



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MEXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN
INGENIERIA

FLUJO TRIDIMENSIONAL Y TRANSFERENCIA DE CALOR EN UNA
CAVIDAD TRIANGULAR

T E S I S

QUE PARA OPTAR EL GRADO DE:

DOCTOR EN INGENIERÍA

INGENIERÍA MECÁNICA - TERMOFLUIDOS

P R E S E N T A:

RAFAEL CHÁVEZ MARTÍNEZ

TUTOR:

DR. FRANCISCO JAVIER SOLORIO ORDAZ

CD. UNIVERSITARIA 2012.



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Jurado Asignado:

PRESIDENTE: Dr. Jaime Gonzalo Cervantes de Gortari
SECRETARIO: Dr. Federico Méndez Lavielle
VOCAL: Dr. Francisco Javier Solorio Ordaz
1ER SUPLENTE: Dr. Enrique Geffroy Aguilar
2DO SUPLENTE: Dr. José Roberto Zenit Camacho

Lugares donde se realizó la tesis:

Los experimentos para este trabajo se realizaron en el laboratorio de Termofluidos de la Facultad de Ingeniería y en el laboratorio de Reología del Instituto de Materiales, ambos de la UNAM.

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Francisco J. Solorio Ordaz.

firma

Agradecimientos

Muchas personas colaboraron de uno u otra forma en el desarrollo de esta tesis, el orden en el que los menciono no significa una mayor o menor participación, espero no herir sentimientos. A mi familia por su apoyo y palabras de aliento. Al Dr. Francisco Solorio Ordaz por su paciencia, apoyo y conocimiento. A los doctores Jaime Cervantes de Gortari, Federico Méndez Lavielle, Rubén Ávila Rodríguez por sus enseñanzas y comentarios en la elaboración de la tesis. Al Dr. Roberto Zenit por sus comentarios tan acertados, el haber facilitado su laboratorio y equipo para la elaboración de algunos experimentos. A los compañeros y amigos de los laboratorios de Termofluidos y de Reología: Oscar, Israel, Abraham, Jorge, Eduardo, Mauricio, Ana Kin, Carlos, René, Ernesto, Juan, Royer, Carolina, si omití a alguien ruego me disculpen. A Daniel, Conchita y Ponce por su apoyo en la construcción de los modelos experimentales, pláticas y consejos. A la DGEP por otorgarme la beca para que realizara los estudios de posgrado.

A todos muchas gracias.

“La inteligencia consiste no solo en el conocimiento,
sino también en la destreza de aplicar los
conocimientos en la práctica”
Aristóteles.

CONTENIDO

| | |
|--|------|
| <i>Nomenclatura</i> | .vi |
| <i>Resumen</i> | viii |
| <i>Abstract</i> | ix |
| INTRODUCCIÓN | 1 |
| Motivación. | 1 |
| Objetivos. | 1 |
| Estructura de la tesis. | 2 |
| CAPÍTULO 1 | |
| ANTECEDENTES | 4 |
| 1.1 Trabajos sobre la convección natural en cavidades. | 5 |
| 1.2 Topología de los patrones de flujo. | 8 |
| CAPÍTULO 2 | |
| DESARROLLO EXPERIMENTAL | 11 |
| 2.1 Definición general del problema. | 11 |
| 2.2 Modelo experimental. | 11 |
| 2.3 Monitoreo de temperatura. | 14 |
| 2.4 Técnica PIV. | 15 |
| 2.4.1 Equipo PIV. | 18 |
| 2.5. Estructuras de inclinación. | 19 |
| 2.6 Adquisición de datos. | 20 |
| 2.6.1 PIV 2-D. | 21 |
| 2.6.2 PIV-estereoscópico. | 22 |
| CAPÍTULO 3 | |
| RESULTADOS | 24 |
| 3.1 Visualización de los patrones de flujo. | 25 |
| 3.2 Resultados PIV-2D. | 28 |
| 3.1.1 Validación de la condición de bidimensionalidad del flujo. | 28 |
| 3.2.2 Flujo bidimensional. | 33 |
| 3.2.3 Flujo tridimensional. | 45 |
| 3.2.4 Efecto del ángulo de inclinación. | 46 |
| 3.2.5 Efecto del número de Rayleigh. | 46 |

| | |
|--|------------|
| 3.2.6 Flujo volumétrico. | 53 |
| 3.3 Resultados PIV-estereoscópico. | 55 |
| 3.3.1 Flujo tridimensional. | 55 |
| 3.3.2 Flujo en transición. | 56 |
| 3.3.3 Flujo bidimensional. | 59 |
| 3.3.4 Efecto del número de Rayleigh. | 62 |
| 3.3.5 Efecto de θ | 65 |
| 3.4 Formación de los patrones convectivos. | 67 |
| | |
| CAPÍTULO 4 | |
| CONCLUSIONES. | .69 |
| | |
| APÉNDICE A | |
| Análisis dimensional de fenómeno de la transferencia de calor en una cavidad tridimensional | .71 |
| | |
| APÉNDICE B | |
| Tabla B1. Diferencia de temperaturas para los números de Rayleigh manejados . . . | .75 |
| | |
| APÉNDICE C | |
| Resultados experimentales. | .76 |
| | |
| Bibliografía. | .88 |

Nomenclatura

| | |
|-------------|--|
| A_D | relación de forma profundidad/altura de la cavidad, D/H . |
| A_L | relación de forma largo/altura de la cavidad, L/H . |
| B_C | Fuerza de flotación en la pared caliente. |
| B_T | Fuerza de flotación en la pared fría. |
| B_{NC} | Componente normal de la fuerza de flotación, pared caliente. |
| B_{TC} | Componente tangencial de la fuerza de flotación, pared caliente. |
| B_{NF} | Componente normal de la fuerza de flotación, pared fría. |
| B_{TF} | Componente tangencial de la fuerza de flotación, pared fría. |
| CCD | charge-coupled device (dispositivo de carga acoplada). |
| CMOS | complementary metal oxide semiconductor (semiconductor oxido metálico complementario). |
| D | profundidad de la cavidad, [m]. |
| d_p | diámetro de las partículas trazadoras, [μm]. |
| g | gravedad, [m/s^2]. |
| Gr | número de Grashof, $g\beta H^3(T_C - T_F)/(v^2)$. |
| H | altura de la cavidad, [m]. |
| K | conductividad térmica, W/mK . |
| L | largo de la cavidad, [m]. |
| PIV | particle image velocimetry (velocimetría por imágenes de partículas). |
| PC-PA | vértice formado por las paredes caliente y adiabática. |
| PC-PF | vértice formado por las paredes caliente y fría. |
| PF-PA | vértice formado por las paredes fría y adiabática. |
| Pr | número de Prandtl, ν/α . |
| Q | flujo volumétrico, (m^3/s) |
| Ra | número de Rayleigh, $g\beta H^3(T_C - T_F)/(\nu\alpha)$. |
| Ra_C | número de Rayleigh crítico. |
| Ra_θ | número de Rayleigh, $g\beta H^3(T_C - T_F)\cos(\theta)/(\nu\alpha)$. |
| S | tensor de deformación, $\frac{1}{2}[\nabla u + (\nabla u)^T]$ |
| T_C | temperatura de la pared caliente, [$^\circ\text{C}$]. |
| T_F | temperatura de la pared fría, [$^\circ\text{C}$]. |
| T_m | temperatura promedio, $(T_C + T_F)/2$, [K] |
| Nd:YAG | neodymium-doped yttrium aluminium garnet. |
| u | componente de la velocidad en el eje X, [m/s]. |
| v | componente de la velocidad en el eje Y, [m/s]. |
| v_p | velocidad de la partícula, [m/s]. |
| w | componente de la velocidad en el eje Z, [m/s]. |
| X/H | eje coordenado X adimensional. |
| Y/H | eje coordenado Y adimensional. |
| Z/H | eje coordenado Z adimensional. |

Letras griegas

| | |
|------------|---|
| α | difusividad térmica, [m ² /s]. |
| β | coeficiente de expansión térmica volumétrica, [1/K]. |
| Δt | tiempo entre imágenes, [s]. |
| ΔT | diferencia de temperaturas, (T _C - T _F) [°C]. |
| θ | ángulo de inclinación de la cavidad. |
| μ | viscosidad dinámica, [kg/(ms)]. |
| ν | viscosidad cinemática, [m ² /s]. |
| Ω | tensor de vorticidad, $\frac{1}{2}[\nabla u - (\nabla u)^T]$ |
| ρ_p | densidad de las partículas trazadoras, [kg/m ³]. |
| ρ | densidad del fluido, [kg/m ³]. |
| τ | tiempo de respuesta de las partículas trazadoras, $(d_p)^2 \rho_p / (18\mu)$, [s]. |

Otros

| | |
|------------|------------------------------------|
| ∇u | gradiente del vector de velocidad. |
|------------|------------------------------------|

Resumen

El estudio de la transferencia de calor en cavidades es un problema que ha sido estudiado desde hace mucho tiempo debido a las aplicaciones que tiene en diversas áreas de la ingeniería, como son: colectores solares, enfriamiento de equipo de cómputo, ventanas dobles, etc. Sistemas que con el paso de los años han ido aumentando en complejidad así como en la cantidad de calor que éstas producen, principalmente por restricciones de espacio (tamaño y peso). Especial atención se ha puesto a la geometría triangular debido a su similitud con áticos y fachadas de construcciones, cuyo estudio se ha enfocado principalmente al confort de viviendas. Por otro lado, se ha encontrado que colectores solares triangulares tienen un mejor desempeño que los colectores cuadrados, con la ventaja adicional de ocupar solo la mitad del espacio utilizado por un colector convencional.

En esta tesis se estudió la convección natural en una cavidad con geometría de triángulo rectángulo en la que el cateto adyacente se calienta, la hipotenusa se mantiene a una temperatura constante de 25°C, mientras que el cateto opuesto se considera adiabático. Se analizó el efecto que tienen tanto el número de Rayleigh como el ángulo de inclinación de la cavidad sobre los patrones convectivos. Al encontrar que el flujo en la cavidad bajo estudio es tridimensional, se decidió realizar primero visualizaciones para entender su estructura y posteriormente se midieron los campos de velocidad, en dos y tres dimensiones, con las técnicas de velocimetría por imágenes de partículas 2D y estereoscópica.

Para las visualizaciones se utilizó aire como fluido de trabajo y partículas de humo como trazadores, los experimentos se realizaron para los números de 5×10^3 , 1×10^4 , 5×10^4 y 1×10^5 , y para un ángulo de inclinación de 0°. La medición de los campos de velocidad se realizó utilizando glicerina de alta pureza como fluido de trabajo y como trazadores partículas de vidrio huecas recubiertas de plata de 10 μm de diámetro. Las mediciones bidimensionales se realizaron para los números de Rayleigh 5×10^3 , 1×10^4 , 5×10^4 y 1×10^5 , y varios ángulos de inclinación que cubren los 360°; mientras las mediciones tridimensionales se realizaron únicamente para los números de Rayleigh de 5×10^4 y 1×10^5 , y para los ángulos de inclinación 0°, 10° y 20°.

Los resultados, campos de velocidad, bidimensionales se analizaron utilizando gráficas de vectores, contornos de iso-velocidad y líneas de corriente. Para obtener las características principales de los campos de velocidad tridimensionales se utilizaron la teoría de puntos críticos para obtener el eje de giro de la estructura y se trazaron cintas de corriente para describir el comportamiento del flujo; para saber la dirección de desplazamiento se graficaron vectores de velocidad en planos paralelos a la pared adiabática y a la pared frontal. Para darle generalidad a los resultados los ejes coordenados de las gráficas (alto, ancho y profundidad de la cavidad) se adimensionalizaron con la altura de la cavidad.

El análisis de resultados muestra que para ángulos entre 345° (-15°) y 30° el patrón de flujo es fuertemente influenciado tanto por el número de Rayleigh como por el ángulo de inclinación, el flujo resultante puede ser bidimensional, en transición o tridimensional. Para los ángulos restantes (45° a 330°) el flujo es bidimensional, pero la influencia que tienen el número de Rayleigh o el ángulo de inclinación sobre los patrones convectivos depende de éste último parámetro. Para ángulos de 45° a 90° y de 270° a 330° el número de Rayleigh es el parámetro de mayor influencia, mientras que para ángulos de entre 135° y 225° lo es el ángulo de inclinación.

Abstract

Convection heat transfer is a research field studied from long time ago, due to the applications it has in many engineering areas, such as: solar collectors, computer equipment cooling, double size windows, etc. With the pass of the time this systems have become more complex and the heat produced has increased exponentially, both due to mainly by space restrictions (size and weight). In the case of triangular cavities special attention has paid due to their similarity with attic space and facades, its study has been focused on the thermal comfort. Furthermore, previous studies found that triangular solar collectors have better performance than convectional ones, with the advantage that triangular collectors use half of the space.

This thesis is focused to the study of the convective patterns in a right-angled triangular cavity. The adjacent leg is heated, the temperature of the hypotenuse is kept at a constant temperature of 25°C and the opposite leg is considered as adiabatic. The effect of both the Rayleigh number and the inclination angle on the convective partners is studied. Due to a three-dimensional convective pattern was visualized within the cavity, visualizations were carried out to understand their structure and then the particle image velocimetry (PIV) technique was used to measure the two-dimensional velocity fields and the PIV-estereoscopic technique to measure the three-dimensional velocity fields.

Air and particles of smoke are used to carry out the visualizations, for Rayleigh number of 5×10^3 , 1×10^4 , 5×10^4 y 1×10^5 , and an inclination angle of 0° . The velocity measurements are performed using high purity glycerin as working fluid and $10\mu\text{m}$ diameter silver coated hollow glass spheres as seeding particles. Two-dimensional measurements are carried out for Rayleigh number of 5×10^3 , 1×10^4 , 5×10^4 y 1×10^5 , and various inclination angles, ranging from 0° to 360° ; while three-dimensional measurements are carried out only for Rayleigh number of 5×10^4 y 1×10^5 , and the inclination angles of 0° , 10° and 20° .

The two-dimensional results are analyzed using velocity vectors fields, iso-velocity contours and stream lines. The main characteristics of the three-dimensional flow are revealed using the critical points theory to trace the rotation axis and stream ribbons are traced to complete the description of the pattern, the direction of the flow is outlined by velocity vectors drew in different planes parallel to the adiabatic or to the frontal wall. For generality of the results the coordinate axis are non-dimensionalised with the height of the cavity.

The results show that for angles from 345° (-15°) to 30° the flow pattern depends on both the Rayleigh number and the inclination angle of the cavity, in this range the flow could be two-dimensional, transitional or three-dimensional. For angles from 45° to 330° the flow pattern is two-dimensional for all Rayleigh numbers, this range of could be divided in three sub-ranges, the first from 45° to 90° , the second from 135° to 225° , and the third from 270° to 330° . The first and the third sub-ranges the Rayleigh number is the parameter of stronger influence on the flow pattern, while in the second rub-range is the inclination angle.

INTRODUCCIÓN

Motivación

En años recientes el estudio de la convección natural en cavidades con geometrías no convencionales (triangulares, hexagonales, etc.) ha venido en aumento debido al desarrollo de sistemas complejos que generan grandes cantidades de calor en espacios cada vez más pequeños y/o que presentan serias restricciones geométricas, los cuales necesitan ser enfriadas de forma eficiente para su correcto funcionamiento. Lo anterior se logra al estudiar y comprender los procesos de transferencia de calor y la formación de los patrones de flujo en dichas cavidades, ambos estrechamente relacionados. Son muchas las geometrías y las condiciones de frontera que se pueden presentar, por lo que aún queda mucho por hacer. En particular, la convección natural en cavidades triangulares tiene aplicaciones en: el enfriamiento de equipo electrónico, para mejorar el confort en viviendas (áticos y fachadas) e incluso se han desarrollado colectores solares triangulares con mejor desempeño que los colectores rectangulares.

Esta tesis originalmente tenía el objetivo de estudiar experimentalmente los patrones convectivos y la transferencia de calor, en estado permanente, en una cavidad triangular para diferentes números de Rayleigh y ángulos de inclinación de la cavidad, utilizando para ello las técnicas de velocimetría por imágenes de partículas (PIV) y Schlieren para medir los campos de velocidad y de temperatura, respectivamente. El modelo experimental consiste en una cavidad triangular, triángulo rectángulo, con catetos de 5cm de longitud y una profundidad de 24 cm. El cateto adyacente (pared caliente) se calienta con una resistencia eléctrica y el cateto opuesto se considera adiabático (pared adiabática). La hipotenusa (pared fría) se mantiene a una temperatura constante de 25°C.

En las primeras pruebas del modelo experimental, utilizando glicerina de alta pureza como fluido de trabajo, para un ángulo de inclinación $\theta=0^\circ$ y un número de Rayleigh de 1×10^5 , se observaron una serie de sombras, principalmente en los vértices pared_fría-pared_adiabática (PF-PA) y pared_caliente-pared_fría (PC-PF), Figs. 1 y 2, lo que hizo sospechar que el flujo dentro de la cavidad era tridimensional. Para la misma configuración pero utilizando aire como fluido de trabajo y humo de cigarro como trazador, se observó un arreglo de seis celdas convectivas a lo largo de la pared adiabática, Fig. 3. Lo anterior hizo priorizar el estudio de estos patrones tridimensionales, que hasta donde se sabe no han sido reportados en la literatura, dejando para un estudio posterior la parte de transferencia de calor.

Objetivos

Tomando en cuenta lo señalado en el párrafo anterior, el objetivo planteado para la tesis es el estudio de los patrones de flujo en la cavidad, para diferentes números de Rayleigh y ángulos de inclinación, empleando para ello las técnicas de PIV-2D y PIV-estereoscópico. La primera técnica se utiliza para estudiar los patrones de flujo cuando son bidimensionales y para encontrar los rangos en el número de Rayleigh y en el ángulo de inclinación para los que el flujo es tridimensional. La segunda técnica se utiliza para obtener los campos de velocidad en los casos en que el flujo es

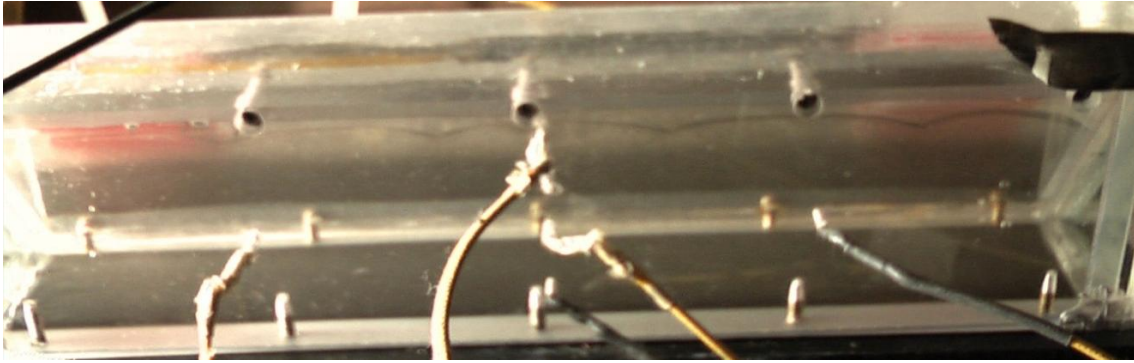


Fig. 1. Patrón de sombras para $Ra = 1 \times 10^5$. Vértice PF-PA.

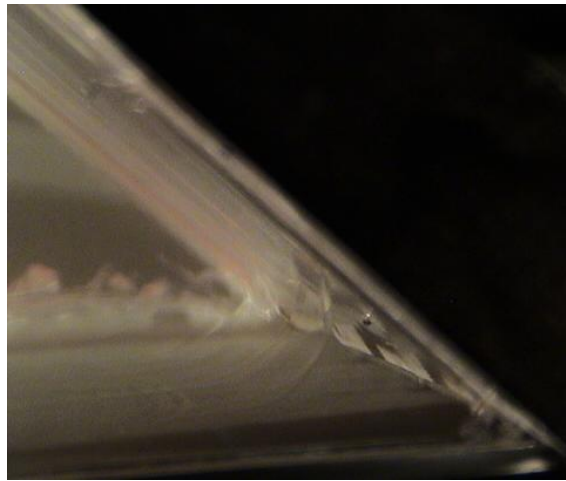


Fig. 2. Patrón de sombras para $Ra = 1 \times 10^5$. Vértice PC-PF.

tridimensional. Se utilizarán además algunas técnicas de interpretación empleadas en la visualización de flujos para extraer las características topológicas más importantes.

Estructura de la tesis

En el primer capítulo se da un panorama general de los estudios realizados sobre la convección natural en cavidades triangulares y una breve descripción de los criterios utilizados para la identificación de vórtices. En el segundo capítulo se describen el modelo y equipo experimental, así como la metodología utilizada para el desarrollo de los experimentos y la obtención de resultados. El tercer capítulo contiene los resultados obtenidos y se divide en tres partes principales: *Visualización*, *Patrones bidimensionales* y *Patrones tridimensionales*. En el último capítulo se presentan los comentarios y las conclusiones de la tesis a partir de los resultados experimentales.

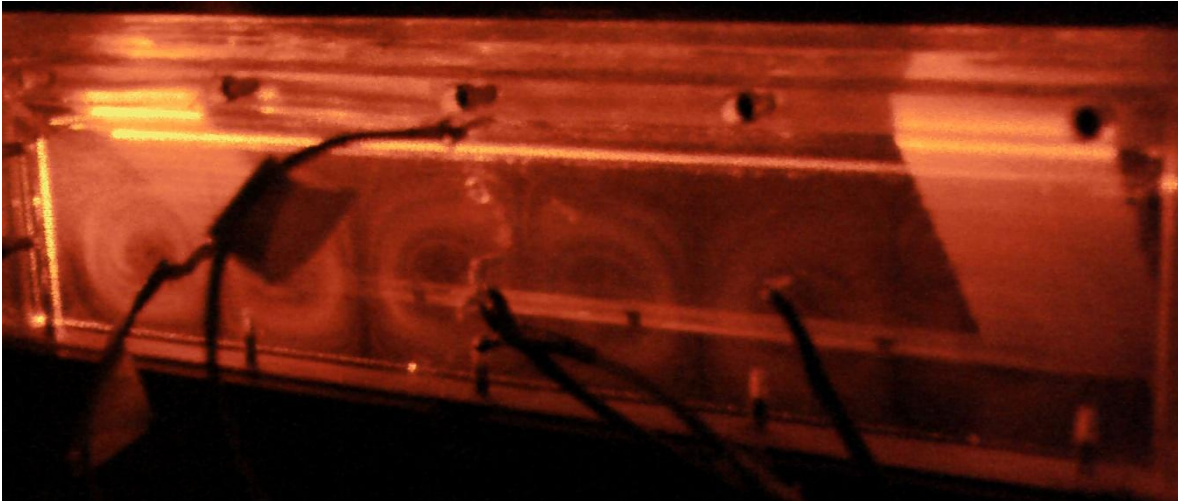


Fig. 3. Estructura tridimensional. $Ra = 3 \times 10^4$, $\theta = 0^\circ$. Plano de iluminación a 5mm de la pared adiabática.

CAPÍTULO 1

Antecedentes

El estudio de la convección natural comenzó a principios del siglo XIX con los experimentos de Bénard, hoy considerados clásicos en la mecánica de fluidos, Fig. 1.1, y el posterior planteamiento teórico realizado por Lord Rayleigh. A partir de ese momento se han realizado una gran cantidad de trabajos, principalmente en cavidades rectangulares y cuadradas, tanto experimentales como numéricos, Jaluria et al. [1].

Debido a las diversas aplicaciones que tiene la convección natural, esta área de investigación sigue siendo de gran interés para los ingenieros e investigadores. Las diferentes condiciones de frontera y posibles geometrías de la cavidad hacen que se tenga una infinidad de casos de estudio. Actualmente el uso de geometrías triangulares, hexagonales, trapezoidales, etc., se ha visto motivado principalmente por la aparición de aplicaciones en las que existen restricciones de espacio o en las que se quiere mejorar la eficiencia de la transferencia de calor [2].

Los parámetros adimensionales que caracterizan la convección natural en una cavidad son el número de Rayleigh (Ra), el número de Prandtl (Pr) y la relación o relaciones de forma (para cavidades tridimensionales) de la cavidad (A), definidos de la siguiente forma (Ver apéndice A):

$$Ra = g\beta H^3(T_c - T_f) / (\nu\alpha) \quad (1)$$

$$Pr = \nu / \alpha \quad (2)$$

$$A_L = L/H, A_D = D/H \quad (3)$$

donde g es la aceleración de la gravedad, H , L y D son la altura, largo y profundidad de la cavidad, respectivamente, T_c es la temperatura de la pared caliente, T_f la temperatura de la pared fría, β coeficiente de expansión térmica volumétrica, ν viscosidad cinemática y α difusividad térmica del fluido. Todas las propiedades físicas se calculan a la temperatura promedio de las paredes caliente y fría, $(T_c + T_f)/2$. A_L y A_D son las relaciones de forma definidas con respecto a la altura de la cavidad.

En un fluido en reposo, confinado en una cavidad, las fuerzas de flotación y los efectos viscosos se encuentran en equilibrio. La activación de la convección significa romper el equilibrio entre estas fuerzas. Cuando la pared caliente se encuentra por debajo de la pared fría necesario superar un valor crítico, Rayleigh crítico (Ra_C); es decir, incrementar la diferencia de temperatura entre las paredes caliente y fría. Por debajo de este Ra_C el calor es transferido por conducción; es decir, las fuerzas de flotación no son lo suficientemente grandes para accionar el movimiento del fluido. El valor de este umbral depende de la geometría y de las condiciones de frontera de la cavidad a estudiar [3, 4]. Por encima del Ra_C el movimiento del fluido se activa generando diferentes patrones de flujo, y a medida que se incrementa más el número de Rayleigh el flujo puede volverse turbulento. Cuando la cavidad es calentada lateralmente, basta una pequeña diferencia de temperaturas entre las paredes laterales para que sea activada la convección.

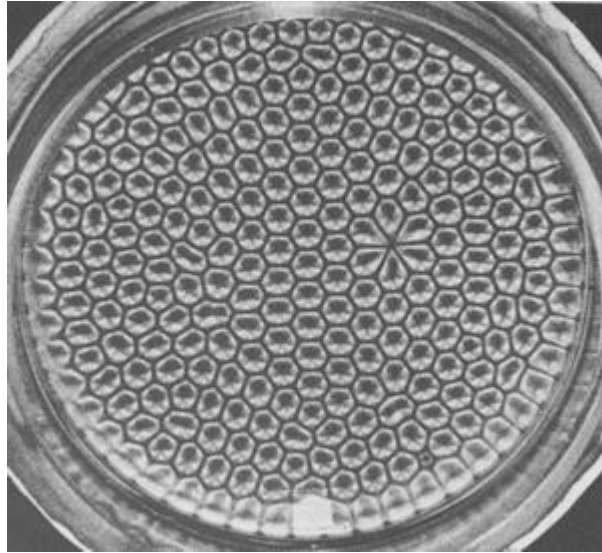


Fig.1.1. Celdas de Bénard. Van Dyke [5].

1.1 Trabajos sobre la convección natural en cavidades triangulares

El estudio de la convección natural en cavidades triangulares ha sido motivado principalmente porque esta geometría se encuentra en áticos, fachadas de edificios, colectores y secadores solares y en gabinetes de equipo electrónico, por mencionar algunos. Fig. 1.2.

De entre los primeros trabajos realizados se encuentran los reportados por Flack et. al [6, 7] en los que miden los campos de velocidad y la transferencia de calor locales y globales, en una cavidad triangular llena aire, utilizando para ello las técnicas de velocimetría láser e interferometría, respectivamente. Varían la relación de forma de la cavidad (alto/largo) de 0.29 a 0.87, Fig. 1.3a, mientras que el número de Grashof (Gr) varía de 2.9×10^6 a 9.0×10^6 , comparan sus resultados con los obtenidos en una placa plana inclinada y en cavidades rectangulares encontrando gran similitud en los perfiles de velocidad. Akinsete y Coleman [8] realizaron un estudio numérico en una cavidad con forma de triángulo rectángulo que contiene aire que es enfriada por la base horizontal, calentada por la hipotenusa y consideraron a la pared vertical como adiabática, con dos condiciones de frontera: flujo de calor constante y temperatura constante, Fig. 1.3b. Varían la relación de forma de la cavidad (alto/largo) de 0.0625 a 1.0 y el número de Grashof de 800 a 6.4×10^4 . Poulidakos y Bejan [9] realizaron un estudio experimental para medir la transferencia de calor por convección a elevados números de Rayleigh en una cavidad triangular, triángulo rectángulo con relación de forma (alto/ancho) de 0.207, que simula el comportamiento de un sistema de gran escala (ático) por las noches, pared superior enfriada y pared horizontal calentada y pared vertical aislada, Fig. 1.3c. Utilizan agua destilada y aire como fluidos de trabajo. Para una configuración similar Bejan y Poulidakos [10] utilizan las herramientas del análisis asintótico y de análisis de escalas, la primera para estudiar los campos de flujo y de temperatura en una cavidad triangular cuando la relación alto/largo tiende a cero y la segunda para el análisis del estado transitorio del flujo en un ático, Fig. 1.3d. Corroboran los resultados analíticos con simulaciones numéricas para diferentes relaciones de forma, números de Grashof y números de Prandtl correspondientes al aire y al agua. Salmun [11] realizó un análisis de estabilidad lineal para el problema tratado en [10], utilizando como base el desarrollo matemático del análisis de escalas de Poulidakos y Bejan, para demostrar que la solución

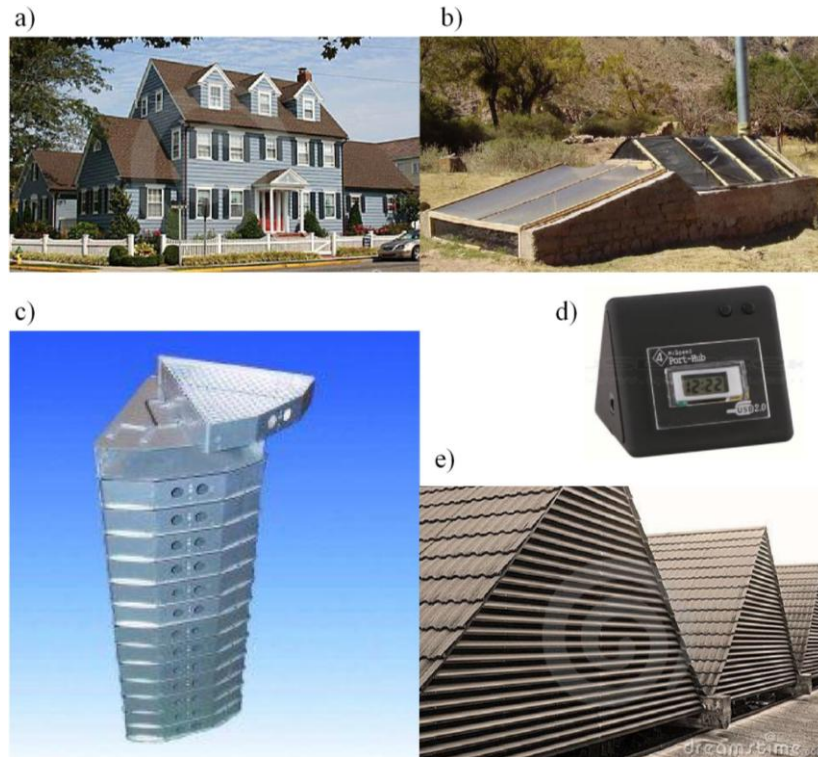


Fig. 1.2. a) Casa con ático triangular, b) Deshidratador solar, c) rack para aplicaciones de criogenia, d) Reloj con puertos usb, e) tejados triangulares.

de una celda convectiva en el estado permanente no es estable para números de Rayleigh mayores a 3×10^3 con relaciones de forma pequeñas. También encontraron que para números de Rayleigh del orden de 10^5 y número de Prandtl de orden uno la convección domina en la cavidad, contrario a lo encontrado en [10]. Holtzman et al. [12] son de los primeros en estudiar numéricamente la asimetría de los patrones de flujo en una cavidad triangular, triángulo isósceles, calentada por la pared inferior y enfriada en las paredes inclinadas superiores para diferentes relaciones de forma y números de Grashof, Fig. 1.3e. Comparan cualitativamente sus resultados con visualizaciones de los patrones de flujo de una cavidad triangular con una relación de forma (alto/largo) de 0.5. Concluyen que para valores del número de Grashof mayores al crítico la solución de flujo simétrico es inestable. Ridouane et al. [13] utilizan el método de volumen finito para estudiar la convección natural en una cavidad triangular llena de aire, triángulo rectángulo colocado de forma vertical, para diferentes números de Rayleigh en el que la pared vertical es calentada, la pared inclinada es enfriada y la pared horizontal superior es adiabática, cambian la relación de forma de la cavidad variando el ángulo de apertura del vértice inferior de 5° a 63° , Fig 1.3f. Para validar su código numérico comparan sus resultados con los obtenidos por Elicer-Cortés et al. [14]. Kent et al. [15] investigan el efecto de la relación de forma de una cavidad triangular, triángulo rectángulo, sobre la convección natural y los patrones de flujo, para diferentes condiciones de frontera, incluyendo el caso de calentamiento en invierno, y números de Rayleigh de entre 10^2 y 10^5 , realizan las simulaciones para un número de Prandtl de 0.72. Comparan sus resultados con los obtenidos por Poulidakos y Bejan [10], Salmun [11] y otros. Realizan un caso especial en el que cambian la hipotenusa de la cavidad por una superficie curva, con el fin de simular la convección natural en un cuarto de círculo. Siguiendo la misma tendencia Basak et al. [16] realizaron simulaciones numéricas

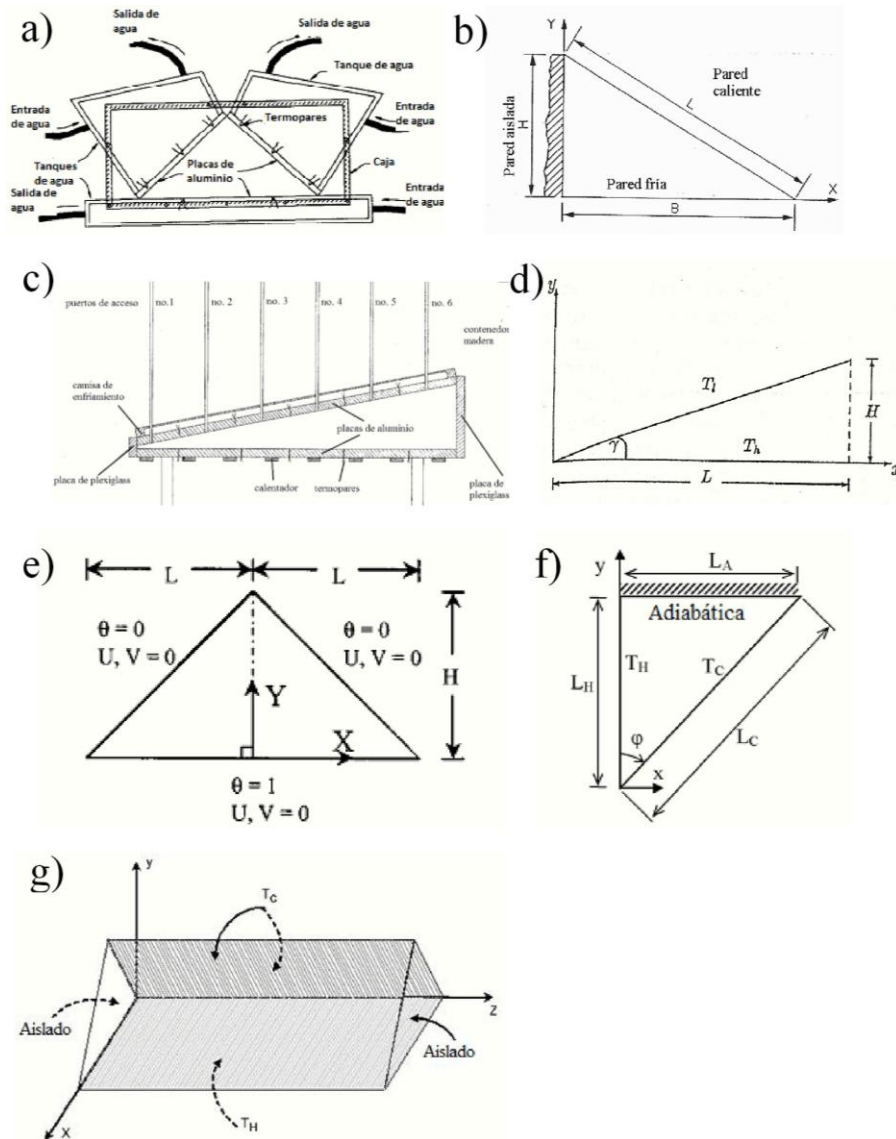


Fig. 1.3. Esquemas utilizados en los experimentos realizados por: a) Flack et al. [6, 7], b) Akinsete y Coleman [8], c) Poulikakos y Bejan [9], d) Poulikakos y Bejan [10], e) Holtzman et al. [12], f) Ridouane et al. [13], g) Ridouane y Campo [17].

variando los números de Prandtl y Rayleigh para una cavidad triangular con relación de forma ancho-alto igual a uno, para dos condiciones de frontera: calentamiento uniforme y calentamiento lineal en las paredes vertical e inclinada, en los casos estudiados la pared horizontal inferior es adiabática. Para cada caso estudiado obtienen el Ra_C . Ridouane y Campo [17] estudian numéricamente la convección natural en el dominio tridimensional, que simula un ático calentado por la pared horizontal inferior y enfriado por las paredes inclinadas superiores, con relaciones de forma ancho-alto de 2 y profundidad-alto de 3.33, Fig. 1.3g. Realizan las simulaciones para varios números de Rayleigh y considerando al fluido de trabajo (aire) como gas ideal. Concluyen que el flujo dentro de su modelo es bidimensional y simétrico para valores de Rayleigh bajos, pero al incrementar el Ra por encima del valor crítico, $Ra_C = 1.45 \times 10^5$, el patrón de flujo se vuelve tridimensional. Saha y Khan [18] realizaron un resumen de los trabajos más importantes sobre la

convección natural en cavidades triangulares en los que se aplican las condiciones de frontera para el calentamiento de un ático durante el día y la noche.

En los trabajos descritos en párrafos anteriores se realizan diversas consideraciones con la finalidad de simplificar el modelo a estudiar, ya sea numérico o experimental. Para disminuir el tiempo de cómputo, en varios estudios numéricos en cavidades con geometría de triángulo isósceles se realizan las simulaciones solamente en la mitad del dominio, es decir, desarrollan sus simulaciones para una cavidad con geometría de triángulo rectángulo, aplicando la condición de pared adiabática en la pared vertical. Estas simplificaciones, como se vio en párrafos anteriores, son válidas para ciertos rangos del número de Rayleigh, cuando la cavidad es calentada por la pared horizontal inferior. Tal vez el argumento más utilizado es el de flujo bidimensional, que para cavidades triangulares no había sido cuestionado (puesto en duda) hasta el trabajo de Ridouane y Campo [17], quienes encontraron que el patrón de flujo, en una cavidad pentahédrica y números de Rayleigh mayores a 1.45×10^5 , es tridimensional, y hasta donde se sabe este es el único trabajo en estudiar la transferencia de calor en una cavidad triangular en el dominio tridimensional.

1.2 Topología de los patrones de flujo

La visualización e interpretación de las características más importantes de un patrón de flujo es una de las tareas más complicadas y que requiere mucho trabajo por parte de los investigadores. Para ello es necesario utilizar herramientas que nos permitan extraer y presentar de forma gráfica las características más importantes del flujo. Para flujos bidimensionales las formas más comunes de representar los campos de velocidad son: vectores, contornos o curvas y líneas de corriente.

Los vectores de velocidad muestran la dirección del flujo, el tamaño de estos es proporcional a la magnitud de la velocidad. Las curvas de iso-velocidad (módulo de la velocidad) muestran contornos donde la velocidad tiene un valor constante. Para flujos en el estado permanente podemos pensar en las líneas de corriente como “trayectorias” que siguen partículas imaginarias, los vectores de velocidad son tangentes a estas trayectorias en todo momento. A partir de la definición de función de corriente se puede saber la dirección del flujo y la magnitud de la velocidad usando la separación entre líneas de corriente, ya que la distancia entre éstas es inversamente proporcional a la velocidad del flujo.

El estudio de flujos tridimensionales con las herramientas anteriores se dificulta debido a las complicaciones técnicas que surgen al tratar de visualizar un fenómeno tridimensional (los patrones de flujo) en un plano (hoja de papel, monitor, etc.). Para ayudar en esta tarea se han desarrollado diferentes técnicas para la visualización de la topología de flujos. De entre estas herramientas destacan las enfocadas a la localización de los centros de vórtices como el criterio Q [19], que define como vórtice a una región del espacio donde

$$Q = \frac{1}{2} [|\Omega|^2 - |S|^2] > 0$$

es decir, una zona donde la vorticidad del flujo supera a la razón de deformación de este. En la expresión $S = \frac{1}{2} [\nabla u + (\nabla u)^T]$ es el tensor de deformación y $\Omega = \frac{1}{2} [\nabla u - (\nabla u)^T]$ el tensor de vorticidad.

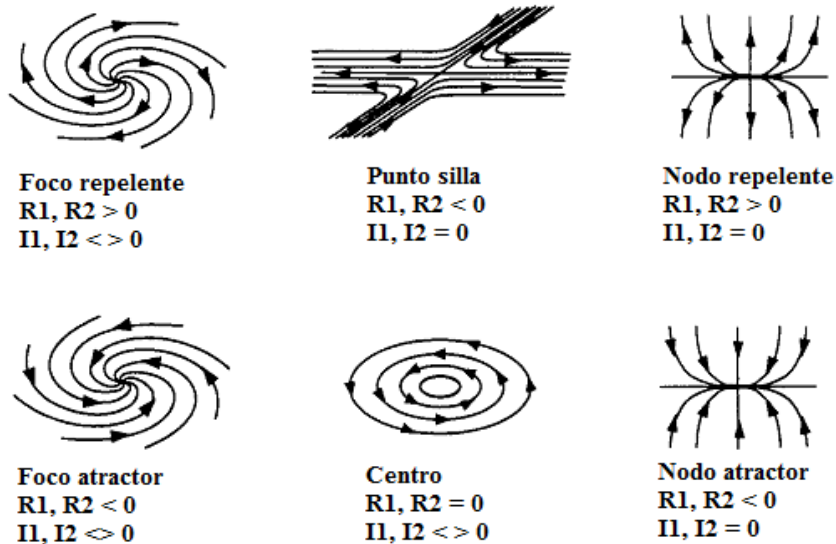


Fig.1.4. Clasificación de puntos críticos. R: valor real, I: valor imaginario.

Otro de los métodos desarrollados es el del eigenvector [20] que se basa en la teoría de puntos críticos, puntos en los que las tres componentes de la velocidad son cero (para flujos tridimensionales). Los puntos críticos son utilizados como base para estudiar la topología de un flujo, por lo que para desplegar todas sus características (esqueleto) se tienen que trazar curvas y/o superficies (líneas de corriente, cintas de corriente, superficies de iso-velocidad, etc.) que aporten información adicional, sin que se llegue a la redundancia de información.

Para implementar este método se recomienda seguir los siguientes pasos:

- Localizar los puntos críticos.
- Calcular los eigen-valores y eigen-vectores de ∇u en la vecindad de los puntos críticos.
- Clasificar los puntos críticos de acuerdo a los valores de los eigen-valores.
- Calcular las curvas y/o superficies (líneas de corriente, superficies de iso-velocidad, etc.)

La clasificación de los puntos críticos para flujos bidimensionales se realiza de acuerdo a los valores de los eigen-valores y eigen-vectores de ∇u . Por ejemplo: Eigen-valores reales positivos corresponden a un nodo (el flujo se aleja del punto crítico), si se tienen valores reales positivos y además valores complejos se trata de un foco (repelling focus), Fig. 1.4. Para flujos tridimensionales los puntos críticos se clasifican de forma similar; en términos generales se presentan dos casos: en el primero se tienen tres eigen-valores reales y en el segundo dos complejos conjugados y uno real. En la figura 1.5 se presentan las posibles configuraciones.

Se han creado otros métodos para la visualización de flujos [21]. El desarrollo de cada técnica responde a características específicas del flujo que él o los investigadores estén estudiando. La mayoría siguen en constante desarrollo y perfeccionamiento, principalmente para casos tridimensionales y en el estado transitorio.

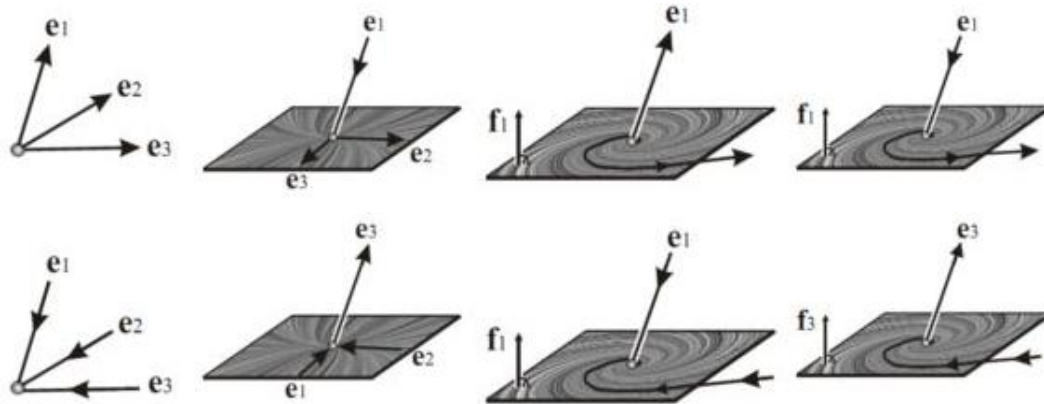


Fig. 1.5. De izquierda a derecha: nodos, nodo-silla, foco, foco-silla. Arriba: puntos de repulsión, abajo: puntos de atracción. Mitad-izquierda: tres eigen-valores reales, mitad-derecha: dos eigen-valores complejos. Imágenes tomadas de [22].

Dada la relativa sencillez del flujo a estudiar (un flujo de baja velocidad y en estado permanente), en el presente trabajo se utilizan vectores de velocidad, contornos de iso-velocidad y líneas de corriente para describir los casos donde el flujo es bidimensional; mientras que para los casos tridimensionales, se utiliza el método del eigenvector para encontrar el punto o los puntos críticos (eje de giro) y se trazan “cintas de corriente” para exhibir las características más importantes del patrón de flujo.

CAPÍTULO 2

Desarrollo experimental

2.1 Definición general del problema

Como se mencionó en la introducción de la tesis, se pretende estudiar el fenómeno de la convección natural en una cavidad con geometría de triángulo rectángulo y relaciones de forma $A_L=1$ y $A_D=4.8$, la cavidad tiene una altura de 5cm, Fig. 2.1a, donde la pared horizontal inferior, cateto adyacente, se calienta, la pared inclinada superior, hipotenusa, se mantiene a una temperatura constante de 25°C y la pared vertical, cateto opuesto, se considera adiabática. Se modifica el ángulo de inclinación de la cavidad, medido con respecto a la vertical, abarcando los 360°, Fig. 2.1b, para estudiar el efecto que éste tiene en los patrones convectivos.

Los arreglos experimentales utilizados se muestran en la figura 2.2. Una fuente de alimentación de corriente directa (Instek GP1850D) proporciona la energía necesaria a un calentador eléctrico para elevar la temperatura de la pared caliente, cateto adyacente. La pared fría, hipotenusa, es mantenida a una temperatura constante de 25°C haciendo circular agua a través de un intercambiador de calor, bombeada por un baño térmico (Haake DC10-K15).

Para variar el ángulo de inclinación de la cavidad se construyó una “estructura de inclinación” para cada equipo PIV utilizado, estas serán descritas posteriormente. Para minimizar las pérdidas de calor y mejorar la condición de pared adiabática, el laboratorio fue acondicionado para que su temperatura fuera lo más constante posible, logrando que esta se mantuviera entre los 24°C y 27°C durante el desarrollo de los experimentos. Para las visualizaciones, el fluido de trabajo es aire y como trazador se utilizó humo de cigarro, Para medir los campos de velocidad se utilizó glicerina de alta pureza y partículas de vidrio huecas recubiertas de plata 10µm de diámetro como trazadores.

2.2 Modelo experimental

En la figura 2.3 se presenta el modelo experimental, que está formada de las siguientes piezas:

La pared caliente, maquinada en aluminio es una placa de 262 mm de largo \times 74 mm de ancho \times 9 mm de espesor, la superficie en contacto con el fluido de trabajo se pulió hasta darle un acabado “espejo” y se pintó de negro para evitar reflejos que puedan interferir en las mediciones. Se incrementa su temperatura con un calentador eléctrico construido con cinta de nicromel de 6.7m de largo \times 4mm de ancho \times 0.127mm de espesor, con una resistencia eléctrica de $17.1 \pm 0.9 \Omega$, enrollada de forma uniforme en una placa fenólica de 2mm de espesor. Para aislar eléctricamente el calentador de la placa de aluminio se coloca en ambas caras del calentador una hoja de mica. Para monitorear la temperatura de la pared caliente, se maquinaron en la cara posterior de la placa de aluminio 6 barrenos de 1.5 mm de diámetro y 7.5 mm de profundidad, en los que se colocaron

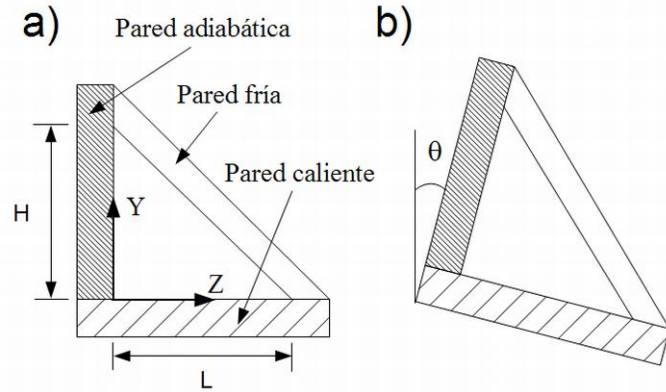


Fig. 2.1. a) Esquema del modelo experimental, b) Variación del ángulo de inclinación.

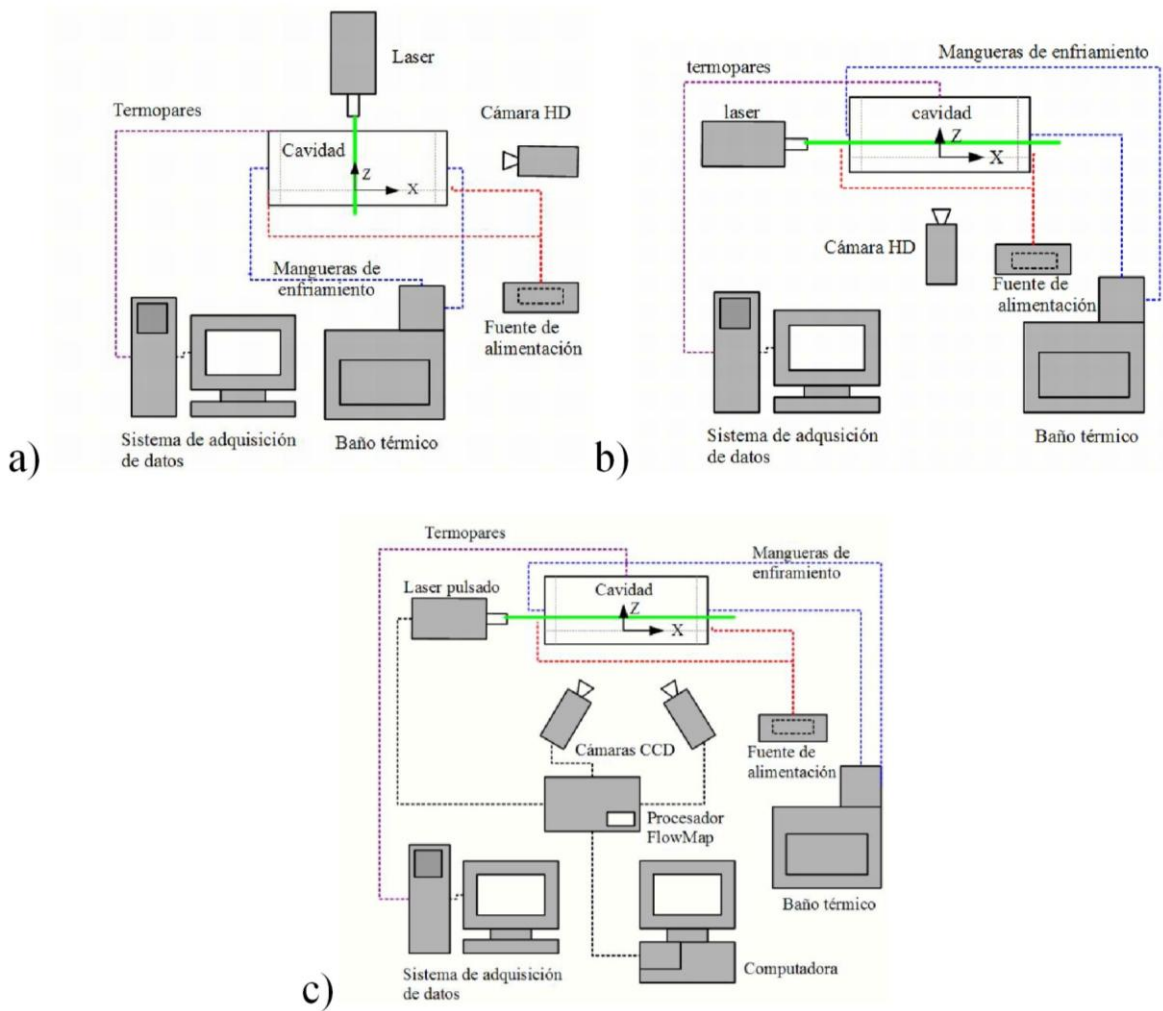


Fig. 2.2. Arreglos experimentales utilizados. a) PIV-2D (posición 1), b) PIV-2D (posición 2), b) PIV-estereoscópico.

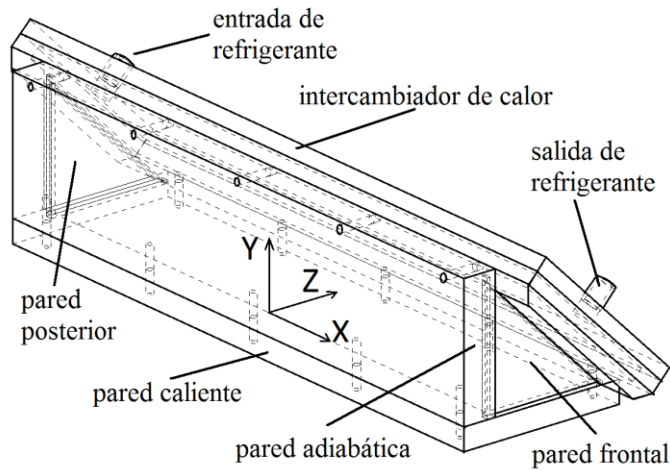


Fig. 2.3. Modelo experimental.

termopares tipo K, en cada barreno se inyectó grasa de silicón para mejorar el contacto térmico entre los termopares y la placa de aluminio. Para aislar térmicamente a la placa del entorno se utilizó un bloque de madera de 10 mm de espesor, que a su vez sirve para fijar la cavidad a las estructuras de inclinación.

La pared fría está formada por un intercambiador de calor maquinado en acrílico, lo que facilita la iluminación de diferentes planos de medición en la cavidad. Está formado por dos placas de acrílico de 300 mm de largo \times 82 mm de ancho \times 6 mm de espesor y un marco de acrílico de 7 mm de ancho y 6 mm de espesor, al ensamblarlos forman un canal, de 286mm de largo \times 68mm de ancho \times 7mm es espesor, por el que circula agua bombeada por el baño térmico con un gasto de 17 l/min y una variación de temperatura de $\pm 0.02^{\circ}\text{C}$. Para uniformizar la temperatura de la pared fría, se colocaron a la entrada y salida del canal arreglos de popotes que laminarizan el flujo de agua, evitando así la formación de zonas de recirculación. El monitoreo de temperatura se realiza por medio de un termopar tipo K alojado en un barreno de 2 mm de diámetro y 4.5 mm de profundidad, maquinado en el centro de la placa de acrílico que se encuentra en contacto con el fluido de trabajo.

La pared adiabática es un bloque de acrílico de 260 mm de largo \times 58 mm de alto \times 15 mm de espesor. En esta se maquinaron dos barrenos de 3mm de diámetro en las esquinas superior izquierda y derecha cerca de las paredes frontal y posterior, por los que se inyecta el fluido de trabajo, los cuales son sellados con tornillos.

Para las paredes frontal y posterior se utilizó vidrio de proceso de 6mm de espesor, las piezas tienen forma de triángulo rectángulo y ambos catetos tienen una longitud de 55 mm. Se eligió este material debido a su buena calidad óptica y propiedades mecánicas.

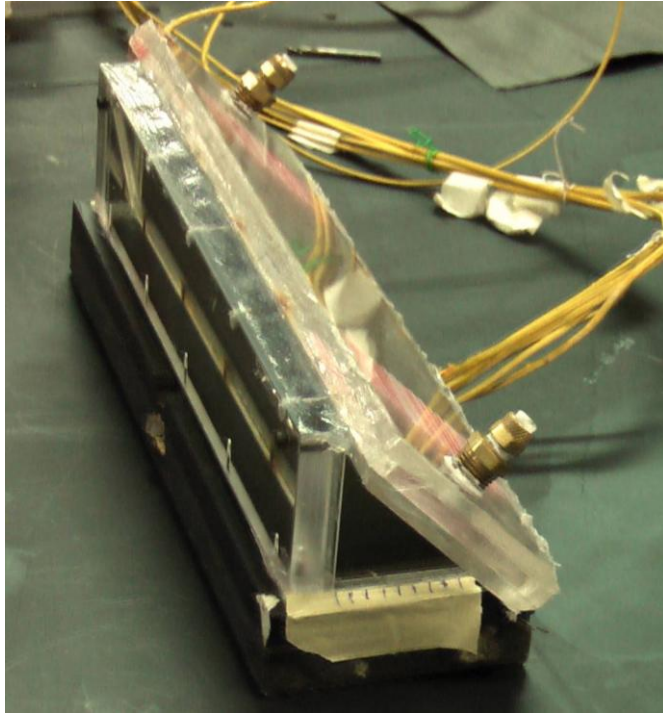


Fig 2.4. Modelo experimental.

Para sellar el ensamble entre las paredes frontal y posterior y las paredes caliente, fría y adiabática se utiliza silicón automotriz, mientras que en las uniones PC-PA, PC-PF y PF-PA se colocó una película de silicón grado médico para mejorar el sellado de la cavidad y el aislamiento térmico entre dichas paredes. Al ensamblar las piezas descritas en los párrafos anteriores se forma una cavidad triangular, triángulo rectángulo, con dimensiones internas de 50 mm para los catetos y una profundidad de 240mm, Fig. 2.4. Todas las piezas fueron maquinadas con una precisión de $\pm 0.02\text{mm}$.

2.3 Monitoreo de temperatura

Los termopares colocados en las paredes caliente y fría son conectados a una tarjeta NI SCXI-1102, que es un módulo para termopares de 32 canales, con una tasa de muestreo de 333 kS/s instalado en un sistema de adquisición de datos NI PXI-1011. La calibración de los termopares se realiza utilizando el sensor de compensación fría integrado en dicho módulo.

Para verificar continuamente las condiciones del experimento se desarrollo un programa en LABView 7.0 que despliega de forma gráfica el comportamiento de la temperatura en el tiempo. A su vez, este programa calcula, en tiempo real, el número de Rayleigh teniendo como entradas las lecturas de los termopares. Figura 2.5. La tabla B1 (apéndice B) presenta la diferencia de temperatura entre la pared fría y la pared caliente necesaria para cada establecer los números de Rayleigh utilizados en los experimentos.

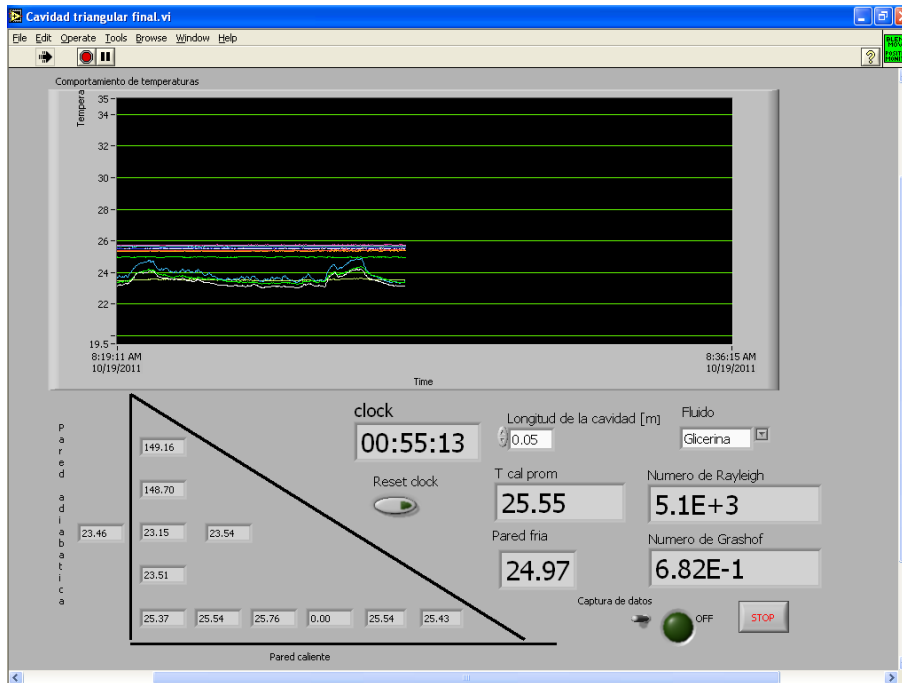


Fig. 2.5 Medición de temperaturas.

2.4 Técnica PIV

La velocimetría por imágenes de partículas es una técnica de medición indirecta que permite medir el campo de velocidades de un fluido. Consiste en iluminar el área de interés, sembrada con partículas trazadoras, por medio de una hoja de luz delgada y tomar un par de imágenes a un intervalo de tiempo conocido. Los vectores de velocidad se calculan dividiendo las imágenes en pequeñas áreas de interrogación en las que se aplica una correlación cruzada para determinar el desplazamiento de las partículas, como se conoce el tiempo entre las imágenes, Δt , el cálculo de la velocidad de cada partícula se realiza por medio de la ecuación

$$v_p = \frac{d(t_2) - d(t_1)}{\Delta t}$$

donde $d(t_1)$ y $d(t_2)$ son las posiciones de la partícula en el tiempo uno y el tiempo dos, respectivamente. Fig. 2.6.

Existen arreglos que permiten medir las tres componentes de la velocidad, para ello es necesario usar un arreglo estereoscópico de cámaras. El principio de operación es similar a la vista del humano, en este caso los ojos son las cámaras y el cerebro humano es una computadora que se encarga de combinar los campos de velocidad bidimensionales en uno tridimensional por medio de un modelo matemático, el cual es calculado mediante la calibración de las cámaras. Fig. 2.7.

Todos los sistemas PIV están formados por: una fuente de iluminación, cámaras, un procesador y partículas trazadoras. No existe un estándar en estos dispositivos y la selección de estos corresponde generalmente a las necesidades del estudio a realizar.

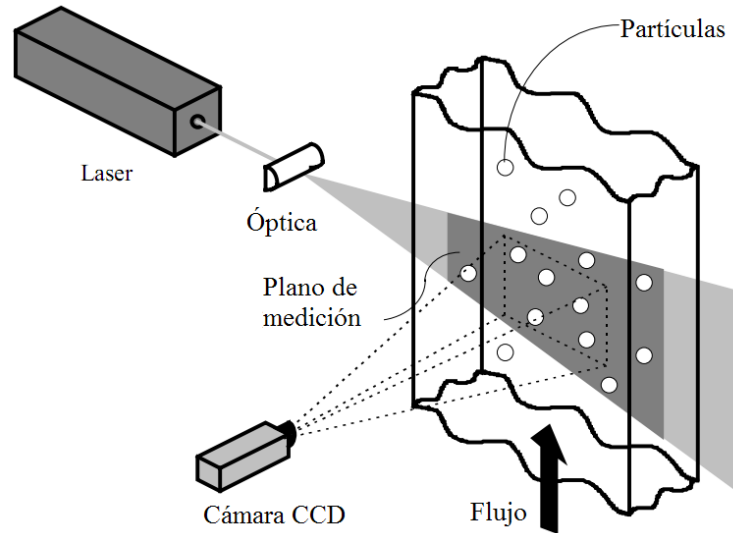


Fig. 2.6. Principio de operación de la técnica PIV.

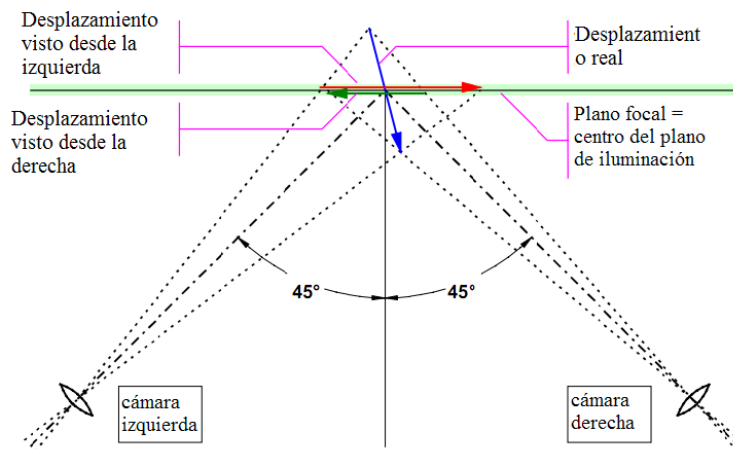


Fig. 2.7. Principio de la visión estereoscópica.

Fuente de luz. Los láser son las fuentes de luz por excelencia para los sistemas PIV ya que emite luz monocromática con una elevada densidad de energía; además, de que es relativamente fácil crear el plano de iluminación de intensidad uniforme por medio de un arreglo de lentes. Las características que debe cumplir el láser a utilizar son:

- Proveer la suficiente cantidad de luz para que la luz reflejada por las partículas pueda ser detectada por la cámara.
- La duración del pulso debe ser lo suficientemente corta para que el desplazamiento de las partículas, durante la exposición al pulso de luz, no sea significativo.
- El tiempo entre los pulsos de luz debe ser tal que el desplazamiento del flujo no sea significativo.

Los más usados son los láser Nd:YAG de doble cavidad Q-switched debido a que los pulsos que generan son de corta duración, al tener dos cavidades se tiene un amplio rango de tiempo y el nivel de energía de los pulsos no varía entre pulsos.

Cámaras. La cámara recibe la luz reflejada por las partículas trazadoras y por tanto la posición de estas en el flujo, las partículas aparecen como puntos luminosos sobre un fondo oscuro. Las cámaras más usadas en sistemas PIV son las cámaras CCD y CMOS; estas están formadas por arreglos sensores llamados pixeles que transforman la luz que incide en ellos en una carga eléctrica. Cuando la información del CCD es desplegada en un monitor, la carga eléctrica es convertida a voltaje por lo que si un pixel recibió la luz reflejada por una partícula tendrá un voltaje alto de salida, en la imagen se verá un punto blanco; si únicamente recibió luz del fondo (ruido) tendrá un bajo voltaje de salida, será un punto oscuro en la imagen.

Procesador. Pieza principal de todo sistema PIV, es una computadora construida de forma modular, en ella se encuentran instaladas las unidades de correlación (encargadas de el cálculo de los mapas de vectores), el buffer de entrada (lee y guarda la información proveniente de la cámara y la envía a la unidad de correlación) y la unidad de sincronización (provee los puertos de conexión entre el procesador y los otros elementos del sistema PIV como el láser y la cámara). A ésta se conecta una computadora que sirve de interfaz con el usuario.

Trazadores. Como se mencionó en los párrafos anteriores lo que en realidad se mide es el desplazamiento de las partículas trazadoras, por lo que de la correcta selección de estas dependerá la precisión con la que se mida la velocidad del flujo. Existen diversos factores que se tienen que considerar al momento de seleccionar un trazador, como son: el tamaño, la forma, la densidad relativa respecto al fluido y la concentración de partículas. En general las partículas deben ser lo suficientemente pequeños para poder seguir el flujo y lo suficientemente grandes para reflejar la suficiente cantidad de luz para que puedan ser detectadas por las cámaras.

Un criterio útil al momento de seleccionar las partículas trazadoras es calcular el tiempo de respuesta de las partículas, τ , este tiempo provee información de que tan rápido una partícula puede reaccionar a los cambios de la velocidad del flujo. Para una partícula esférica está definida como [23]:

$$\tau = \frac{d_p^2 \rho_p}{18\mu}$$

donde ρ_p y d_p son la densidad y diámetro de la partícula, y μ es la viscosidad del fluido. Para garantizar que las partículas siguen el movimiento del fluido, el tiempo de respuesta debe ser menor al tiempo entre adquisición de imágenes.

Para los experimentos se utilizaron partículas de vidrio huecas recubiertas de plata de $10\mu\text{m}$ de diámetro, su densidad es de $1400 \text{ (kg/m}^3\text{)}$. La viscosidad del fluido es de $1258 \text{ (Ns/m}^2\text{)}$, calculado a una temperatura promedio de 29.1°C correspondiente a un Rayleigh de 1×10^5 . Los datos anteriores dan como resultado un tiempo de respuesta de $\tau = 6.182 \times 10^{-12}$ segundos. El tiempo entre adquisición de imágenes para este Ra es de 1 segundo. El tiempo de respuesta de las partículas, τ , es mucho menor por lo que se garantiza que las partículas seguirán el movimiento del fluido.

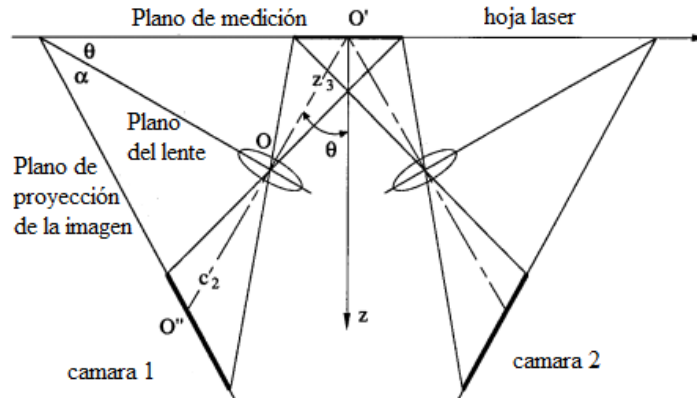


Fig. 2.8. Sistema PIV-estéreo con desplazamiento angular.

2.4.1 Equipo PIV

Para obtener los campos de velocidad se utilizaron dos equipos de PIV, uno para obtener los campos de velocidad bidimensionales y otro para estudiar los patrones de flujo tridimensionales.

El equipo PIV-2D está formado por una cámara de alta definición, Panasonic HDC-SD1, con una tasa de muestreo de 30 cuadros por segundo y una resolución de 1920×1080 píxeles. Un láser de onda continua spectra-physics de potencia variable (0–300 mW), frecuencia de trabajo de 532 nm. Al láser se acopla el “Delivery System for Flow Visualization” de la compañía OZ Optics que genera el plano de iluminación y facilita el posicionamiento del mismo, este consta de un coplee láser-fibra óptica, fibra óptica mono-modo de un metro de longitud y un generador de plano láser con un ángulo de apertura de 45° .

Los patrones de flujo tridimensional se estudiaron con el sistema PIV estereoscópico de la compañía Dantec Dynamics formado por un láser Nd:YAG de la compañía New Wave, modelo Solo III, de 532nm y una potencia máxima de 50mJ, la frecuencia de los pulsos es de 1-15Hz, con una duración de 3-5ns. Para generar el plano láser se utiliza un ensamble óptico 80X60 con un ángulo de divergencia de 0.35rad, que permite modificar el espesor del plano de iluminación. Dos cámaras CCD Kodak Megaplug ES1.0 con una resolución de 1008×1016 píxeles, mediante las cuales se puede obtener un máximo de 15 pares de imágenes por segundo y el tiempo mínimo entre imágenes de 1μs. Este sistema cuenta con el procesador FlowMap que se encarga de sincronizar el equipo PIV, este tiene instalados dos tarjetas de correlación 80N130, dos buffers de entrada 80N340 con un módulo 80N553 para las cámaras Kodak Megaplug ES1.0, una tarjeta de sincronización, una tarjeta madre de 32Mb en RAM y una tarjeta de comunicación Ethernet.

Las cámaras CCD se colocan de acuerdo al método de desplazamiento angular, es decir, los ejes ópticos de los lentes de las cámaras se rotan un ángulo θ de tal forma que interceptan al plano de medición en el mismo punto, Fig. 2.8. Por otro lado, el plano de proyección de la imagen (chip CCD de las cámaras) se rota un ángulo α respecto al plano del lente de la cámara de tal forma que el plano de medición, el plano de los lentes y el plano de proyección de las imágenes se intercepten en el mismo punto, condición Scheimplüg, para asegurar el correcto enfoque de las partículas en el plano de proyección de la imagen.

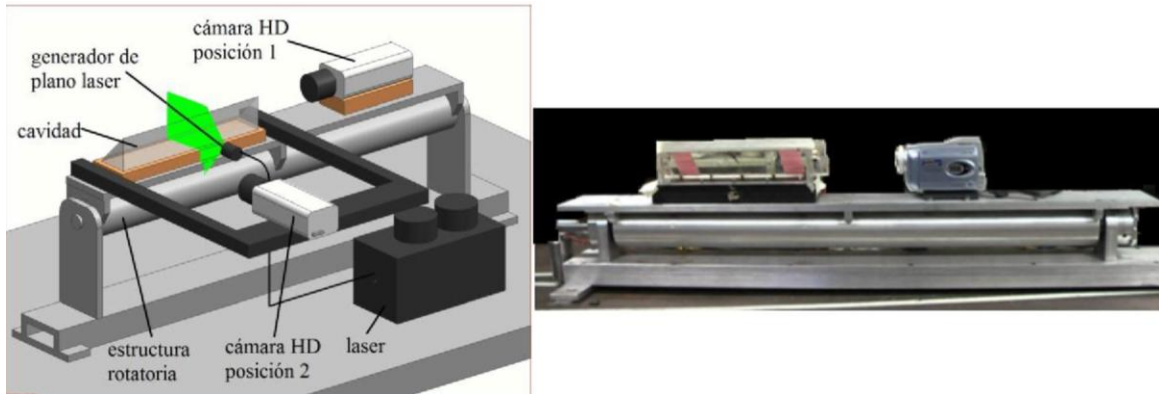


Fig. 2.9. Arreglo experimental PIV-2D.

2.5 Estructuras de inclinación

Las diferencias entre los equipos de PIV-2D y PIV-estéreo hizo necesario construir dos estructuras, una para cada equipo, que permitieran modificar al mismo tiempo el ángulo de inclinación tanto de la cavidad como del equipo PIV para evitar modificar la posición relativa entre estas una vez que el equipo ha sido calibrado.

La estructura de inclinación para el equipo PIV-2D, Fig. 2.9, está formada por una plataforma de aluminio de 1000 mm de largo, 101.6 mm de ancho y 12.7mm de espesor, a la que se fija la cavidad. La placa se fija a un eje rígido de 72 mm de diámetro, soportado en ambos extremos por rodamientos que permiten variar la inclinación de la estructura en $\pm 90^\circ$ a partir de la horizontal. En uno de los extremos de dicho eje se maquinó un seguro de “apriete”, que inmoviliza la plataforma una vez que esta se ha colocado en el ángulo deseado. Para medir los campos de velocidad bidimensionales, plano YZ y $X/H=0$, la cámara se coloca en la posición 1, la distancia entre el lente de la cámara y el plano de medición es de 30cm, ambos paralelos entre sí. Para realizar las mediciones en el plano XY y $Z/H= -0.2$, se integra a la estructura giratoria una estructura de acero en forma de “U” en la que se coloca la cámara HD (posición 2). Esta se utiliza solo para ángulos de inclinación de entre 345° a 30° . En ambos casos el generador de plano láser se coloca de tal forma que coincida con el plano de medición.

La estructura utilizada para obtener los patrones tridimensionales está formada por dos rieles de tipo “cola de milano” de 914 mm de longitud y un riel estructural de 1500 mm de largo. A uno de los rieles de cola de milano se fijan el láser y una platina micrométrica, sobre la cual se monta la cavidad, la separación entre la óptica del láser y el centro de la platina, $X=0$, es de 267 mm. Al segundo riel de cola de milano se sujetan las cámaras CCD, la separación entre los soportes de las cámaras es de 610 mm. Ambos rieles se aseguran de forma perpendicular al riel estructural, con una separación entre centros de 378mm. El ángulo entre el eje óptico de los lentes de las cámaras, θ , es de 45° respecto a la normal de la pared adiabática, mientras que el ángulo entre el eje óptico de los lentes y el sensor CCD de la cámara, α , es de 9° . En uno de los extremos del riel estructural se coloca una bisagra que sirve como pivote para modificar el ángulo de inclinación de toda la estructura y fijarla a la mesa óptica. El ángulo de inclinación es modificado con un gato para laboratorio, colocado en el extremo opuesto a la bisagra, y se mide con un inclinómetro digital con

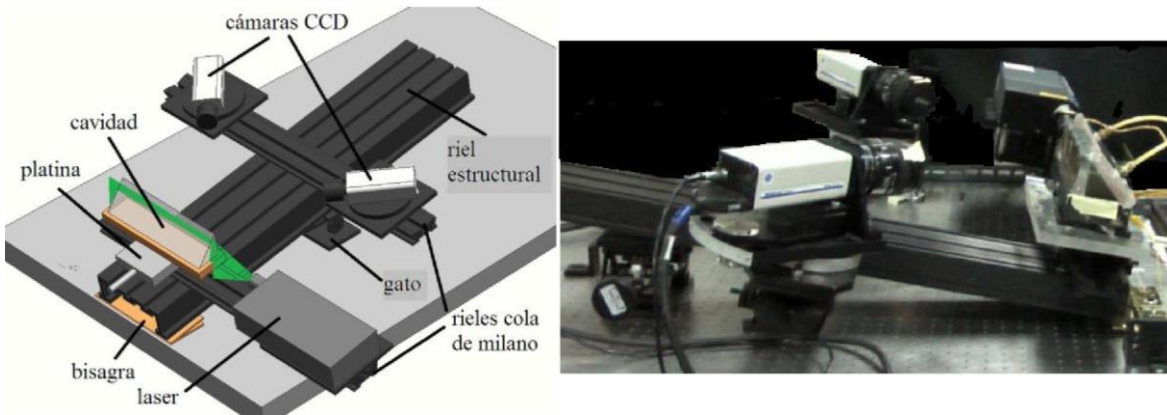


Fig. 2.10. Arreglo experimental PIV estereoscópico.

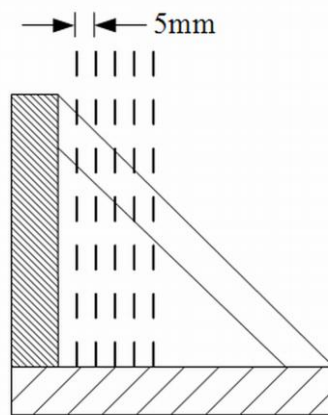


Fig. 2.11. Planos de medición.

una precisión de 0.1° . Por motivos de seguridad el ángulo de inclinación de la estructura no fue mayor a los 20° . Fig. 2.10. Para el mapeo en volumen de los patrones tridimensionales, se realizaron mediciones en 5 planos paralelos a la pared adiabática, con una separación de 5mm, Fig. 2.11. Para tener una buena precisión en las mediciones, éstas se realizaron en la región central de la cavidad, $X/H = \pm 0.7$. Fig. 2.12.

2.6 Adquisición de datos

Para prevenir cualquier perturbación y garantizar que el fluido está en reposo al inicio del experimento, el llenado de la cavidad con el fluido de trabajo y/o el cambio en el ángulo de inclinación se realiza por lo menos 24 horas antes de realizar el experimento.

El desarrollo de los experimentos se lleva de la siguiente forma: primero se enciende el baño térmico para elevar la temperatura de la pared caliente hasta 25°C , el tiempo en alcanzar esta temperatura es de 30 minutos aproximadamente, se deja que pasen 30 minutos más hasta que se minimicen las fluctuaciones de temperatura. Posteriormente se enciende la fuente de poder que alimenta al calentador eléctrico y establecer la diferencia de temperaturas entre las paredes caliente y fría, este proceso toma de 40 a 60 minutos, dependiendo del número de Rayleigh. Para asegurar que el flujo alcanza el estado permanente se deja que el sistema trabaje por al menos 60 minutos más.

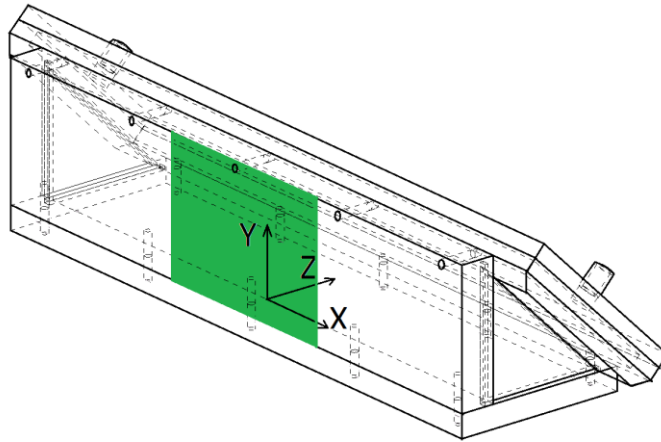


Fig. 2.12. Área de medición PIV-estereo.

Procedimiento para obtener los campos de velocidad:

2.6.1 PIV-2D

Alcanzado el estado permanente, se enciende el láser y la cámara HD, se obtiene un video del flujo de 5 minutos. Del video obtenido se extraen 80 pares de imágenes utilizando un software de edición de video. El tiempo entre las imágenes varía de 1 a 5 segundos y depende del número de Rayleigh y del ángulo de inclinación. Se utiliza el software FlowManager (Dantec Dynamics) para realizar el análisis PIV. Los campos de velocidad son calculados utilizando una correlación cruzada, zonas de interrogación de 32×32 píxeles y un traslape entre imágenes del 25%. Un programa desarrollado en Fortran elimina zonas “no deseadas” (basura), re-escala los campos de velocidad.

Willert y Gharib [24] realizaron un estudio donde prueban que para un esquema de interpolación gaussiana de tres puntos, un tamaño de partículas en las imágenes de 2-3 píxeles, un desplazamiento de las partículas menor a 10 píxeles y que el tamaño de las áreas de interrogación sea de 64×32 a 16×8 píxeles, el desplazamiento mínimo de las partículas que puede ser medido es del orden de 0.1 pixel. En los experimentos, el software de PIV *FlowManager* utiliza el modelo gaussiano para realizar la interpolación del ancho, alto y posición del pico obtenido de la correlación cruzada, primera condición. En las imágenes tomadas el diámetro de las partículas varía de entre 3-6 píxeles, segunda condición. Del video obtenido de los experimentos se estudió el desplazamiento de las partículas para conocer una velocidad aproximada del flujo. A partir de la velocidad obtenida, del criterio Nyquist, el desplazamiento de las partículas debe ser igual o menor a $\frac{1}{4}$ del área de interrogación, y considerando un área de interrogación de 32×32 píxeles, se calculó el tiempo entre imágenes, con lo que se cumplen la tercera y cuarta condición. Con esto se asegura que el desplazamiento mínimo que puede medir el sistema PIV es del orden de 0.1 pixel.

Para el sistema PIV-2D las cámaras tienen una resolución de 1920×1080 , el área de visualización efectiva para la cavidad, de 50×50 mm que corresponden a 932×940 píxeles, por lo que cada pixel tiene una longitud promedio de 0.0536mm. Del párrafo anterior se tiene que el desplazamiento mínimo de las partículas es de 0.1 de pixel, es decir, 5.36×10^{-6} m. Para un Rayleigh de 1×10^5 el tiempo entre imágenes es de 1 segundo, lo que da una incertidumbre de 5.36×10^{-6} m/s.

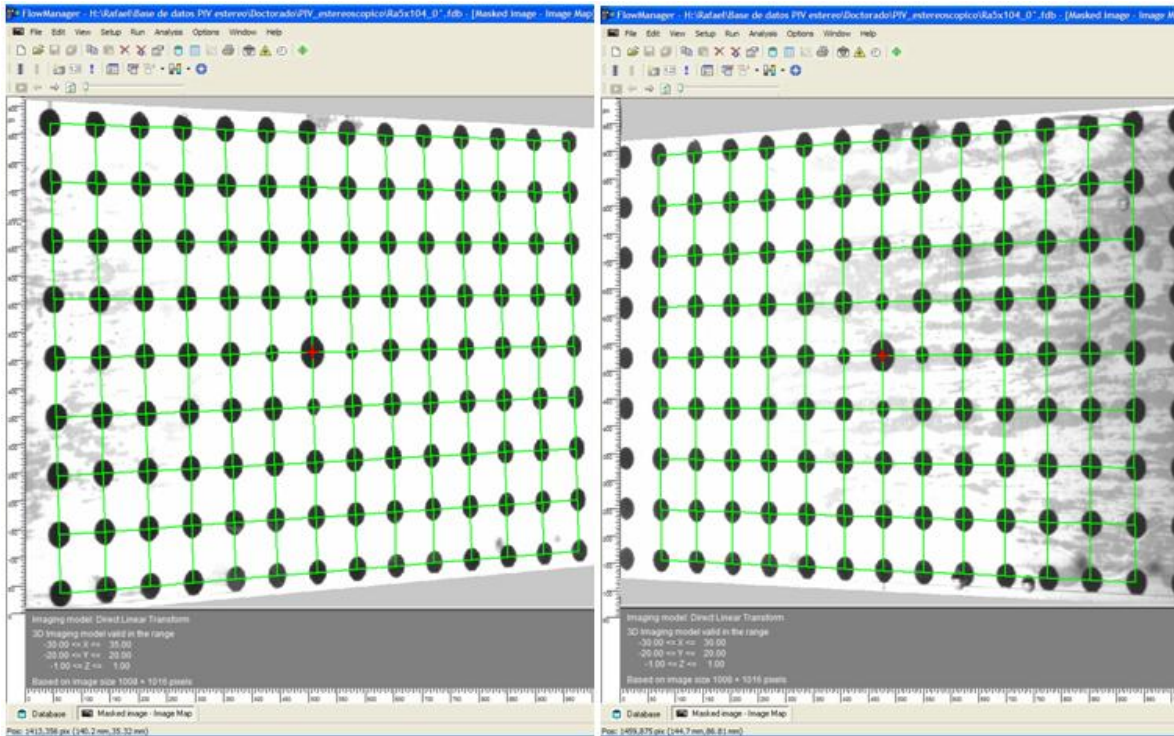


Fig. 2.13. Imágenes tomadas para realizar la calibración de las cámaras izquierda (imagen izquierda) y derecha (imagen derecha) con el modelo de calibración superpuesto.

2.6.2 PIV estereo

Una vez que se alcanza el estado permanente en la cavidad, se enciende el equipo y se adquieren 300 pares de imágenes para cada plano de medición y realizar posteriormente el análisis PIV. La platina sobre la que está montada la cavidad permite el desplazamiento manual de la misma sobre el eje Z y de esta forma cambiar el plano de medición. Debido a la baja velocidad del flujo, las cámaras CCD se configuraron en modo “single-frame” con un tiempo de adquisición de imágenes de entre 1 y 2 segundos. Cada par de campos de velocidad es calculado utilizando una correlación cruzada, zonas de interrogación de 32×32 píxeles y una traslape del 25%. Se realiza un promedio de los campos de velocidad y estos se combinan, por medio de los modelos de calibración, para obtener un solo campo de velocidades con las tres componentes de la velocidad. Un programa en Fortran es utilizado para combinar los campos de velocidad, de cada plano de medición, y hacer el mapeo en volumen.

Antes de realizar la medición de los campos de velocidad se obtuvieron los modelos de calibración de las cámaras que permiten combinar los campos de velocidad bidimensionales, obtenidos para cada cámara, para obtener las tres componentes de la velocidad, Fig. 2.13. Para la calibración se utilizó el software FlowManager (Dantec Dynamics) y se construyeron un modelo y una plantilla de calibración. El modelo simula las condiciones de trabajo del modelo experimental, es una cavidad rectangular de 50mm de alto \times 50mm de ancho \times 240mm de profundidad, fabricado en acrílico. La plantilla de calibración de 230mm \times 60mm, consiste en una malla uniforme de puntos de 2mm de diámetro con una separación entre centros de 5mm, los ejes coordenados son definidos por un círculo de 3mm (eje Z) rodeado de cuatro puntos de 1.5mm (ejes X, Y). La plantilla se fija a una platina micrométrica que facilita su desplazamiento dentro del modelo, ambas

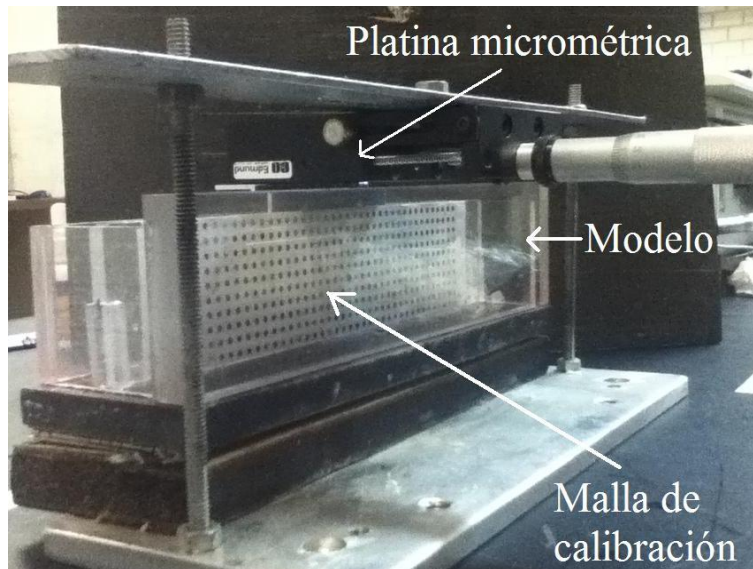


Fig. 2.14. Obtención de modelos de calibración.

son alineadas al centro del plano láser, $Z=0$, y se capturan imágenes para $-1 < Z < 1$ mm con desplazamientos de 0.5mm, Fig. 2.14. Con las imágenes, FlowManager calcula los parámetros del modelo lineal para la calibración de cada cámara, este modelo tiene un volumen efectivo de medición de $X=\pm 30$ mm, $Y=\pm 20$ mm y $Z=\pm 1$ mm. Debido a los gradientes en el índice de refracción por el calentamiento de la glicerina, se obtuvo un modelo de calibración para cada uno de los cinco planos de medición.

Cuando la medición ha terminado, se apaga la fuente de alimentación, el baño térmico continúa trabajando por alrededor de una hora para disminuir la temperatura del fluido de trabajo. Para garantizar el estado inicial de reposo se recomienda esperar 24 horas antes de volver a realizar otro experimento.

La visualización de los resultados se realiza con el software de graficación TECPLOT 9.0, con el que se grafican campos de vectores, líneas de corriente y contornos de iso-velocidad, para los patrones bidimensionales. Para los casos tridimensionales se grafican vectores de velocidad, cintas de corriente, cortes (slices) en los que se muestran superficies de iso-velocidad y vectores de velocidad, así como los ejes de giro de los patrones convectivos.

CAPÍTULO 3

Resultados.

A continuación se presentan los resultados obtenidos del estudio de la convección natural en una cavidad con geometría de triángulo rectángulo, para diferentes números de Rayleigh y ángulos de inclinación. Este capítulo se divide en tres partes principales:

- **Visualización de los patrones de flujo.** En esta sección se presentan los resultados obtenidos de las visualizaciones de los patrones de flujo para diferentes números de Rayleigh, cuando la cavidad se encuentra en posición horizontal, $\theta=0^\circ$. Las visualizaciones se realizaron utilizando aire como fluido de trabajo y humo de cigarro como trazador.
- **Flujo bidimensional.** Como se mencionó al inicio de la tesis, la técnica PIV-2D fue la más empleada y se utilizó para estudiar los patrones de flujo para ciertos ángulos de inclinación, comprendidos entre 0° y 360° , y números de Rayleigh de 5×10^3 , 1×10^4 , 5×10^4 y 1×10^5 . Los resultados se presentan en gráficas de vectores de velocidad, contornos de iso-velocidad y líneas de corriente, con ellos se explica el efecto del número de Rayleigh y θ en los patrones convectivos.
- **Flujo tridimensional.** De los resultados obtenidos con el PIV-2D se seleccionaron casos específicos en los que se utiliza la técnica PIV-estéreo para obtener los campos de velocidad tridimensionales; estos casos corresponden a $\theta=0^\circ$, 10° y 20° y números de Rayleigh de 5×10^4 y 1×10^5 . Se utiliza la teoría de puntos críticos para encontrar el centro de los vórtices y para completar la descripción del flujo se grafican cintas de corriente y planos en los que se presentan vectores de velocidad.

Los resultados se presentan en función del número de Rayleigh y del ángulo de inclinación, los ejes coordenados se adimensionalizan con la altura de la cavidad (X/H , Y/H , Z/H). Para visualizar fácilmente el incremento de la velocidad con el número de Rayleigh o con el ángulo de inclinación, se utiliza el mismo factor de escala para los vectores de velocidad en todas las gráficas, excepto en algunos casos donde la velocidad es muy pequeña y se modifica la escala, lo que se especifica en la misma figura. En la esquina superior derecha de cada imagen se señala la dirección de la gravedad.

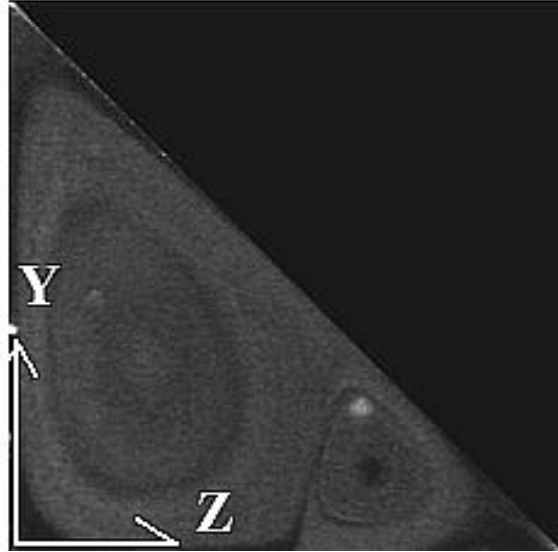


Fig. 3.1. $Ra = 5 \times 10^3$, $\theta=0^\circ$. Flujo visto desde la pared frontal, plano YZ, $X/H=0$.

3.1 Visualización de los patrones de flujo

La difusión del humo de cigarro dificulta la visualización de las celdas convectivas, por lo que para poder tener imágenes de buena calidad, la visualización se enfocó al centro de la cavidad. Para facilitar la descripción de los patrones de flujo en los que se presentan varias celdas convectivas, arreglo multicelular, éstas se numeran comenzando por las que se encuentran en el centro de la cavidad, de tal forma que las celdas impares quedan del lado derecho de la cavidad y las pares del lado izquierdo. Las imágenes fueron manipuladas con el software IrfanView versión 4.28, se utilizó el efecto “sharpen” para aumentar el contraste entre las partículas de humo y el fondo de la cavidad para de esta forma facilitar la visualización de las celdas convectivas.

Para un Rayleigh de 5×10^3 el patrón convectivo es bidimensional en el plano YZ, está formado por una celda principal que ocupa casi toda la cavidad y una celda secundaria ubicada en el vértice PC-PF, Fig.3.1. La celda principal gira en sentido anti-horario y la secundaria en sentido opuesto. El plano de visualización se encuentra al centro de la cavidad en el plano YZ, $X=0$.

El patrón convectivo para un Ra de 3×10^4 está formado por un arreglo de seis celdas a lo largo de la pared adiabática. En la figura 3.2a muestra la región central de la cavidad, $X/H = \pm 1.2$, el plano de visualización se encuentra a 5mm de la pared adiabática, $Z/H = -0.1$, en esta área se pueden observar de la celda 1 a la 4, de las cuales la 3 y la 4 solo de forma parcial. Las celdas adyacentes a las paredes frontal y posterior, 5 y 6, son difíciles de visualizar ya que en la parte posterior se encuentra el arreglo de popotes, que laminariza el flujo de agua en la pared fría, que no contrasta con las partículas de humo. Las celdas 1 y 4 giran en sentido horario y por continuidad las celdas 2 y 3 giran en sentido inverso. En las figuras 3.2b y 3.2c, se observan las mismas celdas a diferentes distancias de la pared adiabática.

Para un Rayleigh de 5×10^4 , Fig. 3.3, se presenta el mismo patrón de flujo; es decir, seis celdas con un ancho similar a las observadas para $Ra 3 \times 10^4$ pero su altura es ligeramente mayor, como referencia se puede tomar el termopar insertado en la pared fría, en $X=0$ al fondo de la imagen, para

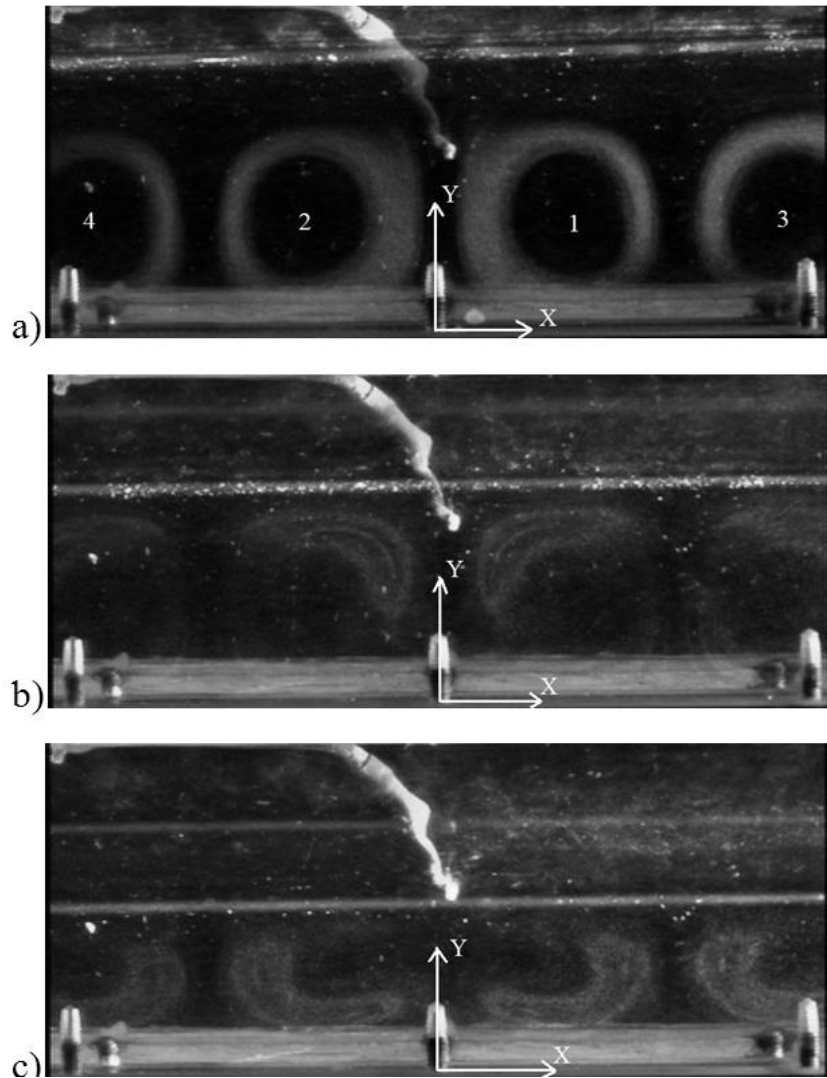


Fig. 3.2. $Ra = 3 \times 10^4$, $\theta = 0^\circ$. Planos de visualización paralelos a la pared adiabática, plano XY. A una distancia de a) 5mm, b) 15mm y c) 25mm de la pared adiabática.

$Ra = 3 \times 10^4$ la parte superior de las celdas esta aproximadamente a la misma altura que el termopar; mientras que para $Ra = 5 \times 10^4$ la altura de las celdas está por encima de éste.

Incrementando el valor del número de Rayleigh a 1×10^5 , la difusión de las partículas de humo aumenta y estas se concentran principalmente en las celdas 1 y 2, en tanto que las otras celdas son difíciles de apreciar a simple vista, Fig. 3.4a, y la cámara de video no puede captarlas. Lo mismo sucede cuando el plano de visualización se aleja de la pared adiabática, Fig.3.4b. Observando el flujo detenidamente se pueden distinguir las seis celdas pero no se puede precisar el ancho de estas, por lo que no se puede determinar claramente el efecto del número de Rayleigh. Lo único evidente es el incremento de la velocidad de las partículas trazadoras.

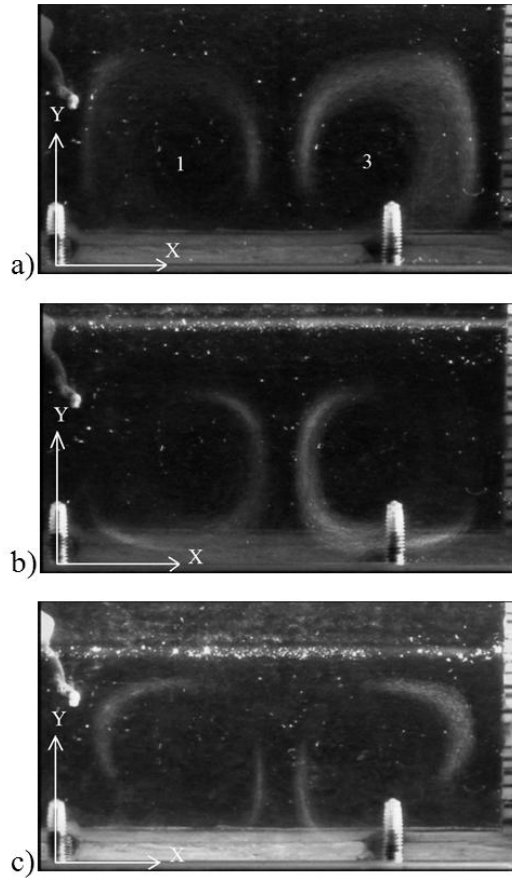


Fig. 3.3. $Ra = 5 \times 10^4$, $\theta = 0^\circ$. Planos de visualización paralelos a la pared adiabática, plano XY. A una distancia de a) 5mm, b) 10mm y c) 15mm de la pared adiabática.

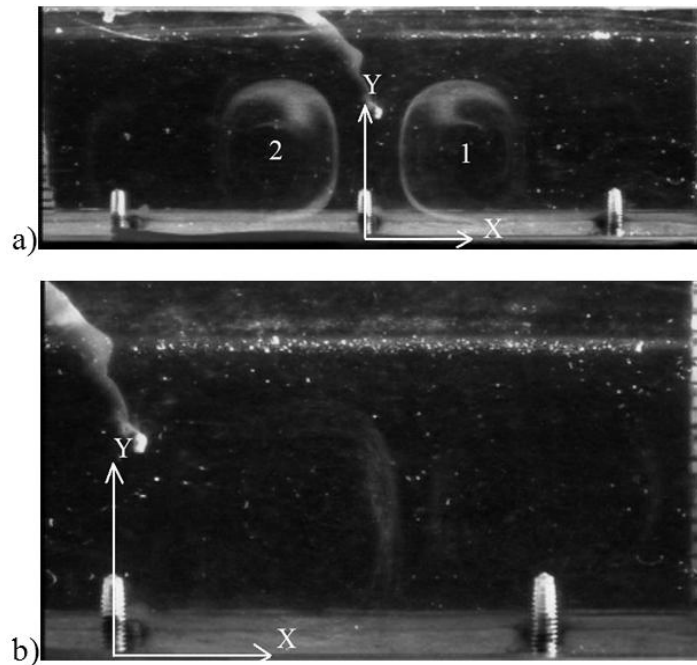


Fig. 3.4. $Ra = 1 \times 10^5$, $\theta = 0^\circ$. Planos de visualización paralelos a la pared adiabática. A una distancia de a) 5mm y b) 10mm de la pared adiabática.

3.2 Resultados PIV-2D

Los resultados obtenidos con la técnica PIV-2D se dividen en dos partes, en la primera “Flujo bidimensional” se muestran los resultados para los casos en los que el patrón de flujo dentro de la cavidad es bidimensional; es decir, las variaciones de la velocidad en el eje X son muy pequeñas por lo que las mediciones se realizan en el plano YZ, en $X/H=0$. En la segunda parte “Flujo tridimensional” se presentan los resultados en los que el patrón se compone de varias celdas distribuidas a lo largo de la cavidad, así como su evolución con el número de Rayleigh y el ángulo de inclinación. El plano de visualización es paralelo a la pared adiabática y se encuentra a 10mm de la misma, plano XY y $Z/H = -0.2$.

3.2.1 Validación de la condición de bidimensionalidad del flujo.

En la vida real un flujo estrictamente bidimensional no existe, ya que las paredes laterales siempre afectan, en mayor o menor medida, a la formación del flujo, aún en condiciones controladas. Para considerar a un flujo como “bidimensional” se tiene que demostrar que la variación de las componentes de la velocidad en planos paralelos al plano de medición es muy pequeña, es decir el comportamiento global del flujo no cambia significativamente con respecto al eje normal a dicho plano, y que la componente de la velocidad normal al plano de medición es pequeña en comparación con las velocidades contenidas en éste.

En este trabajo, como una justificación de que el flujo se puede considerar como bidimensional para ciertas condiciones, se analizaron tres casos, cada uno para diferente número de Rayleigh y ángulo de inclinación. Caso 1) $Ra = 5 \times 10^3$, $\theta = 45^\circ$, caso 2) $Ra = 5 \times 10^4$, $\theta = 180^\circ$ y caso 3) $Ra = 1 \times 10^5$, $\theta = 315^\circ$. Estos casos se encuentran dentro del rango que considerado como bidimensional que abarca de los 45° a los 330° . Para demostrar que la variación del flujo entre planos paralelos a las paredes frontal y posterior es pequeña, se comparan los planos de medición P1, P2 y P3 localizados en $X/L = -1.2$, $X/L = 0$ y $X/L = 1.2$, respectivamente. La comparación se realiza superponiendo los campos de flujo en P1 con P2 y en P2 con P3, conservando la escala y el color del plano al que pertenecen. Para demostrar que la tercer componente de la velocidad, u , es pequeña en comparación con las componentes en el plano de medición, v y w , se extrae un grupo de datos de un plano de medición paralelo a la pared adiabática, que se encuentra a 10 mm de ésta, con los que se calcula la relación u/v . Los datos pertenecen a los puntos con coordenadas $Y/H = 0.3$ y $-1.15 < X/H < 1.15$, línea horizontal de color azul en las figuras 3.6c, 3.7c y 3.8c, se seleccionaron estos puntos por que se encuentra lo suficientemente lejos de los vértices PA-PF y PA-PC, zonas en las que el flujo cambia de dirección en el plano YZ por lo que los efectos de este plano son mayores a los del plano XY. Si la relación u/v es mucho menor a la unidad, la aportación de la componente u es pequeña en comparación de la componente v . Los resultados de esta relación de velocidad se presentan en términos del módulo de la relación de velocidades y el valor promedio se calcula de la siguiente forma.

$$\left(\frac{u}{v}\right)_{prom} = \sum \frac{abs(u/v)}{n}$$

donde $(u/v)_{prom}$ valor promedio de la relación de velocidades, $abs(u/v)$ es el valor absoluto de la relación de velocidades y n es el número de puntos de la sumatoria.

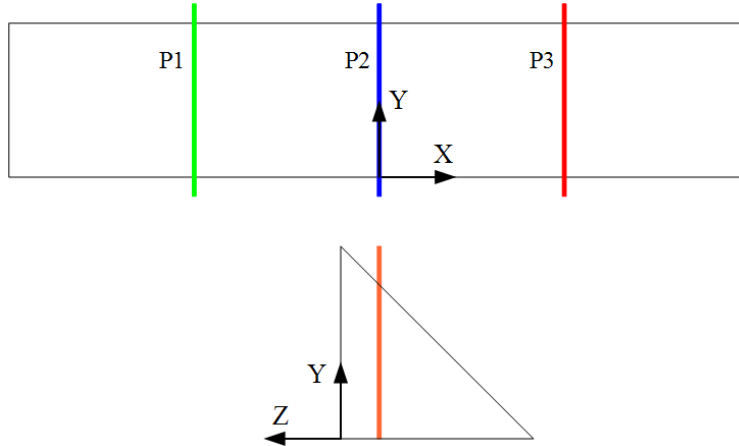


Fig. 3.5. Localización de los planos de medición, arriba) en el plano XY, abajo) en el plano YZ.

Caso 1. La comparación de los campos de velocidad en el plano YZ se puede observar en la figura 3.6. En la figura 3.6a se comparan los planos P1 y P2 mientras que en la gráfica 3.6b se comparan los planos P2 y P3, en estas figuras se puede observar que el tamaño y dirección de la mayoría de los vectores coincide de manera satisfactoria, los vectores que presentan mayores diferencias se encuentran principalmente adyacentes a la pared adiabática. Aún cuando existen pequeñas diferencias entre los campos de vectores, el comportamiento global del flujo es prácticamente el mismo. La figura 3.6c muestra el flujo paralelo a la pared adiabática en la que se puede ver que la mayor parte del flujo asciende en dirección vertical. La relación u/v , fig. 3.6d, en la región de medición, $-1.03 < X/H < 1.05$, tiene un valor promedio de 0.057, un máximo de 0.288 y un mínimo de 0.0031. Para el valor máximo equivaldría a que la componente u es de alrededor de un tercio de la componente v de la velocidad. Al ser el valor promedio mucho menor a uno junto con la buena concordancia de los vectores de velocidad en los diferentes planos se puede decir que la condición de bidimensionalidad se cumple.

Caso 2. En las imágenes 3.7a y 3.7b se puede observar que las diferencias más marcadas se encuentran entre los vectores cercanos al vértice PC-PF, sin embargo el comportamiento del flujo en los tres planos es prácticamente el mismo. En el plano paralelo a la pared adiabática, al igual que el Caso1 el flujo se desplaza verticalmente de la pared caliente al vértice PA-PF. Para este caso el valor promedio de la relación de velocidades es de 0.083, mientras que los valores máximo y mínimo son 0.23 y 0.0019, respectivamente. El valor promedio de esta relación mantiene el valor de la componente u es menor a una décima parte de la componente v , por lo que se puede considerar al flujo como bidimensional.

Caso 3. Fig. 3.8. Para este caso las figuras en las que se comparan los planos de medición YZ presentan diferencias muy pequeñas entre los vectores de velocidad y el patrón de flujo es similar en los tres planos. En el plano XY, Fig. 3.8c, el flujo cae en vertical, dirección opuesta a los casos anteriores debido a la posición de las paredes que conforman la cavidad respecto a la vertical. La relación u/v , fig. 3.6d, en la región de medición tiene un valor promedio de 0.02, un máximo de 0.069 y un mínimo de 0.00078. Nuevamente la buena concordancia entre los vectores y el valor promedio de la relación de velocidades pequeño se asegura la bidimensionalidad del flujo.

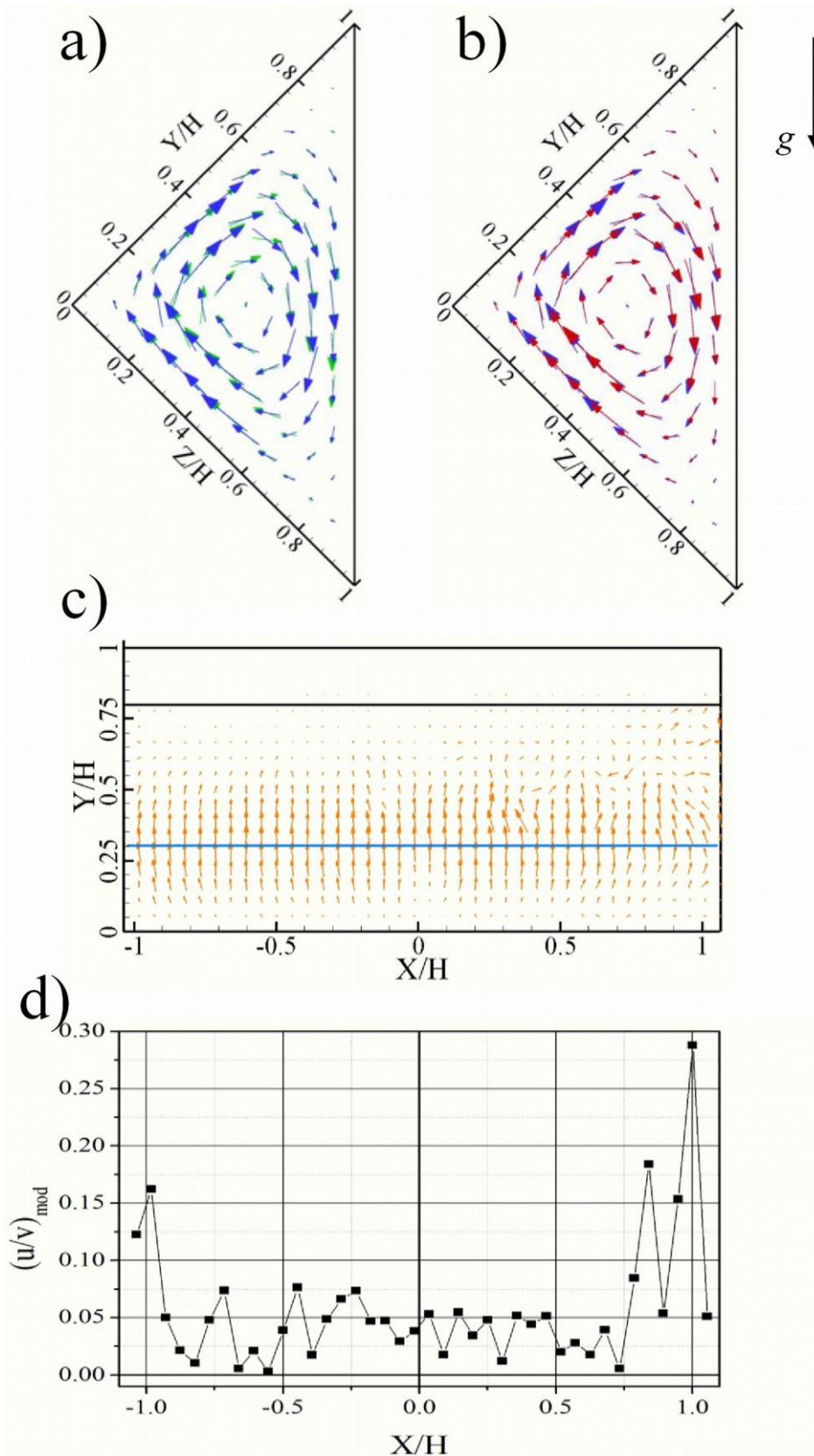


Fig. 3.6. Caso 1) $Ra = 5 \times 10^3$, $\theta = 45^\circ$.

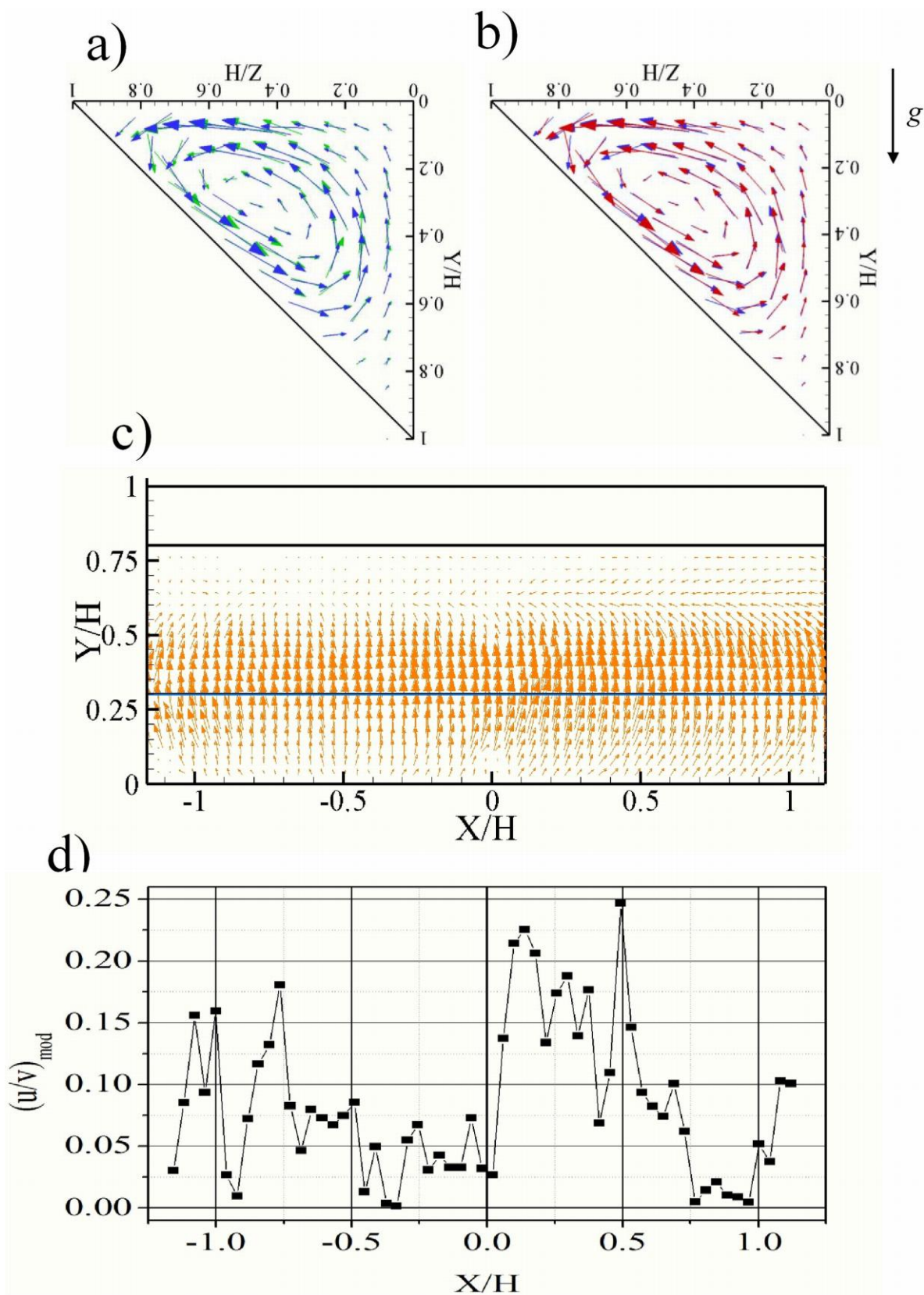


Fig. 3.7. Caso 2) $Ra = 5 \times 10^4$, $\theta = 180^\circ$.

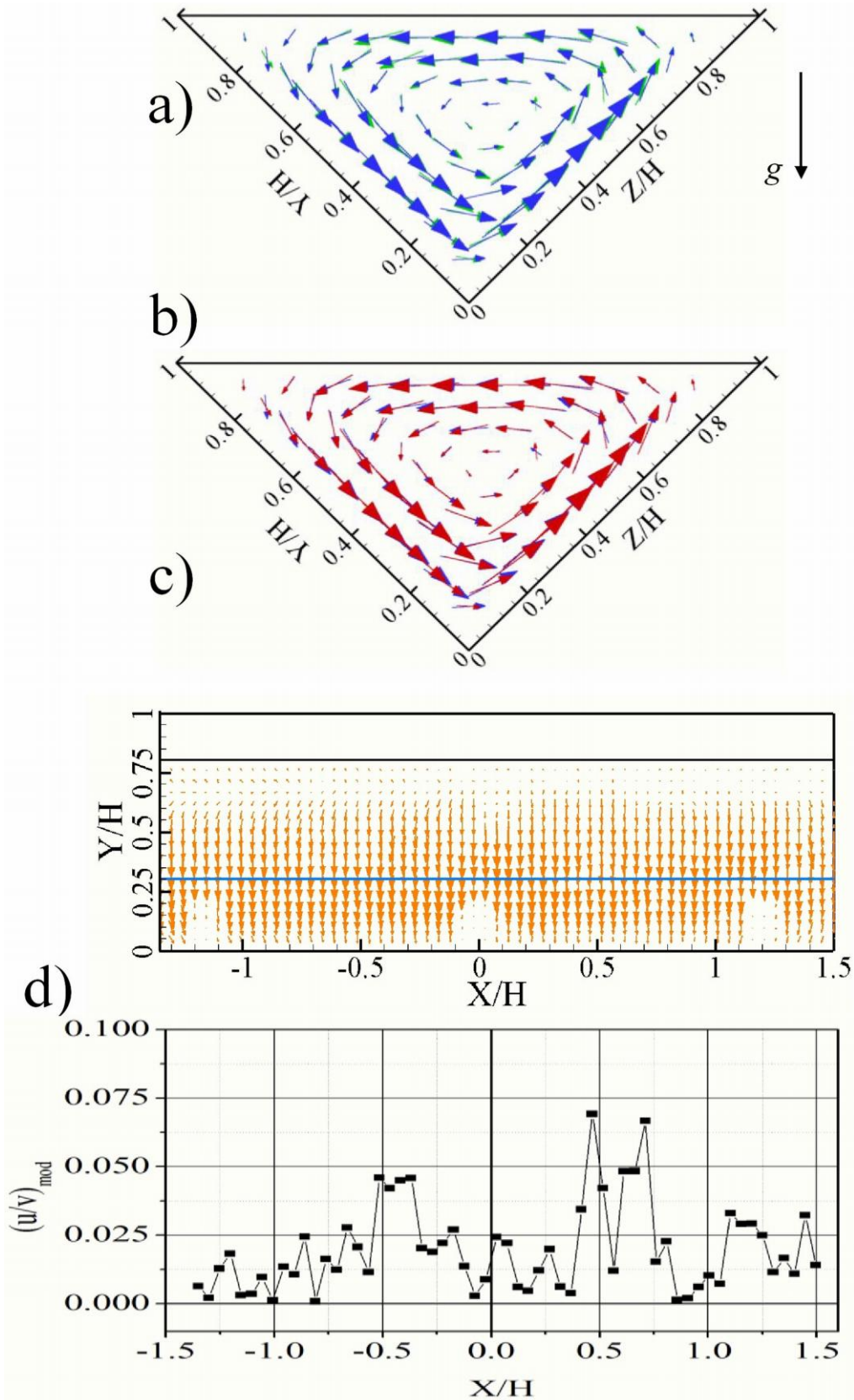


Fig. 3.8. Caso 3) $Ra = 1 \times 10^5$, $\theta = 315^\circ$.

3.2.2 Flujo bidimensional.

Para ángulos de inclinación entre 45° y 330° el patrón de flujo es bidimensional y está compuesto por una sola celda convectiva. La posición del eje de giro de la celda, así como la velocidad y dirección del flujo, dependen de la posición de las paredes caliente y fría con respecto a la horizontal, por tal motivo se decidió dividir el rango de 45° a 330° en tres sub-rangos.

El primer sub-rango comprende los siguientes ángulos: 45° , 60° y 90° , Figs. 3.9, 3.10 y 3.11, respectivamente. En este sub-rango el modelo experimental tiene una configuración similar a la de una cavidad calentada lateralmente. Tanto la pared caliente como la pared fría contribuyen al movimiento del fluido; en la primera la fuerza de flotación es ascendente y en la segunda descendente, que se incrementan a medida que la diferencia de temperaturas, número de Rayleigh, es mayor. La variación de θ no produce cambios significativos en la velocidad ni en el patrón de flujo que está formado por una celda que gira en sentido horario, cuyo eje de giro se encuentra cerca del centro geométrico de la cavidad. Para Rayleigh igual a 5×10^3 , en los vértices PF-PC y PF-PA se presentan zonas de estancamiento, siendo la última de mayor tamaño, Figs. 3.9a, 3.10a y 3.11a. Al incrementarse las fuerzas de flotación la velocidad del flujo también se incrementa, teniendo como consecuencia la reducción de tamaño de las zonas de estancamiento, que prácticamente desaparecen cuando el Ra es igual a 1×10^5 .

El segundo sub-rango, que contempla los ángulos de 135° , 180° y 225° , se caracteriza porque solo una de las paredes, la caliente o la fría, contribuye al movimiento del fluido, lo que provoca que la velocidad del flujo disminuya. Se presentan variaciones notables en el patrón de flujo y en su velocidad.

Para 135° y Rayleigh igual a 5×10^3 y 1×10^4 , Fig. 3.12, el fluido cerca del vértice PA-PF se encuentra prácticamente estancado, como lo muestran los contornos de iso-velocidad, mientras que las líneas de corriente presentan en este vértice una celda que gira en sentido anti-horario. El flujo en el resto de la cavidad está formado por una celda que gira en sentido horario, cuya función de corriente es en promedio un orden de magnitud mayor a la del vértice PA-PF. Para Rayleigh de 5×10^4 y 1×10^5 la zona de influencia de la celda principal aumenta por lo que la zona de fluido estancado desaparece, al mismo tiempo el eje de giro se desplaza hacia el vértice PA-PC, debido al aumento de la temperatura de la pared caliente. La pared fría se encuentra en posición horizontal, debajo de las paredes caliente y adiabática, por lo que únicamente la pared caliente activa el movimiento del fluido, lo que provoca una disminución en la velocidad del flujo. Se cree que la celda en el vértice PA-PF es la primera manifestación del cambio en la dirección del flujo, que para los casos estudiados se presenta para $\theta=180^\circ$.

En una cavidad rectangular calentada por la pared superior y enfriada por en la pared inferior el principal modo de transferencia de calor es por conducción, por lo que no se presentan patrones de flujo debido a la inexistencia de fuerzas de flotación. Para la cavidad bajo estudio e inclinada 180° , Fig. 3.12, la interacción de las paredes caliente y fría, principalmente en el vértice que estas conforman, promueve el movimiento del fluido. Para Ra 5×10^3 los contornos de iso-velocidad indican velocidades muy bajas mientras que los vectores de velocidad, apenas visibles, muestran que el flujo se mueve en dirección anti-horaria, las líneas de corriente presentan una celda con eje de giro desplazado hacia vértice PC-PF, para este caso se presenta el *minimum minimorum* de la velocidad. Para un Rayleigh de 1×10^4 el aumento de la velocidad del flujo permite observar

fácilmente que la dirección de giro de éste es anti-horaria, mientras que las líneas de corriente muestran al eje de giro en el centro de la cavidad. Para Ra 5×10^4 y 1×10^5 , los contornos de iso-velocidad muestran que la velocidad aumenta principalmente cerca del vértice PC-PF y que a medida que se incrementa el Ra el patrón de flujo se deforma hasta tener forma elipsoidal alrededor del eje de giro, el cual se desplaza hacia dicho vértice. Para este ángulo el flujo presenta las velocidades más bajas de todos los casos estudiados.

Para un ángulo de inclinación de 225° , Fig. 3.14, tanto en la pared caliente como en la pared fría se generan fuerzas de flotación que activan el movimiento del fluido, aumentando así la velocidad del flujo. En la cavidad se presenta una celda que gira en sentido anti-horario con forma cuasi-circular alrededor del eje de giro para bajos Rayleigh, 5×10^3 y 1×10^4 . Para valores de Rayleigh de 5×10^4 y 1×10^5 el eje de giro se desplaza hacia la pared caliente mientras que el flujo alrededor de este se deforma. Los contornos de iso-velocidad muestran que la velocidad del flujo sobre las paredes caliente y fría, cerca del vértice PC-PF, es mayor que la del resto de la cavidad, Figs. 3.14d. El vértice PA-PF, que para este ángulo se encuentra en la parte inferior de la cavidad, es una zona de estancamiento y no desaparece aún para un Ra de 1×10^5 . Aún cuando el flujo incrementó su velocidad, ésta no se compara con las velocidades alcanzadas en el primer rango, esto se debe a que el flujo es frenado por la interacción de la celda convectiva con el fluido estancado y que el flujo ascendente generado por la pared caliente choca con la pared fría, en el vértice PC-PF, por lo que éste no alcanza a desarrollarse.

El tercer sub-rango comprende los ángulos de 270° , 300° , 315° y 330° , Figuras 3.15, 3.16, 3.17 y 3.18, respectivamente. Para estos ángulos la cavidad es enfriada por arriba y la dirección de flujo está determinada por el flujo ascendente generado por la pared caliente. Al igual que en el primer sub-rango, la variación de θ no produce cambios significativos en la velocidad o en el patrón de flujo.

Para 270° y bajos números Rayleigh, 5×10^3 y 1×10^4 , el fluido cercano al vértice PA-PF se encuentra estancado, esta zona abarca desde $Y/H=1$ hasta $Y/H=0.6$ aproximadamente, mientras que el resto de la cavidad está ocupado por una celda que gira en sentido anti-horario, cuyo eje de giro está ligeramente desplazado hacia la pared caliente, Fig. 3.15a y 3.15b. Para valores de Ra de 5×10^4 la zona de estancamiento disminuye drásticamente de tamaño mientras que para 1×10^5 prácticamente ha desaparecido, al mismo tiempo que la velocidad del flujo se incrementa.

Cuando el ángulo de inclinación de la cavidad se encuentra en 300° , 315° y 330° el patrón de flujo está formado por una celda que gira en sentido anti-horario, cuyo eje de giro se encuentra cerca del centro geométrico de la cavidad para todos los números de Rayleigh estudiados. En los vértices PA-PF y PC-PF aparecen zonas de estancamiento, que disminuyen de tamaño a medida que el número de Rayleigh aumenta de valor, siendo de menor tamaño el último por su interacción con el flujo ascendente de la pared caliente.

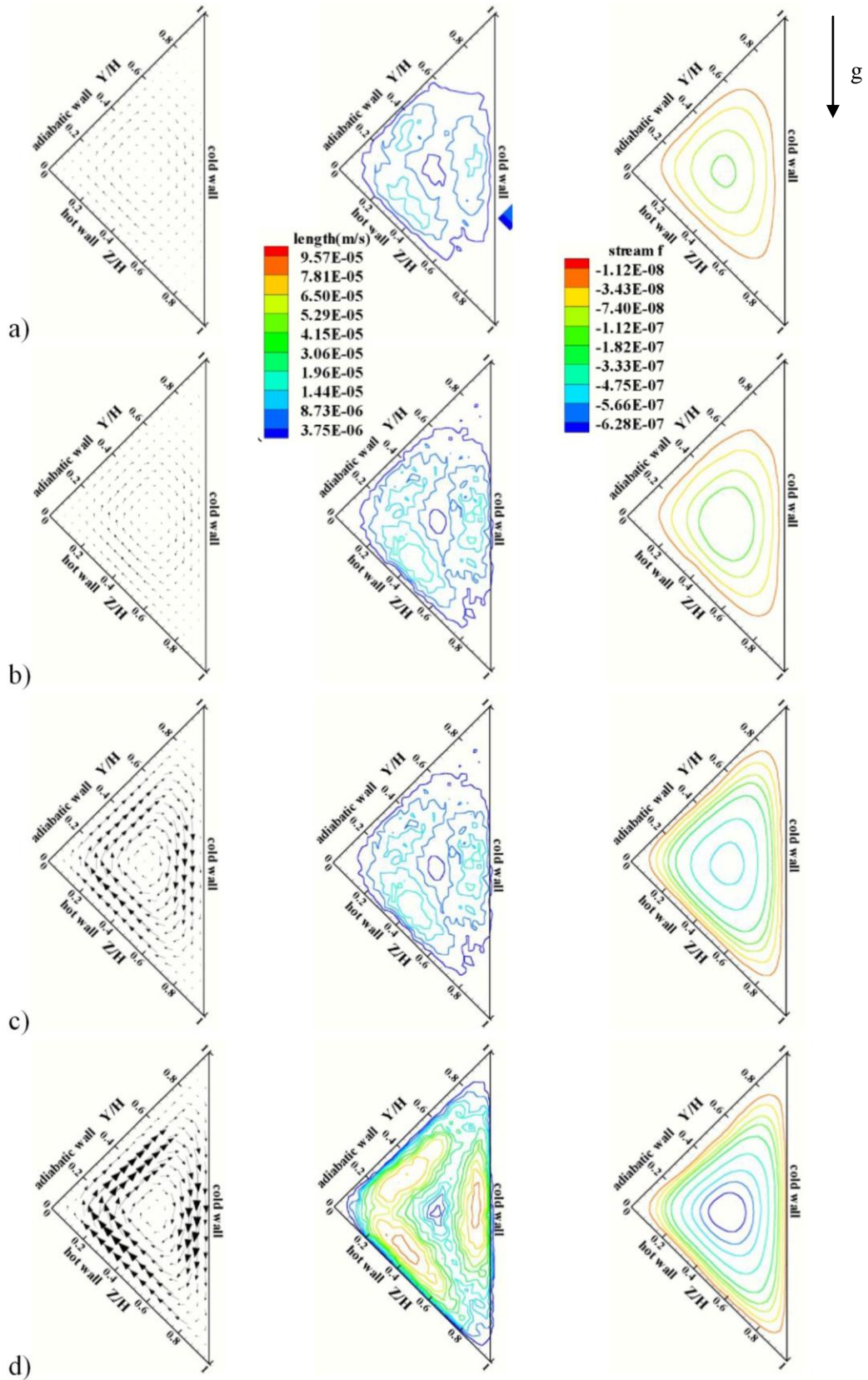


Fig. 3.9. $\theta=45^\circ$. De izquierda a derecha: campos de vectores, contornos de iso-velocidad y líneas de corriente.
a) $Ra = 5 \times 10^3$, b) $Ra = 1 \times 10^4$, c) $Ra = 5 \times 10^4$ y d) $Ra = 1 \times 10^5$.

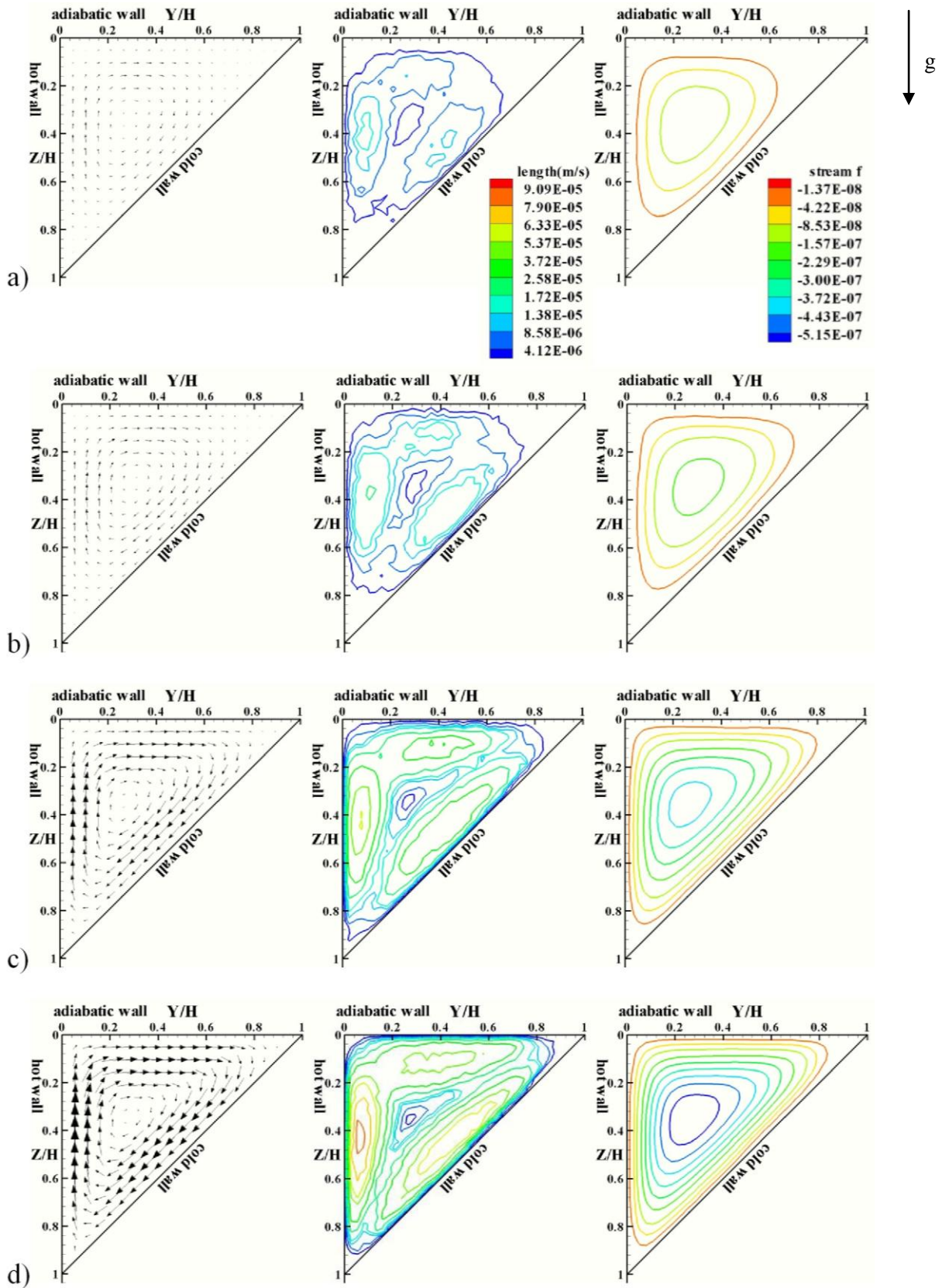


Fig. 3.11. $\theta=90^\circ$. De izquierda a derecha: campos de vectores, contornos de iso-velocidad y líneas de corriente. a) $Ra = 5 \times 10^3$, b) $Ra = 1 \times 10^4$, c) $Ra = 5 \times 10^4$ y d) $Ra = 1 \times 10^5$.

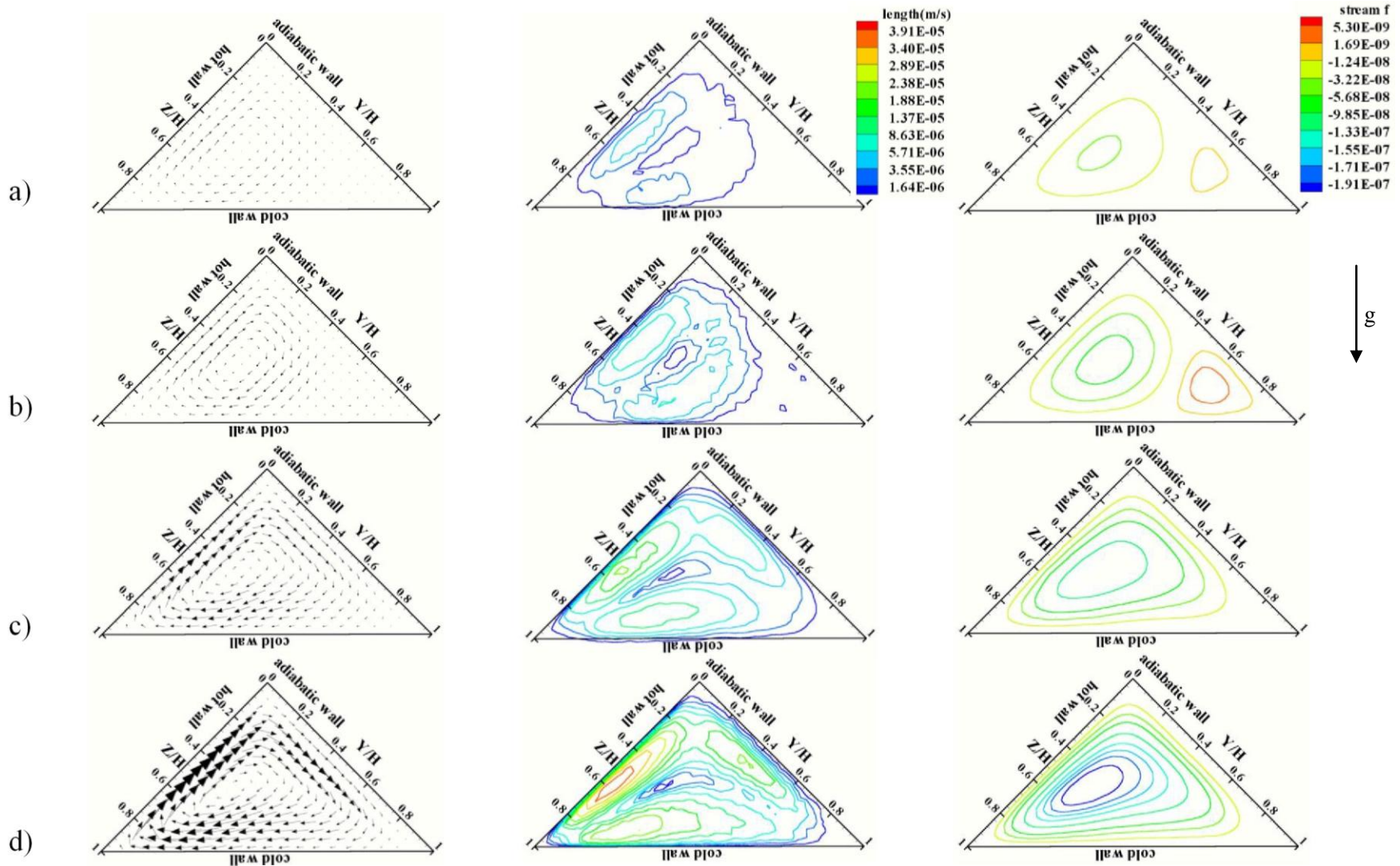


Fig. 3.12. $\theta=135^\circ$. De izquierda a derecha: capos de vectores, contornos de iso-velocidad y líneas de corriente.

a) $Ra = 5 \times 10^3$, b) $Ra = 1 \times 10^4$, c) $Ra = 5 \times 10^4$ y d) $Ra = 1 \times 10^5$.

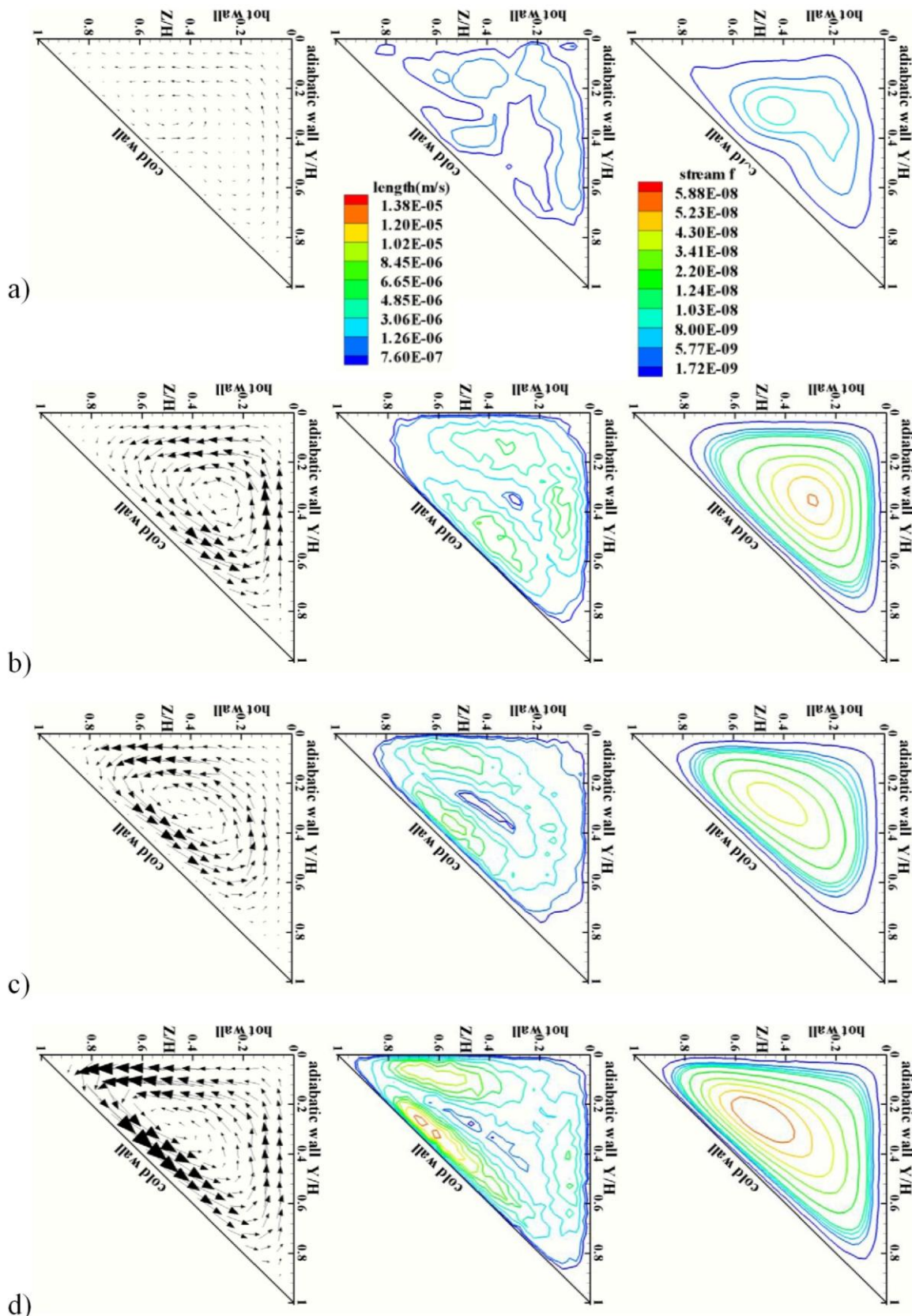


Fig. 3.13. $\theta=180^\circ$. De izquierda a derecha: capos de vectores, contornos de iso-velocidad y líneas de corriente.
 a) $Ra = 5 \times 10^3$, b) $Ra = 1 \times 10^4$, c) $Ra = 5 \times 10^4$ y d) $Ra = 1 \times 10^5$.

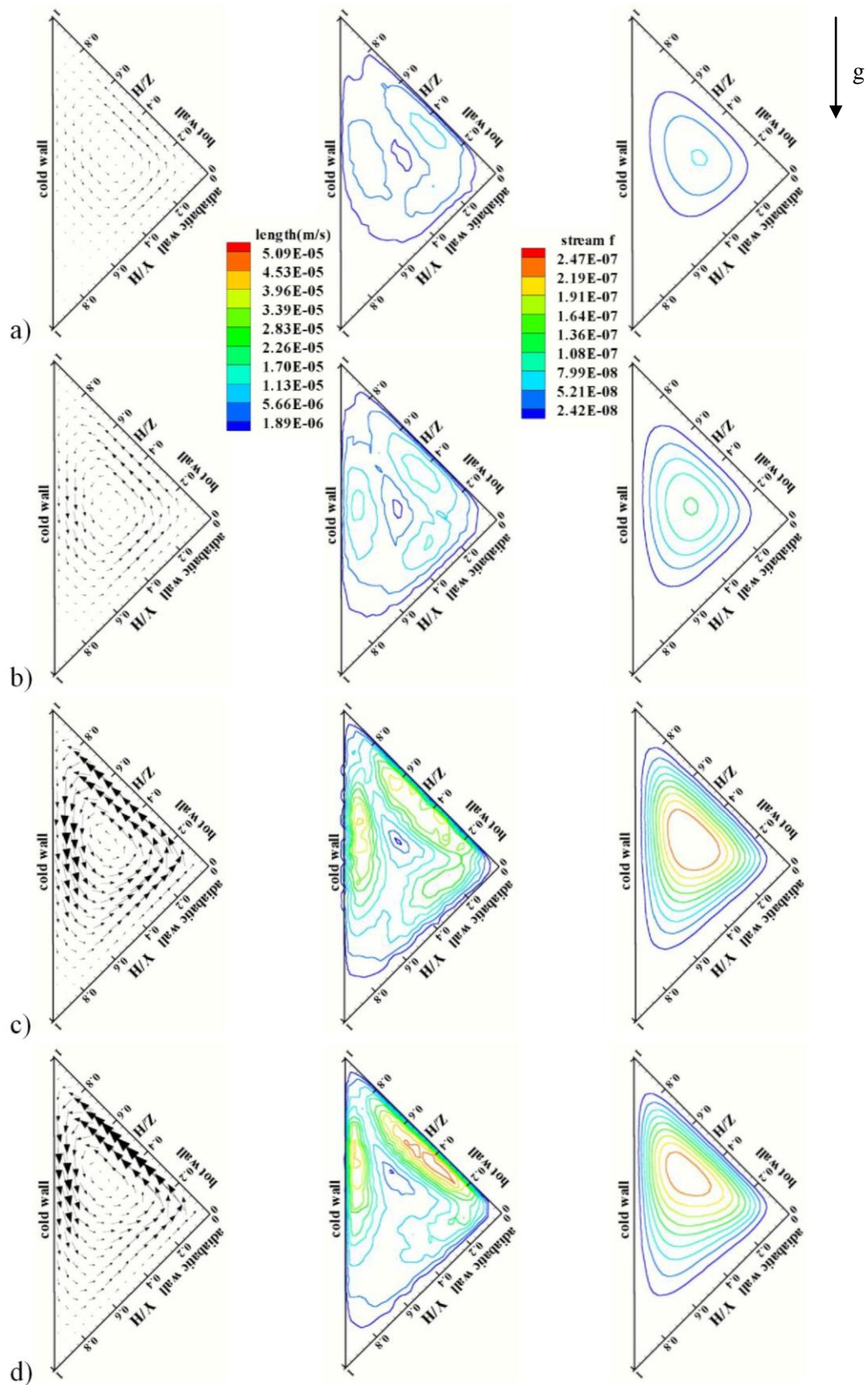


Fig. 3.14. $\theta=225^\circ$. De izquierda a derecha: capos de vectores, contornos de iso-velocidad y líneas de corriente.
a) $Ra = 5 \times 10^3$, b) $Ra = 1 \times 10^4$, c) $Ra = 5 \times 10^4$ y d) $Ra = 1 \times 10^5$.

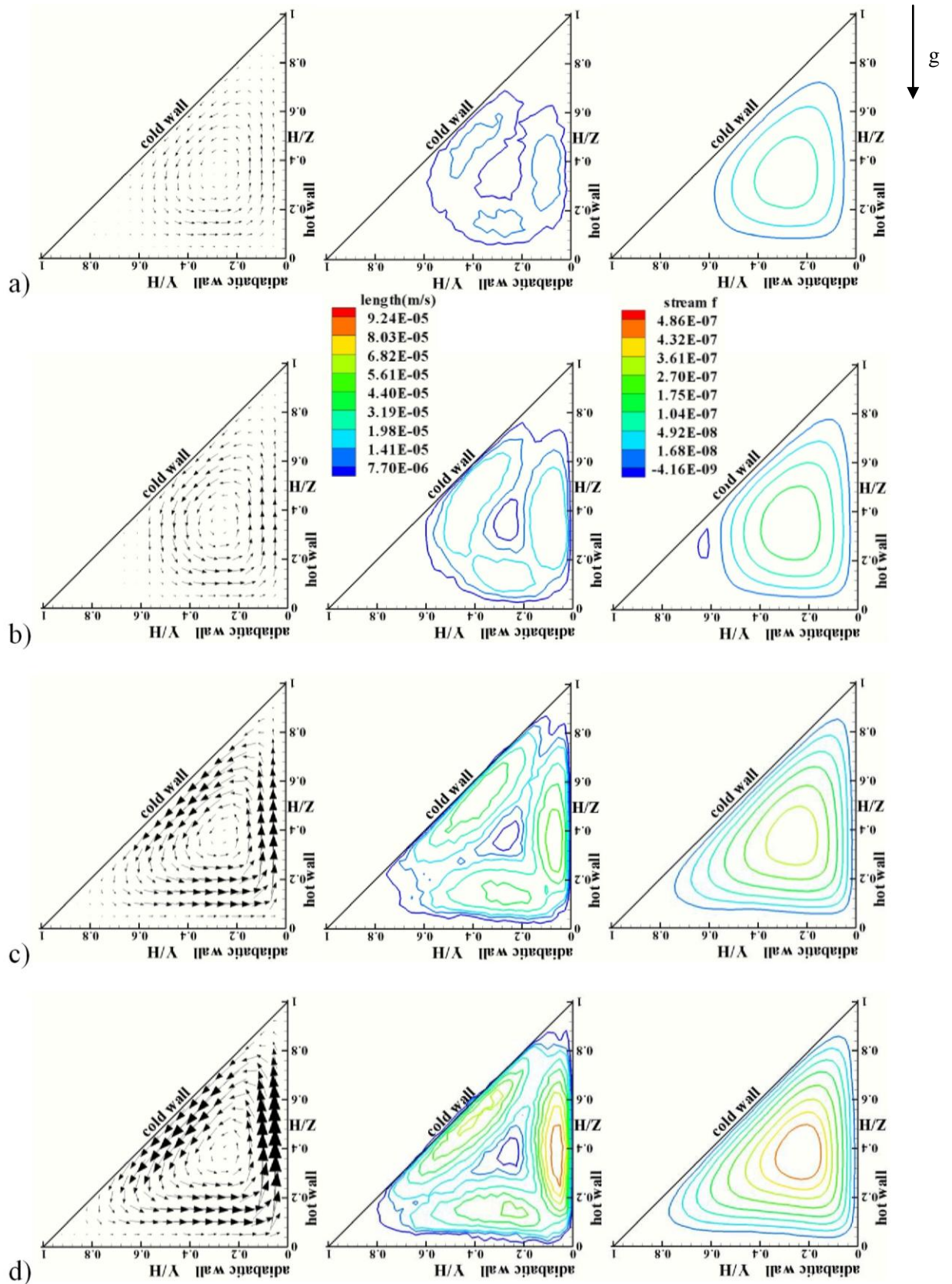


Fig. 3.15. $\theta=270^\circ$. De izquierda a derecha: capos de vectores, contornos de iso-velocidad y líneas de corriente.
a) $Ra = 5 \times 10^3$, b) $Ra = 1 \times 10^4$, c) $Ra = 5 \times 10^4$ y d) $Ra = 1 \times 10^5$.

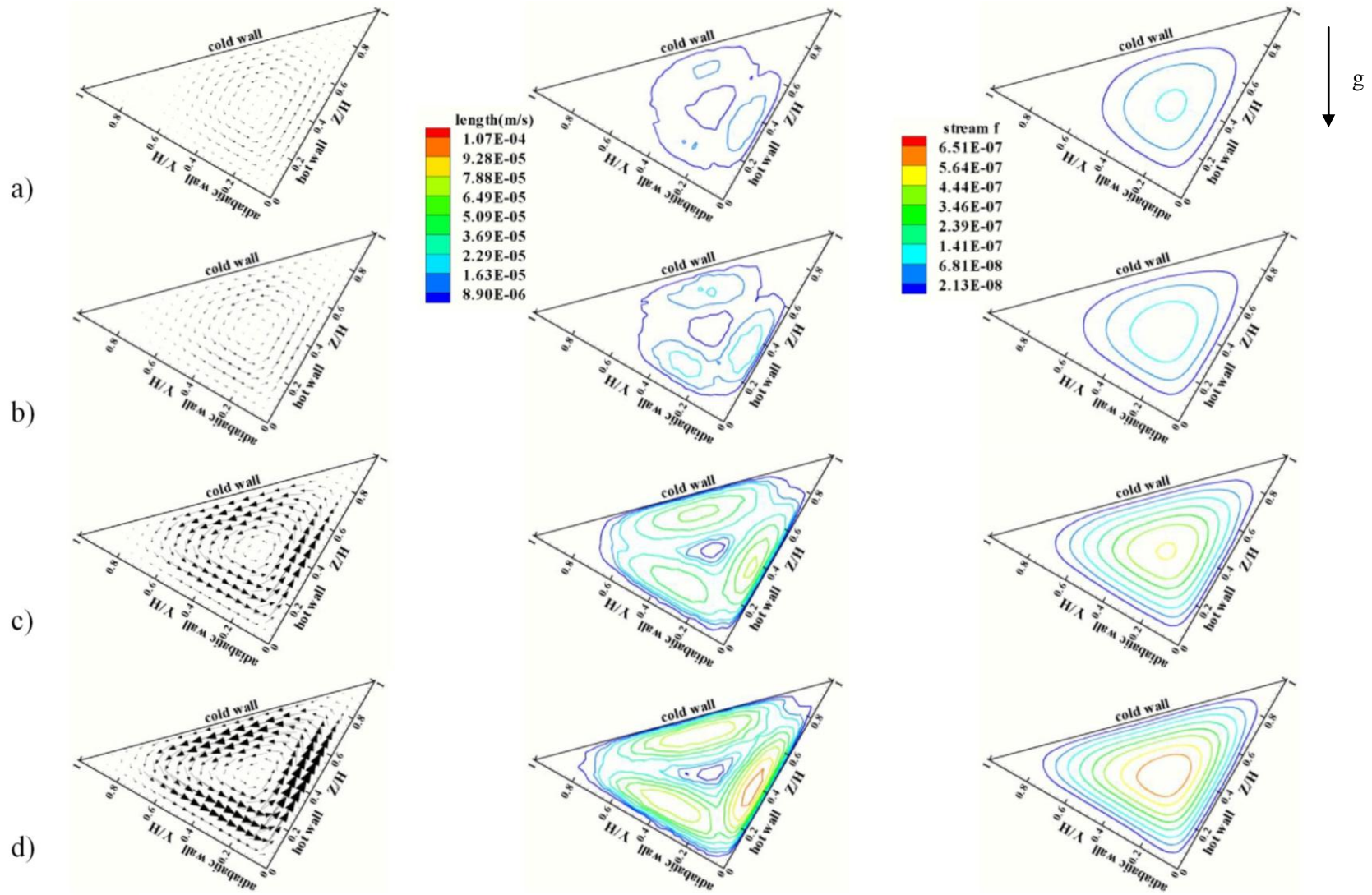


Fig. 3.16. $\theta=300^\circ$. De izquierda a derecha: capos de vectores, contornos de iso-velocidad y líneas de corriente.

a) $Ra = 5 \times 10^3$, b) $Ra = 1 \times 10^4$, c) $Ra = 5 \times 10^4$ y d) $Ra = 1 \times 10^5$.

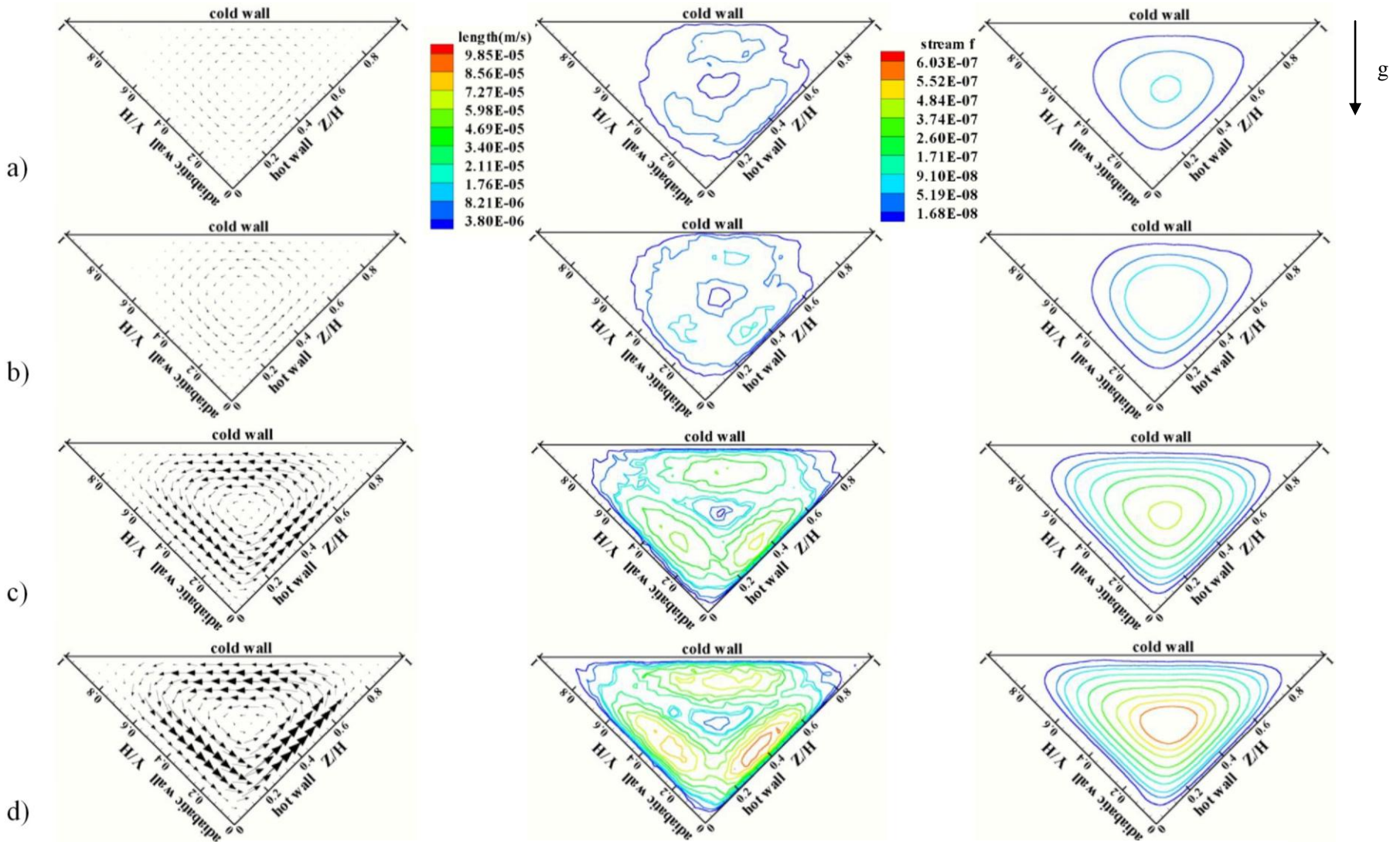


Fig. 3.17. $\theta=315^\circ$. De izquierda a derecha: capos de vectores, contornos de iso-velocidad y líneas de corriente.

a) $Ra = 5 \times 10^3$, b) $Ra = 1 \times 10^4$, c) $Ra = 5 \times 10^4$ y d) $Ra = 1 \times 10^5$.

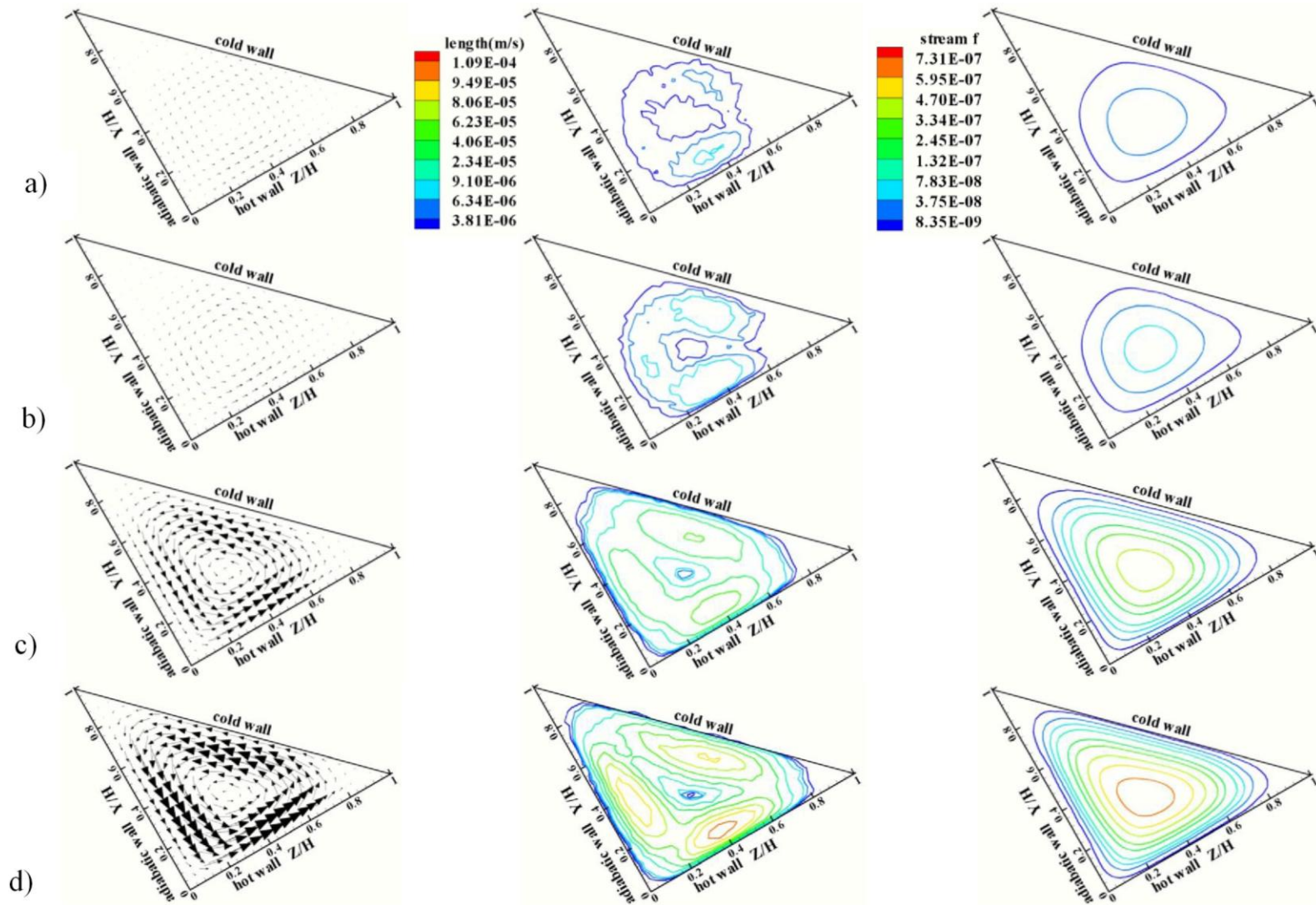


Fig. 3.18. $\theta=330^\circ$. De izquierda a derecha: capos de vectores, contornos de iso-velocidad y líneas de corriente.

a) $Ra = 5 \times 10^3$, b) $Ra = 1 \times 10^4$, c) $Ra = 5 \times 10^4$ y d) $Ra = 1 \times 10^5$.

3.2.3 Flujo tridimensional.

Como se describió en párrafos anteriores, las características de los patrones convectivos dependen del número de Rayleigh y del ángulo de inclinación de la cavidad y para ángulos comprendidos entre 345° (-15°) y 30° la combinación de éstos se vuelve más importante, como lo muestran los resultados que se presentan a continuación. Para este rango de θ el patrón convectivo tiene en general un comportamiento tridimensional, cuyas características dependen de los parámetros antes mencionados.

Los campos de velocidad fueron medidos en un plano paralelo a la pared adiabática, plano XY, $Z/H = -0.2$. Para 0° , 5° , 10° , 20° y 355° (-5°) se obtuvo el campo de velocidades completo, $X/H = \pm 2.4$ mientras que para 10° , 15° , 30° y 345° (-15°) este se midió únicamente en la región central de la cavidad, $X/H = \pm 1.1$. Para algunos casos también se midió el campo de velocidades en el plano YZ, $X/H = 0$. Por motivos de espacio solo se presentan los campos de vectores de velocidad coloreados con el módulo de la velocidad. En cada gráfica se dibujó una línea horizontal en $Y/H = 0.8$ que físicamente representa a la pared fría. En $Z/H = 0$ y $X/H = 0$, ± 1.1 y ± 2.25 se encuentran tornillos que fijan la pared adiabática a la pared caliente e interfieren con la medición de los campos de velocidad, por lo que en las zonas cercanas a estos puntos los campos de vectores pueden presentar irregularidades. Por brevedad se describen los resultados para los ángulos de inclinación que se considera tienen mayor relevancia en la tesis, especial atención se puso a los resultados para 0° , ya que sirven como referencia para describir los efectos del ángulo de inclinación. Los resultados para los ángulos restantes se pueden ver en el apéndice C.

$\theta = 0^\circ$. Para un Rayleigh de 5×10^3 , Fig. 3.19a, el flujo es bidimensional. En el plano XY el flujo cae en dirección vertical, en la región central de la cavidad, desde una altura $Y/H = 0.6$ hasta la pared caliente, en tanto que en la parte superior del plano de medición, cerca del vértice PA-PF, el flujo tiene una velocidad mucho menor. Las paredes frontal y posterior afectan el movimiento del fluido adyacente a éstas, las áreas de influencia abarcan de $X/H = 1.45$ a $X/H = 2.4$, para la pared frontal, y $X/H = -1.45$ a $X/H = -2.4$, para la pared posterior. En la parte superior de estas zonas el flujo se desplaza hacia la pared frontal, o a la pared posterior según sea el caso, cae en vertical y se aleja de ésta sobre la pared caliente hasta $X/H = \pm 1.45$, donde el flujo sale del plano de medición, desplazándose hacia el vértice PF-PC; se piensa que estas zonas son las precursoras del arreglo multicelular que aparece para números de Rayleigh mayores. La disposición de los vectores alrededor de los puntos $X/H = \pm 1.45$, $Y/H = 0.6$ indica que el flujo sale del plano de medición, estos “puntos fuente” posiblemente son generados por la interacción del flujo adyacente a las paredes frontal y posterior, y el flujo en la región central de la cavidad. Visto desde el plano YZ, $X/H = 0$ el flujo está formado por una celda que gira en sentido anti-horario, cuyo eje de giro se encuentra cerca del centro geométrico de la cavidad. Para un Ra de 1×10^4 , Fig. 3.19b, el flujo está formado por un arreglo de seis celdas de tamaño similar y distribuidas de forma uniforme a lo largo del plano de medición, siendo un poco más anchas las contiguas a las paredes frontal y posterior, debido a los efectos de pared. Para identificar estas celdas se utiliza la nomenclatura empleada en la sección 3.1, por lo que las celdas 1, 4 y 5 giran en sentido horario y las celdas 2, 3 y 6 giran en sentido opuesto; los ejes de giro, localizados a una altura $Y/H = 0.3$, se encuentran al centro de cada celda con excepción de las celdas 5 y 6, cuyos ejes están desplazados hacia el interior de la cavidad. Al aumentar el Ra a 5×10^4 , Fig. 3.19c, las seis celdas aumentan de velocidad, principalmente en las zonas donde el flujo es ascendente, y los ejes de giro son desplazados a una altura $Y/H = 0.4$; al mismo tiempo los ejes de las celdas 1 y 3, al igual que las celdas 2 y 4, se

acercan entre sí, en tanto que los ejes de las celdas 5 y 6 se desplazan hacia las paredes frontal y posterior, respectivamente. Al elevar el número de Rayleigh a 1×10^5 , Fig. 3.19d, se incrementa nuevamente la velocidad del flujo y los ejes de giro de las celdas centrales se acercan más entre sí. Debido al aumento de las fuerzas de flotación la componente v de la velocidad se incrementa notablemente, teniendo como consecuencia que buena parte del flujo ascienda en dirección vertical.

3.2.4 Efecto del ángulo de inclinación

A medida que se inclina la cavidad en sentido horario, el flujo a bajos números de Rayleigh, $Ra=5 \times 10^3$, Fig. 3.20, pasa de un flujo bidimensional a uno tridimensional. Primero se forman las celdas cercanas a las paredes frontal y posterior, de la celda 3 a la celda 6, Fig. 3.20c, mientras que las celdas 1 y 2 son las últimas en formarse, y para una inclinación de 15° el arreglo multicelular está perfectamente definido. Cuando la cavidad se inclina en sentido inverso, 355° y 345° , el flujo se mantiene bidimensional.

Para un Ra de 1×10^4 , Fig. 3.21, el efecto del ángulo de inclinación es menos marcado ya que el arreglo multicelular, que se presenta para 0° , se mantiene hasta los 15° de inclinación, para finalmente quedar como un flujo en transición a los 30° , este flujo se describirá con mayor detalle en la sección 3.3. Al inclinar en sentido anti-horario el arreglo multicelular se mantiene para una inclinación de 355° y cambia a bidimensional para 345° .

Al aumentar el Ra a 5×10^4 , Fig. 3.22, la evolución del flujo es gradual y a medida que se incrementa θ la componente vertical de la velocidad, v , va teniendo un papel más importante, haciendo que los ejes de giro de las celdas 1 y 3 se acerquen entre sí, lo mismo sucede con las celdas 2 y 4. Cabe señalar que es el mismo efecto que se presentó al incrementar el Ra cuando la cavidad está en $\theta=0^\circ$. Cuando $\theta=15^\circ$ los ejes de giro prácticamente se han juntado y para una inclinación de 30° el flujo es bidimensional. Modificando la inclinación de la cavidad en dirección opuesta el flujo no se ve afectado y el arreglo multicelular se mantiene, aún para una inclinación de 345° .

Para 1×10^5 en el número de Rayleigh, Fig. 3.23, el efecto de θ es más pronunciado al inclinar la cavidad en sentido horario, ya que para $\theta=5^\circ$ y 15° se presenta el flujo en transición y para $\theta=30^\circ$ el flujo es bidimensional. Por el contrario, al inclinar la cavidad en sentido opuesto el arreglo multicelular no se ve afectado y este se sigue presentando aún para $\theta=345^\circ$.

3.2.5 Efecto del número de Rayleigh

El efecto del número de Rayleigh para los ángulos de inclinación comprendidos entre 0° y 30° , al igual que el del ángulo de inclinación, es el de bidimensionalizar al flujo y su efecto se acentúa a medida que se incrementa la inclinación de la cavidad, por lo que ambos parámetros tienen un papel muy importante en la formación y evolución del flujo tridimensional. Por el contrario, para $0^\circ < \theta < -15^\circ$ el efecto del Ra es apenas perceptible (no se observa efecto alguno del número de Rayleigh).

Por otro lado cuando el flujo convectivo pasa de tridimensional a uno en transición o bidimensional hay una disminución en el módulo de la velocidad en el plano XY, esto se debe al proceso de bidimensionalización del flujo que hace que la variación de la velocidad en el eje X disminuya y que para un flujo bidimensional prácticamente sea cero.

Cabe señalar que la realización de los experimentos en los que se midió el campo de velocidades en todo el plano XY, coincide con el inicio de la construcción del Centro de Ingeniería Avanzada por lo que estos experimentos fueron sometidos a perturbaciones que afectaron los resultados, principalmente para números de Rayleigh de 5×10^3 y 1×10^4 , y a pesar de que se tomaron medidas para minimizar el efecto de las perturbaciones no siempre fue posible eliminarlas. Por ejemplo: los resultados en los que se midió el campo de velocidades en todo el plano XY muestran que para $\theta=10^\circ$ se tiene un flujo en transición para todos los números de Rayleigh, mientras que mediciones anteriores muestran un arreglo multicelular. Ver apéndice C. Sin embargo, estos resultados son importantes ya que muestran las zonas de influencia de las paredes frontal y posterior para un flujo bidimensional, y que estas no afectan al flujo en la región central de la cavidad; es decir, en el plano XY alrededor de $X/H=0$.

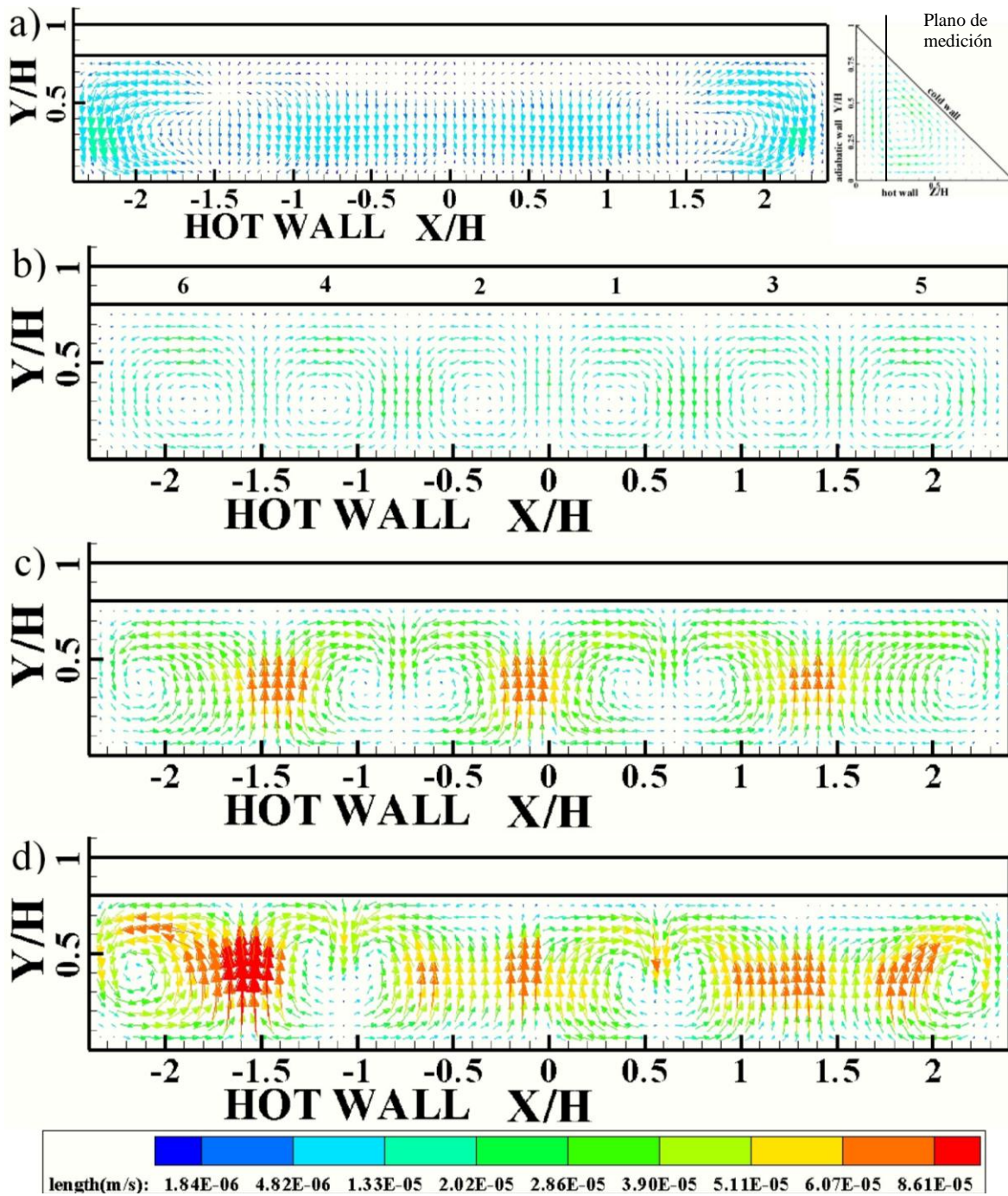


Fig. 3.19. Flujo tridimensional. Vectores de velocidad para $\theta = 0^\circ$. a) $Ra = 5 \times 10^3$, b) $Ra = 1 \times 10^4$, c) $Ra = 5 \times 10^4$, d) $Ra = 1 \times 10^5$.

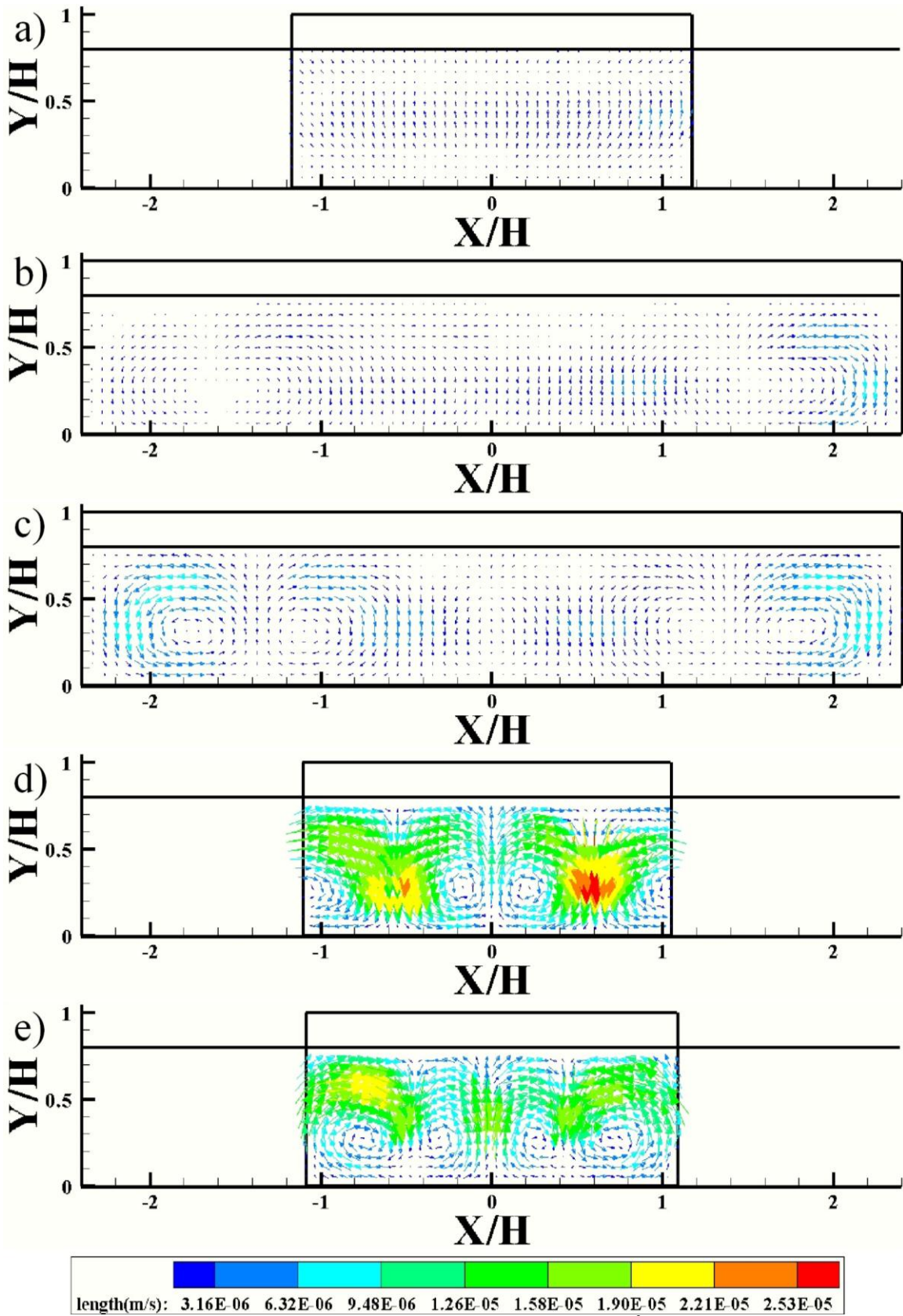


Fig. 3.20. Evolución del flujo tridimensional. Vectores de velocidad para $Ra=5 \times 10^3$. a) $\theta=345^\circ$, b) $\theta=355^\circ$, c) $\theta=5^\circ$, d) $\theta=15^\circ$, e) $\theta=30^\circ$.

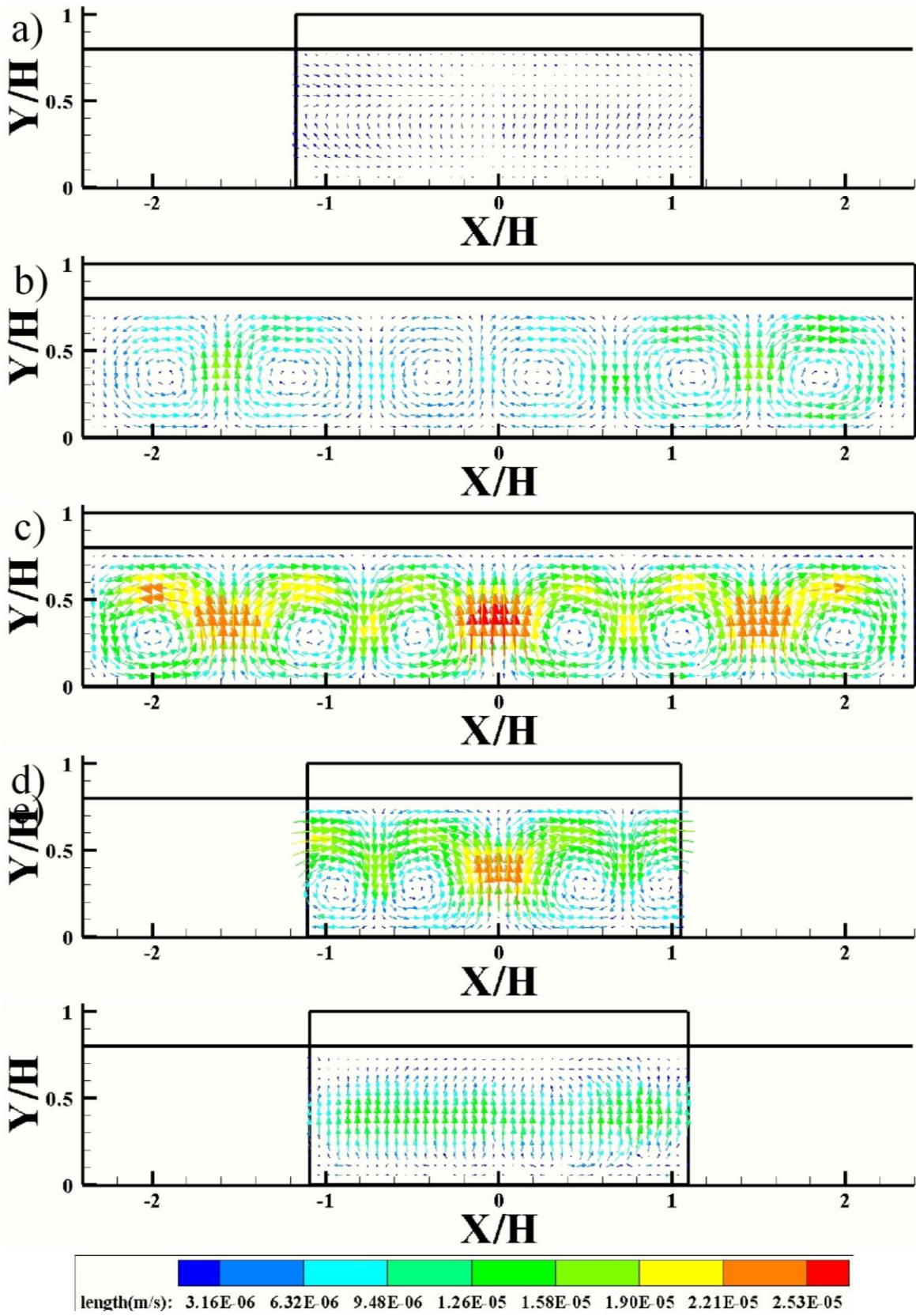


Fig. 3.21. Evolución del flujo tridimensional. Vectores de velocidad para $Ra=1 \times 10^4$. a) $\theta=345^\circ$, b) $\theta=355^\circ$, c) $\theta=5^\circ$, d) $\theta=15^\circ$, e) $\theta=30^\circ$.

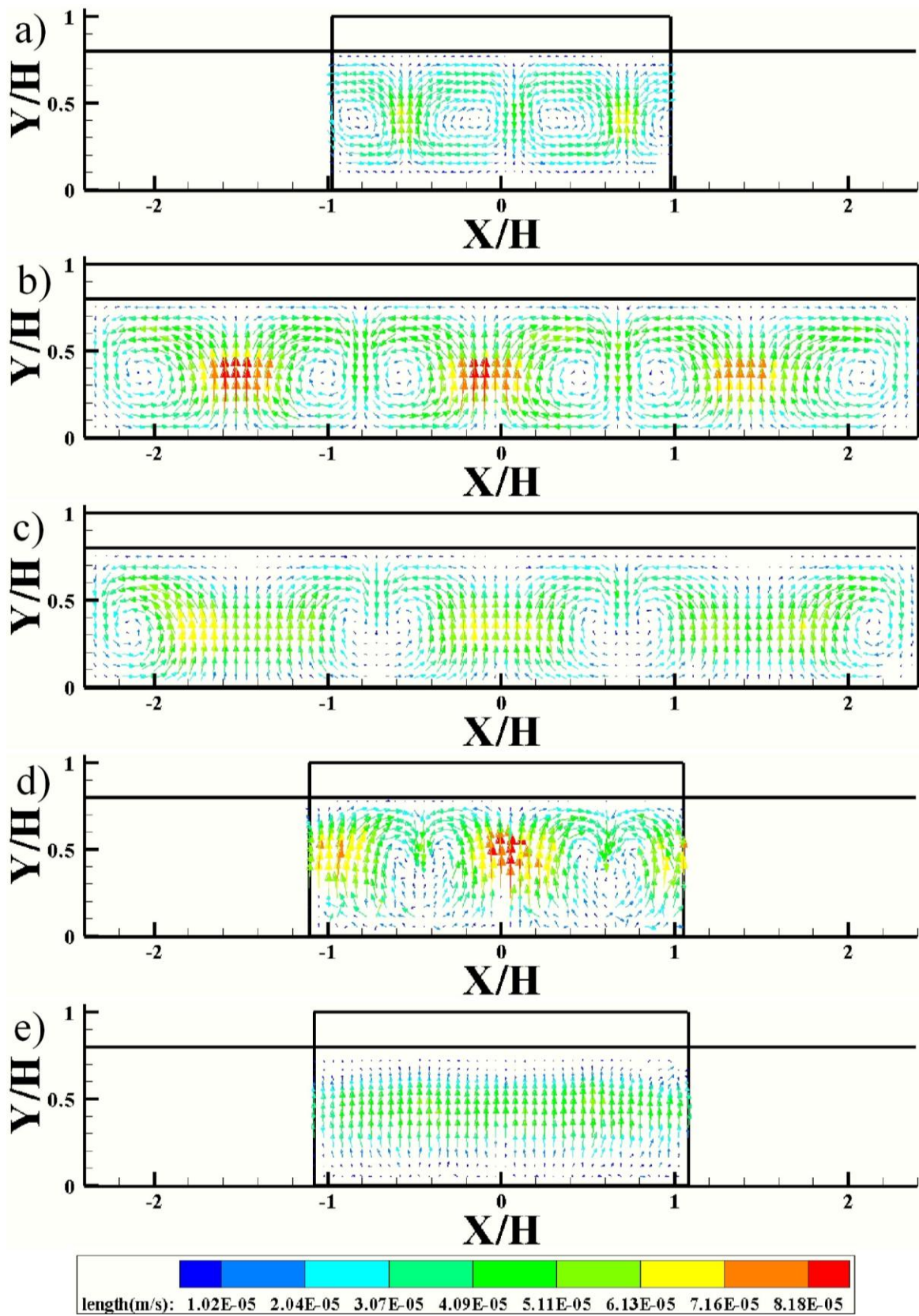


Fig. 3.22. Evolución del flujo tridimensional. Vectores de velocidad para $Ra=5 \times 10^4$. a) $\theta=345^\circ$, b) $\theta=355^\circ$, c) $\theta=5^\circ$, d) $\theta=15^\circ$, e) $\theta=30^\circ$.

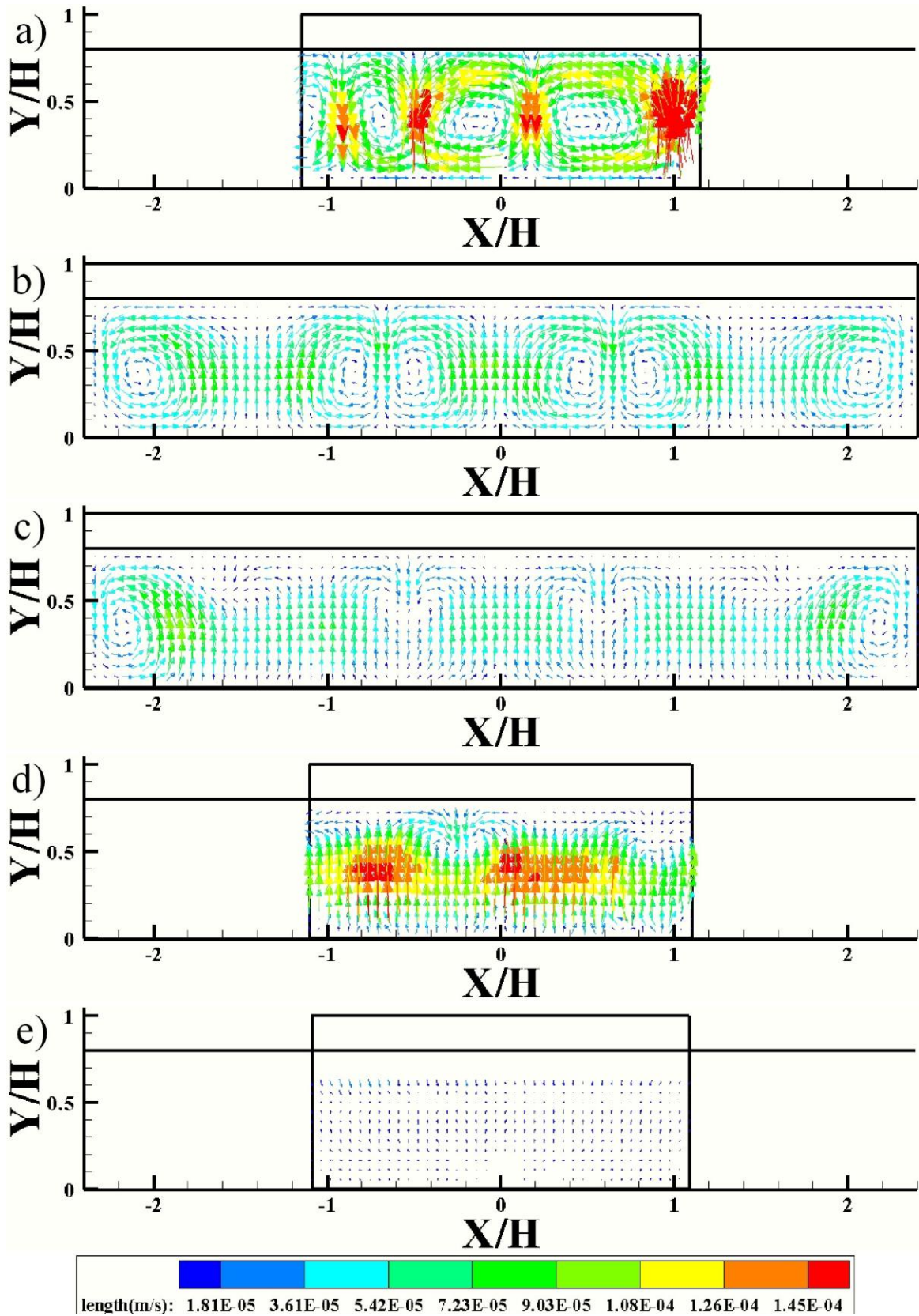


Fig. 3.23. Evolución del flujo tridimensional. Vectores de velocidad para $Ra=1 \times 10^5$. a) $\theta=345^\circ$, b) $\theta=355^\circ$, c) $\theta=5^\circ$, d) $\theta=15^\circ$, e) $\theta=30^\circ$.

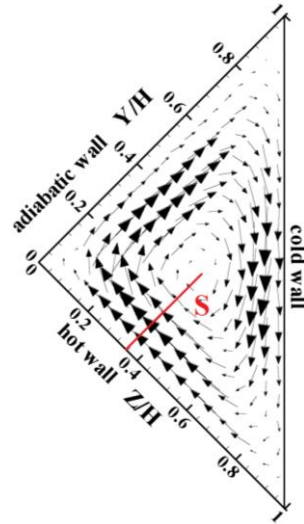


Fig. 3.24, Línea de integración para el cálculo del flujo volumétrico.

3.3.6 Flujo volumétrico

Una forma de cuantificar los efectos del ángulo de inclinación y del número de Rayleigh es obtener el flujo volumétrico, definido de la siguiente manera:

$$Q = \int_S \mathbf{V} dS$$

donde Q es el flujo volumétrico, \mathbf{V} es el vector velocidad normal a la superficie S sobre la cual se integra para obtener el flujo y se mide del eje de giro hacia la pared caliente, Fig. 3.24, donde n es un vector normal a S . De tal forma que el gasto se mide de la siguiente manera

$$Q = \int_{\text{eje_vortice}}^{\text{pared_caliente}} w dy$$

donde w es la componente de la velocidad en el eje Z/H , y Q el gasto por unidad de profundidad.

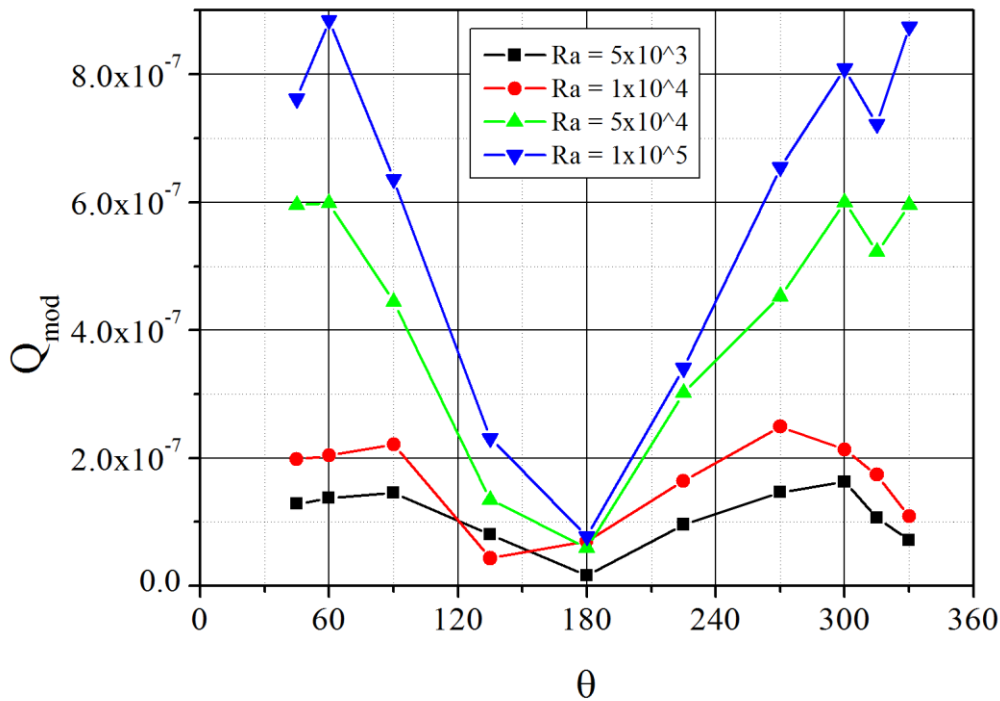


Fig. 3.25. Gráfica ángulo de inclinación vs. Módulo del flujo volumétrico.

Los resultados se muestran en la figura 3.25, donde se graficó el ángulo de inclinación contra el módulo del flujo volumétrico. En la gráfica se muestra que Q_{mod} depende tanto del ángulo de inclinación como del número de Rayleigh. Partiendo de 45° de inclinación de la cavidad, a medida que θ aumenta de valor, el gasto se incrementa hasta llegar a un primer máximo, a partir de este punto el gasto disminuye considerablemente hasta llegar a un valor mínimo en $\theta = 180^\circ$. Al aumentar más la inclinación de la cavidad, Q_{mod} se incrementa hasta alcanzar un segundo máximo y finalmente disminuir un poco para una inclinación de 345° . Este comportamiento se debe al cambio de la posición de las paredes caliente y fría respecto a la gravedad. Dependiendo de las posición de éstas paredes la fuerza de flotación generada en cada una de ellas varía. El hecho de que se presente para $\theta = 180^\circ$ el gasto mínimo para todos los números de Rayleigh, excepto para $Ra = 1 \times 10^4$, se debe a que para ese ángulo solo la pared fría es la que activa el movimiento del fluido. El mínimo minimorum se presenta para $Ra = 5 \times 10^3$ y $\theta = 180^\circ$. Como se había mencionado anteriormente la curva Q_{mod} muestra dos máximos que se presentan a diferentes valores del ángulo de inclinación sin que se exhiba una tendencia a ciertos valores de θ ; además, para cada curva estos ángulos no son necesariamente simétricos con respecto a $\theta=180^\circ$, ya que la cavidad tampoco lo es. El primer máximo se encuentra para una inclinación de entre 60° y 90° , mientras que el segundo máximo se presenta para valores de entre 270° y 330° .

3.3 Resultados PIV-estereoscópico

Con base en los resultados anteriores se decidió utilizar el equipo de PIV estereoscópico del Laboratorio de Reología del Instituto de Materiales, centrándose en el estudio detallado del patrón de flujo tridimensional y su evolución hacia un flujo bidimensional.

Como se mencionó en la descripción del equipo experimental, para tener una buena resolución en la medición de los campos de velocidad las cámaras se enfocaron en la zona central de la pared adiabática, región en la que se visualizaron las celdas 1 y 2 del arreglo multicelular. Por otro lado, para minimizar los efectos de posibles perturbaciones, las mediciones se realizaron para números de Rayleigh de 5×10^4 y 1×10^5 y, por seguridad del equipo PIV-estereoscópico, para ángulos de inclinación de 0° , 10° y 20° , parámetros para los que se presentan el flujo tridimensional y en transición. Debido a las restricciones antes mencionadas no se pudieron tener las condiciones necesarias para obtener un flujo bidimensional y los resultados que más se aproximan a dicha condición son los obtenidos para $Ra = 1 \times 10^5$ y $\theta = 20^\circ$, por lo que éstos se usaran para describir dicho flujo.

Primero se describirán de forma detallada cada uno de los flujos y después se expondrán los efectos que tienen el ángulo de inclinación y del número de Rayleigh en el flujo dentro de la cavidad. En las gráficas el eje de giro se muestra en color rojo, mientras que el comportamiento del flujo se describe por medio de cintas de corriente, las cuales se colorean con el módulo de la velocidad, mientras que los vectores se grafican en color negro para contrastar con el eje de giro. Para representar a las paredes caliente, fría y adiabática se dibujaron líneas de color rojo, azul y verde, respectivamente.

3.3.1 Flujo tridimensional

Los resultados obtenidos para un $Ra = 5 \times 10^4$ y $\theta = 0^\circ$ se utilizarán para describir el flujo tridimensional, como se vio en párrafos anteriores este patrón está formado por un arreglo de 6 celdas a lo largo de la pared adiabática, aunque únicamente se obtuvo el campo de velocidades de las celdas 1 y 2 con el PIV estereoscópico. Al principio del estudio se pensó que las celdas eran independientes entre sí, pero en la figura 3.26 se puede observar que las celdas 1 y 2 están conectadas entre sí por medio del eje de giro, en forma de “U”, formando una estructura similar a un de semi-toroide, en la que el flujo sube por la parte interior de este y cae por la parte exterior, Fig. 3.26c y 3.26d, y los extremos de ésta se muestran en la pared adiabática como las celdas 1 y 2, Fig. 3.26a. Debido a la pérdida y/o discontinuidad de la información entre celdas contiguas el programa no realiza el cálculo del eje de giro en dichas celdas, por lo que la línea que representa a dicho eje muestra discontinuidades en su trazado. Por otro lado, se puede corroborar el correcto cálculo de ésta, por la buena correspondencia que tiene con los vectores de velocidad en las diferentes vistas del flujo que conforman la figura 3.26.

Respecto a la dirección del flujo, Fig. 3.27, las cintas de corriente muestran que el flujo se mueve de la pared adiabática hacia la pared fría formando una especie de espiral o serpentina alrededor del eje de giro.

Se piensa que las cuatro celdas restantes, de la celda 3 a la 6 del arreglo multicelular observado en la pared adiabática, forman dos estructuras similares.

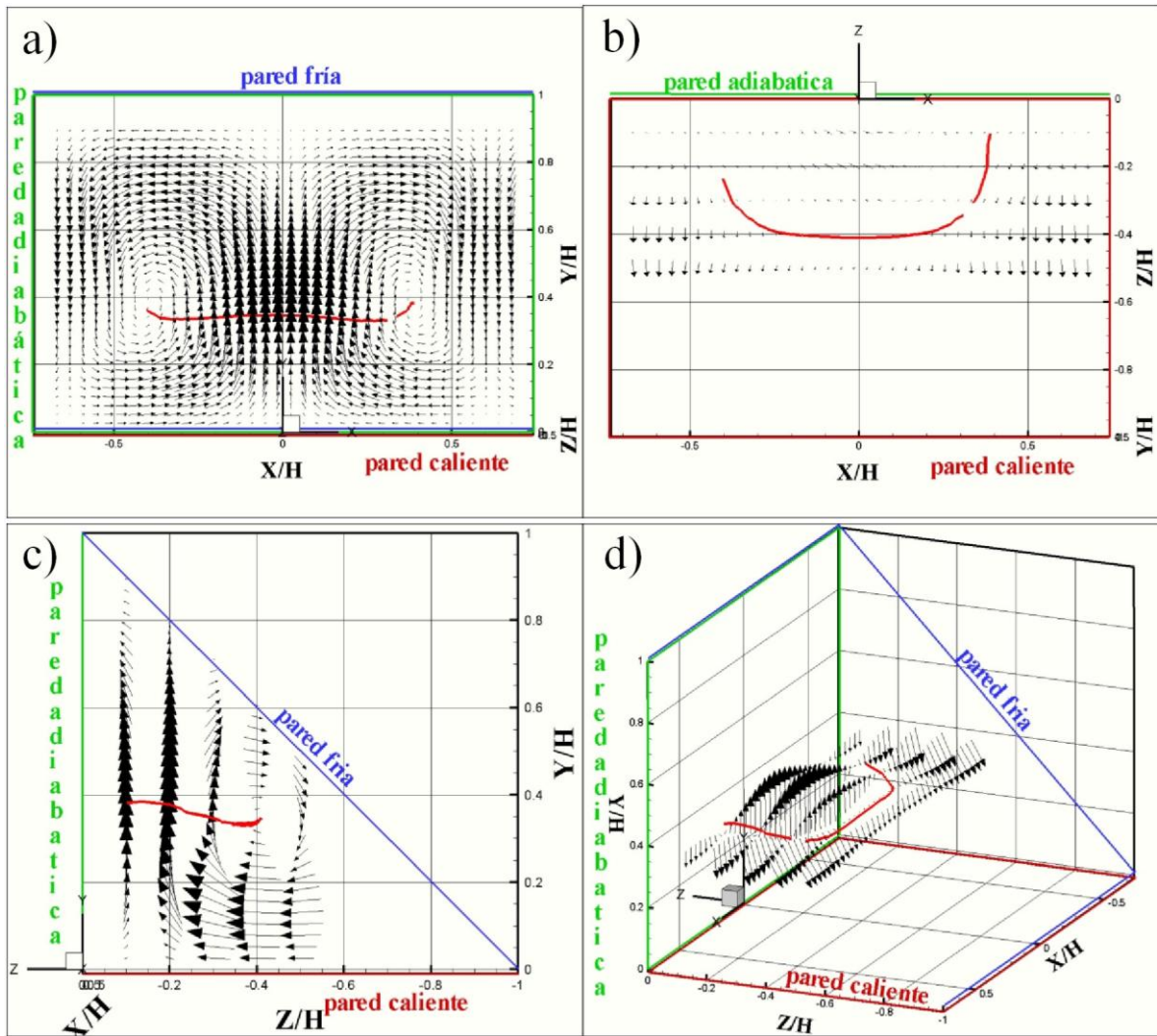


Fig. 3.26. Flujo tridimensional. Eje de giro y vectores de velocidad, $Ra=5 \times 10^4$ y $\theta=0^\circ$. a) vista pared adiabática, vectores en el plano XY, $Z/H=-0.11$, b) vista a través de la pared caliente, vectores en el plano XZ, $Y/H=0.33$, c) vista lateral, vectores en el plano YZ, $X/H=0$, d) vista en isométrico, vectores en el plano XZ, $Y/H=0.33$.

3.3.2 Flujo en transición

Este tipo de flujo se había visualizado ya en los resultados obtenidos con el PIV-2D, sección 3.2. Para ejemplificar este caso se utilizan los resultados obtenidos para $Ra = 5 \times 10^4$ y $\theta = 20^\circ$, Fig. 3.28.

Los casos que entran en esta categoría tienen la particularidad de que en el plano YZ se presenta el flujo bidimensional similar al descrito en la sección 3.2; es decir, una celda con eje de giro cerca del centroide de la cavidad, flujo que se mantiene a lo largo de la misma, Fig. 3.28c. Pero en el plano XY, Fig. 3.28a, se presentan remanentes de las celdas convectivas en la parte superior de la pared adiabática cerca del vértice PA-PF, cuya principal zona de influencia es dicho vértice, Fig. 3.28e, en menor medida perturba al eje de giro del flujo. En la figura 3.28b se puede observar que estas

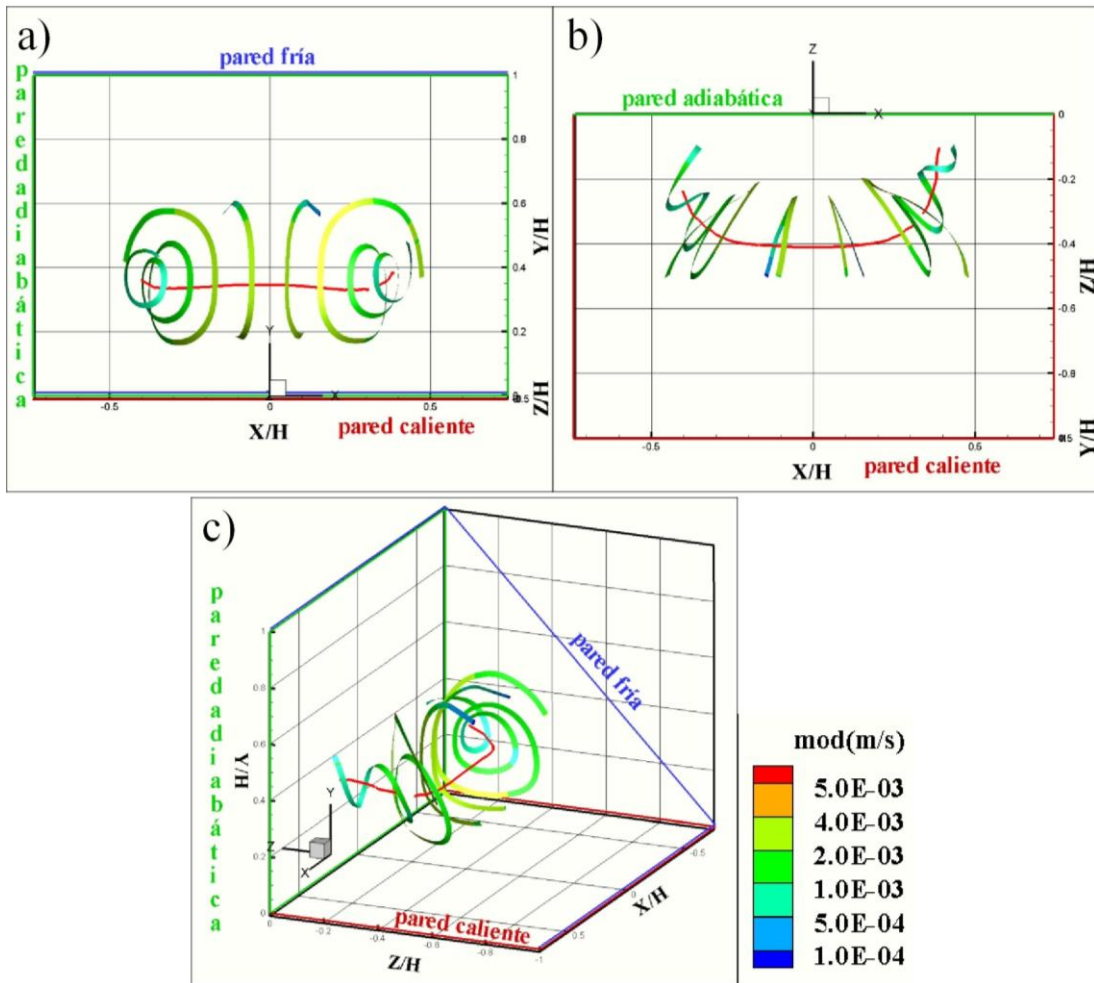


Fig. 3.27. Flujo tridimensional. Eje de giro y cintas de corriente, $Ra=5 \times 10^4$ y $\theta=0^\circ$. a) vista desde pared adiabática, b) vista debajo de la pared caliente, c) vista en isométrico.

ondulaciones coinciden con la localización los remanentes de las celdas, ambos situados en $X/H = \pm 0.5$. El desplazamiento en el eje X de las cintas de corriente, apenas visibles en las figuras.3.29a y 3.29b, confirma que la condición de flujo bidimensional aún no se ha alcanzado.

Este tipo de flujo abarca desde el punto donde los ejes de giro de las estructuras tridimensionales se unen para formar un solo eje de giro dentro de la cavidad, hasta el punto donde los remanentes de las celdas tridimensionales no son visibles en el plano XY. Desafortunadamente con los datos disponibles no se puede decir con exactitud el inicio y fin de éste tipo de flujo.

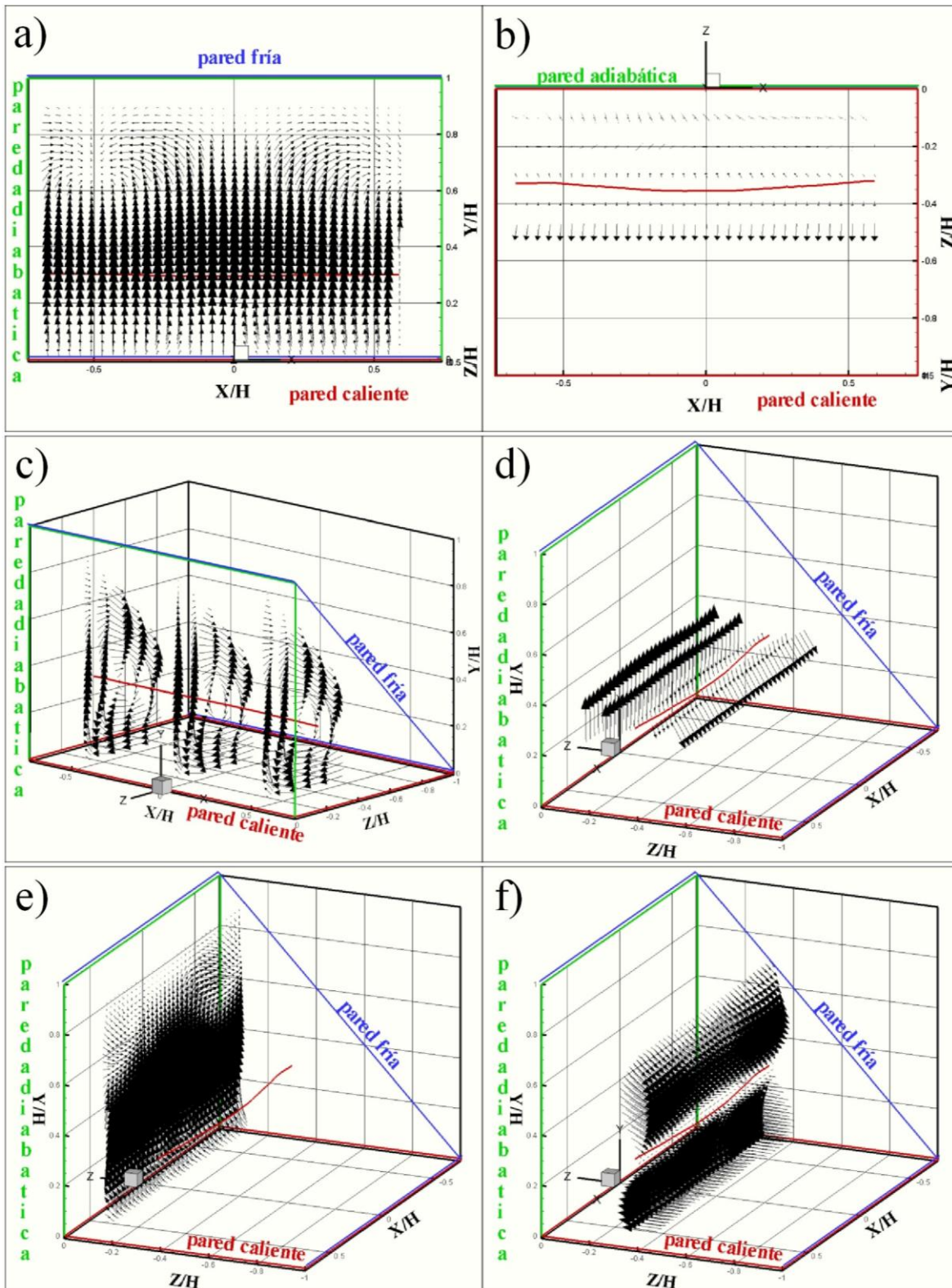


Fig. 3.28. Flujo en transición. Eje de giro y vectores de velocidad, $Ra=5 \times 10^4$ y $\theta=20^\circ$. a) vista pared adiabática, vectores en el plano XY, $Z/H=-0.11$, b) vista por debajo de la pared caliente, vectores en el plano XZ, $Y/H=0.325$, c) vista en isométrico, vectores en el plano YZ, $X/H=0$, $X/H= \pm 0.5$, d) vista en isométrico, vectores en el plano XZ, $Y/H=0.33$.

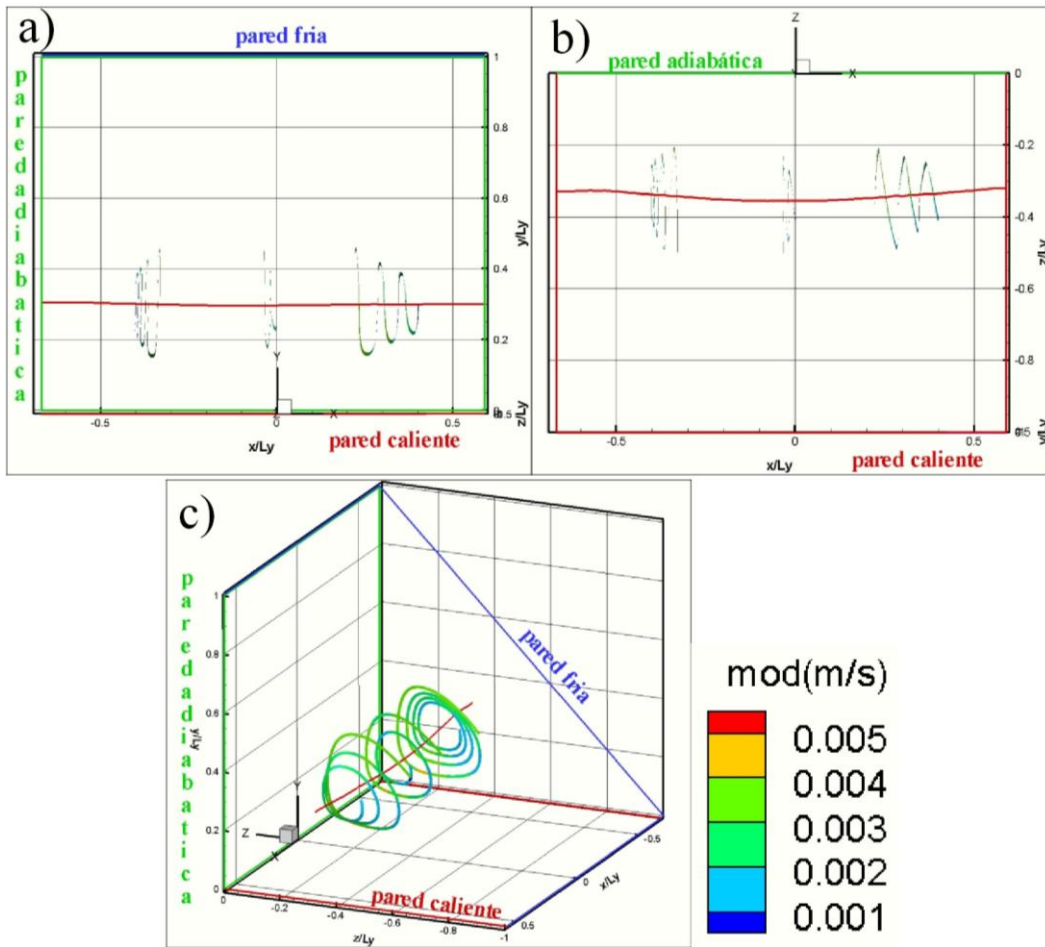


Fig. 3.29. Flujo en transición. Eje de giro y cintas de corriente, $Ra=5 \times 10^4$ y $\theta=20^\circ$. a) vista desde pared adiabática, b) vista debajo de la pared caliente, c) vista en isométrico.

3.3.3 Flujo bidimensional

Como se había mencionado anteriormente, en un flujo bidimensional no existe variación de la velocidad en el eje X, o ésta es muy pequeña en comparación a la de los ejes Y y Z, por lo que el eje de giro del flujo debe de ser, en teoría, una línea recta. Pero como se había mencionado anteriormente, por cuestiones de seguridad del equipo, no se pudieron alcanzar las condiciones necesarias para obtener un flujo completamente bidimensional.

Los resultados que más se acercan a esta condición son los obtenidos para un $Ra = 1 \times 10^5$ y $\theta = 20^\circ$, Fig. 3.30 y 3.31, pero aún para estas condiciones el eje de giro presenta pequeñas ondulaciones. Los vectores muestran pequeños remanentes de las celdas 1 y 2 cerca del vértice PA-PF, Fig. 3.30a, cuya influencia se limita a dicho vértice, mientras que en los otros planos no se pueden observar cambios significativos en los vectores de velocidad. Cabe señalar que para este caso las ondulaciones del eje de giro no coinciden con los remanentes del flujo tridimensional, por lo que posiblemente éstas se presentan por variaciones locales de la velocidad. En cuanto a las cintas de corriente, estas siguen desplazándose en el eje X y de las tres cintas graficadas la que presenta un menor desplazamiento es la que se encuentra alrededor de $X/H=0$, zona donde el eje de giro se comporta como una línea recta.

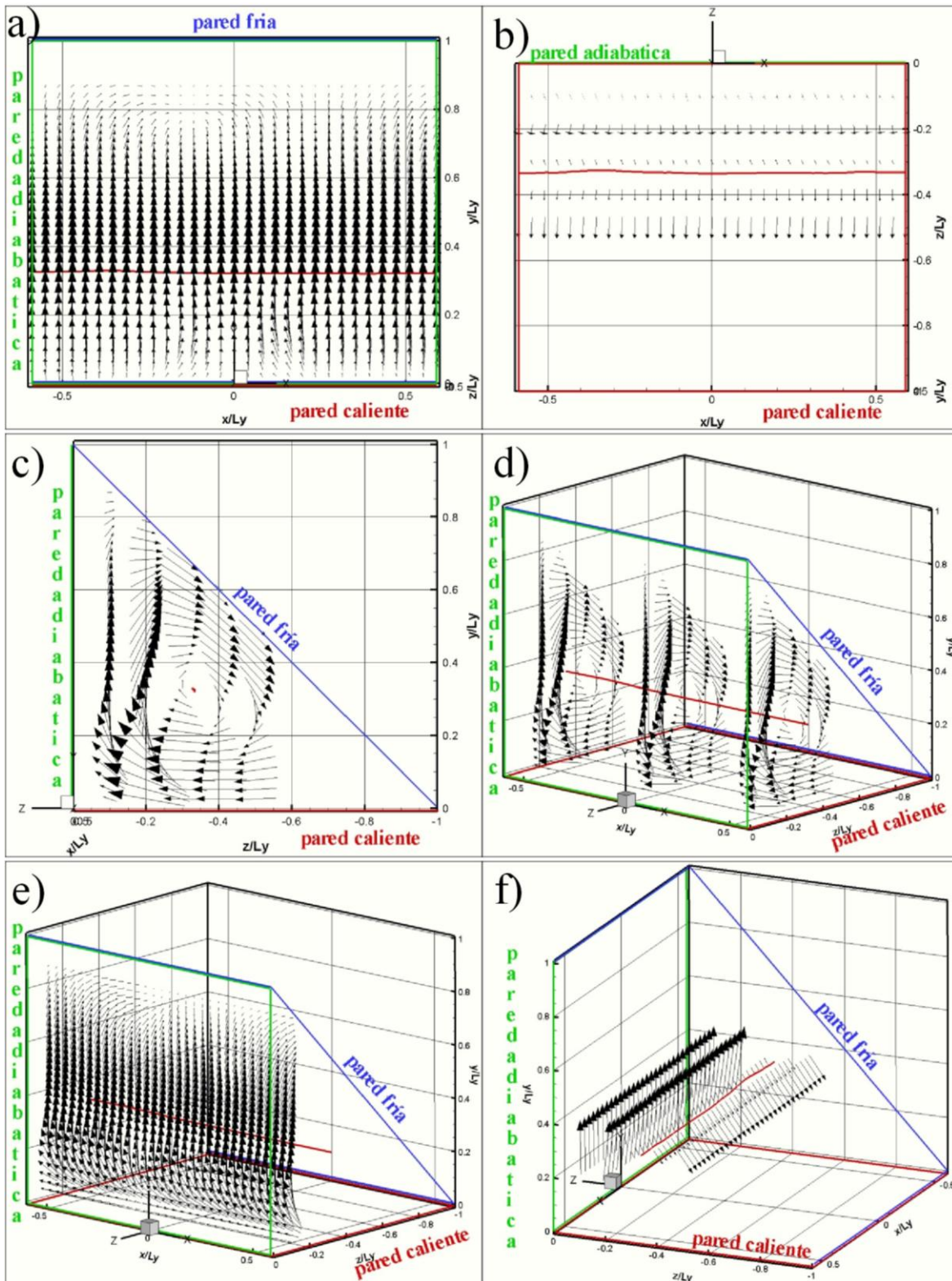


Fig. 3.30. Flujo bidimensional. Eje de giro y vectores de velocidad, $Ra=1 \times 10^5$ y $\theta=20^\circ$. a) vista pared adiabática, vectores en el plano XY, $Z/H=-0.11$, b) vista por debajo de la pared caliente, vectores en el plano XZ, $Y/H=0.325$, c) vista lateral, vectores en el plano XZ, $X/H=0$, $X/H= \pm 0.5$, d) vista en isométrico, vectores en el plano YZ, $X/H=0$, $X/H= \pm 0.5$, e) vista en isométrico, vectores en el plano XY, $Z/H= -0.11$, f) vista en isométrico, vectores en el plano XZ, $Y/H= 0.325$.

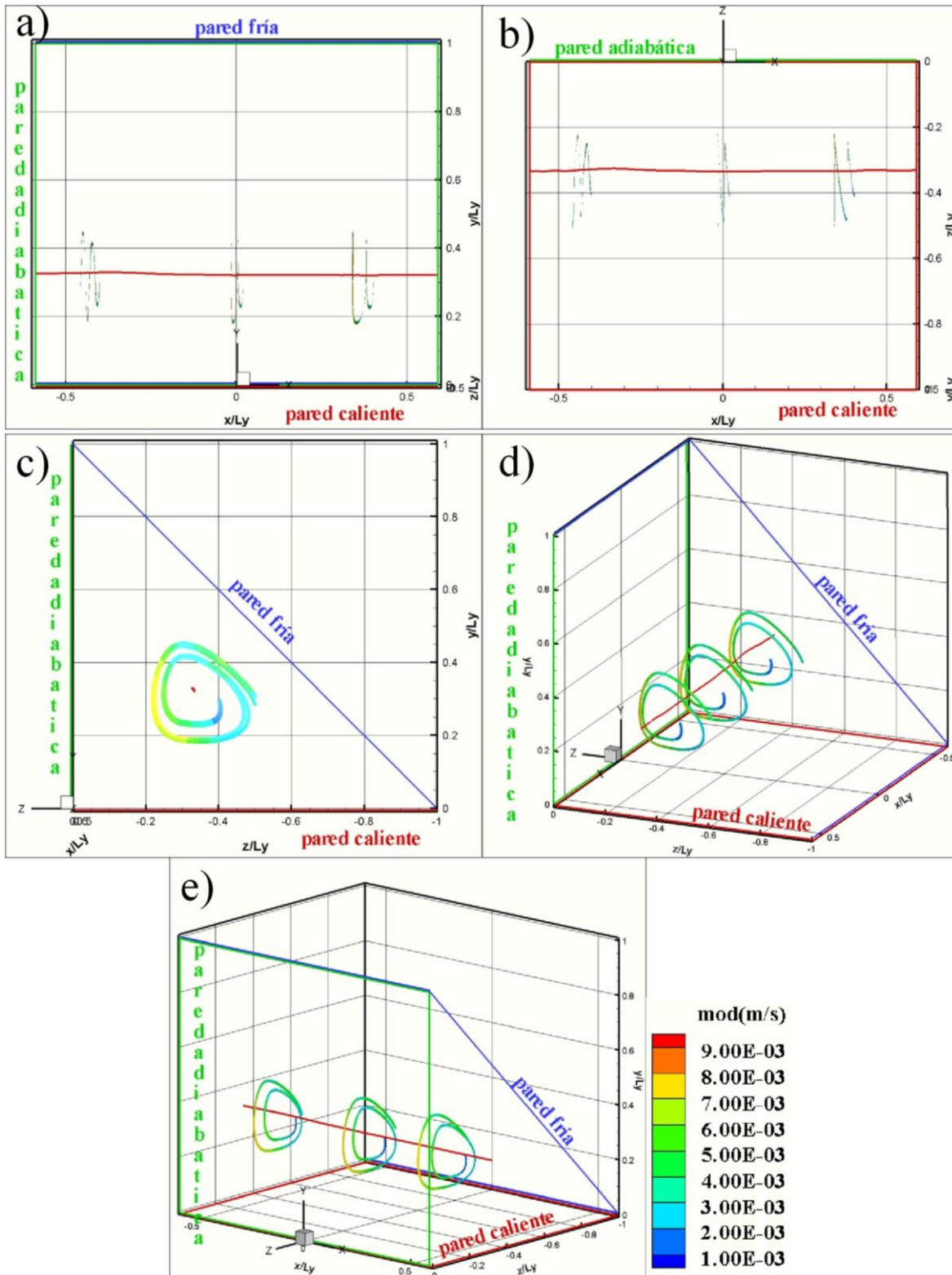


Fig. 3.31. Flujo bidimensional. Eje de giro y cintas de corriente, $Ra=1 \times 10^5$ y $\theta=20^\circ$. a) vista desde pared adiabática, b) vista debajo de la pared caliente, c) vista lateral, d) y e) vistas en isométrico.

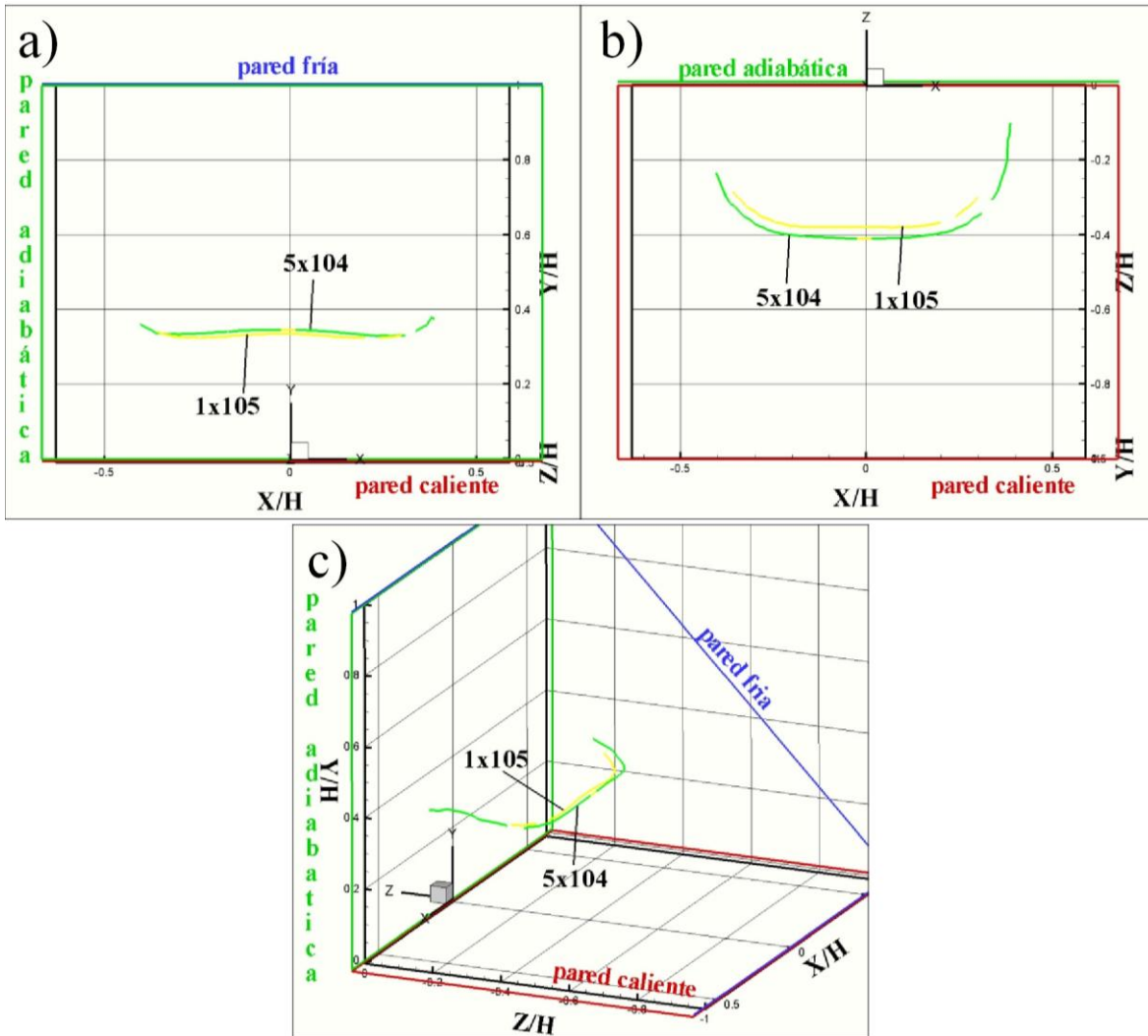


Fig. 3.32. Efecto del número de Rayleigh en los ejes de giro, $\theta=0^\circ$. a) vista desde pared adiabática, b) vista debajo de la pared caliente, c) vistas en isométrico. a) 5×10^3 , b) 1×10^4 , c) 5×10^4 y d) 1×10^5 .

3.3.4 Efecto del número de Rayleigh

Como se vio en la sección anterior el número de Rayleigh no tiene un efecto significativo en el patrón convectivo para ángulos de inclinación de la cavidad pequeños. Para $\theta=0^\circ$, Fig.3.32, el incremento del Rayleigh, de 5×10^4 a 1×10^5 , apenas es perceptible ya que la curvatura del eje de giro cambia muy poco. Para una inclinación de 10° , Fig. 3.33, el aumento del Ra hace que la ondulación del eje de giro sea menor y que este se desplace, en consecuencia, hacia la pared adiabática. Con $\theta=20^\circ$, Fig. 3.34, el eje de giro tiende a ser una línea recta a medida que se incrementa el Rayleigh, además de elevarse ligeramente en el eje Y/H .

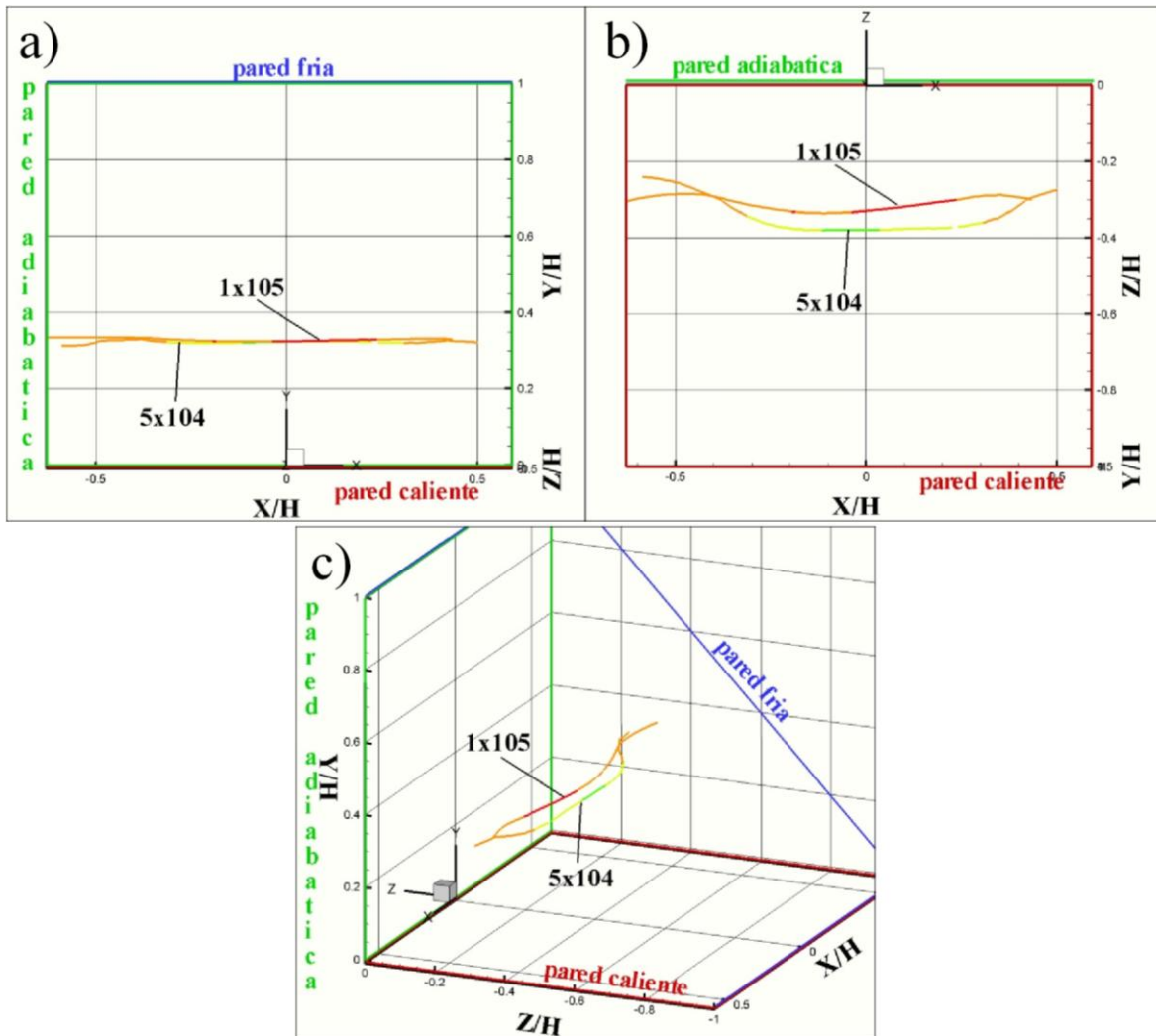


Fig. 3.33. Efecto del número de Rayleigh en los ejes de giro, $\theta=10^\circ$. a) vista desde pared adiabática, b) vista debajo de la pared caliente, c) vistas en isométrico.

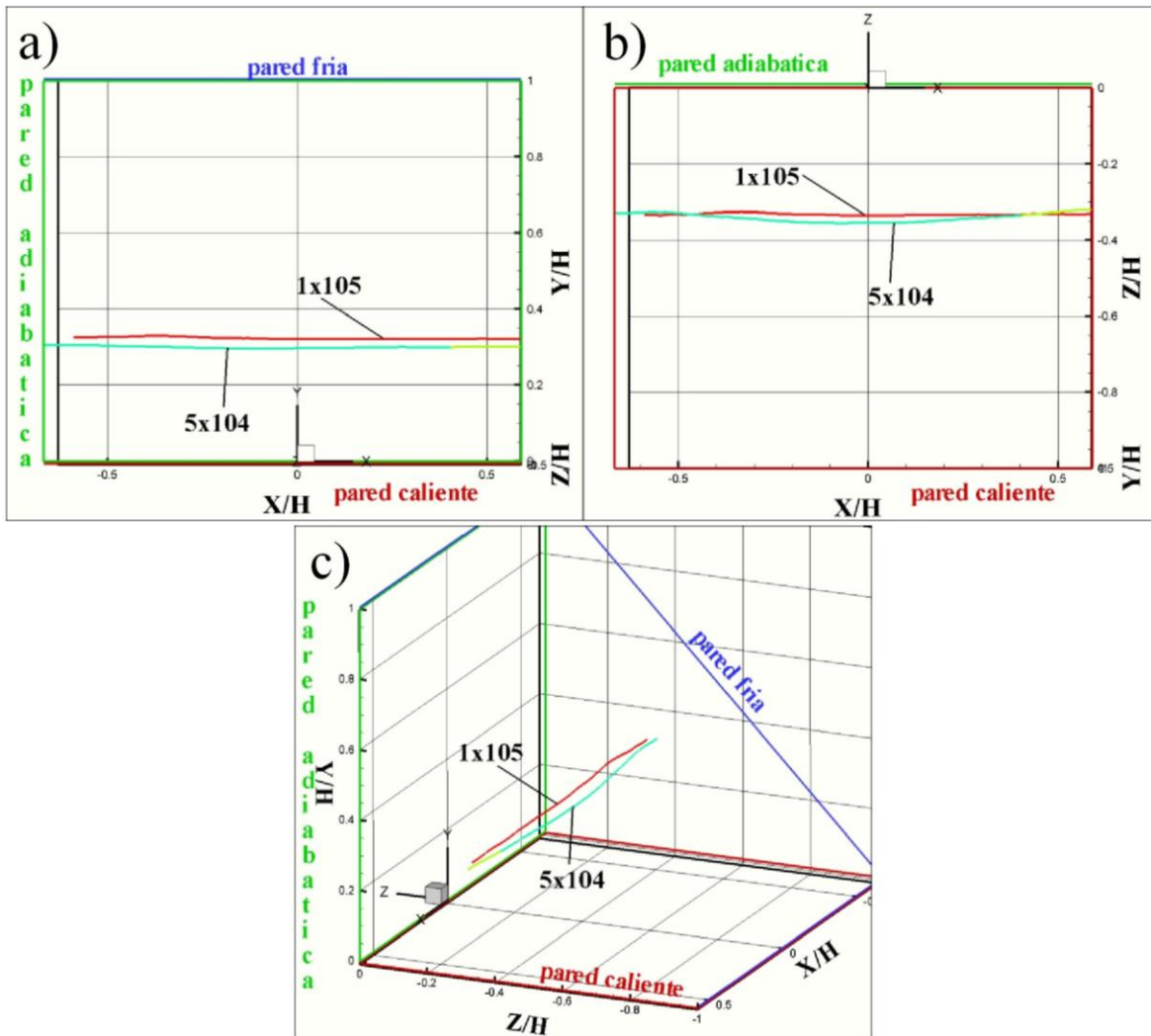


Fig. 3.34. Efecto del número de Rayleigh en los ejes de giro, $\theta=20^\circ$. a) vista desde pared adiabática, b) vista debajo de la pared caliente, c) vistas en isométrico.

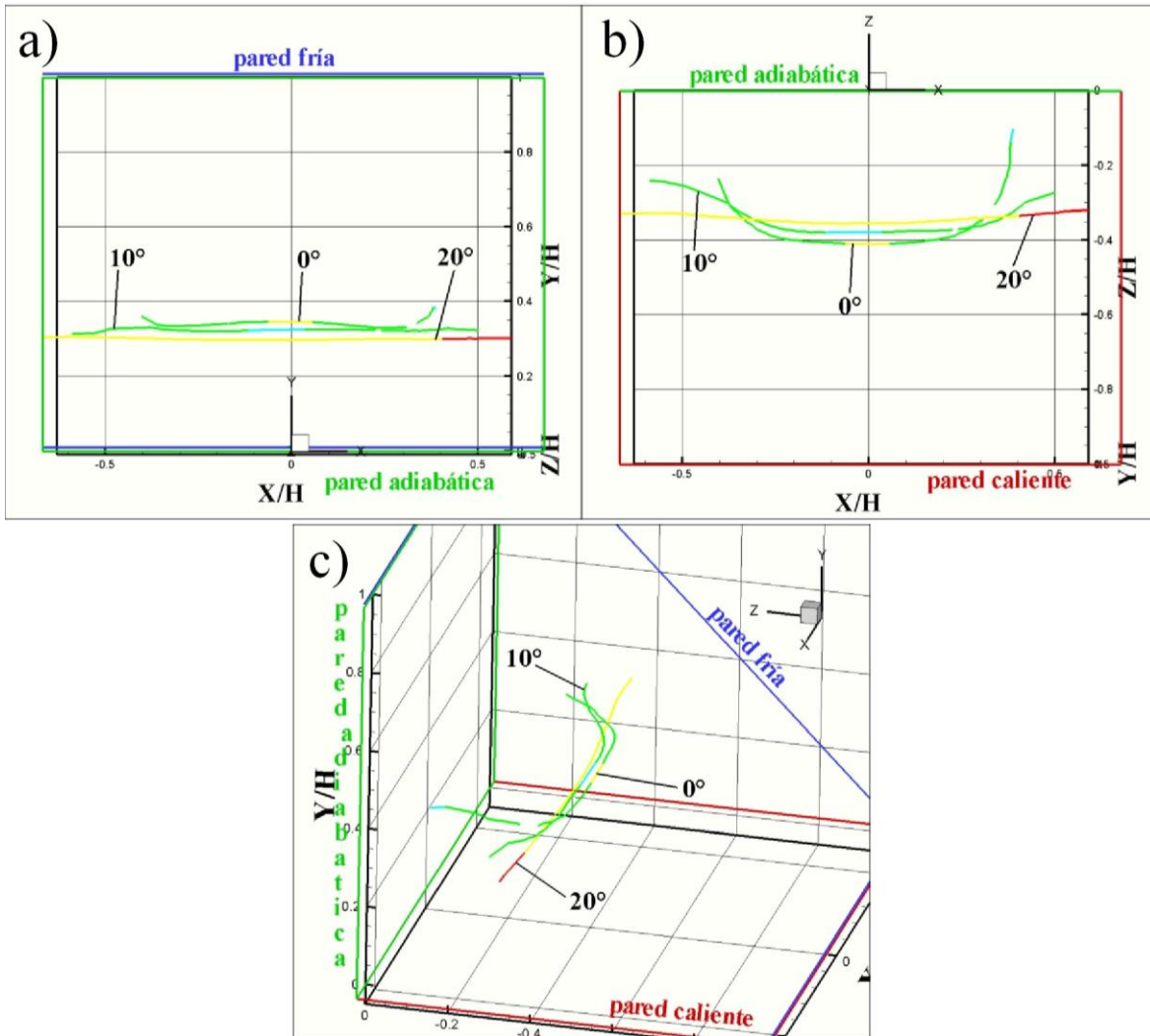


Fig. 3.35. Efecto del ángulo de inclinación en los ejes de giro, $Ra= 5 \times 10^4$. a) vista desde pared adiabática, b) vista debajo de la pared caliente, c) vistas en isométrico.

3.3.5 Efecto de θ

Para los números de Rayleigh de 5×10^4 y 1×10^5 , Figs. 3.35 y 3.36, a medida que se incrementa el ángulo de inclinación de la cavidad, el eje de giro, curvo para $\theta=0^\circ$, se "enderez" y para algún valor de θ , menor a 10° , se une a los ejes de giro de las estructuras adyacentes a las paredes frontal y posterior para formar una sola línea que corre a lo largo de la cavidad, la cual es ondulada para $\theta=10^\circ$; a medida que la inclinación aumenta la curvatura del eje disminuye y para $\theta=20^\circ$ ésta es muy pequeña. Se piensa que para ángulos mayores el eje de giro se convierte en una línea recta.

Los párrafos anteriores confirman lo visto en la sección 3.2, donde se había indicado que cuando el ángulo de inclinación de la cavidad es pequeño, la influencia que tiene este sobre el patrón de flujo es mayor a la del número de Rayleigh.

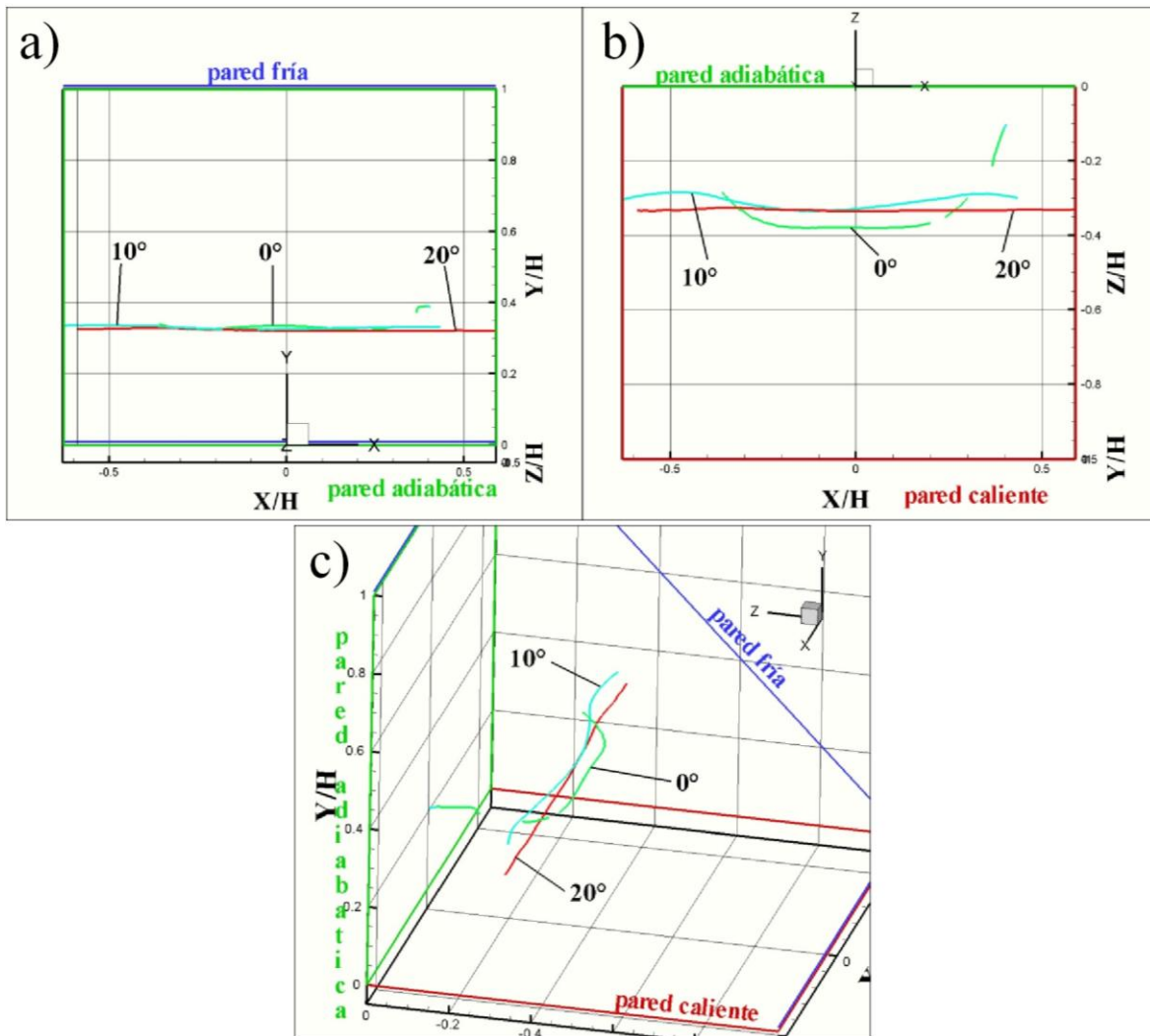


Fig. 3.36. Efecto del ángulo de inclinación en los ejes de giro, $Ra= 1 \times 10^5$. a) vista desde pared adiabática, b) vista debajo de la pared caliente, c) vistas en isométrico.

Los párrafos anteriores corroboran los resultados obtenidos con el PIV-2D, donde se señaló que, para valores pequeños de θ , el parámetro que tiene mayor influencia en los patrones de flujo es el ángulo de inclinación. El efecto tanto de θ como del Ra es el de bidimensionalizar al flujo dentro de la cavidad; es decir, a medida que se incrementa cualquiera de estos parámetros, o ambos, el flujo tridimensional evoluciona a un flujo bidimensional, pasando por un flujo nombrado en transición, ya que a pesar de tener un comportamiento bidimensional en el plano YZ, en el plano XY se presentan remanentes de las celdas 1 y 2; estos remanentes, dependiendo de θ y de Ra , pueden afectar únicamente al flujo cercano al vértice PA-PF o incluso perturbar el eje de giro del flujo, provocando la ondulación del mismo. La figura 3.37 resume de forma gráfica los resultados presentados en el presente capítulo, este mapa muestra las regiones en las que predomina cada una de los patrones convectivos. Ra_0 es el número de Rayleigh

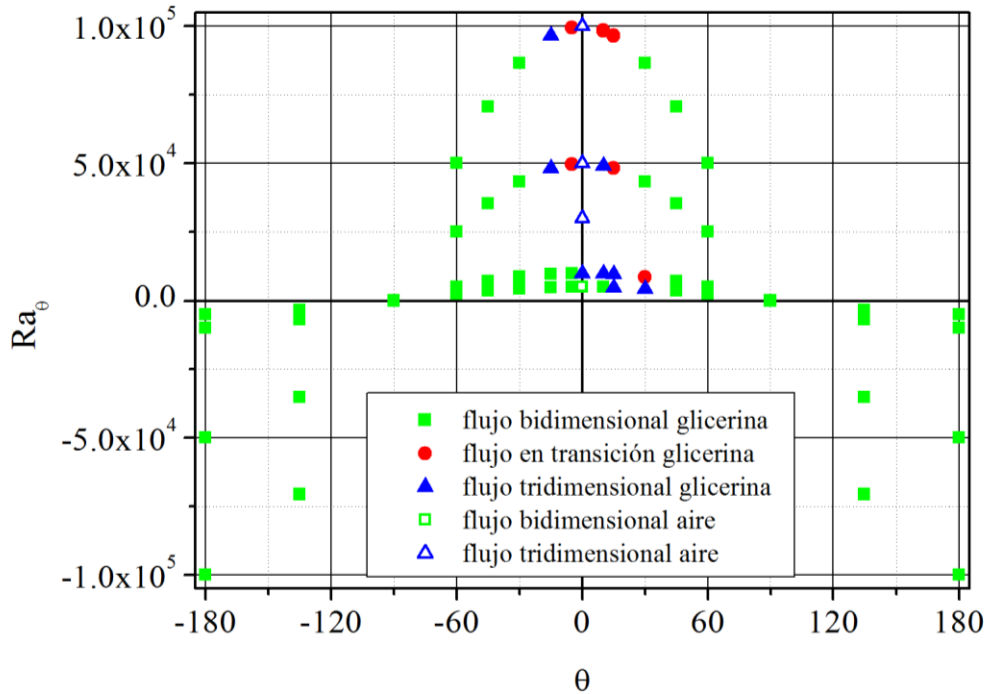


Fig. 3.37. Mapa de los patrones de flujo.

3.5 Formación de los patrones convectivos.

Se piensa que el flujo tridimensional se forma de la siguiente manera. Al observar a la cavidad por la pared frontal, plano YZ, podemos ver que la cavidad es calentada por debajo y enfriada lateralmente por la pared fría que se encuentra inclinada 45° , con ésta configuración una diferencia de temperaturas, por pequeña que sea, activará el movimiento del fluido y la velocidad de este aumentará a medida que se incrementa la diferencia de temperaturas. Por otro lado, si se mira a la cavidad por la pared adiabática, plano XY, se observa a un arreglo similar al de una cavidad rectangular calentada por debajo y enfriada por arriba, en la que de acuerdo a estudios previos la principal forma de transferencia de calor a bajos números de Rayleigh es por conducción. Cuando se sobrepasa un valor crítico del número de Rayleigh el movimiento del fluido se activa, el patrón de flujo para este tipo de configuración está formado por un arreglo de celdas (rollos), cuyo número depende de la relación de forma de la cavidad y de las condiciones de frontera en las paredes laterales [25, 26].

Por consiguiente, el flujo resultante dentro de la cavidad es resultado de la combinación de los flujos descritos previamente. De acuerdo a lo anterior para bajos números de Rayleigh el flujo que predomina en la cavidad es el generado en el plano YZ, por lo que el flujo está formado por una celda convectiva que gira en sentido horario y eje de giro paralelo al eje X, figs. 3.19a. A medida

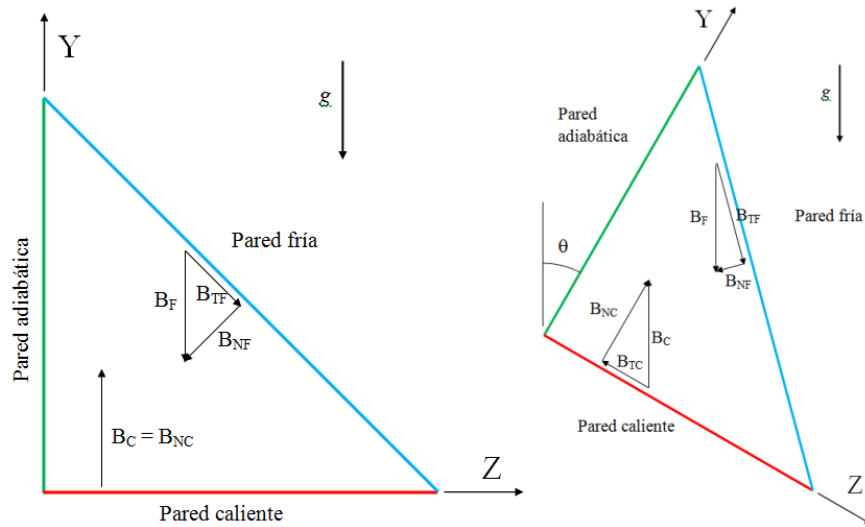


Fig. 3.32. Componentes de las fuerzas de flotación. Izquierda: $\theta=0^\circ$, derecha: $\theta=30^\circ$.

que se aumenta el número de Rayleigh el flujo generado en el plano XY, cerca de la pared adiabática, incrementa su influencia en la formación del flujo hasta que finalmente se establece el patrón tridimensional con forma de semi-toroide descrito en las figuras 3.26 y 3.27. La evolución del flujo puede verse en las figura 3.20.

Al inclinar la cavidad, sobre la pared caliente se genera un flujo ascendente en el que la fuerza de flotación se puede descomponer en una componente normal, B_{NC} , y otra tangencial, B_{TC} , la primera disminuye a medida que el ángulo de inclinación aumenta mientras que para el segundo sucede lo contrario. En la pared fría se genera un flujo descendente cuyas componentes normal y tangencial, B_{NF} y B_{TF} , respectivamente, tienen un comportamiento similar al de la pared caliente al cambiar el valor de θ , Fig. 3.32. Tanto B_{NF} como B_{TF} activan el movimiento descendente del fluido. En la pared caliente B_{NC} es la fuerza que activa la formación del arreglo de celdas que se observan a lo largo de la cavidad, pared adiabática; mientras que B_{TC} activa el movimiento del fluido paralelo a la pared caliente.

Las componentes tangenciales de las dos paredes se suman para favorecer la formación de un patrón de flujo bidimensional y a medida que se inclina la cavidad éstas aumentan de valor, superando gradualmente los efectos de B_{NC} , que se va haciendo cada vez más pequeña, provocando que el patrón de flujo evolucione progresivamente de un flujo tridimensional a un flujo bidimensional. Como se vio en los resultados presentados en las secciones anteriores esta evolución también va a depender del valor del número de Rayleigh, que está relacionado con la magnitud de las fuerzas de flotación, por medio de la diferencia de temperaturas entre las paredes caliente y fría.

CAPÍTULO 4

Conclusiones

El fenómeno de la transferencia de calor en cavidades es muy complejo, por lo que para facilitar su estudio se realizan diversas simplificaciones a los modelos analíticos, numéricos y experimentales, como son: el considerar al flujo como bidimensional, suponer al flujo simétrico con respecto a algún plano, por mencionar las más importantes. La primera es quizá la más empleada y menos cuestionada, esto se debe a que en muchos casos la variación de alguna propiedad física, velocidad o temperatura, en dirección generalmente normal al plano de interés es relativamente pequeña al compararla con los gradientes que se presentan en dicho plano. La segunda simplificación se utiliza principalmente en estudios numéricos con el fin de disminuir el tiempo de cómputo, aplicando al plano de simetría la condición de pared adiabática. Sin embargo, todas las paredes que conforman una cavidad afectan al fluido adyacente a éstas, por lo que influyen, dependiendo de las condiciones del estudio, en mayor o menor medida en el desarrollo del patrón convectivo dentro de la cavidad. Por lo anterior el uso de las simplificaciones anteriormente expuestas tiene que ser analizado cuidadosamente.

En el presente trabajo se estudiaron los patrones convectivos en una cavidad con geometría de triángulo rectángulo, en la que el cateto adyacente se calienta, la hipotenusa se mantiene a una temperatura constante de 25°C , mientras que el cateto opuesto se considera adiabático. Los experimentos se realizaron para números de Rayleigh de: 5×10^3 , 1×10^4 , 5×10^4 y 1×10^5 , y varios ángulos de inclinación de la cavidad, comprendidos entre 0° y 360° , condiciones en las que en estudios previos se considera al flujo en la cavidad como bidimensional, pero para las que al realizar pruebas al modelo experimental en el presente trabajo se observaron patrones de sombras muy marcados, cuando ésta fue iluminada por la pared posterior con una fuente de luz. Por lo anterior, se decidió realizar primero visualizaciones del patrón convectivo para conocer qué era lo que estaba pasando en la cavidad, y posteriormente obtener el campo de velocidades para estudiar detalladamente dicha estructura. Como fluido de trabajo se utilizaron aire, para las visualizaciones y glicerina de alta pureza para la medición de los campos de velocidad. Se emplearon las técnicas PIV y PIV-estereoscópico para obtener los campos de velocidades bidimensionales y tridimensionales, respectivamente.

Visualizaciones

Las visualizaciones se realizaron únicamente para $\theta=0^{\circ}$, y de éstas se llega a las siguientes conclusiones:

- Para un $Ra=5 \times 10^3$, el flujo en la cavidad es bidimensional y está formado por dos celdas, una principal que gira en sentido anti-horario y una secundaria en el vértice PF-PC que gira en sentido opuesto.

- Para $1 \times 10^4 < Ra < 1 \times 10^5$ el patrón de flujo, visto desde la pared adiabática, está formado por seis celdas de tamaño similar, distribuidas de forma uniforme a lo largo de la cavidad (a lo largo del eje X).

Aun cuando éstas visualizaciones dieron una idea de la configuración de flujo en la cavidad, la alta difusión de las partículas de humo, principalmente para $Ra = 1 \times 10^5$, no permitió realizar una completa descripción de los patrones de flujo. Sin embargo, estos resultados sirvieron como base para planificar la obtención de los campos de velocidad.

Mediciones con PIV

A partir del análisis de los campos de velocidad se llega a las siguientes conclusiones:

- Para $\theta = 0^\circ$, el flujo en la cavidad es bidimensional para un $Ra = 5 \times 10^3$, mientras que para $1 \times 10^4 < Ra < 1 \times 10^5$ el patrón está formado por una estructura con forma de semi-toroide en la región central de la cavidad, que es donde se realizan las mediciones. Se presume que existen dos estructuras similares a ambos lados de ésta que completan el patrón de flujo en toda la cavidad.
- Para $345^\circ (-15^\circ) < \theta < 30^\circ$ el patrón de flujo es influenciado tanto por el número de Rayleigh como por el ángulo de inclinación, ya que dependiendo de la combinación de estos parámetros el patrón puede ser bidimensional, en transición o tridimensional.
- Dependiendo del peso que tiene el número de Rayleigh o el ángulo de inclinación en el patrón de flujo formado, los 360° se pueden dividir en cuatro rangos: de $345^\circ (-15^\circ)$ a 30° , de 45° a 90° , de 135° a 225° y de 270° a 330° . En el tercer rango el parámetro de mayor influencia es θ , mientras que en el segundo y cuarto rango lo es el Ra ; en el primer rango el flujo está fuertemente influenciado por la combinación de ambos parámetros.
- Al modificar el ángulo de inclinación de la cavidad se adoptan diferentes condiciones de calentamiento (calentada lateralmente, calentada por arriba, enfriada por arriba), por lo que para cada una de estas condiciones la velocidad del flujo y la localización de su eje de giro varían de forma significativa.

Cabe señalar que el patrón tridimensional que se presenta para $\theta = 0^\circ$ no ha sido reportado en la literatura y a diferencia de los resultados encontrados por Ridouane y Campo [16], la estructura tridimensional reportada en esta tesis es ordenada y fue encontrada para números de Rayleigh entre 1×10^4 y 1×10^5 . Por otro lado, este patrón tridimensional pone en duda la validez de la consideración de flujo bidimensional en una cavidad triangular, triángulo rectángulo, calentada por la pared horizontal inferior y enfriada por la pared inclinada superior, aplicada en muchos de los trabajos previos sobre la transferencia de calor en áticos bajo las condiciones de calentamiento en invierno.

Como trabajo a futuro queda encontrar el número de Rayleigh crítico para el cual se presenta la transición de flujo bidimensional a flujo tridimensional, así como estudiar el flujo cerca de las paredes frontal y posterior con la técnica PIV-estereo, para encontrar los efectos que estas paredes tienen sobre el flujo tridimensional.

Apéndice A

Análisis dimensional del fenómeno de la transferencia de calor en una cavidad bidimensional.

Consideraciones básicas.

La cavidad es calentada por la pared inferior y enfriada por la pared superior. Las paredes laterales pueden ser adiabáticas o tener una variación lineal de temperatura, Fig. A1. El estudiar este fenómeno tiene como interés principal el conocer la velocidad del flujo y la transferencia de calor entre las paredes, ambos dependen de las variables físicas de transporte.

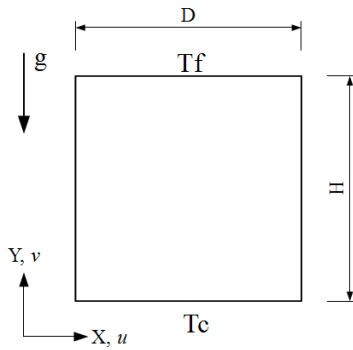


Fig. A1. Esquema de la convección natural en una cavidad.

Para el campo de velocidades las ecuaciones que gobiernan este fenómeno son escritas a continuación, en estas se asume que el flujo es bidimensional, en el estado permanente y se utiliza la aproximación de Boussinesq. Por otro lado, debido a que las dimensiones de la cavidad son relativamente pequeñas la variación de la presión dentro de ésta es muy pequeña por lo que ésta se desprecia. La fuerza que activa el movimiento del fluido es la fuerza de flotación, causada por la variación de la densidad del fluido, que es generado por la variación en la temperatura.

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g\beta(t - t_0)$$

$$u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right)$$

Las ecuaciones anteriores son la ecuación de continuidad, las ecuaciones de cantidad de movimiento en los ejes X y Y, y la ecuación de la energía, respectivamente. Donde, u y v son las componentes de la velocidad en X y Y, respectivamente, t_0 la temperatura de referencia (en cavidades usualmente se toma el promedio de la temperatura de las paredes caliente y fría), t la

temperatura del fluido, α la difusividad térmica, β el coeficiente de dilatación térmica volumétrica, ρ la densidad del fluido, g la fuerza de gravedad.

En el estudio de cavidades es importante medir la transferencia de calor en la cavidad para lo cual se utiliza la ecuación

$$Q = hA(t_c - t_f)$$

donde, Q es el calor transferido, h el coeficiente convectivo, t_c la temperaturas de la pared caliente, t_f la temperatura de la pared fría y A el área de la paredes.

De las ecuaciones anteriores y del esquema se puede ver que los parámetros que caracterizan al problema son:

| Variable | Símbolo | Dimensiones | Dimensiones |
|--|------------------------|-------------|-------------------|
| Altura de la cavidad | H | m | L |
| Ancho de la cavidad | D | m | L |
| Viscosidad cinemática | ν | m^2/s | $L^2 t^{-1}$ |
| Difusividad térmica | α | m^2/s | $L^2 t^{-1}$ |
| Coef. de exp. term. vol. | β | 1/K | T^{-1} |
| Gravedad | g | m/s^2 | $L t^{-2}$ |
| Dif. de temperaturas entre las paredes fría y caliente | $\Delta t = t_c - t_f$ | K | T |
| Coeficiente convectivo | h | $W/(m^2 K)$ | $M t^{-2} T^{-1}$ |

Estos parámetros son determinados por el diseño del experimento; es decir, el tamaño del modelo experimental, el tipo de fluido, etc. Se incluyen tanto el ancho y alto de la cavidad ya que ambas son del mismo orden de magnitud. No se incluyen las componentes de la velocidad, ya que son parte de la solución del problema, y la densidad, ρ , ya que ésta es una densidad de referencia constante y aparece combinada con las componentes de la presión.

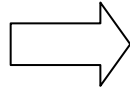
De acuerdo al teorema π de Buckingham el número de grupos adimensionales independientes es igual al número de variables en el problema (8 variables) menos el número de dimensiones fundamentales involucradas en dichas variables (4 dimensiones), por lo que el número de grupos adimensionales independientes será 4.

Tabulando las dimensiones de cada una de las variables.

| Variable | Dimensiones | | | |
|------------|-------------|----|----|---|
| | L | t | T | M |
| H | 1 | 0 | 0 | 0 |
| D | 1 | 0 | 0 | 0 |
| ν | 2 | -1 | 0 | 0 |
| α | 2 | -1 | 0 | 0 |
| β | 0 | 0 | -1 | 0 |
| g | 1 | -2 | 0 | 0 |
| Δt | 0 | 0 | 1 | 0 |
| h | 0 | -2 | -1 | 1 |

Como muestra magnitud de longitud elegimos H. Formando productos, se eliminan sistemáticamente las longitudes de las variables.

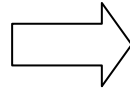
| Variable | Dimensiones | | | |
|-----------------|-------------|----|----|---|
| | L | t | T | M |
| L/L | 1-1 | 0 | 0 | 0 |
| D/H | 1-1 | 0 | 0 | 0 |
| $v H^{-2}$ | 2-2 | -1 | 0 | 0 |
| αH^{-2} | 2-2 | -1 | 0 | 0 |
| β | 0 | 0 | -1 | 0 |
| $g H^{-1}$ | 1-1 | -2 | 0 | 0 |
| Δt | 0 | 0 | 1 | 0 |
| h | 0 | -2 | -1 | 1 |



| Variable | Dimensiones | | | |
|-----------------|-------------|----|----|---|
| | L | t | T | M |
| L/L | 0 | 0 | 0 | 0 |
| D/H | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $v H^{-2}$ | 0 | -1 | 0 | 0 |
| αH^{-2} | 0 | -1 | 0 | 0 |
| β | 0 | 0 | -1 | 0 |
| $g H^{-1}$ | 0 | -2 | 0 | 0 |
| Δt | 0 | 0 | 1 | 0 |
| h | 0 | -2 | -1 | 1 |

Como unidad de tiempo se utiliza αH^{-2} y formando nuevamente los productos se tiene:

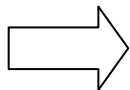
| Variable | Dimensiones | | | |
|-----------------------------------|-------------|------|----|---|
| | L | t | T | M |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| D/H | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $v H^{-2} / (\alpha H^{-2})$ | 0 | -1+1 | 0 | 0 |
| $\alpha H^{-2} / (\alpha H^{-2})$ | 0 | -1+1 | 0 | 0 |
| β | 0 | 0 | -1 | 0 |
| $g H^{-1} / (\alpha H^{-2})^2$ | 0 | -2+2 | 0 | 0 |
| Δt | 0 | 0 | 1 | 0 |
| $h / (\alpha H^{-2})^2$ | 0 | -2+2 | -1 | 1 |



| Variable | Dimensiones | | | |
|--------------------|-------------|---|----|---|
| | L | t | T | M |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| D/H | 0 | 0 | 0 | 0 |
| v/α | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| β | 0 | 0 | -1 | 0 |
| $g H^3 / \alpha^2$ | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Δt | 0 | 0 | 1 | 0 |
| $h H^4 / \alpha^2$ | 0 | 0 | -1 | 1 |

Se utiliza Δt como unidad de temperatura, obteniéndose:

| Variable | Dimensiones | | | |
|-------------------------------|-------------|---|------|---|
| | L | t | T | M |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| D/H | 0 | 0 | 0 | 0 |
| v/α | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $\beta \Delta t$ | 0 | 0 | -1+1 | 0 |
| $g H^3 / \alpha^2$ | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $\Delta t / \Delta t$ | 0 | 0 | 1-1 | 0 |
| $(h H^4 / \alpha^2) \Delta t$ | 0 | 0 | -1+1 | 1 |



| Variable | Dimensiones | | | |
|-------------------------------|-------------|---|---|---|
| | L | t | T | M |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| D/H | 0 | 0 | 0 | 0 |
| v/α | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $\beta \Delta t$ | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $g H^3 / \alpha^2$ | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $(h H^4 / \alpha^2) \Delta t$ | 0 | 0 | 0 | 1 |

Como unidad de masa se utiliza $(h H^4 / \alpha^2) \Delta t$, pero al ser la única variable que tiene la dimensión “masa” entonces se auto-elimina. Por lo que las variables adimensionales que se obtienen son:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= D/H \\
 x_2 &= v/\alpha = Pr \\
 x_3 &= \beta \Delta t \\
 x_4 &= g H^3 / \alpha^2
 \end{aligned}$$

Combinando x_2 , x_3 y x_4 se obtiene el parámetro adimensional conocido como número de Rayleigh: $Ra = x_2^{-1} x_3 x_4 = (\alpha/\nu)(\beta \Delta t)(gH^3/\alpha^2) = g\beta\Delta tH^3/(\nu\alpha)$, en el que $\Delta t = t_c - t_f$. Por lo que los parámetros adimensionales que describen el comportamiento del flujo son: la relación de forma de la cavidad $A = L/H$, el número de Prandtl (Pr) y el número de Rayleigh (Ra).

Segundo método

De acuerdo al teorema Π de Buckingham el número de grupos adimensionales independientes es igual al número de variables en el problema (8 variables) menos el número de dimensiones fundamentales involucradas en dichas variables (4 dimensiones), por lo que el número de grupos adimensionales independientes será 4. Si Π es adimensional se puede representar como:

$$\Pi = H^{\alpha_1} D^{\alpha_2} \nu^{\alpha_3} \alpha^{\alpha_4} \beta^{\alpha_5} g^{\alpha_6} \Delta T^{\alpha_7} h^{\alpha_8}$$

Sustituyendo las dimensiones de las variables se tiene:

$$\Pi = (L)^{\alpha_1} (L)^{\alpha_2} (L^2 t^{-1})^{\alpha_3} (L^2 t^{-1})^{\alpha_4} (T^{-1})^{\alpha_5} (L t^{-2})^{\alpha_6} (T)^{\alpha_7} (M t^{-2} T^{-1})^{\alpha_8}$$

Dado que Π no tiene dimensiones

$$\alpha_1 + \alpha_2 + 2\alpha_3 + 2\alpha_4 + \alpha_6 = 0 \quad (\text{para } L)$$

$$-\alpha_3 - \alpha_4 - 2\alpha_6 - 2\alpha_8 = 0 \quad (\text{para } t)$$

$$-\alpha_5 + \alpha_7 - \alpha_8 = 0 \quad (\text{para } T)$$

$$\alpha_8 = 0 \quad (\text{para } M)$$

Se tiene un sistema de cuatro ecuaciones con ocho incógnitas, por lo que hay que representar cuatro de estas incógnitas en función de las 4 restantes.

Como $\alpha_8 = 0$, las ecuaciones quedan como:

$$\alpha_1 + \alpha_2 + 2\alpha_3 + 2\alpha_4 + \alpha_6 = 0,$$

$$-\alpha_3 - \alpha_4 - 2\alpha_6 = 0, \quad \alpha_3 = -\alpha_4 - 2\alpha_6$$

$$-\alpha_5 + \alpha_7 = 0, \quad \alpha_5 = \alpha_7$$

Con los valores anteriores se tiene finalmente que

$$\alpha_1 = -\alpha_4 - 2\alpha_6$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación Π

$$\Pi = H^{-\alpha_2 + 3\alpha_6} D^{\alpha_2} \nu^{-\alpha_4 - 2\alpha_6} \alpha^{\alpha_4} \beta^{\alpha_7} g^{\alpha_6} \Delta T^{\alpha_7} h^0$$

$$= (D/H)^{\alpha_2} (\alpha/\nu)^{\alpha_4} (H^3 g/\nu^2)^{\alpha_6} (\beta \Delta T)^{\alpha_7}$$

Por lo que las variables adimensionales que se obtienen son:

$$x_1 = D/H$$

$$x_2 = \alpha/\nu = 1/Pr$$

$$x_3 = gH^3/\nu^2$$

$$x_4 = \beta \Delta t$$

El primer parámetro adimensional, x_1 , es conocido como la relación de forma de la cavidad. El segundo parámetro, x_2 , es el inverso del número de Prandtl. Mientras que x_3 y x_4 por sí solos no representan algún parámetro adimensional útil, por lo que la combinación de estos resulta en el número de Grashof ($Gr = g \beta \Delta t H^3/\nu^2$), pero si combinamos el Gr con el número de Prandtl se obtiene el número de Rayleigh ($Ra = g \beta \Delta t H^3/(\nu \alpha)$).

Como se vio en los párrafos anteriores, dependiendo del método utilizado para realizar el análisis se puede obtener como uno de los parámetros adimensionales a el número de Grashof o el número de Rayleigh, ambos relacionados entre sí por el número de Prandtl ($Gr = RaPr$). Para el estudio de la transferencia de calor por convección natural en cavidades se prefiere utilizar el Ra ya que éste incluye los efectos viscosos del fluido (viscosidad cinemática) que es el parámetro que tiene que vencer la fuerza de flotación para activar el movimiento del fluido. En lo que respecta a el número de Prandtl, se han realizado varios trabajos en los que se estudia su efecto en los patrones convectivos y la transición de los mismos, Pallares et al. [27]

Apéndice B

Tabla A1. Diferencia de temperaturas para establecer los números de Rayleigh en el modelo experimental

| No. De Rayleigh | Glicerina (Pr = 6780) | | Aire (Pr = 0.707) | |
|-----------------|-----------------------|-----------------|-------------------|-----------------|
| | T_c (°C) | ΔT (°C) | T_c (°C) | ΔT (°C) |
| 5×10^3 | 25.62 | 0.62 | 25.42 | 0.42 |
| 1×10^4 | 26.15 | 1.15 | 25.93 | 0.93 |
| 3×10^4 | | | 27.6 | 2.6 |
| 5×10^4 | 29.85 | 4.85 | 29.22 | 4.22 |
| 1×10^5 | 33.15 | 8.15 | 33.84 | 8.84 |

Apéndice C

Campos de velocidad completos. Plano XY, $Z/H = -0.2$

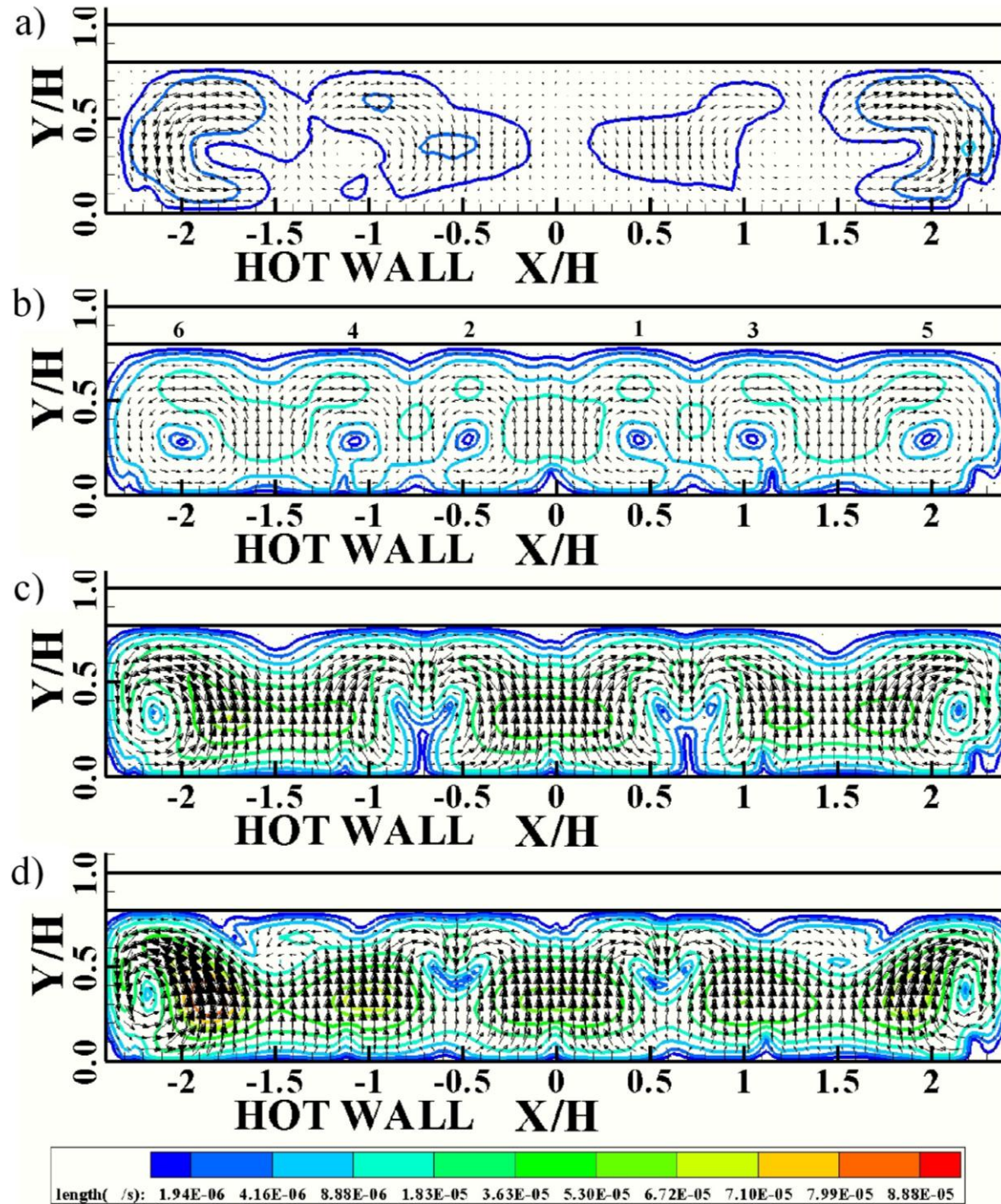


Fig. A.1. Vectores de velocidad y contornos de iso-velocidad $\theta=5^\circ$. a) $Ra=5 \times 10^3$, b) $Ra=1 \times 10^4$, c) $Ra=5 \times 10^4$, d) $Ra=1 \times 10^5$. Nota: el tamaño de los vectores de velocidad para $Ra=5 \times 10^3$ se incremento $\times 5$.

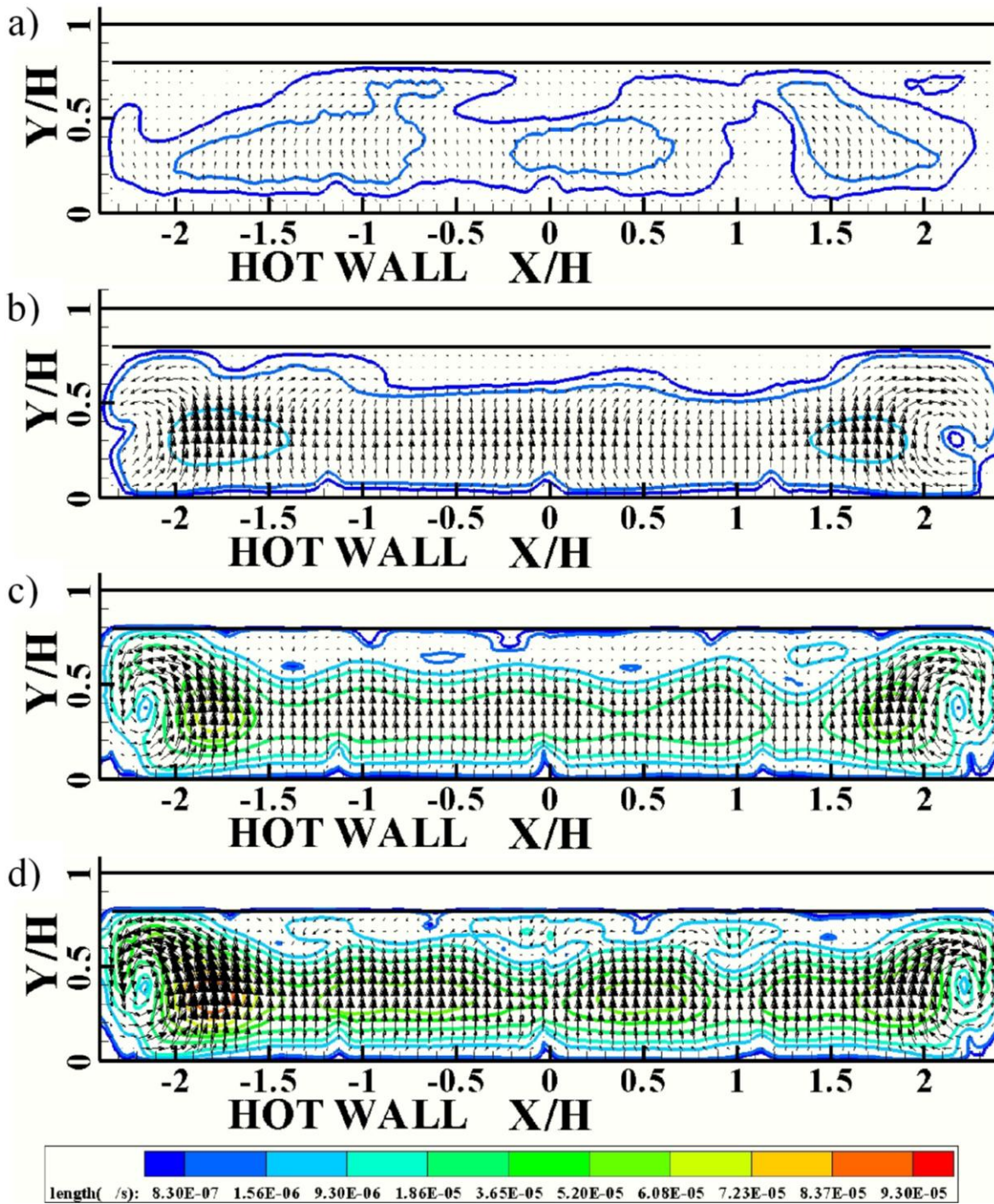


Fig. A.2. Vectores de velocidad y contornos de iso-velocidad $\theta=10^\circ$. a) $Ra=5 \times 10^3$, b) $Ra=1 \times 10^4$, c) $Ra=5 \times 10^4$, d) $Ra=1 \times 10^5$. Nota: el tamaño de los vectores de velocidad para $Ra=5 \times 10^3$ y 1×10^4 se incremento $\times 5$.

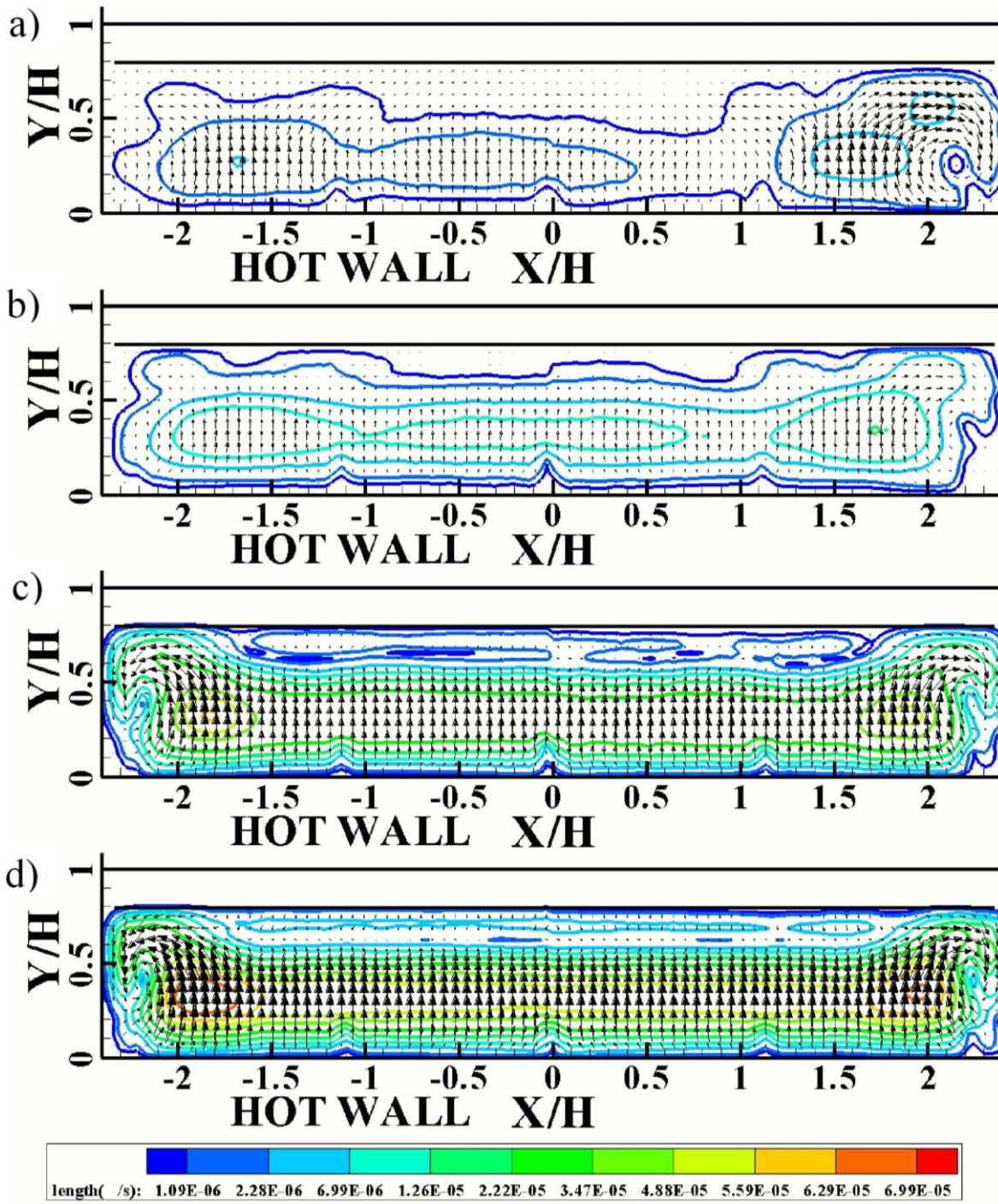


Fig. A.3. Vectores de velocidad y contornos de iso-velocidad $\theta=20^\circ$. a) $Ra=5 \times 10^3$, b) $Ra=1 \times 10^4$, c) $Ra=5 \times 10^4$, d) $Ra=1 \times 10^5$. Nota: el tamaño de los vectores de velocidad para $Ra=5 \times 10^3$ se incremento $\times 5$.

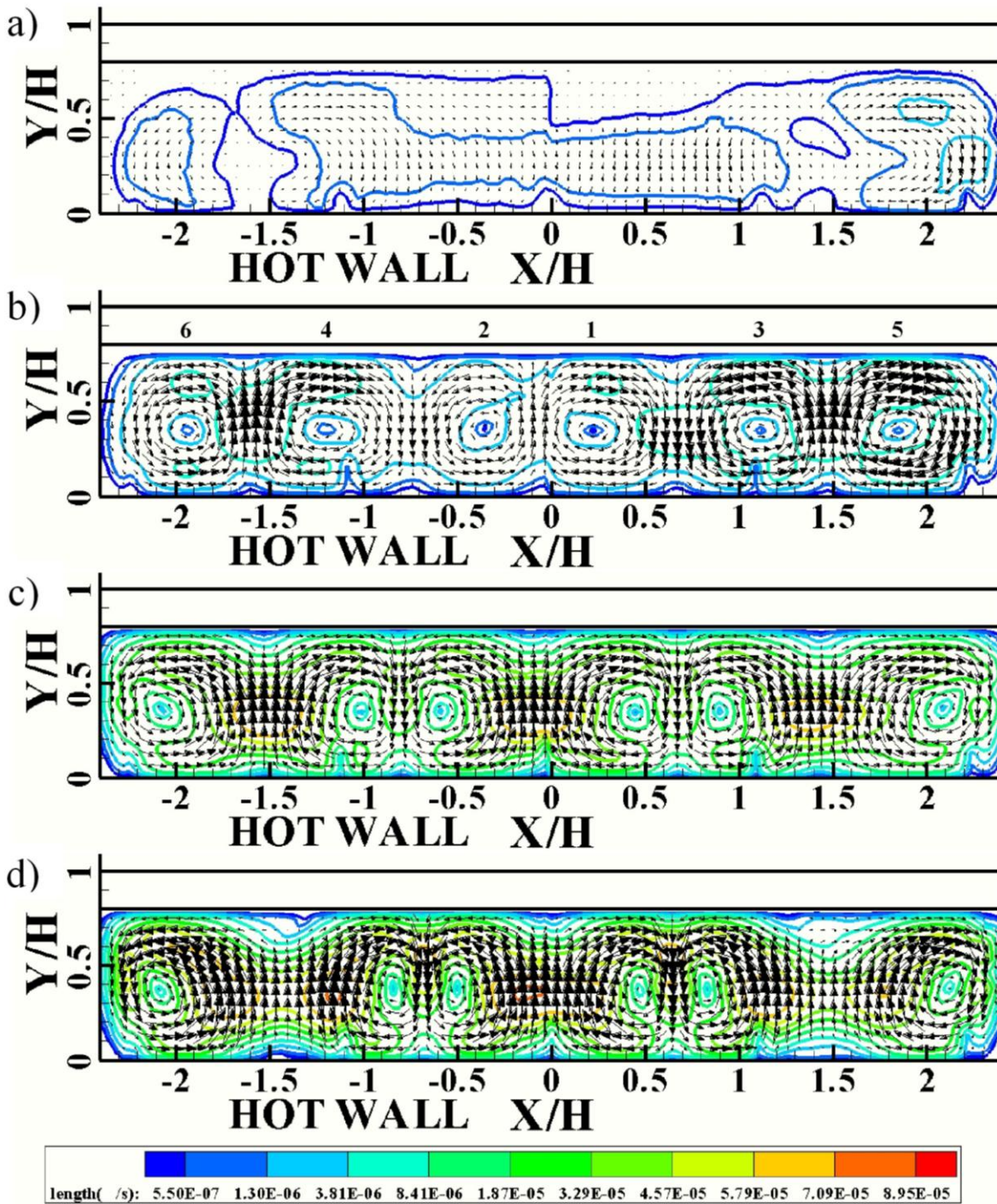


Fig. A.4. Vectores de velocidad y contornos de iso-velocidad $\theta=355^\circ$. a) $Ra=5 \times 10^3$, b) $Ra=1 \times 10^4$, c) $Ra=5 \times 10^4$, d) $Ra=1 \times 10^5$. Nota: el tamaño de los vectores de velocidad para $Ra=5 \times 10^3$ y 1×10^4 se incremento $\times 5$.

Campos de velocidad incompletos. Plano XY, $Z/H = -0.2$

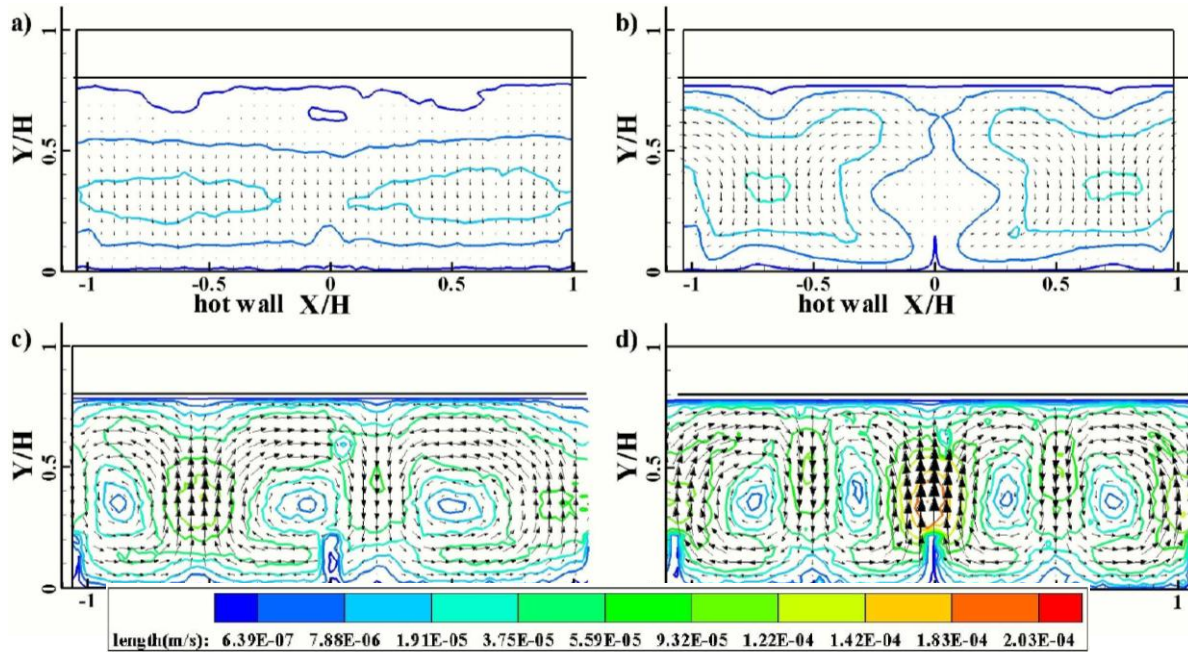


Fig. A.5. Vectores de velocidad y contornos de iso-velocidad $\theta=0^\circ$. a) $Ra=5 \times 10^3$, b) $Ra=1 \times 10^4$, c) $Ra=5 \times 10^4$, d) $Ra=1 \times 10^5$. Nota: el tamaño de los vectores de velocidad para $Ra=5 \times 10^3$ se incremento $\times 2.5$.

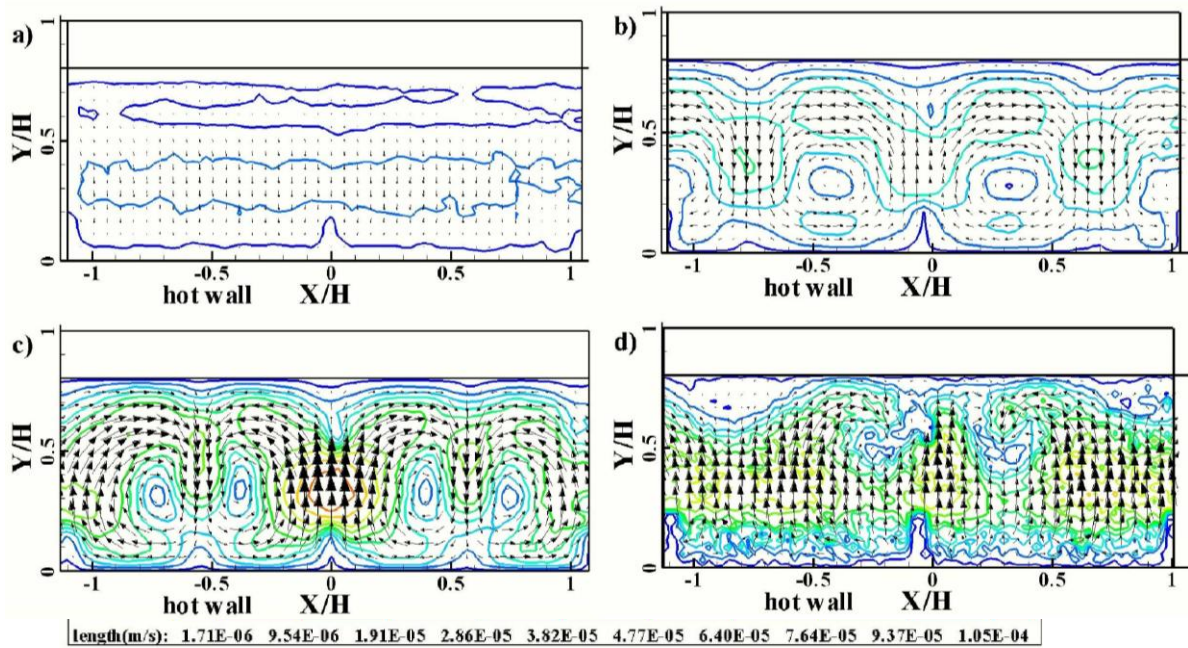


Fig. A.6. Vectores de velocidad y contornos de iso-velocidad $\theta=10^\circ$. a) $Ra=5 \times 10^3$, b) $Ra=1 \times 10^4$, c) $Ra=5 \times 10^4$, d) $Ra=1 \times 10^5$. Nota: el tamaño de los vectores de velocidad para $Ra=5 \times 10^3$ se incremento $\times 2.5$.

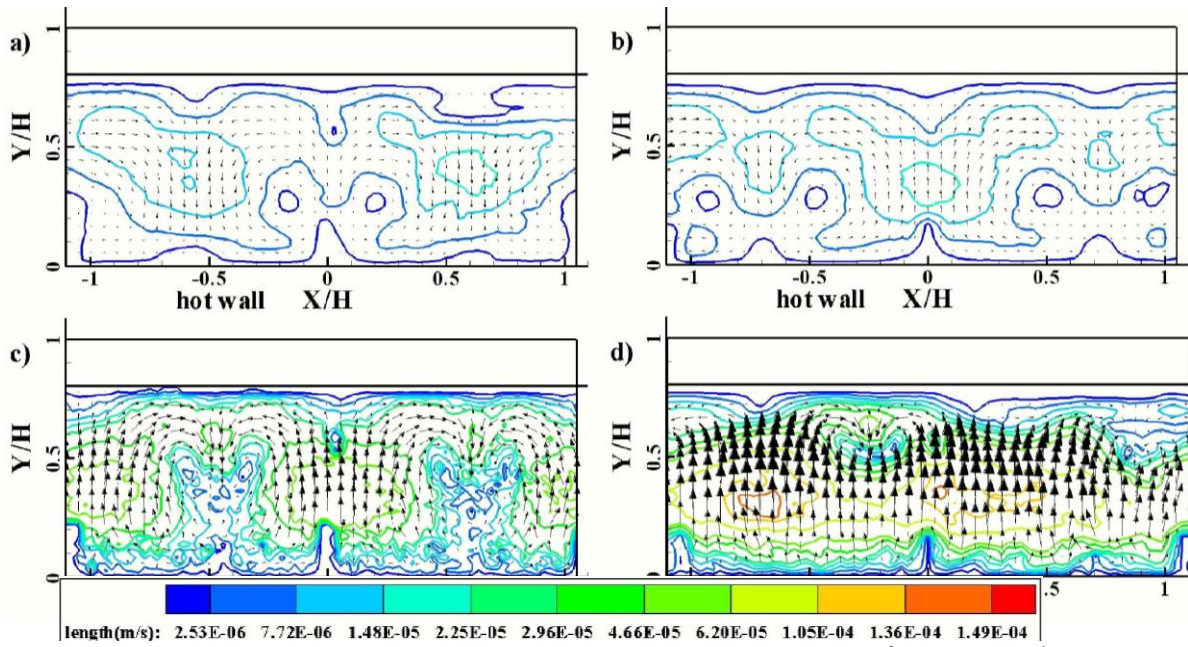


Fig. A.7. Vectores de velocidad y contornos de iso-velocidad $\theta=15^\circ$. a) $Ra=5 \times 10^3$, b) $Ra=1 \times 10^4$, c) $Ra=5 \times 10^4$, d) $Ra=1 \times 10^5$.

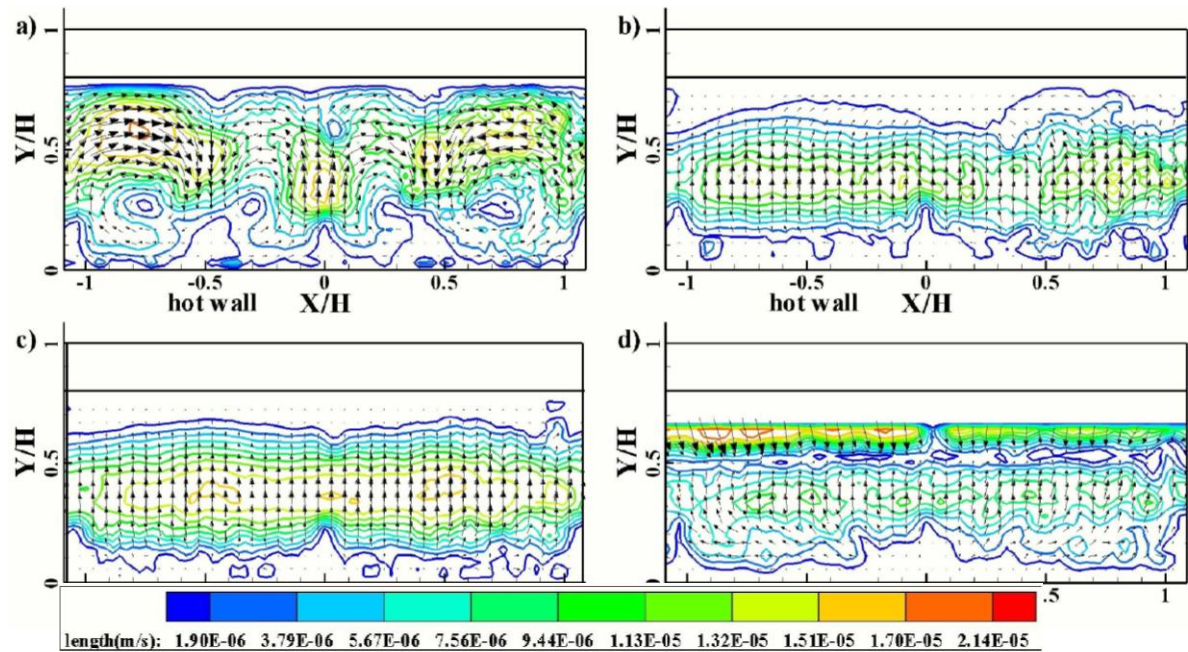


Fig. A.8. Vectores de velocidad y contornos de iso-velocidad $\theta=30^\circ$. a) $Ra=5 \times 10^3$, b) $Ra=1 \times 10^4$, c) $Ra=5 \times 10^4$, d) $Ra=1 \times 10^5$.

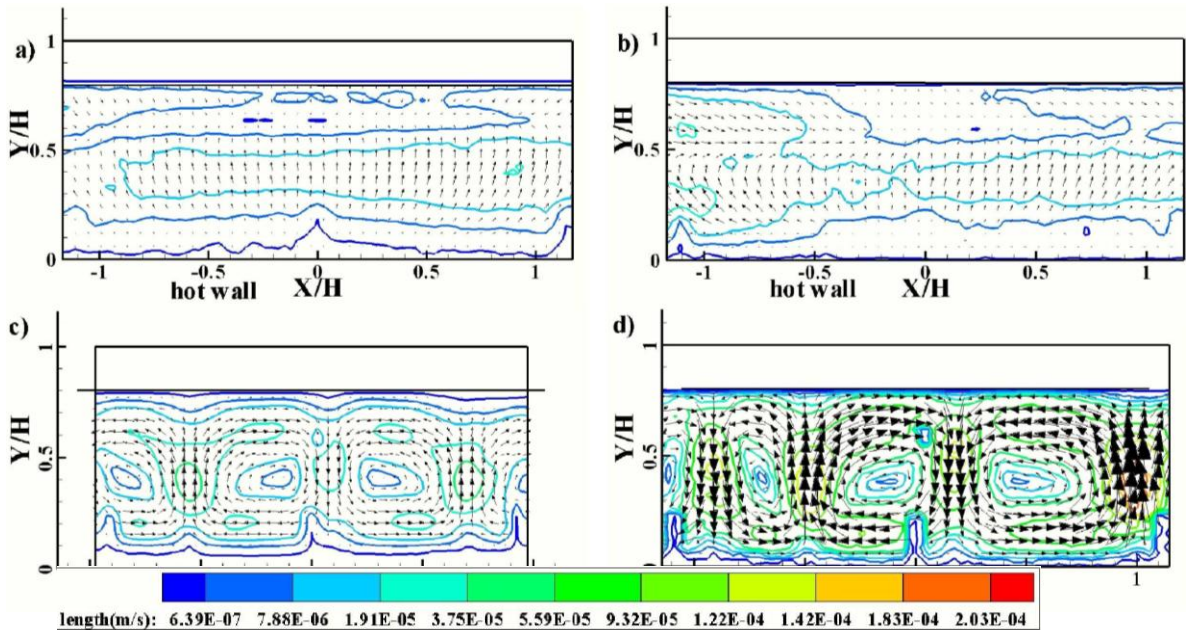


Fig. A.9. Vectores de velocidad y contornos de iso-velocidad $\theta=345^\circ$. a) $Ra=5 \times 10^3$, b) $Ra=1 \times 10^4$, c) $Ra=5 \times 10^4$, d) $Ra=1 \times 10^5$.

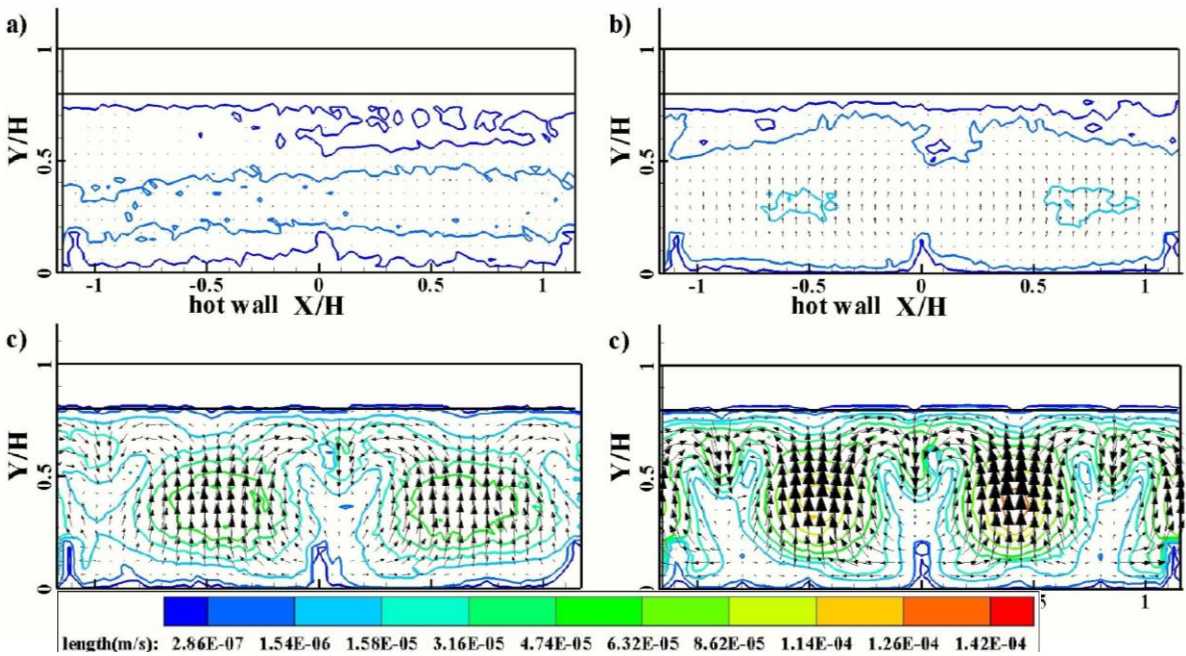


Fig. A.10. Vectores de velocidad y contornos de iso-velocidad $\theta=355^\circ$. a) $Ra=5 \times 10^3$, b) $Ra=1 \times 10^4$, c) $Ra=5 \times 10^4$, d) $Ra=1 \times 10^5$.

Campos de velocidad en el plano YZ, $X=0$, correspondientes a los campos de velocidad incompletos en el plano XY

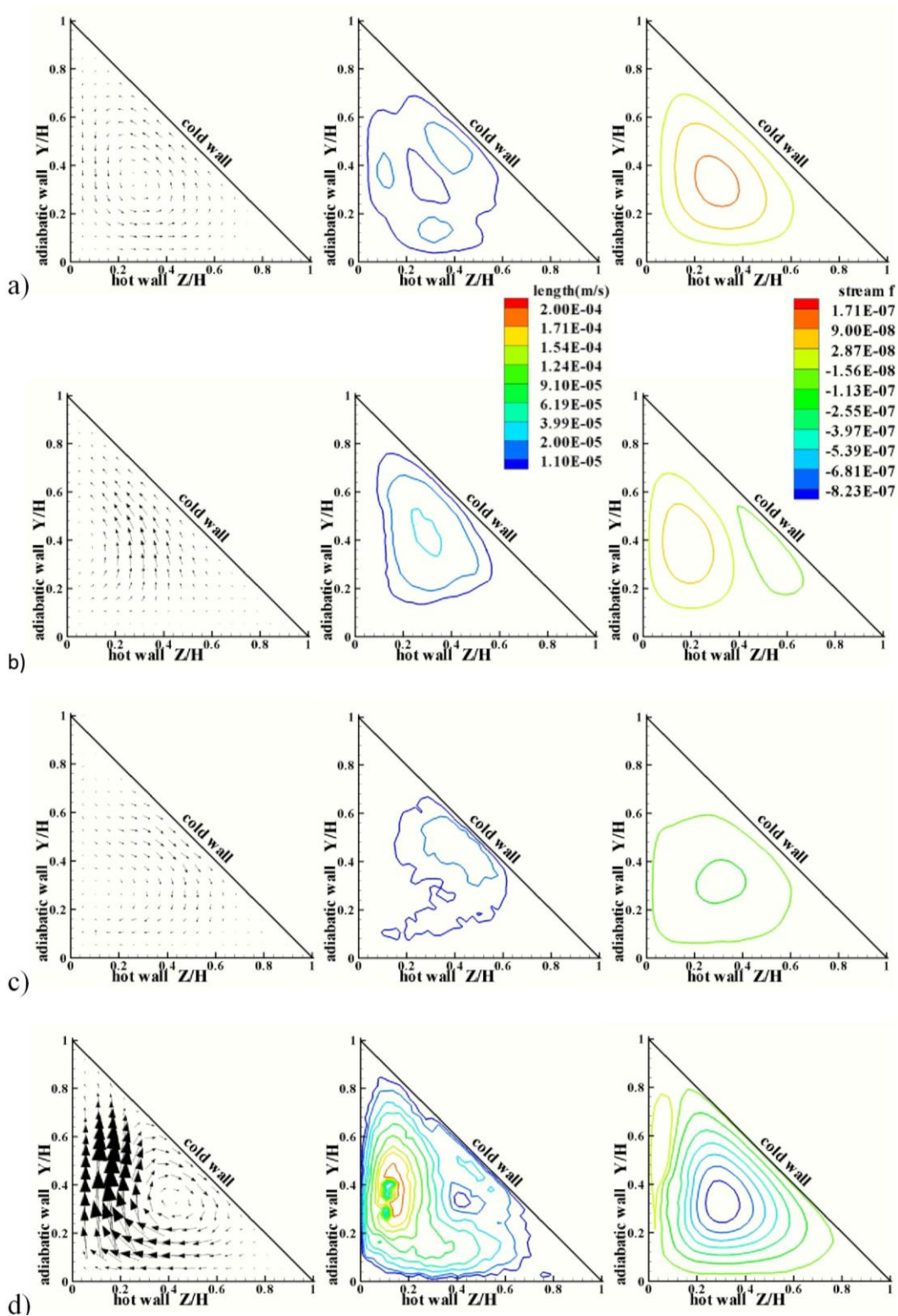


Fig. A.11. $\theta=0^\circ$. De izquierda a derecha: campos de vectores, contornos de iso-velocidad y líneas de corriente.
a) $Ra = 5 \times 10^3$, b) $Ra = 1 \times 10^4$, c) $Ra = 5 \times 10^4$ y d) $Ra = 1 \times 10^5$.

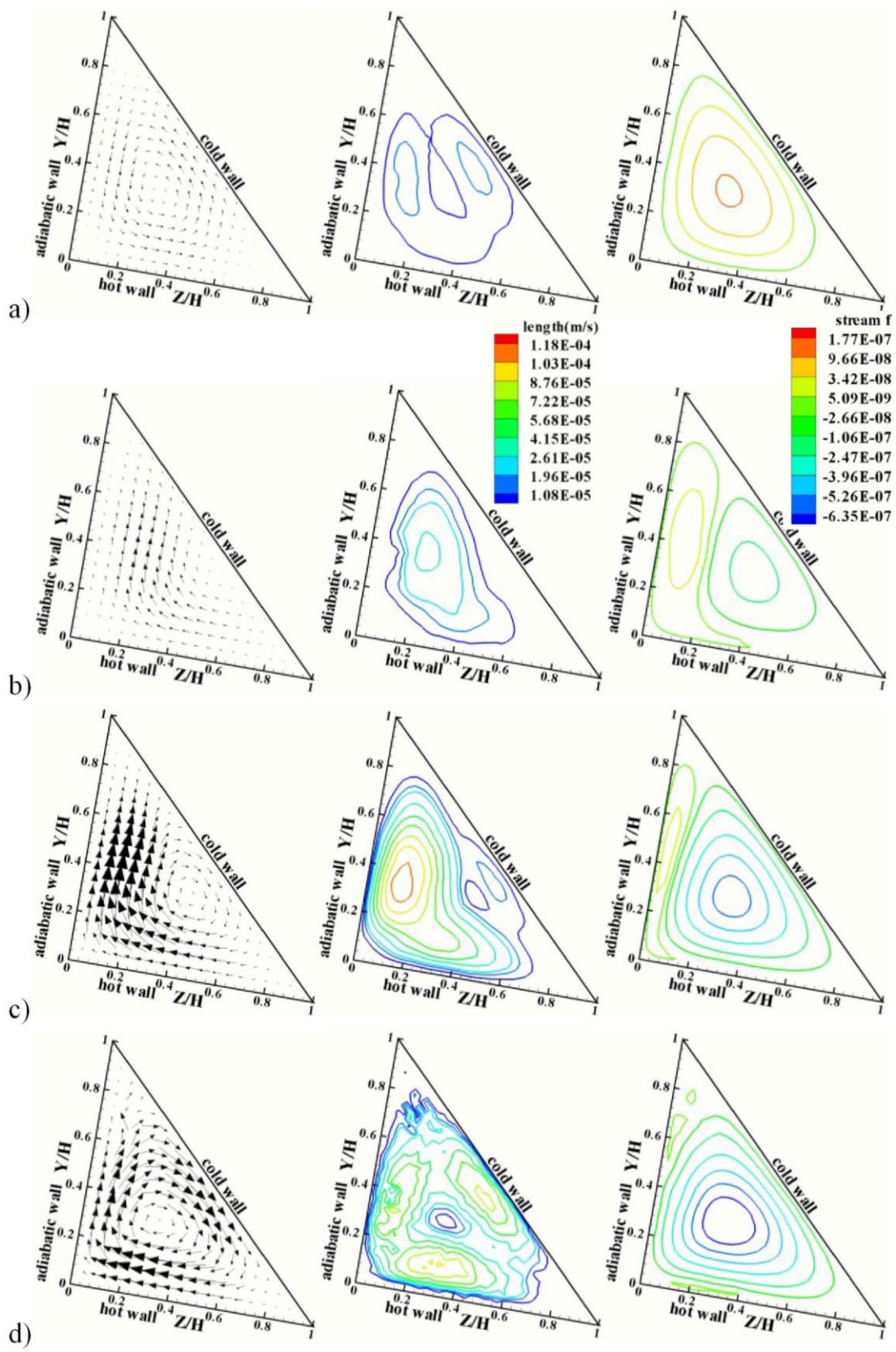


Fig. A.12. $\theta=10^\circ$. De izquierda a derecha: campos de vectores, contornos de iso-velocidad y líneas de corriente. a) $Ra = 5 \times 10^3$, b) $Ra = 1 \times 10^4$, c) $Ra = 5 \times 10^4$ y d) $Ra = 1 \times 10^5$.

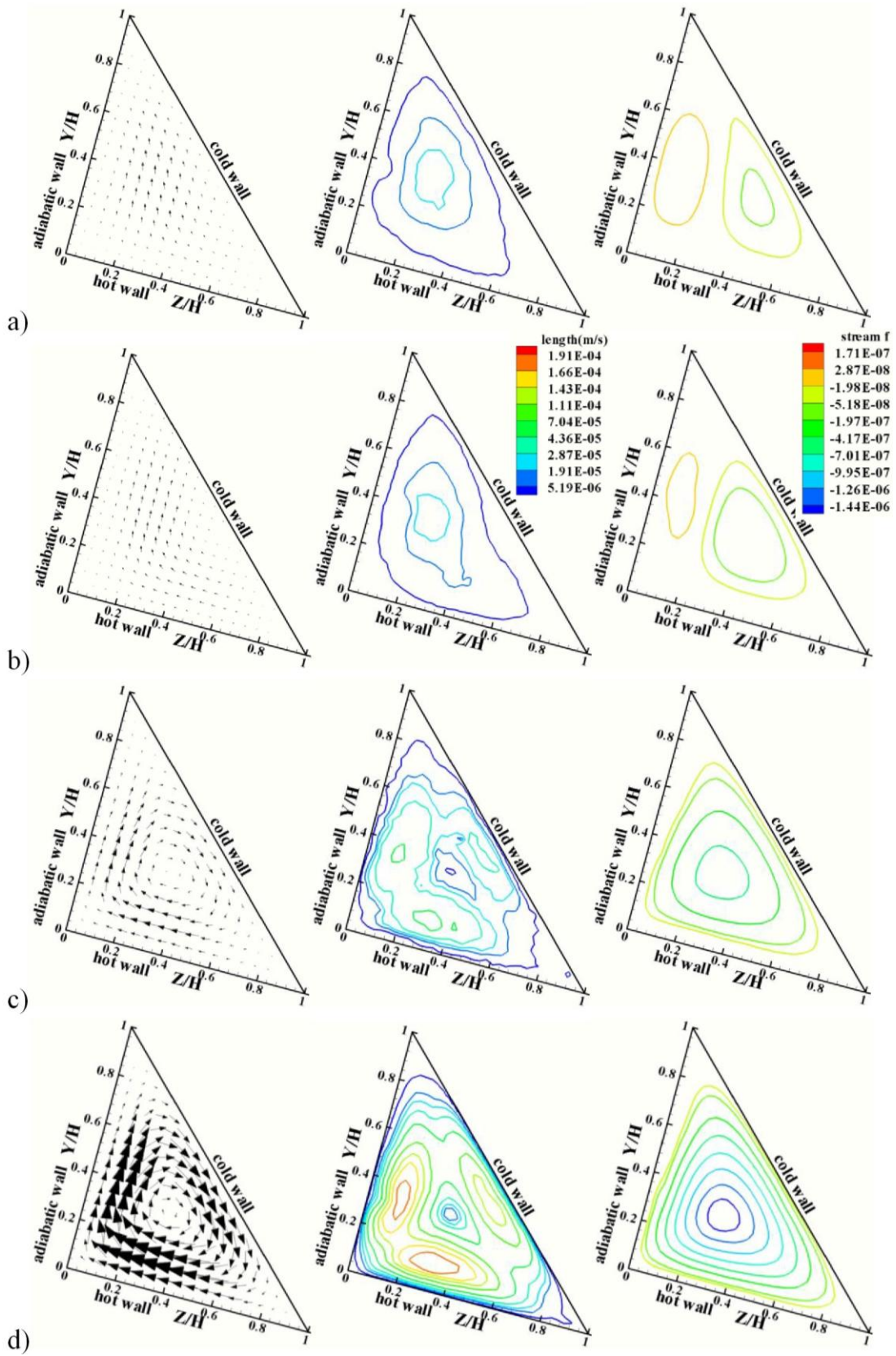


Fig. A.13. $\theta=15^\circ$. De izquierda a derecha: campos de vectores, contornos de iso-velocidad y líneas de corriente. a) $Ra = 5 \times 10^3$, b) $Ra = 1 \times 10^4$, c) $Ra = 5 \times 10^4$ y d) $Ra = 1 \times 10^5$.

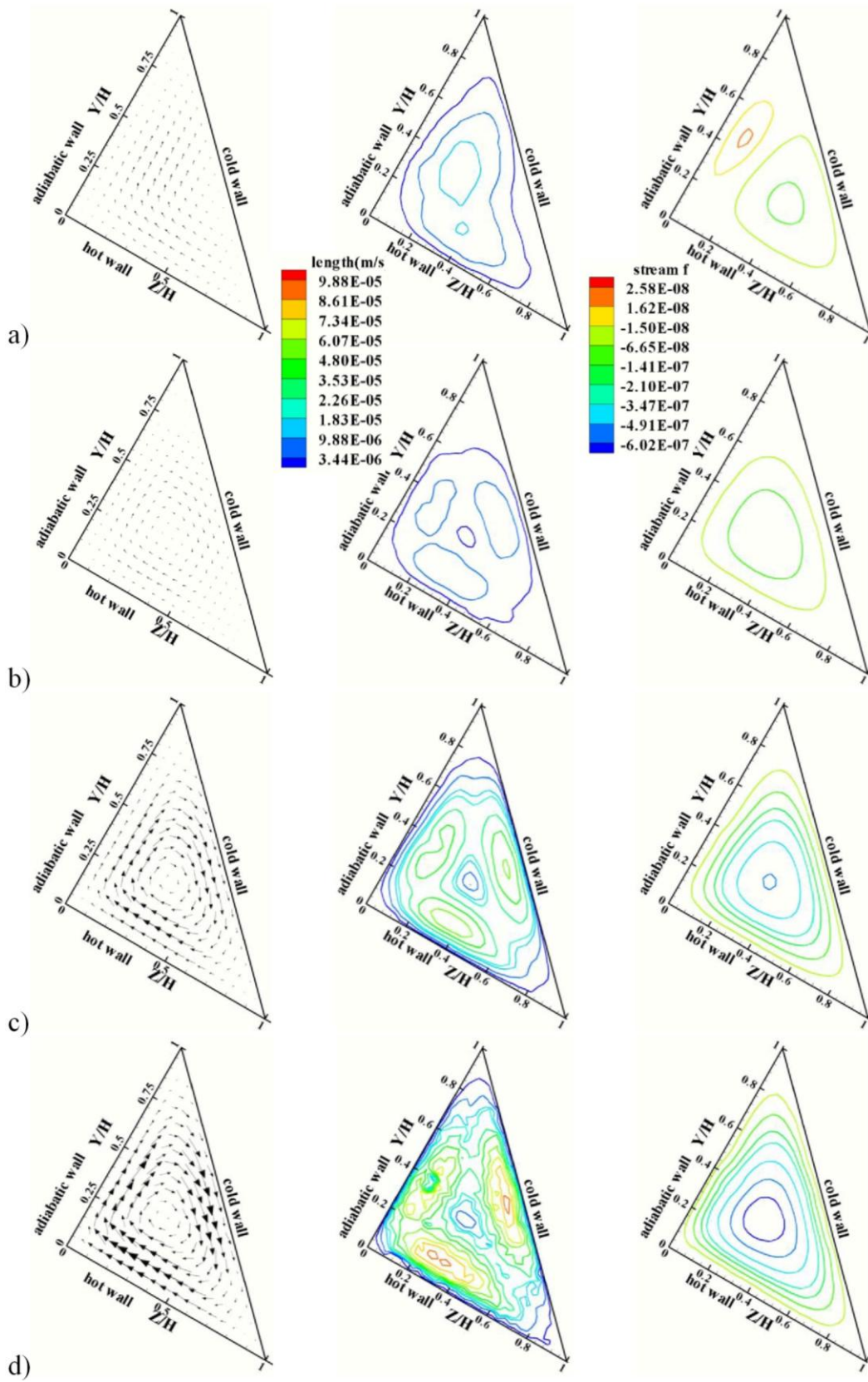


Fig. A.14. $\theta=30^\circ$. De izquierda a derecha: campos de vectores, contornos de iso-velocidad y líneas de corriente. a) $Ra = 5 \times 10^3$, b) $Ra = 1 \times 10^4$, c) $Ra = 5 \times 10^4$ y d) $Ra = 1 \times 10^5$.

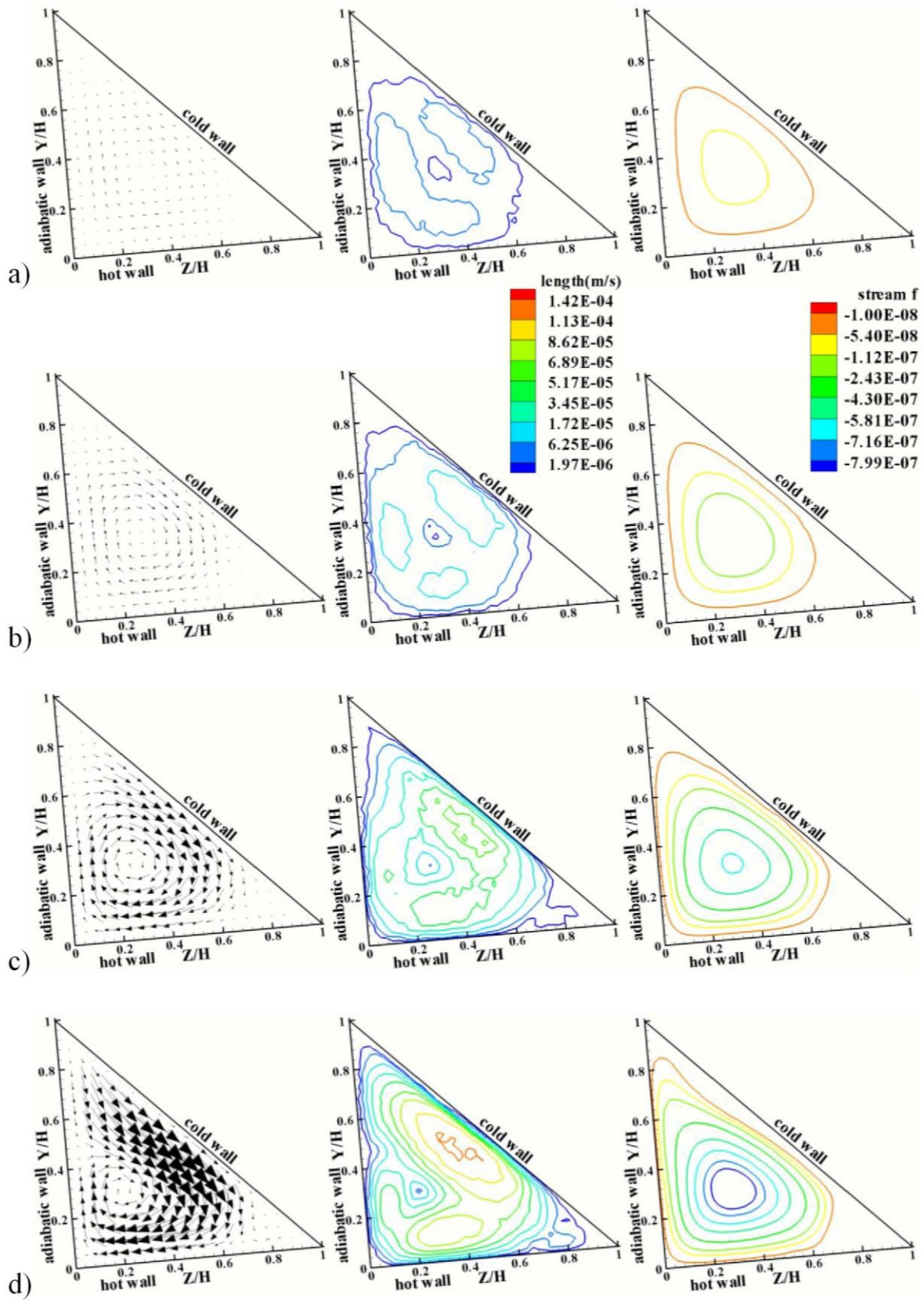


Fig. A.15. $\theta=355^\circ$. De izquierda a derecha: campos de vectores, contornos de iso-velocidad y líneas de corriente. a) $Ra = 5 \times 10^3$, b) $Ra = 1 \times 10^4$, c) $Ra = 5 \times 10^4$ y d) $Ra = 1 \times 10^5$.

Bibliografia

- [1] Jaluria, Y., Gebhart, B., Mahajan, R.L., Sammakia, B., 1988, Buoyancy-Induced Flows and Transport, 1st Ed., Hemisphere, Chap. 14, pp. 737-760.
- [2] Ridouane, H., Campo, A., 2007, Compounded heat transfer enhancement in enclosure natural convection by changing the cold wall shape and the gas composition, ASME J. Heat Transfer 129, pp: 827834
- [3] Unny, T.E., 1972, Thermal instability in differentially heated inclined fluid layers, J. Appl. Mech 39, pp. 41-46.
- [4] Stork, K., y Müller, U., 1972, Convection in boxes: experiments, J. Fluid Mech 54, pp: 599-611.
- [5] Van Dyke, M., 1982, An album in fluid motion, The Parabolic Press.
- [6] Flack, R. D., Witt, C. L., 1979, Velocity measurements on two natural convection air flows using a laser velocimeter, ASME J. Heat Transfer 101, pp. 256-260.
- [7] Flack R. D., Konopnicki, T.T., Rooke, J. H., 1979, The measurement of natural convective heat transfer intriangular enclosures. ASME J. Heat Transfer 101, pp. 648-654.
- [8] Akinsete, V.A., and Coleman, T.A., 1982, Heat transfer by steady laminar free convection in triangular enclosures. Int. J. Heat Mass Transfer 25 (7), pp. 991-998.
- [9] Poulidakos, D. and Bejan, A., 1983, Natural convection experiments in a triangular enclosure, ASME J. Heat Transfer 105, pp. 652-656.
- [10] Poulidakos, D. and Bejan, A., 1983, The fluid dynamics of an attic space, J. Fluid Mech. 131, pp. 251-269.
- [11] Salmun, H., 1995, Convection patterns in a triangular domain, Int. J. Heat Mass Transfer 38 (2), pp. 351-362.
- [12] Holtzman, G. A., Hill, R. W., and Ball, K. S., 2000, Laminar natural convection in isosceles triangular enclosures heated from below and symmetrically cooled from above, ASME J. Heat Transfer 122, pp. 485-491.
- [13] Ridouane, H., Campo, A., and Chang, J.Y., 2005, Natural convection in right-angled triangular cavities with heated vertical sides and cooled hypotenuses, ASME J. Heat Transfer 127, pp. 1181-1186.
- [14] Elicer-Cortés, J.C., Kim-Son, D., and Coutanceau, J., 1990, Transfer de chaleur dans un diedre a geometrie variable, Int. Comm. Heat Mass Transfer 17, pp. 759-769.
- [15] Kent, E. F., Asmaz, E., and Ozerbay, S., 2007, Laminar natural convection in right triangular enclosures, Heat Mass Transfer 44, pp. 187-200.
- [16] Basak, T., Roy, S., and Thirumalesha, Ch., 2007, Finite element analysis of natural convection in a triangular enclosure: Effects of various thermal boundary conditions, Chemical engineering Science 62, pp:2623-2640.
- [17] Ridouane, H., and Campo, A., 2008, Numerical simulation of the 3D behavior of thermal buoyant airflows in pentahedral spaces, Int. J. Heat Fluid Flow 29, pp. 1360-1368.
- [18] Saha, S. C., and Khan, M.M.K., 2011, A review of natural convection and heat transfer in attic-shaped space, Energy and Buildings 43, pp. 2564-2571.

- [19] Cucitore, R., Quadrio, M., y Baron, A., 1999, On the effectiveness and limitations of local criteria for the identification of a vortex, *Eur. J. Mech. B/Fluids* 18 (2), pp. 261-282.
- [20] Sujudi, D., y Haimes, R., 1995, Identification of swirling flow in 3-D vector fields, En la 12a Conferencia de Dinámica de Fluidos Computacional de la AIAA, Paper 95-1715.
- [21] Jiang, M., Machiraju, R., and Thompson, D., 2005, Detection and Visualization of vortices, *The Visualization Handbook*, Elsevier Academic Press, capítulo 14.
- [22] Theisel, H., Weinkauff, T., Hege, H. C., Seidel, H. P., 2003, Saddle connectors - an approach to visualizing the topological skeleton of complex 3D vector fields, en *Proc. IEEE Visualization 2003*, pp. 225–232.
- [23] Raffel, M., Willert, C. E., Wereley, S. T., y Kompenhans, J., 2007, *Particle Image Velocimetry: a practical guide*, 2nd Ed., Springer-Berlag, Berlin, capítulo 2, pp: 16.
- [24] Willert, C.E. y Gharib M., 1991, Digital Image Velocimetry, *Exp. Fluids*, vol. 10, pp 181-193.
- [25] Stork, K., y Müller, U., 1972, Convection in boxes: experiments, *J. Fluid Mech.*, vol.4, parte 4, pp: 599-611.
- [26] Corcione, M., 2003, Effects of the thermal boundary conditions at the side walls upon natural convection in rectangular enclosures heated from below and cooled from above, *Int. J. of Thermal Sciences* 42, 199-208.
- [27] Pallares, J., Grau, F. X., y Giralt, F., 1999, Flow transitions in laminar Rayleigh-Bénard convection in a cubical cavity at moderate Rayleigh numbers.