



DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

Facultad de Ingeniería

EFECTO DE LA FLEXIBILIDAD DEL SISTEMA DE PISO EN COMPORTAMIENTO DE
EDIFICACIONES ANTE CARGAS SISMICAS

CARLOS EDMUNDO CABALLERO BADILLO

TRABAJO

Presentado a la División de Estudios de
Posgrado de la

FACULTAD DE INGENIERIA
de la
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

como requisito para obtener
el grado de

MAESTRO EN INGENIERIA
(ESTRUCTURAS)

CIUDAD UNIVERSITARIA



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

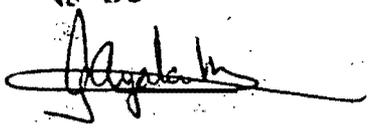
El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

0840

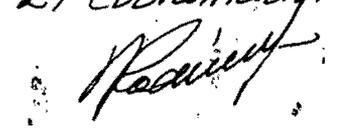
T E M A

EFFECTO DE LA FLEXIBILIDAD DEL SISTEMA DE PISO EN COMPORTAMIENTO DE EDIFICACIONES ANTE CARGAS SISMICAS

1. Descripción del Problema
2. Daños atribuibles a flexibilidad de piso durante el sismo del 19 de septiembre de 1985, en el D.F.
3. Métodos analíticos en la solución del problema
4. Métodos aproximados del análisis estructural
5. Comparaciones sobre algunos casos estudiados
6. Análisis de un edificio real considerando diafragma flexible (D-FL)
7. Conclusiones y Recomendaciones
8. Referencias

V. B.


Este tema se entregó el día 15 de enero de 1986. Se entregó la solución escrita el 15 de marzo de 1986, a los miembros del jurado.

El Coordinador




DEPFI

T. UNAM

1 9 8 6

CAB

A Mexico y a Colombia, ...por su hermandad latina.
A la Universidad y a la División, ...por el apoyo.
A mis maestros y compañeros, ...por la confianza.
A mis amigos, cuates y paisanos, ...por la compañía.
A mis padres y hermanos, ...por el cariño.
A mi hijo, Carlos Adolfo, ...porque resume y
concreta todo lo anterior.

C A P I T U L O 1

INTRODUCCION

1.1 Breve introducción del problema. Este trabajo plantea la evidencia de un problema de interés en el análisis estructural: El efecto de la flexibilidad del sistema de piso en el comportamiento de edificios. Dicho efecto no ha sido abordado de manera directa por los códigos de construcción, y solo de manera general, se recomienda considerar las características dinámicas de la estructura en caso de algún tipo de irregularidad, sin dar lineamientos para casos específicos.

La planta alargada de una estructura aparece en este trabajo como una irregularidad y se hace necesario por lo tanto mostrar en lo que sigue abordar la problemática de manera general estudiando algunos modelos que consideran este efecto. Se hace énfasis en la estructuración típica de muros extremos de rigidez y marcos intermedios, muy utilizada en edificios destinados a escuelas y hospitales, donde resulta más clara la flexibilidad de la losa de piso ante cargas sísmicas.

1.2 Organización.

El tema se ha dividido en 8 capítulos.

En el capítulo 2 y 3 se describe el problema y se presentan algunas evidencias del efecto estudiado.

El capítulo 4 expone los métodos analíticos de cuatro autores para tener en cuenta el efecto de la flexibilidad del piso.

El capítulo 5 describe la modelación de un paquete computacional de análisis estructural para este tipo de problemas.

En el capítulo 6 se realizan unas comparaciones de los métodos propuestos para considerar la flexibilidad del diafragma contra la solución tipo TABS.

Finalmente, se puntualizan algunas conclusiones y recomendaciones en el capítulo 7, para terminar con una lista de referencias en el capítulo 8.

C A P I T U L O 2

DESCRIPCION DEL PROBLEMA

2.1 Introducción. El método tradicional de análisis estructural de edificios considera la hipótesis de diafragma rígido (D-R), en donde se supone que el sistema de piso en la estructura, responde ante la excitación sísmica como un cuerpo rígido; se presentan por lo tanto, dos traslaciones perpendiculares entre si contenidas en el plano del piso, y una rotación al rededor de su centro de rigidez. Esto tiene implicación sobre los elementos resistentes verticales, pues es la losa quien se encarga de transmitir dicha excitación, a través de ellos, obteniéndose una distribución de cortante en proporción directa a la rigidez lateral de cada elemento.

En una gran variedad de formas arquitectónicas esta hipótesis es discutible; puede verse en la fig. 2.1 un resumen de estructuras irregulares en donde de alguna manera el sistema de piso al transmitir la carga sísmica está influido por dicha irregularidad y su comportamiento como diafragma rígido no es muy claro. Por ejemplo, en edificios largos y angostos estructurados a base de marcos intermedios y muros de rigidez extremos, en edificios similares con aberturas importantes en el diafragma, y en edificios de torres separadas con niveles inferiores comunes, se puede sospechar un comportamiento de diafragma no rígido ante cargas en su propio plano.

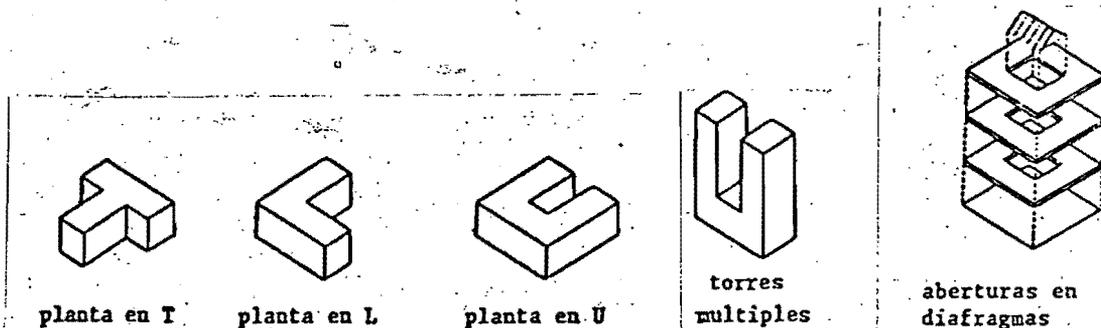


fig. 2.1 Estructuras irregulares en planta y elevación

Este comportamiento se ha registrado en edificios instrumentados durante sismos y pruebas de vibración forzada, y además en el estudio de edificios dañados por sismos; en todos los casos se han detectado efectos que no son considerados por la herramienta convencional de análisis, como lo es: El aumento del desplazamiento y cortante sísmico por la flexibilidad del sistema de piso, las concentraciones de esfuerzo en zonas de gran rigidez y acciones torsionales importantes.

A continuación se resumen, en forma cronológica y breve, algunos antecedentes en el estudio del problema aquí planteado, así como evidencias del efecto de un diafragma flexible en el comportamiento de algunos edificios previamente instrumentados.

2.2 Antecedentes.

- * 1961, Blume, Sharpe y Elsesser. Publicaron periodos naturales largos de los diafragmas de piso o techo en algunos edificios de uno, dos y tres niveles. (ref.1)
- * 1962, Blume. Calculó el período del diafragma de techo, considerado este, como viga, con condiciones de borde de apoyos simples o fijos. (ref.1)
- * 1964, 1966, Nielsen. Obtuvo, en el Jet propulsion laboratory (Pasadena), mediante pruebas dinámicas sobre un edificio de marcos de acero (nueve niveles), un modo de viga apoyada simplemente, con una frecuencia de 4.9 Hz, para el diafragma de piso. (ref.1)
- * 1965, Goldberg y Herness; 1966, Goldberg. Sugirieron el uso de las ecs. pendiente-deformación en el tratamiento de diafragmas, concentrando la masa en las intersecciones (piso-marco y piso-muro) para analizar el comportamiento de edificios de varios niveles en donde es importante la flexibilidad del sistema de piso. (refs. 1, 3)
- * 1974, Ostrom. Utilizó la modelacion de viga para los sistemas de piso, y resortes elasticos para simular la restriccion sobre la losa de los marcos y muros en edificios con diafragmas flexibles, sometidos a carga sísmica. (ref.1)
- * 1974, Muto. Propone un método aproximado para corregir los cortantes del marco medio, en edificios estructurados a base de muros rígidos en los extremos de la losa, y marcos intermedios. (ref.4)
- * 1980, Karadogan; 1981, Nakashima, Huang y Lu. Publicaron resultados experimentales sobre pruebas de cortante en su plano, en losas delgadas de concreto reforzado; ellos concluyeron que el comportamiento de diafragma de un sistema de piso ante carga lateral puede ser representado de manera simplificado como un problema de esfuerzo plano. (ref.14)
- * 1983, Bazan y Dyer. Presentaron un estudio paramétrico para edificios de un nivel en donde se modela el sistema de piso como una viga con apoyos elasticos; proponen un método simplificado para evaluar el cortante sísmico en estructuraciones simétricas de un nivel a base de marcos y muros. (ref.2)
- * 1983, Jain. Propuso un metodo analítico para obtener frecuencias y formas modales de edificios de uno, dos y mas niveles modelando la flexibilidad del sistema de piso de diversas maneras. (ref.1)
- * 1983, Jones y otros. Elaboraron un paquete computacional para el análisis elástico tridimensional de edificios, en donde es posible incluir un modelo de piso flexible ante el efecto de carga lateral, a travez de puntos nodales característicos del movimiento de la losa; éstos, estan conectados mediante vigas de piso. (ref.12)

Como se puede observar en el resumen anterior, el problema de la flexibilidad del sistema de piso, en su plano, ha sido reconocido desde hace mas de 20 años, contándose actualmente con una herramienta aproximada para evaluar el efecto que dicha flexibilidad ocasiona en el comportamiento de algún tipo de edificios. Como se analizará en detalle en los capitulos 4 y 5, en todos estos métodos propuestos se acepta un modelo de viga para el sistema de piso, transmitiendo cargas laterales, retomando así, la experiencia acumulada al respecto.

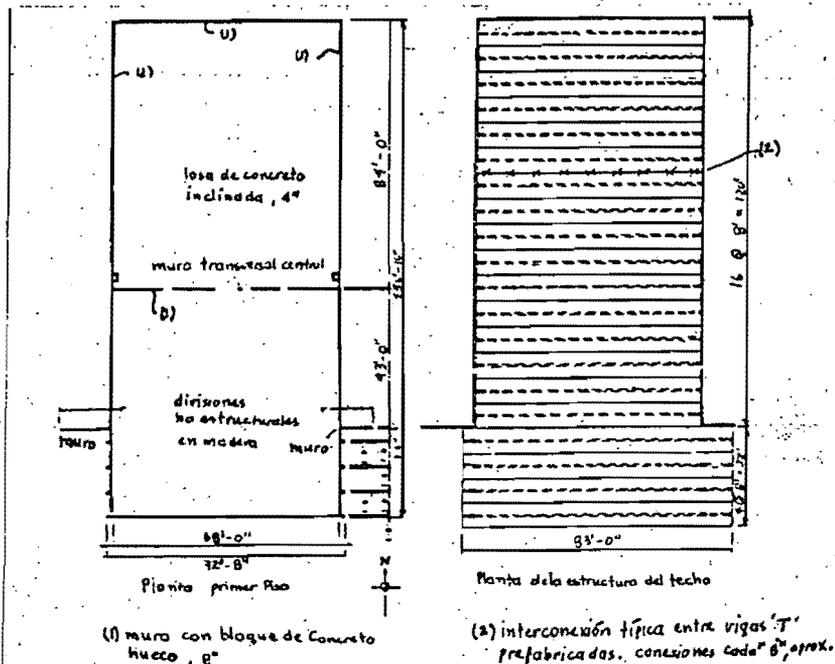
2.3 Evidencia del problema. Se presentan cuatro casos de edificios que han presentado un comportamiento revelador del efecto aquí analizado durante diferentes pruebas naturales (sismos), y en el último caso, en una prueba de vibración forzada. Es importante destacar la instrumentación realizada en tres de los casos presentados.

* EDIFICIO : Fifth Avenue Chrysler Center (F.A.Chrysler Center) (ref. 1)

PRUEBA : Sismo de Alaska, marzo 27/64, magnitud, $m = 8.4$

ESTRUCTURACION : Un nivel, relación de aspecto en planta, ρ , (H:ancho/L:largo) igual a 0.425. Los elementos resistentes verticales en la dirección longitudinal (N-S) son dos muros de concreto extendidos a lo largo del edificio, excepto en la parte del teatro (parte sur). En la otra dirección (E-O) hay cuatro muros ubicados así: Uno, en el extremo norte; Otro, en el centro, y los dos más pequeños, extendidos en la parte Este y Oeste, justo en la parte del teatro. El sistema de techo esta constituido por 20 vigas T de concreto reforzado (C/R) pretensado, apoyadas de lado a lado atravezando el ancho total (68'=21 m), y descansando en los muros laterales, excepto cuatro de ellas, que descansan en cols. de bloque, de C/R, en la parte sur (ver fig. 2.5).

Figura 2.5 PLANTA ESTRUCTURAL DEL 'F.A. CHRYSLER CENTER' (ref.1)



COMPORTAMIENTO : Las vigas del techo en la parte del teatro se derrumbaron hacia el sur del edificio. El techo entre el teatro y el muro se daño fuertemente. El muro pequeño Oeste se derrumbó en la parte superior y hubo daños de consideración en la base del otro; se presentaron daños de consideración en el extremo norte de los muros longitudinales del edificio. (ver fig. 2.6)

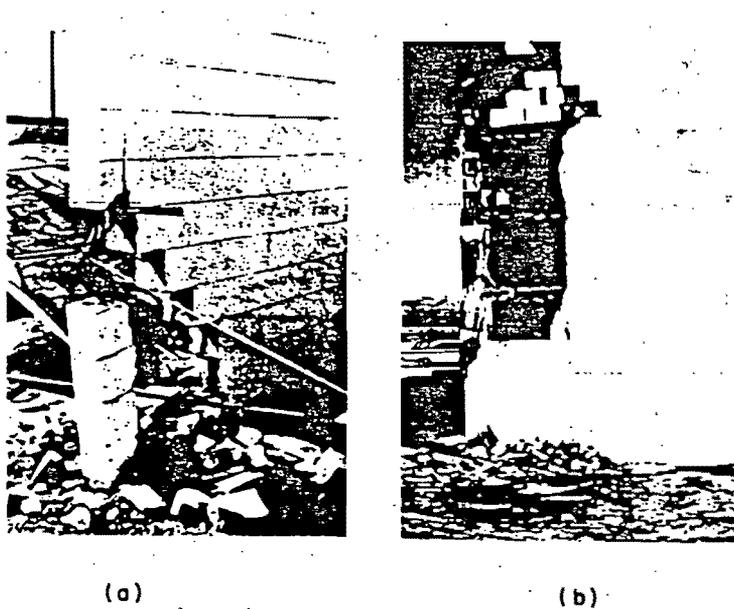


Fig. 2.6 Daño en el edificio 'F.A.Chrysler Center' (ref.1)
(a) daño en la base del muro pequeño Este
(b) daño en el extremo Nor-Oeste

La causa del daño ha sido atribuida a la vibración del techo en dirección transversal, pues su comportamiento de conjunto se puede simular en una viga apoyada en tres soportes elásticos (caracterizando los tres ejes de muros) con un modo fundamental de vibración; éste, está influido por los soportes menos rígidos de los muros pequeños, comparada con la rigidez de los muros central y extremo norte (ver fig. 2.7). En el soporte menos rígido, el cortante y el momento tienden a ser grandes; en el soporte más rígido, el cortante tiende igualmente a ser alto, generando corte y/o desprendimiento en las conexiones de las vigas T del techo. Esto efectivamente ocurrió en el apoyo menos rígido donde se presentó el efecto combinado. Además, la diferencia en rigidez de los apoyos genera una mayor distorsión en la parte sur del edificio, que fue justamente la que más daños sufrió.

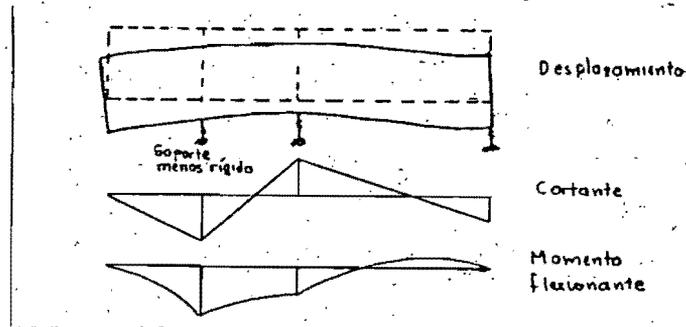


Fig. 2.7 Modo fundamental del techo del 'F.A.C.C.', modelado como viga. (ref.1)

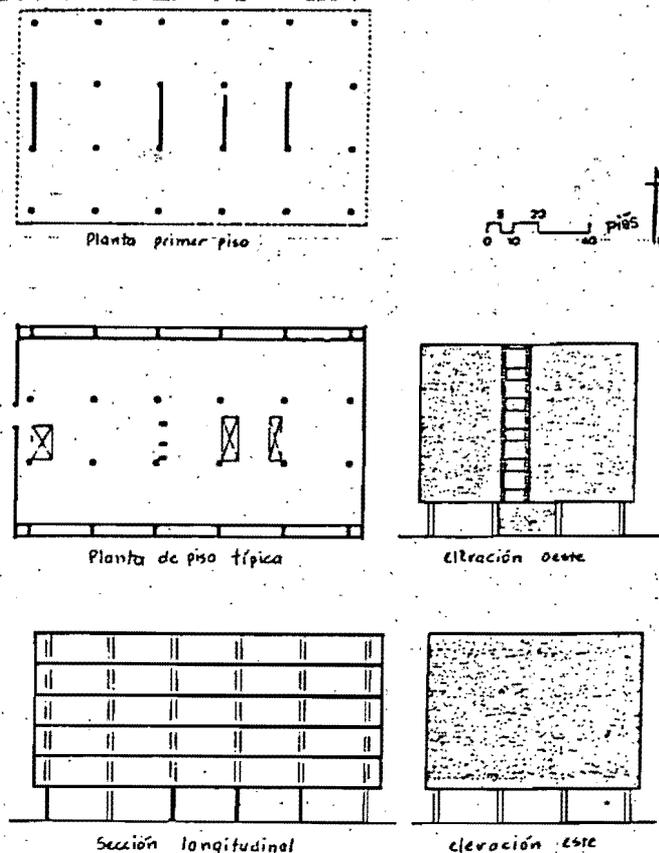
Un simple calculo suponiendo D-R, daría un cortante y un momento flexionante mas alto, en el muro central, que en el eje de los muros pequeños. El daño real contradice esta hipótesis, en este caso particular, evidenciando la influencia de la flexibilidad del techo en el daño del edificio.

* EDIFICIO : Imperial County Services (I.C.S.), el Centro, CA., construido en 1969 (ref. 1)

PRUEBA : Sismo del Imperial Valley, CA., Octubre 15/79

ESTRUCTURACION : Seis niveles, planta rectangular con $\rho = 0.625$.
 Estructuración típica de pisos repetidos (losa plana con algunas aberturas pequeñas) con muros de corte en los extremos. Estos, se levantan desde el primer nivel permitiendo una planta baja con cols. y muros interrumpidos allí mismo (ver fig. 2.8).

Figura 2.8 PLANTA ESQUEMATICA DEL 'I.C.S.' (ref.1)



COMPORTAMIENTO : El edificio fue instrumentado (antes del sismo) bajo un programa de estudio de movimientos fuertes en el área y se obtuvo información importante para explicar su comportamiento durante el sismo. La columna del extremo este resultó fallada a corte por compresión originando una falla estructural grave en el edificio que propició su posterior demolición. (ref.8)

Por otro lado, un estudio de los registros obtenidos para el techo, realizado por Pauschke, y otros, (1981), revela que hubo desplazamientos significativos del sistema de piso, que al no haber sido considerados en el análisis y diseño, fueron los responsables del inicio del daño en el edificio. En la fig. 2.9 se muestran los desplazamientos del techo y segundo nivel en la dirección transversal, registrada por instrumentos colocados en los dos extremos y en la mitad de los diafragmas. Se destacan, además de las deformaciones en el plano, las curvaturas opuestas en los dos diafragmas.

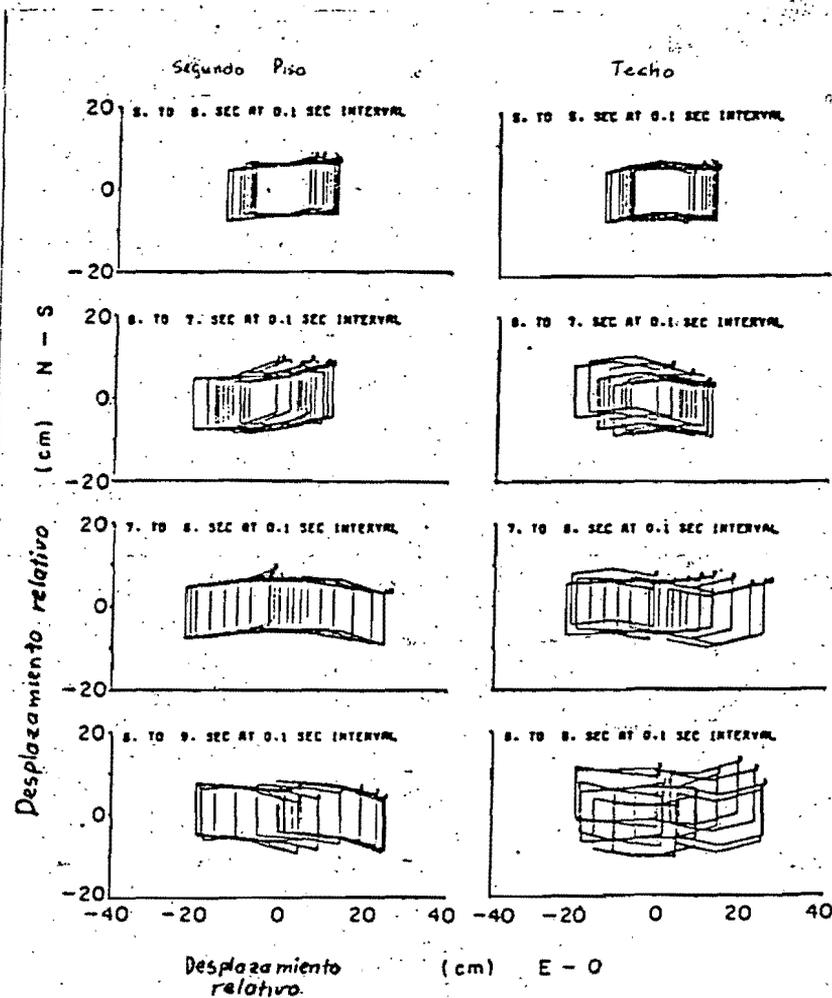


Figura 2.9 VISTA EN PLANTA DE LOS MOVIMIENTOS DEL SEGUNDO PISO Y DEL TECHO ENTRE LOS 5 y 9 SEGUNDOS, EDIF. I.C.S." (ref.4)

* EDIFICIO : Mammoth High School Gymnasium (M.H.S.G.) (ref. 1)

PRUEBA : Sismo con aceleración max. del terreno de 0.32 g , mayo de 1980.

ESTRUCTURACION : Un nivel, planta practicamente cuadrada ($\rho = 0.764$).

Los elementos resistentes verticales son muros de C/R. El techo es soportado por armaduras tipo WARREN inclinadas levemente que cubren el ancho del edificio. Estas, están contraventeadas lateralmente para prevenir desplazamientos laterales excesivos; ademas, tiene otro contraventeo horizontal, en acero, en el plano inferior de la armadura.

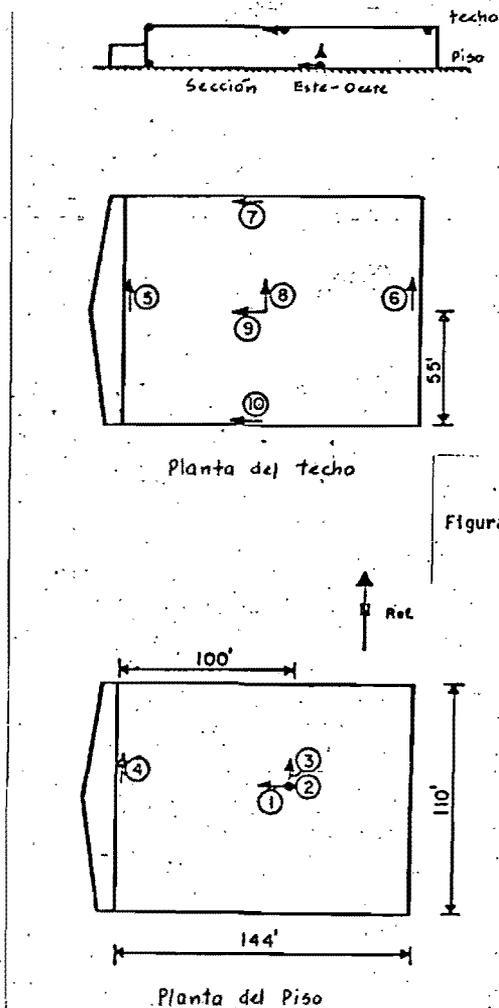


Figura 2.10 ESQUEMA DE INSTRUMENTACION DEL
"MAMMOTH H.S.G."
(ref. 1)

NOTAS DE LA INSTALACION

- los Acelerómetros 1.2.3.4 se ubicaron en la losa de piso
- los Acel. 5,8,9, en la parte inferior de la armadura del techo
- los Acel. 6,7,10, en la parte superior del techo.

COMPORTAMIENTO : Este edificio estaba instrumentado con diez acelerómetros, localizados en los puntos central y extremos, y en las dos direcciones representativas del movimiento de la estructura (ver fig. 2.10).

De los registros, en dirección transversal, analizados para el techo se concluyó que el movimiento del punto central (acel. # 8) fue más vigoroso, que en los dos extremos.

En la dirección longitudinal, donde la relación de esbeltez o de aspecto, es más favorable para un movimiento del techo como cuerpo rígido, se observó el mismo fenómeno, pues el acél. # 10 tuvo una respuesta mayor que los registros de los extremos.

Es claro, por lo tanto, la mayor flexibilidad de la losa con respecto a los muros de cortante de los extremos, que sin duda llega a dominar la respuesta dinámica del edificio a pesar de relaciones de aspecto en la losa cercanas a 1.0.

* EDIFICIO : DEFFI-UNAM, bloque A, construido en dos etapas: en la primera, 3 niv. (1977, bajo el reglamento RCDF-66), en la segunda, el cuarto nivel (1985, bajo el reglamento RCDF-77).

PRUEBA : Vibración forzada mediante un excitador de masas excéntricas fijado en el nivel de azotea. Se registró, mediante acelerómetros, características de la respuesta en la dirección transversal, longitudinal y torsional. Con cuatro aparatos (uno en cada piso) se detectó la respuesta traslacional y éstos, colocados adecuadamente, en el techo detectaron la respuesta de la losa de azotea en su propio plano

ESTRUCTURACION : Cuatro niveles, rel. de aspecto en planta, $\rho = 0.30$. Estructuración a base de marcos y muros de rigidez en los extremos (algunos muros de mampostería están ligados a la estructura). El sistema de piso está conformado por una losa plana con una abertura de consideración en el lado este, donde está ubicado el cubo de escaleras. (ver fig. 2.11)

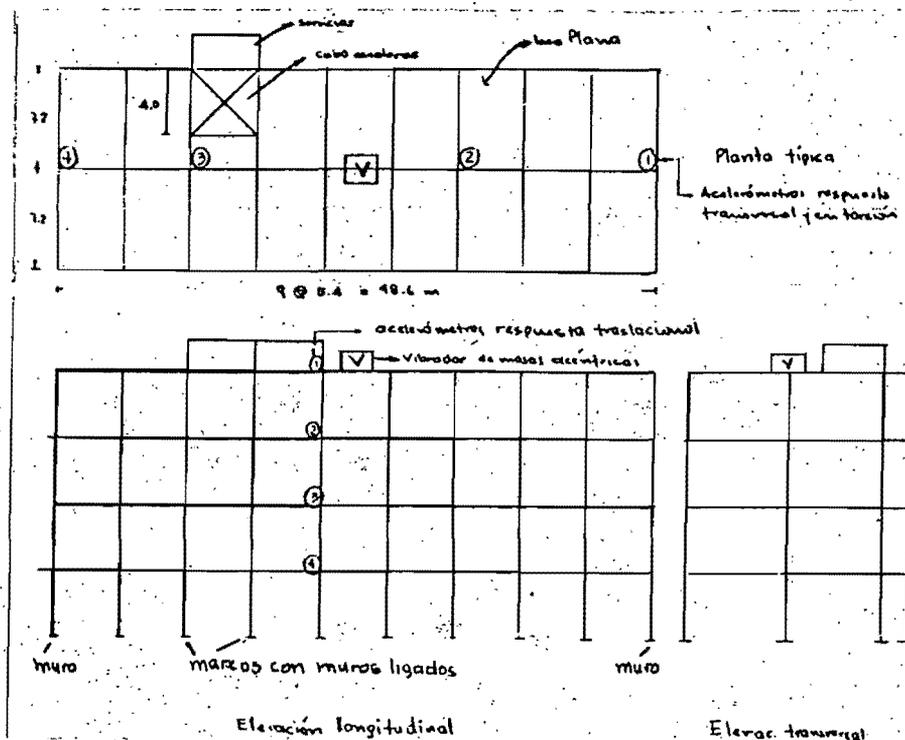


Fig. 2.11 Edificio A , DEFFI-UNAM : planta, elevación, instrumentación

COMPORTAMIENTO : En el análisis de los registros se detectaron las siguientes características de comportamiento :

- La losa de azotea mostro cuatro modos de vibracion en su plano con el vibrador produciendo carga en dirección transversal, y con períodos de $T_1 = 0.27$ seg , $T_2 = 0.217$ seg , $T_3 = 0.111$ seg , $T_4 = 0.093$ seg . (ver fig. 2.12 a)
- Para la misma losa se calcularon cuatro modos en torsión (vibrador produciendo un par de fuerzas en dirección transv.) con los siguientes períodos: $T_1 = 0.217$ seg , $T_2 = 0.106$ seg , $T_3 = 0.085$ seg , $T_4 = 0.077$ seg . (ver fig. 2.12 b)
- Los dos primeros períodos del edificio en dirección transv. coinciden con los dos primeros períodos de la losa de azotea en su plano. El período del segundo-primero modo del edificio en dirección transv. coincide con el período del primer modo de vibración de la losa de azotea en torsión.
- El hecho de que la losa de azotea este vibrando en su propio plano ante la excitación transversal nos coloca ante un problema de diafragma flexible.

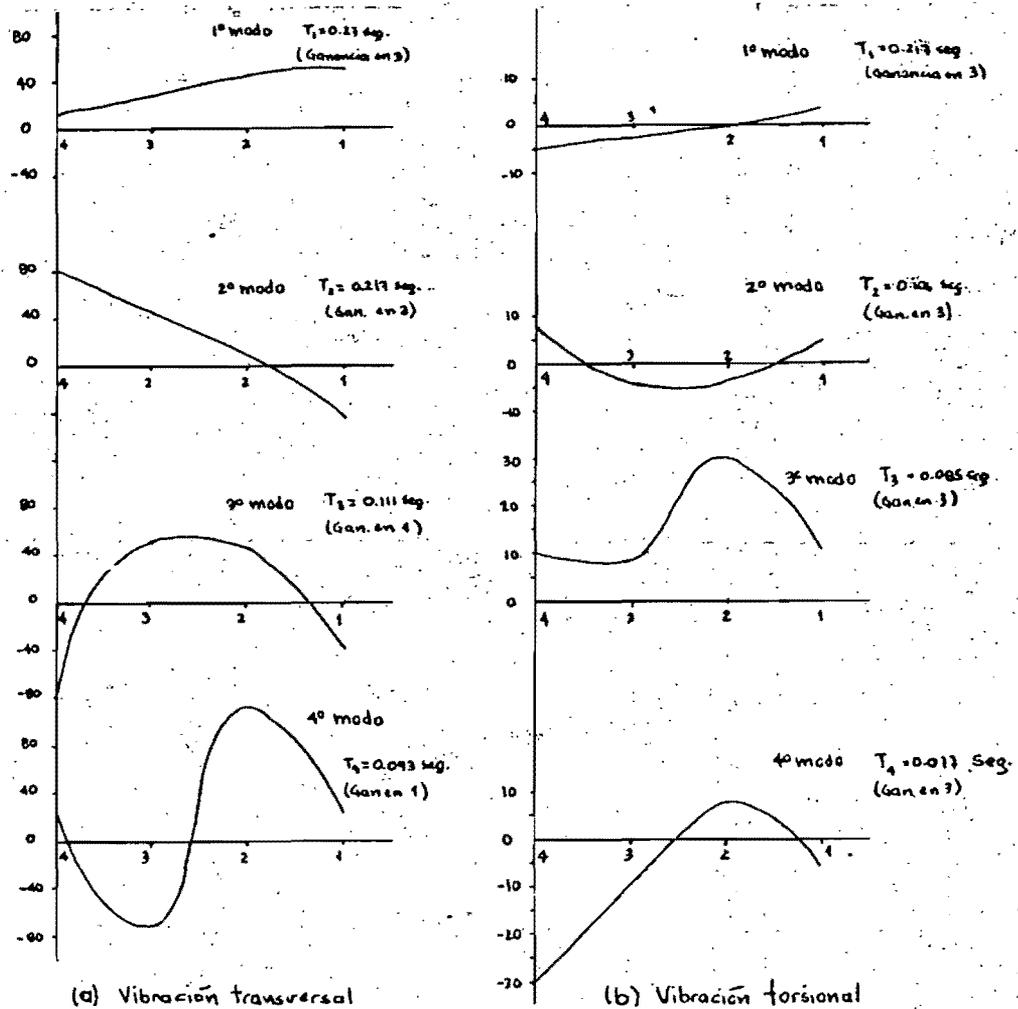


Fig. 2.12 Formas modales de la losa de azotea (1, 2, 3, 4 ubicación de los acelerómetros.)

C A P I T U L O 3

CAPITULO 3

DAÑOS ATRIBUIBLES A LA FLEXIBILIDAD DEL PISO DURANTE LOS SISMOS DE SEPTIEMBRE DE 1985

3.1 Introducción. En el mes de septiembre de 1985, la ingeniería estructural mexicana fue sometida a la prueba más dura durante toda su historia: Los sismos del 19 y 20 de septiembre.

De características sin precedentes, estos movimientos del suelo rebasaron todos los pronósticos, y durante tres minutos, aproximadamente, exigieron a las estructuras lo máximo de su capacidad, reserva y comportamiento dinámico.

En el Distrito Federal (D.F.), a 400 km. del epicentro, se tenía el siguiente balance en los primeros días posteriores a los sismos: Mas de 250 derrumbes totales, otro tanto en alto riesgo de caer, 1294 escuelas afectadas, cerca de 1000 construcciones por diagnosticar. (sin mencionar las polémicas y angustiantes cifras de vidas humanas perdidas)

Los daños se concentraron en la zona del lago, la más compresible del Valle de Mexico, y fueron de diversa índole: Desplomas verticales totales, volteamientos, inclinaciones leves y pronunciadas, derrumbes de niveles intermedios, de niveles superiores, de planta baja, fallas estructurales en cols., vigas y muros de cortante, etc.

De las múltiples causas de los daños, la más evidente, el propio movimiento, que castigó las estructuras mal construidas, analizadas y/o diseñadas; la más común, los errores constructivos; y otras causas más sutiles, por lo menos evidentes, efectos del comportamiento dinámico, no tenido en cuenta en el análisis y diseño, tales como: la interacción suelo-estructura, la torsión, sistemas de piso flexible en su propio plano, y otros.

Se presenta a continuación un resumen de las características particulares y principales de dichos sismos, así como la descripción del comportamiento de algunos edificios en que el daño pudo iniciarse por el efecto de la flexibilidad del sistema de piso ante cargas en su plano.

3.2 Características de los sismos de septiembre de 1985

CARACTERISTICA	S I S M O	
	19-sept.	20-sept.
- Magnitud, m	8.1	7.3
- Coordenadas del epicentro: Lat. - N	17.6	17.4
Long. - O	102.5	102.23
- Hora local	7:17:48.5	19:38
- Duración	más de 2 min.	≈ 30 seg.
- Intensidad en el D.F. (escala Mercalli modificada)	VI - IX	VI
- Distancia epicentro-D.F.	400 km.	400 km.
- Período dominante en S.C.T. ⁽¹⁾ (dirección: N-S, E-O)	2 seg	no se registró.

S I S M O

 19-sept. 20-sept.

- Aceleración en el D.F.
 (dirección E-O)

. S.C.T. ⁽¹⁾ (terreno blando)	0.18 g ⁽³⁾ (3 veces la max. registrada)	no se registró.
. C.U. ⁽²⁾ (terreno firme)	0.04 g	0.015 g (dir. N-S)
. Central de abastos (terreno blando)	0.10 g	0.05 g (dir. N-S)

- Notas: (1) Acelerógrafo ubicado en la Secretaría de Comunicaciones y Transporte
 (2) Acelerógrafo ubicado en Ciudad Universitaria (U.N.A.M.)
 (3) En dirección S 60 E se calculó una acel. max. de 0.20 g .

Los dos sismos de sept./86 hacen parte, según la ref. 11, de la ruptura del segmento de Michoacán, inactivo desde 1933. Esta ruptura sucedió en dos etapas causando los dos movimientos en un lapso de, aprox., 36 horas, y de acuerdo a la teoría de la tectónica de placas, se originó por la penetración de la placa de Cocos debajo de la placa continental Norteamericana (fenómeno de subducción). Allí, está ubicada la costa occidental de la República Mexicana, y se discute un fenómeno de directividad en el viaje de las ondas, pues, el D.F. se encuentra ubicado, en planta, en dirección casi perpendicular al plano de ruptura, ocasionando la llegada de las ondas con suficiente energía al Valle de México.

Otra particularidad del movimiento del suelo en el D.F. es la periodicidad de las ondas registradas, semejante a un movimiento armónico, con período dominante de 2 seg., que sometió a las estructuras que tenían períodos naturales de vibración similares, a una densidad mayor de picos de aceleración máxima durante el transcurso de dicho movimiento. Lo anterior, junto a un fenómeno, no muy sustentable, de resonancia en la arcilla compresible del valle, conforman un cuadro importante en la explicación de los graves efectos ocasionados por dicho evento, dando gran responsabilidad a la conjunción, inusual, de tales características.

3.3 Descripción de daños inducidos; presumiblemente, por la flexibilidad del sistema de piso. Se describen algunos casos en donde la estructura presenta una relación de aspecto alargada en planta y dada una estructuración particular, de marcos intermedios y muros de rigidez en los extremos, el diafragma pudo haber tenido deformaciones importantes en su plano, exigiendo mayor resistencia de la calculada en los elementos verticales más afectados por un comportamiento de este tipo. (como se demostrará en el desarrollo del trabajo, las cols. de los marcos intermedios son las más exigidas)

* EDIFICIO : Republica de Chile, Secundaria # 79 .

Año de construcción: 1964 , 4 niveles, C/R, implantado en suelo de la zona del lago (zona III, según RCDF-77).

ESTRUCTURACION : Relación de aspecto, ρ , (H/L), de 0.286 .

Relación de claros 1x3. (# claros transv. x # claros long.)

Edificio de dos cuerpos separados mediante una junta de construcción de 10 cm. ,aprox. El sistema de piso está formado por un losa plana aligerada reticular con cols. de C/R como elementos resistentes verticales.

COMPORTAMIENTO : Derrumbe del 2 , 3 y 4 nivel en los dos cuerpos del edificio. La dirección del derrumbe se muestra en la fig. 3.1 y un detalle de este puede observarse en la fotografía de la fig. 3.2 .

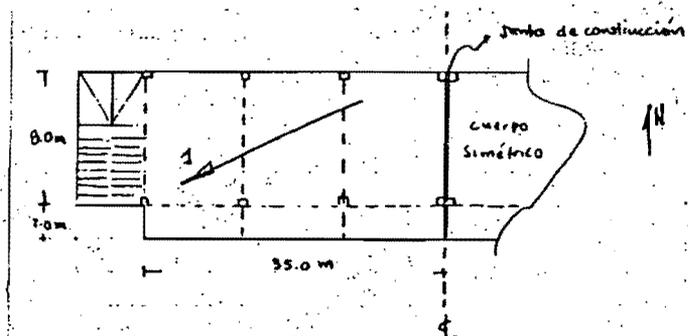


Fig. 3.1 Planta Secundaria # 79

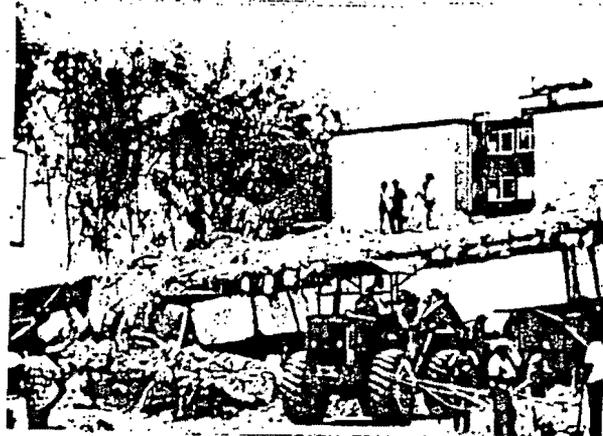


Fig. 3.2 Detalle del derrumbe en el cuerpo izquierdo de la Secundaria # 79

* EDIFICIO : Escuela 'Instituto Cultural' (I.C.), bloque sur
Año de construcción: 1975, 4 niveles, C/R, implantado en suelo de
transición (zona II, según el RCDP/77).

ESTRUCTURACION : Relación de aspecto, $\ell = 0.1875$.
Relación de claros 1×17 .
Edificio de un solo cuerpo muy alargado con cols. como
elementos resistentes ante fuerzas laterales y losa plana
reticular. No se notó la existencia de vigas principales
formando marcos.

COMPORTAMIENTO : Derrumbe de los cuatro niveles del edificio en la dirección
mostrada en la fig. 3.3 . Una vista general de éste, y un
detalle del desprendimiento de la losa se pueden observar en
las Figs. 3.4 y 3.5 .

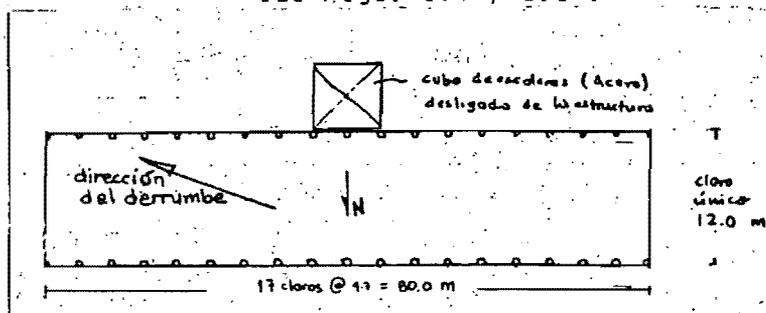


Fig. 3.3 Planta del bloque sur de la escuela I.C.

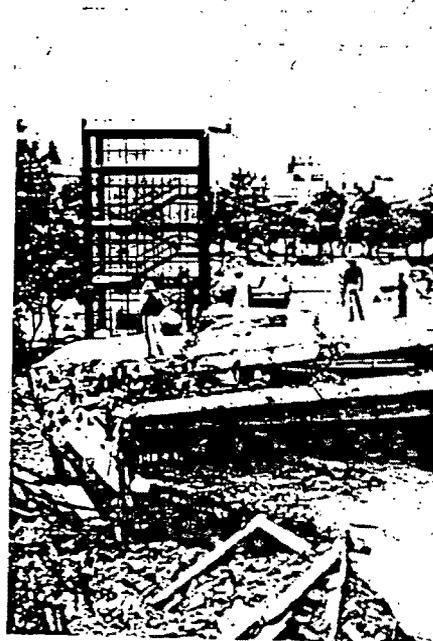


Fig. 3.4 Vista general del derrumbe del bloque sur de la escuela I.C.

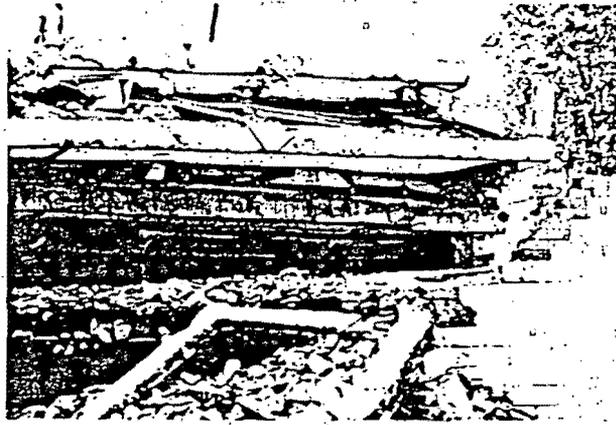


Fig. 3.5 Detalle del desprendimiento de la losa en la escuela del 'I.C.'

* EDIFICIO : 'Teófilo Alvarez', escuela primaria # 31.

Año de construcción : 1973, 4 niveles, C/R, implantado en suelo de transición (zona II, según RCDP/77).

ESTRUCTURACION : Relación de aspecto, $P = 0.1667$.

Relación de claros 1×6 .

Estructura a base de muros en los extremos y marcos intermedios como elementos resistentes verticales. El sistema de piso está formado de losa-acero con una abertura considerable en el sitio correspondiente al cubo de escaleras. (ver fig. 3.6)

COMPORTAMIENTO : Daño grave concentrado alrededor del cubo de escaleras y en el muro del extremo izquierdo. Grietas de cortante importantes en las cols. 1, 2, 3 y 4. Grietas leves transversales en la losa de piso en todos los niveles. Se puede inferir un efecto de mayor flexibilidad de la losa en la zona de concentración de los daños, dado el ancho crítico del diafragma de 4.0 m (ver fig. 3.6).

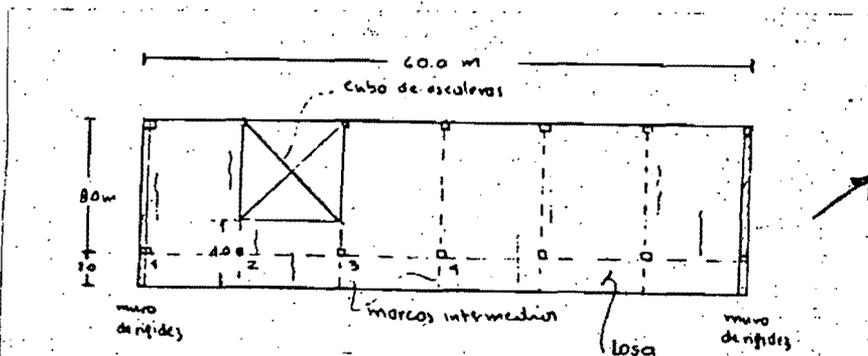


Fig. 3.6 Planta típica de la escuela primaria # 31.

C A P I T U L O 4

4.1 Introducción.

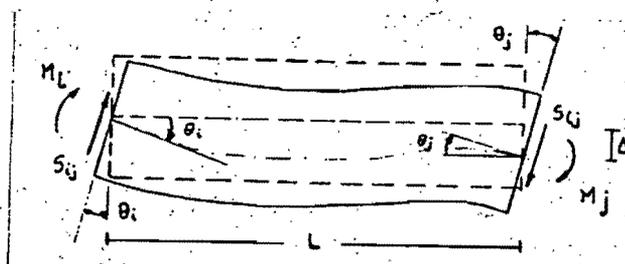
En la preocupación por evaluar el efecto de la flexibilidad del sistema de piso en el comportamiento de edificios, se han planteado, dentro de los métodos llamados exactos, diferentes formulaciones coincidentes en suponer el sistema de piso como una viga capaz de admitir deformaciones por flexión y/o cortante, ante cargas contenidas en el plano del piso.

Se discuten cuatro planteamientos mostrando el desarrollo de los conceptos utilizados, las limitaciones de las hipótesis de partida, las ecuaciones que gobiernan el problema, la solución analítica correspondiente, así como los resultados obtenidos en su aplicación concreta.

4.2 GOLDBERG (ref. 3)

4.2.1 Planteamiento general. Se realiza un análisis amplio del comportamiento lateral de edificios de varios niveles largos y angostos (tipo losa) considerando muros de cortante en los extremos y deformaciones en el plano del sistema de piso.

El modelo analítico simplificado de la losa y de los muros se basa en la teoría 'pendiente-deformación', y un concepto análogo a la viga de Timoshenko. Partiendo de la expresión conocida para la evaluación del momento y cortante en los extremos se tiene (se desprecia la deformación por corte),



$$M_i = \frac{2EI}{L} (2\theta_i + \theta_j - \frac{3\Delta}{L}) \quad \text{ec. 1}$$

$$S_{ij} = \frac{M_i + M_j}{L} \quad \text{ec. 2}$$

fig. 4.2.1 Deformación por flexión del elemento ij

Suponiendo un elemento ij uniforme se definen los parámetros:

θ_i, θ_j : rotaciones de los extremos. Positivas en sentido horario

Δ : desplazamiento neto transversal de los extremos; positivo si la secante de la elástica rota en la dirección positiva de θ (ver fig. 4.2.1).

De la ec. 1 con $\Delta = 0$, se obtiene la rotación del extremo, θ_i , debida a la flexión,

$$\theta_i = \frac{1}{3K} (2M_i - M_j) \quad \text{ec. 3}, \quad \text{donde } K = \frac{2EI}{L}$$

Para la rotación debida a los esfuerzos cortantes, si se evita la rotación en los extremos, ocurrirá una traslación relativa, Δ , igual a, (ver fig. 4.2.2)

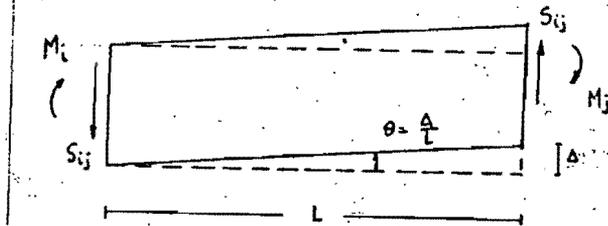


Fig. 4.2.2 Deformación por cortante.

$$\Delta = S_{ij} \delta \quad \text{ec. 4}$$

donde, δ es el desplazamiento debido a una fza. cortante unitaria. De la ec. 2 en la ec. 4 se llega a:

$$\Delta = \frac{M_i + M_j}{L} \delta \quad \text{ec. 5}$$

Un estado equivalente se logra si cada extremo se rota un ángulo, $\theta = \Delta/L$, que según la ec. 5 sería igual a,

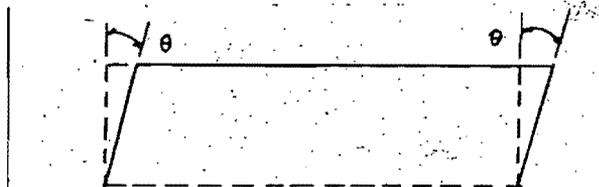


Fig. 4.2.3 Estado equivalente a la deformación por cortante.

$$\theta = \frac{M_i + M_j}{L^2} \delta \quad \text{ec. 6}$$

Combinando las ecs. 3 y 6, se obtiene la rotación total en cada extremo:

$$\theta_i = \left(\frac{2}{3K} + \frac{\delta}{L^2} \right) M_i - \left(\frac{1}{3K} - \frac{\delta}{L^2} \right) M_j \quad \text{ec. 6 a}$$

$$\theta_j = - \left(\frac{1}{3K} - \frac{\delta}{L^2} \right) M_i - \left(\frac{2}{3K} + \frac{\delta}{L^2} \right) M_j \quad \text{ec. 6 b}$$

Y resolviendo finalmente para M_i se obtiene,

$$M_i = K \left[(2 - K) \theta_i + (1 - K) \theta_j \right] \quad \text{ec. 7}, \quad \text{con } K = \frac{3}{\left[2 + \frac{L^2}{3K\delta} \right]} \quad \text{ec. 7 a}$$

Como se ve en la fig. 4.2.3, una traslación relativa de los extremos es equivalente a rotaciones iguales (sin traslación) en los extremos, y por lo tanto, la ec. 7 se puede generalizar a,

$$M_i = K \left[(2 - K) + (1 - K) \theta_j - (3 - 2K) \frac{\Delta}{L} \right] \quad \text{ec. 8}$$

reemplazando la ec. 8 en la ec. 2,

$$S_{ij} = \frac{K}{L} \left[(3 - 2K) (\theta_i + \theta_j - \frac{2\Delta}{L}) \right] \quad \text{ec. 9}$$

Valor δ : Desplazamiento por cortante del elemento considerado debido a una fuerza unitaria.

(1) Si el elemento (losa o muro) no está confinado, la distribución parabólica de cortante de la teoría elemental de vigas da un valor con buena aproximación. así,

$$\delta = \gamma L = \frac{Q}{E_s} L = \frac{SQ}{E_s I t} L$$

reemplazando $S = 1.0$ (fza. cortante unit.), $Q = Q_{max} = (tb) \frac{b}{4}$ (momento estático de área), $I = \frac{tb^3}{12}$ (momento de inercia sobre el eje centroidal), queda la siguiente expresión,

$$\delta \approx \frac{1.2}{E_s} \frac{L}{bt} \quad \text{ec. 10}$$

donde L : long. del elemento (en una losa, distancia entre dos marcos adyacentes; en un muro, distancia entre dos losas adyacentes)

t, b : espesor y ancho del elemento

E_s : módulo cortante

(2) Si el elemento losa tiene vigas integradas (nervaduras) o el muro está confinado por columnas, se puede llegar a una expresión partiendo de la teoría elemental de vigas, calculando δ mediante el teorema de Castigliano.

$$\delta = \frac{L}{2E_s S} \frac{\partial}{\partial S} \int_0^b (\tau)^2 t dx \quad \text{ec. 11}$$

siendo $\tau = \frac{SQ}{It}$ con S : fza. cortante

$$I = \frac{t b^3}{12} + \frac{A_1 b_1^2}{2} + \frac{A_2 b_2^2}{2}$$

A_1, A_2 : áreas de las nervaduras (o, cols., en el caso de un muro) que aportan a la rigidez flexionante del elemento (ver fig. 4.2.4)

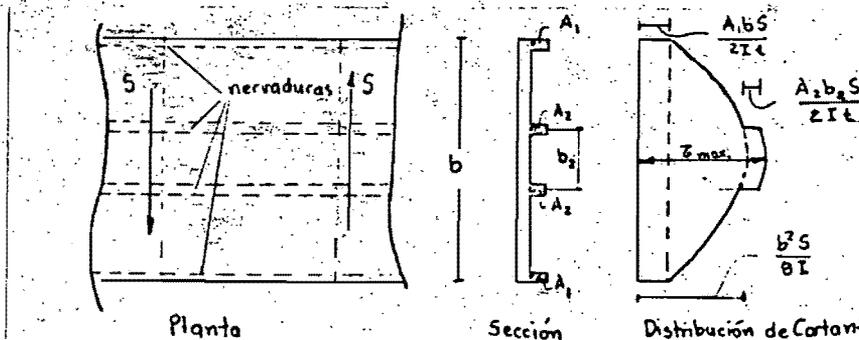


Fig. 4.2.4 Distribución de cortante en un tipo de piso típico.

Al hacer los remplazos en la ec. 11, y desarrollando la integral se puede llegar a,

$$\delta = \frac{L b^5 t}{24 E_s I^2} \left[\frac{1}{3} + 6 r_1^2 + 6 r_2^2 r_3^2 + 12 r_1 r_2 r_3^2 + 2 r_1 + 3 r_2 r_3^2 - r_2 r_3^4 \right] \quad \text{ec. 12}$$

donde, $r_1 = \frac{A_1}{bt}$, $r_2 = \frac{A_2}{bt}$, $r_3 = \frac{b_2}{t}$

Esta expresión es válida, además, para un elemento simétrico (losa o muro) con cuatro paneles.

4.2.2 Ecuaciones de equilibrio.

4.2.2.1 Intersección losa-muro. Se plantea el equilibrio de la intersección considerando la carga lateral aplicada actuando sobre el eje de la intersección, obteniendo las tres ecs. siguientes (ver figura 4.2.5) :

$$\Sigma M_y = 0 \quad M_j^{L,i+1} + M_j^{L,i-1} = 0 \quad \text{ec. 13}$$

$$\Sigma M_z = 0 \quad M_{j,j-1}^L + M_{j,j+1}^L = 0 \quad \text{ec. 14}$$

$$\Sigma F_x = 0 \quad V_j^{i+1} - V_j^L + H_{j+1}^L - H_{j-1}^L = -P_j^L \quad \text{ec. 15}$$

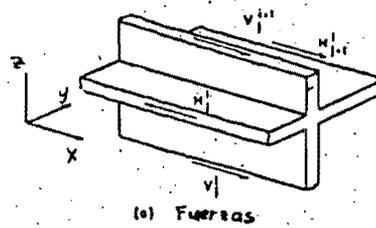
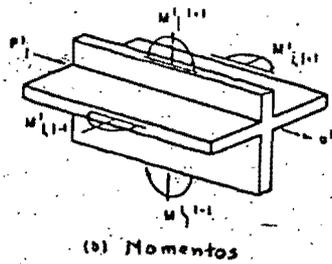


figura 4.2.5 intersección entre losa de piso y muro de cortante.

** El subíndice indica la ubicación de muros (o marcos). Se enumeran de izquierda a derecha.

** El super-índice indica piso y entre-piso. Se enumeran de la base al techo.

** Dos sub o super-índices indican ciertos valores asociados con un miembro, donde el primero indica el extremo donde se localiza la cantidad. Por ejemplo,

$M_j^{L,i+1}$ es el momento en el muro j inmediatamente arriba de la intersección.

$M_j^{L,i-1}$ momento en el muro j inmediatamente abajo de la intersección.

$M_{j,j+1}^L$ momento en la losa i inmediatamente después de la intersección.

$M_{j,j-1}^L$ momento en la losa i inmediatamente antes de la intersección.

** V, H : cortante del muro y de la losa.

** P_j^L : carga externa aplicada actuando paralela a la intersección.

Reemplazando las ecs. 8 y 9 en las ecs. 13, 14 y 15 resultan tres expresiones del siguiente tipo,

$$f [F, W, f, w, u, \psi, \phi, d, h] = \text{cte.} \quad (\text{ver ref. 3})$$

donde :

$$F = \frac{2 E I}{d} \quad , \quad W = \frac{2 E I}{h} \quad \text{son la rigidez de losa y muro respectivamente.}$$

I : inercia sobre el eje de flexión.
 d : distancia entre los apoyos de la losa.
 h : altura del nivel.

f, w : valores de κ (ec. 7a) de la losa y del muro.
 u : desplazamiento de la intersección.
 ψ : rotación en el plano del piso. Positivo en sentido horario (visto desde arriba).
 ϕ : rotación en el plano del muro. Positivo en el sentido horario (visto del lado izq. del muro)

Estas tres expresiones deben ser escritas para cada intersección entre losa de piso y muro. Donde haya columnas o armaduras reemplazando los muros, aquellos toman su lugar en dichas expresiones.

4.2.2.2 Intersección losa-marco. Para este caso existe un sistema análogo de tres ecs. de equilibrio. La primera de ellas, ($\sum M_y = 0$) se plantea en el plano del marco para cada unión columna-viga (ver fig. 4.2.6) mediante,

$$\sum M_{\text{mudo}K} = 0 \quad (\text{equilibrio rotacional en el plano del marco})$$

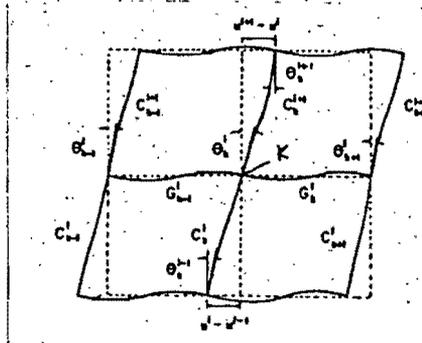


figura 4.2.6 Desplazamientos del marco en la cercanía de la unión k, nivel i.

Obteniéndose una expresión del tipo siguiente,

$$\left[f(c, g, \theta, u, h) \right]_j = 0 \quad (\text{ver ref. 3})$$

donde :

j : marco donde se localiza la unión k (nodo k).

$c = \frac{2EI}{h}$, $G = \frac{2EI}{s}$, rigidez de col. y viga.

θ : rotación de la unión k en el plano del marco.

h, s : longitudes de col. y viga.

u : desplazamiento de la unión (nodo).

En el nivel i del marco j las uniones son numeradas de derecha a izquierda, así, $1, 2, \dots, k-1, k, k+1, \dots$.

Esta ecuación se escribe para cada unión (nodo) en el marco j al nivel i .

La segunda ecuación ($\sum M_2 = 0$, equilibrio rotacional en plano del piso) se mantiene idéntica como en el caso anterior.

La tercera ecuación ($\sum F_x = 0$, equilibrio traslacional en el eje de intersección) se mantiene, pero reemplazando los cortantes de muro por la suma del cortante de columnas del nivel correspondiente, en el marco arriba y abajo de la intersección (ver fig. 4.2.7).

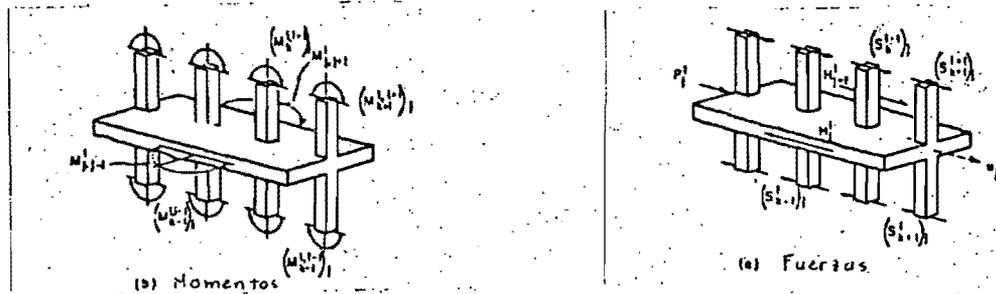


figura 4.2.7 Intersección típica piso-marco.

Se obtiene una ecuación de equilibrio del tipo :

$$f \left[\sum_k (S_k), F, f, u, \theta, \psi, h, d \right] = P_j^i \quad (\text{ver ref. 3})$$

donde :

S_k es el cortante en la col. k , inmediatamente abajo de las vigas. En el nivel i del marco j tiene la siguiente expresión:

$$(S_k^i)_j = 3 \left[\frac{c_k^i}{h^i} (2u^i - u^{i-1} - \theta_k^i - \theta_k^{i-1}) \right]_j$$

Y la sumatoria ($\sum S_k$) es tomada para todas las columnas del marco j .

Si se quisiera considerar las deformaciones axiales de cols., se debe incluir los desplazamientos verticales de las uniones (nodos), apareciendo ecs. de equilibrio vertical adicionales.

4.2.3 Solución de las ecs. de equilibrio.

Se emplea el planteamiento matricial usando la eliminación y sustitución de ecs. en la solución. En el nivel i , el sistema completo de ecs. para todas las intersecciones esta dado por

$$A^i X^{i+1} + B^i X^i + C^i X^{i-1} = P^i \quad \text{ec. 16}$$

donde : A, B, C : matrices de rigidez.
 X : vectores de desplazamiento.

** Rutina de solución

- (i) En el techo, denominado nivel t , no existe el nivel $i+1$, por tanto, $A^t = 0$, $X^{t+1} = 0$, entonces de la ecuación 16 :

$$B^t X^t + C^t X^{t-1} = P^t$$

- (ii) Premultiplicando por $[B^t]^{-1}$, y despejando X^t ,

$$X^t = [B^t]^{-1} P^t - [B^t]^{-1} C^t X^{t-1} \quad \text{ec. 17}$$

- (iii) En el nivel $t-1$, reemplazando la ec. 17 en su correspondiente ec. 16, resulta,

$$B^{t-1} X^{t-1} + C^{t-1} X^{t-2} = P^{t-1} \quad \text{ec. 18}$$

donde :

$$B^{t-1} = [B^{t-1} - A^{t-1} [B^t]^{-1} C^t] \quad \text{matriz cuadrada}$$

$$P^{t-1} = [P^{t-1} - A^{t-1} [B^t]^{-1} P^t] \quad \text{vector}$$

- (iv) Premultiplicando la ec. 18 por $[B^{t-1}]^{-1}$ y despejando X^{t-1} ,

$$X^{t-1} = [B^{t-1}]^{-1} \{ P^{t-1} - C^{t-1} X^{t-2} \}$$

- (v) Continuando este proceso hasta el nivel significativo mas bajo (nivel 2) se obtiene de la ec. 18, la siguiente,

$$B^{11} X^1 + C^1 X^0 = P^{11} \quad \text{ec. 19}$$

Con solución posible para el vector de desplazamiento X^1 ya que los valores de X^0 en el terreno son conocidos. Si hay restricción elástica en la base, se continúa hasta el nivel uno, cediendo los valores del vector X^0 de la ecuación,

$$B^0 X^0 = P^0 \quad \text{ec. 20}$$

- (vi) Sustitución hacia atrás, con X^0 , iniciando con el nivel mas alto siguiente (ec. 19) hasta el techo (ec. 18)

- (vii) Cálculo de los elementos mecánicos de todos los miembros y de los muros mediante las ecuaciones 1, 8 y 9.

4.2.4 Casos estudiados.

4.2.4.1 Modelación. Se realizó el estudio con dos edificios de planta alargada (rel. de crujiás 3x8) de diez y veinte niveles, con estructuración de marcos intermedios de acero, muros de C/R en los extremos y sistema de losa plana de C/R, sometidos a carga de viento sobre la cara más ancha. Se utilizó un modelo de estructura equivalente con marcos de una crujía y propiedades de elemento equivalentes a las de la estructura real. Se despreció el desplazamiento axial de cols., que influye solamente en el edificio de veinte niveles, llegando a una sobreestimación de la rigidez lateral de cada marco en un 8%, aproximadamente.

4.2.4.2 Tipos de análisis.

Caso I : Losas y muros con deformación flexionante y cortante combinada.

Caso II : Losas y muros con deformación flexionante únicamente.

Caso III : Losas y muros con deformación cortante únicamente.

4.2.4.3 Resultados y conclusiones.

** Edif. de diez niveles, rel. de aspecto, ρ (H/L) = 0.3125.

Hay marcadas diferencias entre el caso I y III (ver fig. 4.2.8)

- Cambio de signo en los cortantes del marco en el nivel 10 (caso III).
- Reducción de los cortantes de marco en los cuatro niveles inf. (caso I).
- Grandes diferencias en los cortantes de marco (comparación tabla 4.1) siendo muy pequeños en el caso III.
- Los desplazamientos del caso III son aproximadamente el 20% de los del caso I y II. (comparación de tabla 4.1)

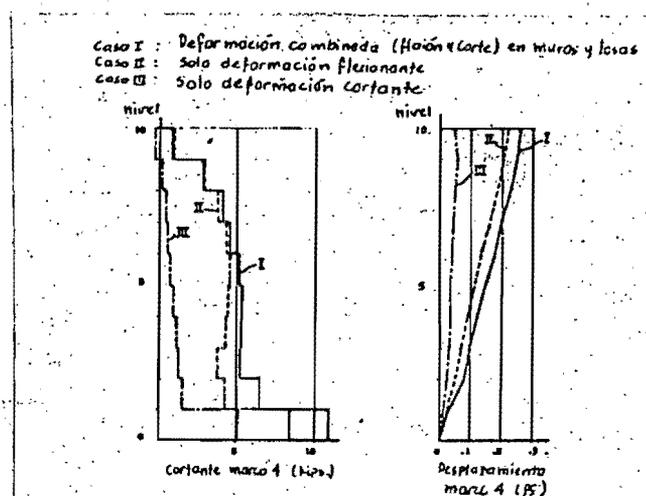


Fig. 4.2.8 Cortantes y desplazamientos. Edif. - 10 niveles.

Tabla 4.1. Desplazamientos y cortantes calculados. edif.-10 niveles

Caso 1. Deformación combinada (flexión y corte) en muros y losas

nivel	Desplazamiento horizontal (P ₂)					Cortante transversal (lb)				
	muro	marco 1	marco 2	marco 3	marco 4	muro	marco 1	marco 2	marco 3	marco 4
10	0-2434	0-2487	0-2531	0-2560	0-2570	10,129	1,718	1,228	912	813
9	0-2173	0-2250	0-2383	0-2443	0-2464	32,658	3,147	3,018	2,929	2,897
8	0-1910	0-2041	0-2148	0-2217	0-2241	57,508	4,298	4,143	4,045	4,012
7	0-1641	0-1783	0-1898	0-1972	0-1998	84,186	4,805	4,750	4,708	4,664
6	0-1369	0-1516	0-1635	0-1713	0-1740	111,622	5,204	5,138	5,095	5,061
5	0-1100	0-1251	0-1374	0-1453	0-1481	139,743	5,415	5,332	5,280	5,252
4	0-0838	0-0993	0-1119	0-1201	0-1229	168,545	5,401	5,339	5,284	5,263
3	0-0591	0-0747	0-0874	0-0956	0-0985	197,465	5,397	5,274	5,244	5,242
2	0-0369	0-0514	0-0631	0-0705	0-0731	224,436	4,412	5,510	6,214	6,456
1	0-0142	0-0214	0-0270	0-0306	0-0319	241,254	7,156	9,208	10,507	10,950

Caso 2: Sólo deformación flexionante en muros y losas

nivel	Desplazamiento horizontal (P ₂)					Cortante transversal (lb)				
	muro	marco 1	marco 2	marco 3	marco 4	muro	marco 1	marco 2	marco 3	marco 4
10	0-2066	0-2107	0-2141	0-2164	0-2172	9,654	1,815	1,363	1,069	967
9	0-1803	0-1901	0-1980	0-2033	0-2051	32,644	3,116	3,018	2,945	2,920
8	0-1546	0-1635	0-1745	0-1803	0-1826	59,033	4,134	3,993	3,902	3,870
7	0-1299	0-1407	0-1505	0-1570	0-1593	85,338	4,465	4,416	4,382	4,370
6	0-1038	0-1160	0-1262	0-1329	0-1353	113,445	4,672	4,612	4,572	4,558
5	0-0796	0-0922	0-1028	0-1097	0-1121	142,234	4,670	4,587	4,534	4,515
4	0-0571	0-0702	0-0810	0-0882	0-0907	172,082	4,397	4,322	4,267	4,247
3	0-0370	0-0503	0-0614	0-0687	0-0712	202,257	4,082	3,923	3,830	3,800
2	0-0202	0-0328	0-0434	0-0503	0-0527	231,469	3,612	3,666	4,112	4,269
1	0-0055	0-0127	0-0184	0-0224	0-0238	251,158	3,986	6,358	7,887	8,413

Caso 3: Sólo deformación cortante en muros y losas

nivel	Desplazamiento horizontal (P ₂)					Cortante transversal (lb)				
	muro	marco 1	marco 2	marco 3	marco 4	muro	marco 1	marco 2	marco 3	marco 4
10	0-0450	0-0466	0-0477	0-0484	0-0486	15,051	-96	-186	-240	-247
9	0-0445	0-0474	0-0494	0-0505	0-0510	42,644	157	159	160	160
8	0-0433	0-0462	0-0482	0-0493	0-0499	70,607	341	341	341	341
7	0-0412	0-0440	0-0461	0-0474	0-0478	98,974	520	522	522	523
6	0-0382	0-0411	0-0432	0-0444	0-0448	127,062	724	725	726	726
5	0-0345	0-0373	0-0394	0-0406	0-0410	155,088	946	946	947	947
4	0-0299	0-0328	0-0348	0-0361	0-0365	183,137	1,160	1,163	1,161	1,159
3	0-0245	0-0274	0-0295	0-0307	0-0312	211,394	1,415	1,311	1,258	1,242
2	0-0183	0-0212	0-0233	0-0245	0-0250	240,142	1,484	1,332	1,440	1,476
1	0-0094	0-0110	0-0121	0-0128	0-0130	257,090	4,303	4,719	4,964	5,045

** Edif. de veinte niveles, $\gamma = 0.3875$

- En los casos I y II se nota un cambio de signo importante del cortante en la parte superior de los muros. En el caso III este cambio es muy ligero y ocurre en la parte superior de los marcos. (ver fig. 4.2.9)
- Reducción en el cortante de marco del nivel 5 hacia abajo en los casos I y II.
- Diferencias grandes en los cortantes de marco en el caso III (mas pequeños), con desplazamientos del orden del 10% de los obtenidos para los casos I y II. (ver tablas 4.3 y 4.4).

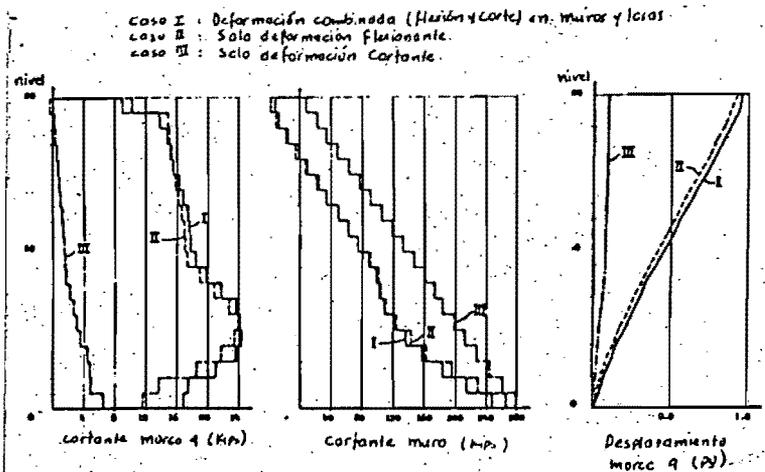


Fig. 4.2.9 Cortantes y desplazamientos. Edif.- 20 niveles.

TABLA 4.3 DEFLEXIONES Y CORTANTES CALCULADOS. Edif. 20-Niveles
 Caso 1: Deformación combinada en muros y losas

nivel	Desplazamiento horizontal (P%)					Cortante transversal (lb)				
	muro	marco 1	marco 2	marco 3	marco 4	muro	marco 1	marco 2	marco 3	marco 4
20	0-9865	0-9780	0-9714	0-9673	0-9689	-32,641	14,409	11,385	9,564	8,958
19	0-9342	0-9367	0-9368	0-9368	0-9367	-27,534	14,184	14,090	13,939	13,872
18	0-8837	0-8883	0-8904	0-8918	0-8922	-15,798	14,833	14,790	14,782	14,782
17	0-8343	0-8376	0-8400	0-8416	0-8421	-2,304	15,076	15,119	15,177	15,195
16	0-7896	0-7853	0-7878	0-7891	0-7898	9,889	15,801	15,680	15,624	15,608
15	0-7300	0-7330	0-7354	0-7369	0-7374	21,099	15,760	15,038	16,186	16,331
14	0-6767	0-6792	0-6812	0-6825	0-6831	33,933	17,354	17,037	16,868	16,815
13	0-6229	0-6259	0-6284	0-6299	0-6305	47,433	17,263	17,316	17,326	17,326
12	0-5686	0-5717	0-5743	0-5759	0-5765	60,905	17,660	17,560	17,519	17,509
11	0-5142	0-5174	0-5199	0-5216	0-5222	74,960	17,448	17,583	17,794	17,827
10	0-4598	0-4625	0-4647	0-4662	0-4667	86,810	18,563	18,362	18,312	18,307
9	0-4059	0-4084	0-4103	0-4115	0-4119	98,585	18,151	19,165	19,633	19,509
8	0-3530	0-3537	0-3544	0-3549	0-3551	102,408	22,501	22,157	21,974	21,917
7	0-3016	0-3028	0-3038	0-3045	0-3047	108,240	25,627	24,609	24,013	23,818
6	0-2524	0-2552	0-2574	0-2588	0-2593	121,269	25,294	23,377	23,196	23,126
5	0-1980	0-2018	0-2048	0-2067	0-2074	137,363	25,969	23,567	23,297	23,202
4	0-1477	0-1526	0-1565	0-1591	0-1599	157,310	25,576	24,638	24,099	23,911
3	0-1026	0-1091	0-1143	0-1177	0-1189	184,025	22,481	21,846	21,415	21,264
2	0-0635	0-0712	0-0774	0-0813	0-0827	215,392	18,252	17,962	17,862	17,643
1	0-0280	0-0357	0-0416	0-0452	0-0465	248,448	12,420	15,043	16,673	17,234

TABLA 4.4 DEFLEXIONES Y CORTANTES CALCULADOS. Edif. 20-Niveles
Caso 2: Sólo deformación flexionante en muros y losas

Nivel	Desplazamiento horizontal (ps)					Cortante transversal (lb)				
	muro	marco 1	marco 2	marco 3	marco 4	muro	marco 1	marco 2	marco 3	marco 4
20	0-9451	0-9351	0-9323	0-9255	0-9272	-37,257	15,555	12,675	10,823	10,188
19	0-8935	0-8841	0-8843	0-8947	0-8948	-30,544	14,611	14,749	14,806	14,818
18	0-8413	0-8439	0-8437	0-8460	0-8474	-17,549	15,188	15,158	15,150	15,149
17	0-7896	0-7920	0-7940	0-7913	0-7957	-3,665	15,153	15,279	15,355	15,351
16	0-7371	0-7395	0-7411	0-7423	0-7427	8,933	15,932	15,786	15,699	15,671
15	0-6842	0-6865	0-6884	0-6896	0-6900	22,817	15,677	15,978	16,162	16,224
14	0-6309	0-6327	0-6343	0-6353	0-6357	33,473	17,361	17,024	16,816	16,747
13	0-5773	0-5797	0-5816	0-5829	0-5834	47,490	17,037	17,127	17,174	17,188
12	0-5237	0-5261	0-5281	0-5294	0-5299	61,201	17,401	17,247	17,203	17,181
11	0-4702	0-4726	0-4747	0-4761	0-4766	75,917	16,935	17,198	17,333	17,380
10	0-4171	0-4192	0-4210	0-4222	0-4226	88,148	18,109	17,796	17,626	17,573
9	0-3643	0-3667	0-3684	0-3694	0-3698	100,946	17,224	18,238	18,897	19,111
8	0-3117	0-3142	0-3162	0-3180	0-3181	104,405	21,748	21,387	21,167	21,094
7	0-2643	0-2668	0-2690	0-2693	0-2697	110,369	24,784	23,809	23,187	22,975
6	0-2171	0-2194	0-2214	0-2226	0-2230	124,700	24,278	24,170	24,083	24,049
5	0-1656	0-1687	0-1712	0-1729	0-1735	142,166	24,313	23,988	23,772	23,696
4	0-1183	0-1227	0-1260	0-1282	0-1289	163,878	23,430	22,598	22,063	21,879
3	0-0778	0-0831	0-0876	0-0904	0-0913	193,345	19,560	18,987	18,594	18,455
2	0-0439	0-0503	0-0556	0-0592	0-0604	228,409	14,611	14,084	13,776	13,678
1	0-0156	0-0222	0-0276	0-0311	0-0323	268,811	7,118	9,571	11,628	11,712

Caso 3: Sólo deformación cortante en muros y losas

Nivel	Desplazamiento horizontal (ps)					Cortante transversal (lb)				
	muro	marco 1	marco 2	marco 3	marco 4	muro	marco 1	marco 2	marco 3	marco 4
20	0-04446	0-04495	0-04530	0-04552	0-04559	7,742	-39	-116	-212	-230
19	0-04411	0-04492	0-04549	0-04582	0-04594	20,339	217	218	217	216
18	0-04340	0-04426	0-04489	0-04526	0-04538	34,547	327	329	331	332
17	0-04224	0-04318	0-04377	0-04414	0-04427	48,369	435	438	439	439
16	0-04075	0-04183	0-04223	0-04262	0-04274	62,808	563	569	567	566
15	0-03935	0-04072	0-04134	0-04202	0-04284	76,819	672	681	685	687
14	0-03856	0-03940	0-04001	0-04088	0-04180	90,580	871	863	858	857
13	0-03835	0-03872	0-03934	0-04018	0-04110	104,550	982	986	988	989
12	0-03806	0-03863	0-03924	0-04016	0-04114	118,460	1,129	1,123	1,121	1,120
11	0-037728	0-03845	0-03917	0-04002	0-04104	132,466	1,228	1,240	1,243	1,246
10	0-03740	0-03823	0-03906	0-03992	0-04088	146,187	1,454	1,431	1,421	1,418
9	0-036914	0-03799	0-03906	0-04016	0-04128	160,018	1,537	1,598	1,630	1,640
8	0-036449	0-03762	0-03877	0-04000	0-04124	172,298	2,214	2,200	2,193	2,191
7	0-035949	0-03726	0-03850	0-04000	0-04124	184,816	2,799	2,737	2,703	2,692
6	0-035413	0-03681	0-03823	0-04000	0-04124	198,937	3,166	3,162	3,139	3,138
5	0-034743	0-03626	0-03779	0-04000	0-04124	213,627	3,752	3,765	3,771	3,773
4	0-034029	0-03566	0-03731	0-04000	0-04124	228,271	4,422	4,380	4,356	4,348
3	0-033264	0-03492	0-03668	0-04000	0-04124	244,086	4,711	4,663	4,632	4,621
2	0-032449	0-03426	0-03613	0-04000	0-04124	261,268	4,921	4,870	4,850	4,844
1	0-031553	0-03351	0-03549	0-04000	0-04124	279,084	5,995	6,322	6,513	6,576

** J. A. WEBSTER (ref. 3) realizó posteriormente un análisis simple considerando solo deformaciones por flexión en un modelo plano equivalente, acoplado marco y muro, y asumiendo diafragma rígido. A pesar de obtener buenos resultados (ver tabla 4.4), comparando con el edif. diez niveles, caso 2 (ver tabla 4.2, caso 2) se sobre-estimó tanto, el cortante de muros (7%) como, la rigidez lateral del edif. (15%), y se nota un cambio más radical en el cortante de marco en los niveles inferiores. Particularmente la sobre-estimación de la rigidez lateral del edif. tiene implicaciones de otro tipo, dando resultados del lado de la inseguridad y engañosos en análisis de estabilidad en conjunción con análisis dinámicos de estructuras semejantes.

Tabla 4.5

Cortante y desplazamiento suponiendo D-R.

Nivel	Desplazamiento horizontal (ps)	Cortante transversal (lb)	
		muro	marco y marco
10	0-1725	7,390	2003
9	0-1497	33,770	2964
8	0-1370	39,300	3634
7	0-1046	87,450	3807
6	0-0827	113,650	3987
5	0-0618	144,500	3970
4	0-0426	174,300	3689
3	0-0248	204,500	3284
2	0-0123	236,650	2321
1	0-0033	270,250	963

4.3 BAZAN Y DYER (ref. 2)

4.3.1 Planteamiento e hipótesis. Mediante la idealización del sistema de piso como viga, cargada en su propio plano, se desarrolla este método simplificado para estructuras de un nivel, basado en el concepto de energía potencial del sistema en equilibrio. Además, se parte de una configuración senoidal conocida para el desplazamiento del sistema de piso, dada la simetría de los modelos analizados; Posteriormente, aplicando las condiciones de energía potencial mínima se obtienen los valores de las constantes que determinan completamente la deformación del sistema de piso en el plano.

La viga plana se considera apoyada en resortes elásticos, simulando el efecto de rigidez lateral proporcionado por una estructuración típica de marcos y/o muros, como elementos resistentes verticales (ver fig. 4.3.1).

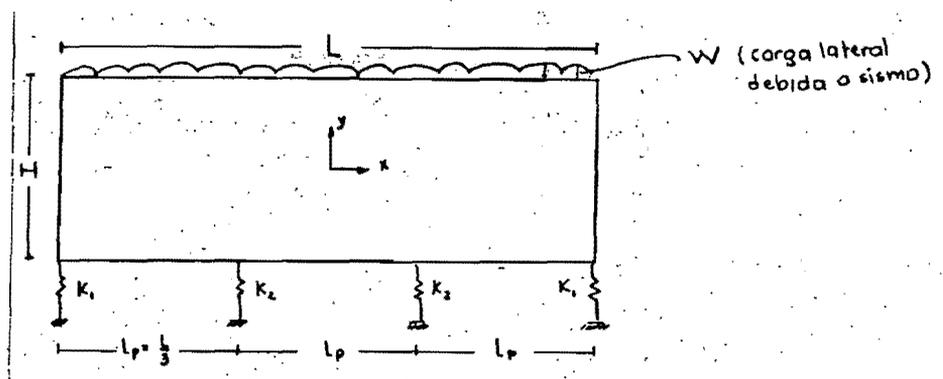


figura 4.3.1 Modelo de losa para un edif. de un nivel con cuatro apoyos en su longitud.

(i) La energía potencial, U , del modelo está dada por (se desprecia el trabajo interno de las fuerzas cortantes),

$$U = \underbrace{\frac{1}{2} EI \int (y'')^2 dx}_{\text{trabajo interno}} + \underbrace{\frac{1}{2} \sum_{j=1}^N K_j y_j^2 - w \int y dx}_{\text{trabajo externo}} \quad \text{ec. 1}$$

donde :

- $E I$: Rigidez flexionante de la viga.
- K_j : Rigidez de los elementos de apoyo.
- y_j : Desplazamiento de los apoyos.
- y : Elástica de la viga (configuración deformada).
- y'' : Curvatura de la viga ($y'' = \frac{d^2 y}{dx^2} = y_{,xx}$).
- w : Carga lateral uniforme distribuida.

(ii) La expresión supuesta para la elástica de la viga, y , toma en cuenta la simetría del modelo y tiene la siguiente expresión,

$$y = a + c \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad \text{ec. 2}$$

donde :

a, c son ctes.

Remplazando la ec. 2 en la ec. 1, se obtiene U como $f(a, c, E, I, w, x)$, donde las ctes. a y c son los parámetros desconocidos.

(iii) De las condiciones de energía potencial mínima $\frac{\partial U}{\partial a} = 0$, $\frac{\partial U}{\partial c} = 0$, se obtienen las dos ecs. para evaluar las constantes a y c , que al re-ordenar se pueden escribir como :

$$a \sum_{i=1}^N k_i + c \sum_{i=1}^N k_i \cos \frac{\pi x_i}{L} = wL \quad \text{ec. 3.a}$$

$$a \sum k_i \cos \frac{\pi x_i}{L} + c \left[\frac{EI \pi^4}{2L^3} + \sum k_i \cos^2\left(\frac{\pi x_i}{L}\right) \right] = \frac{2wL}{\pi} \quad \text{ec. 3.b}$$

4.3.2. Parámetros del estudio realizado.

- Relación $\frac{K_L}{K_1}$ (rig. del sistema de piso); se considera entre 0.2 y 2.0
 $-K_1$ (rig. del apoyo extremo)

- K_L : rigidez de losa plana, $K_L = \frac{E t}{12} n^3 \rho^3 \frac{1}{(1+3n^2 \rho^2)}$

donde :

E : mod. de elasticidad.

t : espesor de la losa.

n : relación L/L_p , con L : long. total de la losa.
 L_p : long. entre apoyos.

ρ : relación de aspecto de la losa en planta, (H/L)
 con H : ancho de la losa

- Valores de ρ : 1.0, 1/3, 1/4, 1/6, para losas con cuatro apoyos.
 3/4, 3/16, para losas con cinco apoyos.

- Magnitud de K_L : En cada uno de los dos tipos de apoyos se tomó dos condiciones para los valores de K_L (ver fig. 4.3.2 y 4.3.3):

1ª Condición: K_L : constante

2ª Condición: $K_L = 10 K_{2,3}$

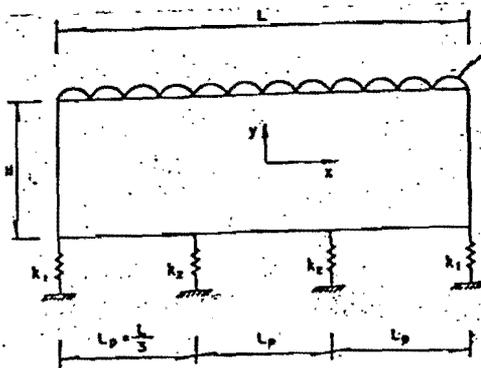


Fig. 4.2.2 Modelo con cuatro apoyos

w = Fuerza sísmica
 $\rho = \frac{H}{L}$ = relación de aspecto
 $n = 3$

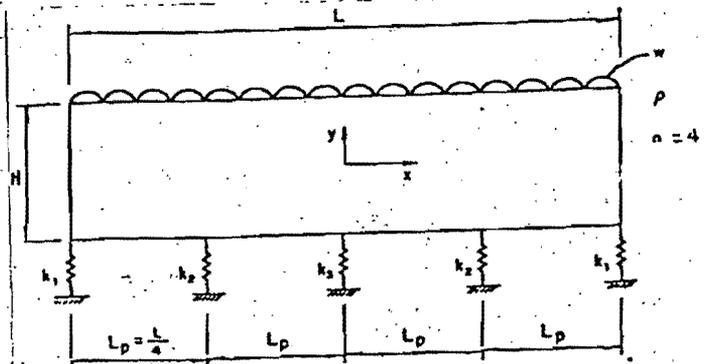


Fig. 4.3.3 Modelo con cinco apoyos

4.3.3 Resultados y conclusiones.

Se ha llamado R^* : fuerzas obtenidas en los resortes calculadas como

$$R^* = K_i \gamma_i$$

R : fuerzas obtenidas en los resortes calculadas con un análisis de viga, teniendo en cuenta deformaciones por flexión y cortante. Estos se llamaron resultados exactos.

R_∞ : reacciones resultantes al aceptar la hipótesis de diafragma rígido (D-R), que distribuye la fza. en cada apoyo proporcional a su rigidez.

$(R_\infty / R)_i$: rel. del método exacto.

$(R^* / R)_i$: rel. del método simplificado.

i : numero de apoyo.

(1) Como era de esperarse, conforme aumentan las relaciones de $\rho, \sigma, K_2/K_1$, los valores $(R_\infty / R)_i$ tienden a la unidad. Esto es, si ρ crece (losa menos alargada), o, si K_2 / K_1 aumenta (losa relativamente mas rigida), los valores de R se acercan a R_∞ tendiendo, por lo tanto, a un comportamiento de D-R (ver fig. 3.3.4 a 4.3.9).

(2) Con el método simplificado se obtienen valores de $(R^* / R)_i$ más cercanos a la unidad en los dos tipos de apoyos, obteniéndose así, una mejor estimación que bajo la hipótesis de D-R (ver tabla 4.6 y 4.7). En el caso de mayor error $(R_\infty / R) = 0.43$, y con el metodo simplificado $(R^* / R) = 0.972$.

TABLA 4.6 COMPARACIÓN DE REACCIONES OBTENIDAS CON LA HIPÓTESIS DE DIAFRAGMA RÍGIDO Y CON EL MÉTODO SIMPLIFICADO, CON LOS VALORES EXACTOS (CUATRO APOYOS)

ρ	h_2/h_1	i	$(R_\infty/R)_i$		$(R^*/R)_i$	
			$h_2 = h_1$	$h_2 = 10h_1$	$h_2 = h_1$	$h_2 = 10h_1$
1/3	0.2	1	1.346	1.155	1.002	1.000
		2	0.706	0.438	0.380*	0.072
	2.0	1	1.053	1.016	1.002	1.001
		2	0.951	0.862	0.998	0.991
1	0.2	1	1.097	1.022	1.053	1.023
		2	0.936	0.765	0.953	0.855
	2.0	1	1.020	1.009	1.006	1.002
		2	0.920	0.949	0.994	0.970

TABLA 4.7 COMPARACIÓN DE REACCIONES OBTENIDAS CON LA HIPÓTESIS DE DIAFRAGMA RÍGIDO Y CON EL MÉTODO SIMPLIFICADO, CON LOS VALORES EXACTOS (CINCO APOYOS)

ρ	h_2/h_1	i	$(R_\infty/R)_i$			$(R^*/R)_i$		
			$h_2 = h_1$	$h_2 = 10h_1$	$h_2 = 100h_1$	$h_2 = h_1$	$h_2 = 10h_1$	$h_2 = 100h_1$
1/3	0.2	1	1.429	1.304	1.089	1.016	1.016	
		2	0.865	0.426	0.385	0.343	0.343	
		3	0.771	0.338	1.017	0.971	0.971	
	2.0	1	1.087	1.033	1.005	1.002	1.002	
		2	0.963	0.842	0.997	0.987	0.987	
		3	0.933	0.784	0.990	0.985	0.985	
1/4	0.3	1	1.146	1.020	1.062	1.028	1.028	
		2	0.939	0.726	0.971	0.945	0.945	
		3	0.499	0.449	0.950	0.910	0.910	
	2.0	1	1.018	1.007	1.009	1.004	1.004	
		2	0.992	0.961	0.995	0.977	0.977	
		3	0.982	0.946	0.992	0.969	0.969	

NOTAS:

- ρ relación de aspecto
- h_2 espesor de la losa
- h_1 espesor del apoyo 1
- i índice que identifica el apoyo
- R_∞ valor correspondiente a la hipótesis de diafragma rígido
- R valor exacto de la reacción
- R^* valor obtenido con el método simplificado

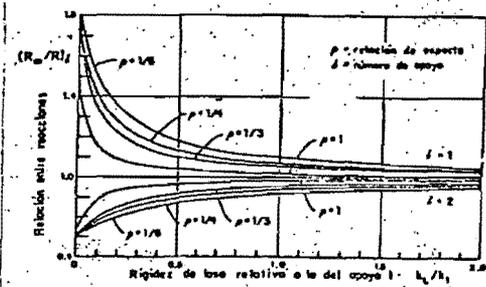


Fig. 4.34. Valores adimensionales de las fuerzas en las asientos para cuatro apoyos ($h_1 = h_2$)

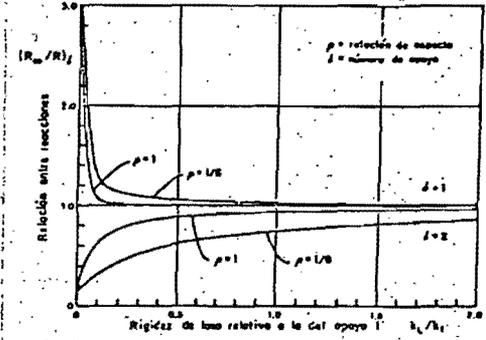
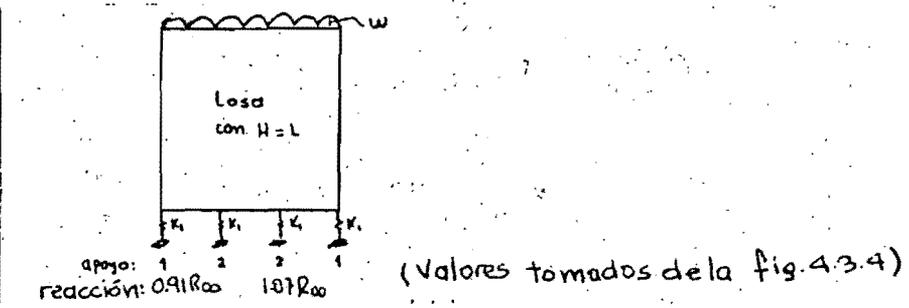


Fig. 4.35. Valores adimensionales de las fuerzas en las asientos para cuatro apoyos ($h_1 = 10 h_2$)

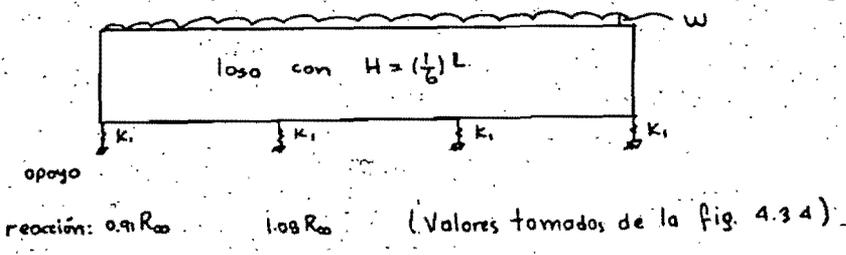
(3) En las fig. 4.3.4 y 4.3.5 se da una idea cuantitativa de rangos en la relación (K_L / K_1) para aceptar D-R en el modelo de cuatro apoyos.

Por ejemplo, aceptando errores no mayores del 10% se acepta la hipótesis de D-R en los siguientes casos :

- Si $K_L / K_1 \geq 0.18$, K_i : cte. , $\rho = 1.0$, cuatro apoyos.



- Si $K_L / K_1 \geq 1.0$, K_i : cte. , independiente de ρ .



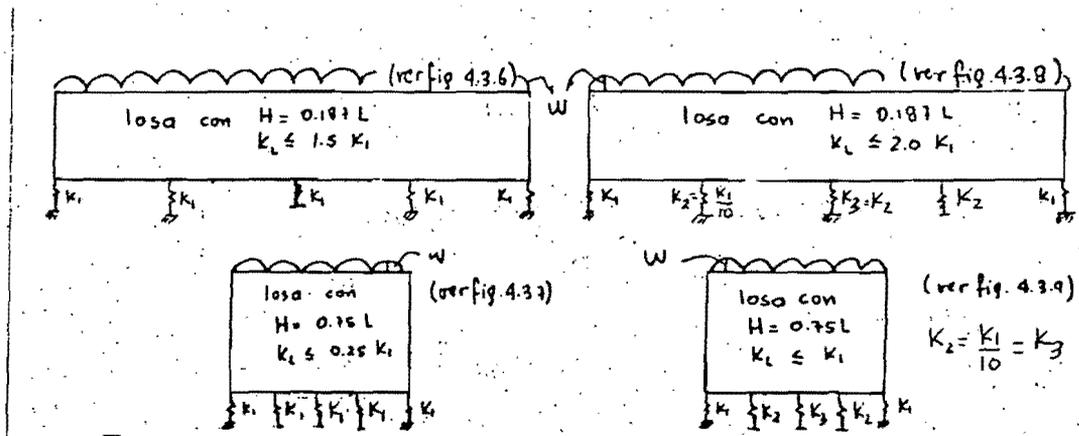
Por otro lado, la hipótesis de D-R resulta inaceptable en el modelo de cuatro apoyos si :

- $K_L / K_1 < 0.18$ (losas muy delgadas), $\rho = 1.0$, K_i : cte.
- $K_L / K_1 < 1.0$, $\rho \ll 1.0$ (losas muy alargadas), $K_4 = 10 K_2$ (uso de muros de extremo con marcos intermedios).

En ambos casos se cometen errores mayores al 10% al aceptar la hipótesis de diafragma rígido (D-R).

(4) Para los modelos de cinco apoyos, el apoyo intermedio muestra el mayor margen de error. Si se aceptara un error máximo del 10% en la evaluación de su respuesta, se pueden determinar en las fig. 4.3.6 al 4.3.9, los rangos de K_L / K_1 para aceptar o no, D-R. Así:

- Es inaceptable D-R en los siguientes casos :



- Se acepta D-R en los demás casos de la relación K_L / K_1 , exceptuando los casos con $\rho = 0.187$, $K_1 = 10K_2 = 10K_3$ para cualquier valor de K_L / K_1 (errores mayores del 20%).

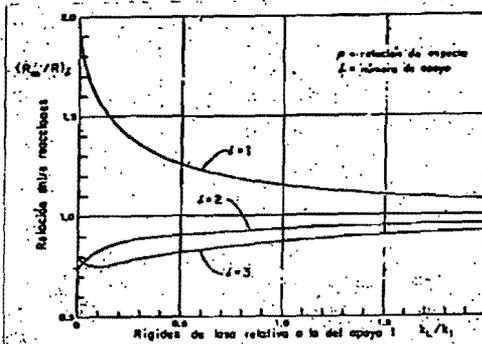


Fig. 4.3.6 Valores adimensionales de las fuerzas en las resonancias cinco apoyos y $\rho = 3/16$ ($b_1 = b_2 = b_3$)

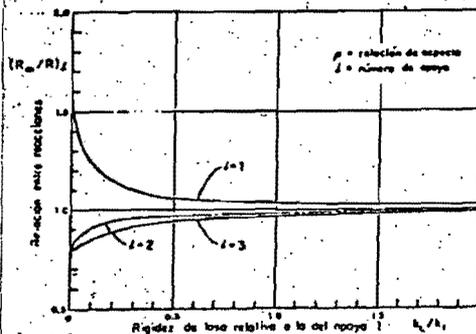
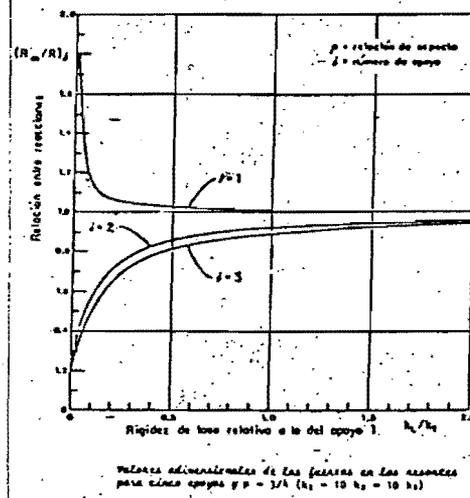
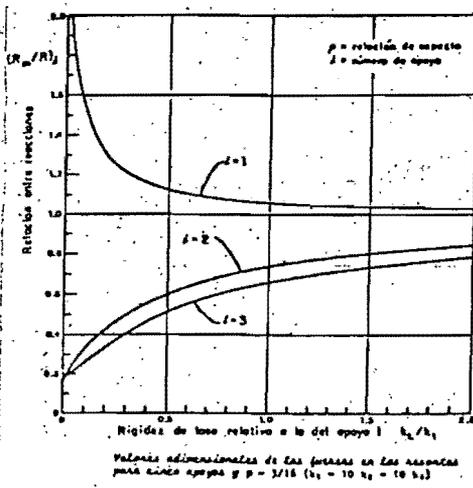


Fig. 4.3.7 Valores adimensionales de las fuerzas en las resonancias cinco apoyos y $\rho = 3/16$ ($b_1 = b_2 = b_3$)



(5) Cuando se utilizan muros de cortante en los extremos para resistir fuerzas laterales es común tener relaciones $K_L / K_1 < 0.2$, que según los casos anteriores, se hace inaceptable suponer D-R para los modelos de 4 y 5 apoyos independientemente del valor de K_L (solo se exceptúa si $= 1.0$).

(6) Se recomienda utilizar el método simplificado propuesto (fig. 4.3.4 a 4.3.9) en los casos donde sea inaceptable el D-R, para estructuras de un solo nivel con relaciones de rigidez similares a las manejadas en el estudio.

(7) Aunque el estudio se limita a estructuras de un nivel, algunas conclusiones se pueden aprovechar para estudios posteriores con estructuras de varios niveles.

(8) En el caso de tener losas nervadas se comprobó, mediante un modelo de elementos finitos, que las nervaduras aportan significativamente en la rigidez axial de la losa, pudiendo despreciar su contribución al área de cortante; la inercia alrededor su eje de flexión se puede calcular mediante la siguiente expresión aproximada:

$$I = \frac{t b^3}{12} + A_n (\geq d_i^2) \quad \text{ec. 4}$$

donde:

- t : espesor.
- b : ancho.
- A_n : área nervadura ($= h_n b_n$).
- d : distancia nervadura-eje de simetría. (ver fig. 4.3.10)

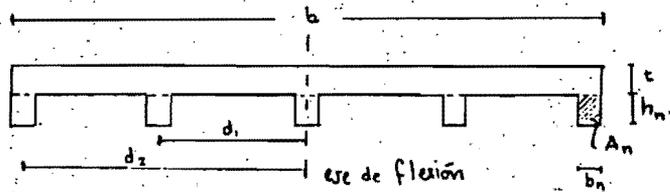


Fig. 4.3.10 Sección transversal de la losa nervada.

4.4 K. MUTO (ref. 4)

4.4.1. Planteamiento general. Se presenta en este enfoque la ec. de movimiento de la losa, modelada como viga, debido a la acción de las fuerzas sísmicas, en edificios de un nivel, con muros de corte espaciados ampliamente y marcos intermedios como elementos resistentes verticales. La deformación de la losa se manifiesta como flexión y deformación cortante, incluyendo la restricción lateral de los marcos intermedios, formulándose así, una ec. diferencial que incluye los muros extremos como condiciones de frontera. Se inicia suponiendo movimiento uniforme de la cimentación en los edificios de un nivel y posteriormente se extiende a varios niveles incluyendo deformación de la cimentación en su propio plano.

En todos los casos estudiados se propone una rutina de corrección para la distribución de fuerza cortante en el marco intermedio, que lógicamente, resulta ser el más afectado por el efecto de la flexibilidad de la losa, según el tipo de estructuración estudiado.

4.4.2 Ecuación fundamental de la losa. Teniendo en cuenta que la carga horizontal, w , uniforme, es soportada por los marcos y la losa se tiene, (ver fig. 4.4.1),

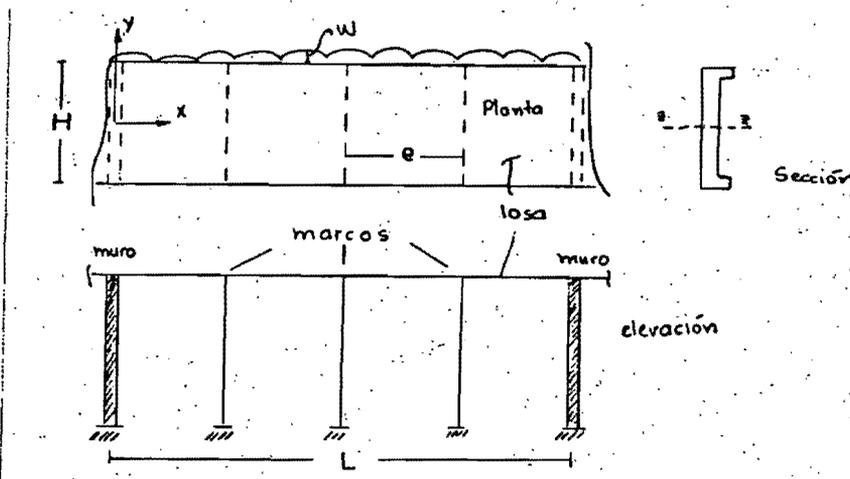


fig. 4.4.1 Modelo del edificio de un nivel

notación de Subíndices

$$w = w_s(x) + w_f(x) \quad \text{ec. 1}$$

S: losa
F: marco
W: muro

Considerando el aporte mutuo de cada elemento y arreglando términos se llega a la siguiente ecuación diferencial (E.D.):

$$y^{IV} - 2b^2 y'' + c^4 y = \frac{w}{EI_s} \quad \text{ec. 2}$$

donde :

$$2b^2 = \frac{\beta K g_F}{G A_s} ; \quad c^4 = \frac{g_F}{E I_s} \quad \text{ec. 3}$$

βK : coeficiente elastoplástico de la losa.
 (β : reducción de rigidez ; K : factor de distribución de cortante; de 1.0 a 1.5)
 g_F : rigidez del marco por unidad de longitud.

$$g_F = \frac{G_F}{e} ; \quad G_F = \sum \left(\frac{a K_c 12 E K}{h^2} \right) \quad (1) \quad \text{ec. 3.a}$$

I_s , A_s : inercia y area de la sección de losa.

E , G : módulos de elasticidad y cortante.

$$y^{IV} = \frac{d^4 y}{dx^4} ; \quad y'' = \frac{d^2 y}{dx^2}$$

4.4.3 Solución analítica. La solución de interés para el caso de estructuras comunes corresponde al caso $c > b$, y está dado por,

$$y = e^{dx} (A \cos fx + B \sen fx) + e^{-dx} (C \cos fx + D \sen fx) + \frac{w}{g_F} \quad \text{ec. 4}$$

donde :

$$d = \sqrt{\frac{c^2 + b^2}{2}} ; \quad f = \sqrt{\frac{c^2 - b^2}{2}} \quad \text{ec. 5}$$

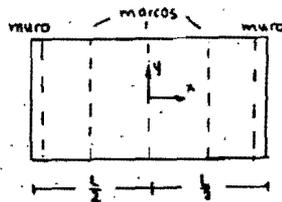
Las cuatro constantes de integración A, B, C, D se determinan de las condiciones de frontera (C.F.) siguientes :

- * Momento flexionante de la losa : $M_s(x) = - E I_s (y'' - 2 b^2 y + \frac{2 b^2 w}{g_F})$
- * fuerza cortante de la losa : $Q_s(x) = - E I_s (y''' - 2 b^2 y')$
- * fuerza lateral tomada por la losa : $w_s(x) = E I_s (y^{IV} - 2 b^2 y'')$
- * fuerza lateral tomada por el marco : $w_F(x) = (g_F e) y$

(1) la Sumatoria se hace sobre todos los marcos intermedios. Según la ref. 4 los términos a, K_c, K se definen así : a : factor de ajuste , $a = \frac{K}{K+1}$, con $K = \frac{I_v/L}{I_c/h}$
 K_c : factor de rig. de columna ; K : rig. estandar ; tal que $K_{real} = K_c K$.

4.4.4 Casos estudiados. Las constantes de integración se evaluaron para los cuatro casos presentados a continuación, seleccionando el origen de coordenadas adecuadamente y aplicando las C.F. formuladas.

CASO I: losa simétrica con muros extremos y marcos intermedios.



C.F.

por simetría, $y(x) = y(-x)$

en $x = L/2$

$$y = \frac{Q_w}{D_w} = -\frac{Q_s}{D_w}$$

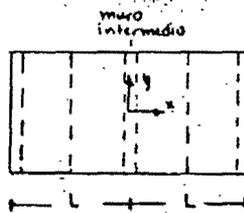
(desplazamientos iguales

en losa y muro, $D_w = \frac{D}{\delta}$)

$$M_s = 0$$

(se desprecia la restricción torsional del muro)

CASO II: caso I, mas un muro intermedio.



C.F.

en $x = 0$

$$y = \frac{Q_w}{D_w} = \frac{2 Q_s}{D_w} \text{ (despl. losa y muro iguales)}$$

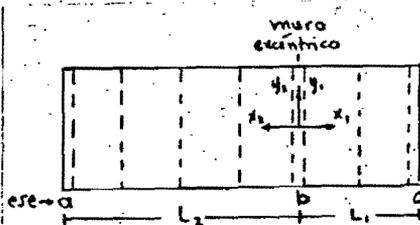
$$y' = \frac{\beta K Q_s}{G A_s} \text{ (pendiente equiv.)}$$

en $x = L$

$$y = \frac{Q_w}{D_w} = -\frac{Q_s}{D_w} \text{ (despl. iguales)}$$

$$M_s = 0$$

CASO III: caso I, mas un muro intermedio generando excentricidad.



C.F.

en $x_1 = L_1$

$$y = \frac{Q_w}{D_w} = -\frac{Q_{s1}}{D_w}; M_{s1} = 0$$

en $x_1 = x_2 = 0$

$$y_1 = y_2 = \frac{Q_w}{D_w} = \frac{Q_{s1} + Q_{s2}}{D_w}$$

$$\left(y' - \frac{\beta k Q_s}{G A_s} \right)_1 = \left(y' - \frac{\beta k Q_s}{G A_s} \right)_2$$

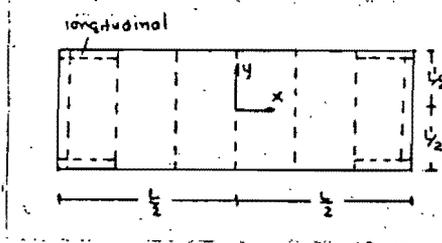
$$M_{s1} = M_{s2}$$

en $x_2 = L_2$

$$y = \frac{Q_w}{D_w} = -\frac{Q_{s2}}{D_w}; M_{s2} = 0$$

CASO IV caso-I acondicionando muros longitudinales en los extremos.

C.F.



por simetría, $y(x) = y(-x)$

en $x = l/2$

$$y = \frac{Q_w}{D_{WT}} - \frac{Q_s}{D_{WL}} \text{ (despl.)}$$

$$M_s = \frac{(l')^2 D_{WL} (y')_M}{2}$$

(momento flexionante,

$$(y')_M = y' - (y')_a \\ = y' - \frac{K Q_s}{GA}$$

D_{WT} : rigidez del muro transversal.
 D_{WL} : rigidez del muro longitudinal.

4.4.5. Resultados y conclusiones. Se calculó la deformación de la losa y la distribución de cortante, cuando la fuerza sísmica actúa uniformemente distribuida en el plano de la losa. Los parámetros tenidos en cuenta, en los cuatro casos de estructuración considerados, son los siguientes :

- Losa : espesor de 10 cm.
- Marco : estos tienen vigas de 6 m. en ambas direcciones. En dir. transv. los claros, n , son de 1, 2 y 4 crujiás, los cuales tienen en dir. long., respectivamente, claros m de 2, 4 y 8 crujiás entre muros. La rigidez del marco, g_F , se supone proporcional al número de claros, n , en dirección longitudinal, quedando la siguiente expresión para su evaluación:

$$g_F = \frac{1}{e} \sum a k_c \frac{12EK}{h^2} n g_{Fo}$$

donde, g_{Fo} es la rigidez del marco por claro en la dirección transversal; se tomó cols. de 50 cm. de sección, con 4 m. de altura (h), $e = 6$ m. y un factor de ajuste, a , de $1/2$.

- Muros : espesor de 20 cm. con los tres casos de rigidez siguientes:
 - (i) Sólo considerando deformación por corte, D_{W0} .
 - (ii) Rigidez reducida debido a la influencia de la deformación flexionante, la rotación de la base y aberturas, $D = 1/8 D_{W0}$.
 - (iii) caso de mayor reducción de rigidez.

Los resultados se muestran en las figuras 4.4.2 a 4.4.5. La deformación de la losa, y , (desplaz. relativo del marco) esta expresada en términos de w/g_{Fo} ; la distribución de cortante del marco, Q_F , se muestra sobre el mismo diagrama en unidades de w , y corresponde a la fza. sísmica transmitida por área para cada marco (ver figura explicativa 4.4.2.a). El cortante tomado por el muro, Q_w , corresponde al área complementaria en dichos diagramas; en las figuras 4.4.3 a 4.4.5, éste, se calcula en unidades de wl .

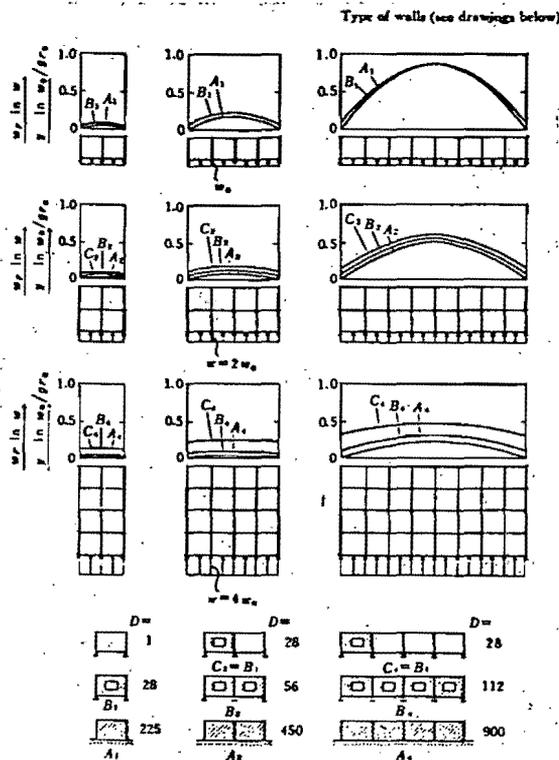
Se detallan los resultados y conclusiones para cada caso, así como algunas recomendaciones generales para este tipo de edificios de un solo nivel.

* CASO I (ver fig. 4.4.2.)

- El marco central es el más deformado y por lo tanto allí ocurre un incremento en la distribución de cortante.
- La tendencia de deformación de la losa es mayor para el caso en que esta es más alargada (ℓ , menor; relación de crujeas 1 x 3).
- Esta tendencia no cambia de manera significativa cuando el muro extremo tiene gran rigidez.
- El cortante tomado por el muro es menor comparado con el caso de suponer un diafragma rígido (D-R).

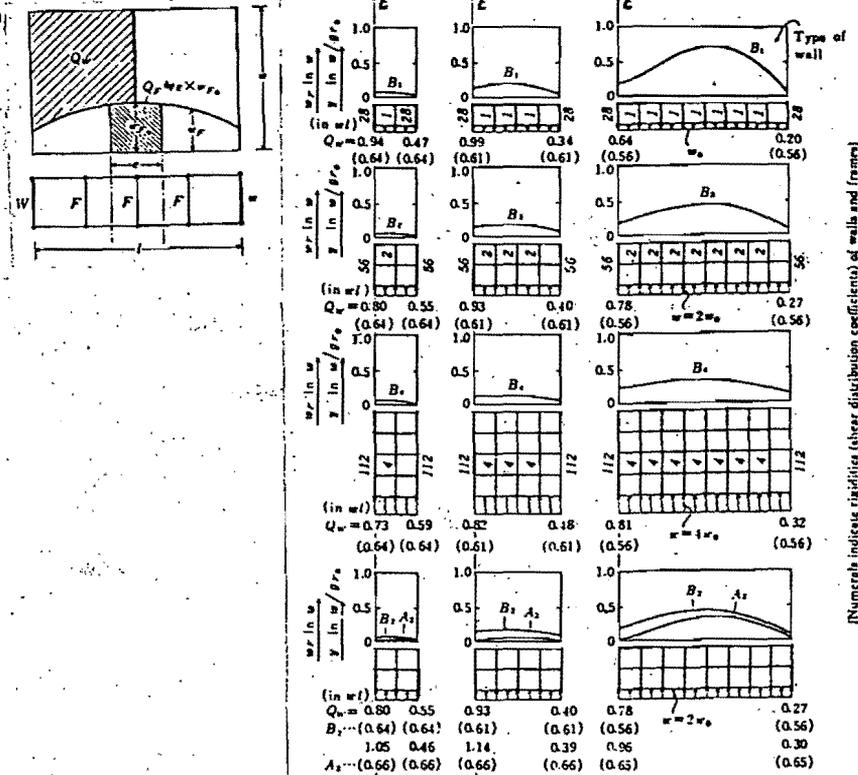
* CASO II (ver fig. 4.4.3.)

- La deformación del muro central es mayor comparada con los extremos y la distribución de cortante es mayor con una tendencia no tan extrema (como el caso I) dada la continuidad que proporciona el muro intermedio.
- Comparando con la hipótesis de diafragma rígido, la relación de cortantes, $r_v (Q_{D-R}/Q_{D-R})$, tiene valores $>$ de 1 para el muro central (esto indica una subestimación del cortante cuando se supone D-R), y valores $<$ de 1 para los muros extremos (sobre estimación del cortante con la hip. de D-R). Los valores de 1.62 y 0.55 para r_v en los muros central y extremo, respectivamente, señalan el caso más crítico cuando la losa tiene una relación de claros de 1 : 4.



Types of walls (numerals indicate shear distribution coefficients with 1-span frame as unit)

Fig. 4.4.2 Desplazamientos y cortante, caso I



Numerals indicate stiffness (shear distribution coefficients) of walls and frames

(Numerals indicate shear distribution of wall (numerals in parentheses values calculated by assumption of rigid slab))

Fig. 4.4.3 Desplazamientos y cortante, caso II

* CASO III (ver fig. 4.4.4.)

- Hay un incremento en la distribución de cortante en el marco central en la porción de losa a b (mayor espacio entre muros), como se dió en los casos I y II.
- La influencia de la excentricidad aparece en la porción más corta de losa, b c, donde se nota un cambio de curvatura en la elástica de la losa; la fuerza cortante en el muro intermedio se incrementa arriba de los valores calculados con la hip. de D-R; de manera inversa sucede en el muro c del extremo donde los valores de fuerza cortante decrecen de manera importante en comparación con los obtenidos bajo D-R. En el muro, a, decrecen pero moderadamente.

* CASO IV (ver fig. 4.4.5.)

- Se notan menores desplazamientos en la parte central respecto al caso I. Esta tendencia es mayor en los casos de planta mas alargada y con muros longitudinales mas rígidos; aqui se nota una mejor conformación de la losa, pues estos muros actúan como pares concentrados en el extremo dando fijación a la losa en dichos extremos.
- La fuerza cortante de los muros transversales es mayor respecto al caso I y la tendencia aumenta en los casos de planta mas alargada, con muros longitudinales mas rígidos.

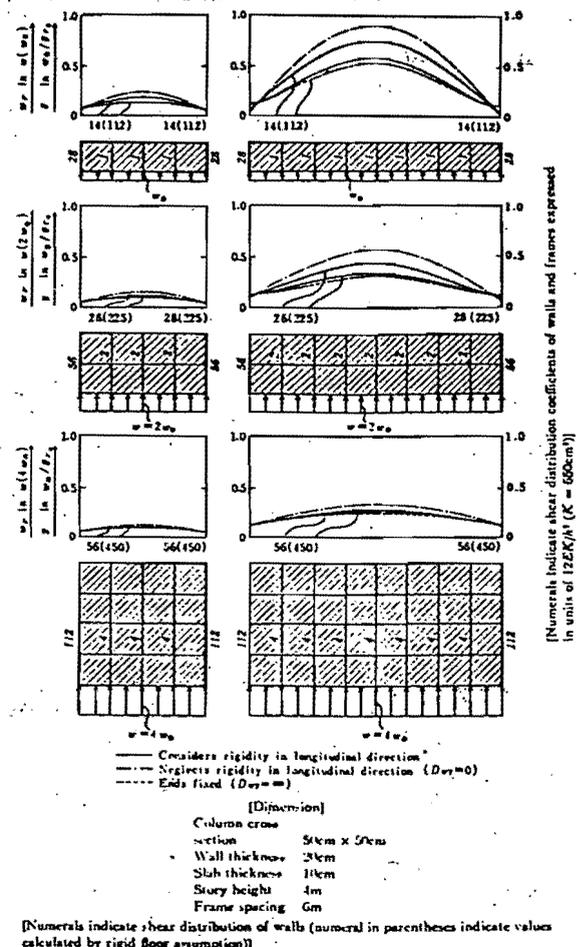
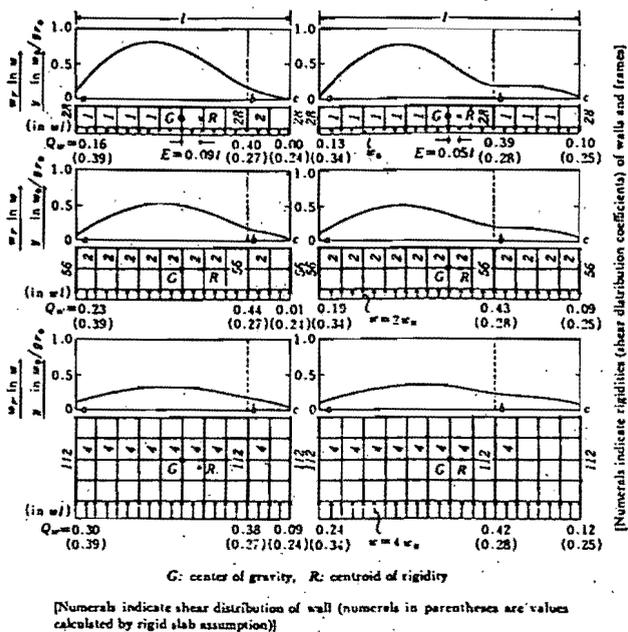


Fig. 4.4.4 Desplazamiento y cortante, caso III

Fig. 4.4.4 Desplazamiento y cortante, caso IV

De manera general se puede concluir; primero, la invalidez de la hipótesis de D-R; segundo, en relaciones de losa mayores de 1:4 en crujeas se pueden tener errores mayores del 100% suponiendo dicha hipótesis, y en relaciones de 1:4 o menores se pueden usar las figuras 4.4.2 al 4.4.5 para corregir los valores del cortante obtenidos suponiendo D-R; finalmente, la influencia de los muros longitudinales sobre el desplazamiento transversal de la losa es alta, siendo más importante en los casos de planta más alargada y cuando dichos muros son más rígidos.

4.4.6 Corrección del coeficiente de distribución del cortante.

Se busca una expresión aproximada para la distribución de la fuerza cortante considerando la rigidez real de la losa teniendo en cuenta los siguientes presupuestos:

- (i) La rigidez de la losa, en general, se define de las características de su deformación.
- (ii) Los marcos intermedios, en especial el central, presentan valores de deformación muy diferentes al tener en cuenta la flexibilidad de la losa, comparándolos con el método convencional (hipótesis de D-R).
- (iii) Es necesario evaluar esta influencia, y la de los muros longitudinales mediante una expresión aproximada, respecto a los resultados analíticos obtenidos, y así, poder calcular la fuerza cortante de diseño de los marcos intermedios.

4.4.6.1 Rigidez de la losa.

* Deformación de la losa, δ_{so} : la losa se considera simplemente apoyada en los sitios de los muros de corte y se comporta como viga continua en el caso de varios muros transversales (ver fig. 4.4.6). Considerando las deformaciones por flexión y cortante en la dirección transversal, la ecuación siguiente da errores pequeños para el desplazamiento del centro de la losa,

$$\delta_{so} = \frac{w (m l)^4}{384 E I_s} (1 + 2 d) + \frac{k w (m l)^2}{8 G A_s} \quad \text{ec. 6}$$

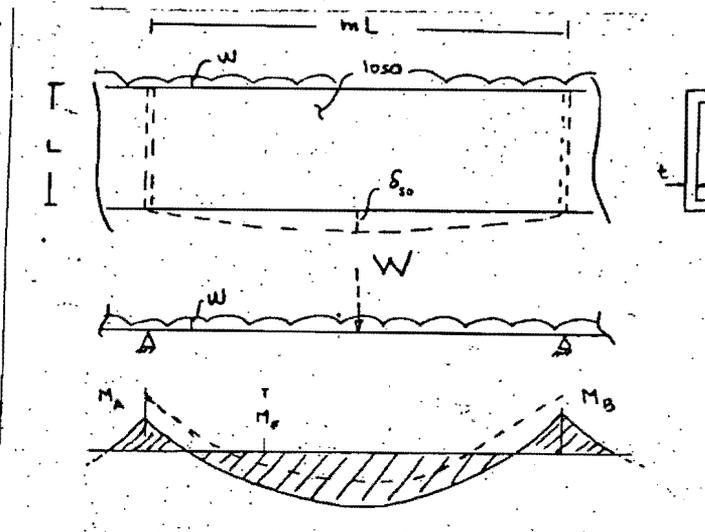


Fig. 4.4.6 Modelo de losa.

donde :

w : fuerza sísmica uniforme ($w=W/ml$)

ml : distancia entre muros de corte.

$d = 2 - \frac{M_A + M_B}{M_F}$, M_F : mto.-fijación.

I : inercia de la sección de losa.

$I = c t^3 / 12$, c : efecto patín.

A : área de cortante efectiva.

$A = t l$

$E / G = 2.3$ (rel. de módulos de elasticidad)

K : influencia del confinamiento

de la losa en la distribución de cortante.

$K = 1.2$

Remplazando estos valores en la ec. 6, se llega a la siguiente expresión para la deformación del centro de la losa,

$$\delta_{so} = \left[0.375 \frac{m^2}{c} (1+2d) + 4.14 \right] \frac{m W}{12Et} \quad \text{ec. 7}$$

* Rigidez de la losa, D_{so} : ésta, equivale a la fuerza cortante cuando se da un desplazamiento unitario en el centro de la losa. En términos del factor $\frac{12 E K}{h^2}$ se tiene,

$$D_{so} = \frac{W}{\delta_{so}} = \left[0.375 \frac{m^2}{c} (1+2d) + 4.14 \right]^{-1} \frac{t h^2}{m K} \quad \text{ec. 8}$$

Para un modelo de losa con solo dos muros de extremo, éstos actúan como apoyos simples para la losa, propiciando valores nulos para los momentos en dichos extremos, así,

$$M_A = M_B = 0$$

Ahora el valor de d queda igual a 2, y la ec. 8 se transforma a la siguiente expresión:

$$D_{so} = \left(1.875 \frac{m^2}{c} + 4.14 \right)^{-1} \frac{t h^2}{m K} \quad \text{ec. 9}$$

4.4.6.2. Método aproximado para determinar la fuerza cortante tomada por el marco intermedio.

- Principio : Toda la fuerza cortante W esta actuando.
- El desplazamiento del centro de la losa respecto a la cimentación cuando W es transmitida por la losa a los muros es, $(\delta_{so} + \delta_w)$
- El desplazamiento cuando W es transmitido a los marcos es (δ_f)
- Las relaciones entre desplazamiento y rigidez para losa, muro y marco son :

$$\delta_{so} = \frac{W}{D_{so}} ; \quad \delta_w = \frac{W}{2D_w} ; \quad \delta_f = \frac{W}{\sum D_f} \quad \text{ecs. 10}$$

- La distribución del cortante de diseño en un marco intermedio es obtenida en proporción a la inversa de los desplazamientos; al considerar la fuerza horizontal soportada por el marco y la losa ($W = W_f + W_{so}$) se deduce lo siguiente,

$$Q_f = W_f e = (f_r) W e \quad \text{ec. 11}$$

donde f_r (factor de reducción) es $<$ de 1, y se puede obtener de la relación siguiente,

$$\frac{(\delta_{so} + \delta_w)}{\delta_f + (\delta_{so} + \delta_f)}$$

Llamando $Q_o = W e$, la fuerza sísmica en el area de apoyo de un marco y remplazando las ecs. 10 en la ec. 11 resulta,

$$Q_f = \left[\frac{\frac{\sum D_f}{D_{so}} + \frac{\sum D_f}{2D_w}}{1 + \frac{\sum D_f}{D_{so}} + \frac{\sum D_f}{2D_w}} \right] \times Q_o \quad \text{ec. 12}$$

(Q_f , se obtiene como un porcentaje de fuerza sísmica de un marco particular)

El error de este método es causado al suponer que la carga transmitida en los muros por la losa, es distribuida igualmente cuando se da $(\delta_{so} + \delta_w)$.

Considerando como solución exacta la proporcionada por las ecuaciones diferenciales anteriores, el error máximo no sobrepasa el 15% del lado de la inseguridad. La tendencia de aumento en el error ocurre si la rigidez de la losa es muy pequeña (ver tabla 4.4.1).

Tabla 4.4.1 Error de la ec. aproximada (%)

nº pisos transversales	nº pisos longitudinales						
		2	4	8	16	32	
1	A (225)	B (24)	0 (105)	-0.04 (20)	-0.04 (20)	-0.15 (7.5)	-0.13
		A (225)	0	-0.04	-0.04	-0.13	-0.13
2	muro	C (24)	-0.01	-0.01	-0.09	-0.09	-0.09
		B (56)	0 (410)	-0.02 (105)	-0.09 (20)	-0.09 (20)	-0.09 (20)
		A (450)	0	0	0	-0.09	-0.09
3	muro	C (24)	-0.02	-0.01	-0.05	-0.05	-0.05
		B (112)	0 (1070)	-0.01 (410)	-0.05 (105)	-0.05 (105)	-0.05 (105)
		A (900)	0	0	0	-0.05	-0.05

() Rigidez muro
() Rigidez losa

En la representación de la ec. 10 (ver fig. 4.4.7), se observa el grado de incremento de la fuerza cortante, Q_F , tomada por el marco intermedio considerando la deformación de losa y comparando con el caso de D-R. En esta figura se graficó Q_F , en términos de Q_0 , para variaciones en los valores de D_W / D_{S0} , $2 D_W / \sum D_F$

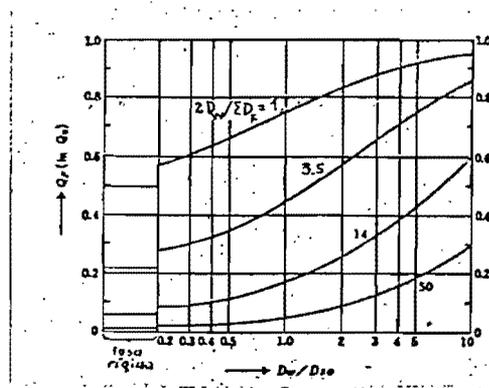


Fig. 4.4.7 Distribución de cortante del marco intermedio

En el caso de haber muros longitudinales en los extremos se toma un valor para d , según la expresión,

$$d = \frac{0.2 m^2 (D_{S0} / D_{WL})}{2 + 0.1 m^2 (D_{S0} / D_{WL})}$$

para el cálculo de la rigidez de la losa (ec. 8), obteniéndose finalmente, Q_F , por medio de :

$$Q_F = \frac{\frac{\sum D_F}{D_{S0}} + \frac{\sum D_F}{2 D_{WT}}}{1 + \frac{\sum D_F}{D_{S0}} + \frac{\sum D_F}{2 D_{WT}}} \times Q_0$$

donde :

\bar{D}_{S0} , (D_{S0}) : rigidez de la losa sin muro longitudinal (con muro)

D_{WT} , (D_{WL}) : coef. de distribución de cortante en muros transv. (longitudinales)

$\sum D_F$: suma de coef. de distribución de cortante en marcos transversales

m : relación entre el claro long. y transv. de la losa.

4.4.7 Edificios de varios pisos.

4.4.7.1 Principios de análisis.

- En edificios con la estructuración anterior el desplazamiento de los diferentes niveles, cuando la fuerza sísmica actúa en la sección transversal, está acompañada por deformación de las losas, si se considera que la cimentación no se deforma horizontalmente (ver fig. 4.4.8 d).

- El desplazamiento en cada nivel del marco intermedio es mayor que el desplazamiento del muro, porque allí, la deformación de la losa es mayor (ver fig. 4.4.8 a).

- Si hay deformación de la losa, y la cimentación se mueve de igual forma que los niveles, los desplazamientos y las fuerzas cortantes de las columnas del marco intermedio son uniformes, sin tener en cuenta su posición. (ver fig. 4.4.8 b) Se toma en cuenta el caso cuando la deformación de la cimentación, δ_F , es forzada en dirección opuesta (ver fig. 4.4.8 c). A través de esto, es posible considerar la condición (a) formada por las condiciones (b) y (c), y es posible corregir la distribución de cortante de los marcos intermedios y especialmente del marco medio debido a la mayor influencia por la deformación de la losa.

- El planteamiento se centra en la amplificación de la fuerza cortante del marco medio del primer nivel, donde la influencia es grande.

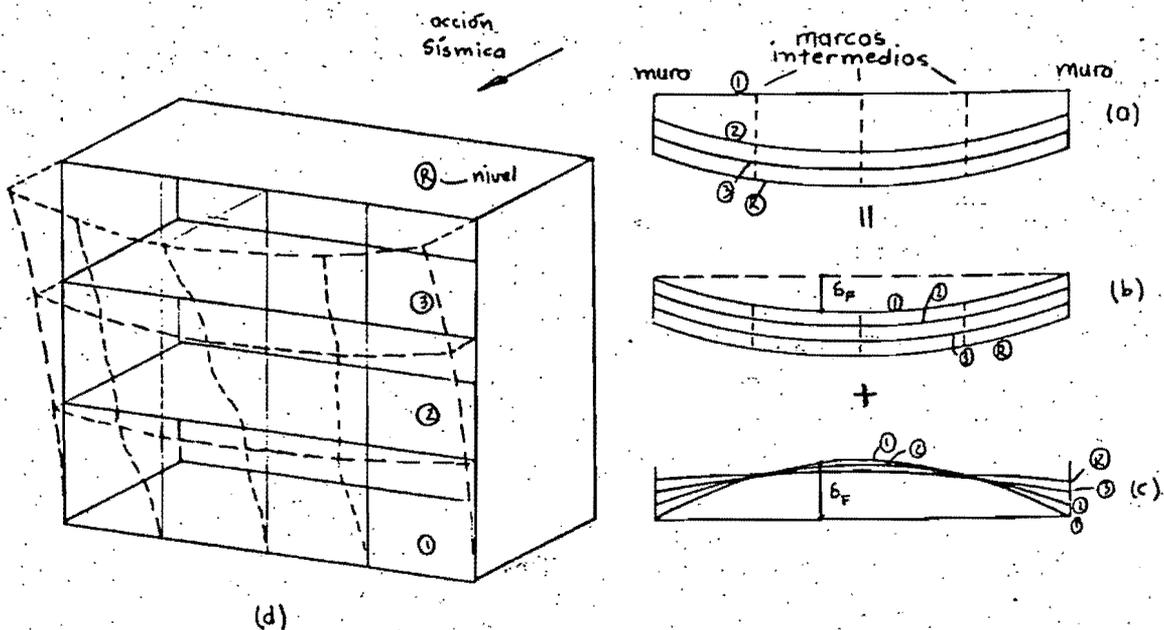


Fig. 4.4.8 Desplazamientos laterales en un edificio de cuatro niveles influenciados por la flexibilidad de la losa.

4.4.7.2 Propagación del desplazamiento forzado de la cimentación.

Modelo: Edificio de varios niveles estructurado a base de marcos intermedios y muros de rigidez en ambos extremos. Losa plana alargada.

* Hipótesis.

- (1) Las curvas de desplazamiento de las losas son parabólicas.
- (2) La fuerza cortante tomada por el marco es mayor en el centro con un promedio total de 2/3 del máximo tomado por los marcos.
- (3) Se toma para la rigidez de la losa, 0.8 del valor definido anteriormente, o sea el obtenido por distribución uniforme de la carga sísmica.
- (4) La rigidez del muro se toma con el coeficiente de distribución de cortante correspondiente al primer nivel.

* Obtención de la ecuación de corrección.

- La cimentación se somete a un desplazamiento forzado en dirección horizontal. Los desplazamientos, y , de los centros en las losas, relativos a la ubicación de los muros del nivel inferior, se propagan en los niveles superiores mediante una reducción por progresión geométrica (hipótesis adicional)).

- Se define:

- ${}_n Q_F$, ${}_n D_F$: fza. cortante y rigidez del marco intermedio en el nivel n.
- ${}_n Q_S$: fza. cortante total transmitida desde el nivel n+1 al muro.
- ${}_n D_S = 0.8 {}_n D_{S0}$: rigidez de la losa en el nivel n.
- ${}_n D_W$: rigidez del muro en el nivel n.
- ${}_n D_{SW}$: rigidez del nivel n, muro + losa

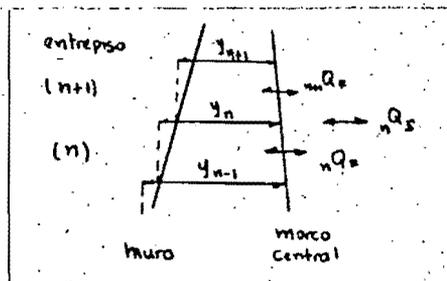


fig.4.4.9 Desplazamientos relativos del centro de la losa en cada nivel respecto al piso inmediatamente inferior.

- Las fuerzas cortantes aplicadas a los marcos y losas son aproximadamente :

$$\sum {}_{n+1} Q_F = 2/3 \sum {}_{n+1} D_F (y_n - y_{n+1})$$

$${}_n Q_S = {}_n D_{SW} (y_n)$$

ecs. 21

$$\sum {}_n Q_F = 2/3 \sum {}_n D_F (y_{n-1} - y_n)$$

$$\sum {}_1 Q_F = 2/3 \sum {}_1 D_F (1 - y_1)$$

- Del equilibrio de la fuerza cortante en el nivel n se tiene :

$$\sum_n D_F - \sum_{n+1} D_F = n Q_s \quad \text{ec. 22}$$

- Sustituyendo la ec. 21 en la ec. 22 se obtiene una ecuación en diferencias:

$$2/3 \sum_{n+1} D_F y_{n+1} - (2/3 \sum_n D_F + 2/3 \sum_{n+1} D_F + n Q_s) y_n + 2/3 \sum_n D_F y_{n-1} = 0 \quad \text{ec. 23}$$

Particularmente cuando la estructura es uniforme, $\sum_{n+1} D_F$ es equivalente a $n D_F$ y se llega a:

$$y_{n+1} - 2(1+t) y_n + y_{n-1} = 0 \quad \text{ec. 24}$$

donde :

$$t = \frac{3 D_{sw}}{4 \sum D_F} ; \quad \frac{1}{D_{sw}} = \frac{1}{0.8 D_{so}} + \frac{1}{2 D_w} \quad \text{ec. 25}$$

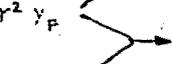
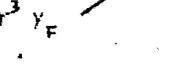
Resolviendo la ecuación característica de la ec. 24 se obtiene el nuevo parámetro, r, como la relación de propagación del desplazamiento con la altura, llegando a la siguiente expresión :

$$r = r_{1,2} = (1+t) - \sqrt{(1+t)^2 - 1} = 1/2 (1+t) \quad \text{ec. 26}$$

Si el desplazamiento forzado del centro de la cimentación es y_F se obtiene la siguiente solución :

$$y_n \cong r^n y_F \quad \text{ec. 27}$$

Cediendo los desplazamientos relativos de cada nivel de la siguiente manera:

	Desplazamiento	Desplazamiento relativo
Primer nivel (base)	y_F 	$(1-r) y_F$
segundo nivel	$r y_F$ 	$r(1-r) y_F$
tercer nivel	$r^2 y_F$ 	$r^2(1-r) y_F$
cuarto nivel	$r^3 y_F$ 	
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮

- De la forma de la ec. 26 se observa que r es un número pequeño (< de 1) en el caso de edificios comunes, por lo tanto, las correcciones se hacen solamente pensando en el primer nivel.

4.4.7.3 Método de corrección de la fuerza cortante transferida por el marco intermedio.

Rutina de cálculo:

(1) Después del cálculo basado en la hipótesis de D-R se calcula el desplazamiento relativo del centro de la losa en el segundo nivel, respecto a la posición de los muros en los extremos. Llamando a este y_F se tiene:

$$y_F = \frac{1Q_s}{\sum D_{s0}} \quad \text{donde:}$$

$1Q_s$: fza. cortante transmitida a los muros del segundo nivel.
(aprox. se puede tomar la fza. sísmica actuando en ese nivel)
 $\sum D_{s0}$: rigidez de la losa en el 2º nivel.

(2) Calcular el desplazamiento relativo, y_0 , del marco medio en el primer nivel teniendo en cuenta la hipótesis de D-R:

$$y_0 = \frac{1Q}{\sum D} \quad \text{donde: } 1Q: \text{ fza. cortante transmitida al 1º nivel.}$$

$\sum D$: Suma de rigidez de los elementos verticales en el 1º nivel.

(3) Se encuentra el parámetro, r , para evaluar el desplazamiento relativo total del marco medio del primer nivel, y la fza. cortante corregida:

- Cálculo de r : ecs. 25 y 26

- Desplazamiento relativo total del marco medio del primer nivel:

$$y_0 + (1-r) y_F \equiv y_0 (1 + (1-r) A) \quad \text{con } A = y_F / y_0$$

- Fuerza cortante corregida:

$$1Q_F = 1Q_F y_0 (1 + (1-r) A)$$

teniendo en cuenta el paso (2) la ecuación anterior se transforma en:

$$1Q_F = \frac{1Q_F 1Q}{\sum D} \overbrace{(1 + (1-r) A)}^{\text{corrección}}$$

fza. cortante basada en la hip. de D-R.

(4) Ampliando el cálculo anterior, las correcciones pueden ser hechas para las fzas. de los marcos en los niveles superiores:

	corrección
segundo nivel	$(1 + r(1-r)A)$
tercer nivel	$(1 + r^2(1-r)A)$

4.5 S. K. JAIN (ref. 1)

4.5.1 Modelación e hipótesis. Se presenta un método analítico simple para el análisis dinámico de edificios largos y angostos (en planta), los cuales tienen deformaciones de piso en su propio plano dada la estructuración de losa plana apoyada en muros de corte en los extremos. Las ecuaciones de movimiento de edificios de uno y dos niveles, se resuelven de manera exacta teniendo en cuenta las condiciones de frontera (C.F.) apropiadas, y modelando pisos y muros como vigas de flexión y cortante, respectivamente; la solución da los valores de las frecuencias modales y las formas modales de vibración. En edificios con todos los niveles idénticos y muros extremos se utiliza una modelación, para los pisos, de un sistema de vigas uniformemente distribuidas en la altura del edificio; los edificios con marcos o muros distribuidos de manera uniforme en la longitud de la losa son modelados como placas anisotrópicas orientadas verticalmente.

Otras consideraciones del modelo son :

- La estructura es linealmente elástica.
- El comportamiento dinámico no está afectado significativamente por el amortiguamiento y por lo tanto, éste se desprecia (puede incluirse en las ecs. modales).
- La flexibilidad de la losa es importante sólo en la dirección transversal del edificio (perpendicular a su longitud).
- Los elementos resistentes a carga lateral en dirección longitudinal no contribuyen a la rigidez del edificio en dirección transversal (puede incluirse esta influencia de manera aprox.).

4.5.2 Edificios de un nivel con muros extremos : Ecuación diferencial y solución.

Considerando el modelo de la figura 4.5.1 las ecuaciones de movimiento para la vibración libre en dirección z , del piso y del muro pueden escribirse en términos de coordenadas adimensionales (ver ecs. 1)

Definiendo $u(x,t)$, $v_1(y,t)$, $v_2(y,t)$ como desplazamientos en dirección z , en el tiempo t , de un punto de cada elemento, considerando movimiento uniforme del terreno, se tienen las tres ecs. siguientes:

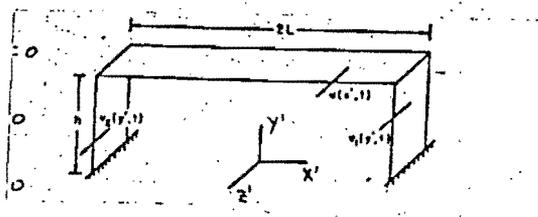


fig. 4.5.1 Modelo del edificio de un nivel con muros extremos.

$$E_1 I_1 u_{xxxx}(x,t) + m_1 L^4 u_{tt}(x,t) = 0$$

$$K_2 v_{1yy}(y,t) - m_2 h^2 v_{1tt}(y,t) = 0$$

ecs. 1

$$K_2 v_{2yy}(y,t) - m_2 h^2 v_{2tt}(y,t) = 0$$

donde :

$E_1 I_1$: rigidez flexionante del piso

K_2 : rigidez cortante de los muros (= k G A)

k : factor d forma ; G : modulo cortante ; A : area transv. del muro

m_1, m_2 : masas por unidad de longitud o altura del piso y del muro

(x, y) : coordenadas adimensionales (x = x' / l , y = y' / h)

$$u_{xxxx} = \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} ; v_{yy} = \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} ; v_{tt} = \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}$$

Aprovechando la simetría del modelo se analiza solo la mitad derecha del modelo.

Para los modos simétricos (traslacionales) de vibración, se consideran las siguientes C.F. :

ecuación

(1) Pendiente nula en la elástica de la losa a la mitad del claro, (x=0)

$$u_{,x}(x=0,t) = 0$$

(2) Cortante nulo en la losa a la mitad del claro, (x=0)

$$u_{,xxx}(x=0,t) = 0$$

(3) Desplazamiento nulo en la base del muro, (y=0)

$$v_1(y=0,t) = 0$$

(4) Compatibilidad de desplazamientos entre la losa (x = 1), y el muro (y = 1)

$$u(x=1,t) = v_1(y=1,t)$$

(5) Equivalencia de cortantes en la unión losa-muro

$$\text{donde } q_1 = \frac{k_2 L^3}{E_1 I_1 h}$$

$$u_{,xxx}(x=1,t) = q_1 v_{1,y}(y=1,t)$$

(6) Equivalencia de momentos en la unión losa-muro

$$\text{donde } q_2 = \frac{C_2 L}{E_1 I_1}$$

$$u_{,xx}(x=1,t) = -q_2 u_{,x}(x=1,t)$$

C_2 : rigidez torsional de los muros extremos.

Las ecuaciones 1 pueden resolverse utilizando separación de variables (ref. 1) llegando a la ecuación característica siguiente :

$$(\alpha \cosh \alpha + q_2 \sinh \alpha) (\alpha^3 \sin \alpha \sin \beta - q_1 \beta \cos \alpha \cos \beta) + (\alpha \cos \alpha + q_2 \sin \alpha) (\alpha^3 \sinh \alpha \sin \beta - q_1 \beta \cosh \alpha \cos \beta) = 0 \quad \text{ec. 2}$$

donde : $\alpha^4 = m_1 L^4 \omega^2 / E_1 I_1$; $\beta^2 = m_2 h^2 \omega^2 / K_2$ ecs. 3

ω : freq. natural de la estructura.

Resolviendo numericamente la ecuación 2 y 3 para obtener las frecuencias naturales ω del sistema y sustituyendo en las expresiones siguientes, se obtienen las formas modales correspondientes,

$$U(x) = A (\alpha \cosh \alpha + q_2 \sinh \alpha) \cos \alpha x + (\alpha \cos \alpha + q_2 \sin \alpha) \cosh \alpha x$$

para $-1 \leq x \leq 1$ ec. 4.a

$$V_1(y) = V_2(Y) = A \left[\cos \alpha (\alpha \cosh \alpha + q_2 \sinh \alpha) + \cosh \alpha (\alpha \cos \alpha + q_2 \sin \alpha) \right] \frac{\sin \beta y}{\sin \beta}$$

para $0 \leq y \leq 1$ ec. 4.b

Para los modos antisimétricos (torsionales) de vibración se pueden derivar expresiones similares (ver ref. 1).

En la mayoría de la aplicaciones es una consideración aceptable despreciar la rigidez torsional de los muros C_2 , simplificandose bastante la ec. 2 y la ecs. 4.a y 4.b al tomar el limite cuando q_2 tiende a cero.

Este método puede ser aplicado en edificios mas complejos de un nivel (incluyendo marcos intermedios o un muro central) y en estructuras similares de dos niveles (ver ref. 1).

4.5.3 Edificios de varios niveles con muros extremos.

Se propone otra modelación en este tipo de edificios, dado el incremento complejo del álgebra con el método anterior cuando hay más de dos niveles; los pisos son idealizados como un sistema de viga continua, en los cuales, las propiedades de masa y rigidez del piso están distribuidas uniformemente sobre la altura del edificio; el sistema considera vigas adyacentes de espesor infinitesimal, sin ningún contacto unas con otras, de tal manera, que solo es necesario formular una ecuación diferencial para el sistema de piso y otra, para cada muro de extremo.

Considerando el modelo de la fig. 4.5.2 se plantean las ecuaciones de equilibrio dinámico para el sistema de piso (como viga flexionante) y el muro del lado derecho (como viga flexionante o viga cortante) en coordenadas adimensionales x, y .

$$E_1 I_1^* u_{xxxx}(x, y, t) + m_1^* L^4 u_{,tt}(x, y, t) = 0 \quad \text{ec. 5.a}$$

$$E_2 I_2 v_{,yyy}(y, t) + m_2 h^4 v_{,ct}(y, t) = \frac{E_1 I_1^* h^4}{L^3} u_{,xxx}(x=1, y, t) \quad \text{ec. 5.b}$$

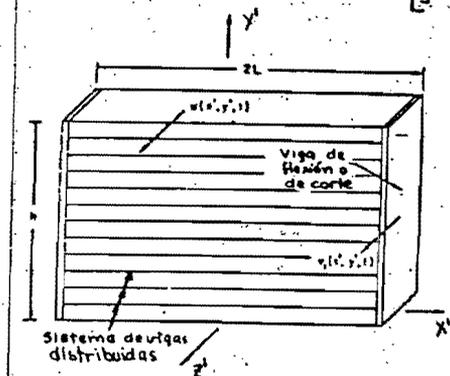


fig. 4.5.2 Modelo de un edificio de varios niveles con muros extremos

donde :

- E_1, E_2 : módulo de elasticidad del piso y del muro
- I_1^* : inercia del piso por unidad de altura
- m_1^* : masa de piso por unidad de area en el plano $x' y'$
- I_2, m_2 : inercia y masa del muro por unidad de altura.

El último término de la ecuación 5.b representa los cortantes de extremo en el sistema de piso distribuido.

Resolviendo para las condiciones de frontera apropiadas (ref. 1) se obtiene la ecuación característica y las formas modales para los modos simétricos de vibración de la estructura en expresiones del siguiente tipo, (se desprecia la rigidez torsional de los muros).

$$\cos \beta \cosh \beta + 1 = 0 \quad \text{ec. 6.a}$$

$$\text{donde : } \beta^4 = \frac{m_2 h^4}{E_2 I_2} \omega^2 + \frac{E_1 I_1^* h^4}{E_2 I_2 L^3} \alpha^2 (\tan \alpha + \tanh \alpha) \quad \text{ec. 6.b}$$

$$\alpha^4 = \frac{m_1^* L^4}{E_1 I_1^*} \omega^2 \quad \text{ec. 6.c}$$

$$U(x, y) = B / 2 \left(\frac{\cos \alpha x}{\cos \alpha} + \frac{\cosh \alpha x}{\cosh \alpha} \right) V_1(y) \quad \text{ec. 7.a}$$

$$\text{para } -1 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1$$

$$V_1(y) = V_2(y) = B \left(\frac{\sin \beta y - \sinh \beta y}{\sin \beta + \sinh \beta} - \frac{\cos \beta y - \cosh \beta y}{\cos \beta + \cosh \beta} \right) \quad \text{ec. 7.b.}$$

$$\text{para } 0 \leq y \leq 1$$

Siendo, B : una constante arbitraria.

x, y: coordenadas adimensionales.

Expresiones análogas para los modos antisimétricos serán encontradas en la referencia 1.

Nótese que la ec. 6.a es la misma ecuación característica de una viga en voladizo.

4.5.4 Edificios de varios niveles con marcos (o muros) distribuidos uniformemente en su longitud.

Se modela en este caso como una placa anisotrópica de dos dimensiones orientada verticalmente, análogo al modelo de viga cortante que se usa a menudo para estudiar la dinámica de edificios. La anisotropía es tal, que una faja horizontal tiene solo flexibilidad flexionante, mientras una faja vertical puede tener flexibilidad cortante en caso de marcos, o flexionante en caso de muros. También, se desprecia la rigidez torsionante de todos los muros pues es pequeña comparada con la rigidez flexionante.

La ecuación de movimiento en la placa es :

$$\bar{D}_1 W_{xxxx}(x, y, t) - \bar{K}_2 W_{yy}(x, y, t) = -m W_{tt}(x, y, t) \quad \text{ec. 8}$$

donde :

\bar{D}_1 : rigidez flexionante de una faja horizontal de placa de ancho unitario.

\bar{K}_2 : rigidez cortante de una faja vertical de placa de ancho unitario (caso de marcos distribuidos).

m : masa de la placa por unidad de area en el plano x-y.

W(x, y, t) : desplazamiento de un punto (x, y) en un tiempo t.

$$W_{xxxx} = \frac{\partial^4 W}{\partial x^4}$$

El modelo y el sistema coordenado correspondiente se muestra en la fig. 4.5.3

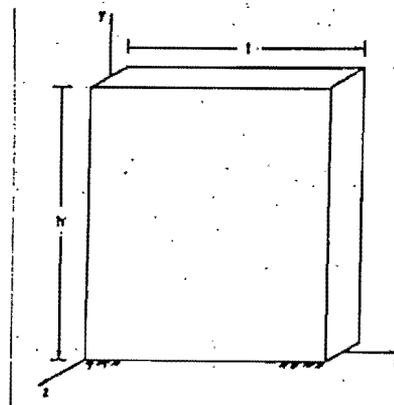


fig. 4.5.3 Modelo continuo para edificios con marcos o muros distribuidos uniformemente.

La ecuación 8 puede ser resuelta por separación de variables para las C.F. de base fija y extremos restantes libres cediendo las frecuencias ω y las formas modales $W(x,y)$ (ver ref. 1); los modos que incluyen deformaciones de diafragma tienen factores de participación nulos para movimientos uniformes del terreno, lo que indica que un análisis con la hipótesis de D-R es válida para este tipo de movimientos sísmicos.

4.5.5. Resultados obtenidos y conclusiones sobre algunos edificios modelados.

(1) Se confirmó que los edificios largos y angostos ($\rho = H / L$, pequeños) son particularmente sensibles al efecto de la flexibilidad del piso en su plano, si tiene muros de extremo rígido. La configuración arquitectónica de las escuelas les da más susceptibilidad a tener este tipo de problema.

(2) Modelación del edificio 'Arch High School'.

- Las dos frecuencias fundamentales del edificio son cercanas a las frecuencias del segundo piso y del techo, respectivamente, modeladas como vigas articuladas independientes.
- Esos dos primeros modos (ver fig. 4.5.4), dominados por las vibraciones del piso o del techo, tienen una gran contribución en el cortante basal total de la respuesta sísmica de la estructura según la tabla 4.5.1

Tabla 4.5.1 Máximo cortante basal de los modos simétricos (aceleración espectral constante, $S = 0.20 g$)

MODO	PERIODO (seg)	CORTANTE BASAL (lb)	% PESO TOTAL
1	0.50	13.6×10	6
2	0.29	24.3×10	11
3	0.061	7.0×10	3
4	0.042	6.4×10	3

NOTA : Peso total de la estructura 230×10 lb

- El tercer modo simétrico, con movimiento menos pronunciados de techo y piso, da un cortante basal solo del 1/3 del segundo modo.
- Estos resultados sugieren otra característica importante que puede ocurrir en edificios de varios niveles con estructuración similar; Algunas de las frecuencias menores pueden corresponder al movimiento de los pisos y ser aproximadamente iguales, conduciendo a complicaciones adicionales en el análisis y respuesta del edificio.

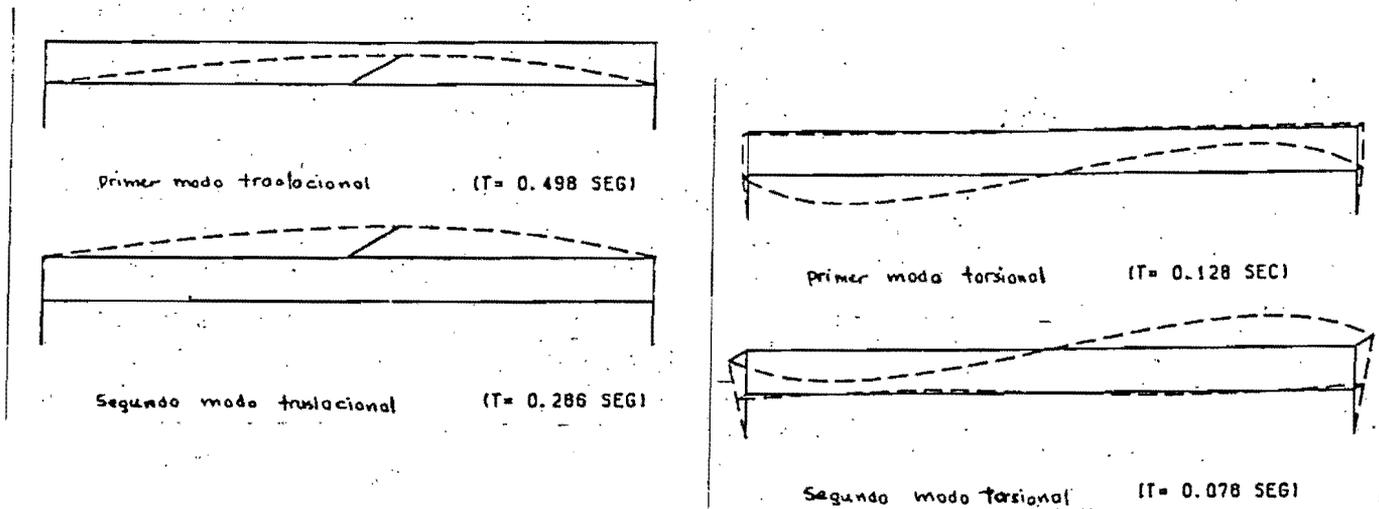


Fig. 4.5.4 Formas modales en el edificio Arvin H.S.

(3) Modelación de un edificio largo y angosto ($\rho = 0.18$) de nueve niveles, con dos muros de extremo delgados.

- El período fundamental es bajo (0.929 seg.) y cercano al obtenido mediante D-R (0.806 seg.). Esto es lógico, pues el período tiende a aumentar con la flexibilidad de la estructura. El uso de la ecuación de DUNKERLEY da una buena aproximación de este período ($T^2 \approx T_{D-R}^2 + T_{p-viga}^2$); tomando, $T_{p-viga} = 0.522$ seg., resulta $T = 0.96$ seg.
- El segundo período (0.533 seg.) está cerca del período fundamental del piso tratado como viga articulada. Además, hay varios modos con el mismo período (ver tabla 4.5.2), en los cuales, los pisos vibran esencialmente como vigas articuladas en primer modo. Esto es en parte una consecuencia del uso del sistema equivalente distribuido, el cual supone para los pisos, un número infinito de vigas, actuando independientes, pero todas con modos semejantes. En la tabla 4.5.2 se puede observar, que la contribución de esos períodos cercanos a 0.522 seg., disminuye (ver formas modales en la fig. 4.5.5).

Tabla 4.5.2 Periodos y cortantes máximos para modos simétricos.

PERIODO (seg.)	β (raíces de la ec. 6a)	CORTANTE BASAL MAX. (kips)
0.929	1.875	1590.00
0.533	4.694	369.00
0.523	7.585	126.00
0.522	10.996	14.00
0.522	14.137	0.03
0.243	1.875	38.50
0.078	4.694	112.00
0.060	7.855	20.00

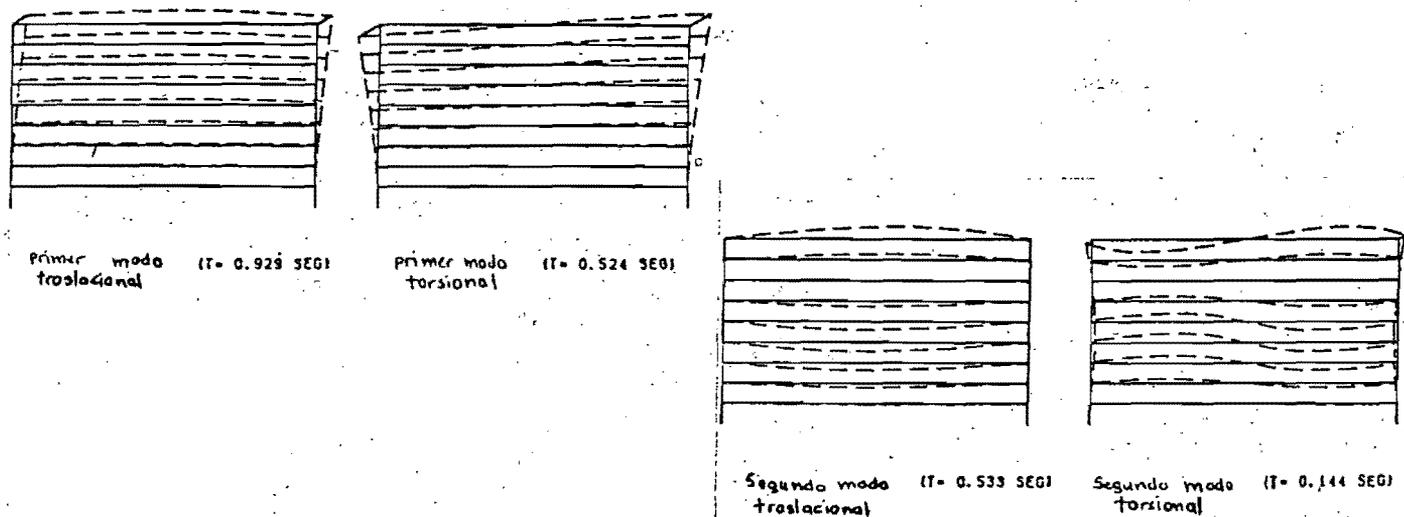


fig. 4.5.5 Formas modales en el edificio de nueve niveles.

(4) Modelo de placa anisotrópica vertical para edificios de varios niveles con marcos o muros espaciados de forma uniforme, y sistema de piso idéntico en todos los niveles.

- Se concluye que las propiedades dinámicas pueden ser obtenidas por separado analizando un marco típico y un piso típico.
- Los pisos pueden ser tratados como rígidos en su plano, dado que los modos que incluyen deformaciones de piso, tienen factores de participación modal nula para movimientos uniformes del terreno, quedando sólo los modos de vibración suponiendo D-R.

(5) Modelo del edificio 'Imperial County Service'. Edif. con planta-baja abierta y pisos superiores idénticos, muros de extremo, seis niveles. De las formas modales fundamentales (fig. 4.5.6) se observan algunas características interesantes en este tipo de edificios :

- Deformación del segundo piso con curvatura opuesta a la de los pisos superiores. Esto es consistente con el mecanismo de cortante transferido de los muros superiores a los de la base, donde el segundo piso actúa como una viga sobre apoyos elásticos, con dos cargas extremas concentradas. Así se explica, porque en el modo fundamental una parte del segundo piso está desplazada en dirección opuesta al resto de la estructura. Esto es poco común en el comportamiento sísmico de edificios.

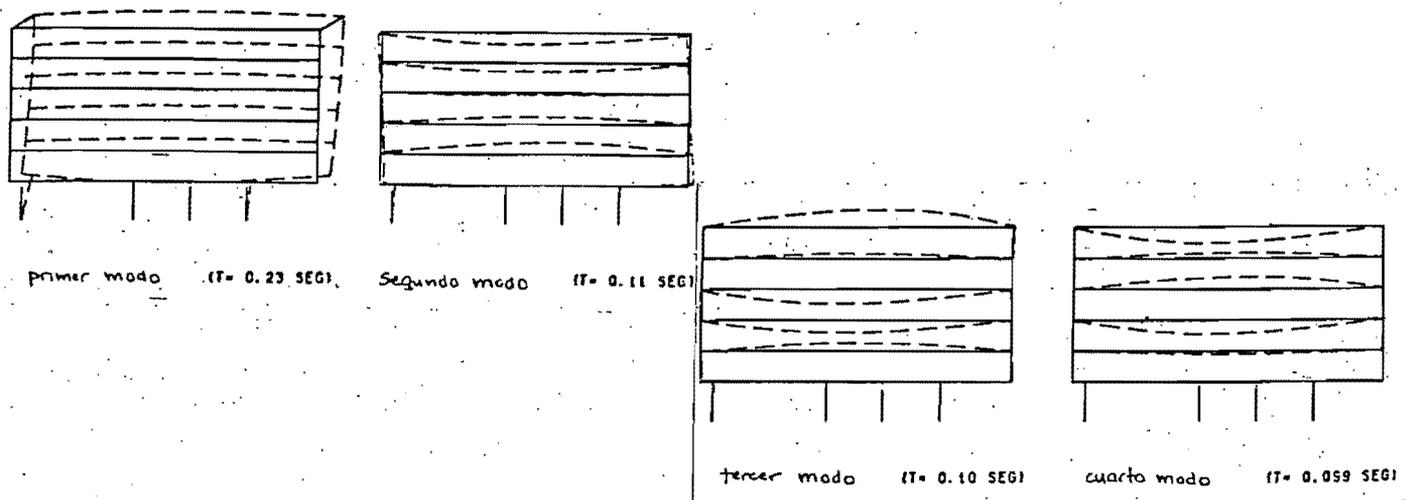


fig. 4.5.6 Formas modales traslacionales en el edificio 'I. C. S.'

Algunas características adicionales de este método propuesto por JAIN son :

- Permite análisis de estructuras no simétricas en planta, donde son importantes los modos torsionales.
- Se desprecia la contribución de marcos y muros longitudinales en la rigidez torsional de la estructura. Además, se subestima el momento polar de inercia de las losas de piso al ser modelados como vigas planas. Estos efectos son pequeños en edificios largos y angostos, y tienen efectos opuestos compensatorios en las propiedades dinámicas de la estructura; una manera de incluirlos es aumentando la rigidez de los muros de extremo y las masas de piso, tanto como sea necesario, para obtener la misma rigidez e inercia rotacional del piso que podría ocurrir en el edificio.
- Se pueden ampliar las aplicaciones a edificios que tiene configuraciones en planta en forma de L, V, T, U y otras, en las cuales es necesario entender el efecto de las deformaciones del diafragma de piso en su propio plano al transmitir la fuerza sísmica.

CAPÍTULO 5

METODOS APROXIMADOS DEL ANALISIS ESTRUCTURAL

5.1 Introducción. Para el análisis sísmico de edificios, actualmente se cuenta con herramienta de la mas variada clasificación; existen desde los métodos manuales simplificados (PORTAL, BOWMAN, GRINTER-TSAO, KAN Y SBAROUNIS, etc.), recomendables tan solo para predimensionamientos, que sacan ventaja del comportamiento plano típico de marcos y muros ante carga lateral, hasta los paquetes computacionales más elaborados, de uso limitado dado el requerimiento de memoria y el costo del tiempo de máquina. Sin embargo, con el auge de las computadoras se sigue tendiendo hacia programas de propósito general para el análisis de sistemas estructurales. En los últimos veinte años se han desarrollado programas como, TABS¹, ETABS², SAP³, COMBAT⁴, que condensan hoy, el estado del conocimiento en lo que respecta al análisis elástico lineal de cualquier tipo de estructura, proporcionando una herramienta sin igual en la solución de este tipo de problemas.

Cada uno de estos paquetes saca ventaja de un modelo estructural idealizado con sus hipótesis correspondientes, llegando a soluciones mas o menos confiables, según la estructura real este mejor representada por dicho modelo (ver tabla 5.1).

El esfuerzo computacional de los programas ETABS y SAP es excepcional, y su uso es justificable; solo en estructuras especiales y/o en la investigación sistemática donde el costo de proceso no es un factor determinante; el TABS, de amplio uso en la profesión, y el reciente COMBAT, son las herramientas que proporcionan a un costo razonable, un análisis tridimensional satisfactorio dando un mayor acercamiento al comportamiento real de las estructuras, siempre y cuando, este comportamiento sea tomado en cuenta en el modelo utilizado para cada programa.

Con la tendencia actual a la variedad de las formas arquitectónicas algunas hipótesis utilizadas son un tanto limitadas como en el caso del TABS, en donde se utilizan marcos planos sujetos al sistema de piso, el cual se supone como diafragma rígido (D-R) admitiendo dos desplazamientos horizontales, perpendiculares entre sí, y un giro alrededor del centro de rigidez. Sin embargo, como se planteó en los capítulos anteriores, este diafragma, en algunos casos, está lejos de ser infinitamente rígido, creando efectos adicionales en la evaluación del comportamiento sísmico.

- 1 Tridimensional Analysis Building System
- 2 Extension-TABS
- 3 Structural Analysis Program
- 4 Comprehensive Building Analysis Tool

Tabla 5.1 Cuadro comparativo de la herramienta para análisis elástico lineal de estructuras.

	ETABS	TABS	COMBAT	SAP
Versión ----->	1975	1972	1983	(IV)1973
Tipo de estructuración	arbitraria	marcos y muros perpendiculares	arbitraria	arbitraria
Caracter del análisis	TRIDI.	TRIDI.	TRIDI.	TRIDI.
HIPOTESIS				
Diafragma rígido	x	x	x	x
Diafragma flexible			x	x
DEFORMAC. EN ELEMENTOS				
COLS.: axial	x	x	x	x
cortante	1	1	2	2
flexión	1	1	2	2
torsión			x	x
VIGA : axial	x		x	x
cortante	1	1	2	2
flexión	1	1	2	2
torsión			x	x
DIAGONAL : axial	x	x	x	x
MURO, PANEL : cortante	x	x	x	x
flexión	x	x	x	x
ANALISIS SISMICO				
Estático equivalente	x	x	x	x
Modal	x	x	x	x
Historia de la respuesta	x	x	x	x
MODELACION				
MODELACION	subestruc. de estruc. tridimens.	subestruc. de marcos planos	subestruc. por niveles.	elementos finitos.
TIPO DE SOLUCION	condensac. estática	condensac. estática	condensac. estática	completa.

nota: 1 en una dirección.
2 en dos direcciones.

Se presentará en lo que resta del capítulo, una descripción general del programa COMBAT como una nueva herramienta que proporciona dentro de una concepción estructural, la posibilidad de modelar la flexibilidad del sistema de piso y de la cimentación, así, como el uso de la técnica de los elementos finitos (E.F) en la modelación de muros y paneles de cortante, dando una mayor precisión del comportamiento tridimensional de la estructura; admite cargas verticales estáticas y cargas horizontales, tanto estáticas como dinámicas.

5.2 Una nueva concepción estructural. La conformación de la rigidez total de la estructura se hace nivel por nivel, partiendo desde la cubierta hasta la cimentación, y es dada por los elementos estructurales que se han definido para un nivel de piso particular. Esta nueva idealización se describe a continuación.

IDEALIZACION ESTRUCTURAL

(i) Definición de la estructura. La descripción geométrica se hace a través de la localización en planta de los ejes de columnas y crujeas (espaciamiento de un par de columnas), que pueden estar ubicados arbitrariamente, y además por la altura de entrepiso, definida como la distancia vertical entre un nivel y el siguiente. Los elementos estructurales que conforman la rigidez son localizados para un nivel de piso particular cumpliendo las siguientes funciones rigidizantes :

- Cada viga y elemento representativo del diafragma de piso (llamado viga de piso) conectan los puntos nodales contenidos en un nivel de piso particular.
- Cada columna diagonal y muro conecta los puntos nodales de dos pisos adyacentes. Los elementos columna y diagonal pueden pasar varios niveles posibilitando la modelación de mezanines (ver fig. 5.1)

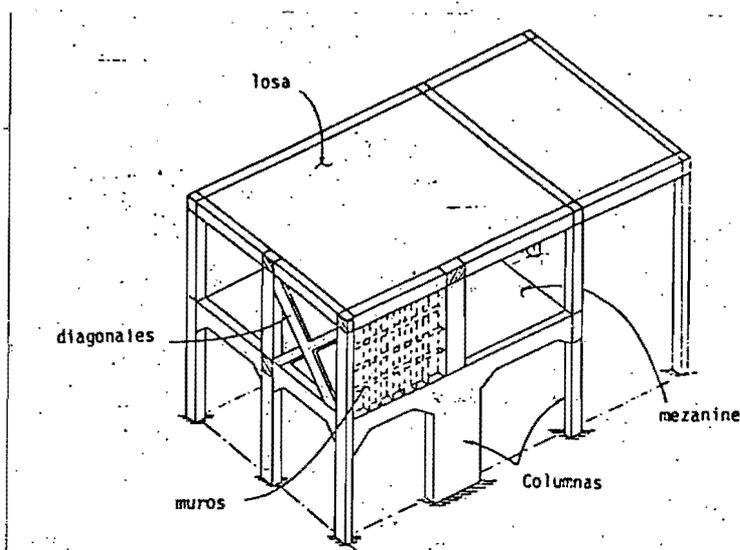


fig. 5.1 Estructura típica

(ii) Rigidez lateral.

Hipótesis básica

Considerando el comportamiento dinámico de estructuras, la respuesta dominante a cargas sísmicas es lateral por naturaleza, es decir, los desplazamientos, aceleraciones y fuerzas de inercia, horizontales, son más importantes en la respuesta total de la estructura, que su contraparte vertical. Se asume entonces que dichos desplazamientos pueden ser caracterizados por un número limitado de grados de libertad laterales para cada nivel de piso. De esta manera se condensa la rigidez total a un número limitado de nodos maestros de piso.

En general, cada punto nodal en la estructura tiene un sistema completo de seis grados de libertad (g.d.l.), y dependiendo del uso específico de esclavos de piso, sus tres g.d.l. en el plano son transformados a los correspondientes g.d.l. de uno (o más) nodos maestros de piso; los tres g.d.l. restantes (una traslación vertical y dos rotaciones fuera del plano) son empleados como g.d.l. locales. Si existieran nodos sin esclavizar, todos sus seis g.d.l. permanecerán locales (caso de los mezanines).

La numeración de las ecuaciones del sistema se realiza ordenadamente: primero, los g.d.l. locales; después los g.d.l. laterales, dando un perfil de la matriz de rigidez total típico para la condensación estática de los g.d.l. locales. De esta manera se obtiene la solución para todos los casos de carga en el nivel de rigidez lateral y luego, con los desplazamientos laterales resultantes (sustitución hacia atrás), se determina el sistema completo de desplazamientos y los elementos mecánicos correspondientes de todos los miembros estructurales (ver fig. 5.2).

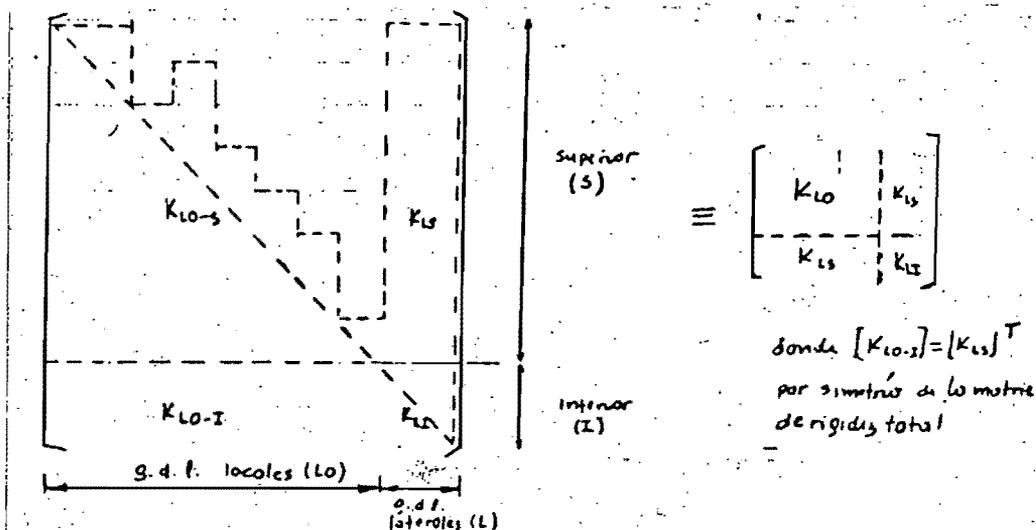


fig. 5.2 Matriz de rigidez total de la estructura.

5.3 Rigidez de los elementos y modelación del sistema de piso.

La rigidez de cada elemento tiene el siguiente procedimiento en su formulación: primero, se obtiene en términos de sus deformaciones; después, se aplica una transformación estándar para expresarlos en términos de los desplazamientos finales; finalmente, estos se colocan en términos de los desplazamientos laterales y locales apropiados del piso, mediante las llamadas transformaciones de piso que se detallan a continuación.

(i) Grados de libertad (g.d.l.) y transformaciones de piso. En un piso típico, en lo que a g.d.l. corresponde, pueden existir tres tipos de nodos para representar las posibles condiciones reales de una estructura:

- Un nodo aislado, para una columna desconectada del diafragma, tiene 6 g.d.l.
- Un nodo esclavizado, para una columna conectada al diafragma, tiene 3 g.d.l. locales (los 3 g.d.l. restantes pasan como g.d.l. laterales)
- Un nodo maestro de piso, para caracterizar el movimiento lateral del diafragma tiene 3 g.d.l. laterales.

Estos tres tipos de nodos están representados en la fig. 5.3.

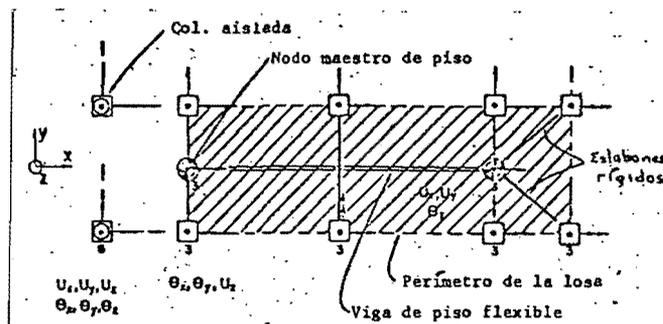


fig. 5.3 Grados de libertad de piso

Los nodos esclavizados pueden comportarse de dos maneras:

- Si se trata de un D-R tienen los g.d.l. dependiendo rigidamente del nodo maestro de piso (ver fig. 5.4).
- Si se trata de un D-FL, el nodo puede ser esclavizado a una viga de piso, que a su vez está conectada a dos nodos maestros, o al propio nodo maestro. Esta viga de piso representa, en principio, las propiedades del diafragma en su plano (viga peraltada), que pueden verse deterioradas por agrietamientos afectando significativamente la transmisión de fuerzas laterales de muros y columnas.

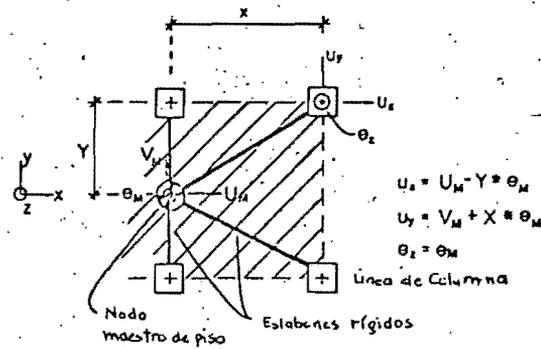


fig 5.4 Esclavizamiento de columnas a un nodo maestro de piso.

En el modelo del diafragma como viga de piso (D-FL) (ver fig 5.5) se acepta la hipótesis de las secciones planas para calcular el movimiento en planta de una columna esclava, en términos de los movimientos laterales de los dos nodos maestros. Además, los desplazamientos del eje neutro en la viga de piso se determinan mediante funciones estandar de interpolación cúbica para vigas. (ver figs.5)

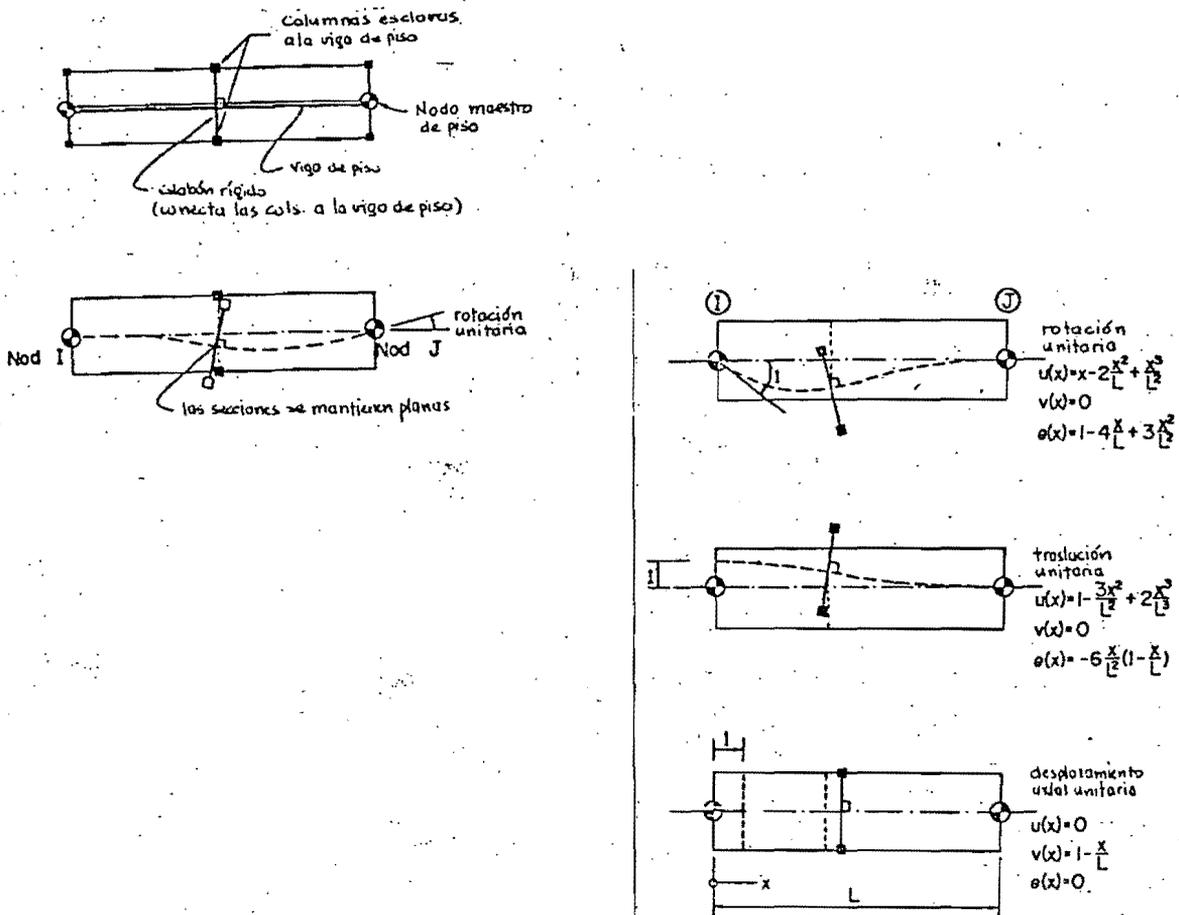


fig. 5.5 Modelo y transformaciones de piso.

Las transformaciones de piso (ecs. de la fig. 5.4 y 5.5) relacionan los tres g.d.l. laterales en una columna particular con los g.d.l. correspondientes en uno o dos nodos maestros de piso, y representan el efecto del uso de los esclavos de piso (nodo maestro o viga de piso). Esas transformaciones permiten expresar las rigideces de los elementos en términos de los desplazamientos globales y poder llevar a cabo su conformación, mediante la técnica de rigidez directa (condensación estática).

(ii) Rigidez de vigas y columnas.

- La rigidez local se define en términos de seis coordenadas de deformación (ver fig. 5.6).
- Se incluyen deformaciones por cortante.
- Las columnas se suponen prismáticas.
- Las vigas pueden tener cualquier sección transversal considerando los coeficientes de rigidez correspondientes.
- Se incluye el efecto de extremos rígidos tanto en vigas como en columnas (ver fig 5.6).
- Mediante las transformaciones de piso se expresan estas rigideces, en términos de los g.d.l. laterales y g.d.l. locales de los nodos.

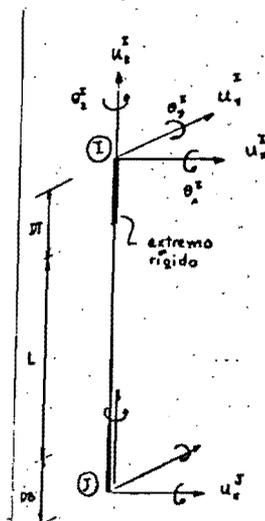


Fig. 5.6 Grados de libertad para viga y columna.

(iii) Rigidez de un elemento diagonal. Solo tiene un patrón de deformación: alargamiento o acortamiento axial; la rigidez local es formulada en términos de su deformación, luego se transforma en desplazamiento local del nodo, y de allí en g.d.l. lateral.

(iv) Rigidez de un elemento muro.

Uso de elementos finitos isoparamétricos de cuatro nodos para esfuerzo plano (2 g.d.l. por nodo), con modos de deformación incompatible bajo condiciones de flexión. Cada elemento puede tener rigidez diferente (definida a través de su espesor) permitiendo modelar de manera precisa muros y paneles de rigidez variable y con aberturas (ver fig. 5.7).

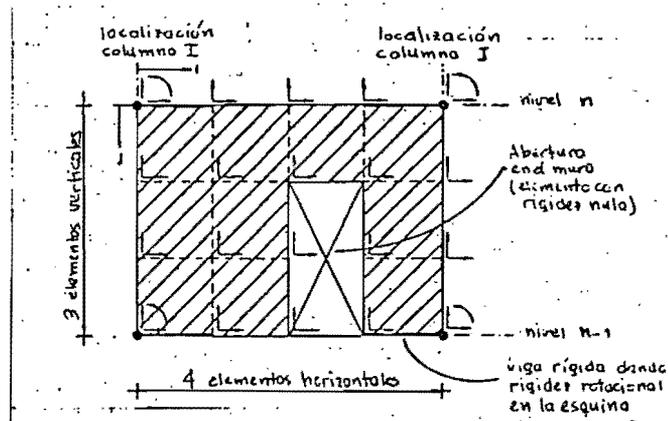


fig. 5.7 Modelo de muro con elementos finitos planos isoparamétricos de cuatro nodos.

- El muro completo queda definido como un superelemento con dimensiones físicas de una cruzija y un nivel, pudiendo estar conformado por un número máximo de cinco elementos finitos en cada dirección (ver fig. 5.7).
- Se utiliza una técnica de subestructuración automática dentro del programa formando cada tipo de muro como un superelemento; además, se adiciona la rigidez rotacional dada por las columnas y vigas que confinan el marco, mediante una viga rígida que automáticamente se ensambla en la malla y transfiere un momento adicional en el plano del muro y en los g.d.l. extremos. El superelemento formado puede ser usado en cualquier sitio donde se requiera, siempre y cuando, tenga dimensiones de cruzija y nivel idénticas (ver fig 5.8).
- Existe compatibilidad entre el modelo del muro y las vigas y columnas periféricas solo en los nodos de esquina.
- Entre muros adyacentes el programa revisa en su conformación mallas completamente compatibles. Esto posibilita una modelación precisa de muros acoplados de configuración no coplanar, de extenso uso en la actualidad.

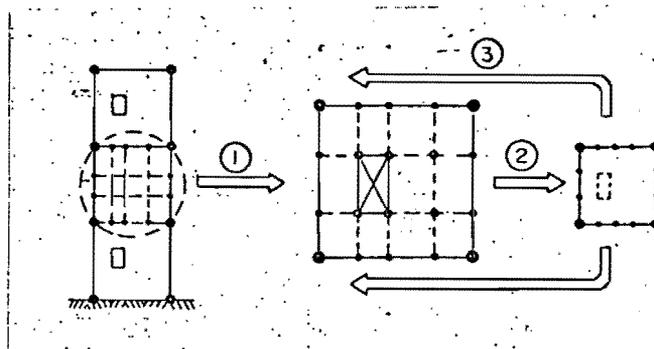


fig. 5.8 Técnica de subestructuración

(v) Rigidez del diafragma de piso. Como se mencionó anteriormente, éste se modela como una viga con deformación en el plano del piso, considerando un giro en cada extremo, un g.d.l. axial y un g.d.l. que represente el desplazamiento lateral (ver fig. 5.9). El giro incluye deformación por cortante y además, es posible especificar zonas de rigidez infinita en los extremos. La transformación en términos de g.d.l. laterales se hace a través de los nodos maestros de piso, a los cuales está conectada la viga de piso.

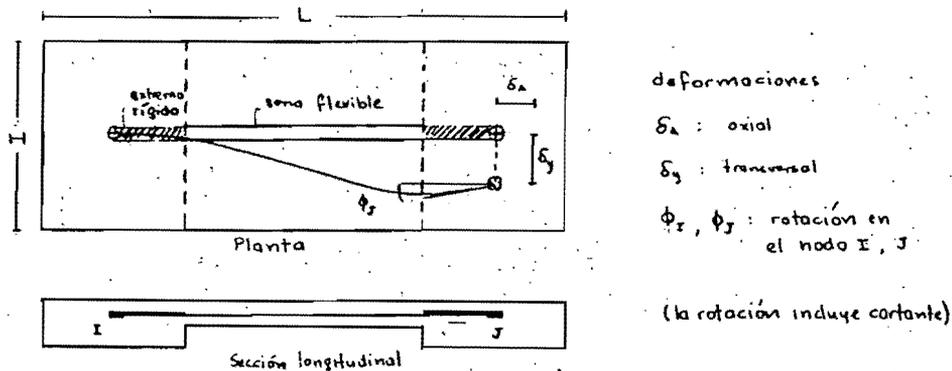


fig. 5.9 Deformaciones de una viga de piso.

(vi) Rigidez de la cimentación. Las opciones de cimentación flexible son:

- Columnas aisladas con seis rigideces desacopladas simulando zapatas aisladas.
- Columnas ligadas mediante un diafragma rígido con las seis rigideces concentradas, en un punto del diafragma, para algún grupo de columnas específico. Esta opción permite modelar cimentación corrida parcial, o total.
- Combinación de las dos opciones anteriores.

La rigidez de los resortes es conformada directamente en los g.d.l. globales en la base del modelo estructural. Si no se definen resortes de cimentación, el programa asume un modelo de base rígida.

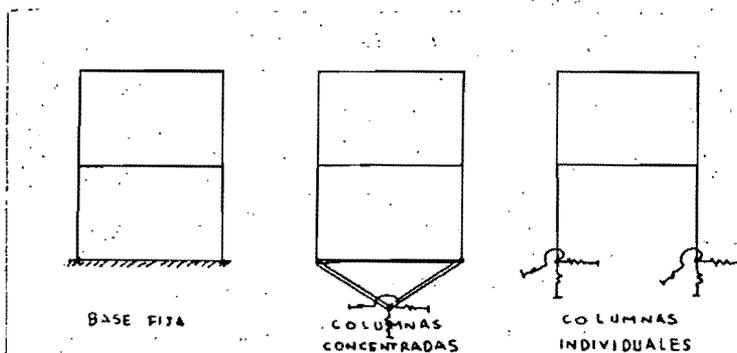


fig. 5.10 Modelos de cimentación.

5.4 Propiedades de la masa. Es necesario concentrar la masa en los nodos maestros de piso, pues éstos, son los puntos representativos del movimiento lateral de la estructura. La masa traslacional y rotacional se puede especificar directamente en cada nodo maestro, o en su defecto, dar los datos necesarios para ser autogeneradas dentro del programa. En esta segunda opción el cálculo de la masa traslacional es mas que preciso, pero la rotacional tiende a ser sobrestimada, afectando sensiblemente las características torsionales del modelo; esto debe ser revisado cuidadosamente, si así se procede.

5.5 Ventajas del modelo estructural. La principal ventaja obtenida con esta herramienta es permitir una modelación mas acorde con la gran variedad de estructuras simples y complejas en donde se precisa mas correctamente su comportamiento tridimensional; se destaca la capacidad de modelación de varios sistemas de piso (D-R, D-FL, D-combinado), varios tipos de cimentación (fija, concentrada, zapatas aisladas), y de muros de cortante con y sin aberturas.

El uso de PRE y POST-PROCESADORES simplifican considerablemente la entrada de datos y facilitan la interpretación de resultados.

5.6 Ejemplo de análisis. Se presenta a continuación los resultados obtenidos por Button, y otros (ref. 5) en el estudio paramétrico de un edificio de seis niveles con planta rectangular alargada estructurado a base de marcos de acero y losa plana de concreto reforzado (C/R). Se muestran las diferentes posibilidades para modelar la flexibilidad del sistema de piso y el efecto de dicha flexibilidad sobre la respuesta sísmica de la estructura.

5.6.1 Comandos principales del programa. La lectura de datos se hace por medio de dos comandos principales. Ellos son: 'STRUCTURE' y 'LOADS'.

En el primero se define el material, la geometría, las propiedades de los elementos y la construcción de todas y cada una de las partes de la estructura; esto se lleva a cabo mediante comandos secundarios.

En el comando 'LOADS' se proporciona la información referente a los casos de carga y sus posibles combinaciones, según el análisis a realizar en la estructura.

Existen tres comandos principales adicionales con las siguientes funciones :

- El comando 'SOLVE' cede a la solución según los casos de carga solicitados.
- El comando 'OUTPUT' cede la información sobre los elementos mecánicos de cualquier elemento de la estructura.
- El comando 'STOP' finaliza la ejecución del proceso. Su colocación es arbitraria, dando amplitud para interrumpir a conveniencia, la secuencia de ejecución.

5.6.2 Estudio paramétrico. Una estructura de seis niveles se analizó con cuatro modelos de diafragma de piso (ver fig. 5.11), cuyos nodos maestros tienen masas asociadas (traslacionales y rotacionales) con una inercia rotacional correcta respecto al centro de piso (ver fig. 5.11).

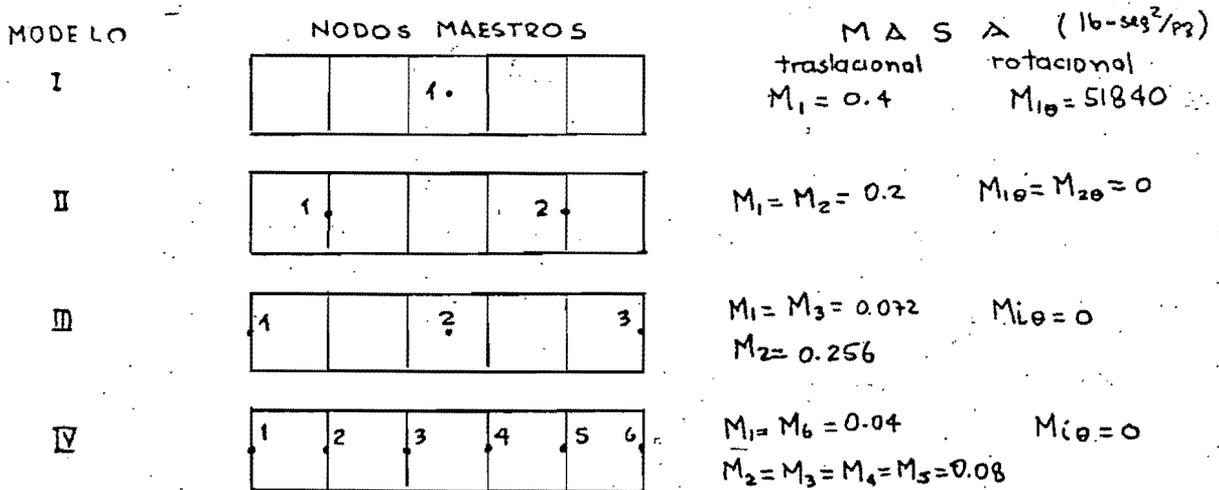


Fig. 5.11 Modelos para el sistema de piso.

Las propiedades de la estructura se pueden resumir en las siguientes :

- Estructura con marcos de acero, seis niveles (12 pg. por nivel)
- Dimensiones en planta: 240' pg. X 1200' pg.
- Columnas WF 14 X 109, vigas WF 14 X 61
- El sistema de piso esta formado por losas de concreto de 4' pg. de espesor. Se asume un ancho efectivo de $(2/3)H$ para las propiedades de la viga de piso considerando de esta manera posibles aberturas en el diafragma de piso.

5.6.3 Resultados obtenidos. En la tabla 5.2 se muestra la comparación de períodos en un análisis de valores característicos sobre los cuatro modelos de losa, y se destacan las siguientes conclusiones:

- Todos los modelos capturan los modos de diafragma rígido (x, y, R, modos traslacionales y rotacional).
- Existen modos adicionales debido a la flexibilidad del piso (denominados B, ver tabla 5.2), y éstos, son obtenidos sólo en los modelos de losa III (con tres nodos maestros) y IV (con seis n. m.). El modelo III muestra períodos de piso más largos debido a la mayor masa concentrada en el nodo central.

Tabla 5.2
Comparación de períodos
(seg.)

Modo	Modelo							
	I	II	III	IV	I	II	III	IV
1	0.764	T ₁	0.764	T ₁	0.765	X ₁	0.765	T ₁
2	0.763	X ₁	0.763	X ₁	0.763	X ₁	0.763	X ₁
3	0.847	R ₁	0.842	R ₁	0.841	R ₁	0.841	R ₁
4	0.247	Y ₂	0.247	Y ₂	0.247	Y ₂	0.247	Y ₂
5	0.226	Y ₂	0.226	Y ₂	0.226	Y ₂	0.226	Y ₂
6	0.113	R ₂	0.118	R ₂	0.116	R ₂	0.116	R ₂
7	0.141	X ₂	0.141	X ₂	0.137	B ₁	0.142	X ₂
8	0.119	T ₂	0.125	T ₂	0.141	X ₂	0.119	T ₂
9	0.158	R ₂	0.197	R ₂	0.132	B ₂	0.114	B ₁
10	0.299	X ₄	0.286	X ₄	0.127	T ₃	0.100	R ₃
11	0.074	X ₃	0.074	X ₃	0.103	R ₂	0.087	B ₂
12	0.070	Y ₄	0.071	Y ₄	0.097	R ₄	0.097	X ₄
13	0.282	X ₆	0.070	Y ₄	0.093	B ₂	0.074	Y ₄
14	0.288	P ₄	0.282	X ₆	0.084	R ₄	0.073	Y ₄
15	0.348	T ₃	0.233	R ₃	0.074	T ₃	0.071	B ₃
16	0.241	R ₃	0.043	T ₃	0.084	Y ₆	0.083	X ₆
17	0.036	Y ₆	0.044	P ₆	0.082	R ₆	0.082	R ₆
18	0.027	R ₆	0.030	T ₆	0.061	B ₃	0.051	Y ₆

- A pesar de que el modelo IV tiene una mejor representación de la estructura real, debido a una discretización mas fina del diafragma de piso, una comparación de los cortantes de columna en la base, para un análisis de espectro de respuesta, indica que el modelo III da una adecuada representación con un menor esfuerzo computacional (los cortantes no difieren en mas del 1% entre los dos modelos).

- Se realizó con ^{al} modelo III un análisis de espectro de respuesta (componente N-S, sismo del centro 1940, 5% de amortiguamiento), variando el momento de la viga de piso desde un valor realista máximo hasta valores del orden de 10 este valor inicial de referencia. Se concluye de la figura 5.11 que a medida que la viga de piso se vuelve mas flexible, la columna interior # 3 empieza a tomar mas cortante llegando a una diferencia del 12% respecto a una viga de piso agrietada.

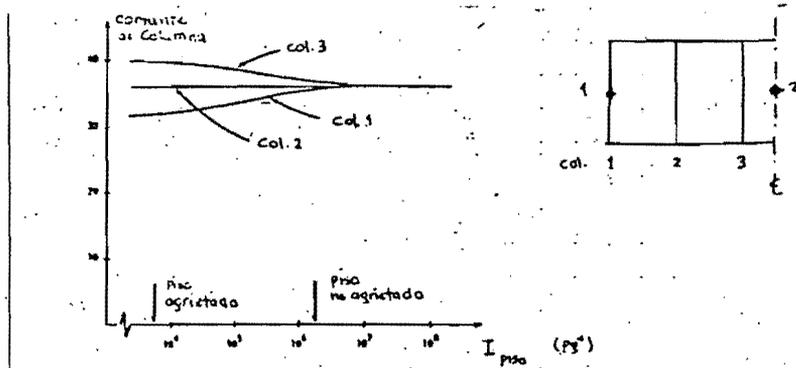


fig. 5.12 Distribución del cortante en las cols. 1,2,3

C A P I T U L O 6

COMPARACIONES SOBRE ALGUNOS CASOS ESTUDIADOS

6.1 Estudio paramétrico: Diafragma flexible contra diafragma rígido.

Con el programa descrito en el capítulo anterior se realizó un nuevo estudio paramétrico para edificios de 2, 4 y 6 niveles con la finalidad de comparar el comportamiento de estos, con los modelos de diafragma rígido y flexible. La estructuración de marcos intermedios y muros extremos con planta alargada (relación de aspecto de 1:5) se seleccionó pensando en aquellas edificaciones en donde el efecto de la flexibilidad del sistema de piso es más importante.

En la fig. 6.1 se puede ver el tipo de estructuración estudiada y el modelo idealizado.

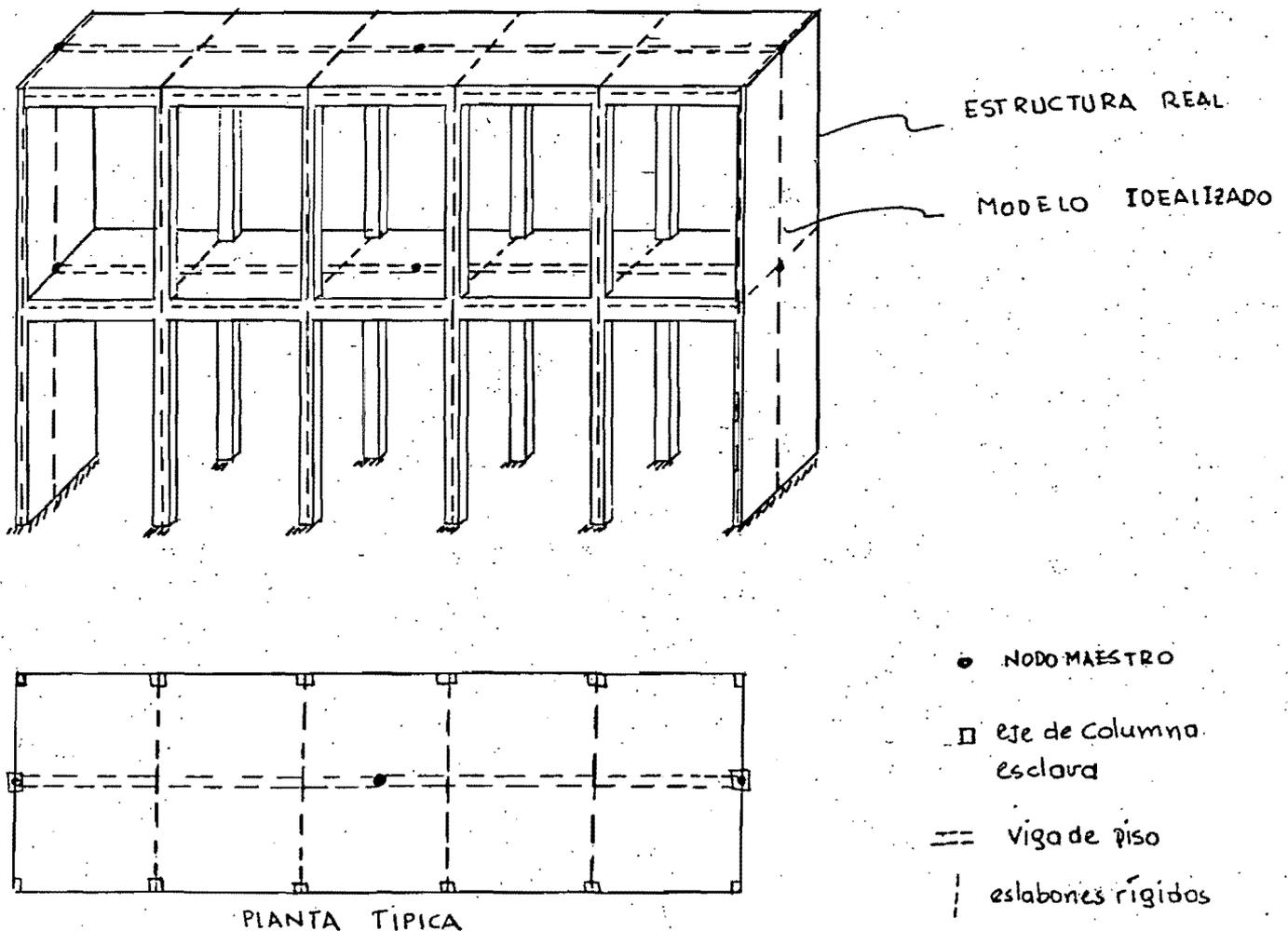


fig 6.1 Estructura de dos niveles con sistema de piso flexible y el modelo utilizado

* PARAMETROS

- Estructuración : Sistema de piso con losa plana y vigas de borde.
Marcos intermedios y muros de rigidez en los extremos.
 $t_{losa} = 10 \text{ cm.}$, $t_{muro} = 15 \text{ cm.}$, vigas y cols. 50 X 50.
- Cimentación de base fija.
- Carga lateral equivalente aplicada en dirección transversal (segun RCDF) :
 $c_s = 0.16$, $Q = 1.0$
- Modelo del sistema de piso : D-FL , D-R
- Número de niveles: 2 , 4 , 6
- Modelo de muros de rigidez : columna ancha
- Material : Concreto reforzado, $E = 145000 \text{ kg/cm}^2$, $G = 58000 \text{ kg/cm}^2$

* VALORES CALCULADOS

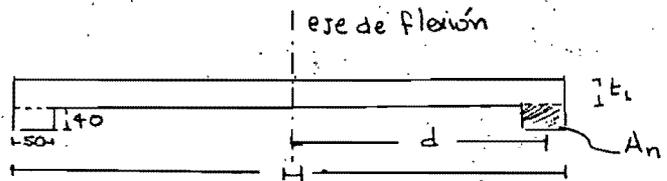
- Propiedades de la viga de piso.

Inercia :

$$I = \frac{H t_l^3}{12} + 2 A_n d^2 = 3.02 E 8 \text{ cm}^4$$

donde $H = 600$, $t_l = 10$, $A_n = 2000$
 $d = \frac{H}{2} - \frac{50}{2} = 275$

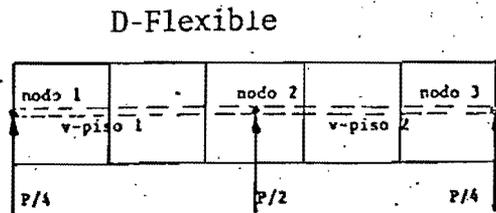
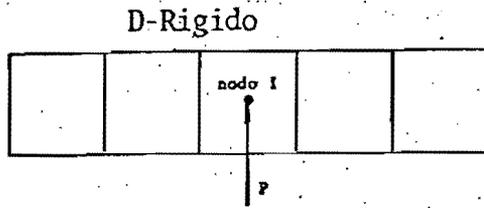
Area : $A = H t_l = 6000 \text{ cm}^2$



- Carga lateral equivalente. peso total por piso = 100 tn.
(incluye carga viva por sismo)

nivel	carga lateral (kg)	nivel	carga lateral (kg)
2	21330	6	27400
1	10670	5	22900
		4	18300
		3	13700
4	25600	2	9140
3	19200	1	4600
2	12800		
1	6400		

- Modelos del sistema de piso.



* RESULTADOS. Estos se presentan en las figuras 6.2 y 6.3, a través de relaciones de desplazamiento y cortante, en donde se comparan los resultados obtenidos para los dos modelos de sistema de piso.

En la figuras 6.2 a, b, c, se muestran los desplazamientos de la losa para los edificios de 2, 4 y 6 niveles respectivamente; el parámetro de comparación r_D corresponde al cociente del desplazamiento máximo con D-FL entre el obtenido con D-R. Este parámetro tiene una tendencia de aumento hacia los niveles inferiores; en el edificio de dos niveles obtiene los valores mayores (2.06 y 1.87 en el primer y segundo nivel respectivamente).

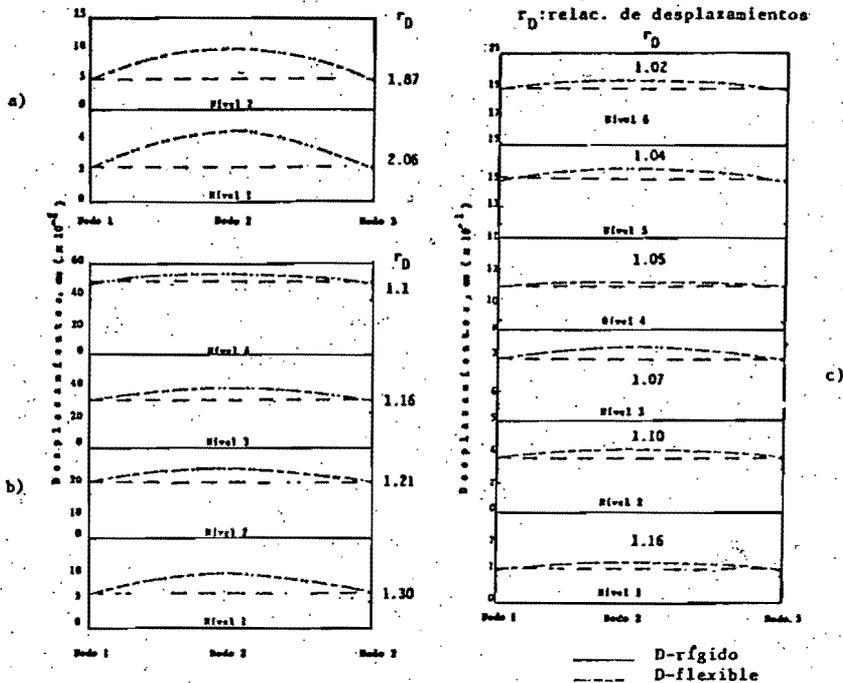


Fig. 6.2 Comparación de desplazamientos en las losas de los edif. de 2, 4 y 6 niveles para los modelos de D-FL y D-R.

En la figura 6.3 a, b y c se muestran los cortantes del muro y columnas 3 y 5 intermedias de los tres edificios estudiados; similarmente el parámetro de comparación r_v , mide la diferencia obtenida entre los modelos de D-FL y D-R para el sistema de piso. En el muro el parámetro r_v tiene tendencia a disminuir con la altura, aunque con valores cercanos a 1.0; se destaca en el edificio de seis niveles el valor mayor de $r_v = 1.15$, en el último entrepiso.

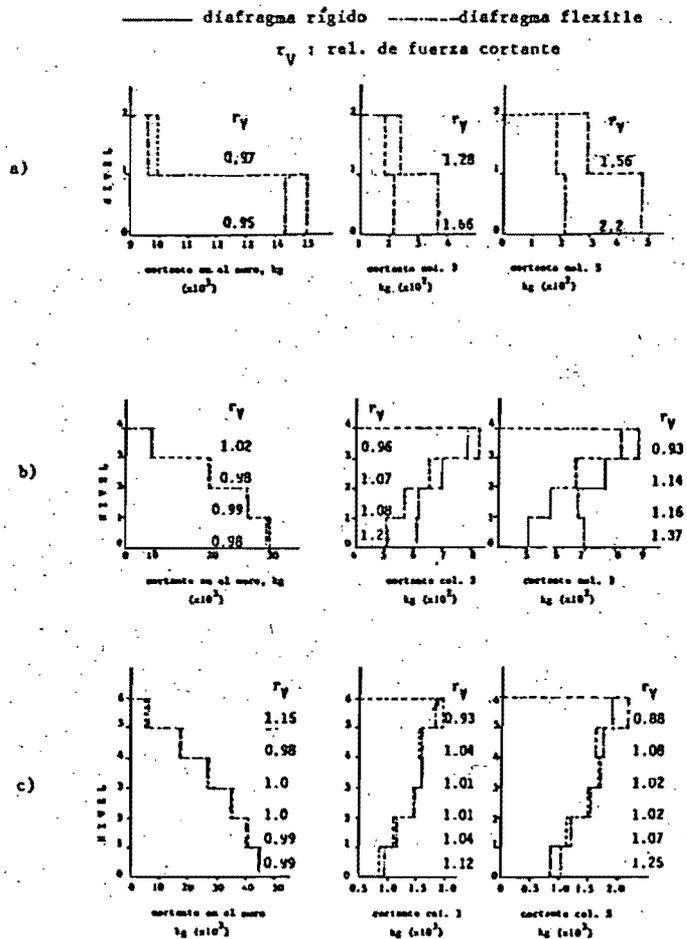


Fig. 6.3 Comparación de cortantes en los edif. de 2, 4 y 6 niveles para los modelos D-FL y D-R.

En las columnas 3 y 5, como se esperaba, r_v tiende a aumentar hacia los niveles inferiores, siendo más crítico en la columna 5 correspondiente al marco más exigido, dada la mayor deformabilidad de la losa en ese punto; para el edificio de dos niveles los valores de r_v de la col. 5 llegan a ser de 2.2 y 1.56 en el primero y segundo nivel respectivamente, mientras en col. 3 son de 1.66 y 1.28. Los valores menores de 1.0 en los edificios de cuatro y seis niveles, para las mismas columnas del último nivel, indican una sobre-estimación del cortante en los marcos intermedios en ese nivel, cuando se utiliza la hipótesis de D-R; contrariamente, el cortante tomado por los muros a esa misma altura es sobreestimado.

6.2 Comparaciones JAIN contra TABS. Se presentan algunas comparaciones sobre los resultados obtenidos por JAIN (ref. 1) contra soluciones tipo TABS. En la tabla 6.1 se puede observar un resumen de los períodos obtenidos con las dos modelaciones para tres casos estudiados,

MODO	DIR.	Jain	MODO	DIR.	Jain	MODO	DIR.	Jain
1 sim.	y	0.283	1 sim.	y	0.50	1 sim.	y	0.929
1 antisim.	rot.	0.0743	2 sim.	y	0.286	2 sim.	y	0.533
2 sim.	y	0.0367	1 antisim.	rot.	0.128	3 sim.	y	0.523
2 antisim.	rot.	0.0246	2 antisim.	rot.	0.078	4 sim.	y	0.522
3 sim.	y	0.0185	3 sim.	y	0.061	5 sim.	y	0.522
3 antisim.	rot.	0.135	4 sim.	y	0.042	6 sim.	y	0.243
						1 antisim.	rot.	0.524
						2 antisim.	rot.	0.144
		TABS			TABS			TABS
1	x	0.2676	1	x	0.5671	1	x	1.192
2	y	0.0067	2	y	0.1934	2	y	0.337
3	rot.	0.0038	3	rot.	0.0147	3	rot.	0.157
			4	x	0.0086	4	x	0.088
			5	y	0.0053	5	y	0.063
			6	rot	0.0031	6	rot.	0.055
						7	x	0.038
						8	y	0.037
						9	rot.	0.023
CASO 1 Edif- un nivel			CASO 2 ,Edif- dos niveles			CASO 3 ,Edif- 9 niveles		

Tabla 6.1 Períodos (seg.) para los modelos de Jain y TABS .

- Por un lado el planteamiento de JAIN asocia la vibración libre de la estructura (con muros de rigidez extremos) con la vibración del piso en su plano; por otro lado, el modelo TABS da únicamente información sobre la respuesta de la estructura en tres g.d.l. por piso. Es por esto, que los períodos (en la dirección y, rot.) muestran mucha diferencia, y la flexibilidad de la losa ocasiona cambios sustanciales en las formas modales correspondientes y por ende, en el comportamiento dinámico de tales estructuras.

En la figura 6.4 se muestra la forma modal fundamental encontrada por JAIN y su correspondiente del modelo TABS para el caso 1 (edif. de un nivel).

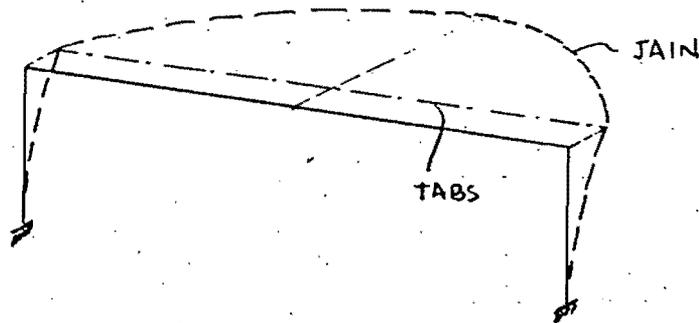


Fig. 6.4 Comparación del modo fundamental, caso 1

Nota : JAIN muestra que en el centro de la losa hay un desplazamiento 45 veces mayor que en el extremo de la losa.

En el primer modo antisimétrico o torsional la comparación se puede observar en la figura 6.5

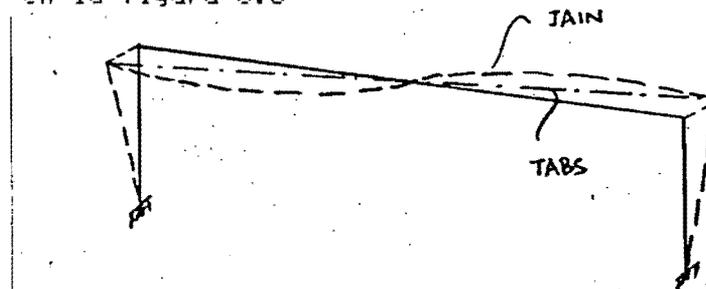


Fig. 6.5 Comparación del primer modo antisimétrico, caso 1.

- En el caso 2 (edif. dos niveles) los dos primeros modos están dominados por las vibraciones del techo o del piso (este comportamiento no es posible deducirlo en un modelo tipo TABS) y son los que hacen la mayor contribución en el cortante basal de la estructura (ver tabla 6.3).
- JAIN concluye que en edificios de varios niveles con losas de piso repetidas y muros de extremo rígidos, algunos de los periodos mayores pueden corresponder a movimiento de piso y ser prácticamente iguales; esto trae complicaciones en el análisis y respuesta de los edificios.
- En el caso 3, el modelo JAIN revela una ec. característica de vibración libre del edificio, idéntica a la de una viga en voladizo, y por lo tanto su primer modo excita solamente la deformación de los muros de extremo como voladizo. El aporte al cortante basal lo hacen básicamente los tres primeros modos simétricos, como se dio en el caso 2, siendo cero la participación de los modos antisimétricos o torsionales.
- En general el tratamiento de diafragma rígido supuesto en el modelo TABS da como resultado estructuras más rígidas, que lógicamente, tienden a vibrar libremente con periodos menores.

C A P I T U L O 7

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

A lo largo de estas líneas se presentaron las evidencias, los métodos disponibles y los resultados obtenidos de un problema importante en el análisis estructural : el efecto de la flexibilidad del sistema de piso, en su propio plano, ante la acción de cargas sísmicas. Este efecto tiende a amplificarse en un tipo particular de edificios, estructurados a base de losas planas alargadas, en planta, con elementos resistentes verticales conformados por marcos intermedios y muros de rigidez en los extremos; es el caso típico de escuelas y hospitales, en donde el sistema de piso puede incluir aberturas de consideración que reducen, aún más, su flexibilidad.

En este contexto se pueden sacar en claro los siguientes puntos:

- Los modelos de análisis estructural que suponen diafragma rígido no son del todo realistas para representar el comportamiento sísmico de este tipo de estructuras.

- En los distintos planteamientos para considerar el efecto aquí esbozado, se acepta un comportamiento del sistema de piso como viga sometida a carga uniforme distribuida en el plano del piso. Dicho comportamiento ha sido comprobado en la respuesta de edificios, previamente instrumentados, durante sismos; además, las pruebas experimentales realizadas por Nakashima, y otros, con losas sometidos a carga en su propio plano, permiten concluir como aceptable una representación plana simplificada, del problema tridimensional, para modelar la flexibilidad del sistema de piso.

- En la comparación de resultados entre las modelaciones de diafragma flexible y rígido, destaca la subestimación de cortantes en las cols. de los marcos intermedios, cuando se acepta el modelo de diafragma infinitamente rígido en su propio plano.

- En el estudio paramétrico realizado, con el programa de la referencia 12, para edificios de 2, 4 y 6 niveles sometidos a carga lateral equivalente, dicha subestimación llegó a ser hasta del 220% en la base de las cols. intermedias del edificio de 2 niveles. Otro aspecto importante, no tenido en cuenta en un modelo de D-R, es el aporte de la flexibilidad de la losa en las formas modales de vibración de este tipo de estructuras; según la ref. 1 las vibraciones del diafragma flexible de un edificio de 2 niveles, dominan el comportamiento dinámico de la estructura, y hacen la mayor contribución al cortante basal total.

- Se sugiere el uso de la herramienta presentada para el análisis y diseño, a futuro, de este tipo de estructuras; continuar ignorando este efecto conllevaría a situaciones de inseguridad en su comportamiento sísmico.

- Se propone para las estructuras, actualmente construidas, con este tipo de estructuración, rigidizar los marcos intermedios, mediante muros de corte, para lograr un comportamiento menos flexible del diafragma. En el edificio de dos niveles del estudio paramétrico, la inclusión de muros intermedios redujo la subestimación de cortantes de los elementos intermedios al 13%, considerando un modelo de D-R.



DEPFI

C A P I T U L O 8

REFERENCIAS

- 1 Jain, S.K., "ANALITICAL MODELS FOR THE DYNAMICS OF BUILDINGS," in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Doctor of Philosophy, mayo 25, 1983, California Institute of Technology, Pasadena, California U.S.A.
- 2 Bazan, E. y Dyer, J., "ANALISIS DE LA RIGIDEZ DEL SISTEMA DE PISO EN SU PLANO," Sociedad Mexicana de Ingenieria Sísmica, abril, 1983, Mexico.
- 3 Goldberg, J.A., "ANALYSIS OF MULTISTORY CONSIDERING SHEAR WALL AND FLOOR DEFORMATIONS," Tall Buildings, Proceedings of the Symposium on Tall Buildings, held in University of Southampton, pp. 349-373.
- 4 Muto, K., "ASEISMIC DESIGN ANALYSIS OF BUILDINGS," Moruzen Company, 1974, Tokio.
- 5 Button, M., Kelly, T., Jones, L., "THE INFLUENCE OF DIAPHRAGM FLEXIBILITY ON THE SEISMIC RESPONSE OF BUILDINGS," Proceedings of the Eighth World Conference Earthquake Engineering, San Francisco, California, U.S.A., Vol. 4, pp 759-766.
- 6 Robles, F.J., "VIBRACION FORZADA DEL EDIFICIO DE LA D.E.P.F.I.- UNAM, BLOQUE A," Trabajo de Investigación, Sección de Estructuras, DEFFI-UNAM, Mexico, 1985.
- 7 Meleod, F.A., "INTERACCION ESTRUCTURAL EN MARCOS Y MUROS," Editorial Limusa, P.C.A., México, 1984
- 8 Arnold, C., "BUILDING CONFIGURATION : THE ARCHITECTURE OF SEISMIC DESIGN," Bolletin of the New Zeland National Society for Earthquake Engeeneering, Vol. 17, # 2, junio, 1984.
- 9 Bazan, E. y Meli, R., "MANUAL DE DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS," Instituto de Ingeniería, UNAM, Publicación D-18, septiembre, 1983.
- 10 Informes, IPS-10A, IPS-10B, IPS-10C, IPS-10D, sobre los Sismos del 19 y 20 de septiembre de 1985, Instrumentación Sísmica, I.I., UNAM.
- 11 Informe Geofísico y Evaluacion Preliminar sobre el Sismo del 19 de septiembre, I. Geofísica, UNAM.
- 12 COMBAT, "COMPRENSIVE BUILDING ANALYSIS TOOL," A Computer Program, Computech Engineering Services, Inc., diciembre, 1983. (Version PRIME-550, I.I., UNAM, 1986).
- 13 TABS, "THREE-DIMENSIONAL ANALYSIS BUILDING SYSTEM," Versión PRIME-550, I.I., UNAM, 1986.

14 Nakashima, M., Huang, T. y Lu, L.; 'EXPERIMENTAL STUDY OF BEAM-SUPPORTED SLABS UNDER IN-PLANE LOADING,' ACI Journal, Vol. 79, No 1 enero/febrero 1982, pp. 59-65 .