

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**FACULTAD DE MEDICINA VETERINARIA Y ZOOTECNIA**

**EFFECTO DE LA ÉPOCA DE NACIMIENTO EN EL**  
**CRECIMIENTO DE VAQUILLAS DE LA RAZA LIMOUSIN**

**TESIS**  
**PARA OBTENER EL TÍTULO DE**  
**MÉDICO VETERINARIO ZOOTECNISTA**

**PRESENTA:**

**GUSTAVO JAVIER MARTÍNEZ MARÍN**

**Asesores:**

**Dr. Raúl Ulloa Arvizu**

**MVZ M en C. Adolfo Kunio Yabuta Osorio**

México, D.F.

2013



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## **DEDICATORIA**

Con mucho cariño les dedico esto a mis padres, quienes me dieron la vida y han estado conmigo en todo momento, por darme una carrera y por creer en mí, los quiero.

A mi hermana Alicia, quien siempre me apoya, me escucha y está conmigo, te quiero.

A quienes siempre me reciben con alegría y amor en casa, Harry y Hachi.

Aunque hemos pasado momentos difíciles, siempre han estado apoyándome y brindándome todo su amor, siempre. Por todo esto, les agradezco de todo corazón el esfuerzo, empeño y sacrificio que han hecho para que salga adelante.

Los quiero con toda mi alma y esto es para ustedes.

## **AGRADECIMIENTOS**

Le doy gracias a mis padres Patricia y Ramón por apoyarme en todo momento, por los valores que me han inculcado y por darme la oportunidad de tener una excelente educación en el transcurso de mi vida. Pero sobre todo, por ser un excelente ejemplo a seguir.

A mi hermana Alicia por apoyarme en todo, por su amor y cariño, por sus travesuras y sonrisas que me llenan de alegría.

A mi abuela Manuela, a mis tías Teresa y Guadalupe, a mis primos José Alberto y Carlos Andrés que son como mis hermanos mayores, gracias por todo su apoyo y cariño.

Gracias a mis tíos, primos y sobrinos por todo su amor y cariño; pero sobre todo, por qué somos parte de una hermosa familia.

Al Ing. Reyes López Ordaz quien me ha sido mi mentor. Gracias por su amistad, las oportunidades de superación profesional que me ha dado, por escucharme y aconsejarme, por su apoyo y confianza, sabe que siempre le estaré muy agradecido por todo.

Al Dr. Carlos G. Vásquez Peláez, quien me dio la oportunidad de aprender cosas nuevas; pero también, le agradezco su amistad, apoyo y confianza.

A mis asesores, el Dr. Raúl Ulloa Arvizu y al M en C. Adolfo K. Yabuta Osorio, así como a los miembros de mi jurado, el Dr. Pedro Ochoa Galván y el Dr. Ángel R. Pulido Albores, a la MPA. Frida Salmerón Sosa y a la M en C. Guadalupe Sánchez González por brindarme conocimientos, apoyo, atenciones, oportunidades y consejos.

A todos mis amigos, por los momentos de alegría y felicidad que hemos pasado juntos; por siempre estar conmigo en las buenas y en las malas, por confiar en mí y hacer de mi vida la más afortunada de todas.

A Misael y Kathy por todos estos años de amistad y cariño, y por supuesto a Cris, con quien forman una hermosa familia.

A Erick, Isaac, Bertín y César con quienes compartí una de las mejores etapas de mi vida y que hasta la fecha seguimos divirtiéndonos como siempre; y claro que también a quienes he conocido gracias a ellos, Lizet y Nora.

A Ramón, Jon, Ale, y Cristian por su gran amistad, apoyo incondicional y por todos los momentos divertidos que hemos vivido juntos.

A Almita, Emy, Joselo, Josué, Noé, Jessy, Toledo, Ana Carmen, Alma Rosa, Ileri, Diana, Jimmy, Ana Karen, Nelson, Emmanuel, Xanath, Caro y Edgar que durante todo el tiempo que hemos convivido en el trabajo, me han brindado su amistad y apoyo.

Gracias.

# CONTENIDO

<b>RESUMEN</b> .....	1
<b>1. INTRODUCCIÓN</b> .....	2
<b>2. REVISIÓN DE LITERATURA</b> .....	5
2.1. RAZA LIMOUSIN .....	5
2.1.1. HISTORIA DE LA RAZA .....	5
2.1.2. GANADO LIMOUSIN EN MÉXICO .....	6
2.1.3. CUALIDADES DE LA RAZA .....	7
2.2. EFECTO DE ÉPOCA EN EL CRECIMIENTO DE BOVINOS.....	8
2.3. VAQUILLAS EN CRECIMIENTO .....	8
2.4. REGRESIÓN ALEATORIA Y POLINOMIOS DE LEGENDRE .....	10
2.4.1. EFECTOS FIJOS Y ALEATORIOS.....	11
2.4.2 MEDIDAS REPETIDAS .....	12
2.5. ESTRUCTURA DE VARIANZAS Y (CO)VARIANZAS .....	13
2.5.1. ESTRUCTURAS HOMOGÉNEAS.....	13
2.5.1.1. SIMETRIA COMPUESTA (CS) .....	13
2.5.2. ESTRUCTURAS HETEROGÉNEAS .....	14
2.5.2.1. NO ESTRUCTURADO (UN).....	14
2.5.2.2. AUTOREGRESIVO TIPO I (AR1) .....	15
2.5.2.3. TOEPLITZ .....	15
2.5.2.4. OTRAS ESTRUCTURAS HETEROGÉNEAS .....	16

2.6. VALIDACIÓN DEL MODELO.....	16
2.6.1. EVALUACIÓN DEL MODELO.....	17
2.6.2. PRUEBA DE SIGNIFICANCIA JI-CUADRADA ( $X^2$ ).....	18
2.6.3. CRITERIOS DE INFORMACIÓN PARA LA COMPARACIÓN Y ELECCIÓN DE MODELOS.....	19
2.6.3.1. $-2*\text{LOG RESIDUAL DE VEROSIMILITUD}$ .....	20
2.6.3.2. CRITERIO DE INFORMACIÓN AKAIKE (AIC).....	21
2.6.3.3. CRITERIO DE INFORMACIÓN AKAIKE CORREGIDO (AICC).....	21
2.6.3.4. CRITERIO DE INFORMACIÓN BAYESIANO (BIC).....	22
2.6.4. CORRELACIÓN ENTRE CLASES ( $r$ ).....	22
2.6.5. COEFICIENTE DE CONCORDANCIA (CC).....	23
2.6.6. EVALUACIÓN EXTERNA.....	24
2.6.6.1. PREDICCIÓN CUADRADO MEDIO DEL ERROR (MSPE).....	25
2.6.6.2. PREDICCIÓN MEDIO DEL ERROR (MPE) Y PREDICCIÓN RELATIVA DEL ERROR (RPE).....	26
<b>3. JUSTIFICACIÓN.....</b>	<b>27</b>
<b>4. HIPÓTESIS.....</b>	<b>28</b>
<b>5. OBJETIVO GENERAL.....</b>	<b>28</b>
5.1. OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	28
<b>6. MATERIAL Y MÉTODOS.....</b>	<b>29</b>
6.1. LOCALIZACIÓN DEL HATO.....	29

6.2. SISTEMA DE PRODUCCIÓN .....	29
6.2.1. DESCRIPCIÓN .....	29
6.2.2. SANIDAD .....	30
6.2.3. REPRODUCCIÓN Y GENÉTICA .....	30
6.3. DESCRIPCIÓN Y EDICIÓN DE LOS DATOS .....	31
6.4. ANÁLISIS ESTADÍSTICO .....	32
6.4.1. MODELO DE REGRESIÓN ALEATORIA .....	33
6.4.2. AJUSTE DE LOS MODELOS Y ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS.....	34
6.4.3. SELECCIÓN DEL MODELO .....	35
<b>7. RESULTADOS.....</b>	<b>37</b>
7.1. RESULTADOS PRELIMINARES EN LA EVALUACIÓN DE MODELOS .....	37
7.2. RESULTADOS EN LA ESTIMACIÓN DE VALORES PREDICHOS .....	38
<b>8. DISCUSIÓN.....</b>	<b>42</b>
8.1. APLICACIONES .....	47
<b>9. REFERENCIAS.....</b>	<b>51</b>
<b>10. CUADROS Y FIGURAS.....</b>	<b>61</b>
<b>11. ANEXOS.....</b>	<b>77</b>



## **RESUMEN**

MARTÍNEZ MARÍN GUSTAVO JAVIER. Efecto de la época de nacimiento en el crecimiento de vaquillas de la raza Limousin (bajo la dirección de DR. Raúl Ulloa Arvizu y MVZ M en C. Adolfo Kunio Yabuta Osorio).

Hoy en día, los modelos de regresión aleatoria se han implementado en programas de cría animal; sin embargo, pocos estudios han considerado a los bovinos especializados en producción de carne en el altiplano y bajo condiciones de pastoreo, lo cual revela la importancia de estudios para conocer el comportamiento del ganado y así establecer estrategias de crianza, alimentación y manejo a favor de la producción.

El presente estudio muestra la evaluación del efecto de época de nacimiento en el crecimiento de vaquillas de la raza Limousin, con el objetivo de obtener estimaciones de pesos corporales predichos al nacimiento, destete, al año y al momento de la primera inseminación o monta directa. El trabajo se realizó con información individual de 110 hembras, con un total de 1966 muestreos, la cual se analizó ajustando los polinomios ortogonales de Legendre con regresión aleatoria y fueron elegidos en base a las pruebas de validación y evaluación de ajuste. El modelo final es de estructura de (co)varianza Autoregresiva Tipo I (AR1), y que incluye efecto fijo cuadrático y efecto quintico en aleatorio. Con la comparación de estimadores predichos, el crecimiento muestra un mejor desempeño en las hembras que nacen dentro de las épocas de Verano y Otoño; por lo que se sugiere que las inseminaciones se realicen en los meses de Noviembre con nacimientos en los meses de Agosto-Septiembre y que el mejor empadre es el de Marzo-Abril con nacimientos en Diciembre-Enero.

## 1. INTRODUCCIÓN

La producción pecuaria para carne por lo general depende del peso de los animales; por eso, uno de los objetivos primordiales es aumentar de una manera rápida y eficaz esta característica.<sup>1</sup>

El cambio de peso vivo a lo largo de la vida de un animal es un fenómeno complejo que depende del genotipo y de factores ambientales como la alimentación, el manejo, el estado de salud del animal y efectos climatológicos; algunos de ellos persisten con el tiempo y generan un efecto variable con la edad y el desarrollo del animal; otros por el contrario pueden afectar sólo periodos cortos.<sup>2</sup>

Durante años, se han desarrollado diferentes procedimientos para medir el crecimiento del ganado, sin embargo la forma tradicional para determinarlo ha sido el pesaje corporal; ya que es uno de los procedimientos más prácticos y difundidos para determinarlo. Con la información secuencial de pesos es posible describir la velocidad y magnitud de cambio en las dimensiones corporales, así como establecer relaciones entre el aumento o disminución del peso con procesos fisiológicos como el destete, pubertad, gestación, parto y lactancia.<sup>1,2,3</sup>

El crecimiento puede ser descrito a través funciones matemáticas que proyectan el cambio del peso corporal en el tiempo. Dichas funciones permiten realizar evaluaciones y predicciones a través de tasas de crecimiento en diferentes etapas de la vida de un individuo, permitiendo clasificar de forma sencilla la productividad de una raza específica para una zona determinada.<sup>1,2</sup>

Para definir dichas etapas, se han utilizado modelos de predicción basados en ecuaciones lineales y no lineales.<sup>4</sup> Los más utilizados son Brody, Gompertz, Von Bertalanffy, Logístico, Richards, Weibull, Cúbica, Cuadrática, Potencial y Lineal. Sin embargo, no todos los modelos se ajustan para describir el crecimiento animal adecuadamente, ya que fueron creados para otros propósitos como proyecciones de tasas poblacionales, crecimientos bacterianos, etcétera; por lo que existen algunos que se ajustan parcialmente, aunque en realidad sub o sobreestiman el peso tanto en crías, jóvenes o adultos.<sup>5,6,7</sup>

Los modelos mixtos incorporan parámetros fijos asociados a la población y aleatorios relacionados con el animal.<sup>8</sup> Estos modelos se han empleado para describir las variables respuesta y algunas (co)variables que son grupadas de acuerdo con la estructura del modelo. El número de parámetros aleatorios a analizar en cada modelo puede ser solamente uno o tantos como parámetros fijos tenga el modelo, ya que cada uno de ellos se puede asociar a un efecto aleatorio.<sup>2,8</sup>

La información utilizada para dichos estudios principalmente está representada por datos longitudinales o medidas repetidas; siendo la regresión aleatoria, la que mejor define los efectos aleatorios, ya que usan directamente los datos e información de cada animal, sin ajustes arbitrarios y supuestos sobre la forma de la curva de crecimiento o la estructura de varianzas y (co)varianzas.<sup>9,10</sup>

Con los modelos de regresión aleatoria se pueden ajustar trayectorias para cada individuo, como una desviación de la curva de crecimiento promedio de la población, y es posible predecir valores fenotípicos para cualquier punto de la curva de crecimiento.<sup>7,9</sup>

Por lo anterior, el objetivo de este estudio fue ajustar modelos de regresión aleatoria desde el nacimiento hasta la primera inseminación o monta directa para la evaluación del efecto de época en el crecimiento de vaquillas de la raza Limousin en el altiplano bajo un sistema de pastoreo intensivo.

## **2. REVISIÓN DE LITERATURA**

### **2.1. RAZA LIMOUSIN**

Esta raza se caracteriza por tener un pelaje rojo alazán que se aclara hacia las extremidades y en la zona del vientre, es de tamaño mediano, corpulencia fuerte, compacta y equilibrada, de cualidades maternas y aptitudes cárnicas excepcionales; lo que la hace una de las razas bovinas especializadas en producción de carne de mayor popularidad y distribución alrededor del mundo.<sup>12,13</sup>

#### **2.1.1. HISTORIA DE LA RAZA**

La historia de este ganado muy bien puede ser tan antigua como el propio continente europeo. El ganado que se encuentra en pinturas rupestres con más de 20,000 años de antigüedad en la cueva de Lascaux cerca de Montignac, Francia; tiene un parecido sorprendente con ejemplares de esta raza.<sup>12,14</sup>

Durante siglos, los ganaderos de la región los consideraron animales de trabajo y de producción de carne por su inusual robustez y capacidad de adaptación. A mediados del siglo XVII, un pequeño número de criadores se concentraron en mejorar características productivas de este ganado a través de la selección de ejemplares, logrando años después el establecimiento de la raza.<sup>14,15</sup>

En 1886, se crea el primer libro genealógico Limousin, cuyo objetivo era asegurar la uniformidad de la raza. Los criadores prestaron mucha atención en características morfológicas (color, tamaño, proporciones corporales, etcetera.), obteniendo como

resultado final un animal eficiente, resistente y adaptable con el único propósito de producir carne.

A principios del siglo XX, ganaderos de Norte América buscaban ejemplares de origen europeo para mejorar el ganado vacuno nativo a través de cruzamientos. El ganado francés no podía importarse debido a una epidemia de fiebre aftosa en aquel país; por lo que no fue sino hasta 1968 que por medio de un acuerdo entre el gobierno de Francia y Canadá se logró la primer importación de un semental. Con la llegada de este ejemplar, los ganaderos se dan cuenta de la necesidad de una organización para promover y desarrollar la raza, formando la North American Limousin Foundation (NALF).<sup>12,14,15,16</sup>

### **2.1.2. GANADO LIMOUSIN EN MÉXICO**

En México, llega el primer semen de Limousin en 1970, propiedad del Dr. Jorge de Alba; y que lo utilizó en un hato de hembras en el estado de Zacatecas. Durante la década de los 80's se realizan importaciones de ganado a diferentes estados de la república, pero el más importante fue el encabezado por miembros del Consejo Directivo de la Unión Ganadera Regional del Estado de Zacatecas en el año de 1989, quienes tras un viaje a Canadá y Estados Unidos en busca de una raza rústica y eficiente en todos los aspectos, se deciden por un lote grande de sementales y hembras de esta raza. Posteriormente se funda la Asociación Mexicana de Criadores de Ganado Limousin (AMCGL) en el estado de Zacatecas. Actualmente los ganaderos mexicanos han logrado introducir con éxito la raza Limousin en diferentes estados del centro y norte de la república.<sup>12,17</sup>

### 2.1.3. CUALIDADES DE LA RAZA

Dentro de sus principales cualidades se encuentran: <sup>12,14,13,17</sup>

- Rusticidad: gracias a las condiciones en las que fue desarrollada, posee una gran capacidad para adaptarse a diferentes climas y topografías de todo el mundo.
- Facilidad de parto: por su moderado tamaño al nacimiento que varía entre 35 a 40 kg, permite que las vacas realicen el trabajo de parto sin ayuda de ningún tipo.
- Alta fertilidad y precocidad: esta raza entra a la pubertad desde los 13-14 meses de edad, logrando tazas de concepción altas.
- Pesos al destete: año con año las hembras Limousin destetan a su cría con pesos que oscilan entre los 220 kg a 250 kg a los 7 meses de edad promedio.
- Docilidad: es un ganado que facilita el manejo individual y en grupo, lo que es una ventaja para los productores en aspectos económicos y de salud.
- Longevidad: la duración de la vida productiva de la hembra es excepcional, superando los 10 años con un promedio de 7 partos.
- Habilidad materna: característica que garantiza el cuidado de las madres a las crías y producción de leche idónea para su crecimiento.
- Rendimiento en canal: las cualidades cárnicas de la raza permiten producir mejores canales y de alta calidad, lo que se refleja en un rendimiento superior al 75%.
- Eficiencia alimenticia: está considerada como una raza de talla mediana, por lo que sus requerimientos nutricionales son menores en comparación con otras razas; además de su gran capacidad para transformar forrajes en carne por su alta conversión alimenticia.

## **2.2. EFECTO DE ÉPOCA EN EL CRECIMIENTO DE BOVINOS**

La ganancia de peso y otras medidas corporales a distintas edades en un animal, se traduce en la respuesta del organismo al medio ambiente dada su capacidad de adaptación y por consecuencia con su potencial productivo.<sup>18</sup> En la mayoría de las explotaciones de bovinos en pastoreo, el efecto indirecto del medio ambiente más importante es a través de la calidad y cantidad de forraje disponible a consecuencia de la acción climática, ya que cuando tienen más oportunidad de consumir nutrientes en mayor proporción a sus requerimientos basales, crecen de manera adecuada, las condiciones de reproducción se favorecen y la producción de leche y carne es óptima.<sup>18,19</sup> A pesar de que los periodos de escasez forrajera están definidos, el productor atiende en primera instancia los problemas de producción, dejando en segundo plano la evaluación y análisis del crecimiento en los animales.<sup>19</sup>

Durante muchos años se ha estudiado el efecto de alimentación sobre el crecimiento en la hembra bovina entre el destete y la pubertad sin tomar en cuenta el periodo que va desde el nacimiento hasta el destete; sin embargo, sabemos que alcanzar tasas de crecimiento elevadas en los primeros meses de vida en vaquillas resulta de gran importancia, ya que se ha observado que se incorporan al servicio a edades más tempranas.<sup>19,20</sup>

## **2.3. VAQUILLAS EN CRECIMIENTO**

El desarrollo de los órganos reproductores depende del crecimiento del organismo. Puesto que el periodo desde el nacimiento hasta la pubertad es improductivo, muchos ganaderos tienden a considerarlo como una fase poco importante y por desgracia esta actitud conduce frecuentemente a vaquillas con un crecimiento defectuoso, mal desarrolladas y que tardan



en alcanzar su edad productora y reproductora.<sup>21</sup> Poca importancia se le ha dado al análisis del crecimiento de los animales hasta la etapa reproductora, ocasionando crecimientos lentos. Si las vaquillas se alimentan y cuidan adecuadamente, en general se espera que lleguen a la pubertad al tener 60% del peso maduro.<sup>22,23</sup>

Factores externos como la alimentación, la estación del año y las prácticas de manejo, afectan la edad a la pubertad de las hembras; por ello, es comprensible que la edad normal del primer estro pueda oscilar mucho. Otra decisión sobre el manejo y quizás más importante, es determinar cuándo deben cubrirse después de la pubertad.<sup>21,22</sup>

Los ganaderos en busca de maximizar la producción de becerros, reducir los costos de alimentación, minimizar el manejo y acortar los tiempos de pariciones, recurren a dar servicios a las vaquillas en edades tempranas. Esto hace diferir mucho las opiniones acerca de la edad y pesos corporales apropiados para la primera cubrición, por lo que es importante el análisis de la curva de crecimiento del hato;<sup>22,23</sup> así como de cada uno de los individuos que pertenece al mismo; todo esto para poder cumplir las metas principales de un programa para bovinos especializados en carne que son: utilizar los elementos disponibles para el crecimiento barato después del destete; disminuir costos y manejo durante el ciclo de producción y, la crianza de animales que garanticen la eficiencia de la producción.<sup>21,23</sup>

## **2.4. REGRESIÓN ALEATORIA Y POLINOMIOS DE LEGENDRE**

Los modelos de regresión aleatoria se han convertido en el método de elección para analizar datos longitudinales o mediciones repetidas,<sup>9,24</sup> ya que describen la trayectoria en todos los puntos en lugar de puntos finitos, y a diferencia de los métodos tradicionales, considera los registros productivos del mismo individuo en diferentes edades para referirse a la misma característica con sus respectivas correlaciones genéticas entre ellos.<sup>25,26</sup> Aunque esta metodología se utiliza comúnmente en estudios de producción de leche para el análisis genético de los modelos de día de prueba, su aplicación para características de crecimiento en ganado de carne han aumentado por: la obtención de valores genéticos exactos; la utilización de todos los datos disponibles sin previo ajuste a determinadas edades; no existen pérdidas de registros realizados fuera de ciertos rangos de edad; hay una reducción en el número de parámetros a estimar por el ajuste de modelos parsimoniosos;<sup>9,25</sup> y sobre todo, por la posibilidad de utilizar la selección en base a la curva de crecimiento real de los animales.<sup>24</sup>

El modelaje de registros longitudinales con polinomios de Legendre fue propuesto por Kirkpatrick, Lofsvold y Bulmer (1990) para describir las (co)varianzas genéticas aditivas directas entre los registros de cualquier tiempo de forma continua.<sup>25</sup> Los polinomios de Legendre son soluciones a una ecuación diferencial con ortogonalidad, esta propiedad permite describir patrones de variación genética a través de una trayectoria de crecimiento, en donde las funciones continuas que representan las (co)varianzas entre registros toman un intervalo (1,-1) y que se pueden estimar con los coeficientes de regresión aleatoria de modelos lineales mixtos ajustados.<sup>9,24,25</sup> Hoy en día, estos modelos se han implementado

en programas de cría animal en diferentes países y especies;<sup>25,26</sup> sin embargo, pocos estudios han considerado a los bovinos especializados en producción de carne en el altiplano y bajo condiciones de pastoreo, lo cual revela la importancia de estudios para conocer el comportamiento del ganado y así establecer estrategias de crianza, alimentación y manejo a favor de la producción.<sup>27</sup>

De acuerdo con Spiegel, los primeros cinco polinomios de Legendre para la unidad estandarizada de tiempo ( $x$ ) en los cuales podemos expresar cualquier función continua en el intervalo cerrado  $x \in [-1, 1]$ , son:<sup>28,29,30</sup>

$$P(x)^0 = 1$$

$$P(x)^1 = x$$

$$P(x)^2 = \frac{1}{2}(3x^2 - 1)$$

$$P(x)^3 = \frac{1}{2}(5x^3 - 3x)$$

$$P(x)^4 = \frac{1}{8}(35x^4 - 30x^2 + 3)$$

$$P(x)^5 = \frac{1}{8}(63x^5 - 70x^3 + 15x)$$

### **2.4.1. EFECTOS FIJOS Y ALEATORIOS**

Muchos modelos estadísticos comunes pueden incorporar ambos efectos, como son los fijos, que son parámetros asociados a toda una población o con ciertos niveles repetibles

de factores experimentales, y los efectos aleatorios que se asocian con las unidades experimentales individuales extraídas de forma aleatoria de una población. Un modelo con ambos tipos de efectos se le llama modelo de efectos mixtos.<sup>31</sup> Estos análisis se utilizan principalmente para describir las relaciones entre una variable respuesta y algunas (co)variables en los datos que se agrupan de acuerdo con uno o más factores de clasificación. Algunos de estos datos agrupados son: tipo longitudinal, medidas repetidas, niveles múltiples y diseños de bloque. Mediante la asociación de efectos aleatorios comunes a las observaciones que comparten un nivel de factor de clasificación, se representan con una estructura flexible de (co)varianza inducida por la agrupación de los datos.<sup>2,8,28</sup>

## **2.4.2 MEDIDAS REPETIDAS**

Las unidades experimentales se miden más de una ocasión en el mismo animal, por lo que es importante la precisión de las mediciones individuales, ya que si no es adecuada no se podrán observar los cambios reales a lo largo del tiempo. La variabilidad entre las mediciones de la misma unidad experimental puede ser homogénea, pero cabe la posibilidad que esta cambie con el transcurso del tiempo.<sup>32,33</sup> Las unidades experimentales en el tiempo, hace que las mediciones estén generalmente correlacionadas y que no sean independientes, por lo cual es necesario definir una apropiada estructura de (co)varianza para tales mediciones, así como, definir el error experimental apropiado para probar la hipótesis.<sup>32</sup>

## 2.5. ESTRUCTURA DE VARIANZAS Y (CO)VARIANZAS

Como se menciona, la información a través del tiempo puede ser o no independiente, por lo que existen diferentes estructuras de (co)varianza de acuerdo a la correlación que exista entre las mediciones.<sup>28,32,33</sup> Diferentes estructuras de (co)varianza consideran: número de parámetros, la interpretación de la estructura, los resultados del análisis y el impacto que tiene en los efectos fijos,<sup>33</sup> como se muestra en el cuadro 1.

### 2.5.1. ESTRUCTURAS HOMOGÉNEAS

El modelo más simple para describir las medidas repetidas es en donde las varianzas y covarianzas son iguales entre mediciones, independientemente de la distancia entre el tiempo y espacio.<sup>32</sup>

#### 2.5.1.1. SIMETRÍA COMPUESTA (CS)

Esta estructura considera a las varianzas homogéneas y que existe una correlación entre las mediciones con la suposición que son constantes independientemente a lo lejos que estas se encuentren.<sup>33</sup> Ejemplo:

$$\sigma^2 = \begin{bmatrix} \sigma^2 + \sigma^2_{\delta_{11}} & \sigma_{\delta_{12}} & \sigma_{\delta_{13}} & \sigma_{\delta_{14}} & \sigma_{\delta_{15}} \\ \sigma_{\delta_{21}} & \sigma^2 + \sigma^2_{\delta_{22}} & \sigma_{\delta_{23}} & \sigma_{\delta_{24}} & \sigma_{\delta_{25}} \\ \sigma_{\delta_{31}} & \sigma_{\delta_{32}} & \sigma^2 + \sigma^2_{\delta_{33}} & \sigma_{\delta_{34}} & \sigma_{\delta_{35}} \\ \sigma_{\delta_{41}} & \sigma_{\delta_{42}} & \sigma_{\delta_{43}} & \sigma^2 + \sigma^2_{\delta_{44}} & \sigma_{\delta_{45}} \\ \sigma_{\delta_{51}} & \sigma_{\delta_{52}} & \sigma_{\delta_{53}} & \sigma_{\delta_{54}} & \sigma^2 + \sigma^2_{\delta_{55}} \end{bmatrix}$$

donde:

$\sigma^2$  = varianza dentro de la unidad experimental.

$\sigma_\delta$  = (co)varianza entre la medición dentro de la unidad experimental = varianza entre la unidad experimental.

## 2.5.2. ESTRUCTURAS HETEROGÉNEAS

La matriz de varianzas y (co)varianzas (o matriz de correlación) no siempre son constantes entre las mediciones, por lo que pueden ser modeladas con diferentes estructuras de varianza-(co)varianza.<sup>32,33</sup>

### 2.5.2.1. NO ESTRUCTURADO (UN)

Es el modelo general el cual determina diferentes varianzas por cada periodo y diferentes (co)varianzas entre periodos, pero suponiendo que las (co)varianzas entre mediciones en los diferentes animales es cero.<sup>32</sup> Ejemplo:

$$\sigma^2 = \begin{bmatrix} \sigma_{i_1}^2 & \sigma_{ij} & \sigma_{ij} & \sigma_{ij} & \sigma_{ij} \\ \sigma_{ij} & \sigma_{i_2}^2 & \sigma_{ij} & \sigma_{ij} & \sigma_{ij} \\ \sigma_{ij} & \sigma_{ij} & \sigma_{i_3}^2 & \sigma_{ij} & \sigma_{ij} \\ \sigma_{ij} & \sigma_{ij} & \sigma_{ij} & \sigma_{i_4}^2 & \sigma_{ij} \\ \sigma_{ij} & \sigma_{ij} & \sigma_{ij} & \sigma_{ij} & \sigma_{i_n}^2 \end{bmatrix}$$

donde:

$\sigma_{i}^2$  = varianza de la medición en el tiempo  $i$ .

$\sigma_{ij}$  = (co)varianza entre el tiempo  $i$  y medición  $j$  de la unidad experimental.

### 2.5.2.2. AUTOREGRESIVO TIPO I (AR1)

Este modelo asume que con mayor distancia entre periodos, las correlaciones son más pequeñas. La correlación es  $\rho^t$ , donde  $t$  es el número de periodos entre medición.<sup>32</sup>

Ejemplo:

$$\sigma^2 = \begin{bmatrix} 1 & \rho & \rho^2 & \rho^3 & \rho^4 & \rho^5 \\ \rho & 1 & \rho & \rho^2 & \rho^3 & \rho^4 \\ \rho^2 & \rho & 1 & \rho & \rho^2 & \rho^3 \\ \rho^3 & \rho^2 & \rho & 1 & \rho & \rho^2 \\ \rho^4 & \rho^3 & \rho^2 & \rho & 1 & \rho \\ \rho^5 & \rho^4 & \rho^3 & \rho^2 & \rho & 1 \end{bmatrix}$$

donde:

$\sigma^2$  = varianza de las mediciones.

$\rho^t$  = correlación entre mediciones de tiempo  $t$  diferentes ( $t = 0,1,2,3\dots n$ ) de la unidad experimental.

### 2.5.2.3. TOEPLITZ

Considera que las correlaciones entre mediciones también dependen del número de periodos. Las mediciones tomadas en un solo periodo tienen la misma (co)varianza, por ejemplo  $\sigma_{12} = \sigma_{23}$ , y cuando las mediciones son en dos periodos diferentes tienen la misma (co)varianza pero es diferente de la primera,<sup>32,33</sup> por ejemplo  $\sigma_{13} = \sigma_{23} \neq \sigma_{12} = \sigma_{23}$ .

$$\sigma^2 = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_1 & \sigma_2 & \sigma_3 \\ \sigma_1 & \sigma_2^2 & \sigma_1 & \sigma_2 \\ \sigma_2 & \sigma_1 & \sigma_3^2 & \sigma_1 \\ \sigma_3 & \sigma_2 & \sigma_1 & \sigma_4^2 \end{bmatrix}$$

donde:

$\sigma^2$  = varianza de las mediciones.

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  = (co)varianzas entre mediciones de la unidad experimental.

#### **2.5.2.4. OTRAS ESTRUCTURAS HETEROGÉNEAS**

Las estructuras de (co)varianza ARH(1), CSH y TOEPH, son extensiones en donde las varianzas no son las mismas, pero hay que tener en cuenta que esto añade más parámetros a estimar por cada medición;<sup>33</sup> sin embargo, al igual que la regresión lineal, se busca utilizar el menor número de parámetros posibles en el modelo, ya que entre más complejo sea, se sacrificará eficiencia y potencia; pero si el modelo es muy simple se corre el riesgo de aumentar subestimación de la tasa de error estándar tipo I.<sup>28,32,33</sup>

### **2.6. VALIDACIÓN DEL MODELO**

Una de las etapas en el proceso de modelación, es la validación del modelo, la cual se define como la comparación de las predicciones del modelo con los valores observados del efecto real para determinar si el modelo es adecuado para el propósito establecido.<sup>34,35</sup>



En la literatura se han expuesto diferentes enfoques para validar modelos. Hamilton<sup>36</sup> recopiló una extensa lista de publicaciones con respecto a la validación de modelos, con énfasis en pruebas estadísticas Mayer y Buttlar en donde propone agrupar la validación en cuatro principales categorías: la evaluación subjetiva (involucra a un número de expertos en el campo de interés), las técnicas visuales (gráficas comparativas), las medidas de desviación (basadas en las diferencias entre los valores observados y predichos) y pruebas estadísticas.<sup>34,35,36</sup> Por su parte, Tedeschi et al.<sup>37,38</sup> hicieron una revisión de varias técnicas para evaluar modelos matemáticos diseñados para propósitos de predicción. En su revisión expone las siguientes técnicas: análisis de regresión, análisis de errores ajustados, coeficiente de concordancia, el error cuadrado medio de predicción, análisis no paramétricos y la comparación de la distribución de los datos; y finalmente Yang<sup>35,38</sup> menciona que medidas de desviaciones y pruebas estadísticas como el coeficiente de error, error absoluto medio y la raíz cuadrada media del error, son indicadas para validar un modelo.

### **2.6.1. EVALUACIÓN DEL MODELO**

En modelos de ecuaciones estructurales, la evaluación de ajuste del modelo no es tan sencillo como en los enfoques estadísticos basados en variables que son medidas sin error; esto es porque no hay ninguna prueba estadística de significancia exclusiva que identifique el modelo correcto a partir de los datos de una muestra, por lo que es necesario tener en cuenta varios criterios y evaluar el ajuste comparando diferentes medidas al mismo tiempo.<sup>38,39</sup>

Para cada procedimiento de estimación, se proporciona un gran número de índices de bondad de ajuste para juzgar si el modelo es consistente con los datos observados. La elección del procedimiento de estimación depende del tipo de datos incluidos en el modelo. En general, los criterios de elección en modelos de ecuaciones estructurales indican hasta qué punto los modelos probados ajustan a los datos; solamente la medida de bondad de ajuste considerada es la estadística Ji-cuadrada ( $X^2$ ), ya que tiene una prueba de significancia asociada, mientras que todas las otras medidas son descriptivas.<sup>39,40,41</sup>

Así, tras la estimación de parámetros, la evaluación inferencial se puede llevar a cabo por la pruebas de  $X^2$ , acompañada de otros criterios descriptivos como las medidas de ajuste global del modelo, medidas base de comparación de modelo y medidas de parsimonia.<sup>41,42</sup>

### **2.6.2. PRUEBA DE SIGNIFICANCIA JI-CUADRADA ( $X^2$ )**

El estadístico de prueba  $X^2$  se utiliza para la prueba de hipótesis de idoneidad de un modelo de ecuaciones estructurales; por lo que, si se cumplen los supuestos de distribución, que evalúa si la matriz de (co)varianza  $[\Sigma]$  de la población es igual a la matriz de (co)varianza  $[\Sigma(\theta)]$  del modelo implícito, es decir, se pone a prueba la hipótesis nula de que las diferencias entre los elementos de  $[\Sigma]$  y  $[\Sigma(\theta)]$  son cero:  $[\Sigma] - [\Sigma(\theta)] = 0$ ; siendo los parámetros de la población desconocidos, por lo que los investigadores deben examinar los homólogos de la muestra, la (co)varianza empírica de la matriz S y la matriz de (co)varianza del modelo implícito  $[\Sigma(\theta)]$ , donde  $\theta$  es el vector ( $t \times 1$ ) de los parámetros estimados. Si la hipótesis nula es correcta, el ajuste mínimo de la función de tiempo  $N - 1$ , converge a una variable aleatoria de  $X^2$ .<sup>40,41,43</sup>

Los valores altos de  $X^2$  en relación al número de grados de libertad, indican que la matriz de (co)varianza  $[\Sigma]$  de la población y la matriz de (co)varianza  $[\Sigma(\theta)]$  del modelo implícito difieren significativamente entre sí. Los residuos, es decir, los elementos  $S - [\Sigma(\theta)]$ , deben estar cerca de cero para un buen ajuste del modelo. Los residuales se definen como la  $n$  diferencia  $e_i = Y_i - \hat{Y}_i$ ,  $i=1,2,3,\dots,n$ ; donde  $Y_i$  es la observación y  $\hat{Y}_i$  es el valor ajustado obtenido mediante la ecuación de regresión. Podemos ver en la definición que los residuos  $e_i$  son las diferencias entre lo que se observa en realidad con respecto a lo que predice la ecuación de regresión, esto es, la cantidad que el modelo no ha sido capaz de explicar; por lo tanto, podemos pensar que un modelo es correcto con la evaluación de los errores observados. Existen ciertas suposiciones acerca de los errores, la hipótesis habitual es que los errores son independientes, tienen media cero, varianza constante y con una distribución normal.<sup>44,45</sup> El investigador está interesado en la obtención de un valor no significativo de  $X^2$  asociado a los grados de libertad y con error cercano a 0.<sup>45</sup>

Si el valor de  $p$  asociado al valor de  $X^2$  es mayor que 0.05; la hipótesis nula es aprobada y el modelo se considera compatible con la matriz de (co)varianza  $[\Sigma]$ .<sup>39,46</sup>

### **2.6.3. CRITERIOS DE INFORMACIÓN PARA LA COMPARACIÓN Y ELECCIÓN DE MODELOS**

La complejidad de los modelos mixtos ha llevado a la utilización de un mayor número de herramientas de selección de modelos, especialmente en casos de comparación de no anidados, como los de diferentes estructuras de (co)varianza. El Criterio de Información Akaike (AIC), Criterio de Información Akaike Corregido (AICC) y el Criterio de

Información Bayesiano (BIC); se utilizan a menudo con estos propósitos.<sup>47,48</sup> En general, estos criterios de información son funciones de probabilidad calculada para un modelo, con un término de penalización basado en el número de parámetros del mismo. Cuando se habla de estos criterios, debemos tener en cuenta la eficiencia que apunta al mejor modelo de dimensión finita cuando el modelo verdadero (que es desconocido) es de dimensión infinita; y la afinidad de elegir el modelo correcto cuando la probabilidad se aproxima a 1 siendo verdadero y de dimensión finita. Generalmente los criterios más utilizados caen en una de las dos cualidades, por ejemplo AIC y AICC son de criterio eficiente, mientras que BIC se considera de afinidad. Es común que estos criterios se calculen directamente de la función  $-2 \cdot \text{Log Residual de Verosimilitud}$ , por lo que es habitual elegir los criterios con valores más bajos, ya que es el modelo que mejor ajusta los datos.<sup>39,47,48</sup>

### **2.6.3.1. -2\*LOG RESIDUAL DE VEROSIMILITUD**

Se basa en las diferencias entre dos modelos en los valores de logaritmos de las funciones de verosimilitud, las cuales se distribuyen como ji cuadrada ( $X^2$ ), con grados de libertad igual a la diferencia en el número de parámetros. Esta prueba indica si la diferencia entre los valores de las funciones de verosimilitudes para un modelo A con  $p$  parámetros y otro modelo B con  $p+q$ , es significativamente diferente como para afirmar que los  $q$  parámetros adicionales incluidos en B, explican variación dentro de la variable respuesta, a la que explican los  $p$  parámetros incluidos en A; pero esto depende también de que si los datos contienen o no suficiente información para apoyar el número de parámetros del modelo.<sup>7,39,47</sup>

### **2.6.3.2. CRITERIO DE INFORMACIÓN AKAIKE (AIC)**

Mide la información perdida cuando se utiliza un modelo alterno para aproximarse al real o desconocido. El objetivo es buscar el modelo aproximado partiendo del modelo completo y que proporcione la menor pérdida posible de información.

La expresión de AIC es:

$$AIC = (-2\text{Log}L+2p)$$

donde  $L$  es la función de verosimilitud que representa la capacidad de ajuste del modelo y  $p$  es el numero de parámetros independientes estimados en el modelo, y que presenta una penalización debida al número de parámetros.<sup>7,47</sup>

### **2.6.3.3. CRITERIO DE INFORMACIÓN AKAIKE CORREGIDO (AICC)**

El AICC se utiliza de la misma forma que el AIC;

$$AICC = -2\text{Log}L+p (1+\text{log}N)$$

donde la única diferencia práctica importante es que el factor de penalización se sustituye por  $(1+\text{log}N)$ , lo que implica que las estimaciones ahora dependen del tamaño de muestra y que los modelos parsimoniosos son recompensados.<sup>39,47</sup>

#### **2.6.3.4. CRITERIO DE INFORMACIÓN BAYESIANO (BIC)**

Su contexto es bayesiano pero sus principales aplicaciones son frecuentistas debido a que se basa solo en el cálculo de la verosimilitud del modelo y no requiere especificar ninguna distribución a priori. Se deriva en el proceso de seleccionar un modelo entre varios alternativos con diferentes dimensiones pero con igualdad de información a priori, de manera que maximiza la probabilidad a posteriori de los parámetros.

El BIC se expresa como:

$$\text{BIC} = (-2\text{Log}L + p\text{Log}(\gamma))$$

donde considera la función de verosimilitud, el número de parámetros estimados y  $(\gamma)$  que es el número de observaciones menos el rango de la matriz X relacionada con los efectos fijos.<sup>7,47,48</sup>

#### **2.6.4. CORRELACIÓN ENTRE CLASES (*r*)**

La repetibilidad o índice de constancia, se puede definir como la porción de la varianza total en múltiples medidas de un rasgo que es debido a las diferencias entre individuos, es una herramienta útil para cuantificar la medida en que el rendimiento o comportamiento de un individuo permanece constante en el tiempo.<sup>49,50</sup> Van Vleck<sup>51</sup> menciona que el método de regresión se puede utilizar para obtener componentes de la varianza para el cálculo de la repetibilidad; y que para dos medidas de la misma característica puede ser visto como la proporción de la diferencia de la media en una medida esperada en otra medida en el mismo individuo; por lo que, se puede calcular como el coeficiente de regresión de la

primer medida para la segunda medida.<sup>53,54,55</sup> Por otra parte, Falconer<sup>55</sup> señala dos supuestos en medidas repetidas de un rasgo: 1) tienen varianzas iguales y 2) ser medidas del mismo rasgo. En la práctica nunca sabremos si nuestras estimaciones se ajustan por completo a estos supuestos, incluso si se utilizan diseños experimentales más complicados, pero existe una gran variedad de enfoques que se pueden emplear y a menudo con resultados interesantes.<sup>51,56</sup>

El método de Repetibilidad ( $r$ ) para la obtención de componentes de varianza se calcula de la siguiente manera:<sup>51,57,58</sup>

$$r = \frac{\textit{estimador de varianza y (co)varianza}}{\textit{(estimador de varianza y (co)varianza + parametro del residual)}}$$

### **2.6.5. COEFICIENTE DE CONCORDANCIA (CC)**

Cuando se comparan dos métodos de medición entre una misma variable respuesta o el mismo método de la variable en diferentes puntos en el tiempo,<sup>59</sup> comúnmente se utiliza el coeficiente de determinación ( $R^2$ ) para medir la calidad de replicación de los resultados, la proporción variable de los mismos y la relación que existe, todo ello explicado por el modelo; mientras que el coeficiente de precisión ( $C_{(a)}$ ), mide la exactitud de dicha relación. El Coeficiente de Concordancia de Lin<sup>60</sup> combina ambas estadísticas, midiendo la precisión y exactitud para determinar la desviación de los datos observados en relación a la línea de concordancia (exactitud) y la evaluación de los observados que se desvían de la línea de mayor ajuste (precisión).<sup>60,61</sup>

El cálculo de dicha validación es:<sup>60</sup>

$$CC = \frac{2S_{12}}{S_1^2 + S_2^2 + (\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2)^2} = \frac{2\sigma_{PO}}{\sigma_P^2 + \sigma_O^2 + (\mu_P - \mu_O)^2}$$

donde:

$2\sigma_{PO}$  = (co)varianza entre el predicho y el observado.

$\sigma_P^2$  = varianza del predicho.

$\sigma_O^2$  = varianza del observado.

$\mu_P$  = media del predicho.

$\mu_O$  = media del observado.

## 2.6.6. EVALUACIÓN EXTERNA

Una de las estrategias para la evaluación de modelos es la llamada externa, que se refiere a la capacidad del modelo para predecir con precisión los resultados para una situación experimental o práctica específica. Las correlaciones entre los valores reales y predichos indican la cercanía entre ellos. La precisión del modelo también se pueden evaluar usando las medidas de desviación más comunes propuestas por Rook<sup>62</sup> como son: predicción cuadrado medio del error (MSPE), predicción medio del error (MPE) y predicción relativo del error (RPE).<sup>39,63</sup>



### 2.6.6.1. PREDICCIÓN CUADRADO MEDIO DEL ERROR (MSPE)

El MSPE es definido:

$$\text{MSPE} = \frac{1}{n} \sum (A - P)^2$$

donde:

$n$  = número de parejas de los predichos (P) y actuales (A) de la población en comparación.

El MSPE es la suma de tres componentes: la media del sesgo, línea del sesgo y la variación aleatoria. Estos están representados en la ecuación:

$$\text{MSPE} = (A_m - P_m)^2 + S_P^2(1 - b)^2 + S_A^2(1 - r^2)$$

donde:

$A_m$  y  $P_m$  = el valor de la media de los actuales y predichos respectivamente.

$S_A^2$  y  $S_P^2$  = el valor de la varianza de los actuales y predichos respectivamente.

$b$  = pendiente de regresión entre actuales y predichos.

$r$  = coeficiente de correlación entre actuales y predichos.

Los tres componentes como se menciona anteriormente son la media del sesgo ( $A_m - P_m$ ), la línea del sesgo, que es la desviación de la pendiente ( $b$ ) de la regresión entre la actual y predicha a partir de la unidad ( $1-b$ ), y la variación aleatoria alrededor de la línea de regresión ( $1-r^2$ ).<sup>39</sup> El componente de la variación aleatoria del MSPE es la función del coeficiente de variación de regresión entre el actual y predicho ( $r^2$ ) y de varianza ( $S_A^2$ ) de

los datos reales  $[S_A^2 (1-r^2)]$ .<sup>39,64</sup> La proporción de la MSPE atribuida a la variación aleatoria debe ser alta si el modelo de predicción es de buen nivel de exactitud, ya que es debida a la variación de los datos medidos. Si la proporción de la variación aleatoria es baja, la mayoría del error en el MSPE se atribuye a la media y línea del sesgo. Dentro de un análisis, los resultados se pueden presentar en términos de la contribución proporcional de cada una de los tres componentes, para resaltar y localizar las áreas donde el modelo introduce un error en los valores predichos.<sup>39,65</sup>

### **2.6.6.2. PREDICCIÓN MEDIO DEL ERROR (MPE) Y PREDICCIÓN RELATIVA DEL ERROR (RPE)**

El MPE es la raíz cuadrada del MSPE:

$$MPE = \sqrt{MSPE}$$

Y el RPE es la expresión del MPE como un porcentaje del valor medio real, utilizando la media de los valores actuales ( $A_m$ ):<sup>39</sup>

$$RPE = \left( \frac{\sqrt{MSPE}}{A_m} \right) \times 100$$

Cuanto menor sea el RPE es más precisa la predicción. El tamaño de la RPE se utiliza como criterio para la precisión y robustez. Según Fuentes-Pila<sup>64</sup>, un  $RPE \leq 0.10$  indica un buen nivel de precisión de predicción,  $RPE \ 0.10 \geq 0.20$  indica un nivel aceptable de precisión de predicción y un  $RPE > 0.20$  indica un bajo nivel de precisión de predicción.<sup>39,65</sup>

### **3. JUSTIFICACIÓN**

En las especies de ganado, el crecimiento es un rasgo de importancia económica ya que está asociado con el consumo de alimento, eficiencia alimenticia, inserción de grasa, desarrollo muscular, longitud de los huesos, grado de madurez y condición corporal, entre otros.

El desconocimiento del uso y aplicación de metodologías que ayudan a describir este proceso, ha limitado la implementación de programas de mejoramiento zootécnico que permitan aumentar el aspecto productivo de un animal; por lo que es conveniente analizar bajo dichas metodologías, los parámetros de importancia productiva y económica; así como los factores que intervengan en el desempeño de los animales, uno de ellos es la condición climatológica a las que están sujetos, ya que se relaciona directamente con la disponibilidad y calidad del alimento a lo largo del año.

## **4. HIPÓTESIS**

El crecimiento de las vaquillas de la raza Limousin desde su nacimiento hasta la primera inseminación o monta directa, se ve afectada por la época del año en que nacieron (Primavera, Verano, Otoño e Invierno).

## **5. OBJETIVO GENERAL**

Modelar el crecimiento desde el nacimiento hasta la primera inseminación o monta directa en vaquillas de la raza Limousin bajo sistema de pastoreo intensivo en el altiplano.

### **5.1. OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Determinar el mejor modelo de regresión aleatoria y la estructura de varianza-(co)varianza que describa el crecimiento de las vaquillas.
- Modelar el crecimiento de vaquillas de acuerdo a su época de nacimiento.
- Estimar parámetros productivos de peso al nacimiento, al destete, al año y a la primera inseminación o monta directa en diferentes épocas del año.
- Proponer alternativas de manejo reproductivo y productivo para maximizar la eficiencia del hato.

## **6. MATERIAL Y MÉTODOS**

### **6.1. LOCALIZACIÓN DEL HATO**

El presente trabajo se realizó con la información proveniente del hato de ganado bovino especializado en carne de la raza Limousin del Centro de Enseñanza e Investigación, Extensión en Producción Animal en Altiplano (CEIEPAA), de la Facultad de Medicina Veterinaria y Zootecnia, de la Universidad Nacional Autónoma de México, ubicado en el km. 8.5 de la carretera federal Tequisquiapan-Ezequiel Montes, en el Municipio de Tequisquiapan, estado de Querétaro, México;<sup>11</sup> con Latitud Norte 20°31´, Longitud Oeste 99°53´ y Altitud de 1,880 msnm<sup>66</sup>. El clima es templado con temperatura promedio anual de 17.5°C, semiárido con lluvias en verano de precipitación promedio anual de 388.42 mm, BS1(w)(k) según el sistema de clasificación de Köppen.<sup>67</sup>

### **6.2. SISTEMA DE PRODUCCIÓN**

#### **6.2.1. DESCRIPCIÓN**

El sistema de producción con el que se maneja el ganado bovino de la raza Limousin del CEIEPAA, es considerado intensivo en pastoreo rotacional con cerco eléctrico móvil de asignación día a día y sistema de riego tipo pivote central.<sup>11</sup> La pradera es mixta: 60% alfalfa (*Medicago sativa*), 25% Orchard (*Dactylis glomerata*) y 15% Ryegrass (*Lolium perenne*). La calidad nutrimental de la pradera esta en el rango de 9.87 a 10.5 MJ EM/ kg. de materia seca, 18.5% en promedio de proteína cruda y de 66 a 71% de TND.<sup>68</sup>

### **6.2.2. SANIDAD**

El Programa de Medicina Preventiva principalmente se enfoca en enfermedades como: Complejo Respiratorio (CRB) con vacunación contra Rinotraqueítis Infecciosa Bovina (IBR), Diarrea Viral Bovina (DVB), Parainfluenza virus-13 (PI3) y Virus Sincitial Respiratorio Bovino (VSRB) en el periodo de Agosto a Octubre; Leptospirosis con vacunación en Marzo o Abril (con previo muestreo para determinar serotipo); Clostridiasis con aplicación anual antes de la época de lluvias (Mayo-Junio) y Pasteurelosis neumónica con aplicación anual en el mes de Septiembre.<sup>69,70,71</sup>

En el mes de Abril se realizan muestreos para la revalidación del Certificado de hato libre de Brucelosis y Tuberculosis; y en el caso de Paratuberculosis, la eliminación de individuos sospechosos y enfermos. La desparasitación interna del rebaño joven se realiza antes del periodo de lluvias, y en hembras adultas, 3 semanas previas al parto; la desparasitación externa se aplica en la época de Verano.<sup>70,71</sup>

### **6.2.3. REPRODUCCIÓN Y GENÉTICA**

El manejo reproductivo en novillas se inicia cuando alcanzan un peso entre los 420 a 450 kg correspondientes al 60-65% del peso adulto, esperando que ocurra a los 14 meses de edad y habiendo mostrado regularidad en los ciclos estrales. Como medida de prevención a los problemas de distocia, se cubren a las vaquillas con inseminación artificial utilizando toros con índice elevado de facilidad de parto.<sup>70,71</sup>

Para efectuar los servicios con los cuales se preñaran las hembras y dar continuidad al mejoramiento genético del hato puro de registro se determinó la incorporación de

germoplasma (semen congelado) de toros probados de origen francés para las hembras de grupo elite (>99% de pureza racial) y superior (99-90% de pureza racial). La selección de germoplasma se lleva a cabo considerando características relacionadas con habilidad materna (índice de conformación a los 18 meses, índice de facilidad de parto, efecto genético materno al destete e índice promedio de habilidad materna) y en contraparte se elige al toro con habilidad cárnica (desarrollo muscular, desarrollo esquelético, peso en canal, conformación, rendimiento e índice de aptitud cárnica). Para las hembras con grado de pureza racial menor al 90%, se emplean montas naturales con toros del Centro y/o inseminación artificial con semen de otras razas cárnicas especializadas (Angus, Charolais, Blond d'Aquitaine) para la obtención de ganado comercial destinado a finalización para el abasto. Uno de los criterios de eliminación de vientres es la repetición de celos, estableciendo dos servicios con inseminación y un tercero con monta directa en el programa reproductivo continuo a la estacionalización de las épocas de cubrición (empadres). Este programa ha sufrido modificaciones en el transcurso de los años, buscando como objetivo un solo periodo de empadre al año; actualmente se utilizan dos periodos en los meses de Marzo-Abril y Septiembre-October.<sup>68,70,71</sup>

### **6.3. DESCRIPCIÓN Y EDICIÓN DE LOS DATOS**

Se utilizó la información productiva de crecimiento de las 217 hembras de la raza Limousin desde el nacimiento hasta la edad del primer servicio en el periodo 2004 a 2011 del Módulo de Producción de Bovinos Especializados en Carne del CEIEPAA, FMVZ, UNAM.

Los registros de producción consideran: identificación de la hembra, fechas y pesos corporales (kg) de las vaquillas desde el nacimiento hasta la primera inseminación o monta. La información se clasifico y ordeno en una hoja de cálculo (Microsoft Office Excel 2007®),<sup>72</sup> la base de datos final consistió en: identificación de hembra, edad a la fecha de pesaje (días) calculada como el número de días transcurridos desde el nacimiento hasta la fecha registrada con el peso corporal; identificación de la fecha de la primera inseminación o monta directa, la cual fue el límite de registro de cada una de las hembras; época de nacimiento: Primavera (21 marzo al 20 junio), Verano (21 junio al 22 septiembre), Otoño (23 septiembre al 20 diciembre) e Invierno (21 diciembre al 20 marzo). Se eliminaron del análisis final a todas aquellas vaquillas que no contaran con la fecha a la primera inseminación o monta y las que registraran un peso menor a los 300 kg a la fecha de primera inseminación o monta quedando un total de 110 hembras con 18 pesajes en promedio para un total de 1966 muestreos.

#### **6.4. ANÁLISIS ESTADÍSTICO**

Se realizó un análisis exploratorio obteniendo estadísticas descriptivas y gráficas de dispersión para edad y peso de las vaquillas seleccionadas con el programa SAS 9.0<sup>73</sup> (Anexo 1).



### 6.4.1. MODELO DE REGRESIÓN ALEATORIA

La información de peso corporal se analizó con regresión aleatoria (MIXED de SAS 9.0<sup>73</sup>), utilizando todos los registros de peso corporal y edad del animal, con un rango de 1 hasta 778 días.

Representado como:

$$y_{kml} = \sum_{i=0}^a E_l b_i P(x)_{kl}^i + \sum_{i=0}^b E_l \alpha_{im} P(x)_{kml}^i + e_{kml}$$

Donde  $y_{kml}$  es el  $k$ -ésimo peso corporal, registrado en el  $m$ -ésimo animal, en la  $l$ -ésima época;  $E_l$  es el efecto de la  $l$ -ésima época (Primavera, Verano, Otoño e Invierno);  $b_i$  son coeficientes de la regresión fija para la función de edad de la hembra desde el nacimiento hasta la primera inseminación o monta ( $i = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ );  $\alpha_{im}$  es el  $i$ -ésimo coeficiente aleatorio del  $m$ -ésimo animal ( $\alpha_{0m}$  = intercepto,  $\alpha_{1m}$  = efecto lineal,  $\alpha_{2m}$  = efecto cuadrático,  $\alpha_{3m}$  = efecto cúbico,  $\alpha_{4m}$  = efecto cuártico y  $\alpha_{5m}$  = efecto quíntico) de la curva de crecimiento de las hembras entre el nacimiento y la primera inseminación o monta perteneciente al  $m$ -ésimo animal ( $m = 1, \dots, 110$ ) del  $l$ -ésima época;  $(x)_{kml}^i$  es la  $k$ -ésima observación de la edad, estandarizada, al momento del pesaje, del  $m$ -ésimo animal, perteneciente a la  $l$ -ésima época, elevada a la potencia 0, 1, 2, 3, 4 y 5;  $e_{kml}$  es el error asociado con la observación  $y_{kml}$ .

La unidad de tiempo estandarizada ( $x$ ) fue la edad del animal al momento del pesaje, con un rango de -1 hasta +1, utilizando la siguiente expresión:

$$x = 2 \left( \frac{t - t_{min}}{t_{max} - t_{min}} \right) - 1$$

Donde  $t$  es la edad del animal al momento del pesaje,  $t_{\min}$  es la edad mínima a la que ocurrió el pesaje que fue 1, y  $t_{\max}$  es la edad más larga de pesaje que fue 778.

#### **6.4.2. AJUSTE DE LOS MODELOS Y ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS**

Se estimaron los parámetros de los primeros cinco Polinomios de Legendre a través de la ecuación de unidad de tiempo estandarizada con la información de identificación de hembra, edad a la fecha de pesaje (días), identificación de la fecha de la primera inseminación o monta directa de las 110 hembras (Anexo 2).

Con la inclusión de efectos fijos que modelan la media de la población y de los efectos aleatorios que modelan al animal con el orden de los polinomios de 0 a 5, se generaron 36 modelos; es decir, el primero incluyó  $b_0$  para el efecto fijo y el  $\alpha_{0m}$  para el aleatorio; mientras que el modelo 36 incluyó efectos fijos  $b_5$  y de aleatorios  $\alpha_{5m}$ .

Cada una de los 36 modelos se analizó con las diferentes estructuras de (co)varianzas: No estructurado (UN), Simetría Compuesta (CS), Autoregresiva Tipo I (AR1), Toeplitz (TOEP), Simetría Compuesta con varianzas Heterogéneas (CSH), Autoregresiva Tipo I con varianzas Heterogéneas (ARH1), Toeplitz con varianzas Heterogéneas (TOEPH), para obtener parámetros de varianzas-(co)varianzas, residuales, errores estándar (todos ellos con su respectivas pruebas de significancia) y la estimación de los Criterios de Información, siendo al final 252 modelos posibles. La metodología utilizada fue por medio del procedimiento de modelos mixtos implementado en programa SAS 9.0<sup>73</sup> (Anexo 3).

### 6.4.3. SELECCIÓN DEL MODELO

Se utilizó la prueba de significancia estadística como primera ronda de selección, en donde se busco que el ajuste mínimo de la función de tiempo converja con la variable aleatoria ( $P < 0.05$ ); todos aquellos modelos donde no se cumplió el ajuste, fueron eliminados del estudio.

En la segunda ronda se sometieron los modelos previamente seleccionados a la Solución de Efectos Fijos por época del año ( $b_n$ ) bajo la metodología de modelos mixtos (SAS 9.0<sup>73</sup>) para la eliminación de todos aquellos estimadores que no convergen con el efecto creado por el coeficiente de regresión fijo y que no cumplen la prueba de significancia estadística en todos los parámetros de (co)varianza ( $P < 0.05$ ); todos los que cumplieron dichos requisitos pasaron a la siguiente ronda de eliminación.

La tercera ronda consta de pruebas para la selección del mejor modelo como son los Criterios de Información (-2 Res Log, AIC, AICC y BIC), la prueba de CC (Coeficiente de Concordancia) y el método de Repetibilidad ( $r$ ).

Durante dicha elección se encontraron dos modelos que cumplen con todos los requisitos antes mencionados y con valores óptimos en cada una de las pruebas, por lo que fueron sometidos a la prueba externa de Predicción Relativo del Error (RPE), para la selección del modelo final (el proceso de selección se muestra en el Anexo 4).

Con el modelo final, se estimaron valores predichos en kg con el uso de las ecuaciones de polinomios ortogonales de Legendre. Los tiempos en función a ( $x$ ) fueron: al nacimiento (día 1), al destete (205 días), al año (365 días) y al primer servicio (525 días); elegidos por su importancia productiva y por ser indicadores de crecimiento. Para cada uno de estos

valores se calculó su desviación estándar por el método de predicción de la desviación estándar en cualquier punto de regresión propuesto por Draper y Smith<sup>44</sup> cuya ecuación es la siguiente:

$$SD(\hat{Y}_0) = \sigma^2 \left( \frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2} \right) = \sqrt{\sigma^2 \left( \frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X}_p)^2}{\sigma_x^2} \right)}$$

donde:

$\sigma^2$  = varianza general del modelo

n = número de observaciones utilizadas por el modelo

$X_0$  = valor de tiempo (días) de la predicción deseada

$\bar{X}_p$  = media de los predichos del modelo

$\sigma_x^2$  = varianza de x (tiempo) del modelo

Posteriormente el modelo se sometió a un Análisis de Varianza de los estimadores de los efectos aleatorios para conocer la variación entre épocas y una prueba de comparación múltiple de media (Prueba de Tukey) para determinar la época o que pares de ellas son diferentes.

Los estimadores de efectos aleatorios se modelaron en función a tiempo (x), desde el nacimiento hasta el día 750, con un intervalo de 25 a 50 días por medición (Origin 6.0<sup>74</sup>).

## 7. RESULTADOS

### 7.1. RESULTADOS PRELIMINARES EN LA EVALUACIÓN DE MODELOS

Se evaluaron 252 modelos posibles durante la primera ronda de selección, de los cuales 69 cumplieron con los requisitos mencionados. En la segunda ronda basada en la convergencia y significancia de la Solución de Efectos Fijos.

Solo 10 modelos cumplieron con los requisitos para ser elegidos y sometidos a las pruebas de elección de modelo, estos se destacan por ser de una estructura de (co)varianza No Estructurada (UN), Autoregresiva tipo I (AR1), Simetría Compuesta (SC) y Toeplitz (TOEP) como se muestra en el Cuadro 2.

De los 10 modelos mencionados anteriormente, se eligieron los 2 modelos de mayor ajuste. De acuerdo a el Cuadro 3, los resultados de los procedimientos MIXED de SAS 9.0<sup>73</sup>, las pruebas de convergencia y significancia, los Criterios de Información (-2\*Res Log, AIC, AICC y BIC), Repetibilidad ( $r$ ), Coeficiente de Concordancia (CC), MSPE (Predicción del Cuadro Medio del Error) y RPE (Predicción Relativo del Error), el modelo con mejor ajuste es marcado con la letra B, el cual está constituido por una estructura de (co)varianza Autoregresiva Tipo I (AR1), destacando el valor de RPE (Predicción relativo del Error), de 0.132 para dicho modelo el cual nos indica un nivel aceptable de precisión y predicción.

## **7.2. RESULTADOS EN LA ESTIMACIÓN DE VALORES**

### **PREDICHOS**

En las Figuras 1 y 2 se presenta la distribución de los datos de las vaquillas desde el día 1 hasta los 778 días. Mediante los valores generales estimados del modelo elegido y el método de predicción propuesto por Draper y Smith<sup>44</sup>, se obtuvieron los valores de la media del peso al nacimiento de hembras de la raza Limousin que fue de  $37.98 \pm 5.21$  kg, destete a los 205 días de  $215.05 \pm 5.21$  kg, al año (365 días)  $320.25 \pm 6.86$  kg y al primer servicio de  $404.36 \pm 37.13$  kg en  $525.12 \pm 83.36$  días (Figura 3). El 25% de las hembras fueron inseminadas entre los 450 y 500 días (Figura 4).

En la figura 5 se observa el comportamiento individual y la variación general existente dentro y entre vaquillas. La figura 6 muestra de la misma forma la variación individual en cada época del año, destacando un comportamiento de mayor variación en Verano y dado que es mayor la cantidad de observaciones (pesajes) durante el tiempo (desde el nacimiento hasta la primera inseminación o monta directa) en las épocas de Primavera e Invierno, las curvas de predicción se prolongan; esto podría indicarnos quizá una tardía inseminación o detección del primer celo en algunas vaquillas durante estas épocas del año.

En el Cuadro 4, se pueden observar los estimadores de coeficientes de regresión de cada uno de los efectos fijos y de efectos aleatorios del modelo seleccionado con cada una de las épocas del año.

Para los parámetros fijos ( $b_0$ ,  $b_1$  y  $b_2$ ) y los efectos aleatorios ( $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$ ), no hubo efecto de época del año ( $P>0.01$ ), por lo que la prueba de Tukey concluye que no existen diferencias significativas entre ellas ( $P>0.01$ ).

Para el efecto aleatorio  $\alpha_3$ , los estimadores fueron positivos con excepción de la época de Invierno ( $-5.3\pm 1.8$ ). En Verano se presentó el valor más alto ( $10.5\pm 2.2$ ) y que junto con Invierno fueron significativamente diferentes a las demás ( $P<0.01$ ). Cabe mencionar que los estimadores para Primavera y Otoño no fueron diferentes de 0 ( $P>0.01$ ), pero se mantuvieron en el modelo porque los estimados para los polinomios fueron significativos ( $P<0.01$ ).

Dentro del efecto aleatorio  $\alpha_4$  se observó que las épocas de Primavera, Verano y Otoño muestran diferencias significativas entre sí y que Invierno presenta intercepciones de los parámetros con las épocas de Verano y Otoño. También destaca el hecho de que Primavera es el único estimador positivo ( $6.7\pm 2.6$ ) dentro de dicho efecto, pero junto con Verano no son significativos ( $P>0.01$ ) a diferencia de Otoño e Invierno.

Y por último en  $\alpha_5$ , se presentó significancia ( $P<0.01$ ) en todos los efectos de época siendo parámetros positivos Primavera e Invierno ( $9.7\pm 2.3$  y  $8.4\pm 1.9$  respectivamente), y parámetros negativos Verano ( $-14.8\pm 2.4$ ) y Otoño ( $-11.7\pm 2.3$ ); y que a su vez, muestran diferencias significativas de la misma forma: Primavera-Invierno con respecto a Verano-Otoño.

En el cuadro 5 se muestra los pesos predichos por época en los eventos de importancia económica, como son: día 1= Peso al Nacimiento (registro de pesaje al primer día de vida del animal), día 205= Peso al Destete (edad estándar al destete de bovinos de carne), día

365= Peso al Año (indicador de ganancia de peso post-destete) y día 525 (promedio de días a la primera inseminación o monta); como se puede observar los pesos al nacimiento más altos se registraron en la época de Verano (48.5 kg) y los más bajos en Invierno (37.4 kg); los destetes más pesados y con valores predichos similares son en las épocas de Verano (226.0 kg) y Otoño (224.0 kg); nuevamente Verano destaca por el peso más alto al año de edad (325.6 kg), pero cabe destacar que las épocas restantes tienen valores menores pero semejantes que oscilan entre los 314.7 kg y 318.8 kg; y finalmente, en la época de Primavera e Invierno las hembras superan los 400 kg a la edad promedio de la primera inseminación o monta (403.6 kg y 407.9 kg respectivamente).

Se graficaron los valores predichos por época del año desde el nacimiento hasta los 750 días (Figura 7A). Para un mejor análisis de los resultados obtenidos se dividieron en tres diferentes periodos.

El primer periodo es desde el día 1 hasta los 250 días cubriendo las etapas de nacimiento y destete (Figura 7B), se puede observar que no existen diferencias dadas por la época del año durante los primeros 150 días, posteriormente las curvas de Verano y Otoño se comienzan a diferenciar alcanzando pesos mayores a partir los 175 días, mientras que Primavera e Invierno registran pesos menores y direcciones similares, sugiriendo que el crecimiento no se ve afectado por la época de nacimiento durante los primeros 5 meses de vida de las vaquillas, sino es hasta el periodo que rodea el momento del destete (de 6 a 8 meses) cuando se distinguen los efectos de época con pesos mayores durante el Verano y Otoño.



El siguiente periodo es de los 250 días hasta 425 días (Figura 7C), cubriendo el indicador de crecimiento post-destete (365 días) y la etapa de pubertad; en dicha gráfica se distingue a la curva de Verano por ser la que alcanza pesos más altos en los 8 a 13 meses de edad, las curvas de Primavera e Invierno registran pesos menores pero tienen un comportamiento similar y paralelo, Otoño comienza con un crecimiento medio a los 8 meses pero desciende gradualmente para terminar como el peso más bajo después de los 375 días, mientras que Primavera, Verano e Invierno son similares a los 14 meses.

Finalmente se muestra el periodo de los 425 a los 750 días (Figura 7D), cubriendo la etapa de primer servicio o monta directa; lo que se observa es que a los 15 meses de edad se asemeja el comportamiento en las épocas de Primavera e Invierno superando los 400 kg, y las épocas de Verano y Otoño alcanzan dicho peso aproximadamente un mes después. Las curvas toman un comportamiento irregular después de los 18 meses, siendo Otoño el de mayor desarrollo y Primavera la época de menor rendimiento.

## 8. DISCUSIÓN

Con el objetivo de describir el crecimiento de vaquillas de la raza Limousin, los resultados del presente trabajo muestran las ventajas considerables obtenidas con el uso de nuevas metodologías (modelos mixtos) en relación a los obtenidos en investigaciones anteriores con metodología tradicional (modelos no lineales). Se mostró que los modelos utilizados se ajustan de mejor forma a valores reales al basarse en trayectorias individuales, aumentan la efectividad y facilidad de interpretación de los diferentes valores estimados y no crea supuestos en la forma de la curva porque utilizan la información directa para predecir valores en cualquier punto de la curva de crecimiento.<sup>25,26,75</sup>

De acuerdo a los planes de trabajo del CEIEPAA realizados durante el periodo de estudio,<sup>70,71</sup> así como, de diferentes asociaciones internacionales y nacionales ganaderas de la raza Limousin,<sup>11,12,14</sup> el peso al nacimiento promedio de las hembras es de  $38\pm 3.5$  kg; peso promedio al destete de 7 meses (210 días)  $218\pm 15.5$  kg; peso al año de hembras es  $340\pm 15$  kg y a primer servicio aproximadamente a los 14 meses de edad (425 días) de  $437.5\pm 17.5$  kg;<sup>13,15</sup> por lo que podemos constatar de que las características productivas estimadas del presente trabajo, como son peso al nacimiento, peso al destete y peso al año, cumplen con la descripción de la raza y con diversos estudios desarrollados a partir de dicho hato.

Por otra parte, la característica peso al primer servicio difiere del citado anteriormente, por el hecho de ser un parámetro estricto en el que se calcula que la hembra cumpla su primer parición de manera precoz a los 24 meses (730 días) de edad con peso aproximado de  $437.5\pm 17.5$  kg. Los datos analizados muestran que el promedio a la primera inseminación es a los  $525.12\pm 83.36$  días (17 meses) con un peso de  $404.36\pm 37.13$  kg, alcanzando así

uno de los principales criterios de selección de vaquillas para primer servicio (peso corporal mínimo de 400 kg) aproximadamente de 2 a 3 meses después; y el peso estimado a los 24 meses (730 días) en el modelo es de  $477.46 \pm 2.93$ kg. Probablemente esto puede deberse a factores ambientales, refiriéndonos principalmente al nivel nutricional. Las vaquillas con niveles óptimos de nutrición, obtendrán el peso corporal requerido antes de completar el desarrollo esquelético necesario, ya que éste es dependiente de la edad; por otro lado, las vaquillas con bajo nivel de nutrición requerirán más tiempo para alcanzar el peso corporal crítico.<sup>76</sup>

Algo que se pudo observar durante la evaluación de los modelos con relación a los diferentes Criterios de Información, fue que los valores más bajos siempre se obtuvieron con la prueba -2Log Res; los valores de AIC y AICC fueron muy similares y en ocasiones presentaron el mismo valor y BIC siempre fue el de valor más alto.

Estos criterios fueron escogidos para el estudio debido a su fácil interpretación, a su principio de parsimonia en la construcción de modelos y porque maximiza la entropía de la información para estimar el número de factores explicativos. Sin embargo, en sentido estricto en la selección de modelos, únicamente se sugiere el uso de uno de ellos ya sea para reducir la pérdida de información, por los tipos de efectos involucrados, por el número de parámetros y la cantidad de información que lo respalda.<sup>39,48</sup>

Debido a que en esta simulación se asume que existe un modelo correcto y que es de dimensión finita, es de esperar que los criterios de eficiencia (AIC y AICC) cumplan con la expectativa estadística de conceptualizar a la variable respuesta como muestras

aleatorias independientes con la misma distribución; por lo que AIC podría ser el Criterio de Información más adecuado en este tipo de análisis.<sup>47</sup>

Una de las pruebas más utilizadas para la evaluación de modelos es el Coeficiente de Determinación ( $R^2$ ); que se caracteriza por determinar la calidad del modelo para replicar los resultados y la proporción de variación que puede explicarse por el modelo. Uno de los inconvenientes al utilizar este coeficiente es que aumenta cuando se incluyen variables en los modelos, incluso cuando tienen baja correlación con la variable dependiente, y para resolverlo se utiliza un Coeficiente de Determinación Corregido ( $\hat{R}^2$ ).<sup>59,77</sup> Dentro de las propuestas para la evaluación de los modelos se encuentra un nuevo índice de reproducibilidad llamado Coeficiente de Concordancia (CC) introducido por Lin.<sup>60,61</sup> Dentro de sus ventajas se encuentra que es una prueba adecuada para evaluar variables respuesta, mide la correlación entre diferentes tiempos mediante la variación de la relación lineal de  $45^\circ$  de inclinación a través del origen; esto es, no solo mide la variación de la observación a la línea de ajuste (precisión), sino también el grado de variación entre el ajuste con respecto a la línea de  $45^\circ$  de inclinación (exactitud).<sup>59,60,61</sup>

Otra prueba utilizada para la evaluación entre modelos fue la llamada Evaluación Externa propuesta por Rook,<sup>62,63</sup> en donde su mayor exponente es la Predicción Relativa del Error (RPE). Este criterio nos ayuda a definir la exactitud, precisión y robustez de un modelo a partir de la media del sesgo (diferencia entre valores actuales y predichos), variación del sesgo, la pendiente de regresión y el coeficiente de correlación.<sup>39,64</sup>

Cuando se comparan diferentes criterios de selección, es importante evaluar la calidad de respuesta en diferentes puntos de tiempo; en donde se plantea la cuestión de si el nuevo

ensayo o herramienta pueden reproducir los resultados de igual manera o mejor que los tradicionales.<sup>77</sup> Los diferentes criterios y herramientas aplicadas en este estudio se desempeñaron de una manera óptima y satisfactoria. Las ecuaciones y los cálculos pueden llegar a ser más complejos pero aumentan la precisión y exactitud de la selección del modelo, lo que ayuda a ser más efectivo en la obtención de los resultados. Por lo que se ha comprobado que las metodologías y herramientas propuestas son altamente confiables y recomendables para investigaciones futuras.

La estación del año en que nace una becerro ha sido estudiada como un factor ambiental que influye en los criterios de selección de hembras a primer servicio como son peso y edad, y por lo tanto afecta la aparición de la pubertad; aunque en muchas ocasiones el efecto de estación del año puede estar confundido con la alimentación debido a la producción estacional de forrajes.<sup>76</sup> Desde el punto de vista práctico, la inferencia de estos factores en el comienzo de la pubertad hay que considerarla en el sentido de cuál es el peso y edad mínima necesaria para que determinada raza sea susceptible de alcanzar la pubertad, y se considera que esta se obtiene entre 60-65% del peso adulto en la mayoría de las razas bovinas.<sup>78</sup>

Resultados obtenidos en un trabajo previo sobre el comportamiento productivo (con el uso de modelos no lineales) en vientres del hato Limousin en estudio, determinan el peso adulto de las hembras en  $674.6 \pm 117.0$  kg entre los 4.6 a 5.08 años.<sup>68</sup> Diferentes instituciones y asociaciones ganaderas, afirman que el peso adulto de las hembras Limousin es de 600 a 700 kg.<sup>11,12,14</sup> Según los resultados obtenidos por medio de modelos mixtos, si tomamos el 60% como indicador mínimo de crecimiento al entrar la pubertad,

con un peso promedio de 650kg, podemos decir que las hembras cumplen dicho parámetro cuando alcanzan un peso de 390kg a la edad aproximada de 16.5 meses (500 días).

Dado que el modelo utilizado cuenta con un límite de 778 días como máximo, no se puede realizar una proyección de peso y edad adulta fuera de este límite, pero cabe constatar que los cálculos se aproximan de manera acertada a datos reales, lo cual prueba el alto grado de asertividad del estudio realizado.

En el análisis de estimaciones de los parámetros, podemos observar dos resultados trascendentales; uno es que durante los primeros 5 meses (150 días) de vida de las vaquillas, no existen diferencias estadísticas en el registro del crecimiento. Esto puede ser dado a que el 60 a 70% del peso del becerro al destete depende en gran medida de la habilidad lechera de la madre y el porcentaje restante corresponde al alimento o pasto ingerido directamente por el becerro.<sup>79</sup> Como sabemos, la raza Limousin se caracteriza por su alta habilidad materna y por el alto porcentaje de becerros destetados por vaca;<sup>12,14,80</sup> lo cual indica que existe un alto efecto materno durante los primeros meses de vida, independientemente de la época del año en que nazcan las vaquillas.

Un programa propuesto por el Módulo de Bovinos Productores de Carne del CEIEPAA, consiste en habilitar dentro de los alojamientos de las hembras con sus crías un área de libre acceso para los becerros con restricción para las vacas (“Creep feeding”) donde se pueda ofrecer alimento sólido desde temprana edad; con el objetivo de inducir el consumo de alimento y así tratar de hacer más temprana la transformación de lactantes a pre-rumiantes y con ello acelerar la tasa de crecimiento. La meta esperada es destetar a los becerros con más de 200 kg de peso corporal en un tiempo aproximado de 5 meses de

edad.<sup>70,71</sup> Actualmente las vaquillas a la edad de 150 días alcanzan un peso promedio de  $176.65 \pm 5.1$  kg, lo que es alejado de la meta esperada, pero hay que tomar en cuenta que dicho programa no se ha llevado a cabo de manera formal, el cual podría ser un avance importante en la cosecha y comportamiento productivo de los becerros.

El otro resultado importante durante las estimaciones de los parámetros es que el crecimiento post-destete hasta el primer servicio, si se ve afectado por la época del año.

La estación del año implica grados de luminosidad, humedad y temperatura que son características de una determinada época, y que de acuerdo con la especie, puede actuar acelerando o retardando el advenimiento de la pubertad. En general, parece que la estación influye en la pubertad de las vaquillas así también como su época de nacimiento (siendo Primavera y Verano las más destacadas); esto parece estar condicionado por una serie de mecanismos o controles en interacciones ambientales, sistema nervioso y reproductivos.<sup>76,81,82,83</sup> Schillo<sup>84</sup> menciona que el desarrollo folicular es más regular en Primavera y Otoño que en el periodo de Invierno. Sin embargo, el factor ambiental que sigue siendo el de mayor influencia durante el crecimiento es la alimentación, como ya se menciono anteriormente.

## **8.1. APLICACIONES**

Los análisis a los que fueron sometidos los datos, arrojan resultados descriptivos acerca del comportamiento que tiene el crecimiento en las vaquillas de la raza Limousin, y con ellos se pueden tomar decisiones sobre hato en el aspecto productivo y reproductivo para potencializar su eficiencia. Hasta el día de hoy, el manejo reproductivo del hato se enfoca

en inseminaciones artificiales durante todo el año, con dos empadres en los meses de Marzo-Abril y Septiembre-Octubre, por lo tanto los nacimientos y destetes están distribuidos durante todo el año, como se puede observar en el Cuadro 6.

Uno de los objetivos principales en el Módulo de Bovinos Productores de Carne del CEIEPAA, FMVZ, UNAM; es determinar una sola época de empadre y una época de inseminación para calendarizar las actividades de forma anual, sin perder eficiencia en la producción.<sup>70,71</sup>

Un aspecto a considerar en la producción, es el hecho de que para optimizar la eficiencia reproductiva de un hato manejado en pastoreo, se requiere establecer una época corta de inseminaciones o apareamientos.<sup>76</sup> Numerosos estudios señalan que bajo esas condiciones, las vaquillas que tienen su primer becerro al inicio de la época de pariciones, continúan pariendo al principio de esta época en años subsecuentes y destetan becerros más pesados.<sup>83</sup>

Las comparaciones de los resultados en este estudio (cuadro 8), nos permite concluir los siguientes puntos:

- En la comparación de los valores esperados entre los empadres, podemos observar que el más adecuado para obtener vaquillas que cumplen en el menor tiempo posible el criterio de peso mínimo para el primer servicio es el de Marzo-Abril; ya que es el primero en registrar mayores pesos al destete y el segundo a los 525 días. El empadre de Septiembre-Octubre se ve beneficiado en la parte de peso al nacimiento y al año. Las actividades productivas de ambos empadres durante el año se pueden observar en la Figura 8.



- Cuando comparamos el crecimiento por nacimiento en las diferentes épocas del año, podemos concluir lo siguiente:
  1. Las etapas de crecimiento donde se esperan mejores resultados son con nacimientos en Verano y Otoño. Los pesos esperados en éstas épocas son los más altos al nacimiento, destete y 525 días; por lo que se sugiere utilizar uno o ambos sistemas para aumentar la eficiencia del hato (Figura 9).
  2. La época de Invierno registra su nivel más alto en los destetes, por lo cual podemos recomendar utilizar éste sistema para la venta de becerros al destete. Los nacimientos en Primavera se pueden utilizar como venta de vaquillas aproximadamente a los 14-15 meses de edad, ya que presentan un crecimiento óptimo durante el destete y el año de edad, y que posteriormente disminuye la ganancia de peso alcanzados los 500 días (Figura 10).

Uno de los objetivos en el CEIEPAA es determinar una sola época de empadre y como ya se mencionó anteriormente, es recomendable utilizar una sola época de parición.<sup>70,71</sup>

Por los resultados demostrados en el presente estudio, se recomienda lo siguiente:

- Elegir el empadre de Marzo-Abril y la época de nacimientos en Verano, ya que son los que pueden maximizar las características productivas de importancia económica del hato de una manera favorable y eficiente. Las actividades productivas de ambos sistemas se pueden observar en la Figura 11.

## 9. CONCLUSIÓN

- El crecimiento de los animales en pastoreo se ve afectado por el efecto de época, principalmente por factores externos como la cantidad y calidad del forraje.
- Los análisis a los que fueron sometidos los datos, arrojan resultados descriptivos acerca del comportamiento que tiene el crecimiento en las vaquillas de la raza Limousin, y con ellos se pueden tomar decisiones para mejorar el manejo productivo y reproductivo del hato.
- El análisis de las estructuras de (co)varianzas permite identificarlas correlaciones entre las mediciones en el crecimiento de los individuos; en este estudio se observó que a medida que éstas se alejan la correlación es menor.
- El modelo seleccionado para la descripción del crecimiento incluye en efectos fijos hasta el polinomio de segundo grado, mientras que para los efectos aleatorios fue hasta el polinomio de grado cinco.
- El uso de las metodologías propuestas cumplen con todas las expectativas, por lo que son altamente recomendables para estudios posteriores.
- La metodología del presente estudio puede servir como referencia para futuros trabajos que busquen describir el crecimiento animal.

## 9. REFERENCIAS

1. Koivula M, Sevón-Aimonen M, Strandén I, Matilainen K, Serenius T, Stalder K, Mäntysaari E. Genetic (co)variances and breeding value estimation of Gompertz growth curve parameters in Finnish Yorkshire boars, gilts and barrows. *J Anim Breed Genet.* 2008; 125:168-175.
2. Agudelo D, Cerón M, Restrepo L. Modelación de funciones de crecimiento aplicadas a la producción animal. *Rev Colomb Cienc Pecu.* 2008; 21:39-58.
3. Parks J. A Theory of feeding and growth of animals. Advanced series in agricultural sciences. 1<sup>st</sup> ed. Australia: Springer-Verlag, 1982.
4. Forbes TD, Rouquette FM, Holloway JW. Comparison among Tuli-, Brahman-, and Angus-sired heifers: intake, digesta kinetics, and grazing behavior. *J. Anim. Sci.* 1998; 76(1):220-227.
5. Mendoza MG, Ricalde VR. Suplementación de bovinos en crecimiento en pastoreo. Leche. Libro de texto, Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Xochimilco. México: UAM-UX, 1996.
6. Gompertz B. On the nature of the function expressive of the law of human mortality, and on a new mode of determining a value of life contingencies. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London.* 1825; 115:513-585.
7. Domínguez-Viveros J, Rodríguez Almeida F, Núñez Domínguez R, Ortega-Gutiérrez J, Ramírez-Valverde R, Santellano-Estrada E, *et al.* Ajuste de modelos de regresión aleatoria en evaluaciones genéticas de bovinos Tropicarne. *Agrociencia* 2011; 45(3):325-337.

8. Pinheiro J, Douglas M. Statistics and computing mixed effects models in S and S-Plus. 1<sup>st</sup> ed. USA: Springer, 2000.
9. Meyer K. Modeling repeated records: covariance functions and random regression models to analyze animal breeding data. 6<sup>th</sup> World Congr. Genet. Appl. Livest. Prod. 1998; 25:517-520.
10. Sakaguti ES, Silva MA, Quaas RL. Avaliação do crescimento de bovinos jovens da raça Tabapuã, por meio de análise de funções de covariância. Revista Brasileira de Zootecnia. 2003; 32(4):864-874.
11. Centro de Enseñanza CEIEPAA (Tequisquiapan) Querétaro, México: Sistemas de Producción. UNAM, FMVZ. [citado 2013/Agosto/18] Disponible en:  
<http://www.fmvz.unam.mx/fmvz/centros/ceiepaa/produccion.html>
12. Asociación Mexicana de Criadores de Ganado Limousin: Acerca de la raza. AMCGL, México, [serial online] 2013. [citado 2013/Agosto/23] Disponible en:  
<http://www.limousinmexico.com/web2/>
13. Asociación Colombiana de Criadores de Ganado Limousin: Acerca de la raza. ACCGL, Colombia, [serial online] 2013. [citado 2013/Agosto/23] Disponible en:  
<http://www.limousincolombia.org/asolimousin/>
14. Oklahoma State University. Breeds of Livestock: Limousin, [serial online] 1995. [citado 2013/Agosto/25]. Disponible en: <http://www.ansi.okstate.edu/breeds/cattle/>
15. North American Limousin Foundation. Limousin [serial online] 2010. [citado 2013/Noviembre/5]. Disponible en:  
<http://www.nalf.org/whychooselimousin.php>

16. British Limousin Cattle Society: Limousin, [serial online] 2012. [citado 2013/Noviembre/5]. Disponible en: <http://limousin.co.uk/2013/Noviembre/5>.
17. Facultad de Medicina Veterinaria y Zootecnia, UNAM: Raza Limousin, FMVZ, UNAM; México, [serial online] 2001. [citado 2013/Noviembre/5]. Disponible en: <http://www.fmvz.unam.mx/fmvz/enlinea/bovinos/limousin.htm>
18. Quintero-Moreno A, Rojas N, Aranguren-Méndez JA, Soto-Castillo G, Durán Atencio DE. Efecto de la suplementación y la época de nacimiento sobre el crecimiento predestete de becerras mestizas. *Rev Cien FCV-LUZ*. 1997; 7(2):75-82.
19. Román-Ponce H. Potencial de producción de los bovinos en el trópico de México. Libro de Texto. Instituto Nacional de Investigaciones Pecuarias, SARH. Centro Experimental Pecuario; México. 1981; 394-429.
20. López D, Hernández I. Características de crecimiento a la incorporación de hembras 5/8 Holstein 3/8 cebú. *Rev Cubana de Cs Vet*. 1989; 20:301.
21. Salisbury G, Van Demark N, Lodge J. *Physiology of reproduction and artificial insemination of cattle*. 1<sup>st</sup> ed. USA: W.H. Freeman and Company, 1978.
22. Church D, Pond W, Pond K. *Fundamentos de nutrición y alimentación de animales*. 2<sup>da</sup> ed. México: Limusa Wiley, 2010.
23. Lawrence T, Fowler V. *Growth of farm animals*. 2<sup>nd</sup> ed. UK: CABI Publishing, 2002.
24. Naser F, Van Wyk J, Fair M, Lubout P. Genetic evaluation of growth traits in beef cattle using random regression models. *S. Afr. J. Anim. Sci*. 2012; 42(1):474-477.
25. Martínez CA, Elzo M, Manrique C, Grajales LF, Jiménez A. Random regression models for estimation of covariance functions, genetic parameters and prediction of

- breeding values for Rib Eye Area in a Colombian *Bos indicus*-*Bos Taurus* multibreed cattle population. Rev. Col. Est. 2012; 35(2):309-330.
26. Mota RR, Marques L, Lopes PS, da Silva LP, Hidalgo AM, Leite CD, *et al.* Random regression models in the evaluation of the growth curve of Simbrasil beef cattle. Genet. Mol. Res. 2013; 12(1):528-536.
  27. Kratochvilova M, Hyanková L, Fólder F. Growth curve analysis in cattle from early maturity and mature body size viewpoints. J. Animal Sci. 2002; 47:125-132.
  28. Littell R, Milliken G, Stroup W, Wolfinger R, Schabenberger O. SAS® for mixed models. 2<sup>nd</sup> ed. USA: SAS® Institute Inc, 2006.
  29. Spiegel M. Teoría y problemas de variable compleja. 1<sup>st</sup> ed. México: McGraw-Hill, 1971.
  30. Hernández H, Nuñez L. Series de polinomios ortogonales. Universidad de los Andes. Colombia: SABER-ULA, 2010.
  31. Montero R. Efectos fijos o aleatorios: test de especificación. Documentos de Trabajo en Economía Aplicada. Universidad de Granada. España; 2011.
  32. Kaps M, Lamberson W. Biostatistics for animal science an introductory text. 2<sup>nd</sup> ed. USA: CABI Publishing, 2004.
  33. Chuck K. Guidelines for selecting the covariance structure in mixed model analysis. In Proceedings of the Trirtieth annual SAS® users group International Conference, No. 198-30; April 2005; Portage (Michigan) USA. SAS® Institute Inc, 2005:1-8.
  34. Meyer K, Hill WG. Estimation of genetic and phenotypic covariance functions for longitudinal or repeated records by Restricted Maximum Likelihood. Animal Genetics and Breeding Unit, University of New England. Australia. 1997; (1-16).

35. Medina-Peralta S, Vargas-Villamil L, Navarro-Alberto J, Canul-Pech C, Peraza-Romero S. Comparación de medidas de desviación para validar modelos son sesgo, sesgo constante o proporcional. *Pub. UCiencia*. 2010; 26(3):255-263.
36. Hamilton MA. Model validation: an annotated bibliography. *Communications in Statistics: Theory and Methods*. 1991; 20:2207-2266.
37. Tedeschi LO. Assessment of the adequacy of mathematical models. *Agricultural Systems*. 2006; 89:225-247.
38. Yang J, Greenwood DJ, Rowell DL, Wadsworth GA, Burns IG. Statistical methods for evaluating a crop nitrogen simulation model. *Agricultural Systems*. 2000; 64:37-53.
39. Schermelleh-Engel K, Moosbrugger H, Muller H. Evaluating the Fit of structural equation Models: Tests of significance and descriptive goodness-of-Fit measures. *Methods of Psychological Research*. 2003; 8(2):23-74.
40. Hoyle R. *Handbook of structural equation modeling*. 1<sup>st</sup> ed. USA: The Guilford Press, 2012.
41. Barrett P. Structural equation modeling: Adjudging model fit. *Personality and Individual Differences*. 2007; 42:815-824.
42. Joreskog KG, Sorbom D. *Analysis of linear structural relationships by maximum likelihood and least squares methods*. (Research Report 81-8). Sweden: University of Uppsala; 1981.
43. Seber G. *Lineal regression analysis*. 1<sup>st</sup> ed. USA: John Wiley and Sons Inc, 1977.
44. Draper N, Smith H. *Applied regression analysis*. 2<sup>nd</sup> ed. USA: John Wiley and Sons Inc, 1981.
45. Tsai CL, Cai Z, Wu X. The examination of residual plots. *Statistica Sinica*. 1998; 8:445-465.

46. Lee S, Hershberger S. A simple rule for generating equivalent models in covariance structure modeling. *Multivariate Behavioral Research*. 1990; 25:313-334.
47. Gurka MJ. Selecting the best linear mixed model under REML. *The American Statistical Association*. 2006; 60(1):19-26.
48. Forni S, Piles M, Blasco A, Varona L, Oliveira HN, Lobo RB, *et al.* *J. Anim. Sci.* 2008; 87:496-506.
49. Arnold SJ, Bennett AF. Behavioural variation in natural populations. III: Antipredator displays in the garter snake *Thamnophis radix*. *Animal Behaviour*. 1984; 32:1108-1118.
50. Dohm MR. Repeatability estimates do not always set an upper limit to heritability. *Functional Ecology*. 2002; 16:273-280.
51. Van Vleck L. Selection index and introduction to mixed model methods. 1<sup>st</sup> ed. USA: CRC Press, 1993.
52. Hayes JP, Jenkins SH. Individual variation in mammals. *Journal of Mammalogy*. 1997; 78:274-293.
53. Cameron N. Selection indices and prediction of genetic merit in animal breeding. 1<sup>st</sup> ed. UK: CABI Publishing, 1997.
54. Neter J, Wasserman W. Applied linear statistical models. 1<sup>st</sup> ed. USA: Richard D. Irwin Inc, 1974.
55. Falconer DS, Mackay TF. Introduction to Quantitative Genetics, 4<sup>th</sup> ed. England: Longman, 1996.
56. Mrode R. Thompson R. Linear models for the prediction of animal breeding values. 2<sup>nd</sup> ed. UK: CABI Publishing, 2005.



57. Van Vleck L, Pollak E, Oltenacu E. Genetics for the animals science. 1<sup>st</sup> ed. USA: W.H. Freeman and Company, 1987.
58. Schmidt G, Van Vleck L. Principles of dairy science. 1<sup>st</sup> ed. USA: W.H. Freeman and Company, 1974. King TS, Chinchilli VM. Robust and extended estimators of the concordance correlation coefficient. Proceedings of the Annual Meeting of the American Statistical Association; 2001, August 5-9. Pennsylvania USA.
59. Lin LI. A concordance correlation coefficient to evaluate reproducibility. Biometrics. 1992; 45:255-268.
60. Lin LI. Assay validation using the concordance correlation coefficient. Biometrics. 1992; 48:599-604.
61. Rook JS, Scholman G, Wing-Proctor S, Shea M. Diagnosis and control of neonatal losses in sheep. Vet Clin North Am Anim. Pract. 1990; 6(3):531,562.
62. Hayirli A, Grummer RR, Nordheim EV, Crump PM. Models for predicting dry matter intake of Holstein during the prefresh transition period. Journal of Dairy Science. 2003; 86:1771-1779.
63. Fuentes-Pila J, De Lorenzo MA, Beede DK, Staples CR, Holter JB. Evaluation of equations based on animal factors to predict intake of lactating Holstein cows. J. Dairy Sci. 1996; 79(9):1562-1571.
64. Bahreini M, Asghar A. A comparison of neural network and nonlinear regression predictions of sheep growth. J. Anim. Vet. Adv. 2010; 9(16):2128-2131.
65. INEGI. Cuaderno Estadístico Municipal, Tequisquiapan, Estado de Querétaro. México (Querétaro): Instituto Nacional de Estadística e Informática, 1994.
66. INEGI. División Territorial del Estado de Querétaro de Arteaga de 1810 a 1995. México (Querétaro): Instituto Nacional de Estadística e Informática. 1997.

67. Jiménez-Medrano M. Comparación de modelos matemáticos no lineales para describir el comportamiento productivo de vientres Limousin en un modelo de pastoreo intensivo en el altiplano (tesis de licenciatura). Distrito Federal, México: Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Medicina Veterinaria y Zootecnia, 2012.
68. Trigo-Tavera F. El complejo respiratorio infeccioso de los bovinos y ovinos. *Ciencia Veterinaria*. 1987; 4:1-36.
69. Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Medicina Veterinaria y Zootecnia. Centro de Enseñanza, Investigación y Extensión en Producción Animal en Altiplano (CEIEPAA). Plan de Trabajo 2008. Tequisquiapan (Querétaro) México: UNAM, FMVZ; 2008.
70. Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Medicina Veterinaria y Zootecnia. Centro de Enseñanza, Investigación y Extensión en Producción Animal en Altiplano (CEIEPAA). Plan de Trabajo 2010. Tequisquiapan (Querétaro) México: UNAM, FMVZ; 2010.
71. Microsoft Office Excel® 2007. Microsoft Corporation® [computer program] version 2007.(USA): Windows Microsoft Corporation® 2007.
72. SAS® Institute Inc. The SAS System for Windows [computer program] version 9.0. NC (USA): SAS® Institute Inc, 2002.
73. Origin® Lab Corporation. Origin Pro® 8 SR0 [computer program] version 8.0724 (B724). Northampton (UK): Origin® Lab Corporation 1991-2007.
74. Schaeffer L. Application of random regression models in animal breeding. *Livestock Production Science*. 2004; 86:35-45.

75. González-Padilla E. La aparición de la pubertad en vaquillas. *Cienc Vet.* 1978; 2:293-314.
76. Stell RG, Torrie JH. Principles and procedures of statistics with special reference to the biological science. 2<sup>nd</sup> ed. USA: McGraw Hill, 1960.
77. INIFAP, SAGARPA. Selección y manejo reproductivo de la hembra bovina productora de carne y de doble propósito en pastoreo. Manual de capacitación. México (D. F.): Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias, 2011.
78. Taylor RE, Field TG. Beef production and management decisions. 3<sup>rd</sup> ed. USA: Prentice-Hall, Inc., 1999.
79. Gasque R, Posadas E. Razas de Ganado Bovino en México. FMVZ, UNAM [serial online] 2001 [citado 2013/Agosto/21]. Disponible en:  
<http://www.fmvz.unam.mx/fmvz/enlinea/bovinos/limousin.htm>
80. Bavera G, Bocco O, Beguet H, Petryna A. Crecimiento, desarrollo y precocidad. Curso de producción bovina de carne, FAV UNRC. 2005; [Descargado 2013/agosto/9; citado 2013/octubre/5]. Disponible en:  
<http://www.produccion-animal.com.ar/>
81. Blasco A. La descripción del crecimiento: Informe Técnico ocasional n°6. Valencia: Universidad Politécnica de Valencia. 1999; [Descargado 2012/octubre/8; citado 2013/agosto/16]. Disponible en:  
<http://www.dcam.upv.es/dcia/Download/ITO6.PDF>
82. Short RE, Bellows RA. Relationships among weight gains, age at puberty and reproductive performance in heifers. *Anim. Sci.* 1973; 36: 1-5.

83. Schillo KK, Hall J, Hielman S. Effects of nutrition and season on the onset of puberty in the beef heifer. *J. Animal. Sci.* 1992; 70:3994-3996.
84. Mandal A, Huang WT, Bhandari SK, Basu A. Goodness-of-fit testing in growth curve models: A general approach based on finite differences. *Computational Statistics and Data Analysis.* 2011; 55:1086-1098.
85. SAS® Customer Support [computer program]. Version 9.0 NC (USA): SAS® Institute Inc, 2002.
86. Littell R, Henry P, Ammerman C. Statistical analysis of repeated measures data using SAS procedures. *J. Anim. Sci.* 1998; 76:1216-1231.
87. Hanford K. *Statistics 892: Mixed Models.* 2005; [Descargado 2013/Julio/22; citado 2013/Agosto/20]. Disponible en: [ftp://tech.obihiro.ac.jp/suzuki/mixed\\_model.pdf](ftp://tech.obihiro.ac.jp/suzuki/mixed_model.pdf)

## 10. CUADROS Y FIGURAS

Cuadro 1. Estructuras de varianzas y (co)varianzas más utilizadas en mediciones repetidas.

Estructura de (co)varianza	NÚMERO DE PARÁMETROS	(i,j) ÉSIMO ELEMENTO
UN	$t(t+1)/2$	$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}$
CS	2	$\sigma_{ij} = \sigma_1 + \sigma^2 1(i = j)$
AR(1)	2	$\sigma_{ij} = \sigma^2 \rho^{ i-j }$
TOEP	t	$\sigma_{ij} = \sigma_{ i-j +1}$
CSH	t+1	$\sigma_{ij} = \sigma_i \sigma_j [\rho 1(i \neq j) + 1(i = j)]$
ARH	t+1	$\sigma_{ij} = \sigma_i \sigma_j \rho^{ i-j }$
TOEPH	2t-1	$\sigma_{ij} = \sigma_i \sigma_j \rho_{ i-j }$

UN= No estructurado; CS= Simetría Compuesta; AR(1)= Autoregresiva Tipo I; TOEP= Toeplitz; CSH= Simetría Compuesta con heterogeneidad de varianzas; ARH= Autoregresiva con heterogeneidad de varianzas; TOEPH= Toeplitz con heterogeneidad de varianzas.

Cuadro 2. Criterios de Información al ajustar el modelo de efectos mixtos para medidas repetidas considerando diferentes estructuras de (co)varianza.

M	Polinomio de Legendre		E(co)	Criterios De Información					
	Fijo	Aleatorio		-2*Res Log	AIC	AICC	BIC	r	CC
1	p0	p0,p1,p2	UN	18490.4	18504.4	18504.5	18523.6	0.82	0.89
2	p0,p1	p0,p1,p2	UN	18024.9	18038.9	18039.0	18058.2	0.69	0.94
3	p0,p1,p2	p0,p1	UN	17990.4	17998.4	17998.4	18009.3	0.57	0.92
4	p0	p0,p1,p2	AR(1)	18961.7	18967.7	18967.7	18975.9	0.98	0.96
5	p0,p1	p0,p1,p2, p3,p4,p5	AR(1)	17951.4	17957.4	17957.4	17965.6	0.66	0.97
<b>6*</b>	<b>p0,p1,p2</b>	<b>p0,p1,p2, p3,p4,p5</b>	<b>AR(1)</b>	<b>17746.3</b>	<b>17752.3</b>	<b>17752.3</b>	<b>17760.5</b>	<b>0.62</b>	<b>0.98</b>
7	p0	p0,p1	CS	19321.2	19327.2	19327.2	19335.4	0.96	0.89
8	p0,p1	p0,p1,p2, p3	CS	17996.7	18002.7	18002.7	18010.9	0.64	0.92
<b>9*</b>	<b>p0,p1,p2</b>	<b>p0,p1,p2, p3</b>	<b>CS</b>	<b>17846.0</b>	<b>17852.0</b>	<b>17852.0</b>	<b>17860.2</b>	<b>0.47</b>	<b>0.98</b>
10	p0,p1,p2	p0,p1,p2	TOEP	17864.4	17872.4	17872.4	17883.4	0.62	0.93

\*Modelos Seleccionados para la prueba de Predicción Relativo del Error (RPE); M = número de modelo. E (co) = Estructura de (co)varianza; r = Repetibilidad; -2\*Res Log = -2\*Residual Log (Likelihood); AIC = Criterio de Información Akaike; AICC = Criterio de Información Akaike Corregido; BIC = Criterio de Información Bayesiano. UN = No estructurado; AR(1) = Autoregresiva Tipo I; CS = Simetría Compuesta; TOEP = Toeplitz.

Cuadro 3. Resultados de las pruebas comparativas realizadas a los modelos finales a partir de ajustar el modelo de efectos mixtos para medidas repetidas considerando dos estructuras de (co)varianza.

	<b>Modelo A</b>	<b>Modelo B</b>
Efecto Fijo	p0, p1, p2	p0, p1, p2
Efecto Aleatorio	p0, p1, p2, p3	p0, p1, p2, p3, p4, p5
Estructura de (co)varianza	CS	AR(1)
-2*Res Log	17868.4	17618.0
AIC	17874.4	17624.0
AICC	17874.4	17624.0
BIC	17882.7	17632.3
<i>R</i>	0.47	0.62
CC	0.984	0.985
RPE	0.142	0.132

-2\*Res Log = -2\*Residual Log (Likelihood); AIC = Criterio de Información Akaike; AICC = Criterio de Información Akaike Corregido; BIC = Criterio de Información Bayesiano. CS = Simetría Compuesta; AR(1) = Autoregresiva Tipo I. *r* = Repetibilidad; CC = Coeficiente de Concordancia; MSPE = Predicción del Cuadro Medio del Error; RPE = Predicción Relativo del Error.

Cuadro 4. Efecto de época sobre los parámetros fijos y aleatorios de crecimiento en vaquillas de la raza Limousin.

Efecto	Parámetro	Épocas del año			
		Primavera	Verano	Otoño	Invierno
Fijo	$b_0$	311.4±4.9**	306.0±4.9**	312.3±3.7**	317.2±3.9**
	$b_1$	224.7±8.5**	200.0±9.0**	214.2±5.8**	233.5±6.3**
	$b_2$	-39.8±8.3*	-72.1±8.8*	-45.6±6.5*	-28.7±4.3*
Aleatorio	$\alpha_0$	310.4±3.9**	314.6±4.0**	313.5±3.9**	312.0±3.3**
	$\alpha_1$	221.3±2.2**	218.8±2.3**	218.0±2.2**	221.7±1.8**
	$\alpha_2$	-42.4±1.8*	-47.6±1.9*	-43.1±1.8*	-42.3±1.5*
	$\alpha_3$	1.2±2.1 <sup>b</sup>	10.5±2.2** <sup>a</sup>	1.5±2.1 <sup>b</sup>	-5.3±1.8* <sup>b</sup>
	$\alpha_4$	6.7±2.6 <sup>a</sup>	-3.8±2.7 <sup>b</sup>	-18.9±2.6* <sup>c</sup>	-7.3±2.2* <sup>bc</sup>
	$\alpha_5$	9.7±2.3** <sup>a</sup>	-14.8±2.4* <sup>b</sup>	-11.7±2.3* <sup>b</sup>	8.4±1.9** <sup>a</sup>

\*\* Estimador del parámetro mayor que 0 (Prueba de t,  $P < 0.01$ ). \* Estimador del parámetro menor que 0 (Prueba de t,  $P < 0.01$ ). <sup>a,b,c</sup> Efecto de época con distinta literal (Prueba de Tukey,  $P < 0.01$ ).



Cuadro 5. Valores predichos de pesos corporales (kg) por época del año al día 1, 205, 365 y 525.

ÉPOCA DE NACIMIENTO DE LAS VAQUILLAS	Día			
	1	205	365	525
PRIMAVERA	42.4	209.6	318.8	403.6
VERANO	48.5	226.0	325.6	396.8
OTOÑO	43.5	224.6	315.7	399.1
INVIERNO	37.4	211.7	314.7	407.9

Cuadro 6. Calendario anual de actividades con etapas de importancia productiva.

	INVIERNO			PRIMAVERA			VERANO			OTOÑO		
	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
NACIMIENTO												
DESTETE (7MESES)												
PS (17 MESES)												
NACIMIENTO												
DESTETE (7MESES)												
PS (17 MESES)												
NACIMIENTO												
DESTETE (7MESES)												
PS (17 MESES)												
NACIMIENTO												
DESTETE (7MESES)												
PS (17 MESES)												
EMPADRE MARZO-ABRIL												
NACIMIENTO												
DESTETE (7MESES)												
PS (17MESES)												
EMPADRE SEPTIEMBRE-OCTUBRE												
NACIMIENTO												
DESTETE (7MESES)												
PS (17 MESES)												

Mes: Ene=enero, Feb=febrero, Mar=marzo, Abr=abril, May=mayo, Jun=junio, Jul=julio, Ago=agosto, Sep=septiembre, Oct=octubre,

Nov=noviembre, Dic=diciembre; PS= Primer Servicio de vaquillas.

Cuadro 7. Propuesta de calendario anual de actividades, con un periodo de Inseminación y empadre.

	INVIERNO			PRIMAVERA			VERANO			OTOÑO		
	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
PERIODO DE IA												
NACIMIENTO												
DESTETE (8MESES)												
PS (17 MESES)												
EMPADRE												
NACIMIENTO												
DESTETE (8MESES)												
PS (17 MESES)												

Mes: Ene=enero, Feb=febrero, Mar=marzo, Abr=abril, May=mayo, Jun=junio, Jul=julio, Ago=agosto, Sep=septiembre, Oct=octubre, Nov=noviembre, Dic=diciembre; IA=Inseminación Artificial; PS=Primer Servicio de vaquillas.

Cuadro 8. Comparación ordinal de los valores predichos de pesos corporales por época del año a lo largo del ciclo productivo en los días 1, 205, 365 y 525.

	Días			
	1	205	365	525
Empadre Marzo-Abril	Diciembre <sup>2</sup> Enero <sup>4</sup>	Julio <sup>1</sup> Agosto <sup>1</sup>	Diciembre <sup>3</sup> Enero <sup>4</sup>	Mayo <sup>2</sup> Junio <sup>2</sup>
Empadre Septiembre-October	Junio <sup>3</sup> Julio <sup>1</sup>	Enero <sup>3</sup> Febrero <sup>3</sup>	Junio <sup>2</sup> Julio <sup>1</sup>	Noviembre <sup>3</sup> Diciembre <sup>3</sup>
Nacimientos en Invierno	Enero <sup>4</sup> Febrero <sup>4</sup> Marzo <sup>4</sup>	Agosto <sup>1</sup> Septiembre <sup>1</sup> Octubre <sup>2</sup>	Enero <sup>4</sup> Febrero <sup>4</sup> Marzo <sup>4</sup>	Junio <sup>2</sup> Julio <sup>4</sup> Agosto <sup>4</sup>
Nacimientos en Primavera	Abril <sup>3</sup> Mayo <sup>3</sup> Junio <sup>3</sup>	Noviembre <sup>2</sup> Diciembre <sup>2</sup> Enero <sup>3</sup>	Abril <sup>2</sup> Mayo <sup>2</sup> Junio <sup>2</sup>	Septiembre <sup>4</sup> Octubre <sup>3</sup> Noviembre <sup>3</sup>
Nacimientos en Verano	Julio <sup>1</sup> Agosto <sup>1</sup> Septiembre <sup>1</sup>	Febrero <sup>3</sup> Marzo <sup>3</sup> Abril <sup>4</sup>	Julio <sup>1</sup> Agosto <sup>1</sup> Septiembre <sup>1</sup>	Diciembre <sup>3</sup> Enero <sup>1</sup> Febrero <sup>1</sup>
Nacimientos en Otoño	Octubre <sup>2</sup> Noviembre <sup>2</sup> Diciembre <sup>2</sup>	Mayo <sup>4</sup> Junio <sup>4</sup> Julio <sup>1</sup>	Octubre <sup>3</sup> Noviembre <sup>3</sup> Diciembre <sup>3</sup>	Marzo <sup>1</sup> Abril <sup>2</sup> Mayo <sup>2</sup>

<sup>1,2,3,4</sup> Posiciones de los valores de predichos por época del año en orden de mayor a menor, siendo (1) el predicho más alto o pesado y (4) el más bajo o ligero.

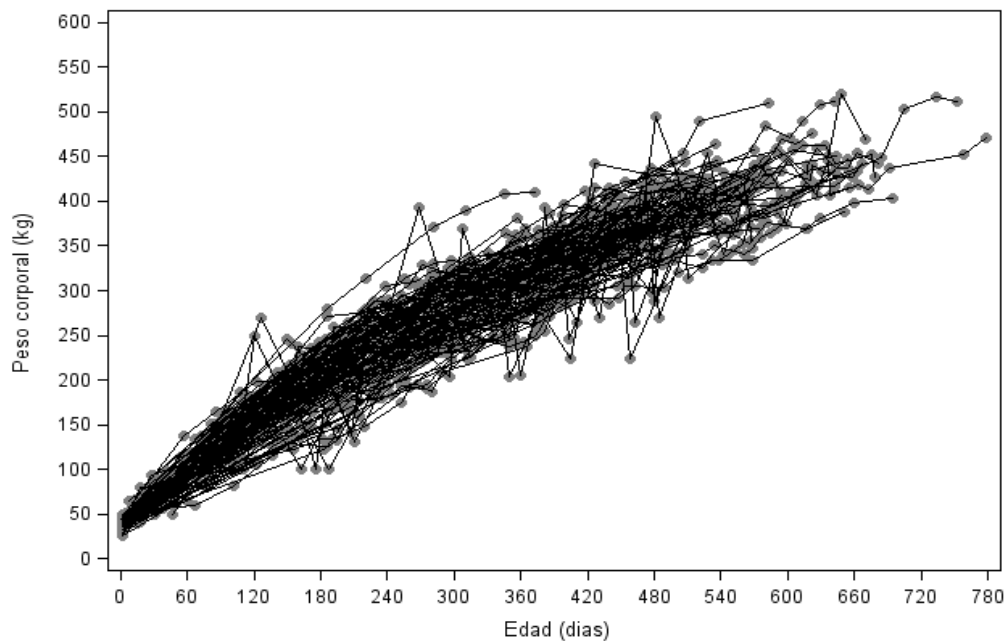


Figura 1. Curva de crecimiento individual en vaquillas de raza Limousin desde el nacimiento a primera inseminación o monta directa.

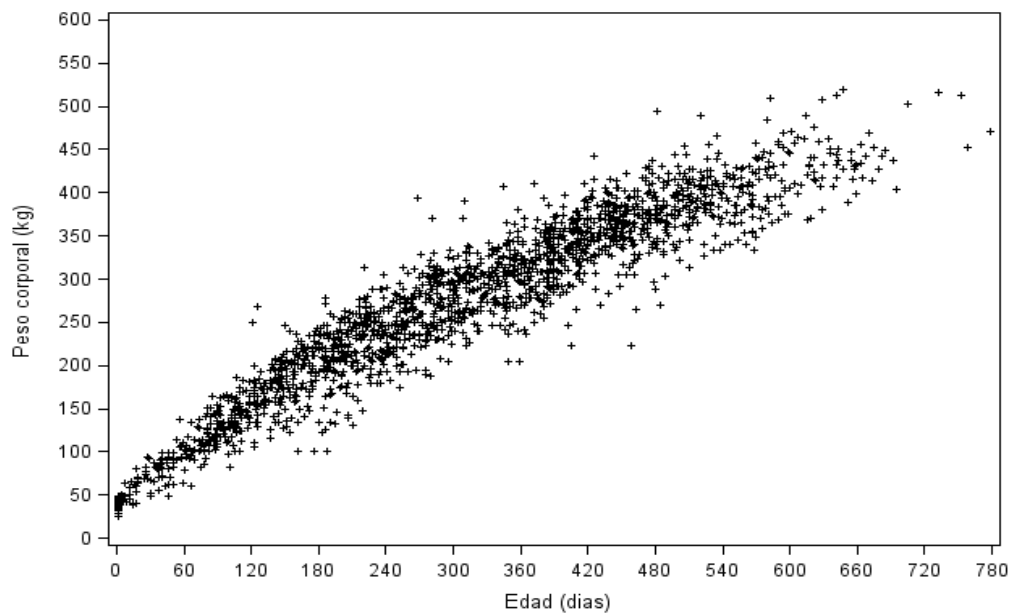


Figura 2. Muestra la dispersión de los pesajes en vaquillas de la raza Limousin desde el nacimiento hasta la primera inseminación o monta directa.

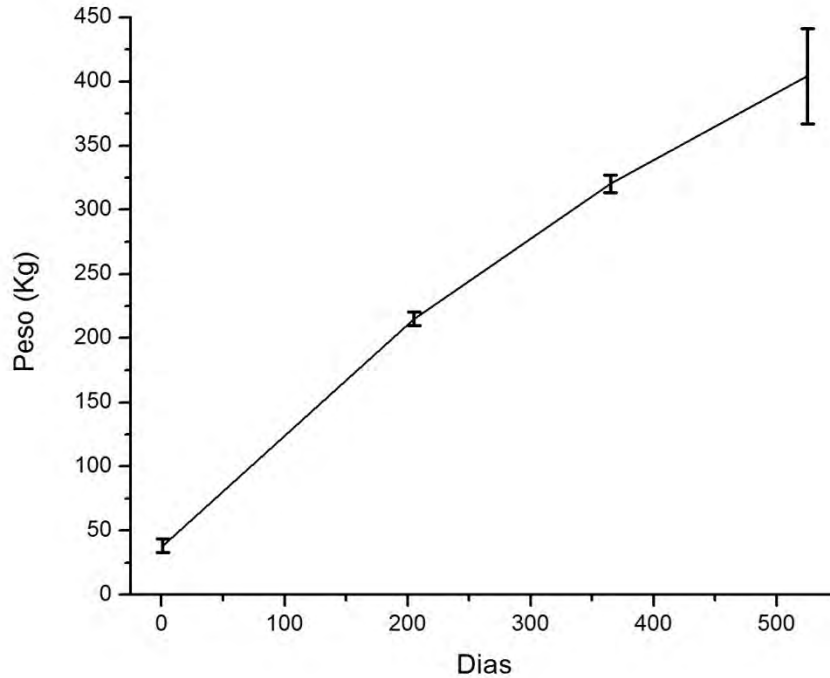


Figura 3. Proyección lineal del crecimiento promedio de hembras de la raza Limousin, con peso al nacimiento ( $37.98 \pm 5.21$  kg), destete a los 205 días ( $215.05 \pm 5.21$  kg), al año ( $320.25 \pm 6.86$  kg), y al primer servicio a los 525 días ( $404.36 \pm 37.13$  kg).

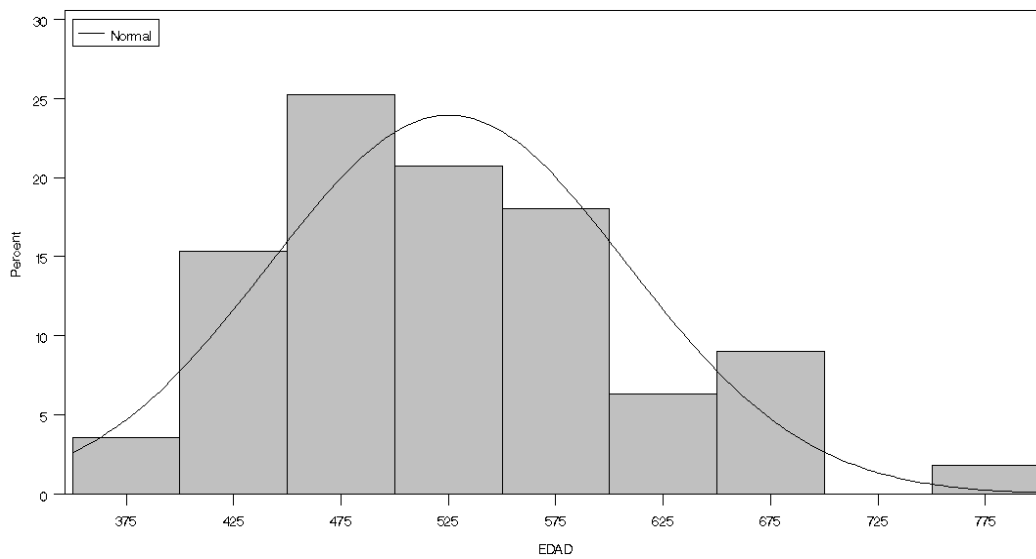


Figura 4. Distribución de las frecuencias de edad en el momento de las inseminaciones o montas directas.

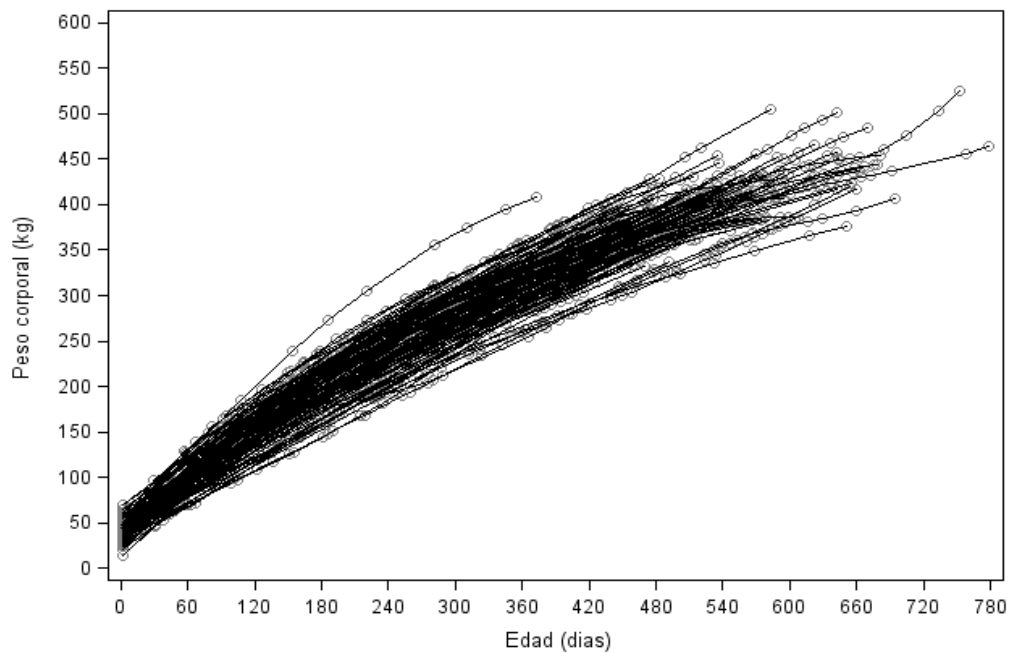


Figura 5. Curva predicha del crecimiento individual en vaquillas de la raza Limousin desde el nacimiento hasta la primera inseminación o monta directa.

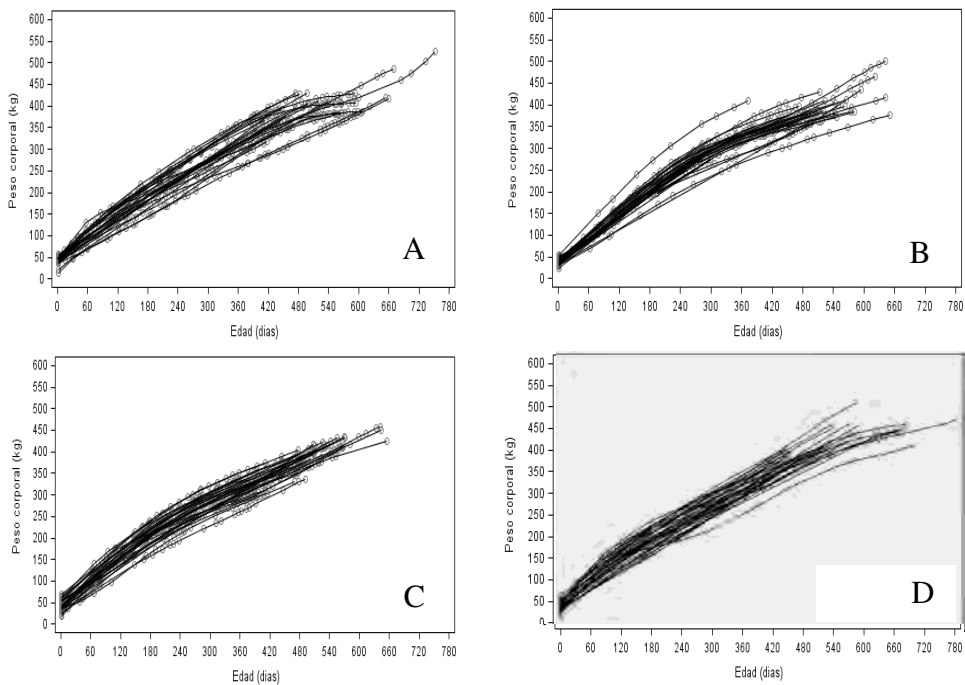


Figura 6. Curvas predichas del crecimiento individual por época en vaquillas de la raza Limousin. A= Primavera, B= Verano, C= Otoño y D= Invierno.

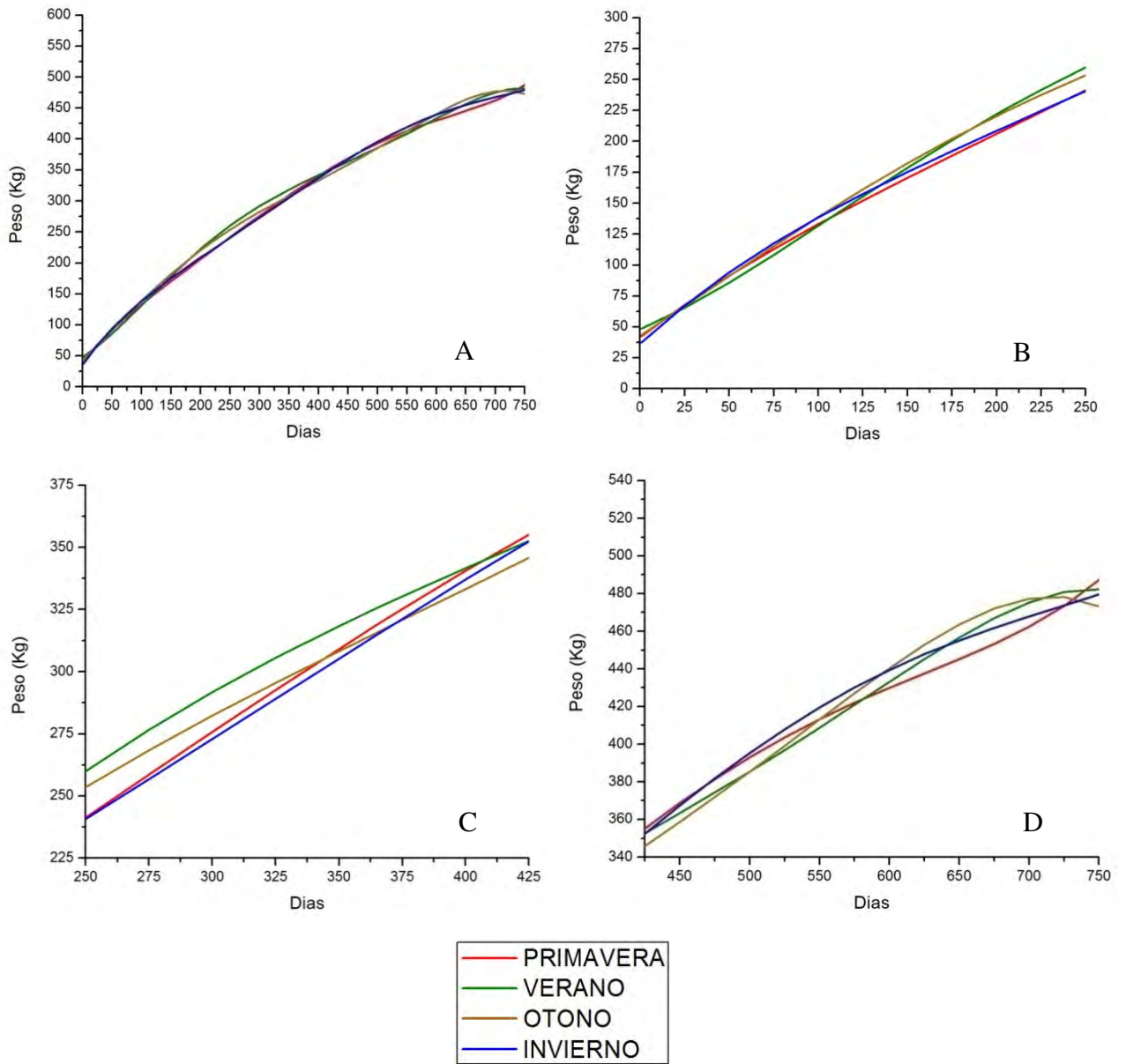
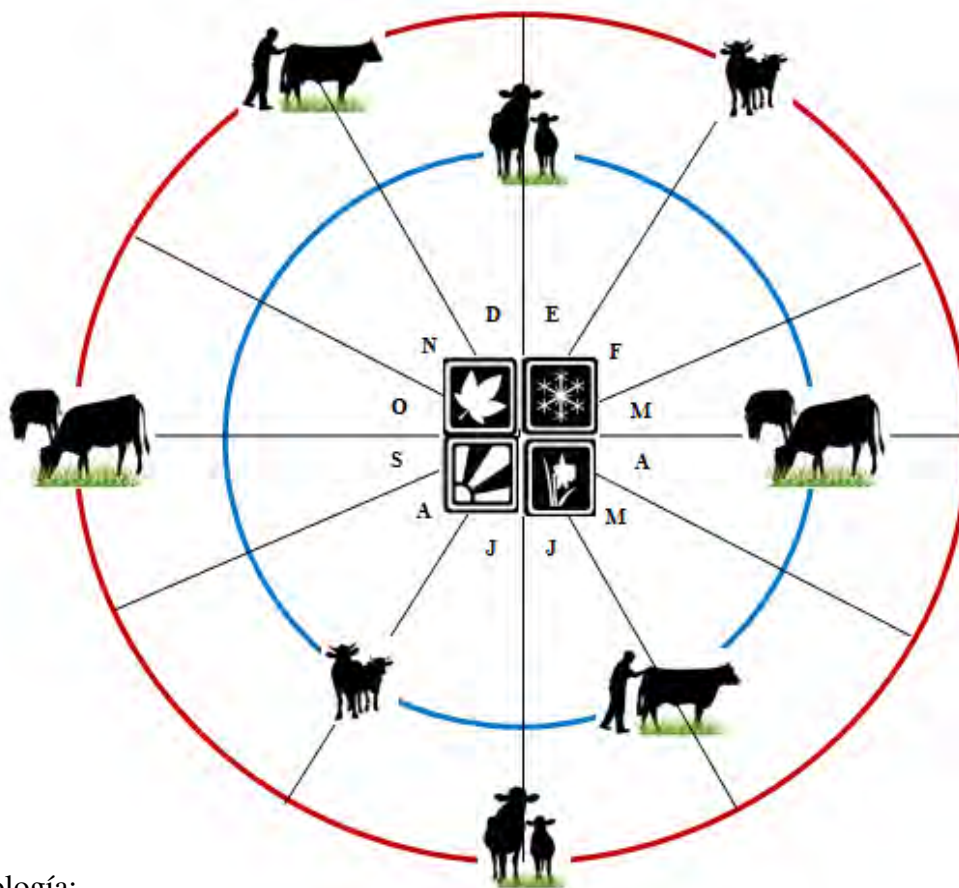


Figura 7. Curvas predichas de efectos de época en el crecimiento de vaquillas de la raza Limousin. A= nacimiento hasta los 750 días; B= nacimiento hasta los 250 días. C= 250 días hasta 425 días, y D= 425 días hasta 750 días.

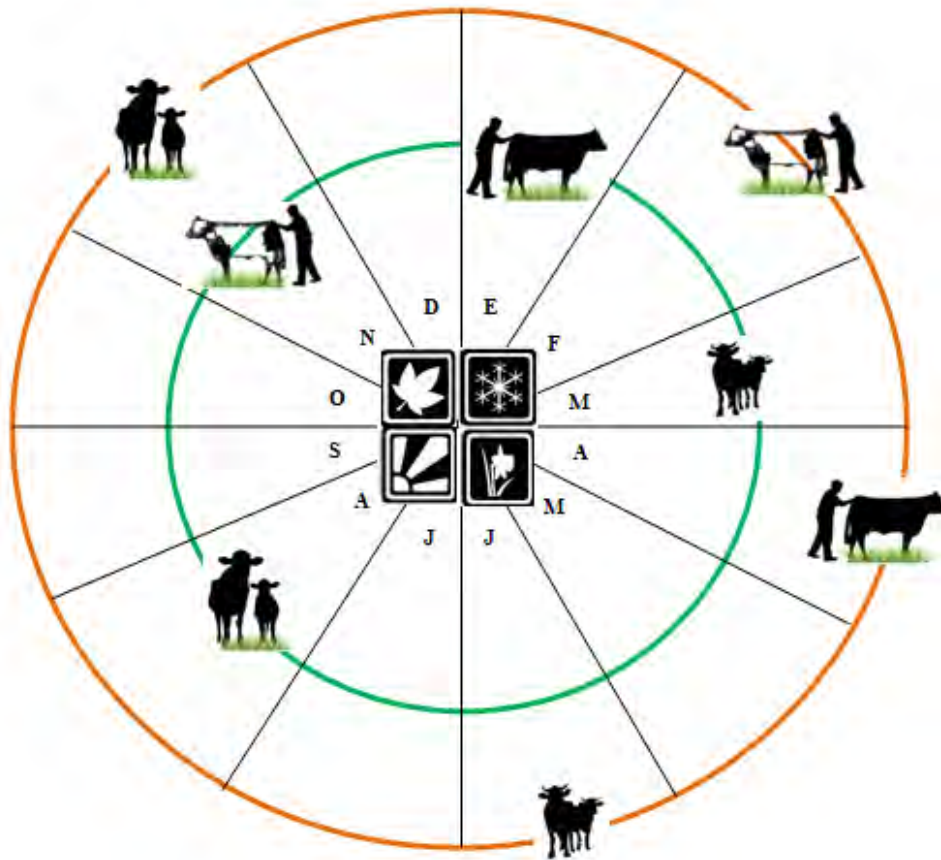




Simbología:

	Ciclo productivo con empadre en SEP-OCT		Epoca de Empadre		Primavera
	Ciclo productivo con empadre en MAR-ABR		Inseminación Artificial		Verano
			Epoca de Nacimientos		Otoño
			Epoca de Destetas		Invierno

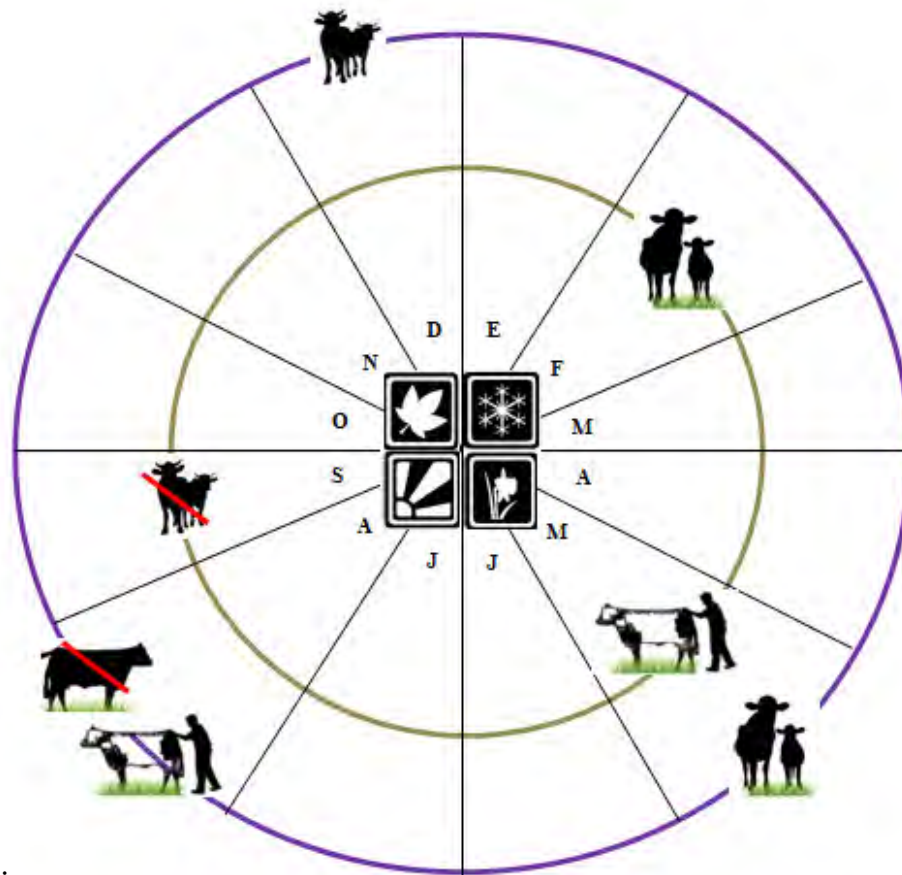
Figura 8. Representación de las diferentes actividades en un año productivo con relación a los empadres de Marzo-Abril y Septiembre-October. Se tomo en cuenta una gestación aproximada de 9 meses, lactancia de 7 meses y edad de primer servicio a los 17 meses. Meses del año en forma secuencial: E=Enero; F=Febrero; M=Marzo; A=Abril; M=Mayo; J=Junio; J=Julio; A=Agosto; S=Septiembre; O=October; N=Noviembre; D=Diciembre.



Simbología:



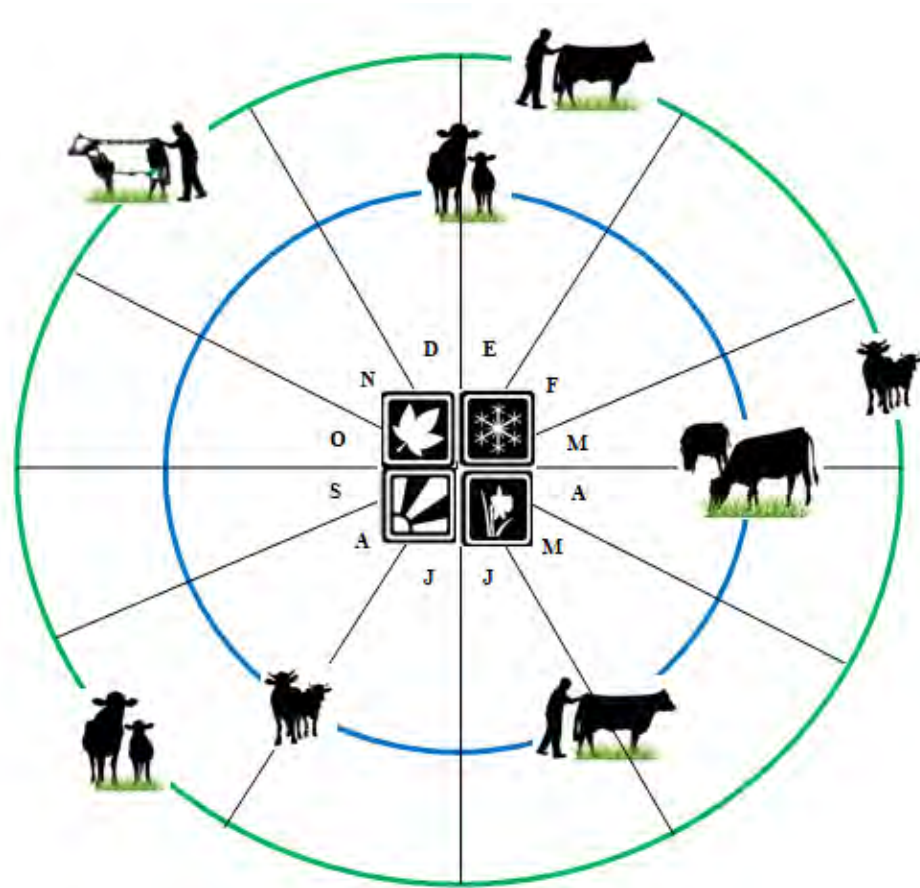
Figura 9. Representación de las diferentes actividades en un año productivo con relación a los nacimientos en Verano (Julio-Agosto-Septiembre) y Otoño (Octubre-Noviembre-Diciembre). Se tomo en cuenta una gestación aproximada de 9 meses, lactancia de 7 meses y edad de primer servicio a los 17 meses. Meses del año en forma secuencial: E=Enero; F=Febrero; M=Marzo; A=Abril; M=Mayo; J=Junio; J=Julio; A=Agosto; S=Septiembre; O=Octubre; N=Noviembre; D=Diciembre.



Simbología:



Figura 9. Representación de las diferentes actividades en un año productivo con relación a los nacimientos en Primavera con venta de vaquillas a los 15 meses de edad; y con nacimientos en Invierno con venta de becerros a los 7 meses de edad. Se tomo en cuenta una gestación aproximada de 9 meses, lactancia de 7 meses y edad de primer servicio a los 17 meses. Meses del año en forma secuencial: E=Enero; F=Febrero; M=Marzo; A=Abril; M=Mayo; J=Junio; J=Julio; A=Agosto; S=Septiembre; O=Octubre; N=Noviembre; D=Diciembre.



Simbología:



Figura 9. Representación de las diferentes actividades en un año productivo con relación a los nacimientos en Verano (Julio-Agosto-Septiembre) y empadre en Marzo-Abril. Se tomo en cuenta una gestación aproximada de 9 meses, lactancia de 7 meses y edad de primer servicio a los 17 meses. Meses del año en forma secuencial: E=Enero; F=Febrero; M=Marzo; A=Abril; M=Mayo; J=Junio; J=Julio; A=Agosto; S=Septiembre; O=Octubre; N=Noviembre; D=Diciembre.

## 11. ANEXOS

Anexo 1. Instrucciones del programa SAS 9.0<sup>73</sup> para la obtención de estadísticas descriptivas y gráficas de dispersión.

---

```
DATA GJMM13;
INPUT ID$ FECHA$ PESO EDAD EPOCA SERVICIO;
DATALINES;
. . . . .
RUN;
PROC MEANS DATA=GJMM13;VAR EDAD PESO;
CLASS SERVICIO;
RUN;
PROC SORT DATA=GJMM13;by ID$;
PROC SGPLOT DATA= GJMM13;
scatter y=PESO x=EDAD / MARKERATTRS=(color,symbol);
series y=peso x=EDAD/group=NUMERO lineattrs=(Color=" "
Pattern=solid Thickness=0.25);
yaxis min=" " max=" ";
yaxis label='PESO CORPORAL(kg)'values=(0 to 600 by 50);
xaxis label='EDAD(DIAS)'values=(1 to 1000 by 50);
RUN;QUIT;
```

---

Explicación:

Con la instrucción DATA definimos el nombre del archivo; la acción INPUT especifica el orden y nombre de las variables, algunas con clave alfanumérica (\$); y el DATALINES indica la secuencia de los datos en las siguientes líneas. Posteriormente se realiza un análisis descriptivo de las variables EDAD y PESO por medio del PROCMEANS definiendo como clase el SERVICIO. Con el PROC SORT se ordenan las observaciones en un nuevo conjunto de datos en base a la variable alfanumérica ID\$ para crear gráficas de regresión y dispersión con diferentes opciones que nos permiten controlar la apariencia y características adicionales, como leyendas y parámetros de los valores en los ejes X y Y. Se finaliza cada una de las acciones con la orden RUN para ejecutar los procedimientos especificados y QUIT para terminar la sesión de programación.<sup>32,73,85,86,87,88</sup>

Anexo 2. Instrucciones del programa SAS 9.0<sup>73</sup> para la estimación de los parámetros de los primeros cinco polinomios de Legendre a través de la ecuación de unidad de tiempo estandarizada.

---

```
TITLE 'POLINOMIOS DE LEGENDRE';
DATA ANIMAL; SET GJMM13;
/*parameters for Legendre polynomials*/
  x=-1+2*((t-tmin)/(tmax-1));
  p0=1;
  p1=x;
  p2=(1/2)*((3*x**2)-1);
  p3=(1/2)*((5*x**3)-(3*x));
  p4=(1/8)*((35*x**4)-(30*x**2)+3);
  p5=(1/8)*((63*x**5)-(70*x**3)+(15*x));

RUN;QUIT;
```

---

Explicación:

Se forma una base de trabajo con el nombre ANIMAL, que se origina del archivo externo GJMM13 por medio del comando SET; se transcribieron los parámetros requeridos para el cálculo de los polinomios de Legendre, iniciando con la ecuación de unidad de tiempo estandarizado ( $x$ ); y continuando con los niveles de polinomios que se utilizarán durante este estudio. Se finaliza con la orden RUN para ejecutar los procedimientos especificados y QUIT para terminar la sesión de programación.<sup>32,73,85,86,87,88</sup>

Anexo 2. Instrucciones del programa SAS 9.0<sup>73</sup> para la estimación de los efectos fijos y aleatorios con las diferentes estructuras de (co)varianzas.

---

```
TITLE 'ESTIMACION DE EFECTOS FIJOS Y ALEATORIOS';
PROC MIXED DATA=ANIMAL IC COVTEST MAXITER=500 SCORING=15
EMPIRICAL METHOD=REML CONVH=1E-2;
CLASS EPOCA EDAD ANIMAL;
MODEL PESO = p0 ... pn / noint solution outp=ind_predict
RESIDUAL OUTPM=mean_predicttad residual ddfm=con;
RANDOM p0 ... pn / solution subject=ANIMAL TYPE=AR(1)gcorr;
ODS OUTPUT solutionf=fixed solutionr=random;
RUN;QUIT;
```

---

Explicación:

El procedimiento MIXED nos permite ajustar una variedad de modelos mixtos para realizar inferencias estadísticas sobre el DATA especificado. La declaración IC COVTEST proporciona inferencias estadísticas para los parámetros de (co)varianza como pruebas de significancia que se basan en la relación de verosimilitud, se programaron diferentes opciones como el MAXITER que limita el número de iteraciones, SCORING que automatiza procesos para mejorar el desempeño y reducir tiempo para los resultados, EMPIRICAL METHOD ajusta los errores estándar y las pruebas estadísticas que afectan los parámetros fijos con resultados de Métodos Restringidos de Máxima Verosimilitud (REML) y con un valor de tolerancia en el criterio de convergencia relativa (COVH). Se definieron las CLASS, los efectos fijos utilizados en MODEL con soluciones para las medias y los residuales, los efectos aleatorios en RANDOM con las diferentes estructuras de covarianza en TYPE con soluciones mixtas y aleatorias. Se finaliza con la orden RUN para ejecutar los procedimientos especificados y QUIT para terminar la sesión de programación.<sup>32,73,85,86,87,88</sup>

Anexo 4. Diagrama de flujo con la metodología de la selección de modelo seguida durante el estudio.

