

U N A M  
FACULTAD DE INGENIERIA

EFFECTOS DE LA TOPOGRAFIA DE UN CAÑON  
EN LA INTERACCION DINAMICA SUELO-  
PUENTE ANTE ONDAS INCIDENTES SH PLANAS

T E S I S

Que para obtener el grado de:

MAESTRO EN INGENIERIA  
(ESTRUCTURAS)

P r e s e n t a

JORGE ALFREDO ESQUIVEL AVILA



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

FACULTAD DE INGENIERIA  
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO  
SECCION DE ESTRUCTURAS

TESIS QUE PRESENTA  
JORGE ALFREDO ESQUIVEL AVILA  
para obtener el grado de:  
MAESTRO EN INGENIERIA  
(ESTRUCTURAS)

CREDITOS ASIGNADOS A LA TESIS 12

JURADO:

DR. LUIS ESTEVA MARABOTO

DR. GUSTAVO AYALA MILIAN

DR. FRANCISCO J. SANCHEZ SESMA

DR. OCTAVIO RASCON CHAVEZ

M. en C. ENRIQUE DEL VALLE CALDERON

JEFE DE LA SECCION

  
ING. JULIO DAMY RIOS

SECRETARIO ACADEMICO

  
DR. UBALDO BONILLA

C. U., México, D.F., 12 de Febrero de 1981

## RECONOCIMIENTO

Este trabajo fue realizado en el Instituto de Ingeniería como parte del proyecto 0709. Se agradece al Dr. Francisco J. Sánchez-Sesma su dirección en el desarrollo del mismo.



DEPI

T. UNAM

1981

ESQ

ABSTRACT

RESUMEN

INDICE

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 1.  | INTRODUCCION   | 1  |
| 2.  | FORMULACION DEL PROBLEMA   | 6  |
| 2.1 | <i>Principio de superposición y solución</i>                       | 6  |
| 2.2 | <i>Fuerzas de fijación y matriz de impedancias</i>                 | 14 |
| 2.3 | <i>Equilibrio dinámico y respuesta del puente</i>                  | 15 |
| 3.  | ESTUDIO PARAMETRICO DE LOS RESULTADOS                              | 18 |
| 3.1 | <i>Antecedentes y comparación con algunos resultados sin cañón</i> | 18 |
| 3.2 | <i>Estudio paramétrico</i>   | 20 |
| 4.  | CONCLUSIONES   | 24 |
| 5.  | REFERENCIAS  | 27 |
|     | FIGURAS  | 32 |

## ABSTRACT

The influence of a semi-circular canyon on dynamic soil-bridge interaction is studied under incidence of plane SH waves. The problem is formulated as one of scattering and diffraction of elastic waves. A classic method is employed and the earth is assumed to be an elastic, linear, isotropic and homogeneous half-space with an irregularity which is the bridge-canyon system. Bridge abutments are assumed to be rigid and they support a shear beam on the edges of the canyon. The superposition method is applied to form the solution. Displacements in bridge abutments are obtained and comparisons against displacements without canyon are made. Also, displacements in three points of the bridge and driving forces and impedance matrix in bridge abutments are obtained. The incidence angle, the ratio of bridge length to abutment radius, the ratio between soil and bridge rigidities and the ratio between soil and abutments densities, are the most important parameters in the response.

## RESUMEN

Se estudia la influencia de un cañón semicircular en la interacción dinámica suelo-puente ante incidencia de ondas SH planas. El problema se formula como uno de difracción de ondas elásticas. Se utiliza un método clásico, y se supone a la tierra como un medio semi-infinito, elástico, lineal, isótropo y homogéneo, con una irregularidad que es el sistema puente-cañón. Los soportes del puente se suponen rígidos en los extremos del cañón, y el puente como una viga de cortante. Se aplica el método de superposición para construir la solución. Se obtienen desplazamientos en los apoyos del puente y se comparan con los obtenidos sin considerar cañón. También se obtienen desplazamientos en tres puntos del puente; fuerzas de fijación y matrices de impedancia en los apoyos del puente. Se observa que los parámetros que más influyen en la respuesta son el ángulo de incidencia, la relación claro del puente a radio de una de las cimentaciones y relaciones de rigideces

entre el puente, el suelo y de masas entre el suelo y las cimentaciones.

## 1. INTRODUCCION

Los efectos de la interacción dinámica suelo-estructura en edificios pueden llegar a ser significativos y hacer que la respuesta sea muy diferente de la estimada sin tomar en cuenta la interacción. Esto ha quedado de manifiesto en estudios analíticos y experimentales (7,8,24,31). En estructuras largas de varios apoyos se ha comprobado, mediante experimentos y mediciones de campo durante temblores, que el efecto de interacción dinámica suelo-estructura influye notablemente en la respuesta del conjunto (9,15,16). Se han obtenido registros de la respuesta de puentes durante temblores y se han comparado con la calculada al analizar al puente como una estructura simple. Se ha observado, en algunos casos, que para niveles de aceleración menores o iguales a 200 gals, las respuestas calculada y medida coinciden razonablemente; mientras que para aceleraciones mayores que 300 gals, la res-

puesta observada es menor que la calculada, por ejemplo de 250 a 500 gals, (9). Estas discrepancias pueden atribuirse al hecho de que para solicitaciones fuertes el comportamiento de la estructura y el suelo es no lineal y el amortiguamiento aumenta considerablemente. Se ha comprobado experimentalmente que algunas características dinámicas (amortiguamiento, periodos naturales y formas modales) de puentes sometidos a vibraciones, varían apreciablemente ante cambios relativamente pequeños en las amplitudes de los desplazamientos del puente (9). Por otro lado es bien sabido que cuando existen irregularidades topográficas o depósitos de suelo blando, la respuesta sísmica en puntos cercanos sobre la superficie del terreno sufre grandes variaciones (4,18-21). Por ello, es de importancia en estructuras largas de varios apoyos, considerar también la variación espacial de la excitación. De observaciones hechas en un número relativamente grande de casos, se ha concluido que en puentes cortos y no muy altos, los daños ante sismos se deben principalmente a fallas en el suelo cercano a las pilas del puente, mientras que las fallas producidas por vibraciones en la estructura, se presentan cuando ésta es de gran altura (9). Así, la importancia práctica de considerar la interacción dinámica suelo-estructura y la variación espacial de la excitación dependerá de las características geométricas de la estructura y su cimentación, así como de las propiedades de los materiales de que está hecha la estructura y el comportamiento dinámico de ésta. La geología local, el suelo en la superficie, la topografía y las propiedades dinámicas del suelo, son otros factores que también deben ser considerados.

62

Analíticamente el problema de interacción dinámica suelo-estructura ha sido abordado considerando modelos simplificados. Así, se han hecho varios trabajos enfocados al análisis dinámico de placas rígidas en semiespacios elásticos lineales ante ondas armónicas de cuerpo y de Rayleigh (11-13,29,30). De aquí se ha concluido, entre otras cosas, que el factor de amplificación promedio en la placa disminuye para relaciones grandes de la dimensión característica de la placa a la longitud de la onda incidente. Empleando modelos cinemáticos (ésto es, sin considerar efectos de inercia) se ha llegado a resultados semejantes (17,22).

Con base en análisis sencillos de estructuras largas, se ha demostrado que la respuesta depende fuertemente de la variación de la excitación en la base de la estructura (2,10). Utilizando modelos probabilísticos se han determinado respuestas de diseño en estructuras largas de varios apoyos. Dichos modelos se basan en la proporcionalidad supuesta entre la respuesta máxima asociada con cierta probabilidad de excedencia dada y su varianza al final de la excitación, que se ha considerado estacionaria (6) y no estacionaria (5). Se han desarrollado modelos que toman en cuenta la no linealidad en el comportamiento de columnas y juntas de expansión de puentes de concreto reforzado (25), así como modelos que consideran fricción no lineal para representar el comportamiento discontinuo de separación, impacto y deslizamiento en interfases entre rellenos y estribos, empleando para ello el método de elementos finitos con elementos tridimensionales y comportamiento elástico-lineal (14).

Un estudio reciente sobre el tema (1), trata al problema como uno de difracción de ondas armónicas SH en dos dimensiones. Modela a un puente de dos apoyos como una viga de cortante soportada en sus extremos con cimentaciones rígidas de sección transversal circular, embebidas parcialmente en un semiespacio elástico lineal. En dicho trabajo se muestra la influencia que sobre el movimiento en los apoyos tienen las relaciones entre las masas del puente, la cimentación y el suelo, las relaciones entre las rigideces entre el puente y el suelo y el ángulo de la onda incidente. Usando funciones de Green en la superficie de un semiespacio homogéneo, isotrópico y elástico lineal para el caso tridimensional, se ha resuelto el problema de una estructura de dimensiones finitas apoyada en el medio semi-infinito sin irregularidades considerando ondas incidentes armónicas de cuerpo planas y de Rayleigh. La estructura es elástica arbitraria, modelada con elementos finitos y se apoya en soportes rígidos desplantados sobre la superficie del semiespacio (27,28).

En este estudio, que es una ampliación de la ref 3, se presenta una extensión del problema bidimensional con excitación de ondas SH descrito anteriormente. La diferencia fundamental consiste en considerar un cañón de sección semicircular entre los dos apoyos del puente, para estimar cualitativamente la influencia de la topografía en el movimiento. Se presentan resultados para diferentes incidencias, frecuencias y relaciones de masas y rigideces entre el puente, las cimentaciones y el suelo. Con estos resultados se estudia paramétricamente el

problema, resaltando las variables que influyen de manera más importante en la respuesta del modelo.

El alcance de este trabajo consiste en dar una idea cualitativa de un fenómeno en el que intervienen la interacción dinámica de los diferentes medios y la difracción de ondas que ocasiona la presencia de una irregularidad topográfica. El tipo de excitación, sólo ondas SH armónicas, la bidimensionalidad del problema y las idealizaciones en cuanto a materiales, geometría, desplazamientos y deformaciones, son hipótesis de trabajo sin las cuales el problema se complicaría enormemente. Ciertamente el modelo que aquí se presenta es simple; sin embargo, los resultados con él obtenidos muestran la gran importancia que tienen los efectos de la topografía en la respuesta de estructuras largas.

## 2. FORMULACION DEL PROBLEMA

### 2.1 Principio de superposición y solución

Considérese un semiespacio elástico lineal, homogéneo e isotropo con una cavidad cilíndrica de sección semicircular en su superficie y considérese también una viga de cortante, la cual se apoya en dos cuerpos rígidos de sección semicircular en su parte inferior, parcialmente embebidos en el suelo y localizados cerca de los extremos del hueco. Esto, así construido, constituye el modelo bidimensional puente-cañón, como se muestra en la fig 1.

De aquí en adelante se emplearán tres sistemas de referencia en coordenadas polares definidos en la fig 2.

Ante ondas SH el campo de desplazamientos  $w$  satisface la ecuación escalar de onda en cada sistema de coordenadas  $(r_j, \phi_j)$ ,  $j = 0, 1, 2$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial r_j^2} + \frac{1}{r_j} \frac{\partial w}{\partial r_j} + \frac{1}{r_j^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \phi_j^2} = \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (1)$$

donde  $\beta = \sqrt{\mu/\rho}$  velocidad de propagación de las ondas de constante,  $\mu$  = constante de Lamé,  $\rho$  = densidad del medio.

Para ondas armónicas, una representación compleja es,

$$w(r_j, \phi_j, t) = \text{Re} \left[ u(r_j, \phi_j, \omega) e^{i\omega t} \right], \quad (2)$$

donde  $u$  es una función, en general, compleja y  $\text{Re}(\cdot)$  denota la parte real. Nótese que en la representación (2) se pudo haber tomado la parte imaginaria en lugar de la parte real.

El campo de desplazamiento,  $w$ , debe satisfacer las ecs (1) y las condiciones de frontera. Estas condiciones son: (a) esfuerzos nulos en la superficie del semiespacio y del cañón, (b) desplazamientos de cuerpo rígido en las interfases entre los apoyos y el suelo y (c) equilibrio de fuerzas sobre los apoyos.

Entonces, si se resuelve el problema de encontrar  $u$  continua con primera y segunda derivadas también continuas en  $\pi \leq \theta \leq 2\pi$ , tal que satisfaga las ecuaciones de Helmholtz

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial r_j^2} + \frac{1}{r_j} \frac{\partial u}{\partial r_j} + \frac{1}{r_j^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \phi_j^2} + k^2 u &= 0, \\ \text{en } a_0 &\leq r_0 < \infty \\ a_1 &\leq r_1 < \infty \\ a_2 &\leq r_2 < \infty \\ \text{y } \pi &\leq \phi_j \leq 2\pi, \quad j = 0, 1, 2 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

con las condiciones de frontera

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial u}{\partial \underline{n}} &= 0 && \text{en la superficie libre de} \\
 &&& \text{esfuerzos} \\
 u &= \Delta_1 && \text{en la interfase entre el apo} \\
 &&& \text{yo 1 y el suelo} \\
 u &= \Delta_2 && \text{en la interfase entre el apo} \\
 &&& \text{yo 2 y el suelo}
 \end{aligned} \right\} (4)$$

y la condición de periodicidad

$$u(r_j, \phi_j) = u(r_j, \phi_j + 2 m \pi), \quad m = 0, 1, 2 \quad (5)$$

el problema para  $w$  quedará resuelto excepto por el equilibrio de fuerzas sobre los apoyos. Esto, se tratará más adelante.

Aquí,  $\underline{n}$  = vector normal exterior a la superficie libre del semiespacio con el sistema puente-cañón,  $\Delta_1$  y  $\Delta_2$  = desplazamientos, en general complejos, de cuerpo rígido de las cimentaciones 1 y 2, respectivamente,  $a_0, a_1, a_2$  = radios del cañón y de las cimentaciones 1 y 2, respectivamente, y  $k = \omega/\beta$ .

El problema se resolverá aplicando al principio de superposición, esto es, la solución de las ecs 3 está dada por

$$u = u_0 + u_1 \Delta_1 + u_2 \Delta_2 \quad (6)$$

donde

$u_0$  = campo de desplazamientos en el semiespacio debido a una onda incidente SH con los apoyos del puente fijos,

$u_1(2)$  = campo de desplazamientos en el semiespacio debidos a un desplazamiento unitario, real, en el apoyo izquierdo (derecho) y el otro soporte fijo.

Ahora las condiciones de frontera (4) se reducen a que

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u_\ell}{\partial n} &= 0 \text{ en la superficie libre} \\ u_\ell &= \Delta_j \delta_{j\ell} \text{ en } r_j = a_j, \\ j &= 1, 2, \ell = 0, 1, 2 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

donde  $\delta_{pq}$  = delta de Kronecker =  $\begin{cases} 1, & \text{si } p = q \\ 0, & \text{si } p \neq q \end{cases}$

Los campos  $u_\ell$ ,  $\ell = 0, 1, 2$ , se construirán aplicando, nuevamente, el principio de superposición, en la siguiente forma,

$$u_\ell = u^{(0)} \delta_{0\ell} + \sum_{j=0}^2 u_{\ell j} \quad (8)$$

donde  $u^{(0)} = \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(0)} J_m(kr_0) \cos m\phi_0 \quad (9)$

= campo de desplazamientos en el semiespacio sin irregularidades ante incidencia de una onda plana SH,

$$A_m^{(0)} = 2(-i)^m \epsilon_m \cos m\theta, \quad \epsilon_0 = 1, \quad \epsilon_m = 2 \text{ si } m > 0,$$

$\theta$  = ángulo de incidencia de la onda, fig 1,  $i = \sqrt{-1}$ ,

$J_m$  = función de Bessel de primera especie y de orden  $m$ ,

$$\left. \begin{aligned} u_{\ell 0} &= \sum_{m=0}^{\infty} A_{m\ell} H_m^{(2)}(kr_0) \cos m\phi_0, \\ u_{\ell 1} &= \sum_{m=0}^{\infty} B_{m\ell} H_m^{(2)}(kr_1) \cos m\phi_1, \\ u_{\ell 2} &= \sum_{m=0}^{\infty} C_{m\ell} H_m^{(2)}(kr_2) \cos m\phi_2, \quad \ell = 0, 1, 2 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

donde  $u_{\ell 0}$  = campo de desplazamientos debido a la difracción de las ondas por la cavidad

$u_{\ell 1(2)}$  = campo de desplazamientos debido a la difracción de las ondas por el apoyo 1(2),

$A_{m\ell}, B_{m\ell}, C_{m\ell}$  = constantes que dependen de las condiciones de frontera,

$H_m^{(2)}$  = función de Hankel de segunda especie y de orden  $m$ .

Las funciones de Hankel de segunda especie con el factor  $e^{i\omega t}$ , representan ondas cilíndricas que se propagan al infinito con velocidad  $\beta$ , esto se puede ver mediante representaciones asintóticas de las funciones para argumentos grandes (26). Además las funciones de Hankel cumplen con la condición de radiación de Sommerfeld (23).

Las representaciones de los desplazamientos  $u_{\ell j}$  son una condición necesaria de existencia. Esto se puede ver si se supone que las soluciones a cada problema que se usa en la superposición existen, entonces cada  $u_{\ell j}(r_j)$  se puede representar en su serie de Fourier de cosenos, satisfaciendo así la condición de frontera libre en el semiespacio sin irregularidades, aplicando después la ecuación diferencial que se debe satisfacer, integrando por partes en  $\phi_j$  para cada  $j = 0, 1, 2$  y obteniendo una solución general de la ecuación lineal ordinaria de segundo orden en  $r$ , que resulta (ecuación de Bessel para órdenes enteros). Nótese que la condición de periodicidad queda automáticamente satisfecha.

Como las condiciones de frontera libre en el semiespacio sin irregularidades ya se cumplieron, basta con satisfacer

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u_{\ell}}{\partial r_0} &= 0 && \text{en } r_0 = a_0, \\ u_{\ell} &= \Delta_j \delta_{j\ell} && \text{en } r_j = a_j, \\ \ell &= 0, 1, 2 && , \quad j = 1, 2 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Para cumplir estas condiciones es necesario trasladar cada término de la ec 8 al sistema de referencia correspondiente. Pa-

ra ello se empleará el teorema de adición de Graf (26).. Así, para referir una función  $G_m$  de Bessel o de Hankel o cualquier combinación lineal de éstas de orden  $m$ , expresada en un sistema de coordenadas polares  $(r_p, \phi_p)$  a otro  $(r_q, \phi_q)$ , a la derecha del primero, se emplea la fórmula

$$G_m(kr_p)\cos m\phi_p = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\epsilon_n}{2} F_n^m(kd_{pq}) J_n(kr_q)\cos n\phi_q \quad (12)$$

donde

$$F_n^m(kd_{pq}) = G_{m+n}(kd_{pq}) + (-1)^n G_{m-n}(kd_{pq}),$$

con la restricción  $d_{pq} > r_q$ ,

donde  $d_{pq}$  = distancia entre los polos de los sistemas de coordenadas  $p$  y  $q$ .

Inversamente, para pasar del sistema  $q$  al  $p$ ,

$$G_m(kr_q)\cos m\phi_q = (-1)^m \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\epsilon_n}{2} F_n^m(kd_{pq}) J_n(kr_p)\cos n\phi_p \quad (13)$$

con la restricción  $d_{pq} > r_p$ .

Empleando las ecs 12 y 13, las condiciones de frontera 11 y tomando en cuenta la ec 6, se pueden establecer las siguientes condiciones:

(a) En el sistema  $(r_o, \phi_o)$ ,

para  $n = 0$ ,

$$\left. \begin{aligned} A_{o\ell} H_o^{(2)'}(ka_o) + J_o'(ka_o) \sum_{m=0}^{\infty} \left[ B_{m\ell} H_m^{(2)}(kd_1) \right. \\ \left. + (-1)^m C_{m\ell} H_m^{(2)}(kd_2) \right] = - A_o^{(o)} J_o'(ka_o) \delta_{o\ell} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

para  $n > 0$ ,

$$\left. \begin{aligned} & A_{n\ell} H_n^{(2)'}(ka_0) + J_n'(ka_0) \sum_{m=0}^{\infty} \left[ (-1)^n B_{m\ell} K_n^m(k d_1) \right. \\ & \left. + (-1)^n C_{m\ell} K_n^m(k d_2) \right] = - A_n^{(0)} J_n'(ka_0) \delta_{0\ell}, \\ & \ell = 0, 1, 2 \end{aligned} \right\}$$

donde  $d_1 \equiv d_{10}$  ,  $d_2 \equiv d_{20}$  ,

$$\begin{aligned} K_n^m(\cdot) &= H_{m+n}^{(2)}(\cdot) + (-1)^n H_{m-n}^{(2)}(\cdot) \\ &= K_m^n(\cdot) \end{aligned}$$

$$y \quad G_m'(\cdot) = G_{m-1}(\cdot) - \frac{m}{(\cdot)} G_m(\cdot) ,$$

$$G_0'(\cdot) = -G_1(\cdot) ,$$

son las derivadas de la función  $G_m$ ,  $m \geq 0$  que se definió anteriormente.

(b) En el sistema  $(r_1, \phi_1)$

para  $n = 0$  ,

$$\left. \begin{aligned} & J_0(ka_1) \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \left[ A_{m\ell} H_m^{(2)}(k d_1) + C_{m\ell} H_m^{(2)}(k L) \right] \\ & + B_{0\ell} H_0^{(2)}(ka_1) = - J_0(ka_1) \delta_{0\ell} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m A_m^{(0)} J_m(k d_1) \\ & \quad + \Delta_1 \delta_{1\ell} , \end{aligned} \right\} (15)$$

para  $n > 0$

$$\left. \begin{aligned} & J_n(ka_1) \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \left[ A_{m\ell} K_n^m(k d_1) + C_{m\ell} K_n^m(k L) \right] \\ & + B_{n\ell} H_n^{(2)}(ka_1) = - J_n(ka_1) \delta_{0\ell} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m A_m^{(0)} K_n^m(k d_1) , \\ & \ell = 0, 1, 2 , \end{aligned} \right\}$$

donde  $L = d_1 + d_2 =$  claro del puente,

$$y \quad \hat{K}_n^m(\cdot) = J_{m+n}(\cdot) + (-1)^n J_{m-n}(\cdot) \\ = \hat{K}_m^n(\cdot)$$

(c) Por último, en el sistema  $(r_2, \phi_2)$ ,

para  $n = 0$ ,

$$J_0(ka_2) \sum_{m=0}^{\infty} A_{m\ell} H_m^{(2)}(k d_2) + B_{m\ell} H_m^{(2)}(k L) \\ + C_{0\ell} H_0^{(2)}(ka_2) = - J_0(ka_2) \delta_{0k} \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(0)} J_m(k d_2) \\ + \Delta_2 \delta_{2\ell}$$

para  $n > 0$ ,

$$(-1)^n J_n(ka_2) \sum_{m=0}^{\infty} A_{m\ell} K_n^m(k d_2) + B_{m\ell} K_n^m(k L) \\ + C_{n\ell} H_n^{(2)}(ka_2) = - (-1)^n J_n(ka_2) \delta_{0\ell} \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(0)} \hat{K}_n^m(k d_2) \\ \ell = 0, 1, 2$$

(16)

Al desacoplar las condiciones de frontera en cada sumando de la serie sobre  $n$ , se usó la propiedad de que los elementos del conjunto  $\{\cos n\phi\}$ ,  $n \geq 0$ , son linealmente independientes.

La existencia de la solución se sigue de que las series infinitas que representan a  $u$ , así como todas sus derivadas parciales término a término convergen uniformemente en  $a_j \leq r_j < d_j$ ,  $a_0 \leq r_0 < d_1, d_2$ ,  $j = 1, 2$ ,  $-\pi \leq \phi_j \leq 2\pi$ , satisfacen la ecuación diferencial y, la superposición de ellas, las condiciones de frontera, incluyendo el equilibrio dinámico de los apoyos como se verá en la siguiente sección. Ya que la representa-

ción de la solución en series es una condición necesaria de existencia, la unicidad es automática.

De la convergencia de las series sobre  $n$  y  $m$ , se puede obtener una solución aproximada si se toman series finitas hasta  $N$  y  $M$  suficientemente grandes. De esta manera las ecs 14 a 16 forman un sistema de ecuaciones de orden finito, que en notación matricial es

$$AX = B \quad (17)$$

donde  $A$  = matriz de coeficientes de orden  $3M \times 3M$ , si  $N = M$ ,  $X$  = matriz de incógnitas de orden  $3M \times 3$  y  $B$  = matriz de términos independientes del mismo orden.

## 2.2 Fuerzas de fijación y matriz de impedancias

Una vez que el sistema de ecuaciones 17 se ha resuelto, se pueden calcular las fuerzas que el suelo ejerce sobre las cimentaciones 1 y 2, integrando los esfuerzos sobre las áreas de contacto, esto es,

$$F_j = \int_{-\pi}^0 \mu \left. \frac{\partial u}{\partial r_j} \right|_{r_j = a_j} a_j d\phi_j, \quad j = 1, 2 \quad (18)$$

Operando sobre  $u$ , tomando en cuenta las ecs 6 y 8, las fuerzas sobre las cimentaciones se pueden escribir en forma matricial como

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1^{(0)} \\ F_2^{(0)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$F = F^{(0)} + K \Delta \quad (20)$$

donde  $F^{(0)}$  = vector de fuerzas de fijación,  $K$  = matriz de impedancias y  $\Delta$  = vector de desplazamientos. Los elementos de  $F^{(0)}$  y  $K$  son, explícitamente,

$$F_{j0} \equiv F_j^{(0)}, \quad j = 1, 2,$$

$$F_{j\ell} \equiv K_{j\ell}, \quad j, \ell = 1, 2,$$

donde

$$\left. \begin{aligned} F_{1\ell} &= \nu k a_1 \pi \left\{ J'_0(ka_1) \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \left[ A_m^{(0)} J_m(k d_1) \delta_{0\ell} \right. \right. \\ &+ \left. \left. A_{m\ell} H_m^{(2)}(k d_1) + C_{m\ell} H_m^{(2)}(k L) \right] + B_{0\ell} H_0^{(2)'}(ka_1) \right\}, \\ F_{2\ell} &= \nu k a_2 \pi \left\{ J'_0(ka_2) \sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m^{(0)} J_m(k d_2) \delta_{0\ell} \right. \right. \\ &+ \left. \left. A_{m\ell} H_m^{(2)}(k d_2) + B_{m\ell} H_m^{(2)}(k L) \right] + C_{0\ell} H_0^{(2)'}(ka_2) \right\}, \\ &\ell = 0, 1, 2 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Es claro que  $F^{(0)}$  se obtuvo de  $u_0$ , ya que sólo depende del campo libre, mientras que  $K$  se derivó de  $u_1$  y  $u_2$ ; esta matriz depende de las propiedades geométricas del sistema puente-cañón y de las propiedades mecánicas del suelo.

### 2.3 Equilibrio dinámico y respuesta del puente

El puente ha sido modelado como una viga de cortante, fig 1, por tanto los desplazamientos,  $w_b$ , deben satisfacer la ecuación unidimensional de onda que, para soluciones armónicas en el tiempo, se reduce a la ecuación unidimensional de Helm-

holtz

$$\frac{\partial^2 u_b}{\partial x^2} + k_b^2 u_b = 0 \quad (22)$$

donde

$$w_b = \text{Re} \left[ u_b e^{i\omega t} \right]$$

con las condiciones de frontera

$$u_b(-d_1) = \Delta_1 \quad (23)$$

$$u_b(d_2) = \Delta_2$$

donde  $k_b = \omega/\beta_b$ ,  $\beta_b = \sqrt{\mu_b/\rho_b}$ ,  $\mu_b$  = módulo de cortante y  $\rho_b$  = densidad de masa del puente.

De la solución de la ec 22 con las condiciones 23, se obtiene

$$u_b(x) = \frac{1}{\text{sen } v} \left[ \Delta_1 \text{sen } k_b(d_2-x) + \Delta_2 \text{sen } k_b(d_1+x) \right], \quad (24)$$

donde

$$v = k_b L$$

Las fuerzas sobre las cimentaciones, ejercidas por el puente, son

$$F_b^1 = \mu h \left. \frac{\partial u_b}{\partial x} \right|_{x=-d_1}, \quad F_b^2 = -\mu h \left. \frac{\partial u_b}{\partial x} \right|_{x=d_2}, \quad (25)$$

que en forma matricial se pueden escribir como

$$\begin{bmatrix} F_b^1 \\ F_b^2 \end{bmatrix} = c \begin{bmatrix} -\cot v & \csc v \\ \csc v & -\cot v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix}, \quad (26)$$

o bien

$$F_b = \omega^2 M_b K_b \Delta, \quad (27)$$

donde  $c = M_b \omega^2 / v$ ,  $M_b = \rho_b h L$  = masa de la viga por unidad de longitud y  $h$  = peralte de la viga.

La condición de la frontera por cumplir entre el suelo, las cimentaciones y el puente, es el equilibrio, que se satisfará haciendo el balance dinámico de fuerzas sobre las cimentaciones. De esta manera se obtiene

$$F^{(0)} + K \Delta - F_b = - \omega^2 M \Delta, \quad (28)$$

donde

$$M = \frac{\rho_f \pi}{2} \hat{a}^2$$

= matriz de masas de las cimentaciones con densidad  $\rho_f$ ,

$$\hat{a} = \begin{pmatrix} a_1 & 0 \\ 0 & a_2 \end{pmatrix}.$$

Definiendo a las siguientes matrices

$$\hat{F}^{(0)} = (\mu k \pi \hat{a})^{-1} F^{(0)},$$

$$\hat{K} = (\mu k \pi \hat{a})^{-1} K,$$

$$M_s = \frac{\rho \pi}{2} \hat{a}^2$$

= matriz de masas del suelo que ocuparía el espacio de las cimentaciones,

sustituyéndolas en la ec 28 y despejando al vector de desplazamientos, se llega a

$$\Delta = \left[ \frac{1}{2} k \hat{a} M_s^{-1} (M_b K_b - M) - \hat{K} \right]^{-1} \hat{F}^{(0)} \quad (29)$$

### 3. ESTUDIO PARAMETRICO DE LOS RESULTADOS

#### 3.1 *Antecedentes y comparación con algunos resultados sin cañón*

Debido a obvias limitaciones de espacio, se presentan sólo algunos de todos los resultados obtenidos para la redacción de este capítulo. Se pretende, entonces, ilustrar la fenomenología, en algunos casos característicos, sin que ésto sea exhaustivo. Sin embargo, del conjunto de resultados obtenidos, bastante mayor que el que se presenta aquí, se pueden hacer algunas observaciones, que aparecen más adelante.

En las figs 3 a 12, se presentan las amplitudes de los desplazamientos en los apoyos de puentes distintos, así como el valor absoluto de las diferencias entre ellos, ilustrando así, las diferencias entre amplitudes y fases de los desplazamientos de los dos apoyos del puente. Dichas amplitudes están graficadas contra la frecuencia normalizada  $\eta = k a_0 = 2 \pi a_0 / \lambda$ , donde  $\lambda =$  longitud de la onda incidente. Todas las variables

con dimensiones de longitud están normalizadas respecto a  $a_0$  (radio del cañón). Esta normalización también se hace para cuando no existe cañón, en tal caso  $a_0$  es sólo una longitud de referencia.

Los resultados están presentados para tres incidencias ( $\theta = 0^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $90^\circ$ ); sin embargo, también se calcularon las respuestas para  $\theta = 135^\circ$  y  $180^\circ$  para los casos no simétricos. Se analizan cuatro tipos de puentes, respecto a su longitud, es decir,  $L/a_2 = 5, 10, 20$  y  $54$ , para distintas relaciones de  $M_b/M_{s_2}$  y  $M_2/M_{s_2}$ . La rigidez relativa entre el suelo y el puente se mide a través del parámetro  $\epsilon = k_b L / (ka_2)$ . En todos los casos analizados  $d_1 = d_2$ .

Para mostrar la influencia que produce el cañón en la respuesta del puente, se comparan los desplazamientos en los apoyos del puente, con y sin cañón, usando para este último caso la solución anteriormente descrita (1). Así, en las figs 3 a 8 se puede observar que las diferencias entre las amplitudes de los desplazamientos, calculados para los dos problemas, son pequeños cuando la incidencia es vertical, sin embargo, para otras incidencias pueden llegar a ser muy diferentes. También se puede decir, aunque no se ilustra, que dichas diferencias disminuyen a medida que  $\epsilon$  decrece; ésto es, los puentes más rígidos son menos sensibles a la presencia del cañón. Conforme  $L/a_2$  crece, para  $\epsilon$  relativamente grandes, las diferencias entre los desplazamientos van aumentando; es decir, la presencia del cañón es más importante en puentes largos. En las figuras que se presentan, en los casos sin cañón se

alcanzan las amplitudes máximas de los desplazamientos; sin embargo un conjunto mayor de resultados muestran lo contrario, especialmente para  $L/a_2$  grandes. Además, siempre se observa que dichas respuestas máximas se encuentran en frecuencias pequeñas.

### 3.2 Estudio paramétrico

De las gráficas no presentadas y de las que aparecen en las figs 9 a 12, se observa para el caso con cañón, que:

1. Para  $\theta = 90^\circ$ , los desplazamientos son más pequeños que para otras incidencias, además  $\Delta_1 = \Delta_2$  y en fase, ya que existe simetría. Esto no sucede cuando  $a_1/a_2 = 2$ .
2.  $\Delta_1$  y  $\Delta_2$  se van diferenciando más a medida que  $\epsilon$  va creciendo; ésto es, cuando los puentes son más flexibles. Nótese que cuando  $\epsilon = 0$ ,  $\Delta_1 = \Delta_2$ , que representa el caso de un puente infinitamente rígido.
3.  $\Delta_1 = \Delta_2$  para los casos en que  $\eta_n = (2n - 1) \frac{\pi}{\epsilon a_2}$ ,  $n=1,2,\dots$ , que son las frecuencias naturales impares correspondientes a una viga de cortante simplemente apoyada. Además, en este caso, cuando  $\theta = 90^\circ$ ,  $\Delta_1 = 0 = \Delta_2$ .
4. Para  $\theta = 0^\circ$  y  $45^\circ$ ,  $\Delta_1 > \Delta_2$ , lo cual es más notorio en puentes flexibles. Esto se produce por el efecto de barrera que produce el cañón.
5. Para  $L/a_2$  grandes ( $= 20,36,54$ ) y los demás parámetros fijos, los desplazamientos  $\Delta_1$  y  $\Delta_2$  entre puentes diferentes son muy parecidos, y para puentes más rígidos, el parecido es mayor.

6. Para cada  $L/a_2$ ,  $M_b/M_{s_2}$  y  $M_2/M_{s_2}$ , existen algunos valores de  $\epsilon$  para los cuales las respuestas máximas son mayores que 5. Estos valores crecen si  $L/a_2$  y/o  $M_b/M_{s_2}$  crecen. La dependencia es más fuerte de  $L/a_2$ .
7. Para el caso en que  $a_1/a_2 = 2$ , que no se muestra, y cuando  $L/a_2 = 20, 36$  y  $54$ , se puede decir que, para valores de  $\epsilon$  relativamente pequeños, correspondientes a cada  $L/a_2$ , los desplazamientos  $\Delta_1$  y  $\Delta_2$ , para  $\theta = 0^\circ$  y  $45^\circ$  son similares a los correspondientes en los que  $a_1/a_2 = 1$ , para los mismos ángulos de incidencia. Mientras que para  $\epsilon$  grandes, los que se parecen al caso en que  $a_2/a_1 = 1$ ,  $\theta = 0^\circ, 45^\circ$ , son los desplazamientos para  $\theta = 135^\circ$  y  $180^\circ$ . Sin embargo, en puentes con  $a_1/a_2$  mucho mayores, los casos que se siguen pareciendo a aquellos en que  $a_1/a_2 = 1$ , son los que tienen en común  $L/a_2$  bastante grande, ya que entonces  $L/a_1$  y  $L/a_2$  no serán muy diferentes. Para  $\theta = 180^\circ$ , el efecto de barrera del cañón aumenta por la presencia de la cimentación de mayor masa en el lado opuesto al de la incidencia, ésto es más notable en casos donde  $L/a_2$  no es grande.

En la fig 13 se presentan gráficas de las amplitudes de los desplazamientos en tres puntos del puente, ( $|x| = 0, L/4$ ), para el caso en que  $L/a_2 = 20$ ,  $a_1/a_2 = 1$ ,  $M_2/M_{s_2} = 4$ ,  $M_b/M_{s_2} = 2$  y  $\epsilon = 5$ . Aunque sólo se presenta la respuesta para un tipo de puente, se puede decir que las respuestas máximas se localizan cuando  $\Delta_1$  y/o  $\Delta_2$  son muy grandes o bien para  $\eta_n = (2n-1)\pi/(\epsilon a_2)$ , que son las frecuencias normalizadas correspondientes a las for

mas modales simétricas de una viga de cortante simplemente apoyada. Sin embargo para este último caso, cuando  $\theta = 90^\circ$ ,  $\Delta_1 = 0 = \Delta_2$ , entonces el desplazamiento del puente en  $\eta_n$  es finito, lo que no sucede necesariamente para otras incidencias.

En el cálculo numérico de los desplazamientos en los apoyos del puente, y en el puente mismo, lo que consume más tiempo es el cálculo de la matriz de impedancia  $K$  y del vector de fuerzas de fijación  $F^{(0)}$ . Con el objeto de poder definir algún criterio de aproximación para calcular dichas fuerzas, en las figs 14 a 16 se presentan, para dos casos particulares, los elementos de  $\hat{F}^{(0)}$  y  $\hat{K}$  en sus partes real e imaginaria. De esas gráficas y de otras que no se presentan, se observa lo siguiente:

1. Los valores de las fuerzas de fijación aumentan y su variación en  $n$  se suaviza a medida que  $L/a_2$  crece, para  $\theta = 0^\circ$  y  $45^\circ$ . Para incidencia vertical dichas fuerzas decrecen rápidamente, más que para otras incidencias, y ésto es más notable para valores grandes de  $L/a_2$ . En el apoyo 2, el decremento es más rápido, y desde valores pequeños de  $n$  se alcanzan valores que se mantienen constantes.
2. Los coeficientes de la matriz de impedancia también crecen cuando  $L/a_2$  crece; sin embargo este aumento es más gradual y siempre las impedancias son menores que las fuerzas de fijación.
3. Las impedancias tienden más rápidamente a un valor constante (principalmente la parte imaginaria), y a cero (principalmente la parte real), que las fuerzas de fijación, ésto es más notable en  $K_{12}$  que en  $K_{11}$  ( $K_{12} = K_{21}$  y  $K_{11} = K_{22}$  pa-

ra el caso simétrico). Además  $K_{11}$  es mayor que  $K_{12}$ , esta diferencia va desde 100% hasta 400%, que sucede cuando  $La_2 = 54$ . Esto indica que a medida que  $L/a_2$  crece, las respuestas de los apoyos van siendo más independientes entre sí.

#### 4. CONCLUSIONES

Se ha presentado un método clásico para resolver el problema de difracción de ondas elásticas SH planas en un semiespacio, por una irregularidad que constituye el sistema puente-cañón, modelado como se menciona en la introducción de este trabajo. Se usa el principio de superposición y la geometría de las irregularidades se restringe a ser semicircular por sencillez. El tratamiento de otras geometrías del cañón o bien de otras irregularidades podría hacerse utilizando funciones de Green (19,20), u ondas planas (21). Se esboza como podrían demostrarse existencia y unicidad, a través del método de representación de soluciones. Para cumplir las condiciones de frontera en cada sistema de referencia, ya que se utilizan tres por conveniencia, se aplica el teorema de adición de Graf. Se obtienen matrices de impedancia y de fijación del suelo sobre las cimentaciones del puente, para satisfacer el equilibrio dinámico en el sistema. Finalmente, se obtienen

los desplazamientos en los apoyos del puente.

Se presentaron resultados (desplazamientos en los apoyos) para distintos puentes, variando dimensiones y propiedades mecánicas del sistema puente-cañón, para varios ángulos de la onda incidente SH. También se mostraron desplazamientos en tres puntos del puente, pero sólo para  $L/a_2 = 20$  ya que para otros casos las observaciones son las mismas. Se exhibieron gráficas de las fuerzas de fijación e impedancias, caracterizando su comportamiento para distintas relaciones  $L/a_2$ . Con base en estas gráficas se podrían definir criterios para el cálculo aproximado de dichas fuerzas, con el objeto de hacer más expedito el cálculo de los desplazamientos en los apoyos del puente.

Los resultados obtenidos para los casos con cañón y sin él son diferentes; en algunos se observan grandes amplificaciones que indican que los efectos de la topografía en la respuesta de estructuras largas pueden ser significativos. Modelos como el propuesto en este trabajo podrían utilizarse para estudiar los efectos combinados de incidencia de ondas sísmicas con diferencias de fase y difracción por fronteras irregulares en la respuesta sísmica de otras estructuras largas, tales como presas.

Métodos clásicos deterministas como el que se presentó en este trabajo, que abordan el problema de interacción como uno de difracción de ondas elásticas, podrían ser combinados con otros cuyo principio sea probabilístico, para complementar los resultados, y quizás mejorar criterios de diseño. Esto

formaría parte de un trabajo posterior.

## 5. REFERENCIAS

1. Abdel-Ghaffar, A M y Trifunac, M D, "Antiplane dynamic soil-bridge interaction for incident plane SH-waves", *Int J Earthq Eng Structl Dyn*, 5 (1977), 107-129
2. Bogdanoff, J E, *et al*, "The effect of ground transmission time on the response of long structures", *Bull Seism Soc Am*, 55, 3 (1965), 627-640
3. Esquivel, J A y Sánchez-Sesma, F J, "Effects of canyon topography on dynamic soil-bridge interaction for incident plane SH waves", *Proc 7th World Conf Earthquake Eng*, 2, Estambul, Turquía (1980), 153-160
4. Esteva, L, "Microzoning: models and reality", *Proc 6th World Conf Earthquake Eng*, Nueva Delhi, India (1977)
5. Esteva, L y Ruiz, S E, "Respuesta sísmica probable de estructuras sobre varios apoyos sometidos a movimientos

- aleatorios no estacionarios fuera de fase", *Instituto de Ingenieria, UNAM* (1980)
6. Esteva, L, Ruiz, S E y Reyes, A, "Seismic response of Multi-support structures", *Proc, 7th World Conf Earthquake Eng*, 5, Estambul, Turquía (1980), 625-632
  7. Hadrilek, P H, *et al*, "Evidence of soil-structure interaction in earthquakes", *Proc 5th World Conf Earthq Eng*, 3, Roma, Italia (1973), Preprint 258
  8. Ishizaki, H y Hatateyama, N, "Experimental and numerical studies on vibrations of buildings", *Proc 2nd World Conf Earthq Eng*, 1, Tokio, Japón (1960), 263-284
  9. Iwasaki, T, Penzien, J y Clough, R, "Literature survey-seismic effects on highway bridges", *Earthquake Engineering Reseach Center*, 72-11, Berkeley, California (1972)
  10. Johnson, N E y Galletly, R O, "The comparison of response of a highway bridge to uniform and moving ground excitation", *Shock Vibr Bull*, 42, 2 (1972), 75-85
  11. Luco, J E, "Torsional response of structures to obliquely incident seismic SH waves", *Int J Earthq Eng Structl Dyn*, 4, 1 (1976), 207-220
  12. Luco, J E, "Dynamic response of rectangular foundations for Rayleigh wave excitations", *Proc 6th World Conf Earthq Eng*, 4, Nueva Delhi, India (1977), 85-90
  13. Luco, J E, Wong, H L y Trifunac, M D, "A note on dynamic response of rigid embedded foundations", *Int J Earthq Eng Structl Dyn*, 4 (1975), 119-127

14. Ma-Chi-Chen y Penzien, J, "Nonlinear soil-structure interaction of skew highway bridges", *Earthquake Engineering Research Center*, 77-24, Berkeley, California (1977)
15. Okamoto, S, *Introduction to earthquake engineering*, University of Tokio Press, Tokio (1973)
16. Penzien, J, "Seismic effects on bridges, San Fernando earthquake 9 February, 1971", *Memorias III Congr Nac Ing Sism*, 1, 2, Guerrero, México (1971)
17. Rosenblueth, E, "Soil and rock mechanics in earthquake engineering", in *Rock Dynamics and Geophysical Aspects*, *Proc DMSR 77*, 3, 3-62, Karlsruhe, Western Germany (1977)
18. Sánchez-Sesma, F J, "Ground motion amplification due to canyons of arbitrary shape", *Proc 2nd Int Conf on Microzonation*, 2, San Francisco, California (1978), 729-738
19. Sánchez-Sesma, F J y Esquivel, J A, "Ground motion on alluvial valleys under incident plane SH waves", *Bull Seism Soc Am*, 69, 4 (1979), 1107-1120
20. Sánchez-Sesma, F J y Rosenblueth, E, "Ground motion at canyons of arbitrary shape under incident SH waves", *Int J Earthq Eng Structl Dyn*, 7, (1979), 441-450
21. Sánchez-Sesma, F J, Herrera, I, Avilés, J y Esquivel, J A, "Movimiento sísmico en promontorios ante incidencia de ondas SH. Solución con métodos de frontera", *Instituto de Ingeniería, UNAM* (1980)
22. Scanlan, R H, "Seismic wave effects on soil-structure



DEPI

- interaction", *Int J Earthq Eng Structl Dyn*, 4, 4 (1976), 379-388
23. Sommerfeld, A, *Partial differential equations in physics*, Academic Press, Inc N J (1949)
  24. Trifunac, M D, "Interaction of a shear wall with the soil for incident plane SH waves", *Bull Seism Soc Am*, 62 (1973), 63-83
  25. Tseng, W S y Penzien, J, "Seismic analysis of long multiple-span highway bridges", *Int J Earthq Eng Structl Dyn*, 4,3 (1975), 3-24
  26. Watson, G N, *A treatise on the theory of Bessel functions*, Cambridge University Press, Cambridge (1950)
  27. Werner, S D, *at al*, "An evaluation of the effects on traveling seismic waves on three-dimensional response of structures", *Agbabian Associates*, R-7720-4514, El Segundo California (1977)
  28. Werner, S D y Lee, L C, "The Three-dimensional response of a bridge structure subjetied to traveling Rayleigh waves, SV-waves, and P-waves", *Agbabian Associates*, R-7911-5008, El Segundo California (1980)
  29. Wong, H L y Luco, J E, "Dynamic response of rigid foundations of arbitrary shape", *Int J Earthq Eng Structl Dyn*, 4,6 (1976), 579-588
  30. Wong, H L y Luco, J E, "Dynamic response of rectangular foundations to obliquely incident seismic waves", *Int J Earthq Eng Structl Dyn*, 6, 1 (1978), 3-16

31. Wong, H L y Trifunac, M D, "Two-dimensional, antiplane, building-soil-building interaction for two or more buildings and for incident plane SH-waves", *Bull Seism Soc Am*, 65 (1975), 1863-1885

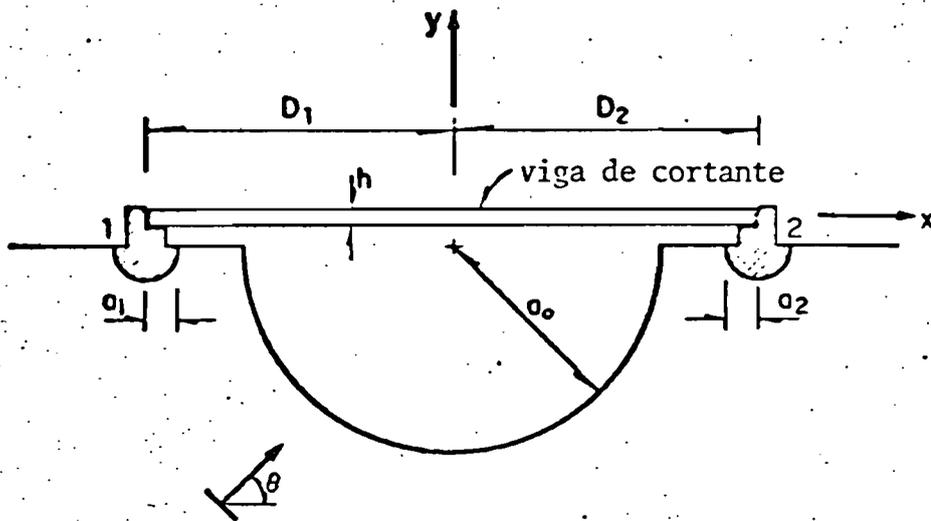


Fig 1. Modelo bidimensional del sistema puente-cañón y la onda incidente SH plana

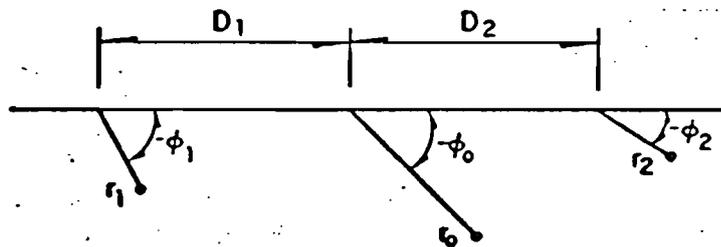


Fig 2. Sistemas de coordenadas polares

TITULOS DE LAS FIGURAS 3 a 16

- Fig 3. Amplitudes de los desplazamientos de los dos apoyos para  $L/a_2 = 5$ ,  $a_2/a_0 = 2/3$ ,  $M_b/M_{s_2} = 2$ ,  $M_2/M_{s_2} = 4$ ,  $\epsilon = 2$  y ángulos de incidencia  $\theta = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ . (a) puente sin cañón, (b) puente con cañón
- Fig 4. Amplitudes de los desplazamientos de los dos apoyos para  $L/a_2 = 5$ ,  $a_2/a_0 = 2/3$ ,  $M_b/M_{s_2} = 2$ ,  $M_2/M_{s_2} = 4$ ,  $\epsilon = 3$  y ángulos de incidencia  $\theta = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ . (a) puente sin cañón, (b) puente con cañón
- Fig 5. Amplitudes de los desplazamientos de los dos apoyos para  $L/a_2 = 5$ ,  $a_2/a_0 = 2/3$ ,  $M_b/M_{s_2} = 4$ ,  $M_2/M_{s_2} = 2$ ,  $\epsilon = 3$  y ángulos de incidencia  $\theta = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ . (a) puente sin cañón, (b) puente con cañón
- Fig 6. Valores absolutos de la diferencia entre los desplazamientos de los dos apoyos,  $|\Delta_1 - \Delta_2|$ , para los casos correspondientes a las figs 3 a 5: (a) Fig 3(a), (b) fig 3(b), (c) fig 4(a), (d) fig 4(b), (e) fig 5(a), (f) fig 5(b)
- Fig 7. Amplitudes de los desplazamientos de los dos apoyos para  $L/a_2 = 10$ ,  $a_2/a_0 = 1/3$ ,  $M_b/M_{s_2} = 4$ ,  $M_2/M_{s_2} = 2$ ,  $\epsilon = 3$  y ángulos de incidencia  $\theta = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ . (a) puente sin cañón, (b) puente con cañón
- Fig 8. Valores absolutos de la diferencia entre los desplazamientos de los dos apoyos,  $|\Delta_1 - \Delta_2|$ , para el caso correspondiente a la fig 7: (a) fig 7(a), (b) fig 7(b)
- Fig 9. Amplitudes de los desplazamientos de los dos apoyos para  
 (a)  $L/a_2 = 20$ ,  $a_2/a_0 = 1/8$ ,  $M_b/M_{s_2} = 4$ ,  $M_2/M_{s_2} = 2$ ,  $\epsilon = 5$ ,  
 (b)  $L/a_2 = 20$ ,  $a_2/a_0 = 1/8$ ,  $M_b/M_{s_2} = 8$ ,  $M_2/M_{s_2} = 2$ ,  $\epsilon = 1$  y  
 ángulos de incidencia  $\theta = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$
- Fig 10. Amplitudes de los desplazamientos de los dos apoyos para  
 (a)  $L/a_2 = 20$ ,  $a_2/a_0 = 1/8$ ,  $M_b/M_{s_2} = 8$ ,  $M_2/M_{s_2} = 2$ ,  $\epsilon = 5$ ,  
 (b)  $L/a_2 = 54$ ,  $a_2/a_0 = 1/25$ ,  $M_b/M_{s_2} = 8$ ,  $M_2/M_{s_2} = 2$ ,  $\epsilon = 8$  y  
 ángulos de incidencia  $\theta = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$

- Fig 11. Amplitudes de los desplazamientos de los dos apoyos para  
 (a)  $L/a_2 = 54$ ,  $a_2/a_0 = 1/25$ ,  $M_b/M_{s_2} = 16$ ,  $M_2/M_{s_2} = 2$ ,  $\epsilon = 13$ ,  
 (b)  $L/a_2 = 54$ ,  $a_2/a_0 = 1/25$ ,  $M_b/M_{s_2} = 24$ ,  $M_2/M_{s_2} = 2$ ,  $\epsilon = 13$   
 y ángulos de incidencia  $\theta = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$
- Fig 12. Valores absolutos de la diferencia entre los desplazamientos de los dos apoyos,  $|\Delta_1 - \Delta_2|$ , para los casos correspondientes a las figs 9 a 11: (a) fig 9(a), (b) fig 9(b), (c) fig 10(a), (d) fig 10(b), (e) fig 11(a), (f) fig 11(b)
- Fig 13. Amplitudes de los desplazamientos en tres puntos del puente para  $L/a_2 = 20$ ,  $a_2/a_0 = 1/8$ ,  $M_b/M_{s_2} = 4$ ,  $M_2/M_{s_2} = 2$ ,  $\epsilon = 5$  y ángulos de incidencia  $\theta = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ . Punto 1:  $x = -L/4$ , punto 2:  $x = 0$ , punto 3:  $x = L/4$
- Fig 14. Fuerzas de fijación en el apoyo 1 para (a)  $L/a_2 = 10$ ,  $a_2/a_0 = 1/3$ , (b)  $L/a_2 = 54$ ,  $a_2/a_0 = 1/25$  y ángulos de incidencia  $\theta = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$
- Fig 15. Fuerzas de fijación en el apoyo 2 para (a)  $L/a_2 = 10$ ,  $a_2/a_0 = 1/3$ , (b)  $L/a_2 = 54$ ,  $a_2/a_0 = 1/25$  y ángulos de incidencia  $\theta = 0^\circ, 45^\circ$ ,
- Fig 16. Impedancias en los dos apoyos para (a)  $L/a = 10$ ,  $a_2/a_0 = 1/3$ , (b)  $L/a_2 = 54$ ,  $a_2/a_0 = 1/25$

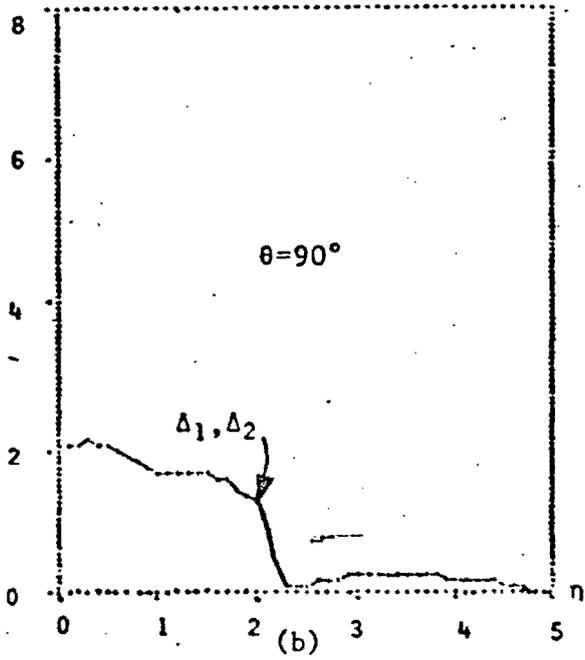
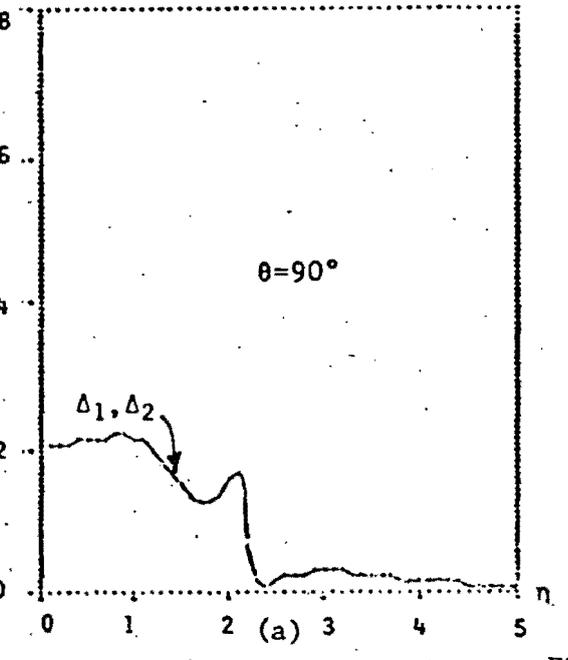
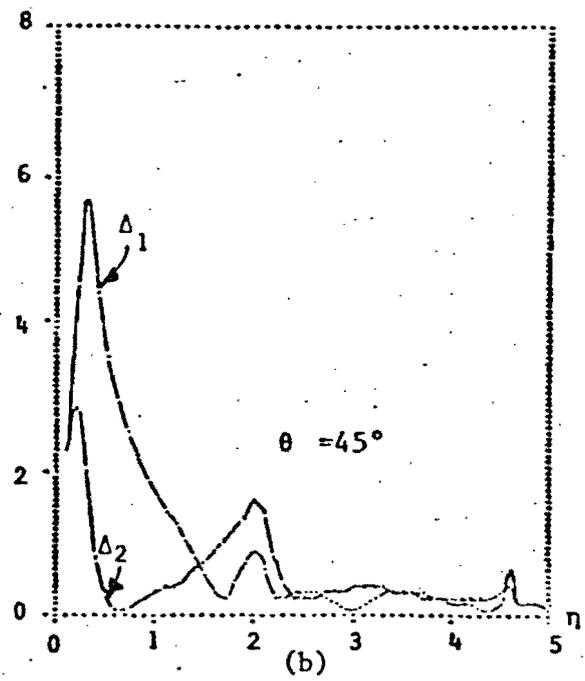
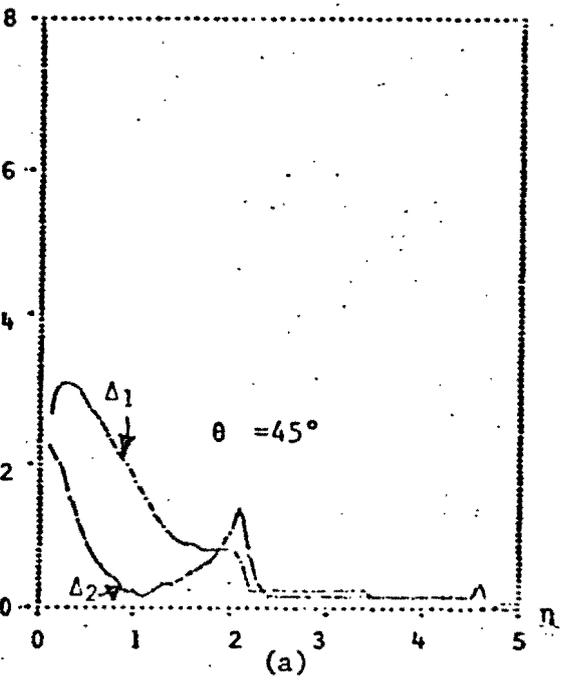
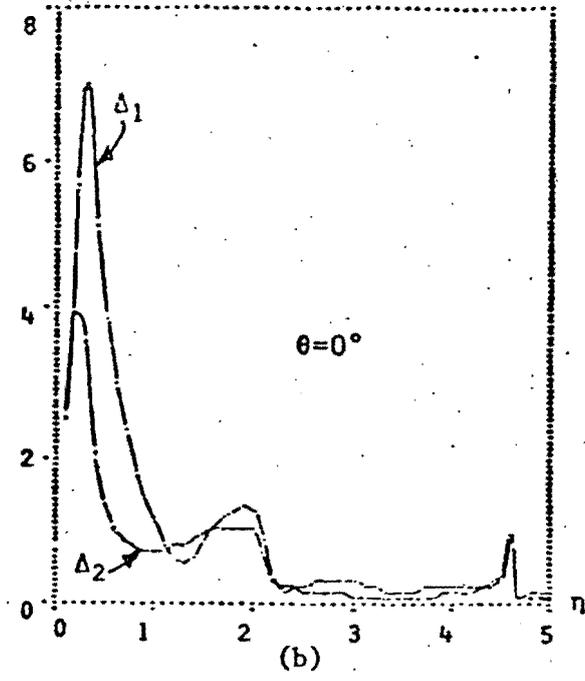
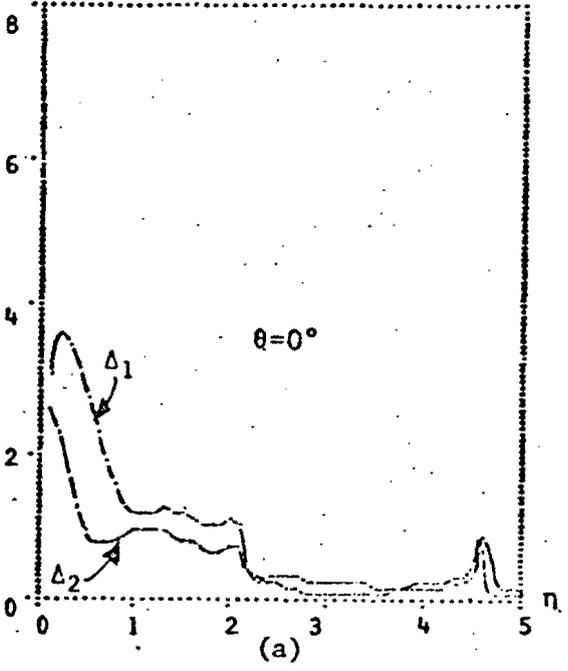


FIG 3

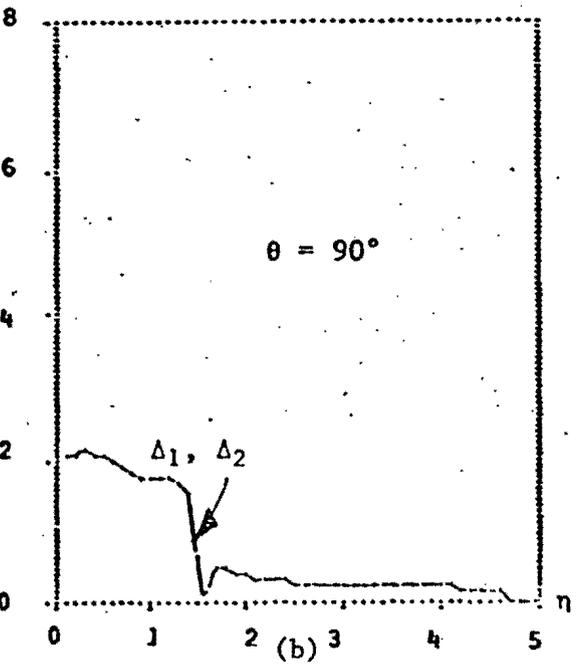
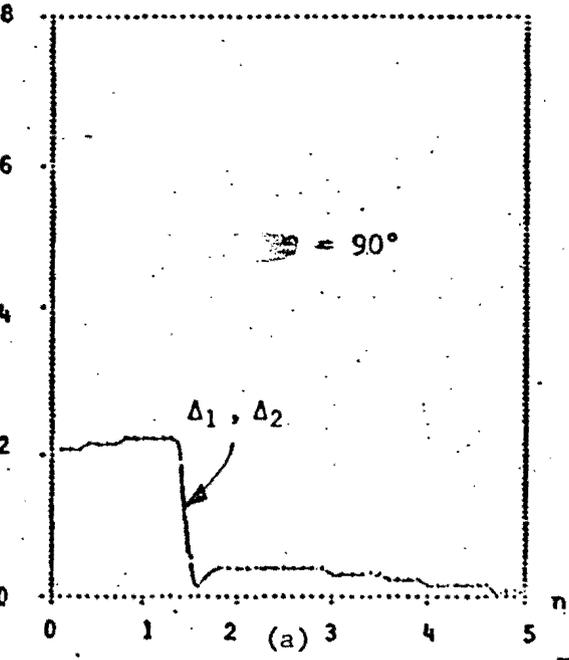
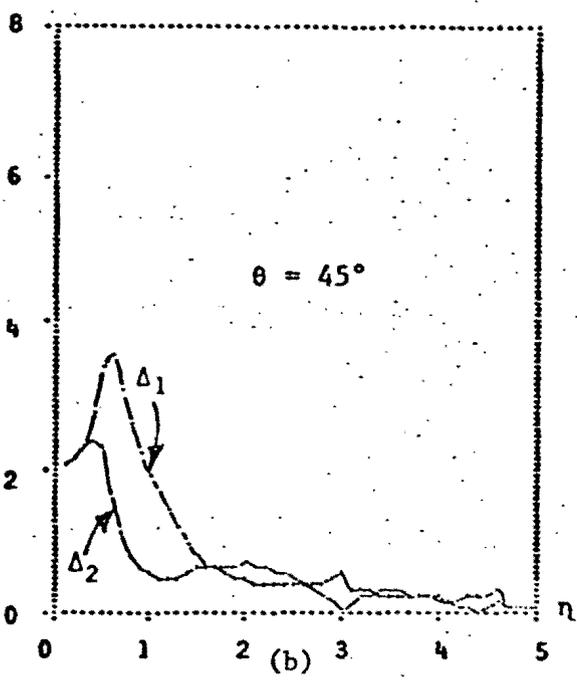
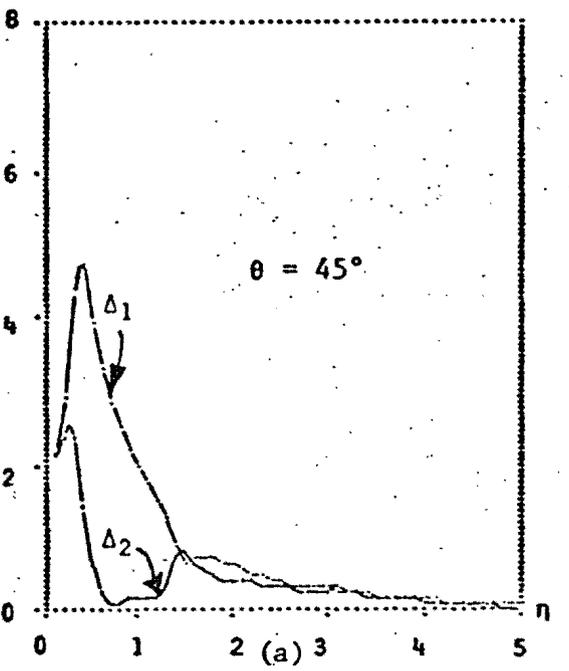
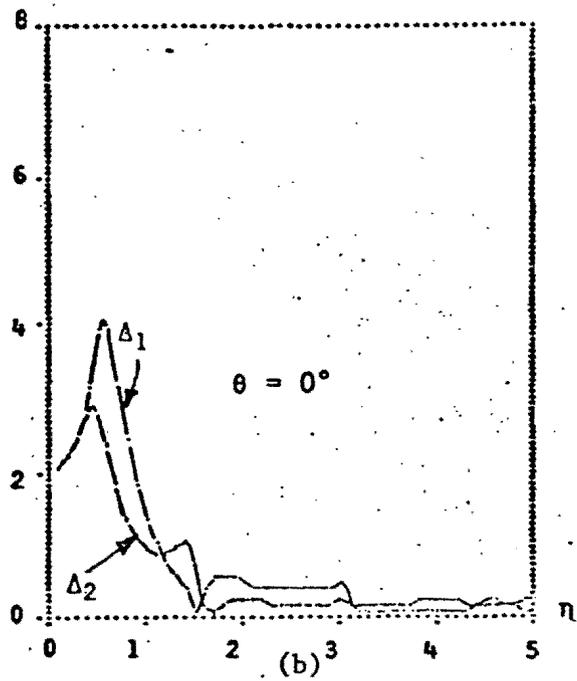
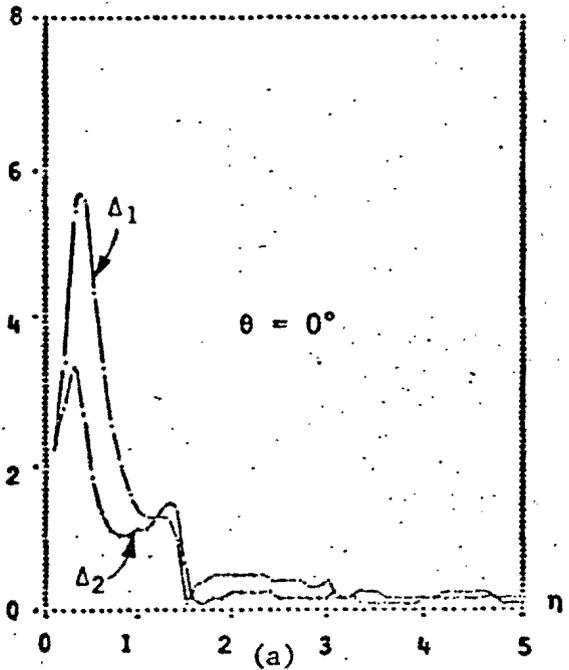


FIG 4

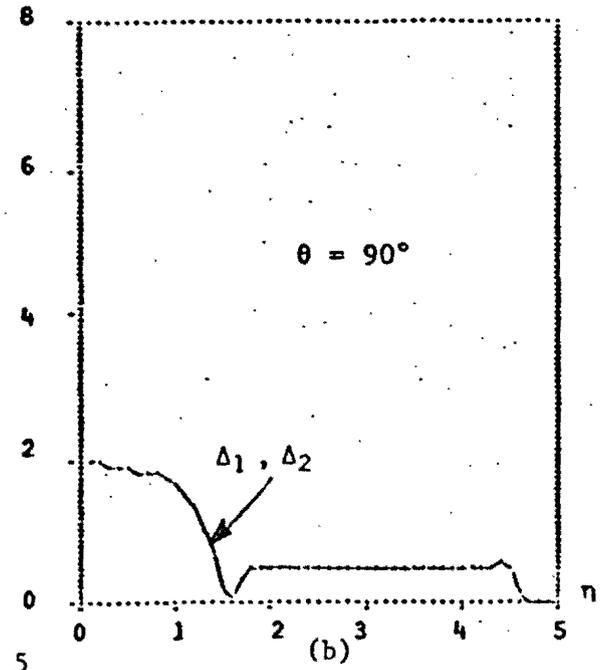
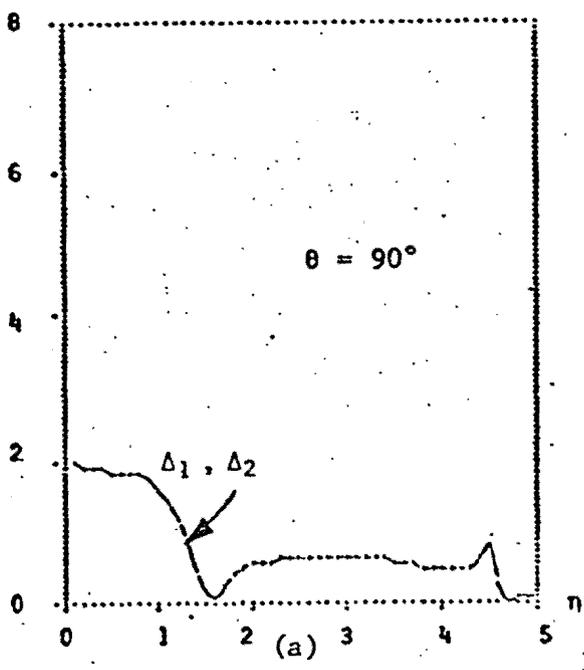
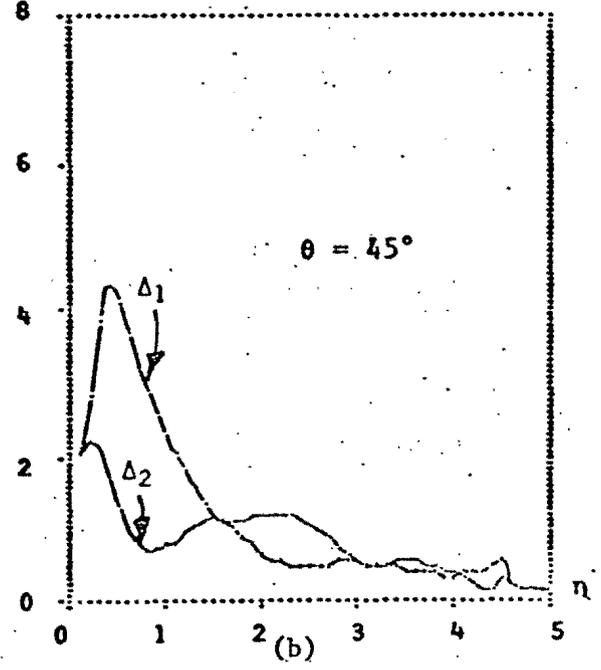
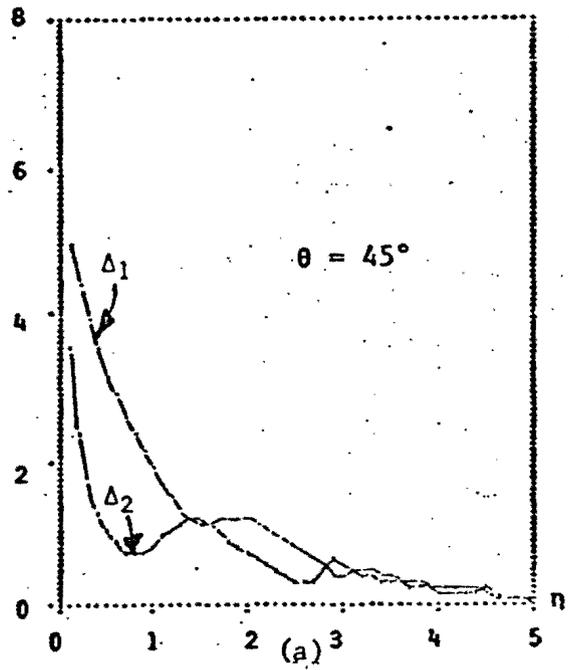
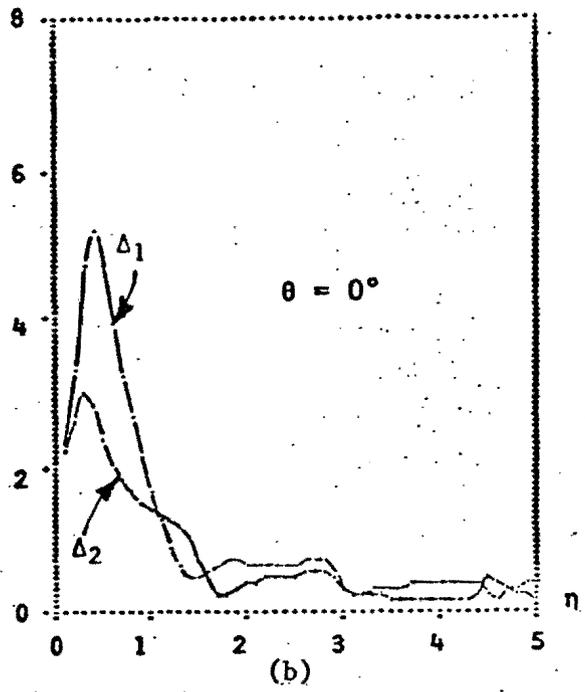
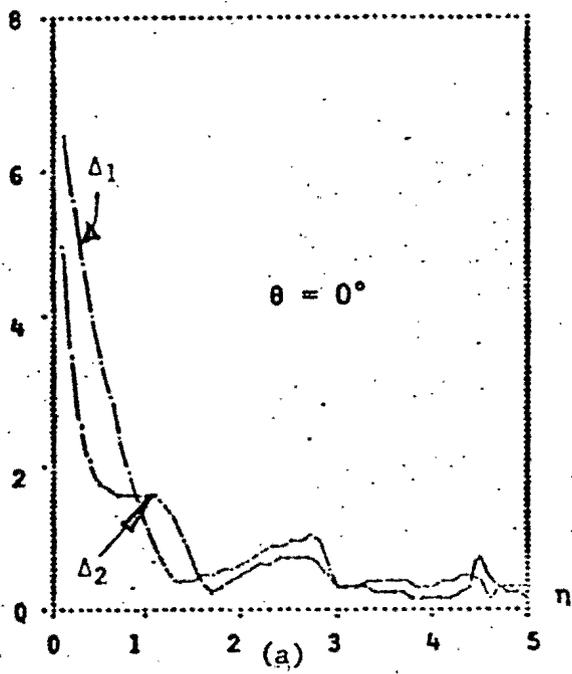


FIG 5

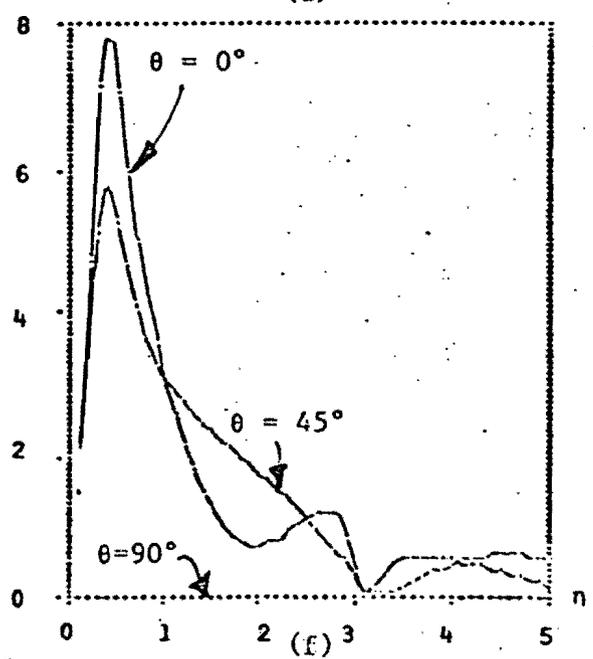
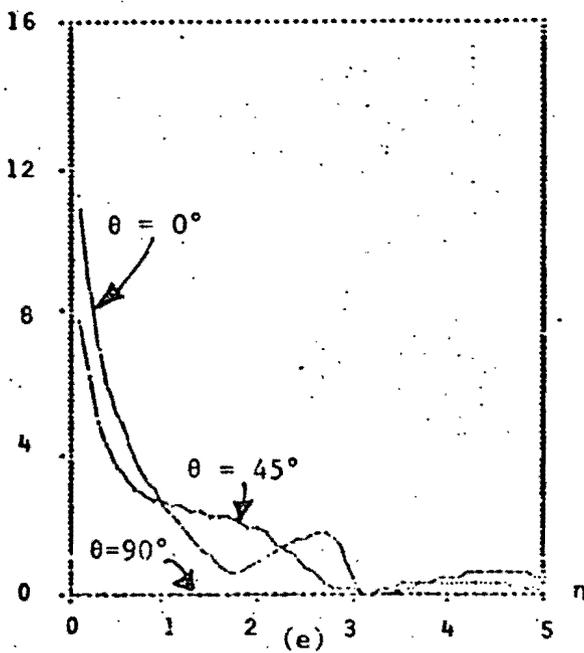
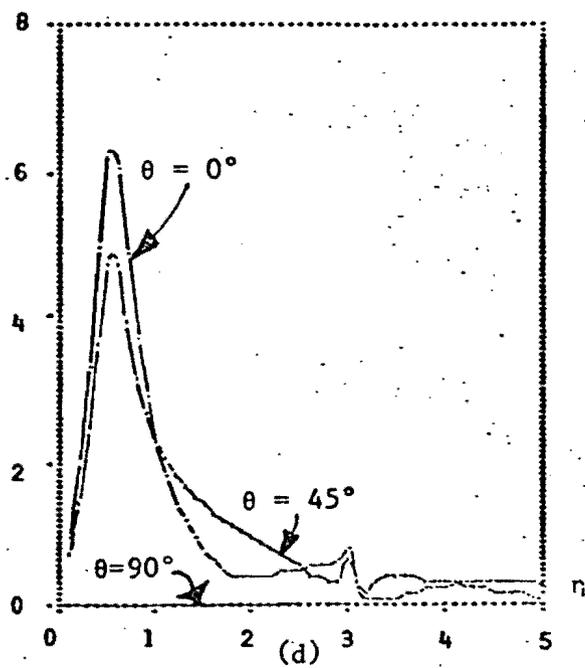
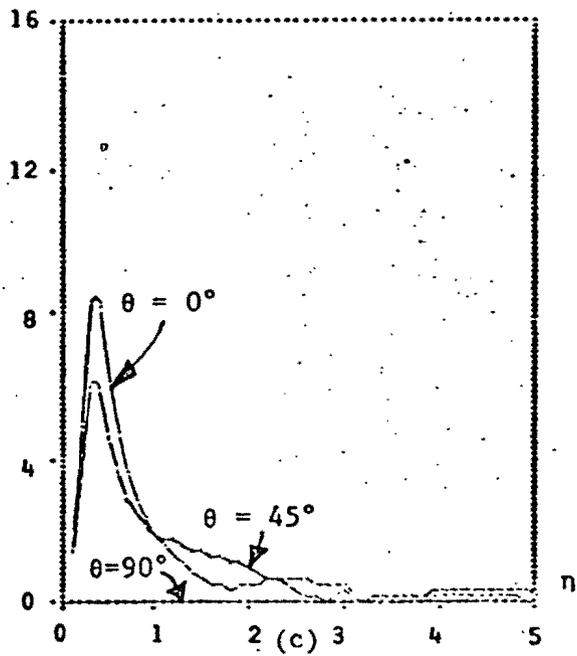
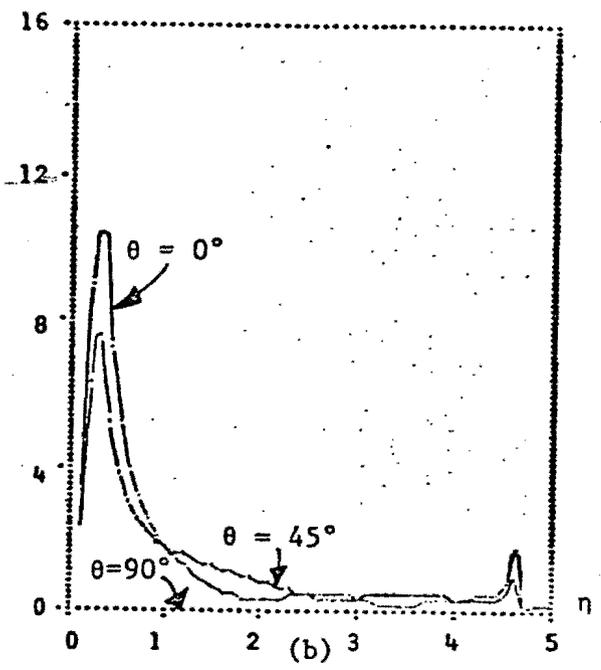
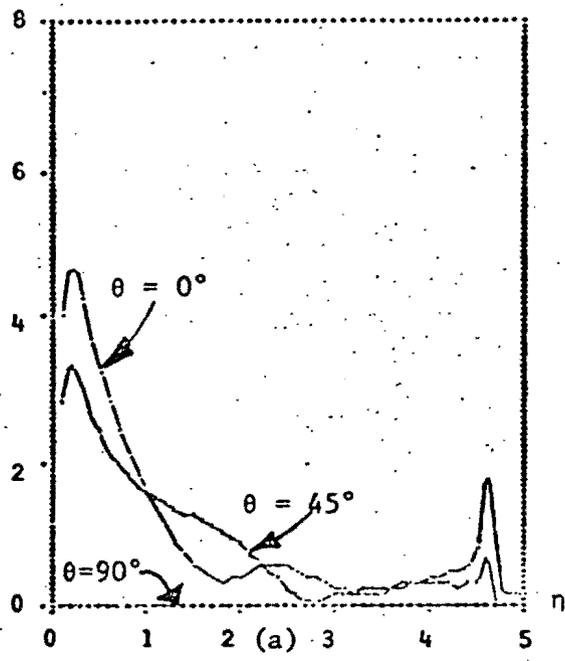


FIG 6

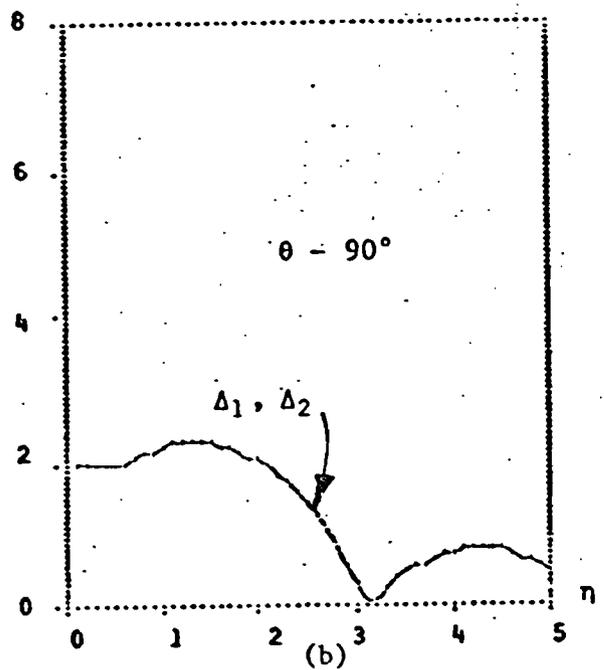
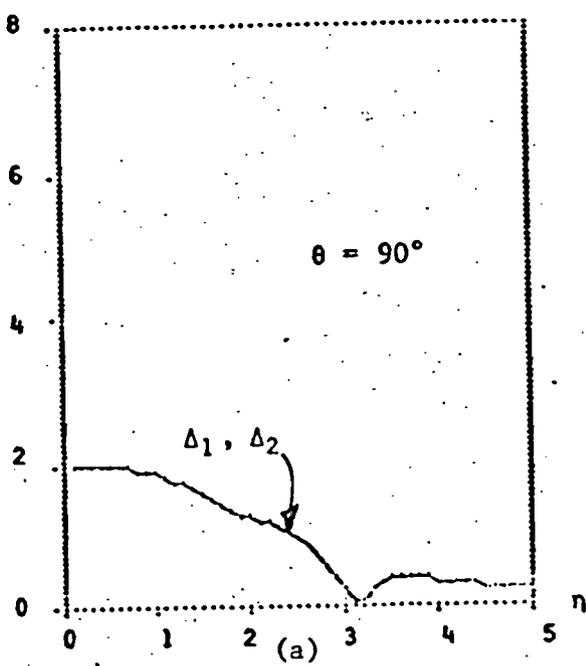
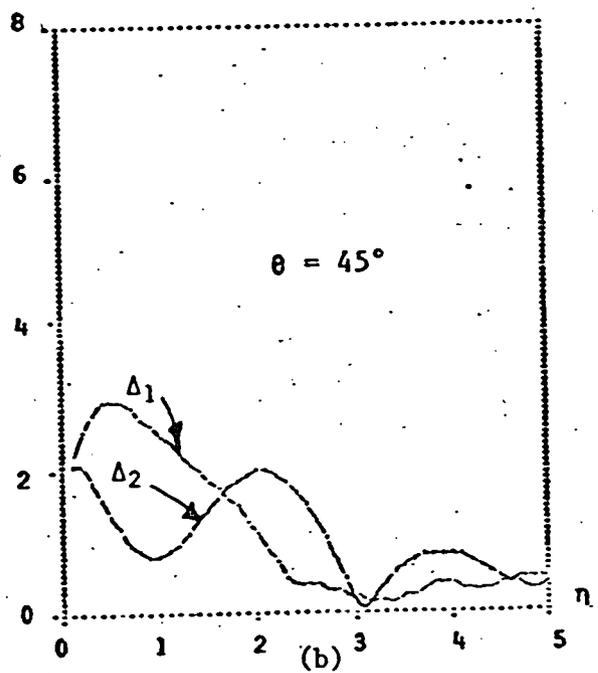
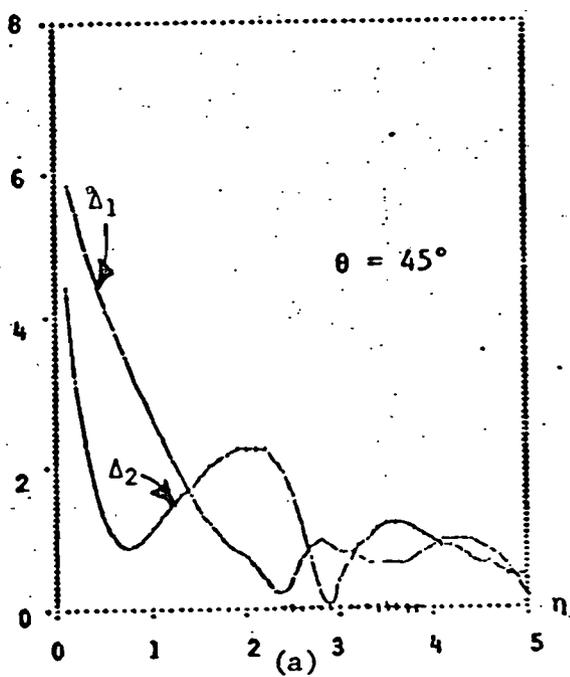
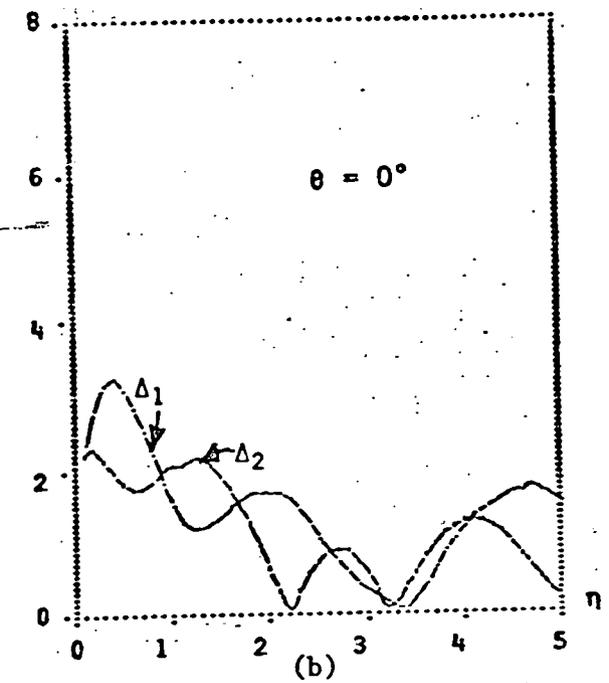
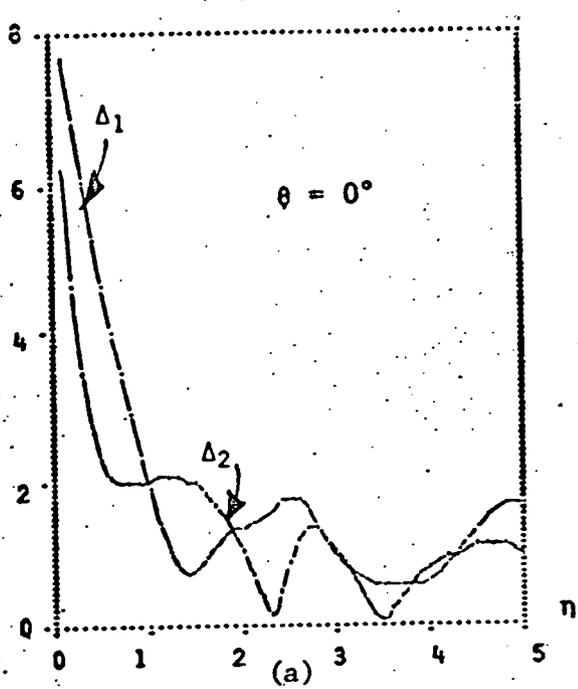


FIG 7

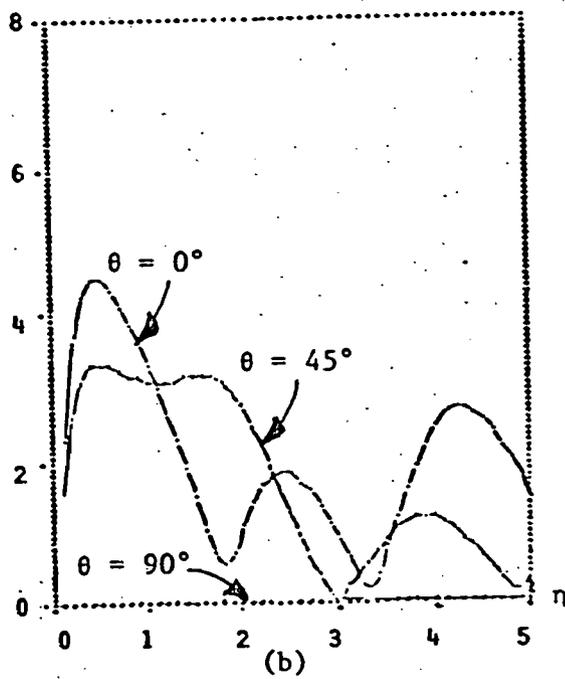
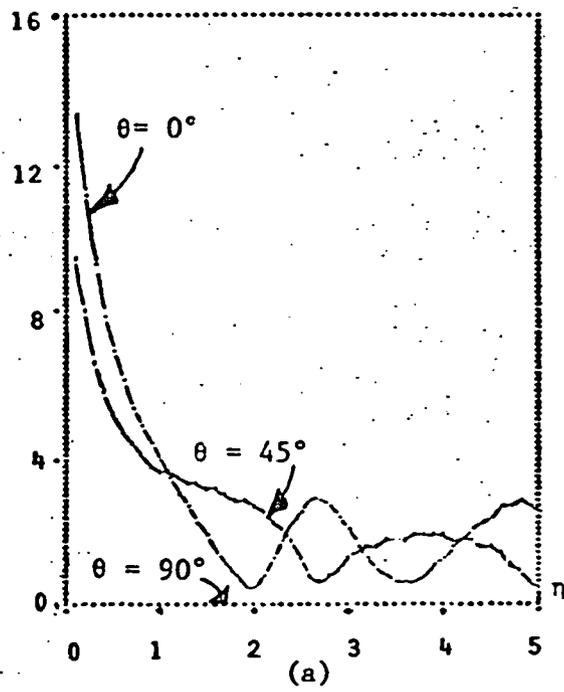


FIG 8

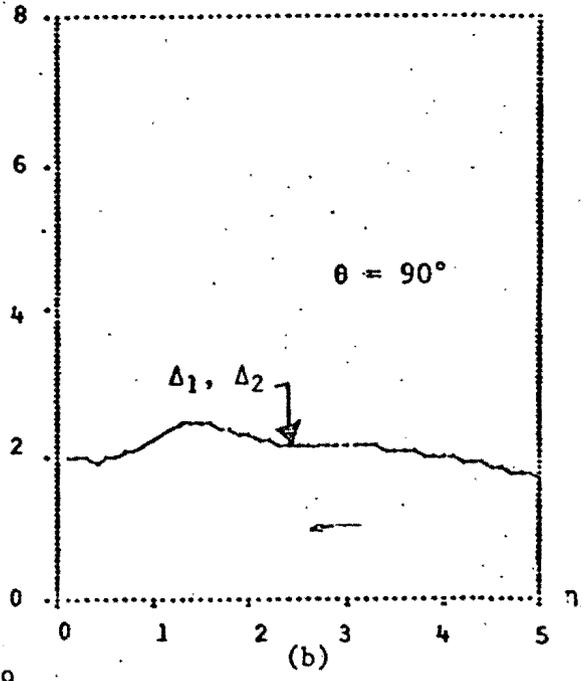
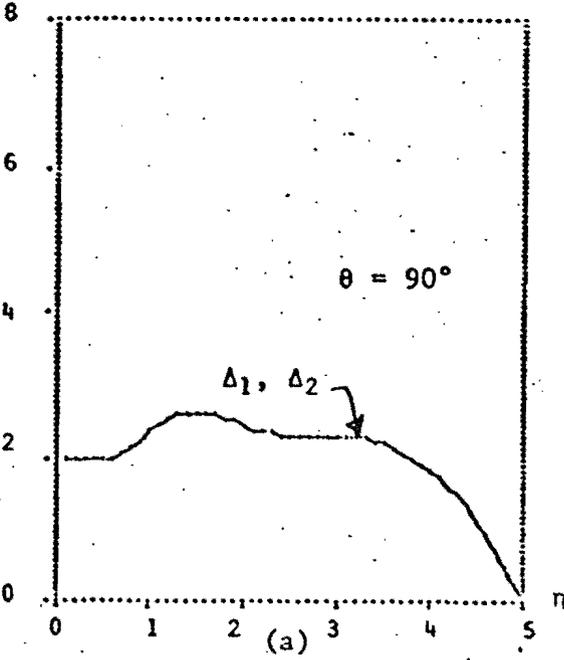
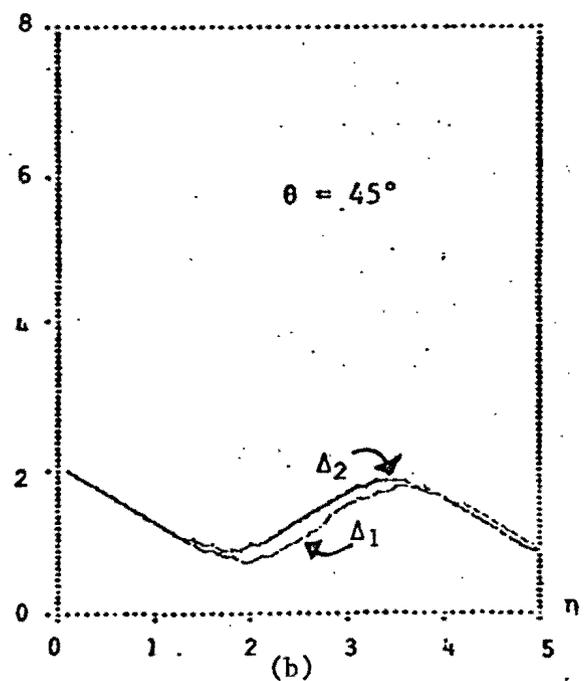
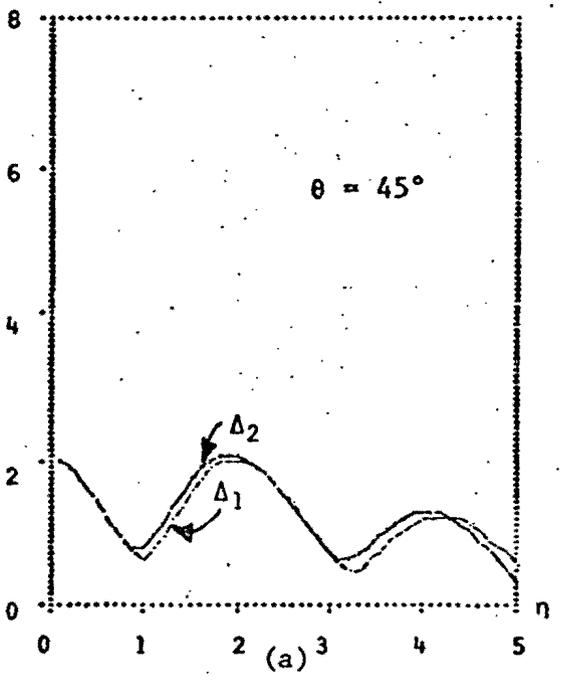
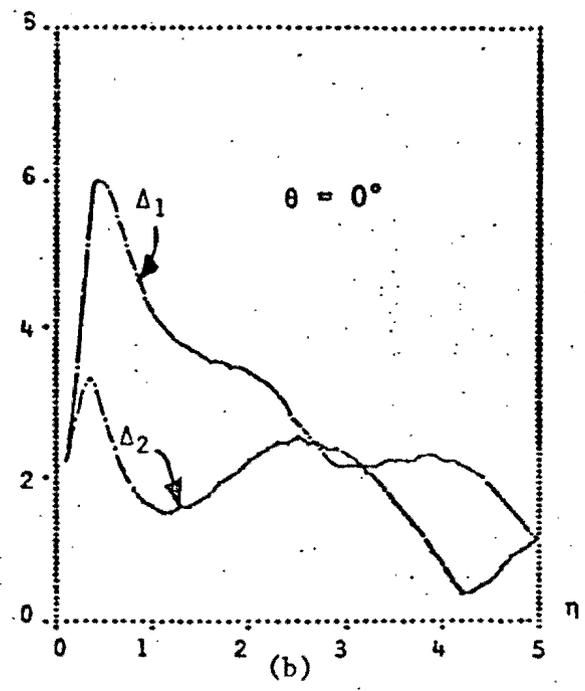
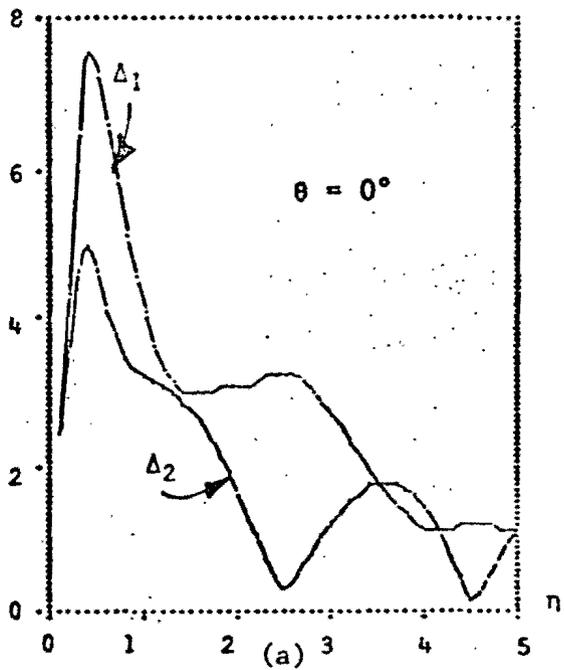


FIG 9

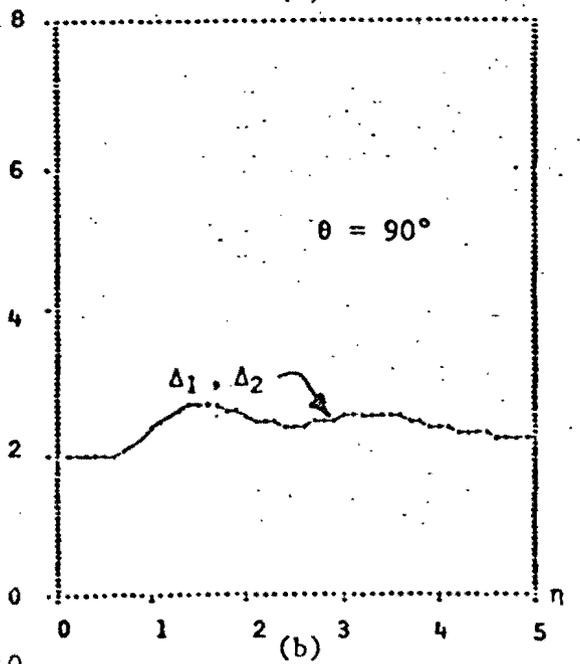
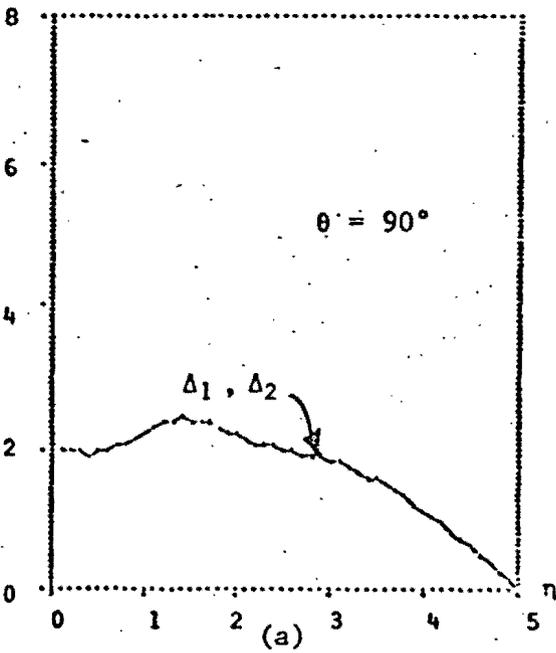
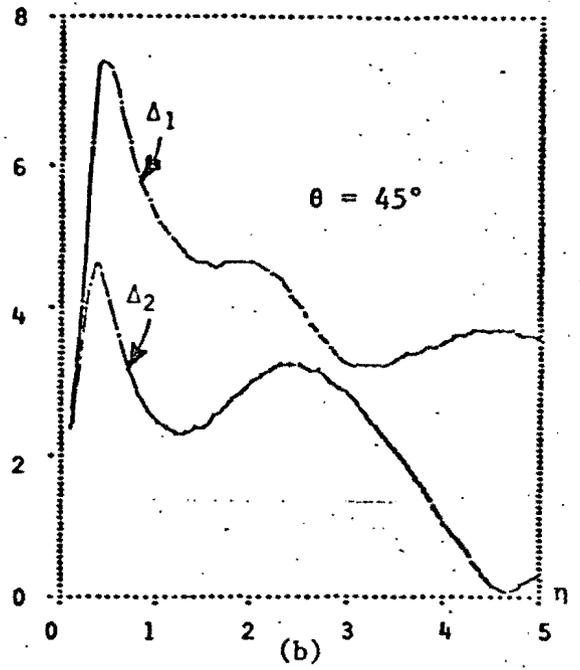
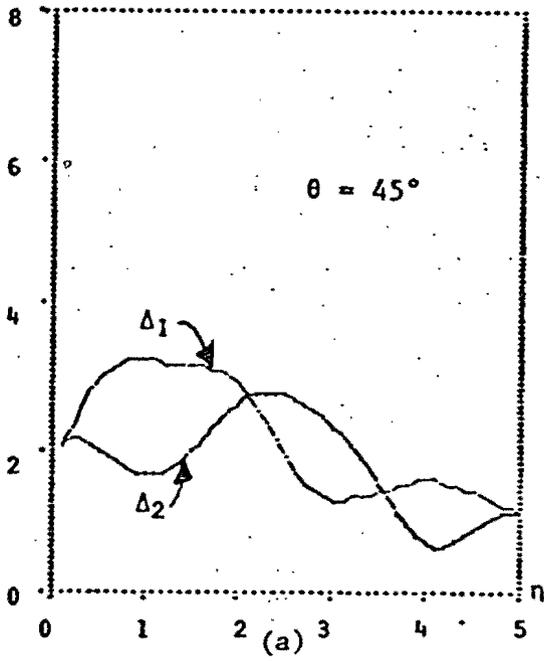
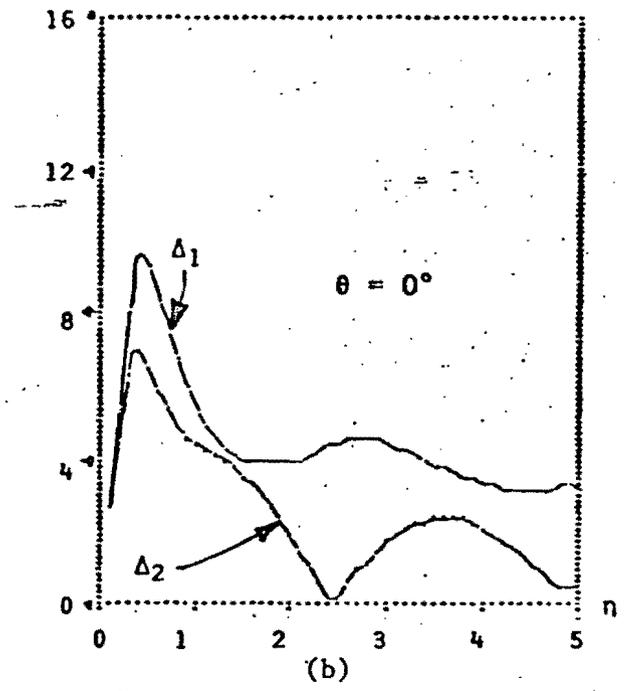
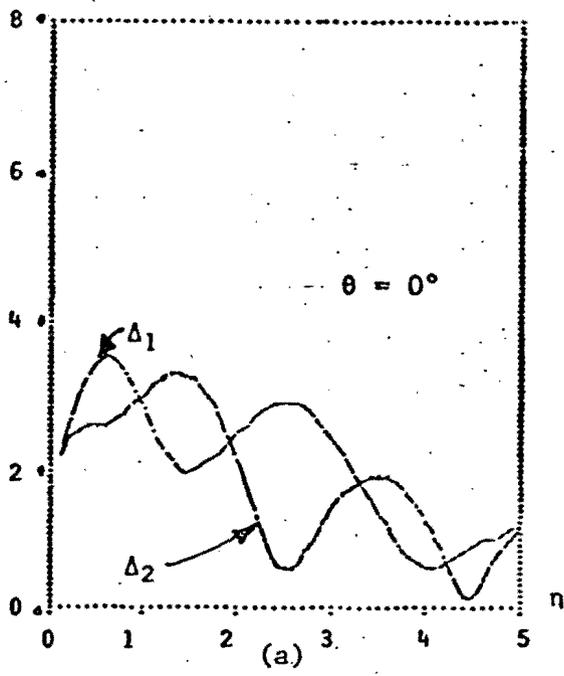


FIG 10

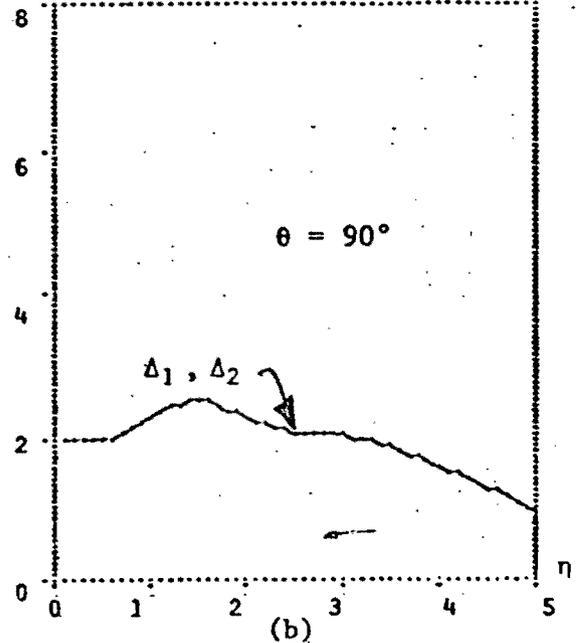
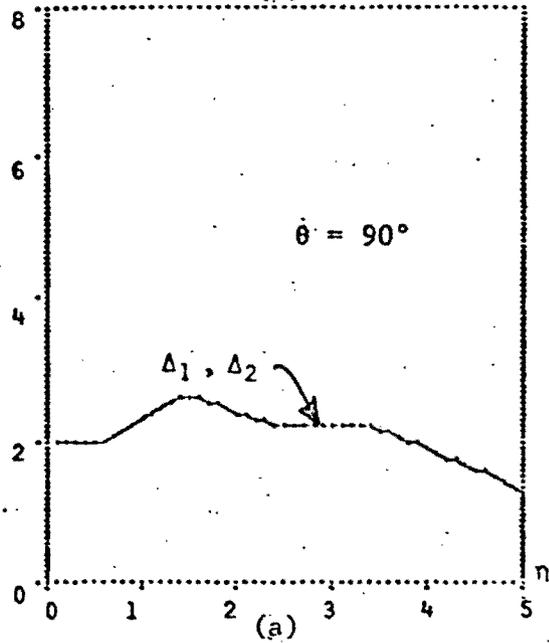
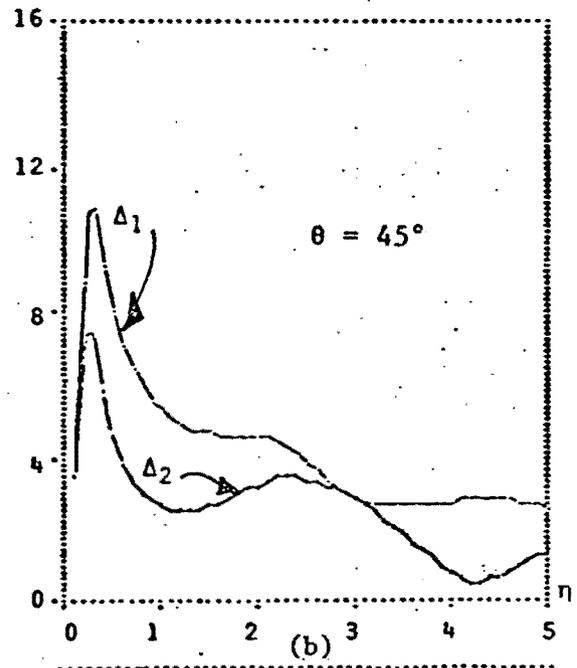
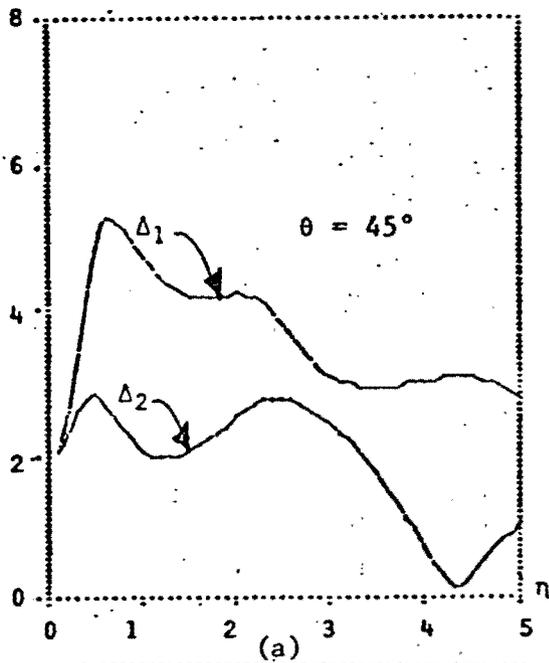
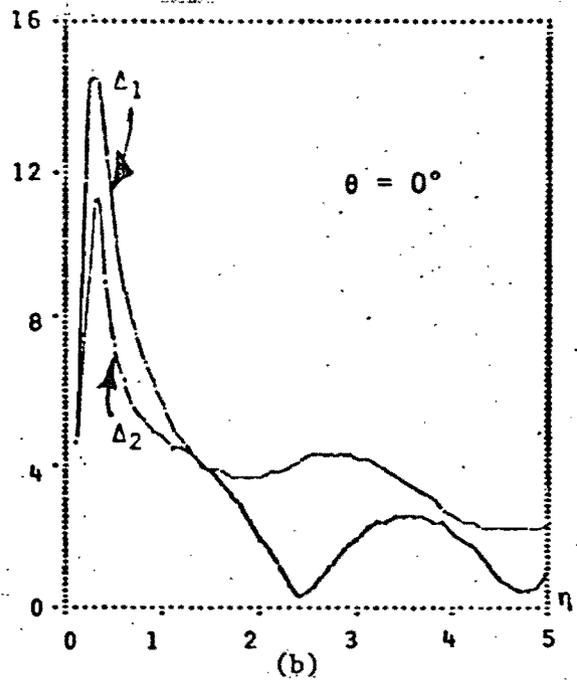
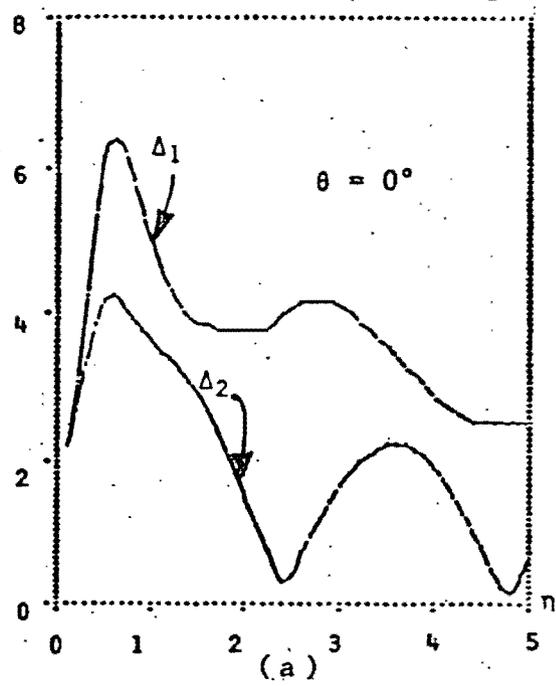


FIG 11

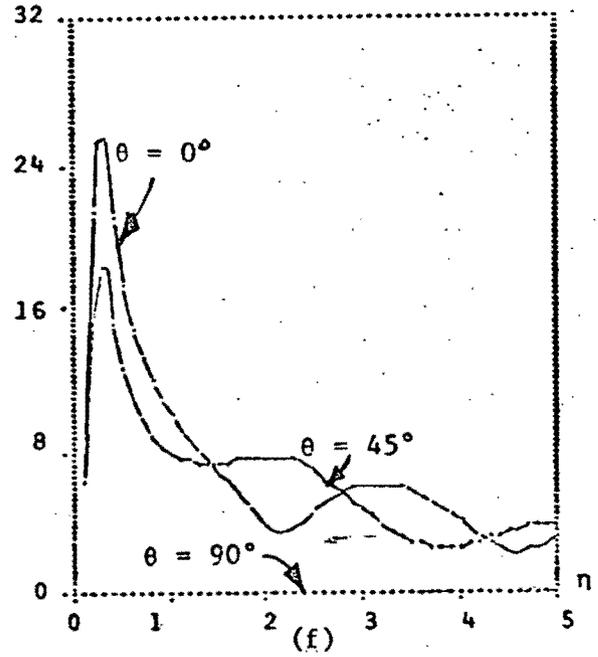
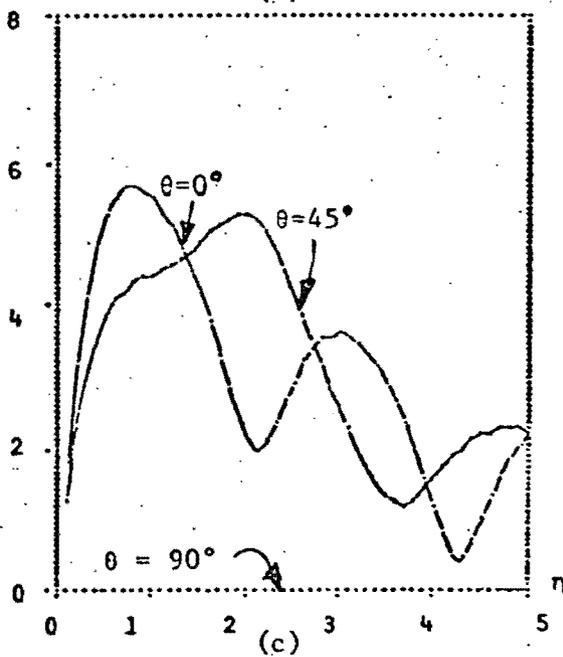
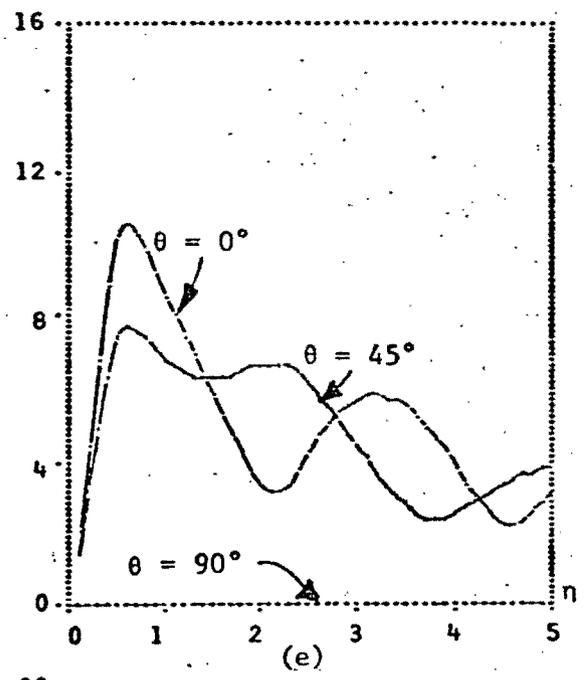
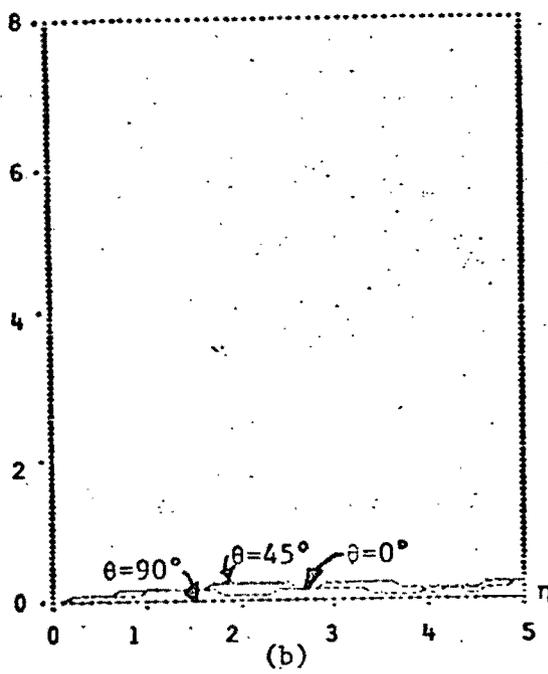
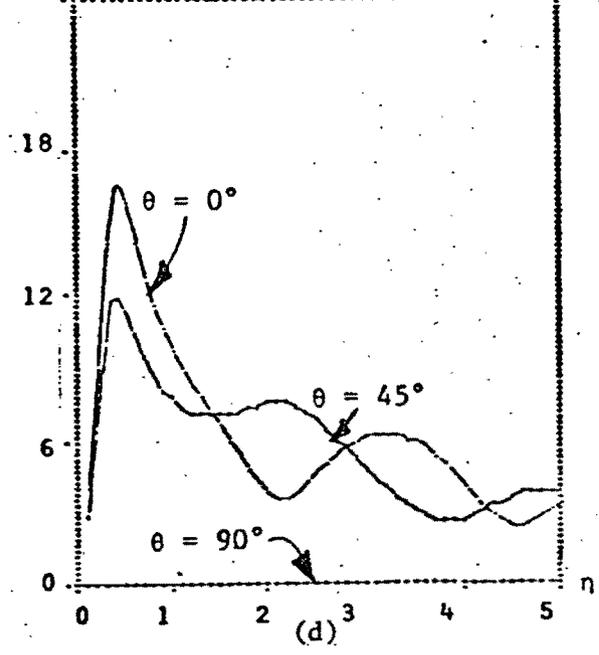
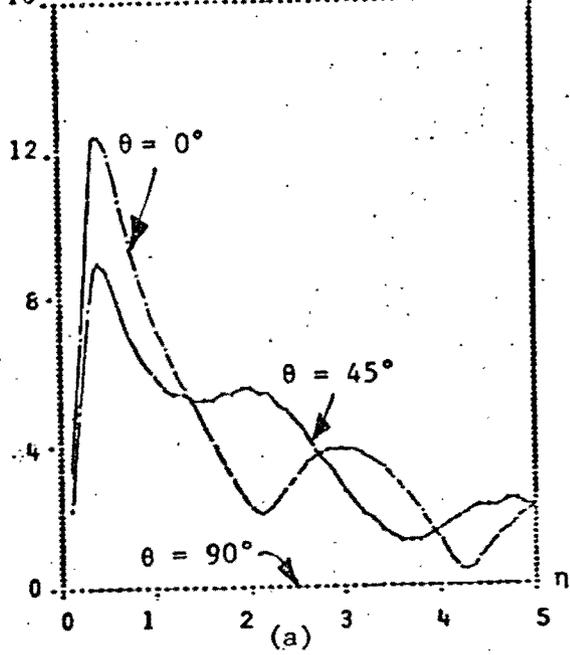


FIG 12

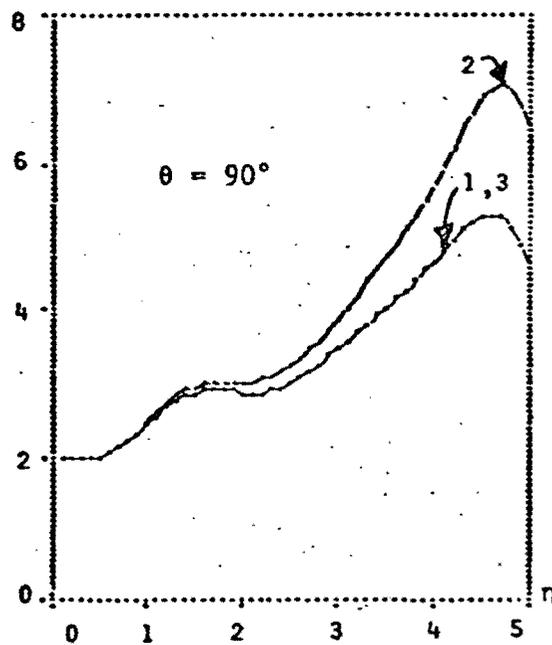
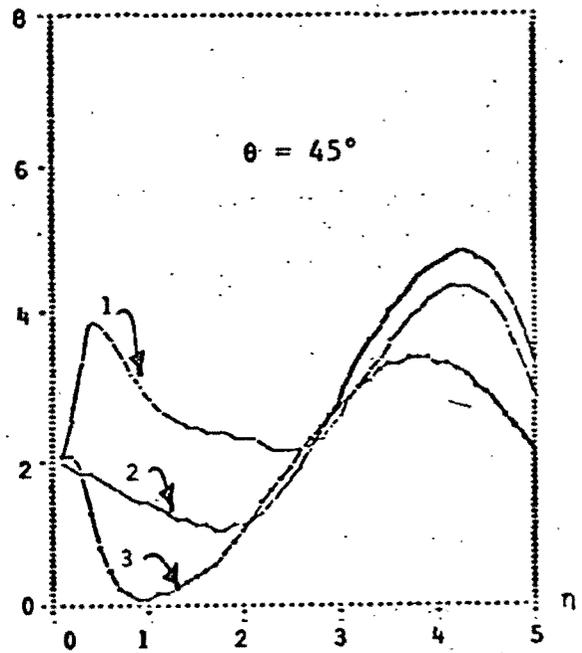
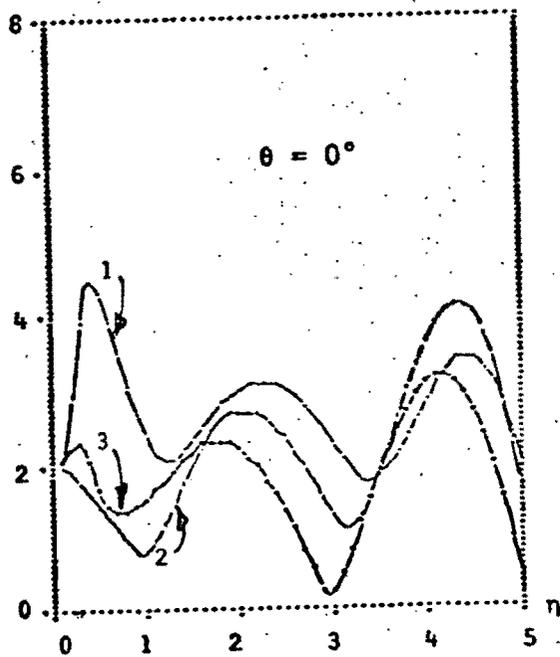


FIG 13

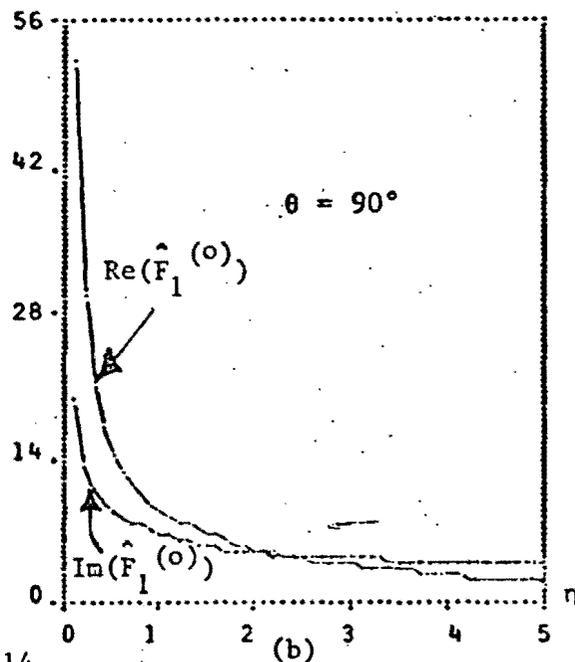
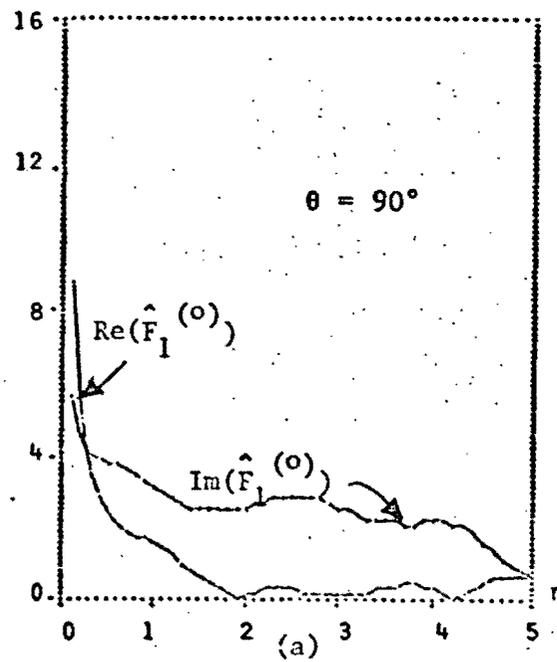
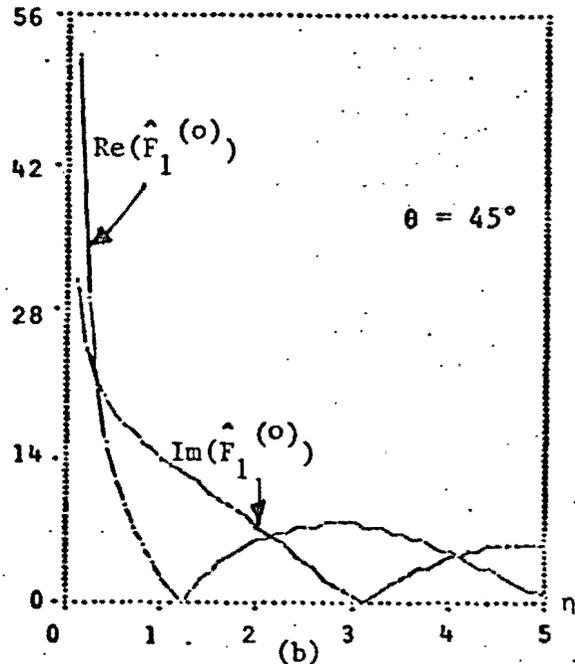
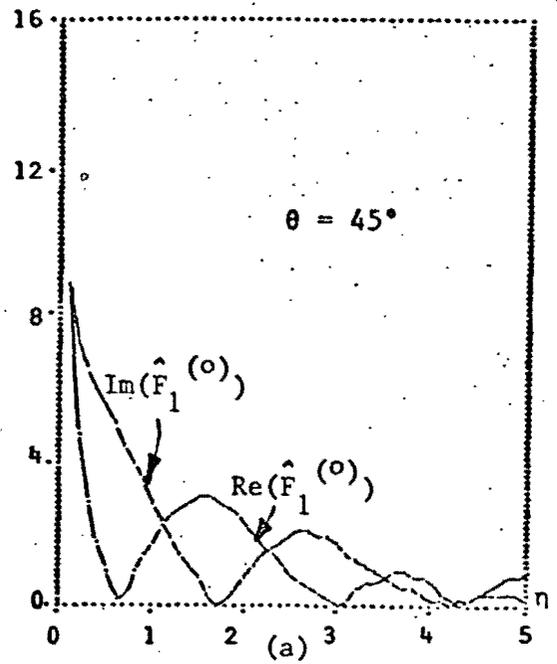
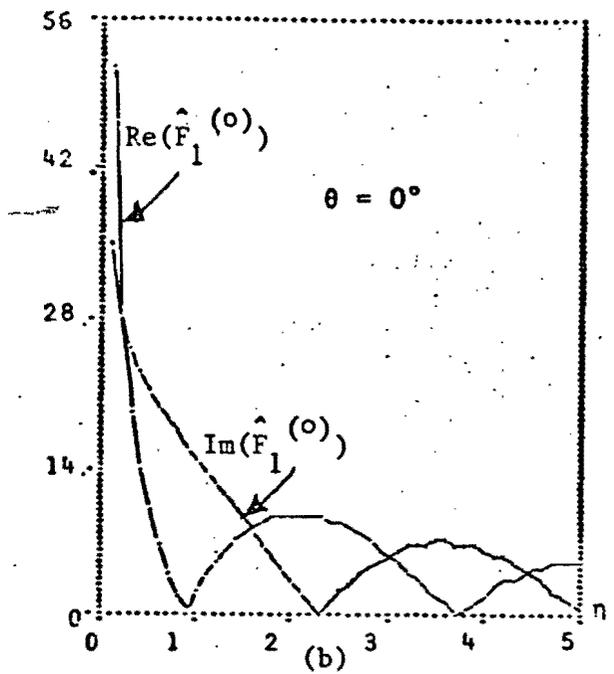
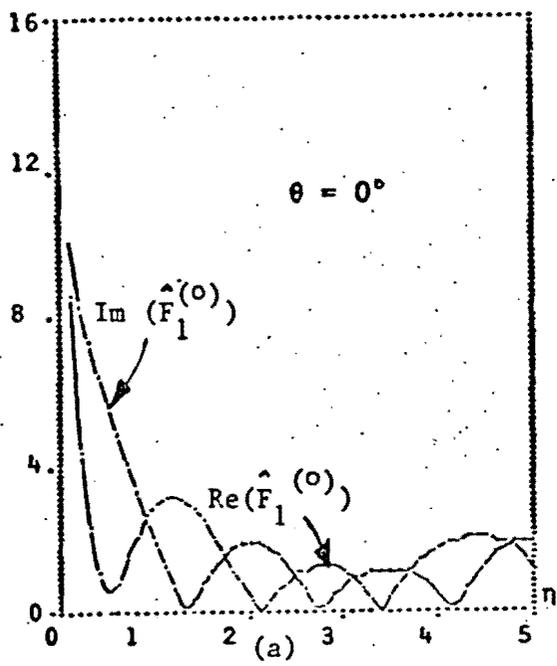


FIG 14

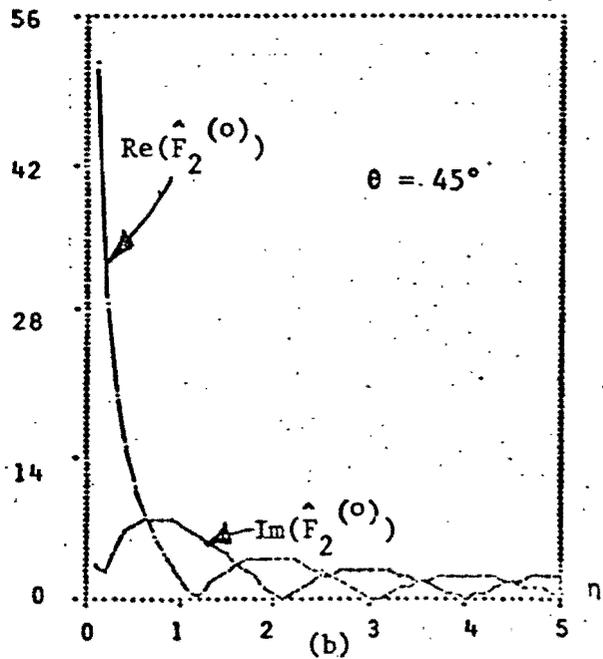
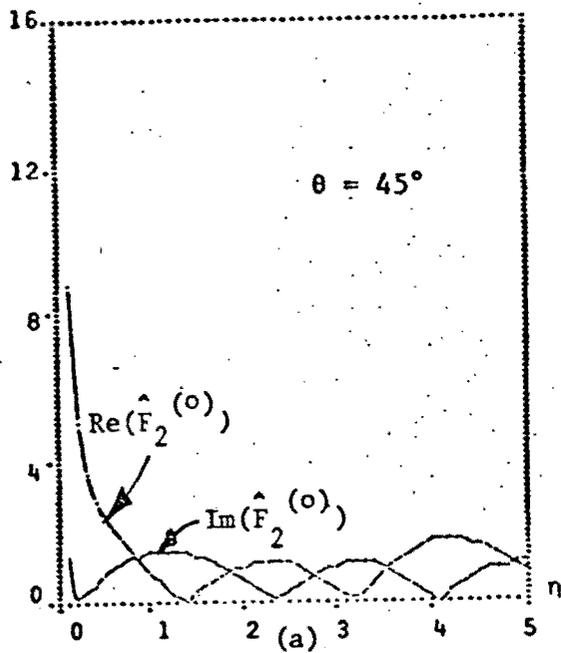
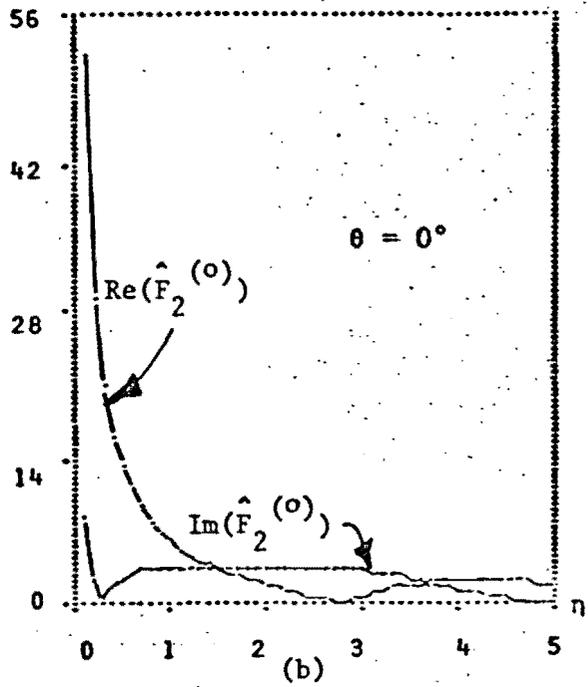
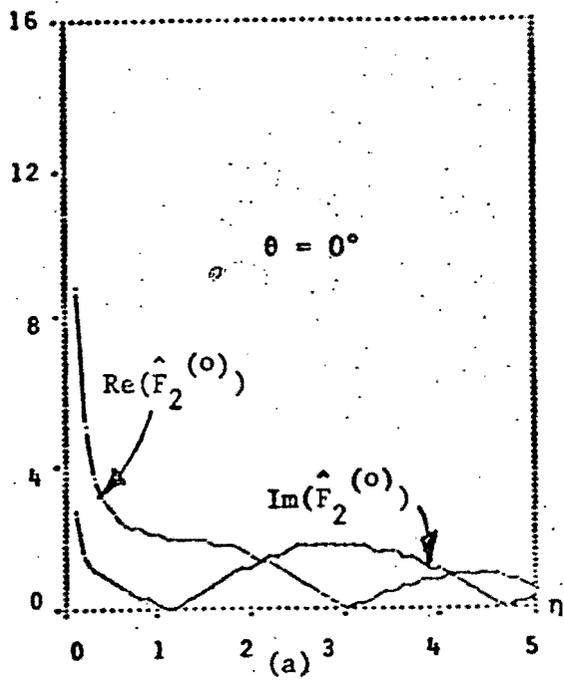


FIG 15

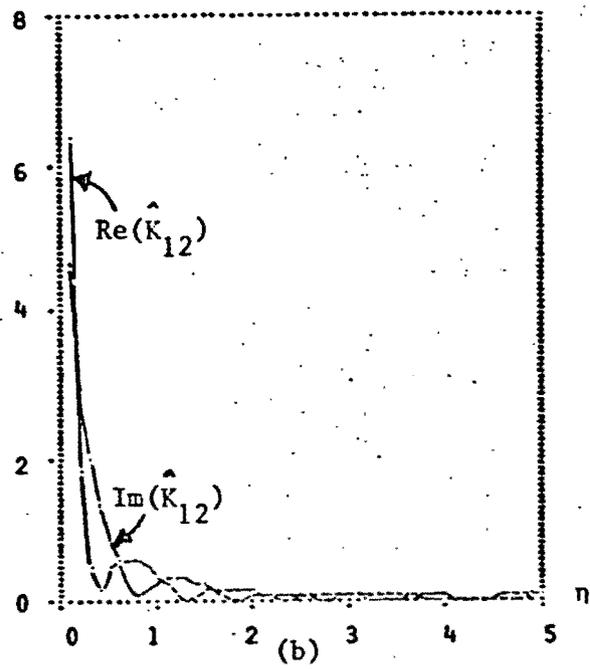
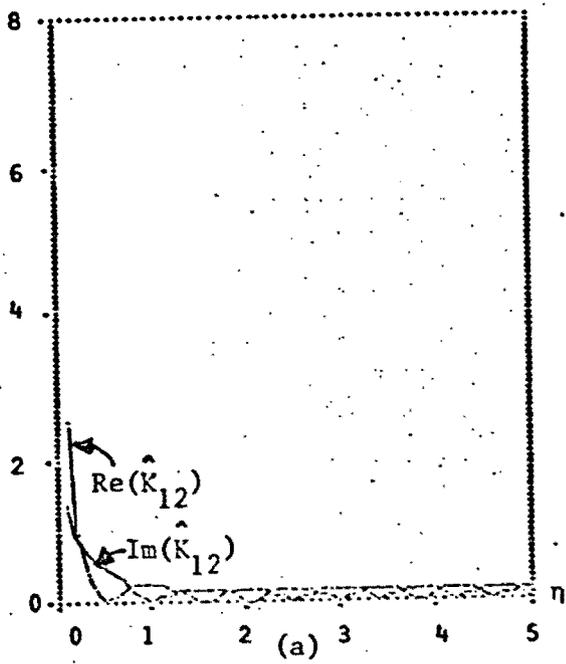
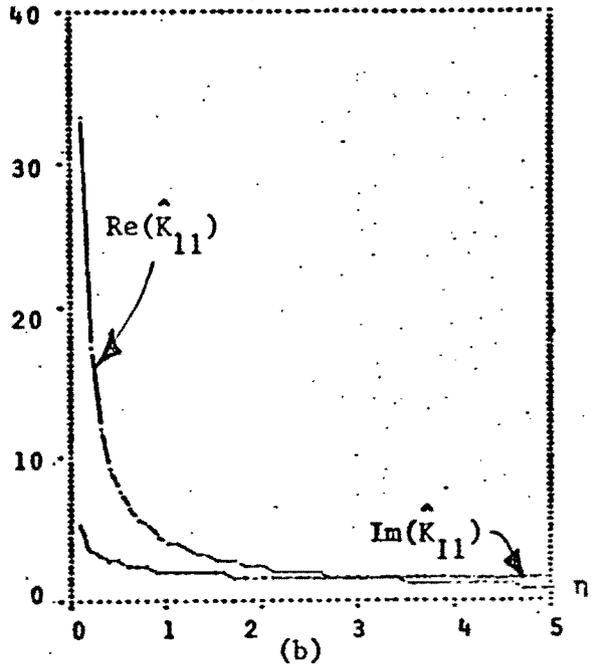
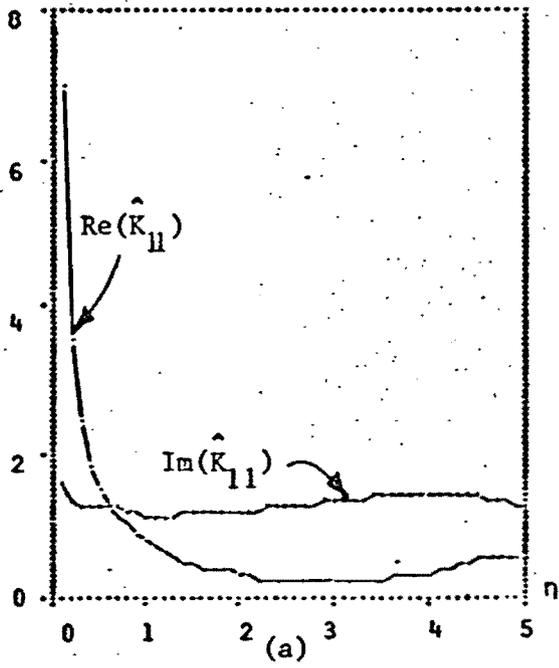


FIG 16