2.92308E+02	4.09231E+02	1.75385E+02
64	4.09231E+02	4.09231E+02	1.75385E+02
65	5.26154E+02	4.09231E+02	1.75385E+02
66	0.00000E+00	4.67693E+02	0.00000E+00
67	1.16923E+02	4.67693E+02	0.00000E+00
68	5.84616E+02	4.67693E+02	0.00000E+00
69	7.01539E+02	4.67693E+02	0.00000E+00
70	1.16923E+02	4.67693E+02	1.16923E+02

71	2.33846E+02	4.67693E+02	1.16923E+02
72	3.50770E+02	4.67693E+02	1.16923E+02
73	4.67693E+02	4.67693E+02	1.16923E+02
74	5.84616E+02	4.67693E+02	1.16923E+02
75	3.50770E+02	4.67693E+02	2.33846E+02
76	5.84616E+01	5.26154E+02	5.84616E+01
77	1.75385E+02	5.26154E+02	5.84616E+01
78	2.92308E+02	5.26154E+02	5.84616E+01
79	4.09231E+02	5.26154E+02	5.84616E+01
80	5.26154E+02	5.26154E+02	5.84616E+01
81	6.43078E+02	5.26154E+02	5.84616E+01
82	2.92308E+02	5.26154E+02	1.75385E+02
83	4.09231E+02	5.26154E+02	1.75385E+02
84	0.00000E+00	5.84616E+02	0.00000E+00
85	1.16923E+02	5.84616E+02	0.00000E+00
86	2.33846E+02	5.84616E+02	0.00000E+00
87	3.50770E+02	5.84616E+02	0.00000E+00
88	4.67693E+02	5.84616E+02	0.00000E+00
89	5.84616E+02	5.84616E+02	0.00000E+00
90	7.01539E+02	5.84616E+02	0.00000E+00
91	2.33846E+02	5.84616E+02	1.16923E+02
92	3.50770E+02	5.84616E+02	1.16923E+02
93	4.67693E+02	5.84616E+02	1.16923E+02
94	1.75385E+02	6.43078E+02	5.84616E+01
95	2.92308E+02	6.43078E+02	5.84616E+01
96	4.09231E+02	6.43078E+02	5.84616E+01
97	5.26154E+02	6.43078E+02	5.84616E+01
98	1.16923E+02	7.01539E+02	0.00000E+00
99	2.33846E+02	7.01539E+02	0.00000E+00
100	3.50770E+02	7.01539E+02	0.00000E+00
101	4.67693E+02	7.01539E+02	0.00000E+00
102	5.84616E+02	7.01539E+02	0.00000E+00

### PROPIEDADES DE LOS ELEMENTOS TIPO :

ELEMENTO	AREA	E	G	J	IY	IZ
1	4.72000E-01	2.98400E+04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2	8.50000E-01	2.98400E+04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
3	1.41700E+00	2.98400E+04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00

### GEOMETRIA DE LA ESTRUCTURA :

ELEMENTO	TIPO	NUDO ORIGEN	NUDO FIN	ANGULO DE GIRO
1	3	1	2	0.00000E+00
2	2	1	6	0.00000E+00
3	3	1	10	0.00000E+00
4	3	1	11	0.00000E+00
5	2	2	3	0.00000E+00
6	1	2	6	0.00000E+00
7	2	2	7	0.00000E+00
8	2	2	12	0.00000E+00
9	2	3	4	0.00000E+00
10	2	3	7	0.00000E+00
11	2	3	8	0.00000E+00
12	3	3	13	0.00000E+00
13	3	4	5	0.00000E+00
14	2	4	8	0.00000E+00
15	1	4	9	0.00000E+00
16	2	4	14	0.00000E+00
17	2	5	9	0.00000E+00
18	3	5	15	0.00000E+00
19	3	5	16	0.00000E+00
20	3	6	7	0.00000E+00
21	2	6	11	0.00000E+00
22	2	6	12	0.00000E+00
23	1	6	17	0.00000E+00
24	3	6	20	0.00000E+00
25	2	6	21	0.00000E+00

26	2	7	8	0.00000E+00
27	1	7	12	0.00000E+00
28	2	7	13	0.00000E+00
29	1	7	17	0.00000E+00
30	1	7	18	0.00000E+00
31	2	7	22	0.00000E+00
32	3	8	9	0.00000E+00
33	2	8	13	0.00000E+00
34	1	8	14	0.00000E+00
35	1	8	18	0.00000E+00
36	1	8	19	0.00000E+00
37	2	8	23	0.00000E+00
38	2	9	14	0.00000E+00
39	2	9	15	0.00000E+00
40	1	9	19	0.00000E+00
41	2	9	24	0.00000E+00
42	3	9	25	0.00000E+00
43	3	10	11	0.00000E+00
44	2	10	20	0.00000E+00
45	3	10	28	0.00000E+00
46	2	11	12	0.00000E+00
47	2	11	20	0.00000E+00
48	2	11	21	0.00000E+00
49	2	11	29	0.00000E+00
50	2	12	13	0.00000E+00
51	1	12	21	0.00000E+00
52	1	12	22	0.00000E+00
53	2	13	14	0.00000E+00
54	2	13	22	0.00000E+00
55	2	13	23	0.00000E+00
56	2	14	15	0.00000E+00
57	1	14	23	0.00000E+00
58	1	14	24	0.00000E+00
59	3	15	16	0.00000E+00
60	2	15	24	0.00000E+00
61	2	15	25	0.00000E+00
62	2	15	30	0.00000E+00
63	2	16	25	0.00000E+00
64	3	16	31	0.00000E+00
65	2	17	18	0.00000E+00
66	1	17	21	0.00000E+00
67	1	17	22	0.00000E+00
68	1	17	26	0.00000E+00
69	3	17	32	0.00000E+00
70	2	17	33	0.00000E+00
71	2	18	19	0.00000E+00
72	1	18	22	0.00000E+00
73	1	18	23	0.00000E+00
74	1	18	26	0.00000E+00
75	1	18	27	0.00000E+00
76	2	18	34	0.00000E+00
77	1	19	23	0.00000E+00
78	1	19	24	0.00000E+00
79	1	19	27	0.00000E+00
80	2	19	35	0.00000E+00
81	3	19	36	0.00000E+00
82	2	20	21	0.00000E+00
83	1	20	28	0.00000E+00
84	2	20	29	0.00000E+00
85	1	20	32	0.00000E+00
86	3	20	38	0.00000E+00
87	2	21	22	0.00000E+00
88	1	21	29	0.00000E+00
89	1	21	32	0.00000E+00
90	1	21	33	0.00000E+00
91	2	21	39	0.00000E+00
92	2	22	23	0.00000E+00
93	1	22	33	0.00000E+00
94	1	22	34	0.00000E+00
95	2	23	24	0.00000E+00
96	1	23	34	0.00000E+00
97	1	23	35	0.00000E+00
98	2	24	25	0.00000E+00
99	1	24	30	0.00000E+00
100	1	24	35	0.00000E+00
101	1	24	36	0.00000E+00

102	2	24	40	0.00000E+00
103	2	25	30	0.00000E+00
104	1	25	31	0.00000E+00
105	1	25	36	0.00000E+00
106	3	25	41	0.00000E+00
107	2	26	27	0.00000E+00
108	1	26	33	0.00000E+00
109	1	26	34	0.00000E+00
110	1	26	37	0.00000E+00
111	3	26	42	0.00000E+00
112	2	26	43	0.00000E+00
113	1	27	34	0.00000E+00
114	1	27	35	0.00000E+00
115	1	27	37	0.00000E+00
116	2	27	44	0.00000E+00
117	3	27	45	0.00000E+00
118	2	28	29	0.00000E+00
119	2	28	38	0.00000E+00
120	2	28	46	0.00000E+00
121	1	29	38	0.00000E+00
122	1	29	39	0.00000E+00
123	2	29	47	0.00000E+00
124	2	30	31	0.00000E+00
125	1	30	40	0.00000E+00
126	1	30	41	0.00000E+00
127	2	30	48	0.00000E+00
128	2	31	41	0.00000E+00
129	2	31	49	0.00000E+00
130	2	32	33	0.00000E+00
131	1	32	38	0.00000E+00
132	1	32	39	0.00000E+00
133	1	32	42	0.00000E+00
134	2	32	50	0.00000E+00
135	2	33	34	0.00000E+00
136	1	33	39	0.00000E+00
137	1	33	42	0.00000E+00
138	1	33	43	0.00000E+00
139	2	33	51	0.00000E+00
140	2	34	35	0.00000E+00
141	1	34	43	0.00000E+00
142	1	34	44	0.00000E+00
143	2	35	36	0.00000E+00
144	1	35	40	0.00000E+00
145	1	35	44	0.00000E+00
146	1	35	45	0.00000E+00
147	2	35	52	0.00000E+00
148	1	36	40	0.00000E+00
149	1	36	41	0.00000E+00
150	1	36	45	0.00000E+00
151	2	36	53	0.00000E+00
152	1	37	43	0.00000E+00
153	1	37	44	0.00000E+00
154	3	37	54	0.00000E+00
155	3	37	56	0.00000E+00
156	3	37	57	0.00000E+00
157	2	38	39	0.00000E+00
158	2	38	46	0.00000E+00
159	2	38	47	0.00000E+00
160	1	38	50	0.00000E+00
161	2	38	58	0.00000E+00
162	2	39	47	0.00000E+00
163	1	39	50	0.00000E+00
164	1	39	51	0.00000E+00
165	2	39	59	0.00000E+00
166	2	40	41	0.00000E+00
167	2	40	48	0.00000E+00
168	1	40	52	0.00000E+00
169	1	40	53	0.00000E+00
170	2	40	60	0.00000E+00
171	2	41	48	0.00000E+00
172	2	41	49	0.00000E+00
173	1	41	53	0.00000E+00
174	2	41	61	0.00000E+00
175	2	42	43	0.00000E+00

176	1	42	50	0.00000E+00
177	1	42	51	0.00000E+00
178	1	42	54	0.00000E+00
179	2	42	62	0.00000E+00
180	2	43	44	0.00000E+00
181	1	43	51	0.00000E+00
182	1	43	54	0.00000E+00
183	1	43	55	0.00000E+00
184	2	43	63	0.00000E+00
185	2	44	45	0.00000E+00
186	1	44	52	0.00000E+00
187	1	44	55	0.00000E+00
188	1	44	56	0.00000E+00
189	2	44	64	0.00000E+00
190	1	45	52	0.00000E+00
191	1	45	53	0.00000E+00
192	1	45	56	0.00000E+00
193	2	45	65	0.00000E+00
194	3	46	47	0.00000E+00
195	2	46	58	0.00000E+00
196	2	46	66	0.00000E+00
197	2	47	58	0.00000E+00
198	2	47	59	0.00000E+00
199	2	47	67	0.00000E+00
200	3	48	49	0.00000E+00
201	2	48	60	0.00000E+00
202	2	48	61	0.00000E+00
203	2	48	68	0.00000E+00
204	2	49	61	0.00000E+00
205	2	49	69	0.00000E+00
206	2	50	51	0.00000E+00
207	1	50	58	0.00000E+00
208	1	50	59	0.00000E+00
209	1	50	62	0.00000E+00
210	2	50	70	0.00000E+00
211	1	51	59	0.00000E+00
212	1	51	62	0.00000E+00
213	1	51	63	0.00000E+00
214	2	51	71	0.00000E+00
215	2	52	53	0.00000E+00
216	1	52	60	0.00000E+00
217	1	52	64	0.00000E+00
218	1	52	65	0.00000E+00
219	2	52	73	0.00000E+00
220	1	53	60	0.00000E+00
221	1	53	61	0.00000E+00
222	1	53	65	0.00000E+00
223	2	53	74	0.00000E+00
224	3	54	57	0.00000E+00
225	1	54	62	0.00000E+00
226	1	54	63	0.00000E+00
227	3	54	75	0.00000E+00
228	1	55	57	0.00000E+00
229	1	55	63	0.00000E+00
230	1	55	64	0.00000E+00
231	3	56	57	0.00000E+00
232	1	56	64	0.00000E+00
233	1	56	65	0.00000E+00
234	3	56	75	0.00000E+00
235	3	57	75	0.00000E+00
236	2	58	59	0.00000E+00
237	2	58	66	0.00000E+00
238	1	58	67	0.00000E+00
239	1	58	70	0.00000E+00
240	3	58	76	0.00000E+00
241	1	59	67	0.00000E+00
242	1	59	70	0.00000E+00
243	1	59	71	0.00000E+00
244	2	59	77	0.00000E+00
245	2	60	61	0.00000E+00
246	1	60	68	0.00000E+00
247	1	60	73	0.00000E+00
248	1	60	74	0.00000E+00
249	2	60	80	0.00000E+00
250	1	61	68	0.00000E+00

251	2	61	69	0.00000E+00
252	1	61	74	0.00000E+00
253	3	61	81	0.00000E+00
254	2	62	63	0.00000E+00
255	1	62	70	0.00000E+00
256	1	62	71	0.00000E+00
257	3	62	82	0.00000E+00
258	2	63	64	0.00000E+00
259	1	63	71	0.00000E+00
260	1	63	72	0.00000E+00
261	1	63	75	0.00000E+00
262	2	63	82	0.00000E+00
263	2	64	65	0.00000E+00
264	1	64	72	0.00000E+00
265	1	64	73	0.00000E+00
266	1	64	75	0.00000E+00
267	2	64	83	0.00000E+00
268	1	65	73	0.00000E+00
269	1	65	74	0.00000E+00
270	3	65	83	0.00000E+00
271	2	66	67	0.00000E+00
272	1	66	76	0.00000E+00
273	3	66	84	0.00000E+00
274	2	67	76	0.00000E+00
275	1	67	77	0.00000E+00
276	2	67	85	0.00000E+00
277	2	68	69	0.00000E+00
278	1	68	80	0.00000E+00
279	2	68	81	0.00000E+00
280	2	68	89	0.00000E+00
281	1	69	81	0.00000E+00
282	3	69	90	0.00000E+00
283	2	70	71	0.00000E+00
284	1	70	76	0.00000E+00
285	1	70	77	0.00000E+00
286	3	70	91	0.00000E+00
287	2	71	72	0.00000E+00
288	1	71	77	0.00000E+00
289	1	71	78	0.00000E+00
290	1	71	82	0.00000E+00
291	2	71	91	0.00000E+00
292	2	72	73	0.00000E+00
293	1	72	78	0.00000E+00
294	1	72	79	0.00000E+00
295	1	72	82	0.00000E+00
296	1	72	83	0.00000E+00
297	2	72	92	0.00000E+00
298	2	73	74	0.00000E+00
299	1	73	79	0.00000E+00
300	1	73	80	0.00000E+00
301	1	73	83	0.00000E+00
302	2	73	93	0.00000E+00
303	1	74	80	0.00000E+00
304	1	74	81	0.00000E+00
305	3	74	93	0.00000E+00
306	1	75	82	0.00000E+00
307	1	75	83	0.00000E+00
308	2	76	77	0.00000E+00
309	2	76	84	0.00000E+00
310	2	76	85	0.00000E+00
311	3	76	94	0.00000E+00
312	2	77	78	0.00000E+00
313	2	77	85	0.00000E+00
314	1	77	86	0.00000E+00
315	1	77	91	0.00000E+00
316	2	77	94	0.00000E+00
317	2	78	79	0.00000E+00
318	1	78	86	0.00000E+00
319	2	78	87	0.00000E+00
320	1	78	91	0.00000E+00
321	1	78	92	0.00000E+00
322	2	78	95	0.00000E+00
323	2	79	80	0.00000E+00
324	2	79	87	0.00000E+00
325	1	79	88	0.00000E+00

326	1	79	92	0.00000E+00
327	1	79	93	0.00000E+00
328	2	79	96	0.00000E+00
329	2	80	81	0.00000E+00
330	1	80	88	0.00000E+00
331	2	80	89	0.00000E+00
332	1	80	93	0.00000E+00
333	2	80	97	0.00000E+00
334	2	81	89	0.00000E+00
335	2	81	90	0.00000E+00
336	3	81	97	0.00000E+00
337	2	82	83	0.00000E+00
338	1	82	91	0.00000E+00
339	1	82	92	0.00000E+00
340	1	83	92	0.00000E+00
341	1	83	93	0.00000E+00
342	3	84	85	0.00000E+00
343	3	84	98	0.00000E+00
344	2	85	86	0.00000E+00
345	2	85	94	0.00000E+00
346	3	85	98	0.00000E+00
347	2	86	87	0.00000E+00
348	2	86	94	0.00000E+00
349	1	86	95	0.00000E+00
350	2	86	99	0.00000E+00
351	2	87	88	0.00000E+00
352	2	87	95	0.00000E+00
353	2	87	96	0.00000E+00
354	3	87	100	0.00000E+00
355	2	88	89	0.00000E+00
356	1	88	96	0.00000E+00
357	2	88	97	0.00000E+00
358	2	88	101	0.00000E+00
359	3	89	90	0.00000E+00
360	2	89	97	0.00000E+00
361	3	89	102	0.00000E+00
362	3	90	102	0.00000E+00
363	2	91	92	0.00000E+00
364	1	91	94	0.00000E+00
365	1	91	95	0.00000E+00
366	2	92	93	0.00000E+00
367	1	92	95	0.00000E+00
368	1	92	96	0.00000E+00
369	1	93	96	0.00000E+00
370	1	93	97	0.00000E+00
371	3	94	95	0.00000E+00
372	2	94	98	0.00000E+00
373	1	94	99	0.00000E+00
374	2	95	96	0.00000E+00
375	2	95	99	0.00000E+00
376	2	95	100	0.00000E+00
377	3	96	97	0.00000E+00
378	2	96	100	0.00000E+00
379	2	96	101	0.00000E+00
380	1	97	101	0.00000E+00
381	2	97	102	0.00000E+00
382	3	98	99	0.00000E+00
383	2	99	100	0.00000E+00
384	2	100	101	0.00000E+00
385	3	101	102	0.00000E+00

**CARGAS EN NUDOS :**

NUDO	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ
1	0.00000E+00	0.00000E+00	-6.80000E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2	0.00000E+00	0.00000E+00	-6.80000E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
3	0.00000E+00	0.00000E+00	-6.80000E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
4	0.00000E+00	0.00000E+00	-6.80000E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
5	0.00000E+00	0.00000E+00	-6.80000E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
6	0.00000E+00	0.00000E+00	-6.80000E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
7	0.00000E+00	0.00000E+00	-6.80000E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
8	0.00000E+00	0.00000E+00	-6.80000E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
9	0.00000E+00	0.00000E+00	-6.80000E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
10	0.00000E+00	0.00000E+00	-6.80000E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00

