

ANALISIS DE ESTABILIDAD DE TALUDES EN TERMINOS DE SUS
DEFORMACIONES EXTERIORES

TESIS

que para obtener el grado de

MAESTRO EN INGENIERIA

(mecánica de suelos)

presenta

MIGUEL ROMO ORGANISTA

México, D.F., 1971



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



DEPA

T. UNAM
1971
ROM

PREFACIO

El Dr. Daniel Reséndiz sugirió al autor que una investigación para determinar la correlación entre la deformación exterior de un talud y la distorsión unitaria media en la superficie crítica de falla sería un tópico adecuado para tesis de maestría. El enfatizó que la mayor deficiencia de los métodos de diseño límite es que no permiten conocer las deformaciones que ocurrirán en un terraplén, para un determinado factor de seguridad. Por tanto, como primer objetivo de esta investigación se fijó la obtención de correlaciones entre el factor de seguridad, la distorsión unitaria media - en la superficie potencial de deslizamiento y la deformación exterior de un terraplén, con el fin de realizar diseños de taludes que tomen en cuenta la deformación exterior permisible, utilizando un método de análisis convencional.

Conforme progresó el estudio, el autor advirtió que sería de interés práctico hacer una comparación de: a) los factores de seguridad obtenidos con el método sueco y con el elemento finito; y b) la posición de las superficies potenciales de deslizamiento de estos métodos y el de Bishop modificado.

Como resultado de esta investigación parece posible diseñar terraplenes en términos de su deformación exterior, usando un método de análisis convencional. Sin embargo, es necesario ampliar los estudios realizados, con el fin de de-

finir en forma más precisa las correlaciones presentadas en el capítulo 6.

El autor desea expresar su agradecimiento al Dr. Reséndiz, director de la tesis, al Ing. J. Alberrò por sus indicaciones en algunos temas tratados en este trabajo, al Dr. S. Covarrubias por su autorización para usar en una parte de esta tesis el programa de computadora desarrollado por él para el método de Bishop y al Sr. A. Jaime por su colaboración en una de las etapas de la investigación.

INDICE

Página

PREFACIO

INDICE

CAPITULO 1 INTRODUCCION Y DEFINICIONES 1

1.1 Objetivos 1

1.2 Definición de la Distorsión Exterior de un Talud 3

CAPITULO 2 APLICACION DE LA TEORIA DE LA ELASTICIDAD
PARA DETERMINAR EL ESTADO DE ESFUERZOS Y
DEFORMACIONES EN UN TERRAPLEN 4

2.1 Construcción Instantánea 4

2.2 Construcción Secuencial 5

2.3 Método del Elemento Finito con Relaciones no-
Lineales 6

2.3.1 Concepto Básico 6

2.3.2 Técnicas de Aproximación del Comportamiento
Esfuerzo-Deformación 8

2.3.3 Discusión de la Aproximación 10

2.3.4 Programa para Computadora 14

CAPITULO 3 ANALISIS DE LOS TERRAPLENES CON EL METODO DEL
ELEMENTO FINITO 15

3.1 Introducción 15

3.2 Comportamiento no Lineal del Material 15

3.3 Hipótesis y Simplificaciones 19

3.4 Resultados 21

CAPITULO 4 ANALISIS DE ESTABILIDAD CON METODOS CONVEN-
CIONALES 24

4.1 Método Sueco 24

4.1.1 Comentarios Generales 24

4.1.2 Análisis 25

4.1.3 Resultados 27

	Página
4.2 Método de Bishop Modificado	27
4.2.1 Comentarios Generales	27
4.2.2 Análisis	28
4.2.3 Resultados	28
4.3 Conclusiones	28
<u>CAPITULO 5 COMPARACION DE LOS METODOS DE BISHOP</u> <u>MODIFICADO, SUECO Y ELEMENTO FINITO</u>	30
5.1 Introducción	30
5.2 Comentarios sobre las Superficies Potenciales de Falla	30
5.3 Correlación entre los Métodos Sueco y del Elemento Finito.	30
<u>CAPITULO 6 UN METODO DE DISEÑO DE TERRAPLENES ATENDIENDO</u> <u>A SU DISTORSION EXTERIOR</u>	34
<u>CAPITULO 7 CONCLUSIONES Y PROPOSICIONES PARA INVESTIGA-</u> <u>CIONES FUTURAS</u>	36
7.1 Conclusiones	36
7.2 Proposiciones para Investigaciones Futuras	37
NOMENCLATURA	38
LISTA DE REFERENCIAS	41
FIGURAS	44
TABLAS	65

CAPITULO 1

INTRODUCCION Y DEFINICIONES

1.1 Objetivos

Los métodos de análisis límite para el estudio de la estabilidad de taludes tienen ventajas y desventajas bien conocidas. Omitiendo considerar las discrepancias entre ellos (relativamente pequeñas), su mayor limitación práctica es la falta de correlación entre el factor de seguridad y la correspondiente distorsión exterior del talud. Esta falta de correlación se debe, obviamente, a las diferencias en la relación esfuerzo-deformación de diversos suelos con igual resistencia.

Entre las ventajas de esos métodos su simplicidad es quizá la mayor, lo que para fines prácticos determina su popularidad.

Sería de gran interés poder combinar la sencillez de los procedimientos de análisis límite y la utilidad práctica de un método que permitiera juzgar las condiciones de estabilidad del talud en términos de sus deformaciones exteriores, pues son estas las que, por motivos estéticos o de servicio, imponen límites prácticos al factor de seguridad.

Una forma de lograr esto sería la acumulación de datos sobre un gran número de casos en que se conociera el factor de seguridad, la distorsión exterior del talud y las relacio

nes esfuerzo-deformación del material de este. Otra, más inmediata, es sugerida por la posibilidad de analizar esfuerzos y deformaciones en medios continuos no lineales por el método del elemento finito. Con este último enfoque, mediante el análisis de un número relativamente reducido de casos se establecerían las relaciones entre la deformación distorsional unitaria media a lo largo de la zona más deformada del talud (superficie potencial de deslizamiento) y la distorsión exterior. De este modo, fijo el límite de distorsión exterior aceptable, sería posible determinar en general la correspondiente deformación unitaria media en la superficie de deslizamiento y, por tanto, en las curvas esfuerzo-deformación del suelo particular de interés, la resistencia correspondiente a ese nivel de deformación, que se usaría en un análisis de estabilidad convencional.

En vista de que la relación entre distorsión exterior y deformación unitaria en la superficie potencial de deslizamiento sería independiente (salvo efectos de segundo orden) de la forma precisa de las curvas esfuerzo-deformación adoptadas en el análisis por el método del elemento finito, este debe ser alimentado por relaciones esfuerzo-deformación realistas pero no necesariamente idénticas a las de los suelos a los que posteriormente se aplique el método.

Lo anterior define el objetivo central de esta tesis. Como subproductos se obtuvieron:

a) La relación entre los factores de seguridad obtenidos con el método sueco y el método del elemento finito.

b) Una comparación entre la posición de las superficies potenciales de falla determinadas con los métodos de Bishop - modificado, sueco y elemento finito.

1.2 Definición de la Distorsión Exterior de un Talud.

Para juzgar la estabilidad de un talud en términos de sus deformaciones exteriores conviene definir un parámetro que sea representativo de ellas. Por tanto, la distorsión exterior de un talud se definió mediante el siguiente parámetro adimensional:

$$\zeta = \frac{\Delta h + \Delta v}{H} \quad (1a)$$

donde Δh es el desplazamiento máximo del talud, Δv el desplazamiento máximo de la corona del terraplén y H su altura.

Sin embargo, en un terraplén los desplazamientos verticales de la corona son nulos al final de la construcción. En - tonces, la distorsión exterior de un talud de terraplén puede definirse simplemente como:

$$\zeta = \frac{\Delta h}{H} \quad (2)$$

CAPITULO 2

APLICACION DE LA TEORIA DE LA ELASTICIDAD PARA DETERMINAR EL
ESTADO DE ESFUERZOS Y DEFORMACIONES EN UN TERRAPLEN

2.1 Construcción Instantánea

Para determinar el estado de esfuerzos en el interior de un cuerpo elástico, homogéneo e isótropo se debe resolver un sistema de ecuaciones diferenciales parciales constituido por las ecuaciones de equilibrio, las relaciones esfuerzo-deformación y las ecuaciones de compatibilidad, sujetas a condiciones de frontera apropiadas.

Cuando la relación esfuerzo-deformación se supone lineal se aplica la teoría clásica de elasticidad para resolver el problema de valores en la frontera. Para este caso, las ecuaciones básicas que se deben satisfacer en el cuerpo son (Sokolnikoff, 1956):

a) Ecuaciones de equilibrio:

$$\sigma_{ij,j} + F_i = 0 \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (3)$$

b) Relaciones esfuerzo-deformación:

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \nu + 2\mu e_{ij} \quad (4)$$

c) Ecuaciones de compatibilidad:

$$e_{ij,kl} + e_{kl,ij} - e_{ik,jl} - e_{jl,ik} = 0 \quad (5)$$

y las condiciones de frontera se definen como

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= \bar{T}_j \quad \text{en } S_t \\ U_i &= \bar{U}_i \quad \text{en } S_u \end{aligned} \quad (6)$$

donde

σ_{ij} = tensor de esfuerzos

F_i = fuerzas de volumen

δ_{ij} = delta de Kroneker = $\begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases}$

e_{ij} = tensor de deformación

v = e_{ii}

λ, μ = constantes de Lamé

\bar{U}_i = desplazamientos

S_t = superficie donde se especifican fuerzas

S_u = superficie donde se especifican desplazamientos

\bar{T}_j = fuerzas especificadas en la frontera

\bar{U}_i = desplazamientos especificados en la frontera

Este tipo de problema ha sido resuelto analíticamente para ciertas condiciones de frontera y geometría (Terzaghi, 1943; Scott, 1963; Harr, 1966).

2.2 Construcción Secuencial

Considerando únicamente el peso propio, el estado de esfuerzos final en un terraplén depende del proceso constructivo, aun suponiendo que el material tiene un comportamiento elástico lineal. Para materiales elásticos no-lineales estos efectos son más críticos.

Goodman y Brown (1963) mostraron cómo se puede obtener el estado de esfuerzos por peso propio en un terraplén infinito - construido en forma incremental. El método básicamente consiste en determinar los esfuerzos y las deformaciones en un punto, para diferentes etapas de construcción; cuando se alcanza la configuración final, se aplica el principio de superposición obteniéndose así, el estado de esfuerzos y deformaciones para dicho punto. Este método sólo es válido para terraplenes con propiedades elásticas constantes y permite considerar en cada capa (de espesor constante) peso volumétrico distinto. Solamente un número limitado de configuraciones se pueden analizar en forma semejante, y para casos prácticos se deben hacer ciertas simplificaciones.

Desafortunadamente, las soluciones a este problema de valores en la frontera basadas en la teoría de la elasticidad, además de las limitaciones de geometría y condiciones en la frontera, consideran que el material tiene respuesta elástica lineal. Para el caso de los suelos, esta es una grave limitación, pues ellos tienen un comportamiento elástico no-lineal (excepto, quizá, para esfuerzos muy bajos). Por tal motivo las soluciones actuales al problema de terraplenes basados en la teoría de la elasticidad lineal tienen poca validez.

2.3 Método del Elemento Finito con Relaciones no Lineales

2.3.1 Concepto básico

El método del elemento finito es un método de aproximación variacional adaptado particularmente al cálculo numérico. Des

de el punto de vista matemático es una aplicación del método de Ritz (Guellec, 1970).

Desde el punto de vista físico, el método del elemento finito consiste en dividir el dominio en estudio en subdominios de geometría fácil de analizar, y en superponerlos siguiendo ciertas leyes para obtener el dominio global y la solución aproximada. En la fig. 1 se muestra un medio continuo discretizado por medio de elementos triangulares con las condiciones de frontera más frecuentes en problemas prácticos.

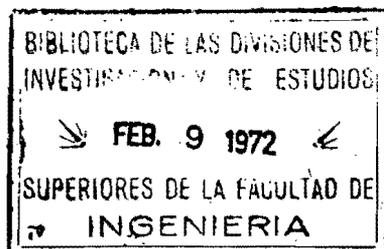
El análisis de un medio continuo elástico con el método del elemento finito consiste en general, de cuatro pasos básicos:

a) Idealización estructural del medio continuo por un conjunto de elementos finitos.

b) Determinación de las características de rigidez de cada elemento para obtener la matriz de rigidez total K.

c) Análisis de la estructura. La ecuación de equilibrio que relaciona las fuerzas aplicadas en los nudos P, y los desplazamientos nodales u, es:

$$\{P\} = K \{u\}$$



(7)

d) Obtención de los esfuerzos en cada elemento a partir de los desplazamientos nodales.

2.3.2 Técnicas de Aproximación del Comportamiento Esfuerzo-Deformación no Lineal

Cuando se utiliza elasticidad no lineal en el análisis de terraplenes con el método del elemento finito la solución no es única, a menos que se especifique el programa de carga. Por tanto, para obtener una solución adecuada es conveniente reproducir lo mejor posible el comportamiento no lineal de los materiales involucrados.

En la fig. 2 se muestran dos técnicas para simular el comportamiento no lineal de los suelos. Por el procedimiento de iteraciones (ver fig. 2a) se analiza repetidamente el mismo cambio de cargas externas. Después de cada iteración, los valores del esfuerzo y la deformación de cada elemento se examinan para determinar si satisfacen la relación esfuerzo-deformación. Si en algún elemento no hay congruencia entre el esfuerzo y la deformación se elige un nuevo módulo de deformación para la siguiente iteración. Con este procedimiento es posible representar relaciones esfuerzo-deformación en las que el esfuerzo decrece a partir de cierto valor máximo al aumentar la deformación. Sin embargo, presenta grandes dificultades para considerar un estado de esfuerzos iniciales.

Con el procedimiento de incrementos sucesivos (ver fig. 2b) el cambio total en carga externa se analiza en varias eta

pas. Al principio de cada incremento de carga, se elige un módulo de deformación para cada elemento teniendo en cuenta los valores de esfuerzos o deformaciones. Como se ve en la fig. - 2b, la relación esfuerzo-deformación no lineal se aproxima por una serie de rectas. Con este método se pueden considerar esfuerzos iniciales, pero no es posible simular una relación esfuerzo-deformación en la que el esfuerzo decrece a partir de cierto valor máximo, ya que para lograr esto sería necesario - emplear un módulo de deformación negativo, lo cual no es posible en el método del elemento finito (Brebbia, 1969). Sin embargo, el autor cree que ^p es posible simular el comportamiento de tales suelos con el procedimiento de incrementos sucesivos. Actualmente, cuando se alcanza la resistencia a la falla, se supone un módulo de deformación bajo y el esfuerzo de falla máximo constante para la siguiente iteración. Evidentemente, esto puede ocasionar errores significativos para deformaciones altas (ver fig. 2c). Esto se puede evitar si se procede como sigue: considerando la curva hiperbólica como referencia, dada una deformación ϵ' (mayor que la deformación crítica ϵ_c) se puede conocer el σ_d correspondiente. Además, puesto que se conoce el σ_{df} del material, el incremento de deformación y la pendiente de la rama descendente de la curva, se puede determinar el esfuerzo σ'_{df} . Para la siguiente iteración se supone que el material sigue una ley esfuerzo-deformación semejante a la bilineal (ver fig. 2c) con esfuerzo de falla igual a σ'_{df} .

Para distribuir el esfuerzo excedente, este se transforma en fuerzas nodales equivalentes. Con este sistema de cargas se realizan las iteraciones necesarias hasta que se cumpla la ley esfuerzo-deformación propuesta para los elementos sobre esforzados.

En este trabajo se utilizó el método de incrementos sucesivos para simular la no linealidad de la respuesta del material constitutivo de los terraplenes analizados. Sin embargo, debido a las incertidumbres en cuanto al número de incrementos de carga necesarios para hacer confiables los resultados, se estimó conveniente realizar iteraciones para cada incremento de carga hasta lograr congruencia entre esfuerzos y deformaciones.

2.3.3 Discusión de la Aproximación

Como se dijo en el inciso 2.3.1, el método del elemento finito es una modificación del método de Ritz del cálculo de variaciones, en el cual la región de interés se divide mediante una malla y las funciones de desplazamiento se definen seccionalmente en cada elemento de la malla.

La discretización de un medio continuo causa un error en la solución del problema, pues equivale a aproximar un problema continuo con número infinito de grados de libertad mediante una agregación de elementos discretos, que tiene un número finito de grados de libertad.

Respecto al análisis de problemas planos, con el método del elemento finito, debe hacerse notar que (Guellec, 1970):

a) En todo sistema se satisfacen las ecuaciones de compatibilidad.

b) En cada elemento se satisfacen las ecuaciones de e-equilibrio.

c) En las fronteras de los elementos no se satisface, en general, el equilibrio de esfuerzos, pero las fuerzas nodales resultantes están en equilibrio.

Esta falla en el equilibrio de esfuerzos introduce el error mencionado en el análisis con el método del elemento finito. La evaluación de este error es uno de los problemas teóricos más importantes del método. Se han propuesto dos métodos: uno, sigue los procedimientos habituales del análisis numérico y el otro se apoya en los dos principios variacionales extremos de la mecánica.

El estudio matemático del error consiste en analizar los parámetros que influyen en la convergencia. Recientemente (Guellec, 1970) se ha estudiado el efecto del ángulo menor y de la altura máxima de los triángulos. Los resultados ponen de manifiesto la importancia de la regularidad y fineza de la malla. Si se desean resultados precisos, es importante que los elementos sean regulares y no presenten ángulos agudos. Esto es difícil de obtener en dominios de geometría compleja.

El estudio del error a partir de los dos principios variacionales extremos se basa en que, con el método de los desplazamientos (derivado de la aplicación del principio de energía potencial mínima) se obtiene una energía de deformación mayor en el medio discretizado que en el real, por tanto, los desplazamientos convergen al valor real por abajo. Con el método de las fuerzas (derivado de la aplicación del principio de energía complementaria mínima) se obtiene una energía de deformación menor en el medio discretizado que en el real, por tanto los desplazamientos convergen por arriba. De esta forma, contando con los límites superior e inferior se puede estimar el error cometido en el análisis del problema de interés.

No obstante que con estos métodos se puede determinar el error ocasionado por la malla, su empleo no se ha generalizado debido a las graves dificultades que presenta el método de las fuerzas, y a que existe un método más práctico para estimar el error ocasionado por la discretización del medio continuo. Este método consiste en utilizar dos o más tamaños de malla en la solución del problema, para estudiar la convergencia de los resultados.

Aunque el error involucrado en la discretización puede ser significativo, existe otra fuente de error más importante: la suposición de una función de desplazamientos determinada. Todos estamos conscientes que la distribución de desplazamientos en una sección vertical de una presa de materiales graduados, por ejemplo, tiene una variación que dista mucho de ser

lineal o parabólica, por tanto, es menester que, al suponer una ley de desplazamientos a cada elemento de la malla sepamos el tipo y grado de error cometido. Sin embargo, la obtención analítica de este error es difícil pues, a priori no se conoce la distribución de los desplazamientos en el medio, por tanto, para estimar dicho error es necesario hacer un proceso iterativo que nos permita determinar las concentraciones de desplazamientos y así afinar la malla en esas zonas. Con este procedimiento se puede reproducir aceptablemente la distribución de desplazamientos del prototipo.

Como se desprende de lo dicho anteriormente, salvo restricciones de tiempo o costo, siempre es factible estimar el error cometido en el análisis de un problema particular.

Además de los errores inherentes al método, cabe mencionar que la solución del sistema de ecuaciones de equilibrio (ec. - 17) puede presentar problemas de convergencia. En tal caso, para eliminar esta fuente de error es preciso realizar una serie de iteraciones (Alberro y Romo, 1969) hasta que los residuos sean despreciables.

Cuando se utiliza elasticidad no lineal, se introduce un error adicional al representar el comportamiento no lineal por una serie de rectas. Obviamente, este error puede hacerse tan pequeño como se quiera. Este aspecto será tratado con más detalle en el inciso 3.3

2.3.4 Programa para Computadora

El programa utilizado en este trabajo es el de la ref. 1, con modificaciones para poder usar relaciones esfuerzo-deformación no lineales y para calcular las deformaciones y distorsiones en cada elemento. En la fig. 3 se muestra el diagrama general de flujo.

CAPITULO 3

ANALISIS DE LOS TERRAPLENES CON EL METODO DEL ELEMENTO FINITO

3.1 Introducción

Con el fin de alcanzar los objetivos propuestos, se estimó conveniente analizar como mínimo nueve terraplenes.

Las pendientes elegidas fueron: 3:1, 2.5:1 y 2:1 y para cada una de ellas se consideraron los factores de seguridad 1.1, 1.2 y 1.5. Se seleccionaron factores de seguridad relativamente bajos en vista de que nos interesan distorsiones cercanas al límite de aceptabilidad; las pendientes se eligieron teniendo en cuenta la frecuencia con que se construyen terraplenes con inclinación próxima a ellas.

También se analizó el terraplén con talud 2:1 para factor de seguridad 1.0, con el objeto de estudiar su comportamiento en estado límite.

3.2 Comportamiento no Lineal del Material

Para simular el comportamiento no lineal del material se adoptó una relación esfuerzo-deformación hiperbólica rectangular (Kondner, 1963). Esta relación permite incluir como variables la presión hidrostática de preconsolidación, la presión confinante efectiva de consolidación y la velocidad de deformación.

La fig. 4a muestra una hipérbola rectangular que pasa por el origen de coordenadas y tiene por asíntotas:

$$\epsilon + \alpha = 0 \quad (8)$$

$$\sigma_d + \beta = 0$$

donde, σ_d es el esfuerzo desviador y ϵ la deformación axial unitaria.

Por tanto, la ecuación de la hipérbola es:

$$\epsilon \sigma_d - \epsilon \beta + \sigma_d \alpha = 0 \quad (9)$$

dividiendo por σ_d y haciendo $a = \frac{\alpha}{\beta}$ y $b = \frac{1}{\beta}$, la ec. 9 se expresa:

$$\sigma_d = \frac{\epsilon}{a + b\epsilon} \quad (10)$$

El significado físico de los parámetros a y b se puede visualizar fácilmente: como se muestra en la fig. 4a, b es el recíproco del valor asíntótico de σ_d cuando la deformación axial tiene a infinito σ_{du} y a , es el inverso del módulo tangente inicial.

La obtención de los parámetros a y b se simplifica si la ec. 10 se escribe en la forma,

$$\frac{\epsilon}{\sigma_d} = a + b\epsilon \quad (11)$$

y los esfuerzos y deformaciones obtenidos de pruebas de compresión triaxial, se grafican en un sistema coordinado como el indicado en la fig. 4b. Generalmente se observa que el valor asintótico σ_{du} es ligeramente mayor que el valor de la resistencia a la compresión σ_{df} . Esto es obvio, pues para todo valor finito de la deformación axial, la hipérbola permanece abajo de la asíntota. Sin embargo, la resistencia a la falla y el valor asintótico se pueden relacionar por medio del factor R_f :

$$\sigma_{df} = R_f \sigma_{du} \quad (12)$$

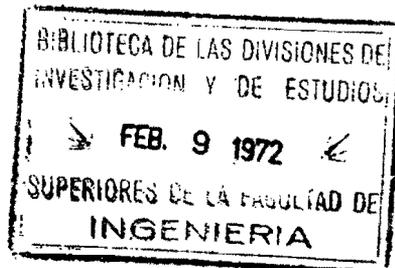
De pruebas de laboratorio se ha encontrado (Duncan y Chang, 1970 a) que el valor de R_f es prácticamente independiente de la presión de confinamiento y su intervalo de variación es de 0.5 a 1.00, aproximadamente. En esta investigación se utilizó $R_f = 0.95$.

Según estudios experimentales (Kondner, 1963) los parámetros a y b de cierto suelo arcilloso (LL = 55%, LP = 26%; $\kappa = 2.4 = 85\%$) se pueden expresar como sigue, para condiciones de deformación consolidadas no drenadas:

$$b = \frac{1}{\sigma_p \left[N + M e^{-Q \left(\frac{\sigma_p}{\sigma_c} \right)} \right]} \quad (13)$$

$$a = \frac{1}{\sigma_c \left[124 + (28.3 + 4.28 \log \dot{\epsilon}) \frac{\sigma_p}{\sigma_c} \right]} \quad (14)$$

donde:



$$N = 0.154 + 0.033 \log \dot{\epsilon}$$

$$M = 0.725 + 0.038 \log \dot{\epsilon}$$

$$Q = 0.386 + 0.092 \log \dot{\epsilon}$$

$e =$ base de los logaritmos naturales

$\dot{\epsilon} =$ velocidad de deformación

$\sigma_p =$ presión de preconsolidación

$\sigma_c =$ presión de consolidación

$\frac{\sigma_p}{\sigma_c} =$ relación de preconsolidación

El módulo de deformación tangente se determina de la relación,

$$E_t = \frac{a}{(a + b\epsilon)^2} \quad (15)$$

que se obtiene derivando la ec. 11 respecto a la deformación axial.

Si sustituimos la ec. 12 y los parámetros a y b en la ec. 15, se obtiene:

$$E_t = \frac{\frac{1}{E_i}}{\left[\frac{1}{E_i} + \frac{R_f \epsilon}{\sigma_{df}} \right]^2} \quad (16)$$

donde E_i es el módulo tangente inicial.

Sustituyendo $\sigma_{df} = 2c$ en la ec. 16, se obtiene la expresión para el módulo tangente:

$$E_t = \frac{\frac{1}{E_i}}{\left[\frac{1}{E_i} + \frac{R_f \epsilon}{2c} \right]^2} \quad (17)$$

En esta investigación la relación de Poisson se consideró constante e igual a 0.35.

Si sustituimos las ecs. 12, 13 y 14 en la ec. 10, se obtiene la relación esfuerzo-deformación hiperbólica utilizada en esta investigación:

$$\sigma_d = \epsilon \left\{ \left[\sigma_c \left[124 + (28.3 + 4.28 \log \dot{\epsilon}) \left(\frac{\sigma_p}{\sigma_c} \right) \right]^{-1} + \left[1.05 \sigma_p \left[N + M e^{-Q \left(\frac{\sigma_p}{\sigma_c} \right)} \right] \right]^{-1} \right]^{-1} \right\} \quad (18)$$

Se ha comprobado experimentalmente (Ducan y Chang, 1970 a y b; Kulhawy et al, 1969) que la relación esfuerzo-deformación propuesta por Kondner representa satisfactoriamente el comportamiento no lineal de los suelos.

3.3 Hipótesis y Simplificaciones

Los análisis de los terraplenes con el método del elemento finito se hicieron bajo las siguientes hipótesis:

- a) La condición de deformación plana.
- b) Los terraplenes son homogéneos * e isótropos.
- c) Los terraplenes se consideraron de longitud infinita, simétricos (el ancho de la cresta se fijó de tal forma que la superficie potencial de falla no intersekte el talud opuesto) y cimentados sobre un estrato rígido.
- d) No existe deslizamiento entre la cimentación y el terraplén.
- e) El sistema de cargas es exclusivamente el de peso propio.

* En el sentido de que están constituidos por un mismo material, aunque las propiedades de este varían con la presión de confinamiento de acuerdo con la ec. 17.

- f) El proceso incremental está compuesto por siete capas.
- g) El esfuerzo confinante en una prueba triaxial no drenada se supone equivalente al esfuerzo normal medio de cada elemento es decir, $\sigma_n = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$.
- h) La presión de preconsolidación y la velocidad de deformación se supusieron iguales a 10 kg/cm^2 y $60\%/h$, respectivamente.

Con el fin de mejorar la aproximación, al simular el comportamiento no lineal del material con un proceso constructivo integrado por siete capas, para cada incremento de carga se realizaron iteraciones hasta obtener congruencia entre esfuerzos y deformaciones. El criterio de convergencia adoptado consiste en que los módulos de deformación correspondientes a dos iteraciones sucesivas no difieran más de 10%. Sin embargo, con el fin de minimizar el tiempo de máquina se optó por acelerar la convergencia. Para lograr esto, se consideró el promedio de los módulos de elasticidad de la tercera y cuarta iteración como módulo adecuado para el análisis final de cada capa. Como se desprende de la fig 5 el criterio de convergencia adoptado no se viola con la medida elegida para acelerar la convergencia. Para estudiar la variación del módulo de elasticidad con las iteraciones, se escogieron elementos de tres diferentes zonas de terraplén. La ubicación de dichos elementos se muestra en la fig. 6.

3.4 Resultados

El uso del método del elemento finito en el análisis de terraplenes permite conocer la distribución de esfuerzos y deformaciones en el medio. Además, si se considera una ley esfuerzo-deformación con falla plástica es factible determinar en cada elemento de la malla el factor de seguridad, definido como el cociente de la resistencia máxima al corte y el esfuerzo de corte actuante. Conocidos los factores de seguridad en diferentes puntos del medio, es posible trazar contornos de igual factor de seguridad como los mostrados en las figs. 7 a 16.

De igual forma, conocidas las deformaciones principales ϵ_1 y ϵ_3 en cada elemento, se determina la máxima distorsión definida como $\delta = |\epsilon_1 - \epsilon_3|$. En las figs. 17 a 26 se presentan las curvas de igual distorsión de los diez terraplenes analizados. En ellas se observa que las distorsiones máximas ocurren en la zona de tangencia de la superficie potencial de falla con el estrato incompresible, y las distorsiones mínimas se presentan en la parte superior del terraplén. Con base en esto, se puede esperar que la falla se origine en la zona de tangencia y progresa a ambos lados siguiendo una trayectoria semejante a la circular. Sin embargo, según se desprende de las curvas equidistorsionales, la superficie de falla no progresa en forma de grieta sino como banda; esto es congruente con las observaciones de Skempton (1964) en taludes de arcillas preconsolidadas.

Es importante notar, que los contornos de igual distorsión tienen una forma extraña en la parte media superior. La frontera vertical es la causa de esta alteración, que se puede explicar como sigue: todos los nudos comprendidos entre la frontera vertical y la superficie potencial de falla tienen un movimiento descendente y hacia la derecha; por tanto, al restringir el movimiento horizontal de los nudos fronterizos, el desplazamiento relativo entre estos y los nudos adyacentes será mayor, es decir, las deformaciones horizontales de los elementos contiguos a la frontera vertical se sobrestiman (esto es, son mayores que las que ocurrirían si tal frontera estuviera más lejana); por otra parte, el efecto de la frontera vertical en las deformaciones verticales es nulo, pues se permite movimiento vertical de los nudos fronterizos. Puesto que las deformaciones horizontales son de extensión, al sobrestimarlas se sobrevaloran las distorsiones correspondientes. Esto puede visualizarse con facilidad en la fig. 27.

Una vez analizado el efecto de la frontera vertical en la forma de los contornos es posible modificarlos en la zona que se estima alterada. La configuración que se adoptó para tal zona se basó en la forma de los contornos no afectados por la frontera vertical. En las figs. 7 a 26 se muestran con líneas discontinuas los contornos modificados. Con base a esto, se pueden trazar dos superficies de falla: una admitiendo los contornos distorsionados por el efecto de la frontera vertical (superficie A) y otra corrigiendo aproximadamente dicha distorsión (Superficie B).

Si se comparan los contornos de igual factor de seguridad con los de igual distorsión, se observa que son semejantes. Esto es comprensible, pues el factor de seguridad depende del nivel de deformaciones desarrolladas en el medio. Por tanto, lo que se dijo para las distorsiones es válido para los factores de seguridad.

Obtenidos los contornos de igual factor de seguridad e igual distorsión, se determinan las distorsiones y factores de seguridad medios para las superficies potenciales de falla más críticas. En la tabla 1 se muestran estos resultados, así como las desviaciones estándar correspondientes.

Es interesante notar que solo se presentaron tensiones en la vecindad de la frontera vertical y de la corona del terraplén con pendiente 2:1 y factor de seguridad unitario. Esta ausencia de tensiones se debe seguramente, al proceso incremental de carga y a que la flexibilidad de las capas crece con la altura.

CAPITULO 4ANALISIS DE ESTABILIDAD CON METODOS CONVENCIONALES4.1 Método Sueco4.1.1 Comentarios Generales

Los principios en que se basa este método, y el mérito relativo de los resultados obtenidos con él, han sido ampliamente discutidos (ver N. Carrillo, 1942). Sin embargo, con el fin de tener presentes sus restricciones y ventajas se hará una breve revisión del método.

Las hipótesis básicas son:

- a) La superficie potencial de deslizamiento es cilíndrica.
- b) El problema es de deformación plana.
- c) En el momento de la falla, la resistencia al corte se moviliza completamente y en forma simultánea en todos los puntos de la superficie de deslizamiento.
- d) El factor de seguridad se define como la relación entre la resistencia al corte disponible, S_d , y el esfuerzo cortante medio, S_m , necesario para el equilibrio a lo largo de la superficie crítica de deslizamiento: $F_s = S_d/S_m$.

Las ventajas del método sueco son expresadas en la siguiente cita (N. Carrillo, 1942):

"En esta categoría (suposición de una superficie potencial de deslizamiento) es sobresaliente el método sueco, debido a su

aplicación simple y el número de casos prácticos a que se aplica. Además, las incertidumbres que contiene no son exclusivas."

La formulación del método sueco (método de las dovelas) se presenta en la fig. 28. Si se analiza la expresión dada para el factor de seguridad, F_s , se observa que no hay error desde el punto de vista de planteamiento. El verdadero problema se presenta cuando se intenta determinar la distribución de \bar{N} a lo largo de la superficie de falla.

En la fig. 28 se muestra la expresión para \bar{N} como se utiliza en el método sueco. La suposición involucrada en esta expresión se puede enunciar como sigue: la resultante de todas las fuerzas que actúan en los lados de una dovela es paralela a su base. Si esta condición se cumpliera en todas las dovelas, cada una de ellas estaría en equilibrio en la dirección normal a su base, por tanto, la expresión para \bar{N} (y entonces para F_s) sería correcta. Sin embargo, dicha condición no se cumple en todas las dovelas, luego algunas de ellas no están en equilibrio y, por tanto, el valor de F_s obtenido es solo aproximado.

4.1.2 Análisis

Se supuso que la resistencia del material constitutivo de los terraplenes varía según la ec. 13.

$$2c = \sigma_{df} = \sigma_p \left[N + Me^{-Q \left(\frac{\sigma_p}{\sigma_c} \right)} \right] \quad (19)$$

donde c es la cohesión del material.

Para el análisis se consideró la presión de consolidación igual a γh , donde γ es el peso volumétrico total del material (2 T/M) y h la profundidad del punto considerado. Si introducimos este valor y los de σ_p y ϵ en la ec. 19, obtendremos el valor de la cohesión en cualquier punto:

$$c = 10.635 + \frac{32.87}{e^{11.12/h}} \quad (20)$$

Así pues, la cohesión es función continua de la profundidad. Para aproximar esta condición, los terraplenes se supusieron compuestos por siete estratos, ver fig. 29; para cada estrato se tomó la cohesión correspondiente a la profundidad de su plano medio.

Los análisis de estabilidad se realizaron con computadora. El método empleado para determinar el factor de seguridad mínimo es semejante al de máxima pendiente; por tanto, cuando se llega a un mínimo, este se considera la solución del problema. En terraplenes estratificados existe la posibilidad de que haya varios mínimos, por tanto, cuando se alcance un mínimo no se sabrá si este corresponde a un mínimo absoluto ó relativo. Para eliminar esta incertidumbre se trazó una retícula que cubre una zona amplia de posibles centros de los cilindros de falla, con el objeto de obtener los factores de seguridad en todos los nudos, y así trazar curvas de igual factor de seguridad. Estas curvas, que se muestran en la fig. 29, indican que sólo existe un mínimo.

4.1.3 Resultados

En la tabla 2 se presenta un resumen de los resultados obtenidos. Se observa que, para igual pendiente, al aumentar el factor de seguridad, el centro del círculo crítico de falla se desplaza a la izquierda y hacia abajo.

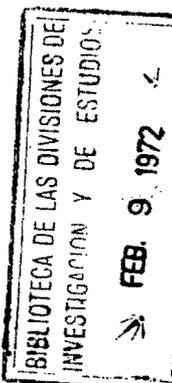
4.2 Método de Bishop Modificado

4.2.1 Comentarios Generales

El método de Bishop modificado es otra versión del método de dovelas, y por consiguiente, se basa en hipótesis similares a las del método sueco.

Su formulación se presenta en la fig. 30. En ella se observa que la definición del factor de seguridad es similar a la del método sueco; sin embargo, la expresión de \bar{N} es diferente. Como se muestra en la fig. 30, dicha expresión se obtiene sumando las componentes verticales de las fuerzas. Ahora la suposición involucrada es: la resultante de todas las fuerzas que actúan en los lados de una dovela es horizontal. De nuevo, si esta condición se cumpliera, las expresiones para \bar{N} y F_s serían correctas. Sin embargo, esto no se cumple generalmente y, por tanto, el valor calculado de F_s tiene cierto error.

Si se sustituye el valor de \bar{N} en la expresión de F_s , observamos que el factor de seguridad aparece en ambos lados de la ecuación. Por tanto, para determinar el factor de seguridad es preciso realizar iteraciones hasta obtener la convergencia. Esto hace que el método de Bishop modificado sea menos popular



que el método sueco. Obviamente, esta dificultad se salva con el uso de computadoras.

4.2.2 Análisis

Los análisis se realizaron con computadora. Se utilizaron condiciones idénticas a las empleadas en los análisis hechos con el método sueco.

4.2.3 Resultados

En la tabla 3 se presenta un sumario de los resultados obtenidos. De nuevo se observa que, para igual pendiente, al aumentar el factor de seguridad, el centro del círculo de falla se desplaza hacia abajo y a la izquierda.

4.3 Conclusiones

Los resultados obtenidos en esta investigación indican - que la diferencia entre los factores de seguridad determinados con ambos métodos de análisis límite es mínima. Sin embargo, existen evidencias (Whitman y Bailey, 1967) de que tal diferencia puede ser mayor para otras condiciones.

Si graficamos (véase fig. 31) el factor de seguridad obtenido con el método sueco, FS_S , contra el determinado con el método de Bishop modificado, FS_B , se advierte que existe una relación lineal entre ellos y que, la inclinación del talud tiene poco efecto. La expresión matemática de tal relación es:

$$FS_B = FS_S + 0.01,$$

e indica que, para los terraplenes considerados, la diferencia entre ambos métodos en el planteamiento del equilibrio individual de las dovelas tiene mínima influencia en lo que respecta a factor de seguridad.

No obstante que los factores de seguridad son similares, los centros y radios de los círculos críticos de falla son muy diferentes (ver tablas 2 y 3). Puesto que las condiciones de equilibrio impuestas en los dos métodos no se cumplen, entonces, las posiciones de las superficies críticas de falla no son correctas.

CAPITULO 5

COMPARACION DE LOS METODOS DE BISHOP, SUECO Y ELEMENTO FINITO

5.1 Introducción

En el capítulo 3 se discutió el efecto de la frontera vertical en la configuración de los perfiles de igual factor de seguridad e igual distorsión. Esta influencia tiene poca significación en lo que respecta a distorsión y factores de seguridad medios, al menos para los casos analizados, ya que la máxima diferencia en el factor de seguridad medio y en la distorsión media entre las superficies A y B (ver tabla 1) es del orden de 4%. Las correlaciones obtenidas en esta investigación están basadas en los valores medios obtenidos para las superficies B.

5.2 Comentarios sobre las Superficies Potenciales de Falla.

En este inciso se analizará la influencia del factor de seguridad y de la pendiente del talud en las superficies potenciales de falla. Además, se compararán las superficies de falla obtenidas con los tres métodos empleados.

En lo que sigue, se utilizará la siguiente nomenclatura:

S_e = Superficie crítica de deslizamiento obtenida con el método del elemento finito.

S_B = Superficie crítica de deslizamiento obtenida con el método de Bishop modificado.

S_s = Superficie crítica de deslizamiento obtenida con el método sueco.

Respecto a las superficies S_e se observa (ver figs.7 a 26) que, para una inclinación de talud dada, su curvatura aumenta y su profundidad disminuye cuando nos acercamos a la condición de equilibrio límite. Además, debe notarse que para esta condición la trayectoria de falla es muy semejante a un círculo, lo cual es congruente con lo observado en deslizamientos ocurridos.

De las figs.7 a 26 se desprende que la influencia del factor de seguridad y la inclinación del talud en las superficies S_B y S_S es semejante a la que tiene sobre las superficies S_e . Por otra parte, la masa deslizante involucrada en el análisis es mayor en el método sueco, es decir, la superficie S_S es siempre más profunda que la S_B .

En general, la concordancia entre las superficies S_B y S_e es mejor que entre las superficies S_S y S_e .

No obstante que para factores de seguridad mayores que 1.1 las diferencias entre las superficies S_B y S_e son poco significativas, al aproximarnos a la falla la discrepancia entre ellas es notable.

5.3 Correlación entre los Métodos Sueco y del Elemento Finito

No obstante que con el método de Bishop modificado se obtienen mejores resultados que con el método sueco, se estimó conveniente establecer una correlación entre este y el método del elemento finito, debido a su amplio uso en la práctica ingenieril.

En la fig. 32 se muestra una correlación entre el factor de seguridad medio en la superficie potencial de falla obtenido con el método del elemento finito (FS_e) y el factor de seguridad obtenido con el método sueco (FS_s), para los terraplenes analizados, en el eje de las ordenadas se presentan los factores de seguridad FS_e y en las abscisas las pendientes de los taludes. Las curvas se trazaron por los valores medios del factor de seguridad FS_e a lo largo de la superficie crítica de deslizamiento. Las líneas punteadas indican la desviación estándar. Se observa que la dispersión es mayor a medida que los factores de seguridad aumentan; esto es explicable, pues, cuando se tienen factores de seguridad bajos, la mayor parte del material a lo largo de la superficie potencial de falla está alcanzando su resistencia última, mientras que para factores de seguridad altos existen zonas en estado de falla y otras donde el esfuerzo cortante desarrollado es muy bajo. En otras palabras, este efecto se debe a la falla progresiva.

Si se conoce la pendiente y el factor de seguridad FS_s de un terraplén con características similares a las de los analizados, se puede determinar el factor de seguridad FS_e utilizando la fig. 32. Estos resultados corroboran un hecho conocido: los análisis con el método sueco están del lado de la seguridad.

En la fig. 33 se muestran los mismos resultados con otro arreglo, con el fin de resaltar dos hechos importantes:

a) La convergencia de las curvas de igual pendiente a una zona donde el factor de seguridad (FS_s ó FS_e) es prácticamente independiente de la inclinación del talud.

b) La relación lineal entre los factores de seguridad FS_s y FS_e a partir de $FS_s = 1,2$ aproximadamente. Desafortunadamente no se tienen suficientes datos para definir las curvas correspondientes a las pendientes 2.5:1 y 3:1 para valores cercanos a la falla.

CAPITULO 6

UN METODO DE DISEÑO DE TERRAPLENES ATENDIENDO A SU DISTORSION
EXTERIOR

La mayoría de los diseños de obras de tierra se realizan con base en los esfuerzos de falla, sin dar importancia explícita a las deformaciones de la estructura. En algunos casos, no solo es importante conocer las deformaciones, sino que, por condiciones del problema, es necesario restringirlas; en tales circunstancias, es necesario hacer el diseño en términos de las deformaciones.

Puesto que con los métodos tradicionales de análisis límite no es posible determinar las deformaciones que ocurrirán en el terraplén, es interesante obtener correlaciones entre el factor de seguridad (FS_e), la distorsión exterior del talud (δ) y la distorsión media a lo largo de la superficie crítica de deslizamiento ($\bar{\delta}$).

En la fig. 34 se muestra la relación FS_e v.s. $\bar{\delta}$. En ella se observa que el valor de la distorsión media máxima aumenta rápidamente al disminuir el factor de seguridad. Por tanto, debe tenerse cuidado de definir el factor de seguridad mínimo, pues la variación de una décima en él puede significar un cambio del orden de 5% en el valor de la distorsión media. En la fig. 34 también se indica la desviación estándar de cada factor de seguridad y cada distorsión media.

La correlación entre la distorsión exterior y la distorsión en la superficie crítica de falla se muestra en la fig. 35. En ella se observa que la pendiente tiene efecto mínimo en dicha correlación.

Establecidas las correlaciones requeridas, se puede indicar la manera de diseñar terraplenes a partir de las deformaciones utilizando métodos tradicionales de análisis límite: elegida una distorsión exterior máxima permisible, se determina la distorsión media en la superficie crítica de falla mediante la fig 35. Entrando con este valor en la fig 34 se obtiene el factor de seguridad correspondiente; el terraplén se analiza con uno de los métodos de análisis límite y el factor de seguridad obtenido debe ser igual o mayor que el obtenido de la fig 34.

Estos resultados también se pueden utilizar para controlar la construcción de un terraplén, pues para cualquier etapa de construcción se puede determinar la distorsión exterior. Con este dato es factible predecir una posible falla del terraplén durante la construcción; en tal caso se suspenderá la obra con el fin de aumentar la resistencia del material por consolidación.

CAPITULO 7CONCLUSIONES Y PROPOSICIONES PARA INVESTIGACIONES FUTURAS7.1 Conclusiones

a) La forma de las superficies S_e es semejante a la cilíndrica, por tanto, no se comete un grave error al considerar circular la trayectoria de falla en el análisis, con métodos convencionales, de terraplenes compuestos por material cohesivo.

b) Los factores de seguridad obtenidos con los métodos de Bishop modificado y sueco son similares, pero sus superficies críticas de falla no coinciden. Esto, seguramente se debe a las diferencias en las condiciones de equilibrio de ambos métodos.

c) Los análisis de taludes realizados con los métodos de Bishop modificado y sueco son conservadores; sin embargo, esto debe aplicarse con reserva, pues pueden ocurrir deformaciones inadmisibles en la zona de tangencia entre la superficie de falla y el estrato incompresible, lo que puede originar la falla general del terraplén.

d) El diseño de terraplenes atendiendo a su deformación se puede realizar utilizando las correlaciones presentadas en el capítulo 6 (ver figs. 34 y 35) y las curvas esfuerzo-deformación del material particular de interés.

7.2 Proposiciones para Investigaciones Futuras

a) Extender los estudios realizados en esta investigación para abarcar una gama mayor de pendientes y factores de seguridad, con el fin de definir en forma más precisa las correlaciones obtenidas.

b) Estudiar el efecto que tiene una cimentación compresible en las correlaciones mostradas en el capítulo 6.

c) Realizar una investigación con el fin de precisar el efecto de la frontera vertical en los contornos de igual factor de seguridad e igual distorsión.

d) Investigar si la relación de Poisson tiene un efecto importante en el factor de seguridad. En tal caso, considerar una relación de Poisson dependiente del esfuerzo confinante.

NOMENCLATURA

a	Inverso del módulo inicial tangente
b	Inverso de la resistencia última
c	Cohesión del material
e	Base de los logaritmos naturales
e_{ij}	Tensor de deformación
E_i	Módulo de deformación tangente inicial
E_t	Módulo de deformación tangente
F_s	Factor de seguridad
FS_B	Factor de seguridad obtenido con el método de Bishop modificado
FS_e	Factor de seguridad obtenido con el método del Elemento Finito
FS_s	Factor de seguridad obtenido con el método sueco
H	Altura de los terraplenes
Δh	Máximo desplazamiento horizontal exterior de los terraplenes
h	Profundidad del plano medio de cada estrato
K	Matriz de rigidez
\bar{N}	Fuerza normal a la base de cada dovela
P	Fuerzas nodales
R_f	Factor de falla

- S_B Superficie potencial de falla obtenida con el método de Bishop modificado
 S_e Superficie potencial de falla obtenida con el método del elemento finito
 S_s Superficie potencial de falla obtenida con el método Sueco
 S_d Resistencia al corte disponible
 S_m Esfuerzo cortante medio necesario para el equilibrio
 S_u Superficie con desplazamientos prescritos
 S_t Superficie con fuerzas prescritas
 \bar{T}_j Fuerzas prescritas en la frontera
 U_i Desplazamientos
 \bar{U}_i Desplazamientos prescritos en la frontera
 α, β Valores de las asíntotas de la hipérbola rectangular
 γ Peso volumétrico unitario del suelo
 δ Distorsión máxima
 δ_{ij} Delta de Kroneker
 ϵ Deformación unitaria axial
 ϵ_1 Deformación principal mayor
 ϵ_3 Deformación principal menor
 $\dot{\epsilon}$ Velocidad de Deformación
 λ, μ Constantes de Lamé
 $v = e_{ii}$ Deformación volumétrica

σ_{ij}	Tensor de esfuerzos
σ_c	Esfuerzo de consolidación
σ_d	Esfuerzo desviador
σ_{df}	Esfuerzo desviador de falla
σ_{du}	Esfuerzo desviador último
σ_n	Esfuerzo normal máximo = $\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$
σ_p	Esfuerzo de preconsolidación
σ_1	Esfuerzo principal mayor
σ_3	Esfuerzo principal menor
ζ	Distorsión exterior del talud

LISTA DE REFERENCIAS

1. Alberro, J. y Romo, M. (1969), "Método del Elemento Finito", Informe N° 239, Instituto de Ingeniería, UNAM, septiembre 1969.
2. Brebbia, C.A. (1969), "The Finite Element in Soils Mechanics", Notas de Clase.
3. Carrillo, N. (1942), "Investigations on Stability of Slopes and Foundations", Tesis Doctoral, Universidad de Harvard, Cambridge, Mass., enero 1942.
4. Duncan, J.M. y Chang, Y. Ch. (1979 a), "Non-linear Analysis of Stress and Strain in Soils", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 96, N° SM 5, pp. 1629-1653, septiembre 1970.
5. Duncan, J.M. y Chang, Y. Ch. (1970 b), "Analysis of Soil Movement Around a Deep Excavation", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 96, N° SM 5 pp. 1655-1681, septiembre 1970.
6. Goodman, L.E. y Brown, C.B. (1963), "Dead Load Stresses and the Instability of Slopes", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 89, N° SM3, pp 103-134, mayo 1963.

7. Guellec, P. (1970, " La Méthode des Eléments Finis et ses Applications aux Problèmes de Génie Civil", Rapport de Recherche N° 8, Laboratoires des Ponts et Chaussées, septembre 1970.
8. Harr, M.E. (1966), Foundations of Theoretical Soil Mechanics, McGraw Hill Book Co., New York.
9. Kondner, R.L. (1963), "Hyperbolic stress-strain Response: Cohesive Soils" Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 89, N° SM1, pp. 115-143, febrero 1963.
10. Kulhawy, F.H., Duncan, J.M. y Seed, H.B. (1969), "Finite Analysis of Stresses and Movements in Embankments During Construction", Report N° TE-69-4, University of California, Berkeley, noviembre 1969.
11. Scott, R.F. (1963), Principles of Soil Mechanics, Addison Wesley, Reading, Mass.
12. Skempton, A.W. (1964), "Long-Term Stability of Clay Slopes", Geotechnique, Vol. 14, pp. 77-101.
13. Sokolnikoff, I.S. (1956), Mathematical Theory of Elasticity, McGraw Hill Book Co., New York.
14. Terzaghi, K. (1943), Theoretical Soil Mechanics, John Wiley New York.

15. Whitman, R. V. y W.A. Bailey (1967), "Use of Computers for Slope Stability Analysis", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 93, N° SM4, pp. 475-498, julio 1967.

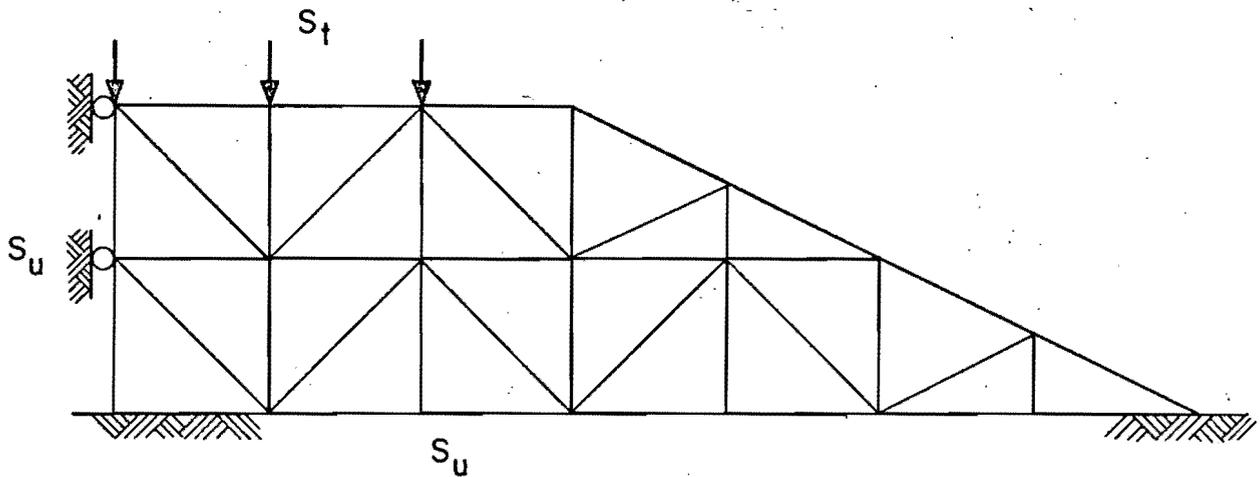
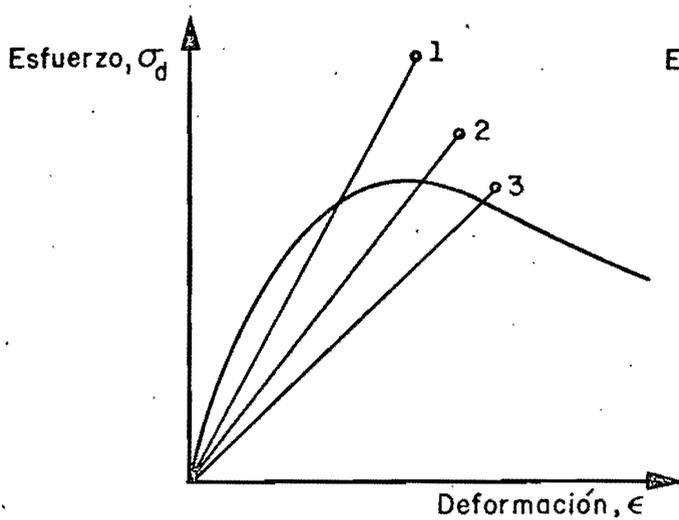
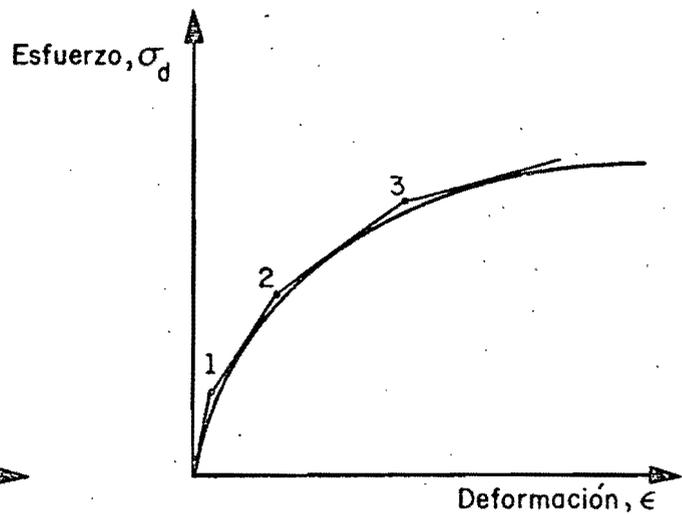


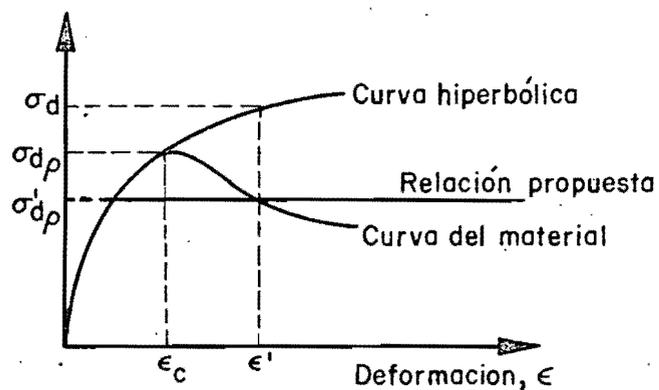
Fig 1 Medio continuo discretizado y condiciones de frontera



a) Iteraciones sucesivas



b) Incrementos sucesivos



c) Método para simular con incrementos sucesivos, el comportamiento de materiales con resistencia residual

Fig 2 Técnicas para simular el comportamiento no lineal

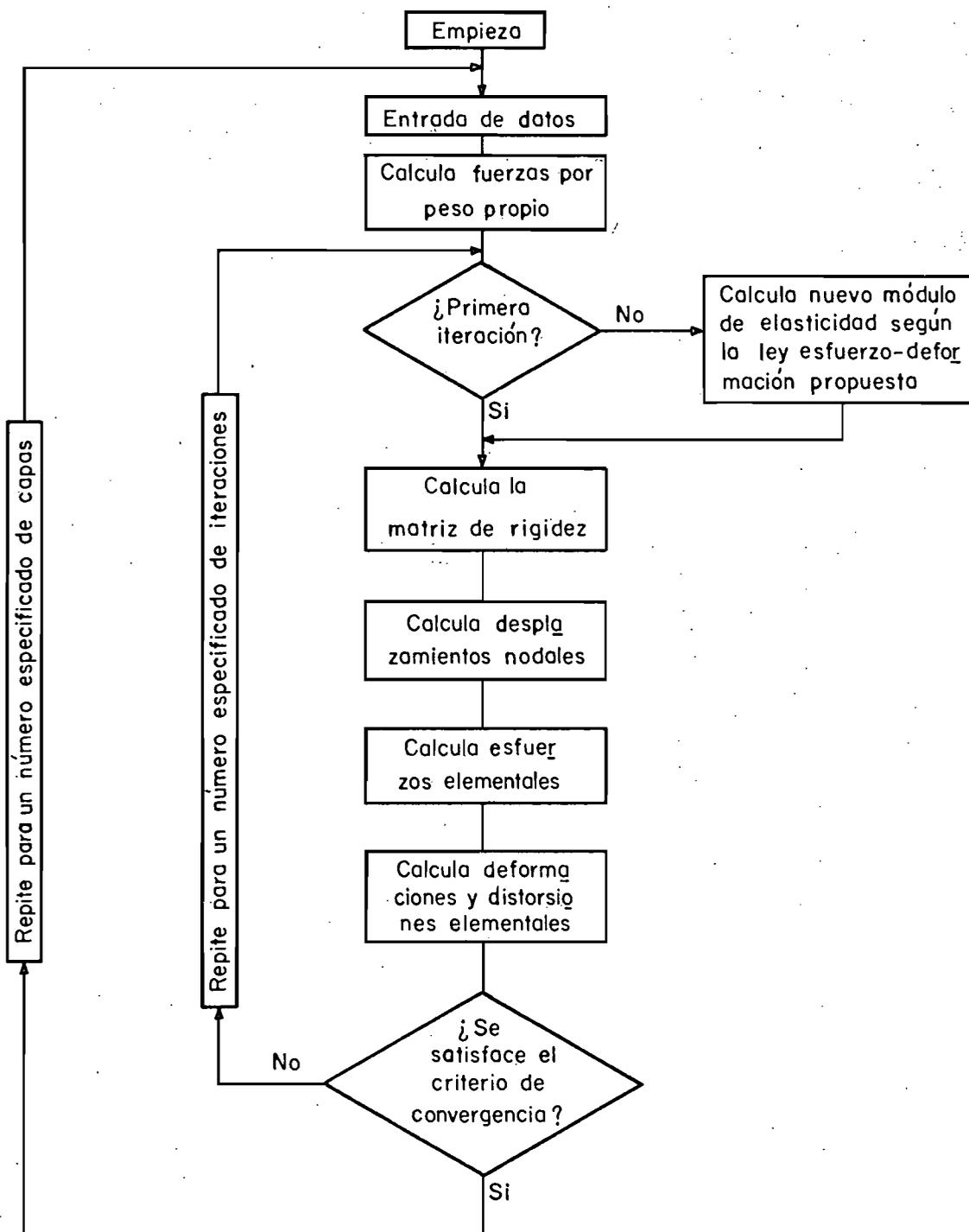


Fig 3 Diagrama general de flujo para análisis con elasticidad no lineal

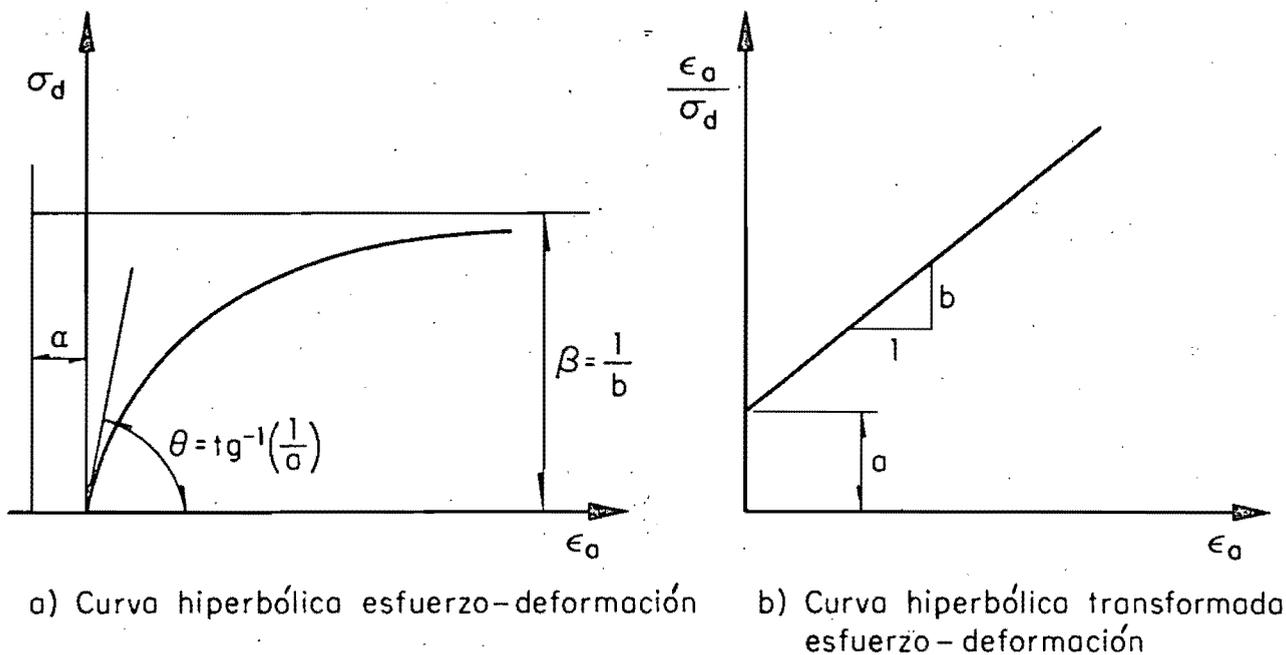


Fig 4 Representación hiperbólica esfuerzo-deformación

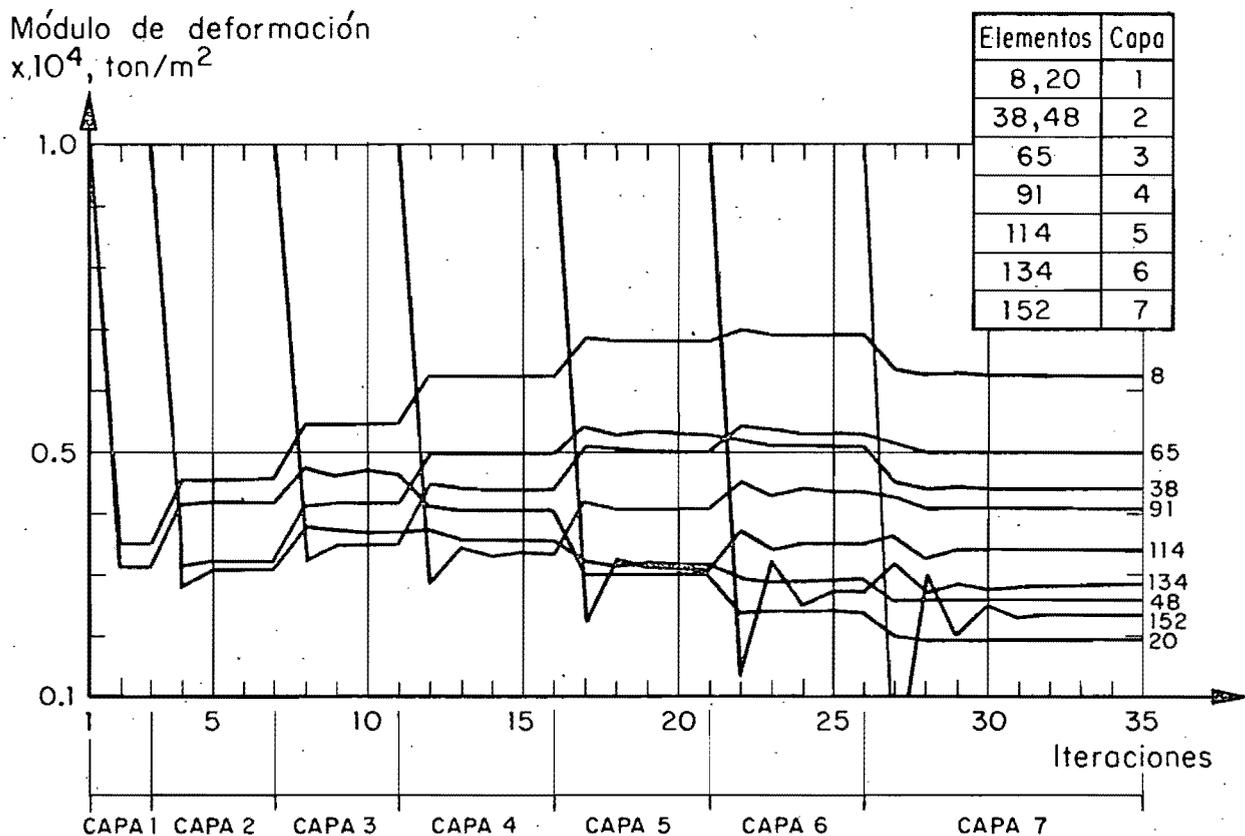


Fig 5 Variación del módulo de deformación con el número de iteraciones

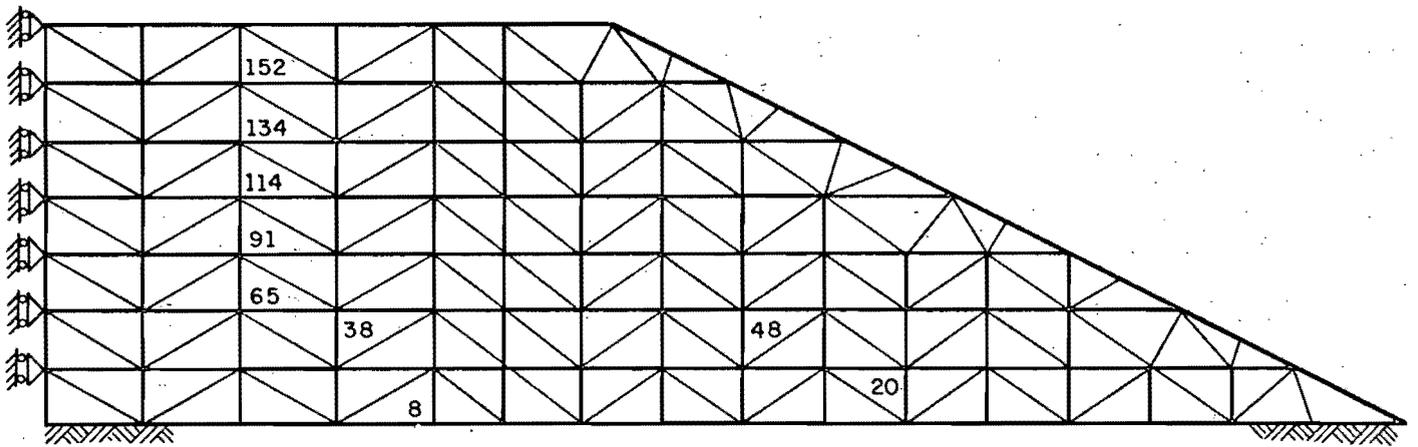


Fig 6 Elementos considerados en el estudio de la convergencia de los módulos de elasticidad

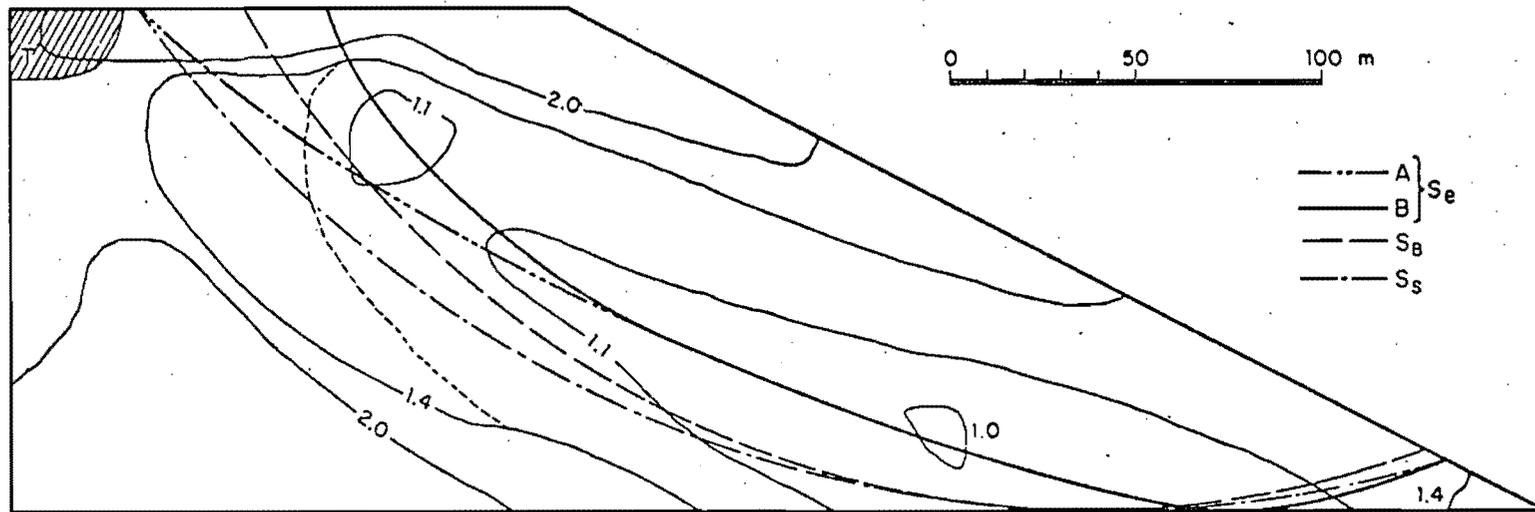


Fig 7 Contornos de igual factor de seguridad: talud 2:1, $FS_S = 1.0$

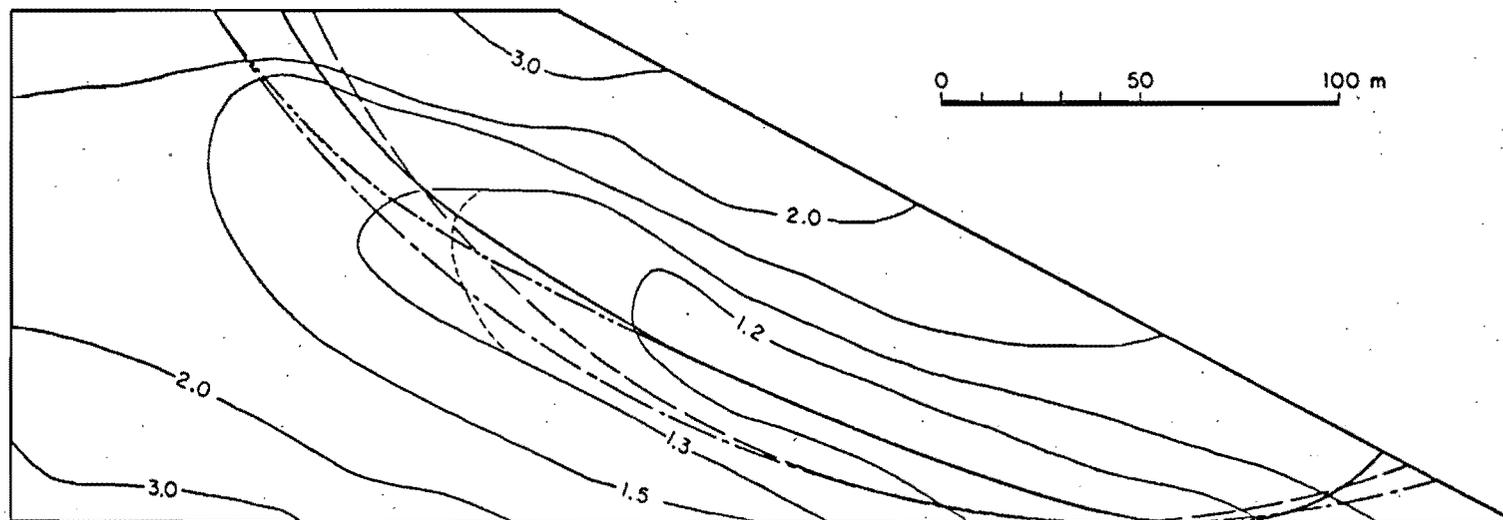


Fig 8 Contornos de igual factor de seguridad: talud 2:1, $FS_S = 1.1$

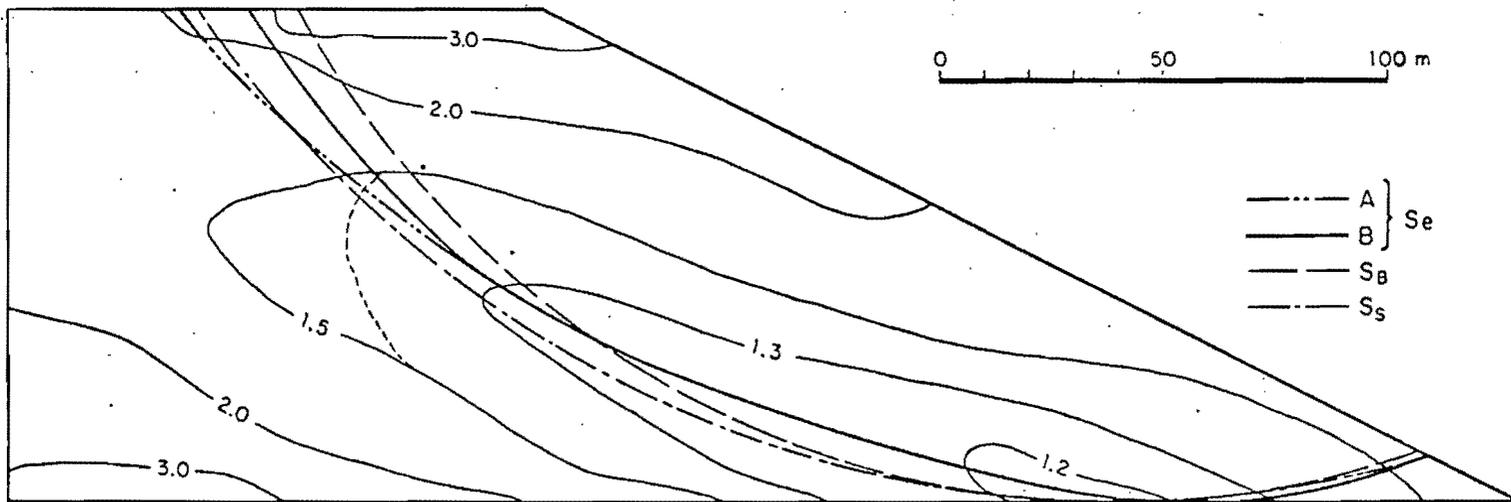


Fig 9 Contornos de igual factor de seguridad : talud 2:1 , $FS_S = 1.2$

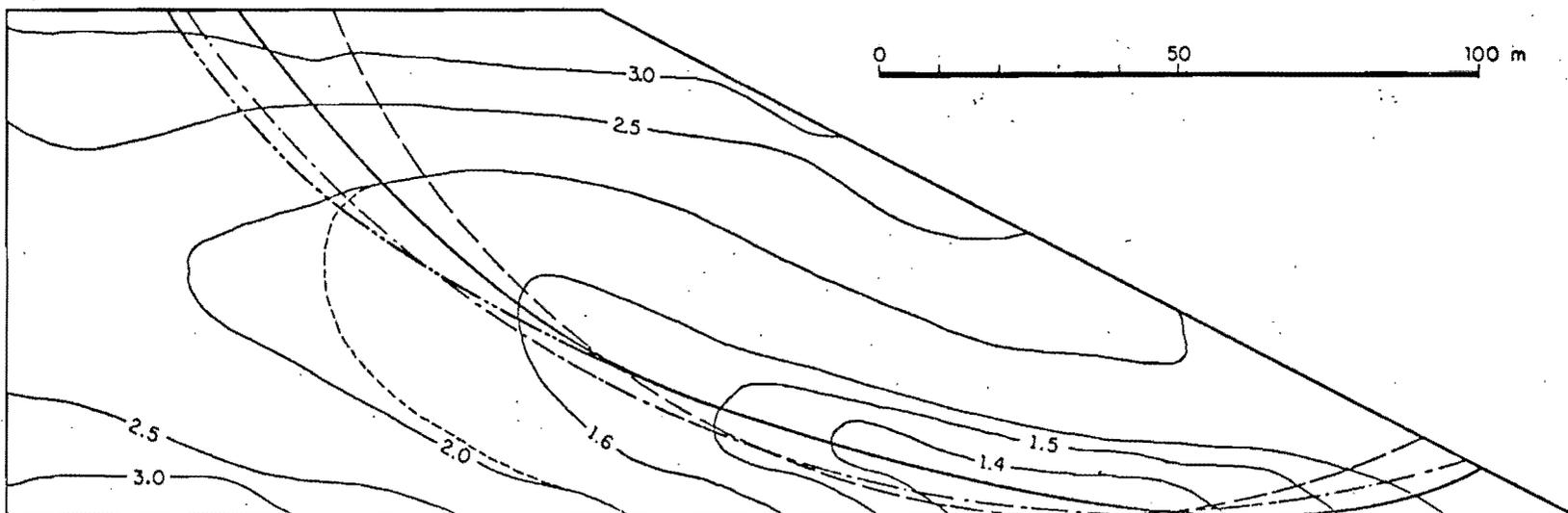
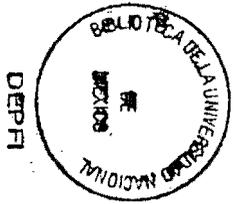


Fig 10 Contornos de igual factor de seguridad : talud 2:1 , $FS_S = 1.5$



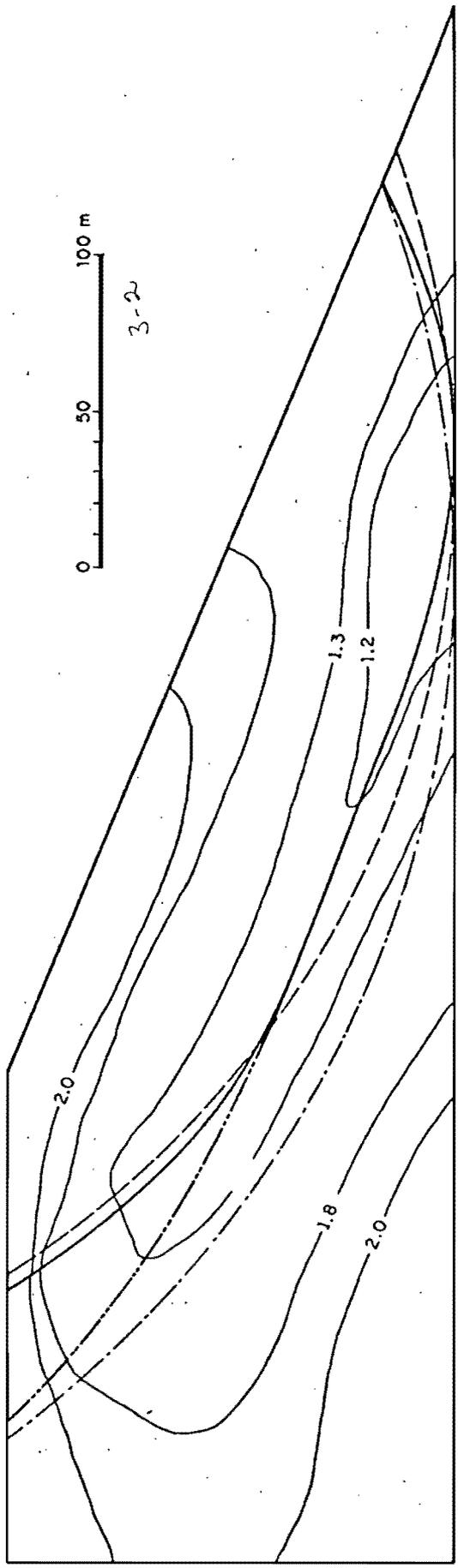


Fig 11 Contornos de igual factor de seguridad : talud 2.5:1, $FS_s = 1.1$

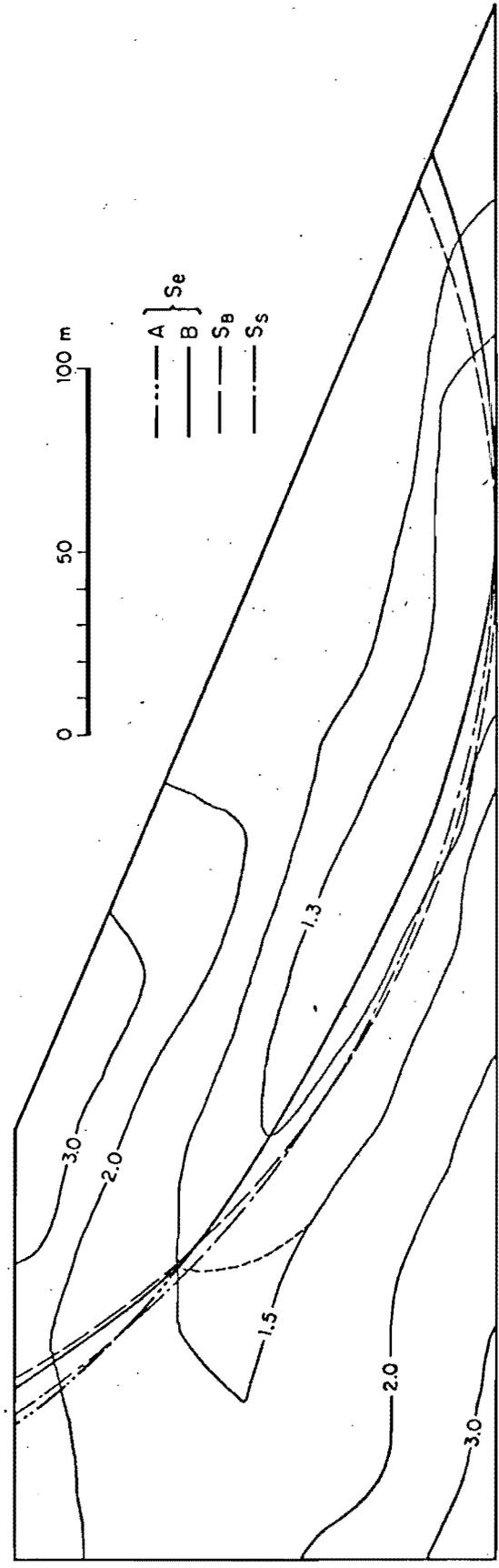


Fig 12 Contornos de igual factor de seguridad : talud 2.5:1, $FS_s = 1.2$

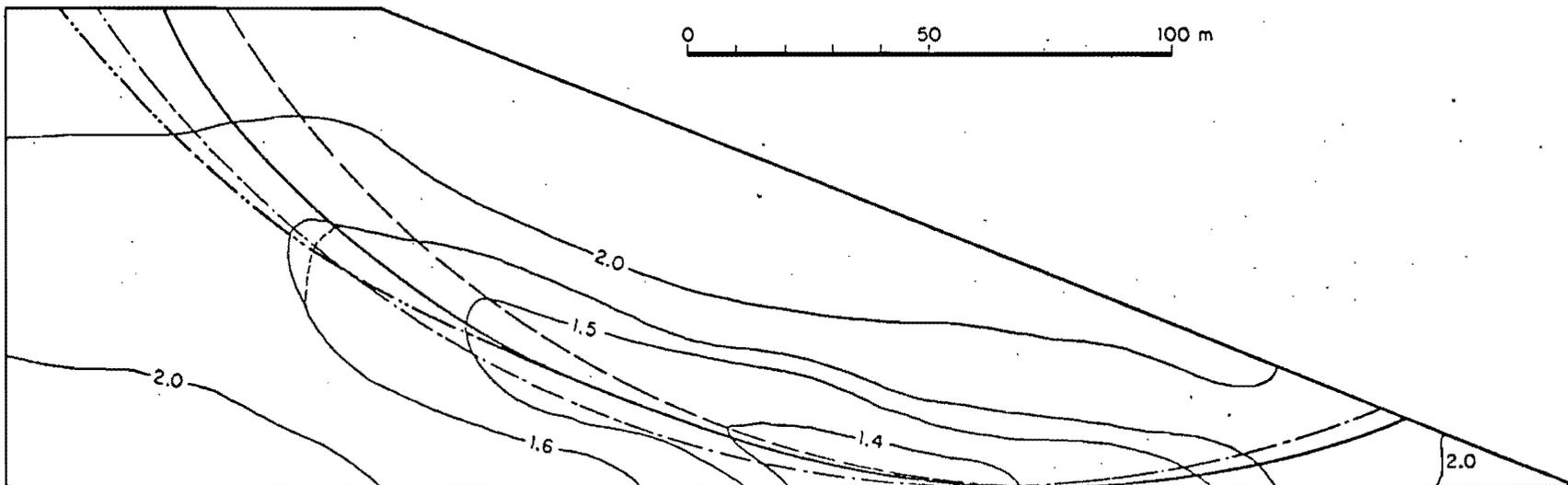


Fig 13 Contornos de igual factor de seguridad: talud 2.5:1, $FS_s = 1.5$

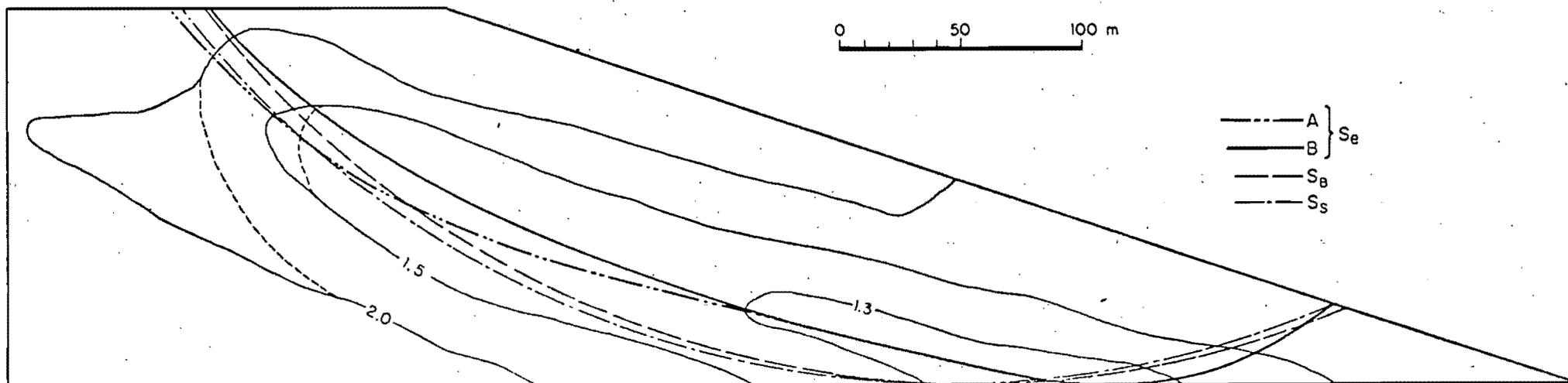


Fig 14 Contornos de igual factor de seguridad: talud 3:1, $FS_s = 1.1$

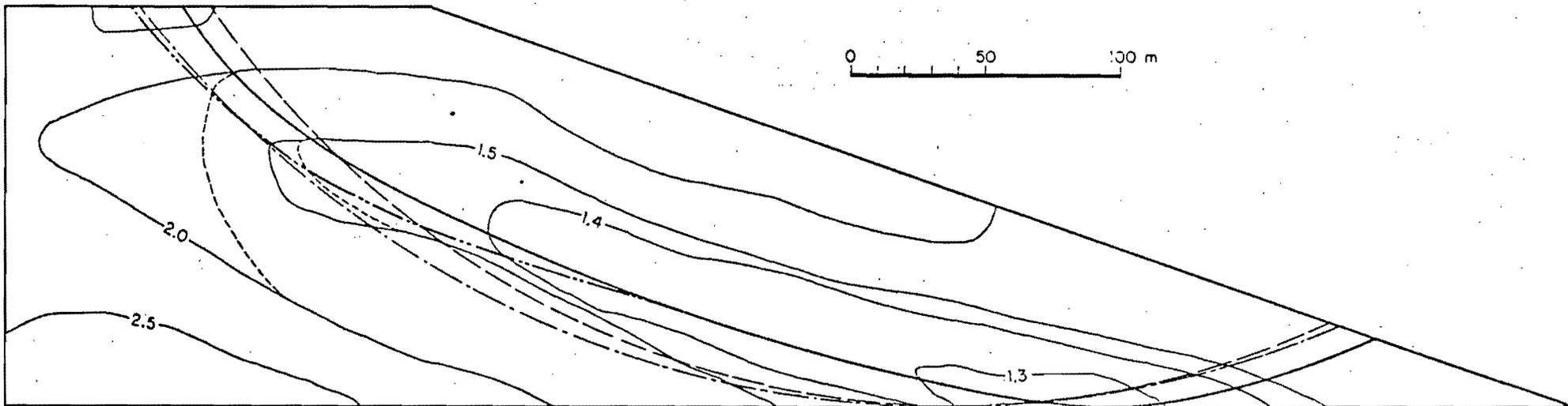


Fig 15 Contornos de igual factor de seguridad : talud 3:1, $FS_s = 1.2$

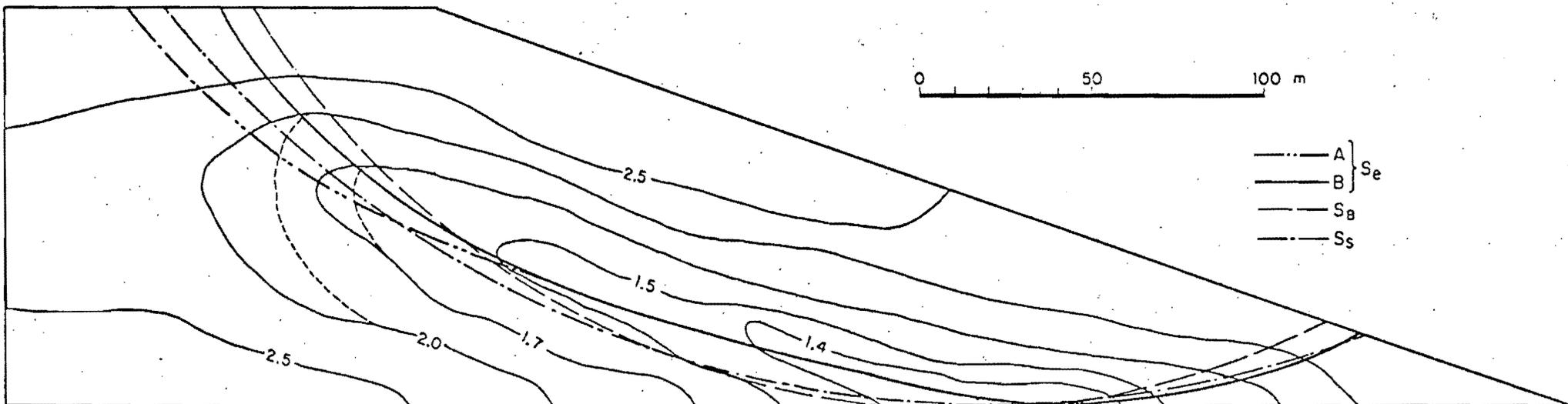


Fig 16 Contornos de igual factor de seguridad : talud 3:1, $FS_s = 1.5$

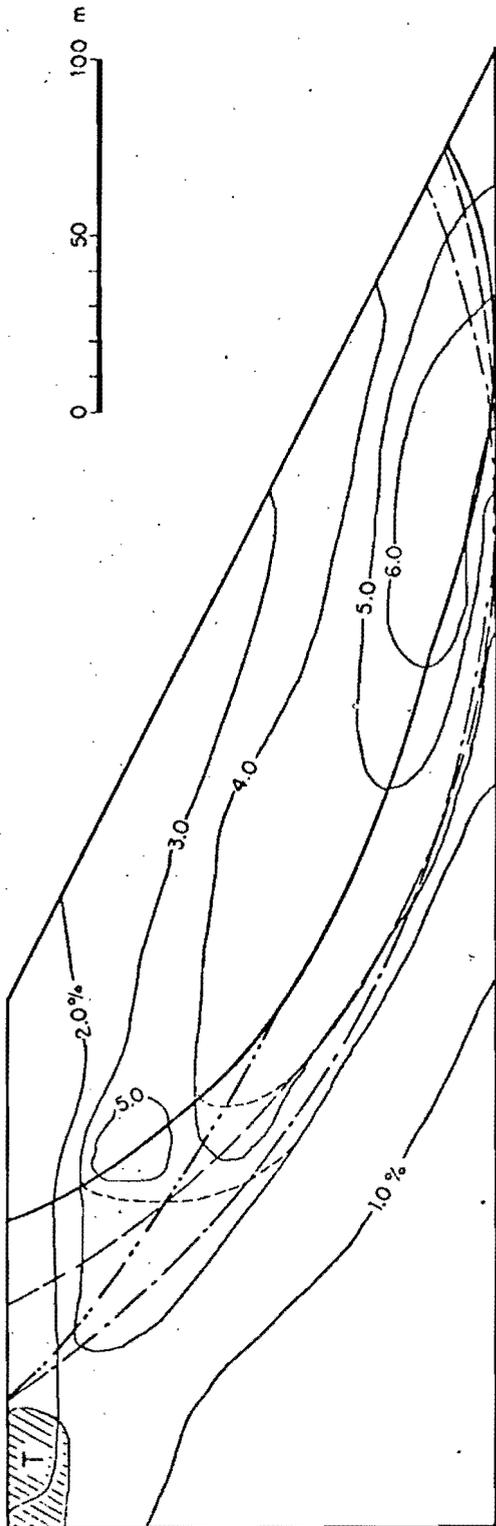


Fig 17 Contornos equidistorcionales : talud 2:1 , $FS_s = 1.0$

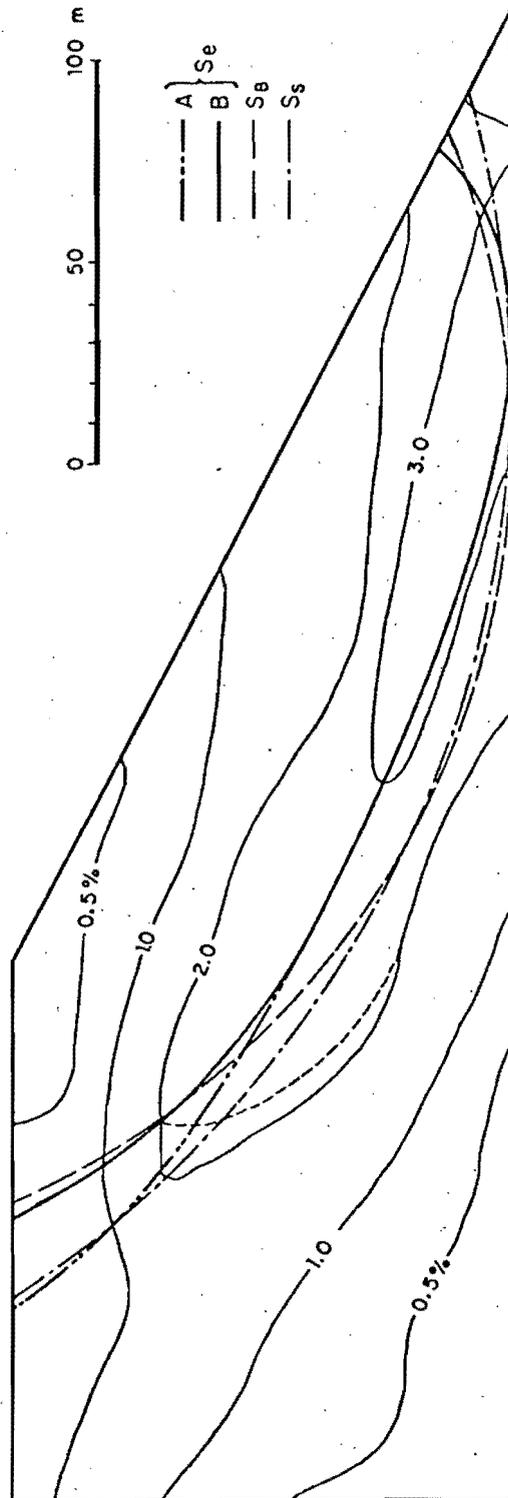


Fig 18 Contornos equidistorcionales, talud 2:1, $FS_s = 1:1$

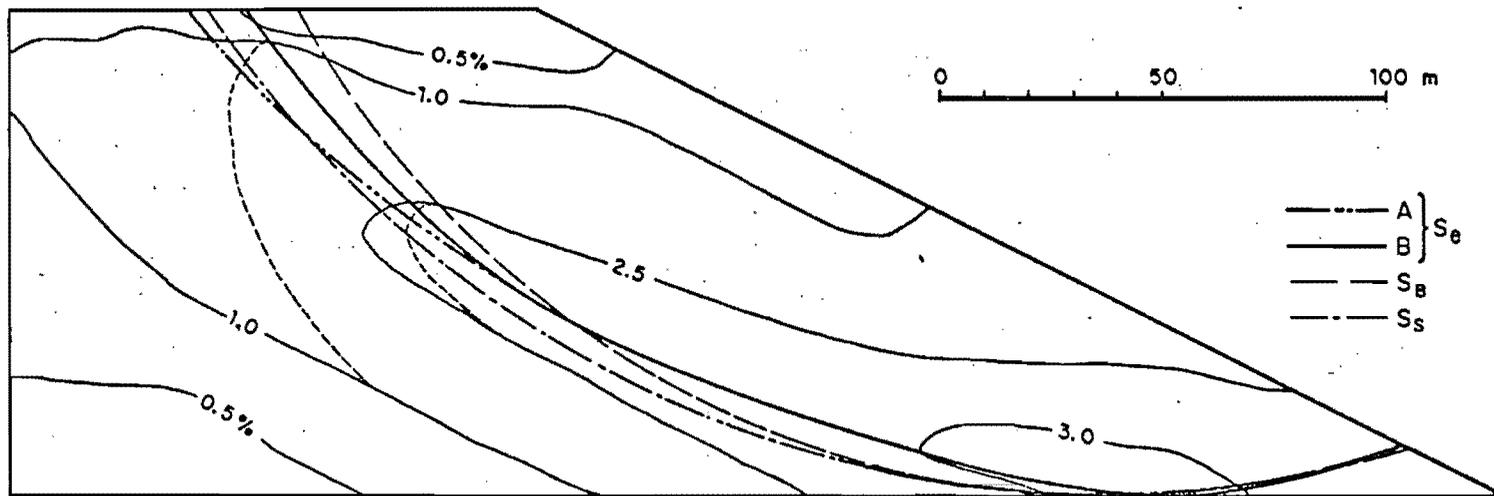


Fig 19 Contornos equidistorsionales, talud 2:1, $FS_S = 1:2$

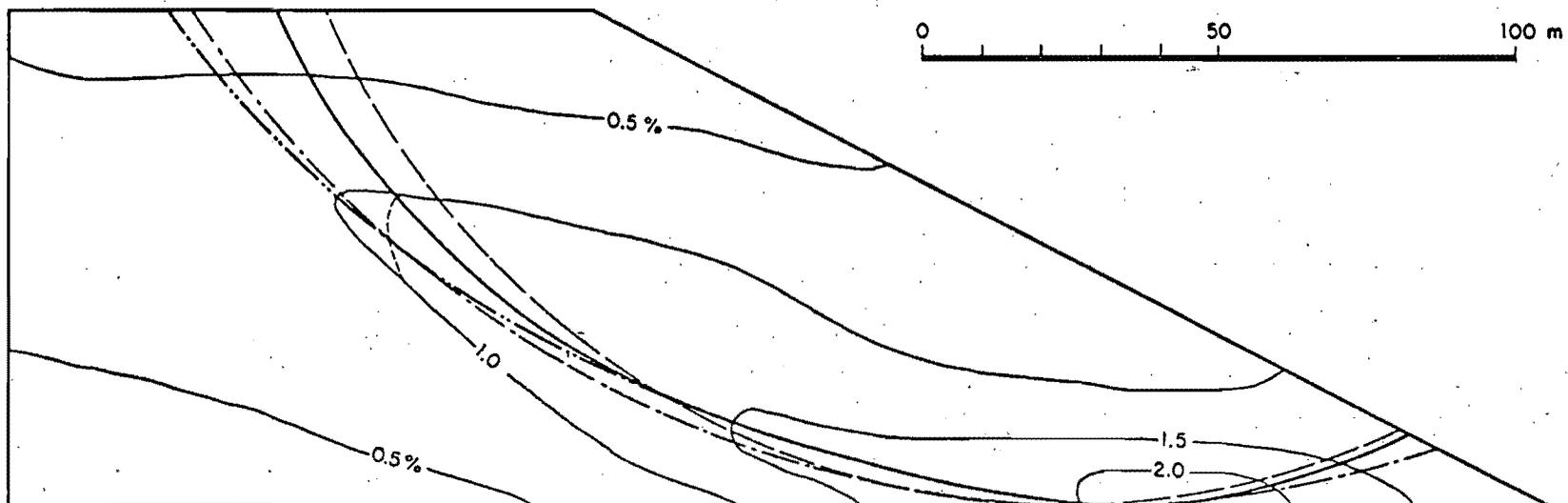


Fig 20 Contornos equidistorsionales: talud 2:1, $FS_S = 1.5$

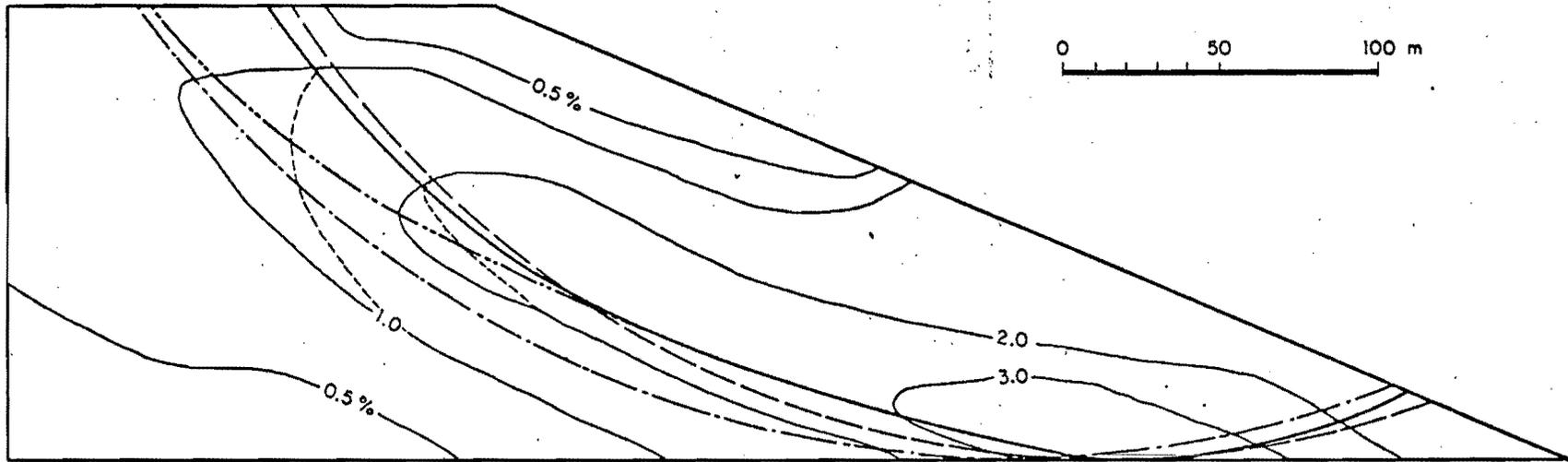


Fig 21 Contornos equidistorsionales : talud 2.5:1, $FS_s = 1.1$

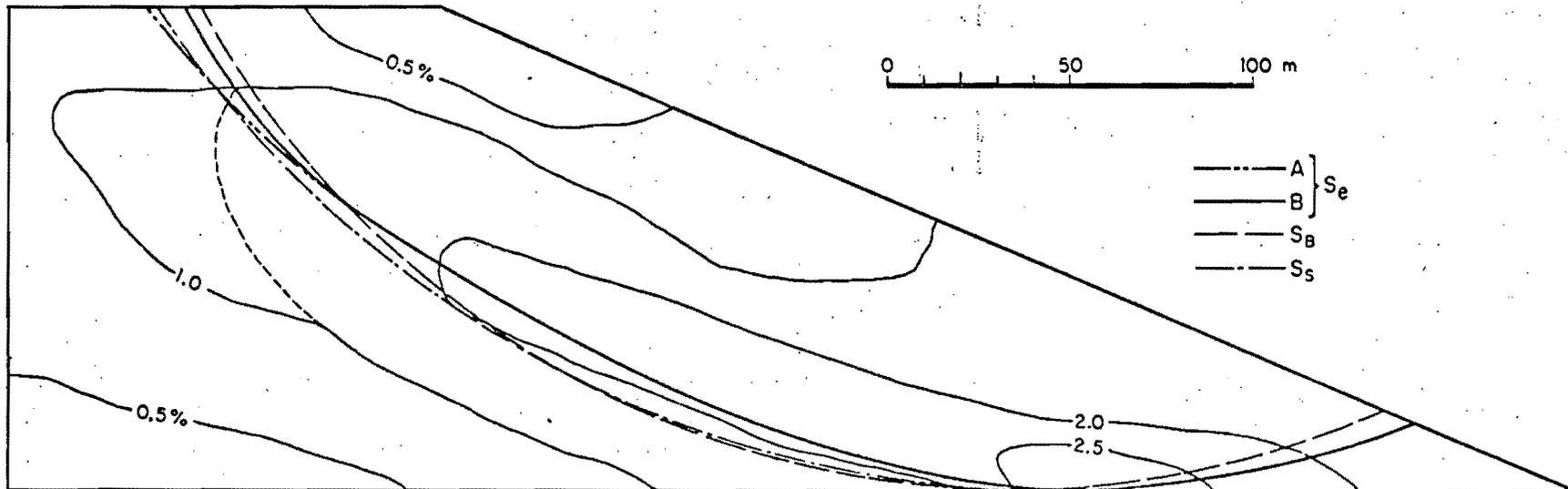
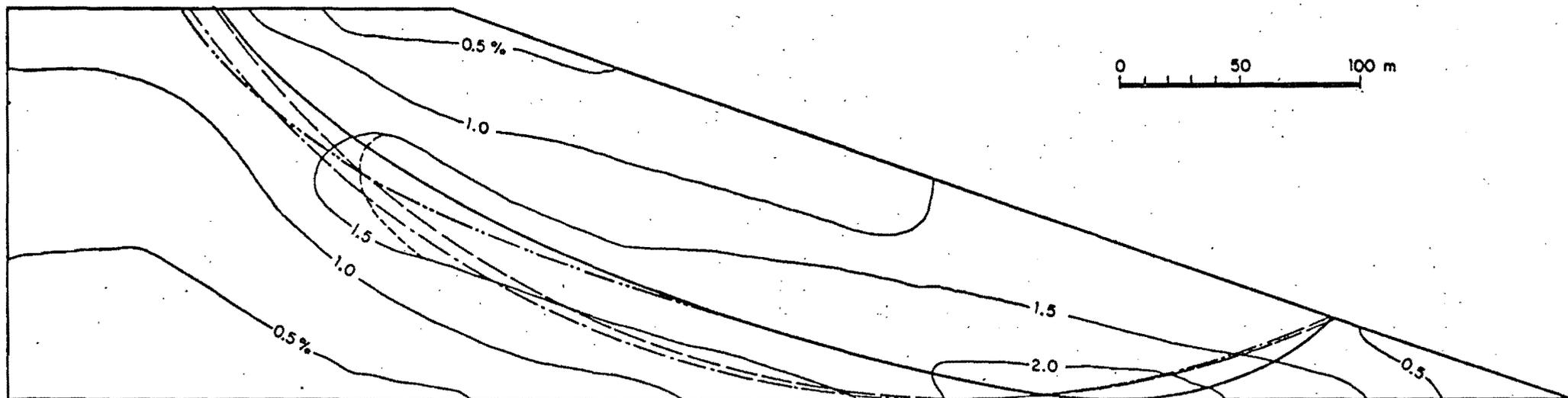
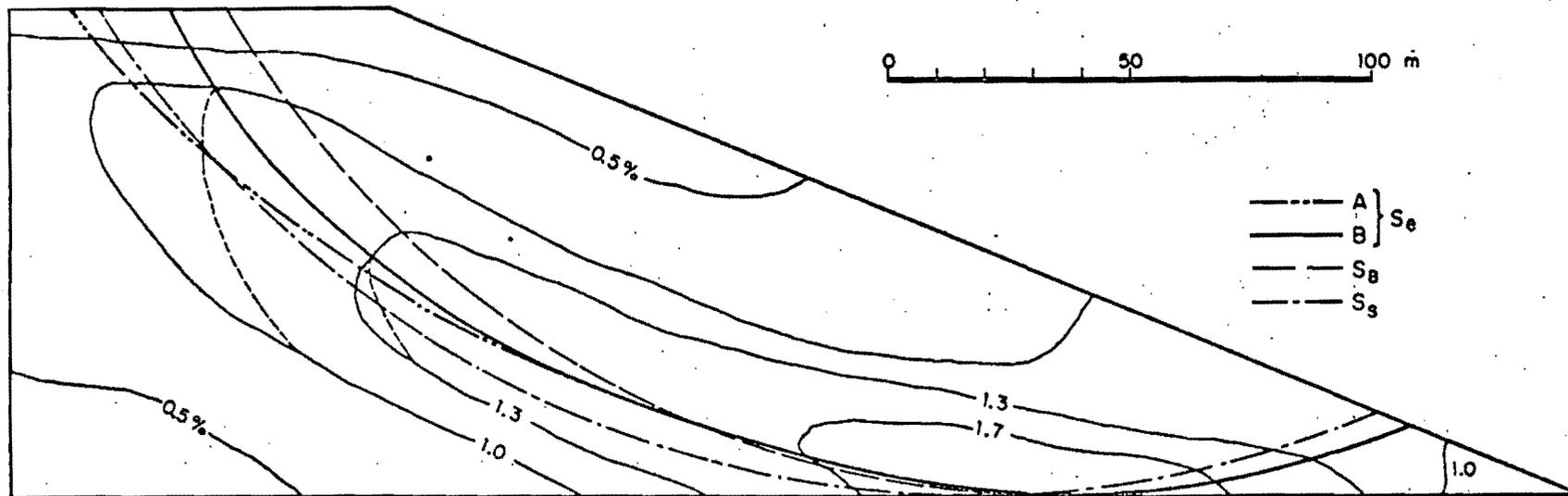


Fig 22 Contornos equidistorsionales : talud 2.5:1, $FS_s = 1.2$



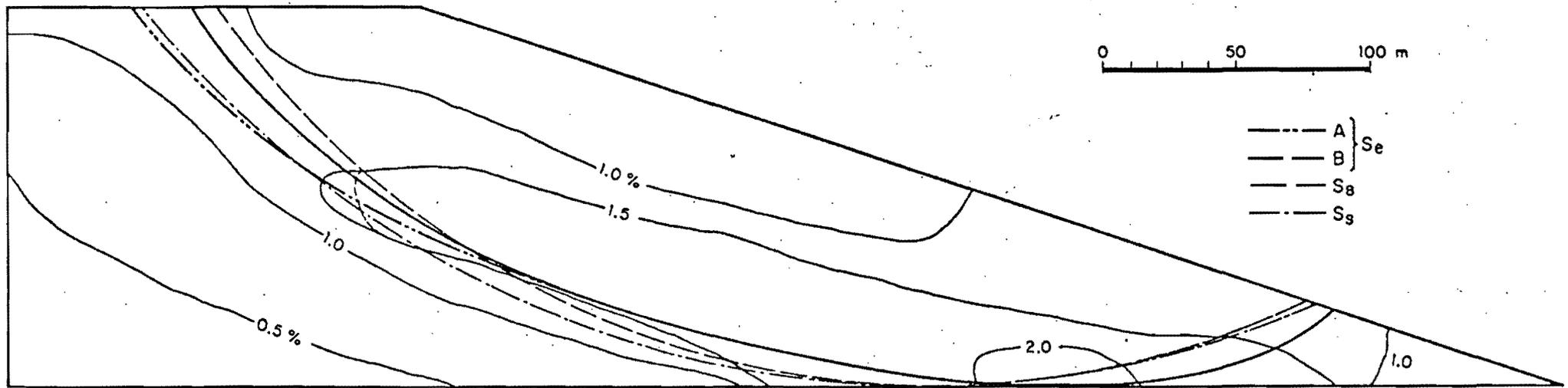


Fig 25 Contornos equidistorsionales: talud 3:1, $FS_s=1.2$

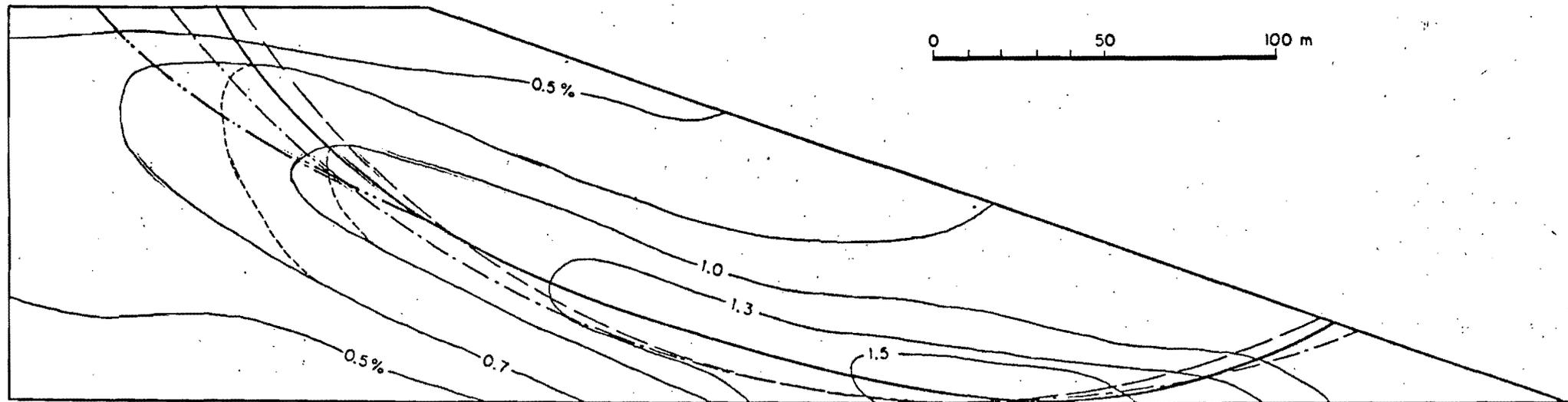
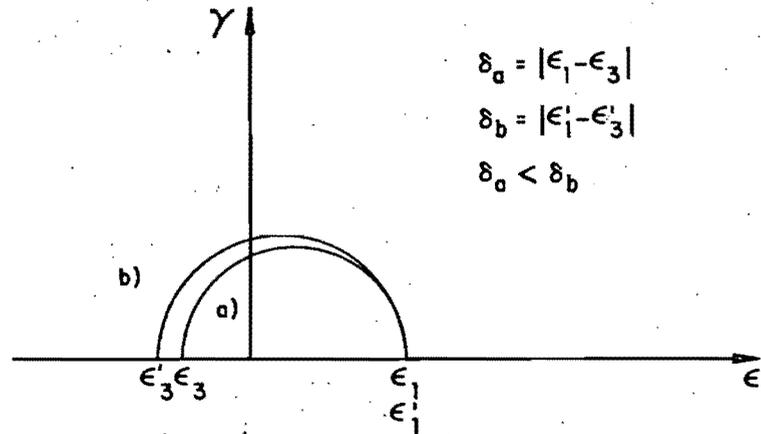
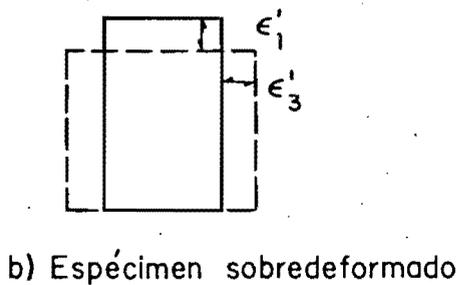
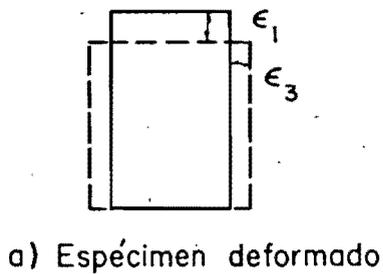
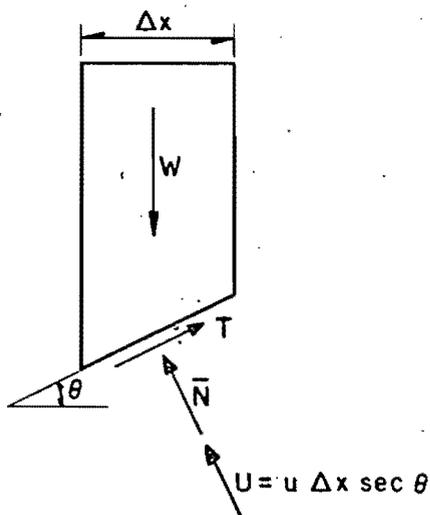


Fig 26 Contornos equidistorsionales: talud 3:1, $FS_s=1.5$



Representación gráfica del estado de deformaciones en los especímenes a y b

Fig 27 Comparación de las distorsiones máximas de dos especímenes



$$F_s = \frac{\sum (\bar{c} \Delta x \sec \theta + \bar{N} \tan \phi)}{\sum w \operatorname{sen} \theta}$$

$$\bar{N} = W \cos \theta - U = W \cos \theta - u \Delta x \sec \theta$$

Donde :

\bar{c} . - Cohesión del material

ϕ . - Angulo de fricción interna del material

U. - Presión de poro (en esta investigación se trabajó en términos de esfuerzos totales)

Fig 28 Formulación del método sueco

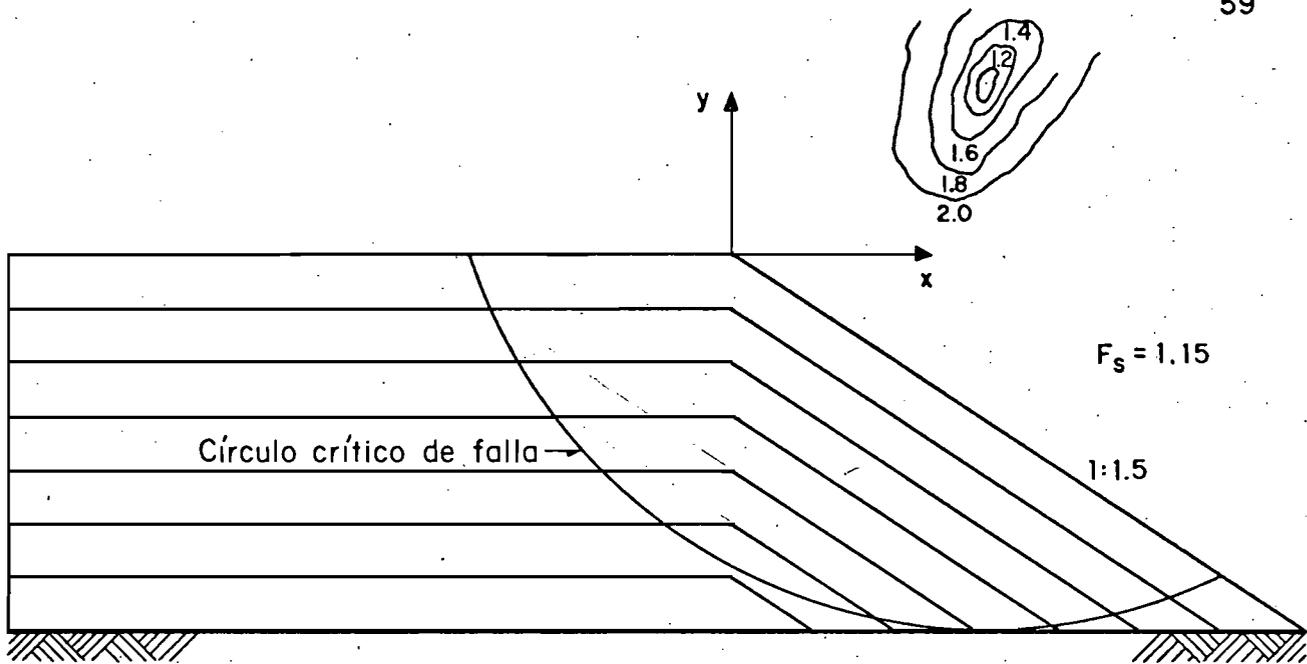
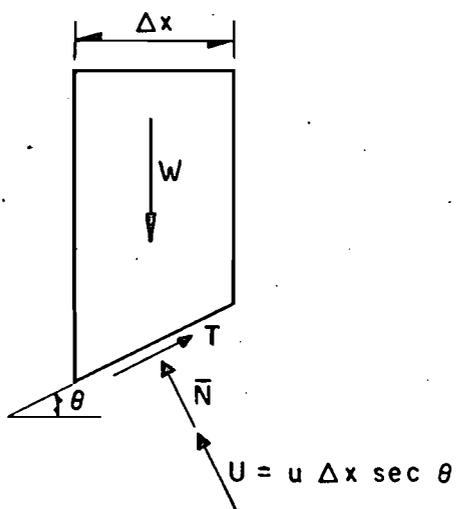


Fig 29 Estratificación considerada en los análisis de estabilidad con métodos convencionales



$$F_s = \frac{\Sigma(\bar{c} \Delta x \sec \theta + \bar{N} \tan \phi)}{\Sigma w \operatorname{sen} \theta}$$

$$\bar{N} = \frac{W - u \Delta x - \bar{c} \Delta x \tan \theta / F_s}{\cos \theta + \tan \phi \operatorname{sen} \theta / F_s}$$

$$T = \frac{1}{F_s} (\bar{c} \Delta x \sec \theta + \bar{N} \tan \phi)$$

Fig 30 Formulación del método de Bishop modificado

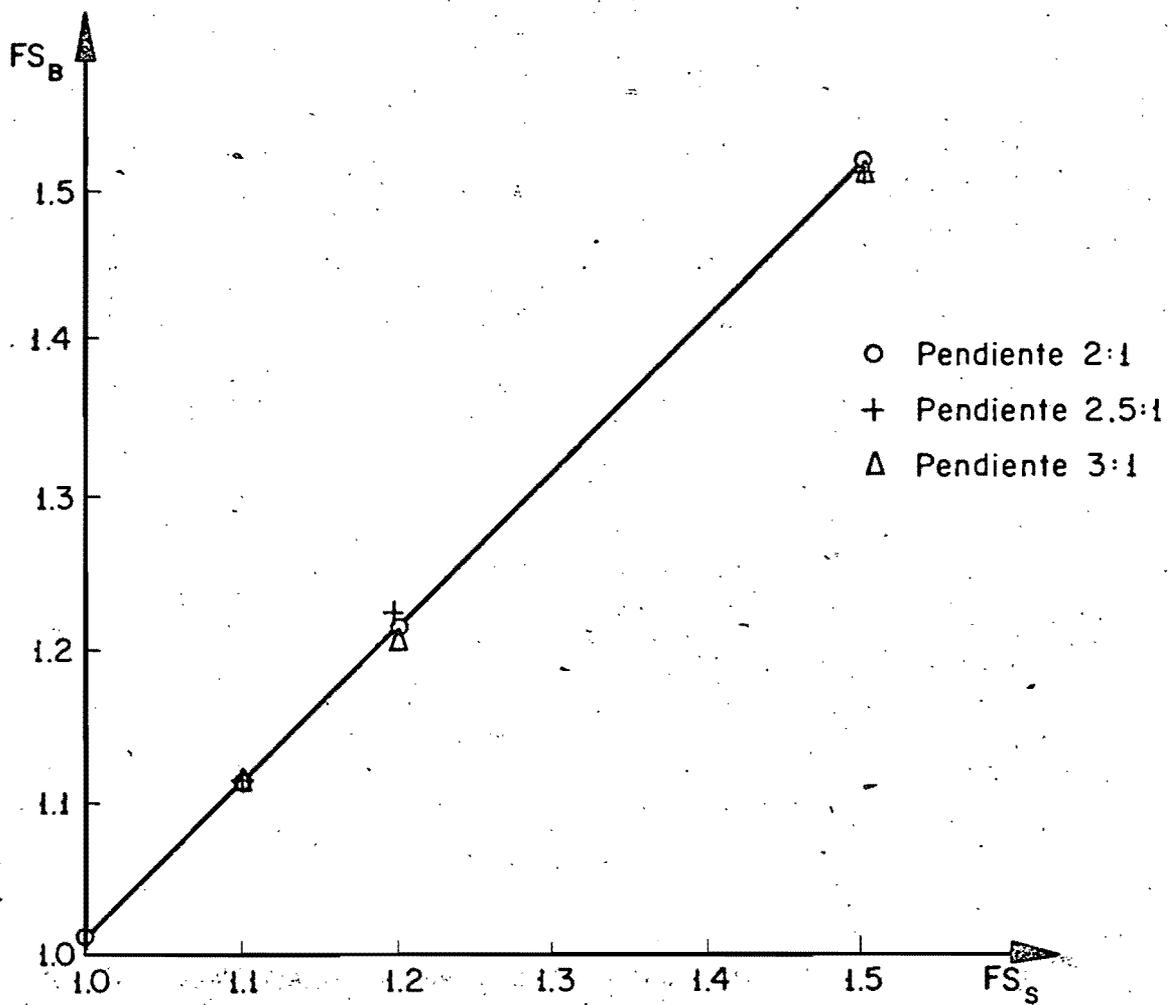


Fig. 31 Correlación entre los factores de seguridad obtenidos con dos métodos de análisis límite

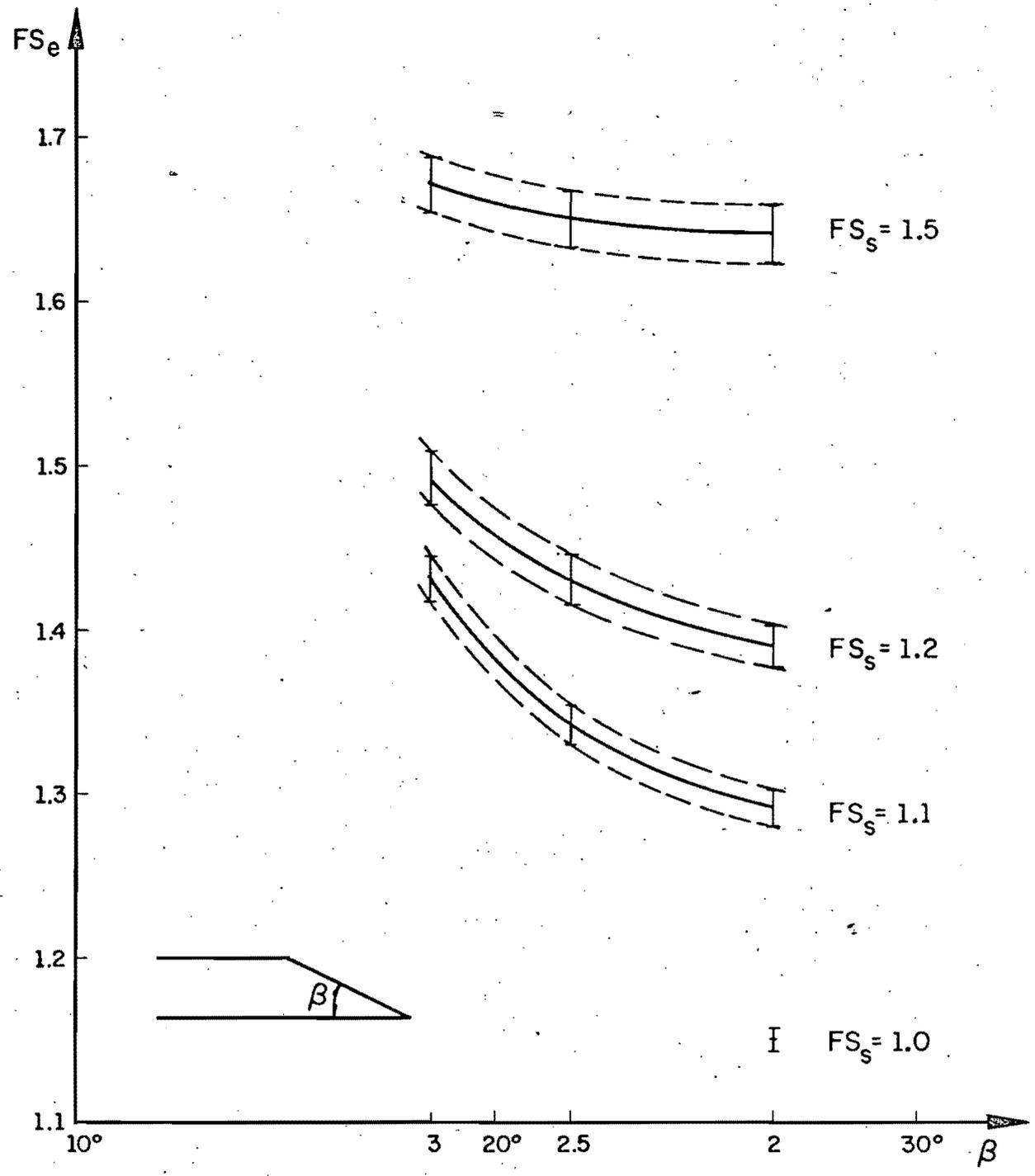


Fig 32 Correlación entre los factores de seguridad obtenidos con los métodos del elemento finito y sueco

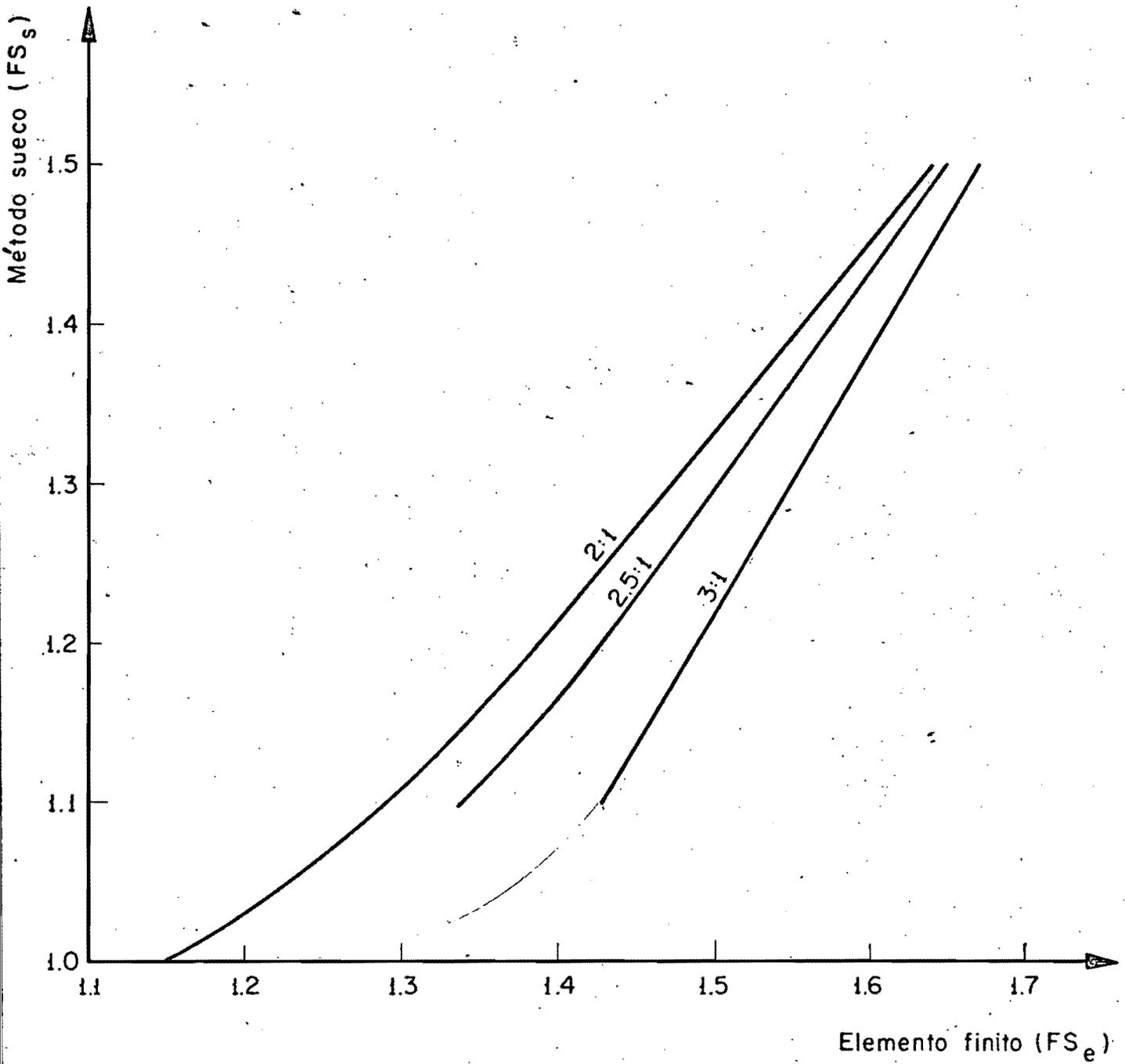


Fig 33 Correlación entre los factores de seguridad obtenidos con los métodos del elemento finito y sueco

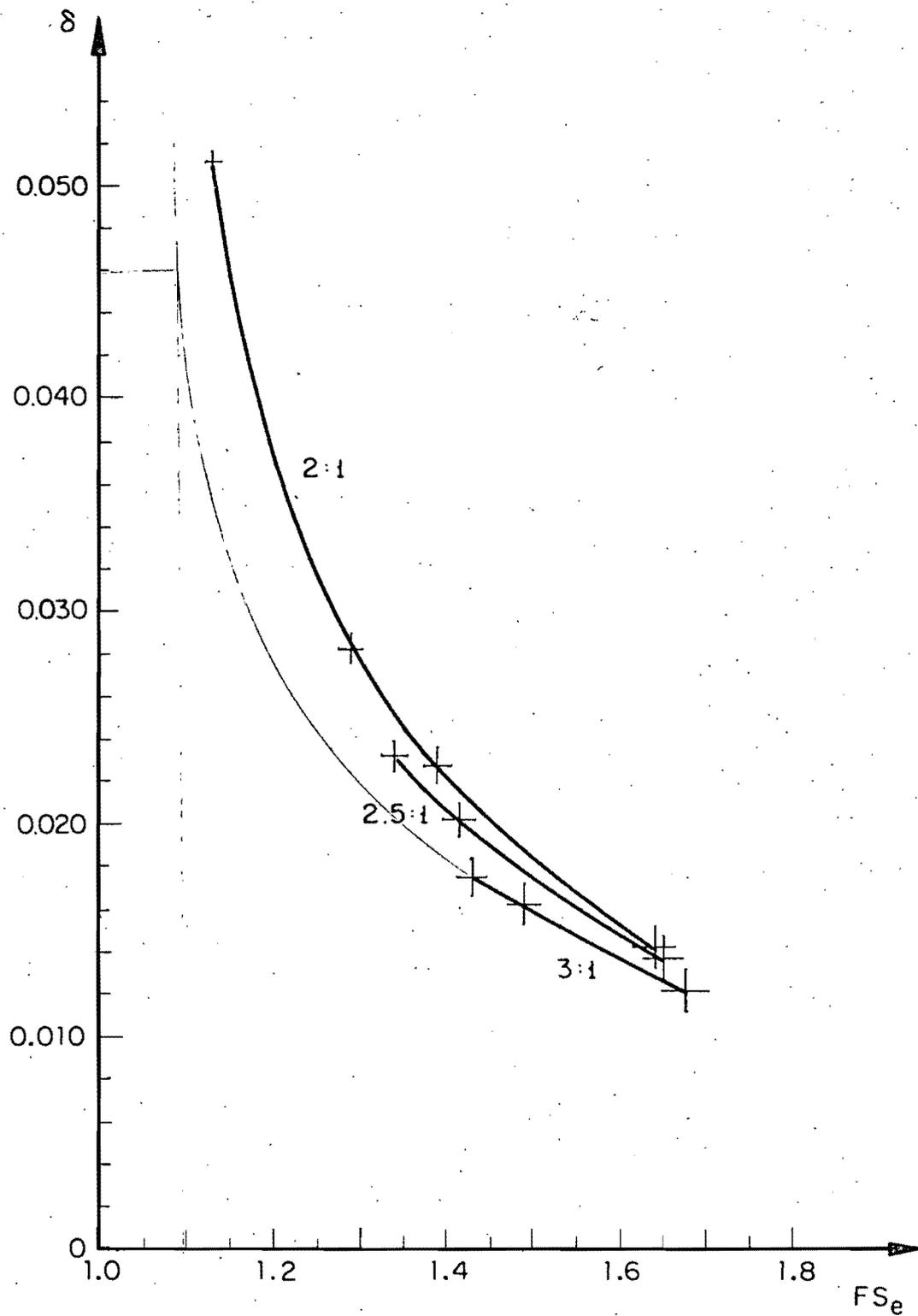


Fig 34 Relación entre el factor de seguridad FS_e y la distorsión media máxima $\delta = |\epsilon_1 - \epsilon_3|$ para las pendientes 2:1, 2.5:1 y 3:1.

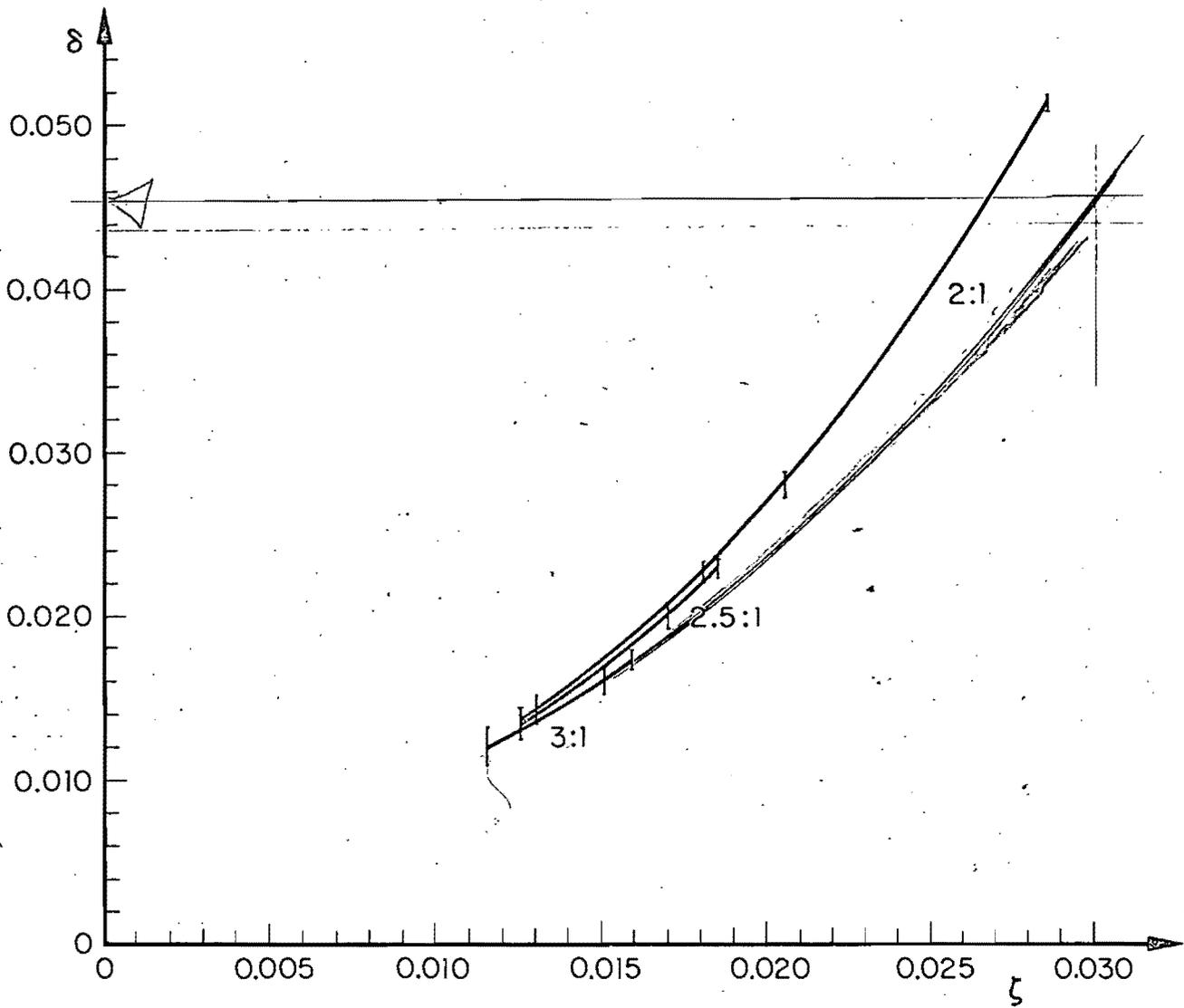


Fig 35 Relación entre la distorsión exterior (ζ) y la distorsión media máxima δ , para las pendientes 2:1, 2.5:1 y 3:1

RESUMEN DE RESULTADOS OBTENIDOS CON EL METODO DEL ELEMENTO FINITO

Pendiente	Fac. de Seguridad superficie		Desv. Estándar superficie		Dist. Media superficie		Desv. Estándar superficie	
	A	B	A	B	A	B	A	B
2:1	1.23	1.15	0.028	0.020	0.0520	0.0550	0.00022	0.00020
	1.34	1.28	0.033	0.030	0.0255	0.0280	0.00074	0.00070
	1.40	1.38	0.038	0.036	0.0205	0.0225	0.00085	0.00080
	1.65	1.64	0.051	0.050	0.0125	0.0140	0.00110	0.00100
2.5:1	1.39	1.33	0.035	0.032	0.0200	0.0230	0.00080	0.00075
	1.46	1.42	0.041	0.039	0.0180	0.0200	0.00093	0.00085
	1.70	1.65	0.053	0.052	0.0110	0.0135	0.00115	0.00110
3:1	1.48	1.42	0.036	0.033	0.0150	0.0163	0.00093	0.00090
	1.54	1.49	0.040	0.039	0.0145	0.0160	0.00110	0.00100
	1.73	1.67	0.053	0.051	0.0100	0.0120	0.00115	0.00110

T A B L A 2

RESUMEN DE RESULTADOS OBTENIDOS CON EL METODO SUECO

Pendiente	Altura (m)	Coordenadas del Centro del Circulo Crítico (m)	Radio del Circulo	Factor de Seguridad
2:1	135	(147,188)	323	1.00
	121	(145,160)	281	1.10
	110	(131,140)	250	1.20
	83	(99,110)	193	1.50
2.5:1	138	(164,214)	352	1.10
	128	(160,180)	307	1.20
	100	(140,100)	200	1.50
3:1	150	(210,254)	404	1.10
	143	(190,240)	383	1.20
	115	(160,205)	310	1.50

T A B L A 3

RESUMEN DE RESULTADOS OBTENIDOS CON EL METODO DE BISHOP MODIFICADO

Pendiente	Altura (m)	Coordenadas del Centro del Círculo Crítico (m)	Radio del Círculo	Factor de Seguridad
2:1	132	(143, 126)	261	1.01
	121	(133, 97)	218	1.11
	110	(127, 96)	206	1.21
	83	(78, 61)	144	1.52
2.5:1	138	(182, 152)	290	1.11
	128	(156, 133)	261	1.22
	100	(125, 122)	222	1.51
3:1	150	(218, 251)	401	1.11
	143	(194, 195)	338	1.20
	115	(152, 131)	246	1.51